



**HAL**  
open science

# Propagation Acoustique dans des Milieux Granulaires de Billes de Verre et d'Acier

Julien Anfosso

► **To cite this version:**

Julien Anfosso. Propagation Acoustique dans des Milieux Granulaires de Billes de Verre et d'Acier. Physique [physics]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2003. Français. NNT : . pastel-00000532

**HAL Id: pastel-00000532**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00000532>**

Submitted on 15 Sep 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE PARIS 7 - DENIS DIDEROT  
UFR SCIENCES**

*Année 2003*

*N° attribué par la bibliothèque*

**THÈSE**

pour l'obtention du Diplôme de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE PARIS 7**  
Spécialité **Acoustique**

présentée le 28 novembre 2003 par

**Julien ANFOSSO**

---

***Propagation Acoustique dans des Milieux Granulaires  
de Billes de Verre et d'Acier***

---

devant le jury composé de

M. Didier CASSEREAU    Rapporteur  
M. Christophe COSTE  
M. Vincent GIBIAT        Directeur de thèse  
M. John PAGE              Rapporteur  
M. Daniel ROYER  
M. Arnaud TOURIN



*There is not enough room  
to swing a cat*

Roberto, *dB(L)*

A Gwenola,  
A mes parents,  
A mon frère,



# Remerciements

Je tiens à remercier Mathias Fink, directeur du Laboratoire Ondes et Acoustique, pour la confiance qu'il m'a portée en m'accueillant au sein de son laboratoire.

En premier lieu, je voudrais exprimer ma profonde gratitude à Vincent Gibiat, pour m'avoir proposé ce sujet et accueilli dans son équipe. Je voudrais ici le remercier pour la pleine confiance qu'il m'a accordée et la disponibilité dont il a fait preuve à Paris ou depuis Toulouse. Je voudrais également rendre hommage à ses qualités humaines et dire que j'ai profité pleinement pendant ces trois ans de ses multiples enthousiasmes.

Je souhaite exprimer ma profonde reconnaissance aux membres de mon jury de thèse et à son président Daniel Royer. Je tiens à remercier particulièrement John Page et Didier Cassereau d'avoir accepté d'être rapporteur de ce travail et d'avoir trouvé le temps d'en consacrer à celui que je n'espère pas perdu. Je suis extrêmement reconnaissant à John Page de s'être déplacé du Canada pour la soutenance, de s'être rendu disponible et pour l'intérêt dont il a fait preuve. Je voudrais également vivement remercier Christophe Coste pour ses nombreux conseils et remarques sur le manuscrit.

Les dispositifs expérimentaux de cette thèse ont profité du soin et de la compétence de Michel Parise. Je le remercie pour sa patience, les heures passées à usiner les deux dispositifs et tous leurs a-côtés. Je le remercie de m'avoir accepté dans son atelier et initié sommairement au travail en atelier. Je ne peux pas manquer de remercier François Wu pour sa disponibilité, ses compétences diverses, et ses dépannages nombreux en informatique.

Des membres du laboratoire, je remercie tout particulièrement Arnaud Tourin. Ses conseils tout au long de la thèse, et ses nombreuses relectures du manuscrit m'ont permis d'amener ce travail à bien. J'ajoute que travailler ou discuter en sa compagnie présente la même part d'agréable. Je ne peux oublier de remercier Julien de Rosny : pour ses nombreux conseils, sa gentillesse, sa disponibilité et les discussions que nous avons pu avoir.

J'ai appris et prie beaucoup de plaisir en travaillant sur certaines expériences ou en discutant avec Dominique Clorennec, Luc Forest, Etienne Bertaud, mon jumeau, Arnaud Derode, Jean-Louis Thomas, Xavier Jacob, Claire Simmonet.

Et puis, Merci aux membres du LOA. Même si je n'évoque pas ici ce que chacun a pu m'apporté (ce serait trop long), je les remercie vivement : Arnaude, Christian, Christophe, Claire, Clara, François VdB (photo ci-dessous), François V., Gabriel, Jean-Luc, Laurent, Mathieu, Mickael, Nicolas, Victor, Ros, Samir, Stéfane, Sylvain, Thomas...

Ce travail de thèse a été permis par le financement du contrat européen n°GRD1-1999-1146, sous



FIG. 1 – Exemple d'un granulaire

l'égide de la commission européenne. Ce contrat s'intitule "Piezoelectric Array DeviceS". Notre équipe était intéressée par la conception et la caractérisation d'un absorbant acoustique multicouches de granulés d'aérogel de silice. Je regrette de n'avoir pas plus, durant ces quelques trois années, dirigé mon travail vers ces granulaires qui présentent des propriétés si surprenantes.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 A l'échelle de la bille</b>	<b>5</b>
1.1 Modes de Surface . . . . .	5
1.1.1 Ondes de Rayleigh et ondes de Galerie à Echo . . . . .	5
1.1.1.1 Différents modes de propagation en surface . . . . .	6
1.1.1.2 Détermination théorique des fréquences de résonance des modes de surface . . . . .	8
1.1.2 Ondes de torsion . . . . .	10
1.1.3 Quasi absence des modes de propagation longitudinaux et transversaux . . .	11
1.2 Mode hertzien ou mode basse fréquence . . . . .	11
1.2.1 Contact Hertzien . . . . .	11
1.2.2 Condition de validité du régime hertzien en régime dynamique . . . . .	13
1.2.3 Modélisation du couplage Bille/capteurs par une chaîne ressort-masse-ressort	13
1.3 Dispositif expérimental . . . . .	16
1.3.1 Caractérisation des transducteurs du dispositif expérimental . . . . .	16
1.3.2 Résultats expérimentaux . . . . .	23
1.3.2.1 Régime basse fréquence en polarisation longitudinale . . . . .	23
1.3.2.2 Régime basse fréquence en polarisation transversale . . . . .	29
1.3.2.3 Génération d'ondes de Rayleigh, d'ondes de galerie à écho et d'ondes de torsion à l'aide de capteurs piézo-électriques de contact . . . . .	32
1.4 Conclusion . . . . .	37
<b>2 Mode de propagation sur des systèmes uni-dimensionnels</b>	<b>39</b>
2.1 Domaine basse fréquence : importance du contact de Hertz . . . . .	39
2.1.1 Hypothèse dynamique linéaire . . . . .	39
2.1.2 Sensibilité au contact hertzien . . . . .	40
2.1.3 Modélisation par une chaîne masse-ressort . . . . .	40
2.1.3.1 Relation entre vitesse, fréquence de coupure et contrainte appliquée	42
2.1.4 Récapitulatif des lois du contact hertzien en polarisation longitudinale et transversale . . . . .	43

2.1.5	Modèles alternatifs au contact de Hertz . . . . .	44
2.1.6	Ordre de grandeur pour le contact hertzien et différents paramètres . . . . .	45
2.1.6.1	Sensibilité au poids . . . . .	45
2.1.6.2	Sensibilité thermique . . . . .	46
2.2	Domaine haute Fréquence : modes de surface . . . . .	47
2.3	Résultats expérimentaux . . . . .	47
2.3.1	Régime basse fréquence . . . . .	47
2.3.2	Vitesse de groupe et vitesse de phase pour des systèmes sensibles au contact de Hertz . . . . .	53
2.3.3	Régime haute fréquence . . . . .	57
2.4	Conclusion . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Apparition du désordre</b> . . . . .	<b>61</b>
3.1	Un ensemble de définitions . . . . .	61
3.1.1	Approche statique . . . . .	62
3.1.2	Approche dynamique . . . . .	64
3.1.2.1	Régime basse fréquence . . . . .	64
3.1.2.2	Régime diffusif . . . . .	65
3.1.2.3	Régime haute fréquence . . . . .	66
3.2	Relation entre contrainte appliquée et désordre faible . . . . .	66
3.2.1	Implication en régime basse fréquence . . . . .	66
3.2.1.1	Résultats expérimentaux en régime basse fréquence pour deux billes contraintes . . . . .	69
3.2.1.2	Résultats expérimentaux pour un arrangement périodique en réseau carré . . . . .	71
3.3	Autres facteurs d'apparition du désordre . . . . .	76
3.4	Conclusion . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Mode de propagation sur des systèmes tri-dimensionnels</b> . . . . .	<b>79</b>
4.1	Comportement des capteurs sous contrainte . . . . .	79
4.2	Arrangement périodique . . . . .	80
4.2.1	Des travaux ne mettant en évidence que la prédominance du contact hertzien . . . . .	80
4.2.1.1	Arrangement de deux couches . . . . .	80
4.2.1.2	Arrangement de quatre couches . . . . .	83
4.2.2	Vibrations propres des billes constituant l'empilement . . . . .	86
4.3	Mise en évidence de la propagation solidienne . . . . .	91
4.3.1	Principe du Montage Expérimental . . . . .	91
4.3.2	Résultats expérimentaux . . . . .	93
4.4	Corrélation entre les chemins de forces et les chemins acoustiques . . . . .	98
4.4.1	Principe du montage expérimental . . . . .	98

---

4.4.2	Expérience sur un milieu granulaire périodique hexagonal compact . . . . .	100
4.5	Conclusion . . . . .	103
	<b>Conclusion</b>	<b>107</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>113</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>115</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>121</b>
	<b>Liste des symboles</b>	<b>123</b>
	<b>Sources photographiques</b>	<b>125</b>



# Introduction

Des enjeux économiques importants motivent les nombreuses recherches appliquées ou fondamentales sur les milieux granulaires [1–4]. Environ dix milliards de tonnes de grains sont traités chaque année. Ces grains se retrouvent dans les charbons, les ciments, le sable, la terre, les poudres traitées par les industries pharmaceutiques, ou agro-alimentaires (sucre, riz, blé, café, *etc.*). Si ces milieux suscitent un tel intérêt en physique appliquée et fondamentale c’est que nombre de thèmes relatifs à leur comportement restent ouverts : la statique d’un empilement granulaire, la répartition des efforts dans de tels milieux, les écoulements pour ces matériaux, la ségrégation, les mélanges. La principale difficulté réside dans le nombre de paramètres susceptibles d’avoir une influence sur le comportement global des granulaires (taille et forme des grains, forces de friction, différents comportements élastiques entre grains, humidité des milieux, *etc.*). Les granulaires se trouvent au confluent des trois états de la matière comme l’ont mis en évidence Coulomb, Faraday, Rayleigh ou Bagnold : un tas de sable constitue un solide lorsque, laissé à lui-même, aucune perturbation ne provoque d’avalanche à sa surface ; un granulaire qui s’écoule peut être considéré comme une phase liquide ; les grains de la fine pluie qui percutent le tas de sable en formation sous une trémie peuvent s’apparenter aux molécules d’un gaz animées de mouvements erratiques.

Une autre difficulté vient du fait qu’aucune méthode ne nous permet aujourd’hui de ”pénétrer” dans un tas de sable naturel pour voir ce qui s’y passe tant du point de vue statique que du point de vue dynamique. Des progrès ont pourtant été réalisés et il est, par exemple possible d’obtenir des images de la répartition des contraintes dans les empilements 2D ou 3D, mono-disperses ou poly-disperses, grâce aux techniques de photo-élasticité et de bi-réfringence sous contrainte. L’image centrale de la figure (2) en est une illustration pour un empilement 2D de cylindres de verre. Ces images sont néanmoins obtenues dans des conditions expérimentales particulières et délicates à mettre en œuvre (des liquides à indices de réfraction constants, dans des bains thermostatés, doivent être utilisés).

Les méthodes acoustiques (dynamiques) peuvent apparaître comme un autre bon outil pour étudier les propriétés des milieux granulaires : pour un régime dynamique linéaire, aucune modification du réseau des contacts n’est induite par le passage des ondes. Les moyens acoustiques représentent alors une sonde non destructrice des milieux étudiés. Ils sont d’autant plus intéressants que leur mise en œuvre pour obtenir, de façon directe, des informations sur les granulaires est peu coûteuse. Les besoins de caractérisation des milieux atypiques que sont les empilements granulaires d’aérogel de silice ont motivé notre étude. Ces milieux présentent des densités très faibles (proche de celle

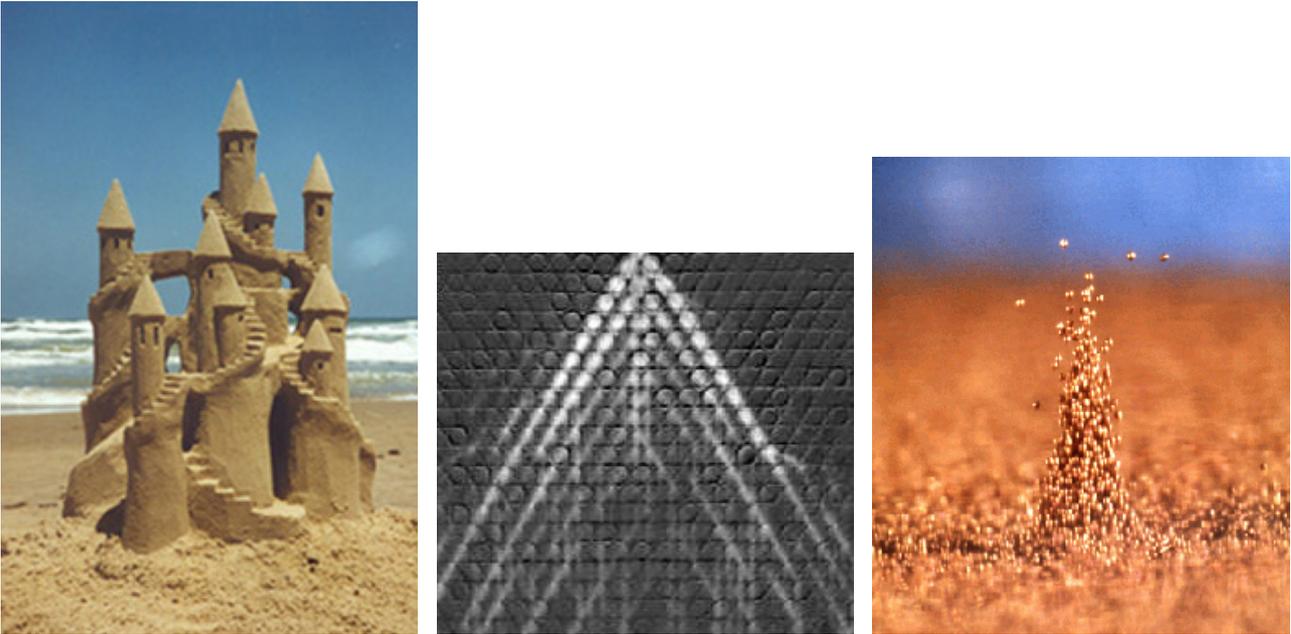


FIG. 2 – A gauche : Chateau de sable / Au centre : Répartition de contraintes dans un arrangement périodique / A droite : Onde stationnaire localisée pour une couche de milieu granulaire verticalement vibrée.

de l'air dans certains cas) dues au caractère micro-poreux du squelette (tailles des micropores de l'ordre du  $nm$  à la centaine de  $nm$ ). Une étude récente [5] a montré que les vitesses acoustiques de compression et de cisaillement dans les monolithes sont conformes à celles prédites par la théorie de Biot, ou par un modèle de fluide équivalent, permettant de décrire le couplage entre la phase solide et la phase gazeuse. Dans ce cadre, les vitesses peuvent être exprimées en fonction des paramètres de tortuosité, de densité et de porosité du milieu. Pour les milieux granulaires d'aérogel, le modèle de fluide équivalent pourrait permettre également la description des comportements acoustiques moyennant quelques raffinements. Nous devrions ainsi prendre en compte les nouveaux paramètres suivants :

- La double porosité, micro-porosité due au constituant et macro-porosité due à l'espacement entre grains, diminue encore la densité
- Les inhomogénéités de taille et de forme de grains induisent probablement des couplages plus importants entre phases gazeuses et solides que dans le cas des monolithes
- Pour le cas des poudres d'aérogel, les grains sont assez petits pour que les forces électrostatiques deviennent plus importantes que les forces de gravité. Pour celles-la, les phénomènes de friction et électrostatiques entrent en concurrence pour expliquer l'histoire du milieu.

Pour proposer une modélisation du comportement acoustique de ces milieux, il nous semblait plus judicieux de comprendre les comportements acoustiques sur des milieux "modèles" pour lesquels le nombre de paramètres est moins important. Dans cette optique, nous avons pris le parti de tra-



FIG. 3 – aérogel monolithiques et en granulés

vailler sur des milieux dont les grains présentent des densités près de 100 fois supérieures (verre, acier), un haut degré de sphéricité et un état de surface limitant la friction inter-grains d'une part et entre grains et parois d'autre part. L'utilisation de ces billes nous a permis de contrôler les milieux macroscopiques, du plus ordonné (bille, colonne) au plus désordonné. Nous nous éloignons ainsi de façon très importante des milieux granulaires d'aérogel mais la caractérisation des comportements acoustiques existant à l'échelle des milieux modèles peut nous permettre d'obtenir une compréhension en amont.

Bon nombre d'études sur le sujet ont déjà été réalisées. Ces études expérimentales portent sur des milieux secs, ou immergés, cohésifs ou en suspension. Les granulaires sont caractérisés par une phase solide et une phase fluide. Les comportements acoustiques dépendent des interactions entre ces deux phases. Nous avons décidé de travailler sur des milieux granulaires secs, non cohésifs, sous contrainte. Les expériences sont effectuées en transmission avec des transducteurs large bande directement en contact avec des grains du milieu. La propagation acoustique est prépondérante dans la phase solide du granulaire, et est largement conditionnée par le contact entre grains. A ce titre, les études sur le sujet font référence, pour le régime d'excitation dynamique élastique, à une classe de phénomène en régime basse fréquence se généralisant quelles que soient les dimensions topologiques du milieu : il s'agit de la propagation de l'onde de déformation des billes sous contrainte. Les vitesses et les fréquences de coupure, caractéristiques de la déformation des billes, varient alors de façon non-linéaire, suivant une loi de contact hertzien, en fonction de la contrainte imposée sur le milieu. Des écarts à la loi énoncée par Hertz d'exposant non-linéaire théorique  $1/6$ , ont été recensés dans des travaux menés dans des milieux à petites échelles, et en régime basse fréquence.

Dans ce travail, nous nous proposons de comprendre la propagation acoustique à l'échelle de la bille sous contrainte. Dans ce cadre, deux régimes d'excitations impulsionnelles seront utilisés. Le premier, basse fréquence, permet une propagation acoustique due à la déformation de la zone de contact Bille/transducteur. Le second, haute fréquence, comme nous le préciserons dans le premier chapitre, permet d'engendrer les modes propres de la bille/résonateur. Cette étude nous permettra de comprendre comment la propagation acoustique pour les colonnes de billes est conditionnée par les comportements à l'échelle de la bille. Nous porterons ensuite notre attention sur des arrangements périodiques de billes et des milieux désordonnés en régime basse et haute fréquence, à 2 dimensions et à 3 dimensions.

La première partie de ce manuscrit, constituée des deux premiers chapitres, est consacrée à la propagation acoustique pour les milieux ordonnés : du grain à la colonne de billes. Nous rappelons les différents modèles, issus des études théoriques antérieures, pour les régimes basse [6, 7] et haute fréquence [8–10]. Les concepts présentés – le contact de Hertz, la propagation d'ondes de surface (ondes Rayleigh, ou de galerie à écho et ondes de torsion) – seront nécessaires à la présentation des milieux désordonnés. Pour les expériences que nous avons menées, nous préciserons, dans cette partie, les principales hypothèses de travail. Nous porterons une attention particulière aux résonances basse fréquences, dues au contact de Hertz, nous permettant d'obtenir une nouvelle caractérisation des lois de Hertz. Cette approche, utilisant les régimes basse et haute fréquence, nous permet d'obtenir une formalisation exacte du problème de la propagation acoustique dans des milieux granulaires mono-dimensionnels.

La deuxième partie, constituée des deux derniers chapitres, présentera, par opposition, des études sur les milieux désordonnés tri-dimensionnels (arrangement en réseau carré et en hexagonal compact). Les expériences seront réalisées avec des billes quasi mono-disperses (dispersion de l'ordre du millièème sur le diamètre) ou poly-disperses ayant pour effet d'augmenter qualitativement le désordre des contacts ; celui-ci permet de caractériser la complexité des milieux. Nous montrons la superposition des deux régimes de propagation basses et hautes fréquences en milieux désordonnés, existants déjà en milieux ordonnés. Des comparaisons ont été menées sur des milieux mono-dimensionnels et tri-dimensionnels désordonnés. Nous étudierons également l'influence acoustique de la phase gazeuse sur la phase solide dans les milieux granulaires désordonnées où la compacité est maximum. Enfin nous caractériserons la réponse acoustique individuelle de billes placées en fond d'une cuve pour une excitation effectuée en sommet de cuve.

# Chapitre 1

## A l'échelle de la bille

Avant d'aborder la propagation acoustique sur des arrangements ordonnés ou désordonnés de billes, il nous a semblé nécessaire de revenir sur les comportements acoustiques à l'échelle de la bille. Deux régimes de propagation peuvent être observés en fonction du moyen de génération des ondes utilisé (sans contact ou avec contact). En mode de génération sans contact, la propagation d'ondes hautes fréquences est observée en surface. Les ondes de volume classiques sont négligeables par rapport à ces dernières à cause du mode même de génération. Lorsqu'un contact est imposé entre les éléments de génération et la bille, une propagation d'ondes de déformation basse fréquence, directement liée au contact et à la contrainte imposée sur la bille, peut être observée. Les ondes élastiques de surface sont également observées dans ce cas. Les comportements acoustiques basse fréquence et haute fréquence ont été largement étudiés théoriquement et expérimentalement. En les rappelant, nous introduisons les concepts utiles (propagation d'ondes élastiques et propagation d'ondes dues au contact de Hertz) pour la suite du manuscrit. Ce chapitre nous permet également de vérifier notre dispositif expérimental, des transducteurs à la chaîne de mesure, en effectuant une caractérisation du déplacement de la surface des transducteurs. Nous posons ainsi les différentes hypothèses du cadre de travail : linéarité des ondes acoustiques et non-linéarité statique de la déformation due au contact.

### 1.1 Modes de Surface

#### 1.1.1 Ondes de Rayleigh et ondes de Galerie à Echo

Depuis une vingtaine d'années, des études acoustiques théoriques [9,10] et expérimentales [11–14] ont été menées sur la caractérisation de modes haute fréquence pour des surfaces courbes. La mise en évidence expérimentale de ces ondes de surface (Onde de Rayleigh, ondes de galerie à écho) peut être obtenue par des moyens divers : d'un côté en exploitant des techniques optiques (laser en génération et sonde interférométrique en détection) [13] et de l'autre la diffusion par une cible sphérique immergée dans l'eau et attaquée par une onde plane [15]. Ces deux techniques ont l'avantage majeur de fournir une mesure sans contact avec le diffuseur. Néanmoins, les moyens optiques, comme

les techniques d'émission-réception en contact, engendrent des ondes acoustiques principalement dans la phase solide des billes insonifiées, contrairement aux techniques de diffusion par une cible sphérique ou les interactions acoustiques entre phase solide et phase fluide sont prépondérantes. Pour cette raison, nous reviendrons uniquement sur les travaux utilisant les méthodes optiques. Ces travaux ont été menés pour obtenir des informations sur l'homogénéité ou l'inhomogénéité des matériaux constituant la bille (notamment la détection d'éventuelles fissures ou défauts) et sur la sphéricité de celle-ci. Les ondes de surface sont engendrées par un laser YAG pulsé. Des impulsions acoustiques, d'une durée de 10 ns, sont ainsi produites avec une énergie de 10 mJ. Les signaux acoustiques créés ont une largeur de bande de 100 MHz. La détection est effectuée à l'aide d'une sonde interférométrique permettant de mesurer les déplacements normaux à la surface avec une sensibilité de  $10^{-4} \text{ \AA} / \sqrt{\text{Hz}}$ . Ces mesures sont absolues. La bande passante de l'électronique associée à la sonde est de l'ordre de 20 MHz.

### 1.1.1.1 Différents modes de propagation en surface

L'étude des ondes de surface est souvent effectuée sur des surfaces planes considérées comme semi-infinies à l'échelle de la longueur d'onde. Il s'agit d'ondes ultrasonores se propageant parallèlement à la surface libre et caractérisées par une faible pénétration dans le matériau, perpendiculairement à la surface. Elles sont appelées ondes de Rayleigh en hommage à celui qui a démontré théoriquement leur existence en 1885. Dans le cas d'un milieu semi-infini, elles sont caractérisées par une double polarisation dans le plan sagittal (plan formé par la direction de propagation et la normale à la surface). Les études, citées précédemment, s'intéressent à la propagation de ce type d'onde sur des surfaces courbes (cylindriques ou sphériques). Dans ce cas, une condition sur la longueur d'onde des ondes acoustiques est nécessaire pour légitimer l'existence des ondes de surface. Il faut en effet que la longueur d'onde du premier mode soit inférieure au périmètre. Pour un milieu élastique isotrope, l'équation de propagation des ondes élastiques, portant sur le déplacement  $\vec{u}$  peut être exprimée de la façon suivante :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + \mu \Delta \vec{u} \quad (1.1)$$

où  $\rho$ ,  $\lambda$  et  $\mu$  représentent respectivement la densité du milieu, le premier et le deuxième coefficient de Lamé.

Les coefficients de Lamé peuvent être exprimés en fonction du module d'Young  $E$ , et du coefficient de Poisson  $\sigma$  moyennant les relations de passage :

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad E = 2\mu(1 + \sigma) \quad (1.2)$$

Le déplacement mécanique  $\vec{u}$ , dans un matériau isotrope plan, peut être décomposé en un potentiel scalaire  $\phi$  et un potentiel vectoriel  $\vec{\psi}$  (Théorème de Helmholtz) :

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla} \wedge \vec{\psi} \quad (1.3)$$

L'introduction de ces potentiels permet de découpler les différents champs dans l'équation de propagation et ainsi d'exprimer indépendamment les quantités relatives aux ondes de compression et aux ondes de cisaillement. Lorsque la relation (1.3) est reportée dans l'équation (1.2), nous vérifions, sous condition de l'harmonicité de  $\phi$  et de  $\vec{\psi}$ , que les potentiels scalaires et vectoriels vérifient séparément l'équation de Helmholtz :

$$(\nabla^2 + k_l^2)\phi = 0 \quad (1.4a)$$

$$(\nabla^2 + k_t^2)\vec{\psi} = 0 \quad (1.4b)$$

$k_l$  et  $k_t$  sont les vecteurs d'onde associés et sont définis de la façon suivante :

$$k_l = \omega \sqrt{\frac{\rho}{(\lambda + 2\mu)}} = \frac{\omega}{V_l} \quad k_t = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} = \frac{\omega}{V_t}$$

où  $\omega$  est la fréquence angulaire,  $V_l$  et  $V_t$  sont les vitesses des ondes de compression et des ondes de cisaillement dans le solide.

De façon générale, la propagation des ondes de Rayleigh parallèlement à  $x$  sur un plan semi-infini, défini par le système d'axes orthogonaux  $(xoy)$ , ne dépend pas de  $y$  (polarisation dans le plan sagittal auquel il a été fait allusion plus haut et représenté en Fig. (A-1, gauche). Dans le cadre de l'étude de la propagation de ces ondes à la surface d'une sphère, le système de coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$  est plus adapté que celui des coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ .

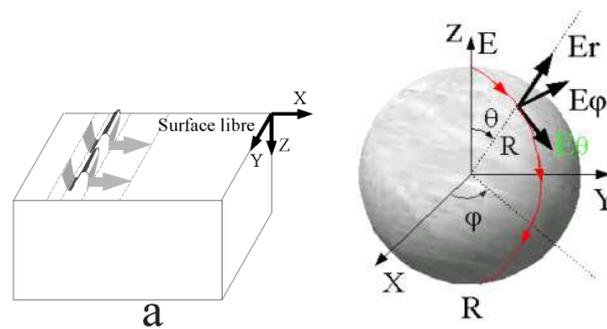


FIG. A-1 – Propagation d'ondes de surface Rayleigh sur la surface libre constituée par un plan  $(oxy)$  (à gauche) et par une surface sphérique (à droite). Les plans sagittaux sont respectivement  $(o, x, z)$  et  $(o, E_r, E_0)$

L'indépendance de la solution en  $y$  entraîne celle sur  $\varphi$  en coordonnées sphériques en vertu de la symétrie axiale du problème. Le déplacement mécanique affecte ainsi de la même façon (même

amplitude et même phase) la sphère pour une latitude donnée. La figure (A-1, droite) donne une représentation de la sphère et du système d'axes. L'onde, se propageant selon la direction azimutale, diverge donc du point de génération, converge au pôle opposé, et ainsi de suite. La symétrie axiale du problème impose donc  $\partial/\partial\varphi$  et  $u_\varphi$  nuls. Ainsi le potentiel vecteur ( $\vec{\nabla} \times \vec{\psi}$ ) devient un potentiel scalaire ( $\nabla \cdot \psi$ ). Lorsque ces termes sont non nuls, une deuxième composante transverse peut intervenir pour décrire le déplacement mécanique. Nous sommes alors dans le cas de la flexion de la sphère. Il s'agit plus précisément de la propagation des ondes de torsion qui sera abordée dans un paragraphe ultérieur.

Les solutions des équations de Helmholtz (1.4) en coordonnées sphériques peuvent être mises sous la forme suivante :

$$\phi = \sum_n A_n J_n(k_l r) [P_n(\cos \theta) \pm 2iQ_n(\cos \theta)/\pi] \exp(i\omega_n t) \quad (1.5a)$$

$$\psi = \sum_n B_n J_n(k_t r) \frac{d}{d\theta} [P_n(\cos \theta) \pm 2iQ_n(\cos \theta)/\pi] \exp(i\omega_n t) \quad (1.5b)$$

où  $J_n$ ,  $P_n$ ,  $Q_n$ ,  $A_n$  et  $B_n$  sont respectivement les fonction de Bessel sphérique d'ordre  $n$ , de Legendre d'ordre  $n$  du premier et du second ordre et les amplitudes de ces solutions.

### 1.1.1.2 Détermination théorique des fréquences de résonance des modes de surface

Les condition de surface libre ( $R = a$ ) imposent que les composantes normales du tenseur de contrainte  $T_{rr}$  et  $T_{r\theta}$  soient nulles. La loi de Hooke, dans le cas d'un solide homogène isotrope nous permet d'obtenir les expressions de  $T_{rr}$  et  $T_{r\theta}$ .

Les fréquences, associées aux ondes de Rayleigh et aux ondes de galerie à écho, correspondent alors aux zéros du déterminant de la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} [2n(n+1) - x^2] j(X) + 4KxJ(X) & -2n(n+1)(n-1)j(x) + 2n(n+1)xJ(x) \\ 2(n-1)j(X) - 2KxJ(X) & [x^2 - 2(n+1)(n-1)] j(x) - 2xJ(x) \end{bmatrix}$$

où  $j()$  et  $J()$  représentent respectivement les fonctions de Bessel sphériques d'ordre  $n$  et  $n+1$  et  $X = Kx$ ,  $K = k_l/k_t = V_t/V_l$  et  $x = k_t a$ .

L'équation caractéristique permet d'obtenir, pour tout  $n$ , la pulsation ( $\omega_n = V_t x_n/a$ ). Pour tout  $n$  entier, une fréquence  $f_n = \omega_n/2\pi$  associée à une résonance de type Rayleigh ou de galerie à écho, ayant une réalité physique, peut être obtenue. Les valeurs de  $n$  ne se limitent tout de même pas aux seuls entiers et peuvent donc varier continûment. La figure (A-2) représente un spectre continu pour une bille d'acier, correspondant à notre cas expérimental, de diamètre 10 mm pour laquelle les vitesses de compression, de cisaillement et la densité sont respectivement 5805 m/s, 3229 m/s et 7830 kg/m<sup>3</sup>.

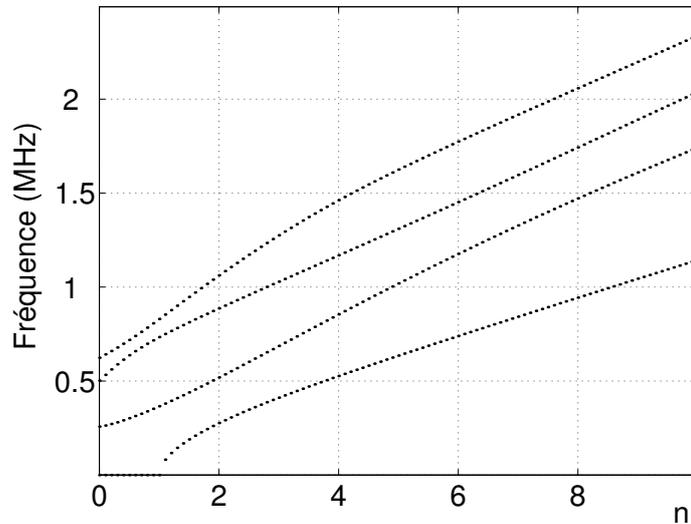


FIG. A-2 – Courbe de dispersion pour les ondes de Rayleigh et les ondes Galerie Echo

Les modes  $R_{nl}$ , Rayleigh ou de galerie à écho, ne peuvent pas, stricto sensu, être considérés comme des ondes de surface pour les petits  $n$ . Le mode  $n = 0$  correspond à une vibration radiale de la sphère (mode de respiration) et n'est pas considéré comme un mode de surface. La sphère vibre dans son ensemble pour les premiers modes, et les ondes associées à ces derniers passent par le centre, via la composante transversale des ondes  $R_{nl}$ , plutôt qu'en surface. Les résultats de la figure (A-2) peuvent être également présentés en notation adimensionnée  $k_n a$  en fonction du nième harmonique  $n$ . Une condition d'interférence constructive [11] est donnée par :

$$\Delta k = k_{n+1} - k_n = \frac{n+1}{a} - \frac{n}{a} = \frac{1}{a} \quad (1.6)$$

avec  $k_n$  le vecteur d'onde du nième harmonique du mode de résonance. Jia et al. [11] peuvent ainsi exprimer la vitesse de groupe des ondes de Rayleigh en fonction de la position relative des nièmes harmoniques  $f_n$  :

$$\frac{\Delta \omega}{\Delta k} = \frac{2\pi(f_{n+1} - f_n)}{\Delta k} = 2\pi a \Delta f \xrightarrow{\Delta k \rightarrow 0} V_G \quad (1.7)$$

Le relevé des fréquences de résonance des modes Rayleigh du tableau (1.1) nous permet de constater que les premiers écarts théoriques entre les harmoniques sont plus grands et qu'ils se stabilisent pour les  $n$  plus élevés. Nous avons ainsi accès à la dispersion des ondes de Rayleigh, induites par la courbure des surfaces<sup>1</sup> : les ondes  $R_{nl}$  de faible  $n$  se propagent plus rapidement

<sup>1</sup>Les ondes de Rayleigh, se propageant à la surface de plans semi-infinis, ne sont pas dispersives.

n	Rayleigh ( $R_{n1}$ ) (MHz)	1er G.E. ( $R_{n2}$ ) (MHz)	2ème G.E. ( $R_{n3}$ ) (MHz)	3ème G.E. ( $R_{n4}$ ) (MHz)
0		0.253	0.484	0.613
1		0.358	0.715	0.810
2	0.272	0.508	0.868	1.033
3	0.404	0.672	1.008	1.241
4	0.517	0.837	1.145	1.425
5	0.623	0.998	1.283	1.587
6	0.725	1.154	1.422	1.735
7	0.826	1.302	1.563	1.877
8	0.925	1.444	1.707	2.015
9	1.024	1.579	1.852	2.152

TAB. 1.1 – Récapitulatif des fréquences de résonance des modes  $R_{nl}$  (Rayleigh ou onde de galerie à écho (G.E.) pour une bille d'Acier de diamètre 10 mm pour laquelle les vitesses des ondes de compression et de cisaillement et la densité sont respectivement 5805 et 3229 m/s et 7830 kg/m<sup>3</sup>. n=0 correspond au mode fondamental

que celles de  $n$  élevé. Les nombreuses études sur la propagation d'ondes de surface permettent une description complète de leur comportement acoustique; il est notamment possible de prévoir les fréquences de résonances des modes  $R_{nl}$  lorsque les constantes élastiques du milieu (isotrope) ou les vitesses des ondes de volume sont connues.

### 1.1.2 Ondes de torsion

Les ondes de surface de type Rayleigh ou galerie écho sont obtenues pour le cas d'une polarisation purement longitudinale. Cette famille d'ondes est notée  $R_{nl}$ <sup>2</sup>. Les modes  $R_{nl}$  portent également le nom de modes sphéroïdaux [16]. Pour une polarisation purement transversale, ces ondes ne sont théoriquement plus observables. Cette polarisation permet la génération d'ondes de torsion, observables à la surface de bille [16,17]. La formule analytique, permettant de calculer les fréquences des modes de torsion, est donnée par Sato et Usami [16] :

$$(n-1)J_{n+\frac{1}{2}}(\eta) - \eta J_{n+\frac{3}{2}}(\eta) = 0 \quad (1.8)$$

où  $J_\nu(z)$  sont les fonctions de Bessel du premier ordre et où  $\eta = kR = \frac{2\pi f R}{V_S}$ . Les fréquences de résonances pourront alors être évaluées par  $2\pi f = kV_S$ .

<sup>2</sup>l est le numéro de mode, et n le numéro d'harmonique. Pour  $l = 1$  les  $R_{n1}$  sont les modes de Rayleigh. Les modes tels que  $l \geq 2$  sont les modes de galerie à écho.

Les auteurs donnent également l'équation caractéristique, évoquée au paragraphe (1.1.1.2), permettant de trouver les fréquences des modes sphéroïdaux. La différence majeure entre ces deux familles d'ondes réside dans le fait que la deuxième famille d'ondes ne se propage pas dans les plans sagittaux passant par les pôles de génération et de détection des ondes (figure (A-1, droite) mais dans des plans perpendiculaires.

### 1.1.3 Quasi absence des modes de propagation longitudinaux et transversaux

Les expériences, réalisées dans le cadre de cette thèse, l'ont été sur des milieux variés : de la bille au milieu désordonné, avec ou sans contrainte. Quel que soit le milieu considéré, les ondes de compression et de cisaillement, se propageant dans le volume à la vitesse définie à l'aide des constantes élastiques microscopiques du matériau et de sa densité, sont négligeables par rapport aux ondes de surface (en polarisation longitudinale ou transversale) et aux ondes dues au comportement élastique du contact entre la bille et les transducteurs. Les ondes de compression et de cisaillement se propageant dans le volume ne sont pas engendrées de façon importante parce que la zone de couplage entre le transducteur émetteur et la bille est réduite (surface pouvant varier de 0 jusqu'à  $\pi \times 7 \times 10^{-8} \text{ m}^2$  pour une bille d'acier 100Cr6 de diamètre 10 mm pour des contraintes de 0 à 600N au niveau du contact sphère/plan). De plus, ces ondes s'atténuent plus rapidement que les ondes de surface ou que les ondes dues au contact de Hertz. Ces dernières sont étudiées de façon plus attentive à l'échelle de la bille dans les paragraphes suivants et pour des milieux ordonnés ou désordonnés dans les chapitres suivants.

## 1.2 Mode hertzien ou mode basse fréquence

Les vibrations propres de la bille, évoquées dans les paragraphes précédents, sont engendrées lorsque la longueur d'onde caractéristique des ondes de volume, est inférieure au diamètre de la bille. Des ondes dues à l'élasticité de la région de contact plan/sphère, sont également susceptibles de se propager dans la bille. Leur vitesse de propagation, dépendante de la contrainte appliquée et de son influence sur la région de contact, est très inférieure à la vitesse des ondes de volume du solide. Les longueurs d'ondes, ainsi mises en jeu, sont très grandes devant celles de la vibration propre de la bille<sup>3</sup>. Dans les expériences effectuées, le régime impulsif large bande permet une sélection naturelle des comportements basse fréquence dus au contact de Hertz. Les paragraphes suivants introduisent ces comportements acoustiques pour un contact sphère/plan.

### 1.2.1 Contact Hertzien

Les études, faisant référence à la loi de Hertz, dans un cadre statique ou dynamique, sont nombreuses [6, 7, 17–20]. Cette liste n'est pas exhaustive. Le modèle du contact hertzien, souvent invoqué pour décrire l'interaction entre deux corps parfaitement sphériques sous contrainte normale

<sup>3</sup>Néanmoins, Nous ne nous trouvons pas en approximation continue.

(c.f. chapitre 2), est également utilisable dans le cas d'une bille comprise entre deux plans parallèles sur lesquels une force est appliquée. Dans les deux cas, la région de contact, petite devant les dimensions de la bille, joue le rôle d'un ressort.

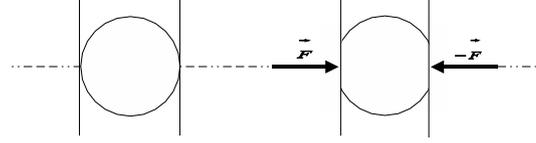


FIG. A-3 – Contact Hertzien sphère-plan

Les équations de l'élasticité linéaire permettent d'obtenir une solution exacte reliant la distance d'interpénétration  $\delta_0$  de la sphère dans les plans et la force statique  $F_0$  appliquée à la sphère par l'intermédiaire des plans. Cette solution exacte est une loi de contact statique, appelée loi de Hertz en hommage à celui qui l'a découverte. Elle s'exprime comme suit :

$$F_0 = \kappa \delta_0^{3/2} \quad (1.9)$$

La non-linéarité de cette relation n'est due qu'aux effets de géométrie de la déformation sous contrainte. La constante  $\kappa$  "dépend" de la nature du contact (ici, bille localement sphérique/plan) et des constantes élastiques de la bille et des plans semi-infinis :

$$\kappa = \frac{4\sqrt{R}}{3} \left( \frac{1 - \sigma_b^2}{E_b} + \frac{1 - \sigma_p^2}{E_p} \right)^{-1} \quad (1.10)$$

$E_b$ ,  $E_p$ ,  $\sigma_b$  et  $\sigma_p$  représentent respectivement le module d'Young du matériau des billes et des plans et les coefficients de Poisson des billes et des plans.

La résolution exacte des équations de l'élasticité linéaire nous permet également d'obtenir les dimensions de la région de contact entre la bille et les plans qui la contraignent. Pour une bille entre deux plans, le rayon du disque de contact s'exprime de la façon suivante :

$$a = \left( \frac{F_0}{\kappa} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{R}{2}} \quad (1.11)$$

Cette non-linéarité est de type statique. Deux types d'études dynamiques peuvent être envisagés : soit en régime linéaire, soit en régime non-linéaire. Notre étude se limitera au cadre linéaire acoustique, dans la mesure où les perturbations dynamiques sont très inférieures à la déformation engendrée par la contrainte statique. Nous pourrions le vérifier lors de la caractérisation des transducteurs utilisés.

### 1.2.2 Condition de validité du régime hertzien en régime dynamique

Cette loi du contact hertzien est de type statique. Son cadre peut être étendu au régime dynamique sous réserve que les caractéristiques temporelles de l'onde sondant le milieu soient lentement variables dans le temps. Dans les références [19–22], les auteurs fixent un critère sur les fréquences ou les durées limites respectives de l'onde monochromatique et de l'impulsion pour assurer la validité de la loi de Hertz en régime dynamique : la fréquence de l'onde monochromatique se propageant dans la bille doit être très inférieure à la fréquence du mode fondamental de la vibration propre de la bille tandis que la durée de l'impulsion doit être très supérieure à la durée d'aller retour d'un trajet caractéristique de la bille .

### 1.2.3 Modélisation du couplage Bille/capteurs par une chaîne ressort-masse-ressort

La déformation de la bille est localisée au voisinage de la région de contact. Le reste de la bille est considéré comme une masse  $m = 4\pi\rho R^3/3$  indéformable dont les mouvements seront dépendants de l'état d'équilibre de la zone déformée ; celle-ci joue le rôle d'un ressort non-linéaire dont la raideur est dépendante de la contrainte statique. La modélisation du contact élastique hertzien entre les billes constituant une colonne par une chaîne masse-ressort est justifiée ainsi dans les études antérieures [20, 22]. Nous la réadaptons au cas d'une bille en contact avec deux plans semi-infinis, nous permettant ainsi de modéliser le contact entre deux transducteurs et une bille.

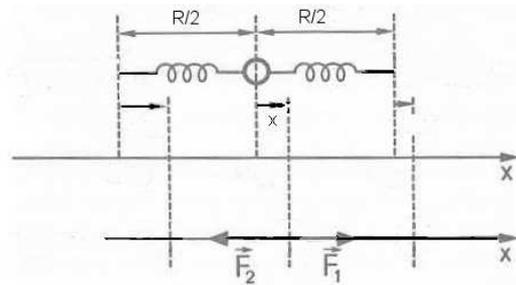


FIG. A-4 – Une chaîne masse-ressort

La bille est soumise à une contrainte statique donnée  $F_0$  par l'intermédiaire des transducteurs positionnés de part et d'autre de celle-ci. Lorsqu'un déplacement  $x$  supplémentaire est imposé à la bille par l'intermédiaire du transducteur émetteur (en polarisation longitudinale), deux forces de rappel entrent en concurrence pour restaurer l'équilibre du système :

$$F_1 = \kappa(\delta_0 + x)^{3/2} \quad (1.12a)$$

$$F_2 = \kappa(\delta_0 - x)^{3/2} \quad (1.12b)$$

Si les effets dissipatifs ne sont pas considérés, la dynamique de la chaîne masse-ressorts peut être

décrite comme suit<sup>4</sup> :

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\kappa}{m} [(\delta_0 - x)^{3/2} - (\delta_0 + x)^{3/2}] \quad (1.13)$$

Nous considérerons dans tout ce travail que le déplacement local induit par le transducteur émetteur est très inférieur à la déformation induite par la contrainte statique imposée à la bille, i.e.  $x/\delta_0 \ll 1$ . Il s'agit de l'hypothèse du régime linéaire, largement décrite dans les travaux [20–23]. Dans ce cadre, il nous est possible de réaliser un développement limité des deux termes non-linéaires du second membre de l'équation (1.13) de forme suivante :

$$(1 \pm \frac{x}{\delta_0})^{3/2} = 1 \pm \frac{3}{2} \frac{x}{\delta_0} + \frac{3}{8} (\frac{x}{\delta_0})^2 \pm \dots$$

En introduisant ces développements limités à l'ordre 2 dans l'équation (1.13), nous obtenons l'équation différentielle typique d'un oscillateur harmonique (non amorti) :

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\omega_0^2 x \quad (1.14)$$

avec  $\omega_0^2 = 3 \frac{\kappa}{m} \sqrt{\delta_0} = 3 \frac{\kappa^{2/3}}{m} F_0^{1/3}$  permettant d'obtenir la pulsation angulaire du système<sup>5</sup>. Nous en déduisons, directement, la fréquence de résonance du système :

$$f_L = \frac{\kappa^{1/3}}{2\pi} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{m}} F_0^{1/6} \quad (1.15)$$

Elle dépend non-linéairement de la contrainte statique imposée à la bille. Cette loi d'échelle est une loi de puissance en  $1/6$  caractéristique du contact hertzien. La raideur du ressort, modélisant la partie déformable de la bille, est gouvernée par une loi d'échelle sur  $F_0$  en puissance  $1/3$ .

Nous avons exprimé la fréquence de résonance<sup>6</sup> en fonction des constantes élastiques (pour  $E = E_b = E_p$  et  $\sigma = \sigma_b = \sigma_p$ ) du milieu :

$$f_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \left[ \frac{2}{3} \frac{1}{(1-\sigma^2)} \right]^{\frac{1}{3}} \rho^{-\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{3}} R^{-\frac{4}{3}} F_0^{\frac{1}{6}} \quad (1.16)$$

Contrairement à ce qui a été fait pour les études [20–23], sur une chaîne de  $N$  masses-ressorts, aucune relation de dispersion ne peut être tirée du système étudié parce qu'il ne possède qu'un degré de liberté. Malgré tout, la loi gouvernant l'évolution des fréquences de résonance en fonction

<sup>4</sup>Conformément à la convention de signe adoptée pour [20–22].

<sup>5</sup>La raideur associée à la zone de contact, dans le cadre du modèle masse-ressort, est  $3\kappa^{2/3} F_0^{1/3}$ .

<sup>6</sup>En introduisant les expressions de  $\kappa$  et de  $m$  dans la relation (1.15).

de la contrainte appliquée sur la bille est caractérisée par un exposant  $1/6$ . A notre connaissance, le traitement de cette information n'a pas été réalisé et pourtant il permet d'obtenir, dans le cadre des excitations large bande, une caractérisation précise de ces lois. L'exploitation de la valeur de la fréquence de résonance, plutôt que la vitesse ou la fréquence de coupure, pourrait permettre une caractérisation plus fine des lois de Hertz. Les résultats expérimentaux relatifs aux résonances à l'échelle de la bille sont présentés ultérieurement dans ce chapitre .

De la même façon, nous avons trouvé la fréquence de résonance propre à la polarisation transversale. Nous nous trouvons toujours dans le cas d'une bille en contact avec deux plans semi-infinis, placés de part et d'autre de la bille. Les plans, représentant les transducteurs d'émission et de réception, permettent tout à la fois de contraindre la bille ainsi que d'émettre et de recevoir les ondes basses fréquences susceptibles de se propager dans la bille. Dans le cas de la polarisation transverse, un déplacement tangentiel à la contrainte normale est imposé à la bille. Cette composante transversale a été introduite par Mindlin et al. [24,25] pour expliquer les effets dissipatifs dans les milieux granulaires en les faisant intervenir au niveau du contact inter-grain. Nous supposons total le découplage entre polarisations longitudinale et transversale. De plus, nous considérons qu'aucun glissement n'a lieu entre la bille et le plan. Dans les études [18, 24, 25], les auteurs établissent les lois reliant la compliance  $C_T$ , dépendant de l'écrasement de la bille au niveau des contacts, à la déformation  $\delta_T$  induite par la force tangentielle "dynamique"  $F_T$  :

$$C_T = \frac{1}{8a} \left( \frac{2 - \sigma_b}{\mu_b} + \frac{2 - \sigma_p}{\mu_p} \right) \quad (1.17)$$

$\sigma_b$ ,  $\sigma_p$ ,  $\mu_b$ ,  $\mu_p$ , et  $a$  représentent respectivement le coefficient de Poisson de la bille, des plans, le module de rigidité de la bille, des plans et le rayon de la région de contact entre la bille et les plans semi-infinis. Nous avons vu précédemment que le module de rigidité est lié au module d'Young (loi de passage 1.2). L'expression de  $a$  est donnée en (1.11). La relation (1.17) se simplifie lorsque les billes et les plans semi-infinis sont constitués d'un même matériau (ayant des propriétés élastiques identiques) avec  $\mu = \mu_b = \mu_p$  et  $\sigma = \sigma_b = \sigma_p$  :

$$C_T = \frac{\delta_T}{F_T} = \frac{2 - \sigma}{4\mu a} \quad (1.18)$$

Dans le cas ou les milieux étudiés sont des colonnes (cas envisagé au chapitre 2), de Billy [18] donne l'expression de la fréquence de coupure en fonction des constantes élastiques, de la densité, du rayon, et de la contrainte appliquée sur les billes. Nous pouvons déduire de la même manière et de façon immédiate l'expression de la fréquence de résonance pour la polarisation transversale, propre au système ressort-masse-ressort modélisant la bille contrainte par deux plans semi-infinis. La fréquence de résonance doit s'exprimer en fonction de la compliance et de sa masse comme suit :

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{mC_T}} \quad (1.19)$$

En introduisant les expressions de  $C_T$  et de  $m$  dans la relation (1.19), et en nous inspirant de [18], nous obtenons la formule suivante :

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{2\pi(1+\sigma)(2-\sigma)}} \left[ \frac{3}{4}(1-\sigma^2) \right]^{\frac{1}{6}} \rho^{-\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{3}} R^{-\frac{4}{3}} F^{\frac{1}{6}} \quad (1.20)$$

Le rapport entre les fréquences de résonance longitudinale et transversale est constant. Lorsque le matériau constituant les sphères et les plans semi-infinis (transducteur) est identique, nous obtenons :

$$C = \frac{f_T}{f_L} = \frac{2}{3 \times 4^{1/3}} \sqrt{\frac{9(1-\sigma)}{2(2-\sigma)}} \quad (1.21)$$

Une qualité remarquable de ce rapport est qu'il dépend uniquement du coefficient de Poisson du matériau constituant bille et plan. Pour un coefficient de Poisson proche de celui d'un acier ( $\sigma = 0,276$ ), la valeur de cette constante est voisine de 0,577. Cette relation nous sera utile par la suite.

