



**HAL**  
open science

# Conception de cavités radiatives chauffées par plasmas de striction magnétique en régime 100ns

Franck Hamann

► **To cite this version:**

Franck Hamann. Conception de cavités radiatives chauffées par plasmas de striction magnétique en régime 100ns. Physique [physics]. Ecole Polytechnique X, 2003. Français. NNT: . pastel-00000811

**HAL Id: pastel-00000811**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00000811>**

Submitted on 21 Jul 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ECOLE POLYTECHNIQUE**  
**Laboratoire de Physique et Technologie des Plasmas**

**THESE**

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE**

Spécialité : Physique des plasmas

Présentée et soutenue publiquement  
par

**Franck HAMANN**

Le 16 décembre 2003

**Titre :**

***Conception de cavités radiatives  
chauffées par plasmas de striction magnétique  
en régime 100 ns***

Directeur de Thèse

Michel PRIMOUT

**JURY**

Guy LAVAL président  
Daniel BOUCHE rapporteur  
Claire MICHAUT rapporteur  
Jean-Claude GAUTHIER  
Jean-François LUCIANI

Claude MALAVAL invité  
Claude RULLIERE invité



## Remerciements

Je tiens à remercier en tout premier lieu Jean-François Léon, qui a assuré le suivi de mon travail au sein du CEG ; je souhaite à tous les jeunes docteurs et ingénieurs de commencer leur vie professionnelle au service d'un aîné de cette qualité, qui leur donne le sentiment qu'avec du travail, de la volonté et de l'intelligence, rien n'est impossible.

Je voulais remercier également Francis Kovacs, pour son enthousiasme et son énergie : c'est lui qui m'a donné envie de venir à Gramat pour démarrer une thèse ; je lui suis gré également d'avoir été mon directeur de thèse la première année et demi.

Un grand merci aussi à Michel Primout, mon directeur de thèse, qui m'a notamment ouvert les portes du CEA/DAM aussi souvent que j'en ai manifesté le besoin.

Je voulais également remercier mes rapporteurs, Daniel Bouche et Claire Michaut, pour leur travail de lecture approfondie. Je remercie également les autres membres du jury pour l'attention qu'ils ont bien voulu me prêter.

Il me faut aussi remercier les deux directeurs successifs du Centre d'Etudes de Gramat, Michel Joubert et Jean-Luc Fauquembergue, qui m'ont laissé m'investir à fond dans un travail de recherche scientifique pendant près de trois ans. Je tiens également à remercier l'équipe Syrinx/Sphinx, au sein de laquelle j'ai été placé pour cette thèse, pour l'enrichissement que j'en ai tiré et les bons moments passés ensemble. Je remercie tout particulièrement Mathias Bavay, en thèse en même temps que moi, pour tous les échanges que nous avons pu avoir.

Je voulais également remercier Claude Malaval pour son soutien et ses critiques de certains passages délicats. Merci également à Eric Cantin, qui l'a - je crois - efficacement secondé pour la relecture du manuscrit.

Merci également à tous les membres du CEA/DIF qui m'ont consacré du temps, et en particulier à Laurent Jacquet, dont les réflexions m'ont aidé à prendre de la hauteur sur l'intérêt des cavités radiatives chauffées par Z-pinches, et à Alain Decoster, pour les pistes qu'il m'a ouvertes sur les questions d'interactions de plasmas en collision. Je regrette en fait de ne pas avoir poussé plus avant ma collaboration avec eux. Je tiens aussi à remercier Jehan Vanpoperinghe pour l'intérêt qu'il a su porté à mes travaux.

Un immense merci au passage à Laurent Boireau pour sa lecture du manuscrit : sa chasse aux imprécisions et aux fautes d'orthographe a été fructueuse.

Je voulais remercier aussi les membres du Laboratoire de Physique et Technologie des Plasmas de l'Ecole Polytechnique, et en particulier leur directeur, pour leur accueil et les réponses aux questions que j'ai pu leur poser. Mes remerciements vont tout particulièrement à Alexandre Chuvatin et Claude Rouillé, pour leur ouverture et leur écoute.

I would like to thanks Sandia pulse power team for the warm welcome it gave me each time I have been to their labs and especially Mickael Mazarakis and Dillon McDaniel. I deliver special thanks to Steeve Slutz for very valuable discussions.

Il me faut pour finir remercier ma famille. Tout d'abord mes parents, pour leur soutien sans faille durant mes longues études, dont cette thèse est l'aboutissement ; je tiens à exprimer ici ma profonde gratitude pour leur constant dévouement.

Et, bien sûr, je remercie de tout mon cœur Agnès, Hadrien, Cécile et Clémence, pour m'avoir soigneusement détourné d'un long travail de rédaction à la maison !



# Table des matières

Principales notations utilisées	vii
Glossaire	viii
Introduction	1
<b>1 Approches simplifiées</b>	<b>15</b>
1.1 Introduction	15
1.1.1 Energétique du pinch	16
1.1.2 Détermination de l'énergie cinétique	17
1.1.3 Couplage générateur / charge	19
1.1.4 Puissance rayonnée	20
1.2 Densification du rayonnement	21
1.2.1 Cavity statique	21
1.2.2 Cavity dynamique	25
1.2.3 Cavity secondaire	32
1.3 Compléments	35
1.3.1 Rayonnement de couche K	35
1.3.2 Détermination théorique du rapport de couplage optimum $A_{max}$	41
1.3.3 Pression engendrée dans les matériaux sous l'effet du rayonnement	45
<b>2 MHD analytique monodimensionnelle des plasmas de striction magnétique</b>	<b>49</b>
2.1 Introduction	49
2.1.1 Première hypothèse : accélération en bloc du plasma	50
2.1.2 Seconde hypothèse : pression cinétique négligeable devant la pression magnétique	51
2.1.3 Conséquence de ces deux hypothèses	52

2.2	Cas fondamental : liner imposé par un champ magnétique à une seule composante . . . . .	54
2.2.1	Paramètres globaux $B_{ext}$ , $B_{int}$ , $a$ , $V$ et $R$ . . . . .	54
2.2.2	Equation en $u = (\frac{\rho}{B})^2$ . . . . .	55
2.2.3	Résolution de l'équation en $u$ . . . . .	58
2.2.4	Solutions asymptotiques pour $B$ et $\rho$ . . . . .	61
2.2.5	Décélération d'un liner sur une cible centrale . . . . .	66
2.3	Cas du liner imposé par un champ magnétique à deux composantes . . . . .	69
2.3.1	Equations en $B = \sqrt{B_\theta^2 + B_z^2}$ . . . . .	70
2.3.2	Equations en $u = (\frac{\rho}{B})^2$ . . . . .	71
2.3.3	Profils de $B_\theta$ et $B_z$ . . . . .	73
2.3.4	Conclusion sur le cas du champ à deux composantes . . . . .	75
2.4	Comparaison avec des simulations numériques . . . . .	76
2.4.1	Paramètres globaux . . . . .	76
2.4.2	Cas à une seule composante $B_\theta$ . . . . .	78
2.4.3	Cas à deux composantes $B_\theta$ , $B_z$ . . . . .	79
2.5	Conclusion . . . . .	80
<b>3</b>	<b>Instabilités hydrodynamiques</b> . . . . .	<b>83</b>
3.1	Calage du code . . . . .	84
3.1.1	Maillage, conditions initiales et simulation du générateur . . . . .	84
3.1.2	Calage du code sur les données expérimentales . . . . .	86
3.2	Analyse des champs en deux dimensions . . . . .	90
3.2.1	Evolution du champ de densité . . . . .	90
3.2.2	Caractéristiques MHD des instabilités . . . . .	92
3.3	Analyse globale des instabilités . . . . .	95
3.3.1	Mesure du développement des instabilités . . . . .	95
3.3.2	Propriétés des instabilités et couplage optimal . . . . .	97
3.4	Conclusion . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Limitation des instabilités hydrodynamiques par double coquille et mise en forme du rayonnement</b> . . . . .	<b>107</b>
4.1	Double coquille . . . . .	108
4.1.1	Performances atteintes . . . . .	108
4.1.2	Analyse du tir Z179 . . . . .	109
4.1.3	Intérêt pour la mise en forme du rayonnement . . . . .	115
4.2	Compléments sur les cavités dynamiques . . . . .	116
4.2.1	Présentation d'un tir typique (Z497) . . . . .	116
4.2.2	Simulations numériques . . . . .	121
4.2.3	Conclusion sur les cavités dynamiques . . . . .	123

4.3	Conclusion . . . . .	125
<b>5</b>	<b>Limitation des instabilités hydrodynamiques par champ magnétique axial</b>	<b>127</b>
5.1	Approche simplifiée . . . . .	127
5.1.1	Estimation de la composante axiale $B_z$ . . . . .	128
5.1.2	Estimation de la composante azimutale $B_\theta$ . . . . .	129
5.1.3	Condition nécessaire portant sur le champ initial $B_{z0}$ pour limiter les instabilités . . . . .	129
5.2	Simulation numérique . . . . .	130
5.2.1	Calage du code . . . . .	130
5.2.2	Nécessité d'incliner les électrodes . . . . .	132
5.2.3	Effet de la composante $B_z$ sur le développement des instabilités . . . . .	134
5.2.4	Effet de la composante $B_z$ sur les autres caractéristiques de l'implosion . . . . .	139
5.3	Implications pour une cavité radiative dynamique . . . . .	144
5.3.1	Gain en opacité et température radiative . . . . .	144
5.3.2	Proposition de validation expérimentale . . . . .	146
5.4	Conclusion . . . . .	147
<b>6</b>	<b>Attaque directe d'une cible par un plasma de striction magnétique : peut-on se passer de cavité radiative ?</b>	<b>149</b>
6.1	Description et avantages du schéma à attaque directe . . . . .	150
6.2	Résultat du tir Z681 et analyse . . . . .	152
6.3	Proposition d'amélioration . . . . .	153
6.4	Conclusion . . . . .	155
	<b>Conclusion</b>	<b>159</b>
<b>A</b>	<b>Hydrodynamique radiative pour les plasmas de striction magnétique</b>	<b>161</b>
A.1	Comment décrire le rayonnement au sein de la matière? . . . . .	161
A.1.1	Couplage hydroradiatif faible . . . . .	162
A.1.2	Le champ radiatif comme gaz de photons . . . . .	164
A.1.3	L'intensité spécifique et l'équation du transfert radiatif . . . . .	165
A.1.4	Les moments de l'intensité spécifique et le terme des pertes radiatives . . . . .	166
A.2	Propriétés du champ radiatif dans la matière . . . . .	168
A.2.1	Equilibre thermoradiatif et rayonnement planckien . . . . .	168
A.2.2	Loi de Kirchhoff et rayonnement de corps noir . . . . .	171

A.2.3	Forme stationnaire de l'équation du transfert radiatif . . . . .	172
A.2.4	Diffusion du rayonnement sur les particules matérielles . . . . .	173
A.2.5	Corps optiquement épais et mince . . . . .	175
A.3	Méthodes de résolution du système couplé hydroradiatif . . . . .	176
A.3.1	Simplification de la distribution angulaire . . . . .	177
A.3.2	Simplification de la distribution spectrale . . . . .	182
A.4	Chocs radiatifs . . . . .	184
A.4.1	Représentation graphique des propriétés des chocs . . . . .	184
A.4.2	Description qualitative des chocs radiatifs . . . . .	186
A.4.3	Seuil de criticité pour le choc radiatif dans une cavité dynamique . . . . .	189
<b>B</b>	<b>Magnétohydrodynamique pour les plasmas de striction ma- gnétique</b> . . . . .	<b>193</b>
B.1	Echelles caractéristiques pour les hautes densités . . . . .	195
B.2	Dérivation des équations de la MHD . . . . .	197
B.2.1	Equations cinétiques . . . . .	197
B.2.2	Equations à plusieurs fluides . . . . .	198
B.2.3	Equations à un fluide à deux températures . . . . .	201
B.3	Cas des basses densités . . . . .	209
B.4	Cas du pinch . . . . .	210
B.5	Système simplifié pour les fortes densités . . . . .	211
<b>C</b>	<b>Présentation du code Z-Marple</b> . . . . .	<b>215</b>
C.1	Equations résolues . . . . .	215
C.2	Choix des maillages et paramétrage du code . . . . .	217
C.3	Atouts et défauts . . . . .	218
C.4	Développements effectués . . . . .	219
C.4.1	Parallélisation du transfert radiatif . . . . .	219
C.4.2	Suivi d'interface eulérien . . . . .	220
C.4.3	Remaillage selon $r$ . . . . .	221
	<b>Table des figures</b> . . . . .	<b>223</b>
	<b>Table des tableaux</b> . . . . .	<b>230</b>
	<b>Bibliographie</b> . . . . .	<b>232</b>

# Principales notations utilisées

Les vecteurs sont écrits avec une barre : par exemple  $\bar{v}$  désigne le vecteur vitesse local tandis que  $v$  correspond à sa norme. Les tenseurs sont écrits avec un chapeau (comme  $\hat{\pi}$ ). Les indices  $\cdot_e$  et  $\cdot_i$  indiquent les grandeurs électroniques et ioniques ; l'indice  $\cdot_f$  correspond à une valeur finale, c'est-à-dire en fin d'implosion ; les indices  $\cdot_r, \cdot_\theta$  et  $\cdot_z$  désignent les coordonnées radiale, azimutale et axiale du système cylindrique. Les notations mathématiques sont habituelles :  $\cdot$  pour le produit scalaire,  $\times$  pour le produit vectoriel,  $\otimes$  pour le produit tensoriel,  $d/dt$  pour une dérivée simple selon  $t$ ,  $\partial/\partial t$  pour une dérivée partielle selon  $t$ ,  $\nabla$  pour l'opérateur gradient,  $\nabla \cdot$  pour la divergence,  $\nabla \times$  pour le rotationnel. Les dérivées en suivant le mouvement sont indiquées avec un D droit majuscule :  $D/Dt = \partial/\partial t + \bar{v} \cdot \nabla$ . Pour alléger l'écriture de certaines équations, le raccourci  $\partial_t \equiv \partial/\partial t$  a été utilisé.

$\alpha$	albedo (sans dimension)
$\Delta$	épaisseur de peau (m)
$\varepsilon$	énergie interne spécifique (J/kg)
$\varepsilon_0$	permittivité du vide ( $= 8.8542 \times 10^{-12}$ F/m)
$\theta$	coordonnée azimutale (radians)
$\kappa_\nu$	coefficient d'absorption spectral ( $m^{-1}$ )
$\lambda$	libre parcours moyen (m) longueur d'onde des instabilités (m)
$\mu_0$	perméabilité du vide ( $= 4\pi \times 10^{-7}$ H/m)
$\nu$	fréquence de photon (Hz)
$h\nu$	énergie de photon ( $eV \cong 1.6 \times 10^{-19}$ J)
$\bar{\Omega}$	direction de propagation du rayonnement (vecteur unitaire)
$d\bar{\Omega}$	angle solide (st)
$\rho$	densité de masse ( $kg/m^3$ )
$\sigma$	conductivité électrique ( $\Omega^{-1}m^{-1}$ )
$\sigma_{SB}$	constante de Stefan-Boltzmann ( $= 1.02 \times 10^9$ W/m <sup>2</sup> /eV <sup>4</sup> )
$\tau$	temps de montée du courant (s) au chapitre 2 : temps normalisé
$\tau_{opt}$	épaisseur ou profondeur optique (sans dimension)
$\tau_{rad}$	temps de montée de l'impulsion radiative (s)

$a$	accélération globale ( $\text{m/s}^2$ )
$A$	paramètre de couplage optimal (sans dimension) numéro de masse atomique (sans dimension) surface d'absorption d'une cavité statique ( $\text{m}^2$ )
$\bar{B}$	champ magnétique (T)
$B$	norme du champ magnétique (T)
$B_{ext}$	intensité du champ magnétique sur la face externe (T)
$B_{int}$	intensité du champ magnétique sur la face interne (T)
$B_r$	composante radiale du champ magnétique (T)
$B_\theta$	composante azimutale du champ magnétique (T)
$B_z$	composante axiale du champ magnétique (T)
$B_{z0}$	intensité initiale du champ magnétique axial (T)
$c$	vitesse de la lumière dans le vide ( $= 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$ )
$c_A$	célérité des ondes d'Alfvén ( $\text{m/s}$ )
$c_s$	célérité des ondes sonores ( $\text{m/s}$ )
$D$	célérité de front de choc ( $\text{m/s}$ )
$e$	charge de l'électron ( $= 1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$ )
$E$	énergie (J)
$\bar{E}$	champ électrique ( $\text{V/m}$ )
$E_c$	énergie cinétique (J)
$E_{int}$	énergie interne (J)
$E_r$	composante radiale du champ électrique ( $\text{V/m}$ )
$E_\theta$	composante azimutale du champ électrique ( $\text{V/m}$ )
$E_z$	composante axiale du champ électrique ( $\text{V/m}$ )
$F$	flux ( $\text{W/m}^2$ )
$h$	hauteur (m)
$I$	intensité du courant électrique (A)
$I_{max}$	maximum de l'intensité du courant électrique (A)
$I_\nu$	intensité radiative ( $\text{J/s/m}^2/\text{Hz/st}$ )
$j_\nu$	émissivité spectrale ( $\text{J/s/m}^3/\text{Hz/st}$ )
$J$	densité de courant ( $\text{A/m}^2$ )
$L$	inductance (H)
$m$	masse totale (kg) au chapitre 2 : masse cumulée par unité de surface ( $\text{kg/m}^2$ )
$M$	masse totale au chapitre 2 (kg)
$m_e$	masse de l'électron ( $= 9.1094 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )
$m_i$	masse d'un ion ( $= A \cdot 1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$ )
$m$	masse totale (kg)
$n$	densité de particules ( $\text{m}^{-3}$ )
$n_e$	densité des électrons ( $\text{m}^{-3}$ )
$n_i$	densité des ions ( $\text{m}^{-3}$ )

$\Delta M$	fraction de la masse impliquée dans les instabilités (sans dimension)
$p$	pression cinétique (ou interne ou thermique) totale (Pa)
$p_B$	pression magnétique (Pa)
$p_e$	pression cinétique électronique (Pa)
$p_i$	pression cinétique ionique (Pa)
$P_{rad}$	puissance rayonnée (W)
$q$	perte radiative ( $W/m^3$ )
$r$	coordonnée radiale (m)
$\bar{r}$	position en coordonnées cylindriques (m)
$R$	rayon moyen (m)
	résistance électrique (rare) ( $\Omega$ )
$R_0$	rayon initial (m)
$\Delta R$	distance moyenne parcourue ( $= R_0 - R$ )(m)
$R_{min}$	rayon minimal d'exploitation d'une cavité dynamique (m)
$R_{ret}$	rayon de retour du courant (m)
$S$	surface de perte d'une cavité statique ( $m^2$ )
$t$	variable de temps (s)
$T$	température ( $eV \cong 11600 K$ )
$T_e$	température électronique ( $eV \cong 11600 K$ )
$T_{ex}$	température en face externe ( $eV \cong 11600 K$ )
$T_i$	température ionique ( $eV \cong 11600 K$ )
$T_{in}$	température au coeur d'une cavité radiative ( $eV \cong 11600 K$ )
$T_r$	température radiative ( $eV \cong 11600 K$ )
$u$	au chapitre 2 : mesure du gel du champ magnétique ( $= (\rho/B)^2$ )
$\bar{u}$	dans l'annexe MHD : coordonnée de vitesse (m/s)
$U$	densité d'énergie radiative ( $J/m^3$ )
$v$	vitesse locale (m/s)
$V$	vitesse moyenne (m/s)
	tension électrique (rare) (V)
	dans l'annexe sur l'hydrodynamique radiative : volume spécifique ( $m^3/kg$ )
$V_T$	vitesse thermique (m/s)
$\Delta X$	fraction de la distance parcourue (sans dimension)
$x$	coordonnée selon l'épaisseur en approximation plane (m)
$z$	coordonnée axiale (m)
$Z$	numéro atomique (sans dimension)
$\bar{Z}$	degré d'ionisation c'est-à-dire charge moyenne des ions (sans dimension)

# Glossaire

Cavité radiative	Cavité presque entièrement fermée, contenant ou jouxtant la source de rayonnement et assurant la densification de ce dernier
Charge	Partie terminale d'une machine, située tout à fait au centre, à laquelle le courant électrique est fourni
Classe	d'un générateur : couple $(I_{max}, \tau)$ du courant maximal délivrable à une charge et du temps de montée du courant déterminant les performances atteignables par ce générateur
Densification	du rayonnement : mise en forme du rayonnement pour le rendre isotrope et planckien
eV	électron-Volt ; unité d'énergie valant $1.6 \times 10^{-19}$ J ; par abus de langage, unité de température ( $kT$ ) valant environ 11600 K
Générateur	Dispositif électrique fournissant du courant
Liner	Terme anglais désignant une coquille cylindrique en striction magnétique
MA	Méga-ampère, soit $10^6$ A
Machine	Moyen expérimental constitué d'un ou plusieurs générateur(s) ; ce terme n'est utile que dans le cas d'une machine à plusieurs générateurs (ex. : le projet X1, machine à deux générateurs de 60 MA chacun)
MHD	Magnétohydrodynamique ; soit la science des écoulements décrits par les équations de l'hydrodynamique couplées aux équations de Maxwell
Pinch	Strictement : colonne de plasma confinée par du champ magnétique ; par abus de langage : également coquille cylindrique de plasma en striction magnétique
Plasma	Matière fortement ionisée sensible aux champs électromagnétiques
Striction	magnétique : écoulement vers l'axe de révolution dû aux forces de Lorentz
TW	Téra-watt, soit $10^{12}$ W
Z-pinch	Synonyme de pinch ; le préfixe sert à indiquer que le courant circule selon l'axe de révolution

# Introduction

Les premières expériences en électromagnétisme ont montré qu'un courant électrique circulant dans un milieu conducteur était capable d'engendrer des forces importantes sur celui-ci. Le courant induit un champ magnétique qui se couple avec lui pour créer des forces dites de Lorentz. Une application bien connue de ce phénomène est le moteur électrique, dont plus personne ne s'étonne du fonctionnement.

Si maintenant le milieu conducteur a une structure cylindrique, les forces de Lorentz sont dirigées vers l'axe du cylindre et tendent à l'écraser sur lui-même : on parle alors de striction magnétique. Si de plus le courant est une impulsion très intense (des millions de fois le courant circulant dans un moteur) et très courte (cent mille fois plus rapide que pour un moteur), il est alors capable de faire passer la matière conductrice du cylindre dans un état qui n'existe normalement qu'au coeur des étoiles, le plasma. Les forces de Lorentz implosent ce plasma sur lui-même et lui communiquent une importante énergie cinétique. Quand la matière arrive sur l'axe de révolution du cylindre, elle ne peut plus continuer sa course : l'énergie cinétique est violemment transformée en énergie interne et la matière n'a plus d'autres voies pour se débarrasser de cette grande quantité d'énergie que de la rayonner. Les plasmas de striction magnétique sont ainsi d'excellentes sources de rayonnement X, convertissant l'énergie électrique en énergie rayonnée avec de bons rendements (10%).

Le rayonnement X obtenu peut être conditionné dans une petite cavité pour lui conférer des propriétés d'équilibre (isotropie et spectre planckien) : cette transformation s'appelle la densification d'énergie radiative. Cette densification n'a été réalisée expérimentalement qu'avec des générateurs dont le temps de montée du courant est de cent milliardième de seconde. La détermination des dimensions de la cavité et du plasma à utiliser pour la chauffer demande la compréhension d'un certain nombre de phénomènes physiques et des techniques de calcul associées, présentés dans ce mémoire. D'où le titre de la thèse : conception de cavités radiatives chauffées par plasmas de striction magnétique en régime 100 ns.

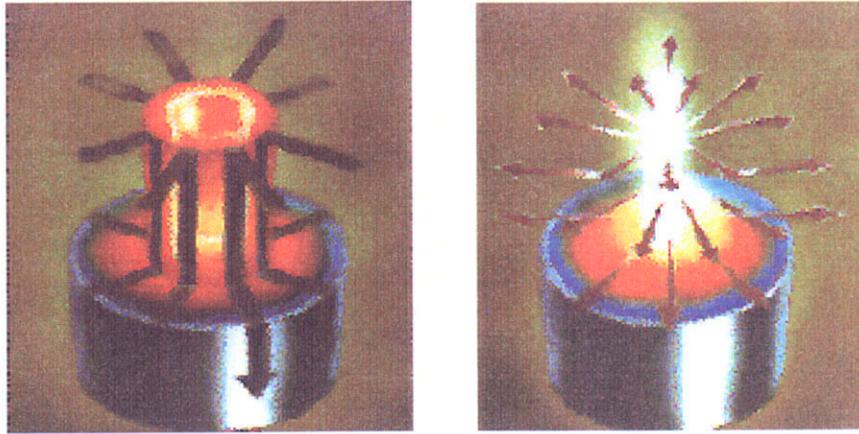


FIG. 1 – Phases d'implosion (à gauche) et de stagnation (à droite) (©Sandia National Labs)

### Plasma de striction magnétique et Z-pinch

Il est important de bien différencier les phases d'implosion, avec mouvement vers le coeur, et de stagnation sur l'axe, avec formation d'une colonne de plasma. Dans la phase d'implosion, le plasma est essentiellement un fluide en écoulement centripète. Dans la phase de stagnation, le plasma est turbulent et la description fluide ne suffit plus. Ce travail de thèse a porté essentiellement sur la phase d'implosion et les moyens de contrôler son écoulement pour améliorer le rayonnement final. La dénomination "plasma de striction magnétique" ne désignera dans tout ce qui suit que la phase d'implosion ; c'est la traduction de l'anglais "liner", correspondant à une coquille mince se déplaçant sur une grande distance par rapport à son épaisseur.

Le terme de pinch, expression anglaise consacrée, issue des études sur la fusion par confinement magnétique, devrait être exclusivement utilisé pour désigner le plasma dans la phase de stagnation, lorsqu'il est confiné sur l'axe par le champ magnétique. C'est cependant un abus de langage répandu dans la communauté scientifique de désigner par le terme de pinch le plasma à tous les stades de l'expérience. On parle également de Z-pinch pour signifier que le courant circule selon l'axe de la colonne de plasma, par opposition au  $\theta$ -pinch pour lequel il circule azimutalement ( $\theta$  et  $z$  sont les dénominations habituelles de deux des coordonnées cylindriques).

## Caractéristiques des plasmas de striction magnétique

Les plasmas qui vont être étudiés ici voient leurs caractéristiques physiques varier régulièrement lors de l'implosion. Les régions de plus forte densité passent ainsi d'une température<sup>1</sup> de 10 eV au début du mouvement à une température de près de 100 eV juste avant l'impact sur l'axe. De même, les maxima de densité passent de  $10^{-3}$  g/cm<sup>3</sup> à  $10^{-1}$  g/cm<sup>3</sup>, soit typiquement du millième au dixième de la densité solide. Suivant le matériau considéré, cela correspond à des densités d'ions comprises entre  $10^{18}$  et  $10^{22}$  cm<sup>-3</sup>. Les degrés d'ionisation étant importants, de l'ordre de 10 à 20, les maxima de densités électroniques sont un ordre de grandeur au-dessus, compris entre  $10^{19}$  et  $10^{23}$  cm<sup>-3</sup>.

Pour ce qui est du pinch lui-même, les caractéristiques peuvent encore gagner un ordre de grandeur, et monter à 1 keV et 1 g/cm<sup>3</sup>. Pour les matériaux de plus grand numéro atomique comme le tungstène ( $Z = 74$ ), les températures restent cependant limitées à environ 300 eV.

On se reportera à la figure 2.12 de la page 78 pour plus de détails.

## Historique des plasmas de striction magnétique comme source de rayonnement pour le chauffage de cavités radiatives

L'histoire des plasmas de striction magnétique est récente. Elle est liée au développement des hautes puissances pulsées et en particulier à celui de générateurs électriques rapides et énergétiques dans les années 1970.

Le premier article offrant une vue générale sur les plasmas de striction magnétique et les Z-pinches est dû à N. R. Pereira et J. Davis [28] et date de 1988. Les générateurs électriques de l'époque délivraient des courants de quelques MA, ne permettant d'imploser que de faibles masses. Le plasma était issu d'un jet de gaz installé au coeur du générateur entre la cathode et l'anode (sur une durée de 100 ns, le gaz est immobile). Ce procédé, "gas puff" en anglais, créait de mauvaises conditions initiales et conduisait à des écoulements de striction magnétique très instables et des puissances rayonnées limitées à quelques dizaines de TW. Les puissances de plus de 100 TW nécessaires pour chauffer une cavité radiative et densifier le rayonnement n'étaient même pas envisagées car elles requéraient la construction de générateurs beaucoup plus gros (les puissances et les énergies varient comme le carré du courant), dont la technologie n'existe toujours pas aujourd'hui.

Le générateur Saturn, des Sandia National Laboratories, délivrant près de 10 MA en moins de 100 ns, a été le premier à offrir la possibilité de tirer des cages de fils ("wire array" en anglais). Dans cette configuration, le plasma

---

<sup>1</sup>Rappelons que 1 eV vaut environ 11600 K.

est issu de l'explosion d'un grand nombre ( $>100$ ) de fils métalliques de petit diamètre ( $\sim 10 \mu\text{m}$ ), installés en cylindre entre les deux électrodes (voir la figure 2). La qualité de cet assemblage, où les précisions atteintes dans le positionnement des fils sont de quelques dizaines de  $\mu\text{m}$ , à comparer au rayon centimétrique du cylindre, a permis d'obtenir des implosions de bien meilleure qualité qu'avec initiation par jet de gaz et des puissances rayonnées approchant les 100 TW.

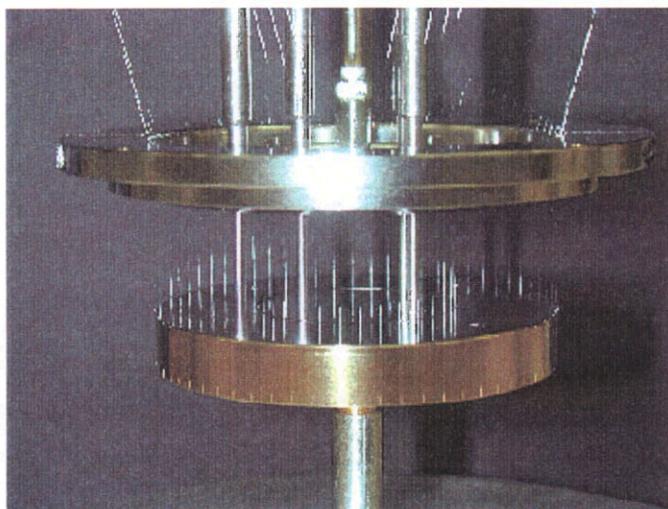


FIG. 2 – Cage de fils (©Sandia National Labs)

La transformation en 1996 de l'accélérateur d'ions légers PBFA-2 en générateur à diode Z-pinch, rebaptisé PBFA-Z puis Z tout court, et les essais de cette technologie "en cage de fils" sur cette machine, beaucoup plus énergétique, avec 18 MA en 100 ns, ont permis de dépasser 200 TW et même d'approcher 300 TW en utilisant une double coquille.

La figure 3 reprend l'évolution des records de puissance rayonnée, année après année. Elle montre bien qu'une véritable rupture technologique a eu lieu en 1996 avec l'utilisation des cages de fils, multipliant en moins de 2 ans les puissances rayonnées par près d'un facteur 10. Ce bond a rendu possible l'utilisation des plasmas de striction magnétique pour chauffer des cavités radiatives.

### **Place des plasmas de striction magnétique dans le programme américain de fusion par confinement inertiel**

L'application-phare des cavités radiatives est la fusion par confinement inertiel : le rayonnement, après conditionnement par une cavité, sert à im-

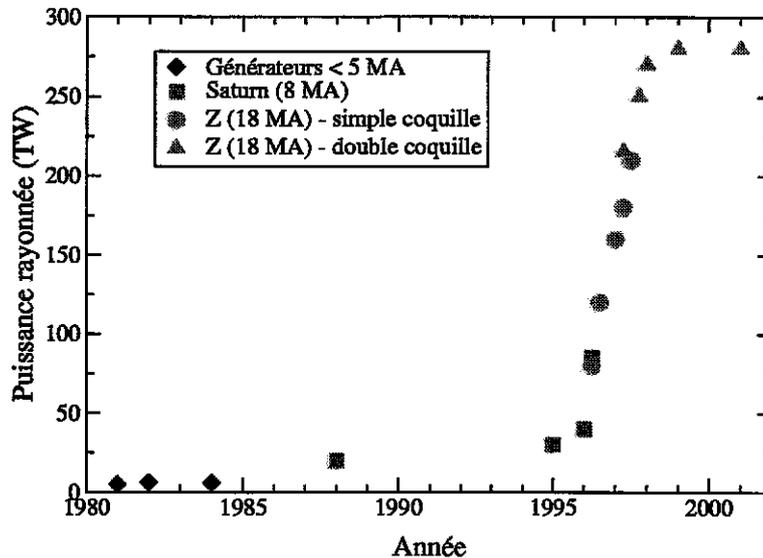


FIG. 3 – Evolution du record de puissance rayonnée année après année

ploser une bille millimétrique placée en son cœur. Cette bille est remplie d'un mélange fusible, par exemple deutérium-tritium, qui entre en réaction de fusion thermonucléaire sous l'effet de la compression.

En 2002, la moitié des tirs effectués sur le générateur Z étaient consacrés à des expériences de fusion par confinement inertiel. L'équipe travaillant sur ce sujet a ainsi pu annoncer des champs radiatifs présentant une uniformité de 2 à 4% sur une capsule sphérique, résultat remarquable permettant d'envisager l'implosion de capsules avec de grandes qualités de symétrie (voir [7] et [4]). Le générateur Z n'est cependant pas suffisant pour réaliser de la fusion à gain, c'est-à-dire dégageant plus d'énergie qu'il n'en était initialement stockée dans le générateur électrique. Un tel objectif ne pourra être atteint que sur une future génération de machines, dix fois plus énergétiques que Z, avec des courants de l'ordre de 60 MA.

Les Z-pinches, en tant que sources de rayonnement pour la fusion par confinement inertiel, constituent une approche différente de la voie laser. Les Américains construisent actuellement le moyen NIF, pour National Ignition Facility, qui vise à atteindre l'ignition, c'est-à-dire la fusion à faible gain. C'est l'équivalent du futur Laser Méga-Joule (LMJ) français. Dans cette approche, la cavité radiative est chauffée par environ 200 faisceaux laser.

Pour la fusion à fort gain, les Américains projettent la construction d'un

moyen supplémentaire, avec chauffage laser ou Z-pinch, selon le degré de maturité atteint par chacun des deux types de technologie.

### **Les plasmas de striction magnétique en France**

L'activité scientifique autour des plasmas de striction magnétique n'a pas en France une ampleur comparable à celle qu'elle a outre-atlantique. Le Laboratoire de Physique et Technologie des Plasmas (LPTP) de l'Ecole Polytechnique compte une équipe étudiant des points de physique fondamentale, nécessaire à la réalisation d'une grosse machine. Le code de calcul utilisé pour les travaux de cette thèse a été développé par cette équipe, en collaboration avec l'Institut de Modélisation Mathématique de Moscou. Le Commissariat à l'Energie Atomique (CEA) par ailleurs exploite le générateur Ambiorix, de classe 2 MA - 100 ns, sans faire de développement particulier. Enfin, un générateur de la classe de Saturn est en cours de construction au Centre d'Etudes de Gramat (CEG) de la Délégation Générale pour l'Armement (DGA).

Les travaux de thèse objets de ce mémoire se situent dans le cadre de l'évaluation et de la définition des conditions d'exploitation d'un générateur de temps de montée 100 ns pour l'obtention de cavités radiatives.

### **Générateurs de hautes puissances pulsées et cavités radiatives**

Les générateurs électriques concernés par le chauffage de cavités radiatives et la fusion par confinement inertiel sont exclusivement les générateurs les plus énergétiques, à savoir les générateurs américains Z, ZR et X1 des Sandia National Laboratories (SNL) à Albuquerque (Nouveau Mexique).

La machine Z, représentée sur la figure 4, fait à peu près 30 m de diamètre et 6 m de haut. Elle se subdivise en trois parties concentriques : une partie dans l'huile, entourant une partie dans l'eau, entourant la partie centrale sous vide. L'énergie est stockée initialement dans des dispositifs plongés dans l'huile, dits "générateurs de Marx", situés sur la circonférence. L'impulsion de tension délivrée par ces générateurs est mise en forme dans des lignes à eau, pour atteindre 6 MV en 100 ns à l'entrée de la partie sous vide. Le rôle de celle-ci, illustré sur la figure 5, est d'additionner les trente six lignes réparties sur quatre niveaux pour amener un courant de 18 MA en 100 ns sur une cage de fils de typiquement 4 cm de diamètre et 2 cm de haut, visible dans la partie supérieure.

Le générateur Z est en cours de modernisation pour devenir le générateur ZR (pour Z Refurbished), deux fois plus énergétique, délivrant un courant de 26 MA en 100 ns. Il devrait être opérationnel en 2006.

Enfin, X1 est un projet de machine permettant d'atteindre la fusion à

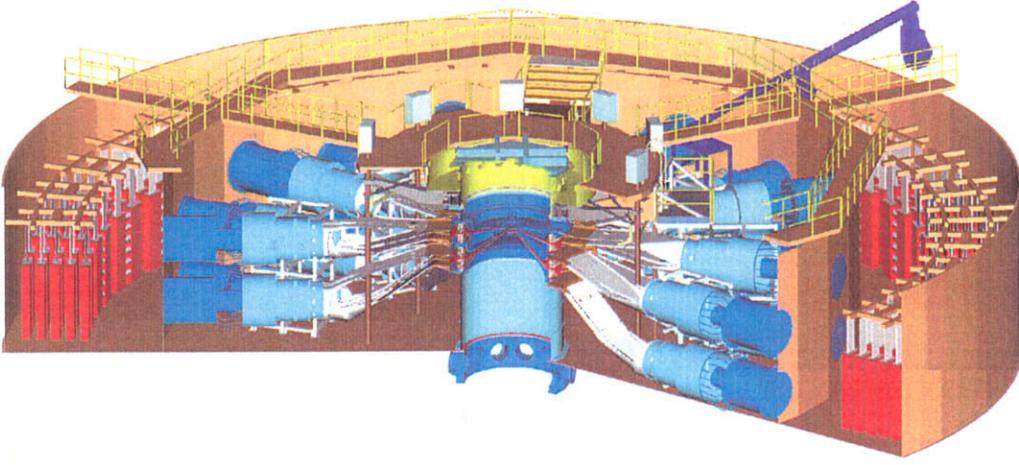


FIG. 4 – Ecorché de la machine Z (©Sandia National Labs)

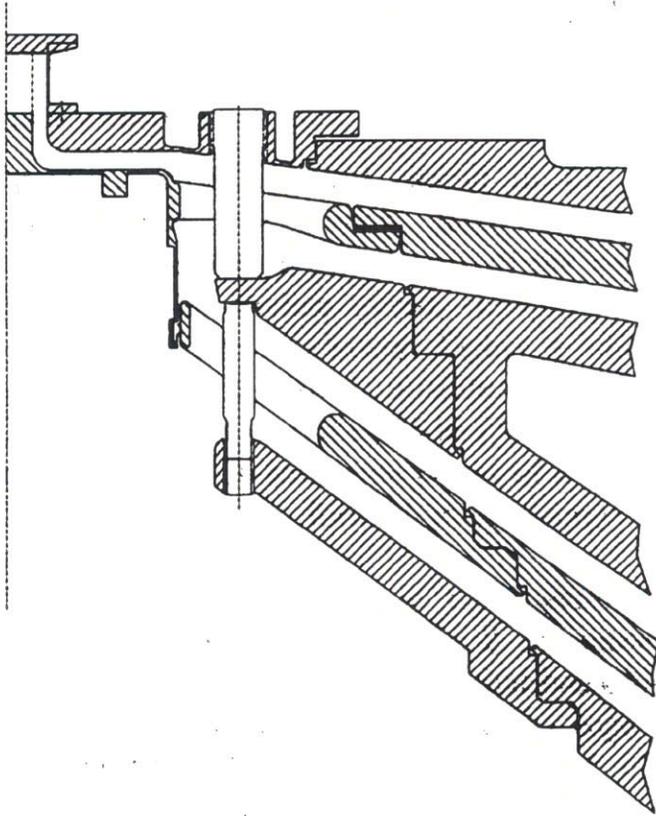


FIG. 5 – Vue en coupe de la convolute de Z (©Sandia National Labs)

Enfin, X1 est un projet de machine permettant d'atteindre la fusion à fort gain. Sa technologie n'est pas encore arrêtée. Nous verrons que selon le schéma de cavité radiative retenu, cela peut être une machine comprenant un seul générateur électrique de 50 MA (cavité dynamique - voir plus loin) ou deux générateurs électriques de 60 MA chacun (cavité statique).

### Les schémas de cavité radiative statique

La cavité radiative chauffée par plasma de striction magnétique la plus simple est constituée par les électrodes entourant celui-ci (voir la figure 6) : si leurs parois sont recouvertes d'un matériau de numéro atomique  $Z$  élevé (comme l'or), elles vont absorber le rayonnement issu du pinch sur une faible épaisseur, s'échauffer fortement et re-rayonner vers la cavité. Ce rayonnement, issu d'un plasma dense tapissant presque toute la cavité (il faut éliminer les trous de diagnostic et l'espace inter-électrodes amenant l'impulsion électrique), aura les propriétés recherchées d'isotropie et de spectre planckien. Une telle cavité, contenant le  $Z$ -pinch, est appelée cavité primaire. Les températures radiatives obtenues sur  $Z$  pour de telles cavité sont de 145 eV, avec un rayon et une hauteur de 1 cm.

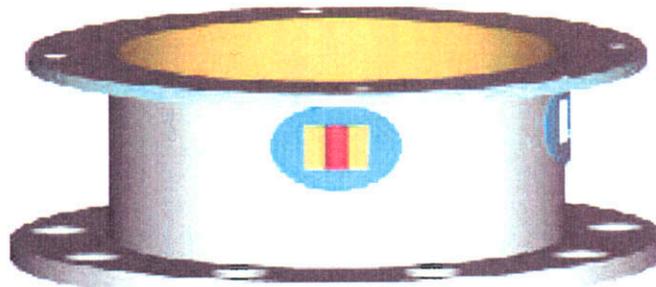


FIG. 6 – Cavité statique primaire (©Sandia National Labs)

Pour toute application, la cavité primaire n'est pas suffisante, puisqu'elle est occupée par le plasma de striction magnétique. Il faut y pratiquer un trou et l'augmenter d'une cavité secondaire. Si cette dernière est de petite dimension, comme sur la figure 7, la température y régnant est assimilable à la température primaire et sera peu différente de celle d'une cavité primaire seule. Une telle cavité servira à irradier un petit échantillon, placé au fond de la cavité secondaire afin d'éviter l'irradiation directe par le pinch, pour y engendrer des chocs intenses.

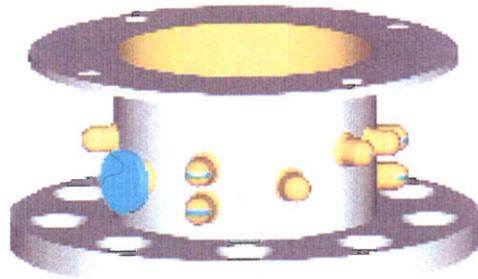


FIG. 7 – Cavités statiques secondaires de petites dimensions montées sur une cavité primaire (©Sandia National Labs)

Si la cavité est de grande dimension, comme sur la figure 8, la température secondaire sera plus basse que la primaire, elle-même plus basse que dans le cas précédent. Une telle cavité est utile pour des expériences de fusion par confinement inertiel ; elle présente cependant le gros défaut de créer un chauffage asymétrique, la cavité secondaire ne recevant du rayonnement que par le bas.

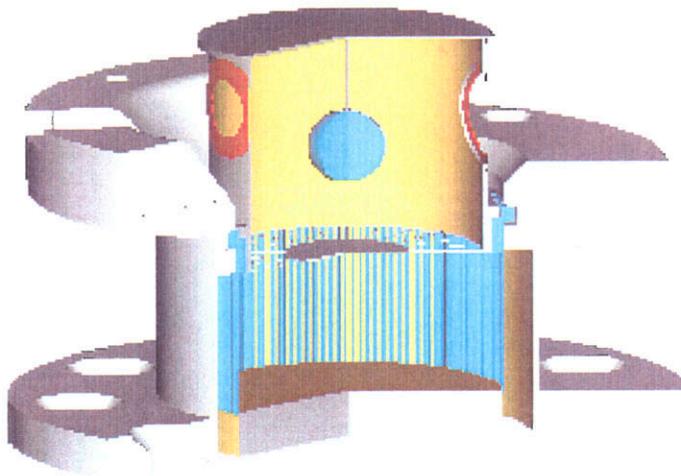


FIG. 8 – Cavité statique secondaire de grande dimension (©Sandia National Labs)

Les cavités secondaires réellement intéressantes pour la fusion par confinement inertiel sont chauffées par deux Z-pinches, comme indiqué sur la figure

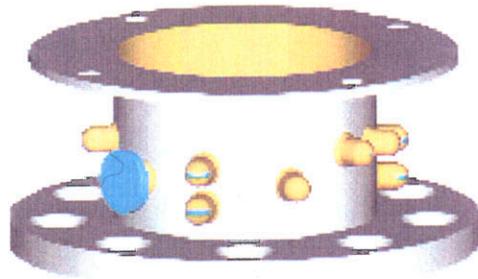


FIG. 7 – Cavités statiques secondaires de petites dimensions montées sur une cavité primaire (©Sandia National Labs)

Si la cavité est de grande dimension, comme sur la figure 8, la température secondaire sera plus basse que la primaire, elle-même plus basse que dans le cas précédent. Une telle cavité est utile pour des expériences de fusion par confinement inertiel ; elle présente cependant le gros défaut de créer un chauffage asymétrique, la cavité secondaire ne recevant du rayonnement que par le bas.

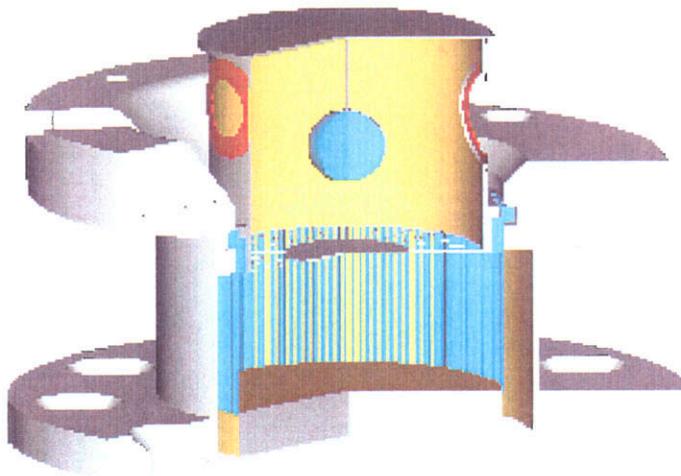


FIG. 8 – Cavité statique secondaire de grande dimension (©Sandia National Labs)

Les cavités secondaires réellement intéressantes pour la fusion par confinement inertiel sont chauffées par deux Z-pinches, comme indiqué sur la figure

9. Un tel schéma requiert une machine à deux générateurs et c'est pour cette configuration que la machine X1 est envisagée à deux fois 60 MA. Un tel schéma a été testé sur Z, moyennant une modification pour faire courir le retour de courant d'une cavité à l'autre et alimenter les deux couronnes de fils avec un générateur unique. Les températures radiatives obtenues sur Z pour la cavité secondaire sont alors de 75 eV, avec un rayon de 1 cm et une hauteur de 1.5 cm.

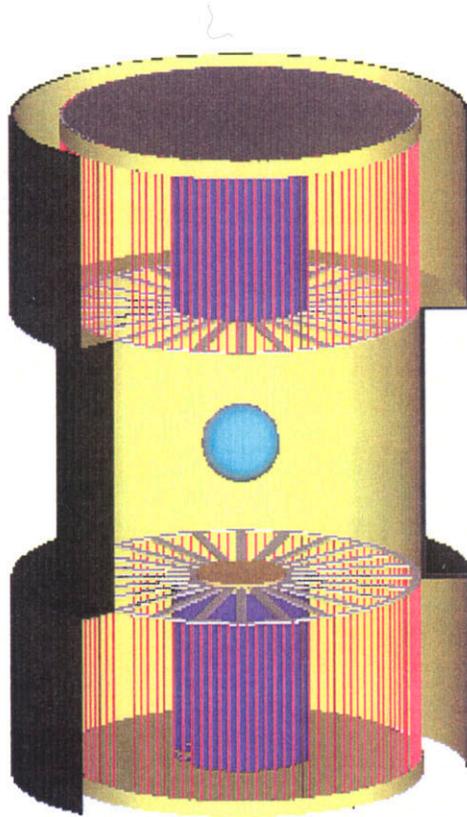


FIG. 9 – Cavité statique secondaire de grande dimension chauffée par deux pinchs (©Sandia National Labs)

Toutes les configurations que nous venons de voir sont similaires à celles envisagées pour un chauffage par laser : le rayonnement est simplement issu d'un Z-pinch au lieu d'être amené par des faisceaux laser. Ces cavités sont dites statiques car leur paroi, constituée par les électrodes solides, restent immobiles (à l'expansion du plasma sur leur surface interne près). Elles sont également désignées sous le nom de cavité sous vide ("vacuum hohlraum" en

anglais).

### Cavité radiative dynamique

Les hautes puissances pulsées offrent la possibilité d'exploiter un schéma très différent du précédent, imaginé par une équipe russe à la fin des années 1980 (voir [40]) et illustré sur la figure 10 : la cavité radiative dynamique. Dans cette configuration, la cavité est le plasma de striction magnétique lui-même, qui vient écraser une mousse placée en son coeur. L'impact sur la mousse est suffisamment violent pour y engendrer un choc derrière lequel la matière va rayonner fortement, jusqu'à l'axe de révolution. Le plasma de striction magnétique joue ici un double rôle, de piston pour le choc qui se propage dans la mousse (source de rayonnement) et de cavité de confinement du rayonnement (rôle pour lequel il est fabriqué avec un matériau de numéro atomique  $Z$  élevé, comme le tungstène).

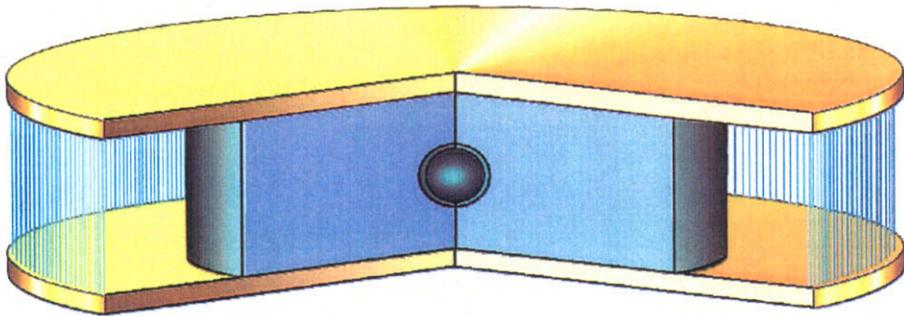


FIG. 10 – Cavité dynamique (©Sandia National Labs)

Les performances atteintes sur  $Z$  sont de 180 à 270 eV pour une cavité dynamique seule, suivant que l'on souhaite ou pas conserver de bonnes propriétés de symétrie du rayonnement, et de 215 eV pour une cavité dynamique augmentée d'une cavité statique secondaire de grande dimension (diamètre 6 mm et hauteur 7 mm).

Avec un schéma de cavité dynamique, la machine X1 est envisageable sous la forme d'un générateur unique de 50 MA, ce qui représente une très grande simplification par rapport au schéma de cavité statique à double pinch.

### Présentation du mémoire de thèse

L'étude des plasmas de striction magnétique comme moyen de chauffage d'une cavité radiative montre que le phénomène essentiel qui dégrade les performances espérées est le développement des instabilités hydrodynamiques

lors de l'écoulement de striction. D'où la démarche adoptée dans ce mémoire : une présentation et une modélisation des phénomènes physiques liés aux plasmas de striction magnétique - mises à part les instabilités - dans les deux premiers chapitres, suivi d'un chapitre consacrées à celles-ci, puis de deux chapitres sur les moyens de les limiter.

Le chapitre 1 propose ainsi une modélisation analytique simple de tous les aspects de l'implosion d'un plasma de striction magnétique. Il permet une estimation des performances d'un générateur de temps de montée 100 ns pour toutes les applications envisageables avec du rayonnement : production de rayonnement X mou, génération de hautes températures dans une cavité statique, dans une cavité dynamique, dans une cavité primaire ou secondaire, production de rayonnement de couche K. L'originalité est ici de proposer une modélisation unifiée pour tous ces problèmes, suffisamment simple pour que les calculs soient entièrement menés à la main et suffisamment élaborée pour offrir une précision satisfaisante.

Le chapitre 2 présente une méthode de résolution des équations de la magnétohydrodynamique monodimensionnelles lors de la striction magnétique, tirée de travaux russes de la fin des années 1980. L'intérêt ici est d'en offrir une présentation claire et détaillée. De plus, un effort particulier a été fait pour appliquer la méthode de calcul au cas du champ magnétique à deux composantes  $B_\theta$  et  $B_z$ , d'une grande utilité dans le chapitre 5.

Le chapitre 3 aborde la question des instabilités hydrodynamiques de l'écoulement de striction magnétique. Il offre une démonstration (numérique) de ce que les instabilités essentielles sont celles de Rayleigh-Taylor. Il présente également un outil de mesure des instabilités, utilisé dans les chapitres suivants. Il propose enfin un modèle original pour le couplage optimal entre générateur électrique et plasma de striction magnétique.

Le chapitre 4 traite le cas d'une implosion avec double coquille. Cette configuration permet d'obtenir le gain en stabilité nécessaire à la mise en forme du rayonnement. Deux aspects sont abordés : le cas où cette configuration sert à mettre en forme temporellement le rayonnement de chauffage d'une cavité statique et le cas de la cavité dynamique, avec la présentation d'un tir typique sur le générateur Z.

Le sujet du chapitre 5 est la limitation des instabilités à l'aide d'un champ magnétique axial. Il y est démontré (numériquement) qu'un effet important peut en être tiré, conduisant à des cavités dynamiques "stabilisées par  $B_z$ ", schémas qui n'avaient encore jamais été étudiés.

Le chapitre 6 enfin analyse un tir très particulier effectué sur le générateur Z, où le pinch impactait directement un cylindre contenant un mélange fusible afin d'obtenir des réactions thermonucléaires sans passer par l'intermédiaire du rayonnement. Une explication pour le résultat du tir est fournie, ainsi

qu'une proposition d'amélioration.

Ce document se termine par trois annexes. La première est un cours d'introduction à l'hydrodynamique radiative appliquée aux plasmas de striction magnétique. La seconde est une présentation des équations de la magnétohydrodynamique, replacée dans ce même cadre. La dernière est une présentation du code utilisé pour ces travaux de thèse et des développements qui ont été effectués pour les mener à bien.



# Chapitre 1

## Approches simplifiées

### 1.1 Introduction

Le dimensionnement d'une charge de striction magnétique pour un générateur électrique donné peut être abordé de manière très simple : quelques formules algébriques, avec des constantes bien ajustées, peuvent résumer des calculs plus élaborés. L'exploitation de telles formules fournit toujours un résultat satisfaisant, dans le sens suivant : si le dimensionnement montre qu'un objectif est inatteignable, alors il est à coup sûr inatteignable ; si au contraire il montre que cet objectif peut être facilement dépassé, alors des calculs plus élaborés (simulation numérique) permettront d'optimiser la charge Z-pinch pour atteindre l'objectif confortablement.

Dans ce qui suit, sont étudiés des objectifs d'optimisation de puissance radiative, de température de cavité radiative, statique et dynamique, et de production de rayonnement de couche K.

Le véritable savoir-faire correspond à l'estimation de constantes d'ajustement utiles pour exploiter pleinement "des règles de trois". En particulier sont proposés des résultats expérimentaux pour des générateurs de différentes classes, permettant de recalculer utilement les résultats des calculs.

Les données d'entrées sont a priori  $I_{max}$  et  $\tau$ , l'intensité maximale et le temps de montée du courant délivré par le générateur. Les grandeurs à déterminer sont  $R_{ret}$ ,  $R_0$ ,  $m$  et  $h$ , le rayon de retour du courant, le rayon initial du pinch, sa masse et sa hauteur. Ceci correspond à la démarche d'exploitation d'une machine : les deux grandeurs  $I_{max}$  et  $\tau$  sont toujours à peu près connues, à charge pour le physicien d'en tirer le meilleur parti.

Bien entendu, les formules peuvent toujours être inversées ; en particulier il est toujours possible de déterminer quelle classe de machine est nécessaire pour atteindre un certain objectif. Cependant, une utilisation sûre de la mé-

thode présentée ci-après demande de toujours respecter un ordre précis dans les questions à résoudre. Ainsi convient-il tout d'abord de traiter les aspects énergétiques : de quelle énergie disposera le pinch pour rayonner ? Avant de s'intéresser à la question de la puissance : quelle puissance radiative générera-t-il ? Et enfin seulement d'en terminer par la question de la densification du rayonnement dans le pinch : quelle température radiative régnera dans une cavité ?

### 1.1.1 Énergétique du pinch

La logique d'exploitation d'un pinch comme source de rayonnement est la suivante. Un générateur stockant initialement 10 MJ est capable de délivrer environ 2 MJ à la charge Z-pinch en environ 100 ns. Pendant l'implosion du pinch, cette énergie de 2 MJ se répartit à peu près en 1 MJ d'énergie magnétique prenant place autour du pinch et 1 MJ d'énergie cinétique. Les autres formes d'énergie, interne et rayonnée en particulier, restent négligeables (quelques dizaines de kJ) pendant toute l'implosion. Au bout de ces 100 ns, le pinch arrive sur l'axe et ne peut continuer sa course ; il thermalise son énergie cinétique, c'est-à-dire la transforme en énergie interne (chauffage) et de là en énergie rayonnée. La quasi-totalité de l'énergie cinétique est ainsi convertie en rayonnement, surtout si un fort champ magnétique autour du pinch interdit tout rebond. Pendant cette phase de stagnation, qui dure de 5 à 10 ns, se met en place sur l'axe une structure capable de pomper de l'énergie au champ magnétique environnant et de la rayonner, à hauteur de 500 kJ. L'énergie totale rayonnée sera donc de 1.5 MJ.

L'énergie interne du plasma reste secondaire : quelques dizaines de kJ pendant la phase d'implosion et à peu près 200 kJ pendant la phase de stagnation. Cette énergie de 200 kJ sert de relais entre les 2 MJ stockés pendant la phase d'implosion et les 1.5 MJ rayonnés : ce n'est qu'une capacité de stockage intermédiaire, dont le niveau (la température du plasma) est fixé par la puissance à convertir en rayonnement pendant la stagnation. La température du plasma est donc avant tout représentative de la puissance dégagée et non pas d'une énergie stockée : le plasma chauffe et augmente son énergie interne jusqu'à atteindre la capacité à transférer le débit d'énergie produit par la stagnation en énergie rayonnée. Il est d'ailleurs remarquable que la masse permettant de bien convertir l'énergie du générateur en énergie cinétique se révèle faible au moment de rayonner cette énergie, de telle façon que le plasma chauffe fortement et soit du coup un bon "radiateur".

Les mécanismes de conversion de l'énergie magnétique existant autour de la structure stagnant sur l'axe en rayonnement sont mal connus. Des modèles de plasmas turbulents capables d'absorber des tubes de champ magnétique

et de pomper leur énergie pendant leur implosion au coeur du plasma ont été développés récemment (voir [31] et [32]) et rendent correctement compte des énergies rayonnées supplémentaires. Il est à noter que ces mécanismes de conversion ne sont actifs qu'à la stagnation sur l'axe et n'ont aucun intérêt pour des charges avec cible centrale; l'énergie cinétique est alors la seule source d'énergie disponible pour la phase finale d'impact sur la cible.

L'énergie cinétique est donc la part la plus importante et la plus claire de l'énergie disponible pour déterminer le rayonnement issu d'une charge de type Z-pinch. Nous sommes donc fondés à schématiser les échanges énergétiques pour une telle charge de la manière suivante : la phase d'implosion permet de stocker de l'énergie issue du générateur sous forme cinétique; cette énergie cinétique représente l'unique réservoir d'énergie disponible pour la charge et est entièrement convertie en rayonnement pendant la phase de stagnation ou d'impact d'une cible centrale. La détermination de l'énergie exploitable pour le rayonnement peut ainsi être ramenée à celle de l'énergie cinétique transférable à une charge de type Z-pinch par le générateur.

$$E = E_c$$

### 1.1.2 Détermination de l'énergie cinétique

La modélisation la plus simple pour décrire l'implosion d'un pinch sous l'effet de la pression magnétique  $B^2/2\mu_0$  est de considérer que toute la masse implose en bloc et de suivre le mouvement du centre de gravité d'une coupe de la coquille cylindrique dans un plan r-z. La relation fondamentale de la dynamique nous permet alors d'écrire :

$$m \frac{dV}{dt} = -2\pi R h \cdot \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Soit, en exprimant le champ magnétique en fonction du courant I traversant le plasma  $B = \mu_0 I / 2\pi R$  :

$$m \frac{dV}{dt} = -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi R} h \quad (1.1)$$

Le moment d'ordre 1,  $\int V dV$ , de chacun des deux membres conduit alors à l'expression suivante, en tenant compte pour l'inductance de la charge Z-pinch (comprise entre le rayon de retour du courant et le rayon du pinch) de la formule  $L = \frac{\mu_0}{2\pi} h \ln\left(\frac{R_{ret}}{R}\right)$  :

$$\frac{1}{2} m V^2 = \int_0^t \frac{1}{2} \frac{dL}{dt} I^2 dt \quad (1.2)$$

Cette relation lie l'énergie cinétique transférée au pinch à la variation de son inductance "pondérée par le carré du courant". Elle montre qu'un bon couplage entre le générateur et le pinch existe si l'essentiel de la variation d'inductance se fait autour du maximum du courant. Ceci est toujours vrai si la charge stagne un peu après le maximum du courant, comme sur la figure 1.1 ; en effet, puisque

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{\mu_0}{2\pi} h \frac{V}{R}$$

la partie à forte variation d'inductance de l'implosion correspond aux grandes vitesses et petits rayons, c'est-à-dire aux instants qui précèdent la stagnation.

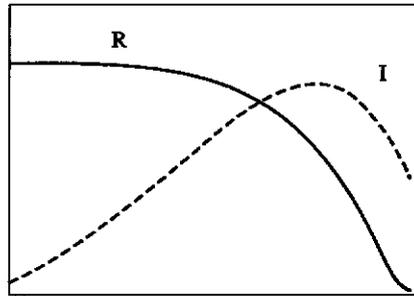


FIG. 1.1 – Profils temporels typiques du rayon moyen et du courant assurant un bon couplage énergétique

Si ces conditions de bon couplage énergétique entre le générateur et la charge sont réunies, l'intégrale première (1.2) peut être remplacée par l'estimation simple :

$$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{\gamma}{2}\Delta L \cdot I_{max}^2 \quad (1.3)$$

avec en pratique la valeur  $\gamma = 0.75$  proche de l'unité.

La variation d'inductance globale de la charge pendant son implosion,  $\Delta L = \frac{\mu_0}{2\pi} h \ln(R_0/R_f)$ , n'est pas toujours facile à estimer. Pour une implosion sur cible centrale, il est facile d'estimer le rayon final d'exploitation de la charge  $R_f$ . Pour une implosion jusqu'à la stagnation, notre modèle sans épaisseur ne permet pas d'estimer un rayon final sans hypothèse supplémentaire. En pratique, des rapports de convergence  $R_0/R_f$  entre 10 et 20 permettent de retrouver les résultats expérimentaux. La formule suivante, extrêmement simple, s'en déduit :

$$\frac{E_c}{h}(\text{kJ/cm}) = 1.5 \cdot I_{max}^2(\text{MA}) \quad (1.4)$$

Prenons l'exemple du générateur Z : le courant monte à 18 MA dans des pinchs de hauteur  $h = 2$  cm soit une énergie cinétique  $E_c = 486$  kJ/cm·2 cm  $\simeq$  1.0 MJ en accord avec les énergies rayonnées de 1.5 à 1.8 MJ affichées pour Z.

### 1.1.3 Couplage générateur / charge

Les dimensions  $R_0$ ,  $m$  et  $h$  d'une charge Z-pinch doivent être adaptées au générateur pour assurer un transfert efficace d'énergie pendant l'implosion. Prenons un exemple simple où seule la masse varie. Toutes choses égales par ailleurs, on comprend bien qu'une très forte masse entraînerait une implosion trop lente et du coup le passage complet de la décharge électrique alors que la masse ne s'est presque pas déplacée ; au contraire une masse trop faible conduit à une implosion qui se produit trop tôt et la matière est sur l'axe bien avant l'arrivée de forts courants ; dans les deux cas on sent bien que le générateur ne réalisera pas de transfert d'énergie vers la charge avec de bons rendements : la charge ne présente pas une inductance adaptée à l'arrivée de l'impulsion de courant.

Nous avons vu à la section précédente que le bon couplage énergétique entre la charge et le générateur réclamait une implosion s'achevant un peu après le maximum du courant. Il est facile de montrer que ceci est toujours assuré pour une combinaison des paramètres respectant une certaine valeur  $A_{max}$ . En effet, reprenons la description de l'écoulement du pinch par la relation fondamentale de la dynamique (1.1). Il est naturel de l'adimensionner selon :

$$\bar{r} = \frac{R}{R_0}, \bar{t} = \frac{t}{\tau}, \bar{f}(t) = \frac{I(t)}{I_{max}}$$

ce qui donne :

$$\frac{d^2\bar{r}}{d\bar{t}^2} = -A \cdot \bar{f}(t)^2$$

où

$$A = \frac{\mu_0 \tau^2 I_{max}^2}{4\pi \frac{m}{h} R_0^2}$$

Pour un générateur d'impédance suffisamment forte, le profil temporel  $\bar{f}(t)$  du courant est toujours à peu près le même, quelque soit la charge. La dynamique de l'implosion ne dépend donc que du paramètre  $A$  : pour un générateur donné, si un jeu de paramètres  $R_0$ ,  $m$  et  $h$  conduit à une stagnation peu après le maximum du courant, tout autre jeu donnant la même valeur  $A$  conduira aussi à une stagnation peu après le maximum du courant.

Le respect d'une combinaison correspondant à la valeur  $A_{max}$  maximisant le transfert d'énergie du générateur vers la charge est donc essentiel. A chaque générateur correspond un certain  $A_{max}$  issu de la forme temporelle propre à son courant. Pour un générateur fournissant une impulsion électrique de forme temporelle à concavité vers le bas (comme Z), le bon couplage entre générateur et charge est assuré pour  $A_{max} \simeq 4$ , c'est-à-dire si :

$$\frac{\mu_0 \tau^2 I_{max}^2}{4\pi \frac{m}{h} R_0^2} \simeq 4 \quad (1.5)$$

Le tableau 1.1 fournit une estimation de  $A_{max}$  pour différents générateurs. A noter que le temps de montée  $\tau$  est estimé à partir des données expérimentales comme la différence entre l'instant  $t_{max}$  du maximum du courant et l'instant  $t_0$  obtenu en prolongeant la partie linéaire du courant, ceci pour s'affranchir des pieds de courants (voir par exemple la courbe de courant de la figure 2.11 page 77 pour le cas du générateur Z).

	$R_0$ m	$m/h$ kg/m	$I_{max}$ A	$\tau$ s	$A_{max}$
Z	$2 \times 10^{-2}$	$2.1 \times 10^{-4}$	$18 \times 10^6$	$0.9 \times 10^{-7}$	3.1
Saturn	$2 \times 10^{-2}$	$0.62 \times 10^{-4}$	$7.4 \times 10^6$	$1.3 \times 10^{-7}$	3.7
ECF479	$6 \times 10^{-2}$	$0.52 \times 10^{-4}$	$3.8 \times 10^6$	$7.2 \times 10^{-7}$	4.0

TAB. 1.1 – Paramètres de couplage optimal pour différents générateurs

### 1.1.4 Puissance rayonnée

La thermalisation sur l'axe de la charge Z-pinch conduit à rayonner l'énergie cinétique acquise pendant l'implosion par une impulsion radiative de forme temporelle à peu près triangulaire (voir par exemple la courbe expérimentale de la figure 3.4 page 88).

Le passage de l'énergie cinétique à la puissance maximale rayonnée nécessite donc la connaissance d'un paramètre supplémentaire qu'est le temps de montée  $\tau_{rad}$  de l'impulsion radiative :

$$P_{rad} \simeq \frac{E_c}{\tau_{rad}}$$

Ce temps caractéristique  $\tau_{rad}$  est déterminé par le temps d'accumulation de la matière sur l'axe : si  $e$  est l'épaisseur moyenne à mi-hauteur du profil de densité et  $V_f$  la vitesse moyenne finale alors la formule suivante est correcte :

$$\tau_{rad} = \frac{e}{V_f}$$

Mais une telle formule est de peu d'utilité. En effet, il est aisé d'estimer la vitesse pour un générateur d'impulsion électrique à concavité vers le bas par :

$$V_f \simeq 3 \frac{R_0}{\tau} \quad (1.6)$$

ce qui revient à remarquer que l'essentiel de l'implosion se fait dans le dernier tiers de la montée du courant ou à combiner les relations (1.4) et (1.5). Par contre l'estimation de l'épaisseur est ardue : nous verrons dans un prochain chapitre que le balayage du plasma par le champ magnétique conduit à une épaisseur  $e_{LD} \simeq 1$  mm dans le cas d'une impulsion électrique de temps de montée  $\tau = 100$  ns. Mais cette estimation n'est pas suffisante. Le pinch réel est étalé spatialement par l'instabilité de Rayleigh-Taylor et l'épaisseur moyenne réelle à prendre en compte est plus grande. Le développement de cette instabilité dépend surtout de la longueur parcourue : pour des rayons initiaux  $R_0$  de 1.5 à 2 cm, juste avant l'impact sur l'axe, l'instabilité est saturée mais n'a pas percé la matière et l'estimation  $e \simeq 3 \cdot e_{LD}$  est acceptable. Pour le générateur Z,  $R_0 \simeq 2$  cm et  $\tau \simeq 100$  ns fournissent  $V_f \simeq 60$  cm/ $\mu$ s,  $e \simeq 3$  mm soit  $\tau_{rad} = 5$  ns qui est tout-à-fait réaliste.

Une méthode plus simple et robuste pour passer de l'énergie cinétique à la puissance (maximale) rayonnée est de retenir directement des valeurs issues de données expérimentales ou numériques pour le temps de montée  $\tau_{rad}$  : 3 ns pour  $R_0 \leq 1$  cm, 6 ns pour un rayon initial de 2 cm, 10 ns pour un rayon initial de 3 cm. Ces valeurs ne sont d'ailleurs valables que pour des implosions relativement stables comme celles des cages de fils sur les générateurs à temps de montée du courant de 100 ns.

Dans l'exemple de Z, le pinch simple typique de hauteur et rayon 2 cm conduit à une énergie de 1.0 MJ (voir section précédente) et donc à une puissance  $P_{rad} \simeq 1.0$  MJ/6 ns = 170 TW en très bon accord avec les puissances mesurées de l'ordre de 200 TW.

## 1.2 Densification du rayonnement

Le rayonnement issu du pinch peut être conditionné au sein d'une petite cavité pour se thermaliser en rayonnement planckien à haute température et devenir isotrope : cette opération est appelée densification du rayonnement.

### 1.2.1 Cavité statique

Si la puissance radiative produite par la charge Z-pinch sert à irradier une cavité solide fixe, la cavité radiative est dite statique. Les parois de celles-ci

absorbent le rayonnement, s'échauffent et rayonnent vers la cavité la plus grande partie de la puissance incidente. De plus, cette nouvelle source de rayonnement est un plasma issu de l'explosion d'une paroi solide, par conséquent extrêmement dense et optiquement épais : c'est pourquoi le rayonnement qui s'installe dans la cavité est un rayonnement planckien, caractérisé par une température radiative  $T_r$  correspondant à la température de la surface interne des parois.

La cavité la plus simple à considérer est celle formée par le retour du courant du pinch, c'est-à-dire celle qui contient le pinch, dite cavité primaire. Pour toute application, il faudrait une cavité secondaire afin d'isoler un objet à irradier du rayonnement directement issu du pinch. Cela dit, la température qui règne dans la cavité primaire est celle qui pilote tout le reste, elle est donc essentielle à estimer.

### Bilan de puissances

La température radiative est estimée par l'équilibre de puissances suivant : à chaque instant, la puissance source  $P_{rad}$  issue du pinch sert à compenser la puissance perdue en dehors de la cavité. Trois termes de pertes sont à envisager : les pertes de rayonnement par des trous de diagnostic, les pertes de rayonnement par l'espace interélectrodes qui amène le courant à la charge et les pertes par absorption en profondeur dans les parois.

Si  $S$  est la surface totale des pertes, les deux premiers termes sont correctement estimés par  $S \cdot \sigma_{SB} T_r^4$ . Le dernier terme est estimé en faisant appel à l'albedo  $\alpha$  de la paroi : si un flux incident  $\sigma_{SB} T_r^4$  est absorbé par une paroi, celle-ci rerayonne vers la cavité un flux  $\alpha \cdot \sigma_{SB} T_r^4$ , c'est-à-dire qu'une proportion  $(1 - \alpha) \cdot \sigma_{SB} T_r^4$  du flux incident est absorbée en profondeur dans la paroi. Si  $A$  est la surface des parois, le dernier terme de perte est donc estimé par  $A \cdot (1 - \alpha) \cdot \sigma_{SB} T_r^4$ . La température radiative régnant dans la cavité est alors déterminée par la relation d'équilibre des puissances suivante :

$$P_{rad} = \sigma_{SB} T_r^4 \cdot (S + (1 - \alpha) \cdot A) \quad (1.7)$$

où  $\sigma_{SB}$  est la constante de Stefan-Boltzmann, qui vaut  $1.02 \cdot 10^9 \text{ W/eV}^4$ .

La relation précédente montre bien que pour maximiser la température radiative, l'albedo doit être choisi le plus grand possible : ceci est réalisé en choisissant pour la paroi un matériau à fort Z comme l'or. L'absorption d'énergie par la paroi est alors due à la progression d'une onde radiative à front raide dans la paroi, qui la chauffe de proche en proche et génère une expansion de plasma. L'albedo dépend ainsi du flux incident et du temps de montée de l'impulsion radiative. En pratique, sa valeur varie de 0.75 à 0.85 : pour des estimations simples, on retiendra la valeur  $\alpha \simeq 0.8$ .

Il est à noter que  $T_r$  intervient à la puissance 4 dans la relation précédente : du coup, même une erreur importante de 40 % sur les autres termes, notamment  $P_{rad}$  et l'albedo  $\alpha$ , se traduit par une erreur faible de 10%.

### Application numérique

Prenons l'exemple d'une cavité primaire sur le générateur Z. Pour maximiser la température radiative, la cavité est choisie petite :  $R_0 = h = 1$  cm. L'espace interélectrodes est minimisé à 0.15 cm pour réduire au maximum le terme de perte associé, soit  $R_{ret} = 1.15$  cm. Considérons un seul trou de diagnostic de rayon  $R_{diag} = 2$  mm. Pour un albedo  $\alpha = 0.8$ , les caractéristiques géométriques de la cavité sont alors :

$$S = \pi(R_{ret}^2 - R_0^2) + \pi R_{diag}^2 = 1.14 \text{ cm}^2$$

$$A = 2\pi R_{ret}h + 2 \cdot \pi R_{ret}^2 - S = 14.4 \text{ cm}^2$$

$$(1 - \alpha) \cdot A = 2.88 \text{ cm}^2$$

Cette fois-ci l'énergie disponible est  $E_c = 1.5 \cdot 18^2 \cdot 1 \text{ cm} = 486 \text{ kJ}$  et la puissance maximale rayonnée  $P_{rad} \simeq 486 \text{ kJ}/3 \text{ ns} = 162 \text{ TW}$ . Elle conduit à une estimation de la température maximale de cavité de  $T_r = 142 \text{ eV}$  qui correspond bien aux performances affichées du générateur Z, à savoir 145 eV.

### Avantages et possibilités d'extrapolation

La surface de perte  $S$  est négligeable devant la surface des parois  $A$ , ce qui assure une bonne thermalisation du rayonnement. Mais  $S$  n'est pas négligeable, même s'il est plus petit, devant la surface effective d'absorption  $(1 - \alpha) \cdot A$  et il y a un véritable intérêt à conserver  $S$  aussi petit.

Il faut bien noter que le rayonnement qui baigne la cavité est essentiellement le rayonnement planckien issu des parois, et non pas le rayonnement issu du pinch. Chaque portion de la paroi voit le rayonnement émis par toutes les autres parties, ce qui représente une puissance supérieure à celle du pinch : à la limite, en négligeant la surface de perte  $S$ , la relation d'équilibre précédente se réécrit :

$$A \cdot \sigma_{SB} T_r^4 = \frac{P_{rad}}{1 - \alpha}$$

qui montre que la puissance rayonnée par l'ensemble des parois est plus grande que la puissance rayonnée par le pinch d'un facteur  $\frac{1}{1-\alpha} \simeq 5$ . Il y a ainsi un effet de multiplication de puissance par la cavité, qui s'explique par le fait que la puissance rayonnée par le pinch ne sert qu'à compenser les pertes, essentiellement par absorption en profondeur dans les parois. Pour

parvenir à absorber la puissance  $P_{rad}$  loin dans les parois, celles-ci doivent installer une puissance radiative beaucoup plus forte dans la cavité, c'est-à-dire dans la région déjà chauffée où se trouve la source. C'est en ce sens qu'il faut comprendre le terme de "piégeage du rayonnement", qui semble signifier à tort qu'un effet d'accumulation et de rétention de photons se met en place dans la cavité. Les photons émis par une portion de la paroi sont aussitôt réabsorbés par les autres portions. La densité d'énergie radiative n'augmente que pour réussir à ajuster le flux radiatif incident sur les parois au niveau nécessaire à l'élimination dans la paroi de la puissance rayonnée par le pinch. Cet effet explique aussi que les termes de perte ne soient estimés qu'à partir du flux incident  $\sigma_{SB}T_r^4$ , sans prendre en compte une partie de la puissance rayonnée par le pinch.

