



Elastoviscoplasticité des aciers polycristallins: modélisation micromécanique et physique. Applications au comportement dynamique et à l'effet Bake-Hardening

Stéphane Berbenni

► To cite this version:

Stéphane Berbenni. Elastoviscoplasticité des aciers polycristallins: modélisation micromécanique et physique. Applications au comportement dynamique et à l'effet Bake-Hardening. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2002. Français. NNT : 2002ENAM0001 . pastel-00000882

HAL Id: pastel-00000882

<https://pastel.hal.science/pastel-00000882>

Submitted on 27 Oct 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers
Centre de Metz**

THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de :

DOCTEUR

DE

**L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
D'ARTS ET MÉTIERS**

Spécialité : Mécanique et Matériaux

PAR

Stéphane BERBENNI

**Elastoviscoplasticité des aciers polycristallins :
Modélisation micromécanique et physique
Applications au comportement dynamique
et à l'effet Bake-Hardening**

Thèse soutenue le 14 janvier 2002 devant le jury composé de :

Georges CAILLETAUD, Professeur à l'Ecole des Mines de Paris	Rapporteur
Georges MARTIN, Directeur de recherches au CEA de Saclay	Rapporteur
André ZAOUI, Professeur à l'Ecole Polytechnique de Palaiseau	Examinateur
Horst VEHOFF, Professeur à l'Universität des Saarlandes	Examinateur
Hafid SABAR, Maître de Conférence à l'ENI de Metz	Examinateur
Xavier LEMOINE, Ingénieur, Usinor Recherche et Développement	Examinateur
Marcel BERVEILLER, Professeur à l'ENSAM de Metz	Directeur de thèse
Véronique FAVIER, Maître de Conférence à l'ENSAM de Metz	Co-directrice de thèse

L'ENSAM est un Grand Etablissement dépendant du Ministère de l'Education Nationale composé de huit centres :
AIX EN PROVENCE - ANGERS – BORDEAUX – CHALONS EN CHAMPAGNE – CLUNY- LILLE – METZ – PARIS

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Metz, en partenariat avec le Laboratoire d'Etudes et de Développement des Produits Plats d'Usinor Recherche et Développement.

Je tiens tout d'abord à remercier le Professeur Marcel Berveiller pour m'avoir accueilli dans son équipe de recherches et pour toute la confiance qu'il m'a témoignée durant ce travail de thèse.

J'aimerais exprimer toute ma reconnaissance à Véronique Favier qui a co-encadré cette thèse avec une présence et un soutien permanents.

Je remercie Hafid Sabar pour avoir participé à ce travail et pour m'avoir fait bénéficier de sa compétence scientifique.

J'aimerais également remercier les chercheurs d'Usinor qui ont contribué au bon déroulement de cette thèse notamment Xavier Lemoine pour le suivi de ce travail, Franck Cayssials, Jean-Luc Geoffroy et Leila Dehbi pour les essais dynamiques, Michel Soler pour la caractérisation de l'effet Bake-Hardening.

Je remercie vivement Messieurs Georges Cailletaud et Georges Martin de l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de ce travail, ainsi que Messieurs Horst Vehoff et André Zaoui pour leur participation au jury.

Je tiens enfin à remercier mes collègues « thésards » avec qui j'ai passé trois années dans une ambiance sympathique et tout particulièrement Christophe Niclaeys, Régis Kubler, Carole Rouff, Jean-Paul Lorrain, Bertrand Peultier et Laurent Langlois.

Je remercie sincèrement mes parents, mon grand-père et mon frère pour m'avoir toujours soutenu et fait confiance tout au long de mes études.

RÉSUMÉ

La connaissance du comportement mécanique des matériaux hétérogènes et de leur sensibilité à la vitesse de déformation et à la température est essentielle afin de maîtriser les procédés de mise en forme et la tenue en service des aciers sous sollicitation dynamique. Les aciers pour emboutissage sont des matériaux polycristallins qui peuvent comporter plusieurs phases de caractéristiques mécaniques différentes, ce qui signifie que des mécanismes à la fois intergranulaires et intragranulaires sont à l'origine du comportement à l'échelle macroscopique. L'approche micromécanique, pour laquelle la réponse globale du matériau est obtenue en appliquant les techniques d'homogénéisation aux réponses des constituants élémentaires, permet de prendre en compte les rôles de la microstructure et des interactions mécaniques entre constituants. Les mécanismes locaux de déformation à grande vitesse de déformation sont appréhendés de manière physique et sont captés dans le comportement du monocristal. Celui-ci est basé sur la théorie de l'activation thermique dans le cas des métaux cubiques centrés comme les aciers doux. Les lois d'écrouissage sont écrites en termes de densités de dislocations et prennent en compte les effets de restauration dynamique. Deux outils de transition d'échelle, dits à *variables internes*, et, traduisant rigoureusement les interactions mécaniques de nature élastoviscoplastique entre les grains, sont utilisés pour un chargement à vitesse de déformation macroscopique imposée. Il s'agit du modèle de Paquin et al. et d'un nouveau modèle qui s'appuie sur une nouvelle approche de résolution du schéma autocohérent par l'utilisation d'opérateurs de projection et de champs translatés inspirés de l'idée de Kröner. Ces deux modèles sont appliqués à différentes classes de matériaux et sont comparés aux modèles de Kröner-Weng et aux modèles de type *héréditaire*. Les résultats numériques provenant du modèle de Paquin et al. (le nouveau modèle conviendrait également) sont comparés aux résultats expérimentaux pour différentes nuances d'aciers essentiellement pour des trajets de déformation monotones en traction (machine hydraulique de Traction Grande Vitesse) et en cisaillement (Barre hydropneumatique, Barre de Hopkinson) dans une large gamme de vitesses de déformation. Le choix de paramètres à caractère physique est explicité et le couplage thermo-mécanique important à forte vitesse de déformation (échauffement et adoucissement thermique) est pris en compte au travers de la modélisation.

Un autre aspect de ce travail concerne la modélisation du comportement des aciers à *Bake-Hardening* (BH). Celle-ci est basée sur la prise en compte des micro mécanismes responsables du durcissement après le traitement de peinture (vieillissement). Le niveau de BH est dû à la fois à un durcissement par effet Cottrell et à un durcissement par formation de clusters et/ou de précipités qui constituent des nouveaux obstacles au mouvement des dislocations. Les résultats du modèle *micro-macro* sont comparés quantitativement aux résultats expérimentaux en traction uniaxiale de Soler, réalisés pour différents temps et températures de vieillissement. L'influence du trajet de pré-déformation est étudié en simulant une déformation en expansion équilibriée, suivie d'un vieillissement et d'une recharge en traction uniaxiale.

MOTS CLÉS : élastoviscoplasticité, matériaux hétérogènes, aciers polycristallins, schéma autocohérent, opérateurs de projection, dynamique, Bake-Hardening

SUMMARY

The knowledge of the mechanical behavior of heterogeneous materials and their strain rate and temperature dependence is essential to control metal forming processes and the strength of steels under dynamic conditions. Drawing steels are polycrystalline materials which may contain several phases with different mechanical features, that means that both intergranular and intragranular mechanisms determine the behavior at the macroscopic scale. The micromechanical approach, for which the global response is obtained by applying the homogenization techniques to the single components responses, allows to take into account both microstructure and mechanical interactions between components. The local deformation mechanisms at high strain rates are physically based and are captured through single crystal behavior. This one is based on thermal activation theory in the case of cubic centered metals like mild steels. The strain hardening laws are written in terms of dislocation densities and take into account dynamic recovery effects. Two scale transition tools, called *internal variables* models and expressing rigorously the elastic-viscoplastic nature of mechanical interactions between grains, are used for a load with a fixed macroscopic strain rate. These are the Paquin et al.'s model and a new model which is based on a new approach to solve the self-consistent scheme, using projection operator properties and translated fields inspired by the Kröner's idea. Both models are applied to different classes of materials and are compared to Kröner-Weng and *hereditary* type models. Numerical results resulting from the Paquin et al.'s model (the new model would be also suitable) are compared to experimental results obtained for different kinds of steels especially for monotonous deformation paths in tension (high strain rate hydraulic tensile device) and in shear (hydro-pneumatic bar and Hopkinson bar) for a large range of strain rates. The choice of physical nature parameters is made explicit and the strong thermo-mechanical coupling at high strain rates, leading to thermal softening processes, is taken into account through the modeling.

Another aspect concerns the modeling of the behavior of *Bake-Hardenable* steels (*BH*). This one is based on the account of micro mechanisms responsible for hardening after baking (aging). The *BH* level is due to both a hardening Cottrell effect and a hardening by formation of clusters and/or precipitates which form new obstacles to the motion of dislocations. Results from the *micro-macro* model are compared quantitatively to the experimental results in uniaxial tension from Soler, realized for different aging times and temperatures. The influence of the pre-deformation path is studied by simulating an equibiaxial deformation, followed by aging and a reload in uniaxial tension.

KEY WORDS : elastoviscoplasticity, heterogeneous materials, polycrystalline steels, self-consistent scheme, projection operators, dynamic, Bake-Hardening

SOMMAIRE

<i>Notations</i>	xi
Chapitre I. Introduction	1
Références bibliographiques	9
 Chapitre II. Comportement du monocristal en élastoviscoplasticité basé sur la théorie de l'activation thermique	13
 II.1. Introduction	13
II.2. Revue bibliographique	13
II.2.1. Résultats expérimentaux pour les aciers pour emboutissage sous solicitation dynamique	13
II.2.1.1. Généralités	13
II.2.1.2. Sensibilité à la vitesse de déformation	16
II.2.1.3. Echauffement lors d'un essai à grande vitesse de déformation et adoucissement thermique	19
II.2.1.4. Sensibilité à la température	22
II.2.1.5. Evolution de la structure interne à grande vitesse de déformation	23
II.2.2. Plasticité des métaux cubiques centrés	23
II.2.2.1. Introduction	23
II.2.2.2. Notion de température de transition et influence de la vitesse de déformation et de la température sur le comportement des monocristaux de fer- α	23
II.2.2.3. Théorie de l'activation thermique dans les métaux cubiques centrés	26
II.2.2.4. Transition régime thermiquement activé – régime de <i>phonon drag</i>	31
II.2.2.5. Glissement plastique et écrouissage dans les monocristaux de fer- α	34
 II.3. Modélisation du comportement du monocristal	39
II.3.1. Introduction	39
II.3.2. Description du monocristal en transformations finies	39

II.3.3. Hypothèse des petites déformations	42
II.3.4. Loi d'écoulement thermoviscoplastique	43
II.3.5. Lois d'écrouissage intragranulaire	46
II.3.6. Modélisation de l'adoucissement thermique	48
II.3.7. Autre formulation thermoviscoplastique	49
II.3.8. Prise en compte des effets anélastiques dans la modélisation	49
II.4. Conclusion	53
Références bibliographiques	55
<i>Chapitre III. Estimations autocohérentes du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes</i>	61
III.1. Introduction	61
III.2. Méthodes de type <i>héréditaire</i>	62
III.2.1. Généralités	62
III.2.2. Problème hétérogène viscoélastique linéaire	66
III.2.2.1. Equation intégrale du problème hétérogène viscoélastique linéaire	66
III.2.2.2. Approximation autocohérente symbolique en viscoélasticité linéaire	67
III.2.3. Formulation affine en élastoviscoplasticité des matériaux hétérogènes	70
III.2.4. Conclusion sur les méthodes de type <i>héréditaire</i>	71
III.3. Méthodes à <i>variables internes</i>	72
III.3.1. Généralités	72
III.3.2. Modèle de Kröner-Weng	74
III.3.2.1. Présentation	74
III.3.2.2. Analyse critique	76

III.3.3. Echec de l'approximation autocohérente traditionnelle	78
III.4. Une nouvelle classe de modèles micromécaniques à <i>variables internes</i> pour les matériaux hétérogènes élastoviscoplastiques	82
III.4.1. Introduction	82
III.4.2. Formulation générale dans le cadre des matériaux hétérogènes élastoviscoplastiques	83
III.4.2.1. Equations de champ pour un milieu hétérogène en élastoviscoplasticité	83
III.4.2.2. Equation intégrale et opérateurs de projection	84
III.4.2.3. Nouvelle approximation autocohérente basée sur les champs translétés	86
III.4.2.4. Mise en évidence des états asymptotiques	90
III.4.3. Discussion	91
III.4.3.1. Comparaison du nouveau modèle avec le modèle de Kröner-Weng	91
III.4.3.2. Comparaison du nouveau modèle avec le modèle de Paquin et al.	92
III.4.4. Application	96
III.4.4.1. Inclusions sphériques et matériau isotrope	96
III.4.4.2. Hypothèse d'incompressibilité	97
III.4.5. Procédure numérique	99
III.5. Conclusion	101
Références bibliographiques	103
<i>Chapitre IV. Situation du nouveau modèle et Applications aux aciers pour emboutissage</i>	108
IV.1. Introduction	108
IV.2. Matériau biphasé viscoélastique linéaire isotrope et incompressible	109
IV.2.1. Présentation du matériau	109
IV.2.2. Modèle de référence	110

IV.2.3. Nouveau modèle	111
IV.2.4. Modèle de Kröner-Weng	113
IV.2.5. Résultats numériques	115
IV.2.5.1. Introduction	115
IV.2.5.2. Comparaison des grandeurs locales et effectives dans l'espace de Laplace-Carson	115
IV.2.5.3. Comparaison des résultats macroscopiques pour des essais de traction	119
IV.2.6. Bilan	122
IV.3. Matériaux métalliques polycristallins	122
IV.3.1. Polycristal Cubique à Faces Centrées sans écrouissage	122
IV.3.1.1. Comportement du monocristal	122
IV.3.1.2. Résultats numériques macroscopiques	124
IV.3.1.3. Discussion	126
IV.3.2. Polycristal Cubique Centré avec écrouissage	127
IV.3.2.1. Comportement du monocristal	128
IV.3.2.2. Résultats numériques macroscopiques	129
IV.3.2.3. Discussion	130
IV.4. Prédiction du comportement élastoviscoplastique des aciers sous sollicitation dynamique	131
IV.4.1. Introduction	131
IV.4.2. Couplage thermomécanique	131
IV.4.3. Influence de la microstructure en traction dynamique	135
IV.4.3.1. Aciers doux	135
IV.4.3.2. Aciers <i>Dual-Phase</i>	143
IV.4.3.3. Acier à précipités <i>HSLA</i>	155
IV.4.4. Trajet de cisaillement dynamique	162
IV.4.4.1. Moyens expérimentaux	161
IV.4.4.2. Comparaison simulation / résultats expérimentaux pour un acier doux et un acier <i>Dual-Phase</i>	167

IV.4.4.3.	Discussion et perspectives	171
IV.5.	Conclusion	173
	Références bibliographiques	175
Chapitre V.	Modélisation du comportement des aciers à Bake-Hardening	182
V.1.	Introduction	182
V.2.	Revue bibliographique	183
V.2.1.	L'essai <i>BH</i>	183
V.2.2.	Mécanismes à l'origine de l'effet <i>BH</i>	184
V.2.2.1.	Modèle de Cottrell-Bilby et extensions	185
V.2.2.2.	Interprétation de l'effet <i>BH</i> sur les essais de traction uniaxiale (type essai <i>BH</i>)	189
V.2.3.	Effet d'un changement de trajet sur l'effet <i>BH</i>	199
V.2.3.1.	Introduction	199
V.2.3.2.	Effet d'un changement de trajet de déformation seul	200
V.2.3.3.	Influence du vieillissement entre deux trajets de déformation	204
V.3.	Modélisation du comportement des aciers à <i>BH</i>	207
V.3.1.	Synthèse des micro mécanismes pour la modélisation	207
V.3.2.	Equations du modèle	208
V.3.2.1.	Prévision du <i>BH</i>	208
V.3.2.2.	Modélisation de l'effet <i>BH</i> dû au déblocage des dislocations des atmosphères de Cottrell	210
V.3.2.3.	Modélisation de l'effet <i>BH</i> dû à la phase de formation de précipités (et/ou de clusters)	212
V.3.2.4.	Modélisation de l'écrouissage avant et après vieillissement	220
V.3.3.	Résultats numériques	220
V.3.3.1.	Procédure numérique	220
V.3.3.2.	Simulation de l'essai <i>BH</i>	222
V.3.3.3.	Simulation pour une pré-déformation en expansion équilibriaxée	227
V.3.3.4.	Discussion	228
V.4.	Conclusion	231

Références bibliographiques	233
Chapitre VI. Conclusion générale	238
Annexe 1. Lois d'écrouissage intragranulaire	242
Références bibliographiques	246
Annexe 2. Calcul analytique du comportement effectif autocohérent dans le cas d'un matériau viscoélastique linéaire isotrope incompressible – Modèle de Hashin-Rougier	247
Références bibliographiques	251
Annexe 3. Formulation affine en élastoviscoplasticité des matériaux hétérogènes	252
Références bibliographiques	258
Annexe 4. Démonstration des propriétés des opérateurs de projection	259
Références bibliographiques	263
Annexe 5. Solution autocohérente viscoplastique pure	264
Annexe 6. Influence des paramètres d'entrée du modèle sur les courbes de traction	266

NOTATIONS GÉNÉRALES

En général, les lettres capitales désignent les grandeurs macroscopiques et les lettres minuscules désignent des grandeurs locales.

Pour toute variable X , la notation $\dot{X}$ désigne la dérivée de X par rapport au temps physique t . On note p la variable conjuguée de t dans l'espace de Laplace-Carson.

$r(x_1, x_2, x_3)$ représente la position d'un point M dans le volume considéré V . $k(k_1, k_2, k_3)$ est le conjugué de r dans l'espace de Fourier.

Tenseurs (et opérateurs) d'ordre 4 :

Les tenseurs d'ordre 4 (A_{ijkl} en notation indicielle) utilisés dans ce mémoire présentent les propriétés de symétrie usuelles :

$$A_{ijkl} = A_{jikl} = A_{ijlk} ,$$

mais pas nécessairement la propriété de symétrie diagonale ($A_{ijkl} = A_{klij}$).

Le tenseur identité d'ordre 4 noté I est défini par : $I_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$

où δ_{ij} représente l'opérateur de Kronecker.

Le tenseur ${}^t A$ est le tenseur transposé de A défini par : ${}^t A_{ijkl} = A_{klij}$.

Le tenseur A^{-1} est le tenseur inverse de A (non singulier) défini par : $A : A^{-1} = A^{-1} : A = I$.

Principaux tenseurs (et opérateurs) d'ordre 4 :

S, M (s, m) sont respectivement les tenseurs de complaisances élastiques et viscoplastiques globales (locales).

C, B (c, b) sont respectivement les tenseurs de modules élastiques et viscoplastiques globaux (locaux).

S^E est le tenseur d'Eshelby.

A^C, A^B sont respectivement les tenseurs de localisation pour le problème élastique pur et le problème viscoplastique pur.

$\Gamma^{C(ou B)}$ est le tenseur (ou opérateur) de Green modifié associé à C (ou B).

$\Pi^{C(ou B)}$ est l'opérateur de projection associé à C (ou B).

Tenseurs (et opérateurs) d'ordre 2 :

Les tenseurs d'ordre 2 sont notés B_{ij} et possèdent les propriétés de symétrie usuelles.

Principaux tenseurs (et opérateurs) d'ordre 2 :

σ est le tenseur des contraintes locales (au sens de Cauchy), ε est le tenseur des déformations locales (en petites déformations). ε^e et ε^{vp} sont respectivement les parties élastique et viscoplastique du tenseur ε .

Σ est le tenseur des contraintes macroscopiques (au sens de Cauchy), E est le tenseur des déformations macroscopiques (en petites déformations). E^e et E^{vp} sont respectivement les parties élastique et viscoplastique du tenseur E .

$G^{C(ou B)}$ est le tenseur (ou opérateur) de Green associé à C (ou B).

δ est l'opérateur de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ si $i=j$, $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$).

Vecteurs :

Les vecteurs sont notés $\underline{v}$ (v_i en notation indicielle).

Notations mathématiques :

Le symbole « $\cdot$ » désigne le produit simplement contracté entre deux tenseurs ou le produit scalaire entre deux vecteurs et le symbole « $:$ » désigne le produit doublement contracté entre deux tenseurs. Pour ces deux notations, on utilise la convention d'Einstein sur les indices muets.

Le symbole « $*$ » désigne le produit de convolution spatial qui est combiné à « $:$ » pour ne pas alourdir les notations :

$$A * \varepsilon = \int_{V'} A(r - r') : \varepsilon(r') dV'.$$

Le symbole « $\otimes$ » désigne le produit de convolution de Stieljes qui est combiné à « $:$ » :

$$A \otimes d\varepsilon = \int_{-\infty}^t A(t - \tau) : d\varepsilon(\tau).$$

La transformée de Laplace-Carson d'une fonction $f(t)$ est notée $\hat{f}(p)$ et est définie par :

$$\hat{f}(p) = p \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt.$$

La transformée de Fourier de G est notée $\tilde{G}$ et est définie par :

$$\tilde{G}(k) = \int_V G(r) e^{-ik \cdot r} dV.$$

La notation ∇ désigne l'opérateur gradient. De plus, ∇^s définit le gradient symétrisé du tenseur auquel il s'applique. Par exemple, $\varepsilon = \nabla^s \underline{u}$ signifie en coordonnées cartésiennes :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}).$$

La notation $\overline{X}$ signifie la moyenne de X sur le volume V considéré.

Notations cristallines (associées aux systèmes de glissement) :

$\tau^{(g)}$ est la cission résolue sur le système de glissement g .

$\gamma^{(g)}$ désigne l'amplitude de glissement sur le système g .

$\rho^{(g)}$ est la densité de dislocations par système de glissement g .

$\tau_r^{(g)}$ est la cission de référence pour le système de glissement g . Celle-ci décrit l'état d'écrouissage pour un système de glissement donné.

$R^{(g)}$ est le tenseur d'orientation (ou tenseur de Schmid) du système de glissement g .

$a^{(gh)}$ est la matrice d'anisotropie de glissement (ou matrice d'interaction entre les systèmes de glissement g et h).

$H^{(gh)}$ est la matrice d'écrouissage.

CHAPITRE I

INTRODUCTION

CHAPITRE I

Introduction

Les aciers plats au carbone (*flat carbon steels* en anglais) sont actuellement utilisés dans de nombreuses branches de l'industrie allant de la boîte boisson à la carrosserie des automobiles en passant par des applications en électroménager et en construction mécanique et civile (bâtiment). Aujourd'hui, l'un des principaux enjeux des sidérurgistes est de produire des nouveaux aciers à forte valeur ajoutée destinés à des fonctions pré-définies au service du client. Dans l'industrie automobile par exemple, l'un des soucis majeurs concernant les organes de structures est la réduction de leurs poids (afin de diminuer les émissions de particules polluantes) tout en maintenant de bonnes propriétés mécaniques. Ainsi, tout en garantissant une bonne rigidité, une bonne résistance aux chocs, à la fatigue et à la corrosion, les nouveaux aciers doivent répondre aux attentes du secteur automobile en donnant lieu à des voitures de plus en plus légères. Face à la concurrence de plus en plus accrue des polymères et des alliages d'aluminium et de magnésium, la priorité des sidérurgistes est de fabriquer des aciers aux propriétés exceptionnelles pour obtenir des tôles de moins en moins épaisses. L'objectif à terme est donc de maîtriser le comportement à l'aide de la relation microstructures/mécanismes/propriétés pour une grande gamme d'aciers. C'est le cas notamment des aciers doux à emboutissage supérieur (*deep drawing quality steels* en anglais), des aciers à *Bake-Hardening* (*BH* ou *Bake-Hardenable steels* en anglais), des aciers micro alliés (*HSLA steels* en anglais), des aciers multiphasés comme les aciers ferrite-martensite (*Dual-Phase steels* en anglais) et des nouveaux aciers *TRIP* et *TWIP* (*Transformation Induced Plasticity steels* et *Twinning Induced Plasticity steels* en anglais).

Les travaux de recherche qui consistent à modéliser à l'aide d'outils de transition d'échelle le comportement mécanique des matériaux polycristallins comme les aciers sont utiles afin de prévoir leur comportement sous diverses sollicitations. Les pôles d'intérêts actuels sont la simulation en mise en forme, le développement de textures de laminage, la prédiction du comportement lors de trajets de déformation complexes et séquentiels (rétreint, expansion équilibriaxée, cisaillement, essai Bauschinger, laminage-traction ...) rencontrés lors

d'opérations de mise en forme (emboutissage ...). Le premier but, à terme, est de développer des lois de comportement réalistes capables de capter l'ensemble des mécanismes de déformation connus à l'échelle microscopique pour une utilisation dans des codes de calcul par éléments finis (déformation plastique des structures, endommagement, comportement au choc ...). L'autre but est d'utiliser les modèles dits *micro-macro* ou *polycristallins* afin de développer de nouveaux matériaux ou d'optimiser leurs caractéristiques plus rapidement en s'appuyant sur un nombre limité d'essais de caractérisation mécanique et en sachant corréler les caractéristiques microstructurales et le comportement macroscopique.

La connaissance du comportement mécanique des matériaux et leur sensibilité à la vitesse de déformation ou à la température par exemple est essentielle afin de maîtriser les procédés de mise en forme et la tenue en service des matériaux. Les aciers pour emboutissage sont des matériaux polycristallins qui peuvent comporter plusieurs phases de caractéristiques mécaniques différentes, ce qui signifie que des mécanismes à la fois intergranulaires et intragranulaires sont à l'origine du comportement à l'échelle macroscopique. Lors de l'élaboration du matériau jusqu'à l'étape de mise en forme, le matériau a subi une histoire qui lui confère une texture cristallographique, une texture morphologique, une taille de grains, des fractions volumiques de phases, des précipités ou encore un taux d'éléments en solution solide. Ces éléments physiques et microstructuraux sont d'une importance capitale en ce qui concerne la représentation du matériau à l'état initial. Au cours des différentes sollicitations, le matériau développe une structure interne complexe plus ou moins hétérogène à différentes échelles. A partir de l'observation, le compromis pour le théoricien est de prendre en compte les bons phénomènes physiques qui nécessitent un formalisme souvent complexe et d'en donner une représentation approximative simple mais optimisée de sorte que le modèle donne des résultats performants avec un nombre de paramètres matériau limité. L'identification des phénomènes physiques et la détermination du domaine de validité d'un modèle constituent une première étape qu'il est nécessaire de bien appréhender. Un choix de variables internes pertinentes est donc déterminant dans le cadre de la modélisation de ces phénomènes en général fortement non linéaires.

Le choix de la méthode de modélisation est également déterminant et est intimement lié à l'échelle d'observation à laquelle le théoricien veut capter les processus physiques. Comme le montre la figure I.1., quatre niveaux d'échelle spatio-temporelle sont actuellement accessibles par les diverses méthodes de modélisation.

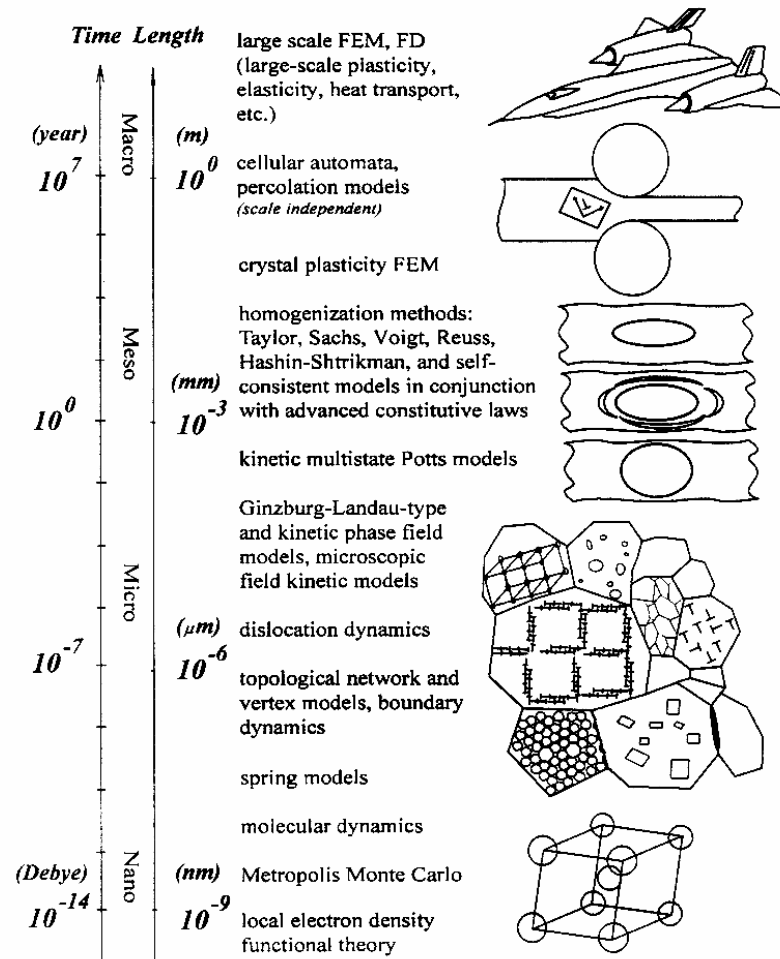


Figure I.1. De l'échelle *nanoscopique* à l'échelle de la *structure* [Raa98].

Il s'agit tout d'abord de l'échelle *nanoscopique*. Celle-ci se réfère à l'échelle atomique pour des processus proches de la pulsation de Debye. Les approches numériques actuelles se concentrent autour de la dynamique moléculaire qui s'intéresse à la structure et à la dynamique des défauts cristallins en décrivant les mouvements discrets d'atomes autour de ceux-ci. L'échelle *microscopique* ensuite part de l'observation des matériaux à l'échelle du micron pour des processus proches de la microseconde. Celle-ci intègre à la fois des concepts associés aux hétérogénéités intragranulaires dans les matériaux polycristallins comme les précipités, les boucles et les cellules de dislocations [Lem95] [Aub98] [Lan00], mais aussi ceux de la dynamique des dislocations [DK97] [TKC98]. Durant la déformation plastique, les aciers subissent un écrouissage intragranulaire qui est dû à une compétition entre mécanismes

de création de dislocations par sources de Frank et Read et mécanismes d'annihilation de segments de dislocation ou restauration dynamique. Deux principaux modèles de représentation sont actuellement utilisés pour décrire les phénomènes d'écrouissage : celui type forêt de dislocations ou celui type cellules de dislocations. Les contraintes internes du troisième ordre sont à l'origine à la fois de l'écrouissage isotrope et de l'écrouissage cinématique intragranulaire induits par des précipités ou des sous-structures de dislocations. Celles-ci sont captées par les outils de la mécanique des milieux continus et de la micromécanique des matériaux hétérogènes [BZ79] [BZ80]. L'échelle *mésoscopique* traite du lien entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique. Elle permet de mettre en évidence les hétérogénéités intergranulaires qui découlent des fluctuations de champ de déformation plastique grain à grain. Celles-ci ont pour origine l'orientation cristallographique représentée par les angles d'Euler différents d'un grain à l'autre. Les interactions intergranulaires à l'origine du comportement du matériau ont été traitées à l'aide de modèles autocohérents en élasticité [Her54] [Krö58] puis en élastoplasticité [Krö61] [Hil65] [BZ79] [IN84] [LB89], en viscoplasticité [Hut76] [MCA87] [LT93], en viscoélasticité linéaire [Has69] [LM78] [Law80] [RSZ93] [LW94] et en élastoviscoplasticité [Wen81] [NO86] [Har91] [KMC93] [Rou94] [RSZ94] [LW97] [Mas98] [Paq98] [PSB99] [MZ99] [Bre01]. Enfin, l'échelle *macroscopique* comprend des paramètres moyens représentatifs de la structure (déformations mesurées par jauges ou par extensométrie, température, vitesse de déformation imposée...). Cette échelle est celle utilisée par les modèles phénoménologiques pour définir les lois de comportement des matériaux [LC85]. A l'échelle macroscopique, le matériau est souvent considéré comme une boîte noire dans laquelle il est difficile de corréler les paramètres de modèle avec la microstructure. L'échelle de la *structure* peut s'identifier à cette échelle.

Au travers de la description des différentes échelles, il est important de noter que ces définitions peuvent évoluer d'une école à l'autre, mais comme le remarque Zaoui [Zao01] : « l'enjeu est alors que le *macro* du physicien ne soit plus trop éloigné du *micro* du mécanicien ».

L'objet de ce mémoire est de contribuer à l'amélioration de la compréhension des interactions spatio-temporelles grain à grain dans le cas des matériaux hétérogènes dont le comportement est de nature élastoviscoplastique par une approche dite à *variables internes* dans la continuité du travail de thèse de Paquin [Paq98]. On choisit une méthode de type micromécanique avec représentation statistique de la microstructure, c'est-à-dire une méthode basée sur les techniques d'homogénéisation. En s'assurant des conditions de

macrohomogénéité et de *microhétérogénéité*, il est possible de définir un *volume élémentaire représentatif* (V.E.R) de telle manière à ce que le comportement du milieu hétérogène réel puisse être décrit par celui d'un *milieu homogène équivalent* (M.H.E.). Le comportement *effectif* ou *homogénéisé* vérifiera la condition que les champs de contrainte ou de déformation sont macroscopiquement les mêmes dans les matériaux réels et fictifs (M.H.E.). Ensuite, et ceci dans le cadre des milieux parfaitement désordonnés [FPZ95] (condition très bien vérifiée pour les polycristaux métalliques), on utilisera le schéma autocohérent dit *à 1 site* dans l'estimation de ce comportement effectif. D'autres techniques utilisent directement la méthode des éléments finis appliquée aux microstructures en s'appuyant sur une représentation discrète de la microstructure réelle comme par exemple celle des multi-cristaux [Ebe99]. Utilisant le calcul parallèle, cette méthode reste encore limitée pour le cas des polycristaux en raison du coût en temps de calcul. Une autre méthode appliquée à des composites non linéaires périodiques se base sur la Transformée de Fourier Rapide et utilise le stockage de l'image de la microstructure numérisée [MS94].

Dans ce travail de thèse portant sur le comportement dans le temps des aciers pour emboutissage, deux aspects indépendants l'un de l'autre sont développés. Il s'agit de :

- ① La modélisation *micro-macro* du comportement dépendant de la vitesse de déformation (comportement élastoviscoplastique) d'aciers polycristallins.
- ② La modélisation micromécanique du comportement des aciers à *Bake-Hardening*, donc vieillissants, afin de prévoir leur comportement en service après une opération de mise en forme suivie d'un traitement de peinture.

Concernant ①, l'étude de l'influence de la nature du matériau sur le comportement au crash d'une structure repose sur la compréhension du comportement de ce matériau lorsqu'il est soumis à une vitesse de déformation supérieure à 10^{-3}s^{-1} , c'est-à-dire là où s'arrête le régime statique. Du point de vue de la modélisation, les demandes des grands groupes du secteur automobile se font de plus en plus pressantes concernant les lois de comportement mises à leur disposition afin de pouvoir les utiliser dans des codes de simulation de crash. L'intérêt est donc de déterminer le domaine de validité de lois de comportement reproduisant de façon la plus physique possible celui de l'acier en question. L'approche phénoménologique (ou phénoménologique *rationnelle*) fondée sur l'expérience à l'échelle macroscopique reste

pratique mais limitée puisqu'elle ne traite d'aucun lien avec la microstructure des aciers [BP75] [JC83] [ZA87] [Tan92] [Zha97] [Rus00]. L'approche micromécanique pour laquelle la réponse globale du matériau est obtenue en appliquant les techniques d'homogénéisation aux réponses des constituants élémentaires permet de prendre en compte le rôle de la microstructure. Les mécanismes locaux de déformation à grande vitesse de déformation qui commencent à être appréhendés de manière physique et non plus empirique sont captés dans le comportement du monocristal (ou du grain). Moyennant un outil de transition d'échelle traduisant rigoureusement l'interaction mécanique de nature élastoviscoplastique entre les grains, la réponse macroscopique du polycristal (elle-même de nature élastoviscoplastique) est déterminée pour un chargement à vitesse de déformation macroscopique imposée. Le chargement peut être monotone comme la traction uniaxiale, le cisaillement simple, la compression uniaxiale, ou encore l'expansion équibiaxée mais il peut aussi être séquentiel (pré-déformation pour une première vitesse de déformation, décharge élastique, recharge pour une seconde vitesse de déformation). Dans ce travail, les résultats numériques concernent essentiellement des chargements en traction uniaxiale, cisaillement simple dans une grande plage de vitesse de déformation pour des aciers doux, des aciers *Dual-Phase* et des aciers à durcissement structural *HSLA*.

Concernant ②, l'objectif est de développer un modèle micromécanique basé sur les mécanismes responsables de l'effet *Bake-Hardening* (ou *BH*). Celui-ci doit être capable de simuler un trajet de pré-déformation correspondant à la mise en forme d'ailes et panneaux de portes d'automobiles (expansion équibiaxée, traction uniaxiale, traction plane, rétreint) suivi d'un traitement thermique de peinture et d'une recharge suivant un trajet de chargement comme celui de la traction uniaxiale. Aujourd'hui, l'aptitude au *BH* est caractérisée principalement par l'essai standard de mesure du *BH* (pré-déformation en traction uniaxiale suivie d'un vieillissement statique et d'une recharge en traction uniaxiale dans le même sens) et par l'essai d'indentation. Mais qu'en est-il lorsque le chemin de pré-déformation est celui d'une tôle emboutie ? Dans ce travail, nous simulerons des trajets type essai *BH* ainsi que d'autres trajets de déformation comme une pré-déformation équibiaxée en distinguant les effets dus au changement de trajet seul et les effets dus au vieillissement.

Ce mémoire se divise en quatre volets dont les trois premiers sont consacrés à l'effet de la vitesse de déformation sur le comportement des aciers pour emboutissage au travers d'une modélisation autocohérente en élastoviscoplasticité et le dernier concerne la modélisation du

comportement mécanique des aciers à *BH* après une pré-déformation suivi d'un vieillissement thermique.

Le chapitre II correspond à la description du comportement du monocristal en élastoviscoplasticité en se basant sur la théorie de l'activation thermique pour les métaux cubiques centrés. Il s'intéresse aux mécanismes locaux de déformation pour les aciers précités dans le cas de chargement à vitesse de déformation imposée et au comportement élastoviscoplastique des aciers. Ce chapitre propose tout d'abord une loi d'écoulement thermoviscoplastique à base physique et une description des effets anélastiques présents dans les aciers. On s'intéresse ensuite à une description physique et micromécanique des écrouissages isotrope et cinématique. On insiste également sur le choix des variables internes à caractère physique dont l'évolution est décrite par des lois formulées en vitesse. La modélisation du comportement du monocristal est explicitée dans l'hypothèse des petites déformations mais on donne succinctement les étapes nécessaires pour une formulation en grandes transformations.

Le chapitre III est consacré à la transition d'échelle utilisée dans le cadre plus général du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes. Le choix s'est porté sur une estimation de type autocohérente du comportement effectif du matériau. Après une brève revue des méthodes *héréditaires* en élastoviscoplasticité dont la formulation affine de Masson-Zaoui est actuellement la plus avancée [Mas98] [MZ99], on se concentre sur les méthodes dites à *variables internes* [Paq98] [PSB99]. On décrit une nouvelle approche de résolution du schéma autocohérent par l'utilisation d'opérateurs de projection et de champs translatés inspirés par l'idée de Kröner. Cette démarche conduit ici à une nouvelle loi d'interaction beaucoup plus simple que celle trouvée par Paquin et al. [Paq98] [PSB99]. Le nouveau modèle est comparé au modèle de Kröner-Weng [Krö61] [Wen81] qui, pour la circonstance, est formulé en termes d'opérateurs de projection et de champs translatés.

Le chapitre IV propose d'appliquer les deux estimations autocohérentes constituées par le nouveau modèle et le modèle de Paquin à différentes classes de matériaux et on les compare aux modèles de Kröner-Weng [Krö61] [Wen81], Hashin-Rougier [Has69] [RSZ93] et Masson-Zaoui [Mas98] [MSZ99]. Les deux derniers constituent respectivement des modèles *héréditaires* et seront utilisés comme modèles de référence. Une bonne estimation du comportement macroscopique à vitesse de déformation imposée est obtenue en ce qui

concerne des matériaux biphasés isotropes et incompressibles. Dans le cas de matériaux polycristallins métalliques type C.F.C. non texturés et pour une loi viscoplastique de type loi puissance en fluage, une comparaison est faite avec le modèle affine de Masson-Zaoui. Enfin, les résultats numériques provenant du modèle de Paquin (le nouveau modèle conviendrait également) sont comparés aux résultats expérimentaux pour différentes nuances d'aciers (aciers doux, aciers *Dual-Phase* de différentes fractions volumiques de martensite...) essentiellement pour des trajets monotones de traction (machine hydraulique de Traction Grande Vitesse) et de cisaillement (Barre hydro-pneumatique, Barre de Hopkinson) dans une large gamme de vitesses de déformation.

Le chapitre V concerne la modélisation du comportement des aciers à *BH*. Celle-ci est basée sur la prise en compte des micro mécanismes responsables du durcissement après vieillissement qui, dans l'état actuel des connaissances, se composent d'un durcissement par effet Cottrell et d'un durcissement par formation de clusters et/ou de précipités qui constituent des obstacles nouveaux au mouvement des dislocations. Ensuite, le modèle est exploité à l'aide de l'outil de transition d'échelle à *variables internes* décrit au chapitre III (modèle de Paquin) mais pour une vitesse de déformation très faible (régime statique). Les résultats du modèle *micro-macro* à données d'entrée de nature physique sont comparés quantitativement aux résultats expérimentaux réalisés en traction uniaxiale à différents temps et température de vieillissement issus des travaux de thèse de Soler [Sol98]. Une comparaison à des résultats expérimentaux issus de la bibliographie est effectuée dans le cas d'autres trajets de déformation comme une pré-déformation en expansion équibiaxée suivie d'un vieillissement et d'une recharge en traction uniaxiale.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Aub98] AUBERT, I. (1998) Effets de l'hétérogénéisation plastique intragranulaire sur le comportement macroscopique des aciers doux lors de trajets complexes. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz*, France.
- [BP75] BODNER, S.R., PARTOM, Y. (1975) Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening materials. *ASME J. Appl. Mech.* **42**, 385-389.
- [Bre01] BRENNER, R. (2001) Influence de la microstructure sur le comportement en fluage thermique d'alliages de zirconium : analyse expérimentale et mise en oeuvre de méthodes d'homogénéisation. *Thèse de Doctorat de l'Université Paris XIII*, France.
- [BZ79] BERVEILLER, M., ZAOUI, A. (1979) An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids* **26**, 325-344.
- [BZ80] BERVEILLER, M., ZAOUI, A. (1980) Généralisation du problème de l'inclusion et application à quelques problèmes d'élastoplasticité des matériaux hétérogènes. *J. Mécanique* **19**, No. 2, 343-361.
- [DK97] DEVINCRE, B., KUBIN, L.P. (1997) Mesoscopic simulations of dislocations and plasticity. *Mat. Sci. Engng. A* **234-236**, 8-14.
- [Ebe99] EBERL, F. (1999) Second order heterogeneities in a multicrystal : experimental developments using X-ray diffraction and comparison with a finite element model. *Thèse de Doctorat de l'ENSAM Paris*, France.
- [FPZ95] FRANCOIS, D., PINEAU, A., ZAOUI, A. (1995) Comportement mécanique des matériaux. Tome I et II. Hermès, Paris, France.
- [Har91] HARREN, S.V. (1991) Rate dependent finite elastoplastic deformation of polycrystals I : a self-consistent framework, II : a comparison of the self-consistent and the Taylor models. *J. Mech. Phys. Solids* **39**, 345-383.
- [Has69] HASHIN, Z. (1969) The inelastic inclusion problem. *Int. J. Engng Sci.* **7**, 11-36.
- [Her54] HERSHEY, A.V. (1954) The elasticity of an isotropic aggregate of anisotropic cubic crystals. *ASME J. Appl. Mech.* **21**, 236-240.
- [Hil65] HILL, R. (1965) Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids* **13**, 89-101.

- [Hut76] HUTCHINSON, J.W. (1976) Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials. *Proc. Roy. Soc. London A* **348**, 101-127.
- [IN84] IWAKUMA, T., NEMAT-NASSER, S. (1984) Finite elastic-plastic deformation of polycrystalline metals. *Proc. Roy. Soc. London A* **394**, 87-119.
- [JC83] JOHNSON, G.R., COOK, W.H. (1983) A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. In : *Proc. of the Seventh Int. Symp. on Ballistic*, The Hague, The Netherlands, 541-547.
- [KMC93] KOUDDANE, R., MOLINARI, A., CANOVA, G.R. (1993) Self-consistent modeling of heterogeneous viscoelastic and elastoplastic materials, in : *Large plastic deformations, Fundamentals and application to metal forming*, MECAMAT'91, Teodosiu, C., Raphanel, J.-L., Sidoroff, F. (eds.), Balkema, Rotterdam, 129-141.
- [Krö58] KRÖNER, E. (1958) Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls. *Z. Phys.* **151**, 504-518.
- [Krö61] KRÖNER, E. (1961) Zur plastischen Verformung des Vielkristalls, *Acta Metall. Mater.* **9**, 155-161.
- [Lan00] LANGLOIS, L. (2000) Evolutions propres de la microstructure de dislocations et conséquences sur le comportement élastoplastique des métaux. *Thèse de l'Université de Metz*, France.
- [Law80] LAWS, N. (1980) Viscoelastic inclusion problem. *J. Engng Mech. Division* **106**, No. EM5, 915-928.
- [LB89] LIPINSKI, P., BERVEILLER, M. (1989) Elastoplasticity of microinhomogeneous metals at large strains. *Int. J. Plasticity* **5**, 149-172.
- [LC85] LEMAITRE, J., CHABOCHE, J.-L. (1985) *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, Paris, France.
- [Lem95] LEMOINE, X. (1995) Analyse micromécanique de la formation des cellules de dislocations et conséquence sur le comportement des aciers. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz*, France.
- [LM78] LAWS, N., McLAUGHLIN, R. (1978) Self-consistent estimates for the viscoelastic creep compliances of composite materials. *Proc. Roy. Soc. London A* **359**, 251-273.

- [LT93] LEBENSOHN, R. A., TOME, C.N. (1993) A self-consistent anisotropic approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals : application to zirconium alloys. *Acta Metall. Mater.* **41**, No. 9, 2611-2624.
- [LW94] LI, J., WENG, G.J. (1994) Strain-rate sensitivity, relaxation behavior and complex moduli of a class of isotropic viscoelastic composites. *ASME J. Engng. Mat. Tech.* **116**, 495-504.
- [LW97] LI, J., WENG, G.J. (1997) A secant-viscosity approach to the time-dependent creep of an elastic-viscoplastic composite. *J. Mech. Phys. Solids* **45**, No. 7, 1069-1083.
- [Mas98] MASSON, R. (1998) Estimations non linéaires du comportement global de matériaux hétérogènes en formulation affine – Application aux alliages de zirconium. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique*, France.
- [MCA87] MOLINARI, A., CANOVA, G.R., AHZI, S. (1987) A self-consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity. *Acta Metall. Mater.* **35**, 2983-2994.
- [MS94] MOULINEC, H., SUQUET, P. (1994) A fast numerical method for computing the linear and nonlinear properties of composites. *C. R. Acad. Sci. Paris II* **318**, 1417-1423.
- [MZ99] MASSON, R., ZAOUI, A. (1999) Self-consistent estimates for the rate-dependent elastoplastic behavior of polycrystalline materials. *J. Mech. Phys. Solids* **47**, 1543-1568.
- [NO86] NEMAT-NASSER, S., OBATA, M. (1986) Rate dependent, finite elastoplastic deformation of polycrystals. *Proc. Roy. Soc. London A* **407**, 343-375.
- [Paq98] PAQUIN, A. (1998) Modélisation micromécanique du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz*, France.
- [PSB99] PAQUIN, A., SABAR, H., BERVEILLER, M. (1999) Integral formulation and self-consistent modelling of elastoviscoplastic behavior of heterogeneous materials. *Arch. Appl. Mechanics* **69**, 14-35.
- [Raa98] RAABE, D. (1998) Computational Materials Science – The Simulation of Materials Microstructures and Properties, Wiley-VCH, Weinheim, Germany.

- [Rou94] ROUGIER, Y. (1994) Etude du comportement sous irradiation : Modélisation micromécanique de l'élastoviscoplasticité. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique*, France.
- [RSZ93] ROUGIER, Y., STOLZ, C., ZAOUI, A. (1993) Représentation spectrale en viscoélasticité linéaire des matériaux hétérogènes. *C. R. Acad. Sci. Paris* **316 II**, 1517-1522.
- [RSZ94] ROUGIER, Y., STOLZ, C., ZAOUI, A. (1994) Self-consistent modelling of elastic-viscoplastic polycrystals. *C. R. Acad. Sci. Paris* **318 II**, 145-151.
- [Rus00] RUSINEK, A. (2000) Modélisation thermoviscoplastique d'une nuance de tôle d'acier aux grandes vitesses de déformation – Etude expérimentale et numérique du cisaillement, de la traction et de la perforation. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz*, France.
- [Sol98] SOLER, M. (1998) Etude du vieillissement d'un acier à Bake-Hardening : évolution des propriétés mécaniques de traction – corrélation avec la microstructure. *Thèse de l'INSA de Lyon*, France.
- [Tan92] TANIMURA, S. (1992) In : *Proc. of the First Int. Symp. on Impact Engng.*, Sendai, Japan, 18-26.
- [TKC98] TANG, M., KUBIN, L.P., CANOVA, G.R. (1998) Dislocation mobility and the mechanical response of B.C.C. single crystals : a mesoscopic approach. *Acta Mater.* **46**, No. 9, 3221-3235.
- [Wen81] WENG, G.J. (1981) Self-consistent determination of time-dependent behavior of metals. *ASME J. Appl. Mech.* **48**, 41-46.
- [ZA87] ZERILLI, F.J., ARMSTRONG, R.W. (1987) Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations. *J. Appl. Phys.* **61**, No. 5, 1816-1825.
- [Zao01] ZAOUI, A. (2001) Plasticité : Approches en champs moyens (chapitre I). Dans : *Homogénéisation en mécanique des matériaux (vol. 2) : comportements non linéaires et problèmes ouverts*. Bornert, M., Bretheau, T., Gilormini, P. (eds.), Hermès, Paris, France, 17-44.
- [Zha97] ZHAO, H. (1997) A constitutive model for metals over a large range of strain rates – Identification for mild-steel and aluminium sheets. *Mat. Sci. Engng. A* **230**, No. 1-2, 95-99.

CHAPITRE II

COMPORTEMENT DU MONOCRISTAL EN ÉLASTOVISCOPLASTICITÉ BASÉ SUR LA THÉORIE DE L'ACTIVATION THERMIQUE

CHAPITRE II

Comportement du monocristal en élastoviscoplasticité basé sur la théorie de l'activation thermique

II.1 Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse tout d'abord aux principaux résultats expérimentaux (sous sollicitations dynamiques) des aciers plats au carbone concernant leur sensibilité à la température, leur sensibilité à la vitesse de déformation et les phénomènes de localisation. Les aciers plats au carbone utilisés comme tôles d'emboutissage ont comme structure cristalline principale celle de la ferrite (ou fer- α) qui est à l'origine du comportement macroscopique très sensible à la vitesse de déformation. C'est pourquoi, dans un second volet, on se focalise sur les mécanismes thermiquement activés pour les métaux cubiques centrés qui sont à l'origine du comportement du monocristal. Concernant la modélisation de ce comportement, on part du formalisme général des transformations finies mais on se placera dans l'hypothèse des petites déformations. La loi d'évolution des déformations viscoplastiques capte l'essentiel des mécanismes thermiquement activés et les lois d'écrouissage sont développées. Les phénomènes viscoélastiques linéaires (tels que l'effet Snoek) sont également modélisés.

II.2. Revue bibliographique

II.2.1. Résultats expérimentaux pour les aciers pour emboutissage sous sollicitation dynamique

II.2.1.1. Généralités

Les aspects « sollicitations dynamiques » apparaissent dans diverses applications : l'influence de la vitesse de poinçon en emboutissage, le comportement en crash, les applications de sécurité civile (ou militaire), l'usinage à grande vitesse couvrent des domaines de vitesse de déformation où l'approche quasi-statique n'est plus suffisante. Une transition

isotherme-adiabatique a tout d'abord lieu en chargement dynamique autour de $1s^{-1}$ (tableau II.1.). Un couplage thermomécanique fort apparaît donc pour des vitesses de déformation supérieures à $1s^{-1}$.

Vitesse de déformation	$10^{-7}-1s^{-1}$	$1-50s^{-1}$	$50-5000s^{-1}$	$>5000s^{-1}$
Domaines d'application	Phénomène quasi-statique	Sécurité dans les transports Protections anti-sismiques	Sécurité dans les transports Protection contre les explosions	Protection des satellites et applications militaires
Thermique	Isotherme	Adiabatique	Adiabatique	Adiabatique
Pression induite (effets inertiels)	Non significative	Non significative	Selon les matériaux	Très élevée
Effet transitoire	Négligeable	Existant	Important	Très important

Tableau II.1. Liste des phénomènes selon la vitesse de déformation [GZ00].

Des effets d'inertie apparaissent à forte vitesse de déformation et deviennent en général significatifs autour de $50s^{-1}$ [GZ00]. D'autres auteurs donnent plutôt $10s^{-1}$ comme vitesse de transition quasi statique/dynamique [Rus00].

Les aciers pour emboutissage comme les aciers doux qui sont proches de la composition chimique du fer pur (quelques ppm.poids de carbone) sont assez proches de l'isotropie plane : dans le plan de la tôle, ils présentent pratiquement les mêmes réponses quelle que soit la direction de sollicitation en traction pour une vitesse de déformation donnée (figure II.1.). En général, les courbes expérimentales de traction grande vitesse présentées dans ce mémoire seront celles d'éprouvettes sollicitées selon la direction transverse (DT) à la direction de laminage.

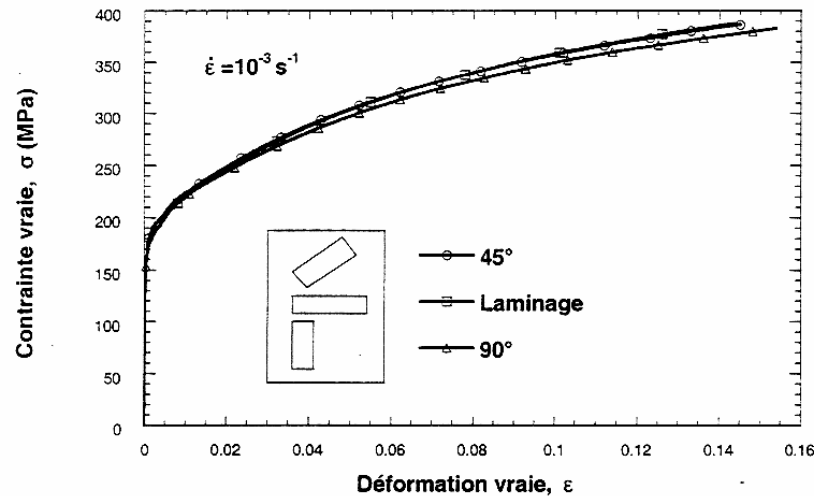


Figure II.1. Influence de la direction de sollicitation sur les courbes d'écrouissage pour un acier doux [Rus00].

Les aciers doux, qui sont des métaux cubiques centrés, présentent par rapport au cuivre et à l'aluminium (structure cubique face centré) une très grande sensibilité à la vitesse de déformation [Chi87]. L'influence de la température sur le comportement mécanique des aciers plats au carbone est également très importante et celle-ci joue un rôle inverse à celui de la vitesse de déformation [CF70]. Les aciers subissent également une perte de ductilité associée à des phénomènes de localisation souvent sous forme de striction diffuse suivie de striction localisée visibles à l'échelle macroscopique. D'après la figure II.2. qui représente l'allure classique d'une courbe contrainte-déformation pour un essai de cisaillement dynamique à environ 1000 s^{-1} , le premier pic rencontré serait dû à un effet d'inertie couplé à un blocage des dislocations mobiles dans le matériau par des solutés (atmosphères de type Cottrell). Plus la vitesse est grande, plus le niveau de contraintes atteint par ce pic est élevé. Ensuite, on observe une chute brutale provenant d'une relaxation des contraintes due à l'avalanche de dislocations mobiles créées ou débloquées de leurs atmosphères. L'écrouissage devient alors homogène jusqu'à un maximum correspondant au critère de Considère [Con1885]. Le coefficient d'écrouissage diminue par suite d'effets d'adoucissement thermique et de phénomènes de localisation dus à un échauffement de l'éprouvette. Enfin, la localisation apparaît jusqu'à rupture ductile pour les aciers ferritiques.

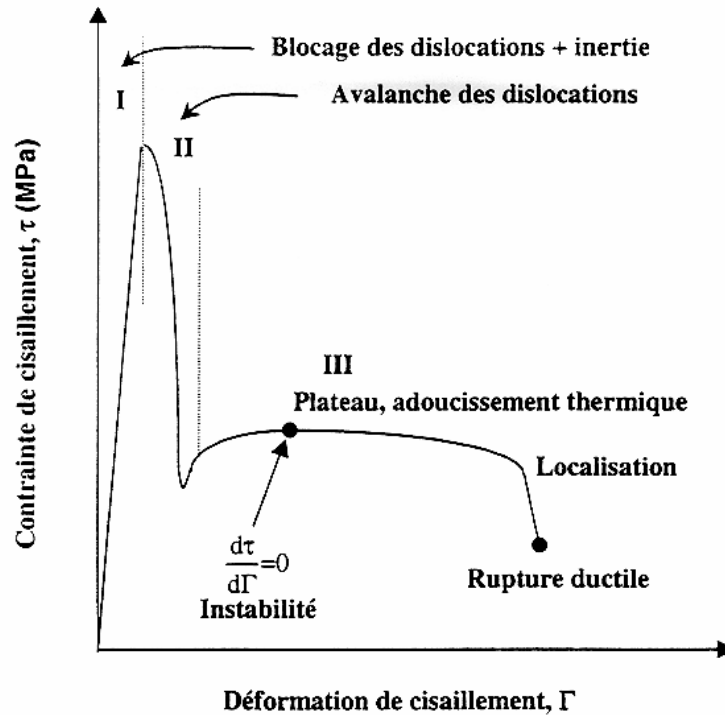


Figure II.2. Courbe contrainte-déformation classique pour un acier doux en cisaillement dynamique [Rus00].

La formation de bandes de cisaillement adiabatiques constituent le plus souvent les mécanismes à l'origine de l'instabilité mécanique qui se produit à grandes vitesses de déformation et qui conduit à une perte de ductilité très rapide lorsque la vitesse de déformation augmente [AKS87] [MD88]. Dans le régime adiabatique, un échauffement non uniforme a lieu et il sera plus important dans les régions à forte vitesse de déformation. Ainsi, il apparaît un adoucissement thermique qui s'oppose à l'écrouissage propre du matériau et au durcissement par augmentation de vitesse de déformation [FM85].

II.2.1.2. Sensibilité à la vitesse de déformation

Les aciers plats au carbone ont une sensibilité marquée à la vitesse de déformation [RH66] [CF70] [Har77]. La limite d'écoulement est dépendante de la vitesse de déformation et de la température. D'après la figure II.3., le comportement des aciers plats au carbone dépend de quatre mécanismes de déformation distincts : une région appelée *athermique* (I) où le matériau est très peu sensible à la vitesse de déformation pour l'ensemble des températures

considérées, une région appelée *thermiquement activée* (II) très sensible à la vitesse de déformation et à la température et une région où ont lieu des phénomènes de drainage visqueux appelée *phonon drag* ou *viscous drag* (IV) où la sensibilité est encore plus forte. La région (III), qui n'est pas représentée sur la figure II.3., est due à une déformation par maillage. Celle-ci n'apparaît que dans le cas du fer pur à très grande vitesse de déformation ou à faible température [Gra91] ou dans les aciers bas carbone à très faible température également [RH66] (figure II.4). Cette sensibilité complexe à la vitesse de déformation pour ce type d'aciers s'étend aux métaux cubiques centrés en général [NI97] [NGL99]. Dans la région IV, la loi de comportement reliant la vitesse de glissement à la contrainte est linéaire (figure II.5.).

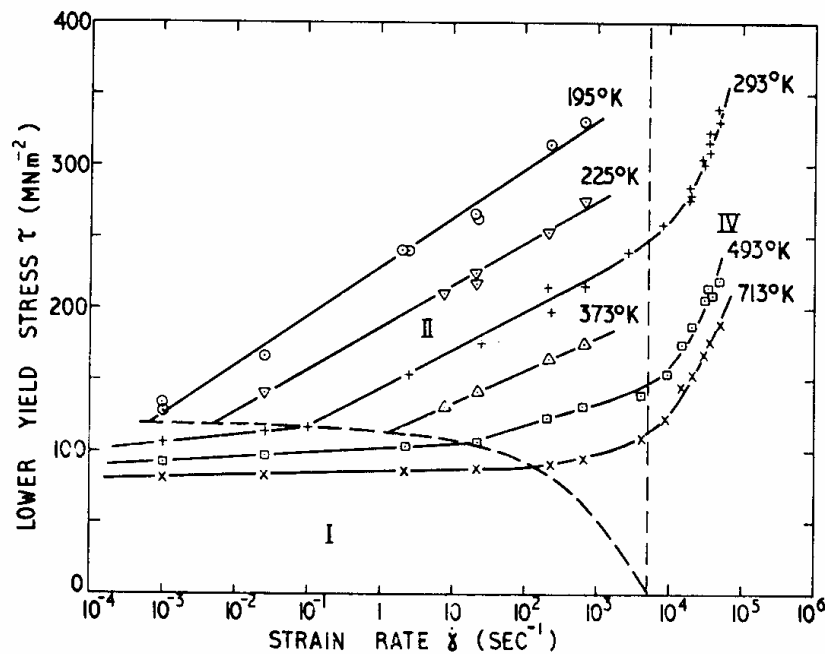


Figure II.3. Influence de la vitesse de déformation sur la limite d'écoulement en cisaillement dans le cas d'un acier plat au carbone ($C=0,12\text{poids\%}$) [CF70].

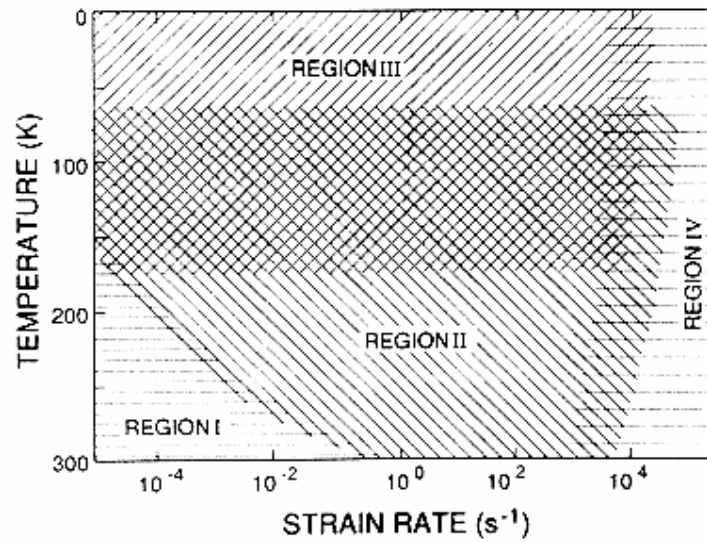


Figure II.4. Domaines température/vitesse reflétant les différents mécanismes de déformation pour un acier bas carbone [RH66].

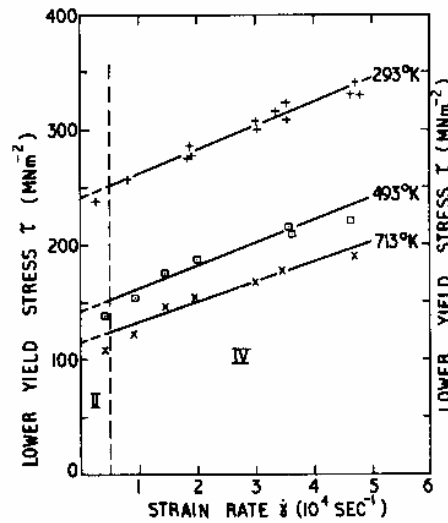


Figure II.5. Caractérisation expérimentale du drainage visqueux en cisaillement sur un acier plat au carbone (C=0,12poids%) [CF70].

La courbe de variation de la limite d'écoulement en fonction de la vitesse de déformation (dans toute la gamme de vitesses de déformation) suit la même allure avec une sollicitation en traction [YJHF92]. De plus, moins l'acier est chargé, plus la sensibilité à la vitesse de

déformation $\dot{\Gamma}$ est grande [YJHF92]. En considérant une contrainte d'écoulement τ , la forme généralisée de la loi de comportement (contenant n variables internes X_i représentatives de la microstructure) est :

$$\tau = f(\Gamma, \dot{\Gamma}, T, X_i), i \in [1, n]. \quad (\text{II-1})$$

Afin de quantifier la sensibilité à la vitesse de déformation, deux paramètres peuvent être utilisés :

-le paramètre de sensibilité à la vitesse de déformation :

$$\beta = \left. \frac{\partial \tau}{\partial \log \dot{\Gamma}} \right|_{\Gamma, T}. \quad (\text{II-2})$$

-le paramètre de sensibilité logarithmique à la vitesse de déformation :

$$m = \left. \frac{\partial \log \tau}{\partial \log \dot{\Gamma}} \right|_{\Gamma, T}. \quad (\text{II-3})$$

Pour l'acier doux, Rusinek [Rus00] trouve $0,03 < m < 0,04$ que ce soit en cisaillement ou en traction.

II.2.1.3. Echauffement lors d'un essai à grande vitesse de déformation et adoucissement thermique

L'approche classique considère qu'à partir d'une certaine vitesse de déformation (généralement autour de 1s^{-1} [GZ00]), l'essai de traction ou de cisaillement à grande vitesse de déformation devient adiabatique. Les déformations de type anélastique ou inélastique (plasticité, viscoplasticité) génèrent de la chaleur traduisant la présence d'un mécanisme dissipatif que l'on peut décrire par un potentiel de dissipation. Dans des conditions purement adiabatiques, de nombreux auteurs ont repris l'hypothèse de Taylor-Quinney [TQ34] selon laquelle 90% du travail plastique induit au cours de la déformation est convertie en chaleur. La chaleur générée a pour conséquence une augmentation de la température au sein du matériau. Ainsi, dans des conditions adiabatiques, on trouve :

$$dC_\alpha \dot{\Gamma} = \alpha \tau \dot{\Gamma}. \quad (\text{II-4})$$

Dans (II-4), C_α est la chaleur spécifique du matériau à volume constant, d est la densité du matériau, $\dot{T}$ est la variation de température, α est une constante traduisant la fraction du travail mécanique convertie en chaleur ($\alpha \approx 0.9$ [TQ34]). Enfin, τ est la contrainte d'écoulement (macroscopique) et $\dot{\Gamma}$ la vitesse de déformation de l'essai. Cette approche classique suppose qu'en tout point du matériau, la déformation est homogène. En supposant que Γ et T sont des variables indépendantes, la variation de la contrainte d'écoulement s'écrit selon la forme d'une différentielle totale, soit :

$$d\tau = \left. \frac{\partial \tau}{\partial \Gamma} \right|_T d\Gamma + \left. \frac{\partial \tau}{\partial T} \right|_\Gamma dT, \quad (\text{II-5})$$

$$\frac{d\tau}{d\Gamma} = \left. \frac{\partial \tau}{\partial \Gamma} \right|_T + \left. \frac{\partial \tau}{\partial T} \right|_\Gamma \frac{dT}{d\Gamma}. \quad (\text{II-6})$$

De (II-4), on tire :

$$\frac{dT}{d\Gamma} = \frac{\alpha \tau}{dC_\alpha}, \quad (\text{II-7})$$

d'où :

$$\left. \frac{\partial \tau}{\partial \Gamma} \right|_T = \frac{d\tau}{d\Gamma} - \left. \frac{\partial \tau}{\partial T} \right|_\Gamma \frac{\alpha \tau}{dC_\alpha}. \quad (\text{II-8})$$

Finalement, en intégrant (II-8), on obtient :

$$\tau_{\text{isotherme}} = \tau_{\text{adiabatique}} - \int \frac{\alpha \tau}{dC_\alpha} \frac{\partial \tau}{\partial T} d\Gamma \quad (\text{II-9})$$

Dans l'expression (II-9) apparaît une contrainte d'écoulement isotherme qui est mesurable expérimentalement sans la nécessité de connaître à l'avance la sensibilité à la température du matériau $\left(\frac{\partial \tau}{\partial T} \right)$ [KN00]. Cette méthode expérimentale consiste tout d'abord à

charger dynamiquement le matériau ($\dot{\epsilon} > 1s^{-1}$) jusqu'à une déformation donnée (l'échauffement produit un adoucissement thermique) puis de décharger (le matériau revient à la température initiale) et de recharger. L'ensemble des points de recharge obtenus à chaque déformation donne la courbe contrainte/déformation isotherme pour un essai monotone de type traction ou cisaillement à grandes vitesses de déformation. La figure II.6. illustre ce type d'essai en compression dans le cas d'un matériau cubique centré (tantale) en partant d'une température initiale de 296K. Cette méthode constitue un moyen direct de quantifier l'adoucissement thermique du matériau au cours de la déformation.

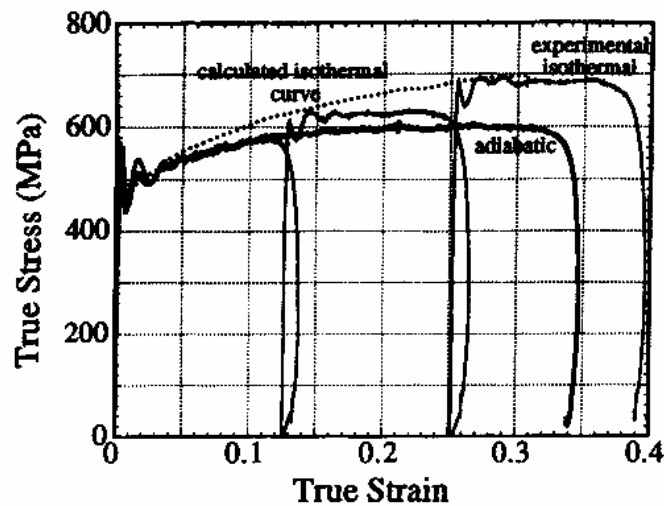


Figure II.6. Courbe isotherme obtenue après plusieurs charges et décharges successives pour le tantale en compression ($\dot{\epsilon} = 3000s^{-1}$) [KN00].

L'échauffement (supposé homogène) produit au cours d'un essai dynamique sera calculé à l'aide de l'équation de la chaleur en prenant en compte la dissipation intrinsèque du matériau et les termes de fuites (cf. paragraphe IV.4.2., chapitre IV.). La modélisation des effets thermiques permet de reproduire le passage d'un régime isotherme à un régime adiabatique. L'adoucissement thermique est très prononcé sur les aciers doux [CC00a]. Celui-ci est moins présent pour un acier *Dual-Phase* [CC00b]. Quand la déformation reste homogène, l'adoucissement, suite à une augmentation de température, est dû à une diminution de la contrainte d'écoulement avec la température.

L'échauffement produit sur les aciers est estimé à partir de la formule suivante en régime adiabatique :

$$\Delta T = \frac{\alpha}{dC_{\alpha V}} \int \tau \dot{\epsilon} dt, \quad (\text{II-10})$$

avec les notations précédentes.

Dans la réalité, l'échauffement est hétérogène et localement beaucoup plus important dans des bandes adiabatiques à l'origine de la localisation à grande vitesse de déformation [HDH87].

II.2.1.4. Sensibilité à la température

Pour un acier doux ferritique type *IF* (sans interstitiel), l'évolution de la limite élastique avec la température pour un essai de traction quasi statique est du même type que celle de la contrainte d'écoulement due aux barrières de Peierls dans les métaux cubiques centrés (figures II.7. et II.8.). Il est à remarquer que lorsque la vitesse de déformation augmente, cette courbe est en théorie décalée vers la droite (figure II.8.). Lorsque la vitesse de déformation augmente, la région appelée région des *basses températures*, c'est-à-dire la région où la limite élastique évolue le plus dans les métaux cubiques centrés est alors étendue à des températures plus élevées.

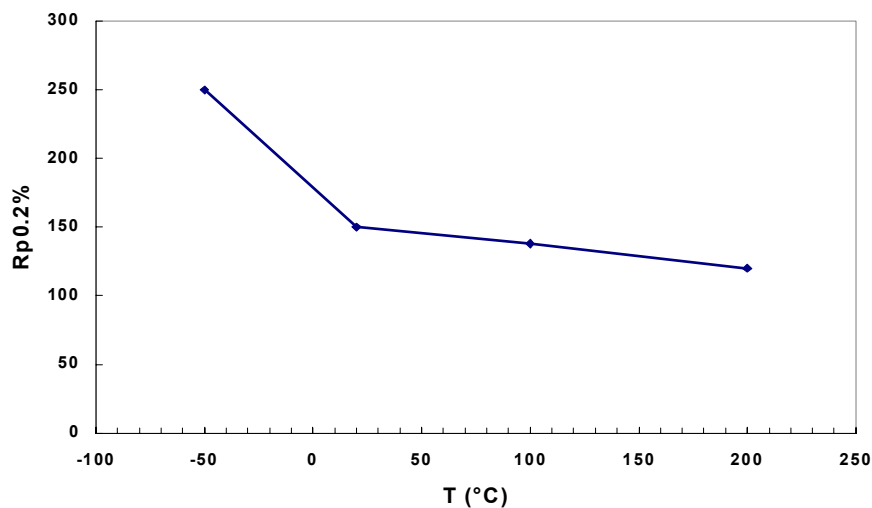


Figure II.7. Evolution de la limite élastique pour un acier doux à 50 ppm.poids de carbone [Dan99].

II.2.1.5. Evolution de la structure interne à grande vitesse de déformation

De nombreux auteurs ont mis en évidence une structure cellulaire qui apparaît pour le fer- α et les aciers doux lors de chargements quasi-statiques. Dans le cas de chargements à grande vitesse de déformation, la déformation plastique est beaucoup plus uniforme et la formation de la structure cellulaire est retardée [Chi87] [Gra91] [Thu92]. De manière générale, en ce qui concerne les sous-structures de dislocations, l'effet produit par une augmentation de la vitesse de déformation est le même que l'effet produit par une diminution de température [KW63] [LKD92].

Par ailleurs, à très grande vitesse de déformation (4000s^{-1}) à 298K, tout comme à très faible température (77K) sous chargement statique, Gray a observé la formation de macles sur des échantillons de fer- α [Gra91].

II.2.2. Plasticité des métaux cubiques centrés

II.2.2.1. Introduction

Les résultats macroscopiques présentés dans la section précédente ont montré une augmentation des limites élastiques lorsque la température diminue et lorsque la vitesse de déformation augmente. Dans cette section, on décrit les principales caractéristiques de la déformation plastique des métaux cubiques centrés (C.C.) qui sont différentes des métaux cubiques à faces centrées (C.F.C.), ainsi que le mouvement thermiquement activé des dislocations à l'origine de ce comportement.

II.2.2.2. Notion de température de transition et influence de la vitesse de déformation et de la température sur le comportement des monocristaux de fer- α

Le fer- α , à la base des aciers ferritiques comme les aciers doux et *Dual-Phase*, présente deux types de comportement suivant la température. Ceux-ci sont communs aux métaux de structure C.C. tels que le molybdène ou le niobium. Au dessous d'une température dite de transition T_T , située entre 200 et 240K pour le fer [LKV79] et proche de l'ambiante pour les

aciers doux [LKD92], la limite élastique dépend fortement de la température et varie d'environ $10^{-2}\mu$ à 0K à $10^{-4}\mu$ à la transition (μ est le module de cisaillement en élasticité isotrope). Au delà de T_T , la limite élastique ne varie quasiment plus en fonction de la température et ceci jusqu'à une température proche de $T_F/3$ où T_F est la température de fusion [Chr83] : le comportement se rapproche de celui des métaux de structure C.F.C.. Le régime au dessus de $T_F/3$, où se produit une chute de la limite élastique due à des processus d'auto diffusion et de restauration, ne sera pas pris en compte dans la suite. D'après Conrad [Con64], lorsque la vitesse de déformation croît, la température de transition T_T augmente également de T_{T1} à T_{T2} (figure II.8.). La contrainte d'écoulement τ se compose de deux termes :

$$\tau = \tau_{\mu} + \tau_{eff}(\dot{\Gamma}, T), \quad (II-11)$$

où τ_{μ} est la contrainte *athermique* correspondant au plateau présent au delà de la température de transition T_T et $\tau_{eff}(\dot{\Gamma}, T)$ est la contrainte *effective* due aux processus thermiquement activés responsables de la sensibilité à la température et à la vitesse de déformation au dessous de T_T (figure II.8.).

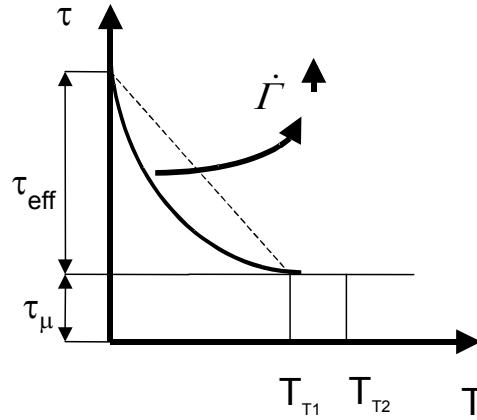


Figure II.8. Evolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la vitesse de déformation et de la température dans le domaine des basses températures.

L'explication physique de ces deux types de comportement de part et d'autre de T_T vient de la mobilité des dislocations vis qui est différente dans ces deux régimes. Ces résultats

ont été observés lors d'essais de traction *in situ* (par microscope électronique en transmission) sur le fer- α , le niobium et le molybdène [LKV79]. En effet, la mobilité des dislocations vis dans la structure cubique centrée est beaucoup plus faible que celle des dislocations coins (figure II.9.). Alors que la mobilité des segments coins reste quasi-constante en fonction de la température, la mobilité des dislocations vis augmente rapidement aux basses températures pour atteindre celle des dislocations coins au delà de la température de transition (figure II.9.).

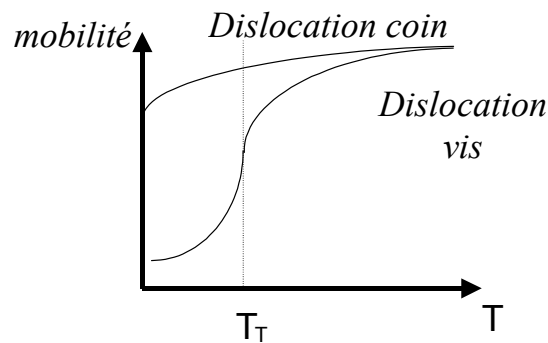


Figure II.9. Mobilités des dislocations de type vis et non vis en fonction de la température.

La réponse mécanique des monocristaux de fer- α à basse température est gouvernée par le comportement des dislocations vis. Les dislocations mixtes ou coins glissent sous faibles contraintes à basse température et laissent derrière elles de longs dipôles vis de vecteur de Burgers $a/2\langle 111 \rangle$. Celles-ci ont une structure de cœur étendue en trois dimensions qui est à l'origine de la forte friction de réseau des métaux cubiques centrés. Ce processus peut être décrit en introduisant un potentiel périodique sinusoïdal dont les creux correspondent aux vallées et les maxima aux pics de Peierls. Sous l'effet d'une contrainte appliquée, le franchissement de ces pics a lieu par la formation de doubles décrochements (figure II.10). Ce mécanisme est thermiquement activé.

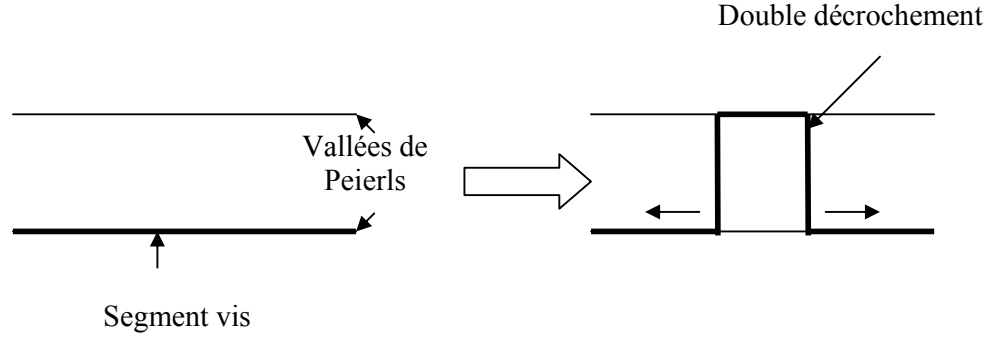


Figure II.10. Formation de doubles décrochements dans la structure C.C.

II.2.2.3. Théorie de l'activation thermique dans les métaux cubiques centrés

Jusqu'à une température critique T_T , la mobilité des dislocations vis, observée par des expériences *in situ* en microscopie électronique en transmission, est faible devant celles de type coin (figure II.9.). Leur vitesse suit alors une loi de type Arrhenius fortement non linéaire en contrainte [LKV79] [TKC98] :

$$v = b^2 \frac{L}{l_c^2} \nu_D \exp\left(-\frac{\Delta G(\tau)}{k_b T}\right), \quad (\text{II-12})$$

où :

k_b est la constante de Boltzmann.

b est le module du vecteur de Burgers.

ν_D est la fréquence de Debye.

L est la longueur du segment de dislocation vis.

l_c est la longueur critique pour la formation d'un double décrochement.

$\Delta G(\tau)$ est l'énergie libre d'activation (au sens de Gibbs) supposée égale à l'enthalpie d'activation (terme entropique négligeable) et qui est fonction de la cisssion résolue τ .

A basse comme à haute température, les segments coins ont une forte mobilité. Les dislocations de type coin se déplacent par le mécanisme de drainage de phonons (*phonon drag* en anglais) selon une loi linéaire entre leur vitesse et la contrainte effective [KK69] [TKC98]. Les mécanismes de type *phonon drag* qui seront évoqués dans le paragraphe

suivant ont lieu aussi bien pour les métaux C.C. que C.F.C. puisqu'ils sont fonction de la mobilité des dislocations de type coin. La contrainte d'écoulement se décompose en fait en une somme de trois termes :

$$\tau = \tau_{\mu} + \tau_{eff} + \tau_d, \quad (II-13)$$

où :

τ_{μ} est la contrainte athermique (ou contrainte interne) provenant d'obstacles à grandes distances (précipités, sous-structures de dislocations, joints de grains).

τ_{eff} est la contrainte effective (ou thermiquement activée) provenant d'obstacles à courtes distances comme les barrières de Peierls.

τ_d est la contrainte de drainage visqueux. Celle-ci est significative seulement pour les fortes températures et les fortes vitesses ($\dot{\Gamma} > 10^3 s^{-1}$) [KK69] [FRK84] [JT92] [KN00]. Dans ce paragraphe, on ne tient pas compte de la contrainte de drainage visqueux. La figure II.11. montre une représentation schématique du profil des champs de contraintes internes à longue et courte distance que rencontre une dislocation mobile dans le réseau cristallin.

