



**HAL**  
open science

**Modélisation numérique du couplage entre  
l'endommagement et la perméabilité des roches.  
Application à l'étude des ouvrages de stockage  
souterrain**

Keyvan Maleki

► **To cite this version:**

Keyvan Maleki. Modélisation numérique du couplage entre l'endommagement et la perméabilité des roches. Application à l'étude des ouvrages de stockage souterrain. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2004. Français. NNT : 2004ENPC0014 . pastel-00000885

**HAL Id: pastel-00000885**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00000885>**

Submitted on 10 Sep 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE**  
*Pour obtenir le grade de*  
**DOCTEUR**  
**DE**  
**L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES**

*Spécialité*  
**Structures et Matériaux**

*Présentée par*  
**Keyvan MALEKI**

---

**MODÉLISATION NUMÉRIQUE DU COUPLAGE ENTRE  
L'ENDOMMAGEMENT ET LA PERMÉABILITÉ  
DES ROCHES**  
**APPLICATION À L'ÉTUDE DES OUVRAGES DE STOCKAGE  
SOUTERRAIN**

---

*Soutenue le 5 Mars 2004*  
*Devant le jury composé de Messieurs :*

<b>Pierre</b>	<b>BEREST</b>	<i>Président</i>
<b>Marc</b>	<b>BOULON</b>	<i>Rapporteur</i>
<b>Jack-Pierre</b>	<b>PIGUET</b>	<i>Rapporteur</i>
<b>Thierry</b>	<b>LASSABATERE</b>	<i>Examineur</i>
<b>Ahmad</b>	<b>POUYA</b>	<i>Directeur de thèse</i>
<b>Patrick</b>	<b>DANGLA</b>	<i>Codirecteur de thèse</i>

**Keyvan MALEKI**

**Modélisation numérique du couplage entre l'endommagement et la perméabilité des roches  
Application à l'étude des ouvrages de stockage souterrain**

**Thèse ENPC 2004**



## **Modélisation numérique du couplage entre l'endommagement et la perméabilité des roches**

### **Application à l'étude des ouvrages de stockage souterrain**

Le couplage entre l'endommagement et la perméabilité des roches suscite un intérêt grandissant pour des applications industrielles. C'est le cas par exemple du problème de la fissuration autour des galeries (**EDZ**)<sup>1</sup> de stockage de déchets radioactifs qui peut augmenter considérablement la perméabilité et constituer de ce fait, un risque sérieux pour l'étanchéité et la sûreté de ces ouvrages. Le même phénomène peut se produire dans le béton des enceintes des centrales nucléaires ainsi que dans les roches réservoirs pétrolifères.

Des recherches à caractère expérimental sur ce sujet, particulièrement au laboratoire G.3S-LMS de l'Ecole Polytechnique, ont permis de déterminer les ordres de grandeur de l'effet de l'endommagement sur la perméabilité. Mais une modélisation numérique de ce phénomène permettant d'établir des lois rhéologiques restait à faire, et c'était l'objectif principal de ce travail.

Dans cette thèse, la notion d'**endommagement de fissuration** est tout d'abord définie. Cet endommagement est représenté par une distribution de fissures sous forme de disques dans l'espace. Les paramètres des disques (coordonnées des centres, rayons, orientations et ouvertures) obéissent à des lois statistiques dépendant de la nature du chargement (compression, extension); les limites supérieures et inférieures des coordonnées sont fixées à partir d'observations réelles effectuées sur les argilites (roche ciblée pour la réalisation d'un laboratoire de stockage souterrain). Afin de modéliser l'endommagement dans le milieu poreux, l'aspect **double porosité** est prise en compte. Une méthode d'homogénéisation est employée pour simuler l'écoulement à travers le réseau des fissures et des pores et pour calculer la perméabilité équivalente du milieu fissuré. L'étude des corrélations entre les valeurs de perméabilité et d'endommagement, obtenues par ce procédé pour différents états de fissuration, a permis d'établir une relation entre l'endommagement de fissuration et la perméabilité, pour les cas de chargements classiques comme l'extension simple et la compression simple. Mais pour généraliser cette relation au cas d'un chargement triaxial quelconque, l'endommagement de fissuration est mis en relation avec la notion de l'**endommagement mécanique**, issu d'un modèle mécanique reliant l'endommagement aux contraintes et aux déformations.

Finalement, la loi de comportement poro-mécanique avec endommagement est implantée dans le code de calcul aux éléments finis «CESAR-LCPC». La modélisation d'une galerie souterraine a démontré la faisabilité du calcul de l'endommagement dans le massif par cette méthode, ce qui permet par conséquent de déterminer l'évolution de la perméabilité et la variation du débit d'exhaure entrant dans la galerie en fonction de cet endommagement.

**Mots clés:** endommagement, perméabilité, argilites, loi de distribution, roche, massif fracturé, EDZ, fissure, stockage de déchets radioactifs, écoulement, double porosité, milieu poreux, CESAR.

## **Numerical modeling of the interaction between damage and permeability in rocks**

### **Application for the storage of radioactive waste in deep galleries**

The relation between damage and permeability in rocks is an important subject in industrial applications. Take, for example, the case of cracks around radioactive waste storage galleries (**EDZ**)<sup>1</sup> which can considerably increase the permeability of the rocks and thus create a serious problem for the sealing and safety of these structures. The same phenomena can occur in the surrounding concrete walls of nuclear power stations and also in the cracking of oil-bearing rock reservoirs.

Experimental research on this subject, especially in the G3S-LMS laboratory at the Ecole Polytechnique, has made it possible to determine the magnitude of the damage which brings on permeability change. One study remaining to be done was the numerical modeling of these phenomena to establish a constitutive behavior law to define the interaction of damage and permeability. This is the principal objective of this thesis.

In this study, the notion of **crack damage** is first defined, and then is modeled by a disc-shaped distribution in three-dimensional space. The disc's geometrical characteristics (radius, direction and opening) obey the laws of statistical distribution, which depend on type of loading (compression or extension). The upper and lower limits of these characteristics are selected according to actual observations carried out on claystone (the host rock selected for the realization of an underground research laboratory). In order to model the damage in porous media, the concept of **double porosity** is used. A homogenization method is employed to simulate the flow through the network of cracks and porosity and to evaluate the equivalent permeability of the fractured porous media. The study of the correlations between permeability and damage, obtained by this method for various values of fracture density, has made it possible to establish a connection between permeability and crack damage for classical types of loading such as simple extension and simple compression. However, to generalize this connection to any specified triaxial loading, a relation between the crack damage and the notion of **mechanical damage** has also been established. The mechanical damage is calculated by a mechanical model which is connected to stress and strain.

As a result, the concept of damage has been added to the law of poro-mechanical behavior and implemented into the finite element computer program «CESAR-LCPC». This method of modeling of an underground gallery demonstrates the feasibility of damage calculations and allows us to compute the evolution of the permeability and the variation of flow entering a gallery as a function of this damage.

**Keywords:** damage, permeability, claystone, distribution law, rock, fractured solid mass, EDZ, crack, radioactive waste storage, flow, double porosity, porous media, CESAR.

---

1) *Excavation Disturbed Zone*

*À mes parents.*

*Ne troublons pas l'eau ...*

*En aval peut-être, un pigeon boit de l'eau*

*Ou dans le bosquet lointain, un pinson lave les plumes*

*Ou dans un village, une jarre se remplit*

*Ne troublons pas l'eau ...*

*Peut-être, cette eau coulante va au pied d'un peuplier pour*

*laver le chagrin d'un cœur*

*La main d'un derviche peut-être, a plongé le pain sec dans l'eau*

*Quelle est agréable cette eau*

*Sohrab SEPEHRI - Poète Persan*

# Avant Propos

Ce projet de recherche m'a attiré d'emblée car il avait trait à la protection de l'environnement. Il m'a permis de développer mes connaissances scientifiques et a constitué une liaison logique entre mon Master en Hydraulique et mon DEA en Mécanique des Sols.

Pendant ma thèse, j'ai eu la possibilité de travailler avec deux grandes écoles (École Polytechnique et École Nationale des Ponts et Chaussées), trois laboratoires de recherche (GIP G.3S, LMS et LCPC) et deux partenaires industriels (EDF et ANDRA). Cette collaboration multiple a été très enrichissante pour moi.

Un travail de thèse est le fruit d'un travail collectif. Je tiens à remercier ici toutes les personnes m'ayant aidé tout au long de mon parcours.

Je remercie en premier lieu et chaleureusement mon Directeur de thèse, Ahmad POUYA (Directeur de recherche au LCPC et ancien ingénieur-chercheur au G.3S) pour sa disponibilité. Sans ses idées, cette thèse n'aurait pas vu le jour.

Je dois également beaucoup à Pierre BEREST (Professeur à l'École Polytechnique) qui m'a fait l'honneur de présider mon jury. J'ai d'abord profité de son enseignement pendant mon DEA et il m'a accueilli par la suite au sein du Laboratoire G.3S-LMS dont il était à l'époque le Directeur. Il a suivi de près mon travail et ses commentaires ont permis d'améliorer nettement celui-ci. Je lui exprime ici ma profonde gratitude.

Je remercie vivement Patrick DANGLA, Co-Directeur de thèse pour ses conseils en calcul numérique. J'ai apprécié sa disponibilité malgré un emploi du temps chargé entre le LCPC et le LMSCG.

Marc BOULON (Professeur à l'Université J.Fourier de Grenoble) et Jack-Pierre PIGUET (Professeur à l'École des Mines de Nancy et Directeur du laboratoire de Bure, consacré au stockage des déchets radioactifs) ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Leurs rapports et l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail l'ont mis en valeur et je les en remercie vivement.

Je remercie Thierry LASSABATERE (EDF) pour avoir accepté d'être membre de mon jury, ainsi qu'Alexis COURTOIS (EDF), Nasser HOTEIT et Kun SU (ANDRA). J'ai beaucoup appris au cours des réunions d'avancement de projet que nous avons eues ensemble.

Je remercie vivement les membres du G.3S-LMS à l'École Polytechnique : Serge CHANCHOLE, Directeur du G.3S, notamment pour son soutien dans ma période de fin de thèse, sans oublier ceux qui restaient et ceux qui partaient : Behrooz BAZARGAN, Marc BONNET, Anis BOUNENNI, Benoît BROUARD, Philippe COSENZA, François COSTE, Irini DJERAN-MAIGRE, Frédéric DONZÉ, Jérôme GAOMBALET, Muriel GASC-

BARBIER, Mehdi GHOREYCHI, Bernard HALPHEN, Rose HAMZA, Pascale HENNION, Hanan KHARKHOUR, René HERBEZ, Sophie KEYSER, Ayumi KUROSE, Brice LECAMPION, Laurent MALINSKY, Duc NGUYEN MINH, Daniel THEVAL, Quoc Thai PHAM, Pierre VALLI, Frédéric VALES,... et bien évidemment Liliane QUÉRU.

Mes remerciements vont également au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) pour m'avoir accordé une bourse, ainsi qu'à Sophie COQUILLAY, Denise De MEYER, Gilles DUBUET, Leïla GHOZALI, Marc KHAM, Tarek KORMI, Lia LEFORT, Nabila LOKMANE, Jean-Pierre MAGNAN, Alain MALDONADO, Sonja MARTEN, Philippe MESTAT, Khaldoun NASREDDINE, Duy NGUYEN PHOUNG, Jaques OCZKOWSKI, Rémi POCHAT, Jean-Louis SALHI, Jean-François SEMBLAT, Jean-Louis TAILHAN, Krisztian VEROK et Nicole TCHANG.

Je remercie aussi toutes les personnes de l'École Polytechnique qui m'ont encouragé, particulièrement les personnels de l'École Doctorale, Josette MONCOURIER et Fabrice BARONNET et du Département d'enseignement des langues, Florent GUSDORF et Géraldine RAYMOND, sans oublier Henri BARDET et Philippe LAVIALLE. Je remercie également mes amis de l'XDOC, association des élèves chercheurs dont j'étais le secrétaire pendant un an : Chiara CAGNAZO, Marcus DEJMEK, Stéphane FIDANZA, Gérard LIPOWSKI, Pierre LOISELEUR et Véronique MONTANDON. J'ai beaucoup appris auprès d'eux. Mes remerciements s'adressent aussi à Ali Reza ALVANDI, Farhad ELMi et Mohamad SEYEDI.

Je remercie l'École Nationale des Ponts et Chaussées pour m'avoir donné la possibilité d'effectuer cette thèse et plus particulièrement les membres du Collège Doctoral, Nicolas BOULEAU, Sophie CAMBON, Marine DANIEL, Marie-Claude MANSAT, Alice TRAN et Claude TU.

Pierre HABIB et Behzad VAHIDA m'ont fait l'honneur d'effectuer la relecture finale de mon manuscrit et leurs conseils ont été très constructifs. Je leur en suis très reconnaissant.

Enfin, je remercie mes parents, ma famille, Ali, Bita et particulièrement Kamran et Shakiba. C'est grâce à eux que j'ai pu venir effectuer ma thèse en France. Merci à Madame RAZAVI, Fariba et Farshad. Un grand merci aussi à Samira pour sa patience et sa présence à mes côtés.

A travers cette thèse j'ai également pu découvrir la France. Ceci est peut-être à mes yeux plus important encore que mon diplôme de doctorat. Je garderai toujours en moi une image très sympathique de ce beau pays.

# Tables des matières

## Principales notations

<b>Introduction générale</b>	1
------------------------------	---

## **Chapitre 1 Stockage souterrain des déchets radioactifs**

1.1. Introduction	3
1.2. Les déchets radioactifs	4
1.3. Les déchets à haute activité et à vie longue (HAVL)	4
1.4. Un historique de la gestion des déchets HAVL	5
1.4.1.L'évolution des recherches sur le stockage géologique	5
1.4.1.1.A l'étranger	6
1.4.1.2.En France	7
1.5. La loi du 30 décembre 1991	8
1.6. Les trois Axes de recherche	8
1.6.1.Les priorités de recherche selon l'axe 2 de la loi de 1991	9
1.7. Programme de recherche	10
1.8. Le concept du stockage en formation géologique	14
1.9. Définition de l'Argilite	18
1.10.Les caractéristiques du site	18
1.11.La zone de roche endommagée (EDZ)	20
1.12.Un problème du stockage souterrain	23
1.13.Conclusion	24

## **Chapitre 2 Endommagement mécanique des argilites**

2.1. Introduction	25
2.2. Mécanismes d'endommagement	26
2.3. Variable d'endommagement	28
2.4. Endommagement élastoplastique anisotrope pour les argilites	29
2.5. Evolution de l'endommagement mécanique-Potentiel thermodynamique	31
2.6. Critère d'endommagement	33
2.7. Critère de plasticité – endommagement	35
2.8. Milieux poreux et endommagement	37
2.9. Conclusion	40

## **Chapitre 3 Description de l'état de fissuration du matériau**

3.1. Introduction	41
3.2. Modèles d'état de fissuration	42
3.2.1. Coordonnées du centre	43
3.2.2. Rayons, épaisseurs et orientations	44
3.2.2.1. Répartition des rayons	46
3.2.2.2. Répartition des épaisseurs	47
3.2.2.3. Fixer les bornes géométriques grâce aux observations in-situ	47
3.2.2.4. Angle $\theta$ et $\phi$	50
3.3. Distribution de $E(\theta)$	51
3.3.1. Distribution trigonométrique de $E(\theta)$	54
3.3.1.1. Cas de l'extension simple	54
3.3.1.2. Cas de la compression simple	57
3.4. Méthode numérique de génération des fissures	60
3.5. Volume Élémentaire Représentatif (VER)	60
3.6. Passage du 3D au 2D pour la modélisation des fissures	62
3.7. Tenseur d'endommagement de fissuration	65
3.7.1. Modèle complet de l'endommagement de fissuration	66
3.8. Conclusion	68

## **Chapitre 4 Méthode de calcul de la perméabilité**

4.1. Introduction	69
4.2. Concept d'écoulement dans un plan de coupe	70
4.3. Perméabilité équivalente	72
4.4. Perméabilité directionnelle	74
4.4.1. Comparaison entre la compression et l'extension	79
4.5. Prise en compte de la perméabilité initiale du milieu poreux	80
4.5.1. Valeurs des paramètres prises en compte pour le réseau de porosité initiale	83
4.6. Conclusion	88

## **Chapitre 5 Couplage entre endommagement et perméabilité**

5.1. Introduction	89
5.2. Modèles existants pour le couplage entre endommagement et perméabilité	90
5.3. Modèle adopté pour le couplage	94
5.4. Schéma général de modélisation	95

5.5. Concept de seuil de percolation	99
5.5.1. Suppression de la porosité initiale	99
5.5.1.1. Compression	100
5.5.1.2. Extension	101
5.5.2. Diminution de l'effet de la porosité initiale	101
5.5.2.1. Compression	102
5.5.2.2. Extension	102
5.6. Comparaison des deux approches	102
5.7. Évolution de la perméabilité avec l'endommagement de fissuration	103
5.7.1. Effet de la variation du nombre de fissures	103
5.7.1.1. Compression simple	105
5.7.1.2. Extension simple	107
5.7.1.3. Extension isotrope	109
5.7.2. Effet de la variation du rayon	110
5.8. Perméabilité directionnelle	112
5.9. Résumé des résultats	114
5.10. Analyse et vérification du modèle	116
5.10.1. Forme d'évolution de l'endommagement avec la perméabilité	116
5.10.1.1. Phase initiale	116
5.10.1.2. Phase secondaire	117
5.10.1.3. Phase finale	117
5.10.2. Ordre de grandeur de l'évolution	119
5.10.3. Type d'équation choisie	120
5.11. Couplage Perméabilité – Endommagement	122
5.12. Conclusion	128

## **Chapitre 6 Modélisation numérique**

6.1. Introduction	129
6.2. Cadre de modélisation	130
6.3. Algorithme du modèle de couplage endommagement–perméabilité	130
6.4. Modélisation de la compression simple	134
6.4.1. Modification des paramètres élastiques	136
6.5. Modélisation d'une galerie de stockage	138
6.5.1. Contraintes	140
6.5.2. Déformation	142
6.5.3. Déplacement	144
6.5.4. Endommagement	145
6.5.5. Perméabilité	146
6.5.6. Pression et Flux	147
6.6. Analyse des résultats	149
6.7. Conclusion	150

<b>Conclusion générale</b>	151
<b>Bibliographie</b>	157
<b>Annexe 1</b> Méthode numérique de génération des états de fissuration suivant différentes lois de distribution	A1.1
<b>Annexe 2</b> Trace d'une fissure dans un plan donné	A2.1
<b>Annexe 3</b> Propriétés de tenseur de perméabilité équivalente	A3.1
<b>Annexe 4</b> Concept de seuil de percolation	A4.1
<b>Annexe 5</b> Effet de la variation du rayon des fissures	A5.1
<b>Annexe 6</b> Perméabilité directionnelle	A6.1

# Principales notations

Paramètres	Définition
$a_1, a_2, a_3, a_4$	Paramètres caractérisant l'effet de l'endommagement sur les propriétés élastiques
A	Vecteur constant
B	Tenseur de Biot
b	Coefficient de Biot
C(D)	Tenseur d'élasticité endommagé (d'ordre 4)
$c_p$	Résistance en traction hydrostatique
$c_{pm}$	Coefficient caractérisant l'impact de l'endommagement sur la plasticité
$C_1, C_2$ et $C_3$	Coefficients caractérisant l'impact de l'endommagement sur la poroplasticité
$D_m$	Tenseur d'endommagement mécanique
$D_n$	Paramètre d'endommagement dans une direction donnée n
$D_f$	Tenseur d'endommagement de fissuration
$E_D$	Module d'Young endommagé dans la direction n
$E_0$	Module d'Young non-endommagé dans la direction n
$E_a$	Raideur axiale
$E_r$	Raideur radiale
e	Epaisseur de fissure
E	Fonction de répartition des orientations de fissures
$E_n$	Fonction de répartition des orientations de fissures dans la direction n
$f^d$	Critère d'endommagement mécanique
$f^p$	Critère de plasticité
f	Densité de probabilité d'une fissure
$f_r$	Fonction de répartition des rayons de fissure
$f_e$	Fonction de répartition des épaisseurs de fissure
F	Tenseur de fabrique
$g^p$	Potentiel plastique
g	Fonction de distribution des orientations, rayons et épaisseurs des fissures
G	Gradient moyen de pression
G	Module de cisaillement.
H	Tenseur lié à l'endommagement
H	Centre du disc de fissure
$J_2$ et $J_3$	Deuxième et troisième invariant de contrainte déviatorique
$K_s$	Module de compressibilité des grains solides
$K_0$	Module de compressibilité drainé
k	Conductivité hydraulique
$K_d$	Tenseur de perméabilité endommagée
$K_U$	Tenseur de perméabilité ultime
$K_i$	Tenseur de perméabilité initiale
$K_v$	Perméabilité équivalente d'un domaine
l	Paramètre représentant le seuil de percolation
M	Tenseur de l'effet de l'endommagement sur la déformation plastique
m	Vecteur normal au plan de fissure
$m'$	Projection du vecteur m sur la surface X - Y
N	Nombre de fissures dans la direction considérée
n	Vecteur unitaire
P	Pression
q	Tenseur déviatorique endommagé

$q$	Débit - Flux
$Q$	Flux moyen
$r_0$ et $r_1$	Coefficients de critère d'endommagement mécanique
$r$	Rayon de fissure
$R$	Rayon de la galerie
$S_t$	Surface totale d'un matériau endommagé
$S_n$	Surface de résistance effective dans la direction $n$
$S$	Tenseur de contrainte déviatorique
$S_1$	Surface de la sphère de rayon unité
$S_f$	Surface de la fissure
$t$	Rapport entre le seuil de plasticité en compression et en extension
$V$	Volume total
$\alpha^p$	Fonction d'écrouissage plastique
$\alpha_0^p$	Seuil initial de l'écoulement plastique
$\alpha^p$	Valeur $\alpha^p$ à la position ultime du domaine élastique
$\beta$	Coefficient reliant la variation de porosité à la pression interstitielle
$\beta$	Constante quantifiant la fraction de dilatation volumique anélastique
$\varepsilon$	Tenseur de déformation totale
$\varepsilon^p$	Tenseur de déformation plastique
$\varepsilon^e$	Tenseur de déformation élastique
$\varepsilon^d$	Tenseur de déformation totale
$\varepsilon_0^e$	Tenseur de déformation élastique initiale
$\varepsilon^+$	Partie positive du tenseur de déformation totale
$\varepsilon^v$	Déformation volumique
$\varepsilon_m$	Déformation volumique moyenne
$\phi$	Porosité
$\phi^p$	Porosité plastique
$\phi$	Angle du vecteur normal de fissure avec l'axe X
$\gamma^p$	Paramètre d'écrouissage
$\kappa$	Variation de la perméabilité en fonction de la déformation plastique
$\lambda$	Coefficient de Lamé
$\lambda^d$	Coefficient d'évolution de l'endommagement mécanique
$\lambda^p$	Coefficient d'évolution de la déformation plastique
$\lambda_r$	Longueur caractéristique de rayon
$\lambda_e$	Longueur caractéristique d'épaisseur
$\mu$	Coefficient de Lamé
$\mu$	Viscosité dynamique du fluide
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\theta$	Angle de Lode
$\theta$	Angle du vecteur normal de fissure avec l'axe Z
$\rho$	Densité volumique des fissures
$\sigma$	Tenseur de contrainte
$\sigma_m$	Tenseur de contrainte équivalente
$\sigma'$	Tenseur de contrainte effective
$\Omega$	Élément de volume
$\xi$	Rugosité de la fissure
$\psi$	Potentiel thermodynamique total
$\psi_e$	Energie libre élastique
$\psi_p$	Energie de l'écrouissage plastique
$\zeta$	Rapport entre les perméabilités directionnelles

## **Introduction générale**

Le couplage entre l'endommagement et la perméabilité des roches suscite un intérêt grandissant pour des applications liées à différents problèmes industriels. On peut citer la fissuration des argilites autour des galeries de stockage de déchets radioactifs, pouvant augmenter considérablement leur perméabilité et constituant, de ce fait, un risque sérieux pour l'étanchéité et la sûreté de ces ouvrages. Mais le même phénomène peut se produire dans le béton des enceintes des centrales nucléaires et poser des risques analogues pour l'étanchéité et la sûreté de ces enceintes. On peut également citer la fissuration des roches réservoirs pétrolifères suite à l'extraction du pétrole et l'augmentation de la contrainte effective dans la roche.

Une spécificité du stockage de déchets radioactifs à haute activité réside dans les processus couplés (mécaniques, hydrauliques, thermiques etc.) mis en jeu. Tous ces phénomènes sont fortement couplés, en grande partie du fait de la présence d'eau dans la roche. On ne peut négliger aucun des effets susceptibles de compromettre la sûreté à long terme du stockage. C'est le cas par exemple de l'endommagement. Ce phénomène ne se traduit pas nécessairement par une incidence majeure sur la tenue mécanique des ouvrages. Toutefois, ce phénomène étant lié à la fissuration du matériau, il peut induire une modification de la perméabilité de la roche et de ses propriétés de confinement. Ces aspects sont très importants dans la conception des ouvrages de stockage souterrains. Il faut donc pouvoir identifier dans quelles conditions cet endommagement apparaît, quelle est son extension autour des ouvrages et quelle est son incidence sur la perméabilité de la roche.

Des recherches sur le couplage perméabilité – endommagement ont été menées dans différents laboratoires et par différentes voies d'approche. Au laboratoire G.3S-LMS (Groupement pour l'étude des Structures Souterraines de Stockage - Laboratoire de Mécanique des Solides) de l'Ecole Polytechnique, des recherches sur ce thème sont engagées depuis quelques années. Elles ont été initiées dans le cadre de contrats avec l'ANDRA (Agence Nationale pour la gestion des Déchets RADioactifs) et donc pour des applications au problème du stockage de déchets radioactifs. Ces recherches ont été essentiellement à caractère expérimental. Le couplage entre perméabilité et endommagement dans la craie a également été étudié dans le cadre d'autres programmes de recherches visant des applications aux problèmes pétroliers.

Ces recherches expérimentales ont permis de déterminer les ordres de grandeur de l'effet de l'endommagement sur la perméabilité. Mais une modélisation de ces phénomènes permettant d'établir des lois rhéologiques restait à faire.

C'est pour combler ce vide et tenter d'apporter des premiers éléments de réponse à cette problématique que ce projet de recherche a été initié par le laboratoire G3S-LMS de l'Ecole Polytechnique, dans le cadre d'une thèse à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées en collaboration avec le LCPC (Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées), EDF (Electricité de France) et l'ANDRA. Ce programme porte plus précisément sur l'étude et l'évolution de la perméabilité des massifs d'argilites du site de laboratoire de Bure suite à des sollicitations mécaniques.

# **Chapitre 1**

## **Stockage souterrain des déchets radioactifs**

### **1.1. Introduction**

Ce projet de recherche étant lié en pratique au stockage des déchets radioactifs en profondeur, il est nécessaire d'expliquer brièvement ce que sont les déchets radioactifs et le concept de stockage souterrain. Ce chapitre contient des éléments permettant de développer le sujet, afin d'indiquer les objectifs du projet.

Sont d'abord expliqués les différents types de déchets radioactifs dont les déchets à Haute Activité et à Vie Longue (HAVL), cible principale dans le contexte de ce projet. Un passage rapide sur l'historique du stockage en France et à l'étranger permet d'avoir une vue globale du niveau d'avancement des recherches dans le monde.

Ensuite est présentée la loi 1991 définissant le cadre des recherches sur ce thème. Les axes de recherche et particulièrement celui attribuant la responsabilité des recherches sur le stockage profond à l'Agence Nationale pour la gestion des Déchets RAdioactifs (ANDRA) sont explicités par la suite.

Le concept de stockage souterrain est détaillé par la suite ainsi que le cheminement conduisant au choix du site expérimental de Bure.

Les caractéristiques géologiques et géotechniques et les raisons pour lesquelles ce site a été retenu parmi d'autres, sont expliquées. La couche argileuse du site est le matériau envisagé pour la création d'un laboratoire souterrain.

Pour terminer, afin de mieux identifier les principaux problèmes hydromécaniques en jeu, nous expliquons la notion de zone endommagée autour des ouvrages de stockage et les problèmes qui existent sur la voie du stockage profond.

## 1.2. Les déchets radioactifs

Les déchets radioactifs sont d'origines diverses mais proviennent, pour l'essentiel, de l'industrie électronucléaire.

Les déchets radioactifs sont classés en trois catégories différentes:

- **Les déchets A**, de faible activité, sont dès à présent stockés en surface. L'ordre de grandeur de leur volume sera d'au moins 800 000 m<sup>3</sup> en 2020.
- **Les déchets B**, de moyenne activité mais contenant des radionucléides à vie longue, représentent eux aussi un volume de l'ordre de 100 000 m<sup>3</sup> en 2020.
- **Les déchets C** actuels vitrifiés sont le siège d'une activité et d'une thermicité élevée, et contiennent l'essentiel des radionucléides à vie longue. L'ensemble des produits de fission restant pourrait alors être quelques milliers de m<sup>3</sup> en 2020.

Le gouvernement a décidé de stocker en surface, les déchets de faible et de moyenne activité à vie courte dans les centres de La Hague (Manche) et de Soulaines-Dhuys (Aube). En revanche, la gestion des autres types de déchets radioactifs fait l'objet d'études en cours.

## 1.3. Les déchets à haute activité et à vie longue (HA VL)

La France produit annuellement 1200 tonnes de combustible usé qui sont acheminées à l'usine de La Hague, après une période de refroidissement de 1 à 2 ans en piscine près des centrales (MCCG 2000).

Sur ces 1 200 tonnes, EDF fait retraiter annuellement environ 850 tonnes, ce qui donne:

811,5 tonnes d'uranium, 8,5 tonnes de plutonium et 30 tonnes de "cendres" qui seront ultérieurement "vitrifiées" (29,2 tonnes de produits de fission et 0,8 tonnes d'actinides mineurs).

Les flux annuels après conditionnement sont ainsi de:

- 350 tonnes de combustible usé, entreposées en piscine où elles refroidissent en attendant les décisions qui seront prises sur leur destination;
- 100 m<sup>3</sup> de produits vitrifiés sous forme de fûts en inox de 200 litres (appelés déchets C), résultant d'un mélange intime des "cendres" à du verre en fusion. Ces fûts représentent 99% de la radioactivité des déchets (hors combustible usé qui en France n'est pas considéré comme un déchet) ;
- 300 m<sup>3</sup> de matériaux de structures et de divers produits technologiques. Ces déchets (appelés déchets B) sont beaucoup moins irradiants que les précédents et dégagent peu de chaleur.

## **1.4. Un historique de la gestion des déchets HAVL**

L'évolution des idées en matière de gestion des déchets radioactifs à haute activité et à vie longue s'inscrit, tant en France qu'à l'étranger, dans celle des contextes économiques, politiques et sociaux (SPR 2003). Au cours des cinquante dernières années, les objectifs de la gestion des déchets radioactifs ont ainsi été profondément modifiés.

La question des déchets radioactifs ne peut être dissociée du contexte général du développement de la recherche nucléaire et, en particulier, de l'utilisation de l'énergie nucléaire à des fins de production d'électricité. Sur le plan international, les programmes de construction de centrales nucléaires ont démarré dans les années 50. En France, par exemple, la construction du premier réacteur de la filière uranium-graphite-gaz à Chinon a été décidée en 1956 et son couplage au réseau est intervenu en 1963.

### **1.4.1. L'évolution des recherches sur le stockage géologique**

Le stockage géologique, qui consiste à placer les déchets dans les profondeurs du sous-sol pour une durée illimitée et sans intention de les récupérer, a été l'option retenue de façon prioritaire au niveau international à partir des années 1960-1970. Des programmes de recherche importants ont été lancés dans la plupart des pays dotés de programmes nucléaires civils pour développer ce concept sur le plan technique.

Historiquement, le terme d'enfouissement géologique a été employé en premier, puis les termes d'évacuation géologique définitive et enfin de stockage géologique sont apparus. Pendant longtemps, on trouvait indifféremment dans les documents techniques les termes d'évacuation ou de stockage pour qualifier l'évacuation définitive des déchets radioactifs dans des formations géologiques. Avec l'apparition récente du concept d'entreposage, la terminologie s'est progressivement précisée et l'on emploie désormais le terme de stockage (en anglais "disposal") quand il s'agit d'évacuation à caractère définitif par opposition au terme d'entreposage (en anglais "storage", "repository") qui, par définition, inclut la possibilité d'une reprise des déchets.

Ce glissement de terminologie est en partie dû à l'importance croissante de la notion de « réversibilité » : même pour un stockage ayant vocation à être définitif, on s'efforce de ménager une période assez longue (un siècle ou plus par exemple) pendant laquelle on pourrait reprendre aisément les déchets.

#### **1.4.1.1. A l'étranger :**

Ce sont initialement les pays dotés de programmes nucléaires civils et non engagés dans la fabrication d'armes nucléaires qui se sont préoccupés les premiers du stockage profond des déchets : l'Allemagne dès les années 1960 et la Suède dès les années 1970.

Ainsi en Allemagne, un laboratoire de recherche a été créé en 1965 dans l'ancienne mine de sel de Asse (canton de Wolfenbüttel). D'importants programmes de recherche et développement ont ensuite été lancés pour la caractérisation de deux sites éventuels de stockage en mine : Konrad à partir de 76 et Gorleben à partir de 79.

En Suède, une première installation souterraine de recherche a été créée à Stripa en 1977 dans une ancienne mine de fer dans un environnement granitique. Des programmes de recherche y ont été menés en collaboration avec les Etats-Unis, puis à une échelle multinationale élargie jusqu'en 1992. Un laboratoire souterrain en formation cristalline a été réalisé en 1994 à Äspö, destiné à tester et vérifier différents modèles d'évolution géologique et des méthodes de remplissage des cavités. Sept pays participent à ce projet (Allemagne, Canada, Finlande, France, Japon, Royaume-Uni et Suisse).

La Suisse a opté pour le retraitement d'une partie de son combustible usé dans le cadre de contrats avec COGEMA (France) et BNFL (Grande-Bretagne). Elle envisage pour le long-terme de commencer le dépôt des déchets hautement radioactifs et du combustible usé dans un centre de stockage géologique à l'horizon de 2020-2050. Le concept de dépôt actuellement envisagé consiste à placer les déchets de haute activité et le combustible usé dans des galeries souterraines en profondeur.

Le gouvernement britannique, dans son Livre Blanc de 1995, a décidé de renoncer aux programmes de recherche sur le stockage des déchets radioactifs de haute activité sous les océans et de privilégier l'évacuation dans des formations géologiques continentales après une période initiale de refroidissement. La politique de recherche et de développement, très récemment redéfinie, sera prochainement soumise à consultation. Elle indiquera notamment quelles sont les mesures et décisions à prendre, et quel processus doit éventuellement conduire à la construction d'un dépôt géologique pour les déchets radioactifs, que ceux-ci soient ou non retraités.

Aux Etats-Unis, c'est en 1978 que le Département de l'Energie (D.E) a remis au Président Carter un rapport indiquant la nécessité de poursuivre un programme de recherches sur le stockage profond. Ce programme a donné lieu en 1987 au lancement de la caractérisation du site de Yucca Mountain. Le concept actuellement développé dans le cadre de l'évaluation du site de Yucca Mountain prévoit un stockage à 300 mètres de profondeur.

Au Canada, en 1977 le Ministère de l'Energie, des Mines et des Ressources a chargé un groupe d'experts d'étudier diverses modalités de gestion du combustible usé. Après avoir envisagé différentes options (retraitement, stockage permanent dans une calotte glaciaire, dans l'espace, sous les fonds marins ou en profondeur), le groupe a conclu que les formations géologiques profondes se prêtaient le mieux au stockage. En 1978 le gouvernement canadien a initié le programme canadien de gestion des déchets de combustible nucléaire.

En octobre 1989 le ministre fédéral de l'environnement a constitué une commission indépendante d'évaluation environnementale pour mener à bien cet exercice, de façon plus précise. La Commission a rendu son rapport en mars 1998. Elle a recommandé une approche graduelle pour gérer les déchets de combustible usé et le report de la phase de recherche pour un site de stockage.

#### **1.4.1.2. En France :**

En France, les premières recherches concernant le stockage géologique ont débuté au Commissariat à l'Energie Atomique (CEA) en 1974. La spécificité de la gestion des déchets nucléaires a été officiellement reconnue par la création au sein du CEA, le 7 novembre 1979, de l'Agence Nationale pour la gestion des Déchets RAdioactifs (ANDRA). Cette agence a été ultérieurement détachée du CEA.

En France, la Direction de la Sûreté des Installations Nucléaires (DSIN) a défini une Règle Fondamentale de Sûreté (Rfs III 2f) qui donne les objectifs à retenir dans les phases d'études et de travaux pour le stockage en formation géologique profonde afin d'assurer la sûreté après la période d'exploitation du stockage.

Partant de cette situation, la loi du 30 décembre 1991 a ouvert un large champ d'explorations.

## 1.5. La loi du 30 décembre 1991

La loi du 30 décembre 1991 a posé les grandes orientations de la politique publique dans ce domaine en indiquant les voies de recherche à explorer. Elle constitue le premier texte législatif global sur la gestion des déchets radioactifs HAVL. Elle identifie les principes que doivent respecter les solutions de gestion des déchets radioactifs : protection de la nature, de l'environnement et de la santé, et prise en considération du droit des générations futures. Elle prévoit un important programme de recherches structurées dont elle fixe le calendrier avec un rendez-vous en 2006. Par ailleurs, elle met en place une Commission nationale d'évaluation (CNE) chargée de suivre les recherches et d'en faire le rapport chaque année au Gouvernement.

La loi du 30 décembre 1991 comporte de nombreux éléments permettant de répondre à la problématique actuelle, parmi lesquels la détermination de trois axes de recherche permettant d'élargir le champ des options possibles pour la gestion des déchets radioactifs à haute activité et à vie longue (SPR 2003).

## 1.6. Les trois Axes de recherche

L'esprit de la loi de 1991 est de permettre une large exploration des solutions de gestion des déchets radioactifs. Pour ce faire elle définit trois axes de recherche :

- **L'axe 1 séparation-transmutation** : étude de solutions pour réduire substantiellement la masse et la toxicité des radionucléides à vie longue. Le principe est de les séparer chimiquement puis de les soumettre à une irradiation pour qu'ils se transforment beaucoup plus rapidement en éléments stables, donc non radioactifs.
- **L'axe 2 stockage en profondeur** : visant à définir les conditions dans lesquelles pourrait être réalisé et exploité un stockage, réversible ou irréversible, en formation géologique profonde, où pourraient être placés les divers colis de déchets de haute activité et à vie longue. Les laboratoires souterrains sont des outils essentiels dans ce programme de recherches.
- **L'axe 3 conditionnement et l'entreposage de longue durée** : couvre le développement et la qualification de conditionnements sous forme de colis de déchets et d'installations permettant leur conservation puis leur reprise à terme dans des conditions acceptables de sûreté, sur des durées de plusieurs décennies, dans l'attente de méthodes de gestion issues des recherches des axes 1 et 2.

Le Gouvernement a confié le pilotage des recherches au CEA pour les axes 1 et 3 et à l'ANDRA pour l'axe 2.

Le législateur a souhaité l'exploration de ces trois voies de recherche. Le bilan de ces travaux fait l'objet d'un rapport annuel technique et financier du Ministère de la Recherche, d'un avis scientifique de la Commission nationale d'évaluation et d'un suivi attentif de l'Office parlementaire d'évaluation des choix scientifiques et techniques.

### **1.6.1. Les priorités de recherche selon l'axe 2 de la loi de 1991**

Elles sont les suivantes:

1. Etudier plusieurs sites et en examiner le contexte géologique pour déterminer leur performance au regard du confinement à long terme, notamment grâce à des caractérisations et essais en laboratoires souterrains permettant de compléter et de qualifier les modèles géologiques proposés ;
2. Etudier deux formations géologiques (argileuse et granitique) particulièrement intéressantes dans la mesure où ces formations ont des aptitudes mécaniques et géochimiques différentes et permettent d'apporter des réponses plus larges aux problèmes de confinement et d'une gestion réversible du stockage profond ;
3. Etudier les déchets afin de disposer d'une bonne connaissance de leur inventaire (nature et contenu) et de leur conditionnement afin de s'assurer de leur compatibilité avec les exigences d'un stockage souterrain ;
4. Etudier des concepts de stockage simples et industrialisables, mobilisant des moyens raisonnables et des techniques éprouvées, satisfaisant aux exigences de sécurité et de sûreté ;
5. Evaluer la sûreté des stockages aux différentes phases de vie ;
6. Etudier la réversibilité des stockages, en précisant les implications techniques de conception, d'exploitation et de surveillance, et les conséquences en terme de sûreté.

## **1.7. Programme de recherche**

Dans le cadre de sa mission, l'ANDRA a donc engagé un programme de recherche orienté vers le stockage souterrain des déchets HAVL. Entre 1987 et 1989, elle a commencé des études préliminaires et des travaux de reconnaissance géologique visant à déterminer les possibilités d'implanter un laboratoire souterrain de recherches dans différents départements français. Quatre sites à priori favorables ont été sélectionnés sur la base d'un inventaire des sites potentiels réalisé par le BRGM (Bureau de Recherches Géologiques et Minières). Ces recherches d'emplacement ont soulevé de vives oppositions et ont donné lieu à un blocage politique et social concernant la gestion des déchets nucléaires. En 1990, le gouvernement a donc décidé de suspendre les travaux sur le terrain et a demandé au Parlement d'évaluer la situation et de suggérer des nouvelles orientations. Cette mission a été transmise à l'Office Parlementaire d'Evaluation des Choix Scientifiques et Technologiques.

Pour permettre le choix des sites d'implantation, un médiateur, M. Christian BATAILLE, député du Nord, a été nommé à la fin 1992. Son rapport, rendu public en décembre 1993, a proposé d'entreprendre des travaux préliminaires d'investigation géologique dans quatre départements: le Gard, la Haute-Marne, la Meuse et la Vienne. Sur cette base, le gouvernement a demandé à l'ANDRA de procéder à des travaux de reconnaissance géologique de 1994 à 1995, puis l'a autorisée, au vu des résultats de ces travaux préliminaires, à déposer des demandes d'autorisation d'installation et d'exploitation de laboratoires souterrains pour trois sites : Bure (Meuse, à la limite de la Haute-Marne), Chusclan (Gard) et la Chapelle-Bâton (Vienne). L'instruction de ces dossiers, comprenant les enquêtes publiques et les avis des collectivités locales, s'est achevée en 1997.

Les conclusions des enquêtes publiques ont été favorables et assorties de recommandations ; les collectivités locales ont voté en majorité en faveur des projets. La Direction de la Sécurité des Installations Nucléaires (DSIN) a transmis le 1er décembre 1997 un rapport concluant la phase d'instruction.

Lors du comité interministériel du 9 décembre 1998, le gouvernement a décidé la construction d'un laboratoire d'étude du stockage en couches géologiques profondes dans l'argilite sur le site de Bure, à la limite de la Meuse et de la Haute-Marne. Il a été décidé par ailleurs de poursuivre les recherches pour trouver un site dans le granite, différent de celui envisagé dans la Vienne.

Les sites de la Vienne et du Gard n'ont pas été retenus, le premier (granitique) en raison des difficultés hydrogéologiques présentes, le second (argileux) car il présentait des caractéristiques moins favorables que celui de Bure.

L'ANDRA, qui est, en vertu de la loi du 30 décembre 1991 (article 13), l'opérateur de la deuxième voie de recherche, a été autorisée par décret du 3 août 1999 à installer et à exploiter le laboratoire souterrain prévu dans les couches argileuses de Bure. La figure suivante montre la localisation de ce site de projet.

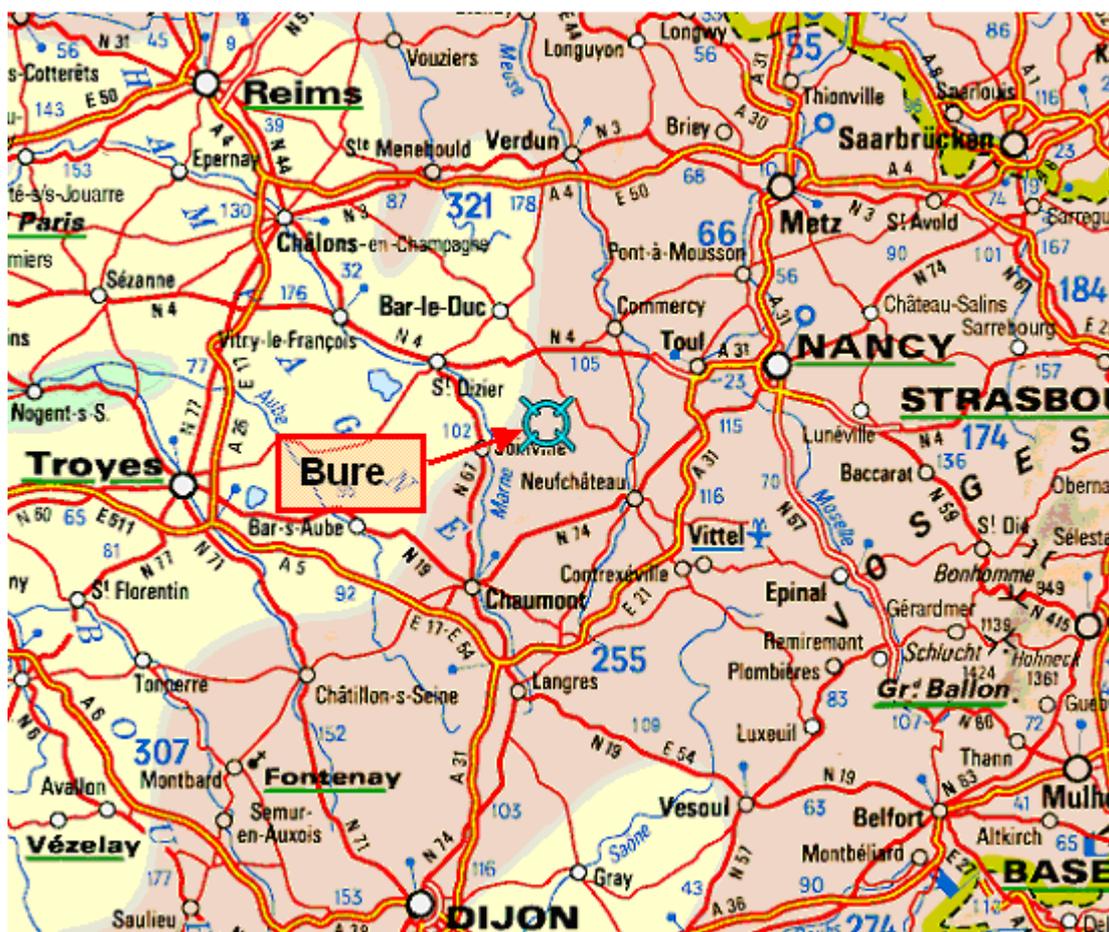


Figure 1.1. Position du site Bure (ViaMichelin).

Comme l'exige la loi du 30 décembre 1991 : « tout projet d'installation d'un laboratoire souterrain donne lieu, avant tout engagement des travaux de recherche, à une concertation avec les élus et les populations des sites concernés ». Le Gouvernement a ainsi souhaité confier cette nouvelle concertation à une mission collégiale de trois personnes pour renforcer la transparence du processus et en assurer la neutralité. C'est l'objet du troisième décret de définir la composition et le rôle de cette mission.

Par arrêté du 19 novembre 1999, le Ministre de l'Education Nationale, de la Recherche et de la Technologie, le Ministre de l'Economie, des Finances et de l'Industrie, le Ministre de l'Aménagement du Territoire et de l'Environnement et le Secrétaire d'Etat à l'Industrie ont désigné les trois membres de cette mission.

A ce stade neuf forages à but hydrogéologique et géochimique ont été réalisés avant le fonçage des puits sur le site de Meuse, à des profondeurs variant de 25 à 400m. Quatre d'entre eux sont destinés à suivre ultérieurement la baisse de pression hydrostatique dans les couches de l'Oxfordien et du Kimmeridgien, créée par le drainage des puits.

Enfin, deux forages géologiques ont été réalisés dans l'axe des puits jusqu'à 500m de profondeur. Ils ont permis d'améliorer les connaissances en matière de géomécanique et notamment d'obtenir de premières estimations sur l'état de contrainte naturelle au niveau du Callovo-Oxfordien qui est marqué par une anisotropie des contraintes.

Ils visent une première évaluation des propriétés d'homogénéité de la roche et de la présence éventuelle de fractures ainsi que leur rôle dans la galerie qui aura pu être creusée. Par ailleurs, les forages hydrogéologiques en cours et les efforts de modélisation qui seront entrepris sur les aquifères devraient fournir une image plausible de l'hydrogéologie, mais celle-ci demandera des confirmations et de nouvelles expériences programmées après 2006.

Il est nécessaire que le dossier 2005 contienne au minimum des données sur l'homogénéité de la roche et l'absence de fractures conductrices dans la couche, des mesures physiques et géochimiques faites sur des échantillons de taille importante prélevés directement dans la couche, ainsi que des données sur la zone endommagée due aux travaux miniers.

La loi prévoit qu'en 2006, l'ensemble des recherches entreprises permette au législateur et aux pouvoirs publics de faire un bilan des travaux réalisés et de préciser les options qui devront être approfondies. Le Ministère de la Recherche encourage donc les acteurs de la recherche et les industriels à définir dès maintenant, d'une manière bien sûr provisoire, quels seront les différents modes de gestion des déchets radioactifs que les quinze années de recherche permettront de présenter en 2006 aux autorités (SPR 2003).

A ce stade, il faut aussi évoquer la participation de l'ANDRA à des programmes internationaux de recherche comme les programmes du **Mont Terri** (Suisse).

Il s'agit essentiellement de renforcer des collaborations pour tester dans les argilites du Mont Terri des dispositifs expérimentaux et des méthodes de mesure, ainsi que la méthodologie des expériences, afin de combler une partie des retards constatés dès 2001 sur le planning des expériences dans le laboratoire de Bure. Ainsi les expériences à Bure pourront-elles être bien préparées et fournir des résultats exploitables d'ici 2005. La précédente collaboration (1998-2000) a apporté une quantité importante de données de base (paramètres physico-chimiques de la roche et de son comportement) probablement transposables aux argilites de Bure, mais cette nouvelle collaboration pourrait les confirmer et donner d'autres informations pour le dossier de l'ANDRA de 2005. Le problème de la transposition des résultats scientifiques du Mont Terri à Bure est évidemment essentiel comme l'est celui de la transposition des résultats d'expériences en laboratoire aux expériences in situ.

Les participations envisagées par l'ANDRA dans ce projet portent sur la réalisation d'expériences de diffusion in situ ainsi que des mesures thermo-hydro-mécaniques de la zone d'argilite endommagée par les excavations.

## 1.8. Le concept du stockage en formation géologique

Le stockage en formation géologique est considéré par la plupart des pays ayant une industrie nucléaire comme la solution de base pour le long terme. Pour eux la double barrière, technologique et géologique, doit garantir le confinement pendant le temps nécessaire pour obtenir une décroissance radioactive suffisante.

Les avantages attendus de la barrière géologique sont de deux ordres :

- d'une part la formation géologique elle-même constitue une structure de confinement jugée particulièrement intéressante. Ses caractéristiques doivent être évaluées grâce aux laboratoires souterrains.
- d'autre part, en profondeur, les conditions géochimiques et mécaniques (sismicité) sont très stables contrairement à ce qui peut se produire en surface. Les séismes libèrent leur énergie en surface mais ont peu d'effets en profondeur (MCCG 2000).

Il faut aussi ajouter la garantie d'avoir une barrière naturelle capable de ralentir ou même d'arrêter la migration vers l'environnement de surface des radionucléides relâchés après la corrosion des conteneurs, inévitable à très long terme.

En dernier ressort, si toutes les barrières placées entre les déchets et la surface sont traversées par les radionucléides, le stockage profond doit enfin assurer la dilution des effluents, diminuant leur concentration (DE MARSILY 1997).

En outre, la protection contre toute intrusion humaine est beaucoup plus aisée à assurer.

Les milieux géologiques les plus intéressants sont le sel, le granite et l'argile.

Le sel contient très peu d'eau. C'est une roche plastique et les cavités créées pour le stockage se referment naturellement à la fin des travaux. Mais il ne faut pas oublier que le sel est une ressource pouvant intéresser les générations futures.

Quant au granite, son défaut majeur est qu'il est très souvent parcouru de fractures, si bien que sa perméabilité varie beaucoup selon la densité et la connectivité de celles-ci. En cas de mouvement tectonique, même de faible ampleur, de nouvelles fractures peuvent se former, d'anciennes rejouer. Or le transport d'éléments en solution dans les fractures connectées est relativement rapide.

L'argile contient au contraire beaucoup d'eau compte tenu de sa porosité proportionnellement élevée mais cette eau s'écoule en général très lentement. Ce qui assure un fort pouvoir de confinement. L'argile peut aussi prévenir la migration des radionucléides par échange d'ion.

Suite aux synthèses régionales réalisées en 1994, le nord de la Haute-Marne et le sud du département de la Meuse sont apparus comme structurellement calmes, c'est-à-dire exempts de failles importantes à la profondeur (comprise entre 400 à 600 mètres), où existe une couche d'argilites du Callovo-Oxfordien suffisamment épaisse.

L'ANDRA a donc étudié l'option du stockage en profondeur des principaux déchets B et C dans l'argilite du Callovo-Oxfordien, roche qui sera étudiée dans le laboratoire de Bure.

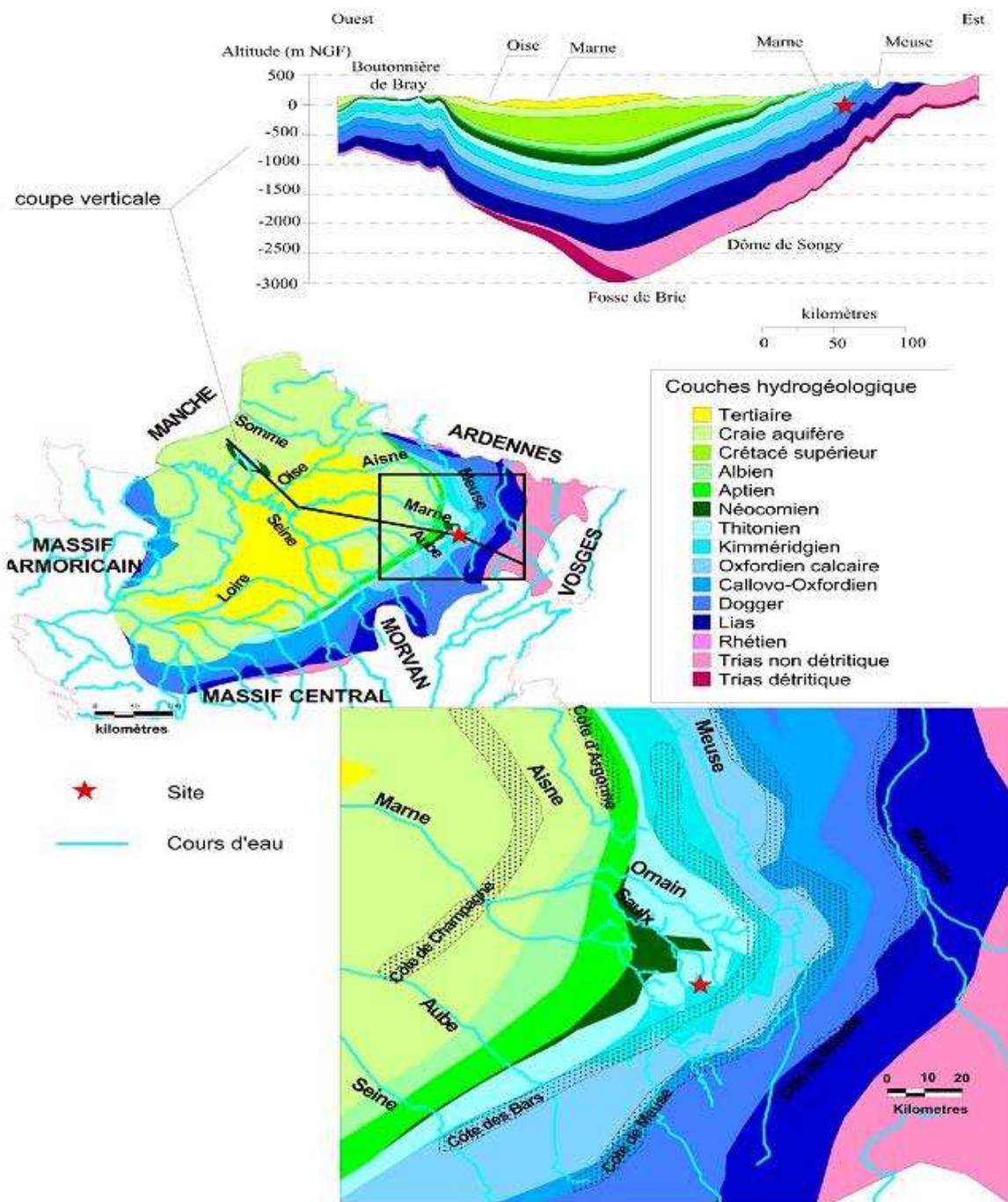


Figure 1.2. Le site Bure avec son profil géologique (ANDRA 1999 TOME I).

L'ANDRA a entrepris, sur le site de Bure, la construction d'un laboratoire dans une formation argileuse relativement homogène située à 490 mètres sous la surface du sol. Les travaux de fonçage du puits principal et du puits auxiliaire ont commencé au cours de l'été 2000.

Ils ont été suspendus à la profondeur de 228 mètres dans le puits principal, le 15 mai 2002, suite à un accident mortel. Le fonçage a repris dans le puits auxiliaire le 30 avril et dans le puits principal le 26 mai 2003. Tenant compte de ce retard, l'ANDRA a établi début 2003 un programme de recherches profondément révisé, prévoyant qu'une première niche expérimentale située au-dessus du niveau envisagé pour un stockage serait achevée dans le puits principal au troisième trimestre 2004 et que le creusement de la première galerie de reconnaissance située au niveau-cible serait entrepris dans le puits auxiliaire fin 2004. Pour remettre fin 2005 un rapport sur ces bases évaluant la faisabilité d'un éventuel stockage souterrain dans cette formation, le calendrier est maintenant très tendu du fait que beaucoup d'expérimentations à mener in situ sont délicates et longues. L'ANDRA en est bien consciente (CNE 2003).

Deux aspects doivent être pris en compte : les qualités de la roche non perturbée et les propriétés de confinement du champ proche, milieu qui sera très perturbé par le creusement des infrastructures et par les colis.

La figure suivante montre la structure possible d'un ouvrage de stockage (CNE d'après l'ANDRA). Dans ces figures la disposition de la galerie principale et des puits latéraux est visualisée. La position des conteneurs et les méthodes d'entreposage sont également visibles.

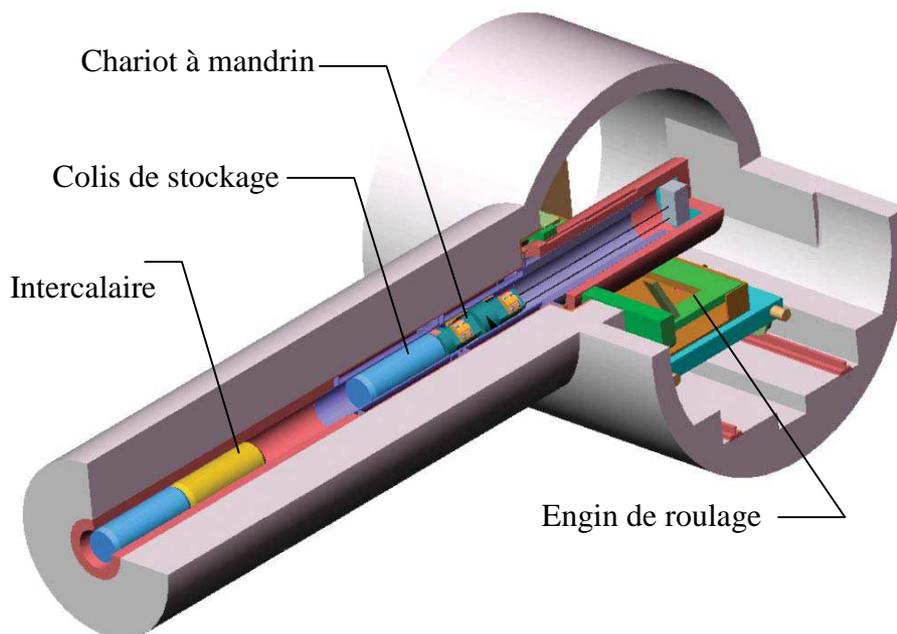


Figure 1.3. Un ouvrage de stockage souterrain avec la galerie et le puits d'accès (CNE 2003).