Le fait que chaque portion de la paroi soit en regard d'à peu près toutes les autres parties facilite la thermalisation du rayonnement et l'obtention d'une température à peu près uniforme. En réalité bien entendu, certaines portions sont mieux exposées que d'autres et la température de surface de la paroi n'est pas parfaitement uniforme et par conséquent le rayonnement dans la cavité pas parfaitement isotrope. Cependant, notamment grâce à la variation en  $T_r^4$  des grandeurs radiatives, le défaut d'uniformité de la température est faible et le modèle proposé ici pour estimer une température moyenne se révèle suffisant.

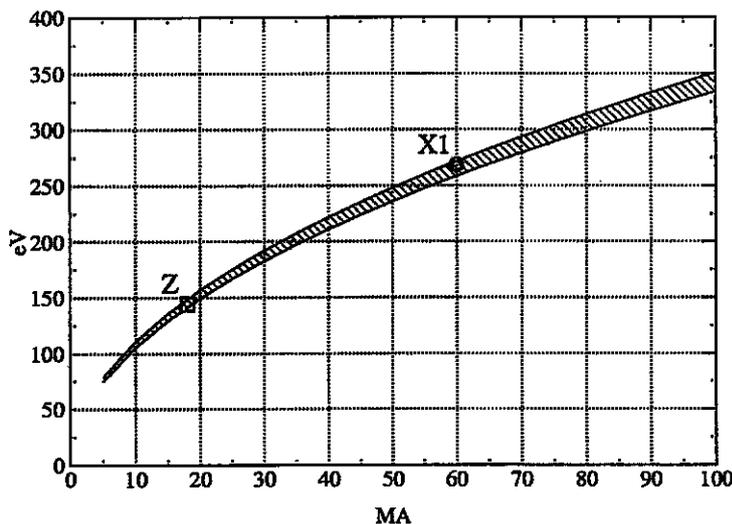


FIG. 1.2 – Température de cavité statique primaire en fonction du maximum du courant

La figure 1.2 illustre la dépendance de la température radiative primaire avec la valeur maximale du courant, pour des générateurs d'impulsion élec-

trique à concavité vers le bas et de temps de montée 100 ns. Le pinch a un diamètre de 2 cm et une hauteur de 1 cm, le retour de courant est percé d'un trou de diagnostic de 4 mm de diamètre. L'estimation est faite en choisissant d'être conservatif par rapport aux performances du générateur Z, à savoir en estimant l'énergie par (1.4), la puissance rayonnée par  $P_{rad} = E_c/3$  ns et en limitant la distance entre électrodes à 0.15 cm. L'albedo est pris égal à 0.8 pour la courbe basse et 0.85 pour la haute. On retrouve les valeurs annoncées pour les générateurs Z (18 MA - 145 eV) et X1 (60 MA - 270 eV) par les Sandia National Laboratories (voir [24] ou [7],[20] et [36]).

### 1.2.2 Cavité dynamique

Une autre méthode permet de convertir l'énergie cinétique du pinch en rayonnement planckien à haute température. Si une cible comme un cylindre de mousse plein est placé au coeur du pinch, ce dernier l'impacte à haute vitesse en implosant. Un choc centripète est alors généré dans la mousse : dans les régimes envisagés, le choc est suffisamment intense pour que l'échauffement associé conduise à un fort rayonnement qui s'installe en avant du choc, jusqu'à l'axe. Un effet de piégeage du rayonnement est alors réalisé par le plasma du pinch, choisi le plus opaque possible avec des matériaux à forts Z comme le tungstène : une petite partie seulement de la puissance produite est stockée dans l'énergie interne ; le reste passe dans les pertes radiatives vers l'extérieur. Pour parvenir à transporter cette puissance à rayonner depuis l'intérieur du pinch (où se trouve le choc radiatif, source de rayonnement) à travers un matériau opaque, un gradient de température se met en place. Ceci permet d'obtenir de très hautes températures à l'intérieur de la cavité délimitée par la face interne du pinch. Le pinch joue ainsi un double rôle, de réservoir d'énergie d'une part et de cavité de confinement d'autre part. Comme il continue son implosion vers l'axe, la cavité est dite dynamique.

#### Température maximale exploitable

Une méthode simple permet de dimensionner une cavité dynamique. Elle conduit en particulier à estimer la température maximale exploitable, c'est-à-dire la température régnant dans la cavité lorsque le pinch a atteint le rayon minimal utile  $R_{min}$  en dessous duquel le rayonnement perd ses qualités de symétrie. En effet, la paroi de la cavité est ici le plasma du pinch en fin d'implosion, chahuté par les instabilités hydrodynamiques : les fortes inhomogénéités de densité qui y règnent créent une inhomogénéité du rayonnement le long de la paroi. Ces inhomogénéités ne sont lissées au coeur de la cavité que si celle-ci n'est exploitée qu'à des rayons suffisamment grands. Ceci fixe

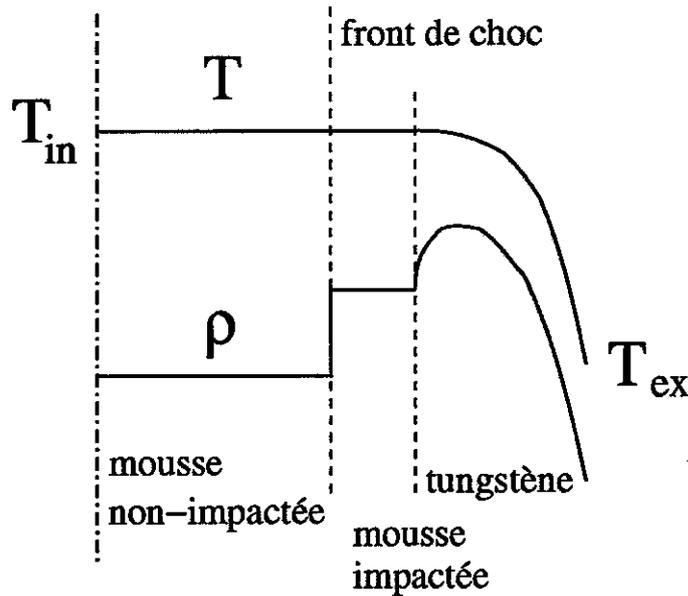


FIG. 1.3 – Profils idéalisés de température et densité dans une cavité dynamique

un rayon minimal d'exploitation  $R_{min}$ . Par exemple, pour une application utilisant l'écrasement par la pression radiative d'un objet sphérique de rayon initial  $R_{cap}$ , la symétrie d'irradiation sur cet objet n'est conservée à 1% près que si le rayon minimal utile atteint par le pinch se limite à  $R_{min} \simeq 0.6 \times R_{cap}$  (d'après [36]).  $R_{min}$  est de l'ordre du mm.

### Dimensionnement de la cavité

L'impulsion électrique est supposée à concavité vers le bas et à temps de montée  $\tau = 100$  ns (comme sur le générateur Z) de telle façon que les formules (1.4) et (1.5) s'appliquent. La hauteur est toujours  $h = 1$  cm pour obtenir des courants les plus forts possibles. Le rayon initial du pinch doit être suffisamment petit pour lui donner une forte épaisseur optique (masse plus forte et instabilités moins développées). Il doit être suffisamment grand pour assurer une forte vitesse d'impact : pour des raisons qui seront exposées plus bas, ceci fixe le rayon initial du pinch à  $R_0 \simeq 2$  cm. La formule (1.5) permet alors de connaître sa masse  $m$ .

La cible centrale en mousse sert de convertisseur de l'énergie cinétique en rayonnement. Elle doit être transparente au rayonnement planckien que l'on veut installer jusqu'au coeur et en même temps capable de rayonner fortement : elle sera ainsi choisie de façon à avoir une épaisseur optique de

l'ordre de l'unité. Des mousses de CH se révèlent bien adaptées (voir par exemple [27]). Sa masse  $m_m$  doit être à peu près égale à celle du pinch  $m$ , comme les lois simples sur le transfert d'énergie dans les chocs le laissent penser, soit :

$$m_m = m$$

Une adaptation simple de la formule (1.6) pour la vitesse finale d'un pinch (sans cible centrale) fournit alors la vitesse  $V_f$  du pinch à la fin de l'implosion ; dans le cas d'une cavité dynamique, la même énergie cinétique est fournie à une masse à peu près double, soit :

$$V_f \simeq \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{R_0}{\tau}$$

En supposant les conditions de gaz parfait réunies avec  $\gamma = 5/3$ , la célérité finale  $D_f$  du front de choc peut alors être estimée par (d'après [41]) :

$$\begin{aligned} D_f &= \frac{4}{3} V_f \\ &= \frac{4}{3} \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{R_0}{\tau} \end{aligned}$$

Pour un rayon initial  $R_0$  de l'ordre de 2 cm et un temps de montée du courant  $\tau = 100$  ns, la célérité finale du choc est de l'ordre de 50 cm/ $\mu$ s. Ceci permet alors de dimensionner le rayon initial de la mousse  $R_m$ . En effet, celui-ci est déterminé par le temps de montée en température  $\tau_{rad}$  recherché, selon :

$$\tau_{rad} \sim \frac{R_m}{D_f}$$

Si  $R_m = 2.5$  mm,  $\tau_{rad}$  vaudra 5 ns, si  $R_m = 10$  mm,  $\tau_{rad}$  vaudra quelques dizaines de ns. Suivant l'application envisagée, à temps de montée en température plus ou moins rapide, le rayon de la mousse sera choisi plus ou moins grand. La connaissance du rayon et de la masse de la mousse centrale fournit alors sa densité selon :

$$\rho_m = \frac{m_m}{\pi R_m^2 h}$$

dont l'ordre de grandeur est 10 mg/cm<sup>3</sup> (la densité minimale technologiquement réalisable est 5 mg/cm<sup>3</sup>).

### Calcul des flux

Les flux d'énergie peuvent maintenant être estimés. La "clef de voûte" soutenant tous les échanges énergétiques dans une cavité dynamique est le

flux d'énergie cinétique au passage du choc (en  $[W/m^2]$ ) :

$$F_{cin} = \frac{1}{2} \rho_m V^2 \cdot D$$

la vitesse  $V$  du pinch étant aussi la vitesse de la matière sous choc puisqu'il sert de piston. Le flux disponible pour le chauffage et la production de rayonnement au passage d'un choc intense est presque égal au flux d'énergie cinétique créé (voir section A.4.1 ou [41]), ce qui permet d'estimer ce flux disponible par :

$$F_{dis} \simeq F_{cin} = \frac{2}{3} \rho_m V^3$$

Ce flux se répartit à peu près également en flux d'énergie interne (pour le chauffage du matériau du pinch) et flux de rayonnement  $F_{rad}$  perdu vers l'extérieur du pinch (recalage sur les performances atteintes avec le générateur Z, voir l'exemple plus bas) :

$$F_{rad} = 0.5 \times F_{dis} = \frac{1}{3} \rho_m V^3$$

### Calcul des températures

Le transfert radiatif au travers du pinch peut être modélisé très simplement (voir section A.3). Le flux  $F_{rad}$  produit au niveau du choc dans la mousse doit être transporté au travers du matériau opaque du pinch, soit :

$$F_{rad} = -\frac{\lambda c}{3} \frac{dU}{dx} = \frac{4}{3} \frac{dU}{d\tau'_{opt}}$$

en notant  $\lambda$  le libre parcours moyen pour le transport du rayonnement,  $c$  la vitesse de la lumière,  $U = 4\sigma_{SB}T^4/c$  la densité d'énergie radiative et  $\tau'_{opt}$  la profondeur optique depuis la surface externe du pinch ( $d\tau'_{opt} = -dx/\lambda$ ). En appelant  $T_{in}$  et  $T_{ex}$  les températures sur les faces internes et externes du pinch et  $\tau_{opt}$  son épaisseur optique (totale), il vient :

$$F_{rad} = \sigma_{SB} T_{ex}^4$$

$$T_{in} = T_{ex} \left(1 + \frac{3}{4} \tau_{opt}\right)^{1/4}$$

Ceci<sup>1</sup> fournit la température maximale d'exploitation de la cavité dynamique à partir d'une estimation de l'épaisseur optique. Celle-ci varie avec la masse

<sup>1</sup>Les relations  $F_{rad} = 2\sigma_{sb}T_{ex}^4$  et  $T_{in} = T_{ex} \left(1 + \frac{3}{2}\tau_{opt}\right)^{1/4}$  seraient plus justes. Elles conduisent à des estimations de  $T_{in}$  plus faibles de quelques pourcents seulement (1% aux hautes températures, 4% aux basses).

par unité de surface du pinch donc avec la masse totale et le rayon  $R_{min}$  atteint par le pinch. La masse du pinch étant reliée au rayon initial  $R_0$  par une relation comme (1.5), il est possible d'estimer empiriquement l'épaisseur optique du pinch à la température maximale exploitable par :

$$\tau_{opt} = \tau_{base} \left( \frac{1.7 \text{ cm}}{R_0} \right) \left( \frac{1 \text{ mm}}{R_{min}} \right)$$

où  $\tau_{base}$  ne dépend que du courant  $I_{max}$ , comme indiqué sur la figure 1.4 (et a été tiré d'un modèle plus élaboré comme celui de [36]). L'augmentation de  $I_{max}$  permet de générer des flux d'énergie plus intenses, donc des températures plus fortes et des opacités plus faibles; mais en même temps l'augmentation de  $I_{max}$  permet d'augmenter la masse du pinch ( $m \propto I_{max}^2$ ) et donc son épaisseur optique. L'équilibre entre ces deux effets conduit à une augmentation quasi-linéaire de  $\tau_{base}$  avec le courant  $I_{max}$  entre les valeurs 18 MA-7 et 60 MA-17. Le facteur  $(1 + \frac{3}{4}\tau_{opt})^{1/4}$  varie dans le même temps assez peu, de 1.6 à 1.9.

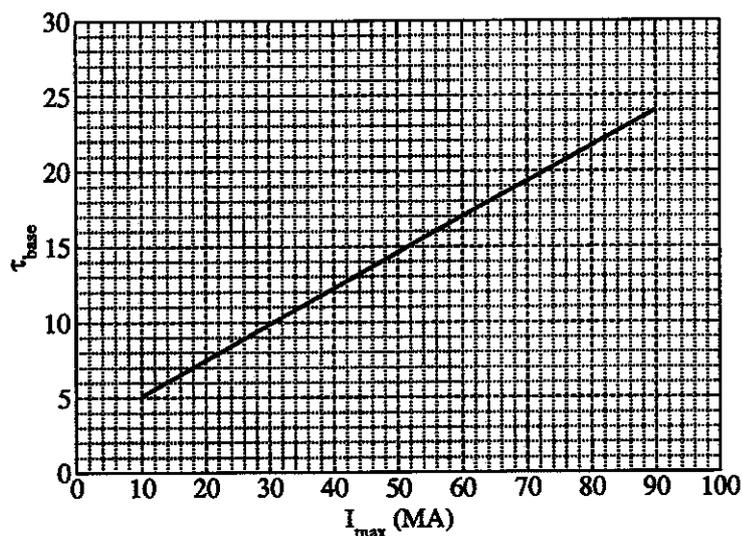


FIG. 1.4 – Epaisseur optique du pinch pour une cavité dynamique

### Applications numériques

Le tir Z497 (voir schéma 4.8 page 117) était constitué de deux pinchs imbriqués de rayons 1 et 2 cm et de masses 1 et 2 mg soit en moyenne  $R_0 = 1.7 \text{ cm}$  et  $m = 3 \text{ mg}$ . La mousse centrale de CH avait pour rayon  $R_m = 2.5 \text{ mm}$  et pour masse  $m_m = 3 \text{ mg}$ , soit  $\rho_m = 14 \text{ mg/cm}^3$ . Les formules précédentes permettent de calculer  $V_f = 36 \text{ cm}/\mu\text{s}$  et  $D_f = 48 \text{ cm}/\mu\text{s}$ , d'où  $F_{rad} = 0.5 \times$

$F_{cin} = 2.23 \times 10^{17} \text{ W/m}^2$ . L'estimation de l'épaisseur optique à  $R_{min} = 1 \text{ mm}$  est  $\tau_{opt} = \tau_{base} = 7$  soit  $T_r = 192 \text{ eV}$ . Cette valeur s'accorde relativement bien aux valeurs expérimentales qui passent de 190 à 230 eV (erreur 10%) quand le rayon passe de 1.2 à 1.0 mm. Le temps de montée  $\tau_{rad} = R_m/D_f = 5 \text{ ns}$  est identique à la valeur expérimentale.

Il est intéressant de balayer différents courants  $I_{max}$  et d'estimer la température maximale d'exploitation à l'aide de la méthode qui vient d'être exposée, en faisant les hypothèses suivantes : 1- la forme temporelle de l'impulsion électrique est à concavité vers le bas (comme sur Z), 2- la hauteur du pinch est de 1 cm, 3- le temps de montée est de 100 ns, 4- le rayon du pinch est  $R_0 = 1.7 \text{ cm}$ . Dans ces conditions (conservatives par rapport au générateur Z), les formules (1.4) et (1.5) sont bien adaptées. Ceci fournit les courbes de la figure (1.5) où, pour trois temps de montée de la température radiative (5 ns, 10 ns et 20 ns correspondant au trois rayons  $R_m = 2.5 \text{ mm}$ , 5 mm et 10 mm), la courbe basse correspond à un rayon minimal d'exploitation de  $2.75 \times 0.6 = 1.65 \text{ mm}$ , et la haute de  $1.0 \times 0.6 = 0.6 \text{ mm}$ .

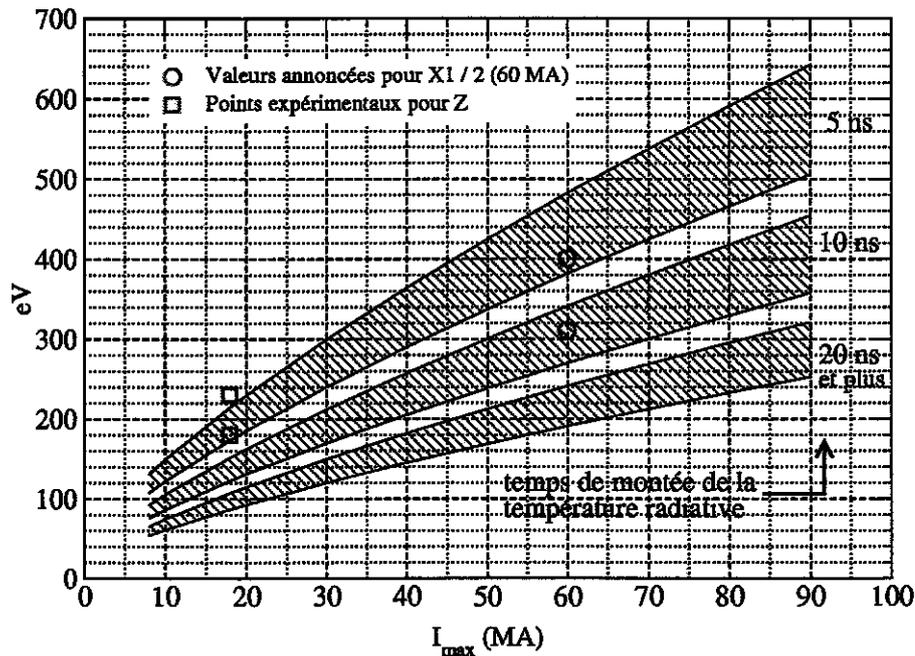


FIG. 1.5 – Température de cavité dynamique

Il faut noter que la valeur 20 ns pour les longs temps de montée de la température est sous-estimée de près d'un facteur 2 par la formule  $\tau_{rad} = R_m/D_f$ , puisqu'au moment de l'impact d'une mousse à grand rayon la vitesse du pinch est encore faible.

Dans le cas d'une application avec objet sphérique au coeur de la mousse, l'arrivée du choc sur l'axe est a priori destructeur. Pour les plus gros générateurs cependant, un rebond du choc sur les fortes densités du matériau ablaté (de l'objet sphérique) doit permettre d'exploiter la cavité après ce rebond. Ce phénomène est désigné en anglais sous le nom "d'ablative stand off". Il permet en quelque sorte de replier le rayon initial de la mousse sur lui-même : pour fixer les idées, on peut considérer que les courbes précédentes pour  $\tau_{rad} = 10$  ns deviennent des courbes à  $\tau_{rad} > 20$  ns grâce à ce phénomène.

Les points expérimentaux et annoncés de la figure (1.5) correspondent à deux applications différentes. Les points hauts sont destinés à étudier l'effet du rayonnement sur des petites pastilles avec des temps de montée relativement courts : le point pour X1 est correctement prédit, le point pour Z est sous-estimé par le modèle. Les points bas correspondent à l'application "fusion par confinement inertiel" (FCI) : le modèle montre clairement que les schémas testés sur Z comprennent des capsules à implosion rapide ( $\sim 5$  ns) et que ceux envisagés pour X1 n'auront des capsules à temps d'implosion longs (quelques dizaines de ns) que si le phénomène de rebond sur le matériau ablaté est effectivement exploitable.

### Avantages et possibilités d'extrapolation

L'intérêt des cavités dynamiques par rapport aux statiques apparaît clairement en comparant les courbes des figures 1.2 et 1.5. Le temps de montée de la température pour les cavités statiques correspond au temps de montée de l'impulsion radiative pendant la stagnation du pinch sur l'axe, soit moins de 5 ns pour avoir de fortes puissances rayonnées. Les cavités dynamiques permettent donc d'atteindre des températures bien supérieures pour des temps de montée comparables ou encore d'atteindre les mêmes températures mais sur des temps beaucoup plus longs. L'utilisation d'une mousse centrale à densité variable doit de plus permettre une mise en forme du profil temporel de la température.

Il est remarquable que les vitesses soient indépendantes du niveau de courant atteint :  $V_f \simeq 3/\sqrt{2} \times R_0/\tau$ . La nécessité d'avoir des vitesses suffisantes pour générer des chocs avec de bonnes propriétés radiatives ( $V_f > 30$  cm/ $\mu$ s, voir section A.4.3) fixe ainsi le rayon initial autour de 2 cm et le temps de montée à 100 ns. De plus, l'augmentation du flux d'énergie  $F_{rad} = 1/3\rho_m V^3$  ne peut se faire qu'à partir du facteur de densité ; en particulier, l'augmentation de la température de cavité avec le courant  $I_{max}$  sur les courbes précédentes n'est liée qu'à l'augmentation des masses avec le courant. La dépendance forte en  $V^3$  montre tout l'intérêt de chercher à stabiliser les pinchs pour tirer

des charges de rayons plus grands, donc à vitesse d'implosion plus élevée ou avec des générateurs à temps de montée plus longs (plus économiques).

### Bilan énergétique

Sur un générateur comme Z, le bilan énergétique est le suivant : les 10 MJ stockés initialement fournissent 500 kJ d'énergie cinétique, celle-ci est convertie en rayonnement avec une température montant à peu près linéairement à  $T_{in} = 190$  eV en  $\tau_{rad} = 5$  ns, soit une énergie rayonnée vers une sphère de rayon  $r = 1$  mm de  $\sigma_{SB} T_{in}^4 \times \tau_{rad} / 5 \times 4\pi r^2 \simeq 17$  kJ. Le rendement global est donc de l'ordre de 0.1%.

### 1.2.3 Cavité secondaire

Pour la plupart des applications des cavités radiatives, seul le rayonnement thermalisé régnant dans la cavité peut être exploité ; le rayonnement directement issu du pinch ne doit pas atteindre l'objet à irradier. La cavité primaire doit alors être augmentée d'une cavité secondaire. Dans le cas de l'irradiation d'un petit échantillon, cette cavité restera de petite taille et les températures atteintes seront peu différentes des températures calculées pour une cavité primaire seule.

Dans le cas d'une cavité secondaire de dimension comparable à la cavité primaire, les températures vont chuter et, en outre, ne seront pas les mêmes dans les deux cavités. Il faut alors faire deux calculs de température de cavité, l'une chauffée par le pinch (la primaire), l'autre chauffée par la précédente cavité (la secondaire) en faisant apparaître deux termes supplémentaires dans le bilan de puissance correspondant au rayonnement passant d'une cavité à l'autre. Les deux cavités seront en pratique séparées par une grille de surface  $S_{grille}$  dont le coefficient de transmission n'est pas parfait (de l'ordre de  $t = 75\%$ ). D'où le modèle pour la détermination des températures primaires et secondaires  $T_{rp}$  et  $T_{rs}$  :

$$\begin{aligned} P_{rad} + tS_{grille}\sigma_{SB}T_{rs}^4 &= \sigma_{SB}T_{rp}^4 \cdot (S_p + (1 - \alpha) \cdot A_p + (1 - t) \cdot S_{grille}) \\ tS_{grille}\sigma_{SB}T_{rp}^4 &= \sigma_{SB}T_{rs}^4 \cdot (S_s + (1 - \alpha) \cdot A_s + (1 - t) \cdot S_{grille}) \end{aligned}$$

où  $P_{rad}$  et  $\alpha$  sont la puissance issue du pinch et l'albedo des parois absorbantes,  $S_p$  et  $S_s$  les surfaces de pertes (trou de diagnostic et espace inter-électrodes),  $A_p$  et  $A_s$  les surfaces absorbantes, des cavités primaires et secondaires respectivement.

Dans le cas d'une cavité secondaire chauffée par deux cavités primaires, il faut bien entendu effectuer une modification du modèle précédent pour y intégrer une troisième cavité. En supposant que les deux cavités primaires sont

chauffées de manière semblable, et que la désynchronisation entre les deux impulsions radiatives ne fait que dégrader légèrement la puissance maximale  $P_{rad}$  à prendre en compte, le modèle précédent reste suffisant en remplaçant  $S_{grille}$  par  $2S_{grille}$  dans l'équation pour la température secondaire (deuxième ligne).

### Applications numériques

Dans ces conditions, la figure 1.6 fournit une estimation de la température de cavité secondaire chauffée par deux cavités statiques primaires, en fonction du courant maximal assurant la striction magnétique dans les cavités primaires, pour des machines à deux générateurs d'impulsion électrique à concavité vers le bas et de temps de montée 100 ns. La géométrie des cavités primaires est prise identique à celle du calcul sans cavité secondaire de la section précédente si ce n'est la présence de la grille. La cavité secondaire fait 2 cm de diamètre et 1.5 cm de haut, elle est percée d'un trou de diagnostic de 4 mm de diamètre. La grille est installée entre les diamètres 2 cm et 0.5 cm (comme sur la figure 9) avec une transmission de 75%.

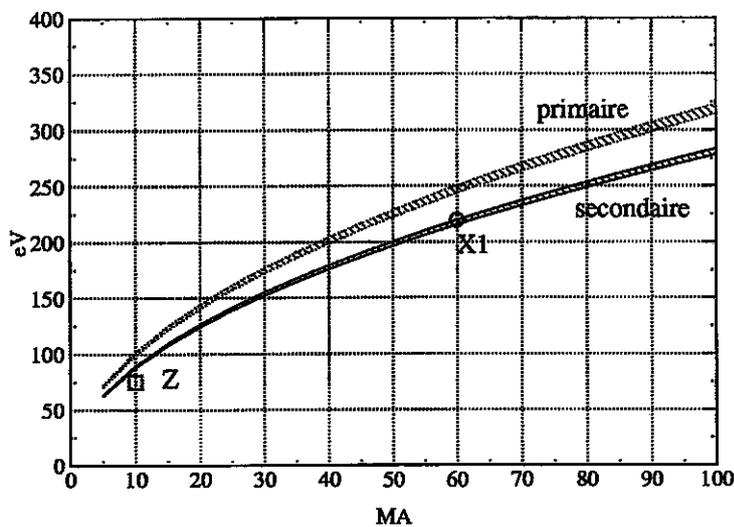


FIG. 1.6 – Température de cavité statique secondaire chauffée par deux cavités primaires en fonction du maximum du courant

L'albedo de la grille a été négligé. De plus, une partie du rayonnement de chaque pinch passe directement dans la cavité secondaire (à hauteur de

30% d'après [7]) alors que nous avons supposé que ce rayonnement chauffait exclusivement les cavités primaires qui à leur tour chauffaient la cavité secondaire : la comparaison avec la valeur obtenue à 60 MA et la valeur annoncée par les Sandia National Laboratories pour X1 montre cependant que ce mode de calcul est suffisant. La valeur obtenue pour Z s'éloigne de la valeur expérimentale : ceci s'explique par le fait que Z est une machine à générateur unique, si bien que la configuration tirée est légèrement différente de celle supposée ici, avec dans l'expérience une électrode de retour de courant qui court d'une cavité primaire à l'autre en entourant la cavité secondaire (d'où entre autres un courant de 10 MA au lieu des 18 habituels).

La comparaison de la courbe de température primaire avec celle de la figure 1.2 montre que la présence de la cavité secondaire dégrade cette température d'à peu près 10%, soit une chute de la puissance radiative de 40%.

### Chauffage par cavité dynamique

Dans le cas d'une cavité secondaire chauffée par cavité dynamique, des modèles similaires peuvent être développés en estimant un albedo pour la cavité dynamique. Cet albedo peut être estimé comme suit :  $1 - \alpha$  est par définition la proportion du rayonnement incident sur la face interne de la cavité qui est perdu par la face externe, soit :

$$1 - \alpha = \frac{\sigma_{SB} T_{ex}^4}{\sigma_{SB} T_{in}^4} = \frac{1}{1 + \frac{3}{2} \tau_{opt}}$$

en reprenant les notations de la section consacrée aux cavités dynamiques. Ceci conduit à des albedos très proche de 1 : 0.91 pour Z et 0.96 pour un générateur 60 MA. La véritable difficulté pour un tel modèle est d'estimer correctement le rayon final de la cavité dynamique. Les meilleures estimations consistent à le limiter à la dimension du trou de passage du rayonnement entre les deux cavités et à faire un calcul de température pour une cavité unique formée par la paroi du plasma en striction magnétique et la paroi de la cavité secondaire. Dans tous les cas, les résultats sont imprécis et ne permettent pas d'expliquer les résultats expérimentaux de manière satisfaisante : le calcul fournit par exemple de 90 à 160 eV quand l'expérience sur Z fournit de 120 à 215 eV ([33], [34] et [35]).

## 1.3 Compléments

### 1.3.1 Rayonnement de couche K

L'énergie stockée dans le plasma pendant l'implosion peut être utilisée pour générer un spectre de raies. Le principe est de choisir un matériau de numéro atomique  $Z$  suffisamment faible pour que le chauffage occasionné par la stagnation parvienne à ioniser presque entièrement les atomes. Le rayonnement issu de tels ions correspond alors à des désexcitations vers le niveau fondamental et son spectre comprend des raies bien séparées. Le niveau fondamental des ions est traditionnellement appelé couche K, d'où le terme de rayonnement de couche K (K shell en anglais).

#### Eléments de spectroscopie

Une raie est identifiable grâce à trois caractéristiques : l'état d'ionisation des émetteurs, le niveau d'arrivée et le niveau de départ de l'électron dans la désexcitation. Si l'atome est ionisé  $Z - 1$  fois, la structure de l'ion est celle d'un atome d'hydrogène puisqu'un seul électron est lié au noyau : elle est dite hydrogénoïde. Les raies correspondantes ont la structure de la série de Lyman pour l'hydrogène, d'où la notation Ly. Si l'atome est ionisé  $Z - 2$ , cette fois-ci la structure est héliumoïde (2 électrons liés au noyau) et les raies sont désignées par He. Le niveau d'arrivée sera toujours le niveau K. Le niveau de départ est variable : s'il est juste au-dessus en énergie du niveau d'arrivée, on parle de raie  $\alpha$ , s'il est deux niveaux au-dessus de raie  $\beta$ , etc. Ceci justifie les notations Ly- $\alpha$ , Ly- $\beta$ , ..., He- $\alpha$ , He- $\beta$ ,... pour désigner les raies K. Le tableau 1.2 et la figure 1.7 résument ces considérations de notations.

transition	désignation
$1s \leftarrow 2p$	Ly- $\alpha$
$1s \leftarrow 3p$	Ly- $\beta$
$1s^2 \leftarrow 1s2p$	He- $\alpha$
$1s^2 \leftarrow 1s3p$	He- $\beta$

TAB. 1.2 – Dénomination des principales raies K

Dans le cas d'un ion hydrogénoïde, les énergies des différents niveaux sont correctement estimées par la formule

$$E_n = 13.6(eV) \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

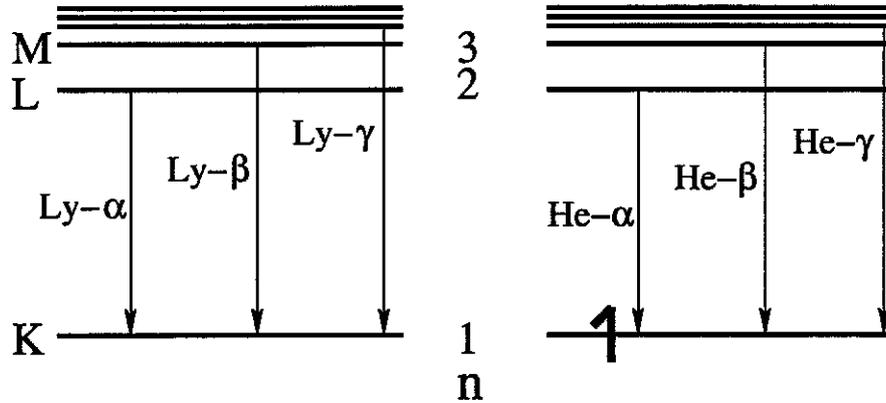


FIG. 1.7 – Représentation des niveaux d'énergie pour des ions  $Z - 1$  et  $Z - 2$  fois ionisés

où  $n=1,2,3,\dots$  est le nombre quantique principal identifiant le niveau d'énergie. L'énergie centrale d'une raie s'obtient par différence des énergies des niveaux de départ  $n''$  et d'arrivée  $n'$  ( $= 1$  pour les raies K).

$$E_{n' \leftarrow n''}^H (eV) = 13.6 \cdot Z^2 \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n''^2} \right) \quad (1.8)$$

Pour la raie Ly- $\alpha$ , transition du niveau  $n'' = 2$  vers le niveau  $n' = 1$ , l'énergie du photon émis est en particulier :

$$E_{Ly-\alpha} (eV) = 10.2 \cdot Z^2$$

Pour un ion héliumoïde, l'écrantage du noyau par un des électrons modifie les niveaux d'énergie. La formule empirique suivante se révèle très efficace pour identifier les raies présentes dans un spectre :

$$E_{1 \leftarrow n''}^{He} (eV) = 13.6 \cdot \frac{Z^2 + (Z - 1)^2}{2} \left( 1 - \frac{1}{n''^2} \right)$$

Le tableau 1.3 donne l'estimation par les formules précédentes de l'énergie des photons des principales raies K pour différents matériaux du néon au krypton.

Dans le plasma du pinch au moment de la stagnation, différents états d'ionisation coexistent et toutes les raies précédentes apparaissent, comme le montre l'exemple de la figure 1.8. Pour une même espèce d'ions, les raies  $\alpha$  transportent plus d'énergie que les  $\beta$ , elles-mêmes plus que les  $\gamma$ , etc. Entre les différentes espèces d'ions, le partage est directement lié au degré moyen d'ionisation atteint, c'est-à-dire à l'importance du chauffage : un chauffage

	Z	Ly- $\alpha$	Ly- $\beta$	Ly- $\gamma$	He- $\alpha$	He- $\beta$
Ne	10	1.02	1.21	1.28	0.92	1.09
Mg	12	1.47	1.74	1.84	1.35	1.60
Al	13	1.72	2.04	2.16	1.60	1.89
Ar	18	3.31	3.92	4.13	3.13	3.71
Ti	22	4.94	5.85	6.17	4.72	5.59
Cr	24	5.88	6.96	7.34	5.64	6.68
Fe	26	6.90	8.17	8.62	6.64	7.86
Cr	28	8.00	9.48	10.0	7.72	9.15
Cu	29	8.58	10.2	10.7	8.29	9.82
Ga	31	9.80	11.6	12.3	9.49	11.2
Kr	36	13.2	15.7	16.5	12.9	15.2

TAB. 1.3 – Energie des photons des principales raies K (keV)

suffisant permettra d'émettre essentiellement dans la raie hydrogénoïde Ly- $\alpha$ , un chauffage un peu moins fort conduira à une émission concentrée dans la raie héliumoïde He- $\alpha$ . Un chauffage moins important encore fera disparaître les raies K du spectre au profit des raies L (correspondant à des désexcitations vers la couche L) puis M (vers la couche M); ces raies transportent des photons beaucoup moins énergétiques : pour l'Al par exemple, les raies K sont centrées sur des photons d'énergies d'environ 2 keV, tandis que la raie  $\alpha$  de couche L (désexcitation du niveau  $n'' = 3$  vers le niveau  $n' = 2$ ) a une énergie de l'ordre de 0.3 keV, en l'estimant avec la formule (1.8).

### Modèle pour le calcul de l'énergie rayonnée dans les raies K

D. Mosher, N. Qi et M. Krishnan ont proposé un modèle simple pour estimer l'énergie rayonnée dans les raies K (voir [26]). Basé sur un modèle d'atome à deux niveaux, de transport du rayonnement dans la raie émise (avec le choix générique de la raie Ly- $\alpha$ ) et sur un bilan d'énergie relativement grossier, ce modèle tient compte des phénomènes prépondérants pour l'émission des raies K : 1- la masse d'émetteurs doit être suffisamment faible pour que le chauffage conduise à une ionisation presque totale des atomes, et 2- pour que le plasma reste transparent à son propre rayonnement, mais 3- elle doit être suffisamment forte pour que le nombre d'émetteurs reste important. Il permet d'estimer à un facteur 2 près l'énergie rayonnée dans les raies K à partir de l'énergie disponible pour le chauffage et l'émission radiative, c'est-à-dire l'énergie cinétique gagnée pendant l'implosion dans le cas d'un plasma de striction magnétique.

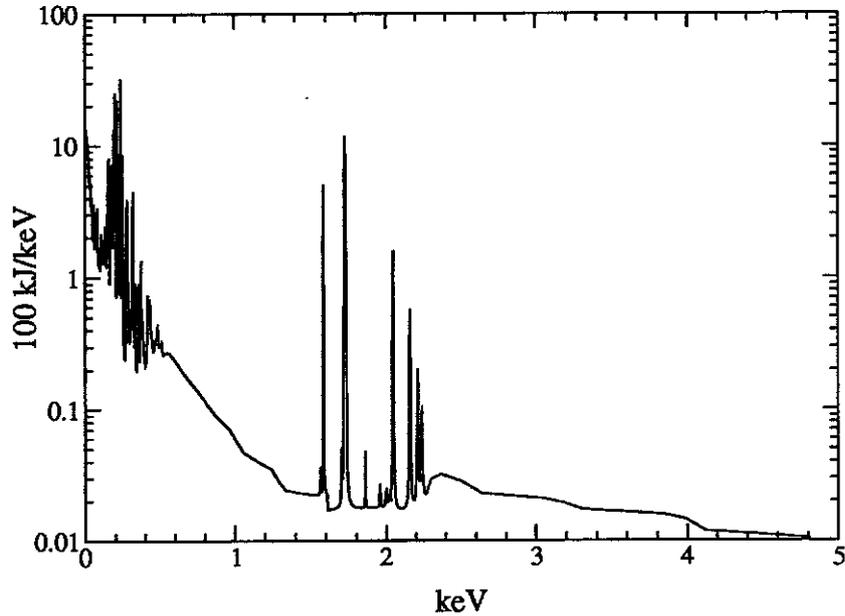


FIG. 1.8 – Energie spectrale pour un pinch d'aluminium sur un générateur de classe 10 MA - 100 ns

Ce modèle est facile à programmer et à exploiter par simulation numérique. Une telle démarche permet de mettre au point une méthode simple pour estimer "à la main" l'énergie du rayonnement de couche K pour un matériau quelconque et un générateur quelconque. La suite de cette section présente cette méthode. Notons au passage que le choix a été fait de détacher cette présentation de la source d'énergie, et que la méthode s'applique aussi bien aux plasmas de striction magnétique qu'à des plasmas chauffés par une autre source, un laser par exemple, en se rappelant simplement que  $E_c$  désigne l'énergie disponible pour le chauffage du plasma et la production de rayonnement.

### Calcul simplifié

L'énergie  $E_c/h$  disponible pour le chauffage et l'émission radiative étant calculée par une formule comme (1.4), l'énergie rayonnée dans les raies K peut être déterminée à partir de deux nombres sans dimension  $\eta = (E_c/h)/K_b$  et  $n = (m/h)/m_{opt}$ . L'énergie seuil  $K_b$  pour avoir de bons rendements est donnée par :

$$K_b(kJ/cm) = \frac{R_f(cm) \cdot Z^{6,64}}{3,9 \times 10^5} = 2,55 \times 10^{-7} \cdot Z^{6,64}$$

où  $R_f$  mesure la longueur que le rayonnement doit traverser pour s'échapper de la source, à savoir le rayon final du pinch dans le cas d'un plasma de striction magnétique, et a été pris égal à 0.1 cm dans le membre de droite, c'est-à-dire une valeur expérimentale typique. Le tableau 1.4 fournit la valeur de  $K_b$  pour différents matériaux.

	Z	$K_b(kJ/cm)$	$0.8/Z^{1.72}$
Ne	10	1.1	$1.5 \times 10^{-2}$
Mg	12	3.7	$1.1 \times 10^{-2}$
Al	13	6.4	$9.7 \times 10^{-3}$
Ar	18	$5.5 \times 10^1$	$5.5 \times 10^{-3}$
Ti	22	$2.1 \times 10^2$	$3.9 \times 10^{-3}$
Cr	24	$3.7 \times 10^2$	$3.4 \times 10^{-3}$
Fe	26	$6.3 \times 10^2$	$2.9 \times 10^{-3}$
Cr	28	$1.0 \times 10^3$	$2.6 \times 10^{-3}$
Cu	29	$1.3 \times 10^3$	$2.4 \times 10^{-3}$
Ga	31	$2.0 \times 10^3$	$2.2 \times 10^{-3}$
Kr	36	$5.5 \times 10^3$	$1.7 \times 10^{-3}$

TAB. 1.4 - Energie seuil  $K_b$  et coefficient pour  $m_{opt}$

La masse optimisée  $m_{opt}$  est donnée par la formule :

$$m_{opt}(mg/cm) = 0.80 \frac{E_c/h(kJ/cm)}{Z^{1.72}}$$

La masse par unité de longueur  $m/h$  permettant un bon couplage avec la source d'énergie sera calculée à partir d'une formule comme (1.5) pour un plasma de striction magnétique.

Les rapports  $\eta = (E_c/h)/K_b$  et  $n = (m/h)/m_{opt}$  étant déterminés, le calcul de l'énergie  $Y(kJ/cm)$  émise dans les raies K se termine comme suit : le rendement  $Y/(E_c/h)$  varie comme indiqué sur les courbes principales de la figure 1.9 et, si le matériau est différent de l'Aluminium, doit être corrigé du facteur indiqué sur la courbe fonction du numéro atomique  $Z$  de la même figure.

### Applications numériques

Prenons l'exemple du pinch de Ti du tir Z67, de hauteur et rayon 2 cm. Le générateur Z fournit un courant montant à  $I_{max} = 18$  MA en  $\tau = 100$  ns. La formule (1.4) fournit  $E_c/h = 486$  kJ/cm et pour le Ti,  $K_b$  vaut 210 kJ/cm

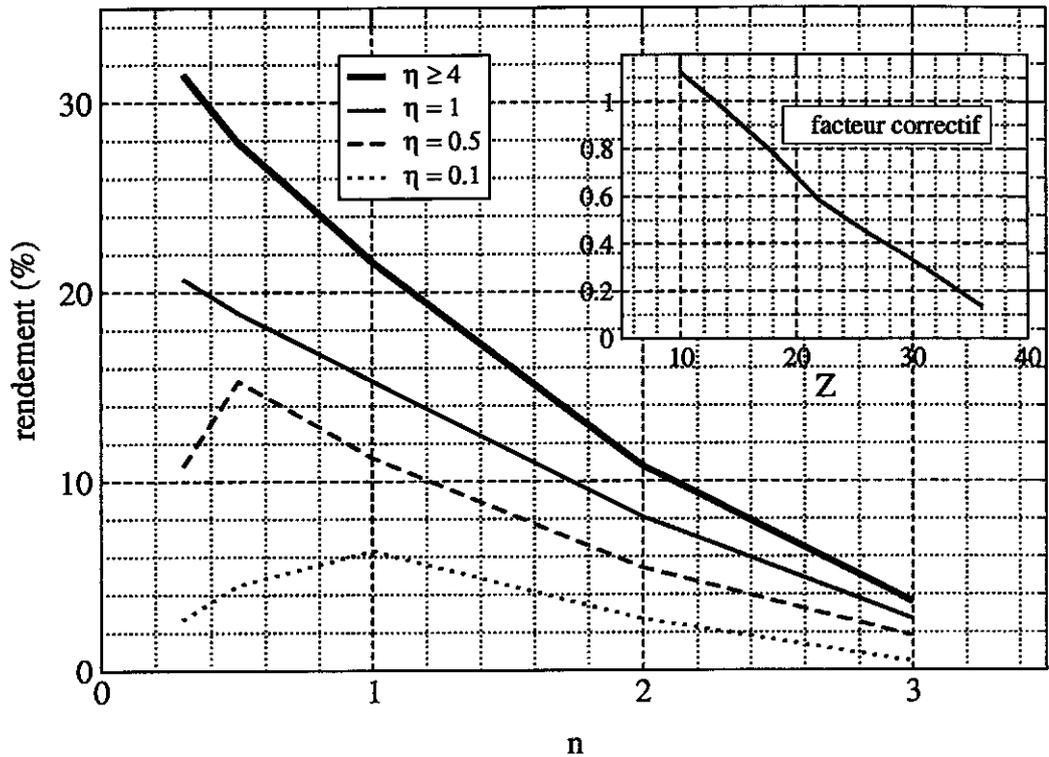


FIG. 1.9 – Rendements pour l'énergie rayonnée dans les raies K

(d'après le tableau 1.4). Ceci conduit au rapport :

$$\eta = \frac{E_c/h}{K_b} = 2.3$$

La charge était bien entendu adaptée au générateur, si bien que la formule (1.5) fournit la masse par unité de longueur :  $m/h = 2,25$  mg/cm. La masse optimisée étant de  $m_{opt} = 0.8 \times 486/22^{1.72} = 1.91$  mg/cm, le second rapport sans dimension vaut :

$$n = \frac{m/h}{m_{opt}} = 1.18$$

Le rendement  $Y/(E_c/h)$  est alors de 0.17, à corriger d'un facteur 0.58, d'après les courbes de la figure 1.9, soit l'estimation de l'énergie rayonnée dans les raies K :

$$Y \cdot h = 0.17 \times 0.58 \times E_c/h \times h = 0.17 \times 0.58 \times 486 \times 2 = 96 \text{ kJ}$$

qui s'accorde bien à la valeur expérimentale (record) de 125 kJ.

Il peut paraître étonnant que les énergies seuil ne soient pas rapportées à la masse (c'est-à-dire exprimées en kJ/g au lieu de kJ/cm). En effet, microscopiquement, si  $E_c/h$  et  $m/h$  sont doublées toutes les deux, la même énergie est disponible pour chaque atome : il sera donc chauffé et ionisé dans les mêmes conditions et rayonnera de la même façon. Il existe cependant un effet macroscopique, à l'échelle de l'épaisseur de la source, d'opacité du plasma à son propre rayonnement, qui conduit à une masse optimale et une énergie seuil bien déterminées (en g/cm et kJ/cm).

Il est intéressant de balayer différents courants et matériaux et d'estimer l'énergie rayonnée dans les raies K à l'aide de la méthode qui vient d'être exposée, en faisant les hypothèses suivantes : 1- la forme temporelle de l'impulsion électrique est à concavité vers le bas (comme sur Z), 2- la hauteur du pinch est de 2 cm (plus grande, la charge est trop inductive et plus petite, la région source est trop peu étendue), 3- le temps de montée est de l'ordre de 100 ns, 4- le rayon varie entre 2 et 3 cm (plus petit, la masse serait trop difficile à chauffer, plus grande, l'implosion deviendrait trop instable). Dans ces conditions (conservatives par rapport au générateur Z), les formules (1.4) et (1.5) sont bien adaptées. Ceci fournit les courbes de la figure (1.10) où, pour chaque classe de générateur (Saturn, Z, 30 MA, 50 MA, 70 MA), la courbe basse correspond à un rayon initial de 2 cm, et la haute de 3 cm, ce qui permet de déterminer une plage d'incertitude représentative de la précision des calculs. Les valeurs calculées s'accordent à un facteur 2 près aux valeurs expérimentales obtenues sur les générateurs Saturn et Z (voir [24], [39], [9]) et aux valeurs annoncées pour un des deux générateurs de la machine X1 (voir [24]), ce qui est tout à fait satisfaisant en regard des 4 décades sur lesquelles varient les énergies rayonnées.

### 1.3.2 Détermination théorique du rapport de couplage optimum $A_{max}$

Sont approfondis ici les développements de la section 1.1.3. Il est en effet possible de déterminer théoriquement le rapport de couplage optimal  $A_{max}$  d'un générateur, moyennant une estimation pas trop erronée du profil temporel  $\bar{f}(t)$  du courant qu'il pourra délivrer à une charge de striction magnétique. Avec une seconde hypothèse sur le rapport de compression final  $r_f = R_f/R_0$ , il est même possible de connaître le facteur  $\gamma$  liant l'énergie cinétique au carré du courant maximal (voir la section 1.1.2).

Trois profils de courant, sinusoïdal, en dent de scie et secondaire issu d'un compresseur de flux, illustrés sur la figure 1.11, vont être étudiés en parallèle. Ces trois profils fournissent une évolution progressive d'un profil

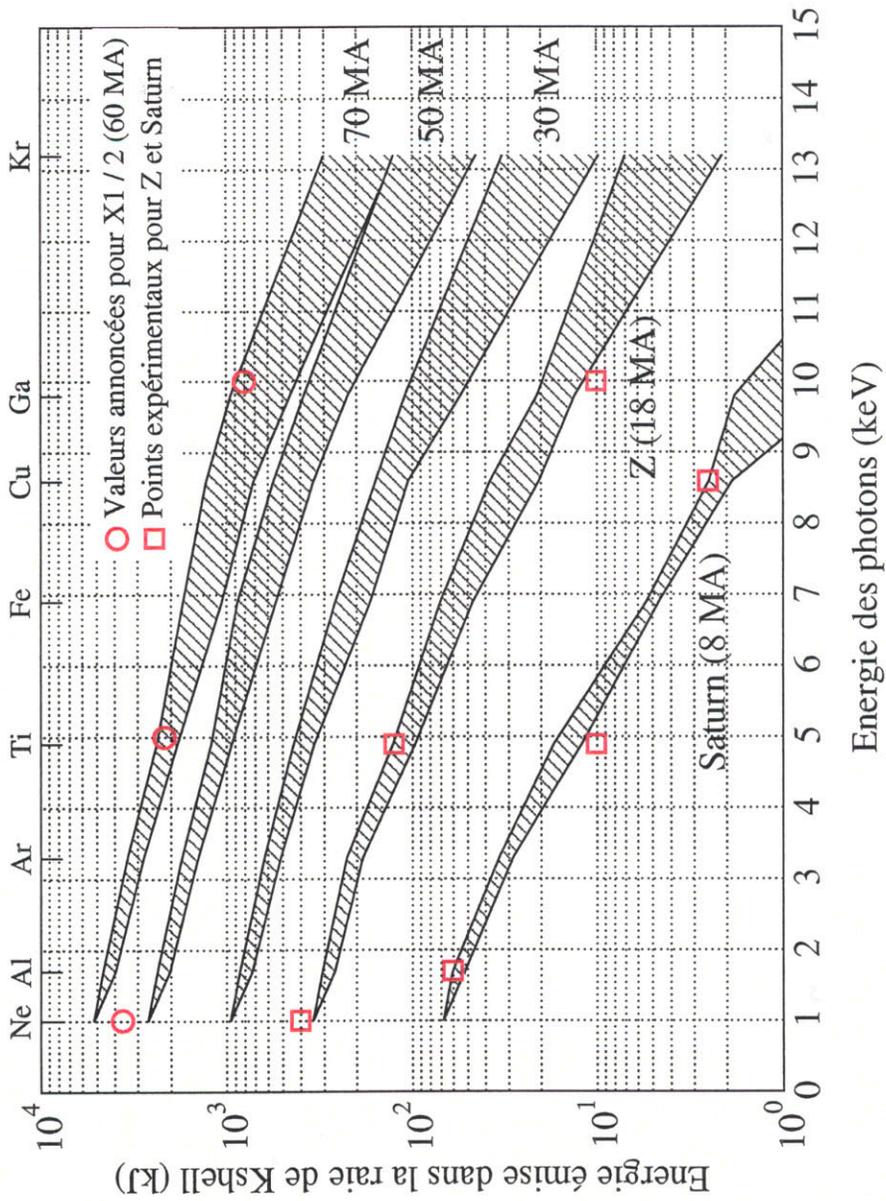


FIG. 1.10 – Energie rayonnée dans les raies K

à concavité vers le bas à un profil à concavité vers le haut. Le profil de type "compression de flux" est choisi avec un assez long précurseur et une amplification relativement faible; il présente une redescente rapide après le maximum du courant. Le rapport de convergence final  $1/r_f$  étant toujours compris entre 10 et 20, nous étudierons ces deux cas limites.

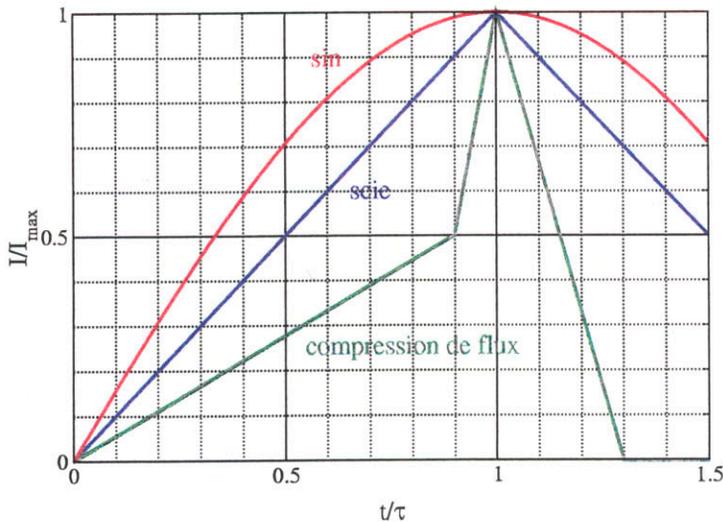


FIG. 1.11 – Profils temporels de courant sans dimension

A partir de la résolution numérique de l'équation du mouvement adimensionnée de la section 1.1.3, il est possible de tracer en fonction de  $A$  l'évolution de l'énergie cinétique acquise quand le rapport  $r_f$  est atteint. La seule difficulté est de correctement adimensionner l'énergie cinétique par unité de longueur  $E_c/h$ . En effet, cette énergie cinétique adimensionnée  $ec$  est a priori donnée par :

$$ec = \frac{\frac{1}{2}mV^2}{m\frac{R_0^2}{\tau^2}} = \frac{1}{2}\bar{V}^2$$

en notant  $\bar{V} = V/(R_0/\tau)$  la vitesse sans dimension. Le défaut de cette expression est de ne contenir aucune référence à la masse et de n'être en fait que le carré de la vitesse sans dimension. Du coup, la fonction  $ec(A)$  est croissante sans maximum : quand  $A$  croît (par exemple si la masse diminue toute chose égale par ailleurs), l'implosion se fait à des vitesses de plus en plus grandes, même si elle se termine bien avant le maximum du courant, et la grandeur  $ec$

croît aussi. Vu la dépendance entre  $A$  et la masse  $m/h$ , la bonne expression pour l'énergie cinétique adimensionnée est en fait :

$$\frac{ec(A)}{A} = \frac{E_c/h}{\frac{\mu_0}{4\pi} I_{max}^2}$$

La figure 1.12 présente l'évolution de cette énergie sans dimension en fonction de  $A$ , pour les trois profils de courant et les deux hypothèses de rapport final de compression ( $r_f = 1/20$  et  $1/10$  pour les courbes hautes et basses respectivement).

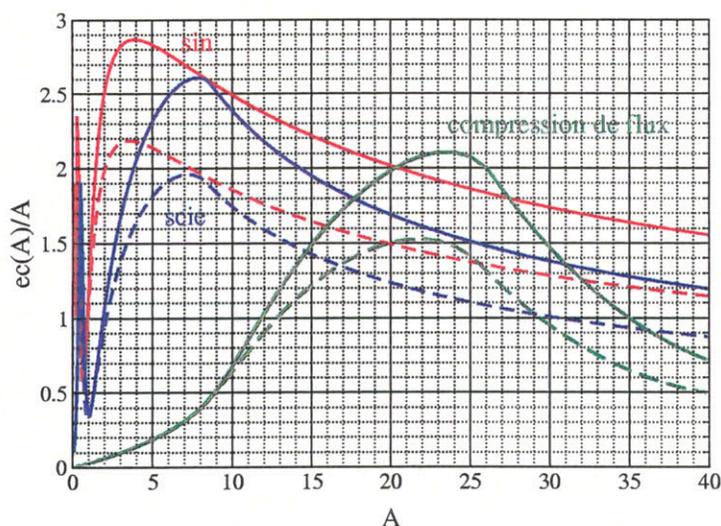


FIG. 1.12 – Evolution de l'énergie cinétique sans dimension avec  $A$

Il est remarquable de voir que le rapport  $A_{max}$  offrant l'énergie cinétique maximale dépend peu du rapport de convergence final  $r_f$ ; seul le niveau de l'énergie cinétique acquise varie avec ce rapport ( $\Delta L$  plus ou moins important). Par contre, quand la concavité change de sens, le rapport  $A_{max}$  est chassé vers les grandes valeurs : toute chose égale par ailleurs (et en particulier le temps de montée  $\tau$ ), un profil de type compression de flux permet ainsi de tirer des masses  $23/4 \sim 6$  fois plus faibles qu'un profil sinusoïdal (ce qui est intéressant pour une application de type rayonnement de couche K) mais fournira également de l'ordre de 30% d'énergie cinétique en moins.

Le tableau 1.5 résume les résultats obtenus. Le facteur  $\gamma$  est calculé à partir de l'équation (1.3) et de la définition précédente de l'énergie cinétique adimensionnée.

$r_f$	$A_{max}$		$\frac{ec(A_{max})}{A_{max}}$		$\gamma$	
	1/20	1/10	1/20	1/10	1/20	1/10
sin	3.9	3.6	2.9	2.2	0.96	0.96
scie	7.8	7.2	2.6	1.9	0.87	0.83
cf	24	22	2.2	1.5	0.73	0.66

TAB. 1.5 – Caractéristiques des points de couplage optimal

Il faut bien noter pour finir que le principal défaut d'une telle approche est de ne pas pouvoir lier une chute rapide du courant à la striction magnétique. Du coup l'étude paramétrique en faisant varier  $A$  fournit toujours un point de couplage optimal avec un rapport  $A$  un peu sous-estimé et un facteur  $\gamma$  sur-estimé (énergie sur-estimée) : dans la réalité, le courant ne se maintient pas aussi proche de son maximum pendant la fin de l'implosion et du coup  $\gamma$  est plus petit (de 20% environ) et  $A$  un peu plus grand (de quelques pourcents) pour correspondre à des masses plus faibles qui implosent un peu plus tôt (ce qui facilite le maintien du courant en fin d'implosion).

### 1.3.3 Pression engendrée dans les matériaux sous l'effet du rayonnement

Le rayonnement régnant dans une cavité radiative est absorbé par les parois de celle-ci ; vu les niveaux de températures, un plasma se forme ainsi en surface interne de la cavité. Ce plasma, chaud et dense, engendre une onde de pression dans les profondeurs de la paroi en se détendant depuis la densité solide. Il est ainsi possible de créer de fortes pressions dans un matériau quelconque : il suffit pour cela de l'utiliser comme paroi d'une petite cavité secondaire, orientée de telle façon que le rayonnement issu du pinch ne l'irradie pas directement.

Un modèle analytique simple permet de calculer les niveaux de pression atteints. En effet, la pression est proportionnelle à l'énergie par unité de volume, avec un rapport  $f$  compris entre 1/3 (gaz de photons) et 2/3 (gaz parfait) (voir par exemple [25] page 319 et 320) qui nous servira de variable d'ajustement, soit :

$$p = f \frac{E}{vol}$$

L'énergie déposée  $E$  est estimée par :

$$E = F_{rad} \cdot S \cdot \tau_{rad}$$

où  $F_{rad} = (1 - \alpha)\sigma_{SB}T_r^4$  est le flux radiatif absorbé,  $S$  la surface de l'échantillon et  $\tau_{rad}$  le temps de montée de la température radiative. Le volume concerné, initialement négligeable, est fixé par la détente du gaz pendant la durée du dépôt sous l'effet de sa propre pression, d'où l'estimation :

$$vol = c_s \cdot S \cdot \tau_{rad}$$

où  $c_s = \sqrt{3 \frac{(1+\bar{Z})kT}{m_i}} = \sqrt{3 \frac{(1+\bar{Z})kT}{A \cdot m_{proton}}}$  est la vitesse du son (vitesse d'expansion), en fonction du degré d'ionisation  $\bar{Z}$  et du numéro de masse atomique  $A$  du matériau considéré. L'intérêt de travailler avec le rayonnement planckien baignant la cavité est que la température du plasma issu de la paroi est aussi la température radiative :  $T = T_r$ . Finalement, pour une pression  $p$  exprimée en Mbar et une température en centaine d'eV, il reste :

$$p \simeq 6.016 \cdot f \cdot (1 - \alpha) \cdot \sqrt{\frac{A}{1 + \bar{Z}}} \cdot T^{3.5}$$

La figure 1.13 présente les courbes obtenues pour de l'aluminium avec  $f = 0.63$ ,  $\alpha = 0.3$  et  $\bar{Z} = \min(12; 0.58T^{0.6}\rho^{-0.05})$  ( $T$  en eV et  $\rho$  en  $\text{g/cm}^3$  fixé ici à  $1 \text{ g/cm}^3$  vu la faible dépendance) et pour du tungstène avec  $f = 0.4$ ,  $\alpha = 1/(1 + 0.52/(T^{0.7} \cdot \tau_{rad}^{0.38}))$  ( $T$  en eV et  $\tau_{rad}$  en ns - proposé dans [30] pour de l'or, élément proche du tungstène) et  $\bar{Z} = \min(74; T^{0.64}\rho^{-0.05})$  (mêmes unités,  $\rho$  fixé à  $10 \text{ g/cm}^3$ ). Les estimations précédentes du degré d'ionisation sont justes à 20% près à l'ETL sur les domaines  $[10; 100 \text{ eV}] \times [10^{-6}; 1 \text{ g/cm}^3]$  pour l'aluminium et  $[10; 500 \text{ eV}] \times [10^{-6}; 1 \text{ g/cm}^3]$  pour le tungstène.  $\tau_{rad}$  est pris égal à 5 ns (temps de montée rapide). Les points de comparaison (en rouge sur la figure) ont été simulés par R.J. Dukart des Sandia National Laboratories avec un code d'hydrodynamique radiative; ils montrent que le modèle est intéressant.

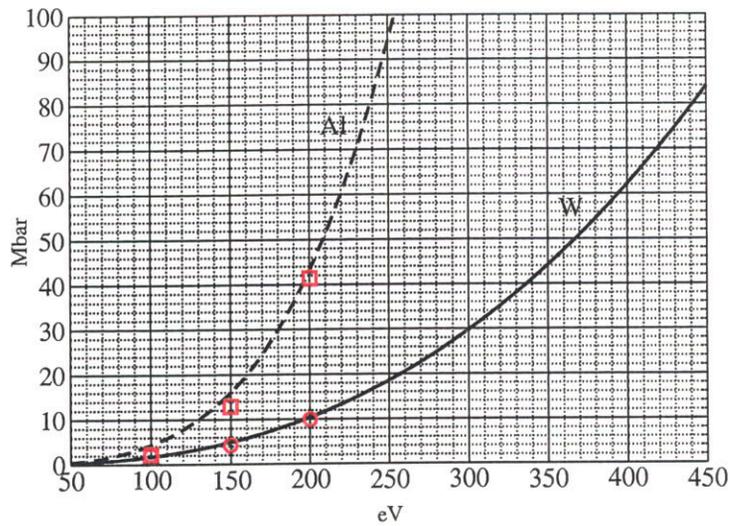


FIG. 1.13 – Pression engendrée dans l'aluminium et le tungstène



## Chapitre 2

# MHD analytique monodimensionnelle des plasmas de striction magnétique

L'approche présentée ici pour résoudre analytiquement le système d'équations de la magnétohydrodynamique dans le cas de l'implosion d'un plasma de striction magnétique a été mise au point en Russie pour une simple coquille (voir [18]) et pour la décélération sur un plasma de détente (voir [17]). Le cas du champ magnétique à deux composantes a par contre été entièrement développé dans le cadre de cette thèse.

### 2.1 Introduction

Nous appellerons "liner" (selon la terminologie anglo-saxonne) une couche mince et cylindrique de plasma parcourue par un courant électrique qui tend à la faire imploser sur son axe de révolution. Vont être présentées dans cette introduction les principales caractéristiques de leurs profils de densité et de champ magnétique. La démonstration complète de ces résultats ainsi que des développements supplémentaires seront faits dans les paragraphes suivants.

La théorie MHD 1D des liners développée "par l'école russe" se fonde sur deux hypothèses essentielles :

- le plasma du liner est accéléré en bloc,
- la pression cinétique (pression de la matière) est négligeable devant la pression magnétique.

Ces hypothèses sont bien vérifiées pour les plasmas de liner en cours d'implosion ; elles peuvent perdre de leur pertinence quand le liner se rapproche d'un impact (sur l'axe, sur une cible centrale ou un barreau par exemple).

### 2.1.1 Première hypothèse : accélération en bloc du plasma

Cette première idée que le plasma de liner est accéléré en bloc peut être formulée différemment : la vitesse moyenne est beaucoup plus grande que les écarts des vitesses locales à cette moyenne, ou encore le mouvement (d'expansion) du plasma dans le référentiel en mouvement est faible par rapport au mouvement global d'implosion.

Ceci est vérifié car le plasma est fortement magnétisé : la vitesse d'Alfven est grande dans un sens que nous allons préciser un peu plus loin. Or cette vitesse d'Alfven est représentative de la célérité des ondes MHD capables de transporter l'effet d'une perturbation en surface du liner vers l'intérieur de celui-ci. Du coup toute accélération supplémentaire s'étale de la surface extérieure du liner vers sa surface intérieure très rapidement et le plasma est effectivement accéléré en bloc.

Insistons sur le fait que, grâce à la seconde hypothèse (sur les pressions), tant que le plasma ne voit pas de champ magnétique, il ne bouge pas. C'est-à-dire qu'il n'est accéléré qu'une fois magnétisé et cette magnétisation sera forte car les niveaux de densité de courant utilisés sont élevés. Nous verrons que la vitesse d'Alfven  $c_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 \rho}}$  peut être raisonnablement estimée dans toute l'épaisseur du liner par la formule suivante :

$$c_A = \frac{B_{ext}}{\sqrt{\mu_0 \frac{2m_{tot}}{\Delta}}}$$

où  $B_{ext}$  est l'intensité du champ magnétique en surface du liner,  $\Delta$  est l'épaisseur de peau et  $m_{tot}$  est la masse par unité de surface. Les ordres de grandeurs sont pour un rayon  $R = 1 \text{ cm}$  :

$$B_{ext} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \sim 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10^7}{10^{-2}} \sim 200 \text{ Teslas}$$

$$m_{tot} = \frac{M}{2\pi R h} \sim \frac{4 \text{ mg}}{2\pi \cdot 1 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} \sim 0.4 \text{ mg/cm}^2$$

$$\Delta \sim 1 \text{ mm}$$

Soit :

$$c_A \sim 9 \text{ cm}/\mu\text{s}$$

Ces vitesses sont faibles par rapport aux vitesses matérielles : en effet, le liner atteint typiquement  $60 \text{ cm}/\mu\text{s}$  en  $30 \text{ ns}$  (sur Z). Cependant, plaçons-nous par la pensée dans le référentiel en mouvement. Pour le problème de l'accélération en bloc, la vraie question est de savoir si l'évolution de la vitesse en face externe a le temps d'être transmise vers la face interne assez

rapidement, en d'autres termes, ce qui compte, c'est que la variation de la vitesse matérielle ne soit pas trop grande pendant le temps de transit d'une onde alfvénique. Ce temps de transit est estimé par (nous allons voir plus loin que l'échelle caractéristique pour l'épaisseur du plasma est la moitié de l'épaisseur de peau, d'où le facteur 1/2) :

$$\tau_A = \frac{\Delta/2}{c_A} \sim \frac{0.5 \text{ mm}}{9 \text{ cm}/\mu\text{s}} \simeq 5 \text{ ns}$$

et la variation de la vitesse matérielle pendant ce temps par :

$$\delta v \sim 60 \text{ cm}/\mu\text{s} \cdot \frac{5 \text{ ns}}{30 \text{ ns}} = 10 \text{ cm}/\mu\text{s}$$

C'est parce que cette variation est du même ordre de grandeur que la vitesse d'Alfvén que l'hypothèse d'accélération en bloc est valable<sup>1</sup>.

### 2.1.2 Seconde hypothèse : pression cinétique négligeable devant la pression magnétique

La seconde hypothèse concerne le rapport  $\beta$  des pressions cinétique et magnétique : il doit être petit devant 1, c'est-à-dire que la pression cinétique doit être négligeable devant la pression magnétique. Ceci signifie que les seules forces ressenties par le plasma sont celles de pression magnétique. La pression cinétique ne joue aucun rôle, même pas pour modéliser le profil de densité du plasma.

Cette hypothèse est assurée par les régimes de densité et de température atteints : quelques  $\text{mg}/\text{cm}^3$  et quelques dizaines d'eV. Il est à noter que les températures sont maintenues basses grâce au rayonnement, les plasmas de liner considérés ici étant en effet fortement radiatifs.

Il est facile de montrer que les deux formes de pression sont séparées par au moins un ordre de grandeur. Une formule de gaz parfait suffira pour la pression cinétique. Les ordres de grandeurs pour la densité, la température et le degré d'ionisation (pour ce dernier, il s'agit même d'un majorant tiré de tables LTE) dans le cas du tungstène sont :

$$n_i = \frac{\rho}{m_i} \sim \frac{3 \text{ mg}/\text{cm}^3}{3 \times 10^{-25} \text{ kg}} \sim 10^{25} \text{ m}^{-3} \equiv 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

<sup>1</sup>Nous avons raisonné comme si l'accélération du liner était constante dans le temps ; dans la réalité, plus on s'approche de la fin de l'implosion et plus l'accélération est grande. La variation  $\delta v$  peut devenir bien supérieure à la vitesse d'Alfvén et conduire à la formation d'un choc. C'est là un moyen de chauffage du liner en fin d'implosion, avant impact.

$$kT \sim 30 \text{ eV} \equiv 30 \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \sim 5 \times 10^{-18} \text{ J}$$

$$\bar{Z} \leq 20$$

D'autre part, l'ordre de grandeur pour l'intensité du champ magnétique est, comme vu plus haut, de quelques centaines de Tesla. Il est donc possible d'écrire :

$$p_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \sim \frac{200^2}{8\pi \times 10^{-7}} \geq 10^{10} \text{ Pa}$$

$$p \sim \bar{Z} n_i kT \leq 20 \cdot 10^{25} \cdot 5 \times 10^{-18} = 10^9 \text{ Pa}$$

Les simulations numériques montrent que, pour une implosion simple,  $p$  est même plutôt de deux ordres de grandeur en dessous (voir le chapitre 3). Cette hypothèse peut se retrouver violée en fin d'implosion, notamment dans le cas d'un impact sur une mousse centrale du liner : les densités montent alors jusqu'à une centaine de  $\text{mg}/\text{cm}^3$  et les températures, à cause du choc radiatif engendré dans la mousse, à quelques centaines d'eV. La pression cinétique gagne alors facilement trois ordres de grandeurs et dépasse la pression magnétique. Les modèles développés ici sortent alors de leur domaine de validité.

### 2.1.3 Conséquence de ces deux hypothèses

Dans les conditions fixées par les deux hypothèses précédentes, nous allons montrer que l'équation du mouvement peut se réduire à la forme suivante :

$$\rho a = -\nabla \frac{B^2}{2\mu_0}$$

où l'accélération  $a$  ne dépend que du temps et peut donc être considérée comme un paramètre pour la recherche des profils spatiaux .

Cette équation du mouvement impose un lien très fort entre les profils spatiaux de densité et de champ magnétique,  $\rho$  et  $B$ . Le profil de densité du plasma est entièrement modelé par le champ magnétique : il doit varier proportionnellement à la dérivée de la pression magnétique.

Ces deux profils doivent de plus adopter des allures cohérentes avec la contrainte d'uniformité de l'accélération : chaque élément de matière doit voir le même gradient de  $B^2$ , en particulier le  $\nabla B^2$  doit être partout dirigé dans le sens contraire à l'accélération.

Sous certaines hypothèses simplificatrices (voir les développements des sections suivantes), ces profils se ramènent en fait à des exponentielles, en particulier pour le champ magnétique il est possible d'écrire :

$$B = B_{ext} \cdot \exp -\frac{x}{\Delta}$$

où  $x$  est l'abscisse dans le référentiel qui suit le mouvement et dont l'origine est prise sur la surface externe du liner. L'équation du mouvement, qui impose au profil de densité d'aller comme la dérivée du carré du champ magnétique, conduit alors à la formule suivante pour  $\rho$  :

$$\rho = \rho_{ext} \cdot \exp -\frac{2x}{\Delta}$$

Les profils spatiaux de  $\rho$  et  $B$  sont ainsi des exponentielles avec des échelles caractéristiques différentes, celle pour le champ magnétique (l'épaisseur de peau) étant deux fois plus grande que celle pour la densité (figure 2.1).

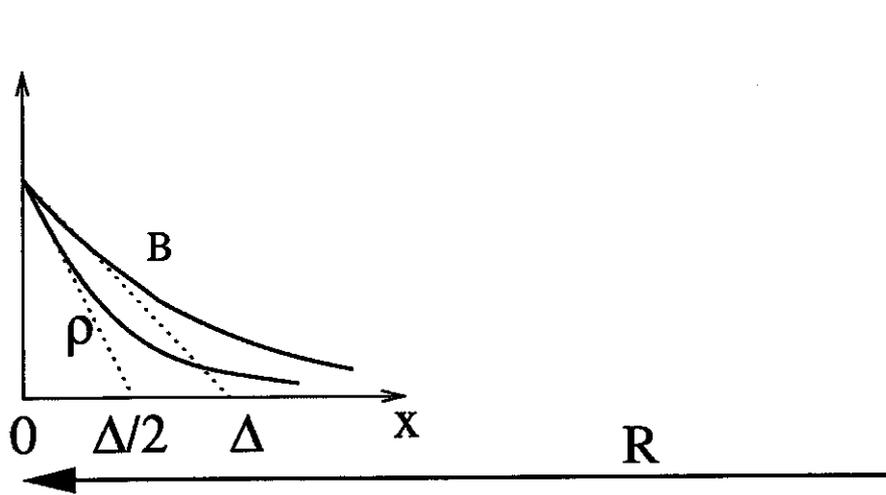


FIG. 2.1 – Profils asymptotiques pour  $\rho$  et  $B$  dans le plasma

C'est ce résultat qui permet de dire que "l'épaisseur du plasma se réduit à l'épaisseur de peau". Comme la pression cinétique est incapable de rivaliser avec la pression magnétique, le plasma ne se met en mouvement que lorsqu'il voit le champ magnétique; autrement dit, le mouvement n'est possible que pour le plasma magnétisé : la matière est balayée par le champ magnétique jusqu'à adoption de profils tels que l'échelle caractéristique pour la densité soit la même que celle de la pression magnétique, c'est-à-dire deux fois plus petite que l'épaisseur de peau du champ magnétique.

Il est à noter que la faible épaisseur des plasmas (millimétrique) devant les distances à parcourir pendant l'implosion (centimétrique) permet ce balayage et l'adoption de ces profils : la matière et le champ ont le temps de s'organiser, ce qui ne serait pas le cas d'une colonne de plasma pleine.

## 2.2 Cas fondamental : liner implosé par un champ magnétique à une seule composante

Pour présenter le modèle complet, le cas le plus simple est celui d'un liner implosé par un champ magnétique à une seule composante  $B$ . C'est le cas d'un "Z-pinch", implosé par un courant selon l'axe de révolution  $z$ , c'est-à-dire avec une seule composante du champ magnétique : la composante azimutale,  $B \equiv B_\theta$ .

La méthode développée "par l'école russe" se divise en trois étapes : la première consiste à estimer des paramètres globaux comme la vitesse et le rayon moyen du liner ; la seconde permet de ramener le système d'équations de la magnétohydrodynamique résistive à une équation aux dérivées partielles à une seule inconnue  $u = (\frac{\rho}{B})^2$  ; la troisième étape propose une solution asymptotique (vers laquelle tendent naturellement toutes les solutions) de cette équation et finalement du système initial.

### 2.2.1 Paramètres globaux $B_{ext}$ , $B_{int}$ , $a$ , $V$ et $R$

Avant d'étudier le plasma à l'échelle millimétrique de son épaisseur, nous allons nous intéresser à son évolution globale à l'échelle centimétrique de son rayon initial. Les variables (interdépendantes) qui doivent être déterminées sont les valeurs du champ magnétique sur les faces externes et internes du plasma  $B_{ext}$  et  $B_{int}$  ainsi que les grandeurs cinétiques décrivant le mouvement du liner : l'accélération, la vitesse et le rayon  $a$ ,  $V$  et  $R$  du centre de masse d'une coupe dans un plan  $r-z$ . Un champ magnétique interne peut apparaître dans deux cas de figures différents : lorsque la face interne du liner atteint le plasma issu d'une cible centrale, puisque alors le champ magnétique des parties les plus internes du liner se comprime avec la matière, ou lorsqu'un flux magnétique est piégé dans le vide à l'intérieur du liner, puisque ce flux est comprimé lors de l'implosion et que le champ finit par atteindre des valeurs comparables de part et d'autre du plasma. Dans le cadre de la densification d'énergie dans les plasmas de striction magnétique, ce flux interne provient de la diffusion du champ externe, avant la formation de la coquille de révolution cylindrique ou lorsqu'une cible centrale devient conductrice (mise en plasma par le rayonnement). Dans ces conditions, les champs de part et d'autre du liner sont de même sens,  $B_{ext} \cdot B_{int} > 0$ , et nous supposons  $B > 0$ . Si le champ magnétique est azimutal,  $B \equiv B_\theta$ , le piégeage d'un flux nécessite la présence d'un conducteur au coeur du liner (liner interne, cible en mousse, ou encore précurseur de plasma).