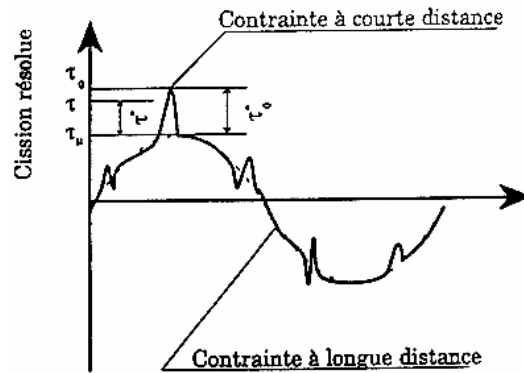


Figure II.11. Profil des champs de contrainte rencontré par une dislocation [Con64].

Ainsi, la relation (II-13) se réduit à :

$$\tau_{eff} = \tau - \tau_{\mu}. \quad (II-14)$$

L'expression du taux de glissement se déduit de la loi d'Orowan définie par :

$$\dot{\gamma} = \rho_m b \bar{v}, \quad (\text{II-15})$$

où :

ρ_m est la densité de dislocations mobiles.

b est le module du vecteur de Burgers.

$\bar{v}$ est la vitesse moyenne des dislocations vis qui s'exprime d'après (II-12) par :

$$\bar{v} = b^2 \frac{\bar{L}}{l_c^2} v_D \exp\left(-\frac{\Delta G(\tau)}{k_b T}\right), \quad (\text{II-16})$$

où $\bar{L}$ est la longueur moyenne des dislocations vis.

La relation (II-16) a été vérifiée expérimentalement par Louchet et al. [LKV79] en traction *in situ* sur du Fe- α et par Tang et al. [TKC98] sur le tantale mais les pionniers dans la mesure de vitesses de dislocations sont Johnston et Gilman [JG59] sur des cristaux de LiF. Ainsi, (II-15) s'écrit :

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_r \exp\left(-\frac{\Delta G(\tau)}{k_b T}\right), \quad (\text{II-17})$$

où :

$$\dot{\gamma}_r = \rho_m b^3 \frac{\bar{L}}{l_c^2} v_D. \quad (\text{II-18})$$

Proposée par Kocks et al. [KAA75], pour un grand nombre de matériaux à basse température, le profil de l'énergie d'activation de franchissement d'obstacles localisés prend la forme phénoménologique suivante:

$$\Delta G(\tau) = \Delta G_0 \left(1 - \left(\frac{\tau_{eff}}{\tau_0} \right)^p \right)^q \quad (\text{II-19})$$

avec :

ΔG_0 est l'énergie d'activation sans contrainte effective.

p et q sont des constantes bornées [KAA75] :

$$\begin{aligned} 0 < p &\leq 1 \\ 1 &\leq q \leq 2 \end{aligned} \quad (\text{II-20})$$

τ_0 est la contrainte résolue maximale de résistance au mouvement des dislocations (à $T=0K$). Elle correspond donc pour les matériaux C.C. à la contrainte de Peierls décrite précédemment.

La sensibilité à la vitesse du matériau est déterminable à l'aide de la notion de volume d'activation. En différentiant l'équation (II-17), on obtient la sensibilité à la vitesse *microscopique* :

$$\left. \frac{\partial \tau}{\partial \ln \dot{\gamma}} \right|_T = - \frac{k_b T}{\left. \frac{\partial \Delta G}{\partial \tau} \right|_T} = \frac{k_b T}{V_{th}}, \quad (\text{II-21})$$

où V_{th} est le volume d'activation *théorique*. Celui-ci est relié à l'aire balayée par une dislocation lors du franchissement d'un obstacle à courte distance par :

$$V_{th} = lb\Delta R, \quad (\text{II-22})$$

où :

l est la longueur de la ligne de dislocation.

b est le module du vecteur de Burgers.

ΔR est la distance parcourue lors du franchissement d'un obstacle par activation thermique.

Dans le cas de la structure C.C., le volume d'activation théorique s'exprime également à l'aide du modèle de Peierls pour chaque système de glissement du monocristal [DR64] :

$$V_{th} = \left. \frac{\partial U_n}{\partial \tau_{eff}} \right|_T, \quad (\text{II-23})$$

avec U_n l'énergie de formation d'un double décrochement sous l'effet d'une contrainte *effective* τ_{eff} .

Expérimentalement, seul un volume d'activation *apparent* V_a peut être mesuré par saut de vitesse ou par la méthode de relaxation. Par exemple dans la première méthode, le volume d'activation *apparent* V_a est défini expérimentalement par :

$$V_a = k_b T M \frac{\ln\left(\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2}\right)}{\Sigma_1 - \Sigma_2}, \quad (\text{II-24})$$

où :

M est le facteur de Taylor.

$\dot{E}_1$ et $\dot{E}_2$ sont les deux vitesses de déformation macroscopiques imposées avec le saut de contrainte macroscopique engendré $\Delta\Sigma = \Sigma_2 - \Sigma_1$.

Selon Dorn et Rajnak [DR64], le volume d'activation *apparent* (à l'échelle du cristal et non du système de glissement) a pour expression :

$$V_a = k_b T \left. \frac{\partial \ln \dot{\gamma}}{\partial \tau_{eff}} \right|_T = V_{th} + k_b T \left. \frac{\partial \ln \rho_m}{\partial \tau_{eff}} \right|_T - k_b T \left. \frac{\partial \ln l}{\partial \tau_{eff}} \right|_T \quad (\text{II-25})$$

où :

l est la longueur moyenne d'un double décrochement.

ρ_m est la densité moyenne de dislocations mobiles.

Dans (II-25), le troisième terme est négligeable devant les deux premiers et il est évident que $V_a \neq V_{th}$. Dans le cas du polycristal, il n'est pas possible de mesurer un volume d'activation *théorique*. Le volume d'activation *apparent* pour le polycristal correspond à la moyenne des volumes d'activation *apparents* de chaque grain. L'intérêt de cette notion de volume d'activation est qu'il représente une mesure indirecte de la mobilité des dislocations. En effet, plus le volume d'activation est grand, plus la mobilité des dislocations est importante, plus on se déplace vers le régime des hautes températures. C'est la raison pour laquelle le volume d'activation est beaucoup plus important dans les métaux C.F.C. comme l'aluminium et le cuivre que dans les métaux C.C. comme le fer- α . D'après la définition (II-21), ceci explique pourquoi la sensibilité à la vitesse des métaux C.C. est plus forte que celle des métaux C.F.C.

dans le régime thermiquement activé du fait de la faible mobilité des dislocations vis dans la structure cubique centrée.

La présence d'impuretés dans le matériau a une grande influence sur la température de transition T_T . De plus, une augmentation du taux de carbone dans les aciers ferritiques diminue la sensibilité à la vitesse du matériau [YJHF92].

II.2.2.4. Transition régime thermiquement activé – régime de *phonon drag*

De nombreuses études ont montré qu'une augmentation de la sensibilité à la vitesse apparaît pour une vitesse de déformation macroscopique proche de 10^3s^{-1} . Ces faits expérimentaux ont été observés à la fois pour les métaux C.C. comme les aciers plats au carbone [CF70] et le tantale [HM77], mais également pour les métaux C.F.C. comme le cuivre [KK69] [FRK84] [JT92] (figure II.12.). Dans ce paragraphe, on se focalise sur le passage d'un mécanisme thermiquement activé ($\dot{\epsilon} < 10^3 \text{s}^{-1}$) à un mécanisme de drainage visqueux ($\dot{\epsilon} > 10^3 \text{s}^{-1}$) appelé *phonon drag* ou encore *viscous drag*.

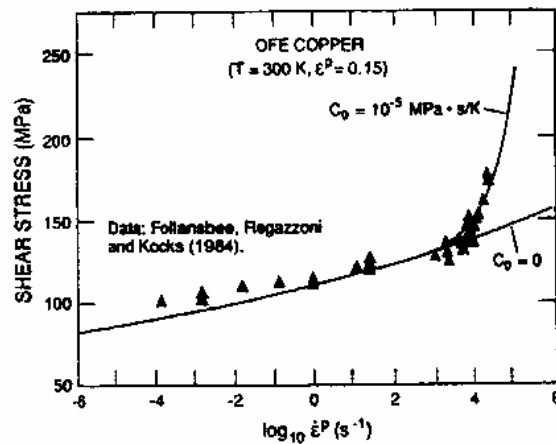


Figure II.12. Contraintes en fonction de la vitesse de déformation pour le Cuivre [FRK84].

Comme l'indique la loi d'Orowan (II-15), le taux de glissement (ou la vitesse de déformation plastique) est fonction de la vitesse moyenne des dislocations $\bar{v}$ définie à l'échelle microscopique par :

$$\bar{v} = \frac{L}{t_1 + t_2}, \quad (\text{II-26})$$

où L est l'espacement moyen entre obstacles, t_1 est le temps nécessaire au franchissement par activation thermique des obstacles, t_2 est le temps nécessaire aux dislocations pour atteindre l'obstacle suivant.

Le mouvement des dislocations sous un champ de contrainte appliqué est donc limité d'une part par le franchissement des obstacles par activation thermique (t_1) et d'autre part par le frottement de réseau entre chaque obstacle ou *phonon drag* (t_2). Dans la structure C.C., l'origine du *phonon drag* est le frottement de réseau dû aux forces de Peierls-Nabarro. Les temps t_1 et t_2 sont donc définis comme suit :

$$t_1 = \nu_0^{-1} \left\{ \exp \left(\frac{\Delta G(\tau)}{k_b T} \right) - 1 \right\}, \quad (\text{II-27})$$

$$t_2 = \frac{L}{v(\tau)}, \quad (\text{II-28})$$

où $\Delta G(\tau)$ est définie par (II-19), T est la température absolue, ν_0 est une fréquence de saut de l'obstacle et ΔG_0 représente un maximum d'énergie d'activation, $v(\tau)$ est la vitesse des dislocations due au drainage visqueux dans la région inter-obstacles :

$$v(\tau) = \frac{b\tau}{B}, \quad (\text{II-29})$$

où B est le coefficient de drainage visqueux.

L'expression finale de la vitesse moyenne des dislocations est donc dans la région de transition entre un régime thermiquement activé et un régime de drainage visqueux :

$$\bar{v} = L \nu_0 \left\{ \exp \frac{\Delta G(\tau)}{k_b T} - 1 + \frac{L \nu_0}{v(\tau)} \right\}^{-1}. \quad (\text{II-30})$$

Une représentation pratique adoptée par Follansbee et al. [FRK84] consiste à suivre l'évolution de $\frac{\bar{v}}{c_s}$ en fonction de la cisssion résolue appliquée τ (c_s est la vitesse de propagation des ondes élastiques de cisaillement). Sur la figure II.13., pour une contrainte appliquée atteignant la valeur critique $\tau = \tau_\mu + \tau_\theta$, la vitesse moyenne des dislocations suit une loi du type (II-29).

Selon Kumar et Kumble [KK69], la figure II.8. peut être complétée en prenant en compte la région de drainage visqueux. Le fait que la contrainte soit constante en fonction de la température dans le régime de drainage visqueux a été observé expérimentalement en comportement en choc pour le fer dans une gamme de température de 76 à 573K [Rho69] (figure II.14).

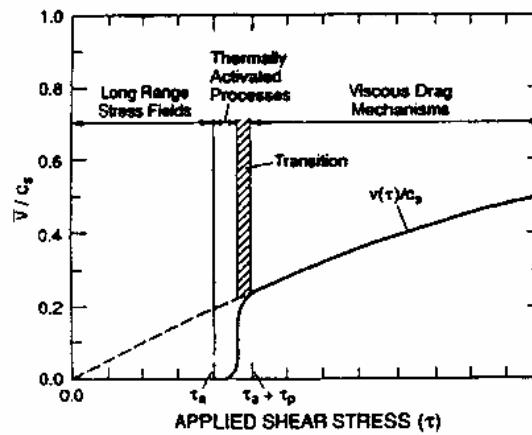


Figure II.13. Transition d'un régime thermiquement activé au régime de drainage visqueux.

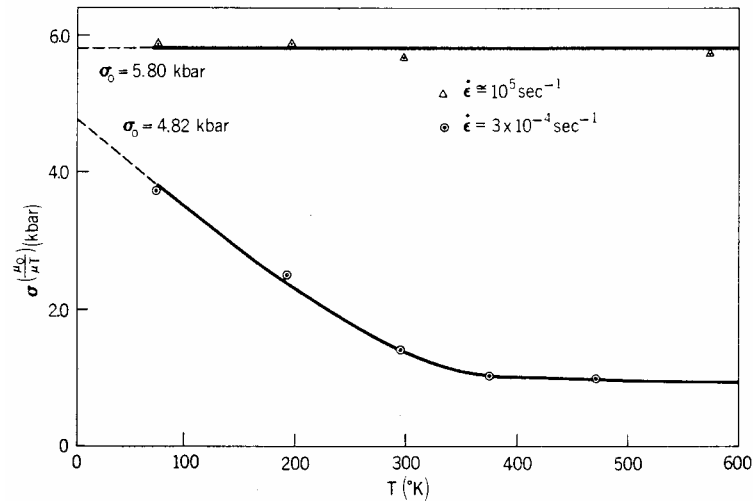


Figure II.14. Effet de la température sur les limites élastiques statique et dynamique pour le fer- α [Rho69].

II.2.2.5. Glissement plastique et écrouissage dans les monocristaux de fer- α

Selon Keh [Keh65], Keh et Nakada [KN67], les courbes contrainte/déformation des monocristaux de fer- α en traction uniaxiale à température ambiante (298K), pour un axe de traction au centre ou le long de la frontière [110]-[111] du triangle stéréographique standard, conduit à trois stades de durcissement comme pour les métaux C.F.C.. Cependant, dans le cas de monocristaux orientés pour un glissement multiple (points aux trois coins du triangle standard par exemple), les courbes d'écrouissage contrainte/déformation (τ, γ) sont paraboliques [Keh65] [KN67] [Fra83]. Sur la figure II.15., les monocristaux d'orientation D, E, G, H du triangle standard subissent trois stades d'écrouissage : ils sont dits à glissement unique (*single slip* en anglais). Les monocristaux d'orientation A, B et C présentent quant à eux un écrouissage parabolique : ils sont dits à glissement multiple (*multiple slip* en anglais).

Pour les orientations à trois stades d'écrouissage, le glissement est facile dans le stade I et les dislocations du système le plus sollicité (ou système actif) se propagent dans leur plan de glissement sans ou avec très peu d'obstacles rencontrés. Au niveau du stade II de déformation, le coefficient d'écrouissage est important et quasi constant : l'écrouissage est donc linéaire et correspond à une multiplication de la densité de dislocations autour des obstacles formant des enchevêtrements jusqu'à des sous-structures de cellules. Le stade III, d'allure parabolique, est dû à des processus d'annihilation ou de recombinaison de dislocations (*cross slip* en anglais). Le taux d'écrouissage initial est directement relié aux

nombre de systèmes actifs, c'est pourquoi dans le cas d'orientations à glissement multiple, le stade I et le stade II n'ont pas lieu et les courbes d'érouissage ont une allure parabolique.

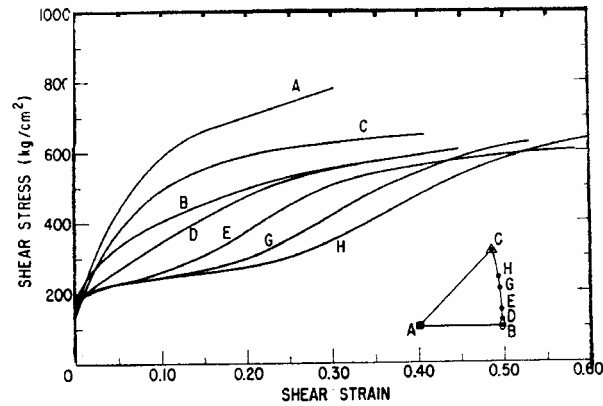


Figure II.15. Courbes (τ, γ) pour différentes orientations (repérées dans le triangle standard) de monocristaux de fer [KN67].

Une baisse de température par rapport à l'ambiante provoque également une restriction du stade II (figure II.16). Luft et al. [LRRF72] trouve les mêmes résultats dans le cas de monocristaux de molybdène, ce qui montre que ce comportement est commun à l'ensemble des métaux C.C..

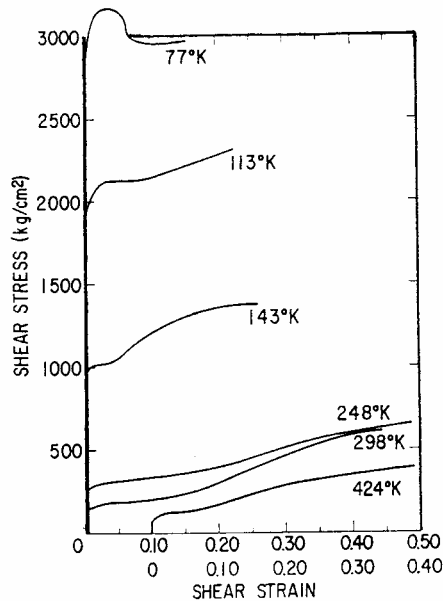


Figure II.16. Effet de la température sur les courbes (τ, γ) pour des monocristaux de fer d'orientation G [KN67].

La sensibilité à la vitesse de déformation pour un monocristal de fer- α dépend également de l'orientation de celui-ci dans le triangle standard stéréographique comme l'ont montré de nombreux auteurs [NK66] [SK70] (figure II.17.).

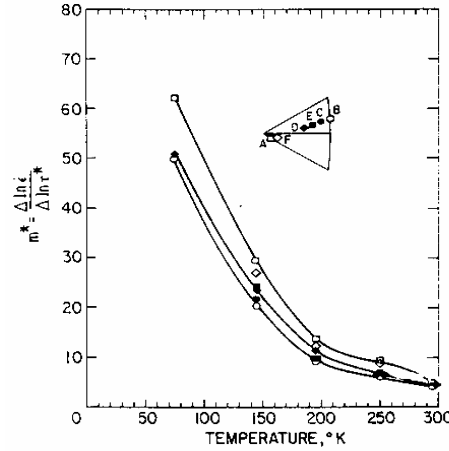


Figure II.17. Sensibilité à la vitesse de déformation logarithmique en fonction de la température et de l'orientation [SK70].

La déformation de monocristaux C.C. apparaît principalement par glissement cristallographique, bien que des macles soient observées à très faible température et/ou à très forte vitesse de déformation. Les systèmes de glissement actifs dans les cristaux C.C. sont les familles $\{110\}\langle 111\rangle$ et $\{112\}\langle 111\rangle$ mais d'autres plans de glissement non cristallographiques sont souvent observés (paquets de crayons appelés *pencil glide* en anglais [Bec95]). Contrairement aux cristaux C.F.C., la loi de Schmid portant sur la cisssion critique résolue définie en traction par :

$$\tau_c = \sigma \cos \theta \cos \lambda, \quad (\text{II-31})$$

(où θ est l'angle entre la direction de traction et la normale au plan de glissement et λ l'angle entre la direction de glissement et la direction de traction) n'est plus valable dans les cristaux C.C. [SK70] [Chr83]. Comme le montre la figure II.18., dans le domaine des basses températures (*i.e.* au dessous de T_T), la cisssion critique résolue diffère d'un plan à l'autre.

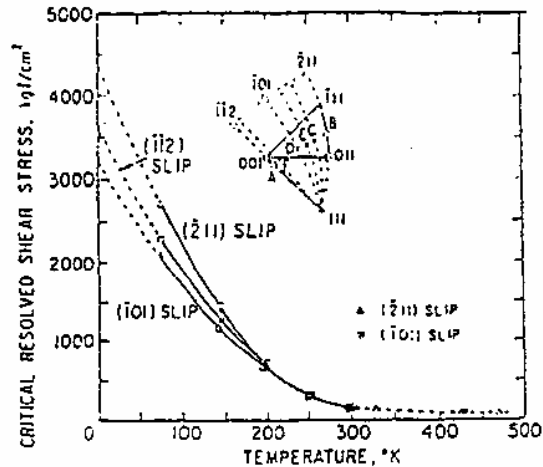


Figure II.18. Evolution des cissions critiques résolues en fonction de la température [KN68].

La raison physique pour laquelle la loi de Schmid n'est pas respectée est l'asymétrie de glissement sur la famille de plan $\{112\}$: la résistance au glissement des dislocations sur ce type de plans dans le sens du maillage est plus faible que la résistance au glissement dans le sens de l'anti-maillage [Chr83]. Vitek a élaboré un modèle à l'échelle de l'atome qui prend en compte l'influence de la structure de cœur des dislocations vis sur la déformation plastique des métaux de structure C.C. dans la région des *basses températures* [Vit74]. En utilisant le modèle de Vitek, une étude récente propose de distinguer les cissions critiques résolues initiales et à saturation sur les différents systèmes : $\{110\}\langle 111 \rangle$, $\{112\}\langle 111 \rangle$ (macle) et $\{112\}\langle 111 \rangle$ (anti-macle) [LSR99].

Franciosi [Fra83] [Fra84] a montré par des essais de glissement multiple sur le fer- α que les traces de glissement sinueuses qui n'appartiennent pas aux deux systèmes évoqués précédemment peuvent s'interpréter par une succession de microglissements sur ceux-ci, ce qui élimine la possibilité de plans de glissement de type $\{123\}$. Les orientations de glissement multiple sont alors choisies sous l'hypothèse de glissement selon les plans $\{110\}$ et $\{112\}$. En étendant la notation de Schmid et Boas à la structure C.C. (tableau II.2.), Franciosi donne alors pour des monocristaux de fer- α le domaine d'activation de chaque système en considérant des cissions critiques identiques (figure II.19.). Les expériences d'écrouissage latent réalisé par le même auteur serviront de base à la détermination de la matrice d'écrouissage pour la structure C.C. dans ce travail de thèse [Fra83] [Fra84] [Fra85].

Direction	Plane	System
TT1	011	1C
IT1	011	1D
TT1	211	1'C
IT1	211	1'D
TT1	0T1	2A
IT1	0T1	2B
TT1	211	2'A
IT1	211	2'B
TT1	101	3A
IT1	101	3C
TT1	T21	3'A
IT1	T21	3'C
TT1	T01	4B
IT1	T01	4D
TT1	121	4'B
IT1	121	4'D
TT1	T10	5B
IT1	T10	5C
TT1	112	5'B
IT1	112	5'C
TT1	110	6A
IT1	110	6D
TT1	T12	6'A
IT1	T12	6'D

Tableau II.2. Extension de la notation de Schmid et Boas à la structure C.C. [Fra83].

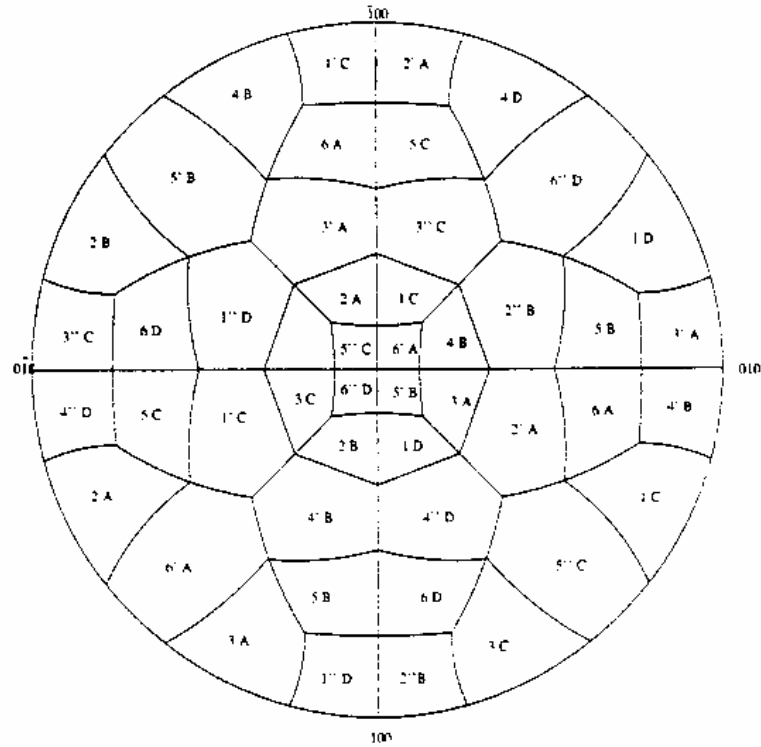


Figure II.19. Projection stéréographique selon un axe $\langle 001 \rangle$ pour des monocristaux C.C. glissant sur les familles de plans $\{110\}$ et $\{112\}$ [Fra83].

Une autre particularité des métaux C.C. (contrairement aux métaux C.F.C. [MK81]) est qu'ils ne respectent pas la loi de Cottrell-Stokes [Chr83], selon laquelle la densité d'obstacles devant être surmontée par agitation thermique augmente avec la déformation. La mise en évidence expérimentale de cette propriété est réalisable en mesurant quantitativement les incréments de contraintes causés par un changement rapide de la vitesse de déformation à température constante. Dans le cas du fer- α , pour des températures comprises dans l'intervalle [90K, 300K], le saut de contraintes n'évolue généralement pas avec la déformation [CF62]. Ceci est dû au fait que la densité d'obstacles devant être franchie par activation thermique (de type barrières de Peierls pour les matériaux C.C.) n'évolue pas au cours de la déformation. Dans les matériaux C.F.C., la densité d'obstacles à courte distance (de type forêt de dislocations) évolue avec la déformation.

II.3. Modélisation du comportement du monocristal

II.3.1. Introduction

Dans le cas des métaux polycristallins, le comportement du monocristal repose sur l'identification des mécanismes responsables de ce comportement décrits en champs locaux. En plus de l'élasticité, deux types de mécanismes sont présents : les phénomènes inélastiques (décrits dans la section précédente) comme le glissement de nature thermo-viscoplastique fonction de l'état d'écrouissage du matériau et les phénomènes anélastiques qui sont traités dans cette section. On traite tout d'abord du comportement du monocristal dans le cadre des transformations finies puis on donne les équations constitutives qui sont utilisées dans ce mémoire pour la modélisation du mono et poly-cristal.

II.3.2. Description du monocristal en transformations finies

La description quantitative de la déformation plastique des métaux par glissement cristallographique est due aux premiers travaux de Taylor et Elam [TE26] et Taylor [Tay38]. La description du comportement élastoplastique du monocristal en transformations finies est due à Hill et Rice [HR72]. La contribution des dislocations à la déformation plastique dans une description continue du glissement plastique a été généralisée aux cas des transformations finies [Asa83]. Le glissement cristallographique sur les familles de systèmes de glissement

$\{110\}\langle 111 \rangle$ et $\{112\}\langle 111 \rangle$ est prédominant dans les métaux cubiques centrés. Dans ce cas et en tenant compte des différentes permutations possibles, 24 systèmes de glissement sont en jeu si l'on ne tient pas compte de la différentiation pour les plans de type $\{112\}$ des sens macles et anti-macles.

Pour chaque système de glissement g , on note par $(m^{(g)}, n^{(g)})$ le couple de vecteurs orthogonaux et unitaires qui dans un monocristal non déformé désignent respectivement la direction de glissement et la normale au plan de glissement. D'après la figure II.20., le gradient de déformation se décompose en une partie purement (visco)plastique F^p (déplacement de la matière dans le réseau cristallin non déformé) et une partie d'origine élastique F^e qui tourne et distord le réseau cristallin. Le gradient de la transformation totale s'écrit alors:

$$F = F^e \cdot F^p \quad (\text{II-32})$$

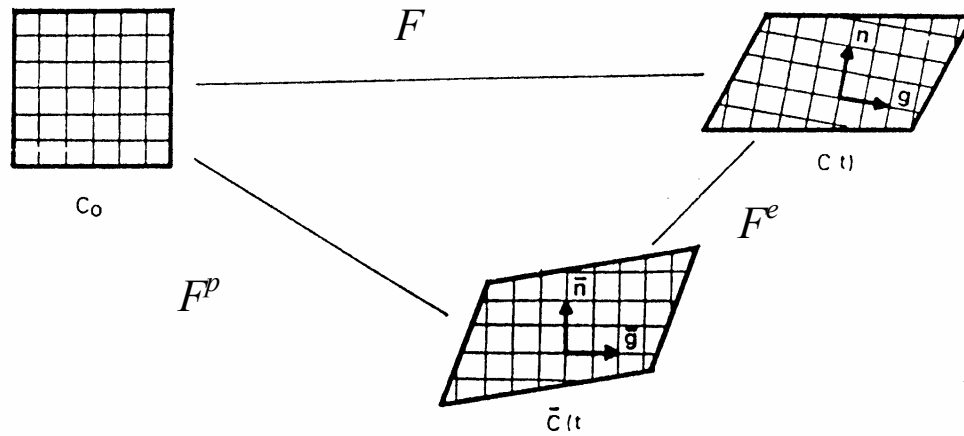


Figure II.20. Déformations et rotations du monocristal en élastoplasticité en transformations finies.

A partir de la relation (II-32), l'expression du gradient de vitesse eulérien L est:

$$L = \dot{F} \cdot F^{-1} = \dot{F}^e \cdot F^{e-1} + \dot{F}^e \cdot \dot{F}^p \cdot F^{p-1} \cdot F^{e-1} \quad (\text{II-33})$$

et ses parties élastique et (visco)plastique sont:

$$L^e = \dot{F}^e \cdot F^{e-l} \quad (\text{II-34})$$

$$L^p = \dot{F}^e \cdot \dot{F}^p \cdot F^{p-l} \cdot F^{e-l} \quad (\text{II-35})$$

La partie plastique s'exprime également en fonction des vecteurs direction de glissement actualisé $m^{*(g)}$ et normal au plan de glissement actualisé $n^{*(g)}$ par:

$$L^p = \sum_g \dot{\gamma}^{(g)} m^{*(g)} n^{*(g)}, \quad (\text{II-36})$$

où $\dot{\gamma}^{(g)}$ est le taux de glissement sur un système g , $m^{*(g)}$ et $n^{*(g)}$ sont définis par :

$$m^{*(g)} = F^e \cdot m^{(g)}, \quad (\text{II-37})$$

et

$$n^{*(g)} = n^{(g)} \cdot F^e. \quad (\text{II-38})$$

Les parties symétrique et anti-symétrique de L^p sont respectivement:

$$D^p = \sum_g \dot{\gamma}^{(g)} P^{(g)}, \quad (\text{II-39})$$

et

$$\Omega^p = \sum_g \dot{\gamma}^{(g)} W^{(g)}, \quad (\text{II-40})$$

où les tenseurs $P^{(g)}$ et $W^{(g)}$ sont respectivement :

$$P^{(g)} = \frac{1}{2} (m^{*(g)} n^{*(g)} + n^{*(g)} m^{*(g)}), \quad (\text{II-41})$$

et

$$W^{(g)} = \frac{1}{2} (m^{*(g)} n^{*(g)} - n^{*(g)} m^{*(g)}). \quad (\text{II-42})$$

Les taux de déformation et de rotation élastiques D^e et Ω^e forment respectivement les parties symétriques et anti-symétriques de L^e telles que :

$$L = D + \Omega = (D^e + D^{vp}) + (\Omega^e + \Omega^{vp}). \quad (\text{II-43})$$

La déformation élastique d'un monocristal provient donc des distortions du réseau.

II.3.3. Hypothèse des petites déformations

D'après le paragraphe précédent, la cission résolue sur chaque système de glissement g à chaque instant est :

$$\tau^{(g)} = m^{*(g)} : \sigma : n^{*(g)}. \quad (\text{II-44})$$

La dérivée par rapport au temps de $\tau^{(g)}$ est un invariant scalaire tel que :

$$\dot{\tau}^{(g)} = \frac{\partial(m^{*(g)} : \sigma : n^{*(g)})}{\partial t} = m^{*(g)} : \tilde{\sigma} : n^{*(g)}, \quad (\text{II-45})$$

où $\tilde{\sigma}$ est une dérivée objective telle que la dérivée de Jaumann. En effet, la loi de comportement devant être invariante dans tout changement de référentiel d'après le principe d'objectivité, on utilise le plus fréquemment la dérivée de Jaumann comme dérivée objective définie par:

$$\tilde{\sigma} = \dot{\sigma} - \Omega \cdot \sigma + \sigma \cdot \Omega, \quad (\text{II-46})$$

où σ est le tenseur des contraintes de Cauchy.

En petites déformations, les transformations faisant intervenir les rotations sont négligeables et les taux de contrainte sont identiques dans les repères liés à la matière, au réseau cristallin et au laboratoire. On obtient alors classiquement :

$$\dot{\tau}^{(g)} = m^{(g)} : \dot{\sigma} : n^{(g)}, \quad (\text{II-47})$$

où σ est le tenseur des contraintes de Cauchy. De plus, les lois de comportement élastoplastiques ou élastoviscoplastiques supposent le principe de partition des taux de

déformation élastique $\dot{\varepsilon}^e$ et (visco)plastique $\dot{\varepsilon}^{vp}$, telle que le taux de déformation total pour le monocristal $\dot{\varepsilon}$ s'écrit :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{vp} . \quad (\text{II-48})$$

Dans le paragraphe suivant, on exprime le tenseur $\dot{\varepsilon}^{vp}$ en partant de la loi d'écoulement viscoplastique portant sur les taux de glissement $\dot{\gamma}^{(g)}$ issus des mécanismes de déformation inélastique.

II.3.4. Loi d'écoulement thermoviscoplastique

L'anisotropie associée au glissement cristallographique est représentée par une matrice [LB89] [LKB90] [Lip93] issue des travaux de Franciosi [Fra84]. En se basant sur 24 systèmes de glissement, la figure II.21. représente la matrice d'anisotropie notée a^{gh} .

Le glissement cristallographique pour les métaux C.C. est bien représenté par les deux familles de systèmes de glissement $\{110\} \langle 111 \rangle$ et $\{112\} \langle 111 \rangle$. Si la direction de glissement n'est pas différenciée, les interactions entre les dislocations de ces deux systèmes de glissement mènent à une matrice 24×24 car 24 systèmes de glissement sont considérés. Selon Franciosi, les interactions sont en première approximation classées selon deux types : les interactions faibles (entre dislocations appartenant aux mêmes systèmes, aux systèmes colinéaires et aux systèmes coplanaires) représentées par les termes a_1 et les interactions fortes (entre les dislocations appartenant aux systèmes sécants) représentées par les termes a_2 . La relation existant entre ces deux termes détermine le coefficient d'anisotropie q tel que : $a_2 = q a_1$. Le coefficient q est fixé à 1,1. Cette valeur provient des travaux de Lipinski et al. sur les aciers C.C [LB89] [LKB90] [Lip93]. Hoc utilise pour sa part une matrice d'anisotropie 24×24 à 6 coefficients dans laquelle les interactions entre les familles de plans de type $\{110\}$ ont été supposées plus faibles que celles entre les familles de plans $\{112\}$ [Hoc99].

	A1	B1	C1	G1	H1	I1	D2	E2	C2	J2	K2	L2	D3	B3	F3	M3	N3	O3	A4	E4	F4	P4	Q4	R4
A1	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
B1	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
C1	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
G1	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
H1	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
I1	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
D2	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
E2	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂
C2	a ₂	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
J2	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
K2	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
L2	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
D3	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
B3	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
F3	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂
M3	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
N3	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
O3	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂
A4	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁
E4	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁
F4	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁
P4	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁
Q4	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁
R4	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₂	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁	a ₁

Famille de plans {110} A:(1-10), B:(10-1), C:(01-1), D:(110), E:(101), F:(011)
 Famille de plans {112} G:(11-2), H:(1-21), I:(-211), J:(1-12), K:(12-1), L:(211), M:(1-1-2),
 N:(121), O:(-2-11), P:(-1-1-2), Q:(-121), R:(2-11)
 Directions <111> 1:<111>, 2:<-111>, 3:<1-11>, 4:<11-1>

Figure II.21. Matrice d'anisotropie du glissement cristallographique pour la structure C.C.

Dans l'approche multi-systèmes, le taux de glissement sur chaque système de glissement s'exprime selon la loi suivante d'après le paragraphe II.2.2.3.:

$$\dot{\gamma}^{(g)} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau_{eff}^{(g)}}{\mu} \right)^2 \exp \left(\frac{-\Delta G}{k_b T} \left(1 - \frac{|\tau_{eff}^{(g)}|^p}{\tau_r^{(g)}} \right)^q \right) \text{sgn}(\tau_{eff}^{(g)}), \quad (\text{II-49})$$

où :

$\dot{\gamma}_0$ est une constante intrinsèque au matériau. Le terme pré exponentiel inclut la densité de dislocations mobiles qui est dans une première approximation proportionnelle à

$$\left(\frac{\tau_{eff}^{(g)}}{\mu} \right)^2 \text{ (d'après [KAA75]).}$$

μ est le module élastique de cisaillement du matériau.

ΔG l'énergie d'activation nécessaire pour franchir les barrières de Peierls à contrainte effective nulle.

k_b est la constante de Boltzmann.

T est la température absolue.

p et q sont des constantes décrites précédemment.

$\tau_{eff}^{(g)} = \tau^{(g)} - \tau_{\mu}^{(g)}$ est la valeur de la cission résolue effective sur le système de glissement g considéré. $\tau_{\mu}^{(g)}$ représente la cission résolue due aux contraintes internes à l'origine de l'écroutissage cinématique intragranulaire.

$\tau_r^{(g)}$ est une contrainte de référence (propriété du matériau) qui décrit la contrainte maximale de franchissement des obstacles à courtes distances (barrières de Peierls et forêts de dislocations).

p et q sont des constantes décrites précédemment.

Le tenseur taux de déformation viscoplastique local s'écrit :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \sum_g R_{ij}^{(g)} \dot{\gamma}^{(g)}, \quad (\text{II-50})$$

où $R_{ij}^{(g)} = \frac{1}{2} (m_i^{(g)} n_j^{(g)} + m_j^{(g)} n_i^{(g)})$ est le tenseur de Schmid.

D'après (II-49), (II-50) et la définition de $\tau_{eff}^{(g)}$:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \frac{\dot{\gamma}_0}{\mu^2} \sum_g R_{ij}^{(g)} |\tau_{eff}^{(g)}| \left(1 - \frac{\tau_{\mu}^{(g)}}{\tau^{(g)}} \right) \exp \left(\frac{-\Delta G}{k_b T} \left(1 - \left(\frac{|\tau_{eff}^{(g)}|}{\tau_r^{(g)}} \right)^p \right)^q \right) \tau^{(g)} \quad (\text{II-51})$$

Puisque $\tau^{(g)} = R_{kl}^{(g)} \sigma_{kl}$,

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \frac{\dot{\gamma}_0}{\mu^2} \sum_g R_{ij}^{(g)} |\tau_{eff}^{(g)}| \left(1 - \frac{\tau_{\mu}^{(g)}}{\tau^{(g)}} \right) \exp \left(\frac{-\Delta G}{k_b T} \left(1 - \left(\frac{|\tau_{eff}^{(g)}|}{\tau_r^{(g)}} \right)^p \right)^q \right) R_{kl}^{(g)} \sigma_{kl} \quad (\text{II-52})$$

Dans le cas où $\tau^{(g)} = \tau_{eff}^{(g)}$,

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \frac{\dot{\gamma}_0}{\mu^2} \sum_g R_{ij}^{(g)} |\tau^{(g)}| \exp \left(\frac{-\Delta G}{k_b T} \left(1 - \left(\frac{|\tau^{(g)}|}{\tau_r^{(g)}} \right)^p \right)^q \right) R_{kl}^{(g)} \sigma_{kl} \quad (\text{II-53})$$

Le tenseur des complaisances viscoplastiques est défini selon la formulation sécante [Hut76] [LT93] par :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = m_{ijkl}^{vp} (\sigma) \sigma_{kl}. \quad (\text{II-54})$$

En comparant (II-52) et (II-54), le tenseur des complaisances viscoplastiques est dans le cas où $\tau^{(g)} = \tau_{eff}^{(g)} + \tau_{\mu}^{(g)}$:

$$m_{ijkl}^{vp} = \frac{\dot{\gamma}_0}{\mu^2} \sum_g R_{ij}^{(g)} R_{kl}^{(g)} |\tau_{eff}^{(g)}| \left(1 - \frac{\tau_{\mu}^{(g)}}{\tau^{(g)}} \right) \exp \left(\frac{-\Delta G}{k_b T} \left(1 - \left(\frac{|\tau_{eff}^{(g)}|}{\tau_r^{(g)}} \right)^p \right)^q \right). \quad (\text{II-55})$$

Dans le cas où $\tau^{(g)} = \tau_{eff}^{(g)}$,

$$m_{ijkl}^{vp} = \frac{\dot{\gamma}_0}{\mu^2} \sum_g R_{ij}^{(g)} R_{kl}^{(g)} |\tau^{(g)}| \exp \left(\frac{-\Delta G}{k_b T} \left(1 - \left(\frac{|\tau^{(g)}|}{\tau_r^{(g)}} \right)^p \right)^q \right). \quad (\text{II-56})$$

II.3.5. Lois d'écrouissage intragranulaire

La loi d'écrouissage donne l'évolution de $\tau_r^{(g)}$ qui prend classiquement la forme :

$$\dot{\tau}_r^{(g)} = \sum_h H^{(gh)} |\dot{\gamma}^{(h)}|, \quad (\text{II-57})$$

où $H^{(gh)}$ est la matrice d'écrouissage du matériau dont trois formes ont été comparées par Paquin et al. [PBFLB01]. La matrice retenue est d'origine physique et elle est démontrée dans l'ANNEXE 1.

$$H^{(gh)} = \frac{\alpha\mu}{2} \frac{a^{(gh)}}{\sqrt{\sum_h a^{(gh)} \rho^{(h)}}} \left(\frac{\sqrt{\sum_{i \neq h} \rho^{(i)}}}{K} - 2y_c \rho^{(h)} \right), \quad (\text{II-58})$$

avec :

α constante proche de 0,5 d'après [MK81].

$a^{(gh)}$ est la matrice d'anisotropie du matériau définie précédemment.

K est un paramètre matériau concernant le libre parcours moyen des dislocations.

y_c est la distance d'annihilation critique des dislocations : c'est la distance minimale qu'il peut y avoir entre deux dislocations avant que celle-ci s'attirent et s'annihilent.

$\rho^{(h)}$ est la densité de dislocations sur chaque système de glissement qui suit une évolution du type :

$$\dot{\rho}^{(h)} = \frac{1}{b} \left(\frac{\sqrt{\sum_{i \neq h} \rho^{(i)}}}{K} - 2y_c \rho^{(h)} \right) \left| \dot{\gamma}^{(h)} \right|, \quad (\text{II-59})$$

où b est la norme du vecteur de Burgers.

La loi (II-58) décrit un durcissement classique contenant la matrice d'écrouissage décrivant le stockage et l'annihilation de dislocations dans le matériau.

L'écrouissage cinématique intragranulaire peut être déterminé par une loi linéaire classique de type Prager [Pra56] où :

$$\dot{\tau}_{\mu}^{(g)} = R_{ij}^{(g)} \dot{\sigma}_{\mu ij}, \quad \dot{\sigma}_{\mu} = c \dot{\varepsilon}^{vp}, \quad (\text{II-60})$$

où c est appelé coefficient de Prager. Celui-ci peut être estimé de manière phénoménologique à l'aide de courbes macroscopiques [LC85] ou de manière micromécanique [SLB97] [BL98]. Dans le chapitre IV, on utilise l'approche micromécanique pour estimer ce coefficient dans le cas où des précipités intragranulaires sont présents au sein du matériau.

II.3.6. Modélisation de l'adoucissement thermique

L'adoucissement thermique qui a lieu à grande vitesse de déformation suite à un échauffement de l'éprouvette (couplage thermomécanique) peut être pris en compte dans la modélisation. La contrainte $\tau_r^{(g)}$ présente deux contributions :

$$\tau_r^{(g)} = \tau_{r0}(T) + \alpha \mu b \sqrt{\sum_h a^{gh} \rho^h}, \quad (\text{II-61})$$

avec $\alpha \approx 0,5$ [MK81].

Dans (II-61), τ_{r0} est la contrainte de Peierls (supposée identique pour tous les systèmes de glissement) qui dépend de la température (cf. paragraphe II.2.2.2.) et $\alpha \mu b \sqrt{\sum_h a^{gh} \rho^h}$ est la contrainte due au franchissement des obstacles comme les forêts de dislocation. En dérivant la relation (II-61) à déformation constante par rapport à la température, on trouve dans le cas d'un échauffement homogène:

$$\dot{\tau}_r^{(g)} = \sum_h H^{(gh)} \left| \dot{\gamma}^{(h)} \right| - g(T) \dot{T}, \quad (\text{II-62})$$

où g est une fonction de la température dont une forme particulière semi-empirique sera utilisée dans le chapitre IV (cf. paragraphe IV.4.2.).

Un échauffement provoque également une augmentation de la distance critique d'annihilation $y_c(T)$ selon Essmann et Mughrabi [EM79]. Par ailleurs, une approximation de la dépendance en température de y_c est selon Essmann et Mughrabi [EM79]:

$$y_c(T) \sim \frac{\mu b}{2\pi \tau_{r0}(T)} = \frac{\beta(y_c)}{\tau_{r0}(T)}, \quad (\text{II-63})$$

où $\beta(y_c)$ est une constante caractéristique des processus d'annihilation (y_c).

Le module élastique de cisaillement μ varie également avec la température, mais celle-ci est faible d'après Köster [Kös48], dans l'intervalle de température s'étendant de 295K (où le

module d'Young E est égal à 213000 MPa) à 373K ($E=207000$ MPa). Cette variation n'est pas prise en compte du point de vue de la modélisation.

II.3.7. Autre formulation thermoviscoplastique

La loi thermoviscoplastique locale peut également s'exprimer sous forme d'une loi à seuil pour les métaux de structure C.C. de la façon suivante [NON98]:

- si $|\tau_{eff}^{(g)}| > \tau_r^{(g)}$:

$$\dot{\gamma}^{(g)} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau_{eff}^{(g)}}{\mu} \right)^2 \exp \left(- \frac{\Delta G}{k_b T} \left\{ I - \left(\frac{|\tau_{eff}^{(g)}| - \tau_r^{(g)}}{\hat{\tau}^{(g)}} \right)^p \right\}^q \right) \text{sgn}(\tau_{eff}^{(g)}), \quad (\text{II-64})$$

- sinon : $\dot{\gamma}^{(g)} = 0$.

Dans (II-64), les constantes matériau $\dot{\gamma}_0$, μ , ΔG , p et q sont les mêmes que celles utilisées dans l'expression (II-49). Cette loi nécessite l'introduction d'un nouveau paramètre : $\hat{\tau}^{(g)}$ qui définit pour chaque système de glissement g la contrainte à laquelle la dislocation franchit la barrière de Peierls sans assistance de l'activation thermique, c'est-à-dire à $T=0K$. Par ailleurs, une loi viscoplastique à seuil telle que (II-64) décrira mieux le comportement aux très faibles déformations qu'une loi viscoplastique sans seuil, notamment pour des essais cycliques [Cai88] [Cai92]. Pour les essais dynamiques monotones en traction ou cisaillement menés jusqu'à des déformations de l'ordre de 15% (là où l'hypothèse des petites déformations devient grossière), la loi (II-49), plus simple sur le plan numérique, sera utilisée.

II.3.8. Prise en compte des effets anélastiques dans la modélisation

Aux temps courts, on tient également compte des contributions anélastiques relatives au processus physique lié à l'effet Snoek [NB72]. L'effet Snoek correspond au réarrangement sous l'effet d'une contrainte appliquée d'atomes interstitiels tels que les atomes de carbone. Dans ce paragraphe, on calcule les complaisances visqueuses linéaires supposées isotropes associées à ce phénomène.

Dans l'hypothèse de partition du taux de déformation local en tout point et à chaque instant, on a:

$$\dot{\varepsilon}(r, t) = \dot{\varepsilon}^e(r, t) + \dot{\varepsilon}^{vl}(r, t) + \dot{\varepsilon}^{vp}(r, t), \quad (\text{II-65})$$

où $\dot{\varepsilon}^e$ est la contribution élastique, $\dot{\varepsilon}^{vl}$ est la contribution visqueuse linéaire (effet Snoek) et $\dot{\varepsilon}^{vp}$ est la contribution viscoplastique.

La loi de comportement élastoviscoplastique s'écrit donc:

$$\dot{\varepsilon} = s : \dot{\sigma} + (m^{vl} + m^{vp}(\sigma)) : \sigma. \quad (\text{II-66})$$

où s , m^{vl} et m^{vp} sont les tenseurs de complaisances élastiques, visco-linéaires et viscoplastiques. Pour simplifier, on considère la contribution viscoélastique sous la forme linéaire telle que :

$$\dot{\varepsilon} = s : \dot{\sigma} + m^{vl} : \sigma. \quad (\text{II-67})$$

Les tenseurs des modules élastiques et visqueux linéaires sont alors définis par :

$$c = s^{-I}, \quad (\text{II-68})$$

et

$$b^{vl} = (m^{vl})^{-I}. \quad (\text{II-69})$$

Le comportement visqueux linéaire isotrope compressible est tel que :

$$m_{ijkl}^{vl} = 2\mu_{vl}^m I_{ijkl} + \lambda_{vl}^m \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad (\text{II-70})$$

et

$$b_{ijkl}^{vl} = 2\mu_{vl} I_{ijkl} + \lambda_{vl} \delta_{ij} \delta_{kl}. \quad (\text{II-71})$$

Il faut maintenant considérer un élément de type Maxwell soumis à un chargement en traction. La loi de comportement est du type :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta}, \quad (\text{II-72})$$

où E et η sont respectivement les modules d'Young et la viscosité du matériau. η joue le même rôle que E de telle sorte que :

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad (\text{II-73})$$

et :

$$\mu_{vl} = \frac{\eta}{2(1+\nu_{vl})}, \quad \lambda_{vl} = \frac{\eta\nu_{vl}}{(1+\nu_{vl})(1-2\nu_{vl})}, \quad (\text{II-74})$$

où μ et ν sont respectivement le module de cisaillement élastique et le coefficient de Poisson élastique et μ_{vl} et ν_{vl} respectivement le module de cisaillement visqueux linéaire et le coefficient de Poisson visqueux linéaire associé à η .

Dans le cas d'un chargement en contrainte cyclique, la contrainte peut s'écrire dans l'espace complexe sous la forme :

$$\sigma^* = \sigma_0 e^{i\omega t}. \quad (\text{II-75})$$

On a alors :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 e^{i(\omega t - \delta)}. \quad (\text{II-76})$$

Le module complexe est défini par :

$$E^* = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\delta} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cos \delta + i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \sin \delta = E' + iE''. \quad (\text{II-77})$$

Ainsi,

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'} . \quad (\text{II-78})$$

En remplaçant les équations (II-75) et (II-76) dans l'équation (II-72), on trouve :

$$i\omega\varepsilon^* = \frac{i\omega\sigma^*}{E} + \frac{\sigma^*}{\eta} , \text{ et :} \quad (\text{II-79})$$

$$E^* = \frac{i\omega\eta E}{E + i\omega\eta} = \frac{i\omega\eta}{1 + i\omega\tau} = \frac{\omega^2\eta\tau}{1 + \omega^2\tau^2} + i\frac{\omega\eta}{1 + \omega^2\tau^2} , \quad (\text{II-80})$$

avec :

$$\tau = \frac{\eta}{E} . \quad (\text{II-81})$$

Par conséquent :

$$\tan \delta = \frac{I}{\omega\tau} = \frac{E}{\omega\eta} . \quad (\text{II-82})$$

Des chargements cycliques exécutés à température ambiante sur des aciers bas-carbone à différentes fréquences f montrent que $\tan\delta$ décrit un pic de relaxation correspondant à l'effet Snoek [Sno41] à une fréquence égale à 1Hz soit une pulsation $\omega = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$. La valeur maximale du pic a été mesurée égale à 10^{-3} d'après Nowick et Berry [NB72]. En prenant $\mu = 80000 \text{ MPa}$ et $E = 208 \times 10^3 \text{ MPa}$, on trouve $\eta = 3.3 \times 10^7 \text{ MPa.s}$. Comme la valeur de ν_{vl} est inconnue, nous supposons $\nu_{vl} = \nu = 0.3$. En utilisant (II-74), on trouve finalement : $\mu_{vl} = 1.3 \times 10^7 \text{ MPa.s}$ et $\lambda_{vl} = 7.5 \times 10^6 \text{ MPa.s}$.

A l'issue de ce paragraphe, le tenseur des complaisances visqueuses m qui est une somme de deux contributions viscolinéaires et viscoplastiques : $m = m^{vl} + m^{vp}$. D'après (II-70), m^{vl} est un tenseur compressible isotrope et d'après (II-55), m^{vp} est un tenseur incompressible anisotrope qui est non inversible. Ainsi, le premier terme non négligeable aux temps courts permet d'inverser le tenseur m dans les premiers pas de calcul numérique puis il devient négligeable devant le second terme qui augmente sous forme d'exponentielle avec la contrainte (figure II.22).

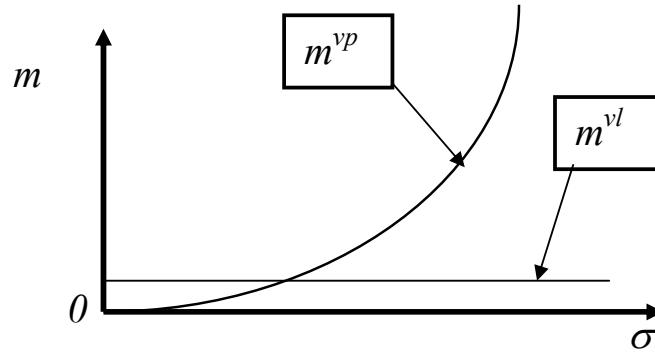


Figure II.22. Evolutions schématiques avec la contrainte des tenseurs de complaisances viscoélastiques linéaires m^{vl} et viscoplastiques m^{vp} .

II.4. Conclusion

Les lois décrivant le comportement élastoviscoplastique des monocristaux de ferrite ont été présentées et seront utilisées pour modéliser la réponse d'aciers polycristallins lors d'essais à vitesse de déformation imposée. Ces aciers ont un comportement très sensible à la température et à la vitesse de déformation pour des températures inférieures à la température de transition du matériau proche de l'ambiante. La modélisation du comportement inélastique, établie dans ce chapitre, permet de prendre en compte l'ensemble de ces effets. La forte contrainte de Peierls, présente dans la structure cubique centrée, est à l'origine du comportement observé pour les aciers. L'adoucissement thermique prononcé pour ce type de matériaux est également pris en compte dans la modélisation. Par une approche multi-systèmes, la vitesse de déformation viscoplastique est calculée à l'aide du tenseur de Schmid, et, le tenseur des complaisances viscoplastiques représentant les mécanismes de type inélastique est déterminé. La modélisation de l'écrouissage intracristallin repose sur la loi d'évolution de la variable densité de dislocations qui contient à la fois un terme de création et d'annihilation de dislocations. L'interaction des différents systèmes de glissement est pris en compte au travers d'une matrice d'anisotropie de glissement contenant deux termes et traduisant l'auto-écrouissage et l'écrouissage latent dans les monocristaux cubiques centrés. La modélisation micromécanique des phénomènes de relaxation anélastique (type effet Snoek) permet de traduire le comportement viscoélastique linéaire dans les aciers bas carbone. Dans l'hypothèse des petites déformations, le gradient de la vitesse pour le

monocristal se décompose sous forme de somme d'une partie élastique et d'une partie visqueuse selon le modèle de Maxwell. Dans le chapitre suivant, ces lois intracristallines sont couplées à des lois d'interactions intergranulaires à partir d'estimations autocohérentes. On obtient ainsi un comportement macroscopique à *variables internes* permettant, à partir d'un comportement local élastoviscoplastique (de type maxwellien), de retrouver le comportement global dans le cas de matériaux hétérogènes comme les métaux polycristallins.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [AKS87] ANAND, L., KIM, K.H., SHAWKI, T.G. (1987) Onset of shear localization in viscoplastic solids. *J. Mech. Phys. Solids* **35**, No. 4, 407-429.
- [Asa83] ASARO, R.J. (1983) Crystal Plasticity. *ASME J. Appl. Mech.* **50**, 921-934.
- [Bec95] BECKER, R. (1995) Pencil glide formulation for polycrystal modelling. *Scripta Metall.* **32**, 2051-2054.
- [BL98] BARLAT, F., LIU, J. (1998) Precipitate-induced anisotropy in binary Al-Cu alloys. *Mat. Sci. Engng. A* **257**, 47-61.
- [Cai88] CAILLETAUD, G. (1988) Une approche micromécanique du comportement des polycristaux. *Rev. Phys. Appliquée* **23**, 353-365.
- [Cai92] CAILLETAUD, G. (1992) A micromechanical approach to inelastic behaviour of metals. *Int. J. Plasticity* **8**, 55-73.
- [CC00a] CAYSSIALS, F., COLATOSTI, A. (2000) Caractérisation dynamique de l'acier ES. *Note interne SOLLAC, LEDEPP (Usinor)*.
- [CC00b] CAYSSIALS, F., COLATOSTI, A. (2000) Caractérisation dynamique de l'acier Dual-Phase 600. *Note interne SOLLAC, LEDEPP (Usinor)*.
- [CF62] CONRAD, H., FREDERICK, S. (1962) The effect of temperature and strain-rate on the flow stress of iron. *Acta Metall.* **10**, 1013-1020.
- [CF70] CAMPBELL, J.D., FERGUSON, W.G. (1970) The temperature and strain-rate dependence of the shear strength of mild steel. *Phil. Mag.* **81**, 63-82.
- [Chi87] CHIEM, C.Y. (1987) Dynamic effects of microstructures in correlation with macroscopic plasticity of materials at high rates of strain. In : *Impact Loading and Dynamic Behaviour of Materials*, Chiem, C.Y., Kunze, H.-D. and Meyer, L.W. (eds.) (Vol. 1), DGM-Verlag, Germany, 57-76.
- [Chr83] CHRISTIAN, J.W. (1983) Some surprising features of the plastic deformation of body-centered cubic metals and alloys. *Metall. Trans.* **14A**, 1238-1256.
- [Con64] CONRAD, H. (1964) Thermally activated deformation of metals. *J. Metals*, July, 582-588.
- [Con1885] CONSIDERE, A. (1885) Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions. *Ann. Ponts et Chaussées* **9**, 574.

- [Dan99] DANIELOU, A. (1999) Etude des mécanismes de plasticité et de l'amorçage des fissures en fatigue dans le domaine de l'endurance dans un acier IFTi et dans du fer ultra pur. *Note Interne IRSID (Usinor)*, France.
- [DR64] DORN, J.E., RAJNAK, S. (1964) *Trans. AIME*, 1052.
- [EM79] ESSMANN, U., MUGHRABI, H. (1979) Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocation densities. *Phil. Mag.* **A 40**, No. 6, 731-756.
- [FM85] FRESSENGEAS, C., MOLINARI, A. (1985) Inertia and thermal effects on the localization of plastic flow. *Acta Metall.* **33**, No. 3, 387-396.
- [Fra83] FRANCIOSI, P. (1983) Glide mechanisms in b.c.c. crystals : an investigation of the case α -iron through multislip and latent hardening tests. *Acta Metall.* **31**, No. 9, 1331-1342.
- [Fra84] FRANCIOSI, P. (1984) Etude théorique et expérimentale du comportement élastoplastique des monocristaux métalliques se déformant par glissement : modélisation pour un chargement complexe quasi-statique. *Thèse d'Habilitation de l'Université de Paris-Nord*, France.
- [Fra85] FRANCIOSI, P. (1985) The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals. *Acta Metall.* **33**, No. 9, 1601-1612.
- [FRK84] FOLLANSBEE, P.S., REGAZZONI, G., KOCKS, U.F. (1984) The transition to drag-controlled deformation in copper at high strain rates. *Inst. Phys. Conf. Ser. No. 70*, Harding J. (ed.), 71-80.
- [Gra91] GRAY III, G.T. (1991) Deformation substructures induced by high rate deformation. In : *Modeling the Deformation of Crystalline Solids*, Lowe, T.C., Rollett, A.D., Follansbee, P.S. and Daehn, G.S. (eds.), The Minerals, Metals and Materials Society, 145-158.
- [GZ00] GARY, G., ZHAO, H. (2000) Etude expérimentale du comportement dynamique des matériaux. *Méc. Ind.* **1**, 15-26.
- [Har77] HARDING, J. (1977) Effect of temperature and strain-rate on strength and ductility of four alloy steels. *Met. Technology*, January, 6-16.
- [HDH87] HARTLEY, K.A., DUFFY, J., HAWLEY, R.H. (1987) Measurement of the temperature profile during shear band formation in steels deforming at high strain rates. *J. Mech. Phys. Solids* **35**, No. 3, 283-301.
- [HM77] HOGE, K.G., MUKHERJEE, A.K. (1977) The temperature and strain rate dependence of the flow stress of tantalum. *J. Mater. Sci.* **12**, 1666-1672.

- [Hoc99] HOC, T. (1999) Etude expérimentale et numérique de la localisation lors de changements de trajets dans un acier doux. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Paris*, France.
- [HR72] HILL, R., RICE, J.R. (1972) Constitutive analysis of elastic-plastic crystals at arbitrary strain. *J. Mech. Phys. Solids* **20**, 401-413.
- [Hut76] HUTCHINSON, J.W. (1976) Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials. *Proc. Roy. Soc. London A* **348**, 101-127.
- [JG59] JOHNSTON, W.G., GILMAN, J.J. (1959) Dislocation velocities, dislocation densities, and plastic flow in lithium fluoride crystals. *J. Appl. Phys.* **30**, No. 2, 129-144.
- [JT92] JOHNSON, J.N., TONKS, D.L. (1992) Dynamic plasticity in transition from thermal activation to viscous drag. In : *Shock Compression of Condensed Matter* 1991, Schmidt, S.C., Dick, R.D., Forbes, J.W. and Tasker, D.G. (eds.), Elsevier Publishers B.V., 371-378.
- [KAA75] KOCKS, U.F., ARGON, A.S., ASHBY, M.F. (1975) Thermodynamics and kinetics of slip. *Prog. Mat. Science* **19**. Pergamon Press, Oxford, UK.
- [Keh65] KEH, A.S. (1965) Work-hardening and deformation sub-structure in iron single crystals deformed in tension at 298°C. *Phil. Mag.* **12**, 9-30.
- [KK69] KUMAR, A., KUMBLE, R.G. (1969) Viscous drag on dislocations at high strain rates in copper. *J. Appl. Phys.* **40**, No. 9, 3475-3480.
- [KN67] KEH, A.S., NAKADA, Y. (1967) Plasticity of iron single crystals. *Can. J. Phys.* **45**, 1101-1120.
- [KN68] KEH, A.S., NAKADA, Y. (1968) Yielding, plastic flow and dislocation substructure in iron single crystals. *Trans. JIM* **9**, 876-884.
- [KN00] KAPOOR, R., NEMAT-NASSER, S. (2000) Comparison between high and low strain-rate deformation of tantalum. *Metall. Mat. Trans.* **31A**, 815-823.
- [Kös48] KÖSTER, W. (1948) *Z. Metallkde* **39**, 145.
- [KW63] KEH, A.S., WEISSMANN, S. (1963) Deformation in body-centered-cubic metals. In : *Electron Microscopy and Strength of Crystal*, Thomas, G., Washburn, J. (eds.), 231-300.
- [LB89] LIPINSKI, P., BERVEILLER, M. (1989) Elastoplasticity of microinhomogeneous metals at large strains. *Int. J. Plasticity* **5**, 149-172.
- [LC85] LEMAITRE, J., CHABOCHE, J.-L. (1985) *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, Paris, France.

- [Lip93] LIPINSKI, P. (1993) Modélisation du comportement des métaux en transformations élastoplastiques élastoplastiques finies à partir des méthodes de transition d'échelles. *Thèse d'Habilitation de l'Université de Metz*, France.
- [LKB90] LIPINSKI, P., KRIER, J., BERVEILLER, M (1990) Elastoplasticité des métaux en grandes déformations : comportement global et évolution de la structure interne. *Rev. Phys. Appliquée* **25**, 361-388.
- [LKD92] LAN, Y., KLAAR, H.J., DAHL, W. (1992) Evolution of dislocation substructure and deformation behavior of iron at different temperature : Part I. Strain-hardening curves and cellular structure. *Metall. Trans.* **23A**, 537-544.
- [LKV79] LOUCHET, F., KUBIN, L.P., VESELY, D. (1979) In situ deformation of b.c.c. crystals at low temperatures in a high-voltage electron microscope – Dislocation mechanisms and strain-rate equation. *Phil. Mag.* **A 39**, No. 4, 433-454.
- [LRRF72] LUFT, A., RICHTER, J., REITZENSTEIN, W., FINKE, P. (1972) Der Einfluss der Temperatur auf das Verformungsverhalten, die Gleitgeometrie und Verformungsstruktur von Molybdän-Einkristallen. In : *Reinstoffprobleme*, Balarin M. (ed.), Bl. IV, Akademie-Verlag, Berlin, Germany, 285-320.
- [LSR99] LEE, Y.L., SUBHASH, G., RAVICHANDRAN, G. (1999) Constitutive modeling of textured body-centered-cubic (b.c.c.) polycrystals. *Int. J. Plasticity* **15**, 625-645.
- [LT93] LEBENSOHN, R. A., TOME, C.N. (1993) A self-consistent anisotropic approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals : application to zirconium alloys. *Acta Metall. Mater.* **41**, No. 9, 2611-2624.
- [MD88] MARCHAND, A., DUFFY, J. (1988) An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel. *J. Mech. Phys. Solids* **36**, No. 3, 251-283.
- [MK81] MECKING, H., KOCKS, U.F. (1981) Kinetics of flow and strain-hardening. *Acta Metall.* **29**, 1865-1875.
- [NB72] NOWICK, A.S., BERRY, B.S. (1972) Anelastic relaxation in crystalline solids. Academic Press. New York, USA.

- [NGL99] NEMAT-NASSER, S., GUO, W., LIU, M. (1999) Experimentally-based micromechanical modeling of dynamic response of molybdenum. *Scripta Mater.* **40**, No. 7, 859-872.
- [NI97] NEMAT-NASSER, S., ISAACS, J.B. (1997) Direct measurement of isothermal flow stress of metals at elevated temperatures and high strain rates with application to Ta and Ta-W alloys. *Acta Mater.* **45**, No. 3, 907-919.
- [NK66] NAKADA, Y., KEH, A.S. (1966) Latent hardening in iron single crystals. *Acta Metall.* **14**, 931-973.
- [NON98] NEMAT-NASSER, S., OKINAKA, T., NI, L. (1998) A physically-based constitutive model for B.C.C. crystals with application to polycrystalline tantalum. *J. Mech. Phys. Solids* **46**, No. 6, 1009-1038.
- [PBFLB01] PAQUIN, A., BERBENNI, S., FAVIER, V., LEMOINE, X., BERVEILLER, M. (2001) Micromechanical modeling of the elastic-viscoplastic behavior of polycrystalline steels. *Int. J. Plasticity* **17**, 1627-1302.
- [Pra56] PRAGER, W. (1956) *J. Appl. Mech.* **23**, 493-496.
- [RH66] ROSENFELD, A.R., HAHN, G. (1966) Numerical description of the ambient low temperature and high strain rate flow and fracture behaviour of plain carbon steel. *Trans. Am. Soc. Metals* **59**, 967.
- [Rho69] RHODE, R.W. (1969) Dynamic yield behavior of shock-loaded iron from 76 to 573K. *Acta Metall.* **17**, 353-363.
- [Rus00] RUSINEK, A. (2000) Modélisation thermoviscoplastique d'une nuance de tôle d'acier aux grandes vitesses de déformation – Etude expérimentale et numérique du cisaillement, de la traction et de la perforation. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz, France.*
- [SK70] SPITZIG, W.A., KEH, A.S. (1970) Orientation dependence of the strain-rate sensitivity and thermally activated flow in iron single crystals. *Acta Metall.* **18**, 1021-1033.
- [SLB97] SCHMITT, C., LIPINSKI, P., BERVEILLER, M. (1997) Micromechanical modelling of the elastoplastic behavior of polycrystals containing precipitates – Application to hypo- and hyper-eutectoid steels. *Int. J. Plasticity* **13**, No. 3, 183-199.

- [Sno41] SNOECK, J.J. (1941) Effect of small quantities of carbon and nitrogen on the elastic and plastic properties of iron. *Physica* **8**, 711-733.
- [Tay38] TAYLOR, G.I. (1938) Plastic strain in metals. *J. Inst. Metals* **61**, 307-324.
- [TE26] TAYLOR, G.I., ELAM, C.F. (1926) The distortion of iron crystals. *Proc. Roy. Soc. London A* **112**, 337.
- [Thu92] THUILLIER, S. (1992) Rhéologie et microstructure associées à un trajet complexe de déformation pour une nuance d'acier doux. *Thèse de Doctorat de l'INP Grenoble*, France.
- [TKC98] TANG, M., KUBIN, L.P., CANOVA, G.R. (1998) Dislocation mobility and the mechanical response of B.C.C. single crystals : a mesoscopic approach. *Acta Mater.* **46**, No. 9, 3221-3235.
- [TQ34] TAYLOR, G.I., QUINNEY, H. (1934) The latent energy remaining in a metal after cold-working. *Proc. Roy. Soc London A* **143**, 307-326.
- [Vit74] VITEK, V. (1974) Theory of the core structure of dislocations in body-centered cubic metals. *Crystal Lattice Defects* **5**, 1-34.
- [YJHF92] YONGNING, L., JINHUA, Z., HUIJIU, Z., FOLLANSBEE, P.S. (1992) Variation of yield stress with strain-rate for three carbon steels. *ASME J. Engng. Mat. Tech.* **114**, 348-353.

CHAPITRE III

ESTIMATIONS

AUTOCOHÉRENTES DU

COMPORTEMENT

ÉLASTOVISCOPLASTIQUE DES

MATÉRIAUX HÉTÉROGÈNES

CHAPITRE III

Estimations autocohérentes du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes

III.1. Introduction

La méthode autocohérente proposée initialement par Hershey [Her54] et Kröner [Krö58] pour les matériaux élastiques linéaires a été étendue ensuite au comportement élastoplastique par le modèle incrémental de Hill [Hil65]. Hutchinson a ensuite étendu le modèle autocohérent de Hill au comportement viscoplastique [Hut76]. Un autre modèle suggéré par Kröner [Krö61] a été utilisé dans le but de calculer les contraintes internes dues à un champ de déformation inélastique incompatible. Ce modèle repose sur le problème de l'inclusion plastique noyée dans une matrice plastique. Cependant, il devient erroné lorsqu'il est utilisé pour construire des schémas de transition d'échelle car il donne une réponse macroscopique beaucoup trop raide en surestimant les interactions entre constituants du matériau hétérogène. L'origine élastique de ces interactions n'est pas réaliste lorsque le comportement du matériau est de nature élastoplastique [BZ79] [ZR93].

Les comportements de nature viscoélastique et élastoviscoplastique (viscoélastiques non linéaires) soulèvent un problème encore plus complexe dû principalement au caractère différentiel des équations constitutives impliquant différents ordres de dérivation en ce qui concernent les contraintes et les déformations.

Les couplages complexes entre les champs mécaniques proviennent de la nature héréditaire du comportement et de l'hétérogénéité du matériau de sorte que des effets dits de *mémoire longue* apparaissent. On considère une assemblée de constituants viscoélastiques linéaires obéissant à la loi de Maxwell :

$$\dot{\varepsilon} = a^I : \sigma + b^I : \dot{\sigma} \quad (\text{III-1})$$

où a^I et b^I désignent respectivement les tenseurs de complaisances visqueuse et élastique du constituant I . La loi de Maxwell présente une *mémoire courte* contrairement à la loi macroscopique déduite de (III-1) qui est de la forme [Suq85] :

$$\dot{E} = A^{hom} : \Sigma + B^{hom} : \dot{\Sigma} + \int_0^t J(t-s) : \dot{\Sigma}(s) ds \quad (III-2)$$

où les tenseurs A^{hom} et B^{hom} découlent de l'homogénéisation respectivement purement visqueuse et élastique sur les tenseurs locaux a^I et b^I des constituants I . Le comportement global de l'agrégat de constituants maxwelliens ne suit pas une loi de Maxwell et comprend un terme intégral appelé terme de *mémoire longue* du matériau. Celui-ci traduit la complexité des interactions viscoélastiques ou élastoviscoplastiques dans les matériaux hétérogènes. Le comportement homogénéisé d'un ensemble de constituants maxwelliens est donc complexe. C'est pourquoi les tentatives de Weng [Wen81], Nemat-Nasser et Obata [NO86], Harren [Har91], dont la forme de la loi de comportement homogénéisée est maxwellienne, sont trop approchées.

Actuellement, deux types d'approches ont été conduites pour résoudre le problème, il s'agit des méthodes dites *héréditaires* [Rou94] [RSZ93] [RSZ94] [Mas98] [MZ99] et des méthodes dites à *variables internes* [Paq98] [PSB99] [PBFLB01] [SBFB02]. En viscoélasticité non linéaire, le modèle héréditaire *linéarisé* de Rougier [Rou94] a été amélioré par Masson et Zaoui [Mas98] [MZ99] dans le cas du polycristal au travers d'une formulation *affine* et simplifié par Brenner [Bre01] dans le cas des essais de fluage. Dans ce mémoire, on présente, dans la continuité du travail de thèse de Paquin [Paq98], une nouvelle classe de modèles micromécaniques couplant élasticité et viscoplasticité au travers d'une formulation à *variables internes* (Sabar et al. [SBFB02]).

III.2. Méthodes de type *héréditaire*

III.2.1. Généralités

Le point de départ des méthodes *héréditaires* est l'étude du cas viscoélastique linéaire (non vieillissant) que les techniques basées sur la transformée de Laplace-Carson permettent de ramener au cas élastique linéaire par le principe de correspondance [Man66] [Sal83]. On est ramené alors à un problème en élasticité dans une écriture symbolique.

La formulation thermodynamique avec variables internes des comportements viscoélastiques et élastoviscoplastiques conduit à des équations différentielles de telle sorte que les contraintes et/ou les déformations apparaissent à différents ordres de dérivation. La propriété d'hérédité traduisant que la réponse actuelle du matériau dépend non seulement de la sollicitation actuelle mais aussi de toute l'histoire du matériau, est représentable par une dépendance fonctionnelle (ou correspondance fonctionnelle) entre l'histoire des contraintes et l'histoire des déformations. Dans l'hypothèse des petites déformations, on a :

$$\varepsilon(t) = \kappa \left[\sigma(\tau)_{-\infty}^t \right] \quad (\text{III-3})$$

où κ est la fonctionnelle. Le matériau se souvient de toutes les sollicitations qui lui ont été imposées dans le passé, c'est-à-dire pour $\tau < t$ (si l'on admet le principe de causalité). A chaque instant t , la déformation $\varepsilon(t)$ dépend donc de l'histoire de la contrainte jusqu'à cet instant.

En viscoélasticité linéaire, la fonctionnelle κ est linéaire, c'est-à-dire :

$$\kappa \left[\lambda_1 \sigma_1(\tau)_{-\infty}^t + \lambda_2 \sigma_2(\tau)_{-\infty}^t \right] = \lambda_1 \kappa \left[\sigma_1(\tau)_{-\infty}^t \right] + \lambda_2 \kappa \left[\sigma_2(\tau)_{-\infty}^t \right] \quad \forall \tau < t \quad (\text{III-4})$$

où λ_1 et λ_2 sont des nombres réels. Cette propriété donne lieu au principe de superposition de Boltzmann qui s'énonce [Sal83] : « si l'on superpose deux histoires de sollicitations, la réponse est la superposition des réponses ». En considérant un chargement appliqué à un matériau viscoélastique linéaire et constitué de deux incréments de contrainte $\Delta\sigma_1$ et $\Delta\sigma_2$,

chacun apportant une contribution indépendante $\varepsilon_1(t)$ et $\varepsilon_2(t)$, la déformation totale peut être déduite en sommant la déformation viscoélastique produite par chaque incrément de contrainte. La réponse $\varepsilon(t)$ s'obtient en superposant les effets des deux contributions tels que :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t J(\tau, t) d\sigma(\tau) \quad (\text{III-5})$$

où $J(\tau, t)$ est la fonction de fluage du matériau viscoélastique linéaire sous chargement uniaxial. En notation tensorielle, la loi de comportement locale pour un matériau viscoélastique linéaire (non-vieillissant) s'écrit à l'aide d'une intégrale de Stieljes [GS64] :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t n(t - \tau) : d\sigma(\tau) \quad (\text{III-6})$$

où n est le tenseur fonction de fluage (propriété de symétrie, $\forall t$). (III-6) s'écrit également sous forme condensée :

$$\varepsilon(t) = n \otimes d\sigma \quad (\text{III-7})$$

où $\otimes$ désigne le produit de convolution dans l'espace de Stieljes.

De plus, la fonction tensorielle $n(t)$ est supposée suffisamment régulière pour être inversible [GS64].

Dans le cas où on se limite à des histoires de contraintes et de déformations identiquement nulles pour tout t négatif, celles-ci pouvant présenter des discontinuités en $t=0$, (III-6) peut alors s'écrire [Rou94]:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t n(t - \tau) : d\sigma(\tau) + n(t) : \sigma(0) \quad (\text{III-8})$$

La fonction tensorielle $l(t)$ définie par :

$$\sigma(t) = l \otimes d\varepsilon \quad (\text{III-9})$$

est la fonction inverse de la fonction de fluage. On l'appelle la fonction tensorielle de relaxation et elle vérifie dans l'espace de convolution de Stieljes :

$$l \otimes n = n \otimes l = H(t)I \quad (\text{III-10})$$

où $H(t)$ est la fonction Heaviside et I est le tenseur unité.

Grâce à la notion de fonctionnelle, les approches *héréditaires* permettent de découpler les variables temps et espace, ce qui permet d'effectuer simplement la transition d'échelle en se ramenant à un problème d'homogénéisation en élasticité symbolique comme on le verra dans le paragraphe suivant. En contrepartie, ces approches nécessitent la connaissance à chaque instant t de toute l'histoire des sollicitations passées (figure III.1.), ce qui les rend limitées du point de vue numérique.

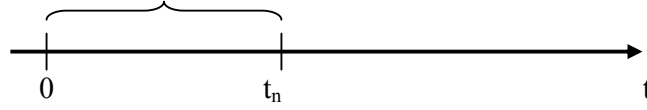


Figure III.1. Représentation schématique des approches *héréditaires*.

D'autre part, il est souvent délicat d'inverser les solutions homogénéisées dans l'espace de Laplace-Carson à l'exception de cas simples ou moyennant des approximations numériques. On verra par la suite le calcul analytique de l'homogénéisation autocohérente d'un matériau biphasé de constituants maxwelliens isotropes incompressibles, et, au travers de la formulation affine, une approximation numérique permettant de simplifier le passage à l'espace réel par transformée de Laplace-Carson inverse.

Dans le cas plus général de la viscoélasticité non linéaire ou de l'élastoviscoplasticité, Rougier et al. [RSZ94] ont linéarisé la loi de comportement locale combinant à la fois élasticité et viscoplasticité. Ainsi, sur un intervalle de temps donné $[t, t+dt]$, chaque constituant du polycristal possède un comportement viscoélastique linéaire auquel on peut appliquer l'approche *héréditaire* symbolique dans l'espace de Laplace-Carson. Masson et

Zaoui [MZ99] améliorent l'approche de Rougier par une formulation *affine* en se ramenant à un *milieu hétérogène linéaire de comparaison* pour le cas des matériaux hétérogènes élastoviscoplastiques. Actuellement, une simplification du modèle de Masson-Zaoui permet une application de ce dernier au cas du fluage des alliages de zirconium [Bre01].

Les fondements du modèle autocohérent dit *classique* sont d'abord rappelés en viscoélasticité linéaire pour un matériau non vieillissant. Le principe de correspondance permet de se ramener à un problème hétérogène en élasticité symbolique dont la résolution du schéma autocohérent est détaillée. Ensuite, on décrit l'intérêt d'une formulation affine dans le cas non linéaire de l'élastoviscoplasticité en se basant sur le modèle de Masson-Zaoui et ses actuelles extensions [Mas98] [Bre01].

III.2.2. Problème hétérogène viscoélastique linéaire

III.2.2.1. Equation intégrale du problème hétérogène viscoélastique linéaire

L'approche héréditaire symbolique est basée sur le principe de correspondance qui permet de résoudre la solution d'un problème viscoélastique linéaire non-vieillissant à partir du problème élastique symbolique puis en inversant la solution symbolique obtenue.

Les équations du problème pour un milieu infini hétérogène V de modules viscoélastiques linéaires non-vieillissants $l(r, t)$ soumis sur sa frontière ∂V à une déformation uniforme E sont les suivantes :

$$\sigma(r, t) = l(r, t) \otimes d\varepsilon(r, t) \quad (\text{III-11})$$

$$\text{div } \sigma(r, t) = 0 \quad (\text{III-12})$$

$$\varepsilon(r, t) = \nabla^s \underline{u}(r, t) \quad (\text{III-13})$$

$$\underline{u}^d(t) = E(t) \cdot \underline{x} \text{ sur } \partial V, \quad (\text{III-14})$$

où $r(x_1, x_2, x_3)$ désigne la position d'un point M dans l'espace V .

