



HAL
open science

Modeling the cyclic behavior and service life of martensitic tool steels

Vincent Velay

► **To cite this version:**

Vincent Velay. Modeling the cyclic behavior and service life of martensitic tool steels. Engineering Sciences [physics]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2003. English. NNT: . pastel-00001209

HAL Id: pastel-00001209

<https://pastel.hal.science/pastel-00001209>

Submitted on 26 Apr 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N ° attribué par la bibliothèque |_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|

THESE

en vue de l'obtention du grade de
Docteur de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris
Spécialité *Sciences et Génie des Matériaux*

présentée et soutenue publiquement par

Vincent VELAY

le 10 décembre 2003

**MODÉLISATION DU COMPORTEMENT CYCLIQUE ET DE LA
DURÉE DE VIE D'ACIERS À OUTILS MARTENSITIQUES**

Directeur de Thèse : G. BERNHART

Jury

G. CAILLETAUD	Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris	Président
A. BENALLAL	Ecole Normale Supérieure de Cachan	Rapporteur
L. TALEB	Institut National des Sciences Appliquées de Rouen	Rapporteur
M. CHEIKH	IUT de Figeac-Université Toulouse 2	Examineur
B. STARCK	Société Lisi Automotive	Invité
G. BERNHART	Ecole des Mines d'Albi-Carmaux	Examineur
L. PENAZZI	Ecole des Mines d'Albi-Carmaux	Examineur

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Centre de Recherche sur les Outillages, les Matériaux et les Procédés de l'École des Mines d'Albi-Carmaux (CROMeP) initialement dirigé par Christophe LEVAILLANT puis par Gérard BERNHART. Je tiens à les remercier pour m'avoir accueilli au laboratoire.

Je voudrais particulièrement remercier Abder MICHRAFY qui a assuré l'encadrement de mon stage de DEA au CROMeP et qui m'a permis, par la suite, de poursuivre en thèse. Ses conseils, sa gentillesse ainsi que son amitié ont été très appréciables avant et pendant ma thèse.

J'exprime toute ma reconnaissance à Gérard BERNHART qui a parfaitement dirigé mon travail de recherche avec une grande efficacité. Je le remercie pour sa disponibilité permanente au cours de ces trois années. Ses nouvelles fonctions au centre lors des derniers mois n'ont en rien affecté le suivi de mes travaux. Pour cela, je lui exprime toute ma gratitude. Je remercie également Luc PENAZZI qui est intervenu comme tuteur de thèse durant ses trois années.

Je remercie vivement Monsieur Georges CAILLETAUD pour m'avoir fait l'honneur d'être le président du jury ainsi que pour m'avoir aidé dans ma réflexion en m'accueillant à plusieurs reprises au Centre des Matériaux à Evry durant ma thèse. J'exprime toute ma gratitude à Messieurs Ahmed BENALLAL et Lakhdar TALEB pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et pour m'avoir fait l'honneur de participer à la commission d'examen en tant que rapporteurs.

Je remercie également Mohammed CHEIKH pour l'intérêt qu'il a porté à cette thèse ainsi qu'à Bernard STARCK pour avoir donné son sentiment sur l'apport de ce travail vis à vis des préoccupations industrielles.

Une partie de cette thèse n'aurait pu être réalisée sans la collaboration instaurée avec l'université suédoise de Karlstad. A ce titre, je tenais à remercier Anders PERSSON et le professeur Jens BERGSTRÖM pour la réalisation des essais de fatigue thermique. J'ai pris beaucoup de plaisir à travailler avec eux. Mes séjours en Suède furent très agréables et resteront de très bons souvenirs.

Un grand merci à Denis DELAGNES qui a répondu présent à chacune de mes questions permettant de fructueuses discussions ainsi qu'à Jean-José ORTEU, dont l'aide a été très efficace dans l'étude des techniques de mesures de températures de surface par laser speckle.

Je n'oublie surtout pas Serge TOVAR et Fabrice ROSSI qui m'ont été d'une aide précieuse pour les observations au microscope électronique à balayage et dans la réalisation des essais mécaniques.

Je tiens à exprimer mes remerciements à la société Thyssen pour avoir fourni les barreaux en $55NiCrMoV7$ ainsi qu'à la société Aubert & Duval Holding pour avoir fourni ceux en $X38CrMoV5$.

Je voudrais adresser ma plus profonde gratitude à l'ensemble des doctorants du centre (dont certains sont désormais docteurs). Je pense notamment à Djelali et Gilles collègues et amis du bureau 1M15 avec qui j'ai partagé le plus clair de mon temps, à Alexis, Romain, Zhanping, Nadia, Dorian, Catherine, Manu ... pour les plus anciens mais également à Eliette, Christophe, Ibrahim, Pascale, Farid, Pierre, Olivier, Shan, Alexandre & al (que les oubliés m'excusent) avec lesquels je ne compte plus les parties de fou-rire complètement incontrôlables et parfois interminables. Je n'oublie pas Annie, les techniciens (allez les verts) ainsi que le personnel saisonnier qui ont participé à un moment ou un autre à ces instants.