Le champ externe peut être dérivé d'un courant  $I_{ext}$  - imposé ou tiré d'une

équation de circuit - grâce à la loi d'Ampère :

$$B_{ext} = \frac{\mu_0 I_{ext}}{2\pi R}$$

Le champ interne  $B_{int}$  doit être tiré d'une loi de compression du champ piégé dans le vide interne. Pour présenter notre modèle MHD, une loi idéale  $L \cdot I_{int} = cte$  (où  $L$  est l'inductance) de conservation du flux magnétique suffit. Pour une composante azimutale  $B_\theta$ , cela donne :

$$B_{int} = \frac{\mu_0 I_{int}}{2\pi R} \text{ avec } \frac{\mu_0}{2\pi} h \ln\left(\frac{R}{R_c}\right) I_{int} = cte$$

où  $h$  est la hauteur du liner et  $I_{int}$  le courant circulant sur la cible centrale à un rayon  $R_c$ ; pour une composante axiale :

$$B_{int} R^2 = cte$$

A chaque instant  $t$ , l'accélération  $a$  est donnée par :

$$m_{tot} \cdot a = \frac{B_{ext}^2 - B_{int}^2}{2\mu_0}$$

où  $m_{tot} = \frac{M}{2\pi Rh}$  est la masse par unité de surface du liner ( $M$  est sa masse totale). La vitesse et le rayon se calculent alors par intégration de  $\frac{dV}{dt} = a$  et  $\frac{dR}{dt} = -V$  avec les conditions initiales  $V = 0$  et  $R = R_0$  (les signes sont choisis de façon à avoir  $V$  toujours positif et  $a$  positif pendant la phase d'accélération de l'implosion).

Ces variables globales  $B_{ext}$ ,  $B_{int}$ ,  $a$ ,  $V$  et  $R$  vont maintenant servir de données d'entrée connues pour étudier la structure MHD du liner.

### 2.2.2 Equation en $u = \left(\frac{\rho}{B}\right)^2$

Les liners qui nous intéressent sont de faible épaisseur (millimétrique) devant leur rayon moyen à l'axe de révolution (centimétrique). Il est donc fondé de négliger le rayon de courbure de la colonne de plasma et d'utiliser les équations de la MHD en coordonnées planes. Dans le cas du "Z-pinch", les coordonnées cylindriques  $r$ ,  $\theta$  et  $z$  sont en particulier remplacées par  $x$ ,  $y$  et  $z$  respectivement.

Nous allons analyser la structure 1D des profils de densité et de champ magnétique dans le liner : les grandeurs ne varieront qu'en fonction du temps  $t$  et de la coordonnée d'espace  $x$ , et la composante unique du champ magnétique sera  $B \equiv B_y$ .

Plaçons-nous dans le référentiel qui suit le mouvement moyen du liner, c'est-à-dire à la vitesse  $V = \int_0^t a(t)dt$ , où  $a = \frac{B_{ext}^2}{2\mu_0 m_{tot}}$  est l'accélération déterminée par la pression du champ magnétique  $B_{ext} = B(0, t)$  sur la surface externe du liner<sup>2</sup>, choisie comme origine  $x = 0$  ( $m_{tot}$  est la masse par unité de surface). L'équation de convection-diffusion du champ magnétique, la loi fondamentale de la dynamique et celle de conservation de la masse s'écrivent :

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(vB) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_0\sigma} \frac{\partial B}{\partial x}\right) \quad (2.1)$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x}\right)v + \rho a = -\frac{\partial}{\partial x}\left(p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \quad (2.3)$$

où  $v$  est la vitesse locale,  $\sigma$  la conductivité électrique du plasma,  $\rho$  sa densité,  $p$  sa pression cinétique.

Un certain nombre d'approximations peuvent être faites. Tout d'abord nous allons supposer la température du plasma uniforme. Cette hypothèse suppose que l'émissivité soit forte et permette (en maintenant des températures basses) une compression du plasma jusqu'à atteindre des conditions de plasma optiquement épais. L'équilibre énergétique du plasma est alors dicté par le transfert radiatif, capable d'homogénéiser la température avec des échelles de temps ( $\sim 10$  ps) bien inférieures à celles concernant l'évolution MHD du plasma ( $\sim 1$  ns). Dans ces conditions, la conductivité électrique, qui dépend essentiellement de la température, peut elle aussi être considérée comme uniforme en  $x$ . Cela simplifie la manipulation du terme de droite de l'équation (2.1), puisque "la conductivité peut entrer et sortir librement des dérivées spatiales".

Les deux hypothèses présentées en introduction vont permettre de simplifier considérablement l'équation (2.2). L'hypothèse d'accélération en bloc signifie que l'accélération locale  $(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x})v$  (dans le référentiel en mouvement) est négligeable devant l'accélération globale  $a$  (dans le référentiel du laboratoire). L'hypothèse de pression cinétique petite devant la pression magnétique permet de supprimer le terme  $p$  dans le membre de droite<sup>3</sup>. Il ne reste donc plus que :

<sup>2</sup>Si le champ magnétique sur la face interne du liner ne tend pas vers 0 mais vers une valeur  $B_{int}$ , l'accélération  $a$  est définie par  $a = \frac{B_{ext}^2 - B_{int}^2}{2\mu_0 m_{tot}}$

<sup>3</sup>En toute rigueur, le terme de pression cinétique va être négligeable dans l'équation du mouvement, non pas si la pression cinétique est très inférieure à la pression magnétique ( $p \ll B^2/2\mu_0$ ), mais si le gradient de pression cinétique est très inférieur à celui de pression magnétique ( $|\nabla p| \ll |\nabla B^2/2\mu_0|$ ). Nous ne nous intéressons cependant pas à des structures à des échelles microscopiques, dissociées pour les deux formes de pression, mais uniquement

$$\rho a = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \quad (2.4)$$

Cette équation, où l'accélération  $a$  ne dépend que du temps, conduit à certaines conséquences assez fortes, comme nous l'avons vu dans l'introduction. Elle impose notamment un lien très fort entre le champ magnétique et la densité, qui est peut être plus clair en introduisant la masse cumulée  $m = \int_0^x \rho dx$  : entre deux abscisses  $x_1$  et  $x_2$

$$\begin{aligned} (m_2 - m_1)a &= \int_{x_1}^{x_2} \rho a dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} -\frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial B^2}{\partial x} dx \\ &= \frac{1}{2\mu_0} (B_1^2 - B_2^2) \end{aligned}$$

c'est-à-dire que la seule force appliquée à la matière entre  $x_1$  et  $x_2$  est la différence des pressions magnétiques.

En particulier entre  $x$  quelconque et la face interne du liner :

$$\begin{aligned} m_{tot} - m &= \frac{1}{2\mu_0 a} (B^2 - B_{int}^2) \\ &= \frac{1}{2\mu_0 a} B^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

si  $B$  tend vers 0 dans le vide interne

Les équations (2.1), (2.3) et (2.4) permettent maintenant d'établir l'équation d'évolution de  $u = \left(\frac{\rho}{B}\right)^2$ . Le sens physique de cette grandeur est clair dans notre cadre 1D : c'est une mesure "du gel du champ magnétique dans la matière". En effet, considérons à un instant donné un petit élément de matière  $\delta m$  de dimensions  $\delta x$ ,  $\delta y$  et  $\delta z$ . Le flux de  $B \equiv B_y$  emprisonné dans cet élément de matière et sa masse sont :

$$\delta \phi = B \delta x \delta z$$

$$\delta m = \rho \delta x \delta y \delta z$$

Comme les seules variations possibles sont selon  $x$  (donc  $\delta y$  et  $\delta z$  sont constants),  $\delta \phi$  et  $\delta m$  évolueront simultanément si  $\rho$  et  $B$  évoluent simultanément, en particulier la conservation de  $\frac{\delta \phi}{\delta m}$  est équivalente à celle de  $\frac{\rho}{B}$  :

$$\frac{\delta \phi}{\delta m} = \frac{B}{\rho} \frac{1}{\delta y}$$

---

à la structure MHD du plasma à l'échelle macroscopique de l'épaisseur du liner, commune aux deux formes de pression. Dans ces conditions, les deux critères précédents pour négliger la pression cinétique sont équivalents.

Etablissons maintenant l'équation aux dérivées partielles en  $u$  : l'opération  $B \times (2.3) - \rho \times (2.1)$ , en tenant compte de ce que  $\sigma$  et  $a$  sont indépendants de  $x$ , conduit à :

$$\frac{D}{Dt} \frac{\rho}{B} = -\frac{a}{\sigma} \frac{\rho}{B^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_0 a} \frac{\partial B}{\partial x} \right)$$

où la dérivée en suivant le mouvement  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}$  a été introduite. Il reste à travailler sur le terme  $\frac{1}{\mu_0 a} \frac{\partial B}{\partial x}$ , ce qui se fait naturellement à partir de l'équation du mouvement (2.4) qui peut être réécrite :

$$\frac{1}{\mu_0 a} \frac{\partial B}{\partial x} = -\frac{\rho}{B} \quad (2.6)$$

En faisant le changement de variable :

$$\begin{aligned} d\tau &= \frac{a}{\sigma} dt \\ dm &= \rho \cdot dx \\ u &= \left( \frac{\rho}{B} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

et en multipliant les deux membres par  $\frac{\rho}{B}$ , nous nous sommes ramenés à des coordonnées lagrangiennes et il reste une équation aux dérivées partielles à une seule inconnue  $u$  :

$$\frac{\partial}{\partial \tau} u = u \frac{\partial}{\partial m} u$$

### 2.2.3 Résolution de l'équation en $u$

L'équation en  $u$

$$\left( \frac{\partial}{\partial \tau} - u \frac{\partial}{\partial m} \right) u = 0 \quad (2.8)$$

fait apparaître la coordonnée d'espace lagrangienne classique qu'est la masse cumulée  $m = \int_0^x \rho dx$  et un temps normalisé bien adapté au problème de l'implosion d'un liner mince  $\tau = \int_{t_0}^t \frac{a}{\sigma} dt$ . La variable  $u = \left( \frac{\rho}{B} \right)^2$  n'est bien entendu pertinente que dans les régions où  $B$  ne s'annule pas ; il est naturel cependant de supposer que le champ magnétique diffuse rapidement au tout début de l'expérience et qu'au delà d'un certain instant  $t_0$ , bien avant la mise en mouvement du liner, il a atteint partout un niveau même infinitésimal, ne s'annulant qu'en certains points (domaines de mesures nulles). A cet instant  $t_0$  (ou  $\tau_0$ ), les conditions initiales peuvent être représentées comme sur la figure 2.2. La fonction  $u$  peut avoir initialement une forme quelconque, la seule contrainte étant qu'elle soit nulle en  $m = 0$  et  $m = m_{tot}$  où  $\rho$  s'annule.

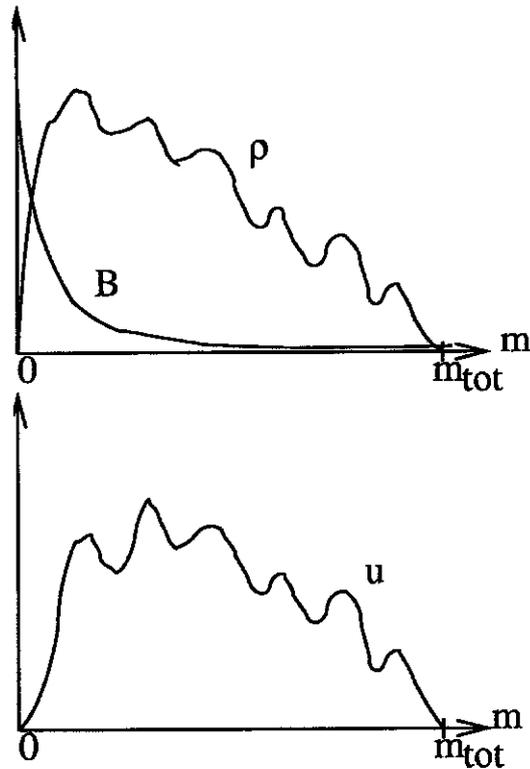


FIG. 2.2 – Conditions initiales à la date  $t_0$  en  $\rho$ ,  $B$  et  $u$

Nous allons proposer pour commencer une résolution graphique dans le plan  $(m, \tau)$  de cette équation, en nous inspirant de la méthode des caractéristiques.

L'équation (2.8) exprime qu'au cours du temps  $\tau$ , le long de la direction  $m$ , l'écoulement à la vitesse  $-u$  se fait en laissant la grandeur  $u$  invariante : pour chaque élément de matière  $\delta m$  démarrant à l'instant  $t_0$  à la position  $m_0$  et progressant à la vitesse  $\frac{dm}{d\tau} = -u$ , cette vitesse  $-u$  précisément est conservée. Ceci est équivalent à dire que dans le plan  $(m, \tau)$ , les courbes d'équation  $\frac{dm}{d\tau} = -u$  sont des droites :

$$m = -\tau u + cte$$

$$m = -(\tau - \tau_0)u + m_0 \quad (2.9)$$

Afin d'illustrer le "contenu" de l'équation (2.8), nous allons suivre graphiquement l'évolution de  $u = u(m)$  au cours du temps  $\tau$  pour une distribution de départ de  $u$  en dents de scie (figure 2.3). Cette distribution initiale est visible tout en bas de la figure (en bleu), pour l'instant  $\tau_0$ . A partir de chaque

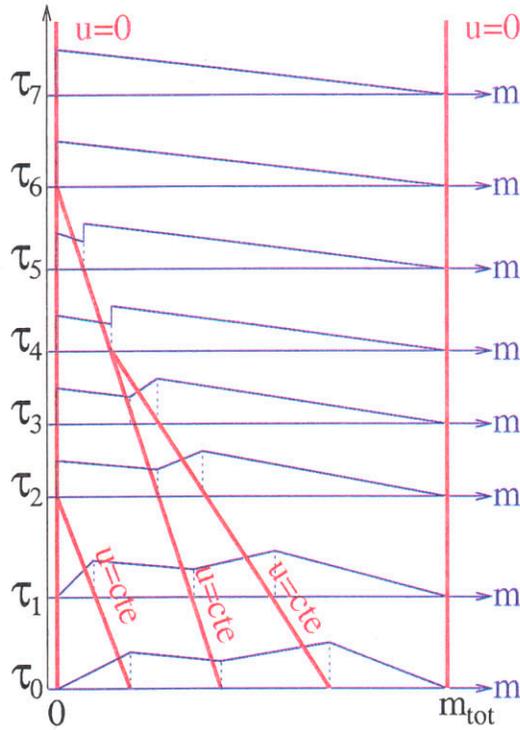


FIG. 2.3 – Evolution du profil  $u(m)$  (en bleu) au cours du temps  $\tau$

$m_0$  correspondant à un sommet, nous traçons (en rouge) la droite "caractéristique" le long de laquelle la valeur  $u(m_0)$  est conservée. Il est à noter qu'en  $m = 0$  et  $m = m_{tot}$  cette droite est une verticale puisque  $u = 0$ . Par linéarité de  $u$  entre deux sommets, la distribution reste en dents de scie entre les nouveaux sommets. A l'instant  $\tau_1$  par exemple, les sommets se sont décalés sur la gauche.

A l'instant  $\tau_2$ , le sommet le plus à gauche atteint la limite  $m = 0$ . Le profil entre  $m = 0$  et ce premier sommet s'est raidi entre  $\tau_0$  et  $\tau_2$  jusqu'à obtenir une discontinuité. De même en  $\tau_4$ , les deux sommets restants se rejoignent et, en  $\tau_6$ , tous les sommets ont atteint l'abscisse  $m = 0$  : au-delà de  $\tau_6$ , le profil n'évolue plus et conserve une forme triangulaire. Toute trace des dents de scie, c'est-à-dire des conditions initiales régnant dans le plasma, a disparu<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>N'a pas été intégrée la discussion sur les conditions limites. Du coup, la valeur de  $u$  au sommet le plus à droite semble dicter la valeur asymptotique de  $u$  en  $m = 0$ . Dans la réalité, il n'en va bien entendu pas ainsi. Cette valeur de  $u$  en  $m = 0$  est déterminée par la condition limite  $B = B(0, \tau)$  imposée par le circuit électrique et la condition intégrale  $\int_0^\infty \rho dx = m_{tot}$  qui fixe l'amplitude de  $\rho$  tandis que son allure provient de la résolution en  $B$  puis en  $\rho$  de l'équation (2.10) (cf les paragraphes qui suivent).

Ce résultat peut être réinterprété à partir de l'équation (2.9) :  $u$  n'étant nul qu'en certains points, si  $\tau$  peut devenir assez grand, alors les termes correspondants aux conditions initiales,  $\tau_0$  et  $m_0$ , deviendront toujours négligeables devant  $\tau$  et  $\tau \cdot u$ , et l'équation sera assimilable au profil triangulaire

$$m_{tot} - m = \tau u \quad (2.10)$$

Ce profil triangulaire est en fait la "solution asymptotique" de l'équation (2.8). "Asymptotiquement", c'est-à-dire si le temps  $\tau$  parvient à atteindre des valeurs assez grandes pendant l'implosion du liner, toutes les solutions réelles  $u(m, \tau)$  tendent vers ce profil triangulaire. Celui-ci est donc d'une très grande importance pratique, d'autant plus qu'il permet de se ramener à des solutions en  $B$  et  $\rho$  intégrables analytiquement.

## 2.2.4 Solutions asymptotiques pour $B$ et $\rho$

Plaçons-nous à un instant  $\tau$  donné. D'après la figure 2.3, il est clair qu'à chaque  $m$  correspond un certain  $u$  :  $u$  est une fonction  $u(m)$ , déterminée par l'équation (2.9) ou, asymptotiquement, par l'équation plus simple de "profil triangulaire" (2.10).

C'est-à-dire que pour  $\tau$  donné assez grand, il existe une relation simple entre  $m - m_{tot} \propto B^2 - B_{int}^2$  (cf la forme intégrée (2.5) de l'équation du mouvement) et  $u \propto (\partial_x B)^2$  (cf sa forme (2.6)). D'où l'équation pour  $B$  :

$$B^2 - B_{int}^2 = \frac{2\tau}{\mu_0 a} \left( \frac{\partial B}{\partial x} \right)^2 \quad (2.11)$$

Cas  $B_{int} = 0$

Si  $B_{int}$  est nul, l'accélération  $a$  est positive,  $B$  doit être décroissante et l'équation se réécrit :

$$B = -\Delta \frac{\partial B}{\partial x}$$

où

$$\Delta = \sqrt{\frac{2|\tau|}{\mu_0|a|}} = \sqrt{\frac{2|\int_{t_0}^t \frac{a}{\sigma} dt|}{\mu_0|a|}} \quad (2.12)$$

est l'épaisseur de peau "dynamique" (car dépendant de l'accélération subie par le plasma).

Ceci nous conduit bien évidemment à une solution en exponentielle :

$$B = B_{ext} \cdot \exp\left(-\frac{x}{\Delta}\right) \quad (2.13)$$

où  $B_{ext} = B(x = 0, t) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$  est une condition limite imposée par le courant délivré au liner par le générateur et par le rayon d'implosion atteint à l'instant  $t$ .

L'équation du mouvement (2.4) permet alors d'obtenir le profil  $\rho(x)$  :

$$\rho = \rho_{ext} \cdot \exp\left(-2\frac{x}{\Delta}\right) \quad (2.14)$$

où

$$\rho_{ext} = \frac{B_{ext}^2}{\mu_0 |a|} \frac{1}{\Delta} = \frac{2m_{tot}}{\Delta}$$

La loi de conservation de la masse (2.3) permet même de justifier une expression simple pour la vitesse locale  $v$  :

$$\begin{aligned} v &= -\frac{1}{\rho} \int_0^x \partial_t \rho \cdot dx \\ &= -\frac{1}{\rho} \partial_t \cdot \int_0^x \rho dx \\ &= \frac{1}{\rho} \partial_t \left( \frac{1}{2\mu_0 a} B^2 \right) \\ &= \frac{1}{\rho} \partial_t \left( \underbrace{\frac{B_{ext}^2}{2\mu_0 a}}_{=m_{tot}=cte} \exp\left(-2\frac{x}{\Delta}\right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{\rho} \underbrace{2m_{tot} \exp\left(-2\frac{x}{\Delta}\right)}_{=\Delta} (-2x) \left(-\frac{\dot{\Delta}}{\Delta^2}\right) \\ v &= x \frac{\dot{\Delta}}{\Delta} \end{aligned}$$

Nous allons maintenant développer le cas où  $B_{int}$  n'est pas négligeable devant la valeur sur la face externe  $B_{ext}$ .

**Cas  $B_{int} \neq 0$ ,  $B_{ext} > B_{int}$**

Nous supposons pour commencer que le champ sur la face interne est plus petit que sur la face externe (même s'il est du même ordre de grandeur) : ceci assure que l'accélération est dirigée vers le coeur et que nous avons bien un mouvement d'implosion.

Si  $B_{int}$  est non-nul mais plus petit que  $B_{ext}$ , alors  $a > 0$  et l'équation (2.11) prend la forme

$$B^2 - B_{int}^2 = \Delta^2 (\partial_x B)^2$$

Elle conduit à une distribution d'épaisseur finie  $d$  avec un champ non-nul en face interne :

$$\begin{cases} B = B_{int} \cosh \frac{d-x}{\Delta} \\ \rho = \frac{B_{int}^2}{2\mu_0|a|\Delta} \sinh 2\frac{d-x}{\Delta} \end{cases} \quad (2.15)$$

L'épaisseur  $d$  est déterminée par la relation  $B_{ext} = B_{int} \cosh \frac{d}{\Delta}$  (qui revient au même au passage que la condition intégrale  $\int_0^d \rho dx = m_{tot}$ ). Cette solution est illustrée sur la figure 2.4.

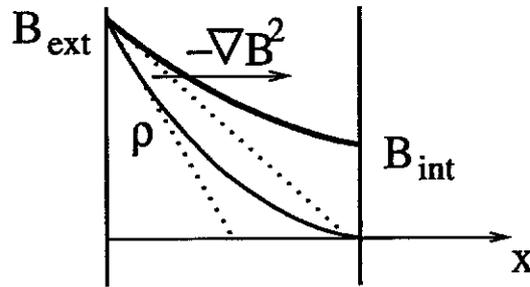


FIG. 2.4 - Profils de  $B$  et  $\rho$  dans le cas  $B_{ext} > B_{int}$

Il est remarquable que le champ magnétique n'ait "qu'une seule épaisseur de peau" : l'échelle spatiale caractéristique pour la pénétration du champ dans le plasma est l'épaisseur du plasma lui-même, le champ  $B$  variant de façon monotone d'une face vers l'autre. Il n'y a aucun problème pour organiser des distributions de champ magnétique et de densité qui assurent une accélération uniforme, il suffit que "les champs externe et interne se voient" et que  $B$  décroisse directement de la valeur  $B_{ext}$  à la valeur  $B_{int}$ .

Il est à noter que s'il y avait deux épaisseurs de peau distinctes (ce qu'on peut toujours supposer au début de la compression du flux interne, quand le mouvement d'implosion démarre), les faces externes et internes verraient des accélérations  $a \propto -\nabla B^2$  en sens opposé (figure 2.5(a)). Du coup les deux faces se rapprocheraient l'une de l'autre jusqu'à mêler les deux régions magnétisées. Au coeur,  $|B|$  augmenterait petit à petit depuis une valeur initiale faible et le minimum de  $B$  deviendrait de moins en moins marqué (figure 2.5(b) et (c)). Il finirait par être repoussé sur une face : une des deux régions magnétisées prendrait le pas sur l'autre (figure 2.5(d)). Dans cette section nous avons supposé  $B_{ext} > B_{int}$ , c'est donc la région venant de l'extérieur qui effacerait l'autre. Après quelques instants, nous nous retrouverions bien dans le cas "à une seule épaisseur de peau".

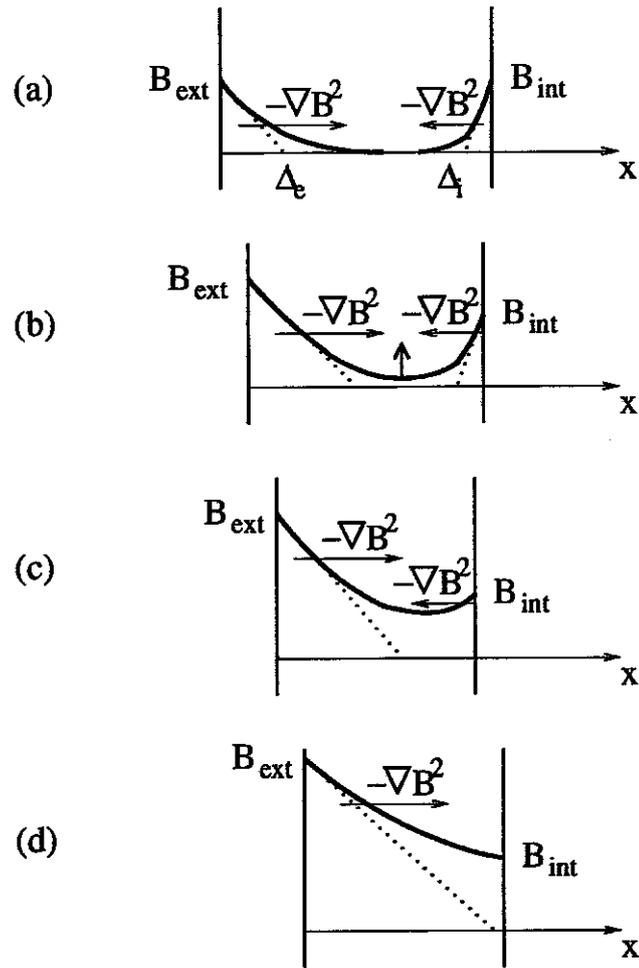


FIG. 2.5 – Disparition de la double épaisseur de peau dans le cas  $B_{ext} \cdot B_{int} > 0$

Cas  $B_{int} \neq 0$ ,  $B_{ext} < B_{int}$

Lorsque l'implosion du liner continue, le champ interne finit par être plus grand (en valeur absolue) que le champ externe : l'accélération globale  $a$  devient négative et le liner entre en décélération. Dans ces conditions, l'équation (2.11) change de forme car  $a$  change de signe :

$$B_{int}^2 - B^2 = \Delta^2 (\partial_x B)^2$$

Le champ en surface interne  $B_{int}$  est un maximum pour toute la distribution de  $B$  dans le liner, qui doit rester positive. La solution qui apparaît

alors est la suivante, illustrée sur la figure 2.6 :

$$\begin{cases} B = B_{int} \cos \frac{d-x}{\Delta} \\ \rho = \frac{B_{int}^2}{2\mu_0|a|\Delta} \sin 2\frac{d-x}{\Delta} \end{cases} \quad (2.16)$$

avec  $B_{ext} = B_{int} \cos \frac{d}{\Delta}$  pour la détermination de l'épaisseur  $d$ . La positivité de  $B$  impose alors  $d < \frac{\pi}{2}\Delta$ ; on remarquera également que  $\rho \propto \partial_x B = 0$  en  $x = d$ , ce qui assure le raccord avec un vide interne.

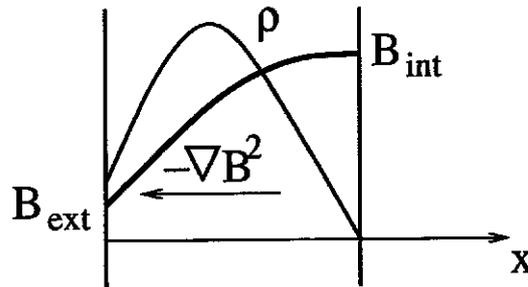


FIG. 2.6 – Profils de  $B$  et  $\rho$  dans le cas  $B_{ext} > B_{int}$

La figure 2.7 illustre la dynamique du liner pendant la décélération. Les positions de la face interne aux différents instants ont été confondues. Au fur et à mesure que  $B_{int}$  croît, le maximum de densité augmente aussi : le liner s'écrase sur lui-même et se densifie. Ceci permet au liner d'assurer un gradient de pression magnétique beaucoup plus fort que pendant la phase d'accélération : la phase de décélération étant plus courte ( $\sim 10$  ns) que la phase d'accélération ( $\sim 100$  ns), elle demande des valeurs de  $|a|$  plus élevées. De plus ce maximum se déporte de la face externe vers la face interne par le simple effet que  $B_{ext}$  devient petit à petit négligeable devant  $B_{int}$ .

Cas  $B_{int} \neq 0$ ,  $B_{ext} = B_{int}$

Pour finir, remarquons que dans le cas intermédiaire  $B_{ext} = B_{int}$  ( $a = 0$ ), l'épaisseur de peau  $\Delta$  tend vers l'infini mais les deux solutions précédentes (2.15) et (2.16) tendent vers la forme suivante (illustrée sur la figure 2.8) :

$$\begin{cases} B = B_{ext} \\ \rho = \frac{B_{ext}^2(d-x)}{2r} \end{cases}$$

où l'épaisseur  $d$  est déterminée par la condition intégrale  $\int_0^d \rho dx = m_{tot} = \frac{B_{ext}^2 d^2}{4r}$ .

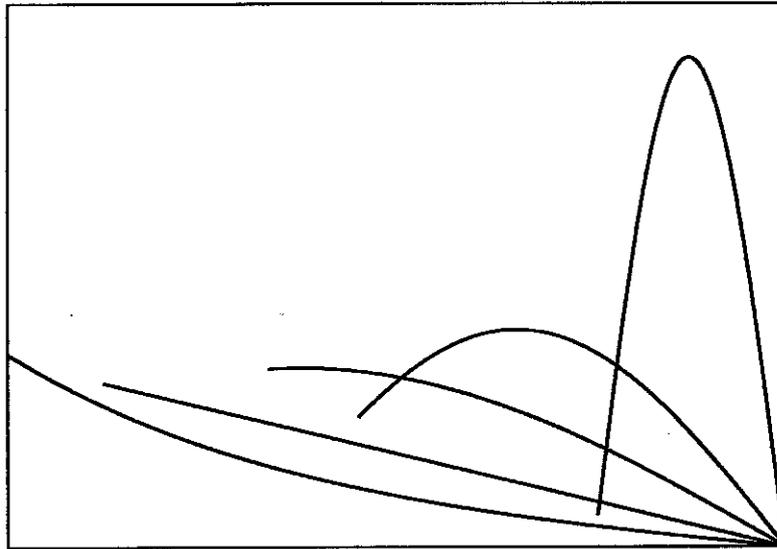


FIG. 2.7 – Evolution du profil de densité pendant une décélération

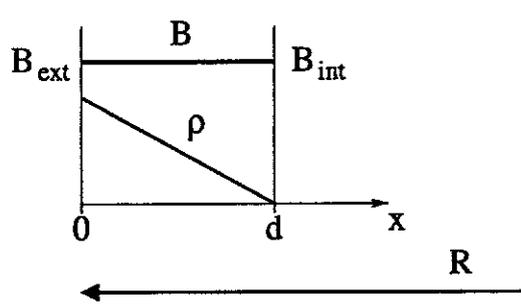


FIG. 2.8 – Profils de  $B$  et  $\rho$  dans le cas  $B_{ext} = B_{int}$

### 2.2.5 Décélération d'un liner sur une cible centrale

Nous poursuivons ici l'étude de la décélération entamée dans la section précédente, en se concentrant sur le cas où le ralentissement provient de l'impact sur une cible centrale en mousse. Nous allons en particulier estimer l'augmentation de la densité liée à cette décélération.

Les conditions initiales, juste avant impact, peuvent être schématisées de la façon suivante : la surface de la cible a été ablatée par le rayonnement issu du liner pendant son implosion, si bien qu'un plasma de détente assure un pont de densité entre le liner et le coeur de la cible, non-perturbé. Le champ magnétique pénètre dans ce plasma de détente mais pas dans le coeur de la cible, encore très résistif.

Lors de l'impact, un choc intense va se propager dans la mousse : en effet,

même en supposant un préchauffage à  $T = 300$  eV et un degré d'ionisation  $Z = 6$ , la célérité des ondes sonores dans la mousse (assimilable à du carbone) est de l'ordre de  $c_s \simeq \sqrt{ZkT/m_i} \simeq 10$  cm/ $\mu$ s, c'est-à-dire très inférieure à la vitesse du plasma incident (60 cm/ $\mu$ s). Ce dernier va par contre être décéléré sans choc car il est fortement magnétisé : sa vitesse matérielle est en effet du même ordre que la vitesse d'Alfvén, vitesse correspondant aux ondes capables de se propager dans ce plasma.

La décélération est due au ramassage progressif de la matière de la cible par le plasma en striction magnétique : ce dernier est un piston qui accumule la matière de la mousse centrale entre sa surface interne et un front de choc qui balaye la mousse (voir par exemple les profils de la figure 4.16 page 123). L'accélération  $a$  est donc estimée par la relation suivante :

$$\mu|a| = \rho_m V^2 - \frac{B_{ext}^2}{2\mu_0}$$

où  $\mu = \mu_m + m_{tot}$  est la masse par unité de surface de l'ensemble constitué par la partie de la mousse déjà impactée ( $\mu_m$ ) et par le liner ( $m_{tot}$ ) et où  $\rho_m$  est la densité de la mousse au point atteint par le front de choc. Le premier terme correspond au gain de quantité de mouvement (par unité de surface et de temps) de la matière au passage du front de choc. Le second terme correspond aux forces de pression magnétique  $\int \partial_x B^2 dx$  : la valeur  $B_{int}$  du champ *en surface interne du liner* n'apparaît pas car ici l'équation concerne le mouvement de l'ensemble formé par le liner et la mousse impactée et que  $B$  commence à une valeur nulle dans la mousse (se reporter à la figure 4.16).

Nous avons vu que sous l'effet de la décélération, la matière du liner se ramassait et se densifiait. A partir des équations du système (2.16), il est possible de quantifier cette densification du liner dans la limite où  $B_{int}^2 \gg B_{ext}^2 \sim 0$  (soit  $d \sim \frac{\pi}{2}\Delta$ ). Dans ces conditions, l'équation du mouvement *pour le liner seul* prend la forme simple  $m_{tot}|a| = \frac{B_{int}^2}{2\mu_0}$  ce qui permet d'une part de déterminer  $B_{int}$  et d'autre part d'écrire :

$$\rho_{max}(t) = \frac{m_{tot}}{\Delta}$$

Il ne reste plus qu'à estimer l'épaisseur de peau  $\Delta$ . Reprenons sa définition (2.12), nous avons :

$$\Delta = \sqrt{\frac{2\tau}{\mu_0|a|}}$$

Le temps normalisé  $\tau = \int_{t_0}^t \frac{a}{\sigma} dt$  varie d'un ordre de grandeur pendant l'implosion. Seuls vont donc vraiment compter dans cette intégrale la phase finale

de l'accélération et la décélération. Nous pouvons supposer que la conductivité du liner ne va pas trop varier pendant cette période relativement courte. Dans ces conditions  $\tau$  prend la forme :

$$\tau = \frac{V}{\sigma}$$

où  $V$  est la vitesse du liner à l'instant considéré et  $\sigma$  la conductivité supposée constante pendant la fin de l'implosion. L'épaisseur de peau devient alors :

$$\Delta = \sqrt{\frac{2V}{\mu_0 \sigma |a|}}$$

et en injectant la valeur estimée plus haut de  $|a|$  (en négligeant  $B_{ext}$ ) :

$$\Delta = \sqrt{\frac{2\mu}{\mu_0 \sigma \rho_m V}}$$

et pour le maximum de la densité :

$$\rho_{max}(t) = m_{tot} \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma \rho_m V}{2\mu}}$$

En notant  $d_f$  la distance parcourue par le front de choc, nous pouvons faire l'estimation  $\mu = \rho_m d_f$  pour un profil de densité de la mousse constant et  $\mu = \rho_m d_f / 2$  pour un profil triangulaire (ou exponentiel) correspondant au plasma de détente en surface de la cible. Dans le premier cas, il vient alors :

$$\Delta = \sqrt{\frac{2d_f}{\mu_0 \sigma V}}$$

et pour le maximum de la densité :

$$\rho_{max}(t) = m_{tot} \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma V}{2d_f}}$$

Avec les ordres de grandeur  $\sigma \simeq 10^5 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ ,  $V \simeq 40 \text{ cm}/\mu\text{s}$  et  $d_f \simeq 3 \text{ mm}$  il vient  $\Delta \simeq 300 \mu\text{m}$ . L'épaisseur du plasma est donc à peu près trois fois plus petite qu'avant l'impact ; si à cela est ajoutée l'augmentation rapide pendant l'impact de  $m_{tot} \propto 1/R^2$ , d'un facteur à peu près  $2^2 = 4$ , nous pouvons conclure que pendant la décélération sur une cible centrale, la densité du liner augmente de plus d'un ordre de grandeur.

L'analyse que nous venons de faire suppose l'hypothèse de pression cinétique négligeable vérifiée, ce qui a peu de chance de se produire car l'impact

conduit à un fort échauffement (du fait du choc) en plus de la densification. Cette analyse doit donc être considérée comme un ordre 0, à partir duquel il faudrait greffer les effets des gradients de pression cinétique. Il ne faut pas s'attendre cependant à de profondes modifications : en effet, la vitesse à laquelle ces processus sont capables de se manifester sont de l'ordre de la vitesse sonore  $c_s \sim \sqrt{ZkT/m_i}$ , soit pour du tungstène, même en supposant une température de 300 eV et un degré d'ionisation de 40,  $c_s \sim 0.8 \text{ cm}/\mu\text{s}$ ; pendant la durée de l'impact, de l'ordre de  $\tau_{imp} \simeq 10 \text{ ns}$ , les évolutions de profils ne peuvent donc se faire que sur des distances de l'ordre de  $c_s \tau_{imp} \sim 100 \mu\text{m}$ , ce qui reste petit.

## 2.3 Cas du liner implosé par un champ magnétique à deux composantes

Nous abordons maintenant la question de la structure MHD d'un liner en présence d'un champ magnétique à deux composantes : azimutale pour impliquer le liner et axiale pour le "stabiliser". Dans cette section, nous conserverons le formalisme 1D plan développé plus haut mais nous noterons  $B_\theta$  et  $B_z$  les 2 composantes non-nulles du champ (au lieu de  $B_y$  et  $B_x$ ). La grandeur  $B$  désignera la norme du champ magnétique :  $B^2 = B_\theta^2 + B_z^2$ .

Le système initial compte une équation de convection-diffusion supplémentaire :

$$\partial_t B_\theta + \partial_x(vB_\theta) = \partial_x\left(\frac{1}{\mu_0\sigma}\partial_x B_\theta\right) \quad (2.17)$$

$$\partial_t B_z + \partial_x(vB_z) = \partial_x\left(\frac{1}{\mu_0\sigma}\partial_x B_z\right) \quad (2.18)$$

$$\rho a = -\partial_x \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (2.19)$$

$$\partial_t \rho + \partial_x(\rho v) = 0 \quad (2.20)$$

L'équation du mouvement (2.19) est inchangée par rapport au cas à une seule composante et va jouer le même rôle essentiel : pour assurer une accélération  $a$  uniforme,  $\rho$  et  $B = \sqrt{B_\theta^2 + B_z^2}$  vont se modeler l'un par rapport à l'autre. Une voie d'étude du système précédent est donc de ramener (2.17) et (2.18) à une seule équation en  $B$ . La répartition des composantes  $B_\theta$  et  $B_z$  dans le plasma sera alors à déterminer de manière secondaire.

### 2.3.1 Equations en $B = \sqrt{B_\theta^2 + B_z^2}$

L'opération  $B_\theta \times (2.17) + B_z \times (2.18)$  conduit à une équation très intéressante :

$$\partial_t \frac{B^2}{2\mu_0} + \underbrace{\partial_x \left( v \frac{B^2}{2\mu_0} \right)}_{\text{convection}} + \underbrace{\frac{B^2}{2\mu_0} \partial_x v}_{\text{travail } p_{\text{magn}} dV} = \underbrace{\frac{1}{\mu_0 \sigma} \partial_{x^2}^2 \frac{B^2}{2\mu_0}}_{\text{diffusion}} - \underbrace{\frac{1}{\sigma} J^2}_{\text{pertes Joule}}$$

où  $J$  est la densité de courant,  $(\mu_0 J)^2 = (\partial_x B_\theta)^2 + (\partial_x B_z)^2$  en 1D plan. Cette équation décrit l'évolution en 1D plan de la densité d'énergie magnétique  $\frac{B^2}{2\mu_0}$ . Elle exprime que cette densité d'énergie en un point  $x$  donné varie au cours du temps sous l'effet de quatre phénomènes : la convection, le travail des forces de pression magnétique, la diffusion et les pertes par effet Joule<sup>5</sup>. En développant les dérivées  $\partial B^2$ , elle nous conduit à une équation en  $B$  :

$$\underbrace{\partial_t B + \partial_x (vB)}_{\text{identique au cas à une seule composante}} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \partial_{x^2}^2 B + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{(\partial_x B)^2 - \mu_0^2 J^2}{B} \quad (2.21)$$

nouveaux termes

Il est facile de montrer en 1D plan que  $(\partial_x B)^2 - \mu_0^2 J^2$  s'annule si, et seulement si, il existe une constante de proportionnalité entre les composantes  $B_\theta$  et  $B_z$  du champ magnétique. Autrement dit les nouveaux termes ne s'annulent que s'il existe une rotation du repère (plan) autour de son axe  $x$  tel que le champ magnétique n'ait qu'une seule composante dans le nouveau repère. Ce sont donc ces nouveaux termes qui vont contenir l'information originale relative au champ à deux composantes. Nous allons devoir les transformer pour établir une nouvelle équation en  $u$ .

<sup>5</sup>Il est remarquable qu'un seul terme de convection et un seul terme de diffusion pour les composantes du champ conduisent à deux termes chacun pour la densité d'énergie. Le terme supplémentaire décrit dans chaque cas le coût énergétique du phénomène (convection ou diffusion) en terme d'échange avec la matière.

Pour faire diffuser en  $x$  donné "de" la composante  $B_\theta$  par exemple, il faut faire diffuser de l'énergie magnétique  $B_\theta^2/2\mu_0$  et ce processus est toujours accompagné d'une dissipation (le terme de pertes Joule est toujours négatif). Cette irréversibilité met bien en évidence le "caractère visqueux" des phénomènes de diffusion. A noter d'ailleurs que les termes de diffusion et de pertes Joule sont toujours du même ordre de grandeur :  $\frac{1}{\mu_0 \sigma} \cdot \frac{B^2}{2\mu_0 \Delta x^2}$ .

Pour faire convecter en  $x$  donné "de" la composante  $B_\theta$ , il faut bien entendu faire convecter de l'énergie magnétique. Mais la convection ne crée un transfert d'énergie entre le champ magnétique et la matière que si elle est liée à un gradient de vitesse. Ce transfert peut être un gain pour le champ magnétique si le gradient correspond à une compression (la matière consomme son énergie cinétique pour comprimer le champ), comme il peut être une perte si le gradient correspond à une expansion (le champ perd de l'énergie pour dilater la matière). Cette possibilité de diriger/renverser le transfert énergétique montre bien le caractère hydrodynamique de la convection.

A noter que le terme  $\frac{1}{\mu_0\sigma} \frac{(\partial_x B)^2}{B}$  est un terme de diffusion, du même ordre de grandeur que l'autre,  $\frac{1}{\mu_0\sigma} \partial_{x^2}^2 B$ . L'apparition des nouveaux termes, propre au champ à deux composantes, doit être considérée comme un déséquilibre par rapport au cas à une seule composante ( $(\partial_x B)^2 - \mu_0^2 J^2$  n'est pas égale à zéro). Nous estimerons plus loin l'importance de ce déséquilibre entre la quantité d'énergie diffusée et les pertes Joule.

### 2.3.2 Equations en $u = \left(\frac{\rho}{B}\right)^2$

L'opération  $B \times (2.20) - \rho \times (2.21)$  et le changement de variable (2.7) fournissent aisément l'équation :

$$\partial_r u = u \partial_m u - 2\mu_0 \frac{a}{B^2} u \left[ u - \frac{J^2}{a^2} \right]$$

Cette équation présente deux difficultés. La première concerne le facteur  $2\mu_0 \frac{a}{B^2}$  que nous allons assimiler à  $m_{tot} - m$  grâce à l'équation du mouvement sous sa forme intégrée (2.5). Cela suppose que  $B$  sur la face interne du liner soit petit devant ses valeurs sur la surface externe. Cette approximation est valable car elle consiste à se placer dans un cas limite où le liner est en pleine accélération (la variation de  $B^2$  à travers le plasma est forte). L'autre cas limite envisageable est celui où le liner ne subit plus d'accélération,  $a = 0$ , les nouveaux termes disparaissent et on retombe sur l'équation habituelle. Seuls les cas intermédiaires seront mal traités : ceci a peu d'importance car la dynamique est alors trop rapide pour que les profils changent énormément<sup>6</sup>.

La seconde difficulté est liée au terme "d'effet Joule"  $u_J = \frac{J^2}{a^2}$  : pour connaître la densité de courant, il faudrait bien évidemment avoir résolu le problème complet (pour pouvoir dériver les composantes  $B_\theta$  et  $B_z$ ). Nous allons devoir faire ici une approximation supplémentaire.

Comme indiqué dans la note de la page 70, les termes d'effet Joule et de diffusion sont toujours du même ordre de grandeur. Nous pouvons même démontrer que le terme d'effet Joule est toujours plus grand que l'autre. En effet, la définition  $B^2 = B_\theta^2 + B_z^2$  implique que  $B_\theta^2$  et  $B_z^2$  soit plus petite que  $B^2$ . Du coup, les échelles caractéristiques  $\Delta_\theta$  et  $\Delta_z$  de  $B_\theta$  et  $B_z$  sont

<sup>6</sup>Dans ces cas intermédiaires, où les  $B^2$  sur les faces externes et internes sont devenus comparables, l'hypothèse d'accélération en bloc a peu de chance d'être valable. Ces cas correspondent à la fin de l'implosion, quand les flux magnétiques intérieurs sont fortement comprimés. La variation de  $B^2$  est alors subite et il est naturel de penser que le plasma n'a pas le temps de se réorganiser pour avoir une accélération uniforme. Celle-ci passe par 0 et s'inverse pour redevenir "grande" (forte variation de  $B^2$ ), mais en sens opposé.

nécessairement plus petites que l'échelle  $\Delta$  de  $B$  et nous avons dans l'équation en  $B$  par exemple :

$$\mu_0^2 j^2 = (\partial_x B_\theta)^2 + (\partial_x B_z)^2 \sim \frac{B_\theta^2}{\Delta_\theta^2} + \frac{B_z^2}{\Delta_z^2} \geq \frac{B_\theta^2 + B_z^2}{\Delta} = \frac{B^2}{\Delta} \sim (\partial_x B)^2$$

Cela se traduit pour la nouvelle équation en  $u$  par le fait que  $u_J = \frac{j^2}{a^2}$  et  $u = \left(\frac{\rho}{B}\right)^2 = \frac{1}{\mu_0^2 a^2} (\partial_x B)^2$  sont partout du même ordre de grandeur, avec  $u_J > u$ . Nous allons donc faire l'approximation :  $u - u_J = -\alpha u$  où  $\alpha$  est une constante<sup>7</sup> positive. Typiquement, si  $\Delta_\theta$  et  $\Delta_z$  valent à peu près  $0.8\Delta$ ,  $\alpha$  vaudra à peu près  $0.4$ . Ce paramètre  $\alpha$  est une mesure du déséquilibre entre diffusion et effet Joule propre au champ magnétique à deux composantes.

Avec ces approximations l'équation en  $u$  prend la forme :

$$\partial_\tau u = u \partial_m u - \frac{u}{m_{tot} - m} (-\alpha u)$$

En remarquant que

$$\partial_{m'} u - \alpha \frac{u}{m'} = \frac{1}{m'^{-\alpha}} \partial_{m'} (m'^{-\alpha} u)$$

où  $m' = m_{tot} - m$ , elle se réorganise facilement selon :

$$(\partial_\tau + u \partial_{m'}) (m'^{-\alpha} u) = 0$$

Dans le plan  $(m', \tau)$ , nous allons d'abord nous déplacer le long des "caractéristiques" issues des points  $(m'_0, \tau_0)$  pour déterminer leur équation. L'équation en  $u$  signifie que dans le plan  $(m', \tau)$ , l'écoulement à la vitesse  $\frac{dm'}{d\tau} = u$  à partir du point  $(m'_0, \tau_0)$  se fait en conservant la quantité  $m'^{-\alpha} u$  :

$$m'^{-\alpha} u = cte = u_c m_0'^{-\alpha}$$

où nous avons introduit une constante  $u_c = u_c(m'_0)$ , soit encore

$$u = \frac{u_c m_0'^{-\alpha}}{m'^{-\alpha}}$$

Nos caractéristiques sont donc maintenant définies par :

$$\frac{dm'}{d\tau} = \frac{u_c m_0'^{-\alpha}}{m'^{-\alpha}}$$

<sup>7</sup>En considérant  $\alpha$  comme une constante, nous nous plaçons au même ordre d'approximation que lorsque nous avons supposé la conductivité  $\sigma$  uniforme.

L'équation de celle issue de  $(m'_0, \tau_0)$  se détermine alors simplement, puisque la quantité  $u_c(m'_0)m_0^{1-\alpha}$  est conservée :

$$\tau - \tau_0 = \frac{1}{1-\alpha} \frac{m'^{1-\alpha} - m_0^{1-\alpha}}{u_c m_0^{1-\alpha}}$$

Nous voulons maintenant déterminer les profils spatiaux à un instant  $\tau$  donné : dans le plan  $(m', \tau)$ , nous nous déplaçons maintenant sur les droites  $\tau = cte$ . Le long de ces droites,  $u_c$  n'est plus une constante et nous devons revenir à la variable  $u$ , ce qui nous amène à l'expression :

$$\tau - \tau_0 = \frac{1}{1-\alpha} \left[ \frac{m'}{u(m')} - \frac{m'_0}{u_0(m'_0)} \right]$$

La tendance exprimée par les caractéristiques étant toujours la même, faire croître  $m'$  avec  $\tau$ , il y'aura toujours l'effet de balayage de la forme initiale de  $u$  vers  $m = 0$ . Asymptotiquement, il restera :

$$\tau = \frac{1}{1-\alpha} \frac{m'}{u}$$

$$m_{tot} - m = (1-\alpha) \cdot u\tau$$

Nous retrouvons la même équation que dans le cas à une seule composante mais avec un facteur  $(1-\alpha)$  supplémentaire. La nouvelle épaisseur de peau sera donc :

$$\Delta' = \sqrt{1-\alpha} \Delta$$

et nous aurons le même type de solution en exp ou en fonctions trigonométriques hyperboliques.

Dans un cas à deux composantes  $B_\theta$  et  $B_z$  du champ magnétique, le déséquilibre entre la quantité d'énergie diffusée et le coût de cette diffusion se fait au détriment de la quantité d'énergie diffusée : l'effet Joule (le coût) est plus important. L'épaisseur du liner tend alors à diminuer, jusqu'à quelques dizaines de pourcents, par rapport au cas à une seule composante.

### 2.3.3 Profils de $B_\theta$ et $B_z$

Les profils de  $B$  et  $\rho$  sont déterminés par les calculs de la section précédente. Nous avons retrouvé les profils du cas à une seule composante, avec une correction sur l'épaisseur. Nous pouvons maintenant retourner aux profils des composantes  $B_\theta$  et  $B_z$  :

$$\begin{cases} B_\theta^2 + B_z^2 & = B^2 \\ (\partial_x B_\theta)^2 + (\partial_x B_z)^2 & = \mu_0^2 J^2 \end{cases}$$

qui se ramène au système où les deux membres de droite sont connus :

$$\begin{cases} B_\theta^2 + B_z^2 & = & B^2 \\ (\partial_x B_\theta)^2 + (\partial_x B_z)^2 & = & (1 + \alpha)(\partial_x B)^2 \end{cases}$$

Ce système peut être facilement résolu numériquement. Nous proposons ici quelques solutions représentatives, pour aider à se faire une intuition sur les profils de  $B_\theta$  et  $B_z$ , le plus important étant de retenir que c'est le profil de pression magnétique  $B^2/2\mu_0$  qui joue un rôle moteur et autour duquel s'installe toute la MHD du liner.

Nous allons rencontrer plusieurs cas de figure. Pour une épaisseur donnée, c'est le paramètre  $\alpha$  qui va déterminer celui dans lequel on se trouve. Avec deux composantes, la norme  $B$  du champ magnétique ne peut jamais être considérée comme nulle à l'intérieur du liner, nous allons donc travailler avec des profils en cosh pour  $B$ .

Le premier cas à considérer est celui où  $B_{\theta,int}$  est nul. C'est le cas idéal pour l'implosion d'un liner sur une mousse où cette composante du champ n'a pas diffusé, autrement dit où la mousse reste très résistive et ne capte pas de courant selon  $z$ . La figure 2.9 illustre ce cas (une épaisseur de  $2.5\Delta'$  a été arbitrairement choisie et le paramètre  $\alpha$  a été ajusté à la valeur 0.6).

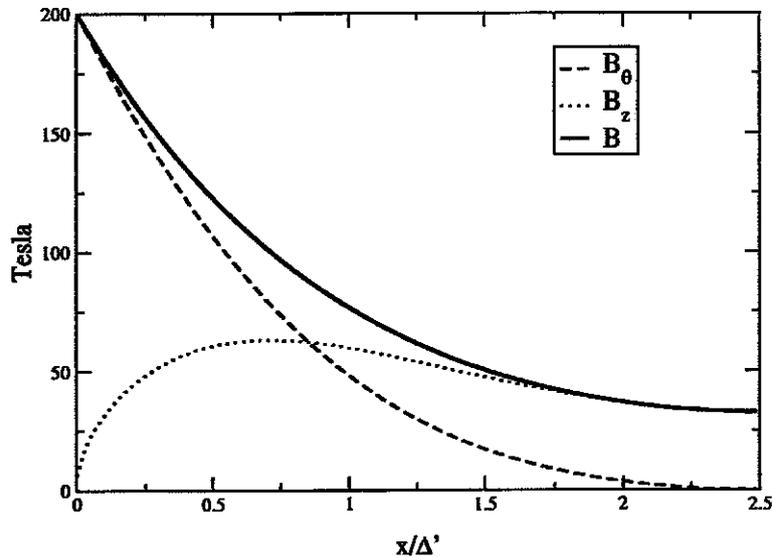


FIG. 2.9 - Profils de  $B$ ,  $B_\theta$  et  $B_z$  pour le cas  $B_{\theta,int} = 0$

Nous retrouvons bien des épaisseurs de peau plus faibles pour les composantes que pour la norme du champ magnétique. Le profil de  $B_\theta$  a une allure proche de celle de  $B$ . Malgré la symétrie des équations pour les deux

composantes, le profil de  $B_z$  est très différent car nous avons supposé que, sur la face externe,  $B_z$  était beaucoup plus petit (ce qui est toujours le cas dans une implosion). Ce profil de la composante axiale présente un maximum et se confond avec la norme  $B$  quand la composante azimutale tend vers zéro. Il est remarquable que la valeur maximale de  $B_z$  soit au coeur du plasma et vaille deux fois sa valeur dans le vide interne. Ceci est d'un très grand intérêt pratique pour tenter de stabiliser l'écoulement de striction magnétique.

Quand  $\alpha$  se rapproche de 0, le profil de  $B_\theta$  se rapproche de celui de la norme  $B$ , c'est-à-dire que nous nous rapprochons du cas à une seule composante. La composante azimutale décolle de la valeur nulle sur la face interne comme l'illustre la figure 2.10 (pour laquelle  $\alpha = 0.2$ ). Elle peut même rester strictement au-dessus de celle de  $B_z$  pour des valeurs de  $\alpha$  plus petite encore ( $\alpha \leq 0.1$ ).

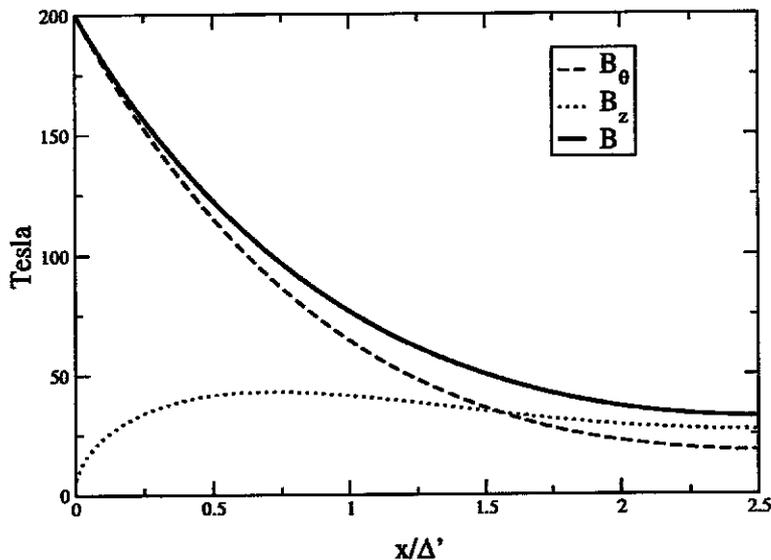


FIG. 2.10 – Profils de  $B$ ,  $B_\theta$  et  $B_z$  pour le cas  $B_{\theta,int} > 0$

Si  $\alpha$  prend de grandes valeurs ( $\alpha > 0.6$  dans notre illustration d'épaisseur  $2.5\Delta'$ ), le profil de  $B_\theta$  prend des valeurs négatives près de la face interne, ce qui n'intéresse pas la question de la densification d'énergie dans les plasmas de striction magnétique.

### 2.3.4 Conclusion sur le cas du champ à deux composantes

Une conclusion essentielle se dégage de l'étude sur le champ à deux composantes : toute la MHD du liner s'articule autour de la pression magnétique,

donc autour de la norme du champ. Du coup le cas à deux composantes est relativement proche de celui à une seule composante. Un certain déséquilibre existe cependant, mesuré par le paramètre  $\alpha$  dans les sections précédentes. Dans les cas qui vont nous intéresser pour la densification d'énergie dans les plasmas de striction magnétique, les composantes du champ ne changent pas de signe au travers du liner. Les résultats obtenus plus haut tendent à montrer que le déséquilibre reste alors faible ( $\alpha$  est petit devant l'unité). Nous sommes donc fondés, pour les approches monodimensionnelles, à étudier cette problématique en travaillant avec un champ à une seule composante ( $B_\theta$ ), sans s'inquiéter de la généralisation au cas où serait introduite une seconde composante ( $B_z$  pour la stabilisation).

## 2.4 Comparaison avec des simulations numériques

Dans cette section sont présentées des comparaisons entre les formules précédentes et des calculs issus du code (2D) utilisé pour les chapitres suivants.

Pour estimer la qualité des formules analytiques, les paramètres globaux  $B_{ext}$ ,  $B_{int}$  et  $R$  ont été tirés du code MHD :  $R$  a été calculé comme une valeur moyenne sur la densité, après quoi  $V$  et  $a$  ont été déterminés par dérivation. Ces données ont alors été utilisées pour calculer l'épaisseur et les profils de champ magnétique et de densité à différents instants, avec l'approche analytique précédente.

### 2.4.1 Paramètres globaux

Pour fixer les idées, il est intéressant pour commencer de représenter tous les paramètres globaux intervenant dans la MHD du plasma de striction magnétique pour une implosion type. Dans cette section, nous choisissons le cas d'une simulation bidimensionnelle d'un pinch à simple coquille en tungstène sur Z, sans cible centrale ni flux piégé. La simulation correspond à celle qui est présentée dans le chapitre suivant comme simulation de référence pour le calage du code sur des résultats expérimentaux (tir Z161 avec une perturbation initiale de la densité de 4.0%).

La figure 2.11 présente l'évolution des paramètres cinétiques  $R$ ,  $V$  et  $a$  en fonction du temps. Les ordres de grandeurs  $|V| \simeq 60 \text{ cm}/\mu\text{s}$  et  $|a| \simeq 2 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$  en fin d'implosion apparaissent clairement.

Les trois courbes précédentes présentent une même évolution lente en début d'implosion : pendant près de la moitié du temps nécessaire à l'implosion,

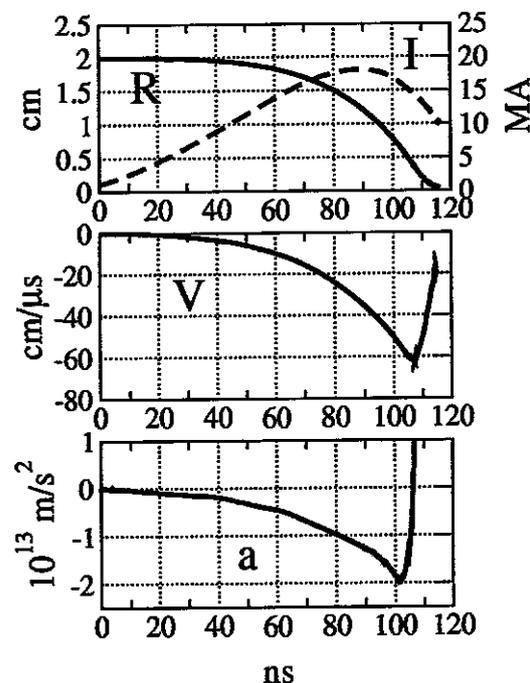


FIG. 2.11 – Evolution des grandeurs cinétiques en fonction du temps pour l'implosion d'un pinch en tungstène à simple coquille sur Z

on peut considérer que le plasma n'a pas bougé de sa position initiale. Pour se rendre compte de l'évolution des grandeurs globales pendant l'écoulement de striction magnétique proprement dit, il est en fait beaucoup plus pertinent de représenter ces grandeurs en fonction du rayon moyen  $R$ , comme sur la figure 2.12.

Cette figure appelle les commentaires suivants. D'abord, le générateur Z est capable de maintenir correctement le niveau du courant en fin d'implosion, à hauteur de  $I_{max}/2$ , malgré la forte croissance de l'inductance de la charge et une forte tension associée. Ensuite l'accélération moyenne  $a$  s'annule pour un rayon relativement grand ( $R \simeq 0.4$  cm) : ceci est dû au choix d'une simulation bidimensionnelle ; nous verrons en effet dans le chapitre suivant que le développement des instabilités conduit à la perte du couplage entre le générateur électrique et les fortes densités précisément pour ce rayon sur Z. La remontée rapide de  $a$  (jusqu'à une valeur de  $10^{14}$  m/s<sup>2</sup>) est un peu artificielle : elle correspond à la stagnation sur l'axe et n'est pas un phénomène MHD proprement dit. La valeur du champ magnétique azimuthal présentée est évaluée selon  $B_\theta = \mu_0 I / 2\pi R$ , elle est donc représentative du champ magnétique en surface externe du plasma, c'est-à-dire du champ responsable de la pression magnétique assurant l'accélération ; on retiendra l'ordre de

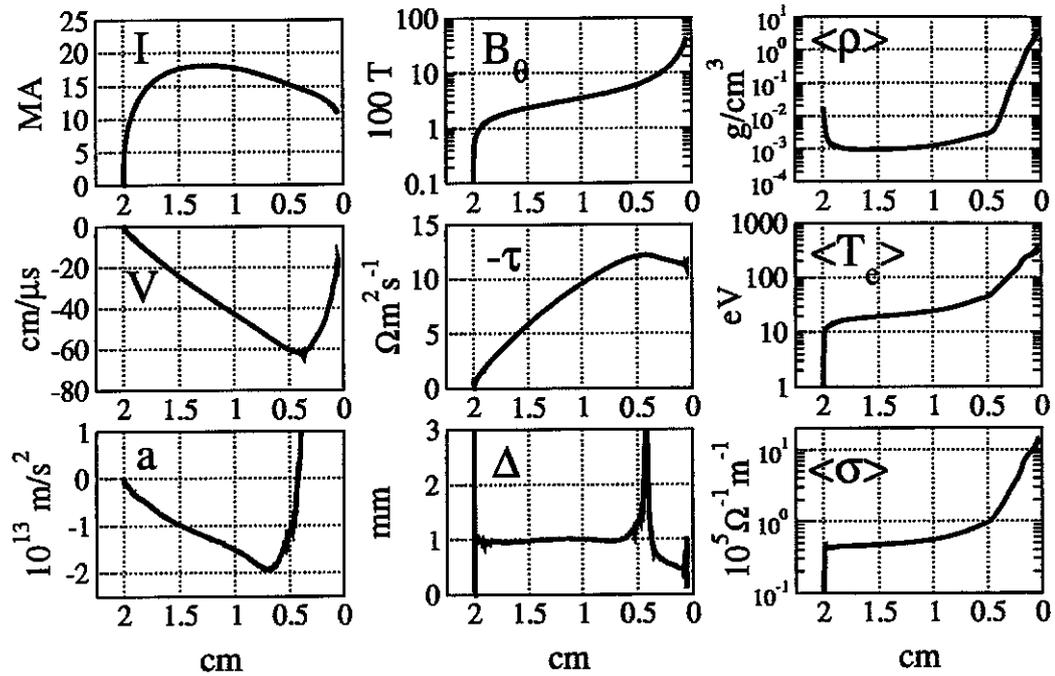


FIG. 2.12 – Evolution des grandeurs globales en fonction du rayon pour l'implosion d'un pinch en tungstène à simple coquille sur Z

grandeur de plusieurs centaines de T pendant toute l'implosion. L'épaisseur de peau dynamique  $\Delta$  quant à elle est remarquablement constante pendant toute l'implosion, égale à 1 mm, mis à part un pic infini au moment où l'accélération s'annule. La chute en fin d'implosion due à la forte décélération finale n'est pas pertinente, cette décélération étant due à l'impact sur l'axe et non à une contre-pression magnétique. Enfin, il est remarquable que les moyennes des grandeurs thermodynamiques  $\rho$  et  $T_e$  varient peu, avec des valeurs légèrement croissantes pendant la plus grande partie de l'implosion, de quelques  $\text{mg}/\text{cm}^3$  et quelques dizaines d'eV. Ceci conduit à une conductivité électrique relativement constante, égale à un peu moins de  $10^5 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ .

#### 2.4.2 Cas à une seule composante $B_\theta$

Sont présentées maintenant des simulations où un champ magnétique interne était comprimé. La figure 2.13 fournit une comparaison des profils à un instant où  $B_{\theta,int} < B_{\theta,ext}$ . La figure 2.14 correspond à un instant un peu plus tardif dans l'implosion, quand le champ magnétique interne est devenu plus grand que le champ externe :  $B_{\theta,int} > B_{\theta,ext}$ . Une valeur moyenne sur la simulation numérique de la conductivité,  $\sigma = 1.4 \times 10^5 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ , a été retenue

pour les estimations analytiques. Cette simulation a été effectuée en mode lagrangien, avec 50 cellules de masses comparables. L'accord entre simulation et théorie est excellent. La seule différence essentielle apparaît sur le profil de densité près de la face externe, avec un effet de redescente de la densité sur une échelle spatiale plus petite que l'épaisseur totale (la référence [21] propose un modèle pour cette décroissance).

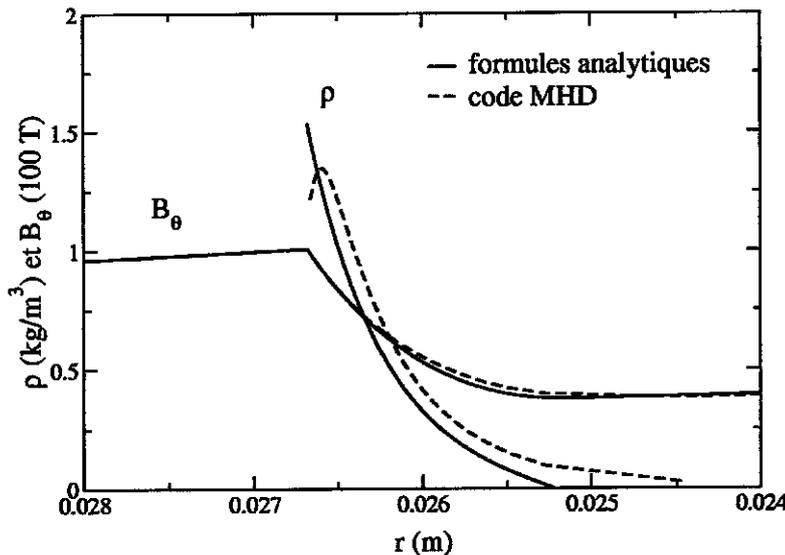


FIG. 2.13 – Comparaison des formules analytiques et d'une simulation numérique dans le cas  $B_{int} < B_{ext}$

### 2.4.3 Cas à deux composantes $B_\theta$ , $B_z$

Dans le cas à deux composantes  $B_\theta$ ,  $B_z$ , une simulation en mode eulérien est présentée sur la figure 2.15, pour une implosion depuis un rayon initial de 0.03 m. Pour les rayons  $r < 0.023$  m, un bon agrément qualitatif existe avec les profils (semi-)analytiques de la figure 2.9. Pour  $r > 0.023$  m, la simulation numérique présente un étalement sur une distance de l'ordre de grandeur de l'épaisseur. Cette différence entre les deux familles de profils s'explique de trois manières différentes : tout d'abord, la pression cinétique dans la simulation MHD n'était pas complètement négligeable (de l'ordre du dixième de la pression magnétique) induisant un étalement naturel, pour "soulager le gradient de pression cinétique". Ensuite, autre raison physique, il s'agissait d'une simulation bidimensionnelle : nous verrons au chapitre suivant que l'écoulement de striction magnétique est soumis à des instabilités qui engendrent un tel étalement ; cet argument n'est cependant pas très fort

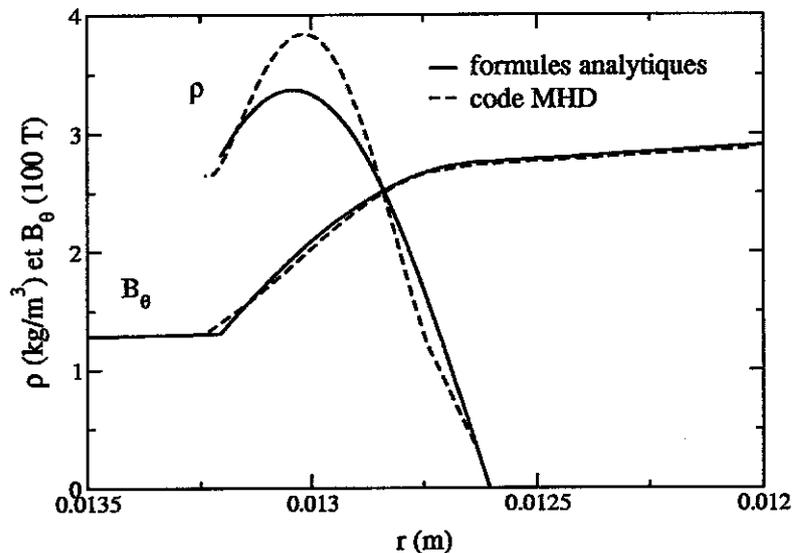


FIG. 2.14 – Comparaison des formules analytiques et d’une simulation numérique dans le cas  $B_{int} > B_{ext}$

car une simulation monodimensionnelle avec le même code conduit à des étalements du même ordre. La dernière raison est numérique : le schéma de résolution des équations est diffusif et étale artificiellement le plasma ; ceci se vérifie aisément en forçant la pression cinétique à rester à des valeurs très faibles, auquel cas l’étalement se réduit mais reste encore une fois du même ordre. Ce défaut du schéma numérique est cependant supportable car, comme nous verrons dans le chapitre suivant, il engendre un étalement millimétrique qui reste faible devant l’étalement centimétrique issu du développement des instabilités hydrodynamiques.

Pour finir, notons que, dans la simulation,  $\rho$  conserve bien une allure correspondant à la dérivée de  $B^2/2\mu_0$ . Il est également remarquable que, conformément à la prédiction analytique, le maximum de la composante  $B_z$  du champ magnétique soit au cœur du plasma et pas dans le vide interne, où se produit la compression. La simulation estime même un facteur de presque 4 entre ce maximum et la valeur de  $B_z$  dans le vide interne.

## 2.5 Conclusion

Ce chapitre nous a fourni une description de l’écoulement de striction magnétique à l’échelle de l’épaisseur du plasma. Nous avons vu en particulier le rôle essentiel du gradient de pression magnétique et la façon dont le profil

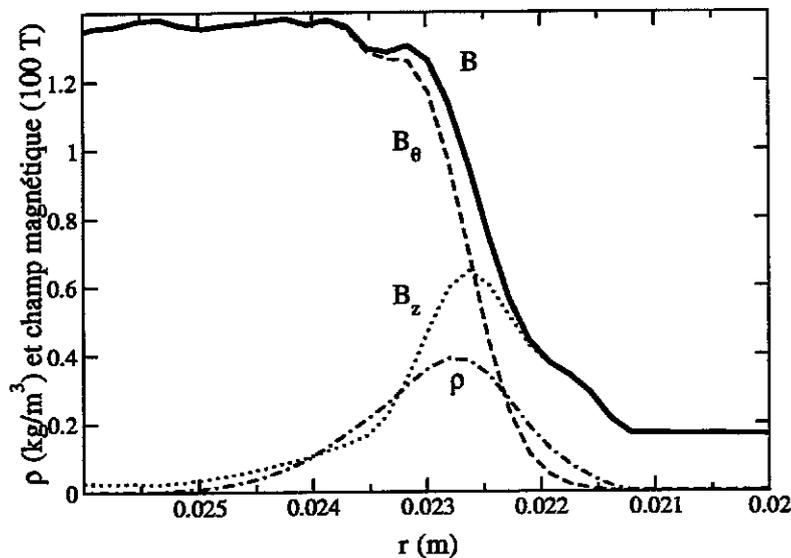


FIG. 2.15 – Profils calculés par le code dans le cas  $B_\theta, B_z$

de celle-ci et celui de la densité de masse se modélaient l'un par rapport à l'autre pour assurer une accélération uniforme. Avec pour conséquence que l'épaisseur du plasma est (la moitié de) l'épaisseur de peau "dynamique".

Nous avons également mis en évidence certaines caractéristiques du cas à deux composantes  $B_\theta, B_z$ . D'abord, ce cas n'est pas fondamentalement différent du cas à une seule composante, car c'est la pression magnétique et donc la norme du champ magnétique qui comptent et non pas les deux composantes séparées. En particulier, les épaisseurs de peau ne sont pas très différentes à une ou deux composantes : du coup, toutes les approches monodimensionnelles peuvent se faire en travaillant avec une seule composante (par exemple pour les cavités dynamiques). De plus, comme nous allons le voir dans le chapitre 3, des épaisseurs équivalentes conduisent a priori à des développements instables comparables ; mais nous avons montré que la compression de la composante  $B_z$  se fait avec un maximum au coeur du plasma (où les valeurs sont à peu près le triple de la valeur dans le vide interne) : nous pouvons donc espérer une stabilisation de l'implosion par la présence de cette composante, ce qui justifie les développements du chapitre 5.



## Chapitre 3

# Instabilités hydrodynamiques

Le chapitre précédent était centré sur l'étude monodimensionnelle du plasma lors d'une striction magnétique : seules les variations dans la direction radiale de la structure du plasma étaient considérées. Ce chapitre aborde les caractéristiques bi- et tridimensionnelles de cet écoulement, c'est-à-dire le développement des instabilités hydrodynamiques.

Nous allons voir que les instabilités essentielles sont celles dites de Rayleigh-Taylor ; les instabilités liées à la cylindricité du plasma (appelée couramment "saucisse", "en coude", ...), incontournables dans l'étude d'une colonne pleine, ne se manifestant pas lors de l'implosion d'une coquille.

L'approche choisie pour ce chapitre (et les suivants) est numérique. Les données d'entrée (le maillage, les conditions initiales régnant dans le plasma et le couplage au générateur) sont calées sur les résultats expérimentaux issus d'un tir typique, en tâchant d'ajuster le plus pertinemment possible les valeurs simulées et mesurées de variables globales : le courant en fonction du temps (source d'énergie bien simulée), l'instant du maximum du rayonnement (dynamique bien simulée), l'énergie rayonnée (transfert d'énergie électrique-cinétique-interne-rayonnée bien simulé) et le temps de montée de l'impulsion radiative (épaisseur du plasma, y compris l'effet des instabilités, bien simulée). Ces grandeurs globales étant correctement reproduites par le code, les grandeurs locales (densité de masse, température, densité de courant, ...) sont supposées pertinentes et sont exploitées pour mettre en évidence les caractéristiques de l'écoulement.

Le code utilisé est bidimensionnel à révolution cylindrique : les simulations s'effectuent dans un plan  $r$ - $z$ , ce qui permet d'étudier le développement d'inhomogénéités seulement dans la direction axiale. Dans la direction azimutale (plan  $r$ - $\theta$ ), ce développement peut être heureusement négligé : en effet, l'initiation du plasma par un réseau de fils serrés n'autorise des inhomogénéités que de petites dimensions (comparées au rayon et même à l'épaisseur du

plasma) qui sont supprimées par les "forces de tension" des lignes de champ circulaires du plan  $r-\theta$  lors de l'implosion (voir les références de [3]).

## 3.1 Calage du code

Le calage du code est effectué à partir de la simulation du tir Z161, tir typique à une seule coquille sur le générateur Z. Les caractéristiques du tir sont les suivantes : rayon initial et hauteur  $R_0 = h = 2$  cm, masse par unité de longueur  $m/h = 2.054$  mg/cm, réalisée à partir de 240 fils de tungstène de  $7.5 \mu\text{m}$  de diamètre (d'après [10]).

### 3.1.1 Maillage, conditions initiales et simulation du générateur

La simulation est réalisée avec le maillage illustré sur la figure 3.1 ; les mailles sont des carrés de  $200 \mu\text{m}$  de côté, sauf sur l'axe et près de la position initiale de la coquille, où les mailles sont ramenées selon  $r$  et progressivement sur  $2$  mm à une taille de  $50 \mu\text{m}$ , ainsi qu'au-delà de la coquille où les mailles augmentent jusqu'à  $400 \mu\text{m}$ . La coquille est initialement installée sur quatre cellules selon  $r$  dans une épaisseur totale de  $100 \mu\text{m}$ . Les considérations du chapitre précédent indiquent que les épaisseurs seront millimétriques : des mailles d'au plus  $200 \mu\text{m}$  suffisent donc à résoudre les détails de l'ordre de ces épaisseurs sans introduire d'étalement purement numérique.

Le profil de densité est tabulaire (passage direct du vide de densité  $10^{-7}$  g/cm<sup>3</sup> à la coquille de densité  $1.6 \times 10^{-2}$  g/cm<sup>3</sup>), perturbé de manière aléatoire dans la limite d'un "taux de perturbation initial" sur les  $4 \times 100$  cellules qui compose la coquille au départ. La température initiale est de  $0.03$  eV, soit à peu près la température ambiante. Cette faible température et la faible épaisseur initiale permettent de simuler un départ froid et une mise en plasma depuis un matériau solide grâce à un artifice supplémentaire : le mouvement des noeuds externes de la zone rectangulaire dans lequel est installée la coquille est interdit ; ceci permet de simuler le mouvement de contournement des fils (plan  $r - \theta$ ) avec un code supposant une symétrie de révolution cylindrique (plan  $r - z$ ).

