



**HAL**  
open science

# Prise en compte des caractéristiques en petites déformations des sols dans l'étude du comportement des collecteurs enterrés

Olivier Thépot

► **To cite this version:**

Olivier Thépot. Prise en compte des caractéristiques en petites déformations des sols dans l'étude du comportement des collecteurs enterrés. Engineering Sciences [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2004. English. NNT: . pastel-00000645

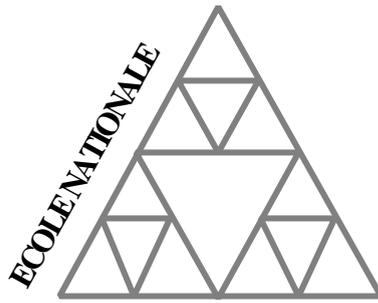
**HAL Id: pastel-00000645**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00000645>**

Submitted on 5 Apr 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



● **DES PONTS ET CHAUSSEES**

**THÈSE**

Présentée pour l'obtention du diplôme de

**DOCTEUR**

**DE**

**L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES**

**Spécialité : Géotechnique**

Présentée et soutenue publiquement par

**Olivier THEPOT**

Le 29 janvier 2004

**Titre :**

**PRISE EN COMPTE DES CARACTÉRISTIQUES EN PETITES DÉFORMATIONS  
DES SOLS DANS L'ÉTUDE DU COMPORTEMENT DES COLLECTEURS  
ENTERRÉS**

**JURY**

Président : François SCHLOSSER

Rapporteurs : Denys BREYSSE  
Claude PLUMELLE

Examineurs : Roger FRANK  
Isam SHAHROUR

Pierre VEZOLE

## ***RESUME***

Le présent rapport comporte 4 chapitres.

Le premier chapitre présente une synthèse bibliographique sur la rigidité des sols en très petites déformations ainsi qu'une revue des principales techniques de mesure in situ et en laboratoire. Les principaux paramètres qui influencent le module maximum sont discutés. La dépendance rigidité-déformation des sols est présentée avec l'exemple de la courbe en « S ».

Dans le deuxième chapitre, on examine, avec la méthode des éléments finis, la stabilité d'un anneau en maçonnerie placé dans un massif élastique linéaire semi-infini et soumis à un chargement d'origine géostatique. On met ainsi en évidence un domaine de stabilité limité par deux valeurs du coefficient de pression horizontale des terres.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude du comportement en service des collecteurs enterrés. On étudie, par la méthode des éléments finis, l'impact d'une charge linéique appliquée à la surface d'un massif hyperbolique sur une conduite faiblement enterrée. On montre que le comportement non linéaire du massif a un effet très limité sur les déformations de la conduite, même lorsque le chargement approche la charge limite du sol, car les déformations du sol autour de la conduite restent presque partout inférieures à 0,01%.

Le quatrième chapitre est consacré aux expérimentations in situ sur des collecteurs enterrés. On présente l'essai de vérinage interne ainsi que sa méthodologie d'interprétation. Cet essai mis en œuvre à l'intérieur des conduites permet de déterminer par calcul inverse et moyennant certaines hypothèses, le module en petites déformation du sol encaissant et le module de la conduite.

**DISCIPLINE :**            **Géotechnique.**

**MOT-CLES :**            **Conduites enterrées, Module du sol, Petites déformations, Interaction sol-structure, éléments finis, Vérinage interne.**

## ***REMERCIEMENTS***

Je remercie Roger FRANK, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, pour avoir accepté d'assurer la direction et le suivi de cette thèse.



# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I. LA RIGIDITÉ DES SOLS EN PETITES DÉFORMATIONS :</b>	
<b>INTRODUCTION ET BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>5</b>
<b>I-1. LA RIGIDITÉ RELATIVE SOL - STRUCTURE.....</b>	<b>5</b>
<b>I-2. DU MODULE DYNAMIQUE AU MODULE STATIQUE.....</b>	<b>7</b>
<b>I-3. LE MODULE MAXIMUM DES SOLS .....</b>	<b>8</b>
I-3.1. Le domaine élastique.....	8
I-3.2. L'influence de la contrainte moyenne et de l'indice des vides.....	9
I-3.3. L'influence des conditions de drainage et du degré de saturation .....	10
I-3.4. L'influence de la vitesse.....	10
I-3.5. L'influence du chemin de chargement .....	10
I-3.6. Les corrélations entre le module maximum et les paramètres d'identification des sols .....	11
I-3.7. Les comparaisons entre modules dynamiques et statiques .....	12
<b>I-4. DU NOYAU ÉLASTIQUE JUSQU'À LA RUPTURE .....</b>	<b>13</b>
I-4.1. La courbe en « S » .....	13
I-4.2. Small is beautiful.....	14
I-4.3. Une relation empirique contrainte-déformation plutôt qu'une loi de comportement .....	15
<b>I-5. LES TECHNIQUES DE MESURES EN TRÈS PETITES DÉFORMATIONS.....</b>	<b>17</b>
I-5.1. Les limites des essais conventionnels .....	17
I-5.2. Les nouveaux dispositifs de mesure .....	17
I-5.3. Les essais in situ .....	18
<b>I-6. LE PRESSIOMÈTRE AUTOFOREUR .....</b>	<b>18</b>
I-6.1. Module sécant et module pressiométrique.....	18
I-6.2. Du module pressiométrique au module maximum.....	20
I-6.3. Des modules en général .....	22
<b>I-7. L'ESSAI À LA PLAQUE.....</b>	<b>22</b>
<b>I-8. UN PEU DE RHÉOLOGIE .....</b>	<b>23</b>
I-8.1. Le modèle à bulles .....	24
I-8.2. Des cordes et des briques .....	25
I-8.3. Les modèles de comportement empiriques .....	26
<b>I-9. CONCLUSION.....</b>	<b>26</b>
<b>CHAPITRE II. MODELISATION DES COLLECTEURS ENTERRÉS EN</b>	
<b>MAÇONNERIE : ETUDE DE LA STABILITE.....</b>	<b>28</b>
<b>II-1. INTRODUCTION.....</b>	<b>28</b>

<b>II-2. ETUDE DE LA STABILITE DES COLLECTEURS EN MAÇONNERIES PAR DES CALCULS SIMPLES</b>	<b>29</b>
.....	
<b>II-2.1. Le calcul des collecteurs en maçonneries</b> .....	<b>29</b>
<b>II-2.2. Caractéristiques générales des maçonneries</b> .....	<b>30</b>
II.2.2.1. Résistance.....	30
II.2.2.2. Module de déformation.....	31
<b>II-2.3. Critère de résistance d'une structure en maçonnerie</b> .....	<b>31</b>
<b>II-2.4. Evaluation de la stabilité des collecteurs circulaires</b> .....	<b>33</b>
II.2.4.1. Définition du chargement.....	33
II.2.4.2. Equations de base.....	34
II.2.4.3. Corrections dues à la courbure.....	35
II.2.4.4. Compatibilité des équations d'équilibre avec le domaine de résistance de la maçonnerie.....	36
<b>II-2.5. Conclusions</b> .....	<b>39</b>
<b>II-3. ETUDE DE LA STABILITE DES COLLECTEURS EN MAÇONNERIES PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS</b> .....	<b>45</b>
<b>II-3.1. Choix d'une loi de comportement pour la maçonnerie</b> .....	<b>45</b>
<b>II-3.2. Equilibre d'un anneau en maçonnerie non pesant soumis à un chargement d'origine géostatique</b> .....	<b>50</b>
II.3.2.1. Description du modèle aux éléments finis .....	50
II.3.2.2. Résultats des calculs : estimation de la borne inférieure du domaine d'équilibre.....	52
II.3.2.3. Conclusion.....	54
<b>II-3.3. Equilibre d'un anneau en maçonnerie non pesant placé dans un massif élastique linéaire semi-infini et soumis à un chargement d'origine géostatique</b> .....	<b>55</b>
II.3.3.1. Description du modèle aux éléments finis .....	55
II.3.3.2. Analyse des résultats de déplacements : domaines sub et post limite.....	56
II.3.3.3. Analyse des résultats dans le domaine post-limite.....	58
II.3.3.4. Analyse des résultats dans le domaine sub-limite.....	60
II.3.3.5. Conclusion sur l'analyse des déplacements.....	67
II.3.3.6. Analyse des résultats de sollicitations.....	68
II.3.3.7. Analyse des contraintes.....	71
II.3.3.8. Conclusions .....	78
<b>II-3.4. Equilibre d'un ovoïde en maçonnerie non pesant soumis à un chargement d'origine géostatique</b> .....	<b>80</b>
II.3.4.1. Description du modèle aux éléments finis .....	81
II.3.4.2. Résultats des calculs : estimation des valeurs limites inférieure et supérieure du domaine d'équilibre.....	83
II.3.4.3. Conclusion.....	86
<b>II-3.5. Equilibre d'un ovoïde en maçonnerie non pesant placé dans un massif élastique semi-infini et soumis à un chargement d'origine géostatique</b> .....	<b>87</b>
II.3.5.1. Description du modèle aux éléments finis .....	87
II.3.5.2. Analyse des déplacements : domaines sub-limite et post-limite.....	88
II.3.5.3. Analyse des sollicitations et des contraintes .....	92
II.3.5.4. Conclusions .....	95
<b>CHAPITRE III. MODELISATION DES COLLECTEURS ENTERRÉS : ETUDE DU COMPORTEMENT EN SERVICE</b> .....	<b>97</b>
<b>III-1. INTRODUCTION</b> .....	<b>97</b>
<b>III-2. ETUDE DE LA DIFFUSION D'UNE CHARGE PONCTUELLE DE SURFACE DANS UN MASSIF DE SOL</b> .....	<b>98</b>
<b>III-2.1. Introduction</b> .....	<b>98</b>
<b>III-2.2. Diffusion dans un massif homogène, infini, élastique linéaire</b> .....	<b>99</b>

<b>III-2.3. Diffusion dans un massif inhomogène, infini, élastique linéaire isotrope.....</b>	<b>101</b>
III.2.3.1. Introduction.....	101
III.2.3.2. Le modèle de Gibson.....	102
III.2.3.3. Le modèle de Holl.....	105
III.2.3.4. La profondeur d'influence.....	107
III.2.3.5. Calculs avec la méthode des éléments finis .....	109
III.2.3.6. Conclusions .....	119
<b>III-2.4. Diffusion dans un massif homogène, infini, élastique non linéaire .....</b>	<b>120</b>
III.2.4.1. Introduction.....	120
III.2.4.2. La loi hyperbolique de Hardin et Drnevich.....	123
III.2.4.3. Etude de l'expansion d'une cavité cylindrique dans un sol hyperbolique.....	127
III.2.4.4. Expansion d'une cavité cylindrique dans un sol hyperbolique - calculs par les éléments finis .....	132
III.2.4.5. Diffusion d'une charge ponctuelle dans un sol hyperbolique – calculs par les éléments finis .....	135
<b>III-2.5. Conclusions .....</b>	<b>139</b>
<b>III-3. ETUDE DE LA DIFFUSION D'UNE CHARGE DE SURFACE SUR UNE CONDUITE ENTERRÉE.....</b>	<b>141</b>
<b>III-3.1. Introduction.....</b>	<b>141</b>
<b>III-3.2. Les méthodes de calculs simplifiés .....</b>	<b>142</b>
III.3.2.1. Le modèle de diffusion .....	142
III.3.2.2. Le modèle d'interaction sol -conduite.....	143
III.3.2.3. Les modules de sol conventionnels .....	146
<b>III-3.3. Etude de l'impact d'une charge de surface sur une canalisation en déformation plane .....</b>	<b>150</b>
III.3.3.1. Approche par une méthode analytique (Moore, 1987) .....	150
III.3.3.2. Facteur de concentration de contrainte.....	155
III.3.3.3. Critère de rigidité relative sol – conduite.....	165
III.3.3.4. Solution analytique pour une pression uniforme appliquée à la surface d'un massif .....	167
III.3.3.5. Pression uniforme - Comparaisons avec la méthode des éléments finis.....	171
III.3.3.6. Charge linéique appliquée en surface – cas d'un massif élastique hyperbolique.....	175
<b>III-3.4. Conclusions .....</b>	<b>180</b>
<b>III-4. EFFET D'UNE CHARGE HYDRAULIQUE INTERNE SUR UN COLLECTEUR ENTERRÉ.....</b>	<b>180</b>
<b>III-4.1. Cas d'un ouvrage circulaire .....</b>	<b>180</b>
<b>III-4.2. Cas d'un ouvrage en forme d'ovoïde (non circulaire).....</b>	<b>182</b>
III.4.2.1. Calculs par éléments finis - cas d'un massif élastique linéaire .....	183
III.4.2.2. Calcul par la méthode des éléments finis - Cas d'un massif élastique hyperbolique .....	187
<b>III-4.3. Conclusions .....</b>	<b>190</b>
<b>CHAPITRE IV. EXPÉRIMENTATIONS SUR DES COLLECTEURS ENTERRÉS.....</b>	<b>192</b>
<b>IV-1. INTRODUCTION.....</b>	<b>192</b>
<b>IV-1.1. Présentation du site expérimental.....</b>	<b>192</b>
<b>IV-1.2. Historique des essais réalisés sur le site .....</b>	<b>193</b>
<b>IV-1.3. Les essais géotechniques sur le site de Champcueil.....</b>	<b>194</b>
IV.1.3.1. Identification des sols.....	194
IV.1.3.2. Essais à la colonne résonnante et au triaxial cyclique.....	195
IV.1.3.3. Essais Cross-Hole .....	196
<b>IV-2. L'ESSAI DE VÉRINAGE INTERNE.....</b>	<b>198</b>
<b>IV-2.1. Le principe de l'essai .....</b>	<b>198</b>
<b>IV-2.2. Interprétation des résultats : le découplage sol – structure .....</b>	<b>201</b>
<b>IV-2.3. Application à l'ovoïde T200-105 du site de Champcueil.....</b>	<b>202</b>

IV-2.4. Essais de vérinage interne sur un ovoïde en maçonnerie T200-105 .....	205
IV.2.4.1. Résultats détaillés des essais .....	205
IV-2.5. Calculs de découplage.....	207
IV-2.6. Conclusions .....	210
<b>IV-3. ESSAIS DE VERINAGE INTERNE DANS UNE CONDUITE FONTE DN 1400.....</b>	<b>211</b>
IV-3.1. Introduction .....	211
IV-3.2. Description du dispositif expérimental.....	211
IV-3.3. Résultats des essais .....	212
IV-3.4. Interprétation des résultats – calcul du module du sol encaissant .....	213
IV-3.5. Comparaisons des modules mesurés avec les modules issus des essais géotechniques .....	218
IV-3.6. Conclusions .....	218
<b>IV-4. ESSAIS DE VERINAGE INTERNE SUR UNE CONDUITE PVC DN400 .....</b>	<b>219</b>
IV-4.1. Introduction .....	219
IV-4.2. Les spécificités des remblais mis en place autour des conduites.....	219
IV-4.3. Les problèmes de compactage dans la zone d’enrobage .....	221
IV-4.4. Description de l’expérimentation .....	221
IV-4.5. Résultats principaux.....	225
<b>IV-5. ESSAIS D’UNE CHARGE ROUTIERE SUR UN COLLECTEUR T200-105 .....</b>	<b>228</b>
IV-5.1. L’objectif de l’expérimentation .....	228
IV-5.2. La modélisation des actions dues au trafic .....	228
IV.5.2.1. Les aspects statistiques.....	228
IV.5.2.2. Les modèles de charges pour les ponts-routes .....	229
IV.5.2.3. Le modèle français de charges pour les chaussées et les principes du dimensionnement (SETRA-LCPC 1981) .....	231
IV.5.2.4. Le comportement des sols soumis aux sollicitations de trafic.....	232
IV-5.3. Le dispositif expérimental.....	236
IV-5.4. Instrumentation du collecteur.....	238
IV-5.5. Résultats des essais de chargement par l’extérieur.....	239
IV-5.6. Modélisation de l’essai de chargement par la méthode des éléments finis.....	244
IV-5.7. Comparaison des résultats du modèle avec les mesures – Calculs inverses .....	248
IV-5.8. Analyse des contraintes .....	250
IV-5.9. Conclusions .....	251
IV-5.10. ANNEXES Photographiques (essais de chargement Bc).....	252
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>255</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>	<b>257</b>

## INTRODUCTION GENERALE

L'objet de ce projet de recherche concerne *la prise en compte des caractéristiques en petites déformations des sols dans l'étude du comportement des collecteurs enterrés*.

L'idée de ce projet de recherche s'appuie sur des constatations expérimentales faites sur des collecteurs enterrés à partir d'essais de vérinage interne (procédé MAC - SAGEP), et sur des réflexions menées dans le cadre du Projet National RERAU (Réhabilitation des réseaux d'assainissement urbains) à propos du dimensionnement des renforcements des collecteurs enterrés (Action 2 de RERAU 2).

L'utilisation des caractéristiques des sols en faible déformation ( $\epsilon < 10^{-2}$ ) pour la modélisation des ouvrages de géotechnique est limitée par des difficultés de mesure *in situ* et en laboratoire, or ce sont ces faibles taux de déformation qui déterminent en général le comportement des ouvrages soumis à des charges de service.

Dans le cas d'un conduit enterré en maçonnerie<sup>1</sup>, cette utilisation est pertinente, car la prise en compte du couplage sol-structure a une influence déterminante sur la réponse de l'ouvrage.

L'interprétation d'essais de vérinage interne à l'aide d'un modèle paramétrique aux éléments finis, montre qu'il est possible de mesurer *in situ* le module de micro-déformation du sol encaissant et qu'il s'avère proche de celui attendu pour des taux de déformation inférieurs à 0.01% (ce module est, bien entendu, beaucoup plus élevé que le module pressiométrique Ménard du sol encaissant).

D'autre part, des réflexions plus récentes menées dans le cadre du Groupe de travail DDE « Diagnostiquer pour Dimensionner Economiquement » du Projet National RERAU, sur le dimensionnement du renforcement de conduits enterrés, aboutissent au constat que les méthodes de calcul traditionnelles ignorent l'interaction sol-conduit, ce qui a d'importantes conséquences sur le plan économique (ces méthodes conduisent à construire un nouvel ouvrage dans l'ancien, dont on ne tient pas compte).

Il apparaît donc utile qu'un effort de recherche soit mené pour mieux caractériser l'état mécanique du complexe sol-conduit, afin d'aboutir à une méthode de calcul raisonnable qui prenne en compte l'interaction sol-conduit et particulièrement les caractéristiques de déformabilité du sol encaissant en petites déformations.

Le présent rapport comporte 4 chapitres :

- Le premier chapitre présente une synthèse bibliographique sur la rigidité des sols en très petites déformations. On aborde le module maximum sous les deux aspects dynamique et statique ; les principaux paramètres qui influencent ce module sont présentés et discutés. La dépendance rigidité-déformation des sols est ensuite présentée avec l'exemple de la courbe en « S », puis on

---

<sup>1</sup>Nous entendons par « maçonnerie » un matériau qui n'a pas de résistance à la traction.

discute des conséquences sur l'interprétation des mesures de déformation des ouvrages. Après avoir constaté les limites des essais conventionnels, on fait une revue des principales techniques de mesure in situ ; le pressiomètre autoforeur apparaît bien adapté aux mesures en petites déformations ; on évoque aussi l'essai à la plaque. Les aspects rhéologiques sont enfin abordés avec le modèle à « bulles » et les modèles empiriques.

- Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de la stabilité des collecteurs en maçonnerie. On débute l'étude par des calculs simples qui s'apparentent au calcul à la rupture. On examine la stabilité d'un anneau en maçonnerie soumis à un champ de contraintes géostatique sans prendre en compte l'interaction sol – structure. On met ainsi en évidence un domaine de stabilité limité par deux valeurs du coefficient de pression horizontale des terres. Cette étude est reprise avec la méthode de calcul par éléments finis (progiciel CESAR-LCPC), la maçonnerie étant modélisée avec le critère parabolique en supposant une résistance à la traction nulle. Le domaine de stabilité mis en évidence avec le calcul à la rupture est exactement retrouvé avec les calculs par éléments finis.

On aborde ensuite, toujours avec la méthode des éléments finis, la stabilité d'un anneau en maçonnerie placé dans un massif élastique linéaire semi-infini et soumis à un chargement d'origine géostatique. On met alors en évidence un nouveau domaine de comportement appelé post-limite, situé en dehors du domaine naturel de stabilité qui est appelé sub-limite. Le domaine post-limite se caractérise par une forte plastification de l'anneau, qui tend à se comporter comme un ensemble de 4 voussoirs articulés en forte interaction avec le sol encaissant. Le domaine sub-limite se caractérise par un comportement de type quasi-élastique, avec une faible plastification, sauf au voisinage des bornes où la transition est assez rapide. On analyse les déplacements et les sollicitations dans les deux domaines de comportement. Un modèle analytique simple est construit qui permet de représenter le comportement de l'anneau dans le domaine post et sub-limite. L'étude est reprise pour un collecteur en forme d'ovoïde, et on met en évidence les mêmes domaines de comportement, mais avec des bornes différentes.

- Le troisième chapitre est consacré à l'étude du comportement en service d'un collecteur enterré. On s'intéresse plus particulièrement à l'effet des charges de surface (uniformes ou ponctuelles) car les collecteurs sont généralement faiblement enterrés. On étudie en première partie la diffusion d'une charge de surface dans un massif élastique linéaire hétérogène, dont le module d'Young augmente avec la profondeur. On examine les solutions analytiques disponibles pour différentes lois de variation, que l'on compare à la solution de Boussinesq. On met ainsi en évidence les effets principaux induits par l'augmentation du module avec la profondeur, à savoir la légère concentration des contraintes dans l'axe du chargement et la diminution rapide des déformations. On reprend l'étude précédente avec la méthode de calculs par éléments finis, ce qui permet au passage de vérifier la très bonne cohérence entre les calculs analytiques et par éléments finis. On donne des formules analytiques et une abaque utilisables pour le calcul de la profondeur d'influence.

On aborde ensuite avec la technique des éléments finis le problème de la diffusion d'une charge de surface dans un massif élastique non linéaire. On utilise une loi de dépendance du module avec la déformation déviatorique de type hyperbolique (loi de Hardin-Drnevich). Afin de valider le modèle aux éléments finis, le calcul analytique complet de l'expansion d'une cavité cylindrique dans un sol hyperbolique est réalisé et comparé avec succès aux calculs par éléments finis.

On examine ensuite la diffusion d'une charge ponctuelle dans un massif élastique hyperbolique et on met en évidence une charge limite et des effets semblables à ceux induits par une augmentation du module avec la profondeur, notamment la décroissance rapide des déformations. On aborde en seconde partie l'étude de la diffusion d'une charge de surface sur une conduite enterrée. Après un exposé sur les méthodes de calcul simplifiées, on présente les principes d'une approche analytique complète en élasticité linéaire et en déformation plane. On établit les expressions analytiques du facteur de concentration de contrainte et du critère de rigidité sol – structure. On établit la solution analytique en déformation plane du problème d'une coque cylindrique placée dans un massif élastique dont la surface libre est soumise à une pression uniforme. La solution est comparée à des calculs par éléments finis. On étudie ensuite, par la méthode des éléments finis, l'impact d'une charge linéique appliquée à la surface d'un massif hyperbolique sur une conduite faiblement enterrée. On montre que le comportement non linéaire du massif a un effet très limité sur les déformations de la conduite, même lorsque le chargement approche la charge limite du sol, car les déformations du sol encaissant la conduite restent presque partout inférieures à 0,01%. Le calcul inverse du module du sol encaissant la conduite à partir de ses déformations donne une valeur qui décroît lentement avec la charge et qui est encore égale à 80% du module maximum au moment de la rupture du sol en surface. On termine ce chapitre par l'étude de l'effet d'une charge hydraulique interne sur un collecteur enterré. On examine d'abord le cas d'un collecteur circulaire pour lequel l'interaction sol – structure a peu d'effet, puis le cas d'un collecteur en forme d'ovoïde où l'interaction sol – structure est prépondérante. On développe une approche analytique simple du problème, puis on calcule par la méthode des éléments finis en élasticité linéaire le cas d'un ovoïde faiblement enterré soumis à une pression hydraulique interne. On montre que les déformations du sol encaissant l'ovoïde sont presque partout inférieures à 0,01% et que le sol étant très raide à ce niveau de déformation, l'interaction sol – structure diminue considérablement les contraintes de traction dans la maçonnerie. On reprend la même étude, mais avec un massif hyperbolique ; les résultats des calculs sont très proches de ceux du massif linéaire, ce qui était prévisible compte tenu des faibles niveaux de déformations.

- Le quatrième chapitre est consacré aux expérimentations in situ sur des collecteurs enterrés. On présente le site expérimental qui comporte des conduites de formes et de matériaux différents. Le sol du site a fait l'objet d'essais in situ et en laboratoire pour déterminer sa courbe en « S », c'est à dire ses caractéristiques en très petites déformations, et la variation du module avec la déformation (essais de colonne résonnante et essais Cross-Hole). L'essai de vérinage interne est décrit, ainsi que sa méthodologie d'interprétation. Cet essai mis en œuvre à l'intérieur des conduites permet de déterminer par calcul inverse et moyennant certaines hypothèses, le module en très petites déformation du sol encaissant et le module de la conduite. On présente l'application de cet essai à un ovoïde en maçonnerie de meulière de type T200-105, puis à une conduite en fonte de 1400 mm de diamètre. Dans le cas de l'ovoïde, le module du sol déterminé par calcul inverse est proche de celui mesuré par l'essai Cross-Hole. Dans le cas de la conduite en fonte, le module calculé est proche de celui mesuré par l'essai de colonne résonnante. On décrit ensuite une expérimentation sur une conduite non visitable en PVC de 400 mm de diamètre qui a été posée dans une tranchée avec différentes conditions de compactage du remblai. Des essais de vérinage interne avec un robot développé spécialement ont été réalisés, ainsi que des essais pénétrométriques dans le remblai et des mesures de densité au gammadensimètre. L'objectif de cette expérimentation était de mettre au point un nouvel essai de

contrôle du compactage des remblais d'enrobage des conduites souples. Il apparaît que l'essai de vérinage interne est très sensible aux insuffisances de compactage qui ont été simulées dans la zone d'enrobage : le module moyen d'une planche d'essai correctement compactée est 3,5 fois supérieur à celui d'une planche anomalique. Ce rapport se retrouve aussi entre les enfoncements des essais pénétrométriques. On termine ce chapitre par la présentation d'un essai de chargement de type routier sur le collecteur T200-105 faiblement enterré du site expérimental. L'objectif de l'expérimentation était d'apprécier la contribution de l'interaction sol – structure dans le comportement de l'ovoïde. Des cycles de chargement allant jusqu'à 400 kN ont été appliqués à l'aplomb de l'ovoïde à l'aide d'un système de vérinage appuyé à un portique fixé sur deux massifs de réaction. L'essai a été modélisé en 3 dimensions avec la méthode des éléments finis, ce qui a permis de déterminer après calage le module du sol encaissant par calcul inverse. Le module calculé est proche du module déterminé à la fois par l'essai Cross-hole et l'essai de vérinage interne.

## CHAPITRE I. LA RIGIDITE DES SOLS EN PETITES DEFORMATIONS : INTRODUCTION ET BIBLIOGRAPHIE

### I-1. LA RIGIDITE RELATIVE SOL - STRUCTURE

Il est bien connu que la rigidité relative entre une structure et le sol peut avoir une influence déterminante sur la répartition des contraintes. On parle de structure souple ou rigide selon le degré d'interaction entre le sol et la structure. Une structure souple est en forte interaction avec le sol, c'est à dire que la seule donnée de sa géométrie, de ses caractéristiques mécaniques et des charges ne suffit pas à déterminer les sollicitations. Il faut en plus introduire les caractéristiques mécaniques du sol qui devient alors partie intégrante de la structure.

La rigidité relative s'exprime généralement sous la forme d'un terme de couplage adimensionnel qui fait intervenir le rapport entre le module du sol et celui de la structure multiplié par une fonction de ses dimensions caractéristiques (épaisseur, largeur de la semelle, diamètre du conduit etc.). Les sollicitations a-dimensionnalisées s'expriment alors à l'aide d'une fonction qui fait intervenir le terme de couplage et la forme du chargement.

Dans l'exemple classique de la plaque circulaire sur un massif infini, le terme de couplage a la forme suivante:

$$a = \frac{E_p(1 - \nu_s)}{E_s} \left( \frac{e}{R} \right)^3$$

Cette expression s'applique sans changement à une conduite circulaire de rayon R, d'épaisseur e et de module  $E_p$ , placée dans un massif infini de module d'Young  $E_s$  et de coefficient de Poisson  $\nu_s$ .

Le terme de couplage est en fait une mesure du niveau interaction sol - structure et on peut, par exemple, utiliser un critère de la forme  $a \leq n$  pour classer les structures, en souple ou rigide.

La modélisation de l'interaction sol - structure, à l'aide de ressorts pour le sol et de la théorie des poutres pour la structure (RDM), a permis d'obtenir dans un premier temps des solutions analytiques qui se prêtaient bien aux études paramétriques. La méthode des éléments finis est maintenant couramment utilisée pour le traitement de ce type de problème; le sol est modélisé de manière réaliste, contrairement aux modèles à ressorts indépendants, et la géométrie du modèle physique et du chargement peut être respectée avec une grande précision. La puissance des stations de calcul permet d'utiliser des modèles aux éléments finis paramétriques, équivalents numériques des solutions analytiques, qui sont de puissants outils d'exploration. On peut aussi citer les essais en centrifugeuse (modèles réduits) qui sont couramment utilisés dans le domaine de l'interaction sol - structure.

Il n'est pas exagéré de dire qu'il y a deux grands problèmes dans le domaine de la modélisation des structures en géotechnique, celui de « l'état initial » et celui du couplage sol/structure.

Le problème de l'état initial est bien sûr le plus difficile et il est la plupart du temps non résolu. L'état initial est en quelque sorte le produit d'un processus qui fait intervenir, en plus des caractéristiques mécaniques et géométriques des matériaux, une technique de construction, la main de l'homme. La méthode des éléments finis, ainsi que les essais en centrifugeuses ou en chambre d'étalonnage, n'apportent pas toujours des solutions pour le problème de « l'état initial », car il est difficile de modéliser de manière réaliste les conditions de matérialisation d'une structure. En revanche, le problème du couplage sol - structure est par définition parfaitement adapté à la méthode des éléments finis, et c'est certainement dans ce domaine que l'on compte les meilleurs succès de cette méthode.

Les méthodes modernes de justification des structures reposent sur les concepts d'états limites. Etat limite ultime de stabilité ou de forme lié à la sécurité de la structure et des personnes et état limite de service lié au fonctionnement normal de la structure qui doit répondre à un certain nombre de critères. L'étude de l'état limite de service est souvent un problème d'interaction sol - structure, puisqu'il s'agit généralement de prévoir les déformations sous l'action des sollicitations de service.

Si la détermination des caractéristiques mécaniques de la structure ne pose généralement pas de problème, il n'en est pas de même pour le sol. Quel module utiliser dans un modèle aux éléments finis ou dans un modèle à ressorts de Winkler ? Il existe des tables qui donnent des valeurs « recommandées », des essais in situ qui donnent des modules « conventionnels », des essais en laboratoire sur chemins triaxiaux ou oedométriques, des corrélations diverses et variées, bref tout un arsenal parfois un peu déroutant.

Il est évident que tous ces modules n'ont pas toujours grand chose à voir avec le module d'Young. Néanmoins ils permettent de faire de bonnes prévisions, car ils sont issus d'essais normalisés et ils bénéficient de nombreuses observations, corrélations et retours d'expériences.

Mais à partir du moment où on utilise la méthode des éléments finis, on est obligé d'introduire des valeurs réalistes pour les modules, car il n'est plus possible de faire intervenir des « coefficients rhéologiques », ou autres coefficients d'expérience, comme dans la méthode pressiométrique.

Malheureusement, on sait que le comportement des sols est fortement non-linéaire à l'intérieur de la surface de charge, alors que les lois de comportement élasto-plastiques habituellement disponibles utilisent un critère plastique (celui de Mohr-Coulomb par exemple) associé à de l'élasticité linéaire.

On peut alors légitimement se poser la question de la pertinence des résultats obtenus avec une méthode où on ignore certains aspects importants du comportement des sols.

Toutefois, des modèles de comportement associant un critère plastique avec une élasticité non-linéaire ont été introduits dans des codes de calculs aux éléments finis, et ils ont permis d'analyser certains ouvrages sur des trajets de chargement monotone (voir en particulier Jardine et al. 1986 et aussi Burland 1989). Ils ont permis aussi d'éclairer d'un nouveau jour les méthodes semi-empiriques de calcul des tassements.

Par exemple, dans le cas des fondations superficielles, on sait que l'élasticité linéaire surestime généralement les tassements. On utilise parfois un biais qui consiste à introduire une zone d'influence

dont l'étendue dépend d'une dimension caractéristique de la fondation et dans laquelle on suppose que se fait l'essentiel des tassements. Mais si on admet que le module du sol décroît fortement avec le taux de déformation, on peut montrer que, comparativement à la solution élastique linéaire, les déformations s'amortissent plus rapidement.

De manière générale, l'étude des principaux ouvrages de géotechnique montre que les zones de déformation plastiques dans le sol sont d'étendues limitées par rapport aux dimensions caractéristiques de l'ouvrage, ce qui n'est au fond que très normal, et que par conséquent, le sol est le plus souvent dans un état de déformation que l'on qualifie de petite pour des taux inférieurs à 0,1%, à très petite pour les taux inférieurs à 0,001% (Voir par exemple Atkinson et al 1990). Cette plage de 0,1% à 0.001% est précisément celle où la raideur (sécante) du sol varie très rapidement, au moins d'un ordre de grandeur, et c'est aussi la plage de fonctionnement normal des ouvrages.

On s'accorde donc à dire que la prise en compte des caractéristiques des sols dans le domaine des petites déformations est pertinente dans l'étude du comportement des structures soumises à des sollicitations de service.

Et pourtant, malgré ce consensus, il existe un certain nombre de difficultés qui limitent pour l'instant l'utilisation des caractéristiques des sols en petites ou très petites déformations dans les codes de calculs et dans la pratique de l'ingénieur. J'en citerai trois sortes :

- Les difficultés de mesures en laboratoire et in situ.
- Le manque de retour d'expérience.
- Les difficultés d'ordre rhéologique.

## I-2. DU MODULE DYNAMIQUE AU MODULE STATIQUE

Les progrès importants réalisés dans les années 80 en matière d'instrumentation des appareils triaxiaux ont permis de comparer sur toute la gamme des déformations (de  $10^{-6}$  à  $10^{-2}$ ) les résultats obtenus par des essais statiques à ceux que l'on obtenait déjà couramment par des essais dynamiques (colonne résonnante) ou par des mesures de propagation d'ondes.

On s'est alors aperçu que les modules dynamiques et statiques en très faibles déformations ( $< 10^{-5}$ ) étaient très proches et qu'il n'y avait donc plus lieu de parler de « module dynamique ». De nombreux résultats obtenus dans le cadre de la dynamique des sols en très petites déformations devenaient donc directement utilisables pour l'étude des ouvrages en statique. Par exemple, l'expression classique du module dynamique en fonction de l'indice des vides  $e$  et de la contrainte moyenne  $\sigma_0$ , qui a été établie pour les sols pulvérulents à partir de mesures de propagation d'ondes, Hardin et Richart (1963), est maintenant couramment utilisée dans des modèles statiques:

$$E_{\max} = A \cdot \frac{(b-e)^2}{1+e} p_a \left( \frac{\sigma_0}{p_a} \right)^n \text{ avec } n \text{ proche de } 0,5.$$

On s'est aussi aperçu que le domaine élastique des sols se réduisait en proportion inverse de l'augmentation de la précision des appareils, et certains auteurs en ont conclu que les sols ne comportaient pas de domaine élastique.

Le module maximum apparaît donc comme une caractéristique intrinsèque des sols mais d'une utilité pratique limitée aux très faibles déformations (vibrations de fondations, micro-séismes etc.).

### I-3. LE MODULE MAXIMUM DES SOLS

L'exploration du module maximum avec des dispositifs d'essais statiques (triaxial de précision) a permis de préciser l'influence des différents paramètres identifiables des sols.

Hardin et Black (1968) donnent la liste suivante pour les paramètres susceptibles d'influencer le module maximum :

- L'amplitude de déformation
- La contrainte effective moyenne  $\sigma_0$
- L'indice des vides  $e$
- Le nombre de cycles  $N$
- Le degré de saturation  $S_r$
- La fréquence de sollicitation  $f$
- La contrainte de cisaillement octaédrique  $\tau_0$
- L'effet du temps  $t$
- La structure du sol  $\theta$
- La température  $T$

On peut remarquer qu'il manque l'anisotropie et le sens de la sollicitation (extension ou compression).

#### I-3.1. Le domaine élastique

Le résultat peut-être le plus important est que le domaine des déformations élastiques est extrêmement réduit, puisque la limite semble comprise entre  $10^{-5}$  et  $5 \cdot 10^{-5}$ . Cette limite dépend peu de la nature du sol. On trouve les mêmes ordres de grandeur pour des billes de verre ou pour une argile, Homsy (1986).

Curieusement, on n'a pas trouvé dans la littérature d'explication physique à l'existence de cette limite, comme si elle était naturelle. S'il s'agit véritablement d'une caractéristique intrinsèque des sols et non pas d'un artefact (comme le pensent certains auteurs), il doit être possible de la relier à d'autres paramètres physiques.

La forme du domaine et la taille du domaine élastique dépendent de l'histoire du sol (Jardine et al. 1984), ce qui est particulièrement évident quand on examine des courbes de chargement - déchargement.

### I-3.2. L'influence de la contrainte moyenne et de l'indice des vides

Il existe une quasi unanimité pour dire que la contrainte effective moyenne et l'indice des vides sont, sans aucun doute, les paramètres les plus déterminants. Le module maximum augmente avec la contrainte moyenne, selon une loi de puissance dont l'exposant est proche de 0,5 pour les matériaux granulaires, lorsque l'indice des vides est maintenu constant. Les mêmes résultats ont été observés avec les argiles, testées avec le même indice des vides et le même rapport de surconsolidation. La formule proposée par la plupart des auteurs pour les sols pulvérulents est de la forme :

$$E_{\max} = K \cdot p_a \cdot F(e) \cdot \left[ \frac{p'}{p_a} \right]^n$$

où K dépend du matériau, n est généralement voisin de 0,5 ;  $p_a$  est la pression atmosphérique,  $p'$  est la contrainte effective moyenne et e est l'indice des vides.

On peut s'interroger sur cette valeur de 0,5 qui donne à l'expression du module maximum en fonction de la contrainte moyenne la forme sympathique d'une racine carrée. La théorie de Hertz, qui est basée sur l'étude des contacts entre des billes élastiques, prévoit pour un assemblage régulier de billes identiques un exposant plus petit, égal à 1/3 (Biarez 1962). Il existe des explications sur cet écart qui sont basées sur une approche statistique, les billes ne sont pas toutes identiques et les contacts ne sont pas tous « occupés ». Récemment, De Gennes (1995, cours au Collège de France) a proposé le modèle « de la croûte molle », où l'on considère que les billes sont recouvertes d'une couche mince, avec un module plus faible que celui du cœur de la sphère, ce qui paraît très vraisemblable. On peut penser alors que les déformations restent localisées dans la croûte. Des considérations dimensionnelles simples et élégantes montrent alors que l'exposant de la contrainte moyenne vaut 1/2.

L'influence de l'indice des vides est tout aussi bien établie. Les premières études étaient basées sur des mesures de propagation d'ondes et avaient mis en évidence une relation linéaire entre la vitesse c de propagation et l'indice des vides (Hardin et Richart 1963) :

$$c = a(b - e)$$

et comme la vitesse de propagation est proportionnelle à la racine carrée du rapport entre le module (de cisaillement) et la densité du sol, on obtient :

$$E_{\max} = A \left[ (b - e)^2 / (1 + e) \right] \quad \text{où A et b dépendent du sol.}$$

Honsi (1986) donne par exemple les valeurs suivantes pour le paramètre b :

- pour des billes de verre  $b = 1,79$   $(0,50 \leq e \leq 1)$
- pour de l'argile blanche  $b = 2,97$   $(1 \leq e \leq 1,5)$
- pour une marne remaniée et non remaniée  $b = 1,69$   $(0,50 \leq e \leq 0,8)$

Hicher (1985) a proposé les relations suivantes à partir de résultats obtenus à l'Ecole Centrale de Paris :

$$\frac{E_{\max}}{\sqrt{p'_{(MPa)}}} = \frac{450}{e}$$

pour des sables, des agrégats et des argiles avec une faible limite de liquidité ( $w_L < 50\%$ ).

Pour des argiles avec une limite de liquidité  $w_L$  plus élevée, l'expression précédente est légèrement modifiée :

$$\frac{E_{\max}}{\sqrt{p'_{(MPa)}}} = \frac{750}{e}$$

où  $p'$  est la pression effective moyenne.

Pour un massif de sable de poids volumique 18 kN/m<sup>3</sup> et pour un indice des vides de 0,7, on obtient un module de 190 MPa à 5 m de profondeur (c'est un ordre de grandeur intéressant dans les projets de géotechnique).

### **I-3.3. L'influence des conditions de drainage et du degré de saturation**

En ce qui concerne les conditions de drainage, Hicher a constaté que le rapport entre le module non-drainé et le module drainé est indépendant de la contrainte moyenne et de l'indice des vides. Ce résultat expérimental est cohérent avec l'hypothèse d'un module de cisaillement indépendant de la teneur en eau et avec un coefficient de Poisson constant (indépendant de la contrainte moyenne).

### **I-3.4. L'influence de la vitesse**

L'influence de la vitesse a été étudiée souvent par comparaison entre des essais statiques au triaxial et des essais dynamiques à la colonne résonnante. Pour les sables et les agrégats, le module maximum ne dépend pas ou peu de la vitesse de la sollicitation. Pour les argiles, on constate très logiquement une augmentation du module avec la vitesse. Nous reviendrons plus loin sur ces comparaisons.

### **I-3.5. L'influence du chemin de chargement**

Le trajet de chargement a une influence certaine sur les paramètres élastiques. On peut démontrer par des considérations thermodynamiques que si le module élastique dépend de la pression moyenne, alors le module volumétrique et le coefficient de Poisson dépendent obligatoirement de la pression moyenne et du déviateur (Loret 1985, par exemple). Il apparaît alors naturel de rechercher et de mesurer l'influence du déviateur sur les paramètres élastiques.

Tatsuoka et al. (1978) ont montré à partir d'essais à la colonne résonnante que le module de cisaillement est sensible au rapport entre les contraintes axiale et radiale. Dans leurs essais, le rapport

entre la contrainte axiale et la contrainte radiale variait entre 1/5 et 1 (extension) et entre 1 et 5 (compression), les déformations variaient entre  $5 \times 10^{-5}$  et  $3 \times 10^{-3}$ .

Toutefois, Hicher (1994) a proposé à partir d'une expérience simple, une autre explication basée non pas sur l'effet du déviateur, mais sur celui de la déformation irréversible créée par ce même déviateur. Sa conclusion est que ce n'est pas le déviateur qui explique la variation du module maximum, mais l'écroutissement de l'échantillon sous l'effet de ce même déviateur. Il s'agit donc d'un effet lié à la fabrication de l'échantillon et il n'y a pas lieu, selon Hicher, d'abandonner la simplicité de l'expression  $E = a \cdot p^m$ .

Il n'en reste pas moins que les nombreux modèles élastiques non-linéaires proposés pour décrire le comportement des sols en faibles déformations (voir Lee 1994 pour une rétrospective) font dépendre les paramètres élastiques (E,  $\nu$ , G, M, K) de la pression moyenne et du déviateur sur la base de considérations thermodynamiques.

On observe pour certains sols, argiles ou matériaux calcaires, une diminution du module maximum après un premier chargement Ng (1995). Cette diminution, fonction de l'amplitude de la déformation plastique, est due à l'endommagement de la structure du sol. Pour ces sols fragiles, les modules mesurés sur des échantillons reconstitués sont beaucoup plus faibles que ceux issus d'échantillons intacts; il est donc important de réduire au maximum les perturbations dues au prélèvement in situ si on s'intéresse aux caractéristiques en très faibles déformations.

### I-3.6. Les corrélations entre le module maximum et les paramètres d'identification des sols

Les corrélations avec les paramètres d'identification des sols (granulométrie, indice des vides, limites d'Atterberg etc.), sont très utilisées en géotechnique, car ce sont en quelque sorte des guides et parfois des garde-fous, dans un domaine où toute information doit être recoupée.

Seed et Idriss (1970) ont proposé, pour les argiles, une relation basée sur des essais sur échantillons intacts et des mesures géophysiques :

$$G_{\max} = K C_u$$

où  $C_u$  est la cohésion non drainée de l'argile, K varie de 1000 à 3000.

Cette relation a été utilisée par Jardine (1986) pour interpréter des résultats de mesures effectuées au triaxial de précision sur un sol argileux.

Homsî (1986) a constaté à partir d'essais au triaxial de précision sur des matériaux argileux, que le module maximum est approximativement une fonction linéaire de la limite de plasticité et de l'indice de plasticité. Il a proposé les deux corrélations suivantes :

$$E_{\max} / p' = a - b \cdot w_L \quad w_L \leq 120$$

$$E_{\max} / p' = c - d \cdot I_p \quad I_p \leq 66$$

où a,b,c,d dépendent de la nature du matériau,  $p'$  est la contrainte effective moyenne.

Il constate ainsi que le module de déformation maximal pour une argile peu plastique est huit fois plus grand que pour une argile plastique (active), pour le même indice de consistance et la même contrainte effective moyenne.

### **I-3.7. Les comparaisons entre modules dynamiques et statiques**

Il existe de nombreuses comparaisons entre des modules dynamiques et statiques obtenus souvent par des moyens très différents : essais in situ de type cross-hole ou au pressiomètre autoforeur et essais en laboratoire de colonne résonnante ou de triaxial cyclique par exemple (Amar et al. 1995). Ces comparaisons sont par définition délicates.

A titre d'exemple, on peut citer l'étude de Lo Presti et al. (1993) - Monotonic and Cyclic Loading Behavior of Two Sands at Small Strains, qui ont mesuré les modules de cisaillement de deux sables reconstitués dans une colonne résonnante équipée d'un dispositif de torsion statique (sur cylindre creux). Les sols étudiés incluaient un sable calcaire friable, moyen à grossier, bien gradué, contenant 2% de fines (sable de Quiou) et un sable siliceux moyen à grossier de graduation uniforme sans fines (sable de Ticino). Les modules de cisaillement à la colonne résonnante des deux sables étaient comparés avec ceux issus de l'essai monotone statique de torsion. Les conclusions de l'étude sont les suivantes :

1. Dans le cas du sable de Ticino, les essais cycliques dynamiques et monotones statiques donnent pratiquement le même module de cisaillement  $G_0$  pour des taux de déformation de l'ordre de 0.001% ( $10^{-5}$ ); pour le sable de Quiou, le module dynamique est en moyenne 20% plus élevé que le module statique pour la même déformation.
2. Dans le cas du sable de Ticino,  $G_0$  ne dépend ni de la pré-consolidation, ni de la vitesse de déformation, ni du nombre de cycles; il dépend essentiellement de l'indice des vides et de la contrainte de consolidation.
3. L'influence de la pré-consolidation sur la raideur du sable de Quiou n'a pas été étudiée (contrairement au sable de Ticino); les auteurs supposent que l'écart de 20% entre le module dynamique et statique est dû à la friabilité du sable de Quiou.
4. Pour l'essai monotone statique, la dépendance du module sécant avec la contrainte de cisaillement (ou avec la déformation de cisaillement) s'atténue avec l'application d'une pré-compression isotrope ou de plusieurs cycles de déformation. Dans ce programme d'essais, même pour des niveaux relativement élevés de cisaillement, le module statique d'échantillons ayant subi au préalable des déformations cycliques se rapproche du module dynamique.

Ces conclusions concernent un sable récemment reconstitué. La préconsolidation due à l'effet du temps peut jouer un rôle significatif dans le cas d'un sol naturel, même pour de très faibles taux de déformations; toutefois, les résultats obtenus par Tatsuoka et Shibuya (1992) pour différents types de sables naturels ont été complètement confirmés dans le cas du sable de Ticino et partiellement pour le sable de Quiou.

## I-4. DU NOYAU ELASTIQUE JUSQU'A LA RUPTURE

En dehors du domaine élastique, dont les dimensions sont très faibles (quelque  $10^{-5}$ ), des déformations irréversibles se développent, et la relation contrainte déformation devient rapidement non-linéaire. Le module sécant est alors une fonction décroissante de la déformation, et de nombreux auteurs ont cherché à modéliser la relation module - déformation par une fonction mathématique simple (Hardin et Drnevich 1972, Seed et Idriss 1970).

### I-4.1. La courbe en « S »

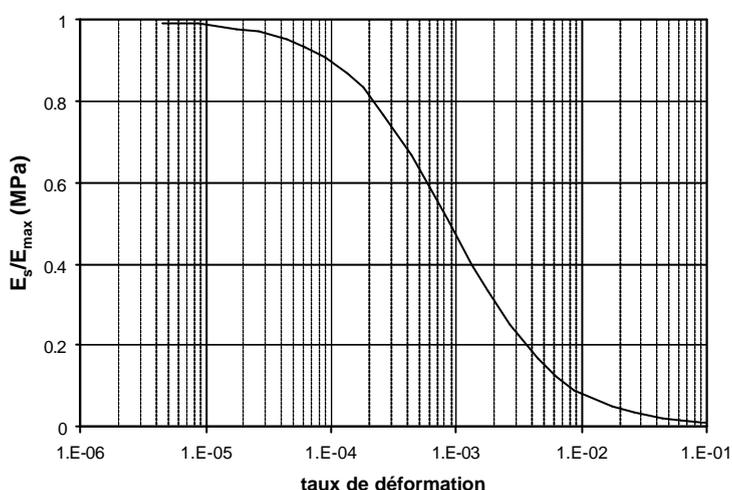


Figure I-1 Evolution du module sécant avec la déformation : courbe en « S ».

Dans un diagramme semi-Log, la courbe a typiquement une forme en S avec au début un plateau jusqu'aux déformations inférieures à  $10^{-5}$ , puis une chute brutale jusqu'à  $10^{-3}$  où l'on n'est en général plus très loin du pic de rupture.

Ces courbes ont été établies d'abord à partir d'essais dynamiques à la colonne résonnante; la déformation est alors la distorsion et on mesure le module de cisaillement sécant  $G_s$  sur des boucles (on mesure aussi l'amortissement qui augmente avec la distorsion). Avec l'amélioration des triaxiaux dans les années 80, on a pu établir ces mêmes courbes pour des essais statiques, ce qui a donné lieu à de nombreuses comparaisons et discussions.

Seed et Idriss (1970) ont présenté un faisceau de courbes expérimentales moyennes utilisables pour des argiles et des sables.

Hardin et Drnevitch (1972) ont proposé la fameuse fonction hyperbolique à 2 paramètres sous la forme :

$$\frac{G_s}{G_{Max}} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}}$$

avec :

$\gamma$  = déformation de cisaillement

$G_{Max}$  = module maximal ( $\gamma < 10^{-5}$ )

$\gamma_r$  = déformation de référence égale à  $t_{Max} / G_{Max}$  ou  $\tau_{Max}$  désigne la contrainte de cisaillement maximale à la rupture.

C'est en fait la manière la plus simple de représenter mathématiquement la courbe en S. Les mêmes auteurs ont proposé une relation hyperbolique modifiée qui permet d'introduire deux degrés de liberté supplémentaires.

L'objectif de Hardin et Drnevitch était de construire un modèle viscoélastique linéaire équivalent d'un sol soumis à un chargement cyclique (typiquement un mouvement sismique). Il s'agissait en quelque sorte d'améliorer l'élasticité linéaire qui était habituellement utilisée dans l'étude des sollicitations sismiques de faible amplitude ou dans le cas des vibrations des massifs de machines. Mais bien entendu, ce type de modèle ne peut pas faire apparaître des déformations permanentes.

#### I-4.2. Small is beautiful

En 1986, Jardine et al. ont montré que le comportement fortement non-linéaire des sols avant la rupture avait une grande influence dans les problèmes d'interaction sol - structure, la répartition des contraintes dans le sol et les déplacements autour des cavités et des fondations. A titre d'illustration, Jardine et al. ont effectué des modélisations numériques aux éléments finis sur une large gamme de problèmes (fondations superficielles, pieux, excavations etc. ) en utilisant un modèle non-linéaire ad hoc avec un module fonction de la déformation.

Pour utiliser les résultats des mesures effectuées à l'aide d'un triaxial de précision sur un sol argileux faiblement plastique et légèrement surconsolidé, Jardine et al. avaient proposé une représentation mathématique relativement simple, sous la forme d'une relation entre le module sécant et la déformation axiale:

$$\frac{E_s(\epsilon_a)}{C_u} = A + B \cos \left\{ \alpha \left[ \log_{10} \left( \frac{\epsilon_a}{C} \right) \right]^\gamma \right\}$$

où A, B, C,  $\alpha$ ,  $\gamma$  sont des paramètres empiriques,  $E_s$  et  $C_u$  sont respectivement le module de Young sécant et la cohésion non-drainée,  $\epsilon_a$  est la déformation axiale. Cette relation n'est valable qu'entre deux limites  $\epsilon_{min}$  (qui est de l'ordre de  $10^{-5}$ ) et  $\epsilon_{max}$  (en dehors le module est constant) et elle a la forme d'une courbe en « S ».

Pour implémenter cette relation dans un code de calcul aux éléments finis, la déformation axiale était remplacée par le déviateur des déformations et la relation précédente était dérivée pour obtenir un

module tangent avec un coefficient de Poisson égal à 0,49. Enfin, le tout était combiné avec le critère de rupture de Tresca et un potentiel plastique associé.

Evidemment, ce type de relation n'est pas une loi de comportement, mais l'objectif était clairement pédagogique, et l'analyse était limitée aux sollicitations monotones (pas de boucles chargement - déchargement).

Pour chaque problème (fondation superficielle, pieux etc.), la courbe complète chargement - déplacement était calculée jusqu'à la rupture. Le module sécant apparent du sol, c'est à dire le module élastique linéaire équivalent, était alors représenté en fonction de la charge réduite (charge divisée par la charge à la rupture). Cette représentation avait l'avantage de montrer la forte dépendance entre le module élastique apparent et le type de sollicitation.

Ces résultats confortaient ceux issus des analyses inverses (back analyse) d'ouvrages en vraie grandeur qui donnaient des modules apparents beaucoup plus élevés que ceux des essais classiques en laboratoire ou in situ.

Les préoccupations de Jardin et Burland rejoignaient celles de Hardin et des dynamiciens des sols, quelque part sur la courbe en  $S$  entre  $10^{-5}$  et  $10^{-3}$ . Ce fossé qui se comblait, ouvrait de nouvelles perspectives et faisait écrire à Burland (1989) dans un article fameux : « SMALL IS BEAUTIFUL ».

Des efforts importants ont été depuis réalisés pour mesurer les caractéristiques des sols entre le noyau élastique et le pic de rupture. Il a fallu synthétiser ces résultats pour les rendre utilisables dans des codes numériques.

Ng et al. (1995) ont présenté une synthèse concernant la raideur en petites déformations de l'argile du Gault. La raideur en faible déformation a été évaluée à partir de mesures géophysiques, de mesures sur ouvrages, via des modèles numériques aux éléments finis (calcul inverse) et de mesures en laboratoire. Pour les très petites déformations ( $\approx 10^{-5}$ ), les différentes méthodes donnent des valeurs proches. Au delà, les essais triaxiaux de précision et les valeurs déduites sur ouvrages se correspondent de manière satisfaisante sur la totalité de la courbe en « $S$ » (soit de  $10^{-5}$  à  $10^{-2}$ ). Cette étude, et bien d'autres, montre l'intérêt des mesures en très faibles déformations pour la prévision des déplacements des ouvrages réels.

#### **I-4.3. Une relation empirique contrainte-déformation plutôt qu'une loi de comportement**

Puzrin et Burland (1996) ont défini les conditions nécessaires auxquelles doivent répondre les fonctions analytiques contraintes - déformations utilisées pour synthétiser des données expérimentales dans le domaine des faibles déformations.

Ils proposent de normaliser les contraintes et les déplacements de la manière suivante :

$$\begin{aligned} y &= q/q_u \\ x &= \mathbf{e}/\mathbf{e}_r \\ \mathbf{e}_r &= q_u/E_{\max} \end{aligned}$$

où  $q$  est une contrainte,  $\varepsilon$  est une déformation,  $q_u$  est la contrainte ultime à la rupture,  $\varepsilon_r$  est une déformation de référence et  $E_{\max}$  est le module maximum. Les expressions du module sécant et du module tangent sont :

$$E_s / E_{\max} = y/x$$

$$E_t / E_{\max} = dy/dx$$

la relation contrainte - déformation doit vérifier les 6 conditions suivantes :

2 conditions à l'origine ( $x = 0$ ) :

$$y = 0$$

$$dy/dx = 1$$

2 conditions à la contrainte de rupture :

$$y = 1$$

$$dy/dx = \tan \mathbf{b}$$

2 conditions sur la forme de la relation :

$$dy/dx > 0$$

$$d^2y/dx^2 < 0$$

Ils proposent alors la relation suivante :

$$y = x - \mathbf{a}x[\ln(1 + x)]^R$$

ce qui donne pour le module sécant :

$$\frac{E_s}{E_{\max}} = 1 - \mathbf{a}[\ln(1 + x)]^R$$

Cette relation s'ajuste aisément aux données expérimentales et permet de résoudre numériquement de nombreux problèmes de géotechnique en chargement monotone (on peut l'associer à un critère plastique).

Bien entendu, ce type de relation n'a rien à voir avec une loi de comportement, mais elle permet de faire des calculs et des prévisions. L'idée est qu'il vaut mieux utiliser une relation empirique dans un domaine d'emploi limité mais qui incorpore un aspect physique essentiel du problème que l'on veut traiter, plutôt qu'une loi rhéologiquement correcte, mais qui comporte de nombreux paramètres qui sont délicats à caler sur des résultats expérimentaux.

## I-5. LES TECHNIQUES DE MESURES EN TRES PETITES DEFORMATIONS

### I-5.1. Les limites des essais conventionnels

Les essais conventionnels (essais triaxiaux) ne sont pas adaptés à la mesure des déformations inférieures à 1% car les déplacements et les efforts sont mesurés à l'extérieur de la cellule d'essai. L'analyse des sources d'erreurs liées aux mesures externes a été faite en particulier par Jardine, Symes et Burland (1984) qui ont développé à partir de 1982 une nouvelle technique permettant de mesurer directement les déformations de l'échantillon de sol en s'affranchissant du dispositif d'essai.

Les principales sources d'erreurs sont les suivantes :

- Les raideurs des différents éléments mécaniques.
- Les défauts géométriques (alignement, excentricité, épaisseurs).
- Les défauts liés aux interfaces (irrégularités, micro-vides).

### I-5.2. Les nouveaux dispositifs de mesure

Le capteur de déplacement développé par Burland et Symes (1982) était en fait un inclinomètre monté sur un dispositif mécanique permettant la mesure aussi bien des déformations axiales que radiales. La résolution d'un tel dispositif était de l'ordre du  $\mu\text{m}$ , ce qui permettait de mesurer des taux de déformation de quelque  $10^{-5}$ . A la suite de Burland, de nombreux dispositifs de mesures ont été développés pour l'essai triaxial basé sur d'autres principes : effet Hall par Clayton et al. (1986, 1989), courant induit (capteur de proximité) par El-Hosri et al. (1981) et Hird et Yung (1987, 1989), jauge de contrainte (LDTs Local Deformation Transducer) par Goto et al. (1991) etc.

Scholey et al. (1995) ont fait une revue critique de tous ces dispositifs de mesures utilisés dans les essais triaxiaux. On y trouve en particulier l'analyse maintenant classique des sources d'erreurs liées aux mesures externes (triaxiaux classiques), ainsi qu'une typologie exhaustive des techniques de mesures avec leurs performances (résolution, précision, stabilité dans le temps, bande passante, amplitude de mesure etc.) et leurs inconvénients. Ils caractérisent ainsi le dispositif idéal de mesure :

- Faible coût.
- Simple à installer et à utiliser.
- N'interfère pas avec le comportement de l'échantillon.
- Haute résolution permettant de mesurer des déformations  $< 10^{-5}$ .
- Pour les essais cycliques, faible hysteresis et réponse rapide.

Avec ces nouvelles techniques de mesures «pointues », la métrologie a fait une entrée remarquée dans les laboratoires de géotechnique. Non pas que les géotechniciens s'en désintéressaient jusqu'alors, mais il est vrai que la précision requise par la plupart des essais classiques est plutôt de l'ordre du 1 %, et que la répétabilité et la reproductibilité des résultats reposent souvent sur la normalisation des procédures d'essais et les spécifications des appareils.

Des articles consacrés exclusivement à l'analyse des performances métrologiques font leur apparition, on citera par exemple celui de Hoque et al. (1997) qui évalue les performances des LDTs (système à base de jauges de contraintes) pour l'utilisation dans l'essai triaxial.

### **I-5.3. Les essais in situ**

En matière d'essais in situ, on n'a pas assisté aux mêmes progrès spectaculaires, car les mesures en très petites déformations sont rendues encore plus difficiles par les effets perturbateurs de la mise en place des sondes et de l'anisotropie du milieu naturel. Bien entendu, il existe les méthodes géophysiques basées sur la propagation d'ondes de cisaillement (essais Cross-Hole et Down-Hole par exemple), mais elles n'explorent que la gamme des très faibles taux de déformation ( $\approx 10^{-7}$  à  $10^{-6}$ ). Toutefois, il existe des dispositifs capables de créer des ondes de cisaillement de fortes amplitudes, et d'explorer la gamme de déformation comprise entre  $10^{-6}$  à  $10^{-3}$ .

Salgado et al. (1997) décrivent un tel dispositif (Cross-Hole en grande déformation) qui, en plus de la mesure du module maximum du sol, permet de déterminer la courbe de variation du module sécant avec la déformation de cisaillement. Mais contrairement aux essais de laboratoire, la détermination de la courbe du module sécant en fonction de la déformation de cisaillement  $G_s(\gamma)$  n'est pas directe et nécessite de choisir la relation contrainte de cisaillement - déformation pour le sol (le modèle analytique de Hardin-Drnevich dans le cas présent). Notons aussi que cet essai est très lourd, car il nécessite au minimum 4 forages, alors que deux sont nécessaires pour le Cross-Hole classique.

## **I-6. LE PRESSIOMETRE AUTOFOREUR**

Le pressiomètre autoforeur (PAF) élimine en partie le remaniement dû au forage préalable à l'essai pressiométrique Ménard par le principe de l'autoforage (Jézéquel et al., 1970 ; Baguelin et al., 1973). L'essai permet d'obtenir des résultats intéressants dans le domaine des faibles déformations sur des petits cycles de déchargement-rechargement, dans la mesure où l'amplitude (de l'ordre de 0.1 à 0.3%) de ces cycles et la pression à laquelle ils sont effectués sont maîtrisées. A priori, le module de déchargement-rechargement est moins sensible au remaniement du sol que le module tangent initial. D'après Windle et Wroth (1977), les valeurs de module obtenues au pressiomètre autoforeur sont comparables aux valeurs obtenues au rechargement d'essais de plaque. Mais on ne peut jamais faire de comparaison directe sans prendre quelques précautions ; il est en effet habituel de comparer les modules issus de différents essais in situ ou en laboratoire, mais il n'est pas certain que l'on parle toujours de la même chose.

### **I-6.1. Module sécant et module pressiométrique**

Muir Wood (1990) a fait remarquer à propos de l'essai pressiométrique que le module que l'on obtient directement à partir de la courbe pression - déformation ressemble effectivement à un module sécant, mais que l'on ne doit en aucun cas le confondre avec le module sécant déterminé à partir d'un essai triaxial.

Le paradoxe réside bien entendu dans le fait que le champ de déformation autour de la sonde n'est pas uniforme.

on a par définition :

$$G_p = \frac{P - P_o}{2e_o} \text{ (module pressiométrique)} \quad \text{et} \quad G_s = \frac{\mathbf{S}_q - \mathbf{S}_r}{2(\mathbf{e}_q - \mathbf{e}_r)} \text{ (module sécant)}$$

Il vient alors :

$$G_p = \frac{1}{e_o} \int_0^{e_o} G_s d\mathbf{e}_q$$

Le module pressiométrique apparaît donc comme un module moyen qui est toujours supérieur au module sécant mesuré au triaxial (pour un même taux de déformation).

Dans le cas d'un sol incompressible, et si on adopte pour le module de cisaillement sécant  $G_s$  une loi hyperbolique de la forme :  $G_s = \frac{G_o}{1 + \mathbf{I}g}$  ou  $g = \mathbf{e}_q - \mathbf{e}_r$

on obtient :

$$\frac{G_p}{G_s} = \frac{\text{Log}\left(\frac{G_o}{G_s}\right)}{1 - \frac{G_s}{G_o}}$$

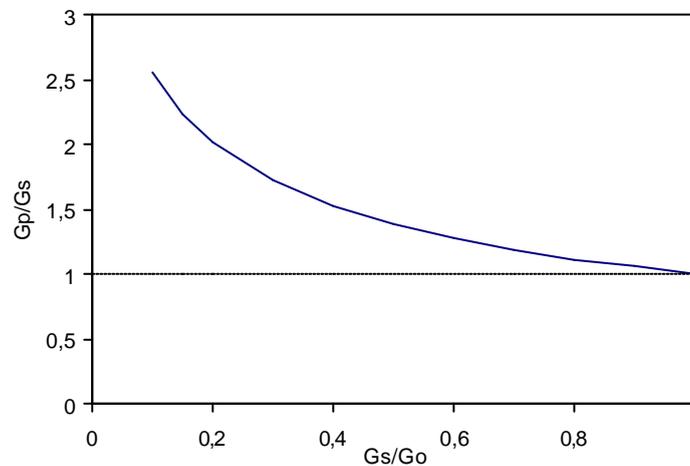


Figure I-2

Par exemple si la déformation de cisaillement à la paroi est telle que  $G_s/G_o = 0.2$  alors  $G_p/G_s \approx 2$  (voir figure I-2). Toutes choses étant égales par ailleurs, le module « sécant » obtenu au pressiomètre doit donc être moins sensible au taux de déformation que celui obtenu dans un essai au triaxial.

Bien entendu, on aurait pu choisir une autre « loi » de décroissance pour  $G_s$ , mais cela n'aurait pas modifié la conclusion.

### I-6.2. Du module pressiométrique au module maximum

Bellotti et al. (1989) ont proposé une méthode pour corriger le module de déchargement-rechargement obtenu au pressiomètre auto-foreur dans les sables, afin de le rendre directement comparable à celui obtenu par d'autres essais (colonne résonnante et essais cross-hole). Cette méthode a été évaluée à partir de 47 essais effectués dans une chambre d'étalonnage de grande dimension sur un sable siliceux (sable de Ticino) et 25 essais in situ (essais cross-hole) effectués dans un site de dépôt naturel de sable siliceux près de la rivière de Po en Italie. Sur les 47 essais, 25 ont été réalisés par mise en place manuelle de la sonde (le sol est mis en place préalablement autour de la sonde) et 22 par autoforage.

L'idée de la méthode est de retrouver le module maximum du sol mesuré sur le sable de la chambre d'étalonnage par l'essai à la colonne résonnante, en corrigeant le module pressiométrique des effets de la contrainte moyenne et du niveau de déformation autour de la sonde.

La contrainte moyenne est calculée en supposant un comportement élasto-plastique parfait du sol (on suppose que le sol est plastifié au moment du déchargement).

La correction de contrainte est liée à la dépendance du module maximum avec la contrainte moyenne qui est de la forme  $E_{Max} = a \times p^n$  où n est proche de 0,5. Les auteurs utilisent la formule proposée par Janbu (1963) :

$$G_{UR}^c = G_{UR} \left( \frac{s_0'}{s_{AV}'} \right)^n$$

où

$s_0'$  est la contrainte moyenne initiale ;

$s_{AV}'$  est la contrainte moyenne au début du déchargement ;

$G_{UR}$  est le module de déchargement-rechargement mesuré au PAF dans la chambre de calibration ;

$G_{UR}^c$  est le module de déchargement – rechargement corrigé de l'effet de la contrainte moyenne.

$n = 0,43$ .

La valeur de n a été obtenue à partir d'essais à la colonne résonnante sur le sable de Ticino.

La seconde correction est liée à la dépendance du module avec le taux de déformation. Les auteurs utilisent la relation hyperbolique de Hardin & Drnevich (1972) qui est la plus simple puisqu'elle ne dépend que de 2 paramètres :

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + (g/g_r)} = \frac{1}{1 + (G_0 g / t_{max})}$$

où  $\tau_{max}$  est la contrainte de cisaillement à la rupture du sol et  $G_0$  le module maximum.

Toutefois, les auteurs remarquent que cette dernière relation, établie à partir d'essais à la colonne résonnante, ne peut pas être utilisée directement, car elle tend à surévaluer les modules issues d'essais statiques. Ils proposent donc de multiplier au préalable le module corrigé de la première étape ( $G_{UR}^c$ ) par un facteur qu'ils estiment à 1,5 à partir de résultats obtenus par Guzman (1986).

Le module maximum noté  $G_0^{SBP}$  (SBP veut dire self boring pressometer c'est à dire PAF en français) est alors donné par :

$$\frac{1,5 \times G_{UR}^c}{G_0^{SBP}} = \frac{1}{1 + \left( G_0^{SBP} \mathbf{g}_{AV} / 2t_f \right)}$$

Les auteurs comparent ensuite le module corrigé avec celui donné par une formule paramétrique calée à partir d'essais à la colonne résonnante (RC) effectués par Lo Presti (1987) sur le sable de la chambre de calibration.

$$G_0^{RC} = 591 p_a \left( \frac{\sigma'_{mc}}{p_a} \right)^{0.43} \exp(0,69 D_{Rc})$$

où  $D_{Rc}$  est la densité relative du sable,  $p_a$  est la pression atmosphérique et  $\sigma'_{mc}$  est la contrainte moyenne de consolidation.

Le rapport moyen entre le module de la formule paramétrique (déterminé par l'essai à la colonne résonnante) et le module corrigé (déterminé par le PAF) est de 1,10 avec un écart-type de 0,11 pour les essais manuels et 1,46 - 0,37 pour les essais par autoforage. Le remaniement du sol se traduit donc par le triplement de la dispersion et une sous-évaluation du module maximum.

On constate que lorsque la boucle de déchargement-rechargement est effectuée avant la plastification du sol autour de la sonde, le module corrigé est largement sous-estimé. On remarque aussi que les modules obtenus par auto-forage de la sonde sont plus faibles que ceux obtenus par une mise en place « idéale ». Les effets du remaniement du sol ne sont donc que partiellement effacés par la plastification du sol.

La comparaison avec les 25 essais cross-hole est très satisfaisante, le rapport moyen est de 1,24 avec un écart type de 0,23.

Dans leurs conclusions très détaillées, les auteurs évoquent en particulier le problème de l'état de consolidation du sable et de son influence sur le module maximum. En effet, le module de déchargement-rechargement reflète le comportement du sol directement sous la surface d'écoulement plastique qui est par définition dans un état sur-consolidé. Ils soulèvent aussi le problème délicat du comportement visqueux des sables qui perturbe l'interprétation des cycles de déchargement-chargement, mais qui constitue une information insuffisamment exploitée. Enfin, ils se demandent comment les ingénieurs pourront intégrer dans leurs projets ces modules qui sont caractéristiques du comportement des sols en petites déformations.

### I-6.3. Des modules en général

Il y a autant de modules que de chemins de chargement et toute comparaison implique de faire des hypothèses sur la relation de comportement du sol. On a vu que dans le cas du pressiomètre, le champ de déformation autour de la sonde n'est pas uniforme, il décroît avec l'inverse du carré du rayon pour un essai non drainé, et par conséquent le module apparent du sol n'est pas non plus uniforme puisqu'il dépend de la déformation. On constate donc que le paramètre à mesurer, le « module », et le dispositif expérimental interagissent fortement et de manière non-linéaire via un champ de contrainte ou de déformation.

Si on utilise la relation hyperbolique de Hardin et Drnevich pour exprimer le module de cisaillement, on obtient la relation suivante (cf § III-2.4.) entre le déplacement et la pression à la paroi (essai non drainé) :

$$u_a = \frac{at_{\max}}{2G_0} \left[ e^{\frac{(p-p_0)}{t_{\max}}} - 1 \right]$$

où  $a$  est de rayon de la cavité,  $p_0$  est la pression initiale,  $t_{\max}$  est la contrainte de cisaillement à la rupture du sol et  $G_0$  le module maximum.

Le module pressiométrique est alors donné par :

$$G_p = \frac{at_{\max}}{2u_a} \ln \left[ 1 + \frac{2u_a G_0}{at_{\max}} \right]$$

mais on peut fort bien imaginer toutes sortes de relations qui donneront des expressions différentes.

### I-7. L'ESSAI A LA PLAQUE

L'essai à la plaque est couramment utilisé pour des études de tassement ou pour obtenir le module d'une plate-forme routière. L'interprétation de l'essai bute sur les mêmes problèmes que ceux de l'essai pressiométrique, avec une difficulté supplémentaire liée à la plus grande complexité du champ de déformation dans le sol. L'instrumentation du sol dans l'axe de la plaque (par des extensomètres et des capteurs de pression) permet de mettre directement en évidence le comportement non-linéaire du sol en s'affranchissant du problème de la plastification du sol directement sous la plaque. On peut alors observer l'amortissement des déformations qui est plus rapide que celui donné par la solution élastique linéaire. Mais cette instrumentation est lourde et demande une préparation importante, qui est plus justifiée pour un ouvrage en vraie grandeur (silos, etc.). C'est d'ailleurs l'analyse des tassements sous un réservoir qui avait permis à Burland et al. (1973) de montrer que la raideur déduite était beaucoup plus élevée que ce que l'on attendait a priori.

Il existe de nombreuses études numériques sur l'influence de la dépendance du module du sol avec la profondeur (Voir l'International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics ou le sujet est un classique du genre), mais on ne trouve presque rien sur la dépendance du module avec le taux de déformation. Il est vrai que le deuxième problème est nettement plus difficile que le

premier et qu'il ne se prête pas du tout à des développements analytiques. En fait, ces deux phénomènes, dépendance avec la profondeur ou dépendance avec la déformation, produisent les mêmes effets et il est donc difficile de les distinguer. Pire encore, la dépendance du module maximum du sol avec la contrainte moyenne, qui est certainement la relation la mieux établie, revient avec la gravité à une dépendance avec la profondeur.

Woods et Gunn (1992) ont étudié l'influence du comportement élastique non-linéaire des sols en petites déformations sur les modules «élastiques» déduits d'essais à la plaque. Cette étude rejoint celles réalisées par Jardine et al. (1995) et elle utilise les mêmes techniques pour la modélisation du comportement du sol. La réponse «élastique» du sol est basée sur une simple loi de puissance :

$$q = a e^n$$

où  $q$  et  $\varepsilon$  sont respectivement la contrainte et la déformation déviatorique :

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (s_1 - s_2)^2 + (s_1 - s_3)^2 + (s_2 - s_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$e = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ (e_1 - e_2)^2 + (e_1 - e_3)^2 + (e_2 - e_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

et les paramètres  $a$  et  $n$  sont obtenus à partir d'essais triaxiaux de précision.

Les modules sécant et tangent sont alors donnés par :

$$E_s = a e^{n-1}$$

$$E_t = n a e^{n-1}$$

On définit une limite inférieure  $\varepsilon_e \approx 10^{-5}$ , en deçà de laquelle l'élasticité est linéaire, et une limite supérieure  $\varepsilon_u$  qui assure une transition avec un critère plastique (Tresca dans le cas présent).

Le modèle n'est bien sûr valable que dans le cas d'un chargement monotone non-drainé. Le tout est implanté dans un code de calcul aux éléments finis.

Ce type de modèle empirique présente à notre avis de nombreux avantages, car il comporte peu de paramètres, lesquels sont aisés à mesurer et ont un sens physique évident. D'autre part, les résultats sont en général faciles à interpréter et à comparer avec des observations sur ouvrages réels. En revanche, ce ne sont pas des lois de comportements et leur domaine d'application se limite à des chemins monotones peu compliqués.

## I-8. UN PEU DE RHEOLOGIE

Les modèles de comportement habituellement utilisés en mécanique des sols sont du type élastoplastique avec écrouissage (modèle Cam-Clay, Mélanie, de Nova etc.). Dans toutes ces lois, le domaine d'élasticité initial fournit la position et la forme initiale de la surface de charge. La variable d'écrouissage gouverne l'évolution de la surface de charge et le potentiel plastique, les déformations.

On peut bien entendu avoir plusieurs mécanismes d'érouissage (cinématiques, volumiques....) et plusieurs surfaces de charge dans un seul modèle.

Comme on l'a dit à plusieurs reprises, le domaine d'élasticité initial des sols est extrêmement petit en déformation (quelque  $10^{-5}$ ), ce qui est en contradiction avec les modèles qui prévoient des domaines élastiques linéaires ou non-linéaires extensibles par érouissage. Il suffit de regarder les courbes de déchargement-rechargement pour s'apercevoir qu'elles ne sont pas élastiques. Il est donc nécessaire d'introduire de la plasticité à l'intérieur de la surface de charge.

### **I-8.1. Le modèle à bulles**

Une des manières de le faire est d'introduire une nouvelle surface de charge à érouissage cinématique. En effet, les courbes de déchargement sont initialement toujours très raides et élastiques comme si chaque point à l'intérieur de la surface de rupture (on se place dans l'espace des contraintes) était entouré d'une bulle élastique de très petites dimensions ( $10^{-5}$ ). Tant que le point reste dans la bulle, les déformations sont élastiques et la bulle est immobile mais s'il essaye de sortir, il entraîne alors la bulle avec lui, ce qui provoque des déformations plastiques dont l'intensité est fonction de la distance entre la bulle et la surface de charge. Ce type de modèle a été introduit originellement par Mroz (1967) et Iwan (1967). Al Tabbaa et Wood (1989) ont proposé un modèle dérivé de Cam-Clay avec deux surfaces de charge appelé « modèle à bulle » qui fonctionne selon le principe que nous venons de décrire.

Puzrin et Burland, (1998) ont proposé un modèle à 3 surfaces de charges emboîtées qui délimitent 3 zones (figure I-3):

La zone I se caractérise par un comportement élastique linéaire. La déformation est limitée à  $10^{-5}$  (valeur typique) et le sol est très raide. La surface de charge ne change pas de taille mais suit l'état de contrainte (érouissage cinématique).

La zone II se caractérise par un comportement élastique non linéaire anisotrope et hystérétique (les déplacements sont réversibles sur un cycle fermé). La dimension de la zone est définie à partir de la déformation maximale qui est de l'ordre de  $10^{-3}$ . L'érouissage est aussi cinématique.

La zone III se caractérise par la non réversibilité des déformations.

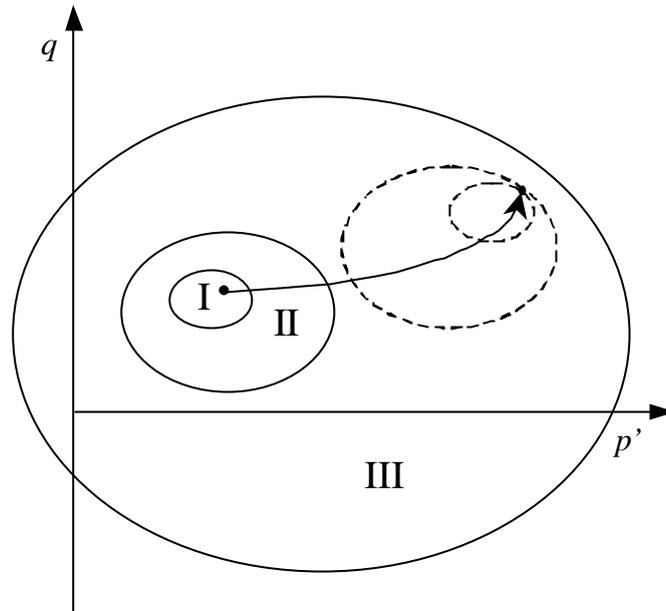


Figure I-3 Modèle à 3 surfaces de charge.

Ces 3 zones peuvent être repérées sur la courbe en S (figure I-4). La zone I correspond au plateau élastique et la zone II au début de la décroissance rapide de la courbe. La limite entre la zone II et la zone III est en partie conventionnelle.

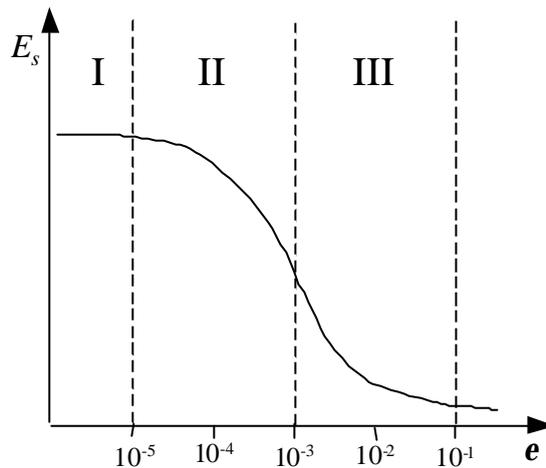


Figure I-4. Position des trois surfaces de charge sur la courbe en S.

### I-8.2. Des cordes et des briques

B. Simpson (1992) dans une conférence Rankine a décrit une analogie physique séduisante : « Imaginez un homme marchant dans une pièce et traînant des briques attachées par des cordes toutes de longueurs différentes. S’il marche toujours dans la même direction, les briques s’alignent derrière lui et le suivent. S’il se retourne et revient sur ses pas, les briques s’immobilisent puis, celle dont la corde est la plus courte bouge progressivement suivie par les autres. S’il tourne à 90°, les briques s’immobilisent puis tournent progressivement autour de lui ».

On aura évidemment reconnu dans cette métaphore quelque chose comme de l’écroutissage cinématique et une sorte de plasticité progressive. En fait, Simpson ne s’est pas arrêté à cette image

insolite, mais il a développé complètement cette idée jusqu'à la programmer dans un code aux éléments finis, et faire des comparaisons avec des mesures sur site.

### **I-8.3. Les modèles de comportement empiriques**

Les modèles de comportement empiriques sont souvent le résultat d'un croisement, ou d'un collage comme on voudra, entre un critère plastique simple (Tresca ou Mohr-Coulomb) et une fonction reliant généralement les deux paramètres élastiques ( $E$  et  $\nu$  ou  $G$  et  $K$  par ex.) à un ou plusieurs invariants du tenseur des déformations ou/et des contraintes. Ce sont des modèles répandus, le plus connu étant celui de Duncan-Chang (1970).

Ces modèles ont l'avantage d'incorporer certains aspects physiques du comportement des sols en petites déformations, mais leurs domaines d'application est limité à des chemins de contraintes monotones.

## **I-9. CONCLUSION**

Dans « Small is beautiful » (1989), John Burland écrivait :

« La contrainte est une notion philosophique, alors que la déformation est une réalité physique ».

Les déplacements se mesurent directement, les contraintes sont infiniment plus délicates à mesurer. C'est encore plus vrai en géotechnique où l'on ne peut pas coller des jauges de contraintes dans le sol. Certains expérimentateurs se refusent tout bonnement à mesurer des contraintes dans le sol.

Pourtant, les méthodes de calcul classiques utilisées dans le dimensionnement des ouvrages sont principalement basées sur les méthodes d'équilibre limite (calcul à la rupture), qui font appels aux bilans de contraintes et ne tiennent pas compte de la raideur des sols et de l'interaction sol-structure. La méthode des éléments finis permet de prendre en compte à la fois les bilans de force et les déformations ainsi d'ailleurs que la géométrie précise des ouvrages, mais elle nécessite des lois de comportement adaptées. Pour être juste il faudrait également citer les méthodes type ressort de Winkler, qui prennent en compte la raideur du sol.

Il existe de nombreux exemples en géotechnique où les déplacements peuvent être suffisamment importants pour causer des dommages sévères, même si la stabilité n'est pas en cause (murs de soutènement, fondations de structures). On constate donc que, dans certains cas, les déplacements concernent aussi l'état limite ultime. Les chaussées sont un exemple de structures où le dimensionnement se fait à partir de considération de déformation à l'interface entre la couche de base et la dalle de roulement.

Les progrès réalisés ces vingt dernières années dans les mesures en petites déformations en laboratoire et in situ, ont permis de préciser le comportement des sols dans toute la gamme des déformations de  $10^{-6}$  à  $10^{-2}$ . Un des résultats les plus importants est que les essais dynamiques et statiques donnent des modules comparables, et même très proches pour les très faibles déformations. Un autre résultat est constitué par la fameuse courbe en « S », qui montre comment la raideur des sols diminue avec la déformation.

L'analyse des structures à l'aide de logiciels de calcul aux éléments finis et la comparaison des résultats numériques avec les mesures in situ ont montré la pertinence des modèles de comportement empiriques prenant en compte la courbe en « S » (Jardine et al. 1986). En effet, l'étude des principaux ouvrages de géotechnique montre que les zones de grandes déformations dans le sol sont d'étendues limitées par rapport aux dimensions caractéristiques de l'ouvrage, et que les déformations sont généralement inférieures à 0,1%.

Cependant, ces modèles ne sont pas encore d'un emploi courant car ils nécessitent beaucoup d'expertise et de nombreuses mesures, et leurs domaines d'application est souvent limité aux chemins de chargement monotone. Ils sont toutefois bien adaptés au suivi des grands ouvrages de géotechnique.

## CHAPITRE II. MODELISATION DES COLLECTEURS ENTERRES EN MAÇONNERIE : ETUDE DE LA STABILITE

### II-1. INTRODUCTION

Les collecteurs en maçonnerie sont très nombreux et forment encore la majorité des ouvrages enterrés en milieu urbain. Ces ouvrages présentent une grande diversité de formes et de matériaux (figure II-1) ; beaucoup datent du 19<sup>ème</sup> siècle et sont toujours en service. Les ouvrages les plus anciens comportent généralement une voûte plein cintre, des piédroits verticaux et un radier faiblement incurvé. L'épaisseur de ces ouvrages est souvent très élevée : 40 cm pour une ouverture de 1 m, par exemple. Au milieu du 19<sup>ème</sup> siècle est apparue la forme ovoïde, particulièrement bien adaptée au régime hydraulique des égouts qui transportent aussi bien des effluents avec un faible débit, que des pluies d'orage, qui peuvent saturer leur capacité hydraulique. L'étranglement de la cunette assure une vitesse minimum aux effluents de temps sec et évite ainsi la formation de dépôts. La forme circulaire est mieux adaptée aux ouvrages qui fonctionnent en charge (car le rayon hydraulique est minimum) ou en régime permanent comme les aqueducs. Les dimensions internes varient typiquement de 0,80 m à 4 m pour l'ouverture et de 1,80 m à 4 m pour la flèche, la couverture de sol est souvent faible de l'ordre de 1,0 m à 2 m.

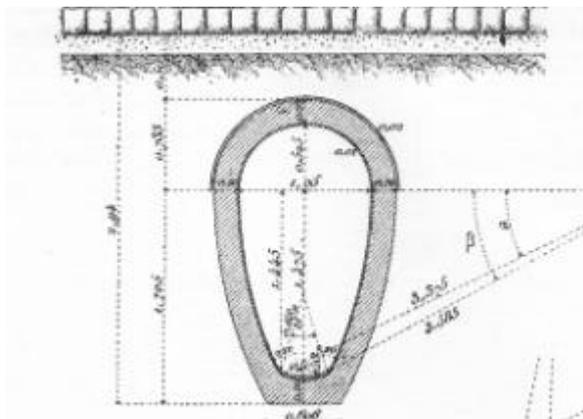


Figure II-1 (Hervieux 1897)

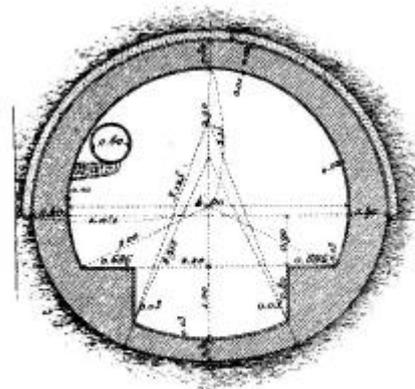


Fig. 260. — Collecteur de la Bièvre.

Situés dans des sous-sol urbains de plus en plus encombrés, les collecteurs sont soumis aux sollicitations agressives du trafic qui a largement augmenté depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle, et ils doivent subir les changements de leurs environnements proches : constructions d'ouvrages ou rechargement de la chaussée par exemple. Même si la majorité des ouvrages continuent à « fonctionner », leur état général se dégrade inexorablement, et comme la reconstruction n'est pas toujours possible pour des raisons de coût et d'impact social, la réhabilitation est dans de nombreux cas la solution adoptée par le maître d'ouvrage.

## II-2. ETUDE DE LA STABILITE DES COLLECTEURS EN MAÇONNERIES PAR DES CALCULS SIMPLES

### II-2.1. Le calcul des collecteurs en maçonneries

Le calcul des collecteurs en maçonneries s'est pratiquement limité au calcul de l'épaisseur de la voûte en clé (Hervieux 1897). On considérait un ouvrage circulaire comme formé de deux demi-voûtes. On utilisait donc les formules proposées par les constructeurs des ponts en maçonnerie: la formule de Perronet, et surtout les deux formules de Dupuit (1870) tirées de son traité de l'équilibre des voûtes :

- $e = 0,20\sqrt{A}$  pour les voûtes plein cintres et les ellipses (m)
- $e = 0,15\sqrt{A}$  pour les arcs

dans laquelle e représente l'épaisseur à la clef en mètre et A le diamètre ou l'ouverture de la voûte.

Alors que le calcul des voûtes en maçonnerie a fait l'objet de nombreux travaux théoriques dès le 18<sup>ème</sup> siècle (Coulomb 1773), qui se sont prolongés jusqu'à aujourd'hui dans les développements de la théorie du calcul à la rupture (Salençon 1983 et Delbecq 1982), les conduites enterrées en maçonnerie n'ont pas fait l'objet du même intérêt, probablement du fait de leur moindre importance.

Les premiers calculs sur des conduites circulaires datent de la fin du 19<sup>ème</sup> siècle et reposent sur la théorie de l'élasticité et la résistance des matériaux (Lazard 1933). Ces calculs élastiques étaient adaptés aux matériaux nouveaux (à l'époque) tels que l'acier, la fonte ou le béton armé, et sont toujours utilisés dans le calcul des conduites enterrées (Fascicule 70) ou des revêtements circulaires des tunnels (AFTES 1983). En revanche, l'analyse limite puis l'analyse élastoplastique ont été largement utilisées pour calculer les charges appliquées par le sol sur les conduites modélisées comme des anneaux élastiques.

On a donc une situation inverse entre le calcul des voûtes en maçonnerie où l'analyse limite (calcul à la rupture) est devenue la méthode de référence pour la structure et où les charges sont déterminées géométriquement, et le calcul des conduites où les charges sont déterminés par des méthodes d'analyse limite et où la structure est traitée avec l'hypothèse élastique.

Cette différence d'approche est évidemment justifiée pour les conduites en béton armé ou en fonte mais n'est pas acceptable pour les collecteurs enterrés en maçonnerie. A notre connaissance, il n'y a pas eu d'application de la théorie du calcul à la rupture aux conduites en maçonnerie.

## II-2.2. Caractéristiques générales des maçonneries

Une maçonnerie est un agencement de pierres ou de briques dont les joints entre blocs sont remplis d'un matériau de liaison destiné à rendre l'ensemble cohérent. Du point de vue mécanique, la maçonnerie est un matériau composite qui supporte bien les efforts de compression et mal les efforts de traction.

### II.2.2.1. Résistance

De manière générale, la résistance à la compression de la maçonnerie décroît avec celle des pierres et des mortiers. A défaut de valeurs précises, on peut se reporter au tableau II-1. Les valeurs de résistances couramment admises sont comprises entre 2 et 7 MPa.

Il faut préciser qu'il s'agit de maçonneries assisées à joints de mortier peu épais, en compression perpendiculairement aux lits.

Résistance caractéristique à la compression simple des pierres	Résistance caractéristique à la compression simple de la maçonnerie suivant sa composition. (MPa)			
	Mortier M4 (2,5 MPa)	Mortier M3 (5 MPa)	Mortier M2 (10 MPa)	Mortier M1 (20 MPa)
2,0	1,3	1,4	1,4	1,4
5,0	2,9	3,3	3,4	3,5
10,0	4,1	4,7	5,3	6,2
15,0	5,1	5,9	6,7	8,2
20,0	6,1	6,9	8,0	9,7
30,0	7,2	8,6	10,2	12,0

**Tableau II-1 : Résistance caractéristique à la compression simple des maçonneries (Recommandations Internationale pour les Structures en Maçonnerie).**

La résistance à la traction de la maçonnerie est souvent négligée car elle n'intervient pas dans la stabilité des ouvrages habituels (voûtes, murs, piliers). La rupture en traction de la maçonnerie est brutale (rupture fragile) et par conséquent délicate à mesurer. Les valeurs de résistance en traction sont plus dispersées que celles en compression.

Toutefois, et contrairement aux voûtes, la stabilité des conduites enterrées dépend aussi de la résistance en traction de la maçonnerie, ce qui complique considérablement l'analyse mécanique de ce type d'ouvrage.

La mesure de la résistance en compression simple peut se faire sur des carottes prélevées sur le collecteur, mais il faut utiliser les résultats avec prudence à cause de l'hétérogénéité de la maçonnerie. Il est très rare que l'on puisse procéder à un nombre d'essais suffisamment grand pour permettre de définir de façon statistique des valeurs caractéristiques de la résistance à la compression d'une maçonnerie.

### **II.2.2.2. Module de déformation**

Le module de déformation d'une maçonnerie est une caractéristique homogénéisée qui peut facilement varier dans une fourchette de 1 à 10 (typiquement de 1000 à 10000 MPa). Il dépend de l'état de dégradation des joints, de la présence de vides ou de cavités (à l'interface sol-structure notamment), de la nature des pierres etc.

Des essais assez récents montrent que pour des maçonneries dont le rapport de la résistance moyenne à celle de la pierre est égal à 0,5, (qui est aussi la corrélation moyenne dans le tableau ci-avant), le rapport du module de la maçonnerie à celui de la pierre est en moyenne de 0,7. Ces essais montrent aussi que le comportement de la maçonnerie en compression est du type non-linéaire et fragile. Connaissant la résistance et le module, la courbe contraintes-déformations peut-être assimilée à une parabole limitée à son sommet.

Pour les calculs, il est important de distinguer les chargements de longues durées qui s'accompagnent de déformations différées (fluage, micro-fissuration) des chargements instantanés. A long terme, la maçonnerie est très déformable (par micro-fissuration ou même formation de rotules), ce qui facilite la redistribution des contraintes et donne aux ouvrages des possibilités d'adaptation.

En pratique, la prise en compte des déformations différées se fait en divisant le module de déformation par un facteur que l'on prend souvent égal à 3. Le coefficient de Poisson est compris dans une fourchette de 0,1 à 0,2.

Le choix du module de la maçonnerie a une grande influence sur les résultats d'un calcul élastique quand il s'agit de déterminer les contraintes dues aux charges variables dans un renfort. Il est donc souhaitable de procéder à des mesures in situ par vérinage interne ou essais aux vérins plats.

### **II-2.3. Critère de résistance d'une structure en maçonnerie**

On suppose que la résistance en traction de la maçonnerie est nulle et que sa résistance en compression est égale à  $R_c$ . Ce critère est appelé critère de traction-compression. La structure en maçonnerie est un arc que l'on découpe «virtuellement » en voussoirs séparés par des joints (ces joints ne sont pas forcément réels, voir figure II-2). Les joints vérifient le critère de frottement de Coulomb (avec une cohésion nulle).

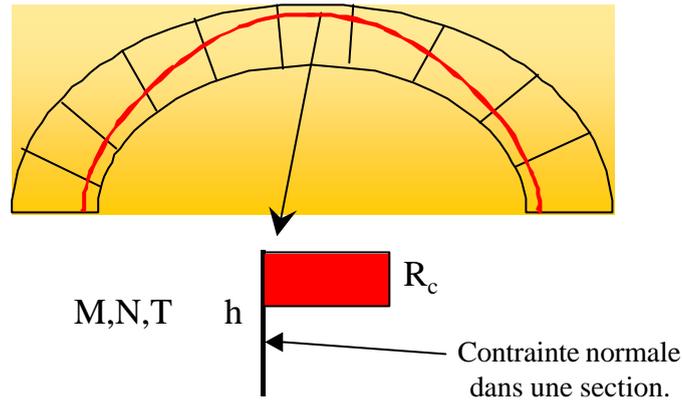


Figure II-2

On montre que le respect des deux critères précédents implique que les efforts  $M$ ,  $N$  et  $T$  vérifient les deux inégalités suivantes sur chacun des joints :

$$|M| \leq \frac{N \times h}{2} \left( 1 - \frac{N}{R_c h} \right)$$

$$|T| \leq N \tan \phi$$

où  $h$  est la hauteur du joint,  $\phi$  l'angle de frottement à l'interface et  $R_c$  est la résistance en compression de la maçonnerie.

Nota : Le critère d'interface de Coulomb  $T \leq N \cdot \tan \phi$  est généralement négligé, car il semble que l'on n'ait jamais observé de ruine par glissement des blocs les uns sur les autres.

Dans l'espace des sollicitations  $M, N$  le domaine de résistance est un convexe limité par deux paraboles, (figure II-3). L'effort normal est inférieur à  $N_0 = R_c h$ .

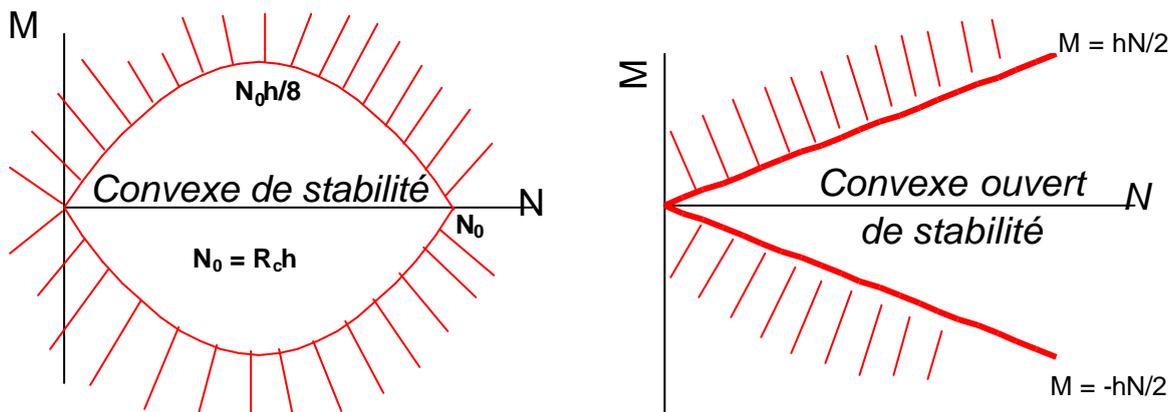


Figure II-3

Dans le cas d'une résistance infinie en compression, le domaine de résistance dégénère en un cône ouvert dans la direction de l'effort normal.

Les inégalités précédentes signifient simplement que la résultante des forces est à l'intérieur du joint et même suffisamment loin du bord si la résistance en compression est limitée.

