



**HAL**  
open science

# Méthodes de simulations rapides du lien radio pour les systèmes 3G

Ahmed Saadani

► **To cite this version:**

Ahmed Saadani. Méthodes de simulations rapides du lien radio pour les systèmes 3G. domain\_other. Télécom ParisTech, 2003. English. NNT : . pastel-00000651

**HAL Id: pastel-00000651**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00000651>**

Submitted on 16 Apr 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée pour obtenir le grade de docteur  
de l'École Nationale Supérieure des Télécommunications

Ahmed Saadani

## Méthodes de Simulations Rapides du Lien Radio pour les Systèmes 3G

Soutenue le 8 Décembre 2003 devant le jury composé de :

Dirk Slock	Président
Philippe Loubaton	Rapporteur
Inbar Fijalkow	Rapporteur
Daniel Duponteil	Examineur
Patrick Tortelier	Examineur
Jean-Claude Belfiore	Directeur de thèse



*à mes parents, mes soeurs et ma fiancée*



# Abstract

Tools for fast link level simulations are needed for 3G CDMA systems due to their processing complexity. This is caused on the one hand by the simulation of the multipath channel time correlation and on the other hand by the rake receiver processing using an oversampling factor higher than one. In this work, we propose mainly three approaches to speed up simulations running duration :

- The first one consists in generating the channel by a first order Markov chain followed by an interpolation. This is feasible thanks to the channel Doppler spectrum which is band limited.
- The second one consists in generating the useful energy of the rake receiver output and both the channel and the receiver are avoided. This energy is also band limited. The generation is done by a variable order Markov chain followed by an interpolation.
- When the path delays are not multiple of the chip duration, the channel and the receiver use more than one sample per chip. The third approach consists in finding an equivalent multipath channel which paths are mutually independent and which delays are spaced by multiples of the chip duration. This method permits to reduce the oversampling factor to one.

These points can be combined to provide some tools for the fast link level simulations. Another aspect studied in this thesis is the impact of the conventional channel estimation on the system performance. This estimation which is based on the pilot symbols has an important effect on the closed loop power control when channel delays are less than the chip duration.



# Résumé

Les simulations du lien radio des systèmes à étalement de spectre de troisième génération sont très lentes à exécuter à cause de la complexité des traitements réalisés. Cette complexité provient principalement de la simulation de la corrélation temporelle du canal multi-trajets et du récepteur en râteau qui fonctionne avec plusieurs échantillons par chip. Dans ce travail de thèse nous proposons principalement trois approches pour accélérer le temps de simulations :

- La première consiste à exploiter la propriété de bande limitée du spectre Doppler du canal et à générer le canal par une chaîne de Markov de premier ordre suivie d'une interpolation.
- La deuxième consiste à remarquer le fait que le spectre de l'énergie utile à la sortie du récepteur en râteau est aussi à bande limitée et à générer directement la sortie du récepteur par une chaîne de Markov d'ordre variable suivie d'une interpolation.
- Lorsque les retards du canal ne sont pas des multiples de la durée d'un chip, le récepteur fonctionne avec plusieurs échantillons par chip permettant ainsi d'évaluer correctement les performances du système. La troisième approche consiste à trouver un canal multi-trajets équivalent au canal réel mais ayant des retards mutuellement indépendants et multiples de la durée d'un chip. Ceci permet d'éviter la simulation des filtres d'émission et de réception.

Ces approches peuvent être combinées afin d'avoir des outils rapides de simulation du lien radio. Un autre aspect traité dans cette thèse est l'étude de l'effet de l'estimation usuelle du canal à partir des symboles pilotes sur les performances du système. Cette estimation a un impact important sur la boucle de contrôle de puissance pour les canaux ayant des retards inférieurs à la durée d'un chip.





# Remerciements

Je tiens à exprimer ma plus vive reconnaissance aux personnes qui m'ont, tout au long de la réalisation de cette thèse, encouragé et soutenu.

J'aimerais tout d'abord remercier Monsieur Dirck Slock, Professeur à Eurecom, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury de ma thèse. Mes remerciements vont aussi à Madame Inbar Fijalkow, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de l'Electronique et de ses Applications, et à Monsieur Philippe Loubaton, Professeur à l'Université de Marne la Vallée, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour mon travail et pour avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse.

Je tiens également à exprimer ma gratitude à Monsieur Daniel Duponteil, responsable du groupe Signal Modulation et Codage à France Télécom R&D, pour la confiance qu'il m'a accordée en me permettant d'effectuer ma thèse dans son groupe, pour ses conseils avisés et pour sa participation au jury.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur Patrick Tortelier pour son suivi, ses conseils et son aide qui m'ont été des plus utiles pour l'aboutissement de mon travail.

Ma gratitude va également à Monsieur Jean-Claude Belfiore, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, pour ses précieux conseils.

Je souhaiterais exprimer ma reconnaissance envers mes collègues et amis pour leur amabilité et leur aide en particulier à Pierre Gelpi, Stefan Wendt, Samson Lasaulce, Noura Sellami, Julien Dumont et Sami Chtourou.

Mes remerciements et ma gratitude vont, enfin, à mes chers parents, mes deux sœurs, ma fiancée et au mari de ma sœur pour leurs soutiens sans faille et leurs continuels encouragements.



# Abréviations

3G	Third Generation of Mobile
CDMA	Code Division Multiple Access
AMRC	Accès Multiple à Répartition par Codes
WSSUS	Wide Sens Stationary Uncorrelated Scatters
TDMA	Time Division Multiple Access
FFT	Fast Fourier Transformation
IES	Interférence Entre Symboles
IET	Interference Entre Trajets
CT	Context Tree
CTP	Context Tree Pruning
UIT	Union Internationale des Télécommunications
3GPP	Third Generation Partnership Project
UMTS	Universal Mobile Telecommunication System
FDD	Frequency Division Duplex
REC	Relative Efficiency Counter
EQM	Erreur Quadratique Moyenne
TPC	Transmit Power Control
MFB	Matched Filter Bound
BER	Bit Error Rate
BLER	Block Error Rate
RSB	Rapport Signal sur Bruit
MV	Maximum de Vraisemblance
DPDCH	Dedicated Physical Data Channel
DPCCH	Dedicated Physical Control Channel
TFCI	Transport Format Combination Indicator
OVSF	Orthogonal Variable Spreading Factor



# Notations

Nous avons essayé dans la mesure du possible de conserver les mêmes notations d'un chapitre à l'autre dans ce document. Seules les notations qui diffèrent de celles déjà définies pour les chapitres précédents sont présentes dans cette liste. Nous notons que certaines notations qui apparaissent ponctuellement, ont été omises.

## Chapitre 1

$j$	$j^2 = -1$
$\Re$	Partie réelle
$(.)^*$	Transpose conjugué
$ \cdot $	Module
$E[\cdot]$	Espérance
$\mathcal{F}\{\cdot\}$	Transformée de Fourier
$h(\tau; t)$	Réponse impulsionnelle du canal
$h_i(t)$	Amplitude $i$ -ème trajet du canal
$\tau_i(t)$	Retard du $i$ -ème trajet du canal
$L$	Nombre de trajets du canal
$r(t)$	Signal reçu en bande de base à l'instant $t$ à l'entrée du récepteur
$\phi_h(\tau, \Delta t)$	Fonction d'autocorrélation du canal
$\phi_h(\tau)$	$\phi_h(\tau, 0)$
$\phi_h(\Delta t)$	$\phi_h(0, \Delta t)$
$\Theta_h(f, t)$	Réponse en fréquence du canal
$S_h(\cdot)$	Spectre Doppler du canal
$W_s$	Bande du signal à l'émission
$T_m$	Dispersion temporelle du canal

$(\Delta f)_c$	Bande de cohérence du canal
$(\Delta t)_c$	Temps de cohérence du canal
$f_D$	Fréquence Doppler maximale
$T_s$	Durée d'un symbole
$E_s$	Énergie d'un symboles de donnée
$T_c$	Durée d'un chip égale à $260ns$
$E_c$	Énergie d'un chip
$N$	Facteur d'étalement
$c_q$	$q$ -ème chip de la séquence d'étalement
$s_k$	Symbole de donnée avant étalement
$w(t)$	Bruit thermique à l'entrée du récepteur
$N_0$	Variance de $w(t)$
$c_q(t)$	Signal d'étalement de $s_k$
$u(t)$	Filtre en racine de cosinus surélevé
$\otimes$	Opérateur de convolution
$g(t)$	$(u \otimes u)(t)$
$v_i$	Poids du $i$ -ème doigt du récepteur
$\hat{h}_i$	Estimée de $h_i$
$\hat{s}_k$	Estimée de $s_k$
$w'_i$	Bruit à la sortie du $i$ -ème doigt
$p(x)$	Densité de probabilité de $x$
$H(X)$	Entropie de $X$
$I(X, Y)$	Information mutuelle entre $X$ et $Y$
$H(X/Y)$	Entropie de $X$ connaissant $Y$
$I(X, Y/Z)$	Information mutuelle entre $X$ et $Y$ connaissant $Z$

## Chapitre 2

$\gamma(t)$	Puissance instantanée du canal
$\bar{\gamma}$	Puissance moyenne du canal
$h(t)$	Amplitude du seul trajet du canal de Rayleigh
$\rho(t)$	Norme du canal
$\phi_\rho(\Delta t)$	Fonction d'autocorrélation de $\rho(t)$

$\phi_\gamma(\Delta t)$	Fonction d'autocorrélation de $\gamma(t)$
$\varepsilon_i$	$i$ -ème seuil de découpage
$\eta_i$	Centre de gravité de $[\varepsilon_{i-1}\varepsilon_i]$
$P_{ij}$	Probabilité de transition d'un état $\eta_j$ vers $\eta_i$
$\rho_k$	$\rho(kT_s)$
$R_\rho(k)$	Fonction d'autocorrélation de $\rho_k$
$S_h(f)$	$\mathcal{F}\{\phi_h(\Delta t)\}$
$f_e$	Fréquence d'échantillonnage
$T_e$	$\frac{1}{f_e}$
$h_k$	$h(kT_e)$
$\det(\cdot)$	Déterminant
$m$	Ordre de la chaîne de Markov
$\mathbf{R}_h$	Matrice d'autocorrélation de $h(t)$
$\mathbf{R}_{h(i,j)}$	$\phi_h( i-j T_s)$
$\mathbf{R}_h^i$	Matrice d'autocorrélation de $h(t)$ de taille $(i+1) \times (i+1)$
$E_b$	Energie d'un bit avant codage
$A(z)$	Filtre de prédiction linéaire
$L_p$	Taille du filtre
$\mathbf{r}_h^{(L_p-1)}$	Vecteur d'autocorrélation du canal de taille $L_p \times 1$
$f_p$	Fréquence de prédiction
$T_p$	$\frac{1}{f_p}$
$\tilde{h}_{k+1}$	Prédicteur de $h_{k+1}$

### Chapitre 3

$\text{card}$	Cardinal
$\gamma(t)$	Énergie utile à la sortie du canal
$\rho(t)$	$\sqrt{\gamma(t)}$
$\bar{\gamma}_i$	Puissance moyenne du $i$ -ème trajet
$\gamma_i$	Energie instantanée du $i$ ème trajet
$\phi_{\gamma_i}(\Delta t)$	Fonction d'autocorrélation de $\gamma_i$
$S_\gamma(f)$	Densité spectrale de puissance de $\gamma$
$S_{\gamma_i}(f)$	Densité spectrale de puissance de $\gamma_i$



$S_\rho(f)$	Densité spectrale de puissance de $\rho$
$x^k$	Séquence des $x_n$ taille $k$
$K$	Seuil de Décision
$En$	Entropie élémentaire

#### Chapitre 4

$h'(\tau; t)$	Canal équivalent
$h'_n(t)$	$n$ -ème trajet du canal équivalent
$\mathbf{R}'$	Matrice d'autocorrélation du canal équivalent
$\mathbf{D}'$	Matrice diagonale de $\mathbf{R}'$
$\phi(\Delta t)$	$J_0(2\pi f_D \Delta t)$
$\phi'_{mn}(\Delta t)$	Fonction d'inter-corrélation entre les trajets $h'_m(t)$ et $h'_n(t)$
$\bar{\gamma}_n''$	$n$ -ème valeur propre de $\mathbf{D}'$
$\mathbf{P}$	Matrice de passage
$\mathbf{G}$	Matrice de corrélation des filtres
$\mathbf{G}_{ij}$	$g(\tau_i - \tau_j)$
$\gamma_k$	Energie instantanée du canal associée à $s_k$
$\mathbf{C}$	Matrice d'autocorrélation du canal
$\mathbf{C}_{ii}$	$\bar{\gamma}_i$
$\mathbf{I}_{kL}$	Matrice identité de taille $(kL) \times (kL)$
$\mathbf{D}$	Matrice diagonale de $\mathbf{GC}$
$\bar{\gamma}'_i$	Valeurs propres de $\mathbf{GC}$
$\Psi_\gamma(\nu)$	Fonction caractéristique de $\gamma$

#### Chapitre 5

$P$	Nombre de symboles pilotes
$E_p$	Énergie d'un symbole pilote
$\hat{\mathbf{h}}$	Vecteur des estimées des trajets du canal
$\mathbf{b}_e$	Vecteur du bruit additif d'estimation du canal
$\mathbf{R}_{\mathbf{b}_e}$	Matrice d'autocorrélation de $\mathbf{b}_e$
$RSBI$	Rapport signal sur bruit instantané

$RSB_c$	Rapport signal sur bruit cible
$E_t$	Énergie instantanée à l'émission avec estimation parfaite du canal
$\overline{E}_t$	Énergie moyenne à l'émission pour un canal connu
$E'_t$	Énergie instantanée à l'émission avec estimation du canal
$\overline{E}'_t$	Énergie moyenne à l'émission pour un canal connu
$\hat{\mathbf{h}}$	Vecteur des estimées des trajets du canal
$\hat{S}$	Estimée de la puissance reçue
$\hat{I}$	Estimée du bruit à la réception
$R\hat{S}BI$	Estimée de $RSBI$
$RSBI_r$	Rapport signal sur bruit instantané à la sortie du récepteur
$RSB_r$	Rapport signal sur bruit moyen à la sortie du récepteur
$P_{out}$	Probabilité que la qualité de service n'est pas assurée
$\overline{\gamma}_l''$	$l$ -ème valeur propre de $\mathbf{GGC}$
$\mathbf{A}$	Matrice multiplicative pour l'amélioration de $\hat{\mathbf{h}}$
$\mathbf{A}_{opt}$	Matrice optimale au sens de l'EQM
$\tilde{\mathbf{h}}$	Estimée améliorée de $\hat{\mathbf{h}}$

## Chapitre 6

$C_c$	Sequence d'étalement du DPCCH
$C_d$	Sequence d'étalement du DPDCH
$\beta_c$	Facteur d'amplification des chips de contrôle
$\beta_d$	Facteur d'amplification des chips de donnée



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Abréviations</b>	<b>iii</b>
<b>Notations</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières</b>	<b>ix</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xiv</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xvii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Notions de communications numériques et de la théorie de l'information</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 Canal de transmission multitrajet . . . . .	8
1.2.1 Modèle linéaire variant dans le temps . . . . .	9
1.2.2 Caractéristiques du canal multitrajet . . . . .	9
1.3 Transmission à Accès Multiple par Répartition de Codes . . . . .	11
1.3.1 Étalement et désétalement de spectre . . . . .	11
1.3.2 Séquences d'étalement . . . . .	12
1.3.3 Modélisation du système . . . . .	12
1.3.4 Filtrage adapté . . . . .	13
1.3.5 Le récepteur en râteau . . . . .	13
1.4 Théorie de l'information . . . . .	16
1.4.1 Entropie . . . . .	16
1.4.2 Entropie conditionnelle . . . . .	17
1.4.3 Information mutuelle . . . . .	17

1.4.4	Règles de chaîne pour l'entropie et l'information mutuelle . . . . .	18
1.5	Conclusion . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Génération rapide du canal non sélectif en fréquence</b>	<b>21</b>
2.1	Introduction . . . . .	21
2.2	Caractéristiques du canal . . . . .	22
2.3	Modélisation classique par une chaîne de Markov . . . . .	23
2.3.1	Définition d'une chaîne de Markov . . . . .	23
2.3.2	Modèle classique du canal . . . . .	23
2.3.3	Limitations de la méthode classique . . . . .	26
2.4	Principe de séparation des dynamiques . . . . .	27
2.5	Le générateur basé sur le modèle de Jakes . . . . .	28
2.6	Le générateur basé sur une chaîne de Markov . . . . .	29
2.6.1	Analyse avec la théorie de l'information . . . . .	30
2.6.2	Choix de la fréquence d'échantillonnage . . . . .	31
2.6.3	Résultats de simulations . . . . .	34
2.7	Comparaison des générateurs du canal . . . . .	35
2.8	Dissymétrie génération-prédiction du canal . . . . .	36
2.8.1	Prédiction à horizon éloigné . . . . .	37
2.8.2	Prédiction-génération du canal . . . . .	38
2.9	Conclusion . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Génération rapide de la sortie du récepteur en râteau</b>	<b>41</b>
3.1	Introduction . . . . .	41
3.2	Caractéristiques de la sortie du récepteur en râteau . . . . .	42
3.2.1	L'énergie du récepteur . . . . .	42
3.2.2	Propriétés de l'énergie . . . . .	43
3.2.3	Génération de l'énergie . . . . .	45
3.3	Arbre de Contextes . . . . .	46
3.3.1	Principe . . . . .	46
3.3.2	Construction de l'arbre . . . . .	46
3.3.3	Interprétation . . . . .	48
3.4	Modélisation de la sortie du récepteur . . . . .	49
3.4.1	Résultats de la construction des arbres de contextes . . . . .	49
3.4.2	Caractéristiques de l'autocorrélation . . . . .	50

3.5	Insuffisances de la modélisation classique . . . . .	51
3.6	Modélisation basée sur un arbre de contextes . . . . .	52
3.6.1	Principe . . . . .	52
3.6.2	Résultats de construction . . . . .	52
3.7	Résultats de simulations . . . . .	53
3.8	Conclusion . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Un modèle de canal chip équivalent pour les systèmes CDMA</b>	<b>57</b>
4.1	Introduction . . . . .	57
4.2	Modèles de canaux équivalents . . . . .	58
4.2.1	Méthode 1 de projection . . . . .	58
4.2.2	Méthode 2 de projection . . . . .	61
4.3	Canal chip équivalent adapté au récepteur en râteau . . . . .	62
4.3.1	Performances du récepteur en râteau . . . . .	63
4.3.2	Modèle chip équivalent . . . . .	65
4.4	Comparaison entre les canaux équivalents . . . . .	67
4.5	Etude du canal équivalent . . . . .	68
4.5.1	Réduction du nombre de trajets . . . . .	68
4.5.2	Comparaison des canaux . . . . .	69
4.5.3	Résultats de simulations . . . . .	70
4.6	Conclusion . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Effets de l'estimation du canal sur le récepteur en râteau</b>	<b>75</b>
5.1	Introduction . . . . .	75
5.2	Estimation usuelle du canal . . . . .	76
5.3	Distribution de l'énergie utile . . . . .	77
5.4	Effets du bruit d'estimation du canal . . . . .	78
5.4.1	Analyse théorique . . . . .	78
5.4.2	Résultats de simulations . . . . .	80
5.5	Effets du biais d'estimation sur le contrôle de puissance . . . . .	80
5.5.1	Contrôle de puissance parfait . . . . .	81
5.5.2	Contrôle de puissance usuel . . . . .	82
5.5.3	Analyse Asymptotique . . . . .	83
5.5.4	Résultats numériques . . . . .	85
5.6	Amélioration de la boucle de contrôle de puissance . . . . .	88

5.6.1	Estimation optimale au sens de l'EQM . . . . .	88
5.6.2	Estimation sous optimale au sens de l'EQM . . . . .	90
5.6.3	Résultats de simulations . . . . .	90
5.7	Conclusion . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Application : Simulation du lien radio de l'UMTS-FDD</b>	<b>95</b>
6.1	Introduction . . . . .	95
6.2	Liaison montante UMTS-FDD . . . . .	96
6.2.1	Codage canal . . . . .	96
6.2.2	Structure de la trame . . . . .	96
6.2.3	L'étalement . . . . .	96
6.3	Simulation rapide du lien radio avec estimation parfaite du canal . . . . .	98
6.3.1	Retards supérieurs à $T_c$ . . . . .	99
6.3.2	Retards inférieurs à $T_c$ . . . . .	99
6.4	Simulation rapide du lien radio avec estimation du canal . . . . .	100
6.5	Conclusion . . . . .	102
<b>7</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>105</b>
<b>A</b>	<b>Génération du canal par la méthode de Jakes</b>	<b>109</b>
<b>B</b>	<b>Algorithme de quantification de Lloyd-Max</b>	<b>111</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>114</b>

# Table des figures

1	Modèle de Gilbert-Elliott . . . . .	2
1.1	Propagation par trajets multiples. . . . .	8
1.2	Le récepteur en râteau. . . . .	14
1.3	Diagramme de Venn. . . . .	18
2.1	Illustration des notations et de la partition. . . . .	24
2.2	Fonctions d'autocorrélation $R_\rho(k)$ , théorique (i.e Jakes) et par une chaîne de Markov pour $m = 1$ , $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$ . . . . .	26
2.3	Performances en présence de codage convolutif à $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$ et $f_D T_s = 0.5$ , lorsque le canal est généré par la méthode de Jakes et par la chaîne de Markov classique. . . . .	27
2.4	Fonctions d'autocorrélation $E[h^*(t)h(t+kT_s)]$ pour le générateur utilisant le modèle de Jakes suivi d'une interpolation. . . . .	29
2.5	(a) Construction de la chaîne de Markov (b) Génération du trajet. . . . .	30
2.6	Information mutuelle moyenne $I(h_k; h_{k-m}/h_{k-1}, \dots, h_{k-m+1})$ . . . . .	33
2.7	Fonctions d'autocorrélation pour une chaîne de Markov d'ordre $m$ suivie d'une interpolation pour $f_e = 2f_D$ , $f_e = 2.15f_D$ , $f_e = 2.6f_D$ et $f_e = 4f_D$ , $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$ . . . . .	35
2.8	Fonctions d'autocorrélation de l'amplitude $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$ . . . . .	36
2.9	Comparaisons des performances des modèles proposés et de Jakes en présence d'un code convolutif à $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$ . . . . .	37
2.10	Information mutuelle $I(h_{k+1}; h_k, \dots, h_{k-9})$ et l' <i>EQM</i> pour un filtre linéaire optimal de taille 10. . . . .	39
3.1	Densité spectrale de puissance de $\rho(t)$ pour le canal <i>3GPP Case 3</i> . . . . .	45
3.2	Arbre de contextes binaire. . . . .	47
3.3	Identification des modèles pour différents régimes. . . . .	50



3.4	Comparaisons des fonctions d'autocorrélation de $\rho(kT_s)$ obtenues par les méthodes de Jakes, arbre de contextes de profondeur 3 et chaîne de Markov de premier ordre à $f_D T_s = 5.10^{-2}$ . . . . .	51
3.5	Comparaisons des fonctions d'autocorrélation de $\rho(kT_s)$ obtenues par les méthodes de Jakes, arbre de contextes de profondeur 3 et chaîne de Markov de premier ordre à $f_D T_s = 5.10^{-3}$ . . . . .	52
3.6	Principe du modèle de génération de la sortie du récepteur à base d'un arbre de contextes. . . . .	53
3.7	Fonctions d'autocorrélation de $\rho(kT_s)$ par différentes méthodes pour le régime $f_D T_s = 5 \cdot 10^{-3}$ . . . . .	55
3.8	Performances des méthodes A, B, C et D à $f_D T_s = 5.10^{-3}$ en présence d'un codage convolutif. . . . .	55
4.1	Comparaisons des performances à la sortie du récepteur en fonction des retards des trajets. . . . .	64
4.2	Comparaisons des performances à $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$ et $N=64$ des canaux <i>ITU Pedestrian-A</i> et <i>Indoor-A</i> . . . . .	71
4.3	Comparaisons des performances à $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$ et $N=64$ pour le canal <i>ITU Pedestrian-A</i> et son équivalent. . . . .	72
4.4	Comparaisons des performances à $f_D T_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$ et $N=64$ pour le canal <i>ITU Pedestrian-A</i> et son équivalent. . . . .	73
4.5	Comparaisons des performances à $f_D T_s = 5.7 \cdot 10^{-6}$ et $N=4$ pour le canal <i>ITU Pedestrian-A</i> et son équivalent. . . . .	73
4.6	Comparaisons des performances à $f_D T_s = 2.3 \cdot 10^{-4}$ et $N = 4$ pour le canal <i>ITU Pedestrian-A</i> et son équivalent. . . . .	74
5.1	Performances à la sortie du récepteur en râteau pour le canal <i>Case 3</i> . . . . .	80
5.2	Description de la boucle de contrôle de puissance. . . . .	82
5.3	Énergie moyenne émise en fonction du pas des retards et du nombre des trajets. . . . .	85
5.4	Probabilité de coupure en fonction du pas des retards et du nombre des trajets. . . . .	86
5.5	Comparaison des performances sans contrôle de puissance pour une estimation usuelle de canal, une estimation au sens de l'EQM et la borne du filtre adapté pour le canal <i>Pedestrian-A</i> . . . . .	91

---

5.6	Comparaison de l'énergie moyenne à l'émission en fonction du $RSB_c$ pour les algorithmes de contrôle de puissance avec estimation usuelle du canal et avec estimation au sens de l'EQM pour le canal <i>Pedestrian-A</i> . . . . .	92
5.7	Performances des différents algorithmes de contrôle de puissance en fonction du rapport signal sur bruit à l'émission pour le canal <i>Pedestrian-A</i> . . . . .	92
5.8	Performances des différents algorithmes de contrôle de puissance en fonction du rapport signal sur bruit à la réception pour le canal <i>Pedestrian-A</i> . . . . .	93
6.1	Structure de la trame pour la liaison montante de l'UMTS-FDD. . . . .	97
6.2	L'étalement pour la liaison montante de l'UMTS-FDD. . . . .	97
6.3	Performances du lien radio à $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$ pour le canal <i>Vehicular-A</i> et le service 12.2kbps. . . . .	100
6.4	Performances du lien radio à $f_D T_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$ pour le canal <i>Vehicular-A</i> et le service 12.2kbps. . . . .	101
6.5	Performances du lien radio à $f_D T_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$ pour le canal <i>Pedestrian-A</i> et le service 12.2kbps. . . . .	102
6.6	Performances du lien radio à $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$ pour le canal <i>Vehicular-A</i> avec estimation du canal et le service 12.2kbps. . . . .	103



# Liste des tableaux

2.1	Fréquences d'échantillonnage $f_e$ . . . . .	33
2.2	Facteurs de gain en temps de simulation pour les différentes méthodes. . . . .	36
3.1	Spécification du canal <i>3GPP Case3</i> . . . . .	44
3.2	Résultats de la construction des arbres de contextes de profondeurs maximales $m$ pour l'amplitude du canal monotrajet et la norme du canal multitrajet. . . . .	54
4.1	Puissances moyennes du canal équivalent . . . . .	67
4.2	Spécifications du canal <i>3GPP TU</i> et de son canal équivalent. . . . .	69
4.3	Spécifications du canal <i>UIT Pedestrian-A</i> et de son canal équivalent. . . . .	70
4.4	Spécifications du canal <i>UIT Indoor-A</i> et de son canal équivalent. . . . .	70
5.1	Spécification du canal <i>UIT Indoor-B</i> . . . . .	87
5.2	Résultats de l'analyse asymptotique pour les canaux <i>UIT</i> . . . . .	88
6.1	Spécification du canal <i>UIT Vehicular-A</i> . . . . .	99



# Introduction générale

Les systèmes de communications numériques de troisième génération devraient offrir à l'utilisateur un grand débit de transmission permettant d'assurer différents services comme la voix, la vidéo, données... Cette flexibilité des systèmes à accès multiple par répartition de code AMRC (appelés aussi CDMA *Code Division Multiple Access*) est assurée grâce à un simple changement de facteur d'étalement. Le déploiement de ces systèmes nécessite plusieurs étapes d'études et de planification au niveau des différentes couches du réseau.

Les simulations de la couche physique permettent d'évaluer les performances du lien radio pour différents paramètres du système. Ces simulations sont très lentes à exécuter à cause de la complexité des traitements réalisés. Pour les systèmes CDMA, cette complexité provient principalement des opérations de simulation du canal radio et du récepteur qui fonctionnent non seulement au débit chip mais aussi avec plusieurs échantillons par chip afin d'exploiter correctement les caractéristiques du canal. Cette lenteur est accentuée par le nombre très élevé de paquets transmis nécessaires pour évaluer les taux d'erreur par bit ou par paquet après décodage. En effet, les simulations doivent parcourir plusieurs "arches" de l'évanouissement afin de passer par tous les états du canal et tenir compte de la corrélation des erreurs avant le décodage. Par ailleurs, les taux d'erreur ciblés après décodage sont généralement très faibles (inférieurs à  $10^{-3}$ ) et un grand nombre de réalisations est nécessaire pour les évaluer correctement. Des méthodes de simulations rapides du lien radio sont ainsi nécessaires et elles offriront aux opérateurs plus d'outils permettant de mieux étudier leurs réseaux.

Les premiers travaux de simulations rapides du canal de transmission et plus particulièrement ceux concernant les évanouissements rapides, ont utilisé des chaînes de Markov. Ces chaînes sont caractérisées par leur simplicité pour décrire les processus variant dans le temps. Gilbert et Elliott [22][23] ont proposé un modèle utilisant une chaîne de premier ordre et à deux états qui permet de représenter la corrélation des erreurs à la sortie du canal (voir figure 1). L'ordre correspond au nombre d'états précédents qu'en dépend la probabilité de transition d'un état vers un autre. Les états nommés "bon" et "mauvais" correspondent aux états d'un symbole transmis à la sortie

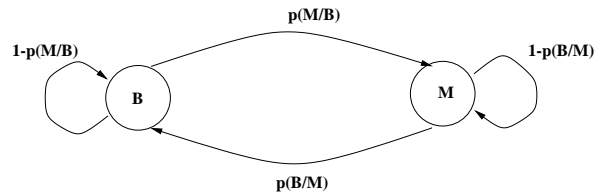


FIG. 1 – Modèle de Gilbert-Elliott

d'un canal de Rayleigh. Ce modèle basique a été ensuite raffiné [9][17][31] en augmentant le nombre d'états pour mieux décrire la variation de l'amplitude du canal tout en gardant l'ordre égal à un. D'autres travaux [10][48][49][50][55] utilisant le même principe permettent de générer l'état d'un block avant ou après le décodage correcteur d'erreurs.

Récemment, les articles [7][47] ont montré que la modélisation de gain du canal de Rayleigh ou de l'état des paquets transmis sur ce canal par une chaîne de Markov de premier ordre n'est pas convenable pour tous les "régimes". Nous appelons ici "régime" la valeur caractérisant la vitesse de variation du canal par rapport à celle de débit de transmission. Nous distinguons ainsi trois types de régimes, rapides, lents et intermédiaires. Dans le premier cas, le canal varie beaucoup d'un symbole à un autre et il est équivalent à un entrelacement idéal. Pour le deuxième cas, le canal reste constant sur plusieurs milliers de symboles transmis et la chaîne de Markov d'ordre un est convenable. Dans le dernier cas, le canal varie d'un symbole à un autre d'une manière bien spécifique décrite par une fonction d'autocorrélation. Cette propriété a une importance majeure dans l'évaluation des performances en présence d'un code correcteur d'erreur ou lors de l'utilisation des protocoles dépendant du temps comme l'ARQ (*Automatic Repeat Request*). Les chaînes de Markov de premier ordre ne permettent pas de générer le canal avec la bonne fonction d'autocorrélation pour cette plage de régimes.

Pour surmonter cette insuffisance, des chaînes de Markov d'ordre élevé ont été ainsi étudiées [51][52][53][54]. Toutefois ceci risque de nous éloigner de l'objectif d'une telle modélisation qui est l'accélération de temps d'exécution. La complexité d'une telle chaîne varie de manière exponentielle avec l'ordre [60]. Ainsi les modèles doivent tenir compte de deux facteurs : la complexité et la propriété d'autocorrélation. Les chaînes de Markov ayant un ordre variable [29][32], appelées aussi arbres de contextes, présentent un compromis intéressant entre les deux enjeux. En effet, les probabilités de transitions d'un état vers un autre dépendent d'un ordre qui varie selon l'état de départ permettant ainsi de supprimer certaines transitions non nécessaires et réduire considérablement le nombre de paramètres. Toutefois, ces modèles n'offrent un bon compromis complexité-corrélation que pour une plage de régimes intermédiaires et restent très complexes

pour les autres régimes.

Jusqu'à maintenant nous nous sommes intéressés à la simulation rapide d'un seul trajet. Imaginons que le canal de transmission est à trajets multiples, la complexité sera multipliée par le nombre de trajets [28]. Par ailleurs, les retards des trajets spécifiés dans la norme des systèmes de troisième génération ne sont pas généralement multiples de la durée d'un chip ce qui pousse les simulations à fonctionner avec plusieurs échantillons par chip afin d'évaluer correctement les performances du lien radio. Pour réduire le facteur de suréchantillonnage à un et éliminer ainsi les filtres d'émission et de réception, de nombreux modèles de canaux équivalents au canal réel mais ayant des retards multiples de la durée d'un chip ont été proposés dans la littérature [20][39][40]. Ils ont été également l'objet de certaines critiques à savoir l'indépendance statistique entre les trajets ou la complexité [37][38].

Dans ce travail, nous nous intéressons aux différents aspects évoqués précédemment et nous proposons des méthodes de simulations rapides du lien radio. Afin de résoudre le problème de la corrélation de l'atténuation du canal, dû à l'ordre réduit de la chaîne de Markov, nous utilisons les deux constatations suivantes : d'une part la vitesse de fluctuation du canal est indépendante du débit de transmission et d'autre part cette atténuation est un processus aléatoire à bande limitée. Ainsi, il suffit de générer des échantillons du canal avec la bonne propriété de corrélation à une fréquence inférieure à celle d'émission et d'utiliser le théorème d'échantillonnage pour retrouver les atténuations au débit de transmission. Cette méthode est générale pour tous les processus à bande limitée.

D'abord, nous considérons le canal non sélectif en fréquence et nous utiliserons une chaîne de Markov de premier ordre qui fonctionnera à une fréquence bien précise suivie d'une interpolation qui nous permettra de reconstruire les valeurs intermédiaires des atténuations aux temps symboles. Ensuite, nous considérons un canal sélectif en fréquence dans un contexte CDMA et nous nous plaçons à la sortie du récepteur sous les hypothèses que le canal est parfaitement estimé et que ses retards sont multiples de la durée d'un chip. Nous constatons que l'énergie utile à la sortie est un processus à bande limitée. Nous proposons une méthode de génération de l'énergie utile à la sortie du récepteur en utilisant une chaîne de Markov à ordre variable suivie d'une interpolation. Ceci réduira la complexité par le nombre de trajets et les traitements de filtre d'émission, du canal multitrajet et du récepteur en râteau sont ainsi évités. Cependant, lorsque la deuxième hypothèse n'est pas vérifiée, nous devons tenir compte de l'effet de filtre de mise en forme qui se manifeste sous forme d'une corrélation entre les sorties des doigts du récepteur. En analysant l'énergie utile à la sortie du récepteur nous constatons qu'il existe un canal équivalent plus simple à obtenir que ceux évoqués précédemment et qui permet de générer



le même processus d'énergie utile. Toutefois il ne peut être utilisé que dans un contexte CDMA. Ainsi, en utilisant ce canal nous pouvons généraliser la méthode de génération rapide de la sortie du récepteur par une chaîne de Markov à ordre variable à tous les types de canaux sélectifs en fréquence. Enfin, lorsque le canal est estimé à partir de symboles pilotes, plusieurs effets au niveau de la sortie du récepteur sont observés et nous devons en tenir compte dans les méthodes de simulation proposées. Cette estimation du canal aura un impact important sur les performances en présence d'une boucle de contrôle de puissance lorsque les trajets sont espacés de moins de la durée d'un chip. Une méthode d'amélioration de cette estimation est proposée.

Cette thèse contient sept chapitres organisés de la manière suivante :

Dans le premier chapitre, nous rappelons certaines caractéristiques du canal radio, à savoir la sélectivité en fréquence et en temps. La première détermine si le canal introduit de l'interférence entre symboles et la seconde reflète la manière avec laquelle le canal varie dans le temps. Nous décrivons ensuite le principe de l'étalement de spectre, les propriétés des séquences d'étalement et le récepteur en râteau adapté à ce mode de transmission. La sortie du récepteur peut s'écrire sous plusieurs formes selon les scénarios qui dépendent de la connaissance du canal, de la séquence d'étalement et des propriétés du canal de propagation. Enfin, nous donnons un rappel sur la théorie de l'information qui nous sera utile dans la construction et la validation des chaînes de Markov utilisées dans la génération du canal radio non sélectif en fréquence ou directement l'énergie utile à la sortie du récepteur en râteau.

Dans le deuxième chapitre, nous nous intéressons à la génération rapide d'un seul trajet du canal. Initialement, nous modélisons le canal par une chaîne de Markov de premier ordre et nous constatons que les échantillons générés au débit symboles ont une mauvaise fonction d'autocorrélation. Ensuite nous constatons que cette chaîne qui tient compte de l'évolution de canal sur une seule période symbole ne permet pas de refléter l'évolution du canal. Par ailleurs le canal est à bande limitée. Nous pouvons ainsi utiliser un modèle qui génère les échantillons avec une bonne corrélation à une fréquence inférieure à celle de transmission et qui respecte le théorème d'échantillonnage. Ensuite nous utilisons une interpolation pour obtenir le canal au débit symbole. Lorsque ce modèle est une chaîne de Markov, nous montrons en utilisant certaines règles de la théorie de l'information que la fréquence égale au double de la bande du canal permet de réduire à un l'ordre de la chaîne.

Dans le troisième chapitre, nous nous plaçons à la sortie du récepteur en râteau sous des hypothèses permettant de décomposer cette sortie en deux termes, un terme utile à qui est additionné un bruit. Ce terme utile est le produit d'une énergie apportée par les trajets multiples et du symbole émis. Nous trouvons que les chaînes de Markov, même avec un ordre supérieur à un,

sont incapables de générer cette énergie avec la bonne corrélation pour les régimes intermédiaires. Nous constatons que l'énergie utile est aussi un processus à bande limitée. Nous proposons ainsi une méthode utilisant une chaîne de Markov à ordre variable pour générer cette énergie utile suivie d'une interpolation par FFT. La construction de cette chaîne ou arbre de contextes fait appel à un algorithme utilisant l'entropie des ordres supérieurs qui sera aussi décrit.

Dans le quatrième chapitre, nous proposons un canal, dont les retards sont multiples de la durée d'un chip, équivalent au canal réel dans un contexte CDMA. En effet, nous montrons qu'il permet de générer le même processus d'énergie utile à la sortie du récepteur. Contrairement aux modèles [20][39][40], il a l'avantage d'être facile à déterminer et d'avoir des trajets statistiquement indépendants. L'utilisation du canal équivalent est très intéressante lorsque les retards des trajets sont inférieurs à la durée chip puisqu'il permet de généraliser la méthode de simulation rapide évoquée dans le chapitre précédent et plus généralement d'éviter la simulation des filtres.

Dans le cinquième chapitre, nous nous intéressons à l'étude de l'effet de l'estimation usuelle du canal sur les performances du récepteur et de la boucle de contrôle de puissance pour une liaison montante. Cette méthode d'estimation consiste à transmettre des symboles pilotes puis les déséaler à la réception produisant un vecteur d'estimation des trajets. Lorsque les retards du canal sont très poches (inférieurs à la période chip), cette estimation est biaisée [46]. Nous proposons d'abord de caractériser l'énergie utile à la sortie du récepteur sous cette condition. Nous montrons qu'en présence du contrôle de puissance le récepteur surévalue le rapport signal sur bruit à la réception, l'émetteur réduira sa puissance à l'émission et les performances sont dégradées. Nous proposons une estimation du canal améliorée et une modification de la procédure d'estimation du rapport signal sur bruit qui permettent d'améliorer les performances.

Le sixième chapitre est consacré à l'application des méthodes des simulations rapides du lien radio à l'UMTS mode FDD pour une liaison montante. Nous décrivons brièvement les principales caractéristiques de cette liaison. Ensuite nous comparons pour différents scénarios les performances exprimées en terme de taux d'erreur binaire ou par bloque et le gain en temps de simulation.

Enfin dans le septième chapitre nous récapitulons les principaux résultats obtenus dans le cadre de ce travail de thèse. Nous proposons des perspectives que nous envisageons de mener.



# Chapitre 1

# Notions de communications numériques et de la théorie de l'information

## 1.1 Introduction

Ce travail est consacré principalement à des méthodes d'accélération des simulations de systèmes à étalement de spectre sur un canal radio mobile. Le titre même indique les sujets dont il va être question dans ce premier chapitre qui a pour objet de faire un certain nombre de rappels sur des notions qui seront utilisées tout au long de la thèse.

Tout d'abord il y'a bien entendu le canal radio mobile, caractérisé par des trajets multiples entre l'émetteur et le récepteur, et dont les deux caractéristiques physiques importantes de son comportement sont la sélectivité en fréquence et la sélectivité en temps. La première génère de l'interférence entre les symboles successifs émis. La sélectivité en temps a pour origine les mouvements du récepteur ou de l'émetteur et est caractérisée par le temps de cohérence du canal, intervalle de temps pendant lequel les fluctuations du canal sont fortement corrélées, inverse de la bande Doppler.