On trouve, par une démarche classique de micromécanique (équation de Navier, tenseurs de Green modifiés) (cf. thèse de Paquin, p. 145 [Paq98]), l'équation intégrale en

déformation du problème hétérogène viscoélastique linéaire. Celle-ci possède la forme suivante dans l'espace de convolution de Stieljes :

$$\varepsilon_{mn}(r, t) = E_{nm}(t) - \int_{V'} \Gamma_{mnij}^0(r - r') \otimes d\delta_{ijkl}(r') \otimes d\varepsilon_{kl}(r') dV', \quad (\text{III-15})$$

où Γ^0 désigne le tenseur de Green associé au tenseur des modules de viscoélasticité linéaire associé au milieu homogène de référence tel que :

$$l_{ijkl}(r, t) = L_{ijkl}^0(t) + \delta l_{ijkl}(r, t) \quad (\text{III-16})$$

$$L_{ijkl}^0 = L_{jikl}^0 = L_{ijlk}^0 = L_{klij}^0. \quad (\text{III-17})$$

Γ^0 est défini par :

$$\Gamma_{mnij}^0(r - r', t) = -\frac{1}{2} \left(G_{jn,im}^0(r - r', t) + G_{jm,in}^0(r - r', t) \right), \quad (\text{III-18})$$

où G^0 est le tenseur de Green associé à L^0 qui vérifie :

$$\int_{\tau=-\infty}^t L_{ijkl}^0(t - \tau) dG_{jn,ik}^0(r - r', \tau - t') + \delta_{in} \delta(r - r') H(t - t') = 0 \quad \forall (r - r') \in V, \quad (\text{III-19})$$

$$G_{jn}^0(r - r', t - t') = 0 \quad \forall r' \in V, r \in \partial V, \forall t. \quad (\text{III-20})$$

III.2.2.2. Approximation autocohérente symbolique en viscoélasticité linéaire

En viscoélasticité linéaire, le schéma autocohérent, traité par Laws et McLaughlin [LM78], conduit à une résolution simple du problème hétérogène viscoélastique linéaire basée sur le principe de correspondance entre la viscoélasticité linéaire dans l'espace de convolution de Stieljes et l'élasticité dans l'espace de Laplace-Carson [Law80] [LM78]. Dans ce paragraphe, on détaille l'approximation autocohérente en élasticité réalisée dans l'espace de Laplace-Carson. Pour réaliser l'homogénéisation autocohérente symbolique, on utilise la transformée de Laplace-Carson définie par :

$$\hat{f}(p) = p \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \quad \forall p \text{ complexe.} \quad (\text{III-21})$$

Les produits de convolution de Stieljes deviennent alors des produits ordinaires dans l'espace de Laplace-Carson. La loi de comportement viscoélastique linéaire pour un matériau non vieillissant (III-11) devient la loi de comportement élastique symbolique suivante :

$$\hat{\sigma}(r, p) = \hat{l}(r, p) : \hat{\varepsilon}(r, p). \quad (\text{III-22})$$

L'équation intégrale (III-15) se ramène par transformée de Laplace-Carson à :

$$\hat{\varepsilon}(r, p) = \hat{E}(p) - \int_V \hat{F}^0(r - r', p) : \hat{\mathcal{L}}(r', p) : \hat{\varepsilon}(r', p) dV. \quad (\text{III-23})$$

L'objectif de l'approximation autocohérente est de simplifier l'équation intégrale (III-23), correspondant à celle du problème élastique symbolique, pour la rendre plus locale. L'approximation autocohérente repose sur la décomposition du tenseur de Green modifié $\hat{F}^0$ en une partie locale $\hat{F}_l^0$ et une partie non locale $\hat{F}_{nl}^0$ telles que [DZ73] [Krö89] :

$$\hat{F}^0(r - r', p) = \delta(r - r') \hat{F}_l^0(p) + \hat{F}_{nl}^0(r - r', p), \quad (\text{III-24})$$

où $\delta(r)$ est la fonction de Dirac au sens des convolutions spatiales. En tenant compte de (III-24), l'équation (III-23) s'écrit :

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}(r, p) = & \hat{E}(p) - \hat{F}_l^0(p) : \hat{\mathcal{L}}(r, p) : \hat{\varepsilon}(r, p) \\ & - \int_V \hat{F}_{nl}^0(r - r', p) : \hat{\mathcal{L}}(r', p) : \hat{\varepsilon}(r', p) dV. \end{aligned} \quad (\text{III-25})$$

Dans (III-25), le terme non local décroît en $\frac{1}{|r - r'|^3}$ [Krö89]. Ainsi, la contribution des termes à distance (spatiale) peut être négligée en imposant la condition de moyenne sur le volume :

$$\overline{\hat{\mathcal{L}}(r, p) : \hat{\varepsilon}(r, p)} = 0. \quad (\text{III-26})$$

En utilisant la loi de comportement (III-22) et les conditions de moyenne sur le volume :

$$\overline{\hat{\sigma}(r, p)} = \hat{\Sigma}(p), \quad \overline{\hat{\varepsilon}(r, p)} = \hat{E}(p), \quad (\text{III-27})$$

la condition de moyenne (III-26) conduit à la relation :

$$\hat{\Sigma}(p) = \hat{L}^0(p) : \hat{E}(p). \quad (\text{III-28})$$

On suppose que le comportement du matériau homogénéisé est lui-même élastique dans l'espace de Laplace-Carson (viscoélastique linéaire non vieillissant dans l'espace réel), soit :

$$\hat{\Sigma}(p) = \hat{L}^{eff}(p) : \hat{E}(p), \quad \hat{L}^0(p) = \hat{L}^{eff}(p). \quad (\text{III-29})$$

La relation de localisation élastique symbolique est:

$$\hat{\varepsilon}(r, p) = \hat{A}(r, p) : \hat{E}(p), \quad (\text{III-30})$$

où $\hat{A}(r, p)$ est le tenseur de localisation symbolique de déformation défini d'après (III-25) par :

$$\hat{A}(r, p) = \left(\hat{I} + \hat{L}_I^{eff}(p) : \delta \hat{L}^{eff}(r, p) \right)^{-1}. \quad (\text{III-31})$$

et

$$\hat{L}^{eff}(p) = \overline{\hat{l}(r, p) : \hat{A}(r, p)}. \quad (\text{III-32})$$

La démarche effectuée à partir de l'équation (III-25) correspond à la démarche autocohérente classique réalisée en élasticité.

Pour revenir au problème viscoélastique linéaire (sans vieillissement), on applique aux équations (III-30) à (III-32), la transformée de Laplace-Carson inverse. Dans l'ANNEXE 2, la démarche précédente basée sur le principe de correspondance et la résolution du schéma autocohérent en élasticité symbolique est appliquée au cas simple d'un matériau biphasé dont

chaque phase a un comportement maxwellien isotrope incompressible. Dans ce cas, une expression analytique du module effectif dans l'espace réel $L^{\text{eff}}(t)$ a été trouvée par Rougier et al. [RSZ93]. Le modèle de Rougier et al. est basé sur le problème de l'inclusion viscoélastique linéaire résolu par Hashin [Has69], à l'aide des transformées de Laplace-Carson. Dans le chapitre IV, ce modèle est appelé modèle de Hashin-Rougier. Le passage à la transformée de Laplace-Carson inverse nécessite une intégration dans le plan complexe. Dans ce cas, le spectre de relaxation du Milieu Homogène Equivalent a été également trouvé par Rougier [Rou94] (cf. ANNEXE 2).

III.2.3. Formulation affine en élastoviscoplasticité des matériaux hétérogènes

Dans le cadre de la viscoélasticité non linéaire (ou élastoviscoplasticité), la difficulté par rapport aux paragraphes précédents, tient au fait que l'homogénéisation est non linéaire. Afin de se ramener à une homogénéisation linéaire, Ponte-Castañeda introduit alors la notion de *milieu hétérogène linéaire de comparaison* [Pon91]. Cette notion consiste donc, considérant un milieu hétérogène non linéaire dans un état donné, à le figer provisoirement dans sa structure pour lui affecter en tout point des caractéristiques linéarisées puis à se poser le problème de son homogénéisation désormais linéaire. En fait, le modèle incrémental de Hill en élastoplasticité [Hil65], utilise déjà des caractéristiques linéarisées : les modules tangents instantanés tels que le traitement pas à pas du problème élastoplastique se ramène à un problème à homogénéisation linéaire.

Les approches dites en *champs moyens* considèrent pour chaque phase des caractéristiques linéarisées associées à la déformation ou à la contrainte moyenne [Zao01]. La formulation de Hill choisit des modules instantanés uniformes par phase associés à la déformation moyenne. Ce choix n'est bien sûr pas unique et d'autres formulations sont possibles pour les comportements non linéaires tels que l'élastoplasticité, la viscoplasticité ou encore l'élastoviscoplasticité. Actuellement, plusieurs formulations sont possibles : incrémentale, sécante, tangente, affine. Les approches dites *par les potentiels* (qui ne seront pas développées dans ce mémoire) fournissent de nouveaux moyens de comparaison entre les différentes formulations possibles afin de déceler les plus pertinentes (et celles qui dépassent les bornes). Ces derniers ont notamment montré que le modèle de Hill viole les bornes (pour les modules) et constitue de ce fait une formulation trop raide [BS01]. La formulation affine

développée par Masson et Zaoui, s'avère plus pertinente que la formulation de Hill de 1965 [Mas98] [MZ99]. De plus en viscoplasticité, la prédiction par la formulation affine du fluage stationnaire à l'aide d'une loi puissance dans le cas d'un polycristal C.F.C. est située entre celles des modèles incrémental de Hutchinson [Hut76] et tangent de Molinari et al. [MCA87] (figure III.2.).

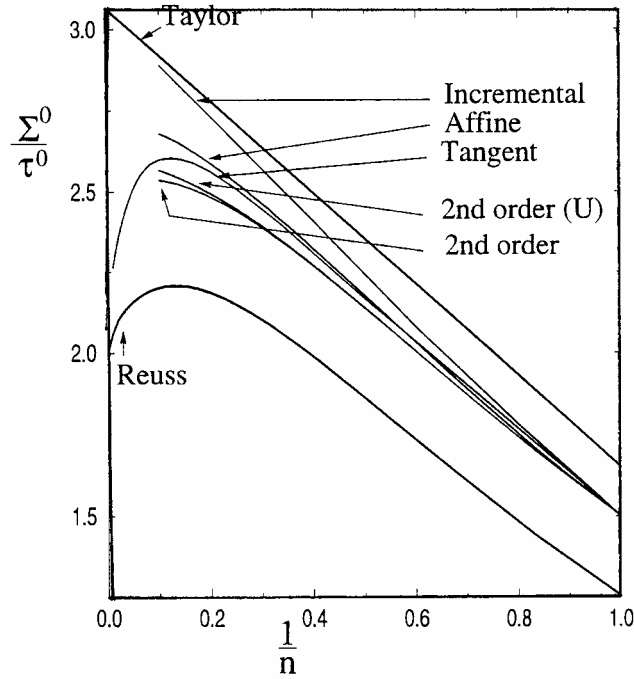


Figure III.2. Fluage en loi puissance d'un polycristal C.F.C. sans texture en traction simple : évolution de la contrainte de référence Σ_0 / τ_0 avec la sensibilité à la vitesse de déformation $m=1/n$ [MBSZ00].

Une formulation affine a été proposée récemment en élastoviscoplasticité par Masson et Zaoui [Mas98] [MZ99] et appliquée aux alliages de zirconium par Brenner [Bre01]. Celle-ci est basée sur une homogénéisation linéaire en utilisant la notion de *milieu hétérogène linéaire de comparaison* et est décrite dans l'ANNEXE 3.

III.2.4. Conclusion sur les méthodes de type *héréditaire*

Les approches de type *héréditaire* consistent à appliquer le principe de correspondance dans l'espace de Laplace-Carson permettant ainsi dans le cas du problème de

l'homogénéisation en viscoélasticité linéaire de se ramener à un problème en élasticité linéaire symbolique dans l'espace de Laplace-Carson. Les produits de convolution au sens de Stieljes dans l'espace direct deviennent alors des produits algébriques sur les transformées. Dans le cas de l'élastoviscoplasticité, l'introduction d'un milieu fictif linéaire appelé *milieu hétérogène linéaire de comparaison* qui correspond, pour un état donné, au milieu hétérogène non linéaire permet de se ramener à un problème d'homogénéisation linéaire qui se traite de la même façon qu'en viscoélasticité linéaire. Parmi les techniques de linéarisation, la formulation affine est actuellement la plus efficace et le problème viscoélastique non linéaire se transforme en un problème *thermoviscoélastique* linéaire (c'est-à-dire viscoélastique linéaire avec déformation libre). Les approches de type *héréditaire* restent cependant très lourdes au niveau numérique notamment lors du passage à la transformée de Laplace-Carson inverse. Les approches dites à *variables internes* procurent alors une autre voie de résolution du problème élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes plus simples sur le plan numérique.

III.3. Méthodes à *variables internes*

III.3.1. Généralités

Les approches à *variables internes* peuvent être préférées pour leur simplicité et leur formulation plus naturelle utilisant une démarche incrémentale plutôt qu'intégrale. Le choix s'est porté sur ce type de méthodes également pour leur simplicité numérique et leurs bases physiques. Ceci nécessite, comme pour les autres voies d'approche, une démarche micromécanique rigoureuse sur le plan des interactions mécaniques entre constituants de nature élastoviscoplastique. Ce type d'approches repose sur la formulation thermodynamique à *variables internes* du comportement dont le but est de décrire la propriété d'hérédité non pas par une dépendance fonctionnelle entre contraintes et déformations, mais par une dépendance instantanée par rapport à des variables décrivant l'état actuel du matériau (les *variables internes*) dont les lois d'évolution sont connues. La figure III.3. montre de manière schématique le principe des méthodes à *variables internes*.

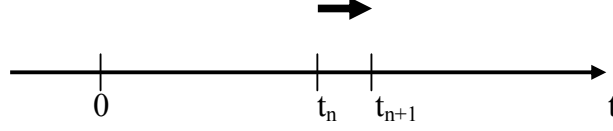


Figure III.3. Représentation schématique des approches à *variables internes* : le comportement au pas t_{n+1} dépend uniquement du comportement au pas t_n .

Dans le cas du comportement élastoviscoplastique, deux contributions doivent être prises en compte :

- une contribution élastique (basée sur l'énergie libre et des variables d'état) reliant le tenseur taux de déformation élastique $\dot{\varepsilon}^e$ au tenseur taux de contrainte $\dot{\sigma}$ par le tenseur des modules élastiques c .
- une contribution visqueuse (décrivant la dissipation) reliant le tenseur taux de déformation viscoplastique $\dot{\varepsilon}^{vp}$ au tenseur des contraintes σ mais également au tenseur des déformations viscoplastiques ε^{vp} et à la température.

Ainsi, dans le cadre du modèle de Maxwell, la loi de comportement du matériau élastoviscoplastique s'écrit :

$$\dot{\varepsilon} = s : \dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^{vp} , \quad (\text{III-33})$$

où :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = g(\sigma, \varepsilon^{vp}, T) , \quad (\text{III-34})$$

dont une forme peut être :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = m : \sigma . \quad (\text{III-35})$$

Dans (III-35), m est le tenseur des complaisances viscoplastiques.

Les premières tentatives de modélisation autocohérente en élastoviscoplasticité ont été développées par Weng [Wen81], Nemat-Nasser et Obata [NO86] et Harren [Har91] en grandes transformations. Ces tentatives proposent un traitement de la transition d'échelle en

élastoviscoplasticité basée sur l'approche de Kröner en élastoplasticité [Krö61]. Dans la suite, on identifiera ce type de modèle sous le nom de modèle de Kröner-Weng.

III.3.2. Modèle de Kröner-Weng

III.3.2.1. Présentation

On considère un matériau hétérogène V d'élasticité $c(r)$ et présentant une déformation libre (*eigenstrain*) au sens de Kröner $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$. Le matériau est soumis à une vitesse de déformation macroscopique $\dot{E}$. Les équations du problème s'écrivent alors :

$$\dot{\sigma}(r) = c(r) : (\dot{\varepsilon}(r) - \dot{\varepsilon}^{vp}(r)), \quad (\text{III-36})$$

$$\text{div} \dot{\sigma} = 0, \quad (\text{III-37})$$

$$\dot{\varepsilon} = \nabla^s \underline{\dot{u}}, \quad (\text{III-38})$$

$$\underline{\dot{u}}^d = \dot{E} \cdot \underline{x} \text{ sur } \partial V \quad (\text{III-39})$$

L'approximation de Kröner-Weng consiste à introduire des fluctuations du champ de taux de déformation viscoplastique $\dot{\varepsilon}^{vp}$ autour d'un champ de taux de déformation viscoplastique uniforme $\dot{E}^{vp}$ (qui n'est pas nécessairement la moyenne de $\dot{\varepsilon}^{vp}$) et des fluctuations de $c(r)$ autour d'un milieu de référence homogène d'élasticité C :

$$\dot{\varepsilon}^{vp}(r) = \dot{E}^{vp} + \delta \dot{\varepsilon}^{vp}(r) \quad (\text{III-40})$$

$$c(r) = C + \delta c(r) \quad (\text{III-41})$$

La formulation du problème hétérogène conduit à l'équation intégrale suivante [Wen81]:

$$\dot{\varepsilon}(r) = \dot{E} - \int_V \Gamma^C(r - r') : (\delta c(r') : \dot{\varepsilon}^e(r') - C : \delta \dot{\varepsilon}^{vp}(r')) dV', \quad (\text{III-42})$$

où Γ^C est le tenseur de Green modifié introduit par Kröner [Krö89] :

$$\Gamma_{ijkl}^C = -\frac{1}{2} (G_{ik,jl}^C + G_{jk,il}^C) \text{ où } G^C \text{ est le tenseur de Green associé au milieu infini homogène}$$

d'élasticité C . En appliquant ensuite la condition d'autocohérence, on choisit alors C et $\dot{E}^{vp}$ de manière à affaiblir le terme non local de l'équation intégrale (III-42) :

$$\overline{\delta c(r) : \dot{\varepsilon}^e(r) - C : \delta \dot{\varepsilon}^{vp}(r)} = 0, \quad (\text{III-43})$$

ce qui conduit à la forme suivante de la loi macroscopique :

$$\dot{\Sigma} = C^e : (\dot{E} - \dot{E}^{vpe}), \quad (\text{III-44})$$

où C^e et $\dot{E}^{vpe}$ sont respectivement le module élastique et le taux de déformation viscoplastique effectifs obtenus par la condition d'autocohérence.

L'approximation autocohérente permet ainsi de réduire l'équation intégrale à sa partie locale :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \Gamma_l^{C^e} : (\delta c : \dot{\varepsilon}^e - C^e : \delta \dot{\varepsilon}^{vp}) \quad (\text{III-45})$$

On trouve alors la relation de localisation concernant le modèle de Kröner-Weng :

$$\dot{\varepsilon} = A^{C^e} : \dot{E} + A^{C^e} : \Gamma_l^{C^e} : (c : \dot{\varepsilon}^{vp} - C^e : \dot{E}^{vpe}), \quad (\text{III-46})$$

où $A^{C^e} = (I + \Gamma_l^{C^e} : \delta c)^{-1}$, et : (III-47)

$$\dot{E}^{vpe} = {}^t B^{C^e} : \dot{\varepsilon}^{vp}, \quad (\text{III-48})$$

avec :

$$B^{C^e} = c : A^{C^e} : S^e, \quad (\text{III-49})$$

définissant le tenseur de localisation de contrainte élastique.

La relation (III-48) provient de la condition de moyenne $\dot{E} = \overline{\dot{\varepsilon}}$ qui donne :

$$\overline{A^{C^e}} = I, \quad (\text{III-50})$$

$$\dot{E}^{vpe} = S^e : \Gamma_l^{C^e - I} : \overline{A^{C^e} : \Gamma_l^{C^e} : c : \dot{\varepsilon}^{vp}}, \quad (\text{III-51})$$

où $S^e = C^{e - I}$ définit le tenseur des complaisances élastiques effectif.

La condition duale $\dot{\Sigma} = \overline{\dot{\sigma}}$ permet de définir C^e par :

$$C^e = \overline{c : A^{C^e}} \quad (\text{III-52})$$

Le comportement global après homogénéisation est décrit par la relation (III-44).

La loi d'interaction en contraintes du modèle de Kröner-Weng s'écrit d'après (III-36) et (III-46) :

$$\dot{\sigma} = c : A^{C^e} : S^e : \dot{\Sigma} - c : A^{C^e} : (I - S^E) : (\dot{\varepsilon}^{vp} - \dot{E}^{vpe}), \quad (\text{III-53})$$

où S^E est le tenseur d'Eshelby défini par $S^E = \Gamma_l^{C^e} : C^e$ [Esh57] et I est le tenseur unité d'ordre 4.

En se ramenant au cas de l'élasticité homogène ($c(r) = C, \forall r$), on retrouve aisément la loi d'interaction de Kröner [Krö61] (formulée ici en vitesse et exacte pour des inclusions sphériques) :

$$\dot{\sigma} = \dot{\Sigma} - C : (I - S^E) : (\dot{\varepsilon}^{vp} - \dot{E}^{vpe}), \quad (\text{III-54})$$

où $\dot{E}^{vpe} = \overline{\dot{\varepsilon}^{vp}}$ car B^{C^e} se réduit au tenseur unité en élasticité homogène.

III.3.2.2. Analyse critique

En examinant la forme de la loi d'interaction du modèle de Kröner-Weng (III-53), on s'aperçoit que les interactions mécaniques sont grossièrement estimées même si l'idée originale de Kröner est rigoureuse du point de vue mathématique. En effet, le comportement

viscoplastique n'est pas du tout pris en compte dans cette formulation. D'après (III-34), les déformations de type inélastiques dépendent des contraintes, ce qui signifie que celles-ci ne sont pas *libres* de contraintes au sens d'Eshelby comme dans le modèle de Kröner-Weng.

Dans le cas de l'élastoplasticité, Berveiller et Zaoui [BZ79] ont déjà montré à propos du modèle de Kröner de 1961 que ce dernier surestime fortement les contraintes internes à cause du caractère purement élastique des interactions mécaniques. En effet dans la version initiale du modèle autocohérent proposé par Kröner [Krö61], le grain (l'inclusion) muni d'une déformation libre ε^p est le siège d'une déformation totale ε différente de la déformation macroscopique E . L'inclusion est de plus parfaitement liée à une matrice élastique infinie subissant une déformation plastique uniforme E^p et chargée à l'infini par une contrainte macroscopique Σ homogène sur le contour. Dans le cas particulier d'inclusions sphériques possédant des propriétés d'élasticité isotrope et d'incompressibilité plastique, la loi d'interaction obtenue est la suivante :

$$\sigma(r) = \Sigma - 2\mu(1 - \beta)(\varepsilon^p(r) - E^p), \quad (\text{III-55})$$

où β est un paramètre de nature purement élastique : $\beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)}$, μ et ν sont le module de cisaillement et le coefficient de Poisson élastiques. On remarque donc qu'à travers (III-55), le facteur $2\mu(1 - \beta)$ est très grand (proche de μ), ce qui implique que $\varepsilon^p(r) \approx E^p$. Ce modèle tend donc vers l'approximation de Taylor [Tay38].

Le modèle de Kröner-Weng se ramène au problème d'une inclusion-matrice où la matrice soumise à un champ de déformation viscoplastique uniforme ne peut répondre qu'élastiquement à la présence de l'inclusion (figure III.4.a.). En effet, à partir de (III-54), de (III-36) et de (III-44), on trouve, à l'image de Zaoui et Raphanel [ZR93], que la loi d'interaction est de nature purement élastique :

$$\underline{\dot{\sigma}^I - \dot{\Sigma}} = \left(C - \Gamma_I^{C^{-I}} \right) : \left(\dot{\varepsilon}^I - \dot{E} \right). \quad (\text{III-56})$$

La relation (III-56) exprime une accommodation intergranulaire purement élastique. Cette lacune provient de l'absence d'évolution de la déformation viscoplastique $\dot{\varepsilon}^{vp}$ qui est à

l'origine d'une relaxation élastoviscoplastique de la matrice autour de l'inclusion (figure III.4.b.).

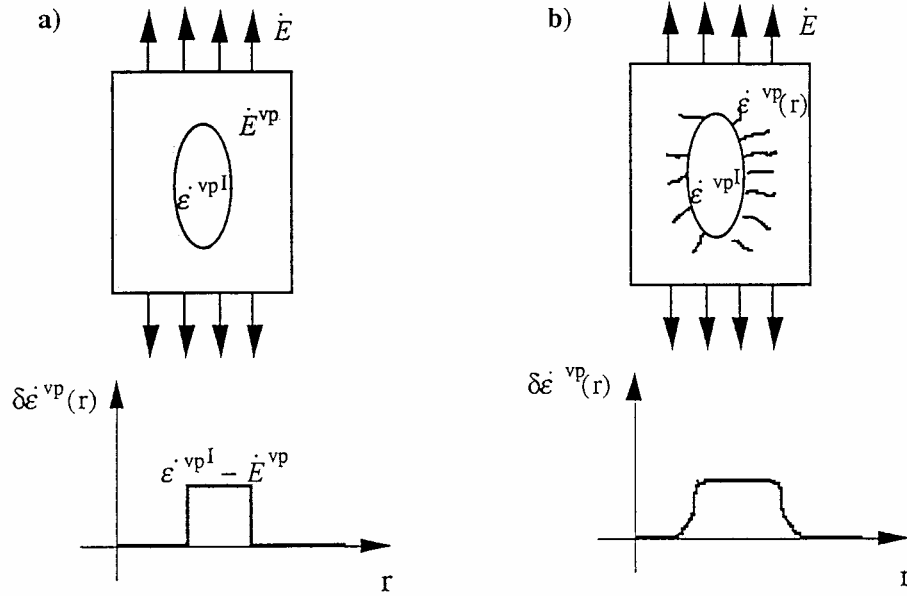


Figure III.4. a) Modèle de Kröner-Weng :

Interaction inclusion-matrice de nature élastique.

b) Interaction inclusion-matrice de nature élastoviscoplastique.

III.3.3. Echec de l'approximation autocohérente traditionnelle

Dans le paragraphe précédent, il a été démontré que le modèle de Kröner-Weng surestime les contraintes internes du fait d'une accommodation intergranulaire de type purement élastique. Cette erreur provient du fait que le taux de déformation viscoplastique $\dot{\epsilon}^{vp}$ n'est pas libre de contrainte au sens d'Eshelby mais dépend des variables internes : $\dot{\epsilon}^{vp} = g(\sigma, \epsilon^{vp}, \dots)$. Une formulation complète de la loi de comportement décrivant l'évolution de la déformation viscoplastique est donc nécessaire. Les équations du problème complet sont donc :

$$\dot{\sigma}(r) = c(r) : (\dot{\epsilon}(r) - g(\sigma, \epsilon^{vp})) \quad (\text{III-57})$$

$$\text{div} \dot{\sigma} = 0 \quad (\text{III-58})$$

$$\dot{\epsilon} = \nabla^s \dot{u} \quad (\text{III-59})$$

$$\underline{\dot{u}}^d = \dot{E} \cdot \underline{x} \text{ sur } \partial V \quad (\text{III-60})$$

De même que Zaoui et Raphanel [ZR93], on se place dans le cas de la viscoélasticité linéaire (de type Maxwell), alors :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = g(\sigma) = m(r) : \sigma(r) \quad (\text{III-61})$$

Les hétérogénéités élastiques et viscoplastiques sont prises en compte naturellement de manière symétrique. En introduisant des fluctuations des modules élastiques $c(r)$ et viscoélastiques $m(r)$ respectivement autour des milieux de référence homogènes C et M :

$$\begin{aligned} c(r) &= C + \delta c(r) \\ m(r) &= M + \delta m(r) \end{aligned} \quad (\text{III-62})$$

l'équation intégrale du problème devient :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \Gamma^C * (\delta c : (\dot{\varepsilon} - m : \sigma) - C : \delta m : \sigma) + \Gamma^C * (C : M : \sigma), \quad (\text{III-63})$$

où Γ^C est le tenseur de Green modifié associé au milieu de référence C et « $*$ » est le produit de convolution.

En découplant (III-63) en deux termes :

$$\Gamma^C * (\delta c : (\dot{\varepsilon} - m : \sigma) - C : \delta m : \sigma) \quad (\text{III-64})$$

et

$$\Gamma^C * (C : M : \sigma), \quad (\text{III-65})$$

Paquin [Pq98] a montré que le premier terme (III-64) se traite très bien à l'aide du schéma autocohérent classique et que le second terme (III-65), qui ne comporte aucune fluctuation, ne permet pas de se ramener à un problème d'inclusion hétérogène. Le terme intégral (III-65) est donc difficile à éliminer par le schéma autocohérent classique.

Le modèle de Kouddane et al. [Kou94] [KMC93] part de l'idée de simplifier le deuxième terme en effectuant un choix particulier du milieu de référence M tel que :

$$\int_V \Gamma^C(r - r') : C : M : \sigma(r') dV = 0, \quad (\text{III-66})$$

ou

$$\text{div}(C : M : \sigma) = 0, \quad (\text{III-67})$$

dans l'équation de Navier, avec en plus la condition d'équilibre statique :

$$\text{div}(\sigma) = 0. \quad (\text{III-68})$$

Kouddane et al. propose alors une solution triviale en considérant le tenseur M comme vérifiant la relation :

$$C : M = \lambda I, \quad \lambda \in \mathbb{R}. \quad (\text{III-69})$$

Ce qui indique que M est parallèle à C^{-1} dans l'espace tensoriel. Cette condition restrictive n'est valable que dans le cas d'un matériau isotrope incompressible. Il apparaît immédiatement d'après (III-68) que la condition (III-67) est remplie. L'équation intégrale se réduit donc à :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \Gamma^C * (\delta \varepsilon : (\dot{\varepsilon} - m : \sigma) - C : \delta m : \sigma). \quad (\text{III-70})$$

La condition d'autocohérence consiste à choisir C^e et M^e tels que :

$$\overline{\delta \varepsilon : (\dot{\varepsilon} - m : \sigma) - C : \delta m : \sigma} = 0, \quad (\text{III-71})$$

avec la relation macroscopique :

$$\dot{\Sigma} = C^e : (\dot{E} - M^e : \Sigma). \quad (\text{III-72})$$

La relation de localisation associée au modèle de Kouddane et al. est donc :

$$\dot{\varepsilon} = A^{C^e} : \dot{E} + A^{C^e} : \Gamma_l^{C^e} : (c : m : \sigma - C^e : M^e : \sigma). \quad (\text{III-73})$$

Les conditions de moyenne permettent de trouver C^e et M^e tels que :

$$C^e = \overline{c : A^{C^e}}, \quad (\text{III-74})$$

$$\overline{A^{C^e} : \Gamma_l^{C^e} : C^e : M^e : \sigma} = \overline{A^{C^e} : \Gamma_l^{C^e} : c : m : \sigma}. \quad (\text{III-75})$$

Paquin [Paq98] a montré dans le cas d'un matériau maxwellien biphasé isotrope et incompressible un bon accord avec le modèle *héréditaire* de Rougier et al. [RSZ93] au cours de la charge du fait de la validité de la relation $C : M = \lambda(t)I$ pour tout t dans ce cas particulier mais également une instabilité au niveau de la décharge. Celle-ci est due au fait que la fonction scalaire $\lambda(t)$ est non définie pour une contrainte macroscopique nulle et à la décharge [Paq98].

Par conséquent, une démarche autocohérente traditionnelle est insuffisante et se ramène soit à l'estimation de Kröner-Weng, soit à des approximations numériques erronées comme celle de Kouddane et al., ceci en raison de la présence du terme volumique (III-66) qui ne contient aucune fluctuation. Il est à noter que Weng [Wen93], Li et Weng [LW94] [LW97] ont amélioré le modèle de Kröner-Weng [Wen81] en introduisant un terme d'interaction dépendant du temps beaucoup moins fort entre les différents constituants du matériau. Dans le même ordre d'idée, Toth et Molinari [TM94] ont ajusté un paramètre scalaire d'interaction en comparant les prédictions du modèle autocohérent avec des résultats obtenus par éléments finis. Li et Weng [LW97] proposent une approche sécante visqueuse en utilisant la notion de *milieu hétérogène linéaire de comparaison* [Pon91] : la viscosité sécante à un état de déformation donné est alors identifiée à une viscosité constante d'un milieu linéaire de comparaison de Maxwell dont le comportement effectif est déterminé à l'aide du modèle d'Hashin [Has65]. Cependant, les résultats de Li et Weng se limitent au cas du fluage.

Face à l'échec de l'approche traditionnelle décrite dans ce paragraphe, on traite dans le paragraphe III.4. d'une nouvelle classe de modèles micromécaniques à *variables internes* dans le cas des matériaux hétérogènes de comportement élastoviscoplastique.

III.4. Une nouvelle classe de modèles micromécaniques à *variables internes* pour les matériaux hétérogènes élastoviscoplastiques

III.4.1. Introduction

L'approximation autocohérente classique est bien adaptée pour les lois de comportement biunivoques (élasticité, élastoplasticité, viscoplasticité) mais apparaît plus difficile à mettre en oeuvre pour les lois de comportement impliquant différents ordres de dérivation par rapport au temps pour les champs de contrainte et/ou de déformation comme dans le cas des matériaux au comportement élastoviscoplastique. Ainsi, une approche alternative a été trouvée pour déboucher vers une approximation autocohérente moins conventionnelle. Celle-ci est basée sur l'utilisation des opérateurs de projection notés Π^C et Π^B dont les propriétés sont introduites et démontrées dans l'ANNEXE 4. Ces opérateurs permettent d'appliquer la condition d'autocohérence sur des champs translats particuliers et explicites qui vérifient des conditions de compatibilité cinématique ou des conditions d'équilibre [Kun81a] [Kun81b] [Kun83] [Krö86] [Krö89]. Alors que la démarche de Paquin [Paq98] est basée sur l'utilisation de l'opérateur mixte $\Pi^C + \Pi^B$, la nouvelle démarche consiste à utiliser l'opérateur de Navier en élasticité et l'opérateur Π^C sur un champ translats cinématiquement admissible et non nécessairement uniforme $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ tel que :

$$\dot{\varepsilon}^{vp}(r) = \dot{\varepsilon}^{vp}(r) + \delta \dot{\varepsilon}^{vp}(r). \quad (\text{III-76})$$

Le matériau hétérogène de nature élastoviscoplastique peut être représenté par un assemblage d'éléments élastiques et viscoplastiques [Suq85]. Pour ce type de matériau, les états élastiques purs présents aux temps courts et les états viscoplastiques purs présents aux temps longs correspondent à deux cas asymptotiques du comportement élastoviscoplastique. Le choix de champs translats particuliers provient de ce constat physique.

III.4.2. Formulation générale dans le cadre des matériaux hétérogènes élastoviscoplastiques

Le but de ce paragraphe est d'exprimer la relation entre les champs locaux et les conditions aux limites dans le cas d'un milieu hétérogène élastoviscoplastique. On considère un milieu hétérogène V soumis à une vitesse de déformation uniforme $\dot{E}$ avec des complaisances élastiques locales $s(r)$ (modules élastiques locaux $c(r) = s(r)^{-1}$) et des complaisances viscoplastiques sécantes locales $m(r)$ (modules viscoplastiques locaux $b(r) = m(r)^{-1}$). Le problème est traité dans le cadre d'équilibre quasi-statique sans force de volume. Dans le cas non-linéaire, $m(r)$ dépend du tenseur des contraintes σ , du tenseur des déformations viscoplastiques $\varepsilon^{vp}(r)$ et éventuellement d'autres variables d'état comme la température absolue T .

III.4.2.1. Equations de champ pour un milieu hétérogène en élastoviscoplasticité

Les équations du problème hétérogène élastoviscoplastique sont donc :

- loi de comportement élastoviscoplastique (élément de Maxwell) :

$$\dot{\varepsilon}(r, t) = s(r) : \dot{\sigma}(r, t) + \dot{\varepsilon}^{vp}(r, t), \quad (\text{III-77})$$

- loi d'évolution de la déformation viscoplastique :

$$\dot{\varepsilon}^{vp}(r, t) = m(\sigma, \varepsilon^{vp}, r, \dots) : \sigma(r, t), \quad (\text{III-78})$$

- équation d'équilibre pour le champ inconnu $\dot{\sigma}$:

$$\text{div} \dot{\sigma} = 0, \quad (\text{III-79})$$

- relation de compatibilité cinématique :

$$\dot{\varepsilon} = \nabla^s \underline{\dot{u}}, \quad (\text{III-80})$$

- conditions aux limites :

$$\underline{\dot{u}}^d = \dot{E} \cdot \underline{x} \text{ sur } \partial V, \quad (\text{III-81})$$

- équation d'équilibre statique sur le champ σ connu à chaque instant t :

$$\text{div} \sigma = 0. \quad (\text{III-82})$$

Les équations (III-77) et (III-78) sont les équations décrivant le comportement élastoviscoplastique et les équations (III-79) à (III-82) sont les équations de champ.

La résolution consiste à trouver les champs de taux de contrainte et de taux de déformation $\dot{\sigma}$ et $\dot{\varepsilon}$ satisfaisant les équations précédentes et permettant de déterminer le comportement global du volume élémentaire représentatif (V.E.R.) au travers de l'étape d'homogénéisation. Le champ de contrainte σ et le champ de déformation viscoplastique ε^{vp} sont considérés comme des *variables internes* contenant l'histoire mécanique complète du matériau.

III.4.2.2. Equation intégrale et opérateurs de projection

On considère un milieu homogène de référence dont le tenseur des modules élastiques est C (tenseur des complaisances élastiques $S = C^{-1}$) tel que :

$$c(r) = C + \delta c(r), \quad s(r) = S + \delta s(r). \quad (\text{III-83})$$

L'opérateur de projection associé à C , défini par Kunin [Kun81a] [Kun81b] [Kun83], est relié au tenseur de Green modifié selon la relation :

$$\Pi^C = \Gamma^C : C. \quad (\text{III-84})$$

L'utilisation des opérateurs de projection est efficace lorsque des champs cinématiquement admissibles ou des champs équilibrés sont introduits. Les deux propriétés essentielles en termes d'opérateurs de projection démontrées dans l'espace réciproque (cf. ANNEXE 4) sont les suivantes :

- pour tout champ équilibré $\dot{\sigma}$ (équation (III-79)) :

$$\text{div} \dot{\sigma} = 0 \Leftrightarrow \Pi^C * S : \dot{\sigma} = 0. \quad (\text{III-85})$$

- pour tout champ cinématiquement admissible $\dot{\varepsilon}$ (équations (III-80) et (III-81)) :

$$\dot{\varepsilon} = \nabla^s \underline{\dot{u}} \text{ , } \underline{\dot{u}}^d = \dot{E} \cdot \underline{x} \Leftrightarrow \Pi^C * \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon} - \dot{E} \text{ .} \quad (\text{III-86})$$

On cherche tout d'abord à transformer les équations de champ du problème élastoviscoplastique à l'aide des propriétés des opérateurs de projection. Ainsi, à l'aide de la loi de comportement (III-77), de (III-83) et des propriétés sur les opérateurs de projection (III-85) et (III-86), le problème élastoviscoplastique est alors décrit par les relations suivantes :

$$S : \dot{\sigma} = \dot{\varepsilon} - \delta s : c : \dot{\varepsilon}^e - \dot{\varepsilon}^{vp} \text{ ,} \quad (\text{III-87})$$

$$\Pi^C * S : \dot{\sigma} = 0 \text{ ,} \quad (\text{III-88})$$

$$\Pi^C * \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon} - \dot{E} \text{ .} \quad (\text{III-89})$$

En plus de ces relations s'ajoute l'équation d'équilibre statique ($\text{div} \sigma = 0$) qui s'écrit à l'aide de l'opérateur de projection Π^C :

$$\Pi^C * S : \sigma = 0 \text{ .} \quad (\text{III-90})$$

Les équations (III-87) à (III-89) devant être satisfaites simultanément, on applique l'opérateur Π^C à (III-87) tel que d'après (III-88) :

$$\Pi^C * (S : \dot{\sigma}) = \Pi^C * (\dot{\varepsilon} - \delta s : c : \dot{\varepsilon}^e - \dot{\varepsilon}^{vp}) = 0 \text{ .} \quad (\text{III-91})$$

Compte tenu de (III-89), l'équation précédente donne l'équation intégrale :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^C * (\delta s : c : \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{vp}) \text{ .} \quad (\text{III-92})$$

L'équation intégrale (III-92) contient les interactions mécaniques entre les hétérogénéités élastiques et viscoplastiques à l'origine du couplage élastoviscoplastique dans le matériau. Celle-ci représente donc complètement le problème hétérogène élastoviscoplastique. Le taux de déformation au point r du matériau $\dot{\varepsilon}(r)$ dépend tout d'abord du chargement macroscopique $\dot{E}$. D'après (III-92), il dépend également des hétérogénéités élastiques $\delta s(r)$ et du champ de taux de déformation viscoplastique $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ qui dépend lui-même du champ de contrainte $\sigma(r)$ contenant l'histoire du matériau. Ecrite en faisant intervenir l'opérateur de

projection Π^C , l'équation intégrale (III-92) est équivalente à l'équation intégrale développée par Kröner et Berveiller et al. [Krö77] [BFH87] :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \Gamma^C * (\delta c : \dot{\varepsilon} - c : \dot{\varepsilon}^{vp}), \quad (\text{III-93})$$

où Γ^C est l'opérateur de Green modifié associé à C .

III.4.2.3. Nouvelle approximation autocohérente basée sur les champs translatés

En raison de l'indépendance du taux de déformation viscoplastique $\dot{\varepsilon}^{vp}$ par rapport aux propriétés effectives élastiques du milieu homogène équivalent élastoviscoplastique, l'idée est alors de choisir comme milieu de référence C le milieu effectif C^e issu de l'opérateur de Navier et de l'approximation autocohérente en élasticité (le principe du schéma autocohérent est détaillé dans le paragraphe III.2.2.2.). Le fait de prendre $C = C^e$ permet de satisfaire la condition d'autocohérence concernant la partie élastique. L'équation intégrale (III-92) devient alors :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^{C^e} * (\delta s^e : c : \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{vp}), \quad (\text{III-94})$$

où $\delta s^e(r) = s(r) - S^e$ (avec $S^e = C^{e-l}$) et :

$$\Pi^{C^e} = \Gamma^{C^e} : C^e, \quad (\text{III-95})$$

où Γ^{C^e} est le tenseur de Green modifié associé à C^e .

De plus C^e est défini classiquement par :

$$C^e = \overline{c : A^{C^e}}, \quad (\text{III-96})$$

où A^{C^e} est le tenseur de localisation défini par :

$$A^{C^e} = \left(I + \Gamma_l^{C^e} : \delta c^e \right)^{-l}, \quad \overline{A^{C^e}} = I. \quad (\text{III-97})$$

Dans (III-97), I est le tenseur unité d'ordre 4, $\delta c^e(r) = c(r) - C^e$ et $\Gamma_l^{C^e}$ est la partie locale de Γ^{C^e} .

A ce stade, le choix de C^e , obtenu par approximation autocohérente, est insuffisant. Deux raisons essentielles sont à l'origine de cette insuffisance : la présence d'un produit de convolution spatial dans (III-94) et le fait que la loi d'évolution de la déformation viscoplastique : $\dot{\varepsilon}^{vp}(r, t) = m(\sigma, \varepsilon^{vp}, r, \dots) : \sigma(r, t)$ n'est pas encore prise en compte dans (III-94). Ainsi, pour $C = C^e$:

$$\overline{\delta s^e : c : \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{vp}} \neq 0. \quad (\text{III-98})$$

Ce dernier constat rappelle l'échec des voies autocohérentes traditionnelles (cf. paragraphe III.3.3.). L'idée est de développer un modèle autocohérent moins conventionnel mettant à profit les propriétés de l'opérateur de projection Π^C qui permettent d'appliquer la condition d'autocohérence sur des champs particuliers translatés définis par l'équation (III-76). Les deux états asymptotiques du matériau hétérogène élastoviscoplastique sont l'état purement élastique et l'état purement viscoplastique. Le premier correspond donc au cas d'un matériau hétérogène élastique, indépendant de l'état viscoplastique, dont le traitement autocohérent classique est décrit dans le paragraphe III.2.2.2.. Le second correspond au cas d'un matériau hétérogène viscoplastique qui peut de la même façon être résolu par l'approximation autocohérente classique comme celle décrite dans l'ANNEXE 5. La solution autocohérente d'un matériau purement viscoplastique soumis à un champ uniforme inconnu $\dot{X}$ fournit alors directement un champ de déformation viscoplastique cinématiquement admissible $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ utile pour la translation du champ $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ dans la résolution du problème hétérogène élastoviscoplastique. Ainsi :

$$\dot{\varepsilon}^{vp}(r) = A^{B^e}(r) : \dot{X}, \text{ et :} \quad (\text{III-99})$$

$$\dot{\varepsilon}^{vp}(r) = A^{B^e}(r) : \dot{X} + \delta \dot{\varepsilon}^{vp}(r), \quad (\text{III-100})$$

où A^{B^e} est le tenseur de localisation viscoplastique associé au tenseur des modules viscoplastiques effectif B^e pour le matériau hétérogène viscoplastique pur tel que :

$$B^e = \overline{b : A^{B^e}}, \quad \overline{A^{B^e}} = I, \quad (\text{III-101})$$

où I est le tenseur unité d'ordre 4.

Le champ $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ étant cinématiquement admissible, compte tenu de (III-99), la propriété (III-86) donne :

$$\Pi^{C^e} * A^{B^e}(r) : \dot{X} = A^{B^e}(r) : \dot{X} - \dot{X}. \quad (\text{III-102})$$

En utilisant (III-100), l'équation (III-94) devient :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^{C^e} * \left(A^{B^e} : \dot{X} + \delta \dot{\varepsilon}^{vp} + \delta s^e : c : \dot{\varepsilon}^e \right), \quad (\text{III-103})$$

soit en utilisant (III-102) :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + A^{B^e} : \dot{X} - \dot{X} + \Pi^{C^e} * \left(\delta \dot{\varepsilon}^{vp} + \delta s^e : c : \dot{\varepsilon}^e \right). \quad (\text{III-104})$$

En décomposant l'opérateur de projection Π^C en un terme local et un terme non local selon :

$$\Pi^{C^e}(r - r') = \Pi_l^{C^e} \delta(r - r') + \Pi_{nl}^{C^e}(r - r'), \quad (\text{III-105})$$

où $\Pi_{nl}^{C^e}(r - r')$ décroît en $\frac{I}{|r - r'|^3}$, l'idée du schéma autocohérent (cf. paragraphe III.2.2.2.)

consiste à choisir le tenseur inconnu $\dot{X}$ afin de négliger les contributions non locales tel que :

$$\overline{\delta s^e : c : \dot{\varepsilon}^e + \delta \dot{\varepsilon}^{vp}} = 0. \quad (\text{III-106})$$

Or d'après (III-100) :

$$\delta \dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{\varepsilon}^{vp} - A^{B^e} : \dot{X}. \quad (\text{III-107})$$

Donc :

$$\dot{X} = \overline{\delta s^e : \dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^{vp}} = \overline{(s - S^e) : \dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^{vp}}, \quad (\text{III-108})$$

soit :

$$\dot{X} = \dot{E} - S^e : \dot{S}. \quad (\text{III-109})$$

Compte tenu de la relation macroscopique :

$$\dot{E} = S^e : \dot{S} + \dot{E}^{vpe}, \quad (\text{III-110})$$

$\dot{X}$ peut être alors identifié :

$$\dot{X} = \dot{E}^{vpe} = \overline{{}^t B^{C^e} : \dot{\varepsilon}^{vp}}, \quad (\text{III-111})$$

où $B^{C^e} = c : A^{C^e} : S^e$ est le tenseur de concentration des contraintes pour le problème purement élastique vérifiant la propriété ${}^t B_{ijkl}^{C^e} = B_{klij}^{C^e}$.

En substituant (III-111) dans (III-104), et en négligeant le terme non local présent dans (III-104), on trouve :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + A^{B^e} : \dot{E}^{vpe} - \dot{E}^{vpe} + \Pi_l^{C^e} : \left(\delta s^e : c : \dot{\varepsilon}^e + \delta \dot{\varepsilon}^{vp} \right). \quad (\text{III-112})$$

De par la définition de Π^{C^e} (III-95), la relation (III-112) se transforme comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = \dot{E} + A^{B^e} : \dot{E}^{vpe} - \dot{E}^{vpe} + \Gamma_l^{C^e} : C^e : \left(\dot{\varepsilon}^{vp} - A^{B^e} : \dot{E}^{vpe} \right) + \\ \Gamma_l^{C^e} : C^e : \left(\delta s^e : c : \dot{\varepsilon} - \delta s^e : c : \dot{\varepsilon}^{vp} \right) \end{aligned} \quad (\text{III-113})$$

De plus, dans (III-113) :

$$\delta s^e : c : \dot{\varepsilon} - \delta s^e : c : \dot{\varepsilon}^{vp} = -S^e : \delta c^e : \dot{\varepsilon} - (s - S^e) : c : \dot{\varepsilon}^{vp} . \quad (\text{III-114})$$

En utilisant le tenseur de localisation élastique A^{C^e} défini par (III-97) et la relation (III-114) dans (III-113), on obtient une nouvelle équation de localisation en déformations du problème hétérogène élastoviscoplastique :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = A^{C^e} : (\dot{E} - \dot{E}^{vpe}) + A^{C^e} : A^{B^e} : \dot{E}^{vpe} + \\ A^{C^e} : \Gamma_l^{C^e} : (c : \dot{\varepsilon}^{vp} - C^e : A^{B^e} : \dot{E}^{vpe}) . \end{aligned} \quad (\text{III-115})$$

La loi de comportement du matériau élastoviscoplastique étant du type $\dot{\sigma} = c : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^{vp})$, on obtient à l'aide de l'équation de localisation écrite en déformations (III-115), la loi d'interaction en contraintes :

$$\dot{\sigma} = c : A^{C^e} : S^e : \dot{\Sigma} - c : A^{C^e} : (I - S^E) : (\dot{\varepsilon}^{vp} - A^{B^e} : \dot{E}^{vpe}) , \quad (\text{III-116})$$

où S^E est le tenseur d'Eshelby défini par $S^E = \Gamma_l^{C^e} : C^e$ [Esh57] qui vérifie les propriétés de symétrie suivante : $S_{ijkl}^E = S_{jikl}^E = S_{ijlk}^E$.

La loi de comportement macroscopique élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes s'obtient à l'aide de la relation (III-110).

III.4.2.4. Mise en évidence des états asymptotiques

La loi d'interaction en contraintes (III-116) obtenue à l'aide du nouveau modèle dans le cas du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes contient les deux états asymptotiques suivant :

- élasticité pure : dans ce cas, $\dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{E}^{vpe} = 0$, d'où :

$$\dot{\sigma} = c : A^{C^e} : S^e : \dot{\Sigma}, \dot{\varepsilon} = A^{C^e} : \dot{E}. \quad (\text{III-117})$$

- viscoplasticité pure : dans ce cas, $\dot{\sigma} = \dot{\Sigma} = 0$, d'où :

$$\sigma = b : A^{B^e} : M^e : \Sigma, \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{vp} = A^{B^e} : \dot{E}. \quad (\text{III-118})$$

III.4.3. Discussion

III.4.3.1. Comparaison du nouveau modèle avec le modèle de Kröner-Weng

Le modèle de Kröner-Weng introduit dans le paragraphe III.3.2., peut être explicité en termes d'opérateurs de projection et de champs translatés. Même si ces auteurs n'explicitent pas la loi d'évolution de la déformation viscoplastique, ils utilisent de manière implicite la possibilité offerte par les champs translatés pour appliquer le schéma autocohérent. En effet, dans le modèle de Kröner-Weng, l'approximation consiste, au travers de la relation (III-40), à introduire des fluctuations du champ de taux de déformation viscoplastique $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ autour d'un champ uniforme $\dot{E}^{vp}$ qui n'est pas nécessairement la valeur moyenne des champs $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$. Par comparaison avec la relation (III-76), l'approximation de Kröner-Weng consiste donc à translater le champ $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ autour d'un champ uniforme $\dot{E}^{vp}$ (et de ce fait cinématiquement admissible). Ainsi, la propriété de projection (III-86) relative à Π^{C^e} (associé au module élastique effectif C^e) donne sur le champ uniforme $\dot{E}^{vp}$:

$$\Pi^{C^e} * \dot{E}^{vp} = 0. \quad (\text{III-119})$$

En utilisant la décomposition $\dot{\varepsilon}^{vp}(r) = \dot{E}^{vp} + \delta\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$, l'équation intégrale (III-94) s'écrit en tenant compte de l'égalité (III-119) :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^{C^e} * (\delta S^e : c : \dot{\varepsilon}^e + \delta\dot{\varepsilon}^{vp}), \quad (\text{III-120})$$

qui est l'équivalent de l'équation intégrale (III-42) en terme d'opérateurs de projection.

L'application du schéma autocohérent classique consiste alors à choisir $\dot{E}^{vp} = \dot{E}^{vpe}$ tel que :

$$\overline{\delta s^e : c : \dot{\varepsilon}^e + \delta \dot{\varepsilon}^{vp}} = 0, \quad (\text{III-121})$$

ce qui permet, en ne conservant que la partie locale de (III-120) de retrouver les équations de localisation écrites en déformations et en contraintes du modèle de Kröner-Weng (relations (III-46) et (III-53)).

Comme ceci a déjà été souligné au paragraphe III.3.2.2., le modèle de Kröner-Weng est basé sur des déformations viscoplastiques (inélastiques) *libres* de contraintes au sens d'Eshelby, figées au cours de la transition d'échelle. Le choix d'une translation du champ $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ par rapport au champ uniforme $\dot{E}^{vp}$ une loi d'interaction purement élastique dans le cas du modèle de Kröner-Weng. En comparant les lois d'interaction en contraintes (III-53) et (III-116), le nouveau modèle diffère significativement du modèle de Kröner-Weng par la présence du tenseur de localisation viscoplastique A^{B^e} : la loi d'interaction du nouveau modèle n'est donc plus purement élastique mais contient une relaxation des contraintes de nature élastoviscoplastique ; ceci provient du choix de la solution autocohérente viscoplastique pure comme champ translaté. Dans le modèle de Kröner d'origine [Krö61], la loi d'interaction (III-55) a pour but de déterminer les contraintes internes reliées à une incompatibilité plastique considérée comme *libre* de contrainte, c'est-à-dire une déformation plastique figée. Dans le nouveau modèle développé dans le paragraphe III.4.2.3., la loi d'interaction découle d'incompatibilités viscoplastiques qui dépendent de l'état des contraintes du matériau.

III.4.3.2. Comparaison du nouveau modèle avec le modèle de Paquin et al.

Dans ce paragraphe, on présente de façon succincte la démarche adoptée par Paquin et al. [Pq98] [PSB99] en la comparant au nouveau modèle développé dans ce travail de thèse. Dans la démarche de Paquin et al., une formulation mécanique complète basée sur les champs translatsés, les opérateurs de projection et une approximation autocohérente d'une équation intégrale respectant au maximum la symétrie entre élasticité et viscoplasticité a été proposée. Dans ce but, des opérateurs de projection et des champs translatsés associés aux problèmes purement élastiques et viscoplastiques ont été utilisés.

En partant des équations (III-77) à (III-82), Paquin et al. introduisent un milieu de référence de complaisances élastiques homogènes S (de modules élastiques homogènes $C = S^{-1}$) et de complaisances viscoplastiques homogènes M (de modules viscoplastiques homogènes $B = M^{-1}$) tel que :

$$s(r) = S + \delta s(r), \quad c(r) = C + \delta c(r), \quad (\text{III-122})$$

et :

$$m(r) = M + \delta m(r), \quad b(r) = B + \delta b(r). \quad (\text{III-123})$$

En plus de l'introduction de l'opérateur de projection Π^C associé au module de référence C défini par (III-84), Paquin et al. introduisent l'opérateur de projection Π^B associé à B et défini à l'aide du tenseur de Green modifié Γ^B par :

$$\Pi^B = \Gamma^B : B. \quad (\text{III-124})$$

L'opérateur de projection Π^B vérifie respectivement pour tout champ équilibré et cinématiquement admissible les propriétés (III-85) et (III-86) tel que l'ensemble des équations de champ se ramène aux équations suivantes :

$$S : \dot{\sigma} + M : \sigma = \dot{\varepsilon} - \delta s : \dot{\sigma} - \delta m : \sigma, \quad (\text{III-125})$$

$$\Pi^C * S : \dot{\sigma} = 0, \quad (\text{III-126})$$

$$\Pi^B * M : \sigma = 0, \quad (\text{III-127})$$

$$\Pi^C * \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon} - \dot{E}. \quad (\text{III-128})$$

On peut alors comparer ce jeu d'équations à celui donné par les équations (III-87) à (III-90). L'application de l'opérateur $\Pi^{CB} = \Pi^C + \Pi^B$ (en raison de la structure additionnelle de la relation (III-125)) et non plus du seul opérateur Π^C comme pour (III-91) donne dans le cas de la démarche de Paquin et al. une équation intégrale d'apparence beaucoup plus complexe que (III-92) :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^C * (\delta s : \dot{\sigma}) + \Pi^B * (\delta m : \sigma) + (\Pi^C - \Pi^B) * (m : \sigma). \quad (\text{III-129})$$

L'équation intégrale (III-129) est celle présentée sous cette forme dans la thèse de Paquin [Paq98] dans laquelle des fluctuations autour de M et S ont été immédiatement introduites dans un souci de respecter au maximum la symétrie sur le plan mécanique entre élasticité et viscoplasticité pour un traitement autocohérent postérieur. Celle-ci est riche sur le plan des interactions mécaniques puisque l'on remarque la présence d'un terme de nature élastique lié à Π^C et à la fluctuation $\delta s : \dot{\sigma}$, d'un terme de nature viscoplastique lié à Π^B et à la fluctuation $\delta m : \sigma$, et enfin d'un terme ne comportant aucune fluctuation lié à la différence des opérateurs $(\Pi^C - \Pi^B)$ et au champ de déformation viscoplastique $\dot{\varepsilon}^{vp} = m : \sigma$. En outre, elle intègre naturellement la condition d'équilibre statique ($\text{div} \sigma = 0$) par l'équation (III-127). En fait, en réarrangeant l'équation (III-129) de la façon suivante :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^C * (\delta s : \dot{\sigma}) + \Pi^C * \dot{\varepsilon}^{vp} + \Pi^B * \{(\delta m - m) : \sigma\}. \quad (\text{III-130})$$

avec :

$$\Pi^B * (\delta m - m) : \sigma = \Pi^B * (-M) : \sigma = -\Pi^B * M : \sigma = 0, \quad (\text{III-131})$$

on trouve naturellement que (III-129) se ramène à (III-92) ou (III-93).

En vue de simplifier l'équation intégrale (III-129), Paquin et al. translatent les champs de taux de déformation élastique et viscoplastique $\dot{\varepsilon}^e(r)$ et $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ par rapport aux champs cinématiquement admissibles $\dot{\varepsilon}^e(r)$ et $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ (non nécessairement uniformes) selon :

$$\dot{\varepsilon}^e(r) = \dot{\varepsilon}^e(r) + \delta \dot{\varepsilon}^e(r), \quad \dot{\varepsilon}^{vp}(r) = \dot{\varepsilon}^{vp}(r) + \delta \dot{\varepsilon}^{vp}(r). \quad (\text{III-132})$$

Dans (III-132), les champs $\dot{\varepsilon}^e(r)$ et $\dot{\varepsilon}^{vp}(r)$ sont issus respectivement des problèmes élastiques purs et viscoplastiques purs et soumis respectivement à des champs uniformes inconnus $\dot{Y}$ et $\dot{Z}$ tels que :

$$\dot{\varepsilon}^e(r) = A^{C^e}(r) : \dot{Y}, \quad \dot{\varepsilon}^{vp}(r) = A^{B^e}(r) : \dot{Z}, \quad (\text{III-133})$$

où A^{C^e} et A^{B^e} sont respectivement les tenseurs de localisation en déformation provenant des schémas autocohérents en élasticité pure et en viscoplasticité pure. Les champs $\dot{\epsilon}^e(r)$ et $\dot{\epsilon}^{vp}(r)$ vérifient les conditions de compatibilité cinématique. L'application du schéma autocohérent au problème translaté donne finalement l'équation de localisation pour un milieu hétérogène élastoviscoplastique dans le cas du modèle de Paquin et al. [Paq98] [PSB99] :

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= A^{C^e} : \dot{E} \\ &+ A^{C^e} : \Gamma_l^{C^e} : \left(\delta c : m : \sigma - c : A^{C^e} : \overline{{}^t B^{C^e} : (m : \sigma - A^{B^e} : \overline{m : \sigma})} \right) \\ &- A^{C^e} : \Gamma_l^{B^e} : \left(\delta b : m : \sigma + b : A^{B^e} : \overline{\delta m : \sigma} \right) \\ &+ A^{C^e} : \left(\Gamma_l^{C^e} : C^e - \Gamma_l^{B^e} : B^e \right) : \left(m : \sigma - A^{B^e} : \overline{m : \sigma} \right)\end{aligned}\quad (III-134)$$

La relation de localisation en contraintes se détermine à l'aide de la loi de comportement locale élastoviscoplastique (III-77) :

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} &= c : A^{C^e} : \dot{E} - c : m : \sigma \\ &+ c : A^{C^e} : \Gamma_l^{C^e} : \left(\delta c : m : \sigma - c : A^{C^e} : \overline{{}^t B^{C^e} : (m : \sigma - A^{B^e} : \overline{m : \sigma})} \right) \\ &- c : A^{C^e} : \Gamma_l^{B^e} : \left(\delta b : m : \sigma + b : A^{B^e} : \overline{\delta m : \sigma} \right) \\ &+ c : A^{C^e} : \left(\Gamma_l^{C^e} : C^e - \Gamma_l^{B^e} : B^e \right) : \left(m : \sigma - A^{B^e} : \overline{m : \sigma} \right)\end{aligned}\quad (III-135)$$

Le comportement macroscopique se déduit en appliquant la condition de moyenne volumique $\dot{\Sigma} = \overline{\dot{\sigma}}$ à (III-135) :

$$\begin{aligned}\dot{\Sigma} &= C^e : \dot{E} - \overline{c : m : \sigma} \\ &+ \overline{c : A^{C^e} : \Gamma_l^{C^e} : \left(\delta c : m : \sigma - c : A^{C^e} : \overline{{}^t B^{C^e} : (m : \sigma - A^{B^e} : \overline{m : \sigma})} \right)} \\ &- \overline{c : A^{C^e} : \Gamma_l^{B^e} : \left(\delta b : m : \sigma + b : A^{B^e} : \overline{\delta m : \sigma} \right)} \\ &+ \overline{c : A^{C^e} : \left(\Gamma_l^{C^e} : C^e - \Gamma_l^{B^e} : B^e \right) : \left(m : \sigma - A^{B^e} : \overline{m : \sigma} \right)}\end{aligned}\quad (III-136)$$

Le nouveau modèle développé dans le paragraphe III.4.2. ainsi que le modèle de Paquin et al. respectent la nature élastoviscoplastique de l'accommodation intergranulaire. Ils forment

deux estimations autocohérentes à *variables internes* du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes. Par rapport à (III-134), la relation de localisation du nouveau modèle (III-115) apparaît beaucoup plus simple. Cependant, ces deux approximations constituent deux estimations autocohérentes différentes rigoureuses sur le plan mécanique. Dans le chapitre IV, les résultats numériques obtenus pour différentes classes de matériaux par ces deux approximations sont comparées.

III.4.4. Application

III.4.4.1. Inclusions sphériques et matériau isotrope

Les hétérogénéités peuvent être considérées comme des inclusions ellipsoïdales, dans lesquelles Eshelby en 1957 a prouvé que les champs de contraintes et de déformations sont pratiquement uniformes [Esh57]. Les valeurs moyennes volumiques se réduisent à une somme discrète sur toutes les inclusions. Dans ce paragraphe, on se place dans le cadre d'inclusions sphériques pour lesquelles les relations de localisations (III-115) et (III-116) sont exactes. Les relations de localisation en déformations et en contraintes pour le problème d'inclusions élastoviscoplastiques (notées I) noyées dans une matrice elle-même élastoviscoplastique sont donc :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}^I = A^{C^I} : (\dot{E} - \dot{E}^{vpe}) + A^{C^I} : A^{B^I} : \dot{E}^{vpe} + \\ A^{C^I} : \Gamma_l^{C^I} : (c^I : m^I : \sigma^I - C : A^{B^I} : \dot{E}^{vpe}), \text{ et :} \end{aligned} \quad (\text{III-137})$$

$$\dot{\sigma}^I = c^I : A^{C^I} : S : \dot{\Sigma} - c^I : A^{C^I} : (I - T^{C^I}) : (\dot{\varepsilon}^{vpI} - A^{B^I} : \dot{E}^{vpe}), \quad (\text{III-138})$$

où $\dot{E}^{vpe} = \overline{{}^t B^{C^I} : m^I : \sigma^I}$ et $T^{C^I} = \left(\int_{V^I} \Gamma_l^C(r, r') dV' \right) : C$ est le tenseur d'Eshelby.

On suppose de plus que les inclusions sphériques réparties de façon aléatoire ont un comportement isotrope. D'après les relations (III-115) et (III-116), le comportement global est alors supposé également isotrope. Le comportement isotrope de chaque phase et le comportement global du matériau sont définis respectivement par les modules de Lamé pour chaque inclusion I (λ^I et μ^I pour l'élasticité, α^I et η^I pour la viscoplasticité) et pour la

matrice (λ et μ pour l'élasticité, α et η pour la viscoplasticité). Les tenseurs des modules élastiques c , C et viscoplastiques b , B sont définis par :

$$c_{ijkl}^I = 2\mu^I I_{ijkl} + \lambda^I \delta_{ij} \delta_{kl} \text{ et } b_{ijkl}^I = 2\eta^I I_{ijkl} + \alpha^I \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad (\text{III-139})$$

pour l'inclusion I et par :

$$C_{ijkl} = 2\mu I_{ijkl} + \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} \text{ et } B_{ijkl} = 2\eta I_{ijkl} + \alpha \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad (\text{III-140})$$

pour la matrice.

Les modules λ et α sont reliés aux rapports de Poisson (ν pour l'élasticité et ν_v pour la viscoplasticité) et aux modules de cisaillement μ et η tels que :

$$\lambda^I = \frac{2\mu^I \nu^I}{1 - 2\nu^I}, \quad \alpha^I = \frac{2\eta^I \nu_v^I}{1 - 2\nu_v^I}, \quad \lambda = \frac{2\mu\nu}{1 - 2\nu}, \quad \alpha = \frac{2\eta\nu_v}{1 - 2\nu_v}. \quad (\text{III-141})$$

La partie locale des opérateurs de Green modifiés (Γ_l^C et Γ_l^B) pour un milieu isotrope et homogène est définie par [Krö89] :

$$\Gamma_l^C = \frac{4 - 5\nu}{15\mu(1 - \nu)} I_{ijkl} - \frac{1}{30\mu(1 - \nu)} \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad (\text{III-142})$$

en élasticité, et,

$$\Gamma_l^B = \frac{4 - 5\nu_v}{15\eta(1 - \nu_v)} I_{ijkl} - \frac{1}{30\eta(1 - \nu_v)} \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad (\text{III-143})$$

en viscoplasticité.

III.4.4.2. Hypothèse d'incompressibilité

Dans le cas d'un matériau incompressible, on a : $\nu = 0,5$, $\nu_v = 0,5$ et $Trace(\varepsilon) = 0$. La loi de comportement élastoviscoplastique (III-77) s'écrit en fonction des contributions déviatoriques (indice D) des tenseurs des contraintes et des déformations :

$$\dot{\sigma}_D^I = 2\mu^I \left(\dot{\varepsilon}_D^I - \frac{I}{2\eta^I} \sigma_D^I \right). \quad (III-144)$$

En outre, les tenseurs de localisation en déformations élastique et viscoplastique sont :

$$A^{C^I} = \frac{5\mu}{3\mu + 2\mu^I}, \quad A^{B^I} = \frac{5\eta}{3\eta + 2\eta^I}. \quad (III-145)$$

De plus, on a :

$${}^t B^{C^I} = \frac{5\mu^I}{2\mu^I + 3\mu}. \quad (III-146)$$

La loi d'interaction en contraintes (III-138) devient alors :

$$\dot{\sigma}_D^I = \frac{5\mu^I}{3\mu + 2\mu^I} \left\{ \dot{\Sigma}_D - 2\mu(1 - \beta) \left(\dot{\varepsilon}_D^{vp^I} - \frac{5\eta}{3\eta + 2\eta^I} \dot{E}_D^{vpe} \right) \right\}, \quad (III-147)$$

avec $\beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} = \frac{2}{5}$ (avec $\nu = 0.3$) et $\dot{E}_D^{vpe} = \overline{{}^t B^{C^I} : \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I}}$.

Si l'on considère maintenant le cas d'un matériau isotrope incompressible dont l'élasticité est homogène, c'est-à-dire : $\mu^I = \mu$ et $A^{C^I} = I$, la loi d'interaction précédente se simplifie et donne :

$$\dot{\sigma}_D^I = \dot{\Sigma}_D - 2\mu(1 - \beta) \left(\dot{\varepsilon}_D^{vp^I} - \frac{5\eta}{3\eta + 2\eta^I} \dot{E}_D^{vpe} \right), \quad (III-148)$$

avec $\dot{E}_D^{vpe} = \overline{\dot{\varepsilon}_D^{vp^I}}$.

Comparaison avec les modèles de Kröner-Weng [Krö61] [Wen81] et Paquin et al. [PSB99] :

La loi d'interaction en contraintes du modèle de Kröner-Weng se déduit de (III-147) en prenant $A^{B^I} = I$ soit :

$$\dot{\sigma}_D^I = \frac{5\mu^I}{3\mu + 2\mu^I} \left\{ \dot{\Sigma}_D - 2\mu(1 - \beta) \left(\dot{\varepsilon}_D^{vp^I} - \dot{E}_D^{vpe} \right) \right\}, \quad (\text{III-149})$$

si de plus l'élasticité est supposée homogène :

$$\dot{\sigma}_D^I = \dot{\Sigma}_D - 2\mu(1 - \beta) \left(\dot{\varepsilon}_D^{vp^I} - \dot{E}_D^{vpe} \right). \quad (\text{III-150})$$

Dans le cas du modèle de Paquin et al., la loi d'interaction en contraintes pour des inclusions sphériques et un matériau isotrope incompressible est :

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_D^I = & 2\mu^I A^{C^I} \dot{E}_D - 2\mu^I \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} \\ & + 2\mu^I A^{C^I} \left(\frac{2(\mu^I - \mu)}{5\mu} \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} - \frac{2\mu^I}{2\mu^I + 3\mu} \overline{B^{C^I} \left(\frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} - A^{B^I} \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} \right)} \right), \\ & - 2\mu^I A^{C^I} \left(\frac{2(\eta^I - \eta)}{5\eta} \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} + \frac{2\eta^I}{2\eta^I + 3\eta} \left(\frac{1}{2\eta^I} - \frac{1}{2\eta} \right) \sigma_D^I \right) \end{aligned} \quad (\text{III-151})$$

Dans le cas d'un matériau isotrope incompressible, le dernier terme de l'équation (III-135) contenant la différence $\Pi^{C^e} - \Pi^{B^e}$ s'annule naturellement. Dans le cas où l'élasticité est supposée homogène, le modèle de Paquin et al. donne :

$$\dot{\sigma}_D^I = 2\mu \dot{E}_D - 2\mu \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} - 2\mu \left(\frac{2(\eta^I - \eta)}{5\eta} \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} + \frac{2\eta^I}{2\eta^I + 3\eta} \left(\frac{1}{2\eta^I} - \frac{1}{2\eta} \right) \sigma_D^I \right). \quad (\text{III-152})$$

III.4.5. Procédure numérique

La procédure numérique utilisée pour le nouveau modèle et le modèle de Paquin et al. est la même et suit l'organigramme présenté sur la figure III.5., qui décrit de façon simplifiée le schéma complet de résolution pour ces modèles.

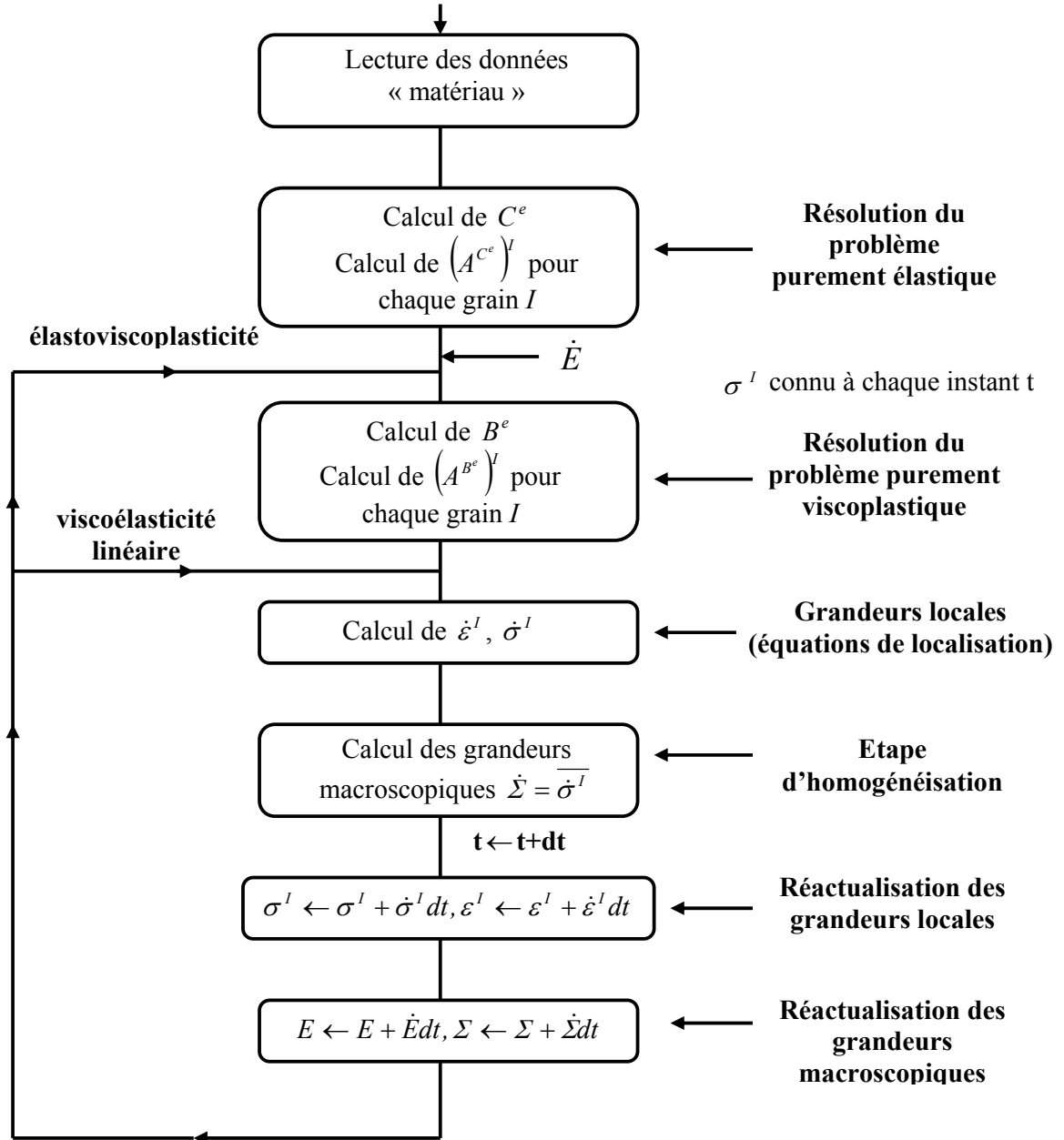


Figure III.5. Organigramme simplifié de résolution numérique pour les modèles à *variables internes* utilisés.

Le langage de programmation adopté est le langage FORTRAN 77. Concernant le modèle de Kröner-Weng, la procédure numérique est identique, à ceci près que le tenseur de localisation du problème viscoplastique pur $(A^{B^e})^I$ n'est pas utilisé dans la détermination des grandeurs locales $\dot{\sigma}^I$ et $\dot{\varepsilon}^I$. La méthode de résolution numérique adoptée est de nature explicite, et la mise en oeuvre est très simple et peu coûteuse en temps de calcul CPU. Pour chaque simulation, un pas de temps optimal constant est choisi tel que la précision des calculs (pour les modules effectifs) soit inférieure à 0,1%. Dans le cas non linéaire (élastoviscoplasticité), le module effectif du problème purement viscoplastique doit être calculé à chaque instant t , alors qu'il est calculé une seule fois (lors de la première boucle de calcul) dans le cas de la viscoélasticité linéaire.

III.5. Conclusion

Le couplage spatio-temporel complexe et prononcé donnant lieu à des interactions élastoviscoplastiques dans les matériaux hétérogènes a été capté au travers d'une nouvelle classe de modèles micromécaniques. En raison des différents ordres de dérivation par rapport au temps au niveau de la loi de comportement locale (de type maxwellienne), une approche utilisant des *variables internes*, réactualisées à chaque incrément de temps et contenant l'histoire mécanique complète du matériau, a été préférée à une approche *héréditaire* utilisant des intégrales de Stieljes. On évite ainsi une lourdeur numérique au moment de l'inversion de la solution homogénéisée dans l'espace de Laplace-Carson. Face à l'échec de l'approximation autocohérente traditionnelle, une nouvelle classe de modèles micromécaniques impliquant simultanément la condition d'autocohérence pour la partie viscoplastique et la condition d'auto-équilibre basée sur l'opérateur de Navier pour la partie élastique a été développée dans ce travail de thèse. L'utilisation des propriétés de l'opérateur de projection facilite l'introduction de champs translatés et, dans ce cas, la solution autocohérente du problème viscoplastique pur a été naturellement choisie. Le modèle de Kröner-Weng, traduit en termes d'opérateurs de projection et de champs translatés, pêche par le choix d'un champ viscoplastique uniforme comme milieu effectif donnant lieu à une accommodation intergranulaire de nature purement élastique. Le nouveau modèle développé dans ce travail de thèse donne une estimation autocohérente du comportement élastoviscoplastique différente de

celle trouvée dans la thèse de Paquin, même si les outils mathématiques utilisés sont similaires. Les deux modèles démontrent au travers de leurs équations de localisation respectives une accommodation intergranulaire de nature élastoviscoplastique. Contrairement au modèle de Kröner-Weng qui suppose un taux de déformation viscoplastique *libre* de contrainte au sens d'Eshelby, le nouveau modèle et le modèle de Paquin et al. prennent en compte son évolution (en fonction de la contrainte) dans l'étape de localisation. Dans le chapitre suivant, tous deux sont comparés aux modèles de type *héréditaires* et au modèle de Kröner-Weng pour différentes classes de matériaux.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [BFH87] BERVEILLER, M., FASSI-FEHRI, O., HIHI, A. (1987) The problem of two plastic and heterogeneous inclusions in an anisotropic medium. *Int. J. Engng. Sci.* **25**, No. 5, 691.
- [Bre01] BRENNER, R. (2001) Influence de la microstructure sur le comportement en fluage thermique d'alliages de zirconium : analyse expérimentale et mise en oeuvre de méthodes d'homogénéisation. *Thèse de Doctorat de l'Université Paris XIII*, France.
- [BS01] BORNERT, M., SUQUET, P. (2001) Propriétés non linéaires des composites : Approches par les potentiels (chapitre II). Dans : *Homogénéisation en mécanique des matériaux (vol. 2) : comportements non linéaires et problèmes ouverts*. Bornert, M., Bretheau, T., Gilormini, P. (eds.), Hermès, Paris, France, 45-90.
- [BZ79] BERVEILLER, M., ZAOUI, A. (1979) An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids* **26**, 325-344.
- [DZ73] DEDERICHS, P.H., ZELLER, R. (1973) Variational treatment of the elastic constants of disordered materials. *Z. Phys.* **259**, 103-116.
- [Esh57] ESHELBY, J.D. (1957) The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proc. Roy. Soc. London A* **241**, 376-396.
- [GS64] GURTIN, M.E., STERNBERG, E. (1964) On the linear theory of viscoelasticity. *Arch. Rational Mech. Anal.* **11**, 296-356.
- [Har91] HARREN, S.V. (1991) Rate dependent finite elastoplastic deformation of polycrystals I : a self-consistent framework, II : a comparison of the self-consistent and the Taylor models. *J. Mech. Phys. Solids* **39**, 345-383.
- [Has65] HASHIN, Z. (1965) Viscoelastic behavior of the heterogeneous media. *ASME J. Appl. Mech.* **32**, 630-636.
- [Has69] HASHIN, Z. (1969) The inelastic inclusion problem. *Int. J. Engng Sci.* **7**, 11-36.
- [Her54] HERSHEY, A.V. (1954) The elasticity of an isotropic aggregate of anisotropic cubic crystals. *ASME J. Appl. Mech.* **21**, 236-240.

- [Hil65] HILL, R. (1965) Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids* **13**, 89-101.
- [Hut76] HUTCHINSON, J.W. (1976) Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials. *Proc. Roy. Soc. London A* **348**, 101-127.
- [KMC93] KOUDDANE, R., MOLINARI, A., CANOVA, G.R. (1993) Self-consistent modeling of heterogeneous viscoelastic and elastoplastic materials, in : *Large plastic deformations, Fundamentals and application to metal forming*, MECAMAT'91, Teodosiu, C., Raphanel, J.-L., Sidoroff, F. (eds.), Balkema, Rotterdam, 129-141.
- [Kou94] KOUDDANE, R. (1994) Approche autocohérente élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz*, France.
- [Krö58] KRÖNER, E. (1958) Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls. *Z. Phys.* **151**, 504-518.
- [Krö61] KRÖNER, E. (1961) Zur plastischen Verformung des Vielkristalls, *Acta Metall. Mater.* **9**, 155-161.
- [Krö77] KRÖNER, E. (1977) Bounds for effective elastic moduli of disordered materials. *J. Mech. Phys. Solids* **25**, 137-155.
- [Krö86] KRÖNER, E. (1986) Statistical modelling. In : *Modelling small deformations of polycrystals*, Gittus, E. and Zarka, E. (eds.), Elsevier Appl. Sci. Pub., London, New York, 229-291.
- [Krö89] KRÖNER, E. (1989) Modified Green Functions in the Theory of Heterogeneous and/or Anisotropic Linearly Elastic Media. In : *Micromechanics and Inhomogeneity*, Weng, G.J., Taya, M., Abe, M. (eds.), Springer Verlag, Berlin, Germany, 197-211.
- [Kun81a] KUNIN, I.A. (1981) An algebra of tensor operators and its applications to elasticity. *Int. J. Engng. Sci.* **19**, No. 12, 1551-1561.
- [Kun81b] KUNIN, I.A. (1981) Projection operator in continuum mechanics. In : *Continuum Models of Discrete Systems 4*, North-Holland, Amsterdam, 179-187.
- [Kun83] KUNIN, I.A. (1983) Elastic Media with Microstructure II : Three Dimensional Models. In : *Springer Series in Solid State Sciences* **44**, Kröner E. (ed.), Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo.
- [Law80] LAWS, N. (1980) Viscoelastic inclusion problem. *J. Engng Mech. Division* **106**, No. EM5, 915-928.

- [LM78] LAWS, N., McLAUGHLIN, R. (1978) Self-consistent estimates for the viscoelastic creep compliances of composite materials. *Proc. Roy. Soc. London A* **359**, 251-273.
- [LW94] LI, J., WENG, G.J. (1994) Strain-rate sensitivity, relaxation behavior and complex moduli of a class of isotropic viscoelastic composites. *ASME J. Engng. Mat. Tech.* **116**, 495-504.
- [LW97] LI, J., WENG, G.J. (1997) A secant-viscosity approach to the time-dependent creep of an elastic-viscoplastic composite. *J. Mech. Phys. Solids* **45**, No. 7, 1069-1083.
- [Man66] MANDEL, J. (1966) Cours de Mécanique des milieux continus, Gauthier-Villars, Paris, France.
- [Mas98] MASSON, R. (1998) Estimations non linéaires du comportement global de matériaux hétérogènes en formulation affine – Application aux alliages de zirconium. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique*, France.
- [MBSZ00] MASSON, R., BORNERT, M., SUQUET, P., ZAOUI, A. (2000) An affine formulation for the prediction of the effective properties of nonlinear composites and polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids* **48**, 1203-1227.
- [MCA87] MOLINARI, A., CANOVA, G.R., AHZI, S. (1987) A self-consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity. *Acta Metall. Mater.* **35**, 2983-2994.
- [MZ99] MASSON, R., ZAOUI, A. (1999) Self-consistent estimates for the rate-dependent elastoplastic behavior of polycrystalline materials. *J. Mech. Phys. Solids* **47**, 1543-1568.
- [NO86] NEMAT-NASSER, S., OBATA, M. (1986) Rate dependent, finite elastoplastic deformation of polycrystals. *Proc. Roy. Soc. London A* **407**, 343-375.
- [Paq98] PAQUIN, A. (1998) Modélisation micromécanique du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz*, France.
- [PBFLB01] PAQUIN, A., BERBENNI, S., FAVIER, V., LEMOINE, X., BERVEILLER, M. (2001) Micromechanical modeling of the elastic-viscoplastic behavior of polycrystalline steels. *Int. J. Plasticity* **17**, 1267-1302.