On remarquera que l'on n'a fait aucune hypothèse sur les déformations ou la répartition des contraintes (pas de loi de comportement). Si l'on conserve l'hypothèse de Navier-Bernoulli (les sections droites restent planes et perpendiculaires aux fibres) et l'hypothèse élastique en compression, on obtient une inégalité « affaiblie » entre M et N :

$$|M| \leq \frac{N \times h}{2} \left( 1 - \frac{4N}{3R_c h} \right)$$

On constate que les deux inégalités sont très proches alors que les conditions d'application de la deuxième inégalité sont nettement plus restrictive. On a donc tout intérêt à garder la généralité du premier résultat qui a été établi avec une grande économie des hypothèses.

## II-2.4. Evaluation de la stabilité des collecteurs circulaires

### II.2.4.1. Définition du chargement

On considère un collecteur circulaire en maçonnerie vérifiant le critère de traction-compression, et soumis à une distribution de pression et de cisaillement ( $p, q$ ) en équilibre avec un champ de contraintes dans le sol qui se caractérise par des directions principales verticales et horizontales, une pression verticale  $p_v$  et une pression horizontale égale à  $k$  fois la pression verticale (voir figure II-4). Ce chargement est couramment utilisé dans les méthodes de calcul des conduites enterrées et des tunnels. On néglige le gradient de pression verticale. On néglige l'interaction sol-structure (la raideur du sol est nulle).

Le coefficient de pression horizontale  $k$  peut varier dans une large proportion, de 0 à 3 typiquement. Il n'est pas nécessairement égal au coefficient de pression horizontale des terres au repos noté habituellement  $K_0$  car la distribution des contraintes dans l'environnement proche d'une conduite peut être fortement perturbée. Autrement dit, on ne peut pas relier  $k$  aux paramètres mécaniques du sol encaissant ( $\varphi, C \dots$ ), c'est en fait un paramètre global qui caractérise le ratio entre la pression horizontale moyennée sur la hauteur de la conduite et la pression verticale moyennée en clé sur une largeur d'un diamètre.

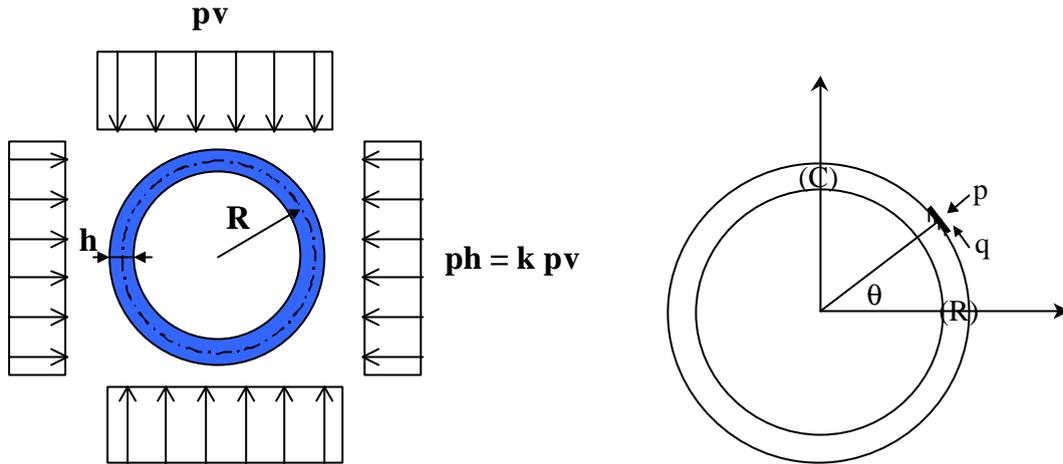


Figure II-4

La pression normale et la contrainte de cisaillement à l'interface, obtenues par projection du champ de contraintes dans le sol sur l'extrados de l'anneau, sont données par les expressions suivantes :

$$p = p_v \left( \frac{1+k}{2} - \frac{1-k}{2} \cos 2\mathbf{q} \right)$$

$$q = -p_v \frac{1-k}{2} \sin 2\mathbf{q}$$

#### II.2.4.2. Equations de base

Le rayon moyen du collecteur est  $R$  et son épaisseur  $h$  ; on suppose dans un premier temps que  $R/h \geq 8$ . On considère deux sections potentiellement critiques : (C) en clé et (R) aux reins. La Résistance des matériaux donne les valeurs suivantes des sollicitations agissantes (moment de flexion  $M$ , positif s'il crée des tractions à l'intrados ; effort normal  $N$ , positif s'il s'agit d'une compression ; effort tranchant  $V$ ) :

- en clé :

$$M(C) = \frac{1-k}{4} p_v R^2 \left( 1 - \frac{h^2}{4R^2} \right) \quad N(C) = k p_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \quad T(C) = 0$$

- aux reins :

$$M(R) = -\frac{1-k}{4} p_v R^2 \left( 1 - \frac{h^2}{4R^2} \right) \quad N(R) = p_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \quad T(R) = 0$$

- Relation clé / reins :

$$M(R) = -\frac{1+k}{2} p_v R^2 \left( 1 + \frac{h}{2R} \right) \left( 1 - \frac{h}{2R} \frac{1-k}{1+k} \right) + M(C) + N(C) R$$

- expression de l'excentricité  $e = M/N$  en clé et aux reins :

$$e(C) = \frac{1-k}{4k} R \left( 1 - \frac{h}{2R} \right) \quad e(R) = -\frac{1-k}{4} R \left( 1 - \frac{h}{2R} \right)$$

### II.2.4.3. Corrections dues à la courbure

Dans le cas des poutres à forte courbure initiale ( $R/h < 8$ ) il est en principe nécessaire d'apporter des corrections à la théorie de la flexion des poutres droites (Courbon, 1971). Quand une poutre circulaire est fléchie dans son plan initial de courbure, les sections planes restent planes ; la distribution des contraintes n'est plus linéaire, mais suit une loi hyperbolique.

Si on désigne par  $y$  l'ordonnée de la fibre ou l'on calcul la contrainte, comptée à partir du centre de gravité

$$s_1 = \frac{N}{h} + \frac{M(y-e)}{I_1} \cdot \frac{1}{1 - \frac{y}{R}}$$

où :

$e$  est l'excentricité de l'axe neutre par rapport au centre de gravité de la section :

$$e = R - \frac{h}{\ln \left[ \frac{1+h/2R}{1-h/2R} \right]} \approx \frac{h^2}{12R} \left[ 1 + \frac{1}{15} \left( \frac{h}{R} \right)^2 \right]$$

$I_1$  est le moment d'inertie de la section « fictive » :

$$I_1 = R^2 b h \left[ 1 - \frac{h/R}{\ln \left( \frac{1+h/2R}{1-h/2R} \right)} \right] \approx \frac{bh^3}{12} \left[ 1 + \frac{1}{15} \left( \frac{h}{R} \right)^2 \right]$$

h/R	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
e/R	0,00083	0,00334	0,00754	0,01348	0,0212
$I_1/I_0$	1,00067	1,0027	1,006	1,0107	1,0167
$\sigma_i/\sigma_0$	1,0344	1,071	1,1106	1,1534	1,20
$\sigma_e/\sigma_0$	0,9676	0,937	0,908	0,88	0,854

Tableau II-2

On constate sur le tableau II-2 que, pour les ratios habituels des conduits en maçonnerie qui sont compris entre 0,2 et 0,3, l'excentricité relative de l'axe neutre est négligeable (de l'ordre de 0,5%) et on peut le confondre avec l'axe de gravité de la section. Il en est de même pour l'inertie de la section

fictive, qui peut être confondue avec l'inertie habituelle. En revanche, les contraintes sont sensiblement différentes, de l'ordre de +10% pour la contrainte d'intrados et -10% pour la contrainte d'extrados (pour la même fourchette  $h/R$ ). Dans le cas d'un conduit circulaire, la contrainte de compression sera plus importante aux reins et plus faible en clé.

#### ***II.2.4.4. Compatibilité des équations d'équilibre avec le domaine de résistance de la maçonnerie***

La compatibilité entre l'équilibre de la structure et le domaine de résistance s'exprime facilement à partir de l'excentricité  $e$  et de l'inégalité qui définit le convexe de stabilité de la maçonnerie. On exprime simultanément cette compatibilité en clé et aux reins, qui sont les deux sections les plus sollicitées.

*a) Cas d'une résistance à la compression infinie*

L'équilibre n'est possible que si :  $-\frac{1}{2} \leq \frac{e}{h} \leq \frac{1}{2}$

ce qui donne 2 inégalités en clé et aux reins :

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{1-k}{4k} \frac{R}{h} \left(1 - \frac{h}{2R}\right) \leq \frac{1}{2} \quad \text{en clé}$$

$$-\frac{1}{2} \leq -\frac{1-k}{4} \frac{R}{h} \left(1 - \frac{h}{2R}\right) \leq \frac{1}{2} \quad \text{aux reins}$$

Les deux inégalités précédentes se traduisent par l'existence d'un coefficient de poussée minimum  $k_{\text{inf}}^{\infty}$  et un coefficient de poussée maximum  $k_{\text{sup}}^{\infty}$  inverses l'un de l'autre et donnés par les expressions suivantes :

$$k_{\text{inf}}^{\infty} = \frac{1 - h/2R}{1 + 3h/2R}$$

$$k_{\text{sup}}^{\infty} = \frac{1}{k_{\text{inf}}^{\infty}}$$

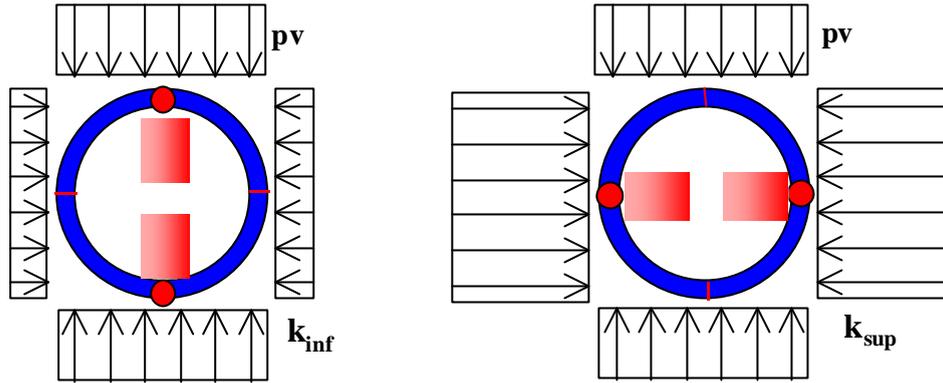


Figure II-5

Le coefficient de poussée minimum traduit la perte de l'équilibre en clé qui se produit avant la perte aux reins et inversement, le coefficient de poussée maximum traduit la perte d'équilibre aux reins qui se produit avant la perte en clé (voir figure II-5). Toutefois, lorsque l'équilibre limite est atteint dans l'une des sections critiques, et si la ductilité du matériau est suffisante, ce qui est admis en compression, le développement non symétrique de la fissuration provoque une redistribution « plastique » des moments, qui diminuent dans les sections les plus sollicitées et se reportent dans les sections les moins sollicitées. Bien entendu, ce mécanisme s'arrête dès que toutes les réserves d'équilibre sont consommées dans les quatre sections critiques, puisque l'on obtient alors un mécanisme (structure hypostatique) formé de 4 voussoirs articulés avec 4 rotules.

Si on appelle  $\Delta M$  la part de redistribution plastique du moment, on peut écrire :

$$(M_c)_p = M_c + \Delta M \quad \text{en clé}$$

$$(M_r)_p = M_r + \Delta M \quad \text{aux reins}$$

L'indice p indique les moments plastiques ou après redistribution plastique. On peut remarquer que  $\Delta M$  est négatif quel que soit k, car le moment de la section la plus critique est toujours positif.

Lorsque k est inférieur à 1, la section critique est en clé. La valeur maximum de  $\Delta M$  (en valeur absolue) est alors donnée par l'équation:

$$M_c + \Delta M = N_c \frac{h}{2} \quad (\text{pour une résistance en compression infinie})$$

$$\text{soit} \quad \Delta M = -\frac{1-k}{4} p_v R^2 \left( 1 - \frac{h^2}{4R^2} \right) + k p_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \frac{h}{2}$$

En reportant le résultat précédent dans l'expression du moment plastique aux reins il vient :

$$(M_r)_p = -\frac{1-k}{2} p_v R^2 \left( 1 - \frac{h^2}{4R^2} \right) + k p_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \frac{h}{2}$$

La réserve d'équilibre est entièrement consommée lorsque :

$$(M_R)_p = N_R \frac{h}{2}$$

On tire de l'égalité précédente la valeur du coefficient de poussée minimum après redistribution :

$$(k_{\text{inf}}^\infty)_p = \frac{1 - 3h/2R}{1 + h/2R}$$

et celle du coef. de poussée maximum:

$$(k_{\text{sup}}^\infty)_p = \frac{1}{(k_{\text{inf}}^\infty)_p} = \frac{1 + h/2R}{1 - 3h/2R}$$

On a évidemment  $(k_{\text{inf}}^\infty)_p < (k_{\text{inf}}^\infty)_p$

Dans l'espace  $\{h/R, k\}$ , le domaine d'équilibre de l'anneau en maçonnerie est borné par une ligne de poussée minimum et une ligne de poussée maximum (voir figure II-6). On remarquera que le domaine d'équilibre n'est pas convexe, car  $h/R$  n'est pas un paramètre de chargement.

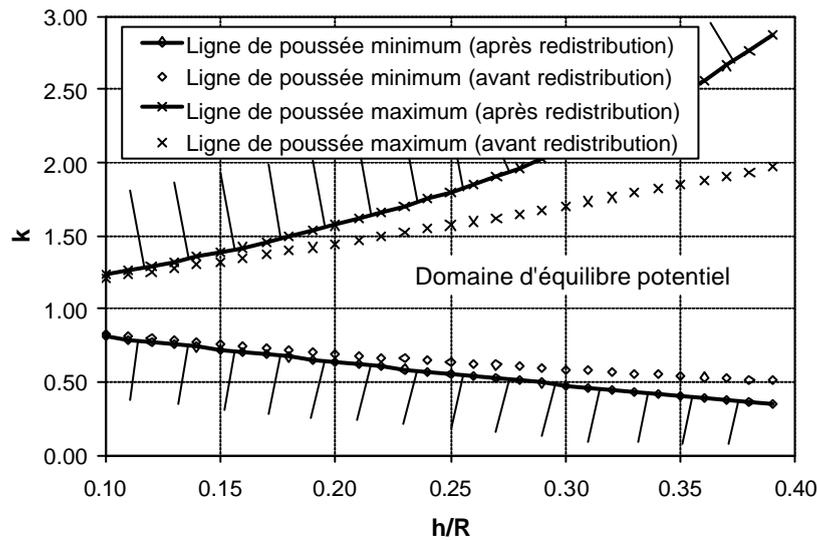


Figure II-6

b) Cas de la résistance en compression finie

La compatibilité du critère de résistance traction – compression avec l'équilibre des sections critiques donne les 2 inégalités suivantes :

$$-\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{kp_v R}{hR_c} \right) \leq \frac{1-k}{4k} \frac{R}{h} \left( 1 - \frac{h}{2R} \right) \leq \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{kp_v R}{hR_c} \right) \text{ en clé}$$

$$-\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{p_v R}{hR_c} \right) \leq -\frac{1-k}{4} \frac{R}{h} \left( 1 - \frac{h}{2R} \right) \leq \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{p_v R}{hR_c} \right) \text{ aux reins}$$

où  $R_C$  est la résistance en compression de la maçonnerie.

Lorsque  $k$  est inférieur à 1, la section critique est en clé et la valeur minimum de  $k$  compatible avec l'équilibre de la section est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{1 - k_{\text{inf}}}{4k_{\text{inf}}} R \left( 1 - \frac{h}{2R} \right) = \frac{h}{2} \left( 1 - \frac{k_{\text{inf}} p_v R}{h R_C} \right)$$

Si on pose  $\alpha = p_v/R_C$  on peut exprimer, sous la forme d'un développement limité, la valeur minimum de  $k$  en fonction de celle calculée pour une résistance infinie :

$$k_{\text{inf}}^{R_C} = k_{\text{inf}}^{\infty} + \frac{1}{2} (k_{\text{inf}}^{\infty})^2 (1 + 3k_{\text{inf}}^{\infty}) \alpha + o[\alpha]^2$$

Pour la grande majorité des collecteurs, la hauteur de couverture est comprise entre 1 et 10 m, ce qui correspond à une pression verticale  $p_v$  comprise entre 0,02 et 0,2 MPa, et la résistance en compression  $R_C$  varie dans une fourchette comprise entre 3 à 10 MPa (voir tableau II-1). Par conséquent,  $\alpha$  varie dans une fourchette comprise entre 0 et 0,1. Pour la valeur de 0,1, la correction ne dépasse pas 5% et est négligeable dans la grande majorité des cas. On peut donc dire que la résistance en compression de la maçonnerie n'a pratiquement aucune influence sur l'équilibre limite, qui se réduit à un problème purement géométrique.

## II-2.5. Conclusions

L'approche simplifiée que l'on a adoptée pour l'étude de la stabilité d'un anneau circulaire en maçonnerie soumis à un cas particulier de chargement est tout à fait similaire dans ses hypothèses au calcul à la rupture appliqué à l'analyse de la stabilité des voûtes.

Le calcul à la rupture permet de borner le domaine des chargements supportables d'une structure soumise à un chargement dépendant d'un nombre fini de paramètres, à partir de la seule connaissance des capacités de résistance du matériau constitutif (Salençon 1983). Toutefois, les chargements supportables ne le sont que « potentiellement », c'est à dire qu'il n'y a pas de certitude sur la stabilité de la structure. En revanche, les chargements qui sont « non potentiellement supportables » provoquent avec certitude l'instabilité de la structure. Le calcul à la rupture ne permet pas de définir un coefficient de sécurité ou de faire un dimensionnement, car il ne renseigne que sur les chargements que la structure n'est pas capable de supporter. On peut toutefois définir un coefficient de rupture égal au rapport entre le plus petit des majorants de la charge non potentiellement supportable et le chargement appliqué, et qui peut être utilisé sous certaines précautions pour évaluer la stabilité d'une structure.

Lorsqu'il est possible de préciser le critère de résistance du matériau, et si la loi de comportement est parfaitement plastique standard, la théorie classique des charges limites s'applique. Le domaine de résistance devient le convexe de plasticité du matériau, et le domaine des chargements potentiellement supportables devient un domaine de chargements effectivement « stables » ou le domaine de sécurité de la structure.

Le domaine de résistance ou domaine d'interaction de la maçonnerie défini en termes d'efforts (M,N) est un convexe fermé dans le cas d'une résistance finie en compression, et ouvert dans le cas d'une résistance infinie.

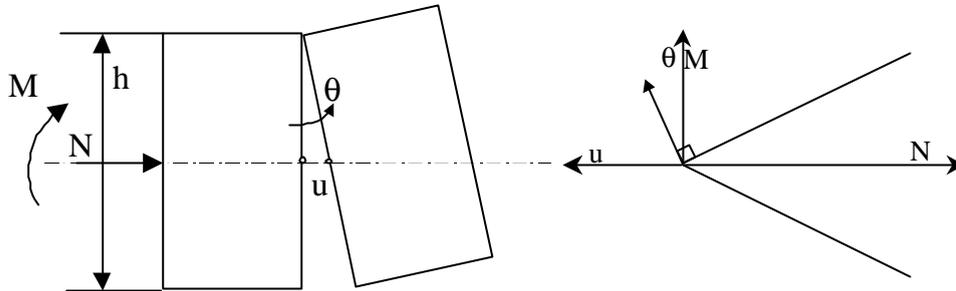


Figure II-7

Dans le cas d'une résistance infinie en compression, le seul mouvement relatif possible de deux blocs rigides séparés par un joint de résistance nulle est une rotation autour d'une des arêtes (figure II-7). Si on appelle  $\theta$  la vitesse de l'angle de rotation et  $u$  la vitesse d'ouverture de la fissure au niveau du centre de gravité des sections, il est facile de voir (Save, 1983) que le vecteur  $(u, \theta)$  représente la vitesse de déformation « plastique » associée au vecteur contrainte  $(M, N)$  et qu'il est normal extérieur à la frontière du cône de résistance. Par conséquent, le matériau est plastique standard et les théorèmes de l'analyse limite s'appliquent.

Toutefois, comme la puissance dissipée dans un joint est toujours nulle, Save (1983) montre que dans le cas d'une mise en charge proportionnelle  $\lambda P$  de la structure, tout mécanisme possible se produit avec une valeur arbitrairement petite du paramètre de charge qui donne un travail positif. Les théorèmes cinématique et statique de l'analyse limite prennent alors la forme suivante :

**Théorème cinématique :** si l'on peut trouver un mécanisme de ruine pour lequel le travail des forces extérieures est positif, la ruine de la structure aura lieu sous  $\lambda$  arbitrairement petit.

**Théorème statique :** si l'on peut trouver une ligne des pressions qui représente un état d'équilibre de la structure sous l'action des forces extérieures données et qui est intérieur à la maçonnerie, la structure tiendra pour toute valeur de  $\lambda$ .

C'est à dire que selon la forme du chargement, la structure est soit incapable de porter aucune charge, soit capable de porter une charge infinie. L'analyse de la stabilité se réduit donc à un problème géométrique. Ce résultat rejoint les conclusions d'Heyman (1982) à propos de la stabilité des voûtes, qui considère que la résistance en compression n'intervient pas. Il définit alors un coefficient géométrique  $F_g$  fondé sur l'existence d'une épaisseur minimale de la voûte pour supporter un chargement donné.

Dans le cas d'un anneau en maçonnerie avec une résistance en compression infinie, on arrive exactement à la même conclusion : si le coefficient de poussée horizontale  $k$  est inférieur à  $k_{inf}$ , ou supérieur à  $k_{sup}$ , l'anneau est incapable de porter aucune charge et s'il est compris entre ces deux limites, il peut porter une charge infinie. On peut même définir comme Heyman une épaisseur minimale :

$$h_{\min} = 2R \left( \frac{1-k}{3+k} \right)$$

On a vu aussi que la résistance en compression de la maçonnerie a très peu d'incidence sur le domaine de résistance, même en prenant des valeurs aussi faibles que 3 MPa.

Toutefois, ce serait une erreur de croire que les anneaux en maçonnerie peuvent se calculer avec les mêmes méthodes que les voûtes. En effet, la stabilité des voûtes est liée à l'hypothèse de l'indéformabilité des culées. Les voûtes s'appuient sur des piles ou des culées qui sont en principes extrêmement rigides, et le recul des culées a toujours des effets désastreux. On peut considérer qu'un anneau est formé de deux demi-voûtes, mais dans ce cas, c'est le sol encaissant qui joue le rôle des culées, qui ne sont évidemment pas indéformables.

Les mécanismes de rupture d'une voûte et d'un anneau sont de fait très différents. Dans le cas d'une voûte, la rupture se produit après formation de 4 ou 5 rotules, comme sur le schémas classique représenté sur la figure II-8. Les rotules extrêmes sont fixées grâce à la réaction latérale des culées ; les deux rotules intermédiaires se déplacent vers l'extérieur, et la rotule de clé vers l'intérieur. Dans le cas d'un anneau, on observe le plus souvent un mécanisme à 4 rotules de type clé-radier-reins avec, selon la forme du chargement, divergence ou convergence des reins.

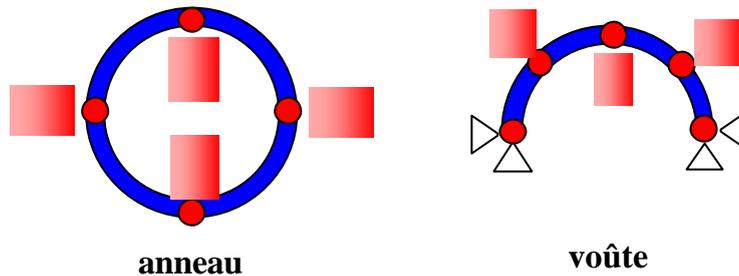


Figure II-8

Les voûtes, comme les anneaux, sont des structures hyperstatiques de degré 3. Si une voûte est stable sous un chargement donné elle peut l'être de plusieurs façons, son équilibre est indéterminé. Toutefois, Pippard et Ashby (1936) ont exécuté des essais sur des arcs en voussoirs et ont observé que lors du décintrement, l'arc théoriquement bi-encasté devient une structure isostatique à 3 rotules. Cela s'explique aisément par le recul des appuis lors de leur mise en charge, qui provoque un abaissement de la voûte. Pippard et Ashby avaient conclu de leurs expériences que de telles rotules étaient toujours présentes, c'est à dire que l'état normal d'une maçonnerie incompressible est l'état statiquement déterminé. Il est toutefois vraisemblable que l'élasticité des pierres et le fluage des joints ont pour effet de fermer les fissures et de rendre la structure plus hyperstatique.

Dans le cas d'un anneau, on imagine facilement que la même opération de décintrement produit les mêmes effets, à la différence près que les culées sont constituées par le sol encaissant et sont bien plus déformables. L'anneau tend à se transformer en un mécanisme (structure hypostatique) par formation de 4 rotules et on a vu qu'un tel système est stable si le ratio de poussée horizontale des terres est compris entre deux limites.

L'adaptation d'une voûte à ses culées ne modifie pas ou peu la forme et l'intensité des chargements qui lui sont appliqués. En revanche, l'adaptation d'un anneau par formation de 4 rotules peut modifier de manière sensible l'intensité et la forme du chargement appliqué par le sol. Cette modification est évidemment due à la réaction du sol qui dépend de ses caractéristiques élastiques (module de Young).

Lorsque le ratio de poussée horizontale approche la valeur minimum  $k_{min}$ , la formation des rotules entraîne une ovalisation qui tend à comprimer le sol aux reins et à décompresser le sol en voûte. Par réaction, la pression horizontale augmente aux reins et la pression verticale diminue en clé (par formation de voûtes dans le sol), c'est à dire que le ratio  $k$  remonte ou se stabilise autour de la valeur minimum. La déformation de l'anneau, qui se comporte momentanément comme un mécanisme, aboutit donc à atténuer voire à annuler la cause qui l'avait provoquée. Autrement dit, le comportement post-limite d'un anneau peut être stable si on prend en compte la réaction du sol, car le mécanisme de ruine entraîne un changement de forme (ovalisation), qui entraîne à son tour un changement favorable du chargement. On conçoit aisément que l'analyse de ce mécanisme sort du champ d'application du calcul à la rupture et même de celui des méthodes classiques d'analyse limites, car les caractéristiques élastiques du sol et de l'anneau jouent ici un rôle important.

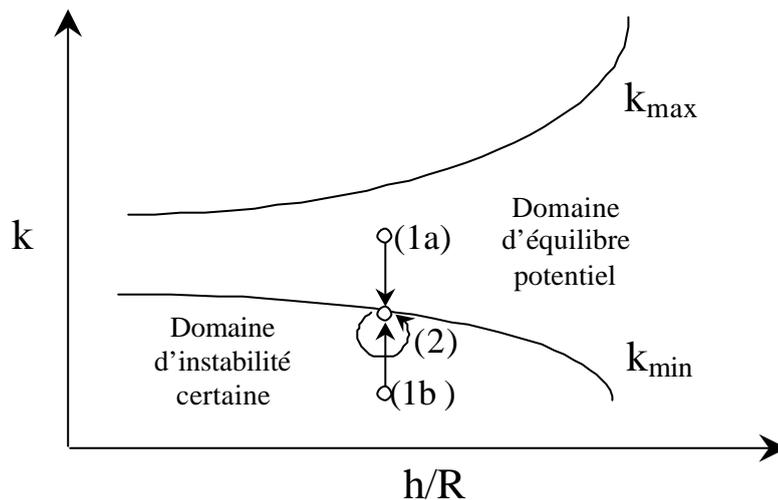


Figure II-9

On a représenté sur la figure II-9 deux chemins possibles d'un anneau en maçonnerie dans le diagramme  $(h/R, k)$ . Sur le premier chemin, l'état initial de l'anneau représenté par le point (1a) est dans le domaine d'équilibre et on suppose que le ratio  $k$  diminue, ce qui est représenté par la flèche verticale qui rencontre la ligne de poussée minimum en (2) où la structure est en état potentiel de rupture. La boucle symbolise le comportement post rupture qui est généralement stable, car la déformation de la structure induit une redistribution du chargement qui maintient  $k$  sur la ligne de poussée minimum. Sur le deuxième chemin, l'état initial de l'anneau représenté par le point (1b) est dans le domaine d'instabilité certaine, et on suppose que le ratio  $k$  augmente jusqu'à ce qu'il atteigne la valeur minimale en (2).

Physiquement, le premier chemin peut par exemple se produire si on rajoute un remblai ou une surcharge sur une conduite enterrée dont le remblai latéral est compressible. On obtient alors un « effet Marston » c'est à dire une concentration d'efforts sur la clé de la conduite et donc une

diminution du ratio  $k$ . Le deuxième chemin peut se produire si on décompresse brutalement le remblai latéral d'une conduite (en ouvrant une tranchée parallèle par exemple), ou tout simplement lors de la construction de l'ouvrage, au moment du décintrage de l'anneau, si le coefficient de poussée initial des terres est inférieur au ratio de poussée minimum.

Dans les méthodes de calcul des tunnels (AFTES 1983) ou des conduites enterrées, on confond fréquemment le ratio  $k$  avec le coefficient de poussée des terres au repos  $K_0$ . Dans le cas d'un massif homogène, l'utilisation de l'élasticité linéaire isotrope en déformation plane conduit à l'expression classique :

$$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu}$$

Où  $\nu$  est le coefficient de Poisson du sol. Pour  $\nu = 1/3$  (valeur très souvent admise par défaut), on obtient  $K_0$  égal à 0,5. Cette formule n'est pratiquement pas utilisée, on lui préfère la formule de Jacky (1944), qui a été établie à partir du critère de Mohr-Coulomb et qui donne la valeur de  $K_0$  à l'équilibre limite :

$$K_0 = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \left( 1 + \frac{2}{3} \sin \varphi \right)$$

que l'on a simplifiée en :

$$K_0 = 1 - \sin \varphi$$

Pour les sols argileux surconsolidés, on utilise plutôt :

$$K_0 = (1 - \sin \varphi) \sqrt{OCR}$$

où OCR est le rapport de surconsolidation.

Cette dernière formule a été retenue dans l'EUROCODE 7 (Géotechnique) pour le calcul de la pression des terres au repos (at rest earth pressure coefficient).

Si on égale le  $K_0$  donné par la formule de Jacky avec le  $k_{\min}$  qui correspond à l'équilibre limite de l'anneau en poussée minimum, on obtient une relation entre le ratio épaisseur sur rayon moyen en fonction de l'angle de frottement interne du sol :

$$\frac{h}{R} = \frac{2 \sin \varphi}{4 - \sin \varphi}$$

Ce ratio est la valeur minimum compatible avec l'équilibre de l'anneau.

Pour un angle de 35°, on obtient un ratio épaisseur sur rayon moyen égal à 0,335 ce qui est une valeur élevée, rarement observée en pratique. Les valeurs habituelles de  $h/R$  sont en effet comprises

entre 0,15 et 0,30 (0,2 est une valeur fréquente). Le  $K_0$  élastique égal à 0,5 pour  $\nu = 1/3$  donne un ratio  $h/R$  égal à 0,3.

On constate donc que pour les épaisseurs habituelles des conduites et collecteurs circulaires, l'équilibre d'un anneau en maçonnerie est généralement incompatible avec le coefficient de poussée des terres au repos. La portée de cet énoncé est évidemment affaiblie à plusieurs reprises par les hypothèses restrictives que l'on a prises sur le matériau maçonnerie (résistance à la traction nulle) et sur la géométrie du chargement. Mais il a l'avantage de montrer que dans de nombreux cas, l'équilibre d'un anneau en maçonnerie ne peut pas se concevoir sans prendre en compte l'interaction sol – structure et la redistribution favorable des pressions qui en découle.

Si certains auteurs affirment que l'état naturel d'un arc en maçonnerie incompressible est l'état statiquement déterminé, pour lequel la ligne des pressions a une position unique, on pourrait dire que l'état naturel d'un anneau en maçonnerie se situe sur sa ligne de poussée minimum. C'est à dire que l'anneau se déforme de telle manière à ramener le ratio de poussée horizontale à la valeur minimum compatible avec l'équilibre. En effet, on a montré que le ratio initial  $K_0$  est le plus souvent inférieur à  $k_{min}$ , par conséquent le chemin (1b)  $\rightarrow$  (2) représenté sur la figure II-9 est très vraisemblable. On observe d'ailleurs assez fréquemment une fissure fine en clé et plus difficilement en radier sur des ouvrages qui sont par ailleurs en excellent état.

Cela étant dit, la possibilité d'un état stable sur la ligne de poussée minimum ne donne aucune information sur l'état de déformation de l'anneau. Si après déformation, l'ovalisation verticale est par exemple inférieure à 0,2%, on parlera d'adaptation, mais si l'ovalisation atteint 5%, on parlera de ruine. Seule une analyse élasto-plastique globale prenant en compte à la fois les caractéristiques du sol et de la maçonnerie, peut donner des renseignements sur l'état de déformation de la structure. On présente donc dans le chapitre suivant cette analyse élasto-plastique par la méthode des éléments finis.

## II-3. ETUDE DE LA STABILITE DES COLLECTEURS EN MAÇONNERIES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

### II-3.1. Choix d'une loi de comportement pour la maçonnerie

Le matériau maçonnerie est entendu dans son acception la plus large, c'est à dire un matériau dont la résistance en traction est très faible ou nulle, et dont la résistance en compression est élevée, voire infinie. C'est toute l'information dont on dispose, ce qui simplifie d'emblée le choix de la loi de comportement. Dans la gamme des lois de comportement offerte par le progiciel CESAR LCPC, on a choisi la loi du critère parabolique qui est classiquement utilisée pour modéliser le béton non armé (Mestat 1993). Le critère s'écrit en fonction des invariants du tenseur des contraintes :

$$F(\mathbf{s}_{ij}) = J_2(\mathbf{s}_{ij}) - \frac{R_c - R_t}{3} I_1(\mathbf{s}_{ij}) - \frac{R_c R_t}{3}$$

où  $J_2(\sigma_{ij})$  est le déviateur des contraintes,  $I_1$  est la trace du tenseur des contraintes,  $R_c$  est la résistance en compression et  $R_t$  la résistance en traction.

Dans l'espace des contraintes principales, la surface de rupture est un paraboloïde ayant pour axe la droite d'équation:  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ . La loi d'écoulement est associée, c'est à dire que le potentiel plastique est confondu avec le critère. La partie élastique du comportement est définie par l'élasticité linéaire isotrope de Hooke. Au total, la loi comporte donc 4 paramètres :  $E$ ,  $\nu$ ,  $R_c$  et  $R_t$ .

Dans le cadre de l'étude, on s'intéresse au comportement de structures cylindriques (collecteurs), dont les caractéristiques mécaniques et les chargements sont invariants par translation parallèle à leurs axes, ce qui autorise à les traiter en déformation plane. D'autre part, on s'intéresse plutôt aux faibles compressions, car on a vu dans le chapitre précédent que c'est la faible résistance en traction des maçonneries qui gouverne le comportement des collecteurs enterrés. Dans la suite de l'étude, on suppose que la résistance en traction est nulle ( $R_t = 0$ ).

Il paraît naturel de modéliser le comportement d'une conduite dans son plan en déformation plane plutôt qu'en contrainte plane. En élasticité linéaire à deux paramètres, modéliser en contrainte plane revient à considérer que la conduite est constituée d'un empilement d'anneaux disjoints. En termes de résultats, les différences entre les deux approches sont relativement faibles et tiennent à la valeur du coefficient de Poisson. Toutefois, en élasto-plasticité, des différences importantes peuvent se produire, dues à l'écoulement plastique qui est plus gêné en déformation plane qu'en contrainte plane. En déformation plane, l'écoulement plastique quasi isotrope provoque l'apparition de contraintes longitudinales qui modifient sensiblement les contraintes dans le sens transversal, comme on va le voir sur l'exemple de la flexion pure d'une plaque.

Pour illustrer l'effet de l'écoulement plastique, on se propose d'étudier la flexion cylindrique d'une poutre de hauteur  $h$  en matériau élasto-plastique parabolique avec une résistance en traction nulle. Les déformations normales au plan de flexion du poutre sont nulles (déformation plane).

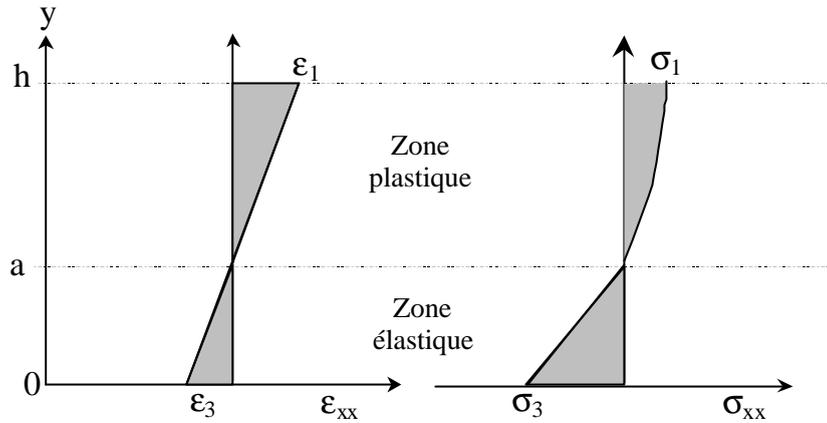


Figure II-10

On suppose que les sections droites restent planes et perpendiculaires à la fibre moyenne, et que la sollicitation est en tout point bi-axiale (figure II-10). Les contraintes de compression sont comptées négativement. Pour simplifier l'étude, le coefficient de Poisson est égalé à zéro.

Dans la zone élastique ( $0 < y < a$ ), on a :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = \sigma_3, \quad \sigma_{zz} = \sigma_1 = 0, \quad \text{autres } \sigma_{ij} = 0, \\ \varepsilon_{xx} = \varepsilon_3, \quad \text{autres } \varepsilon_{ij} = 0 \end{aligned}$$

La sollicitation est mono axiale (le coef. de Poisson est nul) et toutes les quantités varient linéairement avec l'abscisse  $y$ .

Dans la zone plastique, ( $a < y < h$ ), on a :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = \sigma_1, \quad \sigma_{zz} = \sigma_3, \quad \text{autres } \sigma_{ij} = 0, \\ \varepsilon_{xx} = \varepsilon_1, \quad \text{autres } \varepsilon_{ij} = 0 \end{aligned}$$

La sollicitation devient bi-axiale à cause de la déformation plastique.

La résistance en traction et la contrainte intermédiaire  $\sigma_2$  étant nulles, l'expression du critère parabolique se simplifie selon l'expression suivante :

$$F(\mathbf{s}_{ij}) = \frac{\mathbf{s}_1^2 + \mathbf{s}_3^2 + (\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_3)^2}{6} + \frac{(\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_3)}{3} R_c$$

Dans la zone plastifiée,  $F(\sigma_{i,j}) = 0$ , et on peut exprimer l'une des contraintes principales en fonction de l'autre :

$$\mathbf{s}_1 = \frac{1}{2} \left[ -R_c + \mathbf{s}_3 + \sqrt{R_c^2 - 6\mathbf{s}_3 R_c - 3\mathbf{s}_3^2} \right]$$

A partir de l'expression précédente, il est facile de calculer la valeur maximum de  $\sigma_1$  et minimum de  $\sigma_3$  :

$$(\mathbf{s}_1)_{\max} = R_c \left( \frac{2\sqrt{3}}{3} - 1 \right) \approx 0,155 R_c$$

$$(\mathbf{s}_3)_{\min} = -R_c \left( \frac{\sqrt{3}}{3} - 1 \right) \approx -0,423 R_c$$

On constate que la zone plastifiée est tendue avec une valeur maximum égale à  $0,155 R_c$ , alors que la résistance en traction est nulle. C'est en fait l'écoulement plastique «géné» par la condition de déformation plane qui explique ce résultat paradoxal. En effet, la condition de déformation plane s'exprime par :

$$d\mathbf{e}_3 = d\mathbf{e}_3^e + d\mathbf{e}_3^p = 0 = \frac{1}{E} d\mathbf{s}_3 + d\mathbf{l} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{s}_3}$$

Lorsque la rupture est atteinte, on a  $d\sigma_3 = 0$  et donc  $\frac{\partial F}{\partial \mathbf{s}_3} = 0$ . Cette dernière condition fournit la relation très simple suivante :

$$R_c + 2\mathbf{s}_3 - \mathbf{s}_1 = 0,$$

qui est vérifiée par les valeurs  $(\sigma_3)_{\min}$  et  $(\sigma_1)_{\max}$ .

Il est possible d'exprimer la déformation plastique  $\mathbf{e}_1^p$  en fonction de  $\sigma_3$  :

On a :

$$\frac{d\mathbf{e}_1^p}{d\mathbf{e}_3^p} = \frac{\frac{\partial F}{\partial \mathbf{s}_1}}{\frac{\partial F}{\partial \mathbf{s}_3}} = \frac{2\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_3 + R_c}{2\mathbf{s}_3 - \mathbf{s}_1 + R_c} = \frac{2\sqrt{R_c^2 - 6\mathbf{s}_3 R_c - 3\mathbf{s}_3^2}}{3R_c + 3\mathbf{s}_3 - \sqrt{R_c^2 - 6\mathbf{s}_3 R_c - 3\mathbf{s}_3^2}}$$

et

$$d\mathbf{e}_3^p = -\frac{d\mathbf{s}_3}{E}$$

d'où

$$\mathbf{e}_1^p = -\frac{1}{E} \int \frac{2\sqrt{R_c^2 - 6\mathbf{s}_3 R_c - 3\mathbf{s}_3^2}}{3R_c + 3\mathbf{s}_3 - \sqrt{R_c^2 - 6\mathbf{s}_3 R_c - 3\mathbf{s}_3^2}} d\mathbf{s}_3$$

Dans la zone plastifiée, l'allongement plastique vient compléter la déformation élastique de façon à conserver la planéité des sections droites :

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1^e + \mathbf{e}_1^p$$

$$\text{avec } \mathbf{e}_1^e = \frac{\mathbf{S}_1}{E}$$

Pour modéliser ce problème avec le logiciel CESAR-LCPC, on a considéré une plaque de 1 m d'épaisseur et 10 m de largeur reposant sur deux appuis simples continus (dans le sens longitudinal).

Le maillage est constitué d'éléments quadratiques Q8 à 8 nœuds, il comporte 20 éléments sur une demi-longueur et 10 éléments dans la hauteur (figure II-11).

Le chargement est constitué par le poids propre du matériau que l'on a fait varier de 5 à 50 kN/m<sup>3</sup> (le poids propre du béton armé est de l'ordre de 25 kN/m<sup>3</sup>).

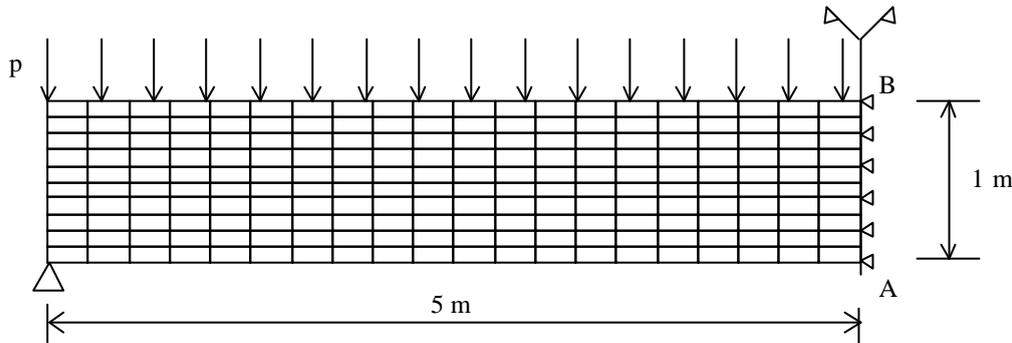


Figure II-11 Maillage de la plaque en déformation plane.

Les calculs sont réalisés avec le module MCNL de CESAR-LCPC. La méthode de résolution de type D-F-P est utilisée et la tolérance est fixée à 0,0001. Les caractéristiques mécaniques sont les suivantes :

Elastoplasticité en petites déformations :

Module de Young :  $E = 10000 \text{ MPa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0$

Critère parabolique :

Résistance en compression :  $R_c = 10 \text{ MPa}$

Résistance en traction :  $R_t = 0$

Le tableau II-3 donne la contrainte de compression sur la fibre supérieure ( $S_c$ ), la contrainte de traction sur la fibre inférieure ( $S_t$ ), la valeur maximum de la contrainte longitudinale  $S_{zz}$  et le déplacement maximum au milieu de la plaque, en fonction du poids volumique  $p$  (voir aussi la figure II-12).

$p$ ( $\text{kN/m}^3$ )	$S_c$	$S_t$	$S_{zz}$ (MPa)	$v_{\max}$ (mm)
0	0	0	0	0
5	-0.47	0.3	-0.34	0.00125
10	-0.95	0.57	-0.69	0.00265
15	-1.53	0.8	-1.05	0.00427
25	-2.9	1.1	-1.8	0.00856
35	-4.8	1.35	-2.4	0.0159
4	-6.25	1.45	-2.6	0.0221
45	-8.6	1.5	-2.9	0.0333
48	-10.5	1.5	-3.1	0.0448
50	-13	1.5	-3	0.0761

Tableau II-3

Ce tableau montre que la contrainte de traction  $S_t$  tend vers la valeur théorique prévue égale à  $0,155 R_c$  (1,55 MPa). On remarquera qu'il n'y a pas de phase élastique : la fibre supérieure se plastifie pour le premier incrément de charge. En contrainte plane, il n'y aurait pas d'équilibre possible et la ruine se produirait immédiatement. En déformation plane, la divergence se produit lorsque la contrainte maximum sur la fibre inférieure atteint et dépasse la résistance en compression (voir figure II-13).

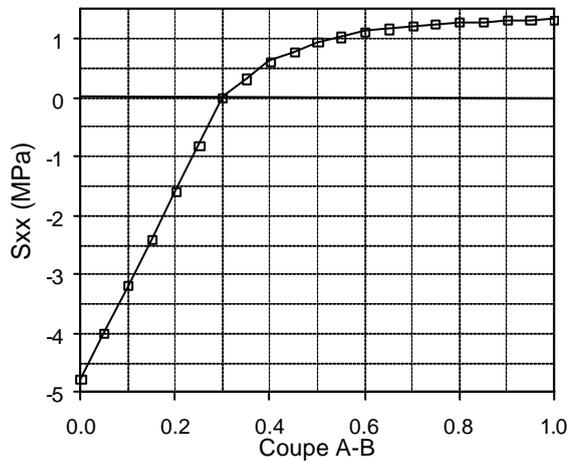


Figure II-12 Contrainte axiale  $S_{xx}$  dans la section milieu pour  $p = 35 \text{ kN/m}^3$ .

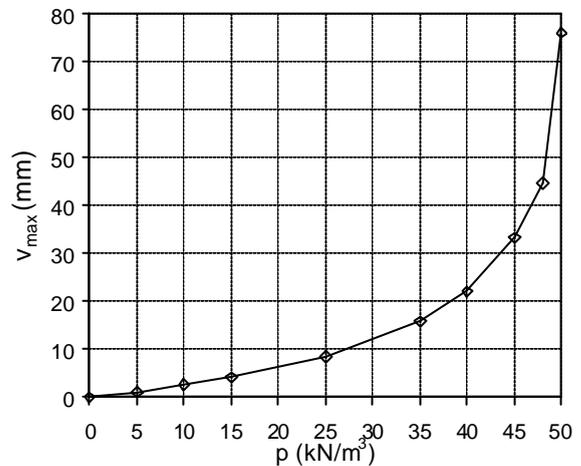


Figure II-13 Déplacement vertical maximum en fonction du poids volumique  $p$ .

En conclusion, l'utilisation du critère parabolique en déformation plane n'est pas adapté à la modélisation d'un matériau ayant une faible résistance en traction dans le domaine des faibles contraintes. En effet, l'écoulement plastique provoque l'apparition d'une résistance en traction apparente qui n'est manifestement pas réaliste et qui bloque la ruine par traction. Pour éviter ce comportement, il faudrait utiliser une loi d'écoulement non associée, mais les calculs deviendraient alors très longs. On a donc choisi pour le reste de l'étude d'utiliser le critère parabolique en

contrainte plane, car l'écoulement plastique dans le sens longitudinal est libre et n'entraîne pas l'apparition d'une résistance en traction.

Remarque - La résistance en traction apparente due à l'écoulement plastique en déformation plane n'est pas gênante quand on s'intéresse au béton non armé dans le domaine des compressions élevées. D'autre part, le rapport entre la résistance en compression et la résistance en traction d'un béton (typiquement 10) est nettement supérieure à celle d'une maçonnerie formée de blocs et de joints, où la résistance en traction dépend surtout des joints. C'est pour cette raison que l'on néglige souvent la résistance en traction de la maçonnerie dans le calcul des ouvrages (ponts, murs ...).

### **II-3.2. Equilibre d'un anneau en maçonnerie non pesant soumis à un chargement d'origine géostatique**

L'objectif de cette modélisation est de retrouver par la méthode des éléments finis les bornes inférieures et supérieures de  $k$  (coefficient de poussée minimum et maximum) qui provoquent l'instabilité d'un anneau en maçonnerie. Le comportement de la maçonnerie est représenté par une élasticité linéaire isotrope couplée avec le critère parabolique en contrainte plane. Contrairement aux recherches classiques de charges limites, on ne fait pas varier ici l'intensité du chargement qui reste fixe, mais un paramètre géométrique qui caractérise la forme du chargement (le coefficient  $k$ ).

#### **II.3.2.1. Description du modèle aux éléments finis**

Les caractéristiques géométriques de l'anneau sont les suivantes:

Epaisseur :  $h = 0,20$  m  
 Rayon intérieur :  $R_i = 0,8$  m  
 Rayon moyen :  $R = 0,9$  m  
 Ratio  $h/R = 0,222$

Les valeurs des coefficients de poussée minimum et maximum (avec redistribution plastique) prédites par le calcul manuel sont :

$$k_{\text{inf}} = \frac{1 - 3h/2R}{1 + h/2R} = 0,6$$

$$k_{\text{sup}} = \frac{1}{k_{\text{min}}} = 1,67$$

Les caractéristiques mécaniques de la maçonnerie sont les suivantes:

Module d'Young : 10000 MPa  
 Coefficient de Poisson : 0  
  
 Critère parabolique en contrainte plane.  
 Résistance en traction : 0  
 Résistance en compression : 30 MPa et 5 MPa.

La résistance en compression de 30 MPa, qui serait celle d'un béton, figure ici le cas d'une résistance infinie. La valeur de 5 MPa est plus réaliste et est représentative d'une maçonnerie médiocre. Selon le calcul manuel, et pour les hauteurs habituels de sol, la résistance en compression de la maçonnerie a peu d'influence sur le coefficient limite de poussée. On entend par hauteur habituelle, une valeur inférieure à 3 fois le diamètre extérieure de la conduite ou 6 m, ce qui correspond à un ouvrage moyennement enterré. Le module de la maçonnerie n'a en principe pas d'incidence sur les valeurs limites, et le coefficient de Poisson est égal à 0 pour se rapprocher de la théorie des poutres courbes, qui est utilisée dans le calcul manuel.

L'anneau a été modélisé avec des éléments quadratiques à 8 nœuds et 4 points d'intégration qui offrent le meilleur rapport précision – coût de calcul (le champ de déplacement est quadratique et le champs de contrainte linéaire). On a utilisé 5 éléments dans l'épaisseur et 36 éléments sur un demi-périmètre, ce qui donne un maillage régulier et un ratio de forme proche de 1 (voir figure II-14). Bien que l'interaction sol – structure ne soit pas prise en compte dans ce calcul (le module du sol est égal à zéro), le sol proche a été modélisé pour permettre l'initialisation d'un champ de contraintes nécessaire au calcul des forces à la surface externe de l'anneau. La densité du maillage est optimisée par expérience, on n'a pas cherché à raffiner outre mesure, d'autant plus que la recherche d'une valeur limite implique souvent des centaines, voire des milliers d'itérations.

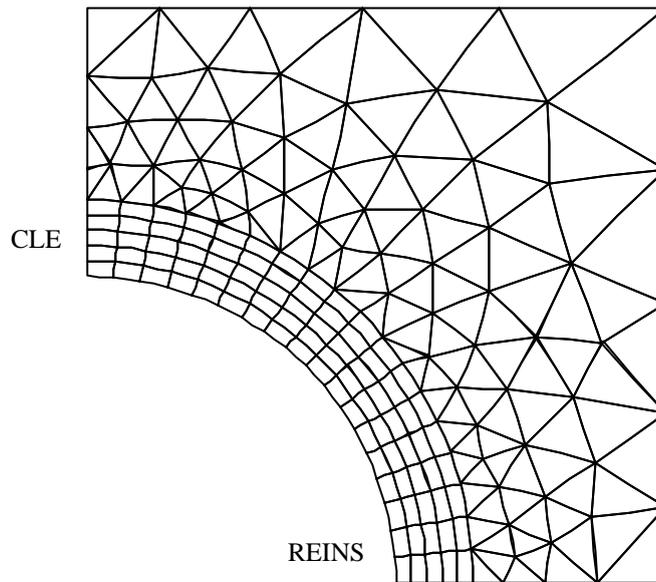


Figure II-14. Dessin du maillage.

Le chargement est appliqué à l'aide du module LAM de CESAR-LCPC, qui permet de simuler les forces de surface qui apparaissent à l'interface sol – soutènement, lors du creusement d'un tunnel par exemple. Le principe du calcul comporte 3 étapes :

1. Simulation d'un champ de contraintes dans le sol (qui peut être le résultat d'un calcul précédent)
2. Calcul des forces qui équilibrent le champ sur le contour externe de la cavité par le principe de l'action et de la réaction.
3. Application à l'extrados du soutènement d'une proportion  $\lambda$  (comprise entre 0 et 1) des forces calculées en 2 après les avoir changées de signe.

Dans le cas présent, le champ de contrainte initiale est caractérisé par une contrainte verticale constante égale à 0,1 MPa, et une contrainte horizontale qui est une proportion k de la contrainte verticale. La valeur de 0,1 MPa correspond à une hauteur de recouvrement comprise entre 5 et 6 m, ou 2,5 à 3 diamètres, ce qui constitue la borne supérieure des faibles profondeurs. Le gradient vertical est nul et les caractéristiques mécaniques du sol (module et coef. de Poisson) sont annulées. L'état de contraintes initiales anisotropes est le suivant :

$$\sigma_{yy} = -100 \text{ kPa} ; \sigma_{xx} = -k \times 100 \text{ kPa} ; \sigma_{xy} = 0 \text{ kPa} ; \sigma_{zz} = -k \times 100 \text{ kPa}$$

Les calculs sont réalisés avec le Module MCLN de CESAR LCPC. La méthode de résolution utilisée est la méthode de Davidon-Fletcher-Powell, notée D-F-P, qui permet de diminuer notablement les temps de calculs, mais qui n'est applicable que si la loi d'écoulement est associée, ce qui est le cas du critère parabolique. La tolérance sur les tests de convergence est fixée à 0,1%.

**II.3.2.2. Résultats des calculs : estimation de la borne inférieure du domaine d'équilibre**

Le tableau II-4 présente les résultats des calculs quand on fait tendre k vers sa borne inférieure. Le déplacement est mesuré au milieu de la section située aux reins (voir figure II-14). On constate que le nombre d'itérations et les déplacements deviennent très importants quand on se rapproche de la valeur 0,59. En revanche, la contrainte maximum de compression dans la section des reins tend vers une valeur limite qui est en fait liée à la finesse du maillage (nombre d'éléments dans l'épaisseur), et qui n'a pas de signification particulière. On peut voir sur la figure II-15 que la dérivée du déplacement par rapport à k tend vers l'infini, ce qui est l'indication d'un point limite.

k	Rc = 30 MPa			Rc = 5 MPa		
	Smax (MPa)	Dmax (mm)	Nb itérations	Smax (MPa)	Dmax (MPa)	Nb itérations
0,7	-1.95	0,36	82	-1.93	0,36	87
0,65	-3	0,81	298	-3	0,82	279
0,63	-4	1,29	699	-4	1,32	680
0,62	-4,6	1,7	851	-4.8	1,76	797
0,61	-5.4	2,3	1410	-5	2,78	1564
0,6	-7	3,4	2765	-5	5,48	4939
0,595	-8	4,2	3287		Divergence	
0,592	-8	5,26	8271			
0,591	-8	6,21	14463			
0,59			Divergence			

Tableau II-4

Pour la valeur 0,59, le résidu diverge, la valeur limite est donc légèrement inférieure à 0,59 soit un écart de 1,5% avec la valeur prédite (0,6). On peut apprécier sur la figure II-15 l'influence de la résistance en compression qui est relativement faible (pour Rc = 5 MPa, la valeur limite est égale à 0,6) comme le prévoit le calcul manuel. En ce qui concerne la borne supérieure, la valeur limite est égale à 1,69 c'est à dire l'inverse de la borne inférieure (figure II-16).

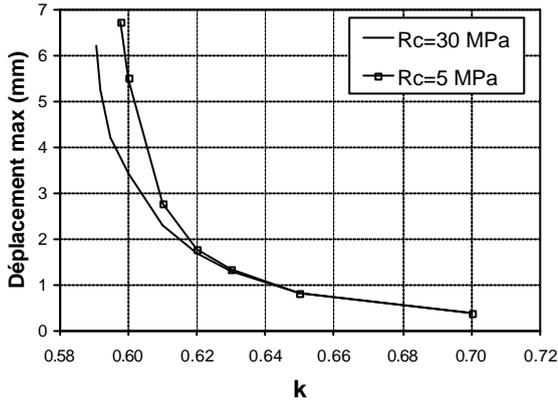


Figure II-15. Déplacement u au voisinage de la borne inférieure.

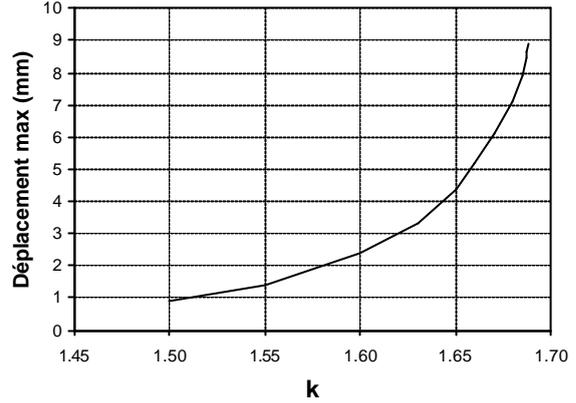


Figure II-16. Déplacement u au voisinage de la borne supérieure.

La figure II-17 montre l'étendue des zones plastiques pour  $k = 0,6$ . On remarque que les sections de clé et de radier sont totalement plastifiées, alors qu'il reste encore une petite zone élastique à l'intrados de la section située aux naissances.

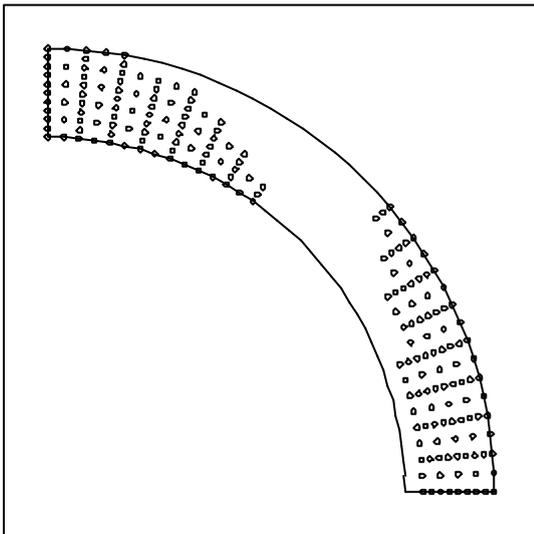


Figure II-17. Etendue des zones plastiques pour  $k = 0,6$ .

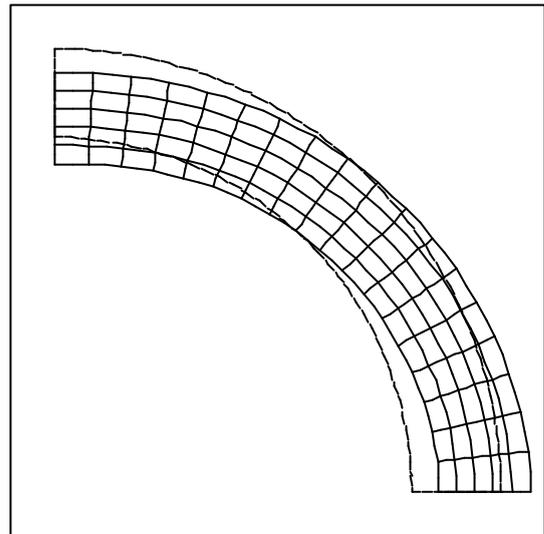


Figure II-18. Déformée du maillage pour  $k = 0,6$ .

Pour  $k = 0,6$ , la RDM donne les valeurs suivantes aux sollicitations agissantes (moment de flexion  $M$ , positif s'il crée des tractions à l'intrados ; effort normal, positif s'il s'agit d'une compression) :

$$M_e(\mathbf{q}) = 8\cos 2\mathbf{q} \quad (\text{kN.m}) \quad N_e(\mathbf{q}) = 0,08 - 0,02\cos 2\mathbf{q}$$

L'angle  $\theta$  est compté à partir de la section de clé dans le sens horaire.

On a vu au chapitre précédent que la plastification des sections provoque une redistribution des moments qui tendent à diminuer en clé – radier et à augmenter aux reins lorsque  $k$  est inférieur à 1.

Le moment plastique est simplement égal au moment élastique translaté d'une valeur qui est égale à -2 kN.m dans le cas présent :

$$M_p(q) = 8\cos 2q - 2$$

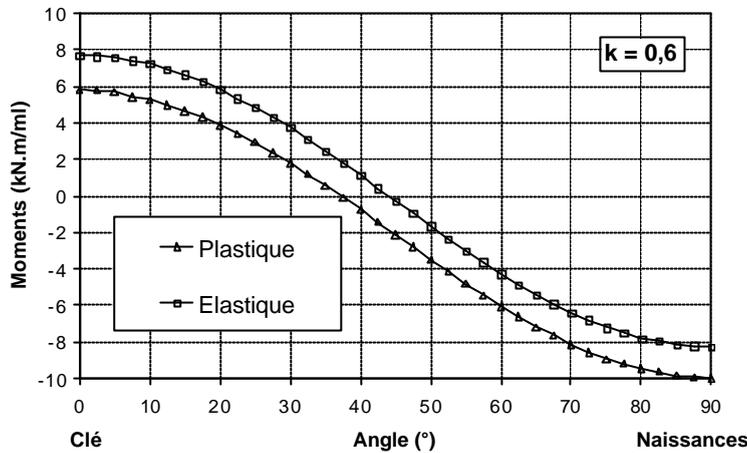


Figure II-19. Graphe des moments plastique et élastique pour  $k = 0,6$  (calcul CESAR).

La figure II-19 montre les courbes de variation du moment calculées avec CESAR, pour un modèle élastique et plastique (critère parabolique) et pour la valeur  $k = 0,6$ . La translation est exactement égale à la valeur prévue (-2 kN.m). La figure II-20 montre les courbes de variation de l'excentricité (rapport  $M/N$ ) dans les cas élastiques et plastiques. On remarque que la courbe plastique tangente au niveau des 3 sections critiques les droites  $+h/2$  et  $-h/2$  qui limitent le convexe de stabilité d'une section dans le cas d'une résistance infinie.

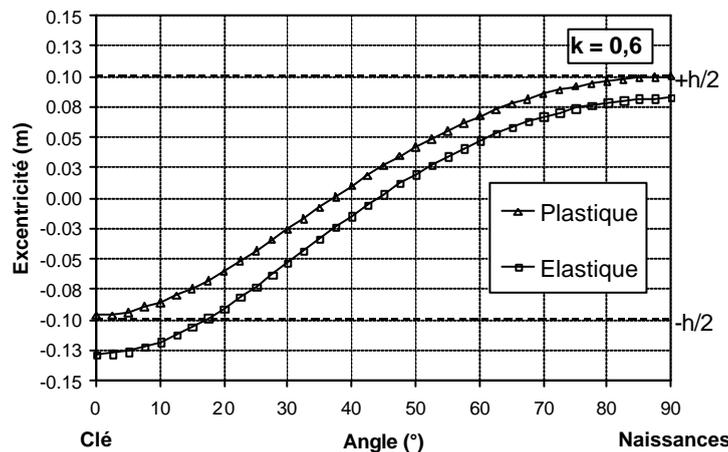


Figure II-20. Courbes de variation de l'excentricité (logiciel CESAR)

### II.3.2.3. Conclusion

En conclusion, on constate que l'utilisation de la méthode des éléments finis et du critère parabolique en contrainte plane permet de retrouver sur un exemple simple les valeurs limites calculées par une approche manuelle basée sur le calcul à la rupture. Ce résultat qui est conforme aux théorèmes

d'analyse limite, permet d'envisager l'exploration de l'interaction sol-structure, ce qui n'était pas possible avec l'approche manuelle.

### **II-3.3. Equilibre d'un anneau en maçonnerie non pesant placé dans un massif élastique linéaire semi-infini et soumis à un chargement d'origine géostatique**

On examine maintenant l'équilibre d'un anneau de maçonnerie dans un massif de sol homogène, isotrope et élastique, soumis à un chargement d'origine géostatique. Le massif de sol possède un état de contrainte initial caractérisé par une contrainte verticale  $p_v$  et une contrainte horizontale  $k \times p_v$  qui sont constantes (on néglige l'influence de la pesanteur). On suppose que l'anneau de maçonnerie est mis en place immédiatement après l'excavation.

#### ***II.3.3.1. Description du modèle aux éléments finis***

Comme dans l'étude de l'anneau seul, la modélisation par éléments finis est réalisée en contraintes planes à l'aide de l'option LAM du module de résolution élasto-plastique MCNL de CESAR-LCPC.

Les caractéristiques mécaniques du massif de sol et les contraintes initiales sont les suivantes :

Elasticité linéaire en contrainte plane.

Module de Young : 5 et 30 MPa

Coefficient de Poisson : 0.33

$\sigma_{yy} = -100$  kPa ;  $\sigma_{xx} = -k \times 100$  kPa ;  $\sigma_{xy} = 0$  kPa ;  $\sigma_{zz} = -k \times 100$  kPa

k varie entre 0 et 1.

La fourchette de module 5 – 30 MPa est censée couvrir la majorité des modules que l'on trouve dans la tranche 0-10 m en site urbain.

Les caractéristiques mécaniques et géométriques de l'anneau de maçonnerie sont les mêmes que dans le problème précédent :

Rayon externe : 1,0 m

Epaisseur : 0,20 m

Module de Young : 1000, 3000 et 10000 MPa

Coefficient de Poisson : 0.

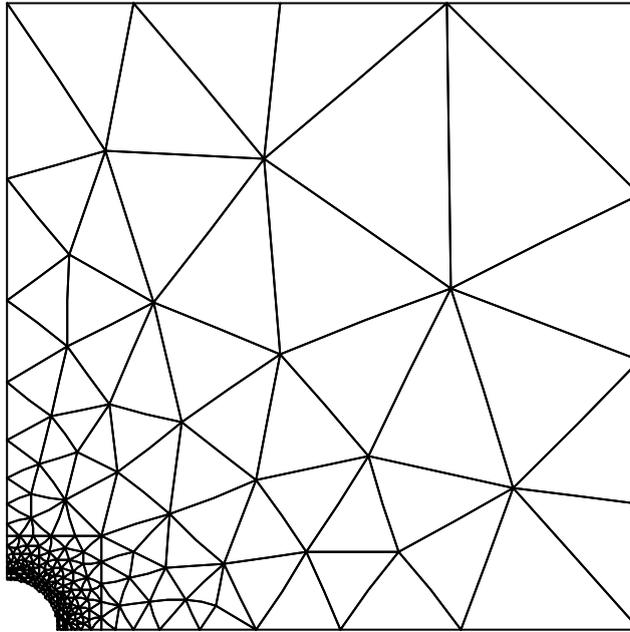
Critère parabolique en contrainte plane.

Résistance en traction : 0

Résistance en compression : 30 MPa et 5 MPa.

La fourchette 1000 – 10000 Mpa couvre une large gamme de qualité de maçonnerie. Dans le cadre de cette étude, un module de 1000 MPa est une valeur caractéristique d'une maçonnerie médiocre avec des joints dégradés, un module de 3000 MPa représente la maçonnerie moyenne la plus courante et le module de 10000 est celui d'une très bonne maçonnerie. Le lecteur se reportera au chapitre consacré aux caractéristiques mécaniques des maçonneries.

La figure II-21 représente le maillage utilisé, qui comprend 783 nœuds dont 90 quadrilatères à 8 nœuds pour l'anneau et 226 triangles à 6 nœuds pour le sol. Le maillage de l'anneau et du sol proche est identique à celui du problème précédent; on a simplement étendu les limites verticales et horizontales à une distance de 5 diamètre de l'axe de l'anneau (10 mètres), ce qui permet en principe d'assimiler le maillage à un massif infini. Les déplacements verticaux du bord inférieur sont imposés à zéro, ainsi que les déplacements horizontaux des bords latéral gauche et droite.



**Figure II-21 Dessin du maillage**

On a choisi de faire varier la géométrie du chargement, qui est entièrement caractérisée par le coefficient  $k$ , plutôt que l'intensité du chargement, qui est constante. Ce choix résulte du comportement élastoplastique de l'anneau, qui est dominé par la résistance très faible en traction du matériau qui ne permet pas d'atteindre des compressions importantes.

### ***II.3.3.2. Analyse des résultats de déplacements : domaines sub et post limite***

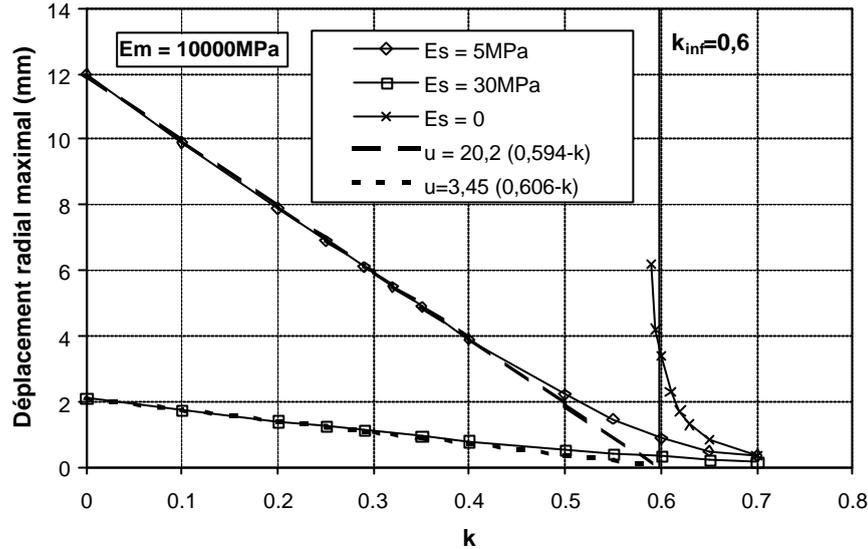


Figure II-22 Déplacement horizontal maximal de l'anneau (résultats CESAR).

La figure II-22 représente les variations de l'ovalisation horizontale de l'anneau en fonction de  $k$  pour les deux modules de sol 5 et 30 MPa. Le module de la maçonnerie est égal à 10000 MPa. Chaque point correspond à un calcul CESAR qui comprend parfois plusieurs milliers d'itérations. On constate que la présence du sol (l'interaction sol-structure) permet à l'anneau de « passer » la valeur limite  $k_{inf}$  (égale à 0,6) qui provoquait la ruine plastique. On a représenté la courbe de l'ovalisation de l'anneau seul ( $E_s = 0$ ) qui diverge à l'approche de la valeur limite.

Si l'anneau trouve une position d'équilibre pour toutes les valeurs de  $k$  comprises entre 0 et 1, il est évident que les déplacements et l'étendue des zones plastifiées augmentent considérablement quand  $k$  dépasse la valeur limite et tend vers zéro. On est donc amené naturellement à distinguer deux domaines de fonctionnement, selon que  $k$  est inférieur ou supérieur à la borne inférieure  $k_{inf}$  : le domaine post-limite pour les valeurs inférieures et le domaine sub-limite pour les valeurs supérieures.

On rappelle que lorsque  $k = 1$ , l'anneau est soumis à une pression uniforme égale à  $p_v$  (100 kPa) qui provoque une contrainte orthoradiale de compression uniforme simplement égale à (Rayon externe)  $\times p_v$  (0,1 MPa). Lorsque  $k$  diminue, l'anneau reste partout comprimé, tant que  $k$  reste supérieur à une limite  $k_e$  donnée par :

$$k_e = \frac{1 - h/2R}{1 + h/6R} = 0,86 \text{ (dans le cas présent)}$$

Ensuite, des tractions apparaissent en clé à l'intrados et le matériau se plastifie, puisque sa résistance en traction est nulle. En absence de sol, la ruine plastique de l'anneau se produirait pour la valeur limite  $k_{inf}$  donnée par :

$$k_{inf} = \frac{1 - 3h/2R}{1 + h/2R} = 0,6$$

### II.3.3.3. Analyse des résultats dans le domaine post-limite

L'examen des résultats dans le domaine post limite montre que les déplacements varient quasi linéairement avec  $k$  (voir figure II-22). Ce résultat est a priori surprenant, car l'anneau est fortement plastifié, et la courbe ne devrait pas être linéaire, mais il se comprend très bien si on suppose que l'anneau est formé de 4 voussoirs articulés avec 4 rotules plastiques situées en clé – reins et radier comme le représente la figure II-23. En effet, le système de voussoirs forme alors un mécanisme (système hypostatique) dont la déformation ne dépend que du module du sol et du coefficient  $k$ .

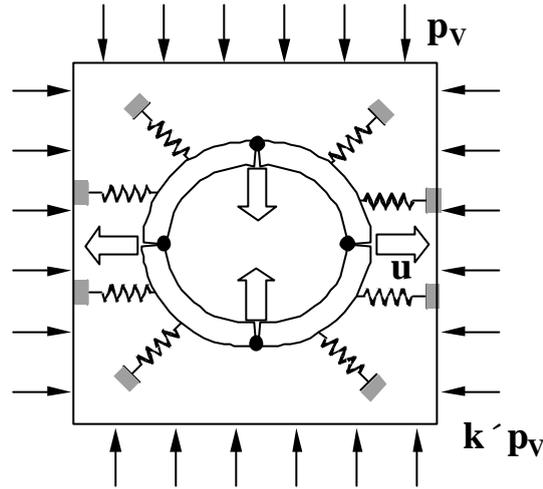


Figure II-23

On appelle  $u$  le déplacement horizontal à l'équilibre. On suppose, pour simplifier, que la pression de réaction du sol est égale au produit du déplacement par le module de réaction  $\lambda$ , qui est une caractéristique du couple voussoirs - sol :

$$p_R = \mathbf{I} u$$

Le module de réaction est donné par la formule de Luscher (1966) :

$$\mathbf{I} = \frac{E}{R}$$

La pression de réaction s'ajoute à la pression initiale horizontale et se retranche de la pression verticale, de telle sorte que le ratio entre ces deux pressions, qui valait initialement  $k$ , augmente et tend vers 1. Si l'on note  $k^*$  le ratio à l'équilibre, on peut écrire :

$$k p_v + p_R = k^* p_v$$

avec  $k^* > k$ .

Dès que  $k^*$  atteint la valeur  $k_{inf}$  l'équilibre plastique est possible; il n'y a donc aucune raison que  $k^*$  dépasse sensiblement cette limite et on posera donc  $k^* = k_{inf}$ .

Finalement, on obtient:

$$u = \frac{P_V}{E/R} (k_{inf} - k) \quad \text{pour } k < k_{inf}$$

La comparaison entre l'expression précédente et les droites ajustées sur les résultats CESAR dans le domaine post limite est bonne, comme on peut le constater sur le tableau II-5 et la figure II-22.

	$u = \frac{P_V}{E/R} (k_{min} - k)$	Droite ajustée sur les résultats CESAR
Es = 5 MPa	$u = 20(0,6 - k)$	$u = 20,2(0,594 - k)$
Es = 30 MPa	$u = 3,3(0,6 - k)$	$u = 3,45(0,606 - k)$

Tableau II-5

Afin de confirmer notre petite analyse, on a réalisé une autre série de calculs avec un anneau d'épaisseur deux fois moindre (h=0,1 m), mais de même diamètre externe. La valeur limite inférieure du coefficient de poussée pour une épaisseur de 0,1 m et un rayon moyen de 0,95 m est égale à 0,8. Le module de la maçonnerie est de 10000 MPa et le module du sol 10 MPa. On peut voir sur la figure II-24 et le tableau II-6 que les droites ajustées sur les résultats dans le domaine post-limite sont conformes aux prévisions du modèle à 4 voussoirs articulés de la figure II-23.

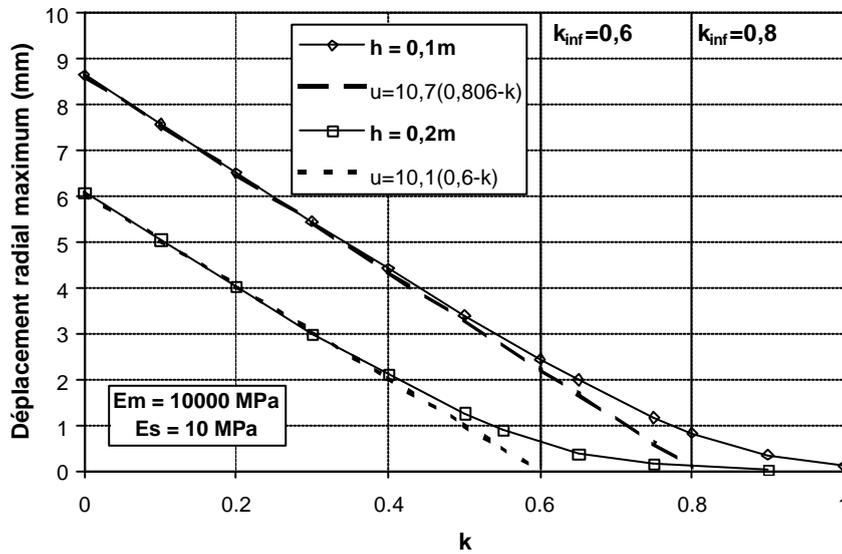


Figure II-24

	$k_{inf}$	$u = \frac{P_V}{E/R} (k_{min} - k)$	Droite ajustée sur les résultats CESAR
h=0,1m, R=0,95m	0,6	$u = 10(0,8 - k)$	$u = 10,7(0,806 - k)$
h=0,2m, R=0,9m	0,8	$u = 10(0,6 - k)$	$u = 10,1(0,60 - k)$

Tableau II-6

### II.3.3.4. Analyse des résultats dans le domaine sub-limite

Avant d'examiner les résultats dans le domaine sub-limite, on présente l'analyse d'un anneau élastique dans un massif de sol élastique infini.

La modélisation bidimensionnelle d'un anneau élastique inséré dans un massif de sol infini homogène élastique est un problème complexe d'interaction sol – structure. Des solutions analytiques ont été développées dans le domaine des conduites enterrées à comportement flexibles (généralement en plastique ou en métal) et dans le domaine des tunnels. Bien entendu il n'y a qu'une différence d'échelle entre ces deux domaines et les solutions calculées pour les conduites s'appliquent aux tunnels et vice versa. Les premières solutions analytiques qui sont apparues historiquement modélisaient l'interaction sol – structure avec des ressorts indépendants disposés perpendiculairement à la paroi, la conduite étant modélisée avec la théorie des poutres courbes ou des coques (Luscher 1966). Par la suite, les auteurs ont modélisé le sol comme un milieu continu élastique, tout en gardant la simplicité de la théorie des poutres (ou des coques) pour la conduite (Muir Wood 1975). La solution la plus explicite a été établie par Einstein et Schwartz (1979) qui ont résolu, en déformation plane, le problème d'une coque cylindrique mince soumise à un chargement géostatique, mais en limitant le degré harmonique de la déformation à 2. La solution la plus générale et encore explicite a été établie par Moore (1985) qui a résolu, en déformation plane, le problème du tube épais pour un degré harmonique quelconque.

Les solutions à base de ressorts, largement utilisées par ailleurs dans de nombreux problèmes d'interaction sol-structure, ont donné lieu au développement de la théorie des modules de réaction, dont le principe est que la réaction du sol en un point de l'interface est proportionnelle au déplacement du même point :

$$\bar{q} = \lambda \cdot \bar{u}$$

où  $\bar{q}$  est la pression de réaction au point considéré  
 $\bar{u}$  est le déplacement du point.  
 $\lambda$  est le module de réaction ou la raideur du ressort.

Dans la pratique, la relation précédente est plutôt utilisée sous forme incrémentale, car le module de réaction peut varier avec le déplacement. Quoi qu'il en soit, cette idéalisation mathématique ne peut pas être justifiée physiquement, car elle ignore toute interaction entre les colonnes de sol et n'assure la continuité que par l'intermédiaire de la structure portée (Frank 1991). Par conséquent, la raideur des ressorts, que l'on appelle aussi module de réaction, n'est pas un paramètre intrinsèque du sol. Toutefois, elle a l'avantage de donner lieu à des développements analytiques simples que l'on peut facilement comparer à des résultats expérimentaux ou à des calculs par la méthode des éléments finis.

Dans le cas de l'expansion radiale d'une cavité cylindrique dans un massif isotrope élastique linéaire et en déformation plane, le champ de déformation est purement déviatorique et on obtient l'expression suivante du module de réaction (Luscher 1966) :

$$I = \frac{E}{(1+\nu) \cdot R} = 2 \cdot \frac{G}{R}$$

Cette expression est habituellement utilisée dans les calculs des tunnels circulaires (AFTES 1983) et même pour des ouvrages non circulaires, le rayon étant alors remplacé par une dimension caractéristique de l'ouvrage. On remarquera qu'en toute rigueur elle ne devrait être utilisée que pour calculer l'effet d'une pression uniforme, alors que l'objectif principal des calculs est l'évaluation des moments fléchissants associés à une déformation elliptique et à un champ de contrainte non uniforme. On a utilisé plus haut une expression similaire pour calculer la réaction du sol dans le domaine sous-critique où l'anneau se comporte comme un ensemble de 4 voussoirs articulés.

Lorsqu'on modélise un anneau ou une coque cylindrique, on caractérise habituellement la rigidité de la structure par deux modules  $K_a$  et  $K_b$  :

$K_a$  est le module de rigidité normal de l'anneau :

$$K_a = \frac{EA}{R}$$

où  $EA$  est la rigidité de la paroi dans le sens orthoradial et par unité de longueur ;  
 $R$  est le rayon de la fibre neutre.

$K_b$  est le module de rigidité en flexion de l'anneau ou rigidité annulaire :

$$K_b = \frac{EI}{R^3}$$

où  $EI$  est le produit d'inertie de la paroi par unité de longueur.

Dans le cas d'une paroi pleine et homogène d'épaisseur  $h$ , de module  $E_m$  et de coefficient de Poisson  $\nu_m$ , les quantités  $EI$  et  $EA$  s'expriment selon les expressions suivantes :

$$EI = \frac{E_m}{12(1-\nu_m^2)} \quad \text{et} \quad EA = \frac{E_m h}{(1-\nu_m^2)}$$

et les modules de rigidité deviennent :

$$K_a = \frac{E_m}{(1-\nu_m^2)} \frac{h}{R} \quad \text{et} \quad K_b = \frac{E_m}{12(1-\nu_m^2)} \left( \frac{h}{R} \right)^3$$

La rigidité du sol est simplement caractérisée par son module Young  $E_s$  et son coefficient de Poisson  $\nu$ .

A partir des 2 modules de rigidité et des deux paramètres élastiques du sol, on peut définir deux paramètres sans dimension  $C$  et  $F$  qui caractérisent l'intensité de l'interaction sol – structure:

$C$  est le coefficient de couplage en expansion radiale:

$$C = \frac{E_s}{(1+n)} \frac{1}{K_a}$$

$F$  est le coefficient de couplage en flexion :

$$F = \frac{E_s}{(1+n)} \frac{1}{12K_b}$$

Dans le cas d'une paroi pleine et homogène, les coefficients de couplage s'écrivent:

$$C = \frac{(1-n_m^2)}{(1+n)} \frac{E_s}{E_m} \frac{R}{h} \quad \text{et} \quad F = \frac{(1-n_m^2)}{(1+n)} \frac{E_s}{E_m} \left(\frac{R}{h}\right)^3$$

On peut remarquer que le coefficient de couplage en expansion radiale est sensiblement plus faible que le coefficient de couplage en flexion. En effet, on a :

$$\frac{C}{F} = \frac{12K_b}{K_a} = \left(\frac{h}{R}\right)^2$$

comme  $R/h > 3$  alors  $C/F < 0,1$ .

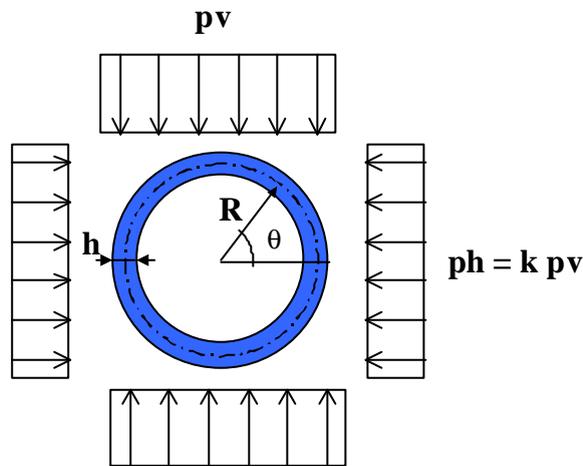


Figure II-25

Le massif de sol est supposé avoir un comportement élastique linéaire et les contraintes initiales ( $p_v$ ,  $p_h=k \times p_v$ ) sont constantes (figure II-25). L'anneau reçoit la totalité des forces de déconfinement qui sont appliquées instantanément. Les expressions qui suivent sont dérivées de la solution d'Einstein et Schwartz, que l'on a simplifiée et modifiée pour prendre en compte l'épaisseur non négligeable de l'anneau. Le moment fléchissant  $M$  est positif s'il crée des tractions à l'intrados, l'effort normal  $N$  est positif s'il s'agit d'une compression, et le déplacement radial  $u$ , est positif s'il est dirigé vers l'extérieur.

$$M = -\frac{1-k}{4} \frac{p_v R^2}{(1+aF)} \left(1 - \frac{h^2}{4R^2}\right) \cos 2q - \frac{1+k}{24} \frac{p_v h^2}{(1+C)}$$

$$N = p_v \left(R + \frac{h}{2}\right) \left[ \frac{1+k}{2} \frac{1}{(1+C)} + \frac{1-k}{2} \cos 2q \right]$$

$$\frac{u}{R} = p_v \left[ -\frac{(1+k)/2K_a}{1+C} + \frac{(1-k)/12K_b}{1+aF} \cos 2q \right]$$

où :

$$a = \frac{(3-2n)}{(3-4n)}$$

quand l'interface est parfaitement collée (adhérence parfaite).

$$a = \frac{4}{(5-6n)}$$

quand l'interface est parfaitement glissante.

Dans le cas de l'interface collée,  $\alpha/(1+\nu)$  varie entre 1 et 1,33 quand le coefficient de Poisson varie entre 0 et 0,5. Pour  $\nu = 0,33$ ,  $\alpha/(1+\nu) = 1,047$ .

Les figures II-26,27 et 28 montrent des comparaisons entre des résultats de calculs MEF réalisés avec le maillage de la figure 21 (en élasticité linéaire) et la solution analytique simplifiée. On constate que les écarts sont acceptables (inférieurs à 5%).

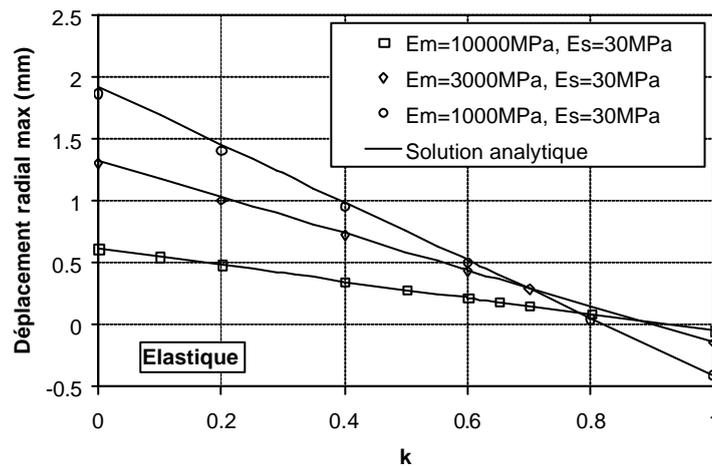


Figure II-26

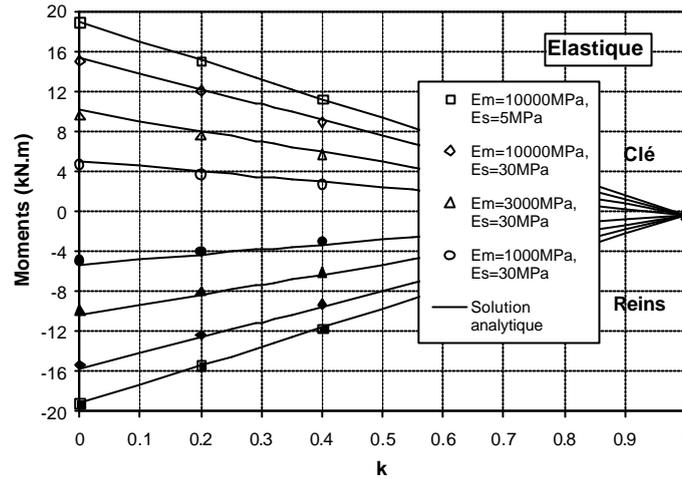


Figure II-27

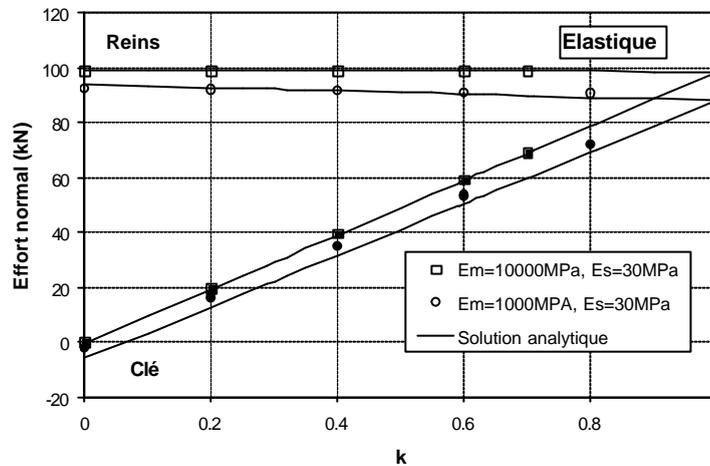


Figure II-28

Pour faciliter la compréhension de la solution analytique, il faut faire le distinguo entre les termes qui dépendent de la pression moyenne et ceux qui dépendent de la pression « déviatorique ». Ces deux pressions sont définies de la manière suivante :

$$\text{Pression moyenne} \quad : p = \frac{1+k}{2} p_v$$

$$\text{Pression déviatorique} : q = \frac{1-k}{2} p_v$$

Par rapport à l’anneau seul, le premier terme du moment fléchissant qui dépend de la pression déviatorique est divisé par  $(1+\alpha F)$ . Le second terme, qui est une correction due à l’épaisseur non négligeable et qui dépend de la pression moyenne, est divisé par  $(1+C)$ .

Le premier terme de l’effort normal, qui dépend de la pression moyenne, est aussi divisé par  $(1+C)$  alors que le second terme, qui dépend de la pression déviatorique, ne varie pas. Enfin, le premier terme du déplacement radial, qui dépend de la pression moyenne, est divisé par  $(1+C)$ , alors que le second terme, qui dépend de la pression déviatorique, est divisé par  $(1+\alpha F)$ . Le tableau II-7 donne

quelques résultats numériques pour l’anneau type ( $R/h = 4,5$ ) en fonction des trois types de maçonneries que nous avons définis et des valeurs inférieures et supérieures de la fourchette des modules de sol.

	Maçonnerie Type I	Maçonnerie Type II	Maçonnerie Type III
	$E_m=10000$ MPa $E_s=5 /30$ MPa	$E_m=3000$ MPa $E_s=5 /30$ MPa	$E_m=1000$ MPa $E_s=5 /30$ MPa
$1/(1+\alpha F)$	0,95/0,78	0,86/0,51	0,68/0,26
$1(1+C)$	1,00/0,99	0,99/0,97	0,98/0,91

Tableau II-7

On constate que l’interaction sol - structure est pratiquement négligeable pour une maçonnerie de type I, mais très sensible pour une maçonnerie de type III. On remarque aussi que le terme  $1/(1+C)$ , qui divise les termes qui dépendent de la pression moyenne, varie très peu et que par conséquent, l’effort normal est nettement moins sensible à l’effet de l’interaction sol – structure que le moment fléchissant.

Le modèle élastique simplifié que l’on vient de présenter est fréquemment utilisé pour le calcul des soutènements par anneaux de voussoirs, par cintres métalliques ou par béton projeté. Dans le cas d’un anneau en maçonnerie la solution élastique donne des résultats qui sont d’autant plus éloignés des calculs élasto-plastiques que  $k$  se rapproche de 0 (Figures II-29,30). On constate logiquement que les écarts s’accroissent quand  $k$  passe la valeur  $k_{inf}$  qui est le seuil de stabilité de l’anneau seul.

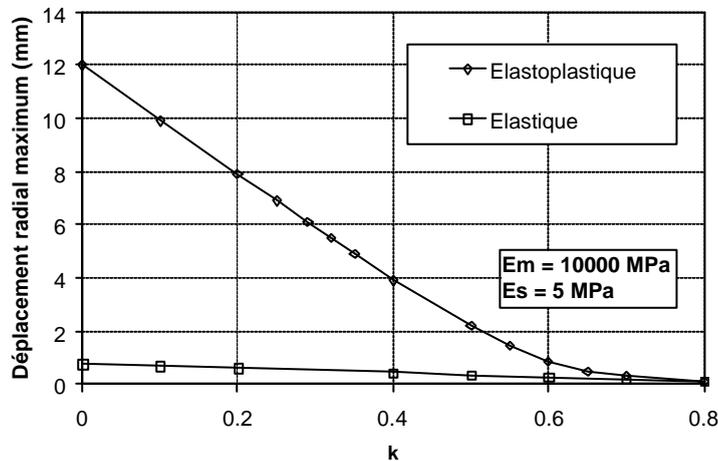


Figure II-29

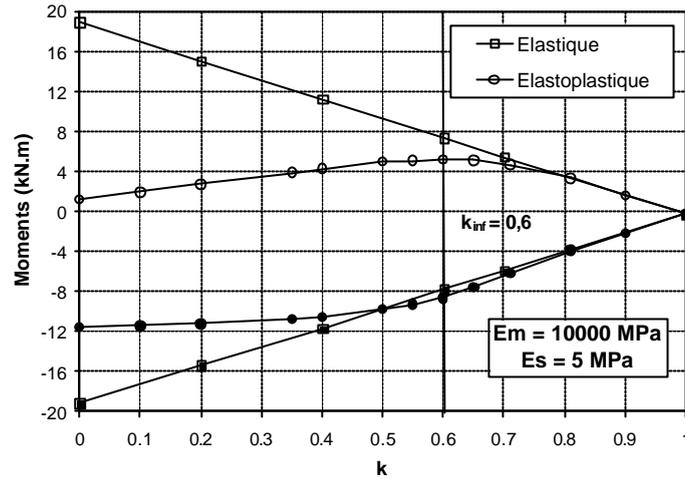


Figure II-30

Il est facile de calculer à partir de la solution élastique la valeur de  $k$  qui provoque le début de la plastification de la section de clé ou de la section de rein. L'excentricité des efforts en clé et aux reins s'exprime par les expressions suivantes :

$$e_C = \frac{M_C}{N_C} \approx \frac{e_{C,0}}{(1 + aF) \left[ 1 - C(1+k)/2k \right]}$$

$$e_R = \frac{M_R}{N_R} = \frac{e_{R,0}}{(1 + aF) \left[ 1 - C(1+k)/2 \right]}$$

où  $e_{R,0}$  et  $e_{C,0}$  sont les excentricités pour un anneau seul.

Pour qu'une section soit entièrement comprimée, on doit avoir:

$$e_{C/R} \leq \frac{h}{6}$$

D'où l'on tire la valeur des coefficients de poussée élastique :

$$k_e(C) = \frac{1 - x \left[ 1 - \frac{2}{3} C(1 + aF) \right]}{1 + \frac{x}{3} \left[ 1 + 4aF - 2C(1 + aF) \right]}$$

$$k_e(R) = \frac{1 - \frac{7x}{3} \left[ 1 + \frac{4}{7} aF - \frac{2}{7} C(1 + aF) \right]}{1 - x \left[ 1 + \frac{2}{3} C(1 + aF) \right]}$$

avec  $x = h/2R$ .

		Maçonnerie Type I		Maçonnerie Type II		Maçonnerie Type III	
Es/Em (MPa)	0	5/10000	30/10000	5/3000	30/3000	5/1000	30/1000
$k_e(C)$	0,86	0,85	0,83	0,84	0,76	0,81	0,64
$k_e(R)$	0,83	0,83	0,79	0,81	0,68	0,76	0,40

Tableau II-8

A la lecture du tableau II-8, on constate que les coefficients sont tous supérieurs à 0,5 à une exception près. C'est à dire que pour les coefficients de pression horizontale usuels (0,4-0,5), les sections situées en clé/radier et aux reins seront toujours plastifiées. On remarque aussi que le coefficient de poussée élastique des sections de reins est plus sensible à l'effet de l'interaction sol-structure.

La figure II-31 montre un ensemble de courbes de déplacement calculées pour un module de sol constant égal à 30 MPa et en faisant varier le module de la maçonnerie de 10000 à 1000MPa. On constate que les courbes sont finalement très proches l'une de l'autre et présentent la même asymptote quand  $k$  tend vers 0. Ce résultat est un peu paradoxal car l'intensité de l'interaction sol-structure est a priori 10 fois plus élevée pour la maçonnerie de type III que pour la maçonnerie de type I. En réalité, la proximité des courbes cache deux comportements différents. Quand la structure est très rigide (ou le module du sol faible), la plastification se produit rapidement et l'anneau se transforme en un système de voussoirs articulés, ce qui a pour effet de diminuer considérablement sa raideur et d'augmenter dans la même proportion l'intensité du couplage sol - structure. Finalement, le système de voussoirs se comporte comme un anneau souple ce qui explique la convergence des courbes.

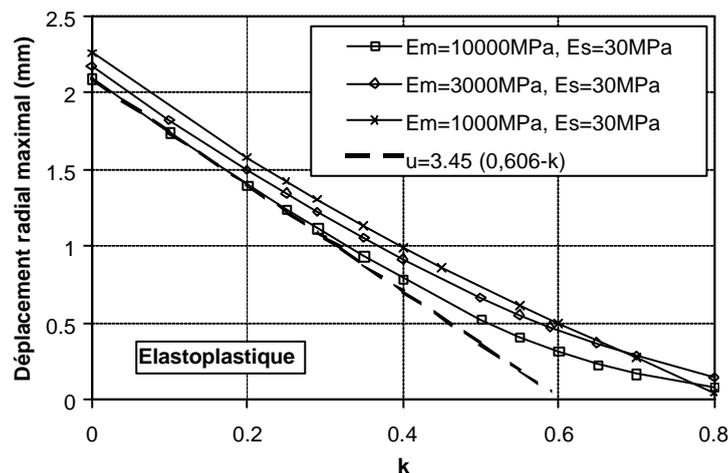


Figure II-31

**II.3.3.5. Conclusion sur l'analyse des déplacements**

En conclusion, on peut dire que dans le domaine post limite, l'anneau se comporte comme s'il était formé de 4 voussoirs articulés, dont l'ovalisation est inversement proportionnelle au module du sol. Dans le domaine sub-limite, l'anneau a un comportement plutôt monolithique qui se rapproche de la

solution élastique. Le passage de la limite s'accompagne d'une forte plastification, qui est contenue par l'interaction avec le sol et par de l'ovalisation. La figure II-32 schématise les deux domaines de comportement de l'anneau.