Le générateur est simulé par un circuit  $R - L = 0.12 \Omega - 11.44$  nH et un profil temporel de tension représenté sur la figure 3.2. Cette approche consiste à limiter le générateur Z à sa partie sous vide (lignes de transmission + convolute) et à représenter la partie en amont par un générateur de tension ; elle est robuste et suffisante car les lignes de transmission sous vide sont suffisamment impédantes et longues pour que le détail de l'implosion de

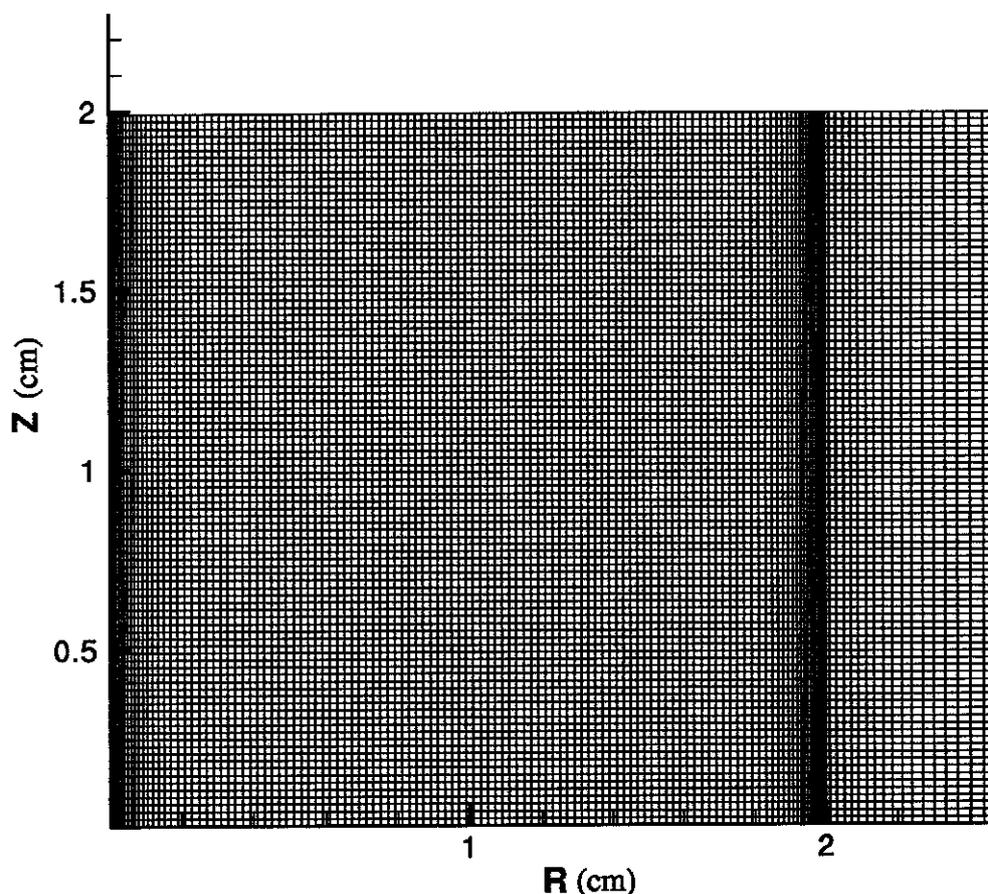


FIG. 3.1 – Maillage utilisé pour le calage du code

la charge n'influence pas la tension délivrée par la partie amont du générateur. Le précurseur de tension (visible au début de la courbe de tension) est supprimé en démarrant la simulation à  $t_0 = 80$  ns afin de réduire les temps de calcul.

La tension précédente est dégradée par un facteur 0.88 pour tenir compte de pertes de courant, dans la partie sous vide, qui ne profitent pas à la charge. Ce facteur de perte permet de caler correctement le niveau de courant circulant dans la charge et de là le temps d'implosion de la coquille, c'est-à-dire l'instant du pic de rayonnement. C'est le premier paramètre de calage, qui est d'ailleurs universel au sens où il est indépendant du code de simulation : toute modélisation par  $R - L - V(t)$  de la partie sous-vide du générateur Z demande le même facteur de perte 0.88, qu'il s'agisse d'un code de MHD (voir [2]) ou d'un code sans dimension (qui ne modélise que le mouvement du centre de gravité).

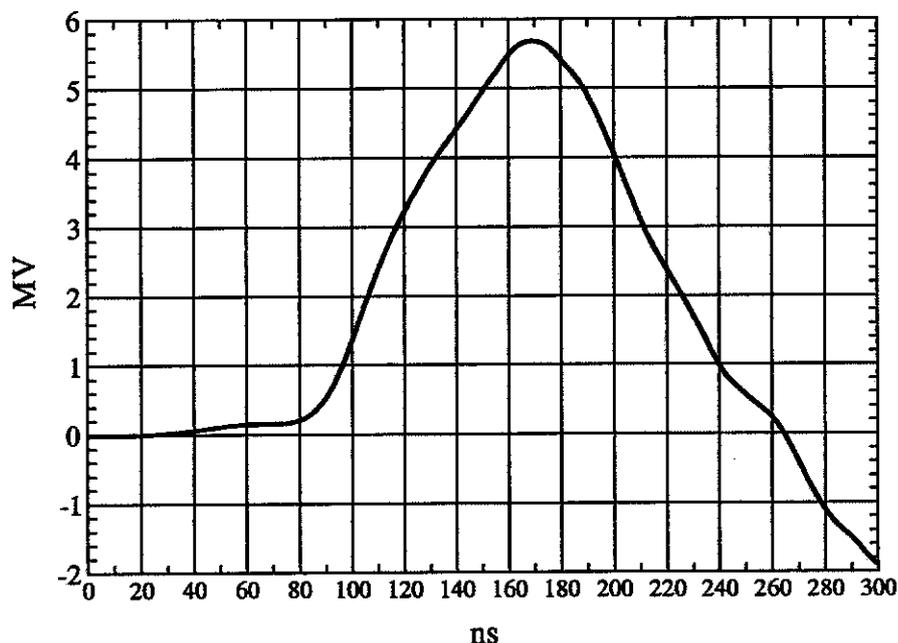


FIG. 3.2 – Tension en entrée des lignes de transmission sous vide du générateur Z

Dans ces conditions, le courant simulé dans la charge de striction magnétique monte à 18 MA en un peu moins de 100 ns, comme indiqué sur la figure 3.3. Il n'est pas possible de comparer directement le courant simulé à un courant expérimental faute de pouvoir mesurer le courant suffisamment près de la charge : pour le tir Z161, les mesures les plus proches étaient prises dans les lignes de transmission sous vide, soit à un rayon d'environ 1 m (donc très loin de la charge de rayon initial 2 cm) et fournissent des courants montant jusqu'à 20 MA en un temps plus long. L'exploitation directe de tel courant ne permet pas de simuler correctement un paramètre aussi global que le temps d'implosion de la charge (c'est-à-dire sa dynamique moyenne), faute de tenir compte des pertes de courant entre le point de mesure et la charge (pertes non-négligeables de près de 2 MA).

### 3.1.2 Calage du code sur les données expérimentales

Le calage correct du temps d'implosion se fait de la manière suivante. L'instant  $t = 0$  est déterminé par le prolongement de la partie (à peu près) linéaire de la montée du courant et permet de caler temporellement simulation et expérience ; en effet, les pertes de courants interviennent lorsque la charge crée une tension  $I \frac{dL}{dt}$ , c'est-à-dire lors de son mouvement final rapide

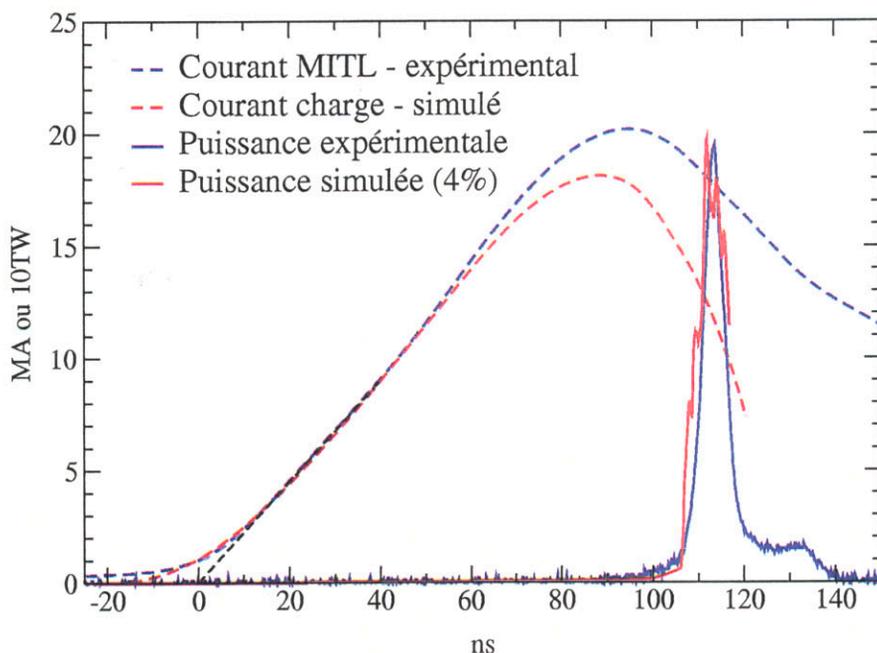


FIG. 3.3 – Courants et puissances rayonnées (tir Z161)

et il est raisonnable de confondre le début du courant simulé dans la charge et du courant mesuré dans les lignes de transmission sous vide<sup>1</sup>. Le facteur de perte appliqué à la tension est alors calé pour obtenir un pic de rayonnement correctement placé dans le temps par rapport au pic expérimental : sur la figure 3.3, l'erreur est seulement de 2 ns pour une dynamique globale de 114 ns.

L'étape suivante du calage du code par rapport à l'expérience consiste à travailler sur le taux de perturbation initial de la densité pour ajuster le profil temporel du pic de rayonnement et son maximum. La figure 3.4 fournit les données brutes des pics de rayonnement en fonction du taux de perturbation initial et, à titre de comparaison, le pic expérimental<sup>2</sup>; toutes les courbes ont

<sup>1</sup>Le courant expérimental circulant dans les lignes de transmission sous vide a été obtenu à partir de l'intégration des signaux bm (pour "b-dot" - boucle de mesure du champ B par induction - et "mitl" - magnetically insulated transmission line) en additionnant pour chacune des lignes a,b,c,d du générateur Z la moyenne sur les directions 60°, 100°, 180°, 220°, 300° et 340°.

<sup>2</sup>Le pic expérimental est obtenu comme suit. Le profil temporel est celui de la mesure xrd5a1km, c'est-à-dire celle d'une diode XRD filtrée par du Kimfol, qui reproduit correctement la dérivée des profils enregistrés par les bolomètres non-filtrés (résultat empirique). Elle est normalisée à 195 TW d'après la valeur de la puissance rayonnée maximale fournit dans la référence [10]. Dans ces conditions, la courbe obtenue représente correctement la puissance rayonnée sur tout le spectre.

été recalées temporellement sur le maximum du rayonnement. Les figures 3.5 et 3.6 représentent la puissance maximale rayonnée et le temps de montée de l'impulsion radiative en fonction du taux de perturbation initial. Le temps de montée est défini ici comme le temps écoulé pour passer de 10 à 90 % de la valeur maximal du rayonnement.

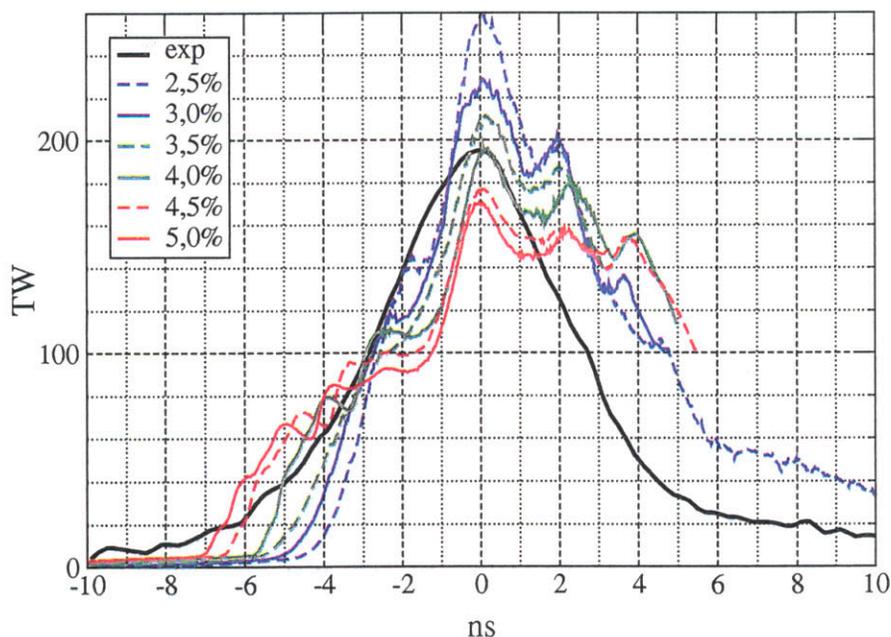


FIG. 3.4 – Puissances rayonnées en fonction du temps et du taux de perturbation initial de la densité (tir Z161)

Il n'est pas possible de simuler l'énergie totale rayonnée puisqu'une bonne partie de cette énergie (environ 1/3) prend sa source dans des phénomènes qui ne sont pas simulés par un code MHD à symétrie de révolution (voir le chapitre 1). Pour les mêmes raisons, la redescente du pic de rayonnement n'est pas correctement estimée. Ce que les simulations présentées ici sont capables de calculer, c'est essentiellement la thermalisation de l'énergie cinétique acquise pendant l'implosion. Le calage doit permettre le calcul d'un champ de densité et d'un champ de vitesse qui assurent un débit correcte d'énergie cinétique thermalisée au moment de l'impact. En supposant la vitesse uniforme et constante (approximation grossière), le pic de rayonnement simulé représente une moyenne selon  $z$  du profil de densité juste avant l'impact. Il est ainsi raisonnable de considérer que le début de l'impulsion radiative est correctement simulé, jusqu'aux instants qui suivent le maximum de puissance, c'est-à-dire tant que la thermalisation de l'énergie cinétique (seul phénomène correctement simulé) est assurément le mécanisme essentiel de production

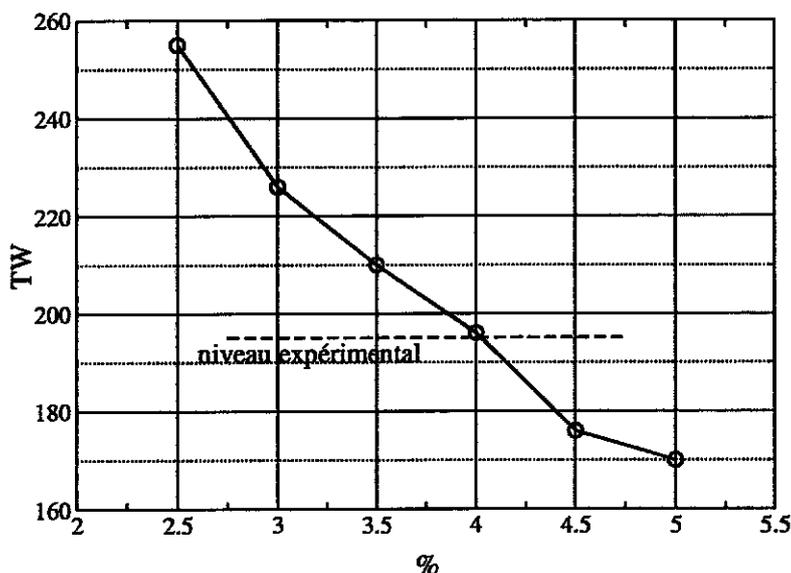


FIG. 3.5 – Puissance rayonnée maximale en fonction du taux de perturbation initial de la densité

d'énergie dans l'expérience.

Dans ces conditions, le calage du taux de perturbation initial de la densité doit se faire sur la puissance maximale rayonnée ou sur le temps de montée de l'impulsion radiative. Les auteurs de [10] calent leur code sur la puissance maximale et obtiennent des caractéristiques temporelles plus courtes dans la simulation que dans l'expérience (3 ns au lieu de 4 à 5 ns). Ceci n'est pas satisfaisant pour l'étude du développement des instabilités : cela signifie que l'épaisseur (moyenne selon  $z$ ) simulée est trop faible et que le taux de perturbation n'a pas permis un développement suffisamment fort des instabilités pour obtenir la bonne épaisseur (approximativement le temps de montée de l'impulsion radiative est le rapport de l'épaisseur à mi-hauteur sur la vitesse moyenne à l'impact, c'est-à-dire le temps pour thermaliser la moitié interne du plasma). De plus, il est naturel de penser que des mécanismes de chauffage non-simulés augmentent la puissance rayonnée et donc de préférer simuler des puissances plus faibles que la valeur expérimentale.

Pour les simulations présentées ici, la puissance maximale rayonnée est correctement simulée pour un taux de 4.0% (195 TW-5.0 ns) et le temps de montée par un taux de 4.2% (188 TW-5.2 ns). La proximité de ces deux résultats est fort heureuse. Nous considérerons dans la suite que la simulation à 4.0% est la simulation correctement recalée.

A noter pour finir que le modèle radiatif a été calé pour limiter le maximum de l'énergie interne à environ 200 kJ : une seule direction de propagation

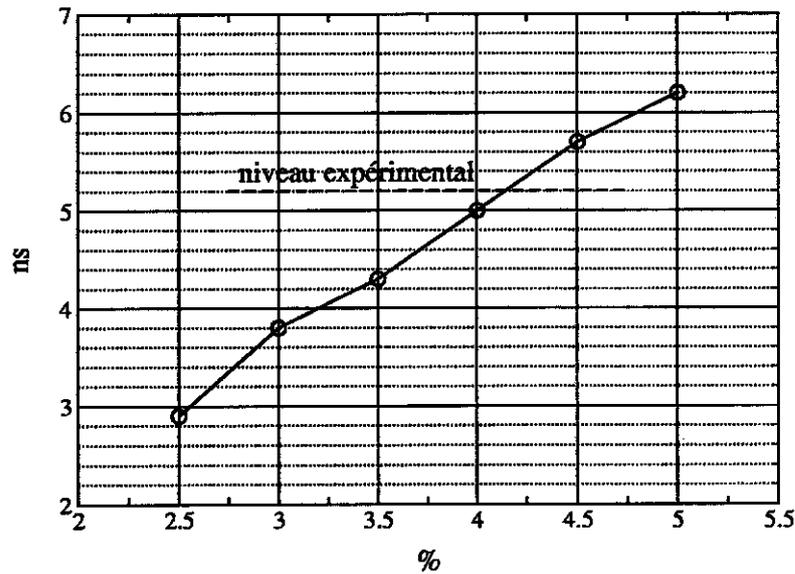


FIG. 3.6 – Temps de montée de l'impulsion radiative en fonction du taux de perturbation initial de la densité

- la direction radiale, c'est-à-dire la direction principale pour le transport du rayonnement - et quatre groupes de fréquences -  $[0; 200 \text{ eV}]$ ,  $[200; 600 \text{ eV}]$ ,  $[600 \text{ eV}; 1 \text{ keV}]$ ,  $[1 \text{ keV}; 10 \text{ keV}]$ . Une série de simulations 1D avec un modèle radiatif de plus en plus riche en groupes de fréquences montre une décroissance progressive du maximum de l'énergie interne, depuis 400 kJ pour les modèles offrant le moins de canaux de refroidissement à 160 kJ - valeur à peu près asymptotique - pour les modèles les plus élaborés : le choix précédent correspond à un bon compromis entre la recherche d'une simulation correcte de la physique mise en jeu et le besoin de limiter les temps de calculs.

Le calage sur des paramètres globaux étant réalisé, nous allons considérer que le calcul fourni par le code est juste et permet d'étudier les caractéristiques 2D de l'écoulement.

## 3.2 Analyse des champs en deux dimensions

### 3.2.1 Evolution du champ de densité

Il est intéressant d'étudier les champs 2D du plan  $r - z$  de la simulation calée sur l'expérience. Les figures 3.9 à 3.13 (cf page 100), présentent le champ de densité à différentes étapes de l'implosion, en échelle logarithmique. L'instant  $t = 0$  est celui de la figure 3.3 ; les échelles de longueur sont en cm ;

le rayon initial était de 2 cm.

La figure 3.9 correspond au tout début du mouvement d'implosion. Un plasma précurseur de densité de l'ordre de  $10^{-5}$  g/cm<sup>3</sup> s'est étendu jusqu'au rayon 1.2 cm, à une vitesse de 10 cm/ $\mu$ s. Ce plasma est magnétisé et parfaitement homogène selon  $z$ . Les hautes densités ( $> 10^{-3}$  g/cm<sup>3</sup>) sont également très homogènes, la perturbation initiale de l'ordre du pourcent n'est perceptible que pour les maxima.

Après 5 mm de course (figure 3.10), les instabilités hydrodynamiques se manifestent sur la face externe avec une amplitude faible par rapport à l'épaisseur du plasma. Les longueurs d'onde qui dominent sont de l'ordre de 1 mm. Globalement, la structure peut encore être considérée comme monodimensionnelle. Le plasma précurseur a continué son implosion de façon autonome, son front est arrivé au rayon 9 mm.

A l'instant  $t = 94.0$  ns, le plasma a parcouru 1 cm (figure 3.11). La structure initialement 1D a été rongée depuis sa face externe jusqu'à environ la moitié de son épaisseur. La moitié externe est ainsi très perturbée, avec 13 aiguilles de plasma à peu près régulièrement espacées sur la hauteur de 2 cm, soit une longueur d'onde des instabilités dominantes de 1.5 mm environ. Des îlots de densités sont visibles à la base des aiguilles les plus marquées. Le plasma précurseur va bientôt être rattrapé par les hautes densités.

La figure 3.12 correspond à un instant critique pour l'écoulement de striction magnétique : le plasma a été rongé sur toute son épaisseur et la perturbation qui l'a traversé s'apprête à déboucher sur sa face interne. Sa structure a maintenant acquis les caractéristiques qu'elle conservera jusqu'à la fin de l'implosion : des bulles de champ magnétique qui pénètrent la matière, séparées par de longues aiguilles de plasma (près d'un cm) à la base desquelles la matière s'accumule en îlots de densité.

Après 2 mm de course supplémentaire (figure 3.13), plusieurs bulles de champs magnétiques ont totalement débouché et s'apprêtent à toucher l'axe tandis que les aiguilles continuent de grandir. Le développement des instabilités est arrivé à saturation ; la longueur d'onde entre aiguilles en particulier s'est stabilisée à  $\lambda \simeq 2$  mm. Les vitesses (radiales) atteintes dans les différentes parties du plasma sont les suivantes : au coeur des bulles qui ont débouchées, 150 cm/ $\mu$ s, au niveau des îlots de densité, 60 à 70 cm/ $\mu$ s et dans les basses densités des aiguilles, 40 cm/ $\mu$ s. La pénétration des bulles pousse le plasma "sur les côtés" (vers les îlots), générant une composante axiale de la vitesse, alternativement positive et négative, de l'ordre de 20 cm/ $\mu$ s.

Cette description qualitative du développement des instabilités montre déjà que les principales instabilités auquel l'écoulement de striction magné-

tique est soumis sont celles dites de Rayleigh-Taylor<sup>3</sup>. La formation de bulles et d'aiguilles lors de la poussée d'un fluide lourd par un fluide léger est en effet tout-à-fait caractéristique de celles-ci.

Les figures suivantes présentent le champ de densité pendant la phase de thermalisation sur l'axe, c'est-à-dire la formation du "Z-pinch" proprement dit. La figure 3.14 correspond à l'instant du maximum de la puissance rayonnée; il est remarquable qu'à cet instant la matière ne soit pas encore entièrement ramassée sur l'axe d'implosion : le Z-pinch a une structure "tentaculaire", ses bras étant les restes des aiguilles issues des instabilités développées pendant l'implosion. La figure 3.15 fournit pour finir une image de la structure dans la redescende de l'impulsion radiative, quand commence le rebond des régions du plasma qui sont arrivées le plus tôt sur l'axe; le Z-pinch simulé est alors une colonne d'à peu près  $100\ \mu\text{m}$  de rayon (donc non correctement résolue puisque l'épaisseur des mailles est de  $50\ \mu\text{m}$ ) et de densité au coeur de quelques  $\text{g}/\text{cm}^3$ , entourée d'un halo chutant à quelques  $10^{-5}\ \text{g}/\text{cm}^3$ .

La représentation avec une échelle logarithmique tend à donner l'impression que le plasma est très étalé. La figure 3.16 en échelle linéaire rectifie cette image. Elle montre en particulier que les instabilités étalent le plasma sur environ 3 mm, soit un facteur à peu près 3 par rapport à l'épaisseur 1D. Elle montre aussi combien les ponts de plasmas restant en avant des bulles magnétiques sont ténus. Dans le cas d'un plasma de striction magnétique, il ne faut cependant pas perdre de vue que l'interaction entre le plasma (fluide lourd) et le champ magnétique (fluide léger) est pilotée par la conductivité électrique : ce n'est pas directement à la densité que le champ magnétique est sensible mais à la conductivité. Or cette conductivité s'abaisse d'à peine un ordre de grandeur (de 1 à  $0.1\ \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ ) quand la densité chute de 3 ordres (de quelques  $10^{-3}\ \text{g}/\text{cm}^3$  à quelques  $10^{-6}\ \text{g}/\text{cm}^3$ ), comme le montre la comparaison des figures 3.17 et 3.13, car le plasma est en régime Spitzer. La représentation logarithmique de la densité fournit donc la vision correcte pour comprendre la pénétration du champ magnétique et le choix des canaux pour le passage du courant.

### 3.2.2 Caractéristiques MHD des instabilités

Nous abordons la question du caractère proprement MHD des instabilités de l'écoulement de striction magnétique, où le fluide léger qu'est le champ magnétique ( $\rho = 0$ ) pousse le fluide lourd qu'est le plasma.

La diffusion du champ magnétique est le phénomène le plus remarquable.

---

<sup>3</sup>Plus exactement de Taylor-Birkhoff puisque la géométrie est cylindrique.

Nous venons de voir que la conductivité dans les aiguilles était plus faible que dans les hautes densités du plasma : vu leur faible épaisseur, le champ magnétique y diffuse rapidement et y installe une structure 1D dans toute leur longueur comme s'il s'agissait du vide ( $B_\theta$  en  $1/r$ ) comme le montre la comparaison du champ de pression magnétique  $B_\theta^2/2\mu_0$  de la figure 3.18 avec le champ de densité de la figure 3.12. A noter que la pression cinétique est toujours inférieure à 2% de la pression magnétique dans les hautes densités et inférieure au millième dans les basses densités (sauf dans le plasma précurseur où les deux formes de pression sont du même ordre) : l'hypothèse de pression cinétique négligeable du chapitre précédent est donc bien vérifiée.

Ce phénomène de diffusion rapide dans les aiguilles a des conséquences essentielles. Les aiguilles ne voient plus en effet un fort gradient de pression magnétique : elles ne sont donc plus accélérées et continuent leur course vers le coeur en balistique. Ceci explique que leur vitesse soit plus faible que celle des îlots de densité. Cette vitesse est en fait la vitesse moyenne de l'écoulement au moment où la diffusion isole les aiguilles ; si on reprend la série des figures représentant le champ de densité, on se rappelle que le développement des instabilités devient fort au rayon  $R = 1$  cm et on ne s'étonne pas que la vitesse finale des basses densités des aiguilles soit celle de l'écoulement à ce rayon, soit environ 40 cm/ $\mu$ s. Les îlots de densité continuent d'être accélérés par le gradient de pression magnétique et leur vitesse finale est à peu près celle prédite par l'estimation analytique (section 1.1.4)  $V_f = 3R_0/\tau \simeq 3 \times 2/0,1 = 60$  cm/ $\mu$ s. Au passage, la vitesse finale du coeur des bulles n'est pas correctement estimée par la formule indiquée dans [8],  $V_{bulle} = \sqrt{a\lambda}$ . En effet l'accélération finale est estimée de la même façon que la vitesse par  $a_f = 9R_0/\tau^2$  soit  $a_f \simeq 2 \times 10^{13} m.s^{-2}$  ;  $\lambda \simeq 2$  mm fournit alors  $V_{bulle} \simeq 20$  cm/ $\mu$ s, un ordre de grandeur en dessous de la vitesse simulée. Ceci s'explique par le fait que les bulles débouchent dans le vide interne au lieu de continuer dans un milieu dense, par conséquent leur vitesse peut croître indéfiniment.

La diffusion dans les aiguilles explique également comment le mode dominant des instabilités est sélectionné. En effet, sa longueur d'onde est  $\lambda \simeq 2$  mm soit environ deux fois l'épaisseur de peau 1D :

$$\lambda_{dominant} \simeq 2\Delta$$

Qualitativement, il est clair que les longueurs d'onde plus grandes ne sont initiées par rien (les montages expérimentaux en cages de fils fournissent des structures dont les défauts ne sont que de quelques dizaines de  $\mu$ m dans le plan  $r - z$ ). Les longueurs d'ondes plus petites sont gommées par la diffusion du champ magnétique. Les seules longueurs d'onde capables de se développer au point de perturber la structure sont ainsi de l'ordre de l'épaisseur de

peau, c'est-à-dire l'échelle spatiale 1D. Avec une épaisseur  $\delta R = \Delta/2 \simeq \lambda/4 \simeq 0.5 \text{ mm}$ , ceci nous conduit à des rapports d'aspect exploitables pour un plasma de striction magnétique de l'ordre de  $R_0/\delta R = 40$ . L'estimation monodimensionnelle  $\delta R = \Delta/2$  est cependant un peu optimiste : dans la réalité, le plasma est un peu plus étalé (par diffusion sur la face externe et développement des instabilités) et le facteur  $1/2$  est ramené à  $1/1.5$  voir 1 ; nous pouvons donc retenir des valeurs du rapport d'aspect exploitable comprises entre 20 et 30.

Il est intéressant également d'analyser le champ du "courant enlacé"  $i(r, z) = 2\pi/\mu_0 \cdot r B_\theta$  : avec l'hypothèse de symétrie de révolution cylindrique, ce champ représente en effet en tout point le courant qui circule au travers du disque de rayon  $r$ , grâce à la loi d'Ampère. Ce champ permet ainsi de visualiser le lieu de passage du courant. La figure 3.19 correspond à l'instant qui précède l'impact, le même que celui des figures 3.13 et 3.16. En se rappelant par exemple que le vecteur densité de courant est la dérivée du champ magnétique (en plan), le canal du courant correspond à la région de variation du courant enlacé. En dehors des régions des bulles, le courant circule dans une région fine correspondant aux fortes densités. Dans les régions où les bulles ont débouchées en face interne, le courant est repoussé vers les grands rayons ( $r \simeq 1 \text{ cm}$ ). Ceci s'explique de deux façons différentes : premièrement, les aiguilles très développées de part et d'autre de ces bulles se sont raccordées, offrant au courant un chemin de faible inductance ; deuxièmement, les très hautes vitesses atteintes par le pont de plasma en avant des bulles crée une tension  $I\dot{L}$  qui en chasse le courant. On retiendra qu'au moment où les bulles débouchent en face interne, situation dramatique pour la structure du plasma, le courant est chassé des fortes densités. Le couplage entre le générateur et la partie la plus importante de la masse n'est donc plus assuré. Le rayon  $R_0 = 2 \text{ cm}$ , en régime 100 ns, étant expérimentalement le rayon de couplage énergétique optimal entre charge et générateur, ceci nous fournit un modèle : le couplage optimal est obtenu pour un rayon autorisant un développement des instabilités jusqu'au point où le couplage entre le générateur et le gros de la masse à accélérer est perdu, point qui correspond à l'explosion en face interne des bulles de champ magnétique.

Pour finir avec les aspects MHD des instabilités, notons que le fluide léger (le champ magnétique) n'offrant aucune viscosité, aucune force de cisaillement ne vient déformer les aiguilles de plasma "en champignon" (instabilités de Kelvin-Helmholtz) et elles restent pointues sur de grandes longueurs.

### 3.3 Analyse globale des instabilités

Nous nous intéressons maintenant à l'étude quantitative des instabilités.

#### 3.3.1 Mesure du développement des instabilités

Pour quantifier le développement des instabilités, nous allons utiliser une mesure globale. Elle fournit un paramètre sans dimension, noté  $\Delta M$ , qui estime le niveau d'inhomogénéité de la densité selon la direction  $z$  : il vaut 0 si le plasma est parfaitement 1D (variations uniquement avec  $r$ ) et autour de 1 s'il est complètement perturbé (variations de 100% de la densité selon  $z$  pour tous les rayons). Son calcul s'effectue en deux étapes. La première consiste à calculer le profil moyen (selon  $z$ )  $\bar{\rho}(r)$  de la densité. La seconde à calculer  $\Delta M$  comme l'écart à cette moyenne ramené à la masse totale  $m$  du plasma (pour garder un nombre sans dimension). D'où les formules suivantes :

$$\bar{\rho}(r) = \frac{\int \rho(r, z) dz}{\int dz}$$
$$\Delta m = \int \int |\rho(r, z) - \bar{\rho}(r)| 2\pi r dr dz$$
$$\Delta M = \frac{\Delta m}{m}$$

Cette mesure est présentée dans [29] sous le nom de "fraction de la masse impliquée" (dans les instabilités) : nous avons vu un peu plus haut que la structure initialement 1D est rongée progressivement depuis sa face externe par les instabilités, qui laissent derrière elles une structure complètement perturbée (où alternent (selon  $z$ ) des régions de quasi-vide et des régions denses); dans ces conditions, la mesure précédente représente effectivement la fraction de la masse du plasma qui a été désagrégée par les instabilités.

Dans ce même article, les auteurs proposent de représenter  $\Delta M$  en fonction de la "fraction de la distance parcourue"  $\Delta X$  :

$$\Delta X = \frac{R_0 - R(t)}{R_0}$$

où  $R(t)$  est le rayon moyen du plasma. La courbe obtenue pour la simulation du tir Z161 sur laquelle a été calé le code est présentée sur la figure 3.7 (trait plein).

Pour cette simulation, la perturbation initiale de la densité était de 4% d'où la valeur initiale  $\Delta M_0 = 0.02$ . La décroissance de  $\Delta M$  entre  $\Delta X = 0$  et  $\Delta X = 0.0360$  de la valeur 0.02 à la valeur 0.0057 correspond à l'émission

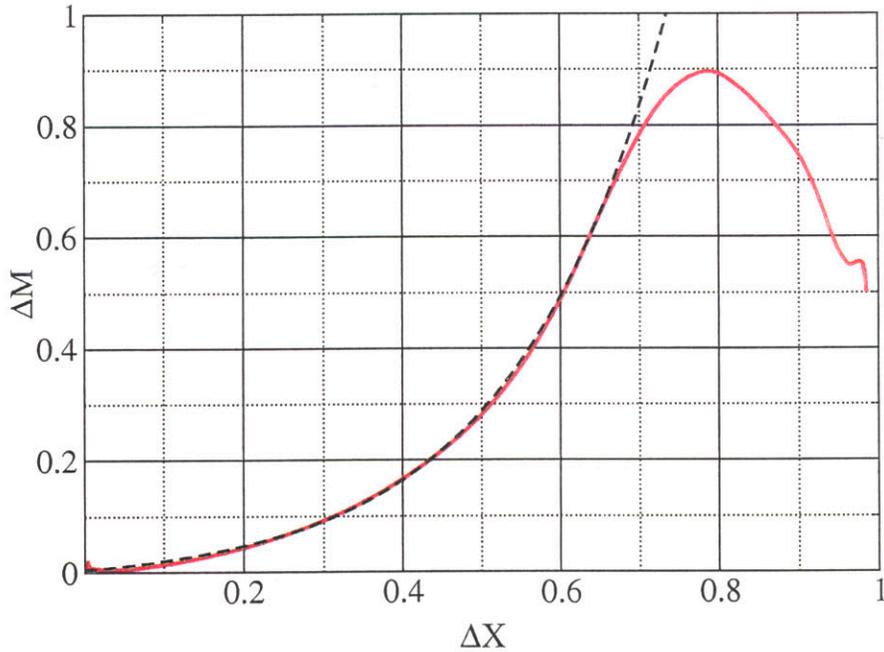


FIG. 3.7 – Mesure du développement des instabilités en fonction de la fraction de la distance parcourue pour une implosion depuis un rayon initial de 2 cm (trait plein)

de plasma précurseur, très homogène, sur une épaisseur millimétrique. Le développement des instabilités est ensuite en exponentielle jusqu'à la valeur  $\Delta M = 0.7$  ( $\Delta X = 0.67$  et  $R = 0.66$  cm) avec un accord remarquable avec la formule analytique  $\Delta M = 0.02 \times (e^{5.1(\Delta X + 0.0360)} - 1)$  (en pointillé sur la figure). Nous reviendrons plus loin sur cette dépendance exponentielle. Au-delà de cette valeur, le développement des instabilités s'éloigne de ce régime pour présenter un maximum  $\Delta M = 0.9$  (en  $\Delta X = 0.79$ ,  $R = 0.42$  cm). Quand le centre de gravité (dans le plan r-z) atteint cette valeur  $\Delta X = 0.79$  commence l'impact sur l'axe du plasma le plus en avance dans l'implosion, ce qui explique la décroissance de  $\Delta M$  qui suit, la stagnation installant une structure homogène sur l'axe.

Cette mesure  $\Delta M$  est extrêmement utile et va nous permettre d'explorer les propriétés des instabilités. Dans les chapitres suivants, elle nous permettra en particulier de quantifier la limitation sur leur développement apportée par des modifications du schéma à simple coquille de plasma (avec l'ajout d'une structure interne ou d'un champ magnétique  $B_z$ ).

### 3.3.2 Propriétés des instabilités et couplage optimal

A priori, le développement des instabilités peut dépendre de toutes les caractéristiques de l'implosion, comme le rayon initial, le niveau de courant atteint, le temps écoulé... La figure 3.8 montre une propriété tout-à-fait remarquable des instabilités hydrodynamiques d'un écoulement de striction magnétique : pour un régime de temps de montée du courant (ici 100 ns), le développement des instabilités ne dépend que de la distance parcourue  $\Delta R$ . En effet, sur cette figure, est représentée  $\Delta M$  en fonction de  $\Delta R$  (en cm) pour des simulations correspondant aux quatre rayons initiaux  $R_0 = 1, 2, 3, 4$  cm et aux deux niveaux de courant 20 et 60 MA (la simulation  $R_0 = 1$  cm et  $I_{max} = 60$  MA n'a pas abouti). Pour la partie en exponentielle au moins et mise à part le petit rayon (1 cm), les courbes sont presque identiques.

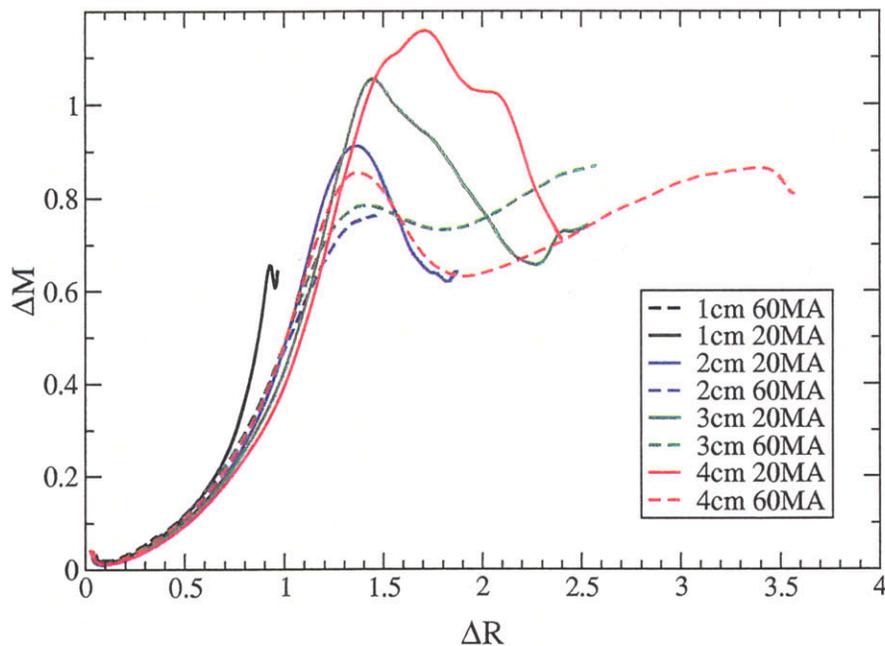


FIG. 3.8 – Mesure  $\Delta M$  en fonction de la distance parcourue (cm) pour  $R_0 = 1, 2, 3, 4$  cm et  $I_{max} = 20$  et 60 MA

Ce résultat montre que, hormis peut être aux petits rayons initiaux, les effets de cylindricité sont négligeables. En effet, la pression magnétique chutant en  $1/r^2$ , le développement des instabilités devrait être, pour un même niveau de courant, très différent depuis les rayons initiaux  $R_0 = 2$  cm et  $R_0 = 4$  cm si les instabilités liées à la cylindricité du plasma ("saucisse", "coude", ...) se manifestaient. Bien au contraire, la série de simulations précédente montre que seule la mise en mouvement du plasma par le champ magnétique joue

un rôle dans le développement des instabilités.

L'analyse suivante rappelle que seul le déplacement compte pour le développement des instabilités de Rayleigh-Taylor. Pour un mode "pur" ( $\lambda$  fixée), l'amplitude de ces instabilités se développent en phase linéaire selon

$$e^{\int \sqrt{ka(t)} dt}$$

En faisant l'hypothèse (grossière) que  $a(t)$  est constante, soit  $\Delta R(t) = \frac{1}{2}at^2$ , et avec  $k = 2\pi/\lambda$ , cette expression devient :

$$e^{\sqrt{4\pi \frac{\Delta R}{\lambda}}} = e^{\sqrt{4\pi \frac{R_0}{\lambda} \Delta X}}$$

Supposer  $I(t) \propto t$  soit  $a(t) \propto t^2$  ne fait que modifier le facteur  $4\pi$  (de même avec  $I(t) \propto \sin(t)$ ). Il apparaît donc que, pour les instabilités de Rayleigh-Taylor, le développement des instabilités ne dépend que du déplacement  $\Delta R$  ou encore de  $\Delta X$ . Ceci montre, parallèlement à la description qualitative de la section précédente, que les principales instabilités à considérer dans un écoulement de striction magnétique sont celles de Rayleigh-Taylor.

Cette analyse explique également la dépendance en exponentielle entre  $\Delta M$  et  $\Delta X$ . Par contre, l'absence de la racine dans la formule de la section précédente ne s'explique pas par une approche aussi simple. Il faudrait tenir compte de l'évolution du mode dominant et de la compétition entre modes purs (nous avons vu dans la description des champs de densité que la longueur d'onde du mode dominant variait, passant progressivement de 1 mm à 2 mm). Une telle approche conduirait à modifier le taux de développement des instabilités avec l'apparition de termes en  $kV dt = k\Delta R$  en dehors de la racine (un peu comme dans [23]).

En se rappelant que la longueur d'onde du mode dominant se stabilise à peu près à la valeur de l'épaisseur de peau,  $\lambda \simeq 2\Delta$ , cette approche montre également que la bonne mesure sans dimension du déplacement n'est pas la fraction de la distance parcourue,  $\Delta X = \Delta R/R_0$ , mais le rapport d'aspect  $\Delta X' = \Delta R/\Delta$  où  $\Delta$  est la valeur de l'épaisseur de peau 1D (celle-ci ne varie pas beaucoup durant l'implosion, voir par exemple la figure 2.12 page 78).

En se rappelant les considérations de la section 3.2.2, notre analyse montre finalement qu'il existe un rapport d'aspect critique  $(\Delta R/\Delta)_{crit}$  au-delà duquel le couplage entre générateur et haute densité du plasma est perdu, correspondant à un déplacement critique  $\Delta R_{crit} = (\Delta R/\Delta)_{crit} \times \Delta$ , vu que  $\Delta$  est une grandeur purement monodimensionnelle. La recherche du couplage optimal conduit donc à choisir des rayons initiaux  $R_0$  inférieurs au rayon maximal  $R_{0,max} = \Delta R_{crit}$ . L'épaisseur de peau variant comme la racine du temps de

montée du courant<sup>4</sup>  $\sqrt{\tau}$ , il doit donc y avoir, pour une implosion de striction magnétique, un rayon initial maximal  $R_{0,max} = \Delta R_{crit} = (\Delta R/\Delta)_{crit} \times \Delta \propto \sqrt{\tau}$ .

Sur les générateurs de temps de montée  $\tau \simeq 100$  ns (Saturn et Z par exemple), ce rayon est expérimentalement de 2 cm. Ceci nous permet donc d'écrire que le rayon initial maximal (au-delà duquel les instabilités détériorent le couplage avec le générateur) pour un plasma de striction magnétique est donné par :

$$R_{0,max} = \Delta R_{crit} \simeq 2(\text{cm})\sqrt{\tau/100 \text{ ns}} \quad (3.1)$$

Par exemple pour un temps de montée de  $1 \mu\text{s}$ , ce rayon maximal est de 6,3 cm. Cette valeur est confirmée par les expériences réalisées sur le générateurs ECF2 du Centre d'Etudes de Gramat, qui montrent que les effets des instabilités restent limités lors d'expérience à rayon  $R_0 = 5$  cm, puisque la dégradation des performances par rapport à un calcul monodimensionnel n'est que de 20% (tirs de compression de flux).

### 3.4 Conclusion

Ce chapitre montre que, contrairement à l'image que pouvaient en donner les deux premiers, l'écoulement de striction magnétique est très instable. Nous avons démontré que les principales instabilités auxquelles était soumis l'écoulement de striction magnétique étaient les instabilités de Rayleigh-Taylor. Pour un régime d'épaisseur donné, le développement de ces instabilités ne dépend que de la distance parcourue. Nous avons montré que, en régime  $\tau = 100$  ns, le développement des instabilités devenait fort après un déplacement d'un peu plus d'un cm. Mieux : nous avons démontré ici que le couplage optimal avec le générateur correspond à laisser se développer les instabilités jusqu'à la limite après laquelle la structure est totalement détruite et où le générateur n'agit plus que sur une faible portion de la masse. Ceci justifie l'approche des chapitres 1 et 2 : les instabilités, mêmes si elles se développent fortement, peuvent être considérées comme une perturbation qui ne fait que limiter le rayon initial.

Notre analyse montre que la seule échelle caractéristique qui compte pour le développement des instabilités est l'épaisseur de peau monodimensionnelle  $\Delta \propto \sqrt{\tau}$ . C'est elle qui détermine les longueurs d'onde les plus perturbantes.

---

<sup>4</sup>La conductivité Spitzer ne dépendant presque pas de la densité et les températures étant maintenues autour de 10 à 30 eV quelque soient le niveau du courant  $I$  et le rayon initial  $R$ , la conductivité électrique ne s'exprime pas dans l'estimation de  $\Delta$ .

C'est elle aussi qui fixe le rayon initial maximal acceptable, ce qui conduit à la formule (3.1), d'une grande importance pratique.

Le développement des instabilités au-delà d'un déplacement d'un cm (régime 100 ns) est cependant trop fort pour conserver une structure suffisamment ramassée (recherche de fortes puissances rayonnées pour cavité statique) ou suffisamment opaque (cavité radiative dynamique). C'est pourquoi les solutions envisagées dans les chapitres suivants pour améliorer les performances des cavités radiatives visent toutes à essayer de limiter le développement des instabilités.

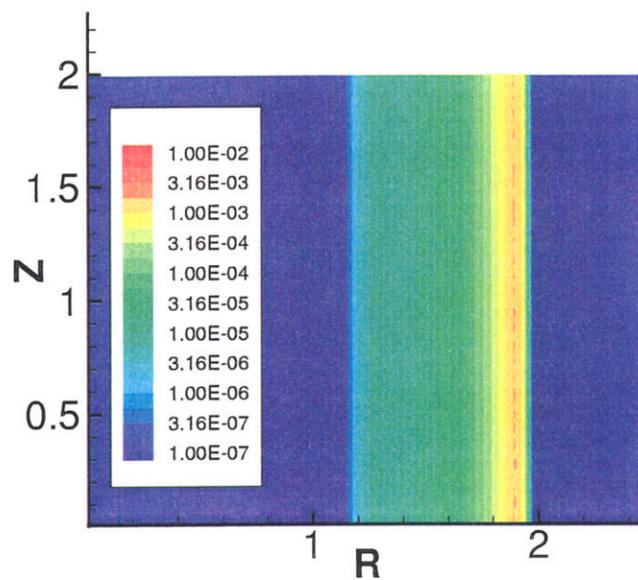


FIG. 3.9 - Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t=56.5$  ns et  $\Delta R=0.1$  cm

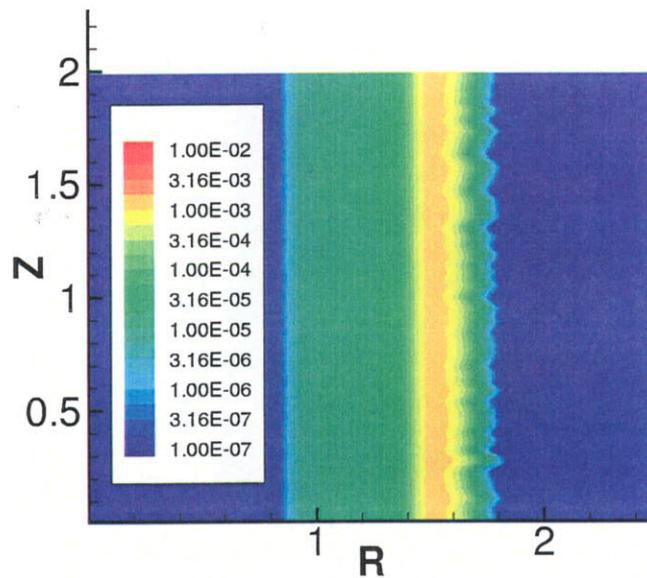


FIG. 3.10 – Champ de densité ( $\text{g/cm}^3$ ) à  $t=79.0$  ns et  $\Delta R = 0.5$  cm

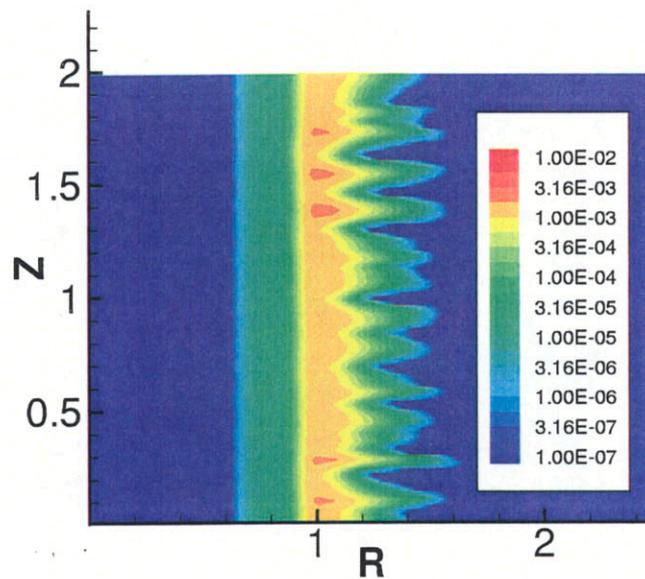


FIG. 3.11 – Champ de densité ( $\text{g/cm}^3$ ) à  $t=94.0$  ns et  $\Delta R = 1.0$  cm

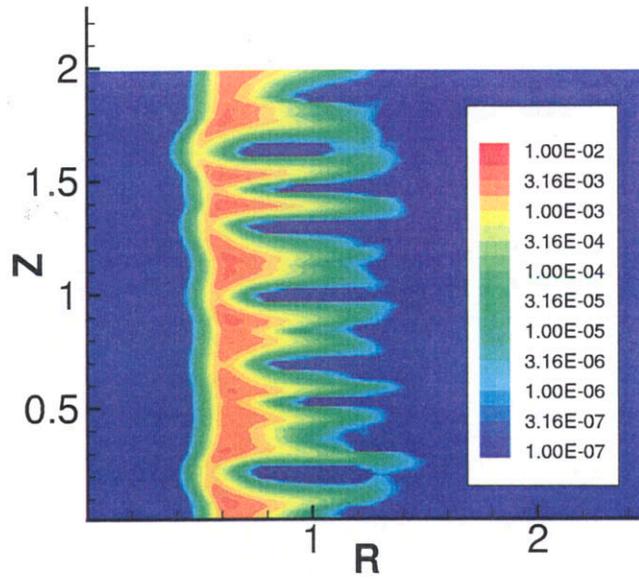


FIG. 3.12 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t=101.5$  ns et  $\Delta R = 1.3$  cm

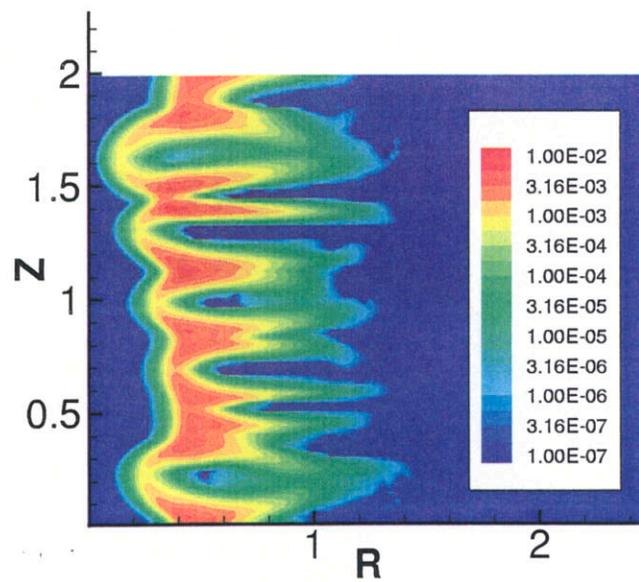


FIG. 3.13 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t=104.5$  ns et  $\Delta R = 1.5$  cm

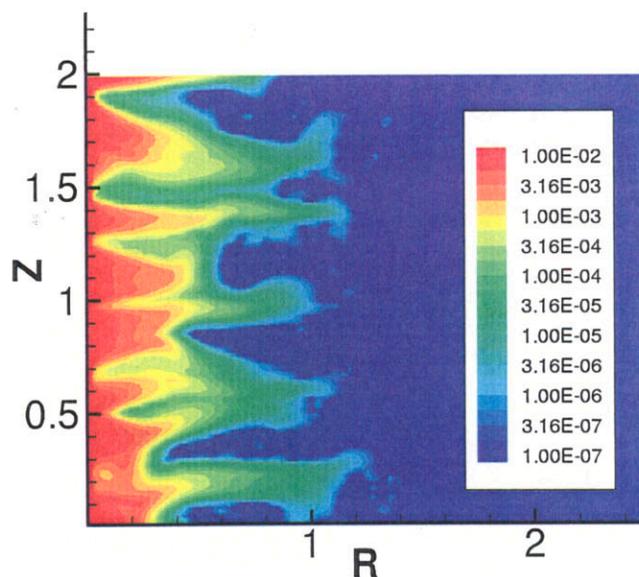


FIG. 3.14 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t=112$  ns et  $\Delta R = 1.9$  cm

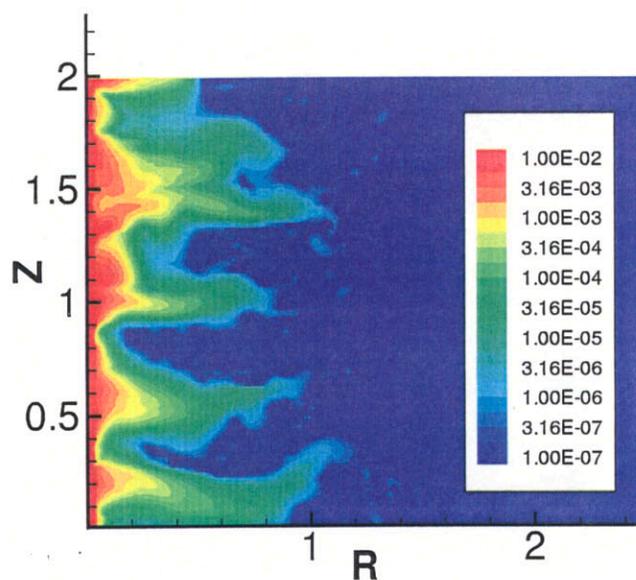


FIG. 3.15 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t=116$  ns et  $\Delta R = 1.96$  cm

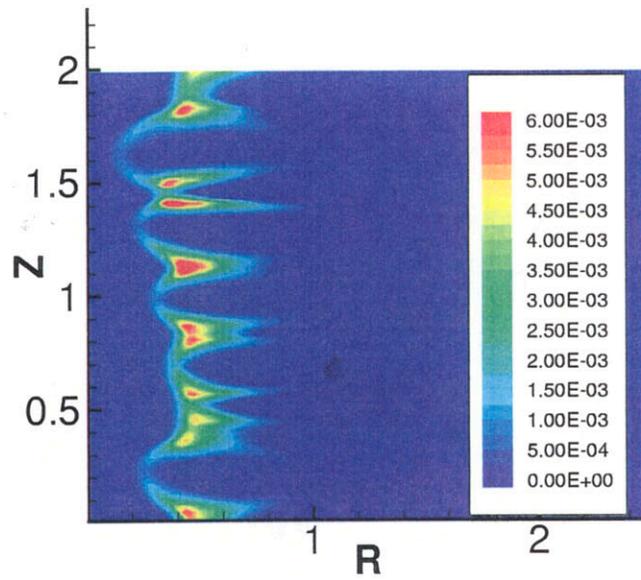


FIG. 3.16 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t=104.5$  ns et  $\Delta R = 1.5$  cm en linéaire

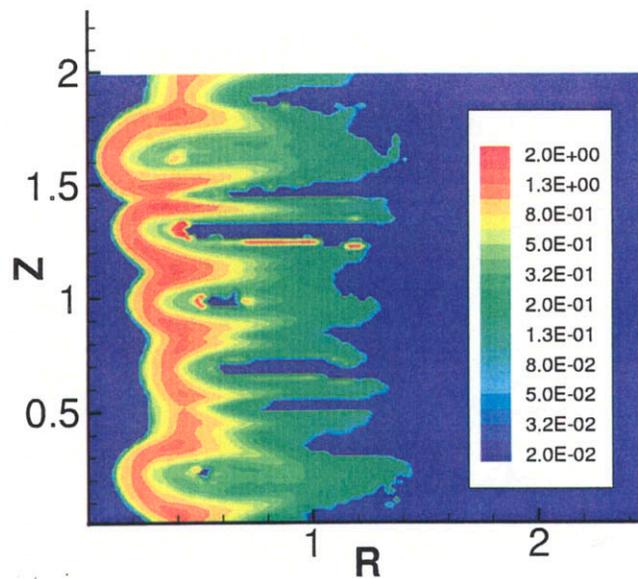


FIG. 3.17 – Champ de conductivité électrique ( $10^5 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ ) à  $t=104.5$  ns et  $\Delta R = 1.5$  cm

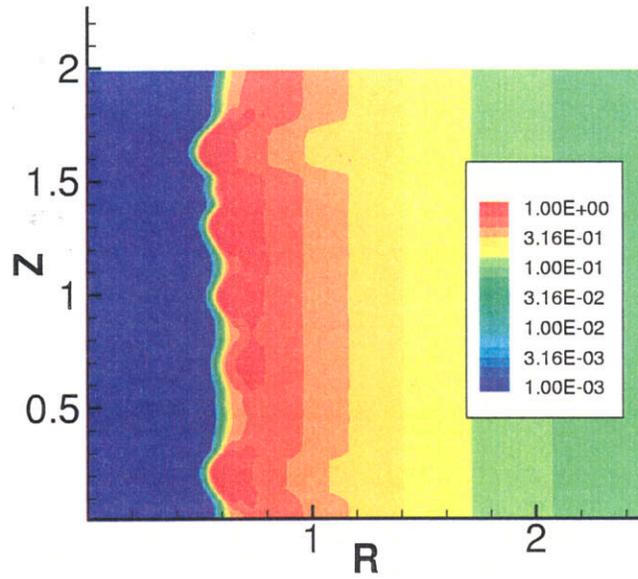


FIG. 3.18 – Champ de pression magnétique (Mbar) à  $t=101.5$  ns et  $\Delta R=1.3$  cm

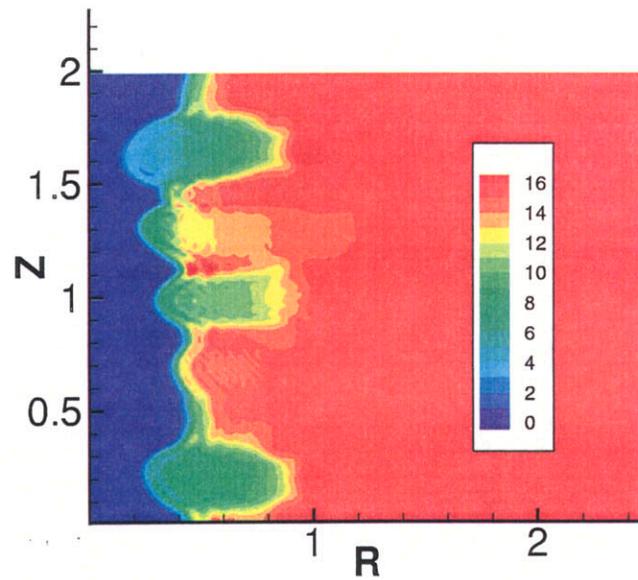


FIG. 3.19 – Champ de courant enlacé (MA) à  $t=104.5$  ns et  $\Delta R=1.5$  cm



## Chapitre 4

# Limitation des instabilités hydrodynamiques par double coquille et mise en forme du rayonnement

L'analyse du chapitre précédent a montré qu'en régime 100 ns, le développement des instabilités hydrodynamiques devient critique après un déplacement un peu supérieur à  $\Delta R = 1$  cm, en particulier pour le couplage entre le générateur électrique et la masse à accélérer. Une idée simple pour lutter contre ce développement néfaste est de placer une structure qui reste stable à la distance  $\Delta R = 1$  cm de la coquille en striction magnétique pour obtenir une structure globale plus stable avant d'aborder la suite de l'implosion. La structure interne la plus simple est une seconde cage de fils, ce qui conduit au schéma à double coquille, de rayons initiaux respectifs 1 et 2 cm en régime 100 ns (voir la photographie 2 page 4).

Ce schéma a donné, comme nous allons le voir, de très bons résultats expérimentaux, avec des records de puissance rayonnée. Il offre de plus la possibilité de produire une pré-implosion avant le pic de rayonnement principal, ce qui lui confère de gros avantages pour la mise en forme temporelle de la température radiative d'une cavité statique. Enfin, il est le seul à offrir des implosions suffisamment stables pour conserver une bonne opacité au plasma sous striction magnétique, qualité incontournable pour les schémas de cavités dynamiques.

## 4.1 Double coquille

### 4.1.1 Performances atteintes

Le schéma à double coquille a donné l'amélioration des performances attendue d'une meilleure stabilité de l'implosion : les puissances rayonnées sont ainsi passées (sur Z) de 180 TW pour une simple coquille (avec des records à 210 TW) à 250 TW pour une double coquille (avec des records à 280 TW).

L'équipe du générateur Z a réalisé de nombreux essais d'optimisation des paramètres des doubles coquilles, en jouant notamment sur le rapport des masses des coquilles externes et internes. La figure 4.1 reprend les données de 12 tirs présentés dans la référence [10] et montre le lien entre le maximum de la puissance rayonnée et le rapport des masses  $m_{int}/m_{ext}$ . La coquille externe était inchangée d'un tir à l'autre (240 fils de tungstène de  $7.5 \mu\text{m}$  de diamètre, placés à rayon 2 cm). La coquille interne était constituée de tungstène également, à un rayon de 1 cm. Le tir correspondant à un rapport nul est le tir à simple coquille Z161 étudié dans le chapitre précédent. Les tirs correspondant à des rapports proches les uns des autres (notamment pour  $m_{int}/m_{ext} \sim 0.25$ ) sont des répétitions d'un même tir ou des variantes avec nombre et diamètre des fils de la coquille interne différents ; ils mettent en évidence le bon degré de reproductibilité des résultats et la faible influence de paramètres tels que le nombre de fils ou leur diamètre. La courbe en pointillés propose une moyenne représentative des résultats que l'on peut attendre des doubles coquilles : elle met en évidence notamment l'existence d'un optimum pour un rapport des masses  $m_{int}/m_{ext}$  de l'ordre de 0.5. L'énergie totale rayonnée lors de ces 12 tirs a de son côté peu varié, avec une valeur de  $1.6 \pm 0.2 \text{ MJ}$ .

En résumé, il faut retenir que le schéma à double coquille optimisé en régime 100 ns correspond à des rayons  $R_{ext} = 2 \text{ cm}$  et  $R_{int} = 1 \text{ cm}$  et un rapport des masses  $m_{int}/m_{ext} = 0.5$  ; sur Z (18 MA dans la charge), pour une hauteur  $h = 2 \text{ cm}$  et avec des masses  $m_{ext}/h \simeq 2 \text{ mg/cm}$  et  $m_{int}/h \simeq 1 \text{ mg/cm}$  réalisées avec respectivement 240 et 120 fils de tungstène de  $7.5 \mu\text{m}$  de diamètre, une telle configuration permet d'atteindre  $250 \pm 30 \text{ TW}$  et  $1.6 \pm 0.2 \text{ MJ}$  rayonnés.

A noter que, à la question des instabilités près, une double coquille est assimilable à une coquille simple de masse  $m_{ext} + m_{int}$  et de rayon égal à celui du centre de gravité (d'une coupe dans le plan  $r - z$ ) ( $m_{ext} \cdot R_{ext} + m_{int} \cdot R_{int} / (m_{ext} + m_{int})$ ), soit  $2/3 \cdot R_{ext} + 1/3 \cdot R_{int} = 1.7 \text{ cm}$  pour l'optimum.

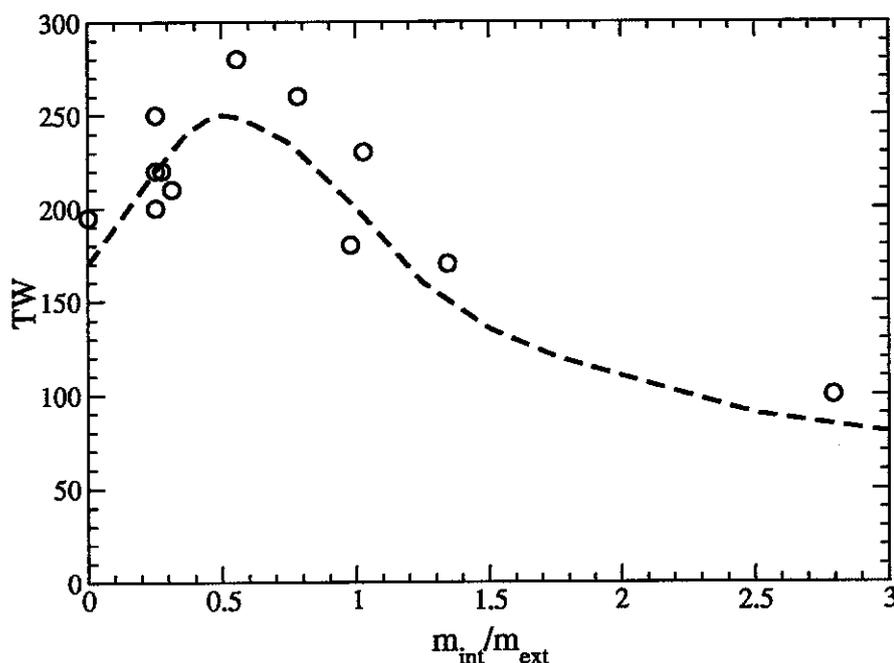


FIG. 4.1 – Evolution de la puissance rayonnée en fonction du rapport des masses pour une double coquille

#### 4.1.2 Analyse du tir Z179

Le record de puissance rayonnée à  $280 \pm 40$  TW (voir [10]) a été obtenu lors du tir Z179. Les coquilles avaient pour rayons  $R_{ext} = 2$  cm et  $R_{int} = 1$  cm et pour masses  $m_{ext}/h = 1.846$  mg/cm et  $m_{int}/h = 1.027$  mg/cm (soit un rapport de 0.55) sur une hauteur  $h = 2$  cm. Elles étaient réalisées à l'aide de 240 et 120 fils de tungstène de  $7.5 \mu\text{m}$  de diamètre.

#### Coquille matériellement opaque

En faisant l'hypothèse d'un impact de la coquille externe sur l'interne, il est facile de simuler cette configuration avec un code bidimensionnel à symétrie de révolution cylindrique. Cette hypothèse n'est pas triviale : en effet, si l'on suppose que la coquille interne reste intacte lors de l'approche du plasma issu de la coquille externe, alors il n'y a aucune raison que ce dernier soit efficacement arrêté par une structure composée de fils de très petit diamètre séparés par de grands espaces ( $\sim 500 \mu\text{m}$ ). En fait, lors de la montée du courant, une division inductive entre les deux coquilles permet l'installation d'un faible courant dans la coquille interne. Lorsque les colonnes de plasma issues des différents fils de la coquille externe se recombinent pour former

une coquille cylindrique opaque au champ magnétique (après un temps de l'ordre de 10 à 30 ns d'après [2] ou [19]), une boucle de courant circule dans les fils de la coquille interne et assure leur mise en plasma, au moins partielle, pendant le début de l'implosion de la coquille externe. Cette implosion assure même une compression du flux magnétique piégé entre les deux coquilles qui accélère la mise en plasma des fils internes à l'approche du plasma externe. La simulation bidimensionnelle avec impact représente donc un cas limite où la coquille interne est matériellement parfaitement opaque au plasma issu de la coquille externe.

### Coquille matériellement transparente

Le cas limite opposé, où la coquille interne est parfaitement transparente au plasma externe peut également être simulé avec un code bidimensionnel, à condition d'installer tardivement la coquille interne, lorsque l'externe a dépassé sa position initiale. Cette hypothèse de transparence suppose que les fils internes restent parfaitement intacts jusqu'au moment où ils sont plongés dans le champ magnétique comprimant la plasma externe. La présence des longues aiguilles issues de l'implosion instable de la coquille externe rend l'installation de la coquille interne délicate. Comme le montre la figure 4.2, il a été choisi de la faire lorsque les fortes densités du plasma externe ont effectué un déplacement  $\Delta R \simeq 1.2$  cm et ceci pour trois raisons. D'abord, vu l'étalement du plasma externe, ce choix simule effectivement que la coquille interne laisse passer l'essentiel de la masse de l'externe. Ensuite, c'est à ce moment seulement que la région à  $R = 1$  cm est atteinte par les plus forts champs magnétiques (le courant enlacé  $rB_\theta$  vaut alors au moins 95% de sa valeur dans le vide). Enfin, c'est à ce stade de l'implosion du plasma externe que se dégrade le couplage des fortes densités avec le générateur, poussant le courant à "remonter" vers le rayon  $R = 1$  cm (voir l'analyse du chapitre 3 et notamment la comparaison des figures 3.13 et 3.19). L'installation de la coquille interne s'est faite dans une région de  $100 \mu\text{m}$  d'épaisseur, sous la forme d'un plasma à profil de densité tabulaire perturbé aléatoirement à un niveau de 4%, de température initiale 2 eV (soit un peu au-dessus de la limite basse des tables d'équations d'état employées) et de vitesse nulle.

### Résultat des simulations bidimensionnelles

Ces deux hypothèses, parfaitement opaque et parfaitement transparent à la matière, sont à l'évidence deux cas extrêmes ne correspondant pas à la réalité, mais que l'on peut considérer comme un encadrement de celle-ci. La figure 4.3 présente la mesure du développement des instabilités en fonc-

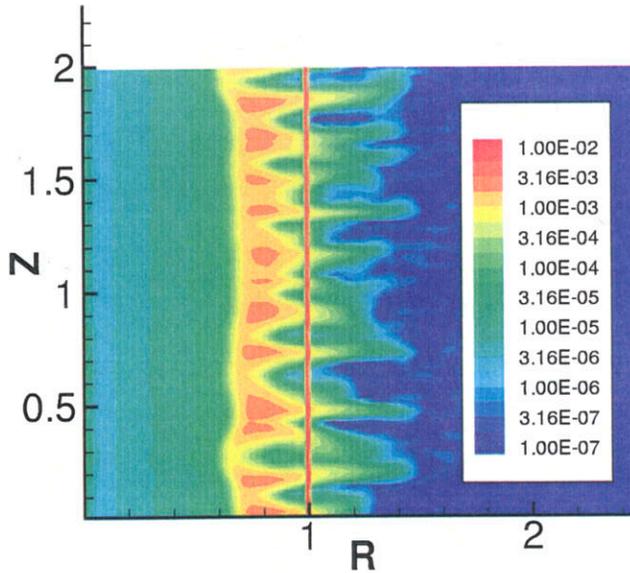


FIG. 4.2 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t=97$  ns et  $\Delta X = 0.46$  - cas transparent

tion de la fraction de la distance parcourue pour les simulations<sup>1</sup> des tirs Z161 et Z179. Ces courbes montrent bien le phénomène de rattrapage des instabilités grâce à la coquille interne, dans les deux cas opaque et transparent, juste avant la fin du développement linéaire des instabilités ( $\Delta M$  en  $\exp(\Delta X)$ , voir le chapitre 3). Dans le cas opaque, l'impact de la coquille externe commence par déstabiliser l'interne et entraîne une forte augmentation de la mesure  $\Delta M$ . Puis l'inertie de la coquille interne permet le ramassage du plasma externe en cours d'implosion, ce qui tend à créer une configuration plus ramassée et plus homogène selon  $z$  et  $\Delta M$  redescend (la figure 4.4 correspond au minimum). L'ensemble des deux coquilles finit alors son implosion en laissant les instabilités se développer jusqu'à un niveau relativement faible  $\Delta M_{max} \sim 0.5$ .

Dans le cas transparent, l'impact de l'extrémité des aiguilles sur la coquille interne produit un premier pic très fin. L'effet de ramassage du plasma issu de la coquille externe par celui issu de la coquille interne a un effet stabilisant qui est contrebalancé par la poursuite de l'implosion jusqu'à l'axe (voir la figure 4.5 correspondant à un instant juste avant l'impact). Le démarrage de la stagnation à  $t = 104$  ns pour  $\Delta X \simeq 0.6$  du plasma issu de la coquille

<sup>1</sup>Les conditions initiales étaient les mêmes que pour la simulation de recalage du tir Z161 présentée au chapitre 3. De même pour le maillage, avec en plus une coquille interne maillée comme l'externe et un maillage se raffinant en approchant de sa face externe.

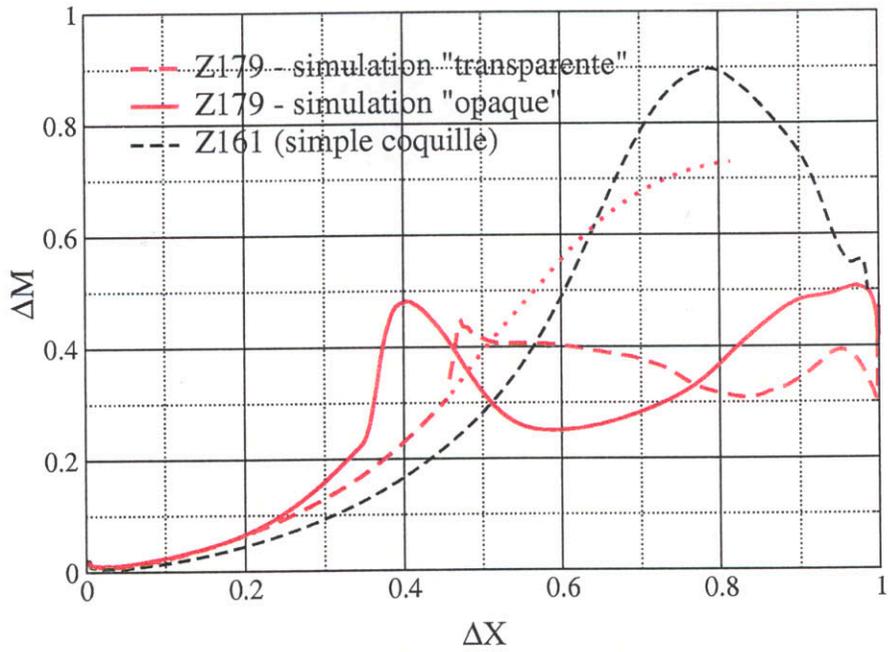


FIG. 4.3 – Mesure du développement des instabilités pour le tir double coquille Z179

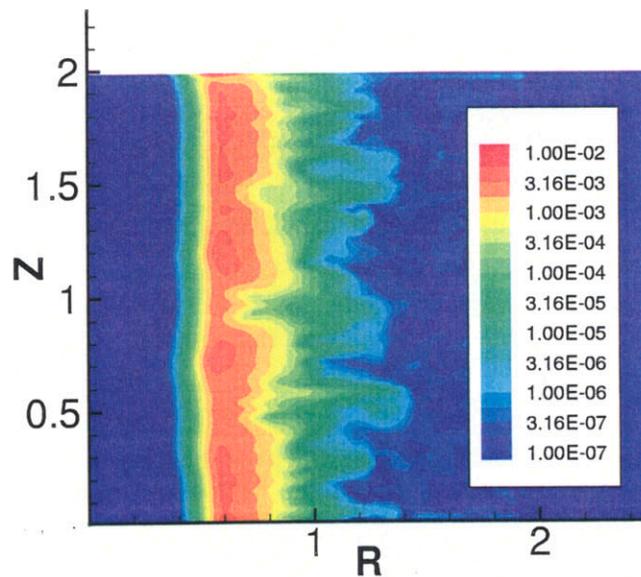


FIG. 4.4 – Champ de densité ( $\text{g/cm}^3$ ) à  $t=103$  ns et  $\Delta X = 0.6$  - cas opaque

externe entraîne une chute de  $\Delta M$  suivie d'une remontée à  $\Delta M_{max} \simeq 0.4$  due à l'implosion instable du plasma issu de la coquille interne. L'effet de l'impact des aiguilles sur la coquille interne, avec compression locale du champ magnétique piégé dans le plasma, est d'initier des instabilités relativement fortes pour la coquille interne, comme le montre le champ de densité juste avant impact sur l'axe de celle-ci à  $t = 116$  ns (figure 4.6).