### 1.3 Dispositif expérimental

Ce premier chapitre nous permet de vérifier les éléments du montage expérimental. Nous devons en effet contrôler au mieux les éléments le constituant pour être capable d'enregistrer la réponse intrinsèque des milieux étudiés, qu'il s'agisse de la bille seule, de milieux mono-dimensionnels, ou tri-dimensionnels. Il est en particulier important de connaître la réponse des transducteurs à une charge en tension, et de connaître leur régime de linéarité.

#### 1.3.1 Caractérisation des transducteurs du dispositif expérimental

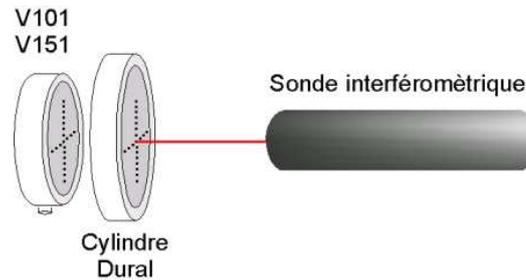


FIG. A-5 – Scan des transducteurs v101 et v151 avec ou sans charge (cylindre de dural)

Les transducteurs utilisés, pour les expériences figurant dans ce manuscrit, sont des transducteurs de contact large bande (PANAMETRICS v101 et v151, permettant d'obtenir respectivement une polarisation longitudinale ou transversale des ondes émises) dont la fréquence de résonance

est centrée autour de 500 kHz. Pour la plupart de nos expériences, les milieux ont été insonifiés à l'aide d'impulsions acoustiques bi-polaires de support temporel  $3.2 \mu s$ , de fréquence centrale proche de 300 kHz. Certaines expériences ont été menées avec des fréquences d'excitation inférieures à la centaine de kHz (autour de 35 kHz), afin de mettre en évidence les phénomènes dus au contact de Hertz avec de meilleurs rapports signal à bruit. Pour ces deux régimes de fréquences, nous évaluons la réponse des capteurs dans la mesure ou celle-ci peut conditionner la réponse des milieux.

Celle-ci est étudiée à l'aide d'un interféromètre hétérodyne acousto-optique<sup>78</sup>, développé au laboratoire par D. Royer et E. Dieulesaint. Cette méthode nous permet d'obtenir, localement et à chaque instant, une mesure absolue du déplacement normal de la surface des transducteurs.

Le protocole de mesure est le suivant : la mesure est effectuée sur 2 lignes se croisant au centre de la surface du capteur. Nous ne représentons que l'une des deux lignes. Les résultats sur le déplacement normal de la surface ne varient pas de façon significative entre les deux lignes. Pour chaque ligne, 11 mesures espacées de 2 mm sont réalisées. Une feuille de Mylar est collée à la surface du transducteur pour assurer une réflexion correcte du faisceau laser mesurant le déplacement de la surface. La figure (A-5) donne une représentation du dispositif expérimental.

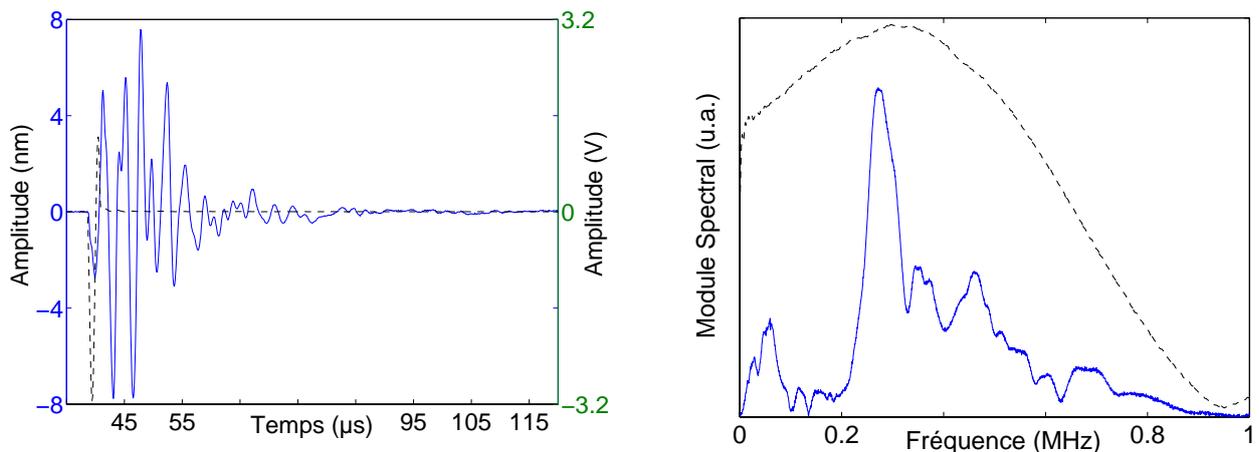


FIG. A-6 – A gauche : Impulsion électrique de fréquence centrale 300 kHz appliquée aux bornes du transducteur v101 (en noir discontinu en Volt), Déplacement normal de la surface du transducteur v101 en un point proche du centre (en bleu en nm) / A droite : transformée de Fourier discrète du signal d'excitation (noir discontinu) et de réception (bleu continu) en unité arbitraire

Les premières mesures sont effectuées lorsque le transducteur est attaqué avec une impulsion électrique centrée approximativement à 300 kHz et de tension crête-crête d'environ 50 Volts<sup>9</sup>. La

<sup>7</sup>Il est commercialisé sous le nom de sonde SH-130 par la société Thalès laser.

<sup>8</sup>La sensibilité de la sonde, en sortie de démodulateur, est de  $0,093V/\text{Å}$ .

<sup>9</sup>Le générateur utilisé est normalement programmé pour délivrer une tension de 255 Volts. En ne délivrant qu'une cinquantaine de Volts (comme un atténuateur de 20 dB est placé entre le générateur de signaux utilisé et l'oscilloscope d'acquisition, l'amplitude en Volt visualisable en figures (A-6, gauche), (A-7, gauche) et (A-8, gauche) doit être

figure (A-6, gauche) donne simultanément l'impulsion électrique<sup>10</sup> imposée au transducteur v101 et la réponse de celui-ci en un point de sa surface, proche du centre. Le débattement maximum de la surface libre du capteur atteint  $8 \text{ nm}$ . La réponse du transducteur en un point est non nulle sur un support temporel près de 20 fois supérieur à celui de l'excitation. La figure (A-6, droite) représente la transformée de Fourier discrète des deux signaux évoqués ci-dessus. Nous remarquons que la réponse fréquentielle du signal d'excitation est centrée sur  $300 \text{ kHz}$ . La réponse locale de la surface du transducteur, présente, une fréquence de résonance autour de  $250 \text{ kHz}$ .

Les transducteurs Videoscan sont prévus pour fonctionner chargés par un solide. Nous avons solidarisé un transducteur v101 à un cylindre de Dural d'épaisseur  $14,5 \text{ mm}$  et de rayon  $50 \text{ mm}$  à l'aide de salol (c.f. figure (A-5)). Nous avons effectué la mesure du déplacement en surface du cylindre de dural, comme nous l'avons fait en surface libre du transducteur.

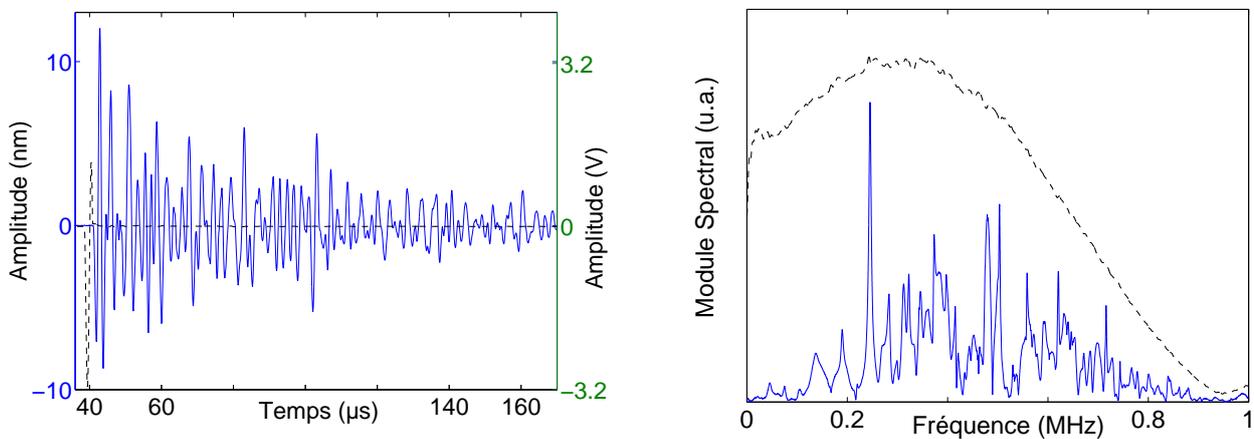


FIG. A-7 – A gauche : Impulsion électrique de fréquence centrale  $300 \text{ kHz}$  appliquée aux bornes du transducteur v101 (en trait discontinu noir en Volt) et Déplacement normal (trait continu bleu en nm) à la surface du cylindre de dural, chargeant le transducteur, en un point proche du centre / A droite : transformée de Fourier discrète du signal d'excitation (noir discontinu) et de réception (bleu continu) en unité arbitraire

Les mesures sont de nouveau réalisées pour une excitation électrique impulsionnelle des transducteurs de  $300 \text{ kHz}$  et d'environ  $50 \text{ Volt}$  crête-crête. La figure (A-7, gauche) représente l'excitation électrique et la réponse normale locale (en un point proche du centre) à la surface du cylindre de dural. Pour apprécier l'amplitude du déplacement de la surface du transducteur, sachant que l'onde acoustique dans le dural n'est pas fortement atténuée, nous ne prenons en compte que son trajet direct. Le temps de vol entre l'impulsion électrique et le signal détecté en surface du cylindre de dural

multiplié par un facteur 10), nous pouvons considérer qu'à la fréquence centrale de  $300 \text{ kHz}$ , une atténuation de  $14 \text{ dB}$  est observable en sortie de générateur.

<sup>10</sup>Les signaux sont enregistrés à l'aide d'un oscilloscope numérique Nicolet, modèle Integra 40, de résolution 12 bits, et de fréquence d'échantillonnage  $20 \text{ MHz}$ . Ce sera le cas pour toutes les acquisitions des signaux d'expérience de ce manuscrit.

vaut approximativement  $2,5\mu s$ , ce qui correspond à une vitesse proche de  $5800\text{ m/s}$ . L'amplitude de débattement de la surface du transducteur atteint au maximum  $12\text{ nm}$ . La suite de la réponse correspond à la réverbération des ondes acoustiques dans le cylindre de dural. La figure (A-7, droite) donne la transformée de Fourier discrète de l'impulsion électrique imposée au transducteur et de la réponse locale de la surface de celui-ci. Nous observons à nouveau la fréquence de résonance proche de  $250\text{ kHz}$ .

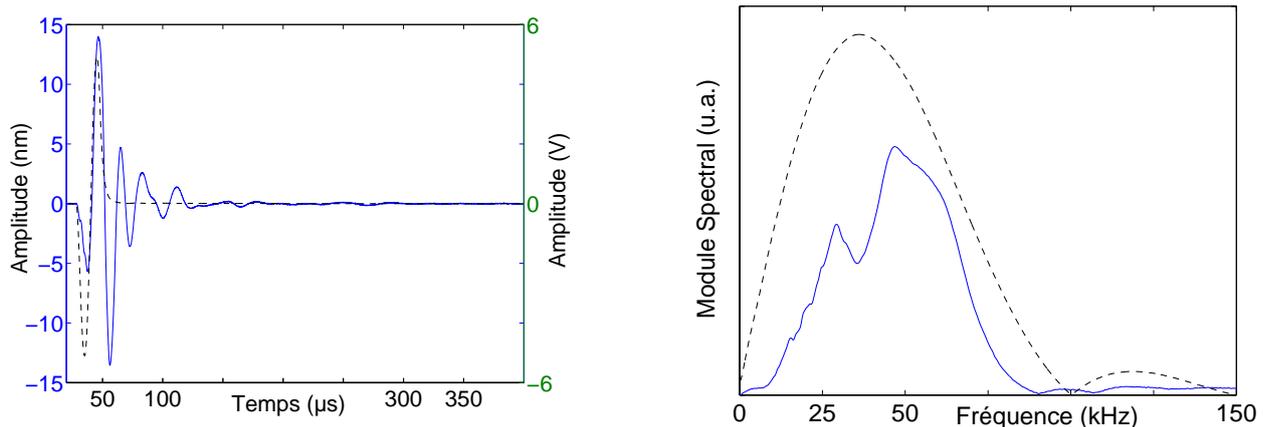


FIG. A-8 – A gauche : Impulsion électrique de fréquence centrale  $35\text{ kHz}$  appliquée aux bornes du transducteur v101 en surface libre (trait discontinu noir en Volt) et déplacement normal de la surface libre du transducteur en un point proche du centre (trait continu bleu en nm)/ A droite : transformée de Fourier discrète du signal d'excitation (noir discontinu) et de réception (bleu continu) en unité arbitraire

Les transducteurs v101 et v151, comme nous le disions plus haut, ont également été utilisés loin de leur fréquence de résonance. Ainsi nous les avons soumis à des impulsions électriques de fréquence centrale proche de  $30\text{ kHz}$  (de durée  $32\mu s$ ) de tension crête-crête de  $100\text{ V}$ <sup>11</sup>.

La figure (A-8, gauche) présente l'excitation et la réponse locale (en un point proche du centre) du transducteur nous permettant de constater que l'amplitude maximum de débattement n'excède pas  $15\text{ nm}$ . La course maximale de la surface du transducteur est dans ce cas près de 2 fois supérieure à celle observée pour une excitation à  $300\text{ kHz}$ . Le déplacement normal de la surface est plus important dans le cas d'une excitation basse que haute fréquence, ce qui semble normal au vu de la tension d'excitation délivrée par le générateur (voir note 8 et 10). Nous constatons que le support temporel de la réponse en surface est comparable à celui de l'excitation, comme pour la réponse à une excitation de fréquence  $300\text{ kHz}$ .

Ces observations peuvent être renouvelées dans le domaine fréquentiel. La figure (A-8, droite) présente les transformées de Fourier des signaux temporels. La réponse fréquentielle locale du transducteur présente un maximum placé à une fréquence proche de  $50\text{ kHz}$ . La chute du module, au

<sup>11</sup>Le générateur est programmé pour délivrer une tension de  $100\text{ Volts}$ . L'atténuation de  $14\text{ dB}$  obtenue lorsque la fréquence centrale imposée vaut  $300\text{ kHz}$  n'est donc plus observable.

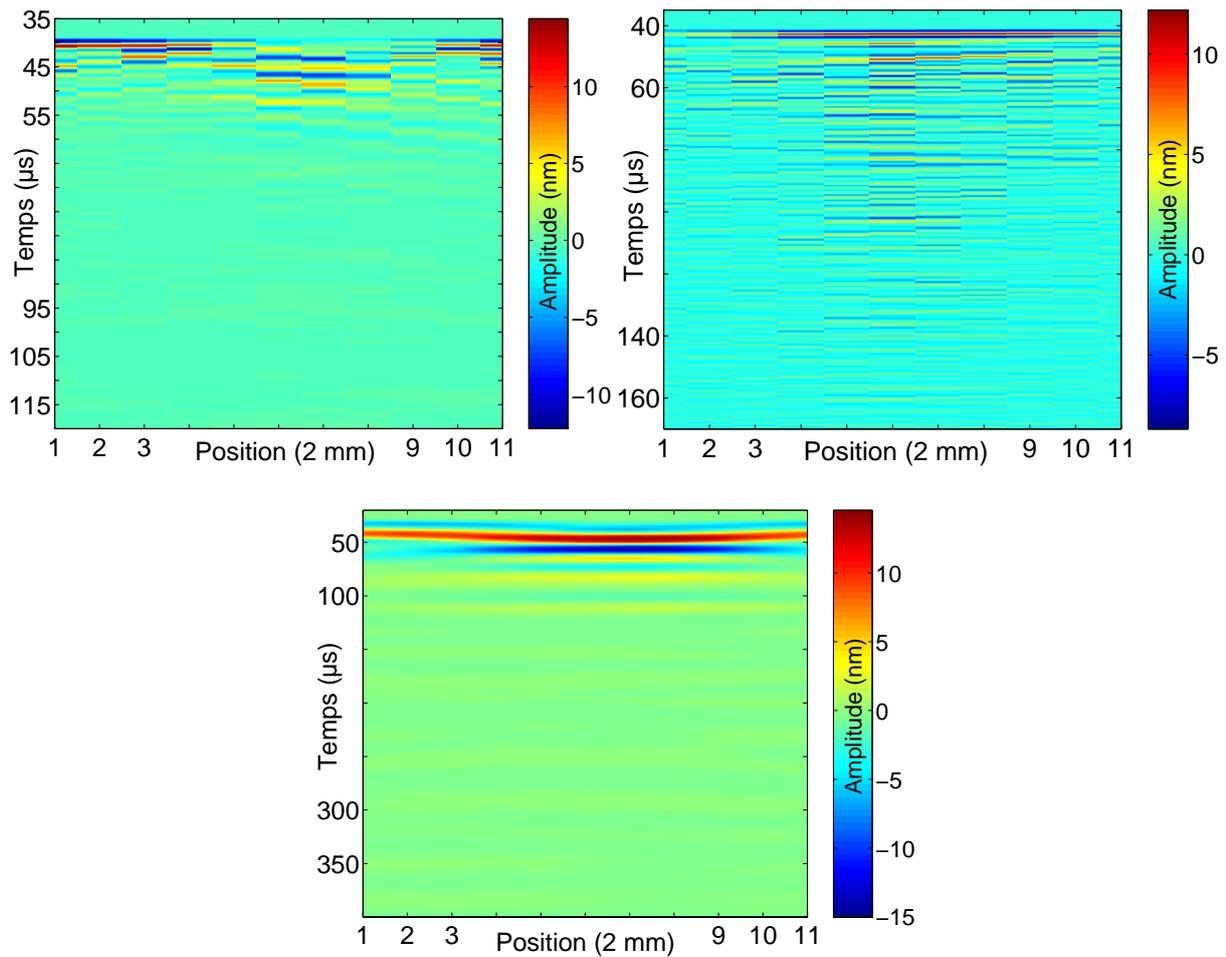


FIG. A-9 – Représentation Bscan de la réponse normale de la surface libre du transducteur (haut, gauche) et chargée par le cylindre de dural (haut, droite) pour une excitation de fréquence centrale 300 kHz. Réponse normale de la surface libre du v101 pour une impulsion électrique de fréquence 35 kHz (bas, centre)

voisinage de la fréquence d'excitation (30 kHz), est déjà observable pour la figure (A-6, droite) dans le cas d'une excitation à 300 kHz. Pour des excitations de fréquence centrale proche de 30 kHz, les réponses des transducteurs deviennent non-linéaires lorsque des tensions supérieures à un peu plus de 100 Volt leur sont appliqués (dans ce cas, les niveaux d'amplitude de débattement de la surface saturent autour de la quinzaine de  $nm$  observées plus haut). Le contenu fréquentiel de l'excitation impulsionnelle acoustique s'en trouve enrichie ; pour autant, le caractère linéaire de la propagation acoustique dans les milieux inspectés, dû au faible déplacement de la surface des transducteurs, n'est pas remis en cause.

Etant donné que les mesures, pour chaque transducteur, ont été réalisées sur des lignes se croisant au centre des transducteurs, il nous est possible de présenter pour chaque ligne le déplacement de leur surface. Le groupe de figure (A-9) représente le déplacement de la membrane sur une des deux lignes<sup>12</sup> pour le transducteur v101 pour trois cas de figure : en surface libre pour des excitations électriques de 30 et 300 kHz et pour la surface chargée par le cylindre de dural pour une excitation électrique de 300 kHz. La représentation Bscan nous permet de constater que pour les excitations à 30 kHz en surface libre et 300 kHz en surface chargée, les réponses sont uniformes et présentent une valeur maximum d'amplitude de l'ordre de la quinzaine de  $nm$ . La réponse n'est plus uniforme lorsque le transducteur, en surface libre, est excité par une impulsion de 300 kHz. Dans les deux cas, cette mesure absolue du déplacement normal de la surface du capteur nous permet d'être certains que nos expériences acoustiques seront réalisées en régime linéaire.

Ces mesures en ligne nous permettent également d'obtenir le contenu fréquentiel des réponses normales à la surface libre des transducteurs. Les figures (A-10) présentent ces relevés et nous permettent surtout de constater la non uniformité de la réponse fréquentielle pour le v101 en surface libre et pour une excitation de 300 kHz. Les autres réponses sont correctement centrées sur la fréquence des impulsions d'excitation électrique et uniformes sur la ligne inspectée. Les transducteurs de contact (v101 et v151) sont conçus pour fonctionner chargés. Les expériences, que nous avons menées pour caractériser le rayonnement des capteurs, sont effectuées en surface libre et en surface chargée (pour le transducteur v101). Les comportements, que nous devrions obtenir lorsque la surface est chargée par un milieu granulaire sous contrainte, ne peuvent pas être approchés expérimentalement de façon simple. Nous admettons que ceux-ci sont un compromis entre les comportements libres et chargés.

Au vu des réponses du transducteur v101, certaines informations sur le générateur de signaux peuvent être données. Comme nous le remarquons plus haut, un atténuateur de 20 dB est placé entre le générateur de signaux utilisé et l'oscilloscope d'acquisition. Les figures (A-6, gauche) et (A-7, gauche) nous permettent de voir que pour des sollicitations électriques du générateur attendues et respectives de tension crête-crête 255 Volts et 100 Volts, les impulsions acquises par l'oscilloscope ont des amplitudes crête-crête de 5 Volts (correspondant à 50 Volts) et de 10 Volts (correspondant à 100 Volts). L'atténuateur est composé de résistances montées en quadripôle et ne peut pas avoir l'effet d'un filtre passe-bas. Le générateur de signaux délivre plus d'énergie en basse fréquence qu'en

---

<sup>12</sup>Pour rappel, les deux lignes sont sensiblement identiques

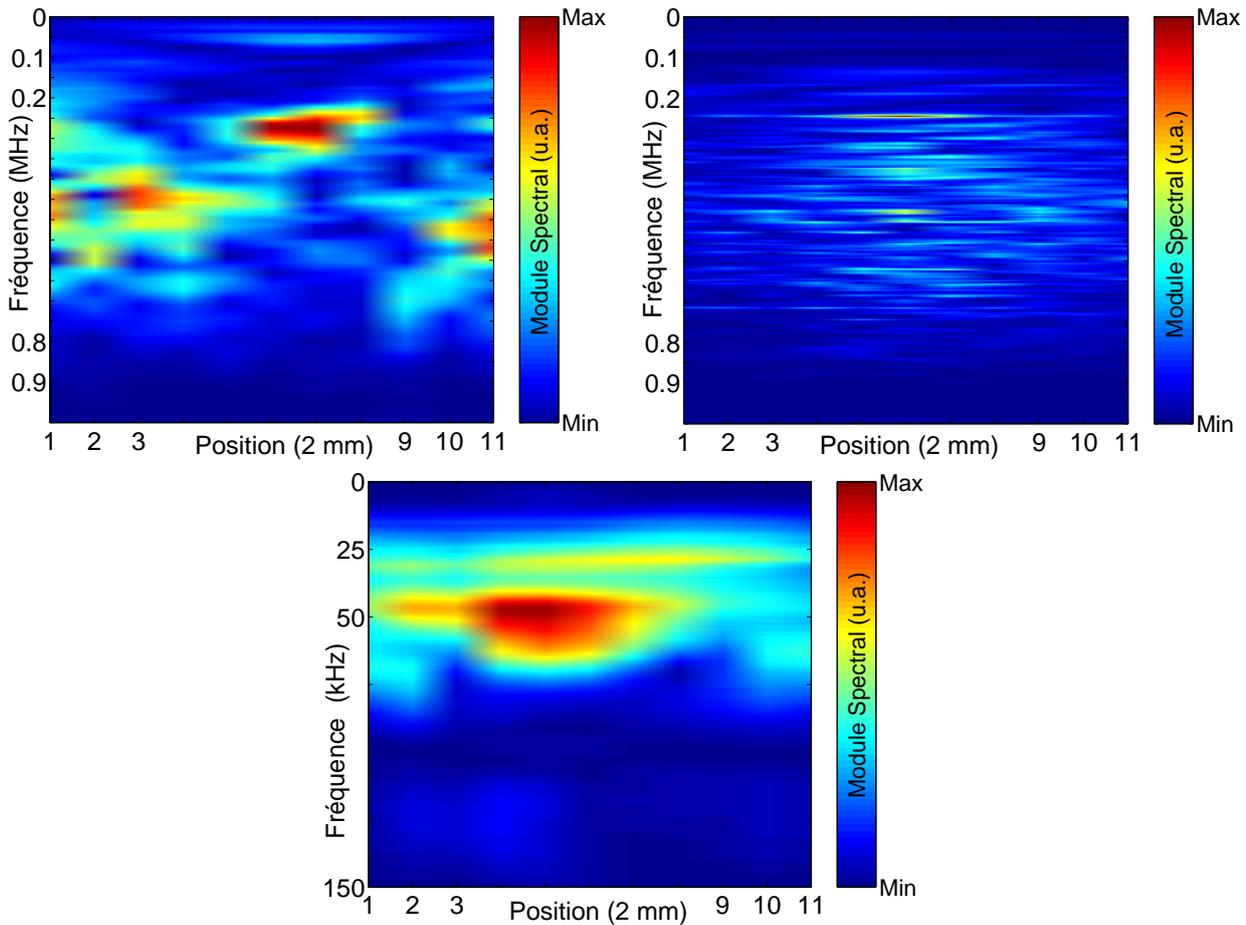


FIG. A-10 – Représentation en Bscan de la réponse fréquentielle du transducteur v101 à une excitation à 300 kHz en surface libre (haut, gauche) et chargée par le cylindre de dural (haut, droite) ainsi qu'à une excitation à 35 kHz en surface libre (bas, centre)

haute fréquence, ce qui a comme effet positif d'atténuer la résonance du transducteur.

Nous avons réalisé des expériences similaires pour les transducteurs v151. Ils sont conçus pour émettre des ondes polarisées transversalement, mais émettent également des ondes longitudinales avec des ordres de grandeur d'amplitudes comparables à celles des v101. Ces mesures ne nous permettent malheureusement pas de quantifier l'énergie absolue émise en onde transversale ou la proportion relative d'ondes longitudinales sur les ondes transversales.

Cette étude expérimentale nous a permis de calibrer toute la chaîne de production des ondes acoustiques, du générateur jusqu'aux transducteurs. Nous retiendrons que les transducteurs nous permettent de travailler en régime linéaire acoustique, à la fréquence centrale des transducteurs ou même très en dessous. Nous retiendrons également que la réponse des transducteurs est assez uniforme sur leur surface.

### 1.3.2 Résultats expérimentaux

Nous avons réalisé une expérience en transmission sur des billes d'acier et de verre<sup>13</sup> de différents diamètres. Les transducteurs, de polarisation longitudinale ou transversale, sont placés de part et d'autre de la bille, pour chaque expérience. Le transducteur émetteur est monté sur un piston mobile sur lequel une contrainte extérieure peut être appliquée. La figure (A-11) présente une illustration du dispositif expérimental<sup>14</sup>.

La contrainte appliquée est mesurée à l'aide d'une jauge de contrainte<sup>15</sup> dont le fonctionnement est fondé sur la résistance d'un pont de diodes (variant sous contrainte)<sup>16</sup>.

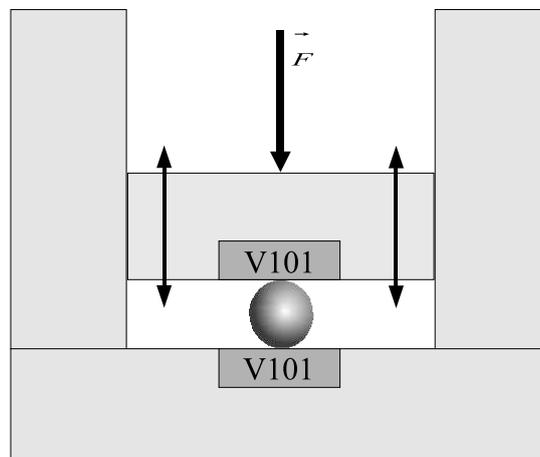


FIG. A-11 – Montage expérimental

Les fréquences centrales des impulsions acoustiques, permettant de sonder les billes, sont choisies à environ 35 kHz pour pouvoir tirer le meilleur compromis entre la largeur de bande de nos transducteurs, et le rapport signal à bruit des régimes basses fréquences, dus au contact hertzien.

#### 1.3.2.1 Régime basse fréquence en polarisation longitudinale

Une expérience sur une bille de 10 mm, pour une contrainte appliquée faible (de l'ordre de 10 N), peut déjà nous donner des informations pertinentes. Nous avons vu plus haut que la bille

<sup>13</sup>Ces billes nous ont été fournies par la société CIMAP. Les billes d'acier sont référencées 100Cr6 et présentent une rugosité  $R$  de l'ordre de  $0.125 \mu m$ . Les billes de verre utilisées présentent une rugosité de l'ordre de  $1 \mu m$ .

<sup>14</sup>Si le premier transducteur est placé en un point du périmètre de la bille, le second transducteur est pratiquement placé au niveau du pôle opposé. La garantie de cette condition n'est possible que dans la mesure où le piston permettant de positionner le transducteur émetteur soit parfaitement parallèle avec le piston sur lequel se trouve le transducteur récepteur.

<sup>15</sup>De marque fgp instrumentation, modèle xfc160-10k. L'étendue de mesure de ce capteur est de 10000 N. Il présente une linéarité et une hystérésis toutes deux égales à  $\pm 5\%$  de l'étendue de mesure. Cette erreur sur la mesure sera surtout préjudiciable aux faibles contraintes, comme les résultats d'expérience nous le montreront.

<sup>16</sup>Cette jauge est utilisée pour toutes les expériences de ce manuscrit pour lesquelles une quantification de la contrainte est nécessaire.

contrainte par deux transducteurs pouvait s'apparenter à un système masse-ressort. Dans la mesure où la bille est excitée par une impulsion acoustique, sa réponse doit correspondre à celle d'un oscillateur harmonique amorti. La figure (A-12) nous permet d'observer l'amplitude mesurée par le transducteur en réception. Nous obtenons en effet de façon expérimentale l'image d'un système masse-ressort excité par un signal bref. Deux parties sont visibles sur les figures (A-12) et (A-13, gauche) : le début du signal correspond au régime forcé alors que la suite du signal est la réponse libre d'un système masse-ressort amorti.

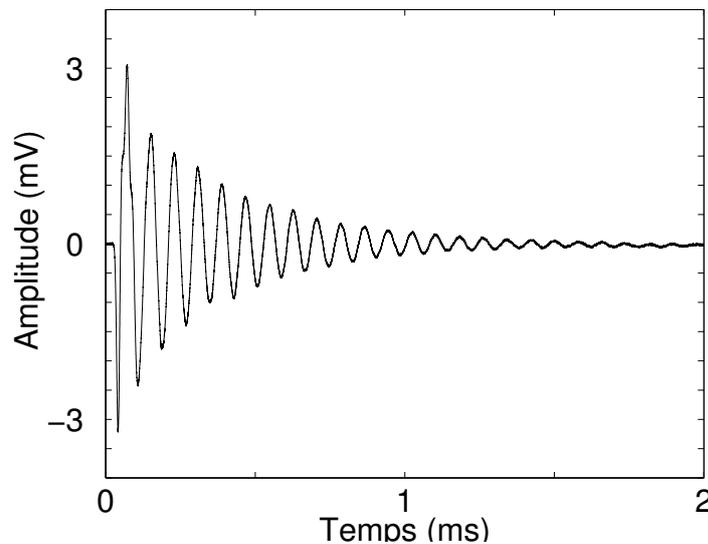


FIG. A-12 – Expérience en transmission sur une bille d'acier de diamètre 10 mm et une contrainte de 10 N

### 1. Vitesse de phase.

Dans la mesure où nous superposons les signaux en émission et en réception, nous constatons que le "déclenchement" de ces deux signaux n'est pas simultané. Les temps de vol, permettent d'obtenir des informations quant à la vitesse de phase acoustique à l'échelle de la bille, seront évalués par la différence entre les minimums des premiers arrivés des signaux en réception et en émission, comme indiqué sur la figure (A-13, gauche). La variation de la contrainte provoque une évolution des temps de vol et de la durée caractéristique des signaux en réception. La figure (A-13, droite) présente une illustration de cette évolution en fonction de la contrainte. Malheureusement, les évolutions de vitesses de phase en fonction de la contrainte<sup>17</sup> ne nous donne pas de lois pertinentes, là où nous attendions des lois de Hertz. Les figures (A-12) et (A-13, gauche) montrent que l'établissement du régime harmonique amorti est précédé par la propagation d'une onde dans la bille dont la période est identique à celle de l'onde émise. Cet écart à l'établissement du régime harmonique peut générer une erreur quant à l'évaluation du

<sup>17</sup>Ceci quelles que soient les billes utilisées.

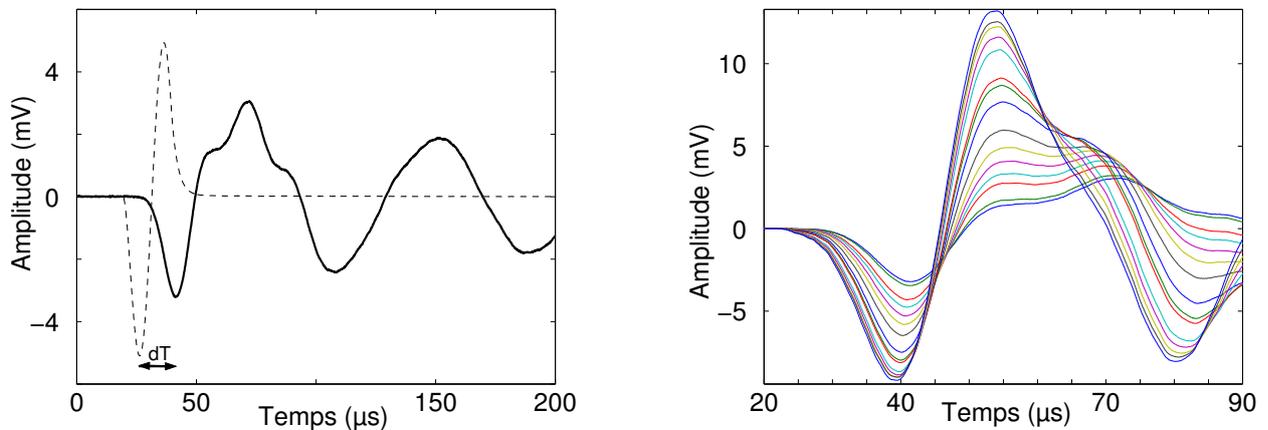


FIG. A-13 – A gauche : Expérience en transmission sur une bille d’acier de 10 mm de diamètre. Première partie amplifiée (10 % de la figure (A-12)) des signaux en émission (en trait pointillé) et en réception (en trait continu) pour une contrainte de 12 N/ A droite : évolution des premiers arrivés en fonction de la contrainte

temps de vol. Nous préférons travailler sur les résonances dans la suite.

## 2. Résonance de Hertz.

Pour les différentes billes (en taille et en matériau), nous pouvons calculer la transformée de Fourier discrète pour chaque valeur de la contrainte exercée. Une réponse fréquentielle typique est donnée en figure (A-14, gauche) pour une bille de verre de diamètre 10 mm sur laquelle une contrainte de 12 N est appliquée.

Sur cette figure, la réponse fréquentielle de la bille est présentée avec le spectre de l’impulsion électrique attaquant le transducteur. La résonance de la bille, approximativement égale à 20 kHz, est donc légèrement inférieure à la fréquence centrale de l’impulsion électrique imposée au transducteur. De plus, cette résonance de volume<sup>18</sup>, que nous associerons au contact de Hertz, est la seule à évoluer en fonction de la contrainte. La figure (A-14, centre) le montre bien : les deux autres résonances mineures de la bille ne sont pas modifiées par une variation de contrainte, la limite du contenu spectral est également identique (la fréquence de coupure semble indépendante de la force appliquée).

Nous ne disposons pas des constantes élastiques de la surface des transducteurs et des billes<sup>19</sup>. Nous avons adopté des valeurs de ces constantes proches de celles prises dans les études antérieures. L’ordre de grandeur de la fréquence de résonance, en polarisation longitudinale, est obtenu à l’aide de la relation (1.15), donnée plus haut, pour des modules d’Young et des coefficients de Poisson de la bille et de la surface des transducteurs respectivement égaux à  $E_b=21.6e10 \text{ N.m}^2$ ,  $\nu_b=0.276$

<sup>18</sup>Sa valeur est près de 10 fois inférieure au premier mode de vibration propre de la bille (premier mode Rayleigh).

<sup>19</sup>Nous n’avons accès qu’au module de rigidité des billes

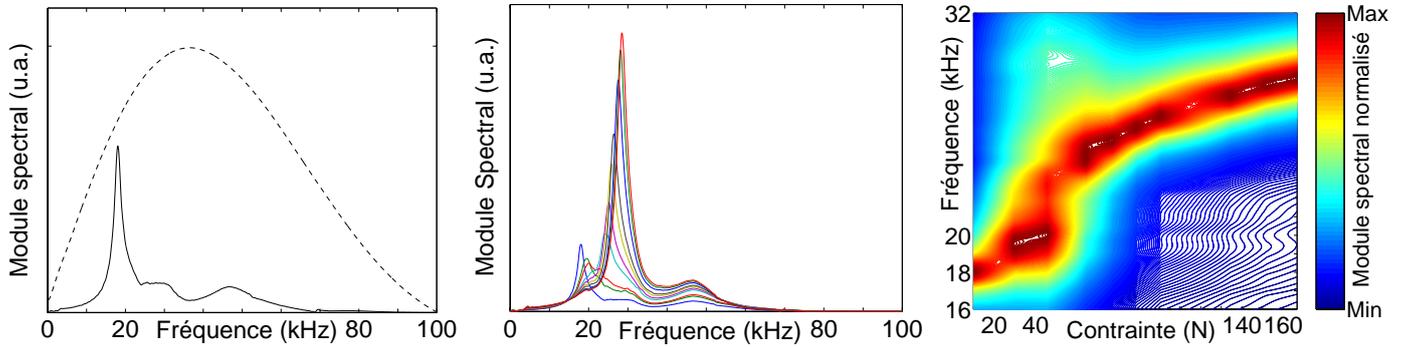


FIG. A-14 – A gauche : Réponse fréquentielle (en trait continu) pour une bille de verre de diamètre 10 mm sous une contrainte statique de 12 N et soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 35 kHz (spectre de l'impulsion électrique en trait pointillé) / Au centre : Réponse fréquentielle de la bille pour des contraintes de 12 à 170 N / A droite : Fréquences de résonance en fonction de la contrainte en niveaux de couleur

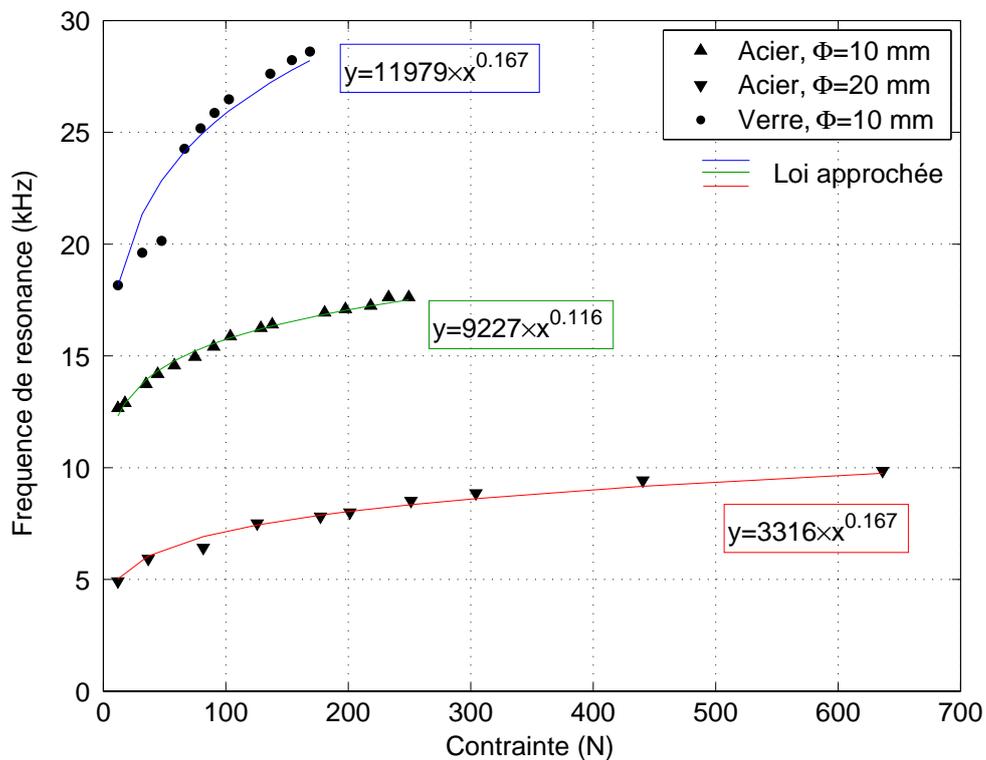


FIG. A-15 – Evolution de la fréquence de résonance de billes d'acier de diamètre 10 mm et 20 mm et d'une bille de verre de diamètre 10mm en fonction de la contrainte

(pour la bille d'acier de diamètre 10 mm) et  $E_p=21.6e10 \text{ N.m}^2$ ,  $\nu_p=0.276$ . La lame quart d'onde des transducteurs v101 et v151 est conductrice et une mesure de la vitesse des ondes de compression et de cisaillement dans celle-ci nous permet de penser qu'il s'agit d'une lame d'acier. L'évaluation de la densité d'une lame d'un transducteur analogue nous amène également à penser qu'elle est constituée d'un acier. Le choix des constantes élastiques adoptées pour les transducteurs semble donc raisonnable.

Les réponses fréquentielles sont identiques pour des billes de différents diamètres et des billes de différents matériaux. Nous présentons sur la figure (A-15) l'évolution de la fréquence de résonance, due au contact de Hertz, en polarisation longitudinale, pour différentes contraintes, et différentes billes (pour différents diamètres et différents matériaux). L'observation de ce relevé nous permet de constater que l'évolution des fréquences de résonance en fonction de la contrainte, pour les billes de verre et d'acier respectivement de diamètre 10 et 20 mm, semble suivre une loi en exposant 1/6, correspondant à la loi de Hertz. En effet, les courbes théoriques tracées (en trait continu bleu pour la bille de verre et rouge pour la bille d'acier de diamètre 20 mm), pour les constantes élastiques choisies ad hoc<sup>20</sup>, suivent pratiquement l'évolution des points expérimentaux. Par contre, ce ne semble pas être le cas pour la bille d'acier de diamètre 10 mm.

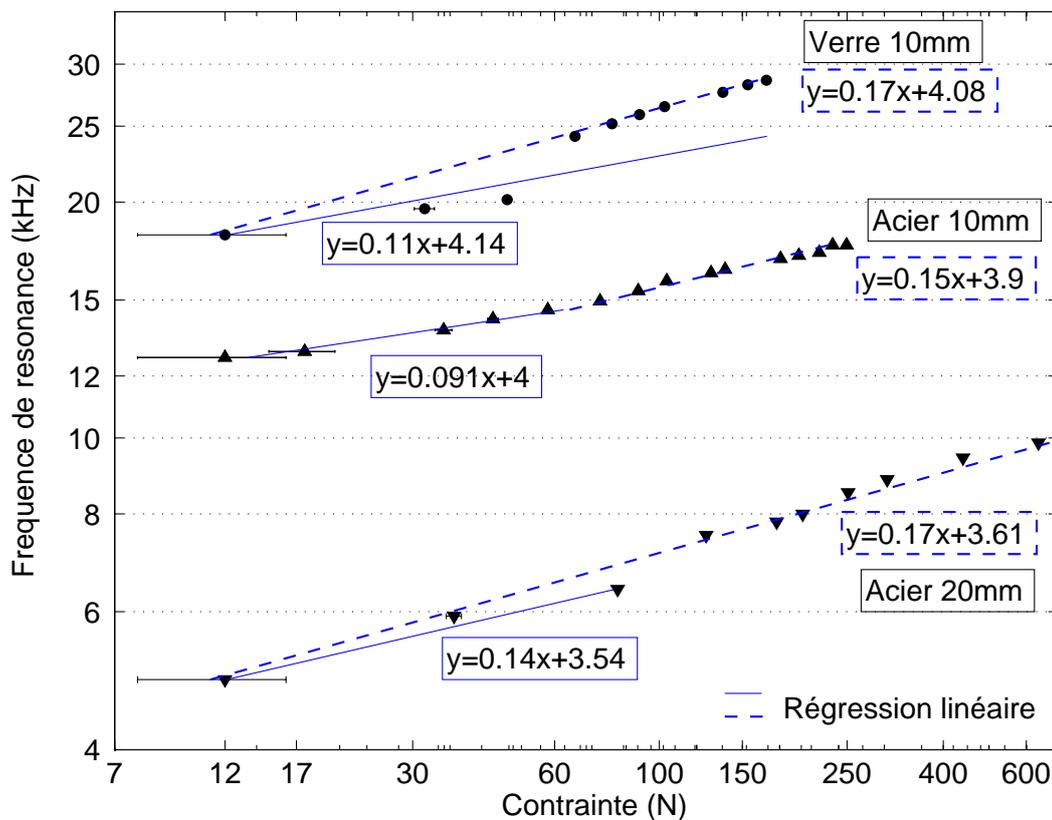


FIG. A-16 – Figure (A-15) en échelle log/log

<sup>20</sup>Pour la bille de verre, nous prenons  $E_b=6e10 \text{ N.m}^2$  et  $\nu_b=0.24$ .

L'exposant de la courbe non-linéaire approchant au mieux les points expérimentaux est proche de 0,116. La courbe théorique s'écarte nettement des points expérimentaux. La figure (A-16) présente l'évolution des fréquences de résonance en fonction de la contrainte en échelles logarithmiques pour les 3 billes sur lesquelles portent l'étude précédente. Plutôt que de comparer courbes théorique et expérimentale (comme nous l'avons fait pour l'échelle linéaire), nous allons privilégier les régressions linéaires approchant au mieux les points expérimentaux. Sur la figure (A-16), nous remarquons que, pour toutes les billes, deux régimes, dépendants de la contrainte, sont observables, séparant nettement les contraintes inférieures<sup>21</sup> à 100 N de celles plus importantes. Pour les billes d'acier 20 mm et de verre 10 mm, nous trouvons approximativement 1/6 pour la pente du deuxième régime, conformément à nos observations pour les figures en échelle linéaire. Pour la bille d'acier de diamètre 10 mm, et contrairement à ce que nous observions en échelle linéaire, la pente de la régression linéaire du deuxième régime est proche de 1/6 (0.15). Quelle que soit la bille, la pente de la régression est, pour le premier régime, toujours en dessous de l'exposant hertzien. Nous avons pris soin de reporter les barres d'erreur pour la mesure de la contrainte sur la figure (A-16). Il semble que cette erreur<sup>22</sup>, plus grande aux faibles contraintes, explique l'écart au régime de Hertz. Il s'agit donc a priori d'un artefact de mesure. Pour la suite, nous serons plus attentifs aux points expérimentaux correspondant aux "fortes" contraintes. Nous remarquons également que l'évaluation de la tendance est plus précise quelle que soit la bille étudiée, pour une échelle log/log. Elle sera adoptée dans la suite du manuscrit.

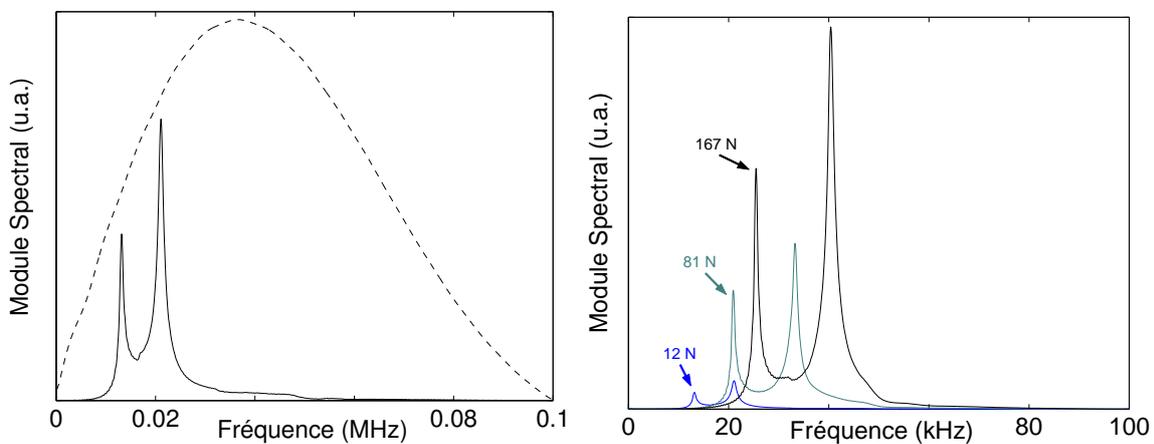


FIG. A-17 – A gauche : Réponse fréquentielle d'une bille de verre de diamètre 10 mm, sous une contrainte statique de 12 N, excitée par un transducteur v151 soumis à une impulsion électrique de fréquence centrale 50 kHz (spectre de l'impulsion électrique en trait pointillé) / A droite : les réponses fréquentielles de la bille pour les contraintes 12 N (bleu), 81 N (gris) et 168 N (noir)

<sup>21</sup>Ce seuil semble dépendre du matériau et du diamètre des billes. Par exemple pour la bille d'acier de diamètre 10 mm, il vaut environ 80 N.

<sup>22</sup>Nous devons tenir compte de cette erreur pour les prochaines études sur l'évolution des fréquences de résonance (notamment celles effectuées en polarisation transverse) ou de la vitesse de groupe.

Les réponses des différentes billes, dépendantes de la contrainte, nous permettent de voir que les fréquences de résonance évoluent selon une loi de contact de Hertz pour des gammes de contraintes élevées (d'environ 100 N, quelle que soit la bille) .

Dans les travaux de Coste et al.<sup>23</sup>, et d'autres, la caractérisation des lois du contact passe par l'étude de l'évolution de la vitesse des ondes et de la fréquence de coupure en fonction de la contrainte. La fréquence de résonance est plus accessible pour nous et constitue une donnée précise lorsque l'on utilise des excitations impulsionnelles. Dans la suite du manuscrit, nous accorderons une place importante à l'étude de cette quantité qui nous semble pertinente. Les expériences effectuées en polarisation longitudinale sont étendues à la polarisation transversale pour obtenir d'autres informations sur le dispositif expérimental.

### 1.3.2.2 Régime basse fréquence en polarisation transversale

Une étude analogue à celle menée pour la polarisation longitudinale est présentée ici. Nous disposons des réponses temporelles pour des billes de différents diamètres et différents matériaux (en acier et en verre) soumises à des impulsions acoustiques de fréquence centrale 35 kHz et de polarisation transverse. Ces réponses, comme pour la polarisation longitudinale, dépendent de la contrainte appliquée sur la bille. Nous avons constaté que l'étude de la vitesse, pour le cas d'une bille, ne nous donnait pas de caractérisation précise de la loi de Hertz. Nous y avons accès par l'étude de l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte. Pour chaque charge appliquée, la transformée de Fourier des réponses temporelles est effectuée. Une réponse fréquentielle typique est présentée en figure (A-17). Bien entendu, mesure du temps de vol et détermination de la vitesse ou étude des fréquences de résonance dans le domaine de Fourier sont liées entre elles. Le domaine fréquentiel permet d'obtenir une meilleure précision dans notre cas.