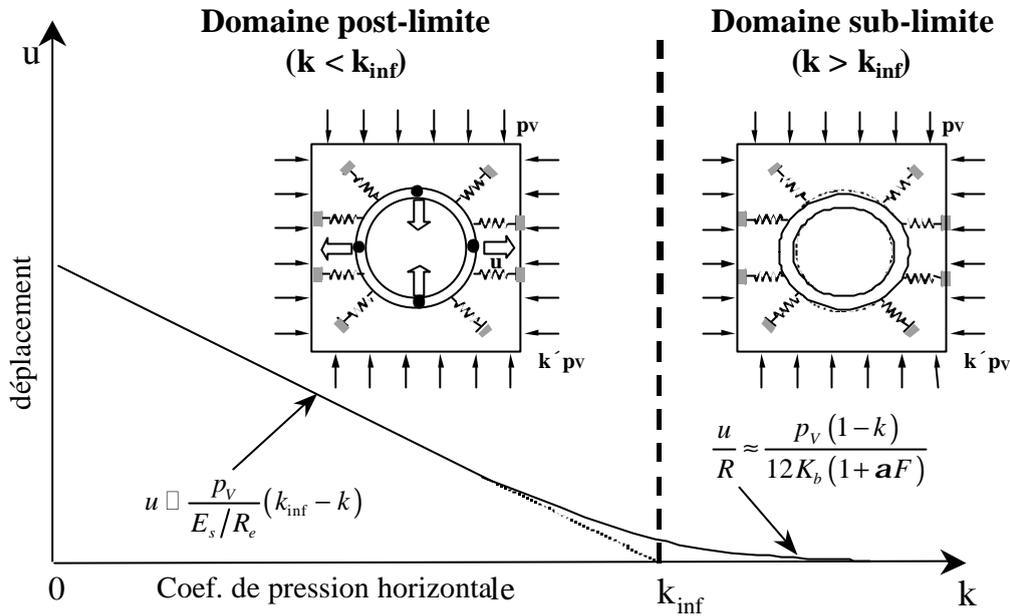


Figure II-32

II.3.3.6. Analyse des résultats de sollicitations

La figure II-33 représente les courbes de moment pour les sections clé-radier et les sections de reins. On constate que les courbes de moment en clé/radier présentent un maximum pour k proche de k\_inf et qu'elles s'infléchissent ensuite vers une asymptote linéaire qui tend vers une valeur un peu supérieure à 0. Les courbes de moment aux reins ne présentent pas de tangente horizontale, mais s'infléchissent aussi vers une asymptote quasi horizontale.

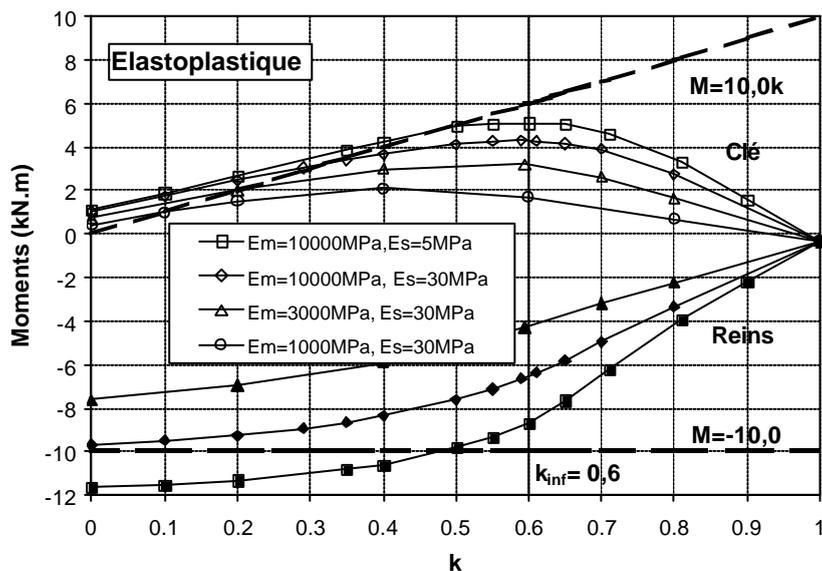


Figure II-33

L'allure de ces courbes s'interprète aisément à partir du diagramme de l'équilibre limite d'une section (voir chapitre II-2.3). On doit avoir :

$$-\frac{h}{2} \leq \frac{M}{N} \leq \frac{h}{2}$$

Ce qui donne :

$$\text{En clé/radier } M = kp_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \frac{h}{2} \quad \text{et aux reins } M = p_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \frac{h}{2}$$

Ou avec les valeurs numériques de l'exemple :

$$\text{En clé : } M = 10,0 \text{ k (kN.m) et aux reins, } M = -10,0 \text{ kN.m.}$$

Ces deux droites sont représentées sur la figure I-33.

Le moment plastique en clé pour  $k = k_{\text{inf}}$  est donné par :

$$mC_p = k_{\text{inf}} p_v R \left( R + \frac{h}{2} \right) \frac{h}{2} = \frac{hR}{2} \left( 1 - \frac{3h}{2R} \right) p_v = 6 \text{ kN.m (exemple)}$$

Dans le domaine sub-limite, et lorsque  $k$  se rapproche de 1, le moment tend vers sa valeur élastique  $M_e$  :

$$M_e = \frac{1-k}{4} \frac{p_v R^2}{1+aF}$$

La valeur maximum du moment n'est donc pas très éloignée de :

$$MC_{\text{max}} \approx \frac{mC_p}{1+aF}$$

Le tableau II-9 montre une comparaison entre la formule précédente et des résultats MEF (on peut aussi regarder la figure II-33). On remarque que la formule donne un résultat plus élevé quand le niveau d'interaction est faible et que l'écart tend à diminuer, voir même à s'inverser quand le niveau d'interaction augmente. Le niveau d'interaction est mesuré par le rapport  $E_s/E_m$  et il varie dans le cas présent entre  $5 \cdot 10^{-4}$  et  $3 \cdot 10^{-2}$ , soit une amplitude de 60.

	$E_m=10000 \text{ MPa}$ $E_s=5 \text{ MPa}$	$E_m=10000 \text{ MPa}$ $E_s=30 \text{ MPa}$	$E_m=3000 \text{ MPa}$ $E_s=30 \text{ MPa}$	$E_m=1000 \text{ MPa}$ $E_s=30 \text{ MPa}$
Calcul MEF	5,1	4,3	3,2	2,1
$\frac{mC_p}{1+aF}$	5,7	4,7	3,1	1,6

Tableau II-9

Finalement, la figure II-34 schématise les deux domaines de comportement de l'anneau pour les courbes de Moment. L'interaction sol – structure tend à lisser les courbes, tout en diminuant les extremums. Quand le niveau d'interaction devient élevé, le moment maximum en clé n'est plus sur la droite limite, mais se déplace vers la gauche (voir figure II-33).

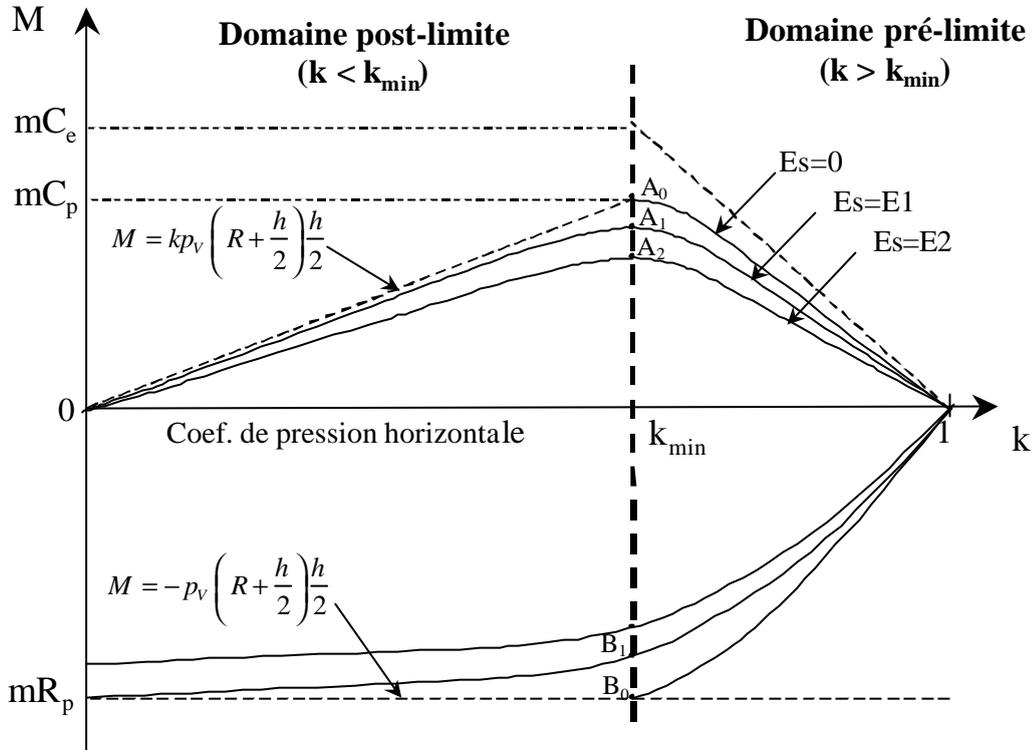


Figure II-34

Contrairement au déplacement et au moment fléchissant, l'effort normal est peu sensible aux effets élasto-plastiques et à ceux dus à l'interaction sol structure. Les figures II-35 et II-36 montrent les courbes de l'effort normal en clé-radier et aux reins ; on ne constate aucune différence sensible entre les calculs élastoplastiques et les calculs élastiques.

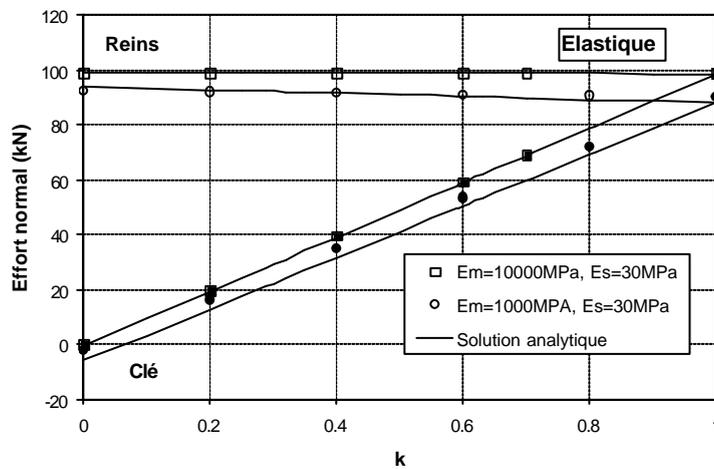


Figure II-35

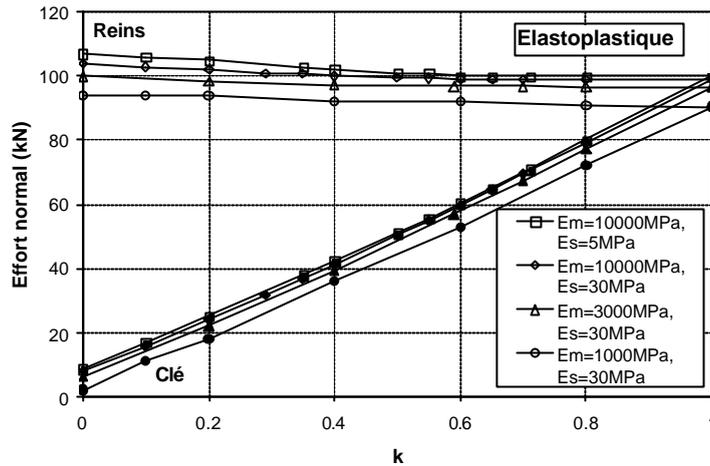


Figure II-36

L'effort normal en clé est proche de la valeur théorique  $p_v (R+h/2) = 100 \text{ kN}$  et la valeur en clé est pratiquement égale à  $100 \times k \text{ kN}$ . Cette relative insensibilité est due d'une part à la nature de l'effort normal, qui résulte du bilan des forces extérieures, et d'autre part, à la faiblesse de la constante de couplage radiale  $C$  qui est nettement plus petite que la constante de couplage en flexion  $F$ . La solution élastique en clé-radier et aux reins est donnée par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 \text{- Reins} & : N(R) \approx p_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \left[ 1 - \frac{1+k}{2} C \right] \\
 \text{- Clé-radier} & : N(C) \approx k p_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \left[ 1 - \frac{1+k}{2k} C \right]
 \end{aligned}$$

Une conséquence pratique est que l'excentricité (rapport  $M/N$ ) diminue rapidement avec le niveau d'interaction. L'expression suivante donne l'excentricité des efforts dans les sections de reins :

$$e(R) = \frac{M(C)}{N(C)} = \frac{\frac{1-k}{4} \left( 1 - \frac{h}{2R} \right) R}{(1 + \alpha F) \left( 1 - \frac{1+k}{2} C \right)}$$

Le terme  $\alpha F$  est beaucoup plus grand que le terme  $(1+k)C$  et impose donc son sens de variation.

### II.3.3.7. Analyse des contraintes

Jusqu'à présent, on a supposé que la résistance en compression nécessairement finie du matériau n'avait pas d'incidence sur le comportement de l'anneau. On a montré à partir de calculs simples au chapitre II.3.4.4. que les coefficients de poussée limite ( $k_{\text{inf}}$  et  $k_{\text{sup}}$ ) sont peu influencés par la résistance finie du matériau. Les calculs aux éléments qui ont été présentés ont été réalisés avec une résistance en compression relativement élevée (30 MPa), qui serait celle d'un bon béton mais qui est trop élevée pour une maçonnerie.

On présente maintenant un modèle simplifié, qui permet de calculer la contrainte maximum dans les sections les plus sollicitées. On suppose que le matériau est fissuré sur une profondeur  $h - y$  et que

l'ouverture maximale de la fissure est égale à  $w$ . En dehors de la zone fissurée, on suppose que le comportement du matériau est élastique et que les hypothèses de Saint Venant s'appliquent (les sections restent planes après déformation). On suppose encore que la zone plastifiée a la forme d'un cône de  $90^\circ$  d'ouverture dont le sommet est le fond de la fissure. La figure II-37 résume toutes ces hypothèses.

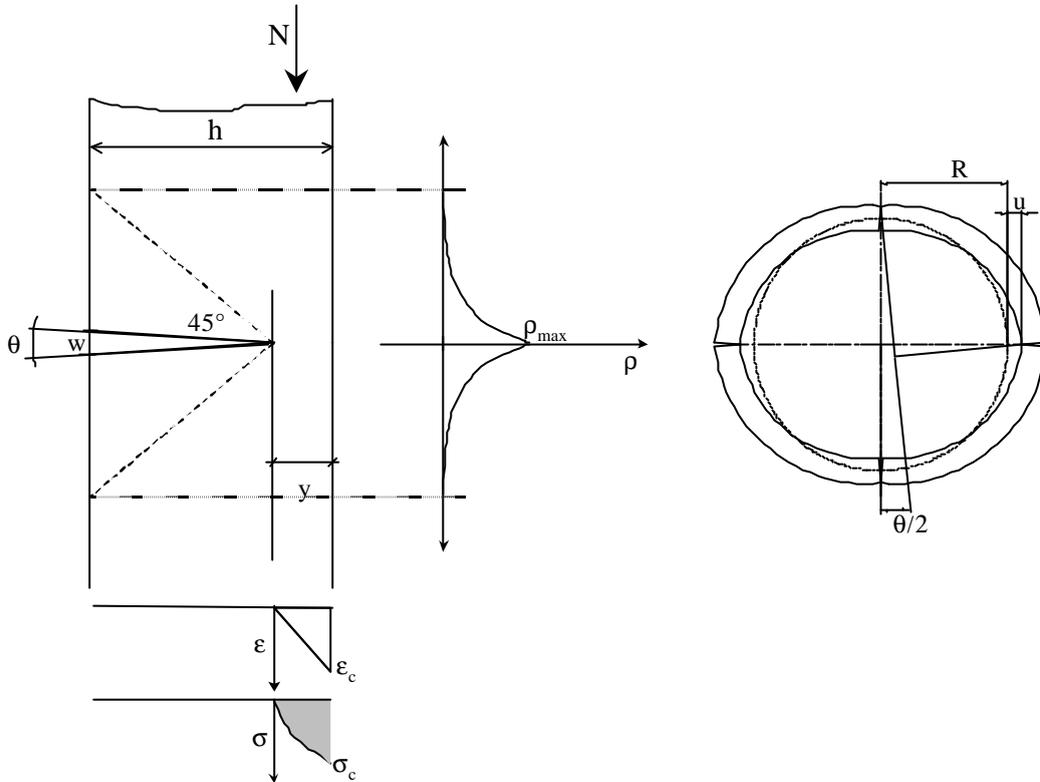


Figure II-37

On appelle  $\epsilon_c$  le raccourcissement maximal du matériau et  $\sigma_c$  la contrainte (maximale) de compression. La courbure maximale est alors donnée par :

$$r_{\max} = \frac{e_c}{y} = \frac{\sigma_c}{E_m y}$$

On suppose que le rayon de courbure décroît de manière parabolique dans la zone plastifiée (voir figure II-37). La rotation concentrée  $\theta$  est la somme des rotations élémentaires calculées dans la zone plastifiée:

$$q = \int_{(h-y)}^{(h-y)} r(x) dx = \frac{2}{3} r_{\max} (h-y)$$

soit :

$$q = \frac{2}{3} e_c \left( \frac{h}{y} - 1 \right)$$

Si l'on suppose la relation contrainte – allongement linéaire, l'effort normal s'exprime en fonction de la contrainte de compression de la manière suivante:

$$N = \frac{1}{2} y s_c$$

et il vient :

$$q = \frac{2}{3} \frac{s_c}{E_m} \left( \frac{s_c h}{2N} - 1 \right)$$

d'où l'on tire la contrainte de compression:

$$s_c = \frac{N}{h} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{3q E_m h}{N}} \right)$$

Si l'on suppose que l'anneau se comporte comme un système à 4 voussoirs articulés (figure II-37), il est facile d'exprimer la rotation concentrée en fonction du déplacement horizontal maximum  $u$  :

$$q = \frac{2u}{R} = 2O_v$$

On utilise maintenant la relation que l'on a établie au II-3.3.3. qui caractérise le comportement de l'anneau dans le domaine post limite :

$$u = \frac{p_v}{E_s/R} (k_e - k)$$

où on a remplacé  $k_{inf}$  par  $k_e$  (coefficient de poussé élastique) pour ne pas sous-estimer la rotation.

L'effort normal est donné par les deux expressions habituelles :

$$\begin{array}{ll} \text{En clé} & : \quad N(C) \approx k p_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \\ \text{Aux reins} & : \quad N(R) \approx p_v \left( R + \frac{h}{2} \right) \end{array}$$

où on a négligé la constante de couplage  $C$ .

Finalement, en remplaçant  $\theta$ ,  $u$ ,  $N$  par les expressions précédentes, on obtient les expressions de la contrainte de compression en clé et aux reins :

$$s_c(R) = \frac{p_v R}{h} \left[ 1 + \sqrt{1 + 6(k_e - k) \frac{E_m}{E_s} \frac{h}{R}} \right]$$

$$s_c(C) = k \frac{p_v R}{h} \left[ 1 + \sqrt{1 + 6 \frac{(k_e - k) E_m h}{k E_s R}} \right]$$

Aux reins, la contrainte de compression est strictement croissante quand  $k$  varie de  $k_e$  à 0. En clé, la contrainte de compression passe par un maximum pour  $k$  peu différent de  $k_e/2$ , puis décroît vers zéro (voir figure II-38). Les valeurs maximum de la contrainte de compression dans les sections de clé et de reins sont égales à :

$$s_c(C)_{\max} \approx k_e p_v \sqrt{\frac{3 E_m R}{2 E_s h}}$$

$$s_c(R)_{\max} = \frac{p_v R}{h} \left[ 1 + \sqrt{1 + 6 k_e \frac{E_m h}{E_s R}} \right] \approx \frac{p_v R}{h} + p_v \sqrt{6 k_e \frac{E_m R}{E_s h}}$$

On constate que la contrainte maximum de compression varie avec la racine carrée du rapport module de la maçonnerie sur module du sol. La figure II-38 montre l'évolution de la contrainte maximum pour les cas de figures prédéfinis dans cette étude (on rappelle que la pression verticale est égale à 100 kPa). Dans le cas d'un matériau raide ( $E_m = 10000$  MPa) et d'un sol lâche ( $E_s = 5$  MPa) la contrainte maximum peut être élevée et pourrait entraîner la ruine par écrasement du matériau. Mais pour les valeurs habituelles des modules de maçonnerie ( $E_m = 3000$  MPa) la contrainte de compression reste inférieure à 10 voir 5 MPa.

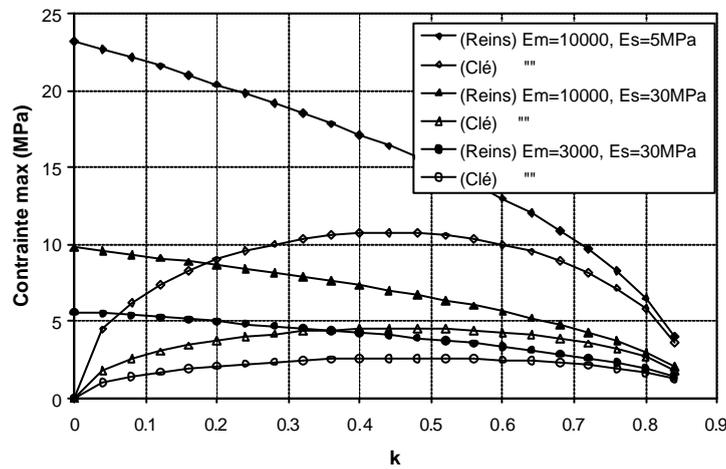


Figure II-38

Le calcul élastique des contraintes donne des résultats sensiblement plus faibles que le calcul plastique, ce qui est logique, car les contraintes de traction peuvent se développer librement. La dépendance avec le coefficient de poussée est évidemment linéaire, les contraintes sont maximum pour  $k = 0$  et on n'observe pas d'extremum pour la section de clé (voir figures II-39 et II-40). La sensibilité avec le ratio  $E_s/E_m$  est plus faible que dans le calcul plastique, en particulier pour les faibles

valeurs du ratio ( $E_s/E_m < 0.01$ ). Les expressions suivantes donnent la contrainte de compression élastique en clé et aux reins :

$$s_{c,E}(C) = p_v \frac{R}{h} \left[ k + \frac{3}{2}(1-k) \frac{R/h}{1 + k \frac{E_s}{E_m} \left(\frac{R}{h}\right)^3} \right]$$

$$s_{c,E}(R) = \frac{p_v R}{h} \left[ 1 + \frac{3}{2}(1-k) \frac{R/h}{1 + k \frac{E_s}{E_m} \left(\frac{R}{h}\right)^3} \right]$$

où  $\kappa$  est peu différent de 1.

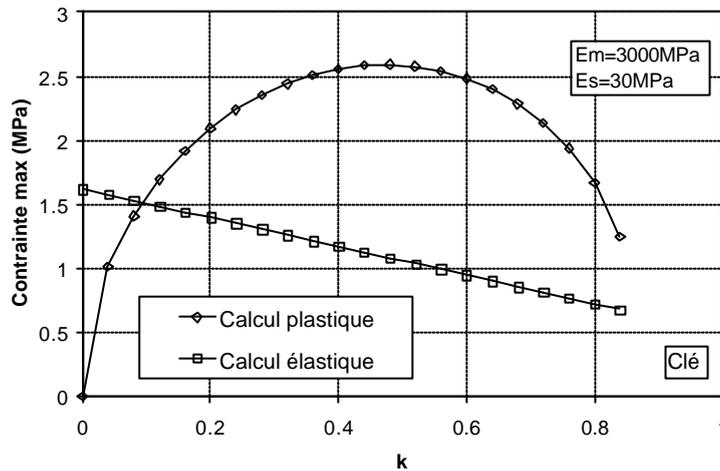


Figure II-39

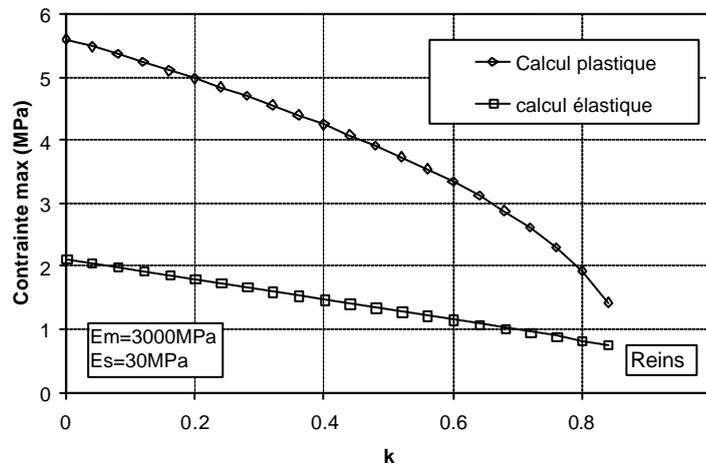


Figure II-40

Dans le calcul élastoplastique précédent, on a supposé que la rotation des voussoirs était entièrement localisées au niveau des rotules, ce qui revient encore à supposer que les voussoirs sont infiniment

rigides. Dans la réalité, la rotation est distribuée sur une zone qui peut s'étendre sur l'ensemble du voussoir. La figure II-41 montre la progression des zones plastifiées d'un voussoir modélisé par le MEF, en fonction du coefficient de poussée  $k$ .

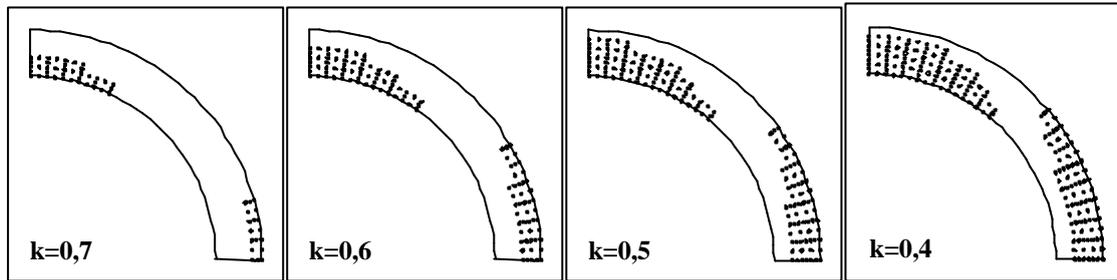


Figure II-41

Il est clair que ces zones s'étendent progressivement à l'ensemble du voussoir, toutefois la loi élastoplastique parfaite qui est utilisée dans les calculs par éléments finis ne prend pas en compte l'écroutissage négatif qui se produit après le seuil de plastification, et qui est à l'origine de la localisation des déformations. Il paraît évident que la contrainte maximum de compression calculée avec une loi élastoplastique parfaite est plus faible que celle que l'on obtiendrait avec une loi permettant la localisation des déformations.

Si on suppose que la rotation est distribuée sur l'ensemble du voussoir l'expression de l'angle de rotation devient :

$$q = \int_{-p/4}^{p/4} r(x) dx$$

On obtient alors la nouvelle expression suivante pour la contrainte de compression :

$$s_c = 2\sqrt{\frac{3NqE_m}{pR}}$$

D'où l'on tire les expressions de la contrainte de compression en clé et aux reins :

$$s_c(R) = 2\sqrt{\frac{6}{p}} p_v \sqrt{\frac{E_m}{E_s} (k_e - k)}$$

$$s_c(C) = 2\sqrt{\frac{6}{p}} p_v \sqrt{\frac{E_m}{E_s} k (k_e - k)}$$

et les contraintes maximum :

$$s_c(C)_{\max} = 1,38\sqrt{\frac{E_m}{E_s}} p_v k_e$$

$$s_c(R)_{\max} = 2,76 \sqrt{\frac{E_m}{E_s}} p_v \sqrt{k_e}$$

Par rapport aux expressions établies pour une rotation concentrée, on constate que les contraintes maximales sont sensiblement plus faibles, mais que la forme de la loi (dépendance avec la racine carrée du rapport des modules) est la même. Le rapport des contraintes maximum est égal à :

$$\frac{[s_c(C)_{\max}]_{\text{concentrée}}}{[s_c(C)_{\max}]_{\text{distribuée}}} = 0,88 \sqrt{\frac{R}{h}}$$

qui n'est pas très éloigné de 2 pour les valeurs habituelles du ratio R/h (3 – 5).

Les figures II-42 et II-43 montrent une comparaison entre les formules issues du modèle distribué et les calculs aux éléments finis. On constate que les ordres de grandeurs et la forme des courbes sont proches. Les formules issues du modèle à rotation concentrée donneraient des résultats 2 fois supérieurs aux résultats MEF. Il est probable que la réalité se situe entre ces deux modèles: dans le cas d'un matériau raide comme le béton, le modèle concentré s'impose, en revanche dans le cas d'une maçonnerie avec de nombreux joints, le modèle distribué est peut être pertinent.

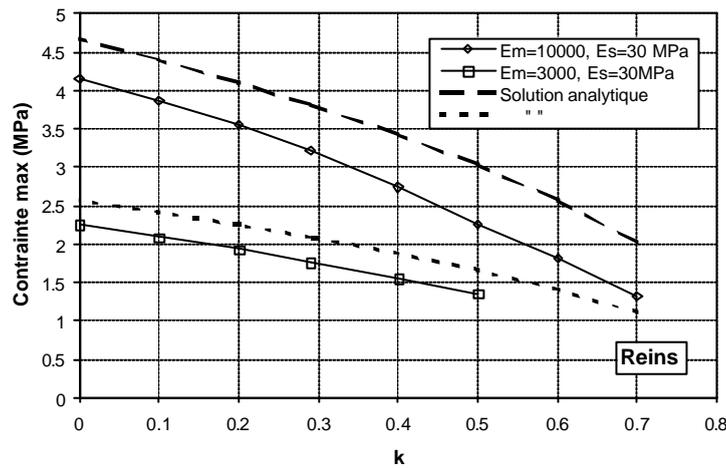


Figure II-42

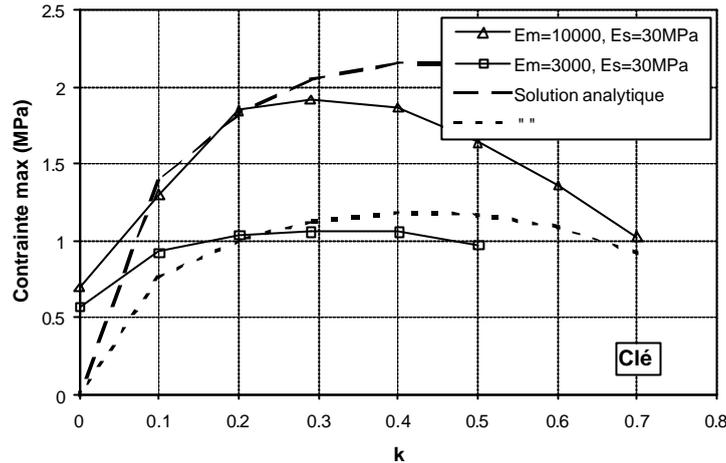


Figure II-43

La figure II-44 montre la variation de la contrainte normale selon 4 coupes situées en clé (figure II-41), obtenues avec le logiciel CESAR, pour 4 valeurs de  $k$  (0,7 – 0,6 – 0,5 – 0,4). Ces 4 coupes correspondent aux 4 dessins des points plastiques de la figure I-41. Les caractéristiques des matériaux sont  $E_m=10000$  MPa,  $E_s=30$  MPa ( $k_e=0,86$  et  $R/h=4,5$ ). Les contraintes maximales de compression varient de 1,05 à 1,90 MPa et les valeurs calculées avec les formules « distribuées » varient de 1,69 à 2,16 MPa (voir aussi la figure II-43).

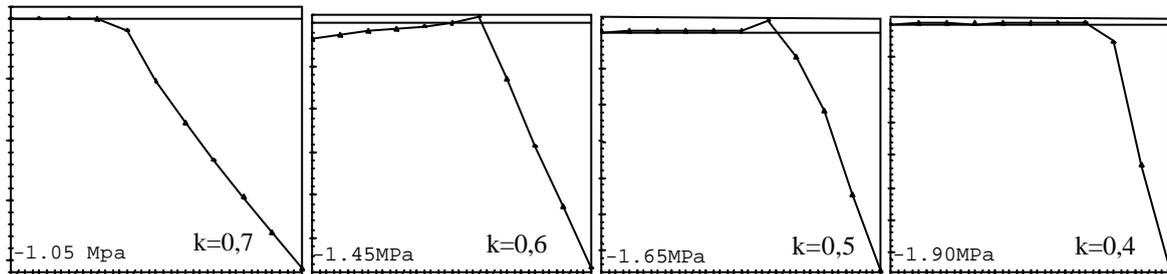


Figure II-44

### II.3.3.8. Conclusions

Le calcul élastoplastique par la méthode des éléments finis d'un anneau constitué d'un matériau parabolique sans résistance en traction, en interaction avec un massif élastique et soumis à un chargement géostatique, a permis de mettre en évidence deux domaines de comportement : le domaine sub-limite où l'anneau a un comportement quasi-élastique et le domaine post-limite où il tend à se comporter comme un ensemble de 4 voussoirs articulés. La limite entre les deux domaines dépend d'un paramètre qui est une fonction simple de la géométrie de l'anneau.

En l'absence d'interaction sol-structure, et si l'on suppose la résistance en compression du matériau infini, on a montré par des calculs simples qu'il existe un ratio limite inférieur et un ratio limite supérieur, inverses l'un de l'autre, qui ne dépendent que de la géométrie de l'anneau (ratio épaisseur sur rayon moyen), et au-delà desquels la stabilité de l'anneau n'est pas possible. Ces deux ratios sont presque exactement retrouvés avec la méthode des éléments finis.

L'interaction avec un massif permet au ratio  $k$  de dépasser les valeurs limites, mais on observe alors le développement rapide d'une plastification importante au niveau des sections situées aux 4 pôles de l'anneau (clé-radier et reins) qui se transforme alors en un système de 4 voussoirs articulés avec 4 rotules. Dans le domaine post-limite, l'anneau devient un quasi- mécanisme, dont la déformation est directement inversement proportionnelle au module du sol. On a montré que l'ovalisation calculée par la MEF est très bien représentée par la formule suivante :

$$O_v = \frac{u}{R} = \frac{P_v}{E} (k_{inf} - k)$$

Le ratio limite inférieur  $k_{inf}$  qui limite les deux domaines, est dans la plupart des cas supérieur au coefficient de poussée des terres au repos  $K_0$  tel que déterminé par la formule de Jacky par exemple. Il s'ensuit qu'un anneau en maçonnerie soumis à un chargement géostatique est presque toujours dans son domaine post-limite. Bien entendu, ces conclusions reposent sur l'hypothèse d'une résistance nulle en traction et on pourrait penser qu'elle est exagérément pessimiste. Mais les nombreuses observations que nous avons effectuées dans des ouvrages circulaires constitués de matériaux divers (béton cyclopéen, maçonnerie de meulière, béton Coignet etc...) montrent que des fissures fines en clé sont souvent présentes, et sont à notre avis la marque de l'adaptation de l'ouvrage à des conditions de butées latérales, qui sont naturellement trop faibles pour assurer le confinement de l'anneau.

Si on prend en compte une résistance non nulle en traction, ce qui revient à appliquer sur l'anneau une sorte de pression uniforme de confinement, on peut obtenir un équilibre pour un ratio géostatique quelconque, mais il n'en reste pas moins que l'anneau est virtuellement dans son domaine post-limite, c'est à dire qu'une rupture pourra rapidement être suivie par la formation de 4 rotules. La nature fragile de la rupture en traction s'opposant au caractère ductile de la rupture en compression, il paraît hasardeux de prendre en compte la résistance en traction dans une analyse de stabilité.

L'analyse des sollicitations calculées par la méthode des éléments finis conforte les conclusions de l'analyse en déplacement. La limite entre les deux domaines de fonctionnement est marquée par l'existence d'un extremum pour le moment fléchissant dans les sections clé-radier. Dans le domaine post-limite, les moments tendent vers des asymptotes qui sont directement issues du domaine d'état limite du matériau. L'interaction sol-structure diminue sensiblement le moment fléchissant plus particulièrement dans les sections de reins mais a peu d'influence sur l'effort normal qui est aussi peu sensible au comportement plastique du matériau.

Pour les fourchettes de modules des matériaux utilisés dans cette étude (1000-10000 MPa pour la maçonnerie et 5-30 MPa pour le sol), l'interaction sol-structure ne change pas l'existence des deux domaines de comportement et ne modifie pas sensiblement l'allure des courbes (en dehors d'un lissage attendu). Dans le domaine sub-limite (quasi-élastique), l'interaction sol – structure a peu d'influence sur le comportement de l'anneau, car il est faiblement plastifié et la balance de raideur est en sa faveur. En revanche, dans le domaine post-limite, l'anneau est un quasi-mécanisme, en forte interaction avec son encaissant, et son équilibre est totalement conditionné par la raideur du massif. Le passage entre les deux domaines est d'autant plus brutal que le matériau est raide et le sol lâche.

Les contraintes de compression calculées sur la base d'une pression verticale de 0,1 MPa (équivalente à une hauteur de sol de 5 m), sont généralement inférieures à 10 voire 5 MPa. Un modèle analytique simple d'une rotule montre que la contrainte maximum de compression doit varier avec la racine carrée du ratio des modules maçonnerie-sol, ce qui est bien vérifié par les calculs aux éléments finis. La contrainte maximum de compression dans une section située aux reins est donnée par :

$$s_c(R) = \frac{p_v R}{h} \left[ 1 + \sqrt{1 + 6(k_e - k) \frac{E_m}{E_s} \frac{h}{R}} \right]$$

Toutefois, ce modèle simple montre aussi que la localisation des déformations (sous forme de fissures) entraîne nécessairement une augmentation des contraintes de compression qui peuvent devenir importantes. Les calculs élastoplastiques avec le critère parabolique donnent donc des valeurs par défaut, en particulier pour les matériaux raides. L'habitude de négliger la rupture en compression des maçonneries, qui est bien ancrée dans le domaine des voûtes, est probablement ici à nuancer, en particulier quand le matériau est raide et le sol lâche. Dans le domaine post-limite, la sensibilité de la contrainte de compression maximale au module de sol est supérieure à celle du modèle élastique et ce d'autant plus que le niveau d'interaction est faible.

Il est commun de dire que les collecteurs en maçonnerie ne sont pas auto stables et cette étude donne quelques fondements théoriques à cette affirmation, puisqu'elle montre que très généralement, il n'y a pas d'équilibre envisageable sans la prise en compte de l'interaction sol structure.

#### **II-3.4. Equilibre d'un ovoïde en maçonnerie non pesant soumis à un chargement d'origine géostatique**

On reprend la méthode développée dans les chapitres II-3.2 et II-3.3 mais appliquée aux ouvrages non circulaires qui forment la grande majorité des conduits enterrés en maçonnerie.

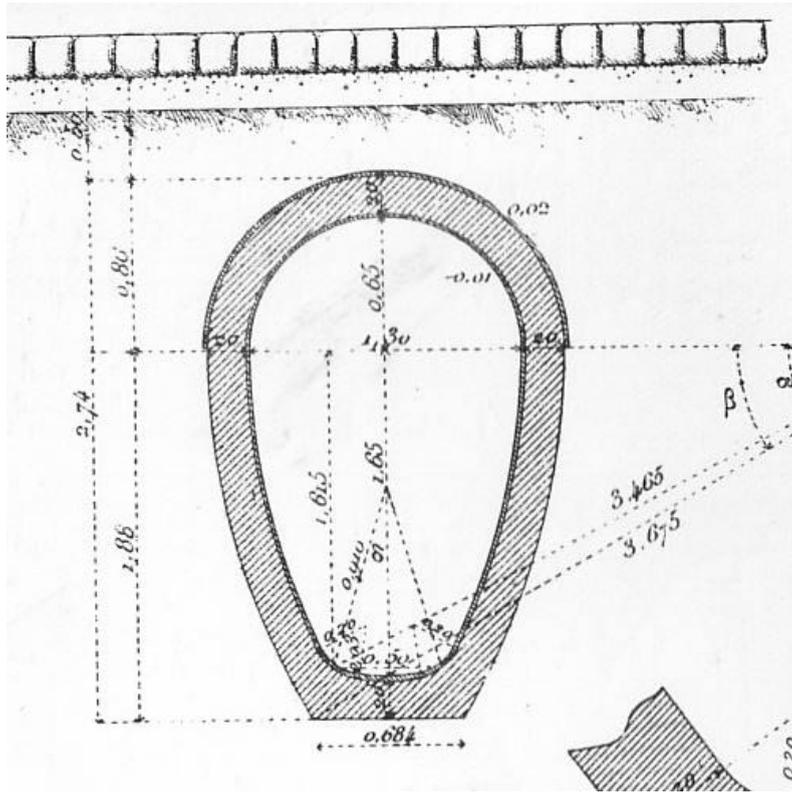


Figure II-45 Ovoïde 230X130 type N°13

On a choisi de traiter l'exemple d'un collecteur en forme d'ovoïde, dont une coupe est représentée sur la figure II-45, qui est un ouvrage visitable assez courant en région Parisienne. Les dimensions géométriques internes de l'ouvrage sont les suivantes :

Hauteur	: 2,30 m
Largeur aux naissances	: 1,30 m
Épaisseur de la maçonnerie	: 0,20 m
Rayon de la voûte	: 0,65 m
Rayon des piédroits	: 3,465 m

#### II.3.4.1. Description du modèle aux éléments finis

Les caractéristiques mécaniques de la maçonnerie sont les suivantes:

Modules d'Young	: 10000– 3000 – 1000 MPa
Coefficient de Poisson	: 0

Critère parabolique en contrainte plane.

Résistance en traction : 0

Résistance en compression : 30, 10 et 5 MPa.

L'extrados de l'ovoïde est soumis à une distribution de pression et de cisaillement ( $p, q$ ) en équilibre avec un champ de contrainte dans le sol, qui se caractérise par des directions principales verticales et

horizontales, une pression verticale  $p_v$  et une pression horizontale égale à  $k$  fois la pression verticale (voir figure II-46). On néglige l'effet de la pesanteur qui sera examiné ultérieurement.

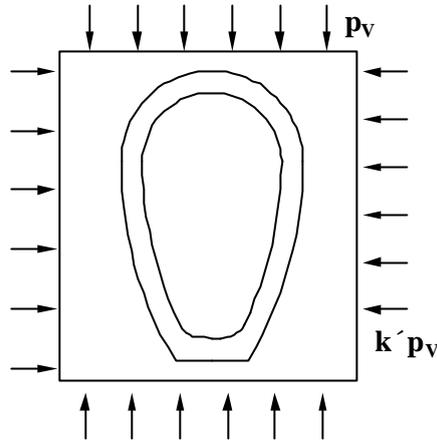


Figure II-46

S'agissant d'un ouvrage non-circulaire, on ne dispose pas de solutions analytiques explicites pour le calcul des sollicitations (Moment, effort Normal), et la méthode des éléments finis est dans ce cas pratiquement indispensable.

L'objectif des calculs est de trouver par la méthode des éléments finis la ou les valeurs de  $k$  qui provoquent l'instabilité de la structure, et le ou les domaines d'équilibre. A la différence d'un anneau circulaire, il n'est pas possible d'obtenir par des calculs simples les expressions analytiques des valeurs limites de  $k$

L'ovoïde a été modélisé avec des éléments quadratiques à 8 nœuds et 4 points d'intégration qui offrent le meilleur rapport précision – coût de calcul (le champ de déplacement est quadratique et le champ de contrainte linéaire). On a utilisé 5 éléments dans l'épaisseur et 36 éléments sur un demi-périmètre. La voûte est plus finement maillée que les piédroits, le maillage est régulier avec un ratio de forme qui varie de 1 à 3 (voir figure II-47). Bien que l'interaction sol – structure ne soit pas prise en compte dans ce calcul, le sol proche a été modélisé pour permettre l'initialisation d'un champ de contraintes nécessaire au calcul des forces à la surface externe de l'anneau. La densité du maillage est optimisée par expérience, on n'a pas cherché à raffiner outre mesure, d'autant plus que la recherche d'une valeur limite implique souvent des centaines, voire des milliers d'itérations.

Le chargement est appliqué à l'aide du module LAM de CESAR-LCPC qui permet de simuler les forces de surface qui apparaissent à l'interface sol – soutènement, lors du creusement d'un tunnel par exemple. Le principe du calcul comporte 3 étapes :

1. Simulation d'un champ de contraintes dans le sol (qui peut être le résultat d'un calcul précédent)
2. Calcul des forces qui équilibrent le champ sur le contour externe de la cavité, par le principe de l'action et de la réaction.
3. Application à l'extrados du soutènement d'une proportion  $\lambda$  (comprise entre 0 et 1) des forces calculées en 2, après les avoir changées de signe.

Dans le cas présent, le champ de contrainte initiale est caractérisé par une contrainte verticale constante égale à 0,1 MPa, et une contrainte horizontale qui est une proportion  $k$  de la contrainte verticale. La valeur de 0,1 MPa correspond à une hauteur de recouvrement comprise entre 5 et 6 m, soit 2 fois la hauteur de l'ovoïde, ce qui constitue la borne supérieure des faibles profondeurs. Le gradient vertical est nul et les caractéristiques mécaniques du sol (module et coef. de Poisson) sont annulées. L'état de contraintes initiales anisotropes est le suivant :

$$\sigma_{yy} = -100 \text{ kPa} ; \sigma_{xx} = -k \times 100 \text{ kPa} ; \sigma_{xy} = 0 \text{ kPa} ; \sigma_{zz} = -k \times 100 \text{ kPa}$$

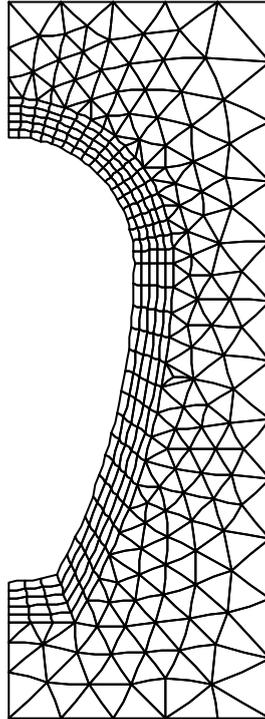


Figure II-47

Les calculs sont réalisés avec le Module MCLN de CESAR LCPC. La méthode de résolution utilisée est la méthode de Davidon-Fletcher-Powell, notée D-F-P, qui permet de diminuer notablement les temps de calculs, mais qui n'est applicable que si la loi d'écoulement est associée, ce qui est le cas du critère parabolique. La tolérance sur les tests de convergence est fixée à 0,1%.

**II.3.4.2. Résultats des calculs : estimation des valeurs limites inférieure et supérieure du domaine d'équilibre**

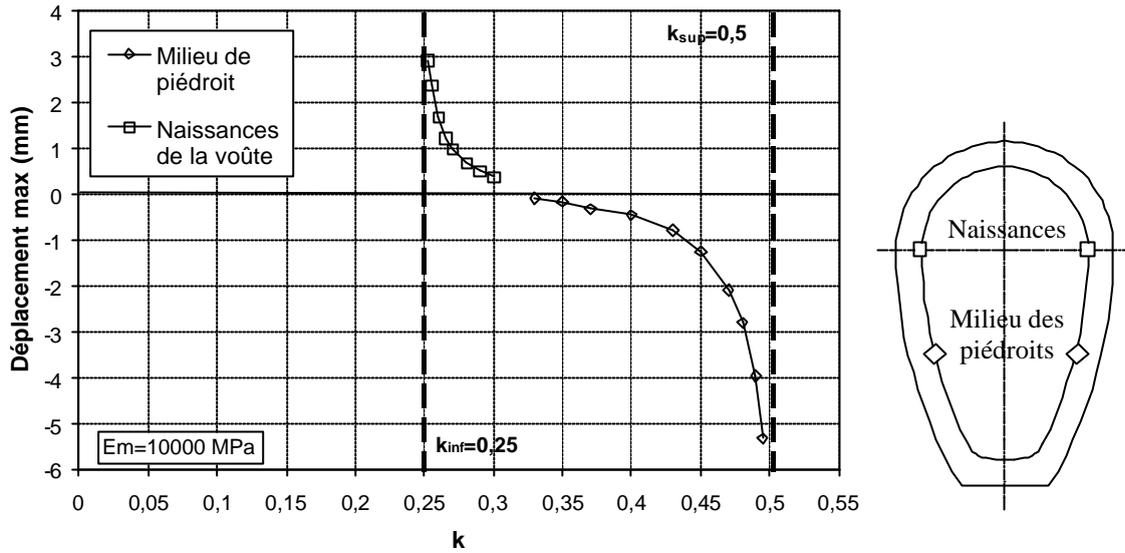


Figure II-48

La figure II-48 montre les déplacement horizontaux en fonction de  $k$  mesurés en deux points situés en milieu de piedroit et aux naissances de la voûte. On constate qu’il existe une borne inférieure égale à 0,25 et une borne supérieure égale à 0,5 pour lesquelles des déplacements divergent. La borne inférieure correspond à la ruine par affaissement de la voûte et divergence des piedroits, alors que la borne supérieure correspond à la ruine par convergence des piedroits (voir figures II-49 et 50).

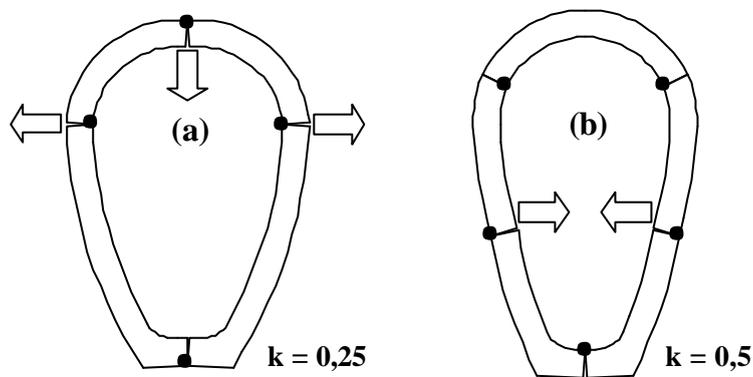


Figure II-49

Contrairement à l’anneau circulaire, où la borne supérieure est supérieure à 1 (et égale à l’inverse de la borne inférieure), les deux bornes sont ici inférieures à 1 et relativement proches l’une de l’autre. Le domaine de stabilité n’inclut pas le cas  $k = 1$  (pression uniforme) mais il est toutefois bien placée par rapport au coefficient de poussée au repos des terres qui varie typiquement de 0,3 à 0,5. L’ovoïde est donc une forme doublement optimale à la fois du point de vue de l’action du sol et de son fonctionnement hydraulique.

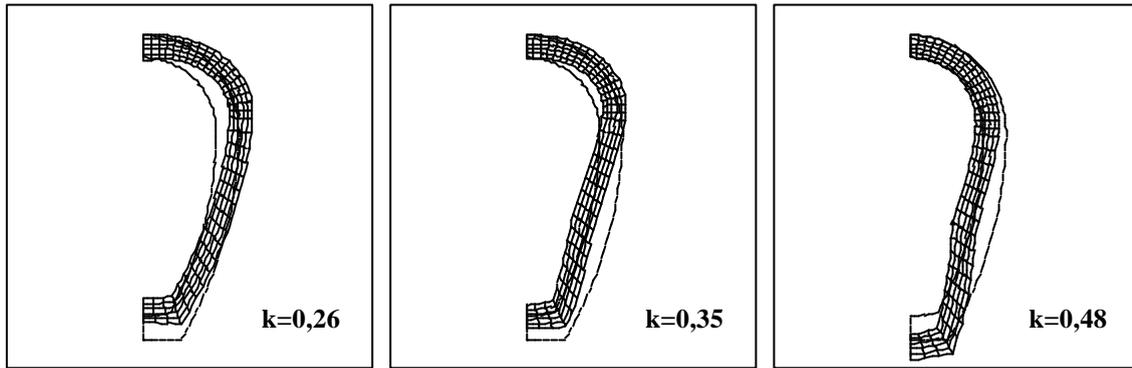


Figure II-50

Dans le cas d'un anneau, les sollicitations de flexion sont nulles pour  $k = 1$  (pression uniforme), mais dans le cas d'un ovoïde il n'existe pas une valeur de  $k$  pour laquelle les sollicitations de flexion soient nulles partout. Toutefois, la valeur de  $k$  située au milieu du domaine de stabilité ( $k = 0,37$ ) donne, comme on pouvait s'en douter, les sollicitations de flexion minimales dans la structure.

La figure II-51 montre l'étendue et la position des zones plastiques en fonction de  $k$ . On remarquera que la borne inférieure correspond à la plastification totale de la clé de voûte et de ses naissances, alors que la borne supérieure correspond à la plastification totale des piédroits en leur milieu. Il existe aussi 2 valeurs particulières de  $k$ , celle qui correspond à l'absence de zone plastique en radier ( $k = 0,30$ ) et celle qui correspond à l'absence de zone plastique en voûte ( $k = 0,40$ ).

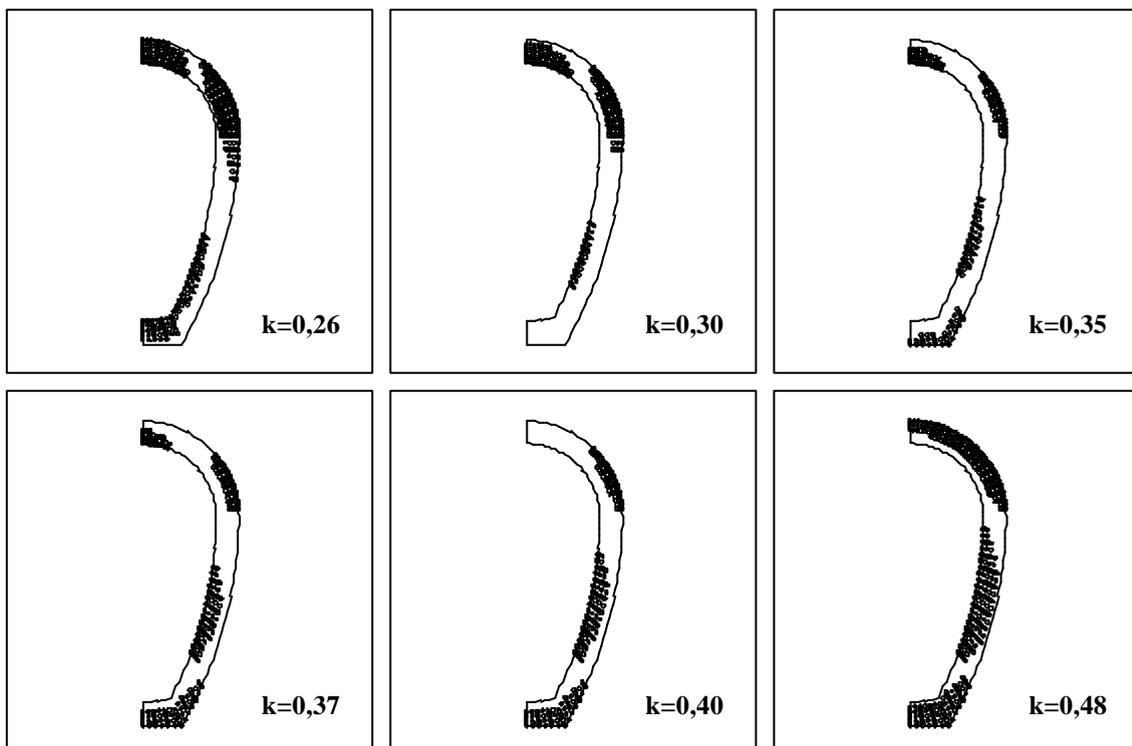


Figure II-51

L'examen des courbes de moments, tracées pour les bornes inférieures et supérieures (figure II-52), montre l'inversion de signe qui se produit dans les sections de clé et de radier, quand on passe d'une

valeur limite à l'autre. En milieu de piédroits, le moment est maximum pour la borne supérieure et pratiquement égal à 0 pour la borne inférieure.

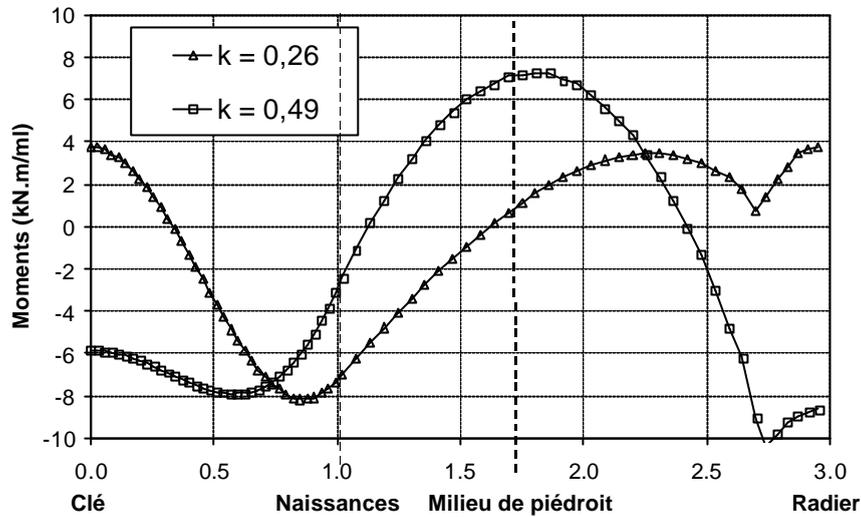


Figure II-52

La courbe de variation de l'excentricité (rapport  $M/N$ ) tangente comme prévu les droites  $+h/2$  et  $-h/2$  qui limitent de convexe de stabilité d'une section plastifiée (voir chapitre II-3.3). Les points de tangence indiquent les positions des rotules plastiques que l'on retrouve sur la figure II-53.

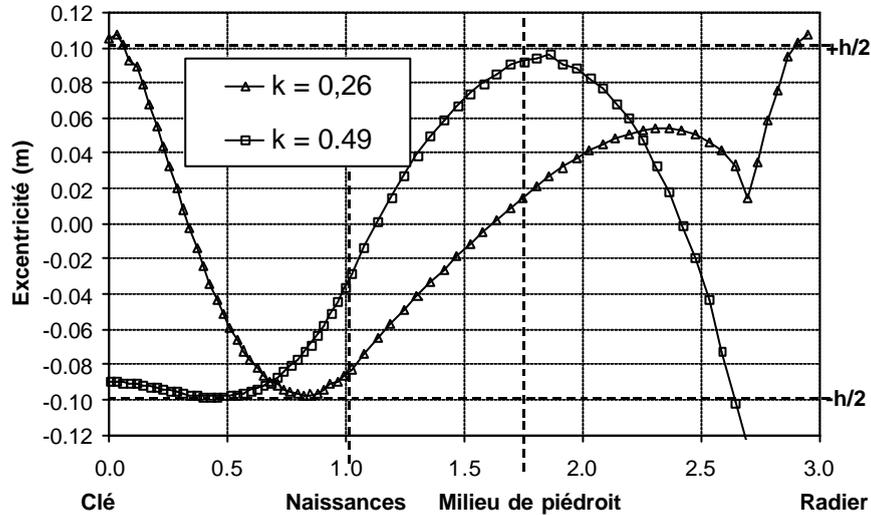


Figure II-53

### II.3.4.3. Conclusion

En conclusion, la méthode des éléments finis a permis de mettre en évidence, dans le cas d'un ovoïde de forme particulière, un domaine de stabilité ou domaine sub-limite, limité par une borne inférieure égale à 0,25, et une borne supérieure égale à 0,50. Ce domaine sub-limite permet de définir un domaine post-limite inférieur ( $k < 0,25$ ) et un domaine post-limite supérieur ( $k > 0,5$ ).

### II-3.5. Equilibre d'un ovoïde en maçonnerie non pesant placé dans un massif élastique semi-infini et soumis à un chargement d'origine géostatique

Après avoir examiné l'équilibre de l'ouvrage seul, et selon la démarche appliquée précédemment aux collecteurs circulaires, on examine maintenant l'équilibre d'un ouvrage en forme d'ovoïde plongé dans un massif de sol homogène, élastique et isotrope, l'ouvrage étant soumis à l'effet d'un champ de contrainte d'origine géostatique.

#### II.3.5.1. Description du modèle aux éléments finis

L'état de contrainte initiale du massif est caractérisé par une contrainte verticale  $p_v$  et une contrainte horizontale  $\lambda p_v$  qui sont constantes (on néglige l'influence de la pesanteur). On suppose que l'anneau de maçonnerie est mis en place immédiatement après l'excavation.

Comme dans les études précédentes, la modélisation par éléments finis est réalisée en contraintes planes à l'aide de l'option LAM du module de résolution élasto-plastique MCNL de CESAR-LCPC.

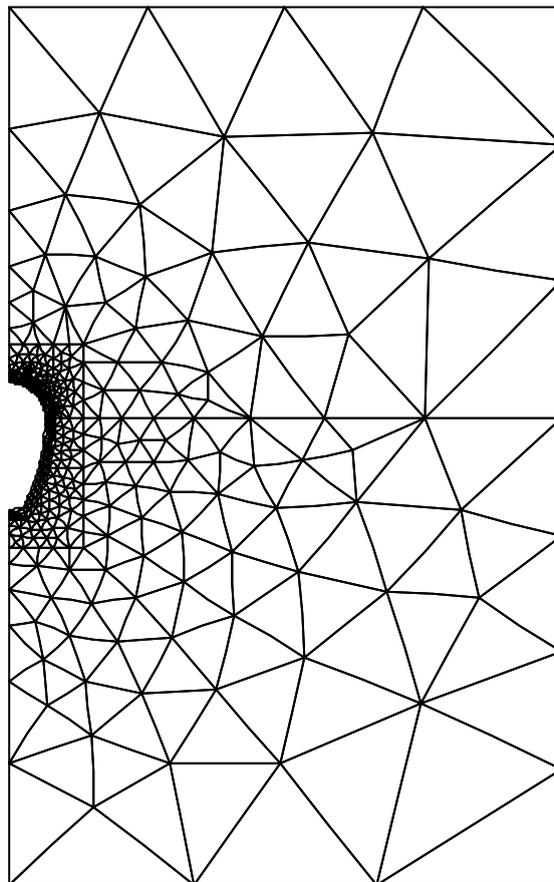


Figure II-54. Dessin du maillage

Les caractéristiques mécaniques du massif de sol et les contraintes initiales sont les suivantes :

Module de Young : 5 et 30 MPa  
 Coefficient de Poisson : 0.33

$$\sigma_{yy} = -100 \text{ kPa} ; \sigma_{xx} = -k \times 100 \text{ kPa} ; \sigma_{xy} = 0 \text{ kPa} ; \sigma_{zz} = -k \times 100 \text{ kPa}$$

k varie entre 0 et 1.

Les caractéristiques mécaniques de la maçonnerie sont les suivantes :

Module de Young : 1000, 3000 et 10000 MPa  
 Coefficient de Poisson : 0.

Critère parabolique en contrainte plane.  
 Résistance en traction : 0  
 Résistance en compression : 30 MPa et 6 MPa.

La figure II-54 représente le maillage utilisé, qui comprend 1543 nœuds, dont 180 quadrilatères à 8 nœuds pour l’ovoïde et 462 triangles à 6 nœuds pour le sol. Les symétries géométriques et mécaniques permettent de ne traiter que la moitié du modèle physique. Le maillage de l’ovoïde et du sol proche est identique à celui du problème précédent; on a simplement étendu les limites verticales et horizontales à une distance de l’ordre de 5 fois la largeur externe (1,70 m) de l’ovoïde, soit 8,5 m, ce qui permet en principe d’assimiler le maillage à un massif infini. Les déplacements verticaux du bord inférieur sont imposés à zéro ainsi que les déplacements horizontaux des bords latéraux gauche et droite.

**II.3.5.2. Analyse des déplacements : domaines sub-limite et post-limite**

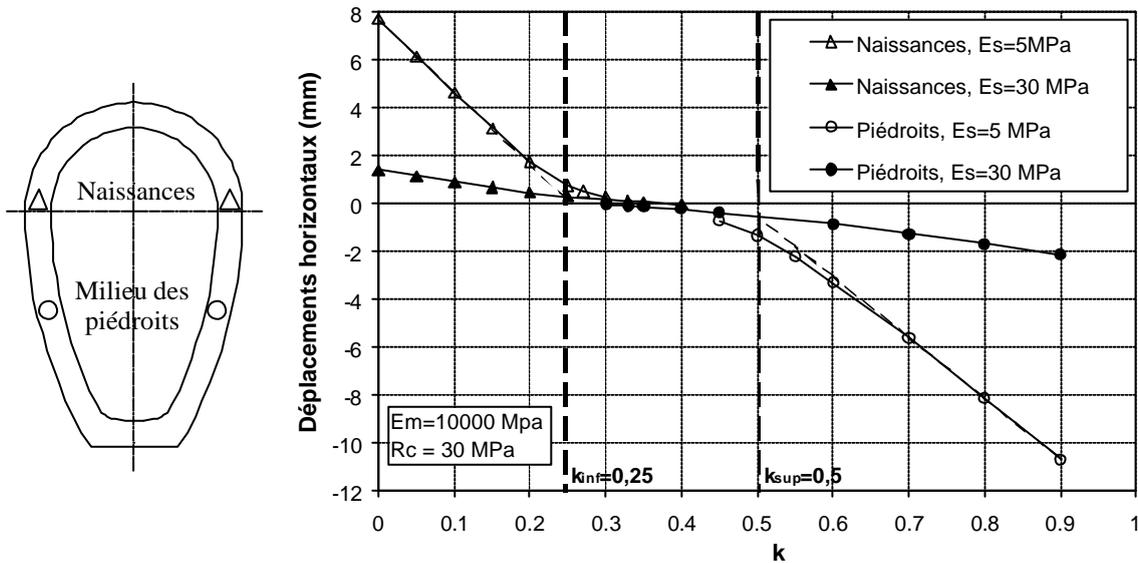


Figure II-55

La figure II-55 représente les déplacements horizontaux de deux points particuliers situés aux naissances et en milieu des piédroits où les déplacements sont maximum. On constate que les déplacements sont faibles dans la zone sub-limite et qu’ils augmentent rapidement quand k sort du domaine de stabilité naturelle. Dans les deux domaines post-limite (post-limite inférieur pour  $k < 0,25$  et post-limite supérieur pour  $k > 0,5$ ), les déplacements varient quasi linéairement avec k. On avait obtenu ce même résultat avec un anneau circulaire, et il se comprend bien, si on suppose que la formation de 4 rotules aux naissances – clé - radier pour  $k < 0,25$  et en milieu de piédroits - naissances – radier, transforme l’ovoïde en un quasi mécanisme, dont la déformation est directement

inversement proportionnelle au module du sol. Bien entendu, ce résultat est d'autant plus net que le module de la maçonnerie est élevé et celui du sol faible.

On a montré au chapitre II-4.4 que l'ovalisation d'un anneau calculée par la MEF est très bien représentée dans le domaine post-limite par la formule suivante :

$$\frac{u}{R} = \frac{P_V}{E} (k_{\text{inf}} - k)$$

Cette formule est compatible avec un module de réaction  $\lambda$  de la forme :

$$I = \frac{E}{R}$$

où R est le rayon externe de l'anneau.

Dans le cas d'un ovoïde ou d'un ouvrage non-circulaire, la pratique habituelle consiste à remplacer le rayon par une dimension caractéristique de l'ouvrage, généralement la plus grande. On peut donc tenter d'ajuster les formules modifiées suivantes :

$$\text{Domaine post-limite inférieur} : \frac{u_1}{L} = \frac{P_V}{E} (k_{\text{inf}} - k)$$

$$\text{Domaine post-limite supérieur} : \frac{u_2}{L} = \frac{P_V}{E} (k - k_{\text{sup}})$$

où L est une dimension caractéristique de l'ovoïde.

L'ajustement de droites sur les déplacements calculés par la MEF selon les deux formules précédentes donne le tableau de résultats suivant :

	Domaine post-limite inférieur k < 0,25	Domaine post-limite supérieur k > 0,50
Es = 5 MPa	$\frac{u_1}{1,52} = \frac{P_V}{E} (0,25 - k)$	$\frac{u_2}{1,27} = \frac{P_V}{E} (k - 0,47)$
Es = 30 MPa	$\frac{u_1}{1,54} = \frac{P_V}{E} (0,27 - k)$	$\frac{u_2}{1,31} = \frac{P_V}{E} (k - 0,41)$

Tableau II-10

Où  $u_1$  est le déplacement horizontal des naissances (vers l'extérieur) et  $u_2$  le déplacement du milieu des piédroits (vers l'intérieur).

On obtient par ajustement un rayon équivalent compris entre 1,27 m et 1,52 m, ce qui n'est pas très éloigné de la hauteur totale divisée par deux (2,70 m / 2 = 1,35 m). On constate donc que le modèle simple, mis au point sur un anneau, fonctionne correctement avec un ovoïde, si on prend comme rayon la demi-hauteur extérieure (par analogie avec l'anneau où l'on prend le diamètre extérieur divisé par deux).

On avait aussi constaté dans l'étude de l'anneau que la rigidité relative sol – structure avait peu d'influence sur les déplacements dans le domaine post-limite. La figure II-56 montre qu'il en est de même pour un ovoïde.

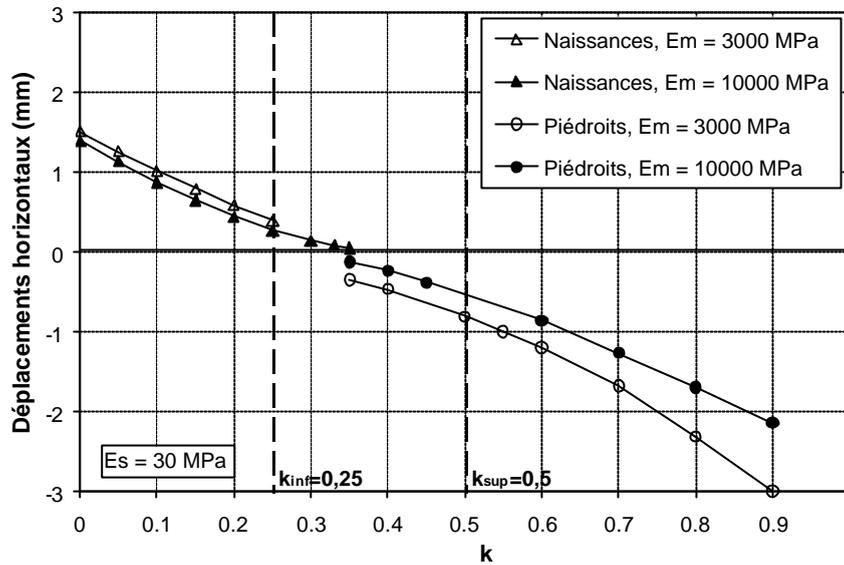


Figure II-56

On rappelle l'explication de ce paradoxe. Si la structure est très rigide, la plastification se produit rapidement et la formation de rotules entraîne la diminution rapide de la raideur. A contrario, si la structure est souple, l'étendue des zones plastiques reste limitée et la raideur diminue peu. Finalement le couplage de l'interaction sol-structure avec l'absence de résistance en traction (matériau parabolique) aboutit à une convergence des comportements en déformation. Mais les deux comportements ne sont pas équivalents, la structure rigide s'adapte en se fissurant, alors que la structure souple s'adapte en se déformant (en caricaturant).

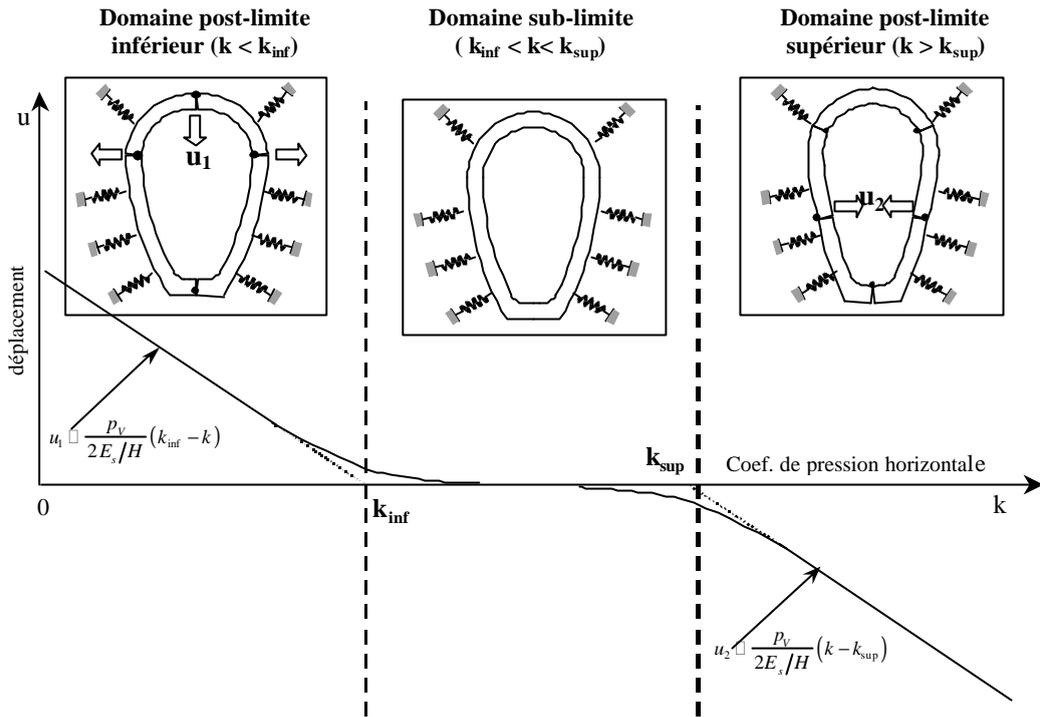
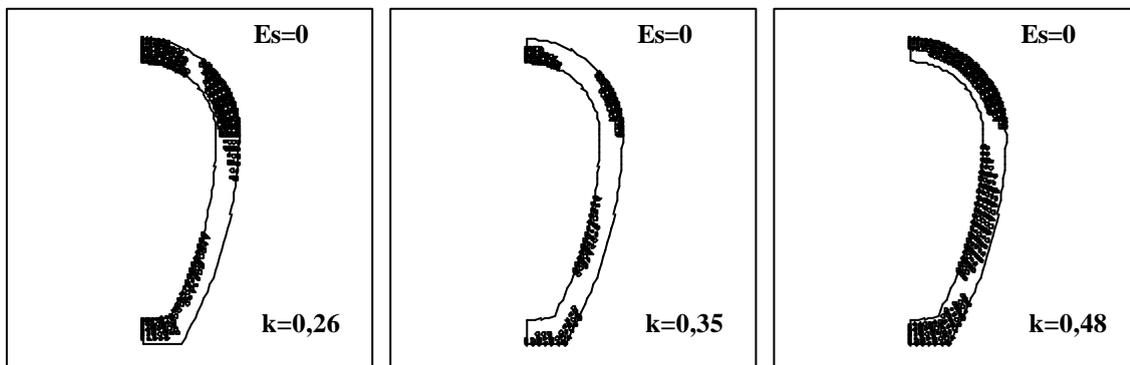


Figure II-57

La figure II-57 résume les trois types de comportement qui sont associés aux trois domaines de fonctionnement mécanique d'un ovoïde sous l'effet d'un système de contraintes d'origine géostatique. Le domaine post-limite inférieur caractérisé par la divergence des piédroits et l'affaissement de la voûte, le domaine sub-limite caractérisé par l'interaction élastique avec le sol et enfin le domaine post-limite supérieur caractérisé par la convergence des piédroits.

L'interaction sol – structure permet à l'ovoïde de trouver un équilibre en dehors de son domaine « naturel » de stabilité, mais elle diminue aussi sensiblement les sollicitations, et donc l'étendue des zones plastiques. La figure II-58 montre une comparaison directe des zones plastiques entre le cas sans interaction (en haut) et avec interaction (en bas). L'effet de réduction est spectaculaire (le module de la maçonnerie est égal à 3000 MPa et le module du sol à 30 MPa).



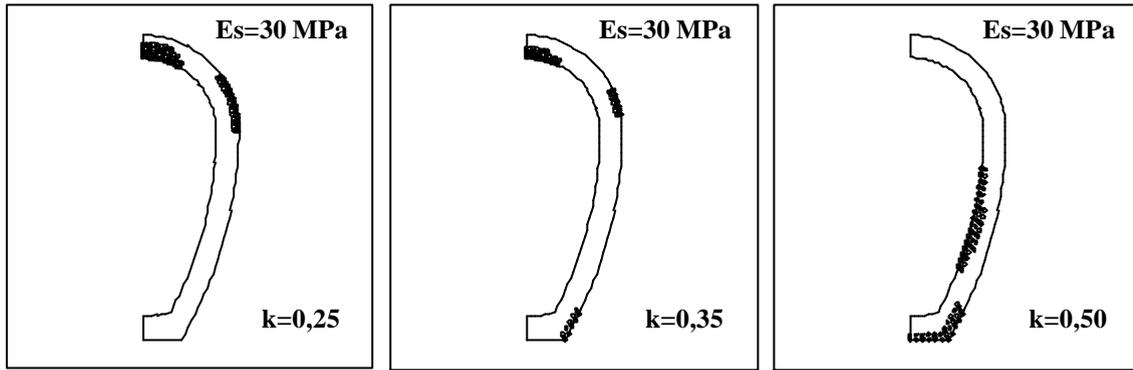


Figure II-58 Comparaison des zones plastiques, sans interaction sol-structure

En dehors du domaine sub-limite, le développement des zones plastiques est rapide ; en clé et en radier pour le domaine post-limite inférieur et dans la zone des piédroits pour le domaine post-limite supérieur (figure II-59).

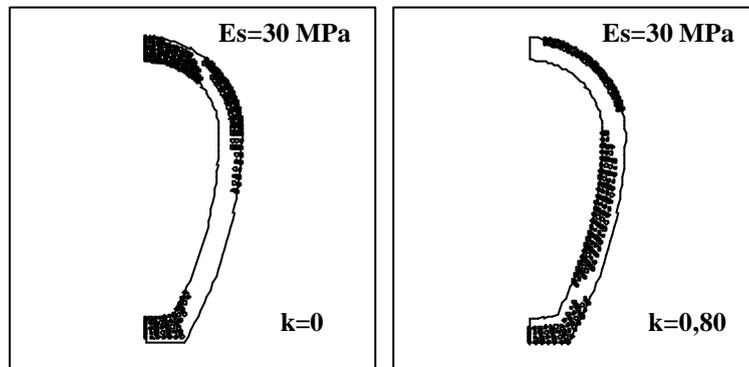


Figure II-59

### II.3.5.3. Analyse des sollicitations et des contraintes

La figure II-60 représente les courbes de moment fléchissant pour 4 sections particulières situées en clé et en radier (sur l'axe de symétrie), aux naissances et au milieu d'un piédroit. On constate que les courbes de moment en clé et en radier traversent l'axe  $M=0$  à l'intérieur du domaine sub-limite. De même, la courbe des naissances présente un minimum dans le domaine sub-limite, alors que la courbe de clé y présente un point d'inflexion. L'allure de ces courbes s'interprète facilement à partir des considérations qui suivent.

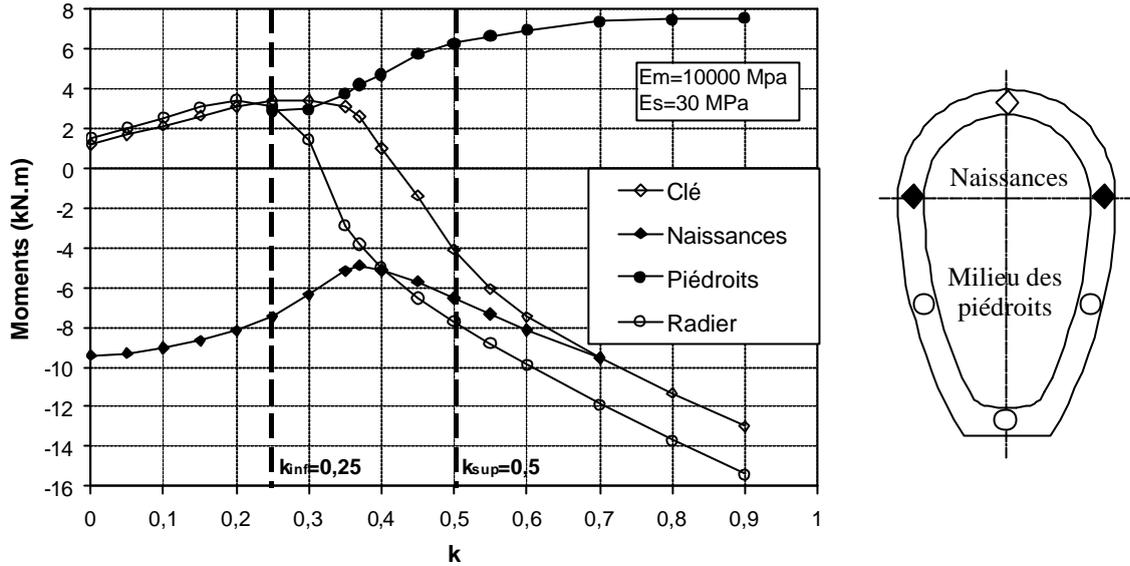


Figure II-60

Tout d'abord, un simple bilan de force permet d'évaluer les efforts normaux dans les sections de clé-radier et aux naissances – milieu de piédroits:

$$N(C/R) \approx k \times p_v \times H/2$$

$$N(N) \approx p_v \times L_1/2$$

$$N(P) \approx p_v \times L_2/2$$

où H est la hauteur externe de l'ovoïde (2,70 m) et L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub> sont respectivement les largeurs externes au niveau des naissances (1,70 m) et à mi-hauteur des piédroits (1,50 m).

A partir de l'examen du convexe de stabilité d'une section dont les limites sont définies par les deux droites  $M/N = \pm h/2$ , on tire alors quatre droites limites :

$$M_p(C/R) = \pm N(C/R) \times h/2$$

$$M_p(N) = -N(N) \times h/2$$

$$M_p(P) = +N(P) \times h/2$$

Ce qui donne en clé – radier :

$$\text{Domaine post-limite inférieur} : M_p^{\text{inf}}(C/R) = k \times p_v \times h \times H/4 = 13,5 \times k$$

$$\text{Domaine post-limite supérieur} : M_p^{\text{sup}}(C/R) = -M_p^{\text{inf}}(C/R) = -13,5 \times k$$

Aux naissances – milieu de piédroits :

$$\text{Domaine post-limite inférieur} : M_p^{\text{inf}}(N) = -k \times p_v \times h \times L_1/4 = -8,5$$

Domaine post-limite supérieur :  $M_p^{sup}(P) = k \times p_v \times h \times L_2 / 4 = 7,5$

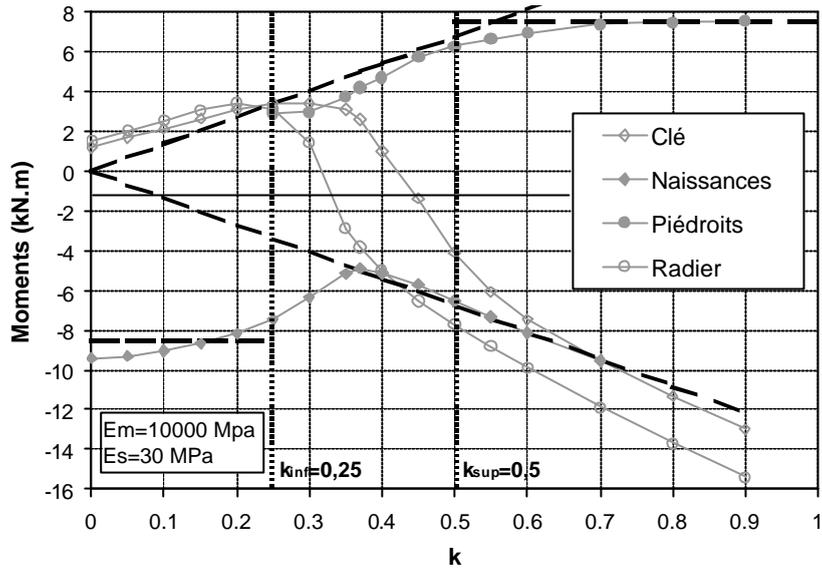


Figure II-61

On a représenté ces 4 droites sur la figure II-61 en surimpression et elles semblent représenter correctement les allures asymptotiques des courbes de moment.

### II.3.5.4. Conclusions

En conclusion, la méthode des éléments finis a permis de mettre en évidence, dans le cas d'un ovoïde de forme particulière, un domaine de stabilité ou domaine sub-limite limité par une borne inférieure égale à 0,25 et une borne supérieure égale à 0,50. Ce domaine sub-limite permet de définir un domaine post-limite inférieur ( $k < 0,25$ ) et un domaine post-limite supérieur ( $k > 0,5$ ).

De nombreuses pathologies observées dans les collecteurs en forme d'ovoïde se rattachent aux deux états post-limite définis par les bornes inférieures et supérieures de  $k$ . L'examen des déformations et de la fissuration permet assez aisément de savoir si on se situe dans le domaine post-limite inférieur ou supérieur.

Au domaine post-limite inférieur correspond la divergence des piédroits avec affaissement de la voûte. On observe une fissuration ouverte en zone de clé associée à une fissuration fermée (fissure de compression) aux naissances (figure II-62a).

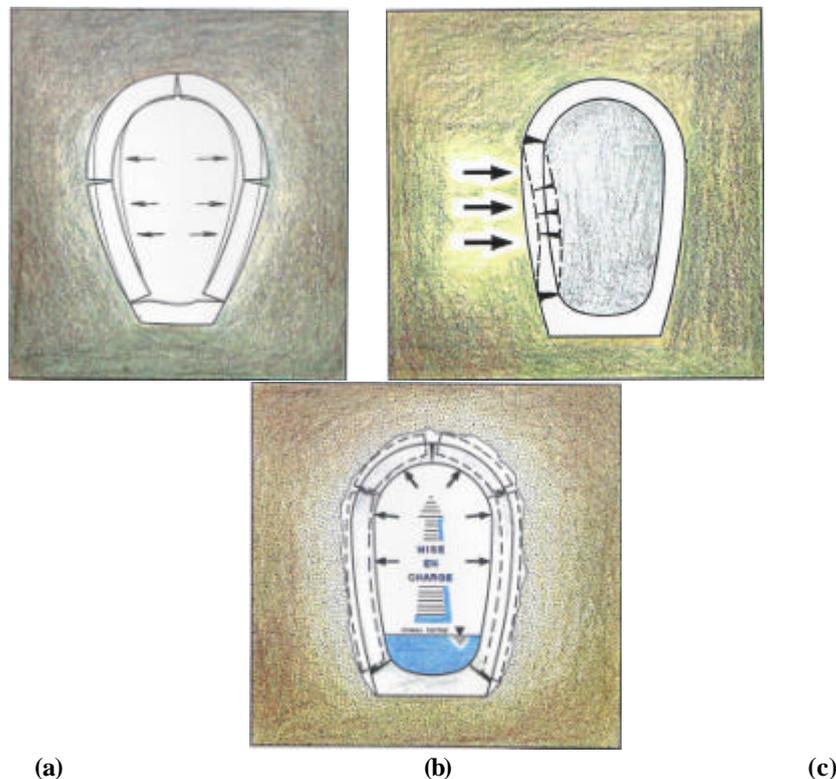


Figure II-62

Au domaine post-limite supérieur correspondent les convergences des piédroits, symétriques ou dissymétriques (on parle alors de « ventre »), accompagnées de fissures longitudinales dans la zone des piédroits, ouvertes et éventuellement multiples (voir figure II-62b et les photos II-63a-b).

Le cas  $k = 1$  (pression uniforme), qui relève du domaine post-limite supérieur peut se rencontrer dans des sols gonflants ou lors d'une mise en charge hydraulique de l'ouvrage ; il s'agit alors d'une pression interne (figure II-62c).



(a)



(b)

**Figure II-63 (a) Fissure longitudinale en milieu de piédroit marquée par de la calcique, (b) fissures multiples et ouvertes dans la zone des piédroits.**

Remarque : Les affaissements de voûtes sont plus rares dans le cas des ovoïdes que dans le cas des ouvrages circulaires. En effet, la borne inférieure du domaine de stabilité d'un anneau en maçonnerie est généralement supérieure à 0,6 ce qui ne lui assure pas une stabilité automatique, compte-tenu des coefficients de poussées au repos habituels des sols. A contrario, les convergences des piédroits, ou ovalisation négatives, sont exceptionnelles pour les ouvrages circulaires qui résistent bien aux poussées latérales, mais elles sont relativement fréquentes dans le cas des ovoïdes.

Il existe bien d'autres origines de dégradation en dehors de la poussée latérale ou verticale des terres ; parmi les plus importantes, on citera les mouvements de sols (tassements), les formations de cavités de dissolution et les phénomènes d'érosion.

## **CHAPITRE III. MODELISATION DES COLLECTEURS ENTERRES : ETUDE DU COMPORTEMENT EN SERVICE**

### **III-1. INTRODUCTION**

Les ouvrages enterrés sont préservés par le sol de l'effet direct des actions externes qui affectent habituellement les ouvrages d'arts comme le vent, la neige et les charges de circulation. Les sollicitations dues aux actions internes, comme la circulation dans un tunnel sont généralement négligeables comparées aux actions permanentes dues au confinement du sol, à l'exception des pressions hydrauliques qui peuvent s'appliquer aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur du revêtement.

Les collecteurs et les canalisations d'assainissement font un peu exception, car ils sont généralement faiblement enterrés et le plus souvent situés directement sous la voirie. De ce fait, ils sont soumis à l'effet des charges de circulation qui sont transmises par le sol. Par destination, ils sont aussi soumis à l'effet des pressions hydrauliques internes qui peuvent varier très rapidement (en cas d'orage et de saturation du réseau).

On peut considérer qu'après la construction d'un collecteur (en situation d'exploitation), les actions qui ne sont pas liées au sol se limitent aux charges de circulation transmises par le sol sur l'extrados du revêtement, et aux actions dues aux pressions hydrauliques internes et parfois externes.

On a montré au chapitre consacré à l'étude de la stabilité des collecteurs en maçonnerie que les sollicitations engendrées par les actions dues au sol dépendent fortement de l'interaction sol – structure (II.3.4.7). L'équilibre d'un collecteur en maçonnerie est en général le résultat d'une adaptation élasto-plastique de la structure avec le sol qui s'accompagne de la formation de rotules plastiques. La contrainte maximum de compression au droit de ces rotules dépend des caractéristiques élastiques du sol et de la maçonnerie, du ratio entre les poussées horizontales et verticales dues au sol, et de la pression verticale d'origine pondérale. Cette contrainte est en général faible par rapport à la résistance en compression des maçonneries pour des ouvrages faiblement enterrés mais elle peut devenir critique si la raideur du sol est insuffisante.

L'intensité et la répartition des sollicitations engendrées par les actions exercées à la surface du sol sont évaluées à l'aide d'un modèle de diffusion qui doit prendre en compte les caractéristiques du sol et l'interaction sol – structure. Les caractéristiques du sol qui sont adaptées à l'évaluation des effets des charges de circulation ne sont pas les mêmes que celles qui sont à l'origine de l'équilibre élasto-plastique. Les charges de circulation ou les charges hydrauliques créent des déformations dans le sol et la structure qui sont sensiblement inférieures à  $10^{-3}$ . Dans cette gamme de déformations, les modules des sols sont nettement plus élevés et l'intensité de l'interaction sol-structure est d'autant plus forte. Une autre cause d'augmentation de la rigidité du sol qui est souvent invoquée est l'effet de la profondeur ou de la contrainte moyenne. L'augmentation du module des sols avec la profondeur permet d'expliquer certains écarts entre les observations et les résultats des modèles homogènes, et elle augmente aussi les effets bénéfiques de l'interaction sol – structure.

Mais dans le cas des ouvrages proches de la surface, l'augmentation du module due à la profondeur ne peut pas intervenir et il reste seulement l'effet des petites déformations.

Dans la première partie de ce chapitre, on examine le problème de la diffusion d'une charge de surface dans un massif élastique linéaire dont le module augmente avec la profondeur, puis ensuite la diffusion dans un massif homogène élastique non linéaire dont le module dépend de la déformation selon une loi hyperbolique. L'objectif est d'évaluer les écarts avec la solution élastique linéaire, non pas par rapport aux déformations de la surface qui ne nous intéressent pas, mais par rapport aux déformations dans le massif à une distance 2 à 3 fois supérieure à la dimension caractéristique de la surface chargée. On utilise les solutions analytiques connues et des calculs par la méthode des éléments finis. On donne en particulier des solutions analytiques approchées de la profondeur d'influence pour différentes loi de croissance du module avec la profondeur.

Dans la seconde partie, on aborde la diffusion d'une charge de surface sur une conduite enterrée qui est le problème central du chapitre. On examine d'abord l'approche analytique et on développe une solution analytique originale qui complète celle obtenue par Einstein et Shwartz (1979) pour les revêtements de tunnel. On utilise ensuite la méthode des éléments finis en déformation plane, en élasticité linéaire et non linéaire avec un matériau hyperbolique.

La troisième partie est consacrée à l'étude de l'effet de la pression hydrostatique interne sur un collecteur enterré. On s'intéresse plus particulièrement aux ouvrages non circulaires, et on utilise la méthode des éléments finis en élasticité non linéaire avec le modèle de matériau hyperbolique utilisé dans l'étude de la diffusion d'une charge de surface.

Compte-tenu de la faible résistance à la traction des maçonneries, cette étude montre que la résistance aux pressions hydrostatiques internes des collecteurs non circulaires tient essentiellement à l'interaction sol-structure et à la raideur très élevée des sols aux petites déformations.

## **III-2. ETUDE DE LA DIFFUSION D'UNE CHARGE PONCTUELLE DE SURFACE DANS UN MASSIF DE SOL**

### **III-2.1. Introduction**

La détermination de la répartition des contraintes dans le sol dues aux charges de surfaces est utile pour le calcul des tassements, en particulier lorsque le sol est composé de plusieurs couches de compressibilité différente. Elle est aussi utile quant il s'agit de calculer l'impact d'une charge de surface sur une structure enterrée. On admet généralement que la répartition des contraintes en profondeur serait la même si le milieu était homogène, ce qui permet d'utiliser les solutions établies pour le cas homogène. Cette simplification est tout à fait acceptable (comparée aux solutions analytiques disponibles) dans le cas d'une étude de tassement, mais elle est plus discutable dans le cas d'une étude d'interaction, car il est évident que la structure enterrée modifie la répartition des contraintes dans son voisinage.

Dans le cas d'une charge de surface appliquée sur un massif homogène élastique isotrope linéaire, des solutions analytiques complètes ont été établies pour différentes géométries de chargement et de massif. La solution la plus générale a été donnée par Boussinesq (1885) pour un massif infini,

Burminster (1943) a traité le problème général multicouches et Poulos (1967) a traité le cas d'un massif de profondeur finie reposant sur un substratum infiniment rigide.

La variation de la rigidité du sol avec la profondeur est l'inhomogénéité la plus courante que l'on modélise généralement en faisant dépendre le module d'Young avec la profondeur selon une loi généralement linéaire du type  $E(z) = E_0 + kz$ . C'est en fait le passage au continu du problème multicouche. La loi de dépendance du module peut être établie à partir de mesures in situ (profil pressiométrique par exemple) ou à partir de considérations théoriques ou expérimentales plus ou moins justifiées. Des solutions analytiques complètes ont été obtenues, dans le cadre de l'élasticité isotrope linéaire, pour différentes lois de variation du module. On citera notamment les travaux de Fröhlich (1934), Popov (1959), Gibson (1966) et Oner (1990). Ces travaux ont permis de montrer la relative insensibilité de la répartition des contraintes avec la loi de variation du module, ce qui justifie a posteriori l'utilisation des solutions homogènes (mais le champ de déformation est évidemment très différent du cas homogène). L'augmentation continue du module avec la profondeur fait disparaître certaines divergences comme les déplacements infinis sous une fondation filante, et augmente la localisation des déplacements sous la fondation.

La variation de la rigidité du sol avec la déformation est rarement prise en compte dans les problèmes de diffusion, car d'une part, on ne dispose pas de solutions analytiques, et d'autre part, on ne sait pas comment choisir les valeurs de modules en petites déformations. On préfère donc linéariser le comportement du sol dans le domaine des petites déformations, en utilisant un module sécant.

### III-2.2. Diffusion dans un massif homogène, infini, élastique linéaire

La grande majorité des modèles de diffusion utilisés dans les méthodes de calcul des conduites enterrées utilisent la solution de Boussinesq. On notera toutefois que la méthode du fascicule 70 utilise la solution de Fröhlich, qui est une variante de la solution de Boussinesq.

On considère une force verticale ponctuelle  $Q$  appliquée perpendiculairement à la surface d'un massif semi-infini (figure III-1). La solution complète du problème donnée par Boussinesq (1885) s'exprime en coordonnées cylindriques par les expressions suivantes :

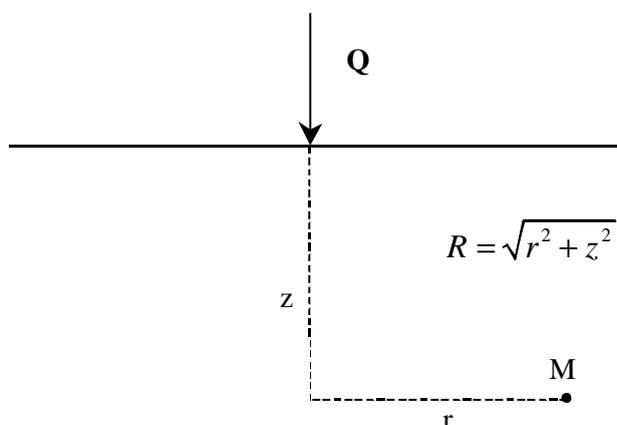


Figure III-1

$$\mathbf{s}_{zz} = \frac{3Qz^3}{2pR^5} \quad \mathbf{s}_{rr} = \frac{Q}{2pR^2} \left[ \frac{3r^2z}{R^3} - \frac{(1-2n)R}{R+z} \right]$$

$$\mathbf{s}_{rz} = \frac{3Qrz^2}{2pR^5} \quad \mathbf{s}_{qq} = \frac{-(1-2n)Q}{2pR^2} \left[ \frac{z}{R} - \frac{R}{R+z} \right]$$

$$p = \frac{I_1(\mathbf{s}_{ij})}{3} = \frac{Qz}{3pR^3}(1+n)$$

$$q = \sqrt{3J_2(\mathbf{s}_{ij})} \quad (\text{expression complexe})$$

$p$  est la contrainte moyenne et  $q$  est le déviateur des contraintes.

Dans l'axe de la force ( $r = 0$ ) :

$$\mathbf{s}_{zz} = \frac{3Q}{2pz^2} \quad \mathbf{s}_{rz} = 0 \quad \mathbf{s}_{rr} = -\frac{(1-2n)Q}{4pz^2} \quad \mathbf{s}_{qq} = \frac{(1-2n)Q}{4pz^2}$$

$$p = \frac{Q}{3pz^2}(1+n) \quad q = \frac{Q(7-2n)}{4pz^2} \quad \frac{q}{p} = \frac{3(7-2n)}{4(1+n)}$$

$$\mathbf{e}_d = \frac{(7-2n)(1+n)Q}{6pz^2 E}$$

Les composantes du champ de déplacements sont telles que :

$$w = \frac{Q(1+n)}{2pER} \left[ 2(1-n) + \frac{z^2}{R^2} \right] \quad u = \frac{Q(1+n)}{2pER} \left[ \frac{rz}{R^2} + \frac{(1-2n)r}{R+z} \right]$$

ou  $E$  est le module de Young.