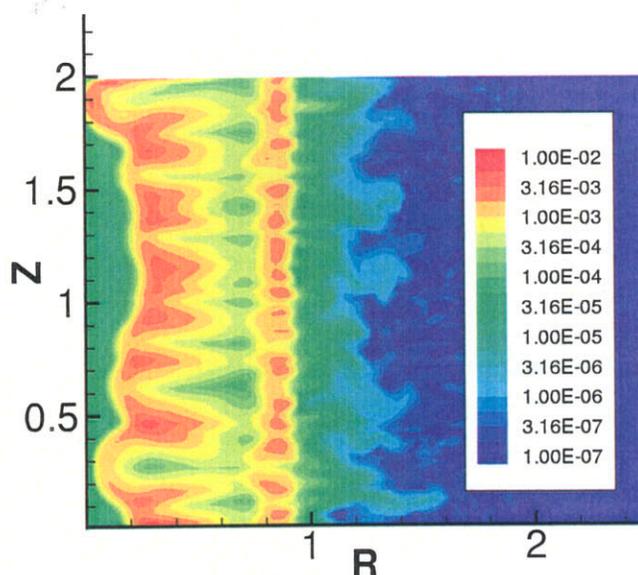


FIG. 4.5 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t=104$  ns et  $\Delta X = 0.63$  - cas transparent

Dans les deux cas transparent et opaque, le plasma est plus ramassé et les aiguilles issues des instabilités de Rayleigh-Taylor sont moins étendues. Du coup le courant circule d'une façon beaucoup plus homogène selon  $z$  que dans le cas d'une simple coquille (figure 3.19 page 105). En toute fin d'implosion, il reste cependant retenu dans la région  $1 < r < 5$  mm et le couplage avec le générateur n'est pas meilleur. Ceci fournit une explication à la mesure expérimentale d'une énergie rayonnée inchangée quand on passe d'une simple à une double coquille.

La figure 4.7 montre la comparaison des profils temporels de puissance rayonnée des tirs Z161 (simple coquille), Z179 et des deux cas limite simulés. Le cas opaque produit un pic principal proche du pic expérimental, aussi bien temporellement (instant du maximum  $t_{max} = 119$  ns exact à 1 ns près et temps de montée de 4 ns contre 4.5 ns dans l'expérience) qu'en terme de niveau (290 TW au lieu de 280 TW) ; il conduit cependant à une pré-impulsion à 24 TW correspondant à l'impact de la coquille externe sur l'interne vers

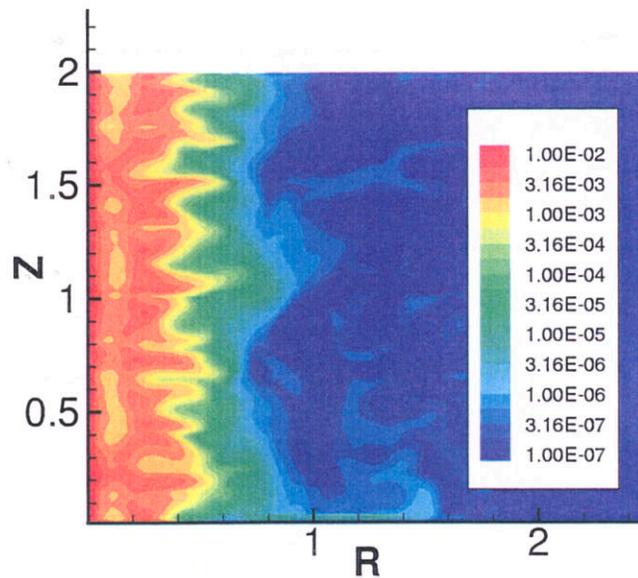


FIG. 4.6 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t=116$  ns et  $\Delta X = 0.9$  - cas transparent

$t = 93$  ns qui n'est pas enregistrée dans l'expérience. Le cas transparent est très différent, avec deux pics bien distincts correspondant à l'arrivée sur l'axe des deux coquilles (un premier pic très fin traduit l'impact sur la coquille interne de l'extrémité des aiguilles issues de l'implosion instable de la coquille externe). Aucune des deux simulations ne permet cependant de reproduire un long pied à environ 5 TW et qui commence à  $t = 90$  ns, c'est-à-dire au début de l'interaction des plasmas issus des deux coquilles d'après le cas opaque; il est remarquable cependant que la pré-impulsion du cas opaque corresponde à une énergie de 120 kJ très proche des 110 kJ contenus dans le pied expérimental (intégrales entre 90 et 110 ns).

## Conclusions

La comparaison des puissances simulées et expérimentale conduit à conclure que les deux coquilles arrivent réunies sur l'axe - d'où la proximité des pics principaux de l'expérience et du cas opaque - mais que cette réunion s'effectue sur un temps long de 20 ns par un mécanisme qui n'est pas un impact franc entre deux coquilles matériellement opaques l'une à l'autre.

Il faut retenir pour finir que la double coquille permet de terminer l'implosion à  $\Delta M \simeq 0.5$ , soit au niveau atteint après une course de 1 cm pour une simple coquille, ce qui est tout-à-fait remarquable.

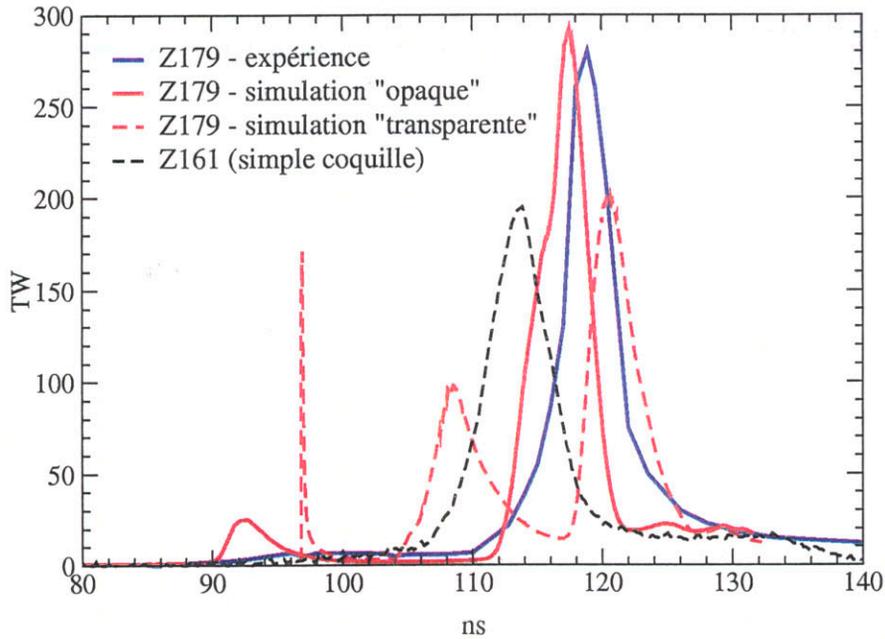


FIG. 4.7 – Puissances rayonnées (tir double coquille Z179)

### 4.1.3 Intérêt pour la mise en forme du rayonnement

Le schéma à double coquille est parfaitement maîtrisé en régime 100 ns. Il apporte des améliorations des performances certaines et reproductibles.

#### Cavité statique

Pour les cavités statiques, la double coquille n'est a priori d'aucun recours puisque l'optimisation des températures radiatives conduit à des rayons de l'ordre du cm pour les cavités statiques primaires et les coquilles de fils placées en leur sein.

L'apparition d'un plateau dans la puissance rayonnée, avant l'impulsion principale, offre cependant un intérêt pour la mise en forme temporelle de la température radiative d'une cavité statique. En prenant un niveau de 5 TW et les dimensions de la cavité statique primaire de la section 1.2.1, on obtient un préchauffage à  $T_r = 60$  eV pendant une dizaine de ns.

Il est envisageable de remplacer la coquille interne par une mousse centrale. En la choisissant suffisamment légère par rapport à la coquille externe, l'impact sur cette mousse ne doit pas consommer une trop grande énergie. Le rayonnement produit par le choc dans la mousse étant émis en grande partie à la surface du plasma de striction magnétique, la présence de la mousse doit par contre permettre d'obtenir une modulation fine de la température

radiative de la cavité statique, qui soit l'image du profil spatial de densité de la mousse. Une telle configuration doit de plus permettre d'obtenir de plus fortes puissances rayonnées : dans la section suivante, nous étudierons le tir de cavité dynamique Z497, avec double coquille et mousse centrale, qui a permis d'obtenir une puissance rayonnée de 160 TW/cm sur une hauteur de 1 cm, soit nettement plus que les 125 TW/cm d'une double coquille "vide" typique.

### Cavité dynamique

Nous estimerons dans le chapitre 5 le gain en opacité obtenu grâce à cette meilleure stabilité : nous verrons qu'une simple coquille est tellement déstructurée par les instabilités de Rayleigh-Taylor qu'elle ne permet pas de réaliser des cavités dynamiques intéressantes. Seules les doubles coquilles permettent aujourd'hui d'avoir de bons résultats sur le générateur Z avec ce type de cavité, car cette machine ne permet de tirer que sur des mousses de petit rayon ( $R_m = 2.5$  mm, pour des raisons liées à leur réalisation, voir le chapitre 1), qui réclament par conséquent un dispositif limitant le développement des instabilités. A noter que, sur une machine plus énergétique autorisant des rayons de mousse plus grands, des rayons allant jusqu'à  $R_m = 1.5$  cm sont envisageables afin d'obtenir des temps de montée de la température radiative longs, ce qui rend inutile la double coquille.

## 4.2 Compléments sur les cavités dynamiques

Nous poursuivons ici l'étude des cavités dynamiques entamée dans le chapitre 1 en nous appuyant sur des résultats expérimentaux et leur analyse numérique. Ces compléments trouvent leur place ici car les seuls résultats disponibles sont ceux obtenus sur la machine Z avec une double coquille impactant une mousse centrale de rayon  $R_m = 2.5$  mm.

Nous allons en particulier nous intéresser au choc qui se propage dans la mousse à l'impact du plasma de striction magnétique, le rayonnement s'échappant par la surface de celui-ci constituant une perte.

### 4.2.1 Présentation d'un tir typique (Z497)

Le tir Z497 est un tir typique de cavité dynamique sur Z. Illustré sur la figure 4.8, le dispositif expérimental comprenait, sur une hauteur  $h = 1$  cm, une double coquille correspondant à l'optimum qui a été présenté dans la section précédente : des rayons  $R_{ext} = 2$  cm et  $R_{int} = 1$  cm et des masses

$m_{ext}/h \simeq 2 \text{ mg/cm}$  et  $m_{int}/h \simeq 1 \text{ mg/cm}$ , réalisées à l'aide de respectivement 240 et 120 fils de tungstène de  $7.5 \mu\text{m}$  de diamètre. La cible centrale était constituée d'une mousse de composition chimique CH, de densité  $\rho_m = 14 \text{ mg/cm}^3$  et de rayon  $R_m = 2.5 \text{ mm}$ , soit une masse de  $2.75 \text{ mg/cm}$  légèrement inférieure à celle des coquilles.

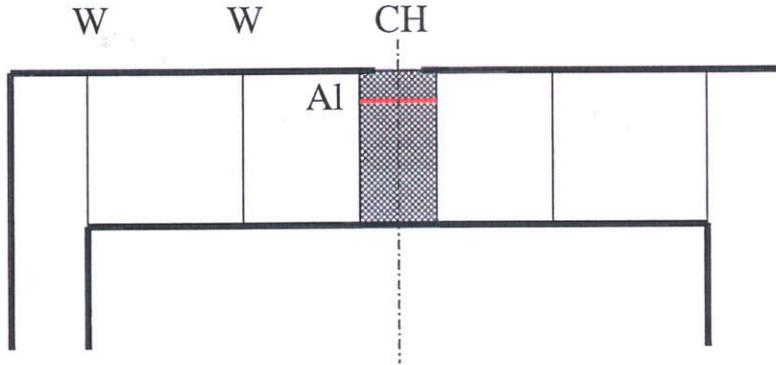


FIG. 4.8 – Configuration du tir Z497

Une couche d'aluminium située à 2 mm de l'anode servait de traceur pour un système d'imagerie axiale au travers d'un trou de 3 mm de diamètre pratiqué dans cette même électrode (pour des détails sur les diagnostics associés aux cavités dynamiques sur Z se reporter à la référence [27]).

## Résultats

La température radiative maximale a été obtenue à  $t = 115 \text{ ns}$  (en ajustant l'origine des temps au prolongement de la partie linéaire du courant comme au chapitre 3). Dans la suite, nous prendrons, pour instant d'origine  $t = 0$ , cet instant du maximum de la température dans la cavité afin de mettre en valeur l'échelle de temps propre au fonctionnement de la cavité dynamique. Comme indiqué sur la figure 4.9, la puissance axiale maximale a été mesurée à 17 TW, contre 160 TW pour la puissance radiale, avec un décalage de 2 ns.

Les images de la figure 4.10 présentent les enregistrements effectués par le système d'imagerie axiale. Un filtre de  $4 \mu\text{m}$  de kimfol permettait de sélectionner les photons d'énergie voisine de 250 eV. Les résolutions étaient de  $200 \mu\text{m}$  et 100 ps, pour une durée d'intégration d'environ 1 ns. Les couleurs passent du vert au rouge puis au bleu quand l'intensité enregistrée augmente.

Ces images révèlent une assez bonne symétrie azimutale du choc mais montrent que l'axe de la cavité dynamique est décalé d'environ  $400 \mu\text{m}$  par

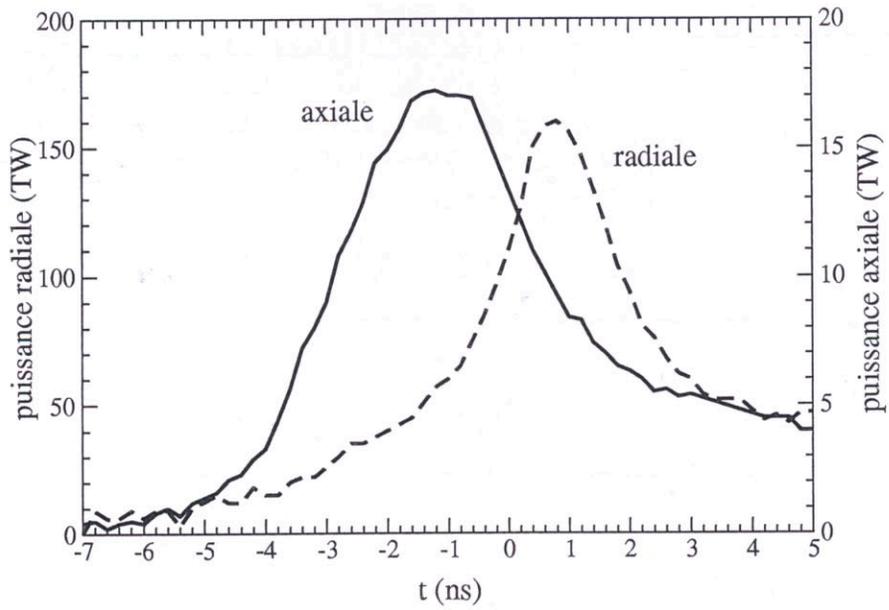


FIG. 4.9 – Puissances rayonnées par une cavité dynamique (tir Z497)

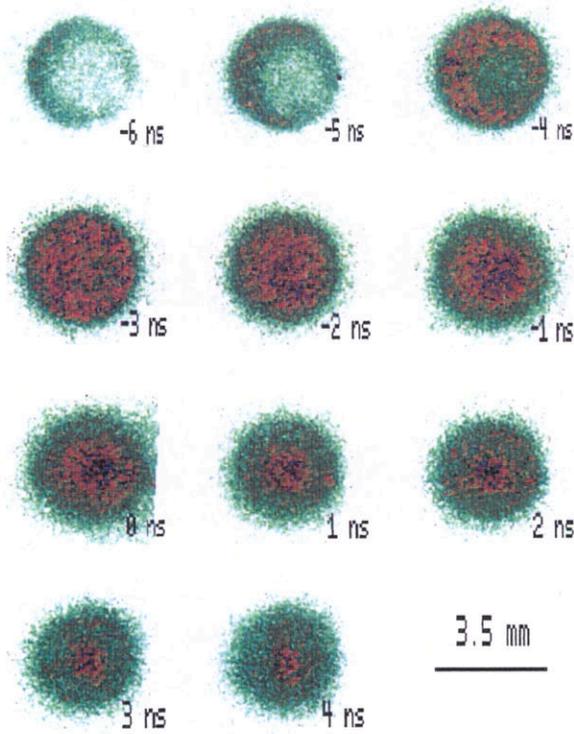


FIG. 4.10 – Vues axiales d'une cavité dynamique dans le domaine X (250 eV) (tir Z497)

rapport à l'axe initial de la cage de fil, dès le début de l'impact du plasma en striction magnétique sur l'axe. La référence [1] présente des résultats avec un centrage bien meilleur (décalage des axes inférieur à  $100\ \mu\text{m}$ ).

Les profils de température radiative sur un diamètre de la mousse et en fonction du temps sont reproduits sur les figures 4.11 et 4.12, la première pour la montée en température, la seconde pour la redescente. Chaque profil est une coupe selon un diamètre d'un des enregistrements axiaux : la température de brillance à chaque instant et en fonction du rayon est estimée en normalisant la distribution de l'intensité à la puissance axiale mesurée et en faisant l'hypothèse de sources planckiennes. La température se révèle uniforme au sein d'un rayon millimétrique jusqu'à une température de 200 eV environ. La stagnation du pinch permet de monter à une température de 270 eV qui chute ensuite à 200 eV en 3 ns.

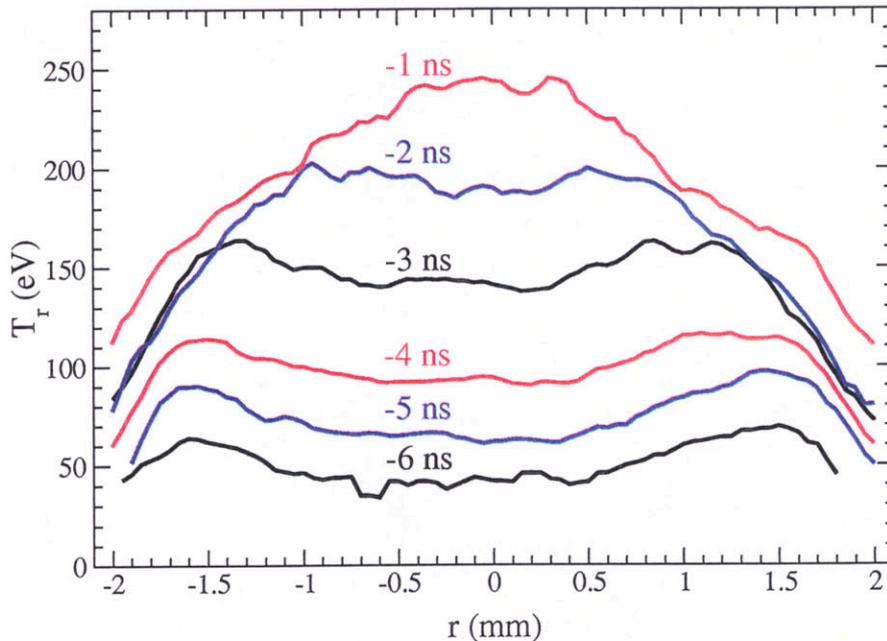


FIG. 4.11 – Profils de température radiative mesurés dans une cavité dynamique (tir Z497) lors de la phase de montée

Les aspects temporels de la montée en température sur l'axe sont repris sur la courbe  $T_{in}$  de la figure 4.13, qui montre que la température monte à peu près linéairement en un temps d'environ 7 ns (et 5 ns jusqu'à une température maximale exploitable de l'ordre de 200 eV correspondant à un rayon de 1 mm).

Les enregistrements du système d'imagerie axial permettent également d'estimer le rayon de la cavité en fonction du temps, en l'assimilant au rayon

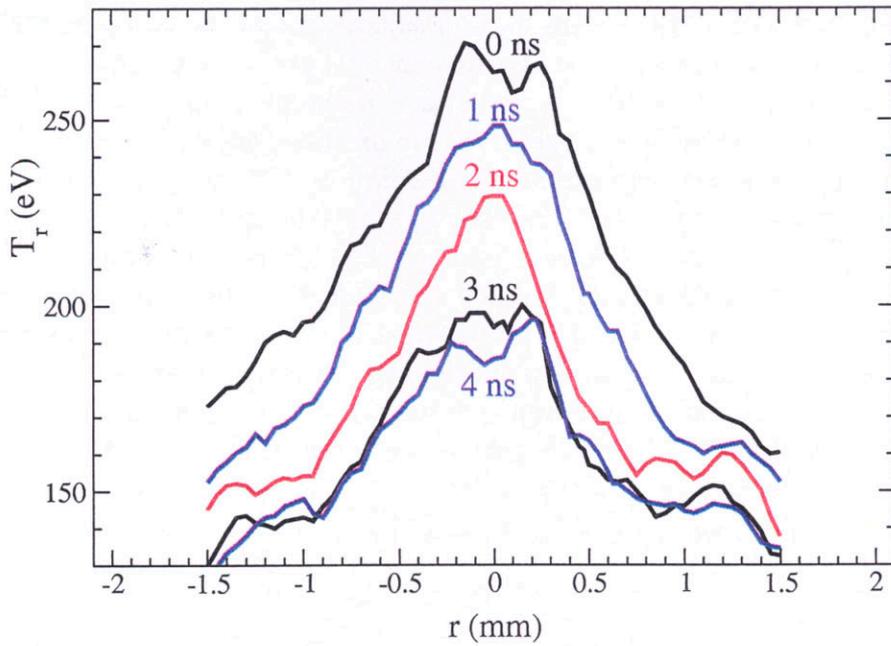


FIG. 4.12 – Profils de température radiative mesurés dans une cavité dynamique (tir Z497) lors de la phase de descente

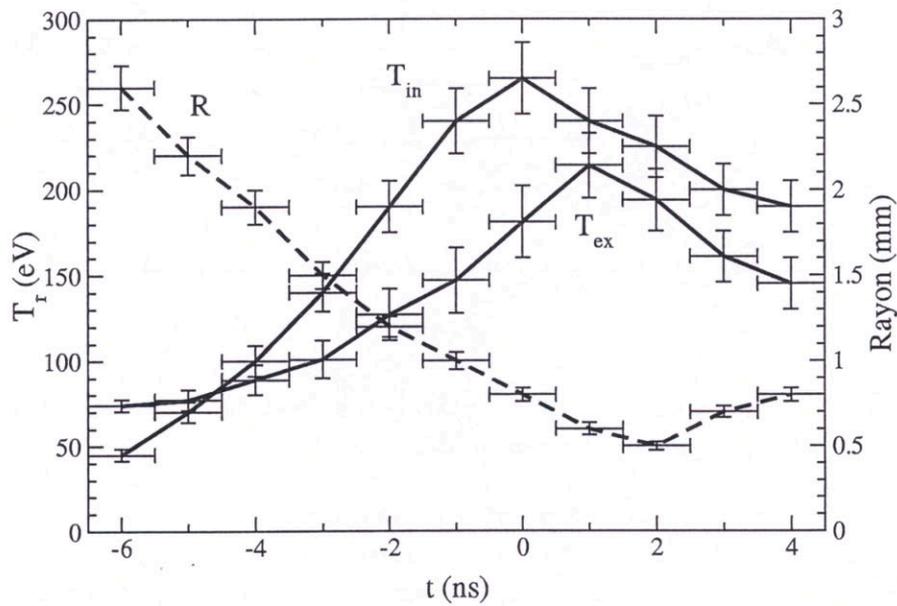


FIG. 4.13 – Evolution temporelle des températures et du rayon pour une cavité dynamique (tir Z497)

externe de la région fortement émissive; en effet, la paroi de la cavité est constituée par le plasma de tungstène, qui reste collé à la région de forte émission juste derrière le choc et qui doit avoir une épaisseur faible, de l'ordre de  $300 \mu\text{m}$  d'après le calcul du chapitre 2 page 66. Couplée avec la mesure de la puissance rayonnée latéralement, cette estimation du rayon permet de reconstituer la température de surface  $T_{ex}$  grâce à la formule  $P_{rad} = 2\pi R(t)h \cdot 2\sigma_{sb}T_{ex}^4$  (voir l'annexe sur l'hydrodynamique radiative page 180 pour la justification), ce qui conduit aux courbes de la figure 4.13.

Une estimation de l'épaisseur optique peut alors être faite. A l'instant  $t = -1 \text{ ns}$  du maximum de la puissance axiale par exemple, la formule

$$T_{in}^4 = T_{ex}^4 \left(1 + \frac{3}{2}\tau\right)$$

fournit  $\tau \simeq 4.1$  avec une erreur de 40%, ce qui est un peu faible par rapport à l'estimation  $\tau = 7$  proposée dans le chapitre 1.

#### 4.2.2 Simulations numériques

Une simulation monodimensionnelle, avec un maillage fin dans la mousse ( $dr = 5 \mu\text{m}$ ) et cinquante groupes de fréquences répartis de façon à résoudre une planckienne à  $T_r = 200 \text{ eV}$ , permet de retrouver les grandes caractéristiques des résultats expérimentaux. La température radiative maximale est atteinte à  $t = 114 \text{ ns}$  (contre  $115 \text{ ns}$  dans l'expérience), avec une valeur de  $285 \text{ eV}$ . La position en fonction du temps du maximum de  $T_r$  est elle aussi en bon accord avec l'expérience, comme le montre la figure 4.14 où sont représentés le rayon issu de la simulation et les rayons des maxima "à droite" et "à gauche" des profils  $T_r(r, t)$  de la figure 4.11; à noter que la valeur  $1.5 \text{ mm}$  où restent bloqués initialement les rayons expérimentaux correspond au rayon de l'ouverture par laquelle se fait l'observation. La montée en température (visible sur la même figure) est à peu près linéaire, mais sur un temps plus court que dans l'expérience ( $5 \text{ ns}$  au lieu de  $7$ ).

La figure 4.15 montre la superposition des profils de température  $T_r(t, r)$  numériques et expérimentaux. A l'évidence, les opacités du tungstène utilisées pour ce calcul étaient fausses et ne permettaient pas de retrouver le bon profil de décroissance de la température dans les "ailes". Pour la mousse, le résultat est bien meilleur, avec des profils offrant une faible décroissance depuis la région du choc vers le coeur, correspondant à la faible opacité de la mousse ( $\tau \sim 1$  au début de l'impact). La pénétration de l'onde de conduction radiative en avant de la région du choc est bien visible dans les premiers instants. A noter que la petite singularité sur les courbes de températures (par exemple au rayon  $r = 1.35 \text{ mm}$  à  $t = -3 \text{ ns}$ ) correspond à l'interface

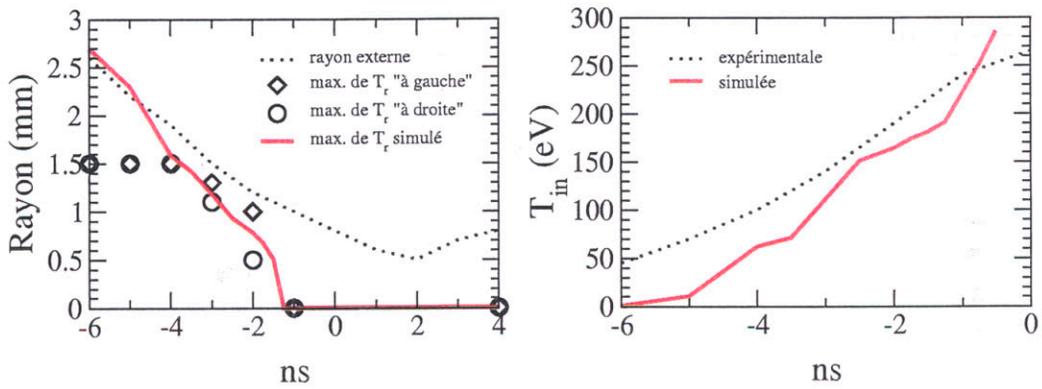


FIG. 4.14 – Comparaison des rayons du maximum de  $T_r$  et des températures au coeur  $T_{in}$  expérimentaux et simulés

entre la mousse et le tungstène ; de même le pic très fin sur l'axe est un effet numérique lié à la difficulté de résoudre le transfert radiatif sur l'axe et doit être négligé.

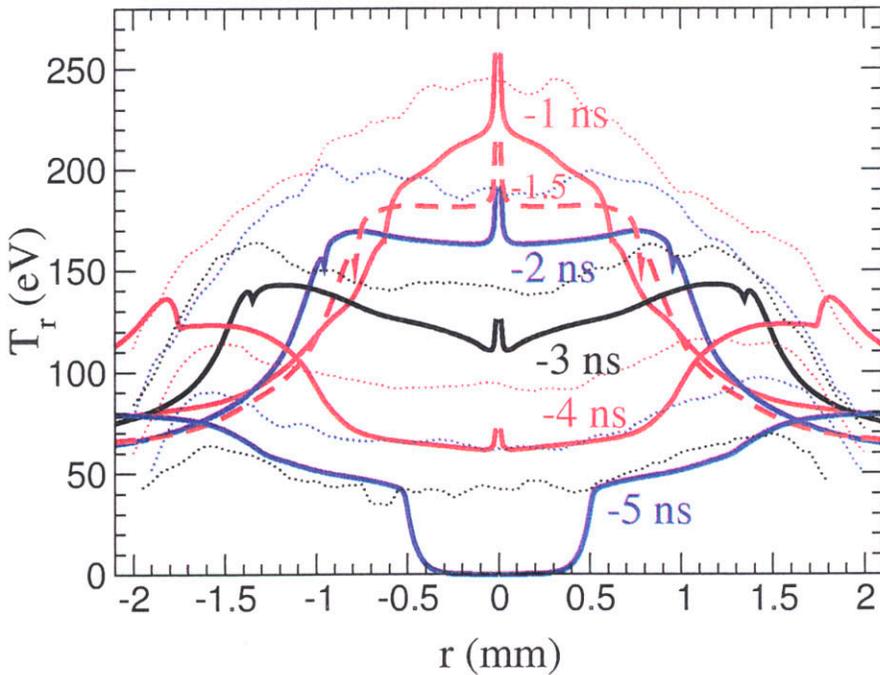


FIG. 4.15 – Comparaison des profils de température radiative expérimentaux et simulés

La figure 4.16 présente enfin les profils simulés de la densité  $\rho$ , des températures  $T_e$ ,  $T_i$  et  $T_r$  et du champ magnétique  $B_\theta$  à  $t = -3$  ns, lorsque le

choc approche du rayon  $r = 1$  mm. Elle montre bien que le maximum de la température radiative  $T_r$  est situé derrière le choc visqueux (matérialisé par le front de montée des températures matérielles) et que la région du choc est en déséquilibre thermodynamique ( $T_e \simeq T_i \neq T_r$ ). De plus la décroissance brusque du champ magnétique en pénétrant dans la mousse est très claire. Par ailleurs, l'épaisseur du plasma magnétisé lors de sa décélération sur la mousse est en très bon accord avec les  $300 \mu\text{m}$  du calcul du chapitre 2.

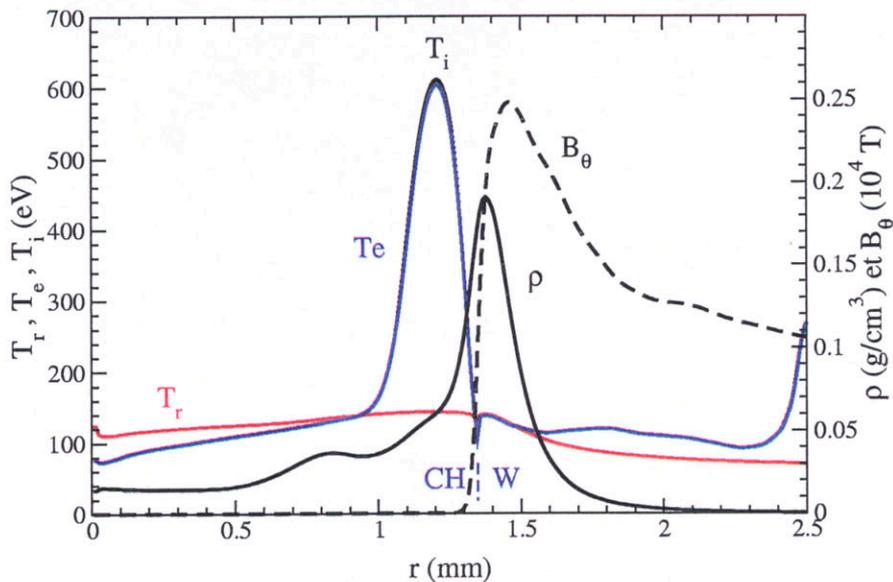


FIG. 4.16 – Profils simulés des températures, densité et champ magnétique au coeur d'une cavité dynamique

Des simulations bidimensionnelles dans le plan  $r - z$  montrent que, malgré l'instabilité du plasma en striction magnétique, le choc dans la mousse présente peu de distortions selon  $z$ , comme indiqué sur la figure 4.17. Des simulations avec le code Lasnex montrent des résultats semblables [38]. Ceci est vérifié expérimentalement comme indiqué dans la référence [1]. Ce phénomène représente un gros avantage pour ce genre de dispositif, l'homogénéité selon  $z$  de la zone émissive derrière le choc se répercutant sur l'isotropie du rayonnement au coeur de la cavité.

### 4.2.3 Conclusion sur les cavités dynamiques

Les cavités dynamiques sur le générateur Z offrent des épaisseurs optiques de 4 à 7 et des températures radiatives maximale de 270 eV ou de presque 200 eV exploitable jusqu'à un rayon  $R = 1$  mm. Le choc dans la mousse

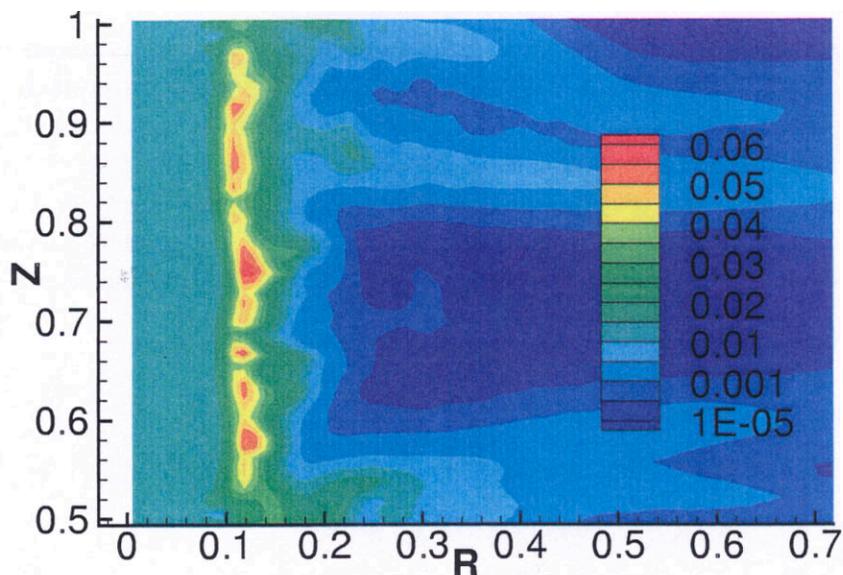


FIG. 4.17 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) au coeur d'une cavité dynamique (dimensions en cm)

présente une bonne symétrie azimutale et une bonne homogénéité selon  $z$ . Le décentrage de l'axe de la cavité par rapport à l'axe de révolution initial doit pouvoir être limité à moins de  $100 \mu\text{m}$ .

Il semble envisageable de mettre en forme temporellement la température radiative en jouant sur le profil de densité de la mousse et son rayon initial. Pratiquement, la mousse peut démarrer au rayon où le plasma de striction magnétique atteint une vitesse critique de  $30 \text{ cm}/\mu\text{s}$  (pour assurer la pénétration de l'onde de conduction radiative - voir l'annexe sur l'hydrodynamique radiative). Comme il a été expliqué au chapitre 1, ceci permet d'envisager des schémas atteignant environ  $250 \text{ eV}$  sur un temps long ( $> 10 \text{ ns}$ ) avec un générateur unique de  $50 \text{ MA}$ .

Le véritable point dur non-résolu aujourd'hui pour les cavités dynamiques est la symétrie du rayonnement sur une cible sphérique, l'équateur recevant un rayonnement plus intense que les pôles (de  $6\%$  d'après [36] si on utilise des électrodes présentant un fort albedo pour fermer les extrémités de la cavité dynamique). De nombreuses solutions à ce problème sont envisageables, comme un réseau de fils à masse linéique variable pour obtenir une forme sphérique en fin d'implosion (proposé dans [36]), l'utilisation d'une capsule asymétrique ou encore, sur une grosse machine offrant de très fortes énergies, l'utilisation de "boucliers" formant une petite cavité statique autour de la capsule sphérique. Aucune de ces solutions n'a été validée expérimentale-

ment.

Cette difficulté mise à part, la cavité dynamique, schéma propre aux plasmas de striction magnétique, propose de très bonnes performances par rapport aux cavités statiques.

### 4.3 Conclusion

Le schéma à double coquille est un véritable progrès pour les plasmas de striction magnétique, avec des puissances rayonnées augmentées en moyenne de 40% sur le générateur Z, lorsque, à une coquille au rayon classique maximal de 2 cm, est ajoutée une coquille à un rayon de 1 cm et de masse moitié plus petite. Ce résultat s'explique par une meilleure stabilité du plasma en fin d'implosion, obtenue par l'interaction des coquilles. La physique de cette dernière est encore mal connue : l'étude numérique présentée dans ce chapitre tend à montrer que les deux coquilles arrivent réunies sur l'axe, après une interaction correspondant à un impact étalé dans le temps et produisant un pied de puissance rayonnée avant le pic principal. Les doubles coquilles peuvent ainsi se révéler utiles pour les cavités statiques, en permettant une mise en forme temporelle de la loi de chauffage avec un premier plateau suivi d'un chauffage rapide. Le gain en stabilité permet également des tirs de cavités dynamiques avec des mousses de très petits rayons, comme sur le générateur Z, tout en conservant une opacité correcte.



## Chapitre 5

# Limitation des instabilités hydrodynamiques par champ magnétique axial

Nous étudions maintenant la possibilité de limiter le développement des instabilités hydrodynamiques avec un champ magnétique axial. Ce champ va effectivement être comprimé lors de l'implosion du plasma, selon une loi rapide en  $\sim 1/R^2$  : il doit donc pouvoir atteindre de fortes valeurs. Or il est bien connu (voir par exemple [16]) que la présence d'un champ axial interne est stabilisatrice pour une coquille cylindrique de plasma : si, localement, la compression est plus rapide, elle se heurte à un champ magnétique plus fort et à la courbure des lignes de champs, ce qui tend à la ralentir. Il doit donc être possible d'exploiter un champ à deux composantes  $B_\theta$  et  $B_z$  pour lutter contre le développement des instabilités.

En pratique, la composante  $B_z$  est créée à l'aide d'une bobine externe qui l'installe de manière à peu près uniforme dans toute la région de la charge de striction magnétique, y compris les électrodes, grâce à un générateur indépendant dont le temps de montée est de l'ordre de la milliseconde (soit un temps très long pour une décharge en régime 100 ns). Le générateur principal est déclenché pour obtenir l'implosion quand le champ magnétique axial atteint son maximum d'intensité. Nous pourrions donc considérer le champ magnétique axial comme initialement parfaitement homogène.

### 5.1 Approche simplifiée

Nous avons vu dans le chapitre 3 qu'il était possible de lutter contre le développement des instabilités hydrodynamiques en plaçant à l'intérieur du

plasma de striction magnétique une structure (coquille imbriquée), qui lui impose lors de son impact de retrouver des profils un peu plus monodimensionnels. Le point de physique clé était que les instabilités essentielles sont celles dites de Rayleigh-Taylor et que leur développement ne dépend que de la distance parcourue : en plaçant la structure à impacter suffisamment près de la position initiale, il était ainsi possible de rattraper le développement instable avant qu'il ne devienne trop critique. Un critère extrêmement simple est ainsi apparu : que la structure "assurant le rattrapage" doit se situer, en régime 100 ns, à 1 cm de la position initiale de la coquille soumise à la striction magnétique.

L'idée générale reste la même dans le cas de l'utilisation d'un champ magnétique axial : la composante axiale doit être capable de jouer un rôle dans la MHD du plasma de striction magnétique après une course  $\Delta R \sim 1$  cm (en régime 100 ns). Ceci conduit à la relation suivante entre la composante axiale dans le plasma et la composante azimutale :

$$B_z^{plasma}(R_0 - 1 \text{ cm}) > \frac{1}{3} B_\theta(R_0 - 1 \text{ cm})$$

qui exprime simplement que la pression magnétique axiale au coeur du plasma doit être au moins le dixième de la pression magnétique azimutale en surface de la coquille (responsable du mouvement), ce qui est peu contraignant.

A l'inverse, il ne doit pas être trop fort en fin d'implosion, sans quoi la compression finale sera interdite par le seul effet de la présence de ce  $B_z$ . A quel rayon final arrêter la compression ? Nous choisissons ici un rayon final de 2 mm correspondant à un rapport de convergence de 10 pour le rayon initial typique de 2 cm pour une machine en régime 100 ns mais aussi au bon ordre de grandeur pour le rayon minimal d'exploitation d'une cavité dynamique. Ceci conduit à la relation suivante entre la composante axiale dans le vide interne (la plus forte en fin d'implosion) et la composante azimutale :

$$B_z^{vide}(R = 2 \text{ mm}) < B_\theta(R = 2 \text{ mm})$$

Ces deux conditions nécessaires vont nous permettre de dégager un encadrement pour la valeur initiale de la composante axiale  $B_{z0}$ .

### 5.1.1 Estimation de la composante axiale $B_z$

En faisant une hypothèse de conservation du flux, la valeur de la composante axiale du champ magnétique dans le vide à l'intérieur du plasma en striction magnétique peut être estimée selon :

$$B_z^{vide} = B_{z0} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2$$

où  $R$  est le rayon moyen atteint par le plasma.

Nous avons vu dans le chapitre 2 que le maximum de la composante axial du champ se trouve en fait au coeur du plasma, avec un facteur 2 à 4 entre sa valeur dans le vide interne et sa valeur maximale; nous pouvons donc retenir ici :

$$B_z^{plasma} = 3 \cdot B_{z0} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2$$

A noter que cette relation devient fautive en fin de compression, lorsque la valeur de la composante axiale dans le vide devient du même ordre que la composante azimutale : cette fois-ci le maximum est dans le vide, avec une décroissance continue à travers le plasma; la valeur à retenir dans ce cas est donc la valeur dans le vide  $B_z^{vide}$ .

### 5.1.2 Estimation de la composante azimutale $B_\theta$

La valeur intéressante pour la composante azimutale est celle qui s'installe en surface externe du plasma, c'est-à-dire celle qui est responsable de la pression magnétique qui met en mouvement le plasma et qui pilote le développement des instabilités hydrodynamiques. Elle est bien entendu estimée par :

$$B_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

La difficulté est alors d'estimer correctement le courant  $I$  à prendre en compte. Nous avons déjà remarqué qu'une charge est correctement couplée si elle implose peu après le maximum du courant et que le mouvement d'implosion engendrait une chute rapide du courant. Cependant, le générateur doit être capable de maintenir le courant à un niveau suffisant jusqu'à la fin de l'implosion. C'est ce qui se passe sur un générateur comme Z. Nous pouvons donc retenir, après un déplacement d'un cm ou au moment d'atteindre le rayon 2 mm,  $I = I_{max}/2$  et :

$$B_\theta = \frac{\mu_0 I_{max}/2}{2\pi R}$$

### 5.1.3 Condition nécessaire portant sur le champ initial $B_{z0}$ pour limiter les instabilités

Les considérations des paragraphes précédents permettent d'écrire que  
 - pour que la composante axiale soit capable de jouer un rôle dans la MHD, il faut vérifier :

$$B_{z0} > \frac{1}{9} \frac{\mu_0 I_{max} (R_0 - 1 \text{ cm})}{4\pi R_0^2}$$

- pour qu'elle ne gêne pas la compression finale, il faut aussi vérifier :

$$B_{z0} < \frac{\mu_0 I_{max} \cdot 2 \text{ mm}}{4\pi R_0^2}$$

Pour un générateur comme Z, avec  $I_{max} \simeq 20 \text{ MA}$ , ceci fournit, pour un rayon initial  $R_0 = 2 \text{ cm}$ , l'encadrement  $5.6 < B_{z0} < 10 \text{ T}$ . Pour un rayon initial  $R_0 = 3 \text{ cm}$ , l'encadrement devient  $4.9 < B_{z0} < 4.4 \text{ T}$ , ce qui pose problème. Cette approche très simple montre déjà qu'il n'est pas possible de limiter le développement des instabilités grâce à un champ axial à partir de n'importe quel rayon initial, le rayon maximal envisageable semblant être proche de 3 cm en régime 100 ns. Cette perspective reste cependant intéressante, les rayons les plus grands tirés avec des coquilles imbriquées étant seulement de 1.7 cm (rayon du centre de masse d'une tranche dans le plan  $r - z$  des deux coquilles).

Il faut bien noter pour finir que cet encadrement ne constitue qu'une condition nécessaire. La démonstration de la limitation effective du développement des instabilités va être faite numériquement dans la section suivante.

## 5.2 Simulation numérique

La section précédente a permis d'identifier l'ordre de grandeur d'un champ magnétique axial à imposer pour tenter de limiter le développement des instabilités hydrodynamiques, à savoir 4 à 10 T pour un générateur comme Z délivrant un courant maximal de l'ordre de 20 MA en 100 ns, plus près de 4 T pour les plus grands rayons initiaux. Cette section présente les résultats d'une étude paramétrique sur  $B_{z0}$  pour une implosion correspondant au générateur Z.

### 5.2.1 Calage du code

Avant de faire une étude paramétrique de l'effet d'un champ magnétique axial sur la striction magnétique d'un plasma, il convient de caler le code sur des résultats expérimentaux, par exemple sur ceux d'une machine à plus faible courant. Il faut noter à ce stade que de telles données n'existent pas sous une forme exploitable : aucun résultat n'existe pour une charge issue de l'explosion d'une cage de fils et les résultats disponibles pour un plasma créé par tuyère à gaz sont partiels et imprécis. Les données les plus intéressantes qu'il a été possible de collecter sont de nature qualitative et correspondent à des expériences réalisées au laboratoire LPMI sur la machine GAEL (voir [12], [13] et [14]). Ils peuvent être résumés comme suit :

- le jet est initialement très divergent (cône de demi-angle au sommet  $60^\circ$ ), avec des masses de l'ordre de  $m/h = 20 \mu\text{g}/\text{cm}$ ,
- dans le cas d'un tir sans champ axial, le courant monte à 40 kA en 100 ns puis reste à peu près constant,
- dans celui d'un tir avec un champ axial valant initialement 0.0145 T, le courant monte à 100 kA en 100 ns puis reste à peu près constant,
- sans champ magnétique, les images du pinch sur l'axe présentent des îlots,
- la présence du champ magnétique axial de 0.0145 T permet d'obtenir une structure longue et à symétrie de révolution au moment du pinch.

Des simulations correspondant aux deux configurations décrites ci-dessus ont été effectuées : elles n'ont pas donné de résultats probants, comme le montre la comparaison des figures 5.1 et 5.2.

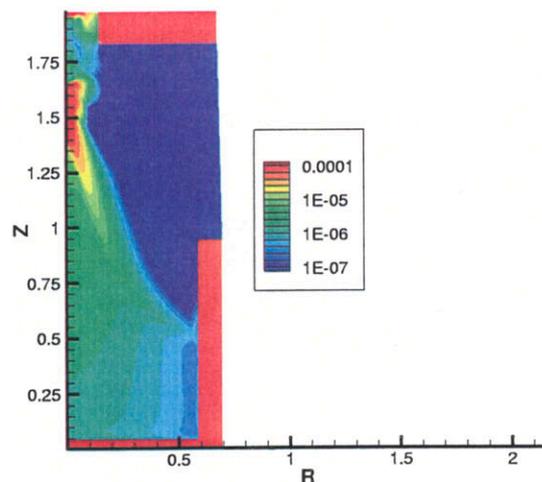


FIG. 5.1 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) en milieu d'implosion pour  $B_{z0} = 0 \text{ T}$

Les conditions de l'écoulement de striction magnétique dans le cas de ce jet plein et divergent est assez différent de celui d'une coquille creuse cylindrique : réussir un calage sur de telles expériences ne serait donc même pas satisfaisant.

Il nous faut donc bien conclure que l'étude qui suit a été effectuée avec un code non calé sur des expériences. Du coup, seules les considérations simples de la section précédente nous permettront de critiquer les résultats obtenus.

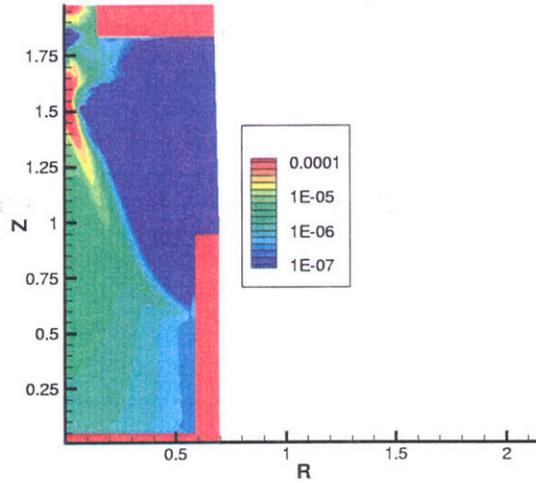


FIG. 5.2 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) en milieu d'implosion pour  $B_{z0} = 0.0145 \text{ T}$

### 5.2.2 Nécessité d'incliner les électrodes

Un premier résultat qu'une simulation bidimensionnelle fait découvrir concerne la nécessité d'incliner les électrodes. En effet, la composante  $B_z$ , initialement uniforme, reste gelée dans les électrodes ; le balayage du champ interne par le plasma lors de sa mise en mouvement conduit alors à des lignes de champs qui se courbent pour devenir parallèles aux électrodes près de celles-ci. Le champ étant partiellement gelé dans le plasma, ceci conduit à courber la coquille et à lui faire perdre sa cylindricité (voir la figure 5.3). Le plasma à proximité des électrodes peut même devenir extrêmement ténu, ce qui est néfaste si l'on souhaite conserver un objet opaque sur toute sa longueur.

En utilisant des électrodes coniques (c'est-à-dire dont la coupe dans le plan  $r - z$  est inclinée), il semble que cet effet de bord soit supprimé. En effet, si l'angle est ajusté de façon à correspondre au rapport de la hauteur sur laquelle la courbure se manifeste ramené à l'épaisseur du plasma, alors la zone perturbée sur le bord est gommée en permanence : le plasma vient s'écraser sur l'électrode et il ne reste, participant encore à l'implosion, que la portion du plasma qui a conservé sa cylindricité (au développement des instabilités près). Ceci est illustré sur la figure 5.4. Bien entendu, ceci implique que seule une partie de la hauteur initiale du pinch soit exploitable en fin d'implosion (de l'ordre de la moitié). Pour une cavité dynamique, ceci n'est pas très

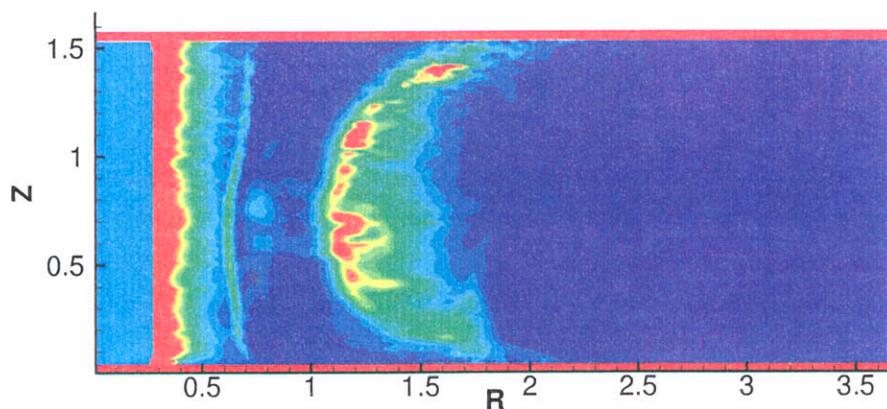


FIG. 5.3 – Champ de densité avec électrodes droites

pénalisant : l'essentiel du transfert d'énergie se fait en fin d'implosion sur une distance relativement faible et de telles cavités se limitent à une hauteur d'un cm.

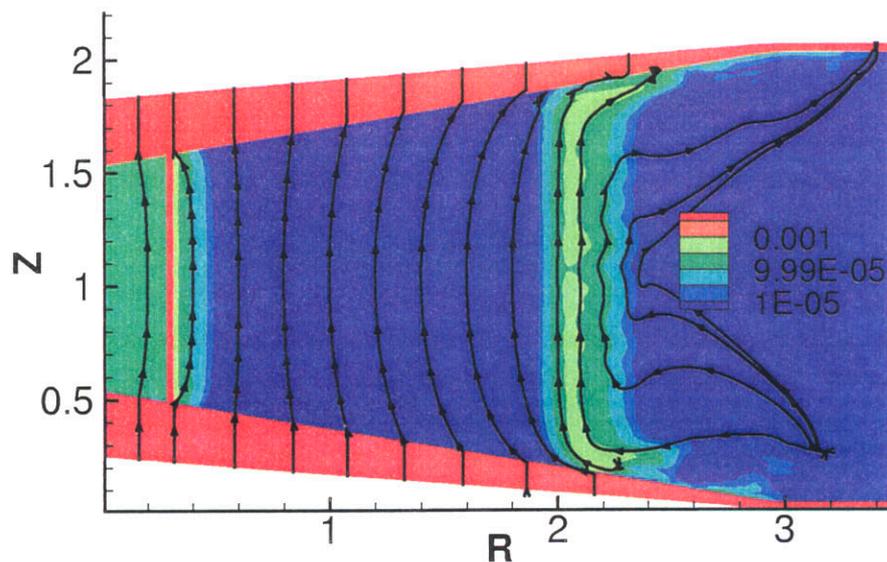


FIG. 5.4 – Champ de densité ( $g/cm^3$ ) avec électrodes inclinées

Un angle de  $10^\circ$  semble convenir. Une recherche d'optimum conduit à un angle de  $5^\circ$  mais cet angle paraît faible comparé à l'angle de  $3^\circ$  utilisé sur la machine Z même sans  $B_z$ . Il n'a pas été possible d'identifier, dans le phénomène de courbure du plasma près des électrodes, quelle part provenait de la MHD réelle et quelle part correspondait à des effets purement numériques. En

effet, la simulation des interactions entre plasma et électrodes étaient assez grossière : pas d'effet d'ablation des électrodes, pas de maillage extrêmement fin permettant de simuler la magnétodynamique dans l'électrode. Le seul effort a consisté à affiner le maillage près des électrodes de façon à résoudre correctement les rayons de courbure apparaissant aux extrémités du plasma en striction magnétique.

Dans une logique de dimensionnement d'une première expérience, on retiendra donc l'angle de  $10^\circ$  comme valeur nécessaire : cet angle est assez fort pour jouer un rôle (on perd 1 cm de hauteur sur un rayon de 3 cm) et un angle beaucoup plus fort, s'il était requis, ferait perdre son intérêt à l'utilisation d'une composante  $B_z$ .

### 5.2.3 Effet de la composante $B_z$ sur le développement des instabilités

Cette section présente les résultats d'une étude paramétrique sur  $B_{z0}$  pour les rayons initiaux 2 et 3 cm. Pour chacun de ces rayons, le maillage, la masse du plasma et le détail de la perturbation initiale de sa densité ont été fixés. Une mousse centrale de CH, de rayon 2.5 mm et de masse 2.5 mg/cm était installée sur l'axe. Des simulations correspondant au générateur Z ont alors été réalisées pour les valeurs du champ magnétique initial  $B_{z0} = 0, 1, \dots, 15$  T, afin de mesurer le développement des instabilités par la fraction de la masse impliquée  $\Delta M$  présentée au chapitre 3.

Le maillage était similaire à celui utilisé dans le chapitre consacré à l'étude des instabilités hydrodynamiques ; la différence principale a consisté à installer le plasma sur une épaisseur millimétrique et a supposé sa température initiale égale à 1 eV, pour éviter de simuler un départ froid. La difficulté était en fait de déterminer correctement la valeur initiale des composantes  $B_z$  et  $B_r$  à installer dans la région du plasma et en particulier près des électrodes. En effet, l'explosion initiale des fils n'a aucune raison de préserver une répartition uniforme du champ magnétique dans le plan  $r - z$ . Plusieurs simulations ont cependant montré que les conditions initiales avaient peu d'importance : en particulier les simulations des deux cas extrêmes,  $B_z$  uniforme et  $B_z$  nul dans le plasma (relayé ou pas par du  $B_r$  sur les électrodes pour fermer les lignes de champs issues des électrodes dans le prolongement du plasma), ne présentent de différences qu'au tout début de la simulation. Après un déplacement millimétrique, les champs magnétiques et de densité se réorganisent de façon similaires dans les deux cas, la seule différence marquée étant dans l'écoulement près des électrodes, rapidement gommée par l'inclinaison à  $10^\circ$  de celles-ci. Dans ces conditions, il a été choisi d'utiliser

une répartition initiale parfaitement uniforme du  $B_z$ .

### Résultat à rayon initial 2 cm

La courbe de la figure 5.5 représente le maximum  $\Delta M_{max}$  atteint par la mesure des instabilités lors de l'implosion, en fonction du champ initial  $B_{z0}$  et pour un rayon initial de 2 cm. Cette courbe met en évidence un seuil autour de 2 T, en-dessous duquel presque aucun effet de limitation des instabilités n'est perceptible. Elle indique également un optimum aux alentours de  $B_{z0} = 4$  T, assez peu marqué, en bon accord avec les estimations élémentaires de la section 5.1. Le point ajouté près du minimum de la courbe correspond à une simulation supplémentaire, réalisée avec un autre jeu de nombres aléatoires pour perturber la densité. Il tend à montrer que le résultat de l'étude paramétrique est robuste.

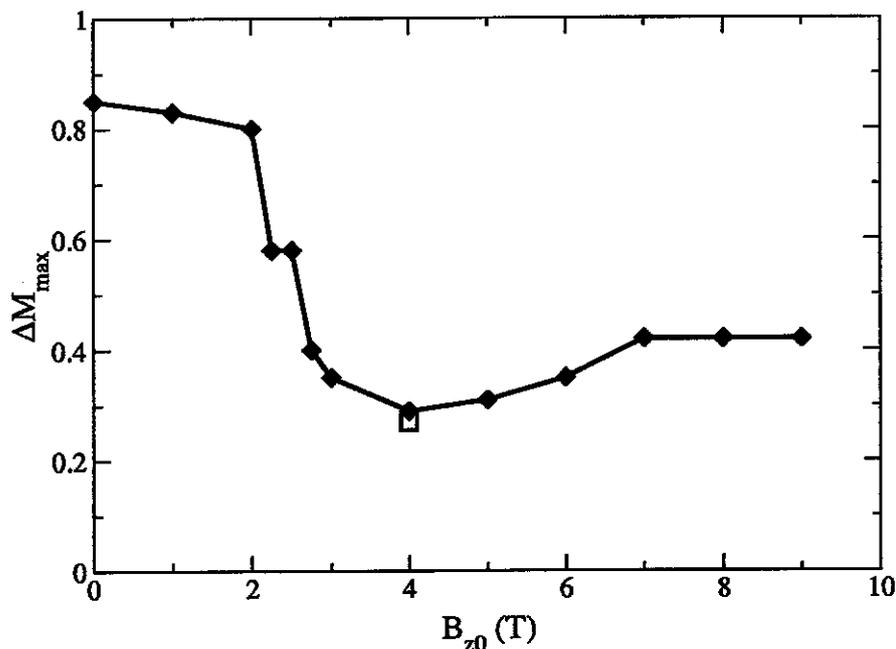


FIG. 5.5 – Maximum de la mesure  $\Delta M$  en fonction du champ initial  $B_{z0}$  pour  $R_0 = 2$  cm

Un premier résultat important est que la présence de la composante  $B_z$  ne permet pas de stabiliser complètement l'écoulement (le minimum de la courbe n'est pas nul). Il faut donc bien parler de limitation des instabilités et non pas de stabilisation.

Il est remarquable cependant que la présence de la composante  $B_z$  permette de limiter le développement des instabilités à un niveau  $\Delta M \sim 0.3$ ,

c'est-à-dire le niveau atteint normalement après une course de seulement 1 cm : le plasma présente une structure monodimensionnelle sur les 2/3 de son épaisseur, tout en étant dans la phase finale de son implosion. Ceci laisse penser qu'il est intéressant de tirer depuis des rayons supérieurs à 2 cm pour tenter de fournir plus d'énergie au plasma.

### Résultat à rayon initial 3 cm

La courbe de la figure 5.6 est l'équivalent de la précédente pour un rayon initial de 3 cm. Elle est beaucoup moins régulière que la précédente, avec un minimum moins bien marqué, indiquant que l'effet de limitation des instabilités est plus difficile à obtenir pour un si grand rayon initial, en bon accord avec notre approche analytique.

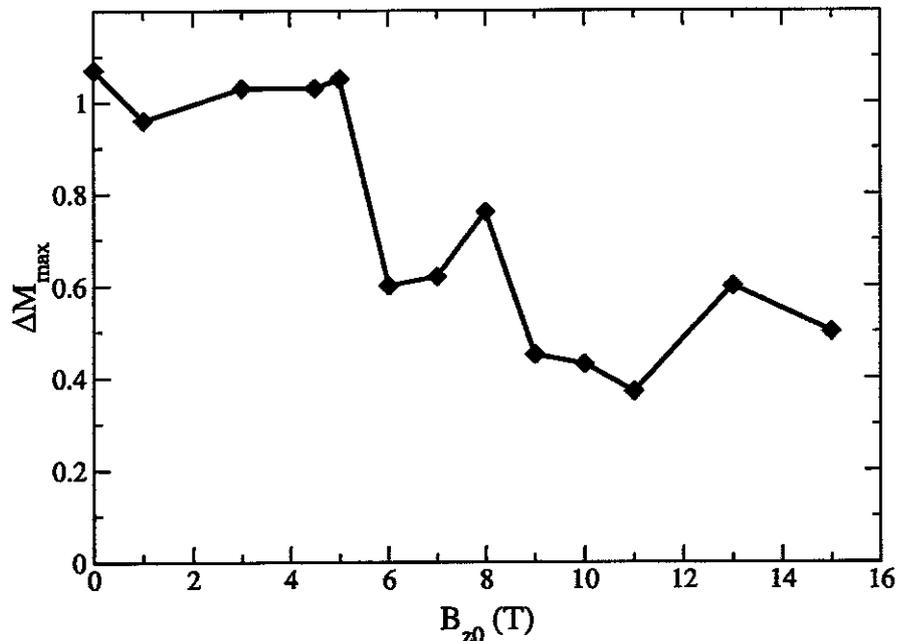


FIG. 5.6 – Maximum de la mesure  $\Delta M$  en fonction du champ initial  $B_{z0}$  pour  $R_0 = 3$  cm

Cette fois-ci, le seuil s'est déplacé vers une valeur de 5 T et l'optimum vers 10 T, avec une limitation des instabilités à un niveau  $\Delta M \sim 0.4$ , ce qui reste tout à fait intéressant.

### Analyse des champs bidimensionnels

L'analyse des champs de densité après un déplacement un peu supérieur au cm permet de comprendre toutes les caractéristiques de la limitation des

instabilités par  $B_z$ .

La comparaison des figures 5.7 et 5.8, correspondant au même instant  $t = 112$  ns pour les simulations à 0 T et à 2 T dans le cas  $R_0 = 2$  cm, démontre a posteriori l'approche permettant d'estimer la valeur minimale requise (section 5.1). Les champs de densité sont quasi-identiques, montrant qu'une valeur trop faible de  $B_{z0}$  ne permet pas à la composante axiale de jouer le moindre rôle dans l'écoulement de striction magnétique au moment où elle devrait empêcher les bulles de traverser le plasma.

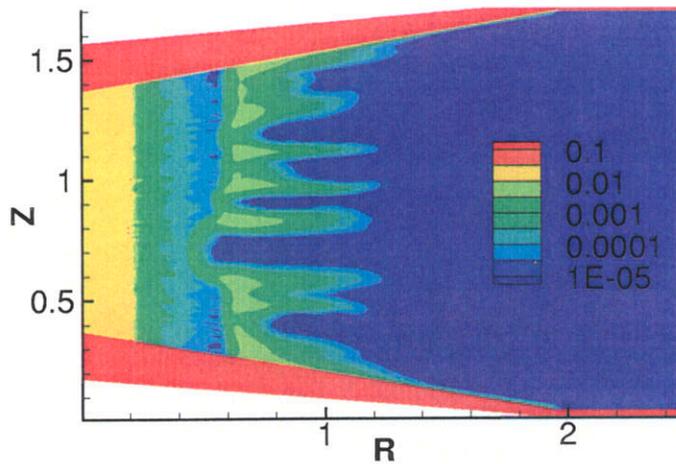


FIG. 5.7 – Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à  $t=112$  ns pour  $B_{z0} = 0$  T

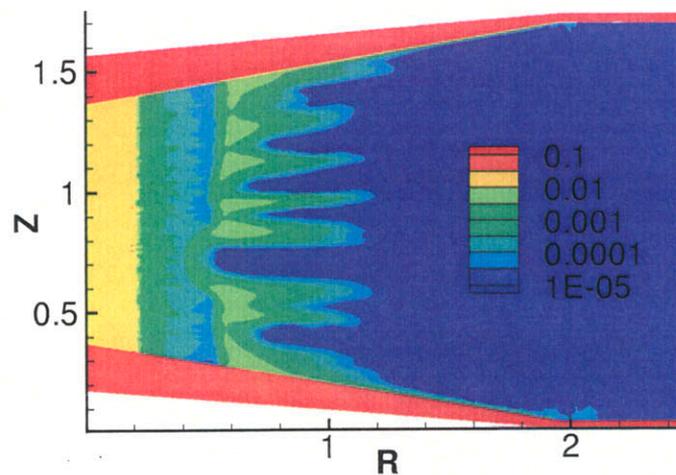


FIG. 5.8 – Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à  $t=112$  ns pour  $B_{z0} = 2$  T

L'effet de seuil s'explique qualitativement en comparant les figures 5.8

et 5.9, correspondant toujours au même instant  $t = 112$  ns pour les simulations à 2 T (juste avant le seuil) et à 4 T (optimum) dans le cas  $R_0 = 2$  cm. L'apparition de structures locales est contrôlée ou non par la présence d'une composante axial du champ magnétique : à 2 T, le  $B_z$ , malgré la compression, n'est pas suffisamment fort pour empêcher la croissance et la pénétration des bulles ; à 4 T, ce n'est plus le cas et la structure n'est perturbée que sur sa face externe, où la composante  $B_z$  est la plus faible et la  $B_\theta$  la plus forte. Dans le cas "stabilisé", le plasma présente même une face interne remarquablement cylindrique. Cette analyse montre tout le bénéfice d'avoir le maximum de  $B_z$  dans le plasma, pour contrecarrer la pénétration des bulles magnétiques en les empêchant de courber la matière et les lignes de champs, partiellement gelées.

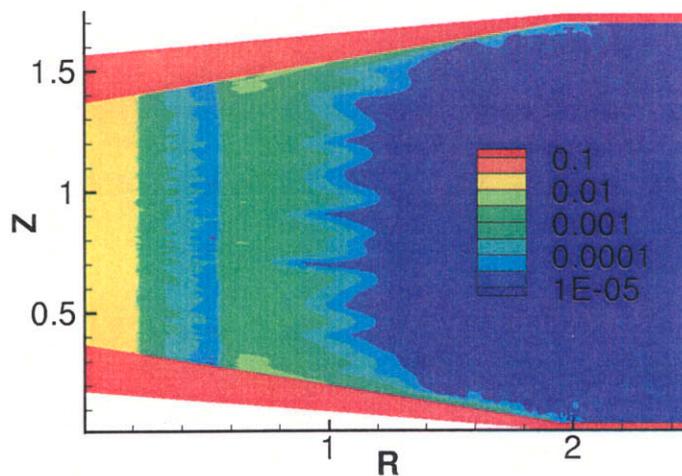


FIG. 5.9 – Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à  $t=112$  ns pour  $B_{z0} = 4$  T

Enfin, la comparaison des figures 5.10 et 5.11, correspondant au même déplacement  $\Delta R \sim 1.6$  cm pour les simulations à 10 T (optimum) et à 15 T dans le cas  $R_0 = 3$  cm, justifie a posteriori l'approche permettant d'estimer la valeur maximale requise. Dans le cas à 15 T, l'écoulement se passe très différemment : la plasma est plus étalé, sa surface interne est beaucoup plus chahutée que l'externe, ce qui est inhabituel, et l'implosion est en retard de 6 ns. Ceci est le fait de la contre-pression magnétique due au  $B_z$  comprimé, qui a déjà pris le pas sur la pression accélératrice due à la composante  $B_\theta$ .

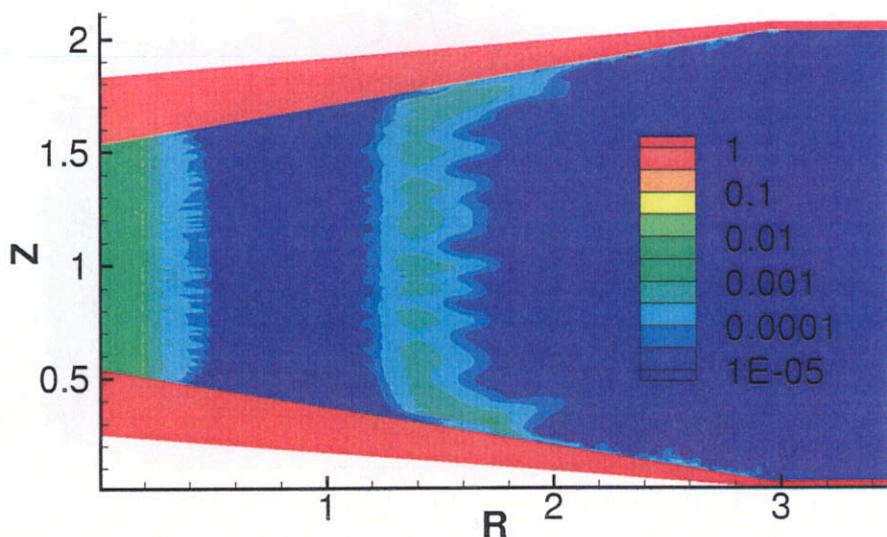


FIG. 5.10 – Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à  $t=93$  ns pour  $B_{z0} = 10$  T

#### 5.2.4 Effet de la composante $B_z$ sur les autres caractéristiques de l'implosion

La section précédente a montré tout le bénéfice qui pouvait être tiré de la présence d'une composante axiale pour limiter le développement des instabilités lors de l'implosion. Nous présentons ici les autres effets - plutôt néfastes - de ce  $B_z$ .

Tout d'abord, le courant varie énormément en présence de  $B_z$ . Sa valeur maximum est à peu près invariable, mais le courant au moment de l'impact sur la mousse ( $t = 135$  ns), c'est-à-dire au moment du maximum de l'énergie cinétique, chute rapidement avec  $B_{z0}$ , comme illustré sur la figure 5.12 pour  $R_0 = 2$  cm. Ceci a des conséquences directes sur l'énergie cinétique acquise par le plasma : la figure 5.13 montre que le coût de la limitation des instabilités est un facteur 1/2 sur l'énergie cinétique totale au moment de l'impact sur la cible centrale. Le changement de cinétique entre les cas à 0 et à 4 T se produit quelques ns avant l'impact sur la mousse centrale et n'est pas perceptible sur les figures précédentes des champs de densité (le cas à 4 T n'est presque pas en retard par rapport à l'autre). A noter cependant que les vitesses atteintes par le plasma en striction magnétique, supérieure à  $40$  cm/ $\mu$ s, restent largement suffisantes pour créer un choc avec de bonnes propriétés radiatives dans la mousse.

Ensuite, il faut s'interroger sur la valeur de la composante  $B_z$  en fin d'implosion, par exemple quand le choc engendré dans la mousse centrale

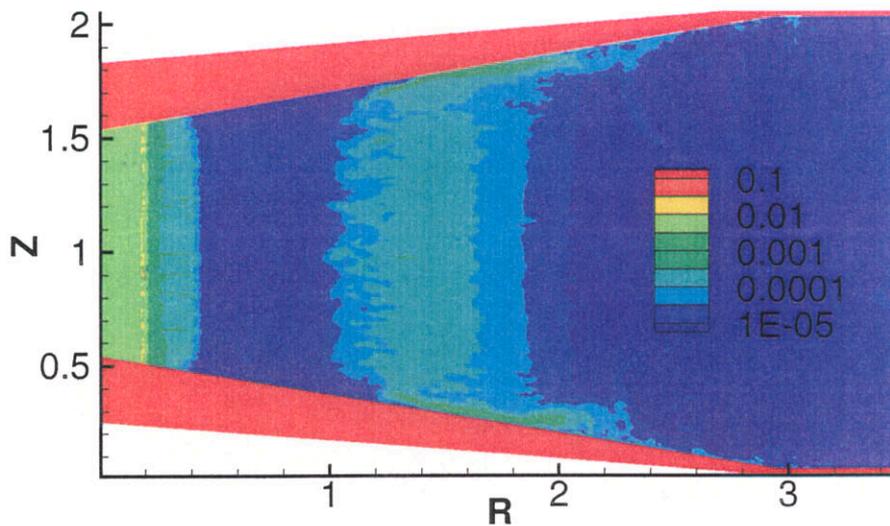


FIG. 5.11 – Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à  $t=99$  ns pour  $B_{z0} = 15$  T

atteint le rayon  $r = 1$  mm. D'une part dans le plasma, comme indiqué sur la figure 5.14, la composante  $B_z$  est devenue supérieure à  $B_\theta$  pour toutes les valeurs intéressantes de  $B_{z0}$  : ceci gêne l'implosion finale, et par conséquent il n'est pas envisageable d'utiliser un champ magnétique à composante axiale pour des strictions visant à exploiter le rayonnement issu de la thermalisation sur l'axe (cavité statique). Par contre, comme l'indique la courbe de la figure 5.15, sur l'axe même, il n'y a aucune compression du  $B_z$  tant que le choc dans la mousse ne l'a pas atteint : aucune limitation n'existe donc pour exploiter la limitation des instabilités par  $B_z$  dans le cas d'une cavité dynamique.

Enfin, les figures 5.16 et 5.17, indiquent les valeurs atteintes par les différentes composantes du champ magnétique après un déplacement d'un centimètre, pour les deux rayons initiaux 2 et 3 cm. Dans les deux cas, le  $B_z$  est comprimé dans le vide selon la loi presque idéale  $B_z = 0.9 \cdot B_{z0} \cdot (R_0/R)^2$ . Le rapport entre les valeurs dans le vide interne et au coeur du plasma de cette même composante axiale est, de plus, bien comprise entre 3 et 4. De même, le rapport entre le maximum de  $B_\theta$  et celui de  $B_z$  est de 3 pour les valeurs intéressantes de  $B_{z0}$ .