Nous ferons ensuite un rappel sur l'accès multiple par répartition de codes (CDMA), son principe, la démodulation par récepteur en râteau dont nous caractériserons la sortie sous la forme d'une composante utile, qui a une certaine corrélation, à laquelle est ajoutée une composante de bruit. Cette constatation est à la base d'une méthode de simulation dans laquelle il n'est plus nécessaire de simuler l'étalement par une séquence donnée, ni le canal de propagation, ni le fonctionnement du récepteur en râteau, toute l'information utile pour l'évaluation des

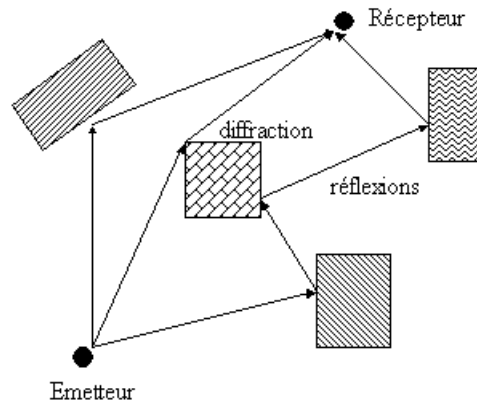


FIG. 1.1 – Propagation par trajets multiples.

performances étant contenue dans la manière de générer les composantes utiles et de bruit en sortie du récepteur. Le problème important qui est sous-jacent est de savoir comment générer des variables aléatoires ayant une densité de probabilité et une fonction d'autocorrélation bien déterminées, que ce soit l'atténuation d'un canal radio mobile, ou bien l'énergie d'un signal à la sortie du récepteur.

Enfin, nous présenterons un rappel des notions de la théorie de l'information, comme l'entropie ou l'information mutuelle, nécessaires pour engendrer correctement ces variables aléatoires.

## 1.2 Canal de transmission multitrajet

Dans les systèmes de radio-communication le signal transmis va emprunter des trajets différents afin d'arriver au récepteur. Dans certains cas, le signal suit un trajet direct sans rencontrer d'obstacle. Par contre dans la majorité des cas les composantes du signal sont réfléchies par le sol, les bâtiments, les voitures, les murs... La figure 1.1 illustre ces phénomènes. Ces trajets multiples ont des longueurs physiques différentes ainsi le signal issu de chaque trajet arrive avec une amplitude et un retard propres au trajet. Ces échos induisent un étalement temporel du signal donnant lieu à un phénomène d'interférence entre les symboles transmis. Par ailleurs, le changement au cours du temps de l'environnement de propagation et le déplacement de l'émetteur ou du récepteur induisent une variation au cours du temps de l'amplitude et de la phase des trajets. Par conséquent, un phénomène d'étalement Doppler est observé.

### 1.2.1 Modèle linéaire variant dans le temps

Considérons un signal émis  $s(t)$  sur une fréquence porteuse  $f_0$  et ayant la forme générale

$$s(t) = \Re[s_b(t)e^{j2\pi f_0 t}], \quad (1.1)$$

où  $s_b(t)$  est le signal en bande de base,  $\Re(\cdot)$  est la partie réelle et  $j^2 = -1$ . Ce signal suivra différents trajets de propagation ayant chacun une atténuation  $\alpha_i(t)$  et un retard  $\tau_i(t)$  où  $i = 0, 1, 2, \dots$  identifie le  $i$ -ième trajet. Ces caractéristiques sont variables dans le temps à cause des changements de la structure du médium de transmission. Le signal reçu est une combinaison des signaux issus des trajets multiples et a ainsi la forme

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_i \alpha_i(t) s(t - \tau_i(t)) \\ &= \Re\left[\left(\sum_i h_i(t) s_b(t - \tau_i(t))\right) e^{j2\pi f_0 t}\right], \end{aligned} \quad (1.2)$$

où

$$h_i(t) = \alpha_i(t) e^{-j2\pi f_0 \tau_i(t)}. \quad (1.3)$$

Le signal reçu équivalent en bande de base est alors

$$r(t) = \sum_i h_i(t) s_b(t - \tau_i(t)). \quad (1.4)$$

Le canal de transmission radio mobile en bande de base est défini par un système linéaire dont les paramètres sont variables dans le temps et la réponse impulsionnelle  $h(\tau; t)$  est

$$h(\tau; t) = \sum_i h_i(t) \delta(\tau - \tau_i(t)). \quad (1.5)$$

La fréquence porteuse  $f_0$  est généralement de l'ordre de quelques MHz. Alors que les retards  $\tau_i(t)$  varient lentement, la phase de  $h_i(t)$  change rapidement sur  $[0, 2\pi]$ . En appliquant le théorème de la limite centrale, la somme des composantes dont les retards constituent un nuage autour de  $\tau_i$  forme une variable aléatoire gaussienne et les coefficients du canal multitrajet sont ainsi modélisés par des gaussiennes complexes.

### 1.2.2 Caractéristiques du canal multitrajet

La réponse impulsionnelle variable dans le temps étant définie dans (1.5), nous présentons maintenant ses principales caractéristiques à travers les fonctions d'autocorrélations introduites dans [1][20]. Dans ce qui suit, le canal est supposé stationnaire au sens large et les réflecteurs

sont indépendants (*WSSUS* : *Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scatters*). La fonction d'autocorrélation de  $h(\tau; t)$  est

$$\phi_h(\tau_1, \tau_2; \Delta t) = E[h^*(\tau_1; t)h(\tau_2; t + \Delta t)] \quad (1.6)$$

où  $(.)^*$  correspond au complexe conjugué. L'atténuation et la phase d'un trajet ne sont pas corrélées avec celles d'un autre (*WSSUS*) et nous obtenons ainsi

$$\phi_h(\tau_1, \tau_2; \Delta t) = \phi_h(\tau_1; \Delta t)\delta(\tau_1 - \tau_2). \quad (1.7)$$

La fonction  $\phi_h(\tau) \triangleq \phi_h(\tau; 0)$  est simplement la puissance en sortie du canal en fonction du retard  $\tau$  et elle est appelée le spectre de puissance du retard du canal. L'intervalle des valeurs de  $\tau$  sur lequel  $\phi_h(\tau)$  est non nulle est appelé le **dispersion temporelle** (*delay spread*) du canal  $T_m$ .

La réponse en fréquence du canal  $\Theta_h(f; t)$  est définie comme étant la transformation de Fourier de  $h(\tau; t)$  par rapport à  $\tau$

$$\Theta_h(f; t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau; t)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1.8)$$

La fonction d'autocorrélation de  $\Theta_h(f, t)$  est ainsi la transformée de Fourier du spectre de puissance du retard, i.e

$$\phi_{\Theta_h}(\Delta f; \Delta t) = \mathcal{F}\{\phi_h(\tau; \Delta t)\}, \quad (1.9)$$

où  $\mathcal{F}$  est la transformée de Fourier et lorsque  $\Delta t = 0$  nous avons

$$\phi_{\Theta_h}(\Delta f) = \mathcal{F}\{\phi_h(\tau)\}. \quad (1.10)$$

La **bande de cohérence** (*coherence bandwidth*) du canal  $(\Delta f)_c$  caractérise la sélectivité en fréquence et elle est inversement proportionnelle à la dispersion temporelle

$$(\Delta f)_c \simeq \frac{1}{T_m}. \quad (1.11)$$

Lorsque  $(\Delta f)_c$  est très supérieure à la bande occupée par le signal  $W_s$  (i.e  $T_m \ll T_s$ ), toutes les composantes fréquentielles du signal sont affectées par la même atténuation. Le canal est dit **non sélectif en fréquence**. Lorsque  $(\Delta f)_c \ll W_s$  les composantes fréquentielles du signal subissent des atténuations différentes. Le canal est dit **sélectif en fréquence** et un phénomène d'**interférences entre symboles** (IES) est observé.

Considérons maintenant  $S_h(\Delta f; \lambda)$  la transformée de Fourier de  $\phi_{\Theta_h}(\Delta f; \Delta t)$  par rapport à  $\Delta t$ . Lorsque  $\Delta f = 0$ , la relation devient

$$S_h(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{\Theta_h}(0; \Delta t)e^{-j2\pi\lambda\Delta t} d\Delta t. \quad (1.12)$$

La fonction  $S_h(\lambda)$  est le **spectre Doppler du canal** qui donne l'intensité du signal en fonction de la fréquence Doppler  $\lambda$ . La zone des valeurs de  $\lambda$  pour lesquelles cette fonction est non nulle s'appelle l'**étalement Doppler** (*Doppler spread*)  $B_d$ . La valeur maximale de  $\lambda$  dans cette zone correspond à la fréquence Doppler maximale notée  $f_D$ . En tenant compte de la réciprocité entre  $S_h(\lambda)$  et  $\phi_{\Theta_n}(0; \Delta t)$ , le **temps de cohérence** (*coherence time*)  $(\Delta t)_c$  est inversement proportionnel à l'étalement Doppler

$$(\Delta t)_c \simeq \frac{1}{B_d}. \quad (1.13)$$

Si le temps de cohérence est supérieur à la période d'un symbole, le canal est dit à **évanouissements lents** (*slow fading*). Dans le cas contraire il est dit à **évanouissements rapides** (*fast fading*).

### 1.3 Transmission à Accès Multiple par Répartition de Codes

Contrairement à la transmission à accès multiple par répartition du temps (*TDMA Time Division Multiple Access*), qui consiste à associer à chaque utilisateur un intervalle de temps pendant lequel il peut transmettre et l'interférence entre les utilisateurs est ainsi réduite, les systèmes AMRC permettent aux utilisateurs de communiquer simultanément. En effet, un code (ou une séquence d'étalement) est attribué à chaque utilisateur qui codera son message à transmettre et la connaissance de ce code au niveau de la réception permettra de distinguer l'information de chacun des utilisateurs.

Nous verrons que cette opération de codage appelée aussi "étalement" rend le spectre de l'émetteur plus large et ceci favorise la création des trajets multiples car le spectre du signal émis devient généralement plus large que la bande de cohérence du canal et nous favorisons ainsi la création des trajets multiples. Certaines propriétés de corrélations de ces codes seront donc indispensables afin d'exploiter la diversité par trajets multiples et également de distinguer les utilisateurs.

#### 1.3.1 Étalement et désétalement de spectre

Considérons les symboles  $s_k$  à transmettre de durée  $T_s$  et d'énergie  $E_s$ . La bande occupée étant  $W_s$ . L'étalement consiste à multiplier chacun de ces symboles par une séquence de  $N$  éléments  $\{c_q\}_{q=0}^{N-1}$  appelés chips et la séquence est appelée "séquence d'étalement". Le résultat est de nouveaux symboles étalés ayant un débit  $NW_s$ . L'énergie d'un chip est  $E_c = \frac{E_s}{N}$  et le signal à large bande est transmis sur le canal radio-mobile jusqu'au récepteur.

Le désétalement consiste à multiplier à chaque période  $T_s$  le signal étalé par la même séquence de chips. Certes, une synchronisation parfaite avec le début de chaque symbole est supposée



acquise. Cette opération restaure la bande à  $W_s$  et l'énergie à  $E_s$ .

### 1.3.2 Séquences d'étalement

Dans les systèmes CDMA, chaque utilisateur  $i$  utilise une séquence d'étalement (code)  $\{c_q^i\}_{q=0}^{N-1}$ . Le signal reçu est donc la superposition des signaux de tous les utilisateurs acheminés via des trajets multiples. Pour distinguer les signaux de ces utilisateurs, une condition d'orthogonalité  $\sum_{q=0}^{N-1} c_q^i c_q^j = \delta_{i-j}$  doit être satisfaite. Les séquences de Walsh Hadamard [20] répondent à ce critère. Lorsque les utilisateurs ne sont pas synchronisés, l'intercorrélation des séquences d'étalement  $|\sum_{q=0}^{N-1} c_q^i c_{q+n}^j|$  pour tout  $n$  doit être faible. Par ailleurs, pour distinguer le signal d'un même utilisateur issu de chaque trajet l'autocorrélation  $|\sum_{q=0}^{N-1} c_q^i c_{q+n}^i|$  pour tout  $n \neq 0$  doit aussi être faible. Les  $m$ -séquences [2], les séquences de Gold [3][4] et de Kasami [5] satisfont ces deux derniers critères.

### 1.3.3 Modélisation du système

Dans le cadre de cette thèse nous considérons le cas d'une liaison montante. Ceci équivaut à considérer un seul utilisateur et l'interférence avec les autres usagers est modélisée par un bruit blanc gaussien car leurs signaux arrivent d'une manière asynchrone et le nombre d'utilisateurs est supposé être suffisamment grand. Ce bruit sera additionné au bruit thermique du récepteur et nous considérons ainsi un seul bruit blanc gaussien  $w(t)$ . Le signal global reçu à l'entrée d'un récepteur à l'instant  $t$  et en présence d'un canal à  $L$  trajets peut s'écrire, en bande de base, comme suit

$$r(t) = \sqrt{E_s} \sum_{i=0}^{L-1} h_i(t) \sum_k s_k c_k(t - kT_s - \tau_i(t)) + w(t) \quad (1.14)$$

où  $h_i(t)$  et  $\tau_i(t)$  sont respectivement le gain complexe et le retard du  $i$ -ème trajet,

$$c_k(t) = \sum_{q=0}^{N-1} c_{kN+q} u(t - qT_c) \quad (1.15)$$

est le signal d'étalement du symbole  $s_k$ ,  $\{c_q\}_{q=0}^{N-1}$  est la séquence d'étalement vérifiant  $\sum_{q=0}^{N-1} |c_q|^2 = 1$ ,  $u(t)$  est le filtre réel en racine de cosinus surélevé de facteur de retombée 0.22 et  $w(t)$  est un bruit blanc gaussien de variance  $N_0$ . La variation des retards  $\tau_i(t)$  est très lente comparée avec celle des  $h_i(t)$  et ils seront donc considérés comme constants dans la suite (i.e  $\tau_i(t) = \tau_i$ ).

Le récepteur peut être constitué d'un filtre adapté à celui de l'émission suivi d'un égaliseur permettant d'éliminer l'interférence entre les chips ou bien d'un filtre adapté à l'ensemble de filtre l'émission et du canal. Cette deuxième solution aboutira à une structure d'un récepteur en forme de râteau.

### 1.3.4 Filtrage adapté

Le récepteur peut considérer la convolution de la réponse impulsionnelle du canal multitrajet avec le filtre de mise en forme comme un filtre  $y(t)$  et le signal reçu (1.14) se met sous la forme suivante

$$r(t) = \sqrt{E_s} \sum_k d_k y(t - kT_c) + w(t) \quad (1.16)$$

où

$$y(t) = (h \otimes u)(t) \quad (1.17)$$

et

$$h(t) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i(t) \delta(t - \tau_i), \quad (1.18)$$

le symbole  $\otimes$  représente l'opérateur de convolution et  $d_k$  est le produit de la séquence d'étalement,  $c_k$ , par les symboles émis  $s_{\lfloor \frac{k}{N} \rfloor}$ . Le récepteur optimal est le filtre adapté à la mise en cascade de  $y(t)$  et de l'étalement. La sortie du récepteur  $\hat{s}_k$  est une estimation du  $k$ -ième symbole émis

$$\hat{s}_k = \int \sum_{q=0}^{N-1} c_{kN+q}^* r(t) y^*(t - qT_c - kT_s) dt. \quad (1.19)$$

Le développement de cette expression nous permet de déduire les opérations faites par le récepteur et de retrouver sa structure de râteau.

### 1.3.5 Le récepteur en râteau

En partant de l'expression de la sortie du filtrage adapté (1.19), nous pouvons écrire

$$\hat{s}_k = \sum_{i=0}^{L-1} h_i^* \left[ \sum_{q=0}^{N-1} c_{kN+q}^* (r \otimes u)(kT_s + qT_c + \tau_i) \right]. \quad (1.20)$$

En analysant (1.20), nous déduisons que le récepteur en râteau consiste à filtrer le signal reçu par  $u(-t)$ , se synchroniser aux instants d'arrivée de chaque trajet, puis échantillonner au rythme  $T_c$ . Les échantillons spécifiques à chaque trajet sont traités ensemble par un "doigt" qui réalise des corrélations discrètes avec la séquence  $\{c_q^*\}_{q=0}^{N-1}$ . La sortie de chaque doigt est pondérée par l'estimation l'amplitude complexe du trajet correspondant. L'estimation du symbole transmis est obtenue en sommant les sorties des doigts. Ces opérations sont décrites sur la figure 1.2 qui montre le principe de fonctionnement d'un tel récepteur.

Lorsque les coefficients de pondération  $\{v_i\}_{i=0}^{L-1}$  de la figure 1.2 correspondent aux coefficients  $\{h_i^*\}_{i=0}^{L-1}$  du canal, le récepteur est optimal et c'est le filtre adapté aux filtre d'émission et du canal. Autrement, des symboles pilotes sont utilisés pour produire les estimations  $\{\hat{h}_i\}_{i=0}^{L-1}$  du

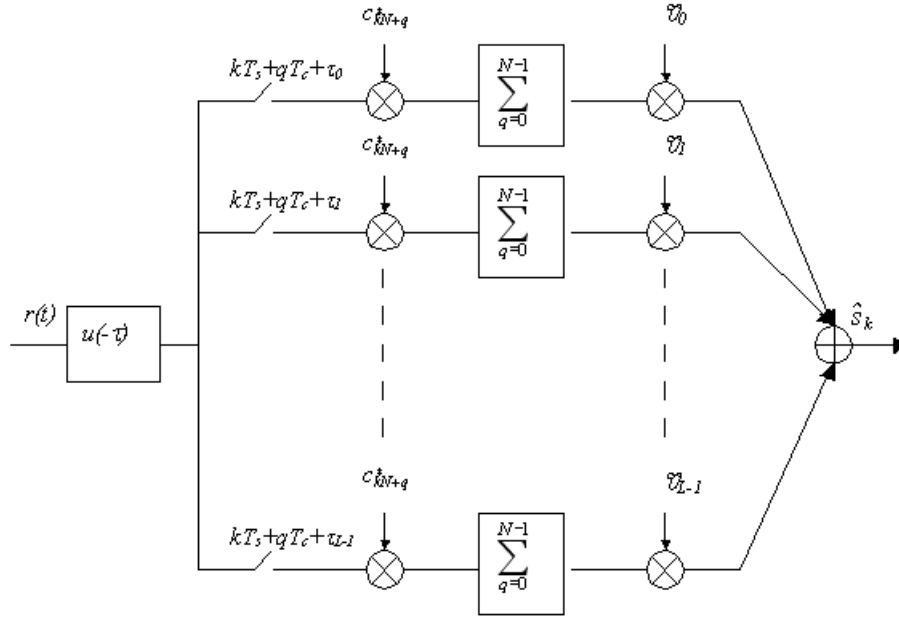


FIG. 1.2 – Le récepteur en râteau.

canal. L'approche usuelle consiste à effectuer des corrélations aux instants d'arrivée des trajets et sera détaillée dans le chapitre 5. Quant aux instants d'arrivée et leur nombre, ils sont estimés pendant une phase dite d'acquisition [6]. Nous nous limitons dans notre travail aux cas où ces derniers paramètres sont connus. La sortie du récepteur en râteau s'écrit ainsi sous la forme générale

$$\hat{s}_k = \sum_{i=0}^{L-1} v_i \left[ \sum_{q=0}^{N-1} c_{kN+q}^* (r \otimes u)(kT_s + qT_c + \tau_i) \right]. \quad (1.21)$$

Dans ce qui suit, cette expression est développée et ses termes sont interprétés afin d'aboutir dans le cas où la séquence d'étalement est parfaite à une expression simple de la sortie du récepteur. En remplaçant l'expression du signal reçu  $r(t)$ , donnée par (1.14), dans (1.21) nous obtenons

$$\begin{aligned} \hat{s}_k = & \sum_{i=0}^{L-1} v_i \sum_{q=0}^{N-1} c_{kN+q}^* \left[ \sqrt{E_s} \sum_{j=0}^{L-1} h_j \sum_{k'} s_{k'} \sum_{l=0}^{N-1} c_{k'N+l} (u \otimes u)((k-k')T_s + (q-l)T_c + \tau_i - \tau_j) \right. \\ & \left. + (u \otimes w)(kT_s + qT_c + \tau_i) \right]. \end{aligned}$$

En réarrangeant les termes de cette expression nous pouvons distinguer quatre composantes et

écrire la sortie du récepteur comme suit

$$\begin{aligned}
\hat{s}_k &= \sqrt{E_s} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} v_i h_j s_k \sum_{q=0}^{N-1} |c_{kN+q}|^2 g(\tau_i - \tau_j) \quad (\text{Signal Utile}) \\
&+ \sqrt{E_s} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0, j \neq i}^{L-1} v_i h_j s_k \sum_{q=0}^{N-1} \sum_{l=0, l \neq q}^{N-1} c_{kN+l} c_{kN+q}^* g((q-l)T_c + \tau_i - \tau_j) \quad (\text{IET}) \\
&+ \sqrt{E_s} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} v_i h_j \sum_{k' \neq k} s_{k'} \sum_{q=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} c_{k'N+l} c_{kN+q}^* g((k-k')T_s + (q-l)T_c + \tau_i - \tau_j) \quad (\text{IES}) \\
&+ \sum_{i=0}^{L-1} v_i w'_i \quad (\text{Bruit}), \tag{1.22}
\end{aligned}$$

où

$$g(t) = (u \otimes u)(t)$$

et chaque composante du bruit est

$$w'_i = \sum_{q=0}^{N-1} c_{kN+q}^* (u \otimes w)(kT_s + qT_c + \tau_i).$$

La sortie du récepteur est ainsi constituée de quatre termes. Le premier est le signal utile contenant le gain de la diversité par trajet multiple associé au symbole  $s_k$ . Le second est l'interférence entre les trajets due à l'arrivée du symbole  $s_k$  avec plusieurs retards sur chaque doigt du récepteur. Le troisième est celui de l'interférence causée par les autres symboles transmis. Le dernier est une combinaison linéaire des bruits gaussiens  $w'_i$  dont la fonction d'intercorrélation est

$$E[w'_i w'_j] \simeq N_0 g(\tau_i - \tau_j). \tag{1.23}$$

Lorsque la séquence d'étalement est parfaite (i.e.  $\sum_{q=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} c_q c_l^* = \delta_{l-q}$ ) ou  $N$  est très grand, les termes d'IET et d'IES deviennent nuls et la sortie du récepteur a la forme suivante

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s} \left( \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} v_i h_j g(\tau_i - \tau_j) \right) s_k + \sum_{i=0}^{L-1} v_i w'_i. \tag{1.24}$$

En générant les processus  $\{v_i\}$ ,  $\{h_i\}$  et le bruit, nous pouvons reconstruire la sortie du récepteur sans la réalisation de l'étalement, du filtre de mise en forme, du canal multitrajet et du récepteur en râteau. Les propriétés de corrélation temporelle doivent être prise en compte puisque le codage de canal en dépend fortement. L'approche la plus simple consiste à utiliser la méthode de Jakes (voir annexe A) basée sur la sommation de plusieurs sinusoides afin de générer un seul trajet  $h_i$ . Cette opération est répétée  $L$  fois pour générer le canal multitrajet. Les  $\{v_i\}$  sont obtenus à partir des coefficients générés et nous en déduisons la sortie (1.24).

Dans le chapitre 2, nous proposons une méthode basée sur une chaîne de Markov d'ordre 1 pour générer un trajet. Elle a un gain en temps de simulation considérable comparé avec la méthode de Jakes. Dans le chapitre 3, une autre méthode basée sur une chaîne de Markov d'ordre variable est proposée. Elle a l'avantage de générer directement l'énergie utile du symbole à la sortie du récepteur et son gain est ainsi proportionnel au nombre de trajets. Par contre elle n'est applicable que lorsque le canal est parfaitement estimé.

Afin de construire les modèles proposés dans les deux chapitres suivants, nous nous basons sur des notions de la théorie de l'information. Nous présentons dans le paragraphe suivant les principaux éléments utilisés de cette théorie.

## 1.4 Théorie de l'information

A chaque densité de probabilité nous associons une quantité appelée "entropie" qui vérifiera des propriétés en accord avec la manière intuitive de mesurer l'information sur la variable aléatoire. L'entropie est ainsi une information propre à la variable aléatoire. Cette notion est étendue pour définir l'information mutuelle qui sera une mesure de l'information moyenne qu'une variable aléatoire contient sur d'autres variables.

Pour des raisons de simplicité nous notons la loi de probabilité par  $p(x)$  (resp. la densité de probabilité) au lieu de  $Pr(X = x)$ , " $\sim$ " au lieu de la proposition "suivant la loi de probabilité" (resp. une densité de probabilité). Les définitions et les propriétés introduites dans les sous-paragraphe suivants sont établies pour des variables aléatoires discrètes. Pour les variables aléatoires continues, l'entropie, l'entropie conditionnelle et l'information mutuelle marginale sont obtenues à partir des définitions (1),(2) et (3), en remplaçant la somme discrète sur les alphabets des variables aléatoires par une intégrale continue sur le domaine des réalisations.

### 1.4.1 Entropie

L'entropie est une mesure de l'incertitude moyenne d'une variable aléatoire. Soit  $X$  une variable aléatoire discrète sur un alphabet  $\mathcal{H}$  et de loi  $p(x) = Pr\{X = x\}, x \in \mathcal{H}$ .

**Definition 1** *L'entropie  $H(X)$  d'une variable aléatoire  $X$  est définie par*

$$H(X) = - \sum_{x \in \mathcal{H}} p(x) \log p(x). \quad (1.25)$$

Lorsque le logarithme est en base 2 (resp. e) l'entropie est exprimée en bits (resp. nats). Elle est aussi égale au nombre moyen de bits nécessaires pour décrire cette variable aléatoire.

### 1.4.2 Entropie conditionnelle

Nous définissons l'entropie conditionnelle d'une variable aléatoire sachant une autre comme la moyenne sur la variable de conditionnement des entropies des distributions conditionnelles.

**Definition 2** Si  $(X, Y) \sim p(x, y)$ ,  $x \in \mathcal{H}$  et  $y \in \mathcal{Y}$  alors l'entropie conditionnelle  $H(Y/X)$  est

$$\begin{aligned} H(Y/X) &= - \sum_{x \in \mathcal{H}} \sum_{y \in \mathcal{Y}} p(x, y) \log p(y/x) \\ &= - \sum_{x \in \mathcal{H}} p(x) \sum_{y \in \mathcal{Y}} p(y/x) \log p(y/x) \\ &= \sum_{x \in \mathcal{H}} p(x) H(Y/X = x). \end{aligned} \quad (1.26)$$

Lorsque  $X$  et  $Y$  sont indépendantes,  $H(Y/X) = H(Y)$  et ainsi la connaissance de  $X$  ne réduit pas l'incertitude sur  $Y$ .

### 1.4.3 Information mutuelle

Cette quantité mesure l'information moyenne que contient une variable aléatoire sur une autre variable aléatoire.

**Definition 3** Soient  $(X, Y) \sim p(x, y)$ ,  $X \sim p(x)$  et  $Y \sim p(y)$ . L'information mutuelle est

$$I(X, Y) = \sum_{x, y} p(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}. \quad (1.27)$$

Nous pouvons facilement montrer que l'information mutuelle s'écrit aussi sous d'autres formes

$$I(X, Y) = H(X) - H(X/Y) \quad (1.28)$$

$$= H(Y) - H(Y/X). \quad (1.29)$$

L'information mutuelle est ainsi la réduction de l'incertitude sur  $X$  due à la connaissance de  $Y$ . Lorsque  $X$  et  $Y$  sont indépendantes alors  $I(X, Y) = 0$  : la connaissance de  $X$  n'apporte pas d'information sur  $Y$ . Notons aussi que

$$I(X, X) = H(X) - H(X/X) = H(X). \quad (1.30)$$

L'information mutuelle entre une variable aléatoire et elle-même correspond à sa propre entropie.

La relation entre les définitions précédentes est décrite dans le diagramme de Venn sur la figure 1.3. L'information mutuelle  $I(X, Y)$  est l'intersection de l'information de  $X$  (quantité d'incertitude) avec celle de  $Y$ . Les processus que nous désirons étudier dans la suite de la thèse ont

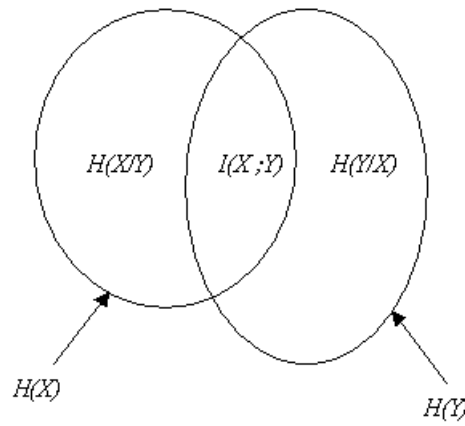


FIG. 1.3 – Diagramme de Venn.

une certaine corrélation temporelle. La connaissance des échantillons successifs apporte de l'information sur la prochaine réalisation de ce processus. Nous avons donc besoin d'un formalisme qui permet d'étudier cette dépendance. La théorie de l'information permet d'avoir certaines règles dites de "chaînes" sur l'entropie et l'information mutuelle d'une chaîne de variables aléatoires.

#### 1.4.4 Règles de chaîne pour l'entropie et l'information mutuelle

Nous considérons une collection de variables aléatoires  $(X_1, X_2, \dots, X_n) \sim p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . L'entropie de cette collection est égale à la somme des entropies conditionnelles [21]

$$H(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n H(X_i / X_{i-1}, \dots, X_1). \quad (1.31)$$

Nous définissons maintenant l'information mutuelle conditionnelle comme la réduction de l'incertitude de  $X$  due à la connaissance de  $Y$  quand  $Z$  est donnée.

**Definition 4** *L'information mutuelle conditionnelle de deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$  sachant  $Z$  est*

$$I(X; Y / Z) = H(X / Z) - H(X / Y, Z). \quad (1.32)$$

L'information mutuelle satisfait aussi la règle de chaîne suivante [21]

$$I(X_1, X_2, \dots, X_n; Y) = \sum_{i=1}^n I(X_i; Y / X_{i-1}, \dots, X_1). \quad (1.33)$$

L'information apportée par  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sur  $Y$  est égale à la somme des informations données par chacun des  $X_i$  sur  $Y$  lorsque  $X_{i-1}, \dots, X_1$  sont connus.

## 1.5 Conclusion

Nous avons rappelé dans ce chapitre certaines notions de communications numériques dont nous aurons besoin dans la suite et qui permettent de fixer certaines notations que nous utiliserons. D'abord, nous avons présenté les principales caractéristiques du canal radio mobile à savoir la sélectivité en fréquence, qui introduit de l'interférence entre symboles, et l'effet Doppler qui résulte du mouvement relatif de l'émetteur, du récepteur et des éléments physiques du canal. L'architecture du récepteur dans un contexte d'accès multiple par répartition de codes (*CDMA*) est étudiée dans la suite. Il est en forme d'un râteau dont chaque doigt récupère le signal issu d'un trajet du canal et il combine les sorties de ces doigts pour combattre les évanouissements du canal. Enfin nous avons introduit des notions de la théorie d'information qui nous seront utiles dans les deux chapitres suivants pour la validation des chaînes de Markov utilisées dans la génération du canal de transmission et de la sortie du récepteur.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter deux méthodes de modélisation par une chaîne de Markov d'un canal non sélectif en fréquence.





## Chapitre 2

# Génération rapide du canal non sélectif en fréquence

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons deux méthodes de simulation rapide du canal de Rayleigh non sélectif en fréquence. Elles se basent sur le principe de séparation entre la dynamique du canal et celle du débit de transmission. Les deux méthodes utilisent respectivement le générateur de Jakes [12] et une chaîne de Markov, suivis d'une interpolation.

Nous définissons d'abord formellement une chaîne de Markov d'ordre  $m$  qui est un outil simple pour générer les processus discrets, facile à programmer et rapide à exécuter. Ensuite nous donnerons un aperçu des principaux travaux antérieurs qui l'appliquent à la modélisation des canaux à évanouissements [17][19]. Ils consistent généralement à associer à chaque symbole transmis une atténuation du canal générée par la chaîne de Markov. Malgré le gain en temps d'exécution obtenu, des problèmes de corrélation apparaissent pour une plage de régimes caractérisée par le produit  $f_D T_s$  [7]. En absence de codage correcteur d'erreur ou lorsque l'entrelacement est idéal, cette propriété n'a pas d'influence sur les performances. Dans le cas contraire, la corrélation joue un rôle important sur les performances du système car l'efficacité de la correction d'erreur d'un code est sensible à la répartition dans le temps des erreurs.

Nous expliquons par la suite le principe de deux générateurs, qui exploitent les propriétés spectrales du canal, et permettent de retrouver la bonne propriété de corrélation pour tous les régimes. L'atténuation complexe du canal est un processus à bande limitée et il suffit ainsi de générer des échantillons du canal correctement corrélés à une fréquence inférieure à celle de la transmission et utiliser une interpolation pour générer le coefficient du canal associé à

chaque symbole transmis. Pour générer les échantillons de base avec les bonnes propriétés, nous utilisons soit le générateur de Jakes soit une chaîne de Markov. Pour la deuxième méthode, nous utilisons un critère basé sur la théorie de l'information pour justifier le choix de la fréquence à laquelle fonctionnera la chaîne et pour montrer également la limite des autres modèles utilisant les chaînes de Markov.

Enfin nous validons les méthodes proposées par simulations et nous comparons leurs performances avec la méthode classique de Jakes.

## 2.2 Caractéristiques du canal

Nous nous plaçons dans le cas où le canal est non sélectif en fréquence, sa réponse impulsionnelle sera donc donnée par  $h(\tau; t) = h(t)\delta(\tau)$ . Le modèle statistique du canal basé sur la propagation des ondes issues des réflecteurs est introduit dans [11], [14] et [12]. Le signal reçu est la combinaison de plusieurs ondes ayant différents retards et angles d'arrivée sur l'antenne réceptrice. En appliquant le théorème de la limite centrale, le gain complexe  $h(t)$  du canal suit une loi gaussienne centrée

$$p(h) = \frac{1}{\pi\bar{\gamma}} e^{-\frac{h^*h}{\bar{\gamma}}}, \quad (2.1)$$

où  $\bar{\gamma} = E[|h|^2]$  et  $(.)^*$  est le conjugué. Les deux composantes en phase et en quadrature sont mutuellement indépendantes.

La fonction d'autocorrélation du canal complexe  $\phi_h(\Delta t) \triangleq \phi_h(0, \Delta t)$  est (voir annexe A)

$$\begin{aligned} \phi_h(\Delta t) &= E[h^*(t)h(t + \Delta t)] \\ &= \bar{\gamma} J_0(2\pi f_D \Delta t), \end{aligned} \quad (2.2)$$

où  $J_0(.)$  est la fonction de Bessel d'ordre zéro et  $f_D = v_r/\lambda_s$  est la fréquence Doppler maximale,  $v_r$  et  $\lambda_s$  sont respectivement la vitesse de déplacement du récepteur et la longueur d'onde de la fréquence porteuse. L'enveloppe (la norme) du canal  $\rho(t) = |h(t)|$  suit une distribution de Rayleigh et sa fonction d'autocorrélation est [16]

$$\begin{aligned} \phi_\rho(\Delta t) &= E[\rho(t)\rho(t + \Delta t)] \\ &= \frac{\pi\bar{\gamma}}{4} {}_2F_1\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \frac{\phi_h(\Delta t)^2}{\bar{\gamma}^2}\right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

où  ${}_2F_1(., .; .; .)$  est la fonction hypergéométrique définie de la manière suivante [24]

$${}_2F_1(a, b; c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+n)}{\Gamma(c+n)} \frac{z^n}{n!}, \quad (2.4)$$

où  $a, b, c$  et  $z$  sont complexes et  $\Gamma(.)$  est la fonction Gamma.

La fonction d'autocorrélation de la puissance instantanée du canal  $\gamma(t) = |h(t)|^2$ , qui suit une loi exponentielle, est [18]

$$\begin{aligned}\phi_\gamma(\Delta t) &= E[\gamma(t)\gamma(t + \Delta t)] \\ &= \bar{\gamma}^2(1 + J_0(2\pi f_D \Delta t)^2)\end{aligned}\quad (2.5)$$

## 2.3 Modélisation classique par une chaîne de Markov

### 2.3.1 Définition d'une chaîne de Markov

Considérons un processus stochastique  $X_k$  formé par une séquence de variables aléatoires indexées par le temps discret et notons par  $\mathcal{H}$  le domaine des réalisations. Le processus est supposé être stationnaire puisque le canal que nous désirons modéliser possède aussi cette propriété [20].

**Definition 5** *le processus discret  $\{X_1, X_2, \dots\}$  est une chaîne de Markov d'ordre  $m$  si pour  $k = 1, 2, \dots$  et  $\forall x_1, x_2, \dots, x_k, x_{k+1} \in \mathcal{H}$*

$$\begin{aligned}&Pr(X_{k+1} = x_{k+1}/X_k = x_k, X_{k-1} = x_{k-1}, \dots, X_1 = x_1) \\ &= Pr(X_{k+1} = x_{k+1}/X_k = x_k, X_{k-1} = x_{k-1}, \dots, X_{k-m+1} = x_{k-m+1}).\end{aligned}\quad (2.6)$$

Lorsque la probabilité  $Pr(X_{k+1} = x_{k+1}/X_k = x_k, X_{k-1} = x_{k-1}, \dots, X_{k-m+1} = x_{k-m+1})$  ne dépend pas de  $k$ , la chaîne est dite invariante dans le temps. Par exemple et pour  $m = 1$ , ceci est équivalent à avoir  $Pr(X_{k+1} = a/X_k = b) = Pr(X_2 = a/X_1 = b)$  pour toutes les valeurs de  $a$  et  $b \in \mathcal{H}$ . Dans la suite de ce chapitre nous considérons toujours que la chaîne de Markov est invariante dans le temps.

Une chaîne de Markov d'ordre  $m$  est ainsi caractérisée par ses états  $X_k$ , d'un ensemble de probabilités de transitions  $\{Pr(X_{k+1} = x_{k+1}/X_k = x_k, X_{k-1} = x_{k-1}, \dots, X_{k-m+1} = x_{k-m+1})\}$  et d'un état initial.

### 2.3.2 Modèle classique du canal

Le canal de Rayleigh non sélectif en fréquence est défini par son atténuation gaussienne complexe. Plusieurs travaux [17][19][25] se sont intéressés à la génération de la seule norme de  $h(t)$ . Ceci réduit le domaine d'application de ces modèles au cas où le canal est parfaitement estimé.

Dans ce paragraphe, nous présentons d'abord la construction de la chaîne de Markov, qui génère  $\rho(t)$ , à partir des caractéristiques du canal. Nous comparons ensuite la fonction d'autocorrélation du processus généré par cette chaîne avec la fonction théorique. L'ordre de la chaîne

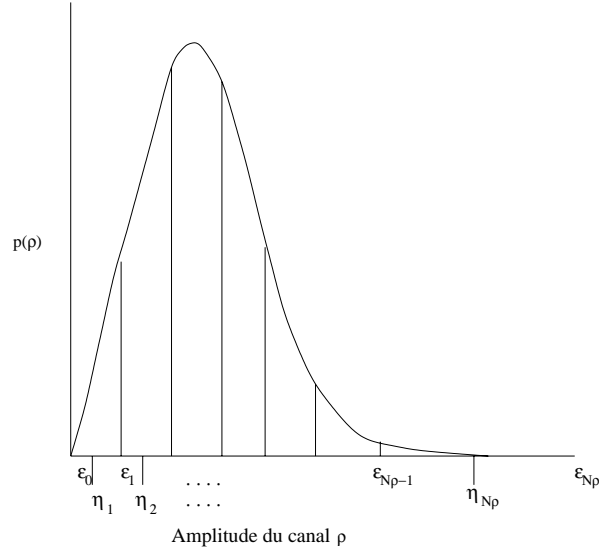


FIG. 2.1 – Illustration des notations et de la partition.

de Markov à étudier est restreint à  $m = 1$  car les ordres supérieurs réduisent considérablement la vitesse de simulation.

### Construction de la chaîne d'ordre un

Le domaine de réalisation de l'enveloppe du canal  $\rho(t)$  est partitionné en  $N_\rho$  bandes  $\{\varepsilon_i\}_{i=0}^{N_\rho}$  où  $\varepsilon_0 = 0$  et  $\varepsilon_{N_\rho} = +\infty$ . Nous associons à chaque intervalle une valeur  $\eta_i$  représentative d'un état,  $i = 1, \dots, N_\rho$ , calculée de la manière suivante

$$\eta_i = \frac{\int_{\varepsilon_{i-1}}^{\varepsilon_i} \rho p(\rho) d\rho}{\int_{\varepsilon_{i-1}}^{\varepsilon_i} p(\rho) d\rho}. \quad (2.7)$$

La figure 2.1 illustre ces définitions. La probabilité de transition  $P_{ij}$  d'un état  $\eta_j$  vers un autre  $\eta_i$  est définie de la manière suivante

$$\begin{aligned} P_{ij} &= Pr(\rho_k = \eta_i / \rho_{k-1} = \eta_j) \\ &= \frac{\int_{\varepsilon_{i-1}}^{\varepsilon_i} \int_{\varepsilon_{j-1}}^{\varepsilon_j} p(\rho_1, \rho_2) d\rho_1 d\rho_2}{\int_{\varepsilon_{j-1}}^{\varepsilon_j} p(\rho) d\rho}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

où  $p(\rho_2, \rho_1)$  est la densité de probabilité conjointe [15][16]

$$p(\rho_1, \rho_2) = \frac{\rho_1 \rho_2}{\sigma_h^4 (1 - J_1^2)} e^{-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{2\sigma_h^2 (1 - J_1^2)}} I_0\left(\frac{J_1 \rho_1 \rho_2}{\sigma_h^2 (1 - J_1^2)}\right), \quad (2.9)$$

$I_0(\cdot)$  est la fonction de Bessel modifiée de premier espèce,  $J_1 = J_0(2\pi f_D T_s |i - j|)$  et  $\rho_k = \rho(kT_s)$ .

Les valeurs discrètes  $\rho_k$ , générées à chaque état de la chaîne, sont données par la formule (2.7). Les probabilités de transitions (2.8) peuvent être aussi obtenues en utilisant une séquence d'observation suffisamment longue. Elle est d'abord quantifiée sur les différents intervalles  $[\varepsilon_{i-1}, \varepsilon_i]$ . Ensuite les probabilités de transitions sont estimées en comptant le nombre de passages d'un état vers un autre.

Nous remarquons que plusieurs travaux ont utilisé des sorties dures correspondant aux erreurs [17][22][23]. En effet, pour un rapport signal sur bruit donné, les taux d'erreur binaire instantanés sont d'abord calculés pour chaque état. Ensuite, une variable binaire respectant ces taux est générée pour indiquer si le bit reçu est erroné. Nous nous intéressons dans notre modélisation aux sorties souples de la chaîne. Ceci nous permet d'utiliser des récepteurs et des schémas de codage à entrées souples, et d'éviter de recalculer des probabilités de transition lorsque la puissance moyenne par symbole varie à l'émission.