Si on considère non plus une force ponctuelle mais une pression appliquée sur une largeur  $2a$  en déformation axisymétrique, les expressions précédentes deviennent dans l'axe de la fondation ( $r = 0$ ) :

$$\mathbf{s}_{zz}(r=0) = p_0 \left[ 1 - \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \right] \quad \mathbf{s}_{rr}(r=0) = \mathbf{s}_{qq}(r=0) = p_0 \left[ 1 - \frac{z \cdot (3/2a^2 + z^2)}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

$$\mathbf{s}_{rz}(r=0) = 0$$

Déplacement dans l'axe :

$$w_0(z) = \frac{p}{E}(1+n) \left[ \frac{2a^2(1-n) + z^2(1-2n)}{\sqrt{a^2 + z^2}} - z(1-2n) \right]$$

$z = 0$

$$w_0(0) = \frac{p}{E} 2a(1-n^2)$$

Matériau incompressible :

$$w_0(z) = \frac{3a^2}{2\sqrt{a^2 + z^2}} \frac{p}{E}$$

### III-2.3. Diffusion dans un massif inhomogène, infini, élastique linéaire isotrope

#### III.2.3.1. Introduction

L'augmentation de la raideur des sols avec la profondeur s'explique principalement par l'effet de la contrainte moyenne. Dans le domaine des très petites déformations ( $\epsilon < 10^{-5}$ ), où le comportement des sols est réversible, il est admis que le module de compressibilité varie avec la pression moyenne selon la relation suivante (Janbu, 1963) :

$$K_{\max} = Ap_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^n$$

où  $n$  n'est pas très différent de 0,5 dans le domaine des déformations inférieures à  $10^{-5}$ .

Le module d'Young tangent initial ou maximum s'exprime avec une relation du même type que précédemment. A partir d'essais triaxiaux de précision, Hicher (1985) a proposé la relation suivante :

$$E_{\max} = \frac{450}{e} \sqrt{p_{(Mpa)}}$$

pour des sables, agrégats et argiles ayant un  $w_L < 50$ .

Dans le domaine des petites déformations ( $10^{-5} < \epsilon < 10^{-3}$ ), les relations précédentes ne sont plus applicables; il faudrait utiliser une loi de comportement élastique non linéaire, mais de nombreux auteurs préfèrent conserver la simplicité des relations précédentes (ce qui revient à linéariser le comportement du sol), mais en faisant varier l'exposant  $n$ . Le module sécant s'exprime alors sous la forme générale:

$$E_{\text{sec}} = ap^n$$

où  $n$  dépend de la nature du sol et de l'amplitude de la déformation.

Ce module sécant n'est utilisable que pour modéliser un chargement monotone à moins de définir un module sécant en déchargement.

De nombreux auteurs, comme Biarez et al. (1996), ont remarqué sur la base d'essais triaxiaux que l'exposant  $n$  croît progressivement pour atteindre en grande déformation ( $\epsilon > 10^{-1}$ ) la valeur 1. Ces observations sont cohérentes avec les modules de compression isotrope mesurés sur des argiles, qui sont des fonctions approximativement linéaires des pressions.

$$E_{\text{sec}} = 2,3 \cdot \frac{1+e}{C_c} p'$$

Dans le domaine des petites déformations, Biarez et al. (1996) propose la valeur moyenne  $n = 3/4$  pour les argiles usuelles et  $n = 1/2$  pour les sables, agrégats sans fines. La tendance est donc de prendre des valeurs de  $n$  plus élevées pour les argiles que pour les sables, et de faire tendre  $n$  vers 1 quand les déformations dépassent 1%.

Si on admet que la pression moyenne varie linéairement avec la profondeur, ce qui est vrai dans un champ de contraintes géostatiques si le coefficient de pression des terres est constant, on peut formellement remplacer la pression moyenne par la profondeur, ce qui donne la relation suivante :

$$E_{\text{sec}} = k z^n$$

où  $n$  est compris entre 0,5 et 1.

Cette dernière relation a été largement utilisée dans des études portant sur la diffusion des charges dans le sol, car elle permet d'obtenir des solutions analytiques explicites. On remarquera que, dans ces études, le coefficient de Poisson est toujours supposé constant. Parmi les travaux les plus significatifs, on peut citer ceux de Fröhlich (1934), Holl (1940), Gibson (1967), Kassir (1972), Carrier (1973) et Oner (1990).

### **III.2.3.2. Le modèle de Gibson**

Gibson (1967) a étudié le cas de la variation linéaire du module avec la profondeur pour un matériau élastique, linéaire, isotrope et incompressible ( $\nu = 0,5$ ). La loi de variation du module était la suivante :

$$G(z) = G_0 + mz$$

Remarque : l'hypothèse d'incompressibilité serait acceptable pour un matériau argileux soumis à sollicitation rapide.

La première partie de son étude concerne le cas d'une pression appliquée sur une largeur  $2b$  en déformation plane (figure III-2).

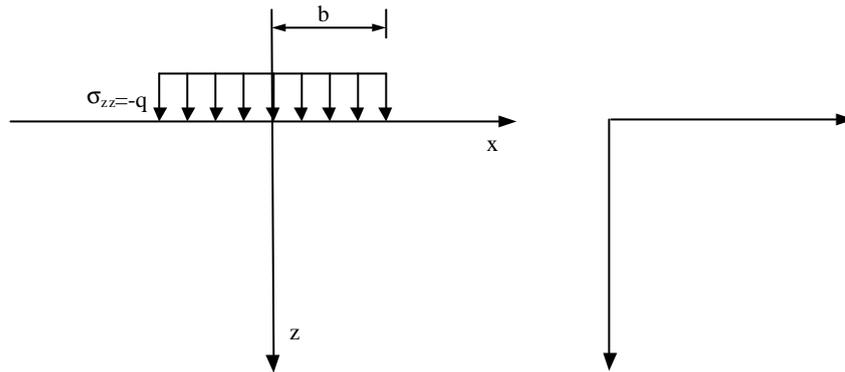


Figure III-2

Dans le cas d'un massif homogène, la solution du problème est obtenue par intégration de la solution de Boussinesq en déformation plane. Les composantes du champ de déplacement, qui présentent la particularité d'être partout infinies, n'ont de signification que si elles sont évaluées par rapport à un point particulier (Poulos et al., 1974). Les déplacements verticaux relatifs en surface sont donnés par :

$$w(0,0) - w(x,0) = \frac{qb}{2pG_0} \left[ \left(1 + \frac{x}{b}\right) \log \left|1 + \frac{x}{b}\right| + \left(1 - \frac{x}{b}\right) \log \left|1 + \frac{x}{b}\right| \right]$$

Dans le cas particulier où le module est nul en surface et croît linéairement avec la profondeur ( $G(z) = mz$ ), qui est une hypothèse d'école, Gibson a obtenu la solution suivante pour les déplacements verticaux :

$$w(x,z) = \frac{q}{2pm} \left[ \arctan \left( \frac{b+x}{z} \right) + \arctan \left( \frac{b-x}{z} \right) \right]$$

qui, contrairement à la solution homogène, présente la propriété d'être finie pour toutes les valeurs de  $x$  et de  $z$ . La déformation verticale à la surface du massif prend la forme particulière suivante :

$$\begin{aligned} w &= q/2m && \text{à l'intérieur de la bande sollicitée (pour } |x| \leq b) \\ w &= 0 && \text{à l'extérieur.} \end{aligned}$$

Ce résultat étonnant est formellement identique à celui que donnerait un modèle de Winkler (1867) où le sol serait constitué de ressorts indépendants verticaux caractérisés par le module de réaction  $k$ . Dans ce dernier cas, le déplacement vertical et la pression sont liés par la relation :

$$w = q/k$$

Par identification des deux relations précédentes, le module de réaction prend la forme suivante :

$$k = 2m$$

La déformation verticale sur l'axe de symétrie prend la forme :

$$w(0,z) = \frac{q}{pm} \cdot \arctan\left(\frac{b}{z}\right)$$

En ce qui concerne le champ de contraintes, Gibson a démontré qu'il est identique à celui du cas homogène (ce qui n'est pas évident a priori).

Dans le cas d'une pression appliquée sur une largeur  $2b$  en déformation axisymétrique, et toujours avec la loi  $G(z) = mz$ , Gibson a obtenu pour les déplacements verticaux en surface le même résultat qu'en déformation plane, et le champ de contraintes est aussi identique au cas homogène. Les déplacements verticaux sont donnés par :

$$w(x,z) = \frac{qb}{2m} \int_0^{\infty} e^{-xz} J_0(rx) J_1(bx) dx$$

Dans l'axe de symétrie, l'expression précédente se simplifie :

$$w(0,z) = \frac{q}{2m} \frac{\sqrt{1 + \frac{b^2}{z^2}} - 1}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{z^2}}}$$

Ces résultats intéressants, mais obtenus dans un cas particulier (matériau incompressible, module nul en surface et croissant linéairement avec la profondeur), suggèrent que, en général (pour une loi de croissance du module quelconque), les déplacements en surface doivent être nettement plus localisés que dans le cas homogène, et que les composantes du champ de contrainte ne doivent pas différer sensiblement de celles du cas homogène.

D'autre part, le résultat curieux obtenu pour les déplacements verticaux en surface donne une interprétation différente de l'hypothèse de Winkler (proportionnalité en chaque point entre pression et déplacement) qui est plus satisfaisante que celle qui repose sur les ressorts habituels.

Dans le cas plus réaliste où le module n'est pas nul en surface ( $G_0 \neq 0$ ), on a calculé la solution approchée suivante pour le déplacement en surface dans l'axe de symétrie:

$$w(0,0) = \frac{1}{1 + 0,5\sqrt{I} + I} \cdot \frac{qb}{2G_0}$$

$$\text{avec } I = \frac{mb}{G_0}$$

### III.2.3.3. Le modèle de Holl

Holl (1940) a trouvé une solution presque générale au problème d'un massif soumis à une force ponctuelle, dont le module varie selon une loi de puissance avec la profondeur de la forme :

$$G = kz^n$$

La seule restriction porte sur le coefficient de Poisson, qui est lié à l'exposant n selon la relation :

$$n = (1/\nu) - 2$$

n	0	0,5	1
$\nu$	0,5	0,4	1/3

Pour  $n = 0$ ,  $\nu = 0,5$  et on retrouve la solution de Boussinesq pour un matériau incompressible.

Pour les valeurs intéressantes de n qui sont comprises entre 0,5 et 1, le coefficient de Poisson varie entre 0,4 et 0,33 qui est une plage de variation tout à fait acceptable.

Pour une charge concentrée Q appliquée perpendiculairement à un massif semi-infini, les composantes du champ de contraintes en coordonnées cylindriques sont données par les expressions :

$$\begin{aligned} s_{zz} &= Q^* \frac{z^{n+5}}{R^{n+5}} & s_{rr} &= Q^* \frac{z^{n+3} r^2}{R^{n+5}} & s_{qq} &= 0 & s_{rz} &= Q^* \frac{z^{n+4} r}{R^{n+5}} \\ p &= \frac{Q^* z^{n+3}}{3 R^{n+3}} & q &= Q^* \frac{z^{n+3}}{R^{n+3}} \\ e_d &= \frac{Q^* z^3}{3k R^{n+3}} \end{aligned}$$

avec  $Q^* = (n+3)Q/2p z^2$ ,  $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ , p est la contrainte moyenne, q est la contrainte déviatorique et  $\varepsilon_d$  est la déformation déviatorique.

Dans le cas où  $n = 1$  (variation linéaire avec la profondeur), les expressions précédentes deviennent :

$$\begin{aligned} s_{zz} &= \frac{2Qz^4}{pR^6} & s_{rr} &= \frac{2Qz^2 r^2}{pR^6} & s_{qq} &= 0 & s_{rz} &= \frac{2Qz^3 r}{pR^6} \\ p &= \frac{2Qz^2}{3pR^4} & q &= \frac{2Qz^2}{pR^4} \end{aligned}$$

$$e_d = \frac{2 Q z}{3p k R^4}$$

Si on compare l'expression de la contrainte verticale avec celle du cas homogène ( $n = 0$ , solution de Boussinesq), on constate que dans l'axe de la force, la variation est en  $1/z^2$  dans les deux cas mais que la contrainte verticale  $\sigma_{zz}$  est simplement plus grande d'un facteur égal à  $(n+3)/3$ . En dehors de l'axe, la contrainte verticale décroît plus rapidement.

Finalement, le champ de contrainte verticale est simplement plus concentré (voir figure III-3).

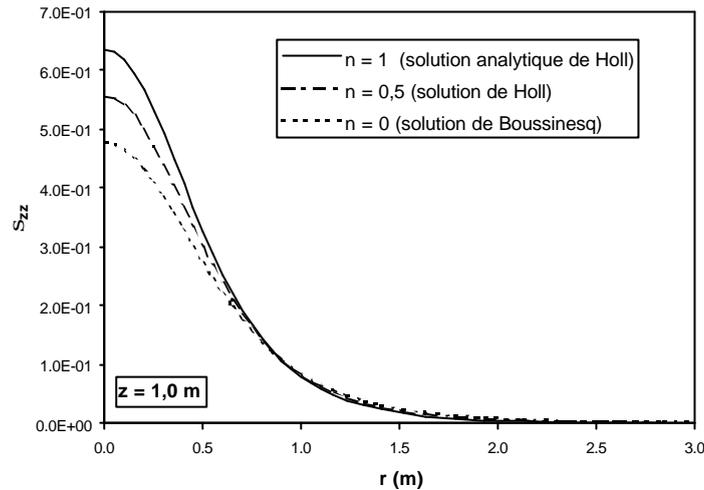


Figure III-3

Ce résultat est bien connu et signalé par de nombreux auteurs. En revanche la décroissance plus rapide des déformations avec la profondeur est moins soulignée, alors que c'est là que réside la plus grande différence.

Dans l'axe de la force, la déformation déviatorique est donnée par :

$$e_d = \frac{(n+3)Q}{6p k z^{n+2}}$$

On constate que la déformation déviatorique décroît en  $1/z^{n+2}$  c'est à dire en  $1/z^2$  pour un massif homogène et en  $1/z^3$  pour un massif de Gibson ( $n = 1$ ). Dans le cas d'un massif linéaire incompressible, la déformation varie en  $1/z$  on retrouve exactement l'expression calculée à partir de la solution de Boussinesq et donnée au III-2.2.

Oner (1990) a calculé à partir de la solution de Holl les composantes du champ de déplacements :

$$w = \frac{Q}{4pk} \left[ \frac{r^2 + (n+2)z^2}{(1+n)R^{n+3}} \right] \quad u = \frac{Q}{4pk} \frac{rz}{R^{n+3}}$$

En surface ( $z = 0$ ), la composante verticale du champ de déplacement est égale à :

$$w(z=0) = \frac{Q}{4pk(1+n)} \frac{1}{r^{n+1}}$$

Les déplacements verticaux s'amortissent en  $1/r$  dans le cas homogène et en  $1/r^{n+1}$  dans le cas d'un massif de Holl, donc beaucoup plus rapidement.

Sur l'axe de symétrie ( $r=0$ ), la composante verticale du champ de déplacement est égale à :

$$w(r=0) = \frac{Q(n+2)}{4pk(1+n)} \frac{1}{z^{n+1}}$$

De même, les déplacements verticaux dans l'axe du chargement s'amortissent en  $1/z$  dans le cas homogène et en  $1/z^{n+1}$  dans un massif de Holl.

Oner (1990) a ensuite étudié le cas d'un massif semi-infini chargé par une pression uniforme  $p$  appliquée sur un cercle de rayon  $a$ . La contrainte dans l'axe du cercle est obtenue par intégration de la solution de Holl :

$$s_{zz}(r=0) = p \left[ 1 - \frac{z^{n+3}}{(a^2 + z^2)^{(n+3)/2}} \right]$$

Le déplacement vertical en surface et dans l'axe du cercle est donné par :

$$w_0 = \frac{p a^{1-n}}{2k(1-n^2)}$$

pour  $n < 1$  ou  $\nu > 1/3$ .

On constate que le tassement  $n$ 'est pas proportionnel à la largeur de la fondation.

On remarque que les déplacements deviennent infinis pour  $n$  supérieur ou égal à 1. Les composantes du champ de déplacements en surface n'ont de signification que si elles sont évaluées comme les déplacements d'un point par rapport à un autre.

Le déplacement vertical sous la surface et dans l'axe du cercle est donné par :

$$w_0(z) = \frac{p}{2k(1-n^2)} \left[ \frac{a^2 + nz^2}{(a^2 + z^2)^{(n+1)/2}} - nz^{1-n} \right]$$

#### III.2.3.4. La profondeur d'influence

La profondeur d'influence est une mesure de l'amortissement du déplacement vertical dans l'axe de la fondation en fonction de la profondeur. C'est la profondeur  $z_I$  exprimée en unité de largeur de

fondation pour laquelle la proportion  $s$  du déplacement s'est déjà produite. Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{w(z_I(s))}{w(0)} = 1 - s$$

où  $z_I$  est la profondeur d'influence et  $s$  est la proportion de déplacement produite.

a) *Module constant - Sol homogène incompressible ( $\nu = 0,5$ ) en déformation axisymétrique*

On tire directement de la solution de Boussinesq :

$$z_I(s) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{(1-s)^2} - 1} \cdot B$$

$$z_I(0,75) = 1,94 \cdot B \quad \text{pour obtenir 75\% du tassement}$$

$$z_I(0,90) = 4,97 \cdot B \quad \text{pour obtenir 90\% du tassement}$$

$$z_I(0,95) = 10 \cdot B \quad \text{pour obtenir 95\% du tassement}$$

b) *Module variant linéairement avec la profondeur - Sol de Gibson ( $\nu = 0,5$  et  $E = m \cdot z$ )*

- En déformation plane :

On a vu que lorsque le module varie linéairement avec la profondeur, les déplacements sont finis, même en déformation plane ; on peut donc définir sans difficulté la profondeur d'influence. On obtient l'expression suivante :

$$z_I(s) = \frac{B}{2 \tan \left[ \frac{\nu}{2} (1-s) \right]}$$

$$z_I(0,75) = 1,2 \cdot B \quad \text{pour obtenir 75\% du tassement}$$

$$z_I(0,90) = 3,15 \cdot B \quad \text{pour obtenir 90\% du tassement}$$

$$z_I(0,95) = 6,4 \cdot B \quad \text{pour obtenir 95\% du tassement}$$

- En déformation axisymétrique :

$$z_I(s) = \frac{s}{2\sqrt{1-s^2}} \cdot B$$

$$z_I(0,75) = 0,57 \cdot B \quad \text{pour obtenir 75\% du tassement}$$

$$z_I(0,90) = 1,0 \cdot B \quad \text{pour obtenir 90\% du tassement}$$

$$z_I(0,95) = 1,52 \cdot B \quad \text{pour obtenir 95\% du tassement}$$

L'amortissement est ici nettement plus rapide que dans le cas d'un module constant : 90% du déplacement se produit dans la demi-sphère d'influence de la fondation.

c) *Module variant avec la racine carrée de la profondeur - Sol de Holl ( $n = 0,5, \nu = 0,4$ )*

Dans le cas ou  $n=0,5$  on trouve :

$$z_I(0,75) = 0,79 \cdot B \quad \text{pour obtenir 75\% du tassement}$$

$$z_I(0,90) = 1,63 \cdot B \quad \text{pour obtenir 90\% du tassement}$$

$$z_I(0,95) = 2,65 \cdot B \quad \text{pour obtenir 95\% du tassement}$$

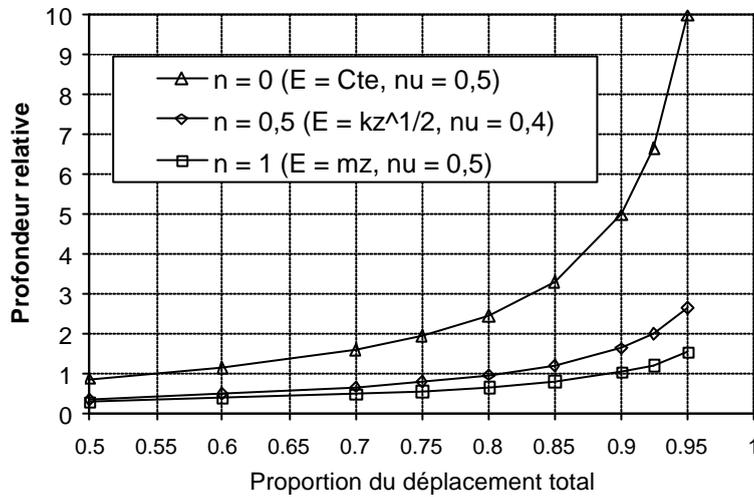


Figure III-4

La figure III-4 représente l'évolution de la profondeur d'influence dans le cas axisymétrique pour  $n=0, 0,5$  et  $1$ . La profondeur d'influence dans un sol de Holl ( $n = 0,5$ ) est en accord avec les valeurs basses des fourchettes données par Berardi et al. (1991) et citées dans Frank (1991) pour des fondations circulaires ou carrées sur des sables:

$$z_I = 1,2.B \text{ à } 1,8.B \quad \text{pour obtenir 85\% du tassement}$$

$$z_I = 0,8.B \text{ à } 1,3.B \quad \text{pour obtenir 75\% du tassement}$$

Dans les calculs de tassement de fondations superficielles, Burland et Burbidge (1984) calculent les tassements jusqu'à une profondeur d'influence pour laquelle ils supposent que les déformations sont nulles. Pour les fondations carrées et filantes, ils retiennent respectivement  $z = 2.B$  et  $z = 4.B$ . Ces valeurs sont cohérentes avec les courbes de la figure III-4 (pour  $n = 1$  ou  $0,5$ ).

### III.2.3.5. Calculs avec la méthode des éléments finis

La variation du module d'Young avec la profondeur est relativement facile à prendre en compte avec la méthode des éléments finis. Il suffit en pratique de découper le sol en couches horizontales de

modules constants et d'épaisseur croissante. La figure III-5 montre le dessin du maillage utilisé qui représente la moitié du milieu semi-infini ; il a été réalisé avec le logiciel CESAR LCPC. Il comprend 2592 nœuds et 825 éléments quadrilatères à 8 nœuds répartis en 31 groupes. La largeur du maillage est de 20 m et sa hauteur de 25 m. Le maillage comporte 31 couches dont la première fait 0,1 m d'épaisseur et la dernière 8 m.

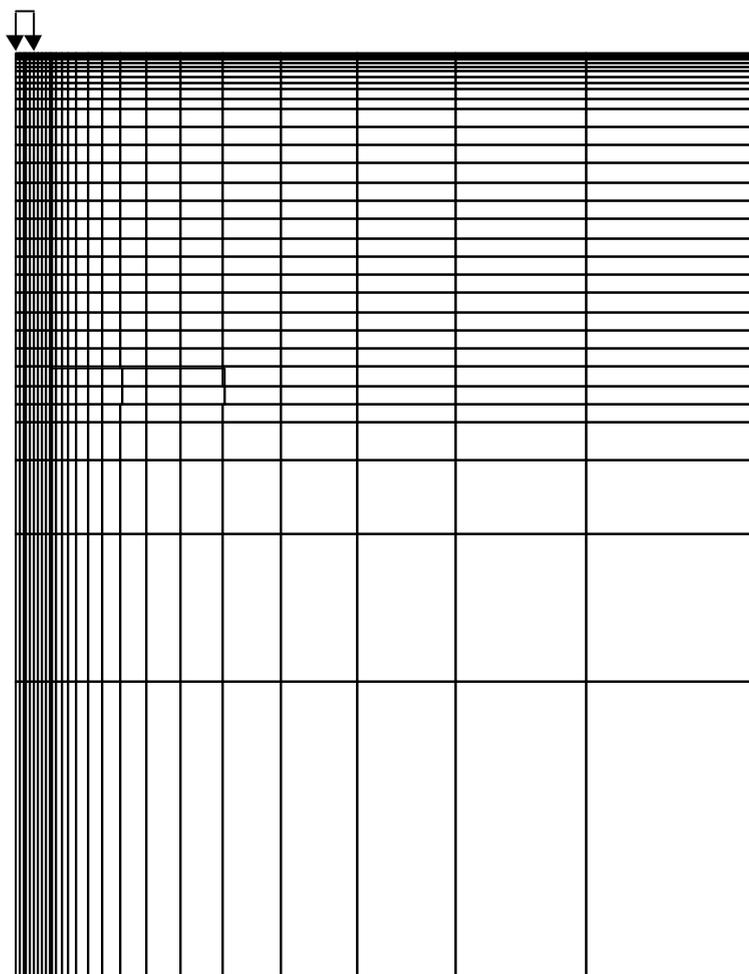


Figure III-5. Dessin du maillage.

La loi de comportement est l'élasticité linéaire isotrope. On a modélisé un sol (presque) incompressible de Gibson avec  $E = 10 \cdot z$  et  $\nu = 0,49$  (des valeurs supérieures de  $\nu$  provoqueraient des instabilités numériques) et 2 sols de Holl dont les caractéristiques sont données dans le tableau suivant :

Massif n°	$\nu$	$n$	$k$	$E(z)$
0	0,49	1		$E = 10 \cdot z$
1	0,333	1	3,75	$E = 10 \cdot z$
2	0,4	0,5	17,86	$E = 50 \cdot \sqrt{z}$

Le chargement est constitué soit d'une force verticale ponctuelle égale à 1 kN soit d'une pression uniforme appliquée sur cercle de 0,5 m de rayon en déformation axisymétrique.

A) Résultats pour un massif de Gibson ( $n = 1$ ,  $\nu = 0,49$ ,  $E = 10.z$ ) chargé par une pression uniforme de 1 kPa sur une largeur de 1 m en déformation axisymétrique.

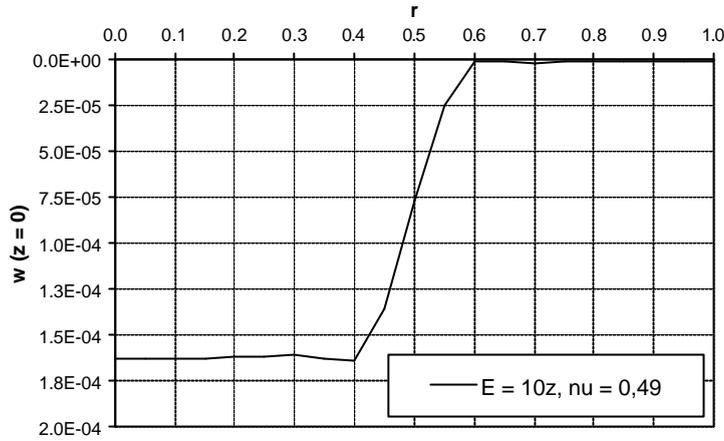


Figure III-6. Déplacement vertical en surface.

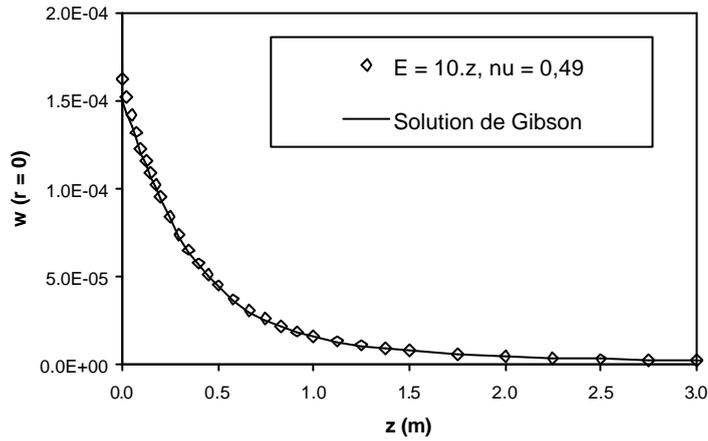


Figure III-7. Déplacement vertical sur la coupe  $r = 0$  m.

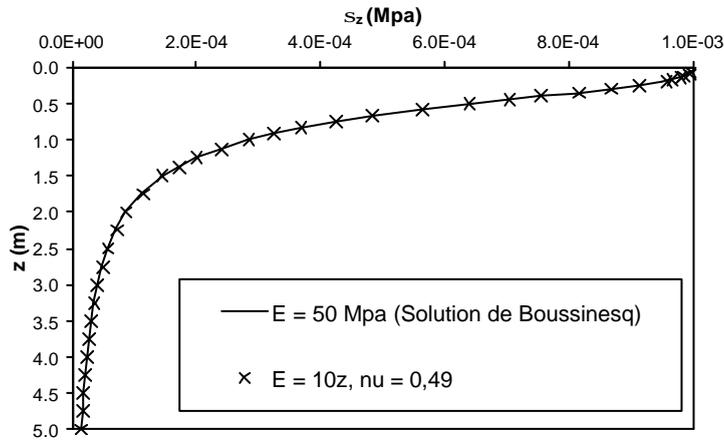


Figure III-8. Contrainte verticale sur la coupe  $r = 0$  m.

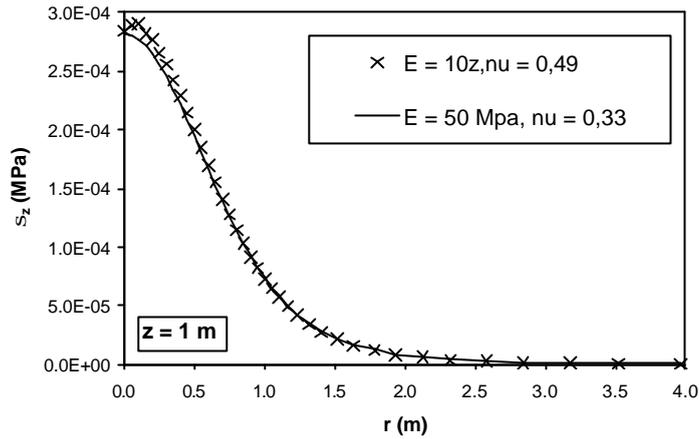


Figure III-9. Contrainte verticale sur la coupe  $z = 1 \text{ m}$ .

La figure III-6 montre la forme de la déformation verticale en surface qui est presque rectangulaire, conformément à la solution de Gibson. Les déplacements verticaux en dehors du cercle sollicité sont presque égaux à zéro. La valeur maximale de la déflexion est égale à  $1,62 \cdot 10^{-4}$  alors que la solution théorique donne  $1,5 \cdot 10^{-4}$ .

Remarques : Les déplacements horizontaux en surface ne sont pas nuls (voir figure III-7), on ne peut donc pas assimiler tout à fait le sol de Gibson avec une collection de ressorts verticaux.

Le champ de contraintes est identique à celui qui règnerait dans un massif homogène de module quelconque et de coefficient de Poisson égal à 0,49 (voir figures III-8 et III-9).

La figure III-10 montre l'évolution du tassement total  $s$  dans l'axe de la fondation en fonction du ratio  $z/B$ , c'est à dire la profondeur d'influence. On constate que la solution par éléments finis et la solution analytique donnée au chapitre III-2.3.4 sont très proches.

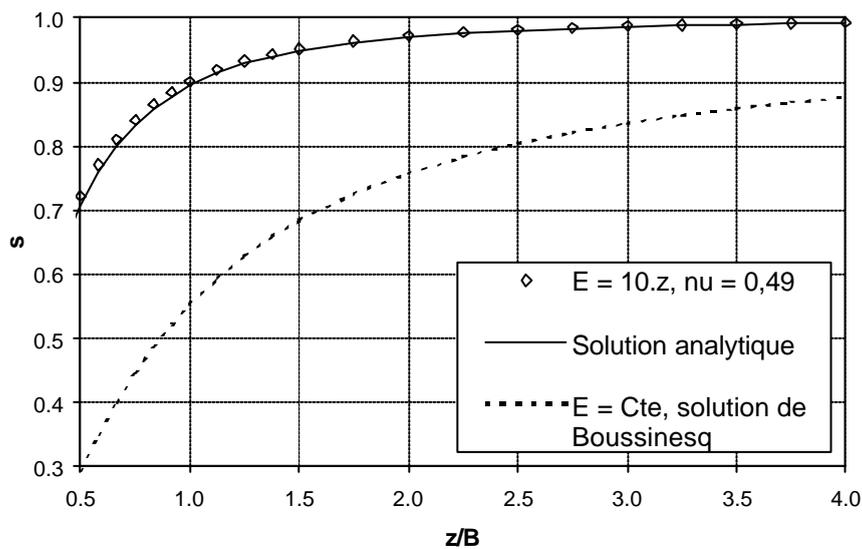


Figure III-10.

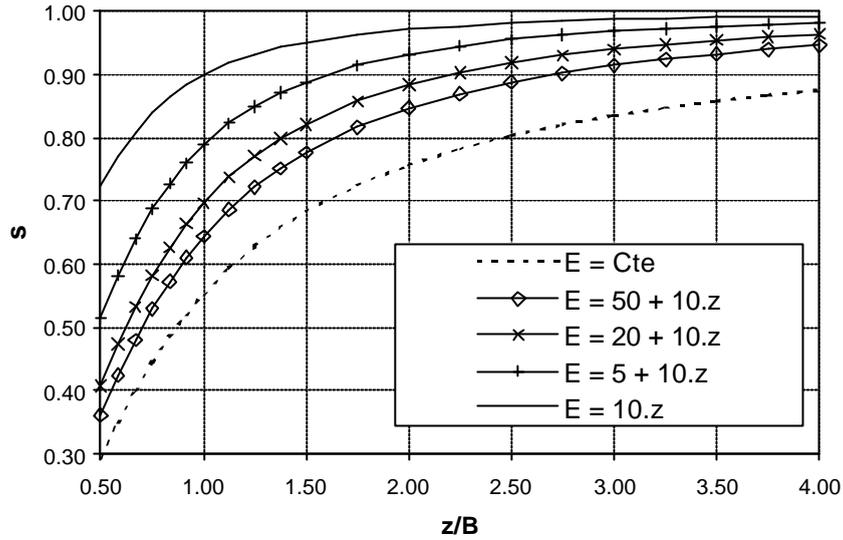


Figure III-11

On a réalisé trois calculs complémentaires en donnant une valeur non nulle au module en surface c'est à dire une loi de la forme  $E(z) = E_0 + mz$ . On ne dispose pas d'une solution analytique explicite dans ce dernier cas. On s'aperçoit à la lecture de la figure III-11 que l'amortissement de la déformation verticale est très sensible à la valeur initiale du module  $E_0$ . Il est assez évident que la forme de la courbe d'amortissement dépend du seul paramètre  $\beta = E_0/m$  qui a la dimension d'une longueur. Pour obtenir 90% du tassement :

$$\beta = 0 \quad z_I(0,90) = 1,0 \cdot B \quad (\text{solution analytique du III-2.3.4})$$

$$\beta = 0,5 \quad z_I(0,90) = 1,6 \cdot B$$

$$\beta = 2 \quad z_I(0,90) = 2,2 \cdot B$$

$$\beta = 5 \quad z_I(0,90) = 2,7 \cdot B$$

$$\beta = \infty \quad z_I(0,90) = 4,97 \cdot B \quad (E = \text{Cte} - \text{sol homogène})$$

$$E = k \cdot z^{0,5} \quad z_I(0,90) = 1,63 \cdot B \quad (\text{sol de Holl})$$

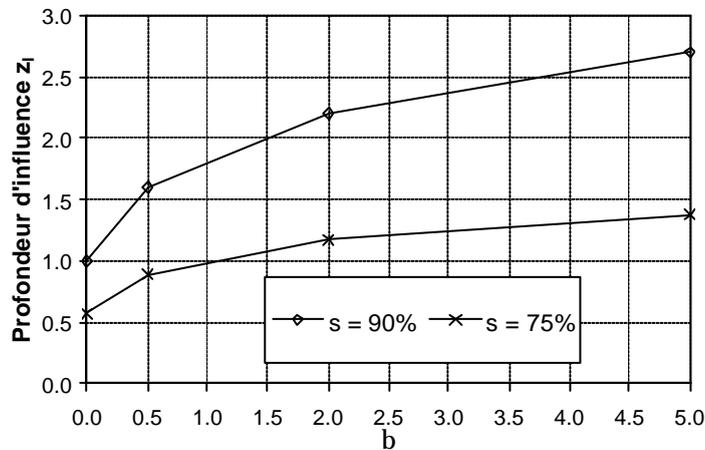


Figure III-12

On constate que la profondeur d'influence (pour un tassement donné) varie dans une fourchette relativement large en fonction du paramètre  $\beta$  qui mesure le rapport entre le module initial et son gradient (voir aussi la figure III-12).

*B) Résultats pour un massif de Holl ( $n = 1$ ,  $\nu = 0,333$ ,  $E = 10.z$ ) chargé par une force verticale de 1 kN en déformation axisymétrique.*

En ce qui concerne les déplacements (figures III-13, III-14 et III-15), on constate une bonne adéquation entre les résultats du calcul CESAR et la solution théorique de Holl. Les déplacements varient en inverse du carré de la distance au point d'application de la force. Pour le point ( $r = 0$ ,  $z = 1$  m) le calcul CESAR donne un déplacement vertical de  $3,16.10^{-5}$  et la solution théorique donne  $3,18.10^{-5}$  (soit un écart de 0,6%).

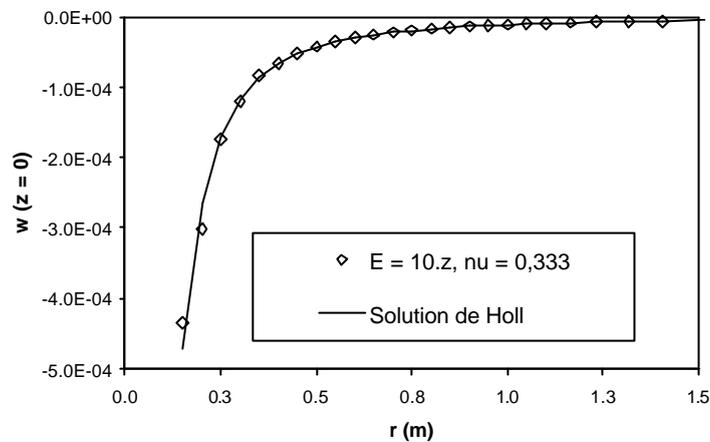


Figure III-13. Déplacement vertical sur la coupe  $z = 0$ .

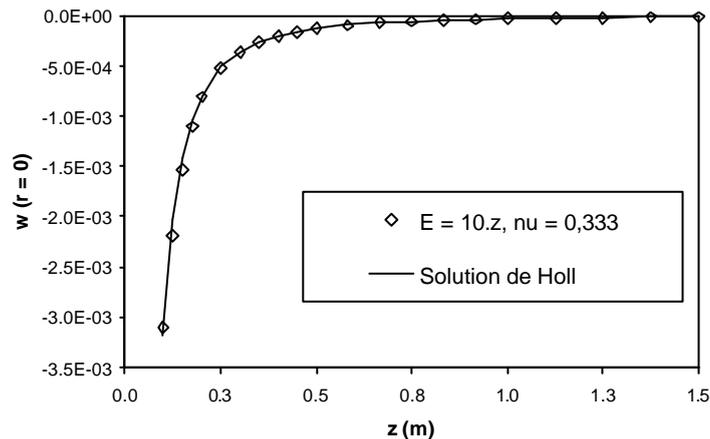


Figure III-14. Déplacement vertical sur la coupe  $r = 0$ .

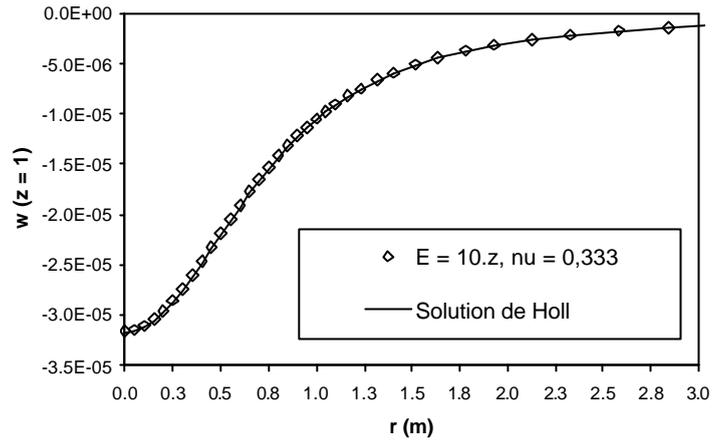


Figure III-15. Déplacement vertical sur la coupe z = 1 m.

En ce qui concerne les contraintes, on constate un bon accord entre le calcul CESAR et la solution de Holl pour la contrainte verticale (figures III-16, III-17) mais un écart significatif pour la contrainte radiale (figure III-18). Cet écart s'explique probablement par la variation en escalier du module avec la profondeur (du fait du découpage en couches) qui ne représente pas correctement une variation continue.

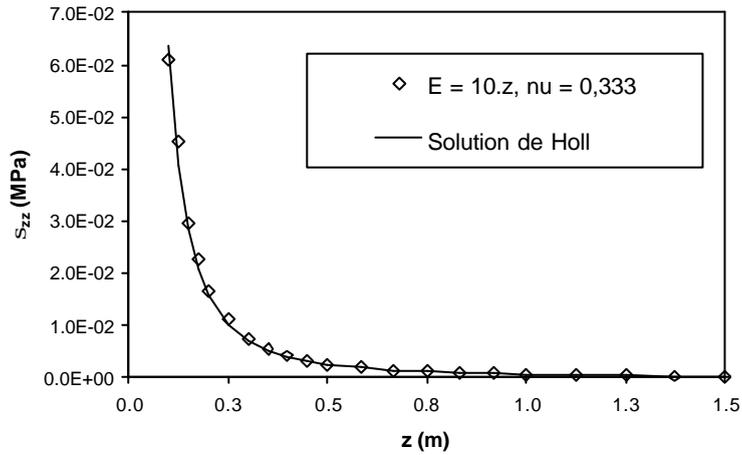


Figure III-16. Contrainte verticale sur la coupe r = 0.

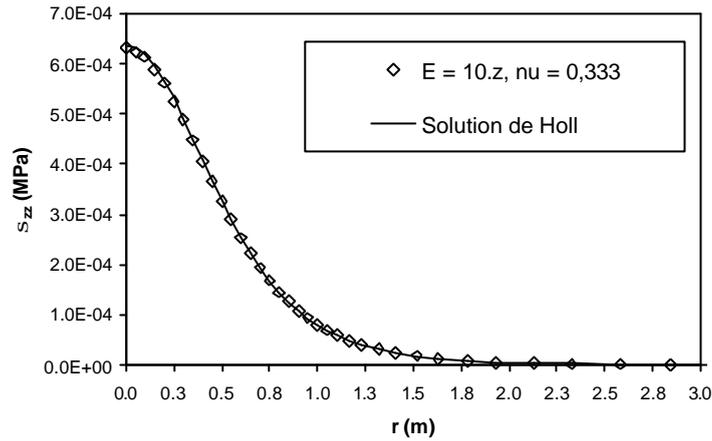


Figure III-17. Contrainte verticale sur la coupe  $z = 1$ .

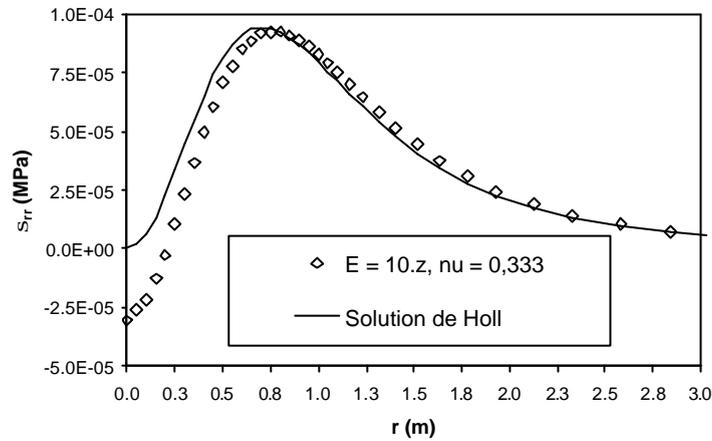


Figure III-18. Contrainte radiale sur la coupe  $z = 1$ .

C) Résultats pour deux massifs de Holl ( $n = 1$ ,  $\nu = 0,333$ ,  $E = 10.z$ ) et ( $n = 0,5$ ,  $\nu = 0,4$ ,  $E = 50.z^{1/2}$ ) chargés par une pression uniforme de 1 kPa sur une largeur de 1 m en déformation axisymétrique

En ce qui concerne les déplacements verticaux dans l'axe, on constate un bon accord entre les résultats CESAR et la solution de Holl. On notera que dans le cas du massif n°1, les déplacements sont infinis en surface (figure III-19), tandis que pour le massif n°2, le déplacement théorique est égal à  $2,64 \cdot 10^{-5}$  et le déplacement calculé est égal à  $2,45 \cdot 10^{-5}$  (figure III-20).

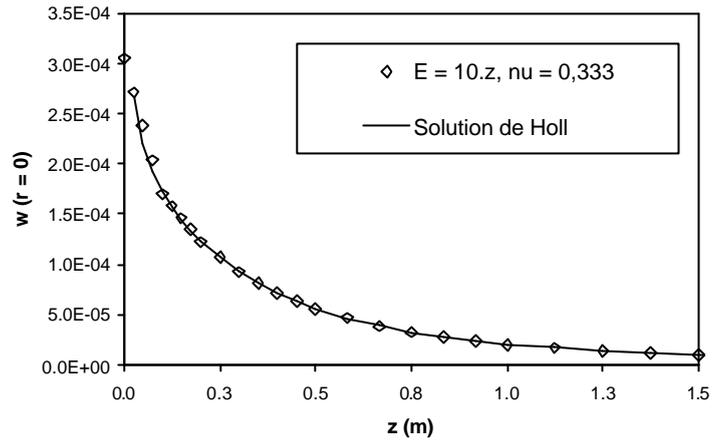


Figure III-19. Déplacement vertical sur la coupe  $r = 0$  (massif n°1).

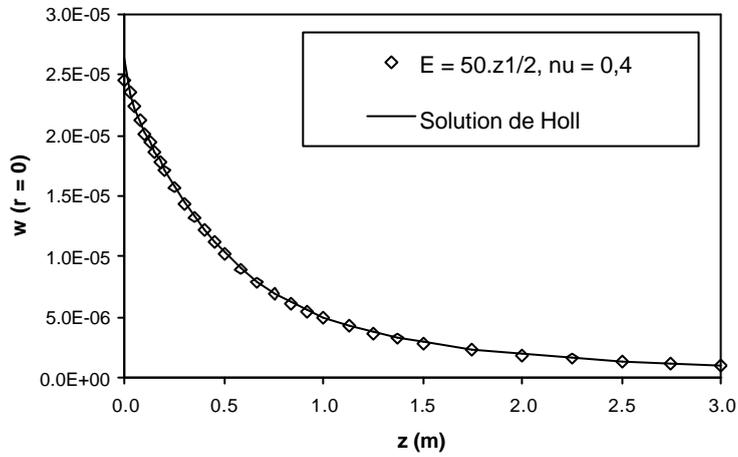


Figure III-20. Déplacement vertical sur la coupe  $r = 0$  (massif n°2).

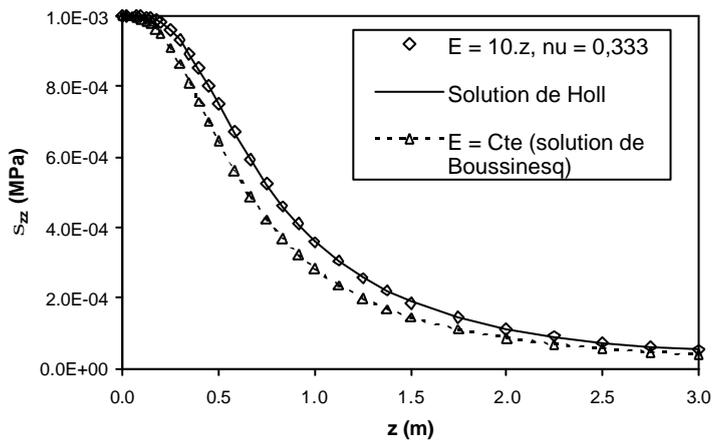


Figure III-21. Contraintes verticales sur la coupe  $r = 0$  (massif n°1).

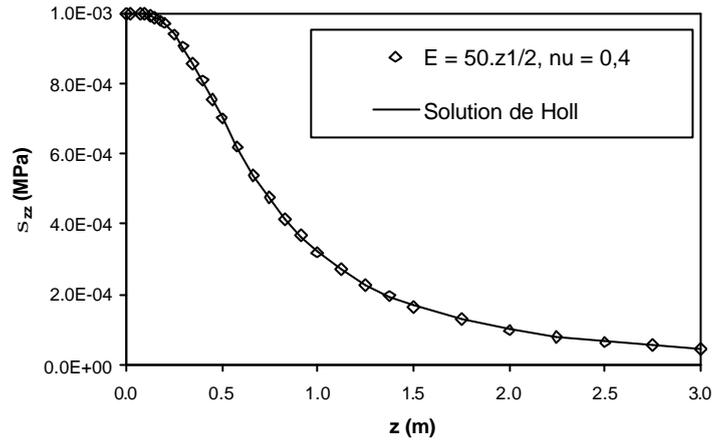


Figure III-22. Contraintes verticales sur la coupe r = 0 (massif n<sup>2</sup>)

En ce qui concerne les contraintes, les résultats des calculs CESAR ne peuvent être comparés à la solution de Holl que pour la contrainte verticale dans l’axe de révolution. Les écarts constatés sont inférieurs à 0,5 % (figures III-21 et III-22).

Les figures III-23 à III-25 présentent des comparaisons en termes de déplacements et de déformations entre un massif de Holl (n = 1, ν = 0,333) et un massif homogène. Qualitativement, on constate que les déplacements et les déformations s’amortissent nettement plus vite (dans toutes les directions) dans un massif de Holl, ce qui se comprend aisément puisque les contraintes n’augmentent que modérément dans l’axe du chargement (+ 33% pour la contrainte verticale pour n = 1), alors que le module augmente linéairement avec la profondeur.

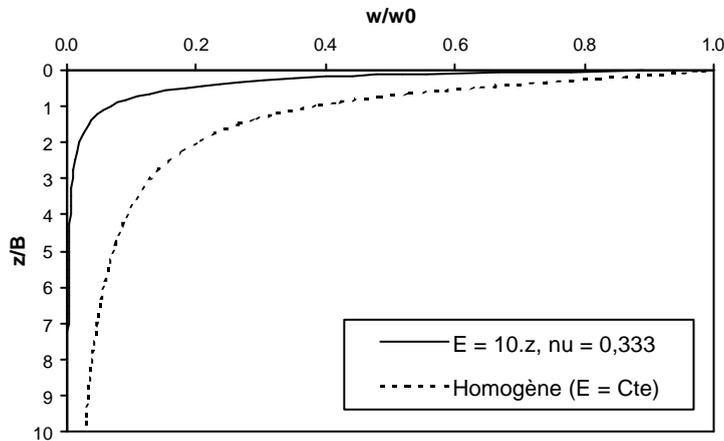


Figure III-23. Déplacement vertical sur la coupe r = 0

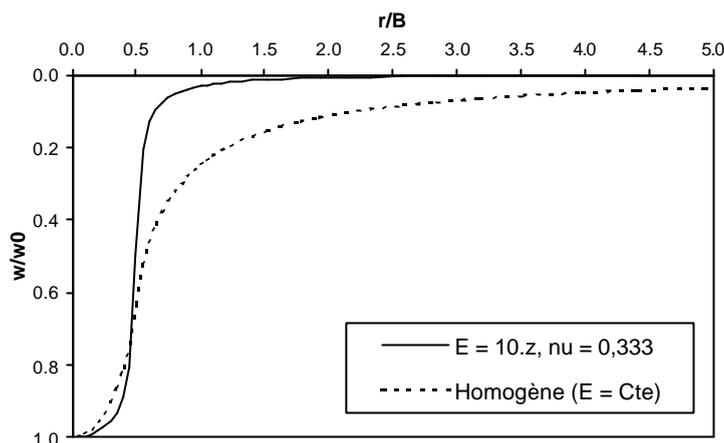


Figure III-24. Déplacement relatif vertical sur la coupe  $z = 0$ .

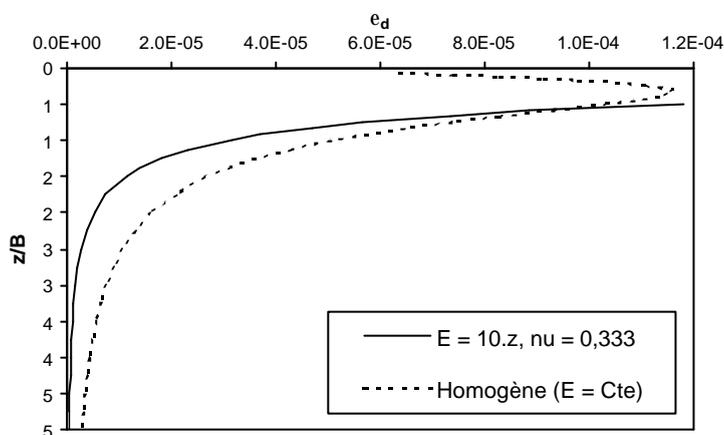


Figure III-25. Déformation déviatorique sur la coupe  $r = 0$ .

### III.2.3.6. Conclusions

On a examiné dans ce chapitre les effets produits par un module variant avec la profondeur selon différentes lois sur la diffusion d'une charge de surface dans un massif infini. L'effet principal est la diminution rapide des déplacements autour de la fondation, et en particulier du tassement vertical avec la profondeur (profondeur d'influence). Le deuxième effet est une légère concentration des contraintes autour de l'axe de la fondation.

Les solutions analytiques de Gibson et de Holl permettent de quantifier ces deux effets pour des lois simples (variation linéaire ou en puissance). La modélisation par la méthode des éléments finis de ces lois donne des résultats tout à fait satisfaisant par rapport aux solutions analytiques disponibles.

Les solutions théoriques de Gibson et de Holl-Oner sont utiles, mais elles ne permettent pas d'étudier des cas plus complexes, comme l'interaction entre une fondation et un ouvrage enterré que seule la méthode des éléments finis permet d'aborder.

On a calculé au III-2.3.4 des solutions analytiques qui donnent la profondeur d'influence dans le cas d'un massif incompressible et d'une variation linéaire du module avec la profondeur de type  $E = k.z$ . On a complété cette loi par des calculs aux éléments finis, pour prendre en compte un module initial non nul (loi de type  $E = E_0 + k.z$ ). La profondeur d'influence est une notion importante pour les calculs de tassement mais aussi pour l'analyse de l'interaction entre une charge de surface et une structure enterrée.

### **III-2.4. Diffusion dans un massif homogène, infini, élastique non linéaire**

#### ***III.2.4.1. Introduction***

On a étudié dans la section précédente, dans le cadre de l'élasticité linéaire, l'effet de l'augmentation du module d'Young avec la profondeur sur la distribution des contraintes et des déplacements. On étudie dans cette section l'effet de la variation du module de Young avec la déformation, et on quitte ainsi le cadre de l'élasticité linéaire, tout en gardant le caractère élastique ou réversible des déformations.

L'élasticité se caractérise par la réversibilité des déformations. Dans le cas des sols et des géomatériaux, le domaine de réversibilité ne s'observe que pour des déformations inférieures à 0,001% ( $10^{-5}$ ). Au-delà, apparaissent des déformations permanentes qui augmentent progressivement avec l'amplitude des déformations, alors que le module de Young sécant diminue. A partir d'un certain niveau de déformation ou de contrainte, les déformations permanentes ou plastiques deviennent prépondérantes, et le matériau s'écoule selon certaines lois qui déterminent le comportement plastique. La majorité des lois de comportement élastoplastiques comprennent (comme leur nom l'indique) un domaine élastique linéaire initial. La taille de ce domaine de réversibilité en terme de déformation est largement supérieure à  $10^{-5}$  et dépasse même 0,1%. C'est à dire que le comportement non linéaire des géomatériaux dans la gamme des déformations comprises entre 0,001% et 0,1% est linéarisé au moyen d'un module de Young sécant et d'un coefficient de Poisson sécant.

La précision des simulations numériques repose donc en partie sur la détermination des caractéristiques élastiques sécantes du sol et de leurs éventuelles variations avec la profondeur. Par conséquent, il est nécessaire d'estimer le niveau de contrainte ou de déformation adéquat pour déterminer ce module, qui peut varier typiquement dans un rapport de 1 à 10 (voir la courbe en « S » au I-4) . Les conséquences de cette linéarisation sont différentes selon le type d'ouvrage étudié, selon que l'on s'intéresse au fonctionnement en service ou à un état limite ultime et aussi selon la méthode de modélisation. Les conséquences sont faibles sur les charges limites ou les états limites ultimes qui sont généralement associés à des déformations importantes et des plastifications étendues. Elles sont plus importantes sur les déplacements ou les déformations notamment lorsque les déformations plastiques sont très localisées comme dans le cas des fondations superficielles. En principe le choix d'un module de sol faible place du côté de la sécurité mais il existe des cas où les sollicitations dans une structure sont proportionnels au module du sol (c'est typiquement le cas des déplacements imposés).

Le problème de la diffusion d'une charge de surface dans un massif et plus généralement le comportement d'une fondation superficielle ont été à l'origine de nombreux travaux concernant le comportement non linéaire des sols en petites déformations.

Burland et al. (1973) ont analysé les déplacements sous un réservoir d'eau fondé sur une couche d'argile en fonction de son remplissage. La pression maximum exercée à la surface du sol était de 180 kPa et les déformations dans le sol mesurées jusqu'à une profondeur de 30 m étaient partout inférieures à 0,01%. De plus, les courbes de chargement – déchargement étaient remarquablement linéaires avec un faible niveau d'hystérésis, ce qui est a priori étonnant pour une argile. Les déplacements verticaux étaient en bon accord avec les prévisions d'un modèle élastique linéaire, mais en supposant une augmentation linéaire du module de Young avec la profondeur. Les modules déduits d'essais de chargement à la plaque réalisés sur le même site et à des profondeurs variables étaient en bon accord avec ceux déduits des mesures de tassement. Finalement cette expérimentation avait montré que sous un faible niveau de contrainte ou de déformation, l'argile était beaucoup plus raide que ce qui était admis auparavant.

Jardine et al (1986) ont utilisé la méthode des éléments finis et une loi élastique non linéaire couplée à un critère élastoplastique de Tresca (plasticité parfaite et variation volumique nulle) pour étudier différents ouvrages, tels qu'une fondation superficielle circulaire, un pieu et une excavation. Pour chaque cas, la distribution des contraintes et des déplacements était comparée au résultat d'un modèle élastique linéaire.

Pour représenter le comportement élastique non linéaire, les auteurs ont utilisé les résultats d'essais triaxiaux de précision (Jardine, 1985) réalisés sur des argiles reconstituées et consolidées en laboratoire. Les courbes contraintes-déformations ont été simplement ajustées à l'aide de l'expression mathématique suivante :

$$\frac{E_s}{C_u} = A + B \cdot \cos \left\{ \alpha \cdot \left[ \log_{10} \left( \frac{\epsilon_d}{C} \right) \right]^\gamma \right\} \quad \text{et} \quad \epsilon_{d \min} \leq \epsilon_d \leq \epsilon_{d \max}$$

où  $E_s$  est le module sécant non drainé,  $C_u$  est la cohésion non drainée du matériau,  $\epsilon_d$  est la déformation déviatorique et A,B,C,  $\alpha$ ,  $\gamma$  sont des paramètres ajustés par la méthode des moindres carrés. Pour les valeurs de  $\epsilon_d$  en dehors des valeurs limites, le module sécant est constant.

Le coefficient de Poisson est égal à 0,49, le matériau est donc presque incompressible. La loi de comportement élastique non linéaire s'écrit :

$$q = E_s(\epsilon_d) \cdot \epsilon_d \quad \text{et} \quad \epsilon_v = 0$$

où  $q$  est la contrainte déviatorique.

Il s'agit donc d'une loi quasi-linéaire (Desai et Siriwardane, 1984) c'est à dire une loi de Hooke avec un module de Young qui dépend du niveau de déformation. Cette loi non linéaire est combinée avec le critère élastoplastique de Tresca. On remarquera qu'une telle loi de comportement n'est utilisable que sur un chemin de chargement monotone croissant.

Dans tous les cas étudiés, le comportement élastique non linéaire du sol produit une concentration des contraintes et des déformations autour des zones chargées supérieure à ce que donnerait un comportement élastique linéaire. En ce qui concerne le cas de la fondation superficielle, les auteurs font les remarques suivantes :

- a) Les déformations déviatoriques de la plus grande partie du sol sont inférieures à 0,1% même pour un facteur de charge de 50%. Par conséquent, le comportement du sol étant gouverné par sa réponse en petites déformations, les essais de laboratoire utilisés pour déterminer les paramètres mécaniques représentatifs du sol doivent être suffisamment sensibles et précis jusqu'à des niveaux de déformation aussi faible que 0,01%.
- b) La distribution des contraintes verticales est très proche de la solution élastique linéaire pour un facteur de charge de 50%. Ce résultat justifie l'utilisation de la distribution des contraintes verticales de la solution de Boussinesq pour le calcul des tassements.
- c) En revanche, les déplacements en surface et sous la fondation décroissent beaucoup plus rapidement que ceux donnés par la solution élastique linéaire.
- d) Le calcul inverse du module élastique linéaire du sol, qui donnerait la même distribution des déformations dans le sol, aboutit à la conclusion que le module augmente avec la profondeur. Cette conclusion a été maintes fois formulée sur la base d'analyses inverses de résultats expérimentaux, et on peut se demander si ce n'est pas plutôt le comportement non linéaire aux petites déformations qui est à l'origine de cette augmentation apparente. Mais il est en effet difficile de distinguer les deux causes, car l'augmentation du module avec la profondeur et l'augmentation de la raideur aux petites déformations provoquent pratiquement les mêmes effets. De plus, les deux causes peuvent être présentes simultanément.

Jardine et al (1995) ont étudié la répartition des contraintes et des déformations à court et long terme sous des fondations superficielles ponctuelles installées sur le site expérimental « Argile molle » de Bothkennar en Ecosse. Les résultats de ces essais montrent que le comportement non linéaire en petites déformations influe fortement sur le comportement des fondations, même pour des charges relativement faibles. Le sol de ce site est constitué d'une couche d'argile silteuse moyennement plastique et de consistance molle, d'une vingtaine de mètres d'épaisseur.

Mestat et Berthelon (2001) ont modélisés par éléments finis (CESAR-LCPC) quatorze essais de fondations superficielles réalisés sur le site expérimental de Labenne, près de Bayonne. Ces essais font partie des expérimentations menées par les laboratoires des Ponts et Chaussées pour établir et valider la réglementation concernant ce type de fondation. Le sol de ce site est constitué par une couche de sable particulièrement homogène d'une dizaine de mètres d'épaisseur, dont les caractéristiques rhéologiques sont parfaitement connues. Le comportement du sable a été décrit successivement par le modèle de Mohr-Coulomb et celui de Nova. Les paramètres mécaniques ont été déterminés à partir d'essais de laboratoire. La comparaison entre les résultats calculés et expérimentaux est plutôt décevante avec le modèle de Mohr-Coulomb qui sous-estime largement les déplacements mesurés, sauf au début des courbes de chargement. A l'évidence, l'explication des écarts réside dans la mauvaise estimation du module de Young qui est en fait un module de déformation tangent initial (96 MPa), trop raide pour le domaine de déformation élastique du modèle de Mohr-Coulomb. Une valeur sécante serait plus appropriée mais le problème se pose alors d'estimer le niveau de contrainte ou de déformation adéquat pour déterminer ce module qui peut

varier typiquement dans un rapport de 1 à 10 (voir la courbe en «S »). Finalement, les auteurs utilisent les résultats d'essais pressiométriques qui donnent après conversion un module de Young sécant égal à 33,6 MPa, et 3 fois plus petit que le module tangent issu des essais de laboratoire. Avec ce nouveau module, les écarts sont plus faibles, mais la tendance à la sous-estimation des grands déplacements demeure pour certains essais. Les simulations avec le modèle élastoplastique de Nova linéarisé fournissent de meilleurs résultats que le modèle de Mohr-Coulomb, mais l'allure des courbes reste trop raide et les déplacements maximaux mesurés sont sous-estimés de près de 70% en moyenne.

Dans leurs conclusions, les auteurs écrivent que l'on pourrait améliorer les simulations en tenant compte de l'élasticité non linéaire originale qui, pour réduire la durée des calculs, a été linéarisée dans la programmation de CESAR-LCPC.

Au travers des expérimentations présentées plus haut, on constate que la prise en compte du comportement non linéaire en petites déformations des sols améliore sensiblement l'interprétation des essais in situ. Les modèles de comportement utilisés (élasticité quasi-linéaire + plasticité parfaite) sont certainement critiquables d'un point de vue rhéologique, mais ils sont faciles à implémenter dans un code de calcul type éléments finis, et ils permettent d'améliorer la simulation de certains ouvrages comme les fondations superficielles pour des chargement simples. Ces modèles ne sont pas adaptés aux simulations qui comportent des cycles de chargement – déchargement ou plusieurs phases de construction.

Si l'on souhaite garder l'élasticité linéaire, il est clair qu'il faut faire un choix judicieux du module de Young. Mais quel que soit le module retenu, il est tout aussi évident qu'il est illusoire d'espérer représenter correctement un essai de chargement d'une fondation superficielle du début du chargement jusqu'à la rupture avec un seul module.

#### **III.2.4.2. La loi hyperbolique de Hardin et Drnevich**

On se propose d'étudier par la méthode des éléments finis la diffusion d'une charge de surface dans un massif homogène, infini, élastique non linéaire muni d'une loi élastique quasi-linéaire (une loi élastique dont le module varie avec la déformation). L'objectif est de tester cette loi quasi-linéaire sur un cas simple (fondation circulaire et expansion d'une cavité cylindrique) avant de l'utiliser dans le chapitre suivant pour étudier l'interaction entre une charge de surface et une canalisation enterrée. Parmi les nombreuses lois quasi-linéaire proposées dans la littérature, voir Lee (1990) pour une rétrospective complète, on a choisi la loi hyperbolique de Hardin et Drnevich qui est la plus simple. Cette loi est définie par :

$$G(\mathbf{g}) = \frac{G_{\max}}{1 + \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g}_r}}$$

où  $G_{\max}$  est le module de cisaillement du sol pour les déformations inférieures à  $10^{-5}$ .

$\mathbf{g}$  est la déformation de cisaillement.

$\mathbf{g}_r$  est la déformation de référence égale à  $\mathbf{t}_{\max} / G_{\max}$ .

$\tau_{\max}$  est la résistance maximum au cisaillement.

Le matériau est incompressible ( $\nu = 0,5$ ).

Pour implémenter la loi dans un code d'éléments finis, on remplace la déformation de cisaillement par la déformation déviatorique  $\mathbf{e}_d$  qui s'écrit :

$$\mathbf{e}_d = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)^2 + (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_3)^2 + (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3)^2 \right]^{1/2}$$

Le module sécant s'écrit comme suit :

$$E_s(\mathbf{e}_d) = \frac{E_0}{1 + \frac{\mathbf{e}_d}{\mathbf{e}_r}}$$

où  $E_0$  est le module maximum.

$\mathbf{e}_r$  est la déformation déviatorique de référence égale à  $q_u/E_0$ .

$q_u$  est la contrainte déviatorique maximum égale à  $2 \cdot c_u$  dans un essai triaxial.

La loi de comportement s'écrit alors :

$$q = E_s(\mathbf{e}_d) \cdot \mathbf{e}_d$$

avec  $q$  la contrainte déviatorique :

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2)^2 + (\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_3)^2 + (\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_3)^2 \right]^{1/2}$$

Lorsque  $\mathbf{e}_d \square \mathbf{e}_r$  le module sécant tend vers  $\frac{q_u}{\mathbf{e}_d}$ .

La figure III-26 représente l'ensemble des paramètres de la loi de comportement.

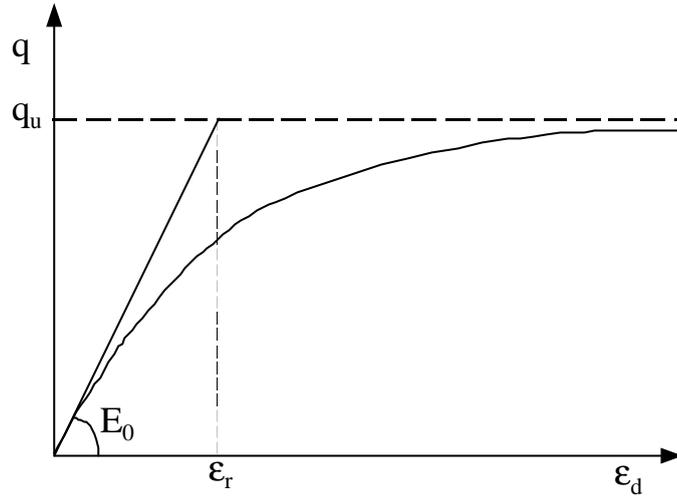


Figure III-26

On peut aussi exprimer le module sécant en fonction de la contrainte déviatorique:

$$E_s(q) = E_0 \left( 1 - \frac{q}{q_u} \right)$$

$$E_t(q) = E_0 \left( 1 - \frac{q}{q_u} \right)^2$$

D'une manière générale, une loi quasi-linéaire ne dérive pas d'un potentiel ce qui peut conduire à une violation du principe de conservation de l'énergie (premier principe de la thermodynamique). On va démontrer dans le cas présent, que l'incompressibilité du matériau assure le respect du principe de conservation de l'énergie.

L'énergie de déformation s'écrit sous forme incrémentale :

$$dW = p d\mathbf{e}_v + q d\mathbf{e}_d$$

Le principe de conservation de l'énergie est respecté si et seulement si la variation de l'énergie est nulle sur n'importe quel chemin fermé :

$$\forall C \text{ on a : } \int_C \partial W = 0$$

Ce qui est équivalent à l'affirmation que  $\partial W$  est une différentielle totale :

$$dW(\mathbf{e}_v, \mathbf{e}_d) = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{e}_v} d\mathbf{e}_v + \frac{\partial W}{\partial \mathbf{e}_d} d\mathbf{e}_d$$

et que  $p$  et  $q$  sont des dérivées partielles de l'énergie :

$$p = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{e}_v} \quad q = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{e}_d}$$

Ce qui d'après le théorème de Shwartz est équivalent à :

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{e}_d} = \frac{\partial q}{\partial \mathbf{e}_v}$$

Qui est une condition nécessaire et suffisante.

Comme le matériau est incompressible :

$$dW = E_s(\mathbf{e}_d) \mathbf{e}_d d\mathbf{e}_d$$

ou encore :

$$dW = \frac{E_0 \mathbf{e}_d}{1 + \frac{\mathbf{e}_d}{\mathbf{e}_r}} d\mathbf{e}_d$$

qui est à l'évidence une différentielle totale qui s'intègre facilement :

$$W = q_u \left[ \mathbf{e}_d - \mathbf{e}_r \log \left( 1 + \frac{\mathbf{e}_d}{\mathbf{e}_r} \right) \right]$$

La loi est donc hyperélastique, puisqu'elle dérive d'un potentiel, et elle respecte donc automatiquement le principe de conservation de l'énergie.

Si le matériau n'est pas incompressible ( $\nu < 0,5$ ), l'énergie de déformation s'écrit sous forme incrémentale :

$$dW = \frac{E_s(\mathbf{e}_d)}{3(1-2\nu)} \mathbf{e}_v d\mathbf{e}_v + \frac{3E_s(\mathbf{e}_d)}{2(1+\nu)} \mathbf{e}_d d\mathbf{e}_d$$

Qui n'est pas une différentielle totale car :

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{e}_d} \left[ \frac{E_s(\mathbf{e}_d) \mathbf{e}_v}{3(1-2\nu)} \right] \neq \frac{\partial}{\partial \mathbf{e}_v} \left[ \frac{3E_s(\mathbf{e}_d) \mathbf{e}_d}{2(1+\nu)} \right]$$

Pour que W soit une différentielle totale et si le coefficient de Poisson est constant et inférieur à 0,5, le module de Young sécant doit dépendre à la fois de la déformation déviatorique et de la déformation volumique, et doit vérifier l'équation différentielle suivante :

$$\mathbf{e}_v \frac{\partial E_s}{\partial \mathbf{e}_d} - r \mathbf{e}_d \frac{\partial E_s}{\partial \mathbf{e}_v} = 0$$

où 
$$r = \frac{9(1-2\mathbf{n})}{(1+\mathbf{n})}$$

Qui admet la solution générale :

$$E_s = E_0 f(\mathbf{e}_v^2 + r \mathbf{e}_d^2)$$

où f est une fonction quelconque (de classe C2).

La loi hyperélastique de Loret et Luong (1982) a été construite de la manière que l'on vient de décrire et se présente sous la forme suivante :

$$E_s(p, q) = \frac{E_0}{p_a^{2n}} (p^2 + r q^2)^n \quad \text{et} \quad r = \frac{K_0}{3G_0} = \frac{2(1+\mathbf{n})}{9(1-2\mathbf{n})}$$

où  $E_s$  est le module sécant.

Cette loi est caractérisée par les 3 paramètres :  $E_0$  (module tangent initial), r ou v (coefficient de Poisson) et n exposant de la loi puissance.

### ***III.2.4.3. Etude de l'expansion d'une cavité cylindrique dans un sol hyperbolique***

L'objectif est de valider les calculs par éléments finis avec la loi non-linéaire hyperbolique par rapport à une solution analytique. L'expansion d'une cavité cylindrique est un problème intéressant, d'une part parce qu'il est possible de calculer la solution analytique, et d'autre part, parce qu'il correspond à un test physique (l'essai pressiométrique) qui est couramment utilisé pour mesurer des modules sécants.

On présente dans une première partie le calcul de la solution analytique, puis dans une seconde partie les comparaisons avec les calculs éléments finis.

Les calculs sont menés en petites déformations.

Les symétries mécaniques et géométriques imposent au champ de déplacement d'être purement radial et de ne dépendre que du rayon r.

Les équations cinématiques du problème sont :

$$u(r, \mathbf{q}, z) = u(r), \quad v = w = 0 \quad \text{Symétries mécaniques et géométriques.}$$

$$\mathbf{e}_q = \frac{u}{r}, \quad \mathbf{e}_r = \frac{du}{dr}, \quad \text{Petites déformations.}$$

$$\mathbf{e}_z = 0 \quad \text{Déformation plane.}$$

$$\mathbf{e}_{rq} = \mathbf{e}_{rz} = \mathbf{e}_{zq} = 0 \quad \text{Symétries mécaniques et géométriques.}$$

Le champ de contrainte se réduit aux composantes  $(\mathbf{s}_r, \mathbf{s}_q, \mathbf{s}_z)$  et l'équilibre statique du milieu se réduit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\mathbf{s}_r}{dr} = \frac{\mathbf{s}_q - \mathbf{s}_r}{r},$$

Le matériau est incompressible  $\nu = 0,5$  donc  $\mathbf{e}_r + \mathbf{e}_q = 0$  ce qui donne une première équation différentielle :

$$\frac{u}{r} + \frac{du}{dr} = 0$$

Dont la solution est :

$$u = \frac{Cte}{r}$$

Le champ de déplacement est donné en tout point par la déformation au bord de la cavité.

La loi de comportement s'exprime de la manière suivante :

$$\mathbf{s}_q - \mathbf{s}_r = \frac{4}{3} E_s (\mathbf{e}_d) \cdot \mathbf{e}_q \quad \mathbf{s}_z = 0,5 \cdot (\mathbf{s}_q + \mathbf{s}_r)$$

Où  $\mathbf{e}_d$  est la déformation déviatorique qui s'écrit :

$$\mathbf{e}_d = \frac{2\mathbf{e}_q}{\sqrt{3}} = \frac{\mathbf{g}}{\sqrt{3}}$$

Où  $\mathbf{g} = \mathbf{e}_q - \mathbf{e}_r = 2\mathbf{e}_q$  est la déformation de cisaillement.

Par la suite, on utilise  $\gamma$  à la place de  $\mathbf{e}_d$  dans les équations.

On suppose donc que E suit une loi hyperbolique donnée par :

$$E(\mathbf{g}) = \frac{E_0}{1 + \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g}_r}}$$

Où  $\gamma_r$  est une déformation de référence égale à  $\sqrt{3} \cdot \mathbf{e}_r$ .

L'équation d'équilibre s'écrit alors :

$$d\mathbf{s}_r = \frac{2}{3} E(\mathbf{g}) \mathbf{g} \frac{dr}{r}$$

Et comme:

$$\frac{d\mathbf{g}}{\mathbf{g}} = -2 \frac{dr}{r}$$

Il vient :

$$d\mathbf{s}_r = -\frac{1}{3} E(\mathbf{g}) d\mathbf{g}$$

Qui s'intègre directement :

$$\int_{-p}^{-0} d\mathbf{s}_r = -\frac{1}{3} \int_{\mathbf{g}_a}^{\mathbf{g}_r} \frac{E_0}{1 + \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g}_a}} d\mathbf{g}$$

Où  $p$  est la pression à la paroi (pour  $r = a$ ) et  $\gamma_a$  est la déformation de cisaillement à la paroi qui s'écrit :

$$\mathbf{g}_a = \frac{2u_a}{a} = \frac{\Delta V}{V_0}$$

Où  $u_a$  est le déplacement de la paroi et  $\Delta V/V_0$  est la variation volumique relative de la cavité.

L'équation de la pression à la paroi en fonction de la déformation de cisaillement s'en déduit directement :

$$p = \frac{E_0 \mathbf{g}_r}{3} \text{Log} \left( 1 + \frac{\mathbf{g}_a}{\mathbf{g}_r} \right)$$

Et le module pressiométrique qui est par définition égal au rapport  $p/\gamma_a$  s'écrit:

$$G_p = \frac{E_0 \mathbf{g}_r}{3 \mathbf{g}_a} \text{Log} \left( 1 + \frac{\mathbf{g}_a}{\mathbf{g}_r} \right)$$

La relation pression – déplacement dans le massif s'écrit :

$$u(r) = \frac{\mathbf{g}_r a^2}{2r} \left( e^{\frac{3p}{E_0 \mathbf{g}_r}} - 1 \right)$$

Compte-tenu des définitions de  $\gamma_r$  et de  $\varepsilon_r$ , le produit  $E_0 \mathbf{g}_r$  est aussi égal à  $\sqrt{3} q_u$  ( $q_u$  : contrainte déviatorique ultime dans un essai triaxial) qui joue le rôle d'une cohésion.

Les contraintes radiales et orthoradiales sont données par les expressions suivantes :

$$\mathbf{s}_r = -\frac{E_0 \mathbf{g}_r}{3} \text{Log} \left[ 1 + \left( \frac{a}{r} \right)^2 \left( e^{\frac{3p}{E_0 \mathbf{g}_r}} - 1 \right) \right]$$

$$\mathbf{s}_q = \mathbf{s}_r + \frac{2}{3} E_0 \mathbf{g}_r \left[ \frac{\left( \frac{a}{r} \right)^2 \left( e^{\frac{3p}{E_0 \mathbf{g}_r}} - 1 \right)}{1 + \left( \frac{a}{r} \right)^2 \left( e^{\frac{3p}{E_0 \mathbf{g}_r}} - 1 \right)} \right]$$

$$\mathbf{s}_z = \mathbf{s}_r + \frac{1}{3} E_0 \mathbf{g}_r \left[ \frac{\left( \frac{a}{r} \right)^2 \left( e^{\frac{3p}{E_0 \mathbf{g}_r}} - 1 \right)}{1 + \left( \frac{a}{r} \right)^2 \left( e^{\frac{3p}{E_0 \mathbf{g}_r}} - 1 \right)} \right]$$

La contrainte de cisaillement  $\mathbf{t} = (\mathbf{s}_q - \mathbf{s}_r)/2$  est au maximum égale à  $E_0 \mathbf{g}_r / 3 = q_u / \sqrt{3}$  qui est une sorte de cohésion apparente.

A titre de comparaison, on rappelle la solution élastique linéaire (qui s'obtiendrait à partir des expressions précédentes en faisant tendre  $p$  vers zéro) :

$$u(r) = \frac{3p a^2}{2E r} \quad \mathbf{s}_r = -p \left( \frac{a}{r} \right)^2 \quad \mathbf{s}_q = p \left( \frac{a}{r} \right)^2 \quad \mathbf{s}_z = 0$$

Et la solution élastoplastique pour un milieu de Tresca incompressible de cohésion  $c$  :

Dans la zone plastique :

$$u(r) = \frac{3c r_p^2}{2E r} \quad \mathbf{s}_r = -p + 2c \cdot \log \left( \frac{r}{a} \right) \quad \mathbf{s}_q = \mathbf{s}_r + 2c \quad \mathbf{s}_z = 0$$

où  $r_p$  est le rayon plastique égal à :  $a \cdot \exp[0,5(p/c - 1)]$

Dans la zone élastique, il suffit de considérer la solution élastique mais pour une pression égale à  $-\sigma_r(r_p)$  et un rayon égal à  $r_p$ .

Par rapport à la solution élastique linéaire, on remarque que les contraintes diminuent moins vite (bien qu'asymptotiquement les contraintes varient en  $1/r^2$  comme pour la solution linéaire) alors que le champ de déplacement est identique (en  $1/r$ ). Près de la paroi, la contrainte orthoradiale  $\sigma_\theta$  est plus faible que la solution élastique linéaire ce qui est due à la limitation de la contrainte déviatorique. D'autre part, la contrainte longitudinale  $\sigma_z$  n'est pas nulle.

L'étude de la contrainte orthoradiale montre qu'il apparaît en cours de chargement un maximum qui est atteint la première fois en paroi et qui se déplace vers l'intérieur du massif.

La figure III-27 illustre les observations précédentes.

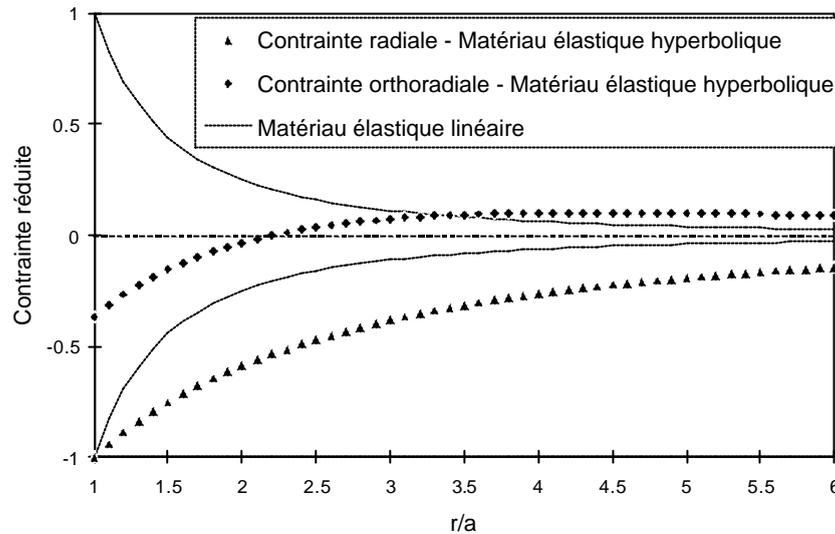


Figure III-27

Il est possible de comparer la solution élastique hyperbolique avec la solution élastoplastique si l'on remplace  $E_0 g_r/3$  par  $c$  (cohésion apparente). Les deux solutions s'écrivent (en fonction de la cohésion  $c$ ) :

Solution élastique hyperbolique :

$$u(r) = \frac{3c}{2E_0} \cdot \frac{a^2}{r} \cdot \left( e^{\frac{p}{c}} - 1 \right)$$

$$\mathbf{s}_r = -c \cdot \log \left[ 1 + \left( \frac{a}{r} \right)^2 \left( e^{\frac{p}{c}} - 1 \right) \right] \quad \mathbf{s}_q(r) = \mathbf{s}_r(r) + 2c \left[ \frac{\left( \frac{a}{r} \right)^2 \left( e^{\frac{p}{c}} - 1 \right)}{1 + \left( \frac{a}{r} \right)^2 \left( e^{\frac{p}{c}} - 1 \right)} \right]$$

Solution élastoplastique (pour  $p \geq c$ ) :

$$u(r) = \frac{3c}{2E} \cdot \frac{a^2}{r} \cdot e^{\left(\frac{p}{c}-1\right)} \quad \mathbf{s}_r(r) = -p + 2c \cdot \log\left(\frac{r}{a}\right) \quad \mathbf{s}_q(r) = \mathbf{s}_r(r) + 2c$$

On constate que les deux solutions sont assez semblables, ce que confirme la figure III-28 qui compare les contraintes radiale et orthoradiales pour un rapport pression à la paroi sur cohésion égal à 3. Bien entendu, cette comparaison n'a de sens que pour un chargement monotone croissant.

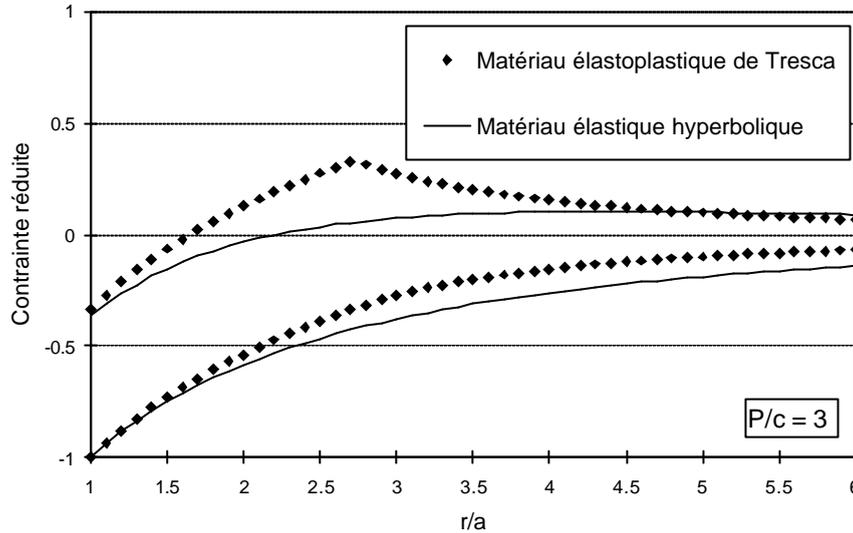


Figure III-28

**III.2.4.4. Expansion d'une cavité cylindrique dans un sol hyperbolique - calculs par les éléments finis**

Le problème est modélisé en déformation axisymétrique à l'aide d'un maillage qui est constitué d'une ligne double d'éléments isoparamétriques à 8 nœuds (voir figure III-29). Le rayon *a* de la cavité est égal à 1 m et le maillage est étendu jusqu'à une distance de 50.a de l'axe. Le maillage comprend 100 éléments et 405 nœuds.



Figure III-29

Les caractéristiques mécaniques du sol sont les suivantes :

- $E_0 = 200 \text{ MPa}$
- $\nu = 0,499$
- $q_u = 34,6 \text{ kPa}$
- $\epsilon_r = 1,73 \cdot 10^{-4}$

Ces caractéristiques, qui sont inspirées de résultats de triaxiaux de précision réalisés par Homsî (1986), pourraient correspondre à celles d'un matériau argileux peu plastique ( $w_L < 50$ ) normalement consolidé sous une pression moyenne de 0,1 MPa.

L'expression du module sécant en fonction de la déformation déviatorique s'écrit :

$$E_s (MPa) = \frac{200}{1 + \frac{e_d}{1,73 \cdot 10^{-4}}}$$

La courbe de variation du module sécant est représentée sur la figure III-31.

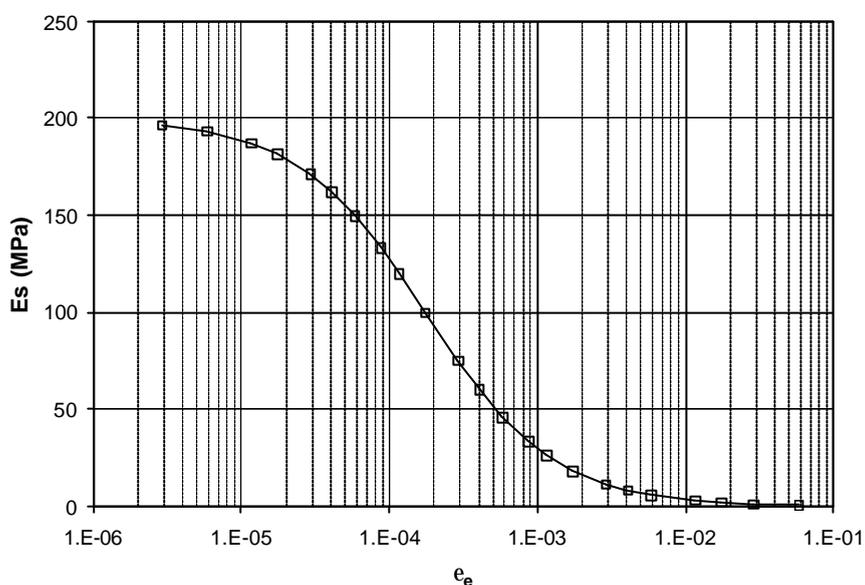


Figure III-30

Pratiquement la loi est implantée dans le logiciel (Code ANSYS) sous la forme d'une courbe multi-linéaire par morceaux (figure III-30).

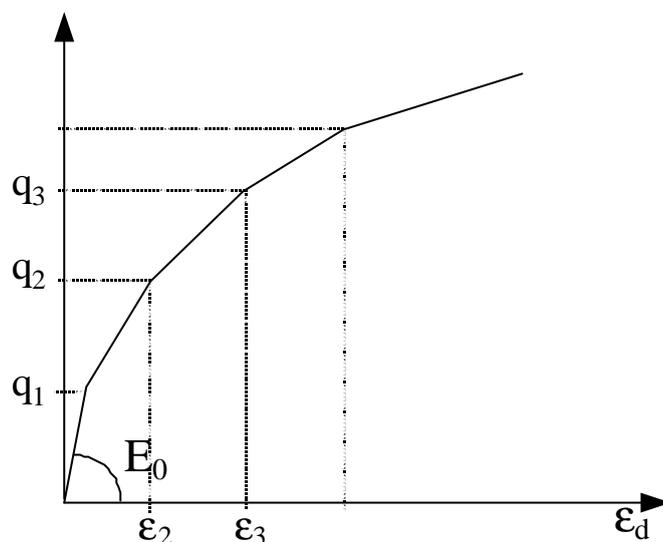


Figure III-31

La courbe  $q - \varepsilon_d$  qui définit l'évolution du module sécant avec la déformation est entrée à l'aide d'une table (tableau III-1).

$e_d$	$q$
0	0
2.8868E-06	0.00056789
5.7735E-06	0.00111745
1.1547E-05	0.00216506
1.7321E-05	0.00314918
2.8868E-05	0.00494872
4.0415E-05	0.00655371
5.7735E-05	0.00866025
8.6603E-05	0.01154701
0.00011547	0.01385641
0.00017321	0.01732051
0.00028868	0.02165064
0.00040415	0.02424871
0.00057735	0.02664694
0.00086603	0.02886751
0.0011547	0.03012262
0.00173205	0.03149183
0.00288675	0.0326802
0.00404145	0.03321741
0.0057735	0.03363205
0.01154701	0.03412908
0.01732051	0.03429804
0.02886751	0.03443441
0.05773503	0.0345374

Tableau III-1

La pression maximum appliquée est égale à 100 kPa. Le processus de résolution utilise la méthode de résolution de Newton-Raphson. La pression varie linéairement de 0 et 100 kPa avec un pas variable de l'ordre de 2 kPa (plus faible au début).

La figure III-32 compare le calcul aux éléments finis avec la solution analytique pour la courbe déformation – pression. La figure III-33 compare les deux calculs pour les variations des contraintes radiales et orthoradiales dans le massif (pour une pression égale à 100 kPa).

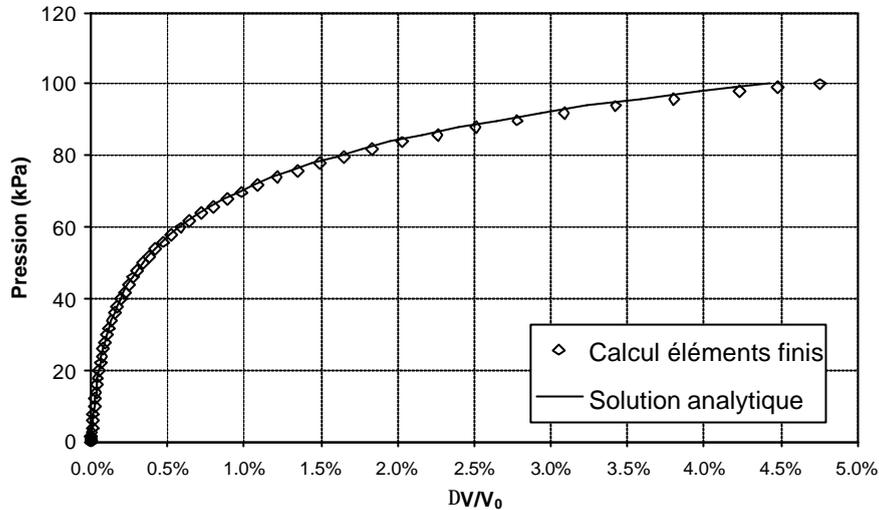


Figure III-32

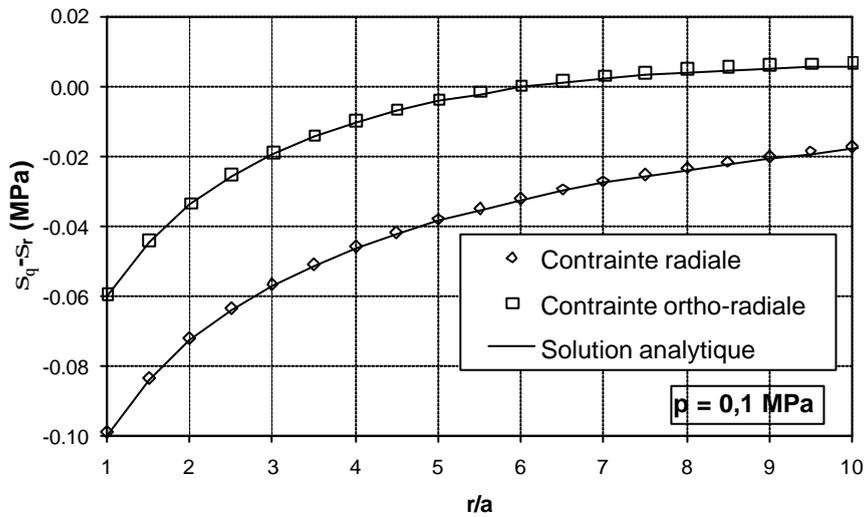


Figure III-33

L'accord entre la solution analytique et les calculs par les éléments finis est satisfaisant.

### III.2.4.5. Diffusion d'une charge ponctuelle dans un sol hyperbolique – calculs par les éléments finis

On ne dispose pas à notre connaissance de solutions analytiques pour la diffusion d'une charge ponctuelle dans un massif élastique non linéaire, même pour un matériau incompressible, contrairement au cas du massif élastique linéaire hétérogène. Le recours à la méthode des éléments

finis est ici nécessaire. C'est d'ailleurs l'absence de solution analytique de référence qui justifie l'étape intermédiaire de l'expansion d'une cavité cylindrique.

La figure III-34 montre le dessin du maillage utilisé qui représente la moitié du milieu semi-infini ; il a été réalisé avec le logiciel ANSYS. Il comprend 1467 nœuds et 460 éléments quadrilatères à 8 nœuds. La largeur du maillage est de 10 m et sa hauteur de 10 m (figure III-31).

Le chargement est constitué d'une pression uniforme variable de 0 à 110 kPa appliquée sur un cercle de 0,25 m de rayon (noté  $b$  ou  $B$  dans les figures) en déformation axisymétrique.

Les paramètres de la loi élastique non linéaire sont les mêmes que dans l'étude de l'expansion d'une cavité cylindrique.

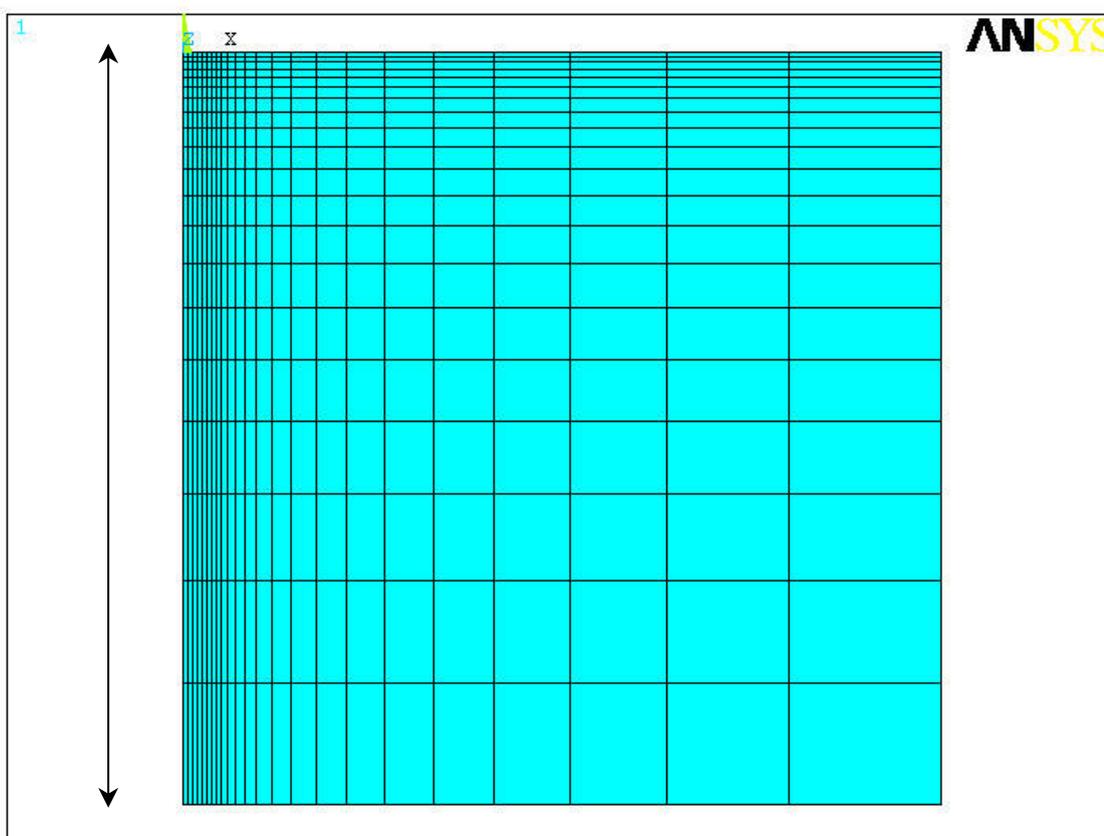


Figure III-34 Dessin du maillage.

Le tassement de la fondation mesuré dans l'axe en fonction de la charge appliquée est représentée sur la figure III-35. Les calculs ont été poursuivis jusqu'à ce que le ratio de tassement (rapport  $w/b$ ) atteigne 5%. La courbe montre une divergence très nette du tassement lorsque la pression approche 110 kPa. On peut retenir la valeur de 109 kPa comme borne supérieure. Cette valeur peut être comparée avec la charge limite admissible par un sol cohérent de cohésion  $c$ :

$$P_{\text{limite}} = 5,69c$$

Par définition, la contrainte déviatorique maximum qui peut se développer dans le sol hyperbolique est donnée par:

$$q_u = \frac{E_0}{e_r}$$

avec dans le cas présent  $q_u = 34,6$  kPa.