La figure (A-17, gauche) nous permet d'observer, pour la bille de verre de diamètre 10 mm, deux fréquences de résonance distinctes superposées au spectre du signal d'émission. Nous pouvons également observer une extinction du signal en réception nette par rapport au signal en émission. Il semble que le dédoublement de fréquence soit dû à la polarisation double des transducteurs transverses v151 utilisés dans nos expériences et dont la caractérisation a été effectuée dans le paragraphe (1.3.1). Nous allons nous intéresser à l'évolution de ces fréquences de résonance lorsque la contrainte varie.

Celle-ci est présentée en figure (A-18) pour une bille d'acier de diamètre 10 mm. Les résonances longitudinales et transversales montrent, chacune, deux tendances comme pour le cas des billes excitées en polarisation longitudinale. Leurs deux pentes sont parallèles et définissent un rapport constant entre fréquences longitudinales et transversales de 0.64, proche à environ 8.5 % de la valeur théorique du rapport. Mais, contrairement au cas de la bille sous polarisation longitudinale, l'évolution de plus forte pente est localisée à faibles contraintes. Nous pouvons supposer qu'il s'agisse encore de l'erreur de linéarité sur la jauge de contrainte. Nous aurions alors une caractérisation des lois de Hertz qu'aux contraintes relativement élevées (ici à plus de 50 N). Pour ce qui semble être

---

<sup>23</sup>Ces approches sont présentées dans le deuxième chapitre et dans la suite du manuscrit.

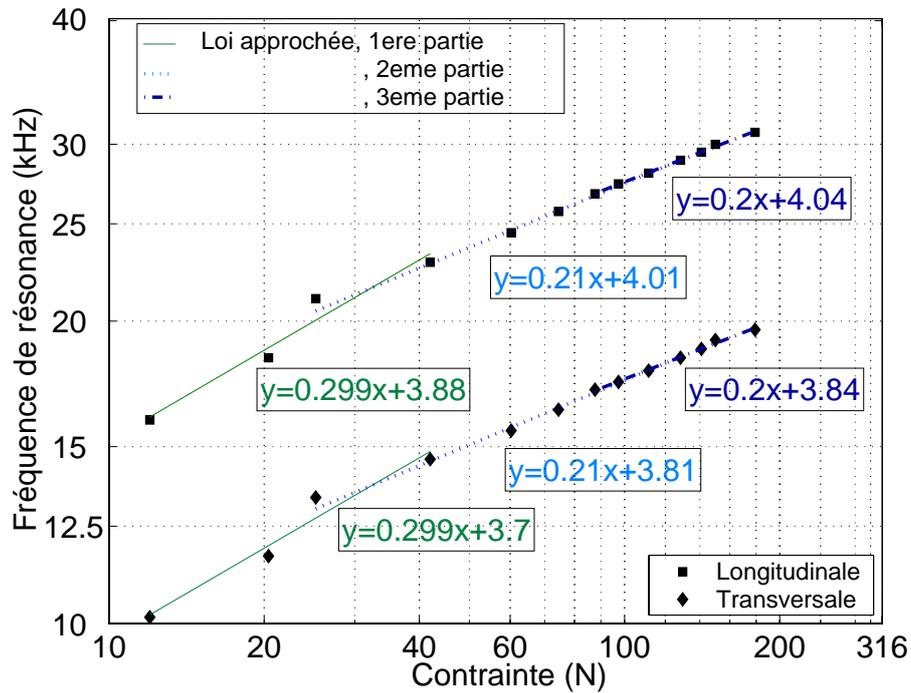


FIG. A-18 – Evolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte pour une bille d'acier de diamètre 10 mm

la fréquence longitudinale, les ordres de grandeur ne correspondent pas à ceux trouvés pour le cas de la bille insonifiée par des transducteurs v101<sup>24</sup>. Le changement de tendance dans l'évolution de la fréquence de résonance longitudinale apparaît pour des ordres de grandeur de contraintes semblables dans les deux expériences. Toutefois, l'exposant non-linéaire de la loi de Hertz gouvernant la fréquence de résonance se situe entre 1/6 et 1/4. L'échelle log/log nous permet comme pour l'étude précédente d'avoir une caractérisation fine de l'évolution des fréquences de résonance en fonction de la contrainte. Dans le paragraphe précédent, l'étude de la bille de verre en polarisation longitudinale montrait que ses comportements acoustiques sont plus proches de la loi de Hertz que ceux présentés par la bille d'acier de même diamètre. Les mesures sur une bille de verre en polarisation transversale nous permettront de juger des tendances de l'évolution des fréquences de résonance par rapport à la loi de Hertz.

La figure (A-19) présente les évolutions des fréquences en fonction de la contrainte pour une bille de verre de diamètre 10 mm en échelle log/log. Deux fréquences sont observables comme dans le cas de la bille d'acier de même diamètre. Leurs évolutions respectives en fonction de la contrainte sont parallèles définissant un rapport proche de sa valeur théorique (0,57), et nous permettant d'identifier

<sup>24</sup>L'épaisseur de la lame quart d'onde des transducteurs v101 et v151. En supposant que la lame des deux transducteurs soit en acier, son épaisseur vaudrait approximativement 0,32 mm pour le v101 et environ 0,18 mm pour le v151. Nous pouvons nous demander si la faible épaisseur de la lame quart d'onde pour le v151 ne peut pas être à l'origine d'une perturbation sur la mesure lorsque celle-ci est contrainte en un point.

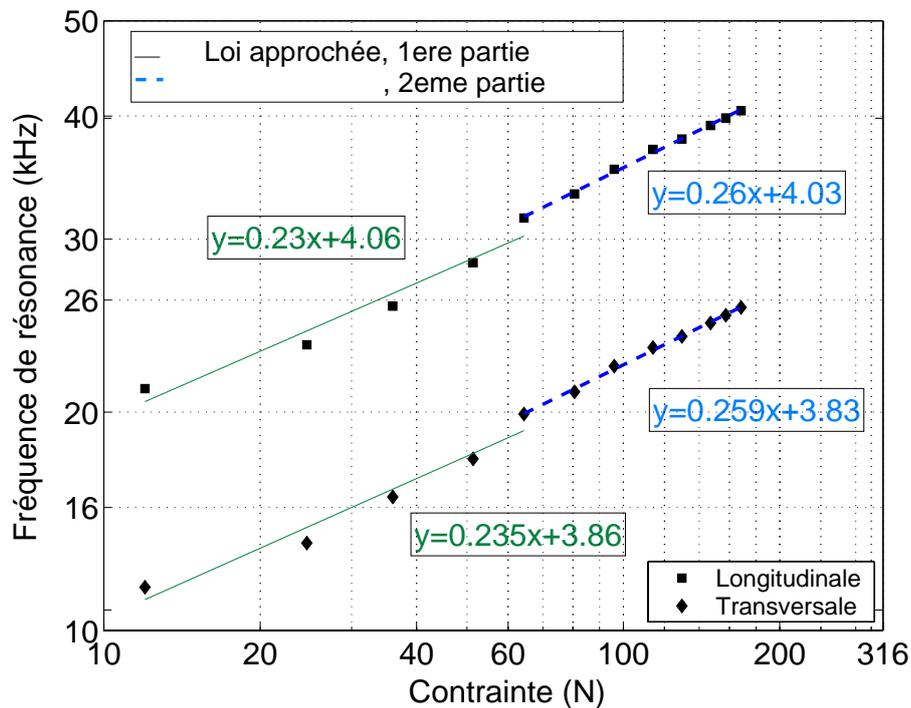


FIG. A-19 – Evolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte pour une bille de verre de diamètre 10 mm

les résonances longitudinale et transversale. Deux tendances sont une nouvelle fois observables dans l'évolution fréquentielle. Toutefois, même si le comportement moyen des pentes est proches de  $1/4$  comme pour le cas de la bille d'acier, les pentes sont inversées par rapport à ce dernier. Un relevé donnant la progression de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte est présenté pour le cas d'une bille d'acier de diamètre 5 mm figure (A-20). Deux résonances sont observables ayant des ordres de grandeur comparables aux valeurs théoriques longitudinales et transversales. Le rapport expérimental (0,63) est encore proche du rapport théorique et nous permet une nouvelle fois d'identifier les résonances longitudinale et transversale.

L'insonification des billes de différents diamètres par l'intermédiaire des transducteurs de polarisation transversale, nous permet d'observer dans tous les cas l'établissement de deux résonances clairement reliées au contact de Hertz. Le comportement de la fréquence liée à l'onde de compression, dans le cas d'une utilisation de transducteur v151 (polarisation transverse), devrait être en accord avec celui obtenu par l'utilisation du transducteur v101 (polarisation longitudinale). L'utilisation du transducteur v151 donne en réalité une mesure<sup>25</sup> de l'exposant non-linéaire supérieure à celui obtenue lorsque des transducteurs v101 sont utilisés. Pour les gammes de contraintes n'étant pas affectées par l'erreur de la jauge de contrainte, l'exposant des lois d'échelle vaut, pour les billes

<sup>25</sup>Le comportement de la lame quart d'onde, dont l'épaisseur est différente pour les deux transducteurs utilisés, sous contrainte, pourrait être responsable de cet écart sur la mesure de l'exposant de Hertz.

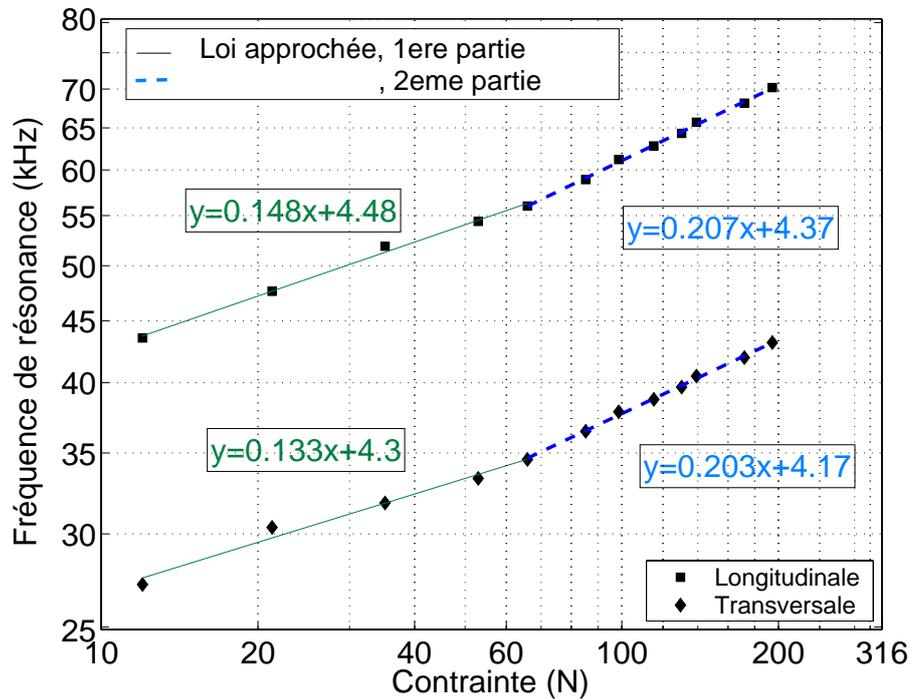


FIG. A-20 – Evolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte pour une bille d'acier de diamètre 5mm

d'acier de différents diamètres, approximativement 0,2. Il vaut pratiquement 1/4 pour la bille de verre de diamètre 10 mm. Les constantes élastiques de la bille ont une influence déterminante sur l'exposant de la loi d'évolution. L'étude de la fréquence de résonance semble néanmoins être bien adaptée à la caractérisation des lois de Hertz et nous donne pour le cas des billes un moyen alternatif à la mesure de la vitesse de groupe<sup>26</sup> qu'il est difficile d'obtenir pour le cas de notre expérience.

### 1.3.2.3 Génération d'ondes de Rayleigh, d'ondes de galerie à écho et d'ondes de torsion à l'aide de capteurs piézo-électriques de contact

La description théorique des comportements acoustiques haute fréquence a été effectuée à la section (1.1) de ce chapitre, en s'inspirant fortement des travaux [11, 13, 14, 16]. Nous présentons dans ce paragraphe les résultats expérimentaux obtenus pour des excitations hautes fréquences de billes, à l'aide d'impulsions acoustiques émises par des transducteurs à polarisation longitudinale et transversale (respectivement v101 et v151) soumis à des impulsions électriques de fréquence centrale 350 kHz et de tension crête-crête d'environ 50 Volts.

Pour une polarisation longitudinale des ondes émises, et une contrainte appliquée avoisinant les 10 N, le début de la réponse typique pour des billes d'acier de diamètre 10 mm est représenté en

<sup>26</sup>La fréquence de coupure n'existe pas pour le cas singulier de la bille. Les relations de dispersion ne commencent théoriquement que pour les colonnes contenant au minimum deux billes.

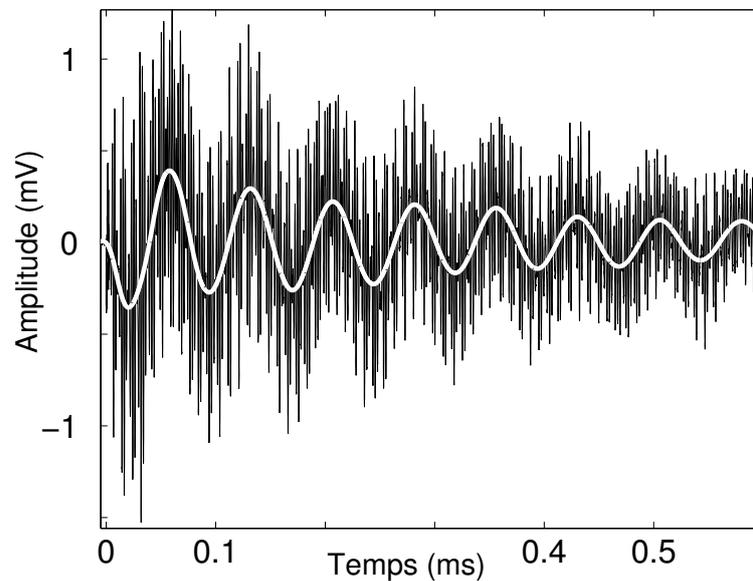


FIG. A-21 – Première partie de la réponse de la bille soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz (réponse filtrée en trait continu blanc)

figure (A-21). Des paquets d'ondes de durée et de période sensiblement égales se succèdent et se superposent à une composante plus basse fréquence. Cette dernière est soulignée par la réponse filtrée. Il s'agit de la réponse que nous avons pu obtenir pour une excitation impulsionnelle basse fréquence (environ 35 kHz de fréquence centrale), à savoir celle se rapprochant d'un oscillateur harmonique amorti. Pour une variation de la contrainte appliquée, l'évolution de la résonance de cette onde basse fréquence, est celle dépendant du contact de Hertz. Le régime basse fréquence peut, à nouveau, être mis en évidence parce que la largeur de bande des transducteurs en émission et réception est suffisamment importante (100 % autour de la fréquence centrale à - 3 dB).

Nous nous attardons dans les prochains paragraphes sur les ondes hautes fréquences. Nous observons notamment la réponse typique filtrée par un passe-haut de type Butterworth d'ordre 4 et de fréquence de coupure 100 kHz. Cela nous permet de constater que les ondes de compression et de cisaillement se propageant dans le volume de la bille ne sont pas observables.

La figure (A-22, gauche) en donne une illustration. Les "premières arrivées" donnent des temps de vol nous permettant d'obtenir une vitesse de phase des ondes d'environ 3500 m/s. La dispersion, abordée dans le paragraphe (1.1), (les modes basses fréquences sont plus rapides que les modes hautes fréquences) est responsable de la vitesse élevée des ondes. Il est plus judicieux pour mettre en évidence les ondes de type Rayleigh et de galerie à écho d'utiliser le domaine fréquentiel. La figure (A-22, droite) donne les modules de la transformée de Fourier de la réponse et de l'impulsion électrique attaquant le transducteur. Le spectre associé n'est pas continu, à la différence de celui du signal en émission, et présente des résonances distinctes dont les valeurs coïncident avec les

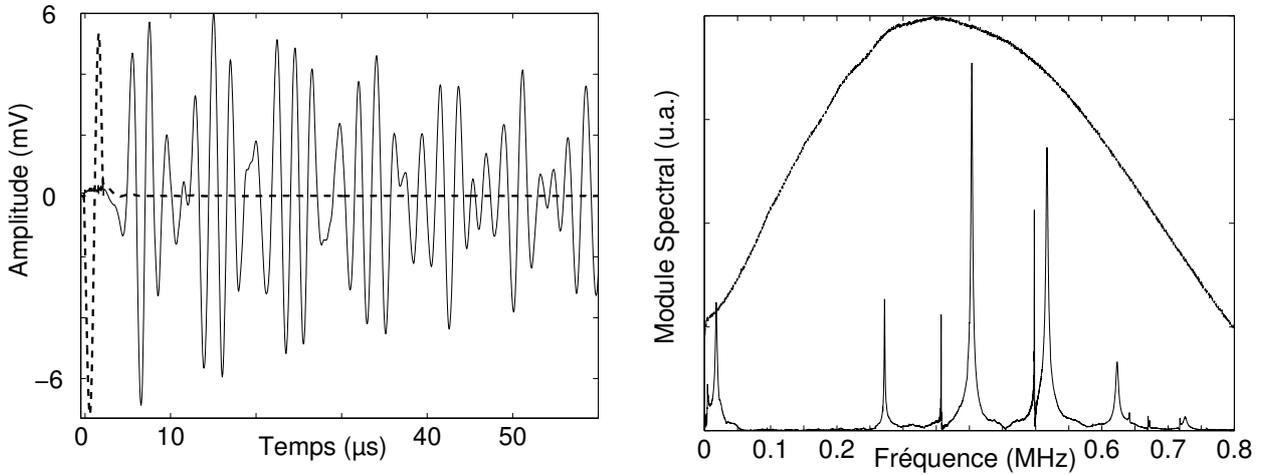


FIG. A-22 – Premiers arrivés de la réponse filtrée (trait continu). Impulsion électrique de fréquence centrale 500 kHz imposée au transducteur v101 (trait tireté en unité arbitraire)

valeurs théoriques des modes Rayleigh et galerie à écho du tableau (1.1). De Billy [17,18], utilisant un dispositif expérimental analogue, a effectué des comparaisons entre fréquences de résonance théoriques et expérimentales pour des impulsions acoustiques, dont la fréquence centrale est plus élevée (2.2 MHz). Il identifiait de façon précise les ondes de Rayleigh et de galerie à écho comme processus dominant de propagation acoustique à l'échelle de la bille et de la colonne de la bille lorsque la polarisation des ondes acoustiques émises est longitudinale. Nous retrouvons des résultats analogues mais pour des excitations acoustiques plus basses fréquences. Nous adopterons la même notation que dans ces travaux pour identifier les différents modes de surface observables dans nos expériences. Les ondes de Rayleigh, de galerie à écho et de torsion, seront respectivement notées  $R_{nl}$ <sup>27</sup>,  $T_{nl}$  où  $l$  est le numéro de mode et  $n$  est le nième harmonique du mode considéré. Pour deux billes de diamètre 10 mm en acier et en verre, nous avons évalué les fréquences de résonances théoriques pour des modes Rayleigh, de galerie à écho, et de torsion. Dans la mesure où les billes d'acier et de verre constituent un solide isotrope, la vitesse des ondes de volume peut être exprimée comme suit :

$$V_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad V_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (1.22)$$

ou  $V_L$  et  $V_T$  sont respectivement les vitesses des ondes de compression et de cisaillement se propageant dans le volume des billes de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ . Le rapport des vitesses des ondes de volume dépend uniquement du coefficient de Poisson  $V_L/V_T =$

<sup>27</sup>Pour les modes  $R_{nl}$ ,  $n = 1$  définit la famille des ondes de Rayleigh tandis que  $n \geq 2$  celle des ondes de galerie à écho.

$\sqrt{2(1-\nu)/(1-2\nu)}$ . Ce rapport est donc différent pour les billes de verre et d'acier. Les informations sur les billes utilisées dans nos expériences se limitent à leur rigidité. Une valeur de la vitesse des ondes de compression pour les billes d'acier et de verre est choisie et celle de la vitesse des ondes de cisaillement est obtenue à l'aide de la valeur du coefficient de Poisson.

n	Acier 10mm			Verre 10mm		
	Fréq. Résonance (MHz)			Fréq. Résonance (MHz)		
	Exp.	Theo.	Mode	Exp.	Theo.	Mode
1	0.258	0.257	T <sub>20</sub>	0.267	0.264	T <sub>20</sub>
-		0.253	R <sub>02</sub>		0.260	R <sub>02</sub>
2	0.269	0.271	S <sub>20</sub>	0.279	0.279	<b>R</b> <sub>21</sub>
3	0.272	0.272	<b>R</b> <sub>21</sub>	0.349	0.359	<b>R</b> <sub>12</sub>
4	0.357	0.358	<b>R</b> <sub>12</sub>	0.413	0.413	<b>R</b> <sub>31</sub>
5	0.404	0.404	<b>R</b> <sub>31</sub>	0.435	<b>Non</b>	<b>Ident.</b>
6	0.498	0.484	<b>R</b> <sub>03</sub>	0.527	0.528	<b>R</b> <sub>41</sub>
7	0.517	0.517	<b>R</b> <sub>41</sub>	0.633	0.636	<b>R</b> <sub>51</sub>
8	0.586	0.592	T <sub>11</sub>	0.658	0.656	S <sub>31</sub>
9	0.623	0.623	<b>R</b> <sub>51</sub>	0.665	0.661	T <sub>50</sub>
10	0.642	0.644	T <sub>50</sub>	0.683	0.678	<b>R</b> <sub>32</sub>
11	0.670	0.672	R <sub>32</sub>	0.736	0.740	<b>R</b> <sub>61</sub>
12	0.718	0.715	R <sub>13</sub>	0.826	0.814	R <sub>14</sub>
13	0.726	0.725	<b>R</b> <sub>61</sub>	0.840	0.842	<b>R</b> <sub>71</sub>
14	0.758	0.761	T <sub>60</sub>	0.850	0.848	R <sub>42</sub>
15	0.813	0.822	S <sub>70</sub>	0.871	0.875	R <sub>23</sub>
16	0.827	0.826	<b>R</b> <sub>71</sub>			
17	0.833	0.837	R <sub>42</sub>			
18	0.865	0.876	T <sub>70</sub>			
-		0.868	R <sub>23</sub>			

TAB. 1.2 – Fréquences de résonance théorique et expérimentale pour des billes d'acier et de verre de diamètre 10 mm, en polarisation longitudinale. Le mode associé à la fréquence de résonance théorique est également reporté dans le tableau. Les raies les plus intenses sont notées en gras

Pour l'acier, les vitesses des ondes de compression et de cisaillement et la densité sont respectivement prises égales à 5805 m/s et 3229 m/s (le rapport valant 1.7978) et  $7830 \text{ kg/m}^3$ , le module d'Young et le coefficient de Poisson valent respectivement  $20,8 \times 10^{10} \text{ kg/m}^2$  et 0,276. Pour le verre, les vitesses des ondes de compression et de cisaillement et la densité sont respectivement prises égales à 5670 m/s et 3316 m/s (de rapport 1.7099) et  $2500 \text{ kg/m}^3$ , avec un module d'Young et un coefficient de Poisson respectivement de  $6,8 \times 10^{10} \text{ kg/m}^2$  et 0,24. Ces valeurs de vitesses nous

permettent, en résolvant l'équation caractéristique exprimée au paragraphe (1.1.1.2), de trouver les fréquences de résonance théoriques des ondes de Rayleigh, de galerie à écho et de torsion.

Les valeurs théoriques et expérimentales, pour les billes d'acier et de verre de diamètre 10mm, sont reportées dans le tableau (1.2).

n	Acier 10mm			Verre 10mm		
	Fréq. Résonance (MHz)			Fréq. Résonance (MHz)		
	Exp.	Theo.	Mode	Exp.	Theo.	Mode
1	0.258	0.257	<b>T<sub>20</sub></b>	0.267	0.264	<b>T<sub>20</sub></b>
2	0.269	0.272	R <sub>21</sub>	0.274	0.279	R <sub>21</sub>
3	0.359	0.358	<b>R<sub>12</sub></b>	0.351	0.359	<b>R<sub>12</sub></b>
4	0.397	0.397	<b>T<sub>30</sub></b>	0.408	0.408	<b>T<sub>30</sub></b>
5	0.498	0.484	<b>R<sub>03</sub></b>	0.500	<b>Non</b>	<b>Ident</b>
6	0.509	0.517	<b>R<sub>41</sub></b>	0.517	0.528	R <sub>41</sub>
-		0.508	R <sub>22</sub>		0.511	R <sub>22</sub>
7	0.523	0.524	<b>T<sub>40</sub></b>	0.536	0.538	<b>T<sub>40</sub></b>
8	0.586	0.592	T <sub>11</sub>	0.598	0.608	T <sub>11</sub>
9	0.618	0.623	R <sub>51</sub>	0.622	0.636	R <sub>51</sub>
10	0.642	0.644	<b>T<sub>50</sub></b>	0.658	0.661	<b>T<sub>50</sub></b>
11	0.672	0.672	<b>R<sub>32</sub></b>	0.664	<b>Non</b>	<b>Ident</b>
12	0.718	0.715	R <sub>13</sub>	0.681	0.678	R <sub>32</sub>
13	0.726	0.725	R <sub>61</sub>	0.740	0.740	R <sub>61</sub>
14	0.758	0.761	<b>T<sub>60</sub></b>	0.776	0.782	<b>T<sub>60</sub></b>
15	0.833	0.837	R <sub>42</sub>			
16	0.859	Non	Ident			
17	0.873	0.876	<b>T<sub>70</sub></b>			
-		0.868	R <sub>23</sub>			

TAB. 1.3 – Fréquences de résonance théorique et expérimentale pour des billes d'acier et de verre de diamètre 10 mm , en polarisation transversale. Le mode associé à la fréquence de résonance théorique est également reporté dans le tableau. Les raies les plus intenses sont notées en gras

Dans les deux cas, les modes correspondant aux Ondes de Rayleigh,  $R_{l1}, l \geq 2$ , sont tous présents et représentent les raies les plus énergétiques. Le pas fréquentiel entre les fréquences de résonance des ondes de Rayleigh se situant dans la deuxième partie haute du spectre (0,5 MHz à 0,8 MHz), permet d'évaluer leur vitesse de groupe environ à 3170 m/s pour les billes d'acier et 3230 m/s pour celles de verre. Même faibles, d'autres modes sont présents, comme les modes de torsion (engendrés en polarisation transversale), montrant que la polarisation purement longitudinale n'est pas possible; la contrainte n'est pas parfaitement appliquée sur un axe joignant un des point de

contact bille-transducteur et le pôle opposé.

Cette étude des modes hautes fréquences pour la polarisation longitudinale, nous a permis de vérifier que notre dispositif expérimental est sensible aux vibrations propres des billes insonifiées. A défaut de pouvoir mesurer directement la vitesse des ondes de volume dans les billes d'acier et de verre à notre disposition, cette expérience nous permet d'obtenir des informations sur les constantes élastiques et les vitesses des billes utilisées. Cette expérience est étendue au cas de la polarisation transversale des ondes émises et reçues par les transducteurs. Comme pour le cas précédent, la transformée de Fourier discrète de la réponse temporelle présente un spectre discontinu. Les différentes résonances sont comparées aux fréquences des modes théoriques [16–18] dans le cadre d'une polarisation transversale, principalement des modes de torsion de la bille. Le tableau (1.3) nous permet de constater que, pour les billes de verre et d'acier, les plus importants sont précisément ceux de torsion. Des modes de Rayleigh ou de galerie à écho, sont observables. Ils correspondent aux modes sphéroïdaux décrits dans les références [16, 17], et sont présents parce que les transducteurs v151 émettent des ondes polarisées longitudinalement, superposées à la polarisation transverse.

## 1.4 Conclusion

A l'échelle de la bille, notre dispositif expérimental nous a permis de retrouver deux classes de comportement acoustique, basse et haute fréquence, mis en évidence dans des travaux théoriques ou expérimentaux antérieurs. La première d'entre elles s'intéresse à la propagation d'ondes hautes fréquences dépendant de la polarisation de l'émetteur. La polarisation longitudinale favorise la génération d'ondes de Rayleigh et de galerie à écho, couplant les polarisations longitudinales et transversales, conformément à la description des références [9–11, 13–15, 17, 18, 26]. La polarisation purement transversale permet, quant à elle, la création d'ondes de torsion [16, 17]. Notre dispositif expérimental nous a permis d'observer, pour les deux polarisations, respectivement ces deux familles d'ondes associées aux modes sphéroïdaux (ondes de Rayleigh et de galerie à écho), et aux modes de torsion, les ondes de volumes se propageant dans la bille étant négligeables. Cette première partie, nous a donc permis de calibrer notre dispositif expérimental et de recueillir des informations sur les différentes billes sur lesquelles se basent les expériences (vitesses des ondes de volume, constantes élastiques).

La deuxième classe de comportement acoustique, observée à l'aide de notre dispositif expérimental, concerne des mécanismes élastiques basses fréquences dus aux contacts entre la bille et les transducteurs l'insonifiant. La plupart des études, y faisant référence [18, 19, 23–25, 27], abordent le problème du point de vue acoustique linéaire et pour des contacts sphère-sphère. Pour ces études, le choix de milieux mono-dimensionnels, est dicté par le besoin de contrôler les paramètres du dispositif expérimental<sup>28</sup>. Il permet, à l'aide de la caractérisation de la vitesse de groupe acoustique des ondes dans la colonne et de la fréquence de coupure des comportements basses fréquences, la validation ou l'infirmité des modèles microscopiques<sup>29</sup> [27, 28] expliquant la modification de la loi de Hertz.

<sup>28</sup>Le degré de sphéricité, la rugosité des billes, et leur élasticité.

<sup>29</sup>Ces modèles seront évoqués plus précisément au deuxième chapitre.

Dans un premier temps, nous avons vérifié que notre étude expérimentale se limite, pour son cadre dynamique, au régime linéaire. Et dans un deuxième temps, des comportements acoustiques dus au contact de Hertz ont été retrouvés à l'échelle de la bille. Pour caractériser les lois de Hertz, nous avons porté notre attention sur la réponse de la bille, et notamment sur l'évolution de sa fréquence de résonance en fonction de la contrainte. Nous avons directement accès à cette quantité, plutôt qu'à la vitesse de groupe de propagation des ondes dans les billes. Nous montrons que cette méthode est un moyen alternatif pour caractériser les lois du contact de Hertz. Pour les deux polarisations des ondes émises, nous avons pu observer deux tendances de l'évolution de la fréquence de résonance selon la gamme de contraintes utilisées. Il se trouve qu'aux contraintes relativement faibles, les mesures sont entachées par l'erreur de linéarité de la jauge de contrainte. Nous porterons donc, par la suite, une plus grande attention aux mesures réalisées aux "fortes" contraintes. Pour la polarisation longitudinale, et quelle que soit la bille étudiée, le régime hertzien est identifié pour les "fortes" contraintes. Pour la polarisation transversale, l'exposant des lois non linéaires approchant les fréquences de résonance expérimentales se situe entre  $(1/6)$  et  $(1/4)$  aux "fortes contraintes". Dans la suite, nous utiliserons les ondes polarisées longitudinalement pour caractériser les lois de Hertz et leurs éventuels écarts.

## Chapitre 2

# Mode de propagation sur des systèmes uni-dimensionnels

Nous avons effectué différentes expériences sur des colonnes de sphères. Comme dans le précédent chapitre, nous mettrons tour à tour en évidence les domaines basse fréquence et haute fréquence avec les classes de phénomènes qui leur sont propres. En limite basse fréquence, quelles que soient les conditions expérimentales, nous serons sensibles à l'importance du contact hertzien. Pour ce régime, les relations entre la vitesse ou les fréquences de coupure du système et la contrainte normale appliquée seront rappelées. Nous établirons, comme dans le chapitre portant sur la bille, les relations entre les fréquences de résonance et la contrainte en vue de développer un nouvel outil pour caractériser les lois de Hertz. Nous étendrons ainsi notre étude expérimentale sur la fréquence de résonance de la bille à la colonne. Pour le domaine haute fréquence, les phénomènes observés sont principalement ceux recensés à l'échelle de la bille, constituant de la colonne. Nous allons, d'abord, évoquer les études théoriques et expérimentales antérieures, et ensuite présenter nos résultats.

### 2.1 Domaine basse fréquence : importance du contact de Hertz

Les différents modèles, expliquant le régime non-hertzien, sont de nature soit microscopique, soit macroscopique. Pour ce dernier cas, les comportements collectifs du milieu granulaire dépendent du nombre de contact entre grains et du désordre des contacts. Nous les évoquerons dans la deuxième partie de ce manuscrit. Les études [19–22] s'intéressent aux colonnes de billes pour vérifier si la nature singulière du contact<sup>1</sup>, seule, permet d'expliquer le régime non-hertzien.

#### 2.1.1 Hypothèse dynamique linéaire

Nous nous limiterons à exposer l'approche linéaire (c.f. (1.2.3)). Cette condition est obtenue lorsque la perturbation dynamique est très inférieure à la distance d'interpénétration des deux

---

<sup>1</sup>Contact conique, croûte molle et micro-aspérités sur lesquels nous revenons dans ce chapitre

billes induite par l'application de la contrainte. La distance d'interpénétration  $\delta_0$  induite par les contraintes minimales (utilisées dans le cadre de nos expériences) est évaluée pour des billes d'acier 100Cr6 de diamètre 10 mm à environ  $1 \mu m$ . Elle est donc près de 70 fois supérieure au déplacement normal maximum de la surface des transducteurs de l'ordre de  $15 nm$ , obtenus pour une excitation de fréquence centrale 35 kHz.

### 2.1.2 Sensibilité au contact hertzien

Dans le premier chapitre, le contact hertzien dans le cas d'un contact bille/plan a été rappelé. Le cas de figure envisagé ici est le comportement élastique de la zone de contact bille/bille sous contrainte  $F_0$  pour deux billes identiques et parfaitement sphériques de rayon  $R$  (ou localement sphériques au niveau du contact). Nous supposons également qu'aucun glissement n'a lieu au niveau du contact lorsque la contrainte est appliquée. Dans ce cas la solution exacte du problème d'élasticité linéaire permet d'obtenir la distance de rapprochement  $\delta_0$  des centres des deux sphères et le rayon  $a$  de la surface de contact :

$$\delta_0 = \left(\frac{F_0}{K}\right)^{2/3} \quad a = \left(\frac{F_0}{K}\right)^{1/3} \sqrt{R} \quad (2.1)$$

où  $K$  est une constante s'exprimant en fonction des constantes élastiques<sup>2</sup> des sphères comme suit :

$$K = \frac{\sqrt{2R}}{3} \frac{E}{1 - \nu^2}. \quad (2.2)$$

$E$  et  $\nu$  représentent respectivement le module d'Young et les coefficients de Poisson du matériau des sphères considérées. Les travaux [6, 7, 17-20] font référence à cet ensemble de relation non-linéaire entre  $\delta_0$  ou  $a$  et  $F_0$ .

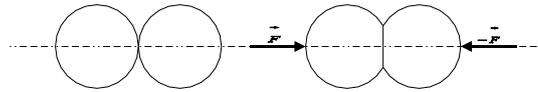


FIG. B-1 – Contact hertzien sphère-sphère

### 2.1.3 Modélisation par une chaîne masse-ressort

Les études [19-21] caractérisent la propagation d'une perturbation acoustique le long d'une chaîne de billes par l'évolution de la vitesse de groupe des ondes et de la fréquence de coupure en fonction de la contrainte. Dans la suite, nous allons voir comment ces deux paramètres permettent une telle caractérisation.

<sup>2</sup>Dans la mesure où les billes sont constituées du même matériau, possédant ainsi des modules d'Young  $E$  et des coefficients de Poisson  $\nu$  identiques.

Nous avons vu dans le premier chapitre, que, sous contrainte, la région de contact, petite devant les dimensions de la bille, se comporte comme un ressort non linéaire dont la raideur dépend de la contrainte appliquée. Le reste de la bille, i.e. sa quasi-totalité, peut être assimilé à un corps indéformable de masse  $m = (4/3)\pi\rho R^3$ . Ainsi une colonne de billes peut être modélisée par une chaîne masse-ressort tant que la contrainte n'est pas supérieure à la limite d'élasticité du matériau. Cette modélisation est d'autant plus justifiée que les billes sont rigoureusement identiques en dimension, en forme et en masse.

Considérons une chaîne de  $N$  masses  $m$  connectées entre elles par des ressorts non-linéaires dont nous justifierons la raideur a posteriori. Les forces de rappel sur chaque masse dépendent de la différence entre la distance<sup>3</sup>  $\delta_0$  et la position du centre des masses induite par la contrainte dynamique. Les études [20, 22] donnent l'expression de la force d'interaction entre la  $n^{ieme}$  et la  $(n + 1)^{ieme}$  masse pour un nombre de billes supérieur à 1 :

$$F_{n \leftrightarrow n+1} = K(\delta_0 - (U_{n+1} - U_n))^{3/2} \quad \text{si} \quad U_{n+1} - U_n < \delta_0 \quad (2.3)$$

$$F_{n \leftrightarrow n+1} = 0 \quad \text{sinon} \quad (2.4)$$

où le déplacement du centre de la  $n^{ieme}$  masse, d'abscisse  $x_n$  au repos, est noté  $U_n$ .

Ainsi, comme dans le cas de la bille seule contrainte par deux plans parallèles (c.f. chap.(1.2.3)) et conformément à [20, 22], nous pouvons établir, pour le cas non-dissipatif, l'équation du mouvement de la  $n^{ieme}$  masse :

$$m \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} = K \left[ (\delta_0 - (U_n - U_{n-1}))^{3/2} - (\delta_0 - (U_{n+1} - U_n))^{3/2} \right], \quad 2 \leq n \leq N - 1 \quad (2.5)$$

Le cadre du régime linéaire acoustique impose  $|U_{n+1} - U_n| \ll \delta_0$ , quel que soit  $n$ . Si on introduit les développements limités à l'ordre 1 de  $(1 - |U_{n+1} - U_n|/\delta_0)^{3/2}$ , la relation (2.5) devient :

$$\ddot{U}_n = \omega_0^2 (U_{n+1} - 2U_n + U_{n-1}), \quad \text{avec} \quad \omega_0^2 = \frac{3}{2} \frac{K}{m} \sqrt{\delta_0} = \frac{3}{2} \frac{K^{2/3}}{m} F_0^{1/3}, \quad 2 \leq n \leq N - 1 \quad (2.6)$$

La solution du problème est donnée par la résolution du système des  $(N-2)$  équations différentielles linéaires couplées, présentant la forme classique de l'équation gouvernant le mouvement des  $(N-2)$  masses reliées par des ressorts de raideur  $r = m\omega_0^2 = \frac{3}{2} K \delta_0^{1/2}$ . La résolution de ce système d'équations, pour une contrainte  $F_0$  donnée<sup>4</sup>, est courante ; plusieurs références [29–31] en donnent la solution. Si une excitation harmonique  $Ae^{i\omega t}$  est imposée à une des masses du réseau, aucune information, en régime permanent et sans atténuation, ne permet de discriminer une masse d'une autre si ce n'est sa phase par rapport à celle de la source. Ainsi le déplacement de la masse est exprimé par :

$$U_n = Ae^{i(\omega t + \varphi_n)} \quad (2.7)$$

<sup>3</sup>Induite par la contrainte appliquée  $F_0$ .

<sup>4</sup>Cette contrainte détermine, dans le modèle masse-ressort, la valeur de la raideur du ressort.

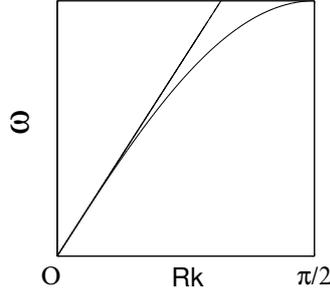


FIG. B-2 – Courbe de dispersion

Lorsque les expressions {2.7}, concernant les termes de rang  $(n-1)$ ,  $(n)$  et  $(n+1)$ , sont introduites dans l'équation {2.5}, il vient :

$$-M\omega^2 + 2K = K[e^{i(\varphi_{n+1}-\varphi_n)} + e^{i(\varphi_{n-1}-\varphi_n)}] \quad (2.8)$$

En considérant le déphasage constant entre deux masses voisines de la chaîne, i.e.  $\Delta\varphi = -2kR$ , la relation de dispersion est donnée par :

$$\omega = 2\sqrt{\frac{K}{m}}|\sin(Rk)| \quad (2.9)$$

La pulsation propre du système possède une limite  $\omega_c = 2\omega_0$ , représentée sur la figure B-2 lorsque  $Rk = \pi/2$ . La courbe de dispersion présente deux tendances, dont l'une et l'autre sont respectivement linéaire et non-linéaire. Dans la partie non-linéaire de la courbe, approximativement lorsque  $\pi/4 \leq Rk \leq \pi/2$ , la propagation acoustique des ondes devient dispersive : la vitesse de groupe et la vitesse de phase ne sont plus égales et les paquets d'ondes à différentes fréquences ne se propagent plus à la même vitesse. Nous chercherons à déterminer, pour nos milieux, si nous nous trouvons dans la partie linéaire ou non-linéaire de cette courbe.

### 2.1.3.1 Relation entre vitesse, fréquence de coupure et contrainte appliquée

Dans le cadre de l'approximation linéaire, Falcon [20] exprime la fréquence de coupure des ondes longitudinales et la vitesse de propagation des ondes longitudinales basse fréquence (B.F.) dans le réseau de billes. Ainsi la fréquence de coupure  $f_c$ , fréquence à partir de laquelle les ondes B.F. ne se propagent plus, est directement liée à la pulsation  $\omega_c$  :

$$f_{c,L} = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2m}} K^{1/3} F_0^{1/6} \quad (2.10)$$

La relation (2.10) peut être exprimée, comme au §(1.2.3), à l'aide des constantes élastiques et de la densité des billes. Nous obtenons la formulation suivante :

$$f_{c,L} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1}{8\pi}} \left[ \frac{2}{3} \frac{1}{(1-\sigma^2)} \right]^{\frac{1}{3}} \rho^{-\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{3}} R^{-\frac{4}{3}} F_0^{\frac{1}{6}} \quad (2.11)$$

La vitesse du son des ondes de grandes longueurs d'ondes, correspondant aux vitesses de groupe et de phase, est exprimée pour la partie non dispersive de la courbe (B-2) de la façon suivante :

$$C_{s,L} = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\omega}{K} = \sqrt{\frac{6}{m}} R K^{1/3} F_0^{1/6} \quad (2.12)$$

Pour le cas des fréquences de résonances, le paragraphe §(1.2.3) nous permet de penser que le nombre de résonances ainsi que leurs valeurs dépendront du nombre de billes constituant la colonne comme le nombre de degré de liberté dans le cas d'une chaîne masse-ressort. Nous adoptons ainsi un point de vue macroscopique, par opposition au point de vue microscopique pour les ondes de surface. Nous pouvons dire que les fréquences de résonance, exprimées pour le cas non-dissipatif, et dans le cadre de la polarisation longitudinale, seront de la forme :

$$f_{res,L} = \frac{A_i}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{8\pi}} \left[ \frac{2}{3} \frac{1}{(1-\sigma^2)} \right]^{\frac{1}{3}} \rho^{-\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{3}} R^{-\frac{4}{3}} F_0^{\frac{1}{6}} \quad (2.13)$$

pour lesquelles les  $A_i$  dépendent du nombre de billes.

L'étude de la fréquence de coupure, dans le cas de la polarisation transversale, est étudiée dans [18]. Son expression, proche de celle que nous avons obtenue en (2.11) pour la polarisation longitudinale, est donnée par :

$$f_T = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2\pi(1+\sigma)(2-\sigma)}} \left[ \frac{3}{4}(1-\sigma^2) \right]^{\frac{1}{6}} \rho^{-\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{3}} R^{-\frac{4}{3}} F_0^{\frac{1}{6}} \quad (2.14)$$

Nous pourrions de la même façon que précédemment exprimer la vitesse des ondes pour la colonne de la bille. Si nous ne le faisons pas, c'est parce que les moyens expérimentaux utilisés ici ne nous permettraient pas de discriminer ce qui est dû à la polarisation longitudinale et à la polarisation transversale. Nous avons préféré étudier le cas de la colonne uniquement dans le cas de la polarisation longitudinale.

#### 2.1.4 Récapitulatif des lois du contact hertzien en polarisation longitudinale et transversale

Nous avons dressé dans le tableau suivant les lois concernant la vitesse, la fréquence de coupure ou les résonances des systèmes. Ces relations nous seront utiles par la suite.

	Vitesse des ondes	Fréquence de coupure	Fréquences de résonance
Longitudinale	$\sqrt{\frac{6}{m}RK^{1/3}F_0^{1/6}}$	$f_{c,L} = \frac{K^{1/3}}{\pi} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2m}} F_0^{1/6}$	$f_{res,L} = A_i \frac{K^{1/3}}{2\pi} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2m}} F_0^{1/6}$
Transversale		$f_{c,T} = \frac{\Gamma}{\pi} \frac{1}{\sqrt{m}} F_0^{1/6}$	$f_{res,T} = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{m}} F_0^{1/6}$

TAB. 2.1 – Récapitulatif des lois du contact hertzien pour les polarisations longitudinales et transversales

L'expression de  $\Gamma$  est donnée, comme pour  $K$ , en fonction de  $R$  et des constantes élastiques du milieu :  $\Gamma = \sqrt{\left(\frac{3}{4}R\right)^{\frac{1}{3}} \frac{2E^{\frac{2}{3}}(1-\sigma)^{\frac{1}{3}}}{(2-\sigma)(1+\sigma)^{\frac{2}{3}}}}$ .

Les différentes relations (vitesses des ondes, fréquences de résonance et de coupure des ondes), dépendent toutes de la contrainte statique appliquée. L'exposant de la loi non-linéaire portant sur  $F_0$ , établie pour des billes identiques parfaitement (ou localement) sphériques, sans glissement, est en  $1/6$ . Dans le cas linéaire, les études [19, 20, 22] mettent expérimentalement en évidence le vide sonique [32] : aucune onde ne peut se propager si la contrainte appliquée est nulle.

### 2.1.5 Modèles alternatifs au contact de Hertz

Une incursion dans les milieux tri-dimensionnels est nécessaire pour comprendre l'histoire des études acoustiques portant sur le contact de Hertz et la caractérisation de son exposant. Les études expérimentales de Mindlin et al. [25] de 1957, ont été effectuées sur un arrangement périodique tri-dimensionnel de billes identiques<sup>5</sup> : un réseau cubique à faces centrées. Leur approche théorique montre que pour un tel empilement régulier sous contrainte isotrope, la vitesse des ondes  $C_S$  dépend non-linéairement de la pression  $p_0$ , conformément au loi du contact de Hertz, i.e.  $C_S \propto p_0^{\frac{1}{6}}$ . Leurs résultats expérimentaux, en désaccord partiel avec les prédictions théoriques, mettent en évidence deux régimes :

$$C_S \propto p_0^\mu, \quad \begin{cases} \mu = \frac{1}{4}, & \text{pour les "faibles" pressions} \\ \mu = \frac{1}{6}, & \text{pour les "fortes" pressions} \end{cases} \quad (2.15)$$

Comme le relève Gilles [22], les plages de contraintes explorées dans l'étude expérimentale [25] sont réduites et il est délicat d'utiliser les lois de puissances sur de telles plages. Néanmoins, les études sur le sujet traitent, depuis, du régime hertzien (exposant hertzien pour  $\mu = \frac{1}{6}$ ) ou non hertzien (exposant en  $\mu \neq \frac{1}{6}$ ).

Différents modèles ont tenté de justifier les régimes non hertziens. Deux écoles se distinguent : la première tire parti, à l'échelle microscopique, de la nature du contact entre deux billes<sup>6</sup> [27, 28]. La

<sup>5</sup>Deux gammes de billes sont utilisées. Dans les deux cas, le diamètre est égal à  $3,175\text{mm}$ , mais la première gamme présente un meilleur degré de sphéricité (tolérance sur le diamètre de  $\pm 0,25\mu\text{m}$ ) que la seconde (tolérance sur le diamètre de  $\pm 1,3\mu\text{m}$ ).

<sup>6</sup>Contact non localement sphérique, validité du domaine élastique de la région du contact.

deuxième considère le désordre des contacts comme principale cause du régime non hertzien, et place donc les comportements collectifs<sup>7</sup> du milieu granulaire au centre du problème. Nous reviendrons sur cette dernière dans la deuxième partie de ce manuscrit.

La première remise en cause [27], pour un cas uni-dimensionnel, porte une attention particulière au contact localement conique, et non plus sphérique, pour justifier le régime non hertzien. En passant d'un contact localement sphérique à un contact conique, la dimension de la région de contact, proportionnelle à  $\sqrt{\delta R}$ , devient  $\beta\delta$  où  $\beta$  est donné par l'angle au sommet de la surface conique. La conséquence de cette modification est de transformer  $F$ , proportionnel respectivement à  $\delta^{3/2}$  – pour un contact localement sphérique – et à  $\delta^2$  – pour un contact localement conique –, pour les faibles contraintes imposées aux billes. Pour un contact localement conique, l'exposant de la loi non-linéaire<sup>8</sup> devient donc non hertzien en  $\mu \approx 1/4$ . Pour des contraintes pour laquelle le contact conique disparaît au profit du contact sphérique, le régime devient hertzien.

La deuxième remise en cause uni-dimensionnelle, concerne la non-élasticité de la région de contact entre les deux billes [28]. Ainsi de Gennes émet une hypothèse sur la surface et le voisinage proche des billes d'acier utilisées dans les expériences de Mindlin et al. [25]. Selon lui, le fait qu'elles puissent être oxydées et leur surface caractérisable par une croûte molle, est à l'origine du régime non hertzien. Le module de rigidité au voisinage de la surface est inférieure à celui de la bille et la déformation relative, qui pour une bille non oxydée serait proportionnelle à  $\delta/a^9$ , devient ici, proportionnelle à  $\delta/e$  ou  $e$  est l'épaisseur de la croûte molle. Nous retrouvons une loi généralisée de forme  $F_0 \propto \delta_0^\alpha$  avec un exposant non hertzien  $\alpha = 1/4$ . Pour des contraintes, au dessus de laquelle la déformation induite par la contrainte est supérieure à  $e$ , la croûte molle n'intervient plus et la loi contrainte/déformation décrit un régime hertzien.

## 2.1.6 Ordre de grandeur pour le contact hertzien et différents paramètres

### 2.1.6.1 Sensibilité au poids

Comme nous l'avons vu précédemment, le travail sur une colonne de sphères horizontales sous contrainte permet de réduire les paramètres d'étude. Pour une colonne verticale<sup>10</sup>, la charge augmente proportionnellement avec le nombre de billes constituant la colonne. Il paraît intéressant de voir quels sont les ordres de grandeur des effets induits sur une colonne verticale avant de songer aux effets sur un milieu tri-dimensionnel. Cet effet ne sera évidemment à prendre en compte que pour des colonnes pour lesquelles la contrainte normale appliquée est nulle ou faible. Il donne néanmoins une indication sur la correction à apporter aux faibles échelles.

Nous considérons une bille d'acier 100Cr6 de diamètre 10 mm et de masse approximative 4,1g, reposant sur un plan (constitué d'un matériau possédant sensiblement les mêmes caractéristiques

<sup>7</sup>Dépendant eux aussi de la nature du contact, à une échelle microscopique.

<sup>8</sup>Conformément à la convention adoptée par Coste et al. [19, 22], la loi de contact généralisée  $F_0 \propto \delta_0^\alpha$  nous permet d'obtenir une vitesse du son dans le milieu  $C_S \propto p_0^\mu$  ou  $\mu = \frac{\alpha-1}{2\alpha}$ .

<sup>9</sup> $a$  est le rayon de zone de contact bille/bille.

<sup>10</sup>La plupart de nos expériences, pour des colonnes ou des milieux tri-dimensionnels, sont réalisées pour une configuration verticale.

élastiques). Sous son propre poids, la distance d'interpénétration  $\delta_{0,b}$  au niveau de la zone de contact bille/plan vaut environ 23,6 nm. La contrainte minimale, imposée par le piston mobile supérieur, est donnée par son propre poids, d'environ 12 N. Pour la bille d'acier considérée, la distance  $\delta_{0,p}$ , induite par le poids du piston, vaut 1,06  $\mu\text{m}$ . La distance  $\delta_{0,p}$  est près de 46 fois supérieure à  $\delta_{0,b}$ . Le nombre de couches maximum pour les milieux réalisés pour nos expériences ne dépasse pas 7 couches. Nous sommes donc sûrs qu'aucune correction ne doit être apportée, même aux faibles échelles.