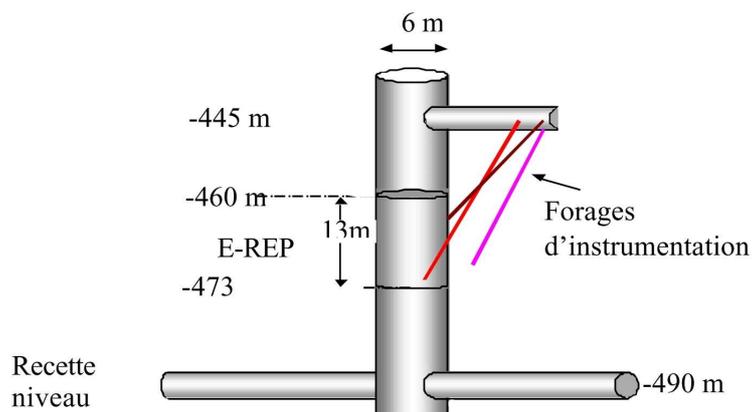


Figure 1.4. Schéma d'un puits de stockage en indiquant la profondeur et les niches latérales (ANDRA 1999 TOM VI).

## 1.9. Définition de l'Argilite

Il est utile de définir la notion d'argilite, employée par exemple par l'Andra pour la couche ciblée du Callovo-Oxfordien à Bure se situant entre 422 et 552 mètres de profondeur.

Cette couche ne comprend en fait qu'environ 50% de minéraux argileux.

L'argilite est une roche détritique. Elle est formée de particules minérales issues de l'altération de roches préexistantes. Comme il s'agit d'un matériau issu de la terre, on les appelle aussi "terrigenes". Ces particules sont transportées par l'eau, la glace, le vent, des courants de gravité et se déposent lorsque la vitesse de l'agent de transport diminue ou lors de la fonte des glaces.

Les trois principaux constituants de l'argilite sont les argiles, les carbonates et le quartz. L'analyse minéralogique de quelques échantillons d'argilite de Bure a permis de dégager les proportions suivantes (Ghoreychi 1999) :

- 30 à 60% d'argiles, essentiellement des interstratifiés illite-smectite (50 à 90% de la fraction argileuse, selon les résultats de la diffraction aux rayons X). La proportion de smectite est plus importante dans la partie supérieure;
- du quartz en proportions légèrement inférieures à celles de l'argile;
- 20 à 40 % de carbonates, essentiellement du CaCO<sub>3</sub>;
- moins de 5 % de minéraux divers tels que la pyrite.

Et plus précisément par rapport à la référence géologique de l'Andra, la composition minéralogique de l'argilite est (proportions pondérales):

Muscovite 12,5 %, Illite 22,5 %, Montmorillonite Cu 15 %, Daphnite (chlorite Fe) 1,5 %, Kaolinite 0,5 %, Quartz 25 %, Calcite 17 %, Dolomite 3 %, Feldspath-K 2 % et Pyrite 1 %.

## 1.10. Les caractéristiques du site

Pour ce qui concerne les départements de la Haute-Marne et de la Meuse, il ressortait de l'inventaire géologique effectué dans l'Est du bassin Parisien que les deux niveaux d'argilites connus, le Lias et le Callovo-Oxfordien, pouvaient convenir aux objectifs de recherche de l'ANDRA en vue de l'implantation d'un laboratoire souterrain.

L'ANDRA a donné dans son rapport les différents paramètres physiques et mécaniques de la roche dans les forages (ANDRA 1999):

Masse volumique humide (g/cm <sup>3</sup> )	2,36 – 2,51
Masse volumique sèche (g/cm <sup>3</sup> )	2,16 – 2,39
Masse volumique des grains (g/cm <sup>3</sup> )	2,7065 – 2,7340
Teneur en eau (%)	2,9 – 9,3
Porosité (%)	10,3 – 20,9
Degré de saturation (%)	64 – 100
Coefficient de Poisson	0,22 – 0,42
Module d'Young (G Pa)	9,756 – 27,666

Tableau 1.1. Les caractéristiques physiques et mécanique du site.

Les paramètres correspondants, nécessaires pour l'estimation des flux, vitesses et trajectoires de l'eau au sein du système hydrogéologique sont la perméabilité, le coefficient d'emmagasinement et la porosité.

Perméabilité moyenne pour le Kimméridgien (m/s) =  $10^{-11}$  -  $10^{-12}$ .

Perméabilité moyenne horizontale pour le Callovo-Oxfordien (m/s) =  $10^{-12}$  -  $10^{-13}$ .

Pour cette couche on suppose une anisotropie de perméabilité dans le sens vertical liée à la sédimentation. La valeur de cette anisotropie est estimée à 100 (perméabilité horizontale = 100 fois la perméabilité verticale).

Emmagasinement spécifique (m<sup>-1</sup>) =  $10^{-6}$ .

Ces valeurs proviennent de tests hydrauliques en forages et d'analyses d'interférences entre puits. Elles sont supposées être représentatives des propriétés hydrodynamiques à l'échelle locale. Leur extrapolation à l'échelle de la perturbation hydraulique, échelle à laquelle la continuité de ces valeurs peut aussi être considérée comme vraisemblable, s'appuie principalement sur des simulations avec le modèle numérique hydrodynamique.

Aux échelles plus grandes (échelle du secteur et du modèle d'estimation des trajectoires et vitesses de transport de radionucléides en aval du site), on considère que les différentes formations hydrogéologiques peuvent être représentées en terme de couches homogènes avec des propriétés moyennes adéquates. Les valeurs des paramètres actuellement retenues

permettent une représentation par modélisation numérique de l'ensemble des données actuellement disponibles. A l'échelle régionale, les modélisations actuelles sont menées en régime hydraulique permanent, le seul paramètre pertinent pour le calcul des charges étant donc la perméabilité.

Les valeurs indiquées ci-dessus sont en accord avec les résultats obtenus à l'échelle régionale et locale.

## **1.11. La zone de roche endommagée (EDZ)**

L'ANDRA met à juste titre en exergue le rôle que peut jouer, du point de vue de la sûreté, la zone de roche endommagée, dite EDZ. Cette zone se développera à la paroi des galeries et des puits d'un stockage profond. L'aptitude à la circulation des fluides, qui paraît aujourd'hui faible dans la roche naturelle intacte, serait significativement accrue dans la zone endommagée. Cela pourrait alors constituer un court-circuit dans la barrière géologique.

Hormis son rôle dans la sûreté à long terme du stockage, le développement d'une zone endommagée (EDZ) est d'abord un facteur important pour la tenue mécanique à court et moyen terme de l'ouvrage, contribuant à l'ampleur de la convergence des parois. Le développement de l'EDZ joue donc un rôle important pour la définition du soutènement des galeries et des pressions qui s'exercent sur celui-ci. L'endommagement résultera dans un premier temps du creusement des galeries et du poids des terrains dans les couches supérieures.

Toutefois, dans le cas des argilites, on peut s'attendre à ce que d'autres effets, comme les couplages poro-mécaniques fassent évoluer l'endommagement au cours du temps.

Ce sont toutefois les conséquences hydrauliques de l'endommagement (accroissement de la porosité et de la perméabilité) qui sont les plus importantes du point de vue de la sûreté. Ces grandeurs sont délicates à mesurer, puisque les perméabilités naturelles sont faibles, à la limite de ce que l'on sait mesurer et peut-être même définir. Il y a lieu d'attendre que l'évolution de la perméabilité soit fortement liée à l'état de contrainte et de pression du fluide, et que ces évolutions soient nettement anisotropes (SPR 2003).

Une telle synthèse resterait d'ailleurs provisoire et incertaine en l'absence d'observations et d'essais en galerie qui en permettraient la validation et l'ajustement progressif.

L'ANDRA envisage de réaliser, dès que les galeries du laboratoire de Bure seront accessibles, une première expérimentation de faisabilité d'un ouvrage visant à traverser la roche endommagée à la paroi.

La méthode de creusement peut contribuer à l'endommagement. La DSIN a demandé l'optimisation des schémas de tirs à l'explosif dans le Callovo-Oxfordien et le Kimméridgien et le suivi de l'évolution, après fonçage, des endommagements provoqués dans ces deux formations par les tirs. Un premier programme expérimental a été mis en œuvre lors du creusement du puits principal dans les niveaux argileux du Kimméridgien.

Le programme a consisté à tester trois schémas de tirs. Pour être représentatif, chacun d'eux a été mis en œuvre sur deux volées. La deuxième volée a fait l'objet de mesure d'endommagement in situ, en forage carotté et sur échantillons (prélevés dans ces forages) en laboratoire de surface. Ces travaux ont été réalisés dans les deux niveaux de marnes situés entre 80 et 100 m et entre 110 et 125 m de profondeur. Le schéma de tir nominal, utilisé pour l'ensemble du creusement, a été analysé dans le dernier niveau à titre de référence.

Trois processus de perturbation mécanique, hydraulique et thermique, sont impliqués lors du creusement (du fait de la relaxation des contraintes), puis de l'exploitation d'un stockage (du fait de la ventilation des réseaux de galeries, et du dégagement de chaleur par certaines catégories de déchets).

Les phénomènes en cause sont de natures différentes .

A relativement court terme :

- Création de fractures immédiatement derrière les parois des ouvrages ;
- Désaturation des argilites à partir de la paroi des ouvrages par échanges de vapeur d'eau avec l'air plus sec y circulant pour ventilation ;
- Modification de la pression de pores, soit par mise à la pression atmosphérique de l'eau contenue dans la porosité en paroi des ouvrages (provoquant une baisse de pression), soit par la dilatation différentielle de l'eau interstitielle par rapport au squelette minéral sous l'effet de la sollicitation thermique (provoquant une augmentation de pression).

A très long terme :

- Diminution de la porosité globale sous l'effet des déformations différées ;
- Déplacement de solutés dans l'eau interstitielle sous gradient thermique avec mécanisme de dissolution et recristallisation.

L'EDZ a fait aussi l'objet de premières observations approfondies au cours de deux projets européens de stockage en profondeur à **Mol** (Belgique) et au **Mont Terri** (Suisse).

Au **Mont Terri**, l'observation structurale de l'EDZ a été pratiquée par injection d'une résine époxy dopée à la fluorescéine qui s'infiltré dans les fractures pouvant ainsi être visualisées sur un échantillon prélevé par « sur-carottage ». La transmissivité hydraulique de l'EDZ a pu être mesurée d'abord au gaz, puis par injection d'eau désionisée dans les fractures de l'EDZ. Les essais au gaz ont révélé une forte hétérogénéité locale du réseau de fractures.

La transmissivité hydraulique de l'EDZ est de plusieurs ordres de grandeur supérieure à celle de la roche non perturbée. Un modèle conceptuel de l'EDZ au Mont Terri a pu être établi, à l'échelle du diamètre du tunnel. La question de l'interconnexion (structurale et hydraulique) de réseaux locaux de fractures est ouverte.

L'extension des fracturations et fissurations est, conformément aux simulations numériques (avec un modèle mécanique non couplé) et aux observations faites dans le laboratoire souterrain méthodologique du Mont-Terri :

- de l'ordre de 0,3 à 0,5 R pour la zone fracturée, où la perméabilité augmente localement de 2 à 7 ordres de grandeur.
- de 0,5 à 1,2 R pour la zone endommagée, où la perméabilité augmente localement de 1 à 2 ordres de grandeur.

À **Mol**, les scientifiques ont mis à profit le fonçage d'un deuxième puits et l'excavation de la galerie de liaison pour étudier l'EDZ. Quelques conclusions importantes ont pu être tirées des premières observations, essentiellement structurales :

- Toutes les méthodes d'excavation induisent une fracturation, alors même que la convergence de la roche est limitée à un niveau aussi faible que possible ;
- La dessiccation de l'argile a un effet dommageable sur sa structure ;
- L'argile de Boom a une grande capacité de cicatrisation, ainsi que l'atteste, par exemple, la disparition d'anciens forages;
- Les fractures autour des excavations ont une forme tout à fait caractéristique.

## **1.12. Un problème du stockage souterrain**

Sur le très long terme, l'un des problèmes est de suivre le transport des radionucléides et de calculer leur concentration dans l'eau revenant à la surface, soit naturellement soit par puisage. Un modèle dit de champ lointain permet de négliger les phénomènes transitoires et de considérer de grandes échelles de temps, en prenant comme conditions aux limites les résultats de la simulation du champ proche.

Les transferts de fluides et des solutés au sein des installations de stockage sont étudiés par modélisation sur la base des différences de perméabilité entre les zones saines et endommagées.

Il s'agit aussi bien de la re-saturation du stockage que, par la suite, de la migration des radionucléides.

Ces problèmes font l'objet de nombreuses simulations qui ont notamment permis à l'ANDRA de montrer le rôle capital du scellement des puits et des galeries dans le confinement à long terme.

Le transport des solutés en dehors de la roche hôte, dans les aquifères inférieurs et supérieurs, est lié au modèle hydrogéologique. En 2003, l'ANDRA a entrepris la réalisation des forages hydrogéologiques dont les travaux ont actuellement commencé, pour renforcer la connaissance locale de l'hydrogéologie. Ces nouvelles données permettront de rendre de façon plus réaliste le modèle hydrogéologique du site employé pour l'analyse de sûreté.

## 1.13. Conclusion

Notre recherche se situe dans le cadre du programme de stockage des déchets radioactifs en formation géologique profonde. Le concept du stockage montre l'existence inévitable d'une zone endommagée autour des ouvrages de stockage. Les caractéristiques mécaniques et hydriques de cette zone sont différentes de celles d'une roche non endommagée. Ainsi par exemple, la perméabilité de cette zone est plus grande. Cette augmentation de la perméabilité permet à l'eau de circuler plus facilement et augmenter le risque de migration des radionucléides vers l'environnement. Ceci joue un rôle important au niveau de la sûreté des ouvrages de stockage.

Pour mener ces études, il faut effectuer les calculs numériques sur la zone endommagée (EDZ) en Thermo-Hydro-Mécanique. Le choix de la méthode numérique est important, l'idéal étant l'emploi de méthodes mixtes traitant les phénomènes principaux. Il semble également important de ne pas négliger la géochimie des radionucléides et ceci rend la simulation beaucoup plus coûteuse en temps-calcul. Enfin une modélisation fine des termes sources et de la zone endommagée paraît nécessaire.

Ces deux problèmes sont très complexes car étant multi-phénomènes et multi-échelles ; la qualité des simulations dépendra des modèles employés, de la bonne connaissance des grandeurs physico-chimiques et de l'analyse numérique. Il reste toutefois de nombreux points durs comme la modélisation des termes sources, la diffusion dans les roches très peu perméables comme l'argilite, etc. Retenir parmi tous les phénomènes ceux qui seront dominants est un exercice difficile de la simulation qui devrait normalement s'accompagner d'une vérification a posteriori, c'est-à-dire d'un calcul auxiliaire incluant le phénomène négligé, au moins sans tenir compte des rétroactions. Il est probable que l'on ne dispose pas, pour le rapport 2005, du temps nécessaire pour intégrer tous les modèles et sous-modèles du problème. Ces modèles ne pourront donc être étudiés que séparément. De même, la validation des calculs devrait s'appuyer sur de nombreuses comparaisons expérimentales in situ.

Dans un premier temps et afin de simplifier la modélisation, nous négligerons les phénomènes thermiques et chimiques et nous nous concentrerons sur l'aspect phénoménologique de l'endommagement en couplage avec la perméabilité.

## CHAPITRE 2

# Endommagement mécanique des argilites

### 2.1. Introduction

Les résultats expérimentaux mettent en évidence une zone de transition entre la phase élastique lors d'un essai et celle qui suit jusqu'à la rupture. Cette zone de transition reflète un comportement de type non-linéaire jusqu'à la rupture. Elle est définie dans la littérature technique comme étant l'endommagement.

Un moyen d'accéder à la caractérisation de l'endommagement est d'utiliser le couplage élastoplasticité – endommagement. C'est ainsi que la variation du module d'élasticité et plus généralement des caractéristiques mécaniques des matériaux permettent de mettre en évidence l'existence de l'endommagement.

De nos jours, quasiment tous les codes de calcul numérique sont capables de simuler l'élasticité et la plasticité sous un type de chargement quelconque. Mais l'élaboration d'un modèle d'endommagement couplé à élastoplasticité et l'intégration de ce modèle dans un code de calcul, attire toujours l'attention des chercheurs.

Dans ce chapitre est présenté un modèle d'**endommagement mécanique** couplé à l'élastoplasticité qui permet de calculer le paramètre d'endommagement à chaque stade d'un chargement progressif. Le terme d'endommagement mécanique, utilisé dans ce chapitre signifie l'endommagement affectant les propriétés mécanique. Cette terminologie permet de marquer la différence entre ce type d'endommagement et un tenseur dit d'**endommagement de fissuration** dont on se servira pour calculer la variation de la perméabilité par la suite.

Nous commençons par la définition de différents mécanismes d'endommagement afin de choisir le modèle le plus adapté à l'argilite.

Puis est expliquée la variable scalaire d'endommagement. Cela permet de traiter le phénomène d'endommagement avec un concept général et simple, sous l'hypothèse d'isotropie.

Ensuite nous traitons le modèle élastoplasticité – endommagement. Ce modèle est basé sur des hypothèses physiques et thermodynamiques et il est adapté au comportement de l'argilite. La détermination des coefficients du modèle est discutée à la lumière des études et des recherches expérimentales.

Enfin ce modèle est développé pour le cas d'un milieu poreux, en tenant compte de l'existence d'une phase fluide et de la définition de la contrainte effective.

## 2.2. Mécanismes d'endommagement

L'endommagement consiste en la détérioration de l'état mécanique du matériau. Cette détérioration peut être d'origine physico-chimique dans certains matériaux (réactions alcali-granulats dans le béton) ou résulter de changements de phase (dans les métaux). Plus généralement, dans les géomatériaux elle est due à la fissuration. C'est ce dernier type d'endommagement qui se produit dans les argilites, l'objet de notre étude. L'endommagement représente dans ce cas l'apparition et l'accroissement des micro-fissures jusqu'à leur coalescence, provoquant des fissures macroscopiques. Il s'agit donc d'un processus rhéologique bien différent de la déformation continue, même si les causes initiales des deux phénomènes sont identiques : les contraintes d'origine mécanique, thermique ou hydrique (dessiccation). La théorie de l'endommagement décrit l'évolution des phénomènes entre l'état vierge et l'amorçage des fissures macroscopiques et la rupture. La modélisation de l'endommagement est discontinue localement, mais continue à l'échelle macroscopique, c'est à-dire sur un volume de matériau de taille suffisamment grande par rapport à la taille des micro-fissures. Par la suite, nous parlerons de fissures, au lieu de ces micro-fissures dont l'effet peut être homogénéisé à l'échelle macroscopique.

Il existe différents mécanismes d'endommagement liés au type de chargement et au comportement du matériau (Lemaitre et Chaboche 1985). On distingue :

- 1) L'endommagement plastique-ductile, qui accompagne les grandes déformations plastiques comme dans les métaux aux températures ambiantes et peu élevées ;
- 2) L'endommagement viscoplastique fragile ou fluage, qui accompagne la déformation viscoplastique dans les métaux aux températures moyennes et élevées, correspondant aux décoincages inter granulaire accompagnant les déformations viscoplastiques ;
- 3) L'endommagement de fatigue dû à la répétition des cycles de contrainte ;
- 4) L'endommagement macrofragile, qui est provoqué par les sollicitations monotones dans les milieux peu déformable sans déformation irréversible notable. C'est le cas du béton ou de certaines roches fragiles comme l'argilite.

Le comportement des argiles profondes, l'objet de notre étude, est de type élastoplastique fragile. La déformation plastique de ces matériaux n'est pas de grande ampleur. Ces déformations irréversibles, bien que de faible ampleur, peuvent avoir un grand effet sur la perméabilité du matériau. On distingue deux mécanismes différents à travers lesquels les déformations irréversibles affectent la perméabilité :

- sous très forte pression de confinement, l'écrasement des pores peut prendre un caractère irréversible (pore collapse). Ce phénomène conduit à une diminution de la perméabilité.
- sous l'effet de contraintes déviatoriques d'origine mécanique, ou de contraintes thermiques et hydriques (dessiccation), le matériau se fissure. Ce phénomène augmente la perméabilité dans certaines directions.

Compte tenu de la faible porosité de l'argilite, le premier mécanisme ne peut se produire qu'à des pressions extrêmement fortes. C'est le deuxième mécanisme, pouvant se produire autour des ouvrages de stockage, que nous étudions ici en vue de sa modélisation.

L'endommagement qui se produit dans l'argilite est donc plutôt de type fragile. Les modèles d'endommagement fragile se partagent également en deux familles (ABOU-EZZI 1989) :

- 1) Elastique-fragile, dans lesquels les déformations irréversibles, après la décharge sont considérées comme négligeables. L'endommagement produit donc essentiellement une modification des caractéristiques élastiques du matériau,
- 2) Plastique-fragile, dans lesquels des déformations irréversibles permanentes subsistent après la décharge totale. Ce type d'endommagement modifie également les caractéristiques élastiques.

Or, les résultats expérimentaux sur les argilites montrent que leur déformation dans la phase d'endommagement est essentiellement irréversible. La création de fissures est accompagnée de déformations volumiques irréversibles, qui ont même été adoptées comme un indicateur de l'endommagement (Coste et al. 2000). C'est donc plus cette dernière famille de modèles élastoplastiques endommageables (pour lesquels l'endommagement est fortement lié aux déformations irréversibles) qui convient le mieux pour décrire le comportement des argilites. A ces phénomènes irréversibles, il faut ajouter la déformation réversible de l'espace poreux ainsi que l'ouverture réversible des fissures qui affectent également la perméabilité.

## 2.3. Variable d'endommagement

La définition d'une variable d'endommagement est cruciale, ceci afin de pouvoir l'utiliser dans une loi de comportement. Cette variable doit représenter l'état de détérioration en l'occurrence la fissuration du matériau. Les variables très diverses ont été adoptées pour représenter l'état d'endommagement dans les différents travaux. Nous allons citer quelques approches sur la modélisation de l'endommagement, avantageuses en considérant le couplage avec la perméabilité.

Dans un premier temps, on considère un milieu fragile. Le paramètre de l'endommagement dans une direction donnée  $\underline{n}$  est défini par l'expression suivante (Lemaitre et Chaboche 1985):

$$D_n = \frac{S_D}{S_t} \quad (2.1)$$

avec :  $S_D = S_t - S_n$  où :  $S_t$  : surface totale  
 $S_n$  : surface de résistance effective dans la direction  $n$

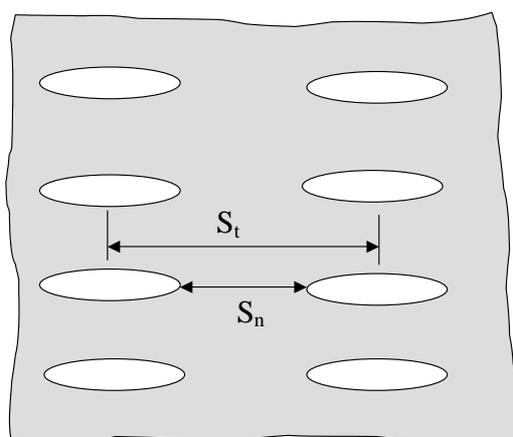


Figure 2.1. Aires totale et effective dans un matériau fissuré.

L'endommagement peut être caractérisé par la variation des propriétés élastiques, et en particulier par la variation du module d'Young dans le cas d'un essai uniaxial. De ce point de vue, le phénomène d'endommagement sera défini par la diminution du module d'Young.

$$E_D = E_0(1 - D_n) \quad (2.2)$$

$E_D$  = module d'Young endommagé dans la direction  $n$ ,

$E_0$  = module d'Young non-endommagé dans la direction  $n$ .

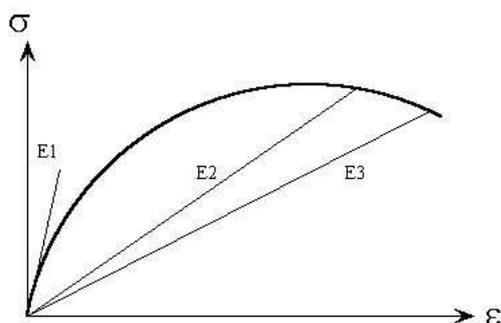


Figure 2.2. Comportement d'endommagement élastique

Dans le cas de l'endommagement isotrope, la variable d'endommagement est une variable scalaire caractérisant une même diminution du module d'Young dans toutes les directions. Mais la fissuration issue d'un chargement mécanique crée un état d'endommagement généralement anisotrope. La variation de la perméabilité qui en résulte est également anisotrope. Nous sommes donc contraints de tenir compte de cette anisotropie.

## 2.4. Endommagement élastoplastique anisotrope pour les argilites

Le comportement mécanique des argilites a fait l'objet de nombreuses études expérimentales et de tentatives de modélisation (Thorel 1995, Bauer 1997, Bauer-Plaindoux et Gasc 1998, Chiarelli 2000, Chiarelli et Shao 2000, Pouya 2001).

La démarche de caractérisation de cet endommagement adoptée en première approche est essentiellement basée sur les résultats expérimentaux; elle conduit à définir un seuil (exprimé en terme de contraintes) à partir duquel l'endommagement apparaît. Ce seuil correspond à une perte de linéarité du comportement observé.

Les observations montrent que les argilites ont un comportement de type élastoplastique couplé à un endommagement anisotrope. La plasticité étant d'autant plus importante que le taux d'argile est élevé alors que l'endommagement anisotrope semble être favorisé par la présence de calcite.

Au cours des essais de cisaillement triaxial (chargement déviatorique à contrainte de confinement constante), la courbe de déformation volumique en fonction de la contrainte déviatorique (ou de la contrainte moyenne) présente une phase quasi linéaire en début de

chargement, puis une phase de comportement non linéaire. Cette perte de linéarité est interprétée comme étant l'initiation de l'endommagement. La contrainte déviatorique correspondant à ce changement de comportement est donc considérée comme étant la limite à partir de laquelle l'endommagement se développe (Andra 1999).

Nous faisons l'hypothèse classique que le tenseur de déformation totale est égal à la somme d'une déformation réversible (élastique) et d'une déformation irréversible (plastique):

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p \quad (2.3)$$

La partie réversible de la déformation se divise en deux parties: la déformation d'endommagement et la déformation élastique initiale ( voir la figure 2.3):

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \underline{\underline{\varepsilon}}^d + \underline{\underline{\varepsilon}}_o^e \quad (2.4)$$

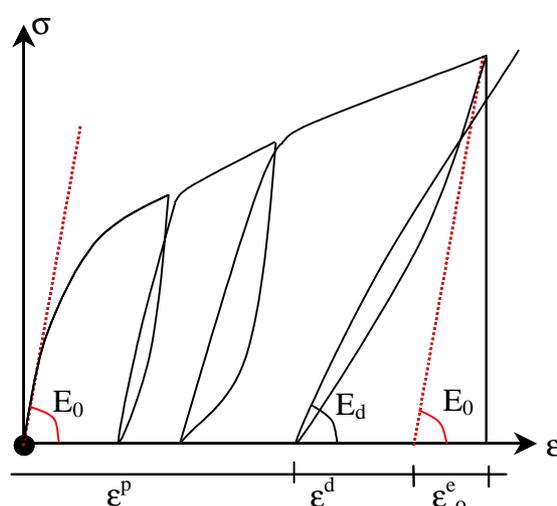


Figure 2.3. La courbe de contrainte – déformation avec les différents types de déformation.

Dans cette figure on voit que  $\underline{\underline{\varepsilon}}_o^e$  est la déformation réversible après déchargement avec la pente initiale (sans variation du module d'Young  $E_0$ ), et le reste de la déformation est la somme de la déformation d'endommagement  $\underline{\underline{\varepsilon}}^d$  et de la déformation de plasticité  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ . La déformation d'endommagement est la différence entre le déchargement réel (avec le module d'Young  $E_d$ ) et le déchargement avec  $E_0$ . Cette approche est comparable à celle de Dragon et Mrôz (1979). Les déformations  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ ,  $\underline{\underline{\varepsilon}}^d$ ,  $\underline{\underline{\varepsilon}}_o^e$  sont données par les modèles de plasticité et d'endommagement adoptés, pour différents matériaux. Nous allons présenter dans le paragraphe suivant un modèle d'élasto-plasticité avec endommagement élaboré pour les argilites qui nous servira de base de travail dans la suite.

## 2.5. Evolution de l'endommagement mécanique - Potentiel thermodynamique

Dans le cadre de modélisation, deux phénomènes de dissipation intrinsèque sont considérés : l'écoulement plastique et l'endommagement par microfissuration (Chiarelli 2000). Le potentiel thermodynamique d'énergie libre est une fonction convexe de toutes les variables d'état, et en particulier de l'endommagement. En considérant des transformations isothermes, les variables d'état choisies sont donc le tenseur de déformation élastique  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ , le tenseur d'endommagement mécanique  $\underline{\underline{D}}_m$  et les autres variables internes  $V_k$  comme les variables d'écrouissage par exemple.

$$\psi = \psi(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, \underline{\underline{D}}_m, V_k) \quad (2.5)$$

On fait l'hypothèse d'un découplage entre les effets d'écrouissage décrits par les variables  $V_k$  et les effets d'élasticité associés à l'endommagement.

$$\psi = \psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, \underline{\underline{D}}_m) + \psi_p(V_k) \quad (2.6)$$

$\psi_e$  est l'énergie libre élastique du matériau et  $\psi_p$  l'énergie de l'écrouissage plastique. On sait que :

$$\psi_e = \frac{1}{2} \underline{\underline{C}}(\underline{\underline{D}}_m) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (2.7)$$

où  $\underline{\underline{C}}(\underline{\underline{D}}_m)$  est le tenseur d'ordre 4 d'élasticité endommagé.

A l'état non-endommagé initial, on suppose que le milieu est isotrope et élastique linéaire; l'énergie libre élastique diminue avec l'endommagement  $\underline{\underline{D}}_m$ . On considère l'énergie libre comme une fonction quadratique en  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  et linéaire en  $\underline{\underline{D}}_m$ . Cette fonction s'écrit alors sous la forme suivante (Murakami et Kamiya 1997):

$$\psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, \underline{\underline{D}}_m) = \frac{1}{2} \lambda (\text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^e)^2 + \mu \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^e)^2 + a_1 \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^e \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^e \cdot \underline{\underline{D}}_m) + a_2 \text{tr} \left[ (\underline{\underline{\varepsilon}}^e)^2 \cdot \underline{\underline{D}}_m \right] + a_3 \text{tr} \underline{\underline{D}}_m \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^e)^2 + a_4 \text{tr} \underline{\underline{D}}_m (\text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^e)^2 \quad (2.8)$$

$a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  et  $a_4$  sont des paramètres caractérisant l'effet de l'endommagement sur la dégradation des propriétés élastiques du matériau endommagé. Toutefois, en négligeant les deux derniers termes caractérisant un effet isotrope de l'endommagement, la fonction énergie libre peut s'écrire sous la forme simplifiée suivante (Halm et Dragon 1998).

$$\Psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, \underline{\underline{D}}_m) = \frac{1}{2} \lambda (\text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^e)^2 + \mu \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^e)^2 + a_1 \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^e \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^e \cdot \underline{\underline{D}}_m) + a_2 \text{tr} \left[ (\underline{\underline{\varepsilon}}^e)^2 \cdot \underline{\underline{D}}_m \right] \quad (2.9)$$

Pour l'argilite les valeurs  $a_1$ ,  $a_2$  sont :  $a_1 = 2740$  MPa et  $a_2 = -5290$  MPa (Chiarelli 2000).

$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé, correspondant aux paramètres élastiques  $E$  et  $\nu$  selon les formules classiques de l'élasticité linéaire:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.10)$$

Les paramètres d'élasticité de l'argilite, sont d'après Chiarelli:  $E = 9600$  MPa et  $\nu = 0,16$ .

Par rapport aux résultats mesurés au site de Bure,  $E = 6500$  MPa dans la zone A (les profondeurs 420-460m) et  $E = 4500$  MPa dans les zones B à E (profondeurs 460-525), ainsi que  $\nu = 0,3$  (Andra 1999).

Une faible anisotropie du module d'Young horizontal et vertical est également observé:

$E_h/E_v = 1,2$  dans la zone A et  $E_h/E_v = 1,4$  dans les zones B à E.

Pour la partie d'élasticité et d'endommagement on utilise l'équation d'état avec le tenseur d'élasticité du matériau endommagé. L'équation d'état s'écrit alors :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}(\underline{\underline{D}}_m) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (2.11)$$

Soit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^e + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}^e + a_1 (\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^e \cdot \underline{\underline{D}}_m) \mathbf{I} + (\text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^e) \underline{\underline{D}}_m) + a_2 (\underline{\underline{\varepsilon}}^e \cdot \underline{\underline{D}}_m + \underline{\underline{D}}_m \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}^e) \quad (2.12)$$

Le tenseur  $\underline{\underline{C}}(\underline{\underline{D}}_m)$  s'écrit plus explicitement sous la forme suivante :

$$\underline{\underline{C}}(\underline{\underline{D}}_m) = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + a_1 (\delta_{ik} D_{jl} + \delta_{il} D_{jk} + \delta_{jl} D_{ik} + \delta_{jk} D_{il}) + \frac{1}{2} a_2 (\delta_{ij} D_{kl} + D_{ij} \delta_{kl}) \quad (2.13)$$

On voit que ce tenseur vérifie bien les symétries exigées pour un tenseur d'élasticité à savoir :

$$C_{ijkl} = C_{ijlk} = C_{jikl} = C_{klij} \quad (2.14)$$

En utilisant la notation de Voigt, et en se plaçant dans le repère principal de l'endommagement, la matrice d'élasticité a la forme suivante :

$$\underline{\underline{C}}(\underline{\underline{D}}_m) = \begin{bmatrix} \lambda+2\mu+(2a_1+2a_2)D_1 & \lambda+a_1(D_1+D_2) & \lambda+a_1(D_1+D_3) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda+a_1(D_1+D_2) & \lambda+2\mu+(2a_1+2a_2)D_2 & \lambda+a_1(D_2+D_3) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda+a_1(D_1+D_3) & \lambda+a_1(D_2+D_3) & \lambda+2\mu+(2a_1+2a_2)D_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu+\frac{1}{2}a_2(D_1+D_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu+\frac{1}{2}a_2(D_2+D_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu+\frac{1}{2}a_2(D_3+D_1) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

## 2.6. Critère d'endommagement

L'évolution de l'endommagement mécanique  $\underline{\underline{D}}_m$  est donnée ensuite par des méthodes classiques faisant appel à un critère d'endommagement et une loi de dissipation normale. Mais cette loi différencie la partie « extension » de la déformation, notée  $\underline{\underline{\varepsilon}}^+$  (liée aux valeurs propres positives de  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ ), de sa partie négative notée  $\underline{\underline{\varepsilon}}^-$ . C'est  $\underline{\underline{\varepsilon}}^+$  qui est responsable de l'avancement de la fissuration.

- L'évolution de l'endommagement mécanique, grâce à une loi de dissipation normale s'écrit :

$$\underline{\underline{\dot{D}}}_m = \dot{\lambda}^d \frac{\underline{\underline{\varepsilon}}^+}{\sqrt{\underline{\underline{\varepsilon}}^+ : \underline{\underline{\varepsilon}}^+}} \quad (2.16)$$

où  $\underline{\underline{\varepsilon}}^+$  est la déformation totale positive.

$$\dot{\lambda}^d = 0 \text{ si } f^d < 0 \text{ ou si } f^d = 0 \text{ et } \dot{f}^d < 0 \quad (2.17)$$

$$\text{Sinon : } \dot{\lambda}^d = \frac{\underline{\underline{\varepsilon}}^+ : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}}{\underline{\underline{r}}_1 \text{ tr } \underline{\underline{\varepsilon}}^+}$$

➤ Le critère d'endommagement s'écrit :

$$f^d = \sqrt{\underline{\underline{\varepsilon}}^+ : \underline{\underline{\varepsilon}}^+} - (r_0 + r_1 \operatorname{tr} \underline{\underline{D}}_m) = 0 \quad (2.18)$$

Le paramètre  $r_0$  correspond à la déformation totale positive obtenue au seuil d'endommagement. Dans le cas de l'argilite de l'Est, cette dégradation commence avant que la déformation latérale soit positive. Le paramètre  $r_0$  sera donc considéré comme étant nul pour ce matériau.

Pour trouver le paramètre  $r_1$  nous considérons le cas où la contrainte  $\sigma_3$  est au pic et l'endommagement atteint la valeur 1. Le paramètre  $r_1$  peut être calculé avec l'équation suivante :

$$r_1 = \frac{\sqrt{2}\varepsilon_3^{+pic} - r_0}{2} \quad (2.19)$$

où  $\varepsilon_3^{+pic}$  est la déformation à la contrainte maximale de  $\sigma_3$ .

Pour le cas de l'argilite,  $r_1 = 3,5 \times 10^{-3}$  (Chiarelli 2000).

## 2.7. Critère de plasticité - endommagement

Pour trouver la déformation plastique dans un milieu endommagé, on considère la règle d'écoulement.

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \dot{\lambda}^p \frac{\partial \underline{\underline{g}}^p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (2.20)$$

où  $g^p$  est le potentiel plastique et  $\dot{\lambda}^p$  un scalaire positif, nul si  $f^p(\sigma, \gamma^p) < 0$  ou si  $f^p(\sigma, \gamma^p) = 0$  et  $\dot{f}^p < 0$ .

La fonction  $f^p(\sigma, \gamma^p)$  est la fonction de charge. En accord avec les observations expérimentales sur la plupart des géomatériaux cohérents (roches, bétons), la fonction de charge proposée est basée sur le critère de Drucker – Prager. On fait de plus l'hypothèse d'un écrouissage isotrope et d'une réponse parfaitement plastique en traction hydrostatique. D'ailleurs si on utilise une loi associée ( $f^p(\sigma, \gamma^p) = g^p(\sigma, \gamma^p)$ ), le critère de Drucker – Prager ne permet pas de décrire une contractance. Or les résultats expérimentaux obtenus sur l'argilite de l'Est montrent que ce matériau manifeste une phase de contractance avant celle de dilatance. Il est donc nécessaire d'utiliser une loi non associée (Chiarelli 2000).

La fonction de charge s'écrit alors sous la forme suivante :

$$f^p(\sigma, \gamma) = q \left( \cos\theta - \frac{t}{\sqrt{3}} \sin\theta \right) + \alpha^p (\sigma_m - c_p) \quad (2.21)$$

où:

$$\bullet \quad q = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{M}}(\underline{\underline{D}}_m) : \underline{\underline{S}}} \quad (2.22)$$

$$\bullet \quad \underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} (\text{tr}\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} \quad (2.23)$$

$$\bullet \quad \theta (\text{Angle de Lode}) = \arcsin \left( \frac{-3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Compression triaxiale } \theta = \frac{\pi}{6} \\ \text{Extension triaxiale } \theta = -\frac{\pi}{6} \end{array} \right\} \quad (2.24)$$

$$\bullet \quad \sigma_m = \frac{1}{3} \text{tr}\underline{\underline{\sigma}} \quad (\sigma < 0 \text{ pour la compression}) \quad (2.25)$$

$$\bullet \quad J_2 = \frac{1}{2} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{S}} \quad (2.26)$$

$$\bullet \quad J_3 = \det S \quad (2.27)$$

- $t$  = rapport entre le seuil de plasticité en compression et en extension (au départ on prend  $t = \alpha_m^p$ )
- $c_p$  = Résistance en traction hydrostatique ( Pour le cas de l'argilite  $c_p = 14$  Mpa)
- $\alpha^p$  (Fonction d'écrouissage plastique) =  $\alpha_m^p - (\alpha_m^p - \alpha_0^p) e^{-b\gamma^p}$  (2.28)

D'après Chiarelli, les paramètres trouvés à partir des essais expérimentaux sont :

- $\alpha_0^p$  (seuil initial de l'écoulement plastique) = 0,05
- $\alpha_m^p$  (valeur de  $\alpha^p$  à la position ultime de domaine élastique) = 0,79
- $b = 400$

➤ L'écrouissage est défini par :

$$\gamma^p = \int_0^t \left( \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p \right)^{1/2} dt \quad (2.29)$$

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^p} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}^p} - \frac{1}{3} (\text{tr} \underline{\underline{\dot{\epsilon}}^p}) \underline{\underline{I}} \quad (2.30)$$

$\underline{\underline{M}}(\underline{\underline{D}}_m)$  est le tenseur montrant l'effet modéré de l'endommagement sur la déformation plastique, présenté sous la forme suivante:

$$\underline{\underline{M}}(\underline{\underline{D}}_m) = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \frac{1}{2} c_{pm} (\delta_{ik} D_{jl} + D_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} D_{jk} + D_{il} \delta_{jk}) \quad (2.31)$$

$c_{pm}$  est une constante positive caractérisant l'impact de l'endommagement sur le comportement plastique. Initialement on prend  $c_{pm} = 0$ .

➤ La règle d'écoulement est définie par :

$$g^p(\sigma, \gamma) = q \left( \cos\theta - \frac{t}{\sqrt{3}} \sin\theta \right) + \beta^p \sigma_m \quad (2.32)$$

où:

$$\beta^p = \beta'^p \left( \cos\theta - \frac{t}{\sqrt{3}} \sin\theta \right) \quad (2.33)$$

- $\beta^p = \beta'_m - (\beta'_m - \beta'_0) e^{-b'\gamma^p}$  (2.34)
- $\beta'_0$  (Coefficient de dilatance initiale) = -1,8
- $\beta'_m$  (Coefficient de dilatance finale) = 0,3
- $b' = 500$

## 2.8. Milieux poreux et endommagement

On peut décrire le comportement des matériaux poreux en l'absence d'un fluide par les lois classique de la mécanique. En revanche pour établir la loi de comportement d'un matériau poreux en présence de fluide, la notion de contrainte effective doit être introduite.

Terzaghi a introduit cette notion sur des bases expérimentales. Elle permet de décrire les états de contraintes et le comportement mécanique du squelette et du fluide par la relation:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma'}} - p \underline{\underline{1}} \quad (2.35)$$

Où  $\underline{\underline{\sigma'}}$  est le tenseur des contraintes effectives et  $p$  la pression de pore.

La poroélasticité linéaire permet de décrire le comportement d'un matériau poreux connecté et saturé en présence d'une pression de pore avec de faibles incréments de pression et de petites déformations.

Le modèle de Chiarelli (2000) a été étendu au cas du milieu poreux (biphasé) par Aublivé (2001). D'autre part Shao et Lydzba (1999) ont présenté un modèle complet intégrant l'influence de la pression interstitielle sur l'endommagement. Nous allons présenter ces modèles dans ce qui suit.

Le fluide est supposé incompressible. On remplace la contrainte totale par la contrainte effective :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma'}} - \underline{\underline{B(D)}} p \quad (2.36)$$

$\underline{\underline{\sigma'}}$  est la contrainte effective donnée par :

$$\underline{\underline{\sigma'}} = (\underline{\underline{H}} : \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{H}}) + \sigma_m \underline{\underline{\delta}} \quad (2.37)$$

où  $\underline{\underline{S}}$  est la partie déviatorique de la contrainte totale et  $\sigma_m$  la contrainte moyenne totale. Le tenseur  $\underline{\underline{H}}$  est lié à l'endommagement par :

$$\underline{\underline{H}} = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{D_m}})^{-1/2} \quad (2.38)$$

$\underline{\underline{B}}$  est le tenseur de Biot du matériau endommagé, présenté par Aublivié (2002) sous la forme suivante :

$$\underline{\underline{B}} = \left[ \underline{\underline{B}}_0 + A \underline{\underline{D}}_m \right] \quad (2.39)$$

Le coefficient A est un coefficient en fonction des deux coefficients  $a_1$  et  $a_1$ . Shao et Lydzba (1999) ont aussi considéré le tenseur de Boit comme une fonction linéaire en  $\underline{\underline{D}}_m$  et ils ont présenté l'équation suivante en prenant en compte la trace de  $\underline{\underline{D}}_m$  :

$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{B}}_0 + C_1^p \underline{\underline{D}}_m + C_3^p (\text{tr} \underline{\underline{D}}_m) \underline{\underline{\delta}} \quad (2.40)$$

On écrit la fonction de charge et les règles d'écoulement en fonction des contraintes effectives comme suit :

$$f^p(\sigma, \gamma) = q \left( \cos\theta - \frac{t}{\sqrt{3}} \sin\theta \right) + \alpha^p (\sigma_m + b p - c_p) \quad (2.41)$$

$$g^p(\sigma, \gamma) = q \left( \cos\theta - \frac{t}{\sqrt{3}} \sin\theta \right) + \beta^p (\sigma_m + b p) \quad (2.42)$$

$b = 1 - (K_0 / K_s)$  est le coefficient de Biot (valeur incertaine pour l'argilite):

$b = 0,76$  (Gasc 2002)

$b = 0,4 - 0,5$  (Bounenni 2002)

La pression de pore  $p$  peut être reliée à la porosité plastique du milieu poreux (Shao et Lydzba (1999)) par l'équation suivante :

$$\underline{\underline{\phi}} - \underline{\underline{\phi}}_0 = \left[ \underline{\underline{B}}_0 + C_1^p \underline{\underline{D}}_m + C_3^p \text{tr} \underline{\underline{D}}_m \underline{\underline{I}} \right] : \underline{\underline{\varepsilon}} + \beta(\underline{\underline{D}}_m) p \quad (2.43)$$

où,

- $\beta(\underline{\underline{D}}_m) = \beta^0 + C_2^p \text{tr} \underline{\underline{D}}_m$  est le coefficient reliant la variation de porosité à la pression interstitielle à l'état endommagé.
- $\beta^0 = \frac{1}{K_s} \left( 1 - \frac{K_0}{K_s} - \phi \right)$  (2.44)

où  $K_0$  est le module de compressibilité drainé du matériau à l'état initial et  $K_s$  est le module de compressibilité des grains solides.

- Les trois coefficients  $C_1^p$ ,  $C_2^p$  et  $C_3^p$  caractérisent l'impact de l'endommagement sur les coefficients de couplage poroplastique :

$$C_1^p = -\frac{3a_1+2a_2}{3K_s}, \quad C_2^p = -\frac{6a_1+2a_2}{9K_s^2} \quad \text{et} \quad C_3^p = K_s C_2^p - \frac{1}{3} C_1^p \quad (2.45)$$

On peut déterminer les bornes physiques des coefficients de couplage :

$$\phi \leq \frac{1}{3} \text{tr} B \leq 1, \quad 0 \leq \beta \leq \frac{1-\phi}{K_s} \quad (2.46)$$

Grâce aux trois coefficients  $C_1^p$ ,  $C_2^p$  et  $C_3^p$  on peut écrire la fonction d'endommagement avec la pression interstitielle:

$$f^d = \sqrt{\underline{\underline{Y}}^{d+}; \underline{\underline{Y}}^{d+}} - (r_0 + r_1 \text{tr} \underline{\underline{D}}_m) = 0 \quad (2.47)$$

où  $\underline{\underline{Y}}^d$  s'écrit à partir de tenseur de la déformation en considérant la pression interstitielle :

$$\underline{\underline{Y}}^d = -a_1 (\text{tr} \underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{\epsilon}} - a_2 (\underline{\underline{\epsilon}}; \underline{\underline{\epsilon}}) + C_1^p p \underline{\underline{\epsilon}} + \frac{1}{2} C_2^p p^2 \underline{\underline{I}} + C_3^p p \text{tr} \underline{\underline{\epsilon}} \underline{\underline{I}} \quad (2.48)$$

Le taux d'évolution de l'endommagement mécanique est alors donné par :

$$\underline{\underline{D}}_m = \lambda^d \frac{\partial f^d}{\partial \underline{\underline{Y}}^d} = \lambda^d \frac{\underline{\underline{Y}}^{d+}}{\sqrt{\underline{\underline{Y}}^{d+}; \underline{\underline{Y}}^{d+}}} \quad (2.49)$$

## **2.9. Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons effectué une synthèse nécessaire au développement d'un modèle de comportement purement mécanique des argilites en tant que matériaux poreux et élastoplastiques endommageables.

Cela nous a permis de choisir, parmi les modèles étudiés, ceux qui nous ont parus les plus adaptés aux développements envisagés dans ce travail de thèse.

Les valeurs numériques des paramètres intervenant dans ce chapitre seront employées lors de la présentation de la formulation finale de la loi rhéologique dans les étapes ultérieures de ce travail.

## **Chapitre 3**

### **Description de l'état de fissuration du matériau**

#### **3.1. Introduction**

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté la notion d'endommagement mécanique et sa relation avec l'elastoplasticité. Nous avons montré comment l'on peut calculer la variable d'endommagement mécanique à partir du tenseur de déformation à chaque étape du chargement mécanique.

Mais jusqu'ici nous n'avons pas donné une interprétation physique du phénomène d'endommagement et de son origine. Autrement dit, on sait que l'endommagement est dû à la création des fissures mais on ne connaît pas la relation entre le paramètre d'endommagement et l'état de fissuration.

Par ailleurs, nous avons dit qu'au cours du chargement mécanique, le matériau perd de sa résistance initiale et que son comportement mécanique change : la relation contrainte – déformation entre dans une phase non-linéaire. Cette modification de comportement est due à la création de micro-fissures au sein du matériau. D'un point de vue microscopique, il est indispensable d'avoir une idée sur l'endommagement à partir de l'état de fissuration. En plus cette relation va nous conduire, dans les prochains chapitres, au calcul de la perméabilité du matériau endommagé et au couplage endommagement – perméabilité.

Dans ce chapitre, on traite d'abord les fissures sous forme de disques circulaires répartis de manière statistique dans l'espace. Ensuite on explique comment on peut générer les coordonnées et les caractéristiques géométriques de ces fissures. Ces caractéristiques géométriques sont déterminées à partir des observations sur éprouvettes.

Puis la méthode de simulation numérique de fissures est développée pour deux cas de chargement classique : l'extension simple et la compression simple.

Enfin la démarche pour calculer le tenseur d'endommagement lié à l'état de fissuration (l'endommagement de fissuration) est présentée.

## 3.2. Modèles d'état de fissuration

D'un point de vue géométrique, nous modélisons les fissures comme des disques dans l'espace tridimensionnel (voir figure). Le même type de modèle géométrique est utilisé dans les théories dites «Micro-plane ou Micro-crack» (Bazant et Prat 1987, Bazant et al. 1996 et Carol et al. 1991). Mais le traitement que nous allons faire pour calculer l'endommagement et par la suite la perméabilité est différent de celui choisi dans ces théories qui adoptent des approches plus phénoménologiques.

$\underline{m}$  = Vecteur normal

$\underline{m}'$  = Projection du vecteur  
 $\underline{m}$  sur la surface X - Y

H = Centre du disque de  
coordonnées ( x, y, z )

$\theta$  = Angle entre  $\underline{m}$  et l'axe Z

$\phi$  = Angle entre  $\underline{m}'$  et l'axe X

r = Rayon du disque

e = Epaisseur

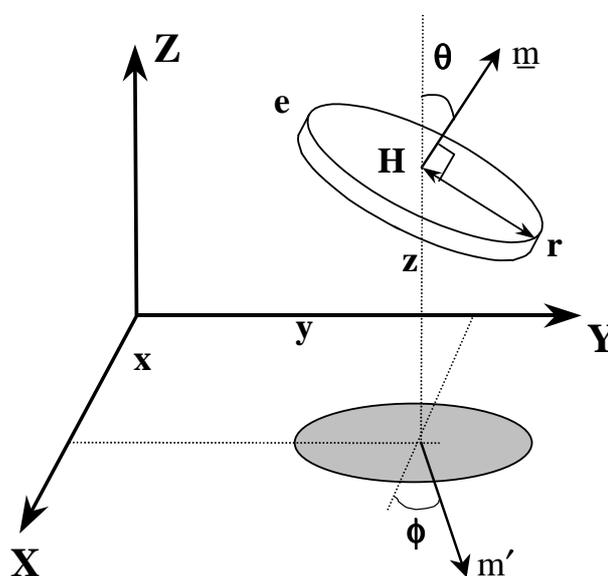


Figure 3.1. Représentation géométrique des fissures comme des disques dans l'espace

Ces disques sont caractérisés par 7 paramètres indépendants notés (x, y, z, r, e,  $\theta$ ,  $\phi$ ). Il s'agit respectivement des trois coordonnées du centre, du rayon, de l'épaisseur et des deux angles de coordonnées sphériques du vecteur normal  $\underline{m}$  au plan du disque ( $\theta$  l'angle du vecteur normal avec l'axe Z et  $\phi$  l'angle de la projection du vecteur normal sur le plan XY avec l'axe X, voir figure).

Un état de fissuration consiste en une donnée de répartition statistique de ces grandeurs.

Nous allons décrire et justifier ci-dessous les lois statistiques que nous adopterons pour la simulation des états de fissuration.

### **3.2.1. Coordonnées du centre**

Le mode de répartition des centres des fissures dans le matériau dépend des processus physiques ayant engendré celle-ci. Les processus physiques à l'origine de la fissuration peuvent être une sollicitation mécanique, des contraintes thermiques, une surpression dans les pores, ou autre. Quand plusieurs processus différents agissent sur le matériau à des temps différents, les fissures créées par le premier processus peuvent fortement conditionner la répartition spatiale des fissures créées par les mécanismes suivants. Dans ce cas, les positions des fissures ne sont pas indépendantes les unes des autres. Ce phénomène est bien observé à une échelle plus grande dans les massifs fracturés dont la fracturation a plusieurs origines différentes (tectoniques, processus physico-chimiques ou thermiques). On observe, par exemple, des fractures de grandes tailles d'origine tectonique au voisinage desquelles apparaissent des amas de plus petites fractures dites « secondaires » ayant d'autres origines. Mais on peut penser que dans le cas où un seul mécanisme physique serait à l'origine d'une série de fissures, celles-ci seraient réparties de manière plus ou moins uniforme dans le matériau. En effet, une fissure a tendance à s'ouvrir dans une zone de forte traction. L'apparition d'une fissure, due par exemple aux contraintes de retrait, modifie le champ de contraintes dans son voisinage, et conduit globalement à un relâchement des contraintes dans son voisinage. Il y a donc peu de chance que les fissures suivantes s'ouvrent dans cette zone. Elles auront tendance à naître dans les zones non relâchées, donc non fissurées. Le résultat global sera de ce fait une répartition plutôt uniforme des fissures dans le milieu.

Dans l'objectif de l'élaboration d'une loi de comportement du matériau, on doit supposer que le matériau est homogène. De ce fait, même s'il peut exister localement des corrélations entre les positions des fissures, on doit supposer globalement une répartition homogène des fissures. L'ensemble de ces considérations conduit à choisir un modèle de répartition uniforme des centres de fissure dans le volume considéré. Cette répartition sera donc caractérisée par une seule variable, la « densité volumique des fissures »  $\rho$ , qui sera égale au nombre (de centres) de fissures par unité de volume.

### 3.2.2. Rayons, épaisseurs et orientations

L'état de fissuration créé par une sollicitation mécanique, comme par exemple une contrainte déviatorique, est par nature anisotrope. La répartition des fissures, leurs orientations, longueurs et rayons ne sont donc pas isotrope. D'une manière générale, on peut représenter la répartition statistique de ces grandeurs géométriques par une fonction  $g(\underline{\mathbf{m}}, \mathbf{r}, \mathbf{e})$  où  $\underline{\mathbf{m}}$  est le vecteur normal au plan de la fissure,  $\mathbf{r}$  son rayon,  $\mathbf{e}$  l'épaisseur. La fonction  $g(\underline{\mathbf{m}}, \mathbf{r}, \mathbf{e})$  représente la densité de probabilité de trouver une fissure de rayon  $\mathbf{r}$  compris entre  $\mathbf{r}_{\min}$  et  $\mathbf{r}_{\max}$ , d'épaisseur  $\mathbf{e}$  comprise entre  $\mathbf{e}_{\min}$  et  $\mathbf{e}_{\max}$ , et d'orientation  $\underline{\mathbf{m}}$  quelconque. En supposant que les rayons des fissures varient entre  $\mathbf{r}_{\min}$  et  $\mathbf{r}_{\max}$  et leurs épaisseurs entre  $\mathbf{e}_{\min}$  et  $\mathbf{e}_{\max}$ , la fonction  $g(\underline{\mathbf{m}}, \mathbf{r}, \mathbf{e})$  doit vérifier la condition suivante:

$$\int_{\mathbf{r}_{\min}}^{\mathbf{r}_{\max}} \int_{\mathbf{e}_{\min}}^{\mathbf{e}_{\max}} \iint_{S_1} g(\underline{\mathbf{m}}, \mathbf{r}, \mathbf{e}) dS_1 dr de = \rho \quad (3.1)$$

où  $S_1$  représente la surface de la sphère de rayon unité, et  $\rho$  la densité volumique des fissures.

Dans le cas général, on peut concevoir une corrélation entre les valeurs de  $\mathbf{r}$ , de  $\mathbf{e}$  et l'orientation des fissures. Si, les fissures sont engendrées par une contrainte de traction uniaxiale par exemple, non seulement la plupart des fissures se trouvent dans le plan orthogonal à l'axe de la contrainte, mais de plus, la taille moyenne de ces fissures est plus grande dans ce plan, par rapport aux plans d'orientations différentes. Une hypothèse permet toutefois de rendre compte de l'anisotropie, tout en apportant une grande simplification dans les calculs. Elle consiste à supposer que les variables de dimension des fissures (rayon et épaisseur) et celle d'orientation (angle) ne sont pas corrélées entre elles. Cela revient à supposer que la répartition des longueurs et épaisseurs des fissures ne dépend pas de leur orientation, et que toute l'anisotropie est contenue dans une fonction de répartition des orientations que nous noterons  $E(\underline{\mathbf{m}})$ . En termes plus simples, on suppose que  $g(\underline{\mathbf{m}}, \mathbf{r}, \mathbf{e})$  s'écrit sous la forme :

$$g(\underline{\mathbf{m}}, \mathbf{r}, \mathbf{e}) = f(\mathbf{r}, \mathbf{e}) E(\underline{\mathbf{m}}) \quad (3.2)$$

où  $f(\mathbf{r}, \mathbf{e})$  est la densité de probabilité de trouver une fissure de rayon compris entre  $\mathbf{r}_{\min}$  et  $\mathbf{r}_{\max}$  et d'épaisseur comprise entre  $\mathbf{e}_{\min}$  et  $\mathbf{e}_{\max}$ .

La condition ci-dessus s'écrit alors :

$$\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \int_{e_{\min}}^{e_{\max}} f(r,e) dr de = 1 \quad (3.3)$$

$$\iint_{S_1} E(\underline{m}) dS_1 = \rho \quad (3.4)$$

En ce qui concerne l'épaisseur  $e$  de la fissure, on peut faire une distinction entre la valeur de cette épaisseur ou "ouverture" à l'état déchargé, et sa valeur sous contrainte. Certaines observations démontrent que l'épaisseur des fissures à l'état déchargé est corrélée avec leur rayon ou leur longueur. Ogata et Honshu (1981) proposent la relation suivante :

$$r = 70 e \quad (3.5)$$

En revanche, sous l'effet de contraintes et lors d'un processus de déformation élastique (réversible) cette ouverture peut varier indépendamment de la longueur. Cette dernière grandeur ne varie en effet pas lors des déformations réversibles. Nous pouvons alors considérer une ouverture à l'état déchargé des fissures que nous supposons être indépendante de leur rayon. La fonction de répartition  $f(\mathbf{r},\mathbf{e})$  peut s'écrit alors de la manière suivante:

$$f(\mathbf{r},\mathbf{e}) = f_r(r) \cdot f_e(e) \quad (3.6)$$

Et chaque fonction doit vérifier le critère suivant:

$$\int_{e_{\min}}^{e_{\max}} f_e(e) = 1 \quad (3.7)$$

$$\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} f_r(r) = 1 \quad (3.8)$$

### 3.2.2.1. Répartition des rayons

Pour la distribution des rayons nous considérons une loi exponentielle. D'après cette loi, les fissures plus longues ont une probabilité d'occurrence plus faible:

$$f_r (r) = \frac{1}{\lambda_r} \exp \left( \frac{-r}{\lambda_r} \right) \quad (3.9)$$

où  $\lambda_r$  est une longueur caractéristique. Les valeurs de  $r$  seront tronquées entre deux valeurs  $r_{\min}$  et  $r_{\max}$ . La valeur moyenne de  $r$  sera alors différente de  $\lambda_r$ .