Si on identifie cette contrainte déviatorique maximum à deux fois la cohésion d'un sol de Tresca , on obtient  $c = 17,3$  kPa et une pression limite de 99 kPa qui n'est pas très éloignée de la valeur de 109 kPa qui provoque la divergence des déplacements.

Bien entendu, cette comparaison ne repose sur aucune base théorique, mais montre à nouveau qu'il existe des similitudes entre le comportement d'un sol élastoplastique et celui d'un sol élastique non linéaire sur un trajet de chargement monotone. On l'avait souligné dans l'étude de l'expansion d'une cavité cylindrique où les formes des courbes d'évolution de la contrainte orthoradiale et radiale sont similaires.

On définit le facteur de charge  $F_c$  comme le rapport entre la pression appliquée et la pression qui donne un tassement égal à 5% du rayon du cercle chargé.

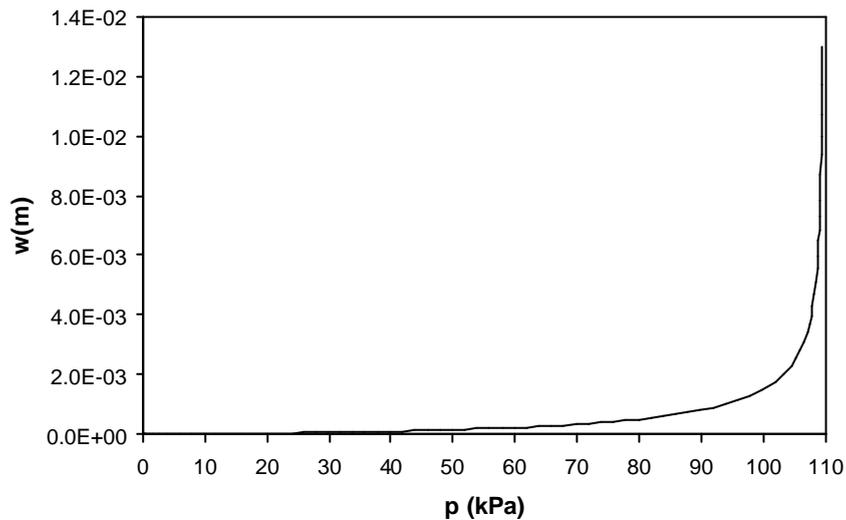


Figure III-35 Tassement de la fondation en fonction de la pression appliquée

La figure III-36 montre la forme du tassement en surface en fonction du facteur de charge qui est égale à la pression appliquée divisée par la pression limite (109 kPa). On constate que les déplacements verticaux s'amortissent plus vite que dans le cas de la solution linéaire, et que la forme tend vers un rectangle au fur à mesure que l'on se rapproche de la pression limite. On notera encore le soulèvement du sol près du bord de la fondation qui s'observe aussi dans le cas d'un sol élastoplastique.

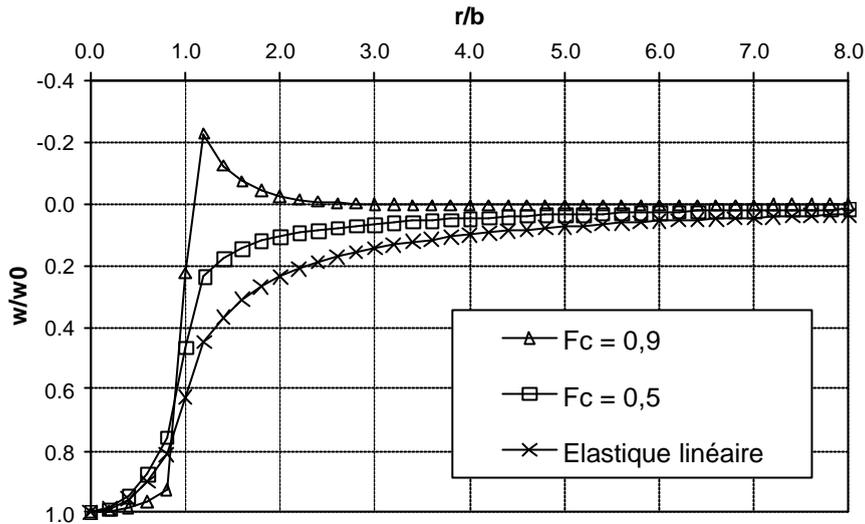


Figure III-36 Déplacement vertical de la fondation en fonction du facteur de charge.

La figure III-37 montre l'amortissement du tassement vertical avec la profondeur. Là encore, l'amortissement est plus rapide que dans le cas élastique linéaire. On notera que toutes les courbes de déplacement ou d'amortissement dépendent du facteur de charge, et qu'elles tendent vers la courbe élastique linéaire quant le facteur tend vers zéro.

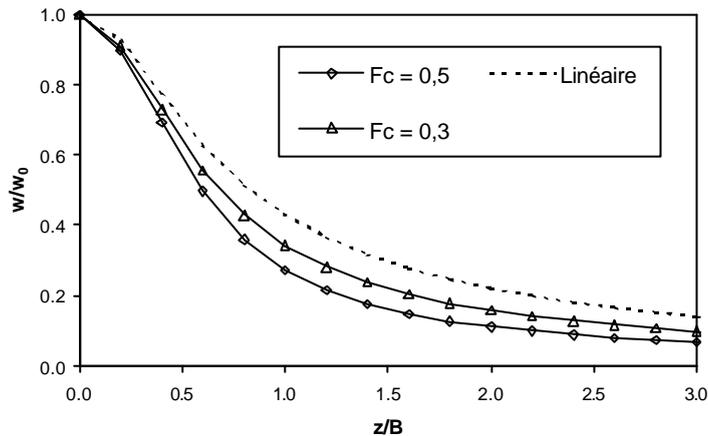


Figure III-37 Déplacement vertical sur la coupe  $r = 0$  en fonction de la profondeur.

La figure III-38 montre que le champ de contraintes est peu sensible au facteur de charge, les écarts avec la solution élastique linéaire sont faibles. C'est aussi le cas lorsque le module varie avec la profondeur. On a vu au chapitre III-2.3.2 que dans le cas d'un sol de Gibson ( $\nu = 0,5$ ,  $E = k.z$ ) le champ de contraintes est identique à la solution homogène ( $E = Cte$ ).

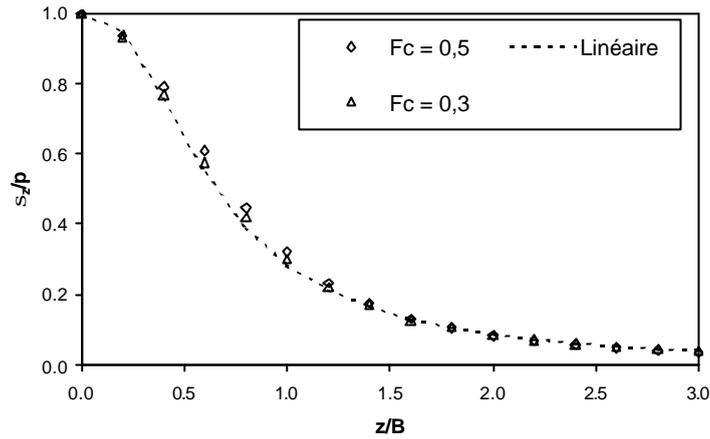


Figure III-38 Contrainte verticale sur la coupe r = 0 pour deux facteurs de charges

On définit le module sécant du sol comme le rapport entre la contrainte déviatorique  $q$  et la déformation déviatorique  $e_d$ .

$$E_s = \frac{q}{e_d}$$

La figure III-39 montre l'évolution du module sécant du sol dans l'axe du chargement en fonction de la profondeur et du facteur de charge. On constate qu'à une profondeur de l'ordre de 4.B, le module sécant est pratiquement égal au module initial  $E_0$  quel que soit le facteur de charge.

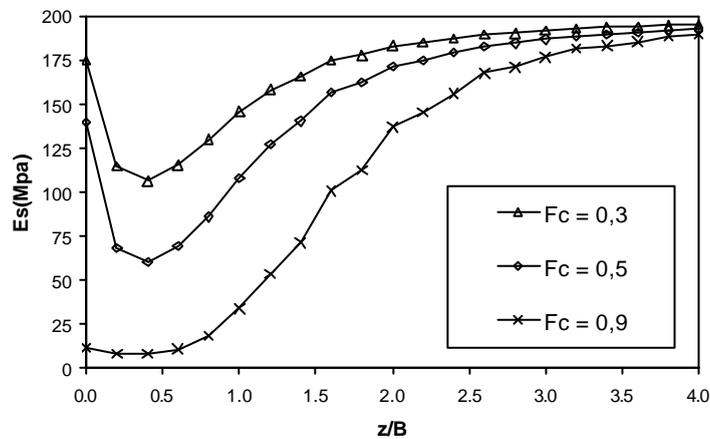


Figure III-39 Evolution du module sécant en fonction de la profondeur pour 3 facteurs de charge.

### III-2.5. Conclusions

La diffusion d'une charge en surface d'un massif linéaire hyperbolique est très semblable à la diffusion dans un massif linéaire élastique, dont le module augmenterait avec la profondeur. En comparaison avec un massif élastique linéaire, on constate dans les deux cas que les déformations et déplacements s'amortissent plus rapidement alors que les contraintes gardent la même allure.

Toutefois, il existe des différences notables.

Tout d'abord, dans le cas du massif élastique non linéaire, les formes des courbes de déformation ou de déplacement dépendent de l'intensité du chargement, alors qu'elles sont évidemment indépendantes dans le cas élastique linéaire hétérogène. De plus, les courbes tendent vers la solution élastique linéaire pour les faibles chargement ou les zones suffisamment éloignées des points d'application des charges.

Si on s'intéresse au tassement d'une fondation superficielle, les effets d'une augmentation du module avec la profondeur ou ceux dus à la dépendance du module avec la déformation sont confondus dans la profondeur d'influence qui exprime le fait qu'à une certaine profondeur, le tassement devient négligeable. Mais l'augmentation du module du sol avec la profondeur est loin d'être systématique, alors que la dépendance du module avec la déformation est une propriété permanente des sols. Il est donc plus que probable, et les nombreuses expérimentations décrites dans l'introduction de ce chapitre le montrent, que l'amortissement du tassement sous les fondations est à mettre à l'actif de la courbe en « S ».

Si on s'intéresse au comportement d'une structure enterrée (une conduite par exemple) soumise à l'effet d'une charge de surface transmise par le sol, on le montre dans le chapitre suivant que l'augmentation du module avec la profondeur et la dépendance du module avec la déformation n'ont pas du tout les mêmes effets du point de vue du comportement de la structure enterrée.

### III-3. ETUDE DE LA DIFFUSION D'UNE CHARGE DE SURFACE SUR UNE CONDUITE ENTERREE

#### III-3.1. Introduction

On s'intéresse d'abord aux charges de circulation qui sont constituées d'ensembles de roues qui exercent des efforts ponctuels de l'ordre de 100 kN, mais aussi aux fondations superficielles des ouvrages d'art construits (de plus en plus souvent) en milieu urbain, qui ont fréquemment des collecteurs ou des canalisations enterrées dans leurs zones d'influence.

L'interaction entre une charge ponctuelle et une canalisation enterrée est un problème tridimensionnel pour lequel on ne dispose pas de solution analytique explicite. La méthode des éléments finis est évidemment tout à fait indiquée, mais la taille des modèles limite l'analyse à l'élasticité linéaire (surtout quand le degré de symétrie du modèle physique est faible), ce qui n'est pas forcément un inconvénient, puisque l'essentiel du sol et la canalisation restent dans le domaine des petites déformations.

Dans le cas d'une canalisation, le problème de l'interaction avec une charge linéique présente un intérêt pratique certain (c'est par exemple le cas d'une fondation superficielle parallèle à une canalisation sur une longueur de plus de 5 diamètres). Ce cas a été traité largement dans la littérature, aussi bien par des méthodes analytiques (Moore 1985) que par la méthode des éléments finis (Abel, et al 1973). Il est vrai qu'un modèle 2D est souvent une première étape utile pour analyser les résultats d'un modèle tridimensionnel.

On présente dans une première partie les principes des méthodes de calcul simplifiées qui sont à la base des réglementations de calcul des conduites enterrées. On montre que ces méthodes utilisent des modules conventionnels qui n'ont pas grand chose à voir avec la caractéristique physique du sol, mais qui permettent de prendre en compte les différentes modalités de mise en œuvre d'une conduite dans une tranchée. Ces modules conventionnels servent aussi à calculer l'effet des charges de surface sur les canalisations, ce qui est moins acceptable. Pour corriger cette anomalie, on propose une modification des règles de calcul qui consisterait à multiplier le module conventionnel par un coefficient de micro-déformation.

On développe ensuite une approche analytique rigoureuse en déformation plane ainsi que les principaux concepts qui permettent d'analyser l'interaction entre une conduite, un massif de sol et une charge de surface. Des comparaisons avec la méthode des éléments finis en élasticité linéaire et non linéaire sont présentées.

### III-3.2. Les méthodes de calculs simplifiés

Les méthodes de calcul réglementaires des conduites enterrées (Fascicule 70 en France, ATV-A 127 en Allemagne, ASTM D 2487 aux USA pour ne citer que les plus connues) prennent en compte l'effet des charges de surface à l'aide de méthodes simplifiées qui sont toutes construites selon les mêmes principes. Ces méthodes ont été développées initialement aux USA par Marston (1913), Spangler (1951) et d'autres à l'Iowa State College. En France, on peut citer les travaux de Dutruel (1975 et Dran) menés au CERIB qui ont servi à l'élaboration de la méthode du Fascicule 70 (Dutruel 1992).

#### III.3.2.1. Le modèle de diffusion

Toutes les méthodes simplifiées utilisent le même modèle de diffusion des charges qui est basé sur la solution de Boussinesq. Le principe consiste à calculer les contraintes verticales dans un massif intact au voisinage de la conduite (ce calcul ne tient pas compte de la présence de la conduite) puis, par une procédure semi-empirique, à passer du champ de contraintes tridimensionnel à un champ bidimensionnel, qui se résume généralement à une pression verticale équivalente appliquée au sommet de la conduite sur une largeur égale au diamètre extérieur et sur une longueur unité.

Le modèle de diffusion qui est bi ou tridimensionnel est donc totalement découplé du modèle d'interaction qui est bidimensionnel. C'est à dire que l'on suppose premièrement que la diffusion des charges dans le sol n'est pas perturbée par la présence de la conduite et son interaction avec le sol et deuxièmement que le modèle d'interaction bidimensionnel reste pertinent pour décrire la déformation tridimensionnelle de la canalisation.

Le modèle de diffusion des charges de circulation utilisé dans la méthode de calcul du Fascicule 70 (méthode de calcul des canalisations d'assainissement) est basé sur une variante de la solution de Boussinesq (1885) due à Fröhlich (1934), qui concerne l'expression de la contrainte verticale :

$$s_{zz} = \frac{nQz^n}{2pR^{n+2}}$$

où  $n = 3$  (solution de Boussinesq) ou 4.

On a vu au chapitre III-2.3 que le cas  $n = 4$  est la solution exacte pour un massif, dont le module augmente linéairement avec la profondeur selon la loi  $E = kz$ , et dont le coefficient de Poisson est égale à 1/3.

La contrainte verticale calculée dans le massif « intact » est ensuite intégrée sur une surface horizontale tangente à la clé de la conduite, dont la largeur est égale au diamètre extérieur et la longueur est égale à 1 mètre (voir figure III-40).

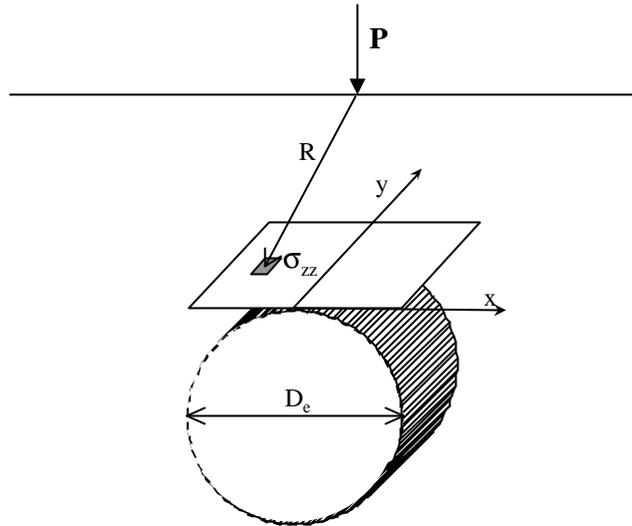


Figure III-40

La pression moyenne ou pression verticale équivalente est définie par l'intégrale suivante :

$$p_{eq} = \frac{1}{D_e} \left[ \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-D_e/2}^{D_e/2} s_{zz}(x,y) dx dy \right]$$

Le résultat final est la moyenne arithmétique de la pression calculée d'une part pour n = 3 et d'autre part pour n = 4.

A quelques détails près, les autres méthodes de calculs procèdent de la même manière.

### III.3.2.2. Le modèle d'interaction sol -conduite

La pression verticale calculée est ensuite introduite dans un modèle d'interaction sol – conduite bidimensionnel de type Winkler qui est aussi commun dans ses grandes lignes à l'ensemble des méthodes de calcul des conduites.

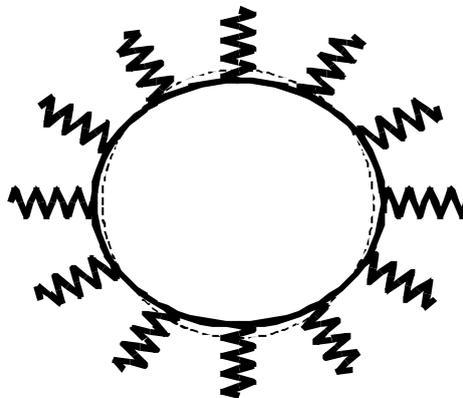


Figure III-41. Modèle de Winkler

Dans un modèle de Winkler l'interaction sol – structure est modélisée avec des ressorts indépendants (figure III-41). On a vu au chapitre I que cette idéalisation mathématique ne peut pas être justifiée physiquement et qu'il n'est pas possible de définir un module de réaction ayant une signification intrinsèque au sol (Frank 1999).

Dans le cas des conduites enterrées ou des revêtements des tunnels circulaires, on exprime habituellement le module de réaction avec la formule de Luscher 1966 :

$$k = \frac{E}{(1+n) \cdot R} = 2 \cdot \frac{G}{R}$$

On distingue classiquement les pressions actives, qui ne dépendent pas de la déformation de la conduite (les pressions dues aux effets pondéraux du sol par exemple), et les réactions hyperstatiques du terrain, qui dépendent de la déformation de la conduite ( $q^*$ ).

Dans le modèle du fascicule 70, la pression de réaction est normale à la paroi et la réaction est mobilisable en compression comme en traction sur tout le contour de la conduite. Dans le cas du modèle de Spangler, la pression de réaction est limitée aux reins de la conduite sur un secteur angulaire de l'ordre de  $100^\circ$  (voir figure III-42).

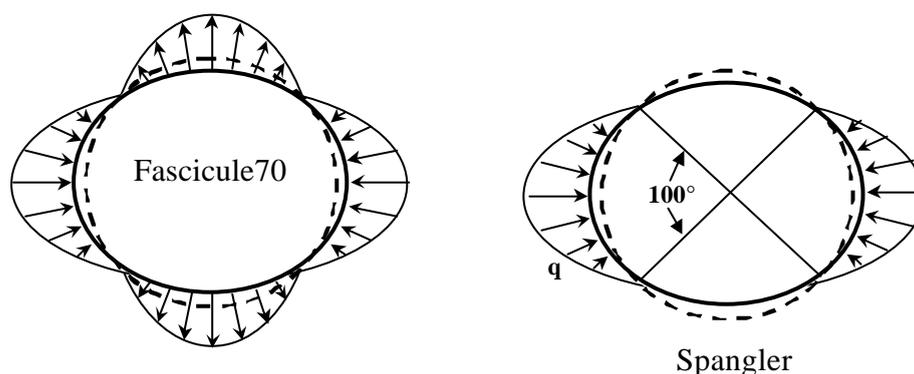


Figure III-42. Répartition de la pression de réaction selon le F70 à gauche et selon Spangler à droite.

Les pressions actives  $p_v$  et  $p_h$  sont orientées selon les directions horizontales et verticales et on néglige le gradient de la pression verticale due à la pesanteur (cette simplification n'est acceptable que si la hauteur de sol au-dessus de la conduite est supérieure à son diamètre). Les pressions sont appliquées sur toute la périphérie de la conduite, à l'exception de la pression verticale inférieure qui est appliquée sur un secteur angulaire inférieur à  $180^\circ$ , qui constitue l'arc d'appui de la canalisation.

La figure III-43 résume les hypothèses du modèle d'interaction.

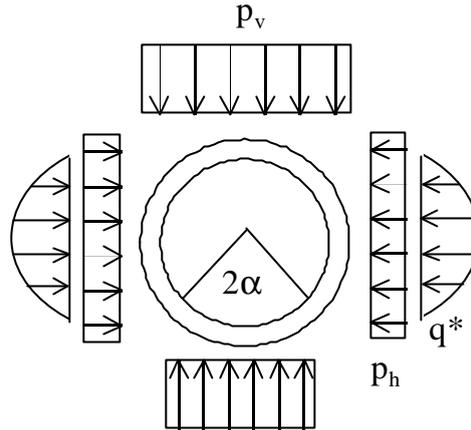


Figure III-43

A partir de ces hypothèses, on montre que l'ovalisation verticale relative peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{E_c I_c}{R^3} \cdot \frac{(K_\alpha p_v - p_H/12)}{1 + IF}$$

où  $\lambda$  est un coefficient qui dépend de la forme de la pression de réaction ;

$K_\alpha$  est un coefficient qui dépend de l'angle d'appui et qui n'est pas très différent de 0,1 ( $K_\alpha = 1/12$  pour  $180^\circ$  et 0,09 pour  $120^\circ$ ) ;

$F$  est le coefficient de couplage en flexion  $F = \frac{E_s R^3 (1 - \nu_c^2)}{E_c I_c (1 - \nu_s^2)}$  ;

$E_s$  et  $\nu_s$ , module de Young et coefficient de Poisson du sol ;

$E_c$  et  $\nu_c$ , module de Young et coefficient de Poisson du matériau constituant la conduite,  $I_c$  son moment d'inertie par unité de longueur.

$\Delta$  est la déflexion verticale (changement de longueur du diamètre vertical)

$D$  est le diamètre moyen de la conduite (mesuré au niveau de la fibre neutre)

Dans le cas du modèle d'interaction de Spangler, la pression active horizontale est négligée et la formule s'écrit :

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{E_c I_c}{R^3} \cdot \frac{K_\alpha p_v}{1 + 0,061 \cdot F}$$

Dans le cas du modèle du fascicule 70, l'ovalisation relative s'écrit :

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{E_c I_c}{R^3} \cdot \frac{K_\alpha p_v - p_H/12}{1 + F/9}$$

Remarque : le modèle du fascicule 70 comporte des termes qui prennent en compte les effets du second ordre et qui n'apparaissent pas ici.

### III.3.2.3. Les modules de sol conventionnels

Dans les relations précédentes, le module du sol joue un rôle important puisqu'il intervient dans l'expression du module de réaction ou du coefficient de couplage F. Ce module conventionnel ne doit pas être confondu avec le module de Young de la théorie élastique ; il s'agit plutôt d'un paramètre d'interaction sol-structure, qui est évidemment étroitement lié aux hypothèses particulières du modèle d'interaction.

Dans le fascicule 70, le module du remblai est qualifié de « conventionnel », car il dépend de la nature du sol, de l'intensité du compactage, des conditions de mise en œuvre et in fine de la formule d'interaction sol – conduite. Il n'est donc pas possible de mesurer le module conventionnel par un essai mécanique. En conséquence, les méthodes de calculs des conduites enterrées utilisent des tableaux de modules prédéfinis plutôt que des modules issus d'essais géotechniques.

La seule méthode correcte pour déterminer les modules conventionnels serait de mesurer l'ovalisation de conduites mise en œuvre dans des conditions contrôlées, puis de faire un calcul inverse avec une formule d'interaction.

Cette méthode a été utilisée systématiquement par Howard (1977) avec la formule de Spangler pour établir le tableau des modules conventionnels de la méthode de calcul de l'ASTM D 2487 appliquée aux USA. Howard a supposé que la pression verticale était égale au poids du prisme de terre situé au-dessus de la conduite et il a systématiquement utilisé un coefficient d'appui  $K_\alpha$  de 0,1. Il a choisi de regrouper les sols en 5 classes et de caractériser le compactage par 3 niveaux de densité relative (tableau III-2).

D'après Howard, l'incertitude sur l'ovalisation calculée à partir des valeurs de module de son tableau est de  $\pm 2\%$ . C'est à dire que si la formule de Spangler donne une ovalisation de 5%, on peut s'attendre à ce que la valeur mesurée soit comprise entre 3% et 7% ce qui fait tout de même une variation du simple au double (qui est tout à fait normale). Le choix de la classe du matériau a évidemment une incidence importante sur les résultats, et ajoute une incertitude supplémentaire.

Niveau de mise en place	Non compacté	Légèrement compacté $I_p^* < 40\%$	Moyennement compacté $40\% \leq I_p \leq 70\%$	Compactage Elevé $I_p > 70\%$
Concassés	6,9	20,7	20,7	20,7
Sables et graves propres ou peu argileuses, (silteuses). % fines < 12%. GW, GP, SW, SP	1,4	6,9	13,8	20,7
Sables et graves très argileuses silteux, Limons peu plastiques, sable fins. % fines > 12% (GM, GC, SM, SC)	0,7	2,8	6,9	13,8
Argiles et limons peu plastiques $w_L < 50$ (CL, ML)	0,35	1,4	2,8	6,9
Argile et limons très plastiques. $w_L > 50$ (CH, MH)	Pas de données disponibles			

**Tableau III-2 Modules conventionnels selon ASTM D 2487 (à utiliser avec la formule de Spangler)**

\*  $I_p$  = densité relative.

Nota : les modules sont en MPa.

En France, on n'a pas procédé à une campagne systématique de mesures pour établir un tableau de modules conventionnels. Les sols sont classés en 5 groupes sur la base de la norme NF P 11-300. L'intensité du compactage est caractérisée par les objectifs q5 et q4 qui sont normalisés (NF P 98-331). Le tableau III-3 montre que les modules conventionnels sont des valeurs très prudentes.

Niveau de mise en place	Non Contrôlé	Compacté Contrôlé Non validé	Compacté Contrôlé et Validé q5	Compacté Contrôlé et Validé q4
Groupes de sol	Es (MPa)	Es (MPa)	Es (MPa)	Es (MPa)
G1 - Sables et graves propres ou peu silteuses (D1, D2, B1, B3).	0,7	2	5	10
G2 - Sables ou graves peu argileuse (B2, B4).	0,6	1,2	3	7
G3 - Sables et graves très silteux, limons peu plastiques avec IP < 12 (A1, B5).	0,5	1	2,5	4,5
G4 - Sables et graves argileux à très argileux, limons, argiles et marnes peu plastiques avec IP < 25 (A2, B6).	<0,3	0,6	1,5	3
G5 - Argiles et argiles marneuses, limons très plastiques avec IP > 25 (A3, A4).	Sans objet			2

**Tableau III-3 Valeurs conventionnelles des modules de sol (fascicule 70 rev. 2002).**

- q5 : 90% de l'OPN en moyenne
- q4 : 95% de l'OPN en moyenne.

On remarque ainsi que les valeurs des modules changent selon que le compactage est validé (par un pénétromètre par exemple) ou non (différence entre la 2<sup>ème</sup> et la 3<sup>ème</sup> colonne). Si les moyens de compactage ne sont pas contrôlés, les valeurs deviennent ridiculement faibles (1<sup>ère</sup> colonne). Tout cela montre bien que les modules conventionnels sont une manière commode de prendre en compte les conditions de mise en œuvre, de contrôle ou de validation, qui ont évidemment un effet sur la densité finale du remblai et sur son module de Young. Toutefois, le module représente tout autre chose qu'une caractéristique physique du sol.

Dans la méthode de calcul allemande (ATV-A127) les modules conventionnels sont donnés par une formule analytique qui fait intervenir le N° de Groupe G et la densité relative Proctor  $D_{Pr}$  :

$$E_B(MPa) = \frac{40}{G} \cdot e^{-0,188(100-D_{Pr})}$$

Ce qui donne le tableau III-4 :

Groupes de sol	Densité relative Proctor			Exposant	Coef. De fluage
	85%	90%	95%		
G1 - Graves ou sables propres (GU, GW, GP, SU, SW, SP).	2	6	16	0,5	1,0
G2 - Graves ou sables peu limoneux argileux, moins de 15% de fines (GM, GC, SM, SC).	0,6	3	8	0,35	1,0
G3 - Sables et graves très silteuses, limons peu plastiques (CL, ML).	0,5	2	5	0,20	0,8
G4 - Argiles et limons plastiques à très plastiques (MH, CH).	<0,3	1,5	4	0	0,5

**Tableau III-4 valeurs conventionnelles des modules de sol exprimées en MPa (ATV-A 127)**

On remarquera dans le tableau III-4 la présence d'un coefficient de fluage pour les calculs à long terme, ainsi qu'un exposant qui permet de faire varier le module en fonction de la pression moyenne selon une loi en puissance :

$$E_{B,s} = E_B \cdot \left( \frac{p_E}{100} \right)^z \quad \text{si } p_E > 100 \text{ kPa}$$

où  $p_E$  est la pression moyenne exprimée en kPa régnant à la profondeur  $z$ .

Cette loi est du même type que la relation de Janbu (1963) qui exprime la variation du module de compressibilité en très petites déformations avec la pression moyenne. Mais les modules conventionnels correspondent à des taux de déformation de plus de 1% qui sont bien supérieurs à la limite des petites déformations (0,01%). On peut donc émettre quelques réserves sur la pertinence d'une relation qui est utilisée loin de son domaine de validité.

Si le sol est sous la nappe, ou si le niveau de la nappe est variable, les méthodes de calculs minorant les modules conventionnels pour tenir compte des risques de tassements dus à l'imbibition. L'ATV-A 127 applique un coefficient réducteur qui dépend de la densité du matériau :

$$C_E = 0,5 \leq \frac{T\% - 75}{20} \leq 1$$

où  $T\%$  est le taux de compactage (% de densification Proctor).

Il y a bien d'autres coefficients de minorations que l'on ne détaillera pas ici.

On pourrait être tenté de comparer les modules conventionnels des différentes méthodes comme dans le tableau III-5. Il faut toutefois prendre garde que les classifications des sols de l'ASTM et du fascicule 70 ou de l'ATV-A 127 sont similaires, mais ne se recouvrent pas. On constatera que les modules conventionnels du fascicule 70 et de l'ATV sont proches et que ceux de l'ASTM sont sensiblement plus élevés. Mais il ne faudrait pas en conclure que la méthode de l'ASTM est plus optimiste que le fascicule 70 ou l'ATV, car d'une part, les paramètres du modèle d'interaction de ces trois méthodes sont différents, et d'autre part, les modules recouvrent des réalités bien différentes. L'apparente rigueur scientifique de la formule de l'ATV ne doit pas faire illusion, car elle

utilise une relation valide, mais en dehors de son domaine d'application. La formule de Spangler ne tient pas compte de la pression active horizontale du sol, alors que le modèle de l'ATV considère que cette pression est égale à 50% de la pression verticale.

Groupe de sol	ASTM D 2487 Dr= 85/95%	ATV-A 127 Dr = 90% OPN H < 5m	F70 rév. 2002 Objectif q5 (90% OPN)
G1	20,7	6	5
G2	13,8	3	3
G3	6,9	2	2,5
G4	2,76	1,5	1,5

**Tableau III-5 Comparaisons de modules conventionnels (MPa)**

Quoi qu'il en soit, les modules conventionnels sont des modules en grandes déformations (plus de 1%) qui sont adaptés aux calculs de l'ovalisation de conduites flexibles posées dans des remblais. Ce sont des valeurs qui ont été déterminées en partie par calcul inverse et qui dépendent étroitement des formules d'interaction et des hypothèses particulières à chaque méthode de calcul.

Ce qui intéressant pour le problème de la diffusion des charges de surface, c'est que les calculs des effets de l'ensemble des actions dues au sol ou transmises par le sol, statiques ou dynamiques, sont effectués avec les modules conventionnels. Il est pourtant évident que les déformations créées dans le remblai d'enrobage par des charges roulantes n'ont rien à voir avec les déformations qui sont créées lors de la mise en place du remblai autour de la canalisation. Dans un cas, l'ordre de grandeur des déformations est de 0,01% à 0,1% et dans l'autre cas, il est de 1 à 10%. Il serait logique d'utiliser pour le calcul de l'effet des charges roulantes ou de surface un module en petites déformations, ou pour le moins de multiplier le module conventionnel par un coefficient de microdéformation dont l'ordre de grandeur est compris entre 3 et 10.

Une étude importante réalisée par le Laboratoire des Ponts et Chaussées, Combarieu et Canépa (2001), sur l'essai cyclique au pressiomètre Ménard a montré que les modules sécants calculés sur un cycle de déchargement – rechargement sont trois à cinq fois supérieurs aux modules pressiométriques Ménard.

On pourrait par exemple multiplier les modules conventionnels par un coefficient de microdéformation  $K_M$ , fonction de la nature et de la compacité du sol, qui serait compris entre 3 et 5.

### III-3.3. Etude de l'impact d'une charge de surface sur une canalisation en déformation plane

#### III.3.3.1. Approche par une méthode analytique (Moore, 1987)

On a vu que la solution de Boussinesq est utilisée dans les méthodes simplifiées pour calculer une pression équivalente homogène et bidimensionnelle sur la canalisation. Toutefois, le couplage entre le champ de contrainte qui est calculé dans un massif intact et la conduite n'est pas pris en compte. On se propose d'évaluer les écarts entre les méthodes simplifiées et la méthode des éléments finis qu'on peut considérer comme « exacte » en élasticité linéaire. Mais avant d'aborder le calcul par éléments finis, on présente une approche analytique explicite du problème de la diffusion d'une charge ponctuelle sur une canalisation enterrée en déformation plane qui a été développée par Moore (1987).

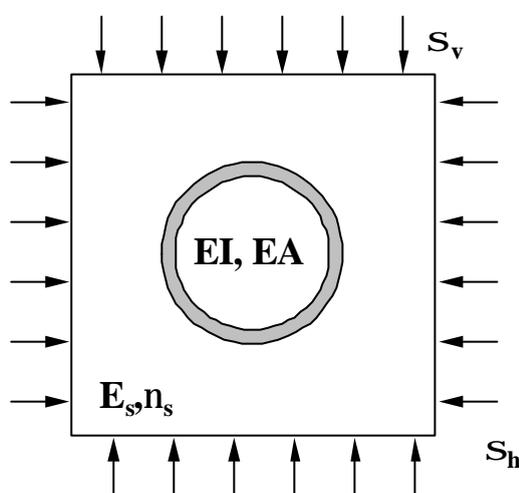


Figure III-44. Configuration de calcul pour un collecteur profond.

Poulos (1974), Muir Wood (1975), Einstein et Scharz (1979) ont développé des solutions analytiques explicites en déformation plane pour le calcul des conduites ou des soutènements minces enfouis à grande profondeur, et soumis à l'action d'un champ de contraintes constant et anisotrope. Les matériaux sont traités en élasticité linéaire et deux configurations d'interfaces sont considérées : parfaitement lisse et collée. Ces solutions sont pratiques pour modéliser les tunnels circulaires profonds. On admet couramment qu'un tunnel est profond si la couverture de sol est supérieure à 2 fois le diamètre extérieur ( $H > 2D$ ). Dans le cas contraire, le tunnel est superficiel ou à faible profondeur. Cette distinction s'applique naturellement aux canalisations ou aux collecteurs.

Des solutions analytiques pour le calcul des cavités circulaires proches de la surface ont été développées, en particulier pour modéliser les tassements provoqués par le creusement d'un tunnel. Ces solutions ne sont pas explicites, même en déformation plane (Mindlin 1931). Moore (1987) a développé une solution explicite approchée pour la réponse d'une conduite enterrée à une charge de surface, en considérant que le sol en interaction avec la conduite se limite à un anneau dont le rayon externe tangente la surface du sol (figure III-45). Cette approximation avait été employée par Luscher (1966) pour prendre en compte l'influence de la couverture de sol sur le module de réaction. Comme il est possible de calculer la réponse d'un anneau épais à une sollicitation quelconque, il suffit de développer les contraintes et déplacements en séries de Fourier.

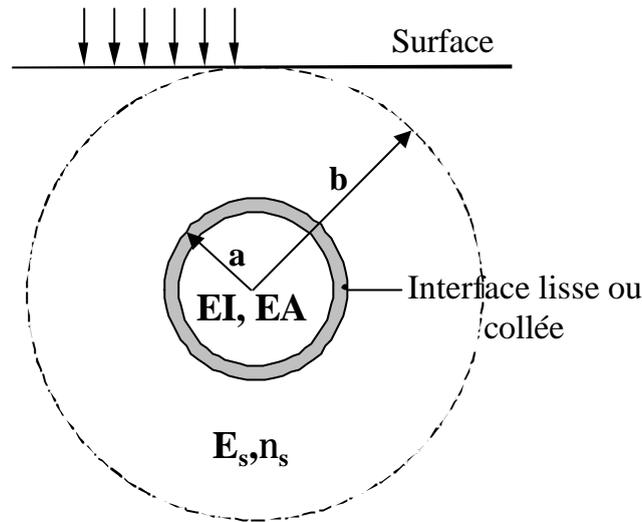


Figure III-45. Configuration de calcul selon Moore (1987)

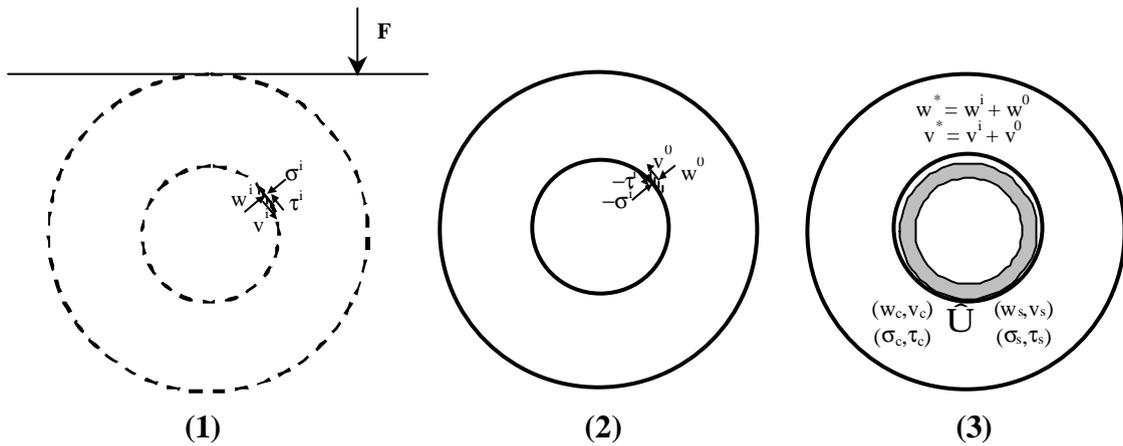


Figure III-46 Etapes du calcul de Moore (1987)

Plus précisément, la procédure de calcul est la suivante (voir figure III-46) :

1. On applique une force à la surface d'un massif de sol intact et on calcule les contraintes  $(s_{rr}^i, t_{r\theta}^i)$  et les déplacements (radial  $w^i$  et ortho-radial  $v^i$ ) en chaque point de l'extrados de la canalisation par la solution de Boussinesq.
2. On crée une cavité cylindrique de même diamètre que la canalisation et on applique les contraintes calculées à l'étape N°1 changées de signe à un anneau dont le rayon extérieur est égal à la hauteur de sol. On obtient alors de nouveaux déplacements radial  $w^0$  et ortho-radial  $v^0$ .

Les déplacements après application de la force et création de la cavité, mais avant l'insertion de la canalisation sont donc :

$$w^* = w^i + w^0 ; \quad v^* = v^i + v^0$$

3. Le tube est inséré dans l'anneau déformé ou les déplacements  $w^*$  et  $v^*$  représentent le vide annulaire qui existe initialement entre le sol et la conduite. On appelle  $(w_c, v_c)$  et  $(w_s, v_s)$  les déplacements après l'insertion de la canalisation (l'indice c repère la conduite et l'indice s repère le sol) et  $(\sigma_c, \tau_c)$ ,  $(\sigma_s, \tau_s)$  les contraintes normales et de cisaillement à l'interface sol – conduite. La compatibilité des déplacements et l'équilibre des contraintes impliquent les relations suivantes.

Remarque : Les composantes du champ de déplacement sont évaluées comme les déplacements d'un point par rapport au déplacement du point situé sur l'axe de la conduite. En effet les déplacements absolus sont partout infinis et seuls les déplacements relatifs ont une signification.

Si l'interface est parfaitement collée :

$$w_c - w_s = w^*$$

$$v_c - v_s = v^*$$

$$\sigma_c + \sigma_s = 0$$

$$\tau_c + \tau_s = 0$$

Si l'interface est parfaitement lisse :

$$w_c - w_s = w^*$$

$$\sigma_c + \sigma_s = 0$$

$$\tau_c = \tau_s = 0$$

Dans la pratique les déplacements  $(w^*, v^*)$  sont développés en série de Fourier. Moore utilise pour les calculs la matrice de raideur harmonique d'un cylindre mince  $s_{ij}(n)$  (Herrmann et Armenakas, 1962) et la matrice de raideur harmonique d'un anneau épais  $k_{ij}(n)$  en déformation plane qu'il a lui-même calculée (Moore, 1985).

On a pour la conduite :

et pour le sol :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{s}_{c,n} \\ \mathbf{t}_{c,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^n & s_{12}^n \\ s_{12}^n & s_{22}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{c,n} \\ v_{c,n} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{s,n} \\ \mathbf{t}_{s,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^n & k_{12}^n \\ k_{12}^n & k_{22}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{s,n} \\ v_{s,n} \end{bmatrix}$$

La compatibilité des déplacements et des contraintes se traduit alors dans le cas de l'interface parfaitement collée par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} w_{c,n} \\ v_{c,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^n + k_{11}^n & s_{12}^n + k_{12}^n \\ s_{12}^n + k_{12}^n & s_{22}^n + k_{11}^n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_{11}^n & k_{12}^n \\ k_{12}^n & k_{11}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_n^* \\ v_n^* \end{bmatrix}$$

Les sollicitations (M, N) dans la conduite sont calculées à partir des déplacements ( $w_c, v_c$ ). Les comparaisons avec la méthode des éléments finis sont très bonnes mais la méthode se prête mal à des études paramétriques.

On notera que le massif de sol est pris en compte dans sa totalité pour le calcul des contraintes et déplacements initiaux (étape 1) ; en revanche l'interaction sol – structure ne prend en compte qu'un anneau de sol (étapes 2 et 3). Si la proximité du sol est bien prise en compte par l'intermédiaire du rayon externe de l'anneau, il n'en reste pas moins que la réponse du sol est symétrique (l'épaisseur de l'anneau est constante) alors que la raideur est évidemment plus faible vers le haut que vers le bas.

On retiendra les expressions des contraintes ( $s_{rr}^i, t_{r\theta}^i$ ) calculées à l'étape N°1 (solution de Boussinesq dans un massif intact) qui seront utiles pour l'analyse des résultats des calculs par la méthode des éléments finis :

$$s_{rr} = \frac{2P}{pr} \cos(d) \cos(a + J)^2$$

$$t_{r\theta} = \frac{P}{pr} \cos(d) \sin[2(a + J)]$$

avec :

$$J = q - \arctan(I)$$

$$a = \arctan\left[\frac{\sin q}{r - \cos q}\right]$$

$$r = b\sqrt{1 + I^2}$$

$$r = a\sqrt{1 + \cos^2 q - 2r \cos q}$$

$$d = a - \arctan I$$

On a posé  $\beta = C/a$  (ratio entre la profondeur de l'axe de la conduite et son rayon externe) et  $\lambda = B/C$  (voir figure III-47)

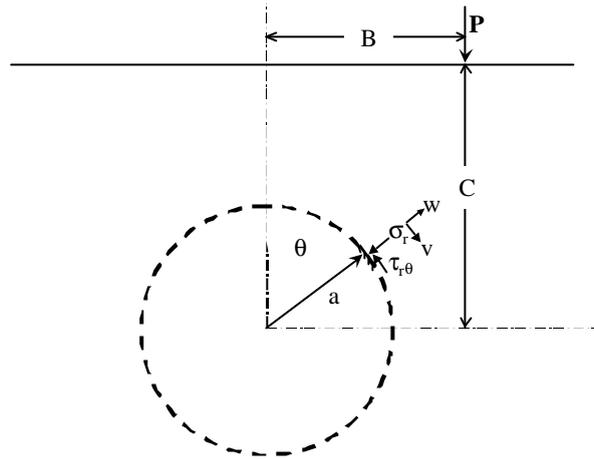


Figure III-47

Dans le cas symétrique où  $B = 0$  ( $\lambda = 0$ ), les contraintes normales et de cisaillement se simplifient de la façon suivante (voir aussi la figure III-44) :

$$s_{rr}(b, q) = \frac{2P}{pa} \cdot \frac{b - \cos q}{1 + b^2 - 2b \cos q} \cdot \cos \left[ q + \arctan \left( \frac{\sin q}{b - \sin q} \right) \right]^2$$

$$t_{r\theta}(b, q) = \frac{P}{pa} \cdot \frac{b - \cos q}{1 + b^2 - 2b \cos q} \cdot \sin \left[ 2 \left( q + \arctan \left( \frac{\sin q}{b - \sin q} \right) \right) \right]$$

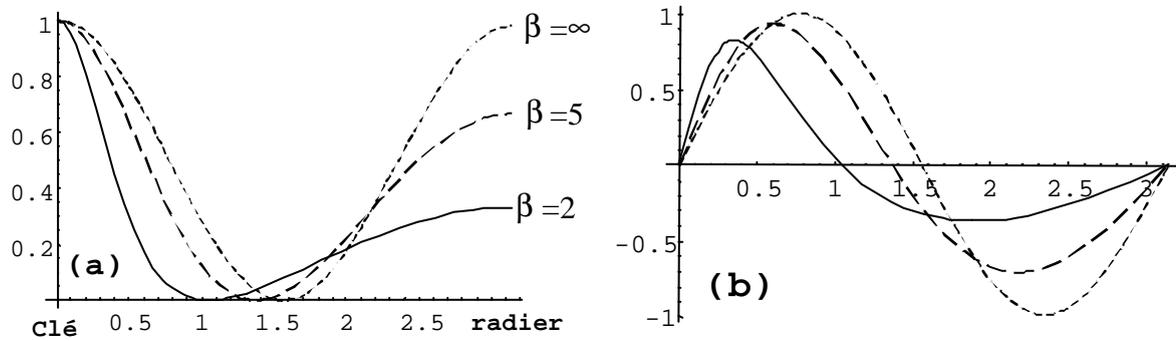


Figure III-48 Courbes normalisées de la contrainte normale (a) et de la contrainte de cisaillement (b).

Lorsque  $\beta$  augmente, le champ de contrainte tend à s'uniformiser dans le voisinage de la conduite (on rappelle que la conduite est virtuelle à cette étape du calcul) et ses composantes tendent vers les expressions suivantes :

$$s_{rr}(b, q) = \frac{2P}{pC} \cdot \cos^2 q$$

$$t_{r\theta}(b, q) = \frac{P}{pC} \cdot \sin 2q$$

qui sont les expressions en coordonnées cylindrique d'un champ de contraintes uniforme dont la valeur verticale est égale à  $2P/\pi C$  et la valeur horizontale est égale à 0.

De la même façon, suffisamment loin de la surface, le champ de déplacements tend à s'uniformiser au voisinage de la conduite. Les composantes du champ de déplacement au voisinage de l'axe de la force et à une profondeur  $z$  sont telles que :

$$w \approx \frac{2P(1-n_s^2)}{\rho E_s} \cdot \log(z) + \infty \quad u \approx 0$$

Le terme  $\infty$  rappelle que les déplacements absolus sont partout infinis.

Le déplacement vertical relatif d'un point situé à la profondeur  $z$  par rapport au centre de la conduite (virtuelle) situé à la profondeur  $C$  est tel que:

$$w = \frac{2P(1-n_s^2)}{\rho E_s} \cdot \log\left(\frac{z}{C}\right)$$

On en déduit les composantes en coordonnées cylindriques du champ de déplacement relatif sur la périphérie de la conduite de rayon  $a$  :

$$w^i(\mathbf{q}) = \frac{P(1-n_s^2)}{\rho E_s} \cdot \frac{a}{C} \cdot (1 + \cos 2\mathbf{q})$$

$$v^i(\mathbf{q}) = \frac{P(1-n_s^2)}{\rho E_s} \cdot \frac{a}{C} \cdot \sin 2\mathbf{q}$$

On a développé le logarithme au premier ordre.

### **III.3.3.2. Facteur de concentration de contrainte**

On considère l'action d'une pression verticale uniforme  $p_v$  agissant à la surface d'un massif de sol dans lequel a été placé préalablement une canalisation très rigide (figure III-49).

On suppose que les déformations de la conduite sont négligeables par rapport à celles du sol ou que la rigidité de la conduite est infinie. La présence de la conduite modifie la distribution des contraintes dans son voisinage. Comme la rigidité de la conduite est supérieure à celle du massif, la conduite courbe les lignes d'iso-déplacement vers le bas et on conçoit aisément que la contrainte verticale au niveau de la clé de la conduite est supérieure à celle qui existerait dans le massif intact. Le facteur de concentration est précisément égal au rapport entre la contrainte normale en clé et la contrainte verticale initiale dans le massif intact.

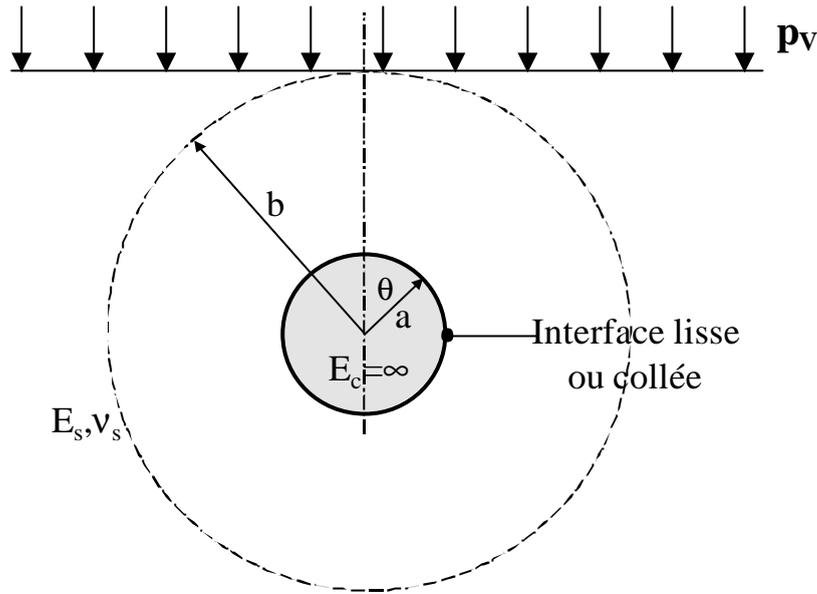


Figure III-49. Configuration de chargement.

On se propose de calculer dans ce chapitre le facteur de concentration de contrainte avec la méthode de Moore pour les deux cas d'interface (collée ou lisse) et en prenant en compte la proximité de la surface.

#### A. Calculs analytiques

En absence de canalisation (massif intact), le champ de contraintes est de type œdométrique et ses composantes sont les suivantes :

- Coordonnées cartésiennes :

$$\mathbf{s}_y = p_V \quad \mathbf{s}_x = \mathbf{s}_z = \frac{\mathbf{n}}{1-\mathbf{n}} \mathbf{s}_y$$

- Coordonnées cylindriques :

$$\mathbf{s}^i(\mathbf{q}) = \frac{p_V}{2} \left[ \frac{1}{1-\mathbf{n}_s} + \frac{1-2\mathbf{n}_s}{1-\mathbf{n}_s} \cos 2\mathbf{q} \right] \quad \mathbf{t}^i(\mathbf{q}) = \frac{p_V}{2} \left[ \frac{1-2\mathbf{n}_s}{1-\mathbf{n}_s} \sin 2\mathbf{q} \right]$$

- Composantes de Fourier :

$$\mathbf{s}_0^i = \frac{p_V}{2(1-\mathbf{n}_s)} \quad \mathbf{s}_2^i = \frac{p_V}{2} \left[ \frac{1-2\mathbf{n}_s}{1-\mathbf{n}_s} \right] \quad \mathbf{t}_0^i = 0 \quad \mathbf{t}_2^i = \frac{p_V}{2} \left[ \frac{1-2\mathbf{n}_s}{1-\mathbf{n}_s} \right]$$

Les composantes du champ de déplacement en coordonnées cylindriques relatives à un cylindre de rayon  $a$  sont les suivantes :

$$w^i(\mathbf{q}) = -\frac{p_V a}{2E_{od}}(1 + \cos 2\mathbf{q}) \quad v^i(\mathbf{q}) = -\frac{p_V a}{2E_{od}} \sin 2\mathbf{q}$$

avec

$$E_{od} = \frac{(1 - \mathbf{n}_s)}{(1 + \mathbf{n}_s)(1 - 2\mathbf{n}_s)}$$

- Composantes de Fourier :

$$w_0^i = -\frac{p_V a}{2E_{od}} \quad w_2^i = -\frac{p_V a}{2E_{od}} \quad v_0^i = 0 \quad v_2^i = \frac{p_V a}{2E_{od}}$$

Nota : l'indice représente le degré harmonique.

La matrice de raideur de l'anneau de sol a la forme générale suivante :

$$K_n = \begin{bmatrix} k_{11,n} & k_{12,n} \\ k_{12,n} & k_{22,n} \end{bmatrix}$$

où  $n$  est le degré harmonique.

Nota : comme le degré harmonique du champ de déplacement est égal à 2, il suffit de calculer les composantes de la matrice de raideur pour  $n = 0$  et  $n = 2$ .

Dans le cas d'un anneau de rayon interne  $a$  et de rayon externe  $b$ , les composantes de degré 0 et 2 s'écrivent :

-  $n = 0$

$$k_{11,0} = \frac{E_s}{a(1 + \mathbf{n}_s)} \left[ 1 - \frac{2}{(1 + \mathbf{n}_s) X^2} \right] \quad k_{12,0} = 0 \quad k_{22,0} = 0$$

-  $n = 2$

$$k_{11,2} = \frac{E_s (5 - 6\mathbf{n}_s)}{a(1 + \mathbf{n}_s)(3 - 4\mathbf{n}_s)} \left( 1 - \frac{8(1 - \mathbf{n}_s)}{(5 - 6\mathbf{n}_s)(3 - 4\mathbf{n}_s) X^2} \right)$$

$$k_{12,2} = -\frac{2E_s (2 - 3\mathbf{n}_s)}{a(1 + \mathbf{n}_s)(3 - 4\mathbf{n}_s)} \left( 1 + \frac{4(1 - \mathbf{n}_s)}{(2 - 3\mathbf{n}_s)(3 - 4\mathbf{n}_s) X^2} \right)$$

$$k_{22,2} = k_{11,2}$$

où  $X = b/a$ .

On a développés les composantes de la matrice à l'ordre 2 par rapport à X. Les expressions précédentes sont des approximations acceptables pour  $X > 2$  ou  $b > 2a$ .

Si on néglige la déformation de la conduite ( $w_c \ll w_s$ ) devant celle du sol, les équations de Moore se simplifient de la manière suivante :

- interface collée :

$$(\mathbf{s}_{c,n}, \mathbf{t}_{c,n}) = (\mathbf{s}_n^i, \mathbf{t}_n^i) - [K_n](w_n^i, v_n^i)$$

- interface glissante :

$$\mathbf{s}_{c,n} = -\frac{\det[K_n]}{k_{22,n}} w_n^i + \mathbf{s}_n^i - \frac{k_{12,n}}{k_{22,n}} \mathbf{t}_n^i \quad \mathbf{t}_{c,n} = 0$$

Touts calculs faits, on obtient :

- interface collée :

$$\mathbf{s}_c(\mathbf{q}) = p_v \left[ 1 - \frac{(1-2\mathbf{n}_s)}{(1-\mathbf{n}_s^2)X^2 + (1-\mathbf{n}_s)^2} + \frac{2(1-2\mathbf{n}_s)}{(3-4\mathbf{n}_s)} \left( 1 - \frac{4}{(3-4\mathbf{n}_s)X^2} \right) \cos 2\mathbf{q} \right]$$

$$\mathbf{t}_c(\mathbf{q}) = p_v \left[ \frac{2(1-2\mathbf{n}_s)}{(3-4\mathbf{n}_s)} \left( 1 - \frac{4}{(3-4\mathbf{n}_s)X^2} \right) \sin 2\mathbf{q} \right]$$

- interface glissante :

$$\mathbf{s}_c(\mathbf{q}) = p_v \left[ 1 - \frac{(1-2\mathbf{n}_s)}{(1-\mathbf{n}_s^2)X^2 + (1-\mathbf{n}_s)^2} + \frac{6(1-2\mathbf{n}_s)}{(5-6\mathbf{n}_s)} \left[ 1 - \frac{4(3-4\mathbf{n}_s)}{(3-4\mathbf{n}_s)(5-6\mathbf{n}_s)X^2 - 8(1-\mathbf{n}_s)} \right] \cos 2\mathbf{q} \right]$$

$$\mathbf{t}_c(\mathbf{q}) = 0$$

Remarque : dans le cas de l'interface glissante,  $\sigma_c$  peut être négative (traction) sur un secteur situé au niveau des reins ( $\theta = +\pi/2$ ). Si la résistance à la traction de l'interface est nulle il faudrait écrire  $\mathbf{s}_c(\mathbf{q}) = Si(\mathbf{s}_c(\mathbf{q}) > 0, \mathbf{s}_c(\mathbf{q}), 0)$  mais cela ne change rien au calcul du facteur de concentration.

Les facteurs de concentration de contrainte se déduisent immédiatement :

- interface collée :

$$C_c = \left( \frac{5-8n_s}{3-4n_s} \right) - \frac{(1-2n_s)}{X^2(1-n_s^2)} \left( 1 + \frac{8(1-n_s^2)}{(3-4n_s)^2} \right)$$

- interface glissante :

$$C_c = \left( \frac{11-18n_s}{5-6n_s} \right) - \frac{(1-2n_s)}{(1-n_s^2)X^2} - \frac{6(1-2n_s)}{(5-6n_s)} \left[ \frac{4(3-4n_s)}{(3-4n_s)(5-6n_s)X^2 - 8(1-n_s)} \right]$$

On remarquera que le facteur de concentration augmente avec la couverture de sol et qu'il tend vers une valeur limite qui est donnée par les deux expressions suivantes :

$$C_c = \left( \frac{5-8n_s}{3-4n_s} \right) \quad \text{et} \quad C_g = \left( \frac{11-18n_s}{5-6n_s} \right)$$

La valeur maximale du facteur de concentration est atteinte pour  $\nu = 0$  et est égale à 1,67 pour l'interface collée et 2,2 pour l'interface lisse. Dans le cas d'un massif incompressible ( $\nu = 0,5$ ),  $C_c = C_g = 1$ . Le tableau III-6 donne quelques valeurs numériques pour  $X = \infty$  (profondeur infinie).

**Tableau III-6 Facteurs de concentration de contrainte (profondeur infinie)**

$X = \infty$	Interface collée	Interface glissante
$\nu = 0$	1,67	2,2
$\nu = 0,3$	1,44	1,75
$\nu = 0,5$	1	1

Dans le cas du champ de contraintes créé par une charge ponctuelle en déformation plane qui a été examiné au III.3.3.1., le facteur de concentration de contrainte pour une interface collée a une expression légèrement différente :

$$C_c = \left( \frac{5-8n_s+2n_s^2}{3-4n_s} \right)$$

$$\begin{aligned} \nu = 0 & : C_s = 1,67 \\ \nu = 0,3 & : C_s = 1,54 \\ \nu = 0,5 & : C_s = 1,5 \end{aligned}$$

Ce facteur varie entre 1,67 et 1,5 quant  $\nu_s$  varie entre 0 et 0,5.

On notera que ce facteur n'est pas pris en compte dans les modèles de diffusion simplifiés.

### B. Comparaisons avec la méthode des éléments finis

On se propose de comparer les solutions analytiques à un calcul par la méthode des éléments finis. La figure III-50 montre les deux maillages utilisés. On note  $D = 2a$  le diamètre de la canalisation et  $H = b - a$  la hauteur de sol au-dessus de la canalisation. Le maillage de gauche modélise une canalisation profonde avec un ratio  $X$  égal à 10 ( $H/D = 5,5$ ), le maillage de droite modélise une canalisation faiblement enterrée avec un ratio  $X = 3$  ( $H/D = 1$ ). Les symétries géométriques et mécaniques permettent de ne modéliser que la moitié du milieu semi-infini. Les limites verticales et horizontales inférieures des maillages ont été étendues à une distance de 5 diamètres du centre de la canalisation ce qui permet en principe d'assimiler le maillage à un massif infini. Les déplacements verticaux du bord inférieur sont imposés à zéro ainsi que les déplacements horizontaux des bords latéral gauche et droite.

La canalisation est modélisée par un cylindre plein de telle manière à lui donner une grande rigidité (c'est pratiquement un pieu horizontal).

Les caractéristiques des matériaux sont les suivantes :

- sol :  $E = 10 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0$  ou  $0,3$ .
- Conduite :  $E = 30\,000 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,2$

Le chargement est constitué d'une pression verticale uniforme égale à  $100 \text{ kPa}$  appliquée à la surface du massif de sol.

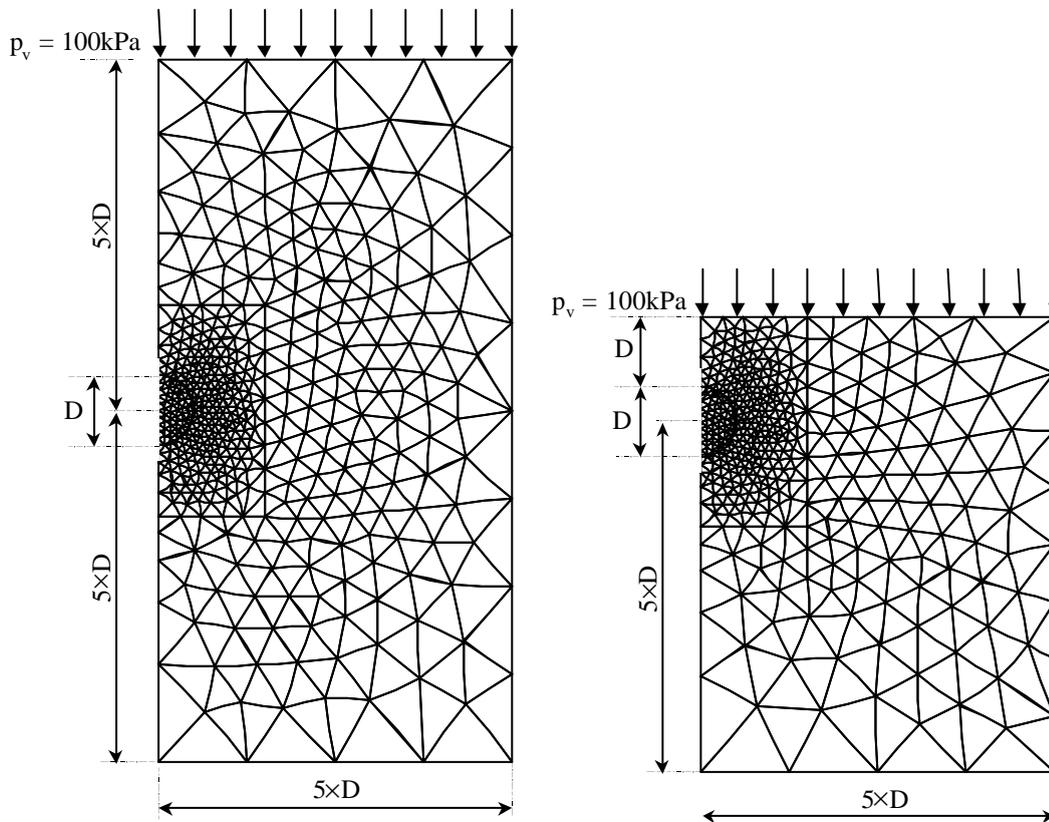


Figure III-50. Dessins des maillages (logiciel CESAR-LCPC).

Dans le cas de la conduite profonde on a comparé les résultats CESAR à la solution limite que l'on obtient en faisant tendre X ou H/D vers l'infini. Les expressions de la solution profonde sont les suivantes :

interface collée :

$$s_c(\mathbf{q}) = p_v \left[ 1 + \frac{2(1-2n_s)}{(3-4n_s)} \cos 2\mathbf{q} \right] \quad t_c(\mathbf{q}) = p_v \left[ \frac{2(1-2n_s)}{(3-4n_s)} \sin 2\mathbf{q} \right]$$

interface parfaitement glissante avec une résistance à la traction nulle :

$$s_c(\mathbf{q}) = p_v \left[ 1 + \frac{6(1-2n_s)}{(5-6n_s)} \cos 2\mathbf{q} \right] \quad t_c(\mathbf{q}) = 0$$

Pour l'interprétation des résultats, l'origine des angles est la clé de la conduite.

Cette solution est exacte au sens de la mécanique des milieux continus (mais la solution pour X quelconque est une approximation). Les comparaisons avec les résultats CESAR sont excellentes aussi bien pour l'interface collée que pour l'interface glissante comme le montre les graphes de la figure III-51 et le tableau III-7. Les valeurs des facteurs de concentration CESAR sont logiquement légèrement inférieures à celles de la solution profonde.

**Tableau III-7 Facteurs de concentration : comparaisons CESAR – solution profonde**

H/D = 5,5	Interface collée		Interface glissante	
	v = 0	v = 0,3	v = 0	v = 0,3
CESAR	1,65	1,44	2,19	1,73
LCPC				
Solution « profonde »	1,67	1,44	2,2	1,75

Dans le cas de la conduite faiblement enterré, l'accord est moins bon (voir les graphes de la figure III-52 et le tableau III-8) toutefois les écarts relatifs restent inférieurs à 5%. La solution analytique générale n'est pas une solution exacte car le sol en interaction avec la conduite n'est pas modélisé avec sa géométrie réelle mais par l'artifice d'un anneau dont l'épaisseur est égale à la hauteur de sol sur la clé de la conduite. Le sol en dehors de cet anneau n'est pas pris en compte bien qu'il participe à la réponse du massif.

**Tableau III-8 facteurs de concentration : comparaisons CESAR – solution superficielle**

H/D = 1	Interface collée		Interface glissante	
	v = 0	v = 0,3	v = 0	v = 0,3
CESAR	1,50*	1,34*	2,05*	1,64*
LCPC	1,59 **	1,40**	2,10**	1,68**
Solution	1,47	1,29	1,99	1,59

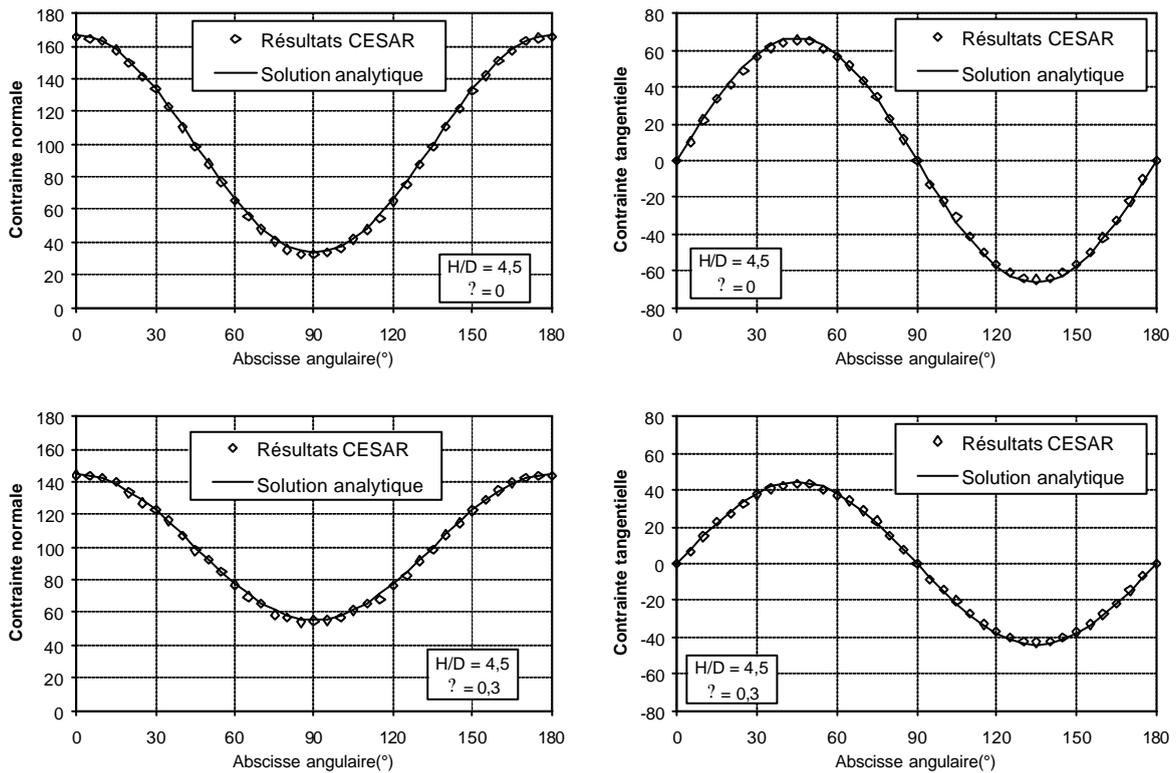


\* Clé, \*\* Radier

On pourrait penser a priori que le fait de ne prendre en compte qu'une partie du massif de sol place du coté de la sécurité et c'est vrai quant on étudie par exemple la stabilité au flambement d'un anneau placé dans un massif (Moore 1987). Mais dans le cas présent ce n'est pas vrai car l'augmentation de la contrainte en clé et en radier (par rapport à la contrainte verticale dans un massif intact) est due à la raideur du massif bien que la valeur de l'augmentation ne dépende pas du module du sol. Quant on ne prend qu'une partie du massif on réduit donc les contraintes supplémentaires et on sous-estime le facteur de concentration des contraintes.

On remarquera que la distribution des contraintes normales n'est pas symétrique par rapport à l'axe de symétrie horizontale de la conduite ce qui est normal puisque le massif de sol ne l'est pas lui-même. Les contraintes sont plus faibles en clé qu'en radier, ce qui s'explique par le fait que la raideur du massif (vue de la conduite) est plus faible vers le haut que vers le bas.

H/D = 5.5  
Interface collée



Interface glissante

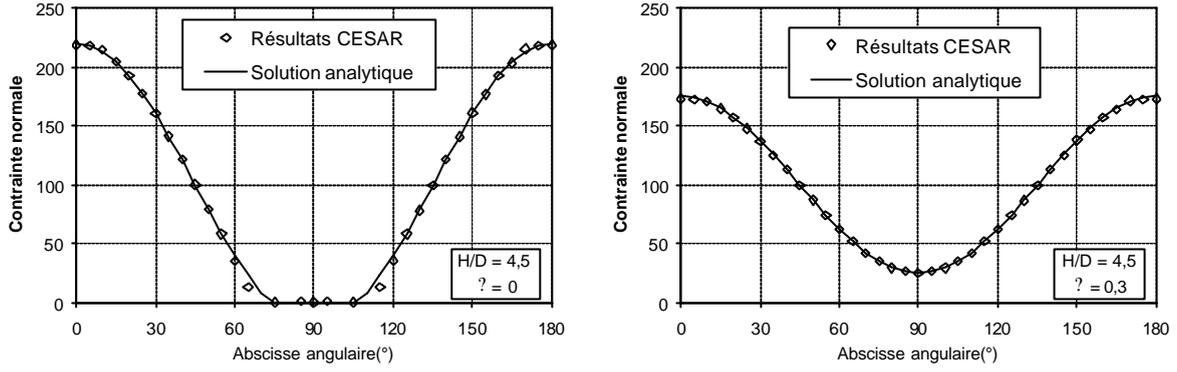
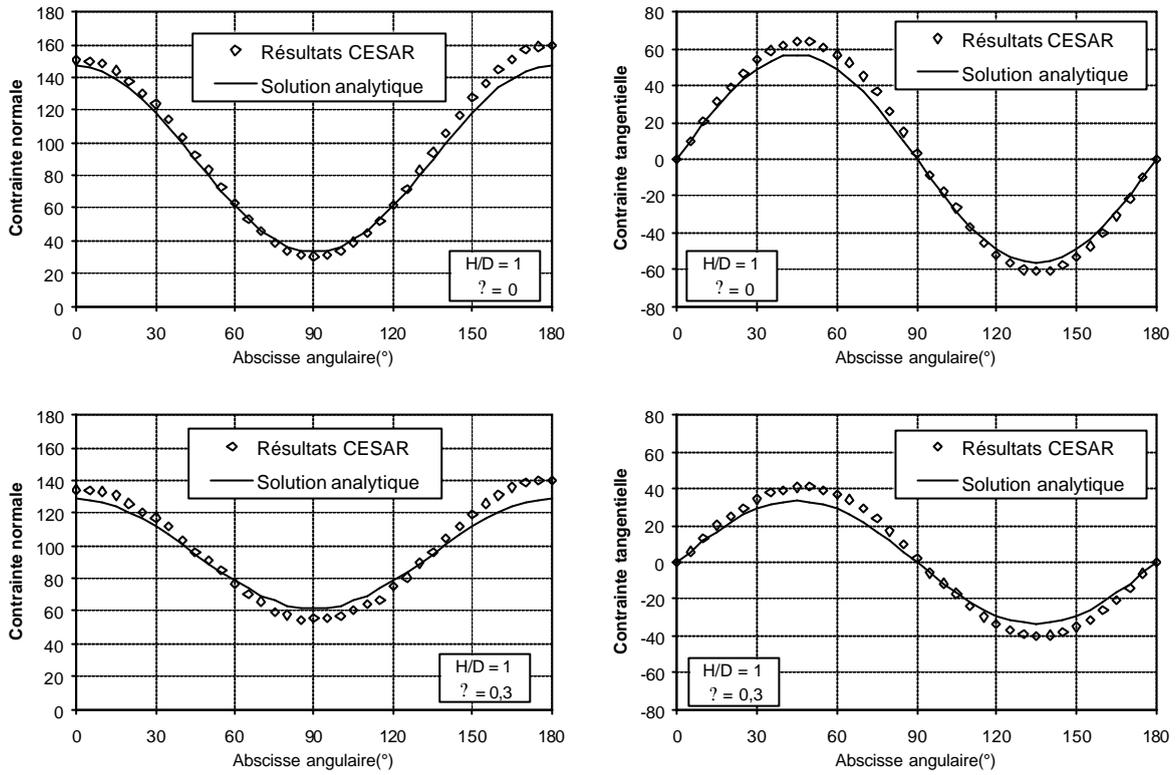


Figure III-51 Comparaisons CESAR – Solution analytique pour une canalisation profonde.

H/D = 1  
Interface collée



Interface glissante

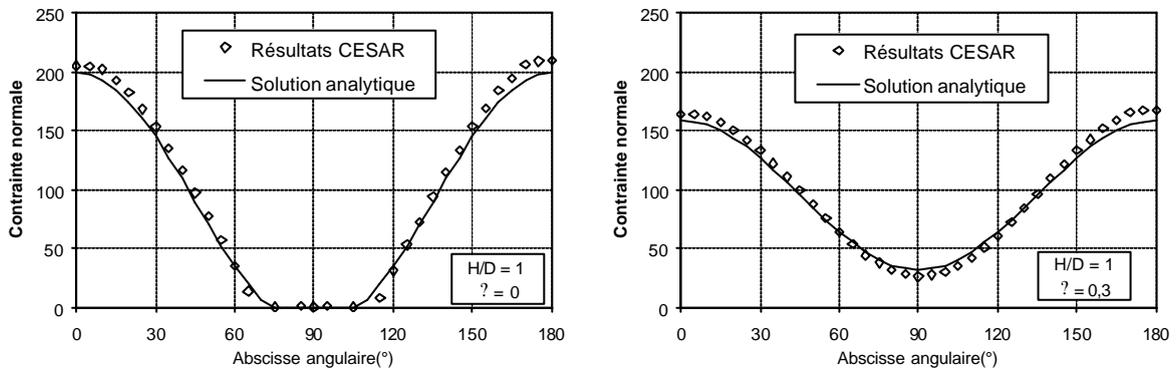


Figure III-52 Comparaisons CESAR – Solution analytique pour une canalisation faiblement enterrée.

La figure III-53 montre l'aspect des lignes d'iso-déplacement vertical dans le voisinage de la conduite. On constate que les lignes sont courbées par la conduite qui constitue une entité rigide dans le massif de sol.

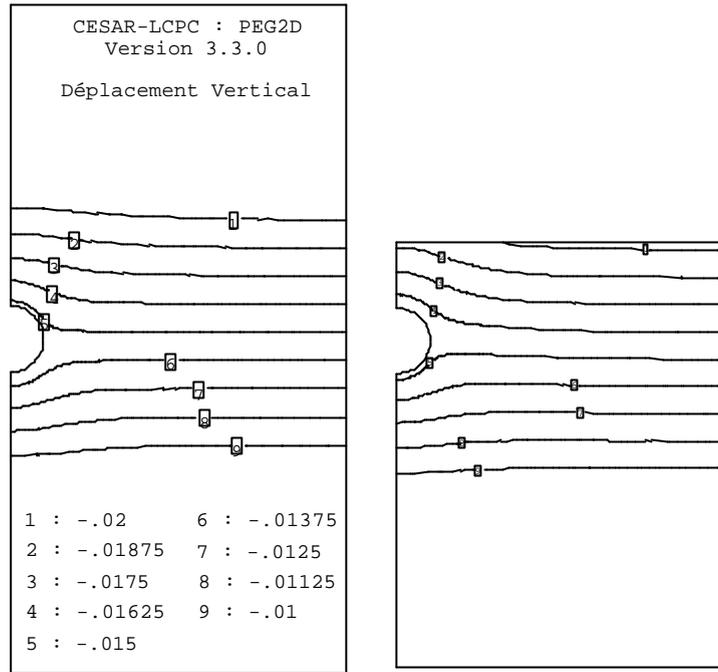
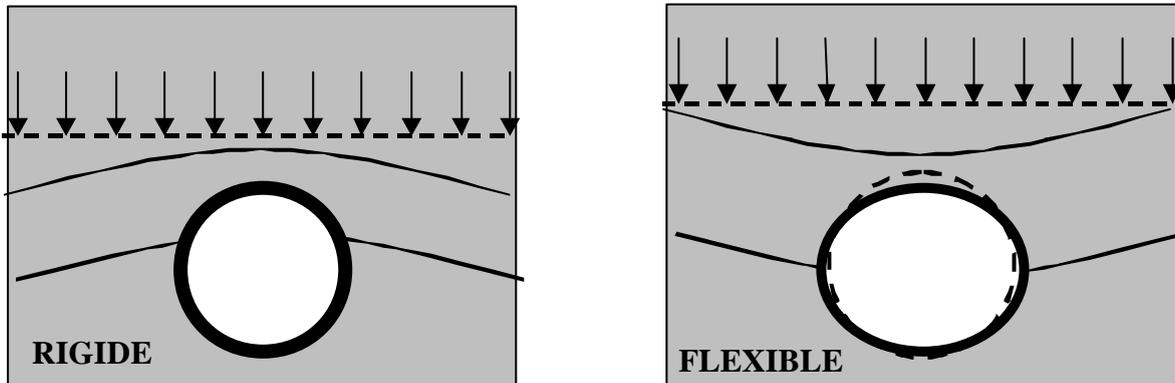


Figure III-53. Lignes d'iso-déplacement vertical.

### III.3.3.3. Critère de rigidité relative sol – conduite

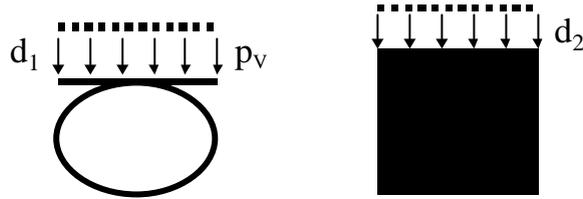
On introduit la notion de critère de rigidité que l'on utilisera par la suite dans l'étude paramétrique aux éléments finis.

La rigidité est une notion toute relative : une conduite en béton sera considérée comme rigide dans un terrain meuble et souple dans une roche (cas d'une galerie blindée par exemple).



L'effet d'une charge verticale sur une canalisation enterrée est très différente selon la nature de la canalisation et selon les caractéristiques du remblai d'enrobage. Afin de caractériser ce comportement relatif sol – conduite, on définit un critère de rigidité relative RIG.

Le critère rigide – flexible est obtenu en comparant sous l'effet d'une pression verticale uniforme  $p_v$ , la déformation verticale de la canalisation à celle du remblai adjacent de même hauteur et de même largeur.



$$RIG = d_2/d_1 - 1$$

La déformation verticale de la la canalisation s'exprime par :

$$d_1 = \frac{K_\alpha D_e p_V}{E_c I_c / R^3}$$

où  $K_\alpha$  est un coefficient qui dépend de l'angle d'appui de la conduite et qui n'est pas très différent de 0,1 ( $K_\alpha = 1/12$  pour  $180^\circ$  et 0,09 pour  $120^\circ$ ).  $D_e$ ,  $R$ ,  $E_c$ , et  $I_c$  sont respectivement le diamètre extérieur, le rayon moyen, le module, et l'inertie de la conduite.

La déformation du prisme de sol est obtenue en appliquant la loi de Hooke :

$$d_2 = \frac{D_e p_V}{E_s / (1 - n_s^2)}$$

Le critère de rigidité relative noté  $RIG$  est défini ici, par l'expression suivante :

$$RIG = \frac{d_2}{d_1} - 1 = \frac{10}{F} - 1$$

où  $F$  est le coefficient de couplage en flexion :

$$F = \frac{E_s R^3 (1 - n_c^2)}{E_c I_c (1 - n_s^2)}$$

On a donc par définition:

$$\begin{aligned} RIG > 0 \text{ ou } F < 10 &\Rightarrow \text{comportement rigide ;} \\ RIG < 0 \text{ ou } F > 10 &\Rightarrow \text{comportement flexible.} \end{aligned}$$

A titre d'illustration, on reprend les caractéristiques mécaniques du collecteur circulaire en maçonnerie du chapitre I :

- Diamètre intérieur = 1,60 m
- Epaisseur = 0,2 m
- $R = 0,9$  m
- $E_c = 3000$  MPa
- $\nu_c = 0,2$

- $E_s = 10 \text{ MPa}$  (module « plastique ») ou  $100 \text{ MPa}$  (module de micro-déformation)
- $\nu_s = 0,33$

Pour  $E_s = 10 \text{ MPa}$  :  $F = 3,93$  donc  $RIG > 0$  et le comportement est rigide.

Pour  $E_s = 100 \text{ MPa}$  :  $F = 39,3$  donc  $RIG < 0$  et le comportement est flexible.

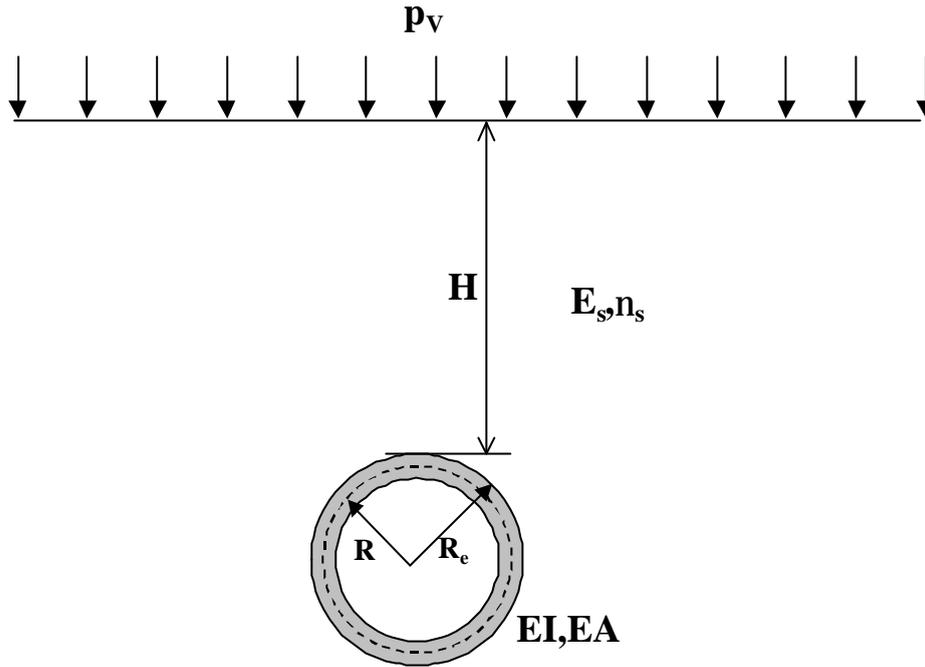
On constate que selon que l'on prend le module « plastique » du sol ou le module de micro-déformation (il s'agit bien sur du même sol), le collecteur présente un comportement rigide ou flexible.

Par la suite on utilise le coefficient de couplage plutôt que le critère de rigidité pour analyser les résultats des calculs aux éléments finis.

#### ***III.3.3.4. Solution analytique pour une pression uniforme appliquée à la surface d'un massif***

On établit une nouvelle solution analytique explicite en déformation plane du même type que celle d'Einstein et Schwartz (1979) qui permet de calculer l'effet d'une pression uniforme appliquée à la surface d'un massif sur une conduite enterrée.

Cette solution est utile pour calculer l'impact d'un remblai ou d'une fondation superficielle étendue sur une canalisation enterrée. On remarquera que contrairement aux solutions établies pour estimer les sollicitations dans les tunnels, le chargement est mis en place après la canalisation. Cette solution est comparée plus loin à des calculs par la méthode des éléments finis. On ne donne pas le détail des calculs de la solution.



Pression uniforme

Figure III-54.

La solution est établie en supposant que le rapport  $H/D$  est égal à l'infini ce qui est un peu paradoxal puisque que l'on cherche à évaluer l'impact d'une charge de surface. La présence de la surface se traduit par deux effets différents. Le premier effet concerne la raideur du massif vue de la conduite, qui est plus faible vers le haut que dans les autres directions. Cet effet n'est sensible (on l'a vu au chapitre 3.3.2.) que lorsque le rapport  $H/D$  est inférieur à 1. On a montré que le facteur de concentration de contrainte (vis à vis d'une pression uniforme de surface) est pratiquement égal à sa valeur « infinie » pour  $H/D = 5,5$ , et qu'il est inférieur à seulement 10% pour  $H/D$  égal à 1. Le deuxième effet est dû à la forme du chargement et au fait qu'il est appliqué depuis la surface. Dans un massif vierge une pression uniforme appliquée à la surface crée un champ de contrainte uniforme qui ne dépend pas de la profondeur. Dans le cas de la pression uniforme seule la première erreur existe, alors que dans le cas d'une charge ponctuelle, par exemple, les deux erreurs combindraient leurs effets.

La solution est exprimée avec les coefficients de couplage suivants :

$$F = \frac{E_s R^3 (1 - n_c^2)}{EI (1 - n^2)} \quad C = \frac{E_s R (1 - n_c^2)}{EA (1 + n)}$$

On remarquera que le rapport  $C/F$  est très petit devant 1 :

$$\frac{C}{F} = \frac{I(1-n)}{AR^2} = \frac{(1-n)}{12} \left( \frac{h}{R} \right)^2 \ll 1$$

On utilise aussi les paramètres suivants :

$$\mathbf{a}_0 = \frac{(1-n)}{12} \quad \mathbf{a}_1 = \frac{(1-n)(3-2n)}{12(3-4n)} \quad \mathbf{b}_1 = \left( \frac{1-2n}{3-4n} \right)$$

Nota : l'origine des angles est la clé de la conduite et le sens est l'opposé du sens trigonométrique.

Solution analytique pour une interaction de type adhérence parfaite :

- Contrainte normale et contrainte tangentielle à l'interface sol – conduite :

$$\mathbf{s}_c(\mathbf{q}) = \frac{p_v(C+F(1-n))}{C+F(1-n)+CF(1-n)} + \frac{2p_v(1-2n)(9C+12-(1-n)F)}{F(3-2n)(1-n)+12(3-4n)+C(F(1-n)+3(5-6n))} \cos 2\mathbf{q}$$

$$\mathbf{t}_c(\mathbf{q}) = \frac{4p_v(1-2n)(6+(1-n)F)}{F(3-2n)(1-n)+12(3-4n)+C(F(1-n)+3(5-6n))} \sin 2\mathbf{q}$$

- Moment fléchissant et effort normal dans la conduite :

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = -\frac{p_v R^2 C}{C+F(1-n)+FC(1-n)} + \frac{6p_v R^2(1-2n)(C+2)}{F(3-2n)(1-n)+12(3-4n)+C(F(1-n)+3(5-6n))} \cos 2\mathbf{q}$$

$$\mathbf{N}(\mathbf{q}) = \frac{p_v R_e(C+F(1-n))}{C+F(1-n)+CF(1-n)} - \frac{2p_v R_e(1-2n)(3C+12+(1-n)F)}{F(3-2n)(1-n)+12(3-4n)+C(F(1-n)+3(5-6n))} \cos 2\mathbf{q}$$

Si on néglige C/F devant 1 :

$$\mathbf{s}_c(\mathbf{q}) = p_v \left\{ \frac{1}{1+C} + 2\mathbf{b}_1 \frac{[1-\mathbf{a}_0 F]}{[1+\mathbf{a}_1 F]} \cos 2\mathbf{q} \right\} \quad \mathbf{t}_c(\mathbf{q}) = 2\mathbf{b}_1 p_v \frac{[1+2\mathbf{a}_0 F]}{[1+\mathbf{a}_1 F]} \sin 2\mathbf{q}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = -p_v \frac{h^2}{12} \frac{1}{(1+C)} + \mathbf{b}_1 \frac{p_v R^2}{[1+\mathbf{a}_1 F]} \cos 2\mathbf{q} \quad \mathbf{N}(\mathbf{q}) = p_v R_e \left\{ \frac{1}{(1+C)} - 2\mathbf{b}_1 \frac{[1+\mathbf{a}_0 F]}{[1+\mathbf{a}_1 F]} \cos 2\mathbf{q} \right\}$$

On tire facilement à partir de la contrainte normale, l'expression du facteur de concentration de contrainte en clé :

$$C_c = \frac{\mathbf{s}_c(0)}{p_v} = \left\{ \frac{1}{1+C} + 2\mathbf{b}_1 \frac{[1-\mathbf{a}_0 F]}{[1+\mathbf{a}_1 F]} \right\}$$

dans le cas où  $F=C=0$ , on retrouve la valeur limite calculée au 3.3.2 pour une profondeur infinie:

$$C_c = 1 + 2\mathbf{b}_1 = \frac{5-8n}{3-4n}$$

La valeur de  $F$  pour laquelle  $C_c = 1$ , notée  $F_S$ , est très proche de  $1/\alpha_0$  c'est à dire de  $12/(1-\nu)$ . Cette dernière valeur définit la frontière entre le comportement rigide ( $C_c > 1$ ) et le comportement souple ( $C_c \leq 1$ ) dans un champ de pression œdométrique. On remarquera qu'elle est sensiblement supérieure à celle issue du calcul simpliste du chapitre 3.3.3 ( $F = 10$ ).

### III.3.3.5. Pression uniforme - Comparaisons avec la méthode des éléments finis

#### A. Description du modèle aux éléments finis

On reprend les caractéristiques géométriques et mécanique de l'exemple de base du chapitre I. C'est à dire un collecteur circulaire de 2 m de diamètre extérieur et 1,60 m de diamètre intérieur. Les caractéristiques mécaniques des matériaux sont les suivantes :

- Modules du matériau du conduit : 30000, 10000 et 3000 MPa.
- Coefficient de Poisson : 0,2
- Modules du sol : 10 – 50 – 100 – 200 – 350 MPa
- Coefficient de Poisson : 0,33

Le coefficient de couplage F varie entre 0,39 et 137.

La hauteur de sol sur la clé prend 2 valeurs : 1 m et 4 m, soit  $H/D = 0,5$  ou 2. Il s'agit donc d'une conduite faiblement enterrée.

Le chargement est constitué d'une pression uniforme de 0,1 MPa appliquée à la surface du massif.

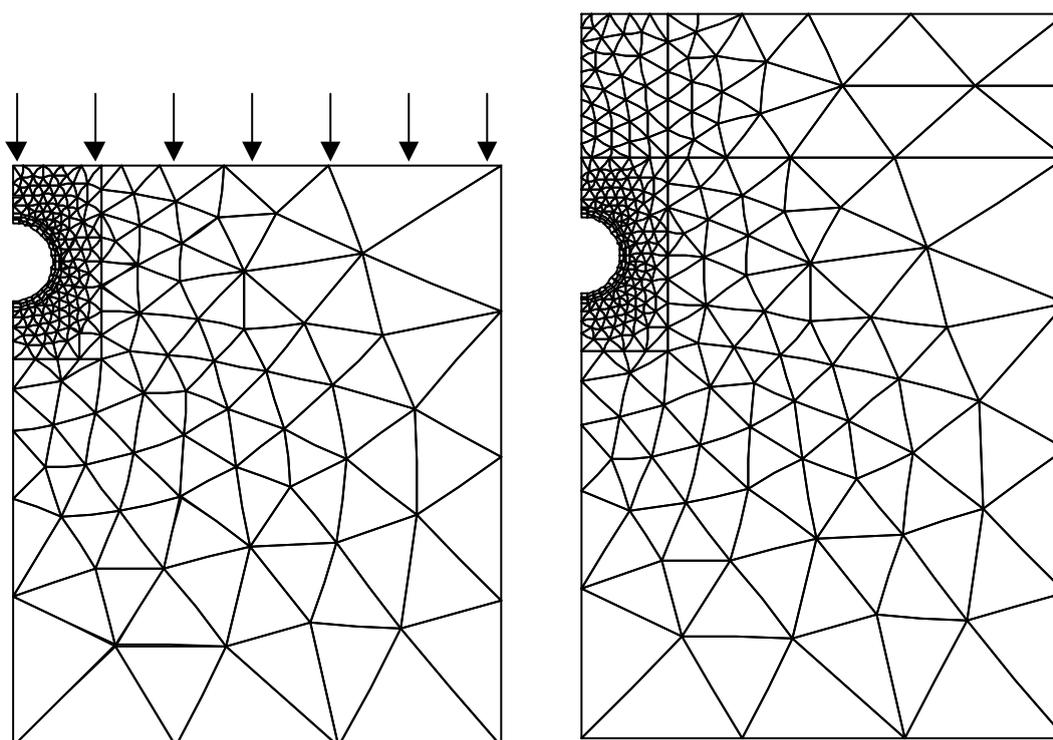


Figure III-55 Dessins des maillages (logiciel CESAR-LCPC)

#### B. Résultats de calculs

- a) Distribution des contraintes sur la conduite pour  $H/D = 2$

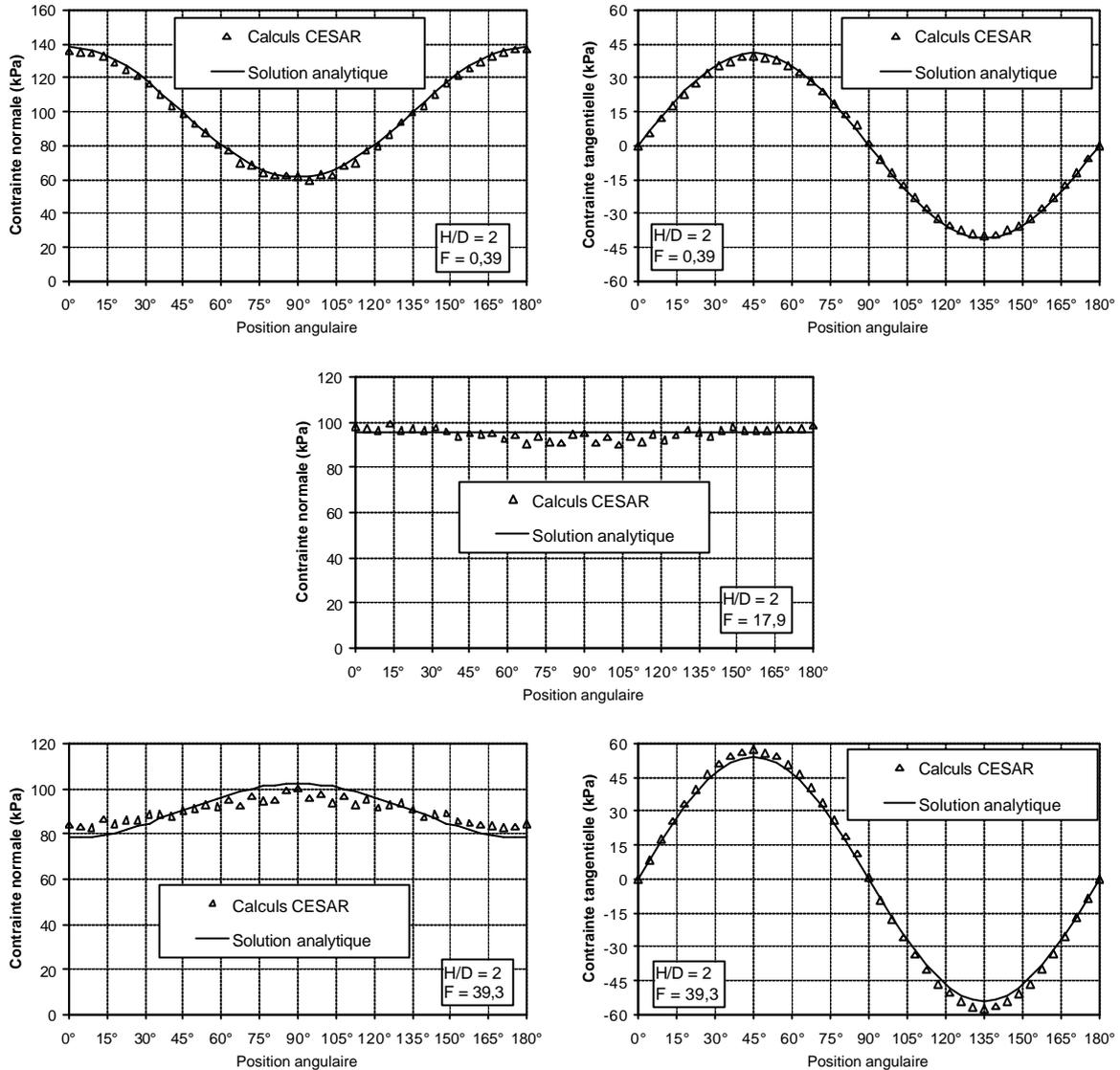


Figure III-56. Distribution des contraintes normales et de cisaillement : comparaison ente la solution analytique et les calculs CESAR-LCPC

On constate que les contraintes normales et tangentielles sont correctement représentées par la solution analytique (voir figures III-56 et III-57). On retrouve bien pour les faibles valeurs du coefficient de couplage le coefficient de concentration de contrainte en clé dont la valeur théorique est égal à 1,4 (voir aussi la figure III-56).