### 2.1.6.2 Sensibilité thermique

Il semble évident que la température ait un effet important sur le contact hertzien tout comme l'hygrométrie, ou la pression atmosphérique. Nous ne parlerons ici que de l'effet de température. Considérons le cas d'une bille de rayon  $R$  en contact avec deux plans semi-infinis parallèles (distants de  $2R$ ). Pour simplifier, nous admettrons que la bille et le plan sont de même nature (même module d'Young et même coefficient de Poisson).

Nous ne considérons la dilatation thermique que sur une dimension de la bille, celle correspondant au diamètre. Nous supposons que cette dilatation est isotrope.

Soit  $l = l_0(1 + \lambda t)$  où  $l$ ,  $l_0$ ,  $\lambda$ , et  $t$  sont respectivement la longueur à  $t^\circ\text{C}$ , et à  $0^\circ\text{C}$ , le coefficient de dilatation thermique et la température. La variation de longueur entre deux températures  $t_1$  et  $t_2$  est donc donnée par  $\Delta l = l_0\lambda(t_2 - t_1) = l_0\lambda\Delta t$ .

Pour une bille d'acier 100Cr6 de 5 mm de rayon, dont le coefficient de dilatation thermique est de l'ordre de  $10^{-5}$ , la dilatation thermique sur le diamètre, pour une élévation de  $1^\circ\text{C}$ , est de l'ordre de 0.1  $\mu\text{m}$ .

Cette déformation est infime par rapport aux dimensions de la bille. La force hertzienne induite par cette dilatation de la bille, si nous considérons que les parois restent immobiles, est, elle, aussi faible, puisqu'elle avoisine les 0.09 N. Cependant, pour cette contrainte, et si nous considérons que les plans semi-infinis représentent la surface des transducteurs, une onde peut se propager dans la bille à une vitesse de l'ordre de 250 m/s. La région de contact entre le transducteur et la bille est un disque de rayon approximatif 10  $\mu\text{m}$ . La température est donc susceptible de jouer un rôle d'interrupteur pour le passage des ondes acoustiques.

Une élévation totale de  $5^\circ\text{C}$  a pour conséquence une dilatation totale sur le diamètre de la bille citée de 0.25  $\mu\text{m}$ , la zone de contact entre la bille et le plan atteint un rayon de 25  $\mu\text{m}$ , la vitesse des ondes acoustiques est de l'ordre de 400 m/s, et enfin la fréquence de coupure atteint 12 kHz. Dans le cas où deux billes seraient en contact à leur extrémité avec deux plans parallèles de même matériau, nous trouvons des ordres de grandeur comparables pour les évolutions de contraintes, de vitesses, et de fréquences de coupure.

Considérons un milieu infini parfait de billes mono-disperses ou poly-disperses, mais constitué du même matériau. Si nous supposons qu'une élévation de température est effective au même instant pour tout le milieu où aucun glissement entre grain n'est possible, la dilatation affecte de la même manière toutes les billes et les chemins de contrainte demeurent identiques. Pour notre expérience,

le fait que le milieu soit de petite dimension, limite la variation locale de température. Cependant les parois en plexiglas ne sont pas parfaitement planes et parallèles entre elles, des glissements peuvent avoir lieu entre billes ou entre les billes et les parois. C'est pourquoi nous pouvons supposer que des réarrangements locaux se produisent dus à une variation de température.

Si cet effet peut avoir une influence notable à contrainte nulle ou faible, il est de moins en moins important au fur et à mesure que la contrainte appliquée sur le milieu devient importante.

## 2.2 Domaine haute Fréquence : modes de surface

La référence [18], a déjà été évoquée dans le cadre de l'étude du régime basse fréquence. Une partie de cette étude est en effet dédiée à la caractérisation d'un régime basse fréquence gouverné par la loi de Hertz lorsque la polarisation du transducteur est transversale. La majeure partie de l'étude est néanmoins consacrée à la propagation d'ondes "haute fréquence" (au-delà de la fréquence de coupure du régime hertzien) à la surface des billes constituant les colonnes. A notre connaissance, il s'agit des seules études acoustiques portant sur les ondes se propageant à la surface des colonnes. De Billy caractérise de façon univoque l'existence de deux familles d'ondes de surface dépendant de la polarisation de l'émetteur acoustique. Cette caractérisation est réalisée dans le domaine temporel [18] par analyse des temps de vol entre paquets d'onde et dans le domaine fréquentiel [17] par identification des résonances en fonction du rayon et du matériau des billes. Pour une polarisation longitudinale de l'émetteur, des ondes de type Rayleigh et de galerie à écho sont générées et se propagent à la surface des billes. Pour une polarisation transversale, des ondes de torsion et sphéroïdales sont générées. De Billy [18] généralise, pour les colonnes de billes, les travaux [11–13, 15, 16] qui ont été menés à l'échelle de la bille.

## 2.3 Résultats expérimentaux

### 2.3.1 Régime basse fréquence

Le régime basse fréquence est défini pour des longueurs d'onde, associées à la propagation de la déformation de la zone de contact, très supérieures aux dimensions des billes insonifiées. Il recouvre ainsi le domaine de quasi-staticité, évoqué au §(1.2.2). Les expériences suivantes, faisant varier le nombre de billes d'une colonne de 1 à 4, permettent de réaliser une transition des comportements acoustiques de la bille (d'acier de diamètre 10 mm) aux colonnes de billes. Quel que soit le nombre de billes, deux acquisitions successives dans le temps<sup>11</sup>, pour une colonne (de 1 à 4 billes) laissée libre à elle-même, donnent des résultats rigoureusement identiques. Le piston mobile d'une trentaine de mm d'épaisseur, établissant la contrainte sur la colonne, est guidé par les parois verticales de la cuve. Pour chaque colonne, dix cycles de charge-décharge sont opérés pour étudier la reproductibilité des mesures avec une contrainte unique (poids du piston mobile d'environ 10 N, le dispositif expérimental est analogue à celui représenté en fig. A-11), notamment l'influence du chargement

<sup>11</sup>Avec un intervalle de temps de l'ordre de la minute.

du milieu. L'excitation acoustique de la bille est effectuée à l'aide d'un transducteur v101, attaqué par une impulsion électrique centrée à 350 kHz de tension crête-crête d'environ 50 Volts. Cette excitation large-bande nous permet d'exciter deux régimes bien distincts (c.f. chapitre 1, régimes basse et haute fréquence).

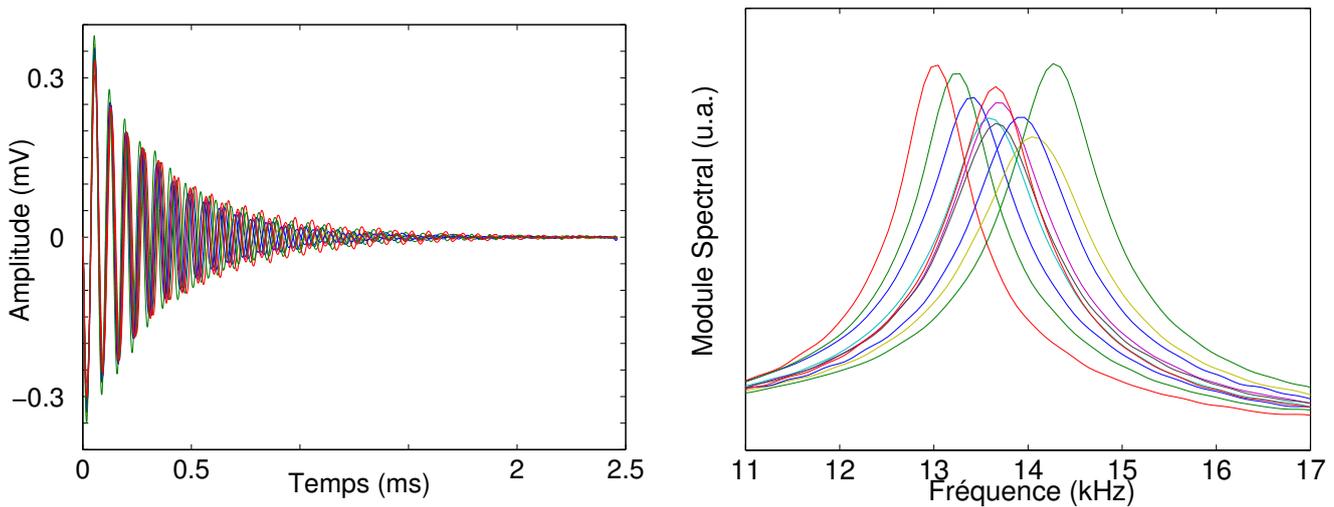


FIG. B-3 – Réponses temporelles filtrées (à gauche) par un filtre passe-bas de fréquence de coupure 100 kHz et fréquentielles (à droite) pour différentes réalisations à même contrainte (poids du piston mobile)

Nous nous intéressons d'abord à la partie basse fréquence de la transformée de Fourier des réponses temporelles. Elles sont donc filtrées numériquement à l'aide de passe-haut de type Butterworth de fréquence de coupure 100 kHz et d'ordre 4<sup>12</sup>. La figure (B-3) illustre les réponses temporelles et fréquentielles filtrées d'une bille d'acier de diamètre 10 mm pour les dix cycles de charge-décharge de contrainte identique. Les déclenchements des signaux en réception ajustés au même instant, nous permettent de constater que les réponses de la bille dépendent fortement du chargement (notamment application d'une charge légèrement différente d'une réalisation à l'autre, ou pour la direction d'application de la contrainte). La sensibilité du contact de Hertz aux conditions expérimentales semble expliquer l'écart des réponses de la bille.

La figure (B-4) présente la moyenne sur l'amplitude des signaux reçus des dix réalisations et une des réalisations pour la réponse temporelle (à gauche) et pour la réponse fréquentielle (à droite). Il apparaît nettement que les premières arrivées du signal temporel résistent à la moyenne (uniquement sur dix réalisations) contrairement aux ondes s'étant propagées sur plusieurs diamètres de la bille.

<sup>12</sup>Les filtres utilisés induisent peu de déphasage par rapport aux signaux non filtrés. Il s'agit de filtres non causaux dont l'obtention passe par les opérations suivantes. Nous utilisons un filtre classique Butterworth noté  $H$ . Un premier filtrage est effectué  $g(t) = H(f(t))$  où  $f(t)$  est la réponse temporelle du milieu insonifié. Le filtre non causal est obtenu par un nouveau filtrage  $H[g(-t)]$ ; cette technique de filtrage possède un grand intérêt pour l'évaluation de la vitesse acoustique établie par mesure de temps de vol.

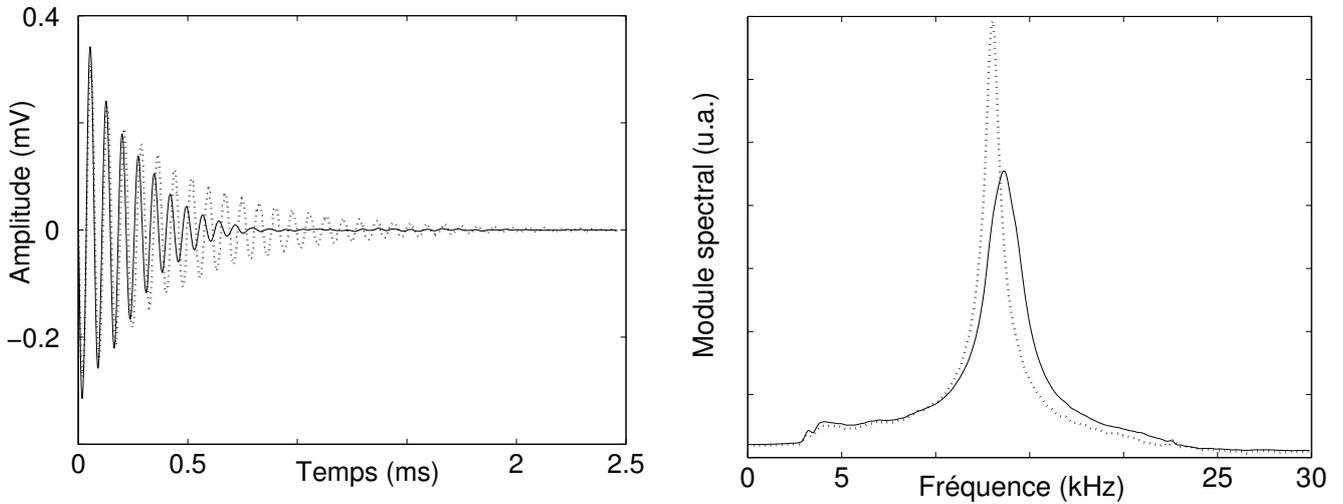


FIG. B-4 – Réponse temporelle (à gauche) et fréquentielle (à droite) d’une bille d’acier (10 mm) pour une des réalisations (en trait tiret) et la moyenne des réalisations (en trait continu)

La moyenne sur un plus grand nombre de réalisations nous aurait probablement permis d’observer plus précisément la résistance à la moyenne dans les domaines temporels et fréquentiels, notamment une localisation plus précise de la fréquence de résonance due au contact hertzien.

Une expérience similaire (même excitation acoustique), pour dix cycles de charge-décharge, est réalisée pour une ”colonne” de deux billes d’acier de diamètre 10 mm. Pour l’étude du régime basse fréquence, un filtre numérique, analogue à celui utilisé pour la bille seule, est employé pour les réponses de la colonne.

La figure (B-5) représente les réponses fréquentielles de la colonne de deux billes pour les dix réalisations de cycle de charge-décharge. Quelle que soit la réalisation, deux résonances, caractérisent cette réponse. Un écart systématique est observable entre les résonances de chaque réalisation, comme pour le cas de la bille. Par contre le rapport entre les deux résonances est pratiquement constant pour les différentes réalisations. Une réponse fréquentielle peut être obtenue en calculant la transformée de Fourier discrète de l’amplitude reçue moyenne (représentée en trait gras) et nous permet d’obtenir un rapport entre les deux résonances de 1.82. En modélisant notre système transducteur/colonne/transducteur, comme pour les études de Coste et al. [19,21,22], par une chaîne 2 masses-3 ressorts, ce rapport est de  $\sqrt{3}$ . Cette modélisation ne prend pas en compte les effets dissipatifs du système. De plus, les raideurs, modélisant la région déformée des billes, dépendent de la nature du contact et des constantes élastiques des corps (c.f. chapitre 1 et chapitre 2). Pour les cas du contact bille-plan et du contact bille-bille, ces raideurs doivent être légèrement différentes. Nous pouvons ainsi expliquer qualitativement l’écart entre le rapport expérimental et théorique des fréquences.

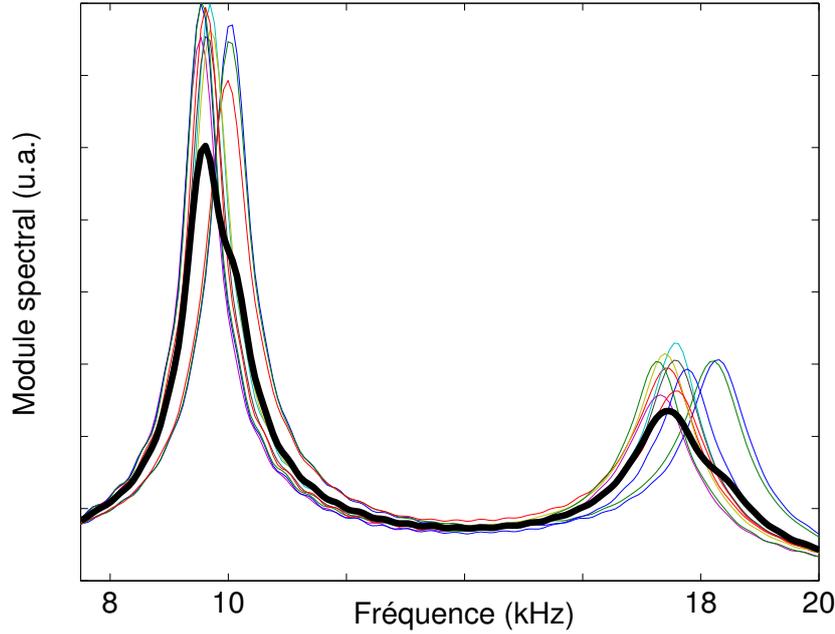


FIG. B-5 – Transformée de Fourier discrète de la réponse temporelle filtrée (Passe-haut de type Butterworth de fréquence de coupure 100 kHz, ordre 4) de la colonne de 2 Billes d’acier (10 mm) sous chargement et déchargement cyclique pour une même charge. La réponse moyenne est donnée en gras

Le modèle masse-ressort semble assez robuste pour expliquer le nombre de résonances (couplé au nombre de degrés de liberté du système) ainsi que le rapport des fréquences de résonances. Nos expériences sont étendues au cas d’une colonne de 3 et 4 billes d’acier de diamètre 10 mm. Le protocole expérimental demeure identique à celui exposé plus haut que ce soit pour la contrainte appliquée, le nombre de cycles-décharges ou l’excitation acoustique. Le nombre de fréquences de résonance pour la colonne de 3 ou de 4 billes est à nouveau dépendant du nombre de degrés de liberté de nos colonnes. La figure (B-6) permet d’observer les fréquences de résonance moyennées sur les dix réalisations de la colonne de 3 et de 4 billes.

	$f_1$	$f_2$	$f_1/f_2$
<i>Th.</i>	$f_0$	$\sqrt{3}f_0$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577$
<i>Exp.</i>	9,69 kHz	17,55 kHz	0,552

TAB. 2.2 – Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales du rapport des fréquences de résonance pour une colonne de 2 billes d’acier de diamètre 10 mm

Un système 3 masses/4 ressorts, modélisant la colonne de 3 billes, peut être caractérisé, lorsque la dissipation n’est pas prise en compte, par les 3 pulsations  $\omega_1 = 2\pi f_1 = \sqrt{2 - \sqrt{2}}\omega_0$ ,  $\omega_2 = 2\pi f_2 = \sqrt{2}\omega_0$  et  $\omega_3 = 2\pi f_3 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}\omega_0$  où  $\omega_0$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  sont respectivement la pulsation propre

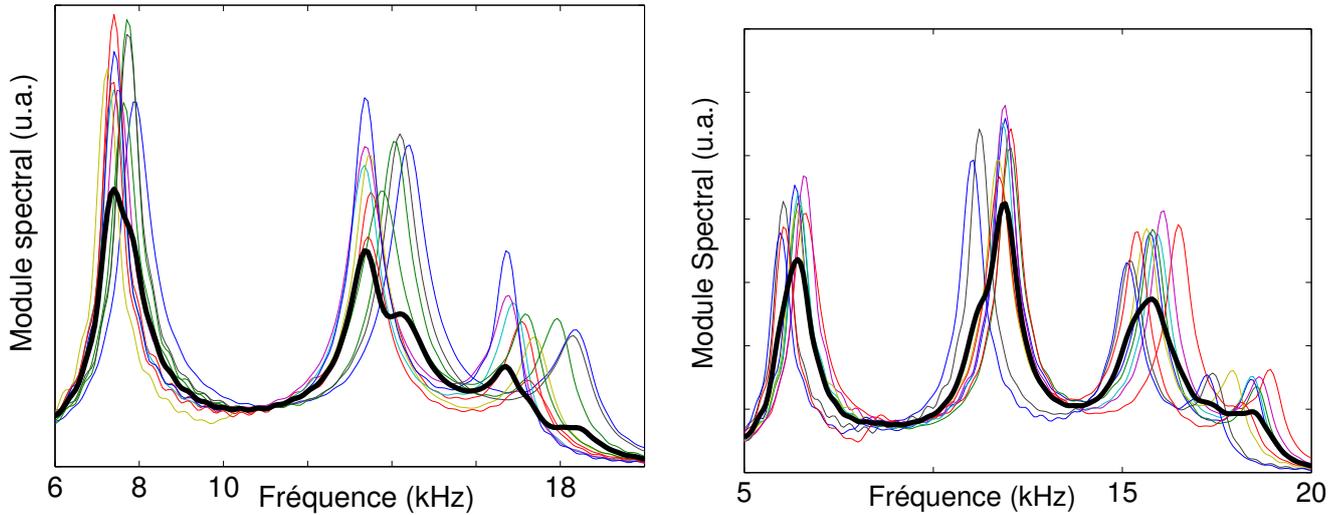


FIG. B-6 – Transformées de Fourier discrètes des réponses temporelles filtrées (Passe-haut de type Butterworth de fréquence de coupure 100 kHz, ordre 4) pour des colonnes de 3 (à gauche) et de 4 billes (à droite). Réponses moyennées sur les 10 réalisations (en gras)

du système et les fréquences de résonance du système. Les rapports théoriques des fréquences de résonance  $f_1/f_3$  et  $f_2/f_3$  peuvent être comparés aux valeurs expérimentales trouvées dans le cadre des colonnes de 3 billes. Cette comparaison théorique/expérimentale peut être également menée pour les colonnes de 4 billes pour lesquelles le modèle, sans effets dissipatifs, prévoit les quatre pulsations propres suivantes :  $\omega_1 = 2\pi f_1 = \sqrt{3/2 - 1/2\sqrt{5}}\omega_0$ ,  $\omega_2 = 2\pi f_2 = \sqrt{5/2 - 1/2\sqrt{5}}\omega_0$ ,  $\omega_3 = 2\pi f_3 = \sqrt{3/2 + 1/2\sqrt{5}}\omega_0$ , et  $\omega_4 = 2\pi f_4 = \sqrt{5/2 + 1/2\sqrt{5}}\omega_0$  permettant d'obtenir des rapports de fréquences théoriques  $f_1/f_4$ ,  $f_2/f_4$  et  $f_3/f_4$ .

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_1/f_3$	$f_2/f_3$
<i>Th.</i>	$\sqrt{2 - \sqrt{2}}f_0$	$\sqrt{2}f_0$	$\sqrt{2 + \sqrt{2}}f_0$	0.41	0.76
<i>Exp.</i>	7,47 kHz	13,43 kHz	16,78 kHz	0.44	0.8

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_1/f_4$	$f_2/f_4$	$f_3/f_4$
<i>Th.</i>	$\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}f_0$	$\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}f_0$	$\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}f_0$	$\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}f_0$	0,325	0,618	0,85
<i>Exp.</i>	6,56 kHz	11,98 kHz	15,87 kHz	18,54 kHz	0,354	0,646	0,856

TAB. 2.3 – Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales (moyennées sur les 10 réalisations) des rapports de fréquences de résonances pour une colonne de 3 (haut) et de 4 billes (bas) d'acier de diamètre 10 mm

L'étude comparative entre les rapports des fréquences théoriques et expérimentales, pour des

colonnes de 3 et 4 billes, est regroupée dans le tableau (2.3). Ces rapports sont très proches de ceux obtenus dans le cadre du modèle masse-ressort, nous permettant de légitimer à nouveau celui-ci comme le modèle permettant de décrire fidèlement les mécanismes propres au contact de Hertz, et ainsi de justifier notre étude sur les fréquences de résonance. Nous avons donc à disposition un "outil" nous permettant, dans le cadre des excitations larges bandes, de mettre en évidence et de quantifier précisément ce qui est dû au contact Hertzien.

Dans cette expérience, nous n'avons pas eu recours à la jauge de contrainte. L'erreur de mesure, inhérente à tout système de mesure, est donc, ici, levée. A contrainte a priori égale (le frottement du piston sur les parois transversales de la cuve influence probablement le chargement), les comportements acoustiques ne sont pas rigoureusement identiques (léger décalage des fréquences de résonance et de coupure). Nos résultats expérimentaux, par l'identification du rapport des fréquences de résonance, montrent que les mécanismes présents sont dus au contact hertzien. Nous rappelons ainsi que ce dernier présente une très forte sensibilité aux conditions expérimentales.

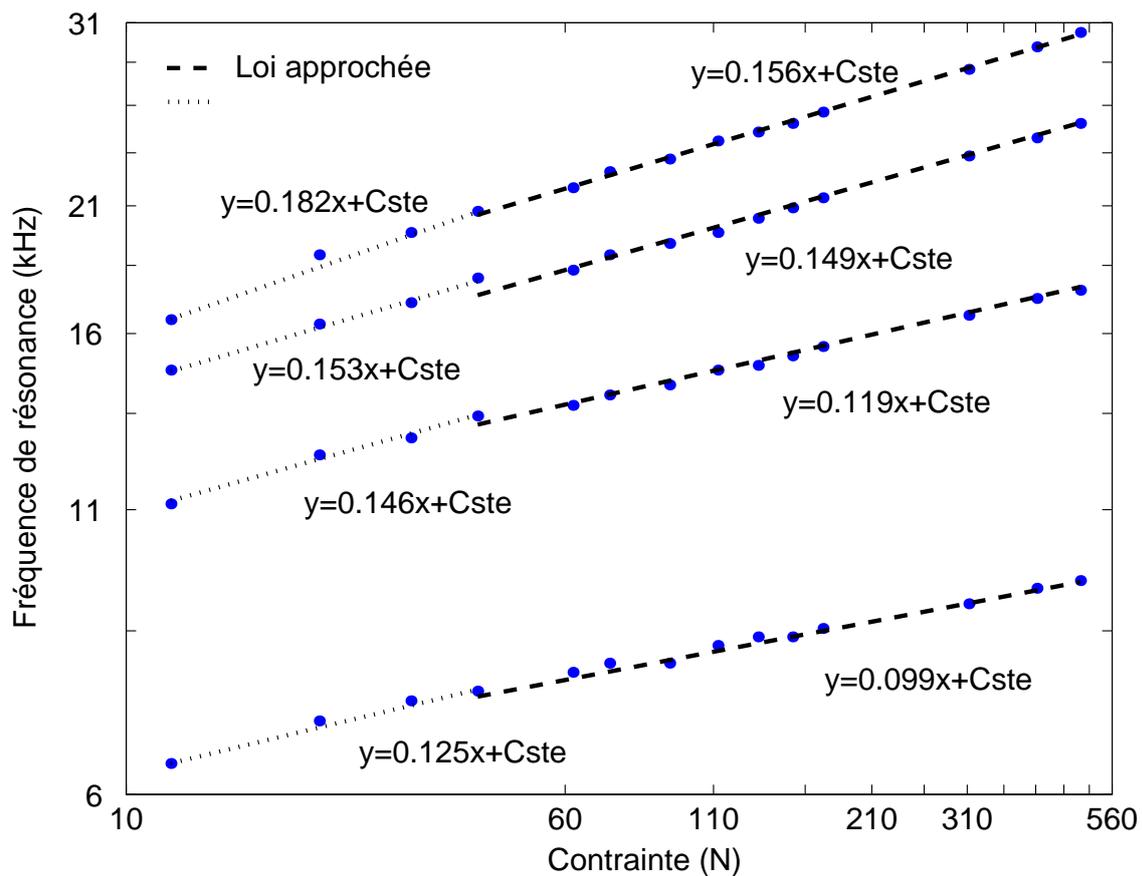


FIG. B-7 – Colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm sous différentes contraintes et soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz

### 2.3.2 Vitesse de groupe et vitesse de phase pour des systèmes sensibles au contact de Hertz

Dans la mesure où le modèle masse-ressort permet la description des comportements acoustiques dus au contact de Hertz, nous avons vu que le nombre de fréquences de résonance est directement lié au nombre de degrés de liberté du système. Nous savons que les fréquences de résonance (c.f. §(1.2.3)), pour une polarisation longitudinale ou transversale des ondes se propageant dans la colonne, et pour un contact localement sphérique entre les billes, varie théoriquement comme la puissance  $1/6$  de la contrainte appliquée  $F_0$ . L'étude précédente a été effectuée pour des contraintes identiques (a priori), mais un nombre variable de billes constituant la colonne, nous permettant d'obtenir des "familles" de résonances. Dans le paragraphe suivant, pour des colonnes de billes de différents diamètres, de larges gammes de contraintes sont utilisées pour mettre une nouvelle fois en évidence les comportements de type hertzien, notamment le suivi de l'évolution de ces familles de résonance. La figure (B-7) représente l'évolution des fréquences de résonance en fonction de la contrainte pour une chaîne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm. Pour chaque contrainte, nous repérons quatre résonances distinctes dans le domaine fréquentiel.

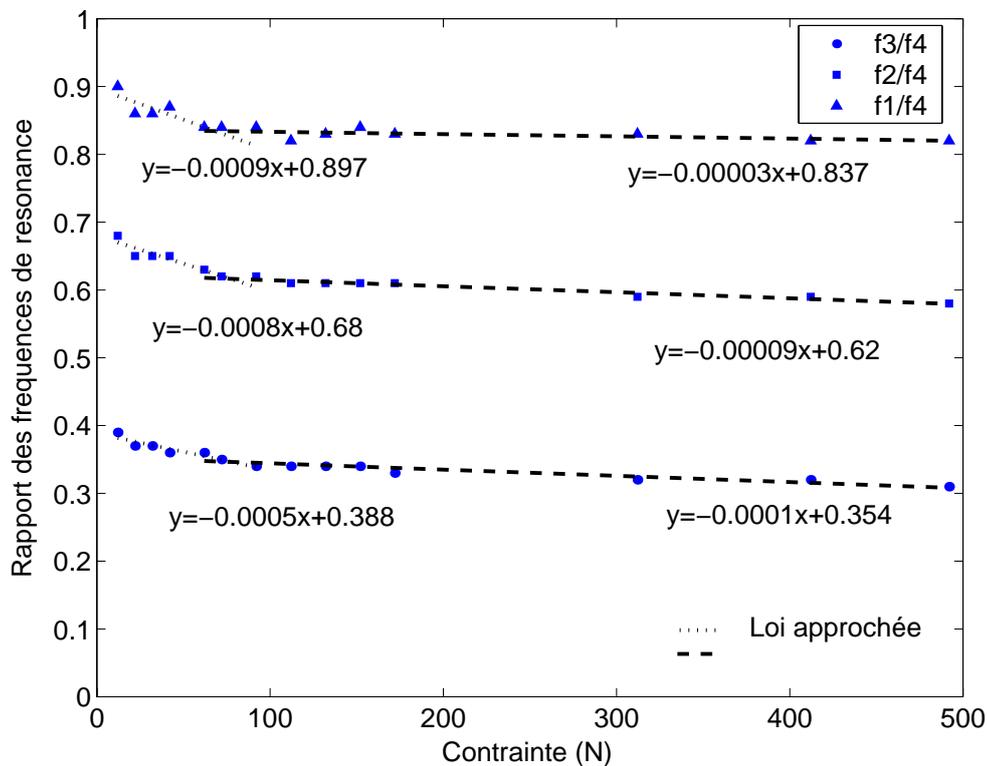


FIG. B-8 – Rapport des fréquences de résonance  $f_1/f_4$ ,  $f_2/f_4$  et  $f_3/f_4$  pour une colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm sous différentes contraintes et soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz

Pour la première valeur de contrainte (12 N), nous retrouvons pratiquement les valeurs de résonances obtenues pour l'expérience précédente (colonne de 4 billes avec des cycles de charge-décharge). Nous trouvons une relation non-linéaire sur les 14 points expérimentaux fréquences-contraintes pour les quatre résonances. Les quatre relations non-linéaires approchant les points expérimentaux n'ont pas l'exposant  $1/6$ , que nous espérons, hormis pour l'évolution de la quatrième résonance. La résolution fréquentielle  $\Delta f$  est constante. L'erreur de mesure, donnée par  $\Delta f/f$ , tend à diminuer lorsque  $f$  augmente. Les modes de plus hautes fréquences sont donc moins sensibles aux erreurs. Ce comportement transitoire sur l'évolution des modes en fonction de la contrainte semble devoir être rapproché de ce qui se passe entre la vitesse de groupe et la vitesse de phase pour la relation de dispersion. En effet, plus la fréquence d'un mode est basse, plus sa vitesse et sa longueur d'onde sont grandes. Cela ne permet pas la caractérisation du contact de Hertz sans indétermination.

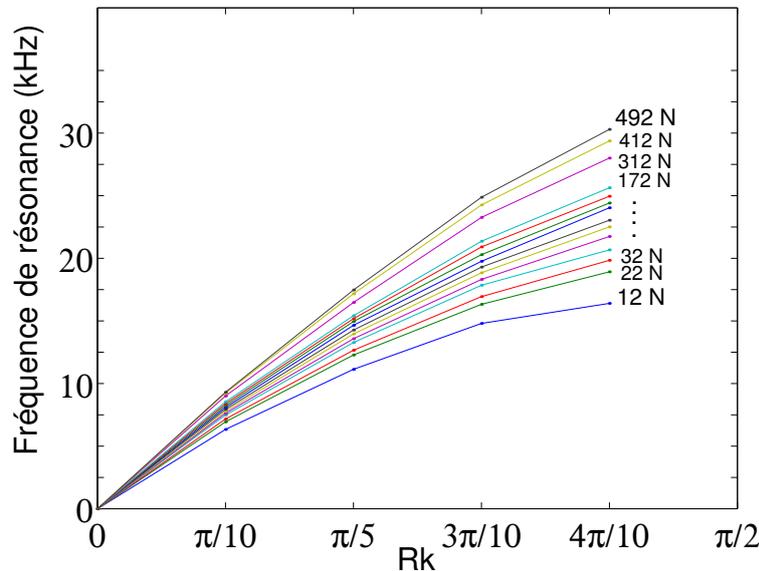


FIG. B-9 – Relations de dispersion pour la colonne de bille d'acier de diamètre 10 mm en fonction de la contrainte

L'évolution des rapports des fréquences de résonance expérimentales  $f_1/f_4$ ,  $f_2/f_4$  et  $f_3/f_4$ , est pratiquement linéaire, hormis pour les gammes de contraintes faibles où les variations d'évolutions de fréquences de résonance sont importantes. Les lois en exposant allant de  $1/10$  à  $1/6$  présentent les plus gros écart aux faibles contraintes. Ces écarts deviennent pratiquement linéaires aux plus fortes contraintes. Comme pour les mesures à l'échelle de la bille, les erreurs de linéarité de la jauge de contrainte sont probablement responsables de cette mauvaise évaluation. Le seuil pour lequel les pentes deviennent linéaires (60 N) correspond approximativement à celui à partir duquel les lois de Hertz à l'échelle de la bille d'acier ne sont plus entachées d'erreur. La figure (B-8) nous permet de constater que les rapports des résonances, pour de grandes contraintes, deviennent des valeurs

proches de celles trouvées pour notre étude précédente (contrainte fixe, nombre de billes varié). L'explication sur l'erreur due à la résolution fréquentielle est confirmée par l'évolution pratiquement linéaire des rapports des fréquences expérimentales .

Il est possible d'obtenir les relations de dispersion, donnant l'évolution des fréquences de résonances en fonction du nombre d'onde telle que le montre la figure (B-2), en exploitant les variations des fréquences de résonance dépendant de la contrainte : les relations sont des coupes de la figure (B-7) pour des contraintes fixes. Dans la mesure où nous ne nous trouvons pas dans l'approximation continue, les modes, caractérisant le système, peuvent être représentés de façon discrète sur la courbe de dispersion, le pas entre chaque mode étant de  $Rk = \frac{\pi}{10}$ .

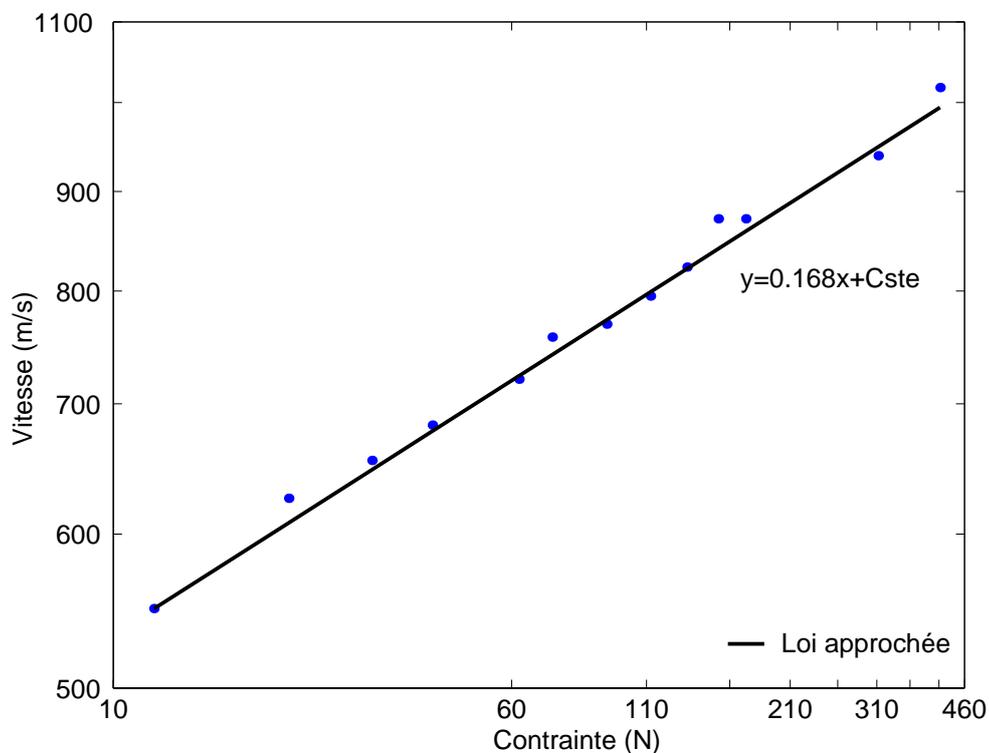


FIG. B-10 – Vitesse en fonction de la contrainte pour une colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm

La figure (B-9) donne ces relations de dispersion pour les 14 contraintes. Nous pouvons y observer qualitativement l'évolution des vitesses de phase et de groupe au fur et à mesure que la contrainte augmente. Il est également possible d'observer l'évolution de la vitesse de groupe en fonction de la vitesse de phase. Aux faibles contraintes, les régimes linéaires et non-linéaires peuvent être facilement identifiés avec apparition de la dispersion. Aux fortes contraintes, la "rigidification" du milieu, impose le fait que la vitesse de groupe tende vers la vitesse de phase (la dispersion n'est plus valide dans un tel système : tous les modes se propagent à la même vitesse). La mise sous contrainte de la colonne de bille tend à périodiser artificiellement le milieu. Tout se passe comme si nous nous

trouvions dans la première partie linéaire de la relation de dispersion à contraintes faibles.

Il est intéressant de noter, que pour de faibles contraintes, les vitesses de phases des modes de plus basses fréquences soient plus grandes que celles de hautes fréquences. Autrement dit, plus la fréquence devient élevée, plus la vitesse de phase devient faible. Pour une contrainte de 12 N, en tenant compte de la figure (B-9), la vitesse de phase du premier mode est près de 2 fois plus importante que celle du quatrième mode, pour des longueurs d'onde en rapport 1/4. Nous pouvons supposer qu'une indétermination sur la mesure des fréquences basses ou des vitesses de phase de ces modes est possible. Nous pouvons également supposer qu'à faibles contraintes, les modes basses fréquences se propageront plus facilement que les modes de fréquences élevées. La réponse des billes à une excitation acoustique large bande, serait donc, dans ce cas, largement conditionnée par la réponse des modes basses fréquences. Les temps de vol serait alors largement influencés par les vitesses de phase des modes basses fréquences. Des courbes de dispersion comparables sont obtenues pour des colonnes de billes avec un nombre de billes les constituant différent ou des billes de diamètres différents.

Pour conclure cette section, nous portons notre attention sur l'évolution de la vitesse des ondes dans la colonne en fonction de la contrainte extérieure appliquée. Cette courbe est tracée en échelle log/log et est donnée en figure (B-10). L'évolution de la vitesse en fonction de la contrainte suit une loi en puissance 1/6. Nous retrouvons des résultats conformes à ceux trouvés par Coste et al.

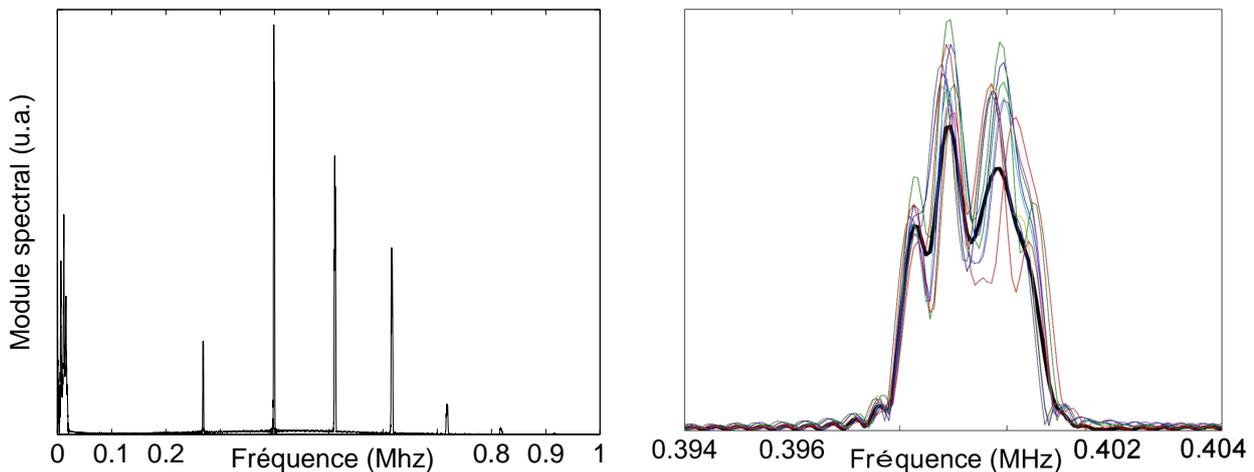


FIG. B-11 – A gauche : Spectre de la réponse d'une colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm. La réponse, à l'excitation d'une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz, est moyennée sur 10 réalisations pour une contrainte proche de 12 N / A droite : Agrandissement de l'échelle autour du mode  $R_{31}$

### 2.3.3 Régime haute fréquence

Cette expérience nous a permis de remarquer qu'une colonne, excitée par une impulsion acoustique polarisée longitudinalement, peut présenter deux régimes fréquentiels distincts. Ces deux types de comportements, basse et haute fréquence, sont déjà présents à l'échelle de la bille. Pour le régime basse fréquence, le fait que la modélisation masse-ressort décrive précisément les comportements acoustiques nous permet de penser qu'il s'agit de comportements dus au contact de Hertz. En ce qui concerne le régime haute fréquence, nous utilisons les mêmes résultats expérimentaux, que pour le régime basse fréquence (transition de la bille à la colonne) : pour chaque colonne (de 2 à 4 billes d'acier de diamètre 10 mm), une série de charge-décharge autour de 12 N est réalisée. La figure (B-11,gauche) montre le spectre de la réponse de la colonne constituée de 4 billes.

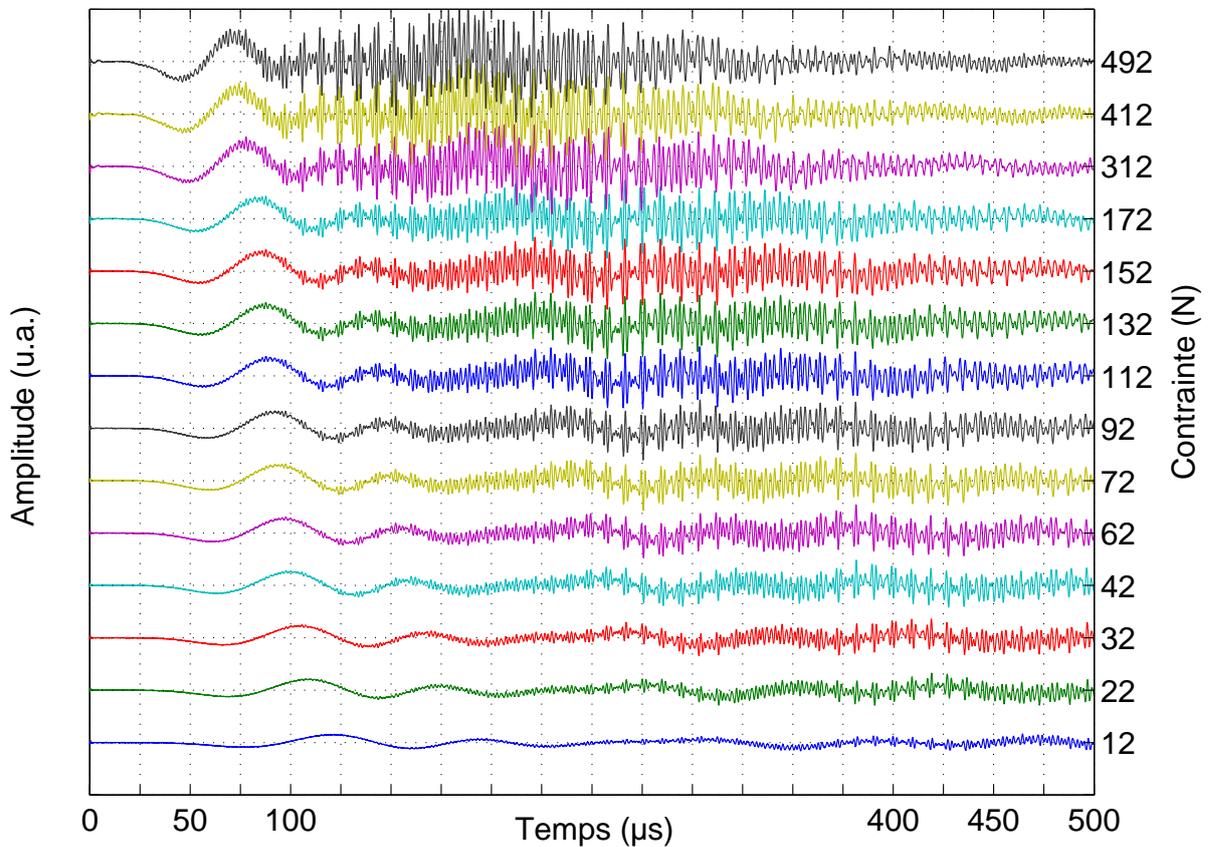


FIG. B-12 – Evolution des réponses temporelles de la colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm en fonction de la contrainte

Les raies spectrales les plus intenses, observables sur la figure de gauche, correspondent aux fréquences des modes  $R_{n,1}$  avec  $1 \leq n \leq 7$  à quelques kHz près. Il est plus remarquable d'observer pour chaque raie, l'apparition de raies fines dépendant du nombre de billes constituant la colonne<sup>13</sup>.

<sup>13</sup>Obtenant ainsi sensiblement le même résultat que pour le régime basse fréquence.

Sur la figure (B-11, droite), nous observons ainsi que pour le mode  $R_{31}$ , et pour les dix réalisations du cycle charge-décharge, un groupe de raies fines se substitue à la raie principale (observée dans le cadre de la bille seule). La réalisation moyenne est caractérisée, elle aussi, par un groupe de raies fines, espacées d'environ  $2 \text{ kHz}$ . Nous pourrions penser que la dispersion en diamètre des billes peut expliquer le décalage des résonances des modes  $R_{nl}$  entre elles. Mais elle ne permet pas, seule, d'expliquer l'apparition de raies fines puisque celle de nos billes ( $R = 5 \text{ mm} \pm 5 \mu\text{m}$ ) serait à l'origine d'un écart théorique entre les raies de  $200 \text{ Hz}$ . Si nous considérons la région de contact bille/transducteur, le point diamétralement opposé ne correspond pas à la zone de contact bille/bille et ainsi pour les autres contacts. Ces décalages peuvent être à l'origine de la création de raies fines. Les ondes de surface de type Rayleigh sont identifiables. Une extension des études [17, 18] est possible ou seule la polarisation transversale permettrait la génération de deux gammes de comportements acoustiques semblables (régime hertzien et modes de surface de flexion et de torsion).

En guise de résumé de ce chapitre, nous présentons deux figures. La première, notée (B-12), donne l'évolution des réponses temporelles en fonction de la contrainte pour la colonne de 4 billes. Nous y observons distinctement l'influence de la contrainte sur les deux régimes basses et hautes fréquences. Pour des contraintes croissantes, et un couplage accru entre les billes, l'amplitude des ondes de surface augmente sans que les temps de vol ne soient modifiés.

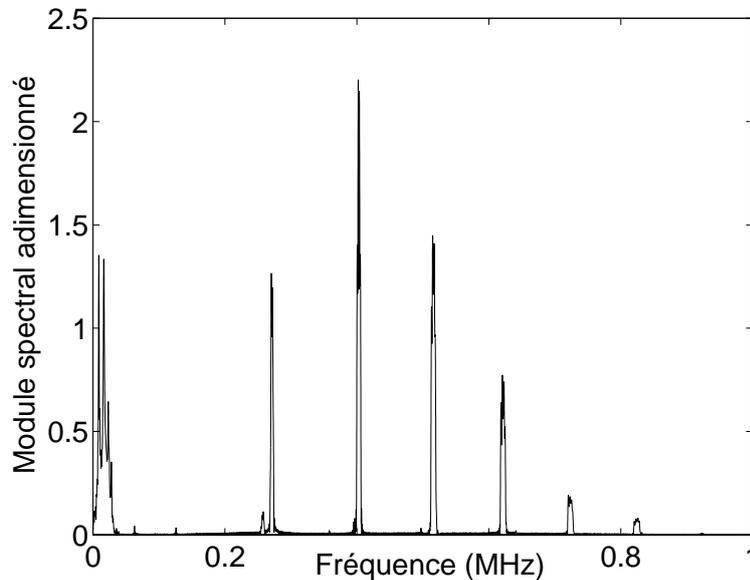


FIG. B-13 – Transformée de Fourier de la réponse temporelle obtenue pour la colonne de 4 billes sous une contrainte de  $312 \text{ N}$ . L'échelle de l'ordonnée est divisée par la valeur maximale du module pour la colonne sous une contrainte de  $12 \text{ N}$

La seconde, notée (B-13), présente le module spectral adimensionné<sup>14</sup> de la réponse de la colonne à une contrainte statique de  $312 \text{ N}$  et à une impulsion acoustique polarisée longitudinalement de

<sup>14</sup>Divisé par la valeur maximum du module de la première réponse accessible à  $12 \text{ N}$ .

fréquence centrale 350 kHz. Comme nous l'avons vu, nous observons les deux régimes basses et hautes fréquences. Nous étendons ainsi les résultats expérimentaux trouvés par de Billy [18] pour des colonnes de billes excitées à l'aide d'impulsions hautes fréquences polarisées transversalement. Notre observation des deux régimes concomitants en polarisation longitudinale est probablement due aux caractéristiques techniques des transducteurs que nous avons employés. De Billy n'a pu réalisé ces observations probablement pour les raisons suivantes :

- les fréquences centrales de l'impulsion imposée aux colonnes et de résonance de ses transducteurs sont plus élevées,
- leur largeur de bande est moins importante.

En retrouvant et en étendant les résultats expérimentaux de de Billy en polarisation longitudinale, nous validons son interprétation des comportements basses fréquences comme étant dus aux modes de chaînes et nous réunissons ses travaux et ceux de Coste et al.

## 2.4 Conclusion

La loi de Hertz est généralement utilisée pour décrire le contact entre deux sphères élastiques identiques sous contrainte. Il est donc naturel que plusieurs modèles aient tenté d'expliquer l'écart à la loi du contact de Hertz par des approches microscopiques pour lesquelles le contact n'est pas purement localement sphérique ou parfaitement élastique. Ainsi Goddard [27] développe l'idée selon laquelle la conicité du contact serait responsable de la loi de Hertz modifiée alors que de Gennes [28] propose un modèle de croûte molle pour expliquer le comportement inélastique des sphères. En utilisant des colonnes de billes de différents matériaux et présentant de larges degrés de sphéricité, Coste et al. ont pu infirmer expérimentalement ces deux hypothèses microscopiques en utilisant une sonde acoustique : les quantités relatives à la propagation acoustique (vitesse de groupe et fréquence de coupure) sont gouvernées par des lois en exposant  $1/6$  conforme à la loi de Hertz.