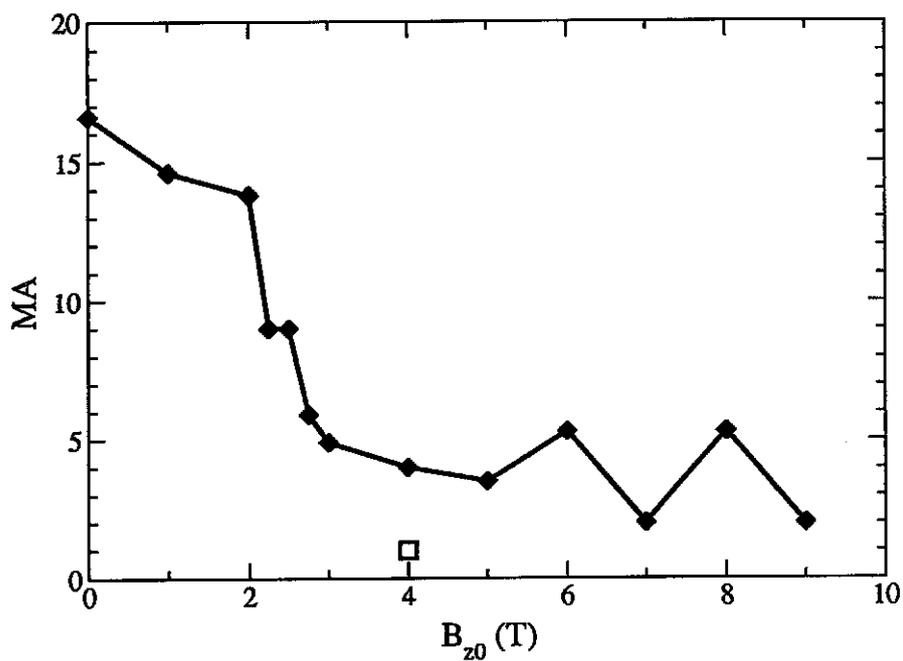


FIG. 5.12 – Valeur du courant à l'impact sur la mousse en fonction du champ initial  $B_{z0}$  pour  $R_0 = 2$  cm

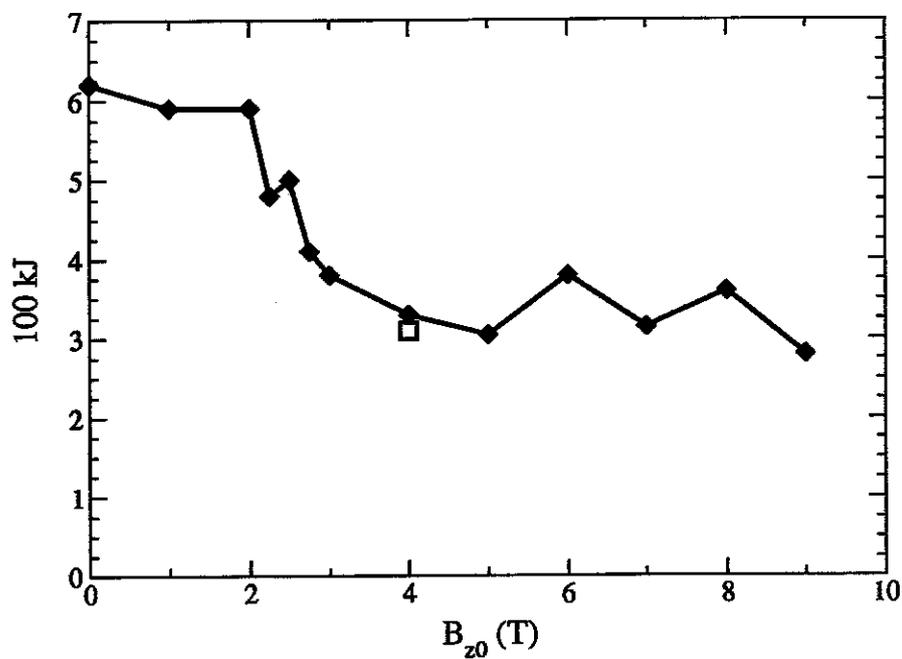


FIG. 5.13 – Maximum de l'énergie cinétique en fonction du champ initial  $B_{z0}$  pour  $R_0 = 2$  cm

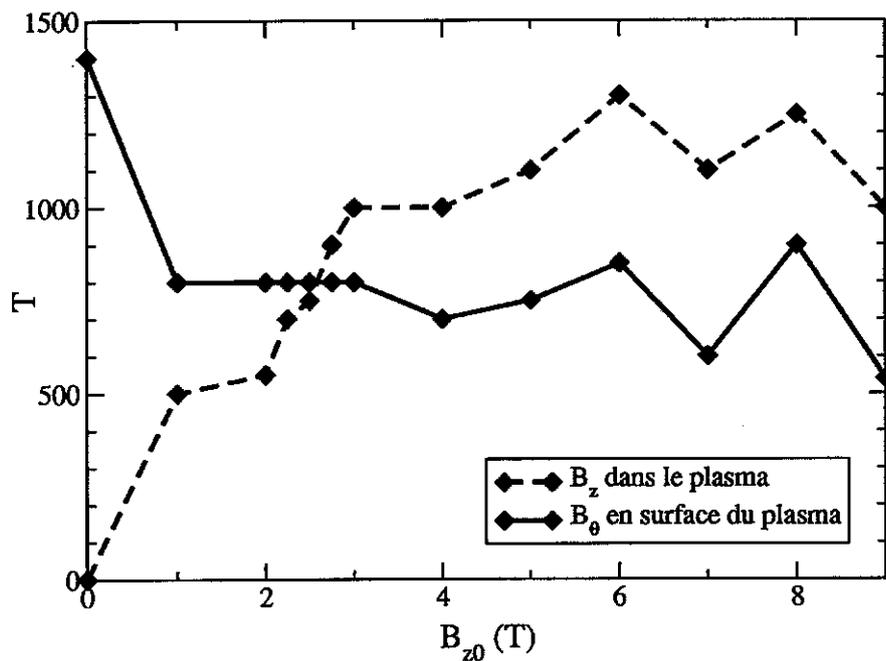


FIG. 5.14 – Valeur maximale des composantes du champ magnétique dans le plasma en fin d’implosion, en fonction de  $B_{z0}$  pour  $R_0 = 2$  cm

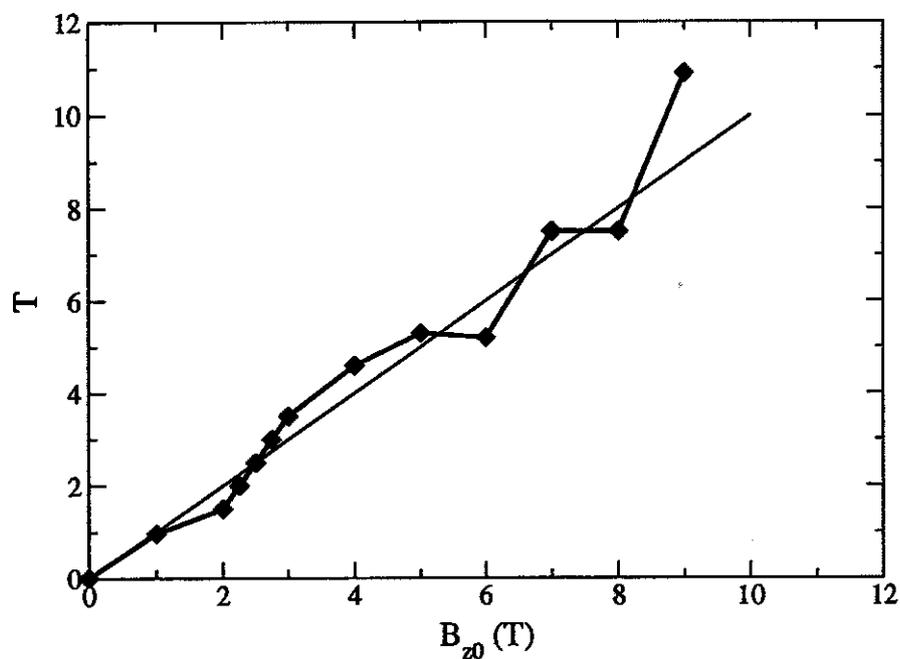


FIG. 5.15 – Valeur de  $B_z$  sur l’axe en fin d’implosion, en fonction de  $B_{z0}$  pour  $R_0 = 2$  cm

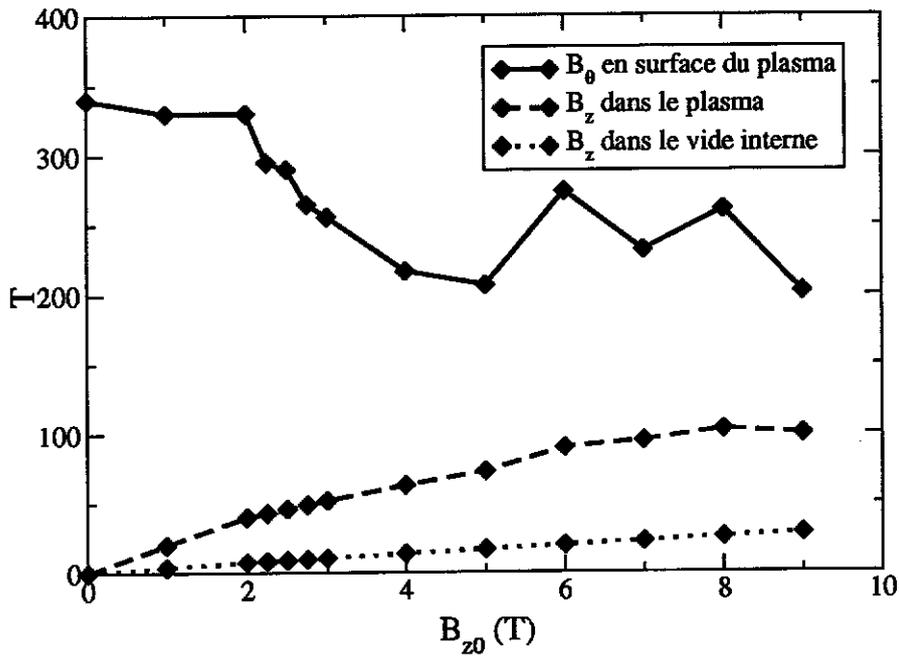


FIG. 5.16 – Valeur des composantes du champ magnétique après  $\Delta R = 1$  cm en fonction de  $B_{z0}$  pour  $R_0 = 2$  cm

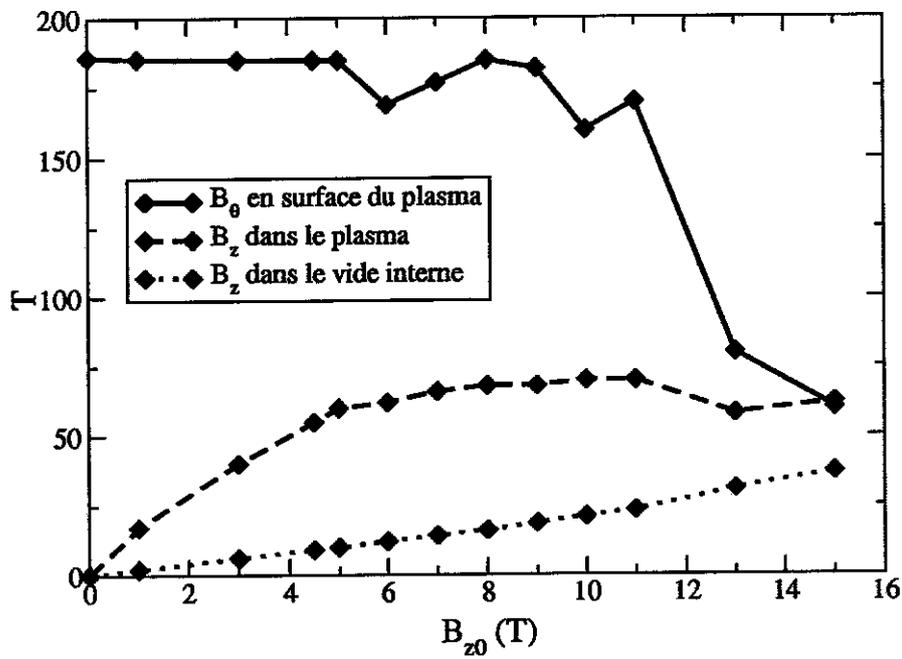


FIG. 5.17 – Valeur des composantes du champ magnétique après  $\Delta R = 1$  cm en fonction de  $B_{z0}$  pour  $R_0 = 3$  cm

## 5.3 Implications pour une cavité radiative dynamique

La présence d'une composante  $B_z$  au coeur du plasma gêne sa compression finale : elle n'a donc pas d'intérêt pour exploiter sa thermalisation sur l'axe et chauffer une cavité statique. Par contre, dans le cas d'une cavité dynamique où nous avons déjà vu que l'implosion n'était exploitable que jusqu'à un rayon minimal millimétrique, l'effet de limitation des instabilités présente un intérêt réel. Dans cette section, nous allons estimer le gain en opacité et de là en température radiative qu'il peut en être attendu.

### 5.3.1 Gain en opacité et température radiative

La meilleure stabilité du plasma au moment du choc sur le convertisseur central doit permettre :

- d'avoir une meilleure symétrie d'irradiation au coeur de la cavité ; cet effet est très intéressant, car il autorise à exploiter la cavité jusqu'à des rayons plus petits donc à des températures plus élevées : nous n'estimerons pas ici cet apport de la meilleure stabilité,
- d'avoir une meilleure opacité du plasma en striction magnétique donc un meilleur confinement du rayonnement et par conséquent des températures radiatives plus élevées.

Pour quantifier le gain en opacité, nous allons utiliser un nombre sans dimension, le facteur d'opacité  $F_{op}$ , qui mesure la dégradation de l'épaisseur optique du plasma par le développement des instabilités : pour un plasma parfaitement monodimensionnel,  $F_{op} = 1$ , et pour un plasma complètement perturbé,  $F_{op} \rightarrow 0$ . La référence [36] fournit le moyen d'estimer  $F_{op}$  en fonction de  $\Delta M$  : en effet, pour un profil idéalisé du champ de densité perturbé par les instabilités de Rayleigh-Taylor, il est possible d'estimer  $F_{op}$  et  $\Delta M$  et d'obtenir une courbe de correspondance entre les deux. Ce profil idéalisé est le suivant (voir la figure 5.18) : une densité  $\rho$  uniforme étalée entre une surface interne non-perturbée et une surface externe constituée de branche de parabole, c'est-à-dire une épaisseur totale représentée par

$$\Gamma = \Gamma_{min} \left( 1 + 3R_a \left( \frac{2z}{\lambda} \right)^2 \right)$$

qui ne dépend que du rapport  $R_a$  de la masse des aiguilles sur celle de la région non-perturbée. Le facteur d'opacité pour un tel profil est alors (d'après [36]) :

$$F_{op} = \frac{\Gamma_{Rosseland}}{\Gamma_{1D}} = \frac{1}{\Gamma_{min}} \int_0^1 \frac{dx}{1+3R_a \cdot x^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3R_a}}{\arctan \sqrt{3R_a} \cdot (R_a + 1)}$$

et l'intégration de  $\Delta M$  ne pose pas problème :

$$\Delta M = \frac{2B(A/6 + B/15)}{2B(A/6 + B/20) + (B^2 - R^2)/2}$$

où  $A = R + \Gamma_{min}$  ( $R$  est le rayon de la face interne) et  $B = 3R_a\Gamma_{min}$ .

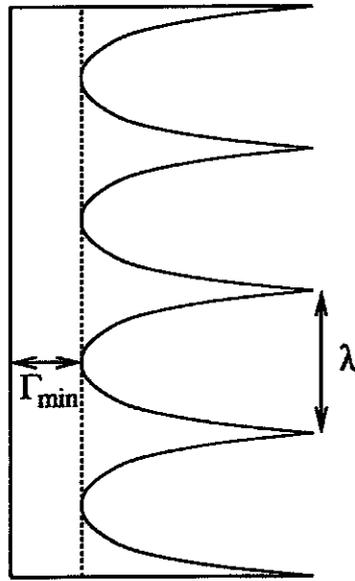


FIG. 5.18 – Champ de densité idéalisé avec perturbation par les instabilités de Rayleigh-Taylor

Ceci conduit à la courbe de correspondance de la figure 5.19, correctement calée sur le point  $F_{op} = 0.376$  (voir [36]) et  $\Delta M = 0.5$  (voir chapitre précédent) représentatif d'une cavité dynamique avec double coquille imbriquée typique de  $Z$ .

La limitation des instabilités par  $B_z$  permet donc de limiter la dégradation de l'épaisseur optique à  $F_{op} \sim 0.75$ , alors que les cavités dynamiques classiques (à double coquille) ne permettent d'atteindre que la valeur  $F_{op} \sim 0.38$  (d'après [36]). Une cavité à simple coquille, avec des bulles de champ magnétique la trouant de part en part, conduirait à un facteur  $F_{op}$  quasi-nul.

Les courbes de la figure 18 de [36] fournissent la relation entre  $F_{op}$  et la température radiative atteignable. La combinaison des relations précédentes entre  $B_{z0}$ ,  $\Delta M$ ,  $F_{op}$  et  $T_r$  conduit à la courbe de la figure 5.20 (à énergie cinétique couplée et rayon minimal d'exploitation constants et pour un rayon

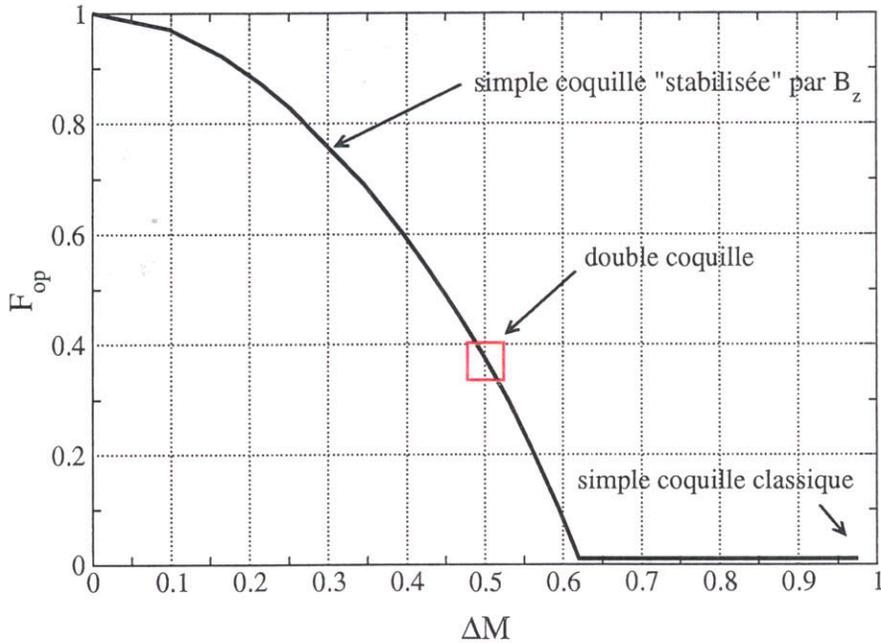


FIG. 5.19 – Courbe de correspondance entre le facteur d'opacité  $F_{op}$  et le niveau de développement des instabilités  $\Delta M$

initial de  $R_0 = 2$  cm sur  $Z$ ), qui illustre le lien entre  $B_{z0}$  et la température radiative maximale exploitable. Elle laisse penser pour finir que le gain en opacité (0.75 au lieu de 0.38) doit permettre, en utilisant une cavité dynamique à simple coquille "stabilisée" par  $B_z$  plutôt qu'à double coquille, d'atteindre des températures de 10 eV plus élevées sur  $Z$ , soit un gain en énergie de l'ordre de 20%.

### 5.3.2 Proposition de validation expérimentale

Les considérations précédentes conduisent à proposer la campagne expérimentale suivante sur le générateur  $Z$  : électrodes inclinées à  $10^\circ$ , pinch de rayon initial  $R_0 = 2$  cm, masse  $m/h = 2.5$  mg/cm, hauteur  $h = 1.67$  cm, mousse de CH de rayon initial  $R_0 = 2.5$  mm, masse  $m/h = 2.5$  mg/cm, hauteur  $h = 1$  cm, permettant une comparaison directe avec un tir typique à double coquille tel le tir Z497, et :

- un premier tir à  $B_{z0} = 4$  T, qui doit donner des températures égales ou supérieures aux températures atteintes avec le tir Z497,
- un deuxième tir de référence à  $B_{z0} = 0$  T, qui doit donner des températures médiocres (simple coquille "non-stabilisée"), démontrant l'intérêt de la présence du  $B_z$ ,

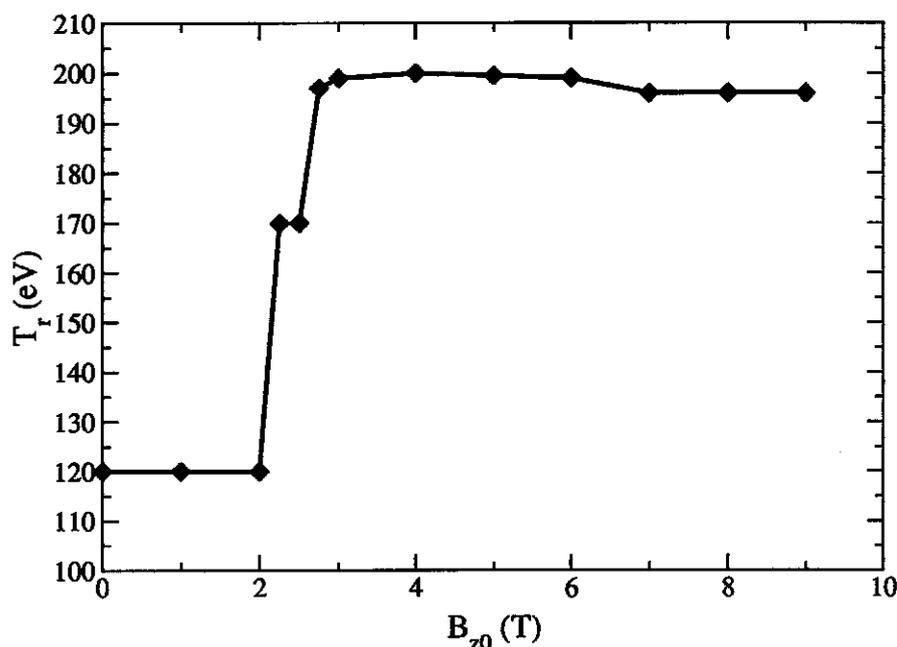


FIG. 5.20 – Température radiative en fonction du champ initial  $B_{z0}$

- un troisième et un quatrième tirs à  $B_{z0} = 6$  et  $8$  T pour affiner la position du maximum et montrer un effet de dégradation à trop forte valeur de  $B_{z0}$ ,
- un cinquième et un sixième tirs à  $B_{z0} = 2$  et  $3$  T pour valider l'existence d'un effet de seuil.

## 5.4 Conclusion

Ce chapitre a révélé que la présence d'un champ magnétique axial initialement uniforme doit permettre de limiter efficacement le développement des instabilités, avec un gain en stabilité supérieur à celui obtenu avec les doubles coquilles. Une stabilisation totale n'est par contre pas envisageable.

Les calculs présentés montrent aussi que le gain en stabilité à un coût non négligeable sur l'énergie cinétique acquise lors de l'écoulement de striction magnétique. De plus, la compression d'un champ magnétique dans le vide à l'intérieur du plasma interdit l'utilisation d'un tel schéma pour produire du rayonnement par thermalisation sur l'axe.

Pour finir, il nous faut émettre deux réserves : d'une part, nous avons travaillé avec un code bidimensionnel à symétrie de révolution, quand les lignes de champ (par exemple) ont assurément une géométrie tridimensionnelle (par

la présence des trois composantes  $B_r$ ,  $B_\theta$  et  $B_z$ ), et, d'autre part, il n'a pas été possible de s'appuyer sur des résultats expérimentaux solides.

## Chapitre 6

# Attaque directe d'une cible par un plasma de striction magnétique : peut-on se passer de cavité radiative ?

Ce chapitre propose une analyse d'un tir original effectué sur la machine Z, à l'aide des résultats acquis dans les chapitres précédents. Le laboratoire Sandia a tenté à la fin de l'année 2000 un tir visant à obtenir des réactions de fusion thermonucléaire<sup>1</sup> par impact direct du plasma de striction magnétique sur une cible en plastique cylindrique contenant un mélange fusible.

Ce schéma se voulait une remise en cause de l'approche par cavité radiative. Le passage par l'intermédiaire du rayonnement fait en effet grandement chuter les rendements énergétiques : d'une énergie disponible dans le plasma sous striction magnétique de l'ordre de 1 MJ, il ne reste environ que 10 kJ pour imposer une capsule sphérique millimétrique contenant un mélange fusible. En impactant directement une capsule cylindrique, c'est une énergie beaucoup plus importante de quelques centaines de kJ qui peut être couplée. A noter cependant que les énergies par unité de volume sont similaires, de l'ordre de 1 kJ/mm<sup>3</sup>.

Dans ce qui suit, la première section présente le schéma et les résultats prédits (dans le rapport [37]). La section suivante expose et analyse le résultat obtenu et la dernière est une proposition d'amélioration.

---

<sup>1</sup>C'est-à-dire la fusion en volume d'un plasma chauffé suffisamment longtemps à une température élevée ( $> 1$  keV), par opposition à la fusion nucléaire où des réactions sont obtenues de manière isolée, par accélération de particules localement par exemple. Le critère expérimental permettant de distinguer les deux est la bonne isotropie de l'émission neutronique dans le cas de la fusion thermonucléaire.

## 6.1 Description et avantages du schéma à attaque directe

Comme indiqué sur la figure 6.1, le schéma par attaque direct exploitait un pinch d'aluminium de rayon initial  $R = 3$  cm et de masse  $m = 1.9$  mg pour une hauteur  $h = 1.5$  cm. La capsule cylindrique était en plastique, de rayon  $R_{cap} = 3$  mm et de masse  $m_{cap} = 6$  mg (épaisseur de l'ordre de  $20 \mu\text{m}$ ). Elle était recouverte d'une petite couche de graphite pour ses propriétés conductrices. Son contenu était un mélange fusible à une densité de  $0.1 \text{ mg/cm}^3$  (soit environ une pression de  $0.5 \text{ atm}$ ), de DT dans les simulations et de DD dans l'expérience<sup>2</sup>. Un champ magnétique axial  $B_{z0} = 2 \text{ T}$  était installé initialement de manière uniforme par une bobine externe et un petit générateur indépendant. Outre le meilleur couplage énergétique pinch-capsule, les avantages de ce schéma étaient nombreux.

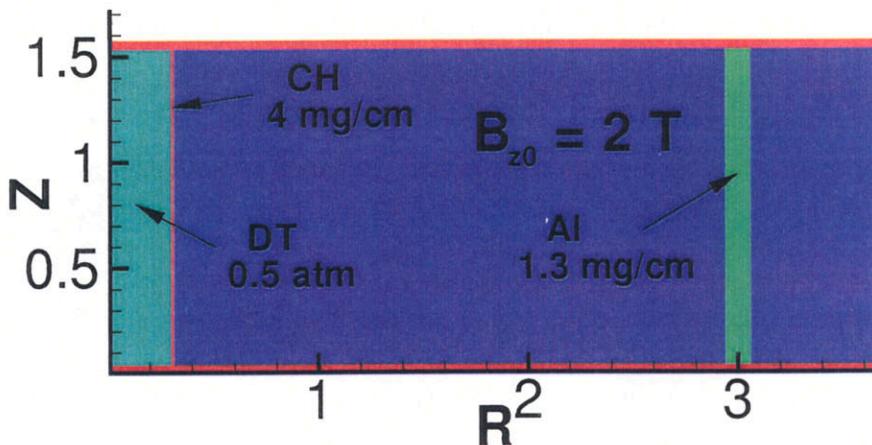


FIG. 6.1 – Configuration initiale du tir Z681

### Rôles du $B_z$

Le champ magnétique axial devait servir à stabiliser le plasma de striction magnétique pendant l'implosion pour assurer l'uniformité du choc le long de la capsule cylindrique.

<sup>2</sup>Le DD est plus facile à manipuler mais donne de moins bons résultats car les sections efficaces sont plus faibles. Grossièrement, dans les régimes de combustion d'une faible fraction du mélange fusible qui nous intéressent, on peut retenir un facteur 100 entre l'émission neutronique avec du DD et celle avec du DT.

Il devait également servir de coussin élastique pour limiter l'intensité du choc dans le plastique et son échauffement parasite. Cet échauffement est préjudiciable à plusieurs titres : il consomme inutilement de l'énergie, il limite la compression finale du DT et enfin il réduit le temps de confinement de celui-ci en autorisant des vitesses ( $\alpha\sqrt{kT}$ ) de déconfinement plus élevées. C'est ici que le graphite conducteur jouait un rôle, en permettant la compression du champ magnétique à la surface de la capsule. Les simulations présentées dans la référence [37] montrent par exemple une chute importante de la température du plastique lorsqu'un champ magnétique axial est installé : 16 keV à 0 T, 4.5 keV à 1 T et 0.8 keV à 2 T. Les mêmes simulations estimaient la température du DT à 16 keV à 0 T, 12 keV à 1 T et 10 keV à 2 T.

Enfin la compression du  $B_z$  dans le mélange fusible devait permettre d'inhiber la conduction thermique électronique radiale, source importante de perte dans un tel schéma de "cible magnétisée".

## Masse de plastique et temps de confinement

Limiter l'intensité du choc dans le plastique permet d'utiliser une forte masse pour celui-ci, comparée à celle du plasma d'aluminium sous striction magnétique. Ceci offre au moins deux avantages. D'une part, l'implosion de la capsule est relativement douce et lente, limitant le préchauffage du mélange fusible ( $v \sim 10 \text{ cm}/\mu\text{s}$ ,  $T_i \sim 0.02 \text{ keV}$ ). D'autre part ceci assure un long temps de confinement du DT, puisque le déconfinement doit commencer par l'imposante masse du plastique. Tout ceci concourt à améliorer l'émission neutronique.

## Prédiction 1D des performances du schéma

Tous les calculs présentés dans la référence [37] étaient monodimensionnels. Ils conduisaient, dans le cas à 2 T, à un chauffage sur l'axe du DT à une température  $T_i \simeq 10 \text{ keV}$  avec des températures supérieures à 5 keV pendant 3 ns. La densité maximale était prédite égale à  $\rho_{DT} = 0.33 \text{ g/cm}^3$  pour un rapport de convergence de 20, soit un produit  $\rho r = 5.10^{-4} \text{ g/cm}^2$ . Avec du DT, ceci conduisait à une émission de l'ordre de  $10^{15}$  neutrons, ou encore une fraction brûlée (d'après [23]) :

$$F_b = \frac{\rho r}{\rho r + 6} \sim 10^{-4}$$

Un tel schéma sur la machine Z ne conduisait donc à brûler qu'une faible fraction du mélange fusible. Le rapport [37] propose une estimation pour

obtenir un schéma à combustion complète conduisant à des courants  $I > 64$  MA.

La prédiction que nous venons de présenter, calculée avec un code mono-dimensionnel, ne tenait pas compte des effets de bords (pertes aux extrémités des cylindres) ni des instabilités<sup>3</sup>. Une chute d'un facteur 100 du nombre de neutrons émis, soit  $10^{13}$ , due à ces effets semblait raisonnable car elle ne remettait pas en cause l'intérêt de celui-ci, à savoir disposer d'un plasma thermonucléaire en laboratoire.

## 6.2 Résultat du tir Z681 et analyse

Le schéma de fusion thermonucléaire par attaque directe tel que décrit dans la section précédente a été testé expérimentalement lors du tir Z681. Le résultat en a été très décevant : aucun neutron détecté, malgré des températures de plusieurs<sup>4</sup> keV. Plus précisément, les détecteurs de neutrons (fonctionnant par activation de pastilles) avaient été positionnés de façon à offrir un seuil de détection de l'ordre de  $10^8$  neutrons (pour des prédictions entre  $10^{13}$  et  $10^{15}$ ). Le résultat du tir Z681 fut donc que le schéma tel qu'il avait été dimensionné par des calculs 1D et avec  $B_{z0} = 2$  T conduisait à émettre moins de  $10^8$  neutrons.

L'étude sur les possibilités de stabilisation par champ magnétique axial  $B_z$  du chapitre 5 permet d'analyser ce résultat. Tout d'abord, l'utilisation d'électrodes droites a dû conduire à des effets de bord désastreux : le plasma sous striction magnétique a dû se courber et impacter la capsule cylindrique dans de mauvaises conditions.

Ensuite, le champ magnétique initial  $B_{z0} = 2$  T était insuffisant pour obtenir la moindre limitation des instabilités. Avec un rayon initial de 3 cm, le plasma d'aluminium était à coup sûr totalement déstructuré au moment de l'impact sur la cible centrale, avec des bulles de champ magnétique l'ayant transpercé.

En conclusion, le fonctionnement du schéma a dû être très différent de celui prédit en 1D et on ne s'étonne pas du mauvais résultat obtenu.

---

<sup>3</sup>Les concepteurs du tir espéraient une stabilisation totale du plasma de striction magnétique et donc des instabilités très limitées.

<sup>4</sup>Il n'y avait aucune mesure directe de la température ; cependant les diagnostics de rayonnement fortement filtrés aux basses énergies ont enregistré un pic marqué, indiquant que des températures de plusieurs keV avaient été nécessairement atteintes.

## Analyse numérique

Le tir Z681 a pu être étudié avec le code utilisé pour les chapitres précédents en y incluant un simple modèle d'émission neutronique, c'est-à-dire en calculant, à chaque instant et pour chaque cellule, à partir de la température ionique du DT, une section efficace de réaction et de là un nombre de neutrons émis. Ce modèle très simple suffit car la fraction de couples de DT brûlés est négligeable et que l'interaction des neutrons émis avec les matériaux environnant (D, T, plastique, graphite et Al) est négligeable elle aussi, vu les densités et dimensions considérées.

Dans ces conditions des calculs 1D et 2D ont été réalisés pour la configuration du tir Z681. Les calculs 1D conduisaient à une émission de  $10^{13}$  neutrons (contre  $10^{15}$  pour le calcul présenté dans la référence [37]) et de  $10^6$  en 2D avec une température ionique restant inférieure à 1 keV. L'état du plasma en cours d'implosion est visible sur la figure 5.3 page 133. Ce calcul est en accord avec le résultat expérimental d'une émission inférieure à  $10^8$  neutrons.

Il est intéressant maintenant de regarder, à la lumière de l'analyse du chapitre 5, comment ce schéma peut être amélioré.

## 6.3 Proposition d'amélioration

Les résultats du chapitre 5 montrent que les performances du schéma du tir Z681 auraient été bien supérieures avec les évolutions suivantes, illustrées sur la figure 6.2 :

- des électrodes inclinées à  $10^\circ$ , pour supprimer l'effet de courbure du plasma de striction magnétique et les effets de bord associés,
- un champ magnétique axial  $B_{z0}$  de 10 T pour limiter effectivement le développement des instabilités avec un rayon initial de 3 cm.

Pour le reste, le schéma pouvait rester à peu près inchangé, à savoir un réseau de fils de 1.3 mg/cm pour une hauteur de 2 cm, une capsule de plastique de 4 mg/cm contenant un mélange fusible de DT à  $10^{-4}$  g/cm<sup>3</sup>.

Dans ces conditions, l'implosion du pinch aurait été beaucoup plus stable, comme le montre la figure 6.3 après une course  $\Delta R = 1.8$  cm. A ce stade, la surface de la capsule a explosé sous l'effet du rayonnement issu du plasma de striction magnétique mais sans recul important ni choc intense dans le mélange DT. L'impact sur la cible reste peu homogène selon  $z$ , comme le montre la figure 6.4, le développement des instabilités étant limité à  $\Delta M \sim 0.4$  sans être négligeable. Ceci conduit à un choc fortement instable dans le DT, comme le montrent les figures 6.5 et 6.6, où le développement de

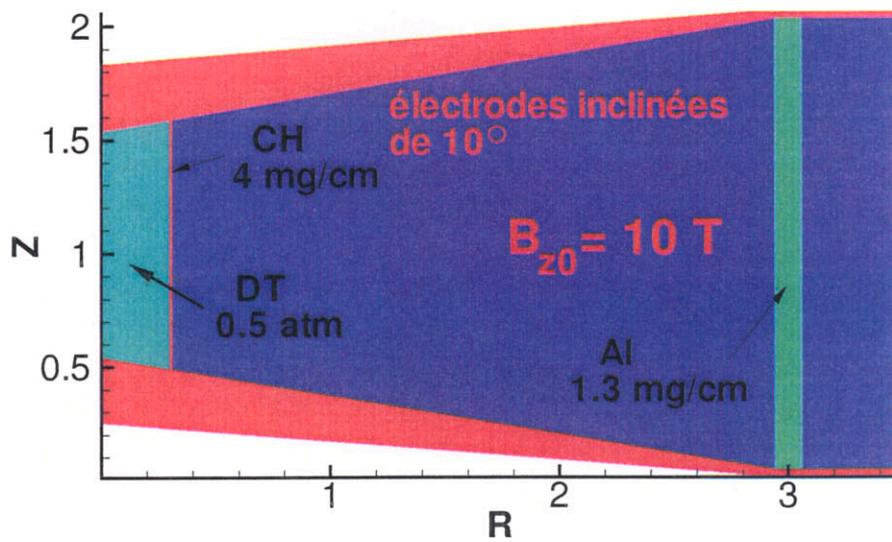


FIG. 6.2 – Configuration améliorée

"champignons" est visible sur la représentation des champs de température ionique malgré la simplicité du modèle de suivi d'interface<sup>5</sup>.

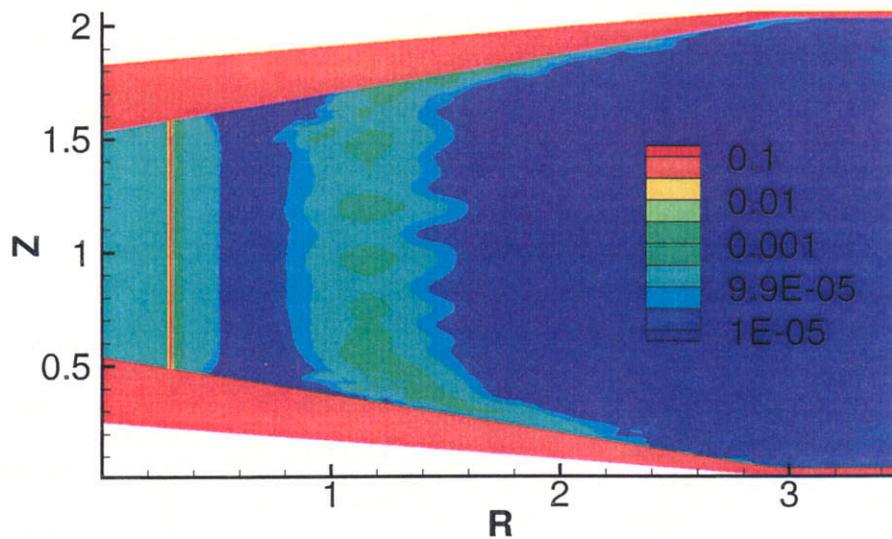


FIG. 6.3 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à  $t = 102 \text{ ns}$  et  $\Delta R = 1.8 \text{ cm}$

L'arrivée du choc sur l'axe produit une première bouffée de  $2 \times 10^{10}$  neutrons, étalée pendant 2 ns du fait de l'inhomogénéité axiale du choc. Elle

<sup>5</sup>Se reporter à l'annexe sur le code pour la description de ce modèle.

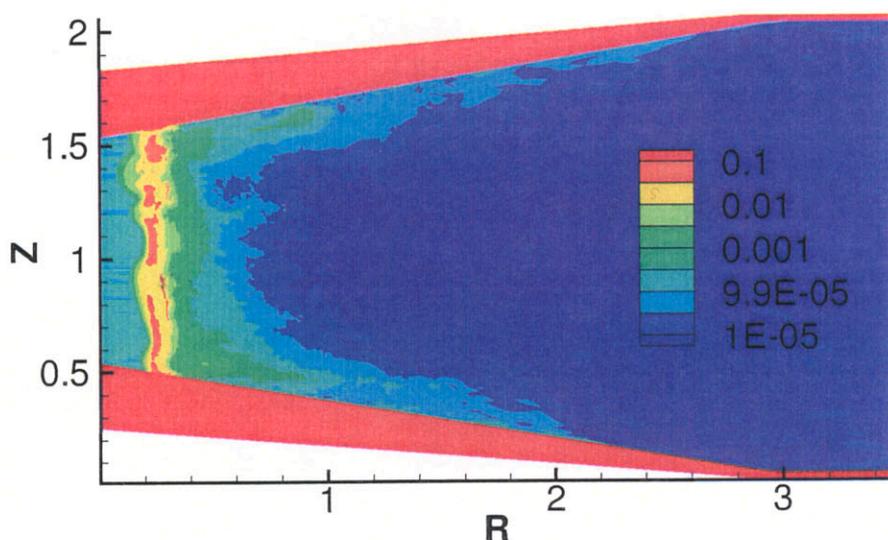


FIG. 6.4 – Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) au début de l'impact de la cible ( $t = 121 \text{ ns}$ )

correspond à des densités  $\rho_{DT}$  de  $10^{-3}$  à  $10^{-2} \text{ g}/\text{cm}^3$  et à une température  $T_i$  de 1 à 2 keV. Durant cette phase, le matériau de la capsule est en expansion vers le coeur.

Une seconde bouffée de  $4 \times 10^{10}$  neutrons se produit 7 ns après la première, avec l'accumulation sur l'axe du matériau de la capsule. Les densités dans le DT sont cette fois-ci de  $10^{-2}$  à  $10^{-1} \text{ g}/\text{cm}^3$  et la température  $T_i$  de 1 à 5 keV. La courbe d'émission neutronique est représentée sur la figure 6.7. Ce calcul prédit donc une émission de  $10^{10}$  à  $10^{11}$  neutrons.

Un phénomène remarquable visible dans cette simulation est la limitation (attendue) du chauffage du plastique grâce à la présence du champ magnétique axial. La comparaison des figures 6.8 et 6.9, présentant la température ionique et la répartition des matériaux à un instant situé au milieu de l'émission de la première bouffée de neutrons, montre bien la coexistence d'un plasma de DT à une température supérieure à 1 keV à proximité d'un matériau plastique restant à une température inférieure à 0.1 keV.

## 6.4 Conclusion

Il a manqué au dimensionnement du tir Z681 une approche bidimensionnelle. Des évolutions simples (des électrodes inclinées pour supprimer les effets de bord et un champ magnétique axial plus intense pour assurer la limitation des instabilités) auraient permis d'obtenir un meilleur résultat, entre

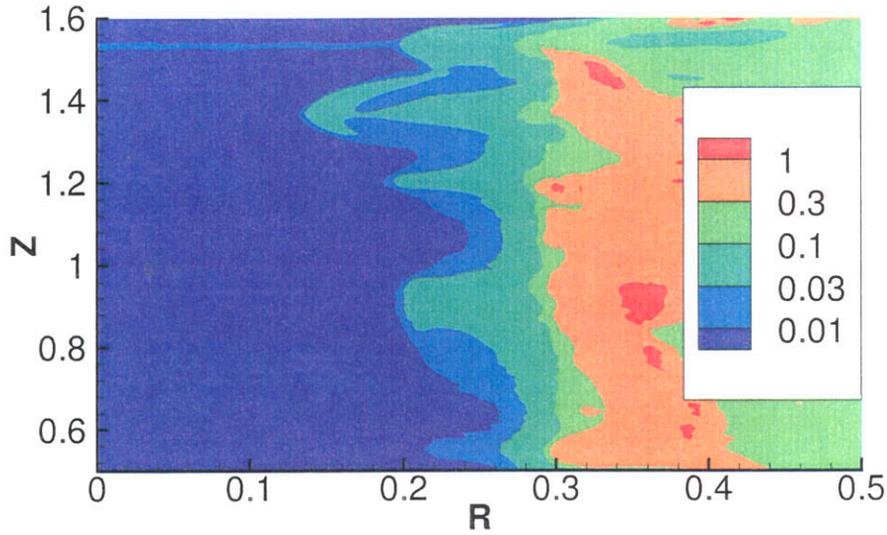


FIG. 6.5 – Champ de température ionique (keV) à  $t = 119$  ns

$10^{10}$  et  $10^{11}$  neutrons, inférieur aux  $10^{13}$  à  $10^{15}$  escomptés initialement mais bien supérieur au seuil de détection de  $10^8$ .

La présence du champ magnétique axial ne permet cependant pas d'obtenir une stabilisation parfaite du plasma de striction magnétique. Ceci conduit à un impact très inhomogène sur la cible cylindrique et au développement d'un choc très instable dans le mélange fusible.

Malgré leurs faibles rendements énergétiques, les schémas de cavité radiative avec passage par l'intermédiaire du rayonnement sont donc les seuls à pouvoir offrir une compression de la capsule homogène à quelques pourcents. L'attaque directe par le plasma de striction magnétique d'une cible cylindrique n'est donc pas une alternative crédible aux cavités radiatives.

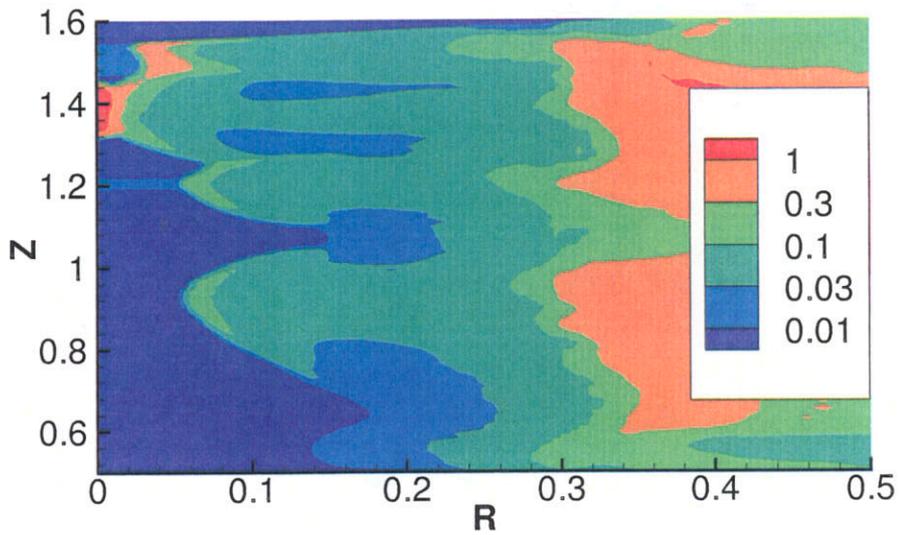


FIG. 6.6 – Champ de température ionique (keV) à  $t = 123$  ns

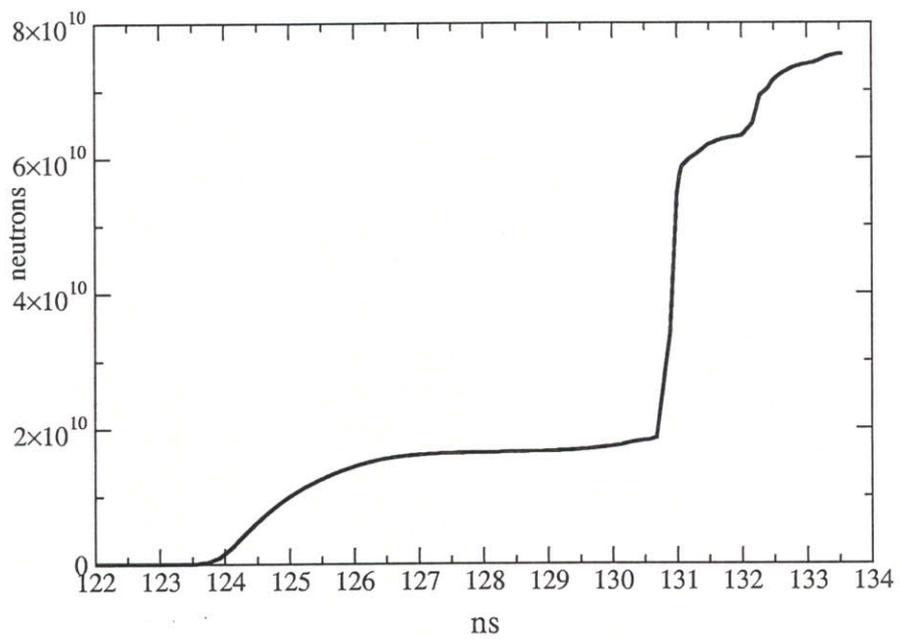


FIG. 6.7 – Emission neutronique en fonction du temps pour la configuration améliorée

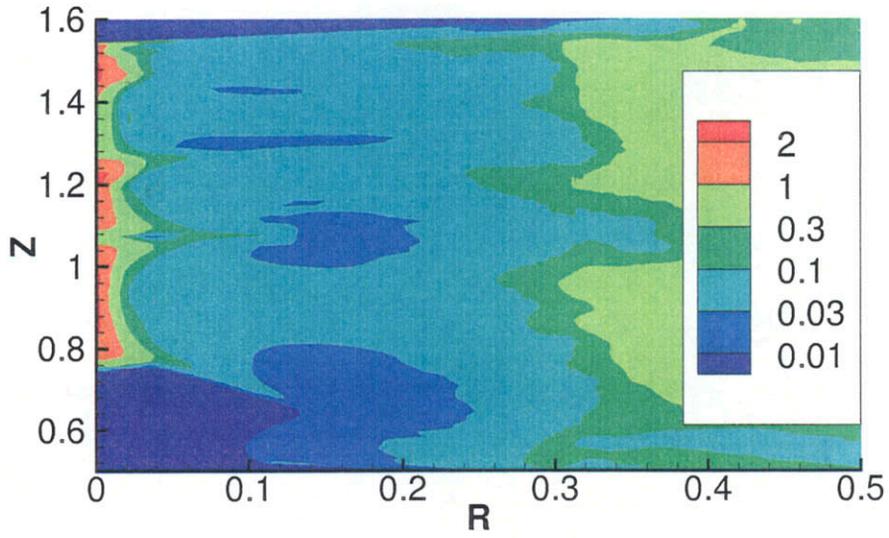


FIG. 6.8 – Champ de température ionique (keV) à  $t = 125$  ns

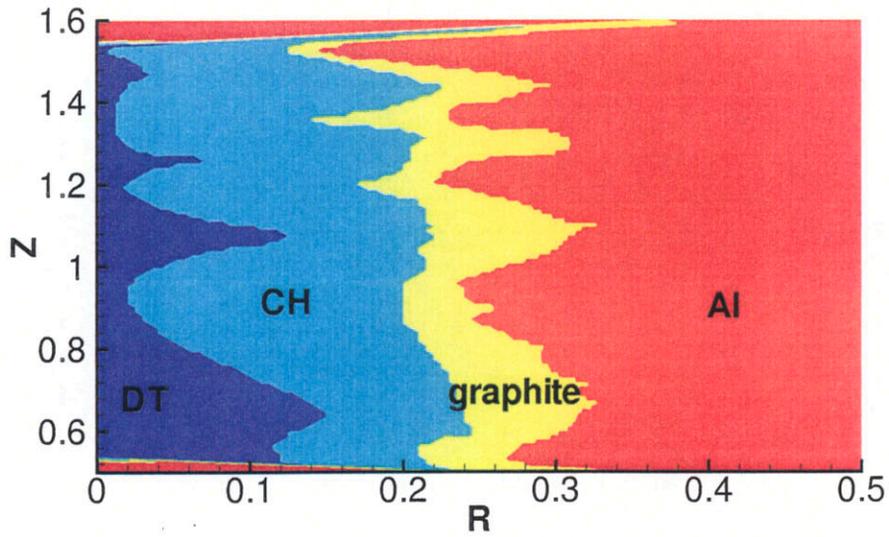


FIG. 6.9 – Répartition des matériaux à  $t = 125$  ns

## Conclusion

Ont été présentés dans ce mémoire tous les éléments nécessaires au dimensionnement d'une expérience avec plasma de striction magnétique. Analytiquement d'abord, avec entre autres la formule particulièrement utile :

$$R_{0,max} \simeq 2(\text{cm})\sqrt{\tau/100 \text{ ns}}$$

estimant le rayon maximal exploitable pour un générateur de temps de montée  $\tau$ . Puis numériquement, avec une description des densité et composante du champ magnétique permettant de critiquer efficacement des calculs mono- et bidimensionnels.

Il ressort de ces études que le principal phénomène limitant l'efficacité des plasmas de striction magnétique comme source de rayonnement X sont les instabilités de Rayleigh-Taylor. Des solutions semblent cependant accessibles pour que le développement de celles-ci reste acceptable : certaines acquises, comme l'utilisation de coquilles imbriquées, d'autres à approfondir, comme l'utilisation d'une mousse interne légère ou d'un champ magnétique axial. Il n'est pas abusif de conclure que les sources de rayonnement X obtenues sont sûres, avec une bonne reproductibilité et de bons rendements.

La principale application envisagée ici était le chauffage de cavités radiatives par le rayonnement X. Les schémas présentés ont donné de très bons résultats sur le générateur Z. Il ne faut pas perdre de vue cependant les problèmes encore à résoudre pour obtenir des cavités parfaitement opérationnelles : pour les cavités statiques, le problème de la mise en forme temporelle du rayonnement sur des temps longs ( $> 10 \text{ ns}$ ) et pour les dynamiques, le problème de la symétrie d'irradiation et, semble-t-il, de la maîtrise du centrage de la cavité. Un bon compromis pour ne garder que les avantages des deux schémas est celui d'une cavité secondaire chauffée par deux cavités dynamiques, illustrée sur la figure suivante. Les mousses des cavités dynamiques assurent la mise en forme temporelle du rayonnement ; l'utilisation d'une cavité secondaire chauffée par deux extrémités et les boucliers protégeant la cible sphérique conduisent à une excellente symétrie d'irradiation.

La physique des plasmas de striction magnétique semble extrapolable

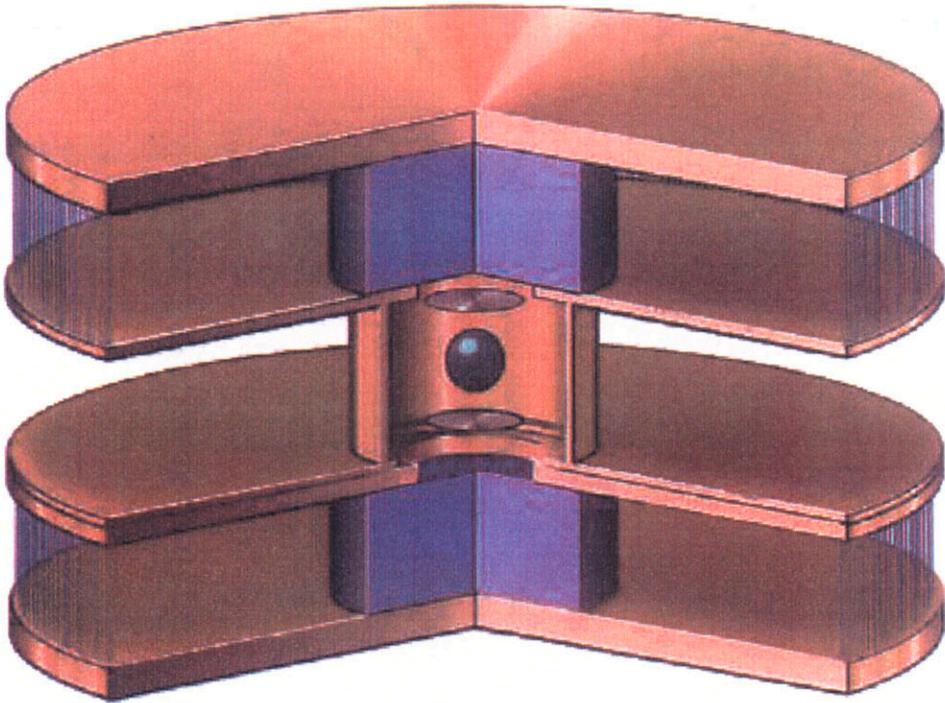


FIG. 6.10 - Cavité secondaire chauffée par deux cavités dynamiques (©Sandia National Labs)

jusqu'à des machines dix fois plus énergétiques que Z, le plus gros générateur actuel, c'est-à-dire délivrant des courants de 60 MA. De nombreuses approches technologiques sont étudiées pour mettre au point de tels générateurs au Sandia National Laboratories. Il y a là une voie prometteuse pour atteindre la fusion par confinement inertiel que les Américains ne manqueront pas d'exploiter.

## Annexe A

# Hydrodynamique radiative pour les plasmas de striction magnétique

Cette annexe traite la question de l'influence du rayonnement sur un écoulement, appliquée au cas d'un plasma de striction magnétique. La première section pose le problème. La seconde passe en revue certaines propriétés du rayonnement. Ceci conduit à une modélisation de l'hydrodynamique radiative adaptée aux plasmas de striction magnétique, exposée dans la troisième section. La dernière section est une présentation des propriétés essentielles des chocs radiatifs, qui jouent un rôle central dans les cavités dynamiques.

Nous supposons ici que l'écoulement du plasma pendant son implosion peut être décrit par les modèles de la mécanique des fluides (voir l'annexe sur la MHD pour la démonstration). Les éléments d'hydrodynamique radiative proposés ci-après sont tirés de [41] et [25]; on se reportera à ces deux ouvrages pour plus de détails.

### A.1 Comment décrire le rayonnement au sein de la matière ?

Nous allons principalement nous intéresser à la façon dont le rayonnement influence l'écoulement de la matière. La première question à se poser est donc celle du couplage d'une description du rayonnement aux équations de l'hydrodynamique.

### A.1.1 Couplage hydroradiatif faible

Si le dernier terme  $q$  est pris nul, le système d'équations suivant est celui de l'hydrodynamique classique sans rayonnement, qui exprime la conservation de la masse, la relation fondamentale de la dynamique et la conservation de l'énergie :

$$\begin{aligned}\partial_t \rho + \nabla \cdot \rho \bar{v} &= 0 \\ \frac{D\bar{v}}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + \bar{f}_{vol} \\ \frac{D\varepsilon}{Dt} + p \frac{DV}{Dt} &= P_j - q\end{aligned}$$

où  $\rho$  est la densité de masse,  $\bar{v}$  est la vitesse locale,  $\frac{D}{Dt} = \partial_t + \bar{v} \nabla$  est la dérivée en suivant le mouvement,  $p$  est la pression interne,  $\bar{f}_{vol}$  représente des forces volumiques, par exemple celles liées aux champs électromagnétiques,  $\varepsilon$  est l'énergie interne spécifique,  $V = 1/\rho$  est le volume spécifique,  $P_j$  est un terme de chauffage, par exemple la puissance joule.

Avec le terme de perte radiative  $q$ , ce système convient à la description de l'écoulement d'un plasma de striction magnétique pendant son implosion jusqu'à l'axe, y compris dans le cas d'un impact sur une mousse. Ce terme de perte  $q$  est le seul lien entre les équations décrivant l'évolution de la matière et celles décrivant le champ radiatif. Un tel couplage hydroradiatif avec le seul terme  $q$  est appelé couplage faible. En particulier, il n'y a pas de terme de pression radiative dans l'équation du mouvement ni de terme de densité d'énergie radiative dans celle de l'énergie. Ces termes sont en effet trop faibles et ne se manifestent qu'à de très hautes températures ou de faibles densités, ce qui n'entre pas dans le champ d'étude des plasmas de striction magnétique. La figure (A.1) montre par exemple que le rapport de la densité d'énergie radiative  $U$  à la densité d'énergie interne  $\varepsilon$  de la matière reste toujours inférieur à 0.1 pendant l'implosion d'un pinch de tungstène (en régime 100 ns). La région hachurée en rouge correspond au domaine thermodynamique du plan  $T_e - \rho$  exploré par les plus fortes densités du pinch, c'est-à-dire celles qui assurent les transferts d'énergie et de quantité de mouvement. Bien entendu, près des faces interne et externe du pinch, le plasma chute fortement en densité (jusqu'à quelques  $10^{-6}$  g/cm<sup>3</sup> d'après les simulations) en conservant les mêmes températures et le seuil  $U/\varepsilon > 1$  est dépassé pour ces densités. Cependant, ces régions à faible densité du plasma ne sont presque pas porteuses d'énergie et de quantité de mouvement et leur modélisation exacte reste ainsi secondaire. La figure (A.2) présente les mêmes courbes dans le cas d'un pinch d'aluminium, c'est-à-dire un matériau à faible numéro atomique  $Z$ . Pendant toute la phase d'implosion, la densité d'énergie radiative est encore une fois

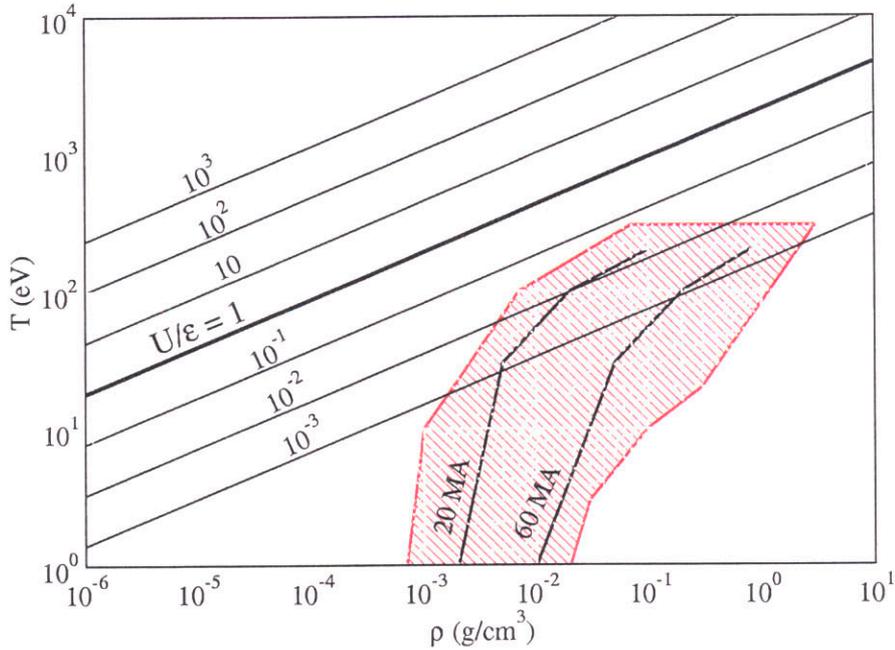


FIG. A.1 – Rapport des densités d'énergie radiative  $U$  et interne  $\varepsilon$  pour le tungstène

négligeable devant l'énergie interne de la matière dans les régions porteuses d'énergie et de quantité de mouvement. Seule la phase de stagnation fait apparaître des points chauds qui passent au-dessus de la droite  $U/\varepsilon = 1$ .

Ces considérations sur la densité d'énergie se transposent à la pression dans la mesure où pour le rayonnement  $P_{rad} = U/3$  et pour la matière  $P_c \simeq (\gamma - 1)\varepsilon \simeq 2/3\varepsilon$  pour un gaz parfait avec  $\gamma = 5/3$ . Les courbes à rapport  $U/\varepsilon$  constant ont été réalisées avec les estimations de l'énergie interne  $\varepsilon/\rho(\text{MJ/g}) = 100 \times T_{keV}^{1.3} \times \rho_{g/cm^3}^{-0.07}$  pour le W et  $\varepsilon/\rho(\text{MJ/g}) = 90 \times T_{keV}^{0.8} \times \rho_{g/cm^3}^{-0.02}$  pour l'Al, représentatives de tables LTE à 30% près sur les domaines  $[10^{-6} \text{ g/cm}^3, 3 \text{ g/cm}^3] \times [30 \text{ eV}, 1 \text{ keV}]$  pour le W et  $[10^{-7} \text{ g/cm}^3, 10 \text{ g/cm}^3] \times [30 \text{ eV}, 10 \text{ keV}]$  pour l'Aluminium.

Comment, dans les conditions du couplage faible, le rayonnement exerce-t-il une influence sur l'écoulement de la matière? Si la densité d'énergie radiative est négligeable, on peut s'interroger sur les capacités du rayonnement à influencer l'évolution de l'énergie interne. Ce serait cependant négliger le fait suivant : ce qui compte pour les pertes radiatives, ce sont les flux et non les densités d'énergie. En effet, la vitesse de la lumière  $c$  étant toujours beaucoup plus grande que la vitesse du fluide  $v$ , même si  $U \ll \varepsilon$ , comme  $c \gg v$ , on aura toujours  $q \propto c \cdot U > v \cdot \varepsilon$ .

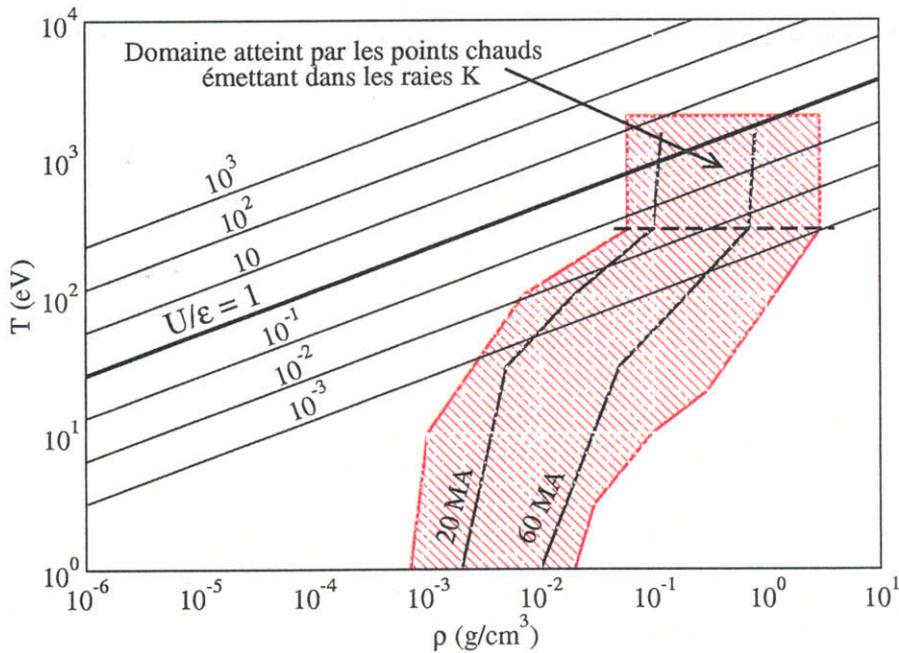


FIG. A.2 – Rapport des densités d'énergie radiative  $U$  et interne  $\varepsilon$  pour l'aluminium

Comment calculer  $q$ ? Ce terme doit représenter le bilan du rayonnement sortant et entrant dans un volume élémentaire autour de chaque point. La suite de cette section explicite son calcul précis.

### A.1.2 Le champ radiatif comme gaz de photons

La matière en présence de rayonnement peut être considérée comme un gaz mêlant des atomes, des électrons, des ions et des photons (particules de lumière). Suivons un photon : il naît en un certain point parce qu'il est émis par un atome puis il se propage sur une certaine distance en ligne droite avant d'être absorbé par un autre atome. Que devient l'énergie transportée par le photon ?

- elle est perdue pour le champ de rayonnement si le photon a servi à exciter ou "ioniser" un électron. Cette énergie est absorbée par la matière pour augmenter son énergie interne : elle est thermalisée. Plus tard, le même atome, grâce à l'énergie de ce photon et à celle d'autres photons ou d'autres sources d'échauffement, réémettra des photons, dans toutes les directions et à toutes les fréquences.

- elle peut aussi être réémise à la même fréquence  $h\nu$  mais dans une autre direction : il y a diffusion du photon sur l'atome.

- elle peut être réémise à la même fréquence  $h\nu$  et dans la même direction, accompagnée d'un autre photon avec les mêmes caractéristiques : il y a émission stimulée.

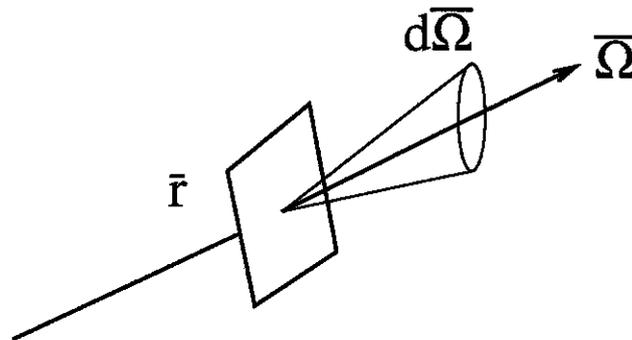
- ou d'autres phénomènes encore ...

La démarche qui consisterait à s'attacher à un photon précis et à le suivre au cours du temps n'a donc pas de sens.

### A.1.3 L'intensité spécifique et l'équation du transfert radiatif

Il n'y a pas de sens à vouloir s'attacher à un photon de fréquence  $h\nu$  et à le suivre au cours du temps. Cependant le très grand nombre de photons permet de suivre, non pas un seul photon, mais la population de photons à la fréquence  $h\nu$  donnée et se propageant dans la direction  $\bar{\Omega}$  donnée, dans sa traversée à la vitesse  $c$  de la matière.

Cette approche conduit à définir l'intensité spécifique  $I_\nu = I(\bar{r}, \bar{\Omega}, h\nu)$  telle que  $I_\nu \cdot d\nu \cdot d\Omega$  représente la quantité d'énergie radiative traversant la matière par unité de surface et de temps, dans l'intervalle de fréquence  $[\nu, \nu + d\nu]$  et dans l'angle solide  $d\Omega$  autour de la direction  $\Omega$ , au point  $\bar{r}$  (soit  $I_\nu$  en J/s/m<sup>2</sup>/Hz/st).



A noter que  $I_\nu$  est reliée à la fonction de distribution des photons  $f(\bar{r}, \bar{\Omega}, h\nu)$ , c'est-à-dire au nombre de photons dans  $d\nu$  et  $d\Omega$  en  $\bar{r}$ , par :

$$I_\nu = h\nu \cdot c \cdot f(\bar{r}, \bar{\Omega}, h\nu)$$

L'intensité spécifique évolue alors selon une équation ayant une forme classique, qui signifie simplement que dans son évolution à travers la matière,  $I_\nu$  est diminuée par des termes puits et augmentée par des termes sources,

baptisée équation du transfert radiatif :

$$\underbrace{\frac{1}{c} \cdot \frac{DI_\nu}{Dt}}_{\text{évolution}} = \underbrace{-\kappa_\nu \cdot I_\nu}_{\text{absorption}} + \underbrace{j_\nu}_{\text{émission}}$$

$\frac{D}{Dt} = \partial_t + c\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla}$ , où  $\bar{\Omega}$  est unitaire, est la dérivée en suivant le mouvement ;  $\kappa_\nu$  est le coefficient d'absorption : sur une longueur  $dr$ ,  $I_\nu$  perd  $dI_\nu = -\kappa_\nu \cdot I_\nu \cdot dr$  ;  $j_\nu$  est l'émissivité spontanée ou naturelle : sur  $dr$ ,  $I_\nu$  gagne  $dI_\nu = j_\nu \cdot dr$ . L'opacité  $opa_\nu$  est, par définition, liée au coefficient d'absorption selon  $\kappa_\nu = \rho \cdot opa_\nu$ .

De manière générale,  $j_\nu$  et  $\kappa_\nu$  dépendent de la densité  $\rho$ , de la température  $T$  et de l'état de la matière, c'est-à-dire l'état moyen d'excitation, d'ionisation, ... (toutes les transitions liant la matière au rayonnement) des atomes ; cet état moyen dépend bien sûr de  $\rho$  et  $T$  mais aussi du champ radiatif que voient les atomes, c'est-à-dire de  $I_{\nu'}$  à toutes les fréquences  $\nu'$  représentées :

$$j_\nu = j_\nu(\rho, T, I_{\nu'})$$

$$\kappa_\nu = \kappa_\nu(\rho, T, I_{\nu'})$$

On devine alors toute la complexité de la résolution de l'équation du transfert radiatif.

#### A.1.4 Les moments de l'intensité spécifique et le terme des pertes radiatives

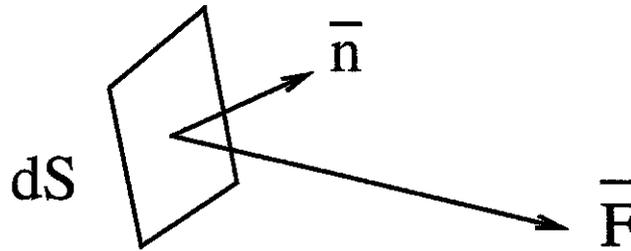
Les intégrales suivantes permettent d'accéder à d'autres caractéristiques du champ de rayonnement.

##### Moment d'ordre 0 de $I_\nu$ : densité spectrale d'énergie radiative

$U_\nu = \frac{1}{c} \int I_\nu d\Omega$  est la densité d'énergie radiative dans l'intervalle  $[\nu, \nu + d\nu]$ . Elle représente le nombre de photons de fréquence  $\nu$  présents autour des atomes (multiplié par leur énergie  $h\nu$ ), indépendamment de leur direction.

##### Moment d'ordre 1 de $I_\nu$ : flux spectral d'énergie radiative

$\bar{F}_\nu = \frac{1}{c} \int I_\nu \cdot \bar{\Omega} d\Omega$  est le flux d'énergie radiative dans l'intervalle  $[\nu, \nu + d\nu]$ .  $\bar{F}_\nu \cdot \bar{n} dS$  représente la quantité d'énergie traversant la surface  $dS$  de normale unitaire  $\bar{n}$  par unité de temps, portée par les photons de fréquence comprise dans  $[\nu, \nu + d\nu]$ .



### Moments intégrés sur le spectre

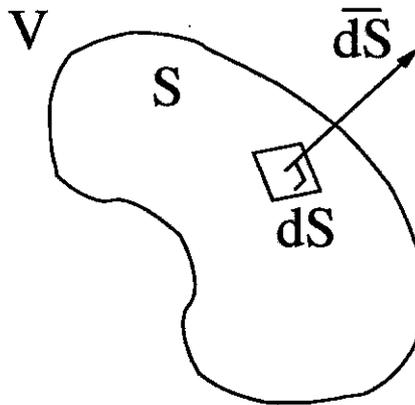
$U = \int U_\nu d\nu$  et  $F = \int F_\nu d\nu$  sont la densité et le flux d'énergie radiative intégrés sur tout le spectre. Ces grandeurs locales tout intégrées décrivent globalement le rayonnement : l'énergie radiative tous photons confondus pour  $U$  et les capacités de transport d'énergie pour  $F$ .

### Pertes radiatives

Les pertes sortant d'un volume  $V$  de surface  $S$  sont alors

$$Q = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

où  $d\vec{S} = \vec{n}dS$  est orienté vers l'extérieur du volume  $V$ . Pour un volume



élémentaire, l'intégrale de flux devient une divergence et localement il vient :

$$q = \vec{\nabla} \cdot \vec{F}$$

Rigoureusement,  $q \neq \vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ , en effet :

$q =$  (énergie émise par la matière par unité de temps)

$$\begin{aligned}
& -(\text{énergie absorbée par la matière par unité de temps}) \\
= & \int d\nu \int d\Omega \cdot j_\nu - \kappa_\nu I_\nu \\
= & \int d\nu \int d\Omega \cdot \frac{1}{c} \partial_t I_\nu + \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} I_\nu \text{ (d'après l'équation du transfert radiatif)} \\
= & \partial_t U + \bar{\nabla} \cdot \int d\nu \int d\Omega \cdot \bar{\Omega} I_\nu \\
= & \partial_t U + \bar{\nabla} \cdot \bar{F}
\end{aligned}$$

Pour être exact, il faudrait tenir compte de l'énergie stockée dans le champ de rayonnement : comme vu plus haut, il est cependant fondé de supposer  $U \sim 0$  car  $U \ll \varepsilon$ , si bien que la relation  $q = \bar{\nabla} \cdot \bar{F}$  est une très bonne approximation.

## A.2 Propriétés du champ radiatif dans la matière

### A.2.1 Equilibre thermoradiatif et rayonnement planckien

#### Equilibre thermodynamique complet et partiel

L'équilibre thermodynamique est l'état stable auquel un système tend naturellement à parvenir. Cela ne signifie pas qu'il ne s'y passe plus rien. Cela signifie que l'on peut définir des variables macroscopiques,  $\rho$ ,  $T$ ,  $p$ ,  $\varepsilon$ , qui resteront constantes à l'équilibre et qui suffiront à décrire l'état microscopique. Ce dernier en effet sera en perpétuelle évolution (électrons libérés/recombinés, photons absorbés/émis, particules s'échangeant leurs vitesses par collision,...) mais de telle façon que tout processus de transition soit exactement équilibré par le processus inverse, en moyenne sur tous les atomes (on parle de bilan détaillé ou "detailed balance" en anglais).

Il est alors possible d'imaginer que des processus soient à l'équilibre tandis que d'autres ne le sont pas. Par exemple au passage d'un choc dans un mélange gazeux, les processus de collisions atteignent très vite leur équilibre (leur temps de relaxation, c'est-à-dire le temps caractéristique pour atteindre un équilibre, est toujours extrêmement court) bien avant que les réactions chimiques se terminent et achèvent de faire évoluer la composition du gaz. On parle alors d'équilibre thermodynamique partiel.

Pour la matière en présence de rayonnement, il n'est pas rare qu'un milieu baigne dans un rayonnement avec lequel il n'est pas en équilibre, par exemple si ce rayonnement a été émis par un milieu voisin et qu'il est mal

absorbé par le milieu qui nous intéresse. La matière est alors en équilibre thermodynamique "avec elle-même" mais pas avec le rayonnement.

Si au contraire l'équilibre est complet, y compris entre matière et rayonnement, on parle d'équilibre thermoradiatif et le rayonnement est un rayonnement d'équilibre bien précis, dit rayonnement planckien.

### Rayonnement de Planck

Supposons un milieu infini, à température uniforme  $T$ , qui a eu tout le temps pour évoluer. Il est assurément à l'équilibre thermodynamique complet, y compris entre matière et rayonnement, car il a eu, d'une part, le temps d'atteindre cet équilibre, et que, d'autre part, ses dimensions sont suffisantes pour que le rayonnement puisse être assez absorbé et réémis pour atteindre son équilibre avec la matière, quels que soient les libres parcours moyens radiatifs.

Dans ces conditions, le rayonnement ne dépend plus que de  $kT$ , c'est-à-dire de l'énergie disponible portée par la matière. Il est indépendant de la nature du matériau ou de sa densité (qui déterminent les libres parcours moyens des photons). Un calcul statistique sur les gaz de particules et de photons que l'on doit à Planck montre qu'alors (en unités du système international soit par exemple  $I_\nu$  en J/s/m<sup>2</sup>/Hz/st) :

$$\begin{aligned}
 I_\nu &= I_{\nu\mathcal{P}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \\
 U_\nu &= U_{\nu\mathcal{P}} = \frac{4\pi}{c} I_{\nu\mathcal{P}} \\
 \bar{F}_\nu &= \bar{F}_{\nu\mathcal{P}} = 0 \text{ (isotropie)} \\
 F_{\nu 1/2} &= F_{\nu\mathcal{P} 1/2} = \pi I_{\nu\mathcal{P}} \\
 U &= U_{\mathcal{P}} = \frac{4\sigma T^4}{c} \\
 F_{1/2} &= F_{\mathcal{P} 1/2} = \sigma T^4
 \end{aligned}$$

en notant  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzman ( $\sigma = 1.02 \times 10^9$  W/eV<sup>4</sup>) et  $F_{1/2}$  le flux intégré sur une demi-sphère. L'intensité  $I_{\nu\mathcal{P}}$  est souvent notée  $B_\nu$ . L'intensité planckienne a son maximum pour les photons d'énergie  $h\nu \simeq 2.82kT$  et s'étend à peu près sur un intervalle de  $8kT$ , comme illustré sur la figure A.3.

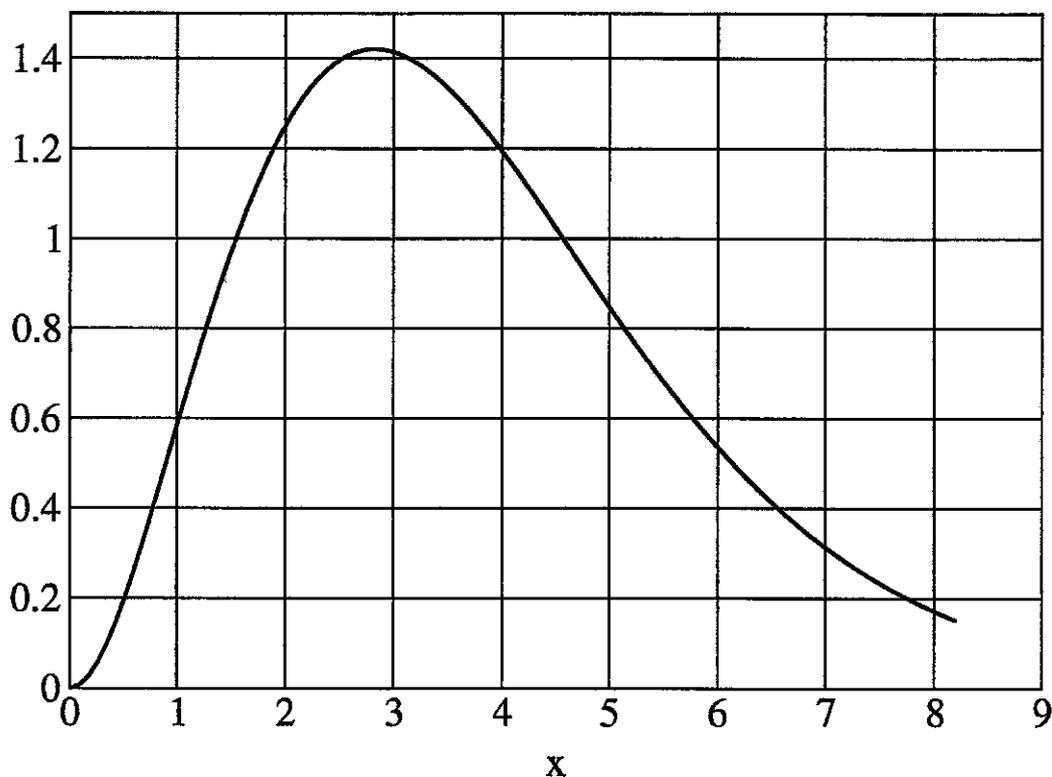


FIG. A.3 - Fonction de Planck  $x^3/(e^x - 1)$ , où  $x = h\nu/kT$

### Equilibre thermodynamique local (ETL)

Quelle est l'utilité pratique du calcul de Planck? Isolons le terme d'absorption de l'équation du transfert radiatif, ceci permet d'écrire :

$$dI_\nu = -\kappa_\nu I_\nu \cdot dx$$

$$I_\nu = I_{0\nu} \cdot e^{-\kappa_\nu x}$$

Il est clair qu'en quelques libres parcours moyens  $\lambda_\nu = 1/\kappa_\nu$ , l'intensité  $I_{0\nu}$  présente en un point sera totalement absorbée, c'est-à-dire que le rayonnement aura fortement interagi avec la matière et pu atteindre son équilibre avec elle : il se sera thermalisé. Par conséquent, dès lors que le milieu est optiquement épais (ie qu'il contient un grand nombre de libres parcours moyens, quelque soit la fréquence  $\nu$ ) et que les gradients sont faibles sur des distances de l'ordre de ces libres parcours moyens, en particulier :

$$\frac{\lambda_\nu \frac{dT}{dx}}{T} \ll 1$$

le rayonnement sera très proche du rayonnement de Planck à la température  $T$  de la matière à l'endroit considéré.