L'augmentation du coefficient de couplage entraîne un lissage de la contrainte normale qui, lorsque F est proche de la valeur 17, devient constante et presque égale à la pression appliquée à la surface du massif (100 kPa). La valeur 17 est pratiquement égale à la valeur limite  $F_S$  qui sépare le comportement rigide du comportement souple ( $F_S = 17,9$ ). Dans le domaine souple, le sens de variation de la contrainte normale s'inverse c'est à dire qu'elle devient plus élevée aux reins (à 90° de la clé) qu'en clé ou en radier (à 180°) et la contrainte moyenne diminue. A contrario, la contrainte de cisaillement ne change pas son sens de variation et augmente sensiblement avec le coefficient de couplage et tend vers une valeur limite qui est 50% supérieure à la valeur initiale (voir figure III-57).

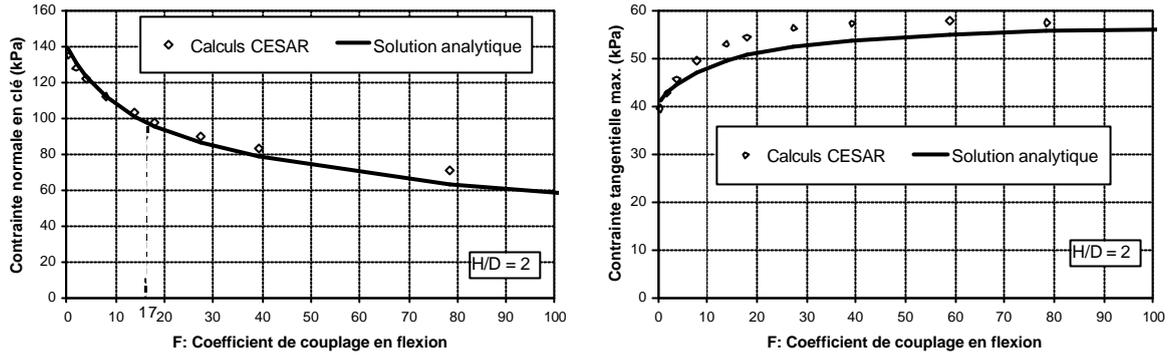


Figure III-57. Evolution des contraintes normales et tangentielles en fonction du coefficient de couplage.

Le domaine rigide se caractérise donc par des contraintes normales élevées en clé et plus faibles aux reins alors que le domaine souple se caractérise par des contraintes de cisaillement élevées et des contraintes normales faibles en moyenne et plus élevées aux reins qu'en clé.

Remarque : les écarts entre la solution analytique et les calculs CESAR-LCPC sont faibles (inférieurs à 5%) dans le domaine rigide de la conduite. Dans le domaine souple, les écarts augmentent sensiblement. En dehors de l'influence de la surface, une explication à ces écarts réside dans le fait que l'anneau modélisé est relativement épais (le rapport épaisseur sur rayon est égal à 5) alors que le modèle analytique assimile l'anneau à une coque mince (hypothèse valide si  $R/e < 10$ ). Il faudrait utiliser les équations du tube épais mais la solution analytique ne serait plus alors explicite.

b) Sollicitations dans la conduite (Moment et effort normal) pour  $H/D = 2$

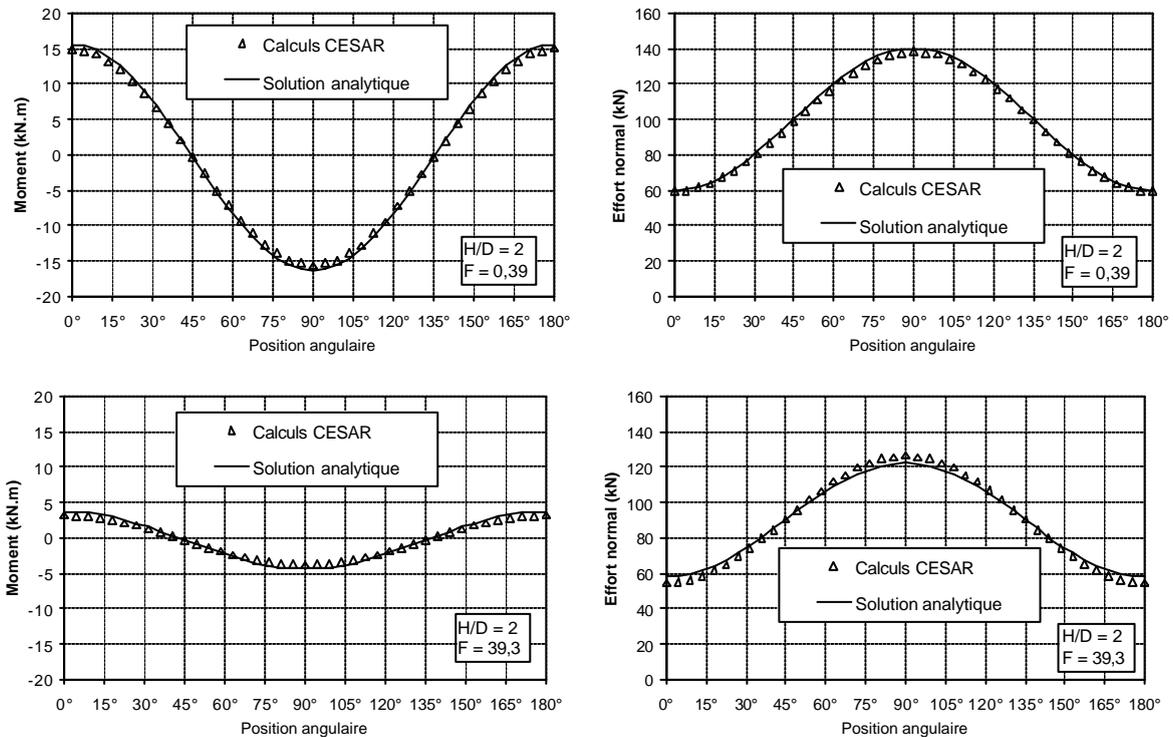


Figure III-58

On constate sur la figure III-58, un bon accord entre la solution analytique et les calculs CESAR-LCPC. Le moment de flexion maximum décroît rapidement avec l'augmentation du coefficient de couplage en flexion  $F$  (figure III-59, graphes du haut). A la limite rigide-flexible, le moment est divisé par 2,4. Inversement, l'effort normal est peu sensible à l'effet de l'interaction sol – structure (figure III-59, graphes du bas), il diminue lentement avec l'augmentation du coefficient de couplage en compression  $C$ .

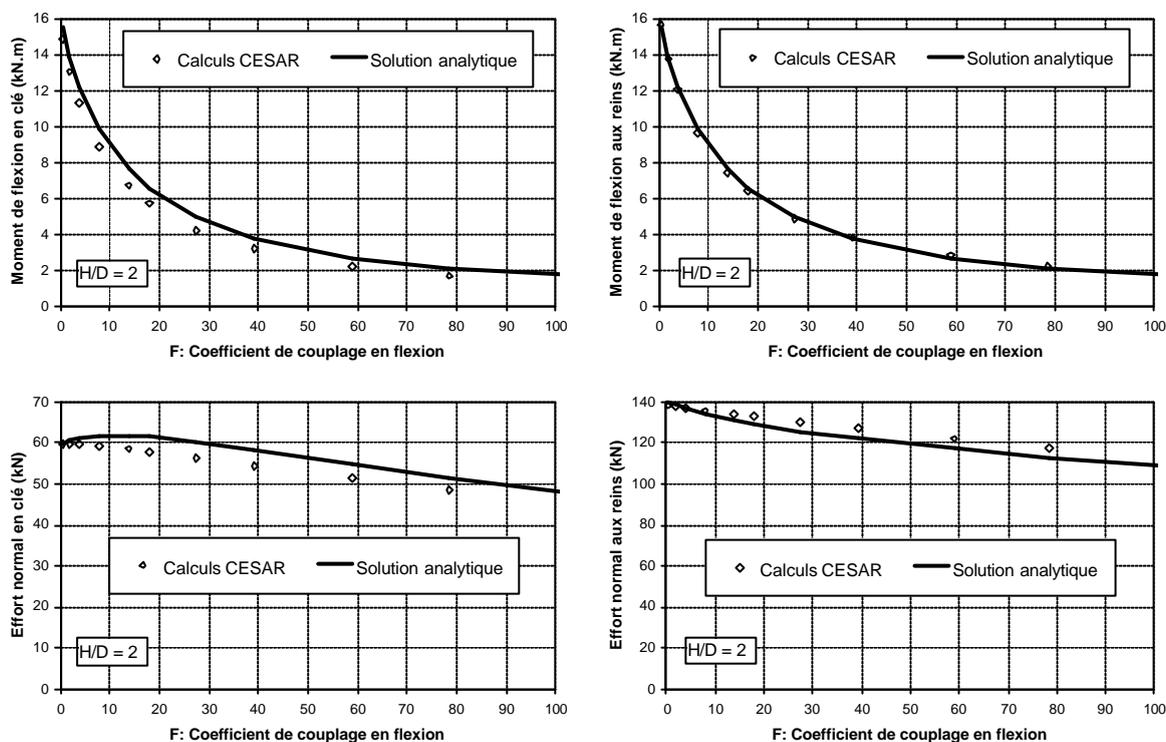


Figure III-59

La diminution rapide du moment de flexion alors que l'effort normal reste quasi constant a un effet important sur les matériaux qui présentent une faible résistance à la traction (la maçonnerie en général). En effet, la stabilité d'une section dépend de l'excentricité des efforts (rapport dans une section entre le moment et l'effort normal) qui doit rester inférieure à la demi hauteur de la section dans le cas d'une résistance nulle à la traction (voir chapitre II).

### c) Influence de la profondeur

La figure III-60 montre les distributions angulaire du moment et de l'effort normal pour un ratio  $H/D = 0,5$  et un facteur de couplage égal à 0,39, comparées aux solutions analytiques respectives. Comme on la vu au chapitre 3.3.2 (calcul du coefficient de concentration), les contraintes sont sensiblement plus faibles que celles calculées pour un ratio infini. Moins évident est le fait que les distributions restent quasiment symétriques par rapport à un plan horizontal passant par l'axe de la conduite alors que le modèle ne l'est pas du tout.

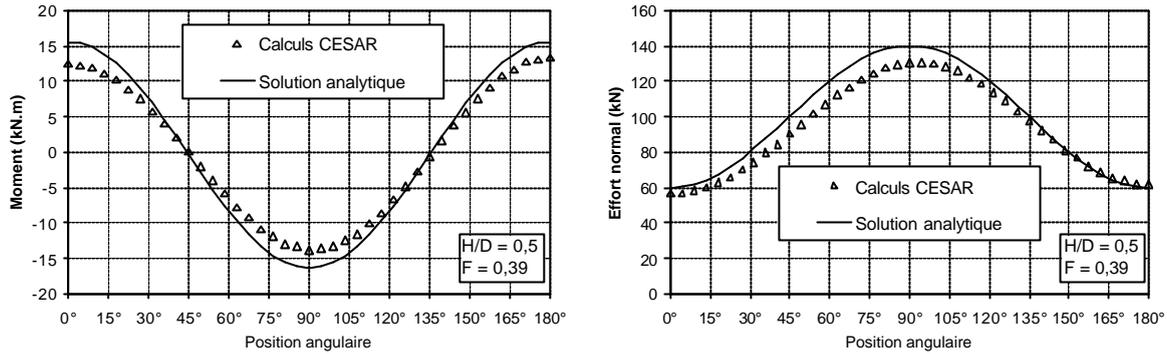


Figure III-60

La figure III-61 montre l'évolution du moment fléchissant et de l'effort normal en clé en fonction du facteur de couplage F. Les écarts sur les moments atteignent 20% ce qui pourrait être acceptable dans la mesure ou la solution analytique place ainsi du coté de la sécurité.

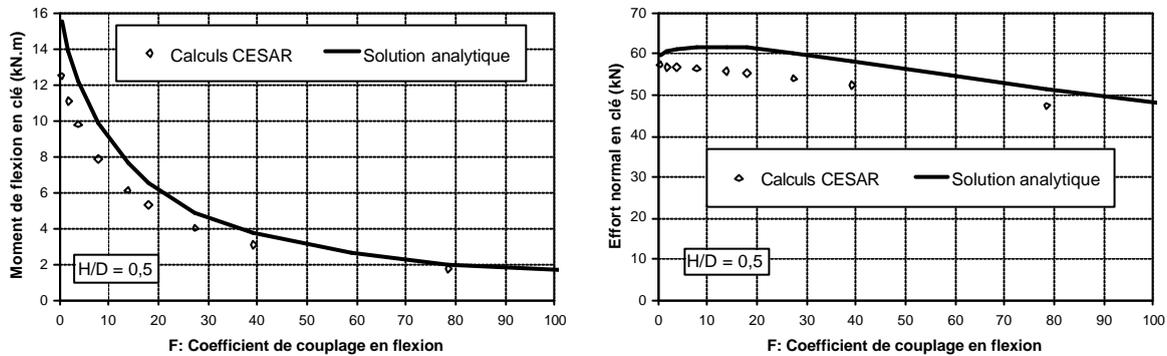


Figure III-61

**III.3.3.6. Charge linéique appliquée en surface – cas d'un massif élastique hyperbolique**

**A. Description du modèle aux éléments finis**

On s'intéresse dans ce chapitre à l'effet d'une charge linéique de surface sur une conduite enterrée dans un massif hyperbolique. Les résultats sont comparés à la solution élastique linéaire correspondante.

A la différence de l'étude précédente on ne fait pas varier le module du sol puisqu'il est donné par la loi de comportement hyperbolique (la valeur initiale est égale à 200 MPa). Les caractéristiques de la loi hyperbolique sont les suivantes (voir aussi la figure III-62) :

- Module initial :  $E_0 = 200 \text{ MPa}$
- Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,33$
- Déformation de référence :  $\epsilon_r = 8,87 \cdot 10^{-4}$

Expression du module sécant en fonction de la déformation déviatorique :

$$E(e_d) = \frac{E_0}{1 + \frac{e_d}{e_r}}$$

La loi de comportement s'écrit alors en fonction de la contrainte moyenne  $p$  et du déviateur des contraintes  $q$  :

$$q = \frac{E_s(e_d)}{(1+n)} \cdot e_d \quad p = \frac{E(e_d)}{3(1-2n)} \cdot e_v$$

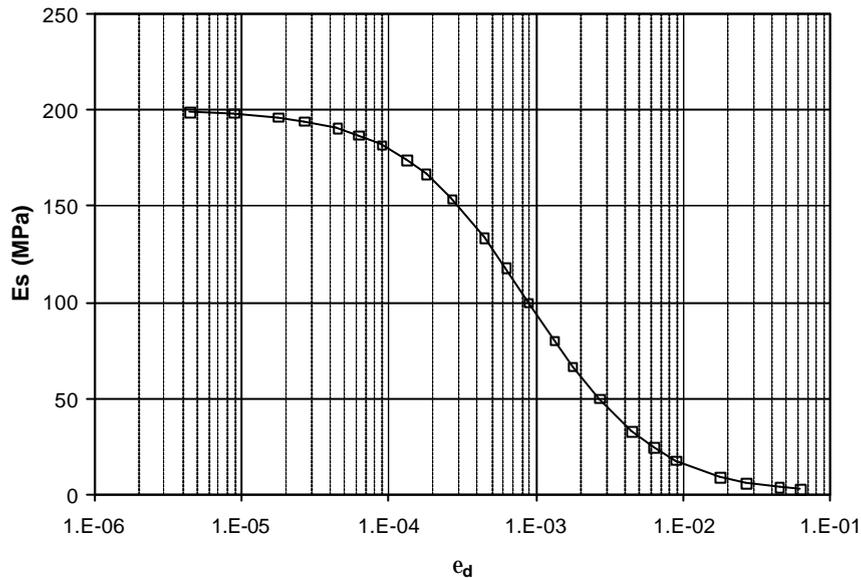


Figure III-62. Loi hyperbolique

Les caractéristiques du modèle élastique sont égales aux caractéristiques initiales du modèle hyperbolique ( $E = 200$  MPa,  $\nu = 0,33$ ) .

On reprend les caractéristiques géométriques et mécanique de l'exemple de base du chapitre I, c'est à dire un collecteur circulaire de 2 m de diamètre extérieur et 1,60 m de diamètre intérieur. Les caractéristiques mécaniques du matériau du collecteur sont les suivantes :

Elasticité linéaire isotrope.

- Module : 3000 MPa.
- Coefficient de Poisson : 0,2

La hauteur de sol sur la clé est égale à 4 m soit un ratio  $H/D = 2$ .

Le chargement est constitué d'une pression uniforme croissante appliquée sur une largeur de 1 m à la surface du massif. La bande chargée est axée sur la conduite. La figure III-63 représente le maillage et le chargement. Les limites du maillage ont été définies à une distance égale à 5 fois le diamètre externe de la conduite.

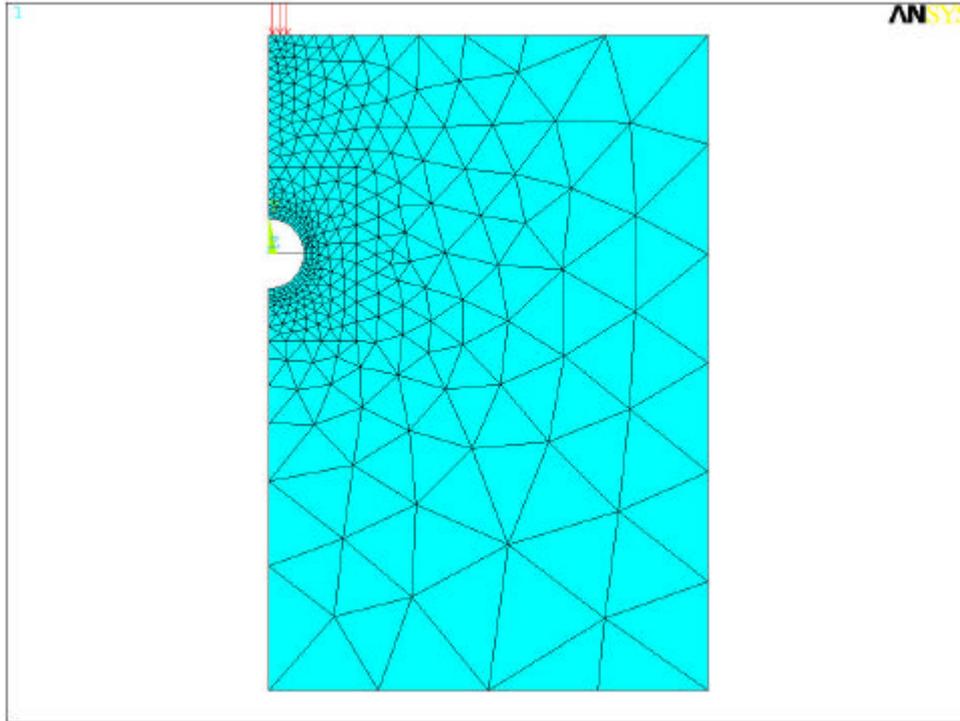


Figure III-63

*B. Résultats des calculs*

A un moment donné du calcul, on constate une divergence numérique qui correspond à la pression limite supportable par le sol. La figure III-64 représente la variation du déplacement vertical du centre de la fondation en fonction de la pression appliquée, obtenue dans le cas hyperbolique et comparée au cas linéaire. On ne s'intéresse pas spécialement à cette pression limite qui est de l'ordre de 370 kPa.

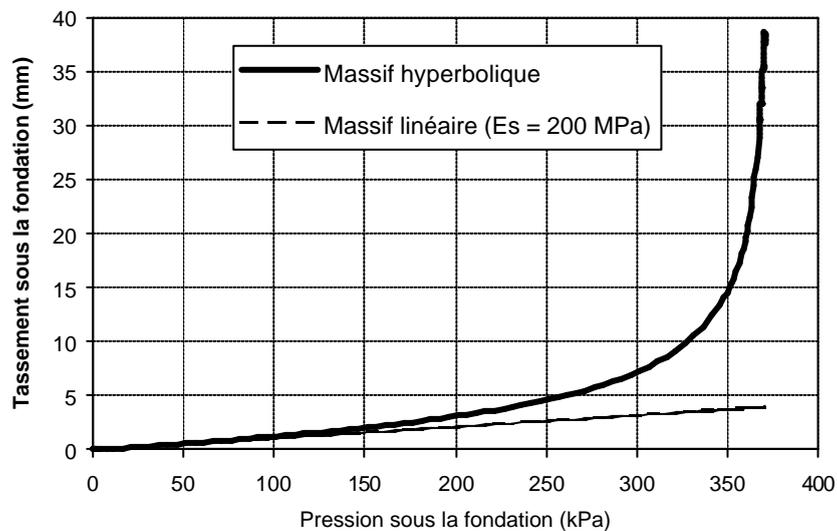


Figure III-64

La figure III-65 représente l'évolution de la contrainte maximum de traction dans la conduite qui est située en clé à l'intrados en fonction de la pression sur la fondation. On constate que la contrainte est légèrement plus élevée que la contrainte élastique correspondante ce qui est dû à l'effet de concentration des contraintes dans le sol que l'on a étudié au chapitre 2.4.5. Au point de divergence l'écart atteint 20% de la valeur élastique (0,49 MPa contre 0,41 MPa).

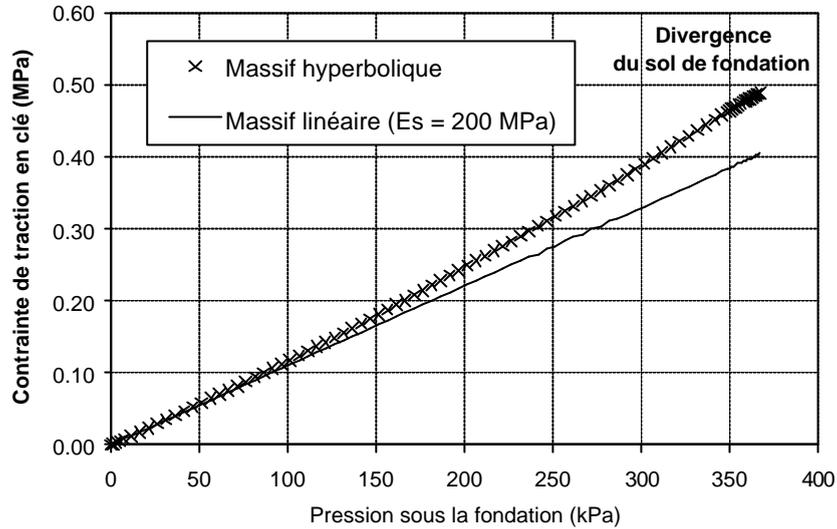


Figure III-65

La figure III-66 représente l'évolution de l'ovalisation verticale de la conduite, c'est à dire la diminution du diamètre vertical, en fonction de la pression appliquée. L'écart par rapport à la solution élastique atteint 17% au point de divergence (0,7 mm contre 0,6 mm).

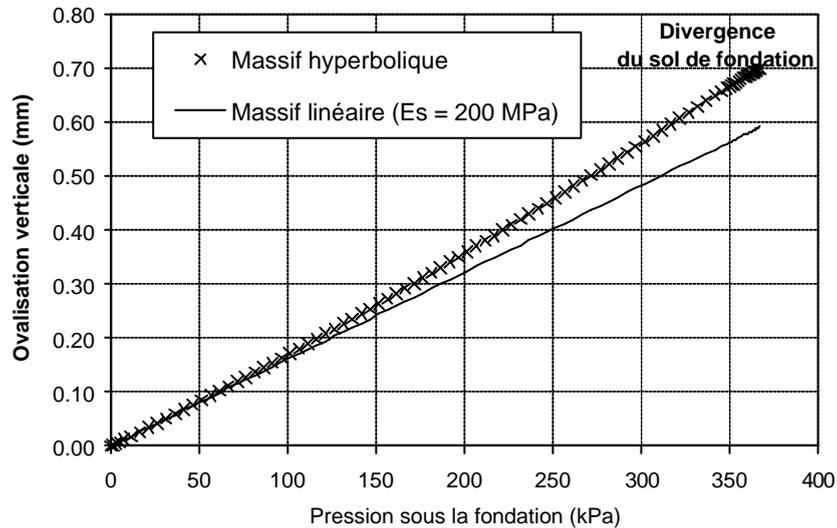


Figure III-66

Si on fait varier dans le modèle élastique linéaire le module on obtient la courbe représentée sur la figure III-67. La pression sur la fondation est égale à 100 kPa et le module varie de 0 à 400 MPa.

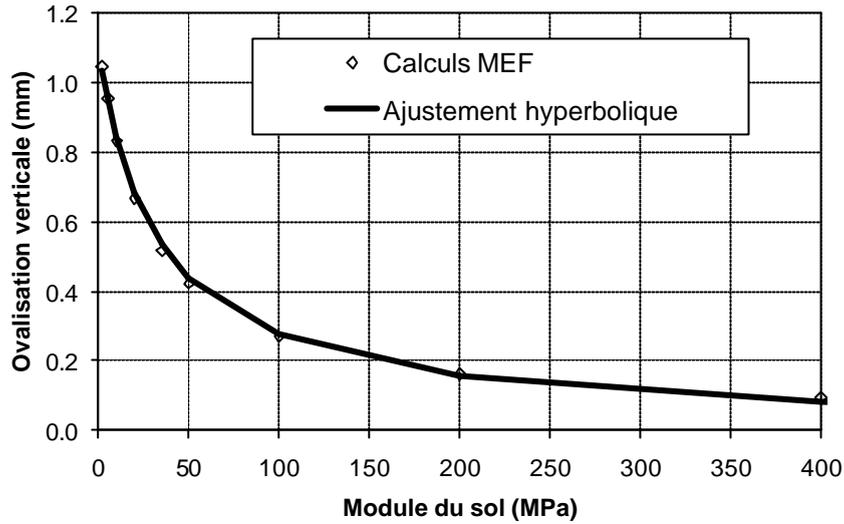


Figure III-67

On a ajusté l'équation suivante sur les résultats des calculs MEF :

$$O_v = \frac{1,1 \cdot 10^{-5} p_v}{1 + 0,029 \cdot E_s}$$

- où :  $p_v$  est la pression appliquée sur la fondation en MPa.
- $E_s$  est le module du massif exprimé en MPa.
- $O_v$  est la variation du diamètre vertical de la conduite en mm.

On peut ainsi calculer le module élastique linéaire équivalent qui donnerait la même ovalisation que le sol hyperbolique en fonction de la pression appliquée en surface. La figure III-68 représente ce résultat et on constate que le module élastique équivalent décroît faiblement avec la pression. Au point de rupture de la fondation, le module élastique équivalent est égal à 165 MPa. Il est clair que l'on obtiendrait pas du tout ce résultat si on s'intéressait aux déplacements sous la fondation.

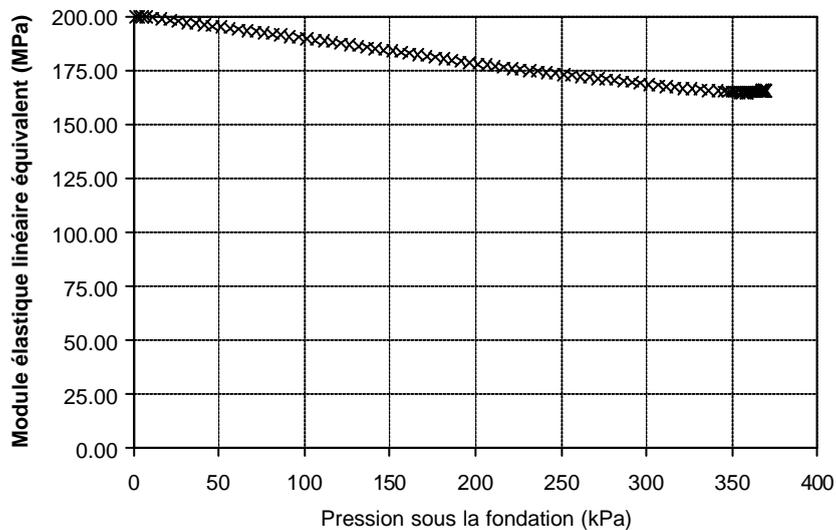


Figure III-68

### III-3.4. Conclusions

On a vu dans ce chapitre que la diffusion d'une charge de surface sur une conduite enterrée est un problème complexe d'interaction sol – structure. On a distingué le comportement rigide où la conduite est plus rigide que son environnement et le comportement souple où la conduite, plus souple que son environnement est partiellement délestée des contraintes transmises par le sol. La limite entre ces deux comportements, qui est définie par un critère simple, dépend en partie du mode d'interaction de la conduite avec le sol. Le critère n'est pas le même si on considère une pression uniforme ou ponctuelle par exemple.

Mais plus que le mode d'interaction, c'est le choix du module du sol qui a la plus grande incidence. Si on s'intéresse au comportement d'un revêtement de tunnel qui est mis en place dans une excavation, le module de sol à prendre en compte correspond à un taux de déformation relativement élevé (de 0,1 à quelques %). En revanche dans le cas de la diffusion d'une charge de surface sur une conduite existante on pourra prendre un module en très petites déformations comme on l'a montré dans l'étude de la conduite placée dans un sol hyperbolique.

Dans le cas des ouvrages en maçonnerie qui nous intéressent plus particulièrement, les faibles modules des maçonneries (de 1000 à 10000 MPa) font que le comportement de ces structures sera en général souple vis à vis des charges de surface. Mais une conduite qui est souple vis à vis d'une charge de surface peut redevenir une inclusion rigide vis à vis d'un tassement général de son remblai latéral (qui pourrait être provoqué par une pression uniforme en surface).

## III-4. EFFET D'UNE CHARGE HYDRAULIQUE INTERNE SUR UN COLLECTEUR ENTERRE

L'effet de la pression hydrostatique interne dans un ouvrage en maçonnerie dont le matériau présente une faible résistance à la traction peut être très dommageable. Les collecteurs d'assainissement sont soumis périodiquement à des augmentations brutales du débit des effluents consécutives à des pluies d'orage. Si la capacité du réseau est insuffisante ou si sa débitance est localement diminuée, certains tronçons peuvent se mettre en charge c'est à dire que l'écoulement ne comporte plus de surface libre et remplit entièrement la canalisation. La pression exercée par le fluide sur les parois peut alors atteindre des valeurs de l'ordre de quelques mètres.

### III-4.1. Cas d'un ouvrage circulaire

Dans un ouvrage circulaire, une pression interne ne crée pratiquement que des tractions. La déformation radiale de l'anneau provoque une réaction du sol encaissant qui diminue la contrainte circonférentielle de traction.

On considère un anneau de rayon extérieur  $R$  et d'épaisseur  $e$ , en contact parfait avec un massif élastique infini. On suppose que tous les matériaux sont élastiques linéaires et on fait l'hypothèse de déformation plane. On peut écrire les deux relations d'équilibre suivantes :

Pour le sol encaissant :

$$\frac{u}{R} = \frac{1+n_s}{E_s} q$$

Pour l'anneau :

$$\frac{u}{R} = \frac{1-n_c^2}{E_c} \cdot \frac{R}{e} \cdot (p_i - q)$$

Où  $u$  est le déplacement radial,  $p_i$  la pression interne, que l'on suppose uniforme, et  $q$  la pression de réaction du sol encaissant.

La compatibilité du déplacement radial à l'interface permet de calculer la contrainte de traction dans l'anneau et la déformation de cisaillement dans le sol à l'interface:

$$s_t = \frac{\frac{R}{e} p_i}{1 + I \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{R}{e}} \quad \text{avec } I = \frac{1-n_c^2}{1+n_s}$$

$$g_R = \frac{2(1-n_c^2)}{E_c} \cdot s_t$$

Pour aider l'analyse, on utilise les valeurs numériques suivantes :

$R/e = 5$ (ratio typique pour un anneau en maçonnerie)	
Module de la maçonnerie	: $E_c = 3000$ MPa
Coef. de Poisson	: $\nu_c = 0,2$
Résistance en compression	: $R_c = 10$ MPa
Résistance en traction	: $R_t = 0,5$ MPa ( $R_c/20$ )
Module du sol	: $E_s = 200$ MPa
Coef. de Poisson	: $\nu_s = 0,33$

Ce qui donne :

$$s_t = \frac{5 \cdot p_i}{1,24} \quad \text{et} \quad g_R = 0,00064 \cdot s_t$$

Au moment où la contrainte atteint la résistance en traction (0,5 MPa), la déformation de cisaillement à l'interface atteint  $3,2 \cdot 10^{-4}$ , c'est à dire que le sol est encore dans le domaine des très petites déformations. Par conséquent, tant que l'hypothèse élastique reste vérifiée pour le matériau de l'anneau, on peut utiliser pour le sol un module en très petite déformation.

Cependant, l'atténuation apportée par la réaction du sol est relativement faible. Avec les valeurs numériques précédentes, la réaction du sol diminue la contrainte de traction de seulement 20%. Le gain apporté par la raideur supérieure du sol aux petites déformations est donc faible.

D'autre part, la pression admissible par l'anneau en l'absence d'interaction est égale à 10 m de hauteur d'eau. Cette valeur est relativement élevée eu égard aux valeurs habituelles des surpressions (quelques mètres) que l'on constate dans les collecteurs.

En conclusion, on peut dire que dans le cas d'un ouvrage circulaire en maçonnerie soumis à une mise en charge interne, l'interaction sol-structure ne diminue pas sensiblement les contraintes circonférentielles et la prise en compte des caractéristiques des sols en petites déformations a un intérêt limité.

### III-4.2. Cas d'un ouvrage en forme d'ovoïde (non circulaire)

Dans un ouvrage non circulaire, une pression interne uniforme crée des contraintes de flexion (traction-compression) qui se rajoutent aux contraintes circonférentielles de traction qui sont dues à la coupure.

De manière générale, les déformations dues au moment fléchissant sont nettement supérieures aux déformations dues à l'effort normal. Il suffit de comparer pour un anneau le module de rigidité en flexion au module de rigidité normal (voir II.3.3.4).

Et comme les déplacements sont inversement proportionnels aux modules de rigidité, on néglige habituellement des déplacements dus à l'effort normal.

Dans le cas d'un ouvrage non circulaire de forme ovoïde, le calcul par la méthode des éléments finis montre que les contraintes de traction sont maximum dans la zone de radier et en clé de voûte.

En vôte, on peut s'attendre (par analogie avec les équations données en II.3.3.4 pour un anneau) à ce que la contrainte de traction se présente sous la forme suivante :

$$s_t = \frac{s_n}{1 + I \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{R}{e}} + \frac{s_f}{1 + b \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \left(\frac{H}{e}\right)^3}$$

où  $e$  est l'épaisseur de la paroi,  $R$  est le rayon de la voûte,  $H$  est la hauteur de l'ovoïde,  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres de forme,  $E_s$  et  $E_c$  sont respectivement le module du sol et le module de la maçonnerie.

Le premier terme représente la contribution de l'effort normal (contrainte de traction circonférentielle) et le deuxième terme représente la contribution du moment fléchissant. Les deux termes sont divisés par des facteurs qui dépendent de la rigidité relative en compression pour le terme d'effort normal et de la rigidité relative en flexion pour le terme de moment fléchissant.

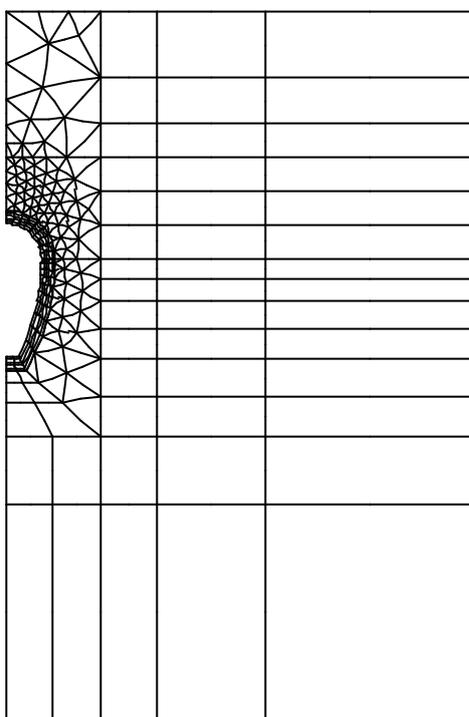


Nota : La valeur de 0,49 a été choisie pour permettre une comparaison directe avec la loi élastique hyperbolique qui est utilisée dans un autre calcul. Ce choix a très peu d'incidence sur les résultats qui nous intéressent.

La couverture de sol est de 3 m au dessus de la clé.

Le chargement est constitué d'une pression hydrostatique interne égale à une colonne d'eau de 3 m au-dessus de la clé (5,2 m par rapport au radier). C'est à dire que l'on suppose que l'eau atteint le niveau du terrain naturel et se déverse par les tampons (l'ouvrage est évidemment en charge).

Le maillage est représenté sur la figure III-70. Il a été réalisé avec le pré-processeur Max2D de CESAR-LCPC. Il comporte 882 nœuds et 327 éléments dont 157 éléments MBQ8 pour l'ovoïde et 170 éléments MBT6 pour le sol.



**Figure III-70. dessin du maillage.**

La pression étant maintenue constante on a fait varier le rapport  $E_s/E_c$  entre zéro et 0,3.

Les sollicitations et contraintes sont maxima à la jonction entre les pénétrations et le radier qui constitue une zone de très forte courbure. En dehors du radier, la contrainte de traction est maximum en clé de voûte à l'intrados (voir figure III-71).

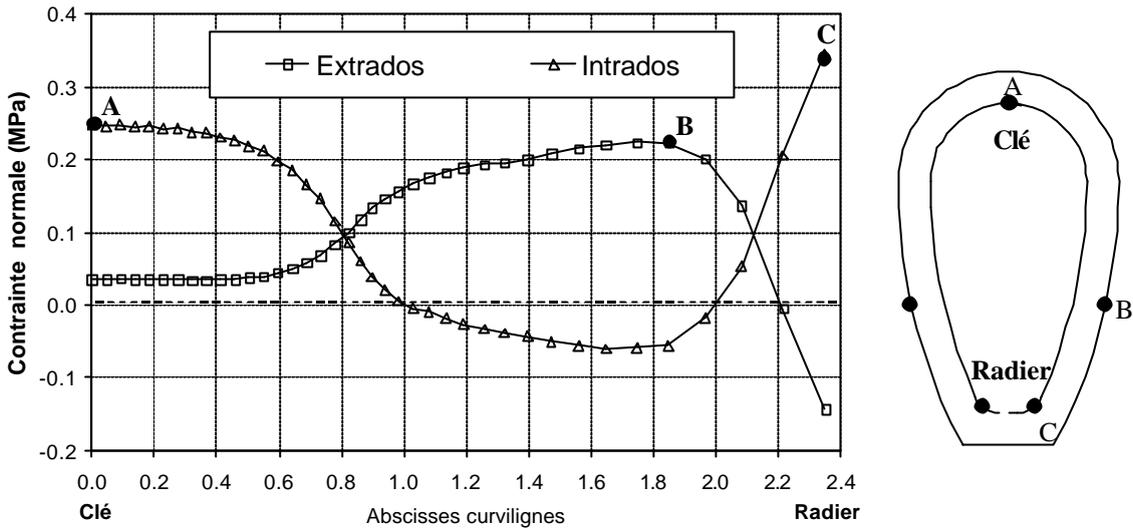


Figure III-71

On s'intéresse plus particulièrement aux contraintes de tractions étant donné que la maçonnerie présente une faible résistance en traction. La figure III-72 montre l'évolution de la contrainte de traction en clé à l'intrados (point A sur la figure III-71) en fonction du module de microdéformation du sol pour plusieurs valeurs de modules de la maçonnerie. En absence d'interaction ( $E_s = 0$ ) la contrainte de traction vaut 1,5 MPa et serait juste supportable pour un béton non armé ( $E_c = 30\ 000$  MPa) mais ne le serait pas pour une maçonnerie même de bonne qualité. Toutefois on constate que la contrainte de traction diminue très rapidement avec le module de microdéformation du sol. L'effet est d'autant plus sensible que le module de la maçonnerie est faible. Dans le cas d'une maçonnerie moyenne ( $E_c = 3000$  MPa) dans un sol moyen ( $E_s = 100$  MPa) la contrainte de traction vaut 0,36 MPa c'est à dire qu'elle est divisée par 4 alors qu'elle ne serait diminuée que de 20% dans le cas d'un anneau de même rayon que la voûte de l'ovoïde (voir chapitre précédent).

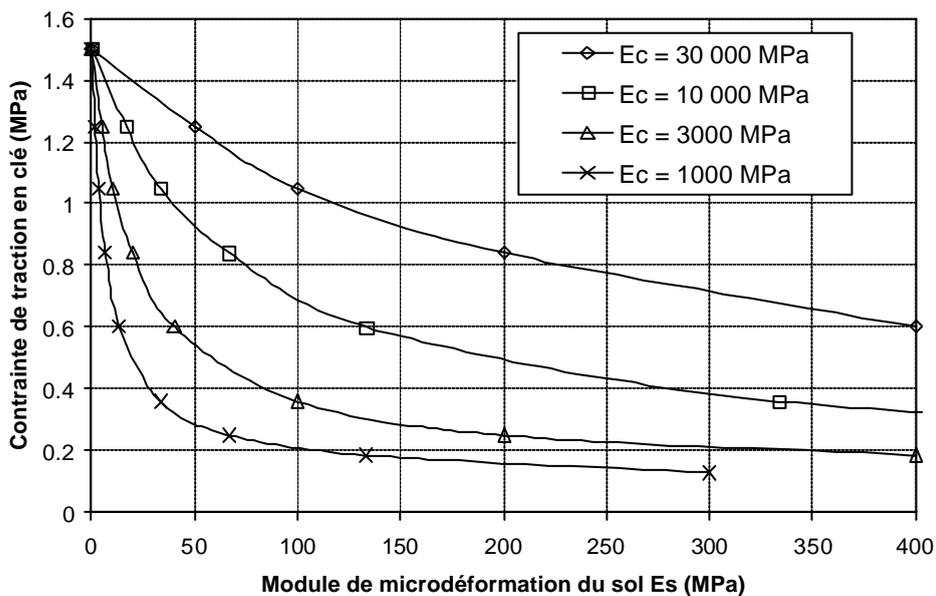


Figure III-72. Evolution de la contrainte de traction en clé (résultats CESAR).

L'ajustement par la méthode des moindres carrés d'une relation de la forme conjecturée au III-4.2 sur les résultats CESAR-LCPC donne l'expression suivante :

$$s_i(MPa) \approx \frac{0,18}{1 + 5,8 \cdot \left(\frac{E_s}{E_c}\right)} + \frac{1,32}{1 + 150 \cdot \left(\frac{E_s}{E_c}\right)}$$

avec un coefficient de corrélation supérieur à 0,99.

Le premier terme est dû à l'effet de l'effort normal alors que le second terme est dû au moment fléchissant. On constate que le terme d'effort normal est beaucoup moins sensible à l'interaction sol – structure que le terme de moment fléchissant. La figure III-73 montre l'évolution de l'effort normal et du moment fléchissant pour la maçonnerie moyenne ( $E_c = 3000$  MPa). En clé, lorsque le module du sol varie entre 0 et 200 MPa, le moment fléchissant varie de 7,7 kN.m à 0,7 kN.m (division par 11) alors que l'effort normal varie de 35,6 kN à 26 kN soit une diminution de seulement 27%.

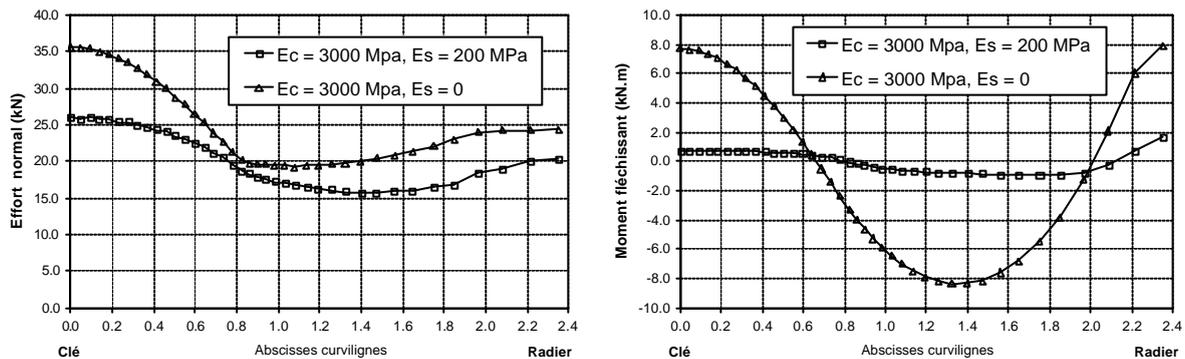


Figure III-73.

Enfin la figure III-74 montre (pour  $E_c = 3000$  MPa et  $E_s = 200$  MPa) les courbes d'isovaleurs de la déformation déviatorique dont on rappelle l'expression :

$$e_d = \frac{q}{3G} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{(1+n)}{E} \cdot \sqrt{J_2(s_{ij})}$$

On constate que la déformation est presque partout inférieure à  $10^{-4}$  (valeur maximum  $1,35 \cdot 10^{-4}$ ) c'est à dire que le sol encaissant est bien dans le domaine des très petites déformations.

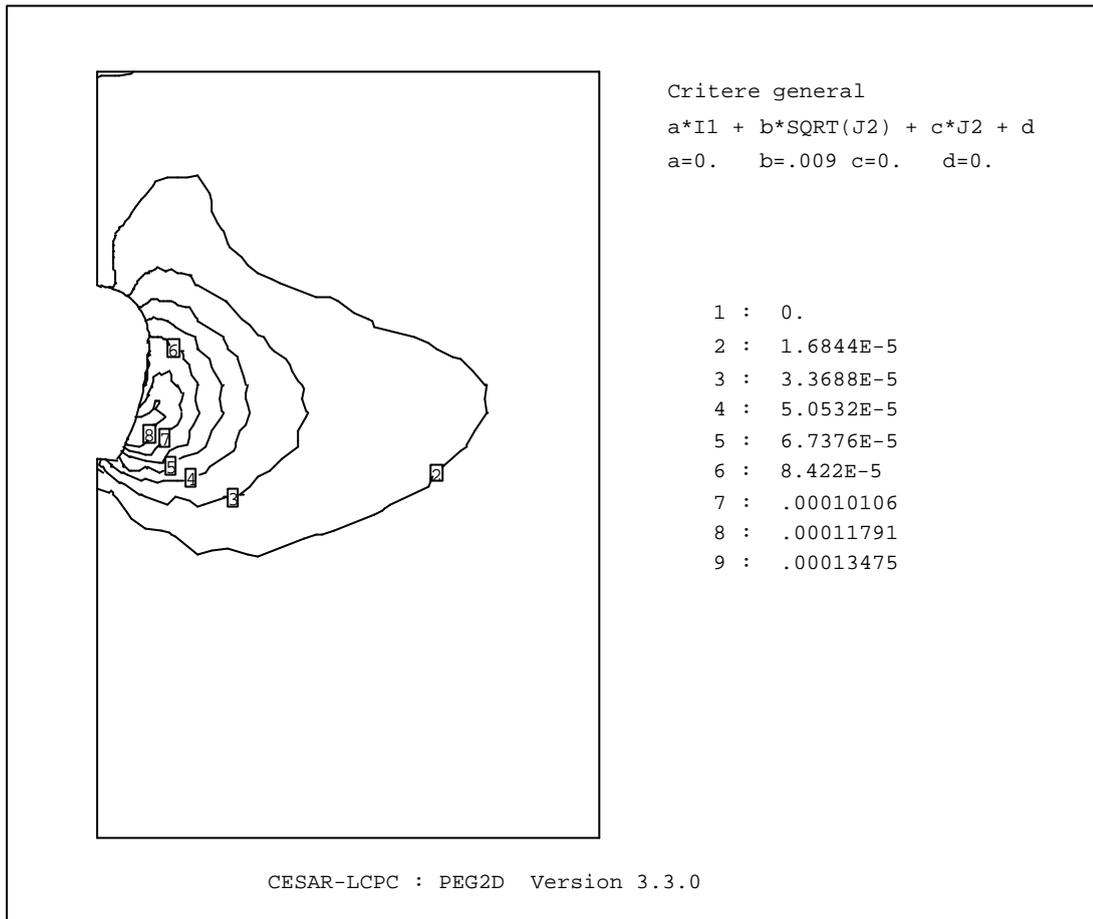


Figure III-74

**III.4.2.2. Calcul par la méthode des éléments finis - Cas d'un massif élastique hyperbolique**

On reprend l'étude précédente mais en remplaçant le sol élastique linéaire par le sol élastique hyperbolique que l'on a défini au chapitre III-2.4 et qui est mise en œuvre avec le code de calcul aux éléments finis ANSYS. Le maillage est sensiblement le même que celui utilisé avec CESAR-LCPC (Figure III-75).

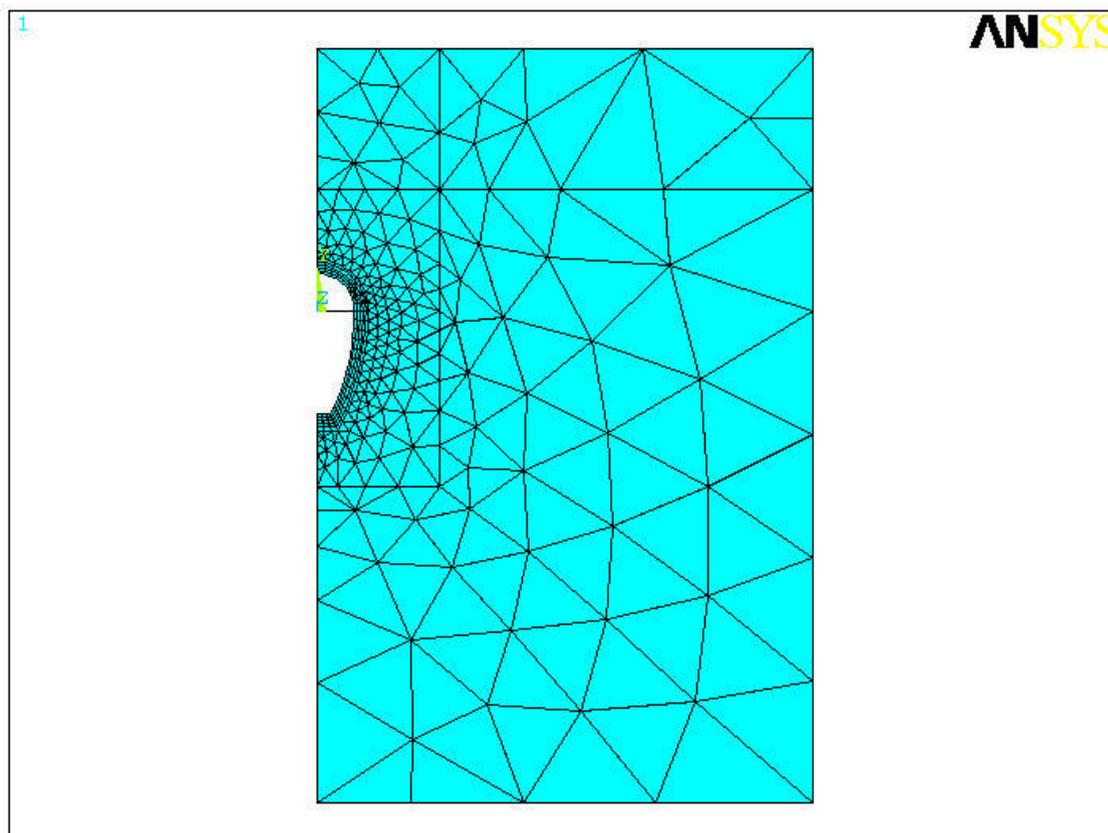


Figure III-75. Dessin du maillage.

A la différence de l'étude précédente on ne fait pas varier le module de microdéformation du sol puisqu'il est donné par la loi de comportement hyperbolique (la valeur initiale est égale à 200 MPa). On rappelle les caractéristiques du sol :

$$\begin{aligned} E_0 &= 200 \text{ MPa} \\ \nu &= 0,499 \\ \epsilon_r &= 1,73 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

$$E(e_d) = \frac{E_0}{1 + \frac{e_d}{e_r}}$$

Le Tableau III-9 compare la contrainte de traction en clé à l'intrados (point A) entre un sol linéaire (calcul CESAR) et un sol hyperbolique (Calcul ANSYS). On constate qu'il n'y a pas de différence sensible entre les résultats des deux calculs.

Ec	Es	Linéaire $\sigma_t$ (A)	Hyperbolique $\sigma_t$ (A)
30000	200	0.84	0.87
10000	200	0.48	0.51
3000	200	0.25	0.26
1000	200	0.154	0.16

**Tableau III-9 Comparaison sol linéaire – hyperbolique en clé (point A)**

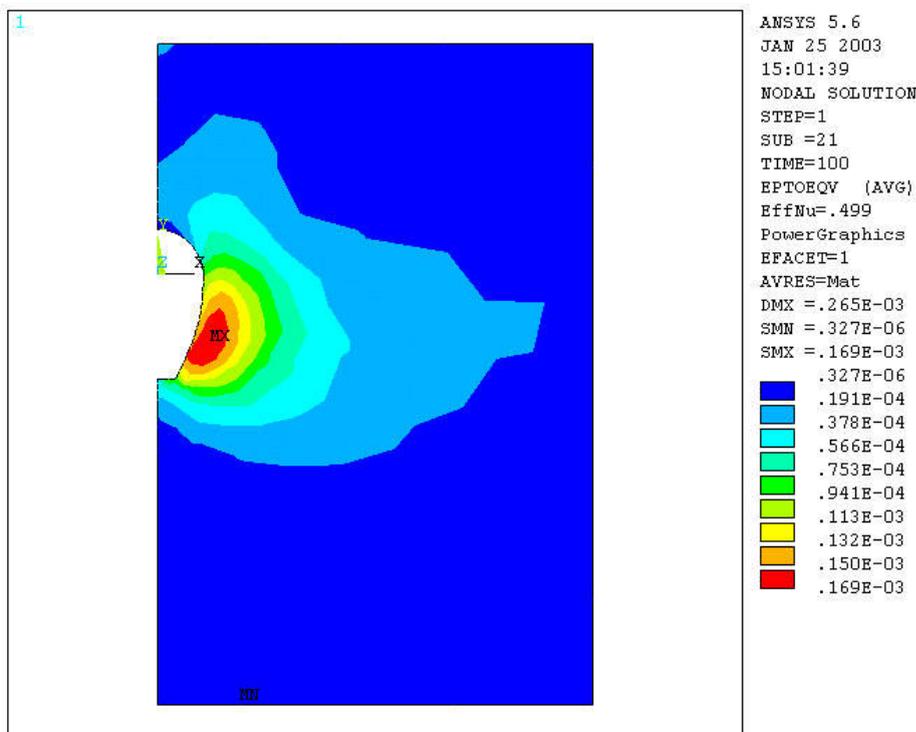
En revanche on constate sur le tableau III-10 que la contrainte de traction en milieu de piédroit à l'extrados (point B) calculée avec le sol hyperbolique est sensiblement supérieure à celle calculée avec le sol linéaire.

Ec	Es	Linéaire $\sigma_t$ (B)	Hyperbolique $\sigma_t$ (B)
30000	200	0.81	0.85
10000	200	0.47	0.55
3000	200	0.22	0.31
1000	200	0.115	0.18

**Tableau III-10 Comparaison sol linéaire – hyperbolique en milieu de piédroit (point B)**

L'examen des cartes d'iso-déformations déviatoriques (figures III-76 et III-77) montre que la zone des déformations maximales est située à mi-hauteur des piédroits. Pour un module de maçonnerie de 3000 MPa, la déformation déviatorique maximum atteint  $1,69 \cdot 10^{-4}$  (elle valait  $1,35 \cdot 10^{-4}$  dans le calcul élastique). Pour cette valeur, le module sécant est divisé par presque 2 puisque la déformation de référence est égale à  $1,73 \cdot 10^{-4}$ . Pour un module de 1000 MPa, la déformation déviatorique maximum atteint  $2,65 \cdot 10^{-4}$ , et le module sécant est divisé par 2,5.

Toutefois la zone concernée par la chute significative du module sécant est relativement concentrée autour des piédroits et la zone de clé est épargnée, ce qui explique les résultats du tableau III-10.



**Figure III-76. Sol hyperbolique, carte d'iso-déformation déviatorique (Ec = 3000 MPa, E0 = 200 MPa)**

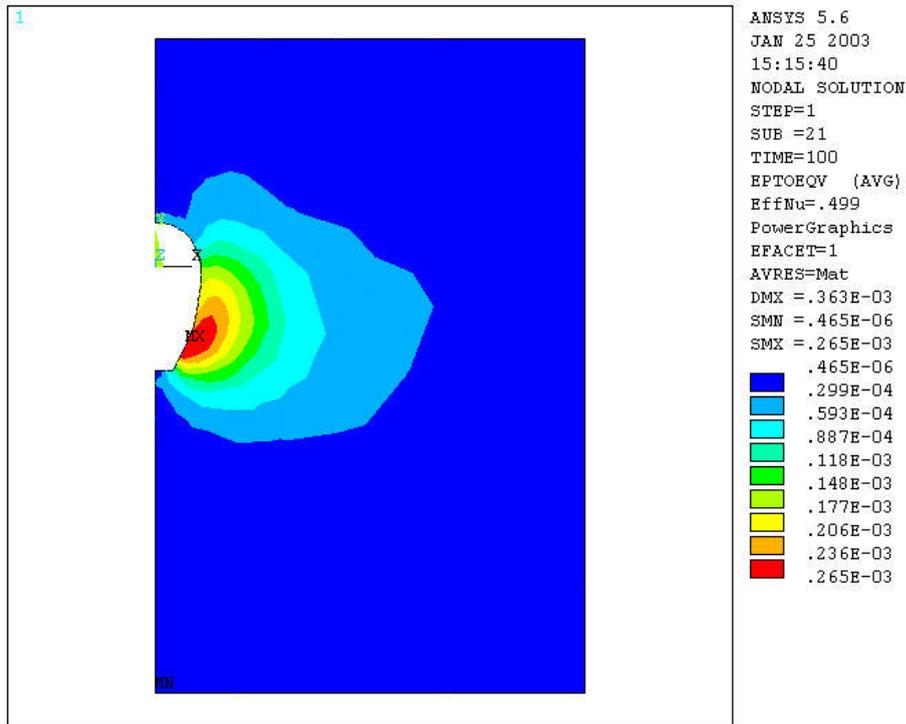


Figure III-77 Sol hyperbolique, carte d'iso-déformation déviatorique ( $E_c = 1000 \text{ MPa}$ ,  $E_0 = 200 \text{ MPa}$ )

### III-4.3. Conclusions

Un ouvrage circulaire résiste bien à l'effet d'une pression hydrostatique interne qui crée essentiellement des contraintes circonférentielles de traction. En revanche, les ouvrages non circulaires sont sensibles à l'effet d'une pression uniforme qui crée des contraintes de flexion nettement supérieures aux contraintes dues à l'effort normal. L'interaction sol – structure rééquilibre en partie ce bilan en faveur des ouvrages non circulaires qui profitent beaucoup mieux des effets bénéfiques de l'interaction sol – structure que les ouvrages circulaires.

La différence de comportement vis à vis de l'interaction sol – structure tient au fait que les déformations dues à l'effort normal sont nettement plus faibles que les déformations dues au moment fléchissant. A contraintes égales, l'interaction est donc plus intense et son effet réducteur plus élevé quand la contrainte est due à un moment fléchissant plutôt qu'à un effort normal.

Sans chercher à faire des calculs analytiques précis, on peut donner la forme générale des facteurs de réductions des contraintes :

$$F_n = \frac{1}{1 + \lambda \cdot \frac{D E_s}{e E_c}} \quad \text{et} \quad F_f = \frac{1}{1 + \beta \cdot \left(\frac{D}{e}\right)^3 \frac{E_s}{E_c}}$$

où  $F_n$  et  $F_f$  sont respectivement les facteurs de réduction pour les contraintes dues à l'effort normal et au moment fléchissant,  $D$  est une dimension caractéristique de l'ouvrage,  $e$  est l'épaisseur (supposée constante mais ce n'est pas essentiel) et  $\lambda$ ,  $\beta$  sont des facteurs de forme.

Dans le cas particulier de l'ovoïde étudié, et en prenant des caractéristiques moyennes pour la maçonnerie et le sol ( $E_c = 3000$  MPa,  $E_s = 100$  MPa), le facteur de réduction global de la contrainte de traction en clé est égal à 0,25.

La prise en compte d'une loi élastique non linéaire de type hyperbolique ne bouleverse pas les conclusions obtenues avec une loi linéaire. Cela était prévisible en examinant les déformations linéaires du sol encaissant qui sont partout inférieures à 0,014% (dans l'exemple traité et pour un module de maçonnerie de 3000 MPa) alors que la déformation de référence est égale à 0,017%. Toutefois même si les déformations restent faibles, la chute du module sécant dans les deux zones de déformations maximum qui sont situées à mi-hauteur des piédroits, suffit à augmenter de manière sensible la contrainte maximum de traction en milieu de piédroit à l'extrados. L'augmentation atteint 40% pour un module de maçonnerie de 3000 MPa. En revanche la contrainte de traction en clé ne varie quasiment pas par rapport au calcul linéaire car les déformations du sol recouvrant la voûte restent inférieures à 0,01%.

Compte tenu de la faible résistance à la traction des maçonneries cette étude montre que la résistance aux pressions hydrostatiques internes des collecteurs non circulaires tient essentiellement à l'interaction sol - structure et à la raideur très élevée des sols aux petites déformations. Par conséquent, la diminution des caractéristiques mécaniques de l'interface sol - structure par diminution des surfaces en contact ou diminution de l'état de serrage, ou des caractéristiques du sol encaissant (par décompression, action d'une nappe ect.) peut entraîner des désordres graves qui vont de l'apparition de fissures jusqu'à l'éclatement partiel de l'ouvrage.

## CHAPITRE IV. EXPERIMENTATIONS SUR DES COLLECTEURS ENTERRES

### IV-1. INTRODUCTION

#### IV-1.1. Présentation du site expérimental

Le site expérimental de Champcueil est situé au sud de Paris sur une parcelle contiguë à l'aqueduc de la Vanne, qui alimente Paris en eau potable. Cette parcelle est donc propriété de la Ville de Paris, qui a concédé à la SAGEP (Société Anonyme de Gestion des Eaux de Paris) l'exploitation de ses installations de production d'eau. La SAGEP a fait poser à partir de 1994 différentes conduites dans le but de réaliser des expérimentations. La plupart des expérimentations ont été réalisées avec un dispositif de vérinage interne des conduites, qui est décrit dans ce chapitre, et qui s'apparente à un essai à la plaque. Ces expérimentations avaient notamment comme objectif de mettre au point une méthodologie d'exploitation de l'essai.

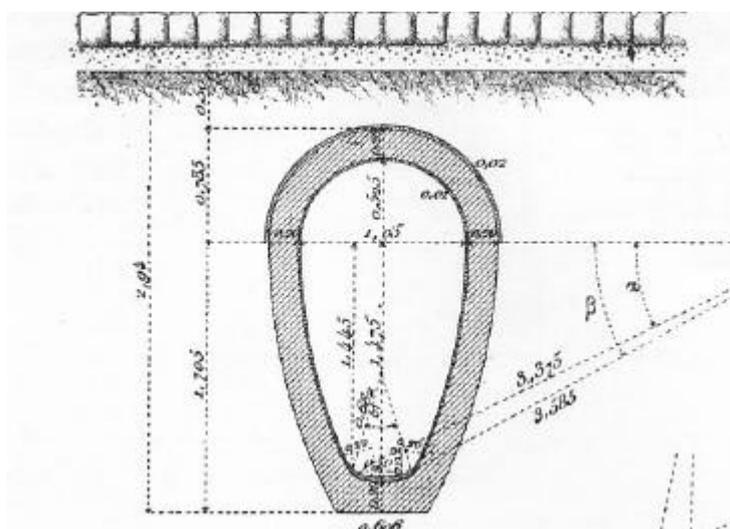


Figure IV-1. Collecteur type 200-105

La SAGEP a fait construire notamment sur ce site un collecteur d'égout en maçonnerie de type T200-105 (figure IV-1) avec les méthodes constructives utilisées à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle. L'ouvrage a donc été réalisé en maçonnerie de meulière assemblée au mortier de sable et monté en pleine fouille (figure IV-2). L'ouvrage comprend deux tronçons de 10 m, qui ne diffèrent que par l'épaisseur de la maçonnerie (20 cm et 30 cm). La hauteur de sol sur la clé est de 1,0 m, l'ouvrage est donc faiblement enterré. Un tronçon de 1 m de longueur a été aussi construit à l'air libre pour servir de témoin et pour faciliter l'interprétation des résultats de vérinage interne.

Le choix d'un ouvrage en maçonnerie de meulière, qui est un matériau très hétérogène, a été dicté par le fait que la majorité des collecteurs de la région parisienne ont été construits avec ce matériau. Le T200-105 du site de Champcueil est donc représentatif à la fois dans son matériau, son mode de construction et sa géométrie des collecteurs que l'on peut trouver à Paris ou en région parisienne.

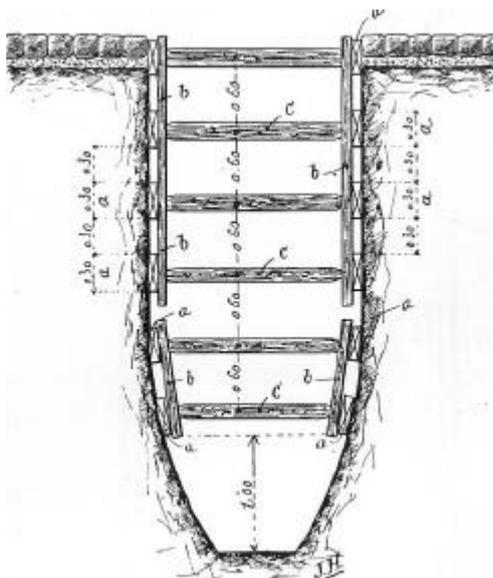
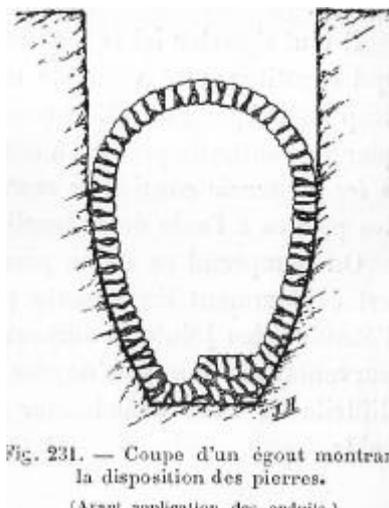


Fig. 206. — Type d'étaieement normal.

**Figure IV-2. Principe de construction pleine fouille d'un collecteur.**Fig. 231. — Coupe d'un égout montrant la disposition des pierres.  
(Avant application des enduits.)

En dehors du T200-105, le site comprend des conduites en matériau « moderne » dont voici la liste :

Conduites visitables :

- 1 conduite DN 1400 en béton armé de 15 m de longueur constituée de 4 éléments.
- 1 élément de conduite DN 1400 en fonte de 8,30 m de longueur.

Conduites non visitables :

- 1 conduite DN 400 en PVC de 12 m de longueur en 4 éléments posée dans une tranchée de 2,5 m de profondeur.
- 1 conduite DN 200 en PVC de 25 m de longueur en 8 éléments posée dans une tranchée de 1,3 m de profondeur.

#### IV-1.2. Historique des essais réalisés sur le site

Les premiers essais de vérinage interne ont été réalisés en 1994 sur la conduite en béton armé DN 1400, qui avait été posée sous un remblai constitué par le matériau du site. Des essais ont été réalisés avant et après mise en place du remblai, ce qui a permis de mettre en évidence par différence la raideur du remblai. Les essais ont été modélisés avec la méthode des éléments finis, et le module du remblai obtenu par calcul inverse (après calage des résultats expérimentaux sur ceux du modèle) s'est avéré nettement plus élevé que celui qui avait été mesuré avec l'essai pressiométrique. Le module calculé était de l'ordre de 70 MPa, alors que le module pressiométrique était de l'ordre de 5 MPa. Toutefois, la raideur importante de la conduite par rapport au remblai combinée aux incertitudes de mesure ne permettait pas de calculer le module du remblai avec une précision satisfaisante.

Après cette première expérimentation, qui a permis de valider l'essai et sa méthode d'interprétation, les essais suivants ont été réalisés :

- Essais de vérinage interne sur le T200-105 en maçonnerie. Cette expérimentation est décrite dans ce chapitre au IV-3. Elle a permis de déterminer par calcul inverse le module en très petites déformations du sol encaissant et le module moyen de la maçonnerie.
- Essais de vérinage interne sur une conduite fonte DN 1400 (chapitre IV-4). Cette expérimentation qui s'est déroulée en 1997 a montré l'intérêt de l'essai pour mesurer le module du remblai d'enrobage d'une conduite. Elle a fait l'objet d'un article dans la Revue Canadienne de Géotechnique (Frank, Thépot, 2000).
- Essais de vérinage interne sur une conduite PVC DN 400 (chapitre IV-5). Cette expérimentation menée en 1999 est la suite logique de la précédente qui avait conclu à une utilisation possible de l'essai pour la vérification du compactage des remblais d'enrobage des conduites enterrées. Elle avait comme objectif de mettre au point un nouvel essai de réception du remblai d'enrobage des conduites souples non visitables posées en tranchées. L'appareil d'essai s'appelle maintenant l'OVAMETRE et l'essai ovamétrique débute une timide carrière. Cette expérimentation a fait l'objet d'un rapport interne (Benhamida, 1999) et d'un article dans la Revue Française de Génie Civil (Thépot, 2001).
- Essais d'une charge routière sur le collecteur T200-105 (chapitre IV-6). Cette expérimentation a été réalisée dans le cadre du projet national RERAU (Réhabilitation des réseaux d'assainissement) et avait comme objectif principal de comprendre comment un ouvrage en maçonnerie faiblement enterré résiste à une charge concentrée de 400 kN de type routier. Cette expérimentation a conclu que la raideur très élevée du sol encaissant en petites déformations permettait d'expliquer la résistance de ces ouvrages a priori fragiles.
- Essais combinés Ovamètre – pénétromètre Panda (non décrit dans le présent rapport de thèse). Cette expérimentation réalisée en 2002 en collaboration avec le CDGA de l'université de Bordeaux I avait comme objectif d'étudier les corrélations entre le module ovamétrique et la résistance de pointe (Breysse et al. 2002).

### **IV-1.3. Les essais géotechniques sur le site de Champcueil**

#### ***IV.1.3.1. Identification des sols***

Lors de l'excavation du terrain naturel du site pour la réalisation d'une chambre d'accès, le profil géologique type remarqué ce jour là consistait en :

1. Une couche de 20 cm de sol de couverture : herbes, sable argileux grisâtre
2. De 0,20 à 1,80 m de profondeur, le sol en place est un sable fin argileux, de couleur brun-grisâtre, humide et collant aux mains.
3. De 1,80 à 4 m, le sol en place est un sable fin à très fin, de couleur jaune et moyennement humide.

Après des essais d'identification et de classification, il s'avère que la partie du matériau excavé de l'emplacement de la chambre d'accès jusqu'à une profondeur de 4,5 m et mélangé sur site correspond à un matériau de classe B<sub>6</sub> (matériau noté M1 dans le tableau IV-1) avec un

pourcentage des fines inférieures à 80 µm avoisinant les 30 %. Le matériau récupéré de l’excavation d’une tranchée jusqu’à une profondeur de 2,5 m et mélangé sur site, est de nature beaucoup plus fine, puisque le pourcentage des fines inférieures à 80 µm est de l’ordre de 60 % (matériau noté M2), ce qui le classe plutôt comme un matériau A<sub>2</sub> d’après la norme NF P 11-300.

En conclusion, le sol du site est un sable de Fontainebleau limoneux moyennement plastique dont le degré de fines varie selon la profondeur. En surface, le pourcentage de fines dépasse 60% et le sol est classé A2 selon la norme NF P 11-300 ; à partir de 2 m de profondeur la part de fines devient inférieure à 30% et le sol devient B6. Il s’agit d’un matériau particulièrement sensible à l’eau. Toutefois, on n’a pas trouvé de nappe dans la tranche 0-6 m.

**Tableau IV-1. Résultats des essais d’identification du sol de Champcueil.**

Référence Profondeur (m)	Nature du matériau	Teneur en eau	Masse volumique	Masse volumique sèche	Masse volumique du solide	Limite de liquidité	Limite de plasticité	Indice de plasticité	Valeur de BLEU	Passant à 80 µm	Teneur en eau à l’optimum PROCTOR	Masse volum. Sèche à l’optimum PROCTOR	Classification NF P11-3000
		w	ρ	ρ <sub>d</sub>	ρ <sub>s</sub>	w <sub>L</sub>	w <sub>P</sub>	I <sub>P</sub>	VBS		w <sub>OPN</sub>	ρ <sub>dOPN</sub>	
		%	g/cm <sup>3</sup>	g/cm <sup>3</sup>	g/cm <sup>3</sup>	%	%	%	g/100g	%	%	g/cm <sup>3</sup>	
M1 (0-4,5)	Sable fin jaunâtre, légèrement argileux	11,6	1,48	1,33	2,67	23	10	13	2,54	29,5	14,8	1,87	B6
M2 (0-2,5)	Sable fin argileux marron.				2,69	32	18	14	3,18	59,0	12,5	1,91	A2

**IV.1.3.2. Essais à la colonne résonnante et au triaxial cyclique**

Afin de caractériser la déformabilité du sol, des essais de laboratoire à la colonne résonnante et au triaxial cyclique et un essai “cross-hole ” in-situ ont été effectués pour mesurer le module maximum du sol intact. Les essais en laboratoire avaient pour but d’explorer une plus large gamme de sollicitations que l’essai cross-hole (dont le domaine de déformation ne dépasse pas 10<sup>-6</sup> ) et de vérifier l’effet du remaniement. La colonne résonnante permet d’explorer la gamme de déformation comprise entre 10<sup>-5</sup> et 5.10<sup>-4</sup>, le triaxial cyclique permet de compléter la courbe jusqu’au pic de rupture (autour de 10<sup>-3</sup>).

L’échantillon de sol testé a été reconsolidé à une pression de confinement de 50 kPa qui correspond à une profondeur de l’ordre de 3 m. Les données issues des deux essais (colonne résonnante et triaxial) se “raccordent ” plutôt bien autour du taux de 5.10<sup>-4</sup>. Dans un diagramme logarithmique, la courbe module sécant - taux de déformation a typiquement une forme en S (figure IV-3) avec au début un plateau jusqu’à une déformation inférieure à 10<sup>-5</sup> puis une chute jusqu’à 10<sup>-2</sup> où le sol est complètement plastifié.

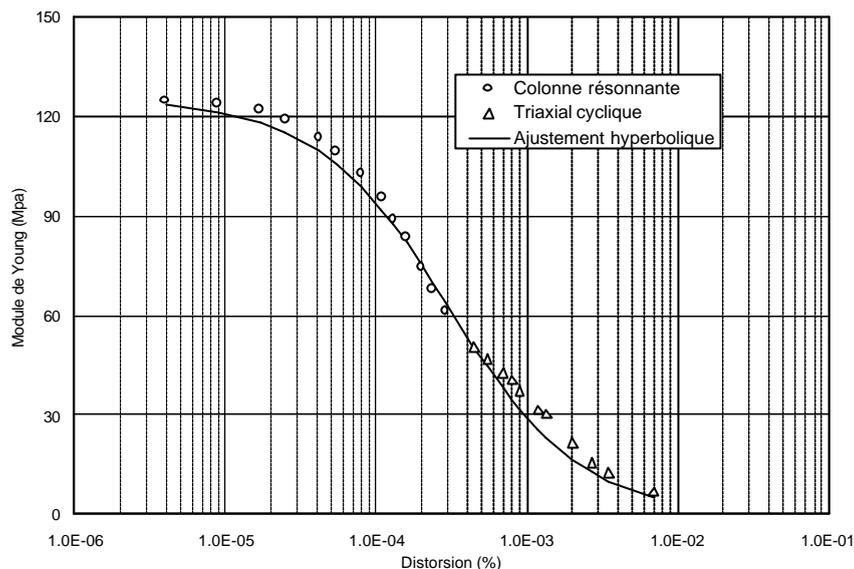


Figure IV-3. Courbe en S, évolution du module de Young du sol  $E_s$  en fonction de la déformation de cisaillement  $g_s$ .

L'ajustement de la loi hyperbolique de Hardin et Drnevich pour le module  $E_s$  (voir chapitre III.2.4.2) par la méthode des moindres carrés (sans se soucier de la contrainte de cisaillement maximale) donne la relation suivante :

$$E_s = \frac{125}{1 + \frac{g}{3 \cdot 10^{-4}}}$$

Cette relation montre que le module sécant est divisé par 2 quand la déformation atteint  $3 \cdot 10^{-4}$  et par 4,3 pour une déformation de  $10^{-3}$  (0.1%).

#### IV.1.3.3. Essais Cross-Hole

Un essai “cross-hole ” a été réalisé entre deux forages de 6,5 m de profondeur et distants de 6 m. Il a été fait une mesure tous les mètres à partir de 1 m de profondeur. On a constaté un gradient important du module avec la profondeur, qui est dû au fait que l'on passe d'un sable fortement argileux en surface à un sable propre à partir de 6 m de profondeur.

Tableau IV-2. Résultats des essais Cross-Hole sur le site de Champcueil.

Profondeur (m)	1	2	3	4	5	6
Module de Young (Mpa)	224	270	359	645	958	1051

On peut retenir pour les 3 premiers mètres un module en très faibles déformations de l'ordre de 274 MPa (moyenne harmonique des 3 premières valeurs), qui est nettement plus élevé que le module maximum de 125 MPa mesuré à la colonne résonnante (qui correspond à une profondeur de 3 m). Il

nous semble évident que cet écart est dû à l'effet du remaniement qui est particulièrement important pour les sols argileux.

## IV-2. L'ESSAI DE VERINAGE INTERNE

### IV-2.1. Le principe de l'essai

L'essai consiste à ovaliser une conduite par un dispositif de vérinage interne qui exerce deux forces diamétralement opposées, et à mesurer la déformation tridimensionnelle résultante.

Trois mesures sont effectuées (figure IV-4) :

- la force exercée par le vérin, notée  $F$ ;
- l'allongement du diamètre horizontal au niveau de l'axe du vérin, notée  $d_1 = D_1 - D_0$ , que nous appelons "allongement principal" où  $D_0$  est le diamètre moyen égal au diamètre intérieur plus l'épaisseur;
- l'allongement du diamètre horizontal à une distance  $d$  d'un diamètre de l'axe du vérin, notée  $d_2 = D_2 - D_0$ , que nous appelons "allongement secondaire".

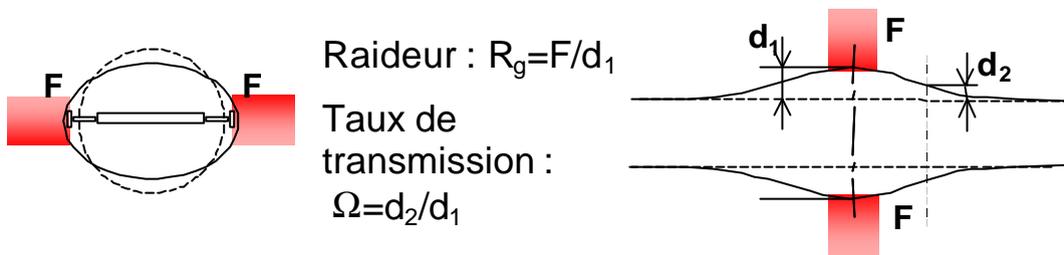


Figure IV-4. Principe de l'essai (les déformations sont très exagérées).

On définit les deux paramètres suivants:

- la raideur  $R = 2F/d_1$ , rapport entre la force et le demi-allongement du diamètre horizontal au niveau de l'axe du vérin, en kN/mm;
- le taux de transmission  $\Omega = d_2/d_1 = O_s/O_p$  en %, rapport entre l'allongement secondaire et l'allongement principal.

L'essai s'apparente à l'essai de chargement en galerie, qui est utilisé pour mesurer la compressibilité de la roche dans plusieurs directions. Il est aussi proche de l'essai à la plaque réalisé sur une chaussée, et qui permet sous certaines conditions de mesurer le module de la chaussée (figure IV-5).

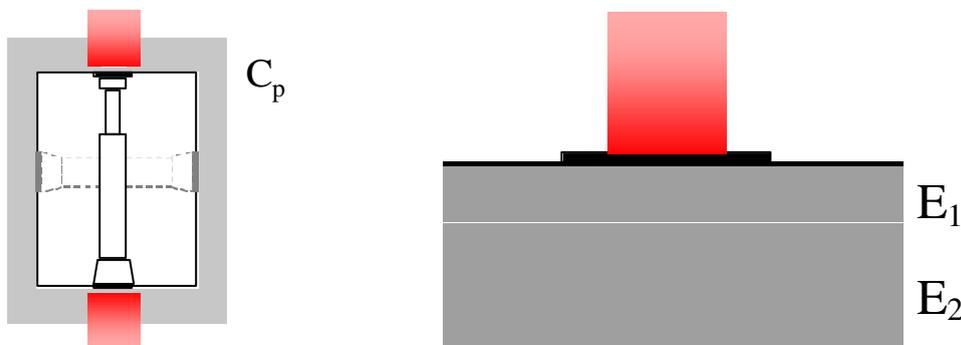


Figure IV-5. Essais voisins : essai de vérinage en galerie (à gauche), essai de plaque sur chaussée (à droite).

Le résultat d'un essai est constitué de deux courbes : une courbe force – allongement principal ou courbe de raideur et une courbe allongement secondaire – allongement principal ou courbe de transmission (figure IV-6). Ces courbes ne sont généralement pas linéaires, elles présentent une certaine convexité qui est plus marquée pour la courbe de raideur.

On ajuste sur la courbe de raideur un polynôme du second degré de la forme  $y = ax^2 + bx$  par la méthode des moindres carrés. La raideur  $R$  est définie comme la pente à l'origine de la courbe de raideur (figure IV-6 gauche) que l'on calcule par le coefficient  $b$  du polynôme ajusté.

La courbe du taux de transmission est généralement nettement plus linéaire que la courbe de raideur et on se contente d'ajuster une droite. Le taux de transmission  $\Omega$  est défini comme la pente de cette droite (figure IV-6 droite).

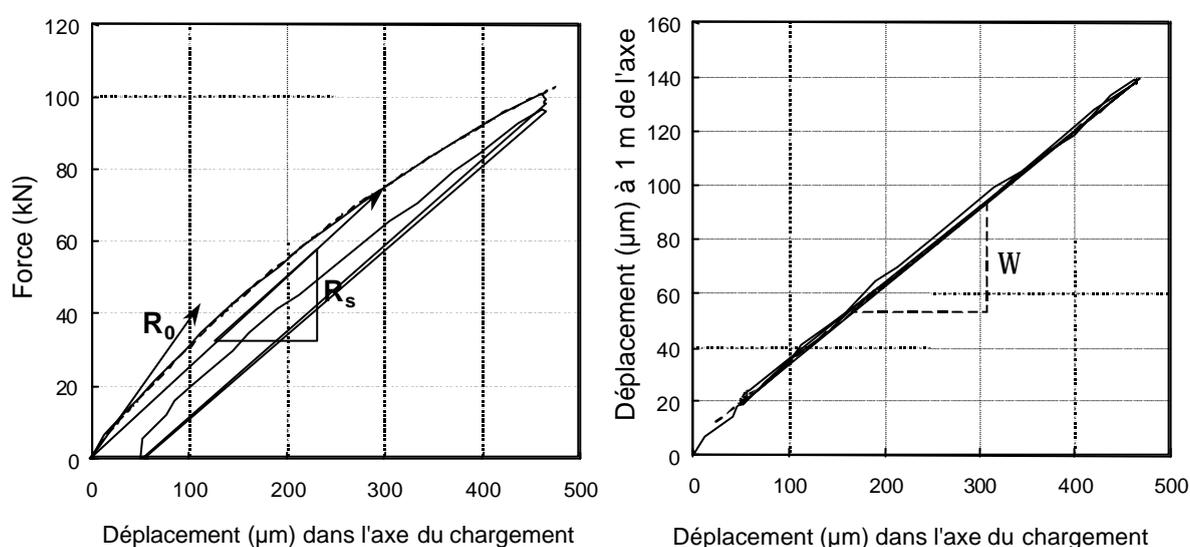


Figure IV-6. Courbes force – allongement principal (à gauche) et allongements secondaire – principal (à droite).

Le dispositif de l'essai comprend (figures IV-7 et IV-8) :

- un système de chargement mécanique constitué d'un vérin hydraulique pouvant développer des cycles d'efforts en deux points diamétralement opposés par l'intermédiaire de deux patins;
- un ensemble de capteurs de déplacements montés sur des cannes télescopiques;
- une centrale d'acquisition constituée d'un micro-ordinateur muni d'une carte d'acquisition;
- un chariot permettant de véhiculer l'ensemble.

Le tout est à géométrie variable.

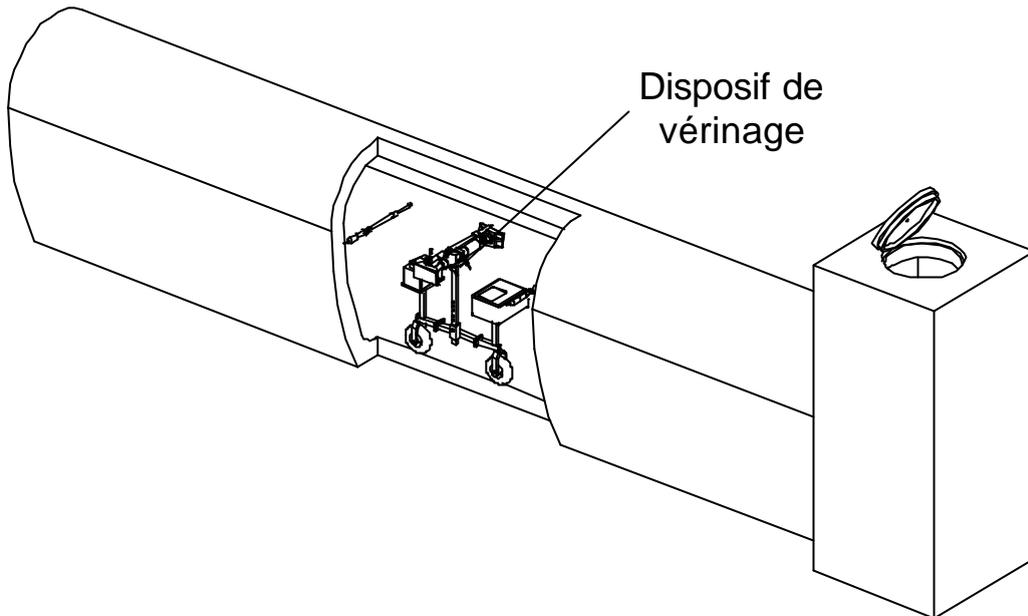


Figure IV-7. Dispositif de vérinage dans l'ovoïde T200-105, vue d'ensemble.

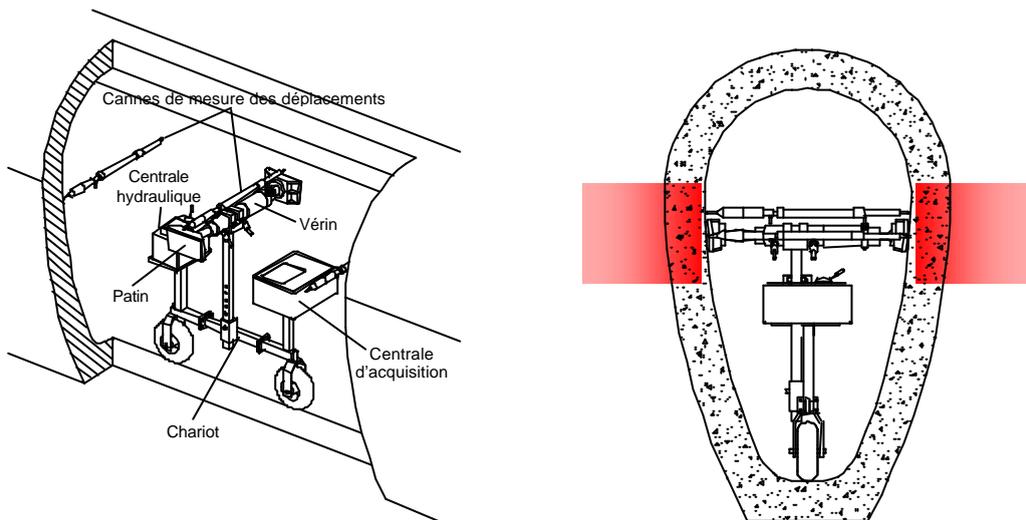


Figure IV-8. Dispositif de vérinage dans ovoïde T200-105, vue de détail

L'instrumentation comprend 3 cannes télescopiques repérées **C1**, **C2**, **C3** et disposées horizontalement (figure IV-9) : la canne C1 est située au-dessus de l'axe du vérin et les cannes "tridimensionnelles" C2 et C3 sont disposées symétriquement à 1,0 m de l'axe du vérin. On remarquera que la canne C1 ne donne pas exactement l'allongement du diamètre de la conduite dans l'axe de poussée, car elle est située à 10 cm au-dessus de cet axe.

Les cannes tridimensionnelles C2,C3 permettent de caractériser l'amortissement de la déformation dans le sens longitudinal (paramètre  $\Omega$ ). Nous avons utilisé deux cannes pour vérifier la symétrie de la déformation (une seule canne suffit a priori puisque tout est symétrique par rapport à l'axe du vérin). Ces cannes télescopiques comportent des capteurs de déplacement de type LVDT.

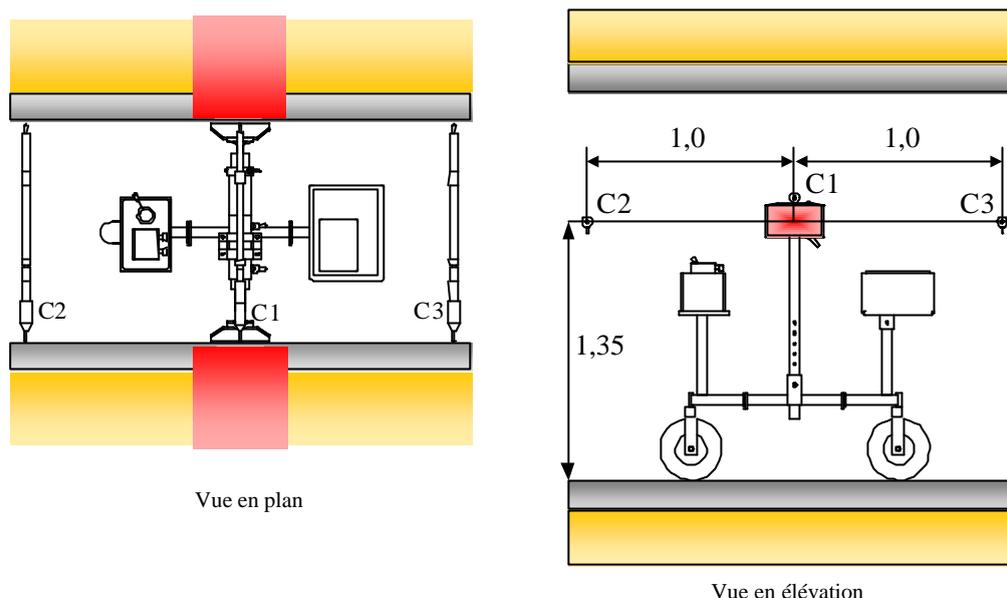


Figure IV-9. Vue en plan et en élévation de la configuration du dispositif de vérinage.

Le dispositif de chargement est constitué d'un vérin pouvant appliquer des efforts de 0 à 150 kN et de deux patins de 28X16 cm. La fixation des patins sur le vérin est assurée par des rotules qui limitent les efforts tangentiels parasites. La mesure de l'effort est assurée par un capteur de pression disposé sur le circuit d'alimentation en huile du vérin.

#### IV-2.2. Interprétation des résultats : le découplage sol – structure

L'interprétation théorique de l'essai est basée sur un modèle paramétrique tridimensionnel aux éléments finis. Les matériaux sont supposés homogènes et isotropes, la loi de comportement pour tous les matériaux est l'élasticité linéaire isotrope à 2 paramètres ( $E, \nu$ ). Ces choix sont justifiés par le fait que l'on s'intéresse au comportement en service des ouvrages qui est normalement dans le domaine élastique. Les paramètres du modèle sont les suivants :

- La géométrie de l'ouvrage
- La hauteur de sol sur la clé
- Le module de Young et le coefficient de Poisson de la maçonnerie
- Le module de Young et le coefficient de Poisson du sol encaissant
- La configuration de chargement (position des patins)

Par raison de simplification, le coefficient de Poisson du sol est fixé à 0,33 et celui de la maçonnerie à 0,2

Finalement le modèle possède 2 paramètres mécaniques libres, les modules respectifs du sol et de la maçonnerie, ainsi qu'un certain nombre de paramètres géométriques. Les deux quantités mécaniques mesurées, la raideur globale  $R_g$  et le coefficient de transmission  $\Omega$  peuvent donc s'écrire de la manière suivante :

$$R_g = f(G, C, E_s, E_c) \quad \text{et} \quad \Omega = g(G, C, E_s, E_c)$$

où G représente la géométrie du modèle (géométrie du conduit + hauteur de sol), C la configuration de chargement,  $E_s$  et  $E_c$  les modules respectifs du sol et de la maçonnerie.

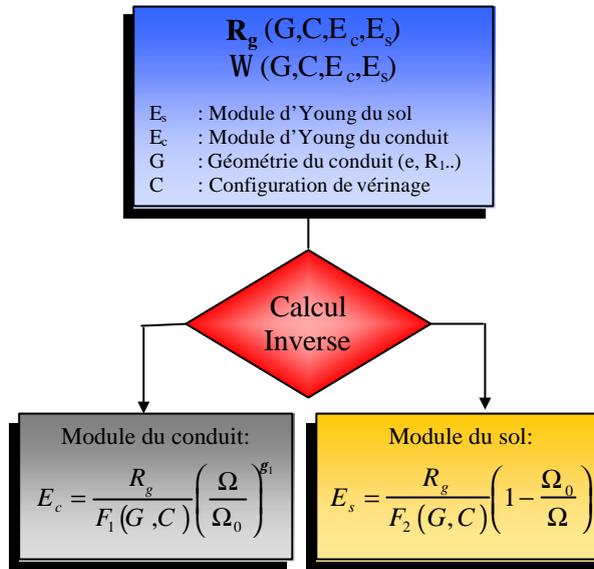


Figure IV-10. Principe du découplage sol –structure

Le modèle étant linéaire, il est donc théoriquement possible d’inverser les deux relations précédentes et d’exprimer les modules en fonction de la raideur globale, du taux de transmission et des paramètres géométriques du modèle et du chargement. C’est une opération de calcul inverse que nous appelons découplage sol-structure. Des considérations dimensionnelles simples et quelques essais nous ont conduits à choisir les formes suivantes pour les relations d’inversion ou de découplage :

$$E_c = \frac{R_g}{F_1(G,C)} \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^g \quad \text{et} \quad E_s = \frac{R_g}{F_2(G,C)} \left( 1 - \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)$$

$\Omega_0$  est le taux de transmission à vide (pour un module de sol égal à 0) qui ne dépend que de la géométrie du conduit et de la configuration de chargement. De plus, le coefficient de transmission à vide est peu sensible à l’épaisseur de la conduite.

$F_1$  et  $F_2$  et  $\gamma$  sont trois paramètres numériques qui sont obtenus par l’ajustement par la méthode des moindres carrés des deux relations de découplage sur des résultats de calcul par éléments finis.

### IV-2.3. Application à l’ovoïde T200-105 du site de Champcueil

Le modèle aux éléments finis est tridimensionnel, mais les symétries mécaniques et géométriques permettent de ne modéliser que le quart du modèle physique (figure IV-11). Le modèle est étendu à une distance de l’ordre de 5 diamètres (pour une conduite circulaire) de l’axe de la conduite et sur une (demi) longueur de l’ordre de 3 diamètres au minimum. La densité du maillage est adaptée au caractère ponctuel du chargement. L’effort exercé par le patin est modélisé par une pression uniforme qui s’exerce sur 4 éléments (en fait 2 éléments par symétrie). Le maillage illustré sur la figure IV-11 qui représente l’ovoïde 200-105, comporte 7945 nœuds et 1616 éléments de type

hexaédrique à 20 nœuds (MTH20). Ces éléments sont obtenus par extrusion d'éléments 2D de type paramétrique à 8 nœuds.

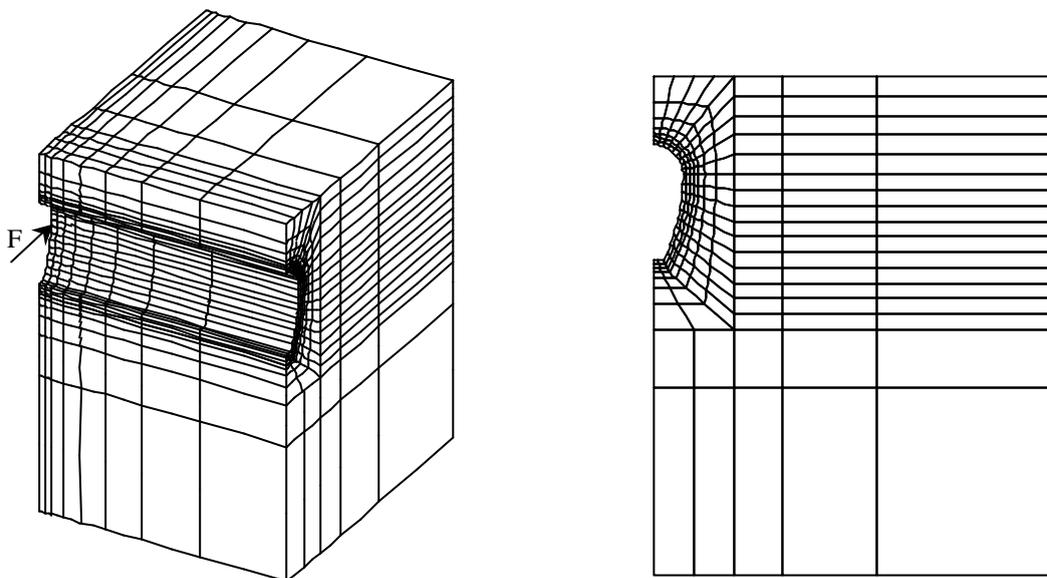


Figure IV-11. Dessins du maillage (logiciel CESAR LCPC)

Comme le modèle est linéaire et qu'il n'y a que deux caractéristiques variables, on fixe l'une des caractéristiques, en l'occurrence le module du conduit, et on fait varier l'autre caractéristique. Le coefficient de transmission étant le rapport entre deux déplacements, il ne dépend, toutes choses égales par ailleurs, que du rapport des modules. Toutefois, les relations de découplages n'étant valables que sur un domaine d'ajustement, il est important de choisir les rapports de modules, de telle manière à couvrir les valeurs mesurées in situ.

Dans le cas présent, le module du conduit est fixé à 10000 MPa et le module du sol varie de 0 à 800 MPa (selon la série 0 -50-100-200-400-800). De plus on a modélisé deux épaisseurs de conduit (20 et 30 cm) car l'ouvrage est constitué d'un premier tronçon de 10 mètres de longueur et 20 cm d'épaisseur et d'un second tronçon de même longueur et de 30 cm (théoriques) d'épaisseur. Le tableau IV-3 et la figure IV-12 donnent les résultats des ajustements.

On constate sur le tableau IV-3 que l'épaisseur a une faible influence sur le coefficient de transmission à vide, puisqu'il varie de -5% (de 0,528 à 0,50) quand l'épaisseur varie de +50%. C'est donc une caractéristique intéressante, car l'épaisseur d'un conduit en maçonnerie n'est jamais connue avec une grande précision. En revanche, la raideur à vide du conduit,  $R_0$  varie avec la puissance 2,4 de l'épaisseur et est donc très sensible à toute variation d'épaisseur.