### Résultats de simulations

Nous simulons une chaîne de Markov de premier ordre avec un découpage  $N_\rho = 20$  et  $\bar{\gamma} = 1$ . Le nombre de niveaux est élevé afin d'avoir des sorties souples précises. Le découpage est uniforme en dB :  $\varepsilon_0 = -\varepsilon_{N_\rho} = -\infty$ ,  $\varepsilon_1 = -13dB$ ,  $\varepsilon_{N_\rho-1} = 5dB$  et  $\{\varepsilon_i\}_{2 \leq i \leq N_\rho-2}$  sont obtenues par l'algorithme Lloyd-Max (voir annexe B) qui permet de minimiser la distorsion,  $E[|\sum_{i=1}^{N_\rho} \eta_i - \rho|^2]$  introduite par la quantification, par rapport aux seuils et aux centres. Nous comparons la fonction d'autocorrélation

$$R_\rho(k) = E[\rho_n \rho_{n-k}] \quad (2.10)$$

de la chaîne de Markov avec l'équation (2.3). Les courbes d'autocorrélations pour le régime intermédiaire  $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$  sont présentées sur la figure 2.2. Les échantillons de la modélisation classique par une chaîne de Markov sont plus corrélés que ceux générés par la méthode de Jakes. Ce comportement est aussi observé pour tous les régimes compris entre  $10^{-1}$  et  $10^{-4}$ . Ceci aura un impact sur les performances qui dépendent de cette propriété comme le codage correcteur d'erreurs, les protocoles ARQ...

Nous montrons sur la figure 2.3 les taux d'erreurs d'un schéma de transmission constitué d'un code convolutif, une modulation MDP2, un filtre de mise en forme (respectant le critère de Nyquist), le canal, le filtre adapté en réception et le décodage. Le code utilisé étant de rendement  $1/3$ , de longueur de contrainte 9, les polynômes générateurs sont  $1 + D^2 + D^3 + D^5 + D^6 + D^7 + D^8$ ,  $1 + D + D^3 + D^4 + D^7 + D^8$  et  $1 + D + D^2 + D^5 + D^8$ . La taille des paquets non codés est 122 bits. Les deux régimes simulés correspondent à  $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$  et  $f_D T_s = 0.5$ . Pour le

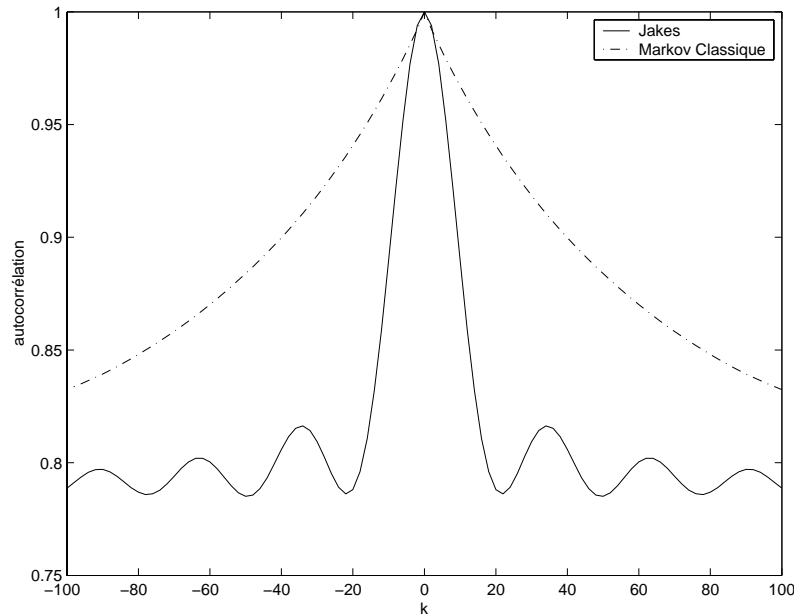


FIG. 2.2 – Fonctions d’autocorrélation  $R_\rho(k)$ , théorique (i.e Jakes) et par une chaîne de Markov pour  $m = 1$ ,  $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$ .

premier régime, la corrélation a une grande influence sur les taux d’erreur binaire (*Bit Error Rate*) et par paquet (*Block Error Rate*). En effet, pour un nombre d’erreur fixé et pour un canal généré par un modèle dont les échantillons sont très corrélés, les erreurs sont moins réparties et elles se produisent par paquet. Ceci réduit la capacité de correction du code surtout lorsque un entrelacement n’est pas utilisé. La modélisation classique a ainsi des performances dégradées.

Quant au deuxième régime, la corrélation n’a pas d’influence sur les performances. En effet, les échantillons générés par les deux méthodes sont très faiblement corrélés, ce qui est équivalent à la présence d’un entrelacement idéal.

### 2.3.3 Limitations de la méthode classique

Pour les applications utilisant quelques échantillons consécutifs du canal, la chaîne de Markov de premier ordre est valable pour modéliser l’évanouissement très lent ( $f_D T_s < 10^{-4}$ ). Pour les régimes rapides (i.e  $f_D T_s > 0.5$ ), un modèle non corrélé est plus simple à utiliser. Cependant, pour les régimes intermédiaires ou les applications qui demandent un grand nombre d’échantillons consécutifs, la méthode classique n’est pas valide. D’autres analyses qui aboutissent aux mêmes constatations sont élaborées dans [7][8]. Nous verrons dans le chapitre suivant que même lorsque l’ordre de la chaîne est raisonnablement élevé, le problème d’autocorrélation persiste.

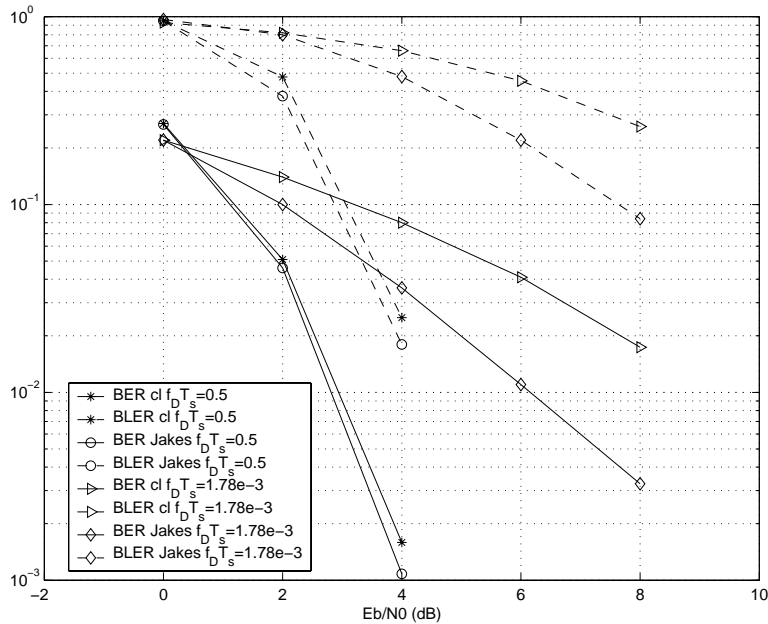


FIG. 2.3 – Performances en présence de codage convolutif à  $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$  et  $f_D T_s = 0.5$ , lorsque le canal est généré par la méthode de Jakes et par la chaîne de Markov classique.

Une autre limitation majeure de la méthode classique est la reconstruction de la chaîne pour chaque régime qui change lorsque la vitesse du mobile ou le débit de transmission varient. En effet, les probabilités de transitions (2.8) dépendent de  $J_1$  et par conséquent de  $f_D T_s$ .

## 2.4 Principe de séparation des dynamiques

Les échantillons générés par la chaîne de Markov classique sont au rythme symbole. Généralement, deux valeurs consécutives sont fortement corrélées  $J_1 \simeq 1$ . En tenant compte seulement de l'échantillon précédent, l'évolution du canal, qui est à l'échelle de temps de cohérence  $(\Delta t)_c \gg T_s$ , ne peut pas être perçue. Nous devons ainsi distinguer la vitesse transmission et la vitesse de variation du canal qui dépend seulement de  $f_D$ . La solution consiste à trouver un modèle qui permet de générer les coefficients complexes du canal à un rythme différent de celui de transmission avec les bonnes propriétés de corrélation. Ensuite, une interpolation est utilisée pour produire les échantillons au débit de transmission. Les propriétés de corrélation sont conservées grâce au théorème d'échantillonnage.

Pour des raisons de simplicité nous considérons que le canal est normalisé i.e  $\bar{\gamma} = 1$ . La



transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du canal est

$$S_h(f) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_D}\right)^2}} & \text{pour } |f| < f_D \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Le canal est un processus à bande limitée de largeur  $2f_D$ . Ainsi l'échantillonnage de  $h(t)$  à une fréquence  $f_e$  supérieure à  $2f_D$  permet de produire un processus  $h'(t)$  tel que [20]

$$E [|h(t) - h'(t)|^2] = 0. \quad (2.11)$$

Représenter le canal par un modèle valable à tous les régimes  $f_D T_s$  consiste donc à construire le processus  $h(t)$  aux instants  $kT_e$ ,  $k = 0, 1, \dots$  où  $T_e = \frac{1}{f_e}$ . Ensuite en utilisant l'interpolation [20]

$$h(kT_s) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(nT_e) \operatorname{sinc} \left( \frac{(kT_s - nT_e)}{T_e} \right) \quad (2.12)$$

où  $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ , nous obtenons les coefficients du canal au débit de transmission. Pour réaliser cette interpolation nous avons recours à la transformée de Fourier rapide.

Pour générer les coefficients de base pour l'interpolation, nous proposons deux méthodes. La première est celle utilisant la méthode de Jakes. La seconde utilise une chaîne de Markov.

## 2.5 Le générateur basé sur le modèle de Jakes

Ce générateur utilise la méthode de Jakes pour générer les échantillons à une fréquence  $f_e$ . Le choix de cette fréquence n'est pas important car les éléments générés ont des propriétés de corrélation correctes. Toutefois, cette fréquence doit être supérieure à  $2f_D$  afin de satisfaire le théorème d'échantillonnage. Par ailleurs, pour profiter de la rapidité de l'interpolation,  $f_e$  doit être la plus faible possible. Nous considérons ainsi  $f_e = 2f_D$ .

Nous présentons sur la figure 2.4 la fonction d'autocorrélation pour différentes fréquences d'échantillonnage  $f_e = 2f_D$  et  $4f_D$ . L'autocorrélation théorique est également représentée sur la même figure. Nous remarquons que cette propriété est conservée par ce modèle indépendamment de la fréquence d'échantillonnage. L'utilisation de ce générateur est intéressante lorsque le facteur d'interpolation est grand. En effet, le générateur de Jakes est moins sollicité et la majorité des échantillons est obtenue à partir de l'interpolation. Toutefois, lorsque le facteur d'interpolation est faible, l'utilisation d'une chaîne de Markov semble être plus adéquate.

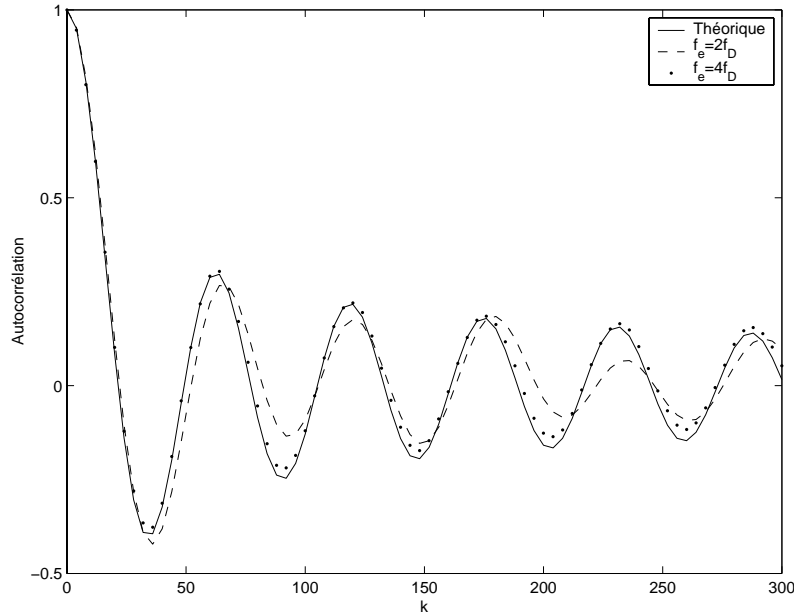


FIG. 2.4 – Fonctions d'autocorrélation  $E[h^*(t)h(t + kT_s)]$  pour le générateur utilisant le modèle de Jakes suivi d'une interpolation.

## 2.6 Le générateur basé sur une chaîne de Markov

Le principe de ce générateur est expliqué sur le figure 2.5. Une première étape de construction de la chaîne de Markov à partir des échantillons du canal à  $2f_D$  est nécessaire. Cette étape peut être remplacée par un calcul numérique des probabilités de transitions de la chaîne de Markov. Nous remarquons que dans la seconde étape, une seule chaîne de Markov est utilisée pour générer les deux composantes réelle et imaginaire du canal. En effet, la chaîne sera parcourue par deux jetons indépendants qui transitent d'un état à un autre en respectant les probabilités de transitions et produisant ainsi les deux composantes gaussiennes à la fréquence  $f_e$ .

Contrairement aux autres travaux de modélisation du canal par une chaîne de Markov, le modèle proposé a l'avantage d'être générique. En effet, pour passer d'un régime à un autre il suffit de changer le facteur d'interpolation  $I_f = \frac{T_e}{T_s}$ .

Le problème consiste maintenant à trouver la valeur de  $f_e$  permettant au processus  $h(kT_e)$  d'être représenté correctement par une chaîne de Markov avec un ordre  $m$  qui est faible. Le processus, après échantillonnage, a en effet la matrice de corrélation  $\mathbf{R}_h$  où  $\mathbf{R}_{h(i,j)} = J_0(2\pi \frac{f_D}{f_e} |i-j|)$ ,  $i, j \geq 0$ . La corrélation et l'ordre  $m$  dépendent donc de  $f_e$ . Par exemple, lorsque  $f_D \ll f_e$  les échantillons sont fortement corrélés. Le premier élément pour lequel  $\mathbf{R}_{h(i,j)}$  est proche de zéro correspond à une valeur de  $|i-j|$  très élevée et ainsi pour représenter cette décroissance

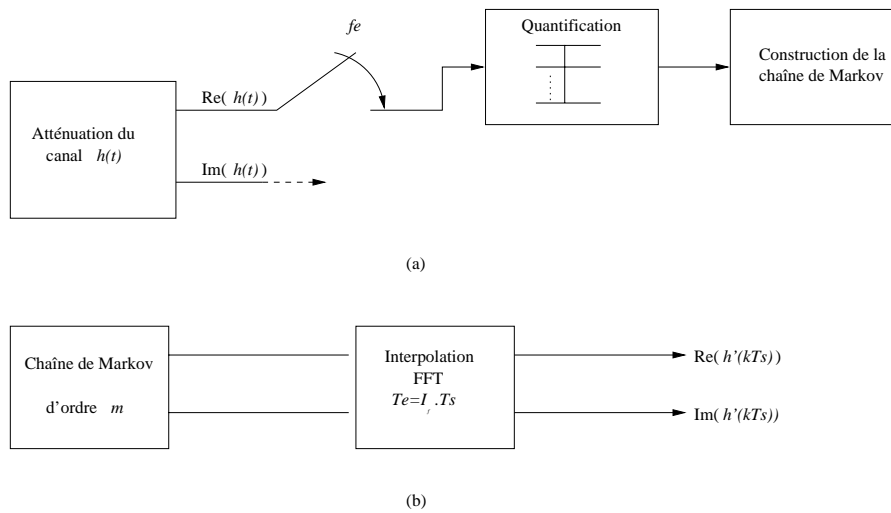


FIG. 2.5 – (a) Construction de la chaîne de Markov (b) Génération du trajet.

la chaîne doit avoir un ordre  $m$  très grand.

### 2.6.1 Analyse avec la théorie de l'information

Après l'échantillonnage et la quantification, le processus discret est considéré comme une source d'information dont les symboles appartiennent à l'alphabet  $1, 2, \dots, N_\rho$ . La construction d'une chaîne de Markov est similaire à un codage de source qui permet de représenter la source avec le minimum de distorsion.

En général, nous essayons de choisir un ordre faible pour avoir un modèle simple et par conséquent un temps de simulation réduit. Dans [19], H. C.Wang et P.C. Chang ont proposé un critère permettant de vérifier si l'approximation au premier ordre de la chaîne de Markov, qui représente le module  $\rho_k$ , est suffisante. Ce critère consiste à considérer que cette hypothèse est valable si l'information mutuelle conditionnelle entre l'amplitude  $\rho_k$  et  $\rho_{k-2}$  sachant  $\rho_{k-1}$ ,  $I(\rho_k; \rho_{k-2}/\rho_{k-1})$ , est très faible devant l'information mutuelle entre  $\rho_k$  et  $\rho_{k-1}, \rho_{k-2}$ ,  $I(\rho_k; \rho_{k-1}, \rho_{k-2})$ . Intuitivement l'ordre  $m = 1$  est suffisant lorsque la connaissance de  $\rho_{k-2}$  n'apporte pas d'information supplémentaire sur  $\rho_k$  lorsque  $\rho_{k-1}$  est connu.

Le critère s'avère insuffisant [7]. En effet, la fonction d'autocorrélation du processus gaussien (2.2) possède des zéros. Pour  $f_D/f_e = z_c$ , où  $z_c$  est un zéro de  $J_0(2\pi\Delta t)$ , le premier et le troisième échantillons sont indépendants. Le critère précédent est satisfait car  $I(h_k; h_{k-2}/h_{k-1})$  est nul, cependant  $I(h_k; h_{k-3}/h_{k-1}, h_{k-2})$  ne l'est pas car les zéros ne sont pas uniformément répartis. L'échantillon  $h_{k-3}$  peut ainsi rapporter plus d'information que  $h_{k-2}$  et dans ce cas le critère n'est pas valable.

Par ailleurs, [7] annonce que le même critère justifie seulement si une chaîne de second ordre est meilleure que celle de premier ordre. Il est cependant difficile de conclure si une chaîne d'ordre élevé ne peut pas être significativement meilleure. Il est ainsi plus correct de considérer  $I(\rho_k; \rho_{k-1}, \rho_{k-2}, \dots, \rho_{-\infty})$  au lieu de  $I(\rho_k; \rho_{k-1}, \rho_{k-2})$ .

Nous proposons maintenant un autre critère en théorie d'information plus rigoureux permettant de savoir quand un processus  $X_k$  est Markovien d'ordre  $m$ .

**Critère 6** *Un processus  $X_k$  est une chaîne de Markov d'ordre  $m$  si et seulement si*

$$I(X_k; X_{k-1}, \dots, X_{-\infty}) = I(X_k; X_{k-1}, \dots, X_{k-m}) \quad (2.13)$$

Preuve : Dans le sens direct et d'après la définition (2.6) le processus vérifie

$$p(x_k/x_{k-1}, \dots, x_{-\infty}) = p(x_k/x_{k-1}, \dots, x_{k-m})$$

ce qui est équivalent à

$$\frac{p(x_k, x_{k-1}, \dots, x_{-\infty})}{p(x_{k-1}, \dots, x_{-\infty})p(x_k)} = \frac{p(x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-m})}{p(x_{k-1}, \dots, x_{k-m})p(x_k)}.$$

En appliquant le logarithme nous obtenons

$$\log_2 \left( \frac{p(x_k, x_{k-1}, \dots, x_{-\infty})}{p(x_{k-1}, \dots, x_{-\infty})p(x_k)} \right) = \log_2 \left( \frac{p(x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-m})}{p(x_{k-1}, \dots, x_{k-m})p(x_k)} \right).$$

Par conséquent

$$E \left[ \log_2 \left( \frac{p(x_k, x_{k-1}, \dots, x_{-\infty})}{p(x_{k-1}, \dots, x_{-\infty})p(x_k)} \right) \right] = E \left[ \log_2 \left( \frac{p(x_k, x_{k-1})}{p(x_{k-1})p(x_k)} \right) \right],$$

et donc

$$I(X_k; X_{k-1}, \dots, X_{-\infty}) = I(X_k; X_{k-1}, \dots, X_{k-m}).$$

La preuve dans l'autre sens est plus simple. En effet l'équation (2.13) est équivalente à dire que  $(X_k, X_{k-1}, \dots, X_{-\infty})$  sont indépendants de  $(X_{k-m-1}, \dots, X_{-\infty})$  et donc  $p(x_k/x_{k-1}, \dots, x_{-\infty}) = p(x_k/x_{k-1}, \dots, x_{k-m})$ .

### 2.6.2 Choix de la fréquence d'échantillonnage

La fréquence d'échantillonnage  $f_e$  doit être choisie tel que le critère (2.13) soit satisfait et que l'ordre  $m$  soit le plus faible possible. Dans le cas du processus gaussien, nous pouvons écrire en utilisant la propriété (1.33)

$$I(h_k; h_{k-1}, h_{k-2}, \dots, h_{-\infty}) = \sum_{i=1}^{\infty} I(h_k; h_{k-i}/h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}) \quad (2.14)$$

Cette expression représente l'information mutuelle moyenne entre  $h_k$  et tout les échantillons précédents. Donc satisfaire le critère consiste à trouver une fréquence  $f_e$  tel que

$$\sum_{i=m+1}^{\infty} I(h_k; h_{k-i}/h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}) \simeq 0 \quad (2.15)$$

Les termes de (2.14) s'expriment en fonction de l'entropie conditionnelle par

$$I(h_k; h_{k-i}/h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}) = H(h_k/h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}) - H(h_k/h_{k-1}, \dots, h_{k-i}).$$

Afin de calculer les deux termes d'entropies de l'équation précédente nous utilisons les égalités suivantes déduites des propriétés de chaînes décrites dans le chapitre précédent,

$$H(h_k, h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}) = \sum_{l=1}^i H(h_{k-i+l}/h_{k-i+l-1}, \dots, h_{k-i+1}) \quad (2.16)$$

$$H(h_{k-1}, h_{k-2}, \dots, h_{k-i+1}) = \sum_{l=1}^{i-1} H(h_{k-i+l}/h_{k-i+l-1}, \dots, h_{k-i+1}). \quad (2.17)$$

La différence ((2.16)-(2.17)) nous donne

$$H(h_k, h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}) - H(h_{k-1}, h_{k-2}, \dots, h_{k-i+1}) = H(h_k/h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}). \quad (2.18)$$

De même nous pouvons écrire

$$H(h_k, h_{k-1}, \dots, h_{k-i}) = \sum_{l=0}^i H(h_{k-i+l}/h_{k-i+l-1}, \dots, h_{k-i}) \quad (2.19)$$

$$H(h_{k-1}, h_{k-2}, \dots, h_{k-i}) = \sum_{l=0}^{i-1} H(h_{k-i+l}/h_{k-i+l-1}, \dots, h_{k-i}) \quad (2.20)$$

et en déduire

$$H(h_k, h_{k-1}, \dots, h_{k-i}) - H(h_{k-1}, h_{k-2}, \dots, h_{k-i}) = H(h_k/h_{k-1}, \dots, h_{k-i}). \quad (2.21)$$

Donc l'information mutuelle conditionnelle devient

$$\begin{aligned} I(h_k; h_{k-i}/h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}) &= H(h_k, h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}) - H(h_{k-1}, h_{k-2}, \dots, h_{k-i+1}) \\ &\quad - H(h_k, h_{k-1}, \dots, h_{k-i}) + H(h_{k-1}, h_{k-2}, \dots, h_{k-i}). \end{aligned} \quad (2.22)$$

L'expression de l'entropie d'un processus gaussien est donnée par [21]

$$H(h_k, h_{k-1}, \dots, h_{k-i}) = \frac{1}{2} \log_2 ((2\pi e)^{i+1} \det(\mathbf{R}_h^i)), \quad (2.23)$$

où  $\det(\cdot)$  est le déterminant et  $\mathbf{R}_h^i$  est la matrice d'autocorrélation de taille  $(i+1) \times (i+1)$ ,  $\mathbf{R}_{h(q,l)}^i = J_0(2\pi \frac{f_D}{f_e} |q-l|)$ ,  $0 \leq l, q \leq i$ . En remplaçant (2.23) dans (2.22) nous obtenons

$$I(h_k; h_{k-i}/h_{k-1}, \dots, h_{k-i+1}) = \log_2 \left( \frac{\det(\mathbf{R}_h^{i-1})}{\sqrt{\det(\mathbf{R}_h^{i-2}) \cdot \det(\mathbf{R}_h^i)}} \right). \quad (2.24)$$

Le comportement de l'expression (2.24) pour différentes valeurs de la fréquence d'échantillonnage va caractériser l'ordre  $m$  de la chaîne de Markov à utiliser. Nous prenons certaines valeurs particulières de  $f_e$  décrites dans le tableau 2.1. La première correspond à la fréquence li-

$f_e =$	$2f_D$	$2.15f_D$	$2.6f_D$	$4f_D$
---------	--------	-----------	----------	--------

TAB. 2.1 – Fréquences d'échantillonnage  $f_e$ .

mite de Shannon. La seconde et la troisième sont respectivement proches des zéros des fonctions  $J_0(6\pi f_D/f_e)$  et  $J_0(2\pi f_D/f_e)$ . La dernière est loin des zéros des fonctions  $J_0(2l\pi f_D/f_e)$ ,  $l = 1, 2, \dots$ . L'information mutuelle conditionnelle (2.24) pour ces différentes fréquences et pour

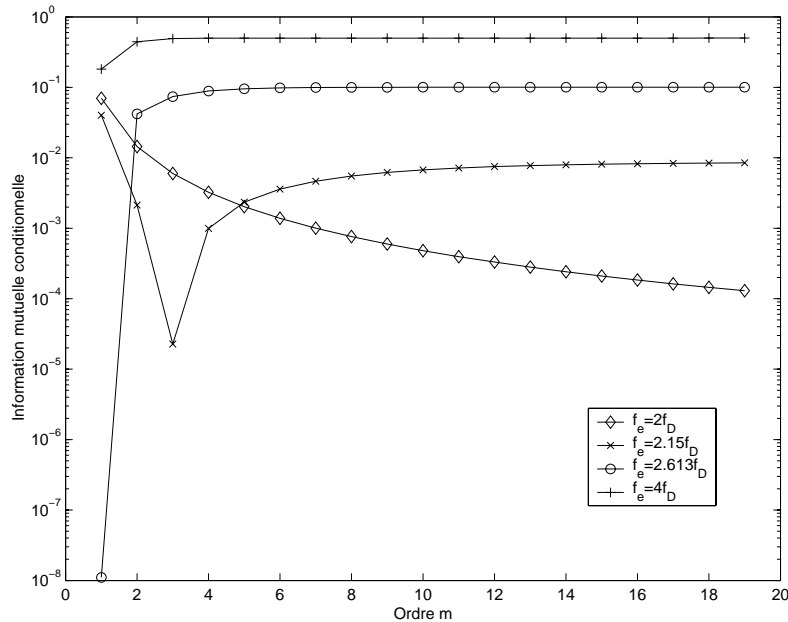


FIG. 2.6 – Information mutuelle moyenne  $I(h_k; h_{k-m}/h_{k-1}, \dots, h_{k-m+1})$ .

différentes tailles  $i$  des passés est évaluée sur la figure 2.6. Pour la fréquence  $f_e = 4f_D$ , le premier ordre apporte une partie d'information sur l'échantillon  $h_k$ . Cependant, les ordres supérieurs rapportent plus d'information. Donc le processus ne satisfait pas le critère pour un ordre faible. Pour  $f_e = 2.6f_D$ , l'ordre  $m = 1$  ne donne pas d'information sur  $h_k$  car deux échantillons successifs

sont indépendants. Par contre, dès que nous passons aux ordres supérieurs une partie croissante d'information est produite et ainsi la chaîne de Markov ne peut pas avoir un ordre faible. La fréquence  $f_e = 2.15f_D$  semble satisfaire le critère en regardant les trois premiers ordres. Toutefois, pour les ordres supérieurs ( $m > 3$ ) l'information est croissante. Quand à la fréquence  $2f_D$ , l'information est strictement décroissante et à partir du premier ordre, elle devient négligeable. Ainsi, le critère est bien approché pour l'ordre 1.

### 2.6.3 Résultats de simulations

L'espace des réalisations est découpé en  $N_h = 20$  niveaux tel que  $\varepsilon_0 = -\varepsilon_{N_h} = -\infty$ ,  $\varepsilon_1 = -\varepsilon_{N_h-1} = -2$  et  $\{\varepsilon_i\}_{2 \leq i \leq N_h-2}$  sont aussi obtenus en minimisant la distorsion introduite par la quantification. Le régime est  $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$  ce qui correspond aux facteurs d'interpolation 28, 26, 22 et 14 pour respectivement les fréquences d'échantillonnage  $2f_D$ ,  $2.15f_D$ ,  $2.6f_D$  et  $4f_D$ .

Les fonctions d'autocorrélation de la sortie de la chaîne de Markov ayant les ordres  $m = 1$  et  $m = 2$ , et pour ces fréquences sont tracées sur la figure 2.7. Pour  $f_e = 2f_D$  et  $m = 1$ , l'autocorrélation se rapproche du cas idéal. Le passage à l'ordre suivant n'introduit pas d'amélioration. L'autocorrélation de la chaîne du premier ordre et pour  $f_e = 2.15f_D$  se rapproche aussi de la fonction de Bessel et le passage à  $m = 2$  n'a pas d'influence sur le comportement de la courbe. Pour  $f_e = 2.6$ , l'autocorrélation est loin du cas idéal lorsque  $m = 1$ . En effet, l'échantillon  $h_{k-1}$  est presque indépendant de  $h_k$ . Le passage à l'ordre suivant influe légèrement sur les amplitudes des oscillations car l'information apportée n'est pas grande. Quant à  $f_e = 4f_D$  et  $m = 1$ , il n'y a presque pas d'oscillations et pour  $m = 2$  quelques oscillations apparaissent. L'apport du deuxième ordre est plus apparent pour les autres fréquences car  $I(h_k; h_{k-2}/h_{k-1})$  est plus importante. Ce pendant la corrélation reste loin du cas idéal car les ordres supérieurs ( $m > 3$ ) contiennent encore une partie importante de l'information.

Suite à l'étude précédente, nous choisissons  $f_e = 2f_D$  comme la fréquence de fonctionnement de la chaîne de Markov car les échantillons générés se rapprochent le plus au le critère (2.15) pour un ordre  $m = 1$ . Sur la figure 2.8, nous comparons les fonctions de l'autocorrélation de l'amplitude du canal  $\rho_k$  du modèle classique pour  $m = 1$ , le modèle proposé et le cas idéal (2.3). Nous constatons que contrairement à la corrélation de la modélisation classique par une chaîne d'ordre 1 qui décroît exponentiellement, celle du modèle proposé a le même lobe principale que la courbe théorique.

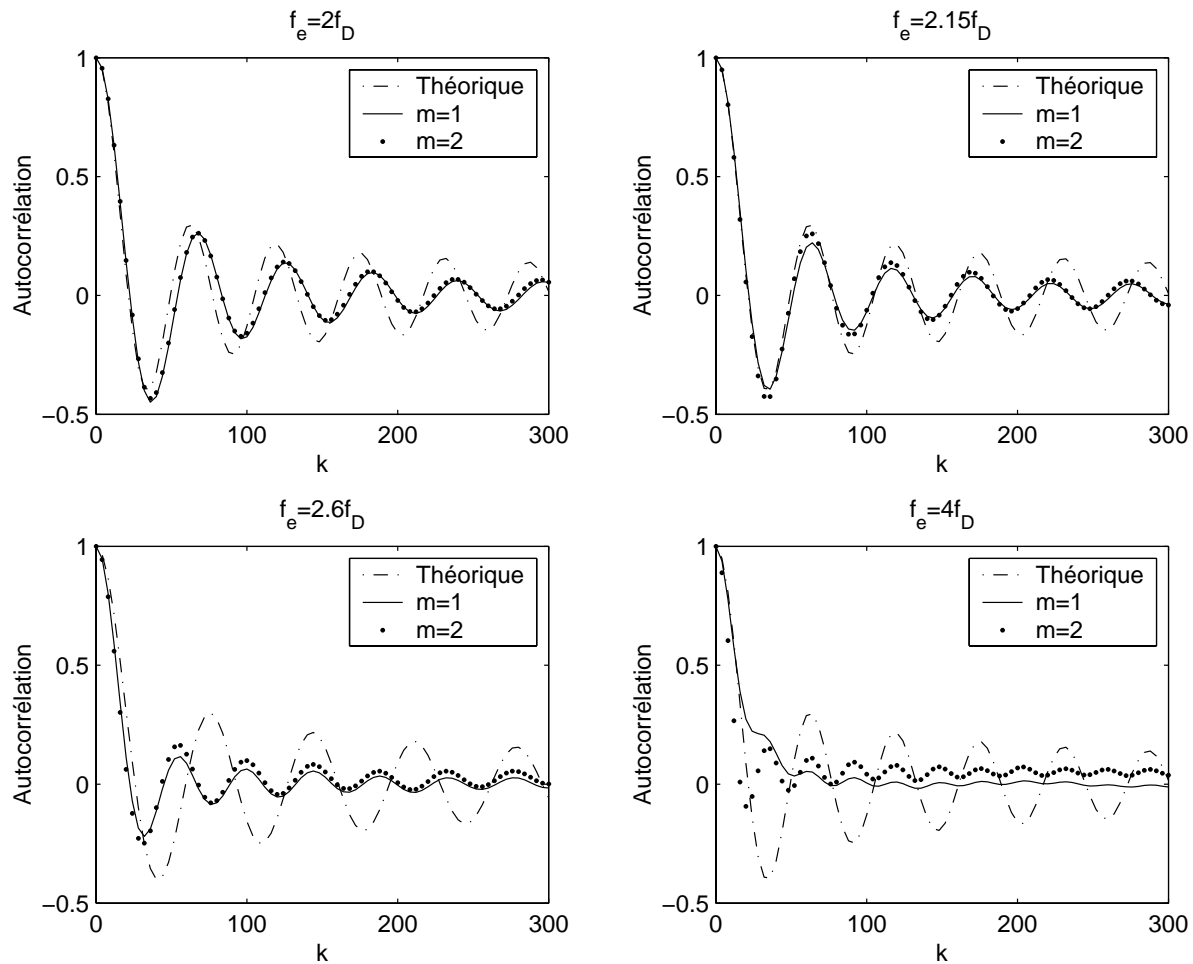


FIG. 2.7 – Fonctions d'autocorrélation pour une chaîne de Markov d'ordre  $m$  suivie d'une interpolation pour  $f_e = 2f_D$ ,  $f_e = 2.15f_D$ ,  $f_e = 2.6f_D$  et  $f_e = 4f_D$ ,  $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$ .

## 2.7 Comparaison des générateurs du canal

En gardant le même schéma de transmission que celui du paragraphe 2.3.2 et en utilisant les deux générateurs de canal proposés, nous obtenons les performances représentées sur la figure 2.9. Nous remarquons que contrairement à la modélisation classique, les taux d'erreur par bit ou bien par paquet des deux modèles sont très proches de ceux utilisant le modèle de Jakes pour générer tout les échantillons. Sur la même figure nous remarquons que l'augmentation de nombre des états de  $N_h = 20$  à  $N_h = 100$  de la chaîne de Markov n'a pas d'importance pour les performances. En effet, l'interpolation permet de balayer un grand nombre de valeurs et d'avoir une bonne qualité de la sortie souple. Pour évaluer les gains en temps de simulation apportés par les deux méthodes proposées, nous simulons d'abord la méthode de Jakes qui somme 32



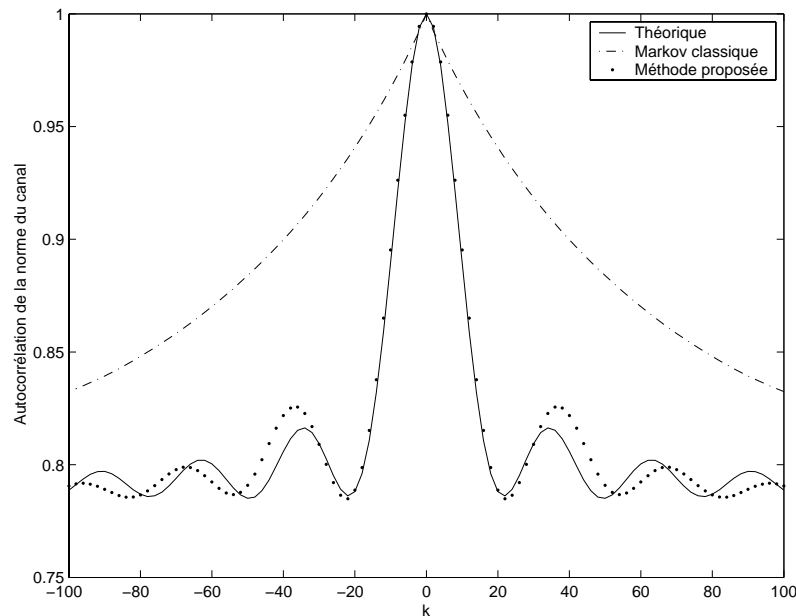


FIG. 2.8 – Fonctions d'autocorrélation de l'amplitude  $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$ .

Facteur d'interpolation	1	10	20	40	80
Méthode Markov à $T_e$ /Jakes à $T_s$	5.33	13.03	14.37	15.7	16.62
Méthode Markov à $T_e$ /Jakes à $T_e$	5.33	2.1	1.57	1.34	1.2

TAB. 2.2 – Facteurs de gain en temps de simulation pour les différentes méthodes.

sinusoïdes et produit les coefficients au débit d'émission. Ensuite le même générateur est utilisé à la fréquence  $f_e = 2f_D$  suivi par l'interpolation faite dans le domaine fréquentiel par FFT (*Fast Fourier Transformation*) de taille 4096. Enfin, nous utilisons une chaîne de Markov d'ordre 1 fonctionnant à  $f_e = 2f_D$  suivie par la même interpolation. Les gains de la troisième méthode par rapport à la première ensuite par rapport à la deuxième sont présentés sur le tableau 2.2 pour différents facteurs d'interpolation. Pour les grands facteurs (supérieurs à 40), les deux méthodes utilisant l'interpolation ont pratiquement la même vitesse car les échantillons sont principalement générés par la transformée de Fourier rapide. Pour les faibles facteurs, la méthode utilisant une chaîne de Markov est plus intéressante.

## 2.8 Dissymétrie génération-prédiction du canal

L'analyse de la corrélation entre les échantillons du canal par la théorie d'information nous amène à regarder la fiabilité de prédiction du canal en fonction de la durée de l'avenir que nous

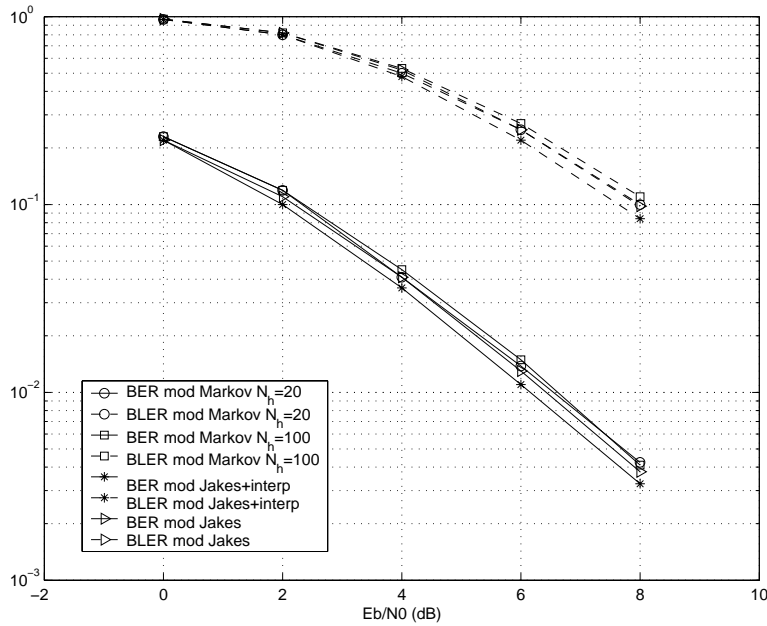


FIG. 2.9 – Comparaisons des performances des modèles proposés et de Jakes en présence d'un code convolutif à  $f_D T_s = 1.78 \cdot 10^{-2}$ .

considérons. La prédiction du canal est une technique très utilisée dans les systèmes de communications car elle permet d'avoir une marge de temps pour adapter le schéma de transmission à l'évolution du canal et d'améliorer ainsi les performances.

### 2.8.1 Prédiction à horizon éloigné

Récemment [26][27] ont introduit un prédicteur, qui utilise le même principe que les générateurs déjà proposés, permettant d'avoir une prédiction du canal sur un horizon assez éloigné. En effet, les coefficients du canal sont pris aux instants  $kT_p$ , où  $T_p$  est la période de prédiction, est puis filtrés par un filtre linéaire de taille  $L_p$  noté  $A(z) = \sum_{i=0}^{L_p-1} a_i z^i$ . Ce filtre minimise l'erreur quadratique moyenne  $EQM = E[|\tilde{h}_{k+1} - h_{k+1}|^2]$  où  $h_{k+1} = h((k+1)T_p)$  et  $\tilde{h}_{k+1}$  est la prédiction du canal à l'instant  $(k+1)T_p$ . La résolution de ce système aboutit aux équations de Yule-Walker et le filtre optimal est

$$A_{opt} = (\mathbf{R}_h^{(L_p-1)})^{-1} \mathbf{r}_h^{(L_p-1)}, \quad (2.25)$$

où  $\mathbf{r}_h^{(L_p-1)}$  est un vecteur de taille  $L_p \times 1$  et  $\mathbf{r}_{h,i}^{(L_p-1)} = J_0(2\pi f_D i T_p)$  pour  $1 \leq i \leq L_p$ . L'erreur quadratique moyenne est  $EQM = 1 - (\mathbf{r}_h^{(L_p-1)})^* (\mathbf{R}_h^{(L_p-1)})^{-1} \mathbf{r}_h^{(L_p-1)}$ . La fréquence de prédiction  $f_p = \frac{1}{T_p}$  est généralement inférieure à celle de transmission mais elle doit être supérieure à  $2f_D$ . Cette deuxième condition permet d'utiliser l'extrapolation (2.12) et de déduire ainsi plusieurs

coefficients du canal. Cette méthode offre à l'émetteur une marge de temps pour s'adapter aux variations du canal. Évidemment la faisabilité de cette méthode est reliée à la taille du filtre utilisé qui doit se limiter à quelques échantillons. Le problème est de savoir jusqu'à quelle longueur d'horizon  $T_p$  nous pouvons avoir avec une bonne qualité de prédiction ( $EQM$  inférieure à  $10^{-2}$ ).