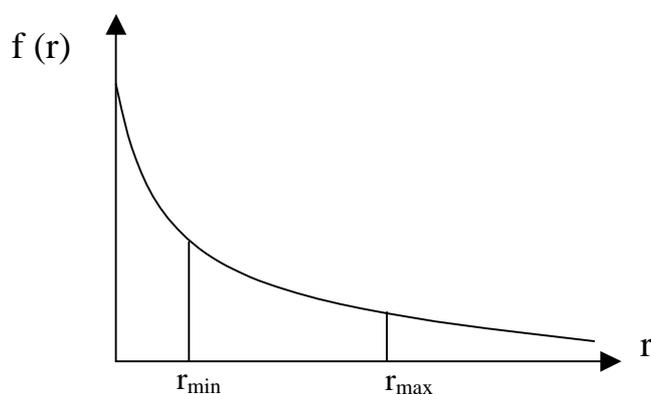


Figure 3.2. .Distribution exponentielle du rayon  $r$

Cette distribution est en accord avec les observations réelles car dans la phase d'endommagement, ce sont bien les micro-fissures qui apparaissent en premier et c'est leur coalescence qui génère les fissures de taille plus grande.

### 3.2.2.2. Répartition des épaisseurs

Pour l'épaisseur  $e$ , nous utilisons également une loi de distribution exponentielle. Les valeurs de  $e$  seront tronquées entre deux limites  $e_{\min}$  et  $e_{\max}$ .

$$f_e (e) = \frac{1}{\lambda_e} \exp \left( -\frac{e}{\lambda_e} \right) \quad (3.11)$$

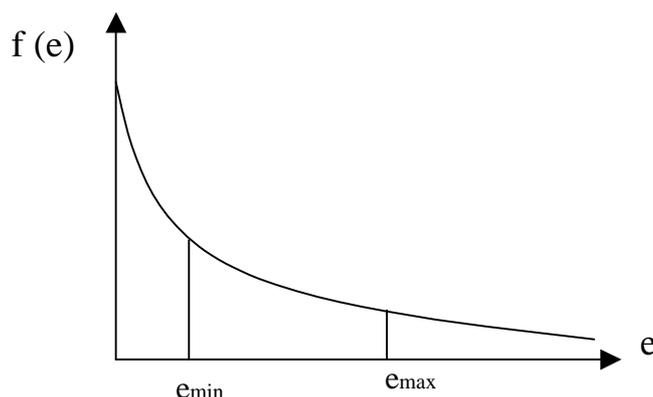


Figure 3.3. Distribution exponentielle de l'épaisseur  $e$

### 3.2.2.3. Fixer les bornes géométriques grâce aux observations in-situ

Pour fixer les bornes de la géométrie des fissures (épaisseur maximum et minimum, rayon maximum et minimum) dans les argilites, il faut se baser sur les observations in-situ :

- Après endommagement induit au four à micro-onde, les observations au microscope électronique sur un échantillon d'argilite, montrent que la taille moyenne des fissures est d'environ  $50 \mu\text{m}$  et que pour épaisseur est d'environ  $1 \mu\text{m}$  (Bounenni 2002).

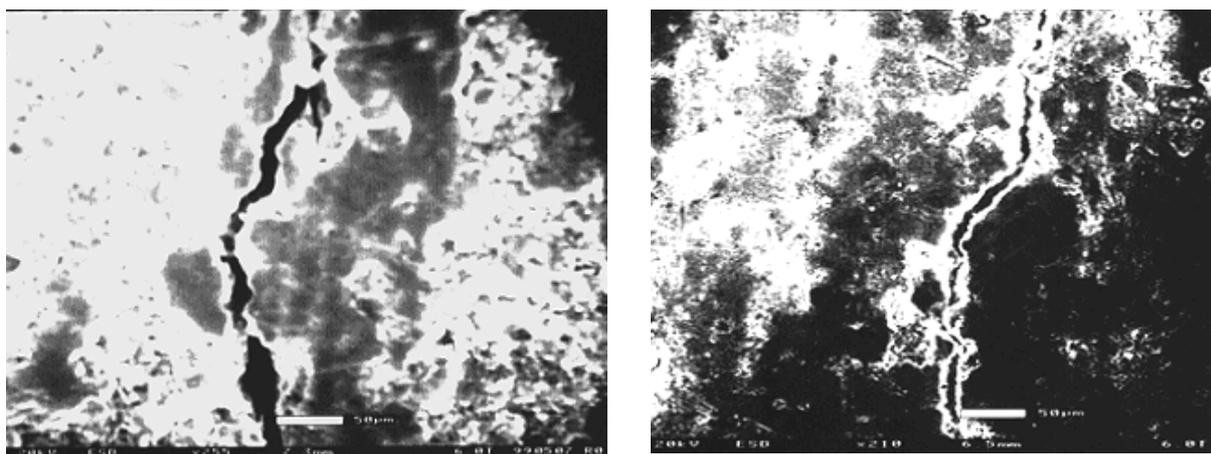


Figure 3.4. Observation des fissures par microscope électronique (Bounenni 2002).

- Andra (1999) présente quelques montages micrographiques où la taille des fissures est visible après sollicitation mécanique (essai uniaxial ou triaxial)

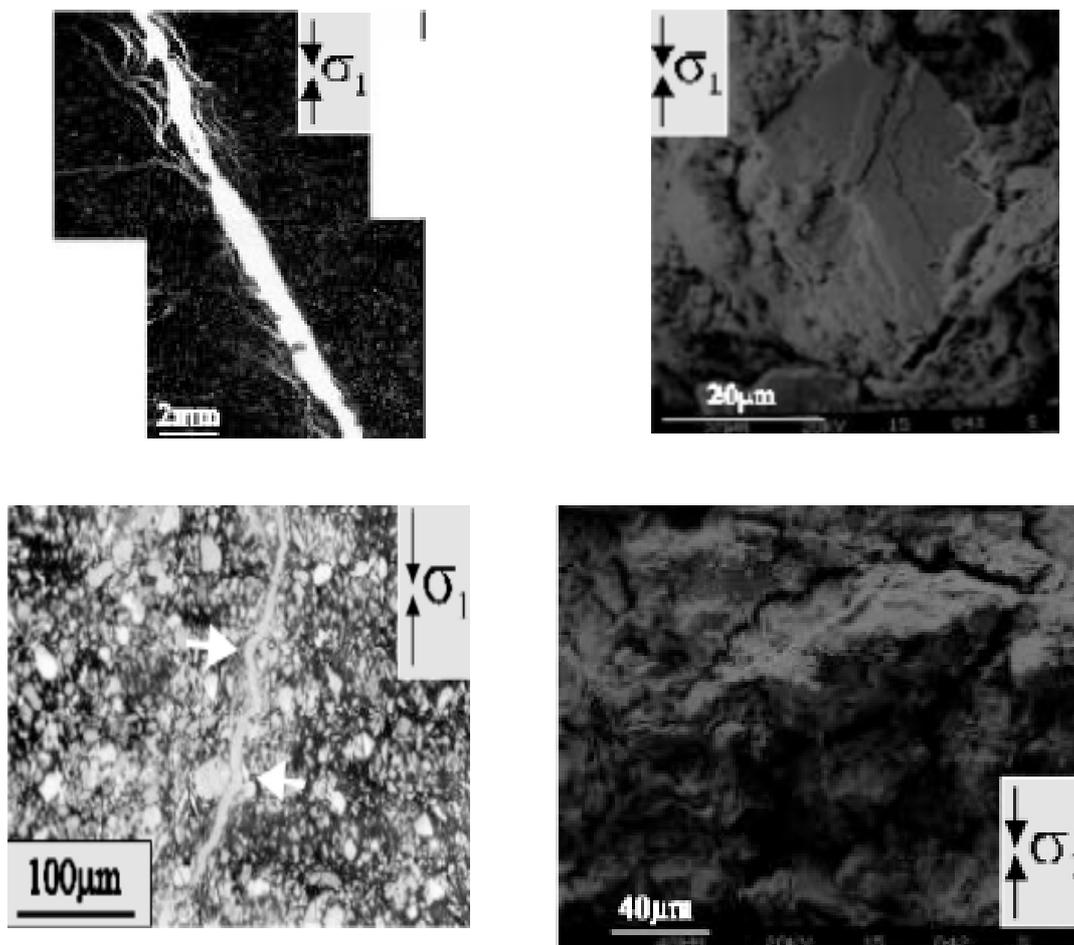


Figure 3.5. Observation microscopique sur des échantillons d'argilites après sollicitation mécanique (ANDRA 1999).

- Les observations du site de Mont Terri font ressortir une longueur des fissures aux alentours d'une dizaine de centimètres (Bossart et al. 2002).

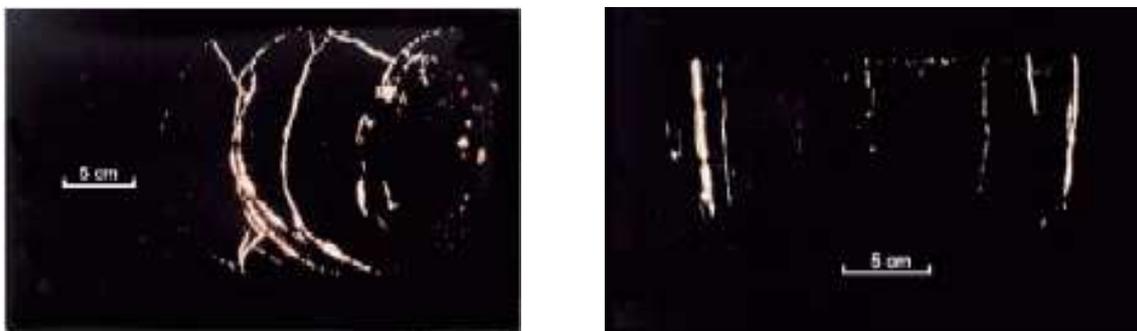


Figure 3.6. Observations des fissures sur le site de Mont Terri (Bossart et al. 2002)

- Enfin les mesures effectuées sur le site de Moray Firth en Grande Bretagne dans une formation d'argile kimméridgienne montrent que la taille des fissures dans la cimentation quartzique de couche est une centaine de micromètres (Scotchman et al. 2002).

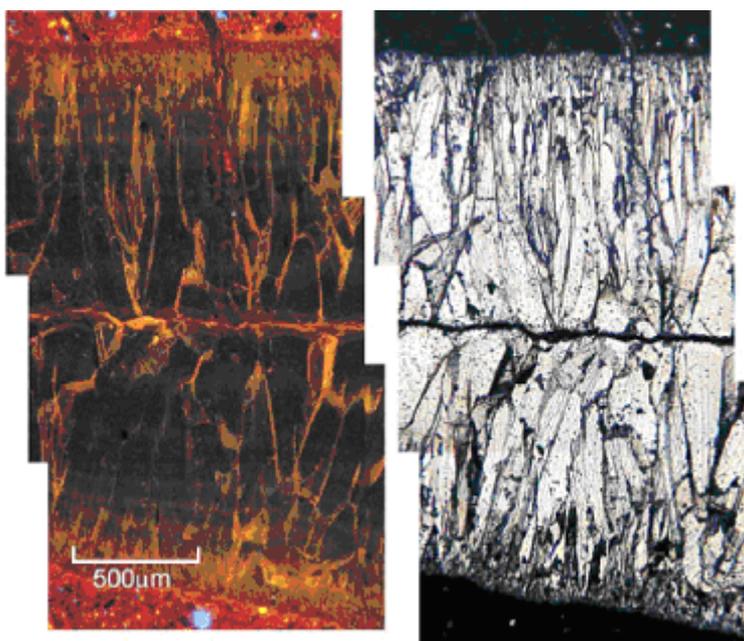


Figure 3.7. Un exemple de fissures dans la cimentation quartzique à 3146 m de profondeur, en photo mate et brillante (Scotchman et al. 2002).

Comme on peut le constater, les observations disponibles sur la géométrie des fissures en formation argileuse sont peu nombreuses et très dispersées.

Pour fixer le domaine de la géométrie des fissures, on prend les valeurs suivantes :

Rayon des disques :  $r_{\text{moyen}} = 25 \mu\text{m}$ ,  $r_{\text{max}} = 30 \mu\text{m}$ ,  $r_{\text{min}} = 20 \mu\text{m}$  .

Epaisseur des disques :  $e_{\text{moyenne}} = 1 \mu\text{m}$ ,  $e_{\text{max}} = 2 \mu\text{m}$ ,  $e_{\text{min}} = 0,1\mu\text{m}$  .

Ces valeurs sont plutôt comparables avec les résultats de Bounenni. La raison pour laquelle nous avons choisi ces valeurs sera expliquée au prochain chapitre, lorsque nous aborderons l'aspect de la porosité initiale.

#### **3.2.2.4. Angles $\theta$ et $\phi$**

Nous allons maintenant considérer le cas de sollicitations mécaniques présentant une symétrie axiale. C'est le cas du chargement vertical avec une contrainte latérale uniforme. La fonction de distribution  $\mathbf{E}(\underline{\mathbf{m}})$  s'exprime avec deux angles  $\theta$  et  $\phi$ .

En faisant l'hypothèse que ces deux angles sont indépendants, la distribution  $\mathbf{E}(\underline{\mathbf{m}})$  ne variera qu'avec l'angle  $\theta$  pour un cas de chargement axisymétrique car on considère que la répartition de l'angle  $\phi$  est homogène autour de l'axe vertical de chargement.

On peut donc utiliser une distribution uniforme pour l'angle  $\phi$ , avec une densité de probabilité égale à  $1/2\pi$ .

Il nous faut donc chercher l'expression de  $\mathbf{E}(\theta)$ .

### 3.3. Distribution de $E(\theta)$

Dans l'approche que nous avons adoptée, seul l'angle  $\theta$  dépend du type de chargement. En tout état de cause, la distribution de cet angle, notée  $E(\theta)$ , devrait être obtenue à partir d'une analyse mécanique du processus d'endommagement.

Au lieu de cette analyse qui nous paraît inaccessible, nous suggérons une approche fondée sur l'étude des échantillons endommagés et sur la détermination des distributions statistiques caractérisant des états de fissuration.

L'idée principale est donc d'établir une relation directe entre la géométrie de l'état final de fissuration et le type de chargement appliqué.

Pour obtenir cette relation, nous proposons de procéder par une observation détaillée d'échantillons endommagés. Dans ce qui suit, nous allons démontrer comment cette démarche permet de contourner la difficulté liée à la caractérisation mécanique de l'endommagement.

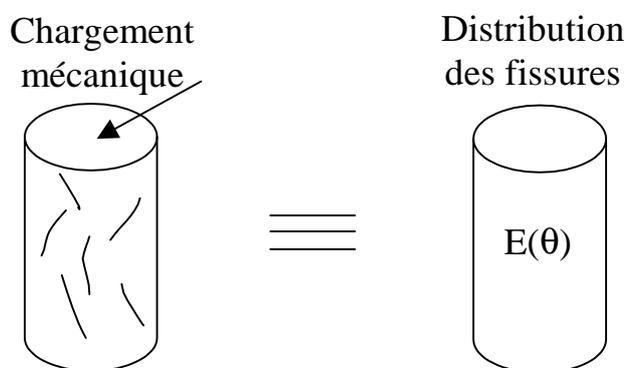


Figure 3.8. Faire le lien entre le chargement mécanique et la distribution des fissures.

Nous traitons maintenant des cas de chargement mécanique d'extension simple et de compression simple pour présenter la distribution de chacune.

Par définition, la compression est le cas d'un chargement où la contrainte verticale est plus grande en valeur absolue que la contrainte de confinement. Inversement, l'extension définit le type de chargement où la contrainte verticale en valeur absolue est moins grande que la contrainte de confinement. Un tel chargement est dit "simple" si la plus petite contrainte (en valeur absolue) est nulle.

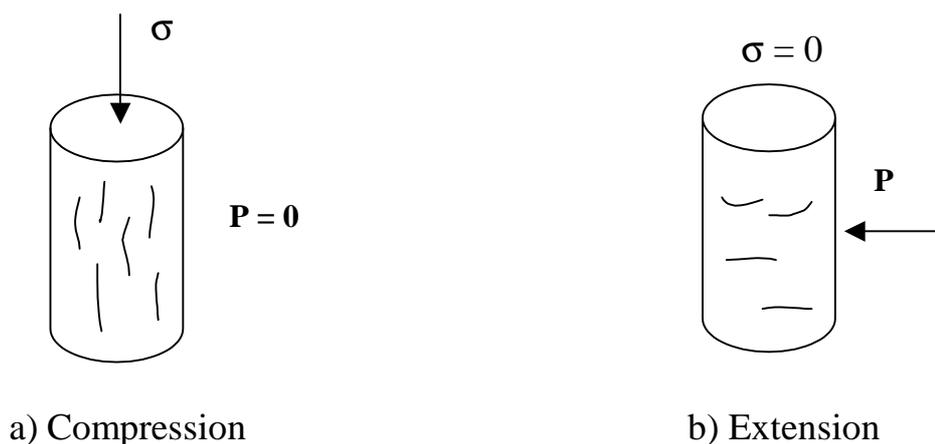


Figure 3.9. Fissures dans les cas de compression et extension simple

La distribution  $\mathbf{E}(\boldsymbol{\theta})$  doit avoir les propriétés suivantes:

- $E(\theta)$  : Fonction de l'ensemble des réels  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}^+$ , périodique de période  $\pi$
- $E(\theta) = E(-\theta)$
- $\iint_{S_1} E(\theta) dS_1 = 2 \iint_{S_1} E(\theta/2) dS_1 = \rho$  (Nombre de fissures par unité de volume). (3.12)

$S_1$  représente la surface d'une sphère de rayon unité.

Pour étudier les caractères géométriques des fissures, Oda (1983) a présenté un tenseur sous le nom de **tenseur de Fabric**. Le calcul de ce tenseur à partir de la géométrie des fissures sera expliqué plus loin. A ce stade on peut indiquer simplement la définition de Lubarda & Krajcinovic (1993) qui ont considéré le tenseur de fabric comme une densité de fissures sous la forme suivante:

$$E(\theta) = \frac{N}{V} \text{ (Densité des fissures dans une direction considérée)} \quad (3.13)$$

$N$  = Nombre de fissures dans la direction considérée

$V$  = Volume total

Pour un cas isotrope :  $E(\theta) = \frac{\rho}{4\pi}$  (3.14)

Il existe plusieurs type de distribution  $\mathbf{E}(\boldsymbol{\theta})$  dans les modèles « *Micro-Crack* ».

Par exemple on peut noter les distributions de Dirac, de Gauss et trigonométrique (Tikhomirov et al. 2001).

Sont indiquées ci-dessous ces distributions  $E(\theta)$  pour les différents types de chargement:

Distribution	Extension	Compression
Dirac	$E(\theta) = \frac{\rho}{2} [\delta(\theta) + \delta(\theta+\pi)]$	$E(\theta) = \rho \left[ \delta \left( \frac{\pi}{2} + \theta \right) \right]$
Gauss	$E(\theta) = \frac{\rho}{2} [\gamma(\theta) + \gamma(\theta+\pi)]$	$E(\theta) = \rho \left[ \gamma \left( \frac{\pi}{2} + \theta \right) \right]$
Trigonométrique	$E(\theta) = A \cos^2 (\theta)$	$E(\theta) = A \sin^2 (\theta)$

où  $\rho$  est la densité des fissures,

$\delta$  est la fonction de Dirac,

$\gamma$  est la fonction de Gauss : 
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \theta_s} \exp\left(\frac{-\theta^2}{2\theta_s^2}\right) \quad (3.15)$$

$\theta = \arccos \langle \underline{m}, \underline{n} \rangle$  est l'angle entre le vecteur normal  $\underline{m}$  et une direction  $\underline{n}$  (Figure suivante).

Le signe  $\langle \underline{m}, \underline{n} \rangle$  est le produit scalaire de deux vecteurs.

$\theta_s$  est l'écart type de  $\theta$ .

et  $A$  est une constant en fonction  $\rho$  qui sera calculée après.

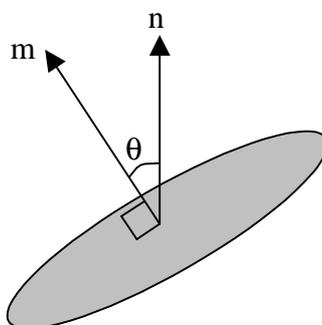


Figure 3.10. L'angle entre vecteur normal  $\underline{m}$  et l'axe  $\underline{n}$ .

Pour choisir une distribution parmi les différents types présentés plus haut, nous employons deux critères : simplicité et pertinence.

Dans ce sens, il suffit de considérer un essai triaxial d'extension isotrope. Dans ce cas, on met l'échantillon sous une extension constante dans toutes les directions. Dans ces conditions, on s'attend à avoir une forme de distribution isotrope. Autrement dit, la distribution la plus raisonnable doit être sous la forme d'une sphère. La forme représentative de la distribution trigonométrique d'ordre quatre, est une sphère pour ce type de chargement, tandis que la forme d'ordre quatre des autres distributions ne l'est plus. (Tikhomirov 2001).

Cette distribution assure aussi une simplicité considérable au niveau de la formulation mathématique.

Nous choisissons donc la distribution trigonométrique.

### 3.3.1. Distribution trigonométrique de $E(\theta)$

Pour expliquer la distribution trigonométrique nous considérons deux cas de chargement mécanique : extension et compression. La fonction  $E(\theta)$  pour ces deux types de chargement a des expressions différentes que nous allons décrire dans la suite.

#### 3.3.1.1. Cas de l'extension simple

Dans ce cas, les fissures ont tendance à être créées dans des plans orthogonaux à l'axe du chargement, c'est-à-dire que si  $Z$  correspond à la direction de l'axe du chargement :

- $E(0) = \max E(\theta)$
- $E(\pm\pi/2) = 0$  (3.16)

En adoptant la distribution trigonométrique, on peut écrire:

$$E(\theta) = A \cos^2(\theta) \quad (3.17)$$

$$\rho = \iint_{S_1} E(\underline{m}) dS_1 \Rightarrow \rho = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} A \cos^2\theta \sin\theta d\theta d\phi \Rightarrow A = \frac{3\rho}{4\pi} \quad (3.18)$$

Donc :

$$E(\theta) = \frac{3\rho}{4\pi} \cos^2\theta \quad (3.19)$$

Pour visualiser cette distribution il suffit de considérer les coordonnées d'un vecteur quelconque dans le système sphérique :  $\underline{m} = [\sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\theta]^T$ , et le vecteur  $\underline{n}$  suivant l'axe de chargement. Il faut aussi rappeler la définition de l'angle  $\theta$  :

$$\cos(\theta) = \langle \underline{m}, \underline{n} \rangle \quad (3.20)$$

Cette distribution dans le cas bidimensionnel est montrée sur la figure suivante. On peut constater que pour le cas d'une extension simple, la majorité des fissures se situe dans des plans subhorizontaux. Le vecteur normal au plan de la fissure est donc subvertical. La probabilité d'avoir une fissure horizontale ( $\theta = 0^\circ$ ) est très forte mais en revanche la probabilité d'avoir une fissure verticale ( $\theta = 90^\circ$ ) est très faible (quasiment nulle).

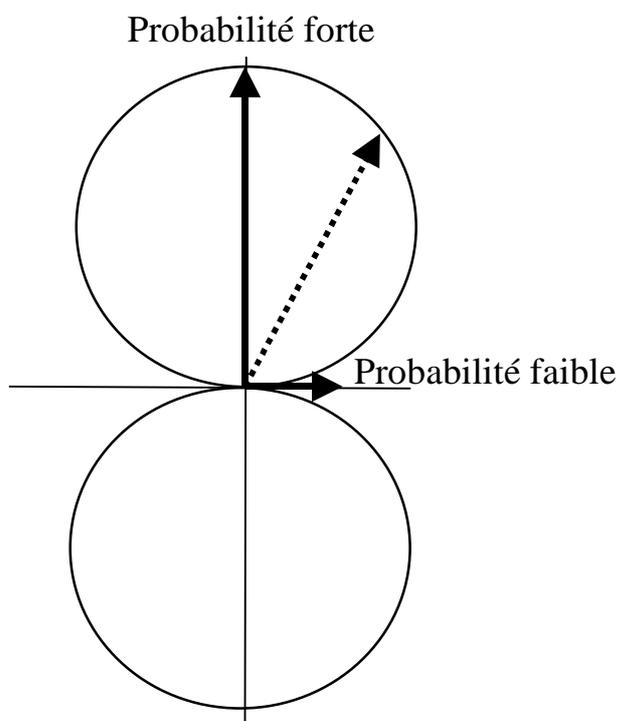


Figure 3.11. Distribution trigonométrique de l'angle  $\theta$  pour une extension simple.

On aperçoit aussi que les fissures ne sont pas parfaitement horizontales avec une probabilité non nulle d'avoir des fissures inclinées. Ceci est en accord avec les observations réelles car à cause de l'anisotropie on peut avoir des fissures dans différentes directions.

Cette propriété démontre un autre avantage de la distribution trigonométrique par rapport aux autres distributions comme celle de Dirac où hors d'un axe, la probabilité d'avoir une fissure est nulle. Cette distribution peut être visualisée dans un espace tridimensionnel (voir figure suivante).

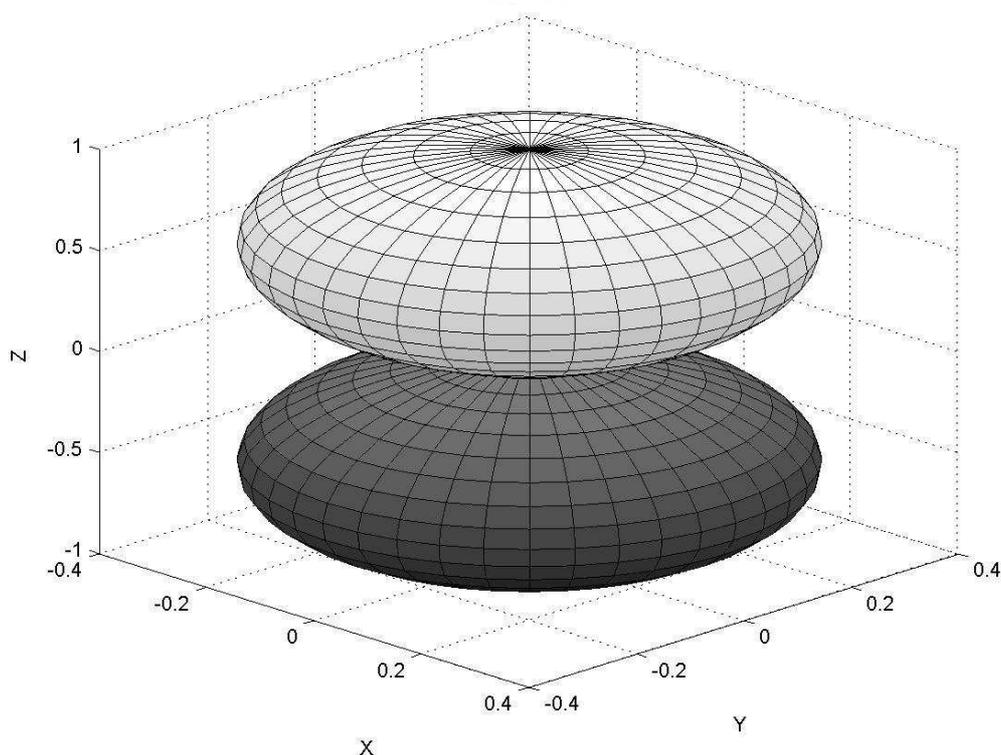


Figure 3.12. Distribution trigonométrique de l'angle  $\theta$  pour une extension simple dans un espace 3D.

A titre indicatif, l'histogramme de l'angle  $\theta$  pour un grand nombre de fissures est montré sur la figure suivante.

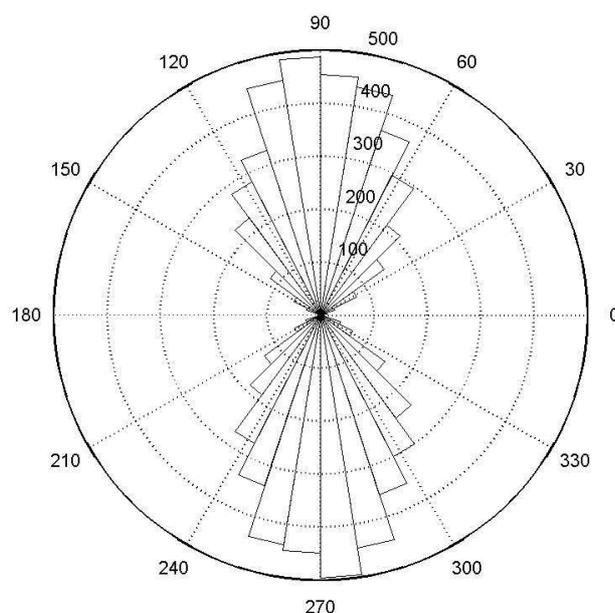


Figure 3.13. Histogramme rose de l'angle  $\theta$  pour une extension simple.

### 3.3.1.2. Cas de la compression simple

Dans ce cas, les fissures ont tendance à être créées dans des plans parallèles à l'axe du chargement, c'est-à-dire que si  $\mathbf{Z}$  correspond à la direction de l'axe du chargement :

- $E(\pm\pi/2) = \max E(\theta)$
- $E(0) = 0$  (3.21)

Si on suit la même démarche que précédemment, on trouve :

$$E(\theta) = A \sin^2(\theta) \tag{3.22}$$

$$\rho = \iint_{S_1} E(\underline{m}) dS_1 \Rightarrow \rho = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} A \sin^2\theta \sin\theta d\theta d\phi \Rightarrow A = \frac{3\rho}{8\pi} \tag{3.23}$$

Donc :

$$E(\theta) = \frac{3\rho}{8\pi} \sin^2\theta \tag{3.24}$$

Pour visualiser cette distribution, comme expliqué plus haut, il suffit de multiplier  $\sin^2(\theta)$  par les coordonnées d'un vecteur quelconque  $\underline{m}$  et un autre vecteur  $\underline{n}$  suivant l'axe de chargement.

D'après cette distribution, dans le cas d'une compression simple la majorité des fissures se situe dans des plans subverticaux. Le vecteur normal du plan de la fissure est donc subhorizontal. La probabilité d'avoir une fissure verticale ( $\theta=90^\circ$ ) est très forte mais en revanche la probabilité d'avoir une fissure horizontale ( $\theta=0^\circ$ ) est quasiment nulle. Cette distribution dans le cas bidimensionnel est montrée sur la figure suivante.

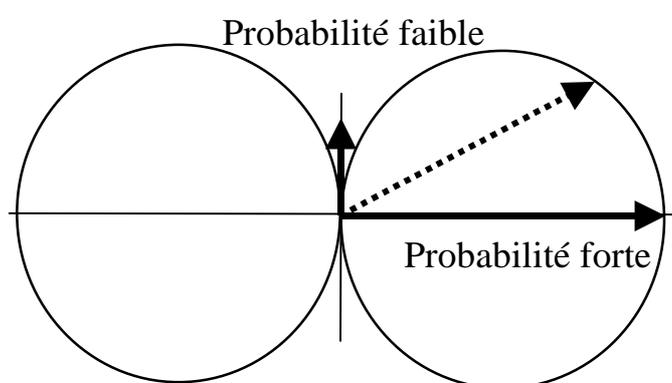


Figure 3.14. Distribution trigonométrique de l'angle  $\theta$  pour une compression simple.

Et dans un espace tridimensionnel :

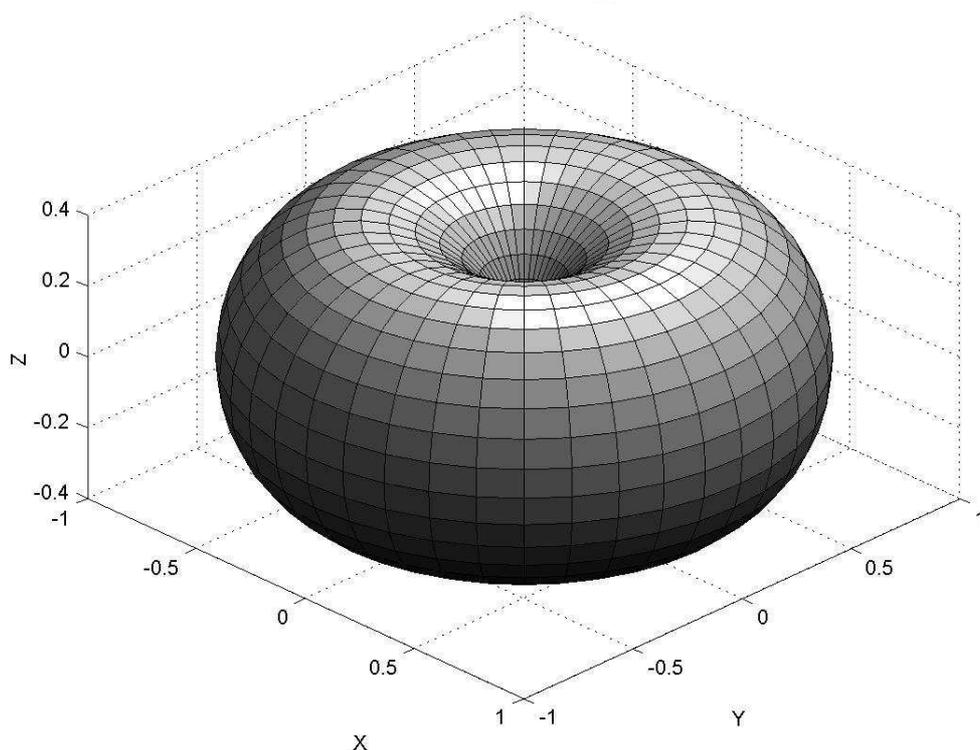


Figure 3.15. Distribution trigonométrique de l'angle  $\theta$  en 3D pour une compression simple.

L'histogramme de l'angle  $\theta$  pour un grand nombre de fissures est le suivant.

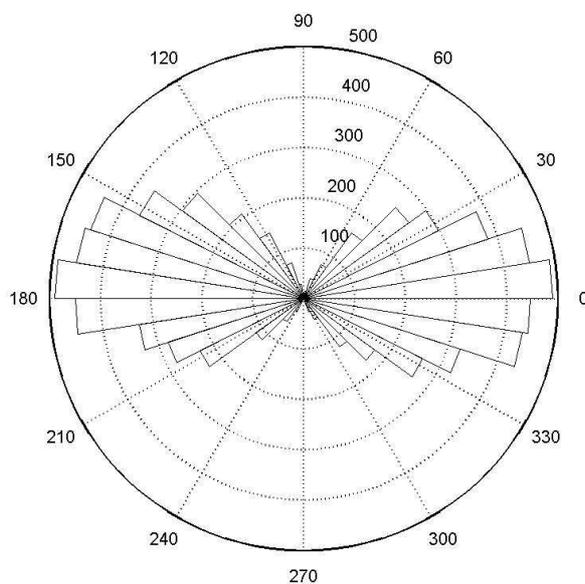


Figure 3.16. Histogramme rose de l'angle  $\theta$  pour une compression simple.

### 3.4. Méthode numérique de génération des fissures

Sur le plan pratique, les programmes numériques et les bibliothèques implantées dans les langages de programmation fournissent une suite de nombres aléatoires compris entre 0 et 1 avec une distribution uniforme (densité de probabilité égale à 1). Nous devons créer des séries de nombres variant dans différents intervalles (par exemple le rayon entre  $r_{\min}$  et  $r_{\max}$ ) et obéissant à différentes lois de distributions. La méthode pour créer numériquement ces fonctions de répartition est décrite dans l'Annexe 1.

### 3.5. Volume Élémentaire Représentatif (VER)

A l'échelle des fissures, un milieu endommagé est bien entendu un milieu hétérogène. Lors de la détermination des propriétés mécaniques et hydrauliques du matériau, la prise en compte de l'ensemble de ces hétérogénéités crée toutefois des problèmes numériques. Il est donc nécessaire de considérer le matériau comme continu et homogène en moyennant ses propriétés à une certaine échelle. Le volume sur lequel les propriétés sont moyennées est appelé Volume Élémentaire Représentatif (VER).

Ce volume doit satisfaire aux critères suivants :

- Il doit être suffisamment petit pour prendre en compte la structure microscopique du matériau et suffisamment grand pour pouvoir en décrire le comportement global.
- Ses propriétés doivent être indépendantes de sa situation dans le matériau.

Dans le diagramme suivant est montré l'évolution d'un paramètre à étudier (comme par exemple l'endommagement ou la perméabilité etc.) en fonction de l'échelle. On peut constater qu'après le VER ce changement atteint un niveau quasiment constant.

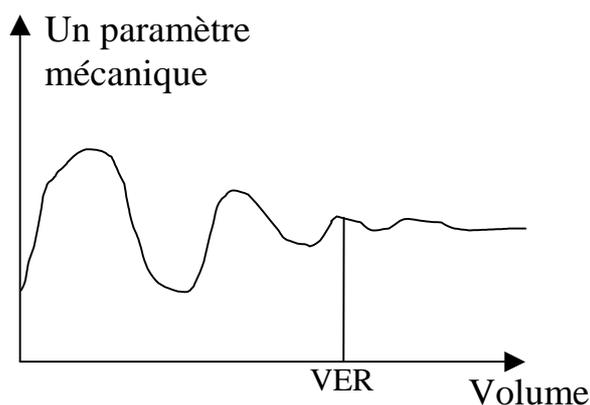


Figure 3.17. Définition du VER

Pour modéliser des fissures on peut également considérer un VER. Pour supprimer l'effet de bord sur le calcul de l'endommagement (et par la suite de la perméabilité), il faut avoir une taille de VER au moins quatre fois plus grande que la taille moyenne de fissures. Dans ce cas on est assuré qu'il y aura assez de fissures qui se créent à l'intérieur du VER et aussi de fissures qui se placent sur les bornes. Ainsi pour des fissures avec une taille de  $50 \mu\text{m}$  ( $r = 25\mu\text{m}$ ), il faut avoir un VER d'au moins  $200 \times 200 \times 200 \mu\text{m}$ .

Il faut rappeler que d'une manière générale, le rapport géométrique des fissures par rapport au VER est proportionnel: une fissure d' $1 \mu\text{m}$  dans un VER  $100 \times 100 \times 100 \mu\text{m}$ , est équivalente au niveau du calcul d'endommagement à une fissure d' $1 \text{ cm}$  dans un VER de  $1 \times 1 \times 1 \text{ m}$ .

Dans le prochain chapitre, nous allons voir que les valeurs choisies sont en accord avec les paramètres géométriques nécessaires pour le calcul hydraulique.

### 3.6. Passage du 3D au 2D pour la modélisation des fissures.

Les lois statistiques ci-dessus permettent de générer des familles de disques dans l'espace 3D. Un calcul tridimensionnel présente des difficultés importantes. Premièrement au niveau de la taille des matrices ainsi que de la complication du calcul. Par ailleurs les outils de calculs hydrauliques existants sont en 2D. En conséquence, on doit trouver un passage de notre VER 3D vers un plan 2D. Nous coupons donc ces familles de disques par différents plans pour constituer des familles de fractures 2D sur lesquelles seront effectués les calculs d'endommagement ainsi que les calculs hydromécaniques (chapitre suivant). Grâce aux coupes dans différentes directions, on peut mesurer l'évolution de caractéristiques dans toutes les directions. Chaque coupe est définie par deux vecteurs perpendiculaires et un point d'intersection entre deux vecteurs. Chaque vecteur est à son tour défini par deux angles : l'angle avec l'axe **Z** et l'angle avec l'axe **X**.

Dans la pratique, nous allons nous contenter d'étudier la trace des fractures dans les trois plans des coordonnées. La figure suivante montre ces trois plans de coupe et leurs vecteurs dans un VER de dimension  $200 \times 200 \times 200 \mu\text{m}$ .

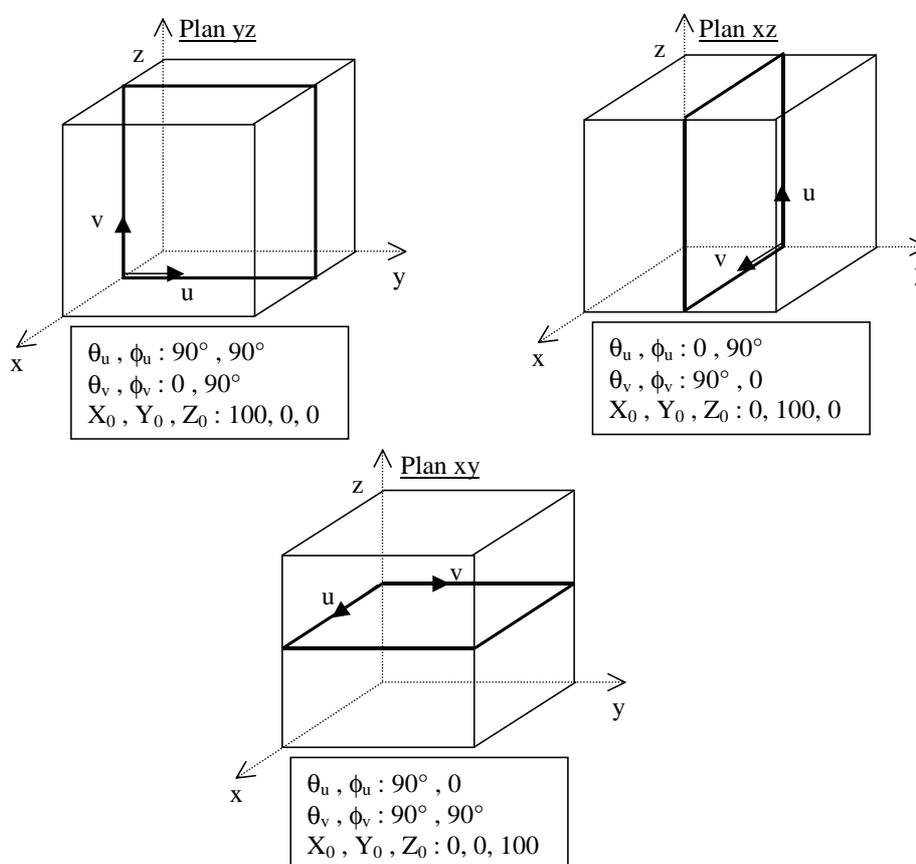


Figure 3.18. Plans choisis pour l'étude des familles de fractures bidimensionnelles

Nous avons généré une famille de 50 disques dans un cube de 200 $\mu$ m de coté. Nous avons calculé la trace des fractures dans différents plans perpendiculaires aux trois axes de coordonnées. La figure suivante montre l'intersection de ces fissures avec un plan horizontal.

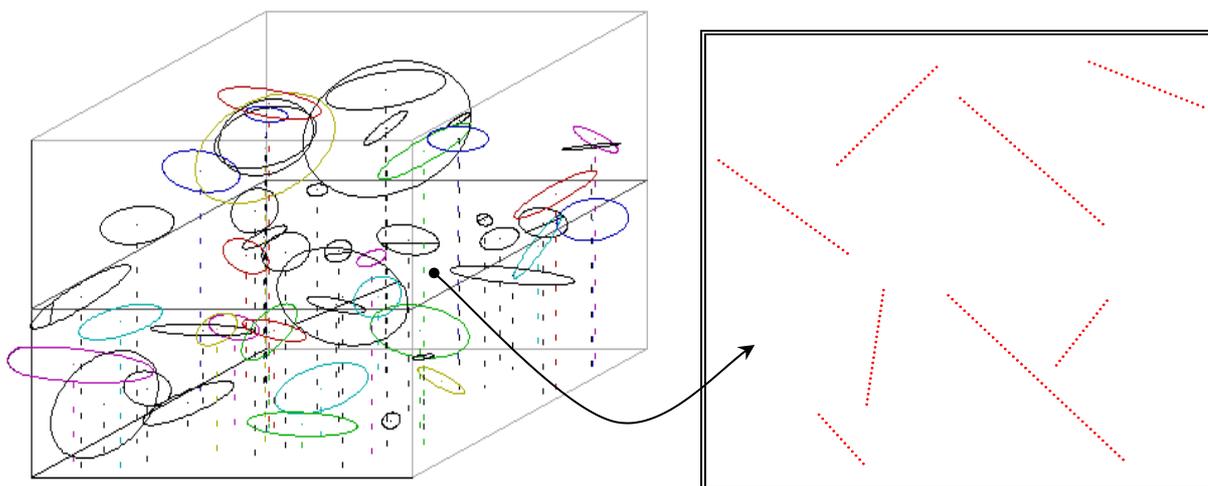


Figure 3.19. Exemple d'état de fissuration 3D étudié et trace des disques dans le plan horizontal

La détermination de la trace d'une famille de fractures 3D dans un plan nécessite une méthode de calcul de l'intersection d'un disque dans l'espace avec un plan quelconque. Cette méthode est décrite dans l'Annexe 2.

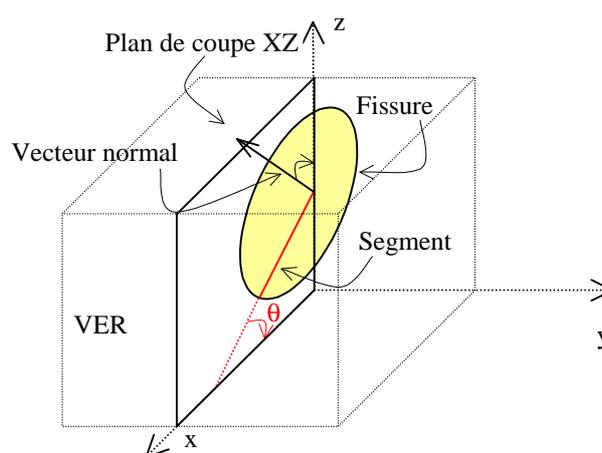


Figure 3.20. Intersection entre la fissure et le plan de coupe XZ.

La trace d'un disque dans un plan est un segment de droite qui peut être caractérisé par les deux coordonnées  $(X, Y)$  de son centre dans un repère  $(OXY)$  du plan, son rayon  $r$  (moitié de la longueur  $l$ ) et son angle  $\theta$  par rapport à l'axe  $OX$ . Comme ce segment de droite n'est pas orienté, nous pouvons choisir  $\theta$  positif, variant entre 0 et  $\pi$  (voir figure suivante).

$x, y$  : coordonnées du centre  
 $\theta$  : angle avec l'axe X  
 $l$  :  $2r$   
 $e$  : épaisseur

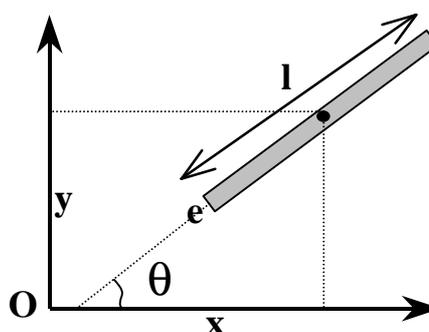


Figure 3.21. Coordonnées d'une fissure dans un plan

Nous utiliserons ces segments droits dans les plans de coupe afin de calculer le tenseur d'endommagement de fissuration et dans le chapitre suivant, l'évolution de la perméabilité due à la création des fissures.

### 3.7. Tenseur d'endommagement de fissuration

Les théories d'endommagement anisotrope sont nombreuses et variées, faisant appel à des tenseurs d'endommagement d'ordre 2, 4 et même 8 (Andrieux et al. 1986, Ju 1989, Thikhomirov et al. 2001 et Pensée 2002). Les tenseurs d'endommagement d'ordre plus élevé comportent naturellement plus de paramètres inconnus dont la détermination n'est pas évidente. Pour dépasser le cas des modèles isotropes et répondre aux besoins de notre étude, l'utilisation d'un tenseur d'endommagement d'ordre 2 dont on déterminerait les paramètres avec suffisamment de pertinence pour les cas de chargement mécanique simple paraît un bon compromis. Par ailleurs, le tenseur d'endommagement mécanique (voir chapitre 2) ainsi que la perméabilité s'expriment par des tenseurs d'ordre 2 eux aussi. Représenter l'endommagement de fissuration par un tenseur d'ordre 2 a alors l'avantage de faciliter la modélisation du couplage, celui-ci s'exprimant par des relations entre des tenseurs du même ordre.

A partir des données d'un état de fissuration, Lubarda et Krajcinovic (1993) proposent des définitions des tenseurs d'endommagement d'ordre deux:

$$\underline{\underline{D}}_f = \iint_{\Omega} E(\underline{m}) \underline{m} \otimes \underline{m} d\Omega \quad (3.25)$$

En considérant la distribution trigonométrique pour un cas de compression simple dans la direction 1, le tenseur d'endommagement d'ordre 2 s'écrit:

$$E(\underline{m}) = E(\theta) = \frac{3\rho}{8\pi} \sin^2\theta \Rightarrow \underline{\underline{D}}_f = \rho \begin{bmatrix} 0,20 & & 0 \\ & 0,40 & \\ 0 & & 0,40 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Où  $\rho$  est la densité de fissure (nombre de fissures/unité de volume).

Pour un cas d'extension simple dans la direction 1, on trouve :

$$E(\underline{m}) = E(\theta) = \frac{3\rho}{4\pi} \cos^2\theta \Rightarrow \underline{\underline{D}}_f = \rho \begin{bmatrix} 0,60 & & 0 \\ & 0,20 & \\ 0 & & 0,20 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

### 3.7.1. Modèle complet de l'endommagement de fissuration

L'importance des caractéristiques géométriques des fissures dans le calcul du tenseur d'endommagement de fissuration est évidente. Comme nous l'avons précisé plus haut, la définition de Lubarda et Krajcinovic (1993) est présentée d'une façon très simplifiée qui ne prend pas en compte le rayon et l'épaisseur des fissures. La prise en compte de ces paramètres est indispensable pour l'étape suivante, celle du calcul hydraulique et de l'étude de l'évolution de la perméabilité.

Pour tenir compte du rôle de l'ouverture et de la longueur des fissures, il est plus pertinent d'exprimer le tenseur d'endommagement avec sa définition classique. Il s'agit de mesurer l'endommagement comme le rapport de l'espace vide sur l'espace total dans un VER.

Considérons un VER contenant une fissure sous forme d'un disque de section  $S_f$ , d'ouverture  $e$  et de vecteur normal  $\underline{\mathbf{m}}$ . Cette fissure représente un endommagement qui peut être calculé approximativement dans la direction normale au plan de la fissure, soit :

$$\underline{\underline{\mathbf{D}}}_f = (S_f \cdot e / V) \underline{\mathbf{m}} \otimes \underline{\mathbf{m}} \quad (3.28)$$

où,  $V$  est le volume du VER considéré.

Ce tenseur  $\underline{\underline{\mathbf{D}}}_f$  peut aussi être interprété comme la "déformation" dans la direction  $\underline{\mathbf{m}}$  due à l'ouverture  $e$  de la fissure.

Cette assimilation de l'ouverture de la fissure à l'endommagement, ainsi que la superposition de l'effet des différentes fissures que nous présentons dans la suite, a été proposée de manière légèrement différente par Oda (1984). Supposons maintenant que le volume  $V$  contienne une famille de fissures sous forme de disques. En supposant que les fissures soient assez éloignées les unes des autres pour ne pas interagir, la déformation globale due à l'ouverture des fissures sera donnée par la somme des contributions des fissures individuelles. En notant  $\mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{e}, \mathbf{m})$  les fonctions de répartition du rayon, de l'épaisseur et de l'orientation, on trouve le tenseur d'endommagement de fissuration:

$$\underline{\underline{\mathbf{D}}}_f = \frac{1}{V} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \int_{e_{\min}}^{e_{\max}} \iint_{\Omega} \pi r^2 \cdot e \cdot \mathbf{g}(\underline{\mathbf{m}}, r, e) \underline{\mathbf{m}} \otimes \underline{\mathbf{m}} d\Omega dr de \quad (3.29)$$

Où  $\Omega$  est la surface.

Dans cette équation, la section d'une fissure est donnée par  $S_f = \pi r^2$ .

Nous avons indiqué que dans le cas particulier où la répartition des rayons et des épaisseurs est indépendante de celle de l'orientation, on peut écrire

$$g(\underline{\mathbf{m}}, r, e) = f(r, e) \cdot E(\underline{\mathbf{m}}) \quad (3.30)$$

L'expression intégrale ci-dessus s'écrit alors sous la forme :

$$\underline{\underline{\mathbf{D}}}_f = \frac{1}{V} \int_{e_{\min}}^{r_{\max}} \int_{e_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 e f(r, e) dr de \iint_{\Omega} E(\underline{\mathbf{m}}) \underline{\mathbf{m}} \otimes \underline{\mathbf{m}} d\Omega \quad (3.31)$$

ou encore :

$$\underline{\underline{\mathbf{D}}}_f = \frac{1}{V} \left( \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \pi r^2 e f(r, e) dr de \right) \cdot \underline{\underline{\mathbf{F}}} \quad (3.32)$$

où on retrouve, à une constante multiplicative près, le tenseur :

$$\underline{\underline{\mathbf{F}}} = \iint_{\Omega} E(\underline{\mathbf{m}}) \underline{\mathbf{m}} \otimes \underline{\mathbf{m}} d\Omega \quad (3.33)$$

Ce tenseur est appelé le tenseur de fabrication de Oda (1983).

## **3.8. Conclusion**

Ce chapitre contient l'essentiel de la méthode de calcul du tenseur d'endommagement de fissuration. Nous avons essayé de présenter ce tenseur comme une extension de la notion traditionnelle de l'endommagement (surface vide / surface totale), présentée au chapitre précédent.

Les coordonnées des fissures sont présentées suivant des lois statistiques. Nous avons pu constater que la répartition de l'angle du vecteur normal au plan de fissure avec l'axe du chargement est le seul paramètre qui dépend du type de chargement (particulièrement pour les cas de chargement de symétrie axiale). Pour bien définir cette distribution, elle a été établie pour deux cas de chargements, la compression simple et l'extension simple. Les formes de distributions présentées pour chaque type de chargement ne sont pas obtenues à partir des analyses mécaniques. En revanche chaque distribution correspond à une famille de fissures en bonne concordance avec les observations et résultats d'expérience.

Les bornes maximum et minimum des autres variables comme l'épaisseur et le rayon, dans leurs distributions statistiques, ont été fixées en s'inspirant des observations réelles. Ces observations sont très peu nombreuses et en même temps très variées. Nous avons choisi les valeurs pouvant simplifier nos calculs et diminuer la taille de notre modèle. En même temps, ce sont les valeurs qui correspondent plus à l'échelle des phénomènes hydrauliques que nous voudrions étudier plus loin.

Enfin la technique du passage au calcul bidimensionnel a été présentée. Cette démarche apporte une grande simplification à notre modélisation. Il est évident qu'une fois le modèle établi, la mise en œuvre d'une approche tridimensionnelle est fortement souhaitable.

## Chapitre 4

# Méthode de calcul de la perméabilité

### 4.1. Introduction

Dans l'état actuel des connaissances, différents concepts permettent de représenter plus ou moins fidèlement les propriétés hydrauliques des couches géologiques. Certains de ces concepts font appel à l'hydraulique des failles, d'autres impliquent des drainages verticaux à grande échelle etc. Il est difficile de trancher entre ces différentes approches, car toutes font intervenir des hypothèses relativement fortes ne pouvant être vérifiées à ce stade. Pour notre étude, il nous a paru nécessaire d'établir un cadre simplifié permettant d'approcher les caractéristiques hydrauliques du massif géologique.

Ce cadre ne comprend pas le rôle hydraulique des failles, qu'elles soient locales ou régionales. Il ne tient pas non plus compte de l'anisotropie initiale des couches argileuses, aussi bien sur le plan mécanique qu'hydraulique.

Dans ce cadre, on suppose l'existence d'une zone poreuse de faible perméabilité dans la zone du stockage. Cette hypothèse nous permet d'utiliser les concepts et les équations valables pour un milieu peu perméable au débit faible en appliquant le concept de la mécanique des milieux poreux.

Ce chapitre débute par une description des méthodes utilisées pour calculer la perméabilité des milieux poreux en présence d'endommagement. Une définition rigoureuse de la conductivité hydraulique moyenne d'un domaine contenant un réseau de fissures est avancée en premier lieu. Cette définition s'inspire des méthodes générales d'homogénéisation du comportement des matériaux hétérogènes pour l'étude de la perméabilité des milieux poreux fissurés. Nous simulerons numériquement une famille de fissures dans le matériau représentant un certain état d'endommagement, puis nous modéliserons l'écoulement dans ce réseau pour en déduire la perméabilité. Nous présentons enfin la notion de double porosité (Porosité initiale et fissures). Différentes étapes suivent conduisant à la superposition des fissures à un milieu poreux et à l'étude de l'évolution de la perméabilité.

## 4.2. Concept d'écoulement dans un plan de coupe

Dans le chapitre précédent, nous avons expliqué comment créer des fissures dans un VER de la forme d'un cube. Les fissures y sont modélisées comme des disques circulaires. Des coupes à travers ce VER fournissent les traces de ces disques sur les différents plans.

Ce sont ces plans de coupes, que nous avons utilisés pour le calcul hydraulique de l'espace fissuré car nos outils numériques pour le calcul hydraulique sont bidimensionnels.

Au départ, nous allons calculer l'écoulement dans un réseau de fractures comprises dans un domaine rectangulaire soumis à un gradient de pression. Le réseau est formé de nœuds (intersection de fractures) notés  $i, j$  et de branches reliant ces nœuds. Il est représenté dans la figure suivante.

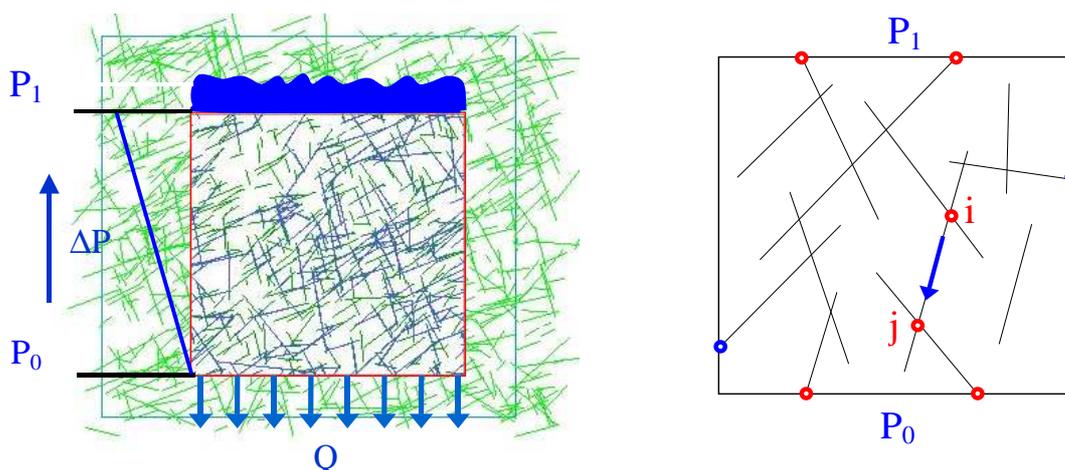


Figure 4.1. A gauche : Débit équivalent traversant un réseau de fissure plus petit que l'espace initial, sans effet des bords. A droite : modélisation du réseau de fissures.

La surface considérée pour le calcul hydraulique et la mesure du débit est plus petite que la surface initiale afin de supprimer les effets de bord. Autrement dit, les fissures peuvent avoir leur centre hors de la surface considérée mais avec un segment contenu à l'intérieur de cette surface.

Le problème consiste donc à calculer les pressions aux nœuds  $i$ , notées  $p_i$ , et le débit de fluide allant du nœud  $i$  au nœud  $j$ , noté  $q_{ij}$ . On considère un modèle linéaire :

Le débit  $q_{ij}$  entre les nœuds  $i$  et  $j$  est proportionnel à la différence de pressions  $P_j - P_i$ .

On note  $k_{ij}$  la conductivité hydraulique de la fracture entre les nœuds  $i$  et  $j$  :

$$q_{ij} = -k_{ij} (P_j - P_i) \quad (4.1)$$

La conductivité  $k_{ij}$  est inversement proportionnelle à la longueur de la fissure (distance entre les nœuds  $i$  et  $j$ ), et proportionnelle au cube de l'épaisseur  $e$  (ouverture hydraulique) de la fissure. Cette loi en  $e^3$  s'inspire de la loi d'écoulement d'un fluide visqueux entre deux plaques planes (formule de Poiseuille).