Le milieu est alors dit à l'Equilibre Thermodynamique Local (complet), LTE en anglais, et la simplification considérable suivante est acceptable :

$$I_\nu = I_{\nu\mathcal{P}}$$

en se rappelant les conditions (nécessaires et suffisantes) que :

- le milieu est optiquement épais,
- les gradients sont faibles sur des distances de l'ordre des libres parcours moyens radiatifs.

Il sera montré plus loin (section (A.3.1)) que les plasmas de striction magnétique peuvent être considérés à l'ETL, au moins dans le cas d'un plasma de tungstène en fin d'implosion (rayon moyen de quelques mm), y compris dans le cas de l'impact sur une cible centrale.

## A.2.2 Loi de Kirchhoff et rayonnement de corps noir

A l'équilibre thermodynamique complet, tous les processus sont équilibrés par leur inverse ; en particulier l'émission par l'absorption, soit :

$$j_\nu = \kappa_\nu \cdot I_\nu$$

et comme  $I_\nu = I_{\nu\mathcal{P}}$ , ceci devient :

$$\frac{j_\nu}{\kappa_\nu} = I_{\nu\mathcal{P}}$$

Le rapport  $j_\nu/\kappa_\nu$  est ainsi indépendant du matériau et de sa densité, alors que  $j_\nu$  et  $\kappa_\nu$  en dépendent. Cette propriété remarquable est appelée loi de Kirchhoff.

Considérons une cavité vide dans un milieu infini, à température uniforme  $T$ , qui a eu tout le temps pour évoluer. La cavité sera remplie de rayonnement planckien à la température  $T$ . Les considérations précédentes se transposent aux quantités par unité de surface au niveau de la paroi de la cavité, c'est-à-dire au flux d'émission  $J_\nu$  et au flux incident  $F_{\nu\mathcal{P}}$ , reliés par le taux d'absorption  $A_\nu$  :

$$\frac{J_\nu}{A_\nu} = F_{\nu\mathcal{P}}$$

Pour un corps noir parfait, c'est-à-dire absorbant complètement le rayonnement incident,  $A_\nu = 1$  et du coup :

$$J_\nu = F_{\nu\mathcal{P}}$$

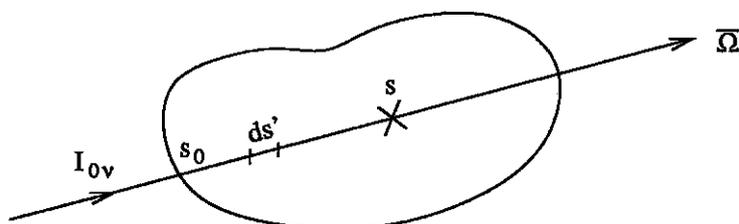
Le rayonnement de Planck est donc aussi le rayonnement émis par un corps noir parfait (à température uniforme), d'où son appellation de rayonnement de corps noir.

### A.2.3 Forme stationnaire de l'équation du transfert radiatif

Dans le cas stationnaire, l'équation du transfert radiatif devient :

$$\frac{dI_\nu}{ds} = j_\nu - \kappa_\nu \cdot I_\nu$$

en appelant  $s$  l'abscisse curviligne le long de la direction de propagation  $\bar{\Omega}$ .



Cette équation s'intègre formellement selon :

$$I_\nu(s) = \int_{s_0}^s j_\nu \exp\left(-\int_{s'}^s \kappa_\nu ds''\right) ds' + I_{0\nu} \exp\left(-\int_{s_0}^s \kappa_\nu ds''\right)$$

Cette égalité n'est qu'une relecture de l'équation et signifie que l'intensité en  $s$  est la somme des contributions des éléments  $ds'$ , qui fournissent  $j_\nu ds'$ , atténuées par leur absorption le long de leur parcours entre  $s'$  et  $s$ , ie du facteur  $\exp(-\int_{s'}^s \kappa_\nu ds'')$ , plus le rayonnement entrant  $I_{0\nu}$  atténué lui aussi entre  $s_0$  et  $s$ .

Prenons l'exemple d'un milieu uniforme et figé, ie  $j_\nu$  et  $\kappa_\nu$  constants, sans rayonnement incident ( $I_{0\nu} = 0$ ). L'intensité en fonction de l'abscisse curviligne est alors :

$$I_\nu(s) = \frac{j_\nu}{\kappa_\nu} (1 - e^{-\kappa_\nu(s-s_0)})$$

c'est-à-dire qu'après quelques libres parcours moyens, l'intensité converge vers le rapport  $j_\nu/\kappa_\nu$ . Dans le cas LTE, d'après la loi de Kirchhoff, elle converge vers l'intensité de Planck (à la température locale).

Interrogeons nous sur l'utilité de la forme stationnaire de l'équation du transfert radiatif. La forme intégrée nous montre que la contribution essentielle au rayonnement en  $s$  vient des points situés à la distance  $s - s'$  de l'ordre

de quelques libres parcours moyens radiatifs. La vitesse de la lumière étant bien supérieure à celle du fluide dans le cas d'un plasma de striction magnétique, ces deux ou trois libres parcours moyens sont parcourus en un temps bien inférieur au temps d'évolution des variables décrivant le fluide  $\rho$  et  $T$ . Vis-à-vis du gaz photonique, les sources  $j_\nu$  et les puits  $-\kappa_\nu \times$  peuvent donc être considérés comme invariants dans le temps. Les conditions limites  $I_{0\nu}$  (qu'on peut toujours prendre nulles en se plaçant loin du plasma) étant elles aussi invariantes dans le temps, il en ressort une conséquence importante : le champ de radiation peut être considéré comme stationnaire à chaque instant.

Dans l'équation du transfert radiatif, le terme de dérivée temporelle de la grandeur locale  $\partial_t$  peut donc être négligé et le temps être considéré comme un paramètre dont dépendent  $\rho$  et  $T$  et de là  $j_\nu$  et  $\kappa_\nu$ . L'équation devient alors :

$$\bar{\Omega} \cdot \nabla I_\nu = j_\nu - \kappa_\nu \cdot I_\nu$$

#### A.2.4 Diffusion du rayonnement sur les particules matérielles

Il est important de distinguer entre les phénomènes d'absorption/émission vraies ou "thermiques" et les phénomènes de diffusion. Dans le premier cas, l'énergie prise au champ de rayonnement est convertie en énergie interne et l'énergie émise par les atomes l'est au dépend de l'énergie interne (ex. : photoionisation, désexcitation radiative). Dans le cas de la diffusion, un photon interagit avec un centre diffusif et repart dans une direction différente, avec une énergie  $h\nu$  qui n'est presque pas modifiée : un photon excite un atome du niveau a vers le niveau b puis l'atome se désexcite radiativement vers l'état a. Les échanges d'énergie entre la matière et le rayonnement sont négligeables.

Il faut ainsi définir un coefficient d'absorption vraie,  $\kappa_\nu$ , et un coefficient de diffusion  $\sigma_\nu$  ; le coefficient d'absorption totale est alors

$$\chi_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu$$

De même pour l'émissivité :

$$\eta_\nu = j_\nu + \eta_\nu^d$$

Un cas élémentaire sera  $\eta_\nu^d = \sigma_\nu \frac{cU_\nu}{4\pi}$ , et l'équation du transfert radiatif devient :

$$\begin{aligned} \frac{DI_\nu}{Dt} &= -\chi_\nu I_\nu + \eta_\nu \\ &= -(\kappa_\nu + \sigma_\nu)I_\nu + j_\nu + \sigma_\nu \frac{cU_\nu}{4\pi} \end{aligned}$$

Il faut insister sur le fait que la caractéristique essentielle de la diffusion est que le taux d'émission dépend surtout de l'intensité radiative au point d'abscisse  $s$  considéré et très peu (voire pas du tout) de l'énergie de la matière en ce point. Et ainsi, puisque le champ radiatif en  $s$  provient essentiellement du voisinage de  $s$  (et non de  $s$  lui-même), la diffusion est un phénomène non-local, qui découple l'émissivité (grandeur locale) de l'état énergétique local de la matière.

Pour les plasmas de striction magnétique, la diffusion est cependant un phénomène secondaire. Ceci est facile à démontrer dans le cas de la diffusion Thomson, qui est le phénomène de diffusion prépondérant (d'après [41] page 114 et 115, les régimes de densité étant comparables ( $N_i \sim 10^{19}$  à  $10^{21}$   $\text{cm}^{-3}$  pour les plasmas de striction magnétique)). Pour un seul électron, la section efficace est  $\sigma_s = 6.65 \times 10^{-25}$   $\text{cm}^2$ . La diffusion Thomson concerne une interaction des photons avec les électrons libres ; en notant  $\bar{Z}$  le degré moyen d'ionisation et  $m_i$  la masse des ions, le coefficient de diffusion Thomson peut donc s'écrire :

$$\sigma_{Th} = \bar{Z} \frac{\rho}{m_i} \sigma_s$$

Pour le W ( $m_i = 3.0 \times 10^{-22}$  g) à l'ETL, le degré moyen d'ionisation peut être estimé par la relation suivante, juste à environ 20% près sur le domaine  $[10^{-6}$  g/ $\text{cm}^3$ ,  $4.2T_{\text{keV}}^{0.3}] \times [10$  eV, 500 eV] :

$$\bar{Z} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \times T_{\text{eV}}^{0.64} \times \rho_{\text{g/cm}^3}^{-0.05} \\ 74 \end{array} \right.$$

De même, le coefficient d'absorption vraie peut être estimé à partir de l'opacité moyenne de Rosseland de l'or (de numéro atomique proche du W donc de propriétés radiatives similaires) par (d'après [23] page 3971) :

$$\kappa_R(\text{cm}^{-1}) = 6 \times 10^6 T_{\text{eV}}^{-1.5} \rho_{\text{g/cm}^3}^{1.3}$$

Ceci permet de comparer les coefficients de diffusion Thomson et d'absorption vraie pour du W à l'ETL. La figure A.4 montre ainsi les courbes d'isoniveau du rapport  $\gamma = \sigma_{Th}/\kappa_R$  dans le plan  $T - \rho$ . La région explorée par les plus fortes densités des pinchs (hachurée en rouge) correspond à des rapports très faibles  $\gamma \leq 10^{-4}$ . Même les plus faibles densités restent dans des régions où la diffusion est négligeable ( $\gamma \leq 10^{-2}$ ). La figure montre que la diffusion Thomson ne peut en fait se manifester que pour des températures supérieures à 10 keV, dans les domaines de densités intéressant les plasmas de striction magnétique, températures qui ne sont jamais atteintes.

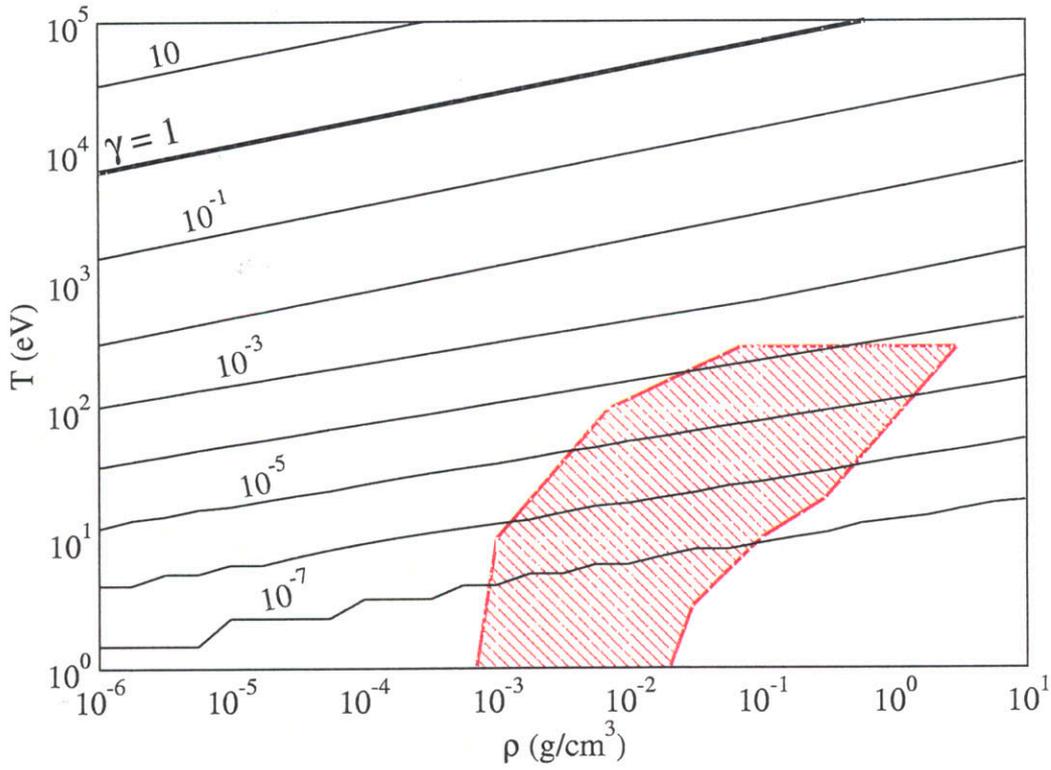


FIG. A.4 – Rapport  $\gamma$  des coefficients de diffusion Thomson et d'absorption vraie pour le W à l'ETL

### A.2.5 Corps optiquement épais et mince

Considérons un corps de dimension  $l$ . Son épaisseur optique est par définition le nombre de libres parcours moyens contenu dans  $l$  :

$$\tau_\nu = \frac{l}{\lambda_\nu} = \kappa_\nu \cdot l$$

dans le cas d'un milieu aux propriétés uniformes, ou, plus généralement :

$$\tau_\nu = \int_0^l \frac{dl'}{\lambda_\nu} = \int_0^l \kappa_\nu \cdot dl'$$

Si  $\tau_\nu \gg 1$ , le corps est optiquement épais. Si  $\tau_\nu \ll 1$ , il est optiquement mince. Il importe de saisir que, comme la longueur, l'épaisseur optique est une propriété globale. Cela n'a pas de sens de dire : "au point  $\bar{r}$ , le corps est optiquement épais".

Si le corps est optiquement mince, l'atténuation entre les abscisses curvilignes  $s'$  et  $s$  est  $\exp(-\kappa_\nu(s-s')) > \exp(-\kappa_\nu l) \simeq 1$  : il n'y a pas d'atténuation

et l'absorption peut être négligée dans l'équation du transfert radiatif :

$$\frac{dI_\nu}{ds} = j_\nu \text{ soit } I_\nu(s) = \int_0^s j_\nu ds$$

Cette formule modélise une situation d'émission pure. L'absence d'absorption assurant que les propriétés radiatives sont indépendantes du rayonnement, le calcul de  $I_\nu$  est rendu ici particulièrement simple.

Les plasmas de striction magnétique sont-ils optiquement minces ou épais ? Dans le cas du W, la figure 1.4 page 29 montre qu'en fin d'implosion, à un rayon de l'ordre du mm, le pinch est fortement épais, même dans le cas d'un fort chauffage de l'intérieur (cavité radiative dynamique), pour des générateurs suffisamment énergétiques (courant maximal supérieur à 10 MA).

### A.3 Méthodes de résolution du système couplé hydroradiatif

Les considérations de la section précédente ont montré que l'écoulement hydroradiatif d'un plasma de striction magnétique pendant sa phase d'implosion (y compris en cas d'impact sur une cible centrale) pouvait être correctement décrit par les équations de conservation de la section A.1.1 en y ajoutant les relations suivantes pour le calcul du terme de pertes radiatives  $q$  :

- calcul de  $q$  à partir du flux  $\bar{F}$  :

$$q = \bar{\nabla} \cdot \bar{F}$$

- calcul de  $\bar{F}$  à partir de l'intensité  $I_\nu$  :

$$\bar{F} = \int d\nu \int d\Omega \cdot \bar{\Omega} I_\nu$$

- équation du transfert radiatif sous forme stationnaire sans diffusion :

$$\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} I_\nu = j_\nu - \kappa_\nu \cdot I_\nu$$

- détermination des propriétés radiatives (émissivité et coefficient d'absorption) :

$$j_\nu, \kappa_\nu = f(\rho, T, I_\nu)$$

La manipulation de l'équation de conservation de l'énergie couplée à celle du transfert radiatif est rendue difficile par la nécessité d'intégrer  $\int d\nu \int d\Omega \cdot \bar{\Omega} \times$  pour passer de l'intensité  $I_\nu$  au flux  $\bar{F}$  : le système des deux équations a un caractère intégro-différentiel.

Les simplifications mathématiques de ce système sont basées sur des descriptions approximatives des distributions angulaires et spectrales de manière à supprimer le caractère intégral.

### A.3.1 Simplification de la distribution angulaire

Pour supprimer la difficulté d'intégrer  $\int d\Omega$ , la première idée est d'intégrer directement l'équation du transfert radiatif, ce qui donne :

$$\nabla \cdot \bar{F}_\nu = 4\pi j_\nu - c\kappa_\nu U_\nu$$

L'inconnue  $I_\nu$  est remplacée par deux inconnues :  $\bar{F}_\nu$  et  $U_\nu$ . Une deuxième équation est alors nécessaire.

#### L'approximation diffusive

Pour trouver une deuxième équation, il suffit de prendre le moment d'ordre 2,  $\int d\bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega} \times$ , de l'équation du transfert radiatif, ce qui donne :

$$\int \bar{\Omega} \cdot (\bar{\Omega} \cdot \nabla I_\nu) d\Omega = \underbrace{0}_{j_\nu \text{ isotrope}} - \kappa_\nu \bar{F}_\nu$$

D'un point de vue purement mathématique, supposons  $I_\nu$  parfaitement isotrope (indépendant de  $\bar{\Omega}$ ). On peut écrire pour chacune des composantes  $l$  du premier membre :

$$\begin{aligned} \int \Omega_l \left( \sum_k \Omega_k \frac{\partial I_\nu}{\partial x_k} \right) d\Omega &= \sum_k \int \Omega_l \Omega_k \frac{\partial I_\nu}{\partial x_k} d\Omega \\ &= \sum_k \frac{\partial I_\nu}{\partial x_k} \underbrace{\int \Omega_l \Omega_k d\Omega}_{\frac{4\pi}{3} \delta_{lk}} \\ &= \frac{4\pi}{3} \frac{\partial I_\nu}{\partial x_l} \\ &= \frac{c}{3} \frac{\partial U_\nu}{\partial x_l} \end{aligned}$$

car  $cU_\nu = \int I_\nu d\Omega = 4\pi I_\nu$  dans un cas isotrope. C'est-à-dire que pour  $I_\nu$  parfaitement isotrope, le moment d'ordre 2 fournit :

$$\bar{F}_\nu = -\frac{c}{3\kappa_\nu} \nabla U_\nu = -\frac{c\lambda_\nu}{3} \nabla U_\nu$$

Revenons à la physique. Bien entendu, si  $I_\nu$  est isotrope, le flux est nul :  $\overline{F}_\nu = 0$ , et la relation précédente n'a plus grand intérêt. Cependant, si l'anisotropie est faible, on pourra supposer la relation valable et l'utiliser comme seconde équation :

$$\overline{F}_\nu = -\frac{c\lambda_\nu}{3}\overline{\nabla U_\nu} \quad (\text{A.1})$$

C'est une équation de diffusion : s'il existe un gradient de la densité d'énergie, alors cette énergie s'écoule selon un flux  $\overline{F}_\nu \propto -\overline{\nabla U_\nu}$ . L'utilisation de cette équation est appelée approximation diffusive<sup>1</sup>.

La condition de validité de l'approximation diffusive est donc que le rayonnement soit à peu près isotrope, c'est-à-dire que  $\overline{F}_\nu$  soit "petit". Par rapport à quoi ? D'après l'équation de diffusion elle-même, c'est au flux limite (inatteignable)  $cU_\nu$  pour lequel tous les photons vont dans la même direction que  $F_\nu$  doit être comparé. En effet, si  $x$  est l'échelle de variation de  $U_\nu$ , l'équation de diffusion implique que  $F_\nu \sim \frac{\lambda_\nu}{x}cU_\nu$ . On en tire que la petitesse du flux  $F_\nu$  est assurée si la variation de  $U_\nu$  sur une distance de l'ordre du libre parcours moyen  $\lambda_\nu$  est faible. Du coup :

- *l'approximation diffusive est en générale valable pour un corps optiquement épais* : en effet, l'échelle de variation  $x$  de  $U_\nu$  est en général du même ordre de grandeur que l'épaisseur (géométrique) et donc :

$$F_\nu \sim \frac{\lambda_\nu}{x}cU_\nu \ll cU_\nu$$

- *elle devient fausse à une interface avec le vide* ; une condition limite convenable est alors  $F_\nu = cU_\nu/2$  car :

$$F_\nu = \int_{4\pi} \overline{\Omega} I_\nu = \underbrace{\int_{2\pi} \overline{\Omega} \times 0}_{\text{vers l'intérieur}} + \underbrace{\int_{2\pi} \overline{\Omega} \times (I_\nu \text{ isotrope})}_{\text{vers l'extérieur}} = \pi I_\nu$$

et

$$cU_\nu = \int_{4\pi} I_\nu = \underbrace{\int_{2\pi} 0}_{\text{vers l'intérieur}} + \underbrace{\int_{2\pi} (I_\nu \text{ isotrope})}_{\text{vers l'extérieur}} = 2\pi I_\nu$$

- *l'approximation diffusive est toujours fausse pour un corps optiquement mince*. En effet,  $\lambda_\nu/x > 1$  entraîne  $F_\nu > cU_\nu$  ce qui est impossible.

---

<sup>1</sup>Ce qui n'a rien à voir avec la diffusion des photons sur les particules matérielles.

## Le cas ETL et la conduction radiative de la chaleur

Nous avons vu plus haut (section (A.2.1)) que les conditions nécessaires et suffisantes à l'Equilibre Thermodynamique Local (complet) étaient que le milieu soit optiquement épais et que les gradients soient faibles sur des distances de l'ordre des libres parcours moyens (lpm). Nous venons de voir que c'étaient également là des conditions suffisantes à l'approximation diffusive :

$$\left. \begin{array}{l} \text{milieu optiquement épais} \\ \text{avec faibles gradients} \\ \text{(sur les lpm radiatifs)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Leftrightarrow \text{ETL} \\ \Rightarrow \text{faible anisotropie} \\ \Rightarrow \text{du rayonnement} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} U_\nu = U_{\nu P} \\ \bar{F}_\nu = -\frac{c\lambda_\nu}{3} \overline{\nabla U_\nu} \end{array}$$

Dans le cas de l'ETL, nous pouvons donc écrire

$$\bar{F}_\nu = -\frac{c\lambda_\nu}{3} \overline{\nabla U_{\nu P}}$$

soit la forme intégrée sur le spectre

$$\bar{F} = -\frac{c\lambda}{3} \overline{\nabla U_P} = -\frac{16\sigma_{sb}\lambda T^3}{3} \overline{\nabla T}$$

en choisissant une moyenne convenable pour  $\lambda$ . Le transfert radiatif, dans le cas de l'ETL, devient ainsi une conduction de la chaleur et on parle de "conduction radiative de la chaleur". Le rayonnement est partout planckien, il ne dépend que de la température. En fait, ce n'est plus le rayonnement qui tâche d'atteindre sa valeur d'équilibre  $I_{\nu P}$ , c'est la température qui s'adapte pour que le rayonnement ait un flux suffisant pour transporter l'énergie d'un point à un autre du milieu ("ce n'est plus  $F = F_P$  mais  $F_P = F''$ ").

Quelle est la bonne moyenne pour  $\lambda$ ? La relation précédente impose une moyenne qui dépend a priori de la position  $x$  :

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\int d\nu \lambda_\nu \frac{dU_{\nu P}}{dx}}{\frac{dU_P}{dx}} \\ &= \frac{\int d\nu \lambda_\nu \frac{dU_{\nu P}}{dT} \frac{dT}{dx}}{\frac{dU_P}{dT} \frac{dT}{dx}} \text{ car } U_P = U_P(T(x)) \\ \lambda_R &= \frac{\int d\nu \lambda_\nu \frac{dU_{\nu P}}{dT}}{\frac{dU_P}{dT}} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

La dernière formule ne dépend plus de la position et définit une moyenne qui n'est liée qu'à la température, la densité et la nature du matériau : c'est donc une grandeur "universelle", indépendante du problème étudié. Cette moyenne est appelée libre parcours moyen de Rosseland ; elle permet de décrire convenablement le transport d'énergie par le rayonnement dans le cas

de l'ETL. Un plus grand poids  $y$  est mis sur les fréquences correspondant aux plus grands  $\frac{dU_p}{dT}$ , c'est-à-dire les fréquences qui transportent le plus d'énergie ( $\bar{F}_\nu$  plus grand).

En introduisant la profondeur optique (moyenne)  $\tau_R$  telle que  $d\tau_R = dx/\lambda_R$ , l'expression du flux prend la forme :

$$F = -\frac{c}{3} \frac{dU}{d\tau_R} = -\frac{4\sigma_{sb}}{3} \frac{dT^4}{d\tau_R}$$

Dans le cas d'une cavité radiative dynamique, le flux  $F$  est engendré par un choc se propageant dans une mousse interne et doit être transporté au travers du plasma de tungstène (de striction magnétique) pour s'échapper vers l'extérieur. En notant  $T_{ex}$  la température sur la surface externe et en se rappelant que la bonne condition limite est  $|F| = 2\sigma_{sb}T_{ex}^4$  (interface avec le vide), il vient :

$$T = T_{ex} \left(1 + \frac{3}{2}\tau_R\right)^{1/4}$$

d'où on tire

$$\frac{\lambda_R \frac{dT}{dx}}{T} = \frac{3}{8} \frac{1}{\left(1 + \frac{3}{2}\tau_R\right)}$$

La variation de la température sur le libre parcours moyen de Rosseland est donc de  $3/8 = 0.375$  sur la face externe, de 0.15 à une profondeur optique de 1 et de 0.03 sur la face interne (générateur 20 MA,  $\tau_R = 7.5$ ) à 0.014 (générateur 60 MA,  $\tau_R = 17$ ), d'après la figure 1.4. Ceci justifie (a posteriori) l'utilisation du modèle de conduction radiative de la chaleur pour calculer le profil de température dans le plasma d'une cavité dynamique, les deux hypothèses de forte épaisseur optique et de faible gradient étant vérifiées (sauf près de la surface externe, ce qui est inévitable dans cette région très anisotrope (puisqu'il n'y a pas d'intensité entrante)). Au moins dans le cas du tungstène en fin d'implosion, les plasmas de striction magnétique peuvent donc être considérés à l'ETL.

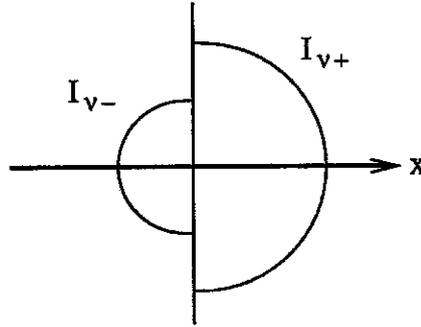
Pour finir avec le cas de l'ETL, considérons le cas où le rayonnement est presque, mais pas tout-à-fait, planckien. Dans ces conditions de quasi-ETL, la loi de Kirchhoff peut être supposée vérifiée et l'équation du transfert radiatif devient :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} I_\nu = -\kappa_\nu \cdot (I_\nu - I_\nu^p)$$

qui décrit bien une propagation avec évolution (exponentielle) vers le rayonnement d'équilibre  $I_{\nu p}(T(x))$ .

## L'approximation avant-arrière

Pour étudier un problème monodimensionnel, il est possible de regrouper les photons se propageant vers les  $x > 0$  en un paquet supposé isotrope caractérisé par  $I_{\nu+}$ , et vers les  $x < 0$  par  $I_{\nu-}$ , pour chaque fréquence  $\nu$ . Les



intégrales  $d\Omega$  sont alors triviales et il vient :

$$U_{\nu} = \frac{2\pi}{c}(I_{\nu+} + I_{\nu-})$$

$$F_{\nu} = \pi(I_{\nu+} - I_{\nu-})$$

Le degré d'anisotropie  $\frac{F_{\nu}}{cU_{\nu}} = \frac{I_{\nu+} - I_{\nu-}}{2(I_{\nu+} + I_{\nu-})}$  tend vers 0 quand  $I_{\nu+} \rightarrow I_{\nu-}$ . A une interface avec le vide, on retrouve  $F_{\nu} = cU_{\nu}/2$  ( $I_{\nu-} = 0$ ). Les équations régissant l'évolution de  $F_{\nu}$  et  $U_{\nu}$  se tirent de celles de  $I_{\nu+}$  et  $I_{\nu-}$ , obtenues par  $\int_{2\pi} d\Omega$  de l'équation du transfert radiatif. Par exemple dans le cas stationnaire plan :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{dI_{\nu+}}{dx} &= j_{\nu} - \kappa_{\nu} I_{\nu+} = \kappa_{\nu}(I_{\nu p} - I_{\nu+}) \\ -\frac{1}{2} \frac{dI_{\nu-}}{dx} &= j_{\nu} - \kappa_{\nu} I_{\nu-} = \underbrace{\kappa_{\nu}(I_{\nu p} - I_{\nu-})}_{\text{au quasi-ETL}} \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} \frac{dF_{\nu}}{dx} &= 4\pi j_{\nu} - c\kappa_{\nu} U_{\nu} \\ F_{\nu} &= -\frac{c\lambda_{\nu}}{4} \frac{dU_{\nu}}{dx} \end{aligned}$$

Ce modèle est identique à celui de l'approximation diffusive, au coefficient de diffusion près : ici, il vaut  $D_{\nu} = \frac{c\lambda_{\nu}}{4}$  (au lieu de  $D_{\nu} = \frac{c\lambda_{\nu}}{3}$ ). Dans le cas d'une faible anisotropie, l'approximation diffusive est plus juste. L'intérêt du modèle avant-arrière ("reverse-forward" ou "ahead-ago" en anglais) est de proposer une hypothèse rigoureuse sur la distribution angulaire et de là une formulation mathématiquement exacte.

### A.3.2 Simplification de la distribution spectrale

#### Corps gris et moyennes des libres parcours moyens

Est considérée ici la question de la forme intégrée sur tout le spectre,  $\int d\nu$ , de l'équation du transfert radiatif. Seront notées sans l'indice  $\nu$  les grandeurs après intégration, en particulier l'intensité intégrée  $I = \int I_\nu d\nu$  et l'émissivité intégrée  $j = \int j_\nu d\nu$ . L'intégration de ces deux derniers termes ne pose jamais problème. C'est l'intégration du terme d'absorption  $-\kappa_\nu I_\nu$  qui est difficile, de par la présence de l'inconnue  $I_\nu$ . Une méthode violente pour s'affranchir de la distribution spectrale est alors de supposer que le coefficient d'absorption en est indépendant :  $\kappa_\nu = \kappa$ . C'est l'hypothèse dite de corps gris. Celle-ci est raisonnable si la distribution spectrale des  $\kappa_\nu$  est remplacée par une moyenne  $\kappa = 1/\lambda$  qui représente convenablement la physique à modéliser.

Par exemple dans le cas de l'ETL, il a été montré dans la section précédente que, tant qu'on ne s'intéresse qu'à la modélisation du transport de l'énergie (qui se fait par le rayonnement), le libre parcours moyen de Rosseland était parfaitement adapté (avec l'approche conduction radiative de la chaleur).

De la même façon, une moyenne  $\kappa$  peut être trouvée dans le cas de l'ETL pour décrire l'émission sous la forme  $j = \kappa I_P$  (en notant  $I_P = cU_P/4\pi$  l'intégrale sur le spectre de l'intensité de Planck). En effet, dans les conditions de l'ETL, l'équation du transfert radiatif prend la forme suivante, grâce à la loi de Kirchhoff :

$$\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} I_\nu = -\kappa_\nu \cdot (I_\nu - I_{\nu P})$$

et la moyenne du libre parcours moyen qui convient est alors

$$\kappa_P = \frac{\int \kappa_\nu I_{\nu P} d\nu}{I_P}$$

qui est appelé libre parcours moyen de Planck et est une grandeur universelle (découplée d'un problème particulier).

De même pour l'absorption, il serait intéressant de pouvoir utiliser une forme intégrée  $-\kappa \cdot I$ . La moyenne des  $K_\nu$  qui conviendrait serait alors :

$$K_{abs} = \frac{\int \kappa_\nu I_\nu d\nu}{\int I_\nu d\nu}$$

qui est inexploitable puisqu'elle demanderait de connaître l'inconnue  $I_\nu$  avant de résoudre l'équation du transfert radiatif. Dans les cas proches de l'ETL, l'hypothèse  $I_\nu = I_{\nu P}$  est acceptable et elle conduit à nouveau au libre parcours moyen de Planck :  $K_{abs} = K_P$ . On remarquera que dans la moyenne de Planck, les fréquences qui pèsent le plus sont celles qui absorbent les intensités  $I_{\nu P}$  les plus fortes.

## L'approximation multigroupes

Résoudre le problème du transfert radiatif sans intégration sur  $\nu$  est difficilement imaginable : pour une résolution numérique par exemple, il faut de toute façon discrétiser le spectre. Passer par des moyennes des libres parcours moyens sur tout le spectre apparaît, à part dans le cas de l'ETL, peu intéressant car beaucoup trop cru. L'approximation multigroupe consiste à diviser le spectre en groupes de fréquences  $[\nu_g, \nu_{g+1}]$ . Il suffit alors d'intégrer l'équation du transfert radiatif sur chacun de ces intervalles, en remplaçant les termes sources et l'intensité par des intégrales sur le groupe :

$$I_g = \int_{\nu_g}^{\nu_{g+1}} I_\nu d\nu$$

$$j_g = \int_{\nu_g}^{\nu_{g+1}} j_\nu d\nu$$

Pour les coefficients d'absorption, l'intégration est plus difficile à faire car il faut choisir des moyennes alors que  $I_\nu$  est inconnue :

$$\kappa_g = \frac{\int_{\nu_g}^{\nu_{g+1}} \kappa_\nu I_\nu d\nu}{\int_{\nu_g}^{\nu_{g+1}} I_\nu d\nu}$$

Dans des conditions proches de l'ETL, l'hypothèse  $I_\nu = I_{\nu P}$  est acceptable et elle conduit à des moyennes de Planck (sur l'intervalle  $[\nu_g, \nu_{g+1}]$ ) :  $\kappa_g = \kappa_{gP}$ . L'équation du transfert radiatif devient alors, sur chaque intervalle :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial I_g}{\partial t} + \bar{\Omega} \cdot \nabla I_g &= j_g - \kappa_{gP} \cdot I_g \\ &= -\kappa_{gP} \cdot (I_g - I_{gP}) \end{aligned}$$

équation qui décrit convenablement une propagation avec évolution vers  $I_{gP} = \int_{\nu_g}^{\nu_{g+1}} I_{\nu P} d\nu$ , ce qui est bien la physique recherchée.

Si le milieu est loin de l'ETL et en particulier  $I_\nu \ll I_{\nu P}$  (par exemple s'il est transparent (optiquement mince) ou dans une région proche d'une surface libre), l'intensité est très différente de l'intensité de Planck et la moyenne  $\kappa_g$  de  $\kappa_{gP}$ . Il peut être alors préférable de prendre pour  $K_g$  une moyenne simple :

$$\kappa_g = \frac{\int_{\nu_g}^{\nu_{g+1}} \kappa_\nu d\nu}{\nu_{g+1} - \nu_g}$$

et l'équation devient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial I_g}{\partial t} + \bar{\Omega} \cdot \nabla I_g &= j_g - \kappa_g \cdot I_g \\ &= \underbrace{\kappa_{gP} I_{gP} - \kappa_g I_g}_{\text{si la loi de Kirchhoff est applicable}} \end{aligned}$$

qui ne modélise plus une évolution vers l'intensité d'équilibre  $I_{gP}$  (mais vers  $\kappa_{gP}/\kappa_g \cdot I_{gP}$ ). Dans le cas d'une région proche d'une surface libre, se posera ainsi un problème de raccordement avec les régions plus en profondeur proches de l'ETL.

La formulation multigroupe n'est donc jamais unique et reste, à part dans le cas de l'ETL, toujours ambiguë. Bien entendu, plus les groupes sont nombreux et fins, moins le choix retenu pour calculer la moyenne n'a d'importance.

## A.4 Chocs radiatifs

Une onde de choc est le passage violent, c'est-à-dire sur des échelles d'espace et de temps courts, d'un état d'équilibre initial à un état d'équilibre final. Il est toujours accompagné d'un échauffement de la matière; si celui-ci est suffisamment intense, la matière rayonnera fortement, en particulier en avant du choc, dans la région non perturbée : un tel choc avec de fortes propriétés radiatives est appelé choc radiatif. Ce mécanisme est à la base du fonctionnement des cavités radiatives dynamiques, le choc étant produit par l'impact du plasma de striction magnétique sur une cible centrale. Les éléments sur les propriétés radiatives des chocs intenses présentés dans cette section sont tirés de la section VII-3 de [41].

### A.4.1 Représentation graphique des propriétés des chocs

Pour commencer, il est bon de reprendre les propriétés fondamentales des chocs, à partir d'une représentation graphique dans le plan  $p - V$ , la pression  $p$  et le volume spécifique  $V = 1/\rho$  étant les variables thermodynamiques choisies pour décrire l'état de la matière (voir la section I.2 de [41] pour la démonstration de ce qui suit). Précisons les notations : les indices 0 et 1 désigneront les états initial et final;  $D$  est la célérité du front de choc dans le référentiel du laboratoire,  $v$  est la vitesse de la matière dans le référentiel lié au front (en particulier  $D = v_0$ ) et  $c$  est la célérité des ondes acoustiques (la vitesse du son). Partant de l'état initial  $(p_0, V_0)$ , la suite des états finaux  $(p_1, V_1)$  que la matière peut atteindre forme une courbe que nous appellerons courbe d'Hugoniot (plutôt que "polaire des chocs issue du point  $(p_0, V_0)$ "). Pour des matériaux avec des propriétés thermodynamiques normales, la courbe d'Hugoniot a sa concavité tournée vers le haut dans le plan  $p - V$ . La figure A.5 représente une telle courbe d'Hugoniot, ainsi que la courbe d'évolution isentropique issue du point  $(p_0, V_0)$ , qui correspond aux évolutions de la matière en restant en permanence à l'équilibre thermodyna-

mique. Les déplacements sur la courbe isentropique se font continument, tandis que sur l'Hugoniot ils se font par un saut depuis l'état initial (représenté par le segment reliant les points  $(p_0, V_0)$  et  $(p_1, V_1)$ ). La pente de la courbe isentropique est le carré de la célérité  $c_0^2$  et celle du segment  $(p_0, V_0)$ - $(p_1, V_1)$  est celui de la vitesse du front  $D^2$  (au facteur  $V_0^2$  près) : un choc se formant seulement si  $D > c_0$  (dans le cas contraire, les ondes acoustiques parviennent à réorganiser la matière sans faire appel aux phénomènes dissipatifs propres au front de choc), ceci justifie que la courbe d'Hugoniot soit au-dessus de la courbe isentropique dans la région  $V_1 < V_0$ . De plus, quand  $p_1 \rightarrow p_0$  le choc dégénère en onde acoustique et  $D \rightarrow c_0$  : c'est-à-dire que l'Hugoniot et l'isentrope sont tangentes en  $(p_0, V_0)$ . Les surfaces hachurées représentent les

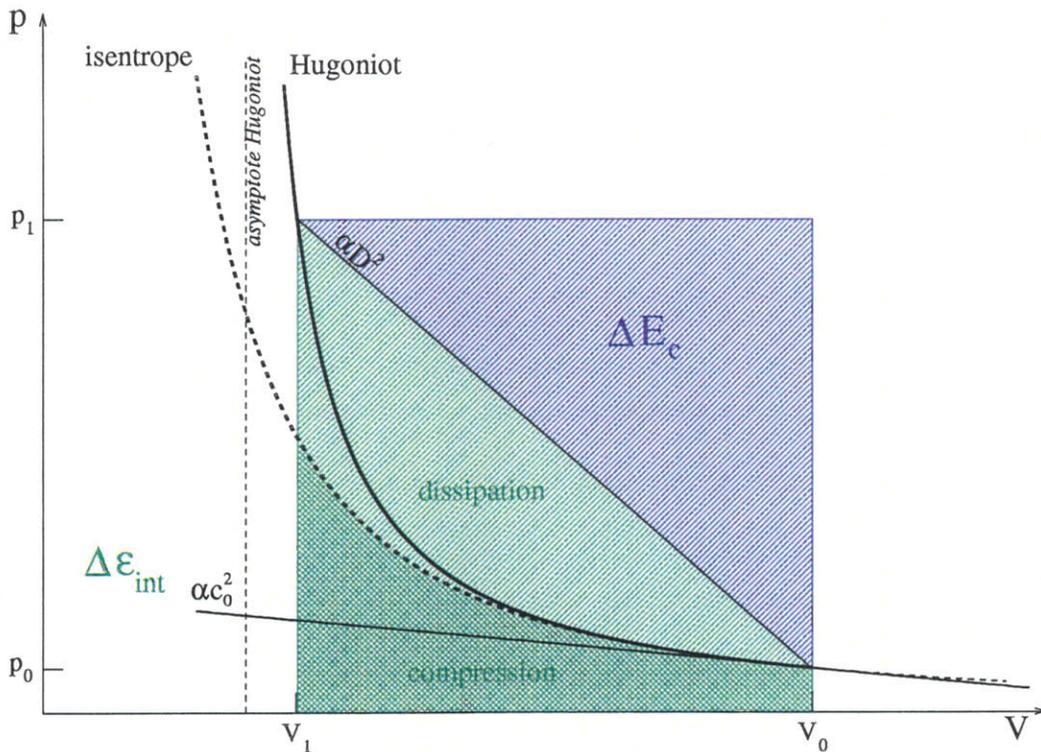


FIG. A.5 – Représentation graphique des propriétés fondamentales des chocs

différentes énergies (par unité de masse) gagnées par la matière au passage du choc . Le grand rectangle (totalité des régions hachurées) représente l'énergie totale fournie par le piston à la matière initialement au repos :  $p_1(V_0 - V_1)$ . La surface sous le segment  $(p_0, V_0)$ - $(p_1, V_1)$  (hachures vertes) représente le gain en énergie interne spécifique,  $\varepsilon_1 - \varepsilon_0$ , au passage du choc ; ce gain se divise en gain d'énergie interne dû à la compression,  $\int p \cdot dV$ , égal au gain lors d'une compression isentropique (et représenté par la surface sous la courbe isentro-

lique) et en gain d'énergie interne dû à la dissipation par les phénomènes de viscosité (représenté par le reste de la région hachurée en vert). La surface restante (hachure bleue) représente le gain d'énergie cinétique au passage du choc :  $1/2(p_1 - p_0)(V_0 - V_1)$ .

Dans le cas d'un choc intense,  $p_1 \gg p_0$ , la pression initiale  $p_0$  peut être considérée comme nulle et l'énergie totale se divise en deux quantités identiques : le gain en énergie interne est égal au gain en énergie cinétique. Dans ce cas où  $p_1/p_0 \rightarrow \infty$ , la compression reste cependant limitée : pour un gaz parfait à chaleurs spécifiques constantes de rapport  $\gamma$ , le rapport des volumes spécifiques  $V_0/V_1$  tend vers  $\frac{\gamma+1}{\gamma-1} = 4$  (dans le cas monoatomique  $\gamma = 5/3$  qui est celui qui nous intéresse pour les plasmas de striction magnétique, vu les régimes de température envisagés<sup>2</sup> de plus de 100 eV). La température s'élève proportionnellement à la pression, selon un rapport  $\frac{T_1}{T_0}$  qui tend vers  $\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{p_1}{p_0}$ .

#### A.4.2 Description qualitative des chocs radiatifs

Plaçons-nous dans le référentiel du front de choc. En désignant par viscosité les phénomènes qui transforment la quantité de mouvement et l'énergie cinétique (dirigées) initiales du fluide en mouvement microscopique aléatoire de translation des particules matérielles, la structure d'un front de choc se divise en deux parties :

- d'abord un front visqueux, où seul l'équilibre pour les translations se réalise, de très faible épaisseur (quelques libres parcours moyens cinétiques),
- ensuite une couche de relaxation où le fluide atteint son état d'équilibre final (équilibre des vibrations, rotations, composition chimique), plus épaisse.

Dans les régimes de températures envisagées pour les plasmas de striction magnétique, la matière ressort sous forme monoatomique et seul le front visqueux est à considérer. Dans ce cas où les chocs sont suffisamment forts pour chauffer la matière à des températures élevées, la structure du choc est de plus modifiée par les phénomènes radiatifs : le rayonnement issu de la surface du choc est absorbé en avant de celle-ci et chauffe les couches de fluide entrant dans le choc. Ce préchauffage radiatif introduit une échelle de longueur (le libre parcours moyen radiatif), beaucoup plus grand que le libre parcours moyen cinétique. Pour étudier l'effet du rayonnement sur la structure d'un choc, il est donc raisonnable de réduire le front visqueux (et la couche de relaxation si elle existe) à une discontinuité.

<sup>2</sup>[41] fournit des tableaux de composition chimique en fonction de la température, qui montrent (sur l'exemple de l'air, de densité comparable aux plasmas de striction magnétique) que toutes les espèces sont totalement dissociées avant une température de 1 eV.

Le point de départ pour décrire la structure de chocs de plus en plus forts est un choc suffisamment faible pour pouvoir négliger le rayonnement, où les variables thermodynamiques  $T$ ,  $\rho$  et  $p$  sont en marche d'escalier, comme décrit sur la figure A.6.

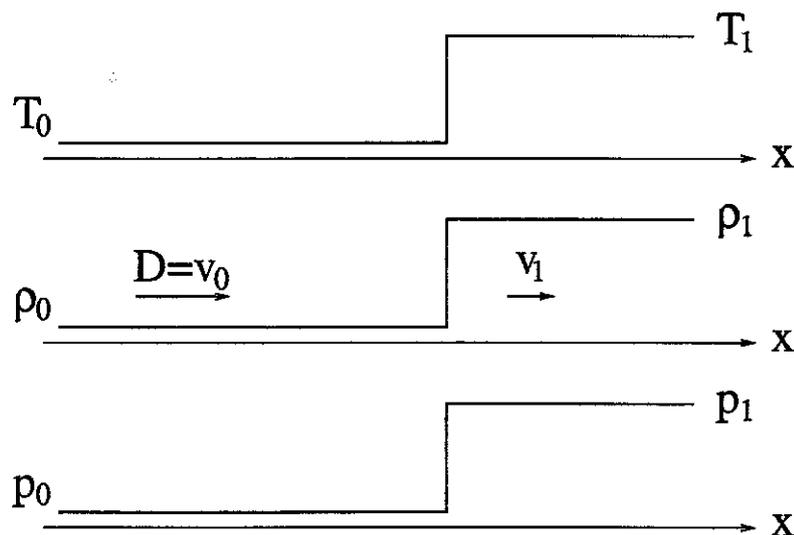


FIG. A.6 - Profils de  $T$ ,  $\rho$  et  $p$  pour un choc faible

### Choc sous-critique et critique

Quand l'intensité du choc augmente, le flux radiatif  $\sigma_{sb}T_1^4$  à travers la discontinuité augmente rapidement. Le fluide en avant de la discontinuité est chauffé sur une distance de l'ordre du libre parcours moyen radiatif, par absorption : la température augmente en s'approchant du front discontinu de  $T_0$  à une valeur  $T_-$  (voir la figure A.7).

Le front de compression se propage donc dans un milieu chauffé et la température  $T_+$  derrière le choc (visqueux) est supérieure à celle du cas sans préchauffage, c'est-à-dire  $> T_1$ . Après quoi, nécessairement, la température décroît de  $T_+$  à  $T_1$  par rayonnement vers le fluide froid. En première approximation, le supplément de température après la discontinuité augmente au même rythme que le préchauffage :  $T_+ - T_1 \approx T_- - T_0$ .

Le chauffage du fluide en avant de la discontinuité conduit à une augmentation de sa pression, ainsi qu'à une augmentation de sa densité (par ralentissement). Les pertes radiatives permettent de continuer la compression du fluide après la discontinuité, si bien que  $\rho$  et  $p$  augmentent aussi.

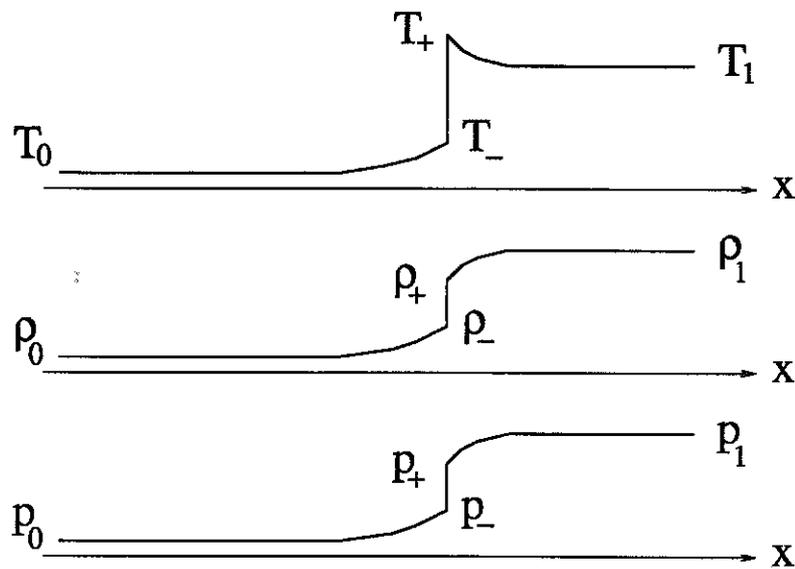


FIG. A.7 – Profils de  $T$ ,  $\rho$  et  $p$  pour un choc fort sous-critique

Le préchauffage du fluide en avant du choc est proportionnel au flux  $\sigma_{sb}T_1^4$  et par conséquent augmente rapidement avec l'intensité du choc (mesurée par  $T_1$ ). Il existe un seuil critique pour  $T_1$  tel que, si  $T_1 = T_{cr}$ , le préchauffage permet d'atteindre la température finale :  $T_- = T_1$  (voir figure A.8). Cette température est critique car elle distingue deux types de structures de choc. Celle que nous venons de voir, pour des chocs suffisamment faibles ( $T_1 < T_{cr}$ ) est naturellement appelée sous-critique. L'autre est assez différente et est dite super-critique.

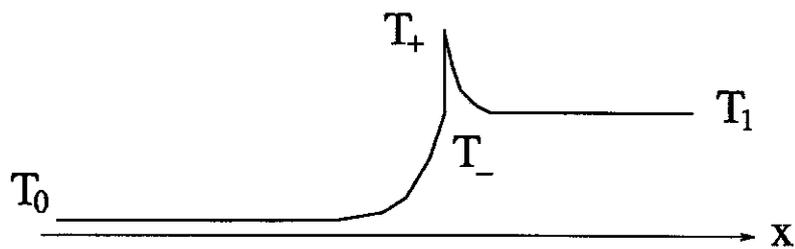


FIG. A.8 – Profil de  $T$  pour un choc fort critique

#### Choc super-critique : $T_1 > T_{cr}$

Le flux radiatif issu du fluide derrière le choc dans le cas  $T_1 > T_{cr}$  est suffisant pour chauffer une couche de fluide (dont l'épaisseur serait de l'ordre du libre parcours moyen radiatif) à une température  $T_- > T_1$ . Cela ne se

produit pas car une telle couche rayonnerait tellement qu'elle chaufferait les couches voisines jusqu'à faire redescendre sa température à  $T_- = T_1$ . En réalité, l'énergie transportée par le flux radiatif (issu du fluide juste après la discontinuité) sert simplement à chauffer une couche de fluide plus épaisse (qu'un libre parcours moyen radiatif). Une onde de conduction radiative de la chaleur précède la discontinuité (choc de compression). Cette première onde englobe une quantité de fluide d'autant plus grande que le choc est fort. Ceci est illustré sur la figure A.9.

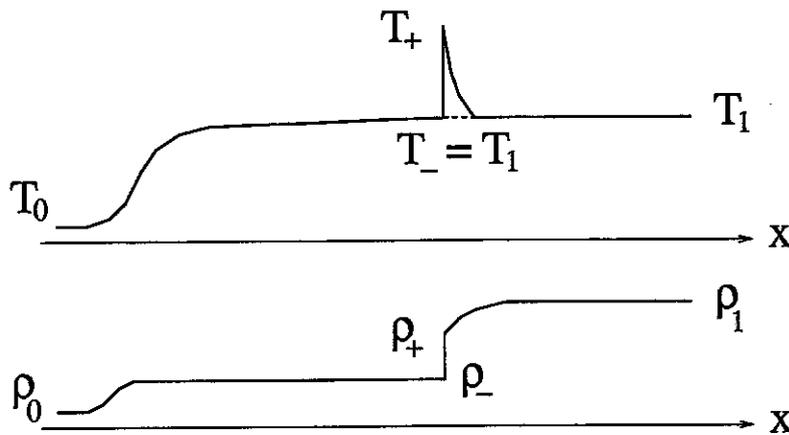


FIG. A.9 – Profil de  $T$  et  $\rho$  pour un choc fort super-critique

Une autre différence avec le cas sous-critique est que le pic de température en  $T_+$  est plus fin qu'un libre parcours moyen radiatif, et d'autant plus fin que le choc est fort. Dans l'approximation de la conduction radiative de la chaleur (où les détails de dimension inférieure au libre parcours moyen radiatif ne sont pas considérés), le pic n'apparaît même pas et il ne reste qu'une onde isotherme (en pointillé sur la figure A.9).

La configuration du choc super-critique est bien entendu celle qu'il faut atteindre pour les chocs radiatifs destinés à chauffer les cavités dynamiques : c'est l'onde de conduction radiative qui va remplir le coeur de la cible centrale de rayonnement, bien avant l'arrivée du front visqueux et la mise en mouvement de la matière.

#### A.4.3 Seuil de criticité pour le choc radiatif dans une cavité dynamique

La formule suivante (tirée de [41] page 536) permet d'estimer le seuil de criticité des chocs radiatifs :

$$\sigma_{sb} T_{cr}^4 = D(T_{cr}) \rho_0 \epsilon(T_{cr})$$

Elle exprime simplement que le flux radiatif produit par  $T_1 = T_{cr}$  doit permettre un préchauffage du fluide s'apprêtant à entrer dans le choc jusqu'à une température  $T_- = T_{cr}$ .

Un modèle de gaz parfait permet alors d'estimer  $T_{cr}$  et  $D_{cr} = D(T_{cr})$ . L'énergie et la pression internes s'écrivent

$$\begin{aligned} p &= R\rho T \\ \varepsilon &= \frac{R}{\gamma - 1} T \end{aligned}$$

où  $R$  est la différence des chaleurs spécifiques  $R = (\bar{Z} + 1) \frac{k}{m_i}$  si  $T$  est en K,  $R = (\bar{Z} + 1) \frac{e}{m_i}$  si  $T$  est en eV ( $e = 1.6 \times 10^{-19}$  J/eV). Pour une cavité radiative dynamique, le matériau sous choc est une mousse de CH ( $m_i = 2.0 \times 10^{-26}$  kg); vu les régimes de températures envisagés, elle peut être supposée totalement dissociée et ionisée, soit un rapport des chaleurs spécifiques de gaz monoatomique  $\gamma = 5/3$  et un degré d'ionisation  $\bar{Z} = 6$ . Avec une telle modélisation, la célérité du front de choc  $D$  est de plus donnée par ([41] page 52) :

$$D = \left( \frac{\gamma + 1}{2} \frac{p_1}{\rho_0} \right)^{1/2}$$

qui devient dans le cas d'un choc fort, c'est-à-dire en tenant compte de  $\rho_1/\rho_0 \simeq \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}$  :

$$D = \left( \frac{1}{2} \frac{(\gamma + 1)^2}{\gamma - 1} RT_1 \right)^{1/2}$$

La relation déterminant  $T_{cr}$  fournit alors l'estimation suivante :

$$T_{cr} = \left[ \frac{1}{\sigma_{sb}} \frac{(\gamma + 1) R^{3/2}}{\sqrt{2} (\gamma - 1)^{3/2} \rho_0} \right]^{2/5}$$

qui conduit à  $D_{cr}$  via la relation précédente puisqu'au seuil de criticité  $T_1 = T_{cr}$ .

Le tableau A.1 fournit les valeurs de  $T_{cr}$  et  $D_{cr}$  correspondant aux densités d'intérêt pour les cavités dynamiques exploitables sur des générateurs de classe (100 ns, 20 à 60 MA), c'est-à-dire de l'ordre de  $\rho_0 \simeq 10$  mg/cm<sup>3</sup>. Il montre que la célérité critique est de l'ordre de 10 à 20 cm/ $\mu$ s, ce qui justifie qu'une vitesse minimum de 30 cm/ $\mu$ s soit requise pour générer des chocs fortement super-critiques ( $T_1$  varie comme  $D^2$  et donc le flux de préchauffage comme  $D^8$ ). De plus les températures critiques sont de l'ordre de 100 eV ou moins : le confinement par le plasma de striction magnétique assurant

des températures bien supérieures (200 eV et plus), les conditions de forte super-criticité seront donc toujours réunies et le rayonnement parviendra correctement jusqu'au coeur de la cavité dynamique.

$\rho_0(\text{mg}/\text{cm}^3)$	$T_{cr}(\text{eV})$	$D_{cr}(\text{cm}/\mu\text{s})$
5	35	10
10	46	12
30	71	15
100	115	18

TAB. A.1 – Température et célérité critiques en fonction de la densité pour une mousse de CH



## Annexe B

# Magnétohydrodynamique pour les plasmas de striction magnétique

Cette annexe présente les équations de la magnétohydrodynamique, en rappelant les étapes de leur dérivation à partir des équations cinétiques. Aucun calcul n'est développé : on se reportera par exemple à la référence [12] pour de tels approfondissements. Le but ici est en effet de considérer, étape après étape, dans quelle mesure les conditions de validité des approximations réalisées sont vérifiées.

Le raisonnement adopté et sa présentation sont en grande partie empruntés à l'ouvrage de J.P. Freidberg [17].

L'objectif de cette annexe est de valider la description des écoulements de striction magnétique pour un matériau pur par le modèle suivant :

Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{v} = 0 \quad (\text{B.1})$$

Equation du mouvement

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\nabla p + \bar{J} \times \bar{B} - \nabla \cdot \hat{\pi} \quad (\text{B.2})$$

Conservation de l'énergie pour les électrons et les ions

$$\rho \frac{D\varepsilon_e}{Dt} = -p_e \nabla \cdot \bar{v} - \nabla \cdot (-\hat{\kappa}_e \nabla T_e) + \bar{J} \cdot \bar{E}^* + Q_{ei} \quad (\text{B.3})$$

$$\rho \frac{D\varepsilon_i}{Dt} = -p_i \nabla \cdot \bar{v} - \nabla \cdot (-\hat{\kappa}_i \nabla T_i) - \nabla \cdot (\hat{\pi} \bar{v}) - Q_{ei} \quad (\text{B.4})$$

Equations pour les champs électriques et magnétiques

$$\nabla \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J} \quad (\text{B.5})$$

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (\text{B.6})$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (\text{B.7})$$

Equation de l'électroneutralité

$$n_e = \bar{Z} n_i \quad (\text{B.8})$$

Loi d'Ohm généralisée

$$\bar{J} = \hat{\sigma}(\bar{E}^* - \frac{\bar{J} \times \bar{B}}{en_e} + \frac{\nabla p_e}{en_e}) \quad (\text{B.9})$$

Avec

$$p = p_e + p_i$$

$$n_i = \frac{\rho}{m_i}$$

$$\bar{E}^* = \bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}$$

et  $\rho$  densité du plasma,  $\bar{v}$  vitesse matérielle,  $p$  pression cinétique totale,  $p_{e,i}$  pressions cinétiques électronique et ionique,  $\bar{J}$  densité de courant,  $\bar{B}$  champ magnétique,  $\hat{\pi}$  tenseur des contraintes,  $\varepsilon_{e,i}$  énergies internes spécifiques électronique et ionique,  $\hat{\kappa}_{e,i}$  tenseurs des conductivités thermiques électronique et ionique,  $T_{e,i}$  températures électronique et ionique,  $G_J$  terme d'effet Joule,  $Q_{ei}$  terme d'échange d'énergie des ions vers les électrons par collisions élastiques,  $\bar{E}$  champ électrique dans le référentiel du laboratoire,  $\bar{E}^*$  champ électrique en suivant le mouvement,  $n_{e,i}$  densités de particules électronique et ionique,  $\bar{Z}$  degré d'ionisation (charge moyenne des ions ramenée à la charge de l'électron  $e$ ),  $\hat{\sigma}$  tenseur des conductivités électriques,  $m_i$  masse d'un ion. La notation  $D/Dt$  désigne la dérivée en suivant le mouvement  $\partial/\partial t + \bar{v} \cdot \nabla$ .

A noter que la démonstration se fait à chaque instant dans le référentiel galiléen qui coïncide avec le mouvement global d'implosion, c'est-à-dire à la vitesse globale d'implosion  $V$ , de telle façon que les vitesses locales  $\bar{v}$  soient de l'ordre de la vitesse thermique ionique  $V_{Ti}$ . Le changement de référentiel galiléen vers celui du laboratoire ne pose ensuite pas de problème car les vitesses n'apparaissent dans les équations qu'au travers de dérivées (la constante  $V$  peut donc être facilement intégrée).

## B.1 Echelles caractéristiques pour les hautes densités

Avant de se lancer dans l'écriture des équations, il est bon d'estimer toutes les échelles caractéristiques à prendre en compte pour les plasmas de striction magnétique (en phase d'implosion). La température type sera prise égale à  $T = T_e = T_i = 30 \text{ eV}$ . Nous allons commencer par considérer uniquement les hautes densités, soit  $\rho = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ . La nature du matériau se révèle peu importante, malgré de fortes différences dans la masse des ions et le degré d'ionisation, qui varient par exemple de  $m_i = 4 \times 10^{-26} \text{ kg}$  et  $\bar{Z} = 6$  à  $m_i = 3 \times 10^{-25} \text{ kg}$  et  $\bar{Z} = 12$  quand on passe de l'aluminium au tungstène. La valeur type du champ magnétique à retenir est  $B \simeq 300 \text{ T}$ .

L'échelle spatiale macroscopique de référence pour l'écoulement est l'épaisseur du plasma (selon  $r$ ), soit :

$$\Delta \simeq 1 \text{ mm}$$

La vitesse type des ions, supports de la masse, est estimée par la vitesse thermique :

$$V_{T_i} = \sqrt{\frac{kT_i}{m_i}} \sim 1 \text{ cm}/\mu\text{s}$$

Elle permet de définir l'échelle temporelle macroscopique de référence pour l'écoulement par :

$$\tau_{mhd} = \Delta/V_{T_i} \sim 10^{-7} \text{ s}$$

Nous retrouvons l'ordre de grandeur pour le temps d'implosion total. Nous avons vu au chapitre 2 qu'un autre temps caractéristique, plus court, était à prendre en compte pour la mise en place locale de l'accélération, à savoir le temps de transit alfvénique, défini à partir de la vitesse d'Alfvén :

$$c_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 \rho}} \sim \frac{B}{\sqrt{\mu_0 \frac{2\tilde{m}}{\Delta}}} \sim 10 \text{ cm}/\mu\text{s}$$

(où  $\tilde{m} \sim 3 \times 10^{-6} \text{ kg/m}^2$  est la masse par unité de surface) par

$$\tau_A = \Delta/c_A \sim 10^{-8} \text{ s}$$

Nous retiendrons donc, pour l'échelle temporelle macroscopique de référence, une valeur  $\tau_{MHD}$  comprise entre  $\tau_A = 10^{-8} \text{ s}$  et  $\tau_{mhd} = 10^{-7} \text{ s}$ .

Dans ces conditions, les échelles caractéristiques du plasma lors de l'écoulement de striction magnétique ont les ordres de grandeur indiqués dans les tableaux B.1 et B.2.

Echelle de temps	Formule	Valeur (s)
Période plasma électronique	$\tau_{pe} = \frac{2\pi}{\omega_{pe}} = 2\pi \left( \frac{m_e \epsilon_0}{n_e e^2} \right)^{1/2}$	$10^{-14}$
Période entre collisions électron-ion	$\tau_{ei} = \frac{1}{\bar{Z}} \tau_{ee}$	$10^{-14}$
Période entre collisions ion-ion	$\tau_{ii} = \frac{1}{\bar{Z}^3} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \tau_{ee}$	$5 \times 10^{-14}$
Période entre collisions électron-électron	$\tau_{ee} = n_e \lambda_D^3 \tau_{pe}$	$10^{-13}$
Gyropériode électronique	$\tau_{ce} = \frac{2\pi}{\omega_{ce}} = 2\pi \frac{m_e}{eB}$	$10^{-13}$
Période plasma ionique	$\tau_{pi} = \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \tau_{pe}$	$5 \times 10^{-12}$
Temps d'équilibrage énergétique	$\tau_{eq} = \frac{m_i}{2m_e} \tau_{ee}$	$5 \times 10^{-8}$
Temps de transit alfvénique	$\tau_A = \Delta / c_A$	$10^{-8}$
Gyropériode ionique	$\tau_{ci} = \frac{m_i}{m_e} \tau_{ce}$	$10^{-8}$
Temps de diffusion	$\tau_D = \mu_0 \sigma \Delta^2$	$5 \times 10^{-8}$
Temps MHD	$\tau_{mhd} = \Delta / V_{Ti}$	$10^{-7}$
Temps de montée du courant	$\tau$	$10^{-7}$

TAB. B.1 – Echelles de temps dans les hautes densités en phase d'implosion

Les formules, exprimées en unités du système international, sont tirées de [23] et [17]. L'abréviation "lpm" doit être lue "libre parcours moyen". Les notations sont habituelles :  $n_i = \rho / m_i \sim 10^{25} \text{ m}^{-3}$  désigne la densité ionique,  $n_e = \bar{Z} n_i \sim 10^{26} \text{ m}^{-3}$  la densité électronique,  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  et  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  sont la masse et la charge d'un électron,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  est la permittivité du vide,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$  sa perméabilité,  $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$  est la vitesse de la lumière ( $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$ ). Pour la conductivité électrique  $\sigma \sim 3 \times 10^4 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ , le plasma est en régime Spitzer (voir par exemple [2]) et la formule suivante a été utilisée (tirée par exemple de [6]) :

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{\pi \bar{Z} e^2 \sqrt{m_e}}{(4\pi \epsilon_0)^2 (kT_e)^{3/2}} \ln(\Lambda)$$

avec  $\ln(\Lambda) = \ln(12\pi n_e \lambda_D^3) \sim 6$ . Soit

$$\sigma = 8.31 \times 10^{-3} \frac{T_{e,K}^{3/2}}{\bar{Z} \ln(\Lambda)} = 1.04 \times 10^4 \frac{(kT_{e,eV})^{3/2}}{\bar{Z} \ln(\Lambda)}$$

avec  $\sigma$  en  $\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$  et  $T_e$  exprimée en K,  $kT_e$  en eV.

Nous pouvons conclure que les échelles correspondant aux phénomènes de collision sont très petites par rapport aux échelles macroscopiques : les plasmas sous striction magnétique sont fortement collisionnels. Ceci constitue la condition essentielle à la validité de la description MHD de ces plasmas, comme nous allons le voir dans ce qui suit.

Echelle d'espace	Formule	Valeur (m)
Lpm ion-ion	$\lambda_{ii} = V_{Ti} \tau_{ii}$	$3 \times 10^{-10}$
Longueur de Debye	$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_e e^2}}$	$5 \times 10^{-9}$
Distance inter-ions	$d_i = 1/n_i^{1/3}$	$5 \times 10^{-9}$
Lpm électron-ion	$\lambda_{ei} = V_{Te} \tau_{ei}$	$3 \times 10^{-8}$
Rayon de gyration électronique	$r_{Le} = V_{Te} \tau_{ce} / 2\pi$	$4 \times 10^{-8}$
Lpm électron-électron	$\lambda_{ee} = V_{Te} \tau_{ee}$	$3 \times 10^{-7}$
Longueur de London électronique	$\delta_e = \frac{c}{\omega_{pe}}$	$6 \times 10^{-5}$
Rayon de gyration ionique	$r_{Li} = V_{Ti} \tau_{ci} / 2\pi$	$10^{-5}$
Longueur MHD	$\Delta$	$10^{-3}$
Longueur de London ionique	$\delta_i = \frac{c}{\omega_{pi}}$	$2 \times 10^{-2}$

TAB. B.2 – Echelles d'espace dans les hautes densités en phase d'implosion

## B.2 Dérivation des équations de la MHD

### B.2.1 Equations cinétiques

La description la plus générale qui peut être faite du plasma consiste à combiner des équations cinétiques pour les particules avec les équations de Maxwell, soit :

$$\partial_t f_\alpha + \bar{u} \cdot \nabla f_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\bar{E} + \bar{u} \times \bar{B}) \cdot \nabla_u f_\alpha = (\partial_t f_\alpha)_c$$

$$\nabla \times \bar{E} = -\partial_t \bar{B}$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0$$

$$\nabla \times \bar{B} = \mu_0 \partial_t \bar{J} + \frac{1}{c^2} \partial_t \bar{E}$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = \frac{\sigma_q}{\epsilon_0}$$

avec les densités de charges et courants définies par

$$\sigma_q = \sum_\alpha q_\alpha \int f_\alpha d\bar{u}$$

$$\bar{J} = \sum_\alpha q_\alpha \int \bar{u} f_\alpha d\bar{u}$$

Le paramètre  $\alpha$  décrit toutes les espèces de particules présent dans le plasma, à savoir les électrons et les ions dans leurs différents états d'ionisation. La notation  $q_\alpha$  désigne la charge des particules.

Les équations cinétiques expriment simplement que la densité de particules de l'espèce  $\alpha$  dans l'espace des positions  $\bar{r}$  et vitesses  $\bar{u}$  (fonction de distribution  $f_\alpha$ ), évolue au cours du temps (premier terme) sous l'effet de leur mouvement (deuxième terme), des champs électromagnétiques (force de Lorentz, troisième terme) et des collisions avec les autres particules (dernier terme). Les équations de Maxwell décrivent bien entendu l'évolution des champs électrique  $\bar{E}$  et magnétique  $\bar{B}$ .

## B.2.2 Equations à plusieurs fluides

La première étape pour obtenir les équations de la MHD est de prendre les moments des équations cinétiques. Ce calcul transforme, pour chaque espèce  $\alpha$ , l'unique équation en  $f_\alpha$  en une infinité d'équations de fluide, c'est-à-dire dont les inconnues sont des grandeurs macroscopiques comme la densité, la vitesse et la pression. La suite infinie d'équations devra alors être tronquée, au prix d'approximations à introduire.

Le calcul va se limiter en fait aux trois premiers moments, c'est-à-dire à

$$\int M_i [D_t f_\alpha - (\partial_t f_\alpha)_c] d\bar{u}$$

où  $D_t f_\alpha$  désigne le membre de gauche des équations cinétiques précédentes, pour  $M_0 = 1$  (moment d'ordre 0 correspondant à la masse),  $M_1 = m_\alpha \bar{u}$  (moment d'ordre 1 correspondant à la quantité de mouvement) et  $M_2 = \frac{1}{2} m_\alpha u^2$  (moment d'ordre 2 correspondant à l'énergie). En notant  $(d_t)_\alpha = \partial_t + \bar{v}_\alpha \cdot \nabla$ , ceci conduit, pour chaque espèce  $\alpha$ , au système d'équations suivant :

$$(d_t n_\alpha)_\alpha + n_\alpha \nabla \cdot \bar{v}_\alpha = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$n_\alpha m_\alpha (d_t \bar{v}_\alpha)_\alpha - q_\alpha n_\alpha (\bar{E} + \bar{v}_\alpha \times \bar{B}) + \nabla \cdot \hat{P}_\alpha = \bar{R}_\alpha \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{3}{2} n_\alpha (d_t T_\alpha)_\alpha + \hat{P}_\alpha : \nabla \bar{v}_\alpha + \nabla \cdot \bar{F}_\alpha = Q_\alpha \quad (\text{B.12})$$

$$\nabla \times \bar{E} = -\partial_t \bar{B}$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0$$

$$\nabla \times \bar{B} = \mu_0 \partial_t \bar{J} + \mu_0 \epsilon_0 \partial_t \bar{E}$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = \frac{\sigma_q}{\epsilon_0}$$

avec

$$\sigma_q = \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha$$

$$\bar{J} = \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha \bar{v}_\alpha$$

associé aux grandeurs macroscopiques comme la densité de particule et la vitesse moyenne

$$n_\alpha(\bar{r}, t) \equiv \int f_\alpha d\bar{u}$$

$$\bar{v}_\alpha(\bar{r}, t) \equiv \frac{1}{n_\alpha} \int \bar{u} f_\alpha d\bar{u}$$

et, en introduisant la vitesse intermédiaire  $\bar{w} = \bar{u} - \bar{v}_\alpha(\bar{r}, t)$  représentant le mouvement thermique aléatoire des particules et en notant  $\langle A \rangle \equiv \frac{1}{n_\alpha} \int A f_\alpha d\bar{u}$ , la pression scalaire :

$$p_\alpha \equiv \frac{1}{3} n_\alpha m_\alpha \langle w^2 \rangle$$

le tenseur des contraintes

$$\hat{P}_\alpha \equiv n_\alpha m_\alpha \langle \bar{w} \otimes \bar{w} \rangle$$

le déviateur des contraintes

$$\hat{\pi}_\alpha \equiv \hat{P}_\alpha - p_\alpha \hat{I}$$

la température

$$kT_\alpha \equiv p_\alpha / n_\alpha$$

le flux de chauffage dû au mouvement aléatoire

$$\bar{F}_\alpha \equiv \frac{1}{2} n_\alpha m_\alpha \langle \bar{w} w^2 \rangle$$

le terme de transfert moyen de quantité de mouvement dû aux collisions

$$\bar{R}_\alpha \equiv \int m_\alpha \bar{w} (\partial_t f_\alpha)_c d\bar{w}$$

et la quantité de chaleur produite par les collisions entre particules d'espèces différentes

$$Q_\alpha \equiv \int \frac{1}{2} m_\alpha w^2 (\partial_t f_\alpha)_c d\bar{w}$$

Cet ensemble d'équations est exact mais présente a priori peu d'intérêt : il comprend plus d'inconnues que d'équations. Pour aller plus loin, nous allons tirer parti de plusieurs approximations.

**Première approximation : élimination des phénomènes à haute fréquence, faible longueur d'onde**

Pour continuer, nous allons éliminer les termes décrivant les phénomènes à haute fréquence, faible longueur d'onde. Formellement, cela consiste à faire tendre la permittivité du vide vers 0 :

$$\varepsilon_0 \rightarrow 0$$

Le résultat est d'éliminer le courant de déplacement  $\varepsilon_0 \partial_t \bar{E}$  et la charge d'espace  $\sigma_q = \varepsilon_0 \nabla \cdot \bar{E}$  dans les équations de Maxwell :

$$\nabla \times \bar{B} = \mu_0 \partial_t \bar{J}$$

$$\sigma_q = 0$$

Négliger le courant de déplacement réclame que les ondes électromagnétiques à prendre en compte aient des vitesses de phase bien plus faibles que la vitesse de la lumière et que les vitesses thermiques ne soient pas relativistes : les vitesses de phase étant déterminées par la vitesse d'Alfvén  $c_A \sim 10 \text{ cm}/\mu\text{s} = 10^5 \text{ m/s} \ll c$  et la vitesse du son  $c_s \sim V_{T_i} \sim 1 \text{ cm}/\mu\text{s} = 10^4 \text{ m/s} \ll c$ , la première condition est toujours remplie pour les plasmas de striction magnétique. De même pour la seconde puisque  $V_{T_e} \sim 2 \times 10^6 \text{ m/s} \ll c$ . La comparaison des ordres de grandeur pour la densité de courant et le courant de déplacement amène à la même conclusion :  $J \sim I/(2\pi R\Delta) \sim 10^7/6/10^{-2}/10^{-3} \sim 10^{11} \text{ A/m}^2$  est beaucoup plus grand que  $\varepsilon_0 \partial_t \bar{E} \sim \varepsilon_0 V/(h\tau) \sim 10^{-11} \cdot 10^7/10^{-2}/10^{-7} = 10^5 \text{ A/m}^2$ .

La charge d'espace peut être négligée quant à elle si les temps caractéristiques des phénomènes à modéliser sont bien supérieurs à la période plasma électronique ( $\tau_{MHD} \gg \tau_{pe}$ ) et si les longueurs caractéristiques sont beaucoup plus grandes que la distance de Debye ( $\Delta \gg \lambda_D$ ). Les tables B.1 et B.2 montrent que ces conditions sont parfaitement remplies. Négliger la charge d'espace conduit à rendre caduque l'équation de Poisson  $\varepsilon_0 \nabla \cdot \bar{E} = \sigma_q$  et à la remplacer par l'approximation de quasi-neutralité :

$$\sum_{\alpha} q_{\alpha} n_{\alpha} = 0$$

ce qui signifie simplement que tous les phénomènes à modéliser correspondent à des fréquences suffisamment faibles et des longueurs suffisamment grandes pour que les électrons aient la possibilité de réagir et d'assurer, par leur mouvement rapide, la neutralité locale du plasma.