### 2.8.2 Prédiction-génération du canal

L'analyse du paragraphe 2.6.1 nous permet d'évaluer l'information apportée par un passé  $(h_k, \dots, h_{k-L_p+1})$  sur le futur  $h_{k+1}$ ,

$$I(h_{k+1}; h_k, \dots, h_{k-L_p+1}) = \log_2 \left( \frac{\det(\mathbf{R}_h^{L_p-1})}{\det(\mathbf{R}_h^{L_p})} \right). \quad (2.26)$$

Cette quantité est indépendante de la prédiction utilisée (linéaire qui est optimale, polynômiale, réseau de neurones...) et lorsqu'elle est faible, la qualité du prédicteur sera mauvaise.

Nous traçons sur la figure 2.10 la quantité (2.26) pour  $i = 10$  en fonction de la fréquence d'échantillonnage utilisée par la prédiction. Lorsque le rapport  $f_p/f_D$  est proche de 2, l'information est faible et la qualité de prédiction sera mauvaise. Nous avons vu cependant que dans cette zone la génération du canal avec une chaîne de Markov d'ordre faible est possible. Inversement, lorsque  $f_p/f_D$  est loin de 4, l'information devient importante et la prédiction aura une faible  $EQM$ . Nous présentons sur la même figure l'erreur quadratique moyenne minimale

$$EQM = 1 - \left( \mathbf{r}_h^{(L_p-1)} \right)^* \left( \mathbf{R}_h^{L_p-1} \right)^{-1} \mathbf{r}_h^{(L_p-1)}, \quad (2.27)$$

pour le cas particulier du filtre linéaire de taille  $L_p = 10$ . Cette structure est optimale puisque le processus à prédire est gaussien. L' $EQM$  a un comportement inverse à celui de l'information mutuelle (2.26) et elle est faible pour  $f_p$  supérieure à  $4f_D$ .

## 2.9 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les principales caractéristiques du canal non sélectif en fréquence. Ensuite nous avons vu que la modélisation classique basée sur une chaîne de Markov de premier ordre ne donne pas la bonne propriété d'autocorrélation et ceci a un impact sur l'évaluation des performances de la transmission, qui dépendent de cette propriété, à savoir les taux d'erreur en présence d'un code correcteur d'erreur.

Nous avons proposé deux méthodes de génération du canal basées sur la séparation des rythmes de transmission et d'évolution du canal. En effet, les coefficients complexes du canal ayant la bonne propriété d'autocorrélation sont générés à une fréquence inférieure à celle de

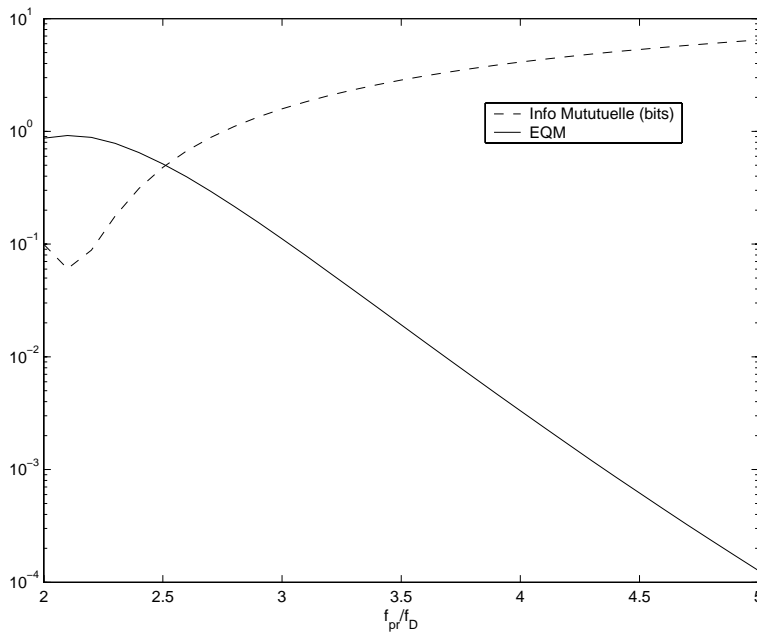


FIG. 2.10 – Information mutuelle  $I(h_{k+1}; h_k, \dots, h_{k-9})$  et l'EQM pour un filtre linéaire optimal de taille 10.

transmission. Une interpolation, exploitant le fait que le canal est à bande limitée, génère ensuite les atténuations au débit de transmission. La première étape est réalisée, soit par la méthode de Jakes, soit par une chaîne de Markov. Un critère basé sur la théorie de l'information montre que la fréquence adéquate de fonctionnement de la chaîne de Markov est égale à  $2f_D$ .

Contrairement à la modélisation classique qui reconstruit la chaîne de Markov à chaque changement du régime  $f_D T_s$ , la méthode proposée est générique puisqu'il suffit de changer le facteur d'interpolation. Les résultats de simulations ont montré les bonnes propriétés du canal généré avec un gain en temps de simulation important par rapport à la méthode de Jakes.

Dans le chapitre suivant, nous utilisons la même approche pour générer la sortie du récepteur en râteau en présence d'un canal multitrajet.



## Chapitre 3

# Génération rapide de la sortie du récepteur en râteau

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent des méthodes de simulation d'un seul trajet du canal de transmission ont été introduites. Dans un système de transmission à étalement de spectre et lorsque le canal est sélectif en fréquence, un récepteur en râteau est généralement utilisé. Les traitements du récepteur sont généralement d'une complexité proportionnelle au nombre de ses doigts. Ceci introduit un temps de simulation considérable.

Nous proposons dans ce chapitre une méthode de génération rapide de la sortie du récepteur. Des travaux précédents [29][32][30] ont utilisé l'arbre de contextes (*CT Context Tree*), qui est une représentation compacte d'une chaîne de Markov à ordre élevé, pour la génération de l'amplitude d'un seul trajet du canal. Ils n'ont obtenu des propriétés d'autocorrélation du canal correctes que pour les régimes rapides et une partie des régimes intermédiaires. Ils retrouvent cependant la chaîne de Markov de premier ordre pour les évanouissements lents. Dans ce chapitre, cette représentation des processus par une chaîne de Markov d'ordre élevé est utilisée pour générer l'énergie utile à la sortie du récepteur en râteau. Nous montrons d'abord que cette énergie est un processus à bande limitée. Ensuite, nous présentons l'arbre de contextes et l'algorithme d'élagage [33] utilisé pour construire cet arbre. Les résultats de la génération de l'énergie avec la méthode classique utilisant cette technique et présentant des insuffisances au niveau de la corrélation du processus généré sont analysés. Enfin, nous proposons une méthode analogue à celle utilisée dans le chapitre précédent et basée sur un arbre de contexte suivi d'une interpolation. De correctes propriétés d'autocorrélation et un gain en complexité proportionnel au nombre de doigts du

récepteur sont obtenus.

## 3.2 Caractéristiques de la sortie du récepteur en râteau

Nous allons maintenant dans ce chapitre l'hypothèse d'une séquence d'étalement est parfaite. Nous déterminons d'abord l'expression de la sortie du récepteur et par la suite les propriétés de l'énergie. Ces caractéristiques seront exploitées pour proposer une méthode à faible complexité pour la génération de la sortie du récepteur.

### 3.2.1 L'énergie du récepteur

Nous avons vu dans le chapitre 1 que la sortie du récepteur s'écrit

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s} \left( \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} v_i h_j g(\tau_i - \tau_j) \right) s_k + \sum_{i=0}^{L-1} v_i w'_i, \quad (3.1)$$

où  $h_i, \tau_i$  et  $v_i$  sont respectivement le gain complexe, le retard du trajet  $i$  et le poids du  $i$ -ème doigt du récepteur.  $g(\tau_i - \tau_j)$  est le coefficient de corrélation entre les doigts  $i$  et  $j$  introduite par les filtres de mise en forme et  $w'_i$  est un bruit gaussien.

Lorsque le canal est parfaitement estimé les poids deviennent  $v_i = h_i^*$  pour  $0 \leq i \leq L-1$  et la sortie du récepteur s'écrit

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s} \left( \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} h_i^* h_j g(\tau_i - \tau_j) \right) s_k + \sum_{i=0}^{L-1} h_i^* w'_i. \quad (3.2)$$

Nous nous intéresserons au cas où le filtre de mise en forme n'a pas d'influence sur la sortie. Ceci est valable lorsque les retards des trajets sont très espacés ou multiples de la durée d'un chip. Dans le chapitre suivant, nous verrons que tout canal multitrajet a un équivalent dont les retards sont multiples de  $T_c$ . La sortie du récepteur à considérer est donc

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s} \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2 s_k + \sum_{i=0}^{L-1} h_i^* w'_i. \quad (3.3)$$

L'énergie instantanée du récepteur est définie par

$$\gamma \triangleq \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2, \quad (3.4)$$

elle correspond à la contribution globale des énergies de chaque trajet.

Le bruit  $\sum_{i=0}^{L-1} h_i w'_i$  est blanc gaussien de variance  $\sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2 N_0$ . Par conséquent, la sortie peut se mettre sous la forme suivante

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s} \left( \sqrt{\sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} \right) s_k + b_k \quad (3.5)$$

où  $b_k$  est un bruit blanc gaussien de variance  $N_0$ .

### 3.2.2 Propriétés de l'énergie

La densité de probabilité de  $\gamma$  est une loi de  $\chi^2$  à  $L$  degrés de liberté

$$p(\gamma) = \sum_{i=0}^{L-1} \frac{\pi_i}{\bar{\gamma}_i} e^{-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_i}}, \quad (3.6)$$

où  $\pi_i = \prod_{j=0, j \neq i}^{L-1} \frac{\bar{\gamma}_i}{\bar{\gamma}_i - \bar{\gamma}_j}$  et  $\bar{\gamma}_i = E[|h_i|^2]$ . D'après (3.5) nous pouvons considérer  $\rho \triangleq \sqrt{\gamma}$  comme la norme instantanée du canal affectée au symbole transmis et sa densité de probabilité est

$$p(\rho) = \sum_{i=0}^{L-1} 2 \frac{\pi_i}{\bar{\gamma}_i} \rho e^{-\frac{\rho^2}{\bar{\gamma}_i}}. \quad (3.7)$$

L'énergie  $\gamma$  est une combinaison linéaire des énergies  $\gamma_i \triangleq |h_i|^2$  issues de chaque trajet et la fonction d'autocorrélation de  $\gamma_i$  est donnée par

$$\begin{aligned} \phi_{\gamma_i}(\Delta t) &= E[\gamma_i(t)\gamma_i(t + \Delta t)] \\ &= \bar{\gamma}_i^2 (1 + J_0(2\pi f_D \Delta t)^2). \end{aligned} \quad (3.8)$$

En tenant compte de l'indépendance entre les trajets, nous déduisons l'autocorrélation de l'énergie globale

$$\phi_{\gamma}(\Delta t) = \sum_{i=0}^{L-1} \bar{\gamma}_i^2 J_0(2\pi f_D \Delta t)^2 + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} \bar{\gamma}_i \bar{\gamma}_j. \quad (3.9)$$

La densité spectrale de puissance du processus  $\gamma$  est ainsi

$$S_{\gamma}(f) = \sum_{i=0}^{L-1} (S_{h_i} \otimes S_{h_i})(f) + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} \bar{\gamma}_i \bar{\gamma}_j \delta(f) \quad (3.10)$$

où

$$S_{h_i}(f) = \begin{cases} \bar{\gamma}_i \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_D}\right)^2}} & \text{pour } |f| < f_D \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$



L'énergie est un processus à bande limitée de fréquence maximale égale au double de celle de  $S_{h_i}(f)$ .

Par ailleurs, la fonction d'autocorrélation de  $\rho$  pour le cas mono-trajet est

$$\phi_\rho(\Delta t) = \frac{\pi\bar{\gamma}_0}{4} {}_2F_1\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \frac{\phi_h(\Delta t)^2}{\bar{\gamma}_0^2}\right) \quad (3.11)$$

où  ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$  est la fonction hypergéométrique. En utilisant (2.4), cette fonction peut se mettre sous la forme d'une série [24]

$$\phi_\rho(\Delta t) = \frac{\pi\bar{\gamma}_0\Gamma(1)}{4\Gamma(-\frac{1}{2})^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(-\frac{1}{2} + n)^2}{\Gamma(1 + n).n!} \left(\frac{\phi_h(\Delta t)}{\bar{\gamma}_0}\right)^{2n}, \quad (3.12)$$

où  $\Gamma$  est la fonction Gamma et  $\phi_h$  est la fonction d'autocorrélation du canal.

Cette série peut être tronquée à  $n = 2$  grâce à la décroissance rapide du terme de pondération de  $\phi_h(\Delta t)^{2n}$  et au module  $\frac{|\phi_h(\Delta t)|}{\bar{\gamma}_0}$  qui est inférieur ou égal à 1. Nous approximations ainsi cette autocorrélation par

$$\phi_\rho(\Delta t) \simeq \frac{\pi\bar{\gamma}_0\Gamma(1)}{4\Gamma(-\frac{1}{2})^2} \sum_{n=0}^2 \frac{\Gamma(-\frac{1}{2} + n)^2}{\Gamma(1 + n).n!} \left(\frac{\phi_h(\Delta t)}{\bar{\gamma}_0}\right)^{2n}. \quad (3.13)$$

La densité spectrale de puissance de  $\rho$  s'écrit sous la forme

$$S_\rho(f) \simeq \frac{\pi\bar{\gamma}_0\Gamma(1)}{4\Gamma(-\frac{1}{2})^2} \sum_{n=0}^2 \frac{\Gamma(-\frac{1}{2} + n)^2}{\Gamma(1 + n).n!} \frac{S_h(f)^{2n\otimes}}{\bar{\gamma}_0^{2n}}, \quad (3.14)$$

où  $2n\otimes$  est la convolution  $2n$  fois.

Le processus  $\rho$  est aussi à bande limitée dont la fréquence maximale est proche de  $2.5f_D$ . Dans le cas multitrajet, nous pouvons montrer numériquement que ce processus vérifie cette propriété. Nous prenons par exemple le canal *3GPP Case 3* [36] défini sur le tableau 3.1 et nous traçons sur la figure 3.1 sa densité spectrale de puissance. Nous retrouvons la même fréquence maximale que celle du cas monotrajet.

Trajet	$\bar{\gamma}_i$ (dB)	$\tau_i$ (ns)
1	0.0	0
2	-3.0	260
3	-6.0	520
4	-9.0	790

TAB. 3.1 – Spécification du canal *3GPP Case3*.

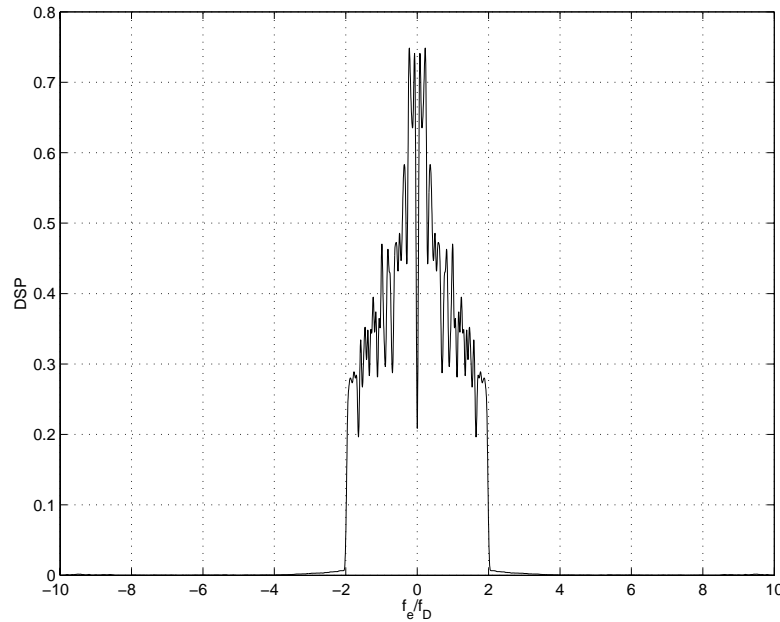


FIG. 3.1 – Densité spectrale de puissance de  $\rho(t)$  pour le canal *3GPP Case 3*.

### 3.2.3 Génération de l'énergie

D'après l'équation (3.5), l'énergie utile à la sortie du récepteur peut être obtenue simplement par la génération des trajets  $h_i$  et l'addition de leurs énergies  $|h_i|^2$ . Une méthode usuelle, qui permet de réaliser ces opérations, consiste à utiliser le modèle de Jakes pour la génération de chaque trajet. Une alternative plus rapide consiste à se servir du modèle basé sur une chaîne de Markov suivie d'une interpolation proposé dans le chapitre précédent. La complexité de ces deux méthodes reste cependant proportionnelle au nombre de doigts  $L$  du récepteur.

Par ailleurs, l'utilisation d'une chaîne de Markov pour produire directement l'énergie  $\gamma$  ou la norme  $\rho$  semble être prometteuse en terme de complexité (est indépendante de  $L$ ). Cependant la chaîne à utiliser ne doit pas posséder un ordre élevé. Les articles [29][30][32], ont introduit une représentation compacte, appelée **arbre de contextes**, d'une chaîne de Markov d'ordre  $m$ . Elle a été utilisée dans la modélisation de l'amplitude d'un seul trajet. Nous proposons d'exploiter cette technique pour la génération de la sortie du récepteur. Dans le paragraphe suivant nous définissons l'arbre de contextes et présentons un algorithme pour sa construction.

### 3.3 Arbre de Contextes

#### 3.3.1 Principe

Soit une source ayant les propriétés suivantes : Un alphabet fini ( $\mathcal{H}$ ), les séquences de réalisations  $x^k \triangleq \{x_n\}_{n=1}^k$ ,  $x_k \in \mathcal{H}$ , une fonction de probabilité  $p(x^k)$  et une fonction d'état  $e(x^k) : \mathcal{H}^k \mapsto \mathcal{S}$ . L'ensemble  $\mathcal{S}$  est une collection finie d'états indépendants de  $k$  pour  $k > m$  où  $m$  est un entier fixé. Supposons que la loi de probabilité satisfait la marginalité et la stationnarité et nous imposons aussi

$$p(x/x^k) = p(x/e(x^k)), \forall x \in \mathcal{H}, \forall x^k \in \mathcal{H}^k, k \geq m. \quad (3.15)$$

La source est représentée par un arbre de contextes lorsque la fonction d'état est restreinte à celle qui sélectionne le suffixe de  $x^k$

$$e(x^k) = \{x_{k-M(x^k)+n}\}_{n=1}^{M(x^k)}, \quad (3.16)$$

où  $1 \leq M(x^k) \leq m$ . Dans ce cas, la fonction  $e(\cdot)$  est appelée la **fonction des suffixes**. L'espace des états est appelé l'ensemble des suffixes ou l'**ensemble des contextes** et il sera noté par  $\mathcal{C}$ .

Un arbre de contextes est entièrement défini par l'ensemble des contextes  $\mathcal{C}$ , le contexte initial et le vecteur des probabilités conditionnelles  $\theta = \{p(x/y)\}_{x \in \mathcal{H}, y \in \mathcal{C}}$ .

Nous remarquons qu'une source ou une chaîne de Markov d'ordre  $m$  est un cas particulier de cette représentation. En effet, elle peut être décrite par  $e(x^k) = \{x_{k-m+n}\}_{n=1}^m$  (i.e  $M(x^k) = m$ ). L'avantage d'un arbre de contextes est l'utilisation de moins de paramètres qu'une chaîne de Markov d'ordre  $m$  pour représenter le même processus.

Sur la figure 3.2, nous représentons un exemple de source binaire ( $\mathcal{H} = \{0, 1\}$ ) par un arbre de contextes de profondeur maximale égale à 2. L'ensemble de contextes étant  $\mathcal{C} = \{0, 1, 10, 11\}$  et le vecteur des paramètres est  $\theta = \{p(0/0), p(1/0), p(0/1), p(1/1), p(0/11), p(1/11), p(0/10), p(1/10)\}$ . Pour produire  $x_k$ , nous parcourons les branches à partir de la racine en suivant les réalisations  $(x_{k-1}, x_{k-2})$  jusqu'à l'arrivée à une feuille. Le nouveau symbole est généré en respectant les probabilités stockées dans cette feuille.

#### 3.3.2 Construction de l'arbre

La méthode usuelle pour estimer les paramètres  $(\theta, \mathcal{C})$  de l'arbre est de construire d'abord la chaîne de Markov d'ordre  $m$  et d'évaluer ensuite ses probabilités de transitions en utilisant une séquence d'apprentissage  $x^k$  ou numériquement. Par la suite, nous éliminons les branches inutiles qui ne satisfont pas à un critère à définir. Cette méthode présente toutefois une complexité élevée vu le nombre de paramètres à estimer.

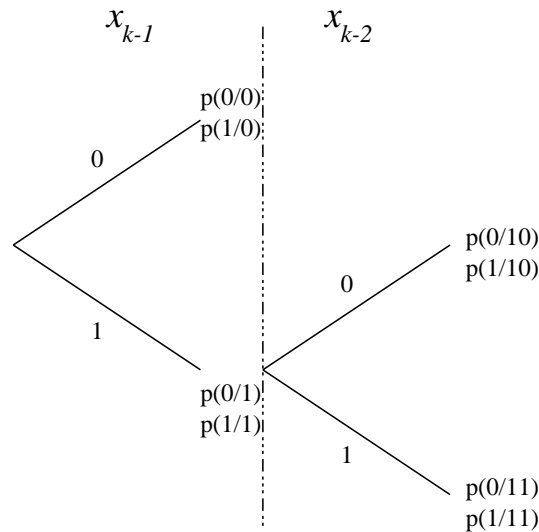


FIG. 3.2 – Arbre de contextes binaire.

Une autre méthode moins complexe consiste à estimer  $\theta$  à partir d'une séquence d'apprentissage en évaluant la fréquence des transitions d'un contexte donné vers un élément de  $\mathcal{H}$ . Ceci suppose par contre la connaissance de  $\mathcal{C}$ . Inversement, pour définir l'espace des contextes, nous avons besoin de connaître  $\theta$ .

Dans [34], un algorithme de construction de l'arbre appelé **algorithme d'élagage** (*CTP Context Tree Pruning*) est présenté et il permet l'estimation simultanée de  $(\theta, \mathcal{C})$ . D'autres variantes de cet algorithme sont proposées dans [33][35]. Ces algorithmes sont utilisés dans le codage d'une source ayant un nombre fini d'états.

Dans ce qui suit, nous présentons l'algorithme qui fonctionne à partir d'une séquence d'apprentissage  $x^k = \{x_k, x_{k-1}, \dots, x_1\}$ .

**1- Initialisation :** Soit l'arbre contenant seulement un noeud (la racine) à qui on associe des compteurs relatifs à chaque symbole (ou lettre) de  $\mathcal{H}$ .

- Initialiser ces compteurs à zéros.
- Lire le symbole  $x_1$  et incrémenter par 1 son compteur. Notons l'arbre résultant par  $Ar(1)$ .

**2- Sélection des contextes :** Chaque noeud de l'arbre contient une liste de compteurs de symboles et une variable *REC* (*Relative Efficiency Counter*) dont le signe indique l'efficacité relative du noeud père à coder un symbole. Récursivement, soit  $Ar(l-1)$  l'arbre construit à partir des  $l-1$  premiers symboles.

- En commençant par la racine, grimper l'arbre selon le chemin  $x_{l-1}, x_{l-2}, \dots$ . Soit  $s(i) = x_{l-1}, \dots, x_{l-i}$  un chemin parcouru. Il définit un noeud qui est un contexte possible pour le symbole  $x_l$ .

- Nous définissons son unique contexte comme le premier noeud  $s(i)$  ayant un REC inférieur à un paramètre  $K$  et qui précède un noeud  $s(i + 1)$ , s'il existe, dont le REC est supérieur  $K$ .

**3- Mise à jour de l'arbre :** Remonter l'arbre depuis la racine selon le chemin  $x_l, x_{l-1}, \dots$

Pour chaque noeud  $s(j)$  visité,

- Calculer l'entropie  $En[x, s(j)]$  du symbole  $x_l$  au noeud  $s(j)$  par

$$En[x_l, s(j)] \triangleq -\log_2(\widehat{P}(x_l)/s(j))$$

où  $\widehat{P}(x_l)$  représente la probabilité d'avoir  $x_l$  au noeud actuel. Cette probabilité est estimée par

$$\widehat{P}(x_l/s(j)) = \frac{n(x_l/s(j)) + 1}{n(s(j)) + \text{card}(\mathcal{H})}$$

où  $n(x_l/s(j))$  est le nombre d'occurrences de  $x_l$  au noeud  $s(j)$ .

- A l'exception de la racine, rajouter à  $REC$  du noeud  $s(j)$  la différence :  $En[x_l, s(j)] - En[x_l, s(j-1)]$

- Incrémenter par 1 le compteur du symbole  $x_l$ .

**4- Croissance de l'arbre :** Si le compteur du symbole  $x_l$  au dernier noeud visité après la mise à jour est supérieur à 1 et le  $REC$  est inférieur à un seuil  $K$  :

- Créer une nouvelle branche définie par l'extension du mot dans le passé d'une étape.

- Initialiser à zéro les compteurs des symboles dans ce nouveau noeud.

- Mettre à 1 le compteur de  $x_l$ .

- Initialiser à zéro  $REC$ .

### 3.3.3 Interprétation

L'algorithme permet de sélectionner les branches  $b$  de l'arbre tel que

$$REC_{x^k}(sb) = \sum_{a \in \mathcal{H}} n_{x^k}(a/sb) \log_2 \frac{\widehat{P}(a/s)}{\widehat{P}(a/sb)} < K, \quad (3.17)$$

où  $sb$  est la concaténation du chemin  $s$  et de la branche  $b$ ,  $K$  est le seuil de décision et  $REC_{x^k}(sb)$  est le  $REC$  obtenu au noeud  $sb$  à partir de la séquence  $x^k$ . Analysons de plus près ce critère de sélection. Nous pouvons voir les noeuds du chemin  $sb$  comme un mot de code utilisé pour coder  $x_l$ . Maintenant le problème revient à déterminer le passé (i.e déterminer les branches) que nous devons associer à  $x_l$ .

La variable  $REC$  permet de juger l'efficacité du noeud considéré en la comparant avec celle de son père. En effet, cette variable est par définition

$$REC_l(s(i)) = REC_{l-1}(s(i)) + (En[x_l, s(i)] - En[x_l, s(i-1)]), \quad (3.18)$$

et lorsque'elle est croissante, le père est plus efficace que le fils pour coder  $x_l$ . Inversement lorsqu'elle est décroissante, le fils est plus efficace que son père. Nous jugeons que le fils  $b$  doit être considéré dans l'arbre lorsque  $REC$  franchi le seuil  $K$ . Ce seuil est fixé d'une façon empirique suite à des simulations de construction de l'arbre et la vérification des propriétés de l'arbre obtenu.

### 3.4 Modélisation de la sortie du récepteur

La sortie du récepteur est caractérisée de deux manières équivalentes par  $\gamma$  et  $\rho$ . Dans la suite de ce chapitre nous nous intéressons seulement à la génération de  $\rho$ . Les mêmes démarches proposées et résultats obtenus sont applicables à  $\gamma$ .

L'espace de réalisations de  $\rho$  est découpé en  $N_\rho$  intervalles  $[\varepsilon_{i-1}, \varepsilon_i]$  pour  $i = 1, \dots, N_\rho$ ,  $\varepsilon_0 = 0$  et  $\varepsilon_{N_\rho} = +\infty$ . A chaque intervalle est associé un centre  $\eta_i$  tel que

$$\eta_i = \frac{\int_{\varepsilon_{i-1}}^{\varepsilon_i} \rho p(\rho) d\rho}{\int_{\varepsilon_{i-1}}^{\varepsilon_i} p(\rho) d\rho} \quad (3.19)$$

où  $p(\rho)$  est donnée par l'équation (3.7). Les paramètres  $\varepsilon_i$  et  $\eta_i$  sont obtenus à partir de l'algorithme de Lloyd-Max. Pour construire l'arbre de contextes associé à une fréquence Doppler  $f_D$  et à un débit de transmission  $\frac{1}{T_s}$ , nous utilisons une séquence  $x^k = \{x_k, \dots, x_1\}$  obtenue à partir de l'échantillonnage de  $\rho(t)$  à la période  $T_s$ . Cette séquence est ensuite quantifiée par les seuils  $\varepsilon_i$  de la manière suivante

$$x_j = \eta_i, \quad \text{si } \varepsilon_{i-1} < \rho(jT_s) \leq \varepsilon_i \quad \text{pour } j = 1, \dots, k. \quad (3.20)$$

Nous considérons la sortie du récepteur en râteau pour le canal *3GGP Case3* défini dans le tableau 3.1 et présentant la particularité d'avoir des retards multiples de  $T_c = 260ns$ .

#### 3.4.1 Résultats de la construction des arbres de contextes

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux caractéristiques des arbres de contextes construits pour différents régimes. Pour faciliter l'analyse des résultats nous prenons un alphabet  $\mathcal{H}$  réduit contenant seulement quatres lettres défini à partir des seuils  $\{-9.0dB, -6.0dB, -3.0dB\}$ . La séquence d'entraînement est de taille  $10^5$  et le seuil  $K = -300$ .

Nous présentons sur la figure 3.3 le nombre de paramètres de l'arbre  $card(\mathcal{C})(N-1)$  obtenu par l'algorithme d'élagage des  $CT$ . Pour les évanouissements très lents  $f_D T_s < 3.10^{-3}$ , l'arbre contient seulement 16 paramètres ce qui correspond à une chaîne de Markov de premier ordre. En effet, les échantillons sont fortement corrélés et les branches de profondeur 2

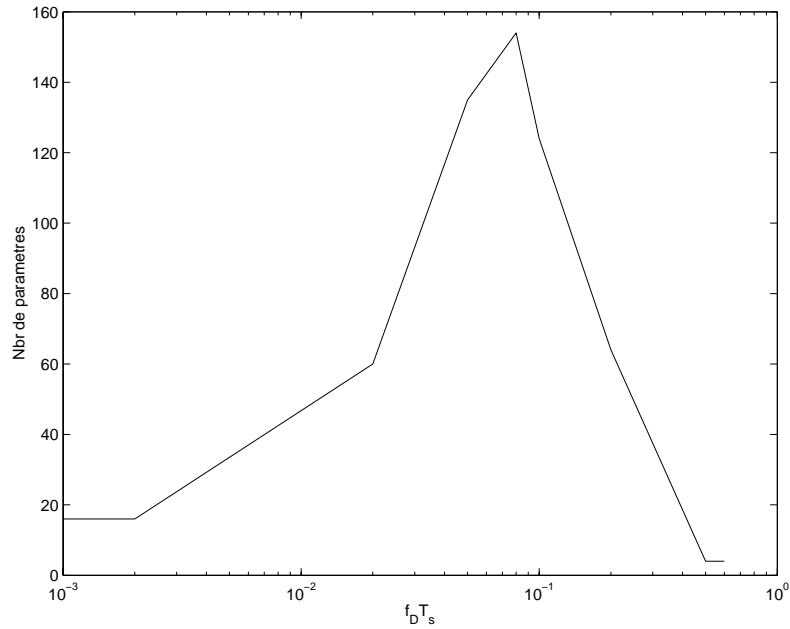


FIG. 3.3 – Identification des modèles pour différents régimes.

ont ainsi la même efficacité à coder un symbole que celles de profondeur 1. Pour les régimes très rapides, l'arbre contient seulement 4 paramètres et il est sans mémoire. Les échantillons à ce régime sont faiblement corrélés et chaque noeud de profondeur 1 a son  $REC \simeq 0$ . Quant aux régimes intermédiaires, les arbres ont un nombre de paramètres élevé qui correspond à des ordres supérieurs à 1 d'une chaîne de Markov. D'autres résultats analogues sont présentés dans [29].

### 3.4.2 Caractéristiques de l'autocorrélation

Afin d'avoir des sorties souples plus précises, nous prenons un découpage plus fin  $N_\rho = 20$  où  $\varepsilon_1 = -13.0dB$  et  $\varepsilon_{N-1} = 5.0dB$ . Nous construisons deux arbres de contextes pour les deux régimes intermédiaires  $f_D T_s = 5.10^{-2}$  et  $f_D T_s = 5.10^{-3}$  à partir d'une séquence de taille  $10^6$  et le seuil  $K = -300$ . Les arbres obtenus ont la même profondeur maximale égale à 3.

Nous comparons sur la figure 3.4 les fonctions d'autocorrélation obtenues par la méthode de Jakes, une chaîne de Markov de premier ordre et l'arbre de contextes pour le régime  $f_D T_s = 5.10^{-2}$ . La chaîne de Markov de premier ordre a le même comportement étudié dans le chapitre précédent. Le passage à l'ordre (profondeur) 3 permet d'avoir une corrélation très proche du cas idéal. Toutefois, la figure 3.5 montre que pour le régime  $f_D T_s = 5.10^{-3}$ , le passage de l'ordre 1 à 3 n'améliore que légèrement l'autocorrélation et la courbe reste loin du cas idéal. Des ordres

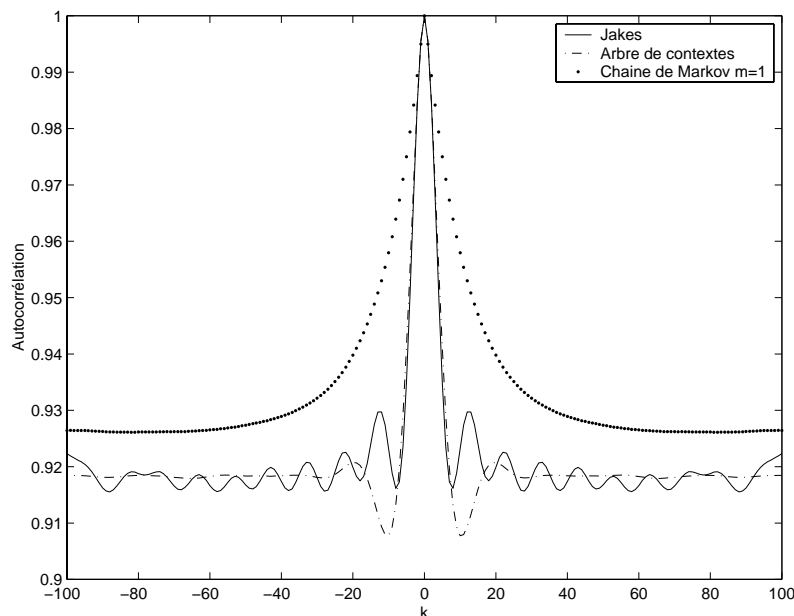


FIG. 3.4 – Comparaisons des fonctions d'autocorrélation de  $\rho(kT_s)$  obtenues par les méthodes de Jakes, arbre de contextes de profondeur 3 et chaîne de Markov de premier ordre à  $f_D T_s = 5.10^{-2}$ .

supérieurs peuvent donner une meilleure autocorrélation.

### 3.5 Insuffisances de la modélisation classique

Outre la nécessité de reconstruire l'arbre de contextes pour chaque régime, la modélisation de la sortie de récepteur par un arbre de contextes présente d'autres limitations. Nous avons vu que pour les régimes très lents, nous obtenons une chaîne de Markov de premier ordre ce qui limite l'utilisation de ce modèle aux applications de courtes durées. Par ailleurs, cette modélisation n'est convenable que pour une plage de régimes intermédiaires. D'autre part, plus le régime est lent et plus la profondeur de l'arbre doit être élevée. En effet, deux échantillons décorrélés sont reliés par un nombre de branches d'autant plus élevé que le régime est lent. La création d'arbres de grandes profondeurs nécessite une séquence d'entraînement excessivement longue. Même si l'arbre obtenu présentera de bonnes propriétés d'autocorrélation, il ne sera pas efficace à utiliser car il sera lent à simuler.



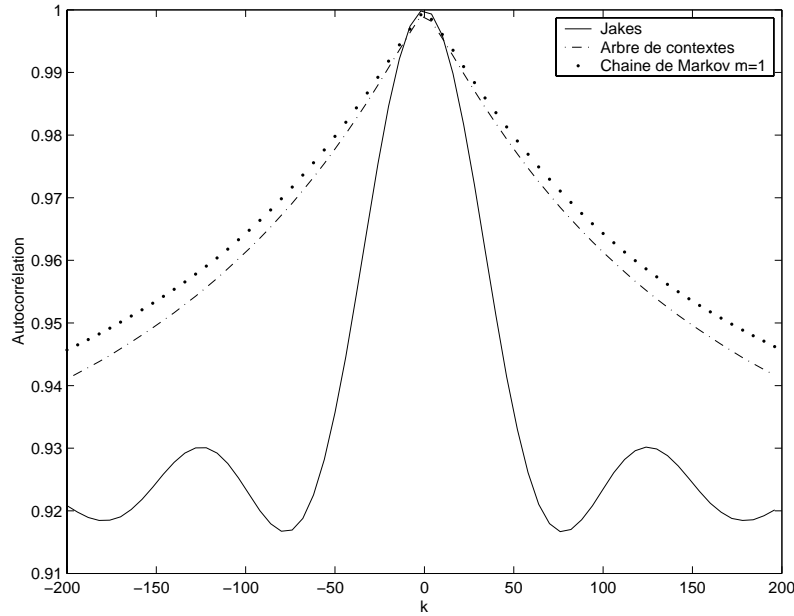


FIG. 3.5 – Comparaisons des fonctions d'autocorrélation de  $\rho(kT_s)$  obtenues par les méthodes de Jakes, arbre de contextes de profondeur 3 et chaîne de Markov de premier ordre à  $f_D T_s = 5.10^{-3}$ .

## 3.6 Modélisation basée sur un arbre de contextes

### 3.6.1 Principe

La génération de l'énergie à la sortie du récepteur par un arbre de contextes simple et à partir des échantillons pris au débit de transmission est difficile à obtenir correctement. En effet, les échantillons sont généralement fortement corrélés et pour suivre l'évolution de cette énergie, les profondeurs des arbres doivent être élevées.

Dans le paragraphe 3.2.2, nous avons montré que  $\rho$  et  $\gamma$  sont à bande limitée. Nous proposons d'utiliser un arbre de contextes ayant une faible profondeur pour générer l'énergie à une fréquence  $f_e$  et utiliser ensuite l'interpolation du théorème d'échantillonnage pour avoir les échantillons au débit de transmission (voir figure 3.6). Cette méthode a l'avantage d'être générique : pour passer d'un régime à un autre, il suffit de changer de facteur d'interpolation  $I_f$ .

### 3.6.2 Résultats de construction

La fréquence  $f_e$  de l'arbre doit être supérieure au double de la fréquence maximale de la densité spectrale de puissance de l'énergie. Elle doit également permettre à l'arbre de générer des échantillons ayant une autocorrélation correcte. Contrairement au gain complexe gaussien, il est très difficile de calculer l'information mutuelle apportée par chaque niveau de profondeur

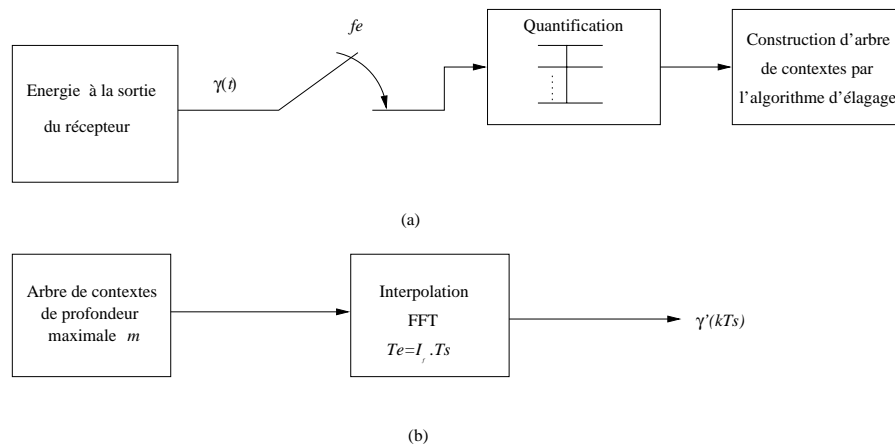


FIG. 3.6 – Principe du modèle de génération de la sortie du récepteur à base d'un arbre de contextes.

de l'arbre. Nous nous limitons aux testes obtenues par simulations. Ils consistent à construire l'arbre pour plusieurs fréquences  $f_e$  au voisinage de  $5f_D$  et à observer l'autocorrélation de la sortie du modèle proposé. Ce choix de voisinage permet de balayer le maximum de régimes par l'interpolation.

L'algorithme d'élagage est également appliqué au gain complexe d'un trajet du canal pour  $f_e = 2f_D$ . Les principaux résultats de construction sont présentés dans la table 3.2. La profondeur maximale du processus gaussien est égale à 1. Ceci est conforme aux résultats du chapitre précédent qui montrent qu'à cette fréquence d'échantillonnage, une chaîne de Markov de premier ordre est suffisante. Le temps de simulation de ce processus est comparé avec le générateur de Jakes utilisant 32 sinusoïdes. L'interpolation utilisée est une FFT de taille 4096 et le régime est  $f_D T_s = 10^{-2}$ .

Quant à la norme  $\rho$ , nous fixons  $f_e = 5f_D$  et son arbre de contextes est de profondeur maximale égale à deux ce qui donne un modèle assez simple. Le temps de simulation est comparé à celui mis pour la production des coefficients du canal par la méthode de Jakes et la déduction de l'énergie à partir de l'équation (3.4). Le traitement du récepteur n'est donc pas considéré. Le gain de simulation s'approche de  $4L$  car un seul arbre est utilisé pour les doigts du récepteur. Un gain additionnel peut être aussi obtenu sans perte significative des performances en réduisant  $N_\rho$  ou la taille de la FFT.

### 3.7 Résultats de simulations

Le processus  $\rho(t)$  est obtenu à partir des trois méthodes suivantes :

Processus	$L$	$f_e$	$m$	Facteur de gain en temps
$h_0(kT_e)$	1	$2f_D$	1	16.4
$\rho(kT_e)$	4	$5f_D$	2	54.2

TAB. 3.2 – Résultats de la construction des arbres de contextes de profondeurs maximales  $m$  pour l'amplitude du canal monotrajet et la norme du canal multitrajet.