Supposons alors que le réseau contienne  $n$  nœuds, dont  $N$  sur les frontières, et  $m$  branches. On a alors  $n$  pressions  $P_i$  et  $m$  débits  $q_{ij}$  à déterminer. Ces  $n+m$  inconnues sont la solution des  $n+m$  équations suivantes :

•  $m$  équations de comportement :

Pour la branche  $ij$  : 
$$q = -k \cdot \Delta P \quad (4.2)$$

•  $n-N$  équations de conservation de la masse :

Pour le nœud  $i$  à l'intérieur du domaine : 
$$\sum_j q_{ij} = 0 \quad (4.3)$$

où  $j$  est l'indice de tous les nœuds reliés au nœud  $i$ .

•  $N$  conditions aux limites :

Pour les nœuds  $N$  sur la frontière,  $P_N$  est donnée.

La pression aux frontières est égale à  $p_1$  et  $p_2$  sur les deux frontières source et puits, et se calcule en faisant l'hypothèse d'un gradient constant sur les deux frontières latérales.

Pour constituer les coefficients de ce système linéaire d'équations, nous devons donner une description des points d'intersection entre les fractures ou encore un tableau de connectivité des fractures. Nous avons mis au point un logiciel réalisant ce tableau.

Dans la suite nous présentons une méthode pour calculer la perméabilité équivalente à partir de l'écoulement calculé pour ce plan de coupe.

### 4.3. Perméabilité équivalente

Considérons un corps perméable hétérogène occupant un volume  $\mathbf{V}$  dans l'espace. Ce corps est le siège d'un écoulement de fluide sous l'effet des pressions  $\mathbf{p}$  et des flux  $\underline{\mathbf{q}}$  imposés sur son contour  $\partial\mathbf{V}$ . On suppose que ce corps est constitué de matériaux de perméabilités différentes, caractérisés chacun par un tenseur de perméabilité  $\underline{\mathbf{k}}$  symétrique et défini positif.

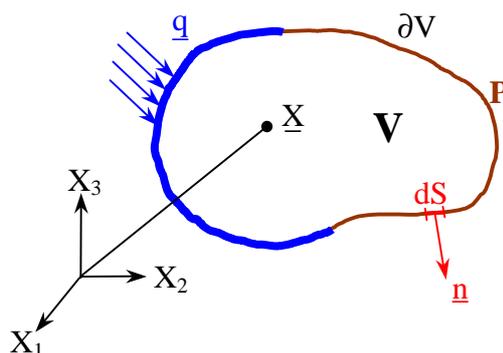


Figure 4.2. Corps perméable dans l'espace avec pression et flux imposés.

En tout point  $\underline{\mathbf{X}}$  du volume  $\mathbf{V}$ , l'écoulement a lieu suivant la loi de Darcy :

$$\underline{\mathbf{q}} = -\underline{\mathbf{k}} \cdot \nabla p \quad \forall \underline{\mathbf{X}} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{V} \quad (4.4)$$

où  $\underline{\mathbf{k}}$  est le tenseur de perméabilité du constituant matériel et  $\underline{\mathbf{q}}$  et  $\nabla p$  sont respectivement le flux et le gradient de la pression au point  $\underline{\mathbf{X}}$ .

Supposons que sur le contour  $\partial\mathbf{V}$  soit imposée une pression avec un gradient constant (champ scalaire). Plus précisément nous avons :

$$p = \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{X}} + p_0 \quad \forall \underline{\mathbf{X}} = (x_1, x_2, x_3) \in \partial\mathbf{V} \quad (4.5)$$

où  $\underline{\mathbf{A}}$  est un vecteur constant et  $p_0$  est une constante quelconque.

Il s'établit alors dans le milieu un écoulement avec les champs de pression  $\mathbf{p}$  et de flux  $\underline{\mathbf{q}}$ . Ces champs se calculent à l'aide de la loi d'écoulement local (4.4), des conditions aux limites en pression (4.5) et de l'équation de conservation de la masse :

L'équation de conservation de la masse pour un fluide incompressible s'écrit:

$$\text{div } \underline{\mathbf{q}} = 0 \quad \forall \underline{\mathbf{X}} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{V} \quad (4.6)$$

Nous notons  $\underline{\mathbf{G}}$  et  $\underline{\mathbf{Q}}$  respectivement le gradient moyen de pression et le flux moyen, définis par les relations :

$$\underline{\mathbf{G}} = \frac{1}{V} \int_V \nabla p \, dV \quad \text{et} \quad \underline{\mathbf{Q}} = \frac{1}{V} \int_V \underline{\mathbf{q}} \, dV \quad (4.7)$$

Pour calculer le débit, en utilisant l'identité mathématique en coordonnées cartésiennes  $\partial_i x_j = \delta_{ij}$  et l'équation de conservation de masse  $\partial_i q_i = 0$ , on peut écrire :

$$\partial_i (x_j q_i) = (\partial_i x_j) q_i + x_j \partial_i q_i = \delta_{ij} q_j = q_i \quad (4.8)$$

En remplaçant  $q_i$  par  $\partial_i (x_j q_i)$  dans la définition (4.7) de  $\underline{\mathbf{Q}}$ , et en intégrant sur le domaine, on trouve :

$$\underline{\mathbf{Q}} = \frac{1}{V} \int_V \partial_i (\underline{\mathbf{X}} \cdot \underline{\mathbf{q}}) \, dV \quad (4.9)$$

En utilisant la formule de Green, on trouve:

$$\underline{\mathbf{Q}} = \frac{1}{V} \int_{\partial V} (\underline{\mathbf{q}} \cdot \underline{\mathbf{n}}) \underline{\mathbf{X}} \, dS \quad (4.10)$$

où  $\underline{\mathbf{n}}$  est le vecteur unitaire sortant de l'élément de surface  $d\mathbf{S}$  sur la frontière  $\partial V$  (figure précédente).

La forme linéaire du champ de pression (4.5) fait que la solution  $\underline{\mathbf{q}}$  est indépendante de  $\mathbf{p}_0$  et qu'elle est une fonction linéaire de  $\underline{\mathbf{A}}$ . Il en est donc de même pour  $\underline{\mathbf{Q}}$ . La linéarité de  $\underline{\mathbf{Q}}$  en fonction de  $\underline{\mathbf{A}}$  peut s'écrire :

$$\underline{\mathbf{Q}} = - \underline{\mathbf{K}}_V \cdot \underline{\mathbf{A}} \quad (4.11)$$

Le tenseur  $\underline{\mathbf{K}}_V$  est une caractéristique intrinsèque de  $V$  et dépendant de sa géométrie et de la distribution de  $\underline{\mathbf{k}}$ .

Par ailleurs, en utilisant la formule de Green, l'intégrale ci-dessus définissant  $\underline{\mathbf{G}}$  peut s'intégrer sous la forme suivante:

$$\underline{\mathbf{G}} = \frac{1}{V} \int_{\partial V} p \, \underline{\mathbf{n}} \, dS \quad (4.12)$$

En remplaçant  $\mathbf{p}$  par son expression (4.5) et en utilisant les identités mathématiques :

$$\int_{\partial V} \underline{\mathbf{n}} \, dS = 0 \quad \text{et} \quad \int_{\partial V} x_i n_j \, dS = V \delta_{ij} \quad (4.13)$$

On trouve : 
$$\underline{\mathbf{G}} = \underline{\mathbf{A}} \quad (4.14)$$

Ceci permet d'écrire la relation (4.11) sous la forme suivante :

$$\underline{\mathbf{Q}} = - \underline{\mathbf{K}}_v \cdot \underline{\mathbf{G}} \quad (4.15)$$

Le tenseur  $\underline{\mathbf{K}}_v$ , reliant le flux moyen au gradient moyen de pression dans le milieu (dans le cas d'un gradient de pression constant sur le contour), sera appelé "tenseur de perméabilité équivalente du domaine  $\mathbf{V}$ ". Ce tenseur est symétrique et défini positif (voir Annexe 3).

Supposons maintenant que  $\mathbf{V}$  soit un sous-domaine d'un milieu hétérogène infini et qu'il soit caractérisé par une longueur caractéristique notée  $\mathbf{d}_0$  (par exemple le diamètre moyen). Supposons alors que pour le milieu considéré,  $\underline{\mathbf{K}}_v$  tende vers une limite notée  $\underline{\mathbf{K}}$  quand  $\mathbf{d}_0$  tend vers l'infini. Dans ce cas, on peut dire que le comportement à grande échelle du milieu considéré peut être assimilé à celui d'un milieu poreux. La taille du Volume Élémentaire Représentatif est la valeur de  $\mathbf{d}_0$  au-delà de laquelle la différence entre  $\underline{\mathbf{K}}_v$  et  $\underline{\mathbf{K}}$  est négligeable.

## 4.4. Perméabilité directionnelle

La détermination du VER nous a permis de définir un domaine d'étude où le massif est traité comme un milieu continu et homogène. Néanmoins nous ne disposons de valeurs de la perméabilité équivalente que dans une seule direction de l'espace. Or, pour construire le tenseur de conductivité  $\underline{\mathbf{K}}$ , la perméabilité doit être calculée dans toutes les directions de l'espace.

Nous avons montré que  $\underline{\mathbf{K}}$  est un tenseur symétrique s'écrivant sous la forme suivante et dans un système bidimensionnel de coordonnées  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  :

$$\underline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{xy} \\ \mathbf{K}_{xy} & \mathbf{K}_{yy} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

La relation (4.15) devient alors :

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Notre programme de calcul hydraulique permet d'imposer un gradient de pression suivant l'axe  $y$  et de calculer le débit global dans cette direction.

Soit :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 1 \quad (4.18)$$

et :

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xy} \\ K_{yy} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Par cette méthode nous pouvons déterminer  $K_{yy}$ .

Nous procédons ensuite à une rotation d'un angle  $\theta$  autour d'un point fixe de la famille des fractures étudiée. Nous découpons alors un nouveau domaine (VER) dans cette famille (figure suivante).

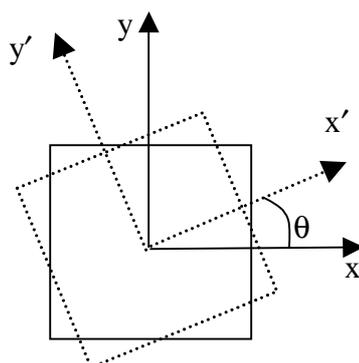


Figure 4.3. Rotation de VER par rapport à la famille de fracture

Ceci nous permet de calculer la perméabilité dans la direction  $y'$  faisant un angle  $\theta$  avec  $y$  ( $K_{y'y'}(\theta)$ ). En faisant varier  $\theta$  de 0 à 360°, on relève les différentes valeurs de  $K_{y'y'}(\theta)$ .

Le tenseur de perméabilité  $\underline{\underline{K}}$  est symétrique et défini positif. Il se caractérise entièrement par ses directions propres et valeurs propres. Ces grandeurs pouvant être calculées à l'aide des résultats ci-dessus. Nous présentons ci-dessous la méthode d'identification de ces grandeurs proposée par Long (1982).

Notons  $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$  les directions propres de  $\underline{\underline{K}}$  (figure suivante). Dans ce système d'axes,  $\underline{\underline{K}}$  s'exprime alors sous la forme :

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} K_{XX} & 0 \\ 0 & K_{YY} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Notons  $\alpha$  l'angle entre  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{x}$  et  $\theta$  l'angle entre la direction  $\mathbf{y}'$  (pour laquelle nous avons calculé la perméabilité) et  $\mathbf{y}$ . La courbe  $K_{y'y'}(\theta)$  calculée ci-dessus nous fournit une courbe dans le repère  $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$  :

$$\kappa(\beta) = K_{y'y'}(\theta) \quad (4.21)$$

avec :

$$\beta = \pi/2 + \theta - \alpha \quad (4.22)$$

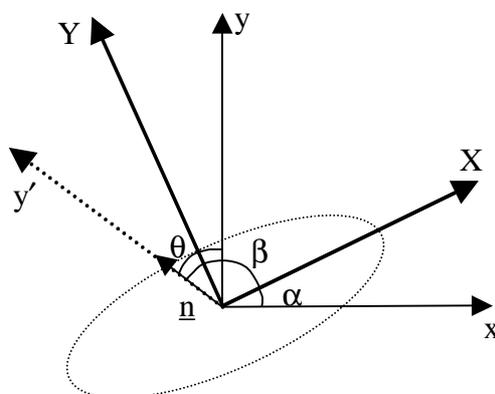


Figure 4.4. Représentation du système d'axe XY (directions propres de  $\underline{\underline{K}}$ ) avec l'ellipsoïde.

On prend  $\underline{\underline{n}}$  le vecteur unitaire de l'axe  $\mathbf{y}'$  dans le repère  $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ ; nous avons :

$$\underline{\underline{n}} = \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

et :

$$\kappa(\beta) = \underline{\underline{n}} \cdot \underline{\underline{K}} \cdot \underline{\underline{n}} = K_{xx} \cdot \cos^2 \beta + K_{yy} \cdot \sin^2 \beta \quad (4.24)$$

On reconnaît ici l'équation d'une ellipse. En effet dans le repère **XY**, l'équation de l'ellipse de rayon **a** et **b** est de la forme (figure suivante):

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1 \quad (4.25)$$

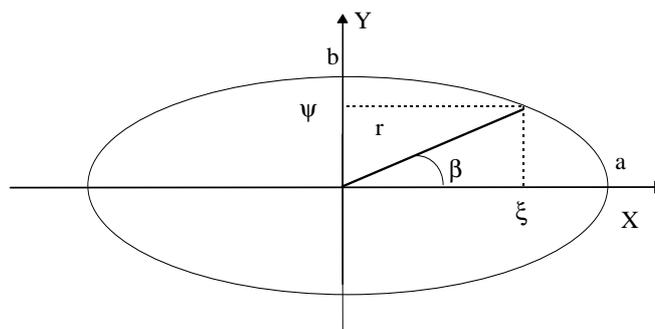


Figure 4.5. Représentation d'une ellipse dans le système d'axes XY

En coordonnées polaires :

$$\xi = r \cdot \cos \beta \quad (4.26)$$

$$\psi = r \cdot \sin \beta$$

D'où :

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\psi^2}{b^2} = 1 \quad (4.27)$$

Soit :

$$\frac{(\cos \beta)^2}{a^2} + \frac{(\sin \beta)^2}{b^2} = \frac{1}{r^2} \quad (4.28)$$

On en déduit que c'est en traçant  $r = \frac{1}{\sqrt{k_{y'y'}}$  en fonction de  $\theta$  que nous obtenons une ellipse.

Les axes de cette ellipse représentent les directions principales et en notant **a** et **b** les rayons de cette ellipse, on a :

$$K_{XX} = \frac{1}{a^2} \quad \text{et} \quad K_{YY} = \frac{1}{b^2} \quad (4.29)$$

Ceux-ci font un angle  $\alpha$  avec le système **(x,y)** (figure 4.4).

Grâce à ces résultats, nous avons donc pu identifier  $\alpha$ ,  $\mathbf{K}_{xx}$  et  $\mathbf{K}_{yy}$ . Nous pouvons maintenant déterminer les composantes du tenseur  $\underline{\mathbf{K}}$  dans le repère  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ . En effet la matrice de changement de base,  $\mathbf{F}$ , peut s'écrire de la façon suivante :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

On a :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{xy} \\ \mathbf{K}_{xy} & \mathbf{K}_{yy} \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{XX} & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_{YY} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{F}^T \quad (4.31)$$

ou :

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{xx} = \mathbf{K}_{XX} \cdot \cos^2 \alpha + \mathbf{K}_{YY} \cdot \sin^2 \alpha \\ \mathbf{K}_{xy} = (\mathbf{K}_{XX} - \mathbf{K}_{YY}) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \mathbf{K}_{yy} = \mathbf{K}_{YY} \cdot \cos^2 \alpha + \mathbf{K}_{XX} \cdot \sin^2 \alpha \end{cases} \quad (4.32)$$

La méthode expliquée pour calculer la perméabilité directionnelle nécessite, à chaque pas de rotation, la reconstitution du réseau d'interconnexion des fissures. Pouya et Courtois (2002) ont proposé une méthode plus simple pour éviter cette difficulté de reconstitution des fissures.

Cette méthode est basée sur la forme discrétisée de la formule (4.10) qui s'écrit :

$$\underline{\mathbf{Q}} = \frac{1}{V} \sum_i q_i \underline{\mathbf{X}}_i \quad (4.33)$$

où  $i$  indique le numéro de point sur les frontières. Il suffit alors de poser le gradient de  $\mathbf{p}$  une fois suivant l'axe  $\mathbf{x}$  et ensuite suivant l'axe  $\mathbf{y}$  et de calculer chaque fois les vecteurs  $\underline{\mathbf{Q}}$  correspondants. Les coordonnées de ces deux vecteurs  $\underline{\mathbf{Q}}$  donnent directement les composantes de  $\underline{\mathbf{K}}$  dans la base  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ . On n'est donc pas obligé de faire des rotations successives du domaine par rapport au réseau de fissures. En revanche, on effectue une rotation du gradient de pression  $\mathbf{p}$  imposée, de 0 à 360° pour trouver l'ellipse de perméabilité.

Pouya et Courtois (2002) ont montré que la différence entre ces deux méthodes est due à la taille du VER. Autrement dit, en choisissant un VER de taille assez grande, les résultats des deux méthodes s'alignent sur une ellipse.

C'est cette dernière méthode que nous utilisons pour calculer la perméabilité directionnelle dans ce qui suit.

#### 4.4.1. Comparaison entre la compression et l'extension

Nous présentons ici les résultats de calculs de la perméabilité directionnelle. Nous avons expliqué auparavant que dans le cas d'une compression, les fissures sont orientées verticalement. On s'attend donc à avoir l'évolution la plus forte de la perméabilité selon l'axe vertical où l'évolution la plus forte de l'endommagement est selon l'axe horizontal. En revanche dans le cas d'une extension, les fissures sont orientées horizontalement et par conséquent, les choses seraient inversées. La Figure ci-dessous explique ceci grâce aux ellipsoïdes de perméabilité.

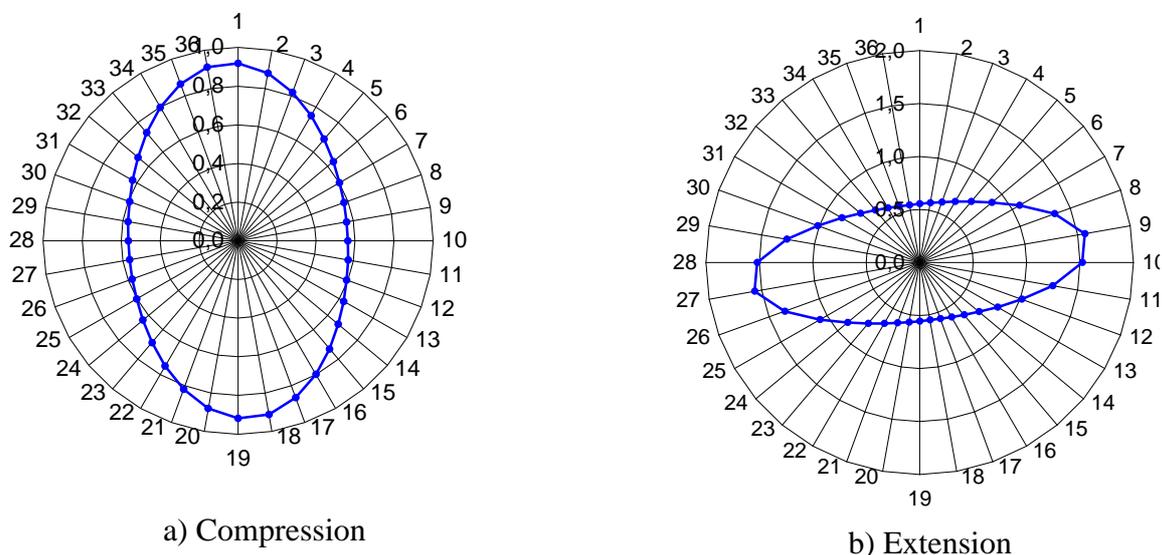


Figure 4.6. Trace de l'ellipsoïde de perméabilité finale  $/10^{-13} m^2$  pour un réseau de fissures. (chargement dans l'axe vertical et plan de coupe XZ).

## 4.5. Prise en compte de la perméabilité initiale du milieu poreux

Un des problèmes en modélisation de la perméabilité des argilites fissurées est la nécessité de la prise en compte de la porosité initiale du matériau. Si l'on considère un ensemble de fissures dans un plan de coupe (voir figure) il se peut qu'il n'existe pas un réseau connecté parmi les fissures. Par conséquent, la perméabilité ne changera pas. Nous savons pourtant que dès l'apparition des premières fissures, la perméabilité du milieu augmente. La raison en est que les fissures se superposent à un réseau de porosité connectée préexistante.

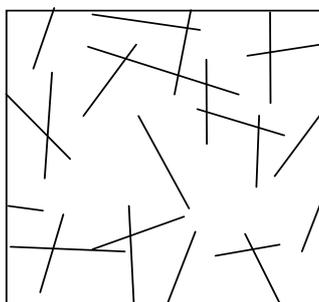


Figure 4.7. Fissures créées dans un plan de coupe sans un réseau connecté.

On constate donc la nécessité d'employer un modèle tenant compte de cette porosité initiale. Ce modèle intègre d'une part la perméabilité initiale du milieu dans un état non endommagé et d'autre part permet d'étudier la superposition et l'interaction entre des fissures et cette porosité initiale.

Une première idée serait la modélisation des pores comme des fissures. Dans ce cas, les pores peuvent avoir un comportement comme des fissures du point de vue hydraulique.

Pour respecter l'isotropie du milieu initial, ce réseau de fissures doit avoir une répartition uniforme dans l'espace. On peut employer par exemple la fonction de Voronoi pour modéliser les pores. La figure suivante montre le schéma de cette fonction.

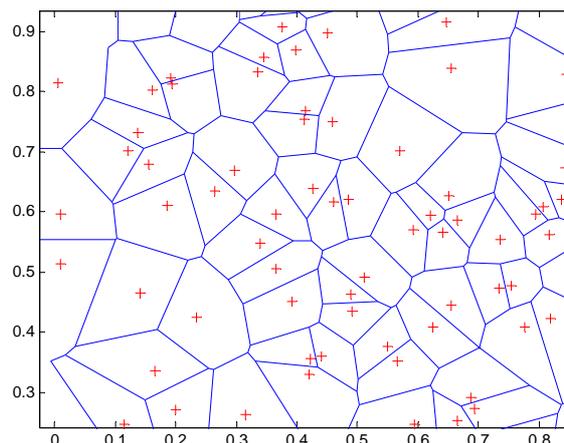


Figure 4.8. Schéma de la fonction de Voronoi dans l'espace

Dans cette figure les points ont une distribution uniforme dans l'espace et chaque ligne est la médiatrice du segment entre deux points voisins. On voit ici que chaque ligne a une orientation et des coordonnées différentes. Prendre en compte ce réseau dans l'analyse proposée à la rubrique précédente est possible mais nous avons cherché une configuration plus simple pour calculer la perméabilité équivalente.

On modélise alors la porosité initiale comme un réseau régulier de fissures formé de deux familles de fissures parallèles dans deux directions orthogonales entre elles. Cette approche est celle utilisée par Zhao et Valliapan (1994) pour étudier la migration de polluants dans un milieu poreux fracturé.

Plusieurs questions surgissent alors pour le choix de ce réseau. Il faut d'abord déterminer la densité de chaque famille (distance entre deux fractures, paramètre  $a$  de la figure suivante), ainsi que l'ouverture hydraulique  $e$  associée à chaque fracture. Il faut ensuite évaluer la sensibilité des résultats de simulation à ce choix.

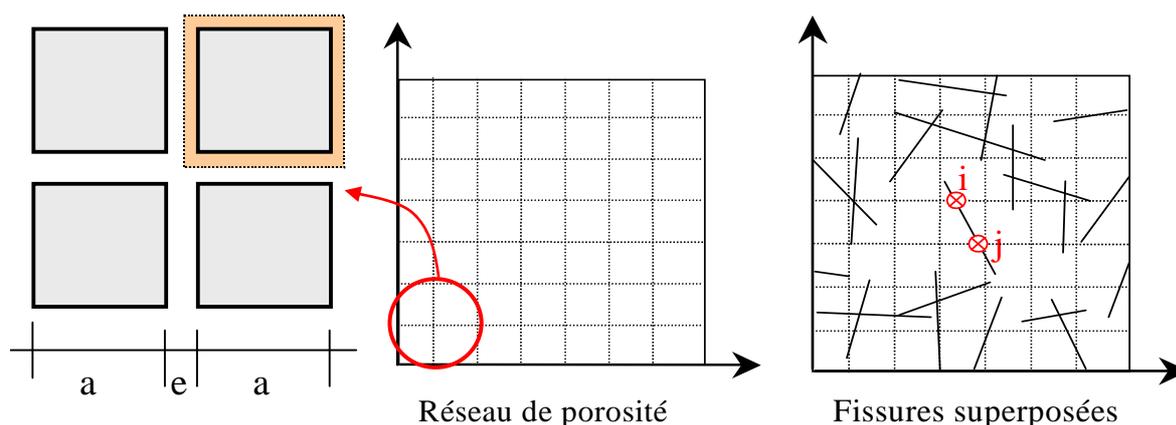


Figure 4.9. Caractéristiques du réseau régulier, représentant la porosité initiale. Paramètre  $a$  et  $e$  du réseau. Fissures superposées à ce réseau de porosité initiale.

La première contrainte pour le choix de la distance  $a$  du réseau est donnée par la taille caractéristique des fissures qu'on souhaite étudier. En effet, si  $a$  est plus grande que cette taille caractéristique, un grand nombre de fissures peuvent « ne pas voir » le réseau, ne pas le couper, et donc ne pas en modifier la perméabilité. Or, les fissures créées dans les argilites s'initient plus facilement à l'interface entre les grains ou les feuillets, et donc à la paroi des pores. Elles sont donc connectées à l'espace poreux. Nous avons donc décidé de choisir une taille  $a$  plus petite que les tailles minimales des fissures que nous voulons modéliser. Il faut cependant noter que plus cette taille est petite, plus le nombre de lignes du réseau régulier augmente, ce qui peut poser des problèmes numériques. Nous sommes donc limités du côté de la borne inférieure de  $a$  par les capacités de calcul.

En ce qui concerne l'ouverture hydraulique des fissures, elle a été choisie de façon à ce que la perméabilité initiale du réseau soit égale à la perméabilité des argilites non endommagées.

Une autre méthode pour déterminer  $a$  et  $e$  serait de poser comme condition que le réseau ainsi défini possède la même perméabilité et la même porosité que l'argilite non endommagée. Mais on trouve rapidement que cela conduit à des valeurs de  $a$  extrêmement petites du fait de la très faible porosité des argilites. Par ailleurs, une étude de sensibilité montre (voir plus loin dans ce chapitre) lorsque  $a$  est plus petit que la taille minimale des fissures, les résultats de perméabilité ne sont plus sensibles à la valeur de  $a$  (en choisissant bien sûr, pour chaque valeur de  $a$ , la valeur de  $e$  permettant d'obtenir la même perméabilité que le réseau initial). Cela nous permet de limiter la taille de  $a$  à une valeur deux ou trois fois plus petite que celle de la taille minimale des fissures.

### 4.5.1. Valeurs des paramètres prises en compte pour le réseau de porosité initiale

La figure 4.9. montre un réseau de fissures représentant la porosité initiale du matériau plus la superposition de fissures créées par l'endommagement sur ce réseau. On voit bien que les nouvelles fissures augmentent l'interconnectivité du réseau initial et donc la perméabilité globale. Pour calculer la géométrie du réseau de porosité initiale nous avons besoin des deux paramètres **a** et **e**. La valeur de ces deux paramètres peut être calculée en utilisant les valeurs de la porosité et de la perméabilité initiales de l'argilite.

Pour le réseau de fissures montré plus haut (figure 4.9) on trouve pour la porosité :

$$\phi = \frac{\text{espace vide}}{\text{espace total}} = \frac{(a+e)^2 - a^2}{(a+e)^2} = \frac{2ae + e^2}{a^2 + 2ae + e^2} \cong \frac{2e}{a} \quad (4.34)$$

et pour la perméabilité intrinsèque, la loi de Darcy est (Humbert 1984):

$$k = \frac{\mu \cdot q}{\Delta P \cdot a} \quad (4.35)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide,  $\Delta P$  est le gradient de pression par unité de longueur et  $q$  est le débit par unité de surface.

En utilisant la formule de Poiseuille ( de Marsily 1981) on obtient donc:

$$q = \frac{\Delta P \cdot e^3}{12\mu} \quad (4.36)$$

Ce qui donne :

$$k = \frac{e^3}{12a} \quad (4.37)$$

Les deux équations (4.34) et (4.37) nous permettent de calculer **a** et **e**.

D'après Bounenni (2002), la perméabilité de l'argilite varie entre  $K = 10^{-20}$  et  $K = 10^{-21} m^2$  avec la pression  $P = 1$  MPa et la porosité  $\phi = 8$  %.

Ces valeurs sont en accord avec les valeurs trouvées par Daupley (1997), qui donne le même intervalle pour la perméabilité mais une porosité inférieure (aux alentours de 2-4 %).

D'après Chiarelli (2000) :	Porosité de l'argilite de l'Est	$\phi < 13\%$	
	Porosité calculée	$\phi = 15\%$	(4.38)
	Porosité mesurée	$\phi = 12\%$	

Escoffier (2002) a comparé les résultats obtenus par Heitz et Coste. Le premier indique des valeurs de perméabilité entre  $10^{-14}$  et  $10^{-13}$  (m/s). Tandis que les valeurs trouvées par Coste sont comprises entre  $1.10^{-20}$  et  $1.10^{-21}$  m<sup>2</sup>. Il faut rappeler qu'il y a un facteur de  $10^{-7}$  entre la perméabilité exprimée en m/s et celle exprimée en m<sup>2</sup> pour l'eau en conditions normales.

Les mesures réalisées en laboratoire concernant la perméabilité et la porosité sont en accord avec les valeurs trouvées dans le laboratoire souterrain du stockage à Bure (chapitre 1).

Parmi ces valeurs, nous avons choisi  $K_{\text{initial}} = 10^{-20}$  m<sup>2</sup> et  $\phi = 0,12$  dans nos simulations.

A partir de ces données et en utilisant les équations (4.34) et (4.37), on obtient :

$$a = 20.10^{-3} \mu\text{m} \quad e = 1,5.10^{-3} \mu\text{m} \quad (4.39)$$

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté des images au microscope électronique sur un échantillon d'argilite. Par rapport à ces images, nous avons choisi une taille moyenne des fissures égale à 50  $\mu\text{m}$ . Cette taille est beaucoup plus grande que la valeur calculée ci-dessus pour **a**.

Par ailleurs, pour effectuer le calcul hydraulique, il faut avoir une taille de VER au moins quatre fois plus grande que la taille moyenne de fissures. Pour les fissures d'environ 50  $\mu\text{m}$ , il faut aussi un VER d'au moins 200×200  $\mu\text{m}$ . Par conséquent, le VER contient un grand nombre de mailles de taille **a**, ce qui augmente la taille des matrices de calcul. Pour diminuer la taille de ces matrices et éviter les problèmes numériques, on doit augmenter **a** (par exemple, **a** = un quart de la taille moyenne des fissures). En revanche, on modifie **e** pour trouver la même perméabilité initiale (environ  $k=10^{-20}$  m<sup>2</sup>). On trouve de cette façon une porosité ne représentant plus la porosité initiale du matériau et étant beaucoup plus petite. Cette porosité pourrait être interprétée comme étant la porosité connectée de l'argilite à l'état initial qui est plus petite que la porosité totale. En effet, dans l'argile, l'eau est fortement liée à la matrice et la quantité d'eau libre pouvant se déplacer sous l'effet d'un gradient de charge hydraulique ne représente qu'une part relativement faible de l'eau totale contenue dans l'argile. Ainsi, la valeur théorique de la porosité déduite des mesures n'étant qu'un indicateur assez grossier et peu maîtrisé de la quantité d'eau susceptible de se déplacer dans le milieu. En revanche, il paraît plus important de se caler sur une perméabilité représentative de l'argilite.

Daupley (1997) a obtenu que la porosité accessible par porosimétrie est comprise entre 26 et 43 % de la porosité totale calculée en l'état saturé. Il a aussi mesuré le rayon moyen d'accès de pore qui est compris entre 50 et 60 Å. Cette valeur est plus grande que la valeur du paramètre  $e$ , calculée ci-dessus.

Djeran-Maigre et al. (1998) ont montré que la taille des particules est de l'ordre de 1 µm pour l'argile au cours d'essais de compaction.

Selon l'ANDRA (ANDRA, Tome IV 1999) aussi la taille des particules de l'argilite est quasiment de 1 µm. Une valeur qui est plus grande que le paramètre  $a$  calculé.

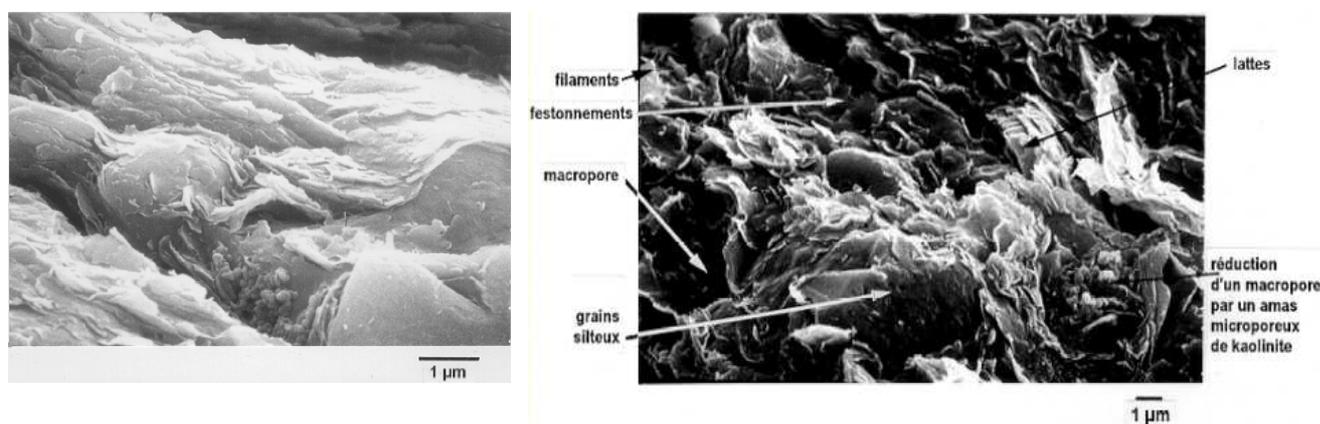


Figure 4.10. Particule de l'argilite silteuse (à gauche) et de l'argilite silto-carbonatée (à droite). (ANDRA 1999-Tome IV)

Afin de trouver une valeur appropriée pour les paramètres  $a$  et  $e$ , il faut étudier la sensibilité des résultats de calcul hydraulique vis-à-vis de ces deux paramètres.

On considère un VER 200×200 dans lequel il existe un nombre donné de fissures. La géométrie, les coordonnées et les caractéristiques de ces fissures ne changent pas au cours de calcul. Dans ce qui suit nous considérons 50 fissures dans le VER.

On suppose différentes valeurs pour  $a$  par exemple entre 2-200 µm. Pour chaque  $a$ , nous calculons la valeur de  $e$  afin d'obtenir la perméabilité initiale égale à  $10^{-20} \text{ m}^2$  (figure suivante).

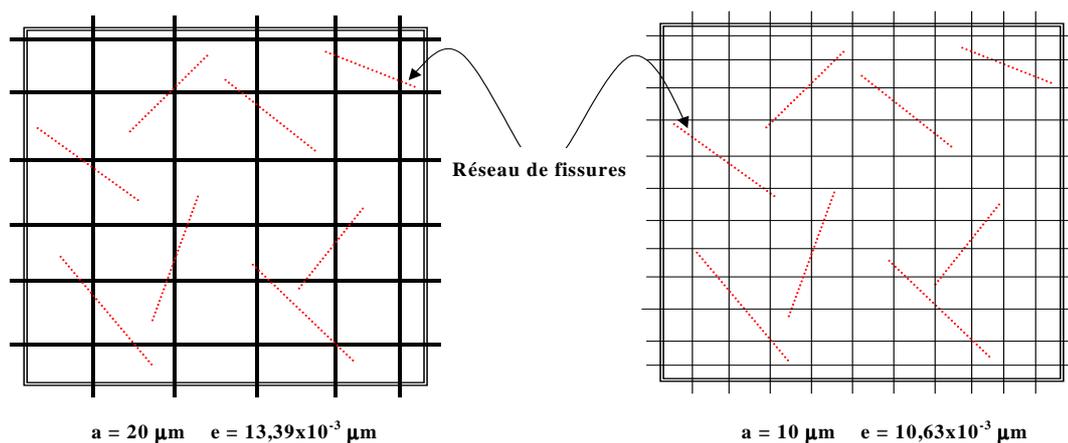


Figure 4.11. Comparaison de deux cas avec des paramètres  $a$  et  $e$  différents mais avec une famille unique de fissures.

Après la superposition de 50 fissures sur chaque couple de  $a$  et  $e$ , nous calculons la perméabilité. En comparant les perméabilités ainsi obtenues, on peut juger de la sensibilité des calculs aux paramètres. Ces paramètres sont montrés dans le tableau suivant :

$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$e$ ( $\mu\text{m}$ ) $\times 10^3$	$k$ ( $\text{m}^2$ ) $\times 10^{20}$
2	6,21	1,040120
5	8,43	1,034198
10	10,63	1,033546
20	13,39	1,022040
50	18,17	1,013611
100	22,89	1,004731
200	28,85	1,003007

Tableau 4.1. Les valeurs  $a$  et  $e$  et les perméabilités correspondantes

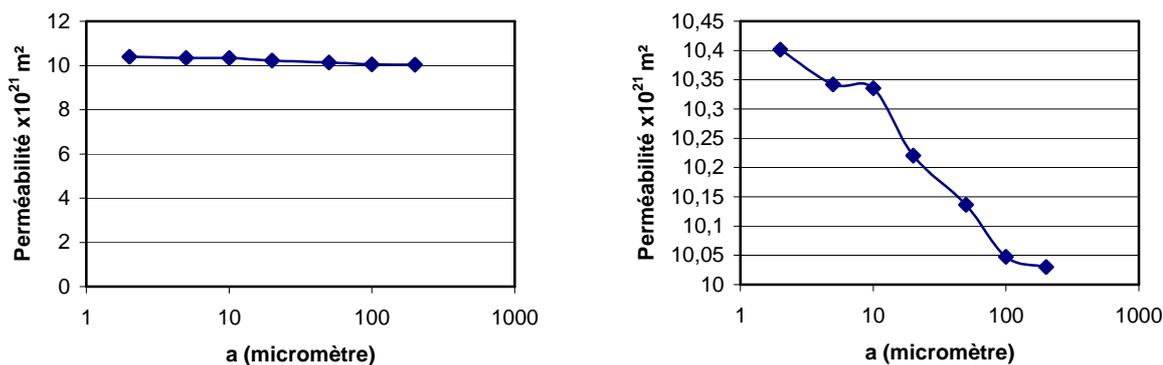


Figure 4.12. Evolution de la perméabilité avec le paramètre  $a$ .

On voit bien que jusqu'à  $a = 10 \mu\text{m}$  il n'y a pas de changement notable de la perméabilité calculée pour le réseau. On choisit donc  $a = 10 \mu\text{m}$  pour les différentes étapes de l'étude de l'évolution de la perméabilité avec la densité des fissures. De plus, cette valeur de  $a$  est quasiment 5 fois plus petite que la taille moyenne des fissures. Avec cette condition nous sommes sûrs d'avoir au minimum une interconnexion entre les fissures et la porosité initiale. Autrement dit, la probabilité d'avoir une fissure qui se situe à l'intérieur du réseau de porosité initiale et ne coupant pas ce réseau est faible.

En résumé la taille choisie pour le VER est  $200 \times 200 \mu\text{m}$  et les paramètres  $a$  et  $e$  sont :

$$a = 10 \mu\text{m} \quad , \quad e = 10,63 \cdot 10^{-3} \mu\text{m} \quad (4.40)$$

Avec ces deux paramètres on obtient la perméabilité initiale égale à  $10^{-20}$  mais la porosité initiale est de  $\phi = 0,2\%$ . Cette valeur est moins grande que la porosité théorique. Ceci est en accord avec l'idée que la porosité connectée ou porosité effective est moins grande que la porosité de la matrice du matériau.

## **4.6. Conclusion**

La méthode de calcul de la perméabilité équivalente que nous venons de présenter permet de définir et de calculer avec précision les flux et gradients de pression moyens dans un milieu fissuré. Elle permet ensuite d'apporter des simplifications notables dans le calcul du tenseur de perméabilité équivalente.

L'aspect de double porosité considéré montre comment l'on peut modéliser l'interaction des pores avec les fissures. C'est donc une approche pour la modélisation des milieux poreux.

La géométrie du réseau de fissures est déterminée à partir de résultats expérimentaux et en utilisant les études géométriques effectuées au chapitre précédent. Nous avons également tenté de diminuer la taille de la matrice de calcul à travers le choix des caractéristiques du réseau de porosité initiale.

Ces paramètres seront le point départ pour les calculs du prochain chapitre, portant sur la relation entre l'endommagement et la perméabilité.

## **Chapitre 5**

# **Couplage entre endommagement et perméabilité**

### **5.1. Introduction**

Dans les chapitres précédents nous avons présenté la méthode de calcul de l'endommagement "mécanique" (à partir d'un état de déformation – voir chapitre 2) et de l'endommagement de "fissuration" (à partir d'une distribution de fissures – voir Chapitre 3). Nous avons aussi présenté la méthode permettant de calculer la perméabilité équivalente d'un milieu fissuré (voir chapitre 4). Le présent chapitre consiste à mettre en relation ces trois aspects.

Nous allons commencer par une revue des approches existantes afin d'avoir une idée initiale sur le concept du couplage endommagement – perméabilité.

Nous allons ensuite établir une relation entre l'évolution de la perméabilité et de la densité de fissures (endommagement de fissuration). L'existence d'un seuil de percolation sera également examinée.

Afin de valider ces résultats, la relation endommagement - perméabilité sera confrontée avec les résultats expérimentaux existants pour les argilites et d'autres types de géomatériaux.

Il nous reste enfin à établir une relation entre un chargement mécanique quelconque et l'état de fissuration afin de pouvoir prédire l'évolution de la perméabilité sous un chargement mécanique.

## 5.2. Modèles existants pour le couplage entre endommagement et perméabilité

L'étude de la variation de la perméabilité induite par l'endommagement, objet principal de notre investigation, a déjà été effectuée pour un certain nombre de matériaux autres que les argilites. Nous allons présenter ci-dessous quelques-uns des travaux effectués et les modèles proposés.

Bourdarot (1991) a proposé de faire évoluer le tenseur de perméabilité en fonction d'un paramètre scalaire d'endommagement, ceci en tenant compte du fait qu'un matériau fissuré a une plus grande perméabilité qu'un matériau sain. En se plaçant dans la base propre du tenseur de perméabilité ( $\underline{\underline{K}} = K_{ij} = 0$  si  $i \neq j$ ), la forme retenue pour la variation de ce tenseur est la suivante :

$$(K_d)_{ii} = (K_I)_{ii} \left( \frac{(K_U)_{ii}}{(K_I)_{ii}} \right)^D \quad (5.1)$$

dans laquelle :

$K_I$  = perméabilité du matériau sain,

$K_d$  = perméabilité du matériau endommagé,

$K_U$  = perméabilité ultime correspondant au matériau complètement désagrégé,

$D$  = paramètre d'endommagement.

L'endommagement est donc supposé isotrope dans ce modèle.

Souley (2001) a, quant à lui, assimilé les fissures à des « micro-cracks », ce qui lui a permis de présenter un autre modèle s'exprimant sous la forme suivante :

$$\log \left( \frac{K_d}{K_I} \right) = C \left( \frac{r^3}{r_0^3} - 1 \right) \quad \text{pour } \frac{r}{r_0} > 1 \quad (5.2)$$

$$\text{et } K_d = K_I \quad \text{pour } \frac{r}{r_0} \leq 1 \quad (5.3)$$

où  $r$  = rayon moyen des micro-fissures après le chargement et  $r_0$  = rayon moyen des micro-fissures initiales,  $l$  = rayon moyen des micro-fissures au seuil de percolation et  $C$  = coefficient dépendant des caractéristiques du matériau.

Fauchet (1991) a présenté une équation d'évolution de la perméabilité en fonction de la déformation plastique  $\boldsymbol{\epsilon}^p$  sous la forme suivante :

$$K_d = K_I + \kappa(\boldsymbol{\epsilon}^p) \quad (5.4)$$

où :

$K_I$  = tenseur de perméabilité du matériau sain ( $\boldsymbol{\epsilon}^p = 0$ ),

$K_d$  = tenseur de perméabilité du matériau endommagé,

$\kappa$  = variation de la perméabilité due à la fissuration en fonction de la déformation plastique.

L'effet de l'endommagement s'exprime donc dans ce modèle à travers  $\boldsymbol{\epsilon}^p$ . L'anisotropie de l'endommagement due à la fissuration peut ainsi parfaitement être prise en compte.

La fonction  $\kappa$  est déterminée dans ce modèle en considérant une famille de fissures planes, parallèles et uniformément réparties. Dans cette configuration, la seule composante de la déformation ayant un effet sur la perméabilité est la composante normale au plan des fissures. Par ailleurs, dans ce cas, le débit total traversant l'échantillon est la somme des débits traversant chacune des fissures, ce qui simplifie le calcul de la conductivité hydraulique.

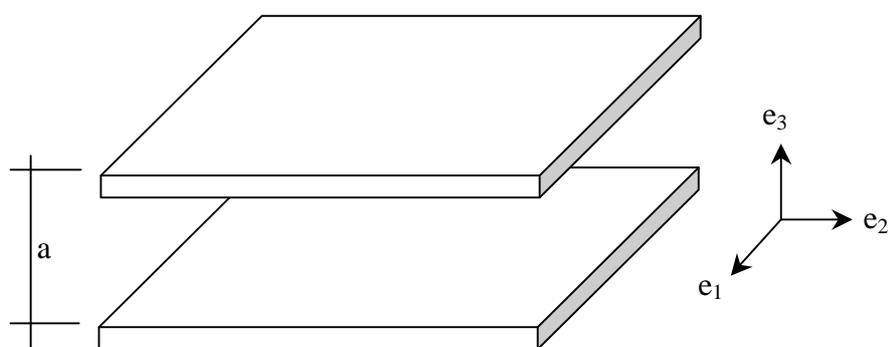


Figure 5.1. Géométrie d'une fissure plane.

En notant  $\boldsymbol{\epsilon}_m^p$  la variation volumique moyenne anélastique de la matrice, on trouve (Bary 1996) :

$$\text{tr } \boldsymbol{\epsilon}^p = (1 - \phi_0) \boldsymbol{\epsilon}_m^p + \phi^p \quad (5.5)$$

où  $\phi_0$  est la porosité initiale et  $\phi^p$  la porosité plastique.

Cette relation exprime le fait que la dilatation volumique  $\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}^p$  est la somme de deux contributions :

- celle due à  $\phi^p$ , la variation irréversible du volume de l'espace poreux connecté,
- celle due à  $(1 - \phi_0) \boldsymbol{\varepsilon}_m^p$ , correspondant à la dilatation anélastique moyenne de la matrice.

Si la matrice est incompressible ( $\boldsymbol{\varepsilon}_m^p = \mathbf{0}$ ), on a alors  $\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}^p = \phi^p$ . Dans le cas contraire, on peut écrire (comportement isotrope) :

$$\phi^p = \beta \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (5.6)$$

où  $\beta$  est une constante quantifiant la fraction de dilatation volumique anélastique  $\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}^p$  due à la seule variation irréversible de l'espace poreux. Cette constante est d'autant plus proche de 1 que la matrice est incompressible pour les déformations anélastiques.

Supposons maintenant que  $\boldsymbol{\varepsilon}_1^p = \boldsymbol{\varepsilon}_2^p = \mathbf{0}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}_3^p \neq \mathbf{0}$  (Voir figure 5.1). Compte tenu de la modélisation adoptée, cette déformation plastique correspond à l'ouverture des fissures qui apparaissent dans le plan  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ . Ce sont ces fissures qui sont responsables des variations de la perméabilité du matériau. On suppose que celle-ci reste constante dans la direction  $\mathbf{e}_3$  et évolue de façon isotrope dans le plan  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ . On a donc :

$$\kappa(\boldsymbol{\varepsilon}^p) = \begin{bmatrix} \kappa_3(\beta \boldsymbol{\varepsilon}_3^p) & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_3(\beta \boldsymbol{\varepsilon}_3^p) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

où  $\kappa_3(\beta \boldsymbol{\varepsilon}_3^p)$  est la perméabilité engendrée par une famille de fissures dans les directions 1 et 2. Cette perméabilité varie avec la partie positive de la déformation plastique  $\boldsymbol{\varepsilon}^{+p}$ . En considérant la loi d'écoulement de Poiseuille on peut établir :

$$\kappa(\beta \boldsymbol{\varepsilon}^p) = \frac{\xi a^2 \beta^3}{12\mu} (\boldsymbol{\varepsilon}^{+p})^3 \quad (5.8)$$

où :  $\mu$  = viscosité dynamique du fluide et  $\xi$  = rugosité de la fissure et  $a$  = ouverture de fissure.

Pour une déformation plastique quelconque, en considérant l'équation d'écoulement traversant une fissure, on obtient la variation de la perméabilité comme étant la somme des variations dues aux déformations dans les trois directions principales :

$$\kappa(\boldsymbol{\varepsilon}^p) = \frac{\xi a^2 \beta^3}{12\mu} \begin{bmatrix} (\varepsilon_2^{+p})^3 + (\varepsilon_3^{+p})^3 & 0 & 0 \\ 0 & (\varepsilon_1^{+p})^3 + (\varepsilon_3^{+p})^3 & 0 \\ 0 & 0 & (\varepsilon_1^{+p})^3 + (\varepsilon_2^{+p})^3 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Bary (1996) a formulé une hypothèse supplémentaire consistant à considérer que la perméabilité ne dépend que de la densité d'orientation des micro-fissures. Dans son approche, l'endommagement volumique assimilable à une augmentation de la porosité non connectée, ne contribue pas à l'écoulement du fluide et ne modifie donc pas la perméabilité.

Il a proposée la forme suivante pour le tenseur de perméabilité dans le repère principal d'endommagement :

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} k(\mathbf{F}_{+2}, \mathbf{F}_{+3}, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3) & 0 & 0 \\ 0 & k(\mathbf{F}_{+1}, \mathbf{F}_{+3}, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_3) & 0 \\ 0 & 0 & k(\mathbf{F}_{+1}, \mathbf{F}_{+2}, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Dans cette expression,  $\mathbf{k}$  est une fonction scalaire,  $\mathbf{F}_{+i}$  est le tenseur d'ordre deux pour les contraintes de traction sur les fissures, et  $\mathbf{R}_i$  représente les variables de fermeture des fissures. La fonction  $\mathbf{F}_{+i}$ , ainsi que les  $\mathbf{R}_i$  dépendent de la variable d'endommagement tensorielle  $\mathbf{D}$ , de la déformation élastique  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ , ainsi que des contraintes de compression  $\boldsymbol{\sigma}^-$  et de traction  $\boldsymbol{\sigma}^+$  sur les fissures.

Un autre modèle est proposé par Laigle (cité dans Kolmayer et al. 2002) sous la forme suivante :

$$\frac{\mathbf{K}_d}{\mathbf{K}_I} = 1 + 2.10^{12} \times (\varepsilon_v^p)^3 \quad (5.11)$$

Dans cette relation  $\mathbf{K}_d$  est la perméabilité (isotrope) du matériau déformé,  $\mathbf{K}_I$  la perméabilité initiale et  $\varepsilon_v^p$  la déformation plastique volumique. La variation de la perméabilité est calculée à l'aide de cette déformation volumique, toujours avec l'hypothèse de l'isotropie.

### **5.3. Modèle adopté pour le couplage**

Le modèle de B. Fauchet (1991) paraît très intéressant du fait qu'il tient compte de l'existence d'une perméabilité initiale et d'une variation de la perméabilité en fonction de la déformation. Cependant, les calculs de base de ce modèle sont fondés sur l'hypothèse d'une famille de fissures planes infinies et parallèles. Par ailleurs, l'hypothèse de superposition des variations de la perméabilité dues à trois familles de fissures de direction orthogonale entre elles paraît une simplification très radicale vue la non-linéarité des relations entre les composantes du tenseur de perméabilité et celles de la déformation plastique dans le même modèle. Pour ces raisons, en partant des mêmes idées que Fauchet, nous avons adopté une démarche différente, consistant à créer, par simulation numérique, des familles de fissures finies non parallèles dont la taille et l'orientation sont données par certaines lois statistiques dépendant du chargement appliqué sur le matériau (Chapitre 3). Nous calculons ensuite la perméabilité et l'endommagement de fissuration correspondant à ces familles. Notre approche nécessite une méthode de détermination du tenseur d'endommagement de fissuration, correspondant à une famille de fissures non parallèles ( cette méthode a été expliquée en détail dans le Chapitre 3).

Elle nécessite d'autre part une méthode de calcul de la perméabilité d'une famille de fissures se superposant à un réseau de pores existant. Ce calcul s'effectue par une simulation directe de l'écoulement dans un réseau hydraulique formé du réseau de pores initial et des fissures créées par l'endommagement. La méthode de calcul de la perméabilité pour un état de fissuration donné a été présentée dans le Chapitre 4.

## 5.4. Schéma général de modélisation

Physiquement, la sollicitation mécanique conduit à une fissuration du matériau qui a pour conséquence, d'une part la modification des propriétés mécaniques (endommagement) et, d'autre part, la modification de la perméabilité (figure ci-dessous). L'état de fissuration du matériau peut être représenté par une famille de fissures réparties dans le matériau, dont on peut donner une description géométrique (longueurs, orientations, etc.).

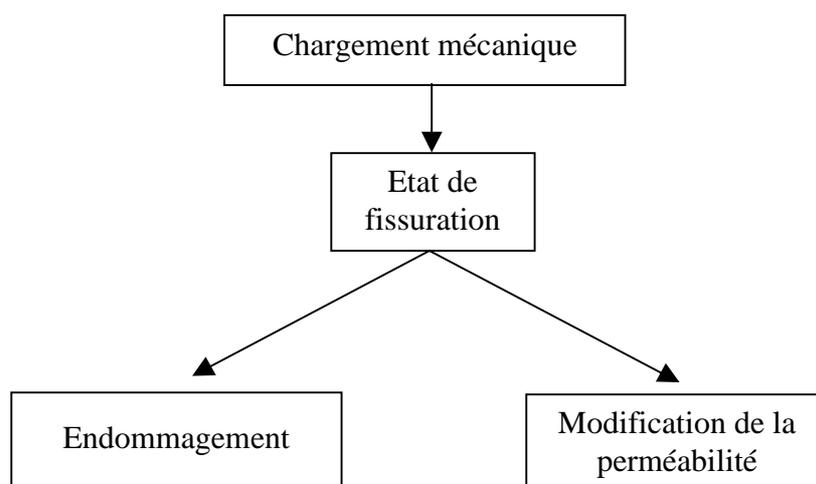


Figure 5.2. Processus physique

Si l'on pouvait décrire comment l'état de fissuration du matériau évolue avec l'histoire de la sollicitation mécanique, on pourrait alors modéliser l'évolution de la perméabilité de manière indépendante, ou en parallèle avec celle de l'endommagement mécanique (figure ci-dessous). Mais cette voie présente de nombreuses difficultés dont celle de déterminer l'évolution de chacune des caractéristiques géométriques des fissures (longueurs, épaisseurs, orientations, etc.) avec le chargement mécanique. Dans l'état actuel des connaissances, on ne dispose pas de données suffisantes ou de modèles permettant de décrire cette évolution des caractéristiques de l'état de fissuration en fonction du chargement mécanique. On dispose, au mieux, de modèles donnant des indications sur l'orientation des fissures en fonction de la direction et de la nature du chargement (compression, traction etc. Lubarda 1993, Thikhomirov 2001 et modèle de microplans de Bazant 1987 et 1996).

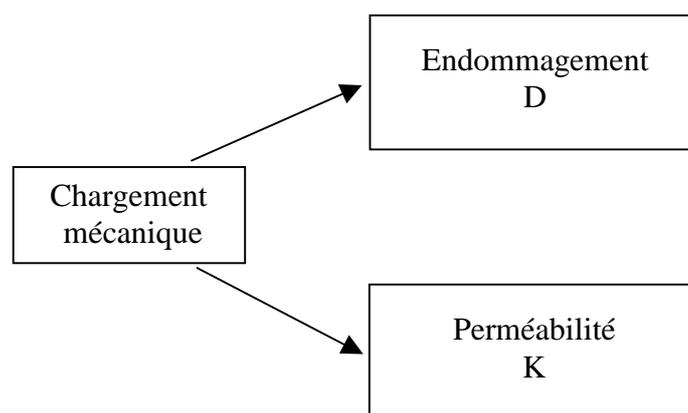


Figure 5.3. Perméabilité, fonction directe du chargement mécanique.

Une autre voie consiste à relier la variation de la perméabilité à l’endommagement de fissuration (figure ci-dessous) et à trouver une relation entre l’endommagement de fissuration et l’endommagement mécanique. Cela permet alors de trouver en premier l’endommagement mécanique en fonction de l’état de chargement. Ensuite l’on pourrait calculer l’endommagement de fissuration et à la fin trouver la perméabilité du milieu endommagé.

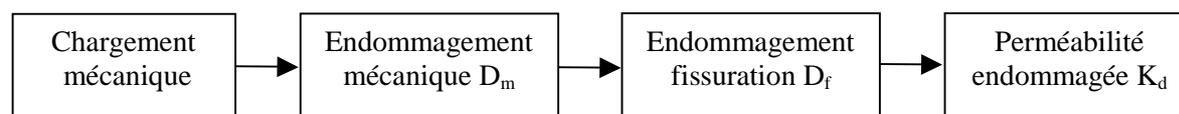


Figure 5.4. Perméabilité, fonction de l’endommagement

Cette voie paraît plus simple pour différentes raisons. D’abord, la description de l’évolution de l’endommagement mécanique en fonction du chargement a fait l’objet de nombreuses investigations dont celle présentée au chapitre 2, et on peut, pour cette partie de la modélisation, se baser sur des modèles existants. Ces modèles peuvent être issus d’études théoriques ou expérimentales. On peut, par exemple, partir de modèles obtenus par analyse phénoménologique des résultats d’expériences, sans faire appel à un modèle d’état de fissuration.

Mais la question qui subsistera ensuite est de savoir comment relier le tenseur  $\mathbf{D}_f$  à la grandeur d’un paramètre issu d’un modèle mécanique. Les grandeurs qui peuvent être reliées à l’état de fissuration (dans un modèle elasto-plastique avec endommagement) sont le tenseur d’endommagement mécanique  $\mathbf{D}_m$ , la déformation d’endommagement  $\boldsymbol{\varepsilon}^d$  ou sa partie positive  $\boldsymbol{\varepsilon}^{d+}$  et la partie positive de la déformation totale  $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ . D’autres grandeurs issues d’un tel modèle peuvent encore être reliées à l’état de fissuration.

Nous avons vu que le tenseur  $\mathbf{D}_f$  défini en 3.7.1 peut s'interpréter comme une déformation due à l'ouverture des fissures. Or le tenseur  $\mathbf{D}_m$  calculé par la formule (2.16) est bien relié à la partie positive de la déformation. Il paraît alors naturel d'identifier  $\mathbf{D}_f$  à  $\mathbf{D}_m$ .

C'est l'hypothèse que nous avons adoptée dans la suite pour la simplification. Mais cette hypothèse mériterait des analyses et discussions plus poussées qui ne peuvent se faire qu'à la lumière des données expérimentales.

Finalement ce modèle relie l'endommagement de fissuration, à la perméabilité, à l'aide d'un tenseur d'ordre 2. Ceci ne représente pas de difficultés particulières, du fait qu'il s'agit de relier deux tenseurs du même ordre.