Enfin, je tenais à remercier l'ensemble de mes proches pour leur soutien permanent, en particulier, Laure, mes parents et ma soeur pour leur encouragement et leur patience.

Table des matières

Remerciements	3
Introduction générale	i
0.1 Contexte industriel	i
0.2 Objectif de l'étude	iii
0.3 Organisation du mémoire	iv
I Comportement cyclique des aciers à outils de travail à chaud	1
1 Etude expérimentale des aciers martensitiques revenus	3
1.1 Bibliographie	3
1.1.1 Fatigue des matériaux métalliques	3
1.1.2 Microstructure des aciers $55NiCrMoV7$ et $X38CrMoV5$	6
1.2 Comportement en fatigue	8
1.2.1 Moyens d'essais	8
1.2.2 Traitements des fichiers expérimentaux	11
1.2.3 Influence de la température sur le comportement	14
2 Modélisation du comportement cyclique thermo-mécanique	21
2.1 Bibliographie	21
2.2 Etude de 2 modèles de comportement	24
2.2.1 Préliminaire : formalisme thermodynamique des milieux continus	24
2.2.2 Modèle de l'ONERA : mécanisme de déformation globale	26
2.2.3 Approche intermédiaire : modèle avec 2 mécanismes et un critère (2M1C)	32
3 Identification des coefficients des modèles étudiés	39
3.1 Méthodologie d'identification	39
3.1.1 Description des essais	40
3.1.2 Étapes d'identification des paramètres des modèles	42
3.2 Résultats du modèle ONERA	43
3.2.1 Modèle de l'ONERA pour l'acier $55NiCrMoV7$	44
3.2.2 Modèle de l'ONERA pour l'acier $X38CrMoV5$:	47
3.3 Résultats du modèle 2M1C	48
3.3.1 Modèle 2M1C pour l'acier $55NiCrMoV7$	49
3.3.2 Modèle 2M1C pour l'acier $X38CrMoV5$	52
3.4 Évolutions des coefficients avec la température	53
3.5 Discussion	60
3.5.1 Modèle de l'ONERA	60

3.5.2	Modèle $2M1C$: considérations métallurgiques	63
3.5.3	Modèle $2M1C$: considérations mathématiques	69
3.5.4	Comparaison des 2 modèles	71
4	Validation du modèle $2M1C$ sur des essais isothermes et anisothermes	75
4.1	Validation isotherme	75
4.1.1	Principe	75
4.1.2	Mise en œuvre numérique	80
4.1.3	Résultats et discussions	81
4.2	Validation anisotherme	93
4.2.1	Contexte	93
4.2.2	Modélisation de l'essai de fatigue thermique	94
4.2.3	Résultats et discussions	99
II	Durée de vie des aciers à outils martensitiques	107
5	Etude expérimentale de la durée de vie et des mécanismes d'endommagement en fatigue de l'acier $X38CrMoV5$	109
5.1	Description des moyens et des conditions d'essais	109
5.2	Résultats	112
5.3	Mécanismes de fissurations observés sur l'acier $X38CrMoV5$	116
6	Modélisation de la durée de vie	119
6.1	Bibliographie	119
6.1.1	Approches formulées en déformation	120
6.1.2	Approches énergétiques	121
6.1.3	Approche formulée en contrainte	123
6.2	Modèle de dommages continus	124
6.2.1	Endommagement de fatigue	126
6.2.2	Endommagement de fluage	128
6.2.3	Cumuls des dommages	129
6.2.4	Critères multiaxiaux	130
6.3	Résultats de l'identification	131
6.3.1	Identification de la composante de fatigue	131
6.3.2	Identification de la composante de fluage	135
6.3.3	Résultats	135
6.4	Validation du modèle	137
	Conclusion générale et perspectives	145
	Conclusion	145
	Perspectives	147
	Références	149
	Notations employées	157

A	Implantation des modèles dans ABAQUS	159
A.1	Présentation générale	160
A.1.1	Méthode explicite [15]	160
A.1.2	Méthode implicite ou θ -méthode [15]	161
A.2	Mise en œuvre	162
A.2.1	Implantation numérique du modèle de l'ONERA	163
A.2.2	Compléments :	167
A.2.3	Implantation numérique du modèle <i>2M1C</i>	172
B	Résultats d'identification complémentaires fournis par le modèle <i>2M1C</i>	179
C	Evolution des coefficients avec la température	183
D	Validation Anisotherme	195
D.1	Cycle 500_ <i>FAST</i>	195
D.2	Cycle 500_ <i>SLOW</i>	196