En effectuant des études sur des colonnes où le nombre de billes est varié, nous avons pu nous assurer, comme cela avait été effectuée dans l'étude [21], que le modèle masse-ressort est le modèle le plus robuste pour décrire les comportements basse-fréquence gouvernés par le contact de Hertz. Nous trouvons notamment que, pour des milieux ou l'approximation continue ne peut pas être prise en compte, le nombre de fréquences de résonance en régime basse fréquence caractérisant le système, est dépendant du nombre de billes de la colonne. Les rapports des fréquences de résonances expérimentales correspondent aux rapports théoriques que nous trouverions pour un système masse-ressort ou le nombre de masse égale le nombre de billes des colonnes. Nous avons ainsi pu trouver des relations de dispersion en fonction de la contrainte nous permettant d'obtenir des informations sur les lois d'échelles et leurs écarts. Nous montrons, à nouveau, la pertinence de la fréquence de résonance quant à la caractérisation des lois de contact hertzien.

Dans ce chapitre nous avons également porté notre attention sur des régimes d'excitations impulsionnelles, polarisées longitudinalement, de fréquences centrales plus élevées. Dans ce cas, des ondes de Rayleigh se propagent à la surface des billes constituant les colonnes et se superposent aux modes

basse fréquences dus au contact de Hertz. Nous étendons ainsi les résultats expérimentaux trouvés par de Billy [18] pour des colonnes de billes excitées à l'aide d'impulsions hautes fréquences polarisées transversalement. Notre étude permet donc de relier son approche expérimentale à celle de Coste et al. et permet de donner un départ d'explication pour les écarts à la loi de Hertz obtenus par de Billy.

Nous avons pu faire pour des colonnes des calculs d'ordre de grandeur quant à l'influence de la gravité et de la température. Ces calculs nous ont permis de vérifier que ces paramètres n'ont pas d'influence pour les plages de contraintes utilisées dans nos expériences. Il semble légitime d'envisager qu'ils n'en auront pas plus pour des milieux 3D. Nous avons ainsi étendu la calibration de notre dispositif expérimental. Ces deux premiers chapitres nous ont permis de retrouver les phénomènes acoustiques basse et haute fréquence et de les étendre de la bille à la colonne. La caractérisation en loi de Hertz pour la polarisation longitudinale semble légitimée. Nous pouvons nous interroger sur le rôle du désordre sur les comportements acoustiques basse et haute fréquence. Le désordre peut-il être responsable du régime non-hertzien ? Vu la sensibilité du contact hertzien à l'échelle de la bille et de la colonne (exemple donnée sur la figure ci-dessous) pour des processus de propagation "cohérent", comment peut-on envisager la propagation à l'échelle d'un milieu 3D ?

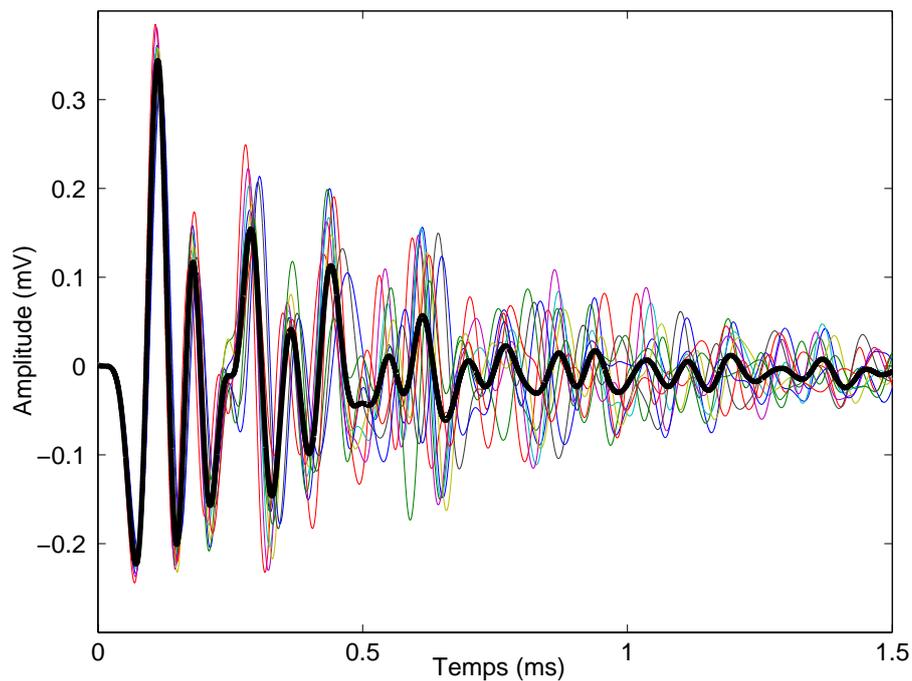


FIG. B-14 – Réponses filtrées (passe-bas de fréquence de coupure 100 kHz) pour la colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 350 kHz. 10 réalisations en cycle de charge-décharge pour une contrainte de 10 N. Moyenne des réalisations (en gras)

## Chapitre 3

# Apparition du désordre

Dans la première partie de ce manuscrit, constituée par les deux premiers chapitres, nous sommes revenus sur les comportements acoustiques, dus au contact de Hertz, existants à l'échelle de la bille et des colonnes de billes. Nous nous intéressons, dans la suite, à la transition entre milieux ordonnés et milieux désordonnés. Nous reviendrons pour expliquer celle-ci dans les études statiques et acoustiques portant sur les granulaires. Ainsi, nous évoquerons les différentes études théoriques et expérimentales ayant abordé ce sujet. Nous reviendrons notamment sur les études expérimentales acoustiques de Coste et al. [22, 23, 33] qui traite cette transition dans le cas d'un réseau hexagonal plan de billes d'acier. Pour caractériser cette transition, nous étudierons dans un premier temps un milieu réduit constitué par deux billes, de diamètres légèrement différents, contraintes entre deux plans parallèles. La dispersion de diamètre induit une différence des forces appliquées aux deux billes. Nous montrerons les interférences acoustiques engendrées par l'écart au diamètre. Nous nous intéressons enfin à des expériences qui illustrent la transition ordre-désordre sur des milieux de taille plus importante.

### 3.1 Un ensemble de définitions

Dans cette section, nous abordons la statique d'un empilement granulaire. La référence [4] place le contact solide-solide (inter-grains) au cœur de cette problématique : la répartition des efforts statiques dans un granulaire dépend fortement de son histoire et de la nature des contacts. La figure ((C-1), gauche) en est une illustration. Il s'agit d'un empilement 2D de "boulets de canon" dont la rangée inférieure est fixée au sol pour éviter les problèmes de stabilité. De façon idéale, les "grains" de cet empilement peuvent être choisis identiques avec des états de surface lisses. Dans ce cas, le réseau de contact est ordonné, et la répartition homogène des forces dans le milieu peut être déterminée facilement. Si l'assemblage paraît présenter une structure idéale à l'échelle macroscopique, on peut expliquer qu'à l'échelle microscopique, la réalité est différente. Les billes utilisées ne présentent pas des diamètres et des formes rigoureusement identiques. Or, Duran [4] précise que "*les forces de contact entre deux solides s'exercent sur des distances de l'ordre du micron*". Le réseau de contacts est donc nécessairement désordonné. Pour autant, malgré ce

désordre, l'équilibre est possible. Il est conditionné par les forces de friction concourant<sup>1</sup> à la stabilité de l'empilement. Dans un empilement idéal, six points<sup>2</sup> de contact existent entre une bille et ses voisines, mais pour un milieu désordonné, l'équilibre d'une bille parmi ses voisines est encore possible si elle ne présente plus que deux points de contact avec elles. Deux remarques découlent directement du caractère désordonné des contacts de l'assemblage réel. D'une part, l'équilibre de cet empilement réel de "boulets de canon" est extrêmement fragile.

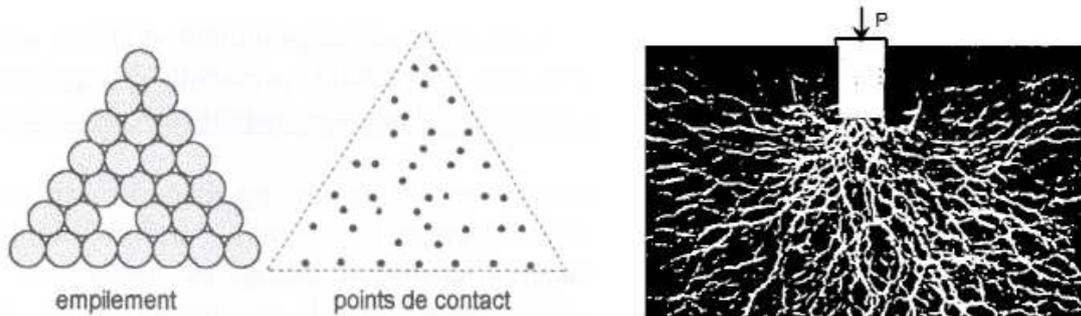


FIG. C-1 – A gauche : Empilement 2D en "boulets de canon" présentant un réseau aléatoire de contact / A droite : Chemin de force pour un empilement granulaire 2D comprimé par le biais d'un piston.

D'autre part, ce désordre dans le réseau de contacts du milieu impose une répartition inhomogène de l'ensemble des forces lorsque le milieu est laissé à lui-même. Ceci est d'autant plus vrai, si le milieu est contraint en un seul point. La distribution inhomogène de forces dépend alors du nombre de contacts entre grains avant établissement de la contrainte, de la taille, de la forme des grains, ainsi que de leurs propriétés élastiques et des forces de frottement entre grains ou entre les grains et les parois. Il est donc évident que la distribution des forces dans les granulaires est dépendante de son histoire. La référence [4] revient sur le caractère fragile de ces distributions de forces (un "enrichissement global" des chemins de forces est observé pour une augmentation de la contrainte, mais les chaînes de forces peuvent apparaître ou disparaître au gré de l'évolution de la contrainte imposée).

### 3.1.1 Approche statique

Les premières expériences de photo-élasticité datent de 1957. Elles ont été réalisées par Dantu [34] pour des empilements 2D de grains devenus biréfringents sous contrainte. Lorsque ces grains sont placés entre deux polariseurs croisés, on peut alors visualiser de façon immédiate la répartition inhomogène de forces dans le milieu. Ce procédé permet d'obtenir une information qualitative sur la répartition des contraintes dans un granulaire. La figure ((C-1), droite) en donne une illustration.

<sup>1</sup>Dues principalement aux états de surface rugueux.

<sup>2</sup>La coordinence ( $z$ ) est le nombre moyen de contacts par grain pour un empilement. La recrudescence de contact est l'accroissement de la coordinence.

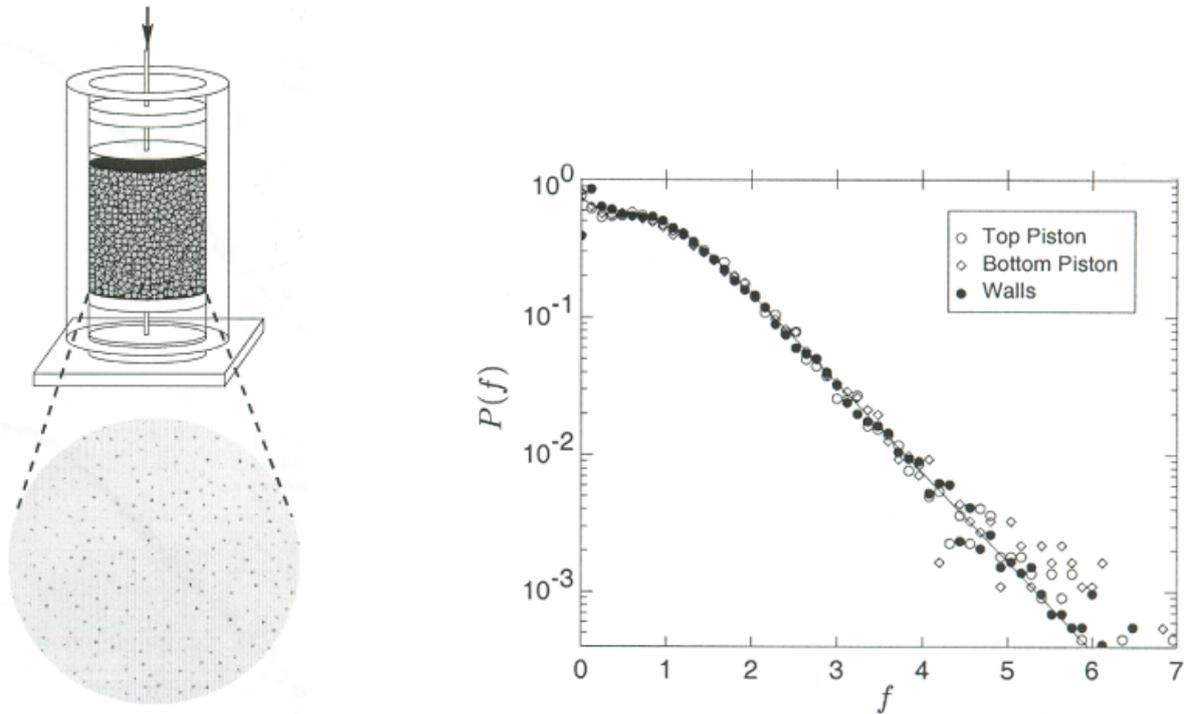


FIG. C-2 – Expérience de mise en évidence des forces appliquées par les billes sur les parois

Cette caractérisation des distributions de forces statiques dans des empilements granulaires à 2D ou à 3D a depuis été réalisée en utilisant cette technique. Pour des milieux granulaires, pour lesquels la taille des grains est de l'ordre du millimètre, des informations quantitatives [35,36] ont été obtenues sur la répartition des forces au niveau des parois du milieu par la technique empirique du papier carbone. Ce procédé tient compte de la taille de l'empreinte laissée par les grains sur des feuilles de papier carbone reposant sur les parois. Les figures (C-2, gauche et droite) présentent le montage expérimental et les résultats issus des travaux de Mueth et al. [36].

Sur la figure (C-2, gauche) les empreintes des billes sur le papier carbone montrent l'inhomogénéité des contraintes qu'exercent les billes en contact avec les parois. Cette distribution des forces illustre aux bords du granulaire les chemins de force internes à celui-ci. Mueth et al. ont montré que la distribution de force est de type exponentiel (c.f. figure (C-2, droite)) : Les forces supérieures à la moyenne<sup>3</sup> sont plus nombreuses que dans un matériau standard pour lequel la distribution de forces est gaussienne.

Plus récemment, Reydellet et al. [37,38] ont tenté de déterminer le meilleur modèle de transmission de contraintes dans les granulaires statiques. Il s'agit d'étudier la fonction réponse<sup>4</sup> d'un granulaire en mesurant le champ de pression à une profondeur donnée engendrée par une surpression locale en surface. Les conclusions de ces études sont qu'à 2D et à 3D la mesure de la fonction réponse est en

<sup>3</sup>La moyenne est égale à 1.

<sup>4</sup>Ce que les auteurs qualifient de "profil de pression à une profondeur donnée".

accord avec la théorie élastique plutôt qu'avec les modèles non-élastiques. Notre bref état de l'art dans ce domaine est loin d'être exhaustif. La caractérisation de ces granulaires peut également être étudiée par le biais des méthodes acoustiques.

### 3.1.2 Approche dynamique

La caractérisation des milieux granulaires par des techniques acoustiques peut se scinder en deux familles dépendant des longueurs d'onde utilisées. Un premier régime est défini lorsque la longueur d'onde<sup>5</sup> est supérieure ou très supérieure à la taille des grains du milieu. Il s'agit du régime basse fréquence que nous avons étudié dans les deux premiers chapitres du manuscrit. Un deuxième régime est obtenu lorsque les longueurs d'onde, toujours définies à l'aide de la vitesse des ondes dues au contact de Hertz, deviennent comparables à la taille des grains. Ce régime est donc intermédiaire entre les régimes basse et haute fréquence<sup>6</sup>, définis dans les premiers chapitre. Nous le qualifierons de régime diffusif<sup>7</sup>. Nous nous intéresserons dans un premier temps au régime basse fréquence dans les milieux tri-dimensionnels. Nous aborderons dans un second temps le régime diffusif.

#### 3.1.2.1 Régime basse fréquence

L'étude menée par Duffy et Mindlin [25], rappelée dans la première partie de ce manuscrit, s'intéresse au comportement élastique d'un arrangement de billes identiques en réseau cubique à faces centrées (c.f.c.). Pour le système idéal théorique sous compression isotrope, les auteurs établissent des relations pour la vitesse du son en fonction de la pression  $P_0$  appliquée conformes à la loi de puissance régie par le contact de Hertz.

##### 1. Théorie du Milieu Effectif (T.M.E.)

L'approche du milieu effectif est principalement fondée sur le désordre des contacts. Elle est adoptée dans la limite des grandes longueurs d'onde. Pour des empilements aléatoires de billes identiques, les propriétés individuelles élastiques de chaque bille sont remplacées par leurs moyennes d'ensemble. Il est ainsi possible d'obtenir un module d'incompressibilité  $K$  et de cisaillement  $\mu$  effectifs pour l'empilement global sous compression. Les vitesse des ondes de compression et de cisaillement pour le milieu effectif sont de la forme :

$$V_L = \sqrt{\frac{K + 4/3\mu}{\rho}} \quad (3.1a)$$

$$V_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (3.1b)$$

<sup>5</sup>Elle est définie à l'aide de la vitesse des ondes due au contact de Hertz.

<sup>6</sup>Ce régime est obtenu lorsque la longueur d'onde, définie par la vitesse des ondes de volume des billes, est comparable à la dimension caractéristique des billes individuelles du milieu.

<sup>7</sup>L'étude [39] traite du problème par le biais de la diffusion multiple.

où  $\rho$  est la densité moyenne du milieu. La théorie du milieu effectif (T.M.E.) prédit que  $K$  et  $\mu$  sont proportionnels à  $P^{1/3}$ , où  $P$  est la pression imposée au milieu, et que le rapport  $K/\mu$  est constant.  $V_L$  et  $V_T$  sont donc proportionnels à  $P^{1/6}$ .

Toutefois, les études expérimentales portant sur des empilements ordonnés (macroscopiquement) [22,23,25,33], ou désordonnés à compacité maximum ( $\cong 64\%$ ) [39–41] montrent qu’aux faibles contraintes l’exposant de la loi de puissance décrivant l’évolution de la vitesse du son dans le milieu est de l’ordre de  $1/4$ , analogue à celui que l’on trouve pour les sables [42]. La T.M.E. ne décrit pas cet écart des comportements élastiques moyens du milieu (même si elle donne de bons ordres de grandeurs). Dans la première partie du manuscrit, nous rappelons que les expériences de Coste et al. [19] permettent d’écarter la nature de contacts individuels entre billes comme justification du régime non hertzien. Le désordre des contacts<sup>8</sup> devient donc le seul candidat pour expliquer un tel régime.

Makse et al. [44] ont remis en cause la T.M.E sur la base de ses prédictions : le rapport  $K/\mu$  est indépendant de la pression appliquée sur le milieu et du nombre de contacts moyens par billes (coordinence).

## 2. Théorie du Champ moyen, Une alternative à la T.M.E.

Une étude théorique récente [45] porte une attention particulière à un réseau 2D triangulaire de billes frottantes. Les billes sont constituées du même matériau et présentent des diamètres légèrement différents. La contrainte sur le réseau est isotrope. Le but des auteurs est de justifier l’écart aux lois de Hertz recensé, pour les faibles contraintes, entre autres, dans les travaux [25,33,43]. La méthode du champ moyen leur permet d’évaluer la variation des forces de contact en fonction des billes pour le réseau de billes considéré. Cela n’est pas pris en compte dans la T.M.E. : le nombre de contacts n’évoluant pas, la distribution des contraintes pour un site évolue homothétiquement avec la contrainte. Le modèle développé par Velicky et al. semble en accord avec les deux régimes non-hertzien et hertzien respectivement aux faibles et aux fortes contraintes. Il semble qu’il soit en excellent accord avec les travaux expérimentaux [22].

### 3.1.2.2 Régime diffusif

Nous considérons toujours dans cette section des longueurs d’ondes associées aux vitesses acoustiques dues au contact de Hertz. Lorsque ces longueurs d’onde deviennent comparables aux dimensions caractéristiques des grains du milieu, l’approche de la diffusion multiple au cas des granulaires secs est adaptée [39] pour expliquer l’apparition d’une partie incohérente dans les signaux acoustiques. Nous évoquons brièvement, ici, les propriétés portant sur la cohérence des ondes dans le cadre de la diffusion multiple [46,47]. Dans les études sur la diffusion multiple, les milieux, dans lesquels se propagent les ondes acoustiques se présentent sous la forme d’un espace de propagation

<sup>8</sup>Il est observable à l’échelle d’un empilement ordonné de billes quasi-monodisperses. Une étude de J.N. Roux [43] montre que sur un réseau triangulaire 2D de billes légèrement poly-disperses, le nombre moyen de contact par billes passent de 2,5 à 6 des faibles aux fortes contraintes.

homogène dans lequel sont plongés des diffuseurs, souvent déconnectés. La propagation acoustique dans un tel milieu peut être décrite par deux composantes. La première est qualifiée de cohérente. Elle est placée au début du signal acoustique. Cette composante résulte du champ moyen de propagation à travers les diffuseurs. Son amplitude décroît exponentiellement en fonction de l'épaisseur du milieu. La moyenne des réalisations sur le désordre n'est pas nulle pour cette partie, tant que l'épaisseur du milieu n'est pas largement supérieure au libre parcours moyen<sup>9</sup>. L'autre partie, dite incohérente, est, elle, très sensible à la position des diffuseurs. Le critère principal permettant de discriminer la cohérence d'une onde acoustique, dans un milieu "multiplement diffuseur", porte sur le libre parcours moyen élastique.

### 3.1.2.3 Régime haute fréquence

Le régime haute fréquence a été longuement rappelé dans les deux premiers chapitres. Il s'agit de la propagation d'ondes en surface de billes individuelles ou constituant une colonne. A notre connaissance, la propagation d'ondes de surface dans des empilements tri-dimensionnels n'a pas encore été observée. Il est donc intéressant de vérifier l'existence de ce régime au passage aux milieux 3D.

## 3.2 Relation entre contrainte appliquée et désordre faible

### 3.2.1 Implication en régime basse fréquence

Nous étudions dans ce paragraphe l'ordre de grandeur de la différence de contrainte appliquée sur des billes de diamètres légèrement différents lorsque celles-ci sont placées entre deux plans parallèles.

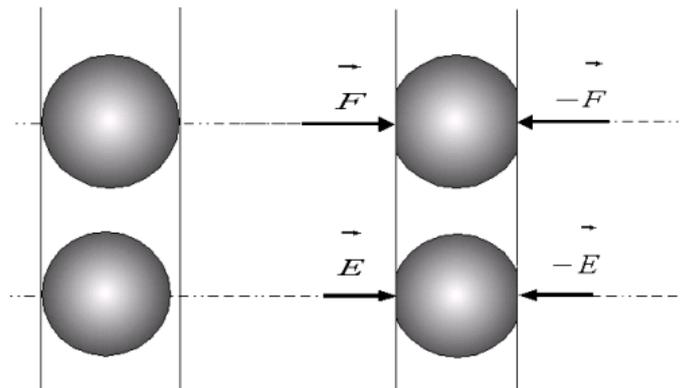


FIG. C-3 – Dispersion des diamètres et contact hertzien

Considérons deux billes B1 et B2 parfaitement sphériques de diamètres respectifs  $R$  et  $R + \varepsilon$  où  $\varepsilon < 0$ . Ces deux billes sont placées entre deux plans semi-infinis parallèles dont les propriétés

<sup>9</sup>Distance caractéristique entre deux diffusions.

élastiques sont identiques à celles des deux billes. Nous noterons respectivement  $E$  et  $\sigma$  le module d'Young et le coefficient de Poisson des billes et des plans parallèles.

Lorsque les plans P1 et P2 sont en contact de part et d'autre de la bille B1 et que P2 est en contact avec B2, la distance  $2(R - \varepsilon)$  sépare le plan P2 de la bille B2. Imaginons que la contrainte appliquée à la bille B1 soit telle que la distance d'interpénétration de la bille dans les plans P1 et P2 soit supérieure à  $2(R - \varepsilon)$ . Dans ce cas les plans P1 et P2 commencent à contraindre la bille B2. Soit  $F$  la valeur absolue de cette force. La force appliquée à la deuxième bille doit être  $F = K(\delta - 2\varepsilon)^{3/2}$

- Pour le cas où la dispersion des diamètres est très inférieure à la déformation induite par l'application de la contrainte ( $\varepsilon \ll \delta$ ) :

$$F = K\delta^{3/2}\left(1 - \frac{3\varepsilon}{2\delta}\right)$$

La force appliquée à la bille de plus petit diamètre vaut donc  $E = F * \frac{3\varepsilon}{2\delta}$ .

- Pour le cas où la dispersion en diamètre devient comparable à la déformation induite par l'application de la contrainte ( $\varepsilon \approx \delta$ ), les différences entre contraintes appliquées, vitesses et fréquences de coupure peuvent devenir importantes et un traitement numérique s'impose.

Dans le dernier cas, la distance d'interpénétration, les vitesses du son dans les deux billes et les fréquences de résonance se calculent facilement en fonction des constantes élastiques de la bille considérée (cas ci-dessus). La figure (C-4) donne les vitesses et fréquences de résonance associées aux billes B1 et B2.

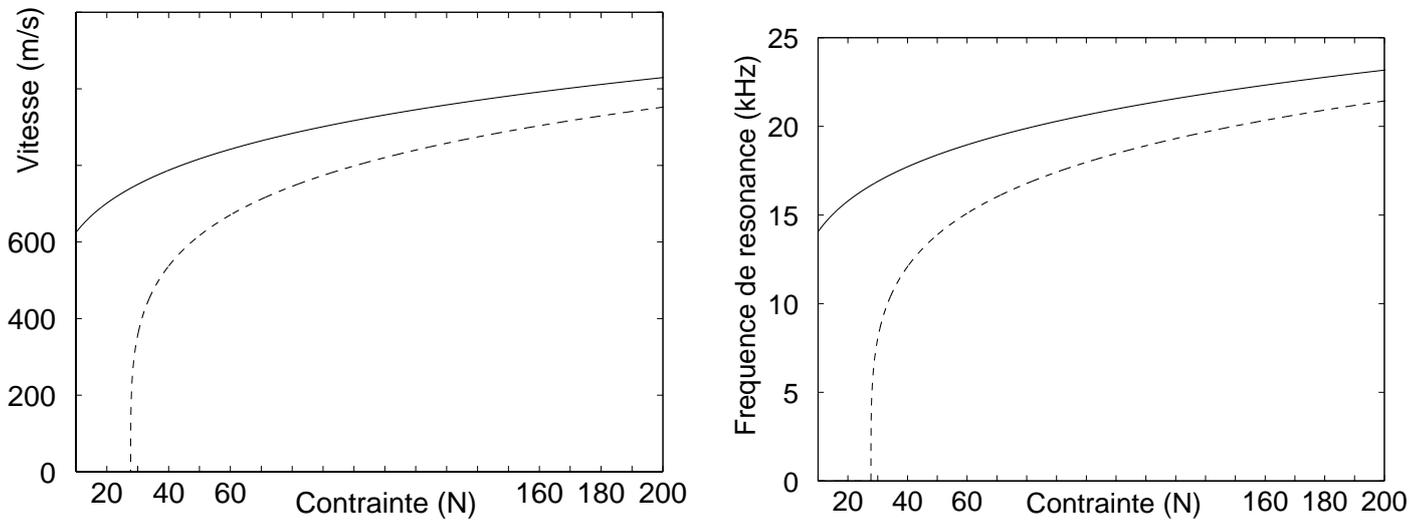


FIG. C-4 – Différence des vitesses et des fréquences de résonance théoriques sur la bille B1 et la bille B2 (en continu Bille B1 de 5 mm, en tiret Bille B2 de 5-0.0018 mm)

Pour  $\varepsilon = \delta$ , dans la limite où nous nous trouvons toujours en régime linéaire acoustique<sup>10</sup>, la propagation n'est possible que pour la bille B1. Dans la bille B2, nous sommes alors dans le cas

<sup>10</sup>Ce calcul d'ordre de grandeur n'est valable que dans la mesure où la dispersion est très inférieure à la taille caractéristique de la bille. Dans nos expériences, les billes utilisées ont des diamètres caractéristiques de l'ordre du mm et des dispersions de l'ordre du  $\mu\text{m}$ , ce qui valide cette approximation.

du vide sonore : aucune onde, due au contact hertzien, ne se propage. Cette brève analyse montre qu'une dispersion en diamètre entre les deux billes, proche de la distance d'interpénétration des deux billes joue un rôle crucial dans les interférences d'ondes acoustiques entre les deux billes. La figure (C-5) présente à nouveau l'évolution des deux fréquences de résonance en fonction de la contrainte imposée aux deux billes.

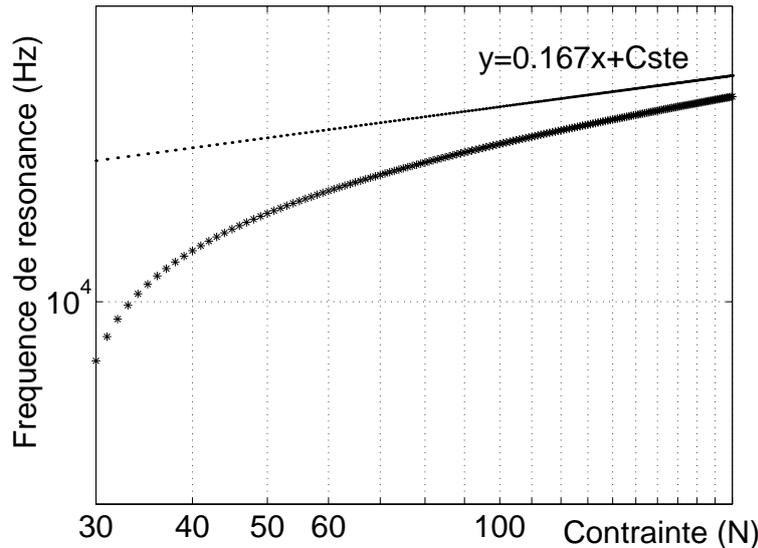


FIG. C-5 – Fréquences de résonance théoriques en échelle log/log

Les comportements, obtenus pour deux billes, peuvent être étendus à des systèmes plus complexes. Ainsi deux colonnes de billes peuvent être mises sous contraintes. Dans la mesure où les billes présentent une légère dispersion de diamètre entre elles et où les colonnes sont constituées d'un nombre limité et faible de billes, les deux colonnes seront de hauteurs différentes<sup>11</sup>. Nos études expérimentales sont toujours réalisées sur des milieux, où le nombre de couches est faible, et la dispersion des diamètres joue un rôle prépondérant dans les comportements acoustiques. Chaque colonne sous contrainte, soumise à des ondes acoustiques, peut être caractérisée par une famille de fréquences de résonance, dont le nombre dépend du nombre de billes constituant la colonne (c.f. chapitre transition bille à colonne). Cette famille de fréquences dépendra elle-même de la contrainte (c.f. Chapitre (2)). La propagation des ondes s'effectue différemment dans les deux colonnes. Notre étude se limitant au régime linéaire acoustique, les ondes captées par le transducteur récepteur peuvent être sommées linéairement. Conformément à ce qui a été décrit pour le cas des deux billes contraintes par deux plans parallèles, des interférences acoustiques sont générées.

<sup>11</sup>Pour des colonnes constituées d'un grand nombre de billes, les dispersions d'une bille à l'autre disparaissent au profit de la moyenne des dispersions et les hauteurs de colonne doivent être dans l'absolu égales.

## 3.2.1.1 Résultats expérimentaux en régime basse fréquence pour deux billes contraintes

Pour mettre en évidence les interférences acoustiques, évoquées au paragraphe précédent, nous avons réalisé une expérience entre deux billes présentant des diamètres légèrement différents. La dispersion maximum en diamètre sur les billes d'acier utilisées dans nos expériences est de  $10 \mu\text{m}$ .

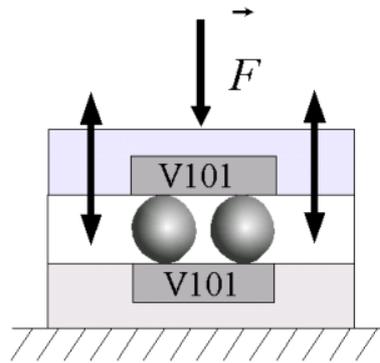


FIG. C-6 – Dispositif expérimental pour 2 billes contraintes par des transducteurs v101

Cette expérience est effectuée à l'aide de deux transducteurs v101, de polarisation longitudinale, placés de part et d'autre des deux billes parce qu'ils sont seuls capables d'exciter essentiellement des ondes de compression (à la différence des transducteurs v151 qui excitent cisaillement et compression). Le dispositif expérimental est présenté en figure (C-6) .

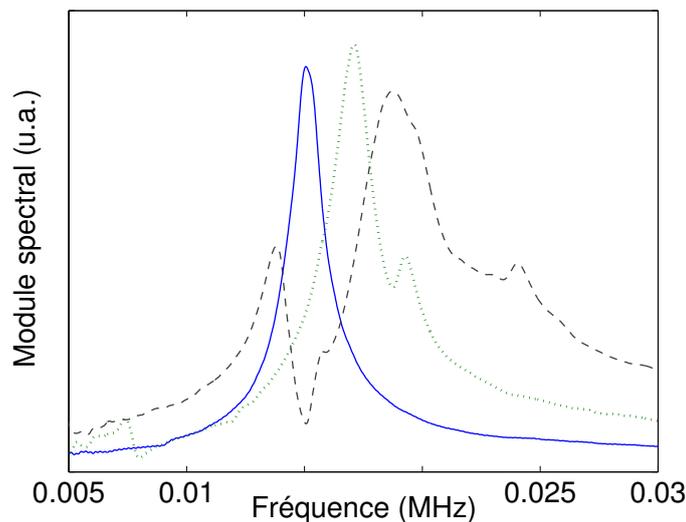


FIG. C-7 – Réponse fréquentielle pour deux billes d'acier de diamètre 10 mm, pour trois contraintes différentes : 12 N (Trait continu bleu), 29 N (trait tiret vert) et 134 N (trait tireté noir), pour une impulsion acoustique centrée à 50 kHz

La figure (C-7) représente la réponse de la bille à une excitation acoustique de fréquence centrale 50 kHz pour trois contraintes différentes. Pour la contrainte la plus faible (12 N), une seule fréquence de résonance peut être observée, conformément aux expériences réalisées pour une bille en polarisation longitudinale et aux prédictions du modèle masse-ressort pour une seule bille. Pour des contraintes plus élevées, deux fréquences de résonance sont observables et évoluent avec la contrainte, allant dans le même sens que les prédictions d'interférence sur les systèmes masse-ressort de raideurs différentes.

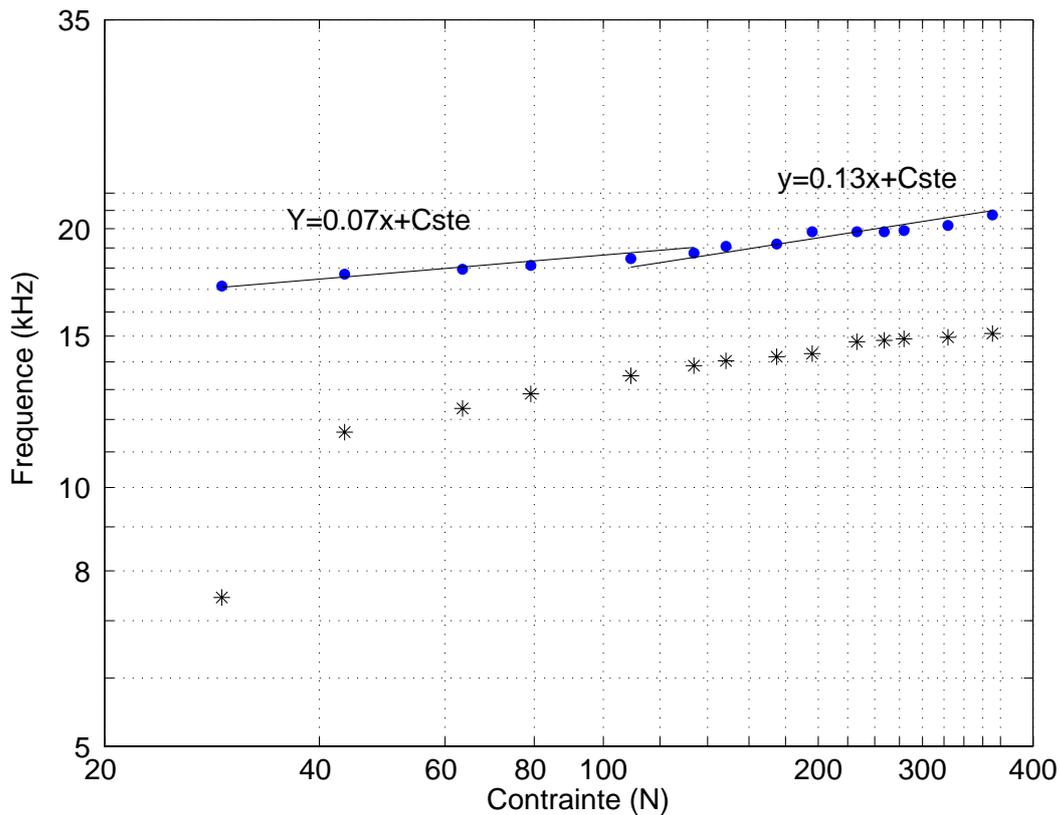


FIG. C-8 – Evolution des deux premières fréquences de résonance en fonction de la contrainte

La figure (C-8) donne l'évolution des deux fréquences de résonance en fonction de la contrainte. Nous retrouvons pour la fréquence de résonance la plus élevée un comportement similaire<sup>12</sup> à celui obtenu pour la bille d'acier de même diamètre du §(1.3.2.1) : deux tendances de l'évolution de cette fréquence de résonance sont observables avec des ordres de grandeurs comparables. La valeur du coefficient de la première pente (0.07) peut être expliquée par l'incertitude sur la mesure de la contrainte. L'évolution de la première résonance en fonction de la contrainte est moins linéaire que celle de fréquence plus élevée. Les variations des deux fréquences ne sont pas parallèles. Nous

<sup>12</sup>La contrainte donnée pour l'abscisse est la valeur directement lue en sortie de jauge de contrainte. Dans la mesure où le piston contraint deux billes, la valeur de la contrainte doit donc être divisée par deux à partir du moment où deux fréquences de résonance sont repérées.

retrouvons qualitativement les évolutions des fréquences présentées sur la figure théorique (C-5). Les coefficients des pentes sont plus faibles à cause des réponses des billes isolées que nous avons étudiées au paragraphe (1.3.2.1). Ces résultats expérimentaux nous présentent la dispersion des diamètres entre les deux billes contraintes. Nous allons dans les paragraphes suivants nous intéresser à des milieux de tailles moins réduites, qui par rapport au cas des colonnes font intervenir un désordre des contacts.

### 3.2.1.2 Résultats expérimentaux pour un arrangement périodique en réseau carré

Les arrangements périodiques tri-dimensionnels en réseau carré sont une extension du cas des colonnes. Nous pouvons nous représenter le réseau carré comme un ensemble de colonnes connectées. La légère poly-dispersité des billes provoque un désordre des contacts dans les plans parallèles au piston contraignant le milieu. Le contact doit évidemment toujours être effectif entre une bille et la bille la soutenant. Même si cette configuration s'apparente à un milieu quasi mono-dimensionnel, elle permet l'étude de l'apparition du désordre. Elle représente une transition aux milieux présentant un désordre plus important (arrangement en hexagonal compact) et fortement désordonnés (milieux de billes poly disperses à compacité maximum de 64 %). L'empilement en réseau carré doit présenter une distribution homogène de force dans le plan perpendiculaire à l'axe de la contrainte mais la vitesse acoustique, les fréquences de résonance et de coupure ne seront pas forcément les mêmes en passant d'une colonne à l'autre (lorsque le nombre de couche est peu important)<sup>13</sup>. Il s'agit donc de l'extension de ce qui a été fait pour une couche de billes contraintes entre deux plans parallèles. Nous supposons également que la quasi-totalité de l'énergie acoustique est dirigée dans l'axe de la contrainte. L'hypothèse du vide sonique, qui suggère que la propagation acoustique linéaire est possible uniquement sous contrainte, développée théoriquement par Nesterenko [32] et démontrée expérimentalement par Coste et al. [33, 48], peut être valable ici. La direction pour laquelle le couplage élasto-mécanique entre les billes est prépondérant, doit donc être également une direction acoustique privilégiée.

Nous étudions un réseau carré de 5 couches de billes d'acier de diamètre 10 mm. La base est constituée de  $6 \times 6$  billes. Les mesures sont réalisées à l'aide de transducteurs v101 de polarisation longitudinale.

Un signal typique reçu pour la polarisation longitudinale, lorsque le réseau carré est excité par une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz, est présenté figure (C-10). La durée des signaux en réception est plus de 2000 fois plus grande que celle des signaux en émission. Les longueurs d'onde caractéristiques des premières arrivées sont plus importantes que celles observables pour des arrivées du signal s'étant propagées sur des distances plus grandes. Une transformée de Fourier est effectuée sur le signal en réception et son module représenté figure (C-14).

Les deux régimes basse et haute fréquences observables à l'échelle de la bille et des colonnes de billes, se retrouvent dans le cadre des colonnes connectées (réseau carré). Les deux régimes sont nettement séparés par une fréquence de coupure dans le régime basse fréquence autour de la di-

<sup>13</sup>Pour un grand nombre de couches, la dispersion des billes doit disparaître du fait de la moyenne.

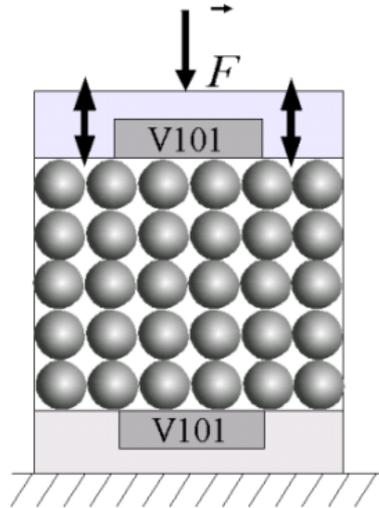


FIG. C-9 – Arrangement périodique en réseau carré pour des billes d’acier de diamètre 10mm

zaine de kHz que nous pouvons associer au contact de Hertz. Dans les paragraphes suivants, nous nous intéresserons dans un premier temps au régime basse fréquence (notamment à l’étude de la fréquence de coupure caractéristique) et dans un deuxième temps à son régime haute fréquence.

### 1. Régime basse fréquence

Les signaux en réception ont été filtrés numériquement à l’aide d’un filtre passe-bas, de type Butterworth d’ordre 2, de fréquence de coupure 150 kHz. Une réponse temporelle caractéristique, pour une contrainte d’environ 10 N, est présentée en figure (C-11, gauche). Les ondes basses fréquences sont observables sur des durées près de 1500 fois plus grandes que les signaux d’émission. Elles semblent s’éteindre avant les ondes hautes fréquences. Des comportements similaires à ceux observés à l’échelle de la bille et des colonnes, sont observables pour le réseau carré de billes. Les temps de vol<sup>14</sup> pour les "premières arrivées" diminuent lorsque la contrainte augmente. La réponse temporelle basse fréquence du réseau carré a également tendance à s’amplifier, principalement sur les premières arrivées. La réponse est globalement compressée, i.e. les périodes caractéristiques du signal sont plus courtes. Ces remarques sont illustrées par la figure (C-11, droite). Les réponses des deux figures (C-11), résultent vraisemblablement des interférences acoustiques complexes entre les ondes propagées dans les colonnes connectées. Nous nous retrouvons dans le cas des interférences entre deux billes contraintes.

Dans la suite, nous exploitons les résultats sur les temps de vol en fonction de la contrainte imposée sur le milieu.

La figure (C-12) présente l’évolution des temps de vol en fonction de la contrainte. Comme

<sup>14</sup>Les temps de vol correspondent à la différence entre le déclenchement du signal en émission et le temps auquel 5% de la première "arrivée" est atteint. Plusieurs billes sont en contact avec les transducteurs émetteur et récepteur. L’onde reçue est une contribution moyennée sur toute la surface commune aux billes et au transducteur récepteur.

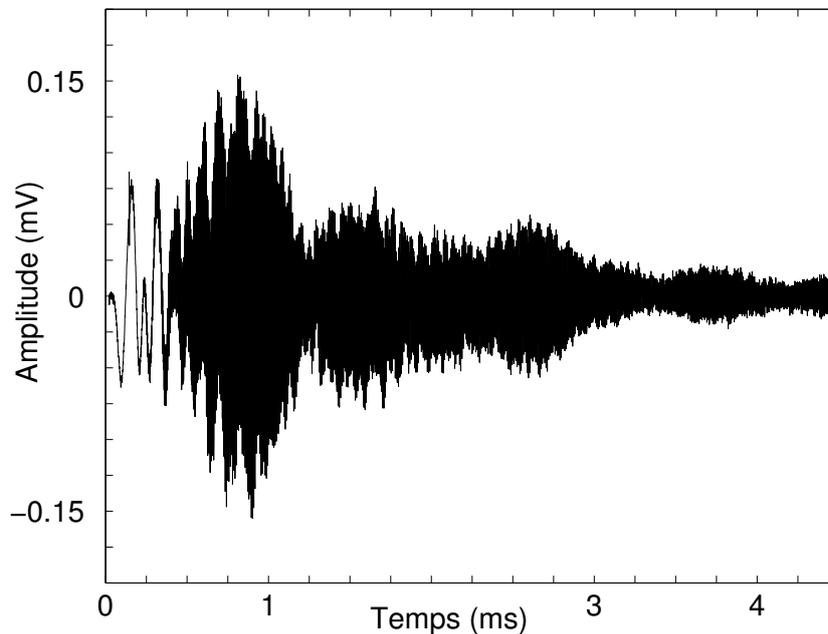


FIG. C-10 – Signal en réception pour un arrangement périodique en réseau carré de 5 couches de billes d’acier de 10 mm sous une contrainte approximative de 10 N. Le réseau est soumis à une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz

dans le cas d’une colonne, nous trouvons une loi de variation en puissance  $1/6$ . S’il existait un désordre des contraintes dû à l’écart au diamètre de l’ordre du micron et un désordre des contacts perpendiculairement à l’axe de la contrainte, nous trouvons tout de même une loi de Hertz standard.

Nous avons donc confirmation du fait que pour des excitations impulsionnelles de fréquence centrale élevée, la signature du contact hertzien est toujours présente. A l’image des études à l’échelle de la colonne, l’arrangement peut être modélisé par un système masses-ressorts. Les raideurs des ressorts dépendront de la contrainte uni-axiale appliquée sur deux faces de l’arrangement carré.

Sur la figure (C-13, gauche), donnant les contours du module de la transformée de Fourier de la réponse, nous observons l’évolution de la fréquence de coupure et des résonances en fonction de la contrainte. Nous n’avons qu’une vision globale des comportements, mais il semble que la fréquence de coupure et les modes les plus élevés, évoluent en loi de puissance  $1/6$  comme la vitesse des ondes. La figure (C-13, droite) représente la phase déroulée de la transformée de Fourier. Il semble également que son évolution soit gouvernée par une loi de puissance du même type. Il serait intéressant de voir si cette variable ne peut pas devenir un nouvel outil de caractérisation des lois du contact de Hertz, comme la fréquence de résonance des modes

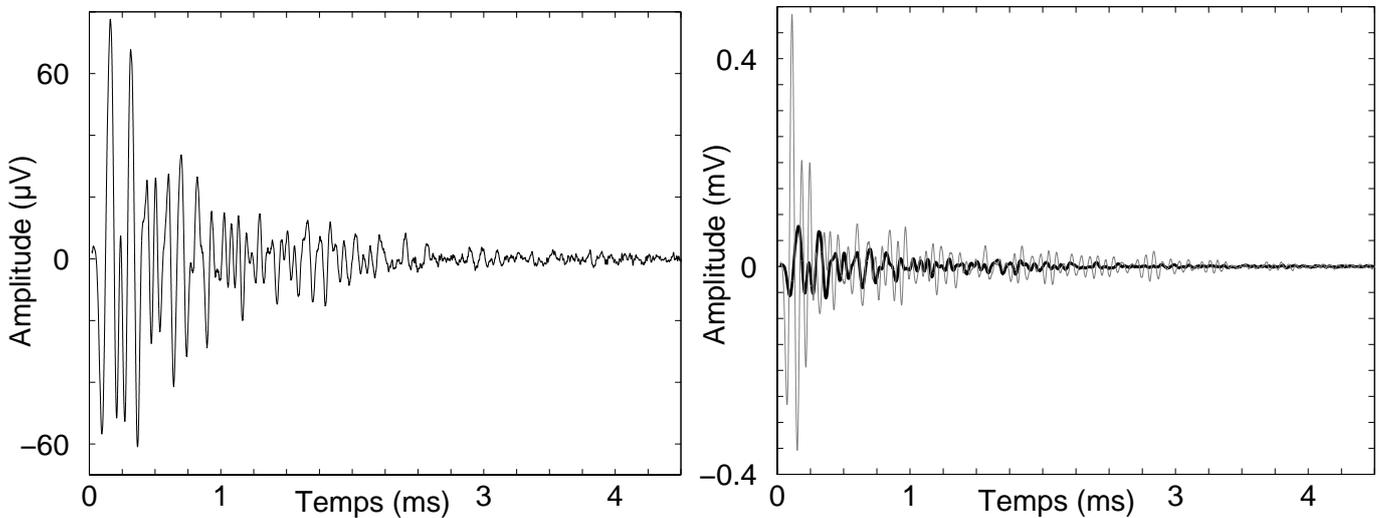


FIG. C-11 – A gauche : réponse temporelle filtrée passe-bas (filtre Butterworth d'ordre 2 et de fréquence de coupure 150 kHz) pour un arrangement carré de billes d'acier de diamètre 10 mm sous une contrainte approximative de 10 N / A droite : réponse temporelle à 10 (en noir) et 200 N (en gris)

élevés voisins de la fréquence de coupure pour le module du spectre.

Dans la première partie de ce chapitre, une étude sur des colonnes connectées de billes sous contraintes, nous a permis de constater qu'une dispersion sur les diamètres des billes a pour effet de modifier la contrainte réelle appliquée sur chaque colonne<sup>15</sup>. Pour l'arrangement en réseau carré, la variation de la contrainte ne provoque pas une évolution de la recrudescence des contacts mais modifie progressivement la répartition des contraintes sur les billes des couches perpendiculaires à l'axe de la contrainte.

Nous n'observons pourtant pas l'écart aux lois de Hertz<sup>16</sup> recensé dans ces références. Nous pouvons remarquer que le désordre des contacts est peu important dans la direction de propagation des ondes acoustiques et dans l'axe de la contrainte. Nous devons également tenir compte de l'effet de moyenne induit par la réception par un transducteur dont la surface peut être en contact avec plusieurs billes.

## 2. Régime haute fréquence

Les résultats expérimentaux obtenus pour un arrangement périodique de billes d'acier de diamètre 10 mm en réseau carré ressemblent à ceux obtenus pour des billes ou des colonnes.

La figure (C-14) montre le module de la transformée de Fourier discrète de la réponse de

<sup>15</sup>Même si la contrainte en "fond" de cuve est homogène lorsque les billes en fin de colonnes sont en contact avec les deux pistons contraignants.

<sup>16</sup>Exposant en 1/4 et non plus en 1/6.