- Cas A : génération trajet par trajet en utilisant la méthode de Jakes.
- Cas B : génération trajet par trajet avec une chaîne de Markov de premier ordre suivie d'une interpolation (modèle décrit dans le chapitre précédent).
- Cas C : génération de  $\rho(t)$  par un arbre de contextes de profondeur maximale égale à 3 construit à partir des échantillons pris au débit  $1/T_s$  (méthode du paragraphe 3.4.1).
- Cas D : génération de  $\rho(t)$  par un arbre de contextes de profondeur maximale égale à deux (voir table 3.2) suivi d'une interpolation.

Nous représentons les courbes d'autocorrélation, pour le régime  $f_D T_s = 5 \cdot 10^{-3}$ , sur la figure 3.7. Les cas B et D donnent une courbe similaire au cas A et la différence est observée à partir du second lobe. En effet, ces deux méthodes génèrent respectivement des coefficients  $h_i(kT_e)$  et  $\rho(kT_e)$  avec la bonne autocorrélation. Cette propriété est préservée par l'interpolation. Le cas C produit des échantillons très corrélés et le passage à des profondeurs plus importantes améliorera l'autocorrélation. Ces générateurs sont introduits dans une chaîne de transmission en présence d'un code convolutif de rendement  $1/3$ , de longueur de contrainte 9 et dont les polynômes générateurs sont  $1 + D^2 + D^3 + D^5 + D^6 + D^7 + D^8$ ,  $1 + D + D^3 + D^4 + D^7 + D^8$  et  $1 + D + D^2 + D^5 + D^8$ . La taille des paquets non codés est 122 bits et chaque bit a une énergie  $E_b$ . Les performances obtenues pour une modulation BPSK sont représentées sur la figure 3.8 pour le régime  $f_D T_s = 5 \cdot 10^{-3}$  et en absence d'entrelacement. Les modèles A, B et D ont les mêmes performances. Le modèle C a des taux d'erreur dégradés car les échantillons générés sont très corrélés. Par conséquent, les erreurs arrivent par paquets et le décodage convolutif ne fonctionne pas efficacement en absence d'entrelacement.

### 3.8 Conclusion

Nous avons caractérisé au début de chapitre l'énergie instantanée utile à la sortie du récepteur en râteau qui est un processus à bande limitée. Nous avons par la suite présenté l'arbre de contextes qui est une représentation compacte d'une chaîne de Markov d'ordre élevé. Cette représentation a été utilisée dans [29][30] et [32] pour modéliser l'amplitude d'un seul trajet

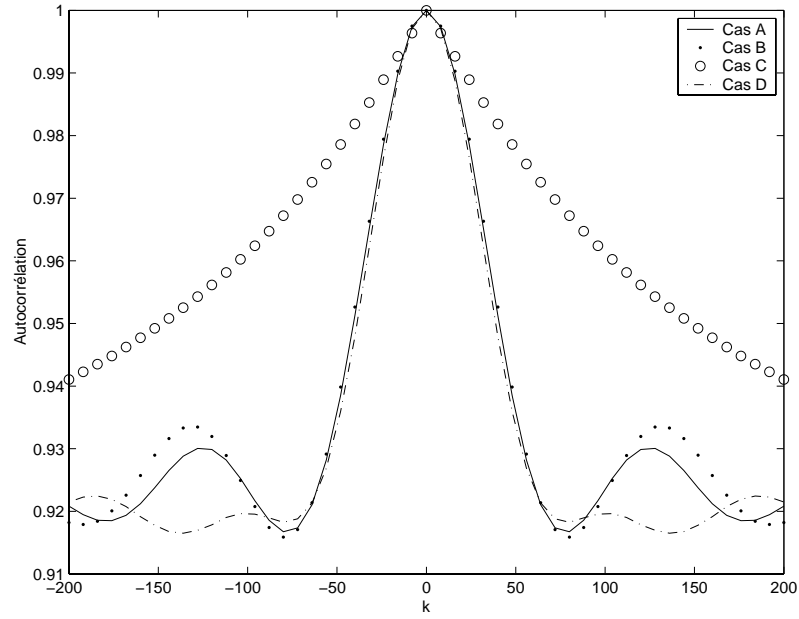


FIG. 3.7 – Fonctions d'autocorrélation de  $\rho(kT_s)$  par différentes méthodes pour le régime  $f_D T_s = 5 \cdot 10^{-3}$ .

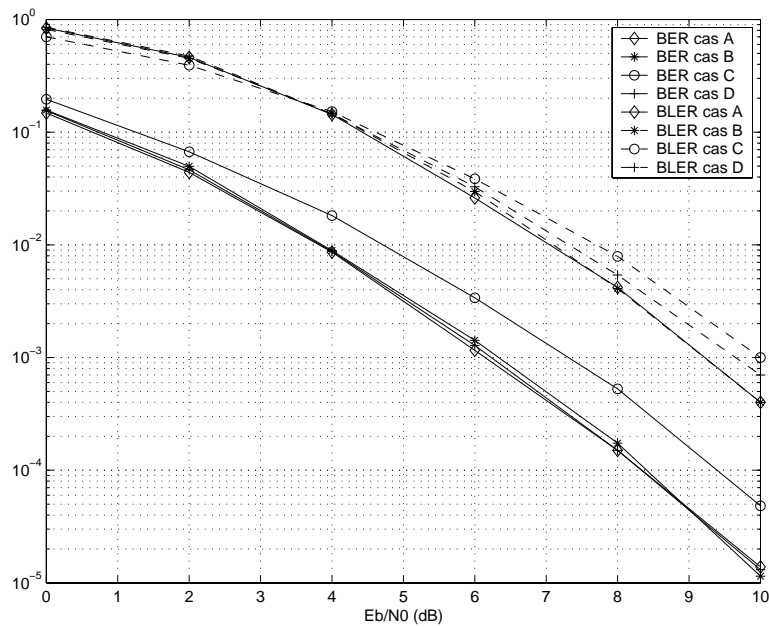


FIG. 3.8 – Performances des méthodes A, B, C et D à  $f_D T_s = 5 \cdot 10^{-3}$  en présence d'un codage convolutif.

et elle consiste à associer à chaque symbole transmis un échantillon généré par l'arbre. Bien qu'elle permet de surmonter le problème de la corrélation pour certains régimes, elle présente deux inconvénients majeurs. D'une part, nous avons besoin de reconstruire l'arbre à chaque fois que le régime  $f_D T_s$  change. D'autre part, une bande de régimes intermédiaires et de régimes lents nécessitent un arbre ayant une grande profondeur pour que la fonction d'autocorrélation du processus généré soit correcte.

Nous avons proposé un modèle qui exploite la propriété de l'énergie à bande limitée. En effet, en générant les échantillons à la fréquence  $f_e = 5f_D$  par un arbre de profondeur maximale égale à deux, ces derniers auront une bonne propriété de corrélation. Ensuite, en utilisant le théorème d'échantillonnage, nous obtenons les échantillons au débit symbole grâce à l'interpolation. Cette méthode offrent principalement deux avantages. D'un côté il suffit de changer le facteur d'interpolation pour basculer d'un régime vers un autre. D'un autre côté, la complexité de ce modèle est indépendante du nombre de trajets du canal ce qui permet d'avoir un gain considérable en temps de simulation.

Dans ce chapitre, nous nous sommes restreints aux canaux dont les retards sont multiples de la durée d'un chip. Nous verrons dans le chapitre suivant que tout canal multitrajet possède un canal chip équivalent dont les trajets sont espacés d'un multiple de  $T_c$ . Ceci permet de généraliser la méthode et les résultats présentés dans ce chapitre à tout les canaux multitrajet.

## Chapitre 4

# Un modèle de canal chip équivalent pour les systèmes CDMA

### 4.1 Introduction

Les modèles des canaux de transmission spécifiés par la norme et utilisés dans le système UMTS ont des trajets dont les retards ne sont pas généralement multiples de la durée chip. Ceci amène les chaînes de simulation du lien radio à fonctionner avec des facteurs de suréchantillonnage allant jusqu'à quatre échantillons par chip afin d'évaluer correctement l'apport de la diversité par trajets multiples et les performances du système. La simulation du filtre d'émission, du canal multitrajet et du filtre de réception présente ainsi une grande complexité de traitement. L'utilisation d'un canal dont les retards sont espacés de  $T_c$  et donnant les mêmes performances permet d'éviter le suréchantillonnage et la simulation des filtres.

Plusieurs approches ont été proposées pour trouver un canal équivalent ayant des retards multiples de la durée d'un chip. [20][37][39] ont proposé un canal exploitant le fait que le filtre d'émission est à bande limitée. Une autre solution introduite dans [40] consiste à projeter le canal sur une base orthonormée de filtres. Les coefficients de ces modèles équivalents sont des combinaisons linéaires de ceux du canal original. Nous perdons ainsi l'indépendance entre les trajets. Pour générer le canal équivalent nous devons utiliser la transformation de Karhunen-Loeve qui est complexe lorsque le nombre de trajets est élevé.

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord l'état de l'art des différents modèles de canaux équivalents existants. Ensuite, nous proposons un modèle de canal équivalent adapté à la structure en râteau du récepteur. En effet, nous montrons qu'il permet de générer la même énergie utile à sortie du récepteur que le canal réel. Il a l'avantage d'avoir des trajets indépendants et de

réduire le nombre des trajets. Enfin, les résultats des simulations confirment l'équivalence entre les deux canaux.

## 4.2 Modèles de canaux équivalents

Nous rappelons que le canal de transmission  $h(\tau; t)$  satisfait la condition de stationnarité au sens large dans le domaine  $t$  et l'indépendance des réflecteurs dans le domaine  $\tau$  (WSSUS : *Wide Sens Stationary Uncorrelated Scatterer*). Ceci est équivalent à écrire la fonction d'autocorrélation sous la forme suivante

$$\begin{aligned}\phi_h(\tau, \tau + \Delta\tau; t, t + \Delta t) &= E[h(\tau; t)h^*(\tau + \Delta\tau; t + \Delta t)] \\ &= \phi_h(\tau; \Delta t)\delta(\Delta\tau).\end{aligned}\quad (4.1)$$

Dans ce qui suit, nous présentons deux méthodes qui permettent d'obtenir un modèle de canal équivalent ayant des retards multiples de la durée chip. La première exploite la propriété que le filtre de mise en forme est à bande limitée et elle projette le canal sur une base qui définit le filtre. La seconde méthode considère le canal et le filtre comme un nouveau canal et elle le projette sur une base engendrée par des filtres orthogonaux.

### 4.2.1 Méthode 1 de projection

Le filtre de mise en forme  $u(t)$  étant à bande limitée égale à  $\frac{1}{T_c}$ . En appliquant le théorème d'échantillonnage, le filtre peut se mettre sous la forme suivante

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u(nT_c) \text{sinc}\left(\frac{t}{T_c} - n\right), \quad (4.2)$$

où  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ . La fonction de transfert du filtre s'écrit ainsi

$$U(f) = T_c \Pi_{T_c}(f) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u(nT_c) e^{-j2\pi f n T_c}, \quad (4.3)$$

où  $\Pi_{T_c}(f) = 1$  pour  $|f| \leq \frac{1}{2T_c}$  et  $\Pi_{T_c}(f) = 0$  ailleurs. Le signal reçu suite à l'excitation du canal par le filtre d'émission est alors

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta_h(f; t) U(f) e^{j2\pi f t} df, \quad (4.4)$$

$\Theta_h(f; t)$  étant la fonction de transfert variable dans le temps  $t$  du canal. En remplaçant (4.3) dans (4.4), le signal reçu se met aussi sous la forme

$$r(t) = T_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u(nT_c) \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi_{T_c}(f) \Theta_h(f; t) e^{j2\pi f(t-nT_c)} df.$$

En considérant que la fonction  $\Pi_{T_c}(f)\Theta_h(f;t)$  est à bande limitée, la signal reçu s'écrit aussi

$$\begin{aligned} r(t) &= T_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u(t - nT_c) \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi_{T_c}(f)\Theta_h(f;t)e^{j2\pi fnT_c} df \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h'_n(t)u(t - nT_c), \end{aligned} \quad (4.5)$$

où

$$h'_n(t) = T_c \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi_{T_c}(f)\Theta_h(f;t)e^{j2\pi fnT_c} df.$$

Les coefficients  $h'_n(t)$  s'expriment également

$$h'_n(t) = T_c \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau;t) \operatorname{sinc}\left(\frac{\tau}{T_c} - n\right) d\tau \quad (4.6)$$

et ils correspondent à la projection du canal  $h(\tau;t)$  sur la base  $\{\operatorname{sinc}(\frac{\tau}{T_c} - n)\}_{n=-\infty}^{+\infty}$  qui forme un espace de Hilbert. Le canal équivalent dont les trajets sont multiples de  $T_c$  est donc

$$h'(\tau;t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h'_n(t)\delta(\tau - nT_c). \quad (4.7)$$

Nous déterminons d'abord les coefficients (4.7) dans le cas où le canal  $h(\tau;t)$  est à bande limitée. Nous verrons cependant que la condition WSSUS n'est pas respectée. Ensuite, nous considérons le cas où cette condition est vérifiée et nous présentons les étapes de génération du canal équivalent.

### Cas d'un canal à bande limitée

Considérons maintenant le cas où  $h(\tau;t)$  est à bande limitée de largeur  $\frac{1}{T_c}$ . En appliquant le théorème d'échantillonnage, le canal s'écrit sous la forme

$$h(\tau;t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(nT_c;t) \operatorname{sinc}\left(\frac{\tau}{T_c} - n\right) \quad (4.8)$$

et par conséquent, les coefficients  $h'_n(t)$  sont égaux à

$$h'_n(t) = T_c h(nT_c;t). \quad (4.9)$$

La considération d'un canal à bande limitée fait l'objet de plusieurs critiques [37]. En effet, cette condition sur le canal présente une violation de la condition de WSSUS car la fonction d'autocorrélation du canal  $h(\tau;t)$  à bande limitée est égale à

$$\phi_h(\tau_1, \tau_2; t_1, t_2) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E[h(nT_c, t_1)h^*(nT_c; t_2)] \operatorname{sinc}\left(\frac{\tau_1}{T_c} - n\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\tau_2}{T_c} - n\right) \quad (4.10)$$



et elle n'est pas nulle lorsque  $\tau_1 \neq \tau_2$ .

Par ailleurs les canaux discrets considérés ne sont pas généralement à bande limitée. Prenons le cas du canal à deux trajets  $h(\tau; t) = \alpha(t)\delta(\tau) + \beta(t)\delta(\tau - \tau_0)$  où  $\tau_0 \neq T_c$ . La fonction de transfert variable dans le temps  $\Theta_h(f, t) = \alpha(t) + \beta(t)e^{-j2\pi f\tau_0}$  n'est donc pas à bande limitée.

### Cas d'un canal WSSUS

Considérons le canal discret  $h(\tau; t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(t)\delta(\tau - \tau_l)$  où les trajets  $h_l(t)$  sont mutuellement indépendants et dont la fonction d'autocorrélation de chacun est  $\phi_{h_l}(\Delta t) = \bar{\gamma}_l\phi(\Delta t)$  et  $\phi(\Delta t) = J_0(2\pi f_D\Delta t)$ . La fonction d'autocorrélation du canal est

$$\phi_h(\tau, \tau + \Delta\tau; t, t + \Delta t) = \sum_{l=0}^{L-1} \phi_{h_l}(\Delta t)\delta(\tau - \tau_l)\delta(\tau + \Delta\tau - \tau_l) \quad (4.11)$$

et par conséquent elle vérifie la condition WSSUS. D'après (4.6) les coefficients du canal équivalent deviennent

$$h'_n(t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(t)\text{sinc}\left(\frac{\tau_l}{T_c} - n\right). \quad (4.12)$$

Ces coefficients sont une combinaison linéaire des  $h_l(t)$  et donc dépendants. En utilisant (4.12), leur fonction d'intercorrélation s'écrit

$$\begin{aligned} \phi'_{mn}(\Delta t) &\triangleq E[h'_n(t)h'_m(t + \Delta t)] \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \bar{\gamma}_l\phi(\Delta t)\text{sinc}\left(\frac{\tau_l}{T_c} - n\right)\text{sinc}\left(\frac{\tau_l}{T_c} - m\right). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Dans les simulations, nous devons tenir compte de cette corrélation qui a une influence sur les performances du système [38].

Pour générer ce canal, nous fixons à  $2N + 1$  le nombre de trajets  $h'_n(t)$ . Nous calculons d'abord la matrice d'intercorrélation  $\mathbf{R}'$  de taille  $(2N + 1) \times (2N + 1)$  et dont les éléments sont les  $\mathbf{R}'_{nm} = \phi'_{mn}(0)$ . Ensuite, nous générons les processus gaussiens  $\{h''_n(t)\}_{n=-N, \dots, N}$  indépendants et ayant les variances  $\{\bar{\gamma}''_n\}_{n=-N, \dots, N}$  qui sont les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{R}'$  qui s'écrit

$$\mathbf{R}' = \mathbf{P}^*\mathbf{D}'\mathbf{P}, \quad (4.14)$$

où  $\mathbf{P}$  est la matrice de changement de base constituée des vecteurs propres et  $\mathbf{D}'$  est la matrice diagonale  $\mathbf{D}'_{nn} = \bar{\gamma}''_n$ . La fonction d'autocorrélation de chaque processus  $h''_n(t)$  sera alors  $\phi''_n(\Delta t) = \bar{\gamma}''_n\phi(\Delta t)$ . Enfin, nous multiplions le vecteur constitué des processus générés par la matrice de passage  $\mathbf{P}$  pour obtenir les coefficients du canal équivalent.

### 4.2.2 Méthode 2 de projection

Le canal de transmission considéré  $h(\tau; t)$  dans [40] est le résultat de la superposition du canal discret à  $L$  trajets au filtre de mise en forme  $u(t)$  :

$$h(\tau; t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(t)u(\tau - \tau_l). \quad (4.15)$$

Le canal est une combinaison linéaire des vecteurs  $\{u(\tau - \tau_l)\}_{l=0, \dots, L-1}$  qui engendrent un espace de Hilbert  $F$ . Ces vecteurs ne forment cependant pas une base orthonormée puisque le produit scalaire de deux d'entre eux

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(\tau - \tau_l)u(\tau - \tau_n)d\tau = g(\tau_l - \tau_n) \quad (4.16)$$

n'est pas nul pour  $l \neq n$  (sauf pour les trajets ayant des retards multiples de  $T_c$ ).

Le canal équivalent est obtenu en deux étapes. La première consiste à représenter  $h(\tau; t)$  dans la base orthonormée  $\{u(\tau - lT_c)\}_{l=-\infty, \dots, +\infty}$  qui engendrent un espace de Hilbert  $\mathbb{T}$  de dimension infinie. L'espace  $F$  n'est pas généralement un sous espace de  $\mathbb{T}$  et la représentation de

$$h'(\tau; t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h'_n(t)u(\tau - nT_c) \quad (4.17)$$

de  $h(\tau; t)$  dans le nouvel espace ne sera qu'une approximation [40]. La meilleure approximation au sens de l'erreur quadratique moyenne est la projection du canal sur la nouvelle base et donc les nouveaux poids sont

$$\begin{aligned} h'_n(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau; t)u(\tau - nT_c)d\tau \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} h_l(t)g(\tau_l - nT_c), \end{aligned} \quad (4.18)$$

où  $g(t) = (u \otimes u)(t)$ .

Ces coefficients sont une combinaison linéaire de ceux de  $h(\tau; t)$  et par conséquent ils ne sont pas indépendants. La fonction d'intercorrélation des  $h'_n(t)$  s'exprime en utilisant (4.18) par

$$\phi'_{mn}(\Delta t) = \sum_{l=0}^{L-1} \bar{\gamma}_l \phi(\Delta t)g(\tau_l - nT_c)g(\tau_l - mT_c), \quad (4.19)$$

où  $\bar{\gamma}_l \phi(\Delta t)$  est la fonction d'autocorrélation de chaque trajet  $h_l(t)$ .

La deuxième étape consiste à supprimer cette corrélation par la diagonalisation de la matrice d'intercorrélation  $\mathbf{R}'$  des  $h'_n(t)$  définie par ses coefficients  $\mathbf{R}'_{nm} = \phi'_{mn}(0)$  et dont la taille est  $(2N + 1) \times (2N + 1)$  où  $N$  est un paramètre qui fixe la taille du canal équivalent. En générant

d'abord  $2N+1$  processus indépendants dont la fonction d'autocorrélation de chacun est  $\phi_n''(\Delta t) = \bar{\gamma}_n''\phi(\Delta t)$  où les  $\bar{\gamma}_n''$  sont les valeurs propres de  $\mathbf{R}'$  et ensuite en utilisant la matrice de passage  $\mathbf{P}$  constituée des vecteurs propres de  $\mathbf{R}'$ , nous déduisons les  $h_n'(t)$ .

### 4.3 Canal chip équivalent adapté au récepteur en râteau

Contrairement aux méthodes précédentes qui se placent à la sortie du canal, le principe de cette méthode consiste à se placer à la sortie du récepteur et de trouver le canal chip équivalent qui donne la même sortie.

Sous les hypothèses que le canal est parfaitement estimé et que la séquence d'étalement est idéale, la sortie du récepteur est égale à

$$\begin{aligned}\hat{s}_k &= \sqrt{E_s} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} h_i(kT_s) h_j^*(kT_s) g(\tau_i - \tau_j) s_k + b_k \\ &= \sqrt{E_s} \mathbf{h}_k^* \mathbf{G} \mathbf{h}_k s_k + b_k\end{aligned}\quad (4.20)$$

où,  $\mathbf{G}$  est la matrice  $L \times L$  de corrélation du filtre et  $\mathbf{G}_{ij} = g(\tau_i - \tau_j)$ ,  $\mathbf{h}_k = [h_0(kT_s), \dots, h_{L-1}(kT_s)]^t$  est le vecteur des coefficients du canal échantillonné à  $kT_s$  et  $b_k$  est un bruit blanc gaussien de variance  $E[|b_k|^2] = \mathbf{h}_k^* \mathbf{G} \mathbf{h}_k N_0$ . Cette sortie est équivalente à la forme suivante

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s} \sqrt{\mathbf{h}_k^* \mathbf{G} \mathbf{h}_k} s_k + b'_k \quad (4.21)$$

où  $b'_k$  est un bruit blanc gaussien de variance  $N_0$ . L'énergie instantanée  $\gamma_k$  apportée par le canal et associée au symbole  $s_k$  est

$$\gamma_k = \mathbf{h}_k^* \mathbf{G} \mathbf{h}_k. \quad (4.22)$$

La fonction caractéristique de ce processus est par définition

$$\Psi_{\gamma_k}(\nu) = \int e^{j\nu \mathbf{h}_k^* \mathbf{G} \mathbf{h}_k} p(\mathbf{h}_k) d\mathbf{h}_k. \quad (4.23)$$

En remplaçant la densité de probabilité de  $\mathbf{h}_k$  dans (4.23) nous obtenons

$$\begin{aligned}\Psi_{\gamma_k}(\nu) &= \int e^{j\nu \mathbf{h}_k^* \mathbf{G} \mathbf{h}_k} \frac{1}{\pi^L \det(\mathbf{C})} e^{-\mathbf{h}_k^* \mathbf{C}^{-1} \mathbf{h}_k} d\mathbf{h}_k \\ &= \frac{1}{\pi^L \det(\mathbf{C})} \int e^{-\mathbf{h}_k^* (\mathbf{C}^{-1} - j\nu \mathbf{G}) \mathbf{h}_k} d\mathbf{h}_k \\ &= \frac{\det((\mathbf{C}^{-1} - j\nu \mathbf{G})^{-1})}{\det(\mathbf{C})} \left[ \frac{1}{\pi^L \det((\mathbf{C}^{-1} - j\nu \mathbf{G})^{-1})} \int e^{-\mathbf{h}_k^* (\mathbf{C}^{-1} - j\nu \mathbf{G}) \mathbf{h}_k} d\mathbf{h}_k \right] \\ &= \frac{1}{\det(\mathbf{I} - j\nu \mathbf{G} \mathbf{C})}\end{aligned}\quad (4.24)$$

où  $\mathbf{I}$  est la matrice identité de taille  $L \times L$ ,  $\mathbf{C}$  est la matrice diagonale d'autocorrélation du canal  $\mathbf{C}_{ii} = \bar{\gamma}_i$ . Le passage de la troisième ligne vers la dernière dans (4.24) est justifié par le fait que le terme entre crochets vaut 1.

Cette fonction caractéristique de l'énergie instantanée (4.24) s'écrit également sous la forme

$$\Psi_{\gamma_k}(\nu) = \frac{1}{\det(\mathbf{I} - j\nu\mathbf{D})} \quad (4.25)$$

où  $\mathbf{D} = \mathbf{P}^*\mathbf{C}\mathbf{G}\mathbf{P}$  est la matrice diagonale dont les valeurs propres sont notées par  $\mathbf{D}_{ii} = \bar{\gamma}'_i$  et  $\mathbf{P}$  est la matrice constituée par les vecteurs propres. Cette opération permettra d'évaluer les performances du récepteur et de définir le canal chip équivalent.

### 4.3.1 Performances du récepteur en râteau

Dans ce paragraphe, nous utilisons (4.25) pour déterminer le taux d'erreur à la sortie du récepteur. Nous verrons que lorsque les retards sont inférieurs à la durée chip, les filtres ont un effet important sur les performances. D'après l'équation (4.21) le taux d'erreur binaire pour une modulation BPSK s'écrit

$$BER\left(\frac{E_s}{N_0}\right) = \int_0^{+\infty} p(\gamma_k) Q\left(\sqrt{\frac{2\gamma_k E_s}{N_0}}\right) d\gamma_k. \quad (4.26)$$

Nous supposons d'abord que les valeurs propres vérifient  $\bar{\gamma}'_i \neq \bar{\gamma}'_j$  pour  $i \neq j$ . En décomposant (4.25) en éléments simples nous obtenons

$$\Psi_{\gamma_k}(\nu) = \sum_{i=0}^{L-1} \pi'_i \frac{1}{(1 - j\nu\bar{\gamma}'_i)} \quad (4.27)$$

où  $\pi'_i = \prod_{j=0, j \neq i}^{L-1} \frac{\bar{\gamma}'_i}{\bar{\gamma}'_i - \bar{\gamma}'_j}$ . La densité de probabilité de l'énergie instantanée se calcule par la transformée de Fourier de la fonction caractéristique et elle est égale à

$$p(\gamma_k) = \sum_{i=0}^{L-1} \frac{\pi'_i}{\bar{\gamma}'_i} e^{-\frac{\gamma_k}{\bar{\gamma}'_i}}. \quad (4.28)$$

Nous en déduisons le taux d'erreur binaire

$$BER\left(\frac{E_s}{N_0}\right) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{L-1} \pi'_i \left[ 1 - \sqrt{\frac{\frac{E_s}{N_0}}{\frac{E_s}{N_0} + \frac{1}{\mu_i}}} \right] \quad (4.29)$$

où  $\mu_i = \frac{\bar{\gamma}'_i}{\sum_{j=0}^{L-1} \bar{\gamma}'_j}$ .

Lorsque  $\mathbf{C}\mathbf{G}$  possède des valeurs propres multiples, nous pouvons toujours écrire (4.25) sous une combinaison linéaire de termes sous la forme  $\frac{1}{(1 - j\nu\bar{\gamma}'_i)^l}$ ,  $l = 1, \dots, m_i$  où  $m_i$  est la multiplicité de la valeur  $\bar{\gamma}'_i$ . La densité de probabilité de chacun de ces termes est

$$p_i^{(l)}(\gamma_k) = \frac{1}{(l-1)!\bar{\gamma}'_i^l} \gamma_k^{(l-1)} e^{-\frac{\gamma_k}{\bar{\gamma}'_i}}. \quad (4.30)$$

Le taux d'erreur binaire est aussi une combinaison linéaire de la contribution de chacun ces termes. Nous déduisons le taux d'erreur de chaque terme

$$BER_i^{(l)}\left(\frac{E_s}{N_0}\right) = \left(\frac{1 - \sqrt{\frac{\frac{E_s}{N_0}}{\frac{E_s}{N_0} + \frac{1}{\mu_i}}}}{2}\right)^l \sum_{m=0}^{l-1} C_{l+m-1}^m \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{\frac{E_s}{N_0}}{\frac{E_s}{N_0} + \frac{1}{\mu_i}}}}{2}\right)^m. \quad (4.31)$$

Nous présentons sur la figure 4.1 les performances de trois canaux spécifiés de la manière suivante : chacun possède quatre trajets de puissances égales et les retards de chaque canal sont respectivement multiples de  $\mu$  pour  $\mu = \frac{T_c}{4}, \frac{T_c}{2}$  et  $T_c$ .

Nous remarquons que plus trajets sont espacés, plus le taux d'erreur est faible. En effet les sorties des doigts du récepteur sont moins dépendants et la diversité est ainsi mieux exploitée. Pour simuler correctement le premier canal, il faut utiliser un facteur de suréchantillonnage égal à au moins quatre échantillons par chip pour avoir les mêmes performances théoriques. Lorsque des facteurs plus faibles sont utilisés, nous retrouvons les performances de l'une des deux courbes de la figure 4.1 qui correspondent à  $\mu = \frac{T_c}{2}$  et  $T_c$ .

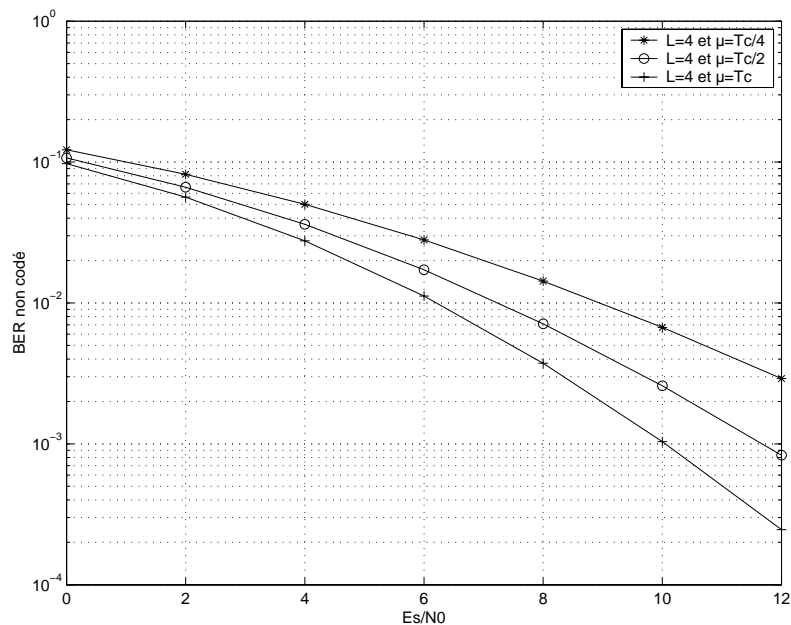


FIG. 4.1 – Comparaisons des performances à la sortie du récepteur en fonction des retards des trajets.

### 4.3.2 Modèle chip équivalent

Pour des retards multiples de la durée chip, la matrice  $\mathbf{G}$  devient égale à l'identité et la sortie du récepteur devient

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s} \sqrt{\mathbf{h}_k^* \mathbf{h}_k} s_k + b'_k \quad (4.32)$$

Dans ce cas nous pouvons éviter de simuler les filtres d'émission, de réception et le récepteur en râteau en générant la forme quadratique de (4.22) par l'une des méthodes présentées dans le chapitre précédent. Les canaux équivalents présentés dans 4.2.1 et 4.2.2 permettent d'écrire la sortie (4.21) sous la forme (4.32). Toutefois, leur génération doit utiliser la transformation de Karhunen-Loeve à chaque temps symbole. Nous présentons maintenant une autre méthode d'obtention d'un canal équivalent qui permet d'éviter cette dernière transformation.

La transformation linéaire utilisée dans (4.25) donne un ensemble de puissances moyennes  $\{\bar{\gamma}'_l\}_{l=0}^{L-1}$  utilisées seulement pour déterminer la bande du filtre adapté (4.29). Nous interprétons ces valeurs propres comme des puissances d'un nouveau canal dont les trajets sont multiples de la durée chip. Contrairement aux deux méthodes précédentes des sections 4.2.1 et 4.2.2, **les trajets du canal équivalent ont l'avantage d'être indépendants**. Nous imposons aux processus  $h'_l(t)$  d'avoir la fonction d'autocorrélation suivante

$$\phi'_l(\Delta t) = \bar{\gamma}'_l \phi(\Delta t) \quad (4.33)$$

et nous verrons que cette condition est nécessaire pour prouver l'équivalence entre les deux canaux. En produisant  $L$  processus gaussiens indépendants dont la variance de chacun est  $\bar{\gamma}'_l$ , nous obtenons une forme quadratique équivalente  $\gamma'_k = \mathbf{h}'_k{}^* \mathbf{h}'_k$  ayant la même fonction caractéristique (4.24) que  $\gamma_k$ . Par conséquence, le même taux d'erreur à la sortie du récepteur est obtenu.

La présence d'un code correcteur d'erreur (convolutif, turbo code...) avec un entrelacement non idéal exige que toutes les caractéristiques temporelles du processus  $\gamma_k$  soient respectées. L'égalité des performances après codage est garantie lorsque les deux processus  $\gamma_k$  et  $\gamma'_k$  sont équivalents. Ceci consiste à montrer l'égalité entre leurs densités conjointes de probabilités

$$\forall k, \quad p(\underline{\gamma}) = p(\underline{\gamma}') \quad (4.34)$$

où  $\underline{\gamma} = [\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{k-1}]^t$  et  $\underline{\gamma}' = [\gamma'_0, \gamma'_1, \dots, \gamma'_{k-1}]^t$ . Dans ce qui suit nous présentons la preuve d'égalité entre les deux processus.

**Preuve :** L'énergie à la sortie du récepteur à l'instant  $i = 0, 1, \dots, k-1$  est

$$\gamma_i = \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(iT_s)|^2 + \sum_{l,m=0, l \neq m}^{L-1} \mathbf{G}_{lm} h_l(iT_s) h_m^*(iT_s). \quad (4.35)$$

La fonction caractéristique du vecteur des énergies  $\underline{\gamma}$  est

$$\begin{aligned}\Psi_{\underline{\gamma}}(\underline{\nu}) &= E[e^{j\sum_{i=0}^{k-1} \nu_i \gamma_i}] \\ &= \int \frac{1}{\pi^L \det(\mathbf{C}_h)} e^{\mathbf{u}^*(\mathbf{G}_\nu - \mathbf{C}_h^{-1})\mathbf{u}} d\mathbf{u} \\ &= \frac{1}{\det(\mathbf{I}_{kL} - \mathbf{G}_\nu \mathbf{C}_h)},\end{aligned}\quad (4.36)$$

où  $\mathbf{I}_{kL}$  est la matrice identité de taille  $(kL) \times (kL)$ ,  $\underline{\nu} = [\nu_0, \dots, \nu_{k-1}]^t$  et  $\mathbf{u} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_{k-1}]^t$ .

La matrice de corrélation temporelle  $\mathbf{C}_h$  qui présente l'effet Doppler est

$$\mathbf{C}_h = \begin{pmatrix} \mathbf{C} & \beta_1 \mathbf{C} & \dots & \beta_{k-1} \mathbf{C} \\ \beta_1 \mathbf{C} & \mathbf{C} & & \beta_{k-2} \mathbf{C} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \beta_{k-1} \mathbf{C} & \mathbf{C} \beta_{k-2} & \dots & \mathbf{C} \end{pmatrix}$$

où  $\beta_i = \phi(iT_s)$ . La matrice de corrélation des doigts du récepteur  $\mathbf{G}_\nu$  est

$$\mathbf{G}_\nu = \begin{pmatrix} j\nu_1 \mathbf{G} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & j\nu_2 \mathbf{G} & & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & j\nu_k \mathbf{G} \end{pmatrix}.$$

En utilisant la même démarche et en utilisant (4.33), nous arrivons à écrire la fonction caractéristique du vecteur  $\underline{\gamma}'$  sous la même forme que (4.36)

$$\Psi_{\underline{\gamma}'}(\underline{\nu}) = \frac{1}{\det(\mathbf{I}_{kL} - \mathbf{D}_{\nu h})} \quad (4.37)$$

$$\text{où } \mathbf{D}_{\nu h} = \begin{pmatrix} j\nu_1 \mathbf{D} & j\nu_1 \beta_1 \mathbf{D} & \dots & j\nu_1 \beta_{k-1} \mathbf{D} \\ j\nu_2 \beta_1 \mathbf{D} & j\nu_2 \mathbf{D} & & \nu_2 \beta_{k-2} \mathbf{D} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ j\nu_k \beta_{k-1} \mathbf{D} & j\nu_k \beta_{k-2} \mathbf{D} & \dots & j\nu_k \mathbf{D} \end{pmatrix}.$$

Un calcul simple permet d'obtenir l'égalité suivante

$$\mathbf{G}_\nu \mathbf{C}_h = \begin{pmatrix} \mathbf{P}^* & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}^* & & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{P}^* \end{pmatrix} \mathbf{D}_{\nu h} \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P} & & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{P} \end{pmatrix}. \quad (4.38)$$

Ainsi

$$\det(\mathbf{I}_{kL} - \mathbf{G}_\nu \mathbf{C}_h) = \det(\mathbf{I}_{kL} - \mathbf{D}_{\nu h}) \quad (4.39)$$

	Méthode 1	Méthode 2
N	$trace(\mathbf{D})$	$trace(\mathbf{D})$
1	0.926	0.913
2	0.958	0.937
4	0.977	0.944
8	0.988	0.944
16	0.993	0.944

TAB. 4.1 – Puissances moyennes du canal équivalent

ce qui implique

$$\Psi_{\underline{\nu}}(\underline{\nu}) = \Psi_{\underline{\nu}'}(\underline{\nu}) \quad (4.40)$$

et l'égalité des processus est prouvée.

#### 4.4 Comparaison entre les canaux équivalents

Les deux premières méthodes se placent à sortie du canal et d'après (4.5) et (4.17) elles écrivent cette sortie sous la forme

$$\begin{cases} r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h'_n(t)u(t - nT_c) & \text{où } h'_n(t) = \langle h(\tau; t); \text{sinc}(\frac{\tau}{T_c} - n) \rangle \\ r(t) \simeq \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h'_n(t)u(t - nT_c) & \text{où } h'_n(t) = \langle h(\tau; t); u(\tau - nT_c) \rangle \end{cases} \quad (4.41)$$

et  $\langle .; . \rangle$  est le produit scalaire de l'espace de Hilbert considéré. La première équation est une écriture exacte alors que la deuxième est une approximation. Les deux modèles sont utilisables quelle que soit l'architecture du récepteur (égaliseur, récepteur en râteau...). Ils se fondent en outre sur deux étapes pour générer le canal équivalent. La première consiste à générer  $L - 1$  processus gaussiens indépendants et multiplier pour chaque symbole transmis le vecteur des valeurs de réalisation de ces processus par la matrice de passage  $\mathbf{P}$ . La complexité de cette deuxième étape et la puissance moyenne du canal équivalent dépendent du nombre des trajets  $(2N + 1)$ .

Nous présentons sur le tableau 4.1 la puissance moyenne égale à  $trace(\mathbf{D})$  pour les deux premières méthodes pour un canal dont les trajets ont la même puissance et les retards multiples de  $\frac{T_c}{4}$ . Lorsque  $N$  tend vers  $+\infty$ , le canal équivalent de la première méthode ne présente aucune perte en puissance moyenne. Pour la deuxième méthode une perte est toujours présente puisque la deuxième équation de (4.41) n'est qu'une approximation : lorsque  $N$  tend vers l'infini cette



perte est égale à l'erreur quadratique moyenne [40]

$$E[\langle h(\tau; t); h(\tau; t) \rangle] - E[\langle h'(\tau; t); h(\tau; t) \rangle] = 1 - \sum_{l=0}^{L-1} \bar{\gamma}_l \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(\tau_l - nT_c)^2. \quad (4.42)$$

Le canal que nous proposons d'utiliser est adapté au contexte CDMA. Il a l'avantage d'être facile à générer puisqu'il n'y a qu'une seule étape qui est la génération de  $L - 1$  processus indépendants. En outre, il ne présente pas de perte d'énergie car la méthode d'obtention de la matrice  $\mathbf{D}$  est exacte. Nous tenons à faire remarquer que nous retrouvons les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{D}$  en utilisant la première méthode via la diagonalisation de la matrice  $\mathbf{R}'$  et pour  $N$  très grand. En effet, l'énergie à la sortie du récepteur en râteau est la même pour les deux méthodes si ce n'est que les vecteurs permettant de la générer sont présentés dans deux bases différentes.

## 4.5 Etude du canal équivalent

L'utilisation du canal équivalent proposé permet d'avoir les mêmes performances que celles du canal réel après codage pour des facteurs d'étalement élevés. En plus, cette méthode permet d'éviter la simulation des filtres, d'émission et de réception, et d'utiliser un facteur de suréchantillonnage égal à un échantillon par chip. En outre, elle permet de réduire le nombre de trajets à simuler et de comparer les canaux.

### 4.5.1 Réduction du nombre de trajets

Dans les environnements denses (intérieur des bâtiments, rues...), le canal réel contient un grand nombre de trajets ayant des retards relatifs très proches (inférieurs à  $T_c$ ). Les sorties des doigts du récepteur en râteau seront très corrélées par les filtres et la diversité sera faible. Ce canal est équivalent à un autre ayant moins de trajets mais leurs retards sont espacés de la durée chip. En effet, la diagonalisation de  $\mathbf{GC}$  donne une nouvelle répartition des puissances moyennes des trajets pour une même puissance moyenne du canal. Certains trajets auront donc leurs trajets affaiblis et peuvent ne pas être considérés dans les simulations. Nous donnons l'exemple du canal *3GPP TU* sur le tableau 4.2 qui a vingt trajets. Son canal équivalent est représenté sur le même tableau ; il n'a que dix trajets (représentés en taille normale sur le tableau) et les autres (représentés en petite taille sur le tableau) seront noyés dans le bruit. L'utilisation du canal équivalent permet de réduire le nombre de trajets et par conséquent la complexité des simulateurs.

canal		canal équivalent	
$\tau_i$ (ns)	$\bar{\gamma}_i$ (dB)	$\tau_i$ (ns)	$\bar{\gamma}'_i$ (dB)
0	0.0	0.00	0.00
217	-1.9	260.42	-0.51
512	-4.4	520.83	-3.09
514	-4.5	781.25	-6.11
517	-4.5	1041.67	-6.77
674	-5.8	1302.08	-9.33
882	-7.7	1562.50	-11.19
1230	-10.6	1822.92	-11.26
1287	-11.2	2083.33	-15.00
1311	-11.4	2343.75	-17.83
1349	-11.7	2604.17	-25.88
1533	-13.3	2864.58	-38.43
1535	-13.3	3125.00	-52.60
1622	-14.1	3385.42	-62.04
1818	-15.8	3645.83	-80.11
1836	-15.9	3906.25	-100.76
1884	-16.4	4166.67	-131.05
1943	-16.9	4427.08	-145.44
2048	-17.8	4687.50	-161.63
2140	-18.6	4947.92	-178.33

TAB. 4.2 – Spécifications du canal *3GPP TU* et de son canal équivalent.