Cette voie de modélisation implique, implicitement, quelques hypothèses qui n'ont pas été soulignées dans les travaux antérieurs, et que nous tenons à exprimer de manière transparente. La première de ces hypothèses peut être exprimée de manière plus précise, sous la forme suivante :

*H1) Deux états de fissurations correspondant à une même valeur du tenseur  $\mathbf{D}_f$  correspondent également à une même valeur du tenseur  $\mathbf{K}_d$ .*

Cette hypothèse qui peut paraître forte, est implicite dans les modèles existants dans la littérature. Elle semble incontournable, tant que nous n'aurons pas surmonté les difficultés de l'autre voie de modélisation décrite ci-dessus.

Il faut remarquer que l'hypothèse H1 n'est valable que si les fissures se superposent à un réseau de porosité initiale, c'est-à-dire si le matériau est poreux. Si le matériau est initialement imperméable, tant que les fissures créées par l'endommagement ne forment pas un réseau connecté, la perméabilité ne changera pas (elle restera nulle). Mais en présence d'une matrice poreuse, toutes les fissures créées par l'endommagement se superposent au réseau de pores connectés et en affectent la perméabilité. Les résultats expérimentaux démontrent également que la perméabilité des argilites commence à changer dès les premiers stades de l'endommagement, bien avant la phase de coalescence des fissures. Dans nos simulations numériques, nous devons donc introduire un réseau hydraulique équivalent représentant le réseau de pores connectés du matériau.

Compte tenu de ces précautions, l'hypothèse H1 peut être, dans une certaine mesure, vérifiée par des simulations numériques. Nous pouvons en effet créer différents états de fissuration, calculer  $\mathbf{D}_f$  et  $\mathbf{K}$  pour ces états, et vérifier dans quelle mesure l'hypothèse H1 est valable. Cette démarche permettrait de déterminer au moins le cadre dans lequel cette hypothèse reste suffisamment pertinente.

Une autre difficulté à résoudre pour pouvoir appliquer la méthode est l'inversion du schéma (état de fissuration)  $\rightarrow$  tenseurs  $\mathbf{D}_f$ . Il faut en effet pouvoir définir, à partir d'un tenseur  $\mathbf{D}_f$ , l'état de fissuration qui lui correspond afin de pouvoir calculer la perméabilité correspondante. Cela permet de passer ainsi du schéma (a) au schéma (b) (figure ci-dessous). C'est ce dernier schéma que l'on peut implanter dans un code de calcul numérique. Cette difficulté sera résolue par l'hypothèse suivante :

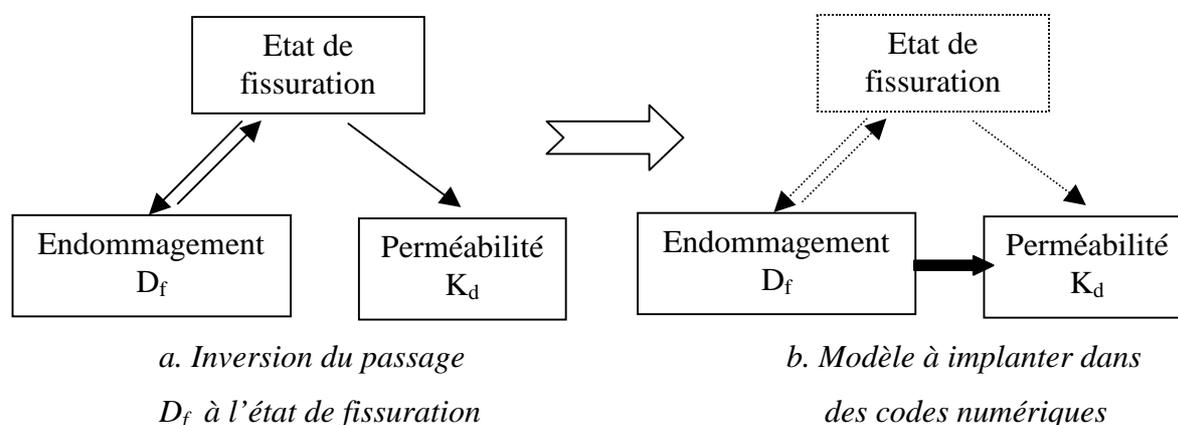


Figure 5.5. Passage des simulations numériques à un modèle à implanter dans un code numérique

H2) Un état de fissuration (dont les distributions des orientations, longueurs et épaisseurs obéissent à des lois statistiques) en fonction de la nature et de la direction du chargement, laisse un seul paramètre inconnu qui est la densité de fissures.

Cette densité inconnue sera déterminée par l'intensité de l'endommagement. Les lois statistiques précisées, auxquelles sont supposées obéir les caractéristiques géométriques des fissures, ont été décrites dans les chapitres précédents.

Dans ce qui suit nous essayons d'établir une relation entre l'endommagement de fissuration et la perméabilité. Mais d'abord nous étudions le phénomène de seuil de percolation.

## 5.5. Concept de seuil de percolation

Le seuil de percolation (noté SP) est défini comme étant le seuil de fissuration à partir duquel on peut trouver un réseau connecté de fissures permettant la circulation du fluide, indépendamment de la porosité initiale. Normalement le SP entraîne un changement considérable de la perméabilité car l'épaisseur des fissures est plus grande que l'épaisseur des pores. Ce seuil est schématisé dans la figure suivante.

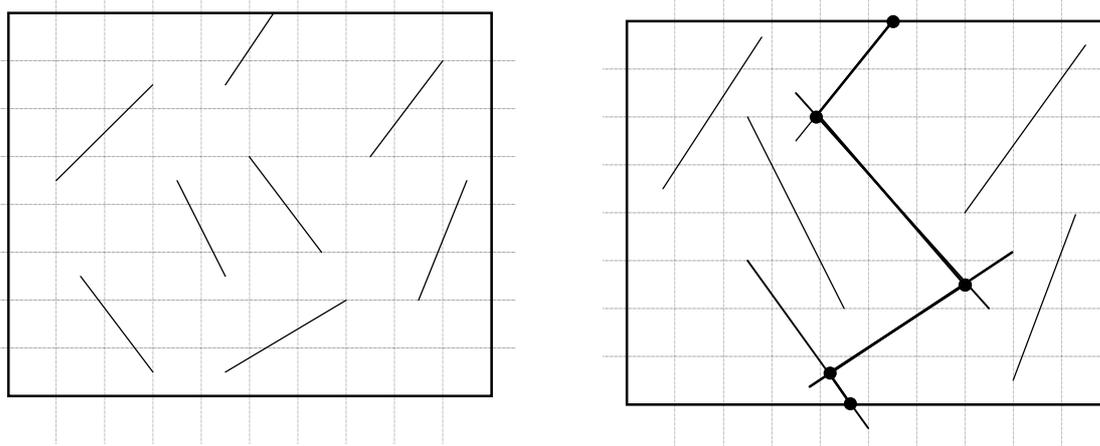


Figure 5.6. Cheminement créé au seuil de percolation par l'augmentation du rayon des fissures.

Pour étudier ce phénomène, nous avons utilisé deux méthodes différentes:

### 5.5.1. Suppression de la porosité initiale

Dans cette approche, pour trouver le seuil de percolation, on a supprimé d'abord le réseau de porosité initiale et mis en oeuvre par la suite l'algorithme de calcul. Pour garantir l'existence d'une petite perméabilité initiale, on a placé une seule fissure représentant la porosité initiale (Figure suivante). Autrement dit, au lieu de prendre  $a = 10 \mu\text{m}$ , (pas du réseau de porosité initiale) on a pris  $a = 200 \mu\text{m}$ . Il est nécessaire de prendre en compte cette fissure initiale car sans porosité initiale, la perméabilité serait nulle au départ et cela engendrerait des problèmes numériques.

Sous cette condition la perméabilité commence avec une valeur très faible et peu à peu, en augmentant la densité des fissures, elle augmente elle aussi. On démontre ainsi qu'à partir d'un certain nombre de fissures la perméabilité varie considérablement. Ceci peut être interprété comme l'apparition d'un seuil de percolation.

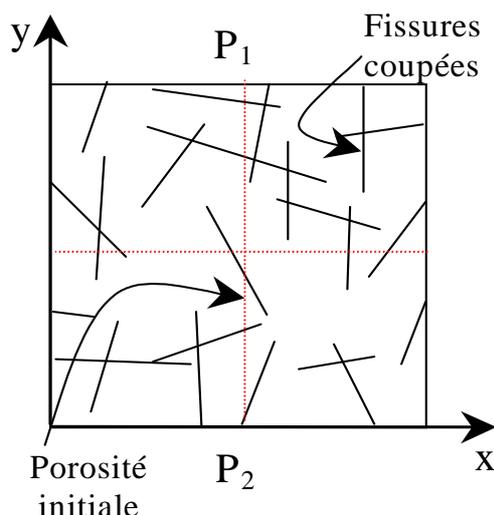


Figure 5.7. Présentation des fissures coupées par le plan de coupe avec une seule fissure représentant la porosité initiale.

### 5.5.1.1. Compression

Dans ce cas, comme indiqué dans le Chapitre 3, la majorité des fissures est orientée verticalement. En conséquence, la probabilité d'avoir un SP entre les fissures dans la direction 1 (verticale) est maximale. Par contre, on a le maximum d'endommagement de fissuration dans la direction 2 ou 3 (horizontal). Afin de bien montrer l'évolution de l'endommagement de fissuration avec la perméabilité, on a choisi de présenter la variation de la perméabilité suivant l'axe 1 ( $\mathbf{K}_1$ ) en fonction de l'endommagement suivant l'axe 2 ( $\mathbf{D}_2$ ).

Les résultats de modélisation sont montrés dans l'Annexe 4. Dans les figures, chaque courbe présente un essai de calcul. La dispersion entre les courbes est due au fait que le tirage statistique est aléatoire. Autrement dit, comme les coordonnées des disques obéissent à des lois statistiques aléatoires, à chaque étape de calcul les coordonnées des fissures changent et en conséquence les résultats changent aussi. Pour étudier ce phénomène 20 essais distincts ont été effectués.

On voit que pour le cas d'une compression simple, le SP se situe autour de 40-60 fissures coupées par le plan de coupe. Ceci correspond à environ 300-500 disques initiaux dans le VER tridimensionnel. La valeur d'endommagement reliée à ce nombre de fissures est dans une fourchette de 0,02-0,03 pour le ( $\mathbf{D}_2$ ) et 0,03-0,04 pour la trace de  $\mathbf{D}$  (tenseur d'endommagement).

### 5.5.1.2. Extension

Dans ce cas, la majorité des fissures est orientée horizontalement (Chapitre 3). Alors, la probabilité d'avoir un SP entre les fissures dans l'axe 2 ou 3 (horizontale) est maximale. Par contre, on a le maximum d'endommagement de fissuration suivant l'axe 1 (verticale). Afin de montrer au mieux l'évolution de l'endommagement de fissuration avec la perméabilité, on a donc choisi la perméabilité de l'axe 2 ( $K_2$ ) et l'endommagement de l'axe 1 ( $D_1$ ). Ces résultats sont montrés dans l'Annexe 4. On voit que pour le cas d'une extension simple, le SP se situe autour de 50-90 fissures coupées par le plan de coupe. Ceci correspond à environ 400-600 disques initiaux dans le VER tridimensionnel. La valeur d'endommagement reliée à ce nombre de fissures est dans une fourchette de 0,03-0,04 pour le ( $D_1$ ) et 0,04-0,05 pour la trace de  $D$ .

### 5.5.2. Diminution de l'effet de la porosité initiale

Dans cette hypothèse nous ne supprimons pas la porosité initiale pour être plus proche de la réalité. En revanche, on diminue l'épaisseur des fissures équivalentes à cette porosité. Ainsi au lieu de prendre  $e = 10,63 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$  (épaisseur de la porosité initiale, calculée dans la partie 4.5.1), on prend  $e = 10^{-5} \mu\text{m}$ . Avec cette condition, la perméabilité commence avec une valeur très faible en augmentant la densité des fissures, elle augmente peu à peu. A partir d'un certain nombre de fissures la perméabilité s'accroît considérablement (création d'un seuil de percolation).

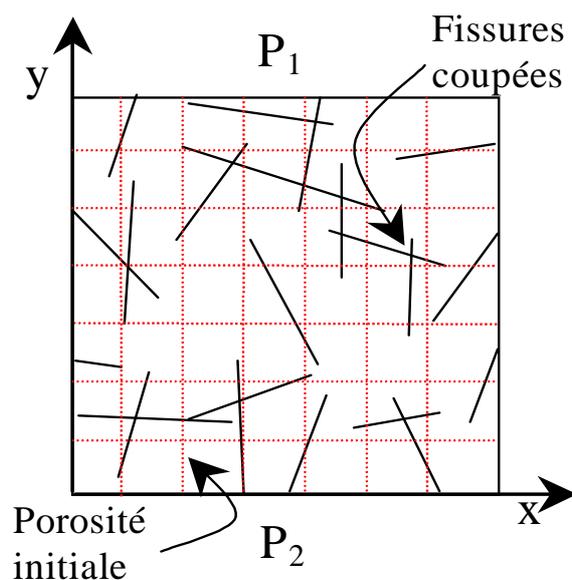


Figure 5.8. Fissures coupées par le plan de coupe avec un réseau de fissures fines représentant la porosité initiale.

### **5.5.2.1. Compression**

On voit que pour le cas d'une compression simple, le SP se situe autour de 40-60 fissures coupées par le plan de coupe. Ceci correspond à environ 300-500 disques initiaux dans le VER tridimensionnel. La valeur d'endommagement liée à ce nombre de fissures est dans une fourchette de 0,02-0,03 pour le ( $\mathbf{D}_2$ ) et 0,03-0,04 pour la trace de  $\mathbf{D}$  (tenseur d'endommagement). Les résultats de la modélisation sont indiqués dans l'Annexe 4.

### **5.5.2.2. Extension**

Dans ce cas, le SP est situé aux alentours de 40-90 fissures coupées par le plan de coupe. Ceci correspond à environ 300-600 disques initiaux dans le VER tridimensionnel. La valeur d'endommagement reliée à ce nombre de fissures est dans une fourchette de 0,02-0,03 pour le ( $\mathbf{D}_2$ ) et 0,03-0,04 pour la trace de  $\mathbf{D}$ . Les résultats sont présentés dans l'Annexe 4.

## **5.6. Comparaison des deux approches**

La comparaison entre les résultats des deux approches utilisées pour la modélisation montre qu'il n'y a pas de grandes différences entre elles. On peut fixer la valeur de 0,03-0,05 pour la trace du tenseur d'endommagement (pour les deux cas de compression et d'extension) correspondant au seuil de percolation. Par la suite, cette valeur va nous aider à trouver les équations de régression, avant et après le SP.

## 5.7. Évolution de la perméabilité avec l'endommagement de fissuration

Dans cette partie nous cherchons à trouver la relation entre l'endommagement de fissuration et la perméabilité. Cette relation sera différente avant et après atteint le seuil de percolation.

Après avoir étudié le seuil de percolation, il nous est possible de distinguer les résultats avant et après ce seuil et de trouver pour chaque cas une relation précise entre l'endommagement et la perméabilité. Il faut rappeler que le réseau de porosité initiale est présenté dans le chapitre 4. Le tenseur de perméabilité du réseau fissure – porosité est calculé selon la méthode indiquée dans le chapitre 4 et le tenseur d'endommagement selon la méthode du chapitre 3.

Dans cette partie, pour étudier l'effet de l'endommagement sur la perméabilité, nous avons employé deux approches différentes : Variation du nombre de fissures et variation du rayon des fissures.

### 5.7.1. Effet de la variation du nombre de fissures

Dans cette approche nous commençons à partir d'un matériau sain (sans fissures). Puis le modèle d'endommagement consiste à créer dans chaque étape un certain nombre de fissures. Autrement dit, on fixe la géométrie des fissures (rayon, épaisseur etc.) mais on augmente progressivement le nombre de celles-ci.

Nous sommes partis d'un nombre de fissures égale à 100 (limite à partir de laquelle le nombre d'intersections entre le plan de coupe et les fissures devient significatif) puis nous sommes montés jusqu'à 2000 (la limite pour laquelle on considère que le matériau est totalement endommagé et dégradé). Pour effectuer cette étude, nous avons considéré 20 groupes différents de tirages aléatoires et pour chaque groupe on a tracé les courbes représentant la relation perméabilité – endommagement.

Le chargement est appliqué suivant l'axe vertical (axe 1) et on coupe le VER par le plan de coupe XZ.

Pour étudier l'évolution de la perméabilité ( $K_d$ ) avec l'endommagement ( $D_f$ ), on divise la courbe totale en deux parties : avant SP et après SP. Pour chaque partie on détermine séparément l'équation de régression. Comme il y a une certaine dispersion entre les courbes du fait du tirage statistique aléatoire, on ne tient compte que des valeurs moyennes.

Autrement dit, les équations de régression sont adaptées à partir des courbes des valeurs moyennes de perméabilité et d'endommagement. La figure ci-dessous montre une comparaison entre les valeurs moyennes dans les cas de l'extension, de la compression et de l'extension isotrope.

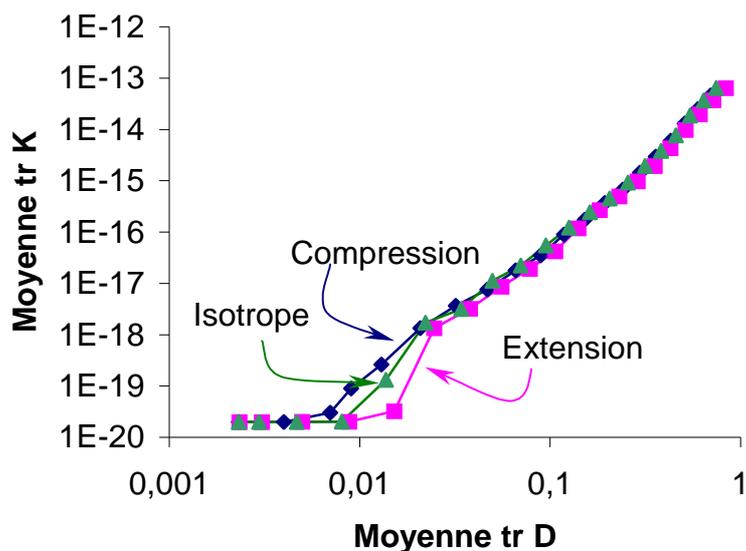


Figure 5.9. Comparaison entre la courbe d'extension, de compression et d'extension isotrope en variant le nombre de fissures.

Les résultats détaillés pour chaque type de chargement sont les suivants :

5.7.1.1. Compression simple

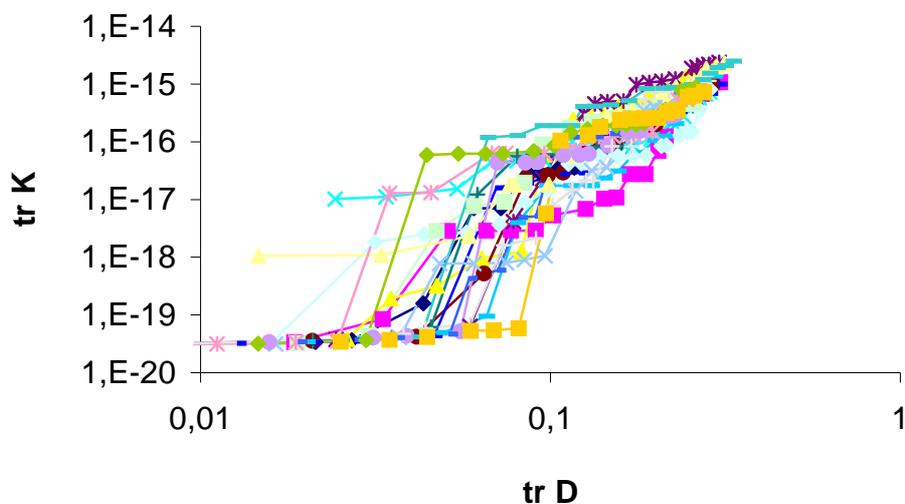


Figure 5.10. Variation de la trace du tenseur de perméabilité avec la trace du tenseur d'endommagement (compression).

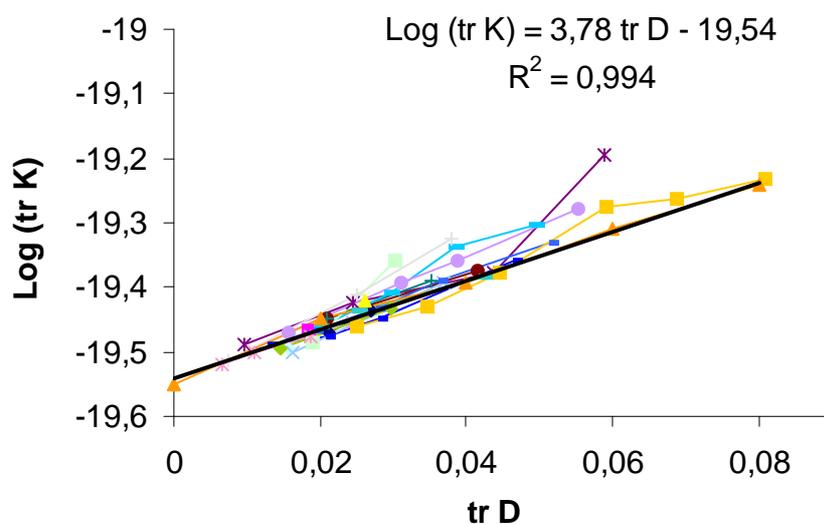


Figure 5.11. Courbe  $\text{Log}(\text{tr}K) - \text{tr}D$ , avant SP sans les valeurs après SP(compression).

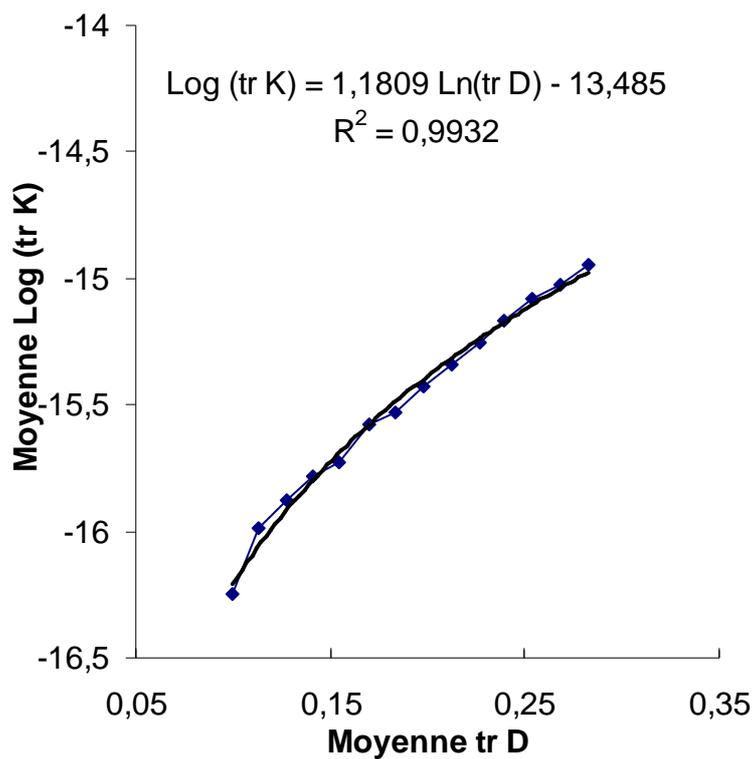


Figure 5.12. Courbe moyenne Log (trK) – Moyenne trD, après SP (compression).

En résumé on a les équations de régression suivantes :

$$\begin{cases}
 \text{Avant SP ( } \text{trD}_f < 0,04 \text{)} \rightarrow \text{tr K}_d = \exp (8,70 \text{ tr D}_f - 45,0) \\
 \text{Après SP ( } \text{trD}_f > 0,04 \text{)} \rightarrow \text{tr K}_d = 3,27 \times 10^{-14} (\text{tr D}_f)^{2,72}
 \end{cases}
 \quad (5.12)$$

5.7.1.2. Extension simple

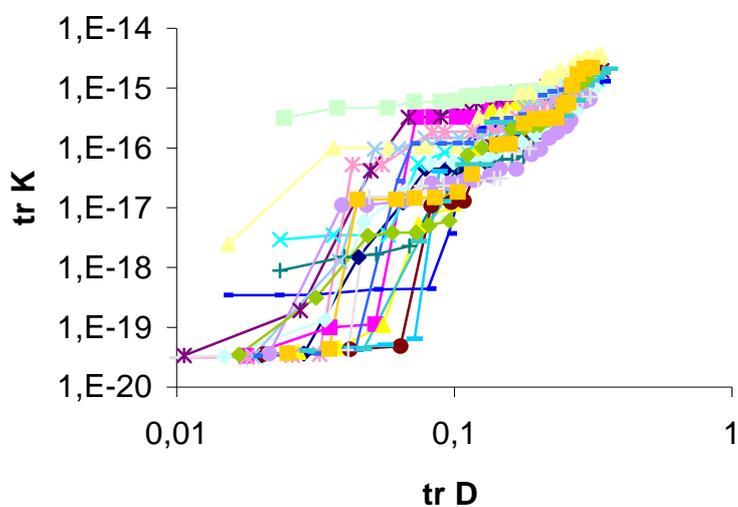


Figure 5.13. Variation de la trace du tenseur de perméabilité avec la trace du tenseur d'endommagement (extension).

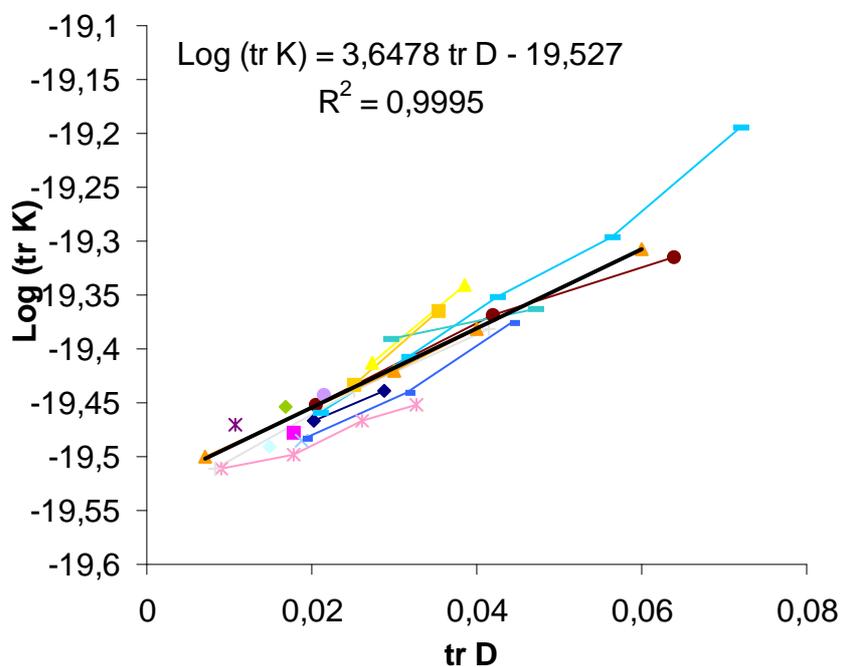


Figure 5.14. Courbe  $\text{Log}(\text{trK}) - \text{trD}$ , avant SP sans les valeurs après SP (extension).

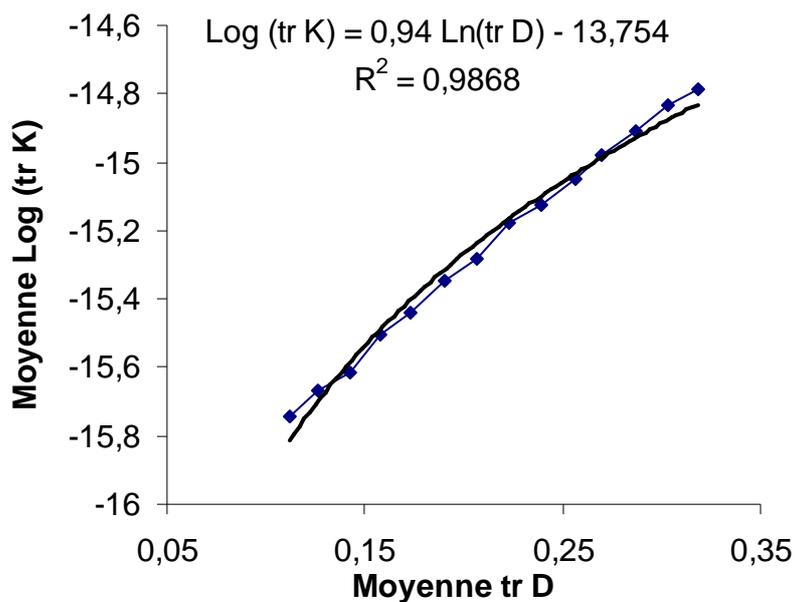


Figure 5.15. Courbe moyenne Log (trK) – Moyenne trD, après SP (extension).

On trouve :

$$\begin{cases} \text{Avant SP ( trD}_f < 0,05) \rightarrow \text{tr K}_d = \exp (8,40 \text{ trD}_f - 44,9) \\ \text{Après SP ( trD}_f > 0,05) \rightarrow \text{tr K}_d = 1,76 \times 10^{-14} (\text{trD}_f)^{2,16} \end{cases} \quad (5.13)$$

### 5.7.1.3. Extension isotrope

Pour comparer les résultats obtenus dans les cas de la compression et de l'extension et éventuellement établir une loi unique pour tous les cas, on a étudié aussi le cas d'une extension isotrope. C'est le cas où les tractions imposées dans toutes les directions sont égales.

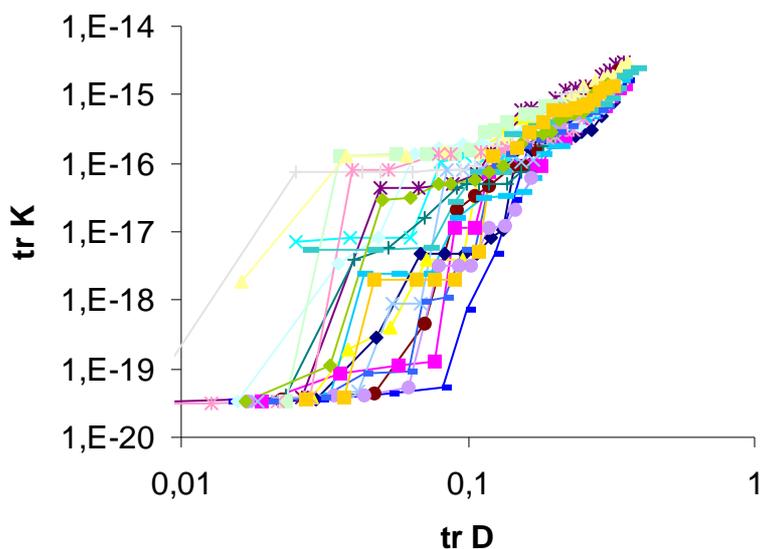


Figure 5.16. Variation de la trace du tenseur de perméabilité avec la trace du tenseur d'endommagement (extension isotrope).

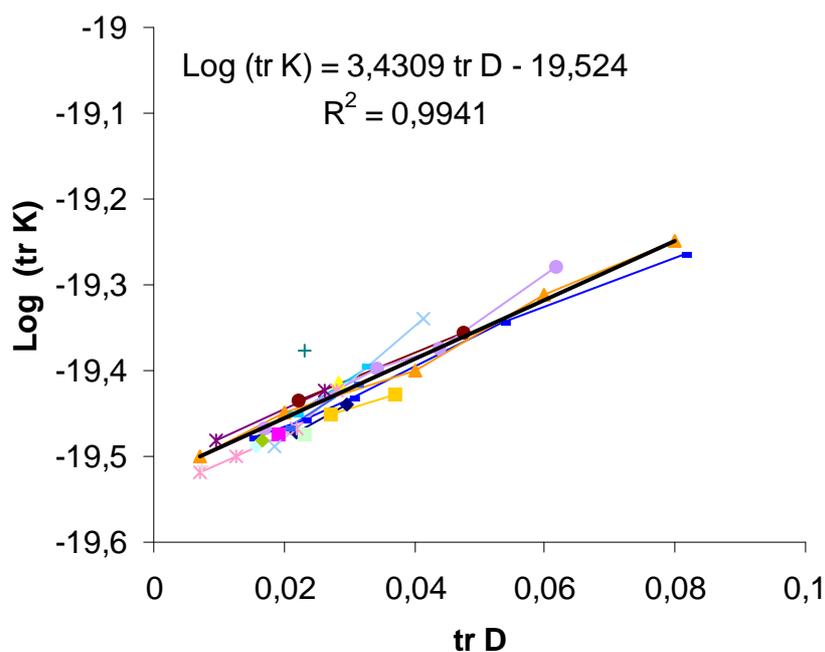


Figure 5.17. Courbe  $\text{Log}(\text{tr}K)$ –  $\text{tr}D$ , avant SP sans les valeurs après SP (extension isotrope).

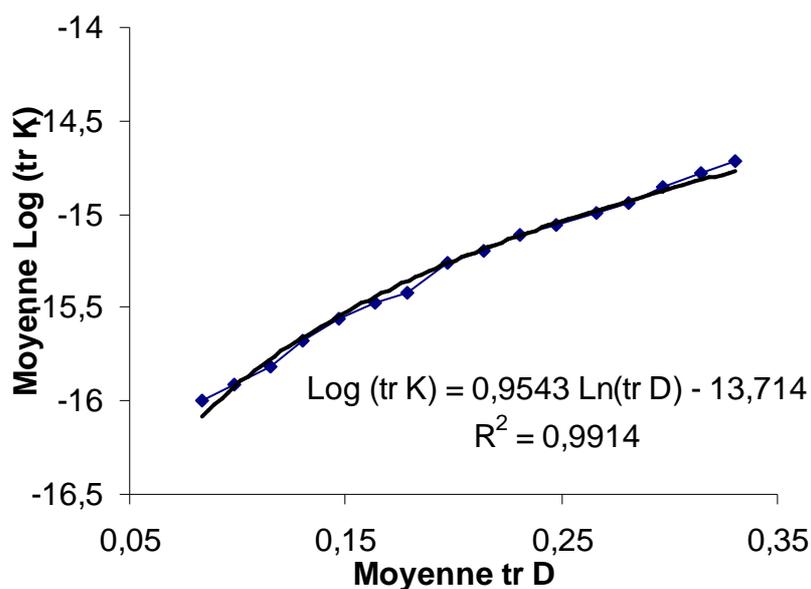


Figure 5.18. Courbe moyenne Log (trK) – Moyenne trD, après SP (extension isotrope).

Nous obtenons :

$$\begin{cases} \text{Avant SP ( trD}_f < 0,05) \rightarrow \text{tr K}_d = \exp (7,90 \text{ trD}_f - 44,9) \\ \text{Après SP ( trD}_f > 0,05) \rightarrow \text{tr K}_d = 1,93 \times 10^{-14} (\text{trD}_f)^{2,20} \end{cases} \quad (5.14)$$

### 5.7.2. Effet de la variation du rayon

Nous avons remarqué au paragraphe 5.4 que les différentes étapes de fissuration peuvent correspondre au même tenseur  $\mathbf{D}_f$ . Pour vérifier si la donnée de  $\mathbf{D}_f$  est suffisante pour le calcul de la perméabilité, c'est-à-dire pour savoir si les différents états correspondent au même  $\mathbf{D}_f$  conduisant à la même variation de  $\mathbf{K}_d$ , nous avons procédé à une autre méthode de variation de  $\mathbf{D}_f$ .

Nous avons en effet supposé que le nombre des fissures est constant (2000, limite supposée pour la dégradation totale du matériau) mais on a changé la géométrie des fissures pour étudier l'évolution de la perméabilité avec l'endommagement. Autrement dit, notre matériau sain est un matériau dont le VER contient 2000 fissures mais de rayon nul ( $r = 0$ ) et notre matériau endommagé est un matériau dont le VER contient 2000 fissures de rayon égal au rayon moyen ( $r = 25\mu\text{m}$ ).

Par ailleurs, nous n'avons pas déterminé la valeur des épaisseurs de fissures à partir d'une loi logarithmique, car avoir une fissure épaisse de petite taille, ou au contraire, ne serait pas raisonnable.

Par conséquent, nous avons pris des épaisseurs proportionnelles aux rayons. La relation prise en compte pour le rayon et l'épaisseur est :

$$\text{Épaisseur} = \text{rayon} / 10 \quad (5.15)$$

Cette équation est en accord avec les observations mais aussi avec la relation présentée par ODA (1984) et les photos de Bossart et al.(2002).

Ici aussi, nous avons considéré 20 groupes de tirage aléatoire et tracé pour chaque groupe les courbes perméabilité – endommagement. Les courbes de modélisation pour les trois cas : compression simple, extension simple et extension isotrope sont présentées dans l'Annexe 5 et la figure ci-dessous montre leurs valeurs moyennes.

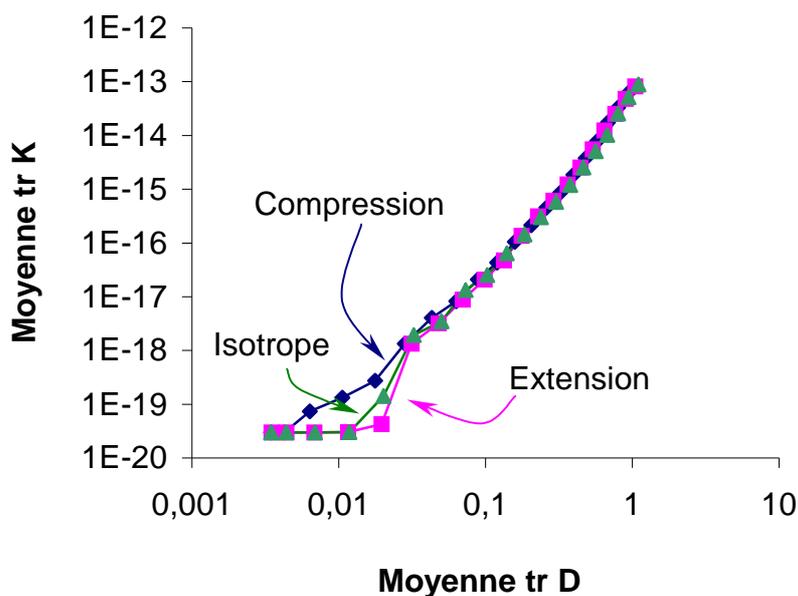


Figure 5.19. Comparaison entre la courbe d'extension, de compression et d'extension isotrope en changeant le rayon des fissures.

Le fait que les lois d'évolution de  $K_d$  en fonction de  $D_f$  issues des deux méthodes sont très proches, montre bien que  $D_f$  est la bonne grandeur caractérisant l'état de fissuration qui permet de calculer la variation de la perméabilité.

## 5.8. Perméabilité directionnelle

Il est intéressant de pouvoir trouver le rapport entre les perméabilités dans chaque direction. Comme dit auparavant, pour chaque type de chargement et chaque mécanisme de fissuration, le maximum de perméabilité est dans une direction et le minimum dans la direction perpendiculaire. Le rapport calculé sera utilisé par la suite dans la partie du couplage perméabilité – endommagement.

Les courbes du rapport  $K_1/K_2$  (perméabilités dans les directions 1 et 2) en fonction de trace  $D$  (tenseur d'endommagement) sont tracées pour les deux approches que nous venons d'évoquer : augmentation du nombre des fissures et augmentation du rayon des fissures. Les résultats de modélisation sont présentés en Annexe 6.

- Sur la figure suivante, est présentée la valeur moyenne de l'évolution du rapport des deux perméabilités dans les directions 1 et 2 avec l'endommagement dans le cas où l'on change le nombre de fissures.

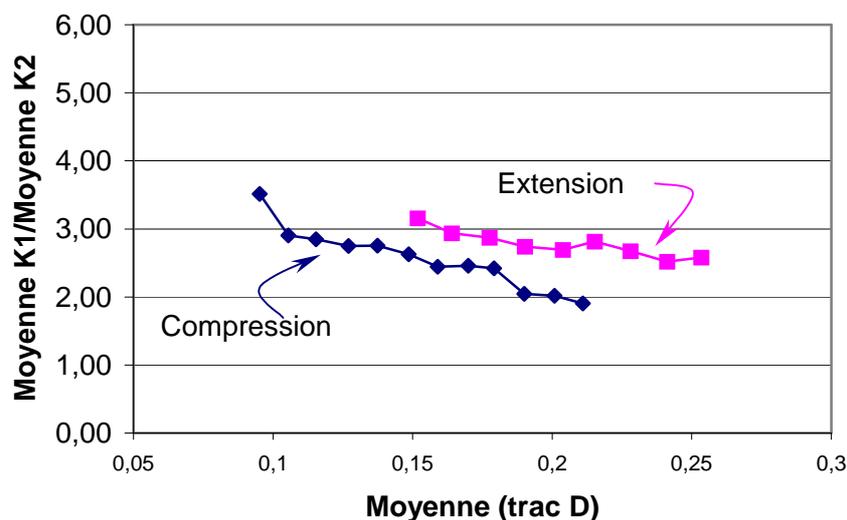


Figure 5.20. Rapport  $K_1/K_2$  en fonction de l'endommagement pour le cas avec changement de nombre de fissures.

- Sur la figure suivante, est présentée la valeur moyenne de l'évolution du rapport des deux perméabilités dans les directions 1 et 2 avec l'endommagement dans le cas où l'on change le rayon des fissures.

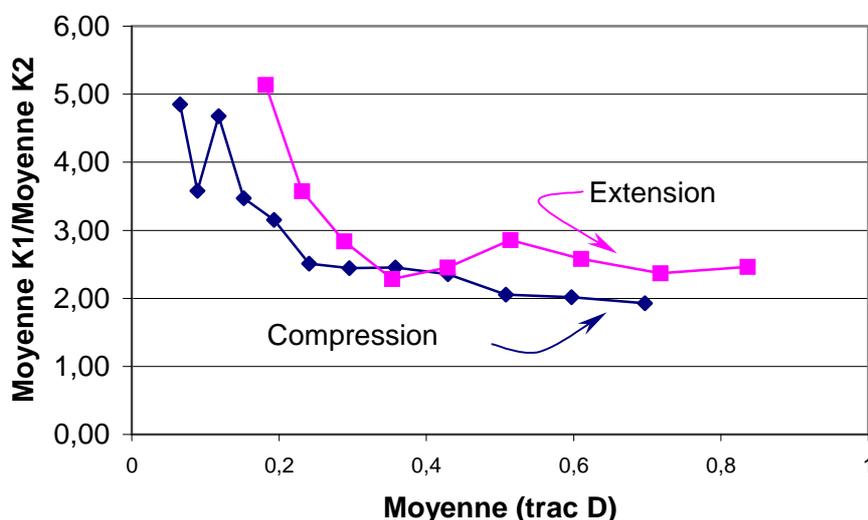


Figure 5.21. Rapport  $K_1/K_2$  en fonction de l'endommagement pour le cas avec changement de rayon de fissures.

En ignorant la dispersion intervenant avant d'avoir atteint le seuil de percolation et en considérant les valeurs  $K_1/K_2$  après le SP, on peut prendre en compte:

$$\text{Compression} \rightarrow K_1/K_2 = 2,0 \quad (5.16)$$

$$\text{Extension} \rightarrow K_1/K_2 = 2,5$$

Ces rapports  $K_1/K_2$  correspondent à un état d'endommagement fort ; on peut toutefois imaginer que pour une éprouvette fortement endommagée on a une forte augmentation de la perméabilité mais une anisotropie moins marquée que pour un matériau faiblement endommagé. Ceci irait dans le sens des observations expérimentales. Par contre pour de faibles valeurs d'endommagement le rapport  $K_1/K_2$  est beaucoup plus important mais sujet à beaucoup plus de fluctuations.

## 5.9. Résumé des résultats

Tous les résultats présentés précédemment sont synthétisés dans le tableau suivant :

Type d'approche	Augmentation du rayon des disques	Compression	Avant SP	$\text{tr } K_d = \exp (3,56 \text{ tr } D_f - 44,96)$
			Après SP	$\text{tr } K_d = 4,57 \times 10^{-14} (\text{tr} D_f)^{3,17}$
		Extension	Avant SP	$\text{tr } K_d = \exp (4,046 \text{ tr } D_f - 44,96)$
			Après SP	$\text{tr } K_d = 5,011 \times 10^{-14} (\text{tr} D_f)^{3,33}$
		Extension Isotrope	Avant SP	$\text{tr } K_d = \exp (4,56 \text{ tr } D_f - 44,97)$
			Après SP	$\text{tr } K_d = 4,255 \times 10^{-14} (\text{tr} D_f)^{3,29}$
	Augmentation du nombre des disques	Compression	Avant SP	$\text{tr } K_d = \exp (8,70 \text{ tr } D_f - 45,0)$
			Après SP	$\text{tr } K_d = 3,27 \times 10^{-14} (\text{tr} D_f)^{2,72}$
		Extension	Avant SP	$\text{tr } K_d = \exp (8,40 \text{ tr } D_f - 44,9)$
			Après SP	$\text{tr } K_d = 1,76 \times 10^{-14} (\text{tr} D_f)^{2,16}$
		Extension Isotrope	Avant SP	$\text{tr } K_d = \exp (7,90 \text{ tr } D_f - 44,9)$
			Après SP	$\text{tr } K_d = 1,93 \times 10^{-14} (\text{tr} D_f)^{2,20}$

Tableau 5.1. Les équations obtenues pour la relation **trace  $K_d$  - trace  $D_f$**  à partir des deux approches et pour les cas de la compression, de l'extension et de l'extension isotrope.

NB. Dans le tableau ci-dessus les limites du SP sont supposées égales, pour le cas de la compression  $\text{tr}D < 0,04$ , et pour le cas de l'extension et de l'extension isotrope  $\text{tr}D < 0,05$ .

En comparant les équations du tableau ci-dessus et en prenant en compte les valeurs moyennes des coefficients, on trouve :

Compression	Avant SP	$\text{tr } K_d = \exp (6,1 \text{ tr } D_f - 45)$
	Après SP	$\text{tr } K_d = 4 \times 10^{-14} (\text{tr} D_f)^{2,9}$
Extension	Avant SP	$\text{tr } K_d = \exp (6,2 \text{ tr } D_f - 45)$
	Après SP	$\text{tr } K_d = 3,3 \times 10^{-14} (\text{tr} D_f)^{2,7}$
Extension Isotrope	Avant SP	$\text{tr } K_d = \exp (6,2 \text{ tr } D_f - 45)$
	Après SP	$\text{tr } K_d = 3,1 \times 10^{-14} (\text{tr } D_f)^{2,7}$

Tableau 5.2. Les équations fixées pour la relation **trace  $K_d$  - trace  $D_f$** .

Pour les valeurs de la perméabilité directionnelle, nous avons trouvé :

$$\text{Compression} \rightarrow K_1 / K_2 = 2,0 \quad (5.17)$$

$$\text{Extension} \rightarrow K_1 / K_2 = 2,5$$

## 5.10. Analyse et vérification du modèle

On constate que les courbes issues des calculs sont assez dispersées (Partie 5.7), essentiellement du fait de l'aspect statistique et des tirages aléatoires effectués pour les coordonnées des fissures. Il y a aussi l'effet du SP qui provoque une augmentation brutale de la perméabilité. Cette dispersion diminue, en augmentant le nombre des fissures et l'anisotropie diminue aussi bien dans le cas de l'extension que de compression. Par ailleurs les courbes de trace du tenseur de la perméabilité en fonction de trace du tenseur de l'endommagement relatives aux types de chargement convergent et deviennent plus proches. Malheureusement il n'existe pas pour l'instant des données expérimentales suffisantes permettant de vérifier tous les aspects de notre modèle. Cela nous a contraints à chercher dans la littérature des résultats relatifs à d'autres types de roches (quelques résultats sur des argilites) ou de certains matériaux tel que le béton.

Nous classons les éléments de vérification de notre modèle en 3 catégories distinctes :

La forme de la courbe endommagement – perméabilité, l'ordre de grandeur de la variation de la perméabilité et le type d'équation choisi.

### 5.10.1. Forme de la courbe d'évolution de la perméabilité en fonction de l'endommagement

Comme nous avons pu le constater, les courbes représentant l'évolution de la perméabilité en fonction de l'endommagement (Figure 5.9 et 5.19) comprennent trois parties :

**5.10.1.1. Phase initiale:** où les fissures se développent séparément. Dans cette phase on constate un changement très progressif de la perméabilité. Ceci est dû à la création des nouvelles interconnexions entre les fissures et la porosité initiale. Si le milieu est déjà peu fissuré, il y a également la possibilité d'une fermeture des fissures, ce qui diminue la perméabilité (Figure 5.22). Les courbes d'endommagement – perméabilité montrent que la trace du tenseur d'endommagement dans cette phase reste inférieure à 0,01.

**5.10.1.2. Phase secondaire:** où le seuil de percolation (SP) est atteint et où se produit la coalescence des fissures. Dans cette phase les fissures créent un réseau entre elles, indépendant de la porosité initiale.

L'épaisseur de ces fissures étant plus grande que celle du réseau de porosité initiale, la perméabilité équivalente du milieu sera plus grande après avoir atteint le SP. L'évolution de la perméabilité est de trois à quatre ordres de grandeur ( de  $10^{-20}$  m<sup>2</sup> jusqu'à  $10^{-17}$ - $10^{-16}$  m<sup>2</sup>). La valeur de la trace du tenseur d'endommagement est inférieure ou égale à 0,04 pour cette partie.

L'existence d'un seuil de percolation est constatée par plusieurs auteurs (Souley et al. 2001 par exemple).

**5.10.1.3. Phase finale:** elle se situe après le SP. Ici, à la différence de la variation très rapide de la perméabilité observée lors de la phase précédente, nous constatons une relation quasi linéaire entre la trace de perméabilité et la trace d'endommagement en échelle logarithmique. En augmentant la densité des fissures, la probabilité d'avoir des fissures dans les différentes directions augmente aussi. Par exemple, pour un cas de chargement vertical en compression simple, les fissures sont verticales au départ suivant une distribution donnée. Pour un nombre élevé de fissures, ceci change et nous obtenons des fissures dans des directions différentes, ce qui conduit à une anisotropie atténuée du milieu endommagé.

Une certaine tendance vers isotropie se manifeste également au niveau du rapport des perméabilités équivalentes dans les différentes directions. Ainsi le rapport entre les deux valeurs principales majeure et mineure de la perméabilité après le SP est de l'ordre de 2 à 2,5. Cette valeur faible est un argument pour l'existence d'une anisotropie faible après le SP. Par ailleurs, les courbes des cas de chargement en extension, compression ou extension isotrope sont très proches ou même confondues dans leur phase finale.

Ce régime continue jusqu'à la dégradation totale du matériau (paramètre d'endommagement égal à un).

Dans la littérature, plusieurs auteurs ont noté ces trois phases dans l'évaluation de la perméabilité au cours d'un chargement mécanique. Malgré la diversité des comportements des matériaux cités dans les exemples ci-dessous, l'aspect phénoménologique paraît semblable pour tous les cas.

Schulze et al. (2001) ont étudié le sel et trouvé ces trois phases. La figure suivante montre la forme générale de la relation entre la perméabilité et la dilatation volumique, telle qu'observée.

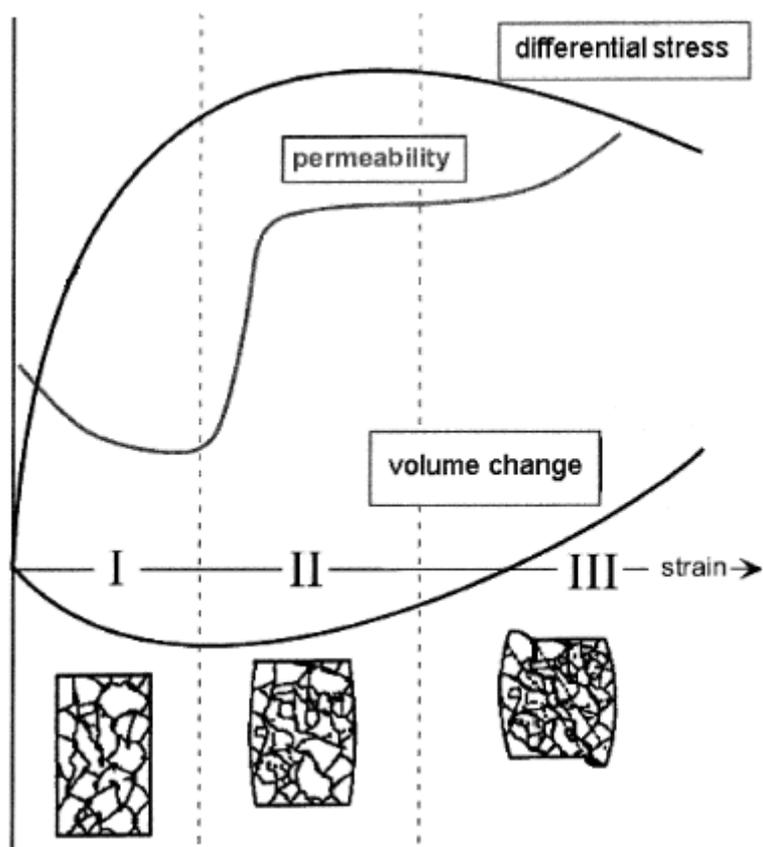


Figure 5.22. Variation de la perméabilité en fonction de la dilatation volumique (Schuze et al. 1997)

Wang et al. (1997) ont trouvé la courbe d'évolution de la perméabilité en fonction de la variation de l'ouverture des fissures dans le béton. Ils ont ainsi constaté et décrit les trois phases sur cette courbe (figure suivante).

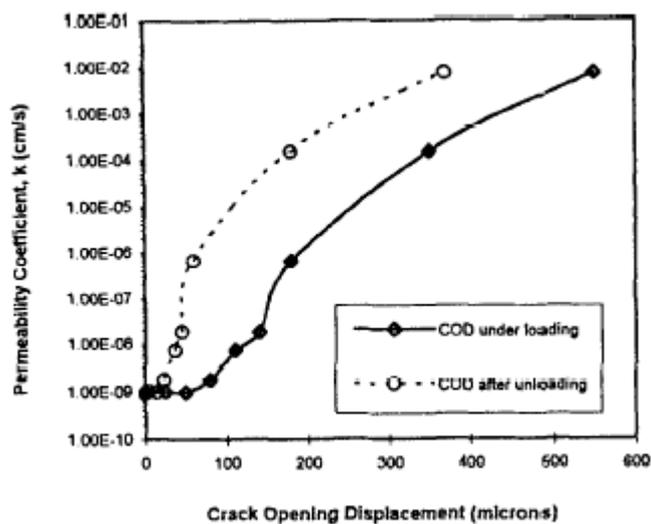


Figure 5.23. Variation de la perméabilité en fonction de l'épaisseur des fissures (Wang et al. 1997)

### 5.10.2. Ordre de grandeur de la variation de la perméabilité

Au cours de l'évolution de l'état d'endommagement (de  $D=0$  à  $D=1$ ), nous avons vu une variation de la valeur de la perméabilité de  $10^{-20}$  m<sup>2</sup> jusqu'à  $10^{-14}$  m<sup>2</sup>, soit 6 ordres de grandeur.

En dehors de l'étude morphologique de la courbe perméabilité - endommagement, il est impératif d'avoir des valeurs limites de perméabilité pour les argilites afin de pouvoir caler notre modèle.

Alheid et al. (1999) ont effectué des essais sismiques et des essais de type pulse test pour mesurer la perméabilité sur les sites de Mont terri et de Tournemire. Grâce à ces résultats, ils ont tracé les courbes d'évolution de la perméabilité en fonction de la vitesse des ondes de compression.

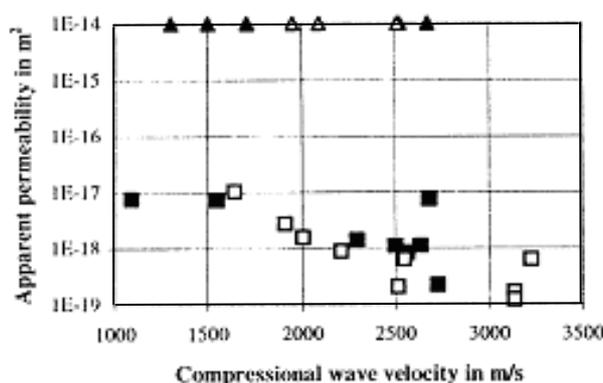


Figure 5.24. Evolution de la perméabilité en fonction de la vitesse des ondes de compression pour le site de Mont terri, d'après Alheid et al. 1999 (les repères indiquent les mesures effectuées dans l'ancien tunnel et la nouvelle galerie).

D'après cette figure, la perméabilité du milieu non endommagé est égale à  $10^{-19}$  m avec une vitesse des ondes égale à 3000 m/s. En revanche pour la zone endommagée où la vitesse des ondes est inférieure, la perméabilité est plus grande : jusqu'à  $10^{-14}$  m<sup>2</sup>.

Bounenni (2002) a établi la relation suivante pour mettre en relation la vitesse des ondes et l'endommagement:

$$D = -2 \frac{(C_L - C_{L0})}{C_L} \quad (5.18)$$

$C_{L0}$  et  $C_L$  sont respectivement la vitesse des ondes longitudinales pour un milieu non-endommagé et endommagé et  $D$  est le paramètre d'endommagement.

D'après cette relation, une diminution de moitié de la vitesse des ondes à partir de la valeur initiale est suffisante pour atteindre l'endommagement total ( $D=1$ ). Ainsi par rapport à la valeur de 3000 m/s dans la zone non-endommagée (Figure précédente) une valeur de 1500m/s indiquerait une zone totalement endommagée.

On voit que l'évolution de la perméabilité pour une roche vierge jusqu'à l'état complètement endommagé couvre 5 ordres de grandeur.

Les résultats obtenus à partir des observations sur le site de Tournemire aussi montrent également une évolution de la perméabilité entre  $10^{-20}$  et  $10^{-14}$  m<sup>2</sup>.

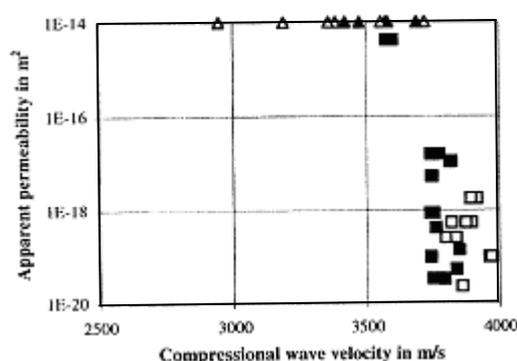


Figure 5.25. Evolution de la perméabilité en fonction de la vitesse des ondes de compression pour le site de Tournemire, d'après Alheid et al. 1999 (les repères indiquent les mesures effectuées selon différents faciès de roche).

### 5.10.3. Type d'équation choisie

L'existence de différents types de comportement selon que nous nous placions avant ou après le SP nous a obligé à établir un modèle différent pour chacun des deux cas.

Les résultats montrent qu'après le SP les courbes perméabilité – endommagement ont une dispersion faible et que pour les trois cas différents de chargement (extension, compression et extension isotrope) elles sont très proches. La forme générale des équations de régression trouvée pour la partie après le SP est :

$$\text{tr } \underline{\underline{K}} = \alpha (\text{tr } \underline{\underline{D}})^\beta \quad (5.19)$$

Les coefficient  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux paramètres du modèle à déterminer.

La valeur de  $\alpha$  calculée à partir des équations de régression est quasiment  $10^{-14}$  m<sup>2</sup>. Cette valeur est en accord avec les observations de Alheid sur les sites du Mont terri et de Tournemire (voir Figures 5.24 et 5.25).

En ce qui concerne le coefficient  $\beta$ , nous constatons que sa valeur calculée après une modélisation complète est proche de 3 (Tableau 5.2). Ce résultat a également été trouvé par plusieurs auteurs. Par exemple, Souley et al. (2001) indiquent que la perméabilité varie en fonction du cube du rayon des fissures.

Nous trouvons donc le même résultat. En effet, dans le cas de notre modèle nous avons établi une relation quasi cubique entre la perméabilité et l'endommagement. Comme nous avons au départ une relation linéaire entre l'endommagement et la taille des fissures, cela nous conduit à une relation cubique entre la perméabilité et la taille des fissures.