- [Pon91] PONTE-CASTAÑEDA, P. (1991) The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites. *J. Mech. Phys. Solids* **39**, No. 1, 45-71.
- [PSB99] PAQUIN, A., SABAR, H., BERVEILLER, M. (1999) Integral formulation and self-consistent modelling of elastoviscoplastic behavior of heterogeneous materials. *Arch. Appl. Mechanics* **69**, 14-35.
- [Rou94] ROUGIER, Y. (1994) Etude du comportement sous irradiation : Modélisation micromécanique de l'élastoviscoplasticité. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique*, France.
- [RSZ93] ROUGIER, Y., STOLZ, C., ZAOUI, A. (1993) Représentation spectrale en viscoélasticité linéaire des matériaux hétérogènes. *C. R. Acad. Sci. Paris* **316 II**, 1517-1522.
- [RSZ94] ROUGIER, Y., STOLZ, C., ZAOUI, A. (1994) Self-consistent modelling of elastic-viscoplastic polycrystals. *C. R. Acad. Sci. Paris* **318 II**, 145-151.
- [Sal83] SALENCON, J. (1983) Viscoélasticité. *Cours de calcul des structures anélastiques*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.
- [SBFB02] SABAR, H., BERVEILLER, M., FAVIER, V., BERBENNI, S. (2002) A new class of micro-macro models for elastic-viscoplastic heterogeneous materials. *Int. J. Sol. Structures* (Accepted).
- [Suq85] SUQUET, P. (1985) Elements of homogenization for inelastic solid mechanics. In : *Homogenization Techniques for composite media*, Sanchez-Palencia, E. and Zaoui, A. (eds.), Springer Verlag, Berlin, Germany, 193-278.
- [Tay38] TAYLOR, G.I. (1938) Plastic strain in metals. *J. Inst. Metals* **61**, 307-324.
- [TM94] TOTH, L.S., MOLINARI, A. (1994) Tuning a self-consistent viscoplastic model by finite element results. I : modeling. *Acta Metall. Mater.* **42**, No. 7, 2453-2458.
- [Wen81] WENG, G.J. (1981) Self-consistent determination of time-dependent behavior of metals. *ASME J. Appl. Mech.* **48**, 41-46.
- [Wen93] WENG, G.J. (1993) A self-consistent relation for the time-dependent creep of polycrystals. *Int. J. Plasticity* **9**, 181-198.
- [Zao01] ZAOUI, A. (2001) Plasticité : Approches en champs moyens (chapitre I). Dans : *Homogénéisation en mécanique des matériaux (vol. 2)* :

- comportements non linéaires et problèmes ouverts.* Bornert, M., Bretheau, T., Gilormini, P. (eds.), Hermès, Paris, France, 17-44.
- [ZR93] ZAOUI, A., RAPHANEL, J.-L. (1993) On the nature of the intergranular accommodation in the modeling of elastoviscoplastic behavior of polycrystalline aggregates. In : *Large plastic deformations, Fundamentals and application to Metal Forming*, MECAMAT'91, Teodosiu, C., Raphanel, J.-L., Sidoroff, F. (eds.), Balkema, Rotterdam, 185-192.

CHAPITRE IV

SITUATION DU NOUVEAU MODÈLE ET APPLICATIONS AUX ACIERS POUR EMBOUTISSAGE

CHAPITRE IV

Situation du nouveau modèle et Applications aux aciers pour emboutissage

IV.1. Introduction

Ce chapitre comporte deux objectifs.

Le premier est de présenter les résultats fournis par le nouveau modèle et de les comparer, dans les cas du comportement viscoélastique linéaire de matériaux biphasés isotropes incompressibles et du comportement élastoviscoplastique de polycristaux métalliques, aux modèles de Paquin et al. [Paq98] [PSB99], Kröner-Weng [Krö61] [Wen81], et, aux modèles de type *héréditaire* qui font office de modèles de référence [RSZ93] [MZ99]. En théorie, le modèle autocohérent concerne les matériaux hétérogènes parfaitement désordonnés, c'est-à-dire les matériaux constitués de nombreuses hétérogénéités de formes sphériques [FPZ95]. Pour des matériaux composites ou polycristallins, les hétérogénéités sont considérées comme des inclusions (sphériques), dans lesquelles les contraintes et les déformations sont supposées uniformes [Esh57]. Ainsi, les moyennes volumiques se ramènent à une somme discrète sur l'ensemble des hétérogénéités.

Le second objectif est de simuler à l'aide d'un modèle micromécanique le comportement dynamique (à grande vitesse de déformation) des aciers pour emboutissage dont les lois locales sont présentées dans le chapitre II. Pour cela, on utilise, pour décrire le comportement élastoviscoplastique des aciers, le modèle de Paquin et al. [PSB99] et le nouveau modèle présenté dans le chapitre III. Le premier d'entre eux a tout d'abord été appliqué avec succès à un acier doux ferritique pour la prévision des textures de laminage, des contraintes résiduelles du second ordre, des densités de dislocations intragranulaires, des coefficients de Lankford et des surfaces de charge dans une gamme de vitesses de

déformation de $0,01s^{-1}$ à $1s^{-1}$ [BFLB00] [PBFLB01]. Dans la continuité de ce travail, le modèle de Paquin et al. est utilisé pour simuler le comportement à vitesse de déformation imposée d'aciers à différentes microstructures [BFCLB00] [BFB01] (aciers doux, aciers *Dual-Phase* et aciers à précipités *HSLA*) et pour deux types de trajets de chargement (traction et cisaillement). Le nouveau modèle peut également être envisagé pour ces simulations, ce qui fait l'objet de perspectives à ce travail de thèse. Pour ces simulations, on insiste sur le choix de paramètres physiques, introduits dans le chapitre II, qui dépendent des mécanismes intragranulaires et des microstructures. Pour chaque acier, l'identification des paramètres est effectuée à partir de trois essais de traction à différentes vitesses de déformation. Ensuite, on cherche à valider les performances du modèle sur une large gamme de vitesses de déformation en traction et en cisaillement.

IV.2. Matériau biphasé viscoélastique linéaire isotrope et incompressible

IV.2.1. Présentation du matériau

Dans le cas de la viscoélasticité linéaire, le nouveau modèle présenté au chapitre III est comparé au modèle de Rougier et al. [RSZ93], décrit dans l'ANNEXE 2, basé sur le problème de l'inclusion viscoélastique linéaire résolu par Hashin en utilisant la transformée de Laplace-Carson [Has69]. Le nouveau modèle a été également comparé aux modèles de Kröner-Weng [Krö61] [Wen81] et Paquin et al. [PSB99]. Les résultats numériques concernent les tenseurs de localisation en déformations et le comportement macroscopique pour des essais de traction à vitesse de déformation imposée. Pour obtenir des résultats analytiques simples, on considère un matériau biphasé incompressible isotrope constitué de deux phases incompressibles isotropes. Leurs modules élastiques et visqueux sont respectivement : (μ^I, η^I) pour la phase 1 et (μ^2, η^2) pour la phase 2. La loi de comportement de chaque phase incompressible s'écrit pour les grandeurs déviatoriques (indice D) :

$$\dot{\sigma}_D^I = 2\mu^I \left(\dot{\epsilon}_D^I - \frac{I}{2\eta^I} \sigma_D^I \right), \quad I = 1, 2. \quad (IV-1)$$

Le passage à la transformée de Laplace-Carson de (IV-1) en utilisant (III-21) donne :

$$\hat{\sigma}_D^I(p) = 2\hat{l}^I(p)\hat{\varepsilon}_D^I(p), \quad I = 1, 2, \quad (IV-2)$$

avec :

$$\hat{l}^I(p) = \frac{\mu^I}{p + \frac{\mu^I}{\eta^I}}, \quad I = 1, 2. \quad (IV-3)$$

Le temps caractéristique de la phase I est défini par :

$$T_I = \frac{\eta^I}{\mu^I}, \quad I = 1, 2. \quad (IV-4)$$

IV.2.2. Modèle de référence

Le modèle de référence est du type *héréditaire*. Il est basé sur l'homogénéisation autocohérente *symbolique* [Has69] [RSZ93] rappelée dans l'ANNEXE 2. Le comportement du Milieu Homogène Equivalent (M.H.E.) soumis à une vitesse de déformation $\dot{E}_D$ (uniforme et constante) s'écrit :

$$\hat{\Sigma}_D = 2\hat{L}_{HR}^{eff}(p)\hat{E}_D, \quad (IV-5)$$

où $\hat{L}_{HR}^{eff}$ est le module effectif du M.H.E. dans l'espace de Laplace-Carson pour le modèle de Hashin-Rougier. Celui-ci se détermine en résolvant l'équation classique d'homogénéisation du second degré d'un matériau biphasé. On trouve alors (cf. ANNEXE 2):

$$\begin{aligned} \hat{L}_{HR}^{eff}(p) = & -\frac{2-5f_1}{6}\hat{l}^1(p) - \frac{2-5f_2}{6}\hat{l}^2(p) + \\ & \sqrt{\left(\frac{2-5f_2}{6}\hat{l}^1(p) + \frac{2-5f_1}{6}\hat{l}^2(p)\right)^2 + \frac{2}{3}\hat{l}^1(p)\hat{l}^2(p)}, \end{aligned} \quad (IV-6)$$

où f_1 et f_2 sont respectivement les fractions volumiques des phases I et 2 .

Le tenseur de localisation de la déformation dans l'espace de Laplace-Carson est déterminé pour chaque phase I par :

$$\hat{A}_{HR}^I(p) = \frac{5\hat{L}_{HR}^{eff}(p)}{3\hat{L}_{HR}^{eff}(p) + 2\hat{l}^I(p)}, \quad I = 1, 2. \quad (IV-7)$$

IV.2.3. Nouveau modèle

Le nouveau modèle a été développé dans le chapitre III (cf. paragraphe III.4.). Dans le cas d'un matériau biphasé isotrope incompressible, la loi d'interaction en contraintes s'écrit d'après (III-147) :

$$\dot{\sigma}_D^I = a^I \dot{\Sigma}_D - \frac{6}{5} a^I \mu \left(\frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} - b^I a^I \overline{\frac{\sigma_D^I}{2\eta^I}} \right), \quad I = 1, 2, \quad (IV-8)$$

où $\dot{\Sigma}_D$ est la partie déviatorique du tenseur taux de contrainte macroscopique, et :

$$a^I = \frac{5\mu^I}{3\mu + 2\mu^I}, \quad b^I = \frac{5\eta}{3\eta + 2\eta^I}, \quad I = 1, 2. \quad (IV-9)$$

Dans (IV-8) et (IV-9), μ et η sont les modules élastique et viscoélastique effectifs obtenus par le schéma autocohérent classique dans le cas d'un matériau biphasé [BZ81].

Tenseur de localisation en contraintes :

D'un point de vue numérique, on utilise l'égalité suivante :

$$\overline{a^I \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I}} = a^I \overline{\left(\frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} - b^I \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} \right)} + \overline{\frac{\sigma_D^I}{2\eta^I}}. \quad (IV-10)$$

La loi d'interaction (IV-8) devient donc :

$$\dot{\sigma}_D^I = a^I \dot{\Sigma}_D - \frac{6}{5} a^I \mu \left(\frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} - b^I \left\{ a^I \left(\frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} - b^I \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} \right) + \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} \right\} \right), \quad I = 1, 2. \quad (IV-11)$$

L'application de la transformée de Laplace-Carson permet de trouver les relations de localisation pour chaque phase. Leurs expressions analytiques respectives sont les suivantes :

$$\hat{\sigma}_D^I = \hat{B}_{NM}^I(p) \hat{\Sigma}_D, \quad I = 1, 2, \quad (IV-12)$$

où $\hat{B}_{NM}^I(p)$ est le tenseur de localisation en contraintes issu du nouveau modèle. Il s'écrit :

$$\hat{B}_{NM}^1(p) = \frac{p + \frac{3}{5} \frac{\mu}{\eta^2} b^1 (1 + a^2 - f_1 a^1 b^1 - f_2 a^2 b^2)}{\frac{p}{a^1} + \frac{3}{5} \mu \left(\frac{1}{\eta^1} - f_1 b^1 \left[\frac{1 + a^1 - f_1 a^1 b^1 - f_2 a^2 b^2}{\eta^1} - \frac{1 + a^2 - f_1 a^1 b^1 - f_2 a^2 b^2}{\eta^2} \right] \right)}, \quad (IV-13)$$

pour la phase 1, et,

$$\hat{B}_{NM}^2(p) = \frac{p + \frac{3}{5} \frac{\mu}{\eta^1} b^2 (1 + a^1 - f_1 a^1 b^1 - f_2 a^2 b^2)}{\frac{p}{a^2} + \frac{3}{5} \mu \left(\frac{1}{\eta^2} - f_2 b^2 \left[\frac{1 + a^2 - f_1 a^1 b^1 - f_2 a^2 b^2}{\eta^2} - \frac{1 + a^1 - f_1 a^1 b^1 - f_2 a^2 b^2}{\eta^1} \right] \right)}, \quad (IV-14)$$

pour la phase 2.

Comportement effectif

D'après la relation (III-110), le comportement effectif dans le cas du matériau biphasé isotrope incompressible en transformée de Laplace-Carson est :

$$\hat{E}_D = \hat{E}_D^{vpe} + \frac{p}{2\mu} \hat{\Sigma}_D, \quad (IV-15)$$

où :

$$\hat{E}_D^{vpe} = a^I \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} = a^I \left(\frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} - b^I \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I} \right) + \frac{\sigma_D^I}{2\eta^I}. \quad (IV-16)$$

En utilisant la relation (IV-12), le comportement effectif s'écrit :

$$\hat{\Sigma}_D = 2\hat{L}_{NM}^{eff}(p)\hat{E}_D, \quad (IV-17)$$

où :

$$\hat{L}_{NM}^{eff}(p) = \frac{p}{a^I \left(\frac{\hat{B}_{NM}^I(p)}{\eta^I} - b^I \frac{\hat{B}_{NM}^I(p)}{\eta^I} \right) + \frac{\hat{B}_{NM}^I(p)}{\eta^I} + \frac{1}{\mu} p}. \quad (IV-18)$$

Tenseur de localisation en déformations :

La relation de localisation en déformations pour chaque phase définit le tenseur de localisation $\hat{A}_{NM}^I(p)$ à l'aide des relations (IV-12) et (IV-18) :

$$\hat{\epsilon}_D^I = \hat{A}_{NM}^I(p)\hat{E}_D, \quad I = 1, 2, \quad (IV-19)$$

où :

$$\hat{A}_{NM}^I(p) = \frac{\hat{B}_{NM}^I(p) \left(p + \frac{\mu^I}{\eta^I} \right)}{a^I \mu^I \left(\frac{\hat{B}_{NM}^I(p)}{\eta^I} - b^I \frac{\hat{B}_{NM}^I(p)}{\eta^I} \right) + \mu^I \frac{\hat{B}_{NM}^I(p)}{\eta^I} + \frac{\mu^I}{\mu} p}, \quad I = 1, 2. \quad (IV-20)$$

IV.2.4. Modèle de Kröner-Weng

D'après le chapitre III (cf. paragraphes III.4.3.1. et III.4.4.2.), le modèle de Kröner-Weng peut se déduire aisément du nouveau modèle en prenant $b^I = 1$.

En adoptant les mêmes notations qu'aux paragraphes précédents, l'expression analytique du tenseur de localisation en contraintes, dans le cas du modèle de Kröner-Weng, est :

$$\hat{B}_{KW}^I(p) = \frac{p + \frac{3}{5} \frac{\mu}{\eta^2} (1 + a^2 - f_1 a^I - f_2 a^2)}{\frac{p}{a^I} + \frac{3}{5} \mu \left(\frac{1}{\eta^I} - f_1 \left[\frac{1 + a^I - f_1 a^I - f_2 a^2}{\eta^I} \right] - \frac{1 + a^2 - f_1 a^I - f_2 a^2}{\eta^2} \right)}, \quad (IV-21)$$

pour la phase 1.

$$\hat{B}_{KW}^2(p) = \frac{p + \frac{3}{5} \frac{\mu}{\eta^I} (1 + a^I - f_1 a^I - f_2 a^2)}{\frac{p}{a^2} + \frac{3}{5} \mu \left(\frac{1}{\eta^2} - f_2 \left[\frac{1 + a^2 - f_1 a^I - f_2 a^2}{\eta^2} \right] - \frac{1 + a^I - f_1 a^I - f_2 a^2}{\eta^I} \right)}, \quad (IV-22)$$

pour la phase 2.

De plus, le comportement effectif, dans le cas du modèle de Kröner-Weng, est décrit par :

$$\hat{L}_{KW}^{eff}(p) = \frac{p}{a^I \left(\frac{\hat{B}_{KW}^I(p)}{\eta^I} - \frac{\hat{B}_{KW}^I(p)}{\eta^I} \right) + \frac{\hat{B}_{KW}^I(p)}{\eta^I} + \frac{1}{\mu} p}, \quad (IV-23)$$

et le tenseur de localisation, pour chaque phase I , est :

$$\hat{A}_{KW}^I(p) = \frac{\hat{B}_{KW}^I(p) \left(p + \frac{\mu^I}{\eta^I} \right)}{a^I \mu^I \left(\frac{\hat{B}_{KW}^I(p)}{\eta^I} - \frac{\hat{B}_{KW}^I(p)}{\eta^I} \right) + \mu^I \frac{\hat{B}_{KW}^I(p)}{\eta^I} + \frac{\mu^I}{\mu} p}, \quad I = 1, 2 \quad (IV-24)$$

IV.2.5. Résultats numériques

IV.2.5.1. Introduction

Dans le but de comparer le nouveau modèle aux modèles de Hashin-Rougier (référence) et de Kröner-Weng, les tenseurs de localisation en déformations d'une des deux phases (phase 1 par exemple) sont représentés en fonction de p pour trois fractions volumiques différentes ($f_1 = 0,25$, $f_1 = 0,5$ et $f_1 = 0,75$). De plus, les modules effectifs autocohérents calculés précédemment pour ces trois modèles sont comparés dans l'espace de Laplace-Carson.

Des essais de traction à vitesse de déformation imposée sont également simulés et on présente la réponse macroscopique des trois modèles pré-cités. Le modèle de Paquin et al. [PSB99] est également comparé dans ce cadre.

Pour les calculs numériques, les modules élastique et visqueux de chaque phase du matériau viscoélastique linéaire isotrope incompressible sont pris égaux à :

$\mu^1 = 50\text{MPa}$ et $\eta^1 = 10\text{MPa.s}$ pour la phase 1,

$\mu^2 = 250\text{MPa}$ et $\eta^2 = 1000\text{MPa.s}$ pour la phase 2,

ce qui correspond à un contraste mécanique relativement important.

IV.2.5.2. Comparaison des grandeurs locales et effectives dans l'espace de Laplace-Carson

Les résultats numériques obtenus par le nouveau modèle pour trois fractions volumiques différentes sont très proches des résultats issus du modèle de Hashin-Rougier (référence) (figures IV.1. à IV.6.). Le modèle de Kröner-Weng diffère des deux modèles précédents pour $p \rightarrow 0$.

En particulier, les cas asymptotiques correspondant à l'élasticité pure (respectivement à la viscoplasticité pure) atteints quand le temps physique $t \rightarrow 0$ ou $p \rightarrow \infty$ (respectivement $t \rightarrow \infty$ ou $p \rightarrow 0$) sont intéressants à analyser concernant les tenseurs de localisation. Tout d'abord, à l'aide des relations (IV.7.) et (IV.20.), les déformations élastiques pures sont obtenues pour le

modèle de Hashin-Rougier et le nouveau modèle quand $p \rightarrow \infty$. Ces deux modèles donnent le même résultat :

$$\hat{\epsilon}_D^I = \frac{5\mu}{3\mu + 2\mu^I} \hat{E}_D, \text{ pour la phase 1.} \quad (\text{IV-25})$$

De la même manière, les déformations viscoplastiques sont obtenues à partir de (IV.7.) et (IV.20.) quand $p \rightarrow 0$. Le modèle de Hashin-Rougier et le nouveau modèle tendent vers le même résultat :

$$\hat{\epsilon}_D^I = \frac{5\eta}{3\eta + 2\eta^I} \hat{E}_D, \text{ pour la phase 1.} \quad (\text{IV-26})$$

Outre les états asymptotiques identiques, les résultats obtenus par les deux modèles restent très proches dans le régime transitoire et ceci pour un contraste mécanique relativement fort entre les deux phases. Ces résultats qui concernent la réponse locale d'une des deux phases démontrent la fiabilité du nouveau modèle et la bonne prise en compte des interactions de nature viscoélastique. Le modèle de Kröner-Weng se différencie des deux modèles précédents notamment lorsque le matériau atteint l'état stationnaire viscoplastique pur ($p \rightarrow 0$). En effet, à l'aide de la formule (IV.24.), le tenseur de localisation tend vers 1 quelle que soit la fraction volumique (figures IV.1. à IV.3.). Ce résultat est cohérent avec l'hypothèse de champ de déformation viscoplastique uniforme figé mais ne représente pas la réalité physique.

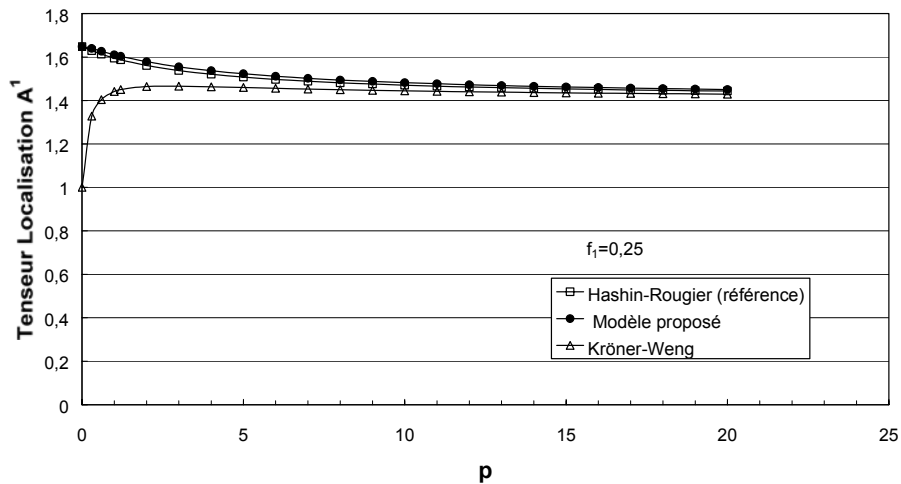


Figure IV.1. Tenseurs de localisation de la déformation en fonction de p pour la phase 1 de fraction volumique $f_I=0,25$ d'un matériau composite biphasé viscoélastique isotrope et incompressible.

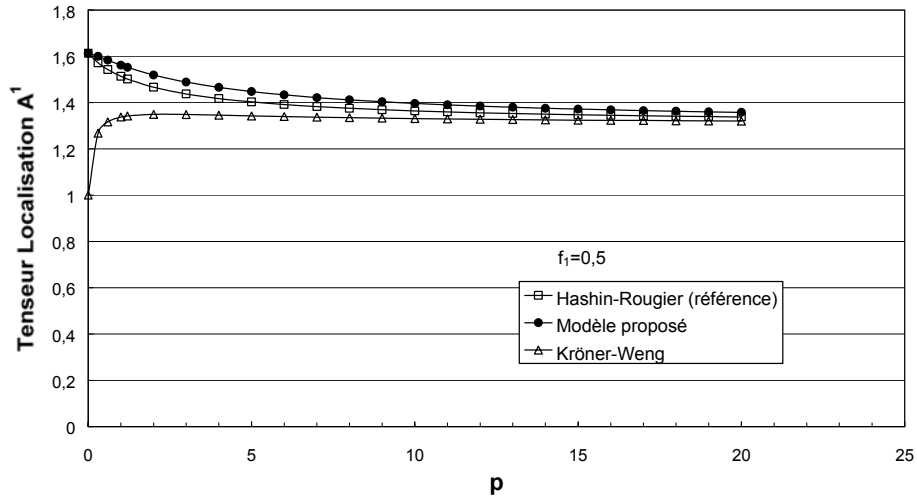


Figure IV.2. Tenseurs de localisation de la déformation en fonction de p pour la phase 1 de fraction volumique $f_1=0,5$ d'un matériau composite biphasé viscoélastique isotrope et incompressible.

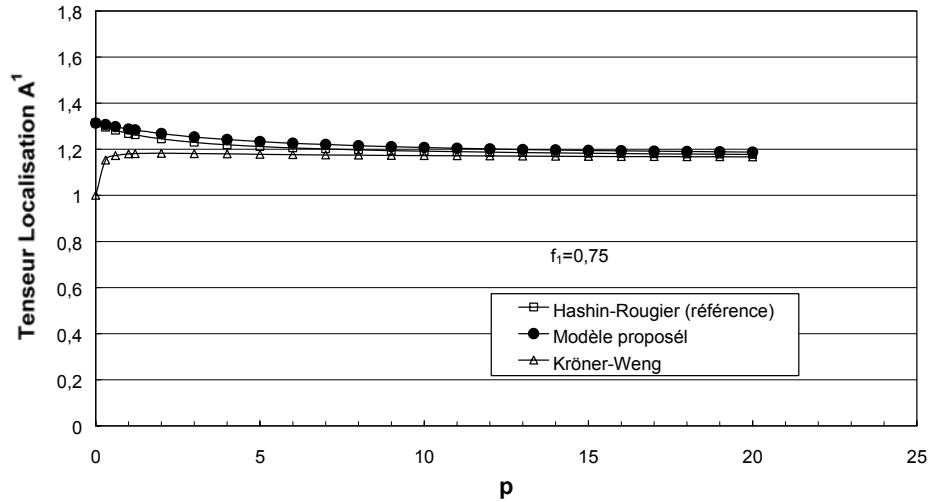


Figure IV.3. Tenseurs de localisation de la déformation en fonction de p pour la phase 1 de fraction volumique $f_1=0,75$ d'un matériau composite biphasé viscoélastique isotrope et incompressible.

Les modules effectifs calculés à partir des relations (IV-6), (IV-18) et (IV-23) tendent vers 0 lorsque $p \rightarrow \infty$ pour les trois modèles. Dans le cas du nouveau modèle et du modèle de Hashin-Rougier, le module effectif stationnaire atteint lorsque $p \rightarrow 0$ se confond avec le module effectif du milieu viscoplastique pur η . Le modèle de Kröner-Weng surestime

fortement le module effectif à l'approche de l'état stationnaire atteint aux temps longs ($p \rightarrow 0$) (figure IV.6. par exemple).

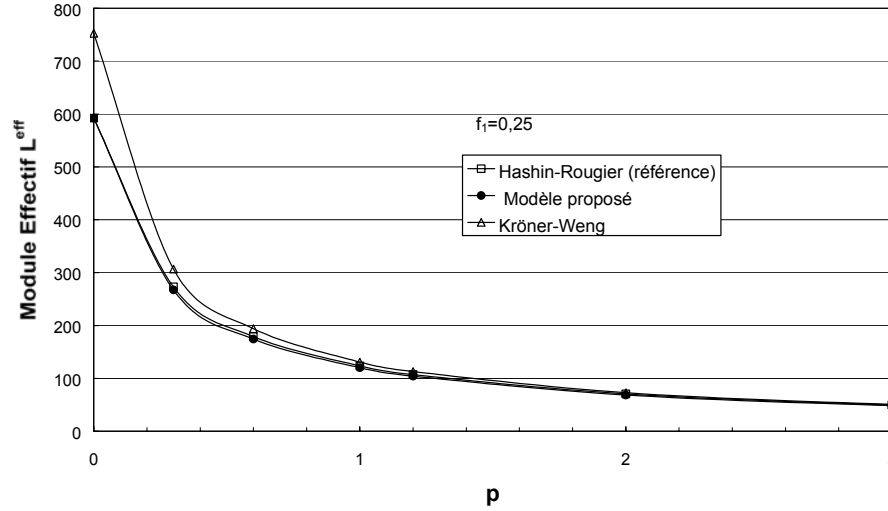


Figure IV.4. Modules effectifs en fonction de p d'un matériau composite biphasé viscoélastique isotrope et incompressible ($f_1=0,25$).

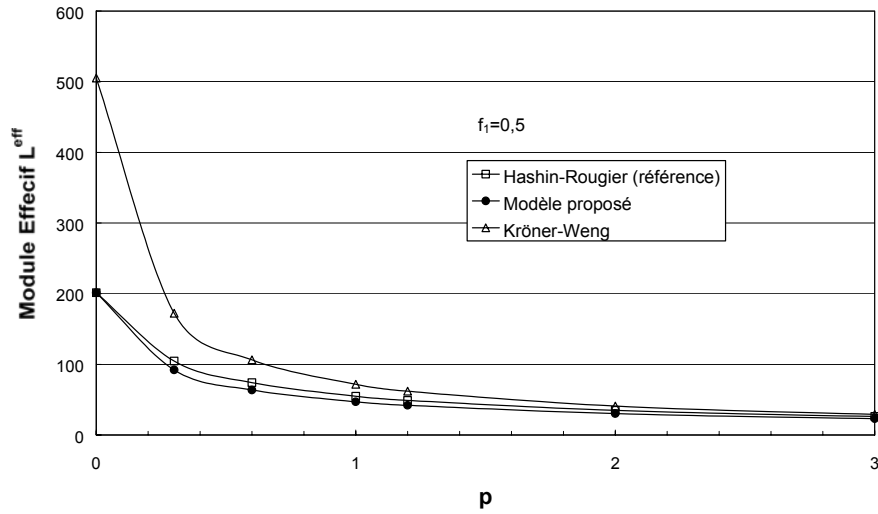


Figure IV.5. Modules effectifs en fonction de p d'un matériau composite biphasé viscoélastique isotrope et incompressible ($f_1=0,5$).

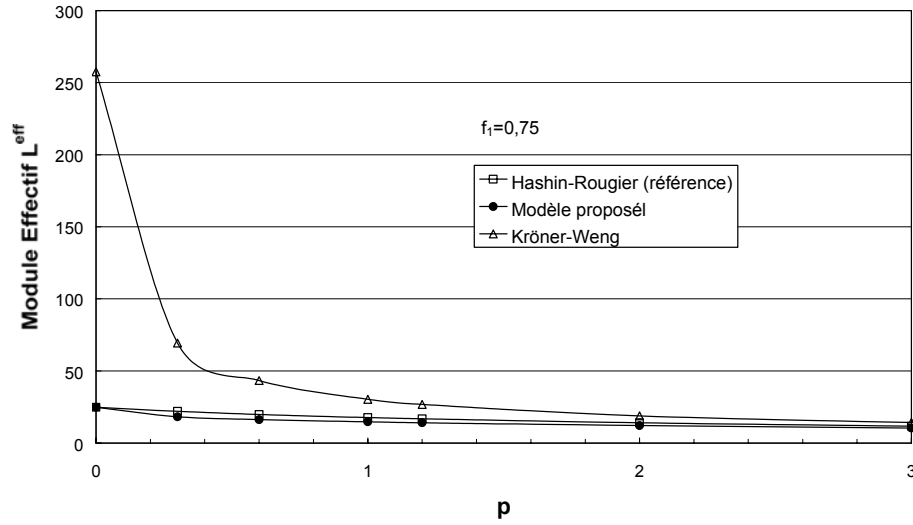


Figure IV.6. Modules effectifs en fonction de p d'un matériau composite biphase viscoélastique isotrope et incompressible ($f_l=0,75$).

IV.2.5.3. Comparaison des résultats macroscopiques pour des essais de traction

Des essais de traction ont été simulés à une vitesse de déformation macroscopique de $|\dot{E}| = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ pour le matériau biphase et les fractions volumiques définis précédemment. Les figures IV.7. à IV.9. présentent les réponses macroscopiques du matériau issues des trois modèles étudiés dans le paragraphe IV.2.5.2. et du modèle de Paquin et al. [Paq98] [PSB99] dont la loi de comportement homogénéisée a été rappelée dans le chapitre III (cf. paragraphe III.4.3.2.).

La procédure de calcul pour les modèles de Kröner-Weng, Paquin et al. et pour le nouveau modèle est donnée dans le chapitre III (cf. paragraphe III.4.5.). Pour ces résultats numériques, le temps de calcul CPU est, pour les modèles à *variables internes*, environ 100 fois inférieur à celui obtenu à l'aide du modèle de référence de Hashin-Rougier (type *héréditaire*) [Paq98].

Ces figures, qui illustrent le comportement du milieu homogène équivalent obtenu ici dans l'espace direct, vont dans le même sens que ceux obtenus au paragraphe précédent concernant les modules effectifs dans l'espace de Laplace-Carson (figures IV.4. à IV.6.). On obtient un très bon accord entre les modèles de Hashin-Rougier et le nouveau modèle. Les états asymptotiques du matériau sont captés à très faibles déformations, associées à une

réponse purement élastique, et, à grandes déformations, associées à une réponse purement viscoplastique. Ceux-ci correspondent respectivement aux réponses obtenues aux temps courts ($t \rightarrow 0$, $p \rightarrow \infty$) et aux temps longs ($t \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$). Comme attendu (chapitre III, paragraphe III.3.2.), Kröner-Weng surestime fortement les contraintes dans le matériau surtout à grandes déformations, c'est-à-dire aux temps longs. On peut souligner que le modèle de Paquin et al., basé sur des champs translatés, fournit également des résultats proches de ceux du modèle de Hashin-Rougier et du nouveau modèle (figures IV.7. à IV.9.).

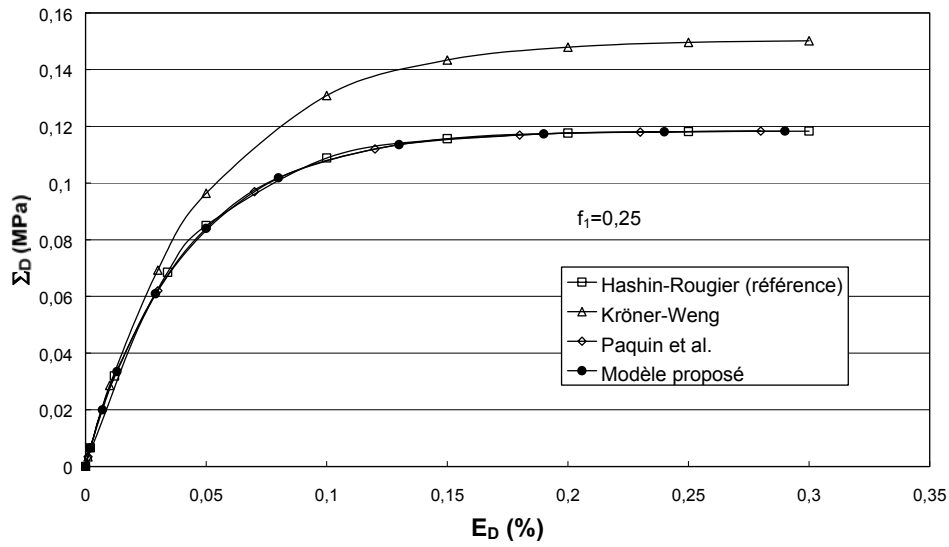


Figure IV.7. Courbes de traction contrainte/déformation macroscopiques simulées à une vitesse de déformation $|\dot{E}| = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ pour un matériau composite biphasé viscoélastique isotrope et incompressible ($f_1=0,25$).

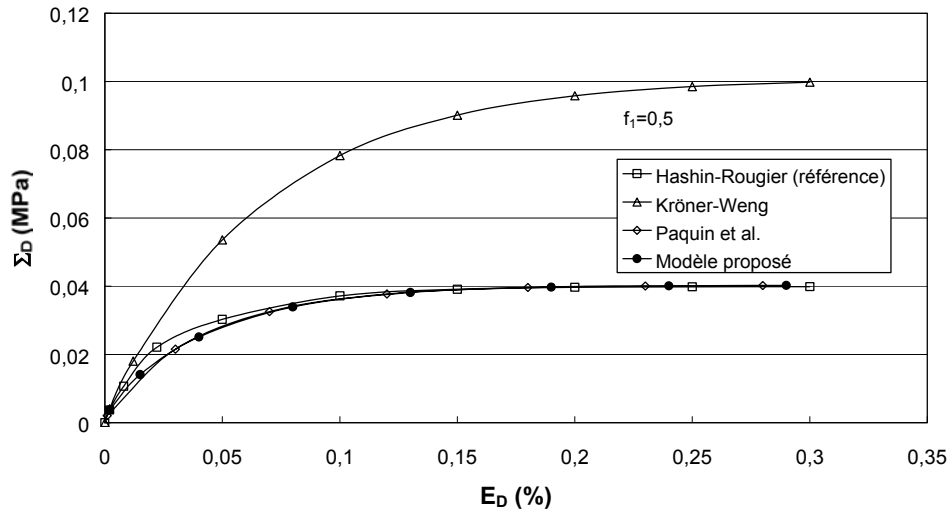


Figure IV.8. Courbes de traction contrainte/déformation macroscopiques simulées à une vitesse de déformation $|\dot{E}| = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ pour un matériau composite biphasé viscoélastique isotrope et incompressible ($f_I=0,5$).

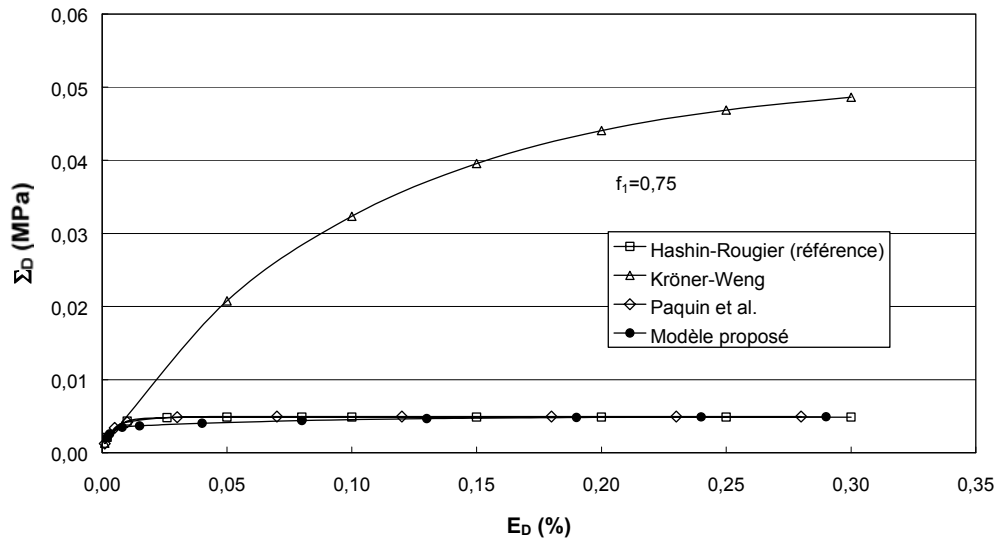


Figure IV.9. Courbes de traction contrainte/déformation macroscopiques simulées à une vitesse de déformation $|\dot{E}| = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ pour un matériau composite biphasé viscoélastique isotrope et incompressible ($f_I=0,75$).

IV.2.6. Bilan

Ces résultats numériques obtenus dans le cas d'un matériau biphasé viscoélastique linéaire isotrope incompressible montrent la pertinence de la méthode des champs translatés, en particulier lorsque les champs cinématiquement admissibles sont d'autant plus fiables que les champs de référence ont un sens physique. Elle permet dans le cas du nouveau modèle et du modèle de Paquin et al. de capter de façon satisfaisante l'accommodation intergranulaire de nature viscoélastique. Dans la partie suivante, on considère le cas plus complexe de l'élastoviscoplasticité en étudiant la réponse d'un matériau polycristallin dont le comportement local est décrit par une loi viscoplastique de type loi puissance. Puis, on se focalise sur le cas d'un matériau polycristallin cubique centré avec écrouissage pour une application aux aciers pour emboutissage.

IV.3. Matériaux métalliques polycristallins

IV.3.1. Polycristal Cubique à Faces Centrées sans écrouissage

Une première application consiste à modéliser le comportement en traction simple à vitesse de déformation imposée d'un polycristal cubique à faces centrées (C.F.C.). Une loi viscoplastique de type puissance sans écrouissage est utilisée et dans ce cas simple les états stationnaires obtenus par différentes formulations (incrémentale, tangente, affine...) ont pu être comparés par Masson et al. [MBSZ00] et situés par rapport aux bornes de Reuss [Reu29] et Voigt [Voi1889]. L'objectif de ce paragraphe est de situer le nouveau modèle et le modèle de Paquin et al. [Paq98] [PSB99] par rapport à la formulation affine en élastoviscoplasticité de Masson-Zaoui [Mas98] [MZ99].

IV.3.1.1. Comportement du monocristal

Masson et Zaoui [Mas98] [MZ99] ont considéré le cas de matériaux polycristallins C.F.C. non texturés en supposant une élasticité isotrope (module d'Young : $E_y = 1000$ MPa, module de Poisson : $\nu = 0,3$). Le taux de déformation viscoplastique est issu du glissement cristallographique selon les systèmes de type $\{111\} \langle 110 \rangle$ (soit 12 systèmes) :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \sum_g R_{ij}^{(g)} \dot{\gamma}^{(g)}. \quad (IV-27)$$

Le comportement du monocristal est décrit par une loi puissance sans écrouissage et munie d'un coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation n :

$$\dot{\gamma}^{(g)} = \dot{\gamma}_0^{(g)} \left(\frac{|\tau^{(g)}|}{\tau_0} \right)^n \text{sgn}(\tau^{(g)}), \quad (IV-28)$$

$$\tau^{(g)} = R_{ij}^{(g)} \sigma_{ij}, \quad (IV-29)$$

où τ_0 et $\dot{\gamma}_0$ sont des constantes « matériau » respectivement égales à 1MPa et à 1s^{-1} .

$R_{ij}^{(g)}$ est le tenseur d'orientation (ou tenseur de Schmid) défini pour un système de glissement indexé g par:

$$R_{ij}^{(g)} = \frac{1}{2} (m_i^{(g)} n_j^{(g)} + m_j^{(g)} n_i^{(g)}), \quad (IV-30)$$

où $n^{(g)}$ est le vecteur unitaire normal au plan de glissement et $m^{(g)}$ est le vecteur unitaire le long de la direction de glissement.

Dans le cas du nouveau modèle et du modèle de Paquin et al., une formulation sécante est utilisée :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = m_{ijkl}^{vp}(\sigma) \sigma_{kl}, \quad (IV-31)$$

où m_{ijkl}^{vp} est un tenseur anisotrope incompressible qui s'obtient à l'aide de (IV-28) :

$$m_{ijkl}^{vp} = \dot{\gamma}_0 \sum_g \frac{|\tau^{(g)}|^{n-1}}{(\tau_0)^n} R_{ij}^{(g)} R_{kl}^{(g)}. \quad (IV-32)$$

En raison de l'incompressibilité du comportement viscoplastique défini par (IV-32), il est nécessaire, à l'instar de Hutchinson [Hut76], d'ajouter une contribution compressible négligeable permettant l'inversion du tenseur m_{ijkl}^{vp} . Ainsi, d'un point de vue numérique, on utilise, dans le cas des deux modèles à *variables internes*, le tenseur des complaisances viscoplastiques $\tilde{m}_{ijkl}^{vp}$ qui s'écrit :

$$\tilde{m}_{ijkl}^{vp} = m_{ijkl}^{vp} + \chi \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad (IV-33)$$

où χ est négligeable devant I (typiquement $\chi = 10^{-8}$).

IV.3.1.2. Résultats numériques macroscopiques

Les comparaisons menées notamment avec le modèle de Kröner-Weng démontrent une plus grande souplesse de la part du nouveau modèle et du modèle de Paquin et al. (figures IV.10.($n=1$), IV.11.($n=2$) et IV.12($n=5$)). Pour $n=5$, les résultats concernant le nouveau modèle et le modèle de Paquin et al. sont comparés au modèle affine de Masson et Zaoui [Mas98] [MZ99].

Une texture isotrope de 2016 orientations équiprobables, obtenue par méthode vectorielle [Rue76], a été utilisée. Celle-ci a été fournie par R. Brenner et O. Castelnau [BC01] afin d'utiliser le même type de texture initiale que celle utilisée dans la thèse de Masson [Mas98].

La procédure de calcul pour les modèles de Kröner-Weng, Paquin et al. et pour le nouveau modèle est donnée dans le chapitre III (cf. paragraphe III.4.5.). Le temps CPU pour ces simulations est d'environ 45 minutes (station DIGITAL 500).

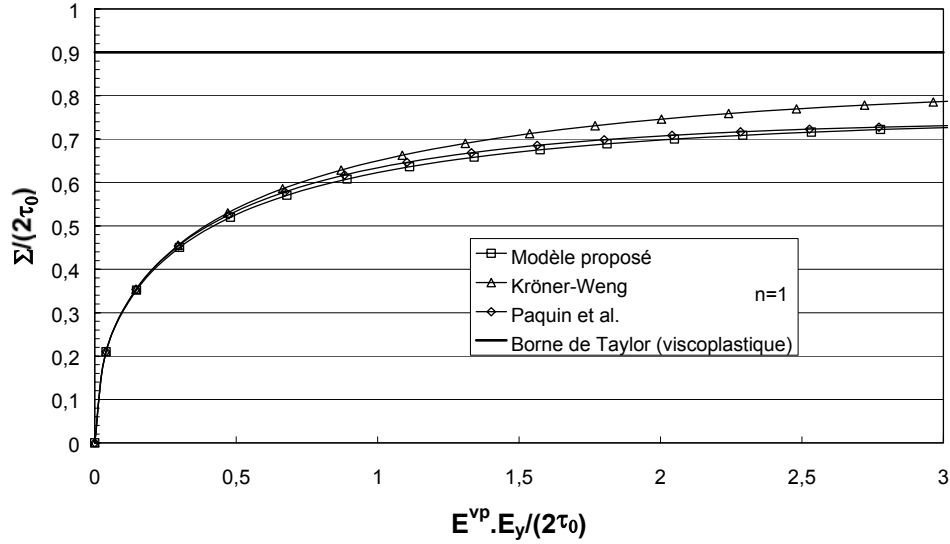


Figure IV.10. Comparaison du nouveau modèle et du modèle de Paquin et al. avec le modèle de Kröner-Weng dans le cas d'un polycristal élastoviscoplastique C.F.C. non texturé pour un essai de traction simple à vitesse de déformation macroscopique axiale $\dot{E}$

$$\left(\frac{\tau^0}{E_y} = 10^{-3}, \frac{\dot{E}}{\dot{\gamma}_0} = 1, n = 1 \right).$$

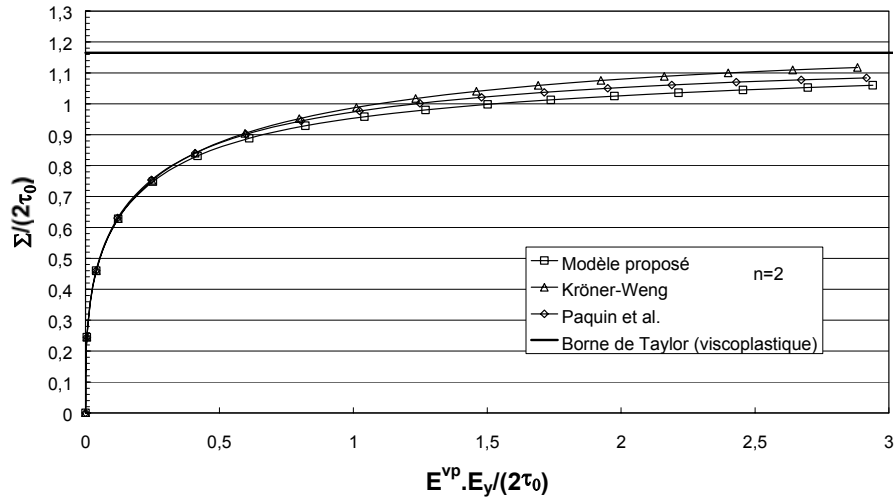


Figure IV.11. Comparaison du nouveau modèle et du modèle de Paquin et al. avec le modèle de Kröner-Weng dans le cas d'un polycristal élastoviscoplastique C.F.C. non texturé pour un essai de traction simple à vitesse de déformation macroscopique axiale $\dot{E}$

$$\left(\frac{\tau^0}{E_y} = 10^{-3}, \frac{\dot{E}}{\dot{\gamma}_0} = 1, n = 2 \right).$$

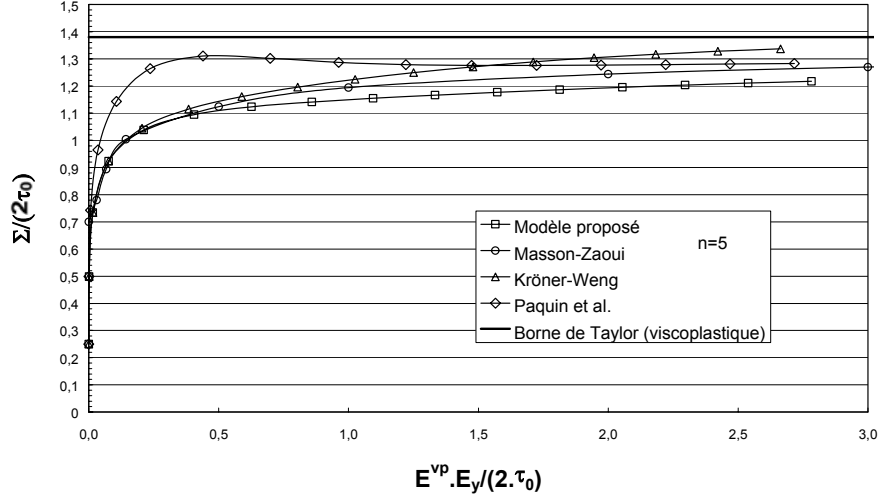


Figure IV.12. Comparaison du nouveau modèle et du modèle de Paquin et al. avec le modèle autocohérent affine de Masson-Zaoui [MZ99] et le modèle de Kröner-Weng dans le cas d'un polycristal élastoviscoplastique C.F.C. non texturé pour un essai de traction simple à vitesse

$$\text{de déformation macroscopique axiale } \dot{E} \left(\frac{\tau^0}{E_y} = 10^{-3}, \frac{\dot{E}}{\dot{\gamma}_0} = 1, n = 5 \right)$$

IV.3.1.3. Discussion

D'après les figures IV.10. à IV.12., on remarque que pour chaque valeur de n , le modèle de Kröner-Weng tend asymptotiquement vers la borne de Taylor. Ce résultat est en accord avec les résultats numériques présentés dans la thèse de Masson [Mas98] pour $n=5$. Pour $n=1$, c'est-à-dire pour une loi d'écoulement viscoplastique linéaire, la confrontation entre le nouveau modèle et le modèle de Paquin et al. fournit des résultats similaires, ce qui est en accord avec les résultats numériques de la section précédente obtenus pour un composite viscoélastique linéaire. Lorsque la non-linéarité augmente, c'est-à-dire lorsque n augmente, une plus grande différence est observée entre les deux modèles dans le régime transitoire. Pour $n=5$ (figure IV.12), le nouveau modèle et le modèle de Paquin et al. tendent vers les mêmes états asymptotiques (élastique pur et viscoplastique pur) que le modèle affine de Masson-Zaoui en élastoviscoplasticité, ce qui prouve que l'état stationnaire (viscoplastique) obtenu avec les deux modèles à *variables internes* se situe entre les bornes de Voigt (Taylor) et Reuss pour un matériau C.F.C. (figure IV.13.). Concernant la figure IV.13., l'état stationnaire, obtenu avec les deux modèles à *variables internes*, est confronté au modèle incrémental de Hutchinson [Hut76] et au modèle affine de Masson-Zaoui [Mas98] en viscoplasticité. Par ailleurs, le nouveau modèle donne dans le régime transitoire des résultats

plus proches de ceux du modèle de Masson-Zaoui, que ceux donnés par le modèle de Paquin et al. qui s'en écartent fortement (figure IV.12.). Etant donnés ces résultats, les deux modèles à *variables internes* (nouveau modèle, modèle de Paquin et al.) respectent les mêmes états asymptotiques que le modèle de Masson-Zaoui. Le nouveau modèle décrit des interactions élastoviscoplastiques plus souples que celles du modèle de Paquin et al. et se rapproche ainsi du modèle de Masson-Zaoui considéré comme le modèle de référence.

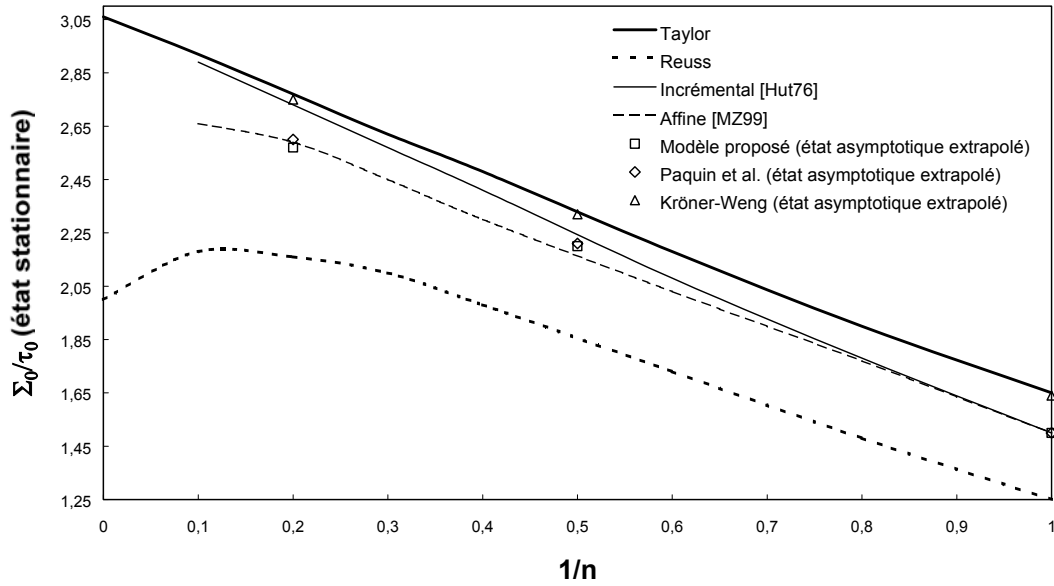


Figure IV.13. Fluage en loi puissance d'un polycristal C.F.C. sans texture en traction simple :
évolution de la contrainte de référence Σ_0 / τ_0 avec la sensibilité à la vitesse $m=1/n$.

Comparaison des résultats obtenus par les différents modèles.

IV.3.2. Polycristal Cubique Centré avec écrouissage

La seconde application vise à modéliser le comportement élastoviscoplastique d'un polycristal cubique centré (C.C.) à l'aide du nouveau modèle. Dans ce paragraphe, le comportement non linéaire du monocristal est décrit dans le cadre de la plasticité cristalline des métaux C.C. au travers d'une formulation sécante. La loi thermoviscoplastique issue de la théorie de l'activation thermique (cf. paragraphe II.3.4, chapitre II) est utilisée pour ces calculs. La réponse globale du matériau obtenue avec le nouveau modèle est comparée avec les modèles de Kröner-Weng et de Paquin et al.

IV.3.2.1. Comportement du monocristal

Suivant les conclusions du chapitre II relatives à la structure C.C., la déformation inélastique est supposée provenir uniquement du glissement cristallographique selon les deux familles de systèmes $\{110\}\langle 111 \rangle$ et $\{112\}\langle 111 \rangle$. Le tenseur d'orientation $R_{ij}^{(g)}$ suit la même définition que (IV-30) et l'expression du tenseur taux de déformation viscoplastique $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$ est celle donnée par (IV-27).

Une loi d'écoulement thermoviscoplastique locale à base physique introduite dans le chapitre II est utilisée :

$$\dot{\gamma}^{(g)} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau^{(g)}}{\mu} \right)^2 \exp \left(- \frac{\Delta G}{k_b T} \left(I - \left(\frac{|\tau^{(g)}|}{\tau_r^{(g)}} \right)^p \right)^q \right) \text{sgn}(\tau^{(g)}), \quad (\text{IV-34})$$

où $\dot{\gamma}_0$ est une vitesse de déformation de référence, μ est le module élastique de cisaillement, k_b est la constante de Boltzmann, T est la température absolue et ΔG est l'énergie d'activation liée au processus thermiquement activé. Les paramètres « matériau » p et q caractérisent la distribution spatiale des obstacles au mouvement des dislocations tels que $0 < p \leq 1$ et $1 \leq q \leq 2$ [KAA75]. Enfin, $\tau^{(g)}$ est la cission résolue actualisée (définie par (IV-29)) et $\tau_r^{(g)}$ est une cission résolue de référence caractéristique de l'état d'écrouissage. Le taux de déformation viscoplastique est écrit selon la formulation sécante donnée par la relation (IV-31) et le tenseur des complaisances viscoplastiques est défini par :

$$m_{ijkl}^{vp} = \dot{\gamma}_0 \sum_g \frac{|\tau^{(g)}|}{\mu^2} \exp \left(- \frac{\Delta G}{k_b T} \left(I - \left(\frac{|\tau^{(g)}|}{\tau_r^{(g)}} \right)^p \right)^q \right) R_{ij}^{(g)} R_{kl}^{(g)}. \quad (\text{IV-35})$$

L'évolution de $\tau_r^{(g)}$ est donnée par :

$$\dot{\tau}_r^{(g)} = \sum_g H^{gh} \left| \dot{\gamma}^{(h)} \right|, \quad (IV-36)$$

où H^{gh} est la matrice d'écrouissage décrite dans le paragraphe II.3.5. du chapitre II.

IV.3.2.2. Résultats numériques macroscopiques

Le polycristal est considéré comme un agrégat isotrope constitué de 100 grains sphériques. Celui-ci décrit un acier polycristallin à phase ferritique. Le comportement élastique est supposé isotrope (module de cisaillement : $\mu=80000\text{MPa}$, module de Poisson : $\nu=0.3$). En raison de l'incompressibilité du tenseur des complaisances viscoplastiques défini par (IV-35), la même procédure numérique est utilisée que celle au paragraphe précédent (équation (IV-33)). Les paramètres « matériau » sont rassemblés dans le tableau IV.1.

$\dot{\gamma}_0 (s^{-1})$	$\Delta G (eV)$	p	q	$\tau_{r0} (MPa)$	$\rho^0 (m^{-2})$	$\gamma_c (m)$	$b (m)$	K
$9,6.10^7$	0,862	1	2	90	10^{10}	4.10^{-8}	$2,5.10^{-10}$	10

Tableau IV.1. Jeu de paramètres « matériau » utilisés pour le calcul numérique.

Les modèles de Kröner-Weng [Krö61] [Wen81], Paquin et al. [Paq98] [PSB99] et le nouveau modèle sont comparés dans le cas d'un essai de traction avec une vitesse de déformation macroscopique imposée de $|\dot{E}| = 10^{-2} s^{-1}$ (figure IV.14). Les résultats macroscopiques sont représentés pour des déformations totales qui atteignent 20%.

La procédure de calcul pour chaque modèle est donnée dans le chapitre III (cf. paragraphe III.4.5.). Avec 100 grains, le temps de calcul CPU pour chaque simulation ne diffère pas d'un modèle à l'autre et il est d'environ 35 minutes sur une station de travail DIGITAL 500.

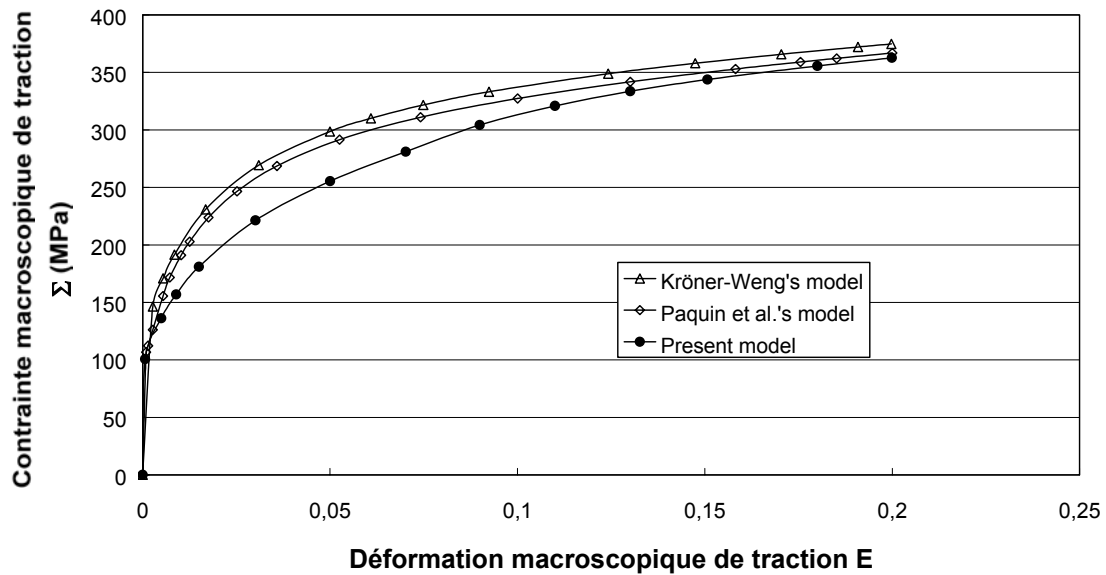


Figure IV.14. Courbes contraintes/déformations en traction simple à une vitesse de déformation de $|\dot{E}| = 10^{-2} s^{-1}$ pour un métal polycristallin C.C. de 100 grains.

IV.3.2.3. Discussion

Comme attendu, les trois modèles présentés donnent des résultats similaires à très faibles déformations correspondant à la réponse élastique pure du matériau. Aux plus grandes déformations le nouveau modèle et le modèle de Paquin et al. tendent vers la même contrainte limite alors que le modèle de Kröner-Weng prédit un niveau de contrainte trop élevé. Ces différences attendues sont moins importantes que pour celles observées dans le cas d'un matériau biphasé viscoélastique linéaire isotrope incompressible (paragraphe IV.2.). Ceci est principalement dû au faible contraste mécanique entre les hétérogénéités en jeu dans les métaux polycristallins C.C. par rapport à celles présentes dans les matériaux biphasés. En effet dans le cas des métaux polycristallins C.C., l'élasticité est habituellement considérée comme homogène et l'anisotropie plastique reste faible en raison du nombre élevé de systèmes de glissement possibles. La figure IV.14. montre des différences entre le nouveau modèle et le modèle de Paquin et al. dans le régime transitoire. Tout comme pour le polycristal C.F.C. sans écrouissage (figure IV.12.), le nouveau modèle fournit une transition plus lisse lors du passage de l'état élastique à l'état viscoplastique. Cette différence, dans l'estimation du régime transitoire, provient des interactions élastoviscoplastiques et du choix de champs translatsés et d'opérateurs de projection différents de ceux choisis par Paquin et al.

IV.4. Prédiction du comportement élastoviscoplastique des aciers sous sollicitation dynamique

IV.4.1. Introduction

Actuellement, les travaux de recherche sur les lois de comportement des aciers s'orientent vers des lois physiques et non plus empiriques. En effet, ces lois reposent sur l'étude de l'influence du matériau de la structure concernée ainsi que la compréhension des phénomènes microstructuraux. La détermination du domaine de validité de ces lois de comportement permet de proposer des lois qui suivent le plus fidèlement possible les résultats expérimentaux. Par conséquent, il est primordial de réaliser des essais expérimentaux fiables permettant de calibrer les modèles. En utilisant le modèle à *variables internes* de Paquin et al. [Pq98] [PSB99], on se focalise dans cette partie sur l'étude du comportement en traction dynamique d'aciers doux, *Dual-Phase* et *HSLA*, puis du comportement en cisaillement dynamique des aciers doux et *Dual-Phase*. Le modèle tient compte de la microstructure de ces aciers et des mécanismes métallurgiques pouvant influencer leurs caractéristiques mécaniques et leur sensibilité à la vitesse de déformation. Dans un premier temps, on modélise suivant le couplage thermomécanique important à grande vitesse de déformation, responsable de l'échauffement de l'éprouvette et de l'adoucissement thermique.

IV.4.2. Couplage thermomécanique

Au cours d'un essai à grande vitesse de déformation, un échauffement de l'éprouvette se produit de telle sorte qu'un régime quasi-adiabatique est atteint et des effets d'adoucissement thermique ont lieu d'après Zhao, Kapoor et Nemat-Nasser [Zha97] [KN98]. Ces auteurs calculent l'augmentation de température en supposant que 90% du travail plastique est converti en chaleur selon les travaux de Taylor-Quinney [TQ34] et que la déformation plastique est homogène. Dans ce paragraphe, on donne une description du passage isotherme (quasi-statique) à adiabatique (dynamique) et la quantité de chaleur est calculée par le biais de l'équation de la chaleur.

L'équation de la chaleur part du principe que la variation de quantité de chaleur liée à l'échauffement du matériau est égale à la somme de la chaleur échangée avec l'extérieur (fuites) et de la chaleur produite au sein du matériau (sous forme de dissipation intrinsèque) et de la chaleur produite par des sources extérieures (rayonnement) [Mau92] :

$$dC_{\alpha}\dot{T} = d_{int} + \text{div}(q) + r_e, \quad (\text{IV-37})$$

avec :

d : densité de l'acier (7800 kg.m⁻³).

C_{α} : chaleur spécifique de l'acier (480 J.kg⁻¹.m⁻¹)

q : flux de quantité de chaleur reçue.

d_{int} : la dissipation intrinsèque au matériau.

r_e : chaleur produite par des sources extérieures.

Dans la suite, r_e est négligée. En se servant de la loi de Fourier et en supposant que l'échange de chaleur se fait par conduction isotrope :

$$q = -k\text{grad}(T) \quad (\text{IV-38})$$

où k représente le coefficient de conduction (64 W.m⁻¹.K⁻¹).

En se plaçant à l'équilibre thermique de température T_0 (température ambiante), on a :

$$\text{div}(k\text{grad}(T_0)) = 0 \quad (\text{IV-39})$$

Par changement de variable $\theta = T - T_0$, l'équation de la chaleur (IV-37) s'écrit :

$$dC_{\alpha}\dot{\theta} - k\Delta\theta = d_{int}. \quad (\text{IV-40})$$

Dans le cas d'une plaque d'épaisseur e et de largeur l et de section S , l'opérateur Laplacien se simplifie de la manière suivante d'après Chrysochoos et al. [CLG98] :

$$k\Delta\theta = -\frac{2h(e+l)}{S}\theta + k\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}, \quad (\text{IV-41})$$

où h représente un coefficient d'échange moyen entre l'air et l'éprouvette. Cela revient en fait à faire une moyenne de la chaleur qui est dégagée par les bords de l'éprouvette. On considère de plus que la température est la même tout au long de l'éprouvette, ce qui annule le second terme de (IV-41) :

$$k\Delta\theta = \frac{2h(e+l)}{S}\theta. \quad (\text{IV-42})$$

La dissipation intrinsèque vaut :

$$d_{int} = \frac{I}{V} \int_V \sigma : (\dot{\varepsilon}^{ve} + \dot{\varepsilon}^{vp}) dV \quad (\text{IV-43})$$

où V représente le volume élémentaire représentatif du matériau, $\dot{\varepsilon}^{ve}$ et $\dot{\varepsilon}^{vp}$ sont respectivement les tenseurs taux de déformation viscoélastique et viscoplastique locaux. Ainsi,

$$dC_\alpha \dot{\theta} + \frac{2h(e+l)}{S}\theta = \frac{I}{V} \int_V \sigma : (\dot{\varepsilon}^{ve} + \dot{\varepsilon}^{vp}) dV. \quad (\text{IV-44})$$

D'où:

$$\dot{\theta} + \frac{\theta}{\tau} = \frac{I}{dC_\alpha} \frac{I}{V} \int_V \sigma : (\dot{\varepsilon}^{ve} + \dot{\varepsilon}^{vp}) dV, \quad (\text{IV-45})$$

où :

$$\tau = \frac{S}{2(e+l)} \frac{I}{h} dC_\alpha = F_f \frac{I}{h} dC_\alpha. \quad (\text{IV-46})$$

Dans (IV-46), τ est un temps caractéristique des pertes de chaleur à travers les surfaces planes de l'éprouvette et F_f est un facteur de forme. Dans le cas d'une éprouvette élancée ($e \ll l \ll L$),

$$F_f = \frac{el}{2(e+l)}, \quad (IV-47)$$

alors que dans le cas d'une éprouvette type plaque mince ($e \ll l \sim L$),

$$F_f = \frac{e}{2}. \quad (IV-48)$$

A l'aide de (IV-45), l'incrément de température est calculé à chaque incrément de déformation.

L'adoucissement thermique est calculé en supposant que la cission de référence initiale est de la forme [Jao64]:

$$\tau_r^0(T) = \tau_r^0(T_0) - a(T - T_0)^n, \quad (IV-49)$$

où :

a est un coefficient de sensibilité à la température du matériau.

T_0 est la température ambiante (293K).

n est une constante (prise égale à 1/3 d'après Jaoul [Jao64]).

L'évolution de la cission de référence qui définit le taux d'écrouissage microscopique à chaque instant devient :

$$\dot{\tau}_r^{(g)} = \sum_h H^{(gh)} \left| \dot{\gamma}^{(h)} \right| - a \dot{T} (T - T_0)^{-2/3} \quad (IV-50)$$

La loi (IV-50) est composée de deux termes. Le premier terme est le terme classique de la loi d'écrouissage contenant la matrice d'écrouissage (cf. ANNEXE 1). Le second terme est

l'adoucissement thermique qui apparaît lors de chargements à grandes vitesses de déformation où apparaissent des échauffements relativement importants. Contrairement au premier terme qui est anisotrope, celui-ci est le même pour chaque système de glissement.

L'autre contribution à l'adoucissement thermique est contenue dans le terme d'annihilation critique $\gamma_c(T)$. D'après Essmann et Mughrabi [EM79] et Luft [Lu91], celui-ci augmente avec la température (cf. paragraphe II.3.6., chapitre II). Dans les expressions précédentes, la température T est supposée homogène.

IV.4.3. Influence de la microstructure en traction dynamique

IV.4.3.1. Aciers doux

Présentation des aciers :

L'étude porte tout d'abord sur deux aciers doux dont les désignations sont *DC04* et *DC05*. L'acier *DC04* est un acier doux à emboutissage supérieur (norme française : acier *ES*) calmé aluminium et l'acier *DC05* est un acier doux *IF* (*Interstitial Free*). Comme le montrent les micrographies reportées sur les figures IV.15.a. et IV.15.b. (réalisées après un polissage mécanique jusqu'à 1 μm et une attaque chimique au Nital), ces deux aciers sont ferritiques (une seule phase cristallographique) et sans précipités. La taille moyenne des grains est d'environ 20 μm avec une texture morphologique peu marquée. La figure IV.15.c. représente, en fonction des micrographies, la modélisation micromécanique envisagée pour ces aciers. Les compositions chimiques et les caractéristiques mécaniques statiques ($R_{p0.2}$: limite élastique conventionnelle, R_m : contrainte maximale, A_g : allongement avant striction, A : allongement à la rupture) de ces deux aciers doux sont très proches (tableaux IV.2. à IV.5.).

C	Mn	P	S	N	Al	Ti	Nb	Si	Cu	Cr	Ni	Zr
2,8	159	8	7	3,9	28	52	<1	18	6	20	20	<1

Tableau IV.2. Composition chimique de l'acier *DC04* (en 10^{-3} poids%).

C	Mn	P	S	N	Al	Ti	Nb	Si	Cu	Cr	Ni	Zr
8,6	124	6	9	3,9	44	126	<1	8	16	24	20	<1

Tableau IV.3. Composition chimique de l'acier *DC05* (en 10^{-3} poids%).

Direction de traction	Rp 0,2 (MPa)	Rm (MPa)	Ag (%)	A (%)
Longitudinale	182	311	23,3	41,7
45°	189	311	22,9	40,6
Transverse	190	307	23	42,7

Tableau IV.4. Caractéristiques mécaniques principales en traction statique pour l'acier *DC04*.

Direction de traction	Rp 0,2 (MPa)	Rm (MPa)	Ag (%)	A (%)
Longitudinale	148	310	23,7	43,8
45°	155	315	22,3	40
Transverse	153	307	22	39

Tableau IV.5. Caractéristiques mécaniques principales en traction statique pour l'acier *DC05*.

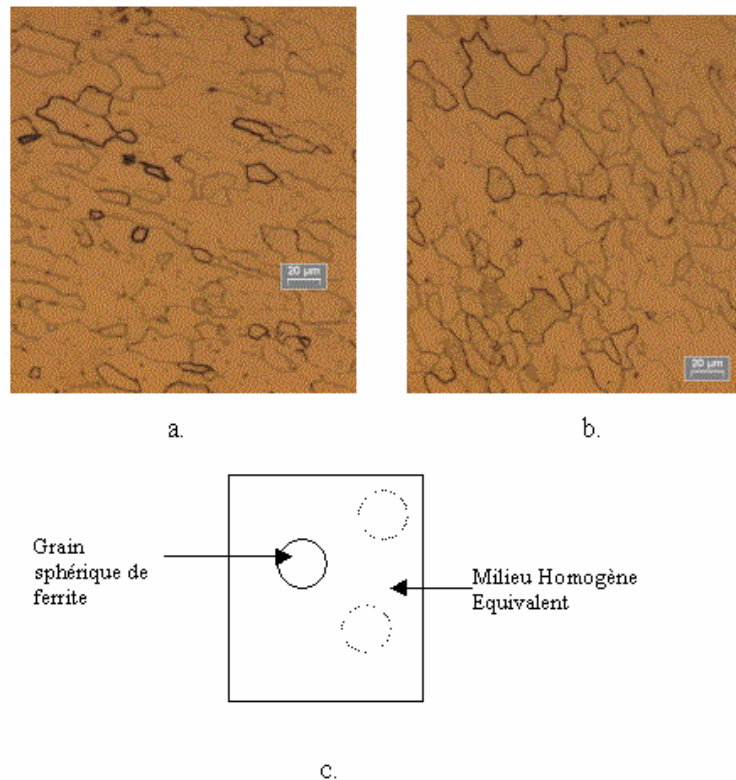


Figure IV.15. Micrographies :a. acier *DC04*, b. acier *DC05*, c. modélisation (V.E.R.).

Moyens et résultats expérimentaux :

Une campagne d'essais de traction dynamique a été réalisée au LEDEPP (Laboratoire d'Etudes et de Développement des Produits Plats, Usinor Recherche et Développement) sur une machine hydraulique type Schenck (100kN, 20m/s) pouvant atteindre raisonnablement des vitesses de déformation de l'ordre de 200s^{-1} [CC00a]. Le banc d'essai est composé d'un capteur piézoélectrique pour mesurer les contraintes et d'un extensomètre laser pour mesurer les déformations de l'éprouvette. Les éprouvettes ont une longueur utile de $L_0=40\text{mm}$, une largeur de $l=13\text{mm}$ et une épaisseur de $e=0,8\text{mm}$. Les essais de traction quasi-statiques (c'est-à-dire pour des vitesses de déformation inférieures à 1s^{-1}) sont réalisés à l'aide d'une machine classique type Zwick (20kN). La direction de sollicitation en traction est la direction transverse par rapport à la direction de laminage. Pour des vitesses de déformation supérieures à 200s^{-1} , la technique de traction par barres de Hopkinson est utilisée et le banc d'essai expérimental est le même que pour une sollicitation de cisaillement (cf. paragraphe IV.4.4.). Dans le cas de la traction par barres de Hopkinson, les dimensions de l'éprouvette sont les suivantes : $L_0=10\text{mm}$, $l=4\text{mm}$ et $e=0,8\text{mm}$. Lorsque l'éprouvette est déformée en traction à plusieurs vitesses de déformation jusqu'à 100s^{-1} , les réponses macroscopiques en contrainte/déformation présentent à grandes vitesses de déformation de fortes oscillations dues à des vibrations et à des phénomènes d'inertie (figure IV.16.). De plus, la striction apparaît très tôt pour une vitesse de déformation de 105s^{-1} (figure IV.16.).

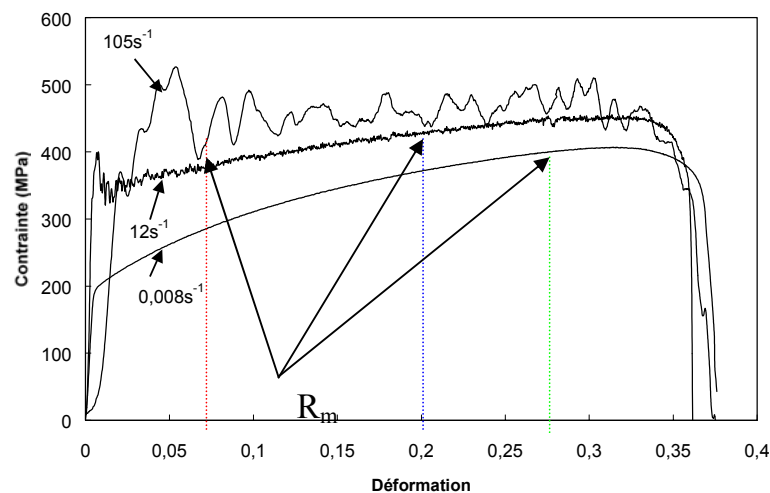


Figure IV.16. Courbes de traction obtenues à plusieurs vitesses de déformation pour l'acier DC04.

Lorrain [Lor00] a observé sur des éprouvettes *post mortem* des lignes de glissement dans des zones où la déformation reste homogène (figure IV.17.). Ce résultat expérimental défend l'hypothèse selon laquelle le mécanisme prédominant de déformation à grande vitesse de déformation est le glissement cristallographique. Comme cela est décrit au chapitre II, la modélisation prend en compte le glissement cristallographique dans la ferrite selon les deux familles de systèmes de glissement $\{110\}\langle 111 \rangle$ et $\{112\}\langle 111 \rangle$. Les cissions résolues de référence initiales τ_r^0 sont choisies identiques pour les 24 systèmes de glissement considérés. La matrice d'écrouissage décrivant les interactions dislocations/dislocations se réduit à deux termes reliés par le coefficient d'anisotropie q et issus d'expériences d'écrouissage latents sur les monocristaux cubiques centrés [Fra83] [Fra84] [Fra85] (cf. chapitre II, paragraphe II.3.4.).

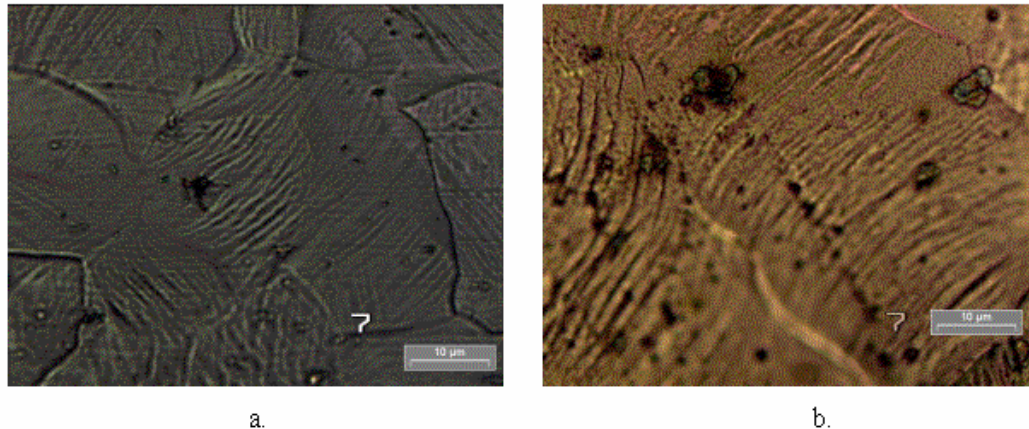


Figure IV.17. Clichés sur DC04 réalisés au Microscope Electronique à Balayage d'éprouvettes de traction

polies en surface et déformées (zones de déformation homogènes) :

a. traction lente (0.008s^{-1}), b. traction dynamique (105s^{-1}).

Identification des paramètres du modèle pour les aciers doux :

On décrit dans un premier temps une revue des paramètres d'entrée du modèle. Ceux-ci sont donnés dans le fichier d'entrée du programme écrit en FORTRAN 77. Les paramètres élastiques isotropes sont connus pour les aciers (deux paramètres : module de cisaillement élastique μ et rapport de Poisson ν) et les paramètres viscoélastiques isotropes ont été calculés dans le paragraphe II.3.8. du chapitre II (deux paramètres : μ_{vl} et ν_{vl}). La loi thermoviscoplastique à base physique décrite dans le chapitre II (paragraphe II.3.4.) présente

4 paramètres viscoplastiques : $\dot{\gamma}_0$, ΔG , p et q . La loi d'écrouissage intragranulaire à base physique (cf. paragraphe II.3.5., chapitre II) contient 5 paramètres : τ_r^0 , ρ^0 , K , $\beta(y_c)$ et q (matrice anisotropie). Enfin, 4 paramètres sont issus du couplage thermomécanique au travers des équations (IV-45) et (IV-49) : τ , $\frac{l}{dC_\alpha}$ et a . Le tableau IV.6. regroupe l'ensemble de ces paramètres.

Nature des paramètres	Noms des paramètres	Identification des paramètres
Elastiques isotropes	μ ν	Fixé à 80000 MPa Fixé à 0,3
Viscoélastiques isotropes	μ_{vl} ν_{vl}	Fixé à 10^7 MPa.s Fixé à 0,3
Viscoplastiques	<u>Loi viscoplastique :</u> $\dot{\gamma}_0$ ΔG p q	Ajusté ($10^6 s^{-1} \leq \dot{\gamma}_0 \leq 10^{11} s^{-1}$) [FA82] [Har99] Ajusté (proche de $0,1 \mu b^3$) [KAA75] [FA82] [Noj87] Ajusté ($0 < p \leq 1$) [KAA75] [Nad88] Ajusté ($1 \leq q \leq 2$) [KAA75] [Nad88]
Ecrouissage	<u>Données initiales :</u> τ_r^0 ρ^0 <u>Loi d'écrouissage :</u> K $\beta(y_c)$ q (anisotropie)	Ajusté (contient la contrainte de Peierls qui dépend de la température, du durcissement par solution solide et par précipités, de la taille de grains) [Jao64] Ajusté ($10^9 m^{-2} \leq \rho^0 \leq 10^{12} m^{-2}$) [KW63] [TG94] Ajusté en fonction de la taille de grains [Hoc99] [HF01] Ajusté ($\beta \approx \frac{\mu b}{2\pi}$) [EM79] Fixé à $q=1,1$ (structure C.C.) [Fra84]
Thermomécaniques	<u>Equation de la chaleur :</u> τ $\frac{l}{dC_\alpha}$ <u>Adoucissement thermique :</u> a	Ajusté (paramètre dépendant de la géométrie de l'éprouvette) Fixé à 0,33 Ajusté

Tableau IV.6. Paramètres d'entrée du modèle pour chaque grain.

Comme le montre ce tableau, certains d'entre eux sont fixés une fois pour toutes pour les aciers : il s'agit des paramètres élastiques et viscoélastiques isotropes, q (matrice anisotropie) et $\frac{I}{dC_\alpha}$. Les autres paramètres sont déterminés par des essais successifs (identification « manuelle ») mais en restant dans les « bornes » ou proches des valeurs physiques issues de la littérature.