### 4.5.2 Comparaison des canaux

La représentation unique de tous les canaux par d'autres équivalents dont les trajets sont indépendants et les retards multiples de  $T_c$  permet de comparer les différents types des canaux sans passer par des simulations. Prenons les deux canaux *UIT Indoor-A* et *Pedestrian-A* spécifiés sur les tableaux 4.3 et 4.4 et qui n'ont pas le même nombre trajets. Leurs canaux équivalents ont des profils très semblables et les performances après décodage seront donc très proches.

canal		canal équivalent	
$\tau_i$ (ns)	$\bar{\gamma}_i$ (dB)	$\tau_i$ (ns)	$\bar{\gamma}'_i$ (dB)
0	0.0	0.00	0.00
110	-9.7	260	-12.67
190	-19.2	520	-22.77
410	-22.8	780	-33.88

TAB. 4.3 – Spécifications du canal *UIT Pedestrian-A* et de son canal équivalent.

canal		canal équivalent	
$\tau_i$ (ns)	$\bar{\gamma}_i$ (dB)	$\tau_i$ (ns)	$\bar{\gamma}'_i$ (dB)
0	0.0	0.00	0.00
50	-2.99	260	-12.54
110	-10.0	520	-25.74
170	-17.99	780	-37.64
290	-26.14	1040	-58.48
310	-31.88	1300	-81.9

TAB. 4.4 – Spécifications du canal *UIT Indoor-A* et de son canal équivalent.

### 4.5.3 Résultats de simulations

Nous considérons des paquets de symboles d'information d'énergie  $E_b$  de taille 260 codés par un code convolutif de rendement  $\frac{1}{3}$ , de longueur de contrainte 9 et de polynômes générateurs  $1 + D^2 + D^3 + D^5 + D^6 + D^7 + D^8$ ,  $1 + D + D^3 + D^4 + D^7 + D^8$  et  $1 + D + D^2 + D^5 + D^8$ . Les bits codés sont ensuite entrelacés par un entrelacement de taille 600 et étalés par une séquence quasi-idéale de taille  $N = 64$ . Le débit de transmission est de 3.84Mchip/s. Le canal considéré est le *Pedestrian-A* généré par la méthode de Jakes. Il est supposé être parfaitement connu à la réception. Nous observons les taux d'erreur binaire et par paquet après décodage pour les cas suivants :

- Cas A : le canal usuel est suivi d'un récepteur ayant quatre doigts.
- Cas B : le canal chip équivalent suivi d'un récepteur ayant quatre doigts.
- Cas C : le canal chip équivalent ayant seulement les trois premiers trajets (voir tableau 4.3) suivi d'un récepteur ayant trois doigts.

Le facteur de suréchantillonnage est égal à 4 échantillons par chip et l'entrelacement n'est pas idéal pour les régimes que nous allons considérer. Nous considérons la vitesse de 3km/h qui correspond au régime  $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$  où  $T_s$  est le temps symbole avant étalement. La figure

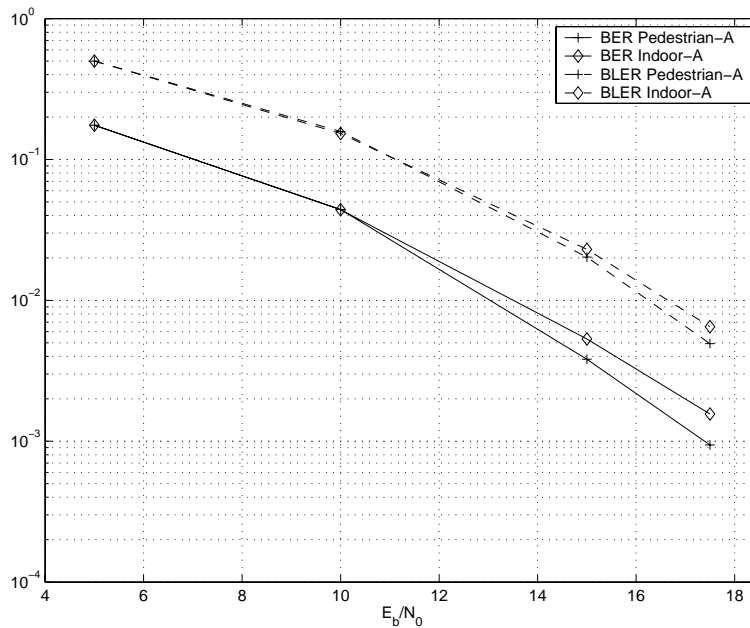


FIG. 4.2 – Comparaisons des performances à  $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$  et  $N=64$  des canaux *ITU Pedestrian-A* et *Indoor-A*.

4.3 montre que le canal réel et son équivalent donnent les mêmes performances. Nous augmentons la vitesse à 120km/h ce qui correspond au régime  $f_D T_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$  et le canal fluctue plus vite dans un paquet. Nous présentons sur la figure 4.4 les performances pour les cas A, B et C. Les deux premiers cas ont les mêmes performances ce qui confirme l'équivalence entre les deux canaux. Lorsque trois trajets et trois doigts du récepteur sont utilisés (Cas C), nous avons les mêmes performances que le cas A pour une complexité réduite. Ceci est dû à la puissance du dernier trajet qui est très faible devant les rapports signal sur bruit considérés. Il suffit donc de simuler seulement les trajets importants pour évaluer les performances du système.

Nous comparons les performances après décodage des canaux *Indoor-A* et *Pedestrian-A*. Le nombre de doigts est égal au nombre de trajets dans les deux cas. Nous présentons sur la figure 4.2 les taux d'erreur binaire et par paquet pour la vitesse 3km/h. Les deux canaux ont des performances semblables ce qui confirme l'analyse du paragraphe 4.5.2.

Nous réduisons maintenant le facteur d'étalement à  $N = 4$  et nous nous proposons de voir le comportement des performances après décodage en présence des interférences entre trajets et entre symboles qui ne sont plus négligeables. Les paquets non codés sont de taille 9676 bits et nous utilisons le turbo code de rendement  $\frac{1}{3}$  décrit dans la norme de l'UMTS mode FDD [58]. Les bits codés sont entrelacés sur 9600 bits avant d'être étalés. Nous présentons sur les figures 4.5 et 4.6 les performances pour les deux vitesses 3km/h et 120km/h. Les deux régimes correspondants

sont respectivement  $f_D T_s = 5.7 \cdot 10^{-6}$  et  $f_D T_s = 2.3 \cdot 10^{-4}$ . Bien que les interférences des deux canaux soient différentes, nous obtenons les mêmes performances. Il est ainsi intéressant d'étudier et comparer ces interférences.

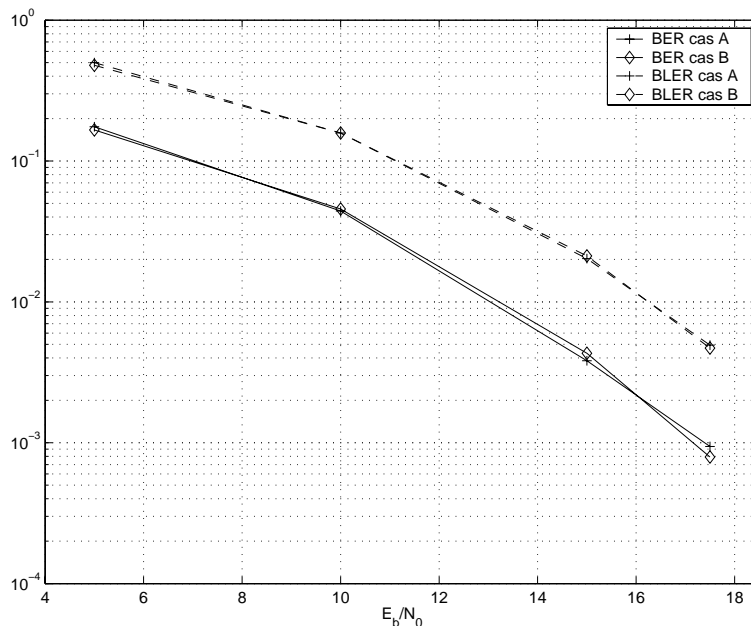


FIG. 4.3 – Comparaisons des performances à  $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$  et  $N=64$  pour le canal *ITU Pedestrian-A* et son équivalent.

## 4.6 Conclusion

Les canaux équivalents aux canaux réels et dont les retards sont multiples de la durée d'un chip permettent de réduire la complexité des simulations en évitant la considération des filtres, d'émission et de réception, et de fonctionner avec un seul échantillon par chip. Bien que ceux proposés dans la littérature soient compatibles avec tous les types de récepteurs, ils utilisent la transformation de Karhunen-Loeve pour la génération des trajets. Nous avons proposé un canal dont les trajets sont multiples de la durée chip et qui génère le même processus d'énergie utile à la sortie du récepteur en râteau que le canal réel. La considération du canal équivalent permet de réduire le nombre de trajets à simuler sans perte de performances. En effet, les sorties des doigts du récepteur sont indépendantes et les trajets dont la puissance est très faible devant le rapport signal sur bruit sont noyés dans le bruit. Les résultats de simulations avec grand et faible facteurs d'étalement confirment l'équivalence entre les deux canaux. Dans le deuxième cas, une étude comparative entre les termes de l'interférence des deux canaux est intéressante.

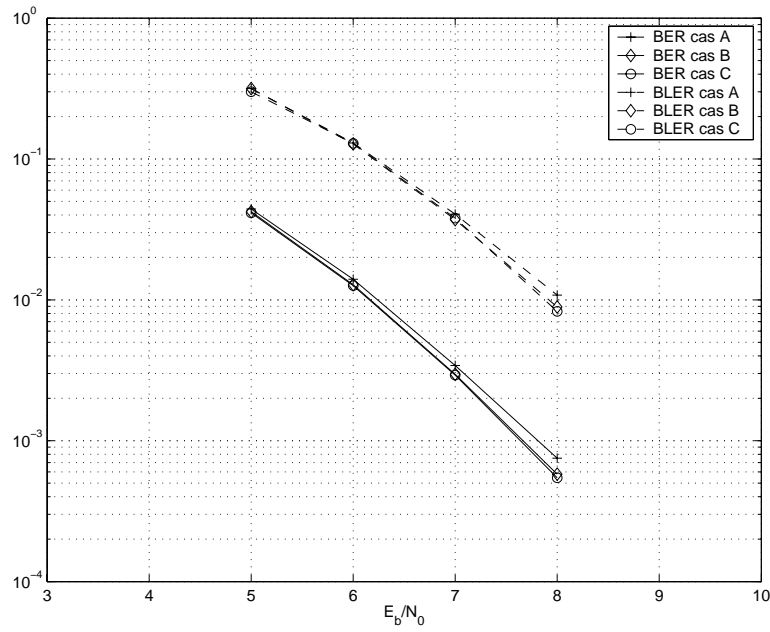


FIG. 4.4 – Comparaisons des performances à  $f_D T_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$  et  $N=64$  pour le canal *ITU Pedestrian-A* et son équivalent.

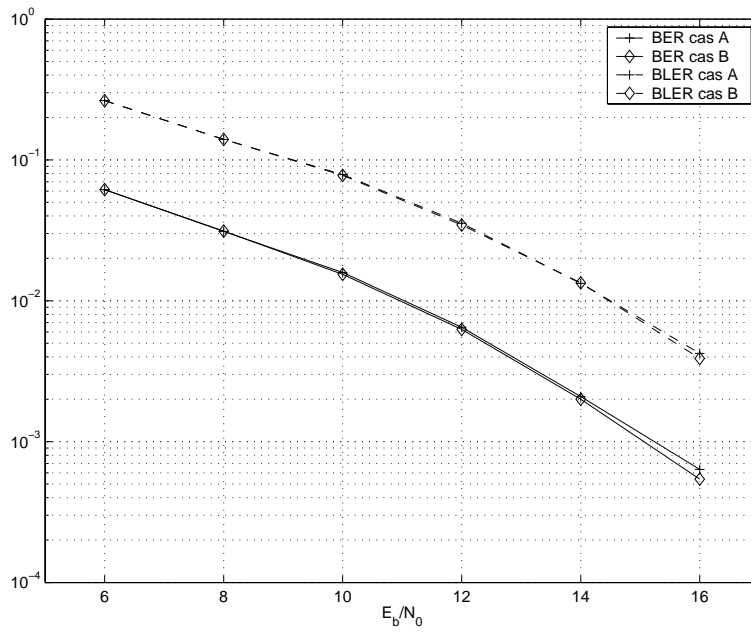


FIG. 4.5 – Comparaisons des performances à  $f_D T_s = 5.7 \cdot 10^{-6}$  et  $N=4$  pour le canal *ITU Pedestrian-A* et son équivalent.

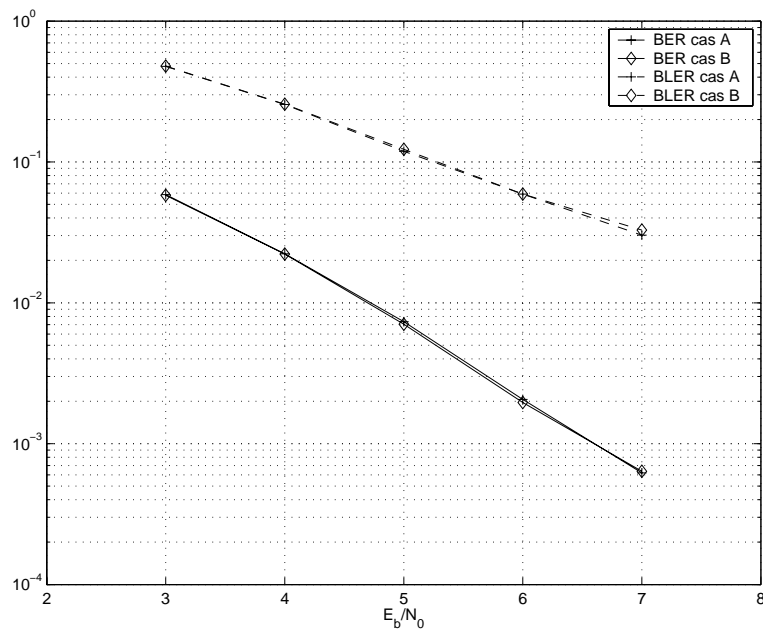


FIG. 4.6 – Comparaisons des performances à  $f_D T_s = 2.3 \cdot 10^{-4}$  et  $N = 4$  pour le canal *ITU Pedestrian-A* et son équivalent.

## Chapitre 5

# Effets de l'estimation du canal sur le récepteur en râteau

### 5.1 Introduction

Dans les chapitres précédents nous avons étudié des méthodes rapides de génération de la sortie du récepteur en râteau dans le cas où le canal est parfaitement estimé. Dans un système de transmission réel, le récepteur ne connaît généralement pas le canal. Il est amené à l'estimer à partir d'une séquence de symboles pilotes et à utiliser cette estimation dans la pondération des doigts du récepteur et dans la boucle de contrôle de puissance.

Dans ce chapitre nous étudions la procédure usuelle d'estimation du canal. Cette méthode introduit un biais d'estimation [46] lorsque les trajets sont espacés par des retards inférieurs à la durée chip et un bruit gaussien additif dont la puissance dépend des symboles pilotes. Ce biais jouera un rôle important sur les performances du système. Nous nous proposons de caractériser l'énergie utile à la sortie du récepteur afin d'évaluer les effets de ces deux distorsions.

Les systèmes CDMA utilisent, en plus du récepteur en râteau, le contrôle de puissance pour combattre les évanouissements. Cette procédure permet de minimiser la puissance à l'émission, ce qui est important pour une liaison montante car le mobile a un budget en puissance limité. Par ailleurs, cette technique permet de réduire l'interférence entre les utilisateurs, qui transmettent simultanément dans un système CDMA. La boucle de contrôle de puissance consiste à ajuster la puissance à l'émission, afin d'assurer une qualité de service minimale à la réception. Pour cela, le récepteur estime le rapport signal sur bruit pour chaque trame reçue. Il compare cette estimation avec une valeur cible qui garanti un taux d'erreur minimal. Lorsque l'estimation est inférieure à la cible, le récepteur transmet une commande appelée TPC (*Transmit Power Control*



*command*) qui demande à l'émetteur d'augmenter sa puissance d'un pas généralement constant. Dans le cas contraire la commande de retour demande la réduction de la puissance d'émission.

Plusieurs travaux ont étudié le comportement du contrôle de puissance pour différents scénarios. Dans [41], la puissance moyenne à l'émission a été évaluée lorsque le canal est parfaitement estimé, et elle dépend des caractéristiques du canal. Dans ce cas, une transmission sur un canal multitrajet avec un contrôle de puissance est équivalente à une transmission sur un canal gaussien. L'effet de l'estimation du canal sur la boucle a été étudiée dans [42][43] lorsque les trajets sont séparés de plus d'une durée chip.

Nous verrons dans ce chapitre que dans le cas où les retards des trajets sont proches, l'estimation du canal a un biais [46] qui a un rôle important sur le rendement de la boucle de contrôle de puissance. Ce rendement est évalué en terme de puissance moyenne dépensée à l'émission et de probabilité de satisfaction de la qualité de service. Lorsque le canal est estimé en présence d'un biais, l'émetteur tend à réduire sa puissance d'émission à cause d'une surévaluation de la puissance utile reçue et les performances en réception sont alors détériorées.

Afin d'éliminer la distorsion sur l'estimation du canal nous utilisons une approche de minimisation de l'erreur quadratique moyenne. Elle permet d'avoir des gains sur les performances surtout en présence de contrôle de puissance. L'estimation optimale est toutefois difficile à calculer en pratique et nous étudions une solution sous-optimale plus simple à réaliser.

## 5.2 Estimation usuelle du canal

L'estimation classique du canal utilise  $P$  symboles pilotes  $\{s_0, \dots, s_{P-1}\}$  étalés par une séquence supposée parfaite et ensuite transmis sur le canal  $L$ -multitrajet avec une énergie  $E_p$ . En supposant que les retards des trajets sont connus, nous obtenons à la sortie du  $i$ -ième doigt du récepteur la quantité suivante associée au  $p$ -ième symbole pilote

$$y_p^i = \sqrt{E_p} s_p \sum_{j=0}^{L-1} h_j g(\tau_i - \tau_j) + \sum_{j=0}^{L-1} w'_j, \quad (5.1)$$

où  $w'_j$  est un bruit gaussien dont la fonction d'intercorrélation est

$$E[w'_i w'_j] = N_0 g(\tau_i - \tau_j). \quad (5.2)$$

Le vecteur d'estimation du canal fourni par le  $p$ -ième symbole pilote correspond à

$$\hat{\mathbf{h}}_p = \frac{1}{\sqrt{E_p}} s_p^* \mathbf{y}_p \quad (5.3)$$

où  $\mathbf{y}_p = [y_p^0, \dots, y_p^{L-1}]^t$ .

Le vecteur d'estimation  $\hat{\mathbf{h}}$  du canal est la moyenne sur les symboles pilotes des  $\hat{\mathbf{h}}_p$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{h}} &= \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \hat{\mathbf{h}}_p \\ &= \mathbf{G}\mathbf{h} + \mathbf{b}_e\end{aligned}\quad (5.4)$$

où  $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]$ ,  $\mathbf{b}_e = [b_{e,0}, \dots, b_{e,P-1}]$  est le vecteur de bruit additif d'estimation du canal dont la variance de chacun de ses éléments est

$$E[|b_{e,i}|^2] = \frac{N_0}{PE_p} \quad (5.5)$$

et sa matrice d'autocorrélation est

$$\mathbf{R}_{\mathbf{b}_e} = E[\mathbf{b}_e^* \mathbf{b}_e] = \frac{N_0 \mathbf{G}}{PE_p}. \quad (5.6)$$

D'après l'équation (5.4), nous remarquons que l'estimation de chaque trajet est biaisée par une combinaison linéaire des autres trajets. Ce biais est plus important lorsque les retards sont inférieurs à la durée chip et il peut être réduit en utilisant une approche de maximum de vraisemblance lorsque le bruit  $\mathbf{b}_e$  est très faible [46]. Dans le cas contraire, une approche de minimisation de l'erreur quadratique moyenne est plus adéquate à utiliser.

### 5.3 Distribution de l'énergie utile

En utilisant l'expression de l'estimation du canal (5.4) et pour une modulation MDP2, la variable de décision à la sortie du récepteur en râteau sous l'hypothèse que la séquence d'étalement est parfaite s'écrit

$$\begin{aligned}\Re(\hat{s}_k) &= \sqrt{E_s} \Re(\hat{\mathbf{h}}^* \mathbf{G}\mathbf{h})_{s_k} + \Re(\hat{\mathbf{h}}^* \mathbf{b}) \\ &= \sqrt{E_s} \Re(\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h} + \mathbf{b}_e^* \mathbf{G}\mathbf{h})_{s_k} + \Re(\mathbf{h}^* \mathbf{G}\mathbf{b} + \mathbf{b}_e^* \mathbf{b}).\end{aligned}\quad (5.7)$$

Généralement le terme  $\sqrt{E_s} \Re(\mathbf{b}_e^* \mathbf{G}\mathbf{h})_{s_k}$  est approximé par un bruit gaussien. Dans ce qui suit, il sera considéré comme une énergie utile car il contient une information sur le symbole  $s_k$ .

Nous proposons d'établir la fonction caractéristique de l'énergie  $\gamma \triangleq \Re(\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h} + \mathbf{b}_e^* \mathbf{G}\mathbf{h})$  et de l'utiliser ensuite pour déterminer les performances du récepteur en râteau. Cette fonction caractéristique s'écrit comme suit

$$\begin{aligned}\psi_\gamma(\nu) &= E[e^{\nu\gamma}] \\ &= \int \int e^{\nu \Re(\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h} + \mathbf{b}_e^* \mathbf{G}\mathbf{h})} p(\mathbf{h}) p(\mathbf{b}_e) d\mathbf{h} d\mathbf{b}_e\end{aligned}$$

où  $p(\mathbf{h}) = \frac{1}{\pi^L \det(\mathbf{C})} e^{(-\mathbf{h}^* \mathbf{C}^{-1} \mathbf{h})}$  et  $p(\mathbf{b}_e) = \frac{1}{\pi^L \det(\mathbf{R}_{\mathbf{b}_e})} e^{(-\mathbf{b}_e^* \mathbf{R}_{\mathbf{b}_e}^{-1} \mathbf{b}_e)}$ .

En utilisant la propriété suivante [24]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(at^2+2bt+c)} dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{\frac{b^2-ac}{a}} \quad \text{pour } \Re(a) > 0, \quad (5.8)$$

nous pouvons montrer d'abord que

$$\int e^{j\nu \Re(\mathbf{b}_e^* \mathbf{G} \mathbf{H})} p(\mathbf{b}_e) d\mathbf{b}_e = e^{-\frac{\nu^2}{4} \mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{R}_{\mathbf{b}_e} \mathbf{G} \mathbf{h}}. \quad (5.9)$$

La fonction caractéristique s'écrit en exploitant (5.9)

$$\begin{aligned} \psi_\gamma(\nu) &= \int e^{j\nu (\mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{G} \mathbf{h})} \int e^{j\nu \Re(\mathbf{b}_e^* \mathbf{G} \mathbf{H})} p(\mathbf{b}_e) d\mathbf{b}_e p(\mathbf{h}) d\mathbf{h} \\ &= \int e^{j\nu (\mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{G} \mathbf{h})} e^{-\frac{\nu^2}{4} \mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{R}_{\mathbf{b}_e} \mathbf{G} \mathbf{h}} p(\mathbf{h}) d\mathbf{h}. \end{aligned}$$

Maintenant en remplaçant  $p(\mathbf{h})$  par son expression, nous obtenons

$$\begin{aligned} \psi_\gamma(\nu) &= \frac{\det\left(\left(\mathbf{C}^{-1} - j\nu \mathbf{G} \mathbf{G} + \frac{\nu^2}{4} \mathbf{G} \mathbf{R}_{\mathbf{b}_e} \mathbf{G}\right)^{-1}\right)}{\det(\mathbf{C})} \\ &\int \frac{1}{\pi^L \det\left(\left(\mathbf{C}^{-1} - j\nu \mathbf{G} \mathbf{G} + \frac{\nu^2}{4} \mathbf{G} \mathbf{R}_{\mathbf{b}_e} \mathbf{G}\right)^{-1}\right)} e^{-\mathbf{h}^* (\mathbf{C}^{-1} - j\nu \mathbf{G} \mathbf{G} + \frac{\nu^2}{4} \mathbf{G} \mathbf{R}_{\mathbf{b}_e} \mathbf{G}) \mathbf{h}} d\mathbf{h}. \end{aligned}$$

L'intégrale précédente est égale à 1 car elle porte sur la densité de probabilité gaussienne complexe. Nous obtenons l'expression finale de la fonction caractéristique

$$\psi_\gamma(\nu) = \frac{1}{\det(\mathbf{I}_L - (j\nu \mathbf{G} \mathbf{G} - \frac{\nu^2}{4} \mathbf{G} \mathbf{R}_{\mathbf{b}_e} \mathbf{G}) \mathbf{C})} \quad (5.10)$$

où  $\mathbf{I}_L$  est la matrice identité de taille  $L \times L$ . L'équation (5.10) est similaire à celle employée pour dériver la borne du filtre adapté dans le cas d'une estimation parfaite du canal [46]. Cette nouvelle forme est une généralisation car elle inclut le bruit de l'estimation de canal  $\frac{1}{4} \mathbf{G} \mathbf{R}_{\mathbf{b}_e} \mathbf{G} \mathbf{C}$  et les effets du biais  $\mathbf{G}^2 \mathbf{C}$ . Il est à noter que même si le bruit de l'estimation est réduit à zéro la borne du filtre adapté ne peut pas être atteinte avec l'estimation considérée.

## 5.4 Effets du bruit d'estimation du canal

### 5.4.1 Analyse théorique

Nous nous proposons d'utiliser (5.10), lorsque le canal de transmission a des retards multiples de la durée chip  $T_c$ , pour déterminer le taux d'erreur binaire à la sortie du récepteur. Nous comparons notre expression avec celle proposée dans [46].

La matrice de corrélation des filtres étant égale à l'identité (i.e  $\mathbf{G} = \mathbf{I}_L$ ). La fonction caractéristique de l'énergie utile devient

$$\psi_\gamma(\nu) = \prod_{i=0}^{L-1} \frac{1}{(1 - \bar{\gamma}_i j\nu + \bar{\gamma}_i \frac{N_0}{4PE_p} \nu^2)}. \quad (5.11)$$

Sans perte de généralité nous supposons que  $\bar{\gamma}_i \neq \bar{\gamma}_j$  pour tout  $i \neq j$  et ainsi la fonction (5.11) peut être écrite sous la forme de la combinaison linéaire

$$\psi_\gamma(\nu) = \sum_{i=0}^{L-1} a_i \left( \frac{1}{\nu - \nu_{i,1}} - \frac{1}{\nu - \nu_{i,2}} \right), \quad (5.12)$$

où  $\nu_{i,1}$  et  $\nu_{i,2}$  sont les zéros du polynôme  $(1 - \bar{\gamma}_i j\nu + \bar{\gamma}_i \frac{N_0}{4PE_p} \nu^2)$ . Ces zéros sont imaginaires et de signes opposés. Les coefficients  $a_i = \left( \frac{4E_p P}{N_0} \right)^L \left( \frac{1}{\nu_{i,1} - \nu_{i,2}} \right) \prod_{j=0, j \neq i}^{L-1} \left( \frac{1}{\bar{\gamma}_j} \cdot \frac{1}{\nu_{i,1} - \nu_{j,1}} \cdot \frac{1}{\nu_{i,2} - \nu_{j,2}} \right)$  sont également imaginaires.

La densité de probabilité de l'énergie est alors

$$p(\gamma) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{L-1} |a_i| e^{\nu_{i,1} \gamma} & \text{si } \gamma \geq 0 \\ \sum_{i=0}^{L-1} |a_i| e^{\nu_{i,2} \gamma} & \text{si } \gamma \leq 0 \end{cases}. \quad (5.13)$$

La variance du bruit peut être écrite comme suit

$$\begin{aligned} E[\Re((\mathbf{h}^* + \mathbf{b}_e^*)\mathbf{b})^2] &= \frac{N_0}{2} (\mathbf{h}^* \mathbf{h} + 2\Re(\mathbf{b}_e^* \mathbf{h}) + \mathbf{b}_e^* \mathbf{b}_e) \\ &= \frac{N_0}{2} (\gamma + \Re(\mathbf{b}_e^* \mathbf{h}) + \mathbf{b}_e^* \mathbf{b}_e), \end{aligned} \quad (5.14)$$

où l'espérance porte sur  $\mathbf{b}$ . En supposant que  $(\Re(\mathbf{b}_e^* \mathbf{h}) + \mathbf{b}_e^* \mathbf{b}_e)$  est indépendant de  $\gamma$ , nous pouvons approximer la variance du bruit par

$$E[\Re((\mathbf{h}^* + \mathbf{b}_e^*)\mathbf{b})^2] \simeq \frac{N_0}{2} \left| \gamma + L \frac{N_0}{PE_p} \right|, \quad (5.15)$$

où l'espérance porte sur  $\mathbf{b}$  et  $\mathbf{b}_e$ . Par conséquence le taux d'erreur binaire à la sortie du récepteur peut être évalué par

$$BER_{approx1} = \int_0^{+\infty} Q\left(\frac{\gamma}{\sqrt{\frac{N_0}{E_s} \left| \gamma + \frac{LN_0}{PE_p} \right|}}\right) p(\gamma) d\gamma + \int_{-\infty}^0 Q\left(\frac{\gamma}{\sqrt{\frac{N_0}{E_s} \left| \gamma + L \frac{N_0}{PE_p} \right|}}\right) p(\gamma) d\gamma. \quad (5.16)$$

Dans [46] on considère que l'énergie utile est  $\mathbf{h}^* \mathbf{h}$  et on approxime le terme  $\sqrt{E_s} \Re(\mathbf{b}_e^* \mathbf{h})_{s_k} + \Re(\mathbf{h}^* \mathbf{b} + \mathbf{b}_e^* \mathbf{b})$  par un bruit gaussien dont la variance est

$$E[|\Re(\mathbf{b}_e^* \mathbf{h})_{s_k} + \Re(\mathbf{h}^* \mathbf{b} + \mathbf{b}_e^* \mathbf{b})|^2] = \frac{N_0}{2} \left( \mathbf{h}^* \mathbf{h} \left( 1 + \frac{E_s}{PE_p} \right) + L \frac{N_0}{PE_p} \right). \quad (5.17)$$

Sous cette hypothèse le taux d'erreurs binaire peut être évalué par

$$BER_{approx2} = \int Q\left(\frac{\mathbf{h}^* \mathbf{h}}{\sqrt{\frac{N_0}{E_s} \left( \mathbf{h}^* \mathbf{h} \left( 1 + \frac{E_s}{PE_p} \right) + L \frac{N_0}{PE_p} \right)}}\right) p(\mathbf{h}) d\mathbf{h}. \quad (5.18)$$

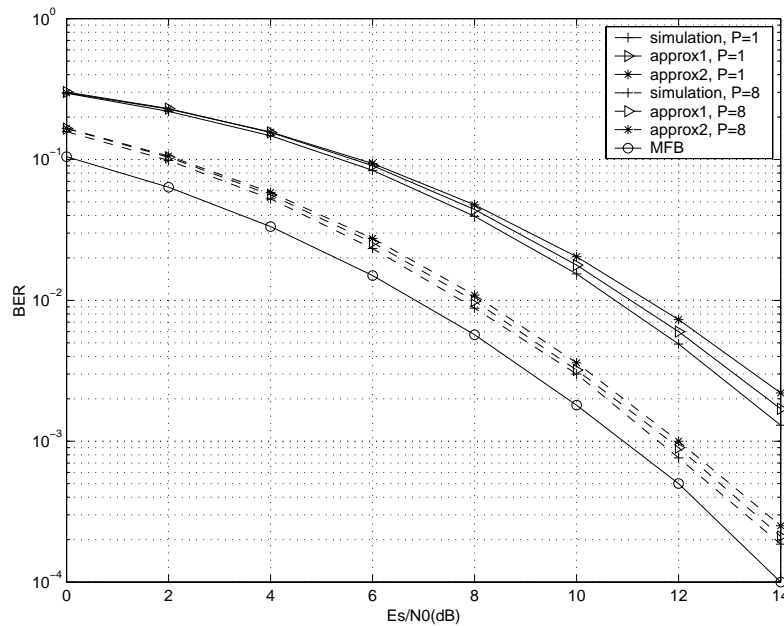


FIG. 5.1 – Performances à la sortie du récepteur en réseau pour le canal *Case 3*.

#### 5.4.2 Résultats de simulations

Nous présentons sur la figure 5.1 les performances à la sortie du récepteur en réseau en utilisant les deux approximations (5.16), (5.18) et par simulation. Le canal étant le *3GPP-Case 3*. La borne du filtre adapté (MFB) est aussi présentée sur la même figure. Le nombre  $P$  de symboles pilotes utilisés est égal à 1 et 8. La puissance  $E_p$  de chacun est égale à celle des symboles d'information transmis  $E_s$ . L'approximation (5.16) est plus proche de la simulation que l'approximation gaussienne. Lorsque le nombre de pilotes est petit, le produit du bruit d'estimation du canal par le symbole d'information a une puissance importante et donc l'expression (5.16), qui est plus précise que (5.18), est plus adéquate à utiliser.

### 5.5 Effets du biais d'estimation sur le contrôle de puissance

Le contrôle de puissance rapide est une technique d'adaptation de la puissance à l'émission qui a pour but de combattre les évanouissements rapides, de garantir une certaine qualité de service minimale à la sortie du récepteur et de réduire l'interférence entre utilisateurs. Cette technique consiste à estimer d'abord le rapport signal à bruit au niveau de l'entrée du récepteur. Il est ensuite comparé à une valeur cible qui caractérise la qualité de service désirée. Lorsque le rapport est supérieur à la valeur cible, une commande de diminution de la puissance est envoyée à l'émetteur. Dans le cas contraire, l'émetteur doit augmenter sa puissance d'émission.

La diversité joue un rôle important sur l'énergie moyenne dépensée par l'émetteur. Dans le cas d'un canal de Rayleigh, le contrôle de puissance est équivalent à l'inversion de la puissance instantanée du canal et l'énergie moyenne émise est infinie. Cependant, lorsque le degré de diversité est très élevé, le gain du canal reste constant et l'énergie de l'émetteur est maintenue constante.

Nous proposons d'abord de reprendre l'effet de la diversité sur une boucle de contrôle de puissance parfaite [41][42]. Ensuite nous étudions asymptotiquement l'impact du biais d'estimation du canal sur l'énergie de l'émetteur et sur celle à la sortie du récepteur.

### 5.5.1 Contrôle de puissance parfait

Nous supposons que le canal est parfaitement estimé et que l'émetteur émet avec une puissance  $\sqrt{E_t E_s}$  où  $E_t$  est l'énergie instantanée ajustée puis dépensée par l'émetteur. Le signal à la sortie du récepteur est

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_t E_s} \mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{h} s_k + \mathbf{h}^* \mathbf{b}. \quad (5.19)$$

Le rapport signal sur bruit instantané noté  $RSBI$  est ainsi égal à

$$RSBI = E_t \frac{E_s \mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{h}}{N_0}. \quad (5.20)$$

Pour un contrôle de puissance qui n'a pas de retard dans la boucle de retour et dont la commande de contrôle n'est pas erronée, l'énergie de transmission  $E_t$  est adaptée instantanément afin que le  $RSBI$  soit maintenu à une valeur cible  $RSB_c$ . Cette énergie instantanée est alors

$$E_t = \frac{1}{\mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{h}} \frac{RSB_c N_0}{E_s}. \quad (5.21)$$

Elle est inversement proportionnelle à l'énergie utile à la sortie du récepteur et elle dépend donc des caractéristiques du canal. L'énergie moyenne d'émission lorsque  $\frac{RSB_c N_0}{E_s} = 1$  est

$$E[E_t] = \int_0^{+\infty} \frac{1}{\gamma} p(\gamma) d\gamma \quad (5.22)$$

où  $\gamma = \mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{h}$ . Lorsque les valeurs propres  $\{\bar{\gamma}'_i\}_{i=0, \dots, L-1}$  de la matrice  $\mathbf{G} \mathbf{C}$  sont distinctes, cette moyenne notée  $\bar{E}_t$  est égale à [42]

$$\bar{E}_t = \begin{cases} \infty & \text{for } L = 1 \\ \sum_{l=0}^{L-1} \frac{\pi'_l}{\bar{\gamma}'_l} \ln(\bar{\gamma}'_l), & \end{cases} \quad (5.23)$$

où  $\pi'_l = \prod_{i \neq l} \frac{\bar{\gamma}'_l}{\bar{\gamma}'_l - \bar{\gamma}'_i}$ . Dans le cas d'un canal mono-trajet, l'émetteur doit inverser une variable de Rayleigh qui est quasi-constamment proche de zéro ce qui explique que l'énergie moyenne dépensée est infinie. Nous avons vu dans le chapitre précédent que le filtre de mise en forme joue

un rôle important sur la diversité effective du système. Dans le cas d'un ordre élevé de cette diversité, ce qui consiste à considérer  $\overline{\gamma}'_i$  au lieu de  $\overline{\gamma}_i$ , l'énergie utile  $\gamma$  est quasiment constante et  $\overline{E}_t$  tend vers 1.

Lorsque l'émetteur n'a pas de contrainte sur la puissance moyenne  $\overline{E}_t$  à l'émission et en tenant compte de (5.21), la sortie du récepteur devient équivalente à

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s \mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{h}} s_k + \sqrt{\mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{h}} b' \quad (5.24)$$

où  $b'$  est un bruit blanc gaussien de variance  $\frac{E_s}{RSB_c}$ . Les performances du système sont donc celles d'une transmission sur un canal gaussien et le taux d'erreur binaire est

$$BER = Q(\sqrt{2RSB_c}). \quad (5.25)$$

### 5.5.2 Contrôle de puissance usuel

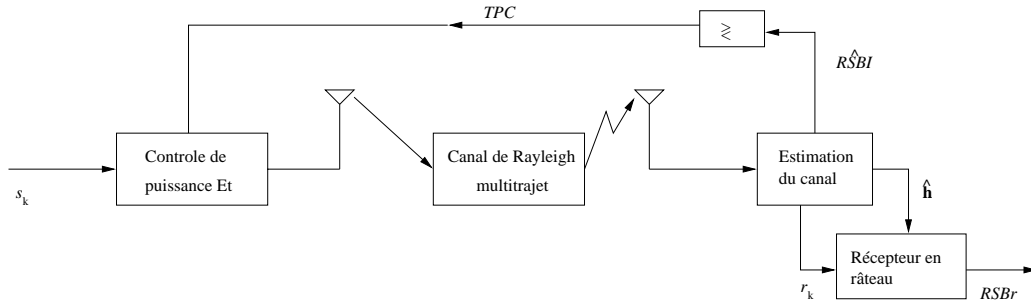


FIG. 5.2 – Description de la boucle de contrôle de puissance.

La procédure de contrôle de puissance usuelle est décrite sur la figure 5.2. A partir du vecteur des estimations du canal issues de chaque symbole pilote, nous estimons le rapport signal sur bruit instantané à la sortie du canal  $R\hat{S}BI$  qui sera comparé au  $RSB_c$  et nous en déduisons la commande de retour. Le  $R\hat{S}BI$  est obtenu à partir de la puissance reçue  $\hat{S}$  du signal et celle du bruit  $\hat{I}$ . Le récepteur dispose seulement des  $\hat{\mathbf{h}}_p$  et ces dernières quantités sont évaluées de la manière suivante

$$\hat{S} = E_s \hat{\mathbf{h}}^* \hat{\mathbf{h}} \quad (5.26)$$

où

$$\hat{\mathbf{h}} = \sqrt{E_t} \mathbf{G} \mathbf{h} + \mathbf{b}_e, \quad (5.27)$$

le vecteur  $\hat{\mathbf{h}}$  diffère de (5.4) par la composante  $E_t$  due à la variation de l'énergie de transmission et

$$\hat{I} = \frac{E_p}{P} \sum_{p=0}^{P-1} (\hat{\mathbf{h}}^* - \hat{\mathbf{h}}_p^*) (\hat{\mathbf{h}} - \hat{\mathbf{h}}_p). \quad (5.28)$$

Le rapport signal sur bruit instantané est

$$R\widehat{S}BI = \frac{\widehat{S}}{\widehat{I}}. \quad (5.29)$$

Cette estimation de la qualité de transmission n'est pas toujours égale au rapport signal sur bruit à la sortie du récepteur. Nous verrons dans la section suivante l'influence de cette estimation sur les performances du système.

### 5.5.3 Analyse Asymptotique

Nous considérons maintenant un nombre infini de symboles pilotes. Nous proposons de déterminer l'énergie moyenne à l'émission notée  $\overline{E}'_t$ , le rapport signal sur bruit moyen estimé à la sortie du canal  $R\widehat{S}B$  et le rapport signal sur bruit moyen à la sortie du récepteur  $RSB_r$ . Ensuite nous comparons ces moyennes avec celles du contrôle de puissance parfait.