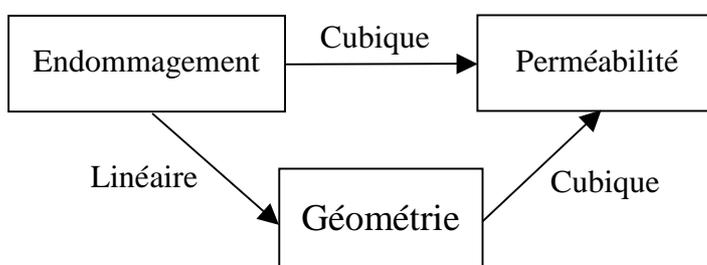


Figure 5.26. Relation entre (Perméabilité-endommagement) et (Perméabilité-géométrie (taille) des fissures-endommagement)

## 5.11. Couplage Perméabilité – Endommagement

Jusqu'à présent nous avons traité de la relation entre l'endommagement de fissuration et la perméabilité pour des cas de chargement simple comme l'extension et la compression. Mais la question qui se pose est : comment généraliser cette relation pour un cas de chargement triaxial quelconque? Autrement dit comment peut-on trouver l'évolution de la perméabilité à partir d'un chargement mécanique ou à partir de l'endommagement mécanique?

C'est à cette question que nous allons essayer de répondre dans ce qui suit.

Imaginons le tenseur d'endommagement mécanique  $\underline{\underline{\mathbf{D}_m}}$  (Equation 2.16) donné par ses trois valeurs principales :  $\mathbf{D}_1$ ,  $\mathbf{D}_2$  et  $\mathbf{D}_3$ . On définit un tenseur d'endommagement réduit :

$$\underline{\underline{\mathbf{d}_m}} = \frac{1}{\text{tr } \underline{\underline{\mathbf{D}_m}}} \underline{\underline{\mathbf{D}_m}} \quad (\text{avec les valeurs propres notées } \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2 \text{ et } \mathbf{d}_3 \text{ et } \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3 = 1) \quad (5.20)$$

Le tenseur  $\underline{\underline{\mathbf{d}_m}}$  peut être représenté par un point dans le plan déviatorique de l'espace d'endommagement. Ce plan dans la portion de l'espace  $\mathbf{D}_1 > 0$ ,  $\mathbf{D}_2 > 0$  et  $\mathbf{D}_3 > 0$  se réduit au triangle ( $\mathbf{A}_1$   $\mathbf{A}_2$   $\mathbf{A}_3$ ), voir figure suivante. Les points  $\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{A}_2$  et  $\mathbf{A}_3$  ont les coordonnées suivantes :

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

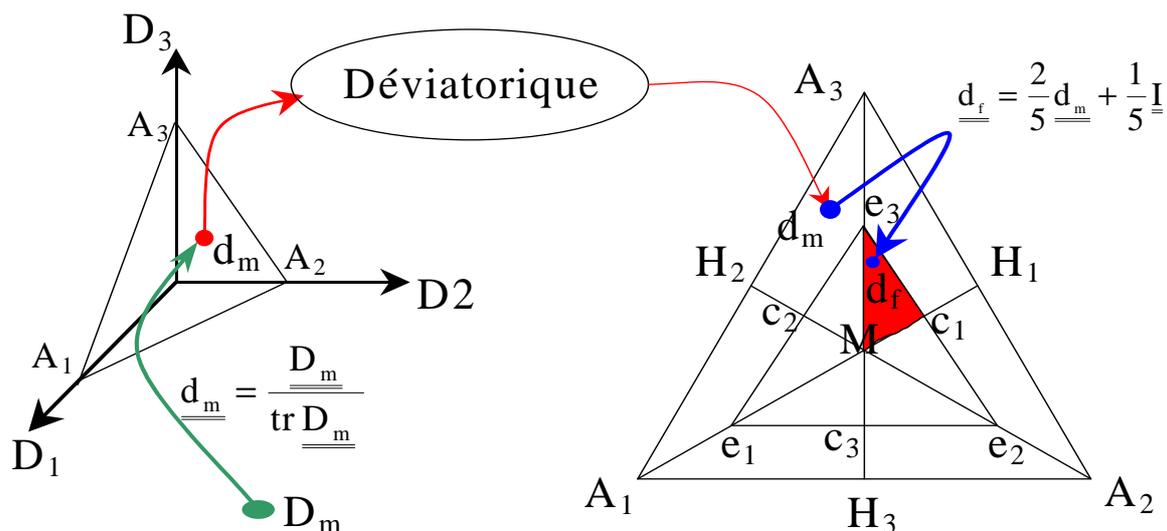


Figure 5.27. Transfert d'un endommagement quelconque sur le plan déviatorique et ensuite sur le triangle des cas de chargement classique.

Si l'on considère les coordonnées des points représentant des cas de chargements simples par rapport à la notation de Lubarda, expliquée auparavant (Partie 3.7), on obtient les valeurs suivantes :

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,2 \\ 0,2 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,6 \\ 0,2 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,2 \\ 0,6 \end{pmatrix}, \mathbf{c}_1 = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,4 \\ 0,4 \end{pmatrix}, \mathbf{c}_2 = \begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,2 \\ 0,4 \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{c}_3 = \begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,4 \\ 0,2 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

$\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{e}_2$  et  $\mathbf{e}_3$ , représentant les états d'extension suivant trois axes différents, et  $\mathbf{c}_1$ ,  $\mathbf{c}_2$  et  $\mathbf{c}_3$ , représentant les états de compression suivant ces trois axes.

On peut facilement démontrer que les points  $\mathbf{c}_1$ ,  $\mathbf{c}_2$  et  $\mathbf{c}_3$  sont les points milieu des côtés du triangle formé par les points  $(\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3)$ .

Les points représentatifs du tenseur d'endommagement de fissuration que nous notons  $\underline{\underline{\mathbf{d}_f}}$ , se situent toujours à l'intérieur du triangle  $(\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3)$ .

$$\underline{\underline{\mathbf{d}_f}} = \frac{1}{\text{tr } \underline{\underline{\mathbf{D}_f}}} \underline{\underline{\mathbf{D}_f}} \quad (5.23)$$

$\underline{\underline{\mathbf{D}_f}}$  est le tenseur d'endommagement de fissuration (Equation 3.32). Nous supposons que la trace de  $\underline{\underline{\mathbf{D}_f}}$  est égale à la trace de  $\underline{\underline{\mathbf{D}_m}}$  (Voir Partie 5.4).

Pour faire le lien entre  $\underline{\underline{d}}_f$  et un point  $\underline{\underline{d}}_m$  représentant un tenseur d'endommagement issu par exemple d'un modèle mécanique, il faut projeter le triangle ( $\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3$ ) sur ( $\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3$ ). Pour ce faire nous avons choisi une transformation linéaire de la forme suivante :

$$\underline{\underline{d}}_f = \frac{2}{5} \underline{\underline{d}}_m + \frac{1}{5} \mathbf{I} \quad (5.24)$$

Ou directement :

$$\underline{\underline{d}}_f = \frac{2}{5} \left( \frac{\underline{\underline{D}}_m}{\text{tr } \underline{\underline{D}}_m} \right) + \frac{1}{5} \mathbf{I} \quad (5.25)$$

On peut en fait vérifier que la transformée du triangle ( $\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3$ ) par cette formule est bien le triangle ( $\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3$ ). On peut vérifier en particulier que  $\mathbf{A}_1$  se transforme en  $\mathbf{e}_1$ :

$$\underline{\underline{d}}_m = \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{d}}_f = \frac{2}{5} \underline{\underline{d}}_m + \frac{1}{5} \mathbf{I} \quad \underline{\underline{d}}_f = \mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 0,6 & & \\ & 0,2 & \\ & & 0,2 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

On peut aussi vérifier que  $\mathbf{H}_1$  se transforme en  $\mathbf{c}_1$  et que  $\mathbf{M}$  reste invariant.

L'étape suivante consiste à identifier pour un point  $\underline{\underline{d}}_f$ , le triangle ( $\mathbf{M} \mathbf{e}_i \mathbf{c}_j$ ) dans lequel il se trouve. Puis écrire ses coordonnées par rapport aux coordonnées des points  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{e}_i$  et  $\mathbf{c}_j$ , c'est à-dire trouver les paramètres  $\eta$  et  $\xi$  permettant d'écrire :

$$\underline{\underline{d}}_f = \eta \mathbf{e}_i + \xi \mathbf{c}_j + (1 - \eta - \xi) \mathbf{M} \quad (\eta \text{ et } \xi > 0 \text{ et } \eta + \xi < 1) \quad (5.27)$$

On peut trouver les deux paramètres  $\eta$  et  $\xi$  à l'aide de trois équations pour chaque coordonnée de  $\underline{\underline{d}}_f$ . Les trois équations ne sont pas indépendantes. On n'a en fait que deux équations indépendantes pour deux inconnues. Ainsi les valeurs calculées pour  $\eta$  et  $\xi$  sont bien uniques.

Ensuite, on suppose que la perméabilité du point  $\underline{\underline{d}}_f$  peut être calculée par une interpolation linéaire de la variation de perméabilité des points  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{e}_i$  et  $\mathbf{c}_j$  avec les mêmes coefficients  $\eta$ ,  $\xi$  et  $(1-\eta-\xi)$ . Cette hypothèse est expliquée dans la partie 5.4.

Pour illustrer cette démarche, on prend par exemple un point  $\mathbf{D}_f$  dans le triangle coloré ( $\mathbf{M} \mathbf{e}_3 \mathbf{c}_1$ ) de la figure précédente.

$$\text{Si } \underline{\underline{d}}_f = \lambda_1 \underline{\underline{i}}_1 \otimes \underline{\underline{i}}_1 + \lambda_2 \underline{\underline{i}}_2 \otimes \underline{\underline{i}}_2 + \lambda_3 \underline{\underline{i}}_3 \otimes \underline{\underline{i}}_3 \quad (\text{avec } \lambda_3 \geq \lambda_2 \geq \lambda_1 > 0 \quad \text{et } \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1) \quad (5.28)$$

Alors dans la base  $(i_1, i_2, i_3)$  on trouve :

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \eta \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,2 \\ 0,6 \end{pmatrix} + \xi \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,4 \\ 0,4 \end{pmatrix} + (1 - \eta - \xi) \begin{pmatrix} 0,33 \\ 0,33 \\ 0,33 \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

Nous obtenons :

$$\begin{cases} \eta = \frac{5}{2}(\lambda_3 - \lambda_2) \\ \xi = 5(\lambda_2 - \lambda_1) \end{cases} \quad (5.30)$$

Après avoir calculé la valeur des deux paramètres  $\eta$  et  $\xi$ , on peut en profiter pour calculer aussi la relation correspondante pour la perméabilité. On peut trouver la perméabilité de chaque point, dans une zone comme celle colorée dans la figure précédente à partir des points les plus proches :

$$\underline{\underline{K}}_d = \eta \underline{\underline{K}}_{d_{\text{ext}}} + \xi \underline{\underline{K}}_{d_{\text{comp}}} + (1 - \eta - \xi) \underline{\underline{K}}_{d_{\text{iso}}} \quad (5.31)$$

$\underline{\underline{K}}_{d_{\text{ext}}}$ ,  $\underline{\underline{K}}_{d_{\text{comp}}}$  et  $\underline{\underline{K}}_{d_{\text{iso}}}$  sont respectivement la perméabilité de point  $\mathbf{e}_3$  (extension dans la direction 3),  $\mathbf{c}_1$  (compression dans la direction 1) et  $\mathbf{M}$  (extension isotrope).

En sachant que  $\underline{\underline{K}}_d = (\text{tr } \underline{\underline{K}}_d) \cdot \underline{\underline{k}}$ , la relation précédente devient:

$$\underline{\underline{K}}_d = \eta (\text{tr } \underline{\underline{K}}_{d_{\text{ext}}}) \cdot \underline{\underline{k}}_{d_{\text{ext}}} + \xi (\text{tr } \underline{\underline{K}}_{d_{\text{comp}}}) \cdot \underline{\underline{k}}_{d_{\text{comp}}} + (1 - \eta - \xi) (\text{tr } \underline{\underline{K}}_{d_{\text{iso}}}) \cdot \underline{\underline{k}}_{d_{\text{iso}}} \quad (5.32)$$

avec les valeurs de  $\text{tr } \underline{\underline{K}}_{d_{\text{ext}}}$ , de  $\text{tr } \underline{\underline{K}}_{d_{\text{comp}}}$  et de  $\text{tr } \underline{\underline{K}}_{d_{\text{iso}}}$ , obtenues à partir de Tableau 5.2, en considérant la trace de  $\underline{\underline{D}}_f$  pour chaque type de chargement.

Et :

$$k_{d \text{ ext}} \text{ (dans la direction 3)} = \frac{1}{\text{tr} \underline{\underline{K}}_{d \text{ ext}}} \begin{bmatrix} K_1 & & \\ & K_1 & \\ & & K_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{1+2\zeta_{\text{ext}}} \begin{bmatrix} \zeta_{\text{ext}} & & \\ & \zeta_{\text{ext}} & \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

$$k_{d \text{ comp}} \text{ (dans la direction 1)} = \frac{1}{\text{tr} \underline{\underline{K}}_{d \text{ comp}}} \begin{bmatrix} K_1 & & \\ & K_3 & \\ & & K_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2+\zeta_{\text{comp}}} \begin{bmatrix} \zeta_{\text{comp}} & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

Le coefficient  $\zeta$  est le rapport entre les valeurs principales majeure et mineure de la perméabilité:

$$\zeta = K_1 / K_3 \quad (5.35)$$

pour un point quelconque de la zone colorée, le tenseur de perméabilité s'écrit:

$$\underline{\underline{K}} = K_1 \underline{i}_1 \otimes \underline{i}_1 + K_2 \underline{i}_2 \otimes \underline{i}_2 + K_3 \underline{i}_3 \otimes \underline{i}_3 \quad (5.36)$$

donc la relation (5.32) devient :

$$\begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \eta \cdot \text{tr} \underline{\underline{K}}_{d \text{ ext}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\zeta_{\text{ext}}}{1+2\zeta_{\text{ext}}} \\ \frac{\zeta_{\text{ext}}}{1+2\zeta_{\text{ext}}} \\ \frac{1}{1+2\zeta_{\text{ext}}} \end{bmatrix} + \xi \cdot \text{tr} \underline{\underline{K}}_{d \text{ comp}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\zeta_{\text{comp}}}{2+\zeta_{\text{comp}}} \\ \frac{1}{2+\zeta_{\text{comp}}} \\ \frac{1}{2+\zeta_{\text{comp}}} \end{bmatrix} + (1-\eta-\xi) \cdot \text{tr} \underline{\underline{K}}_{d \text{ iso}} \cdot \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

D'après les résultats obtenus dans la Partie 5.9, on peut prendre en compte les valeurs  $\zeta_{\text{ext}} = 2,5$  et  $\zeta_{\text{comp}} = 2,0$ . Dans ce cas l'équation de la perméabilité s'écrit.

$$\begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \eta \cdot \text{tr} \underline{\underline{K_d}}_{\text{ext}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2,5}{6} \\ \frac{2,5}{6} \\ \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix} + \xi \cdot \text{tr} \underline{\underline{K_d}}_{\text{comp}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} + (1-\eta-\xi) \cdot \text{tr} \underline{\underline{K_d}}_{\text{iso}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Ce qui nous donne les trois valeurs propres du tenseur de perméabilité endommagé.

## **5.12. Conclusion**

L'objectif principal de ce chapitre a été d'étudier l'évolution de la perméabilité en fonction de l'endommagement.

Un tirage statistique a été effectué, afin d'engendrer un ensemble de fissures dans le VER. Grâce au calcul de la perméabilité équivalente et au calcul du tenseur d'endommagement, les courbes d'évolution endommagement – perméabilité ont été tracées. Plusieurs essais statistiques ont été réalisés dans chaque cas; la dispersion entre les courbes est ainsi due à la différence entre les tirages statistiques. L'état où il n'y a aucune fissure correspond à un endommagement nul, alors que l'état où le nombre maximum de fissures dans le VER est atteint correspond pour nous à un état du matériau totalement dégradé.

La modélisation a été effectuée pour trois cas simples de chargement : la compression, l'extension et l'extension isotrope. Grâce à un processus d'interpolation, nous avons pu calculer la perméabilité pour tous les cas d'endommagement.

Le manque de données sur l'évolution de la perméabilité et de l'endommagement dans l'argilite est fortement ressenti à travers cette étude. Pour palier ce manque et pour justifier la forme et l'ordre de grandeur de la relation endommagement – perméabilité, les cas d'autres types de matériaux ont été pris en compte.

## Chapitre 6

# Modélisation numérique

### 6.1. Introduction

Ce dernier chapitre porte sur la modélisation numérique du couplage endommagement - perméabilité des argilites. L'objectif est d'illustrer ce couplage et toutes les théories et méthodes développées dans les chapitres précédents. Nous présenterons l'application du modèle pour un ouvrage réel de stockage souterrain.

Les calculs ont été réalisés en utilisant le code de calcul aux éléments finis CESAR-LCPC. Dans ce code il existe un modèle élastoplastique parfait avec la loi de comportement de Drucker-Prager. Par ailleurs ce modèle prend en compte l'aspect milieu poreux avec la notion de contrainte effective et il est capable d'effectuer le calcul hydraulique pour trouver le flux.

Les calculs sont basés sur le modèle élasto-plasto-endommageable expliqué en détail dans le Chapitre 2.

Nous nous intéressons dans ce travail exclusivement aux phénomènes d'endommagement et d'hydraulique intervenant dans la perturbation du champ proche du stockage. Dans ce sens, nous avons effectué différentes hypothèses simplifiant la modélisation.

La démarche adoptée est de commencer par un modèle simple, puis d'effectuer des analyses successives en mettant en jeu un couplage complet.

Dans la suite, nous présenterons d'abord l'algorithme de notre modèle. Une fois l'algorithme établi, on étudie la modélisation d'un cylindre sollicité en compression simple axisymétrique, afin de vérifier la convergence du calcul, la fiabilité des théories utilisées, etc. Puis une modélisation bidimensionnelle en déformation plane est réalisée pour un ouvrage de stockage. Cette modélisation nous permet de calculer l'endommagement autour d'une galerie de stockage et la variation du débit d'exhaure entrant dans la galerie en fonction de cet endommagement.

## 6.2. Cadre de modélisation

Dans le Chapitre 2, nous avons présenté un comportement plastique et endommageable des argilites, basé sur l'approche de Chiarelli (2000). Ce modèle tient compte à la fois de la plasticité et de l'endommagement.

Dans notre étude, nous avons supposé une loi de comportement associée et la fonction de charge utilisée est le critère Drucker-Prager standard sans écrouissage. Nous avons par ailleurs négligé la différence entre les cas des chargements de compression et d'extension.

## 6.3. Algorithme du modèle de couplage endommagement–perméabilité

Nous allons présenter ci-dessous de manière détaillée, la méthode de calcul incrémental du modèle de couplage perméabilité-endommagement dans le cas où le modèle mécanique contient des variables d'endommagement (modèle de Chiarelli).

- 1) On importe  $\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^k$ ,  $\underline{\underline{\mathbf{D}_m}}^k$ ,  $\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{(p)k}$  et  $\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^k$ , valeurs des tenseurs de déformation totale, d'endommagement mécanique, de déformation plastique et de contrainte, respectivement calculées au pas de temps  $k$ .
- 2) On impose une déformation  $\underline{\underline{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}}}$ , et on calcule le tenseur de déformation à l'instant  $k+1$  :

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{k+1} = \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^k + \underline{\underline{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}}} \quad (6.1)$$

- 4) On détermine le tenseur de déformation positive  $\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{(k+1)+}$

5) On calcule le critère d'endommagement :

$$f^d = \sqrt{\underline{\underline{\varepsilon}}^+ : \underline{\underline{\varepsilon}}^+} - (r_0 + r_1 \text{tr} \underline{\underline{D}}_m) \quad (6.2)$$

Et on calcule l'endommagement si  $f^d > 0$  :

$$\Delta \lambda^d = \frac{\underline{\underline{\varepsilon}}^+ : \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^+}{r_1 \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^+} = (\Delta \lambda^d = 0 \text{ si } f^d < 0 \text{ ou si } f^d = 0 \text{ et } \dot{f}^d < 0) \quad (6.3)$$

$$\underline{\underline{D}}_m^{k+1} = \underline{\underline{D}}_m^k + \Delta \lambda^d \frac{\underline{\underline{\varepsilon}}^+}{\sqrt{\underline{\underline{\varepsilon}}^+ : \underline{\underline{\varepsilon}}^+}} \quad (\underline{\underline{D}}_m^0 = 0) \quad (6.4)$$

6) On calcule le tenseur d'élasticité du matériau endommagé à partir des coefficients de Lamé et du tenseur d'endommagement calculé à l'étape précédente:

$$C_{ijkl}(\underline{\underline{D}}_m) = \lambda_0 \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu_0 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + a_1 (\delta_{ik} D_{jl} + \delta_{il} D_{jk} + D_{ik} \delta_{jl} + D_{il} \delta_{jk}) + \frac{1}{2} a_2 (\delta_{ij} D_{kl} + D_{ij} \delta_{kl}) \quad (6.5)$$

Puis on évalue la contrainte élastique:

$$\underline{\underline{\sigma}}^{k+1} = C(\underline{\underline{D}}_m) : (\underline{\underline{\varepsilon}}^{k+1} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{(p)k}) - \mathbf{b} \mathbf{P} \quad (6.6)$$

7) On effectue la correction plastique. Dans cette étape pour simplifier la démarche, on prend en compte un critère de plasticité associé sans écrouissage du type Drucker-Prager.

On calcule  $f(\underline{\underline{\sigma}})$  et si  $f(\underline{\underline{\sigma}}) > 0$  on calcule  $\Delta \lambda^p$ . On a ainsi :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{(p)k+1} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{(p)k} + \Delta \lambda^p \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (6.7)$$

Par la suite on calcule à nouveau les contraintes :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{k+1} = \underline{\underline{\sigma}}^{k+1} - C(\underline{\underline{D}}_m) : (\underline{\underline{\varepsilon}}^{(p)k+1} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{(p)k}) \quad (6.8)$$

8) Calcul de la perméabilité :

8.1) On calcule les valeurs propres et les vecteurs propres du tenseur d'endommagement  $\underline{\underline{D}}_m^{k+1}$ :

8.2) On calcule le tenseur  $\underline{\underline{d}}_f$  :

$$\underline{\underline{d}}_f = \frac{2}{5} \left( \frac{\underline{\underline{D}}_m}{\text{tr } \underline{\underline{D}}_m} \right) + \frac{1}{5} \underline{\underline{I}} \quad (6.9)$$

8.3) On trouve la position du point  $\underline{\underline{d}}_f$  dans le triangle déviatorique (voir Chapitre 5) et on définit les points  $\underline{\underline{e}}_i$  et  $\underline{\underline{c}}_j$  au voisinage de  $\underline{\underline{d}}_f$  dans ce triangle.

$$\underline{\underline{d}}_f = \lambda_1 \underline{\underline{i}}_1 \otimes \underline{\underline{i}}_1 + \lambda_2 \underline{\underline{i}}_2 \otimes \underline{\underline{i}}_2 + \lambda_3 \underline{\underline{i}}_3 \otimes \underline{\underline{i}}_3 \quad (\text{avec } \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 > 0 \quad \text{et } \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1) \quad (6.10)$$

Puis on calcule les deux coefficients  $\eta$  et  $\xi$  :

$$\begin{cases} \lambda_1 = \eta e_1^i + \xi c_1^j + \frac{1}{3}(1 - \eta - \xi) \\ \lambda_2 = \eta e_2^i + \xi c_2^j + \frac{1}{3}(1 - \eta - \xi) \end{cases} \quad (6.11)$$

$$e^i = \begin{cases} 0,6 & i^{\text{ème}} \text{ composant} \\ 0,2 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad c^j = \begin{cases} 0,2 & j^{\text{ème}} \text{ composant} \\ 0,4 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.12)$$

8.4) Pour calculer la  $\text{tr} \underline{\underline{K}}$ , on vérifie si on est avant ou après le seuil de percolation (SP). Par exemple pour le cas d'une compression, on a ( $\text{tr} \underline{\underline{D}}_f = \text{tr} \underline{\underline{D}}_m$ ) :

$$\begin{cases} \text{si } \text{tr} \underline{\underline{D}}_f > 0,05 \quad \underline{\underline{\text{après SP}}} \quad \text{tr} \underline{\underline{K}} = 4 \times 10^{-14} (\text{tr} \underline{\underline{D}}_f)^{2,9} \\ \text{si } \text{tr} \underline{\underline{D}}_f < 0,05 \quad \underline{\underline{avant SP}} \quad \text{tr} \underline{\underline{K}} = \exp(6,1 \text{tr} \underline{\underline{D}}_f - 45) \end{cases} \quad (6.13)$$

8.5) On calcule les trois valeurs propres du tenseur de perméabilité :

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}} = K_1 \underline{\underline{\mathbf{i}}}_1 \otimes \underline{\underline{\mathbf{i}}}_1 + K_2 \underline{\underline{\mathbf{i}}}_2 \otimes \underline{\underline{\mathbf{i}}}_2 + K_3 \underline{\underline{\mathbf{i}}}_3 \otimes \underline{\underline{\mathbf{i}}}_3 \quad (6.14)$$

$$\begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \eta \cdot \text{tr} \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{ext}} \cdot \begin{bmatrix} \text{i}^{\text{ème}} \text{ composant} & \frac{1}{1+2\zeta_{\text{ext}}} \\ \text{sinon} & \frac{\zeta_{\text{ext}}}{1+2\zeta_{\text{ext}}} \end{bmatrix} + \xi \cdot \text{tr} \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{comp}} \cdot \begin{bmatrix} \text{j}^{\text{ème}} \text{ composant} & \frac{\zeta_{\text{comp.}}}{1+2\zeta_{\text{comp.}}} \\ \text{sinon} & \frac{1}{1+2\zeta_{\text{comp.}}} \end{bmatrix} + (1-\eta-\xi) \cdot \text{tr} \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{iso}} \cdot \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Sachant que  $\zeta_{\text{comp}} = 2,0$  et  $\zeta_{\text{ext}} = 2,5$  et que les coefficients  $\eta$ ,  $\xi$ , et les composants  $\mathbf{i}$  et  $\mathbf{j}$  sont les mêmes que ceux trouvés à l'étape 8.3.

8.6) Hypothèse : les directions propres des tenseurs d'endommagement et de perméabilité sont les mêmes, on trouve donc le tenseur de perméabilité effective avec ses valeurs propres (étape 8.5) et ses vecteurs propres (étape 8.1).

9) Une fois la perméabilité effective est trouvée, on calcule le flux.

$$\mathbf{q} = - \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{eff}} \cdot \text{grad } P \quad (6.16)$$

## 6.4. Modélisation de la compression simple

Dans cette partie nous étudions les résultats trouvés lors de la modélisation purement mécanique d'un cylindre soumis à un chargement axisymétrique, sans confinement ( $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ).

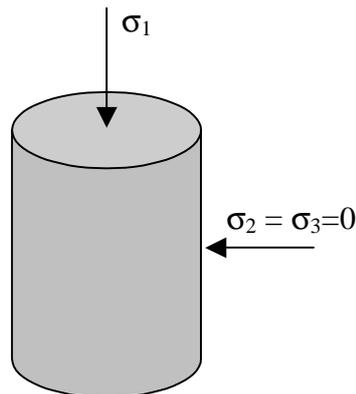


Figure 6.1. Eprouvette cylindrique avec la contrainte verticale  $\sigma_1$  et les contraintes de confinement  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

Le modèle existant dans le code de calcul CESAR-LCPC contient un critère Drucker-Prager sans écrouissage. Cela nous a obligé à étudier le phénomène d'endommagement pur en négligeant l'effet de la plasticité. La courbe contrainte - déformation est tracée ci-dessous sur la figure 6.2. La diminution de pente de cette courbe représente l'apparition de l'endommagement. On retrouve bien une déformation négative dans la direction 1 et positive dans les directions 2 et 3. D'après la fonction d'endommagement, ce sont les déformations positives qui créent l'endommagement. Ainsi l'endommagement dans la direction 1 reste nul. Un cycle de déchargement est également étudié et l'on trouve une disparition totale de la déformation en l'absence de plasticité avec une pente plus petite que la pente initiale. Le chargement a été maintenu jusqu'à atteindre l'endommagement total de l'échantillon.

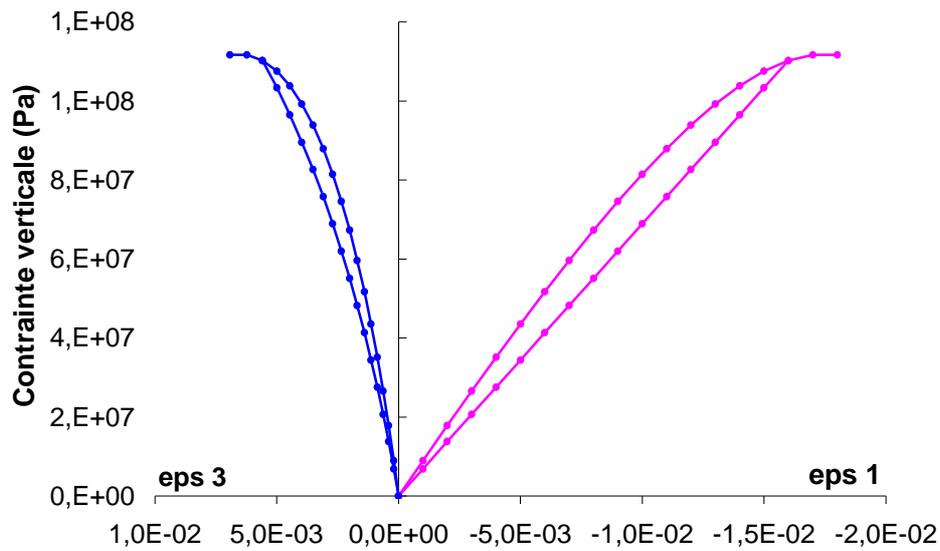


Figure 6.2. Courbe contrainte – déformation pour un essai uniaxial avec endommagement

La courbe suivante (figure 6.3) montre l'évolution de l'endommagement avec la déformation dans la direction 3 tous les deux.

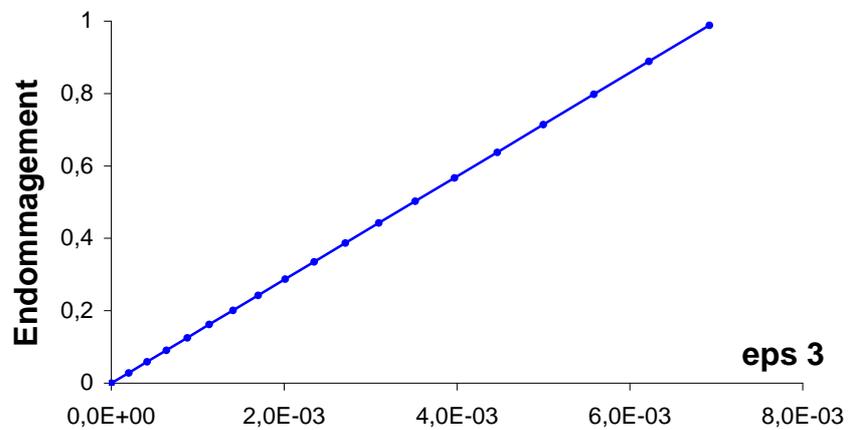


Figure 6.3. Evolution de l'endommagement en fonction de la déformation latérale.

La courbe suivante (figure 6.4) montre l'évolution de la perméabilité en fonction de la déformation. La perméabilité varie de  $10^{-13}$  m/s (perméabilité de l'argilite vierge) jusqu'à atteindre la valeur de  $10^{-7}$  m/s (perméabilité de l'argilite totalement endommagée).

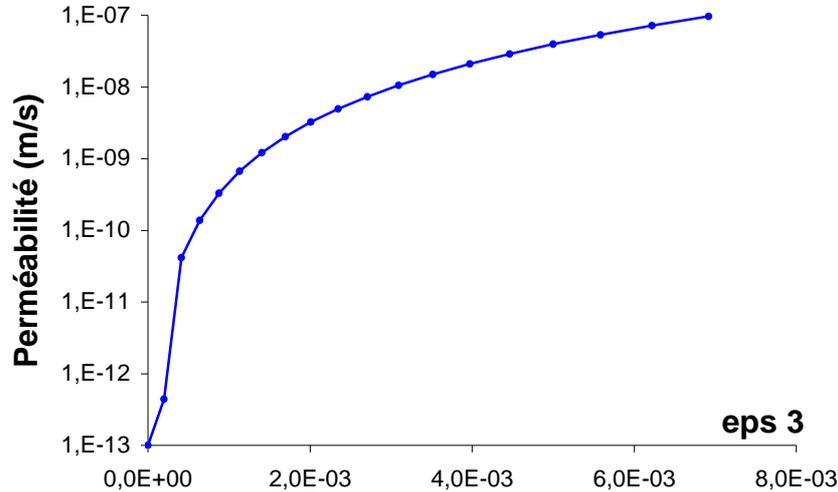


Figure 6.4. Evolution de la perméabilité en fonction de la déformation latérale.

### 6.4.1. Modification des paramètres élastiques

Dans le cas d'une compression simple, on a une déformation négative dans la direction 1 et une déformation positive dans les directions 2 et 3. Par conséquent, dans l'approche présentée pour l'endommagement, on obtient  $D_1 = 0$  et  $D_2 = D_3 \neq 0$ . Les valeurs des contraintes seront les suivantes:

$$\sigma_1 = 2 (\lambda + a_1 D_3) \varepsilon_3 + (\lambda + 2 \mu) \varepsilon_1$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 2 (\lambda + \mu + (2 a_1 + a_2) D_3) \varepsilon_3 + (\lambda + a_1 D_3) \varepsilon_1 = 0. \quad (6.17)$$

Il faut noter qu'une erreur s'est glissée dans la référence Chiarelli 2000 dans l'écriture des équations (6.17). Cette erreur a été signalée par Hoxha 2001.

Pour trouver la raideur axiale  $E_a$  (Module d'Young dans la phase non-endommagée) il suffit de comparer la déformation  $\epsilon_3$  à la déformation  $\epsilon_1$  grâce à la deuxième équation ( $\epsilon_3 > 0 > \epsilon_1$ ) :

$$\epsilon_3 = - [(\lambda + a_1 D_3) \epsilon_1] / [2(\lambda + \mu + 2 D_3 (a_1 + a_2))] \quad (6.18)$$

On remplace ensuite  $\epsilon_3$  par sa valeur en fonction de  $\epsilon_1$  dans la première équation ; on peut ainsi trouver le rapport entre la contrainte  $\sigma_1$  et la déformation  $\epsilon_1$  (raideur axiale). Avec la même démarche on peut trouver la raideur radiale qui est le rapport entre  $\sigma_1$  et  $\epsilon_3$  :

$$E_a = -\frac{\sigma_1}{\epsilon_1} \quad , \quad E_r = \frac{\sigma_1}{\epsilon_3} \quad (6.19)$$

La courbe suivante montre l'évolution de ces paramètres:

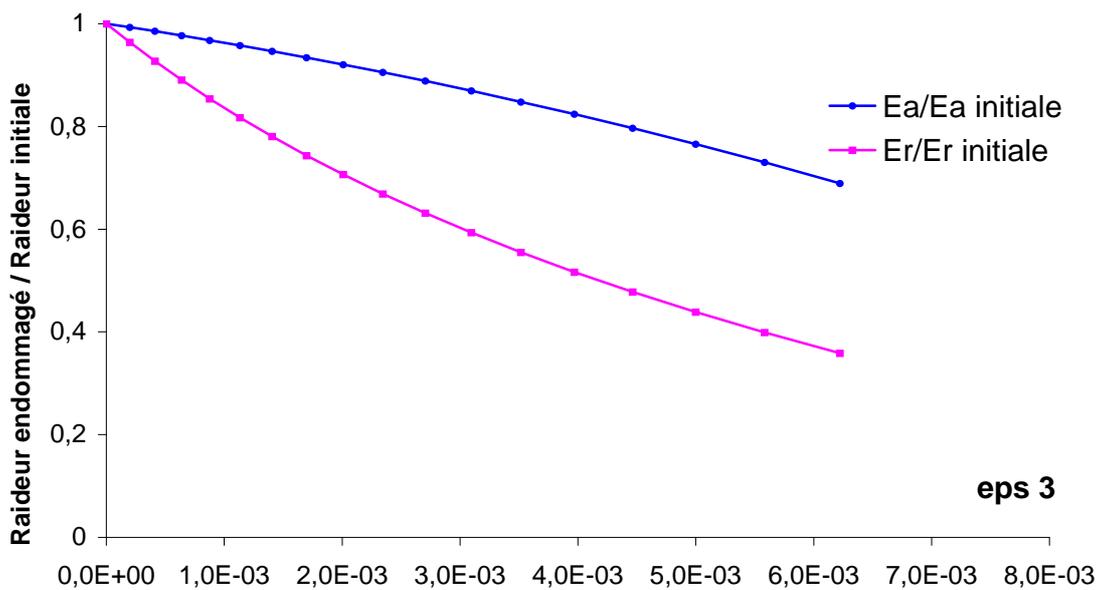


Figure 6.5. Evolutions des raideurs axiale et radiale rapportées à leurs valeurs initiales.

## 6.5. Modélisation d'une galerie de stockage

Nous allons enfin étudier dans cette partie une galerie de stockage. Nous avons considéré un domaine de dimension  $10 \times 10$  m avec une galerie de rayon 1m. On a supposé que la distance de 10m est suffisante pour arriver à un état d'équilibre après la perturbation due au creusement de la galerie. Par la suite nous verrons que les résultats de modélisation confirment cette hypothèse.

Les conditions aux limites sont les suivantes :

- **C.L.Mécaniques:** On a supposé que la galerie se trouve à 400m de profondeur. A cette profondeur et avec une masse volumique moyenne égale à  $2500 \text{ Kg/m}^3$  pour le massif rocheux, on obtient une contrainte due au poids propre de la roche égale à 10 MPa. En négligeant l'effet de la profondeur compte tenu de la taille du modèle (figure suivante), on impose la contrainte correspondante sur la facette supérieure DC et la facette latérale BC. En revanche du fait de la symétrie de notre modèle, on n'impose pas de contraintes sur les facettes AB et DE. Pour la même raison on suppose ne pas avoir de déplacement horizontal sur la facette DE ni de déplacement vertical sur la facette AB.
- **C.L.Hydrauliques:** A 400 m de profondeur, la pression hydrostatique est égale à 4MPa. En négligeant l'effet de la profondeur compte tenu de la taille du modèle (gradient nul le long de BC) , on impose la pression correspondante à la fois sur les facettes DC et BC. On impose une pression atmosphérique ( $P = 0$ ) sur la paroi de la galerie. Grâce à la symétrie du modèle, on n'a pas d'écoulement à travers les facettes AB et DE et on les suppose imperméables.

Ces conditions sont celles d'une galerie après creusement, dans une situation stabilisée et saturée.

Le calcul est effectué en déformations planes, c'est-à-dire que le modèle est considéré de longueur infinie dans la direction de la galerie.

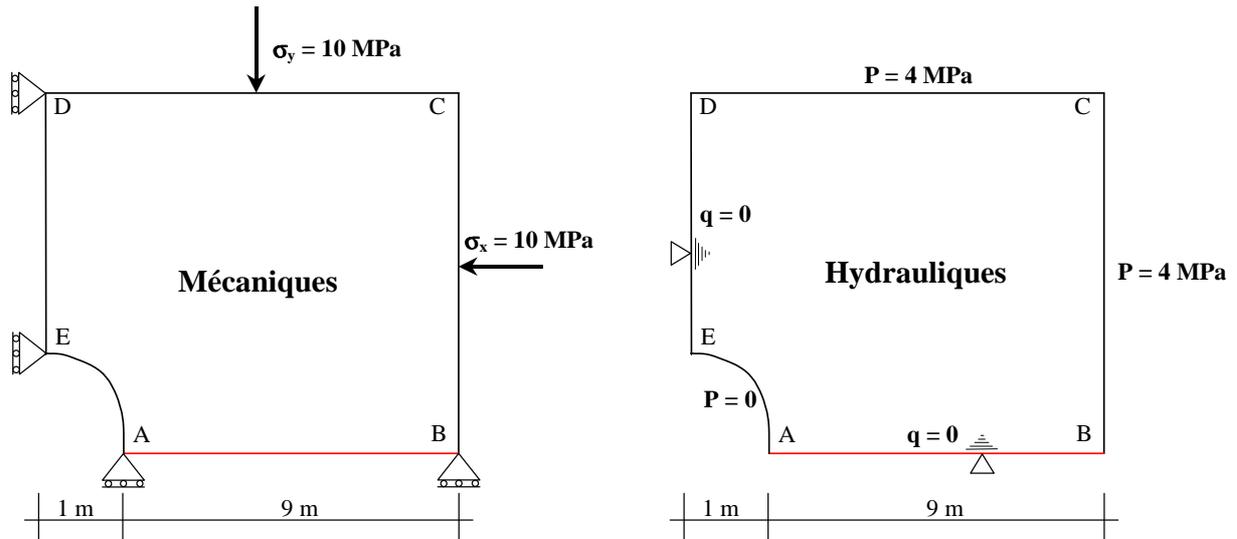
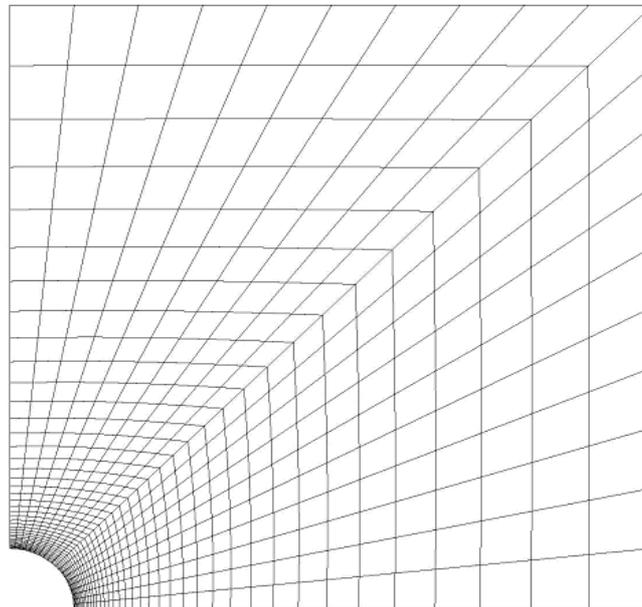


Figure 6.6. Schéma de la galerie avec les conditions aux limites imposées.

Le maillage utilisé contient 800 éléments quadrilatères à quatre nœuds. Autour de la galerie, qui est une zone critique en raison de la concentration des contraintes, de l'apparition de l'endommagement et de l'écoulement de l'eau, on crée des éléments plus fins (0,1m) et en s'éloignant de la galerie on augmente la taille des éléments (1m). La figure suivante montre le maillage employé.



CESAR-LCPC : PEG2D Version 3.4.x

Figure 6.7. Maillage utilisé pour la galerie.

Les résultats de la modélisation numérique (trouvés à partir de la ligne AB, indiquée en rouge sur la figure 6.6) sont les suivants.

### 6.5.1. Contraintes

Sur le point A, la contrainte horizontale est nulle. En revanche la contrainte verticale est supérieure à la contrainte imposée sur les faces extérieures.

Les solutions analytiques des contraintes sont données par les expressions suivantes (Panet 1989):

$$\sigma_{xx} = \left(1 - \frac{R^2}{x^2}\right) \sigma_0 \quad ; \quad \sigma_{yy} = \left(1 + \frac{R^2}{x^2}\right) \sigma_0 \quad (6.20)$$

où  $R$  est le rayon de la galerie,  $x$  la distance jusqu'au centre de la galerie et  $\sigma_0$  la contrainte imposée sur les faces extérieures.

Dans les figures suivantes les valeurs des contraintes élastiques, des contraintes dans le cas endommagé et des solutions analytiques sont regroupées.

On voit que les résultats de la modélisation numérique sont en accord avec le calcul analytique.

Par ailleurs, on voit que la contrainte verticale élastique sur la paroi de la galerie est quasiment deux fois plus grande que la contrainte imposée. Ce rapport n'est plus valable pour la contrainte dans le cas endommagé et la contrainte verticale endommagée est plus faible.

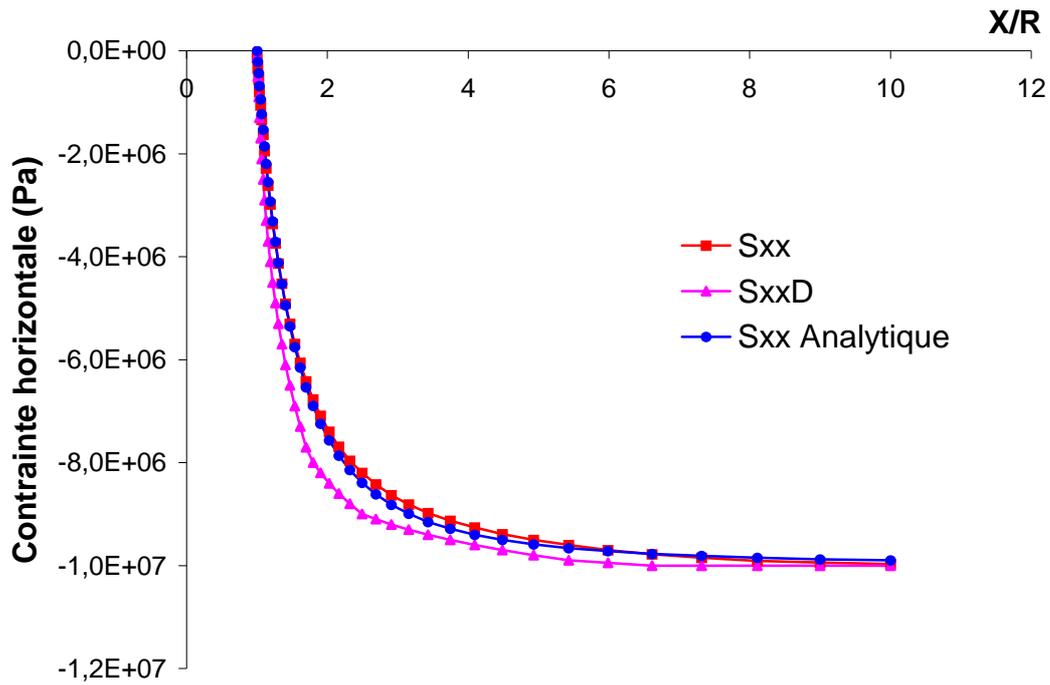


Figure 6.8. Distribution de la contrainte horizontale élastique ( $S_{xx}$ ), élastique endommagé ( $S_{xxD}$ ) et calcul analytique.

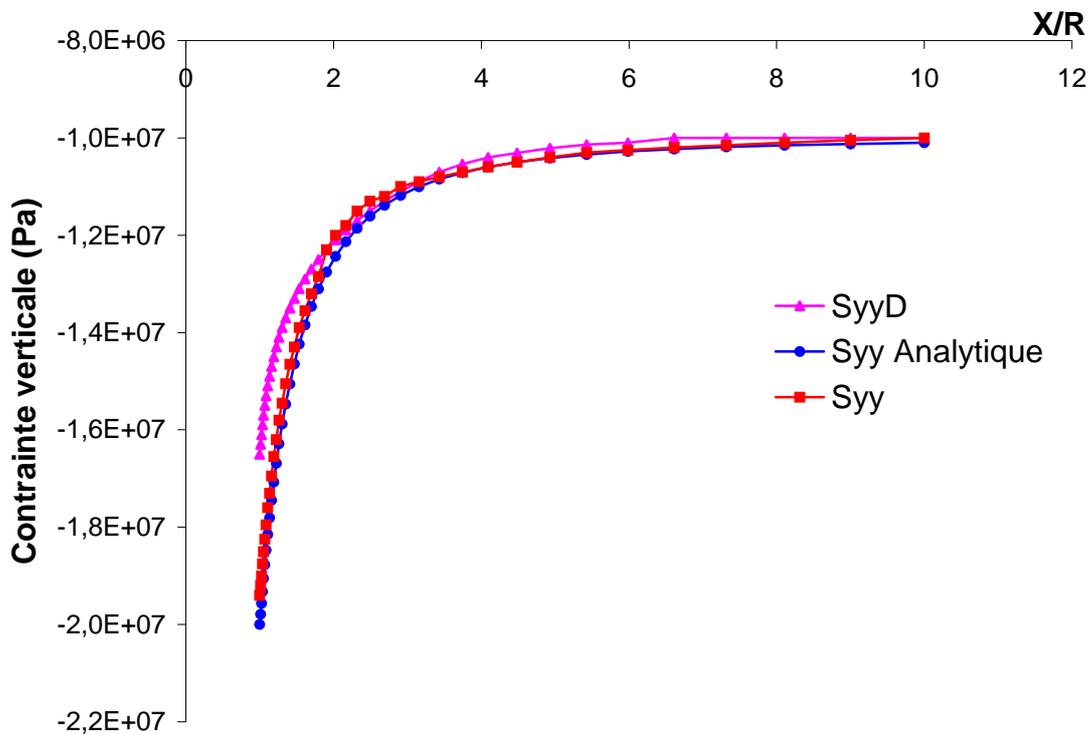


Figure 6.9. Distribution de la contrainte verticale élastique ( $S_{yy}$ ), élastique endommagé ( $S_{yyD}$ ) et calcul analytique.

## 6.5.2. Déformation

Les déformations élastiques, élastiques endommagées et calcul analytique sont comparées ici. Pour trouver la déformation due à l'excavation de la galerie, on calcule la déformation totale après creusement moins la déformation du milieu avant le creusement.

Dans ces conditions on aperçoit des déformations positives à proximité de la galerie. Ce sont celles-ci qui créent l'endommagement. A plus grande distance de la galerie des déformations négatives apparaissent et l'endommagement reste nul.

Les solutions analytiques de la déformation sont donnés par les relations suivantes :

$$\varepsilon_{yy} = \frac{R^2}{x^2} \frac{\sigma_0}{2G} \quad ; \quad \varepsilon_{xx} = -\varepsilon_{yy} \quad (6.21)$$

où G est le module de cisaillement.

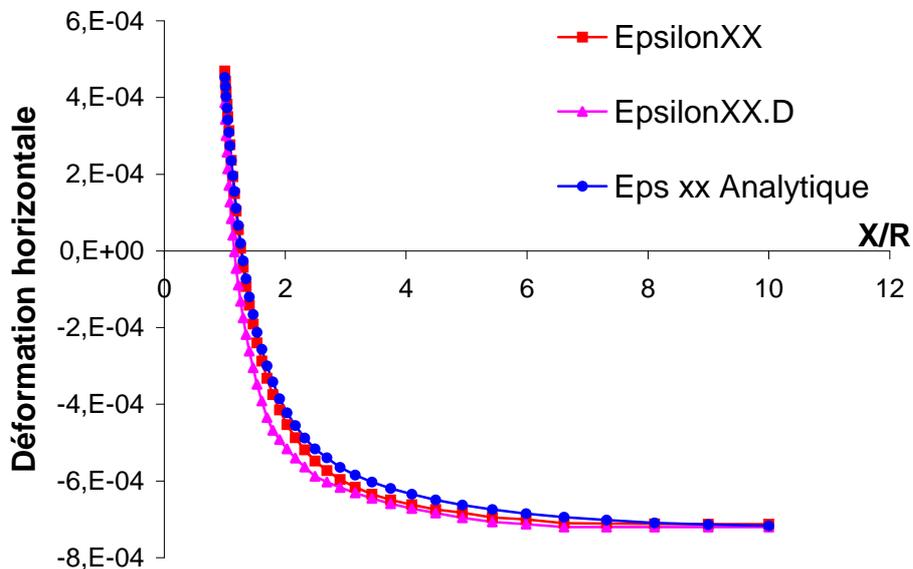


Figure 6.10. Distribution de la déformation horizontale élastique ( $\varepsilon_{xx}$ ), élastique endommagé ( $\varepsilon_{xxD}$ ) et calcul analytique.

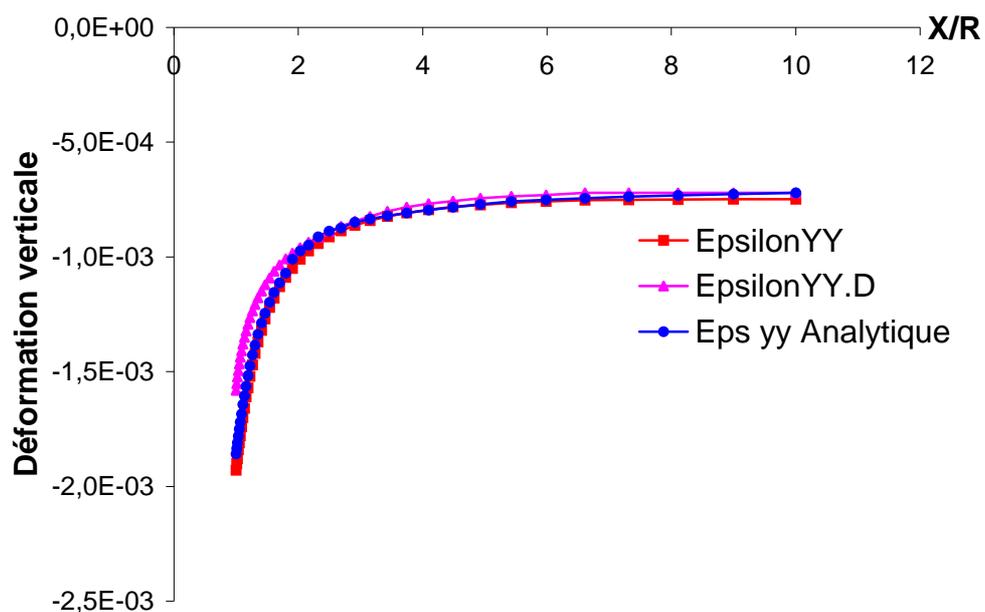


Figure 6.11. Distribution de la déformation verticale élastique ( $\epsilon_{yy}$ ), élastique endommagé ( $\epsilon_{yyD}$ ) et calcul analytique.

### 6.5.3. Déplacement

Les valeurs de déplacement horizontal sont montrées sur la figure suivante. On voit que le déplacement dans le cas endommagé est supérieur à celui du cas élastique.

La valeur analytique du déplacement dans le cas élastique est :

$$u_{xx} = \frac{R^2}{x} \frac{\sigma_0}{2G} \quad (6.22)$$

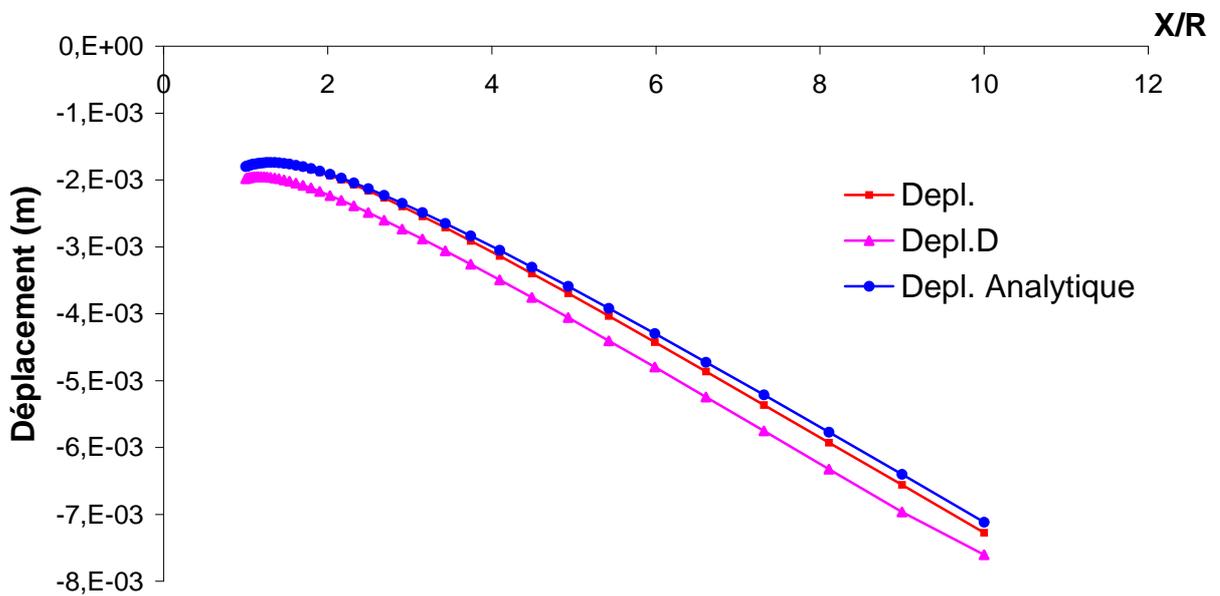


Figure 6.12. Distribution de déplacement horizontal élastique (Depl.) déplacement endommagé (Depl.D) et calcul analytique.

### 6.5.4. Endommagement

A proximité de la paroi nous avons une déformation positive et de l'endommagement apparaît.

La figure suivante montre la courbe d'endommagement.

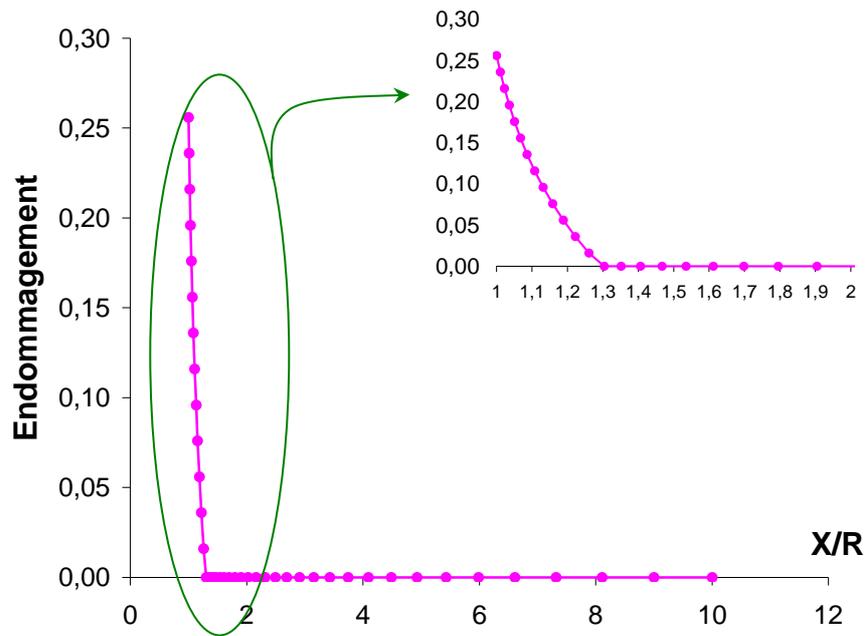


Figure 6.13. Distribution de l'endommagement.

### 6.5.5. Perméabilité

Après apparition de l'endommagement, la perméabilité du milieu varie aussi. Sur les figures suivantes nous présentons l'évolution de la perméabilité en échelle normale et logarithmique. La perméabilité endommagée autour de la galerie est proche de  $10^{-8}$  m/s, valeur nettement plus grande que celle de la perméabilité initiale égale à  $10^{-13}$  m/s.

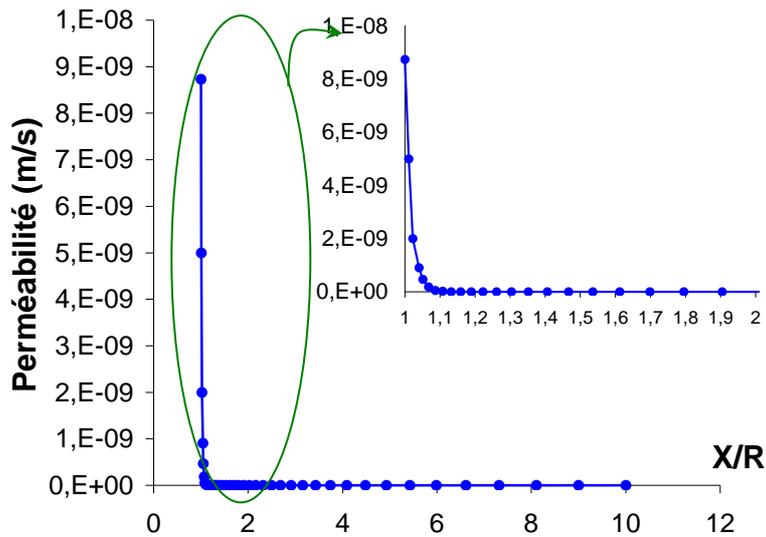


Figure 6.14. Distribution de la perméabilité en échelle normale.