Les paramètres ont été identifiés « manuellement » avec les points expérimentaux à 5% et 10% de déformation des courbes de traction (direction transverse) pour l'acier *DC04* pour trois vitesses de déformation: $0.008s^{-1}$, $12s^{-1}$ et $105s^{-1}$. Il est à noter que τ a été ajusté pour passer naturellement d'un régime purement isotherme à $0.008s^{-1}$ à un régime purement adiabatique à $105s^{-1}$ (cf. paragraphe II.2.1.3., chapitre II). En se donnant des erreurs relatives admissibles de moins de 5% et en respectant des valeurs admissibles pour les paramètres physiques, on trouve le jeu de paramètres correspondant à l'acier *DC04* qui est non unique (tableau IV.7.). Ce jeu de paramètres a également été utilisé pour l'acier *DC05*. L'influence de chaque paramètre sur les courbes de traction est détaillée dans l'ANNEXE 6.

$\dot{\gamma}_0 (s^{-1})$	$\Delta G(eV)$	p	q	$\tau_r^0 (MPa)$	$\rho^0 (m^{-2})$	K	$\beta(y_c)$ ($m.MPa$)	$\tau(s)$	a
$9,6.10^7$	0,862	1	2	90	10^{10}	10	$3,2.10^{-6}$	2.10^{-2}	12

Tableau IV.7. Paramètres identifiés sur les courbes de traction (direction transverse) de l'acier *DC04* pour trois vitesses de déformation.

Comparaison essais expérimentaux/courbes simulées en traction et discussion :

Les figures IV.18. et IV.19. présentent les résultats numériques simulés pour une sollicitation dans une direction à 90° de la direction de laminage (direction transverse) à trois vitesses de déformation différentes pour les deux aciers doux. La texture utilisée pour les simulations est la texture cristallographique d'un acier doux (100 grains). On compare directement les simulations aux données expérimentales provenant d'essais en traction grande vitesse (machine hydraulique). La figure IV.20. décrit la sensibilité à la vitesse des aciers doux et les résultats du modèle obtenus pour des déformations macroscopiques de 5% et 10%

dans une grande gamme de vitesse de déformation sont satisfaisants. L'adoucissement thermique et la sensibilité à la vitesse sont élevés pour ce type d'acier. Par ailleurs, le comportement aux faibles déformations ($|E| < 2\%$) est mal décrit par une loi viscoplastique thermiquement activée sans seuil et une amélioration dans cette gamme de déformation peut être obtenue en introduisant un seuil (cf. paragraphe II.3.7., chapitre II).

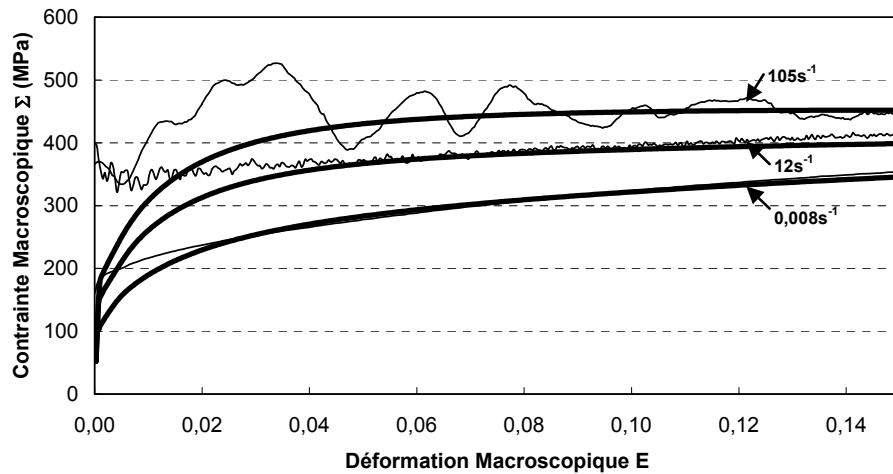


Figure IV.18. Comparaison modèle (traits gras) / expérience (traits fin) en traction grande vitesse pour l'acier *DC04* (direction transverse).

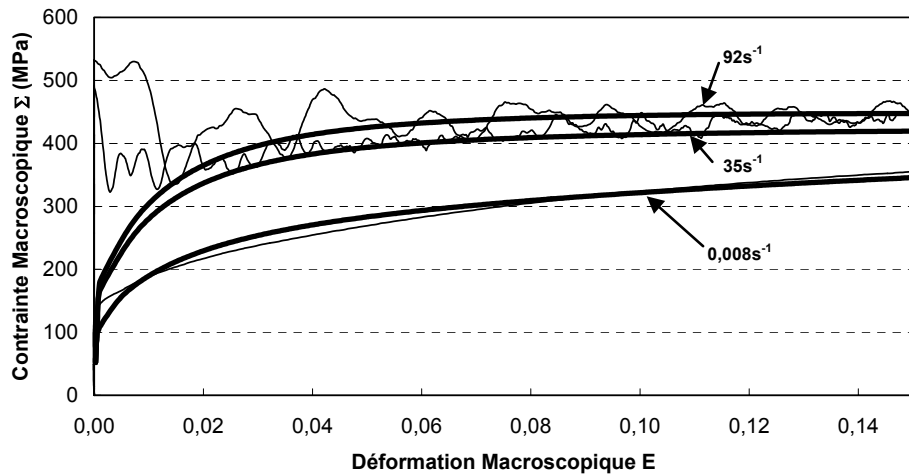


Figure IV.19. Comparaison modèle (traits gras) / expérience (traits fins) en traction grande vitesse pour l'acier *DC05* (direction transverse).

L'évolution de la température au cours de la déformation a été relevée dans le cas des essais de traction simulés pour les trois vitesses de déformation précédentes pour les aciers doux (figure IV.21.). La température initiale est prise égale à 293K et on constate que l'essai de traction simulé pour une vitesse de $0,008\text{s}^{-1}$ est réalisé dans des conditions isothermes. L'ordre de grandeur des échauffements pour les essais à grandes vitesses (environ 13K pour 10% de déformation à 105s^{-1}) est en accord avec les données de la littérature calculées par le travail plastique [ZG96] [KN98].

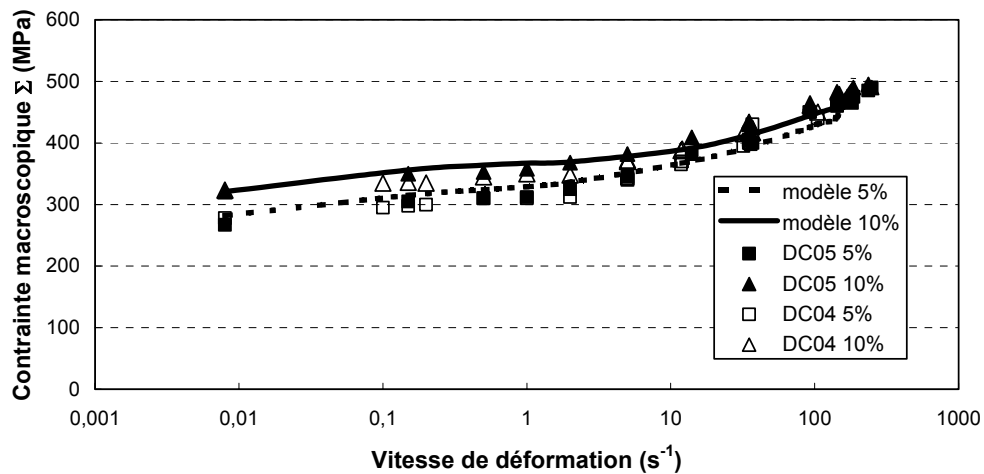


Figure IV.20. Sensibilité à la vitesse des aciers doux: modèle (lignes) et expérience (points).

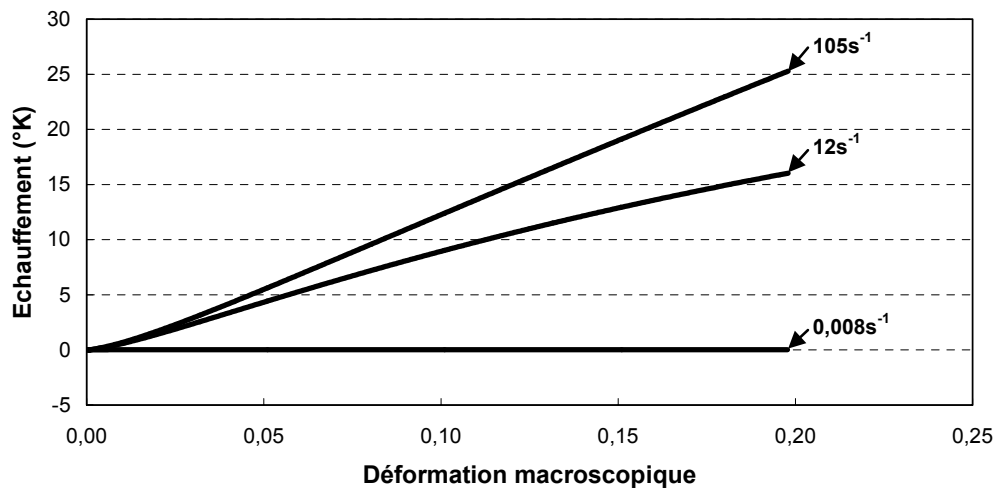


Figure IV.21. Simulation de l'échauffement pour trois vitesses de déformation.

IV.4.3.2. Aciers *Dual-Phase*

Présentation des aciers *Dual-Phase* :

Les aciers *Dual-Phase* étudiés sont respectivement les aciers *DP450*, *DP500* et *DP600*. Ces aciers sont des aciers à haute limite d'élasticité pour formage à froid. Pour ces aciers, la plage de vitesse de déformation admissible avec la machine de traction grande vitesse est de $0,2s^{-1}$ à environ $200s^{-1}$ [CC00b]. Les dimensions des éprouvettes sont les mêmes que pour les aciers doux à l'exception de l'épaisseur qui varie d'une nuance à l'autre ($e=0,7mm$ pour les aciers *DP450* et *DP500* ; $e=1,2mm$ pour l'acier *DP600*). Un essai de traction quasi-statique à une vitesse de déformation de $0,008s^{-1}$ est réalisé sur chaque acier pour compléter les données expérimentales. Pour chaque vitesse de déformation, l'éprouvette est sollicitée dans la direction transverse. Les tableaux IV.8. à IV.10. présentent les compositions chimiques des aciers *Dual-Phase*. Les tableaux IV.11. à IV.13. donnent les caractéristiques mécaniques principales en statique.

C	Mn	P	S	N	Al	Ti	Nb	Si	Cu	Cr	Ni	Zr
60	1243	12	2	5,7	36	1	<1	123	7	14	2	<1

Tableau IV.8. Composition chimique de l'acier *DP450* (en 10^{-3} poids%).

C	Mn	P	S	N	Al	Ti	Nb	Si	Cu	Cr	Ni	Zr
76,8	1489	19	1	5,4	31	2	<1	344	7	213	13	<1

Tableau IV.9. Composition chimique de l'acier *DP500* (en 10^{-3} poids%).

C	Mn	P	S	N	Al	Ti	Nb	Si	Cu	Cr	Ni	Zr
114	1465	15	<1	4,4	35	11	<1	357	7	221	22	<1

Tableau IV.10. Composition chimique de l'acier *DP600* (en 10^{-3} poids%).

Direction de traction	Rp 0,2 (MPa)	Rm (MPa)	Ag (%)	A (%)
Longitudinale	255	489	20	32,8
45°	262	494	19,5	30,1
Transverse	266	495	19,7	29,7

Tableau IV.11. Caractéristiques mécaniques principales en traction statique pour l'acier *DP450*.

Direction de traction	Rp 0,2 (MPa)	Rm (MPa)	Ag (%)	A (%)
Longitudinale	272	586	18,7	27,6
45°	280	594	18,5	27,5
Transverse	285	599	18,1	26,5

Tableau IV.12. Caractéristiques mécaniques principales en traction statique pour l'acier *DP500*.

Direction de traction	Rp 0,2 (MPa)	Rm (MPa)	Ag (%)	A (%)
Longitudinale	410	661	15	23,1
45°	407	665	15,2	21,9
Transverse	396	669	15	21,8

Tableau IV.13. Caractéristiques mécaniques principales en traction statique pour l'acier *DP600*.

D'après les figures IV.22. à IV.24. qui présentent les micrographies des aciers *Dual-Phase*, ceux-ci se composent d'une phase ferritique (sombre) et d'une phase martensitique (îlots clairs). Après un polissage mécanique (1µm), une attaque chimique à l'aide d'une solution de type LePera [Lep80] (composée de Picral concentré à 4% et de sodium disulfite concentré à 50%), a été utilisée pour distinguer l'ensemble des phases présentes dans les aciers *Dual-Phase*. Ils contiennent également en quantité minoritaire des phases carburées composées de bainite et de perlite aux joints de grains. Les tailles moyennes des grains ferritiques et les fractions volumiques de martensite ont été déterminées par analyse d'image d'après les micrographies. Le tableau IV.14. regroupe ces données microstructurales qui sont prises en compte dans la modélisation. La taille des îlots martensitiques est plus petite d'un facteur 10 à 20 environ par rapport à la taille moyenne des grains ferritiques pour les aciers *DP450* et *DP500*. Ceux-ci ont des grains de ferrite équiaxes et des îlots de martensite répartis

de manière homogène (figures IV.22. et IV.23.), tandis que l'acier *DP600* présente une microstructure orientée dans le sens du laminage (structure de bandes, cf. figure IV.24.). Pour l'acier *DP600*, les îlots martensitiques sont allongés et sont en moyenne plus petits d'un facteur 2 à 5 par rapport aux grains ferritiques (figure IV.24.).

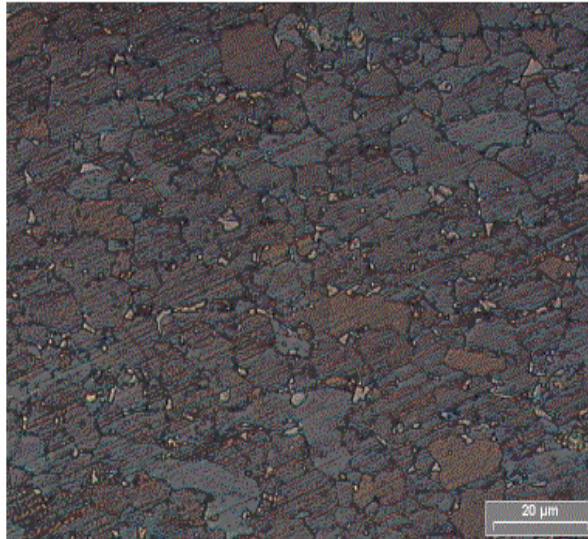


Figure IV.22. Micrographie de l'acier *DP450* (tranche d'une éprouvette découpée dans la direction transverse).

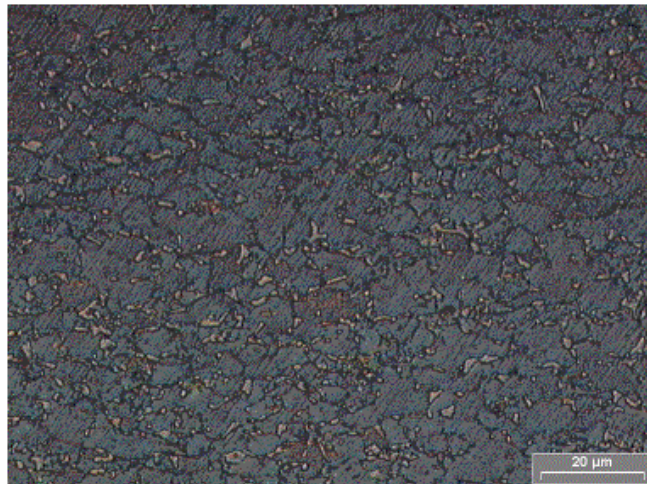


Figure IV.23. Micrographie de l'acier *DP500* (tranche d'une éprouvette découpée dans la direction transverse).

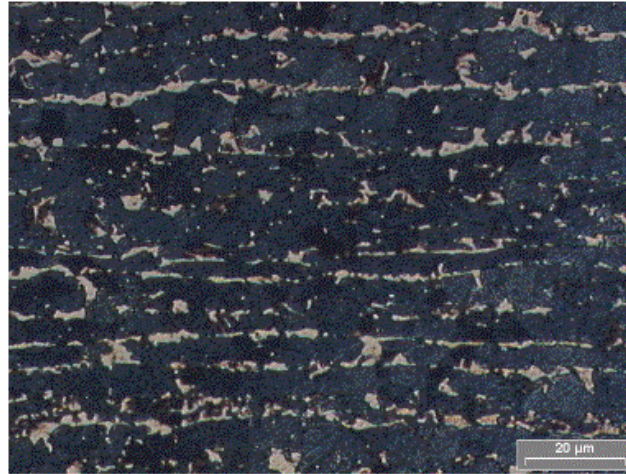


Figure IV.24. Micrographie de l'acier *DP600* (tranche d'une éprouvette découpée dans la direction transverse).

Nuance d'acier	Taille moyenne des grains de ferrite (μm)	Fraction volumique de martensite (%)
<i>DP450</i>	~ 20	8
<i>DP500</i>	~ 15	10
<i>DP600</i>	~ 15	15

Tableau IV.14. Caractéristiques microstructurales des aciers *Dual-Phase*.

Du point de vue de la modélisation, les aciers *Dual-Phase* sont considérés comme des polycristaux métalliques biphasés. Le polycristal est composé de 100 grains sphériques. Parmi ceux-ci, les aciers *DP450*, *DP500* et *DP600* contiennent respectivement 8, 10 et 15 grains martensitiques qui modélisent les îlots martensitiques (figure IV.25.).

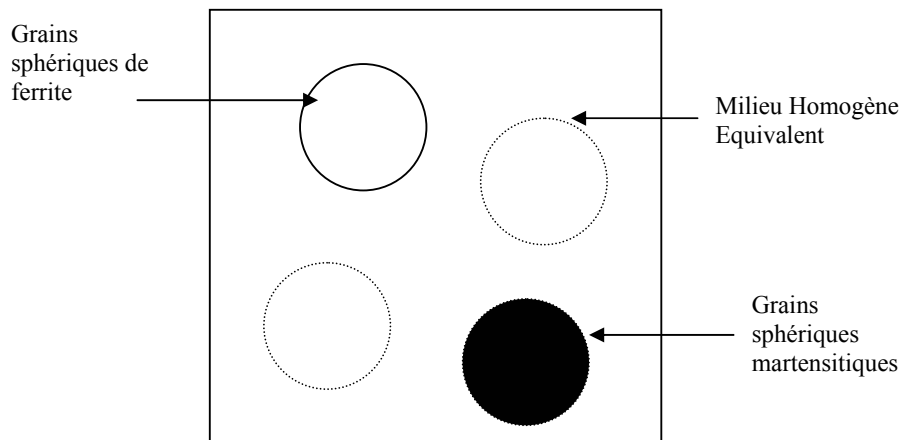


Figure IV.25. Modélisation micromécanique (V.E.R.) pour les aciers *Dual-Phase*.

Peu de données sont actuellement disponibles dans la littérature concernant la plasticité de la martensite [KT81] [BCW87]. Blum et al. [BCW87] ont observé sur des micrographies que la déformation plastique apparaît dans la ferrite (lignes de glissement), tandis que la martensite est encore dans un état élastique. Pour des déformations plus élevées, la martensite plastifie par glissement pour une morphologie fine et plutôt par maclage pour une morphologie plus grossière [KT81]. Du point de vue de la modélisation, deux hypothèses ont été formulées. La première hypothèse est que la martensite plastifie mais à partir d'un seuil d'écoulement beaucoup plus élevé que la ferrite. Par souci de simplicité, la même forme de loi thermoviscoplastique décrite dans le chapitre II (cf. paragraphe II.3.4.) est utilisée pour chaque phase. Les paramètres de cette loi sont ajustés en fonction des microstructures et du comportement de chacune des phases. La seconde hypothèse est que la structure de la martensite est supposée, comme pour la ferrite, cubique centrée. En fait, elle est majoritairement quadratique centrée dans les aciers *Dual-Phase*, c'est-à-dire cubique centrée déformée.

Identification des paramètres du modèle polycristallin pour les aciers *Dual-Phase* :

La nature des paramètres d'entrée du modèle pour chaque phase est la même que pour les aciers doux. La méthode d'identification des paramètres est effectuée par rapport aux courbes expérimentales de traction (direction transverse) pour trois vitesses de déformation différentes. Pour la phase ferritique, les jeux de paramètres identifiés pour les aciers *DP450*,

DP500 et DP600 (tableaux IV.15 à IV.17.) sont très proches de celui trouvé pour les aciers doux et tiennent compte d'effets métallurgiques (taille des grains, durcissement par solution solide et par la présence de carbures). Ainsi, tous les paramètres identifiés dans le cas des aciers doux (monophasés ferritiques) ont été maintenus pour décrire le comportement de la phase ferritique dans les aciers *Dual-Phase* à l'exception de :

- en ce qui concerne les paramètres d'écrouissage :
 - (i) la cission initiale de référence est augmentée lorsque la taille de grains de la ferrite diminue et lorsque le taux de carbone en solution solide augmente.
 - (ii) le paramètre K lié à la taille de grains.
- en ce qui concerne les paramètres liés à la loi d'écoulement thermoviscoplastique :
 - (i) l'énergie d'activation est augmentée pour décrire la plus faible sensibilité à la vitesse de déformation de la ferrite dans l'acier biphasé par rapport à celle dans l'acier monophasé. Cet effet, lié aux contraintes résiduelles générées lors de l'élaboration du matériau, est discuté à la fin du paragraphe.

$\dot{\gamma}_0 (s^{-1})$	$\Delta G (eV)$	p	q	$\tau_r^0 (MPa)$	$\rho^0 (m^{-2})$	K	$\beta(y_c)$ (m.MPa)	$\tau (s)$	a
$9,6.10^7$	1,293	1	2	100	10^{10}	10	$3,2.10^{-6}$	2.10^{-2}	12

Tableau IV.15. Paramètres identifiés du modèle pour la phase ferritique de l'acier DP450.

$\dot{\gamma}_0 (s^{-1})$	$\Delta G (eV)$	p	q	$\tau_r^0 (MPa)$	$\rho^0 (m^{-2})$	K	$\beta(y_c)$ (m.MPa)	$\tau (s)$	a
$9,6.10^7$	1,293	1	2	100	10^{10}	8	$3,2.10^{-6}$	2.10^{-2}	12

Tableau IV.16. Paramètres identifiés du modèle pour la phase ferritique de l'acier DP500.

$\dot{\gamma}_0 (s^{-1})$	$\Delta G (eV)$	p	q	$\tau_r^0 (MPa)$	$\rho^0 (m^{-2})$	K	$\beta(y_c)$ ($m.MPa$)	$\tau (s)$	a
$9,6.10^7$	1,293	1	2	100	10^{10}	8	$3,6.10^{-6}$	2.10^{-2}	12

Tableau IV.17. Paramètres identifiés du modèle pour la phase ferritique de l'acier *DP600*.

La phase martensitique est supposée suivre une loi viscoplastique du même type que la phase ferritique mais pour décrire sa plus haute résistance et son faible écoulement, les valeurs de τ_r^0 et ΔG ont été fortement augmentées. La valeur de ΔG identifiée ne correspond plus alors à une valeur physique. Le paramètre K qui dépend de la taille des grains martensitique (ou îlots) doit être choisi très faible. Pour les trois aciers *Dual-Phase*, le tableau IV.18. présente le jeu de paramètres identifiés pour la phase martensitique.

$\dot{\gamma}_0 (s^{-1})$	$\Delta G (eV)$	p	q	$\tau_r^0 (MPa)$	$\rho^0 (m^{-2})$	K	$\beta(y_c)$ ($m.MPa$)	$\tau (s)$	a
$9,6.10^7$	8,62	1	2	450	10^9	2	$3,2.10^{-6}$	2.10^{-2}	12

Tableau IV.18. Paramètres identifiés du modèle pour la phase martensitique pour les aciers *DP450*, *DP500* et *DP600*.

La figure IV.26. représente les états de contraintes équivalentes moyens (au sens de Von Mises) simulés dans les grains de ferrite et de martensite par rapport au polycristal d'acier *DP600* pour une vitesse de déformation de $12s^{-1}$. On constate qu'au pas 1 de la figure IV.26. la ferrite est plastifiée alors que la martensite reste élastique jusqu'à un niveau de contraintes d'environ 1500MPa où elle commence à s'écouler. Les niveaux de contraintes atteints dans la martensite (figure IV.26.) sont en accord avec ceux trouvés dans la littérature [KS74] [BG81] [GST85] [SOSO90]. Alors que la ferrite subit un écoulement plastique très tôt, la martensite est encore dans un état élastique : le choix d'un rapport 5 pour $\frac{\tau_r^0 M}{\tau_r^0 F}$ est judicieux [SOSO90].

La figure IV.26. démontre par ailleurs que le comportement de l'acier *Dual-Phase* est proche de celui de la phase ferritique.

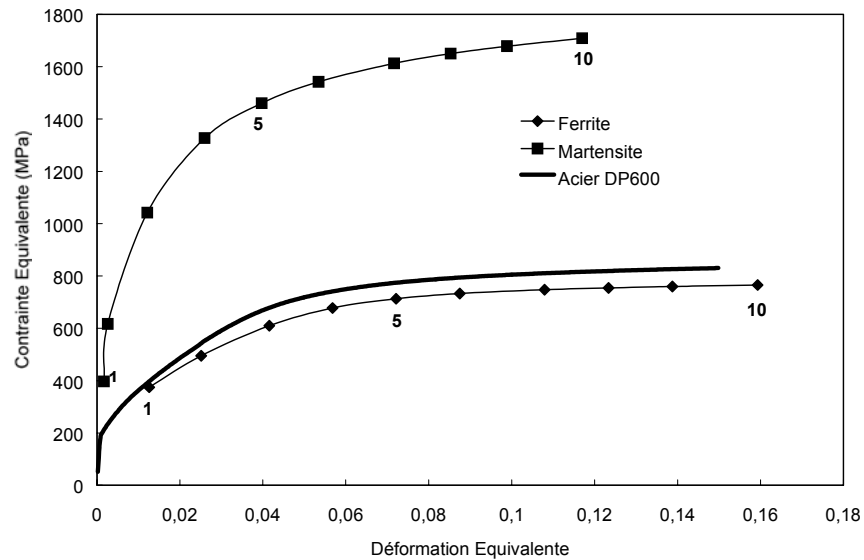


Figure IV.26. Etats de contraintes (contraintes équivalentes au sens de Von Mises) dans les grains de ferrite et de martensite pour l'acier *DP600* ($\dot{E}=12s^{-1}$).

Comparaison essais expérimentaux / courbes simulées en traction :

Les figures IV.27., IV.29. et IV.31. présentent les résultats numériques simulés pour une sollicitation dans une direction à 90° de la direction de laminage (direction transverse) à trois vitesses de déformation différentes pour les aciers *Dual-Phase*. Les résultats numériques sont comparés aux courbes contrainte/déformation expérimentales.

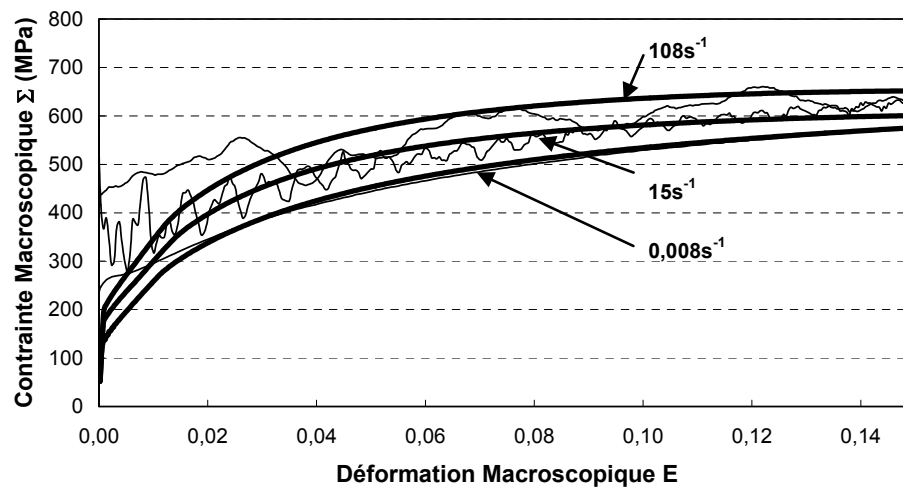


Figure IV.27. Comparaison modèle (traits gras) / expérience (traits fins) en traction grande vitesse pour l'acier *DP450* (direction transverse).

Les figures IV.28., IV.30. et IV.32 représentent les courbes de sensibilité à la vitesse pour des déformations macroscopiques de 5% et 10% réalisées avec les jeux de paramètres identifiés précédemment pour la ferrite et la martensite dans le cas des aciers *DP450*, *DP500* et *DP600*.

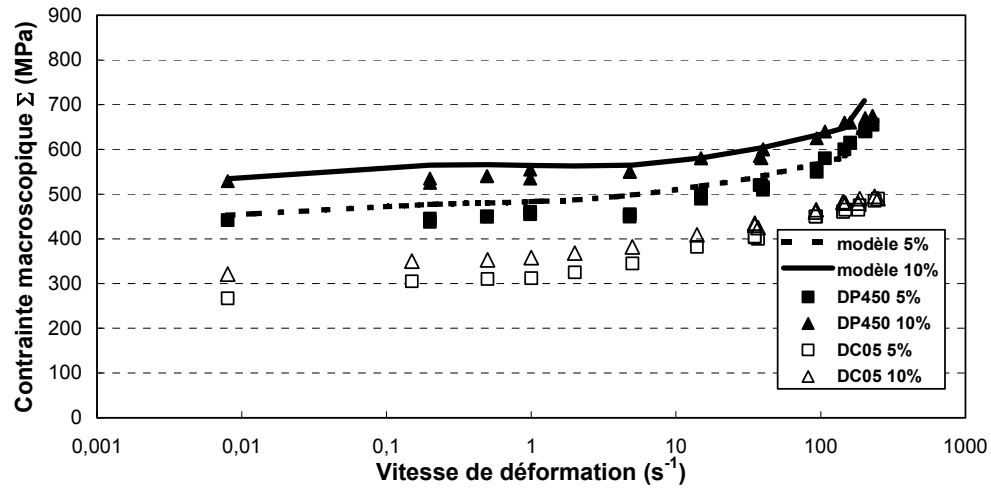


Figure IV.28. Sensibilité à la vitesse de déformation de l'acier *DP450* : modèle (lignes) et expérience (points).

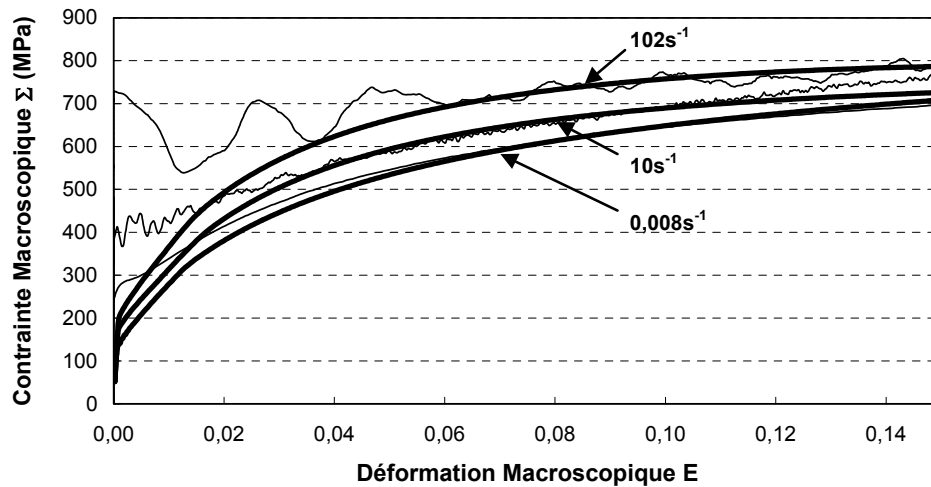


Figure IV.29. Comparaison modèle (traits gras) / expérience (traits fins) en traction grande vitesse pour l'acier *DP500* (direction transverse).

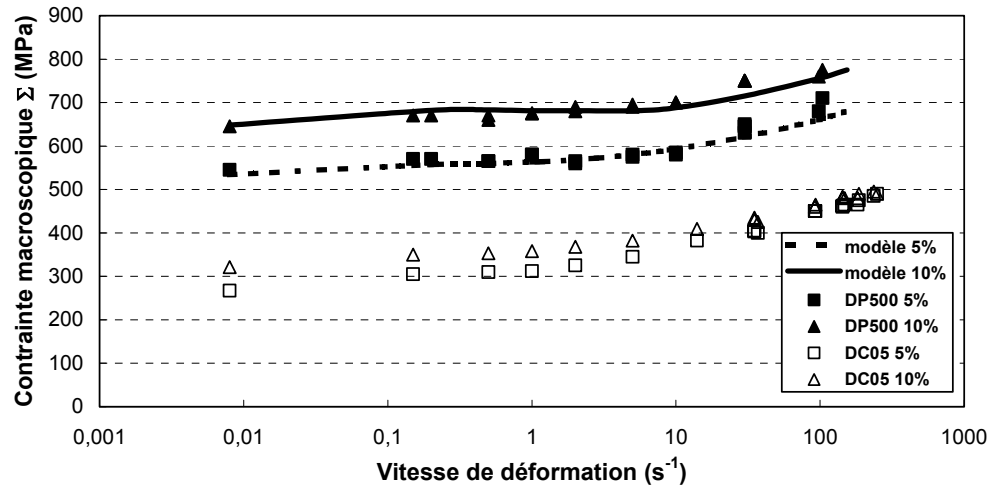


Figure IV.30. Sensibilité à la vitesse de déformation de l'acier *DP500* : modèle (lignes) et expérience (points).

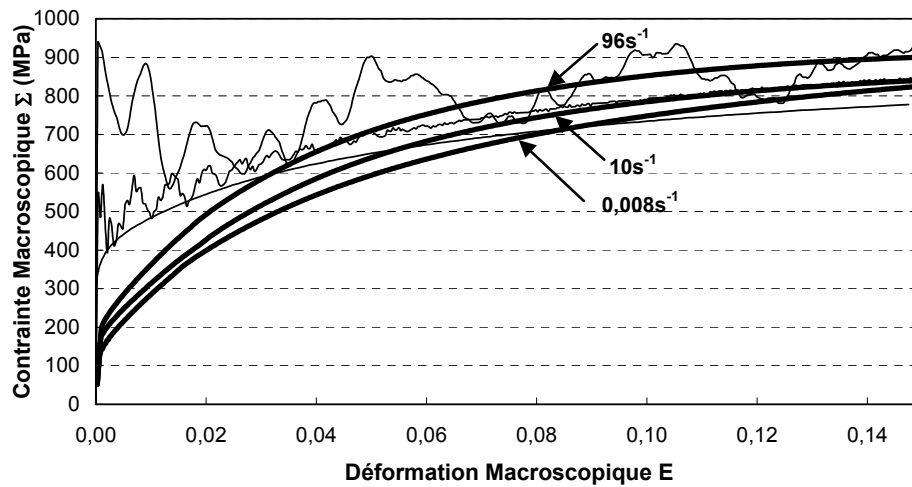


Figure IV.31. Comparaison modèle (traits gras) / expérience (traits fins) en traction grande vitesse pour l'acier *DP600* (direction transverse).

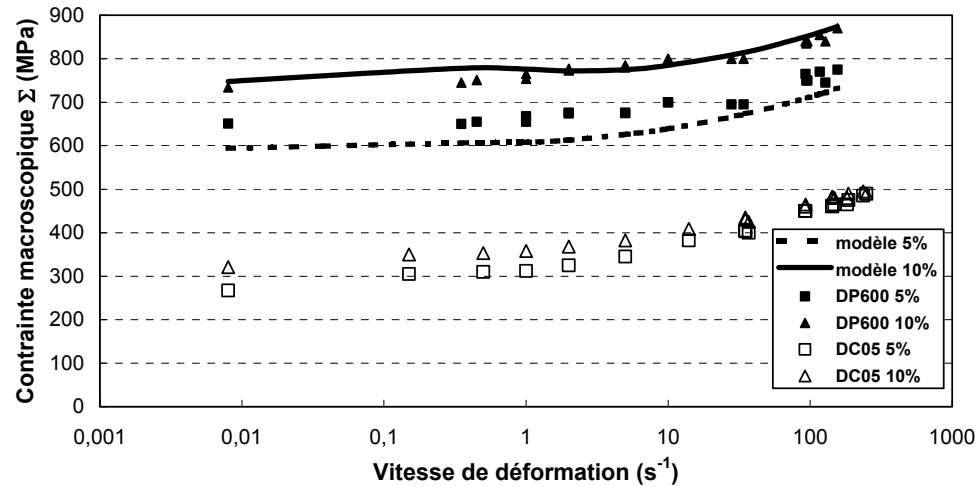


Figure IV.32. Sensibilité à la vitesse de déformation de l'acier *DP600* : modèle (lignes) et expérience (points).

Discussion :

Plusieurs facteurs affectent les propriétés mécaniques des aciers *Dual-Phase*. Il s'agit de la fraction volumique de martensite, des propriétés mécaniques des deux phases et des morphologies de la ferrite et de la martensite [KT81]. Ces paramètres sont contrôlés lors de l'élaboration de l'acier. Dans le cas des aciers *Dual-Phase* présentés dans ce paragraphe, la taille des grains de ferrite varie d'un acier à l'autre de même que leurs fractions volumiques de martensite (cf. tableau IV.14.).

L'effet de taille de grains de la ferrite est bien pris en compte par le modèle (au travers des paramètres τ_r^0 et K), de même que l'effet de la fraction volumique. Tout deux sont en accord avec les résultats de la littérature [BG81] [CP85]. Les résultats numériques sont en général satisfaisants par rapport aux résultats expérimentaux (figures IV.27. à IV.32.). On peut cependant noter que l'acier *DP600* a un comportement différent. En effet, selon le tableau IV.13. et la figure IV.31., la limite élastique statique mesurée ($R_{p0,2}$) est plus élevée que celle attendue en la comparant à celles obtenues expérimentalement pour les aciers *DP450* et *DP500*. Par ailleurs, le coefficient d'écrouissage pour l'acier *DP600* est plus fort que pour les aciers *DP450* et *DP500* et l'adoucissement thermique est moins prononcé (figures IV.27., IV.29. et IV.31.). Comme la martensite reste dans un état élastique par rapport

à la ferrite, de fortes contraintes internes se développent au cours de la déformation. D'après Corbin et Wilkinson [CW94b], ce phénomène entraîne une augmentation du taux d'écrouissage apparent qui est d'autant plus important que la fraction de martensite est grande. Certains effets, tels que l'évolution de l'écrouissage avec la fraction volumique de martensite, sont pris en compte par le modèle. Cependant, certains aspects métallurgiques comme la morphologie de la martensite ou les contraintes internes pré-existantes dues à la déformation de transformation Austénite→Martensite n'ont pas été pris en compte et pourraient expliquer les écarts trouvés entre l'expérience et la modélisation pour l'acier *DP600* (limite élastique par exemple).

D'après les micrographies (figures IV.22. à IV.24.), les grains ferritiques sont pratiquement équiaxes pour les trois aciers. En revanche, les îlots martensitiques sont fins et quasi-équiaxes pour les aciers *DP450* et *DP500* mais plus grands dans le cas de l'acier *DP600* qui présente une structure en bandes prononcée. Ces paramètres microstructuraux n'ont pas été pris en compte dans le modèle : les grains sont supposés sphériques et leur distribution aléatoire dans la phase ferritique, ce qui rend l'identification des paramètres pour l'acier *DP600* plus complexe. D'après les données de la littérature [KT81], la forme des îlots martensitiques influence peu le comportement mécanique des aciers *Dual-Phase*, contrairement à leur taille et à leur distribution. En général, des grains fins donnent un meilleur compromis résistance mécanique/ductilité que des grains grossiers aussi bien en conditions statiques [KT81] que dynamiques [BCW87] [BRD99] [KL00]. Pour une même morphologie de martensite, Kim et al. [KLL98] [KL00] ont montré sur des essais de torsion dynamique que les contraintes maximales atteintes augmentent avec la fraction volumique de martensite et que l'allure de la courbe contraintes/déformations est la même. La morphologie de la martensite influence considérablement les processus de déformation de la ferrite et les processus de localisation [KT81] [BCW87]. Ces résultats montrent le rôle important de la distribution des phases sur le comportement mécanique.

Un autre aspect, tout aussi important que celui de la morphologie de la martensite, est la présence de contraintes résiduelles dans la ferrite (et dans la martensite) dues à la transformation martensitique et aux déformations d'origine thermique lors de l'élaboration de l'acier [LP82]. L'amplitude de ces contraintes internes amène la ferrite directement dans un état plastique et on observe la présence de dislocations mobiles à l'état initial [Dav78]. La prise en compte de ces contraintes internes à l'aide du problème de l'inclusion d'Eshelby

permettrait de prédire le comportement des aciers *Dual-Phase* de manière plus précise aux faibles déformations [BSW93] [CW94abc]. La présence d'une seconde phase comme la martensite modifie donc l'état des contraintes internes intragranulaires initiales (mais également au cours de la déformation). Ainsi, la transition d'un régime *athermique* à un régime *thermiquement activé* (cf. figure II.3., chapitre II) est décalée vers les vitesses de déformation plus grandes [YJHF92], ce qui explique que la sensibilité à la vitesse de déformation des aciers *Dual-Phase* est plus faible que celle des aciers doux.

IV.4.3.3. Acier à précipités *HSLA*

Présentation de l'acier à précipités *HSLA 360* (*High Strength Low Alloy steel* en anglais):

L'acier à précipités étudié est l'acier *HSLA 360*. Cet acier est un acier micro-allié à haute limite d'élasticité contenant des précipités dont la taille moyenne des grains est de 10 μ m (figure IV.33.). Un essai de traction quasi-statique à une vitesse de déformation de 0,008s⁻¹ est réalisé pour compléter les données expérimentales. Les dimensions des éprouvettes de traction sont les mêmes que celles utilisées pour les aciers doux. Pour chaque vitesse de déformation, l'éprouvette est sollicitée dans la direction transverse. Les résultats expérimentaux proviennent de F.Cayssials du LEDEPP (Usinor R et D) [Cay01]. Les tableaux IV.19. et IV.20. présentent la composition chimique et les caractéristiques mécaniques principales en traction statique pour l'acier *HSLA 360*.

C	Mn	P	S	N	Al	Ti	Nb	Si	Cu	Cr	Ni	Zr
49,7	420	12	8	4,2	25	17	<1	5	4	16	16	<1

Tableau IV.19. Composition chimique de l'acier *HSLA 360* (en 10⁻³ poids%).

Direction de traction	Rp 0,2 (MPa)	Rm (MPa)	Ag (%)	A (%)
Longitudinale	375	463	16,3	25,7
45°	362	443	16,4	28,6
Transverse	397	474	14,9	23,5

Tableau IV.20. Caractéristiques mécaniques principales en traction statique pour l'acier *HSLA 360*.

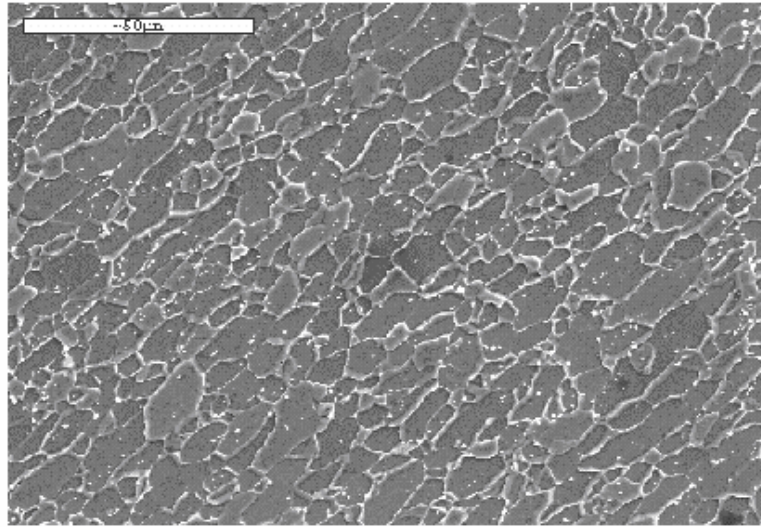


Figure IV.33. Micrographie réalisée au Microscope Electronique à Balayage de l'acier *HSLA 360*.

Prise en compte des contraintes internes intragranulaires dues aux précipités dans la modélisation:

Compte-tenu de la figure IV.33., l'acier *HSLA 360* est un acier ferritique ($\%C < 0,02\%$) qui présente des précipités durs de cémentite (Fe_3C) au sein de la ferrite. La figure IV.34. représente la modélisation micromécanique envisagée pour l'acier *HSLA 360*. Tandis que dans les cas des aciers *Dual-Phase*, une homogénéisation sur l'ensemble des grains de ferrite et de martensite (dont la fraction volumique est variable) conduit au comportement de l'agrégat polycristallin, la modélisation du comportement macroscopique d'un acier ferritique contenant des précipités intracristallins nécessite une approche à deux niveaux d'homogénéisation. Dans ce paragraphe, on propose une description mécanique du monocristal contenant des précipités. La transition d'échelle au polycristal est réalisée par le schéma autocohérent en élastoviscoplasticité (modèle de Paquin et al.).

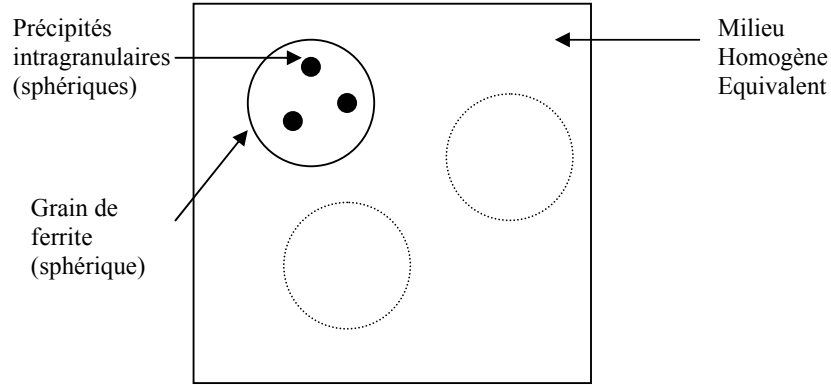


Figure IV.34. Modélisation micromécanique (V.E.R.) pour l'acier *HSLA 360*.

L'influence des précipités (non cisailables) est triple. Tout d'abord, les précipités constituent des hétérogénéités élastiques et la réponse élastique du monocristal peut être modifiée en raison des champs de contraintes élastiques d'ordre 3. Cette influence est négligeable si les propriétés élastiques des précipités ne sont pas très différentes de celles de la matrice, ce qui est le cas pour la cémentite. Dans la suite, les comportements élastiques de la matrice ferritique et des précipités de cémentite sont supposés identiques et isotropes ($\mu = 80000\text{MPa}$, $\nu = 0,3$). La présence de précipités intragranulaires non-cisailables augmente ensuite la cission de référence initiale pour chaque système de glissement. En effet, les précipités constituent des obstacles contournables par les dislocations selon le mécanisme d'Orowan [Mar80]. Cette notion de force d'obstacle fait l'objet d'une étude plus approfondie lors de l'étude du comportement des aciers à *Bake-Hardening* (cf. chapitre V). L'augmentation de la cission de référence initiale est fonction de la taille et de la fraction des précipités et prend la forme [Guy71] [Ger79] [Mar80] :

$$\Delta\tau_r^0 \propto \frac{f_v^{1/2}}{\bar{R}}, \quad (\text{IV-51})$$

où f_v et $\bar{R}$ sont respectivement la fraction volumique et le rayon moyen des précipités supposés sphériques. Cette influence est donc importante sur la limite élastique. Enfin, la présence de précipités non-cisailables engendre, à l'échelle microscopique, des boucles de dislocations autour des précipités. Ce processus donne lieu à des contraintes internes à longue

distance dans la matrice [Krö58] [BZ80]. Pour chaque système de glissement g , la cisssion résolue effective s'écrit (cf. chapitre II) :

$$\tau_{eff}^{(g)} = \tau^{(g)} - \tau_{\mu}^{(g)}, \quad (IV-52)$$

où $\tau_{\mu}^{(g)}$ exprime les contraintes internes dues aux précipités. Dans le cas de l'acier *HSLA 360*, la fraction volumique (mesurée par analyse d'images) est d'environ 0,1%. Pour déterminer les contraintes internes intragranulaires, le modèle de Kröner [Krö61] est utilisé en tenant compte de l'accommodation plastique introduite par Berveiller-Zaoui [BZ80]. En effet, à cette échelle, il ne paraît pas raisonnable, compte tenu du caractère discret des interactions dislocations/précipités, d'utiliser une plasticité de type Von Mises. Cette accommodation plastique diminue avec la déformation : certains auteurs donnent une relation phénoménologique de l'accommodation plastique [BL98] ou identifient celle-ci sur un essai de traction [BZ80]. Comme Schmitt et al. [SLB97], on considère cette accommodation constante au cours de la déformation. L'élasticité est supposée homogène (isotrope) dans le monocristal et on note (M) la matrice ferritique et (I) les précipités qui sont modélisés sous forme d'inclusions sphériques de fraction volumique $f=0,001$. Puisque les précipités sont supposés se comporter élastiquement, la loi de comportement du monocristal s'écrit [SLB97]:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^{vp} = S : \dot{\sigma} + (I - f)\dot{\epsilon}^{vpM}, \quad (IV-53)$$

où S est le tenseur des complaisances élastiques.

En appliquant le problème de l'inclusion d'Eshelby-Kröner [Krö61], on obtient :

$$\sigma^I = \sigma + C : (I - S^E) : ([I - f]\epsilon^{vpM}), \quad (IV-54)$$

où :

$$\epsilon^{vpM} = \sum_g R^{(g)} \gamma^{(g)}, \text{ et :} \quad (IV-55)$$

C , S^E et I sont respectivement le tenseur des modules élastiques, le tenseur d'Eshelby et le tenseur identité. La loi des mélanges pour les contraintes donne :

$$\sigma = f\sigma^I + (I - f)\sigma^M. \quad (IV-56)$$

En combinant (IV-54) et (IV-56), on trouve :

$$\sigma^M = \sigma - fC : (I - S^E) : \varepsilon^{vpM}. \quad (IV-57)$$

Dans le cas d'inclusions sphériques (élasticité isotrope) et en prenant en compte un facteur κ d'accommodation plastique [BZ80], (IV-57) devient :

$$\sigma^M = \sigma - 2\kappa\mu f(1 - \beta)\varepsilon^{vpM}, \quad (IV-58)$$

où μ est le module de cisaillement élastique et β est un paramètre élastique ($\beta=0,4$ pour un rapport de poisson de 0,3).

La cission résolue pour chaque système de glissement étant définie par $\tau^{(g)} = R^{(g)} : \sigma$, et compte tenu de (IV-52) et (IV-55), on obtient en appliquant le tenseur d'orientation à la relation (IV-58) :

$$\tau_{eff}^{(g)} = \tau^{(g)} - 2\mu f \kappa (1 - \beta) \sum_h R^{(g)} : R^{(h)} \gamma^{(h)}. \quad (IV-59)$$

En définissant $\tilde{H}^{(gh)} = R^{(g)} : R^{(h)}$ comme matrice d'anisotropie des contraintes internes, l'expression des contraintes internes intragranulaires dues aux précipités est donc :

$$\tau_{\mu}^{(g)} = 2\mu f \kappa (1 - \beta) \sum_h \tilde{H}^{(gh)} \gamma^{(h)}. \quad (IV-60)$$

Par rapport aux aciers doux, un paramètre de plus intervient dans la cas de l'aciers *HSLA 360*: il s'agit du paramètre κ qui est compris entre 0 et 1. Le cas $\kappa=1$ correspond à une accommodation élastique.

Identification des paramètres pour l'acier *HSLA 360* :

Le jeu de paramètres d'entrée du modèle pour l'acier *HSLA360* (tableau IV.21.) a été trouvé en se basant sur le jeu de paramètres identifié pour les aciers doux et sur les

mécanismes physiques décrits précédemment. Le paramètre κ est le même que celui trouvé par Schmitt et al. [SLB97].

$\dot{\gamma}_0 (s^{-1})$	$\Delta G (eV)$	p	q	$\tau_r^0 (MPa)$	$\rho^0 (m^{-2})$	K	$\beta(y_c)$ (m.MPa)	$\tau (s)$	a	κ
$9,6.10^7$	0,862	1	2	115	10^{10}	6,5	$3,2.10^{-6}$	2.10^{-2}	16	0,125

Tableau IV.21. Paramètres identifiés du modèle pour l'acier *HSLA 360*.

Comparaison essais expérimentaux / courbes simulées en traction :

La figure IV.35. représente les courbes macroscopiques de traction (direction transverse) à partir desquelles les paramètres « matériau » ont été déterminés pour trois vitesses de déformation. La prédiction du modèle pour cet acier est satisfaisante sur une grande gamme de vitesse de déformation en traction (figure IV.36.).

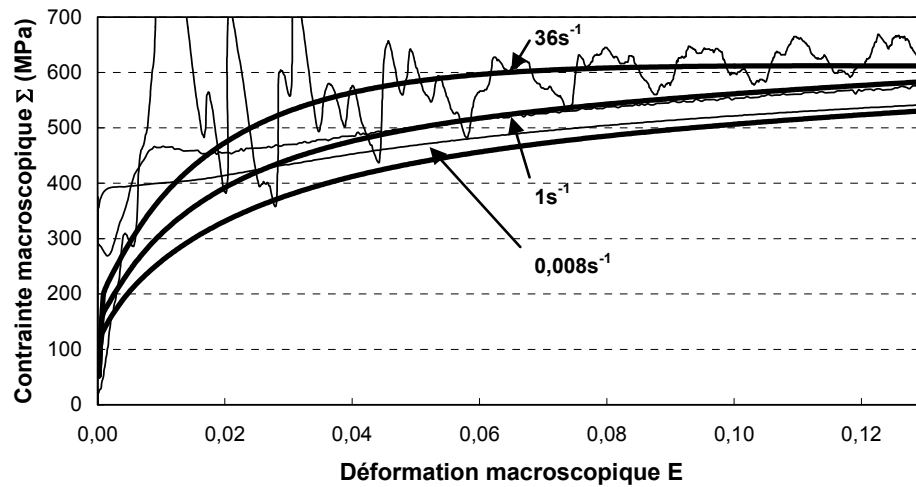


Figure IV.35. Comparaison modèle (traits gras) / expérience (traits fins) en traction grande vitesse pour l'acier *HSLA 360* (direction transverse).

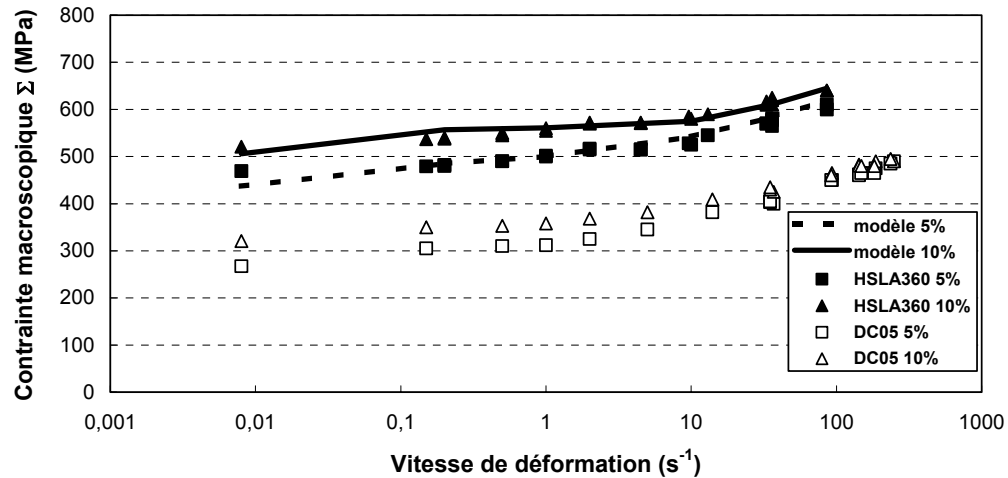


Figure IV.36. Sensibilité à la vitesse de déformation de l'acier *HSLA 360*: modèle (lignes) et expérience (points).

Discussion :

L'acier *HSLA 360* est un acier ferritique contenant environ 0,1% de précipités. Des arguments métallurgiques ont montré que les précipités ont une grande influence d'une part sur la limite élastique du matériau, en augmentant celle-ci considérablement par rapport aux aciers doux (démunis de précipités), et, d'autre part, sur l'état des contraintes internes intragranulaires. Le premier argument a été pris en compte au travers du paramètre τ_r^0 qui est égal à 115MPa pour l'acier *HSLA360*, alors qu'il prenait la valeur de 90MPa pour les aciers doux. Ensuite, le paramètre κ ($0 < \kappa < 1$) décrit les contraintes internes intragranulaires τ_μ générées au cours de la déformation. La figure IV.37. montre que ce paramètre est peu influent sur des courbes de traction en raison de la faible fraction volumique de précipités.

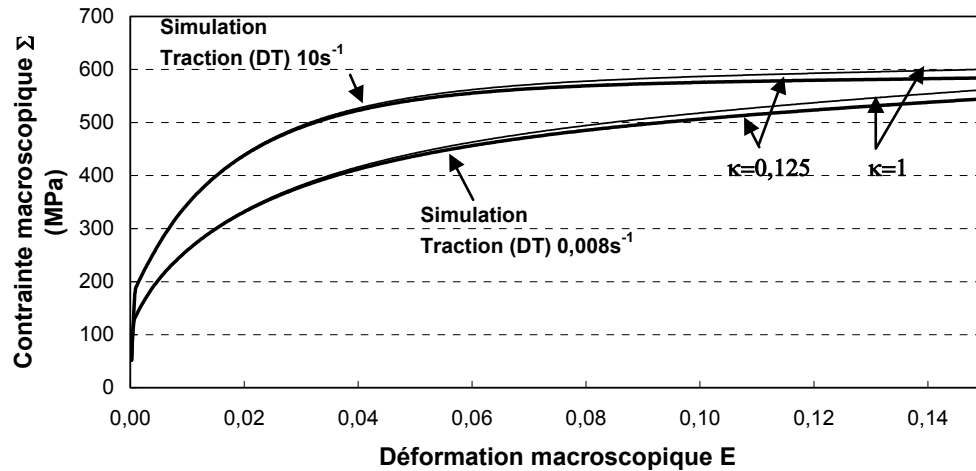


Figure IV.37. Influence du paramètre κ sur les lois de comportement en traction.

Les contraintes internes d'origine *athermique* τ_μ sont trop faibles pour influencer de façon notable les courbes de sensibilité à la vitesse. En ne modifiant aucun paramètre de la loi locale thermoviscoplastique par rapport à ceux utilisés pour les aciers doux, les résultats du modèle sont donc satisfaisants en traction dynamique (figure IV.36.). Le durcissement par les précipités est donc dans le cas de l'acier *HSLA* l'effet le plus important.

IV.4.4. Trajet de cisaillement dynamique

IV.4.4.1. Moyens expérimentaux

Concernant les essais de cisaillement, deux techniques expérimentales ont été utilisées à grandes vitesses de déformation ($\dot{\Gamma} > 1\text{ s}^{-1}$) : il s'agit des barres hydropneumatiques et des barres de Hopkinson. Dans le cadre de cette thèse, des essais à grandes vitesses de déformation ont été réalisés au Centre de Recherches et de Développement de Cokerill Sambre (Usinor Recherche et Développement) dans l'équipe de L. Dehbi [DA00] [NW01]. Dans ce paragraphe, on se focalise sur le comportement lors d'un trajet monotone en cisaillement pour l'acier *DC05* et l'acier *DP600* qui ont été présentés au paragraphe précédent. Les résultats expérimentaux en cisaillement quasi-statique ($\dot{\Gamma} < 1\text{ s}^{-1}$) pour l'acier doux (type *DC05*) sont extraits de la thèse de Rusinek [Rus00]. Tout d'abord, on présente les deux techniques expérimentales utilisées dans ce travail de thèse.

① Barre hydropneumatique

La barre hydropneumatique permet de réaliser des essais dynamiques pour des vitesses de déformation comprises entre 1s^{-1} et 150s^{-1} . Son principe de fonctionnement (figure IV.38.) est fondé sur l'équilibre du piston.

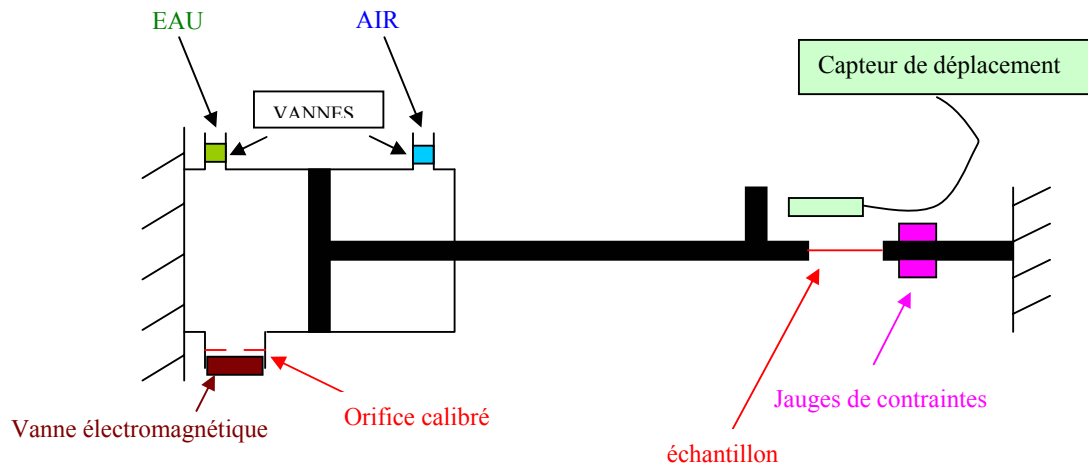


Figure IV.38. Schéma de fonctionnement de la barre hydropneumatique.

Un réservoir d'eau distillée alimente la chambre à gauche du piston et un réservoir d'air comprimé alimente la chambre à droite du piston : le piston est mobile. Les essais en traction et en cisaillement sont identiques, seule la géométrie de l'éprouvette varie. Celle-ci, décrite sur la figure IV.39., est la même que celle utilisée avec les barres de Hopkinson. L'éprouvette est découpée par électro-érosion puis collée à un porte-échantillon (colle constituée de polymère viscoélastique) pour être montée sur le banc d'essai. Le fonctionnement de la barre hydropneumatique est le suivant : dans un premier temps le piston mobile doit être plaqué à droite, la chambre à gauche du piston est alors remplie d'eau. La vanne d'eau est alors fermée et une vanne électromagnétique interdit l'écoulement de l'eau à travers l'orifice calibré. Dans un second temps, on ouvre la vanne d'air comprimé afin d'alimenter la chambre à gauche du piston. La dernière étape consiste à ouvrir la vanne électromagnétique afin que la traction se déroule. La vitesse de traction est directement liée au diamètre de l'orifice calibré. La vitesse d'écoulement étant constante, la traction se fera donc à vitesse de déplacement de traverse constante. Le déplacement du piston engendre la déformation de l'échantillon à vitesse de déformation donnée. La mesure du déplacement se fait à l'aide d'un capteur de déplacement (système laser faisant face à un plateau qui se déplace avec le piston) et la mesure de la

contrainte se fait à l'aide de jauges de déformation (ces jauges sont attachées à la partie fixe de la barre).

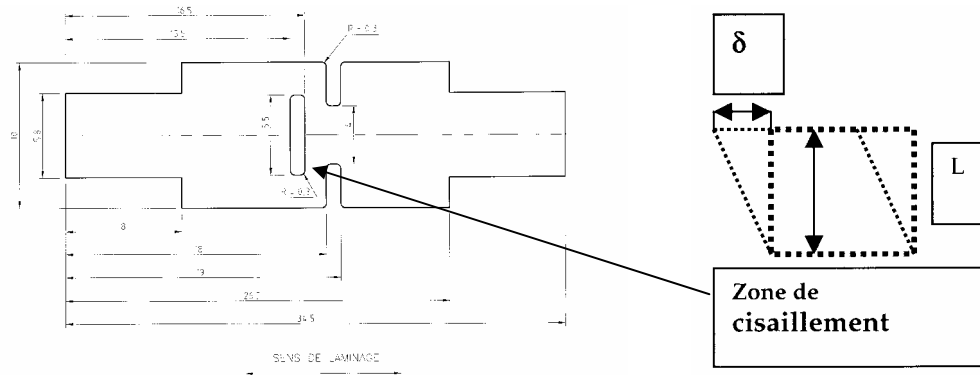


Figure IV.39. Géométrie de l'éprouvette de cisaillement.

Ce dispositif expérimental est utilisé pour des vitesses de déformation allant de $1s^{-1}$ à $100s^{-1}$: au-delà de ces valeurs, il est préférable d'utiliser les barres de Hopkinson car les grandes vitesses de déformation engendrent des vibrations perturbant les mesures. Cependant, la barre hydropneumatique, grâce à son système hydropneumatique, permet d'éviter les oscillations dues aux chargements qui caractérisent les machines de Traction Grande Vitesse.

② Barre de Hopkinson

Pour l'étude du comportement dynamique aux très grandes vitesses des aciers, les essais expérimentaux ont été réalisés à l'aide de barres de Hopkinson : cette technique est la plus fiable pour ce type de sollicitation (vitesse de déformation allant de $50s^{-1}$ à $5000s^{-1}$). Le principe de fonctionnement des barres de Hopkinson est basé principalement sur la propagation d'ondes de contraintes. Le concept de la barre de Hopkinson [Hop14] fut utilisé en compression la première fois en 1949 par Kolsky [Kol49] afin d'obtenir les déformations et les contraintes aux interfaces de l'échantillon pris en « sandwich » entre deux barres de Hopkinson: le banc d'essai fut alors appelé barre de Kolsky (*Split Hopkinson Pressure Bar* en anglais). Le montage utilisé en traction ou en cisaillement (figure IV.40.) est basé sur une modification de la barre de Hopkinson réalisée par Albertini et Montagnani [AM74] pour satisfaire deux conditions : d'une part, l'onde incidente doit être inversée de compression en

traction, et, d'autre part, l'onde de traction doit être suffisamment longue pour charger l'éprouvette jusqu'à rupture. Le banc expérimental utilisé consiste en deux moitiés de barres appelées barre incidente et barre de sortie (figure IV.40.). L'éprouvette à analyser est introduite entre ces deux barres par l'intermédiaire d'un porte échantillon. Le rôle de la barre incidente est d'accumuler de l'énergie élastique dans une partie appelée barre de pré-contrainte qui sert d'outil de chargement. Ceci est accompli à l'aide d'un mécanisme de blocage pour la mise en pré-contrainte et de la rupture d'un élément fragile intermédiaire pour le passage de l'onde de contrainte (figure IV.40.). La rupture de la pièce fragile intermédiaire permet donc la transmission, le long de la barre incidente, d'une onde plane élastique uniaxiale de contrainte en traction avec un temps de montée de 50 μ s. La longueur d'onde de l'onde de traction doit être grande devant le diamètre de la barre (10 mm) et son amplitude ne dépasse pas la limite élastique de la barre. Ces conditions sont satisfaites dans le cas de la barre de Hopkinson modifiée car la longueur de la barre incidente est de 9 mètres et la limite élastique de l'acier constituant la barre (acier *Maraging*, $R_{p0,2}=1000$ MPa) est élevée. Le principe de fonctionnement des barres de Hopkinson est donc le même en traction ou cisaillement, et, comme pour les cas de la barre hydropneumatique, seule la géométrie de l'éprouvette varie (cf. figure IV.39. pour l'éprouvette de cisaillement).

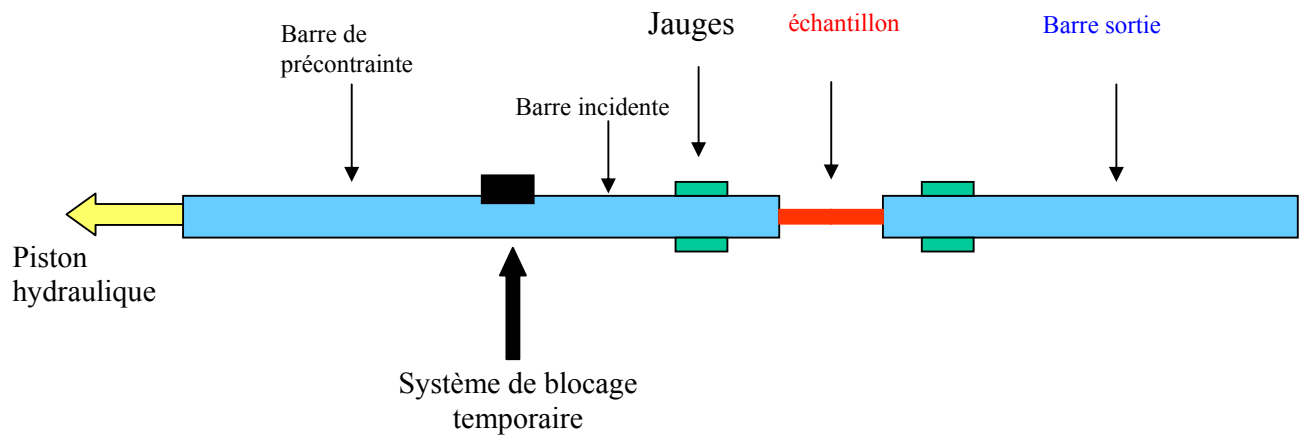


Figure IV.40. Principe de fonctionnement des barres de Hopkinson modifiées en traction ou en cisaillement.

L'onde se propage le long de la barre avec une vitesse C_o (vitesse élastique de l'onde) et sa forme reste constante. Quand l'onde atteint une extrémité de l'échantillon (figure IV.41.), une partie de celle-ci est réfléchi (notée E_r), une autre est transmise (notée E_t) et passe à

travers l'échantillon pour se propager à travers la barre de sortie : les amplitudes relatives des ondes dépendent des propriétés mécaniques de l'échantillon. Il est utile de noter que l'onde incidente dure longtemps (1000 μ s) comparé au temps de passage à travers l'échantillon : un état d'équilibre des contraintes et des déformations est alors créé dans l'échantillon du fait que plusieurs réflexions d'ondes élasto-plastiques se produisent dans ce dernier.

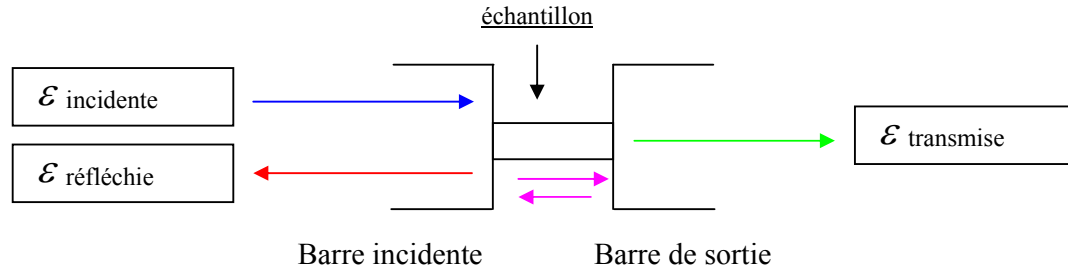


Figure IV.41. Passage de l'onde incidente à une onde transmise et une onde réfléchi au contact de l'échantillon.

Les jauges de déformations sont placées à distance égale de l'échantillon sur la barre incidente et la barre de sortie : l'hypothèse de propagation unidimensionnelle permet de relier les déformations mesurées aux contraintes et aux vitesses particulières associées : en supposant que ces grandeurs sont constantes dans l'échantillon, on en déduit les forces et déplacements aux interfaces barres/échantillon. De plus l'homogénéité des forces et des déplacements dans l'échantillon permet d'évaluer le comportement moyen du matériau.

La longueur de la barre de pré-contrainte dépend de la plus petite vitesse de déformation utilisée. Celle-ci a été calibrée sur les essais en traction, et on a choisi : $\dot{E}_{min}=200s^{-1}$. Soit $\dot{E}_{moy}$ la vitesse moyenne de déformation, E_{frac} la déformation de fracture et T la période de l'onde élastique, on alors :

$$\dot{E}_{moy} = \frac{E_{frac}}{T} , T = \frac{E_{frac}}{\dot{E}_{moy}} . \quad (IV-61)$$

C_o étant la vitesse de propagation d'onde élastique dans la barre (5.10⁶mm.s⁻¹), on en déduit en notant L la longueur de la barre de pré-contrainte :

$$T = \frac{2L}{C_0} \text{ d'où : } L = \frac{C_0 T}{2} \approx 6m. \quad (\text{IV-62})$$

On prend donc comme longueur totale de barre 15m se répartissant de la manière suivante :

Longueur de la barre de pré-contrainte = 6m.

Longueur de la barre incidente = 3m.

Longueur de la barre de sortie = 6m.

On peut maintenant calculer la vitesse maximale de déformation qui dépend de la limite élastique de l'acier *Maraging* : $R_{p0.2} = 1000\text{MPa}$. La vitesse maximale des particules dans la barre incidente est égale à (d est la densité de l'acier):

$$V_{part} = \frac{R_{p0.2}}{dC_0} = 12m.s^{-1}, \quad (\text{IV-63})$$

et la vitesse à l'extrémité de la barre incidente est égale à : $V_{ext}=24m.s^{-1}$. La longueur utile de l'éprouvette de cisaillement étant notée l (1,5mm), on a puisé les vitesses à l'extrémité des barres incidente (V_{ext}) et de sortie (V_{sort}) sont égales:

$$\dot{\Gamma}_{max} = \frac{\delta}{lt} = \frac{V_{sort}}{l} = 16000s^{-1}, \quad (\text{IV-64})$$

où δ est le déplacement de l'éprouvette. Ainsi, la gamme de vitesses de déformation en cisaillement s'étend en théorie de $200s^{-1}$ à $16000s^{-1}$. En pratique cependant, les vitesses de déformation en cisaillement ne dépasseront pas $5000s^{-1}$ pour ne pas détériorer le banc d'essai.

IV.4.4.2. Comparaison simulation / résultats expérimentaux pour un acier doux et un acier *Dual-Phase*

Cas de l'acier *DC05* :

Dans un premier temps, des essais de cisaillement dynamique ont été réalisés sur des éprouvettes découpées dans des tôles d'acier *DC05* introduit au paragraphe IV.4.3.1. (épaisseur $e=0,8\text{mm}$). Les résultats expérimentaux représentés par les courbes en contrainte et

déformation équivalente macroscopiques (au sens de Von Mises) proviennent à la fois d'essais statiques [Rus00] et d'essais dynamiques sur barre hydropneumatique et barre de Hopkinson (figure IV.42).

En pratique, les résultats sont reproductibles avec la barre hydropneumatique pour des vitesses de déformation proches de 100s^{-1} et avec la barre de Hopkinson pour des vitesses de déformation comprises entre 1000s^{-1} et 4000s^{-1} . Un pic important est observé pour les essais sur barre de Hopkinson ; celui-ci est dû à des phénomènes d'inertie et aux blocages des dislocations à l'état initial par des atomes de solutés sous formes d'atmosphères de Cottrell (cf. figure II.2., chapitre II). Plus la vitesse est grande, plus le pic est important. Ensuite, on observe une chute brutale provenant d'une relaxation des contraintes due à l'avalanche de dislocations mobiles créées ou débloquées de leurs atmosphères.

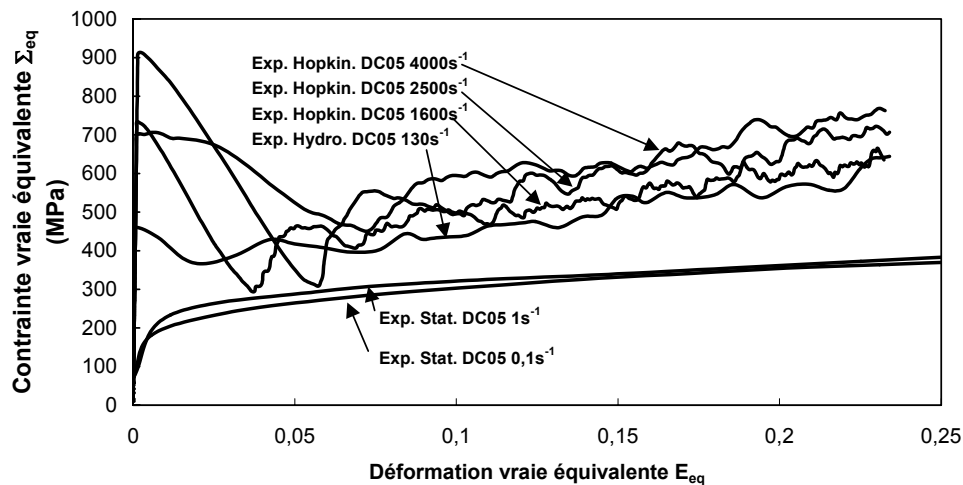


Figure IV.42. Résultats expérimentaux de cisaillement dynamique pour l'acier DC05.

Afin de valider le modèle dont les paramètres ont été identifiés en traction dynamique, le jeu de paramètres identifié en traction (tableau IV.7.) a été utilisé en cisaillement. La texture initiale de 100 grains sphériques (celle d'un acier DC05) utilisée en traction a été reprise pour les simulations en cisaillement. Une confrontation du modèle avec les résultats expérimentaux pour des vitesses de déformation inférieures à 500s^{-1} a été effectuée. D'après les figures IV.43. et IV.44., des résultats numériques satisfaisants sont dans les limites d'application du modèle, c'est-à-dire pour des vitesses de déformation inférieures à 500s^{-1} (cf. paragraphe suivant).

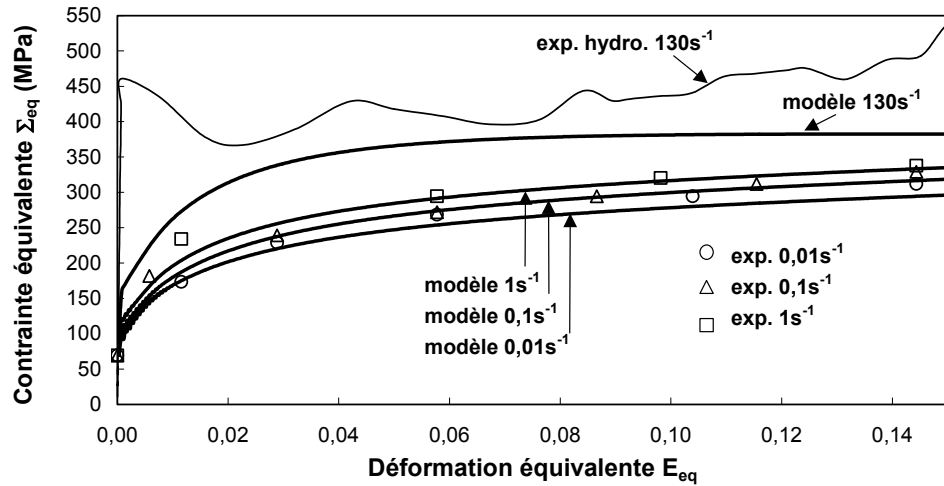


Figure IV.43. Confrontation expérience / simulation en cisaillement pour l'acier DC05.

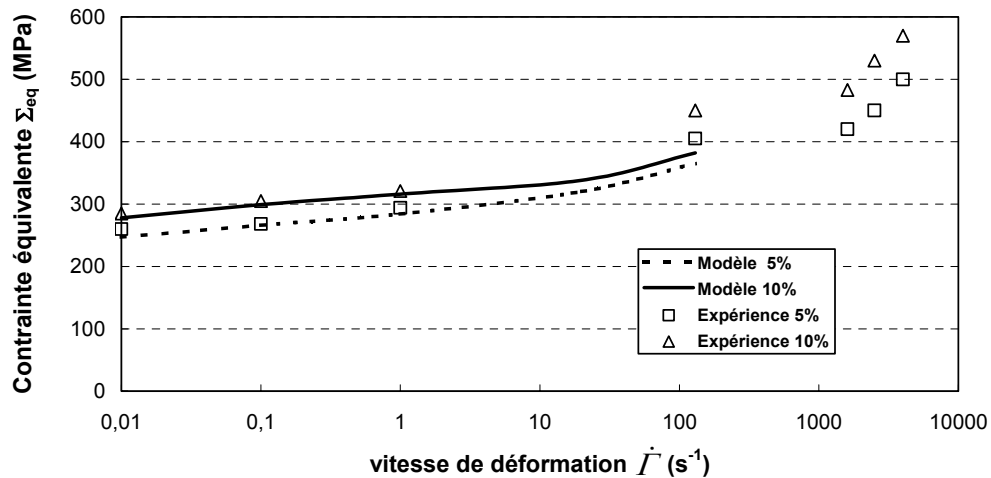


Figure IV.44. Confrontation expérience / simulation concernant la sensibilité à la vitesse en cisaillement de l'acier DC05.

Acier Dual-Phase DP600

Des essais de cisaillement dynamique ont été également réalisés sur des éprouvettes découpées dans des tôles d'acier DP600 introduit au paragraphe IV.4.3.2.. Les résultats expérimentaux représentés en contrainte et déformation équivalentes au sens de Von Mises proviennent uniquement d'essais dynamiques sur barre hydropneumatique et barre de Hopkinson (figure IV.45). Comme pour l'acier DC05, un premier pic de contrainte apparaît

(pour les essais Hopkinson) et devient d'autant plus important que la vitesse de déformation est grande, puis un écrouissage homogène a lieu. Le coefficient d'écrouissage (pratiquement le même pour chaque vitesse de déformation) est alors augmenté d'un facteur deux par rapport à celui de l'acier *DC05*. Ce résultat expérimental est qualitativement le même qu'en traction pour laquelle les phénomènes d'adoucissement thermique sont moins prononcés sur les aciers *Dual-Phase* en raison de la présence d'une seconde phase martensitique (phase dure).

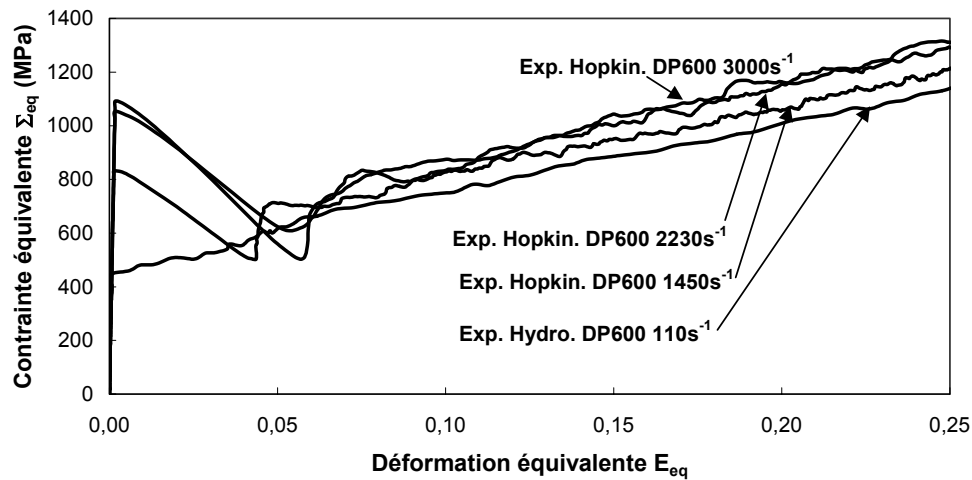


Figure IV.45. Résultats expérimentaux de cisaillement dynamique pour l'acier *DP600*.