#### Puissance moyenne à l'émission

Lorsque le bruit  $\mathbf{b}_e$  est réduit à zéro ( $P \rightarrow \infty$ ), le vecteur d'estimation du canal devient

$$\widehat{\mathbf{h}} = \sqrt{E_t} \mathbf{G} \mathbf{h}, \quad (5.30)$$

la puissance reçue (5.26) est ainsi

$$\widehat{S} = E_s E_t \mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h}. \quad (5.31)$$

et la puissance du bruit du canal est  $\widehat{I} = N_0$ .

En supposant qu'il n'y a pas de retard dans la boucle de retour et que la commande de contrôle de puissance est reçue sans erreur, nous obtenons

$$\frac{\widehat{S}}{\widehat{I}} = RSB_c. \quad (5.32)$$

Comme le contrôle de puissance consiste à maintenir le  $R\widehat{S}BI$  égal à celui ciblé, nous déduisons en utilisant (5.30) que l'énergie instantanée à l'émission est

$$E_t = \frac{1}{\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h}} \frac{RSB_c N_0}{E_s}. \quad (5.33)$$

Pour calculer la moyenne de cette énergie, nous utilisons la fonction caractéristique généralisée (5.10) qui devient sous l'hypothèse  $P \rightarrow \infty$  égale à

$$E[e^{j\nu \mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h}}] = \frac{1}{\det(\mathbf{I} - j\nu \mathbf{G}^2 \mathbf{C})}. \quad (5.34)$$



Sans perte de généralité, nous supposons que les valeurs propres  $\bar{\gamma}_l''$  de  $\mathbf{G}^2\mathbf{C}$  sont distinctes et donc l'énergie moyenne d'émission est

$$\bar{E}_t = \begin{cases} \infty & \text{for } L = 1 \\ \sum_{l=0}^{L-1} \frac{\pi_l''}{\bar{\gamma}_l''} \ln(\bar{\gamma}_l''), \end{cases} \quad (5.35)$$

où  $\pi_l'' = \prod_{i \neq l} \frac{\bar{\gamma}_i''}{\bar{\gamma}_i'' - \bar{\gamma}_l''}$ .

### Rapport signal sur bruit à la sortie du récepteur

Au niveau de la sortie du récepteur en râteau, le rapport signal sur bruit instantané s'écrit en utilisant (5.7), (5.30) et (5.33)

$$RSBI_r = \frac{E_t E_s (\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h})^2}{N_0 \mathbf{h}^* \mathbf{G}^3 \mathbf{h}} \quad (5.36)$$

$$= \frac{\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h}}{\mathbf{h}^* \mathbf{G}^3 \mathbf{h}} RSBC. \quad (5.37)$$

Nous remarquons que contrairement au cas parfait, le  $RSBI_r$  instantané n'est pas constant. Nous obtenons le  $RSB_r$  moyen de la manière suivante

$$RSB_r = RSBC \int \frac{\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h}}{\mathbf{h}^* \mathbf{G}^3 \mathbf{h}} p(\mathbf{h}) d\mathbf{h}. \quad (5.38)$$

Les expressions (5.35) et (5.38) caractérisent les performances du système. La première correspond à l'énergie moyenne d'émission qui représente les ressources nécessaires à l'émission pour assurer la communication avec la qualité de service désirée. Elle joue aussi un rôle important dans l'interférence entre utilisateurs. La seconde reflète la qualité en moyenne de transmission qui dépend principalement du rapport signal sur bruit à la sortie du récepteur.

### Probabilité de coupure

Contrairement à un contrôle de puissance parfait, le  $RSBI_r$  n'est pas constant durant la transmission. Il est intéressant de voir comment il fluctue par rapport au  $RSBC$ . Nous définissons la probabilité de coupure  $P_{out}$  qui reflète la durée pendant laquelle le  $RSBI_r$  est inférieur à la valeur cible,

$$P_{out} = Pr(RSBI_r < RSBC). \quad (5.39)$$

Prenons l'exemple où  $P_{out}$  est inférieure à 0.2, la qualité de service est assurée pendant 80 pour-cent et le biais n'aura pas une grande influence sur la qualité de transmission.

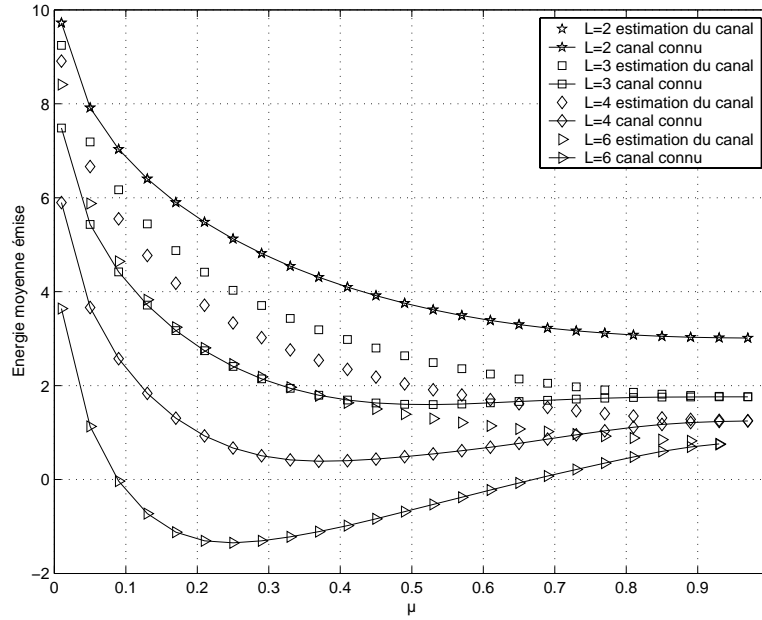


FIG. 5.3 – Énergie moyenne émise en fonction du pas des retards et du nombre des trajets.

#### 5.5.4 Résultats numériques

##### Puissance moyenne à l'émission

Nous considérons un canal à  $L$  trajets de puissances moyennes égales et de retards uniformément espacés de  $T_c$ . Nous traçons sur la figure 5.3 l'énergie moyenne à l'émission en fonction de  $\mu$  et de  $L$  pour les cas d'un contrôle de puissance parfait et d'un contrôle de puissance avec l'estimation de canal biaisée utilisant un nombre infini de symboles pilotes.

Afin d'interpréter les résultats, nous mettons en évidence l'inégalité suivante

$$\text{trace}(\mathbf{GC}) \leq \text{trace}(\mathbf{G}^2\mathbf{C}). \quad (5.40)$$

En effet, le filtre de mise en forme est, d'une part, normalisé (i.e  $g(0) = 1$ ) et donc

$$\text{trace}(\mathbf{GC}) = \sum_{i=0}^{L-1} g(0)\bar{\gamma}_i = \sum_{i=0}^{L-1} \bar{\gamma}_i.$$

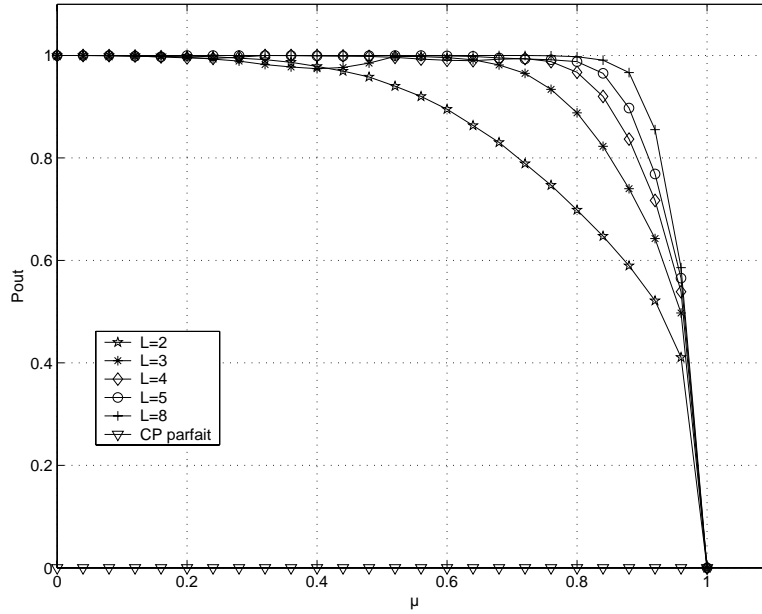


FIG. 5.4 – Probabilité de coupure en fonction du pas des retards et du nombre des trajets.

D'autre part, la matrice  $\mathbf{G}$  est symétrique, soit

$$\begin{aligned}
 \text{trace}(\mathbf{G}^2\mathbf{C}) &= \sum_{i=0}^{L-1} \left( \sum_{j=0}^{L-1} g(\tau_i - \tau_j)g(\tau_j - \tau_i) \right) \bar{\gamma}_i \\
 &= \sum_{i=0}^{L-1} g(0)^2 \bar{\gamma}_i + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0, j \neq i}^{L-1} g(\tau_i - \tau_j)^2 \bar{\gamma}_i \\
 &= \text{trace}(\mathbf{G}\mathbf{C}) + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0, j \neq i}^{L-1} g(\tau_i - \tau_j)^2 \bar{\gamma}_i.
 \end{aligned}$$

L'inégalité (5.40) est ainsi vérifiée.

L'émetteur transmet avec une puissance moyenne inférieure à celle du cas parfait pour tous les retards inférieurs à la durée chip. Ceci est dû à la surévaluation du rapport signal sur bruit au niveau de la réception. En effet, d'après (5.31) la partie dynamique  $\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h}$  tend vers  $\text{trace}(\mathbf{G}^2\mathbf{C})$  lorsque  $L$  est grand. De même pour un contrôle de puissance parfait,  $\mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{h}$  tend vers  $\text{trace}(\mathbf{G}\mathbf{C})$ . D'après (5.40), nous pouvons constater que lorsque l'estimation est biaisée le canal tend à transmettre avec une plus faible puissance.

### Probabilité de coupure

Nous gardons le même canal décrit précédemment et nous traçons sur la figure 5.4 la probabilité de coupure en fonction de  $L$  et de  $\mu$ . Nous remarquons que plus les trajets sont proches

moins la qualité de service est assurée. Aussi, la probabilité de coupure tend vers 1 à partir d'une diversité d'ordre trois. En effet, lorsque  $L$  est grand  $\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h}$  et  $\mathbf{h}^* \mathbf{G} \mathbf{h}$  tendent respectivement vers la trace de  $\mathbf{G}^2 \mathbf{C}$  et celle de  $\mathbf{G} \mathbf{C}$ . Or la première trace est supérieure à la deuxième et ainsi le  $RSBI_r$  est inférieur à la valeur cible pour toutes les réalisations du canal.

### Cas des canaux *UIT*

Nous considérons les canaux *Pedestrian-A*, *Indoor-A* spécifiés dans le chapitre précédent et le canal *Indoor-B* spécifié dans le tableau 5.1. Les retards de ces canaux sont inférieurs à la durée d'un chip et donc l'estimation usuelle du canal est biaisée. Nous évaluons dans le tableau 5.2 les expressions (5.35) et (5.38) pour chacun de ces canaux pour un rapport signal sur bruit cible égal à  $0dB$ . Nous présentons sur le même tableau l'énergie moyenne de transmission (5.23) dans le cas d'un contrôle de puissance parfait. Nous rappelons que sous cette condition, le rapport signal sur bruit instantané à la sortie du récepteur est constant et égal à  $RSB_c$ .

Path	$\mathbf{K}_{ii}(dB)$	$\tau_i (\mu s)$
0	0.0	0.0
1	-3.6	0.1
2	-7.2	0.2
3	-10.8	0.3
4	-18	0.5
5	-25.2	0.7

TAB. 5.1 – Spécification du canal *UIT Indoor-B*.

Pour ces trois canaux, nous remarquons que l'énergie moyenne à l'émission  $\overline{E}_t'$  est plus faible que celle d'un contrôle de puissance parfait  $\overline{E}_t$ . En effet, le récepteur utilise un estimateur (5.32) qui surévalue le rapport signal sur bruit à la sortie du récepteur (5.36) et l'émetteur réduit sa puissance d'émission. Nous remarquons sur le même tableau que le  $RSB_r$  est inférieur à la valeur cible de  $0dB$  qui est atteinte lorsque le contrôle de puissance est parfait. Par ailleurs, la qualité de service instantanée n'est pas assurée puisque la probabilité de coupure est très proche de 1 pour les trois canaux. Une solution usuelle pour obtenir les performances du canal gaussien (5.25) à tout instant est de garder la même estimation du canal et de maintenir (5.36) constant. Ceci est équivalent à la transmission avec la puissance

$$E_t'' = \frac{\mathbf{h}^* \mathbf{G}^3 \mathbf{h}}{(\mathbf{h}^* \mathbf{G}^2 \mathbf{h})^2} \frac{N_0}{RSB_c E_s} \quad (5.41)$$

dont la moyenne est notée  $\overline{E}_t''$ . Nous présentons dans le tableau 5.2 cette moyenne pour  $\frac{N_0}{RSB_c E_s} =$

	Pedestrian-A	Indoor-A	Indoor-B
$\overline{E}_t'$ (dB)	3.16	1.17	0.73
$RSB_r$ (dB)	-2.95	-4.93	-3.06
$\overline{E}_t$ (dB)	4.77	4.87	2.97
$\overline{E}_t''$ (dB)	5.79	5.72	3.57
$P_{out}$	0.993	0.999	0.999

TAB. 5.2 – Résultats de l'analyse asymptotique pour les canaux *UIT*.

0dB. Bien que cette solution permet d'avoir la qualité de service désirée, l'énergie moyenne dépensée par l'émetteur est plus élevée que celle d'un contrôle de puissance parfait.

Nous proposons donc d'améliorer l'estimation du canal en essayant d'éliminer le biais et de modifier la procédure usuelle de l'estimation du rapport du signal sur bruit instantané afin qu'il reflète le plus son équivalent à la sortie du récepteur. Ces étapes permettront de se rapprocher des performances d'un contrôle de puissance parfait.

## 5.6 Amélioration de la boucle de contrôle de puissance

L'analyse asymptotique précédente montre la nécessité d'éliminer le biais d'estimation du canal. Dans [46] et sans contrôle de puissance, une approche au maximum de vraisemblance (MV) a été utilisée pour l'éliminer. Lorsque l'estimation des trajets est faite par un grand nombre de symboles pilotes, ou les symboles pilotes sont transmis avec une grande puissance, ce qui anéanti le bruit d'estimation, la borne du filtre adapté est atteinte par l'approche MV. Toutefois, pour une liaison montante d'un système de transmission réel avec un contrôle de puissance, ces conditions sont loin d'être réalisables. En effet, le nombre de symboles pilotes est limité dans une trame et une moyenne de l'estimation du canal sur plusieurs trames est requise. Ceci introduit un retard de la commande de retour et le canal risque de changer pendant ce temps. Par ailleurs, l'émetteur dispose d'une puissance limitée et il ne pourra donc pas attribuer une grande partie aux symboles pilotes.

### 5.6.1 Estimation optimale au sens de l'EQM

Nous utilisons l'approche de minimisation de l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre un nouvel estimateur du canal et le vecteur  $\mathbf{h}$ . Le critère à minimiser est le suivant

$$\min_{\mathbf{A}} E[|\mathbf{A}\hat{\mathbf{h}} - \sqrt{E_t}\mathbf{h}|^2], \quad (5.42)$$

où  $\mathbf{A}$  est une matrice  $L \times L$  et  $\widehat{\mathbf{A}}\mathbf{h}$  est la nouvelle estimation du canal. Minimiser ce critère revient à minimiser pour chaque composante  $i$  de  $\mathbf{h}$  l'erreur quadratique moyenne suivante

$$\min_{\mathbf{A}_i} E[|\mathbf{A}_i \widehat{\mathbf{h}}_i - \sqrt{E_t} \mathbf{h}_i|^2] \quad (5.43)$$

où  $\mathbf{A}_i$  est la  $i$ -ème ligne de la matrice  $\mathbf{A}$ . En développant cette EQM nous obtenons

$$E[|\mathbf{A}_i \widehat{\mathbf{h}}_i - \sqrt{E_p E_t} \mathbf{h}_i|^2] = E[|\mathbf{A}_i \widehat{\mathbf{h}}_i|^2] - 2\sqrt{E_t} \Re(\mathbf{A}_i \widehat{\mathbf{h}}_i \mathbf{h}_i^*) + E_t \bar{\gamma}_i. \quad (5.44)$$

En annulant la dérivée de cette quantité par rapport à  $\mathbf{A}_i$  et en utilisant l'expression (5.27) de l'estimation du canal, nous trouvons

$$\left( E_t \mathbf{G} \mathbf{C} \mathbf{G} + \frac{N_0}{P E_p} \mathbf{G} \right) \mathbf{A}_i^* = E_t \mathbf{G}_i \gamma_i, \quad (5.45)$$

où  $\mathbf{G}_i$  est la  $i$ -ème colonne de la matrice  $\mathbf{G}$ . Nous en déduisons que la matrice optimale est

$$\mathbf{A}_{opt} = \left( \mathbf{G} \mathbf{C} \mathbf{G} + \frac{N_0}{P E_t E_p} \mathbf{G} \right)^{-1} \mathbf{G} \mathbf{C}. \quad (5.46)$$

Cette solution optimale au sens de l'EQM exige la connaissance des trois paramètres qui sont la matrice  $\mathbf{G}$ , la puissance à l'émission  $E_t$  et la matrice des puissances moyenne des trajets  $\mathbf{C}$ . La première est facilement calculable à partir des retards  $\tau_i$  qui sont connus à la réception. La puissance d'émission est estimée de la manière suivante

$$\widehat{E}_t = 10^{-\frac{\Delta}{10} \sum_{i=0}^{q-D-1} TPC_i} \quad (5.47)$$

où  $TPC_i = \pm 1$  est la commande pour le  $i$ -ème slot,  $\Delta$  est le pas de contrôle de puissance,  $q = \lfloor \frac{k}{N_{sym}} \rfloor$ ,  $N_{sym}$  est le nombre de symboles par trame,  $D$  est le retard à l'arrivée de la commande évalué en nombre de trames. Pour le moment nous supposons que le récepteur connaît la matrice  $\mathbf{C}$  ou qu'il arrive à calculer le produit  $\mathbf{C} \mathbf{G}$ . Ce qui est suffisant pour en déduire  $\mathbf{A}_{opt}$  d'après (5.46).

Une fois la matrice  $\mathbf{A}_{opt}$  calculée, la nouvelle estimation du canal optimale notée  $\widetilde{\mathbf{h}} = \mathbf{A}_{opt} \widehat{\mathbf{h}}$  est obtenue. Ce vecteur sera d'une part utilisé par les doigts récepteur en râteau, et le rapport signal sur bruit à la sortie du récepteur deviendra ainsi

$$RSBI_r = \frac{E_t E_s (\widetilde{\mathbf{h}} \mathbf{G} \mathbf{h})^2}{N_0 \widetilde{\mathbf{h}} \mathbf{G} \mathbf{h}}. \quad (5.48)$$

D'autre part, il contribue à l'amélioration de l'estimation du rapport signal sur bruit à la sortie du canal. Ceci consiste à modifier (5.26) par

$$\widehat{S} = E_s \widehat{\mathbf{h}}^* \widetilde{\mathbf{h}}. \quad (5.49)$$

et  $\widehat{I}$  reste inchangé.

### 5.6.2 Estimation sous optimale au sens de l'EQM

En pratique, la matrice  $\mathbf{C}$  est difficile à estimer car elle nécessite des estimations non biaisées des trajets dont le récepteur ne dispose pas. Par ailleurs, lorsque la fenêtre de moyenne est grande, les caractéristiques du canal risquent de changer. Nous proposons d'utiliser la solution sous optimale

$$\mathbf{A} = \mathbf{G}^{-1}. \quad (5.50)$$

Elle correspond à la solution optimale au sens de l'EQM et du MV lorsqu'un grand nombre de symboles pilotes est utilisé. Contrairement à la solution (5.46) qui nécessite une mise à jour pour chaque trame, elle a l'avantage d'être calculée une seule fois pour un canal donné.

### 5.6.3 Résultats de simulations

Nous considérons le canal multitrajet *UIT Pedestrian-A*. La vitesse du mobile est 3km/h. Les trames transmises contiennent 2560 chips, le débit de transmission est 3.84 Mchips/s et le facteur d'étalement des données est 64. Nous utilisons 8 symboles pilotes transmis avec une puissance  $E_p = 0.537E_s$  et un facteur d'étalement égal à 256.

Nous présentons sur la figure 5.5 les performances dans les trois cas suivants : absence de contrôle de puissance pour une estimation du canal conventionnelle, une estimation améliorée selon le critère EQM et la borne du filtre adapté. L'estimation au sens de l'EQM améliore les performances de 0.8 dB pour un taux d'erreur de  $10^{-2}$ . Toutefois nous restons à 3dB de la borne du filtre adapté.

En présence de contrôle de puissance, le pas de variation de la puissance est  $\Delta = 1dB$  et il n'y pas d'erreur ni de retard sur la commande de retour. Sur la figure 5.6, nous évaluons l'énergie moyenne à l'émission en fonction du  $RSB_c$ . Pour une valeur cible fixée, le contrôle de puissance amélioré dépense plus d'énergie que la procédure usuelle. Ceci est conforme à l'analyse asymptotique qui montre qu'à cause du biais d'estimation du canal, l'estimation classique de  $\hat{S}$  surévalue la puissance utile en réception et donc l'émetteur baisse sa puissance.

Nous présentons sur la figure 5.7 les performances en fonction du rapport de l'énergie moyenne à l'émission. Pour un taux d'erreur de  $10^{-2}$ , le contrôle de puissance amélioré avec une solution optimale permet de réduire la puissance à l'émission de 2.1 dB par rapport à la procédure usuelle. La solution sous optimale permet aussi de réduire cette puissance de 1.4 dB. Cette méthode présente ainsi un bon compromis entre les performances et la complexité.

Au niveau de la réception, nous présentons sur la figure 5.8 les performances en fonction du rapport signal sur bruit à la sortie du canal. Les performances sont limitées par celles du cas gaussien qui correspond à un contrôle de puissance parfait. Les solutions optimale et sous

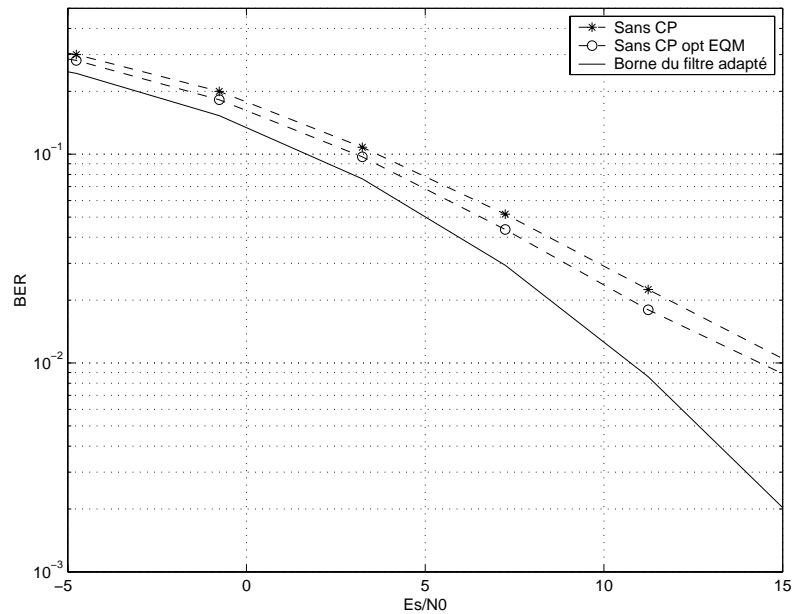


FIG. 5.5 – Comparaison des performances sans contrôle de puissance pour une estimation usuelle de canal, une estimation au sens de l’EQM et la borne du filtre adapté pour le canal *Pedestrian-A*.

optimale ont un gain de 1dB par rapport à la procédure usuelle de contrôle de puissance. Les performances se rapprochent de la borne gaussienne.

## 5.7 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que la procédure usuelle d’estimation du canal présente des insuffisances pour les canaux dont les retards sont inférieurs à la durée chip. La distorsion s’exprime en un bruit additif gaussien d’estimation du canal et un biais dû au filtre de mise en forme. Nous avons déterminé la fonction caractéristique de l’énergie utile du récepteur. Elle présente deux termes qui reflètent ces deux composantes.

L’effet du biais d’estimation du canal s’avère important pour les systèmes à étalement de spectre avec un contrôle de puissance. Le récepteur surévalue le rapport signal sur bruit à la réception et l’émetteur réduit ainsi la puissance à l’émission. La qualité de service n’est généralement pas assurée durant la transmission surtout lorsque la diversité par trajets-multiples est élevée.

L’utilisation d’un grand nombre de symboles pilotes ou bien leur transmission avec une forte puissance permet de réduire le bruit mais ceci reste difficile à réaliser pour une liaison



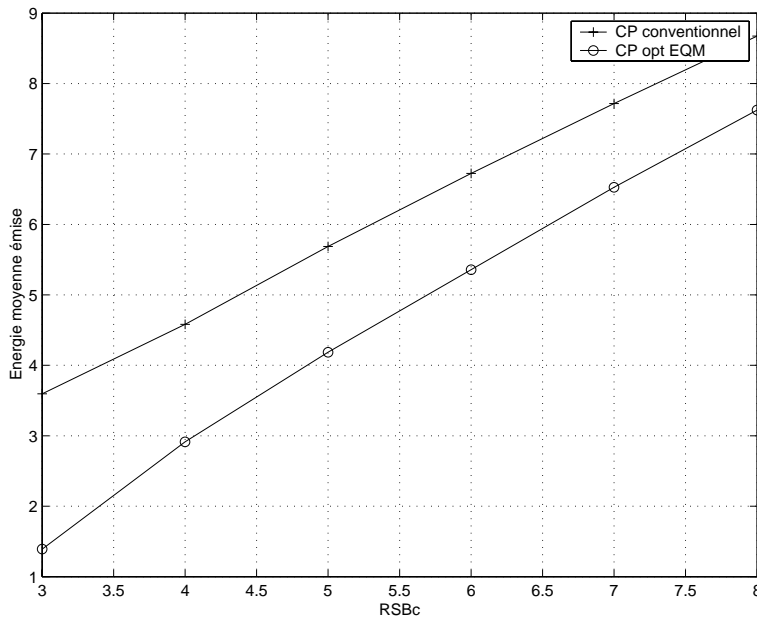


FIG. 5.6 – Comparaison de l'énergie moyenne à l'émission en fonction du  $RSB_c$  pour les algorithmes de contrôle de puissance avec estimation usuelle du canal et avec estimation au sens de l'EQM pour le canal *Pedestrian-A*.

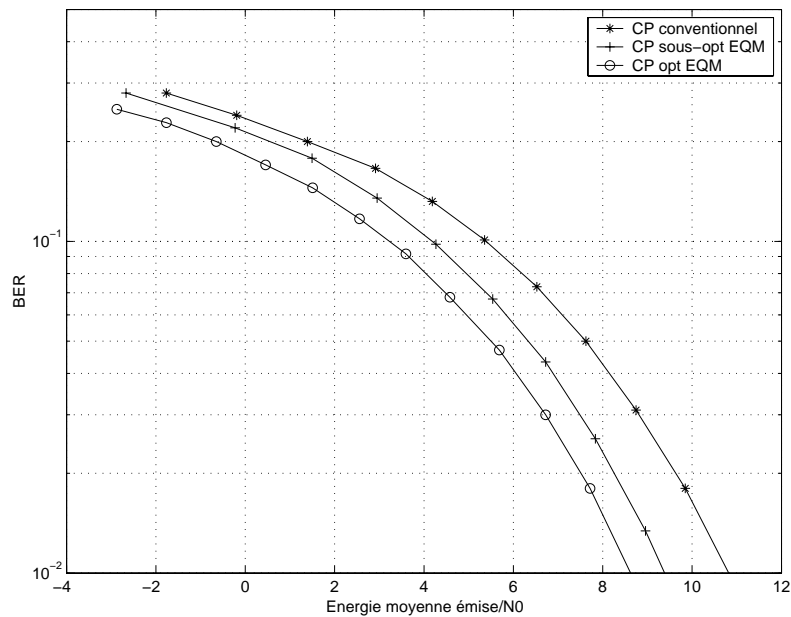


FIG. 5.7 – Performances des différents algorithmes de contrôle de puissance en fonction du rapport signal sur bruit à l'émission pour le canal *Pedestrian-A*.

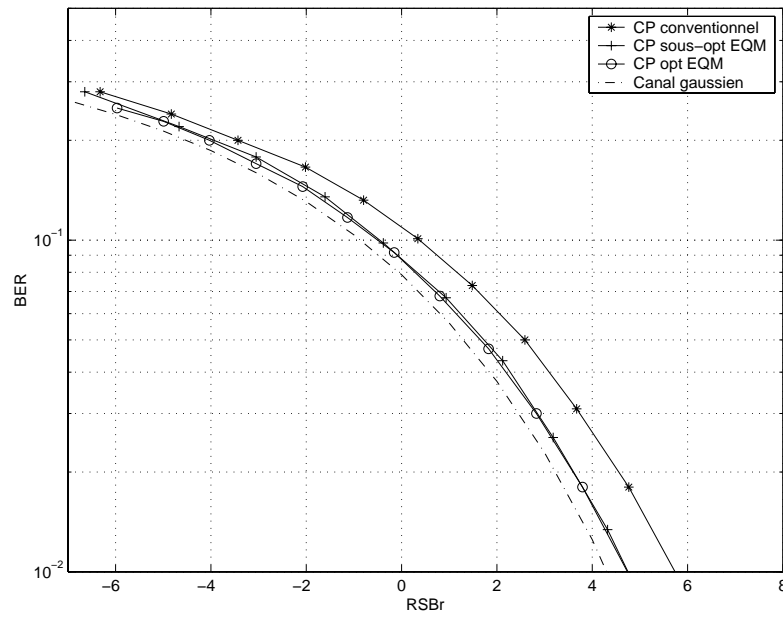


FIG. 5.8 – Performances des différents algorithmes de contrôle de puissance en fonction du rapport signal sur bruit à la réception pour le canal *Pedestrian-A*.

montante. Quant au biais, l'approche de minimisation de l'erreur quadratique moyenne sur l'estimation du canal permet d'améliorer le rendement de la boucle de contrôle de puissance en terme d'optimisation de la puissance à l'émission et de satisfaction de la qualité de service en réception.



# Chapitre 6

## Application : Simulation du lien radio de l'UMTS-FDD

### 6.1 Introduction

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'application des méthodes de simulations rapides présentées dans les chapitres précédents à la liaison montante du standard européen l'UMTS en mode FDD (*Frequency Division Duplex*). Nous commençons ainsi par décrire les principales caractéristiques de la couche physique de la liaison montante. Plusieurs méthodes fondées sur une chaîne de Markov du premier ordre ont été proposées [56][66][67][68][69] pour la simulation de ce lien radio avec les restrictions que d'une part, le canal est parfaitement estimé, et que d'autre part, les retards du canal sont supérieurs à la durée chip. Nous avons vu cependant que cette modélisation n'est pas valable pour tous les régimes et que le filtre de mise en forme a une influence sur les performances pour les canaux dont les retards sont inférieurs à la durée chip. Dans ce chapitre, nous tenons compte de ces aspects et nous exploitons les études élaborées dans les chapitres précédents afin de réaliser des simulations pour plusieurs scénarios possibles. Nous comparons les performances obtenues avec celles du simulateur complet. D'abord, nous considérons une estimation parfaite du canal qui a des retards multiples de  $T_c$  et nous utilisons les deux méthodes présentées dans les chapitres 2 et 3. Ensuite, nous considérons un canal dont les trajets sont très proches et nous réutilisons les deux méthodes précédentes, mais appliquées au canal équivalent. Enfin, nous introduisons l'estimation du canal dans le cas où les retards des trajets sont très espacés.

## 6.2 Liaison montante UMTS-FDD

### 6.2.1 Codage canal

Le codage du canal est fait sur les bits d'information en provenance de la couche MAC. Ce codage varie selon le service désiré et nous décrivons brièvement celui associé au service 12.2 *kbps*. Les bits d'informations sont codés par un code convolutif de rendement  $\frac{1}{3}$  dont les polynômes générateurs sont  $1 + D^2 + D^3 + D^5 + D^6 + D^7 + D^8$ ,  $1 + D + D^3 + D^4 + D^7 + D^8$  et  $1 + D + D^2 + D^5 + D^8$ . La séquence codée est ensuite entrelacée sur deux trames de durée 10 *ms* chacune. La séquence obtenue sera transmise à travers les canaux physiques des données. Le codage des autres services et les entrelacements sont décrits dans [58].

### 6.2.2 Structure de la trame

La liaison montante dispose de deux types de canaux physiques dédiés, un canal réservé aux bits d'information appelé le DPDCH (*Dedicated Physical Data Channel*) et un autre pour les bits de contrôle appelé le DPCCH (*Dedicated Physical Control Channel*). Ce dernier est constitué des symboles pilotes connus, de la commande de contrôle de puissance TPC (*Transmit Power Control*), des bits de retour BFI (*Feedback Information*) et des bits optionnels TFCI (*Transport Format Combination Indicator*) indiquant le format de la trame utilisée [57].

La trame de la liaison montante est décrite sur la figure 6.1. Elle dure 10*ms* et elle est divisée en 15 slots. Indépendamment du service, chaque slot contient 2560 chips réservés aux DPDCH et DPCCH qui seront transmis respectivement sur la voie réelle et la voie imaginaire avec le débit fixe de 3.84Mchips/s. Le paramètre  $k$  de la figure 6.1 détermine le nombre de bits d'information (ou symboles codés) par slot. Il est relié au facteur d'étalement du DPDCH de la façon suivante  $N = 256/2^k$ . Le nombre de symboles pilotes varie selon la norme [57] de 3 à 8. Cependant le facteur d'étalement est fixé à 256 pour le DPCCH ce qui fait 10 bits (ou symboles codés) de contrôle par slot.

### 6.2.3 L'étalement

La figure 6.2 illustre le principe de l'étalement des canaux DPDCH et DPCCH. Les séquences binaires de chacun des canaux sont d'abord étalées respectivement par des codes réels  $C_c$  et  $C_d$  dits de canalisation puis multipliées respectivement par des gains  $\beta_c$  et  $\beta_d$ . Les deux composantes réelle et imaginaire sont ensuite additionnées et elles sont considérées comme un seul flux de chips à valeurs complexes. Ces chips sont enfin multipliés par un code d'embrouillage avant d'être modulés avec des symboles QPSK.

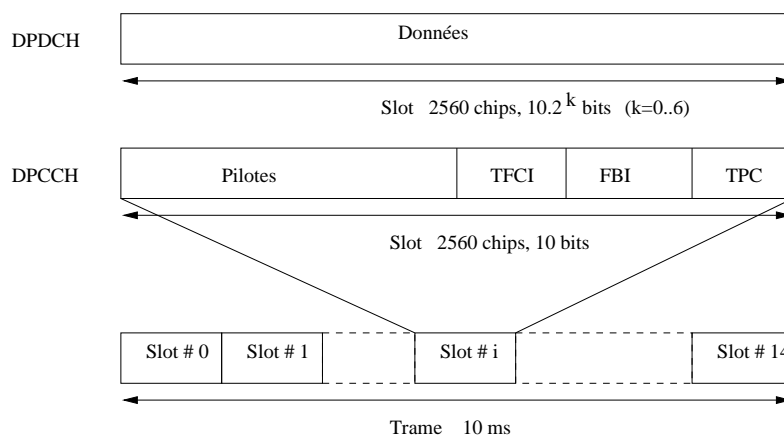


FIG. 6.1 – Structure de la trame pour la liaison montante de l'UMTS-FDD.

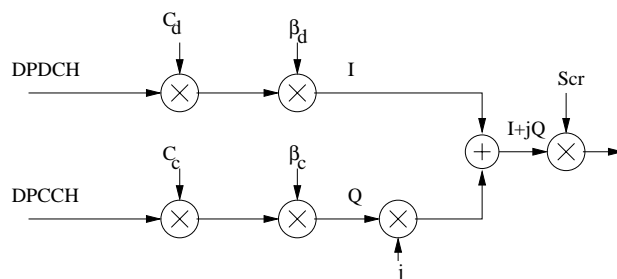


FIG. 6.2 – L'étalement pour la liaison montante de l'UMTS-FDD.

### Les codes de canalisation

Ces codes sont orthogonaux et préservent ainsi l'orthogonalité entre les différents canaux physiques d'un seul utilisateur. Les codes de canalisation sont appelés aussi des OVSF codes (*Orthogonal Variable Spreading Factor*) car ils maintiennent l'orthogonalité pour des codes de longueurs différentes [70]. Ils sont obtenus à partir de la matrice de Walsh-Hadamard [20] qui permet de construire l'arbre de génération des codes. L'orthogonalité des codes est assurée en interdisant à deux codes d'appartenir au même chemin amenant jusqu'à la racine. Pour le DPCCH le code d'étalement est toujours de taille 256 et les éléments sont égaux à 1. Quant au DPDCH, la taille de son code varie de 4 à 64 selon le service désiré.

### L'embrouillage

Le code d'embrouillage sert à récupérer la diversité par trajets multiples et à séparer les différents utilisateurs. Pour le DPCCH et le DPDCH le code est complexe et de taille 38400 chips (une trame). Il consiste en une portion d'une séquence notée  $C_{long}$  qui peut être de type

long ou court. Dans le premier cas,  $C_{long}$  est obtenue à partir de deux segments notés  $c_{long,1}$  et  $c_{long,2}$ . En effet, deux  $m$ -séquences  $x$  et  $y$  sont d'abord générées à partir des deux polynômes  $X^{25} + X^3 + 1$  et  $X^{25} + X^3 + X^2 + X + 1$ . Ensuite la séquence binaire de Gold  $z$  est obtenue à partir de la somme modulo 2 de  $x$  et  $y$ . La séquence  $c_{long,1}$  est déduite à partir de  $z$  en associant à  $c_{long,1}(i) = 1$  lorsque  $z(i) = 0$  et -1 dans le cas contraire, pour  $i = 0, 1, \dots, 2^{25} - 27$ . La séquence  $c_{long,2}$  est égale à  $c_{long,1}$  décalée de 16777232 chips. Enfin la séquence complexe est obtenue de la manière suivante

$$C_{long}(i) = c_{long,1}(i) (1 + j(-1)^i c_{long,2}(2\lfloor i/2 \rfloor)) \quad (6.1)$$

pour  $i = 0, 1, \dots, 2^{25} - 2$ . Le code d'embrouillage est ainsi  $S_{cr}(i) = C_{long}(i)$  pour  $i = 0, \dots, 38399$ . Ce type de codes est utilisé dans les simulations de la liaison montante étudiée dans ce chapitre. L'utilisation des séquences de type courte est décrite dans [59].

### 6.3 Simulation rapide du lien radio avec estimation parfaite du canal

Nous considérons le service 12.2 *kbps*. La séquence d'étalement est de taille 64 pour le DPDCH et elle est le produit d'une séquence de Walsh-Hadamard par une portion de la séquence d'embrouillage, ceci afin de bénéficier des propriétés des deux séquences. Nous pouvons alors supposer que la séquence d'étalement est parfaite. Nous avons vu dans le chapitre 3 que lorsque le canal est parfaitement connu, la sortie du récepteur en râteau s'écrit

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s} \sqrt{\mathbf{h}_k^* \mathbf{G} \mathbf{h}_k} s_k + b_k. \quad (6.2)$$

Ces valeurs souples seront désentrelacées et ensuite décodées.

Nous comparons les résultats de simulations de ce service obtenus par les trois méthodes suivantes :

- Méthode A : toutes les étapes de codage, entrelacement, étalement, embrouillage, filtre de mise en forme, canal multitrajet, récepteur en râteau, désentrelacement et décodage sont simulées. Le canal et le récepteur fonctionnent avec un facteur de suréchantillonnage égal à 4. La méthode utilisée pour générer le canal au temps  $\frac{T_c}{4}$  est celle de Jakes.
- Méthode B : les étapes de codage, entrelacement, désentrelacement, décodage restent inchangées. La sortie du récepteur est obtenue à partir de (6.2) en générant l'énergie utile  $\sqrt{\mathbf{h}_k^* \mathbf{G} \mathbf{h}_k}$  au débit symbole  $T_s$ ; les opérations au niveau chip sont donc évitées. L'énergie utile est obtenue à partir d'un banc de  $L$  générateurs. Chacun est constitué d'une chaîne de Markov suivie de l'interpolation. La chaîne de simulation fonctionne donc avec un échantillon par symbole codé.

- Méthode C : elle est similaire à la méthode B, exception faite que l'énergie utile est générée par un seul arbre de contexte suivi de l'interpolation.

### 6.3.1 Retards supérieurs à $T_c$

Lorsque les retards du canal sont supérieurs à la durée chip, la matrice de corrélation du filtre  $\mathbf{G}$  est très proche de l'identité. Nous considérons le canal *UIT Vehicular-A* spécifié dans le tableau 6.1.

Trajet	$\bar{\gamma}_i$ (dB)	$\tau_i$ (ns)
0	0	0
1	-1	310
2	-9	710
3	-10	1090
4	-15	1730
5	-20	2510

TAB. 6.1 – Spécification du canal *UIT Vehicular-A*

Pour la vitesse 3km/h (ce qui correspond au régime  $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$ ), les performances des méthodes A, B et C sont présentées sur la figure 6.3. Pour un taux d'erreur binaire égal à  $10^{-3}$ , les méthodes B et C présentent une dégradation de seulement 0.5 dB par rapport à la méthode A. Ceci est dû principalement à la faible différence entre les fonctions d'autocorrélation des processus générés. Pour obtenir les performances à la vitesse 120km/h (ce qui correspond au régime  $f_D T_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$ ), nous rappelons que nous changeons seulement le facteur d'interpolation. Les performances des trois méthodes sont présentées sur la figure 6.4. Pour le taux d'erreur binaire de  $10^{-3}$ , nous remarquons une différence de 0.25 dB entre les résultats de la méthode B par rapport aux méthodes A et C.

Les gains en temps de simulation sont respectivement de l'ordre de 160 et 240 pour respectivement les méthodes B et C par rapport à A. Chacun des ces gains est constitué de deux facteurs. Le premier est de l'ordre de 60 grâce au fonctionnement des simulateurs B et C au temps symbole  $T_s$  au lieu du  $\frac{T_c}{4}$ . Le second est proche de 2.33 et 4 pour les méthodes B et C grâce à l'utilisation des méthodes de simulations rapides basées sur des chaînes de Markov.