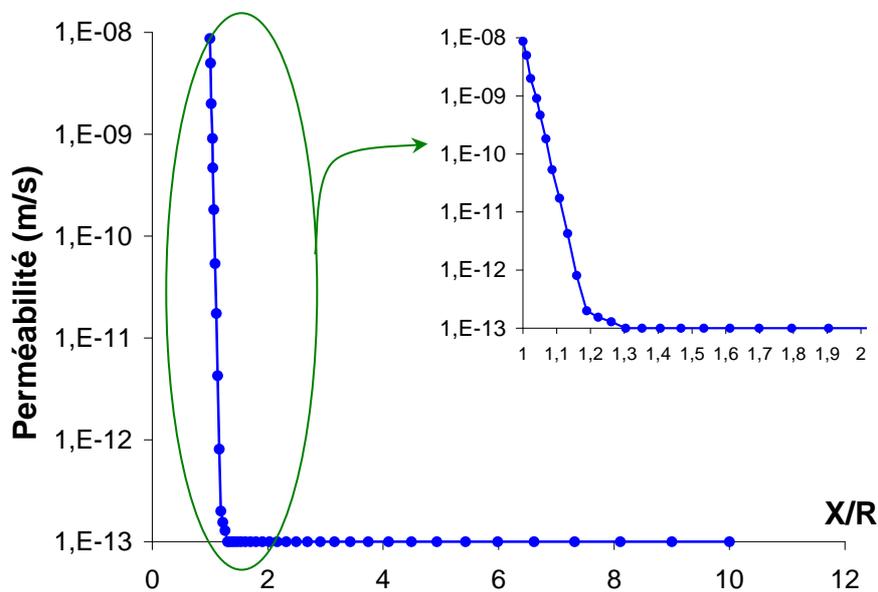


Figure 6.15. distribution de la perméabilité en échelle logarithmique.

### 6.5.6. Pression et Flux

La figure suivante montre la pression de l'eau dans le massif. La pression est nulle sur la paroi et elle atteint la pression imposée 4 MPa sur les bords.

Pour trouver la forme analytique des pressions et des flux, on utilise la loi de conservation de la masse. Pour un fluide non compressible :

$$\text{Div } \mathbf{q} = 0 \xrightarrow{\text{Système cylindrique}} \frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{q_r}{r} = 0 \Rightarrow q_r = \frac{A}{r} \quad (6.23)$$

La loi de Darcy est :

$$q_r = -K \frac{\partial P}{\partial r} \quad (6.24)$$

En remplaçant le flux dans la loi de Darcy par sa valeur analytique issue de l'équation (6.23), on trouve :

$$P = \frac{-A}{K} \text{Log}(r) + B \quad (6.25)$$

On peut calculer les coefficients A et B à l'aide des conditions aux limites :

$$\begin{cases} r=1, P=0 \Rightarrow B=0 \\ r=10, P=P_0 \Rightarrow A = -K P_0 \end{cases} \Rightarrow P = P_0 \text{Log}(r) \quad (6.26)$$

Dans la zone endommagée autour de paroi la perméabilité est grande par conséquent la pression est inférieure comparée à celle du matériau non endommagé.

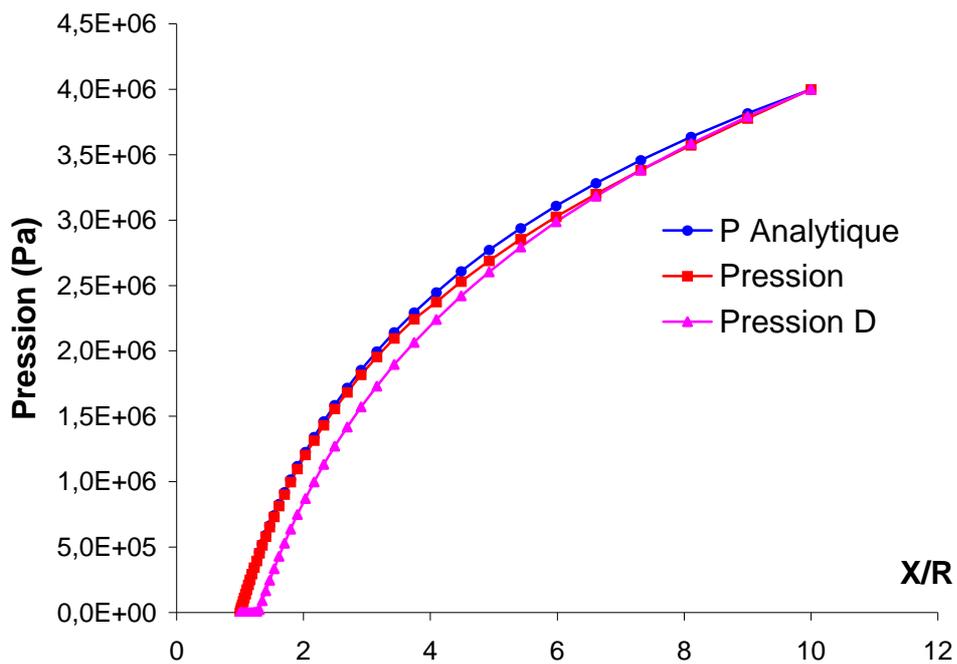


Figure 6.16. Distribution de la pression avec et sans endommagement (pression D) et le calcul analytique.

Enfin pour comparer le débit entrant dans la galerie entre l'état endommagé et celui non endommagé, on trace la courbe de flux (débit par unité de surface).

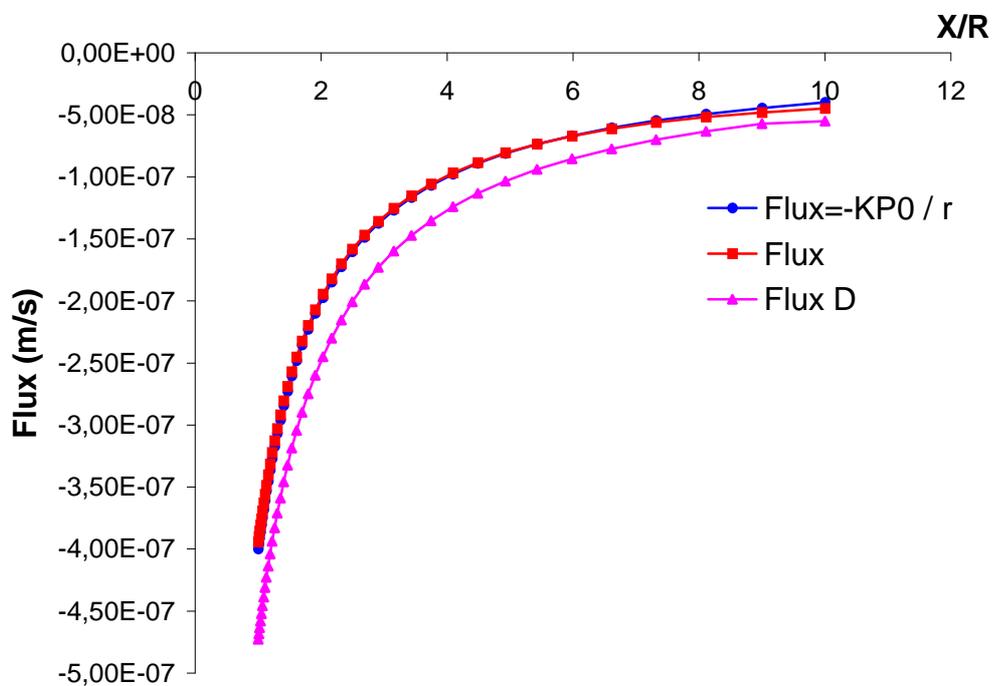


Figure 6.17. Changement du flux sans et avec endommagement.

## 6.6. Analyse des résultats

Le calcul modélise le cas du creusement d'une galerie. On s'intéresse au régime hydraulique stationnaire à long terme après le creusement et le milieu est supposé saturé. Le calcul est en déformation plane.

Le matériau non endommagé est supposé isotrope. Les conditions imposées sont axisymétriques autour de l'axe de la galerie. En conséquence, les résultats obtenus comme déplacement, endommagement, pression et flux dépendent uniquement de la distance au centre de la galerie. L'intensité maximale de l'endommagement de 0,26 est obtenue en paroi. La profondeur de la zone endommagée (distance à la paroi de la galerie) est de 0,3m.

Notons que les résultats sont seulement dûs à l'état d'endommagement pur sans plasticité.

La perméabilité de la zone endommagée augmente de  $10^{-13}$  m/s jusqu'à  $10^{-8}$  m/s, soit approximativement 5 ordres de grandeur. Cela provoque une augmentation du débit d'exhaure de 15%.

Les résultats de ces calculs numériques nécessiteront bien entendu des confrontations avec les observations in-situ afin de valider le modèle.

## 6.7. Conclusion

Ce chapitre constitue en quelque sorte un passage en revue complet de tous les aspects de la modélisation présentés dans les chapitres précédents. Dans le Chapitre 2 nous avons présenté la loi d'évolution de l'endommagement mécanique à partir du tenseur de la déformation positive. Au Chapitre 5 on a présenté la relation entre l'endommagement de fissuration et la perméabilité, ainsi que la méthode pour relier l'endommagement de fissuration à l'endommagement mécanique. Nous avons enfin implanté tous ces modèles dans le code de calcul aux éléments finis CESAR-LCPC. La démarche consiste à calculer le tenseur de déformation, puis l'endommagement mécanique. On fait alors évoluer le tenseur d'élasticité avec ce tenseur d'endommagement. Ceci nous conduit aux valeurs correspondantes de l'endommagement de fissuration et par conséquent à la perméabilité endommagée. On fait varier la perméabilité à chaque pas de temps et on continue le calcul avec le tenseur d'élasticité et la perméabilité endommagée.

Le cas de la compression simple nous a permis de vérifier cette implantation dans un cas purement mécanique pour étudier l'évolution des paramètres. Ensuite la réalisation d'un calcul sur un modèle de galerie de stockage nous a permis de trouver le débit d'exhaure dans la galerie avant et après endommagement. Ces valeurs ont été comparées avec les solutions analytiques.

L'absence de résultats réels obtenus in-situ dans un forage de stockage est fortement ressentie. Mais pour l'instant les résultats obtenus et les vérifications effectuées démontrent l'intérêt du modèle que nous avons développé comme outil pour le calcul des ouvrages de stockage souterrain.

## Conclusion générale

Le modèle proposé dans cette thèse est fondé sur l'hypothèse que l'endommagement des argiles raides est dû au développement des fissures dans le matériau. Ces fissures modifient en premier lieu les propriétés mécaniques du matériau, exprimées par le tenseur d'endommagement dans les modèles de comportement. D'autre part, ces fissures modifient la perméabilité du matériau en établissant des connexions supplémentaires dans le réseau de pores connecté du matériau (porosité initiale), puis aux stades ultérieurs et à des densités plus fortes (après avoir atteint le « seuil de percolation ») en formant elles-mêmes un réseau connecté.

Pour établir un modèle du couplage endommagement - perméabilité, nous avons plusieurs difficultés à surmonter.

En voici les principales :

- 1) Quelle est la plage déterminée pour la variation de la géométrie des fissures ?
- 2) Quelles sont les caractéristiques des fissures et les coordonnées à employer pour une forme géométrique donnée, sachant que celles-ci doivent concorder avec les observations réelles ?
- 3) Quelle est la taille du VER représentatif ?
- 4) Quelle est la relation entre la géométrie adoptée pour les fissures et le type de chargement mécanique (par exemple compression ou extension simple) ?
- 5) Comment peut-on étudier les fissures dans un milieu poreux et tenir compte de l'interaction entre celles-ci et les pores, particulièrement concernant l'aspect hydraulique ?
- 6) Comment peut-on calculer la perméabilité équivalente d'un milieu poreux fissuré à partir d'une approche par l'homogénéisation ?
- 7) Comment peut-on calculer le tenseur d'endommagement et quelle est sa relation avec le tenseur de perméabilité d'une part et avec les résultats d'une sollicitation mécanique d'autre part ?

Pour répondre à la première et à la deuxième difficulté, on a choisi l'approche des "microcracks" dans laquelle les fissures sont représentées par des disques circulaires dans l'espace. Les caractéristiques géométriques des fissures comme le rayon, l'épaisseur, l'orientation ainsi que la position du centre ont été fixées par rapport aux observations in-situ et aux résultats expérimentaux.

Notre méthode a consisté à générer des familles de fissures dans le matériau et, par des calculs et simulations numériques, à en étudier les effets mécaniques et hydrauliques. Les modèles de distribution des fissures, de leurs dimensions et de leurs orientations, étaient un élément essentiel dans cette démarche.

Une fois la taille caractéristique des fissures fixée, nous avons pu déterminer la taille du VER et à ce stade la géométrie complète du problème était définie.

La réponse à la quatrième question nous a conduit à étudier les lois statistiques de distribution existant pour les coordonnées des fissures. En prenant quelques hypothèses simplificatrices, nous avons pu modéliser les fissures dans l'espace. Nous avons trouvé ensuite que le seul paramètre parmi les coordonnées d'une fissure qui dépende du type de chargement est l'angle d'orientation. Cet angle a été modélisé grâce à la loi de distribution trigonométrique.

Dans la plupart des modèles de couplage perméabilité-endommagement existants, une contrainte monoaxiale ne crée de variations de perméabilité que dans les directions latérales. C'est en particulier le cas du modèle de Fauchet (1991). Ceci est dû à l'hypothèse qu'une contrainte monoaxiale de traction, par exemple, ne crée des fissures que dans le plan normal à la direction de cette contrainte. Or, cette hypothèse n'est manifestement pas réaliste. Une contrainte de traction monoaxiale crée une distribution de fissures dont les directions ne sont pas entièrement perpendiculaires à la direction de la contrainte, bien que cette direction constitue une direction préférentielle. Les travaux de Tikhomirov (2001) permettent d'améliorer cette hypothèse en proposant des modèles de distribution angulaire des fissures qui respectent la contrainte, tout en ne limitant pas la fissuration à cette orientation.

Ces modèles prévoient également des types de distribution différents selon la nature du chargement (extension/compression), ce qui paraît beaucoup plus réaliste. Nous avons adopté ces modèles dans notre travail. Ce choix a comme conséquence que les calculs de variation de perméabilité ne peuvent plus se faire par des calculs analytiques simples comme dans le cas du travail de Fauchet (1991) où les fissures sont supposées être parallèles et d'extension infinie.

Un autre aspect important de notre modélisation est la prise en compte de la porosité et de la perméabilité initiale du matériau. Nous avons modélisé cette porosité initiale via un réseau orthogonal de fissures régulièrement réparties dans le VER, dans les deux directions

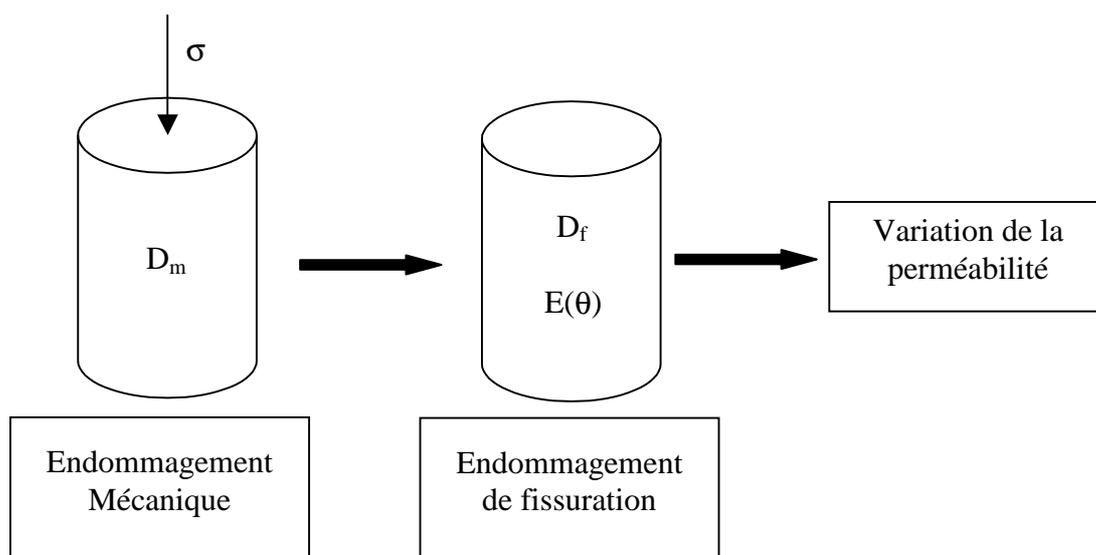
horizontale et verticale. Nous avons, par des calculs préliminaires, examiné la sensibilité des résultats aux paramètres de cette distribution initiale de fissures. Nous avons démontré que les résultats de calcul sont assez indépendants du choix des paramètres du réseau de fissures initiales, ce qui garantit leur pertinence.

En se basant sur l'hypothèse de l'homogénéisation, nous avons expliqué comment trouver la perméabilité équivalente d'un milieu poreux fissuré. Pour calculer la perméabilité dans différentes directions on a présenté deux méthodes pour tracer l'ellipsoïde de perméabilité directionnelle.

Afin de répondre à la dernière difficulté liée au calcul du tenseur d'endommagement, nous avons défini deux types d'endommagement:

- Un endommagement de fissuration caractérisant la fissuration du matériau. Cet endommagement est apparenté à un tenseur d'ordre deux, basé sur le concept du tenseur de fabrique de Oda (1983). Il est déduit de la description géométrique des fissures. C'est à ce paramètre que la perméabilité est reliée. La perméabilité étant elle aussi exprimée par un tenseur d'ordre 2, il paraît pratique de choisir un endommagement hydraulique décrit par un tenseur du même ordre.
- Un endommagement mécanique calculé à partir des caractéristiques du matériau et de la sollicitation mécanique. Ce paramètre permet de relier notre modèle à un calcul mécanique (implantation dans un code de calcul par exemple).

La figure suivante montre le schéma complet de notre modèle :



Une grande partie de notre effort de modélisation a été consacré à la simulation numérique de la variation de la perméabilité pour différentes distributions de fissures suivant les modèles de Lubarda (1993).

Nous estimons que, grâce à cet effort, nous pouvons maintenant modéliser de manière plus réaliste l'anisotropie de l'évolution de la perméabilité et de l'endommagement en fonction du chargement. D'après notre modèle, un chargement en compression simple par exemple, conduit à une variation de la perméabilité maximale dans les directions orthogonales à la contrainte. Les rapports entre les variations maximale et minimale de la perméabilité dans différentes directions sont, par ailleurs, différentes suivant la nature (compression-extension) du chargement. Ces éléments constituent de réels progrès par rapport aux modèles existants.

Nous avons simulé les processus d'endommagement de fissuration de deux manières différentes : soit par augmentation du nombre (densité) des fissures d'une taille moyenne fixée, soit par la croissance (augmentation de la taille moyenne) d'une population de fissures de densité fixée. Procéder à ces différents types de simulation répond d'une certaine façon au manque d'information et de données d'observation sur le mode de développement des fissures lors du processus d'endommagement. On constate heureusement que ces différentes hypothèses sur le mode de développement des fissures aboutissent à des résultats concordants en ce qui concerne la relation entre le tenseur d'endommagement de fissuration et le tenseur de perméabilité. Ceci nous conforte dans l'idée de la pertinence des résultats obtenus concernant le modèle de couplage entre l'endommagement et la perméabilité.

La loi reliant la trace de la perméabilité à la trace de l'endommagement de fissuration contient un coefficient dont la valeur bien que déterminée à partir de simulations numériques, peut aussi être fixée à partir des données expérimentales. Ce « calibrage » de la loi à partir des données expérimentales répond en quelque sorte aux interrogations concernant la taille moyenne des fissures.

La relation entre la trace de la perméabilité et la trace de l'endommagement s'exprime sous forme d'une loi puissance avec un exposant 3. Comme la trace de l'endommagement est liée à la partie volumique de la déformation d'endommagement, on retrouve de cette façon par simulation numérique la même loi puissance que celles utilisées par d'autres modèles de couplage (Souley, Fauchet et Laigle). Cet accord est rassurant et peut être considéré comme une « validation » par simulation numérique de l'hypothèse adoptée par d'autres modèles. Nous rappelons cependant que l'apport essentiel de notre travail par rapport aux modèles précédents consiste en l'expression de l'anisotropie de la variation de la perméabilité.

Enfin, le modèle élastoplastique avec endommagement mécanique de Chiarelli (1999), élaboré pour le comportement mécanique des argiles raides, se présente comme un complément naturel du modèle de couplage perméabilité-endommagement que nous avons développé. Le tenseur d'endommagement mécanique dans le modèle de Chiarelli a été défini de la même manière que dans notre modèle.

A l'aide d'une transformation simple dans les repères principaux, on a pu trouver l'endommagement de fissuration à partir de l'endommagement mécanique. Autrement dit, on peut dire comment un tenseur d'endommagement mécanique quelconque peut être décomposé en tenseurs d'endommagement de fissuration, pour lesquels on connaît la variation de perméabilité. Ceci permet de « greffer » de manière très naturelle et claire notre modèle de couplage sur le modèle d'endommagement mécanique.

Le modèle de Chiarelli a par ailleurs été complété par Shao (1999) et étendu au cas du comportement poroplastique par Aublivet (2002). Nous avons donné une formulation complète du modèle de comportement mécanique-hydraulique couplé comprenant le modèle de Chiarelli et notre modèle de couplage perméabilité-endommagement.

La loi de comportement poromécanique endommageable adopté pour les argilites et la relation perméabilité – endommagement ont été implantées dans le code de calcul aux éléments finis « CESAR-LCPC » afin de démontrer la faisabilité de cette implantation et l'application pratique de notre modèle.

Pour la suite de ce travail, plusieurs étapes apparaissent déjà clairement définies. Tout d'abord une modélisation tridimensionnelle des fissures permettra d'effectuer un calcul plus réaliste de l'endommagement et de la perméabilité.

Ensuite, l'emploi d'un critère de plasticité avec écrouissage donnera la possibilité d'étudier de façon simultanée l'impact de l'endommagement et de la plasticité sur le comportement des matériaux.

Enfin, une étude détaillée de l'influence de l'endommagement et de l'évolution de la perméabilité sur des caractéristiques hydrauliques telles que la porosité ou le tenseur de Biot peut enrichir cette approche.

Dans une perspective plus lointaine, cette approche peut aboutir à un outil ayant une application industrielle pour des approches d'évaluation et permettant de caractériser de façon rapide l'effet de l'endommagement afin d'y remédier en phase de conception et de réalisation des ouvrages.

## Bibliographie

ABBOU EZZI N.E., « Modélisation du comportement non linéaire du béton par la mécanique de l'endommagement. » Thèse de doctorat de l'ENPC, 1989.

ALHEID H., BOISSON J. Y. and HOMAND F., « Comparaison of in situ hydraulic and seismic measurement in the excavation damaged zone of underground drifts. » International congress on rock mechanics, pp 1263-1266, Paris 1999.

ANDRA, « Référence géologique du site de Meuse/Haute Marne. » Tom I-VI , 1999.

ANDRIEUX S., BAMBERGER Y. et MARIGO J.J., « Un modèle de matériau microfissuré pour les bétons et les roches. » J. Méca. Théor. Appl. 5,n°3, pp 471-513, 1986.

AUBLIVE N., DJERAN-MAIGRE I., CHIARELLI A.S., CABRILLAC R. et SU K. « Modélisation rhéologique des Argilites de l'Est. » XV<sup>ème</sup> Congrès français de mécanique, Septembre 2001.

BARY B., « Etude du couplage hydraulique-mécanique dans le béton endommagé. » Thèse de doctorat de l'école CACHAN, 1996.

BAUER C., « Propriétés thermo-mécaniques des argilites silto-carbonatées de l'Est. » Rapport G.3S, BRP 0 G.3S 97-001/A, 1997.

BAUER-PLAINDOUX C. et M. GASC, « Comportement différé compte tenu des couplages thermo-hydro-mécanique des argilites silto-carbonatés de l'Est. » Rapport, RP 0 G.3S, 98-007/A, 1998.

BAZANT Z.P. and P.C. PRAT, « Creep of anisotropic Clay : new microplane model » ASCE. J. of Eng. Mechanics, 103(7), pp 1050-1064. 1987.

BAZANT Z.P., Y. XIANG and P.C. PRAT, « Microplane model for concrete. I: stress-strain boundaries and finite strain » ASCE. J. of Eng. Mechanics, pp 245-254, march 1996.

BAZANT Z.P., Y. XIANG, M.D.ADLEY, P.C. PRAT et S.A.AKERS « Microplane model for concrete. II: data delocalisation and verification. » ASCE. J. of Eng. Mechanics, pp 255-262, march 1996.

BEAR J., « Dynamics of fluids in porous media. » Elsevier, New York, 1972.

BENOUNICHE S. « Modélisation de l'endommagement du béton hydraulique par microfissuration en compression. » Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle de Paris VI, 1979.

BOSSART P.,MEIER P.M., MOERI A., TRICK T. and MAYOR J.C, « Geological and hydraulic characterisation of the excavation disturbed zone in the Opalinus Clay of the Mont Terri Rock Laboratory. » Engineering Geology, N° 66, pp 19-38, 2002.

BOUNENNI A., « Étude expérimentale de l'effet de l'endommagement sur la perméabilité des roches. » Thèse de doctorat de l'ENPC, 2002.

BOURDAROT E., « Application of a porodamage model to analysis of concrete dams. » EDF/CNEH, 1991.

CACAS M.C., LEDOUX E., DE MARSILY G. and TILLIE B., « Modeling fracture flow with a stochastic discrete fracture network : calibration and validation, 1. The flow model. » Water Resources Research, vol. 26, NO. 3, pp 479-489, 1990.

CAROL I., BAZANT Z.P. and P.C. PRAT, « Geometric damage tensor based on microplane model. » ASCE. Eng. Mechanics, 117, pp 2429-2448, 1991.

CHIARELLI A.S., « Etude expérimentale et modélisation du comportement mécanique de l'Argilite de l'Est. » Thèse de doctorat de l'Université de Lille, 2000.

CHIARELLI A.S. et SHAO J.F., « Modélisation élastoplastique couplée à l'endommagement anisotrope induit pour des argilites. » Revue Française de Génie Civil, n° Spécial GdR FORPRO, 2000.

CNE (Commission Nationale d'Evaluation), « Relative aux recherches sur la gestion des déchets radioactifs. » Rapport d'évaluation N°9 juin 2003.

COSENZA Ph. « Sur les couplages entre comportement mécanique et processus de transfert de masse dans le sel gemme. » Thèse de doctorat de l'Université PARIS 6, 1996.

COSTE F., BOUNENNI A., CHANCHOLE S. and SU K., « A measuring method of mechanical, hydraulic and hydromechanical properties during damage for materials with low permeability. » Workshop ANDRA on geomechanics, Ecole des Mines de Paris, 11-12 oct. 2000.

COUSSY O., « Mécanique des milieux poreux. » Editions Technip, 1991.

DAUPLEY X., « Etude du potentiel de l'eau interstitielle d'une roche argileuse et de relations entre ses propriétés hydriques et mécaniques. » Thèse de doctorat de l'école des Mines de Paris, 1997.

DE MARSILY G., « Hydrogéologie quantitative. » Publication de l'Ecole des Mines de Paris, 1981.

DE MARSILY G., « Le stockage profond exige encore des études complexes. » Journal de la Recherche, N°301 - SEPTEMBRE 1997.

DORMIEUX L. and LEMARCHAND L., « Homogeneization approach of advection and diffusion in cracked porous material. » J. Engineering Mech., Vol. 127, No. 12, (December 2001), pp 1267-1274.

DJERAN-MAIGRE I., TESSIER D., GRUNBERGER D., VELDE B. and VASSEUR G., « Evolution of microstructures and of macroscopic properties of some clays during experimentale compaction. » Marine and Petroleum Geology, Vol. 15, pp 109-128, 1998.

DRAGON A. and MRÔZ Z., « A continuum model for plastic-brittle behaviour of rock and concrete. » *International Journal of Engineering Science*, Volume 17, Issue 2, pp 121-137, 1979.

ESCOFFIER S., « Caractérisation expérimentale du comportement hydromécanique des argilites de Meuse/Haute-Marne. » Thèse de Institut national polytechnique de Lorraine Ecole nationale supérieure de géologie de Nancy, 2002.

FAUCHET B., « Analyse poroplastique des barrages en béton et de leurs fondations. Rôle de la pression interstitielle. » Thèse de doctorat de l'ENPC, 1991.

FIDELIBUS C., BARLA G. and CRAVERO M., « Alternative schemes for the assessment of the equivalent continuum hydraulic properties of rock masses. » *Eurock 96*, Barla (ed.), Balkema, Rotterdam, (1996), pp 1243-1252.

GASC-BARBIER M. « Etude des mécanismes de déformation de roches argileuse profondes : Apport de la microstructure et des analyses pétrophysiques. » Thèse de l'Université Paris VI, 2002.

GASC M. « Calage des modèles à partir des résultats des essais thermo-hydro-mécaniques sur les argilites de l'Est et les siltites du Gard. » Rapport G.3S, BRP 0 G.3S 99-001/A, 1999.

GERARD B., « Contribution des couplages mécanique-chimie-transfert dans la tenue à long terme des ouvrages de stockage de déchets radioactifs. » Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure de CACHAN, 1996.

GHOREYCHI M., « Comportement thermo-hydro-mécanique des argilites de l'Est et son incidence sur les ouvrages souterrains. » Journées Scientifique de l'ANDRA, Nancy, 7-9 Décembre 1999.

HALM D. and DRAGON A., « An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials. » *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Volume 17, Issue 3, 6 May, pp 439-460, 1998.

HOXHA D., « Modélisation des mesures du comportement court et long terme de l'expérimentation GIS », Rapport LAEGO, DRP 0.ENG 01.0234 A, 2001.

HUMBERT P., « Application de la méthode des éléments finis aux écoulements en milieu poreux. » *Bull. Liaison Labo P et Ch*, n°132, juil.-août, pp 21-37, 1984.

JU J.W., « On energy-based coupled elastoplastic damage theories : constitutive modeling and computational aspects » *Int. J. Solids Structures*, 25, n°27, pp 803-833, 1989.

KACHANOV M., « Effective elastic properties of cracked solids : critical review of some basic concepts ». *ASME - Appl. Mech. Rev.* Vol 45 n°8, pp 304-335, 1992.

KOLMAYER PH., FERNANDES R. and CHAVANT C., « Numerical implementation of a new rheological law for argilites. » *International meeting by ANDRA: Clay in natural and engineered barriers for radioactive waste confinement, REIMS*, december 9-12, 2002.

LE RAVALEC M., « Vitesses et perméabilité des roches, modélisation du rôle des fluides et des fissures » Thèse de doctorat de l'université de Rennes I, 1995.

LEMAITRE J. et CHABOCHE J.L., « Mécanique des matériaux solides. » Editions Dunod, 1985.

LEMAITRE J., DESMORAT R. and SAUZAY M. « Anisotropic damage law of evolution. » Eur.J. Mech. A/Solids, 19, pp 187-208, 2000.

LONG J.C., REMER J.S., WILSON C.R. and WITHERSPOON P.A. « Porous media equivalents for networks of discontinuous fracture. » Water Resources research, VOL 18, pp 645-658, JUNE 1982.

LUBARDA V.A. and KRAJCIKOVIC D. « Damage tensors and the crack density distribution. » Int J. Solids Structures, Vol.30, pp 2859-2877, 1993.

MALEKI K., POUYA A., DANGLA P. and BEREST P. « Numerical modelling of damage and permeability in claystone. » Workshop of Young Doctors in Geomechanics W(H)YDOC Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. pp 37-40, December 2002.

MALEKI K., POUYA A., COURTOIS A. et SU K. « Modélisation numérique du couplage entre l'endommagement et la perméabilité des argiles raides. » 16ème Congrès Français de Mécanique, France - Nice, Septembre 2003.

MCCG (MISSION COLLÉGIALE DE CONCERTATION GRANITE) « Rapport à Madame la ministre de l'aménagement du territoire et de l'environnement, à Monsieur le ministre de la recherche, à Monsieur le secrétaire d'Etat auprès du ministre de l'économie, des finances et de l'industrie, chargé de l'industrie - Article 1er du décret n°99-687- 3 août 1999.» Juin 2000.

MESTAT Ph. « Loi de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis. » Presses de LCPC, série géotechnique GT52,1993.

MURAKAMI S. and KAMIYA K., « Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics. » International Journal of Mechanical Sciences, Volume 39, Issue 4, pp 473-486, April 1997.

ODA M., « A method for evaluating the effect of crack geometry on the mechanical behavior of cracked rock mass. » Mechanics of Materials, Vol 2, pp 163-171, 1983.

ODA M. « Similarity rule of crack geometry in statistically homogenous rock masses » Mechanics of Materials, Vol 3, pp 119-129, 1984.

ODA M., «Permeability tensor for discontinuous rock masses. » Geotechnique, 35 (4), pp 483-495, 1985.

OGATA S. and HONSHU S., «Fault activity evaluation in the case of electric power plants.» Engineering Geology J. Japan Soc.Engrg.Geol.22, 1-67, (in Japanese), pp 417-422, 1981.

PANET M. « Le calcul des tunnels par la méthode convergence - confinement. » Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1989.

PENSÉE V., « Contribution de la micromécanique à la modélisation tridimensionnelle de l'endommagement par mésolfissuration. » Thèse de doctorat de l'Université de Lille, 2002.

POUYA A., « Hiérarchisation des phénomènes physiques dans les argilites. » Rapport G.3S-EDF, 2001.

POUYA A. et COURTOIS A., « Définition de la perméabilité équivalente des massifs fracturés par des méthodes d'homogénéisation. » C.R.Acad. Sci. Paris, Science de la terre et des planètes, 2002.

SCHULZE O., POPP T. and KERN H., « Development of damage and permeability in deforming rock salt. » Engineering Geology, Vol 61, pp 163-180, 2001.

SCHWARTZ F.W. and SMITH L., «A continuum approach for modelling mass transport in fractured media », Water Resources Research, vol. 24, NO. 8, pp 1360-1372, 1988.

SCOTCHMAN I.C., CARR A.D., ASTIN T.R and KELLY J., « Pore fluid evolution in the Kimmeridge Clay Formation of the UK Outer Moray Firth: implication for sandstone diagenesis. » Marine and Petroleum geology. Vol 19, pp 247-273, 2002.

SHAO J.F. et LYDZBA D., « Un modèle d'endommagement poroélastique pour milieux poreux saturés. » C. R. Acad. Sci. Paris, t. 327, Série II b, pp 1305-1310, 1999.

SOULEY M., HOMAND F., PEPA S. and HOXHA D., « Damage-induced permeability changes in granite: a case example at the URL in Canada. » International Journal of Rock Mechanics & Mining Science , 38 pp 297-310, 2001.

SPR « STRATEGIE ET PROGRAMMES DES RECHERCHES sur la gestion des déchets radioactifs à haute activité et à vie longue (au titre de l'article L542 du code de l'environnement, issu de la loi du 30 décembre 1991) 2003-2006. » Document de conjoncture & Résumé opérationnel 2003.

THIKHOMIROV D., NEIKAMP R. and STEIN E., « On three-dimensional microcrack density distribution. » Math.Mech. Vol 81, pp 3-16, 2001.

THOREL L., « Argilites de Hautes Marnes – Caractérisation géomécanique. » rapport G.3S, 621 RP G.3S, 95-003/A, 1995.

WANG K, JANSEN D. C. and SHAH S. P., «Permeability study of cracked concrete. » Cement and Concrete Research, Vol. 27, No. 3, pp 381-393, 1997.

ZAOUI A., « Structural morphology and constitutive behaviour of microheterogeneous materials. » Continuum micromechanics, CISM courses and lectures n° 377, P. Suquet, ed., Springer, New York.

ZHAO C. and VALLIAPAN S., « Numerical modelling of transient contaminant migration problems in infinite porous fractures media using finite/infinite element technique. Part II: Parametric study. » Int.J. for numerical and analytical methods in geomechanics. Vol 18, pp 543-564, 1994.

## Annexe 1

### Méthode numérique de génération des états de fissuration suivant différentes lois de distribution

Les programmes numériques nous fournissent une suite de nombres aléatoires compris entre 0 et 1 avec une distribution uniforme (densité de probabilité égale à 1). Nous devons créer des séries de nombres variant dans différents intervalles (par exemple le rayon entre  $R_{\min}$  et  $R_{\max}$ ) et obéissant à différentes lois de distributions. Comment faire ?

#### A1.1. Coordonnées

Pour les coordonnées, par exemple  $Y$  variant entre  $Y_{\min}$  et  $Y_{\max}$  de manière uniforme, il suffit de partir du nombre aléatoire  $x$  variant entre 0 et 1, donné par le programme numérique, et poser :

$$Y = Y_{\min} + x \cdot (Y_{\max} - Y_{\min}) \quad (\text{A1.1})$$

#### A1.2. Rayon $r$

En notant  $x$  le nombre aléatoire fourni par le programme numérique, on définit une fonction  $r(x)$  de telle sorte que  $r$  varie entre  $R_{\min}$  et  $R_{\max}$  avec une loi de distribution exponentielle. Pour cela on écrit :

$$f(r) dr = dx \quad (\text{A1.2})$$

où :

$$f_r(r) = \frac{1}{\lambda_r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_r}\right) \quad (\text{A1.3})$$

Le premier membre représente la probabilité de trouver une valeur de  $r$  comprise entre  $r$  et  $r+dr$  avec la densité de probabilité  $f_r(r)$ , et le second membre, présente la probabilité de trouver un nombre aléatoire entre  $x$  et  $x+dx$  avec densité de probabilité 1.

En intégrant

$$f_r ( r ) dr = \frac{1}{\lambda_r} \exp \left( \frac{-r}{\lambda_r} \right) dr = dx \quad (A1.4)$$

on trouve :

$$r(x) = -\lambda_r \text{Log}(A-x) \quad (A1.5)$$

où A est une constante. On détermine cette constante grâce à la condition que quand x varie entre 0 et 1, r doit varier entre 0 et l'infini. On trouve alors A=1. D'où :

$$r(x) = -\lambda_r \text{Log}(1-x) \quad (A1.6)$$

Ainsi, on prend le nombre aléatoire x fourni par la machine et on calcule un rayon r donné par la formule (A1.3) ; il vérifie bien une distribution exponentielle. On peut alors éliminer les rayons qui sortent de l'intervalle  $[R_{\min}, R_{\max}]$ .

### **A1.3. Epaisseur**

Pour l'épaisseur e, la distribution étant donnée par une loi exponentielle comme le rayon r, on suit le même schéma que pour le rayon r.

$$e(x) = -\lambda_e \text{Log}(1-x) \quad (A1.7)$$

L'intervalle à considérer est  $[e_{\min}, e_{\max}]$ .

Mais dans le cas où on choisirait un modèle de e fonction du rayon (voir chapitre 4) on génère des valeurs de r et on calcule directement e en fonction de la valeur de 1.

## A1.4. Angle $\phi$

Pour l'angle  $\phi$ , la distribution étant uniforme entre 0 et  $2\pi$ , la fonction  $\phi(x)$  est donnée par :

$$\phi(x) = 2\pi x \quad (\text{A1.8})$$

## A1.5. Angle $\theta$

### A1.5.1. Angle $\theta$ pour le cas de l'extension

En partant d'un nombre  $x$  donné par une distribution uniforme de densité de probabilité 1, on cherche la fonction  $\theta(x)$ . Si on note la densité de probabilité  $f(\theta)=A \cos^2\theta$ , elle doit vérifier :

$$\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} A \cos^2\theta \sin\theta d\theta = \rho \quad (\text{A1.9})$$

Ou encore :

$$\frac{2\pi}{\rho} \int_0^{\pi} A \cos^2\theta \sin\theta d\theta = 1 \quad (\text{A1.10})$$

On en déduit :

$$A = 3\rho/4\pi. \quad (\text{A1.11})$$

On écrit donc :

$$(2\pi/\rho) A \cos^2\theta \sin\theta d\theta = dx \quad (\text{A1.12})$$

Soit encore :

$$(3/2) \cos^2\theta \sin\theta d\theta = dx \quad (\text{A1.13})$$

On intègre :

$$\cos^3\theta = -2x + B \quad (\text{A1.14})$$

Or, quand  $x$  varie entre 0 et 1,  $\cos\theta$  doit varier entre  $-1$  et  $1$ . On en déduit que  $B = 1$ .

En conséquence on trouve :

$$\theta(x) = \arccos (1-2x)^{1/3} \quad (\text{A1.15})$$

### A1.5.2. Angle $\theta$ pour le cas de la compression

En partant d'un nombre  $x$  donné par une distribution uniforme de densité de probabilité 1, on cherche la fonction  $\theta(x)$ . Si on note la densité de probabilité  $f(\theta)=A \sin^2\theta$ , elle doit vérifier :

$$\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} A \sin^2\theta \sin\theta d\theta = \rho \quad (\text{A1.16})$$

Ou encore :

$$\frac{2\pi}{\rho} \int_0^{\pi} A \sin^3\theta d\theta = 1 \quad (\text{A1.17})$$

On en déduit :

$$A = 3\rho/8\pi.$$

On écrit :

$$(2\pi/\rho) A \sin^3\theta d\theta = dx \quad (\text{A1.18})$$

Soit encore :

$$(3/4) \sin^3\theta d\theta = dx \quad (\text{A1.19})$$

On intègre :

$$(1/4) (\cos^3\theta - 3 \cos\theta) = x + B \quad (A1.20)$$

Or, quand x varie entre 0 et 1,  $\cos\theta$  doit varier entre -1 et 1. On en déduit que  $B = -1/2$ .

On trouve ainsi :

$$\cos^3\theta - 3 \cos\theta = 4x - 2 \quad (A1.21)$$

Pour trouver  $\theta$  il faut d'abord trouver  $\cos\theta$  par la résolution d'une équation polynomiale de 3<sup>ème</sup> degré, qui est la suivante :

$$Z^3 - 3Z - (4x - 2) = 0 \quad (A1.22)$$

Or pour le cas général d'une équation de la forme :

$$X^3 + a_2X^2 + a_1X + a_0 = 0 \quad (A1.23)$$

on définit les coefficients :

$$k = \frac{1}{3} \sqrt{a_2^2 - 3a_1} \quad (A1.24)$$

$$b = \arccos c/k^3 \quad (A1.25)$$

$$c = 1/6 (a_1 a_2 - 3a_0) - 1/27 a_2^3$$

et on a la solution suivante :

$$\begin{aligned} X_1 &= -a_2/3 - 2k \sin(\pi/6 + b/3) \\ X_2 &= -a_2/3 - 2k \sin(\pi/6 - b/3) \\ X_3 &= -a_2/3 - 2k \cos(b/3) \end{aligned} \quad (A1.26)$$

Pour notre cas (équation en Z):

$$K=1 \qquad c = (2x-1) \qquad b = \arccos(2x-1) \qquad (A1.27)$$

et les solutions sont les suivantes :

$$\begin{aligned} Z_1 &= -2 \sin(\pi/6 + b/3) \\ Z_2 &= -2 \sin(\pi/6 - b/3) \\ Z_3 &= 2 \cos(b/3) \end{aligned} \qquad (A1.28)$$

La solution qui nous intéresse doit varier entre  $-1$  et  $1$  ( $Z = \cos\theta$ ) quand  $x$  varie entre  $0$  et  $1$ .

En écrivant le tableau d'évolution des différentes solutions  $Z_1, Z_2, Z_3$ , en fonction de  $x$ , on trouve :

<b>x</b>	<b>b</b>	<b>Z<sub>1</sub></b>	<b>Z<sub>2</sub></b>	<b>Z<sub>3</sub></b>
0	0	-1	-1	2
1/2	$\pi/2$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
1	$\pi$	-2	1	1

C'est donc la solution  $Z_2$  qui convient. Nous obtenons donc l'expression suivante pour  $\theta$ :

$$\theta = \arccos Z_2 \qquad (A1.29)$$

où :

$$Z_2 = -2 \sin(\pi/6 - b/3) \qquad (A1.30)$$

avec :

$$b = \arccos (1-2x) \qquad (A1.31)$$

$x$  étant un nombre aléatoire compris entre  $0$  et  $1$ .

## Annexe 2

### Trace d'une fissure dans un plan donné

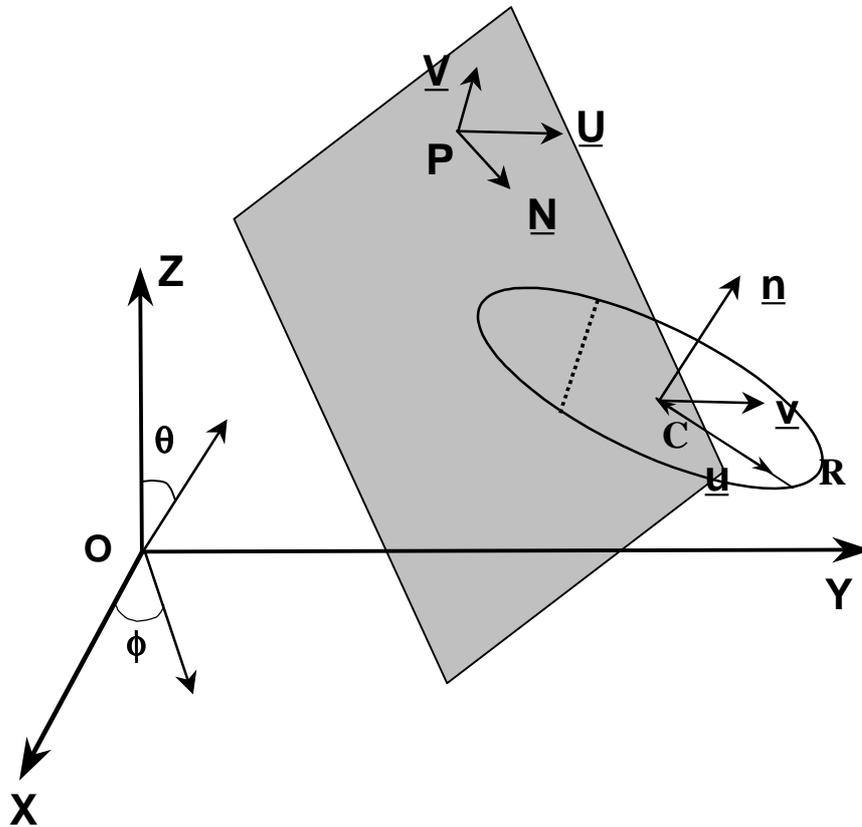


Figure A2.1. Intersection d'un disque avec un plan dans l'espace.

Le disque est défini par le centre  $C$  de coordonnées  $(x_c, y_c, z_c)$ , le vecteur normal unitaire  $\underline{n}$  d'angles  $(\theta, \phi)$  dans le système de coordonnées sphériques lié au repère  $(Oxyz)$ , et par le rayon  $R$ . Les vecteurs  $\underline{u}$  et  $\underline{v}$  sont deux vecteurs unitaires dans le plan du disque tels que  $(\underline{u}$  et  $\underline{v}$  et  $\underline{n})$  forment un repère orthonormé direct.

Le plan est défini par son vecteur normal unitaire  $\underline{N}$  d'angles  $(\alpha, \beta)$  dans le système de coordonnées sphériques et par un point  $P$  de coordonnées  $(X_p, y_p, Z_p)$  par lequel il passe. Les vecteurs  $\underline{U}$  et  $\underline{V}$  sont deux vecteurs unitaires d'angles de coordonnées sphériques respectivement  $(\alpha_x, \beta_x)$  et  $(\alpha_y, \beta_y)$  tels que  $(\underline{U}, \underline{V}, \underline{N})$  soit un repère orthonormé direct.

On note  $\underline{X} = (x, y, z)$ ,  $\underline{X}_c = (x_c, y_c, Z_c)$  et  $\underline{X}_p = (x_p, y_p, z_p)$ . Les vecteurs  $\underline{n}, \underline{u}, \underline{v}$  et  $\underline{N}, \underline{U}, \underline{V}$  ont les coordonnées suivantes:

$$\begin{aligned}
 \underline{u} & (\sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\theta) \\
 \underline{v} & (\cos\theta \cos\phi, \cos\theta \sin\phi, -\sin\theta) \\
 \underline{y} & (-\sin\phi, \cos\phi, 0) \\
 \underline{N} & (\sin\alpha \cos\beta, \sin\alpha \sin\beta, \cos\alpha) \\
 \underline{U} & (\sin\alpha_x \cos\beta_x, \sin\alpha_x \sin\beta_x, \cos\alpha_x) \\
 \underline{V} & (\sin\alpha_y \cos\beta_y, \sin\alpha_y \sin\beta_y, \cos\alpha_y)
 \end{aligned} \tag{A2.1}$$

On cherche l'intersection du contour du disque avec le plan. Les points sur le contour du disque sont définis par:

$$\underline{X} = \underline{X}_c + R(\underline{u} \cos\psi + \underline{v} \sin\psi) \text{ avec } 0 \leq \psi \leq 2\pi \tag{A2.2}$$

Les points sur le plan sont définis par:

$$\underline{X} = \underline{X}_p + X \underline{U} + Y \underline{V} \tag{A2.3}$$

où  $X$  et  $Y$  sont des réels quelconques. Il y a intersection entre le disque et le plan s'il existe  $X$ ,  $Y$  et  $\psi$  tels que:

$$\underline{X}_p + X \underline{U} + Y \underline{V} = \underline{X}_c + R(\underline{u} \cos\psi + \underline{v} \sin\psi) \tag{A2.4}$$

En projetant l'équation précédente sur  $\underline{N}$ , on trouve:

$$\Delta \underline{X} \cdot \underline{N} = R \underline{u} \cdot \underline{N} \cos\psi + R \underline{v} \cdot \underline{N} \sin\psi \tag{A2.5}$$

avec:

$$\Delta \underline{X} = \underline{X}_p - X \underline{X}_c \tag{A2.6}$$

Cette équation d'inconnue  $\psi$  possède une solution seulement si:

$$(\Delta \underline{X} \cdot \underline{N})^2 \leq (R \underline{u} \cdot \underline{N})^2 + (R \underline{v} \cdot \underline{N})^2 \tag{A2.7}$$

Cette condition peut être vérifiée à l'aide des coordonnées des vecteurs données ci-dessus. Si elle est vérifiée le disque coupe le plan et s'il y a égalité, le disque est tangent au plan.

## A2.1. Coordonnées de la fracture dans le plan

L'intersection du disque et du plan, si elle existe, définit dans le plan un segment de droite représentant la trace de la fracture (disque) dans le plan. Ce segment est défini par les coordonnées de ses deux extrémités dans un système de coordonnées liées au plan, d'axes ( $\underline{U}, \underline{V}$ ) et d'origine  $\mathbf{P}$ .

Reprenons l'équation (A2.5), et notons  $\xi = \text{tg}(\psi/2)$ . On a alors  $\cos\psi = (1 - \xi^2)/(1 + \xi^2)$  et  $\sin\psi = 2\xi/(1 + \xi^2)$ . Cette relation définit une bijection entre les valeurs de  $\psi \in [0, 2\pi[$  et  $\xi \in ]-\infty, +\infty[$ .

En reportant ces expressions dans (A2.5), on trouve une équation de second degré en  $\xi$ :

$$(\Delta \underline{X} \cdot \underline{N} + R \underline{u} \cdot \underline{N}) \xi^2 - 2R(\underline{v} \cdot \underline{N}) \xi + (\Delta \underline{X} \cdot \underline{N} - R \underline{u} \cdot \underline{N}) = 0 \quad (\text{A2.8})$$

La condition d'existence de solution pour cette équation est la même que pour l'inégalité (A2.7). On note  $\xi_1$  et  $\xi_2$  les deux solutions de cette équation. Soient:

$$\psi_1 = 2 \text{Arctg} \xi_1 \quad \psi_2 = 2 \text{Arctg} \xi_2 \quad (\text{A2.9})$$

Les deux extrémités du segment d'intersection entre le disque et le plan ont les coordonnées  $(\underline{X}_1, \underline{Y}_1)$  et  $(\underline{X}_2, \underline{Y}_2)$  dans le repère  $(\mathbf{P}, \underline{U}, \underline{V})$  du plan avec:

$$(\underline{X}_i, \underline{Y}_i) = (R \cos\psi, R \sin\psi), \quad i=1,2 \quad (\text{A2.10})$$

Les coordonnées  $(\underline{x}, \underline{y}, \underline{z})$  de ces deux points dans l'espace sont celles des vecteurs:

$$\underline{X}_i = \underline{X}_c + R(\underline{u} \cos\psi_i + \underline{v} \sin\psi_i) \quad i=1,2 \quad (\text{A2.11})$$

## Annexe 3

### Propriétés de tenseur de perméabilité équivalente

Nous allons démontrer que le tenseur de perméabilité  $\underline{\underline{\mathbf{K}_v}}$  est symétrique et défini positif.

Considérons deux vecteurs quelconques  $\underline{\mathbf{A}}$  et  $\underline{\mathbf{A}'}$  et notons respectivement  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{p}'$  et  $\underline{\mathbf{q}}$  et  $\underline{\mathbf{q}'}$  les champs de pression et de flux associés résultant dans  $\mathbf{V}$ . Les conditions aux limites seront (en supposant  $\mathbf{p}_0 = 0$ ) :

$$\mathbf{p} = \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{X}} \text{ et } \mathbf{p}' = \underline{\mathbf{A}'} \cdot \underline{\mathbf{X}} \text{ sur } \partial\mathbf{V}. \quad (\text{A3.1})$$

En tout point de  $\mathbf{V}$  nous pouvons écrire:

$$\underline{\mathbf{q}'} = -\underline{\underline{\mathbf{k}}} \cdot \nabla \mathbf{p}' \quad (\text{A3.2})$$

Si l'on multiplie cette équation par  $\nabla \mathbf{p}$ , on obtient :

$$\nabla \mathbf{p} \underline{\mathbf{q}'} = -\nabla \mathbf{p} \cdot \underline{\underline{\mathbf{k}}} \cdot \nabla \mathbf{p}' \quad (\text{A3.3})$$

Par ailleurs on sait que :

$$\nabla \mathbf{p} \underline{\mathbf{q}'} = \text{div}(\mathbf{p} \cdot \underline{\mathbf{q}'}) - \text{div}(\underline{\mathbf{q}'}) \mathbf{p} \quad (\text{A3.4})$$

En considérant l'équation de conservation de la masse ( $\text{div} \underline{\mathbf{q}'} = 0$ ) on trouve :

$$\nabla \mathbf{p} \underline{\mathbf{q}'} = \text{div}(\mathbf{p} \cdot \underline{\mathbf{q}'}) \quad (\text{A3.5})$$

L'équation (A3.3) s'écrit alors :

$$-\nabla \mathbf{p} \cdot \underline{\underline{\mathbf{k}}} \cdot \nabla \mathbf{p}' = \text{div}(\mathbf{p} \cdot \underline{\mathbf{q}'}) \quad (\text{A3.6})$$

Maintenant en intégrant sur  $\mathbf{V}$  nous aurons :

$$-\int_{\mathbf{V}} \nabla \underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{k}} \cdot \nabla p' \, dv = \int_{\mathbf{V}} \text{div}(\underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{q}}') \, dv \quad (\text{A3.7})$$

L'utilisation de la formule de Green nous conduit à :

$$-\int_{\mathbf{V}} \nabla \underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{k}} \cdot \nabla p' \, dv = \int_{\partial \mathbf{V}} \underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{q}}' \cdot \underline{\underline{n}} \, dS \quad (\text{A3.8})$$

Or, sur  $\partial \mathbf{V}$ , on a  $\underline{\underline{p}} = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{X}}$ . En remplaçant cette expression dans la relation ci-dessus on trouve :

$$-\int_{\mathbf{V}} \nabla \underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{k}} \cdot \nabla p' \, dv = \underline{\underline{A}} \cdot \int_{\partial \mathbf{V}} (\underline{\underline{q}}' \cdot \underline{\underline{n}}) \cdot \underline{\underline{X}} \, dS \quad (\text{A3.9})$$

La relation (4.10) nous donne :

$$-\frac{1}{\mathbf{V}} \int_{\mathbf{V}} \nabla \underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{k}} \cdot \nabla p' \, dv = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{Q}}' \quad (\text{A3.10})$$

En considérant l'équation (4.11) cette expression devient :

$$\frac{1}{\mathbf{V}} \int_{\mathbf{V}} \nabla \underline{\underline{p}} \cdot \underline{\underline{k}} \cdot \nabla p' \, dv = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{K}}_{\mathbf{V}} \cdot \underline{\underline{A}}' \quad (\text{A3.11})$$

Or, du fait de la symétrie de  $\underline{\underline{k}}$ , on peut changer le rôle de  $\underline{\underline{p}}$  et de  $\underline{\underline{p}}'$  dans le premier membre de cette égalité. On en déduit qu'il en est de même pour le dernier membre, c'est-à-dire qu'on a :

$$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{K}}_{\mathbf{V}} \cdot \underline{\underline{A}}' = \underline{\underline{A}}' \cdot \underline{\underline{K}}_{\mathbf{V}} \cdot \underline{\underline{A}} \quad (\text{A3.12})$$

ce qui veut dire que  $\underline{\underline{K}}_{\mathbf{V}}$  est symétrique.

Dans le cas particulier où  $\underline{\mathbf{A}} = \underline{\mathbf{A}}'$ , la relation (A3.11) devient :

$$\frac{1}{V} \int_v \nabla p \cdot \underline{\underline{\mathbf{k}}} \cdot \nabla p \, dv = \underline{\underline{\mathbf{A}}} \cdot \underline{\underline{\mathbf{K}}_v} \cdot \underline{\underline{\mathbf{A}}} \quad (\text{A3.13})$$

Comme  $\underline{\underline{\mathbf{k}}}$  est positif, le premier et donc le second membre de (A3.13) seront toujours positifs. Ceci montre que  $\underline{\underline{\mathbf{K}}_v}$  est positif. Si un vecteur  $\underline{\underline{\mathbf{A}}}$  annule le second membre, le  $\nabla p$  correspondant doit être nul au premier membre (car  $\underline{\underline{\mathbf{k}}}$  est défini positif), et donc sa moyenne  $\underline{\underline{\mathbf{G}}}$  est également nulle. On déduit alors de (4.14) que  $\underline{\underline{\mathbf{A}}}$  est nul. Ce qui montre que le tenseur  $\underline{\underline{\mathbf{K}}_v}$  est défini positif.

$\underline{\underline{\mathbf{K}}}$  étant la limite de  $\underline{\underline{\mathbf{K}}_v}$ , sera également symétrique et définie positive.

## Annexe 4

### Concept de seuil de percolation

$K_1$  et  $D_1$  : Perméabilité et endommagement suivant l'axe 1 (vertical).

$K_2$  et  $D_2$  : Perméabilité et endommagement suivant l'axe 2 (horizontal).

#### A4.1. Suppression la porosité initiale

##### A4.1.1. Compression

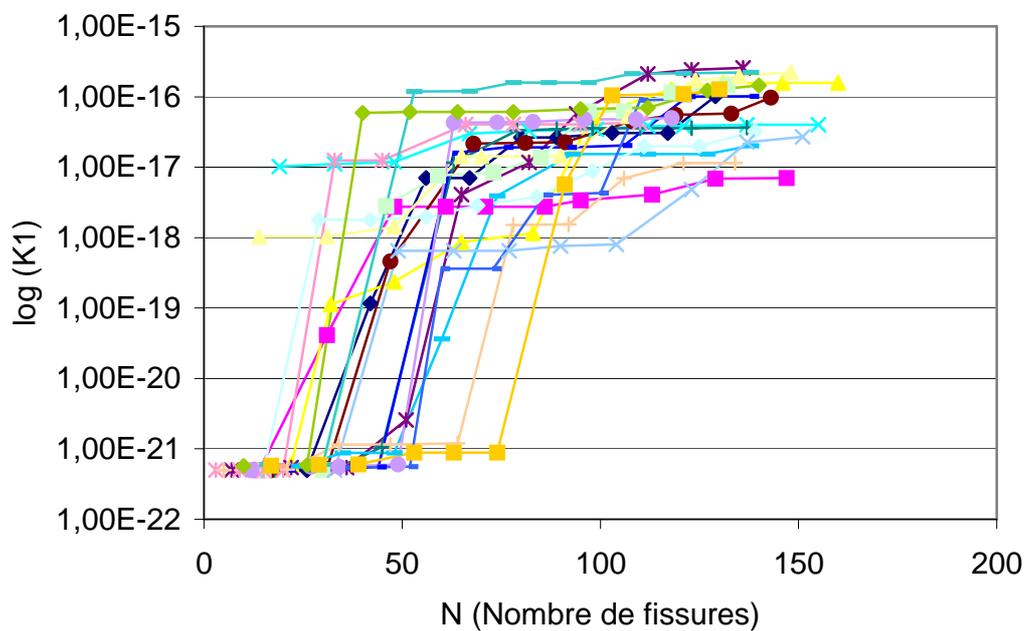


Figure A4.1. Variation de la perméabilité suivant l'axe 1 avec le nombre de fissures (compression) : modélisation réalisée en supprimant le réseau de porosité initiale.