Tableau IV-3. Résultats des ajustements pour l'ovoïde T200-105.

	épaisseur = 20 cm	épaisseur = 30 cm
$\Omega_0$ ( $E_s=0$ )	52,8%	50,3%
$R_0$ ( $E_c=10000$ MPa, $E_s=0$ )	214 MN/m	561 MN/m
Ajustement de $E_s$	$E_s = 1,14 \cdot R_g \cdot \left(1 - \frac{\Omega}{0,528}\right)$	$E_s = 1,18 \cdot R_g \cdot \left(1 - \frac{\Omega}{0,503}\right)$
Ajustement de $E_c$	$E_c = 9600 \cdot \frac{R_g}{214} \cdot \left(\frac{\Omega}{0,528}\right)^{1,63}$	$E_c = 9700 \cdot \frac{R_g}{561} \cdot \left(\frac{\Omega}{0,528}\right)^{1,72}$

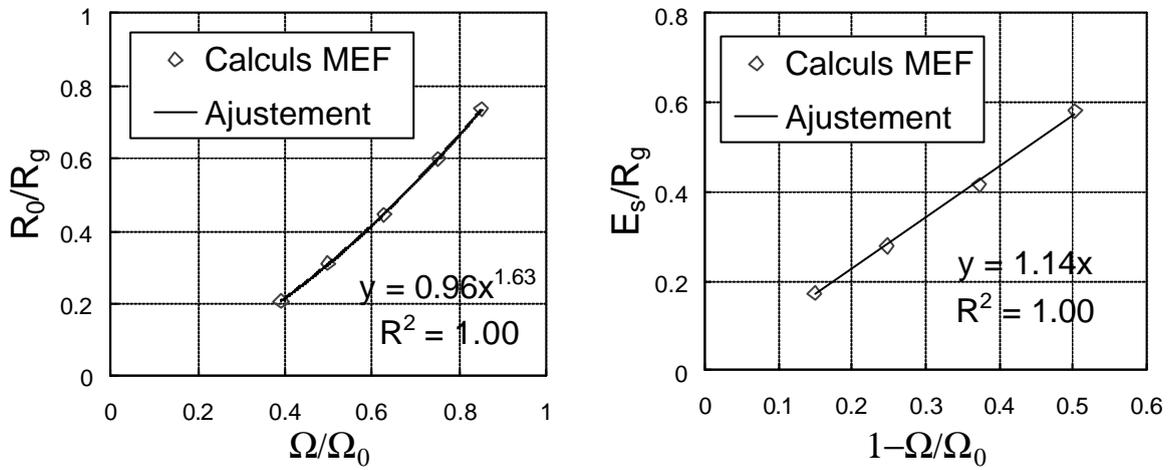


Figure IV-12. Ajustements du module du sol et du module du conduit sur les résultats CESAR-LCPC.

#### IV-2.4. Essais de vérinage interne sur un ovoïde en maçonnerie T200-105

##### IV.2.4.1. Résultats détaillés des essais

Le T200-105 est constitué de deux tronçons successifs de 10 m (soit 20 m au total). Le premier tronçon a une épaisseur de 20 cm, alors que le second tronçon à une épaisseur de 30 cm. 19 essais ont été réalisés avec un pas de 1 m. Les tableaux IV-4 et IV-5 donnent les résultats détaillés et la figure IV-13, l'allure des courbes de raideur et de transmission. On donne successivement, la raideur sécante à 250  $\mu\text{m}$  de déplacement, la raideur tangente à l'origine, le taux de transmission du capteur C1 sur C2 et le taux de transmission du capteur C1 sur C3. On rappelle que les capteurs C2 et C3 sont disposés symétriquement par rapport au capteur C1 (et à une distance de 1 m).

**Tableau IV-4. Résultats des essais de vérinage interne pour le tronçon N°1.**

Abscisses (m)	Rs (250 $\mu\text{m}$ ) ( $\text{kN}\cdot\text{mm}^{-1}$ )	R <sub>0</sub> ( $\text{kN}\cdot\text{mm}^{-1}$ )	C <sub>1/2</sub> (%)	C <sub>1/3</sub> (%)	(C <sub>1/2</sub> + C <sub>1/3</sub> )/2 (%)
1	520	665	30.6%	34.5%	32.6%
2	505	625	33.2%	33.3%	33.2%
3	465	615	32.3%	31.6%	32.0%
4	480	612	30.7%	33.0%	31.8%
5	510	657	34.5%	32.4%	33.5%
6	490	641	33.7%	31.7%	32.7%
7	480	653	32.6%	32.4%	32.5%
8	495	684	35.5%	33.4%	34.4%
9	490	668	32.1%	NS	32,1%
10	605	647	34,4%	29,4%	31,9%
<b>Moyennes*</b>	<b>492.8</b>	<b>646.7</b>	<b>32.8%</b>	<b>32.8%</b>	<b>32.8%</b>
Ecart_type	16.0	23.7	1.5%	0.9%	0.8%
Cv	3.2%	3.7%	4.7%	2.7%	2.4%

**Tableau IV-5. Résultats des essais de vérinage interne pour le tronçon N°2.**

Abscisses (m)	Rs (250 $\mu\text{m}$ ) ( $\text{kN}\cdot\text{mm}^{-1}$ )	R <sub>t</sub> ( $\text{kN}\cdot\text{mm}^{-1}$ )	C <sub>1/2</sub> (%)	C <sub>1/3</sub> (%)	(C <sub>1/2</sub> + C <sub>1/3</sub> )/2 (%)
11	825	1035	38.2%	32.2%	35.2%
12	800	1002	32.0%	35.2%	33.6%
13	700	935	30.3%	31.4%	30.8%
14	715	897	34.6%	34.7%	34.6%
15	765	986	36.8%	37.9%	37.4%
16	675	861	33.0%	37.6%	35.3%
17	605	811	35.6%	35.9%	35.7%
18	550	722	37.1%	32.2%	34.7%
19	620	796	38.2%		38.2%
<b>Moyennes</b>	<b>695.0</b>	<b>893.9</b>	<b>35.1%</b>	<b>34.6%</b>	<b>35.1%</b>
Ecart_type	87.2	99.4	2.7%	2.3%	2.0%
Cv	12.5%	11.1%	7.6%	6.8%	5.7%

\*On a exclu des calculs de moyennes et écart types les résultats mesurés à l'abscisse 10 m.

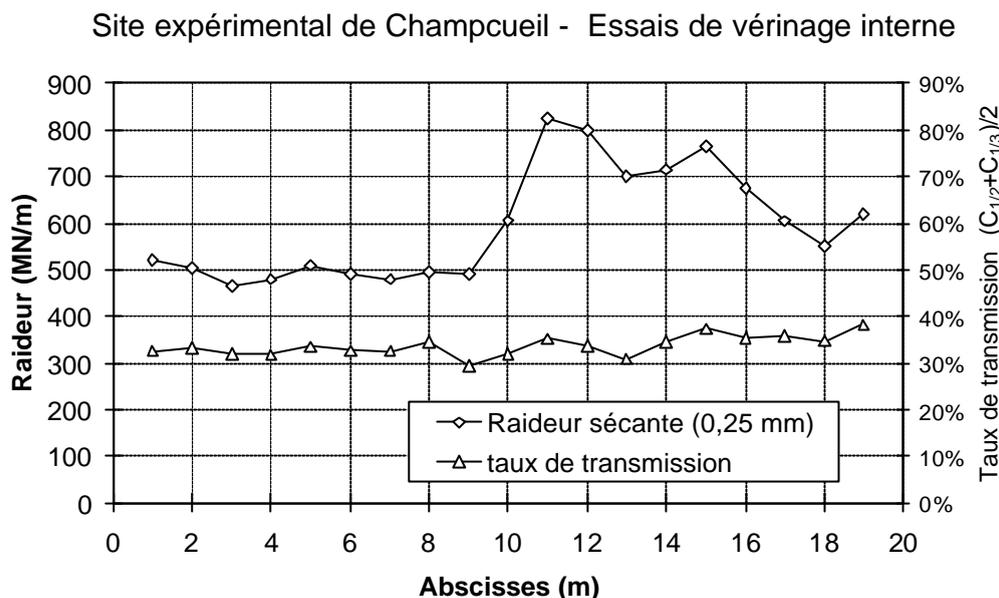


Figure IV-13. Résultats des essais de vérinage interne.

On constate tout d'abord que les résultats du tronçon N°1 (abscisses de 1 à 9 m) sont nettement plus réguliers que ceux du tronçon N°2. Les coefficients de variation des caractéristiques du premier tronçon sont remarquablement faibles, compris entre 2,4 et 3,2%. A contrario, les coefficients de variation du second tronçon sont nettement plus élevés, compris entre 5,7 et 12,5%. Plus en détail, on remarquera encore que les coefficients de variation des coefficients de transmission sont systématiquement plus faibles que ceux des raideurs correspondantes.

On notera que les déformations du premier tronçon sont parfaitement symétriques en moyenne ( $C_{1/2} = C_{1/3} = 32,8\%$ ), le second tronçon est un peu moins symétrique ( $C_{1/2} = 35,1\%$ ,  $C_{1/3} = 34,6\%$ ),

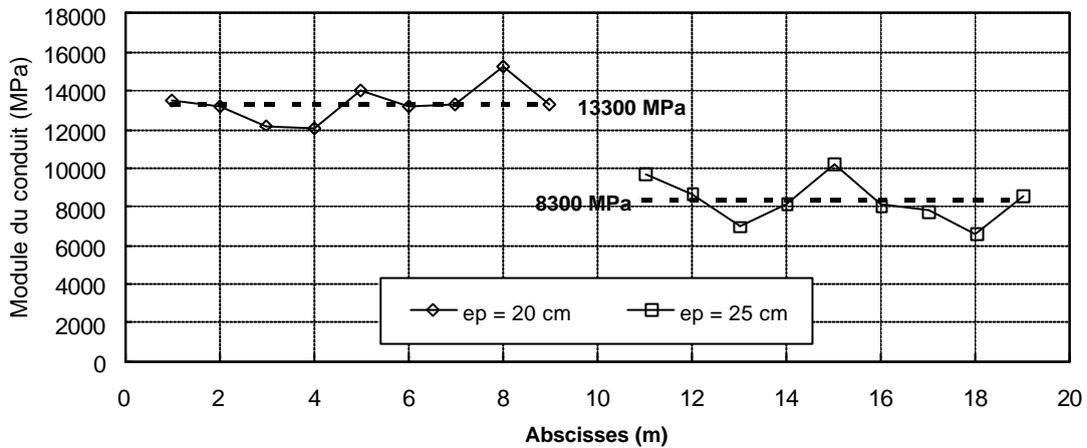
De manière générale, toutes les caractéristiques du deuxième tronçon sont plus dispersées, ce qui n'est pas dû au hasard. Cela s'explique par la méthode de construction ; en effet, les moellons avaient pour la plupart une largeur supérieure à 20cm, et ont donc presque tous été taillés dans le premier tronçon (épaisseur projet 20 cm), alors que sur le second tronçon, seuls les moellons de largeur supérieure à 30 cm ont été taillés. Le premier tronçon est donc d'épaisseur régulière alors que le second tronçon a une épaisseur irrégulière comprise (localement) entre 20 et 30 cm (25 cm en moyenne). Une deuxième conséquence est que l'extrados du deuxième tronçon comporte nettement plus de vides entre les pierres que celui du premier tronçon.

Compte-tenu du mode de construction pleine fouille, l'épaisseur des ouvrages ne peut pas être aussi régulière qu'un ouvrage coffré, mais l'intérêt de l'entrepreneur était de limiter au maximum les hors profils. Le tronçon N°1 est bien représentatif d'un ouvrage correctement réalisé, alors que le tronçon N°2 est un cas limite.

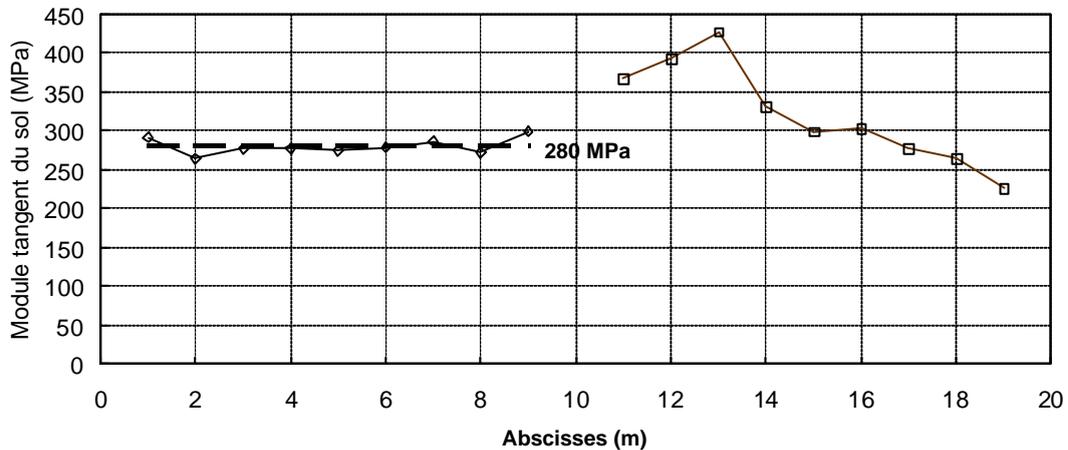
Conformément à la remarque que l'on a faite en IV-2.3 sur la faible sensibilité du coefficient de transmission avec l'épaisseur, on constate que la courbe de transmission est nettement moins affectée que la courbe de raideur.

**IV-2.5. Calculs de découplage**

Les calculs de découplages ont été réalisés avec une hypothèse d'épaisseur de 20 cm pour le premier tronçon et de 25 cm pour le second tronçon. La figure IV-14 montre le résultat du découplage pour le module sécant de la maçonnerie. Le second tronçon est moins régulier que le premier, et son module moyen (8300 MPa) est sensiblement plus faible que celui du premier tronçon (13300 MPa). Cette différence est logique, puisque la maçonnerie du deuxième tronçon comporte plus de vides entre les pierres. Le module moyen mesure en quelque sorte la qualité de la maçonnerie.



**Figure IV-14. Résultats du découplage : module tangent de la maçonnerie.**



**Figure IV-15. Résultats du découplage : module tangent du sol.**

La figure IV-15 montre les résultats de découplage pour le module du sol. On constate la grande homogénéité du premier tronçon, alors que le second tronçon présente une courbe à l'allure décroissante dans le sens des abscisses. Il n'est pas évident de donner une explication à l'allure de cette courbe qui suit la tendance de la courbe de raideur. L'hypothèse d'homogénéité des matériaux est probablement mal respectée dans le tronçon 2, ce qui rend en partie caduc les calculs de découplage.

Les tableaux IV-6 et IV-7 donnent les résultats détaillés des calculs de découplage pour les deux tronçons. On peut faire les commentaires suivants :

a) *Tronçon N°1*

On constate que le module tangent moyen du sol est relativement élevé (280 MPa), et du même ordre de grandeur que le module mesuré avec l'essai Cross-Hole. La moyenne harmonique des modules Cross-Hole sur les 3 premiers mètres était de 274 MPa. Cela n'est pas étonnant, car le module tangent mesuré par l'essai de vérinage correspond à un taux de déformation dans le sol de l'ordre de  $10^{-5}$ .

On remarque aussi que les valeurs tangentés sont en moyenne 30% supérieures aux valeurs sécantes à 250 $\mu$ m ; ce rapport n'est pas d'interprétation facile; on constate qu'il est d'autant plus grand que la maçonnerie est endommagée ou que le sol encaissant est compressible. Les coefficients de variations sont relativement faibles : 6 à 7 % pour la raideur et 3 à 4 % pour le taux de transmission, ce qui confirme la bonne homogénéité du premier tronçon.

**Tableau IV-6. Résultats des calculs de découplage pour le tronçon N°1.**

Abscisses (m)	E <sub>m</sub> sécant (MPa)	E <sub>m</sub> tangent (MPa)	E <sub>s</sub> sécant (MPa)	E <sub>s</sub> tangent (MPa)
1	10610	13550	227	291
2	10650	13180	214	264
3	9210	12200	209	277
4	9440	12010	217	277
5	10890	14020	213	274
6	10050	13180	213	278
7	9770	13270	210	286
8	11070	15280	196	271
9	9770	13320	219	298
Moyennes	<b>10162</b>	<b>13334</b>	<b>213</b>	<b>280</b>
Ecart_type	627.2	906.4	7.9	10
Cv	<b>6.2%</b>	<b>6.8%</b>	<b>3.7%</b>	<b>3.5%</b>

b) *Tronçon N°2*

Compte-tenu de la dispersion des résultats il est préférable de raisonner sur des valeurs moyennes. On a vu que le module moyen de la maçonnerie est plus faible que pour le premier tronçon, ce qui s'explique facilement ; en revanche, il est plus difficile d'expliquer pourquoi le module moyen du sol encaissant est plus élevé, alors qu'il devrait être égal et même plus faible (car l'interface comporte plus de vides).

**Tableau IV-7. Résultats des calculs de découplage pour le tronçon N°2**

Abscisses	E <sub>m</sub>	E <sub>m</sub>	E <sub>s</sub>	E <sub>s</sub>
-----------	----------------	----------------	----------------	----------------

(m)	sécant (MPa)	tangent (MPa)	sécant (MPa)	tangent (MPa)
11	11540	9710	303	366
12	10330	8660	323	392
13	7830	6970	327	427
14	9700	8160	273	330
15	11790	10210	245	299
16	9450	8090	248	303
17	8650	7790	216	277
18	7470	6580	209	265
19	9920	8570	187	226
moyennes	<b>9631</b>	<b>8304</b>	<b>259</b>	<b>321</b>
Ecart_type	1406.0	1100.0	48.0	61
Cv	<b>14.6%</b>	<b>13.2%</b>	<b>18.5%</b>	<b>19.0%</b>

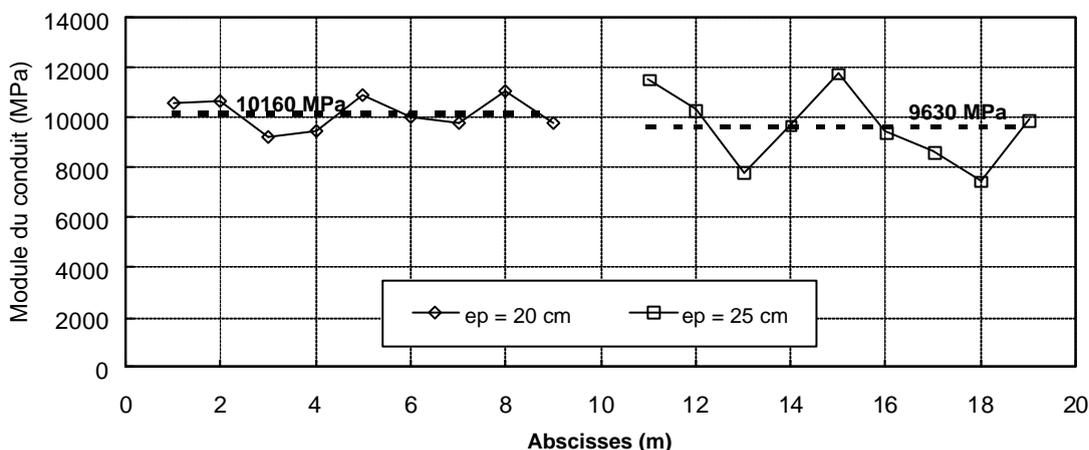


Figure IV-16. Résultats du découplage : module sécant de la maçonnerie.

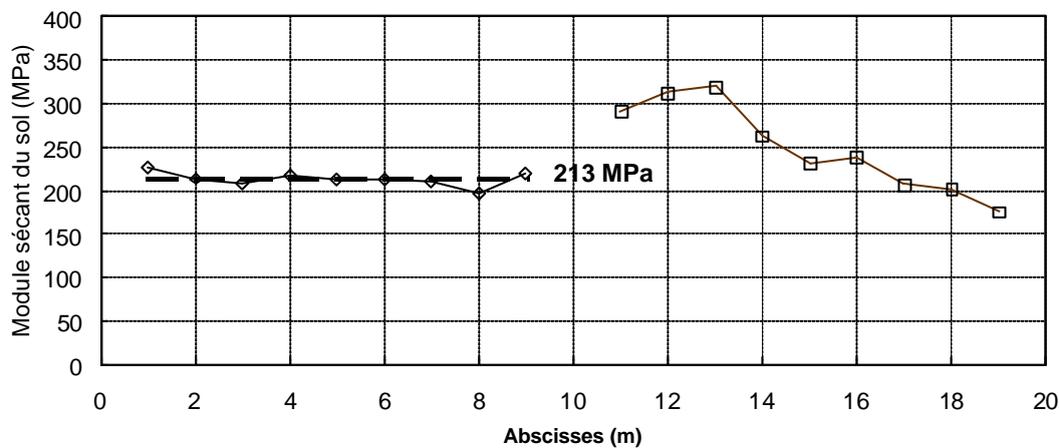


Figure IV-17. Résultats du découplage : module sécant du sol.

## IV-2.6. Conclusions

Les calculs de découplage reposent sur des hypothèses fortes : élasticité linéaire isotrope, homogénéité des matériaux, qui ne semblent a priori pas vérifiées pour la maçonnerie de meulière (très hétérogène) et pour le sol (comportement non linéaire).

Si la maçonnerie n'est pas homogène à l'échelle du centimètre ou même du décimètre, on peut cependant concevoir qu'à l'échelle du mètre, qui représente l'épaisseur de 5 à 10 rangs de pierres, l'hypothèse devient acceptable. Mais le mètre est précisément l'échelle caractéristique de l'essai de vérinage interne. En effet, les déplacements sont mesurés sur une base dont la longueur est égale au diamètre de l'ouvrage et le taux de transmission est mesuré entre deux bases distantes de 1 diamètre. Par conséquent, l'essai intègre naturellement le comportement mécanique de l'ouvrage sur une distance de l'ordre de son diamètre, ce qui le rend peu sensible aux «détails » de la maçonnerie. L'égalité presque parfaite en moyenne entre les coefficients de transmission à gauche et à droite (dans le premier tronçon) est une preuve de la faible sensibilité de l'essai aux variations locales du matériau de l'ouvrage.

En ce qui concerne le comportement fortement non linéaire des sols, il est facile de voir que l'essai crée des déformations dans le sol encaissant qui sont très faibles (inférieures à  $10^{-4}$ ) et pour lesquelles le sol a un comportement élastique presque linéaire.

L'objectif des essais de vérinage interne est de déterminer les caractéristiques mécaniques élastiques du sol et de la structure (modules), caractéristiques qui soient utilisables pour modéliser le fonctionnement de l'ouvrage en service. En ce qui concerne le T200-105 on peut retenir les caractéristiques moyennes suivantes :

1<sup>er</sup> tronçon :

- Module élastique de la maçonnerie : 13300 MPa
- Module maximum du sol : 280 MPa

2<sup>ème</sup> tronçon :

- Module élastique de la maçonnerie : 9600 MPa
- Module maximum du sol : 260 MPa

Le module moyen tangent obtenu par calcul inverse (280 à 260 MPa) est très élevé et pratiquement égal au module dynamique obtenu par la mesure de la vitesse de propagation d'une onde de cisaillement (essai Cross-Hole).

### IV-3. ESSAIS DE VERINAGE INTERNE DANS UNE CONDUITE FONTE DN 1400

#### IV-3.1. Introduction

L'objectif de ces essais était de mesurer le module du sol d'enrobage d'une conduite souple (voir chapitre III) et de le comparer avec une valeur obtenue à l'essai de colonne résonnante. Les caractéristiques de la conduite étant connues, la possibilité de faire un essai de vérinage avant le remblaiement rendait relativement aisé le calcul du module du remblai par calage avec un modèle aux éléments finis.

#### IV-3.2. Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental (figure IV-18) est constitué d'une conduite en fonte de 8,16 m de longueur et 1,40 m de diamètre intérieure et d'une chambre d'accès en béton armé. La hauteur de remblai au-dessus de la buse est de 1,0 m. La conduite a été posée dans une tranchée de 2,80 m de largeur et 2,70 m de hauteur et remblayée avec le matériau du site.

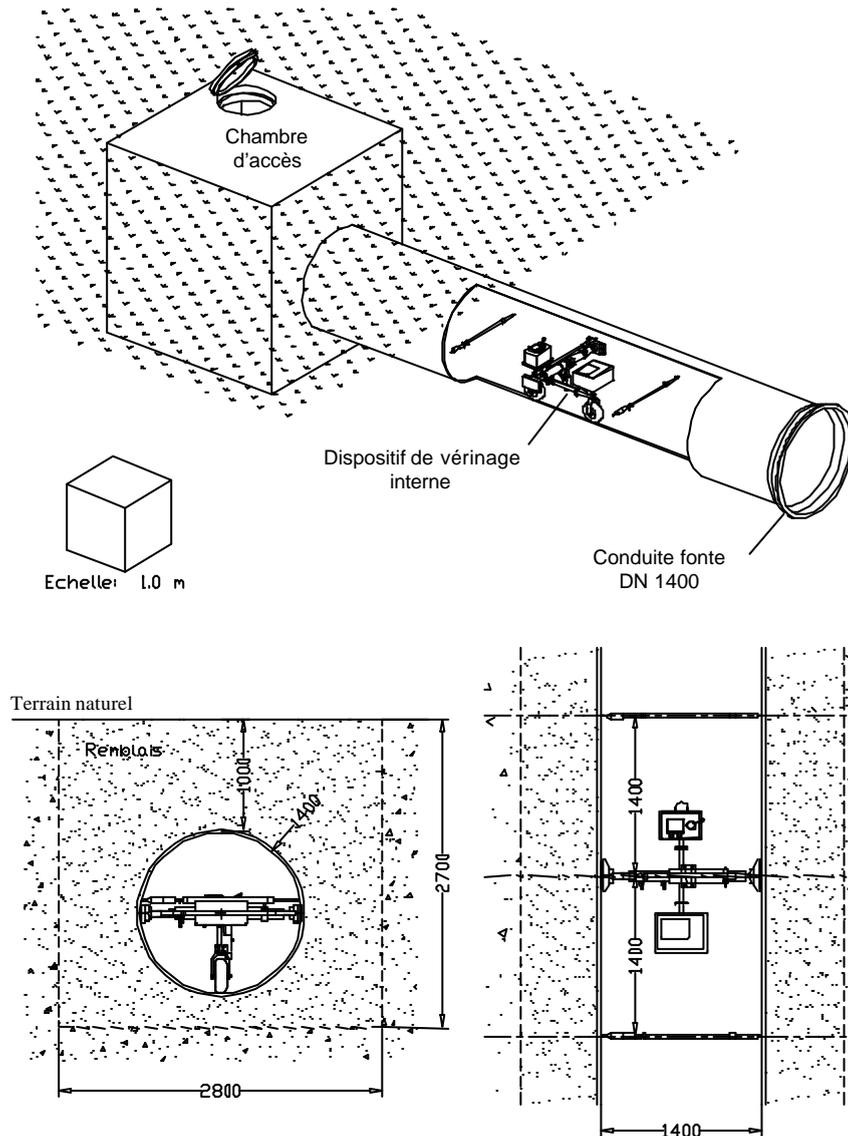


Figure IV-18. dispositif d'essai, vue générale.

### IV-3.3. Résultats des essais

Un essai comporte un cycle de chargement-déchargement (figure IV-19). La vitesse de montée en charge est pratiquement constante (8 kN/s) ; en revanche le déchargement est rapide et non maîtrisé.

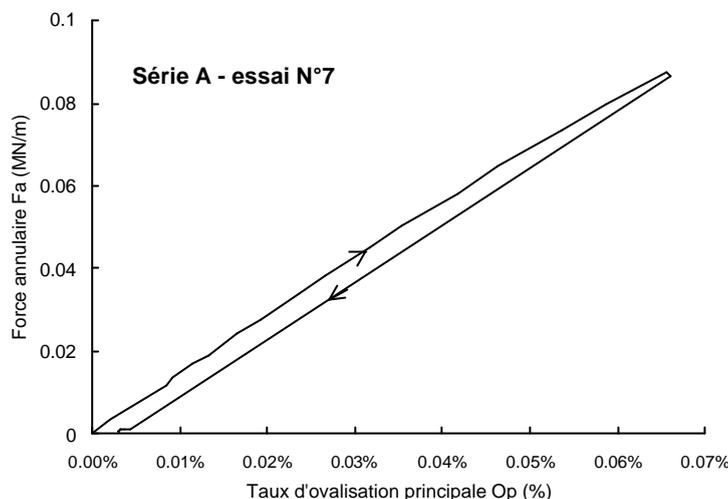


Figure IV-19. Exemple d'un cycle de chargement – déchargement.

Un premier essai d'ovalisation a été effectué avant le remblaiement de la conduite pour mesurer ses caractéristiques propres  $R_c$  (raideur propre) et  $\Omega_c$  (taux de transmission propre).

Après remblaiement, 3 séries d'essais successives A, B et C (16 essais au total) ont été effectuées en augmentant progressivement le taux d'ovalisation principale  $O_p$  (variation relative de longueur du diamètre dans l'axe du chargement). Les taux d'ovalisation principale maxima varient entre 0,015 % et 0,24% et les efforts maxima appliqués varient entre 17 kN et 172 kN. On notera que l'ovalisation maximum reste nettement inférieure à l'ovalisation admissible de la conduite qui est égale à 4%.

La raideur propre de la conduite à "l'air libre"  $R_c$  est de **28,1 MN/m** et le taux de transmission propre  $\Omega_c$  de **71,9%** (première ligne du tableau IV-8 ou série «0»). Ce taux est très élevé et il est encore supérieur à 30% à l'extrémité de la conduite (soit à près de 3 diamètres de distance du vérin). On remarquera que le taux à gauche (75,0%) est sensiblement différent du taux à droite (68,8%) ; cet effet est dû à la présence de l'emboîtement à gauche qui rigidifie la conduite.

La conduite enterrée sous 1 m de remblai est 5 fois plus raide ( **$R = 152$  MN/m** en moyenne sur la série A). Le taux de transmission est divisé par 3 ( **$W = 24,9%$**  en moyenne). Le remblai modifie donc de manière très sensible le comportement de la conduite, ce qui est une surprise, car on néglige habituellement l'interaction sol-conduite pour les faibles profondeurs. La dissymétrie des taux de transmission à gauche et à droite a presque disparu, cachée par la raideur (symétrique) apportée par le remblai. Le taux de transmission est en quelque sorte une mesure directe de la raideur relative entre la conduite et le sol ou de l'intensité de l'interaction sol-conduite.

**Tableau IV-8.** Résultats des essais de vérinage interne.

N° Série	N° Essai	O <sub>p</sub> (%)	Force (kN)	R (MN/m)	(Ω) <sub>1</sub> (%)	(Ω) <sub>2</sub> (%)	$\Omega = \frac{(\Omega)_1 + (\Omega)_2}{2}$ (%)
0	1			28,1	75,0%	68,8%	71,9%
A	1	0,015%	17	155,1	24,4%	24,4%	24,4%
	2	0,022%	27	148,2	24,1%	24,4%	24,3%
	3	0,035%	37	153,2	24,8%	25,6%	25,2%
	4	0,042%	43	151	24,3%	25,1%	24,7%
	5	0,041%	48	155,6	25,3%	25,6%	25,4%
	6	0,053%	53	149,8	25,2%	25,3%	25,3%
	7	0,064%	61	151,1	24,8%	25,6%	25,2%
B	1	0,130%	99	133,8	23,3%	25,5%	24,4%
	2	0,180%	140	136,6	22,5%	23,9%	23,2%
	3	0,180%	141	124,5	24,7%	26,3%	25,5%
	4	0,210%	160	123,4	24,0%	25,9%	25,0%
	5	0,220%	161	118,8	24,9%	26,7%	25,8%
C	1	0,24%	172	117,5	25,1%	26,8%	26,0%
	2	0,23%	168	115,1	25,7%	27,4%	26,6%
	3	0,24%	170	113,2	25,8%	27,8%	26,8%
	4	0,24%	170	112,6	26,0%	28,1%	27,1%

Note: (W)<sub>1</sub> : taux de transmission mesuré par la canne gauche, (W)<sub>2</sub> : taux de transmission mesuré par la canne droite

On constate que, sur l'ensemble des 3 séries d'essais, la raideur décroît progressivement. Il est probable que la raideur se stabiliserait après un nombre important de cycles d'essais (phénomène d'accommodation), mais nous avons volontairement limité l'objectif de cette expérimentation à l'étude de la réponse du sol au premier cycle de chargement.

#### IV-3.4. Interprétation des résultats – calcul du module du sol encaissant

On considère une conduite circulaire d'épaisseur e, de diamètre D<sub>0</sub> constitué d'un matériau homogène élastique linéaire de module E<sub>c</sub>, dans un massif élastique linéaire homogène isotrope infini de module E<sub>s</sub>. Le coefficient de Poisson du sol est fixé à 0,33 et celui de la conduite à 0,25. Le modèle paramétrique ainsi défini comporte 4 paramètres.

La raideur R et le taux de transmission Ω sont fonctions des caractéristiques mécaniques du massif (E<sub>s</sub>) et de celles de la conduite (e, D, E<sub>c</sub>). Inversement, si l'on connaît les caractéristiques mécaniques de la conduite, il est possible de calculer le module du sol en fonction de la raideur R ou du taux de transmission Ω.

Le calcul du module du sol encaissant ne pouvant pas se faire par une méthode analytique à cause de l'aspect tridimensionnel du problème, on utilise la méthode des éléments finis en élasticité linéaire. Une fois le modèle construit, il suffit de faire varier le module du sol dans une plage suffisamment large, de 0 à 200 MPa par exemple.

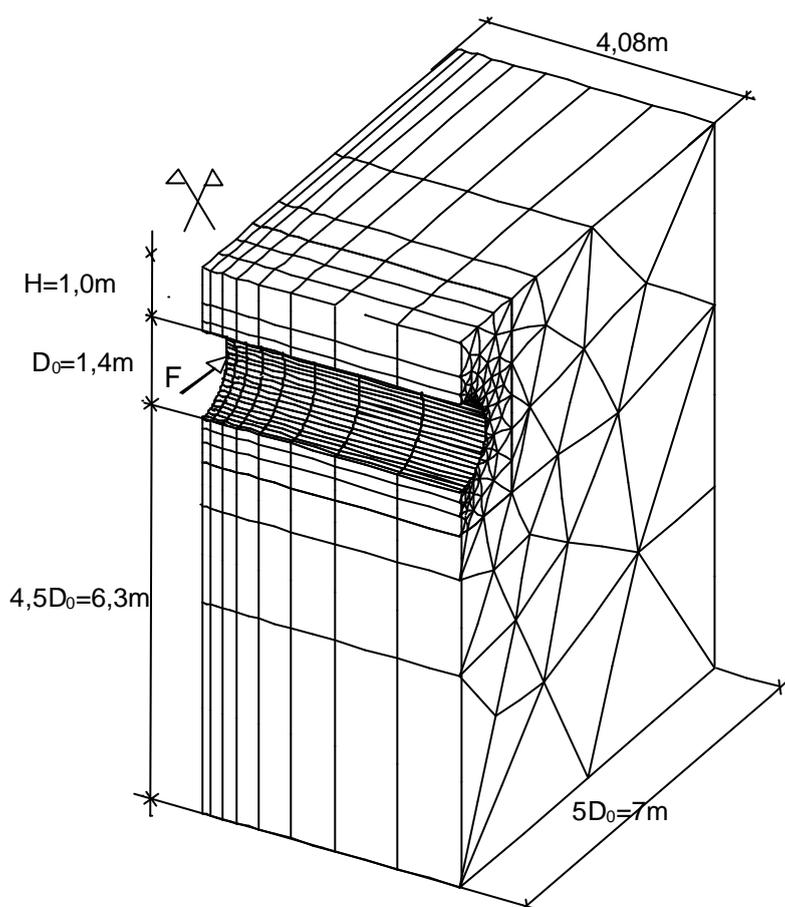


Figure IV-20. Dessin du maillage (logiciel CESAR)

Le modèle aux éléments finis est tridimensionnel et traité en élasticité linéaire. Les symétries mécaniques et géométriques permettent de ne traiter que le quart du modèle physique (figure IV-20). Le modèle est étendu à une distance de l'ordre de 5 diamètres de l'axe de la conduite (sous la conduite et sur les côtés). Les calculs ont été réalisés à l'aide du code CESAR-LCPC du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (Humbert 1989).

La densité du maillage est adaptée à l'aspect ponctuel du chargement. La conduite comporte 28 éléments dans sa demi-périphérie et 8 éléments dans le sens longitudinal sur une demi-longueur. L'effort exercé par les patins est représenté par une pression uniforme qui s'exerce sur 4 éléments (en fait 2 éléments du fait de la symétrie). Le maillage illustré sur la figure 8 comporte 4381 noeuds et 1584 éléments répartis en trois groupes; il représente le quart de la conduite et le quart du massif de sol. La conduite est traitée avec des éléments de coques minces à 8 noeuds (COQ8), le sol avec des éléments pentaédriques à 15 noeuds (MTP15).

6 calculs ont été effectués pour les modules de sol variant de 0,1 à 200 MPa. Les caractéristiques mécaniques des matériaux sont les suivantes :

➤ Conduite :

Épaisseur équivalente :  $e = 21 \text{ mm}$

Diamètre moyen :  $D_0 = 1400 \text{ mm}$

Module d'Young :  $E_c = 170\,000$  MPa  
 Coef. de Poisson : 0,25

➤ Sol :

Module de Young :  $E_s = 0,1 ; 10 ; 25 ; 50 ; 100 ; 200$  MPa  
 Coef. de Poisson : 0,33

Tableau IV-9

Module du sol $E_s$ (MPa)	Raideur R (MN/m)	Taux de transmission $\Omega$ (%)	$R \times \Omega^{1,2}$ (MN/m)
0,1	32	72,5%	21,8
10	59	52,9%	27,5
25	85	40,7%	28,9
50	117	31,2%	28,9
100	168	22,5%	28
200	250	15,4%	26,5

On constate (tableau IV-9 et figure IV-21) que la raideur augmente rapidement avec le module du sol et qu'elle devient nettement supérieure à la raideur propre de la conduite. Inversement, le taux de transmission chute tout aussi rapidement. Pour un module de sol de 50 MPa, la raideur initiale est multipliée par 3,7 et le taux de transmission est divisé par 2,3 par rapport aux valeurs calculées avec  $E_s = 0,1$  MPa.

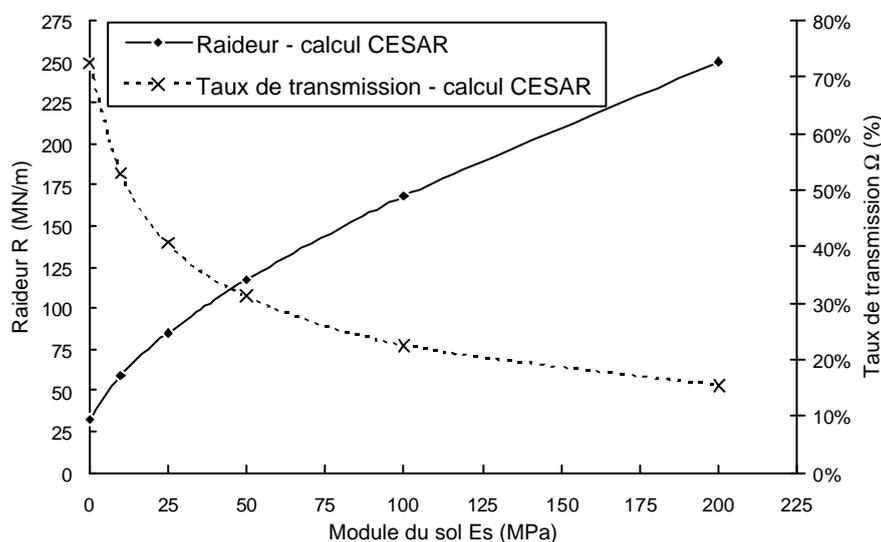


Figure IV-21. Evolution de la raideur R et du taux de transmission W en fonction du module du sol  $E_s$  (calculs CESAR)

On peut remarquer que le produit de la raideur par le taux de transmission élevé à la puissance 1,2 est quasiment constant dès que le module du sol est supérieur à quelques MPa. C'est à dire que l'on peut écrire avec une bonne approximation (sauf pour  $E_s = 0,1$  MPa) :

$$R \times \Omega^{1,2} \approx 28 \text{ MN/m}$$

Cette relation empirique, très simple au demeurant, traduit le couplage qui existe entre les paramètres  $R$  et  $\Omega$ .

Le module du sol peut s'exprimer aussi bien en fonction de la raideur  $R$  que du taux de transmission  $\Omega$ . Afin de proposer des expressions analytiques simples, nous avons ajusté sur les 5 calculs CESAR, par la méthode des moindres carrés, des fonctions polynomiales du deuxième degré. Au préalable, on définit un module du sol « réduit » en divisant  $E_s$  par la raideur propre de la conduite  $R_c$  et en le multipliant par le diamètre moyen  $D_0$ . De la même manière, on définit une raideur « réduite » en divisant  $R$  par la raideur propre  $R_c$  et en soustrayant 1 pour la centrer.

On rappelle que  $R_c$  et  $\Omega_c$  sont respectivement la raideur et le taux de transmission de la conduite à l'air libre, c'est à dire pour un module du sol égal à zéro. On définit les quantités réduites suivantes :

- Module réduit :

$$E'_s = \frac{E_s \times D_0}{R_c}$$

- Raideur réduite :

$$R' = \frac{R}{R_c} - 1$$

- Facteur d'amortissement :

$$A = \frac{\Omega_c}{\Omega} - 1$$

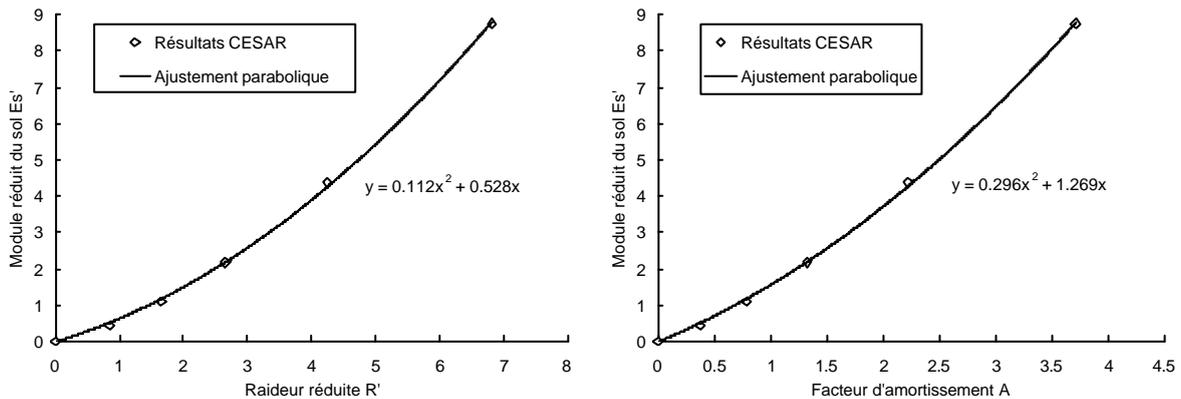


Figure IV-22. Ajustement parabolique sur des résultats CESAR du module réduit du sol en fonction de la raideur réduite (figure de gauche) ou de l'amortissement (figure de droite).

On obtient par ajustement sur les 5 calculs CESAR (voir figures IV-22) les expressions suivantes :

- Module réduit du sol en fonction de la raideur réduite :

$$E'_s (R') = 0,11 \times R' \times (R' + 4,71)$$

- Module du sol en fonction de la raideur réduite et de la raideur propre de la conduite :

$$E_s(R') = 0,11 \times R' \times (R' + 4,71) \frac{R_c}{D_0}$$

- Module réduit du sol en fonction du facteur d'amortissement :

$$E'_s(A) = 0,3 \times A \times (A + 4,29)$$

- Module du sol en fonction du facteur d'amortissement et de la raideur propre de la conduite :

$$E_s(A) = 0,3 \times A \times (A + 4,29) \frac{R_c}{D_0}$$

**Tableau IV-10.** Résultats des calculs, module du sol encaissant.

N° Série	N° Essai	$R \times \Omega^{1,2}$ (MN/m)	Raideur réduite $R' = \frac{R}{28,1} - 1$	Module du sol $E_s(R')$ (MPa)	Amortissement $A = \frac{71,9\%}{\Omega} - 1$	Module du sol $E_s(A)$ (MPa)
A	1	28,5	4,52	92	1,95	73
	2	27,1	4,27	85	1,96	74
	3	29,3	4,45	90	1,85	68
	4	28,2	4,37	88	1,91	71
	5	30,1	4,54	93	1,83	67
	6	28,7	4,33	86	1,84	68
	7	28,9	4,38	88	1,85	68
B	1	24,6	3,76	70	1,95	73
	2	23,7	3,86	73	2,1	81
	3	24,2	3,43	62	1,82	67
	4	23,3	3,39	61	1,88	70
	5	23,4	3,23	57	1,79	66
C	1	23,3	3,18	55	1,77	65
	2	23,4	3,1	53	1,7	61
	3	23,4	3,03	52	1,68	60
	4	23,3	3,0	51	1,65	59

Le tableau IV-10 donne les modules de sol calculés avec les formules précédentes. Pour la première série d'essai, le module moyen issu du calcul par la raideur réduite est de 89 MPa et celui issu du calcul par le facteur d'amortissement est de 70 MPa. Le produit  $R \times \Omega^{1,2}$  est pratiquement égal à la valeur prévue (28 MN/m).

On peut donc retenir un module moyen de l'ordre de 80 MPa (moyenne des deux approches). Pour les deux séries suivantes, le module issu du calcul par la raideur devient plus faible que celui issu du calcul par le facteur d'amortissement. De même le produit  $R \times \Omega^{1,2}$  diminue. Il est probable que l'hypothèse de linéarité n'est plus vérifiée, l'application de déformations croissantes dans le sol provoque une diminution du module maximum et une anisotropie induite. Ce phénomène est connu :

on peut observer pour certains sols, argiles ou matériaux calcaires, une diminution du module maximum après un premier chargement (par exemple, Lo Presti et al. 1993) .

#### **IV-3.5. Comparaisons des modules mesurés avec les modules issus des essais géotechniques**

Si les mesures à la colonne résonnante ne sont pas représentatives de la raideur du sol en place du fait du remaniement, elles sont certainement représentatives du sol mis en remblai autour de la conduite qui a été complètement remanié et recompacté artificiellement.

Si l'on compare le module calculé (80 MPa) au module maximum mesuré dans l'essai de colonne résonnante (125 MPa) ou à la courbe en S, on peut dire que l'ordre de grandeur est respecté. En effet, l'essai de vérinage interne donne le module moyen du remblai sur une hauteur de l'ordre du diamètre de la conduite. Or, l'échantillon de sol testé à la colonne résonnante a été reconsolidé à une pression de confinement de 50 kPa qui correspond à une profondeur de l'ordre de 3 m, c'est à dire la profondeur du fond de la tranchée.

#### **IV-3.6. Conclusions**

Les résultats obtenus sur le remblai d'une canalisation faiblement enterrée ont été comparés à des essais de laboratoire à la colonne résonnante et au triaxial cyclique (voir graphe IV-3). Un bon accord entre le module calculé par calage inverse et le module maximum mesuré à la colonne résonnante a été obtenu.

Plusieurs application sont possibles pour cet essai :

La première concerne l'étude du comportement en service des conduites enterrées (collecteurs, galeries etc.) qui nécessite de connaître le module du sol encaissant dans le domaine des déformations inférieures à 0,1%.

La seconde application concerne la vérification du compactage des remblais pour les conduites posées en tranchées. Cette vérification revêt une importance particulière pour les conduites souples qui subissent des déformations significatives et nécessitent de ce fait une zone de remblai soigné enrobant la canalisation.

## IV-4. ESSAIS DE VERINAGE INTERNE SUR UNE CONDUITE PVC DN400

### IV-4.1. Introduction

Cette nouvelle expérimentation est le prolongement de celle menée sur la conduite DN 1400 qui avait conclu à une utilisation possible de l'essai de vérinage pour la vérification du compactage des remblais. L'objectif était de déboucher sur un essai opérationnel sur les conduites non visitables souples. En effet, les conduites de grand diamètre ou visitables ne représentent qu'une infime partie du marché. En 1998 a donc été développé un robot télécommandé (figure IV-23) capable de réaliser l'essai de vérinage interne dans une conduite de 400 mm de diamètre (Brahim Benhamida 1999).

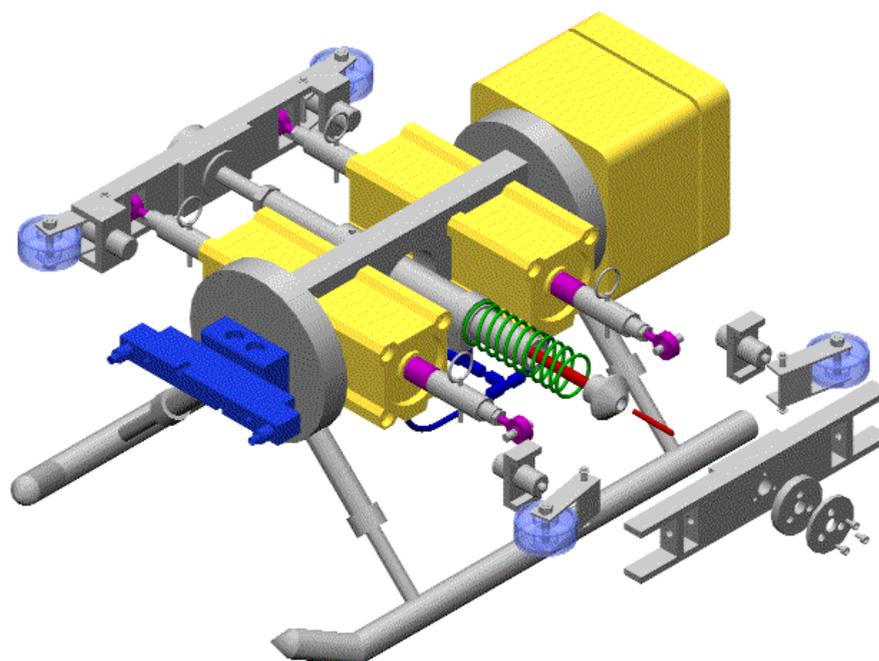


Figure IV-23. Robot filoguidé pour essais de vérinage interne .

L'expérimentation s'est déroulée pendant les mois de janvier et février 1999. Le dépouillement des résultats de l'expérimentation a été réalisé pendant le premier semestre.

### IV-4.2. Les spécificités des remblais mis en place autour des conduites

Le remblaiement des tranchées se distingue du remblaiement en grande masse par les difficultés de compactage liées à la configuration des lieux et à la présence de la conduite (Arquié, 1988). Les différentes couches de remblai dans la tranchée remplissent des fonctions différentes qui se traduisent dans les objectifs de densification et les qualités de matériaux. On distingue successivement (figure IV-24), le lit de pose dont l'épaisseur est en général de 10 cm, le remblai d'enrobage qui recouvre généralement la conduite d'une épaisseur de 10 cm, puis le remblai proprement dit, qui se subdivise en remblai inférieur et supérieur.

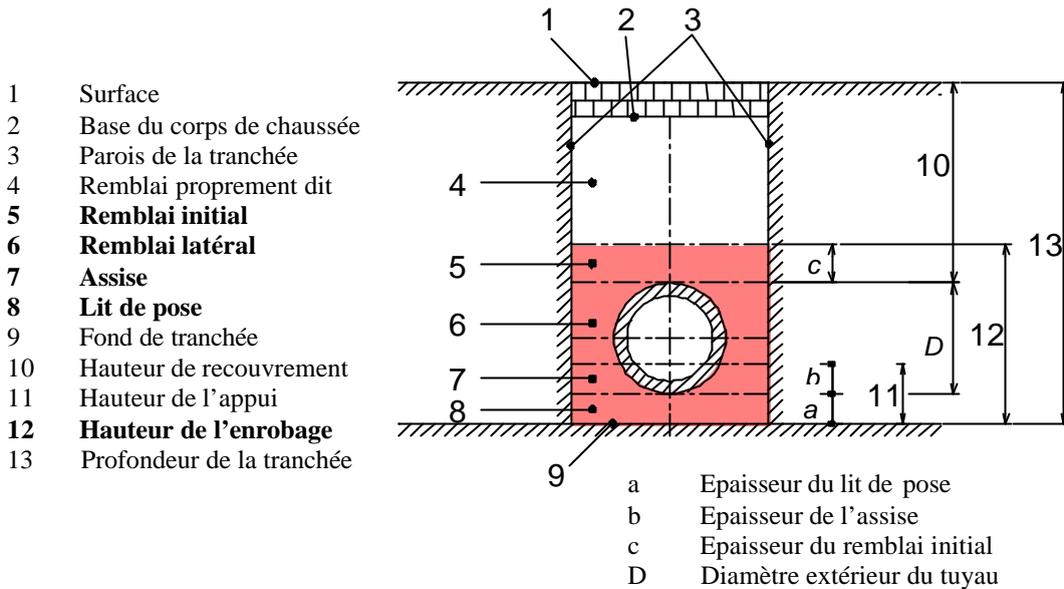


Figure IV-24

Les objectifs de densification s'expriment en pourcentage de l'OPN (Optimum Proctor Normal). Pour les remblais de tranchées, on distingue par ordre d'exigence croissante les objectifs suivants (Figure IV-25) et (SETRA 1994) :

- Objectif q4 = 95% de l'OPN : zone d'enrobage et partie inférieure du remblai.
- Objectif q3 = 98,5% de l'OPN : partie supérieure du remblai.

Les objectifs q3 et q4 sont définis dans la norme NF P 98-331. Les matériaux (nature et état hydrique) sont classés selon la Norme NF P 11300.

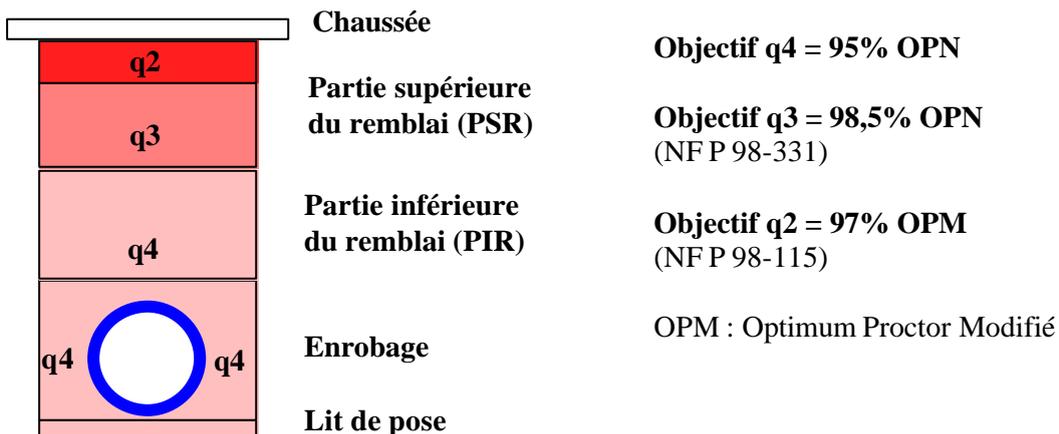


Figure IV-25

Les outils de contrôle habituellement employés sont le PDG 1000 ou pénétrodensitographe (Quibel 1989), qui est un pénétromètre dynamique à énergie constante, et le pénétromètre dynamique léger (LRS) à énergie variable (Gourvès 1995).

### IV-4.3. Les problèmes de compactage dans la zone d'enrobage

La mise en place des matériaux sous les flancs de la conduite pose des problèmes d'exécution qui ne permettent pas toujours d'obtenir l'objectif de densification (Figure IV-26a). De plus, le passage des compacteurs doit se faire à une distance raisonnable de la conduite et avec une énergie contrôlée, ce qui limite leur efficacité dans la zone d'enrobage (Figure IV-26c). Les blindages (Figure IV-26b) sont une source de difficultés supplémentaires, car ils doivent être idéalement relevés par couche de remblai avant leur compactage.

Dans la pratique, les blindages sont plutôt relevés après exécution du remblai d'enrobage, ce qui est la source de nombreux désordres : décompressions du remblai d'enrobage ou de l'encaissant, vides, ovalisation excessive et déboîtements de la conduite qui peut aller jusqu'à la rupture. La présence d'une nappe peut encore compliquer l'affaire par son effet déstabilisant sur le fond de fouille et les parois.

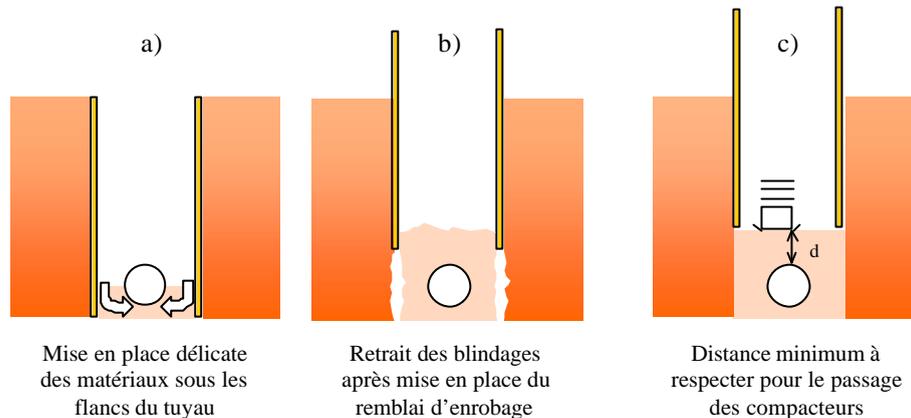


Figure IV-26. Les principales difficultés de compactage autour d'une conduite.

### IV-4.4. Description de l'expérimentation

En 1999, une tranchée expérimentale et 6 planches d'essais ont donc été réalisées par la SAGEP pour évaluer le nouvel essai. Les objectifs du programme expérimental étaient multiples :

- évaluer la sensibilité de l'essai à des anomalies de compactage ;
- évaluer la reproductibilité de l'essai ;
- établir des modules limites et de référence pour un objectif de compactage q4.

Comme il n'était pas question de tester autant de matériaux que de sous-classes du GTR, 3 matériaux avaient été retenus (2 matériaux insensibles à l'eau et 1 matériau sensible) dont les spécifications sont données dans le tableau IV-11.

Les deux premiers matériaux sont couramment mis en œuvre en remblai d'enrobage. Le troisième matériau n'est pas recommandé en enrobage (matériau sensible à l'eau), mais comme il s'agissait du déblai de la tranchée, il était intéressant de le mettre en œuvre. Le programme géotechnique comprenait les identifications des matériaux en laboratoire selon la norme NF P 11-300, des

mesures de densité et de teneur en eau en laboratoire et in situ à l'aide d'un gammadensimètre, couplé avec une sonde neutronique.

**Tableau IV-11. Caractéristiques des matériaux testés.**

Matériau N°	Description sommaire	Classement NF P 11-300
1	Sable de carrière roulé 0/5 (sable d'Emeraiville). Matériau insensible à l'eau.	D <sub>1</sub>
2	Concassé calcaire 0/20. Matériau insensible à l'eau.	D <sub>2</sub>
3	Matériau du site, déblai de tranchée. Sable de Fontainebleau argileux (% des fines 30%).	B <sub>6</sub>

L'objectif premier de l'expérimentation n'était pas d'étalonner l'essai par rapport à un objectif de compactage et une nature de remblai, il s'agissait plutôt d'évaluer la sensibilité de l'essai à une anomalie de compactage de la zone d'enrobage. Le choix de l'anomalie avait donc son importance, et on avait retenu un défaut courant que l'on observe même avec un bon matériau d'enrobage, et qui consiste à déverser le matériau d'enrobage sur la conduite en une seule fois, puis à relever les blindages sur toute la hauteur de l'enrobage.

La pratique recommandée consiste à mettre en place le remblai par couche de hauteur limitée (30 cm par exemple) et à soulever les blindages avant compactage de manière progressive, mais c'est beaucoup plus long dans la zone d'enrobage (à cause de la présence de la conduite). Généralement, après avoir réalisé l'enrobage en une seule fois, on poursuit la mise en place du remblai supérieur selon les règles de l'art, car il y a moins de difficultés et les pénétromètres peuvent facilement accéder.

On avait finalement opté pour une tranchée blindée de 2,50 m de profondeur, 1 m de largeur entre blindages et 12 m de longueur (figure IV-26) dans laquelle était posée une conduite PVC de 400 mm de diamètre et 12 mm d'épaisseur. Le défaut (absence) de compactage était limité à la zone comprise entre le fond de fouille et 40 cm au-dessus de la conduite. La partie située entre 40 cm au-dessus de la conduite et la surface (soit une couche de 1,60m d'épaisseur) était compactée selon les prescriptions du guide SETRA-LCPC (1994).



**Figure IV-27. Vue de la tranchée expérimentale.**

Le principe de l'expérimentation était de faire, pour chaque matériau, une planche de référence où l'intégralité du remblai était correctement compactée et une planche anomalique où la zone d'enrobage n'était pas compactée (soit 6 planches au total). Chaque planche était suivie d'un contrôle en 8 points par un PDG 1000 sur toute la hauteur du remblai et jusqu'à 30 cm sous le fond de fouille. Parallèlement aux essais pénétrométriques qui se déroulaient en surface, des essais de vérinage interne étaient effectués dans la conduite avec un pas de 0,5 m.

Principe de réalisation d'une planche de référence (figure IV-28):

- 1) Le lit de pose est réalisé par une couche de 10 cm d'épaisseur au minimum. La surface est dressée et compactée pour que le tuyau ne repose sur aucun point dur ou faible. La conduite est mise en place et assemblée avec soin.
- 2) Le matériau d'enrobage est régalé sur une épaisseur de 40 cm. Les blindages sont relevés de manière à libérer une hauteur de 30 cm. Le matériau d'enrobage est poussé sous les flancs de la conduite jusqu'à mi-diamètre et compacté de façon à éviter tout mouvement de celle-ci. Le compactage est réalisé avec un matériel léger (compactage manuel).
- 3) L'opération précédente est répétée 2 fois. A la fin de la troisième opération, la hauteur de remblai au dessus de la génératrice supérieure de la conduite est de l'ordre de 40 cm et on procède à un premier compactage mécanique.
- 4) Le remblai est poursuivi avec le même matériau qui est mis en place par couches de 30 cm compactées par des moyens mécaniques appropriés. Les blindages sont retirés par couche de remblai avant leur compactage.

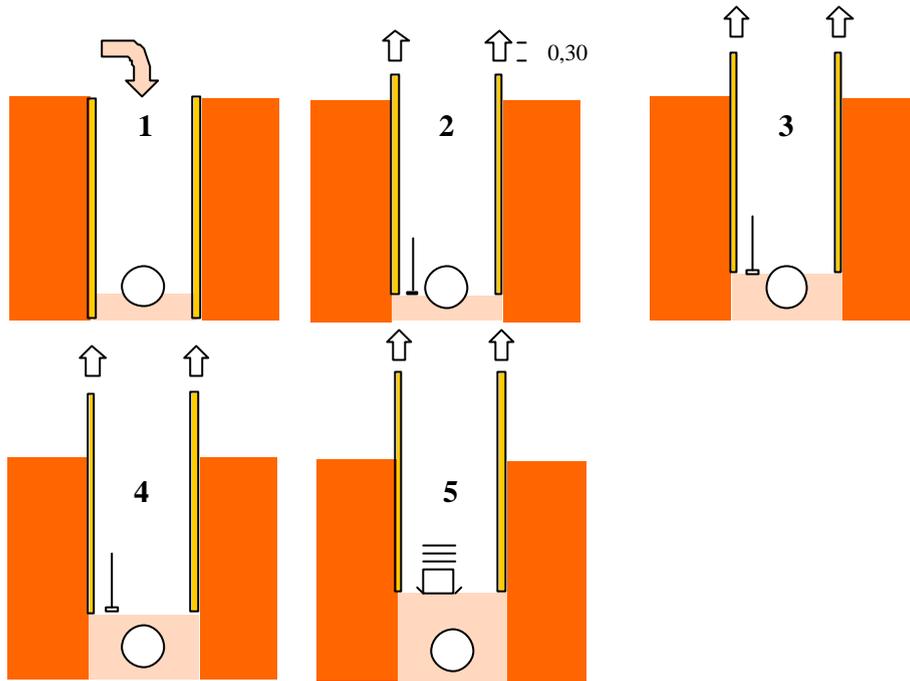


Figure IV-28. Principe de réalisation d'une planche de référence.

Principe de réalisation d'une planche anormale (figure IV-29):

- 1) Le lit de pose est réalisé comme pour la planche de référence.
- 2) Après la mise en place de la conduite, le remblai d'enrobage est déversé du haut de la tranchée, sans précautions particulières, à l'aide d'une pelle mécanique jusqu'à une épaisseur d'environ 40 cm au-dessus de la conduite. Les blindages sont partiellement retirés sur une hauteur d'environ 1 m. La surface de remblai de protection est rapidement égalisée.
- 3) Le remblai supérieur est poursuivi avec le même matériau comme une planche de référence par couches de 30 cm compactées par des moyens mécaniques appropriés. Les blindages sont retirés par couche de remblai avant compactage.

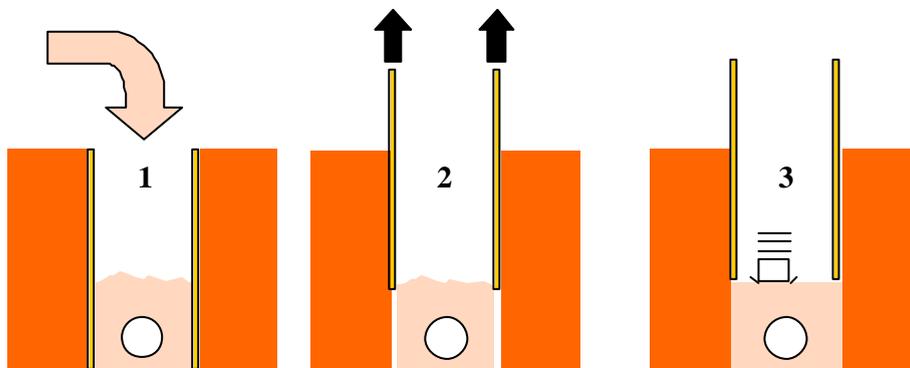


Figure IV-29. Principe de réalisation d'une planche anormale

#### IV-4.5. Résultats principaux

Tout d'abord, l'anomalie choisie (réalisation de la zone d'enrobage en une seule couche) s'est avérée très efficace pour créer une chute de densité du remblai d'enrobage comme on peut le constater sur les pénétrogrammes de la figure IV-30 réalisés au PDG 1000. Cela n'est pas étonnant, car il est bien connu que la raison principale des manques de compactage n'est pas le nombre insuffisant de passes du matériel, mais la mise en œuvre par des couches trop épaisses (Comité technique ETC 11 2000).

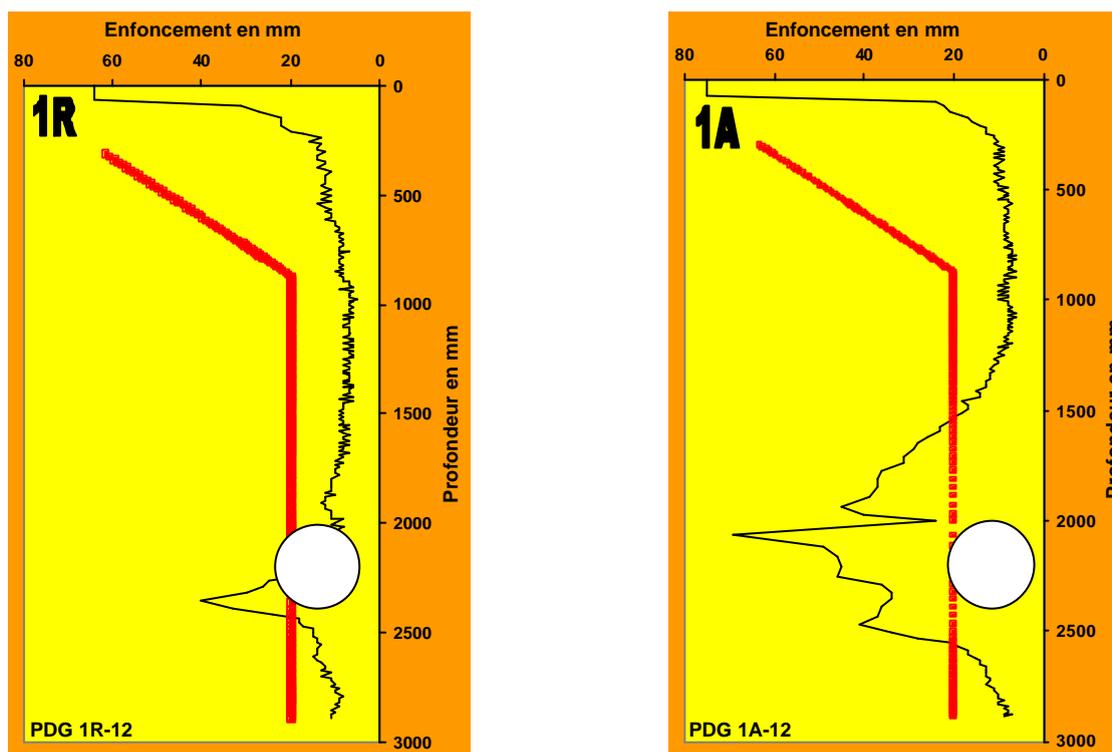


Figure IV-30. Pénétrogrammes d'une planche de référence (à gauche) et d'une planche anomalique (à droite).

Le sur-compactage ne permet pas de compenser une trop grande épaisseur, car l'énergie de compactage est rapidement absorbée par les premiers centimètres. Ce phénomène est encore aggravé par les parois latérales de la tranchée qui facilitent la formation de voûtes de décharge dans le remblai, qui dévient l'énergie de compactage vers les parois.

L'expérimentation a donc permis de confirmer (même si ce n'était pas son objectif premier) que le déversement du matériau d'enrobage en une seule couche, même suivi d'un compactage intense, ne permet pas d'obtenir l'objectif q4 dans la zone d'enrobage. En dehors de la zone d'enrobage, dans le remblai supérieur, l'objectif q4 a été atteint et même dépassé sans aucune difficulté.

La figure IV-31 montre les résultats moyens comparés d'une planche anomalique et d'une planche de référence en termes de raideur. La raideur de la conduite est de  $71 \text{ daN.mm}^{-1}$ . Les raideurs des planches anomaliques 1A et de référence 1R après réalisation du remblai d'enrobage (étape 2) sont respectivement de 274 et de  $905 \text{ daN.mm}^{-1}$ . Les raideurs après remblaiement complet sont respectivement de 531 et  $1154 \text{ daN.mm}^{-1}$ .

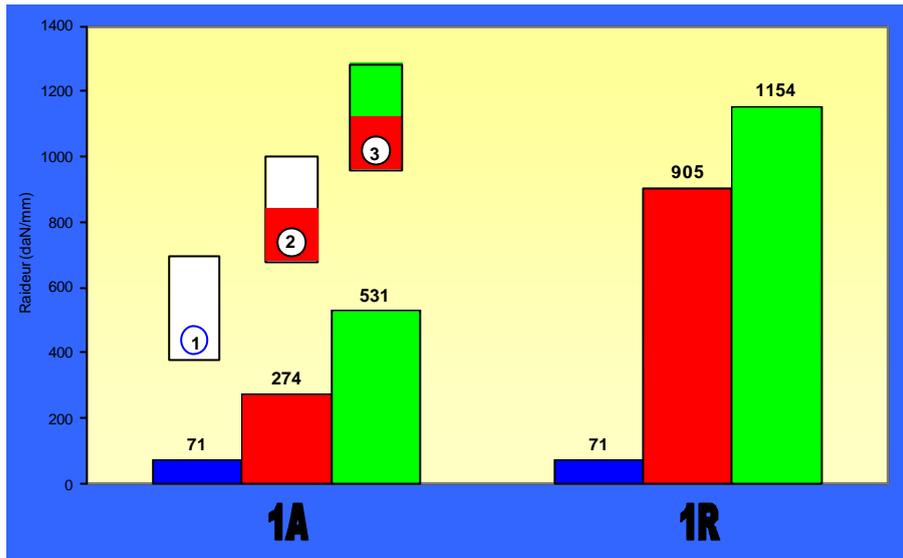


Figure IV-31.

La figure IV-32 montre les modules calculés à partir des raideurs mesurées de la planche de référence 1R superposés à ceux de la planche anomalique 1A réalisée avec le même matériau ( $D_1$ ). Le contraste entre les deux graphes est important et ne laisse aucune place au doute.

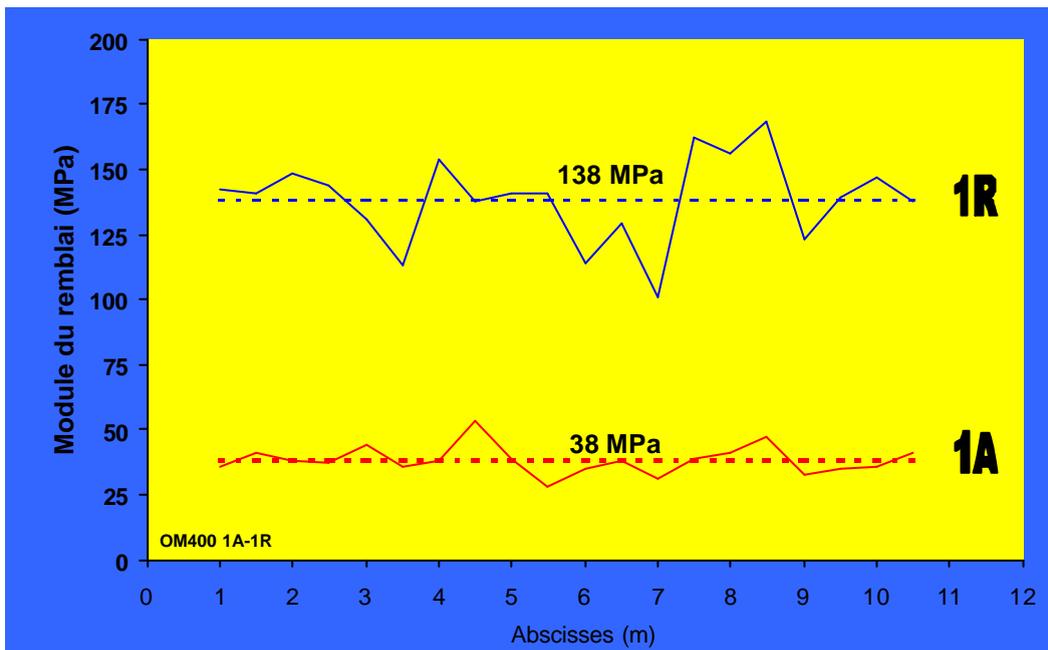


Figure IV-32. Modules calculés du remblai pour une planche de référence (1R) et une planche anomalique (1A).

Le tableau IV-12 permet de comparer les résultats moyens de l'essai de vérinage interne (l'Ovamètre) et du PDG 1000 obtenus pour les matériaux  $D_1$  et  $D_2$  (les résultats des deux matériaux sont très proches). On constate que le module moyen d'une planche de référence est 3,5 fois plus élevé que celui d'une planche anomalique. Pour le PDG 1000, le rapport des enfoncements est compris entre 2,2 et 2,5. L'Ovamètre a par conséquent une sensibilité (au sens métrologique du terme) au moins équivalente à celle d'un pénétromètre dynamique.

Bien entendu, cette comparaison ne doit pas être prise au premier degré : on ne cherche pas ici à « vendre » l'Ovamètre contre le pénétromètre. Le pénétromètre donne des informations supplémentaires sur la position des interfaces que ne donne pas l'Ovamètre qui est un dispositif intégrateur. En fait les deux dispositifs sont complémentaires : l'Ovamètre est simplement plus pratique que le pénétromètre pour le contrôle du remblai d'enrobage.

**Tableau IV-12. Comparaison Ovamètre - Pénétrogramme**

Matériau N°	OVAMETRE Module calculé moyen (MPa)*		PDG 1000 Enfoncement moyen (mm)**	
	Planche anomalique	Planche de référence	Planche anomalique	Planche de référence
1 - D <sub>1</sub>	<b>38 MPa</b>	<b>138 MPa</b>	<b>47,7 mm</b>	<b>21,7 mm</b>
2 - D <sub>2</sub>	<b>39 MPa</b>	<b>134 MPa</b>	<b>51,2 mm</b>	<b>19,5 mm</b>

\* Calculé sur 18 essais répartis sur la longueur de la conduite (10 m).

\*\* Calculé sur la hauteur de l'enrobage (0,6m) à partir de 6 pénétrogrammes.

NOTE. – Pour les matériaux D<sub>1</sub> et D<sub>2</sub> et pour l'objectif q<sub>4</sub>, l'enfoncement de référence et l'enfoncement limite en partie profonde sont égaux respectivement à 15 et 30 mm.

## IV-5. ESSAIS D'UNE CHARGE ROUTIERE SUR UN COLLECTEUR T200-105

### IV-5.1. L'objectif de l'expérimentation

Les collecteurs d'assainissement sont le plus souvent situés sous la voirie et sont généralement faiblement enterrés. De ce fait, ils sont soumis aux sollicitations agressives du trafic qui a largement augmenté depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle. A priori ces ouvrages sont fragiles, car ils sont généralement en maçonnerie, matériau qui n'admet que très peu de traction. Le calcul de l'impact d'une charge réglementaire sur un ovoïde avec une faible charge de sol, et en négligeant l'interaction sol-structure, aboutit à des contraintes de traction qui ne seraient même pas supportées par un bon béton (non armé). Il est donc nécessaire de prendre en compte l'interaction sol-structure pour comprendre comment ces ouvrages résistent. Mais il se pose alors le choix du module du sol et celui de la maçonnerie.

Les modules des maçonneries sont éminemment variables et difficiles à mesurer du fait de l'hétérogénéité des matériaux. Les modules des sols dépendent fortement des déformations. L'essai de vérinage interne apparaît donc comme très pertinent pour mesurer ces caractéristiques in situ pratiquement sans aucune perturbation pour l'ouvrage. L'objectif de cette expérimentation est précisément de démontrer que les caractéristiques mesurées (en fait obtenues par calcul inverse) par l'essai de vérinage sont celles qui permettent de prévoir le comportement d'un collecteur soumis à une charge de surface type routière.

On présente en première partie une introduction aux modèles d'actions des charges routières et en particulier à ceux de l'Eurocode 1 – partie 3, et ensuite quelques indications sur le comportement des chaussées et des sols soumis à des chargements cycliques. La seconde partie présente les résultats des essais géotechniques qui ont été réalisés sur le site de Champcueil pour caractériser le sol en place.

### IV-5.2. La modélisation des actions dues au trafic

#### IV.5.2.1. Les aspects statistiques

Le trafic routier se caractérise du point de vue mécanique par la répétition de charges variables ponctuelles dont on peut avoir seulement une description statistique. Les charges sont constituées de roues qui exercent des efforts concentrés qui peuvent dépasser 10 kN. On utilise plutôt l'essieu comme unité de chargement et ses différentes combinaisons possibles : essieu individuel, double ou triple, à roues simples ou jumelées.

En France, la limite légale du poids de l'essieu simple est fixée à 130 kN. Les mesures fournies par les systèmes de pesage automatique ou les contrôles montrent que les limites légales sont souvent dépassées. Si la valeur moyenne du poids à l'essieu est de l'ordre de 60 kN, le poids maximum journalier à l'essieu, résultant de mesures récentes effectuées sur des itinéraires européens, varie de 140 à 200 kN pour un essieu simple et de 110 à 170 kN pour un essieu double. Le taux de surcharge (essieux isolés de charge supérieure à 130 kN) qui résulte des comptages sur le réseau routier français est relativement constant, de l'ordre de 4,3 %.

Pour ce qui concerne le poids total des véhicules, la valeur moyenne va, en France, de 140 kN sur les routes secondaires à plus de 320 kN sur les routes principales. Mais la valeur maximale journalière se situe dans la plage 550-650 kN dans la majorité des pays européens. Selon la directive européenne n°85/3 du 19 décembre 1984, le poids légal du véhicule le plus lourd est de 440 kN. On constate donc que les poids réels des camions, comme les charges à l'essieu, dépassent nettement les limites autorisées ce qui a évidemment des conséquences sur les valeurs des charges caractéristiques utilisées dans les réglementations de calcul et qui correspondent à une certaine probabilité de non-dépassement au cours de la durée de référence communément admise, à savoir 50 ans. Ainsi la valeur caractéristique de l'essieu simple, pour le calcul des ponts-routes, a été fixée à 300 kN dans l'Eurocode 1 – partie 3 (ENV 1991), soit 2,3 fois le poids légal français. Cette valeur (300 kN) à une probabilité de dépassement de 5% en 50ans ce qui correspond aussi à une période de retour de 1000 ans.

#### *IV.5.2.2. Les modèles de charges pour les ponts-routes*

Des charges d'épreuves ont été définies en France pour les ponts-routes dès la fin du 19<sup>ème</sup> siècle. Le décret du 15 juin 1869 prévoyait l'application d'une charge uniformément répartie de 4 kN/m<sup>2</sup>, ou de files de tombereaux de masse unitaire égale à 11 tonnes pour les voitures à 2 roues attelées de cinq chevaux et 16 tonnes pour les voitures à 4 roues attelées de huit chevaux. Cette charge est équivalente à une file ininterrompue de semi-remorques de 38 tonnes non pondéré et la charge des règles de 1891 correspond à une file de camions B<sub>c</sub> de la réglementation actuelle, pondérés par 1,1.

Le «système » B (comprenant les camions B<sub>c</sub>, l'essieu B<sub>1</sub> et la roue B<sub>1</sub>) a été introduit par la circulaire du 5 avril 1958 et modifiée par la circulaire du 29 décembre 1971 (Fascicule 61 Titre II). La masse du camion B<sub>c</sub> est égale à 30 tonnes répartie à raison de 6 tonnes sur l'essieu avant et 24 tonnes sur les deux essieux arrières. La charge répartie A(L), fonction de la longueur chargée est donnée par la formule :

$$A(L) = 2,3 + \frac{360}{L + 12} \text{ kPa}$$

La roue B<sub>1</sub> est une charge de 10 tonnes qui s'applique sur un rectangle de 30 par 60 cm. Le système B<sub>c</sub> est constitué de deux files de camions très rapprochées.

Ce dernier texte sera remplacé par l'Eurocode 1–partie 3 qui traite des charges d'exploitation sur les ponts-routes, les passerelles et les ponts-rails. En ce qui concerne les ponts-routes, l'Eurocode propose quatre modèles de charges pour les vérifications vis-à-vis des états limites autres que celui de la fatigue, désignés par les sigles LM1 à LM4, et cinq modèles de charges pour les vérifications vis-à-vis de l'état limite ultime de fatigue, désignés par les sigles FLM1 à FLM5. Ces modèles de charges sont nettement plus complexes que le système « B ».

Le modèle de charge n°1, noté LM1, comporte des charges concentrées (système d'essieux doubles noté TS) et des charges réparties (notées UDL). Pour l'application de ce modèle, la chaussée est divisée en un nombre entier de voies « conventionnelles » de 3 m de largeur (voir figure IV-33). La voie désignée n°1 reçoit le tandem le plus lourd (2×300 kN) et une charge répartie de 9

$\text{kN/m}^2$ , la voie n°2 reçoit un tandem de  $2 \times 200 \text{ kN}$  et une charge répartie de  $2,5 \text{ kN/m}^2$  et la voie n°3 reçoit un tandem de  $2 \times 100 \text{ kN}$  et une charge répartie de  $2,5 \text{ kN/m}^2$ . Les charges concentrées n'existent que sur trois voies au plus, les tandems ne sont pas forcément centrés sur les voies, ils peuvent être rapprochés en observant un écartement minimal de  $0,5 \text{ m}$  entre les lignes de roues voisines.

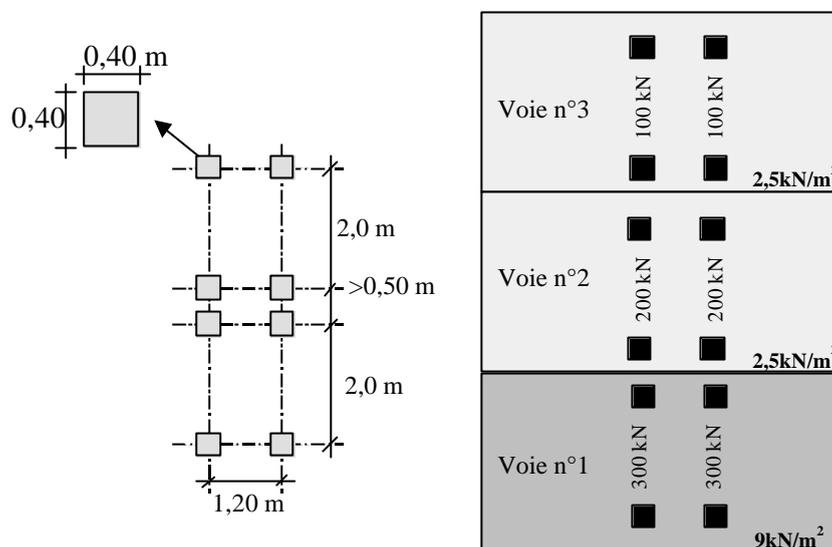


Figure IV-33. Modèle de charge LM1, principe de chargement des voies (Eurocode 1-partie 3).

Le modèle de charge n°2, noté LM2, est constitué d'un essieu simple avec roues jumelées dont l'aire de contact est de  $0,35 \text{ m}$  dans le sens longitudinal et de  $0,60 \text{ m}$  dans le sens transversal. La charge verticale totale est de  $400 \text{ kN}$ .

Le modèle de charge n°3 couvre les effets des convois exceptionnels et le modèle n°4 est constitué par une charge répartie de  $5 \text{ kN/m}^2$  qui couvre les effets d'une foule (coefficient dynamique inclus).

Les modèles de fatigue utilisent les valeurs fréquentes des actions et non pas les valeurs caractéristiques. La valeur fréquente d'une action n'est pas choisie d'après sa probabilité d'occurrence (qui est a priori élevée) mais d'après sa fréquence ou sa durée d'occurrence. C'est pour cette raison que les modèles de chargement pour l'état limite ultime de fatigue sont différents des autres modèles.

La fatigue se caractérise pour un matériau par le fait qu'il peut se rompre sous une contrainte inférieure à sa résistance instantanée si la sollicitation est appliquée de façon répétée. Le phénomène de fatigue a une grande importance pour les structures soumises au passage répété des véhicules lourds.

Le modèle de fatigue n°1 de l'Eurocode 1-partie 3, noté FLM1, dérive directement du modèle LM1 en multipliant les charges concentrées par  $0,7$  et les charges réparties par  $0,3$ . Le modèle n°2 est constitué par un ensemble de 5 camions « fréquents ». Le modèle n°3 est constitué par un ensemble de 4 essieux de  $120 \text{ kN}$  regroupés en 2 tandems de même géométrie que ceux du modèle LM1 (voir figure IV-34). C'est le modèle de base pour la vérification des ponts en fatigue.

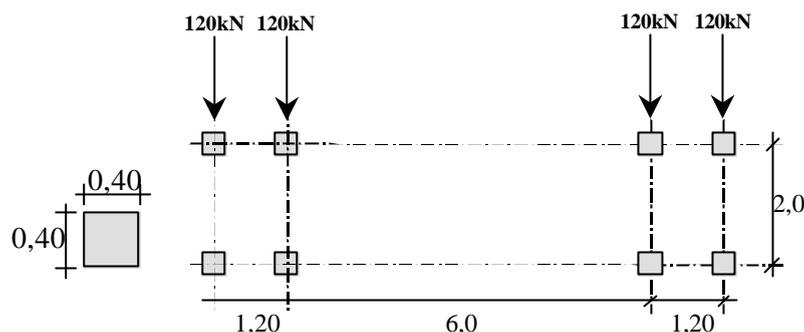


Figure IV-34. Modèle de fatigue FLM3

Les modèles n°4 et 5 sont basés sur l'application de la loi de Miner de cumul des endommagements. Le modèle n°4 définit un ensemble de cinq camions (appelés camions équivalents) qui permet de simuler un trafic réel, et le modèle n°5 repose sur l'utilisation directe de mesures de trafics.

#### IV.5.2.3. Le modèle français de charges pour les chaussées et les principes du dimensionnement (SETRA-LCPC 1981)

Les chaussées sont essentiellement dimensionnées à la fatigue ce qui est logique car elles ne sont soumises qu'à des actions variables (les effets pondéraux ou statiques sont négligeables). Le dimensionnement est basé sur le principe de l'additivité des dommages ou loi de Miner. Le trafic est réduit à la répétition d'un nombre  $n_q$  d'essieux équivalents à l'essieu standard de 130 kN. La contrainte de traction à la base des couches liées ainsi que la déformation verticale du sol support doivent être limitées à des valeurs compatibles avec le nombre  $n_{eq}$  de répétition de l'essieu équivalent, compte tenu des lois de fatigues respectives des matériaux.

Le trafic réel est simulé comme dans le modèle n°4 de fatigue de l'Eurocode à partir d'un ensemble de camions équivalents dont la fréquence d'apparition est connue. Chaque camion est défini par sa silhouette c'est à dire le nombre et les charges des essieux ainsi que leurs espacements.

Le comportement à la fatigue des matériaux liés est caractérisé par la résistance pour N cycles qui est la valeur de la sollicitation pour laquelle le matériau supporterait N cycles avant de se rompre. Les courbes de fatigue, aussi appelées courbes de Wöhler, sont de la forme :

$$\frac{R}{R_0} = 1 - a \log N$$

où  $R_0$  est la résistance en traction pour un cycle (résistance instantanée, de l'ordre de 2 à 3 MPa) et R est la résistance après N cycles.

Pour les matériaux traités aux liants hydrauliques, la valeur de a est proche de 1/12 et la contrainte admissible à  $10^6$  cycles est de l'ordre de la moitié de la contrainte de rupture au premier chargement.

Le comportement à la fatigue du sol est caractérisé par la déformation « élastique » verticale admissible  $\epsilon_z$  qui est fonction du nombre de cycles N et qui est indépendante de la nature du sol :

$$\epsilon_z = 21000 \cdot 10^{-6} N^{-0.24}$$

Le dommage élémentaire dû à une charge s'écrit :

$$D = \frac{1}{N}$$

Si  $d$  est le dommage occasionné par l'essieu standard (130 kN) alors, selon la loi Wöhler, le dommage dû à un essieu de poids total  $P$  est donné par :

$$D = d \left( \frac{P}{130} \right)^{1/a}$$

La simulation d'un trafic sur une période donnée (généralement 50 ans) donne une série de  $n_i$  applications d'essieux de poids  $P_i$ . L'application de la loi de Miner permet de transformer la série d'essieux de poids variables en une série de  $n_{eq}$  essieux équivalents de 130 kN :

On a (additivité des endommagements):

$$\sum_i n_i D_i = 1$$

d'où :

$$n_{eq} = \frac{1}{d} = \sum_i n_i D_i = \sum_i n_i \left( \frac{P_i}{130} \right)^{1/a}$$

Le modèle mécanique de la chaussée permet de calculer, pour un essieu de 130 kN, la contrainte de traction maximale à la base des couches liées  $\sigma$  ainsi que la déformation verticale maximale dans le sol  $\varepsilon$  qui doivent être inférieures aux valeurs admissibles calculées avec les courbes de fatigue :

$$R(n_{eq}) \geq s$$

$$e_z(n_{eq}) \geq e$$

#### ***IV.5.2.4. Le comportement des sols soumis aux sollicitations de trafic***

La répétition des efforts verticaux appliqués sur une chaussée provoque dans le sol support des déformations irréversibles qui s'accumulent dans le temps ainsi qu'une modification (écrouissage) de ses caractéristiques mécaniques.

L'essai triaxial cyclique est l'outil de laboratoire le plus largement utilisé pour simuler le comportement d'un sol sous une chaussée. Le LCPC a développé un appareil triaxial à chargements répétés (TCR) pour lequel l'étreinte latérale et la compression axiale varient simultanément suivant la même fréquence et en phase ce qui simule la forme de la sollicitation subie par un élément de sol sous une chaussée. L'essai TCR fait l'objet de la norme AFNOR NF P 98-235-1.

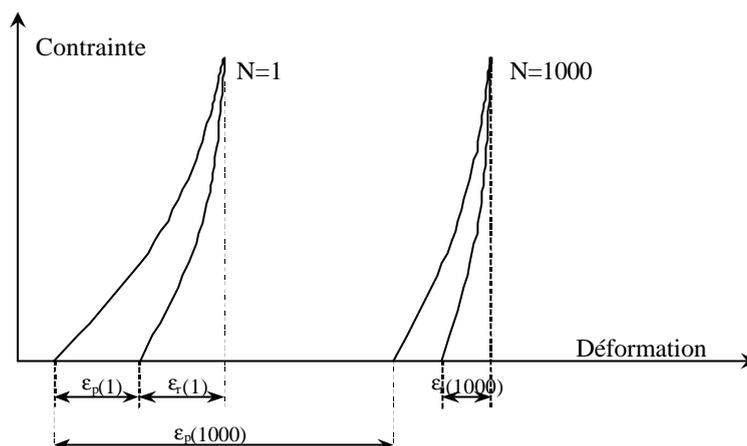


Figure IV-35

Quand on examine le résultat d'un essai au triaxial cyclique, on constate que les déformations réversibles  $\varepsilon_r$  se stabilisent après quelques milliers de cycle et que l'évolution des déformations permanentes  $\varepsilon_p$  se ralentit (voir figure IV-35).

On cherche donc à caractériser d'une part le comportement irréversible du sol c'est à dire l'évolution des déformations permanentes et d'autre part le comportement réversible c'est à dire l'évolution de la raideur du sol ou du module réversible (appelé « resilient modulus » dans les publications de langue anglaise).

Le comportement réversible stabilisé est naturellement décrit dans le cadre de l'élasticité non linéaire. Le comportement irréversible est plus complexe à décrire car il n'existe pas de cadre théorique tout prêt et les essais sont très longs (plus de 100 000 cycles). Dans la pratique, la connaissance du comportement irréversible est importante pour la prévision des risques d'orniérage. De manière paradoxale, la méthode française de dimensionnement (voir le chapitre précédent) ne prend pas en compte le comportement irréversible du sol mais base ses justifications sur une limite de déformation élastique, indépendante de la nature du sol, et qui ne dépend que du nombre d'essieux équivalents appliqués.

#### A. Le comportement irréversible

Les paramètres susceptibles d'influencer les déformations permanentes sont nombreux, on peut citer notamment :

- La nature du matériau
- La teneur en eau
- La densité
- La granulométrie
- Le niveau de contrainte (p,q)
- L'histoire des sollicitations

Hornych et al. (1993) ont proposé une relation empirique pour décrire l'évolution des déformations permanentes axiales :

$$e_1^p(N) = e_1^p(100) + A_1 \left[ 1 - \left( \frac{N}{100} \right)^{-B} \right]$$

Où  $A_1$  est la déformation permanente axiale pour  $N$  infini.

Cette relation, qui a été validée sur de nombreux résultats expérimentaux, a été reprise dans la norme de l'essai (NF P 98-235-1). C'est une relation utile pour comparer les performances des matériaux mais elle ne prend pas en compte l'influence des contraintes ou de la teneur en eau par exemple.

Récemment Gidel et al. (2001) ont proposé une nouvelle procédure d'essai par paliers pour prendre en compte l'influence des contraintes. Les résultats obtenus ont permis de proposer la relation suivante :

$$e_1^p(N, \mathbf{s}) = f(N) \cdot g(p_{\max}, q_{\max})$$

où  $f(N)$  est la relation de Hornych et  $p_{\max}$  et  $q_{\max}$  sont les valeurs maximums des contraintes.

L'objectif de ces recherches, toujours en cours, est la mise au point d'une méthode de calcul de la profondeur d'orniérage.

### B. Le comportement réversible

Le comportement réversible stabilisé (après quelques milliers de cycles) se caractérise par la déformation volumique réversible et la déformation déviatorique réversible. A partir de ces deux quantités, on définit un module de cisaillement réversible et un module de compressibilité réversible :

$$G_r = \frac{q}{3e_{d,r}} \quad K_r = \frac{p}{e_{v,r}}$$

où :

$$q = \mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_3 \quad \text{est le déviateur des contraintes,}$$

$$p = (\mathbf{s}_1 + 2\mathbf{s}_3)/3 \quad \text{est la contrainte moyenne.}$$

Le comportement réversible non linéaire des sols est avantageusement modélisé à l'aide d'une loi de comportement hyperélastique qui dérive d'un potentiel. En effet ce type de loi respecte automatiquement le principe de conservation de l'énergie (premier principe de la thermodynamique) sur n'importe quel chemin de contraintes et en particulier sur les boucles d'un chargement cyclique, ce qui n'est pas le cas des lois élastiques quasi linéaires ou des lois hypoélastiques.

Dans le cas d'un matériau isotrope, on peut exprimer complètement l'état mécanique du matériau à partir du quadruplet  $(p, q, \varepsilon_d, \varepsilon_v)$  où les quantités  $p$  (contrainte moyenne),  $q$  (contrainte déviatorique),  $\varepsilon_v$  (déformation volumique) et  $\varepsilon_d$  (déformation déviatorique) ne dépendent que des invariants des tenseurs des contraintes et des déformations et sont donnés par les expressions suivantes :

$$p = I_1(\mathbf{s}_{ij})/3 \quad \text{et} \quad q = \sqrt{3J_2(\mathbf{s}_{ij})}$$

$$\mathbf{e}_v = -I_1(\mathbf{e}_{ij}) \quad \text{et} \quad \mathbf{e}_d = 2\sqrt{J_2(\mathbf{e}_{ij})}/3$$

Si on appelle  $K_s$  et  $G_s$  les modules de compressibilités et de cisaillement sécants, la loi de comportement s'exprime par les deux relations générales suivantes :

$$p = K_s(p, q)\mathbf{e}_v \quad \text{et} \quad q = 3G_s(p, q)\mathbf{e}_d$$

La forme des fonctions  $K_s(p, q)$  et  $G_s(p, q)$  ne peut pas être quelconque car l'énergie de déformation doit dériver d'un potentiel (voir § III-2.4.2).