A ce stade, nous avons déjà obtenu les équations (B.5), (B.6) et (B.7) dites équations de Maxwell à faible fréquence.

## Deuxième approximation : les électrons ont une inertie négligeable

Une deuxième approximation, dans la continuité de la précédente, consiste à négliger l'inertie des électrons et à supposer que, pour tous les phénomènes à modéliser, ils ont une vitesse de réaction infiniment grande. Formellement, ceci consiste à faire tendre la masse des électrons vers 0 dans les équations :

$$m_e \rightarrow 0$$

Les conditions de validité d'une telle approximation sont des échelles de temps grandes par rapport à la période plasma et la gyropériode électroniques ( $\tau_{MHD} \gg \tau_{pe}$  et  $\tau_{MHD} \gg \tau_{ce}$ ) et des échelles spatiales grandes par rapport à la longueur de Debye et le rayon de gyration électronique ( $\Delta \gg \lambda_D$  et  $\Delta \gg r_{Le}$ ). Ceci assure en effet que le détail microscopique du mouvement des électrons (pour lequel leur inertie ne peut être négligée) a le temps et la place de se faire. L'examen des tableaux précédents montre encore une fois que ces conditions sont parfaitement remplies pour les hautes densités des plasmas en striction magnétique.

Ces deux approximations vont nous conduire maintenant au système d'équation à un fluide.

### B.2.3 Equations à un fluide à deux températures

Il est maintenant possible de se ramener à un système d'équations à un seul fluide en introduisant des variables globales appropriées et en additionnant les équations de fluide des différentes espèces.

Pour commencer, les densités de particules vont être ramenées à une unique densité de masse :

$$\rho \equiv \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha}$$

De même, en la définissant via la quantité de mouvement, la vitesse globale est définie par la moyenne suivante :

$$\bar{v} \equiv \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha} \bar{v}_{\alpha}$$

Les autres grandeurs décrivant le fluide unique sont définies par simple addition sur toutes les espèces, par exemple la pression totale  $p$  :

$$p \equiv \sum_{\alpha} p_{\alpha}$$

## Dérivation de l'équation de conservation de la masse

En additionnant sur toutes les espèces les équations d'évolution du nombre de particules (B.10) après multiplication par les masses  $m_\alpha$ , nous obtenons l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{v} = 0$$

qui ne dépend que des grandeurs globales à un fluide et qui est exactement l'équation (B.1).

De même en additionnant les équations (B.11) et (B.10) après multiplication par les vitesses  $v_\alpha$ , nous obtenons l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{v}) + \nabla \cdot \sum_\alpha n_\alpha m_\alpha \bar{v}_\alpha \otimes \bar{v}_\alpha + \bar{J} \times \bar{B} + \nabla p = -\nabla \cdot \hat{\pi}$$

où nous avons utilisé l'approximation  $\sigma_q = 0$  pour supprimer la force électrique  $\sigma_q \bar{E}$ . Nous n'avons pas encore réussi à nous ramener aux variables globales uniquement. Nous devons tirer d'abord toutes les conséquences de l'approximation  $m_e \rightarrow 0$  et faire une approximation supplémentaire.

Il est intéressant de définir des grandeurs relatives aux ions uniquement, en remplaçant dans les définitions précédentes les sommes sur toutes les espèces  $\sum_\alpha$  par des sommes sur les ions uniquement  $\sum_{\alpha \neq e}$ . En effet, comme  $m_e \rightarrow 0$ , les ions ont tous la même masse  $m_i$  :

$$m_{\alpha \neq e} = m_i$$

et en définissant la densité totale des ions :

$$n_i = \sum_{\alpha \neq e} n_\alpha$$

nous sommes conduits aux égalités suivantes :

$$\rho = m_i n_i$$

$$\bar{v} = \bar{v}_i$$

qui expriment que la masse et la quantité de mouvement sont portées par les ions uniquement et que la vitesse du fluide est la vitesse moyenne des ions.

En introduisant le degré d'ionisation moyen des ions  $\bar{Z} \equiv \frac{1}{en_i} \sum_{\alpha \neq e} q_\alpha n_\alpha$  l'équation de quasi-neutralité se transforme en :

$$n_e = \bar{Z} n_i$$

qui est l'équation d'électroneutralité (B.8).

### Troisième approximation : le plasma est fortement collisionnel

Nous abordons ici l'hypothèse critique qui assure la validité et la simplicité des modèles fluides : que les électrons et les ions soient dominés par les collisions. S'il y a suffisamment de collisions, une particule donnée reste suffisamment près de ses voisines pendant des temps assez longs. Dans ce cas, il est justifié de décrire le plasma comme la juxtaposition d'éléments fluides bien identifiés.

Si les collisions sont très nombreuses, il est intuitif de penser que le plasma est localement proche de l'équilibre : les fonctions de distribution pour les électrons et les ions sont assimilables à des distributions maxwelliennes. Il est alors possible de se ramener à des théories bien établies, comme celle de Braginskii [5], pour obtenir des expressions simples des moments d'ordres les plus grands en fonction de "coefficients de transport" appropriés.

Deux conditions permettent de déterminer si l'hypothèse de transport dominé par les collisions est valide. La première consiste à vérifier que durant l'échelle de temps d'intérêt  $\tau_{MHD}$ , chaque espèce subit suffisamment de collisions, ce qui conduit aux critères suivants, pour les ions puis les électrons :

$$\frac{\tau_{ii}}{\tau_{MHD}} = \frac{V_{Ti}\tau_{ii}}{\Delta} \ll 1$$

$$\frac{\tau_{ee}}{\tau_{MHD}} = \bar{Z}^3 \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \frac{V_{Ti}\tau_{ii}}{\Delta} \ll 1$$

en utilisant l'estimation  $\tau_{ee} = \bar{Z}^3 (m_e/m_i)^{1/2} \tau_{ii}$ .

L'autre condition concerne les échelles spatiales : que la dimension  $\Delta$  du plasma soit suffisamment grande devant les libres parcours moyens  $\lambda_\alpha$  pour permettre aux collisions d'avoir lieu. En se rappelant les définitions du libre parcours moyen  $\lambda_\alpha = V_{T_\alpha} \tau_{\alpha\alpha}$  et de la vitesse thermique pour chaque espèce, ceci conduit pour les ions à la même relation que précédemment et pour les électrons à l'inégalité :

$$\bar{Z}^3 \frac{V_{Ti}\tau_{ii}}{\Delta} \ll 1$$

ce qui est le critère le plus contraignant. Les données de la section B.1 conduisent alors à un membre de gauche inférieur à  $10^{-3}$  qui prouve que le transport dans les hautes densités d'un plasma en striction magnétique peut être considéré comme dominé par les collisions.

### Dérivation de l'équation du mouvement

Nous pouvons maintenant revenir à la dérivation des équations de la MHD. Première conséquence de l'hypothèse de forte collisionnalité : les fonctions de distribution sont centrées sur la même vitesse moyenne  $\bar{v}$ . Nous allons

donc supposer que toutes les espèces d'ions ont la même vitesse :

$$\bar{v}_{\alpha \neq e} = \bar{v}_i = \bar{v}$$

Grâce à cette approximation d'unicité des vitesses ioniques, la somme dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement devient triviale :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{v}) + \nabla \cdot (\rho \bar{v} \otimes \bar{v}) - \bar{J} \times \bar{B} + \nabla p = -\nabla \cdot \hat{\pi} \quad (\text{B.13})$$

En développant les dérivées et en la combinant avec l'équation de conservation de la masse établie ci-dessus, on trouve alors l'équation du mouvement (B.2).

### Dérivation de la loi d'Ohm généralisée

Avec une vitesse ionique unique, la définition précédente de  $\bar{J}$  peut être réorganisée pour servir de définition à la vitesse électronique :

$$\bar{v}_e \equiv \frac{1}{en_e} \left( \sum_{\alpha \neq e} q_\alpha n_\alpha \bar{v}_\alpha - \bar{J} \right) = \bar{v} - \frac{\bar{J}}{en_e}$$

Ceci permet de réécrire l'équation du mouvement pour les électrons (B.11) en fonction des variables globales à un seul fluide :

$$\frac{1}{en_e} \bar{R}_e = \bar{E} + \bar{v} \times \bar{B} - \frac{\bar{J} \times \bar{B}}{en_e} + \frac{\nabla p_e}{en_e} + \frac{\nabla \cdot \hat{\pi}_e}{en_e}$$

Le membre de gauche,  $\bar{R}_e/en_e$ , représente le transfert de quantité de mouvement dû aux collisions entre électrons et ions. La contribution dominante à  $\bar{R}_e$  vient de la résistivité électrique. La théorie du transport permet alors de l'exprimer selon :

$$\frac{1}{en_e} \bar{R}_e = \frac{1}{\sigma} \bar{J}$$

où la conductivité électrique  $\sigma$  est donnée par

$$\sigma \simeq \frac{n_e e^2 \tau_{ei}}{m_e}$$

Notre équation du mouvement des électrons devient alors

$$\bar{J} = \sigma \left( \bar{E} + \bar{v} \times \bar{B} - \frac{\bar{J} \times \bar{B}}{en_e} + \frac{\nabla p_e}{en_e} + \frac{\nabla \cdot \hat{\pi}_e}{en_e} \right)$$

qui est la loi d'Ohm généralisée. Elle diffère de l'équation (B.9) par le dernier terme, lié essentiellement aux effets de viscosité, qui se révèle négligeable. En effet, dans notre approximation de forte collisionnalité, où les fonctions de distribution sont rapidement rendues localement isotropes, il est naturel de penser que le seul type de contrainte qui subsiste correspond à une pression isotrope et que les déviateurs des contraintes  $\hat{\pi}_\alpha$  sont négligeables devant les pressions scalaires  $p_\alpha$ . Plus précisément, les termes dominants dans  $\hat{\pi}_i$  et  $\hat{\pi}_e$  sont liés à la viscosité. De plus, le coefficient de viscosité ionique est supérieur d'un facteur  $(m_i/m_e)^{1/2}$  au coefficient électronique. D'après [5], les éléments les plus grands du tenseur  $\hat{\pi}_i$  sont de la forme (en coordonnées rectangulaires) :

$$\pi_{jj} \sim \mu \nabla \cdot \bar{v} \sim \mu V_{T_i} / \Delta$$

où le coefficient de viscosité  $\mu$  est estimé par :

$$\mu \sim n_i k T_i \tau_{ii} \sim p \tau_{ii}$$

Les termes liés aux déviateurs de contrainte sont donc négligeables devant ceux liés aux pressions scalaires si

$$\frac{\nabla \cdot \hat{\pi}_i}{\nabla p} \sim \frac{V_{T_i} \tau_{ii}}{\Delta} \ll 1$$

ce qui correspond à un des critères de l'hypothèse de forte collisionnalité.

L'hypothèse d'inertie négligeable des électrons a donc deux conséquences importantes : les électrons ne jouent plus aucun rôle dans le transport de quantité de mouvement mais par contre ils transportent l'essentiel du courant électrique. Ceci justifie que l'équation du mouvement des électrons soit réorganisée pour servir de définition au vecteur courant électrique  $\bar{J}$ , comme nous venons de le faire. A noter que l'on passe d'une expression scalaire pour la conductivité électrique  $\sigma$  à un tenseur  $\hat{\sigma}$  (comme dans l'équation (B.9)) en faisant un calcul coordonnée par coordonnée. Notons également que les termes  $-\bar{J} \times \bar{B} / en_e$  et  $\nabla p_e / en_e$  représentent respectivement l'effet Hall (création d'un courant par déviation des électrons par le champ magnétique) et la force thermoélectrique (création d'un courant par la mise en mouvement des électrons en présence d'un gradient de pression électronique).

### Dérivation des équations de l'énergie

Nous avons jusqu'à maintenant laissé les équations de l'énergie au stade de la description à plusieurs fluides. Nous allons maintenant les ramener à une description à deux températures, électronique et ionique,  $T_e$  et  $T_i$ . La

température ionique (unique) est définie par une moyenne sur les densités de masse :

$$kT_i = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha \neq e} kT_\alpha \cdot m_\alpha n_\alpha$$

et l'énergie interne spécifique (c'est-à-dire par unité de masse du fluide) ionique par :

$$\varepsilon_i = \frac{3}{2} \frac{kT_i}{m_i}$$

De même, comme chaque électron porte une énergie  $\frac{3}{2}kT_e$ , qu'à chaque ion correspond  $\bar{Z}$  électrons et que la masse est portée par les ions de masse  $m_i$ , l'énergie interne spécifique électronique est donnée par<sup>1</sup> :

$$\varepsilon_e = \frac{3}{2} \frac{\bar{Z}kT_e}{m_i}$$

La relation entre  $\bar{v}_e$  et  $\bar{v}$  et l'addition des équations d'évolution des températures ioniques de la description à plusieurs fluides permet alors d'établir les équations d'évolution des énergies internes électronique et ionique sous la forme suivante :

$$\rho \frac{D\varepsilon_e}{Dt} = -p_e \nabla \cdot \bar{v} - \nabla \cdot \bar{F}_e + Q_e + p_e \nabla \cdot \frac{\bar{J}}{en_e} - \nabla \cdot (\hat{\pi}_e (\bar{v} - \frac{\bar{J}}{en_e}))$$

$$\rho \frac{D\varepsilon_i}{Dt} = -p_i \nabla \cdot \bar{v} - \nabla \cdot \bar{F}_i + Q_i - \nabla \cdot (\hat{\pi}_i \bar{v})$$

Les termes en  $\bar{J}/en_e$  issu de la relation entre  $\bar{v}_e$  et  $\bar{v}$  s'éliminent car est vérifié un critère du type suivant :

$$\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \frac{r_{Li}}{\Delta} \frac{V_{Ti} \tau_{ii}}{\Delta} \ll 1$$

D'après les données de la section B.1, le premier facteur est de l'ordre de  $3 \times 10^{-3}$ . Le second signifie que les rayons de gyration magnétique ioniques sont petits devant les dimensions macroscopiques, ce qui est bien vérifié avec un rapport d'environ  $10^{-2}$ . Enfin pour le troisième, on retrouve un des critères de forte collisionnalité et un rapport qui vaut de l'ordre de  $10^{-6}$ . Au total, le membre de gauche vaut donc de l'ordre de  $10^{-11}$  et les termes en  $\bar{J}/en_e$  peuvent donc être éliminés.

Pour obtenir les équations de conservation de l'énergie dans la forme désirée, il nous reste à travailler sur les termes de flux de chaleur  $\bar{F}_\alpha$  et de

<sup>1</sup>Les processus d'ionisation et de recombinaison ne sont pas pris en compte. Nous supposons que les populations d'ions sont figées, au moins macroscopiquement.

chauffage par collision  $Q_\alpha$ . La principale contribution aux flux de chaleur est due à la conductivité thermique. Les coefficients de conductivité étant différents parallèlement et perpendiculairement au champ magnétique, la théorie du transport conduit à exprimer les flux de chaleur en fonction des gradients de température et d'un tenseur de conductivité :

$$\bar{F}_e = -\hat{\kappa}_e \nabla T_e$$

$$\bar{F}_i = -\hat{\kappa}_i \nabla T_i$$

A noter l'estimation de la conductivité thermique et sa relation avec la conductivité électrique en régime Spitzer :

$$\kappa_e = 4.67 \times 10^{-12} \frac{T_{e,K}^{5/2}}{\bar{Z} \ln(\Lambda)} = 6.76 \times 10^{-2} \frac{(kT_{e,eV})^{5/2}}{\bar{Z} \ln(\Lambda)}$$

soit

$$\kappa_e = 5.62 \times 10^{-10} T_{e,K} \cdot \sigma = 6.52 \times 10^{-6} kT_{e,eV} \cdot \sigma$$

avec  $\kappa_e$  en W/m/K,  $\sigma$  en  $\Omega^{-1}m^{-1}$  et  $T_e$  exprimée en K,  $kT_e$  en eV.

De même, les principales contributions au chauffage par collision sont le chauffage Joule  $\bar{J} \cdot \bar{E}^*$  (qui concerne les électrons) et les échanges énergétiques par collision électron-ion  $Q_{ei} = -Q_{ie}$ , d'où :

$$Q_e = \bar{J} \cdot \bar{E}^* + Q_{ei}$$

$$Q_i = -Q_{ei}$$

A noter que le terme de gain d'énergie pour les électrons par collision sur les ions peut être estimé par :

$$Q_{ei} \simeq \frac{n_i(kT_i - kT_e)}{\tau_{eq}}$$

Pour rester au même niveau d'approximation que dans la loi d'Ohm, il nous faut pour finir négliger les termes en  $\hat{\pi}_e$  devant ceux en  $p_e$ . Nous avons alors l'égalité  $\hat{\pi} = \hat{\pi}_i$  et nous obtenons les équations de conservation de l'énergie sous les formes (B.3) et (B.4).

## Conclusion

Nous venons de voir comment les équations de la magnétohydrodynamique pouvaient être dérivées des équations, beaucoup plus générales, de la théorie cinétique et de Maxwell. L'hypothèse de forte collisionnalité a permis d'obtenir ces équations sous une forme fortement simplifiée. Dans le cadre

strict des plus hautes densités du plasma, il est possible de simplifier encore la description fluide, toujours grâce à cette hypothèse, comme nous le verrons plus loin. En particulier les termes liés au déviateur des contraintes  $\hat{\pi}$  peuvent être éliminés dans les équations du mouvement et de l'énergie ionique, comme nous l'avons déjà démontré lors de la discussion sur la loi d'Ohm généralisée. C'est la présence de basses densités, pour lesquelles certains critères perdent leur validité, qui impose de conserver ces termes, comme nous allons le voir dans la section suivante. Nous rappelons ici les critères de validité des différentes approximations :

Première approximation : élimination des phénomènes haute fréquence

$$c_A \sim \frac{B}{\sqrt{\mu_0 \frac{2\bar{n}_i}{\Delta}}} \ll c$$

$$V_{T_i} = \sqrt{\frac{kT_i}{m_i}} \ll c$$

$$V_{T_e} = \sqrt{\frac{kT_e}{m_e}} \ll c$$

$$J \sim \frac{I}{2\pi R\Delta} \ll \varepsilon_0 \partial_t \bar{E} \sim \frac{\varepsilon_0 V}{h\tau}$$

Deuxième approximation : les électrons ont une inertie négligeable

$$\tau_{MHD} \gg \tau_{pe}$$

$$\tau_{MHD} \gg \tau_{ce}$$

$$\Delta \gg \lambda_D$$

$$\Delta \gg r_{Le}$$

Troisième approximation : le plasma est fortement collisionnel

$$\bar{Z}^3 \frac{V_{T_i} \tau_{ii}}{\Delta} \ll 1$$

Les termes contenant le tenseur  $\hat{\pi}_i$  peuvent être négligés

$$\frac{V_{T_i} \tau_{ii}}{\Delta} \ll 1$$

Les termes contenant le tenseur  $\hat{\pi}_e$  peuvent être négligés

$$\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \frac{V_{T_i} \tau_{ii}}{\Delta} \ll 1$$

Les termes contenant la vitesse  $\bar{J}/en_e$  peuvent être négligés

$$\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \frac{r_{L_i}}{\Delta} \frac{V_{T_i} \tau_{ii}}{\Delta} \ll 1$$

### B.3 Cas des basses densités

Si, toute chose égale par ailleurs, la densité est prise égale à  $\rho = 10^{-6}$  g/cm<sup>3</sup>, les échelles caractéristiques évoluent comme indiqué dans les tableaux B.3 et B.4.

Echelle de temps	Formule	Valeur (s)
Période plasma électronique	$\tau_{pe} = \frac{2\pi}{\omega_{pe}} = 2\pi \left( \frac{m_e \epsilon_0}{n_e e^2} \right)^{1/2}$	$5 \times 10^{-13}$
Période entre collisions électron-ion	$\tau_{ei} = \frac{1}{Z} \tau_{ee}$	$10^{-11}$
Période entre collisions ion-ion	$\tau_{ii} = \frac{1}{Z^3} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \tau_{ee}$	$5 \times 10^{-11}$
Période entre collisions électron-électron	$\tau_{ee} = n_e \lambda_D^3 \tau_{pe}$	$10^{-10}$
Gyropériode électronique	$\tau_{ce} = \frac{2\pi}{\omega_{ce}} = 2\pi \frac{m_e}{eB}$	$10^{-13}$
Période plasma ionique	$\tau_{pi} = \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \tau_{pe}$	$10^{-10}$
Temps d'équilibrage énergétique	$\tau_{eq} = \frac{m_i}{2m_e} \tau_{ee}$	$5 \times 10^{-6}$
Temps de transit alfvénique	$\tau_A = \Delta / c_A$	$10^{-10}$
Gyropériode ionique	$\tau_{ci} = \frac{m_i}{m_e} \tau_{ce}$	$10^{-8}$
Temps de diffusion	$\tau_D = \mu_0 \sigma \Delta^2$	$3 \times 10^{-8}$
Temps MHD	$\tau_{mhd} = \Delta / V_{Ti}$	$10^{-7}$
Temps de montée du courant	$\tau$	$10^{-7}$

TAB. B.3 – Echelles de temps dans les basses densités en phase d'implosion

Echelle d'espace	Formule	Valeur (m)
Lpm ion-ion	$\lambda_{ii} = V_{Ti} \tau_{ii}$	$3 \times 10^{-7}$
Longueur de Debye	$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_e e^2}}$	$5 \times 10^{-8}$
Distance inter-ions	$d_i = 1/n_i^{1/3}$	$5 \times 10^{-8}$
Lpm électron-ion	$\lambda_{ei} = V_{Te} \tau_{ei}$	$3 \times 10^{-5}$
Rayon de gyration électronique	$r_{Le} = V_{Te} \tau_{ce} / 2\pi$	$4 \times 10^{-8}$
Lpm électron-électron	$\lambda_{ee} = V_{Te} \tau_{ee}$	$3 \times 10^{-4}$
Longueur de London électronique	$\delta_e = \frac{c}{\omega_{pe}}$	$10^{-3}$
Rayon de gyration ionique	$r_{Li} = V_{Ti} \tau_{ci} / 2\pi$	$10^{-5}$
Longueur MHD	$\Delta$	$10^{-3}$
Longueur de London ionique	$\delta_i = \frac{c}{\omega_{pi}}$	1

TAB. B.4 – Echelles d'espace dans les basses densités en phase d'implosion

Les critères concernant la première approximation, indépendants de la densité, sont vérifiés dans les mêmes conditions. Les critères concernant la

deuxième approximation restent également vérifiés. Le critère de forte collisionnalité par contre n'est plus vérifié :

$$\bar{Z}^3 \frac{V_{Ti} \tau_{ii}}{\Delta} \sim 0.5 \sim 1$$

Les critères concernant la possibilité de négliger les déviateurs des contraintes restent bien vérifiés, moins significativement pour le tenseur ionique ( $5 \times 10^{-4} \ll 1$ ) que pour l'électronique ( $10^{-6} \ll 1$ ), de même pour les vitesses  $\bar{J}/en_e$  ( $10^{-6} \ll 1$ ).

Ces critères ne doivent évidemment pas être pris au pied de la lettre : on retiendra cependant que vers une densité de l'ordre de  $\rho_{limite} = 10^{-6} \text{ g/cm}^3$ , la validité des équations de la MHD pour la description des plasmas de striction magnétique est remise en cause.

Il faut également remarquer que, pour cette densité, le temps d'équilibrage énergétique est très long ( $\tau_{eq} = 5 \mu\text{s} \gg \tau_{MHD}$ ) : pour les basses densités, il est donc impossible de négliger le terme d'échange  $Q_{ei}$  et de supposer les températures électronique et ionique égales.

## B.4 Cas du pinch

Lors de la phase de stagnation, les densités sont cette fois-ci plus fortes et les températures plus élevées. En prenant  $\rho = 0.3 \text{ g/cm}^3$ ,  $kT_e = 300 \text{ eV}$  et un degré moyen d'ionisation  $\bar{Z} \simeq 20$ , toute chose égale par ailleurs, les échelles caractéristiques évoluent comme indiqué dans les tableaux B.5 et B.6.

La première approximation reste valide ; à noter tout de même que la vitesse thermique électronique vaut  $V_{Te} \simeq 7 \times 10^6 \text{ m/s}$  soit 2% de la vitesse de la lumière. Pour ce qui est de la deuxième approximation, les critères sont encore vérifiés. Le critère de forte collisionnalité est vérifié malgré les températures élevées grâce aux très fortes densités, qui conduisent à une très petite valeur de  $\tau_{ii}$  :

$$\bar{Z}^3 \frac{V_{Ti} \tau_{ii}}{\Delta} \sim 4 \times 10^{-3} \ll 1$$

Les critères pour négliger les déviateurs  $\hat{\pi}_\alpha$  et la vitesse  $\bar{J}/en_e$  sont alors vérifiés a fortiori.

La description fluide est donc justifiée pour la phase de stagnation. A noter cependant que l'apparition de turbulence rend caduque le calcul des coefficients de transport proposé par Barginskii [5] et qu'ils doivent être modifiés en conséquence (une façon astucieuse de le faire, à l'aide de multipliateurs des coefficients de transport, est présentée dans les références [41] et [42]). De même, les instabilités de la colonne de plasma (de type "saucisse"

Echelle de temps	Formule	Valeur (s)
Période plasma électronique	$\tau_{pe} = \frac{2\pi}{\omega_{pe}} = 2\pi \left( \frac{m_e \epsilon_0}{n_e e^2} \right)^{1/2}$	$10^{-15}$
Période entre collisions électron-ion	$\tau_{ei} = \frac{1}{Z} \tau_{ee}$	$5 \times 10^{-16}$
Période entre collisions ion-ion	$\tau_{ii} = \frac{1}{Z^2} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \tau_{ee}$	$5 \times 10^{-16}$
Période entre collisions électron-électron	$\tau_{ee} = n_e \lambda_D^3 \tau_{pe}$	$10^{-14}$
Gyropériode électronique	$\tau_{ce} = \frac{2\pi}{\omega_{ce}} = 2\pi \frac{m_e}{eB}$	$10^{-13}$
Période plasma ionique	$\tau_{pi} = \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \tau_{pe}$	$5 \times 10^{-13}$
Temps d'équilibrage énergétique	$\tau_{eq} = \frac{m_i}{2m_e} \tau_{ee}$	$10^{-9}$
Temps de transit alfvénique	$\tau_A = \Delta / c_A$	$5 \times 10^{-8}$
Gyropériode ionique	$\tau_{ci} = \frac{m_i}{m_e} \tau_{ce}$	$4 \times 10^{-8}$
Temps de diffusion	$\tau_D = \mu_0 \sigma \Delta^2$	$5 \times 10^{-7}$
Temps MHD	$\tau_{mhd} = \Delta / V_{Ti}$	$10^{-7}$
Temps de montée du courant	$\tau$	$10^{-7}$

TAB. B.5 – Echelles de temps dans les hautes densités en phase de stagnation

par exemple) peuvent conduire à de faibles densités et de très forts champs sur l'axe : la description fluide ne convient plus (en particulier apparaissent des faisceaux de particules, indescriptibles avec des fonctions de distribution maxwelliennes).

## B.5 Système simplifié pour les fortes densités

Dans un écoulement de striction magnétique, la masse, la quantité de mouvement et l'énergie sont portées essentiellement par les fortes densités. En se limitant à ce cadre strict, il est possible de ramener le système complet d'équations précédentes à un système à trois équations et trois inconnues. C'est ce que nous allons présenter dans cette section.

Le plus gros effort concerne la loi d'Ohm. Tout d'abord, la conductivité va être supposée scalaire ; ceci est acceptable car les phénomènes se produisant parallèlement aux lignes de champs (donc azimutalement) sont secondaires par rapport à ceux liés au mouvement global d'implosion radiale : nous pouvons donc négliger les variations de la conductivité avec la direction et ne retenir que la valeur perpendiculaire au champ magnétique. Ensuite, les termes d'effets Hall et thermoélectrique vont être négligés : en effet, ils s'expriment plutôt aux basses densités, à travers leur dépendance en  $1/n_e$ . Plus précisément, le champ électromoteur  $\nabla p_e / en_e$  est négligeable devant le champ d'induction  $\bar{v} \times \bar{B}$  si le critère de faible rayon de gyration ionique est

Echelle d'espace	Formule	Valeur (m)
Lpm ion-ion	$\lambda_{ii} = V_{Ti} \tau_{ii}$	$10^{-11}$
Longueur de Debye	$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_e e^2}}$	$10^{-10}$
Distance inter-ions	$d_i = 1/n_i^{1/3}$	$10^{-9}$
Lpm électron-ion	$\lambda_{ei} = V_{Te} \tau_{ei}$	$3 \times 10^{-9}$
Rayon de gyration électronique	$r_{Le} = V_{Te} \tau_{ce} / 2\pi$	$10^{-7}$
Lpm électron-électron	$\lambda_{ee} = V_{Te} \tau_{ee}$	$10^{-7}$
Longueur de London électronique	$\delta_e = \frac{c}{\omega_{pe}}$	$3 \times 10^{-6}$
Rayon de gyration ionique	$r_{Li} = V_{Ti} \tau_{ci} / 2\pi$	$10^{-4}$
Longueur MHD	$\Delta$	$10^{-3}$
Longueur de London ionique	$\delta_i = \frac{c}{\omega_{pi}}$	$10^{-3}$

TAB. B.6 – Echelles d'espace dans les hautes densités en phase de stagnation

vérifié :

$$\frac{\nabla p_e / e n_e}{\bar{v} \times \bar{B}} \sim \frac{r_{Li}}{\Delta} \ll 1$$

ce qui est bien le cas. L'effet Hall sera négligé quant à lui car le paramètre Hall est petit :

$$\frac{\tau_{ei}}{\tau_{ce}} = \frac{\text{période entre collisions e-i}}{\text{gyropériode}} \ll 1$$

ce qui est vrai pour les fortes densités avec un rapport de l'ordre de 0.1 (le paramètre Hall estime dans quelle mesure la gyration électronique a le temps de se faire entre deux collisions, c'est-à-dire si les effets de déviation par le champ magnétique peuvent se manifester dans le mouvement moyen des électrons ; voir par exemple [6] page 172). Au passage, il est remarquable que la vitesse de dérive

$$\frac{J}{e n_e} \sim 10^4 \text{ m/s}$$

soit du même ordre que les vitesses locales  $v \sim V_{Ti}$  ; cependant le champ Hall ( $J B / (e n_e) \sim 3 \times 10^6 \text{ V/m}$ ) est petit devant le champ électrique imposé par le générateur ( $E \sim 10^8 \text{ V/m}$ ) et c'est pourquoi les effets de déviation par le champ magnétique sont négligeables. Le champ induit  $\bar{v} \times \bar{B}$  sera par contre conservé, même s'il est du même ordre que le champ Hall, car il est porteur d'effets convectifs variables dans l'épaisseur du plasma.

Dans ces conditions, la loi d'Ohm prend la forme simple :

$$\bar{J} = \sigma (\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B})$$

A partir de là, nous pouvons obtenir le système de trois équations recherché. L'équation de conservation de la masse reste inchangée. Dans l'équa-

tion du mouvement, il est possible de négliger le terme lié au déviateur des contraintes  $\hat{\pi}$  comme cela a été discuté plus haut (voir en particulier la dérivation de la loi d'Ohm généralisée dans la section B.2). De plus, nous allons utiliser la loi d'Ampère basse fréquence (B.5) pour éliminer  $\bar{J}$  :

$$\bar{J} \times \bar{B} = \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \bar{B}) \times \bar{B} = -\nabla \frac{B^2}{2\mu_0} + \frac{1}{\mu_0} (\bar{B} \cdot \nabla) \bar{B}$$

Comme cela a été discuté au début du chapitre 3, les variations le long des lignes de champ magnétique sont faibles par rapport aux variations radiales : ceci permet d'éliminer le dernier terme  $(\bar{B} \cdot \nabla) \bar{B}$  et de retenir

$$\bar{J} \times \bar{B} = -\nabla \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Enfin, en éliminant, dans les équations d'Ampère (B.5), de Faraday (B.6) et dans la loi d'Ohm sous la forme précédente, les variables  $\bar{E}$  et  $\bar{J}$ , on obtient une équation pour le champ magnétique seul.

Au total, nous obtenons un système cohérent à trois équations pour les trois inconnues  $\rho$ ,  $\bar{v}$  et  $\bar{B}$  :

Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{v} = 0$$

Equation du mouvement

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\nabla \left( p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right)$$

Equation de convection-diffusion du champ magnétique

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = \nabla \times (\bar{v} \times \bar{B}) - \nabla \times \left( \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times \bar{B} \right)$$

dans lequel la conductivité électrique  $\sigma$  et la pression  $p$  doivent être considérées comme des données.

C'est ce système d'équations qui a été utilisé au chapitre 2. Comme il a été discuté alors, il est acceptable de mettre de côté les équations de l'énergie car la température peut être considérée comme uniformisée par le transfert radiatif et la conduction thermique électronique. Dans ces conditions, la température est une constante qui ne varie (lentement) que dans le temps. La conductivité électrique, qui dépend essentiellement de la température, peut

alors être considérée elle aussi comme uniforme et l'équation du champ  $\bar{B}$  prend la forme plus simple encore :

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = \nabla \times (\bar{v} \times \bar{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \bar{B}$$

Notons pour finir que le nombre de Reynolds magnétique :

$$R_m = \frac{\text{terme convectif}}{\text{terme diffusif}} = \mu_0 \sigma V_T \Delta \sim 3$$

étant un tout petit peu plus grand que l'unité, les deux termes du membre de droite doivent être conservés.

# Annexe C

## Présentation du code Z-Marple

Le code Z-Marple est un code de magnétohydrodynamique radiative bi-dimensionnel à symétrie de révolution. Il a été développé au Laboratoire de Physique et Technologie des Plasmas (anciennement LPMI) en collaboration avec l'équipe du Pr Gasilov de l'Institut de Modélisation Mathématique de Moscou. Il est bien adapté à l'étude de la phase d'implosion des écoulements de striction magnétique, comme nous allons le voir dans cette annexe. Le rapport [16] fournit des détails sur la modélisation retenue.

### C.1 Equations résolues

Le système d'équations résolu par le code est le suivant :

Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{v} = 0$$

Equation du mouvement

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\nabla p + \bar{J} \times \bar{B} - \nabla \cdot \hat{\pi}$$

Conservation de l'énergie pour les électrons et les ions

$$\rho \frac{D\varepsilon_e}{Dt} = -p_e \nabla \cdot \bar{v} - \nabla \cdot (-\hat{\kappa}_e \nabla T_e) + G_J - q_{rad} + Q_{ei}$$

$$\rho \frac{D\varepsilon_i}{Dt} = -p_i \nabla \cdot \bar{v} - \nabla \cdot (-\hat{\kappa}_i \nabla T_i) - \nabla \cdot (\hat{\pi} \bar{v}) - Q_{ei}$$

Equations pour les champs électriques et magnétiques

$$\begin{aligned}\nabla \times \bar{B} &= \mu_0 \bar{J} \\ \nabla \times \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \bar{B} &= 0\end{aligned}$$

Equation de l'électroneutralité

$$n_e = \bar{Z} n_i$$

Loi d'Ohm généralisée

$$\bar{J} = \hat{\sigma}(\bar{E}^* - \frac{\bar{J} \times \bar{B}}{en_e} + \frac{\nabla p_e}{en_e})$$

Equation du transfert radiatif

$$\bar{\Omega} \cdot \nabla I_\nu = j_\nu - \kappa_\nu \cdot I_\nu$$

Avec

$$\begin{aligned}p &= p_e + p_i \\ G_J &= \bar{J} \cdot \bar{E}^* \\ n_i &= \frac{\rho}{m_i} \\ q_{rad} &= \nabla \cdot \left( \int d\nu \int d\Omega \cdot \bar{\Omega} I_\nu \right) \\ \bar{E}^* &= \bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}\end{aligned}$$

avec  $\rho$  densité du plasma,  $\bar{v}$  vitesse matérielle,  $p$  pression cinétique totale,  $p_{e,i}$  pressions cinétiques électronique et ionique,  $\bar{J}$  densité de courant,  $\bar{B}$  champ magnétique,  $\hat{\pi}$  tenseur des contraintes,  $\varepsilon_{e,i}$  énergies internes spécifiques électronique et ionique,  $\hat{\kappa}_{e,i}$  tenseurs des conductivités thermiques électronique et ionique,  $T_{e,i}$  températures électronique et ionique,  $G_J$  terme d'effet Joule,  $q_{rad}$  terme des pertes radiatives,  $Q_{ei}$  terme d'échange d'énergie entre électrons et ions par collisions élastiques,  $\bar{E}$  champ électrique dans le référentiel du laboratoire,  $\bar{E}^*$  champ électrique en suivant le mouvement,  $n_{e,i}$  densités de particules électronique et ionique,  $\bar{Z}$  degré d'ionisation (charge moyenne des ions),  $\hat{\sigma}$  tenseur des conductivités électriques,  $I_\nu$  intensité radiative à la fréquence  $\nu$ ,  $\bar{\Omega}$  directions de propagation,  $j_\nu$  émissivité,  $\kappa_\nu$  coefficient d'absorption,  $m_i$  masse d'un ion. La notation  $D/Dt$  désigne la dérivée en suivant le mouvement  $\partial/\partial t + \bar{v} \cdot \nabla$ .

Il s'agit d'un modèle de magnétohydrodynamique radiative qui convient bien au calcul des écoulements de striction magnétique, comme indiqué dans les deux précédentes annexes.

Le schéma de résolution est du type "Arbitrairement Lagrangien - Eulérien" sur des mailles en forme de quadrilatères ; pour les travaux présentés dans ce mémoire, le code a été utilisé en mode purement eulérien, c'est-à-dire écoulement lagrangien en cours d'itération et reprojction sur le maillage de départ en fin d'itération. Ceci peut expliquer une forte diffusivité numérique du schéma, dommageable notamment pour les calculs de choc.

Toutes les routines sont implicites (calcul des vitesses et déplacements, calcul des champs électrique et magnétique, calcul des températures) hormis le transfert radiatif, purement explicite.

Le calcul des propriétés thermodynamiques et optiques se fait par interpolations de deux jeux de tables, l'un correspondant à un calcul de physique atomique en supposant l'Equilibre Thermodynamique Local, l'autre en supposant que le rayonnement baignant les atomes a un effet négligeable sur leur état (Equilibre Collisionnel-Radiatif). Ceci permet de tenir compte de l'état de déséquilibre thermodynamique entre matière et rayonnement lors de la striction magnétique.

## C.2 Choix des maillages et paramétrage du code

Une description complète de la méthode de simulation pour l'implosion d'un pinch simple a été faite au chapitre 3 pour le régime 100 ns. On s'y reportera pour régler les points suivants :

- choix du maillage
- choix des conditions initiales
- choix d'un modèle radiatif simplifié (discrétisation minimale du spectre et des directions de propagation)
- modélisation du générateur électrique
- méthode de calage du code

Pour un régime différent, les considérations présentées dans ce même chapitre sur le rôle de l'épaisseur de peau pour la détermination des échelles spatiales intéressantes conduit à choisir des pas d'espace proportionnels à la racine carré du temps de montée du courant  $\sqrt{\tau}$ . En particulier dans la région où se fait l'implosion proprement dite, nous avons vu dans les quatre derniers chapitres que des mailles de 200  $\mu\text{m}$  de côté convenaient à l'étude des implosions en régime 100 ns. Nous pourrions donc retenir la règle de di-

mensionnement des pas d'espace suivante :

$$dr = dz = 200(\mu\text{m})\sqrt{\tau/100 \text{ ns}}$$

## C.3 Atouts et défauts

### Temps de calcul

Le temps de calcul est de l'ordre de 10 jours pour un maillage de  $N = 100 \times 100$  cellules en régime 100 ns, sur une station de type Sun Ultra 5. Ce temps de calcul varie à peu près comme  $N\sqrt{N}$ .

Cette durée de 10 jours s'explique de la façon suivante : le pas de temps s'ajuste automatiquement en fonction de la difficulté à faire converger le calcul des mouvements et des températures. Du coup, la simulation d'une striction magnétique se divise en trois phases : une phase avant la mise en mouvement, correspondant aux 70 premières ns, pendant laquelle le pas de temps est compris entre  $3 \times 10^{-5}$  et  $10^{-5} \mu\text{s}$  ; la phase d'implosion proprement dite, correspondant aux 30 ns suivantes, pendant laquelle le pas de temps est compris entre  $10^{-5}$  et  $3 \times 10^{-6} \mu\text{s}$  ; la phase de stagnation sur l'axe pour finir, qui dure environ 10 ns et impose des pas de temps compris entre  $10^{-6}$  et  $3 \times 10^{-7} \mu\text{s}$ .

Dans ces conditions, un calcul réclame entre  $2000 + 3000 + 10000 = 15000$  et 45000 itérations. Avec un temps typique de 20 secondes par itérations (dont 10 secondes pour le calcul des champs électromagnétiques) sur une station de type Ultra 5, on aboutit à un temps de calcul compris entre 100 et 300 heures, c'est-à-dire entre 4 et 12 jours.

### Robustesse

Le code offre une très grande robustesse, avec la possibilité d'arrêter le calcul à tout moment, de sauvegarder les données indispensables et de redémarrer le calcul. Ceci autorise de profondes modifications en cours de calcul : changement de modèle radiatif, changement de machine, ou encore, comme dans le chapitre 4, introduction d'une coquille interne.

### Conservation de l'énergie

La conservation globale de l'énergie est soigneusement contrôlée à chaque itération. L'erreur en fin de calcul est bien inférieure à  $10^{-2}$  ce qui est important vu que l'énergie interne par exemple reste inférieure à un pourcent des 2 MJ fournis par le générateur.

## Diffusion du champ magnétique

La stratégie d'appel aux différentes routines assure un bon couplage entre les équations de Maxwell et celles de l'hydrodynamique avec une rétro-action correcte des champs sur les autres grandeurs, notamment celles correspondant au mouvement. Du coup, les effets de diffusion du champ magnétique prennent leur juste place par rapport aux phénomènes de convection et on peut observer le gommage des petites longueurs d'onde des instabilités hydrodynamiques par la diffusion, ce qui n'est pas le cas de tous les codes.

## Étalement des profils de densité

Les profils de densité ont tendance à être étalés radialement, avec une forme symétrique plutôt qu'en exponentiel (voir le chapitre 2). Les allures conservent cependant une forme  $\rho \propto -\partial_r B_\theta^2$ . Ce problème d'étalement, attribuable à une trop forte diffusivité du schéma numérique, est cependant acceptable car l'étalement reste faible par rapport à celui dû au développement d'instabilités hydrodynamiques.

## Étalement des profils de choc

Les chocs sont mal résolus, avec un fort étalement et une viscosité numérique difficile à régler.

## Singularité sur l'axe pour le transfert radiatif

Le transfert radiatif est calculé essentiellement dans le plan  $r-z$ , avec discrétisation quelconque de la variable angulaire dans ce plan et approximation avant-arrière hors de ce plan. Ceci conduit à des difficultés pour le transport d'énergie par le rayonnement près de l'axe de révolution (singularité avec des mailles présentant une surface interne nulle).

# C.4 Développements effectués

## C.4.1 Parallélisation du transfert radiatif

Avec le modèle radiatif minimal présenté au chapitre 3 (une seule direction de propagation : selon  $r$  ; quatre groupes de fréquences), le calcul du transfert radiatif prend 2 secondes sur un temps total de 20 secondes (par itération). Ce modèle est suffisant tant que l'on cherche uniquement à prendre en compte le refroidissement de la matière par le rayonnement, la température locale du plasma et de là ses propriétés thermodynamiques étant essentiellement

fixées par l'équilibre entre puissance Joule dégagée et pertes radiatives. Il n'est cependant pas suffisant pour un calcul des propriétés du rayonnement lui-même, comme pour un calcul de cavité dynamique : cette fois-ci, c'est un minimum d'une centaine de groupes de fréquences et de trois directions de propagation (sauf en 1D) qu'il faut prendre en compte. Le calcul étant explicite et indépendant pour chaque direction, chaque groupe de fréquences et chaque cellule, le temps est  $25 \times 3 = 75$  fois plus long : le temps de calcul par itération passe à environ 170 secondes dont 150 pour le transfert radiatif. Ce temps est prohibitif : il conduirait à des temps de calcul de près de 100 jours.

Le caractère explicite (le transfert radiatif est calculé en supposant toutes les autres données fixées) et l'indépendance des groupes de fréquences et des cellules permet cependant une parallélisation simple : on peut aisément répartir la charge de calcul sur plusieurs machines équivalentes. Cette parallélisation a été réalisée à l'aide de la librairie de fonctions PVM, qui permet une programmation très simple. Les temps de communication entre machines-esclaves (effectuant une partie du calcul du transfert radiatif) et la machine-maître (centralisant le résultat et effectuant tout le reste du calcul) étant négligeables, l'utilisation de 10 machines permet de diviser le temps de calcul par autant, soit ramener le temps de calcul du transfert radiatif à environ 15 secondes, ce qui redevient raisonnable.

Ce fonctionnement avec transfert radiatif parallélisé a été utilisé pour le calcul monodimensionnel de cavité radiative présenté au chapitre 4.

### C.4.2 Suivi d'interface eulérien

Un schéma "Arbitrairement Lagrangien - Eulérien" permet de suivre les interfaces entre matériaux en plaçant celles-ci sur une suite de noeuds du maillage dont le mouvement est calculé en lagrangien pur. Comme indiqué plus haut, le code a été utilisé en mode eulérien uniquement. Pour les simulations à plusieurs matériaux (cavité dynamique et tir Z681), il fallait donc développer et implanter dans le code une routine de suivi d'interface entre matériaux pour schéma de résolution eulérien.

L'objectif étant de dimensionner des expériences avec des écoulements relativement stables, il s'agissait de pouvoir suivre l'évolution des interfaces tant qu'elle restait assez simple, le cas où elle serait devenu fortement instable n'ayant pas besoin d'être calculé finement puisqu'il aurait s'agit d'un point de fonctionnement non-satisfaisant. De plus, pour un écoulement de striction magnétique, les interfaces sont initialement des surfaces cylindriques  $r = cte$ . Dans ces conditions, il a été choisi de faire un développement qui permette de suivre les interfaces efficacement tant qu'elles peuvent être décrites par des

équations du type  $r = f(z)$ , c'est-à-dire pour une évolution instable qui ne quitte pas la phase linéaire et avec des matériaux qui restent toujours dans le même ordre quand on se déplace radialement.

Ceci peut être réalisé simplement en suivant au cours du temps la masse de chaque matériau située à une hauteur  $z$  donnée dans une épaisseur  $dz$ . Concrètement, les interfaces sont positionnées initialement le long d'une série de noeuds à  $r = cte$ . La masse  $M_{sub}(n_{sub}, n_z)$  de chaque substance dans la série de cellules de même  $z$  à  $dz$  près est alors calculée en intégrant radialement la densité depuis l'axe. Après chaque itération, un bilan sur les flux de matière dans la direction  $z$  (variable  $C4(nr, nz)$ ) permet de corriger pour chaque substance la valeur de la masse  $M_{sub}$  de celle-ci située à  $z$  donné dans  $dz$ . L'interface peut alors être déplacée : pour chaque  $z$ , la densité est intégrée depuis l'axe, et les cellules sont affectées au premier matériau ( $n_{sub}=1$ ) tant que la masse cumulée est inférieure à  $M_{sub}(1, n_z)$ , puis au second matériau lorsqu'elle l'a dépassé. L'interface reste ainsi positionnée sur des noeuds du maillage et sa position est donc précise à  $dr$  près (le pas d'espace dans la direction  $r$  dans la région de l'interface).

Ce module de suivi d'interface eulérien a été utilisé pour les calculs de cavité dynamique. Le bon accord, dans le cas monodimensionnel, entre l'évolution des rayons expérimental et simulé tend à montrer que le modèle choisi est suffisant. Pour le tir Z681, il a été utilisé avec quatre matériaux (D-T, plastique, graphite et aluminium) ; un exemple de répartition des matériaux alors que les interfaces ont évolué de manière très instable est visible sur la figure 6.9 page 158.

### C.4.3 Remaillage selon $r$

La simulation de la striction d'une coquille fine avec une méthode eulérienne (c'est-à-dire avec un maillage fixe) conduit a priori à augmenter inutilement les dimensions des maillages et de là les temps de calcul. En effet :

- en début d'implosion, il n'y a pas d'intérêt à avoir un maillage fin près de l'axe de révolution,
- en fin d'implosion, il n'y a plus d'intérêt à conserver un maillage fin dans la région  $r > 1$  cm désertée par le plasma, c'est-à-dire dans près de la moitié des mailles.

Une routine de remaillage a donc été développée, qui permet, à des instants choisis par l'utilisateur, de remailler une partie quelconque du domaine de simulation en y ajoutant ou retranchant des mailles selon la direction  $r$ . En choisissant de remailler uniquement les régions vides (de plasma) ou à faible gradient de densité, il a été possible de préserver la simplicité d'une

telle routine. Concrètement, l'utilisateur arrête le calcul au moment opportun, "reprend la main" pour effectuer le remaillage et relance le calcul. Il s'appuie sur les sorties graphiques habituelles qui lui permettent de superposer le maillage en cours au champ de densité et d'améliorer ainsi son maillage de proche en proche.

### Suppression de mailles

Entre deux noeuds spécifiés par l'utilisateur, il est possible de supprimer une maille sur deux. Répéter l'opération permet ainsi d'appauvrir le maillage autant que de besoin, dans n'importe quelle région du domaine de simulation. A noter qu'il est toujours préférable de conserver des tailles de mailles adjacentes assez proches, typiquement  $dr_{i+1} \leq 2dr_i$ .

Après remaillage, les grandeurs utiles à la suite du calcul sont reconstituées comme suit (illustration figure C.1) :

- les variables définies aux noeuds du maillage (c'est-à-dire les composantes de la vitesse et du champ électrique) restent inchangées aux noeuds conservés,
- les autres variables, définies au centre des cellules, prennent pour chaque nouvelle cellule en englobant deux anciennes la valeur de celle située au plus petit rayon. A noter que la composante azimutale du champ magnétique est reprojctée via la grandeurs  $rB_\theta$ , qui est toujours constante dans le vide : la reprojction conduit donc à une valeur exacte.

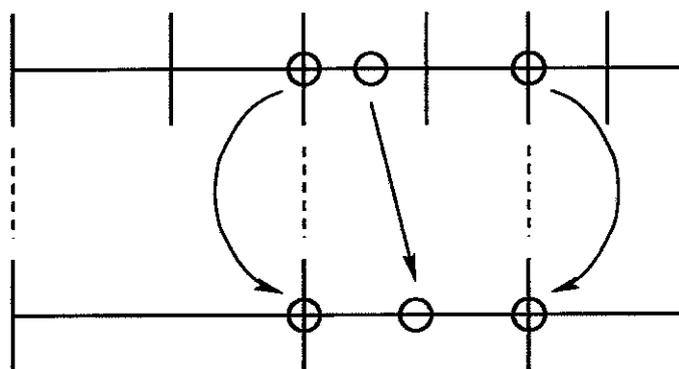


FIG. C.1 - Méthode de reprojction pour la suppression de mailles

### Ajout de mailles

Entre deux noeuds spécifiés par l'utilisateur, il est possible d'ajouter des mailles en divisant chaque cellule en deux. Répéter l'opération permet ainsi

d'enrichir le maillage autant que de besoin, dans n'importe quelle région du domaine de simulation. A noter qu'il est toujours préférable de conserver des tailles de mailles adjacentes assez proches, typiquement  $dr_{i+1} \geq dr_i/2$ .

Après remaillage, les grandeurs utiles à la suite du calcul sont reconstituées comme suit (illustration figure C.2) :

- les variables définies aux noeuds du maillage restent inchangées aux noeuds conservés et calculées par simple moyenne entre leurs deux voisins pour les nouveaux noeuds,
- les autres variables, à définir au centre des deux nouvelles cellules, prennent la valeur de l'ancienne cellule pour celle qui est située au plus petit rayon et une valeur moyennée sur ses deux voisins pour l'autre. Pour les mêmes raisons que précédemment, la reprojection du champ magnétique est exacte.

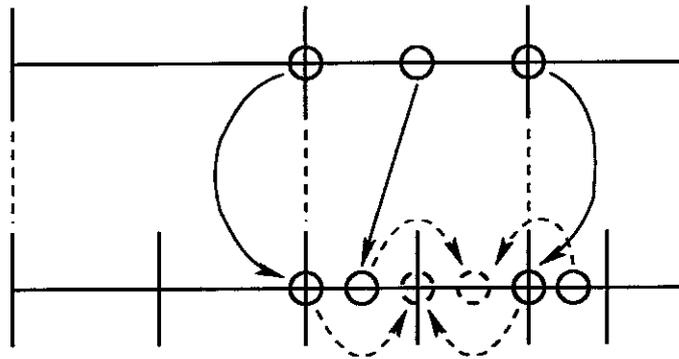


FIG. C.2 – Méthode de reprojection pour l'ajout de mailles

Les lois de reprojection, très simples mais exactes dans le vide pour les champs électriques et magnétiques, sont suffisantes tant que l'on remaille des régions vides ou à faible gradient.

Ce module de remaillage a été utilisé pour tous les calculs avec cible centrale (cavité dynamique et tir Z681). Il a permis de gagner du temps en alourdissant le maillage au coeur uniquement quand cela s'est révélé utile.



## Table des figures

1	Phases d'implosion (à gauche) et de stagnation (à droite) (©Sandia National Labs) . . . . .	2
2	Cage de fils (©Sandia National Labs) . . . . .	4
3	Evolution du record de puissance rayonnée année après année	5
4	Ecorché de la machine Z (©Sandia National Labs) . . . . .	7
5	Vue en coupe de la convolute de Z (©Sandia National Labs) .	7
6	Cavité statique primaire (©Sandia National Labs) . . . . .	8
7	Cavités statiques secondaires de petites dimensions montées sur une cavité primaire (©Sandia National Labs) . . . . .	9
8	Cavité statique secondaire de grande dimension (©Sandia National Labs) . . . . .	9
9	Cavité statique secondaire de grande dimension chauffée par deux pinchs (©Sandia National Labs) . . . . .	10
10	Cavité dynamique (©Sandia National Labs) . . . . .	11
1.1	Profils temporels typiques du rayon moyen et du courant assurant un bon couplage énergétique . . . . .	18
1.2	Température de cavité statique primaire en fonction du maximum du courant . . . . .	24
1.3	Profils idéalisés de température et densité dans une cavité dynamique . . . . .	26
1.4	Epaisseur optique du pinch pour une cavité dynamique . . . . .	29
1.5	Température de cavité dynamique . . . . .	30
1.6	Température de cavité statique secondaire chauffée par deux cavités primaires en fonction du maximum du courant . . . . .	33
1.7	Représentation des niveaux d'énergie pour des ions $Z - 1$ et $Z - 2$ fois ionisés . . . . .	36
1.8	Energie spectrale pour un pinch d'aluminium sur un générateur de classe 10 MA - 100 ns . . . . .	38
1.9	Rendements pour l'énergie rayonnée dans les raies K . . . . .	40
1.10	Energie rayonnée dans les raies K . . . . .	42
1.11	Profils temporels de courant sans dimension . . . . .	43

1.12	Evolution de l'énergie cinétique sans dimension avec $A$ . . . . .	44
1.13	Pression engendrée dans l'aluminium et le tungstène . . . . .	47
2.1	Profils asymptotiques pour $\rho$ et $B$ dans le plasma . . . . .	53
2.2	Conditions initiales à la date $t_0$ en $\rho$ , $B$ et $u$ . . . . .	59
2.3	Evolution du profil $u(m)$ (en bleu) au cours du temps $\tau$ . . . . .	60
2.4	Profils de $B$ et $\rho$ dans le cas $B_{ext} > B_{int}$ . . . . .	63
2.5	Disparition de la double épaisseur de peau dans le cas $B_{ext}$ · $B_{int} > 0$ . . . . .	64
2.6	Profils de $B$ et $\rho$ dans le cas $B_{ext} > B_{int}$ . . . . .	65
2.7	Evolution du profil de densité pendant une décélération . . . . .	66
2.8	Profils de $B$ et $\rho$ dans le cas $B_{ext} = B_{int}$ . . . . .	66
2.9	Profils de $B$ , $B_\theta$ et $B_z$ pour le cas $B_{\theta,int} = 0$ . . . . .	74
2.10	Profils de $B$ , $B_\theta$ et $B_z$ pour le cas $B_{\theta,int} > 0$ . . . . .	75
2.11	Evolution des grandeurs cinétiques en fonction du temps pour l'implosion d'un pinch en tungstène à simple coquille sur $Z$ . . . . .	77
2.12	Evolution des grandeurs globales en fonction du rayon pour l'implosion d'un pinch en tungstène à simple coquille sur $Z$ . . . . .	78
2.13	Comparaison des formules analytiques et d'une simulation nu- mérique dans le cas $B_{int} < B_{ext}$ . . . . .	79
2.14	Comparaison des formules analytiques et d'une simulation nu- mérique dans le cas $B_{int} > B_{ext}$ . . . . .	80
2.15	Profils calculés par le code dans le cas $B_\theta$ , $B_z$ . . . . .	81
3.1	Maillage utilisé pour le calage du code . . . . .	85
3.2	Tension en entrée des lignes de transmission sous vide du gé- nérateur $Z$ . . . . .	86
3.3	Courants et puissances rayonnées (tir Z161) . . . . .	87
3.4	Puissances rayonnées en fonction du temps et du taux de per- turbation initial de la densité (tir Z161) . . . . .	88
3.5	Puissance rayonnée maximale en fonction du taux de pertur- bation initial de la densité . . . . .	89
3.6	Temps de montée de l'impulsion radiative en fonction du taux de perturbation initial de la densité . . . . .	90
3.7	Mesure du développement des instabilités en fonction de la fraction de la distance parcourue pour une implosion depuis un rayon initial de 2 cm (trait plein) . . . . .	96
3.8	Mesure $\Delta M$ en fonction de la distance parcourue (cm) pour $R_0 = 1, 2, 3, 4$ cm et $I_{max} = 20$ et 60 MA . . . . .	97
3.9	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=56.5$ ns et $\Delta R = 0.1$ cm . . . . .	100
3.10	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=79.0$ ns et $\Delta R = 0.5$ cm . . . . .	101

3.11	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=94.0$ ns et $\Delta R = 1.0$ cm . . . . .	101
3.12	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=101.5$ ns et $\Delta R = 1.3$ cm . . . . .	102
3.13	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=104.5$ ns et $\Delta R = 1.5$ cm . . . . .	102
3.14	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=112$ ns et $\Delta R = 1.9$ cm . . . . .	103
3.15	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=116$ ns et $\Delta R = 1.96$ cm . . . . .	103
3.16	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=104.5$ ns et $\Delta R = 1.5$ cm en linéaire . . . . .	104
3.17	Champ de conductivité électrique ( $10^5 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ ) à $t=104.5$ ns et $\Delta R = 1.5$ cm . . . . .	104
3.18	Champ de pression magnétique (Mbar) à $t=101.5$ ns et $\Delta R = 1.3$ cm	105
3.19	Champ de courant enlacé (MA) à $t=104.5$ ns et $\Delta R = 1.5$ cm .	105
4.1	Evolution de la puissance rayonnée en fonction du rapport des masses pour une double coquille . . . . .	109
4.2	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=97$ ns et $\Delta X = 0.46$ - cas transparent . . . . .	111
4.3	Mesure du développement des instabilités pour le tir double coquille Z179 . . . . .	112
4.4	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=103$ ns et $\Delta X = 0.6$ - cas opaque	112
4.5	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=104$ ns et $\Delta X = 0.63$ - cas transparent . . . . .	113
4.6	Champ de densité ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) à $t=116$ ns et $\Delta X = 0.9$ - cas transparent . . . . .	114
4.7	Puissances rayonnées (tir double coquille Z179) . . . . .	115
4.8	Configuration du tir Z497 . . . . .	117
4.9	Puissances rayonnées par une cavité dynamique (tir Z497) . .	118
4.10	Vues axiales d'une cavité dynamique dans le domaine X (250 eV) (tir Z497) . . . . .	118
4.11	Profils de température radiative mesurés dans une cavité dy- namique (tir Z497) lors de la phase de montée . . . . .	119
4.12	Profils de température radiative mesurés dans une cavité dy- namique (tir Z497) lors de la phase de descente . . . . .	120
4.13	Evolution temporelle des températures et du rayon pour une cavité dynamique (tir Z497) . . . . .	120
4.14	Comparaison des rayons du maximum de $T_r$ et des tempéra- tures au coeur $T_{in}$ expérimentaux et simulés . . . . .	122
4.15	Comparaison des profils de température radiative experimen- taux et simulés . . . . .	122
4.16	Profils simulés des températures, densité et champ magnétique au coeur d'une cavité dynamique . . . . .	123

4.17	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) au coeur d'une cavité dynamique (dimensions en cm) . . . . .	124
5.1	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) en milieu d'implosion pour $B_{z0} = 0$ T	131
5.2	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) en milieu d'implosion pour $B_{z0} = 0.0145$ T . . . . .	132
5.3	Champ de densité avec électrodes droites . . . . .	133
5.4	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) avec électrodes inclinées . . . . .	133
5.5	Maximum de la mesure $\Delta M$ en fonction du champ initial $B_{z0}$ pour $R_0 = 2$ cm . . . . .	135
5.6	Maximum de la mesure $\Delta M$ en fonction du champ initial $B_{z0}$ pour $R_0 = 3$ cm . . . . .	136
5.7	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à $t=112$ ns pour $B_{z0} = 0$ T . . . . .	137
5.8	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à $t=112$ ns pour $B_{z0} = 2$ T . . . . .	137
5.9	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à $t=112$ ns pour $B_{z0} = 4$ T . . . . .	138
5.10	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à $t=93$ ns pour $B_{z0} = 10$ T . . . . .	139
5.11	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à $t=99$ ns pour $B_{z0} = 15$ T . . . . .	140
5.12	Valeur du courant à l'impact sur la mousse en fonction du champ initial $B_{z0}$ pour $R_0 = 2$ cm . . . . .	141
5.13	Maximum de l'énergie cinétique en fonction du champ initial $B_{z0}$ pour $R_0 = 2$ cm . . . . .	141
5.14	Valeur maximale des composantes du champ magnétique dans le plasma en fin d'implosion, en fonction de $B_{z0}$ pour $R_0 = 2$ cm	142
5.15	Valeur de $B_z$ sur l'axe en fin d'implosion, en fonction de $B_{z0}$ pour $R_0 = 2$ cm . . . . .	142
5.16	Valeur des composantes du champ magnétique après $\Delta R = 1$ cm en fonction de $B_{z0}$ pour $R_0 = 2$ cm . . . . .	143
5.17	Valeur des composantes du champ magnétique après $\Delta R = 1$ cm en fonction de $B_{z0}$ pour $R_0 = 3$ cm . . . . .	143
5.18	Champ de densité idéalisé avec perturbation par les instabilités de Rayleigh-Taylor . . . . .	145
5.19	Courbe de correspondance entre le facteur d'opacité $F_{op}$ et le niveau de développement des instabilités $\Delta M$ . . . . .	146
5.20	Température radiative en fonction du champ initial $B_{z0}$ . . . . .	147
6.1	Configuration initiale du tir Z681 . . . . .	150
6.2	Configuration améliorée . . . . .	154
6.3	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) à $t = 102$ ns et $\Delta R = 1.8$ cm . . . . .	154
6.4	Champ de densité ( $g/cm^3$ ) au début de l'impact de la cible ( $t = 121$ ns) . . . . .	155
6.5	Champ de température ionique (keV) à $t = 119$ ns . . . . .	156

6.6	Champ de température ionique (keV) à $t = 123$ ns . . . . .	157
6.7	Emission neutronique en fonction du temps pour la configuration améliorée . . . . .	157
6.8	Champ de température ionique (keV) à $t = 125$ ns . . . . .	158
6.9	Répartition des matériaux à $t = 125$ ns . . . . .	158
6.10	Cavité secondaire chauffée par deux cavités dynamiques (©Sandia National Labs) . . . . .	160
A.1	Rapport des densités d'énergie radiative $U$ et interne $\varepsilon$ pour le tungstène . . . . .	163
A.2	Rapport des densités d'énergie radiative $U$ et interne $\varepsilon$ pour l'aluminium . . . . .	164
A.3	Fonction de Planck $x^3/(e^x - 1)$ , où $x = h\nu/kT$ . . . . .	170
A.4	Rapport $\gamma$ des coefficients de diffusion Thomson et d'absorption vraie pour le W à l'ETL . . . . .	175
A.5	Représentation graphique des propriétés fondamentales des chocs . . . . .	185
A.6	Profils de $T$ , $\rho$ et $p$ pour un choc faible . . . . .	187
A.7	Profils de $T$ , $\rho$ et $p$ pour un choc fort sous-critique . . . . .	188
A.8	Profil de $T$ pour un choc fort critique . . . . .	188
A.9	Profil de $T$ et $\rho$ pour un choc fort super-critique . . . . .	189
C.1	Méthode de reprojction pour la suppression de mailles . . . . .	222
C.2	Méthode de reprojction pour l'ajout de mailles . . . . .	223



# Liste des tableaux

1.1	Paramètres de couplage optimal pour différents générateurs . .	20
1.2	Dénomination des principales raies K . . . . .	35
1.3	Energie des photons des principales raies K (keV) . . . . .	37
1.4	Energie seuil $K_b$ et coefficient pour $m_{opt}$ . . . . .	39
1.5	Caractéristiques des points de couplage optimal . . . . .	45
A.1	Température et célérité critiques en fonction de la densité pour une mousse de CH . . . . .	191
B.1	Echelles de temps dans les hautes densités en phase d'implosion	196
B.2	Echelles d'espace dans les hautes densités en phase d'implosion	197
B.3	Echelles de temps dans les basses densités en phase d'implosion	209
B.4	Echelles d'espace dans les basses densités en phase d'implosion	210
B.5	Echelles de temps dans les hautes densités en phase de stagnation	210
B.6	Echelles d'espace dans les hautes densités en phase de stagnation	211



# Bibliographie

- [1] J. BAILEY, G. CHANDLER, S. SLUTZ, G. BENNETT, G. COOPER, J. LASH, S. LAZIER, R. LEMKE, T. NASH, D. NIELSEN, T. MOORE, C. RUIZ, D. SCHROEN, R. SMELSER, J. TORRES et R. VESEY – « X-ray imaging measurements of capsule implosions driven by a z-pinch dynamic hohlraum », *Phys. Rev. Letter* **89** (2002), no. 9.
- [2] M. BAVAY – « Compression de flux magnétique dans le régime sub-microseconde », Thèse, Université de Paris Sud - Orsay, juillet 2002.
- [3] R. BENATTAR et AL. – « Influence of magnetohydrodynamic rayleigh-taylor instability on radiation of imploded heavy ion plasmas », *Physics of plasmas* **6** (1999), no. 1.
- [4] G. BENNETT, M. CUNEO, R. VESEY, J. PORTER, R. ADAMS, R. ARAGON, J. CAIRD, O. LANDEN, P. RAMBO, D. ROVANG, L. RUGGLES, W. SIMPSON, I. SMITH et D. WENGER – « Symmetric icf capsule implosions in a double-z-pinch driven hohlraum », *Phys. Rev. Letter* **89** (2002), no. 24.
- [5] S. I. BRAGINSKII – *Reviews of plasma physics*, vol. 1, Consultant Bureau, 1965.
- [6] F. CHEN – *Introduction to plasma physics and controlled fusion*, vol. 1, Plenum Press, 1984.
- [7] M. CUNEO, R. VESEY, J. PORTER, G. BENNETT, D. HANSON, L. RUGGLES, W. SIMPSON, G. IDZOREK, W. STYGAR, J. HAMMER, J. SEAMEN, J. TORRES, J. MCGURN et R. GREEN – « Double z-pinch hohlraum drive with excellent temperature balance for symmetric icf capsule implosions », *Phys. Rev. Letter* **88** (2002), no. 21.
- [8] M. E. CUNEO et AL. – « Development and characterization of a z-pinch-driven hohlraum high-yield inertial confinement fusion target concept », *Physics of Plasmas* **8** (2001), no. 5.
- [9] L. DAGENS et B. SITT – « Instabilités hydrodynamiques et turbulence : leur approche au cea-dam », *CHOCS* **2** (1991), no. 2.

- [10] C. DEENEY et AL. – « Titanium k-shell x-ray production from high velocity wire array implosions on the 20-ma z accelerator », *Physics of plasmas* **6** (1999), no. 5.
- [11] C. DEENEY, M. R. DOUGLAS, R. SPIELMAN, T. J. NASH, D. PETERSON, P. L'EPLATTENIER, G. CHANDLER, J. F. SEAMEN et K. W. STRUVE – « Enhancement of x-ray power from a z pinch using nested-wire arrays », *Physical Review Letters* **81** (1998), no. 22.
- [12] J.-L. DELCROIX et A. BERS – *Physique des plasmas*, vol. 2, InterEditions/CNRS Editions, 1994.
- [13] N. EDISON, B. ETLICHER, A. CHUVATIN, S. ATTELAN et R. ALIAGA – « An enhanced z-pinch using an externally applied magnetic field to stabilize the implosion of an al plasma jet onto a coaxial wire », *Phys. Rev. E.* (1993).
- [14] B. ETLICHER – *Sources intenses de rayonnement x par plasma de striction magnétique - rapport intermédiaire*, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau, 1993.
- [15] — , *Sources intenses de rayonnement x par plasma de striction magnétique - rapport final*, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau, 1994.
- [16] — , *Code z-marple - modèles physiques et algorithmes - rapport final*, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau, 1996.
- [17] J. P. FREIDBERG – *Ideal magnetohydrodynamics*, Plenum Press - New York and London, 1986.
- [18] V. A. GASILOV, S. V. ZAKHAROV, A. YU. KRUKOVSKII et K. V. SKOROVAROV – « Generation of intense radiation fluxes and megabar shock waves using compressing liners », *Plasma physics reports* **21** (1995), no. 5.
- [19] S. F. GRIGOR'EV et S. V. ZAKHAROV – « Magnetohydrodynamics of an intensely emitting liner plasma », *Sov. Tech. Phys. Letter* **13** (1987), no. 5.
- [20] M. HAINES – « A heuristic model of the wire array z-pinch », *IEEE transactions on plasma science* **26** (1998), no. 4.
- [21] J. H. HAMMER, M. TABAK, S. C. WILKS, J. D. LINDL, D. S. BAILEY, P. W. RAMBO, A. TOOR, G. B. ZIMMERMAN et J. L. PORTER, JR. – « High yield inertial fusion design for a z-pinch accelerator », *Physics of Plasmas* **6** (1999).
- [22] T. W. HUSSEY et N. F. RODERICK – « Diffusion of magnetic field into an expanding plasma shell », *Phys. Fluids* **24** (1981), no. 7.

- [23] G. LAVAL – *La fusion thermonucléaire inertielle par laser - physique des plasmas*, vol. 1, Eyrolles, 1993.
- [24] J. LINDL – « Development of the indirect-drive approach to inertial confinement fusion and the target physics basis for ignition and gain », *Physics of plasmas* 2 (1995), no. 11.
- [25] D. MCDANIEL – « Pulsed power research and development for z mod and zx », *Compte rendu de DEA* (2001).
- [26] D. MIHALAS et B. W. MIHALAS – *Foundations of radiation hydrodynamics*, Oxford University Press, 1984.
- [27] D. MOSHER, N. QI et M. KRISHNAN – « A two-level model for k-shell radiation scaling of the imploding z-pinch plasma radiation source », *IEEE Transactions on Plasma Science* 26 (1998), no. 3.
- [28] T. J. NASH et AL. – « High temperature dynamic hohlraums on the pulsed power driver z », *Physics of Plasmas* 6 (1999), no. 5.
- [29] N. R. PEIRERA et J. DAVIS – « X rays from z-pinches on relativistic electron-beam generators », *J. Appl. Phys.* 64 (1988), no. 3.
- [30] D. PETERSON, R. BOWERS, K. MCLENITHAN, C. DEENEY, G. CHANDLER, R. SPIELMAN, M. MATZEN et N. RODERICK – « Characterization of energy flow and instability development in two-dimensional simulations of hollow z pinches », *Physics of plasmas* 5 (1998), no. 9.
- [31] M. ROSEN – « The physics of radiation driven icf hohlraums », *La Jolla Summer School journal of proc.* (1995).
- [32] L. I. RUDAKOV et R. N. SUDAN – « Mhd turbulence in radiating intense z-pinches », *Physics Reports* 283 (1997).
- [33] L. I. RUDAKOV, A. L. VELIKOVICH, J. DAVIS, J. W. THORNHILL, J. L. GIULIANI et C. DEENEY – « Buoyant magnetic flux tubes enhance radiation in z-pinches », *Physical Review Letters* 84 (2000), no. 15.
- [34] T. W. L. SANFORD et AL. – « Z-pinch generated x rays demonstrate potential for indirect drive icf experiment », *Physical Review Letters* 83 (1999), no. 26.
- [35] — , « Dynamics of a z-pinch x-ray source for heating inertial-confinement-fusion relevant hohlraums to 120-160 ev », *Physics of Plasmas* 7 (2000), no. 11.
- [36] — , « Characteristics and dynamics of a 215-ev dynamic-hohlraum x-ray source on z », *ICOPS Conf. Proc.* 0 (2002), no. 0.

- [37] S. A. SLUTZ, M. R. DOUGLAS, J. S. LASH, R. A. VESEY, G. A. CHANDLER, T. J. NASH et M. S. DERZON – « Scaling and optimization of the radiation temperature in dynamic hohlraums », *Physics of Plasmas* 8 (2001), no. 5.
- [38] S. SLUTZ – « Rapport interne ms-1186 (1674) », *Sandia National Laboratories - Communication personnelle* (2000).
- [39] — , « Communication personnelle », *Sandia National Laboratories* (2001).
- [40] R. B. SPIELMAN, R. J. DUKART, D. L. HANSON, B. A. HAMMAL, W. W. HSING, M. K. MATZEN et J. L. PORTER – *AIP Conf. Proc.* 195 (1989), no. 3.
- [41] J. THORNILL, K. WHITNEY, C. DEENEY et P. LEPPELL – « Phenomenological modeling of turbulence in z-pinch implosions », *Phys. Plasmas* 1 (1994), no. 2.
- [42] K. WHITNEY, J. THORNILL, P. PULSIFER, J. APRUZESE, T. SANFORD, T. NASH, R. MOCK et R. SPIELMAN – « Analyzing time-resolved spectroscopic data from an azimuthally symmetric aluminum-wire array z-pinch implosion », *Physical Review E* 56 (1997), no. 3.
- [43] S. ZAKAHROV, V. SMIRNOV et AL. – *Collision of current driven cylindrical liners*, Preprint Kurshatov Institute of Atomic Energy - Moscow - 4587/6, 1988.
- [44] YA. B. ZEL'DOVICH et YU. P. RAIZER – *Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena*, Academic Press, 1965.

- [37] S. A. SLUTZ, M. R. DOUGLAS, J. S. LASH, R. A. VESEY, G. A. CHANDLER, T. J. NASH et M. S. DERZON – « Scaling and optimization of the radiation temperature in dynamic hohlraums », *Physics of Plasmas* 8 (2001), no. 5.
- [38] S. SLUTZ – « Rapport interne ms-1186 (1674) », *Sandia National Laboratories - Communication personnelle* (2000).
- [39] — , « Communication personnelle », *Sandia National Laboratories* (2001).
- [40] R. B. SPIELMAN, R. J. DUKART, D. L. HANSON, B. A. HAMMAL, W. W. HSING, M. K. MATZEN et J. L. PORTER – *AIP Conf. Proc.* 195 (1989), no. 3.
- [41] J. THORNILL, K. WHITNEY, C. DEENEY et P. LEPPELL – « Phenomenological modeling of turbulence in z-pinch implosions », *Phys. Plasmas* 1 (1994), no. 2.
- [42] K. WHITNEY, J. THORNILL, P. PULSIFER, J. APRUZESE, T. SANFORD, T. NASH, R. MOCK et R. SPIELMAN – « Analyzing time-resolved spectroscopic data from an azimuthally symmetric aluminum-wire array z-pinch implosion », *Physical Review E* 56 (1997), no. 3.
- [43] S. ZAKAHROV, V. SMIRNOV et AL. – *Collision of current driven cylindrical liners*, Preprint Kurshatov Institute of Atomic Energy - Moscow - 4587/6, 1988.
- [44] YA. B. ZEL'DOVICH et YU. P. RAIZER – *Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena*, Academic Press, 1965.

## **Conception de cavités radiatives chauffées par plasmas de striction magnétique en régime 100 nanosecondes**

Ce travail estime le potentiel des plasmas de striction magnétique (Z-pinches) pour le chauffage de cavités radiatives à haute température ( $>200\text{eV}$ ). Des modèles simples sont fournis pour calculer les performances atteignables avec des courants de 5 à 100 MA en 100 ns. La physique monodimensionnelle à l'échelle de l'épaisseur du plasma et les instabilités hydrodynamiques sont étudiées. Puis l'amélioration des performances des cavités avec une double coquille ou l'installation d'un champ magnétique axial est analysée. L'attaque directe par un Z-pinch d'une cible de fusion par confinement inertiel est enfin considérée. Tous les résultats présentés reposent sur une approche théorique et numérique (bidimensionnelle) et sur l'exploitation de résultats expérimentaux obtenus sur le générateur américain "Z". Les annexes rappellent les équations de la MHD radiative et vérifient leur validité pour les plasmas de striction magnétique.

**Mots-clés :** Z-pinch, cavités radiatives, attaque directe, magnétohydrodynamique radiative, MHD, instabilités de Rayleigh-Taylor, plasma, striction magnétique, théorie, modélisation, simulation, expérience, fusion par confinement inertiel, FCI

---

### **Z-pinch driven hohlraums design for the 100 nanoseconds current time scale.**

This work estimates Z-pinch driven hohlraums capabilities to obtain high temperatures ( $>200\text{eV}$ ). Simple models are proposed to calculate the performances offered by currents of 5 to 100 MA in 100 ns. The one dimensional physics of the Z-pinch at the length scale of its thickness and the hydrodynamics instabilities are studied. Then the enhancement of hohlraums performances with double nested Z-pinches or the use of an axial magnetic field is analysed. Z-pinch direct drive approach for inertial confinement fusion is finally considered. All the presented results are based on theoretical and 2D numerical approach and on the analysis of experimental results which were obtained on the american "Z" generator. Annexes recall radiation MHD equations and check their validity for Z-pinch implosion.

**Keywords :** Z-pinch, hohlraum, direct drive, radiation magnetohydrodynamics, MHD, Rayleigh-Taylor instabilities, plasma, theory, modeling, simulation, experiment, inertial confinement fusion, ICF