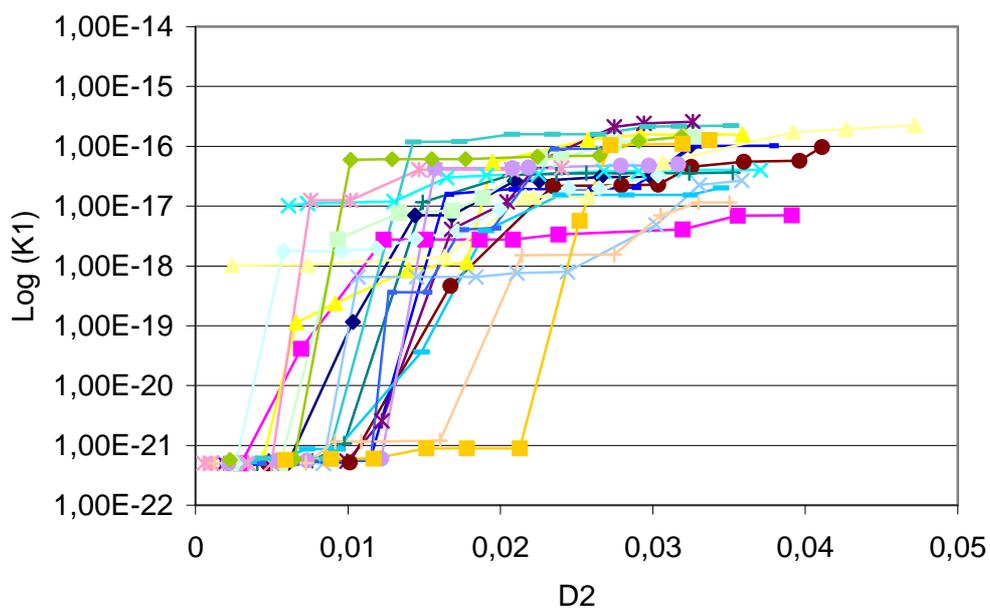


Figure A4.2. Variation de la perméabilité en coordonné logarithmique suivant l'axe 1 avec la variable d'endommagement suivant l'axe 2 (compression) : modélisation réalisée en supprimant le réseau de porosité initiale.

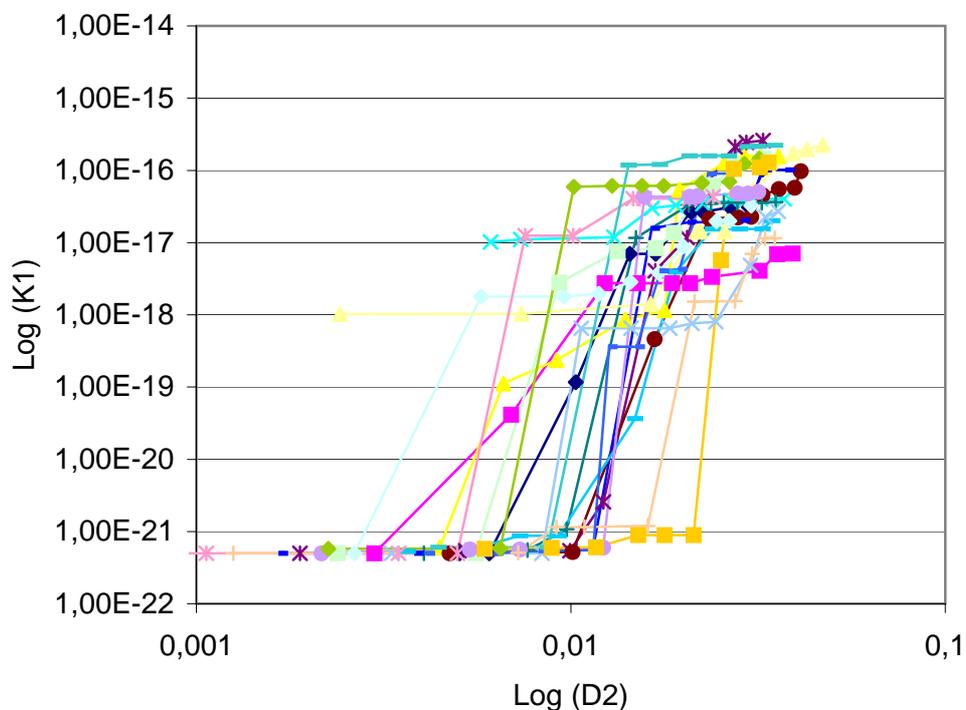


Figure A4.3. Variation de la perméabilité en coordonné logarithmique suivant l'axe 1 avec de l'endommagement en coordonné logarithmique suivant l'axe 2 (compression) : modélisation réalisée en supprimant le réseau de porosité initiale.

### A4.1.2. Extension

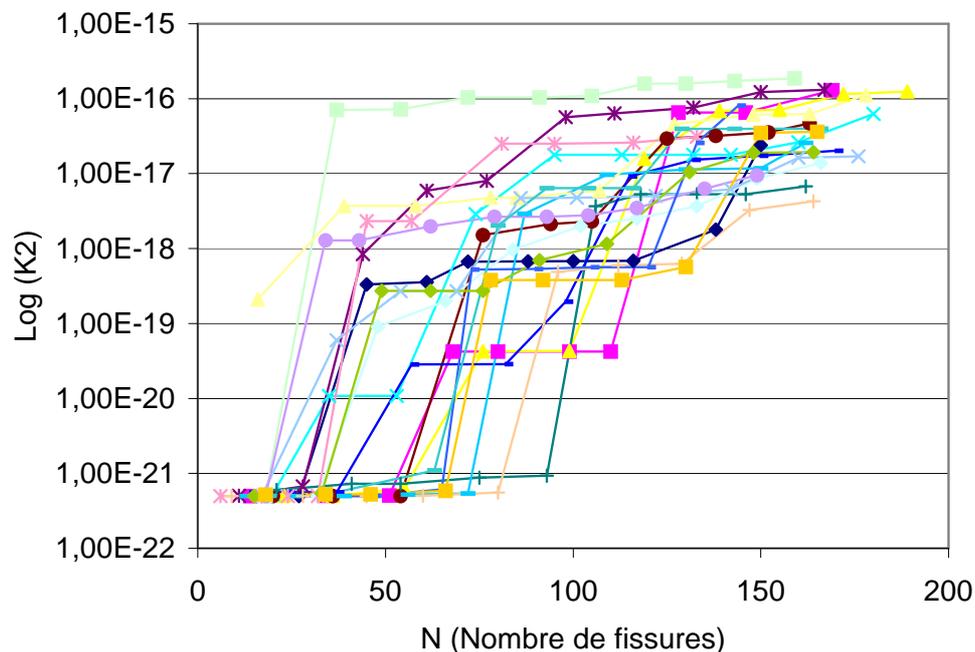


Figure A4.4. Variation de la perméabilité suivant l'axe 2 avec le nombre des fissures (extension) : modélisation réalisée en supprimant le réseau de porosité initiale.

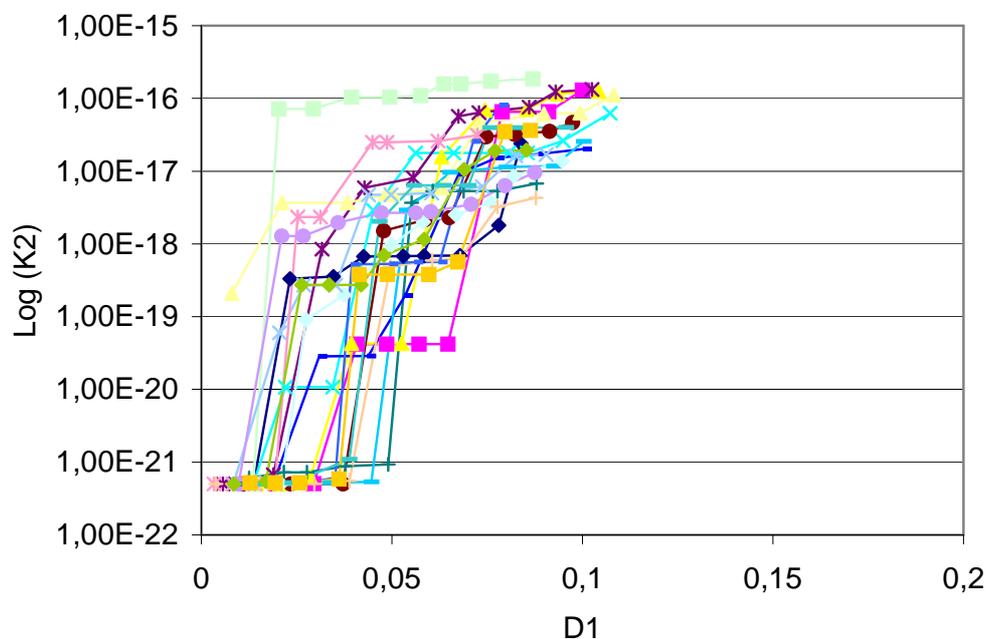


Figure A4.5. Variation de la perméabilité en coordonné logarithmique suivant l'axe 2 avec la variable d'endommagement suivant l'axe 1 (extension) : modélisation réalisée en supprimant le réseau de porosité initiale.

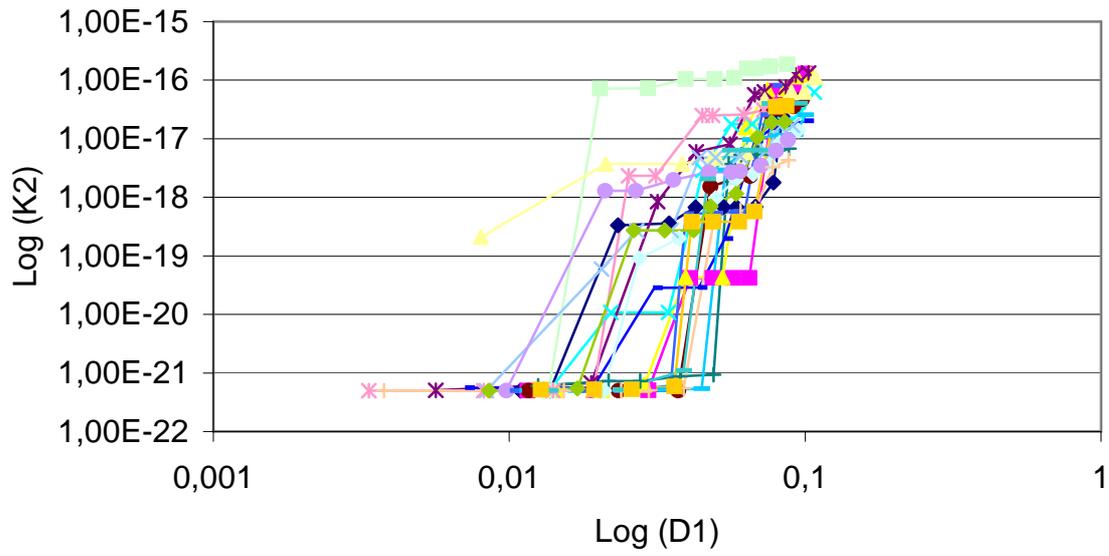


Figure A4.6. Variation de la perméabilité en coordonné logarithmique suivant l'axe 2 avec de l'endommagement en coordonné logarithmique suivant l'axe 1 (extension) : modélisation réalisée en supprimant le réseau de porosité initiale.

## A4.2. Diminution de l'effet de la porosité initiale

### A4.2.1. Compression

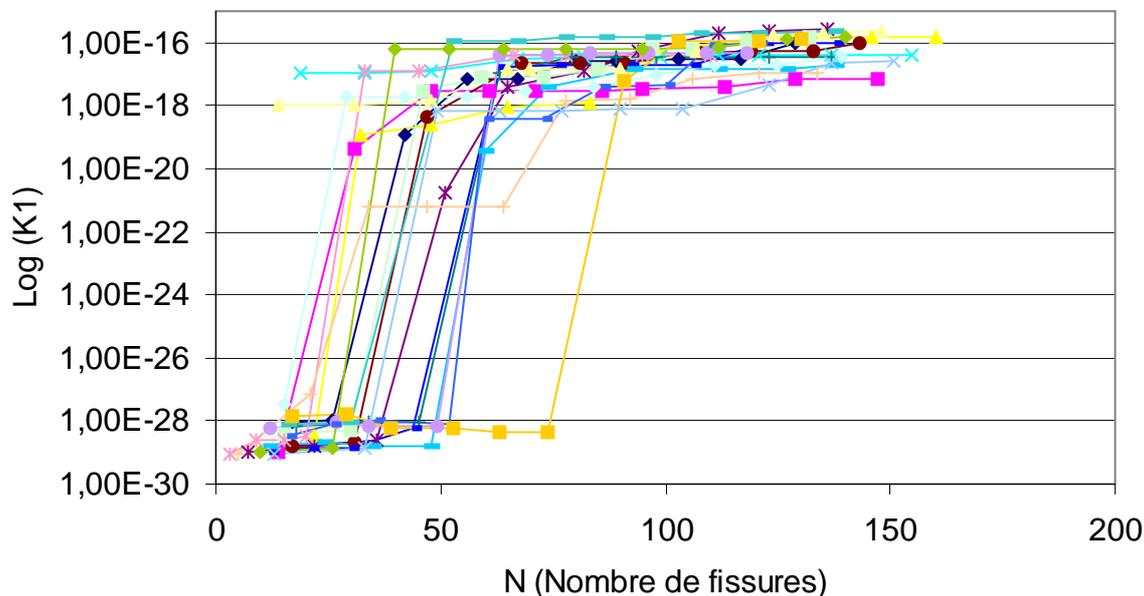


Figure A4.7. Variation de la perméabilité suivant l'axe 1 avec le nombre des fissures (compression) : modélisation réalisée en diminuant l'effet de la porosité initiale.

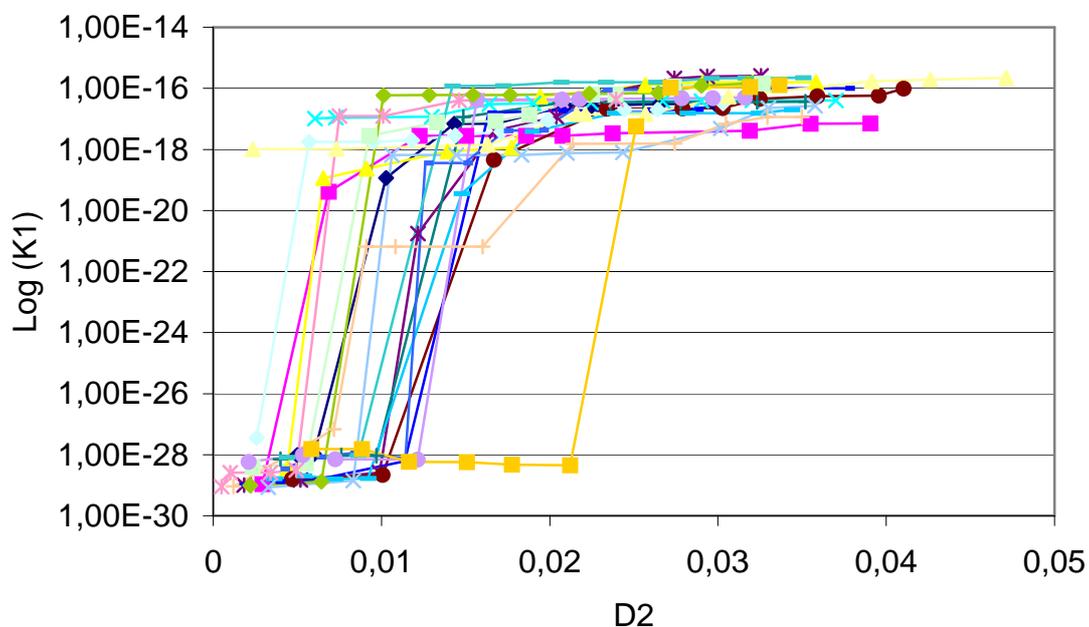


Figure A4.8. Variation de la perméabilité en coordonné logarithmique suivant l'axe 1 avec la variable d'endommagement suivant l'axe 2 (compression) : modélisation réalisée en diminuant l'effet de la porosité initiale.

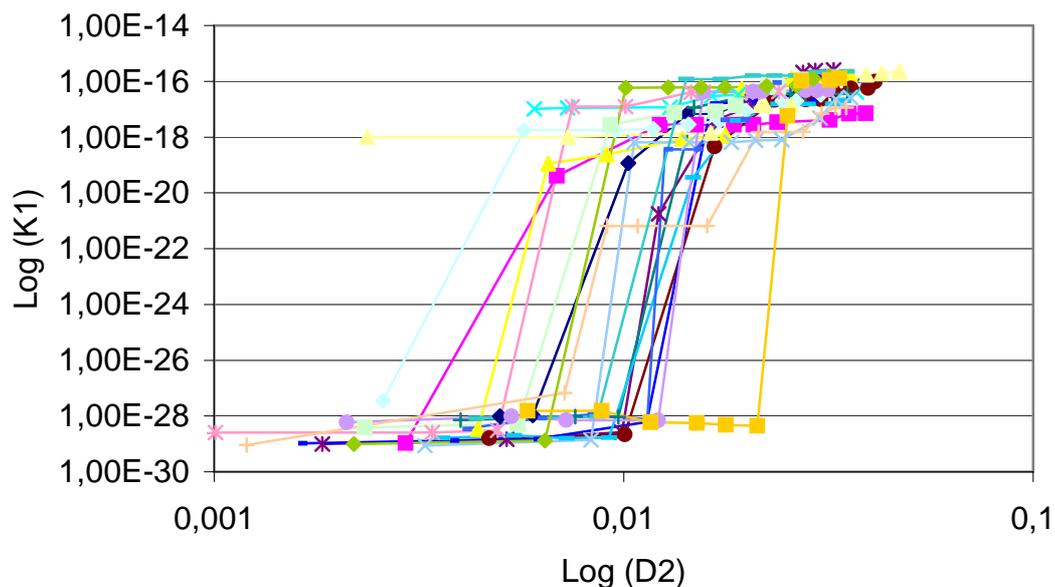


Figure A4.9. Variation de la perméabilité en coordonné logarithmique suivant l'axe 1 avec de l'endommagement en coordonné logarithmique suivant l'axe 2 (compression) : modélisation réalisée en diminuant l'effet de la porosité initiale.

#### A4.2.2. Extension

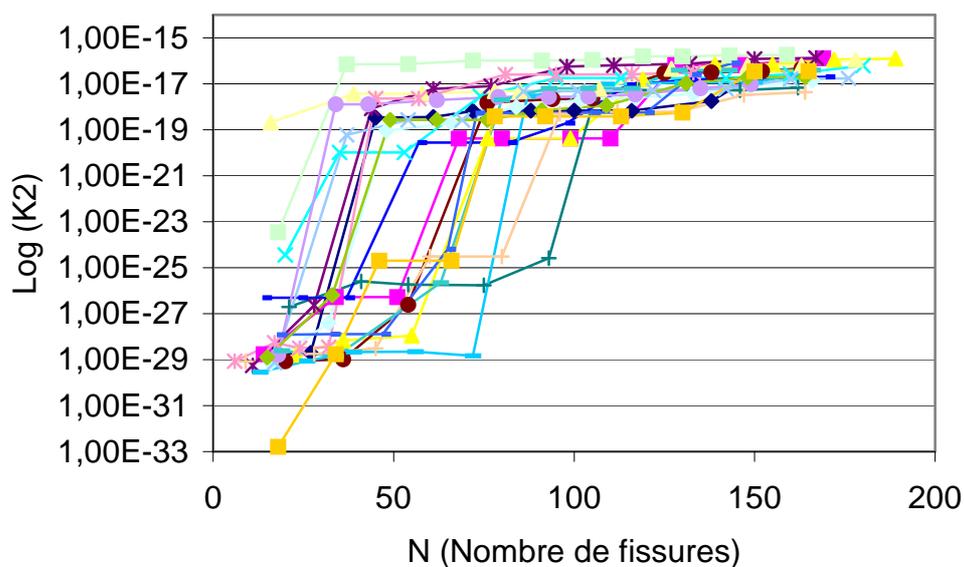


Figure A4.10. Variation de la perméabilité suivant l'axe 1 avec le nombre des fissures (extension) : modélisation réalisée en diminuant l'effet de la porosité initiale.

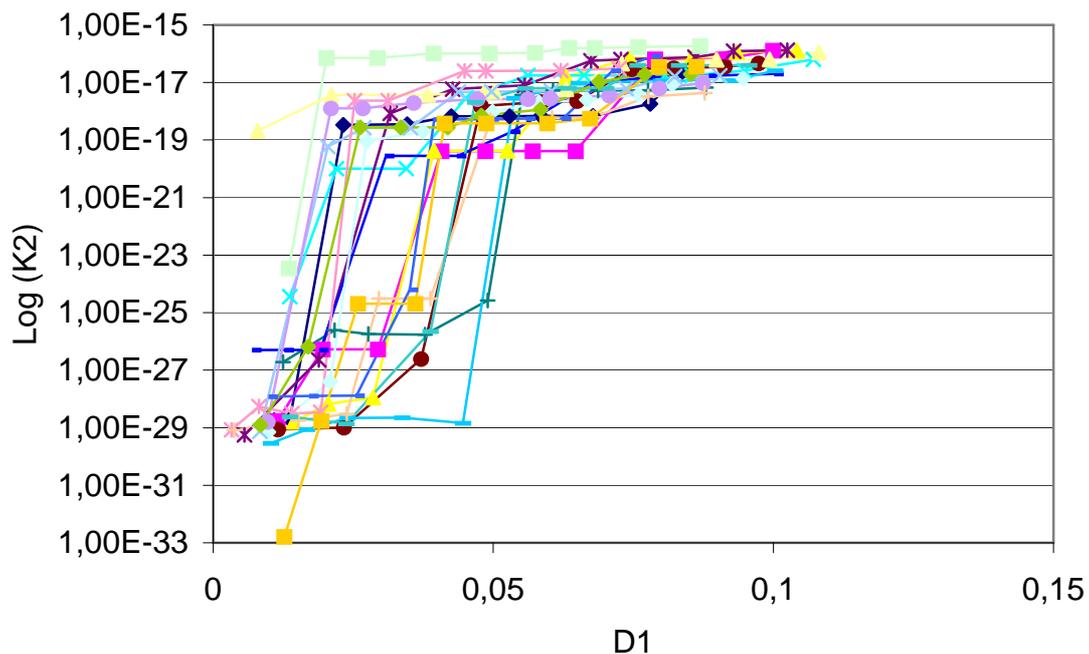


Figure A4.11. Variation de la perméabilité en coordonné logarithmique suivant l'axe 2 avec la variable d'endommagement suivant l'axe 1 (extension) : modélisation réalisée en diminuant l'effet de la porosité initiale.

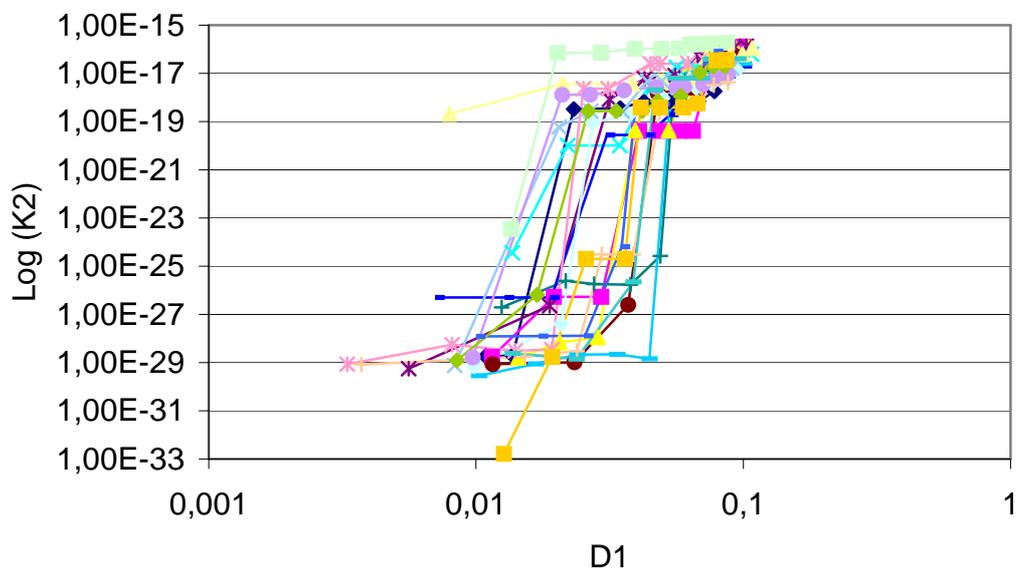


Figure A4.12. Variation de la perméabilité en coordonné logarithmique suivant l'axe 2 avec de l'endommagement en coordonné logarithmique suivant l'axe 1 (extension) : modélisation réalisée en diminuant l'effet de la porosité initiale.

## Annexe 5 Effet de la variation du rayon des fissures

### A5.1. Compression

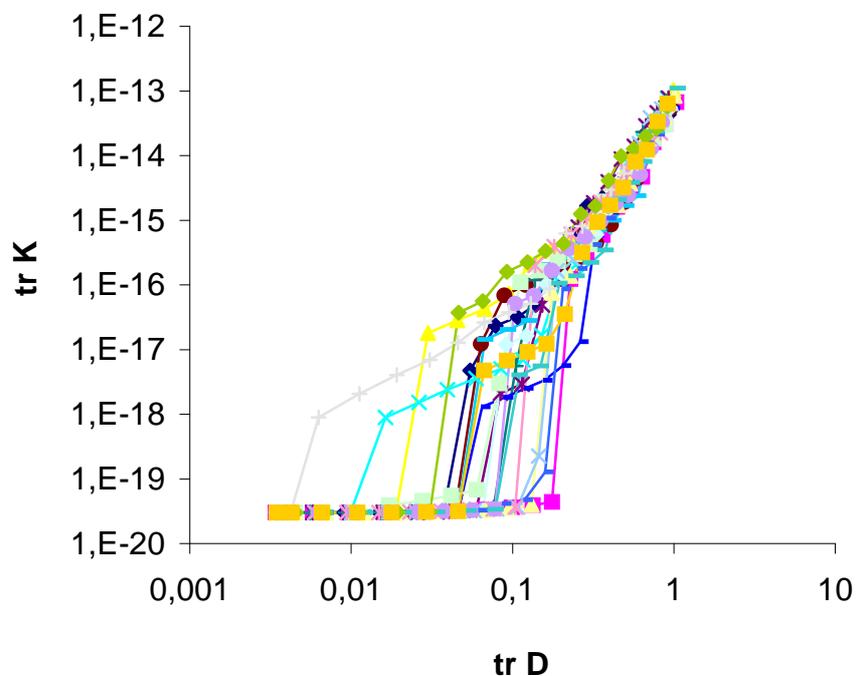


Figure A5.1. Variation de la trace du tenseur de perméabilité avec la trace du tenseur d'endommagement (compression).

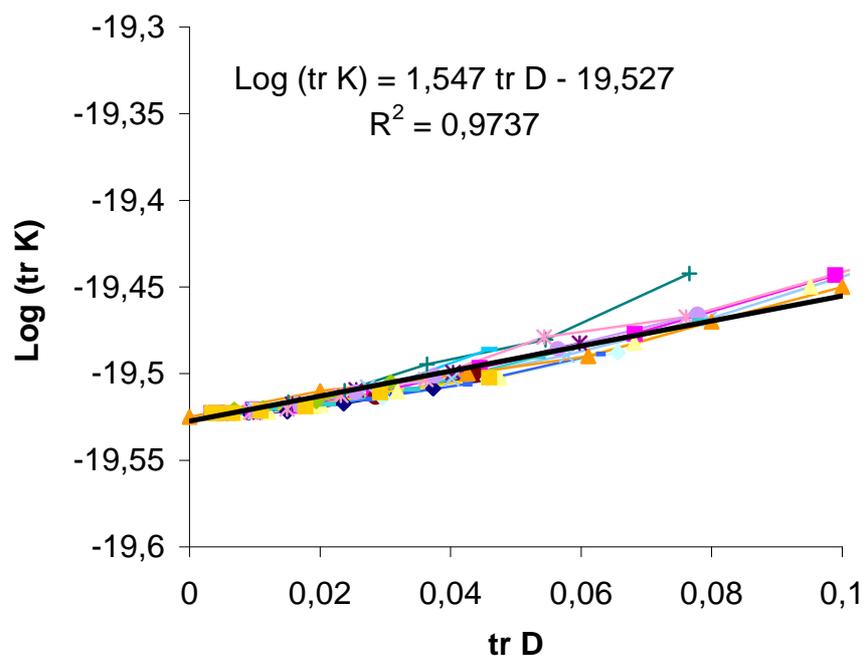


Figure A5.2. Courbe  $\text{Log}(\text{tr} K) - \text{tr} D$ , avant SP sans les valeurs après SP (compression).

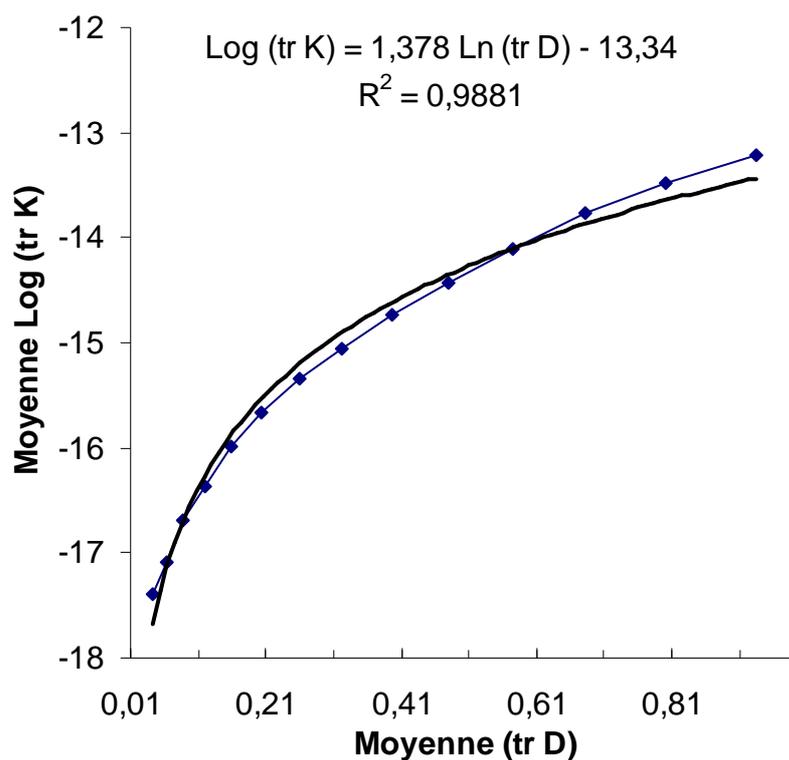


Figure A5.3. Courbe moyenne Log (trK) – Moyenne trD, après SP (compression).

## A5.2. Extension

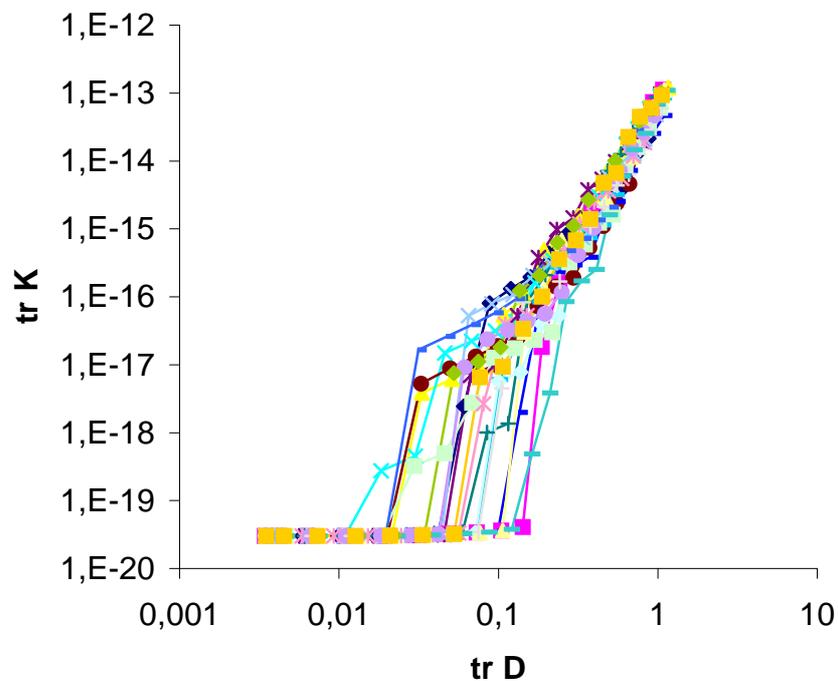


Figure A5.4. Variation de la trace du tenseur de perméabilité avec la trace du tenseur d'endommagement (extension).

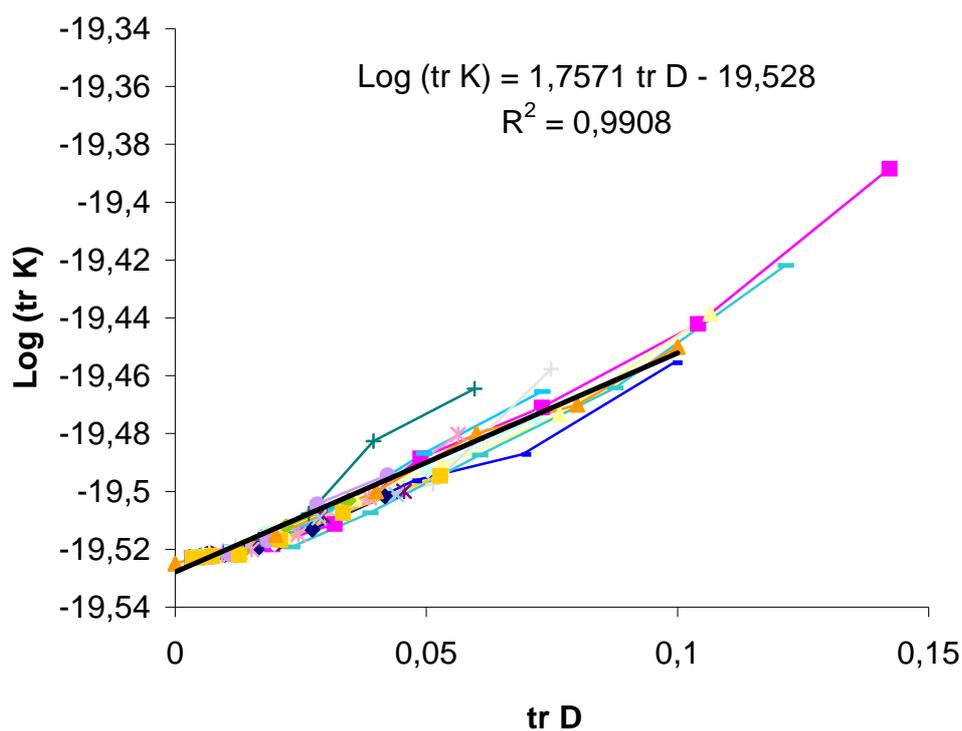


Figure A5.5. Courbe  $\text{Log}(trK) - trD$ , avant SP sans les valeurs après SP (extension).

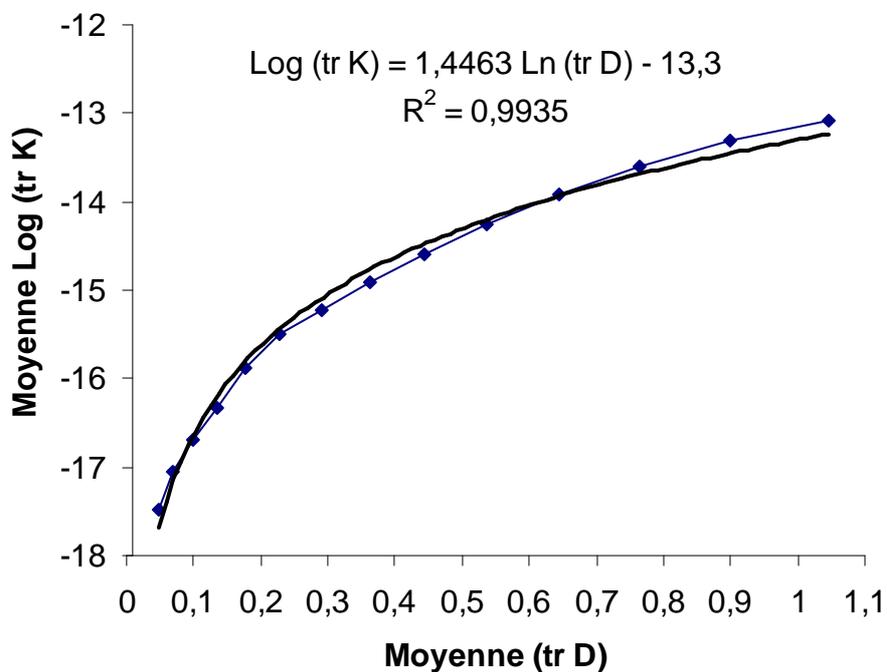


Figure A5.6. Courbe moyenne  $\text{Log}(trK) - \text{Moyenne } trD$ , après SP (extension).

### A5.3. Extension isotrope

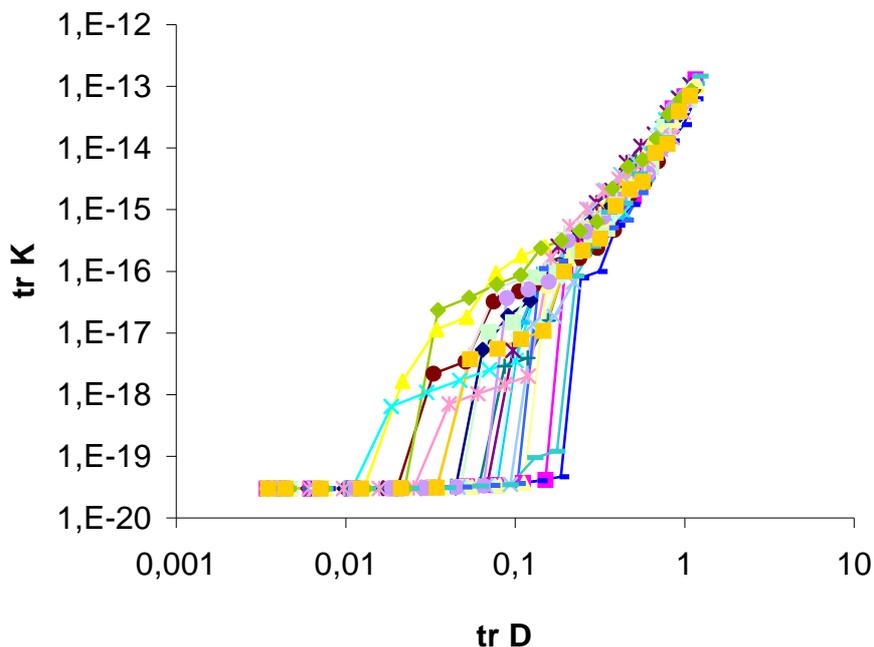


Figure A5.7. Variation de la trace du tenseur de perméabilité avec la trace du tenseur d'endommagement (extension isotrope).

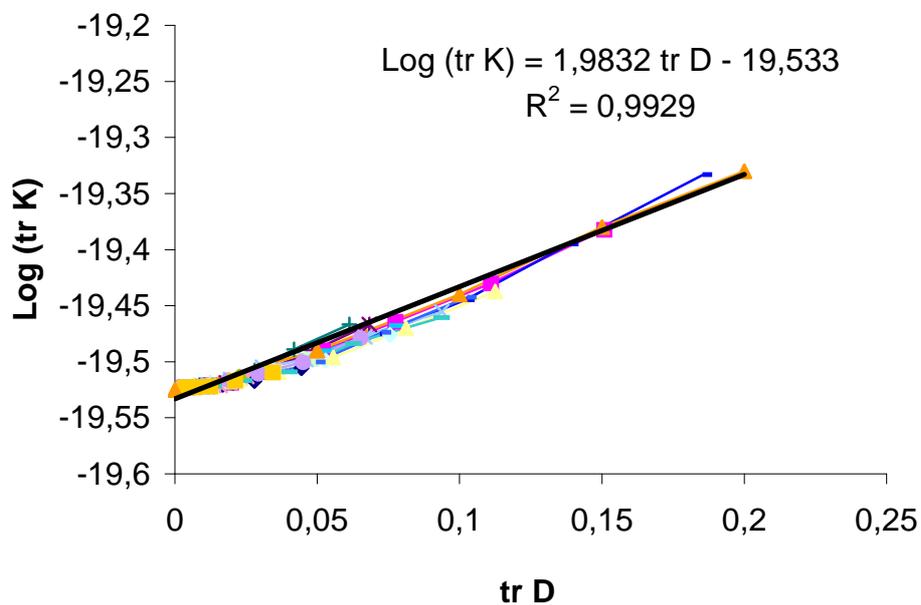


Figure A5.8. Courbe  $\text{Log}(\text{tr}K) - \text{tr}D$ , avant SP sans les valeurs après SP (extension isotrope).

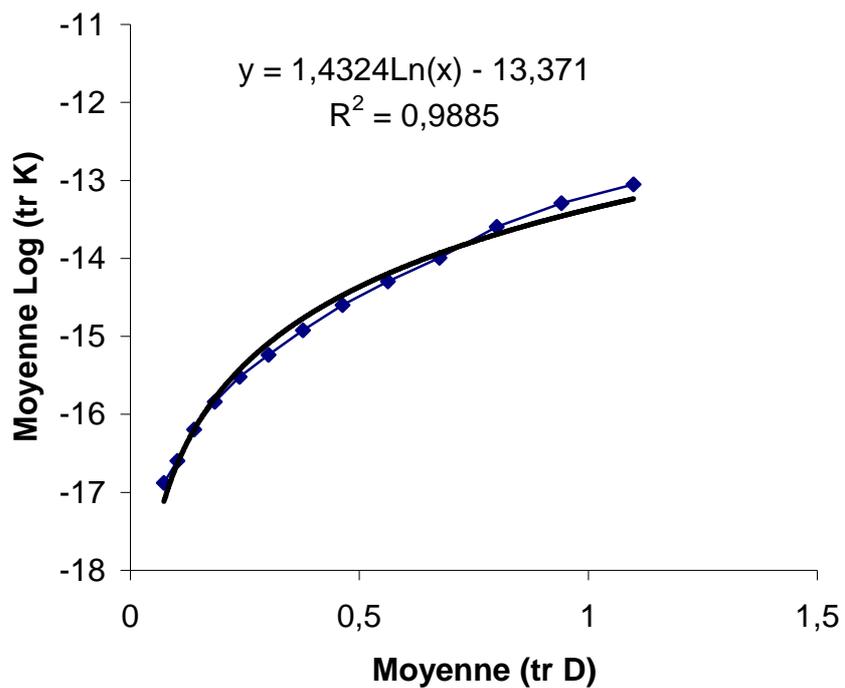


Figure A5.9. Courbe moyenne Log (trK) – Moyenne trD, après SP (extension isotrope).

## Annexe 6 Perméabilité directionnelle

### A6.1. Effet de la variation du nombre des fissures.

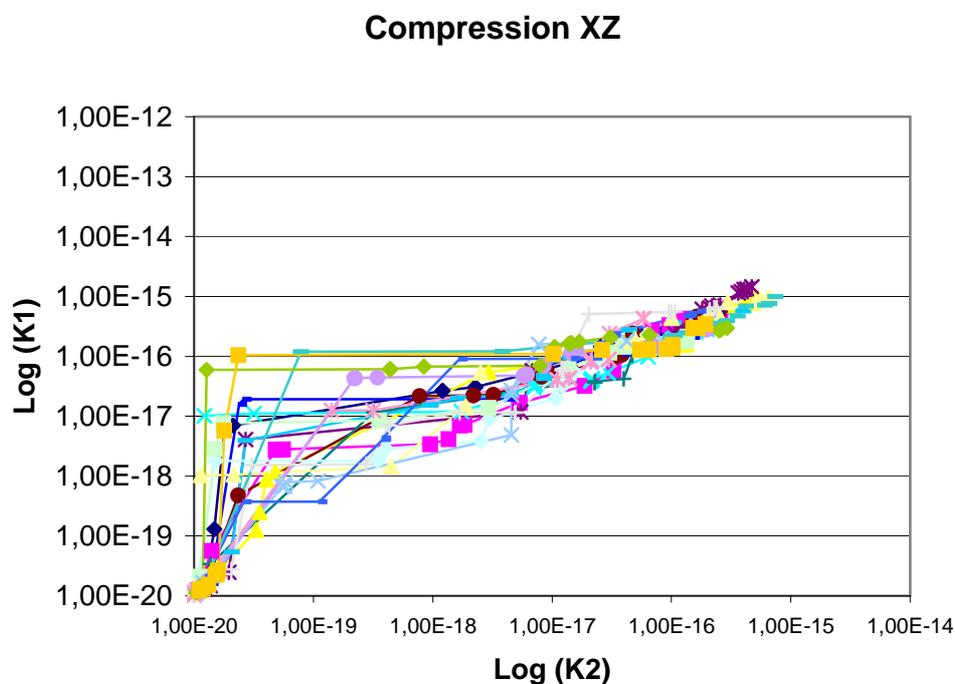


Figure A6.1. Évolution des perméabilités  $K_1$  et  $K_2$  (compression).

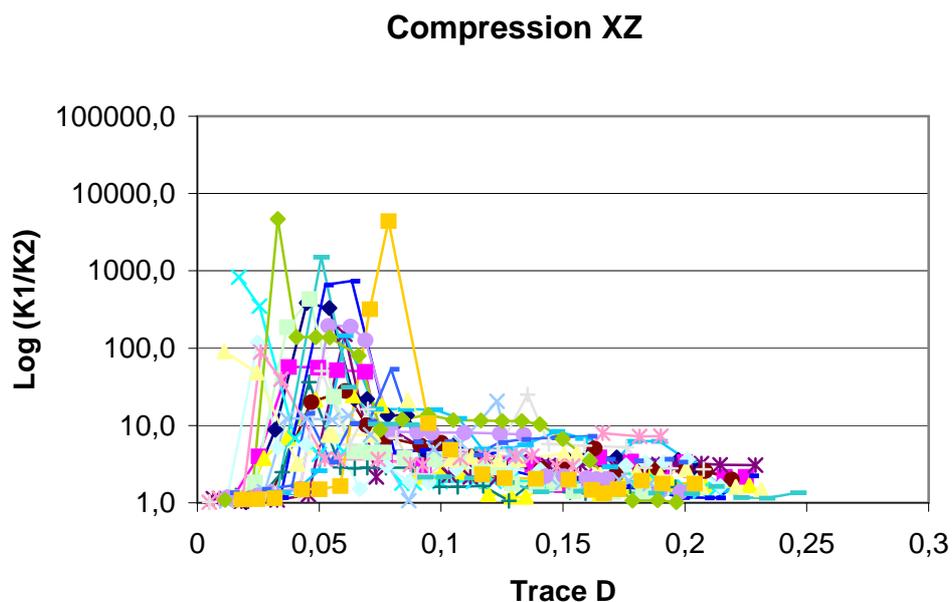


Figure A6.2. Évolution des rapports de perméabilité avec l'endommagement (compression).

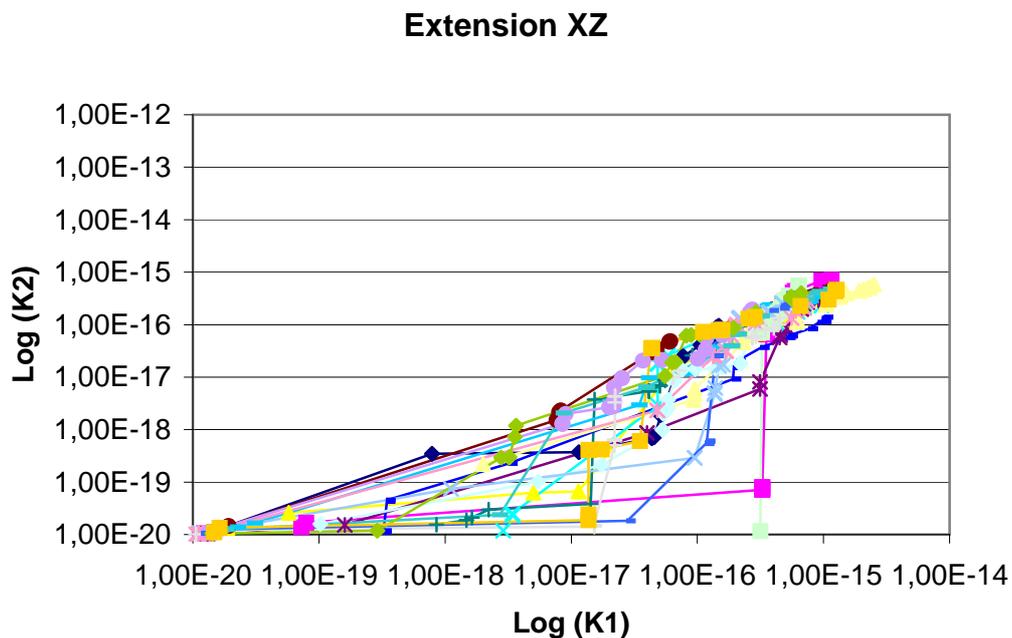


Figure A6.3. Évolution des perméabilités K2 et K1 (extension).

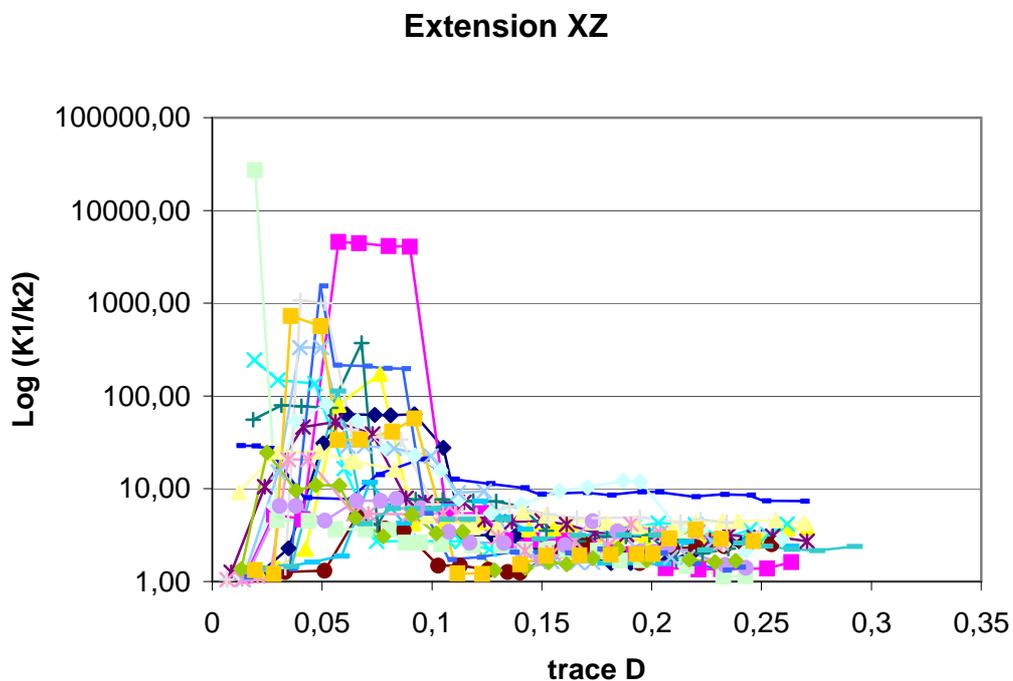


Figure A6.4. Évolution des rapports de perméabilité avec l'endommagement (extension).

## A6.2. Effet de la variation du rayon des fissures

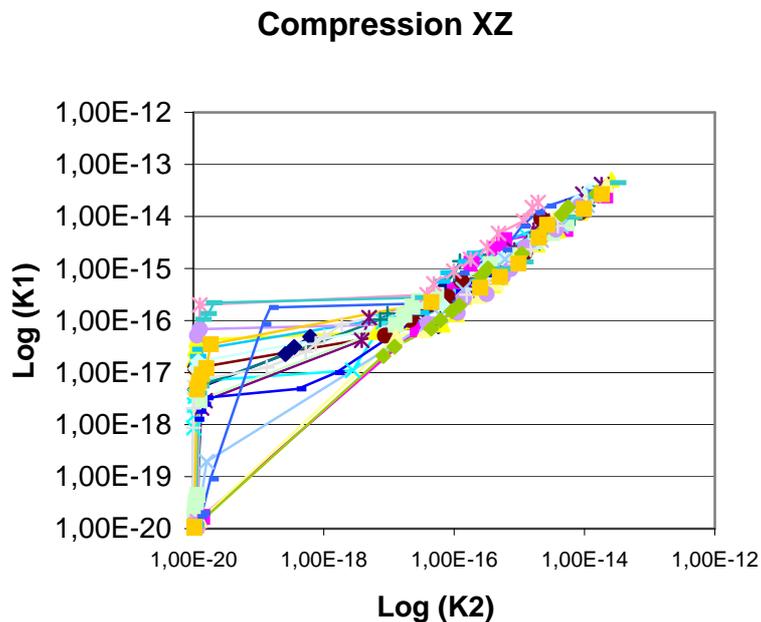


Figure A6.5. Évolution des perméabilités K2 et K1 (compression).

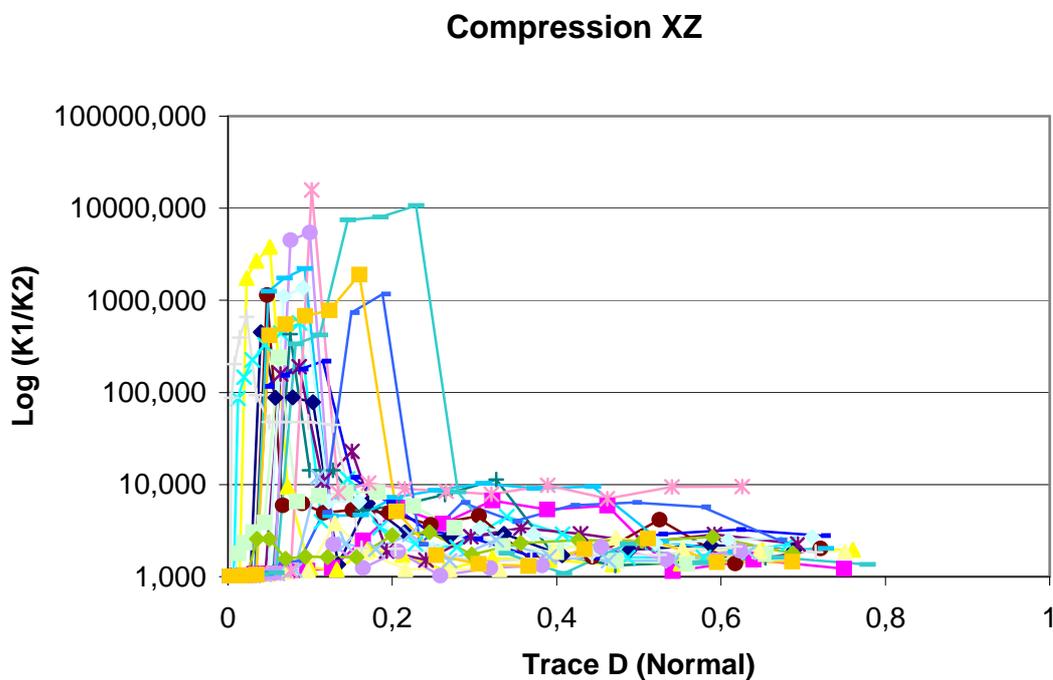


Figure A6.6. Évolution des rapports de perméabilité avec l'endommagement (compression).

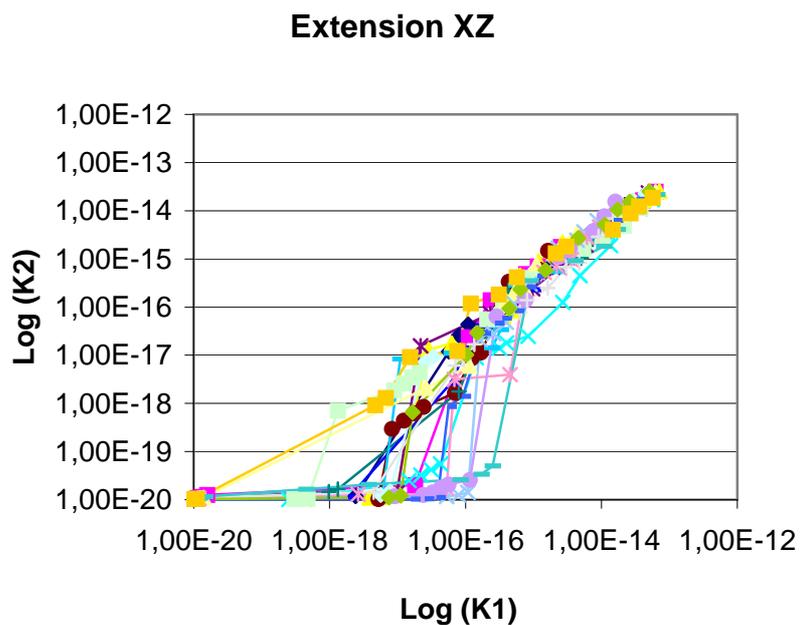


Figure A6.7. Évolution des perméabilités K2 et K1 (extension).

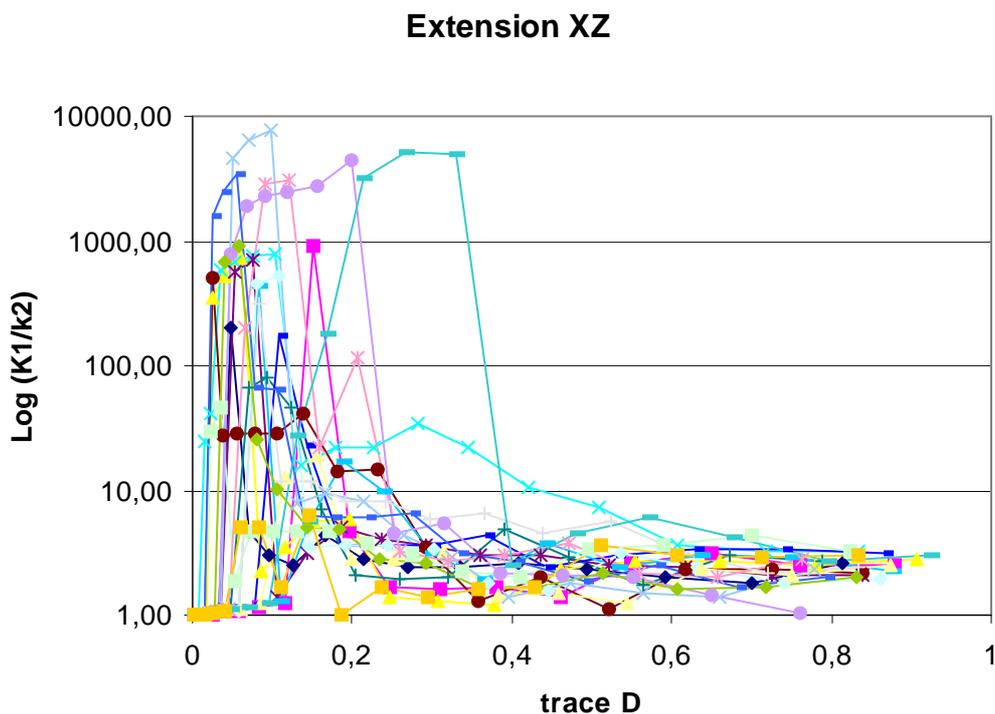


Figure A6.8. Évolution des rapports de perméabilité avec l'endommagement (extension).