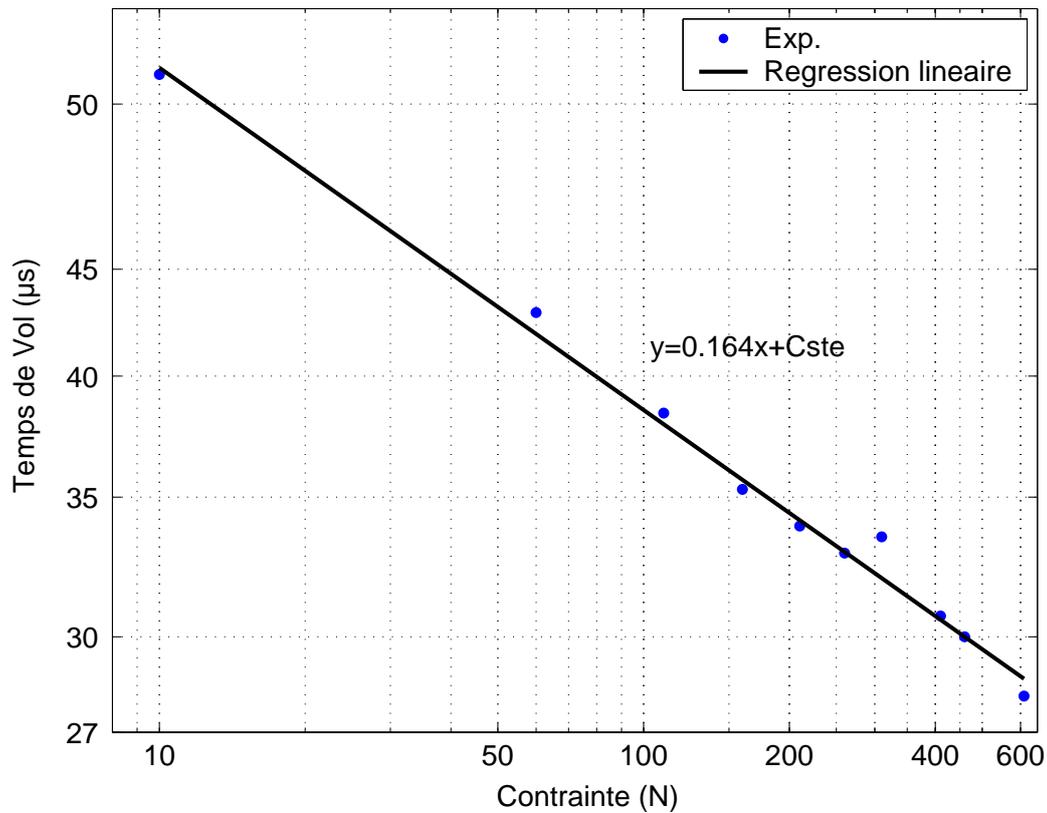


FIG. C-12 – Temps de vol en fonction de la contrainte pour un arrangement en réseau carré de billes d'acier de diamètre 10 mm

l'arrangement en réseau carré de 5 couches de billes à une impulsionnel de fréquence centrale 500 kHz. Le module adimensionné présenté, pour une contrainte de 610 N, est divisé par la valeur maximum du module de la réponse pour une contrainte à environ 10 N<sup>17</sup>. Nous pouvons observer distinctement les premières raies des modes  $R_{n1}$  de Rayleigh<sup>18</sup>, présents à l'échelle de la bille et des colonnes. Des raies relatives à des ondes de galerie à écho sont également présents. Elles sont moins énergétiques et nous ne les avons pas référencées. Il semble que le module adimensionné présente qualitativement le même rapport entre composante basse et haute fréquence que dans le cas des billes et des colonnes.

Nous retrouvons, pour la polarisation longitudinale, les résultats obtenus pour les colonnes de billes : l'observation simultanée de deux régimes, basse et haute fréquence, dans le domaine fréquentiel.

<sup>17</sup>Cette contrainte représente la première accessible pour nos mesures.

<sup>18</sup>Avec n de 2 à 7, distinctement observable.

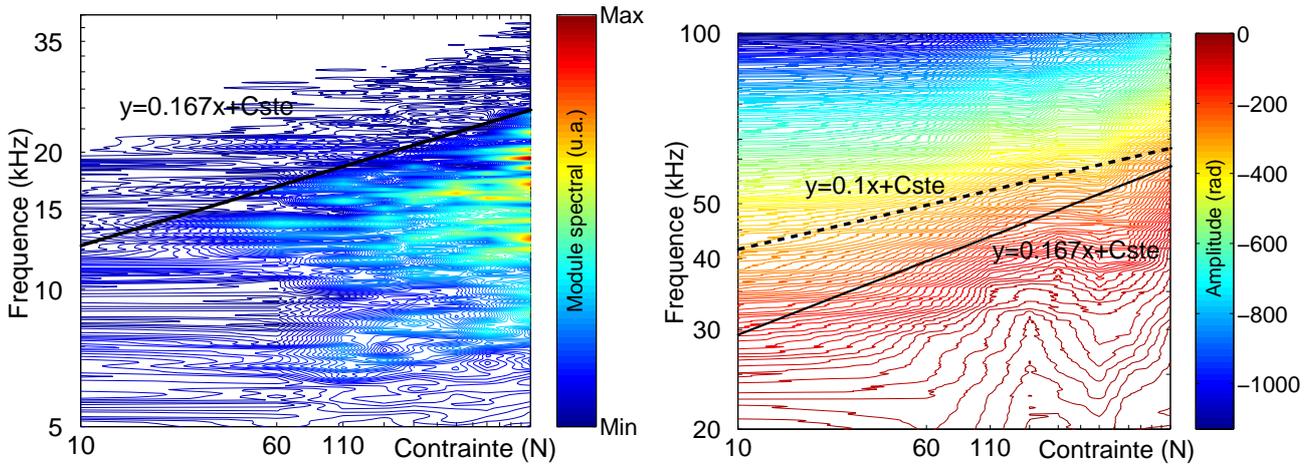


FIG. C-13 – A gauche : Contour du module du spectre en iso-amplitude en fonction de la contrainte / A droite : Phase déroulée de la transformée de Fourier de la réponse du réseau carré en fonction de la contrainte

### 3.3 Autres facteurs d'apparition du désordre

Les mesures effectuées au §(1.3.1) du rayonnement en surface des transducteurs, utilisés dans nos expériences, trouvent leur intérêt ici. Dans le cadre de l'étude acoustique d'une couche de billes ou d'un arrangement en réseau carré, nous avons réalisé nos expériences en transmission et en contact de part et d'autre de la couche ou de l'arrangement. Les billes, les plus proches des pistons contraignants, ne seront pas en contact avec ces derniers à cause des diamètres légèrement différents. Le désordre des contacts entre billes et pistons contraignant, ou inter billes, peut être amplifié par les défauts de planéité des parois de la cuve, et de la surface des transducteurs ainsi que par l'écart au parallélisme des parois entre elles. Le champ des transducteurs, non parfaitement uniforme, accentue l'inhomogénéité de propagation du champ acoustique.

### 3.4 Conclusion

La transition entre milieu ordonné et milieu désordonné a été étudiée en passant de la colonne de billes à un réseau hexagonal plan de billes dans les études de Gilles et al. [22]. Leur motivation était de montrer que le désordre des contacts, et non l'approche microscopique, est responsable de la modification de la loi de contact de Hertz.

Les milieux étudiés dans ce chapitre nous permettent d'étudier cette transition en travaillant à une échelle plus réduite. Nous portons notre attention principalement sur l'inhomogénéité des distributions de force dans des empilements "réguliers", plutôt que sur le désordre des contacts. Dans un premier temps, nous avons abordé le cas de deux billes, déconnectées entre elles, et contraintes entre deux transducteurs a priori parallèles. La légère dispersion en diamètre est responsable d'un écart des forces ressenties par les deux billes. Le modèle masse-ressort, pertinent pour décrire les

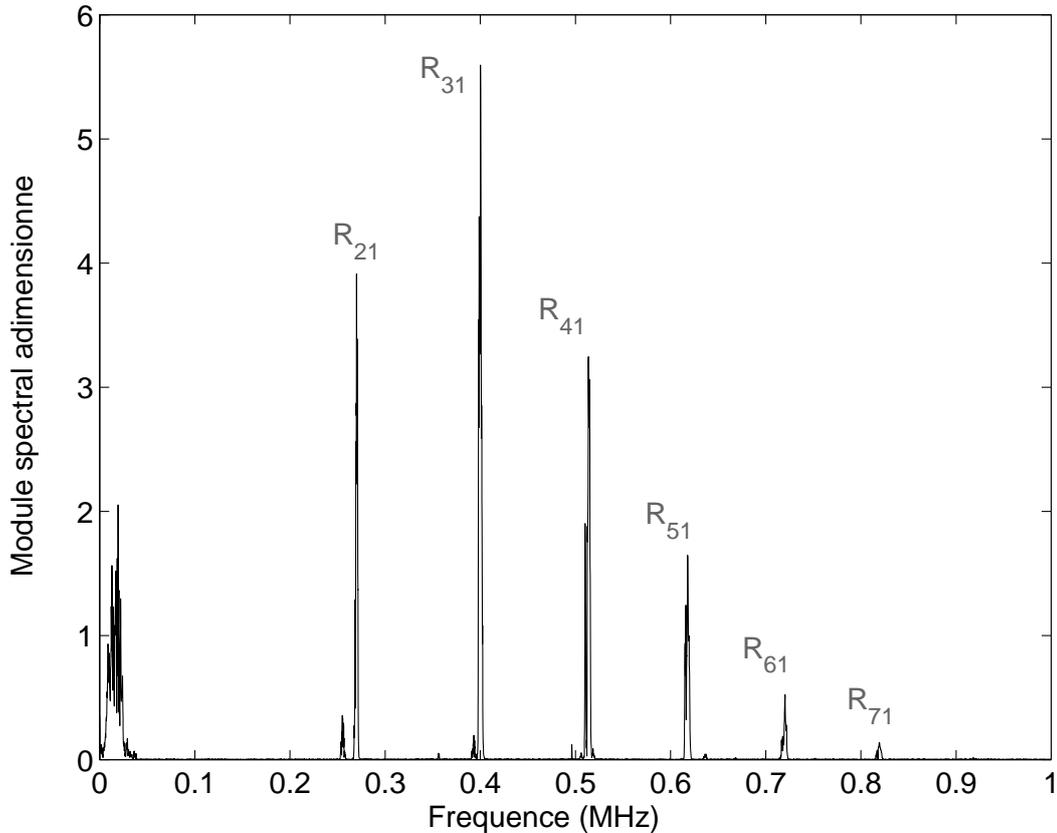


FIG. C-14 – Module de la transformée de Fourier de la réponse temporelle pour l’arrangement carré de 5 couches pour une contrainte de 610  $N$ . Le module est adimensionné (divisé par la valeur maximum du module de la T.F. de la réponse du même milieu pour une contrainte de 10  $N$ )

comportements acoustiques à l’échelle de la bille et des colonnes de billes, est une nouvelle fois utilisé ici. L’étude sur les fréquences de résonance nous permet d’observer la dispersion des diamètres entre bille.

Nous avons ensuite étudié des arrangements en réseau carré. Le désordre des contacts n’est pas présent, a priori, dans la direction de l’axe de la contrainte, mais perpendiculairement à celle-ci. Les comportements acoustiques sont identiques pour deux billes contraintes ou un arrangement en réseau carré <sup>19</sup> sous contrainte. La dispersion des diamètres induit sur les éléments connectés contraints (billes ou colonnes) un écart à la force ressentie par ces éléments. Même si la distribution de forces semble homogène en fond de cuve, les vitesses entre chaque élément contraint (billes ou colonnes) doivent être différentes, et des interférences acoustiques apparaissent à la surface du capteur. Nos milieux sont toujours bien décrit par des modèles masse-ressort, mais il devient délicat de suivre l’évolution des différentes fréquences de résonance caractérisant le système. Les comportements interférentiels seront amplifiés par l’état de surface et le degré de planéité des

<sup>19</sup>Tels que nous les définissons dans notre étude.

transducteurs ou des parois internes de la cuve ainsi que par le parallélisme de celle-ci. Cela nous donne encore une fois une idée de la difficulté de contrôler les différents paramètres du dispositif expérimental. Une brève étude des temps de vol en fonction de la contrainte pour le réseau carré, nous a néanmoins permis de constater que leurs évolutions suit une loi en exposant  $1/6$ . Ce qui semble être également le cas pour la fréquence de coupure des comportements basses fréquences. Le désordre, hors direction de propagation acoustique, ne modifie pas les lois de Hertz.

Nous pouvons observer pour les arrangements en réseau carré les deux régimes simultanés basses (dus au contact de Hertz) et hautes fréquences (vibrations propres des billes connectées) que nous observions à l'échelle de la bille ou des colonnes. Il s'agit d'une extension des résultats des travaux que nous avons effectué sur les colonnes de billes, permettant à nouveau de réunir les approches de Coste et al. et de de Billy.

Après nous être intéressé à la transition entre milieu ordonné et milieu faiblement désordonné, nous allons examiner l'influence d'une augmentation du désordre des contact sur l'existence des deux régimes basses et hautes fréquences.

## Chapitre 4

# Mode de propagation sur des systèmes tri-dimensionnels

L'étude des milieux granulaires 3D, du point de vue acoustique, est délicate parce que le nombre de paramètres permettant de caractériser le système y est très important : la dispersion des diamètres des grains, la différence des propriétés élastiques entre chaque grain, la température, ou le désordre des contacts. Nous pouvons également envisager, dans la mesure où la distribution des forces est inhomogène dans un milieu granulaire sous contrainte, que le comportement des billes soient élastique pour certaines d'entre elles et plastique pour d'autres. Dans le chapitre précédent, nous avons pu vérifier que les lois de Hertz restaient légitimes pour des milieux pour lesquels le désordre des contacts est prédominant sur les directions perpendiculaire à la propagation acoustique et à l'application de la force extérieure. Dans ce chapitre, nous étendons notre étude des lois d'échelles de Hertz à des arrangements pour lesquels le désordre des contacts devient possible dans la direction de propagation acoustique et de la contrainte. Nous pourrions de cette manière étudier l'influence du désordre sur ces lois en portant notre attention sur des arrangements en hexagonal compact. Nous nous intéresserons également à l'existence du régime haute fréquence pour de tels empilements. Nous mènerons des expériences sur le couplage entre la phase gazeuse et la phase solide pour des arrangements aléatoires de billes de verre pour obtenir des informations sur la vitesse acoustique des ondes dans ces milieux. Enfin nous tenterons de trancher sur le problème toujours ouvert de la corrélation entre les chemins de force et les trajets acoustiques dans les granulaires.

### 4.1 Comportement des capteurs sous contrainte

Une étude à l'aide d'un analyseur de réseaux Hewlett Packard 8751A ( $5Hz-5MHz$ ), sur des plages de fréquences s'étendant sur la bande passante des transducteurs (v101 et v151,  $250kHz-750kHz$  à  $3 dB$ ), nous a permis de constater que leurs comportements ne sont pas modifiés sous contrainte. Cette caractérisation a été effectuée pour des valeurs de contraintes comparables à celles utilisées pour nos études des milieux mono ou tridimensionnels. Un léger décalage de la fréquence de résonance des transducteurs peut néanmoins être observé, la bande passante reste identique.

Cette étude était nécessaire pour pouvoir discriminer la mesure des paramètres liés au contact hertzien d'un artefact éventuel de mesure. L'analyseur de réseaux a été utilisé en mode émission-réception. En effet, son générateur de signaux n'est pas assez puissant pour permettre d'effectuer une expérience en transmission.

## 4.2 Arrangement périodique

### 4.2.1 Des travaux ne mettant en évidence que la prédominance du contact hertzien

Les travaux antérieurs de Duffy et Mindlin [25] sont, à notre connaissance, les seuls réalisés sur des arrangements périodiques tri-dimensionnels. Les auteurs s'intéressent uniquement au régime basse fréquence, lequel est relié au contact de Hertz comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents. Nous avons déjà évoqué le fait qu'aux "faibles" contraintes, l'on puisse déceler un écart aux lois de Hertz.

Nous présentons des expériences sur des arrangements périodiques en configuration hexagonale compacte en structure ABAB en vue d'étudier à nouveau les lois de Hertz en fonction de la contrainte. Ces expériences sont réalisées sur des empilements de billes d'acier 100Cr6 de diamètre 10 mm de différentes épaisseurs (2, 4 et 6 couches).

#### 4.2.1.1 Arrangement de deux couches

L'expérience est réalisée sur une maille élémentaire d'un réseau hexagonal compact ABAB (2 couches) de billes d'acier de diamètre 10 mm. Le milieu, constitué par une base de 6 billes par 6 billes, est excité par une impulsion acoustique générée par un transducteur v101 soumis à une impulsion électrique de fréquence centrale 20 kHz.

Les réponses à l'échelle de la bille ou de la colonne, sont différentes pour des conditions d'expériences a priori identiques : 15 cycles de charge-décharge sont opérés (même excitation acoustique et statique). Pour les expériences à l'échelle de la bille, pour des cycles de charge-décharge, nous avons déjà noté la sensibilité du contact hertzien à la charge. Nous pouvons ajouter à cela qu'en passant à des milieux tri-dimensionnels, le couplage entre forces tangentielle et normale devient plus important. Des comportements de type glissement ou frottement, pouvant avoir lieu dans ce cas, ont une influence déterminante sur l'histoire de l'empilement.

Les réponses du réseau hexagonal compact à une impulsion de fréquence centrale 20 kHz, pour les 15 cycles de charge-décharge, sont présentées figure (D-1, gauche). Sur celle-ci, nous présentons également la réponse moyenne des 15 réalisations. Nous constatons que la périodicité des signaux reçus est identique à celle du signal d'émission. La première demi-période des signaux ne semble pas évoluer de façon significative pour différentes réalisations. Nous en avons une confirmation sur la figure (D-1, droite) présentant la variance de la réponse par rapport à la moyenne observée aux mêmes instants que la première demi-période. En outre, la variance devient plus grande pour des temps de propagation plus longs. Cette onde peut être considérée comme auto-moyennante ;

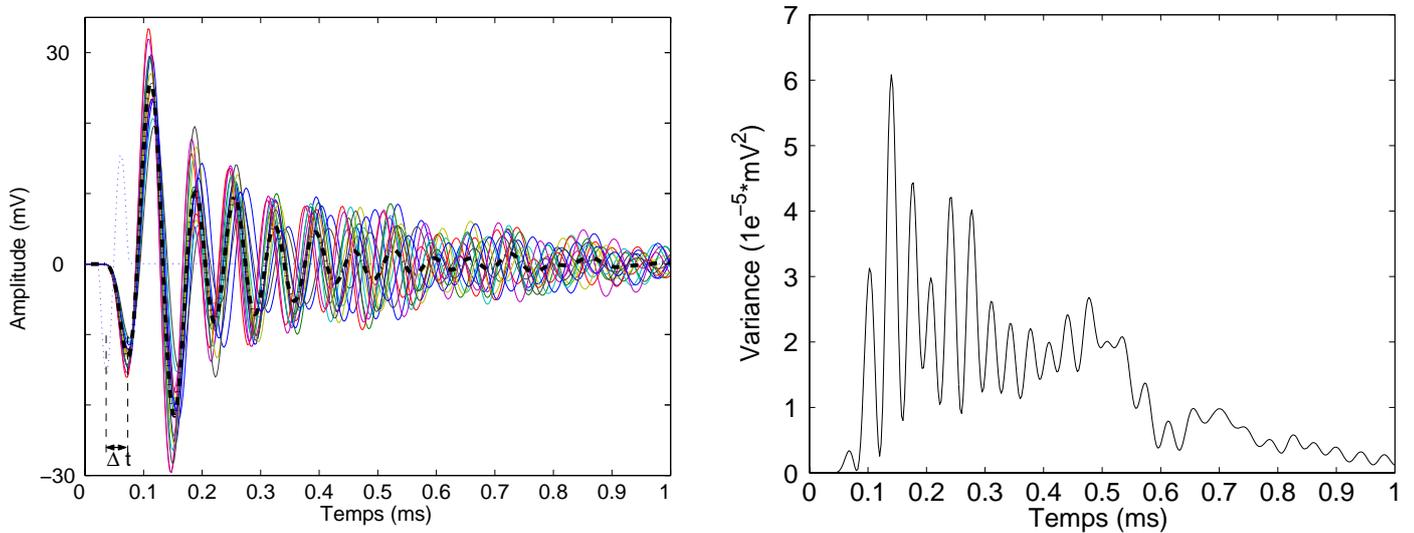


FIG. D-1 – A gauche : 15 réalisations (cycle de charge-décharge) de la réponse à 12 N d’une maille élémentaire du réseau hexagonal compact ABAB à une impulsion acoustique de fréquence centrale 20 kHz (en bleu pointillé) et l’amplitude moyennée sur les 15 réalisations (noir gras discontinu) / A droite : Variance

considérer la moyenne des réalisations ou une de ces réalisations est strictement identique. Le caractère auto-moyennant de cette onde provient de ce que la réponse est conditionnée par une somme de contributions<sup>1</sup>. Le temps de vol<sup>2</sup>  $\Delta t$  entre le minimum de l’onde émise et le celui de la première demi-période, nous permet d’évaluer la vitesse de phase des ondes dans le milieu.

Nous exploitons dans le paragraphe suivant l’évolution de la vitesse de phase en fonction de la contrainte. La figure (D-2) donne conjointement cette évolution avec l’erreur sur la mesure de la contrainte. Nous remarquons que la vitesse de groupe varie pratiquement sur une loi de Hertz. Nous pouvons l’expliquer de plusieurs façons : soit l’onde moyenne n’est pas sensible au désordre des contacts, soit ce dernier est trop faible<sup>3</sup> et au moins une ligne de force connecte probablement les deux transducteurs.

La figure (D-3) représente le module spectral dans un plan fréquences-contraintes en niveaux de couleur. Pour chaque contrainte, le module est évalué à l’aide d’une transformée de Fourier sur la moyenne des réponses pour des cycles de charge-décharge. Nous observons distinctement la fréquence de coupure des régimes de propagation acoustique dus au contact de Hertz. De plus nous observons deux groupes de résonances distincts pour les contraintes supérieures à 80 N : si l’arrangement étudié est modélisé par des systèmes 2 masses couplées par des ressorts de raideurs

<sup>1</sup>Pour notre expérience, la base de la maille du réseau hexagonal compact est constituée de  $6 \times 6$ . Nous dénombrons 27 billes censées être en contact avec le piston contraignant. Une dizaine de billes sont en contact avec les transducteurs émetteur et récepteur.

<sup>2</sup>Représenté sur la figure (D-1, gauche).

<sup>3</sup>Le nombre de couches est petit.

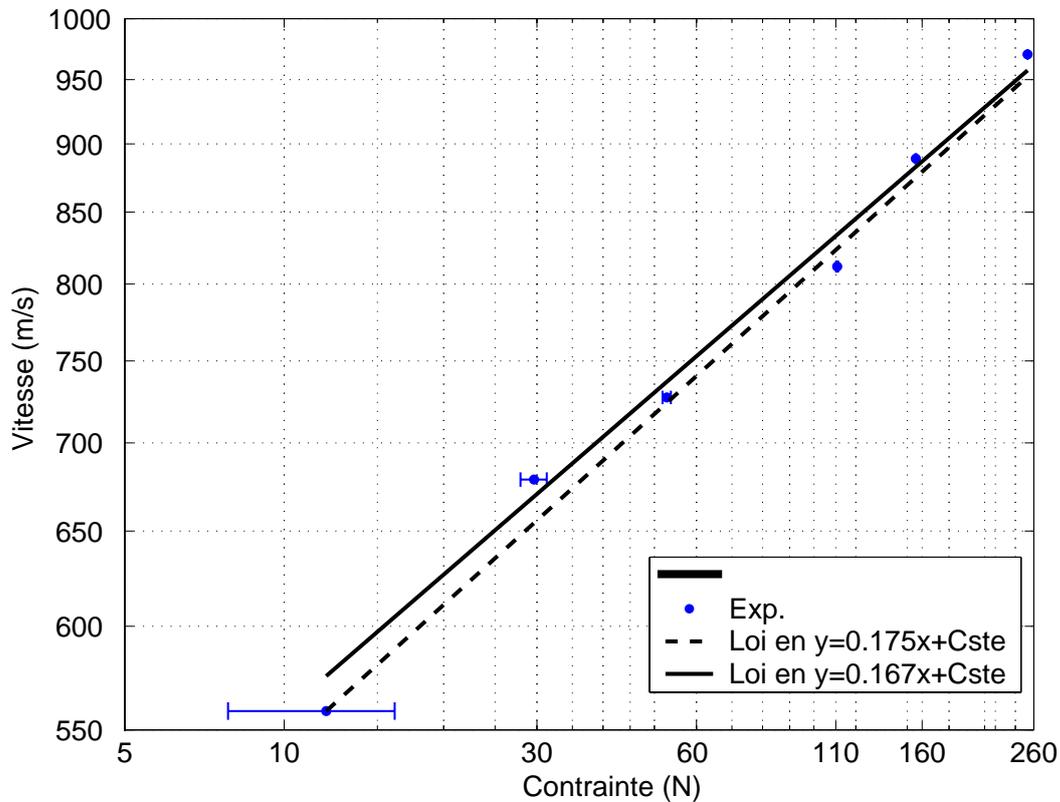


FIG. D-2 – Vitesse en fonction de la contrainte pour un arrangement en hexagonal compact de 2 couches de billes d’acier de diamètre 10 mm

différentes, le système pourra être caractérisé par deux résonances. La figure (D-3) nous permet d’observer ces deux groupes de résonances pour les "grandes" contraintes (supérieures à 80 N)<sup>4</sup>. L’évolution de la famille de résonances, la plus élevée, en fonction de la contrainte semble, pour des contraintes supérieures à 40 N, suivre une loi hertzienne. comme la fréquence de coupure. Pour le groupe de résonance de plus faible valeur, la caractérisation de leur évolution en fonction de la contrainte est plus délicate.

Nous avons trouvé des lois d’échelles de Hertz pour la vitesse de groupe des ondes balistiques et les fréquences caractéristiques. Néanmoins, ces systèmes présentent probablement un désordre trop faible pour pouvoir influencer ces lois. Nous serons sensible dans la suite à l’information sur les fréquences de résonance dues au contact de Hertz, que nous avons évoqué dans la première partie de ce manuscrit. Il semble en effet qu’elles permettent, comme pour les systèmes mono-dimensionnels, la caractérisation des lois d’échelles de manière précise et fiable. Il s’agit d’un moyen alternatif de caractérisation car sa mesure est simple, au contraire de la vitesse de groupe<sup>5</sup>.

<sup>4</sup>Pour la maille élémentaire d’un réseau hexagonal compact ABAB, pour laquelle le désordre des contacts est peu élevé, il faut une contrainte relativement élevée pour observer les deux groupes de fréquences de résonance.

<sup>5</sup>Plusieurs méthodes peuvent être employées pour mesurer cette vitesse. Nous avons, par exemple, accès à cette quantité par la mesure de la dérivée de la phase en fonction de la fréquence.

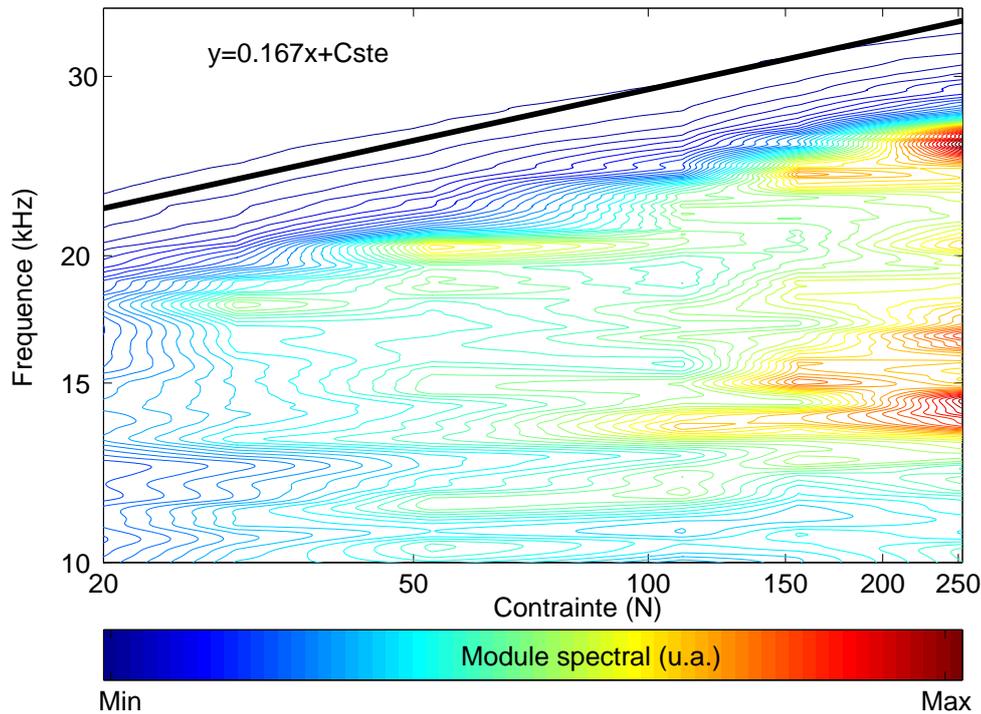


FIG. D-3 – Module spectral en fonction de la contrainte

#### 4.2.1.2 Arrangement de quatre couches

L'expérience est étendue aux empilements en configuration hexagonale compacte ABAB de 4 couches de billes d'acier de diamètre 10 mm. Le milieu, constitué par une base de  $6 \times 6$  billes, est excité par une impulsion acoustique générée par un transducteur v101 soumis à une impulsion électrique de fréquence centrale 200 kHz. La vitesse de phase de l'onde<sup>6</sup> est évaluée à l'aide du temps de vol<sup>7</sup>. Le relevé de la vitesse est donnée figure (D-4).

Cette représentation nous permet de constater que la vitesse acoustique ne varie pas en loi de puissance en exposant  $1/6$  pour des plages de contraintes allant de 0 à environ 100 N. L'exposant de la courbe approchant l'évolution des points expérimentaux, différent de celui de la loi de Hertz, est voisin de 0,12. Nous pouvons justifier cet écart par l'erreur de linéarité de la jauge de contrainte. Nous constatons que pour la deuxième tendance de l'évolution de la vitesse en fonction de la contrainte (d'environ 100 à 500 N), nous observons un exposant légèrement supérieur à l'exposant hertzien. Mais l'exposant est significativement le même que pour l'arrangement hexagonale compact de 2 couches. Nous portons notre attention sur l'évolution des fréquences de résonance pour juger si les caractérisations sont plus fines.

Comme pour les arrangements périodiques en arrangement carré, ou en configuration hexagonale

<sup>6</sup>Nous admettrons que La réponse peut être considérée comme auto-moyennante.

<sup>7</sup>Différence des "déclenchements" des signaux en réception et en émission. Pour les signaux en réception, nous adoptons un critère à 5 % du minimum de la première arrivée.

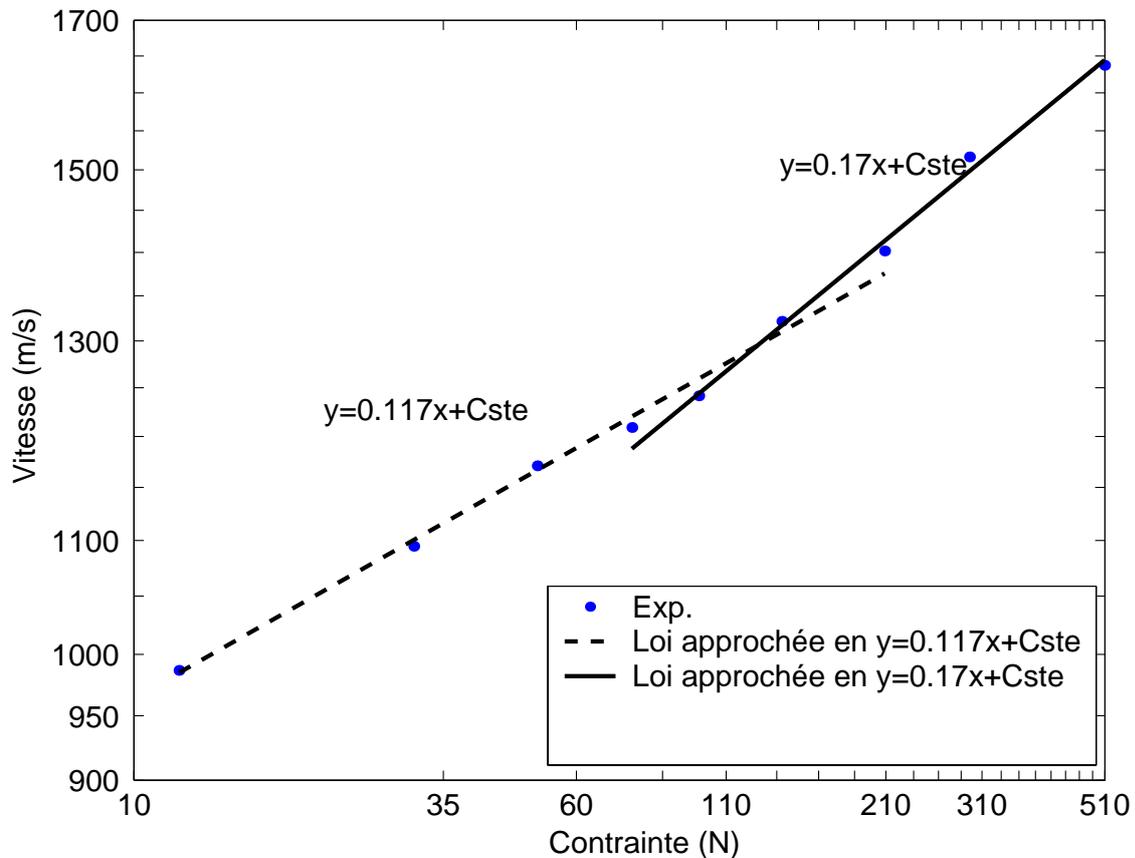


FIG. D-4 – Evolution de la vitesse acoustique en fonction de la contrainte.

compacte, il est possible d'observer, dans le domaine fréquentiel, 4 familles de résonance évoluant avec la contrainte. Ces groupes de résonances peuvent être rapprochés des 4 modes obtenus pour le système 4 masses-5 ressorts. Il est cependant plus délicat de suivre la variation des fréquences de résonance lorsque des contraintes différentes sont appliquées au système. Néanmoins, nous avons pu le réaliser sur ce qui semblait être le premier et le quatrième mode.

Sur la figure (D-5), sont représentées les fréquences de résonance du premier et du quatrième mode pour lesquelles deux tendances sont observables en fonction de la valeur de la contrainte.

La fréquence de résonance du quatrième mode est celle la plus proche de la fréquence de coupure. A faible contrainte et pour des plages de contraintes similaires, le coefficient de la pente est proche de  $1/10$ , comme pour la vitesse étudiée plus haut. A fortes contraintes, le coefficient de la pente est compris entre  $1/6$  et  $1/4$ . Pour la première fois il semble que l'épaisseur du milieu (que nous pouvons probablement rapprocher de son désordre) ai une influence sur l'exposant de la loi d'évolution en fonction de la contrainte. Nos résultats se rapprochent de ceux des études expérimentale et numérique [22,33,43]. Il faudrait pouvoir réaliser ces études de manière adimensionnée<sup>8</sup> et avec une

<sup>8</sup>Ce qui est impossible aux faibles contraintes! Nous sommes effectivement incapables de connaître le nombre de billes en contact avec le piston contraignant.

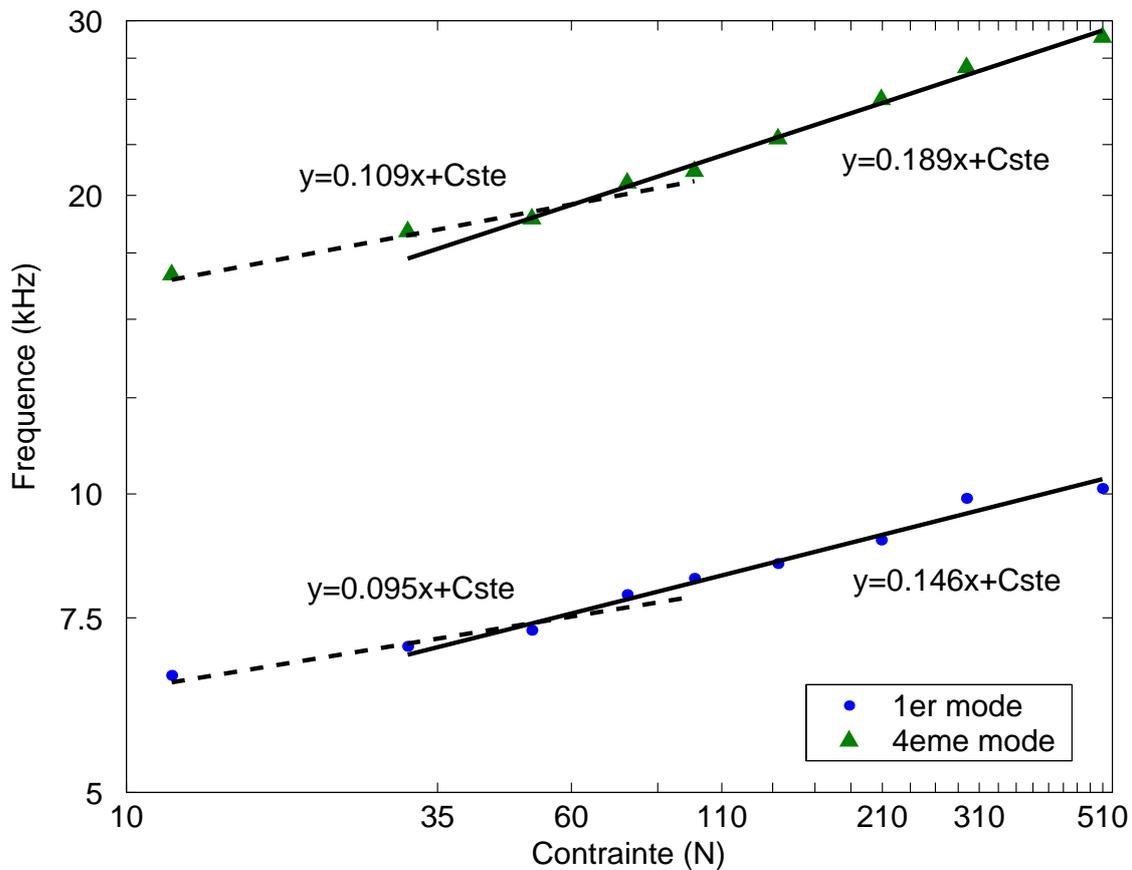


FIG. D-5 – Evolution des fréquences de résonance du premier et du quatrième mode basse fréquence en fonction de la contrainte. Echelle log/log

jauge de contrainte nous permettant d’explorer les ”faibles” contraintes. Les valeurs du coefficient de la pente pour le premier mode sont moins importantes (0,146 aux fortes contraintes) et sont proches des coefficients trouvés dans le cadre de l’étude de la bille. Une indétermination sur la mesure de la fréquence de résonance semble, comme à l’échelle de la bille, responsable de la sous-évaluation des pentes.

Pour ne pas être gêné par l’erreur de la jauge de contraintes, nous sommes obligés d’observer les pentes aux fortes contraintes. Si nous possédions un capteur de forces nous permettant de caractériser les régimes aux faibles comme aux fortes contraintes, il serait intéressant de faire varier continûment la contrainte et d’enregistrer les différentes réponses du système pour les contraintes données. Nous pourrions suivre de façon précise l’évolution des fréquences de résonance caractérisant le milieu. Ainsi il nous serait a priori possible d’étudier précisément les lois d’échelle.

Nous avons également réalisé une expérience sur un arrangement hexagonal compact ABAB de 6 couches. Nous utilisons les mêmes billes que dans les expériences précédentes. Nous ferons l’éco-

nomie de quelques figures. Les évolutions des vitesses et des fréquences caractéristiques sont en résumé les suivantes. Pour ce qui concerne la vitesse, nous pouvons encore observer deux tendances de l'évolution avec un seuil autour de 100 N (les plages de contraintes sont comprises entre 10 N et environ 1300 N). La régression linéaire (approchant les points expérimentaux) sur la première partie nous donne un exposant proche de 0,11 en accord avec les résultats sur le 4 couches. Pour la deuxième partie, le coefficient de la régression tend vers 0,18. Les résultats sur les fréquences de résonance semble aller dans le même sens. En passant d'un hexagonal compact de 4 à 6 couches, nous augmentons qualitativement le désordre. Ce faisant, les exposants caractérisant les lois d'évolution de la vitesse en fonction de la contrainte passent de 0,17 à 0,18. Ces conclusions vont dans le sens de l'influence du désordre sur l'exposant caractérisant les lois d'évolution<sup>9</sup>, comme le préconisent les études [22, 33, 43, 45]. Ces expériences devront être effectuées à nouveau avec des capteurs de contraintes nous permettant des caractérisations plus fines, notamment pour les "faibles" contraintes.

#### 4.2.2 Vibrations propres des billes constituant l'empilement

Pour les empilements de 2, 4, et 6 couches, nous avons effectué des expériences en vue d'observer la propagation d'ondes de surfaces. Il faut s'attendre à ce que l'arrangement et le désordre des contacts jouent un rôle fondamental au niveau de la propagation. Nous allons nous intéresser, dans cette section, à la transition entre un milieu mono-dimensionnel et l'arrangement en hexagonal compact.

Nous présentons, dans un premier temps, en figure (D-6) la réponse filtrée passe-haut obtenue pour un arrangement hexagonal compact de 4 couches soumis à une impulsion de fréquence centrale 500 kHz. L'empilement est contraint par une force de l'ordre de 700 N. Nous ne sommes sensibles ici qu'aux ondes hautes fréquences du type de celles obtenues pour des billes, des colonnes ou des réseaux carrés. Nous observons un signal dont les fréquences caractéristiques correspondent à celles des modes de surface. L'arrivée des paquets d'onde dans le temps crée un transitoire long entraînant un maximum de l'énergie à environ 800  $\mu$ s suivie d'une atténuation lente du signal.

Cette amplification de l'amplitude est comparable, s'il s'agit bien d'une propagation en ondes de Rayleigh, à celle obtenue dans le cas des colonnes pour l'étude expérimentale [18]. Dans ce cas, les ondes de Rayleigh se somment constructivement à chaque tour de bille.

Tant que l'atténuation n'altère pas de façon significative la propagation, les ondes de Rayleigh se cumulent en bout de colonnes et l'accroissement de ces ondes est possible. Dans le cas du réseau tri-dimensionnel hexagonal compact, l'effet d'accroissement doit toujours être présent mais les possibilités de chemins pour se propager entre les deux transducteurs sont plus importantes. Cet effet devrait donc être visible plus longtemps. Dans un deuxième temps, nous analysons plus précisément les ondes que nous venons de montrer. Nous présentons, pour cette raison, pour le domaine temporel les réponses de deux milieux différents à une impulsion acoustique de fréquence centrale 500

<sup>9</sup>Même s'il est difficile pour nos expériences de penser que l'on puisse discriminer un exposant à 0,17 d'un autre à 0,18.

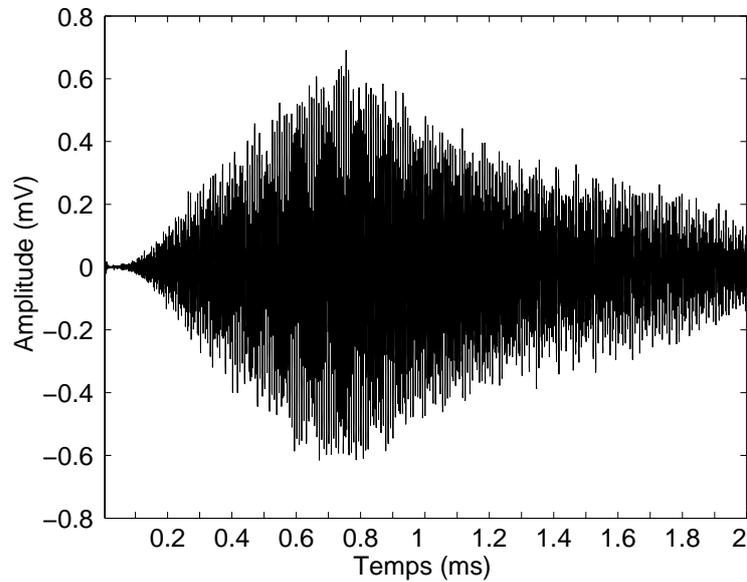


FIG. D-6 – Réponse filtrée passe haut (filtre Butterworth de fréquence de coupure 150 kHz)

kHz : d'une part une colonne de 3 billes, et d'autre part un empilement ordonné en configuration hexagonale compact de 4 couches de billes<sup>10</sup>. Ces deux configurations nous permettent d'obtenir la même distance pour le trajet des ondes de Rayleigh le plus court.

Les signaux obtenus pour ces deux empilements sont filtrés à l'aide d'un passe-haut Butterworth sans retard de phase de fréquence de coupure 150 kHz. Ce filtrage élimine les composantes basses fréquences dues au comportement élastique du contact de Hertz, auxquelles les sections précédentes ont été consacrées. La figure (D-7, gauche) présente les premières arrivées de la réponse de la colonne de 3 billes. Nous distinguons clairement des paquets d'ondes régulièrement espacés et croissant en amplitude dans le temps. Le temps de vol entre deux paquets pour un périmètre de bille nous donne une vitesse de l'ordre de 3150 m/s, compatible avec la vitesse de groupe des ondes de Rayleigh. Nous pouvons également observer un paquet d'onde présentant une amplitude plus importante que les autres. Il s'agit d'une onde se propageant dans l'air entre les deux transducteurs (distance 30 mm), avec une vitesse proche de 375 m/s. La figure (D-7, droite) représente les premières arrivées de la réponse de l'empilement en hexagonal compact de 4 couches. Les signaux montrent des périodes comparables ainsi qu'un accroissement de l'amplitude au cours du temps<sup>11</sup>. Toutefois l'observation de paquets d'onde régulièrement espacés dans le temps n'est plus possible.

Nous présentons sur la figure (D-8) les transformées de Fourier des réponses globales des deux milieux précédemment cités. Nous avons déjà montré la transformée de Fourier de la réponse d'une colonne, ou d'un empilement en réseau carré, à une impulsion de fréquence centrale 500 kHz. La T.F.

<sup>10</sup>Pour les deux milieux, nous avons choisi des billes d'acier 100Cr6 de diamètre 10 mm.

<sup>11</sup>Cet accroissement est dû aux nombreux chemins possibles de distances égales pour se propager d'un point à un autre dans un empilement 3D. Nous avons déjà évoqué plus haut ce phénomène d'amplification.

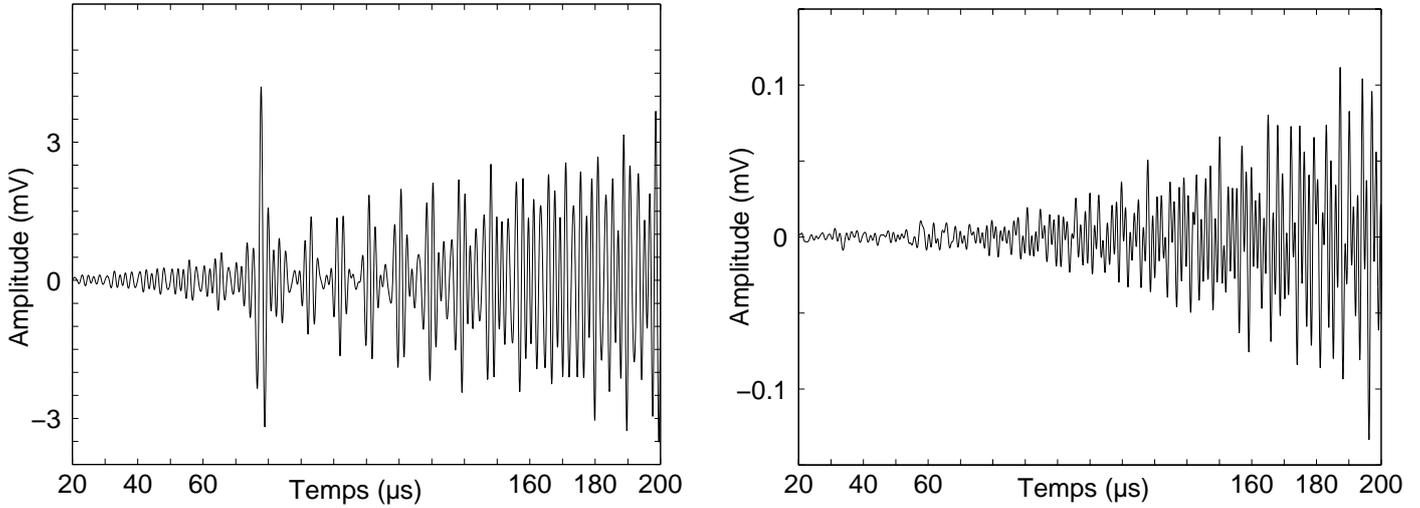


FIG. D-7 – Réponse temporelle pour une colonne de billes (à gauche) et un arrangement de 4 couches en hexagonal compact (à droite).

discrète de la réponse pour l'arrangement hexagonal compact de 4 couches présente sensiblement le même spectre (léger décalage de raies) mais filtrés. Nous abordons dans la suite ce qui peut expliquer la transition entre empilement en réseau carré et en hexagonal compact.

Nous développons pour cela un modèle, sur un milieu bi-dimensionnel. Ce modèle nous permet d'avoir uniquement une représentation qualitative de la transition carré/hexagonal compact car il nous est impossible de connaître précisément le couplage entre les différents billes d'un arrangement carré et hexagonal compact<sup>12</sup>.

Nous considérons un disque<sup>13</sup> pour lequel le positionnement de deux transducteurs pourra être arbitraire.

- Dans un premier temps, nous les plaçons de façon à ce que le point de réception soit diamétralement opposé au point d'émission. Dans ce cas, nous nous trouvons dans les conditions de convergence au pôle des ondes se propageant à la surface du disque<sup>14</sup> : deux ondes sont émises du point d'émission et convergent en sens contraire vers le pôle exactement opposé. L'onde interceptée par le transducteur récepteur est maximale<sup>15</sup>. Seules la vitesse de propagation et le périmètre de la bille déterminent la position des résonances des modes Rayleigh et de galerie à écho. Pour une bille d'acier de diamètre 10 mm, nous retrouvons le spectre

<sup>12</sup>Le désordre de contact, et l'inhomogénéité de la distribution des forces dans l'empilement sont responsables de cette indétermination sur le couplage entre billes.

<sup>13</sup>Dans la mesure où le modèle est bi-dimensionnel.

<sup>14</sup>Cette situation est détaillée en §(1.1.1.1) et en §(1.1.1.2).

<sup>15</sup>Pour le cas 3D d'une sphère, le critère de convergence au pôle est respecté. Les "chemins" pour aller d'un point au pôle opposé sont multiples et non plus doubles.

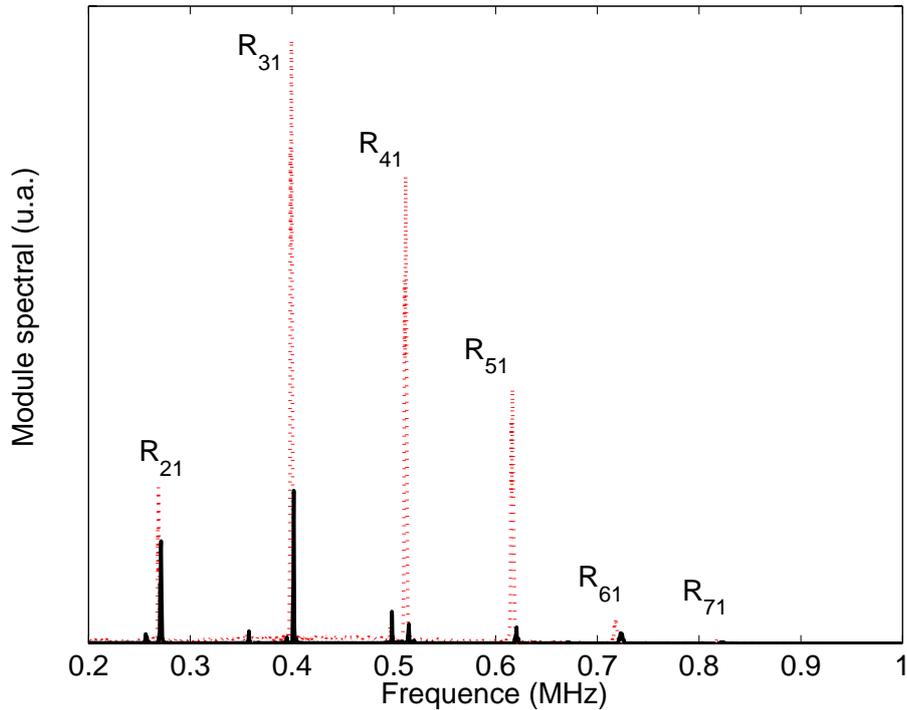


FIG. D-8 – Transformées de Fourier des réponses des figures précédentes. Colonne de 3 billes (en rouge pointillé) et arrangement hexagonal compact (en noir continu).

de raies obtenu au §(1.1.1.2). Cette situation<sup>16</sup> est celle abordée expérimentalement pour le cas des colonnes ou des arrangements en réseau carré.