Des essais de cisaillement ont été simulés en prenant en compte les paramètres identifiés en traction pour l'acier *DP600* (tableaux IV.17. et IV.18.). La texture initiale est celle de l'acier *DP600* qui contient 85 grains sphériques de ferrite et 15 grains sphériques de martensite. Les figures IV.46. et IV.47. montrent une confrontation entre expérience et modèle pour une vitesse de déformation de 110 s⁻¹, pour laquelle le modèle donne des résultats satisfaisants. Pour des vitesses proches de 1000 s⁻¹, le modèle ne décrit pas encore correctement les mécanismes de déformation (cf. paragraphe suivant).

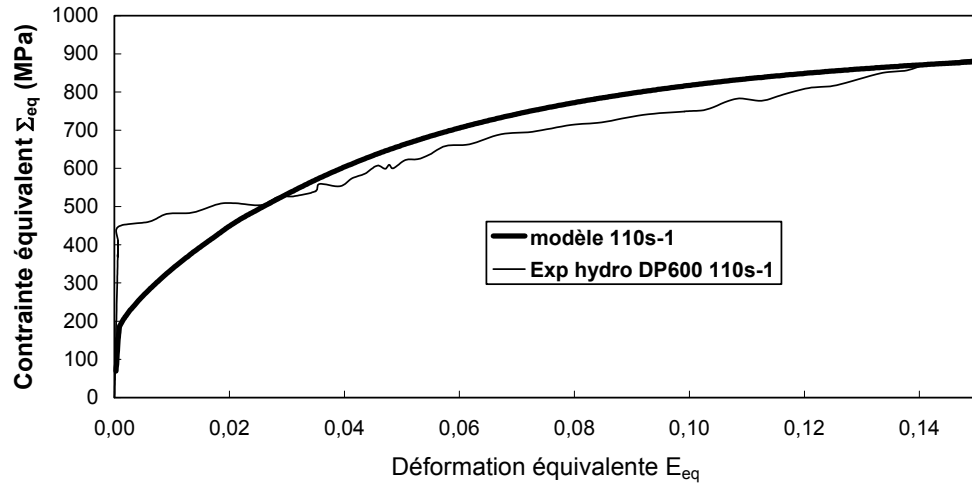


Figure IV.46. Confrontation expérience / modèle pour un essai de cisaillement dynamique à 110s^{-1} pour l'acier *DP600*.

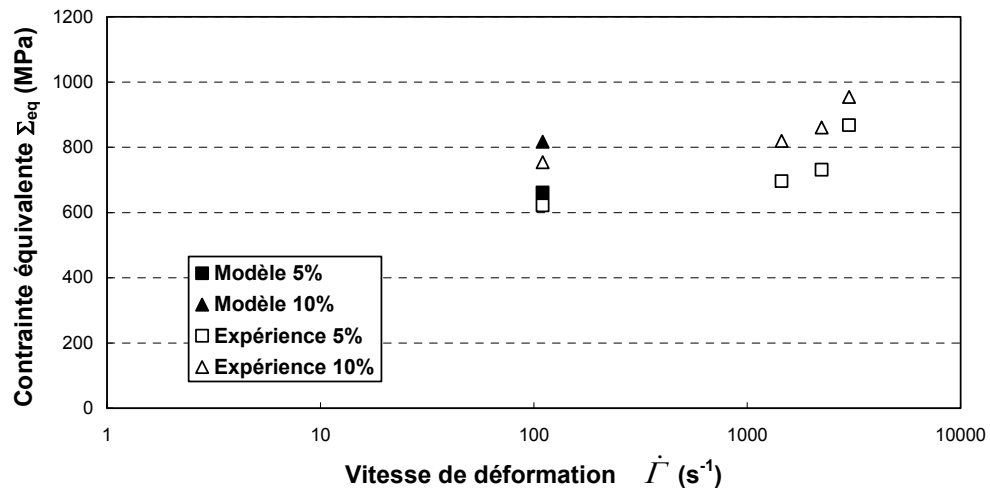


Figure IV.47. Sensibilité à la vitesse de déformation en cisaillement de l'acier *DP600*.

IV.4.4.3. Discussion et perspectives

Dans ce paragraphe, on commente les résultats expérimentaux et ceux fournis par le modèle. Tout d'abord, il apparaît qualitativement que le taux d'érouissage sur les courbes expérimentales contrainte vraie/déformation vraie est plus important dans le cas du trajet de cisaillement que dans celui de traction. Dans le cas de l'acier *DC05* en traction dynamique, un adoucissement thermique important a lieu ainsi qu'une localisation de la déformation précoce

(figure IV.16.), ce qui n'est pas le cas en cisaillement. En comparant les figures IV.20. et IV.44., on remarque que l'écart en contraintes entre les points à 5% et 10% de déformation macroscopique diminue progressivement avec la vitesse de déformation en traction (figure IV.20.), alors qu'elle reste quasi constante en cisaillement (figure IV.44.). Ces différences sont donc inhérentes au trajet de chargement. En examinant la figure IV.43., on note que le modèle décrit très bien le comportement en cisaillement à faibles vitesses de déformation, mais s'écarte légèrement de l'expérience pour une vitesse de déformation de 130s^{-1} , notamment à grande déformation. La raison de cet écart est que les paramètres d'adoucissement thermique ont été identifiés sur les essais expérimentaux de traction et que les processus de localisation en déformation ne sont pas pris en compte dans la modélisation. Dans le cas de l'acier *Dual-Phase*, même si l'on ne dispose pas d'essais de cisaillement quasi-statiques, on remarque sur les figures IV.46. et IV.47., que le modèle décrit bien le comportement en cisaillement pour une vitesse de déformation de 110s^{-1} dans la même gamme de déformation que dans le cas de la traction. En effet, les effets d'adoucissement sont moins marqués pour l'acier *Dual-Phase* par rapport à l'acier doux en traction (figures IV.31. et IV.32.). En conclusion, le modèle actuel se limite donc aux petites déformations lorsque les effets d'adoucissement thermique ne sont pas encore trop importants. Ces effets d'adoucissement thermique sont liés aux phénomènes de localisation qui dépendent du trajet de déformation et de la vitesse de déformation. Pour l'acier *DC05*, une striction diffuse apparaît en traction autour de 7% pour une vitesse de déformation de 100s^{-1} et modifie le coefficient d'écroutissage macroscopique, alors qu'en cisaillement à 130s^{-1} , des phénomènes de localisation de la déformation apparaissent pour des déformations de l'ordre de 80 à 100% de déformation macroscopique. En guise de perspective à ce travail, une compréhension des phénomènes de localisation est nécessaire afin de prévoir le comportement dynamique des aciers pour plusieurs trajets de chargement monotones à grandes déformations.

Une autre perspective à ce travail est la prédiction du comportement pour des très grandes vitesses de déformation (supérieures à 500s^{-1}). En cisaillement dynamique, les essais sur barres de Hopkinson sont réalisés à des vitesses de déformation supérieures à 1000s^{-1} . Les points expérimentaux de la figure IV.44. montrent une augmentation très nette de la contrainte d'écoulement à partir de 1000s^{-1} . D'après les données du chapitre II (figure II.3., paragraphe II.2.1.2.), une transition des mécanismes *thermiquement activés* à des mécanismes appelés *phonon drag* ou *viscous drag* est responsable de ce comportement à très grande vitesse de déformation. Le modèle prend actuellement en compte uniquement une loi

thermoviscoplasticité basée sur la théorie de l'activation thermique. Dans le chapitre II (paragraphe II.2.2.4.), on décrit comment s'effectue cette transition qui pourra être modélisée.

IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre, les résultats numériques du nouveau modèle développé dans le chapitre III et du modèle de Paquin et al. (approches à *variables internes*) sont décrits dans le cadre de la viscoélasticité linéaire (cas simple d'un matériau biphasé isotrope et incompressible) et dans le cadre de l'élastoviscoplasticité (cas des polycristaux métalliques cubiques à faces centrées et cubiques centrés). Dans le cas du matériau biphasé viscoélastique linéaire isotrope et incompressible, les différents résultats numériques des deux approches à *variables internes*, concernant notamment le module effectif du composite et les tenseurs de localisation pour chaque phase dans l'espace de Laplace-Carson, mais également des courbes macroscopiques de traction, sont en accord avec le modèle de référence de Hashin-Rougier. L'accommodation intergranulaire, de nature viscoélastique, et les états asymptotiques du matériau sont bien captés par ces approches. Au contraire, le modèle de Kröner-Weng décrit mal l'état stationnaire viscoplastique pur du matériau. Dans le cas de polycristaux métalliques cubiques à faces centrées, sans écrouissage, et dont le comportement local est décrit par une loi puissance, les deux approches à *variables internes* ont été comparées au modèle affine de Masson-Zaoui. Dans ce cas, les états asymptotiques élastiques et viscoplastiques atteints par les deux modèles sont cohérents avec ceux obtenus par le modèle de Masson-Zaoui. De plus, le régime transitoire décrit par le nouveau modèle est proche de celui donné par le modèle de Masson-Zaoui. Le modèle de Kröner-Weng surestime les contraintes et tend asymptotiquement vers la borne de Taylor en viscoplasticité. Les résultats numériques pour un métal polycristallin cubique centré sont qualitativement les mêmes. Les régimes transitoires obtenus par le nouveau modèle et le modèle de Paquin et al. ne sont pas les mêmes car les champs translatés et les opérateurs de projection choisis sont différents. La transition d'échelle, obtenue à l'aide du modèle de Paquin et al., a ensuite été appliquée au comportement dépendant de la vitesse de déformation pour différentes classes d'aciers pour emboutissage comme les aciers doux (aciers ferritiques), les aciers *Dual-Phase* (aciers ferrite-martensite) et les aciers micro-alliés *HSLA* (aciers à précipités). Pour chaque acier, un jeu de paramètres à caractère physique a été retenu prenant en compte leur microstructure initiale (taille de grains, précipités, solutés, densités de dislocations initiales). Pour les aciers doux, la

forte sensibilité à la vitesse de déformation en traction est bien décrite par le modèle jusqu'à une vitesse de déformation de 200s^{-1} . Pour les aciers *Dual-Phase*, l'influence de la fraction volumique de martensite est bien prise en compte, mais la morphologie de la martensite ainsi que les contraintes internes initiales (dus à la transformation de l'austénite en martensite) ne sont pas décrites du point de vue de la modélisation. Pour l'acier *HSLA*, les contraintes internes intragranulaires et l'augmentation de la limite d'écoulement dues aux précipités sont bien décrites par le modèle. Le modèle a été également validé pour les aciers doux et *Dual-Phase* par rapport à des essais expérimentaux de cisaillement dans la même fenêtre de vitesses de déformation qu'en traction (essais statiques, essais sur barres hydropneumatiques). Les phénomènes de localisation de la déformation, responsables d'un adoucissement aux grandes déformations, donnent des comportements différents selon que le trajet de déformation est en traction ou en cisaillement. Le modèle actuel, qui décrit les phénomènes d'adoucissement thermique en supposant une déformation homogène, devra tenir compte des phénomènes de localisation. Enfin, les essais de cisaillement à grande vitesse de déformation, réalisés sur barres de Hopkinson, dénotent une forte sensibilité à la vitesse de déformation. Les mécanismes à l'origine de ce constat expérimental tels que le *phonon drag* doivent également être pris en compte dans un but d'améliorer les capacités du modèle actuel.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [AM74] ALBERTINI, C, MONTAGRANI, A. (1974) Testing techniques on the split Hopkinson bar. *Inst. Physics London, Proc. Conf. On Mechanical Properties of Materials at High Rates of Strain*, Oxford, 22-31.
- [BC01] BRENNER, R., CASTELNAU, O. (2001) Communication privée LPMTM, Paris Nord.
- [BCW87] BLUM, F., COMINS, N.R., WEISS, B.-Z. (1987) The effect of the microstructure on the dynamic behaviour of a ~12% chromium dual-phase steel. In : *Impact Loading and Dynamic Behaviour of Materials*, Chiem, C.Y., Kunze, H.-D. and Meyer, L.W. (eds.) (Vol. 2), DGM-Verlag, Germany, 831-838.
- [BFB01] BERBENNI, S., FAVIER, V., BERVEILLER, M. (2001) Prise en compte de l'influence de la microstructure des aciers sur le comportement en traction grande vitesse au travers d'un modèle autocohérent. Dans : *Proc. du XV^{ème} Congrès Français de Mécanique, Nancy, 3-7 Septembre, France*, No. 317 (6 p).
- [BFCLB00] BERBENNI, S., FAVIER, V., CAYSSIALS, F., LEMOINE, X., BERVEILLER, M. (2000) Self-consistent modelling of the elastic-viscoplastic behavior of low-carbon steels. In : *Advances in mechanical behaviour, plasticity and damage (Vol. 1), Proc. of Euromat 2000, Tours, France, 7-9 November*, Miannay, D., Costa, P., François, D., Pineau, A. (eds.), Elsevier Science, Oxford, UK, 353-358.
- [BFLB00] BERBENNI, S., FAVIER, V., LEMOINE, X., BERVEILLER, M. (2000) Micromechanical modelling of the elastic-viscoplastic behavior of polycrystalline steels. In : *Plastic and Viscoplastic Response of Materials and Metal Forming, Proc. of the 8th Int. Symp. on Plasticity and its current applications (Plasticity'00), Whistler, Canada, July 16-20*, Khan, A.S., Zhang, H., Yuan, Y. (eds.), Neat Press, Maryland, USA, 9-11.
- [BG81] BALLIGER, N.K., GLADMAN, T. (1981) Work-hardening of dual-phase steels. *Metal Sci.*, March, 95-108.
- [BL98] BARLAT, F., LIU, J. (1998) Precipitate-induced anisotropy in binary Al-Cu alloys. *Mat. Sci. Engng.* **A 257**, 47-61.

- [BRD99] BAG, A., RAY, K.K., DWARAKADASA, E.S. (1999) Influence of martensite content and morphology on tensile and impact properties of high-martensite Dual-Phase steels. *Metall. Trans.* 30A, 1193-1202.
- [BSW93] BHATTACHARYYA, A., SAKAKI, T., WENG, G.J. (1993) The influence of martensite shape, concentration, phase transformation strain on the deformation behavior of stable dual-phase steels. *Metall. Trans.* **24A**, 301-314.
- [BZ80] BERVEILLER, M., ZAOUI, A. (1980) Généralisation du problème de l'inclusion et application à quelques problèmes d'élastoplasticité des matériaux hétérogènes. *J. Mécanique* **19**, No. 2, 343-361.
- [BZ81] BERVEILLER, M., ZAOUI, A. (1981) A simplified self-consistent scheme for the plasticity of two-phase metals. *Res. Mech. Letters* **1**, 119-124.
- [Cay01] CAYSSIALS, F. (2001) Communication privée LEDEPP (Usinor).
- [CC00a] CAYSSIALS, F., COLATOSTI, A. (2000) Caractérisation dynamique de l'acier ES. *Note interne SOLLAC, LEDEPP (Usinor)*.
- [CC00b] CAYSSIALS, F., COLATOSTI, A. (2000) Caractérisation dynamique des aciers DP450, DP500 et DP600. *Communication interne LEDEPP (Usinor)*.
- [CLG98] CHRYSOCHOOS, A., LOUCHE, H., GALTIER, A. (1998) Analyse thermographique d'éprouvettes sollicitées en fatigue. *Note Interne IRSID MPM 98N1911 (Usinor)*.
- [CP85] CHANG, P.H., PREBAN, A.G. (1985) The effect of ferrite grain size and martensite volume fraction on the tensile properties of Dual-Phase steels. *Acta Metall.* **33**, No. 5, 897-903.
- [CW94a] CORBIN, S.F., WILKINSON, D.S. (1994) The influence of particle distribution on the mechanical response of a particulate metal matrix composite. *Acta Metall. Mater.* **42**, No. 4, 1311-1318.
- [CW94b] CORBIN, S.F., WILKINSON, D.S. (1994) Low strain plasticity in a particulate metal matrix composite. *Acta Metall. Mater.* **42**, No. 4, 1319-1327.
- [CW94c] CORBIN, S.F., WILKINSON, D.S. (1994) Influence of matrix strength and damage accumulation on the mechanical response of a particulate metal matrix composite. *Acta Metall. Mater.* **42**, No. 4, 1329-1335.
- [DA00] DEHBI, L., ALLEGRO, P. (2000) Barres de Hopkinson et barre hydropneumatique, *Note Interne RDCS (Usinor)*.

- [Dav78] DAVIES, R.G. (1978) The deformation behavior of a vanadium-strengthened dual-phase steel. *Metall. Trans.* **9A**, 41-52.
- [EM79] ESSMANN, U., MUGHRABI, H. (1979) Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocation densities. *Phil. Mag.* **A 40**, No. 6, 731-756.
- [Esh57] ESHELBY, J.D. (1957) The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proc. Roy. Soc. London A* **241**, 376-396.
- [FA82] FROST, H.J., ASHBY, M.F. (1982) Deformation-Mechanism-Maps, the plasticity and creep of metals and ceramics. Pergamon Press, Oxford, UK.
- [FPZ95] FRANCOIS, D., PINEAU, A., ZAOUI, A. (1995) Comportement mécanique des matériaux. Tome I et II. Hermès, Paris, France.
- [Fra83] FRANCIOSI, P. (1983) Glide mechanisms in b.c.c. crystals : an investigation of the case α -iron through multislip and latent hardening tests. *Acta Metall.* **31**, No. 9, 1331-1342.
- [Fra84] FRANCIOSI, P. (1984) Etude théorique et expérimentale du comportement élastoplastique des monocristaux métalliques se déformant par glissement : modélisation pour un chargement complexe quasi-statique. *Thèse d'Habilitation de l'Université de Paris-Nord*, France.
- [Fra85] FRANCIOSI, P. (1985) The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals. *Acta Metall.* **33**, No. 9, 1601-1612.
- [Ger79] GEROLD, V. (1979) Precipitation hardening. In : *Dislocations in Solids (vol. 4)*, Nabarro F.R.N. (ed.), North-Holland, Amsterdam, The Netherlands, 219-260.
- [GST85] GOEL, N.C., SANGAL, S., TANGRI, K. (1985) A theoretical model for the flow behavior of commercial Dual-Phase steels containing metastable retained austenite : Part I. Derivation of flow curve equations. *Metall. Trans.* **16A**, 2013-2021.
- [Guy71] GUYOT, P. (1971) Hardening by ordered coherent precipitates related to the statistical theory. *Phil. Mag.* **A 24**, No. 190, 987-993.
- [Har99] HARDER, J. (1999) A crystallographic model for the study of local deformation processes in polycrystals. *Int. J. Plasticity* **15**, 605-624.
- [Has69] HASHIN, Z. (1969) The inelastic inclusion problem. *Int. J. Engng Sci.* **7**, 11-36.

- [HF01] HOC, T., FOREST, S. (2001) Polycrystal modelling of IF-Ti steel under complex loading path. *Int. J. Plasticity* **17**, 65-85.
- [Hoc99] HOC, T. (1999) Etude expérimentale et numérique de la localisation lors de changements de trajets dans un acier doux. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Paris*, France.
- [Hop14] HOPKINSON, B. (1914) A method of measuring the pressure produced in the detonation of explosive or by impact of bullet. *Phil. Trans. A* **213**, 437.
- [Hut76] HUTCHINSON, J.W. (1976) Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials. *Proc. Roy. Soc. London A* **348**, 101-127.
- [Jao64] JAOUL, B. (1964) Etude de la plasticité et application aux métaux, Dunod, Paris, France.
- [KAA75] KOCKS, U.F., ARGON, A.S., ASHBY, M.F. (1975) Thermodynamics and kinetics of slip. *Prog. Mat. Science* **19**. Pergamon Press, Oxford, UK.
- [KL00] KIM, S., LEE, S. (2000) Effects of martensite morphology and volume fraction on quasi-static and dynamic deformation behavior of Dual-Phase steels. *Metall. Trans.* **31A**, 1753-1760.
- [KLL98] KIM, K.J., LEE, C.G., LEE, S. (1998) Effects of martensite morphology on dynamic torsional behavior in Dual-Phase steels. *Scripta Mater.* **38**, No. 1, 27-32.
- [KN98] KAPOOR, R., NEMAT-NASSER, S. (1998) Determination of temperature rise during high strain rate deformation. *Mech. Mater.* **27**, No. 1, 1-12.
- [Kol49] KOLSKY, H. (1949) *Proc. Roy. Soc. London B* **62**, 676.
- [Krö58] KRÖNER, E. (1958) Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls. *Z. Phys.* **151**, 504-518.
- [Krö61] KRÖNER, E. (1961) Zur plastischen Verformung des Vielkristalls, *Acta Metall. Mater.* **9**, 155-161.
- [KS74] KARLSSON, B., SUNDSTRÖM, B.O. (1974) Inhomogeneity in plastic deformation of two-phase steels. *Mat. Sci. Engng.* **16**, 161.
- [KT81] KIM, N.J., THOMAS, G. (1981) Effects of morphology on the mechanical behavior of a Dual-Phase Fe/2Si/0.1C steel. *Metall. Trans.* **12A**, 483-489.
- [KW63] KEH, A.S., WEISSMANN, S. (1963) Deformation in body-centered-cubic metals. In : *Electron Microscopy and Strength of Crystal*, Thomas, G., Washburn, J. (eds.), 231-300.

- [Lep80] LEPERA, F.S. (1980) Improved etching technique to emphasize martensite and bainite in high-strength dual-phase steel. *J. Metall.* **32**, 38-39.
- [Lor00] LORRAIN, J.-P. (2000) Comportement dynamique des matériaux hétérogènes. *Projet de Fin d'Etudes ENSAM*.
- [LP82] LANZILLOTTO, C.A.N., PICKERING, F.B. (1982) Structure-property relationships in dual-phase steels. *Metal Sci.*, August **16**, 371-382.
- [Luf91] LUFT, A. (1991) Microstructural processes of plastic instabilities in strengthened metals. *Prog. Mat. Sci.* **35**, 97-204.
- [Mar80] MARTIN, J.W. (1980) Micromechanisms in particle-hardened alloys, Cambridge University Press.
- [Mas98] MASSON, R. (1998) Estimations non linéaires du comportement global de matériaux hétérogènes en formulation affine – Application aux alliages de zirconium. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique*, France.
- [Mau92] MAUGIN, G.A. (1992) Thermodynamics of plasticity and fracture. Cambridge University Press.
- [MBSZ00] MASSON, R., BORNERT, M., SUQUET, P., ZAOUI, A. (2000) An affine formulation for the prediction of the effective properties of nonlinear composites and polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids* **48**, 1203-1227.
- [MZ99] MASSON, R., ZAOUI, A. (1999) Self-consistent estimates for the rate-dependent elastoplastic behavior of polycrystalline materials. *J. Mech. Phys. Solids* **47**, 1543-1568.
- [Nad88] NADGORNYYI, E. (1988) Dislocation dynamics and mechanical properties of crystals. *Prog. Mat. Sci.* **31**.
- [Noj87] NOJIMA, T. (1987) Constitutive equation of some kinds of steels at high rates of strain. In : *Impact Loading and Dynamic Behaviour of Materials*, Chiem, C.Y., Kunze, H.-D. and Meyer, L.W. (eds.) (Vol. 1), DGM-Verlag, Germany, 357-368.
- [NW01] NICKEL, C., WESTRICH, A. (2001) Comportement élastoviscoplastique des aciers sous sollicitation dynamique (grande vitesse) et en fatigue. *Projet de Fin d'Etudes ENSAM*.
- [Paq98] PAQUIN, A. (1998) Modélisation micromécanique du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz*, France.

- [PBFLB01] PAQUIN, A., BERBENNI, S., FAVIER, V., LEMOINE, X., BERVEILLER, M. (2001) Micromechanical modeling of the elastic-viscoplastic behavior of polycrystalline steels. *Int. J. Plasticity* **17**, 1627-1302.
- [PSB99] PAQUIN, A., SABAR, H., BERVEILLER, M. (1999) Integral formulation and self-consistent modelling of elastoviscoplastic behavior of heterogeneous materials. *Arch. Appl. Mechanics* **69**, 14-35.
- [Reu29] REUSS, A (1929) Calculation of the flow limits of mixed crystals on the basis of the plasticity of monocrystals. *Z. angew. Math. Mech.* **9**, 49-58.
- [RSZ93] ROUGIER, Y., STOLZ, C., ZAOUI, A. (1993) Représentation spectrale en viscoélasticité linéaire des matériaux hétérogènes. *C. R. Acad. Sci. Paris* **316 II**, 1517-1522.
- [Rue76] RUER, D. (1976) Méthode vectorielle d'analyse de la texture. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz, France.*
- [Rus00] RUSINEK, A. (2000) Modélisation thermoviscoplastique d'une nuance de tôle d'acier aux grandes vitesses de déformation – Etude expérimentale et numérique du cisaillement, de la traction et de la perforation. *Thèse de Doctorat de l'Université de Metz, France.*
- [SLB97] SCHMITT, C., LIPINSKI, P., BERVEILLER, M. (1997) Micromechanical modelling of the elastoplastic behavior of polycrystals containing precipitates – Application to hypo- and hyper-eutectoid steels. *Int. J. Plasticity* **13**, No. 3, 183-199.
- [SOSO90] SAKAKI, T., OHNUMA, K., SUGIMOTO, K., OHTAKARA, Y. (1990) Plastic anisotropy of Dual-Phase steels. *Int. J. Plasticity* **6**, 591-613.
- [TG94] THOMAS, B., GUTTMANN, M. (1994) Transformations et structures (chap 6). Dans : *Le livre de l'acier*, Béranger, G., Henry, G., Sanz, G. (eds.), 93-166.
- [TQ34] TAYLOR, G.I., QUINNEY, H. (1934) The latent energy remaining in a metal after cold-working. *Proc. Roy. Soc London* **A143**, 307-326.
- [Voi1889] VOIGT, W. (1889) Über die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper. *Ann. Phys.* **38**, 573-587.
- [Wen81] WENG, G.J. (1981) Self-consistent determination of time-dependent behavior of metals. *ASME J. Appl. Mech.* **48**, 41-46.

- [YJHF92] YONGNING, L., JINHUA, Z., HUIJIU, Z., FOLLANSBEE, P.S. (1992) Variation of yield stress with strain-rate for three carbon steels. *ASME J. Engng. Mat. Tech.* **114**, 348-353.
- [ZG96] ZHAO, H., GARY, G. (1996) The testing and behaviour modelling of sheet metals at strain rates from 10^{-4} to 10^4s^{-1} . *Mat. Sci. Engng. A* **207**, No. 1, 46-50.
- [Zha97] ZHAO, H. (1997) A constitutive model for metals over a large range of strain rates – Identification for mild-steel and aluminium sheets. *Mat. Sci. Engng. A* **230**, No. 1-2, 95-99.

CHAPITRE V

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES ACIERS À BAKE-HARDENING

CHAPITRE V

Modélisation du comportement des aciers à Bake-Hardening

V.1. Introduction

Le terme « aciers à *BH* (*Bake-Hardening*) » caractérise une classe d'aciers d'emboutissage utilisés dans l'industrie automobile pour les ailes et panneaux de portes. Ils associent à la fois une bonne formabilité avant le traitement de peinture, appelé *Baking* en anglais, et une bonne résistance à l'indentation ainsi qu'une limite élastique élevée après cuisson. Actuellement, les aciers calmés aluminium donnent les plus hauts niveaux de *BH* [Sol98]. L'élaboration des aciers à *BH* suit deux objectifs essentiels : obtenir un acier emboutissable et maîtriser le niveau de carbone en solution solide de manière à optimiser le traitement de peinture en aval du formage. Deux filières de recuit sont utilisées sur les aciers calmés aluminium [RZ96] : le recuit en continu pour des teneurs en carbone supérieures à 0,01 % poids (traitement de survieillessement après un refroidissement rapide jusqu'à 400°C dont le temps de maintien permet de réguler le niveau de carbone en solution solide) et le recuit sur base à une température inférieure à la température de l'eutectoïde après refroidissement lent pour des teneurs en carbone inférieures à 0,01 % poids. Dans le cas des aciers à *BH*, l'aluminium présent permet de former du nitrure d'aluminium : l'azote n'est donc plus en solution solide et seule la diffusion des atomes de carbone est en jeu. En fin d'élaboration, un écrouissage au *skin-pass* est effectué afin d'éliminer le palier de Lüders, d'assurer une bonne planéité et de donner la rugosité souhaitée. Le tableau V.1. donne un exemple de composition d'un acier à *BH* avec ses principales propriétés mécaniques.

C	Mn	P	N	Al	Re (MPa)	Rm (MPa)	A (%)	R ₉₀ (Lankford à 90°)
19	200	4	5	50	202	320	40	2.15

Tableau V.1. Composition (10⁻³ % poids) et propriétés mécaniques d'un acier *E180BH* [RZ96].

Après une revue bibliographique détaillée des micro mécanismes à l'origine de l'effet *BH* (paragraphe V.2.), on donnera une modélisation de ce phénomène (paragraphe V.3.). Les résultats numériques seront comparés numériquement aux résultats expérimentaux provenant de la thèse de Soler [Sol98].

V.2. Revue bibliographique

V.2.1. L'essai *BH*

La capacité à durcir au cours du traitement de cuisson est mesurée par deux séquences de traction uniaxiale avant et après cuisson de la manière suivante (figure V.1.) :

- ① L'éprouvette est pré-déformée à un taux de $x\%$ en traction uniaxiale afin de simuler la déformation de la tôle lors de l'opération de mise en forme. On mesure alors la contrainte vraie à la fin de cette première étape σ_p .
- ② L'éprouvette subit ensuite un traitement thermique isotherme qui simule l'étape de cuisson de la peinture caractérisée par le couple temps-température (t, T) .
- ③ L'éprouvette subit enfin une recharge en traction uniaxiale dans la même direction et on mesure à la fois les limites élastiques supérieure σ_{eH} (pic atteint avant le palier de Lüders) et inférieure σ_{eL} (contrainte vraie moyenne dans le palier de Lüders).

Typiquement, l'effet *Bake-Hardening* est mesuré par la différence $BH_x = \sigma_{eL} - \sigma_p$.

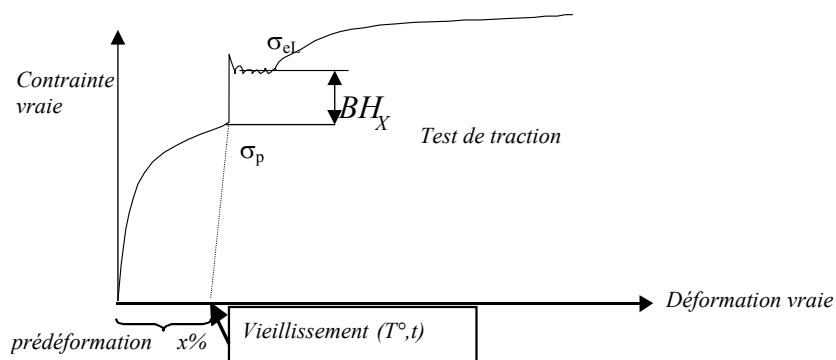


Figure V.1. Mesure classique du *BH* [RZ96].

Soler [Sol98] a étudié l'évolution du point H défini sur la figure V.2.. Ce point correspond au début de la courbe d'écrouissage homogène observé dans la deuxième étape. Une nouvelle définition de l'effet *Bake-Hardening* est donc instaurée par le biais de la quantité :

$$BH_x^* = \sigma_H - \sigma_p.$$

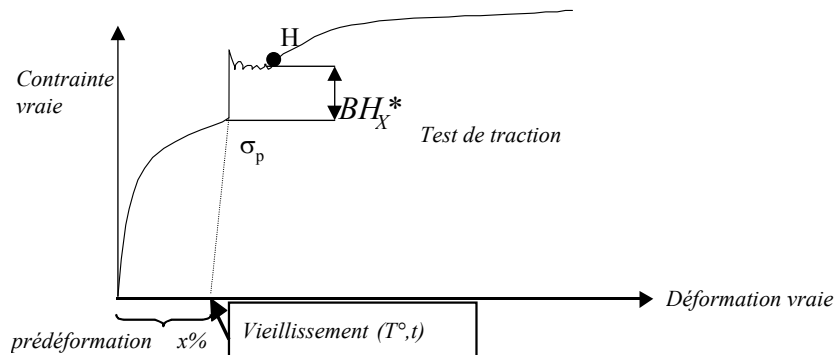


Figure V.2. Mesure du BH_x^* [Sol98].

V.2.2. Mécanismes à l'origine de l'effet BH

Au cours de l'opération de pré-déformation, la densité de dislocations augmente par formation de forêts de dislocations sur les systèmes de glissement. L'étape de cuisson permet tout d'abord la diffusion à longue distance d'atomes de solutés pour former des atmosphères de Cottrell. Le paragraphe V.2.2.1. est dédié à ce premier mécanisme. Puis, une densification des atmosphères a lieu et la formation d'amas ordonnés de solutés près du cœur des dislocations apparaît jusqu'à la formation de fins précipités cohérents sur les dislocations. Après une pré-déformation en traction, une recharge par le même mode de déformation entraîne tout d'abord l'apparition d'un palier de Lüders dû essentiellement au mécanisme de Cottrell, c'est-à-dire au déblocage des dislocations de leurs atmosphères. Ensuite, un durcissement prononcé visible sur la courbe d'écrouissage homogène dû à la formation d'amas ordonnés et/ou de précipités cohérents a lieu. Le paragraphe V.2.2.2. donne l'interprétation du phénomène sur les courbes de traction.

V.2.2.1. Modèle de Cottrell-Bilby et extensions

Cottrell et Bilby [CB49] ont calculé l'effort local nécessaire pour débloquent une dislocation d'une atmosphère de soluté (atmosphère de Cottrell) formée autour de la dislocation au cours de l'opération de vieillissement. Ce processus de diffusion sous contrainte des atomes de solutés à longue distance pour former des atmosphères est appelé effet Cottrell. Selon Cottrell et Bilby, une limite élastique basse (au niveau du palier de Lüders) est observée après un rapide saut de contrainte (limite élastique haute) sur la courbe de traction d'un acier après un temps de vieillissement assez long et à température suffisamment élevée. Ce phénomène est à la base du durcissement par vieillissement (*strain-aging* en anglais). Il est notamment à distinguer du durcissement par particules immobiles telles que les précipités bien que ces deux modes de durcissement soient souvent présents simultanément sous certaines conditions [CB49].

Dans leur modèle, Cottrell et Bilby considèrent l'atome de soluté comme une inclusion sphérique élastique dans une matrice elle-même élastique isotrope. Si le champ élastique autour de la dislocation est σ_{ij} et si ε_{ij}^T correspond au tenseur de transformation créée en forçant une sphère élastique de rayon $r_0(1+\delta)$ (soluté) dans un trou de rayon r_0 (matrice), l'énergie libre d'interaction est :

$$W_{int} = - \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^T dV, \quad (V-1)$$

où $\varepsilon_{ij}^T = \delta \delta_{ij}$ est un tenseur de déformation de transformation sphérique et δ_{ij} est l'opérateur de Kronecker. D'où :

$$W_{int} = - \delta \int_V \sigma_{ii} dV. \quad (V-2)$$

Si σ_{ii} est la trace du champ de contrainte pris au centre de l'inclusion sphérique à une distance r de la dislocation, l'énergie libre d'interaction s'exprime par:

$$W_{int} = - \frac{4}{3} \delta \sigma_{ii} \pi r_0^3. \quad (V-3)$$

Dans le cas d'une dislocation coin de vecteur de Burgers $\underline{b} = (b, 0, 0)$, la trace du champ de contrainte au centre de l'inclusion située à (r, θ) de la dislocation (figure V.3.) s'écrit :

$$\sigma_{ii}(r, \theta) = -\frac{\mu b (1 + \nu)}{\pi (1 - \nu)} \frac{\sin \theta}{r}, \quad (\text{V-4})$$

avec μ module élastique de cisaillement et ν coefficient de Poisson, d'où :

$$W_{int} = A \frac{\sin \theta}{r} \text{ avec } A = \frac{4}{3} \delta \frac{\mu b (1 + \nu)}{\pi (1 - \nu)} \pi r_0^3. \quad (\text{V-5})$$

Dans (V-5), A est appelé paramètre d'interaction soluté/dislocation.

Il s'agit donc d'une interaction par effet de taille du premier ordre (en $1/r$).

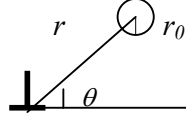


Figure V.3. Modélisation de l'interaction soluté/dislocation.

L'effet décrit ci-dessus est beaucoup moins marqué pour une dislocation vis droite puisque le champ des contraintes élastiques dans un milieu isotrope est purement déviatorique [SS59] [CSW55].

Le vecteur flux de diffusion $\underline{\phi}$ des atomes de soluté est fonction du gradient de concentration ∇c et du gradient de l'énergie d'interaction ∇W_{int} selon l'expression :

$$\underline{\phi} = -D \nabla c - \frac{Dc}{k_b T} \nabla W_{int}, \quad (\text{V-6})$$

où D , k_b et T sont respectivement le coefficient de diffusion, la constante de Boltzmann et la température de vieillissement. Cette expression n'est cependant plus valable près du cœur des dislocations où ∇W_{int} est grand et l'énergie d'activation des atomes est différente de celle associée au coefficient de diffusion D du soluté dans la matrice. L'équation générale de diffusion est :

$$\frac{1}{D} \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla^2 c + \frac{\nabla(c \nabla W_{int})}{k_b T}. \quad (V-7)$$

Dans leur modèle, Cottrell et Bilby négligent les gradients de concentration [CB49]. (V-7) se réduit donc à :

$$\frac{1}{D} \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\nabla(c \nabla W_{int})}{k_b T}. \quad (V-8)$$

En résolvant l'équation différentielle en coordonnées polaires avec (V-5), le nombre d'atomes de soluté quittant la matrice à l'instant t est (équation de Cottrell-Bilby) :

$$N(t) = 3c_0 \left(\frac{\pi}{2} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{ADt}{k_b T} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (V-9)$$

où c_0 : concentration initiale en soluté, A : paramètre d'interaction, D : coefficient de diffusion dans la ferrite, k_b : constante de Boltzmann, T : température de vieillissement, t : temps physique de vieillissement.

En introduisant la densité de dislocations, la fraction d'atomes de soluté ségrégés sur les dislocations à l'instant t est d'après Cottrell [Cot58] :

$$q(t) = \alpha \rho \left(\frac{ADt}{k_b T} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (V-10)$$

où α est une constante proche de 3 et ρ est la densité de dislocations.

Cette équation a été modifiée par Harper qui prend en compte l'appauvrissement progressif de la matrice en soluté [Har51]. (V-10) devient alors :

$$q(t) = 1 - \exp \left(-3\rho \left(\frac{ADt}{k_b T} \right)^{\frac{2}{3}} \right). \quad (V-11)$$

(V-11) est de la forme :

$$q(t) = 1 - \exp \left(-\left(\frac{t}{\tau} \right)^n \right), \quad (V-12)$$

où $n=2/3$ et τ est une constante de temps contenant A , ρ , T et D .

Dans le cas du durcissement des aciers par vieillissement, Thomas et Leak [TL55] donnent des valeurs expérimentales pour le coefficient n comprises dans l'intervalle [0,5-0,9]. Contrairement à l'équation de Cottrell-Bilby physiquement acceptable aux temps courts, la formulation de Harper utilisée aux temps plus longs est purement empirique car elle ne tient pas compte du flux de diffusion dû au gradient de concentration [Har51]. Bullough et Newman [BN62a] [BN62b] [BN70] résolvent l'équation générale de diffusion en se donnant des conditions limites physiques au cœur des dislocations. Dans leur modèle, la formation d'atmosphères est suivie par la diffusion rapide des atomes au cœur des dislocations formant alors un précipité en forme de « cylindre » dans le cœur de la dislocation supposée droite. La fraction de soluté qui ségrège à l'instant t prend alors la forme :

$$q(t) = I - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (\text{V-13})$$

où τ contient également A , ρ , T et D . Cette équation reste cependant différente de celle trouvée par Harper. Baird [Bai63b] a été le premier à prendre en compte les hétérogénéités intragranulaires comme les cellules de dislocations dans la cinétique de précipitation. En considérant une fraction de parois de dislocation de 20% avec une densité de dislocations ρ^h élevée (typiquement 4 fois la densité de dislocations moyenne $\bar{\rho}$) et une densité de dislocations ρ^s faible à l'intérieur des cellules (typiquement $\rho^s = \frac{1}{4}\bar{\rho}$), on trouve en utilisant (V-13) :

$$q(t) = I - \frac{1}{5} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \frac{4}{5} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \text{ avec } \tau_2 = 16\tau_1. \quad (\text{V-14})$$

Baird a montré que (V-14) se confond avec (V-12) et reproduit donc bien les résultats expérimentaux de durcissement par vieillissement en partant d'un modèle physique.

D'après Cottrell et Bilby [CB49], dans une atmosphère dite *dense*, ce qui est le cas en pratique, une relaxation du champ de contrainte de la dislocation est possible. Cet état survient lorsque les distorsions locales (supposées comme des dilatations dans le modèle précédent) produites par les solutés sont égales en tout point au champ de déformation élastique de la dislocation (hydrostatique dans le cas d'une dislocation coin en élasticité isotrope) et de même signes. Dans le cas des atomes de carbone dans le fer- α , ceux-ci se

réunissent de la manière décrite sur la figure V.4. Dans la zone enrichie, l'assemblée d'atomes de carbone ne peut jamais complètement relaxer le champ de contrainte de la dislocation mais à mesure que l'atmosphère se forme, la relaxation progressive des contraintes mènera à une condition de saturation dans laquelle l'addition d'atomes supplémentaires ne réduira plus l'énergie du système. Cottrell et Bilby estiment à 1 atome de carbone par plan atomique le long de la ligne de dislocation cet état de saturation.

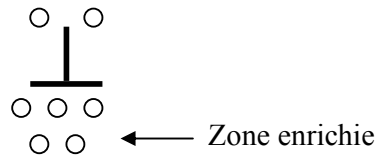


Figure V.4. Configuration des atomes de carbone autour des dislocations.

V.2.2.2. Interprétation de l'effet *BH* sur les essais de traction uniaxiale (type essai *BH*)

Des mesures quantitatives des différences de caractéristiques mécaniques sur des essais de traction entre un essai sans vieillissement et un essai avec vieillissement statique ont été effectuées [WR60a] [WR60b] (figure V.5.). Il s'agit de :

ΔY (équivalent au *BH*) : variation de contrainte entre la limite élastique basse obtenue après vieillissement et recharge et la contrainte obtenue à la fin de la pré-déformation.

ΔU : variation de contrainte entre les contraintes maximales atteintes avec et sans vieillissement statique.

ΔE : variation d'allongement à rupture entre les courbes avec et sans vieillissement statique.

Δn : variation du coefficient d'écrouissage entre les courbes avec et sans vieillissement statique.

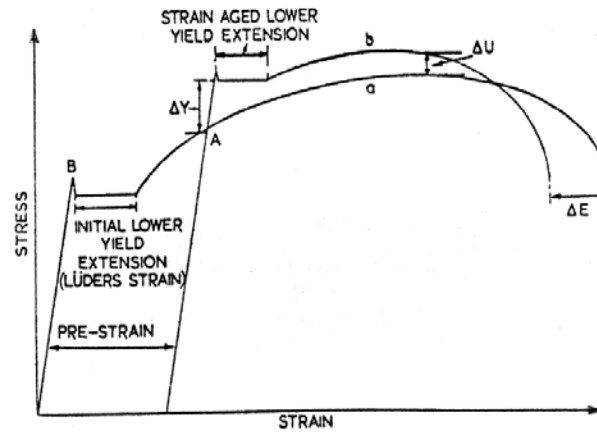


Figure V.5. Courbe de traction et différentes quantités mesurées : contrainte vraie – déformation vraie pour un acier bas carbone : (a) recharge immédiate, (b) recharge après vieillissement.

Cas des aciers plats au carbone

Les résultats expérimentaux de Wilson et Russell [WR60a] [WR60b] sont présentés pour des aciers plats au carbone contenant une quantité totale en soluté de 0,0422% poids (carbone et azote) à différentes microstructures. Les essais de traction sont conduits à une vitesse de déformation de 10^{-4}s^{-1} et la température de vieillissement est de 60°C . La figure V.6. représente, après vieillissement et recharge, l'évolution des caractéristiques mécaniques en traction en fonction du temps de vieillissement. Durant les 30 premières minutes, la limite élastique basse, ΔY et la déformation de Lüders augmentent rapidement. De plus, la courbe de déformation homogène après le palier de Lüders se confond avec la courbe de traction sans vieillissement. Ensuite, la déformation de Lüders n'évolue quasiment plus. La limite élastique basse et ΔY augmentent encore à cause d'un décalage vers le haut de la courbe de déformation homogène. Jusqu'à environ $t=150$ minutes, ΔU , ΔE , Δn restent nuls. A partir de $t=150$ minutes, ΔY et la contrainte d'écoulement augmentent lentement et Δn augmente. De plus, ΔU augmente et ΔE diminue, d'où une perte de ductilité. Enfin, la courbe de déformation homogène limite est atteinte pour un temps de vieillissement proche de 10^4 minutes. Au-delà, des phénomènes de survieillissement apparaissent provoquant une décroissance des paramètres ΔY , ΔU et Δn .

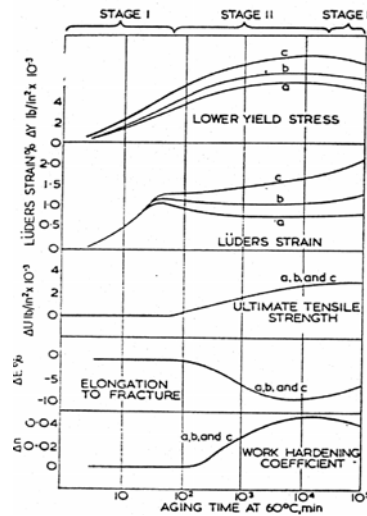


Figure V.6. Effet du temps de vieillissement après une pré-déformation de 4% sur les différentes propriétés de traction pour différentes tailles de grains (en grains/mm²) (a) 50, (b) 195, (c) 1850 [WR60b].

Pour interpréter ces phénomènes, Wilson et Russell [WR60a] [WR60b] se basent sur un processus en deux étapes : une première étape de durcissement due à la formation d'atmosphères de Cottrell et une seconde étape due à la formation de précipités stables le long des dislocations. La première étape affecte seulement la limite élastique basse (ΔY) et la déformation de Lüders [Cot58]. Par conséquent, avec une quantité de soluté suffisamment faible pour que seule la première étape soit obtenue, la loi de comportement après le palier est la même que s'il n'y avait pas eu de vieillissement, les atmosphères étant alors dispersées. Lorsque la deuxième étape est amorcée, les dislocations ont été complètement bloquées à la saturation de l'atmosphère de telle sorte que la contribution au blocage n'est pas augmentée : la déformation de Lüders n'augmente donc plus. Le durcissement par particules entre en jeu et la courbe initiale (sans vieillissement) subit donc un décalage vers le haut. Δn croît alors légèrement, ΔU est augmenté, l'allongement à la rupture est quant à lui diminué. Ces trois éléments démontrent selon Wilson et Russell la formation progressive de précipités stables. Bullough et Newman [BN62a] [BN62b] [BN70] ont montré, qu'après le mécanisme de formation d'atmosphères de Cottrell, le deuxième mécanisme ne correspond pas à une accumulation de solutés autour de la première atmosphère formant une atmosphère *extérieure* comme le postulaient Cottrell et Bilby [CB49] mais consiste en une diffusion rapide des solutés au cœur des dislocations formant peu à peu un précipité. En supposant que

la précipitation se passe essentiellement sur les dislocations, les précipités forment alors selon Wilson et Russell des lignes de très petites particules rapprochées l'une de l'autre servant d'obstacles aux dislocations. Des essais mécaniques menés par Wilson et Russell suggèrent que les précipités formés sont très petits ($<50\text{\AA}$). Bullough et Newmann postulent plutôt pour un précipité stable de forme cylindrique dans le cœur de la dislocation. Le comportement mécanique dans la deuxième étape est donc la conséquence d'une augmentation progressive de la force d'obstacles au mouvement des dislocations pour des temps de vieillissement de plus en plus longs. En effet, peu après la saturation des atmosphères de Cottrell, la ségrégation de solutés élève la contrainte d'écoulement sans augmenter le taux d'écrouissage. Ce résultat suggère un mécanisme où les dislocations mobiles passent les nouveaux obstacles par cisaillement sans créer de nouvelles boucles de dislocations [Ger79] [Mar80]. Puis, le fait que Δn augmente, serait dû, selon Wilson et Russell, à un processus de contournement par les dislocations. Les précipités cohérents sont devenus alors assez gros pour atteindre la taille critique de changement de mécanisme cisaillement – contournement [Guy71].

Afin d'interpréter leurs résultats, Wilson et al. [WR60a] [WR60b] [WO68] utilisent la relation de Hall-Petch [Hal51] [Pet53] dans laquelle la limite élastique du polycristal est une fonction de la taille de grains :

$$\sigma_y = \sigma_I + k_y d^{-\frac{1}{2}}, \quad (\text{V-15})$$

où : σ_I est la contrainte de friction interne s'opposant aux dislocations, d : diamètre moyen du grain et k_y est une mesure du degré de blocage des dislocations par les atmosphères.

D'après Wilson et Russell [WR60b], la contrainte de friction se décompose en deux termes :

$$\sigma_I = \sigma_0(T) + \sigma_{\text{précipité}}. \quad (\text{V-16})$$

Dans (V-16), $\sigma_0(T)$, qui dépend fortement de la température, représente la contrainte de Peierls-Nabarro et $\sigma_{\text{précipité}}$, qui est très peu dépendante de la température, représente la contrainte nécessaire pour que les dislocations libres franchissent les irrégularités structurales tels que les solutés, précipités et sous-structures de dislocations. Dans (V-15), la croissance du terme $k_y d^{-\frac{1}{2}}$ correspond au premier stade de durcissement dû à la croissance des atmosphères (σ_I quant à lui ne varie pas). Au delà du premier stade, l'augmentation de σ_y est due

presque entièrement à l'augmentation de σ_I correspondant à la formation d'amas de solutés puis de précipités stables sans affecter la contrainte de déblocage σ_d .

Les paramètres jouant un grand rôle dans l'étape de précipitation sont la quantité de solutés en solution solide et la densité de dislocations issue de la pré-déformation. L'influence de la composition est mise en évidence sur la figure V.7. qui illustre l'effet de la fraction de solutés sur les propriétés mécaniques après vieillissement (pour une même taille de grains). La figure V.7. révèle un retard de la cinétique de précipitation pour des faibles quantités de solutés en solution solide. De plus, la déformation de Lüders est insensible à la concentration de solutés en solution solide à condition qu'elle excède la quantité nécessaire à la saturation des atmosphères. Par contre, ΔY dans la phase de précipitation augmente très vite avec la fraction de solutés en solution solide. Les courbes indexées 3 de la figure V.7. sont intéressantes car elles correspondent à une composition critique suffisante pour saturer l'atmosphère (la déformation de Lüders atteint sa valeur maximale) mais insuffisante pour créer des précipités stables capables d'augmenter ΔU .

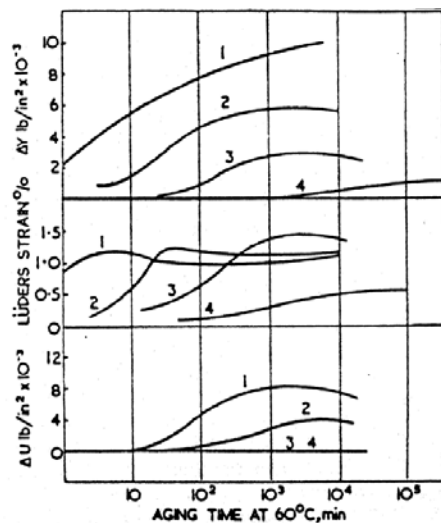


Figure V.7. Effet de la fraction de solutés en solution solide (en % poids) sur les différentes propriétés de traction (après une pré-déformation de 4%) :

(1) 1.4×10^{-2} , (2) 2.2×10^{-3} , (3) 5×10^{-4} , (4) 2×10^{-4} [WR60b].

Cas des aciers à *Bake-Hardening* optimisés

A partir de ces résultats, il est maintenant raisonnable de considérer les mécanismes de durcissement des aciers à *BH* (contenant environ 4 à 5 ppm.poids de carbone en solution solide et sans azote en solution solide) comme similaires. Récemment, Okamoto et al. [OTT89], Elsen [Els93], Elsen et Hougardy [EH93], Kozeschnik et Buchmayr [KB97], Soler [Sol98], De et al. [DVD99] et Zhao et al. [ZDD01] proposent une interprétation du durcissement par les deux mécanismes que sont la formation des atmosphères de Cottrell et la précipitation de carbures.

Par des mesures de frottement intérieur, Soler interprète le phénomène de durcissement en deux stades. La figure V.8. illustre l'évolution de la quantité BH_2^* en fonction de la fraction de carbone q quittant la matrice. Le premier stade correspond au départ du carbone de la solution solide pour former les atmosphères et le second stade est dû selon Soler à une *densification des atmosphères* correspondant à un réarrangement près du cœur de la dislocation des atomes de carbone appartenant aux atmosphères. Rubianes et Zimmer [RZ96] ainsi que Soler [Sol98] n'ont pas réussi à observer de précipités par microscope électronique en transmission. Le point d'inflexion de la figure V.8. indique le passage au deuxième stade. A partir de ce point, la technique de frottement intérieur basée sur la relaxation de Snoek (pendule de torsion à 1Hz) devient impuissante pour détecter le micro mécanisme en jeu, mais, il est supposé que très peu d'atomes de carbone restent dans la matrice et que les atomes de solutés regroupés dans les atmosphères se réarrangent près du cœur des dislocations sous forme d'amas (et/ou de précipités).

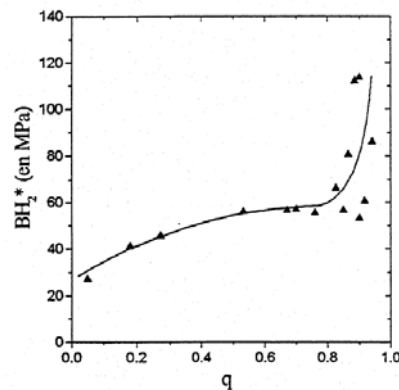


Figure V.8. Evolution du BH_2^* en fonction de la fraction de soluté q quittant la matrice mesurée par frottement intérieur [Sol98].

La figure V.9. montre que la localisation du point d'inflexion, présent sur la figure V.8., est indépendante de la température mais dépend du niveau de pré-déformation. De plus, le deuxième stade est retardé quand le niveau de pré-déformation augmente. Le palier observé à la fin du premier stade (juste avant le coude) correspond selon Soler à la saturation des atmosphères. Les mesures de frottement intérieur donnent à ce niveau 5 à 10 atomes par plan atomique coupant la dislocation et ce nombre diminue quand le niveau de pré-déformation augmente. Baird [Bai63a] met en évidence la surestimation d'un facteur 10 de la densité de dislocations calculée par les auteurs utilisant la relation de Cottrell-Bilby.

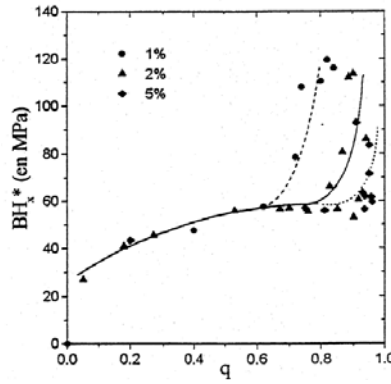


Figure V.9. Evolution du BH_2^* en fonction de la fraction de soluté q quittant la matrice mesurée par frottement intérieur pour plusieurs niveaux de pré-déformation [Sol98].

A l'aide de la relation de conservation de la matière, Soler [Sol98] a calculé le nombre d'atomes de carbone X que l'on peut mettre par site octaédrique le long d'une dislocation allongée suivant une direction de type $\langle 100 \rangle$. Les sites octaédriques présents suivant cette direction étant distants les uns des autres d'une distance inter-atomique, X peut donc être interprété comme le nombre d'atomes de carbone le long de la dislocation par plan atomique coupant la dislocation, et, s'exprime par :

$$X = \frac{N_A a d}{M \rho} c_{ss} \quad (V-17)$$

où :

a : distance inter-atomique ($\approx 2,5 \text{ \AA}$ pour le fer), d : densité du fer- α (7800 kg.m^{-3}), N_A : nombre d'Avogadro ($6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$), M : masse molaire du carbone ($0,012 \text{ kg.mol}^{-1}$), c_{ss} :

concentration de carbone en solution solide et ρ : densité moyenne de dislocations (en m^{-2}). En utilisant les valeurs de densités de dislocations mesurées [KW63] [AD83] et les valeurs de c_{ss} mesurées par frottement intérieur au niveau des points d'inflexion des trois courbes de la figure V.9. [Sol98], les valeurs de X calculées à l'aide de (V-17) sont regroupées dans le tableau V.2. pour des pré-déformations respectives de 1%, 2% et 5%. L'acier utilisé pour ces valeurs numériques est l'acier *E180BH* utilisé par Soler [Sol98] contenant environ 4 à 5 ppm de carbone en solution solide initialement.

Pré-déformation	$\rho \text{ (m}^{-2}\text{)}$		c_{ss} (ppm.poids)	X_1	X_2
	$\rho_1 \text{ (m}^{-2}\text{)}$ [KW63]	$\rho_2 \text{ (m}^{-2}\text{)}$ [AD83]			
1%	$4,8.10^{13}$	$1,5.10^{13}$	$\sim 3,2$	6,5	20,9
2%	$7,6.10^{13}$	3.10^{13}	$\sim 3,7$	4,8	12,1
5%	$1,9.10^{14}$	$6,5.10^{13}$	$\sim 4,5$	2,3	6,8

Tableau V.2. Nombre d'atomes de carbone le long de la dislocation par plan atomique coupant la dislocation pour plusieurs niveaux de pré-déformation.

Les valeurs de densités de dislocations mesurées et reportées dans le tableau V.2. sont très dépendantes des méthodes de mesure puisque Lan et al. [LKD92] donnent une densité de dislocations mesurée de $2,8.10^{13} \text{ m}^{-2}$ à 10% de pré-déformation. Mais dans tous les cas, la quantité moyenne de carbone dans les atmosphères est supérieure à la valeur de 1 atome par plan atomique coupant la dislocation. La seconde étape est associée à la formation de précipités de carbures très fins préférentiellement le long des dislocations [OTT89] [Els93] [EH93] [KB97] [DVD99]. Zhao et al. [ZDD01] formulent également l'hypothèse qu'une ségrégation sur les particules de cémentite (Fe_3C) présentes initialement a lieu. La cinétique de *BH* contient donc deux mécanismes (figure V.10).

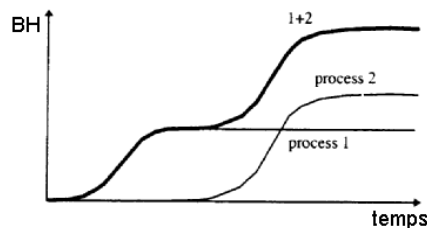


Figure V.10. Cinétique du niveau de *BH* causée par deux mécanismes.

Okamoto et al. [OTT89] utilisent l'interprétation métallurgique de Wilson et Russell basée sur la relation de Hall-Petch et l'appliquent directement aux aciers à *BH*. Récemment, Elsen et Hougardy [EH93] ont analysé plus finement les mécanismes sur des aciers à *BH* type *E180BH* et *E220BH*. Tout d'abord, ils confirment bien que le premier processus de la figure V.10. est dû à l'effet Cottrell et non à l'effet Snoek car il fait intervenir une diffusion à longue distance des atomes de carbone. L'effet Snoek à 50°C par exemple donnerait lieu à un réarrangement entre 0,05 et 0,08 secondes, ce qui aurait lieu avant le début des mesures expérimentales [EH93]. Durant la première étape, une augmentation du niveau de *BH* est visible avec le nombre d'atomes de carbone qui se rassemblent dans l'atmosphère. Mais puisque l'effet Cottrell est limité par un potentiel du premier ordre ($E_i \propto \frac{1}{r}$), le blocage s'atténue quand les premiers atomes de carbone ont déjà ségrégré. Selon Elsen et Hougardy, le second stade correspond à la formation de précipités « sphériques » le long des dislocations. Ceux-ci sont cohérents et cisailables par des dislocations mobiles. Cette idée provient de l'absence de variation du coefficient d'écrouissage après le traitement de vieillissement. Dans le cas de précipités incohérents (non cisailables), l'écrouissage serait multiplicatif du fait du mécanisme de contournement d'Orowan. De plus, les dislocations mobiles coupent les petits précipités cohérents mais contournent les gros précipités cohérents [Guy71] [Mar80]. La cission critique résolue de franchissement de l'obstacle est dans le premier cas :

$$\tau_c \propto f_v^{\frac{1}{2}} \bar{R}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{cisaillement}), \quad (\text{V-18})$$

et dans le second cas :

$$\tau_c \propto f_v^{\frac{1}{2}} / \bar{R} \quad (\text{contournement}), \quad (\text{V-19})$$

avec f_v et $\bar{R}$ respectivement la fraction volumique et le rayon moyen dans le plan de glissement. Ces expressions statistiques démontrées dans le cas des précipités « sphériques » sont également valables à une constante multiplicative près dans le cas de précipités en forme de bâtonnets « cylindriques ».

La taille des précipités étant très petite puisqu'il est difficile de les observer au microscope électronique en transmission, cette hypothèse de durcissement par particules

cisaillables semble la plus plausible. L'hypothèse de Wilson et Russell selon laquelle des boucles de dislocations se formeraient autour des précipités reste cependant valable car pour leurs aciers, contenant un taux élevé d'éléments en solution solide et donc donnant des précipités plus gros dans la phase de précipitation, le coefficient d'écrouissage augmente [WR60b].

Quantitativement, Elsen [Els93] et Soler [Sol98] caractérisent le niveau de BH en traction suivant des formules additives correspondant aux deux mécanismes pré-cités. Pour Elsen [Els93], $BH = BH_1 + BH_2$ où BH_1 est la partie du BH due à la formation des atmosphères et BH_2 est la partie du BH due à la formation de précipités cohérents. De plus, le même auteur constate que le niveau maximal de BH_1 est constant quelle que soit l'amplitude de pré-déformation, tandis que le niveau maximal de BH_2 décroît en fonction de la pré-déformation (figure V.11.).

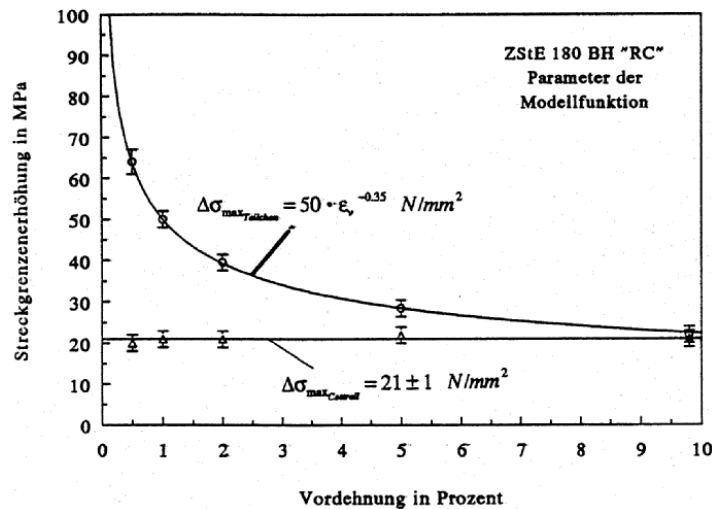


Figure V.11. Evolution du niveau maximal de BH due à l'étape de formation des atmosphères (constante) et due aux précipités en fonction de la pré-déformation [Els93].

Par ailleurs, Kozeschnik et Buchmayr [KB97] pensent que les deux mécanismes sont compétitifs, et, cette compétition dépend fortement du degré de pré-déformation. Ils ont constaté que la cinétique de précipitation est proche de celle d'une précipitation homogène dans la matrice pour une faible pré-déformation et qu'elle est de type Harper (cinétique de formation des atmosphères de Cottrell) pour les fortes pré-déformations. Leur résultat s'appuie sur les travaux expérimentaux de Wepner [Wep57] qui a utilisé le même type d'aciers que Harper [Har51]. Dans le cas des aciers à BH , ils s'appuient sur les résultats

expérimentaux de Elsen et Hougardy et confirment pour une pré-déformation de 2% le mécanisme à deux étapes successives (figure V.12.).

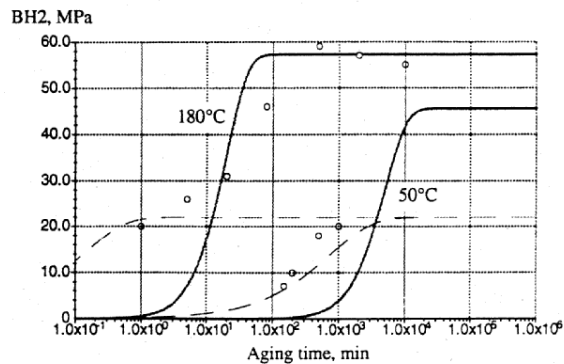


Figure V.12. Cinétique de *Bake-Hardening* à deux étapes à 180°C et 50°C (après 2% de pré-déformation et réduction *skin-pass* de 1%). Points : expériences de Elsen, courbes en gras : simulation de la précipitation homogènes de carbures, courbes discontinues : simulation de la formation d'atmosphères de Cottrell [KB97].

Dans ce cas, l'accumulation de carbone près des dislocations lors de la première étape tend à favoriser une précipitation sur les dislocations et non dans la matrice puisque Kozeschnik et Buchmayr ont observé de petites particules autour des dislocations pour de longs temps de vieillissement. De plus selon eux, la cinétique de précipitation est proche de celle d'une précipitation homogène de cémentite (Fe_3C) dans la matrice pour 0% de pré-déformation. Enfin le phénomène de chute du niveau de *BH* pour des temps longs de vieillissement (phénomène appelé survieillissement [WR60b]) serait dû à une re-dissolution des atmosphères pour grossir les précipités.

V.2.3. Effet d'un changement de trajet sur l'effet *BH*

V.2.3.1. Introduction

Les estimations de l'effet *BH* sont généralement basées sur des essais de traction uniaxiale (pré-déformation en traction uniaxiale dans la direction de laminage suivie d'un traitement de vieillissement et d'une recharge en traction dans la même direction que l'étape de pré-déformation). Par exemple, pour simuler les déformations pendant l'emboutissage, un simple essai de traction à 2% de déformation est réalisé. Au cours des opérations de mise en forme, les trajets de déformation possibles sur une pièce emboutie sont bien plus complexes : traction plane, traction uniaxiale, cisaillement, expansion equibiaxée et enfin rétreint

(épaississement de la tôle). Les courbes limite de formage (C.L.F.) sont utilisées pour représenter les déformations possibles sur une pièce emboutie ainsi que les déformations critiques. L'essai destiné à déterminer le *BH* décrit dans le paragraphe V.2.1. est donc limité. Compte tenu de la difficulté d'interpréter les résultats expérimentaux, il est important de découpler les phénomènes liés au trajet de chargement de ceux liés au vieillissement. D'une part, le trajet de pré-déformation a une influence sur le niveau de contraintes atteint après recharge sans vieillissement [RSB86]. Par exemple, un laminage suivi d'une traction provoque un régime transitoire de durcissement [RS89]. D'autre part, un changement de trajet de chargement après vieillissement thermique ne donne pas toujours un pic de contrainte suivi d'une relaxation immédiate (déformation de Lüders) comme cela est observé sur l'essai *BH* [WO68] [VRW93] [JH86]. Vicary et al. sur des aciers à *BH* ont montré qu'un traitement de vieillissement plus important est nécessaire pour avoir les mêmes niveaux de durcissement dans le cas d'un changement de trajet de chargement [VRW93]. Des changements dans le chemin de déformation mènent à des effets transitoires dans les courbes contrainte/déformation et à une perte de ductilité qui dépend de l'amplitude de la pré-déformation et de la nature du changement de trajet. Le comportement en vieillissement statique d'échantillons pré-déformés dans des modes différents de la traction uniaxiale est qualitativement comparable à celui d'échantillons pré-déformés en traction simple [BFM94]. Dans la suite, les origines de ces observations sont discutées en termes de vieillissement statique classique et en termes d'effets du chemin de pré-déformation sur les sous-structures de dislocations.

V.2.3.2. Effet d'un changement de trajet de déformation seul

Les séquences de chargement les plus courantes sont des essais de traction orthogonaux [LS79] [HAM76], mais aussi une pré-déformation en traction plane ou en laminage suivie d'une traction dans la direction de laminage ou dans la direction transverse [WL83] [KM88]. D'autres trajets comme des séquences expansion équibiaxiale – traction uniaxiale ont également été étudiés [LS79] [BFM94] [WB94].

Inspirés par Schmitt et al. [SAB85] [RS89], Vicary et al. [VRW93] ont examiné plusieurs changements de trajets sur des aciers à *BH* en se basant sur l'angle θ défini par la relation suivante qui découle de la définition du produit scalaire dans l'espace tensoriel des déformations :

$$\cos\theta = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^A : \boldsymbol{\varepsilon}^B}{\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^A : \boldsymbol{\varepsilon}^A} \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^B : \boldsymbol{\varepsilon}^B}}, \quad (\text{V-20})$$

où :

$\boldsymbol{\varepsilon}^A$: tenseur déformation du premier chargement (A).

$\boldsymbol{\varepsilon}^B$: tenseur déformation du second chargement (B).

Le paramètre $\cos\theta$ possède trois valeurs particulières dans le cas d'un matériau supposé isotrope :

-1 ($\theta=180^\circ$, trajet de type Bauschinger) : les systèmes de glissement activés pendant la pré-déformation sont réactivés en sens opposé et la limite d'écoulement est plus faible pour le second chargement que pour le premier chargement.

+1 ($\theta=0^\circ$, trajet continu) : les systèmes de glissement activés pendant la pré-déformation sont réactivés dans le même sens et la limite d'écoulement pour le second chargement est à peu près égale à celle obtenue à la fin du premier chargement.

0 ($\theta=90^\circ$, trajet dur) : les systèmes de glissement activés pendant le second trajet étaient latents pendant la pré-déformation et la limite d'écoulement est plus forte pour le second chargement que celle obtenue à la fin du premier chargement.

Vicary et al. ont testé trois séquences :

- Cas 1 : traction uniaxiale - traction uniaxiale dans la même direction que la pré-déformation ($\theta=0^\circ$).
- Cas 2 : traction uniaxiale - traction uniaxiale dans une direction à 90° de la pré-déformation ($\theta=120^\circ$).
- Cas 3 : expansion equibiaxée - traction uniaxiale ($\theta=60^\circ$).

Avec un matériau fortement anisotrope comme les aciers, c'est-à-dire pour des valeurs typiques de coefficient de Lankford $r_0=1,2$ et $r_{90}=2$, les valeurs respectives dans les cas 2 et 3 sont de $\theta \approx 135^\circ$ et $\theta \approx 60^\circ$. Pour une pré-déformation de 2%, les courbes contrainte/déformation de recharge pour ces trois cas sont représentées (figure V.13.). Dans le cas de la pré-déformation en expansion équiaxée, seule la déformation dans l'épaisseur est mesurée. Les effets observés sont typiques du comportement des aciers doux : dans le cas 2, un fort arrondissement de la courbe d'écrouissage est observé après recharge ($\theta \approx 135^\circ$)

contrairement au cas 1 ($\theta=0^\circ$). Dans le cas 3, un niveau de contrainte élevé après recharge est observé.

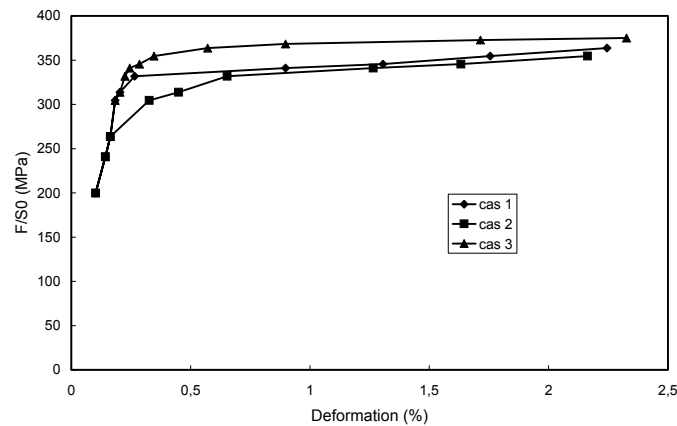


Figure V.13. Courbes contrainte – déformation de recharge immédiate à température ambiante dans les cas 1, 2 et 3 après 2% de pré-déformation équivalente (acier à BH) [VRW93].

Bailey et al. [BFM94] ont examiné les sous-structures de dislocations qui se développent au cours de pré-déformations en traction, en laminage et en expansion équi-biaxée pour des déformations équivalentes d'environ 4% et 8% dans le cas d'aciers à BH. Les structures de dislocations engendrées au cours des différents trajets de pré-déformation ainsi que l'allure des réponses macroscopiques en contrainte/déformation sont qualitativement les mêmes que celles observées par d'autres auteurs pour des aciers pour emboutissage calmés aluminium [RB77] et IF (*Interstitial Free* en anglais) [WB94]. Pour 8% en déformation équivalente, une structure cellulaire est très clairement observée : les cellules de dislocation sont quasi-équiaxes dans les cas de la traction simple et de l'expansion équi-biaxée et sont fortement allongées et non organisées dans le cas du laminage. Dans le cas de l'expansion équi-biaxée, les murs des cellules sont plus épais qu'en traction et la taille moyenne des cellules pour 8% de déformation est proche du micron (pour une taille de grain de 15 μ m) [BFM94]. Si l'on compare les courbes de recharge en traction après des pré-déformations en traction et en expansion équi-biaxée, on observe dans le cas de l'expansion que la limite élastique est très élevée et la localisation de la déformation apparaît immédiatement (figure V.14.). Ghosh et Backofen [GB73] ont également montré que lorsqu'une tôle est pré-déformée en expansion équi-biaxée puis testée en traction uniaxiale, la contrainte d'écoulement obtenue est supérieure à celle correspondant à un essai de traction monotone (figures V.13. et V.14.). Selon ces mêmes auteurs, cet effet prononcé en expansion équi-biaxée serait dû à un changement de texture cristallographique. Une quantification de ce changement

de texture montre cependant que les effets de textures sont insuffisants pour expliquer ce comportement [CL93]. En fait, les sources d'anisotropie à l'origine de l'effet transitoire observé sur la figure V.14.b. sont de quatre ordres [RSB86] :

- la distribution des orientations des grains (texture cristallographique).
- la texture morphologique.
- les contraintes internes intergranulaires.
- les hétérogénéités de distribution des dislocations intragranulaires (cellules de dislocation).

L'explication du phénomène transitoire observé notamment sur la figure V.14.b. après une recharge dans un sens différent de celui de la pré-déformation (caractérisé par l'angle θ) provient d'une réorganisation des sous-structures de dislocations à l'origine d'un changement brutal des contraintes internes intragranulaires. A l'amorce du second trajet en traction uniaxiale, les limites élastiques et contraintes d'écoulement observées proviennent de la contrainte d'activation requise pour la structure existante à l'issue de la pré-déformation (en expansion équi biaxée par exemple). En effet, lorsque la structure cellulaire est générée, des murs contenant une densité de dislocations élevée se forment, constituant alors de forts obstacles qui sont interceptés par les dislocations dans les systèmes de glissement activés lors de la recharge. L'écrouissage produit au cours du régime transitoire résulte d'une compétition entre l'annihilation de la structure issue du premier trajet et la formation de la nouvelle structure interne lors du second trajet [WL83] [KM88] [WB94]. La nouvelle structure développée lors d'une recharge en traction après une pré-déformation en expansion équi biaxée (mais également après une pré-déformation de laminage ou de traction plane pour les aciers calmés aluminium [WL83] [KM88] [WB94]) forme alors des microbandes de cisaillement qui dissolvent peu à peu la structure développée au cours de la pré-déformation. Ces microbandes de cisaillement traversent peu à peu les grains pour former des macrobandes jusqu'à rupture de l'éprouvette.

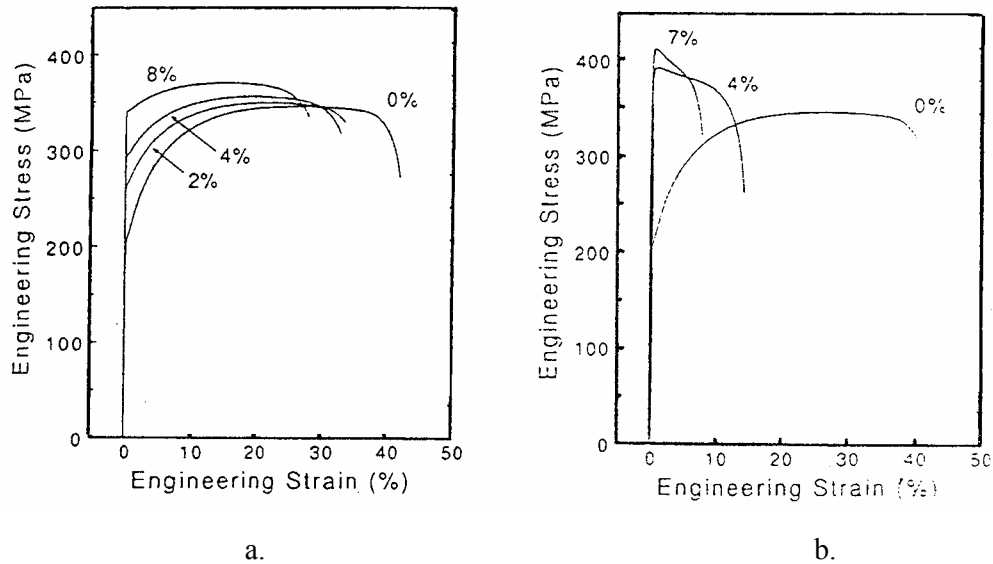


Figure V.14. Effet du chemin de pré-déformation sur la courbe contrainte/déformation lors d'une recharge en traction (acier à *BH*) [BFM94]:

- a. pré-déformation en traction (cas 1).
- b. pré-déformation en expansion équibiaxée (cas 3).

En conclusion, un changement de chemin de déformation favorise un glissement sur des systèmes primaires différents. L'accommodation de la déformation sur les nouveaux systèmes de glissement est inhibée par les dislocations et les murs des cellules produits au cours du chemin de déformation initial. En conséquence, des contraintes macroscopiques beaucoup plus fortes sont observées pour des valeurs de θ comprises entre 30° et 120° (matériau supposé isotrope) [WB94].

V.2.3.3. Influence du vieillissement entre deux trajets de déformation

Les premières investigations ont été effectuées par Tipper [Tip52] mais c'est surtout Wilson et Ogram [WO68], Vicary et al. [VRW93] et Bailey et al. [BFM94] qui ont tenté d'interpréter les phénomènes pour des aciers plats au carbone et des aciers à *BH*. Dans le cas d'un trajet de type Bauschinger ($\theta=180^\circ$), Wilson et Ogram [WO68] ont montré un effacement partiel de l'effet Bauschinger après vieillissement. Selon ces auteurs, le seuil d'écoulement plastique lors de la recharge en sens inverse augmente en raison du vieillissement.

Cas 2 ($\theta=120^\circ$) et Cas 3 ($\theta=60^\circ$) :

La figure V.15. démontre par rapport à la figure V.13. l'influence du traitement de vieillissement (20 minutes, 170°C) sur les aciers à *BH* et pour les mêmes trajets que dans le paragraphe précédent. Un palier de Lüders est visible seulement dans le cas 1 ($\theta=0^\circ$). Le durcissement par vieillissement dans le cas 2 augmente rapidement de 170°C à 200°C sans toutefois dépasser celui obtenu dans le cas 1 (figure V.16). Pour des températures de vieillissement de 170°C à 230°C , la figure V.16. montre qu'un faible durcissement par vieillissement est obtenu dans le cas de la pré-déformation en expansion équi-biaxée (cas 3). Dans ce cas, le durcissement par vieillissement est moins important que celui occasionné par le trajet de chargement (type trajet dur).

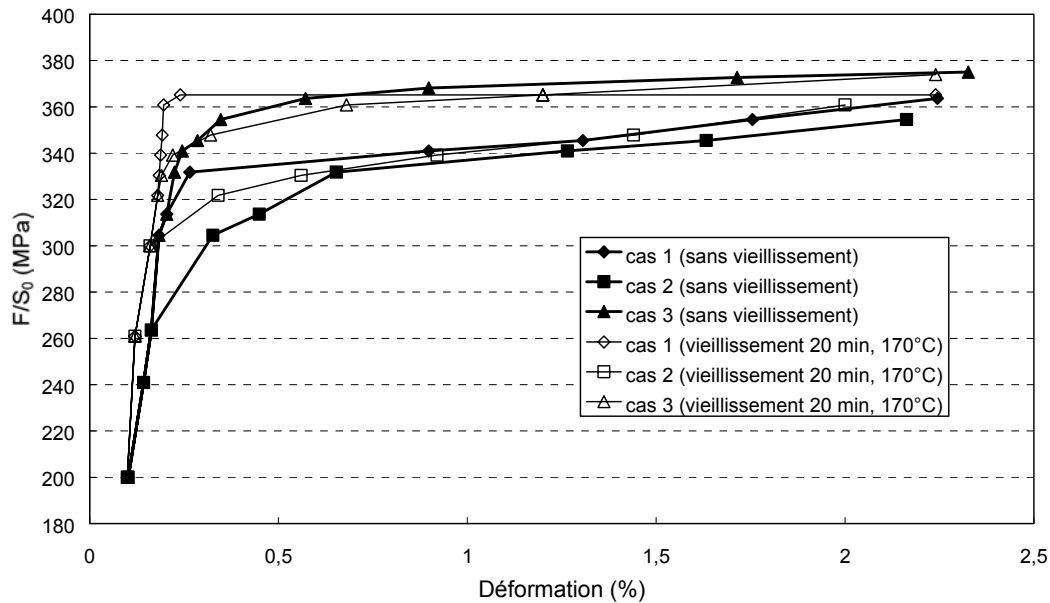


Figure V.15. Effet d'un vieillissement (170°C , 20 minutes) sur les courbes contrainte – déformation de recharge dans les cas 1,2 et 3 après 2% de pré-déformation équivalente (acier à *BH*) [VRW93].