Parmi les lois hyperélastiques qui ont été proposées pour décrire le comportement des sols granulaires sous chargement cyclique celle de Boyce (1980) a rencontré un certain succès et a fait l'objet de nombreuses comparaisons avec des résultats expérimentaux. Les expressions du module de compressibilité sécant  $K_s$  et du module de cisaillement sécant  $G_s$  sont les suivantes :

$$K_s(p, q) = \frac{K_a \left(\frac{p}{p_a}\right)^{1-n}}{1 - b \left(\frac{q}{p}\right)^2} \quad \text{et} \quad G_s(p) = G_a \left(\frac{p}{p_a}\right)^{1-n}$$

La condition d'hyperélasticité impose l'expression suivante au paramètre  $\beta$  :

$$b = (1 - n) \frac{K_a}{6G_a}$$

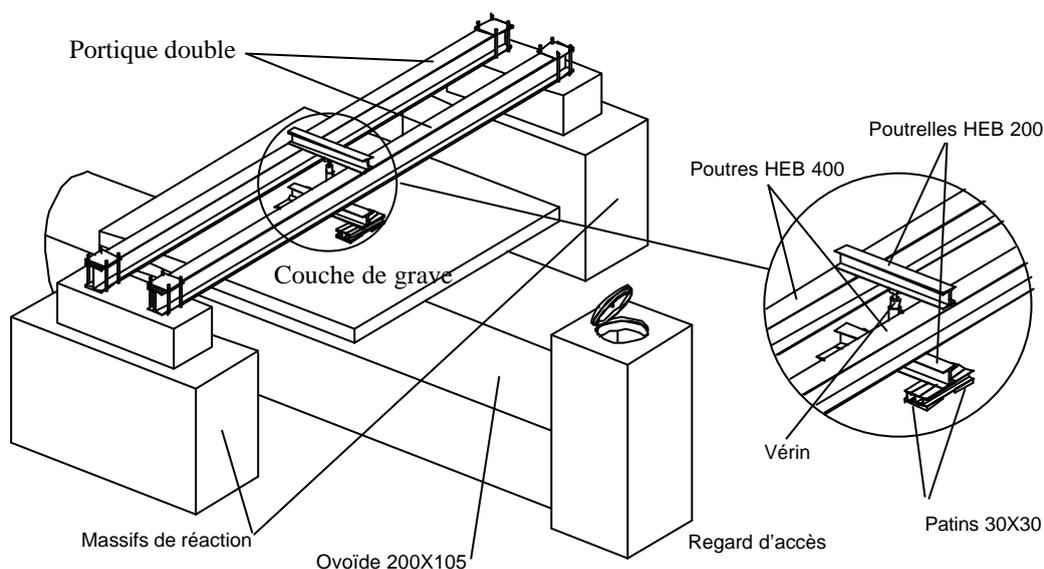
La loi est donc caractérisée par les 3 paramètres  $K_a$ ,  $G_a$  et  $n$ . Le comportement élastique linéaire correspond à  $n = 1$ . Le module de cisaillement ne dépend que de la contrainte moyenne  $p$  alors que le module de compressibilité dépend de la contrainte moyenne et du rapport  $q/p$  ( $K$  augmente lorsque  $q/p$  croît). On remarquera aussi que le coefficient de Poisson n'est pas constant et dépend du rapport  $q/p$ .

L'ajustement de cette loi sur des résultats obtenus à l'aide de l'appareil triaxial à chargement répété du LCPC et avec une grave issue d'un microgranite a donné un coefficient de corrélation global satisfaisant (Balay et al., 1994).

### IV-5.3. Le dispositif expérimental

Le dispositif expérimental comprend d'une part un collecteur enterré de forme ovoïde et de type T200-105 et d'autre part un dispositif de chargement capable d'appliquer sur la surface du sol une force verticale comprise entre 0 et 400 kN (figure IV-36).

La force est appliquée sur le sol par l'intermédiaire de deux patins qui comportent chacun 2 surfaces d'application de  $0,3 \text{ m} \times 0,3 \text{ m}$  (figure IV-38). La disposition des deux patins simule le rapprochement de deux essieux doubles qui donnerait 4 roues dans un rectangle de 0,8 m par 1,5 m. L'essai permet donc de simuler en partie un système  $B_2$  ; pour une simulation complète il aurait fallu compléter les essieux mais cela aurait doublé les efforts à appliquer.



**Figure IV-36. Vue iso du dispositif expérimental.**

L'effort de réaction est transmis à un portique de 9,50 m de portée qui est constitué de deux poutres en acier de 1,20 m d'entraxe et de type HEB 400. Les poutres sont fixées à leurs extrémités sur deux murets en béton armé par l'intermédiaire de systèmes de platines et de barres. Les murets sont solidaires de deux massifs en béton armé dont le poids unitaire est de l'ordre de 300 kN.

Le dispositif est prévu pour appliquer des efforts centrés sur l'axe de l'ouvrage, (c'est le cas de l'expérimentation décrite dans ce rapport), ou des efforts décentrés jusqu'à 2 m de l'axe. Il est possible d'appliquer des cycles de chargement – déchargement ou de maintenir la force constante pendant quelques heures. La vitesse de chargement est contrôlée par une pompe et est pratiquement constante, de l'ordre de  $2,5 \text{ kN/s}$  ; en revanche le déchargement n'est pas contrôlé et est relativement brutal. L'effort appliqué est calculé à partir de la mesure de la pression dans le vérin qui est multipliée par le maître couple.

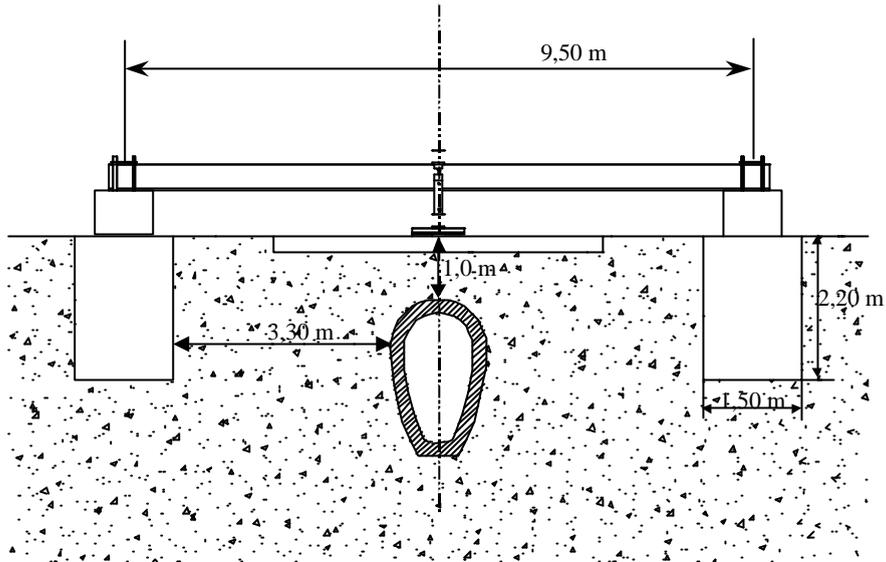


Figure IV-37. Dispositif expérimental, vue en coupe.

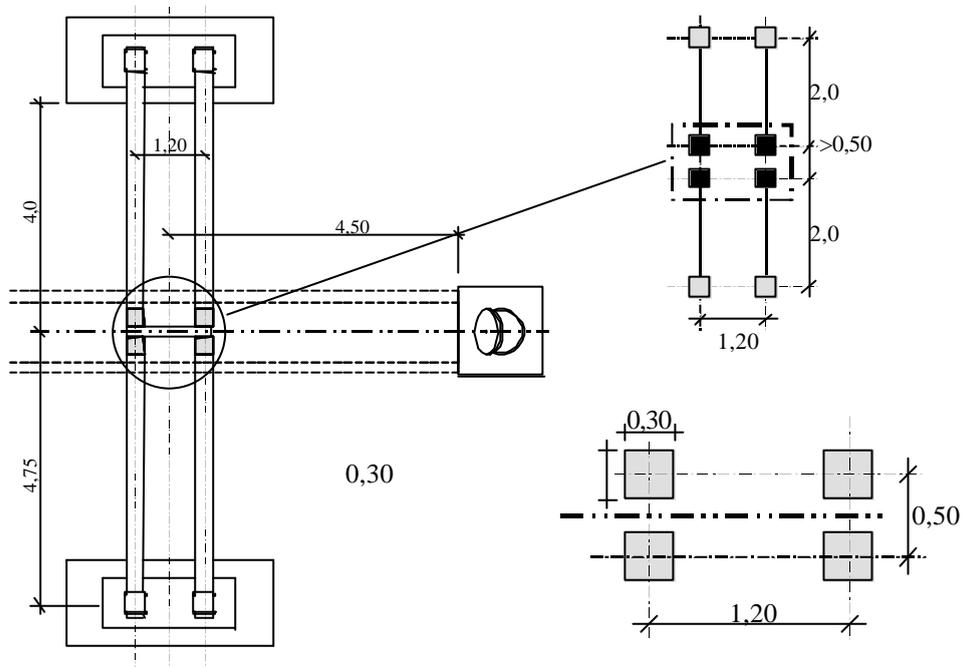


Figure IV-38. Disposition des patins, vue en plan

La hauteur de sol au-dessus de la clé de l'ovoïde est d'environ 1,0 m. Pour limiter le poinçonnement du sol par les patins on a mis en place une couche de GNT (grave non traitée) de 30 cm d'épaisseur. Du fait de la faible épaisseur de sol au-dessus de la clé, les efforts diffusent directement sur la voûte de l'ouvrage (figure IV-39) avec un bon rendement. L'ouvrage reçoit donc la majorité des efforts appliqués et ne doit sa tenue qu'au confinement latéral apporté par le sol encaissant.

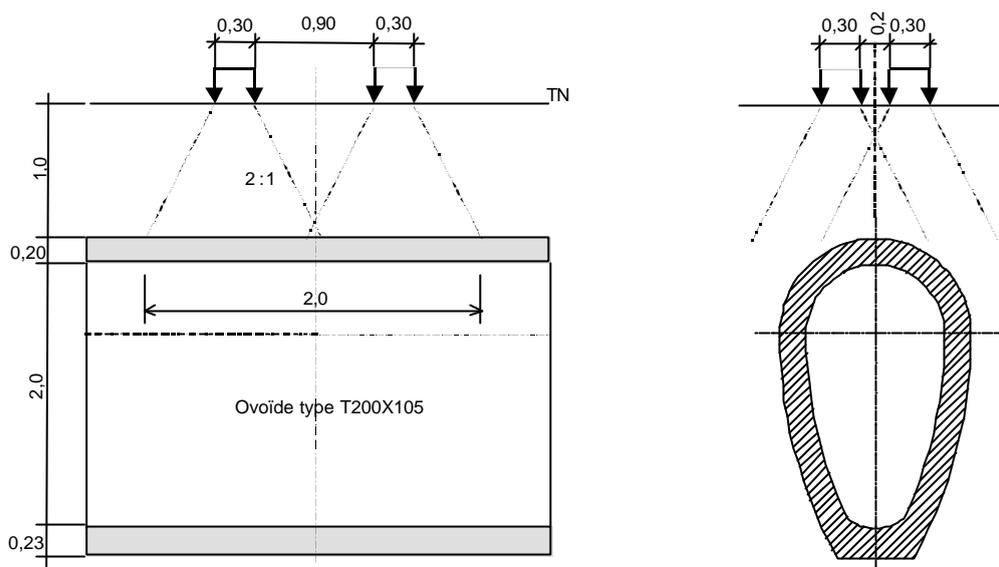


Figure IV-39. Disposition des patins, vues en coupe.

#### IV-5.4. Instrumentation du collecteur

L'instrumentation est constituée par un ensemble de 4 cannes de mesures munies de capteurs de déplacement de type LVDT (figure IV-40). Ces cannes, qui sont identiques à celles utilisées dans l'essai de vérinage interne, ont une précision meilleure que  $5 \mu\text{m}$ . Elles permettent de mesurer le déplacement relatif de deux points sur une grande base, de l'ordre de 1 à 2 m et donc des déplacements relatifs dans la gamme  $10^{-4}$  à  $10^{-5}$  qui est celle d'une sollicitation élastique. La maçonnerie de meulière étant très hétérogène à l'échelle décimétrique (taille d'un moellon), on a renoncé à utiliser des jauges de contraintes ou des mesures de déplacements relatifs sur des bases courtes. L'avantage des cannes est qu'elles permettent de faire des mesures à l'échelle de 1 à 2 mètres pour laquelle on peut considérer que le matériau est homogène. Les mesures issues des cannes sont donc directement comparables à un modèle mécanique qui utilise des caractéristiques homogénéisées qui sont aussi celles données par les essais de vérinage interne.

On remarquera que toutes les mesures de déplacement sont relatives et que l'on a renoncé à faire des mesures de déplacement absolu qui sont nettement plus délicates à réaliser et qui ne sont pas vraiment indispensables pour le calage avec un modèle aux éléments finis. Enfin, on n'a pas cherché à mesurer des contraintes ou des déformations dans le sol, car ces mesures sont aussi très délicates et comme le chargement est ponctuel, le champ de contrainte et de déformation varie très rapidement autour de l'ouvrage et il aurait fallu utiliser de nombreux capteurs.

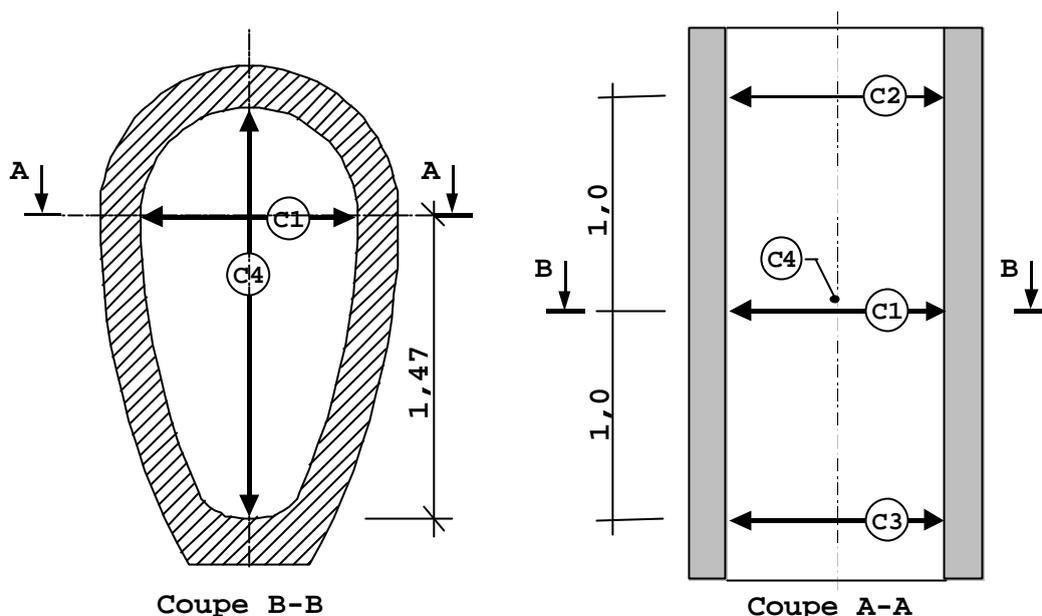


Figure IV-40. Disposition des cannes de mesures des déplacements.

La figure IV-40 montre la disposition des cannes de mesures : une croix de mesure constituée par les cannes C1 (horizontale) et C2 (verticale) dans le plan de symétrie vertical du chargement et deux cannes horizontales, C2 et C3, disposées symétriquement par rapport à la canne C1 à une distance de 1 m. Ces deux cannes renseignent évidemment sur les effets tridimensionnels.

#### IV-5.5. Résultats des essais de chargement par l'extérieur

9 essais de chargement rapides ont été réalisés. Dans tous les cas l'effort total appliqué a dépassé 400 kN (40 tonnes) ce qui est une valeur respectable. La vitesse moyenne de montée en charge était de 2,5 kN par seconde ce qui fait que la durée totale d'un essai rapide était de l'ordre de 160 secondes. Le déchargement des essais rapides est instantané et non contrôlé; on ne peut donc pas appliquer une sollicitation cyclique. Les deux essais lents ont été réalisés pendant une durée de 60 minutes en maintenant l'effort au-dessus du seuil de 400 kN.

La figure IV-41 montre la courbe de déplacement enregistrée par le capteur C1, qui mesure l'ovalisation horizontale sous la charge, lors de l'essai rapide N°4. On constate que le déplacement ne se produit pas instantanément avec l'effort, il y a un décalage qui est dû en partie aux contraintes résiduelles laissées par l'essai précédent. On supprime dans les traitements cette première partie. Par ailleurs, la courbe est relativement linéaire et on constate que le déplacement résiduel après déchargement est faible, de l'ordre de 5% du déplacement maximum.

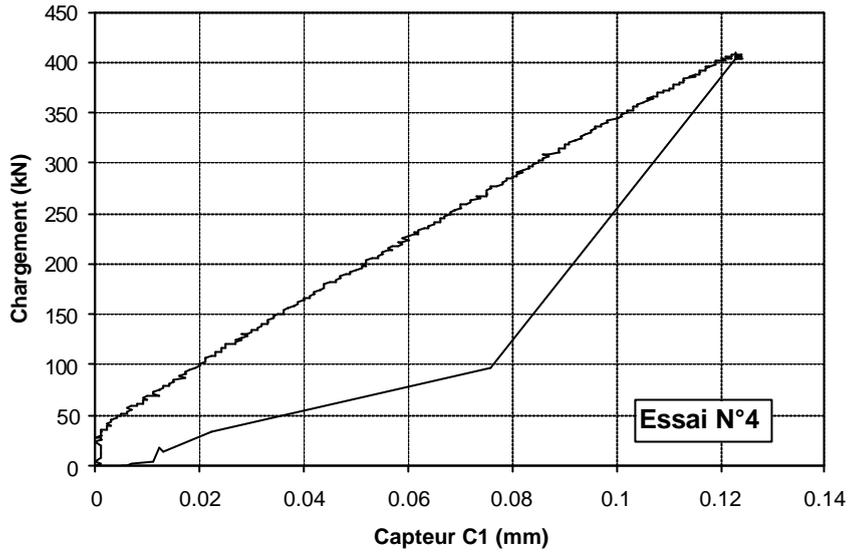


Figure IV-41. Exemple de courbe déplacement dans un essai rapide.

La figure IV-42 montre les courbes de déplacement des 4 capteurs réunies sur un même graphe (pour un essai rapide). Les courbes des capteurs C2 et C4 qui sont disposés symétriquement par rapport au chargement sont pratiquement confondues ce qui démontre l'homogénéité mécanique de l'ouvrage mais aussi l'absence de phénomène de perte d'équilibre ou d'instabilité qui est souvent lié à la perte de la symétrie. On peut aussi remarquer que l'amortissement de la déformation dans le sens longitudinal est modéré c'est à dire que la section centrale de l'ouvrage se déforme de manière homogène. Le capteur C4 qui est vertical donne un déplacement négatif qui est un peu inférieur en valeur absolue à celle du capteur C1. C'est à dire que l'ovalisation horizontale est supérieure à l'ovalisation verticale.

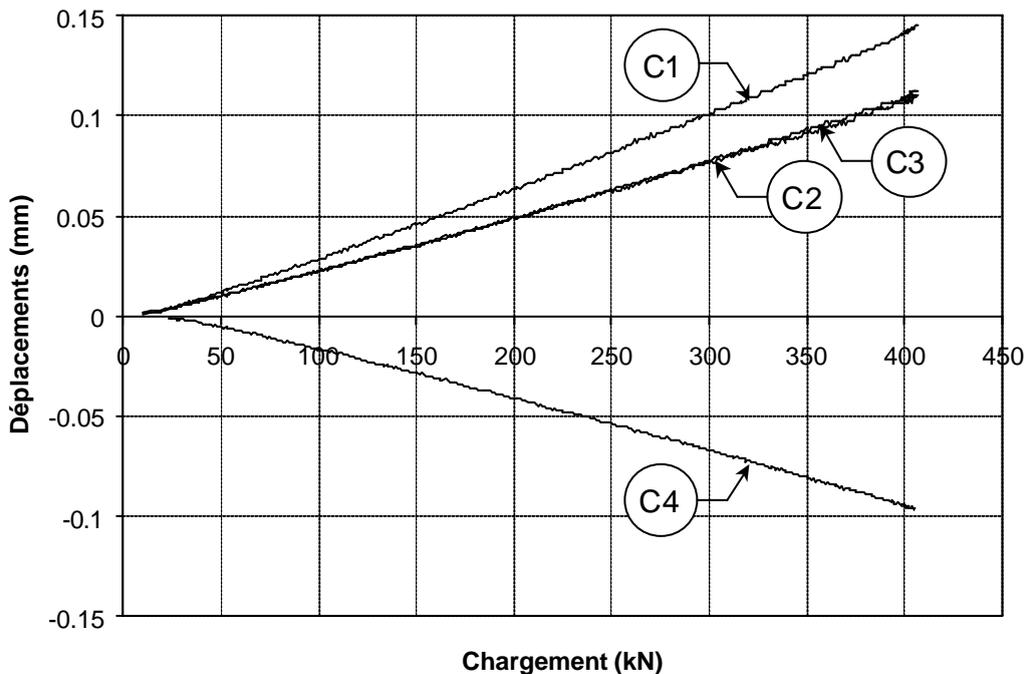


Figure IV-42. Courbes de déplacements des 4 capteurs.

Enfin, le déplacement maximum donné par la canne C1 atteint 140  $\mu\text{m}$  ce qui représente une ovalisation relative de  $1,4 \cdot 10^{-4}$  (0,014%).

On présente le résultat d'un essai sous la forme de 4 courbes, une courbe force déplacement (figure IV-43) et 3 courbes déplacement – déplacement (figure IV-44). La courbe force déplacement est celle de la canne C1, elle est notée F-C1, les 3 autres courbes donnent les déplacements relatifs des cannes C2, C3 et C4 par rapport à la canne C1, elles sont notées C2-C1, C3-C1 et C4-C1.

L'exploitation de la courbe force – déplacement (F-C1) se fait par ajustement d'un polynôme du second degré par la méthode des moindres carrés ce qui permet de calculer une raideur tangente à l'origine, une raideur sécante à 100  $\mu\text{m}$  ainsi que le taux de décroissance de la raideur sécante (voir figure IV-43).

$$F = A \cdot C_1^2 + B \cdot C_1 + D$$

$$\text{Raideur sécante} \quad : R_s(C1) = A \cdot C_1 + B$$

$$\text{Raideur tangente à l'origine} \quad : R_t = B$$

$$\text{Taux de variation de la raideur sécante} : dR_s = A$$

L'exploitation des courbes déplacement – déplacement se fait par ajustement d'une droite et non pas d'un polynôme car ces courbes sont nettement plus linéaires que les courbes force – déplacement. Les pentes des ces courbes sont notées  $C_{21}$ ,  $C_{22}$  et  $C_{23}$ . De manière générale, la qualité des ajustements est excellente comme on peut le constater sur les figures IV-43 et 44.

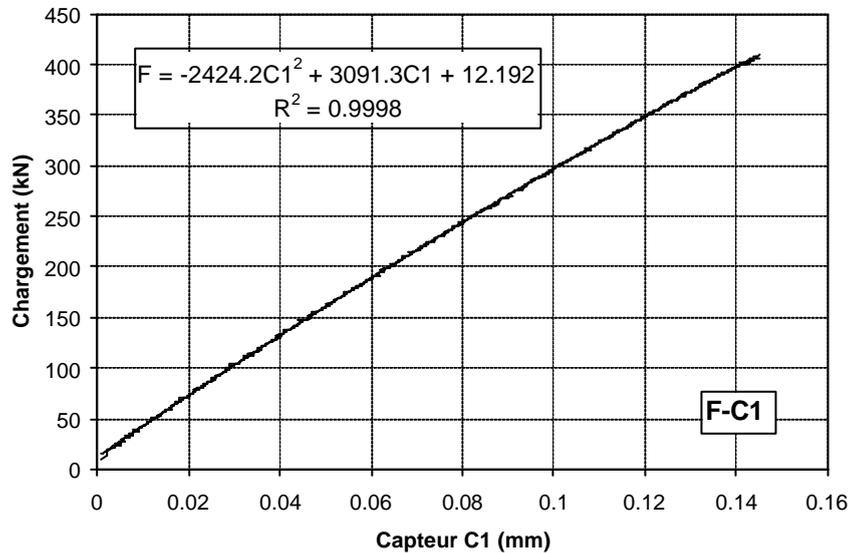


Figure IV-43

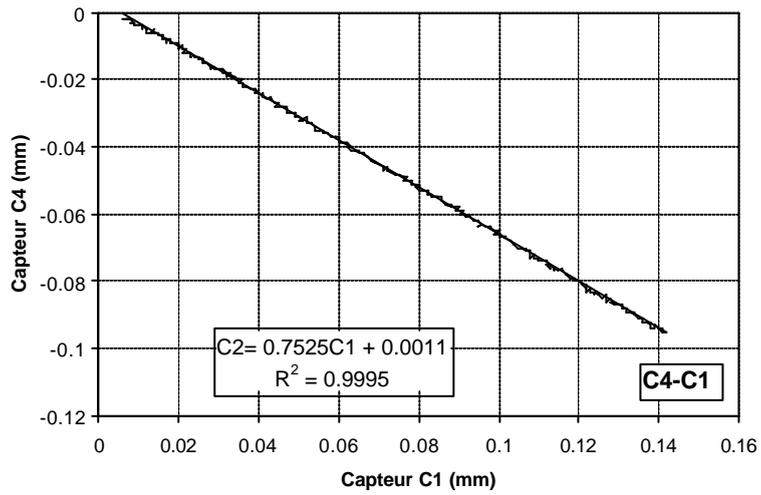
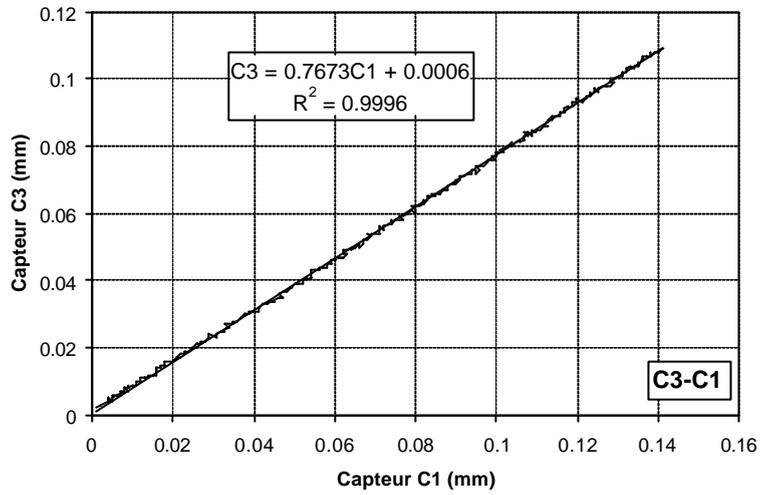
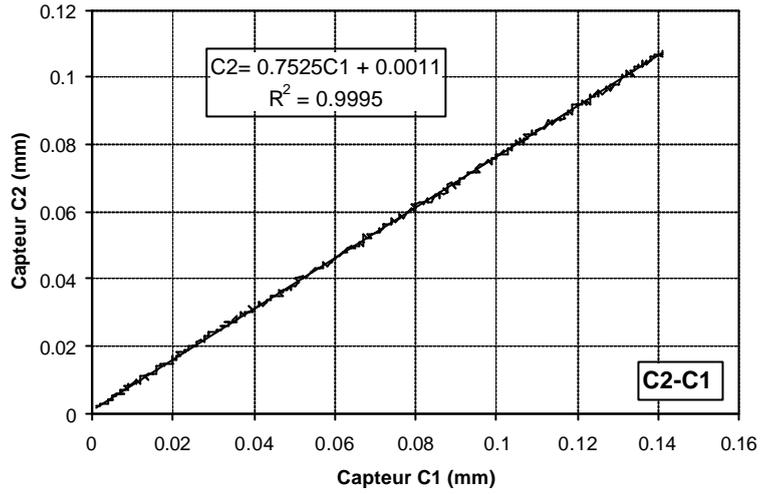
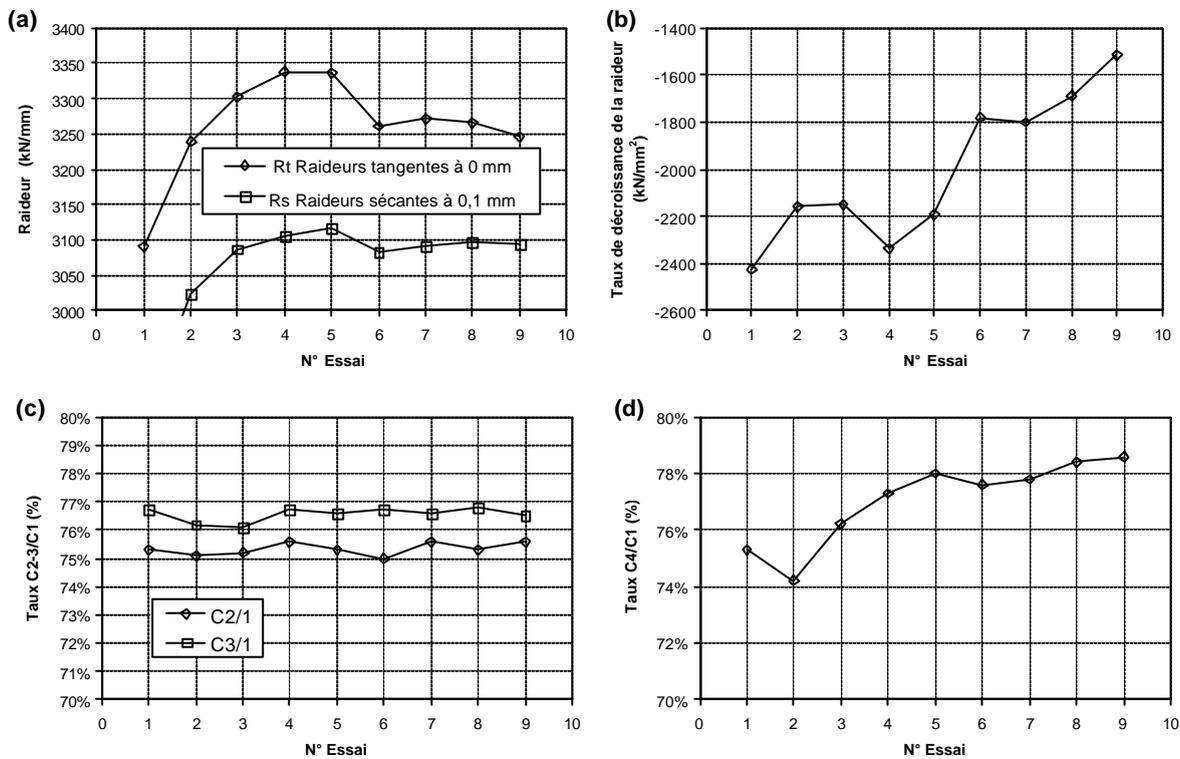


Figure IV-44

**Tableau IV-13. Résultats des essais de chargement.**

N° Essai	F(max) (kN)	Cl(max) (mm)	Rt (kN.mm <sup>-1</sup> )	dRs (kN.mm <sup>-2</sup> )	Rs (0,1 mm)	C <sub>2/1</sub> (%)	C <sub>2/3</sub> (%)	(C <sub>2/1</sub> + C <sub>2/3</sub> )/2 (%)	C <sub>4/1</sub> (%)
1	407	0,145	3091	-2424	2849	75,3	76,7	76,0	-75,3
2	405	0,127	3239	-2157	3023	75,1	76,2	75,6	-74,2
3	413	0,133	3302	-2151	3087	75,2	76,1	75,6	-76,2
4	409	0,123	3338	-2337	3104	75,6	76,7	76,1	-77,3
5	413	0,123	3336	-2192	3117	75,3	76,6	76,0	-78,0
6	410	0,131	3261	-1780	3083	75,0	76,7	75,8	-77,6
7	410	0,123	3271	-1801	3091	75,6	76,6	76,1	-77,8
8	412	0,124	3266	-1688	3097	75,3	76,8	76,1	-78,4
9	413	0,125	3246	-1515	3095	75,6	76,5	76,0	-78,6
<b>Moyennes</b>			<b>3282</b>		<b>3087</b>	<b>75,3</b>	<b>76,5</b>	<b>75,9</b>	<b>-77,0</b>



**Figure IV-45**

Le tableau IV-13 et les 4 graphes (a), (b), (c) et (d) de la figure IV-45 présentent l'ensemble des résultats des essais de chargement rapides. On peut faire les commentaires suivants :

- Les courbes de raideur sont faiblement convexes. La raideur sécante à 100 μm est égale à 94% en moyenne de la raideur tangente à l'origine. Le déplacement de 100μm est obtenu pour une force de l'ordre de 300 kN soit 75% de la force maximum.
- Les raideurs sécantes et tangentes augmentent légèrement sur les 5 premiers essais et se stabilisent ensuite (figure IV-45-a). Cette stabilisation rapide qui est due à l'écroutissage des matériaux montre qu'il n'y a pas un processus de rupture en cours sinon la raideur aurait plutôt diminué. Il faudrait poursuivre les cycles de chargement pour étudier les phénomènes de fatigue.

- Le taux de décroissance de la raideur (figure IV-45-b) diminue (en valeur absolue) régulièrement au cours des cycles d'essai ce qui est une autre indication de l'adaptation de la structure aux efforts et de l'écroutissement des matériaux. Autrement dit, les courbes force – déplacement se linéarisent progressivement.
- La réponse de la structure est très symétrique, le taux de déplacement de la canne C2 ( $C2/C1 = 75,3\%$  en moyenne) est pratiquement égal au taux de déplacement de la canne C3 ( $C3/C1 = 76,5\%$  en moyenne). Le taux moyen de déplacement à 1 m de l'axe du chargement est égal à 75,9%.
- Les taux de déplacement des cannes C2 et C3 sont très stables durant les 9 cycles d'essai (figure IV-45-c), il n'y a pas d'évolution sensible. En revanche le taux de déplacement de la canne verticale C4 augmente sensiblement durant les cycles d'essai (figure IV-45-d). La souplesse verticale de la structure semble donc augmenter avec la répétition des efforts alors que la souplesse horizontale ne bouge pas. On reviendra plus loin sur l'interprétation des données de la canne C4.

#### IV-5.6. Modélisation de l'essai de chargement par la méthode des éléments finis

Le modèle est évidemment tridimensionnel et traité en élasticité linéaire. Le choix de l'élasticité linéaire peut paraître étonnant car le sol sous la charge est évidemment plastifié. Il est même probable que la couche de grave non traitée a été poinçonnée sous les patins qui étaient manifestement sous-dimensionnées pour l'effort maximum; les observations in situ le confirment. Si l'objectif de la modélisation avait été d'étudier l'enfoncement des patins sous l'effet de la charge il est clair qu'un modèle élastique n'aurait pas convenu, mais il y a au moins deux raisons qui justifient le choix de l'élasticité linéaire :

- La plastification du sol sous les patins a peu d'influence sur la transmission des efforts sur la voûte de l'ouvrage.
- La plastification du sol est localisée sous les patins et ne concerne pratiquement pas l'encaissant du collecteur.

Autrement dit, la majeure partie du sol encaissant de l'ouvrage reste dans le domaine des petites à très petites déformations. Cette affirmation est vérifiée a posteriori par l'examen des résultats de calcul en élasticité linéaire et par l'utilisation d'un critère plastique (critère de Druker-Prager) qui permet de vérifier l'extension des zones plastiques, qui est minimale.

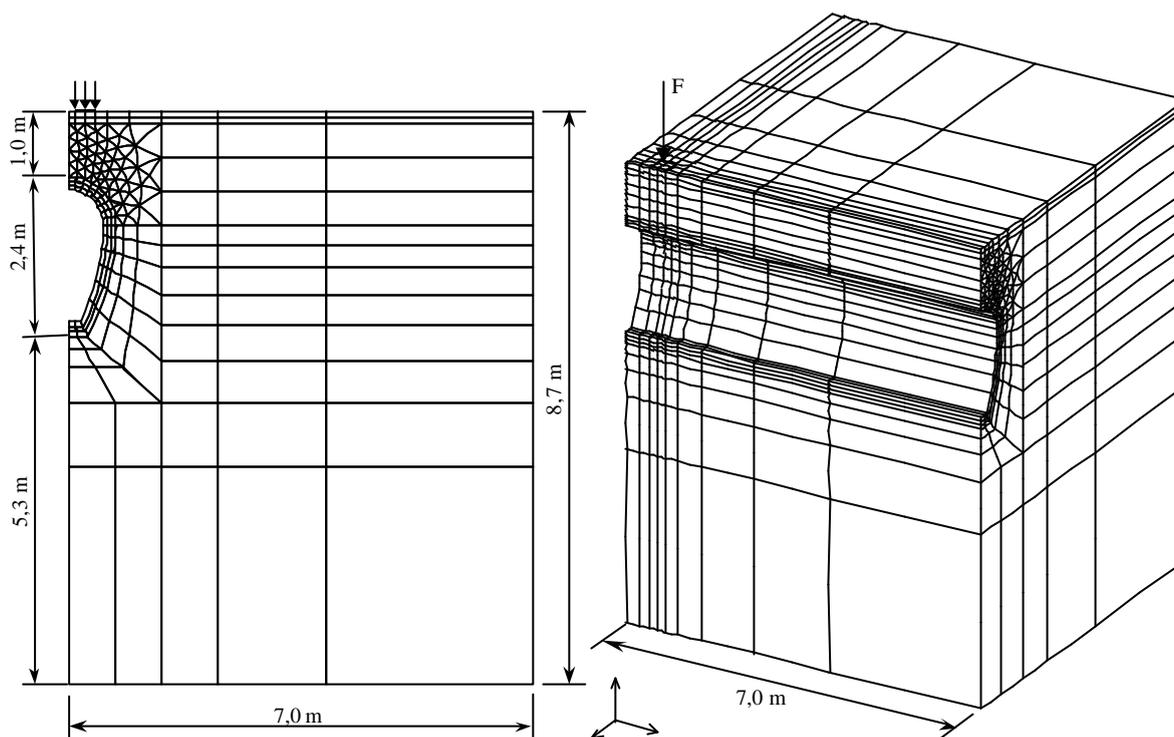


Figure IV-46. Dessins du maillage.

Les calculs ont été réalisés avec le code CESAR du LCPC (Humbert 1989). La figure IV-46 montre l'allure du maillage qui comporte 8399 nœuds et 2061 éléments répartis en 7 groupes. La densité du maillage a été adaptée à l'aspect ponctuel du chargement. Le sol entre la charge et la voûte de l'ouvrage a été maillé finement avec des éléments pentaédriques à 15 nœuds qui sont bien adaptés au maillage des zones complexes alors que la couche de GNT, le collecteur et le reste du sol ont été maillés avec des éléments hexaédriques à 20 nœuds qui sont mieux adaptés aux zones régulières.

Les symétries géométriques et mécaniques ont permis de ne modéliser que le quart du modèle physique. Les limites du modèle ont été repoussées à une distance de 7 m de l'axe de chargement dans les directions horizontales (X et Y) et à 5,3 m sous le radier de l'ouvrage.

L'effort total (400 kN) est appliqué sur 4 patins ; il y a donc un patin pour un quart de modèle sur lequel s'applique un effort de 100 kN. Le patin dont les dimensions sont  $30 \times 30$  cm est représenté par une pression uniforme de 1,11 MPa qui s'applique sur 4 facettes de  $15 \times 15$  cm. Comme le modèle est linéaire la valeur réelle de la pression appliquée n'a pas d'importance, on aurait fort bien pu appliquer une force unité, mais l'avantage d'appliquer l'effort maximum réel est que l'on obtient des déplacements qui sont directement comparables aux mesures.

Pour des raisons de simplicité dans l'interprétation des résultats, on a considéré que le sol a les mêmes caractéristiques partout ; c'est à dire que le modèle ne comporte que deux matériaux, le sol et la maçonnerie du collecteur. Cette approche est cohérente avec celle que l'on a développée pour l'interprétation de l'essai de véringage interne (le découplage sol-structure). Elle est à notre avis justifiée si le sol encaissant l'ouvrage est de même nature, ce qui est cas du site expérimental.

Comme le modèle est linéaire et qu'il n'y a que deux matériaux, une méthode économique de calcul consiste à fixer l'une des caractéristiques, en l'occurrence le module de la maçonnerie, et à faire varier l'autre caractéristique, le module du sol. Les coefficients de Poisson du sol et de la maçonnerie sont fixés respectivement à 0,33 et 0,2. Les taux de déplacements ne dépendent que des rapports des modules et les déplacements eux-mêmes peuvent se mettre sous la forme d'une fonction des rapports des modules divisée par un module. C'est à dire que le déplacement de la canne C1 par exemple peut s'écrire :

$$C1 = A \cdot \frac{F}{E_m} \cdot F_1 \left( \frac{E_s}{E_m} \right)$$

Il faut choisir les modules et plus exactement les rapports de modules dans des plages réalistes de telle manière à couvrir les valeurs mesurées in situ. Dans le cas présent, on dispose des résultats des essais de vérinage interne qui ont donné un module de maçonnerie de 13300 MPa et un module de sol de 280 MPa. Ces modules, qui ont été obtenus par calcul inverse, sont des valeurs tangentes à l'origine des courbes de déplacements qui correspondent à des taux de déformation inférieurs à  $10^{-5}$ . On a donc fixé le module de la maçonnerie à 10000 MPa. et on a fait varier le module du sol de 50 à 2000 MPa selon la série (50-100-200-400-800-2000). La dernière valeur (2000 MPa) n'est là que pour donner la tendance.

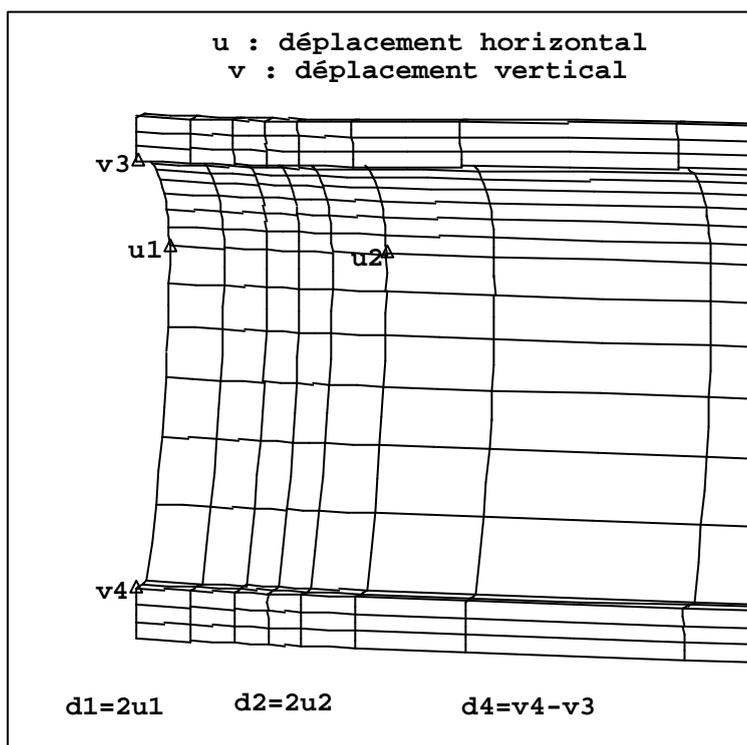
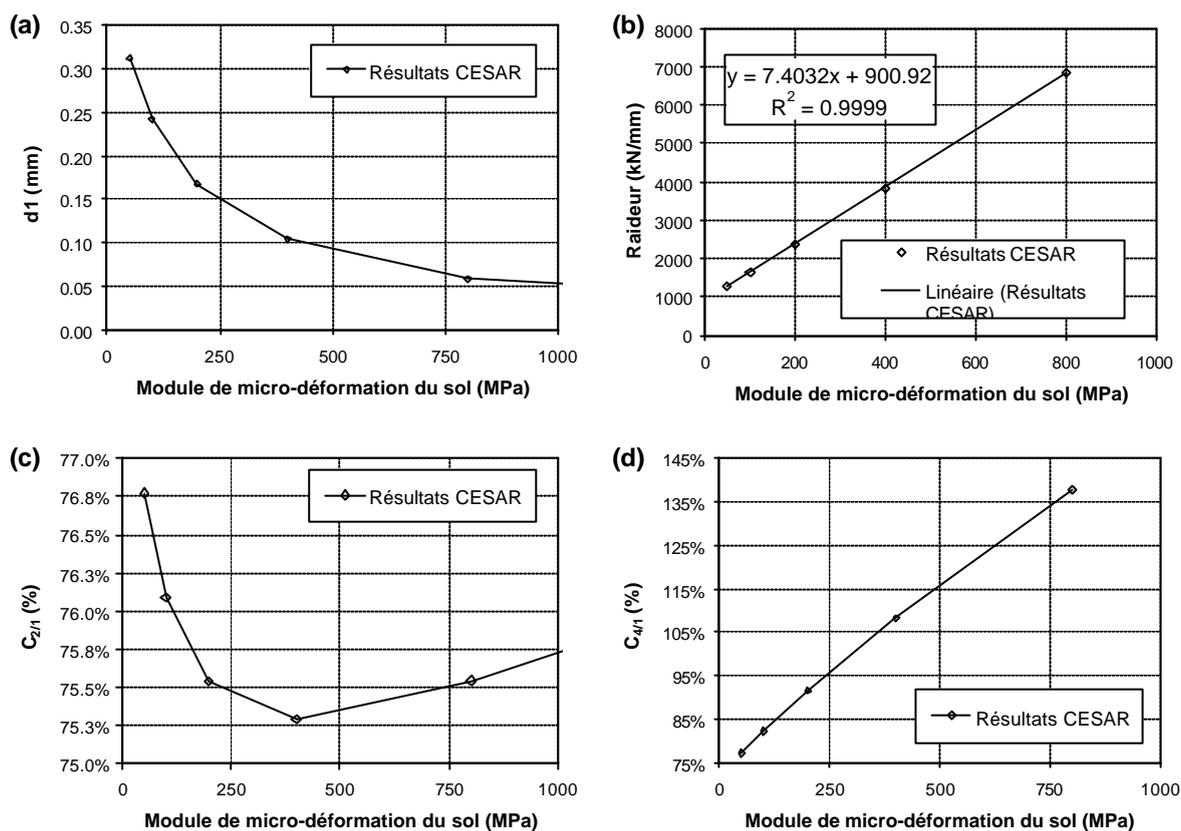


Figure IV-47.

La figure IV-47 montre les nœuds du maillage utilisés pour déterminer les déplacements des cannes C1, C2 et C4. On ne retient que les déplacements horizontaux pour les cannes C1 et C2 (après multiplication par deux) et la différence des déplacements verticaux des deux nœuds situés sur l'axe de symétrie pour la canne C4.

**Tableau IV-14. Résultats des calculs CESAR-LCPC.**

Es (MPa)	Em (MPa)	C1 (mm)	R1 (kN/mm)	C2-C3 (mm)	C2/1 (%)	C4 (mm)	C4/1 (%)
50	10000	0.313	1280	0.240	76.8%	0.241	77.1%
100	10000	0.242	1652	0.184	76.1%	0.199	82.2%
200	10000	0.168	2379	0.127	75.5%	0.154	91.6%
400	10000	0.104	3832	0.079	75.3%	0.113	108.3%
800	10000	0.059	6837	0.044	75.5%	0.081	137.8%
2000	10000	0.024	16519	0.019	76.7%	0.049	203.2%


**Figure IV-48**

Le tableau IV-14 et les 4 graphes (a), (b), (c) et (d) de la figure IV-48 présentent l'ensemble des résultats des calculs CESAR. On a ajusté sur la courbe de raideur, qui varie quasi linéairement avec le module du sol, l'expression analytique suivante (figure IV-48-b) :

$$R = 0,09 \cdot E_m \left( 1 + 82,2 \frac{E_s}{E_m} \right) \text{ (kN/mm)}$$

où  $E_m$  est le module de la maçonnerie et  $E_s$  est le module du sol.

On constate que le taux de déplacement de la canne C2 (figure IV-48-c) varie très peu entre 75,3% (valeur minimum) et 76,8 % avec une valeur moyenne de 76%. A contrario, le taux de déplacement de la canne C4 varie quasi linéairement avec le module du sol de 77% à plus de 140% (figure IV-48 d).

#### IV-5.7. Comparaison des résultats du modèle avec les mesures – Calculs inverses

On constate tout d'abord que les déplacements maximums mesurés sur site avec la canne C1, qui sont de l'ordre de 130  $\mu\text{m}$ , correspondent grosso modo à un module de 300 MPa sur la courbe de la figure IV-48-a. Le taux de déplacement moyen des cannes C2 et C3 (75,9%) est en excellent accord avec le taux calculé qui est de l'ordre de 75,4% pour un module de 300 MPa. En revanche le taux de déplacement de la canne C4 mesuré sur site (77%) n'est pas en accord avec les autres résultats : pour un module de 300 MPa qui constitue une bonne base d'accord, le modèle donne un taux de 99%. On a pas vraiment trouvé d'explication à cet écart sur le capteur C4 ; peut-être s'agit-il d'une erreur de mesure due au fait que la canne fonctionne en position verticale et en compression, alors qu'habituellement ces cannes fonctionnent horizontalement et en extension.

Il n'est pas possible de calculer les modules du sol et de la conduite à partir des mesures in situ par calcul inverse. En effet le taux de déplacement des capteurs C2-C3 ne dépend pratiquement pas du module du sol (même si l'accord entre le calcul et les mesures est excellent) et le taux de déplacement du capteur C4 est douteux. Il reste donc une mesure (la raideur) pour deux paramètres. A partir de l'expression analytique de la raideur ajustée sur les résultats CESAR, il est toutefois possible de calculer le module d'un des deux matériaux en fonction de l'autre et de la raideur. Par exemple, l'expression du module du sol en fonction du module de la maçonnerie et de la raideur est la suivante :

$$E_s = \frac{E_m}{82,2} \left( \frac{R}{0,09 \cdot E_m} - 1 \right)$$

Quant on remplace dans cette expression le module de la maçonnerie par la valeur moyenne obtenue par calcul inverse des mesures de vérinage interne et la raideur par la valeur moyenne mesurée (3282 kN/mm), on obtient un module de sol de 282 MPa qui est presque exactement égal à la valeur déterminée par calcul inverse des mesures de vérinage interne (280 MPa) :

$$E_s = \frac{13300}{82,2} \left( \frac{3282}{0,09 \cdot 13300} - 1 \right) = 282 \text{ MPa}$$

Si l'on fait varier le module de la maçonnerie entre 8700 MPa (valeur prudente ou caractéristique) et 13300 MPa, on constate que le module du sol varie entre 280 et 340 MPa (voir figure IV-49). On constate donc un très bon accord entre, d'une part, le module issu du calcul inverse des mesures de vérinage et, d'autre part, celui issu du calcul inverse des mesures de chargement par l'extérieur.

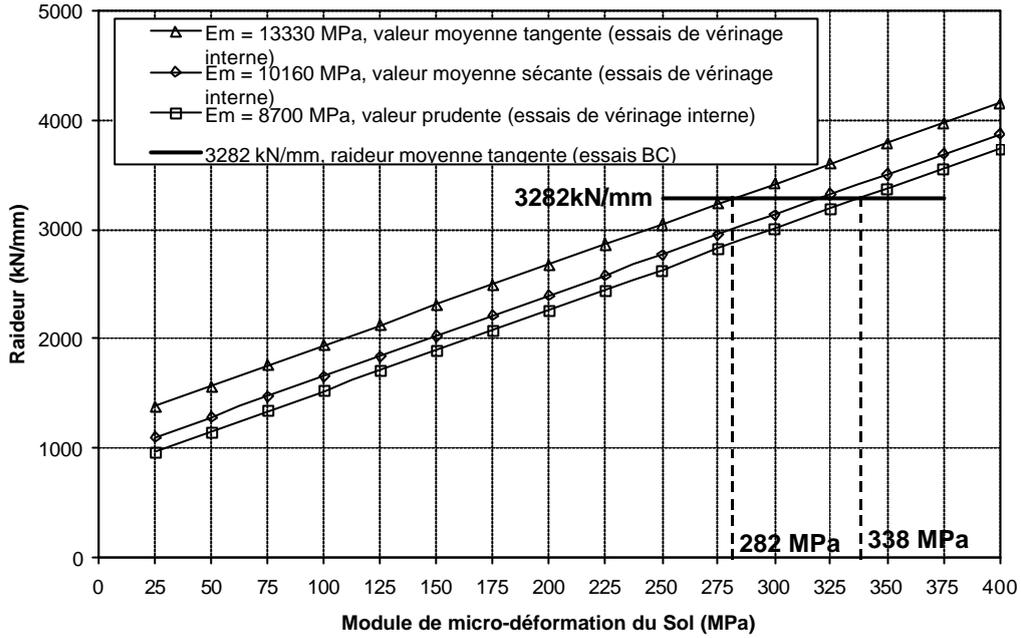


Figure IV-49

Cet accord signifie que le sol encaissant le collecteur est majoritairement sollicité dans la gamme des très petites déformations même si le sol directement sous la charge est plastifié. Cet accord montre aussi que les valeurs de modules obtenues par calcul inverse des mesures de vérinage interne sont parfaitement utilisables pour modéliser le comportement d'un collecteur soumis à l'effet d'une charge de surface même importante.

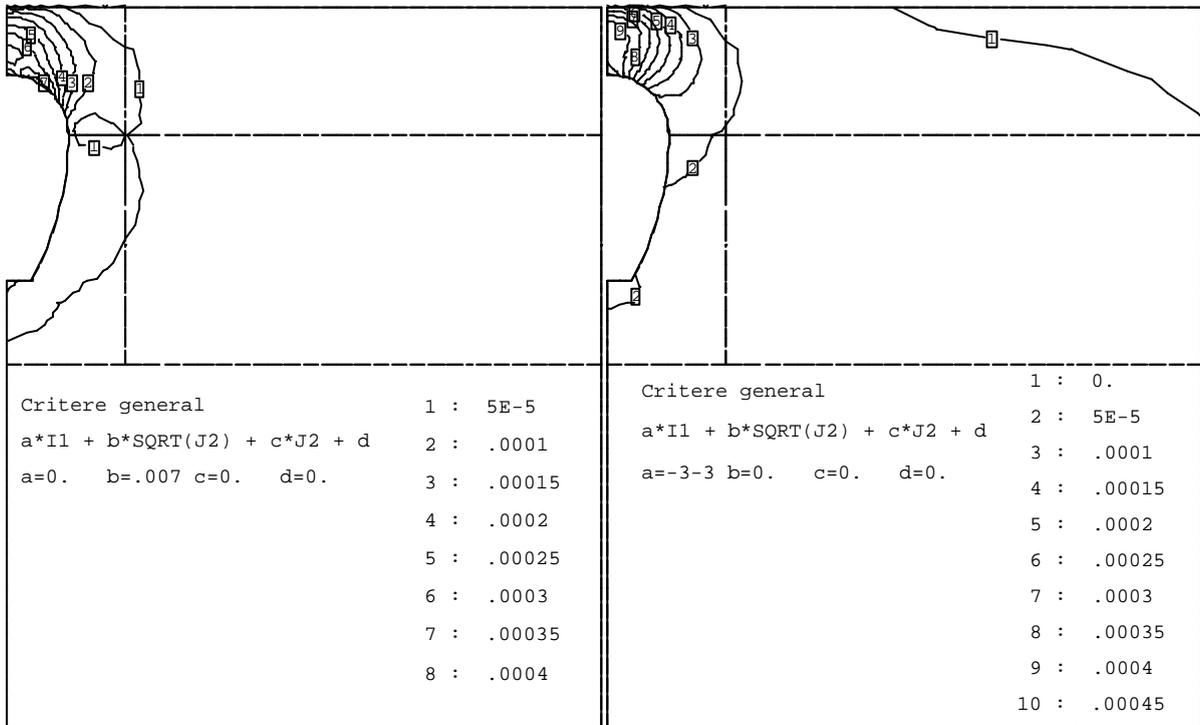


Figure IV-50

La figure IV-50 montre les courbes d'iso-valeurs de la déformation déviatorique  $\epsilon_d$  et de la déformation volumique  $\epsilon_v$  dans le plan de symétrie du chargement, calculées pour la charge maximum de 400 kN et avec un module d'Young de 200 MPa et un coefficient de Poisson de 0,2. On rappelle les expressions de  $\epsilon_d$  et  $\epsilon_v$  :

$$e_d = \frac{q}{3G} = \frac{2}{3} \frac{(1+n)}{E} \sqrt{3} \sqrt{J_2(s_{ij})} \quad \text{et} \quad e_v = \frac{p}{K} = -\frac{(1-2n)}{E} I_1(s_{ij})$$

ce qui donne :

$$e_d = 0,00693 \cdot \sqrt{J_2(s_{ij})} \quad \text{et} \quad e_v = \frac{p}{K} = -0,003 \cdot I_1(s_{ij})$$

On constate qu'en dehors de la zone directement sollicitée par les patins, les déformations diminuent très rapidement. Dans la zone des piédroits, la déformation déviatorique est inférieure à  $10^{-4}$  (courbe n°2 de la figure IV-50-a) alors que le chargement total est égal à 400 kN. On peut faire la même constatation pour la déformation volumique.

#### IV-5.8. Analyse des contraintes

Jusqu'à présent, on n'a pas parlé de contrainte pour la simple raison que l'on a fait aucune mesure de contrainte. En effet, les mesures de contraintes dans le sol sont très délicates a fortiori quant le champ de contrainte varie très rapidement. Les mesures de contraintes dans les maçonneries sont possibles par des techniques de vérins plats par exemple mais elles ne sont pas adaptées à la mesure de contraintes rapidement variables. Même si on n'a pas fait de mesure in situ il est intéressant de regarder les contraintes données dans la maçonnerie par le calcul.

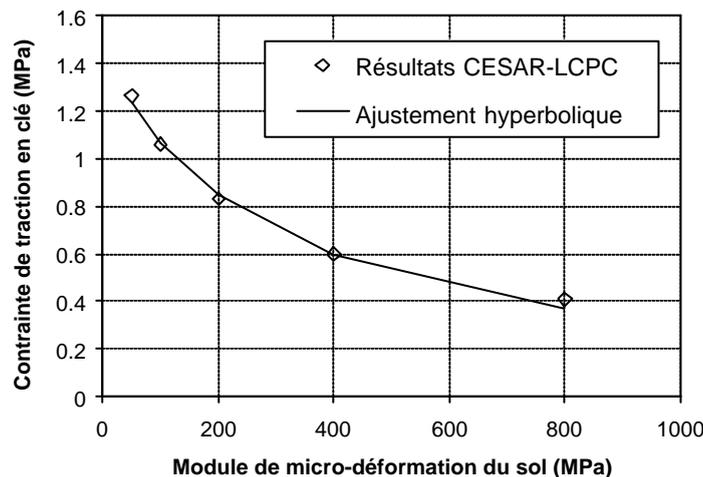


Figure IV-51

La figure IV-51 montre l'évolution de la contrainte maximum de traction en clé à l'intrados en fonction du module du sol et toujours pour un module de maçonnerie de 10000 MPa. On constate que la contrainte qui correspond au module de sol de 300 MPa est de l'ordre de 0,7 MPa. Cette valeur est compatible avec la résistance d'une maçonnerie de bonne qualité ou d'un matériau traité au liant hydraulique. On a pas observé lors des essais l'apparition d'une fissure en clé.

On a ajusté la fonction hyperbolique suivante sur les résultats :

$$s_t = \frac{1,46}{\left(1 + 36,4 \frac{E_s}{E_m}\right)}$$

Cette expression n'est valide que dans une gamme de rapport de module  $E_s/E_m$  comprise entre 0,0025 et 0,1 et pour la configuration particulière modélisée. L'interaction sol structure diminue les contraintes dans la structure d'autant plus que le rapport des modules est élevé. Dans le cas présent la maçonnerie est récente et assez rigide et l'interaction a un effet modéré sur les contraintes. En revanche, dans la même configuration, une maçonnerie moyenne (module de 3000 MPa), serait sensiblement moins sollicitée mais sa résistance en traction serait aussi plus faible.

#### IV-5.9. Conclusions

Le premier objectif des essais de chargement de type routier qui ont été réalisés à Champcueil était d'estimer l'importance de l'interaction sol-structure dans la réponse de l'ouvrage. La faible couverture de sol (1 m) ne permettait pas à la charge de diffuser significativement avant d'atteindre la voûte de l'ouvrage. L'effort maximum exercé de 400 kN, représentatif des valeurs caractéristiques utilisées dans les modèles d'actions des charges routières, s'appliquait donc presque intégralement au collecteur.

Les mesures montrent que la réponse de l'ouvrage est très linéaire (pour un ouvrage en maçonnerie) et la modélisation de l'essai par la méthode des éléments finis démontre que l'interaction sol-structure joue à plein dans le comportement de l'ouvrage. En effet, bien que le sol sous la charge soit en évidence plastifiée, la plus grande partie du sol encaissant le collecteur est sollicité dans la gamme des très petites déformations pour laquelle sa raideur est très élevée.

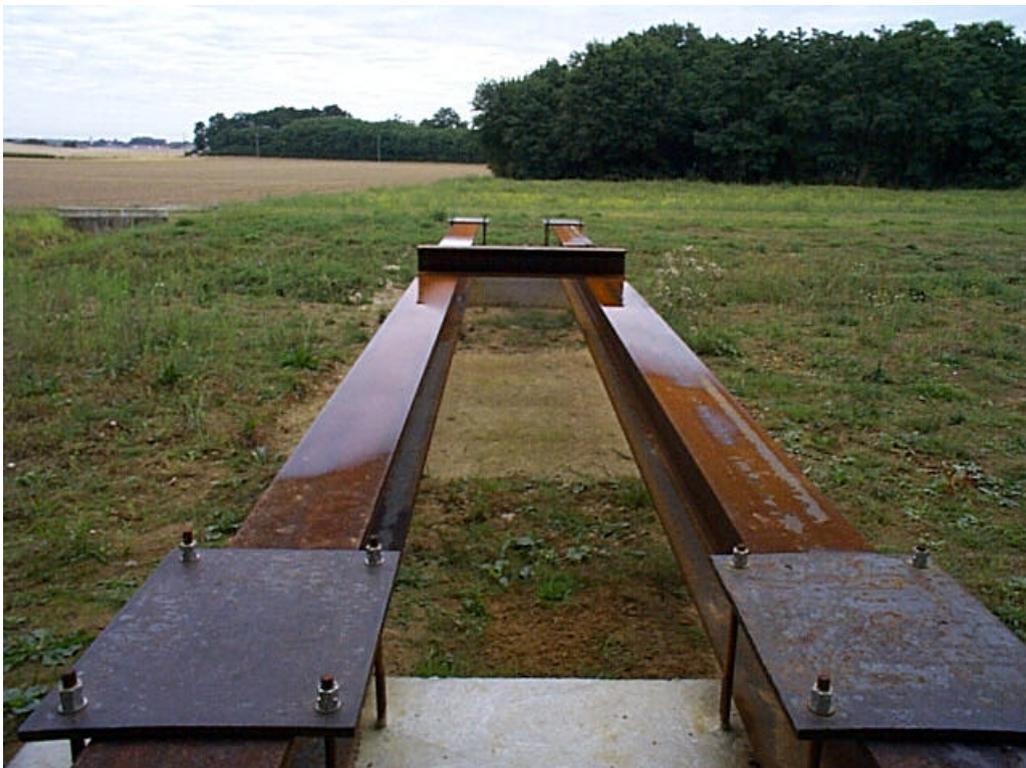
Le module initial du sol (tangent à l'origine des courbes) déduit par calcul inverse des essais de chargement par l'extérieur (282 MPa) est presque égal au module déduit par calcul inverse des essais de vérinage interne (280 MPa). Il est aussi très proche des valeurs mesurées in situ par un essai Cross-Hole.

Par conséquent, les modules déduits de l'essai de vérinage interne sont pertinents (au moins dans le cas de l'ovoïde de Champcueil) pour modéliser le comportement d'un collecteur soumis à des charges dynamiques de surface de type routière.

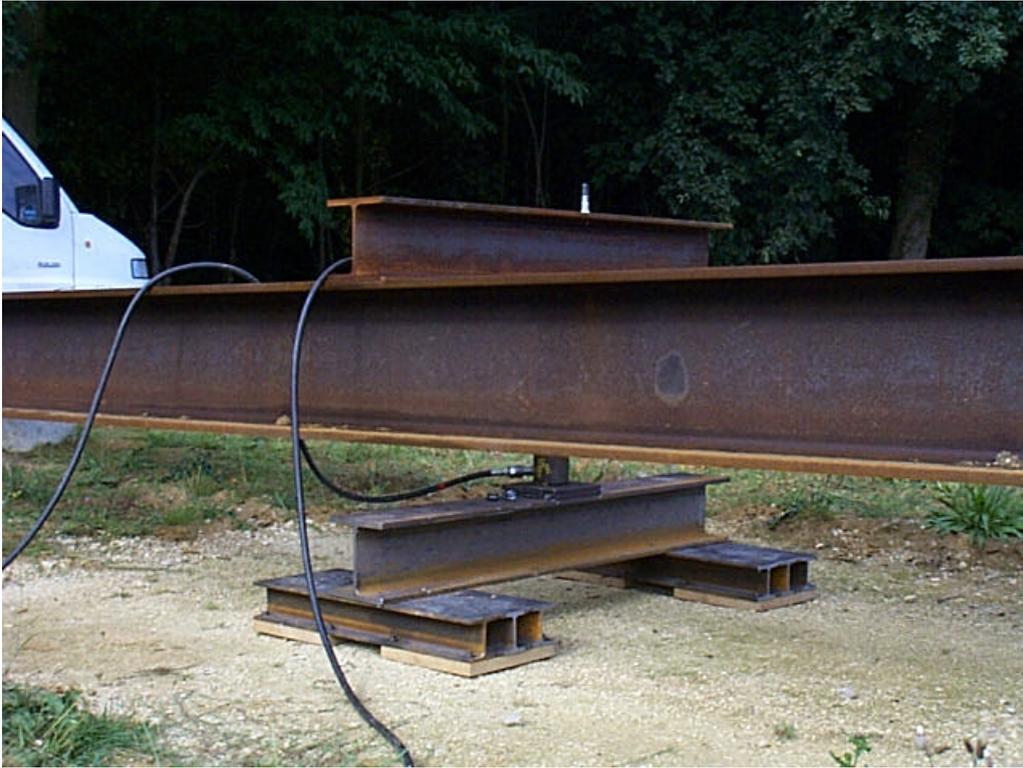
**IV-5.10. ANNEXES Photographiques (essais de chargement Bc)**



**Photo 1 : Vue d'ensemble du portique de chargement.**



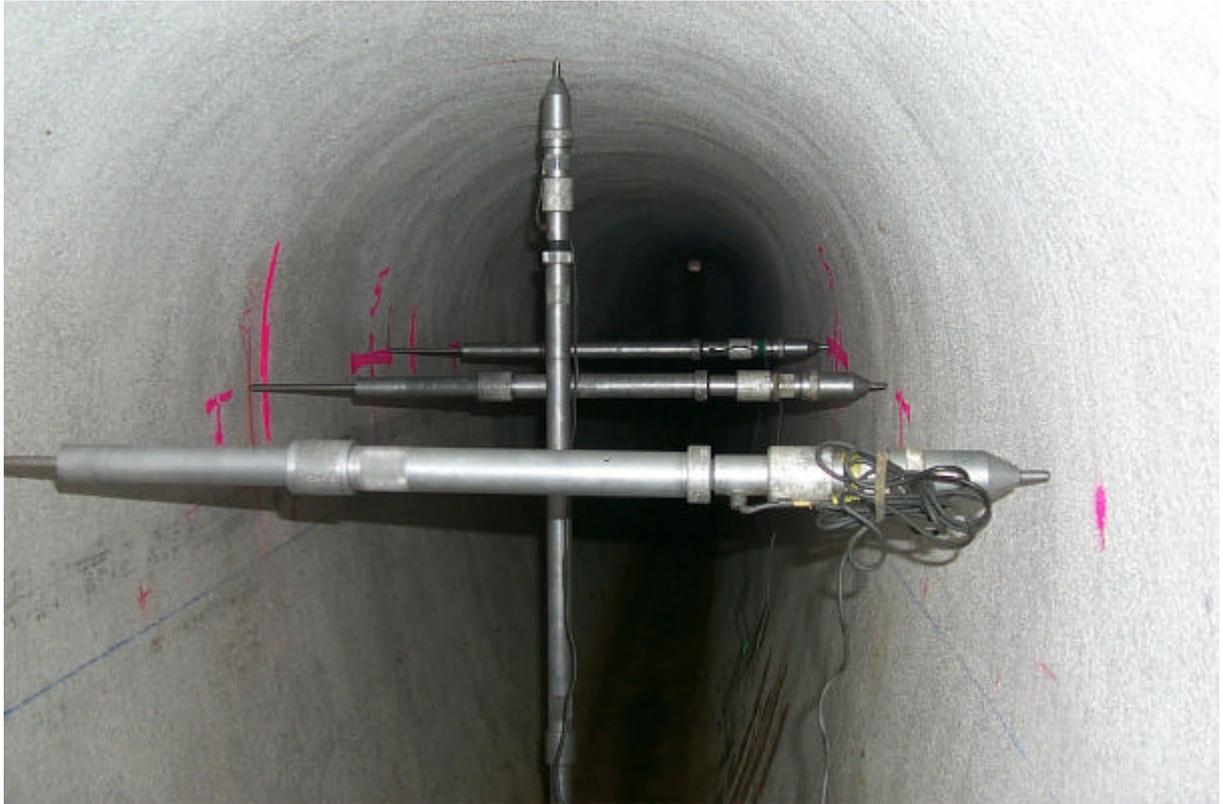
**Photo 2 : Vue du portique et des dispositifs de fixation des HEB.**



**Photo 3 : Vue d'ensemble des patins.**



**Photo 3 : Vue d'un patin avec ses deux surfaces d'appui en bois.**



**Photo 3 : Vue d'ensemble des cannes de mesures dans le collecteur.**

## CONCLUSION GENERALE

Comme on le précisait dans l'introduction, ce projet de recherche est né de constatations expérimentales faites sur un collecteur enterré (que l'auteur avait fait poser sur le site de Champcueil en 1994) soumis à des essais de vérinage interne. Le calcul inverse du module du remblai avait donné des valeurs qui semblaient anormalement élevées (de l'ordre de 70 MPa) par rapport au résultat de l'essai pressiométrique réalisé dans le même remblai (qui avait donné un module de l'ordre de 5 MPa). L'auteur avait recherché dans la littérature une explication et avait trouvé dans les travaux de Jézequel et Touze (1971) sur le pressiomètre autoforeur une analyse sur les modules mesurés à différents niveaux de déformation par le pressiomètre. On y parlait notamment du module tangent à l'origine  $E_0$  ou module de micro-déformation, dont le rapport avec le module pressiométrique  $E_M$  était de l'ordre de 3 à 10.

L'étude bibliographique montre les progrès importants réalisés dans les années 80 en matière de mesure en laboratoire et in situ. En laboratoire, la précision des mesures a été considérablement augmentée, ce qui a permis de mesurer des modules dans la gamme des déformations anciennement réservées aux essais dynamiques ( $\epsilon < 10^{-5}$ ). In situ, les progrès ont été moins rapides, malgré l'amélioration des capteurs, car les effets du remaniement sont difficiles à maîtriser. Le résultat majeur obtenu dans ces années est la courbe en «S» qui montre la décroissance rapide du module avec la déformation. L'auteur n'a apporté aucune contribution dans ce domaine, sauf si on considère l'essai de vérinage interne comme une variante de l'essai de plaque.

Ce rapport débute par un chapitre consacré à l'analyse de la stabilité d'un anneau en maçonnerie placé dans un massif de sol élastique. A priori les analyses de stabilité relèvent des ELU et on pourrait se poser la question de la présence d'un tel chapitre dans un document traitant des petites déformations. Mais l'auteur a constaté que les méthodes de calcul développées pour les tunnels ou les conduites, ne sont pas adaptées à des ouvrages dont le matériau ne présente pas ou peu de résistance à la traction. La problématique est un peu similaire à celle des voûtes en maçonneries où le calcul à la rupture est la méthode de référence. On a développé une analyse à partir d'une position pratiquement inverse de celle qui est adoptée traditionnellement, à savoir que le comportement du revêtement est rigide-plastique et celui du sol est élastique linéaire. Dans l'analyse par la méthode des éléments finis, le comportement du revêtement est élasto-plastique (critère parabolique avec une résistance en traction nulle) et celui du sol élastique linéaire. On a mis en évidence avec cette approche l'existence de deux domaines de comportement (sub et post limites) qui sont parfaitement différenciés, et que l'on peut modéliser par une approche analytique simple. La conclusion de ce chapitre est que la stabilité d'un ouvrage en maçonnerie soumis à un champ de contrainte géostatique n'est en général pas assurée sans une adaptation plastique qui modifie la répartition des pressions exercées par le sol. D'un point de vue pratique, cela veut dire que les fissures fines, que l'on observe parfois dans les ouvrages, sont la marque de cette adaptation, et que l'interaction sol – structure joue, pour les ouvrages en maçonnerie, un rôle certainement plus important que pour les ouvrages en béton armé.

Le second chapitre est plus classique et commence par une étude sur la diffusion d'une charge de surface dans un massif élastique linéaire, dont le module croît avec la profondeur. On montre au travers de différentes approches analytiques, et par des calculs aux éléments finis, que l'effet

principal est la forte diminution de la profondeur d'influence (profondeur ). Dans la seconde partie, on analyse l'effet d'une charge de surface sur une canalisation enterrée. L'étude détaillée de ce problème d'interaction met en évidence toute la complexité du comportement d'une conduite enterrée. On montre sur un calcul, où le sol est modélisé avec une loi non linéaire par la méthode des éléments finis, que le comportement mécanique d'une conduite soumise à une charge de surface, peut être modélisée en élasticité linéaire en utilisant un module d'Young pour le sol en très petites déformations. L'étude de la mise en charge interne d'un collecteur, qui termine ce chapitre, met en évidence l'importance de l'interaction sol-structure, sans laquelle un ouvrage en maçonnerie ne pourrait pas résister. Il s'agit d'un cas où la prise en compte des caractéristiques du sol en très petites déformations est indispensable pour modéliser le comportement mécanique du collecteur.

Les expérimentations in situ présentées au chapitre IV mettent toutes en œuvre, à l'exception de la dernière, l'essai de vérinage interne. Il apparaît que cet essai permet de déterminer par calcul inverse des caractéristiques élastiques pertinentes de la structure et du sol. Comme on l'a montré dans l'analyse par la méthode des éléments finis de l'essai d'une charge routière, ces caractéristiques sont utilisables pour modéliser le comportement d'un collecteur enterré en maçonnerie soumis à une sollicitation de service (charge de surface). L'essai de vérinage interne présente d'autre part l'avantage notable de ne créer aucun remaniment dans le sol ou dans la structure.

En ce qui concerne le dimensionnement des renforcements des collecteurs existants, il est évident que la prise en compte des caractéristiques du sol et de la structure permet de diminuer considérablement les épaisseurs de matière à mettre en œuvre par rapport aux méthodes traditionnelles, qui ignorent l'ouvrage existant (et qui dimensionnent un ouvrage neuf). Toutefois, la prise en compte de l'existant impose de réaliser des investigations in situ et d'admettre une certaine ignorance de l'état réel de la structure. Il est notamment très difficile de connaître les états de contraintes des matériaux et leurs états d'endommagement. L'essai de vérinage interne apporte de ce point de vue des informations complémentaires aux essais traditionnels (carottages par exemple) qui peuvent améliorer la modélisation de la solution de renforcement.

<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>
------------------------------------

ABEL, J.F., MARK, R., and RICHARDS, R. (1973). Stresses around flexible elliptical pipes. *J. Soil Mech. Foundations Div.*, ASCE, Vol. 99, No. 7, 509-526.

AFTES (1983). Recommandations sur l'emploi de la méthode convergence – confinement. *Tunnels et Ouvrages souterrains*, No 59.

AMAR, S., BAGUELIN, F., FRANK, R., et JEZEQUEL, J.F. (1995). The adimensional pressumeter curve in clays. Proc. 11<sup>th</sup> European Conf. On Soils Mechanics and Foundations Engineering, Copenhagen, Vol. 1, pp. 7-11.

ANSYS Revision 5.1 (1995), Structural Nonlinearities. User's Guide.

ARQUIE, G., MOREL, G. (1988). *Le compactage*. Editions Eyrolles, Paris.

ATHANASOPOULOS, G. A. et RICHART, F. E. (1983). Correlation between  $G_0$  and  $\tau_{max}$  for kaolinite clay. *Journal of the Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 109, No. 5, 719-723.

ATKINSON, J. H. et RICHARDSON, D. (1985). Elasticity and normality in soil-experimental examinations. *Géotechnique* 35, No. 4, 443-449.

ATKINSON, J. H., RICHARDSON, D., et STALLEBRASS, S. E. (1990). Effect of recent stress history on the stiffness of overconsolidated soil. *Géotechnique* 40, 531-540.

ATV-A 127. Statische Berechnung von Abwasserkanälen und leitungen, 3. Auflage 08.2000, Hennef.

BAGUELIN, F., JEZEQUEL, J. (1973). Le pressiomètre autoforeur. *Supplément au Bulletin de liaison les laboratoires des Ponts et Chaussées*, Paris, No. 67, 9-30.

BALAY J. et al. (1998). Etude expérimentale et modélisation du comportement mécanique des graves non traitées et des sols supports de chaussées. *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, No 216, juillet-août, 3-18.

BELLOTTI, JAMIOLKOWSKI et al. (1989). Interpretation of moduli from self-boring pressumeter tests in sand. *Géotechnique* 39, No. 2, 269-292.

BENHAMIDA, B. et THEPOT, O. (1999). Evaluation d'un nouvel essai de contrôle du compactage des remblais de tranchées - Chantier expérimental de Champcueil. Rapport interne, SAGEP.

- BERARDI, R., JAMIOLKOWSKI, M., LANCELLOTTA, R. (1991). Settlement of shallow foundations in sands : selection of stiffness on the basis of penetration resistance. Proc. ASCE Geotech. Engng. Congress, Boulder, Co.
- BIAREZ, J. (1962). Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents, Thèse d'Etat, Grenoble.
- BIAREZ, J., SAÏM, R., TAÏBI, S., LIU (1996). Difficultés expérimentales et palliatifs pour utiliser au mieux les résultats expérimentaux. Document de travail provisoire, table ronde ECP, 31 mai 1996, Ecole Centrale de Paris.
- BOLTON, M. D., DASARI, G. R. et BRITTO, A. M. (1994). Putting small strain non-linearity into modified Cam Clay model. Computer Methods and Advances in Geomechanics, Siriwardane et zaman (eds), Rotterdam, 537-542.
- BOOKER J. R. et CARTER J. P. (1984). The analysis of deformations caused by loading applied to the walls of a circular tunnel. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 8, 445-455.
- BOUSSINESQ, J. (1885). Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Gauthier-Villars, Paris.
- BOUVARD-LECOANNET, A., COLOMBET, G., ESTEULLE, F. (1988). Ouvrages souterrains, conception, réalisation, entretien. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- BOYCE J.R. (1980). A non linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading. Int. Symposium on soils under cyclic and transient loading, Swansea, U.K., pp. 285-294, Balkema.
- BREYSSE, D., NIANDOU, H., HOUY, L., (2002). Mesures combinées ovamètre – pénétromètre – Site expérimental de Champcueil. Rapport interne, CDGA, Université Bordeaux I.
- BURLAND, J. B., SILLS, G. C., GIBSON, R. E. (1973). A field and theoretical study of the influence on non-homogeneity on settlement. Proceedings, 8<sup>th</sup> International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Moscow. Vol. 1.3, 39-46.
- BURLAND, J. B., SYMES, M.J. (1982). A simple axial displacement jauge for use in triaxial apparatus. *Geotechnique*, Vol. 32, No. 1, 62-65.
- BURLAND, J.B., BURBIDGE, M.C. (1984). Settlement of foundations on sand and gravel. *Papers Invited Lecturers Centenary Celebrations*, Glasgow and West of Scotland Assoc. Of ICE.
- BURLAND, J. B. (1989). « Small is beautiful » - the stiffness of soils at small strains. *Can. Geotech. J.* 26, 499-516.

- BURMINSTER, D. M. (1943). The theory of stresses and displacements in layered systems and applications to the design of airport runways. *Proc. Highway Res. Board*, Vol. 23, 127-148.
- CALGARO, J. A., (1996). Introduction aux eurocodes, sécurité des constructions et bases de la théorie de la fiabilité. Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- CALGARO, J.A. et LACROIX, R. (1997). Maintenance et réparation des ponts. *Presse des Ponts et chaussées*, ISBN 2-85978-278-8.
- CARRIER, W. D., CHRISTIAN, J. T., (1973). Analysis of an inhomogeneous half-space. *ASCE Journal Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol 99, SM3, 301-306.
- CHEN, W. F., SALEEB A. F. (1994). Constitutive equations for engineering materials, volume 1 : elasticity and modeling. Elsevier, Amsterdam-London-New York -Tokyo.
- CLAYTON, C. R. I., KHATRUSH, S. A. (1986). A new device for measuring local axial strains on triaxial specimens. *Geotechnique*, Vol. 36, No. 4, 593-597.
- CLAYTON, C. R. I., KHATRUSH, S. A., BICA, A. V. D., SIDDIQUE, A. (1989). The use of Hall effect semi-conductors in geotechnical instrumentation. *Geotechnical Testing Journal*, ASTM, Vol. 12, No. 1, 69-76.
- COMBARIEU, O., CANEPA, Y. (2001). L'essai cyclique au pressiomètre. *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, No 233, juillet-août, 37-65.
- COMITE TECHNIQUE ETC 11, (2000). Le compactage des sols et des matériaux granulaires, sous la direction de A. Gomes Correia et A. Quibel, Presses de l'ENPC.
- COULOMB, C. A. (1773). Sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoire présenté à l'académie des sciences.
- COURBON, J. (1971). Résistance des matériaux. Dunod, Paris.
- DARVE, F. (sous la direction de) (1995). Les géomatériaux, théories, expériences et modèles. Hermès, Paris.
- DARVE, F. (sous la direction de) (1995). Les géomatériaux, avancées récentes en calcul d'ouvrages. Hermès, Paris.
- DARVE, F. (sous la direction de) (1995). Mécanique des géomatériaux. Hermès, Paris.
- DE GENNES, P.J. (1995). Cours au Collège de France.
- DELBECQ, J. M. (1982). Analyse de la stabilité des voûtes en maçonnerie par le calcul à la rupture. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*. Vol. 1, No 1, 91-121.

DESAI, C. S., SIRIWARDANE, H. J. (1984). Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials, Prentice Hall.

DUNCAN, J. M., CHANG, C. Y. (1970). Non linear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the Soil Mech. And Fdn. Eng. Div. ASCE*, Vol. 96, SM5, 1629-1653.

DUTRUEL, F., DRAN, F. (1975). Influence d'une charge roulante sur une canalisation enterrée. Publication technique du CERIB, No. 26.

DUTRUEL, F. (1992). La nouvelle méthode de dimensionnement mécanique des canalisations d'assainissement. Centre d'Etudes et de Recherches de l'Industrie du Béton Manufacturé (CERIB), Publications techniques No. 106.

EINSTEIN, H. H., SCHWARTZ, C. W. (1979). Simplified analysis for tunnel supports. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol 105, GT4, 499-518.

EL HOSRI, M. S., BIAREZ, J., HICHER, P. Y. (1981). Dynamic triaxial and vibratory behavior of cohesive soil. International conference in recent advances in geotechnical earthquake engineering and soil dynamics. University of Missouri, St Louis, Vol . II, 585-590.

EUROCODES 1 PARTIE 3 (ENV 1991-3). Charges sur les ponts dues au trafic. AFNOR.

EUROCODE 7 – Calcul géotechnique – XP ENV 1997-1.

FASCICULE 70 (1991). Ouvrages d'assainissement. C.C.T.G., Direction des journaux officiels, Paris.

FERNANDO, N. S. M., SMALL, J. C. et CARTER, J. P. (1996). Elastic analysis of buried structures subject to three-dimensional surface loading. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 20, 331-349.

FRANK, R. (1984). Etudes théoriques de fondations profondes et d'essais en place par autoforage dans les LPC et résultats pratiques, 96pp. Rapport de recherche LPC No128, LCPC, Paris.

FRANK, R. (1991). Quelques développements récents sur le comportement des fondations superficielles. Proc. 10<sup>th</sup> European Conf. On Soils Mechanics and Foundations Engineering, Florence, pp. 1003-1030.

FRANK, R. (1999). Calcul des fondations superficielles et profondes. Techniques de l'Ingénieur (TI), Presses de l'ENPC, ISBN 2-85059-005-3.

FRANK, R., THEPOT, O. (2000). Mesure du module en petites déformations d'un sol autour d'une conduite enterrée : présentation d'un nouvel essai in situ. *Revue canadienne de géotechnique*, Vol. 37, No 4, 909-917.

FRÖHLICH, O. K. (1934). Druckverteilung im Baugrunde. Springer, Vienna.

- GERBAULT, M. (1985). Calcul de canalisations circulaires semi-rigides. *Théories et Méthodes de Calcul*, No. 439, 71-94.
- GIBSON, R. E. (1967). Some results concerning displacement and stresses in a non-homogeneous elastic half-space. *Géotechnique* 17, 58-67.
- GIDEL G. et al. (2001). Nouvelle approche pour l'étude des déformations permanentes des graves non traitées à l'appareil triaxial à chargement répétés. *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, No 233, juillet-août, 5-21.
- GOTO, S., TATSUOKA, F., SHIBUYA, S., KIM, Y. S., SATO, T. (1991). A simple gauge for local small strain measurements in the laboratory. *Soils and Foundations* Vol. 31, No. 1, 169-180.
- GOURVES, R., RICHARD, B. (1995). Le pénétromètre dynamique léger PANDA. Proceedings of ECSMFE 95, Copenhagen, Denmark, 83-88.
- GRIFFITHS, D. V., PREVOST, J. H. (1990). Stress strain curve generation from simple triaxial parameters. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 14, 587-594.
- GUZMAN, A. A. (1986). Cyclic stress-strain and liquefaction characteristics of sands. PhD thesis, Purdue University.
- HARDIN, B. O., RICHART, F.E. (1963). Elastic wave velocities in granular soils. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol 89, SM1, 33-65.
- HARDIN, B. O., BLACK, W.L. (1968). Vibration modulus of normally consolidated Clay. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol 94, SM2, 353-359.
- HARDIN, B. O., DRNEVICH, V.E. (1972). Shear modulus and damping in soil : design equation and curves. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol 98, SM7, 667-691.
- HARDIN, B. O. (1978). The nature of stress-strain behavior for soils. *Proceedings of the ASCE Geotechnical Engineering Division - Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, 3-90.
- HARDIN, B. O. (1983). Plane strain constitutive equations for soils. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol 109, No. 3, 388-407.
- HERVIEUX, J. (1897). *Traité pratique de la construction des égouts*. Ch. Béranger éditeur, Paris.
- HICHER, P.Y., (1985). Comportement mécanique des argiles saturées sur divers chemins de sollicitations monotones et cycliques. Application à une modélisation élastoplastique et viscoplastique. Thèse d'Etat. Université PARIS VI.
- HICHER, P.Y., (1994). Elastic properties of soils. *Journal of the Geotechnical Engineering*, ASCE, 122 (8) : 641-648.

- HIRD, C. C., YUNG, P. C. (1989). The use of proximity transducers for local strain measurements in triaxial tests. *Geotechnical Testing Journal*, ASTM, Vol. 12, No. 4, 292-296.
- HEMSLEY, J. A. (1991). Elastostatic deformation of a half-space under conical loading. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 15, 759-783.
- HEYMAN, J. (1982). *The Maconry Arch*. Ellis Horwood Series in Engineering Science.
- HOLL, D. L. (1940). Stress transmission in earths. *Proc. Highway Research Board*, No. 20, 709-721.
- HOMSI (1986). Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols en petites déformations à l'essai triaxial. Thèse de Docteur ingénieur, Ecole Centrale de Paris.
- HOQUE, E., SATO, T., TATSUOKA, F. (1997). Performance evaluation of LDTs for use in triaxial tests. *Geotechnical Testing Journal*, ASTM, Vol. 20, No. 2, 149-167.
- HORNYCH, P. et al. (1993). Etude des déformations permanentes sous chargement répétés de trois graves non traitées. *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, 184, 45-55.
- HOWARD, A. K. (1977). Modulus of soil reaction values for buried flexible pipe. *Proc ASCE*, No. 103, GT1, 33-37.
- HUMBERT P. (1989). CESAR-LCPC, un code général de calcul par éléments finis. *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, No 160, 112-116.
- JACKY, J. (1944). The coefficient of earth pressure at-rest. *Journal for Society of Hungarian Architects and Engineers*, Budapest, 355-358.
- JANBU, N. (1963). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial test. *Proc. European Conf. Mech. Found. Eng.*, Wiesbaden, Vol 1, 19-25.
- JARDINE, R. J., LEHANE, B. M., SMITH, P. R. et GILDEA, P. A. (1995). Vertical loading experiments on rigid pad foundations at Bothkennar. *Géotechnique* 45, No. 4, 573-597.
- JARDINE, R. J., POTTS, D. M., FOURIE, A. B. et BURLAND, J. B. (1986). Studies of the influence of non linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction. *Géotechnique* 36, No. 3, 377-396.
- JARDINE, R. J., SYMES, M. J. et BURLAND, J. B. (1984). The measurement of soil stiffness in the triaxial apparatus. *Géotechnique* 34, No. 3, 323-340.
- JEZEQUEL, J., TOUZE, J. (1970). Sonde foreuse pressiométrique. Brevet d'invention No. 1.596.747, 5 pages.

- JOVICIC, V., COOP, M. R. et SIMIC M. (1996). Bender element (technical note). *Géotechnique* 46, No. 2, 357-362.
- KASSIR, M. K. (1972). Boussinesq problems for nonhomogeneous solid. *ASCE Journal Engineering Mechanics Division*. No. 98, 457-470.
- KONDNER, R. L. (1963). Hyperbolic stress-strain response : cohesive soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, A.S.C.E.*, Vol 89, No. SM 1, 115-143.
- KÖNIG, D. (1994). Deformation dependent earth pressures. *Proceedings XI ECSMFE*, Vol. 3, 125-132.
- LAZARD, R. (1933). Le calcul des ouvrages circulaires. *Journal Le Génie Civil*, Paris.
- LEE, Y. L. (1994). Prise en compte des non-linéarités de comportement des sols et des roches dans la modélisation du creusement d'un tunnel. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- LO PRESTI, D. C. F., PALLARA, O., LANCELLOTA, R., ARMANDI, M. et MANISCALCO, R. (1993). Monotonic and cyclic loading behavior of two sands at small strains. *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 16, No. 4, 409-424.
- LORET, B., LUONG, M.P. (1982). A double deformation mechanism model for sand. Proc. Of the Fourth Int. Conf. On Num. Methods in Geomech., Edmonton, 197-205.
- LORET, B. (1985). Short communication on the choice of elastic parameters for sand. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 9, 285-292.
- LUSCHER, U., (1966). Buckling of soil surrounding tubes. *J. Soil Mech. Fdns Div. Am. Soc. Engrs*, No 92, 311-228.
- MAGNAN, J. P., (1982). Les méthodes statistiques et probabilistes en mécanique des sols. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- MARSTON, A., ANDERSON, A. O. (1913). The theory of loads on pipes in ditches and tests of cement and clay drain tile and sewer pipe. Bulletin 31. Ames : Iowa Engineering Experiment Station.
- MATYAS, E. L. et DAVIS J. B. (1983). Prediction of vertical earth loads on rigid pipes. *Journal of the Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 109, No. 2, 190-201.
- MESTAT, P. (1988). Introduction des modèles de comportement quasi-linéaire dans le code de calcul CESAR-LCPC. F.A.E.R. 1.05.10.8.
- MESTAT, P. (1993). Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, ERLPC, série géotechnique, GT 52, 194 pages.

- MESTAT, P. (1994). Validation du progiciel CESAR-LCPC en comportement mécanique non linéaire. Volume 1 : Fondations superficielles et tunnels. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, ERLPC, série géotechnique, GT 52, 194 pages.
- MESTAT, P., BERTHELON, J. P. (2001). Modélisation par éléments finis des essais sur fondation superficielles à Labenne. *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, No 234, septembre-octobre, 57-78.
- MOHAMMED, H. et KENNEDY J. B. (1996). Economical design for long-span soil-metal structures. *Can. J. Civ. Eng.*, Vol. 23, 838-849.
- MOLENKAMP, F. (1992). Application of non-linear elastic model. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 16, 131-150.
- MOLENKAMP, F. (1988). A simple model for isotropic non-linear elasticity of frictional materials. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 12, 467-475.
- MOORE, I. D. (1985). The stability of buried tubes. Thesis presented to the School of Civil and Mining Engrg., Univ. Of Sydney, Australia.
- MOORE, I. D. (1987). Response of buried cylinders to surface loads. *Journal of the Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 113, No. 7, 758-773.
- MOORE, I. D. (1987). The elastic stability of shallow buried tubes. *Géotechnique* 37, No. 2, 151-161.
- MUIR WOOD, A. M. (1975). The circular tunnel in elastic ground. *Géotechnique* 25, No. 1, 115-127.
- MUIR WOOD, D. (1990). Strain-dependent moduli and pressuremeter tests. *Géotechnique* 40, No. 3, 509-512.
- NF P 11-300. Exécution des terrassements – Classification des matériaux utilisables dans la construction des remblais et des couches de forme d'infrastructures routières.
- NF P 98-331. Chaussées et dépendances – Tranchées : ouverture, remblayage, réfection.
- NG, C., BOLTON, M. et DASARI, G. (1995). The small strain stiffness of a carbonate stiff clay. *Soils and Foundations* Vol. 35, No. 4, 115-121.
- NGUYEN MINH, D. et SCHMITT, N. (1988). Contraction du tube épais circulaire : remarques sur l'influence d'une non linéarité élastique. *Revue Française de Géotechnique*, No 42.
- ONER, M. (1990). Vertical and horizontal deformation of an inhomogeneous elastic half-space. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 14, 613-629.

- POPOV, G. I. (1959). Bending of an unbounded plate supported by an elastic half-space whose modulus is a power function of depth. Akad. Nauk. *Journal of Appl. Math. Mech.*, Vol. 23, 1566\_1573.
- PANET, M. (1995). Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- PECKER, A. (1984). Dynamique des sols. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- PIPPARD, A. J. S. et ASHBY, R.J. (1936). An experimental study of the voussoir arch. *Jnl. Instn. Engrs.* 4, 281.
- POULOS, H. G. (1967). Stresses and displacements in an elastic layer unerslain by a rough rigid base. *Géotechnique* 17, 378-410.
- POULOS, H. G., DAVIS, E. H. (1974). Elastic solutions for soil and rock mechanics. John Wiley Inc, 412 pages.
- POULOS, H. G. et CHEN L. T. (1996). Pile response due to unsupported excavation-induced lateral soil movement. *Can. Geotech. J.*, Vol. 33, 670-677.
- PRAKASH, S. et KUMAR, S. (1996). Nonlinear lateral pile deflection prediction in sands. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 122, No. 2, 130-138.
- PUZRIN, A. M. et BURLAND, J. B. (1996). A logarithmic stress-strain function for rocks and soils. *Géotechnique* 46, No. 1, 157-164.
- QUIBEL, A. (1989). Contrôle du compactage des remblais au moyen du pénétrodensitographe LPC le PDG 1000. Rapport des laboratoires n° GT-35, LCPC.
- RAJANI, B. B., ROBERSTON, P. K. et MORGENSTERN, N. R. (1995). Simplified design methods for pipelines subject to transverse and longitudinal soil mouvement. *Can. Geotech. J.*, Vol. 32, 309-323.
- RAJANI, B. B. et MORGENSTERN, N. R. (1993). Pipelines and laterally loaded piles in elastoplastic medium. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 119, No. 9, 1431-1447.
- RAJAPAKSE, R. K. N. D. et SELVADURAI, A. P. S. (1991). Response of circular footings and anchor plates in non-homogeneous elastic soils. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 15, 457-470.
- R.E.R.A.U., (1995). Méthodologie de Programmation de Réhabilitation des Collecteurs visitables. Projet National : Réhabilitation des réseaux d'assainissement urbains. IREX, Paris.

SALENÇON, J. (1983). Calcul à la rupture et analyse limite. Presse de l'ENPC.

SAGASETA, C. (1987). Analysis of undrained soil deformation due to ground loss. *Géotechnique* 37, No. 3, 301-320.

SALGADO, R., DRNEVICH, V.P., ASHMAWY, A.K., GRANT, W.P., and VALLENAS, P. (1997). Interpretation of Large Strain Seismic Crosshole Tests. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, Vol. 123, No. 4, pp. 382-388.

SANTARELLI, F. J., BROWN, E. T. et MAURY, V. (1986). Analysis of borehole stresses using pressure-dependent, linear elasticity. *Int. J. Rock Mech. Sci. Geomech.*, Vol. 23, No. 6, 445-449.

SARGAND, S., MASADA, T. et HURD, J. O. (1996). Effect of rib spacing on deformation of profile-wall plastic pipes buried in coarse granular backfill. *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 19, No. 2, 217-222.

SAVE, M. (1983). La théorie des charges limites et son application aux maçonneries. Restauration des ouvrages et des structures, Presse des Ponts et chaussées, Paris.

SCHOLEY, G. K., FROST, J. D., LO PRESTI, D. C. F. et JAMIOLKOWSKI, M. (1995). A review of instrumentation for measuring small strains during triaxial testing of soil specimens. *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 18, No. 2, 137-156.

SEED, H. B., IDRIS, I.M. (1970). Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis. Report EERC 70-10 Earthquake Engineering research center, University of California, Berkeley.

SELVADURAI, A. P. S. (1996). The settlement of a rigid circular foundation resting on a half-space exhibiting a near surface elastic non-homogeneity. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 20, 351-364.

SELVADURAI, A. P. S. (1993). The axial loading of a rigid circular anchor plate embedded in an elastic half-space. *Int. J. Numer. Analytic. Meth. Geomech.*, Vol. 17, 343-353.

SETRA-LCPC (1981). Manuel de conception des chaussées neuves à faible trafic.

SETRA-LCPC (1994). Remblayage des tranchées et réfection des chaussées, Guide technique.

SHIBUYA, S. et MITACHI, T. (1994). Small strain shear modulus of clay sedimentation in a state of normal consolidation. *Soils and Foundations*, Vol. 34, No. 4, 67-77.

SIMPSON, B. (1992). Thirty-second Rankine lecture : Retaining structures : displacement and design. *Géotechnique* 42, No. 4, 541-576.

- SPANGLER, M. G. (1951). Soil Engineering. *International Textbook Company*, Scranton, Pennsylvania, 1951.
- STARK, T. D. et VETTEL, J. J. (1991). Effective stress hyperbolic stress-strain parameters for clay. *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 14, No 2, 146-156.
- TATSUOKA, F., IWASAKI, T. (1978). Hysteretic damping of sands under cyclic loading and its relation with shear modulus. *Soils and Foundations*, Vol. 18, No. 2, 25-40.
- TATSUOKA, F., SHIBUYA, S. (1992). Deformation characteristics of soils and rocks from field and laboratory tests. Keynote Lecture, Proc. Of 9<sup>th</sup> Asian Regional Conf. On SMFE, Vol. 2, 101-170.
- THEPOT, O. (1999). Un nouvel essai d'auscultation des micro-tunnels en vue de vérifier la qualité des injections de blocage. Compte rendu des Journées d'études internationales de Paris de l'AFTES.
- THEPOT, O. (2001). Le contrôle du compactage des remblais de tranchées - Méthode par véridage interne de la conduite. *Revue Française de génie civil*, Vol. 5, No 8, 2001, 1241-1270.
- TRAUTMANN, C. H., O'ROURKE, T. D. et KULHAWY, F. H. (1985). Uplift force-displacement response of buried pipe. *Journal of the Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 111, No. 9, 1061-1075.
- TRAUTMANN, C. H. et O'ROURKE, T. D. (1985). Lateral force-displacement response of buried pipe. *Journal of the Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 111, No. 9, 1077-1091.
- VERRUIJT, A. et BOOKER, J. R. (1996). Surface settlements due to deformation of a tunnel in an elastic half plane. *Géotechnique* 46, No. 4, 753-756.
- WINDLE, D., WROTH, C. P. (1977). In situ measurement of the properties of stiff clays. Proceedings, 9<sup>th</sup> international conference on soil mechanics and foundation engineering, Tokyo, 347-352.
- WINKLER, E. (1867). *Die Lehre von Elastizität und Festigkeit*. Prague.
- WOODS, R. I., GUNN, M. J. et HILLIER, R. P. (1992). The influence of nonlinearity on the interpretation of stiffness parameters from field plate load tests. *Numerical Models in Geomechanics*, edited by Pande et Pietruszczak, 999-1008.