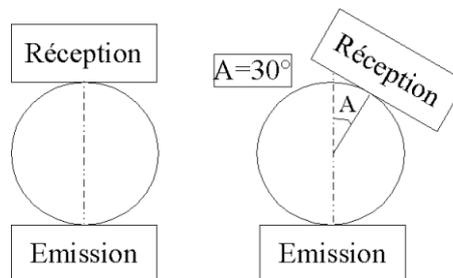


FIG. D-9 – Influence sur la mesure de la position du point de réception par rapport au point d'émission

- Dans un deuxième temps, si nous décalons le point de réception d'un angle arbitraire par rapport au pôle opposé du point d'émission, le critère de convergence, observé pour le cas de l'émission-réception pôle à pôle, n'est plus valide. Le transducteur récepteur intercepte<sup>17</sup>

<sup>16</sup>Un positionnement exactement au pôle du transducteur récepteur est impossible.

<sup>17</sup>Pour le cas 3D d'une sphère, le transducteur, écarté de sa position au pôle, n'intercepte que deux chemins de l'onde au lieu des chemins multiples lorsqu'il est placé au pôle. Nous devons nous attendre à ce que l'amplitude chute

soit deux ondes imbriquées soit successivement deux ondes distinctes en fonction de l'angle d'écartement par rapport au pôle : l'une ayant voyagé par le pôle et l'autre non. Nous avons choisi un angle de  $30^\circ$  nous plaçant dans la situation d'un réseau triangulaire à 2D et nous permettant d'avoir un ordre d'idée pour le réseau en hexagonal compact 3D en structure ABAB. Les interférences créées dans la zone de réception du capteur ont un effet de filtrage dans le domaine fréquentiel : certains modes de résonances des ondes de Rayleigh n'auront pas le même poids à cet endroit de détection qu'au pôle de détection.

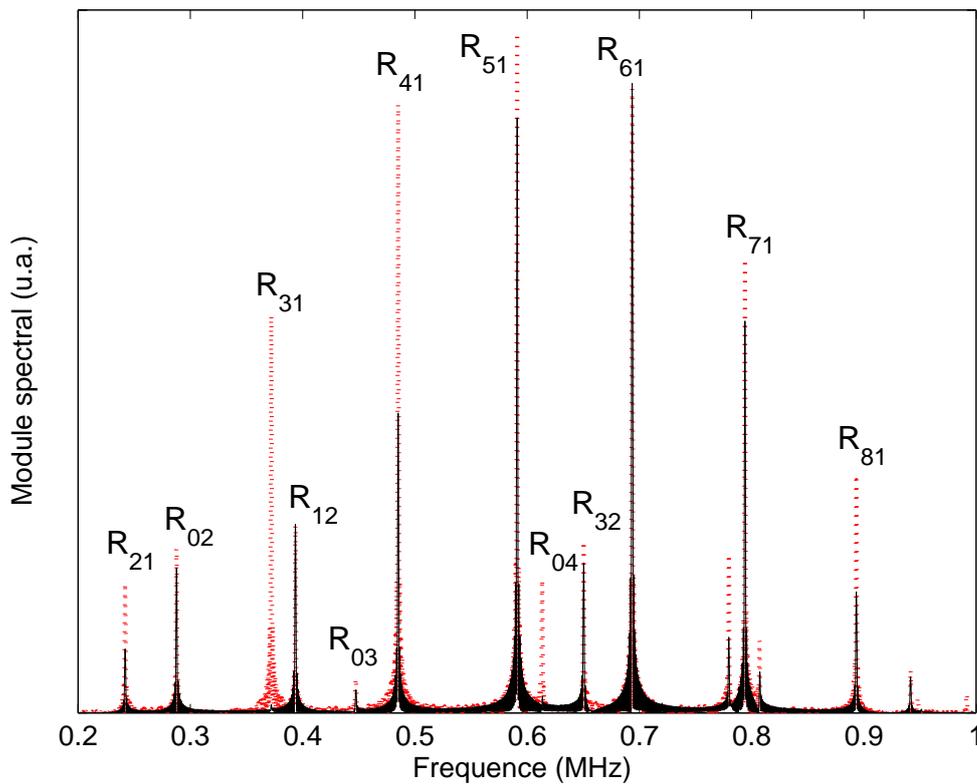


FIG. D-10 – Module spectral obtenu pour deux simulations. Simulation pour le point de détection à  $180^\circ$  du point d'émission (en rouge pointillé), et à  $150^\circ$  du point d'émission (en noir continu)

Nous avons utilisé une simulation numérique développée par Stefan Catheline et Dominique Clorenec au L.O.A. ; elle réalise la propagation d'ondes acoustiques sur des objets de différentes formes et matériaux sur le modèle des différences finies et elle permet un positionnement arbitraire de la source et du ou des récepteurs. Néanmoins l'absorption n'est pas prise en compte dans cette simulation. Le résultat, dans le domaine fréquentiel, pour une bille d'acier de diamètre 10 mm, dont le récepteur est placé à  $180^\circ$  puis à  $150^\circ$  de la source est donné en figure (D-10). Pour une réception à  $180^\circ$ , les premiers modes des ondes Rayleigh et galerie à écho sont présents. Nous observons un

---

de façon considérable par rapport au cas 2D.

décalage des fréquences des modes  $R_{nl}$  par rapport aux valeurs théoriques et expérimentales<sup>18</sup>. Pour la réception à  $150^\circ$  du point d'émission, le comportement attendu est observé, à savoir un filtrage de la réponse obtenue pour la réception à  $180^\circ$  : le troisième harmonique du mode Rayleigh est absent, le quatrième et le cinquième sont affaiblis. D'autres modes sont affaiblis ou inexistantes. La propagation en ondes de surface est plus difficile pour des arrangements la condition de propagation d'un point de la bille au pôle opposé n'est pas respectée. Cet effet est d'autant plus marqué que la propagation s'effectue sur un objet 3D et non sur un disque et le nombre de chemins acoustiques de pôle à pôle est plus important que du point d'émission à tout autre point hors du pôle opposé. Nous avons ainsi à l'échelle de la bille une modification du signal reçu en fonction du point de réception. La transition d'une colonne, ou d'un arrangement en réseau carré, à une configuration hexagonale compact doit qualitativement avoir les mêmes conséquences.

La propagation en ondes de surface est possible sur des arrangements périodiques. La vérification expérimentale a été effectuée sur des empilements peu épais (jusqu'à 6 en hexagonal compact ABAB). Nous avons pu observer la propagation en ondes de surface pour des empilements désordonnés de billes mono-disperses d'acier de diamètre 10mm ( $\pm 5 \mu m$ ). L'épaisseur du milieu équivalait approximativement à une dizaine de couches. Les ondes de surface, pour des milieux à petites échelles, pourrait nous permettre à l'avenir de quantifier le couplage entre les grains dans un milieu 3D. Cela nous permettrait d'obtenir des informations supplémentaires sur la cartographie des contraintes aux bornes du milieu insonifié.

## 4.3 Mise en évidence de la propagation solidienne

### 4.3.1 Principe du Montage Expérimental

Le dispositif expérimental est sensiblement identique à ceux qui ont été utilisés dans les autres sections de ce manuscrit. Toutefois, deux modifications essentielles du dispositif nous permettent d'étendre notre champ d'investigation. D'une part, les billes de verre utilisées dans cette expérience présentent des diamètres poly-disperses proches de 4 mm permettant d'obtenir un milieu désordonné. L'épaisseur du milieu est de l'ordre de 40 mm, avec une épaisseur équivalente à environ 10 couches. Les dimensions transversales intérieures de la cuve sont 70 par 90 mm. L'empilement est vibré afin d'obtenir une organisation des grains la plus compacte possible : nous obtenons ainsi une compacité maximum proche de 64 %. D'autre part, nous utilisons une cloche à vide. Cet appareillage nous permet de faire varier les concentrations en gaz des espaces interstitiels du milieu granulaire. Trois gaz sont choisis : l'air, le dioxyde de carbone et l'hélium. Lorsque le volume gazeux du milieu est peu dense, la propagation est possible uniquement dans la partie solide de l'empilement. La comparaison des signaux sous différentes densités du milieu interstitiel nous permet d'avoir une information exacte sur la propagation acoustique dans la phase gazeuse.

La contrainte statique appliquée au milieu de bille durant les phases de variation des densités de gaz est inchangée. Cette contrainte est approximativement égale à 640 N (64 kg), qui répartie

<sup>18</sup>Nous commettons une erreur sur les vitesses des ondes de compression et de cisaillement.

sur le piston de la cuve représente une pression approximative de  $10^5 Pa$ . Nous nous intéressons uniquement à l'influence de la phase gazeuse sur la propagation acoustique et non aux lois d'échelles qui gouvernent le comportement hertzien. Autrement dit, nous examinons l'influence de la phase gazeuse sur le mode de propagation (notamment sur la deuxième partie des signaux que nous présenterons ultérieurement). L'empilement granulaire est sondé à l'aide d'une impulsion acoustique de fréquence centrale 100 kHz.

Le protocole expérimental est le suivant : pour chaque gaz sélectionné, une opération de saturation de l'espace interstitiel du milieu granulaire est préalablement effectuée. Une première " mise sous vide " de l'espace interstitiel est alors effectuée. Au moment où nous atteignons une pression du volume gazeux du milieu granulaire de l'ordre de 200 *mBar*, une acquisition des signaux en réception est effectuée<sup>19</sup>.

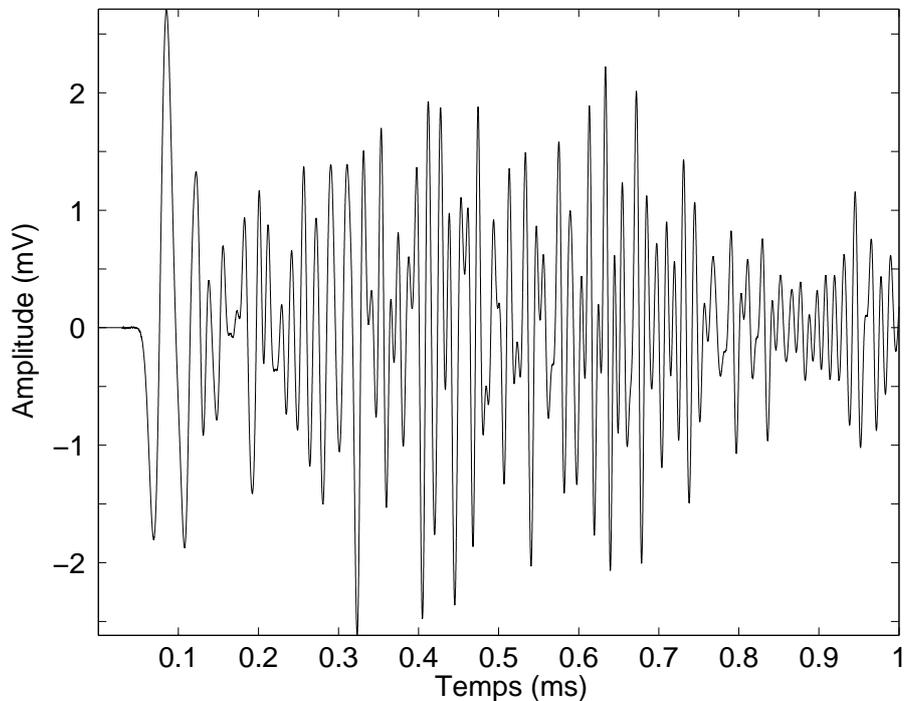


FIG. D-11 – Signal en réception pour un milieu gazeux granulaire peu dense (vide d'air)

Un gaz<sup>20</sup> est ensuite injecté dans la cuve jusqu'à obtenir une pression sous cloche équivalente à la pression atmosphérique. Nous effectuons une nouvelle mesure des signaux reçus. Enfin nous réalisons une seconde fois un vide sous cloche pour obtenir une pression de 200 *mBar* pour lequel nous procédons à une dernière acquisition. Des comparaisons pourront alors être établies entre les signaux de référence et ceux obtenus pour des atmosphères saturées en gaz (air, dioxyde de carbone

<sup>19</sup>Ces signaux seront pris comme référence.

<sup>20</sup>Soit de l'air, soit du dioxyde de carbone, soit de l'hélium.

et hélium).

La figure (D-11) nous donne le signal acoustique en réception caractéristique pour l'empilement considéré lorsque la phase gazeuse du milieu, constituée d'air, est peu dense (pression de l'ordre de  $200\text{ mBar}$ ). La durée caractéristique du signal en réception observé (supérieure à la milliseconde) est plus de 100 fois supérieure à celle du signal en émission (une période équivalent à  $10\ \mu\text{s}$ ). La longueur d'onde des premières arrivées, correspondant probablement à un trajet balistique/cohérent<sup>21</sup>, est supérieure aux longueurs d'ondes caractérisant la queue du signal.

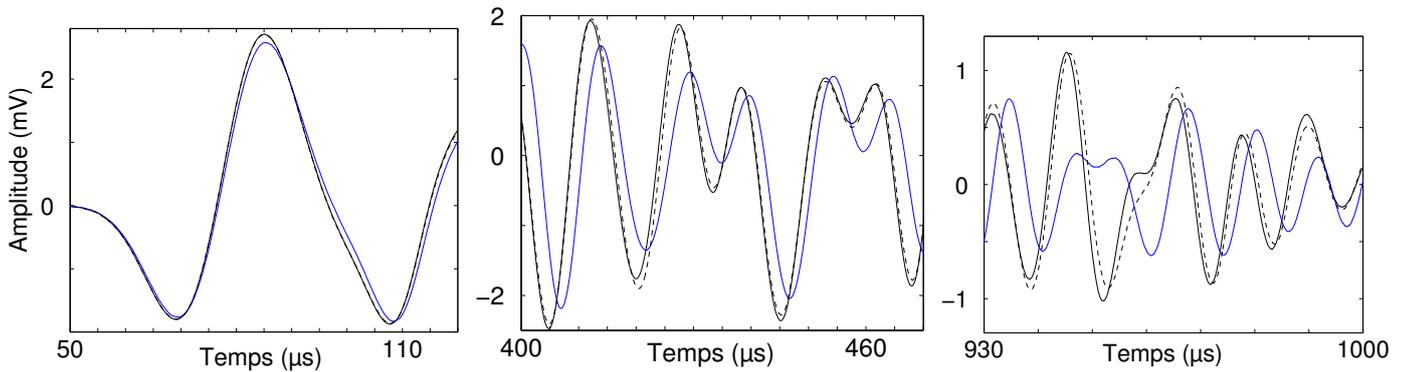


FIG. D-12 – Signaux en réception dans 3 atmospheres : vide d'air (noir continu), air (bleu continu) et vide d'air (noir tireté), figures zoomées

Pour en finir avec le protocole expérimental, nous nous sommes assurés que deux acquisitions successives des signaux en réception, et ce quelle que soit la densité de gaz du volume gazeux granulaire, sont rigoureusement identiques. Lorsque le milieu est laissé à lui-même pendant des durées de l'ordre de la quinzaine de minute, nous observons une variation des signaux assimilable à un "vieillissement" du granulaire. Les mécanismes de ce vieillissement peuvent être attribués aux réarrangements locaux entre grains (grains glissant ou tournant modifiant le contact, faibles dilatations de grains induisant un contact inter grain différent). Nous avons vu précédemment le rôle de la température. Nous y revenons ultérieurement. Les cycles complets<sup>22</sup> de mesure, pour chaque gaz, doivent être effectués plus rapidement que les réarrangements locaux entre grains. Les ordres des grandeurs de temps des cycles sont approximativement 11 minutes. Dans la mesure du possible, des mesures de température à l'intérieur et à l'extérieur de la cuve sont réalisées à chaque fin d'opération.

### 4.3.2 Résultats expérimentaux

Nous présentons les signaux en réception lorsque la densité du milieu gazeux de notre empilement est variée pour trois zones. Les cycles (vide, injection de gaz et vide) pour des gaz différents durent

<sup>21</sup>Comme pour les études précédentes sur les réseaux hexagonal compact, le nombre de billes en contact avec la surface du transducteur, nous donne accès à des ondes auto-moyennées.

<sup>22</sup>Mise sous vide, injection de gaz, et mise sous vide à nouveau.

plus longtemps que le vieillissement typique du milieu, évoqué au paragraphe précédent. Nous pouvons l'observer en examinant les fenêtres de même temps pour les différents groupes de figure (D-12), (D-13) et (D-14).

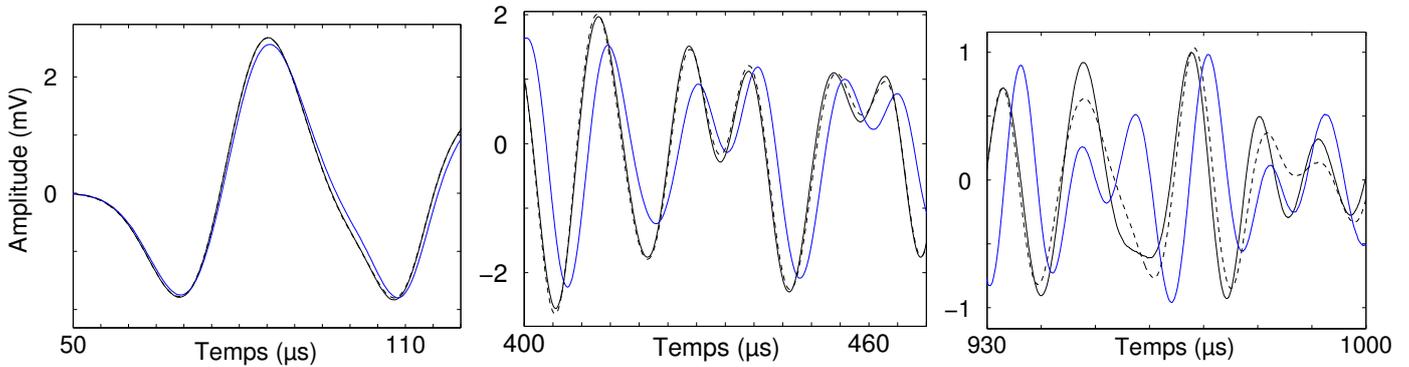


FIG. D-13 – Signaux en réception dans 3 atmosphères : vide de  $CO_2$  (noir continu),  $CO_2$  (bleu continu) et vide de  $CO_2$  (noir tireté), figures zoomées

Nous pouvons remarquer que les premiers arrivés n'évoluent pas. Pour les deux fenêtres temporelles suivantes, la variation des signaux est significative, preuve d'un vieillissement du milieu.

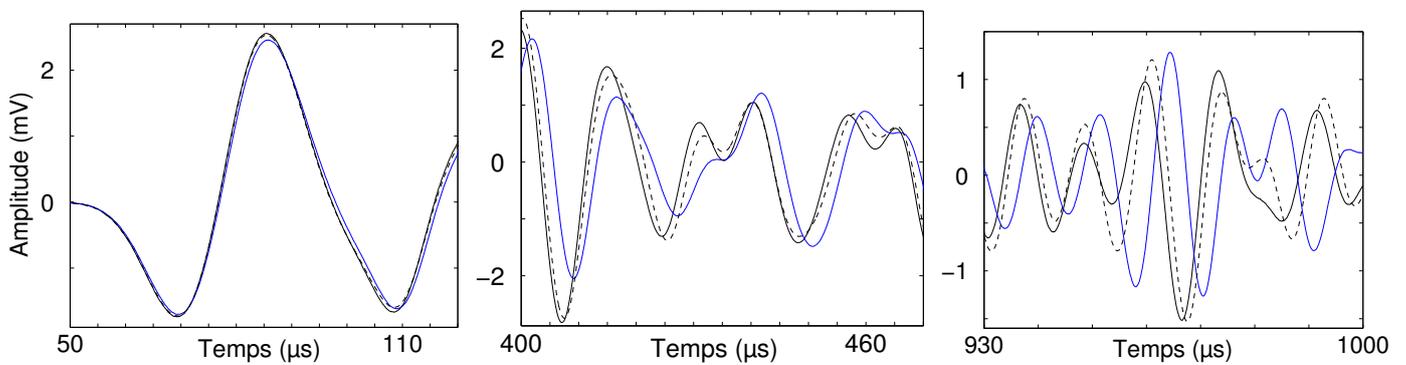


FIG. D-14 – Signaux en réception dans 3 atmosphères : vide d' $He$  (noir continu),  $He$  (bleu continu) et vide d' $He$  (noir tireté), figures zoomées

Les figures (D-12) présentent les trois fenêtres temporelles lorsque le gaz est l'air. Nous constatons qu'un déphasage apparaît entre les signaux en réception lorsque la densité du volume gazeux est variée. Ce déphasage n'est pas visible pour la première demi-période des signaux en réception et croît au fur et à mesure que le temps de propagation augmente. Plus nous regardons loin dans le temps des signaux, plus l'écart des vitesses de propagation des ondes pour le milieu granulaire sous deux atmosphères différentes est grand. Lorsque la densité du gaz de l'espace inter grain est ramenée à la valeur de référence ( $200mBar$ ), ce déphasage tend à disparaître sur toute la durée

du signal. Les figures (D-13) et (D-14) présentent le même type d'expérience respectivement pour le dioxyde de carbone et l'hélium. Des comportements similaires, à savoir le déphasage cumulatif des ondes se propageant dans un empilement saturé en gaz par rapport à celles se propageant dans un milieu gazeux raréfié, sont observables. De plus les ordres de grandeur de déphasage pour des temps de propagation longs sont comparables pour les différents gaz. Nous constatons également que pour un retour à un milieu interstitiel gazeux peu dense ( $200\text{mBar}$ ), le déphasage redevient faible.

Nous garantissons ainsi le fait que seule la variation de densité en gaz, et non les réarrangements locaux de grains du granulaire, non plus que la force extérieure appliquée<sup>23</sup> sur celui-ci, est responsable du déphasage temporel observé pour des densités de gaz variables. Dans la mesure où il est cumulatif, nous pouvons nous attendre à ce que ce déphasage soit lié à une modification globale du milieu. Pendant les phases de variation de la densité, les variations de la température et de l'hygrométrie doivent être très importantes. Ces paramètres peuvent avoir une influence majeure sur le contact hertzien et donc sur la propagation acoustique.

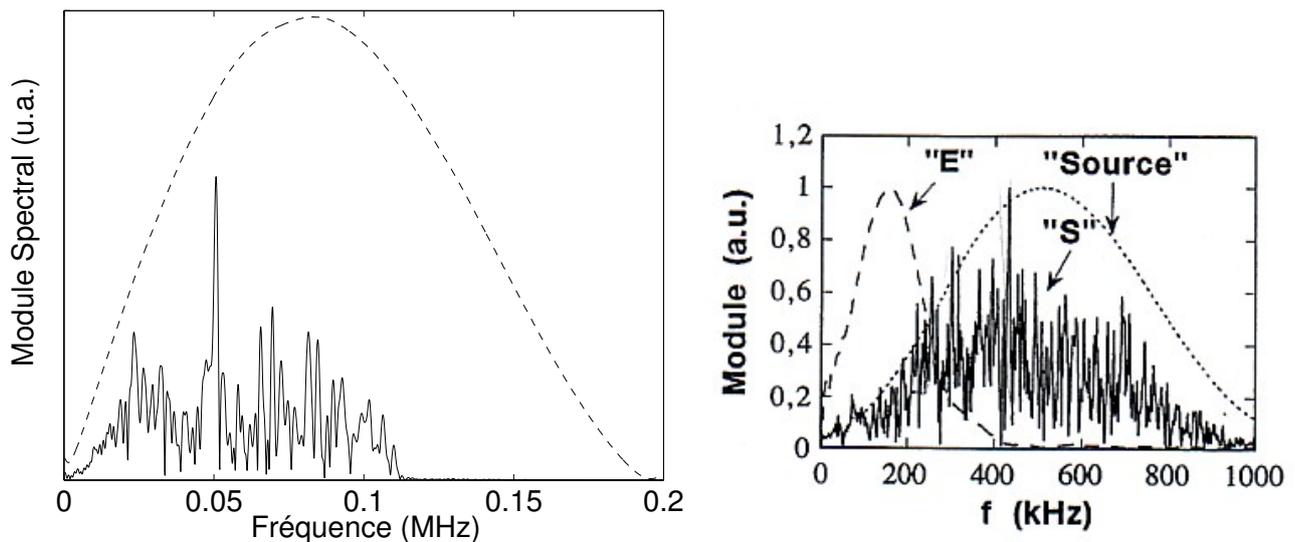


FIG. D-15 – A gauche : Comparaison des spectres des signaux émis (trait tiret) et reçus (trait continu) pour un granulaire avec un milieu gazeux peu dense ( $200\text{ mBar}$ ) / A droite : module de la transformée de Fourier des signaux émis et reçus pour l'étude [39]

Nous avons effectué la transformée de Fourier discrète des différents signaux acquis. Nous présentons les signaux émis et reçus lorsque le volume gazeux du milieu granulaire est peu dense. Le signal en émission est correctement centré à  $100\text{ kHz}$ , ce qui n'est pas le cas pour celui en réception. Il présente une extinction au voisinage de  $120\text{ kHz}$ . Cette fréquence de coupure doit être liée au contact de Hertz. En utilisant les relations théoriques (2.11) et (2.13) pour un contact de Hertz entre deux corps

<sup>23</sup>La force est constante et égale à  $640\text{ N}$  comme nous l'avons relevé plus haut. Ce n'est pas la force qui fait évoluer la nature des signaux reçus, mais la densité en gaz du milieu granulaire (l'hygrométrie ou la température).

sphériques, pour des diamètres de billes et des constantes élastiques comparables à ceux utilisés, nous trouverions des fréquences de coupures comparables à celles observées expérimentalement pour des contraintes de l'ordre de 200 N (115 kHz)<sup>24</sup>. Nous reviendrons un peu plus loin sur cet écart entre expérience et théorie.

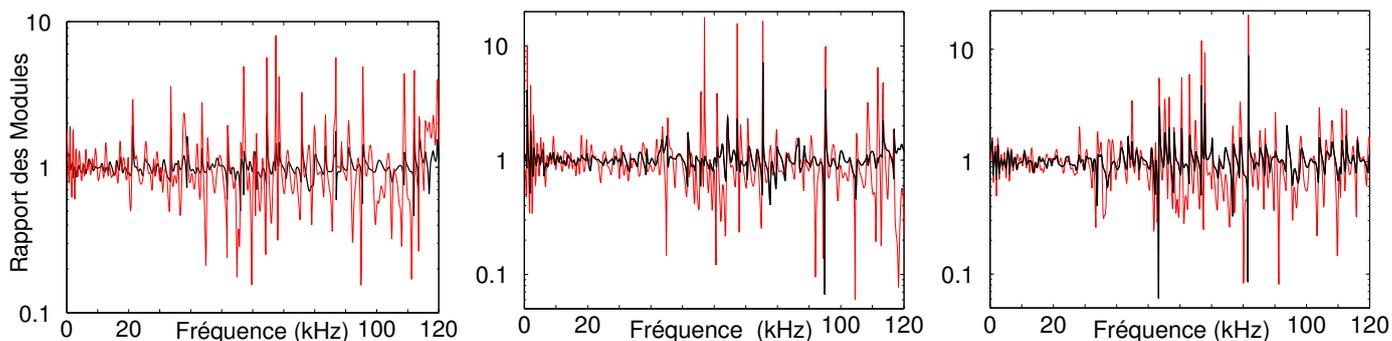


FIG. D-16 – Signaux fréquentiels, rapport des modules de spectre. En noir le rapport entre la deuxième mise sous vide et la première, en rouge le rapport entre le milieu interstitiel saturé en gaz et le premier vide. de gauche à droite, le gaz est l'air, le dioxyde de carbone et l'hélium

Nous avons effectué le rapport des modules des transformées de Fourier entre les deuxièmes et les premières mises à vide du granulaire ainsi qu'entre le milieu interstitiel saturé en gaz (air, dioxyde de carbone et hélium) et la première mise sous vide. Nous continuons ainsi, dans le domaine fréquentiel, la comparaison des signaux obtenus pour différentes densités du milieu interstitiel. Les figures (D-16) présentent les rapports des modules de 0 à 120 kHz, leur valeur n'ayant plus aucune signification physique au delà de la fréquence de coupure. Nous calculons la moyenne quadratique des différents rapports<sup>25</sup>. Lorsque les gaz sous cloche sont l'air, le dioxyde de carbone et l'hélium, les moyennes des rapports entre les deuxièmes et premières mises sous vide valent respectivement 1,06, 1,15 et 1,21. Pour le milieu saturé en gaz (dans l'ordre air, dioxyde de carbone et hélium) et la première mise sous vide, elles valent respectivement 1,58, 2,36 et 1,95. L'évolution la plus importante des signaux est obtenue lorsque le gaz est le dioxyde de carbone. Dans l'ensemble, l'évaluation des moyennes nous permet de confirmer que seule la variation de densité du volume gazeux est responsable du déphasage temporel et fréquentiel des signaux entre eux, donnant une importance prépondérante à la nature du contact inter grain.

La comparaison de notre étude avec des travaux antérieurs est effectuée dans les paragraphes suivants. La vitesse des ondes acoustiques cohérentes est une information très souvent utilisée dans les études acoustiques sur les granulaires parce que sa mesure est directe et simple. Nous avons utilisé des techniques d'évaluation de la vitesse analogues à celles déjà utilisées par exemple par Jia et al. [39]. Deux méthodes d'évaluation de la vitesse peuvent être utilisées pour mesurer la

<sup>24</sup>Notons que pour une telle contrainte, la vitesse théorique des ondes basses fréquences est de l'ordre de 1457 m/s.

<sup>25</sup>La relation est donnée par  $E[|x(f)|^2] = \overline{x(f)^2} = \frac{1}{F} \int_0^F x(f)^2 df$ .

vitesse des ondes effectives dans des milieux granulaires à compacité maximum. La première donne directement la vitesse en fonction du temps de vol (différence temporelle entre les déclenchements de l'onde reçue et l'onde émise). La seconde technique consiste à extraire la phase de la transformée de Fourier de la partie du signal résistant à la moyenne (partie cohérente du signal). La vitesse de groupe de l'onde est alors donnée par  $v_G = \frac{2\pi d}{d\phi/df}$  où  $d$ ,  $\phi$  et  $f$  sont respectivement la distance entre les deux transducteurs, la phase de la transformée de Fourier du signal reçu et la fréquence. Pour notre expérience, les temps de vol des premiers arrivés<sup>26</sup> sont de l'ordre de  $39.5 \mu s$ , nous permettant d'obtenir une vitesse de groupe proche de  $1013 \text{ m/s}$ . La technique de la dérivée de la phase par rapport à la fréquence sur le cohérent nous permet d'obtenir une valeur de l'ordre de  $1139 \text{ m/s}$  pour la vitesse de groupe des ondes acoustiques se propageant dans le milieu d'un transducteur à l'autre. Les valeurs de vitesses mesurées pour notre milieu, trouvées à l'aide des techniques du temps de vol et de la dérivée de la phase de la transformée de Fourier par rapport à la fréquence, diffèrent d'environ  $12 \%$ . Nous obtenons des ordres de grandeur des vitesses comparables à ceux qui ont été obtenues par Jia et al., quelle que soit la méthode utilisée.

La longueur d'onde effective associée à l'onde cohérente peut être évalué à l'aide de la relation  $\lambda_{eff} = V_{eff}/\nu$  [39]. La comparaison de  $\lambda_{eff}$  à la dimension des grains du milieu permet aux auteurs de légitimer une approche dite de diffusion multiple.

Dans le cas de notre expérience, le rapport de la longueur d'onde effective sur le diamètre de la bille vaut approximativement  $2.75$ , ce qui correspond aux ordres de grandeur de ce rapport pour Jia et al. [39] lorsque le régime de diffusion multiple est atteint. Cette correspondance avec notre expérience est également vérifiable dans la comparaison des spectres des signaux en réception. Les modules de la transformée de Fourier des signaux en émission et en réception sont présentés en figure (D-15). Sur la figure de gauche, nous observons une fréquence de coupure nette pour le spectre des signaux en réception autour de  $110 \text{ kHz}$ , qui semble correspondre à la fréquence de coupure obtenue pour des billes de verre en contact hertzien ( $\alpha = 1/6$ ) sous une contrainte approximative de  $200 \text{ N}$ . A notre connaissance, aucun autre mécanisme que le contact hertzien, ne permettrait d'expliquer cette fréquence de coupure. La figure de droite présente un spectre comparable avec une fréquence de coupure plus haute fréquence filtrée par le spectre en émission. Ceci peut être expliqué par la taille des grains du milieu ainsi que les dimensions très réduites de la cavité dans laquelle ont été effectuées les expériences. Le spectre est également plus chahuté, la réponse du milieu désordonné étant conditionnée par la poly-dispersité des grains et l'inhomogénéité du réseau des raideurs qu'elle induit. En faisant uniquement intervenir le contact de Hertz pour expliquer les comportements observés dans la ref. [39], nous nous demandons s'ils ne peuvent pas l'être par la seule donnée d'un processus de propagation cohérent. Nous avons vu que la propagation en ondes de surface et les interférences de leurs paquets d'ondes peuvent, par exemple, à tort être pris pour de la diffusion multiple alors qu'il ne s'agit que d'un processus de propagation cohérente. Le même type de confusion peut être réalisée pour les billards acoustiques. Les conditions aux limites ainsi que les forces appliquées dans le cas de [39] peuvent expliquer les réponses particulières de cette

<sup>26</sup>Correspondant à la partie cohérente.

expérience. La seule vérification de l'atténuation exponentielle de l'onde "cohérente" en fonction de l'épaisseur du milieu permettrait de valider ou d'infirmer l'approche de la diffusion multiple pour ces granulaires de dimensions réduites. A notre connaissance, cette expérience n'a pas encore été réalisée.

## 4.4 Corrélation entre les chemins de forces et les chemins acoustiques

La propagation acoustique solidienne dans un milieu granulaire sec est effective le long des contacts. Les références [39, 49] évoquent également le chemin des forces comme trajet préférentiel des ondes (acoustiques). Cette conception est probablement due aux études sur les colonnes et notamment à l'idée du vide sonique. Cependant si bon nombre d'études semblent se baser sur l'hypothèse selon laquelle la propagation acoustique est effective le long des chaînes de force du milieu granulaire, aucune d'elles ne donne de preuve tangible de ce fait.



FIG. D-17 – Photographies d'expérience

Des simulations numériques réalisées par Somfai et al. [50], sur des empilements 2D et 3D de grains poly disperses<sup>27</sup>, montrent que les ondes acoustiques de faibles amplitudes n'empruntent pas les chemins de plus grandes forces statiques. Selon eux, la distribution des contraintes de l'empilement peut être inhomogène. La propagation acoustique n'est sensible qu'au réseau des raideurs<sup>28</sup>. Ce dernier est proportionnel à la racine cubique du réseau de forces, ce qui a pour effet une homogénéisation du milieu des raideurs. Dans les paragraphes suivants, nous tentons d'apporter une réponse à cette question toujours ouverte.

### 4.4.1 Principe du montage expérimental

Le dispositif expérimental repose sur l'utilisation de la sonde interférométrique hétérodyne. Un arrangement hexagonal compact (arrangement ABAB) est préparé. L'étude est effectuée sur des milieux de 7 couches. Des billes d'acier 100Cr6 de diamètre 10 mm sont utilisées pour la préparation de ces empilements parce que nos premières expériences nous ont permis de bien identifier les régimes

<sup>27</sup>La poly-dispersité des billes atteint 10 % du rayon.

<sup>28</sup>Conditionné par les distributions de forces inter-grains.

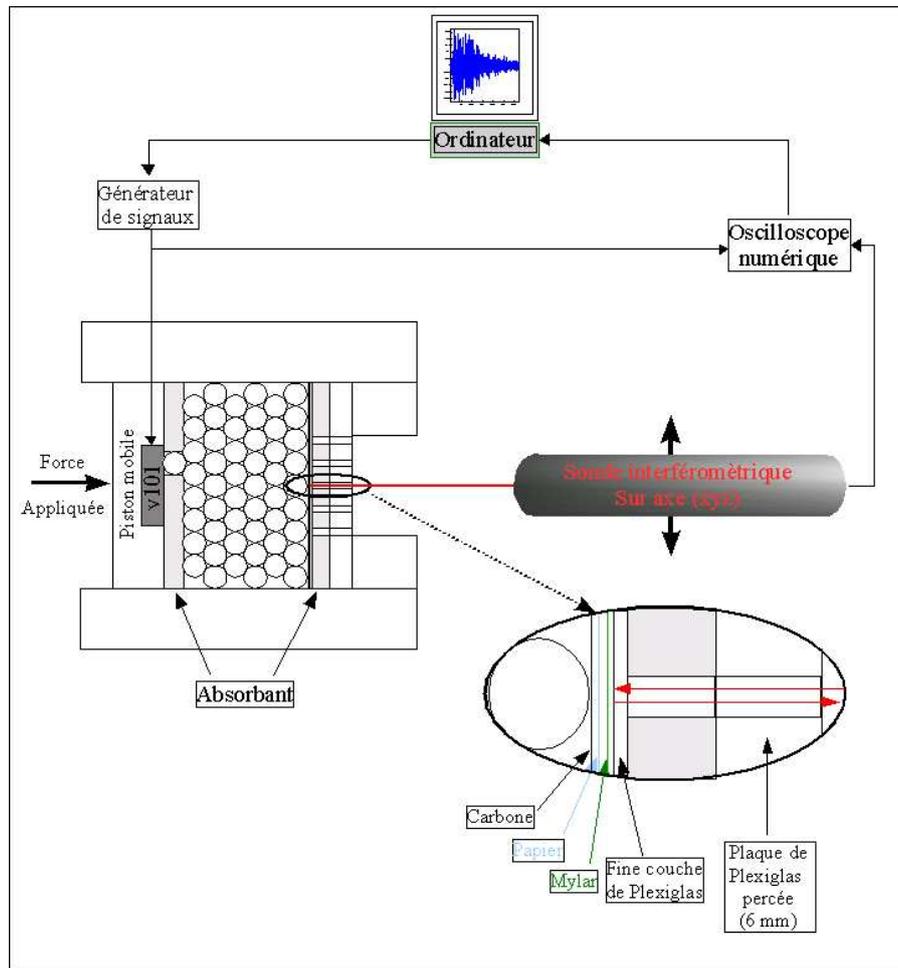


FIG. D-18 – Dispositif expérimental pour l'étude des corrélations entre les chemins de forces et les chemins acoustiques.

basses et hautes fréquences. Nous utilisons les transducteurs v101 avec lesquels les expériences précédentes ont été réalisées. La propagation d'ondes acoustiques dans l'empilement ne provoque aucun réarrangement irréversible<sup>29</sup>.

Pour rappel, la sonde interférométrique, déjà évoquée au premier chapitre, permet l'obtention d'une mesure locale et absolue des déplacements normaux de la surface inspectée. En fond d'empilement, nous allons pouvoir étudier la réponse individuelle de chaque bille. Nous allons donc pouvoir comparer les différentes réponses dynamiques entre elles. Dans le même temps, une étude de distribution des forces est accomplie en fond de cuve, à l'aide de la technique empirique du papier carbone. Cette technique, comme nous le rappelons au chapitre précédent, a été réutilisée dans l'étude [36]. Elle permet de connaître la force imposée par une bille sur la paroi grâce à la taille de l'empreinte laissée par le papier carbone sur une feuille. Elle est extrêmement fastidieuse parce que sa calibra-

<sup>29</sup>Deux acquisitions successives sont rigoureusement identiques.

tion repose sur l'accès à un très grand nombre de réalisations. Néanmoins, elle permet d'obtenir, sous réserve d'une bonne calibration, des informations fiables sur la répartition des efforts des billes des couches en contact avec les parois. Nous nous affranchissons du problème de la calibration dans la mesure ou nous n'avons besoin que d'une information relative et qualitative sur la répartition des efforts en fond de cuve.

Nous pourrions alors conclure grâce au recoupement des informations statiques et dynamiques.

#### 4.4.2 Expérience sur un milieu granulaire périodique hexagonal compact

La première expérience porte sur un arrangement hexagonal compact de 6 couches de billes de diamètre 10 mm. La septième couche est remplacée par une épaisseur équivalente de matériau absorbant dans lequel vient se loger une bille. Nous présentons le dispositif expérimental en figure (D-18) et en figures (D-17). Cet absorbant nous permet d'exciter l'arrangement de 6 couches de billes de manière statique et dynamique de façon prépondérante par la seule bille. La contrainte statique devrait ainsi vraisemblablement emprunter des directions préférentielles à 30 degrés de la direction de contrainte du piston. Les études numériques de J.N. Roux [43] montre que la distribution des contraintes dans un empilement triangulaire périodique 2D pour lequel les billes sont très légèrement mono-dispersés est inhomogène à faible contrainte ; Plus la contrainte devient importante, plus la recrudescence des contacts devient importante, et la distribution des forces homogènes. Pour cette raison, il nous semblait plus judicieux de travailler aux faibles contraintes pour pouvoir mettre en évidence une corrélation entre les chemins acoustiques et les chemins de force.



FIG. D-19 – Distribution de force en fond de cuve pour des contrainte proches de 840 N (à gauche) et 180 N (à droite).

La répartition des forces en fond de cuve est présentée en figure (D-19, gauche) pour le cas de notre dispositif expérimental lorsque la force appliquée est approximativement 840 N.

L'empilement étant ordonné en hexagonal compact, cette image est moins spectaculaire que les représentations obtenues pour les expériences [35,36]. Néanmoins, nous constatons que les empreintes

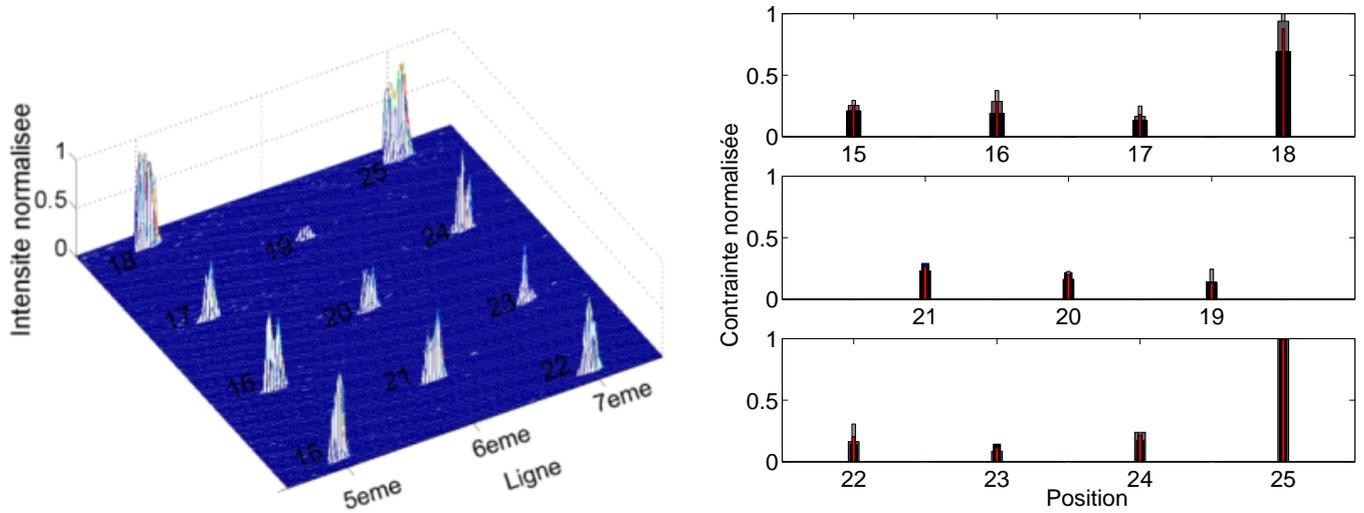


FIG. D-20 – A gauche : intensité normalisée pour les positions de 15 à 25 / A droite : Variation de la contrainte en fonction de la réalisation et de la position.

de fortes contraintes sont placées pratiquement sur deux hexagones irréguliers imbriqués. Dans la mesure où la bille contraignante est positionnée à l'aplomb de l'empreinte marquée<sup>30</sup>, nous nous plaçons donc bien dans la situation d'une orientation de la contrainte à 30°. Nous allons porter une attention plus particulière à la figure (D-19, droite). Nous pourrions réaliser une comparaison entre les contraintes statiques et dynamiques expérimentales uniquement pour les positions internes au cadre schématisé sur la figure (D-19, droite).

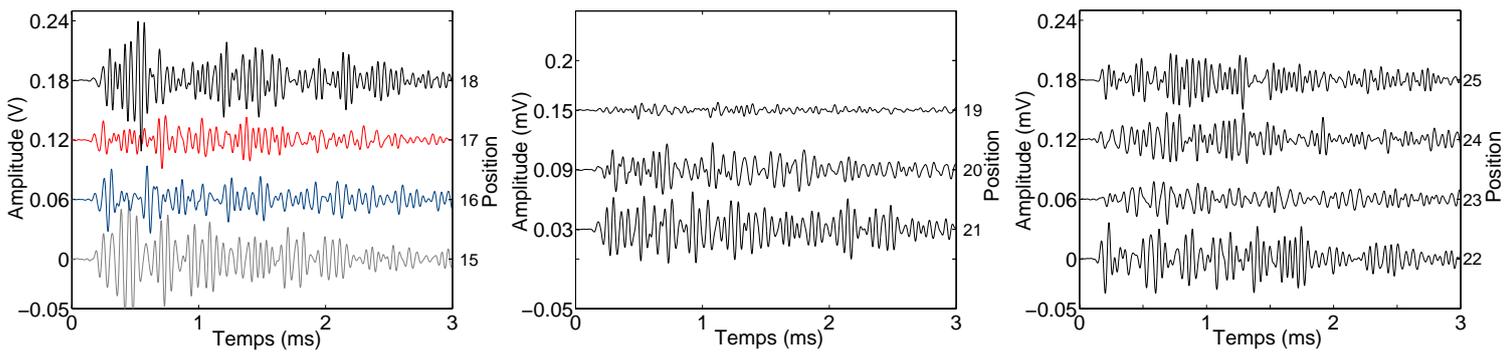


FIG. D-21 – Réponses temporelles obtenues pour différentes positions en fond de cuve

Dans un premier temps, nous nous intéressons particulièrement aux réponses locales pour les positions de billes allant de 15 à 25 ; il s'agit des positions des cinquièmes, sixièmes et septièmes lignes verticales pour la sélection de la figure (D-19, droite). La représentation de la figure (D-20,

<sup>30</sup>Pour un empilement hexagonal compact ABAB de 7 couches !

gauche) nous permet d'observer l'étalement de l'empreinte ainsi que l'intensité normalisée pixel par pixel.

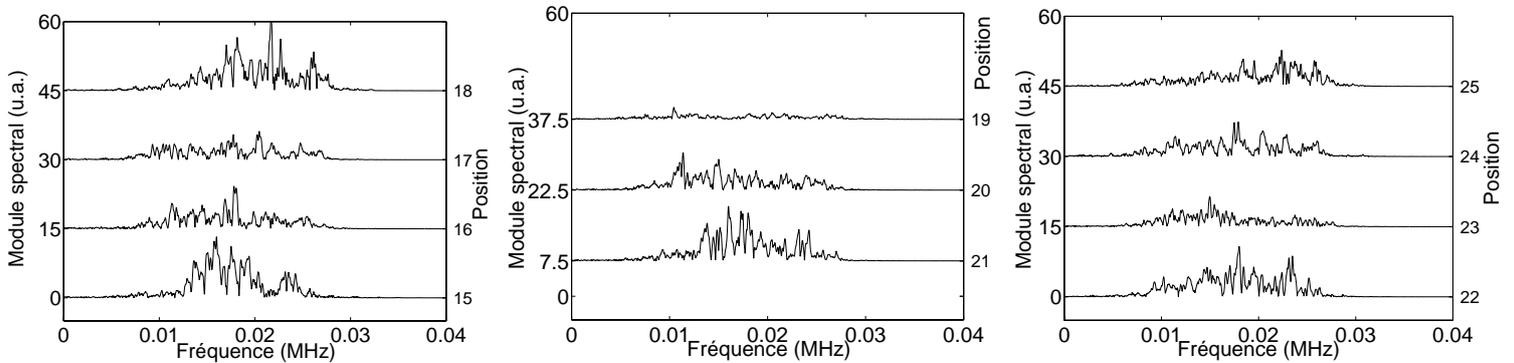


FIG. D-22 – Réponses fréquentielles obtenues pour différentes positions en fond de cuve

Nous obtenons une information sur la contrainte normalisée en utilisant une intégration de surface sur l'intensité pour des régions entourant les positions de 15 à 25. Nous avons effectué cette opération pour trois réalisations<sup>31</sup> de cette mise sous contrainte à 180 N. La figure (D-20, droite) donne la variation de la contrainte pour chaque position en fonction de la réalisation. Nous y représentons également la valeur moyenne de contrainte normalisée (en rouge). Nous constatons que la répartition de la contrainte est sensiblement identique d'une réalisation à l'autre : les fortes contraintes se localisent en position 18 et 25, pour les autres positions les contraintes semblent moins importantes. Nous avons ainsi une information sur la reproductibilité de l'expérience en contrainte.

Nous présentons les réponses temporelles en fonction de la position en figure (D-21). Nous constatons qu'elles montrent une grande variabilité par rapport à l'amplitude. La réponse de la bille en position 19 est négligeable alors que les réponses des billes immédiatement voisines sont importantes. Cette évolution des signaux en fonction de la position peut nous laisser penser que les ondes acoustiques semblent<sup>32</sup> sensibles à la distribution de forces. Toutefois, les temps d'arrivée semblent être approximativement les mêmes.

Nous présentons le module de la transformée de Fourier pour les différentes réponses précédentes en figure (D-22). Cela nous permet d'observer l'enrichissement ou l'appauvrissement spectral en fonction des positions, nous donnant des indices supplémentaires sur la variabilité<sup>33</sup> des signaux en fonction de la position. Nous avons remarqué sur la figure (D-19, droite) que les empreintes ne présentent ni les mêmes surfaces, ni les mêmes intensités. La question de cette section est de savoir si les points de plus fortes contraintes correspondent aux points où les variables dynamiques sont les

<sup>31</sup>Le milieu n'est pas réarrangé entre les différentes réalisations : nous effectuons un déchargement de la contrainte, nous remplaçons la feuille pour le relevé d'empreinte carbone et nous appliquons à nouveau la contrainte de la réalisation précédente.

<sup>32</sup>Encore faut-il comparer les informations globales dynamiques et statiques pour chaque point !

<sup>33</sup>Il pourrait être intéressant d'étudier les fréquences de coupure ou les composantes spectrales en fonction de la position.

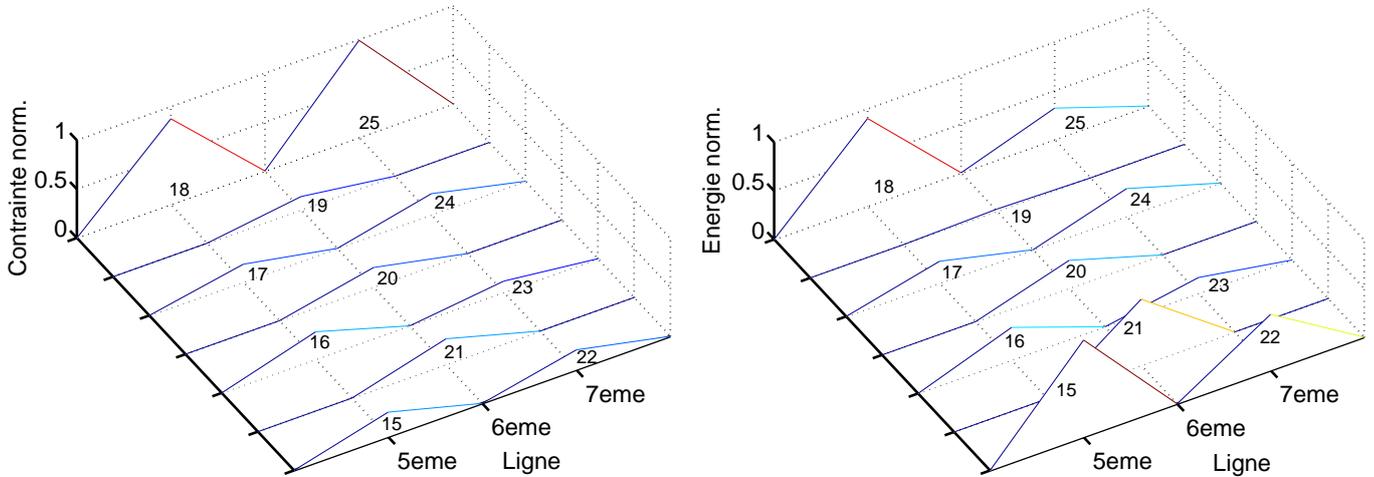


FIG. D-23 – Comparaison de la contrainte normalisée et de l'énergie acoustique normalisée pour les positions de 15 à 25.

plus importantes. Nous nous intéressons à l'énergie acoustique<sup>34</sup> comme élément de quantification des variables dynamiques. Cette "variable" nous semble pertinente parce qu'elle intègre sur le temps le couplage entre les différents éléments du milieu. Nous pourrions grâce à cette information effectuer des corrélations avec les contraintes statiques.