### 6.3.2 Retards inférieurs à $T_c$

Lorsque les retards sont inférieurs à la durée chip, les sorties des doigts du récepteur en râteau sont corrélées par la matrice  $\mathbf{G}$  (voir (6.2)). Nous considérons le canal *Pedestrian-A*



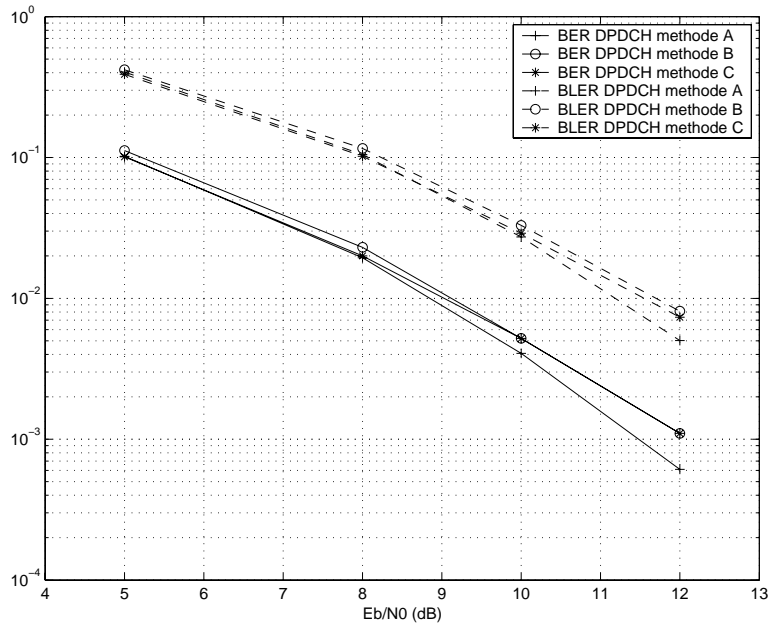


FIG. 6.3 – Performances du lien radio à  $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$  pour le canal *Vehicle-A* et le service 12.2kbps.

spécifié dans le chapitre 4. Afin d'éviter la simulation des filtres d'émission et de réception, nous utilisons le canal équivalent au *Pedestrian A* spécifié dans le même chapitre. Les méthodes B et C considèrent donc le canal équivalent.

Nous présentons sur la figure 6.5 les performances obtenues par les méthodes A, B et C à la vitesse de 120km/h (ce qui correspond au régime  $f_D T_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$ ). Pour un taux d'erreur binaire de  $10^{-3}$ , nous remarquons une différence de 0.35 dB entre les deux premières méthodes et la méthode exacte. Nous représentons également sur la même figure la méthode A mais avec un seul échantillon par chip. Ceci revient à considérer des retards multiples de la durée chip. L'évaluation des performances ne tient pas compte de l'effet du filtre d'émission. Nous constatons que le fait de baisser le facteur d'échantillonnage ne permet pas d'évaluer correctement les performances et nous avons une différence de 0.7 dB.

## 6.4 Simulation rapide du lien radio avec estimation du canal

Dans ce paragraphe nous nous intéressons aux canaux dont les retards sont supérieurs à  $T_c$ . D'après la norme [57], le facteur d'étalement des symboles pilotes est égal à 256. Ceci nous permet d'écrire l'estimation du canal sous la forme suivante

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{h} + \mathbf{b}_e, \quad (6.3)$$

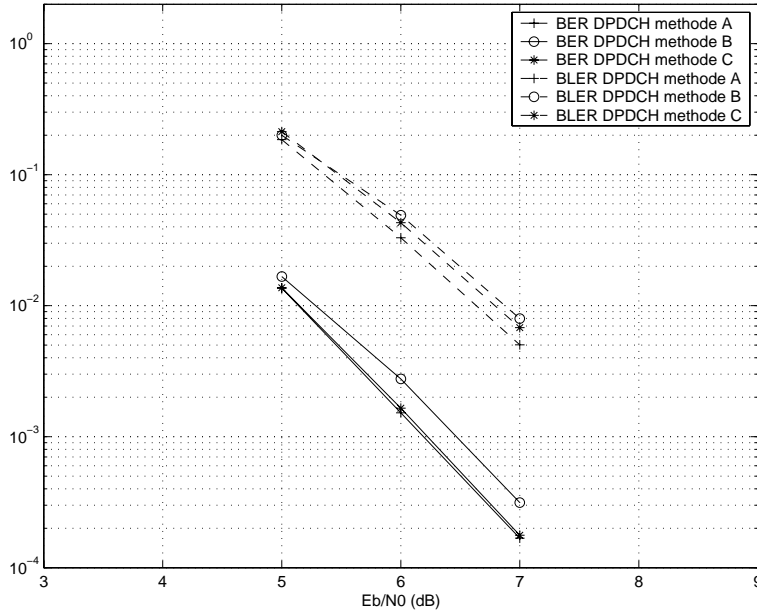


FIG. 6.4 – Performances du lien radio à  $f_D T_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$  pour le canal *Vehicular-A* et le service 12.2kbps.

où  $E(\mathbf{b}_e^* \mathbf{b}_e) = \frac{N_0}{P E_p}$ . Cette estimation est supposée constante sur un slot. La sortie du récepteur s'écrit

$$\Re(\hat{s}_k) = \sqrt{E_s} \Re(\hat{\mathbf{h}}^* \mathbf{h}) s_k + \Re(\hat{\mathbf{h}}^* \mathbf{b}) \quad (6.4)$$

et elle sera désentrelacée puis décodée.

Nous réalisons les simulations du service 12.2 *kbps* par les deux méthodes suivantes :

- Méthode A : toutes les étapes de codage, entrelacement, étalement, embrouillage, filtre de mise en forme, canal multitrajet, récepteur en râteau, estimation du canal, désentrelacement et décodage sont simulées. Le canal et le récepteur fonctionnent avec un facteur de suréchantillonnage égal à 4. La méthode utilisée pour générer le canal au temps  $\frac{T_c}{4}$  est celle de Jakes.
- Méthode B : les étapes de codage, entrelacement, désentrelacement, décodage restent inchangées. La sortie du récepteur et l'estimation du canal sont obtenues à partir des expressions (6.3) et (6.4) en générant chacun des trajets par une chaîne de Markov suivie d'une interpolation  $\sqrt{\mathbf{h}_k^* \mathbf{G} \mathbf{h}}$  au débit symbole  $T_s$ .

Le nombre de symboles pilotes est égal à  $P = 6$  et le rapport entre les puissances des symboles et des pilotes est égal à  $\frac{E_p}{E_s} = \frac{\beta_c^2}{\beta_d^2} = 0.5378$ . Nous présentons sur la figure 6.6 les performances obtenues par les deux méthodes pour une vitesse de 3km/h (ce qui correspond au régime  $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$ ). Pour cette vitesse, le canal est constant sur un slot. Les performances des méthodes A et B sont légèrement différentes (0.3 *dB*) pour un gain en temps de simulation, apporté par

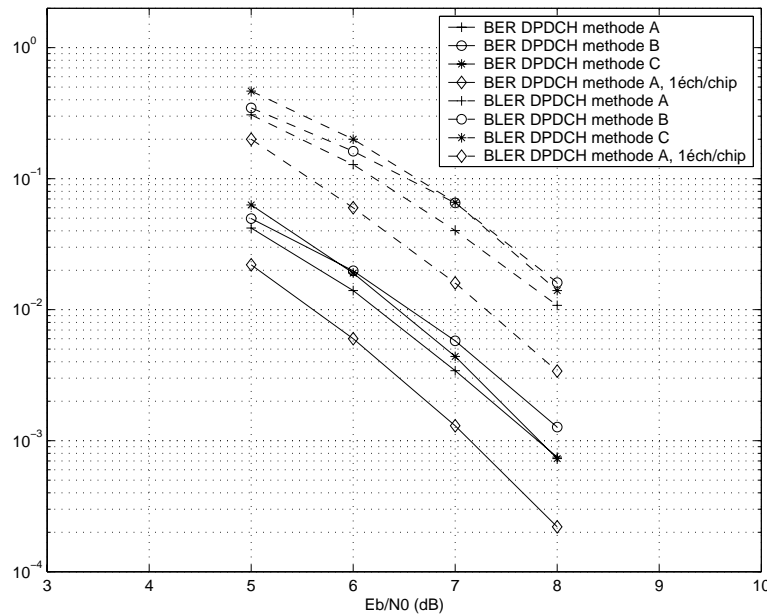


FIG. 6.5 – Performances du lien radio à  $f_D T_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$  pour le canal *Pedestrian-A* et le service 12.2kbps.

la deuxième méthode, proche de 160.

## 6.5 Conclusion

Nous avons décrit au début de ce chapitre les principales opérations de la couche physique de la liaison montante de l'UMTS-FDD. Nous avons comparé ensuite, sous l'hypothèse de l'estimation parfaite du canal, les performances de cette liaison obtenues par deux méthodes de simulations rapides avec celles de la méthode usuelle. Lorsque les retards des trajets sont inférieurs à la durée chip, nous avons considéré le canal équivalent au lieu du canal réel. Une faible différence entre les performances des différentes méthodes qui ne dépasse pas  $0.5 \text{ dB}$  et un gain important en temps de simulation sont obtenus. Enfin, nous avons introduit l'estimation du canal lorsque les retards des trajets sont supérieurs au temps chip. Les performances de la méthode rapide sont très similaires à celles de la méthode usuelle. Ces méthodes de simulations rapides permettent de développer des outils efficaces en terme de précision-rapidité pour étudier ce lien ainsi que son interaction avec les couches supérieures.

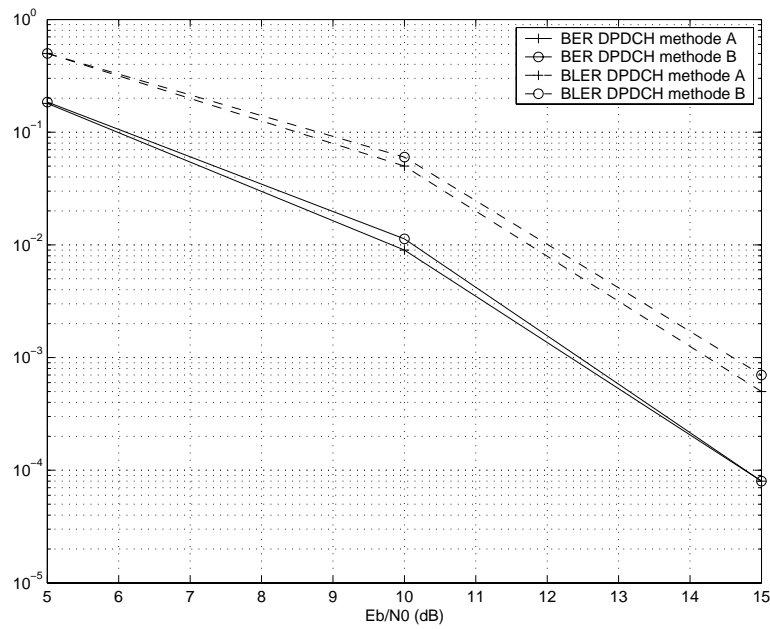


FIG. 6.6 – Performances du lien radio à  $f_D T_s = 9.26 \cdot 10^{-5}$  pour le canal *Vehicular-A* avec estimation du canal et le service 12.2kbps.



## Chapitre 7

# Conclusions et perspectives

Avec l'accroissement de la complexité des traitements du lien radio pour les systèmes de troisième génération, les techniques de simulations rapides du canal radio ou du récepteur ont des applications très prometteuses. Elles offrent également la possibilité de développer des outils d'études conjointes du lien radio et des couches supérieures.

Une grande partie des travaux déjà réalisés a porté sur la génération du canal non sélectif en fréquences par des chaînes de Markov. Ces chaînes sont généralement des représentations simples de l'amplitude du canal et génèrent rapidement ce dernier lorsque leur ordre est réduit. Elles sont toutefois incapables de générer le canal avec une bonne propriété d'autocorrélation lorsque l'ordre est égal à un pour une large gamme de régimes  $f_D T_s$ . L'utilisation des ordres deux et trois réduit de très peu cette bande en augmentant cependant exponentiellement la complexité.

Pour les systèmes CDMA et lorsque le canal est sélectif en fréquence, les retards ne sont généralement pas espacés par un multiple de la durée chip. Des facteurs de suréchantillonnage supérieurs à un échantillon par chip sont ainsi requis. Pour réduire ces facteurs à un, des travaux cherchant à trouver un canal équivalent dont les retards sont régulièrement espacés de la durée d'un chip ont été réalisés. Les solutions proposées permettent d'obtenir la même sortie du canal mais présentent cependant l'inconvénient d'avoir des trajets corrélés ce qui rend leur génération plus complexe.

Dans ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés essentiellement aux méthodes de génération rapide du canal ou de la sortie du récepteur en râteau par des chaînes de Markov de faible ordre. Nous avons tenu compte de certains aspects dûs à la présence de l'estimation de canal ou à la corrélation introduite par les filtres d'émission et de réception lorsque les retards du canal sont relativement espacés de moins de la durée d'un chip.

En premier lieu (chapitre 2) un canal de Rayleigh non sélectif en fréquence a été considéré. En

utilisant la théorie de l'information, et par simulation, nous avons montré que l'utilisation d'une chaîne de Markov de premier ordre, et qui associe à chaque symbole transmis une amplitude du canal, ne peut pas générer celui-ci avec une bonne propriété d'autocorrélation. Ayant constaté que la dynamique du canal, qui ne dépend que de la fréquence Doppler, est indépendante de celle de transmission, qui dépend seulement du débit, et en utilisant la propriété que l'amplitude du canal est un processus à bande limitée, nous avons proposé un modèle de simulation rapide du canal utilisant une chaîne de Markov de premier ordre. En effet, une telle chaîne permet de générer les échantillons avec la bonne propriété d'autocorrélation à la fréquence d'échantillonnage  $2f_D$ . Les valeurs intermédiaires affectées aux symboles transmis sont calculées par une interpolation. Nous avons comparé cette méthode avec celle de Jakes [12] et un gain intéressant en vitesse de simulation a été obtenu. Par ailleurs, l'analyse de la quantité d'information apportée par la connaissance des échantillons du canal sur la nouvelle réalisation nous a permis de constater que l'horizon des prédictors linéaires de l'amplitude du canal ne peut pas dépasser les  $4/f_D$  pour une qualité de prédiction acceptable.

Lorsque le canal est sélectif en fréquence et pour un système CDMA, la génération de la sortie du récepteur en râteau a été étudiée (chapitre 3). Nous n'avons considéré que les canaux ayant des retards multiples de la durée d'un chip et avons supposé un canal parfaitement connu à la réception ainsi qu'une séquence d'étalement idéale. Comme l'énergie utile et la norme du canal sont aussi des processus à bande limitée, le principe de la méthode proposée dans le chapitre précédent est également applicable pour la génération de l'un de ces deux processus. Un arbre de contextes de profondeur maximale égale à deux, qui est une représentation compacte d'une chaîne de Markov d'ordre égal à la profondeur, permet de générer la norme du canal avec la bonne propriété d'autocorrélation et à la fréquence  $5f_D$ . Une interpolation est ensuite utilisée pour déterminer les valeurs du module du canal au débit symbole. Cette méthode permet d'éviter la simulation de l'étalement, du canal radio et du récepteur en râteau. En outre, sa complexité est indépendante du nombre de trajets du canal. Les simulations montrent un gain important en temps d'exécution sans perte remarquable en performances.

Contrairement aux méthodes existantes [17][29], qui nécessitent la reconstruction des chaînes de Markov à chaque changement de régime, les générateurs proposés dans les chapitres 2 et 3 ont l'avantage d'être génériques : il suffit de changer le facteur d'interpolation.

Nous nous sommes intéressés en troisième lieu (chapitre 4) à un canal réel dont les retards ne sont pas généralement multiples de la durée chip. Un canal équivalent qui permet de générer le même processus d'énergie utile à la sortie du récepteur a été proposé. En effet, les vecteurs constitués respectivement de l'énergie utile obtenue à partir du canal et celle obtenue à partir

du canal équivalent ont la même densité de probabilité conjointe quelles que soient leurs tailles. Le nouveau canal a l'avantage d'avoir des trajets indépendants et séparés uniformément par un multiple de la durée chip. Il permet de généraliser les résultats du chapitre 3 à tous les types de canaux. Par ailleurs, il permet non seulement d'éviter la simulation des filtres d'émission et de réception, mais aussi de réduire le nombre de trajets à considérer sans perte de performances. En outre, la considération des canaux équivalents aux canaux réels permet de comparer les performances après décodage de ces derniers sans passer par les simulations.

Dans le chapitre 5, certains effets de l'estimation du canal sur le récepteur en râteau en présence d'une boucle de contrôle de puissance et pour une liaison montante ont été étudiés. Lorsque les retards du canal sont inférieurs à la durée chip l'estimation usuelle du canal est biaisée. Dans ce cas, le récepteur surévalue le rapport signal sur bruit à la réception et l'émetteur réduit sa puissance d'émission. Par conséquent, la qualité de service désirée n'est pas assurée. Nous avons proposé une méthode d'élimination du biais d'estimation fondée sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre l'estimation et le canal. Elle permet, d'une part, l'optimisation de la puissance à l'émission, qui est une ressource importante pour une liaison montante, et, d'autre part, l'amélioration de l'estimation du rapport signal sur bruit à la réception. La qualité de service est ainsi mieux assurée. Cependant, cette solution optimale n'est pas facile à obtenir en pratique. En effet, elle nécessite l'estimation d'une matrice sur une durée pendant laquelle le canal peut changer de propriétés. Nous avons proposé une solution sous-optimale qui présente un bon compromis entre la faisabilité et l'amélioration des performances.

Les générateurs rapides, proposés dans cette thèse, ont été incorporés dans les simulateurs du lien radio de l'UMTS-mode FDD (chapitre 6). Un canal dont les retards sont multiples de la durée d'un chip a été d'abord considéré. L'estimation du canal a été également introduite. Ensuite, nous avons utilisé le canal équivalent au canal réel lorsque ce dernier a des trajets très proches. Un gain en temps de simulation d'un facteur 160 est obtenu, pour une différence entre les performances, après le décodage correcteur d'erreur, ne dépassant pas 0.5 dB. Ce gain est le résultat du fonctionnement du simulateur au temps symbole au lieu du temps chip (résultats du chapitre 3), de l'utilisation d'un seul échantillon par symbole (résultats du chapitre 4) et l'introduction des méthodes de simulations rapides du canal ou de la sortie du récepteur (résultats des chapitres 2 et 3).

Les points suivants pourraient faire l'objet des travaux futurs :

- Le canal peut être prédit à un horizon allant jusqu'à  $\frac{1}{4T_D}$  avec une faible erreur quadratique moyenne. Ceci offre à l'émetteur une bonne marge de temps, lorsque la vitesse du mobile est faible, pour adapter le schéma de transmission afin de maximiser l'efficacité de la



transmission. Par ailleurs, des méthodes d'adaptation du lien supposant la connaissance parfaite du canal à l'émission ont été élaborées dans [62][63][64][65]. Il est ainsi intéressant d'étudier l'efficacité de ces méthodes lorsque le canal est prédit.

- Le générateur de la sortie du récepteur en râteau proposé dans le chapitre 3 suppose la connaissance parfaite du canal. Lorsque ce dernier est estimé, la composante due à l'erreur d'estimation du canal peut être approximée par un bruit gaussien à la sortie du récepteur (paragraphe 5.4 du chapitre 5). Nous pouvons ainsi, introduire l'estimation du canal dans ce modèle.
- Étendre les résultats pour la génération rapide du canal ou de l'énergie utile à la sortie du récepteur aux systèmes multi-antennes où les antennes sont corrélées. En effet, nous essayerons de modéliser par des chaînes de Markov des processus corrélés qui correspondent aux gains des trajets.
- Nous avons constaté dans le chapitre 4, sans l'avoir démontré, que pour un facteur d'étalement faible, le canal réel et son équivalent ont les mêmes performances après décodage, bien qu'ils aient des interférences, entre trajet et symbole, différentes. Il est intéressant de caractériser ces interférences et de voir l'applicabilité des algorithmes d'élimination d'interférences (Serial Interference Cancellation, Parallel Interference Cancellation ...) au canal équivalent.
- Proposer un canal équivalent dont les retards sont multiples de la durée chip lorsque le canal est estimé. En effet, la réalisation de l'estimation sur le canal équivalent déjà proposé ne reflète pas les effets du biais d'estimation introduits par les filtres d'émission et de réception.
- Tenir compte des aspects liés au contrôle de puissance dans les simulateurs rapides.
- D'une manière plus générale, nous utiliserons les résultats de cette thèse dans la réalisation des outils d'études d'une manière dynamique et réaliste de la capacité des réseaux de télécommunications. En effet, pour des systèmes WCDMA adaptatifs (exemple : *HSDPA High Speed Data Packet Access*), la simulation de l'évolution du canal au niveau paquet est indispensable. L'utilisation du générateur de Jakes est très coûteuse en temps et elle peut être remplacée par l'une des méthodes proposées dans ce travail.

# Annexe A

## Génération du canal par la méthode de Jakes

Dans cet annexe nous présentons le modèle de canal de propagation présenté par Jakes [12]. Ce modèle tiens compte des différents sous-trajets suivis par le signal et il modélise finement le phénomène d'évanouissement. Nous commençons d'abord par déterminer la fonction d'auto-corrélation du canal. Ensuite nous expliquons la méthode de Jakes pour générer ce dernier.

Considérons un signal émis  $s(t)$  sur une fréquence porteuse  $f_0$  et ayant la forme générale

$$s(t) = \Re[s_b(t)e^{j2\pi f_0 t}], \quad (\text{A.1})$$

où  $s_b(t)$  est le signal en bande de base. Supposons que le récepteur se déplace avec la vitesse  $v_r$ . Le signal reçu est la superposition des signaux arrivant sous les angles  $\theta_n$ ,  $n = 1, \dots, N_a$ . A chacun de ces angles sont associés  $M_d$  signaux arrivant avec un retard  $\tau_{n,m}$ . Le signal reçu en bande de base s'écrit ainsi

$$r(t) = \sum_{n=1}^{N_a} \sum_{m=1}^{M_d} C_{n,m} e^{j(\omega_n t + \omega \tau_{n,m})} s_b(t), \quad (\text{A.2})$$

où  $\omega_n = 2\pi \frac{v_r}{\lambda_s} \cos \theta_n$ ,  $\lambda_s$  est la longueur d'onde du signal  $s(t)$  et  $\omega = 2\pi f_0$ . Les amplitudes du canal  $C_{n,m}$  sont définies de la manière suivante

$$C_{n,m}^2 = p(\theta_n, \tau_{m,n}) d\theta_n d\tau_{m,n}. \quad (\text{A.3})$$

En approximant la distribution des retards par une exponentielle et en supposant que les angles d'arrivée sont uniformément distribués, nous pouvons écrire

$$p(\theta, \tau) = \frac{1}{2\pi T_m} e^{-\frac{\tau}{T_m}}, \quad (\text{A.4})$$

où  $T_m$  est la dispersion temporelle. Le canal en bande de base peut se mettre sous la forme suivante

$$h(t, \tau) = h(t)\delta(\tau), \quad (\text{A.5})$$

où  $h(t) = \sum_{n=1}^{N_a} \sum_{m=1}^{M_d} C_{n,m} e^{j(\omega_n t + \omega \tau_{n,m})}$ .

Lorsque  $N_a$  et  $M_d$  sont grands,  $h(t)$  devient un processus gaussien complexe. La puissance moyenne du canal est

$$E[h(t)h(t)^*] = \sum_{n,m,p,q} E[C_{n,m} e^{j(\omega_n t + \omega \tau_{n,m})} C_{p,q} e^{-j(\omega_p t + \omega \tau_{p,q})}], \quad (\text{A.6})$$

où  $E[.]$  est la moyenne globale. Les termes de la somme (A.6) sont nuls sauf pour  $m = n$  et  $p = q$ . En utilisant (A.3) et (A.4) nous obtenons

$$\begin{aligned} E[h(t)h^*(t)] &= \sum_{n=1}^{N_a} \sum_{m=1}^{M_d} p(\theta_n, \tau_{m,n}) d\theta_n d\tau_{m,n} \\ &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} p(\theta, \tau) d\theta d\tau = 1. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$(\text{A.8})$$

Un raisonnement analogue permet d'écrire la fonction d'autocorrélation du canal comme suit

$$\begin{aligned} E[h(t)h^*(t + \Delta t)] &= \sum_{n=1}^{N_a} \sum_{m=1}^{M_d} C_{n,m}^2 \cos(\omega_n \Delta t) \\ &= \sum_{n=1}^{N_a} \sum_{m=1}^{M_d} p(\theta_n, \tau_{m,n}) d\theta_n d\tau_{m,n} \cos(\omega_n \Delta t) \\ &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} p(\theta, \tau) \cos(2\pi \frac{v_r}{\lambda_s} \Delta t \cos \theta) d\theta d\tau \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$= J_0(2\pi f_D \Delta t), \quad (\text{A.10})$$

où  $f_D = \frac{v_r}{\lambda_s}$  est la fréquence Doppler maximale et  $J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(x \cos(\phi)) d\phi$  est la fonction de Bessel d'ordre 0.

Pour générer le canal, Jakes a proposé une méthode qui consiste à écrire  $h(t)$  sous la forme

$$h(t) = \sum_{n=1}^{N_a} C_n e^{j(\omega_n t + \xi_n)}, \quad (\text{A.11})$$

où  $C_n^2 = p(\theta_n) d\theta_n = \frac{1}{2\pi} d\theta_n$ . Il suppose que les angles d'arrivée sont uniformément distribués avec  $d\theta_n = 2\pi/N$ . Ainsi,  $C_n^2 = 1/N$  et

$$\theta_n = \frac{2\pi n}{N}, n = 1, 2, \dots, N. \quad (\text{A.12})$$

Les seules variables qui restent aléatoires sont les  $\xi_n$ .

## Annexe B

# Algorithme de quantification de Lloyd-Max

Considérons une variable aléatoire  $x \in \mathcal{R}$  que nous désirons quantifier avec  $M$  intervalles de la manière suivante

$$x \longmapsto \bar{x}_i \quad \text{ssi} \quad \varepsilon_i \leq x \leq \varepsilon_{i+1}, \quad (\text{B.1})$$

où  $0 \leq i \leq M - 1$ ,  $\varepsilon_i$  sont les seuils de quantification et  $\bar{x}_i \in [\varepsilon_i, \varepsilon_{i+1}]$ . La distorsion due à cette opération est définie par

$$D \triangleq E[|x - \bar{x}_i|^2]. \quad (\text{B.2})$$

Minimiser cette distorsion par rapport à  $\{\varepsilon_i\}$  et  $\{\bar{x}_i\}$  consiste à minimiser

$$\begin{aligned} \min_{\bar{x}_i, \varepsilon_i} D &= \min \int |x - \bar{x}_i|^2 p(x) dx \\ &= \min \sum_{i=0}^{M-1} \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_{i+1}} |x - \bar{x}_i|^2 p(x) dx. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

En fixant en première étape les seuils, nous minimisons  $D$  par rapport à  $\bar{x}_i$

$$\frac{\partial D}{\partial \bar{x}_i} = 0, \quad (\text{B.4})$$

pour  $i = 0, M - 1$ . Ceci correspond à

$$2 \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_{i+1}} (x - \bar{x}_i) p(x) dx = 0 \quad (\text{B.5})$$

et nous retrouvons la condition appelée de centroïde

$$\bar{x}_i = \frac{\int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_{i+1}} x p(x) dx}{\int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_{i+1}} p(x) dx}. \quad (\text{B.6})$$

Maintenant nous fixons ces centroïdes et nous cherchons les seuils qui minimisent la distorsion  $D$

$$\frac{\partial D}{\partial \varepsilon_i} = 0 \quad (\text{B.7})$$

et par conséquent

$$\varepsilon_i = \frac{\bar{x}_i + \bar{x}_{i+1}}{2}. \quad (\text{B.8})$$

Ces seuils satisfont ainsi la condition du plus proche voisin

$$[\varepsilon_i \varepsilon_{i+1}] = \{x / |x - \bar{x}_i| \leq |x - \bar{x}_j| \forall j \neq i\}. \quad (\text{B.9})$$

L'algorithme de Lloyd-Max [61] réalise d'une manière séquentielle les conditions (B.6) et (B.8) :

- Initialisation des  $\{\bar{x}_i\}$ .
- Étape 1 : Déterminer les seuils selon (B.8).
- Étape 2 : Calculer les centroïdes selon (B.6) et revenir à l'étape 1.

Cet algorithme réduit à chaque étape la distorsion  $D$  et donc il converge. Toutefois le minimum atteint n'est pas forcément global.

---

## Liste des publications

- **Article de Revue**

- A. Saadani, P. Gelpi, P. Tortelier, "A Variable Order Markov Chain Based Model for Rayleigh Fading and Rake Receiver", *IEEE Signal Processing letters*, vol. 11, No. 3, pp. 356-358, Mars 2004.

- **Conférences internationales à comité de lecture**

- A. Saadani, P. Tortelier, "A First Order Markov Chain Based Model for Flat Fading Channel", *IEEE PIMRC*, Septembre 2002.
- A. Saadani, P. Gelpi, P. Tortelier, "An efficient Context Tree based model for RAKE and flat fading channel", *IEEE VTC Spring*, Avril 2003.
- P. Gelpi, A. Saadani, "A Multipath Fading Channel Model Applied to Fast UMTS Link Simulation with Channel Estimation", *IEEE VTC Spring*, Avril 2003.
- A. Saadani, S. Wendt, D. Duponteil, "Channel Estimation Effects on the Rake Receiver Performance", *IEEE SPAWC*, Juin 2003.
- A. Saadani, S. Wendt, P. Gelpi, D. Duponteil, "An Equivalent multipath Channel Chip Model for CDMA Systems", *IEEE ISCCSP*, Mars 2004.
- A. Saadani, P. Gelpi, D. Duponteil, "An Enhanced fast Power Control for WCDMA Uplink", *IEEE ICC*, Juin 2004.

- **Conférences nationales à comité de lecture**

- A. Saadani, S. Wendt, D. Duponteil, "Etude de l'Effet de l'Estimation du Canal sur le Récepteur en Rateau", *GRETSI*, Septembre 2003.
- P. Gelpi, A. Saadani, S. Wendt, "Un modèle de canal multi-trajet appliqué à la simulation rapide du lien UMTS", *GRETSI*, Septembre 2003.

- **Brevet**

- S. Wendt, A. Saadani, P. Gelpi, D. Duponteil, "Modélisation simplifiée des canaux multi-trajet", déposé à l'OEB le 17 février 2003, sous le numéro 03 280388.2.



# Bibliographie

- [1] P. A. Bello, "Characterization of randomly time-variant linear channels", *IEEE Trans. Commun. Syst.*, 1963, CS-11, pp. 360-393.
- [2] S.W. Colomb, "Shift register sequence", Holden-Day, San Francisco, California, 1967.
- [3] P. Fan, M. Darnell, "Sequences design for communications applications", Research studies, press LTD.
- [4] R. Gold, "Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing", *IEEE Trans. Commun.* pp. 619-621, Octobre 1967.
- [5] T. Kasami, "Combinatorial Mathematics and its application", *IEEE* press 1974.
- [6] R. E. Ziemer, R. L. Peterson, "Digital communications and spread spectrum systems", Mac Millan Publishing Company, New Work, 1985.
- [7] C.C. Tan, N.C. Beaulieu, "On First-Order Markov Modeling for the Rayleigh Fading Channel", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 12, December 2000.
- [8] C.C. Tan, N.C. Beaulieu, "First-order Markov modeling for the Rayleigh fading channel ", *IEEE Global Telecommunications Conference*, vol. 6, Nov. 1998
- [9] F. Swarts and H. C. Ferreira, "Markov characterization of channels with soft decision outputs", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, no. 5, pp. 678-682, 1993.
- [10] H. Bischl and E. Lutz, "Packet error rate in the non-interleaved Rayleigh channel", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 2/3/4/, pp. 1375-1382, 1995.
- [11] R. H. Clarke, "A statistical theory of mobile-radio reception", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 47, no. 6, pp. 957-1000, 1968.
- [12] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York : *IEEE* Press, 1974.
- [13] A. Saadani, P. Tortelier, "A First Order Markov Chain Based Model for Flat Fading Channel", *IEEE PIMRC*, Septembre 2002.
- [14] M. J. Gans, "A power-spectral theory of propagation in the mobile radio environment", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. VT-21, pp. 27-38, Feb. 1972



- [15] C. C. Tan, N. C. Beaulieu, "Infinite series representations of the bivariate Rayleigh and Nakagami-m distributions", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, pp. 1159, Oct. 1997.
- [16] W. B. Davenport Jr. and W. L. Root, *An introduction to the Theory of Random Signals and Noise*. New York : *IEEE Press*, 1958.
- [17] H. S. Wang, N. Moayeri, "Finite-State Markov Channel-A Useful Model for Radio Communication Channels", *IEEE Trans. on Veh. Tech.*, vol. 44, No. 1, Feb 1995.
- [18] G. L. Stuber, *Principles of Mobile Communications*, pp. 32-39, June 1998.
- [19] H C. Wang and P.C. Chang, "On verifying the first-order Markovian assumption for a Rayleigh fading channel Model", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 45, pp. 353-357, May 1996.
- [20] J .G.Proakis *Digital Communications*. New York : McGraw-Hill, 1985.
- [21] T.M. Cover and J.A. Thomas, *Elements of Information Theory*, Wiley Series in Telecommunication, New York, 1991.
- [22] E.N. Gilbert, "Capacity of a burst-noise channel", *Bell Syst. Tech. J.n*, vol. 39, pp. 1253-1265, Sept. 1960.
- [23] E.O. Elliott, "Estimates of error rates for codes on burst-noise channels", *Bell Syst. Tech. J.n*, vol. 42, pp. 1977-1997, Sept. 1963.
- [24] M. Abramowitz, and I.Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* Dover Publications, INC., New York 1972.
- [25] P. Bergamo, D. Maniezzo, A. Giovanardi, G. Mazzini and M. Zorzi, "Improved Markov Model for Rayleigh fading envelope", *IEE Elec. Lett.*, vol. 38, no. 10, May 2002
- [26] A. Duel-Hallen, Shengquan Hu, H. Hallen, "Long-range prediction of fading signals", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 17 Issue : 3 , May 2000 Page(s) : 62-75.
- [27] T. Eyceoz, A. Duel-Hallen, H. Hallen, "Deterministic channel modeling and long range prediction of fast fading mobile radio channels", *IEEE Comm. Letters*, vol. 2 Issue : 9, Sept. 1998 Pages : 254 -256.
- [28] C.D. Iskander, P.T. Mathiopoulos, "Fast simulation of diversity Nakagami fading channels using finite-state Markov models", *Broadcasting, IEEE Transactions on*, vol. 49, Pages : 269 -277, Sept. 2003.
- [29] F. Babich, O. E. Kelly, G. Lombardi, "Generalized Markov Modeling for Flat Fading", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 4, April 2000.

- [30] F. Babich, G. Lombardi, "Variable order Markov modelling for LEO mobile satellite channels", *IEE Electronics Letters*, vol. 34 Issue : 1, 8 Jan. 1998 Pages : 23 -24.
- [31] Q. Zhang and S. A. Kassam, "Finite-state Markov model for Rayleigh fading channels", *IEEE trans. Commun.*, vol. 47, no. 11, pp. 547-551, April 2000.
- [32] F. Babich, O. E. Kelly, G. Lombardi, "A Context-Tree Based Model for Quantized Fading", *IEEE Trans. Commun. Letters*, vol. 3, no. 2, February 1999.
- [33] M. J. Weinberger, J. J. Rissanen, and M. J. Feder, "A universal finite memory source", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, pp. 643-652, May 1995.
- [34] G. Furlan, "An Enhancement To Universal Modeling Algorithm Context For Real-Time Applications To Image Compression", *IEEE* 1991.
- [35] M. J. Weinberger, A. Lempel, "A Sequential Algorithm for the Universal Coding of Finite Memory Sources", *IEEE Trans. On Info. Theory*, vol. 38, no. 3, May 1992.
- [36] 3GPP TS 25.211 V4.3.0 (2001-12).
- [37] J. Sykora "Tapped delay line model of linear randomly time-variant WSSUS channel", *IEE Electronic Letters*, vol. 36, no. 19, Sept. 2000.
- [38] F. Adachi, T.T Tjhung, "Tapped delay line model for band-limited multipath channel in DS-CDMA mobile radion", *IEE Electronic Letters*, vol. 37, no. 5, Sept. 2000.
- [39] A. Ross, E. Zehavi, "Propagation Channel Model for Personal Communications Systems", *IEEE* 1994.
- [40] S. A. Fechtel, "A Novel Approach to Modeling and Efficient Simulation of Frequency-Selective Fading Radio Channels", in Proc *IEEE JSAC*, vol. 11, issue 3, pp. 422-431, April 1993.
- [41] H. Boujemaa, M. Siala and R. Visoz, "Multipath Diversity and Power Control", *IEEE VTC* Spring, vol. 2, May 2002.
- [42] K. Spiloä, J. Laiho-Steffens, A. Wacker and M. Jäsberg, "Modeling the Impact of the Fast Power Control On the WCDMA Uplink", *IEEE VTC*, vol. 2, May 1999.
- [43] R. Vishwakarma and K. S. Shanmugan, "Performance Analysis of Transmit Antenna Diversity in 3G WCDMA Syste", *IEEE ICPWC* 2000.
- [44] H. Boujemaa, M. Siala, "On a Maximum Likelihood Delay Acquisition Algorithm", *IEEE ICC* june 2001.
- [45] E. Sourrou, G. Bottomley, R. Ramesh, "Delay Tracking for Direct Sequence Spread Spectrum Systems in Multipath Fading Channels", *IEEE VTC* Spring 1999.

- [46] H. Boujemaa and M. Siala, "On the Rake Receiver Performance", *IEEE VTC*, vol.3, Sept. 2000.
- [47] M. R. Hueda, "On first-order Markov modeling for block errors on fading channels ", *IEEE VTC Spring*, vol. 3, May 2002.
- [48] M. R. Hueda, C. E. Rodriguez and C. A. Marques, "Performance Evolution in Multimedia CDMA Wireless Transmission" *IEEE ICME*, vol. 2 , Aug. 2000.
- [49] M. R. Hueda, "A Markov-based model for performance evaluation in multimedia CDMA wireless transmission", *IEEE VTC fall 52nd* , vol. 2 , Sept. 2000.
- [50] M. Zorzi, R. R. Rao, L. B. Milstein, "On the accuracy of a first-order Markov model for data transmission on fading channels", *IEEE Universal Personal Communications Conference*, Nov. 1995.
- [51] W. Turin and R. Van Nobelen, "Hidden Markov modeling of flat fading channels ", *IEEE Journal on Selected Areas in Commun.*, vol. 16, Iss. 9 , Dec. 1998.
- [52] J. Garcia-Frias, P.M. Crespo, " Hidden Markov models for burst error characterization in indoor radio channels", *IEEE Trans. Veh. Techno.*, vol. 44, no. 4, pp. 1006-1020, Nov 1997.
- [53] Y. L. Guan and L. F. Turner, "Generalized FSMC model for radio channels with correlated Rayleigh fading", *In IEEE Proc.*, vol. 146, Apr. 1999, pp. 133-137.
- [54] N. Nefedov, "Generative Markov models for discrete channel modelling", *IEEE PIMRC* vol. 1 , Sept. 1997.
- [55] M. Zorzi, R. R. Rao, L. B. Milstein, "A Markov Model for Block Errors on Fading Channels", *IEEE PIMRC*, Vol.3, Oct. 1996.
- [56] P. Kuczynski, A. Rigolle, W. Gerstacker and J. Huber, "Hidden Markov Modeling of Error Patterns and Soft Outputs for Simulation of Wideband CDMA", *European Conference on Wireless Technology (2000 ECWT)*, pp. 135-138, Paris, October 2000.
- [57] 3GPP TS 25.211 V3.10.0 (2002-03), "Physical channels and mapping of transport channels onto physical channels (FDD)", (Release 1999).
- [58] 3GPP TS 25.212 V3.9.0 (2002-03), "Multiplexing and channel coding (FDD)", (Release 1999).
- [59] 3GPP TS 25.213 V3.7.0 (2001-12), "Spreading and modulation (FDD)", (Release 1999).
- [60] C. C. Tan, "On Markov modelling of fading channels", M. S. thesis, Queen's University at Kingston, Canada, 1997.
- [61] J. Max, "Quantizing for minimum distortion", *IRE Trans. Inform. Theory* 6, 7-12 (1960).

- [62] A. J. Goldsmith and S. G. Chua, "Adaptive Coded Modulation for Fading Channels", *IEEE Trans. commun.*, vol. 46, no. 5, Mai 98.
- [63] A. J. Goldsmith and G. Chua, "Variable-rate variable-power M-QAM for fading channels", *IEEE Trans. commun.*, vol. 45, no. 10, October 1997.
- [64] M. S. Alouini and J. Goldsmith, "Capacity of Rayleigh Fading Channels Under Different Adaptive Transmission and Diversity-Combining Techniques", *IEEE Trans. Veh. Techno.*, vol. 48, no. 4, July 99.
- [65] S. M. Alamouti and S. Kallel, "Adaptive treillis-coded multiple-phased-shift keying for Rayleigh fading channels", *IEEE Trans. commun.*, vol.42, pp. 2305-2314, june 94.
- [66] J. Garcia-Frias, P.M. Crespo, "A new generative method for simulation of radio channels based on hidden Markov models", *IEEE VTC 46th* , Vol. 2, 28 April-1 May 1996.
- [67] A. Umbert, P. Diaz, "A Radio Channel Emulator for WCDMA, Based on the Markov Model (HMM)", *IEEE VTC Fall 52nd* , Vol. 5 , 24-28 Sept. 2000.
- [68] P. Balaban, D. Li, W. Turin, "Performance evaluation of the forward link of a CDMA cellular system", *IEEE MILCOM* , vol. 1 , 31 Oct.-3 Nov. 1999.
- [69] P. Balaban, D. Li, W. Turin, "Performance evaluation of the reverse link of a CDMA cellular system using simulation ", *IEEE GLOBECOM*, vol. 1 , 8-12 Nov. 1998.
- [70] H. Holma and A. Toskala, *WCDMA for UMTS*, NewYork : Wiley 2001.