Lors d'une recharge dans les cas 2 et 3, la génération de nouvelles dislocations dans les systèmes de glissement primaires différents de ceux mis en jeu lors de la pré-déformation rend le comportement insensible au degré de blocage des dislocations initiales. L'effet Cottrell à l'origine de la première étape de durcissement pour l'essai *BH* (process 1 sur figure V.10.) est alors quasi inexistant, ce qui explique l'absence de pic de Lüders dans les cas 2 et 3

(figure V.15.). Pour des températures de vieillissement comprises entre 100 et 200°C, Bailey et al. [BFM94] observent que le durcissement par vieillissement diminue avec l'amplitude de pré-déformation dans le cas d'une pré-déformation en expansion equibiaxée (figure V.17.b.) et en laminage. Ce résultat expérimental est qualitativement le même que pour une pré-déformation en traction (figures V.11. et V.17.a.), ce qui tend à montrer que la formation de clusters et/ou de précipités (process 2 sur la figure V.10.) est en grande partie responsable du durcissement par vieillissement pour le cas 3 (et aussi dans le cas 2).

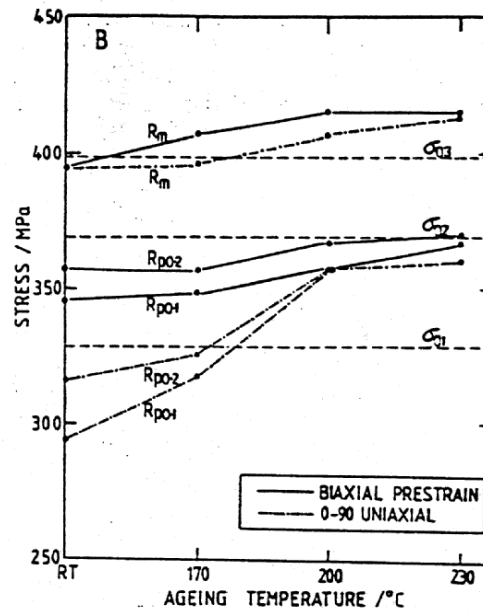


Figure V.16. Niveaux des contraintes équivalentes atteintes après une pré-déformation de 2% et un vieillissement de 20 minutes dans les cas 2 (traits mixtes) et 3 (traits gras) : R_m , $R_{p0.1}$ et $R_{p0.2}$ traduisent respectivement les contraintes équivalentes : maximales, à 0.1% et à 0.2% de déformation dans le second trajet. σ_{01} , σ_{02} et σ_{03} se réfèrent au cas 1 et sont respectivement la contrainte de recharge à température ambiante, la contrainte de recharge et la contrainte maximale atteinte après traitement à 170°C pendant 20 minutes (acier à BH) [VRW93].

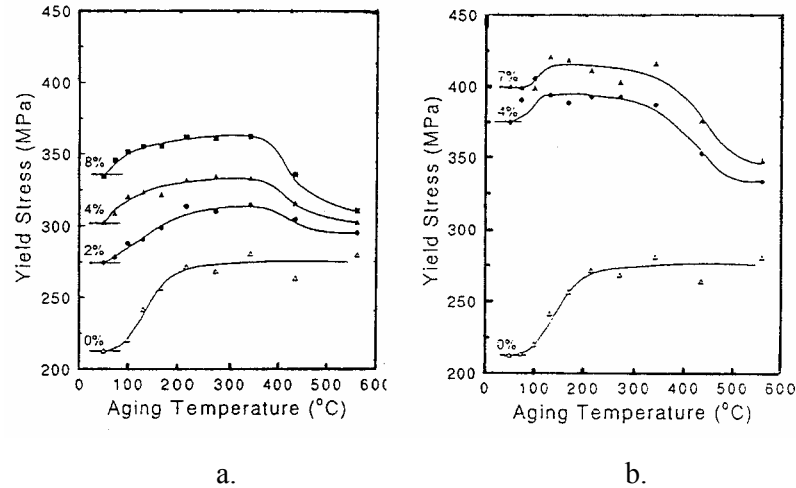


Figure V.17. Limites élastiques atteintes à la recharge après pré-déformation et vieillissement d'une heure à différentes températures (acier à BH) [BFM94]:

- a. pré-déformation en traction uniaxiale,
- b. pré-déformation en expansion équibiaxée.

Pour des températures de vieillissement plus élevées, des processus de restauration et de recristallisation entraînent une chute de la limite élastique (figure V.17.). Les changements microstructuraux importants sont associés à ces processus au cours d'un changement de trajet de chargement [Gra94]. Pour des températures de vieillissement dans la gamme de température étudiée (c'est-à-dire à partir de la température ambiante jusqu'à 230°C), des mesures de diffraction des rayons X écartent l'hypothèse de l'influence d'un processus de restauration de la microstructure sur les propriétés mécaniques dans le second chargement [WO68] [VRW93].

V.3. Modélisation du comportement des aciers à BH

V.3.1. Synthèse des micro mécanismes pour la modélisation

Le comportement mécanique des aciers à *Bake-Hardening* après cuisson dépend de deux mécanismes : un durcissement lié à la formation des atmosphères de Cottrell (process 1) et un durcissement lié à la formation de clusters et/ou précipités fins principalement sur les dislocations issues de l'étape de pré-déformation que constitue la phase d'emboutissage (process 2).

Le niveau de *BH* et le taux d'écrouissage après vieillissement dépendent de la force de l'obstacle généré qui croît comme suit :

- ordre 0 : atome de soluté, réorganisation de Snoek aux temps courts.
- ordre 1 (process 1): atmosphère de Cottrell.
- ordre 2 (process 2): amas dense d'atomes de solutés ordonnés.
- ordre 3 (process 2): précipité fin cohérent cisailable.

Quand le trajet de chargement après vieillissement est différent du mode de pré-déformation, les résultats expérimentaux (peu nombreux) dépendent à la fois du paramètre de changement de trajet θ et des mécanismes précédents. Le durcissement par blocage des dislocations (effet Cottrell) est beaucoup moins fort car le changement de trajet de déformation génère de nouvelles dislocations dans les systèmes de glissement primaires différents de ceux mis en jeu lors de l'étape de pré-déformation. Au contraire, le second mécanisme (durcissement par amas denses ordonnés et/ou précipités cohérents) est toujours présent et donne un léger décalage vertical de la courbe obtenue sans vieillissement par augmentation de la contrainte d'écoulement.

Au travers d'une modélisation micromécanique, on s'intéresse à la courbe d'écrouissage homogène après le palier de Lüders. L'influence du taux de carbone en solution solide, du niveau de pré-déformation, de la taille et de la fraction volumique des obstacles sera explicitée physiquement dans le modèle. La prédiction du *BH* pour plusieurs temps et températures de vieillissement sera donnée. L'outil de transition d'échelle décrit dans chapitre III sous le nom de modèle de Paquin et al. [PSB99] est utilisé pour simuler l'essai *BH*, mais également d'autres trajets de déformation dont on connaît qualitativement l'effet du vieillissement (expansion équibiaxée suivi d'une traction uniaxiale après vieillissement).

V.3.2. Equations du modèle

V.3.2.1. Prévision du *BH*

Une optimisation du comportement mécanique des aciers à *Bake-Hardening* après vieillissement passe donc par la compréhension de la cinétique et des mécanismes d'interaction entre les dislocations et les atomes de carbone. Le cas d'une pré-déformation nulle ne sera pas développé car les résultats expérimentaux dépendent des hétérogénéités microstructurales provenant de l'étape de *skin-pass* [Sol98].

En examinant la figure V.11., on constate que le process 1 ne dépend pas de la pré-déformation alors que le process 2 dépend fortement de la densité de dislocations issue de la pré-déformation [Els93]. En effet, au niveau de la figure V.10., le niveau de BH maximal atteint à l'issue de l'étape de formation des atmosphères de Cottrell (premier palier) est indépendant de la pré-déformation tandis que le niveau maximal atteint au cours de l'étape de précipitation décroît quand la pré-déformation augmente (figure V.11.). Le niveau de pré-déformation pourrait être décrit par la déformation plastique macroscopique, mais cela ne suffit pas pour capter tous les effets dus aux micro mécanismes pré-cités. L'introduction de la variable interne densité de dislocations dans le modèle est donc fondamentale dans l'optique de modéliser le comportement des aciers à BH .

Au cours de l'étape de pré-déformation, la variable d'écrouissage (cission de référence) est décrite classiquement sur chaque système de glissement g par la relation suivante (cf. ANNEXE 1) :

$$\tau_r^{(g)} = \tau_{r0}^{(g)} + \alpha \mu b \sqrt{\sum_g a^{(gh)} \rho^{(h)}} \quad (V-21)$$

où :

$a^{(gh)}$ est la matrice d'anisotropie [Fra83] [Fra84] [Fra85].

$\rho^{(h)}$ est la densité de dislocations sur chaque système.

$\tau_{r0}^{(g)}$ représente la contrainte de Peierls.

α est une constante proche de 0,5.

b est le module du vecteur de Burgers.

μ est le module de cisaillement élastique isotrope.

Après vieillissement, la variable d'écrouissage prend la forme additive suivante en prenant en compte les deux processus:

$$\tau_r^{(g)} = \tau_{r0}^{(g)} + \alpha \mu b \sqrt{\sum_g a^{(gh)} \rho^{(h)}} + \tau_{BH}^{(g)}, \quad (V-22)$$

où $\tau_{BH}^{(g)}$ représente le saut de la variable d'écrouissage dû au durcissement par effet *BH* qui se décompose en deux termes (décomposition additive d'après la figure V.10. et les données de la littérature [EH93] [Sol98]) :

$$\tau_{BH}^{(g)} = \tau_{r1}^{(g)} + \tau_{r2}^{(g)} . \quad (V-23)$$

Au travers des équations (V-22) et (V-23), la formulation additive proposée considère des forces d'obstacles différentes selon que ceux-ci sont les barrières de Peierls, les forêts de dislocations ou encore les atmosphères et les précipités. Il existe une autre formulation considérant les précipités formés comme des obstacles de « même force » que les forêts de dislocation, dans ce cas, la variable d'écrouissage prend la forme [KAA75]:

$$\tau_r^{(g)} = \tau_{r0}^{(g)} + \sqrt{\left(\alpha \mu b \sqrt{\sum_g a^{(gh)} \rho^{(h)}} \right)^{\frac{1}{2}}} + \tau_{BH}^{(g)\frac{1}{2}} . \quad (V-24)$$

Dans les deux paragraphes suivants, on détermine séparément les expressions des expressions $\tau_{r1}^{(g)}$ et $\tau_{r2}^{(g)}$ associées aux deux processus de durcissement.

V.3.2.2. Modélisation de l'effet *BH* dû au déblocage des dislocations des atmosphères de Cottrell

Lors de la formation d'atmosphères de Cottrell, un nombre important d'atomes de carbone est utilisé pour peu à peu saturer les dislocations. D'après Cottrell et Bilby [CB49], il suffit d'un à deux atomes de carbone par plan atomique coupant chaque ligne de dislocation pour arriver à cet état. Si N_s décrit le nombre d'atomes par unité de longueur de dislocations pour saturer les dislocations, alors : $N_s = \frac{l}{\lambda}$ (ou $N_s = \frac{2}{\lambda}$) où $\lambda = 2,5\text{\AA}$. Si ρ_p est la densité de dislocations moyenne issue de la pré-déformation pour un système de glissement donné, il faut alors $\frac{\rho_p}{\lambda}$ atomes par unité de volume pour saturer les atmosphères, donc plus ρ_p est élevée, plus l'appauvrissement de la matrice est grande et donc moins d'atomes seront disponibles pour une précipitation ultérieure sur chaque dislocation. Suivant l'exemple de Cottrell et Bilby, certains auteurs comme De et al. [DVD99] et Zhao et al. [ZDD01] ont relié

linéairement pour la première cinétique (process 1), en tenant compte de la saturation progressive des atmosphères de Cottrell, la quantité $\frac{N(t)}{N_s}$ avec $\frac{BH_l}{BH_{lmax}}$, où $N(t)$ est le nombre d'atomes de carbone par unité de longueur de dislocations ségrégeant aux dislocations. Sur les courbes macroscopiques de traction après vieillissement, le premier saut de BH est dû en partie au crochet de traction suivi d'un palier de Lüders (propagation des bandes de Lüders). Microscopiquement, cet effet est dû majoritairement au déblocage des dislocations des atmosphères de Cottrell (en second lieu à la création de nouvelles dislocations aux fortes concentrations de contraintes). De plus, cet effet est beaucoup moins prononcé quand le trajet de recharge après vieillissement diffère de celui de la pré-déformation (cf. paragraphe V.2.3.3.).

D'après l'équation de Cottrell-Bilby (V-9), la cinétique donnant la fraction d'atomes de carbone y piégeant les dislocations au temps t et pour une température T est :

$$y(t) = \frac{3}{2} \rho_p B_{\perp} t^{2/3}, \quad (V-25)$$

$$\text{avec } B_{\perp} = 2 \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/3} \left(\frac{AD}{k_b T} \right)^{2/3}.$$

k_b est la constante de Boltzmann (on prendra $k_b = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/°C). De plus, on prendra comme valeur numérique pour le paramètre d'interaction $A = 3 \cdot 10^{-29}$ N.m² (d'après Cottrell et Bilby [CB49]). D est le coefficient de diffusion du carbone dans la ferrite qui sera explicité par la suite.

Ainsi, la concentration en atomes de carbone formant l'atmosphère exprimée en ppm.poids (poids pour million) est d'après (V-25):

$$c_{\perp}(t) = y(t) c_{ss}^0, \quad (V-26)$$

où c_{ss}^0 est la concentration initiale d'atomes de carbone en solution solide (en ppm.poids).

La concentration d'atomes de carbone en solution solide nécessaire pour saturer les atmosphères de Cottrell se déduit de la relation (V-17) :

$$c_{sat} (ppm) = 10^6 \frac{\rho_p M}{a N_A d}. \quad (V-27)$$

Pour l'acier, on prendra : a : distance inter-atomique ($\approx 2,5 \text{ \AA}$), d : densité du fer- α (7800 kg.m^{-3}), N_A : nombre d'Avogadro ($6,022.10^{23} \text{ mol}^{-1}$), M : masse molaire du Carbone ($0,012 \text{ kg.mol}^{-1}$). ρ_p est la densité moyenne de dislocations après pré-déformation.

Suivant l'idée de De et al. [DVD99] et Zhao et al. [ZDD01], la contrainte critique de déblocage des dislocations de leurs atmosphères, pour chaque système de glissement g , est une fonction linéaire du degré de saturation des atmosphères selon la relation:

$$\tau_{rl}^{(g)} = \eta \frac{c_{\perp}^{(g)}}{c_{sat}^{(g)}}, \quad (V-28)$$

où η est un paramètre ajustable.

Les expressions de $c_{\perp}^{(g)}$ et $c_{sat}^{(g)}$ calculées en ppm.poids sont pour chaque système de glissement d'après les relations (V-25), (V-26) et (V-27):

$$c_{\perp}^{(g)} = \frac{3}{2} c_{ss}^0 \rho_p^{(g)} B_{\perp} t^{2/3}, \text{ et :} \quad (V-29)$$

$$c_{sat}^{(g)} = 10^6 \frac{\rho_p^{(g)} M}{a N_A d}. \quad (V-30)$$

V.3.2.3. Modélisation de l'effet *BH* dû à la phase de formation de précipités (et/ou de clusters)

Le second saut de *BH* (figure V.10.) est produit par une précipitation de carbures [EH93] et/ou une densification des atmosphères (clusters) [Sol98]. Suivant l'idée de Elsen et Hougardy [EH93], on suppose que cette précipitation se produit essentiellement sur les dislocations. Ainsi, les atmosphères servent de nucleis à la précipitation. La croissance des précipités est fonction du nombre d'atomes qui se sont réunis autour de chaque dislocation à l'issue de la première cinétique. Pour un même temps de vieillissement, dans le cas de l'amorce de la seconde cinétique, les précipités seront donc plus gros dans le cas des faibles pré-déformations (figure V.18.).

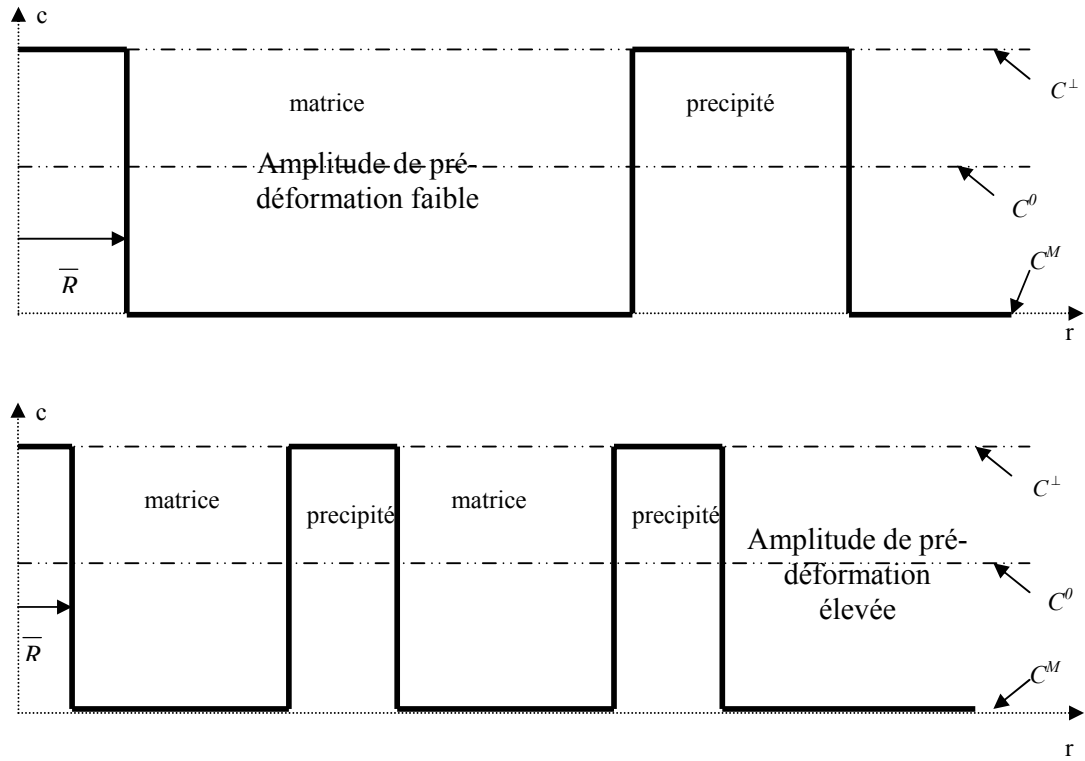


Figure V.18. Profils de concentration simplifiés et tailles des précipités dans les cas d'amplitudes de pré-déformations faible et élevée.

Par un calcul simple de conservation de la matière, on peut relier la fraction volumique du précipité f_v avec leur rayon moyen $\bar{R}$ et la densité de dislocations moyenne à la fin de l'étape de pré-déformation. Pendant la phase de vieillissement, après l'étape de pré-déformation donnant lieu à une densité de dislocations moyenne ρ_p , on suppose un volume élémentaire représentatif V de matière (figure V.19.). Le volume total des zones enrichies en solutés aux dislocations est $V^\perp$. D'après la littérature, très peu de données sont disponibles concernant la forme des précipités le long des dislocations. En retenant l'hypothèse de Bullough et Newmann [BN62b] [BN70] selon laquelle les précipités forment des cylindres allongés le long des dislocations de rayon effectif moyen $\bar{R}$ et sur une longueur totale L de dislocations, on trouve :

$$V^\perp = LS, \quad (V-31)$$

où $S = \pi \bar{R}^2$.

Le volume d'atomes de carbone restant dans la matrice est :

$$V^M = V - V^\perp. \quad (\text{V-32})$$

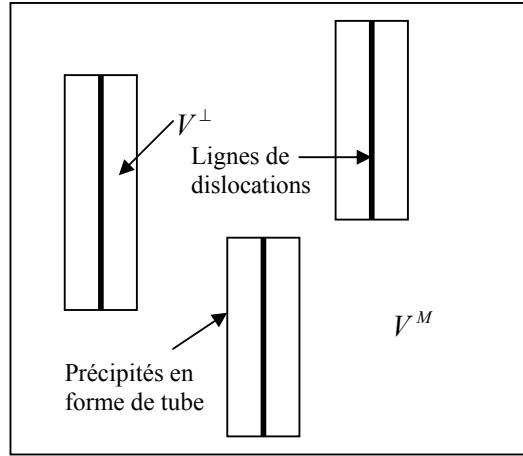


Figure V.19. Configuration en supposant une précipitation préférentiellement sur les dislocations dans un élément de volume V pour des temps de vieillissement supérieurs à ceux nécessaires à la formation d'atmosphères de Cottrell.

A chaque instant t , la relation de conservation de la matière en atomes de carbone participant à la précipitation s'écrit:

$$C^0 = \frac{N^\perp + N^M}{V}, \quad (\text{V-33})$$

où :

$N^\perp$ est le nombre d'atomes sur les dislocations, N^M est le nombre d'atomes restant dans la matrice et C^0 est la concentration volumique initiale en atomes de carbone en solution solide.

$$C^0 = \frac{C^\perp V^\perp + C^M V^M}{V}, \quad (\text{V-34})$$

où $C^\perp$ est la concentration moyenne volumique d'atomes sur les dislocations et C^M est la concentration moyenne volumique d'atomes restant dans la matrice. Si $f_v = \frac{V^\perp}{V}$ représente la fraction volumique de précipités sur les dislocations, (V-34) s'écrit à chaque instant t :

$$C^0 = C^\perp f_v + C^M (1 - f_v). \quad (\text{V-35})$$

L'expression de la fraction volumique de précipités s'exprime donc par :

$$f_v = \frac{C^0 - C^M}{C^\perp - C^M} . \quad (V-36)$$

Dans l'hypothèse de précipités en forme de « cylindres » allongés le long des dislocations, on a également :

$$f_v = \rho_p \pi \bar{R}^2 . \quad (V-37)$$

Application numérique :

En supposant un rayon maximal moyen de précipités de l'ordre de $10b$ (b est le module du vecteur de Burgers) – ceux-ci sont considérés très petits puisqu'ils n'ont pas pu être observés au M.E.T. par Soler [Sol98], et, de plus, Wilson et Russel [WR60b] ont observé des précipités de taille inférieure à $50\text{\AA}$ - et une valeur de densités de dislocations variant de 10^{12} à 10^{14} m^{-2} , on trouve que $f_v \ll 1$.

Les précipités formés sont cohérents et cisailables par les dislocations [EH93] car ils n'influent pas ou légèrement le taux d'écrouissage. Le durcissement induit est alors calculé par l'incrément de la limite d'écoulement : $\Delta\tau_r \propto f_v^{\frac{1}{2}} \bar{R}^{\frac{1}{2}}$ où f_v et $\bar{R}$ sont respectivement la fraction volumique et le rayon moyen des précipités. Dans le cas du durcissement par contournement, on aurait : $\Delta\tau_r \propto f_v^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\bar{R}}$ et de fortes contraintes internes intragranulaires (cf. chapitre IV, paragraphe IV.4.3.3). A ce stade, on définit quelques grandeurs physiques comme la tension de ligne et la force d'obstacle. Les obstacles sont considérés comme ponctuels dans le calcul suivant. La tension de ligne est l'énergie stockée par unité de longueur de dislocation. L'énergie libre d'un élément de volume contenant la dislocation et les atomes près du coeur de celle-ci doit être minimisée, c'est pourquoi la ligne de dislocation prend une configuration la plus courte possible. L'expression de la tension de ligne T est la suivante:

$$T = \beta \mu b^2 , \quad (V-38)$$

où β est une constante proche de 0,5 [Mar80], μ est le module de cisaillement et b est le module du vecteur de Burgers.

La force d'obstacle est la force locale requise pour qu'une ligne de dislocation franchisse l'obstacle dans le plan de glissement de la dislocation. Elle est fonction de la tension de ligne T (figure V.20.) [Mar80]. Pour des obstacles ponctuels, on trouve d'après la figure V.20., la définition géométrique de la force d'obstacle F :

$$F = 2T \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (V-39)$$

où θ est l'angle formé par la ligne de dislocation lors du franchissement de l'obstacle (figure V.20.) et T est la tension de ligne. A partir d'une force d'écoulement critique F_c , la dislocation franchit l'obstacle.

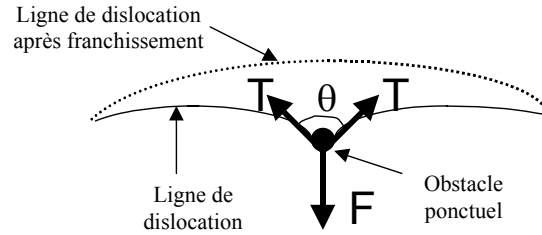


Figure V.20. Définition géométrique de la force d'obstacle [Mar80].

Suivant de nombreux auteurs [Ger79] [Mar80] [DB99], la force d'obstacle est représentée par :

$$F = k\mu bR, \quad (V-40)$$

dans le cas de précipités cisailables, et :

$$F = 2T = 2\beta\mu b^2, \quad (V-41)$$

dans le cas de précipités contournables.

Dans les expressions (V-40) et (V-41), R est le rayon du précipité (supposé sphérique), μ est le module de cisaillement, b est le module du vecteur de Burgers, k et β sont des constantes. Le rayon critique de passage d'un régime de cisaillement des précipités à un régime de contournement des précipités est alors $R_c = \frac{2\beta b}{k}$. En se référant à des valeurs de la littérature [DB99] ($k \sim 0,1$ et $\beta \sim 0,5$), on trouve $R_c \sim 10b = 2,5\text{nm}$. Dans le cas des aciers à BH, le rayon

des précipités est supposé inférieur à $10b$, ce qui conforte l'hypothèse d'un mécanisme de cisaillement des précipités proposée par Elsen et Hougardy [Els93] [EH93]. Cependant, pour des temps très longs de vieillissement (effet de survieillissement), la chute du BH observée serait due à un changement de régime par l'apparition de précipités contournables par le mécanisme d'Orowan. Dans la suite, on utilise la statistique de Friedel [Fri64] dans le but de déterminer la cission critique de cisaillement.

On considère un réseau de précipités « cylindriques » le long des dislocations (ou d'amas ordonnés d'atomes car dans ce cas les formules sont les mêmes concernant la contrainte critique de cisaillement [Mar80]) qui se forment principalement sur les lignes de dislocations issues de la pré-déformation. A la recharge, ces précipités sont des nouveaux obstacles aux mouvements des dislocations. Chaque plan de glissement coupe les obstacles selon un rayon effectif moyen $\bar{R}$. La cission critique (ou cission de référence) de franchissement des nouveaux obstacles due au vieillissement τ_{r2} s'écrit alors :

$$\tau_{r2} = \frac{\bar{F}}{b\bar{L}}, \quad (V-42)$$

où b est le module du vecteur de Burgers, $\bar{L}$ est la distance moyenne entre les obstacles interceptée par une ligne de dislocation et $\bar{F}$ est la force d'obstacle moyenne. Dans le cas de précipités (ou d'un ensemble d'atomes ordonnés) cisailables, $\bar{F}$ est de la même forme que F (relation V-40) :

$$\bar{F} = k\mu b\bar{R}, \quad (V-43)$$

où k est un paramètre ajustable (en général $k < 1$). La distance moyenne $\bar{L}$ est en général supérieure à la distance moyenne entre obstacles $\bar{l}$. Sous contrainte faible, la statistique de Friedel [Fri64] donne :

$$\bar{L} = \left(\frac{2T\bar{l}}{\tau b} \right)^{1/3}, \quad (V-44)$$

où τ est la cission résolue sur le système de glissement et T est la tension de ligne définie par (V-38).

Lorsque τ atteint τ_{r2} , on obtient à l'aide des équations (V-42) et (V-44) :

$$\tau_{r2} = \frac{\bar{F}^{3/2}}{b\sqrt{2T}^{1/2}} \frac{1}{\bar{l}}. \quad (\text{V-45})$$

La distance moyenne entre obstacles est fonction de la densité de dislocations moyenne après pré-déformation ρ_p :

$$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{\rho_p}}. \quad (\text{V-46})$$

En utilisant la relation (V-46) et la définition de la fraction volumique d'obstacles (V-37), la cission critique de cisaillement des obstacles (sous forme de précipités ou d'amas d'atomes de carbone ordonnés) s'écrit :

$$\tau_{r2} = \frac{k^{3/2} \mu^{3/2}}{\pi^{3/4}} \left(\frac{b}{2T} \right)^{1/2} \frac{f_v^{3/4}}{\rho_p^{1/4}}. \quad (\text{V-47})$$

On se place maintenant dans une configuration multisystèmes avec 24 systèmes de glissement pour la structure cubique centrée (cf. chapitre II). Les obstacles au mouvement des dislocations d'un système de glissement g donné, se forment le long des lignes de dislocations de la forêt, c'est-à-dire dans les systèmes de glissement différents de g . D'après la relation (V-47), la cission critique de cisaillement s'écrit pour chaque système de glissement g :

$$\tau_{r2}^{(g)} = \xi \frac{f_v^{\frac{3}{4}}}{\left(\sum_{h \neq g} \rho_p^{(h)} \right)^{1/4}}, \quad (\text{V-48})$$

où ξ est défini par $\xi = \frac{k^{3/2} \mu^{3/2}}{\pi^{3/4}} \left(\frac{b}{2T} \right)^{1/2}$.

La relation précédente fait intervenir la fraction volumique de précipités qu'il est nécessaire de connaître en fonction des paramètres temps et température de vieillissement. Le

rôle du champ de contrainte des dislocations sur la nucléation et la croissance de précipités a été examiné par de nombreux auteurs [Kre70] [Ard72] [Lar79] [BB80] [Hoy91] [Lar94]. Cependant, les mécanismes de nucléation et de croissance de précipités sont mal connus dans les aciers à *BH* à ce jour. A l'image de Reichert et al. [RES98], on supposera que la fraction volumique f_v suit une cinétique de type Avrami qui s'écrit de manière phénoménologique :

$$f_v = f_v^\infty \left(1 - \exp \left(- \left(\frac{Dt}{\tau} \right)^q \right) \right), \quad (V-49)$$

où q est un paramètre lié au processus de diffusion, f_v^∞ est la fraction volumique maximale, τ est une constante de relaxation et D est le coefficient de diffusion du carbone dans la ferrite dépendant de la température selon la relation :

$$D = D_0 \exp \left(- \frac{E_a}{RT} \right), \quad (V-50)$$

où D_0 , R (constante des gaz parfaits), E_a (énergie d'activation) sont des constantes issues de la littérature. D'après Wert [Wer50], on prendra : $D_0 = 2.10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ et $E_a \sim 84000 \text{ J.mol}^{-1}$. De plus, $R = 8,314 \text{ J.mole}^{-1}.\text{°C}$.

Le paramètre q est lié au processus de diffusion. D'après Haasen [Haa84], le paramètre q sera pris égal à 0,5 en tenant compte des effets de diffusion le long des dislocations. Le paramètre τ sera ajusté. La fraction volumique maximale de précipités f_v^∞ est estimée à l'aide de la quantité initiale de carbone en solution solide c_{ss}^0 , en supposant que la précipitation (ou la formation d'amas d'atomes de carbone) provient exclusivement du carbone initial en solution solide :

$$f_v^\infty = \frac{c_{ss}^0}{10^6} \frac{M_{Fe_3C}}{M_C}, \quad (V-51)$$

où c_{ss}^0 est exprimée en ppm et M_{Fe_3C} et M_C sont respectivement les masses molaires de la cémentite (Fe_3C) et du carbone.

V.3.2.4. Modélisation de l'écrouissage avant et après vieillissement

D'après les résultats expérimentaux en traction uniaxiale avant et après le traitement de vieillissement à différentes températures [EH93], le coefficient d'écrouissage après vieillissement est pratiquement inchangé par rapport à celui mesuré pour une recharge sans vieillissement. D'après Elsen et Hougardy [EH93], ce phénomène indique la présence d'obstacles cisillables. La matrice d'écrouissage a donc la même forme avant et après vieillissement :

$$H^{(gh)} = \frac{\alpha \mu a^{(gh)}}{2 \sqrt{\sum_h a^{(gh)} \rho^{(h)}}} \left(\frac{\sqrt{\sum_{u \neq h} \rho^{(u)}}}{K} - 2 y_c \rho^{(u)} \right), \quad (V-52)$$

où α est pris égal à 0,5 [MK81], K est un paramètre « matériau » associé au libre parcours moyen des dislocations et y_c est la distance critique d'annihilation de dislocations (cf. paragraphes II.3.5. et II.3.6., chapitre II). Lors de l'étude bibliographique, les résultats expérimentaux de Wilson et Ogram [WO68] ont montré que le vieillissement a peu d'effet sur l'écrouissage cinématique. L'explication physique vient du fait que les atmosphères de Cottrell, puis les précipités fins cisillables sont à l'origine de contraintes internes intragranulaires négligeables par rapport à celles de précipités contournables (cf. chapitre IV, paragraphe IV.4.3.3.). L'effet BH est donc modélisé au travers des équations (V-22), (V-23), (V-28), (V-29), (V-30), (V-48) et (V-49). L'écrouissage intra-cristallin est capté à travers la matrice d'écrouissage (V-52). Dans le paragraphe suivant, les résultats numériques du modèle sont présentés dans le cas de trajets de déformation en traction uniaxiale pour plusieurs températures et temps de vieillissement, puis dans le cas d'une pré-déformation en expansion équilibriée.

V.3.3. Résultats numériques

V.3.3.1. Procédure numérique

En ce qui concerne la simulation de l'effet BH sur les courbes contrainte vraie/déformation vraie macroscopiques, un module informatique spécifique, appelé module

BH.F et écrit en langage FORTRAN 77, a été développé. La procédure numérique, décrite sur la figure V.21., consiste en trois étapes successives : pré-déformation – vieillissement statique (module *BH.F*) - recharge.

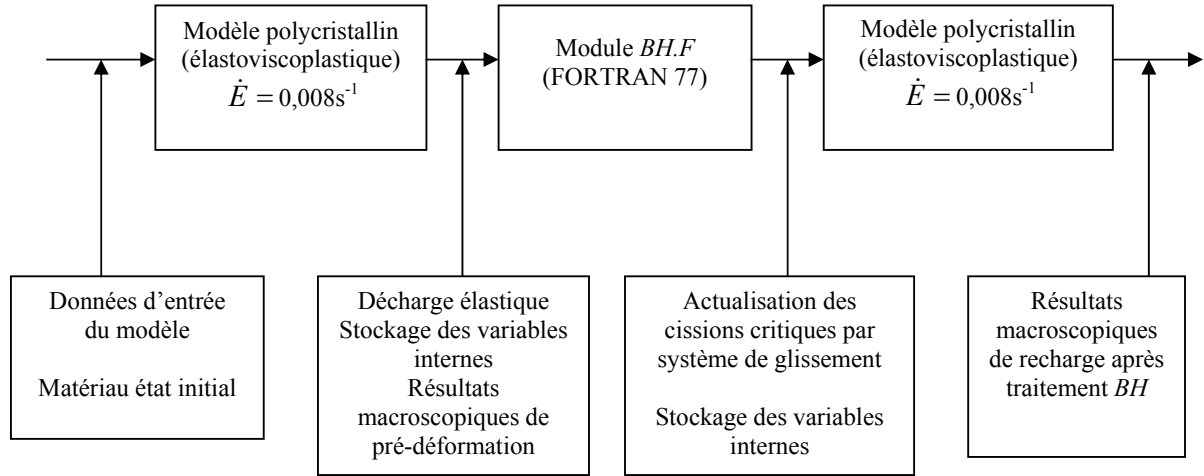


Figure V.21. Procédure numérique utilisée pour simuler l'effet *BH*.

Un premier trajet représente l'étape de pré-déformation, réalisée jusqu'à des déformations macroscopiques de 1, 2 et 5%, et simulée à l'aide du modèle polycristallin décrit en élastoviscoplasticité des matériaux hétérogènes (modèle de Paquin et al. [PSB99], cf. chapitre III). La texture initiale est celle de l'acier *E180BH* étudié dans le travail de thèse de Soler [Sol98]. Pour les simulations, la vitesse de déformation utilisée est de $0,008s^{-1}$, ce qui correspond à un essai quasi-statique (c'est-à-dire très peu sensible à la vitesse de déformation). Une loi viscoplastique de type loi puissance a été utilisée. Celle-ci est la même que celle employée par Paquin et al. [PBFLB01] :

$$\dot{\gamma}^{(g)} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau^{(g)}}{\tau_r^{(g)}} \right)^n \text{sgn}(\tau^{(g)}), \quad (\text{V-53})$$

où $\dot{\gamma}_0$ est une constante et n est un coefficient choisi élevé [PBFLB01]. Durant cette étape de pré-déformation, la matrice d'écrouissage employée est celle décrite par (V-52) et l'évolution de la densité de dislocations pour chaque système de glissement g prend en compte à la fois les mécanismes de création et d'annihilation de dislocations (cf. loi n°2, ANNEXE 1) :

$$\dot{\rho}^{(h)} = \frac{1}{b} \left(\frac{1}{L^{(h)}} - 2y_c \rho^{(h)} \right) \left| \dot{\gamma}^{(h)} \right|, \quad (\text{V-54})$$

et :

$$L^{(h)} = \frac{K}{\sqrt{\sum_{u \neq h} \rho^{(u)}}}, \quad y_c = \frac{\beta}{\tau_{r0}}. \quad (\text{V-55})$$

Après une décharge élastique, les variables internes telles que $\rho^{(g)}$, $\tau_r^{(g)}$ sont stockées. Le traitement de vieillissement est simulé à l'aide du module *BH.F* dont le rôle est de modifier la cission critique $\tau_r^{(g)}$ en utilisant les relations (V-28) et (V-48). Les paramètres d'entrée de ce module sont η (dans (V-28)), c_{ss}^0 (ppm), ξ (dans (V-48)) et τ (dans (V-49)). A l'issue du vieillissement, les variables internes sont réactualisées.

Lors de l'étape de recharge, le même modèle polycristallin que dans l'étape de pré-déformation est utilisé pour une même vitesse de déformation. L'état du matériau, représenté par l'ensemble de ces variables internes, est maintenant celui obtenu après effet *BH*, et, la courbe d'écrouissage homogène est simulée. Cette procédure numérique permet de simuler plusieurs types de séquence de chargement telles que :

- (i) Traction uniaxiale (direction de laminage) – Vieillissement – Traction uniaxiale (direction de laminage). Cette séquence simule l'essai *BH*.
- (ii) Expansion équibiaxée – Vieillissement – Traction uniaxiale (direction de laminage).

V.3.3.2. Simulation de l'essai *BH*

Identification des paramètres du modèle

L'acier étudié est un acier à *Bake-Hardening* *E180BH* dont la composition chimique est donnée dans le tableau V.3. et sa teneur en carbone en solution solide, mesurée par frottement intérieur, est de l'ordre de 4 à 5 ppm.poids [Sol98]. Rubianes et Zimmer [RZ96] trouvent pour le même type d'acier 4 ppm.poids de carbone en solution solide. D'après Soler [Sol98], le reste du carbone est contenu dans des précipités pré-existants (probablement de cémentite) et situés essentiellement aux joints de grains. Du point de vue de la modélisation, on ne tient pas compte de ces précipités et on considère l'acier *E180BH* comme un acier ferritique qui

contient une quantité de carbone en solution solide $c_{ss}^0 = 4$ ppm. D'après les résultats expérimentaux de Soler, la taille moyenne des grains est d'environ $20\mu\text{m}$.

C	Mn	P	S	N	Si	Cu	Ni	Cr	Al	Ti
15	178	8	11	5,3	3	8	18	36	48	2

Tableau V.3. Composition (10^{-3} % poids) de l'acier *E180BH* utilisé par Soler [Sol98].

L'identification des paramètres d'écrouissage a été réalisée par rapport à la courbe de traction (après *skin-pass*) qui correspond au trajet de pré-déformation en traction. Les paramètres K et $\beta(y_c)$ dans (V-55) ont été identifiés en tenant compte de leur signification physique selon la même démarche que pour l'acier doux (cf. paragraphe IV.4.3.1., chapitre IV). La densité de dislocations initiale ρ^0 a été volontairement choisie plus élevée que pour un métal recuit à cause de l'étape de *skin-pass* qui produit des dislocations supplémentaires. Le tableau V.4. regroupe les paramètres d'entrée du modèle polycristallin pour l'étape de pré-déformation.

$\dot{\gamma}_0$ (s^{-1})	n	τ_r^0 (MPa)	ρ^0 (m^{-2})	q (anisotropie)	K	$\beta(y_c)$ ($m.MPa$)	b (m)
1	20	90	10^{11}	1,1	32	$1,7.10^{-6}$	$2,5.10^{-10}$

Tableau V.4. Paramètres d'entrée du modèle pour l'étape de pré-déformation.

Le module *BH.F* qui traite du vieillissement après pré-déformation contient 3 paramètres ajustables : η , ξ et τ . Ceux-ci ont été identifiés sur des essais *BH* pour 1% de pré-déformation à 170°C et pour plusieurs temps de vieillissement. Le tableau V.5. donne l'ensemble des valeurs des paramètres d'entrée du module *BH.F*.

η	ξ (MPa.m ^{-1/2})	c_{ss}^0 (ppm)	τ (m ²)
15	1,2.10 ⁸	4	10 ⁻¹²

Tableau V.5. Paramètres d'entrée du module *BH.F*.

Lors de l'étape de recharge, les paramètres K , $\beta(y_c)$, $\dot{\gamma}_0$ et n sont inchangés par rapport à l'étape de pré-déformation puisque l'on suppose que le cisaillement d'obstacles par les dislocations n'entraîne pas de modifications du taux d'écrouissage macroscopique. A la recharge, les densités de dislocation pour chaque système de glissement sont égales à celles obtenues en fin de pré-déformation et les cissions de références résolues sont celles réactualisées après le module *BH.F*.

Comparaison avec les résultats expérimentaux de Soler [Sol98]

Dans un premier temps, une comparaison entre les cinétiques de *BH* simulées et les résultats expérimentaux provenant du travail de thèse de Soler (p. 147) [Sol98] est reportée sur les figures V.22. à V.24., pour des pré-déformations respectives de 1%, 2% et 5% en traction. Une bonne prévision du *BH₁* et du *BH₂* est obtenue quelle que soit la température. Une plus grande différence entre modèle et expérience est observée concernant le *BH₅*. Dans le paragraphe V.3.3.4., ces résultats numériques sont discutés.

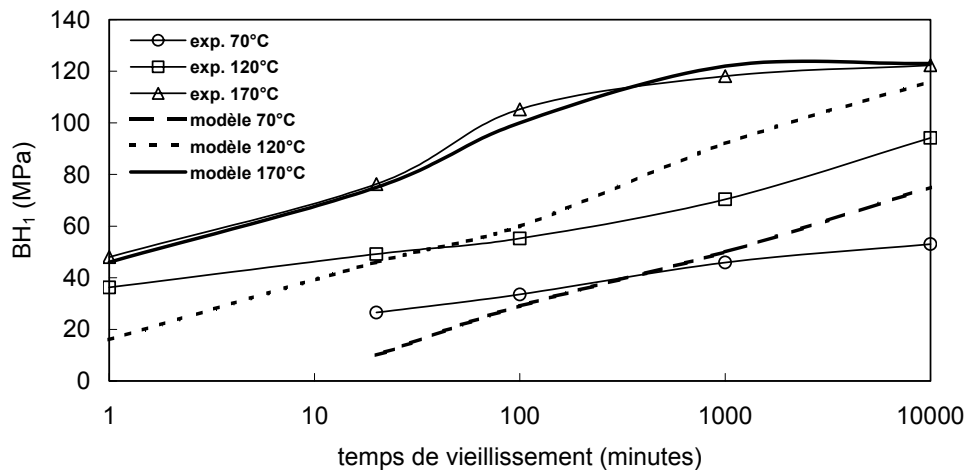


Figure V.22. Prévion du *BH* après 1% de pré-déformation (modèle)- Comparaison avec les résultats expérimentaux de Soler [Sol98] (exp.).

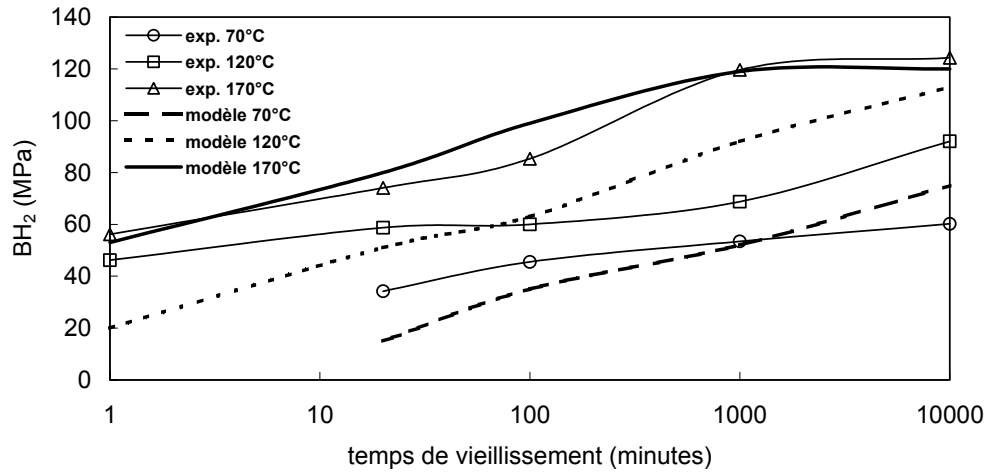


Figure V.23. Prédiction du BH après 2% de pré-déformation (modèle)- Comparaison avec les résultats expérimentaux de Soler [Sol98] (exp.).

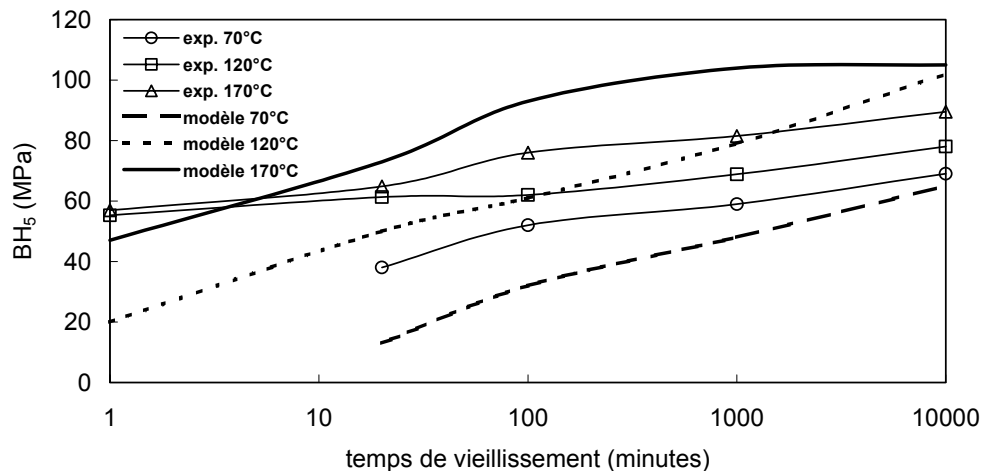


Figure V.24. Prédiction du BH après 5% de prédéformation (modèle) - Comparaison avec les résultats expérimentaux de Soler [Sol98] (exp.).

Les figures V.25. et V.26. représentent les courbes contrainte/déformations expérimentales et simulées après un vieillissement statique à une température de 70°C, tandis que les figures V.27. et V.28. confrontent les mêmes courbes (simulées et expérimentales) pour une température de vieillissement de 170°C. Concernant les courbes expérimentales, la déformation de Lüders n'est pas représentée, car, seule les courbes d'écrouissage homogène après le palier de Lüders sont simulées. La légère différence observée concernant les coefficients d'écrouissage après vieillissement est discutée par la suite (paragraphe V.3.3.4.).

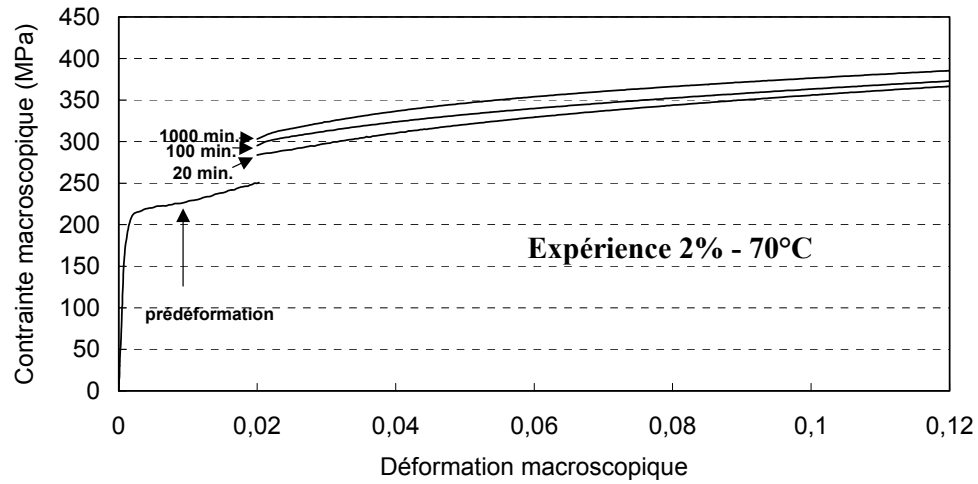


Figure V.25. Courbes de recharge en traction statique expérimentale après une prédéformation de 2% et un vieillissement à 70°C (d'après Soler [Sol98]).

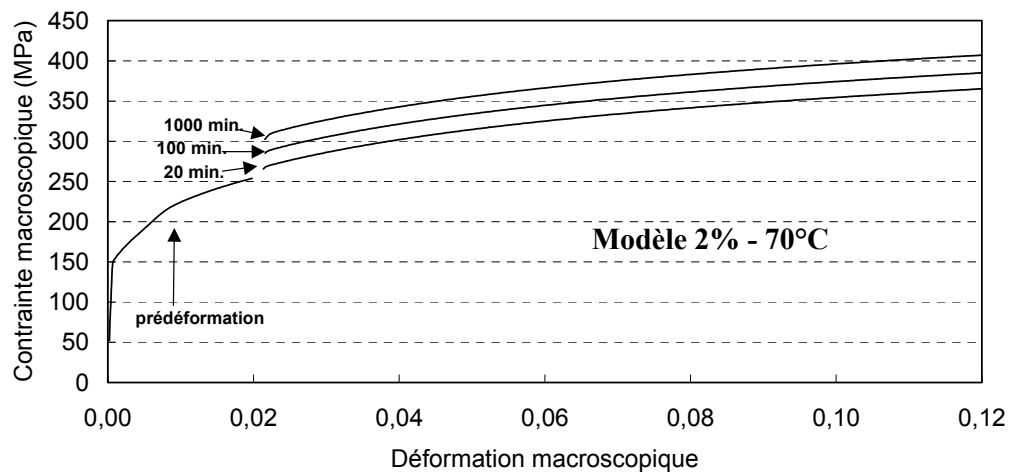


Figure V.26. Courbes de recharge en traction ($0.008s^{-1}$) issues du modèle après une prédéformation de 2% et un vieillissement à 70°C.

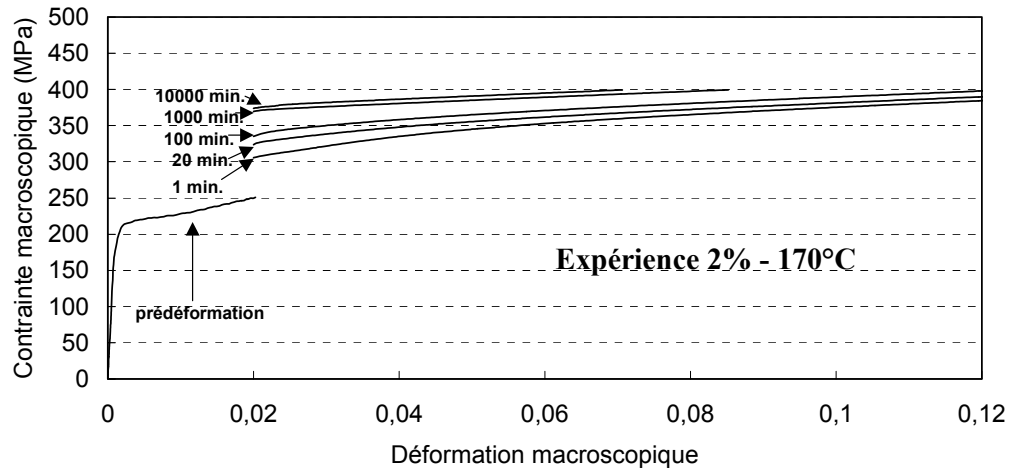


Figure V.27. Courbes de recharge en traction statique expérimentale après une prédéformation de 2% et un vieillissement à 170°C (d'après Soler [Sol98]).

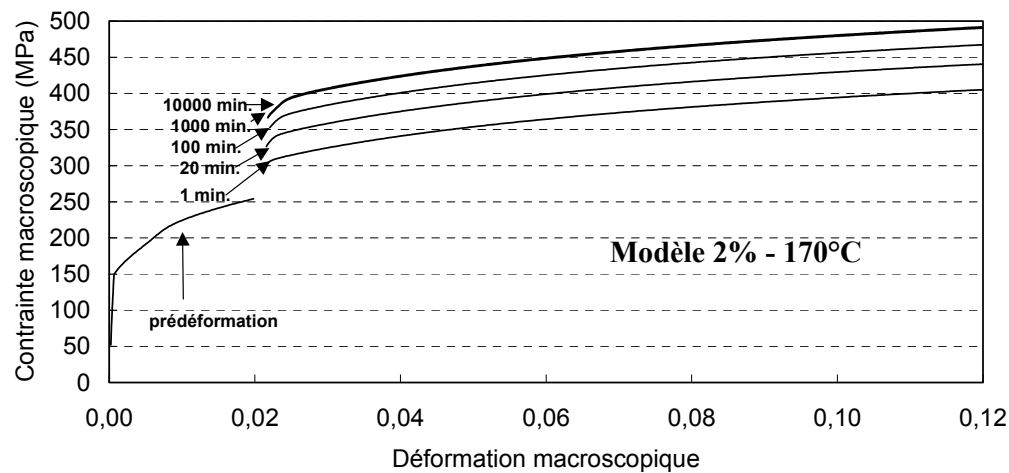


Figure V.28. Courbes de recharge en traction ($0,008s^{-1}$) issues du modèle après une prédéformation de 2% et un vieillissement à 170°C.

V.3.3.3. Simulation pour une pré-déformation en expansion équibiaxée

Pour ce type de simulation, les paramètres du modèle identiques à ceux présentés dans les tableaux V.4. et V.5. sont utilisés. La figure V.29. décrit les résultats du modèle concernant une pré-déformation en expansion équibiaxée jusqu'à une déformation équivalente (au sens de Von Mises) de 2%. Ensuite, un traitement de vieillissement à 170°C est effectué. Les résultats sont présentés en contrainte et déformation équivalentes.

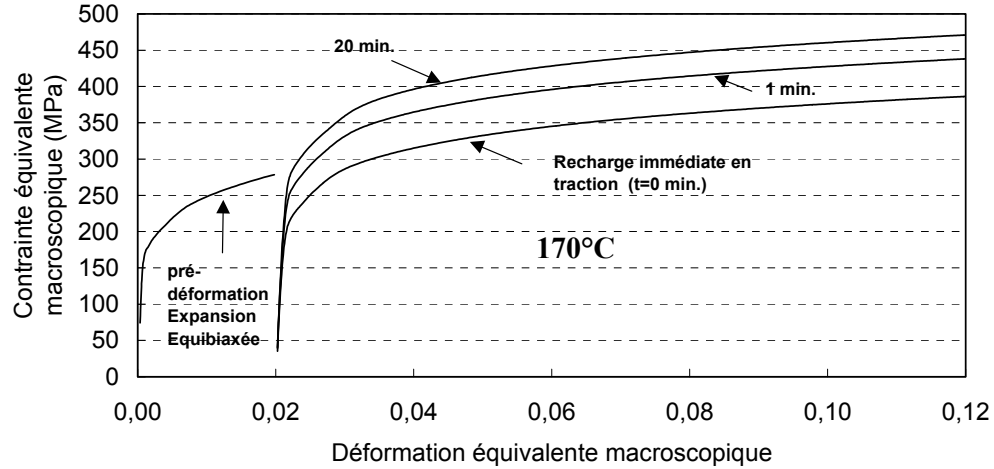


Figure V.29. Simulation de l'effet du vieillissement sur une recharge en traction dans le cas d'une pré-déformation en expansion équibiaxée.

Comme le montre la figure V.29., une différence significative a lieu pour une recharge immédiate et une recharge au bout d'un temps de vieillissement de 20 minutes. Ces résultats numériques sont discutés et comparés qualitativement aux résultats expérimentaux de Vicary et al. [VRW93] et de Bailey et al. [BFM94] dans le paragraphe suivant.

V.3.3.4. Discussion

Les résultats précédents montrent que la confrontation simulation-expérience pour les niveaux de BH_1 et BH_2 en fonction du temps de vieillissement et pour différentes températures (70°C, 120°C et 170°C) est correcte (figures V.22. et V.23.). Des écarts plus importants existent dans le cas du BH_5 : le niveau de BH est sous-estimé à une température de 70°C et surestimé à une température de 170°C au niveau du palier (figure V.24.). Pour ce dernier cas, deux raisons peuvent être avancées pour expliquer cet écart :

- (i) Au niveau du palier (170 °C et $t > 1000$ min), le BH n'évolue plus car la fraction volumique de précipités atteint sa valeur limite f_v^∞ . La cission de référence τ_{r2} évolue alors uniquement avec la densité de dislocations ρ_p (issue de l'étape de pré-déformation) selon : $\tau_{r2} \propto \frac{1}{\rho_p^{\frac{1}{4}}}$. Les densités de dislocations moyennes ρ_p sur le

Volume Elémentaire Représentatif simulées à la fin de l'étape de pré-déformation à 1%, 2% et 5% sont respectivement $5,6 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-2}$, $9 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-2}$ et $1,7 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-2}$. En comparant

ces valeurs numériques à celles du tableau V.2. [AD83], on constate que les valeurs simulées ont le bon ordre de grandeur, même si elles sont légèrement sous-estimées. Cette sous-estimation peut-être liée soit à une valeur de densité de dislocations initiale choisie trop basse mais cependant en accord avec la littérature [AD83] [LKD92], soit aux lois d'écrouissage du modèle. Par ailleurs, l'écart entre les valeurs de densités de dislocations mesurées et simulées augmente avec le niveau de pré-déformation. Le modèle détermine alors une densité de dislocations issue de la pré-déformation à 5% trop faible et donc une cission de référence τ_{r2} trop forte par rapport aux résultats expérimentaux.

- (ii) La cinétique de précipitation représentée par la loi phénoménologique (V-49) reste approximative. A l'image de Kozeschnik et Buchmayr [KB97], il serait intéressant, en perspective, d'utiliser des logiciels de calcul des cinétiques de précipitation des carbures de fer.

La sous-estimation du BH_5 à une température de 70°C, pour laquelle le process 1 est prédominant, est difficile à interpréter. En effet, d'après la figure V.11., le niveau de BH maximal associé au process 1 doit être indépendant de l'amplitude de pré-déformation.

En se focalisant maintenant sur l'évolution du BH en fonction du niveau de pré-déformation pour un temps et une température de vieillissement donnés, on constate, d'après la figure V.30., que le modèle décrit bien le fait que le niveau de BH diminue avec l'amplitude de pré-déformation en raison du second process (pour un temps et une température de vieillissement de 1000 minutes et 170°C). De plus, à 70°C, le niveau de BH ne varie pratiquement pas avec l'amplitude de pré-déformation puisque le premier process est prépondérant (figure V.30.). Ces résultats qualitatifs sont en accord avec les résultats de Elsen [Els93] (figure V.11.).

Les courbes contrainte/déformation de recharge (figures V.26. et V.28.) montrent des taux d'écrouissage obtenus par le calcul numérique légèrement plus importants que ceux obtenus expérimentalement (figures V.25. et V.27.). Or, d'après Elsen et Hougardy [EH93], l'écrouissage homogène n'est pratiquement pas modifié avant et après vieillissement (puisque les obstacles sont cisailables). En fait, en raison du palier de Lüders, les courbes de recharge expérimentales ont subi un décalage horizontal. D'après Soler [Sol98], après vieillissement et donc après le palier de Lüders, le matériau a une microstructure de densités de dislocations ρ_l mais avec un libre parcours moyen et des caractéristiques d'annihilation des dislocations

qui sont celles que l'on observe habituellement dans une microstructure de densité de dislocations $\rho_2 > \rho_1$ (c'est-à-dire pour une déformation plus importante). Les effets microstructuraux pendant la déformation de Lüders ne sont pas modélisés, ce qui pourrait expliquer cette légère différence au niveau des taux d'écrouissage.

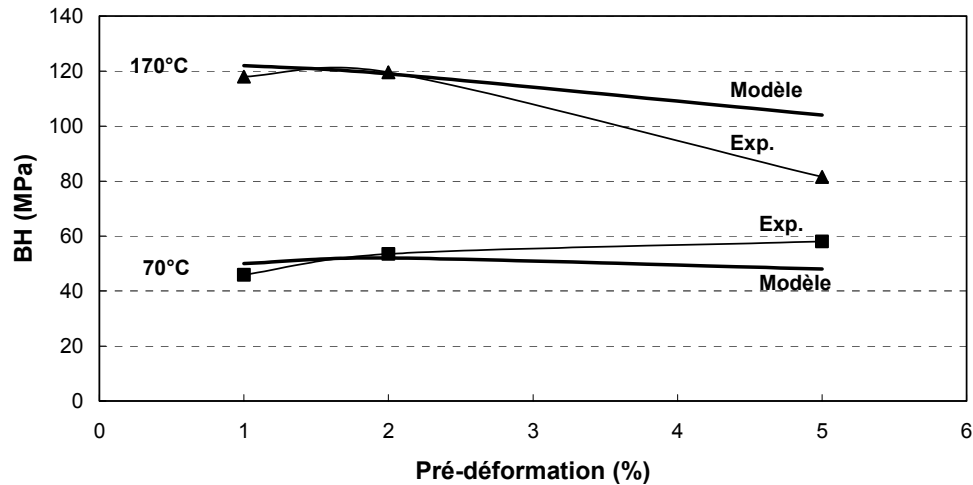


Figure V.30. Evolution du BH en fonction du niveau de pré-déformation en traction uniaxiale pour $t=1000$ min. Confrontation modèle/expérience.

L'analyse des résultats macroscopiques du modèle pour une pré-déformation de 2% en expansion équibiaxée comprend d'une part, la réponse du modèle concernant l'influence du trajet de déformation seul, et, d'autre part la réponse du modèle pour un vieillissement à 170°C pendant 20 minutes. Ce cas correspond à $\theta \approx 60^\circ$ (cf. cas 3, paragraphe V.2.3.2.) et les résultats expérimentaux dans le cas des aciers à BH proviennent des travaux de Vicary et al. [VRW93] et Bailey et al. [BFM94].

En analysant la courbe de recharge instantanée en traction uniaxiale sans vieillissement (figure V.29.), on constate, à l'amorce du second trajet en traction uniaxiale, que l'augmentation de la contrainte d'écoulement par changement de trajet de chargement, observée expérimentalement sur les figures V.13. et V.14.b., n'est pas reproduite par le modèle. Cet effet est propre à la structure cellulaire des dislocations développée au cours de la pré-déformation en expansion équibiaxée (cf. paragraphe V.2.3.2.). Du point de vue de la modélisation, l'approche utilisée est limitée puisqu'elle est basée sur un durcissement sur chaque système de glissement décrit par la relation (V-52) et ne prend pas en compte explicitement la structure cellulaire en fin de pré-déformation. A l'amorce de la recharge en traction, les systèmes de glissement activés sont différents de ceux activés lors de la pré-

déformation, ce qui entraîne un régime transitoire simulé par le modèle démarrant à partir d'une contrainte d'écoulement plus faible que celle atteinte en fin de pré-déformation (figure V.29.). Une amélioration possible serait de prendre en compte lors de la modélisation de l'écrouissage les obstacles au mouvement des dislocations formés par les murs des cellules de dislocations et la variation du libre parcours moyens des dislocations lors d'un changement de trajet [Lan00]. D'après la figure V.29., le durcissement par vieillissement est légèrement plus faible que dans le cas d'une pré-déformation en traction uniaxiale. Ce résultat est en accord qualitatif avec les résultats expérimentaux présentés (figures V.15., V.16. et V.17.). La raison essentielle est que le process 1 (blocage des dislocations par les atmosphères de Cottrell) a moins d'influence sur les courbes de recharge dans le cas d'une pré-déformation en expansion équibiaxée que dans le cas d'une pré-déformation en traction uniaxiale puisque les systèmes de glissement activés à la recharge sont différents de ceux activés lors de l'étape de pré-déformation (cf. paragraphe V.2.3.3.).

V.4. Conclusion

L'identification des micro mécanismes a permis de comprendre l'origine du durcissement des aciers à *Bake-Hardening*. Au travers d'une formulation à écrouissage anisotrope prenant en compte la densité de dislocations comme variable interne, l'expression du durcissement par système de glissement a été déterminée en fonction du degré de saturation des atmosphères de Cottrell, de la fraction volumique de précipités et des densités de dislocation en fin de pré-déformation. Les résultats obtenus à l'aide du modèle polycristallin (modèle de Paquin et al.) sont qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux de Soler qui concernent à la fois l'évolution du niveau de *BH* avec le temps et la température de vieillissement et le comportement mécanique macroscopique pour des trajets en traction uniaxiale.

Du point de vue quantitatif, il apparaît nécessaire d'étudier en détail, d'un point de vue expérimental et théorique, la cinétique du second process (densification des atmosphères et précipitation). Afin de valider le modèle à la fois sur des essais macroscopiques et par des observations microscopiques, il serait également nécessaire de connaître de manière plus précise, pour ce type d'acier à *BH*, les valeurs des densités de dislocation en fin de pré-déformation. Enfin, l'influence du trajet de pré-déformation sur le niveau de *BH* est difficile à interpréter. De ce fait, une base expérimentale plus complète devra être réalisée, et,

l'implémentation du module *BH.F* dans un code de calcul en élastoplasticité qui prend en compte l'évolution de la structure cellulaire des dislocations semble plus adéquate.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [AD83] AMIOT, B., DESPUJOLS, J. (1983) *Met. Tech.* **10**, 161-166.
- [Ard72] ARDELL, A.J. (1972) On the coarsening of grain boundary precipitates. *Acta Metall.* **20**, 601-609.
- [Bai63a] BAIRD, J.D. (1963) Strain aging of steel – a critical review. Part II : The theory of Strain-Aging. *J. Iron Steel Inst.* **36**, 368-374.
- [Bai63b] BAIRD, J.D. (1963) Strain aging of steel – a critical review. Part II : The theory of Strain-Aging (continued). *J. Iron Steel Inst.* **36**, 400-405.
- [BB80] BEAVEN, P.A., BUTLER, E.P. (1980) Precipitate nucleation on dislocations in Fe-N. *Acta Metall.* **28**, 1349-1359.
- [BFM94] BAILEY, F.D., FOLEY, R.P., MATLOCK, D.K. (1994) Processing and prestrain path effects on the strain-aging behavior of a batch-annealed bake-hardenable sheet steel. In : *High-Strength Sheet Steels for Automotive Industry, Iron and Steel Soc. Conf. 16-19 Oct.*, Baltimore, USA, 119-133.
- [BN62a] BULLOUGH, R., NEWMAN, R.C. (1962) The growth of impurity atmospheres round dislocations. *Proc. Roy. Soc. London A* **266**, 198-208.
- [BN62b] BULLOUGH, R., NEWMAN, R.C. (1962) Impurity precipitation – a theory of strain-ageing. *Proc. Roy. Soc. London A* **266**, 209-221.
- [BN70] BULLOUGH, R., NEWMAN, R.C. (1970) The kinetics of point defects to dislocations. *Rep. Prog. Phys.* **33**, 101-148.
- [CB49] COTTRELL, A.H., BILBY, B.A. (1949) Dislocation theory of yielding and strain-ageing of iron. *Proc. Phys. Soc. London* **62**, 49-62.
- [CL93] CHUNG, J.H., LEE, D.N. (1993) Effects of changes in strain path on the anisotropy of yield stresses of low carbon steel and 70-30 brass sheets. *J. Mater. Sci.* **28**, 4704-4712.
- [Cot58] COTTRELL, A.H. (1958) Dislocation and plastic flow in crystals, Oxford University Press, UK.
- [CSW55] COCHARDT, A.W., SCHOEK, G., WIEDERSICH, H. (1955) Interaction between dislocations and interstitial atoms in bcc metals. *Acta Metall.* **3**, 533-537.
- [DB99] DESCHAMPS, A., BRECHET, Y. (1999) Influence of predeformation and ageing of an Al-Zn-Mg Alloy – II. Modelling of precipitation kinetics and yield stress. *Acta Mater.* **47**, No. 1, 293-305.

- [DVD99] DE, A.K, VANDEPUTTE, S., DE COOMAN, B.C. (1999) Static strain ageing behavior of ultra low carbon Bake Hardening steel. *Scripta Mater.* **41**, No. 8, 831-837.
- [EH93] ELSESEN, P., HOUGARDY, H.P. (1993) On the mechanism of bake-hardening. *Steel Research* **64**, No. 8-9, 431-436.
- [Els93] ELSESEN, P. (1993) Bake-Hardening-Effekt bei Feinblechen. *Dr. Ing. Dissertation RWTH Aachen*, VDI-Verlag, Düsseldorf, Deutschland.
- [Fra83] FRANCIOSI, P. (1983) Glide mechanisms in b.c.c. crystals : an investigation of the case α -iron through multislip and latent hardening tests. *Acta Metall.* **31**, No. 9, 1331-1342.
- [Fra84] FRANCIOSI, P. (1984) Etude théorique et expérimentale du comportement élastoplastique des monocristaux métalliques se déformant par glissement : modélisation pour un chargement complexe quasi-statique. *Thèse d'Habilitation de l'Université de Paris-Nord*, France.
- [Fra85] FRANCIOSI, P. (1985) The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals. *Acta Metall.* **33**, No. 9, 1601-1612.
- [Fri64] FRIEDEL, J. (1964) Dislocations. Pergamon Press, Oxford, UK.
- [GB73] GHOSH, A.K., BACKOFEN, W.A. (1973) Strain hardening and instability in biaxially stretched sheet. *Metall. Trans.* **4**, 1113-1123.
- [Ger79] GEROLD, V. (1979) Precipitation hardening. In : *Dislocations in Solids* (vol. 4), Nabarro F.R.N. (ed.), North-Holland, Amsterdam, The Netherlands, 219-260.
- [Gra94] GRACIO, J.J. (1994) Interaction between thermal recovery and change in strain path in low carbon steel, *Mat. Sci. Engng.* **A 174**, 111-117.
- [Guy71] GUYOT, P. (1971) Hardening by ordered coherent precipitates related to the statistical theory. *Phil. Mag.* **A 24**, No. 190, 987-993.
- [Haa84] HAASEN, P. (1984) *Physikalische Metallkunde*, Springer Verlag, Berlin, Deutschland, 181.
- [Hal51] HALL, E.O. (1951) The deformation and ageing of Mild Steel : III. Discussion of results. *Proc. Phys. Soc. London* **B 64**, 747-753.
- [HAM76] HUTCHINSON, J.W., ARTHEY, R., MALMSTROM, P. (1976) On anomalously low work-hardening in pre-strained metals. *Scripta Metall.* **10**, 673-675.

- [Har51] HARPER, S. (1951) Precipitation of carbon and nitrogen in cold-worked alpha-iron. *Phys. Rev.* **83**, 709-712.
- [Hoy91] HOYT, J.J. (1991) On the coarsening of precipitates located on grain boundaries and dislocations. *Acta Metall. Mater.* **39**, No. 9, 2091-2098.
- [JH86] JUN, G., HOSFORD, W.F. (1986) Flow behavior of an aluminium-killed steel after tensile prestraining and strain-ageing. *Metall. Trans.* **17A**, 1573-1575.
- [KAA75] KOCKS, U.F., ARGON, A.S., ASHBY, M.F. (1975) Thermodynamics and kinetics of slip. *Prog. Mat. Science* **19**. Pergamon Press, Oxford, UK.
- [KB97] KOZESCHNIK, E., BUCHMAYR, B. (1997) A contribution to the increase in yield strength during the bake-hardening process. *Steel Research* **68**, No. 5, 224-230.
- [KM88] KORBEL, A., MARTIN, P. (1988) Microstructural events of macroscopic strain localization in prestrained tensile specimens. *Acta Metall.* **36**, No. 9, 2575-2586.
- [Kre70] KREYE, H. (1970) Einfluss von Versetzungen auf die Umlösung von Teilchen. *Z. Metallkde.* **61**, 108-112.
- [KW63] KEH, A.S., WEISSMANN, S. (1963) Deformation in body-centered-cubic metals. In : *Electron Microscopy and Strength of Crystal*, Thomas, G., Washburn, J. (eds.), 231-300.
- [Lan00] LANGLOIS, L. (2000) Evolutions propres de la microstructure de dislocations et conséquences sur le comportement élastoplastique des métaux. *Thèse de l'Université de Metz*, France.
- [Lar79] LARCHE, F.C. (1979) Nucleation and Precipitation on Dislocations. In : *Dislocations in Solids (vol. 4)*, Nabarro F.R.N. (ed.), North-Holland, Amsterdam, The Netherlands, 135-153.
- [Lar94] LARCHE, F.C. (1994) Thermodynamics of stressed solids, precipitation on dislocations. *Solids State Phenomena* **35-36**, 173-182.
- [LKD92] LAN, Y., KLAAR, H.J., DAHL, W. (1992) Evolution of dislocation structures and deformation behavior of iron at different temperatures : Part II. Dislocation density and theoretical analysis. *Metall. Trans.* **23A**, 545-549.
- [LS79] LLOYD, D.J., SANG, H. (1979) The influence of strain path on subsequent mechanical properties – orthogonal tensile paths. *Metall. Trans.* **10A**, 1767-1772.

- [MK81] MECKING, H., KOCKS, U.F. (1981) Kinetics of flow and strain-hardening. *Acta Metall.* **29**, 1865-1875.
- [Mar80] MARTIN, J.W. (1980) Micromechanisms in particle-hardened alloys, Cambridge University Press.
- [OTT89] OKAMOTO, A., TAKEUCHI, K., TAKAGI, M. (1989) A mechanism of paint bake-hardening. *The Sumitomo Search* **39**, 183-194.
- [PBFLB01] PAQUIN, A., BERBENNI, S., FAVIER, V., LEMOINE, X., BERVEILLER, M. (2001) Micromechanical modeling of the elastic-viscoplastic behavior of polycrystalline steels. *Int. J. Plasticity* **17**, 1627-1302.
- [Pet53] PETCH, N.J. (1953) The clivage and strength of polycrystals. *J. Iron Steel Inst.* **174**, 25-28.
- [PSB99] PAQUIN, A., SABAR, H., BERVEILLER, M. (1999) Integral formulation and self-consistent modelling of elastoviscoplastic behavior of heterogeneous materials. *Arch. Appl. Mechanics* **69**, 14-35.
- [RB77] RONDE-OUSTEAU, F., BAUDELET, B. (1977) Microstructure and strain path in deep-drawing. *Acta Metall.* **25**, 1523-1529.
- [RES98] REICHERT, B., ESTRIN, Y., SCHUSTER, H. (1998) Implementation of precipitation and ripening of second-phase particles in the constitutive modelling of creep. *Scripta Mater.* **38**, No. 9, 1463-1468.
- [RS89] RAUCH, E.F., SCHMITT, J.-H. (1989) Dislocation substructures in mild steel deformed in simple shear. *Mat. Sci. Engng.* **A 113**, 441-448.
- [RSB86] RAUCH, E.F., SCHMITT, J.-H., BAUDELET, B. (1989) Effect of a prestrain on the subsequent yielding of low-carbon steel sheets : experiments and simulations. *Int. J. Plasticity* **2**, No. 4, 371-378.
- [RZ96] RUBIANES, J.M., ZIMMER, P. (1996) The bake-hardenable steels. *Revue Metall.*, Janvier, 100-109
- [SAB85] SCHMITT, J.-H., AERNOULT, E., BAUDELET, B. (1985) Yield loci for polycrystalline metals without texture. *Mat. Sci. Engng.* **A 147**, 143-154.
- [Sol98] SOLER, M. (1998) Etude du vieillissement d'un acier à Bake-Hardening : évolution des propriétés mécaniques de traction – corrélation avec la microstructure. *Thèse de l'INSA de Lyon, France*.
- [SS59] SCHOEK, G., SEEGER, A. (1959) The flow stress of iron and its dependence on impurities. *Acta Metall.* **7**, 469-477.

- [Tip52] TIPPER, C.F. (1952) *J. Iron Steel Inst.* **172**, 143-148.
- [TL55] THOMAS, W.R., LEAK, G.M. (1955) *J. Iron Steel Inst.* **180**, 155-161.
- [VRW93] VICARY, A., ROBERTS, W.T., WILSON, D.V. (1993) Directionality of yield strength in bake-hardened steels. *Z. Metallkde.* **84**, No. 10, 702-707.
- [WB94] WILSON, D.V., BATE, P.S. (1994) Influences of cell walls and grain boundaries on transient responses of an IF steel to changes in strain path. *Acta Metall. Mater.* **42**, No. 4, 1099-1111.
- [Wep57] WEPNER, W. (1957) Dämpfungsmessungen an schwach gereckten Eisen-Kohlenstoff-Legierungen. *Acta Metall.* **5**, 703-710.
- [WL83] WAGONER, R.H., LAUKONIS, J.V. (1983) Plastic behavior of aluminium-killed steel following plane-strain deformation. *Metall. Trans.* **14A**, 1487-1495.
- [Wer50] WERT, C.A. (1950) *Phys. Rev.* **79**, 601-605.
- [WO68] WILSON, D.V., OGRAM, G.R. (1968) Directionality of yield point in strain-aged steels. *J. Iron Steel Inst.*, September, 911-920.
- [WR60a] WILSON, D.V., RUSSELL, B. (1960) The contribution of atmosphere locking to the strain-ageing of low carbon steels. *Acta Metall.* **8**, 36-45.
- [WR60b] WILSON, D.V., RUSSELL, B. (1960), The contribution of precipitation to strain-ageing in low carbon steels. *Acta Metall.* **8**, 468-479.
- [ZDD01] ZHAO, J.Z., DE, A.K., DE COOMAN, B.C. (2001) Formation of the Cottrell atmosphere during strain aging of bake-hardenable steels. *Metall. Trans.* **32A**, No. 2, 417-423.

CHAPITRE VI

CONCLUSION GÉNÉRALE

CHAPITRE VI

Conclusion générale

Ce travail a tout d'abord porté sur la modélisation, par des techniques de passage *micro-macro*, du comportement élastoviscoplastique des aciers polycristallins dans le but de prévoir la réponse sous sollicitation dynamique de différents aciers pour emboutissage tels que les aciers doux (aciers ferritiques), les aciers *Dual-Phase* (aciers ferrito-martensitiques) et les aciers micro-alliés ou *HSLA* (aciers ferritiques contenant des précipités de cémentite). Par comparaison aux résultats expérimentaux réalisés à l'aide d'une machine hydraulique en traction et à l'aide de barres hydropneumatiques et Hopkinson en cisaillement, les résultats obtenus par la modélisation sont satisfaisants pour chaque classe d'aciers dans le domaine des petites déformations et pour des vitesses de déformation imposées s'étendant actuellement de 10^{-3}s^{-1} à environ 500s^{-1} . Basée sur une approche micromécanique et physique, la modélisation proposée vise à décrire le comportement non linéaire du matériau (comportement élastoviscoplastique) à partir, des interactions mécaniques complexes entre chaque grain (de nature élastoviscoplastique), des mécanismes de déformation à l'origine de la sensibilité à la vitesse de déformation, du couplage thermomécanique important à grandes vitesses de déformation et des différentes microstructures (fractions volumiques de phase, taille des grains, précipités ...).

La transition d'échelle utilisée est fondée sur une démarche d'homogénéisation pour les matériaux hétérogènes parfaitement désordonnés. Une estimation autocohérente en élastoviscoplasticité, basée sur des *variables internes* contenant l'histoire complète du matériau, a été retenue en raison de la complexité de la loi de comportement élastoviscoplastique. Celle-ci provient du travail de Paquin et al. qui s'est appuyé sur l'utilisation des opérateurs de projection et des champs translatés. Dans ce travail, une nouvelle classe de modèles autocohérents à *variables internes* a été développée impliquant à la fois l'opérateur de Navier pour un milieu élastique et la condition d'autocohérence pour la partie viscoplastique. Les propriétés des opérateurs de projection facilitent l'introduction de champs translatés, et, la solution autocohérente du problème viscoplastique pur a été naturellement choisie. L'accommodation intergranulaire pour les deux estimations

autocohérentes à *variables internes* (nouveau modèle, modèle de Paquin et al.), est de nature élastoviscoplastique. Le modèle de Kröner-Weng, quant à lui, mène à une accommodation intergranulaire purement élastique.

Afin de valider l'outil de transition d'échelle, le nouveau modèle ainsi que celui de Paquin et al. ont été situés par rapport aux modèles de type *héréditaire*. Dans le cas d'un matériau biphasé viscoélastique linéaire au comportement de type maxwellien isotrope et incompressible, les deux modèles ont été comparés avec succès, tant sur le plan local que global au modèle *héréditaire* de Hashin-Rougier. Dans le cas d'un métal polycristallin cubique à faces centrées où le comportement est dans ce cas non linéaire, les réponses macroscopiques des deux modèles ont été situées par rapport à celle obtenue à l'aide d'un modèle *héréditaire* à formulation affine développé par Masson et Zaoui. Dans ce cas, les états asymptotiques purement élastique et purement viscoplastique atteints par les deux modèles sont identiques à ceux atteints à l'aide du modèle affine. Des différences existent dans le régime transitoire et le nouveau modèle donne des résultats plus proches de ceux du modèle affine que le modèle de Paquin et al.. L'outil de transition d'échelle en élastoviscoplasticité mis au point permet ainsi de décrire le comportement des matériaux hétérogènes à différentes vitesses de déformation comme c'est le cas dans ce travail, mais aussi en fluage ou pour des sollicitations cycliques tant que les phénomènes de localisation et/ou d'endommagement n'interviennent pas.

Pour chaque constituant de l'agrégat polycristallin, les mécanismes de déformation envisagés proviennent d'une analyse des résultats expérimentaux à l'échelle du monocristal pour les aciers pour emboutissage de structure cubique centrée. Une formulation thermoviscoplastique basée sur la théorie de l'activation thermique pour les matériaux cubiques centrés a été adoptée. Celle-ci, élaborée dans le cadre d'une approche multi-systèmes, permet de capter la sensibilité à la vitesse de déformation (et à la température) complexe des aciers dans le domaine des températures inférieures à la température de transition. La modélisation de l'écrouissage intracristallin a été élaborée à l'aide de la variable densité de dislocations (par système de glissement) dont l'évolution, formulée en termes de création et d'annihilation de dislocations, détermine la matrice d'écrouissage retenue dans ce travail. L'interaction des différents systèmes de glissement est prise en compte au travers d'une matrice d'anisotropie de glissement à deux termes décrivant l'auto-écrouissage et l'écrouissage latent dans la structure cubique centrée. De plus, l'écrouissage cinématique intragranulaire lié à la présence de précipités (non cisailables) est estimé à l'aide d'un calcul

micromécanique. Par ailleurs, les phénomènes de relaxation anélastique sont captés aux très faibles déformations par la modélisation de l'effet Snoek.