La figure (D-23) nous montre la répartition des contraintes et des énergies acoustiques normalisées<sup>35</sup> par rapport à la position. Elle permet la comparaison directe entre variable statique et dynamique et synthétise notre étude. Nous constatons que l'énergie acoustique se "localise" préférentiellement en deux régions "basse" et "haute". Pour la position 19, nous ne décelons pratiquement pas d'énergie<sup>36</sup>. Nous constatons que contrainte et énergie ne sont comparables qu'en position 18.

Les figures (D-24) de gauche et de droite présentent les deux figures précédentes sur l'ensemble des points pour lesquels nous avons pu croiser les informations statiques et dynamiques. Aussi curieux et non intuitif que cela puisse paraître, les ondes acoustiques n'empruntent pas les chemins de plus fortes contraintes. Nous rappelons que les corrélations entre informations statiques et dynamiques reposent sur l'énergie acoustique. Nous pouvons nous demander si cette donnée est pertinente. Ajoutons enfin que cette étude va dans le même sens que les modélisations de Somfai et al. [50].

## 4.5 Conclusion

L'étude des milieux faiblement et fortement désordonnés a été abordée dans ce chapitre. Différentes expériences y sont réalisées, nous permettant d'obtenir des informations précises sur ces empilements. Les expériences sur des réseaux en hexagonal compact de différentes épaisseurs nous

<sup>34</sup>L'énergie acoustique est donnée par  $E = \int_0^F x(f)^2 df = \int_0^T x(t)^2 dt$  (théorème de Parseval).

<sup>35</sup>Elles sont normalisées par rapport aux valeurs maximales de contrainte et d'énergie.

<sup>36</sup>Cette information nous était évidemment déjà donné par les réponses temporelles et fréquentielles.

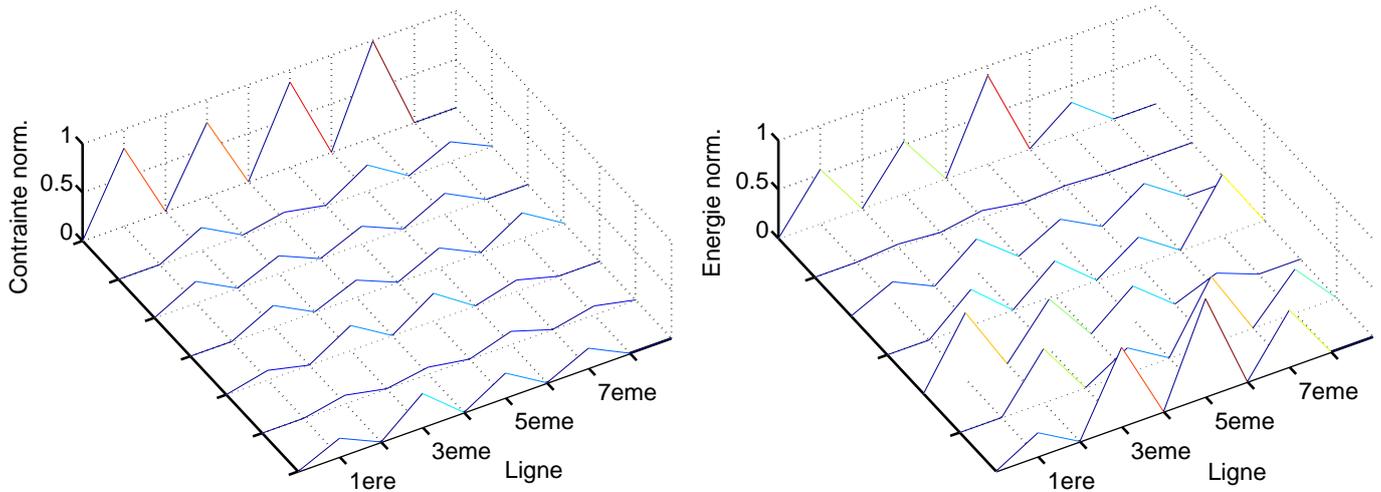


FIG. D-24 – Comparaison de la contrainte normalisée et de l'énergie acoustique normalisée pour toutes les positions.

permettent de retrouver les résultats des études de Coste et al. et de les transposer aux milieux 3D. Nous sommes ainsi sensibles au désordre pour le régime basse fréquence. L'étude sur les vitesses et sur les fréquences de résonance nous permet de trouver des lois non hertziennes, i.e. l'exposant de la loi d'échelle se situe entre  $1/6$  et  $1/4$ . Nous notons au passage que l'information sur la fréquence de résonance (proche de la fréquence de coupure) est plus précise que ne l'est celle sur la vitesse. Cela nous permet donc une nouvelle fois d'insister sur la pertinence de cette information. Les expériences sur les réseaux hexagonal compact permettent également l'observation concomitante de modes hautes fréquences. Pour des milieux d'une dizaine de couches, nous avons vérifié la propagation d'ondes de surface conjointement à la propagation d'ondes basse fréquence dues au contact de Hertz. C'est à notre connaissance la première fois que l'on observe ces deux régimes simultanément dans des empilements tri-dimensionnels.

Une deuxième expérience est effectuée où le contrôle de la densité du volume gazeux d'un granulaire fortement désordonné à compacité maximum (64 %) est possible. Elle nous a permis d'être convaincu que la phase gazeuse n'intervient pas, ou de façon négligeable, dans la propagation acoustique pour le dispositif expérimental adopté tout au long de ce travail de thèse. Elle nous a conduit en outre à nous demander quel rôle joue la température ou l'hygrométrie au niveau du contact hertzien et pour la propagation acoustique.

Enfin, une dernière expérience nous donne la possibilité de trancher sur le rôle des chaînes de forces<sup>37</sup>, dans le processus de propagation acoustique. En croisant les informations statique et dynamique pour un réseau hexagonal compact<sup>38</sup> d'épaisseur 7 couches, il semble que les ondes acoustiques n'empruntent pas les chemins de plus fortes contraintes. La principale conséquence de cette remise

<sup>37</sup>Caractérisant fortement les milieux désordonnés sous contraintes.

<sup>38</sup>Les dimensions de l'empilement sont réduites et permettent d'observer la distribution inhomogène des contraintes au niveau des parois du milieu.

en cause est que nous ne pourrions pas utiliser directement les ondes acoustiques comme outil de caractérisation de la contrainte en paroi du milieu. Il nous sera peut-être possible de l'obtenir par les ondes de surface. En étudiant la réponse individuelle de chaque bille, nous pourrions avoir une information sur la contrainte en paroi par l'examen de l'importance relative des modes de Rayleigh en fonction de la contrainte et des chemins privilégiés des ondes de surface aux faibles contraintes.



# Conclusion

La plupart des études acoustiques des milieux granulaires ordonnés et désordonnés se sont focalisées sur les régimes basses fréquences. Les études théorique et expérimentale de Duffy et Mindlin [25] ont montré que la loi de Hertz ne permettait pas de décrire précisément ce type de comportement acoustique : l'exposant des lois régissant l'élasticité du contact varie entre  $1/6$  (Hertz) et  $1/4$  en fonction de la gamme de contrainte utilisée, et une composante de cisaillement a été ajoutée au modèle pour lui permettre d'inclure les effets dissipatifs. Depuis, d'autres [22, 27, 43, 45] ont observé cet écart à la loi de Hertz pour des milieux bi-dimensionnels ou tri-dimensionnels et ont tenté de l'interpréter. Les approches microscopiques, portant sur la nature individuelle du contact entre deux billes [27, 28] ont été écartées. Il semble plus légitime de justifier l'écart des lois de Hertz par des approches collectives<sup>39</sup> mettant en avant le désordre des contacts du milieu. Ainsi ce désordre, présent aux faibles contraintes, disparaît au fur et à mesure que la contrainte augmente<sup>40</sup>. Pour caractériser à nouveau les lois d'échelle dans des empilements 3D, nous avons décidé de passer en revue différents milieux, du plus simple au plus compliqué, du plus ordonné au plus désordonné. Ainsi, nous sommes nous placés à l'échelle des billes, des colonnes, puis des milieux tri-dimensionnels périodiques ou désordonnés, ceci pour des régimes d'excitation acoustique plus haute fréquence que pour la plupart des études antérieures. Toutefois, dans la mesure où nos transducteurs sont large bande, nous avons toujours pu engendrer dans les différents milieux étudiés, le régime basse fréquence dû au contact de Hertz. Enfin, quelle que soit l'échelle, toutes les expériences visant à caractériser les lois de Hertz ont été effectuées à l'aide d'une contrainte uni-axiale.

Nous nous sommes d'abord intéressés au cas d'une bille dans la mesure où sa réponse peut conditionner la réponse globale du milieu 3D. Au passage, nous avons observé les premières vibrations propres de la bille, prédites par de nombreuses études théoriques et déjà vérifiées expérimentalement : notre dispositif expérimental nous permet d'avoir accès aux premiers modes de Rayleigh, de galerie à écho ou de torsion. Les études sur les billes, nous ont permis de mettre en évidence la pertinence des fréquences de résonance<sup>41</sup> comme outil de caractérisation des lois de Hertz. Ce moyen

---

<sup>39</sup>Que l'on ne peut rencontrer que dans des milieux bi ou tri-dimensionnels.

<sup>40</sup>La coordinnence peut ainsi passer de 2.5 à 6 contacts des faibles aux fortes contraintes pour des milieux bi-dimensionnels ; le milieu devient ordonné pour les fortes contraintes et la distribution de forces homogène dans l'empilement.

<sup>41</sup>Nous pourrions retrouver cet outil pour des études étendues aux colonnes ou aux milieux désordonnés.

de caractérisation est différent de ceux utilisés antérieurement (vitesse de groupe et fréquence de coupure). C'est à l'aide de ces fréquences de résonance que nous avons étudié les régimes de Hertz en fonction de la contrainte. Nous avons obtenu des lois d'évolution en puissance  $1/6$  (exposant de Hertz). Les erreurs de linéarité et d'hystérésis du capteur de contrainte ne nous ont pas permis d'évaluer précisément ces lois d'échelles aux faibles contraintes. Néanmoins, les résultats obtenus semblent aller dans le sens d'une loi de Hertz. Il serait nécessaire d'étudier ces évolutions à l'aide d'un système adapté. Nous avons ainsi apprécié les régimes d'utilisation des différents éléments du montage expérimental et donc prévoir leurs limites.

Nous avons étendu ces études au cas des colonnes de billes. Pour le domaine basse fréquence nous avons encore porté une attention particulière sur les fréquences de résonance. Elles nous permettent, ici encore, de caractériser finement les comportements acoustiques dus au contact de Hertz. Nous sommes parvenus à identifier progressivement les différents modes de résonance en fonction du nombre de degrés de liberté du système. Nous avons ainsi mis en évidence les modes de chaînes dus au comportement élastique basse fréquence du contact de Hertz. Dans ce cadre, nous avons étudié l'évolution des vitesses de groupe et des fréquences de résonance en fonction de la contrainte pour une colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm. Premièrement et conformément aux résultats d'expériences de Coste et al. [19, 22, 48], nous identifions le seul régime hertzien pour les vitesses et les fréquences de résonance proches des fréquences de coupure. Nous avons, dans un deuxième temps, obtenu les courbes de dispersion. Pour ce qui concerne le régime haute fréquence, nous retrouvons les résultats expérimentaux de de Billy [17, 18]. Nous avons mis en évidence des ondes de Rayleigh se propageant à la surface des billes constituant la colonne. Les modes observés présentent comme résultat remarquable des raies "fines" dont le nombre dépend du nombre de degrés de liberté, i.e. de billes constituant la colonne. Enfin, nous avons réalisé l'observation simultanée des deux régimes hautes et basses fréquences dans le cas d'une polarisation longitudinale, ce que de Billy [18] n'avait effectué que pour la polarisation transversale. Nous étendons donc les études de de Billy et nous rapprochons ses études de celles de Coste et al.

Nous avons ensuite abordé la propagation acoustique dans des milieux faiblement désordonnés<sup>42</sup> afin d'identifier ce qui pouvait résister à la transition ordre-désordre dans les comportements basses et hautes fréquences. Pour la plus petite échelle du désordre, représenté par deux billes contraintes entre deux transducteurs plans parallèles, nous avons été en mesure, pour le régime basse fréquence, d'observer la différence de diamètre entre les deux billes. Cette étude a été menée en isolant les fréquences de résonance propre à chacune des deux billes et en suivant leur évolution. Dans le but d'étudier davantage la transition ordre-désordre, nous nous sommes penchés sur un empilement périodique en réseau carré. Comme pour les colonnes de billes, nous avons identifié les deux régimes simultanés basses et hautes fréquences en polarisation longitudinale et transversale<sup>43</sup>. L'évolution

<sup>42</sup>Nous rappelons que notre dispositif expérimental ne nous permettait de travailler qu'avec une contrainte uniaxiale.

<sup>43</sup>Seuls les résultats en polarisation longitudinale sont présentés ici. Pour la polarisation transversale, nous observons

des temps de vol des premières arrivées de l'onde basse fréquence et la variation des fréquences de coupure suivent une loi de Hertz classique. L'empilement étudié présente un désordre des contacts dans des directions perpendiculaires à l'application de la contrainte et à la propagation des ondes acoustiques. Ce désordre n'influence pas les comportements hertziens.

Nous avons étudié ensuite la propagation acoustique sur des milieux présentant un désordre des contacts dans la direction de la contrainte et de la propagation acoustique. Ces empilements sont des arrangements en hexagonal compact peu épais (de 2 à 6 couches : de la maille élémentaire à 3 mailles). Cela nous permet de faire apparaître progressivement le désordre des contacts. Nous observons encore la juxtaposition des deux régimes basses et hautes fréquences. A notre connaissance, c'est la première fois que la propagation d'ondes de surface dans des milieux tri-dimensionnels peut être observée. Nous avons étudié qualitativement l'influence de la disposition de l'arrangement sur la propagation d'ondes de surface. Cette propagation devient difficile au fur et à mesure que le milieu devient désordonné ou épais. Néanmoins, nous avons observé cette propagation pour des milieux désordonnés de billes mono-disperses d'une épaisseur d'une dizaine de couches. L'utilisation d'un tel outil pourrait nous permettre d'obtenir ultérieurement des informations sur le réseau des contacts des milieux tri-dimensionnels et pourquoi pas sur la distribution des forces aux parois du milieu.

Pour ce qui concerne le régime basse fréquence, nous avons identifié la partie cohérente balistique. Cela nous a permis de travailler notamment sur la vitesse de groupe pour différentes contraintes. Au fur et à mesure que l'on augmente l'épaisseur de l'hexagonal compact, nous observons l'apparition d'un écart à la loi de Hertz <sup>44</sup> pour les vitesses de groupe et pour les fréquences de résonance proches de la fréquence de coupure. Nos résultats, pour des hexagonaux compacts de plus en plus épais, semblent identiques à ceux de Coste et al. [22, 33] ou aux modélisations de J.N. Roux [43], dont les études portent sur des empilements bi-dimensionnels de billes. Le désordre des contacts semble être responsable de l'écart aux lois de Hertz. Notre dispositif expérimental est néanmoins limité par l'incertitude liée à la jauge de contrainte qui ne nous permet pas d'identifier clairement les phénomènes aux faibles contraintes. Sur la base des travaux antérieurs<sup>45</sup> et de ceux réalisés dans cette thèse, nous pouvons nous demander si l'écart à la loi de Hertz n'est pas obtenu lorsque le milieu présente une conversion forte des modes de compression vers les modes de cisaillement. Autrement dit, nous pouvons nous demander si la formalisation de la loi de Hertz en polarisation transversale est correcte.

Enfin nous avons tenté de concilier les approches statiques et dynamiques. Depuis quelques

---

encore les deux régimes. La différence majeure réside dans le fait que le régime haute fréquence est marqué par les modes de torsion plutôt que les modes sphéroïdaux.

<sup>44</sup>L'exposant des lois de puissance est compris entre 1/6 et 1/4.

<sup>45</sup>pour une excitation polarisée longitudinalement, cet écart ne peut pas être obtenu pour des milieux mono-dimensionnels ou tri-dimensionnels en réseau carré; nous pouvons l'observer pour des milieux bi ou tri-dimensionnels en hexagonal compact.

années maintenant les études acoustiques se proposent de caractériser les granulaires, en tentant d'apporter des informations complémentaires à la statique de l'empilement. Les méthodes acoustiques linéaires présentent l'avantage de ne pas perturber les milieux insonifiés. L'hypothèse selon laquelle les ondes acoustiques sont guidées par les chemins de force permet de réunir les deux approches<sup>46</sup>. La dernière expérience a été effectuée dans le but de valider ou d'infirmer cette hypothèse. Elle a permis de comparer les informations relatives à la contrainte imposée par les billes à celles dynamiques recueillies pour chacune d'entre elles. Au vu des résultats du croisement de ces deux informations, il semble que les chemins de plus fortes contraintes ne guident pas les ondes acoustiques. Différentes extensions de cette expérience sont en cours pour tenter de recouper cette première infirmation.

Lors de nos premières études, nous nous sommes rendus compte, qu'à l'échelle de la bille, la propagation en onde de compression ou de cisaillement est négligeable par rapport aux deux régimes de propagation "forts" : d'une part, les ondes basses fréquences dues à l'élasticité des zones de déformation entre la bille et les plans contraignants au niveau du contact de Hertz, d'autre part, à plus haute fréquence un régime de propagation de modes de surface à l'échelle de la bille. Par la suite, nous nous sommes rendus compte que cette réponse à l'échelle du grain se généralise pour les milieux bi et tri-dimensionnels. La mise sous contrainte d'un empilement ordonné ou désordonné permet ainsi l'établissement du couplage d'un résonateur à un autre. Autrement dit, la contrainte statique détermine un réseau de raideur ordonné ou aléatoire<sup>47</sup> susceptible de propager les ondes acoustiques basses fréquences (contraintes dynamiques). Et elle favorise la transmission d'ondes de surface entre les résonateurs hautes fréquences. En remettant en cause l'hypothèse des chemins de force comme principaux chemins acoustiques, nous redonnons une importance capitale au réseau de raideurs déterminé par la contrainte sur le milieu. Les ondes acoustiques se propagent par le réseau de contact<sup>48</sup> mais n'ont pas de directions privilégiées<sup>49</sup>. Imaginons un réseau légèrement désordonné de ressorts de raideurs différentes modélisant notre empilement hexagonal compact de billes d'acier. Laissons de côté quelques instants les vibrations propres des éléments constituant le milieu. Si nous le soumettons à une impulsion, nous devons penser que nous pourrions exciter différents modes d'ensemble de la structure. Intuitivement, nous imaginons que les modes fondamentaux qui se propagent plus rapidement seront détectés plus tôt que les modes harmoniques suivants. Si les modes fondamentaux correspondent à une vibration en phase d'un nombre maximum de ressorts pour une dimension caractéristique du système, les modes harmoniques suivants sont définis pour un nombre plus restreint d'éléments du système. Ces modes seront a priori plus sensibles à l'histoire du réseau des raideurs. Pour autant, nous parlons toujours de propagation cohérente lorsque nous évoquons le réseau légèrement désordonné de ressorts.

---

<sup>46</sup>Dans ce cas, connaître la part d'énergie acoustique ou la contrainte statique pour n'importe quel point du milieu revient au même.

<sup>47</sup>En fonction du milieu étudié.

<sup>48</sup>Il ne peut pas en être autrement !

<sup>49</sup>Si ce ne sont justement les directions du réseau de contact !

Nous voudrions revenir sur les simulations numériques de Somfai et al. [50] sur des systèmes bi et tri-dimensionnels. Ces expériences montrent justement que de tels milieux (avec une poly-dispersité de  $\pm 10\%$  sur le rayon) soumis à une impulsion présentent deux composantes distinctes. Une première réponse se propageant plus vite est basse fréquence tandis que la seconde, plus haute fréquence, correspond aux fréquences propres fortement excitées de constituants élémentaires du système. Il nous semble sensé de rapprocher cette deuxième contribution à celle obtenue dans les travaux [39]. Mais nous ne sommes pas d'accord pour dire qu'il s'agit d'un régime de diffusion multiple. Même si les contributions sont fortement marquées par le caractère aléatoire du milieu, nous pensons que le caractère cohérent acoustique domine dans ces milieux. Les seuls critères permettant de justifier l'approche de la diffusion multiple<sup>50</sup> devraient être vérifiés. Ce qui, à notre connaissance, n'a pas encore été réalisé. Selon nous, seule la longueur d'onde calculée à partir de la vitesse de groupe de l'onde cohérente a été comparée à la dimension typique des grains du milieu. Ce n'est probablement pas suffisant pour justifier une approche de diffusion multiple. Si la deuxième partie de l'onde, qualifiée d'incohérente, ne résiste pas à la moyenne, cette moyenne nulle ne peut-elle pas être obtenue si nous considérons un processus de propagation cohérent sur un système hautement sensible au réseau des raideurs ?

Bien que nous ayons peu parlé des granulaires d'aérogel de silice jusqu'ici, il nous semble important d'évoquer à nouveau ces milieux particuliers. Il semble délicat de transposer directement nos études des milieux modèles aux granulaires d'aérogel. Mais trois raisons nous permettent d'espérer cette possible transposition.

- Premièrement, le contact domine les comportements basses fréquences des milieux modèles. Nous ne pourrions pas soumettre les granulés d'aérogel aux plages de contraintes que nous avons utilisées pour les milieux modèles. Nous pouvons néanmoins espérer caractériser les lois du contact pour ce matériau avec des contraintes minimales et des excitations acoustiques d'amplitudes variables. Si ces dernières sont suffisamment basses fréquences, elles joueront le rôle de sources statiques et dynamiques, du fait de l'extrême légèreté des grains.
- Deuxièmement, si la propagation d'ondes de surface est possible pour les milieux de billes de verre ou d'acier tri-dimensionnels "peu" épais, elle pourrait également l'être pour des milieux de granulés d'aérogel et pour des régimes fréquentiels plus basses fréquences. En effet, à l'échelle d'un grain d'aérogel (de diamètre de l'ordre de grandeur du millimètre), de densité  $200 \text{ kg/m}^3$ , les premiers modes Rayleigh peuvent être excités avec des impulsions de fréquence centrale 50 kHz parce que les vitesses des ondes de volume sont très faibles (quelques dizaines de m/s). Pour la longueur d'onde associée à cette fréquence, le grain d'aérogel est vu comme un milieu continu. Nous pourrions donc étendre nos études au cas des milieux granulaires d'aérogel.
- Troisièmement, nous décrivons dans le cadre des expériences développées dans ce travail, des

---

<sup>50</sup>A savoir, la décroissance exponentielle de la contribution cohérente balistique en fonction de l'épaisseur du milieu ou la comparaison du libre parcours moyen à l'épaisseur du milieu.

propagations acoustiques ayant lieu dans la phase solide du granulaire. Nous n'avons pas envisagé, dans cette thèse, l'étude du rayonnement dans la phase fluide de celui-ci. Pour un milieu d'aérogel, les propagations en phase solide et gazeuse sont en compétition pour expliquer les comportements acoustiques d'ensemble. Nous pouvons intuitivement imaginer que la diffusion multiple puisse être, dans ce cas, l'approche appropriée à la description de ces milieux.

Que l'on parle de milieux modèles ou réels, le sujet de la propagation acoustique des granulaires secs reste donc extrêmement ouvert.

# Bibliographie

- [1] E. Guyon et J.P. Troadec, *Du Sac de Billes au Tas de Sable*, Odile Jacob, Paris, 1994.
- [2] H. M. Jaeger et S.R. Nagel, « *La physique de l'état granulaire* » *La Recherche*, 23 :1380–1387, 1992.
- [3] H. M. Jaeger et S.R. Nagel, « *Physics of the granular state* » *Science*, 255 :1521–1531, 1992.
- [4] J. Duran, *Sables, poudres et grains*, Eyrolles Sciences, Paris, 1999.
- [5] L. Forest. *Propriétés acoustiques des Aérogels de Silice*. PhD thesis, Université de Paris VII, Paris, 1998.
- [6] L.D. Landau et E.M. Lifshitz, *Theory of Elasticity*, volume 3<sup>e</sup> éd, Pergamon Press, Oxford, 1986.
- [7] K.L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1985.
- [8] H. Lamb, « *On the vibrations of an elastic sphere* » *Proc. London Math. Soc.*, 13 :189–212, 1882.
- [9] I.A. Viktorov, *Rayleigh and Lamb Waves*, Plenum, New York, 1967.
- [10] H. Überall, *Physical Acoustics, Surface Waves in Acoustics*, volume X, Academic Press, New York, 1973.
- [11] X. Jia, D. Royer, et G. Quentin, « *Pulsed laser excitation and optical detection of rayleigh waves on a metallic sphere* » *Journal de Physique*, IV :105–131, 1992.
- [12] D. Royer et E. Dieulesaint, « *Optical probing of the mechanical impulse response of a transducer* » *Appl. Phys. Lett.*, 49 :1056–1058, 1986.
- [13] D. Royer, E. Dieulesaint, X. Jia, et Y. Shui, « *Optical generation and detection of surface acoustic waves on a sphere* » *Appl. Phys. Lett.*, 52 :706–708, 1988.
- [14] D. Royer, Y. Shui, X. Jia, et E. Dieulesaint, « *Surface waves on spheres* » Dans *the 3rd Western Pacific Regional Acoustic Conference, Shanghai, Chine*, 2-4 November 1988.
- [15] J.P. Sessarego, J. Sageloli, C. Gazanhes, et J. Leandre. La diffusion acoustique, *N. Gespa*, Chap. 20 :519, 1987.
- [16] Y. Satô et T. Usami, « *Basic study on the oscillation of a homogeneous elastic sphere* » *Geophys. Mag.*, 31 :15–24, 1962.

- [17] M. de Billy, « *Frequency analysis of the acoustic signal transmitted through a one-dimensional chain of metallic spheres* » *J. Acoust. Soc. Am.*, 110 :710–716, 2001.
- [18] M. de Billy, « *Experimental study of sound propagation in a chain of spherical beads* » *J. Acoust. Soc. Am.*, 108 :1486–1495, 2000.
- [19] C. Coste et B. Gilles, « *On the validity of hertz contact law for granular material acoustics* » *Eur. Phys. J.*, B 7 :155–168, 1999.
- [20] E. Falcon, « *Comportements dynamiques associés au contact de Hertz : processus collectifs de collision et propagation d'ondes solitaires dans les milieux granulaires* » Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I, Lyon, 1997.
- [21] C. Coste, « *Dynamique des contacts dans les Milieux Granulaires* » Thèse d'habilitation à diriger des recherches, Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon, 1998.
- [22] B. Gilles, « *Acoustique des milieux granulaires : propriétés du contact entre grains et effets du désordre* » Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Lyon, 2001.
- [23] B. Gilles et C. Coste, « *Elasticité non-linéaire d'un réseau de grains sous contrainte : une caractérisation acoustique* » Dans *Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Marne-la-Vallée*, 5-7 Septembre 2000.
- [24] R.D. Mindlin, « *Compliance of elastic bodies in contact* » *J. Appl. Mech.*, X :259–260, 1949.
- [25] X. Duffy et R.D. Mindlin, « *Stress-strain relation and vibrations of granular medium* » *J. Appl. Mech.*, X :585–593, 1957.
- [26] G. Maze, L. Lecroq, D. Decultot, J. Ripoché, S.K. Numrich, et H. Überall, « *Acoustic scattering from finite cylindrical elastic objects* » *J. Acoust. Soc. Am.*, 90 :3271–3278, 1991.
- [27] J.D. Goddard, « *Nonlinear elasticity and pressure-dependent wave speeds in granular media* » *Proc. R. Soc. Lond. A*, 430 :789–791, 1990.
- [28] P.G. Gennes, « *Static compression of a granular medium : the soft shell model* » *Europhys. Lett.*, 35 :145–149, 1996.
- [29] C. Kittel, *Introduction à la physique de l'état solide*, Dunod université, Paris, 1972.
- [30] L. Brillouin, *Wave Propagation and Group Velocity*, Academic, New York, 1960.
- [31] D. Royer et E. Dieulesaint, *Ondes élastiques dans les solides, tome 1*, Masson, Paris, 1990.
- [32] V.F. Nesterenko, « *Propagation of nonlinear compression pulses in granular media* » *J. Appl. Mech. Tech. Phys. (USSR)*, 5 :733–743, 1983.
- [33] B. Gilles et C. Coste, « *Low frequency behavior of a constrained beads lattice* » *Phys. Rev. Lett.*, 90(17) :4302–4305, 2003.
- [34] P. Dantu, « *Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents* » Dans *Proc. Of the 4th International Conf. On Soil Mech. and Found. Eng.*, volume 1, pages 144–148, 1957.

- [35] C. Liu, S.R. Nagel, D.A. Schecter, S.N. Coppersmith, S. Majumdar, O. Narajan et T.A. Witten, « *Force Fluctuation in Bead Packs* » *Science*, 269 :513–515, 1995.
- [36] D.M. Mueth, H.M. Jaeger et S.R. Nagel, « *Force Distribution in a Granular Medium* » *Phys. Rev. E*, 57 :3164–3169, 1998.
- [37] G. Reydellet et E. Clement. « *Mesure expérimentale de la fonction réponse d'un milieu granulaire* » dans *Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Marne-la-Vallée, 5-7 Septembre 2000*.
- [38] G. Reydellet. « *Mesure expérimentale de la fonction réponse d'un matériau granulaire* » Thèse de doctorat, Université Paris VI, Paris, 2002.
- [39] X. Jia, C. Caroli, et B. Velicky. « *Ultrasound propagation in externally stressed granular media* » *Phys. Rev. Lett.*, 82 :1863, 1999.
- [40] X. Jia. « *Propagation d'ondes acoustiques et caractérisation des milieux granulaires* » dans *Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Marne-la-Vallée, 5-7 Septembre 2000*.
- [41] X. Jia et P. Mills. « *Sound propagation in dense granular materials* » dans Y. Kishino (ed.), *Powders and grains 2001*, Rotterdam, Balkema, 2001.
- [42] S.N. Domenico. « *Elastic properties of unconsolidated porous sand reservoirs* » *Geophysics*, 42 (7) :1339–1368, 1977.
- [43] J.N. Roux. « *Elasticité non-linéaire d'un matériau granulaire modèle* » dans *Colloque Physique et Mécanique Des Matériaux Granulaires, Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Marne-la-Vallée, 5-7 Septembre 2000*.
- [44] H. A. Makse. « *Why effective medium theory fails in granular materials* » *Phys. Rev. Lett.*, 83(24) :5070–5073, 1999.
- [45] B. Velicky et C. Caroli. « *Pressure dependence of the sound velocity in a two-dimensional lattice of hertz-mindlin balls : Mean-field description* » *Phys. Rev. E*, 65 :1863, 2002.
- [46] P. Sheng. *Introduction to wave scattering, localization and mesoscopic phenomena*. Academic Press, New York, 1995.
- [47] A. Tourin, M. Fink, et A. Derode. « *Multiple scattering of sound* » *Waves random media*, 10 :R31–R60, 2000.
- [48] C. Coste, E. Falcon, et S. Fauve. « *Solitary waves in a chain of beads under hertz contact* » *Phys. Rev. E*, 56(5) :6104–6117, 1997.
- [49] C.H. Liu et S.R. Nagel. « *Sound in granular material : Disorder and nonlinearity* » *Phys. Rev. B*, 48 :15646–15650, 1993.
- [50] E. Somfai, W. Van Saarloos, et J.N. Roux. « *Wave propagation in force chains* » dans Y. Kishino (ed.), *Powders and grains 2001*, Rotterdam, Balkema, 2001.



# Liste des tableaux

- 1.1 Récapitulatif des fréquences de résonance des modes  $R_{nl}$  (Rayleigh ou onde de galerie à écho (G.E.) pour une bille d'Acier de diamètre 10 mm pour laquelle les vitesses des ondes de compression et de cisaillement et la densité sont respectivement 5805 et 3229 m/s et 7830 kg/m<sup>3</sup>. n=0 correspond au mode fondamental . . . . . 10
- 1.2 Fréquences de résonance théorique et expérimentale pour des billes d'acier et de verre de diamètre 10 mm, en polarisation longitudinale. Le mode associé à la fréquence de résonance théorique est également reporté dans le tableau. Les raies les plus intenses sont notées en gras . . . . . 35
- 1.3 Fréquences de résonance théorique et expérimentale pour des billes d'acier et de verre de diamètre 10 mm , en polarisation transversale. Le mode associé à la fréquence de résonance théorique est également reporté dans le tableau. Les raies les plus intenses sont notées en gras . . . . . 36
  
- 2.1 Récapitulatif des lois du contact hertzien pour les polarisations longitudinales et transversales . . . . . 44
- 2.2 Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales du rapport des fréquences de résonance pour une colonne de 2 billes d'acier de diamètre 10 mm . . . . . 50
- 2.3 Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales (moyennées sur les 10 réalisations) des rapports de fréquences de résonances pour une colonne de 3 (haut) et de 4 billes (bas) d'acier de diamètre 10 mm . . . . . 51



# Table des figures

1	Exemple d'un granulaire . . . . .	ii
2	A gauche : Chateau de sable / Au centre : Répartition de contraintes dans un arrangement périodique / A droite : Onde stationnaire localisée pour une couche de milieu granulaire verticalement vibrée. . . . .	2
3	aérogel monolithiques et en granulés . . . . .	3
A-1	Propagation d'ondes de surface Rayleigh sur la surface libre constituée par un plan (oxy) (à gauche) et par une surface sphérique (à droite). Les plans sagittaux sont respectivement $(o,x,z)$ et $(o,E_r,E_0)$ . . . . .	7
A-2	Courbe de dispersion pour les ondes de Rayleigh et les ondes Galerie Echo . . . . .	9
A-3	Contact Hertzien sphère-plan . . . . .	12
A-4	Une chaîne masse-ressort . . . . .	13
A-5	Scan des transducteurs v101 et v151 avec ou sans charge (cylindre de dural) . . . . .	16
A-6	A gauche : Impulsion électrique de fréquence centrale 300 kHz appliquée aux bornes du transducteur v101 (en noir discontinu en Volt), Déplacement normal de la surface du transducteur v101 en un point proche du centre (en bleu en nm) / A droite : transformée de Fourier discrète du signal d'excitation (noir discontinu) et de réception (bleu continu) en unité arbitraire . . . . .	17
A-7	A gauche : Impulsion électrique de fréquence centrale 300 kHz appliquée aux bornes du transducteur v101 (en trait discontinu noir en Volt) et Déplacement normal (trait continu bleu en nm) à la surface du cylindre de dural, chargeant le transducteur, en un point proche du centre / A droite : transformée de Fourier discrète du signal d'excitation (noir discontinu) et de réception (bleu continu) en unité arbitraire . . . . .	18
A-8	A gauche : Impulsion électrique de fréquence centrale 35 kHz appliquée aux bornes du transducteur v101 en surface libre (trait discontinu noir en Volt) et déplacement normal de la surface libre du transducteur en un point proche du centre (trait continu bleu en nm)/ A droite : transformée de Fourier discrète du signal d'excitation (noir discontinu) et de réception (bleu continu) en unité arbitraire . . . . .	19

A-9	Représentation Bscan de la réponse normale de la surface libre du transducteur (haut, gauche) et chargée par le cylindre de dural (haut, droite) pour une excitation de fréquence centrale 300 kHz. Réponse normale de la surface libre du v101 pour une impulsion électrique de fréquence 35 kHz (bas, centre) . . . . .	20
A-10	Représentation en Bscan de la réponse fréquentielle du transducteur v101 à une excitation à 300 kHz en surface libre (haut, gauche) et chargée par le cylindre de dural (haut, droite) ainsi qu'à une excitation à 35 kHz en surface libre (bas, centre) .	22
A-11	Montage expérimental . . . . .	23
A-12	Expérience en transmission sur une bille d'acier de diamètre 10 mm et une contrainte de 10 N . . . . .	24
A-13	A gauche : Expérience en transmission sur une bille d'acier de 10 mm de diamètre. Première partie amplifiée (10 % de la figure (A-12)) des signaux en émission (en trait pointillé) et en réception (en trait continu) pour une contrainte de 12 N/ A droite : évolution des premiers arrivés en fonction de la contrainte . . . . .	25
A-14	A gauche : Réponse fréquentielle (en trait continu) pour une bille de verre de diamètre 10 mm sous une contrainte statique de 12 N et soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 35 kHz (spectre de l'impulsion électrique en trait pointillé) / Au centre : Réponse fréquentielle de la bille pour des contraintes de 12 à 170 N / A droite : Fréquences de résonance en fonction de la contrainte en niveaux de couleur .	26
A-15	Evolution de la fréquence de résonance de billes d'acier de diamètre 10 mm et 20 mm et d'une bille de verre de diamètre 10mm en fonction de la contrainte . . . . .	26
A-16	Figure (A-15) en échelle log/log . . . . .	27
A-17	A gauche : Réponse fréquentielle d'une bille de verre de diamètre 10 mm, sous une contrainte statique de 12 N, excitée par un transducteur v151 soumis à une impulsion électrique de fréquence centrale 50 kHz (spectre de l'impulsion électrique en trait pointillé) / A droite : les réponses fréquentielles de la bille pour les contraintes 12 N (bleu), 81 N (gris) et 168 N (noir) . . . . .	28
A-18	Evolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte pour une bille d'acier de diamètre 10 mm . . . . .	30
A-19	Evolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte pour une bille de verre de diamètre 10 mm . . . . .	31
A-20	Evolution de la fréquence de résonance en fonction de la contrainte pour une bille d'acier de diamètre 5mm . . . . .	32
A-21	Première partie de la réponse de la bille soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz (réponse filtrée en trait continu blanc) . . . . .	33
A-22	Premiers arrivés de la réponse filtrée (trait continu). Impulsion électrique de fréquence centrale 500 kHz imposée au transducteur v101 (trait tireté en unité arbitraire)	34
B-1	Contact hertzien sphère-sphère . . . . .	40
B-2	Courbe de dispersion . . . . .	42

B-3 Réponses temporelles filtrées (à gauche) par un filtre passe-bas de fréquence de coupure 100 kHz et fréquentielles (à droite) pour différentes réalisations à même contrainte (poids du piston mobile) . . . . .	48
B-4 Réponse temporelle (à gauche) et fréquentielle (à droite) d'une bille d'acier (10 mm) pour une des réalisations (en trait tiret) et la moyenne des réalisations (en trait continu)	49
B-5 Transformée de Fourier discrète de la réponse temporelle filtrée (Passe-haut de type Butterworth de fréquence de coupure 100 kHz, ordre 4) de la colonne de 2 Billes d'acier (10 mm) sous chargement et déchargement cyclique pour une même charge. La réponse moyenne est donnée en gras . . . . .	50
B-6 Transformées de Fourier discrètes des réponses temporelles filtrées (Passe-haut de type Butterworth de fréquence de coupure 100 kHz, ordre 4) pour des colonnes de 3 (à gauche) et de 4 billes (à droite). Réponses moyennées sur les 10 réalisations (en gras) . . . . .	51
B-7 Colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm sous différentes contraintes et soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz . . . . .	52
B-8 Rapport des fréquences de résonance $f_1/f_4$ , $f_2/f_4$ et $f_3/f_4$ pour une colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm sous différentes contraintes et soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz . . . . .	53
B-9 Relations de dispersion pour la colonne de bille d'acier de diamètre 10 mm en fonction de la contrainte . . . . .	54
B-10 Vitesse en fonction de la contrainte pour une colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm . . . . .	55
B-11 A gauche : Spectre de la réponse d'une colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm. La réponse, à l'excitation d'une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz, est moyennée sur 10 réalisations pour une contrainte proche de 12 N / A droite : Agrandissement de l'échelle autour du mode $R_{31}$ . . . . .	56
B-12 Evolution des réponses temporelles de la colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm en fonction de la contrainte . . . . .	57
B-13 Transformée de Fourier de la réponse temporelle obtenue pour la colonne de 4 billes sous une contrainte de 312 N. L'échelle de l'ordonnée est divisée par la valeur maximale du module pour la colonne sous une contrainte de 12 N . . . . .	58
B-14 Réponses filtrées (passe-bas de fréquence de coupure 100 kHz) pour la colonne de 4 billes d'acier de diamètre 10 mm soumise à une impulsion acoustique de fréquence centrale 350 kHz. 10 réalisations en cycle de charge-décharge pour une contrainte de 10 N. Moyenne des réalisations (en gras) . . . . .	60
C-1 A gauche : Empilement 2D en "boulets de canon" présentant un réseau aléatoire de contact / A droite : Chemin de force pour un empilement granulaire 2D comprimé par le biais d'un piston. . . . .	62
C-2 Expérience de mise en évidence des forces appliquées par les billes sur les parois . . .	63

C-3	Dispersion des diamètres et contact hertzien . . . . .	66
C-4	Différence des vitesses et des fréquences de résonance théoriques sur la bille B1 et la bille B2 (en continu Bille B1 de 5 mm, en tiret Bille B2 de 5-0.0018 mm . . . . .	67
C-5	Fréquences de résonance théoriques en échelle log/log . . . . .	68
C-6	Dispositif expérimental pour 2 billes contraintes par des transducteurs v101 . . . . .	69
C-7	Réponse fréquentielle pour deux billes d'acier de diamètre 10 mm, pour trois contraintes différentes : 12 N (Trait continu bleu), 29 N (trait tiret vert) et 134 N (trait tireté noir), pour une impulsion acoustique centrée à 50 kHz . . . . .	69
C-8	Evolution des deux premières fréquences de résonance en fonction de la contrainte .	70
C-9	Arrangement périodique en réseau carré pour des billes d'acier de diamètre 10mm .	72
C-10	Signal en réception pour un arrangement périodique en réseau carré de 5 couches de billes d'acier de 10 mm sous une contrainte approximative de 10 N. Le réseau est soumis à une impulsion acoustique de fréquence centrale 500 kHz . . . . .	73
C-11	A gauche : réponse temporelle filtrée passe-bas (filtre Butterworth d'ordre 2 et de fréquence de coupure 150 kHz) pour un arrangement carré de billes d'acier de diamètre 10 mm sous une contrainte approximative de 10 N / A droite : réponse temporelle à 10 (en noir) et 200 N (en gris) . . . . .	74
C-12	Temps de vol en fonction de la contrainte pour un arrangement en réseau carré de billes d'acier de diamètre 10 mm . . . . .	75
C-13	A gauche : Contour du module du spectre en iso-amplitude en fonction de la contrainte / A droite : Phase déroulée de la transformée de Fourier de la réponse du réseau carré en fonction de la contrainte . . . . .	76
C-14	Module de la transformée de Fourier de la réponse temporelle pour l'arrangement carré de 5 couches pour une contrainte de 610 N. Le module est adimensionné (divisé par la valeur maximum du module de la T.F. de la réponse du même milieu pour une contrainte de 10 N) . . . . .	77
D-1	A gauche : 15 réalisations (cycle de charge-décharge) de la réponse à 12 N d'une maille élémentaire du réseau hexagonal compact ABAB à une impulsion acoustique de fréquence centrale 20 kHz (en bleu pointillé) et l'amplitude moyennée sur les 15 réalisations (noir gras discontinu) / A droite : Variance . . . . .	81
D-2	Vitesse en fonction de la contrainte pour un arrangement en hexagonal compact de 2 couches de billes d'acier de diamètre 10 mm . . . . .	82
D-3	Module spectral en fonction de la contrainte . . . . .	83
D-4	Evolution de la vitesse acoustique en fonction de la contrainte. . . . .	84
D-5	Evolution des fréquences de résonance du premier et du quatrième mode basse fréquence en fonction de la contrainte. Echelle log/log . . . . .	85
D-6	Réponse filtrée passe haut (filtre Butterworth de fréquence de coupure 150 kHz) . .	87
D-7	Réponse temporelle pour une colonne de billes (à gauche) et un arrangement de 4 couches en hexagonal compact (à droite). . . . .	88

D-8	Transformées de Fourier des réponses des figures précédentes. Colonne de 3 billes (en rouge pointillé) et arrangement hexagonal compact (en noir continu). . . . .	89
D-9	Influence sur la mesure de la position du point de réception par rapport au point d'émission . . . . .	89
D-10	Module spectral obtenu pour deux simulations. Simulation pour le point de détection à 180° du point d'émission (en rouge pointillé), et à 150° du point d'émission (en noir continu) . . . . .	90
D-11	Signal en réception pour un milieu gazeux granulaire peu dense (vide d'air) . . . . .	92
D-12	Signaux en réception dans 3 atmosphères : vide d'air (noir continu), air (bleu continu) et vide d'air (noir tireté), figures zoomées . . . . .	93
D-13	Signaux en réception dans 3 atmosphères : vide de $CO_2$ (noir continu), $CO_2$ (bleu continu) et vide de $CO_2$ (noir tireté), figures zoomées . . . . .	94
D-14	Signaux en réception dans 3 atmosphères : vide d' $He$ (noir continu), $He$ (bleu continu) et vide d' $He$ (noir tireté), figures zoomées . . . . .	94
D-15	A gauche : Comparaison des spectres des signaux émis (trait tiret) et reçus (trait continu) pour un granulaire avec un milieu gazeux peu dense (200 mBar) / A droite : module de la transformée de Fourier des signaux émis et reçus pour l'étude [39] . . .	95
D-16	Signaux fréquentiels, rapport des modules de spectre. En noir le rapport entre la deuxième mise sous vide et la première, en rouge le rapport entre le milieu interstitiel saturé en gaz et le premier vide. de gauche à droite, le gaz est l'air, le dioxyde de carbone et l'hélium . . . . .	96
D-17	Photographies d'expérience . . . . .	98
D-18	Dispositif expérimental pour l'étude des corrélations entre les chemins de forces et les chemins acoustiques. . . . .	99
D-19	Distribution de force en fond de cuve pour des contrainte proches de 840 N (à gauche) et 180 N (à droite). . . . .	100
D-20	A gauche : intensité normalisée pour les positions de 15 à 25 / A droite : Variation de la contrainte en fonction de la réalisation et de la position. . . . .	101
D-21	Réponses temporelles obtenues pour différentes positions en fond de cuve . . . . .	101
D-22	Réponses fréquentielles obtenues pour différentes positions en fond de cuve . . . . .	102
D-23	Comparaison de la contrainte normalisée et de l'énergie acoustique normalisée pour les positions de 15 à 25. . . . .	103
D-24	Comparaison de la contrainte normalisée et de l'énergie acoustique normalisée pour toutes les positions. . . . .	104



# Liste des symboles

$\delta_0$	Distance d'interpénétration des deux sphères en contact hertzien
$\lambda$	Première constante de Lamé (compression)
$\mu$	Deuxième constante de Lamé (cisaillement)
$\nu$	Coefficient de Poisson du matériau constituant les sphères
$\omega$	Fréquence angulaire
$\vec{\psi}$	Potentiel vectoriel
$\phi$	Potentiel scalaire
$\rho$	Densité du solide
$\sigma_b$	Coefficient de Poisson du matériau des sphères
$\sigma_p$	Coefficient de Poisson du matériau des plans contraignant les sphères
$a$	Rayon de la surface du contact hertzien
$C_{ijkl}$	Tenseur des rigidités élastiques
$E$	Module d'Young du matériau constituant les sphères
$E_b$	Module d'Young du matériau des sphères
$E_p$	Module d'Young du matériau des plans contraignant les sphères
$f_L$	Fréquence de résonance longitudinale pour un contact hertzien sphère/plan
$m$	Masse des sphères constituant les milieux mono et tri-dimensionnels
$R$	Rayon des sphères identiques en contact hertzien
$u$	Déplacement mécanique d'une particule de matière
$V_l$	Vitesse des ondes longitudinales (compression) dans le solide
$V_t$	Vitesse des ondes transverses (cisaillement) dans le solide



# Sources photographiques

- (1) Photographie de François Van Der Biest
- (2, Gauche) Chateau de Sable
- (2, Centre) Réseau de forces pour empilement bi-dimensionnel hexagonal compact de cylindres photo-élastiques, photographie issue des résultats des travaux du Nonlinear Physics Laboratory, Physics Department, Santiago - Chile (<http://nlplab.usach.cl/html/research/granular2.html>)
- (2, Droite) Ondes stationnaires localisées ("oscillon") pour une couche d'un granulaire vibrée verticalement, photographie issue des résultats des travaux du Center for Advanced Studies, University of New Mexico, Center for Nonlinear Studies, Los Alamos National Laboratory (<http://cnls.lanl.gov/Events/Conferences/Granular/>)
- (C-1, Gauche) Sables, poudres et grains, J. Duran, Eyrolles Sciences, page 66.
- (C-1, Droite) Expérience de Dantu, 1957, "In Proc. Of the 4th International Conf. On Soil Mech. and Food Eng.", vol. 1, page 144.
- (C-2, Gauche) "Force Distribution in a Granular Medium", D.M. Mueth, H.M. Jaeger et S.R. Nagel, Phys. Rev. E, 1998, page 3164-3169.
- (C-2, Droite) "Force Distribution in a Granular Medium", D.M. Mueth, H.M. Jaeger et S.R. Nagel, Phys. Rev. E, 1998, page 3164-3169.





# Résumé

L'étude acoustique des milieux granulaires secs a jusqu'alors fait l'objet de peu d'études. Celles-ci se répartissent en deux familles théoriques et expérimentales. La première, basse fréquence (à la limite quasi-statique), accorde une importance majeure au contact de hertz qui relie la déformation de la zone commune et le rapprochement des centres de deux sphères homogènes en fonction de la contrainte imposée sur celles-ci. Des théories de milieux effectifs peuvent alors être utilisées pour la propagation de la déformation de la zone de contact au milieu global. L'approche expérimentale explore un domaine haute fréquence (HF) de longueurs d'onde comparable à la taille des grains du milieu. Seule l'approche de la diffusion multiple apporte alors un cadre théorique pour ces milieux granulaires secs confinés sous contrainte.

Dans cette thèse, nous présentons une expérience qui permet de généraliser la propagation acoustique pour différentes dimensions topologiques (1D et 3D), en utilisant à la fois des techniques classiques (transducteurs ultrasonores) ainsi que des techniques acousto-optiques. Dans un premier temps, nous nous intéressons à des ensembles de billes de verre et de billes d'acier calibrées en contrôlant les arrangements du milieu global. Nous sommes partis du problème simplifié à l'extrême de la bille seule. Nous avons ensuite étudié des colonnes de billes, des macro-cristaux ordonnés ainsi que des milieux désordonnés et nous avons pu obtenir les résultats suivants. Premièrement, nous avons pu montrer qu'en contradiction partielle avec un travail récent et en accord avec un second travail que la propagation d'ondes de surface sur les billes du milieu est effective quelle que soit la dimension topologique du milieu même si elle devient difficile dans le cas où le désordre est élevé. Deuxièmement, la transmission de l'énergie acoustique (BF), ne s'effectue pas préférentiellement le long des chaînes de force du milieu.

## **Discipline :**

Acoustique physique

## **Mots-clés :**

Milieux Périodiques, Milieux Granulaires, Contact de Hertz, Ondes de Surface, Chemins de Force, Propagation d'Ondes, Détection Optique Interférométrique.

## **Adresse du laboratoire :**

Laboratoire Ondes et Acoustique,  
Ecole Supérieure de Physique et Chimie Industrielles de la Ville de Paris,  
10 rue Vauquelin, 75005 Paris  
Julien.anfosso@loa.espci.fr