Plusieurs voies d'amélioration du modèle sont possibles. En ce qui concerne la description de la sensibilité à la vitesse, la prise en compte des effets de *phonon drag* est nécessaire afin de capter les mécanismes de déformation pour des vitesses de déformation proches de 1000s^{-1} . Par ailleurs, une meilleure prise en compte des contraintes internes intragranulaires créées lors de l'élaboration des aciers (notamment dans le cas des aciers *Dual-Phase*), mais aussi au cours de la déformation, devrait permettre une description encore plus physique de cette sensibilité propre à chaque acier. La répartition des phases étant importante sur le plan micromécanique, il faudra également prévoir une extension de la modélisation à des morphologies plus complexes (inclusions ellipsoïdales) et à des structures non aléatoires (structures en bande...). Enfin, ce modèle est limité aux petites déformations ; il ne prend donc pas en compte les effets propres aux grandes déformations qu'il sera nécessaire d'intégrer dans une étude future, notamment lorsque les niveaux de contrainte deviennent élevés.

Du point de vue industriel, ce travail a permis d'apporter des éléments nouveaux tels que l'influence de la microstructure des aciers sur le comportement dynamique (en traction et en cisaillement) à l'aide d'un outil numérique de type *micro-macro*. D'autres trajets de déformation séquentiels plus proches des conditions de sollicitation industrielles (pré-déformation statique suivie d'une recharge dynamique par exemple) pourront faire l'objet d'une validation du modèle actuel. Dans le même ordre d'idée, un travail (en cours actuellement) concerne la prévision du comportement cyclique des aciers polycristallins et la simulation de la dissipation qui a lieu lors d'essais de fatigue.

Ce travail a également porté sur la modélisation du comportement des aciers à *Bake-Hardening* (ou aciers à *BH*). L'objectif était tout d'abord d'identifier les micro mécanismes à l'origine du durcissement des aciers à *BH* après une pré-déformation et un traitement thermique de cuisson. Deux mécanismes sont à l'origine de l'effet *BH*. Il s'agit d'abord de la formation des atmosphères de Cottrell qui bloquent les dislocations présentes au sein du matériau à la fin de l'étape de pré-déformation. Ensuite, une densification des atmosphères a lieu, formant alors des amas d'atomes de carbone et/ou des précipités préférentiellement le long des dislocations. Le durcissement lié à ces deux mécanismes est modélisé séparément au niveau de la contrainte d'écoulement sur chaque système de glissement. Le durcissement associé au premier mécanisme (blocage des dislocations par les atmosphères) est modélisé

sous la forme d'une fonction linéaire du degré de saturation des atmosphères de Cottrell. Au cours de ce premier mécanisme, les atomes de carbone se réunissent autour des dislocations en suivant une cinétique de ségrégation pilotée par l'équation de Cottrell-Bilby. Le durcissement associé au second mécanisme (amas de carbone et/ou précipités près des dislocations) est plus difficile à modéliser en raison de la difficulté à caractériser les clusters et/ou les précipités qui se forment. La modélisation de ce durcissement est basée sur la notion de force d'obstacles qui croît en fonction du temps de vieillissement. Après traitement thermique et lors de la recharge, les obstacles sont cisailables par les dislocations. Le calcul de la cission critique de cisaillement est fonction des données de la littérature et varie avec le degré de pré-déformation et la fraction volumique de précipités. La cinétique de précipitation est estimée de manière phénoménologique à l'aide d'une loi de type Avrami. Les résultats obtenus à l'aide du modèle polycristallin sont cohérents avec les résultats expérimentaux de Soler qui concernent la cinétique d'évolution du *BH* pour différentes températures de vieillissement et pour plusieurs niveaux de pré-déformations en traction. En outre, le comportement mécanique macroscopique pour un trajet de recharge en traction uniaxiale est assez bien reproduit par le modèle.

Les résultats du modèle restent cependant approximatifs concernant une pré-déformation en expansion équi-biaxée, suivie du vieillissement et d'une recharge en traction. Dans une étude future, la prise en compte de l'évolution des variables internes liées à la structure cellulaire de dislocations et une validation portée à la fois sur des données microscopiques (densités de dislocations) et des données macroscopiques pour plusieurs trajets de pré-déformation, semblent nécessaire. Par ailleurs, il faut envisager, d'un point de vue théorique, l'étude de la cinétique du second process (densification des atmosphères et précipitation). De ce fait, une base expérimentale plus complète devra être réalisée. Du point de vue industriel, la procédure numérique développée constitue un premier outil prédictif qui pourrait permettre d'optimiser la microstructure (niveau de carbone en solution solide...) en limitant le nombre d'essais de caractérisation expérimentale.

ANNEXE 1

Lois d'écroutissage intragranulaire

ANNEXE 1

Lois d'écrouissage intragranulaire

Dans cette annexe, on trouve l'expression de deux lois d'écrouissage intragranulaire qui peuvent être utilisées au niveau de la modélisation. Le choix s'est tourné vers la loi n°2 qui est formulée à l'aide des densités de dislocations et qui est plus réaliste car elle prend en compte les phénomènes d'annihilation de dislocations.

L'expression de la cission de référence (ou encore cission critique) $\tau_r^{(g)}$ qui représente la variable d'écrouissage pour un système de glissement g est :

$$\tau_r^{(g)} = \tau_{r0}^{(g)} + \alpha \mu b \sqrt{\sum_h a^{(gh)} \rho^{(h)}}, \quad (\text{A1-1})$$

où :

$a^{(gh)}$ est la matrice d'anisotropie de Franciosi [Fra83] [Fra84] [Fra85].

$\rho^{(h)}$ est la densité de dislocations sur le système de glissement h .

b est la norme du vecteur de Burgers.

μ est le module de cisaillement.

α est une constante proche de 0,5 [MK81].

$\tau_{r0}^{(g)}$ est la cission de référence initiale sur le système de glissement g .

En élevant au carré la relation (A1-1), on obtient :

$$\left(\tau_r^{(g)} - \tau_{r0}^{(g)}\right)^2 = (\alpha \mu b)^2 \sum_h a^{(gh)} \rho^{(h)}, \quad (\text{A1-2})$$

et en différentiant par rapport au temps la relation (A1-2), on a :

$$2\left(\tau_r^{(g)} - \tau_{r0}^{(g)}\right)\dot{\tau}_r^{(g)} = (\alpha \mu b)^2 \sum_h a^{(gh)} \dot{\rho}^{(h)}. \quad (\text{A1-3})$$

Loi n°1:

Essmann et Mughrabi [EM79] relient $\dot{\rho}^{(h)}$ à $\dot{\gamma}^{(h)}$ selon la loi linéaire :

$$\dot{\rho}^{(h)} = \frac{2}{bL} \dot{\gamma}^{(h)}, \quad (\text{A1-4})$$

où L est le libre parcours moyen des dislocations mobiles et b est le module du vecteur de Burgers (typiquement $b=2,5\text{\AA}$ pour le fer- α). Derrière cette relation incrémentale, ces auteurs supposent que l'amplitude de glissement est petite. Ainsi, la loi d'écrouissage n°1 s'écrit :

$$\dot{\tau}_r^{(g)} = \frac{(\alpha\mu)^2 b}{L(\tau_r^{(g)} - \tau_{r0}^{(g)})} \sum_h a^{(gh)} |\dot{\gamma}^{(h)}|. \quad (\text{A1-5})$$

La loi d'écrouissage n°1 s'écrit finalement :

$$\dot{\tau}_r^{(g)} = \sum_h H^{(gh)} |\dot{\gamma}^{(h)}|, \quad (\text{A1-6})$$

où $H^{(gh)}$ est la matrice d'écrouissage définie par:

$$H^{(gh)} = \frac{(\alpha\mu)^2 b}{L(\tau_r^{(g)} - \tau_{r0}^{(g)})} a^{(gh)}. \quad (\text{A1-7})$$

La loi n°1 nécessite donc 2 paramètres à ajuster (τ_{r0} , L). Les valeurs de b , α et μ sont des données physiques fixes. L'inconvénient est que cette loi n'est valable que pour les faibles amplitudes de glissement plastique.

Loi n°2:

En fait, la variation de densité de dislocations pour chaque système de glissement contient un terme de création (équation (A1-4)) mais également un terme d'annihilation de dislocations [Koc76] [EM79] [TRT93]. La variation de la densité totale de dislocations s'écrit alors:

$$\dot{\rho}^{(h)} = \frac{1}{b} \left(\frac{1}{L^{(h)}} - 2y_c \rho^{(h)} \right) \left| \dot{\gamma}^{(h)} \right|, \quad (\text{A1-8})$$

où :

y_c est la distance critique d'annihilation. D'après Essmann et Mughrabi [EM79], celle-ci est très faible dans les murs de dislocations et beaucoup plus élevée par ailleurs. Pour la structure cubique centrée dans laquelle la contrainte de Peierls τ_{r0} est élevée, la distance critique d'annihilation pour un dipôle vis est estimé à [EM79] :

$$y_c \sim \frac{\mu b}{2\pi\tau_{r0}} = \frac{\beta(y_c)}{\tau_{r0}}, \quad (\text{A1-9})$$

où $\beta(y_c)$ est une constante caractéristique des processus d'annihilation (y_c). La distance critique d'annihilation augmente avec la température.

Dans une configuration de type forêt de dislocations, le libre parcours moyen des dislocations $L^{(h)}$ diffère d'un système à l'autre et une estimation raisonnable de $L^{(h)}$ est :

$$L^{(h)} = \frac{K}{\sqrt{\sum_{u \neq h} \rho^{(u)}}}, \quad (\text{A1-10})$$

où K est une constante que l'on ajuste à l'aide de la taille de grains puisque le libre parcours moyen initial des dislocations est proche de la taille de grains pour atteindre la taille des cellules de dislocations lorsque celles-ci se forment [Hoc99] [HF01].

L'expression de $\dot{\tau}_r^{(g)}$ s'obtient immédiatement en comparant (A1-3) et (A1-8):

$$\dot{\tau}_r^{(g)} = \frac{(\alpha\mu)^2 b}{2(\tau_r^{(g)} - \tau_{r0}^{(g)})} \sum_h a^{(gh)} \left(\frac{1}{L^{(h)}} - 2y_c \rho^{(h)} \right) \left| \dot{\gamma}^{(h)} \right|, \quad (\text{A1-11})$$

ou d'après (A1-1) :

$$\dot{\tau}_r^{(g)} = \frac{\alpha\mu}{2\sqrt{\sum_l a^{(gl)} \rho^{(l)}}} \sum_h a^{(gh)} \left(\frac{1}{L^{(h)}} - 2y_c \rho^{(h)} \right) \left| \dot{\gamma}^{(h)} \right|. \quad (\text{A1-12})$$

La loi d'écrouissage n°2 s'écrit finalement :

$$\dot{\tau}_r^{(g)} = \sum_g H^{(gh)} \left| \dot{\gamma}^{(h)} \right|, \quad (\text{A1-13})$$

où $H^{(gh)}$ est la matrice d'écrouissage définie par:

$$H^{(gh)} = \frac{\alpha\mu}{2\sqrt{\sum_l a^{(gl)} \rho^{(l)}}} a^{(gh)} \left(\frac{\sqrt{\sum_{u \neq h} \rho^{(u)}}}{K} - 2y_c \rho^{(h)} \right). \quad (\text{A1-14})$$

Celle loi permet d'utiliser explicitement la variable densité de dislocations et les paramètres physiques y_c et K peuvent être approchés par les relations (A1-9) et (A1-10). Le rôle de la température sur y_c peut être également pris en compte.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [EM79] ESSMANN, U., MUGHRABI, H. (1979) Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocation densities. *Phil. Mag.* **A 40**, No. 6, 731-756.
- [Fra83] FRANCIOSI, P. (1983) Glide mechanisms in b.c.c. crystals : an investigation of the case α -iron through multislip and latent hardening tests. *Acta Metall.* **31**, No. 9, 1331-1342.
- [Fra84] FRANCIOSI, P. (1984) Etude théorique et expérimentale du comportement élastoplastique des monocristaux métalliques se déformant par glissement : modélisation pour un chargement complexe quasi-statique. *Thèse d'Habitation de l'Université de Paris-Nord*, France.
- [Fra85] FRANCIOSI, P. (1985) The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals. *Acta Metall.* **33**, No. 9, 1601-1612.
- [HF01] HOC, T., FOREST, S. (2001) Polycrystal modelling of IF-Ti steel under complex loading path. *Int. J. Plasticity* **17**, 65-85.
- [Hoc99] HOC, T. (1999) Etude expérimentale et numérique de la localisation lors de changements de trajets dans un acier doux. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Paris*, France.
- [Koc76] KOCKS, U.F. (1976) Laws for work-hardening and low-temperature creep. *ASME J. Engng. Mat. Tech.* **98**, 76-85.
- [MK81] MECKING, H., KOCKS, U.F. (1981) Kinetics of flow and strain-hardening. *Acta Metall.* **29**, 1865-1875.
- [TRT93] TEODOSIU, C., RAPHAEL, J.-L., TABOUROT, L. (1993) Finite element simulation of the large elastoplastic deformation of multicrystals. In : *Large Plastic Deformation, Proc. Int. Seminar MECAMAT'91*, Teodosiu, C., Raphanel, J.-L., Sidoroff, F. (eds.), 153-168.

ANNEXE 2

**Calcul analytique du
comportement effectif
autocohérent dans le cas d'un
matériau viscoélastique linéaire
isotrope et incompressible –
Modèle de Hashin-Rougier**

ANNEXE 2

Calcul analytique du comportement effectif autocohérent dans le cas d'un matériau viscoélastique linéaire isotrope incompressible

Modèle de Hashin-Rougier

Dans le cas simple d'un matériau biphasé isotrope dont chaque phase a un comportement maxwellien isotrope incompressible, l'inversion de la solution homogénéisée symbolique a pu être réalisée analytiquement à l'aide d'une intégration dans le plan complexe par Rougier et al. [RSZ93] [Rou94]. On considère un matériau biphasé constitué d'éléments maxwelliens isotropes et incompressibles. Les modules élastiques et visqueux sont respectivement pour les phases 1 et 2 : (μ^I, η^I) et (μ^2, η^2) . Compte-tenu de l'hypothèse d'incompressibilité ($Trace(\varepsilon)=0$), la loi de comportement s'écrit sous forme déviatorique (indice D) :

$$\dot{\sigma}_D^I = 2\mu^I \left(\dot{\varepsilon}_D^I - \frac{I}{2\eta^I} \sigma_D^I \right), I = 1, 2. \quad (A2-1)$$

La première étape est le passage à la transformée de Laplace-Carson définie par :

$$\hat{f}(p) = p \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \quad \forall p \text{ complexe.} \quad (A2-2)$$

A l'aide de (A2-2), (A2-1) devient :

$$\hat{\sigma}_D^I(p) = 2\hat{l}^I(p) \hat{\varepsilon}_D^I(p), I = 1, 2. \quad (A2-3)$$

avec :

$$\hat{l}^I(p) = \frac{\mu^I}{p + \frac{\mu^I}{\eta^I}}, \quad I = 1, 2. \quad (\text{A2-4})$$

On définit le temps caractéristique pour chaque phase par :

$$T_I = \frac{\eta^I}{\mu^I}, \quad I = 1, 2. \quad (\text{A2-5})$$

On adopte pour la suite des calculs les notations suivantes :

$$a_I = \frac{I}{2\eta^I}, b_I = \frac{I}{2\mu^I}, \quad I = 1, 2 \quad (\text{A2-6})$$

La seconde étape concerne l'homogénéisation autocohérente symbolique [Has69] [RSZ93] [Rou94] qui se déduit du schéma autocohérent en élasticité linéaire. Le tenseur localisation de la déformation dans l'espace de Laplace-Carson est déterminé pour chaque phase I par :

$$\hat{A}^I(p) = \frac{5\hat{L}^{eff}(p)}{3\hat{L}^{eff}(p) + 2\hat{l}^I(p)}, \quad (\text{A2-7})$$

où $\hat{L}^{eff}$ est le module effectif du milieu homogène équivalent dans l'espace de Laplace-Carson. Celui-ci se détermine en résolvant l'équation classique d'homogénéisation du second degré d'un matériau biphasé. On trouve alors :

$$\begin{aligned} \hat{L}^{eff}(p) = & -\frac{2-5f_1}{6}\hat{l}^1(p) - \frac{2-5f_2}{6}\hat{l}^2(p) + \\ & \sqrt{\left(\frac{2-5f_2}{6}\hat{l}^1(p) + \frac{2-5f_1}{6}\hat{l}^2(p)\right)^2 + \frac{2}{3}\hat{l}^1(p)\hat{l}^2(p)}, \end{aligned} \quad (\text{A2-8})$$

où f_1 et f_2 sont respectivement les fractions volumiques des phases 1 et 2.

Enfin, la troisième étape constitue l'inversion de la solution homogénéisée par Transformée de Laplace Carson Inverse. C'est en fait l'opération la plus délicate qui nécessite

une intégration dans le plan complexe en utilisant le théorème des résidus. Celle-ci conduit à l'expression analytique de $L^{eff}(t)$ et a été menée par Rougier et al. [RSZ93] [Rou94].

Ainsi, pour $T_1 < \theta_1 < \theta_2 < T_2$, ces auteurs trouvent :

$$L^{eff}(t) = \frac{\langle 5f_1 - 2 \rangle^+}{12b_1} e^{-t/T_1} + \frac{\langle 5f_2 - 2 \rangle^+}{12b_2} e^{-t/T_2} + \frac{kT_1T_2}{\pi\sqrt{\theta_1\theta_2}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\sqrt{(\tau - \theta_1)(\theta_2 - \tau)}}{\tau(\tau - T_1)(T_2 - \tau)} e^{-t/\tau} d\tau \quad , \quad (A2-9)$$

$$\text{où } k = \frac{1}{12b_1b_2} \left[(2 - 5f_2)^2 b_1^2 + 2(6 - 5f_2)(5f_2 + 1)b_1b_2 + (5f_2 - 3)^2 b_2^2 \right]^{1/2}$$

La notation $\langle u \rangle^+$ désigne la partie positive de u . θ_1 et θ_2 sont les limites de la partie continue du spectre de relaxation qui sont intérieures à l'intervalle $[T_1, T_2]$.

La figure A2.1. présente l'allure du spectre de relaxation pour le matériau biphasé. Pour $f_1 \in \left[\frac{2}{5}, \frac{3}{5} \right]$ (ce qui est le cas pour la figure A2.1.), le spectre de relaxation du Milieu Homogène Equivalent (M.H.E.) est constitué de raies discrètes correspondant aux deux phases (caractérisées par leur deux temps de relaxation définis par (A2-5)) et d'un spectre continu de support inclus entre ces deux raies. Comme $a_1 = a_2 = 1$, chacune des phases (c'est-à-dire chacune des raies discrètes) a une influence sur l'allure générale du spectre continu.

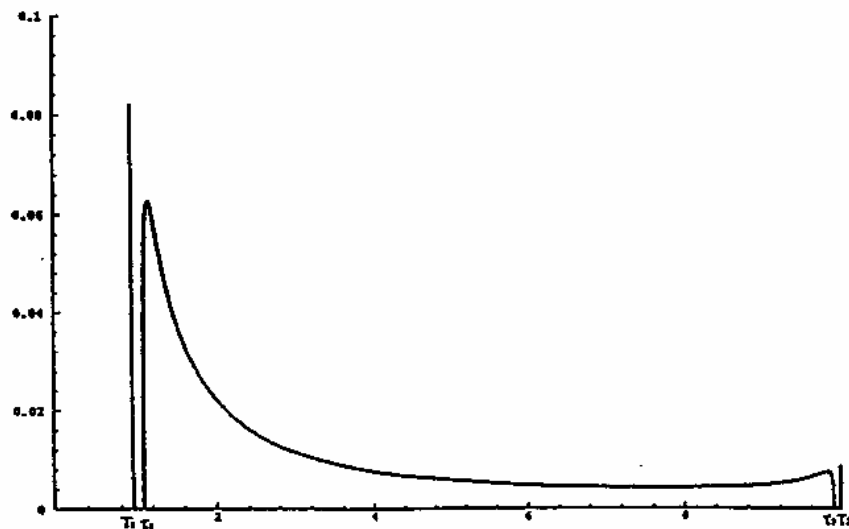


Figure A2.1. Spectre de relaxation pour un matériau biphasé :

$$f_1 = 0.5, a_1 = 1, a_2 = 1, T_1 = 1, T_2 = 10. \text{ [Rou94]}$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Has69] HASHIN, Z. (1969) The inelastic inclusion problem. *Int. J. Engng Sci.* **7**, 11-36.
- [Rou94] ROUGIER, Y. (1994) Etude du comportement sous irradiation : Modélisation micromécanique de l'élastoviscoplasticité. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique*, France.
- [RSZ93] ROUGIER, Y., STOLZ, C., ZAOUI, A. (1993) Représentation spectrale en viscoélasticité linéaire des matériaux hétérogènes. *C. R. Acad. Sci. Paris* **316 II**, 1517-1522.

ANNEXE 3

Formulation affine en élastoviscoplasticité des matériaux hétérogènes

ANNEXE 3

Formulation affine en élastoviscoplasticité des matériaux hétérogènes

Une formulation affine a été proposée récemment en élastoviscoplasticité par Masson et Zaoui [Mas98] [MZ99] et appliquée aux alliages de zirconium par Brenner [Bre01]. Le comportement local en élastoviscoplasticité est de la forme :

$$\dot{\varepsilon} = s : \dot{\sigma} + g(\sigma), \quad (\text{A3-1})$$

où s est le tenseur des complaisances élastiques et $g(\sigma)$ traduit pour chaque phase la vitesse de déformation inélastique qui dérive d'un potentiel convexe w :

$$g(\sigma(t)) = \dot{\varepsilon}^{vp}(\sigma, t) = \frac{\partial w}{\partial \sigma}(\sigma(t)). \quad (\text{A3-2})$$

Dans la suite, on ne prend pas en compte la dépendance de $g(\sigma)$ avec d'autres variables internes liées à la microstructure. On cherche la réponse macroscopique du matériau à l'instant τ . La réponse macroscopique dépend de toute l'histoire thermomécanique du matériau, c'est-à-dire pour des temps t tels que $0 \leq t < \tau$. L'approche consiste en une linéarisation de type affine des fonctions $g(\sigma)$ à l'instant τ . A cause du couplage viscoélastique (non linéaire), il est nécessaire de prendre en compte le taux de déformation local pour tout $t \geq \tau$.

Processus de linéarisation :

Masson [Mas98] reprend le processus de linéarisation proposé par Rougier et al. [RSZ94] qui consiste à linéariser au temps τ la loi de comportement au temps t :

$$\dot{\varepsilon}(t, \tau) = s : \dot{\sigma}(t) + m(\tau) : \sigma(t) + \dot{\varepsilon}_0(\tau), \quad \forall t \geq \tau \quad (\text{A3-3})$$

$$m(\tau) = \frac{dg}{d\sigma}(\sigma(\tau)), \quad (\text{A3-4})$$

$$\dot{\varepsilon}_0(\tau) = g(\sigma(\tau)) - m(\tau) : \sigma(\tau), \quad (\text{A3-5})$$

où $m(\tau)$ et $\dot{\varepsilon}_0(\tau, t)$ expriment les variations au premier ordre du taux de déformation inélastique avec la contrainte.

Or le comportement à $t = \tau$ dépend aussi de l'histoire des comportements antérieurs pour tout t : il faut alors définir une expression similaire à $0 \leq t \leq \tau$. Pour tout $t \leq \tau$, $\dot{\varepsilon}^{vp}(t)$ est connu et $\dot{\varepsilon}^{vp}(t) = g(\sigma(t))$. Pour avoir une expression linéarisée pour $t \in [0, +\infty[$, on pose $H(t)$ la fonction d'Heaviside (échelon unitaire à $t=0$) et on a :

$$\dot{\varepsilon}(t) = s : \dot{\sigma}(t) + m(\tau) : \sigma(t) + \dot{\varepsilon}_0(\tau, t), \quad (\text{A3-6})$$

$$m(\tau) = \frac{dg}{d\sigma}(\sigma(\tau)), \quad (\text{A3-7})$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_0(\tau, t) = & g(\sigma(\tau)) - m(\tau) : \sigma(\tau) + \\ & [g(\sigma(t)) - g(\sigma(\tau)) - m(\tau) : (\sigma(t) - \sigma(\tau))] \cdot [I - H(t - \tau)] \end{aligned} \quad (\text{A3-8})$$

Dans (A3-8), $\dot{\varepsilon}_0(\tau, t)$ est appelé taux de déformation auxiliaire qui est entièrement connu par avance pour tout t . Celui-ci est constant pour tout $t \geq \tau$ (figure A3.1.) et évolue selon la loi de comportement (A3-8) pour tout $t \in [0, \tau]$. $\dot{\varepsilon}_0(\tau, t)$ peut être considéré comme un taux de déformation libre au sens d'Eshelby, mais il n'a rien à voir avec le taux de déformation *libre* utilisé dans l'approche de Kröner-Weng [Krö61] [Wen81] (cf. paragraphe III.3.2., chapitre III).

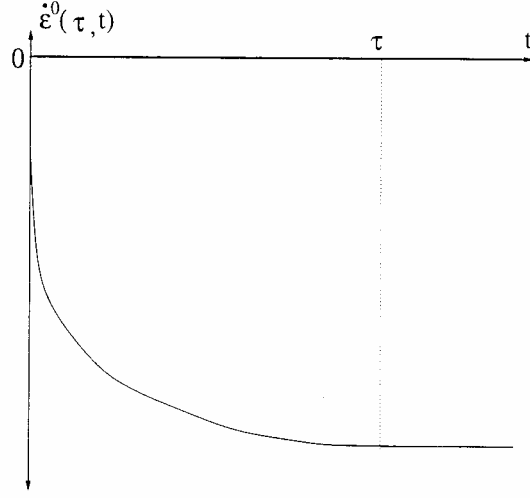


Figure A3.1. Evolution du taux de déformation auxiliaire $\dot{\varepsilon}_0(\tau, t)$.

En notant $\otimes$ le produit de convolution dans l'espace de Stieljes, la loi linéarisée autour des solutions supposées connues $\sigma(t)$ est :

$$\dot{\varepsilon}(t) = [s_\tau \otimes \dot{\sigma}](\tau, t) + \dot{\varepsilon}_0(\tau, t), \quad (\text{A3-9})$$

où $s_\tau(\tau, t) = s + m(\tau)t$ et $\dot{\varepsilon}_0(\tau, t)$ est défini par (A3-8).

Par intégration de (A3-9), on trouve :

$$\varepsilon(t) = [s_\tau \otimes \sigma](\tau, t) + \varepsilon_0(\tau, t), \quad (\text{A3-10})$$

$$\text{où } \varepsilon(\tau, t) = \varepsilon_0(\tau, 0) + \int_0^\tau \dot{\varepsilon}_0(\tau, u) du, \quad (\text{A3-11})$$

$$\text{et } \varepsilon_0(\tau, 0^+) = \varepsilon(0^+) - s : \sigma(0^+), \quad (\text{A3-12})$$

lorsqu'à $t = 0^+$ la réponse est élastique.

A chaque τ , la loi linéarisée est donc viscoélastique linéaire (maxwellienne) avec *déformation libre* (ou encore *thermoviscoélastique*). On utilise alors le principe de correspondance en appliquant la transformée de Laplace-Carson à (A3-10) :

$$\hat{\varepsilon}(\tau, p) = \hat{s}_\tau(\tau, p) : \hat{\sigma}(p) + \hat{\varepsilon}_0(\tau, p), \quad (\text{A3-13})$$

avec :

$$\hat{s}_\tau(\tau, p) = s + \frac{I}{p} m(\tau). \quad (\text{A3-14})$$

Homogénéisation :

Le traitement d'homogénéisation du comportement local linéarisé précédent décrit par (A3-10) conduit au comportement effectif du matériau de la forme suivante :

$$E(t) = [S_\tau^{\text{eff}} \otimes \Sigma](\tau, t) + E_0^{\text{eff}}(\tau, t), \quad (\text{A3-15})$$

pour un chargement macroscopique en contrainte Σ sur l'intervalle $[0, \tau]$, et :

$$\Sigma(t) = [C_\tau^{\text{eff}} \otimes (E - E_0^{\text{eff}})](\tau, t), \quad (\text{A3-16})$$

pour un chargement macroscopique en déformation E sur l'intervalle $[0, \tau]$. $E_0^{\text{eff}}(\tau, t)$ est la déformation libre globale effective. $C_\tau^{\text{eff}}(\tau, t)$ est l'inverse au sens des produits de convolution de Stieljes de $S_\tau^{\text{eff}}(\tau, t)$.

En utilisant alors le principe de correspondance, on se ramène à la situation d'une homogénéisation autocohérente symbolique en élasticité linéaire (avec une *déformation libre* ou encore *thermoélasticité* linéaire). Les tenseurs des complaisances et modules viscoélastiques linéaires effectifs et le tenseur de déformation libre effective sont définis respectivement dans l'espace de Laplace-Carson par :

$$\hat{S}_\tau^{\text{eff}}(\tau, p) = \overline{\hat{s}_\tau(\tau, p) : \hat{B}_\tau(\tau, p)}, \quad (\text{A3-17})$$

$$\hat{C}_\tau^{eff}(\tau, p) = \overline{\hat{c}_\tau(\tau, p) : \hat{A}_\tau(\tau, p)}, \quad (A3-18)$$

$$\hat{E}_0^{eff}(\tau, p) = \overline{{}'\hat{B}_\tau(\tau, p) : \hat{\varepsilon}_0(\tau, p)}, \quad (A3-19)$$

où $\hat{B}_\tau(\tau, p)$ et $\hat{A}_\tau(\tau, p)$ sont les tenseurs de localisation en contraintes et en déformations du problème élastique symbolique tel que :

$$\hat{B}_\tau(\tau, p) = \hat{c}_\tau(\tau, p) : \hat{A}_\tau(\tau, p) : \hat{S}_\tau^{eff}(\tau, p). \quad (A3-20)$$

Par l'intermédiaire de p , les relations (A3-17) à (A3-20) montrent qu'il est nécessaire de connaître non seulement les valeurs des variables mécaniques à l'instant τ mais encore pour tous les temps antérieurs. Une fois que le problème est résolu dans l'espace de Laplace-Carson, on procède à l'inversion des transformées de Laplace-Carson pour trouver les solutions dans l'espace réel.

Inversion des transformées de Laplace-Carson :

On cherche à partir des équations (A3-17) à (A3-19) à donner les propriétés globales du matériau dans l'espace direct : c'est-à-dire trouver $S_\tau^{eff}(\tau, t)$ et $E_0^{eff}(\tau, t)$. Deux méthodes numériques ont été proposées par Schapery [Sch62] pour l'inversion des transformées de Laplace-Carson. On se base sur une fonction $f(t)$ dont la transformée de Laplace-Carson est $\hat{f}(p)$. La première méthode est la méthode de *collocation par points* qui consiste en une approximation de la fonction $f(t)$ par une série de Dirichlet. On choisit N points de collocation p (ajustés à bon escient) tels que l'on résout N problèmes autocohérents décrits par les équations (A3-17) à (A3-19). Cette méthode est détaillée et appliquée à la formulation affine dans la thèse de Masson [Mas98]. Son principal avantage est que la précision du calcul peut être affinée en augmentant le nombre de points de collocation. Son principal défaut est que son utilisation en viscoélasticité non linéaire est complexe. La seconde méthode est la méthode *directe* qui permet d'évaluer directement à partir de $\hat{f}(p)$ la fonction $f(t)$. Elle se restreint aux fonctions $f(t)$ variant lentement en fonction de $\log(t)$, ce qui est le cas des fonctions de fluage ou de relaxation. L'évaluation directe de $f(t)$ est alors donnée par l'approximation :

$$f(t) \approx \hat{f}(p)_{p=\frac{e^{-C}}{t}}, \quad (\text{A3-21})$$

où C est la constante d'Euler. Cette relation devient exacte lorsque $f(t)$ est proportionnelle à $\log(t)$. L'avantage de cette méthode est de ne pas avoir à traiter l'étape d'inversion par une technique numérique lourde comme la méthode de collocation. Cependant, le champ d'application de la méthode *directe* reste limité aux fonctions localement quasi-linéaires sur un intervalle de temps d'au moins deux décades ; de plus, la précision du calcul ne peut être augmentée. Cette méthode a été utilisée par Brenner [Bre01] et comparé avec succès au modèle de Masson-Zaoui dans le cas de polycristaux à grains sphériques C.F.C. et H.C. sans texture, dont le comportement local suit une loi puissance.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Bre01] BRENNER, R. (2001) Influence de la microstructure sur le comportement en fluage thermique d'alliages de zirconium : analyse expérimentale et mise en oeuvre de méthodes d'homogénéisation. *Thèse de Doctorat de l'Université Paris XIII*, France.
- [Krö61] KRÖNER, E. (1961) Zur plastischen Verformung des Vielkristalls, *Acta Metall. Mater.* **9**, 155-161.
- [Mas98] MASSON, R. (1998) Estimations non linéaires du comportement global de matériaux hétérogènes en formulation affine – Application aux alliages de zirconium. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique*, France.
- [MZ99] MASSON, R., ZAOUI, A. (1999) Self-consistent estimates for the rate-dependent elastoplastic behavior of polycrystalline materials. *J. Mech. Phys. Solids* **47**, 1543-1568.
- [RSZ94] ROUGIER, Y., STOLZ, C., ZAOUI, A. (1994) Self-consistent modelling of elastic-viscoplastic polycrystals. *C. R. Acad. Sci. Paris* **318 II**, 145-151.
- [Sch62] SCHAPERY, R.A. (1962) Approximate methods of transform inversion for viscoelastic stress analysis. In : *Proc. U.S. Congr. Appl. Mech. ASME 4th* (vol. 2), 1075-1085.
- [Wen81] WENG, G.J. (1981) Self-consistent determination of time-dependent behavior of metals. *ASME J. Appl. Mech.* **48**, 41-46.

ANNEXE 4

Démonstration des propriétés des opérateurs de projection

ANNEXE 4

Démonstration des propriétés des opérateurs de projection

L'opérateur de projection Π^C relié au tenseur de Green modifié Γ^C a été introduit par Kunin [Kun81a] [Kun81b] [Kun83] et Kröner [Krö86] [Krö89] :

$$\Pi^C = \Gamma^C : C. \quad (\text{A4-1})$$

Les propriétés des opérateurs de projection sont utiles lorsque des champs cinématiquement admissibles ou équilibrés sont introduits. Ainsi, tout champ de contrainte équilibré vérifie la propriété suivante :

$$\text{div} \sigma = 0 \Leftrightarrow \Pi^C * S : \sigma = 0, \quad (\text{A4-2})$$

avec $S = C^{-1}$.

De la même manière, tout champ de déformation cinématiquement admissible ε vérifie la propriété suivante :

$$\varepsilon = \nabla^s \underline{u}, \underline{u}^d = E \cdot \underline{x} \Leftrightarrow \Pi^C * \varepsilon = \varepsilon - E. \quad (\text{A4-3})$$

Les démonstrations de (A4-2) et (A4-3) sont rappelées dans l'espace de Fourier où les produits de convolution spatiale deviennent de simples produits. Soit $k(k_1, k_2, k_3)$ le vecteur conjugué de $r(x_1, x_2, x_3)$ dans l'espace de Fourier.

La transformée de Fourier de la fonction de Green $G_{jn}^C(r)$ est définie d'après Mura [Mur82] par :

$$\tilde{G}_{jn}^C(k) = \int_V G_{jn}^C(r) e^{-ik \cdot r} dV, \quad (\text{A4-4})$$

avec les propriétés usuelles suivantes :

$$\tilde{G}_{jn,i}^C = ik_i \tilde{G}_{jn}^C, \quad \tilde{G}_{jn,ik}^C = -k_i k_k \tilde{G}_{jn}^C. \quad (\text{A4-5})$$

L'équation de Navier pour le problème élastique est :

$$\begin{aligned} C_{ijkl} G_{jn,ik}^C(r-r') + \delta_{ln} \delta(r-r') &= 0, \\ G_{jn}^C(r-r') &= 0, \quad \forall r' \in V \text{ et } \forall r \in \partial V. \end{aligned} \quad (\text{A4-6})$$

où $\delta(r-r')$ représente la fonction de Dirac au sens des convolutions et δ_{ln} est l'opérateur de Kronecker. L'équation de Navier (A4-6) devient dans l'espace de Fourier :

$$C_{ijkl} \tilde{G}_{jn}^C k_i k_k = \delta_{ln}. \quad (\text{A4-7})$$

Démonstration de (A4-2) :

Dans l'espace de Fourier, (A4-2) est équivalente à :

$$\tilde{\sigma}_{ij} k_i = 0 \Leftrightarrow \tilde{I}_{mnpq}^C S_{pqij} \tilde{\sigma}_{ij} = 0. \quad (\text{A4-8})$$

- on suppose que $\tilde{\sigma}_{ij} k_i = 0$, par conséquent :

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{mnpq}^C S_{pqij} \tilde{\sigma}_{ij} &= \tilde{I}_{mnij}^C \tilde{\sigma}_{ij} = \frac{1}{2} (\tilde{G}_{jm}^C k_i k_n + \tilde{G}_{jn}^C k_i k_m) \\ &= \frac{1}{2} (\tilde{G}_{jm}^C k_n + \tilde{G}_{jn}^C k_m) \tilde{\sigma}_{ij} k_i = 0. \end{aligned} \quad (\text{A4-9})$$

- inversement, si $\tilde{I}_{mnpq}^C S_{pqij} \tilde{\sigma}_{ij} = 0$, alors :

$$(\tilde{G}_{jm}^c k_n + \tilde{G}_{jn}^c k_m) \tilde{\sigma}_{ij} k_i = 0, \quad (\text{A4-10})$$

et nécessairement : $\tilde{\sigma}_{ij} k_i = 0$.

Démonstration de (A4-3) :

- on suppose un champ de déformation ε cinématiquement admissible. On a alors :

$$\varepsilon = \nabla^s \underline{u}, \quad \underline{u}^d = E \cdot \underline{x} \text{ sur } \partial V. \quad (\text{A4-11})$$

On introduit la décomposition suivante :

$$\varepsilon = E + \varepsilon' \text{ avec } \varepsilon' = \nabla^s \underline{u}'. \quad (\text{A4-12})$$

En notant que $\Pi^C * E = 0$, on obtient $\Pi^C * \varepsilon = \Pi^C * \varepsilon'$, ce qui mène à :

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}_{mnij}^c \tilde{\varepsilon}'_{ij} &= \tilde{\Gamma}_{mnij}^c C_{ijkl} \tilde{u}'_{k,l} \\ &= \frac{1}{2} (\tilde{G}_{jm}^c k_n k_i + \tilde{G}_{jn}^c k_i k_m) C_{ijkl} \tilde{u}'_l i k_k. \end{aligned} \quad (\text{A4-13})$$

En prenant en compte l'équation (A4-7), on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}_{mnij}^c \tilde{\varepsilon}'_{ij} &= \frac{1}{2} (C_{ijkl} \tilde{G}_{jn}^c k_k k_i i k_m + C_{ijkl} \tilde{G}_{jm}^c k_i k_k i k_n) \tilde{u}'_l \\ &= \frac{1}{2} (\delta_{ln} i k_m + \delta_{lm} i k_n) \tilde{u}'_l = \frac{1}{2} (\tilde{u}'_{n,m} + \tilde{u}'_{m,n}) = \tilde{\varepsilon}'_{mn} = \tilde{\varepsilon}_{mn} - \tilde{E}_{mn}. \end{aligned} \quad (\text{A4-14})$$

et finalement :

$$\Pi^C * \varepsilon' = \Pi^C * \varepsilon = \varepsilon - E. \quad (\text{A4-15})$$

- inversement, si $\Pi^C * \varepsilon = \nabla^s \underline{u} - E$, en appliquant cette égalité à la frontière ∂V , on en déduit directement :

$$u_i = E_{ij} x_j \text{ sur } \partial V. \quad (\text{A4-16})$$

En introduisant la décomposition :

$$u_i = u_i^d + u'_i, \quad (\text{A4-17})$$

avec : $u_i^d = E_{ij} x_j$, il vient :

$$\nabla^s \underline{u} - E = \nabla^s \underline{u}'. \quad (\text{A4-18})$$

Ainsi, on a d'après (A4-7) :

$$\tilde{I}^C_{mnij} \tilde{\varepsilon}'_{ij} = \tilde{u}'_{n,m} = \delta_{ln} \tilde{u}'_{l,m} = C_{ijkl} \tilde{G}^C_{jn} k_k k_l i k_m \tilde{u}'_l i k_m = -C_{ijkl} \tilde{G}^C_{jn,im} \tilde{u}'_{l,k}, \quad (\text{A4-19})$$

telle que :

$$\frac{I}{2} (\tilde{u}'_{n,m} + \tilde{u}'_{m,n}) = -\frac{I}{2} (\tilde{G}^C_{jn,im} + \tilde{G}^C_{jm,in}) C_{ijkl} \tilde{u}'_{l,k} = \tilde{I}^C_{mnij} C_{ijkl} \tilde{u}'_{l,k}. \quad (\text{A4-20})$$

Avec : $\nabla^s \underline{u}' = \Pi^C * \nabla^s \underline{u}'$, on trouve :

$$\nabla^s \underline{u} - E = \Pi^C * \nabla^s \underline{u} = \Pi^C * \varepsilon. \quad (\text{A4-21})$$

d'où finalement :

$$\varepsilon = \nabla^s \underline{u}. \quad (\text{A4-22})$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Krö86] KRÖNER, E. (1986) Statistical modelling. In : *Modelling small deformations of polycrystals*, Gittus, E. and Zarka, E. (eds.), Elsevier Appl. Sci. Pub., London, New York, 229-291.
- [Krö89] KRÖNER, E. (1989) Modified Green Functions in the Theory of Heterogeneous and/or Anisotropic Linearly Elastic Media. In : *Micromechanics and Inhomogeneity*, Weng, G.J., Taya, M., Abe, M. (eds.), Springer Verlag, Berlin, Germany, 197-211.
- [Kun81a] KUNIN, I.A. (1981) An algebra of tensor operators and its applications to elasticity. *Int. J. Engng. Sci.* **19**, No. 12, 1551-1561.
- [Kun81b] KUNIN, I.A. (1981) Projection operator in continuum mechanics. In : *Continuum Models of Discrete Systems 4*, North-Holland, Amsterdam, 179-187.
- [Kun83] KUNIN, I.A. (1983) Elastic Media with Microstructure II : Three Dimensional Models. In : *Springer Series in Solid State Sciences* **44**, Kröner E. (ed.), Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo.
- [Mur82] MURA, T (1982) *Micromechanics of defects in solids*, Martinus Nijhoff, The Hague.

ANNEXE 5

Solution autocohérente viscoplastique pure

ANNEXE 5

Solution autocohérente viscoplastique pure

Les équations du problème viscoplastique pur sont les suivantes :

$$\dot{\varepsilon} = m : \sigma \text{ ou } \sigma = b : \dot{\varepsilon} \quad (\text{A5-1})$$

$$\text{div} \sigma = 0 \quad (\text{A5-2})$$

$$\dot{\varepsilon} = \nabla^s \underline{\dot{u}} \quad (\text{A5-3})$$

$$\underline{\dot{u}}^d = \dot{E} \cdot \underline{x} \text{ sur } \partial V \quad (\text{A5-4})$$

Dans (A5-1), m et b sont respectivement les tenseurs des complaisances et des modules viscoplastiques locaux.

On introduit un milieu de référence avec un tenseur de complaisances viscoplastiques homogène sécant M (le tenseur de modules viscoplastiques homogène est noté B) tel que :

$$m(r) = M + \delta m(r), \quad b(r) = B + \delta b(r). \quad (\text{A5-5})$$

En utilisant simultanément les décompositions décrites par (A5-5), la loi de comportement purement viscoplastique selon la formulation sécante (A5-1), la relation de compatibilité cinématique (A5-3), les conditions au frontière (A5-4) et l'équation d'équilibre (A5-2), on trouve l'équation intégrale du problème viscoplastique pur :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \Gamma^B * (\delta b : \dot{\varepsilon}), \quad (\text{A5-6})$$

où « $*$ » désigne le produit de convolution spatial et Γ^B est le tenseur de Green modifié associé au milieu de référence B défini (de la même manière qu'en élasticité) par :

$$\Gamma_{mnij}^B (r - r') = -\frac{I}{2} (G_{jn,im}^B (r - r') + G_{jm,in}^B (r - r')), \quad (\text{A5-7})$$

où G^B est le tenseur de Green associé à B .

L'équation intégrale (A5-6) est de la même forme que celle obtenue classiquement pour le problème élastique linéaire. L'approximation autocohérente, décrite de manière détaillée dans le paragraphe III.2.2.2. du chapitre III, fournit alors, dans le cas du problème viscoplastique pur, l'équation de localisation suivante :

$$\dot{\varepsilon} = A^{B^e} : \dot{E}, \quad (\text{A5-8})$$

où A^{B^e} est le tenseur de localisation du taux de déformation de viscoplastique pur, associé au tenseur des modules viscoplastiques effectifs B^e , et défini par :

$$A^{B^e} = \left(I + \Gamma_l^{B^e} : \delta b^e \right)^{-1}, \quad \delta b^e = b - B^e, \quad (\text{A5-9})$$

où $\Gamma_l^{B^e}$ est la partie locale de Γ^{B^e} .

B^e est défini par :

$$B^e = \overline{b : A^{B^e}}, \quad A^{B^e} = I. \quad (\text{A5-10})$$

La prédiction du champ cinématiquement admissible $\dot{\varepsilon}$ défini par (A5-8) est donc approchée par le choix de la solution autocohérente viscoplastique pure.

ANNEXE 6

Influence des paramètres d'entrée du modèle sur les courbes de traction

ANNEXE 6

Influence des paramètres d'entrée du modèle sur les courbes de traction

Dans cette annexe, on étudie l'influence des paramètres d'entrée du modèle en traction en utilisant le jeu de paramètres de référence identifié pour les aciers doux (cf. tableau IV.7., paragraphe IV.4.3.1., chapitre IV). Ainsi, on fait varier chaque paramètre dans une fenêtre admissible en maintenant les autres fixes et égales aux valeurs données dans le tableau IV.7.. Les résultats numériques sont présentés pour deux vitesses de déformation : $\dot{E}=0,008s^{-1}$ (traction quasi-statique) et $\dot{E}=105s^{-1}$ (traction dynamique).

Influence des paramètres viscoplastiques en traction dynamique

A chaque vitesse de déformation, plus $\dot{\gamma}_0$ est élevé, plus les courbes d'écrouissage sont abaissées, et, on constate de plus, que plus la vitesse de déformation est élevée, plus l'écart entre les courbes $\Delta\Sigma$ pour différents $\dot{\gamma}_0$ est grand (figures A6.1. et A6.2.). En modifiant $\dot{\gamma}_0$, le coefficient d'écrouissage des courbes de traction est inchangé.

ΔG a une influence sur la sensibilité à la vitesse de déformation du matériau (figures A6.3. et A6.4.). En augmentant ΔG de 0,431eV à 1,293eV (valeurs admissibles données par la littérature), on réduit fortement la sensibilité à la vitesse de déformation. Ce paramètre a peu d'impact sur le coefficient d'écrouissage.

D'après le paragraphe II.2.2.3. (cf. chapitre II), p et q prennent des valeurs comprises entre 0 et 1 pour p et entre 1 et 2 pour q . Ainsi, en faisant varier p de 0,5 à 1 (figures A6.5. et A6.6.), la sensibilité à la vitesse de déformation est diminuée. De la même manière que le paramètre ΔG , p a peu d'influence sur le coefficient d'écrouissage. En étudiant l'influence de q pour les deux valeurs 1 et 2 (figures A6.7. et A6.8.), on observe qu'une augmentation de q fait croître la sensibilité à la vitesse. On constate de plus qu'avec une valeur faible ($q=1$), un saut de contrainte anormal a lieu pour $\dot{E}=105s^{-1}$. Pour cette valeur de q , une dissipation simulée importante apparaît, ce qui provoque un adoucissement thermique important et donc un coefficient d'écrouissage observé négatif (figure A6.8.).

Influence de $\dot{\gamma}_0$:

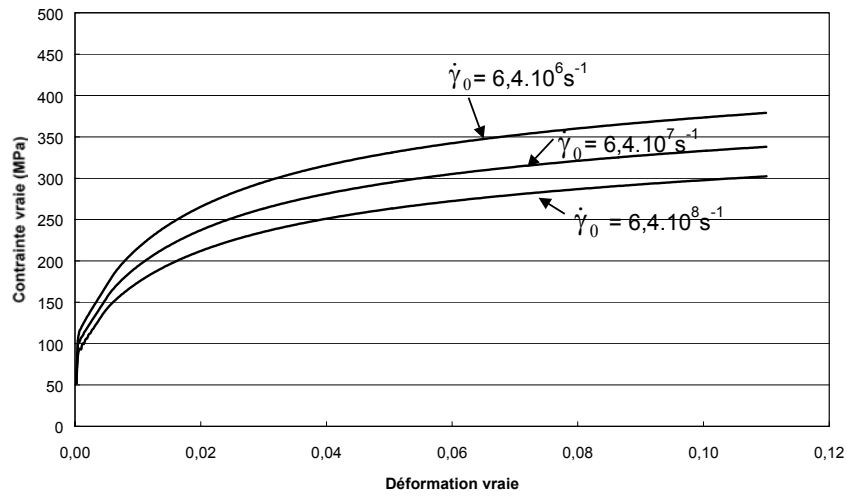


Figure A6.1. Influence de $\dot{\gamma}_0$ pour une vitesse de déformation de 0.008 s^{-1} .

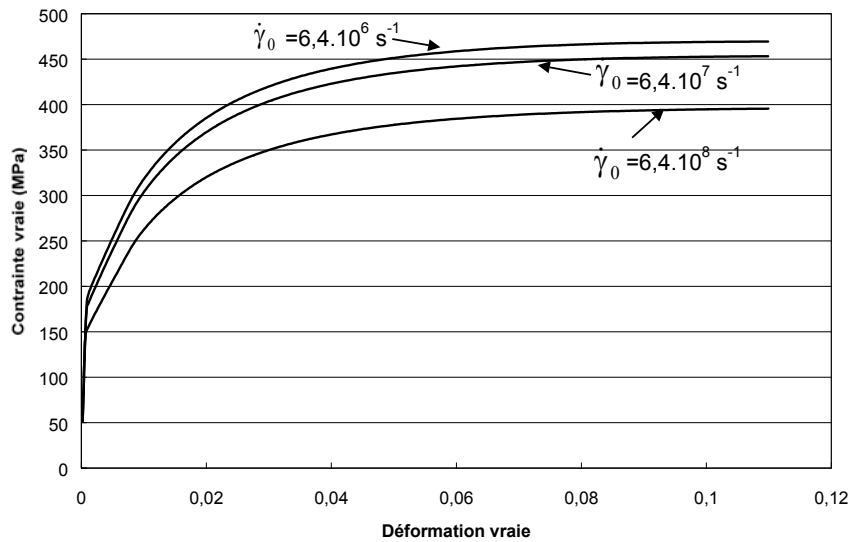


Figure A6.2. Influence de $\dot{\gamma}_0$ pour une vitesse de déformation de 105 s^{-1} .

Influence de ΔG :

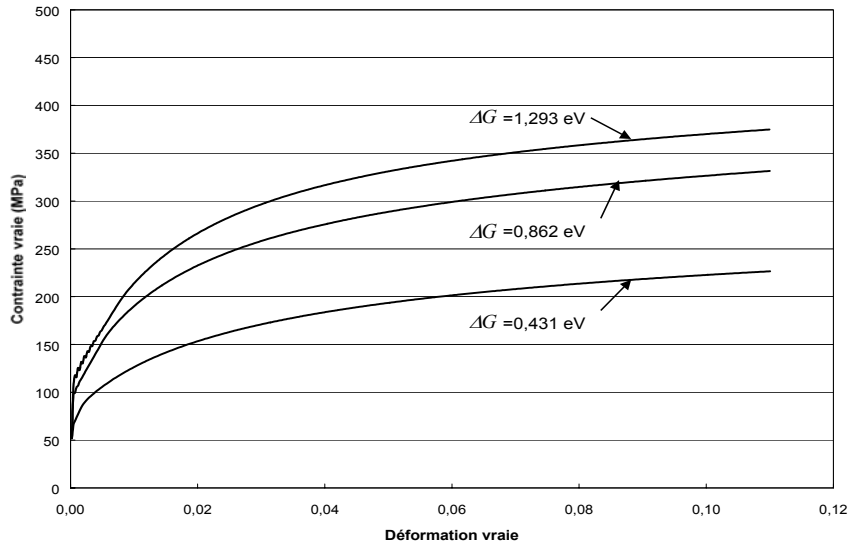


Figure A6.3. Influence de ΔG pour une vitesse de déformation de 0.008s^{-1} .

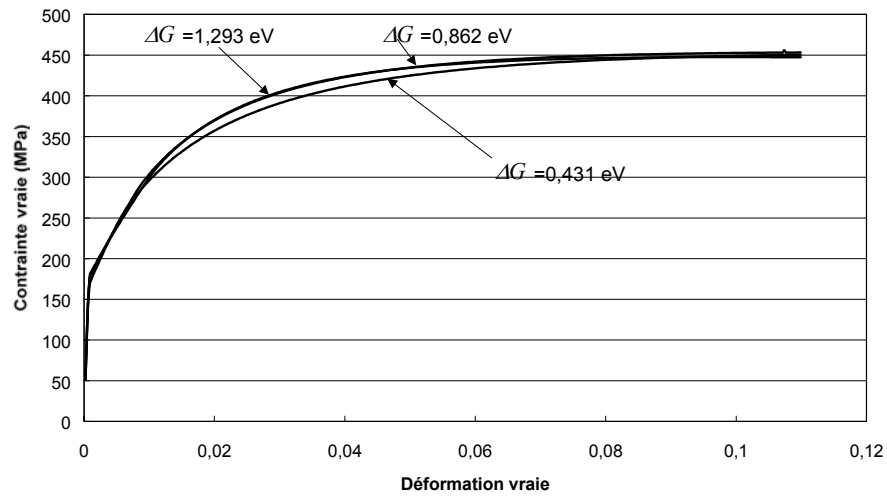


Figure A6.4. Influence de ΔG pour une vitesse de déformation de 105s^{-1} .

Influence de p :

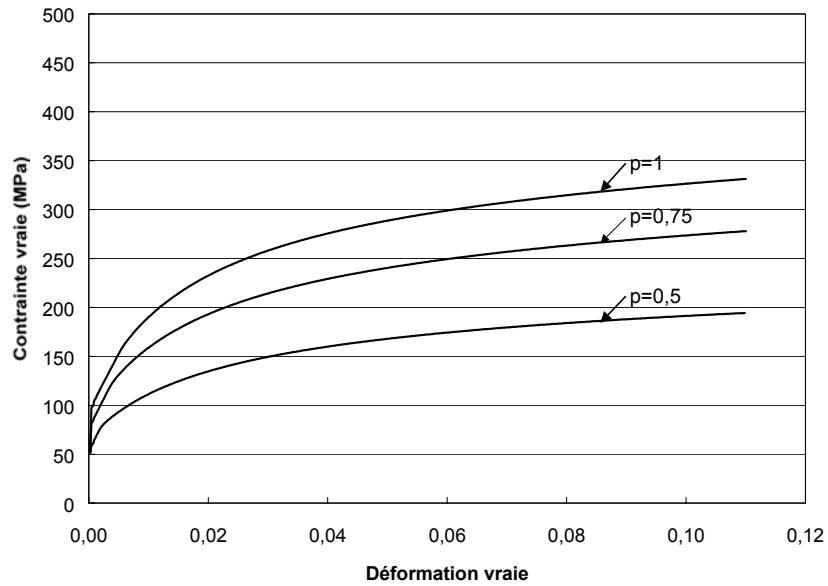


Figure A6.5. Influence de p pour une vitesse de déformation de 0.008s^{-1} .

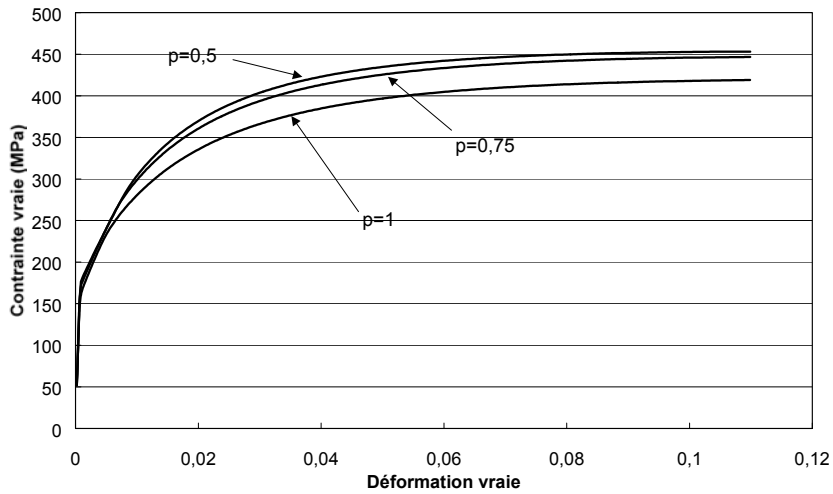


Figure A6.6. Influence de p pour une vitesse de déformation de 105s^{-1} .

Influence de q :

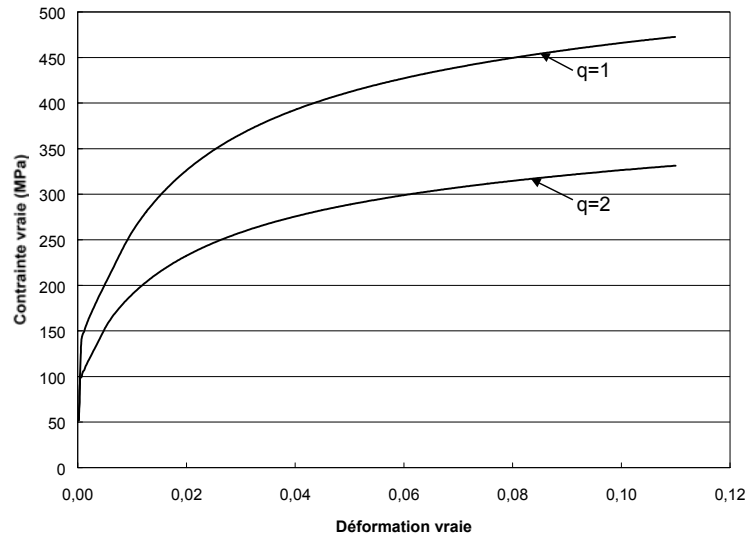


Figure A6.7. Influence de q pour une vitesse de déformation de 0.008s^{-1} .

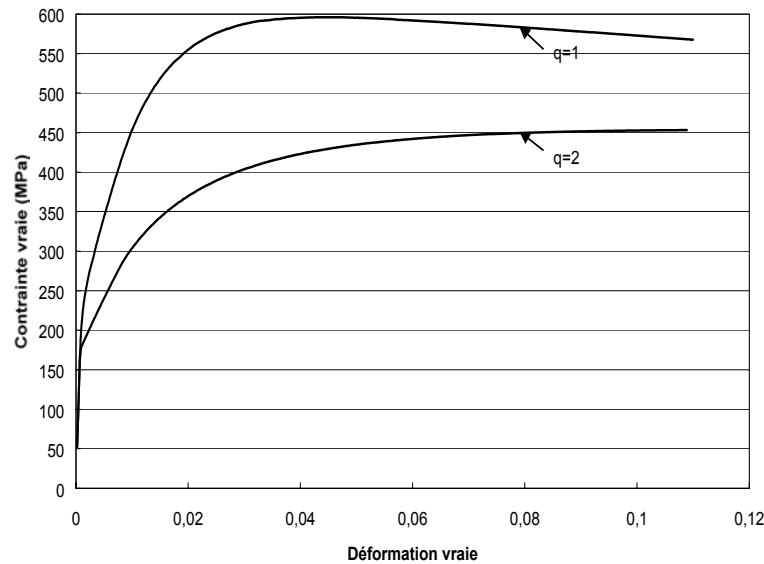


Figure A6.8. Influence de q pour une vitesse de déformation de 105s^{-1} .

Influence des paramètres d'écrouissage en traction dynamique

Tout d'abord, une augmentation du paramètre τ_r^0 décale les courbes vers le haut (figures A6.9. et A6.10.). La limite élastique du matériau est donc augmentée de la même

manière. Concernant ρ^0 , ce paramètre a très peu d'influence lorsque l'on passe d'une densité de dislocations initiale par système de glissement de 10^8m^{-2} à 10^{10}m^{-2} (figures A6.11. et A6.12.). Il faut attendre $\rho^0 = 10^{11} \text{m}^{-2}$ pour avoir un adoucissement à grande déformation dû aux effets d'annihilation des dislocations. Pour la gamme étudiée, ρ^0 a peu d'effets remarquables sur la limite élastique qui est gouvernée essentiellement par τ_r^0 . Les paramètres $\beta(y_c)$ et K n'ont pas d'influence sur la limite élastique. Une augmentation très légère de $\beta(y_c)$ (figures A6.13. et A6.14.) diminue le taux d'écrouissage pour les deux vitesses de déformation étudiées. Une augmentation du paramètre K diminue également le taux d'écrouissage (figures A6.15. et A6.16.).

Influence de τ_r^0 :

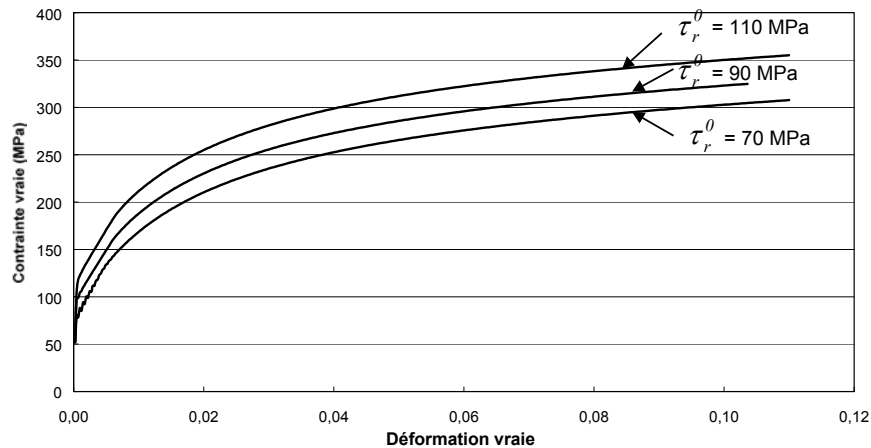


Figure A6.9. Influence de τ_r^0 pour une vitesse de déformation de 0.008s^{-1} .

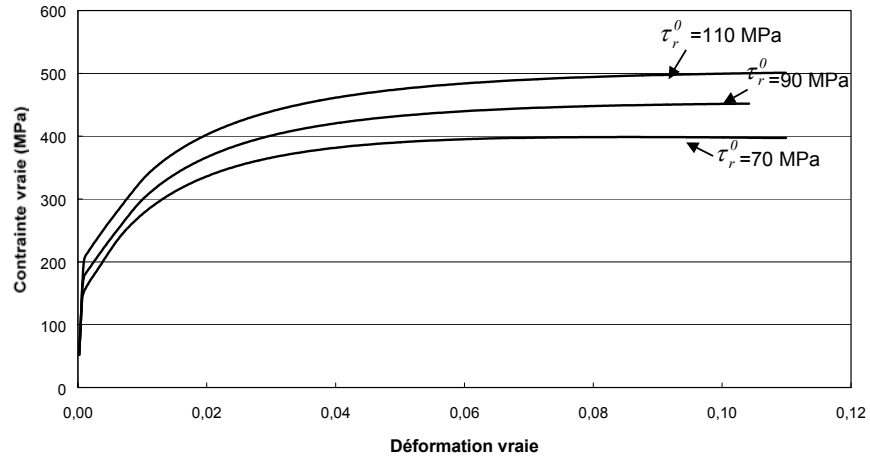


Figure A6.10. Influence de τ_r^0 pour une vitesse de déformation de 105s^{-1} .

Influence de ρ^0 :

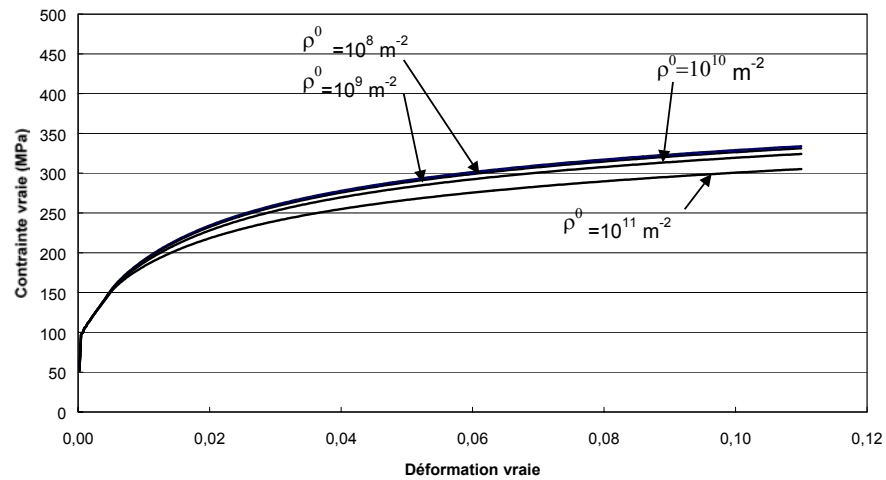


Figure A6.11. Influence de ρ^0 pour une vitesse de déformation de 0.008s^{-1} .

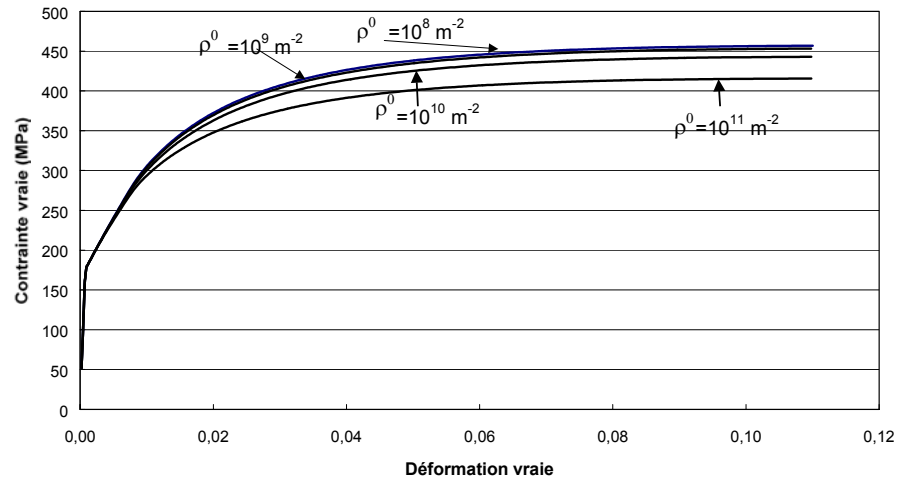


Figure A6.12. Influence de ρ^0 pour une vitesse de déformation de 105s^{-1} .

Influence de $\beta(y_c)$:

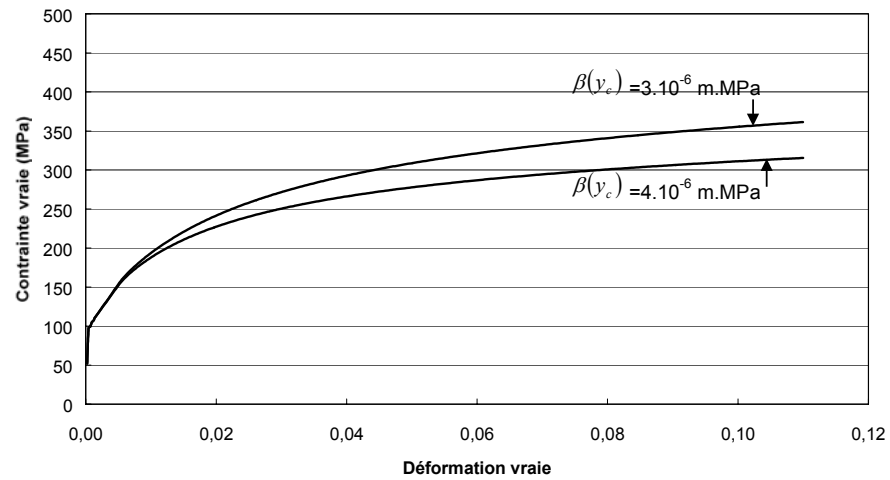


Figure A6.13. Influence de $\beta(y_c)$ pour une vitesse de déformation de 0.008s^{-1} .

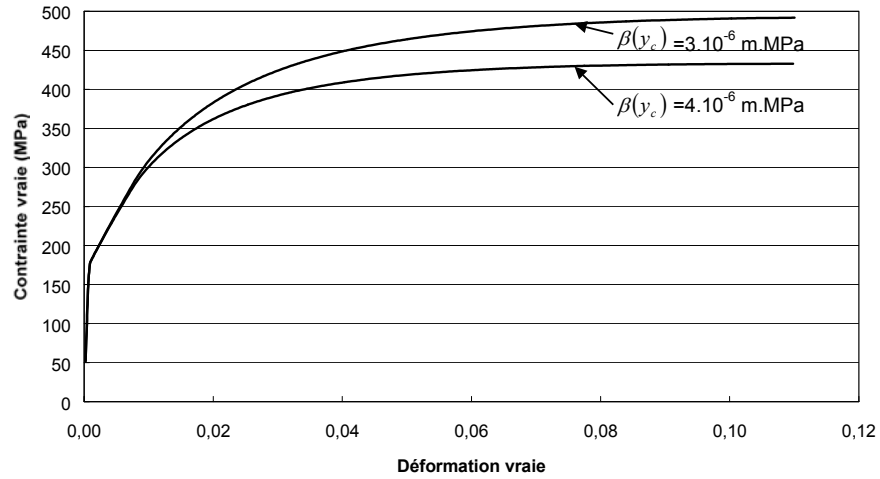


Figure A6.14. Influence de $\beta(y_c)$ pour une vitesse de déformation de 105s^{-1} .

Influence de K :

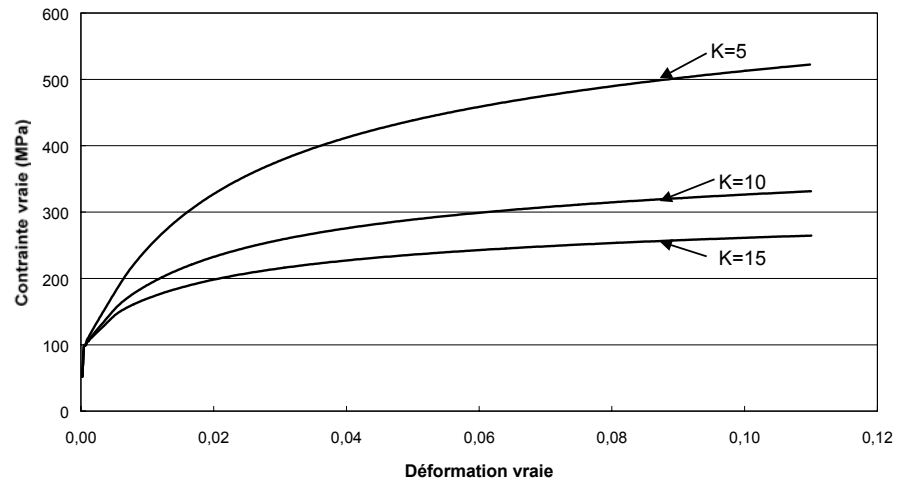


Figure A6.15. Influence de K pour une vitesse de déformation de 0.008s^{-1} .

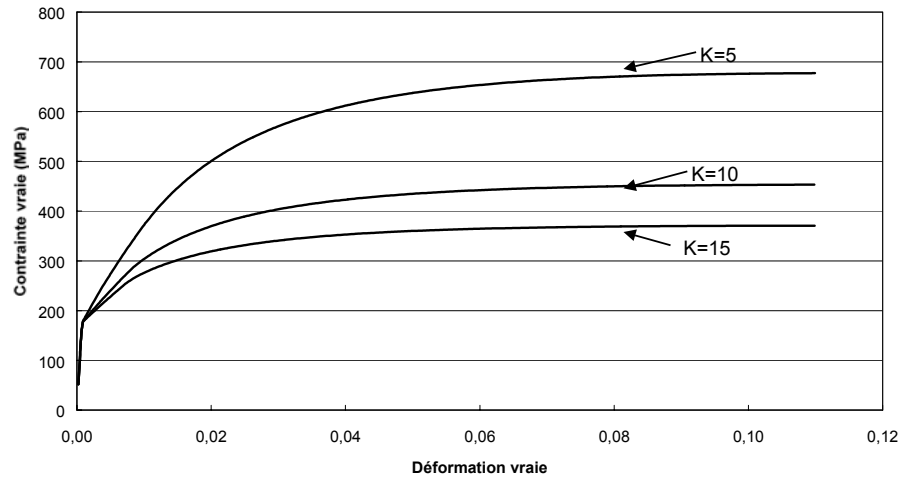


Figure A6.16. Influence de K pour une vitesse de déformation de 105s^{-1}

Influence des paramètres thermo-mécaniques

En faisant varier a de 4 à 16, peu d'influence est observée en traction quasi-statique (condition supposée isotherme) (figure A6.17.). Au contraire, une augmentation de l'adoucissement a lieu en traction dynamique (condition supposée adiabatique) lorsque l'on augmente le paramètre a (figure A6.18.). Pour étudier l'influence de τ , les courbes contrainte/déformation et les courbes d'échauffement sont reproduites pour les deux vitesses de déformation (figures A6.19. à A6.22.). D'après la figure (A6.20), on observe que la valeur identifiée pour τ ($\tau = 2 \cdot 10^{-2}$ s) vérifie des conditions isothermes pour $\dot{E} = 0,008\text{s}^{-1}$. A forte vitesse de déformation ($\dot{E} = 105\text{s}^{-1}$), les conditions thermiques sont purement adiabatiques car une variation de τ ne modifie ni les courbes contrainte/déformation, ni les courbes d'échauffement (figures A6.21. et A6.22.).

Influence de a :

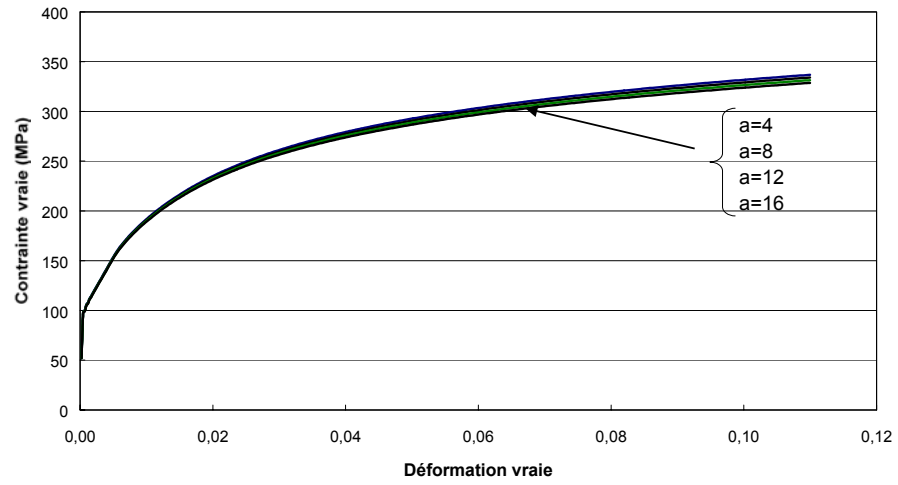


Figure A6.17. Influence de a pour une vitesse de déformation de $0.008s^{-1}$.

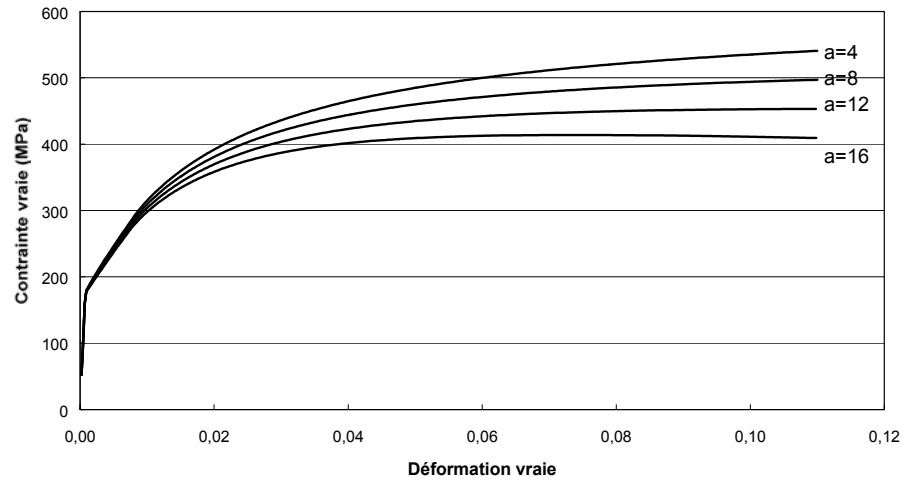


Figure A6.18. Influence de a pour une vitesse de déformation de $105s^{-1}$.

Influence de τ :

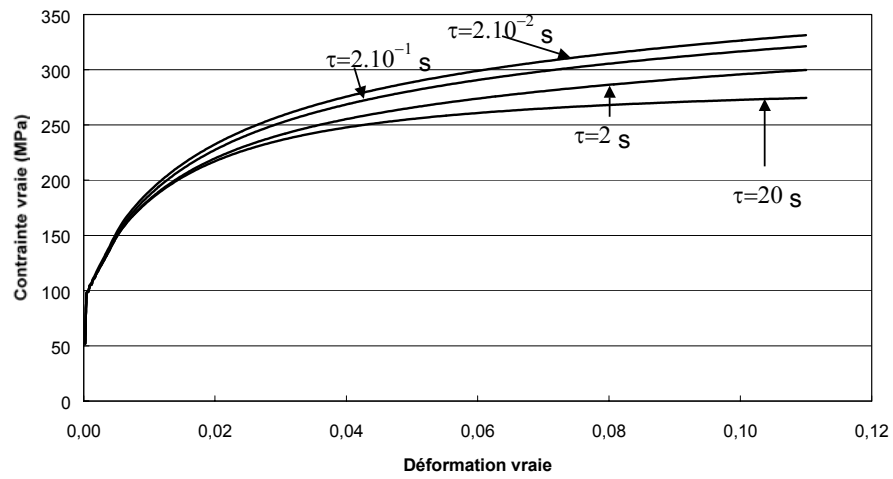


Figure A6.19. Influence de τ sur les courbes de traction pour une vitesse de déformation de 0.008 s^{-1} .

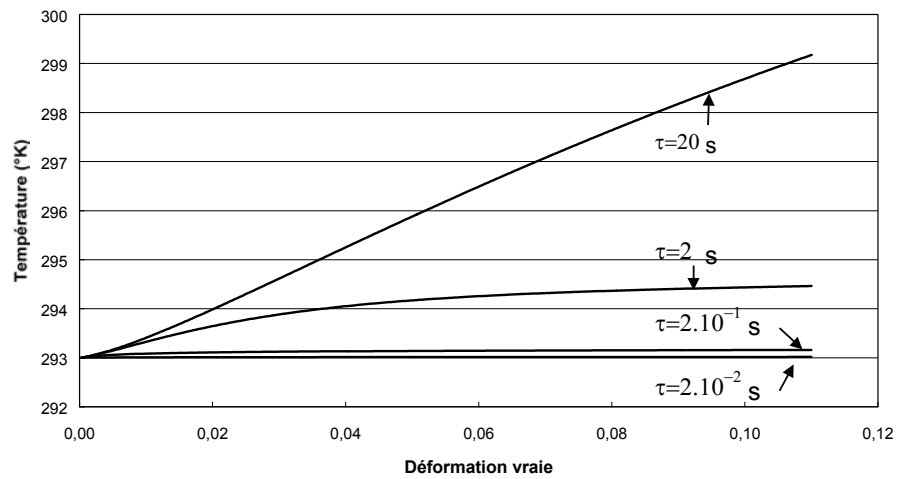


Figure A6.20. Influence de τ sur l'échauffement au cours de l'essai de traction pour une vitesse de déformation de 0.008 s^{-1} .

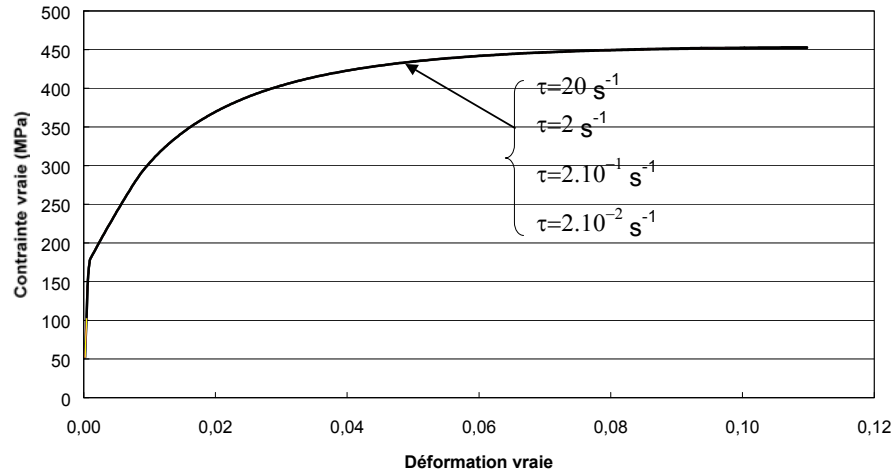


Figure A6.21. Influence de τ sur les courbes de traction pour une vitesse de déformation de 105 s^{-1} .

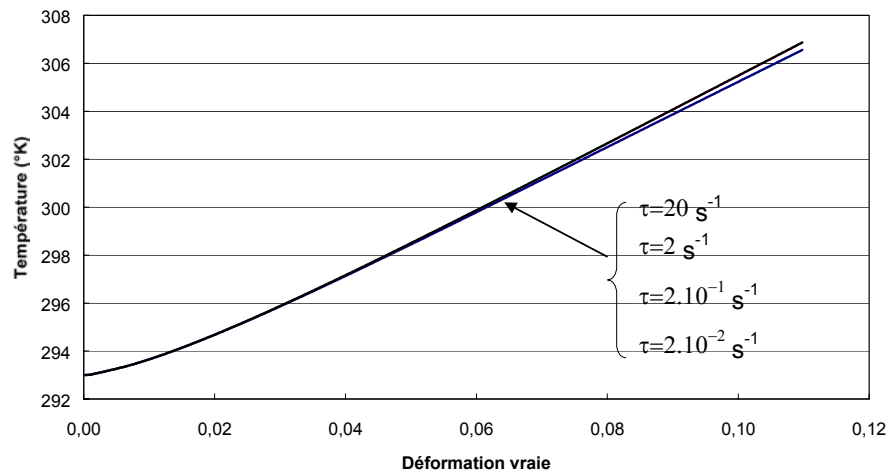


Figure A6.22. Influence de τ sur l'échauffement au cours de l'essai de traction pour une vitesse de déformation de 105 s^{-1} .