Introduction générale

Sommaire

0.1	Contexte industriel	i
0.2	Objectif de l'étude	iii
0.3	Organisation du mémoire	iv

0.1 Contexte industriel

Les outils de mise en forme à chaud (matrices, poinçons, inserts) subissent des sollicitations thermo-mécaniques sévères et complexes dans leurs conditions de service. Le travail à chaud se distingue du travail à froid lorsque les conditions de sollicitations répétées portent la partie active de l'outil à une température supérieure à $250^{\circ} C$. Par exemple, les outillages de forgeage à chaud sont soumis à 3 modes d'endommagement [65] localisés sur la figure 1 extraite de la référence [107] qui sont :

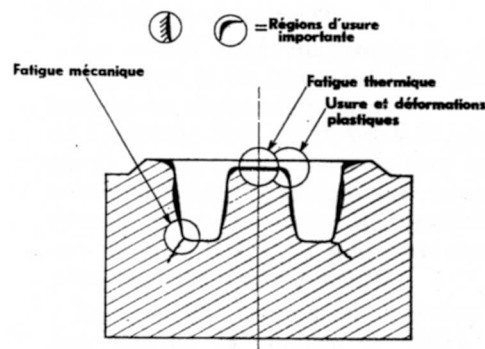


FIG. 1 – Modes de détérioration d'une matrice de forge [107]

- l'usure par adhésion, abrasion ou écaillage
- la fissuration d'origine thermique qui est générée par la succession de contraintes de compression et de tension lors des cycles thermiques et entraînant la formation d'un réseau bidimensionnel de fissures en structure de mosaïque ou de faïençage (Figure 2) [79] dont les aspects sont caractéristiques de la fatigue thermique. Les mécanismes principalement responsables de la fissuration par fatigue thermique sont :
 - la température maximale atteinte par la matrice
 - le temps de contact métal formé - outil

- la vitesse de refroidissement
 - le mode de lubrification ou de poteyage (influence importante sur le choc thermique qu'il induit)
- la fissuration d'origine mécanique qui intervient sur des matrices soumises à des contraintes de traction trop élevées (figure 3 [46]). Ce type de dégradation se présente sous forme de rupture brutale. La formation des fissures par fatigue mécanique est liée au niveau de contraintes mécaniques appliquées à l'outil et à leur répartition. L'aspect le plus caractéristique est la fissuration en fond de gravure qui a pour origine une trop forte concentration de contraintes exercées sur la surface [65].

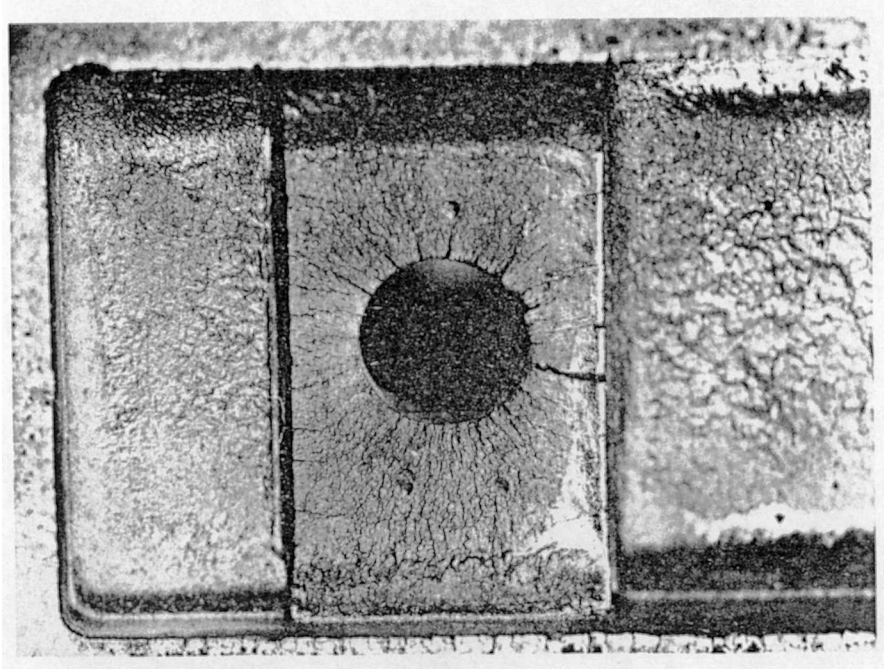


FIG. 2 – Fissuration par fatigue thermique d'un outillage de fonderie pour l'aluminium [79]

De par ces conditions sévères de travail, les critères de sélection d'un matériau pour l'outil ne sont pas aisés. Ainsi, les propriétés des aciers pour travail à chaud (aciers martensitiques revenus) sont le résultat de plusieurs opérations de traitement thermique conférant au matériau une microstructure complexe.

L'acier $X38CrMoV5$ (*AISI H11*) est l'acier à outils le plus employé dans les opérations de forgeage à chaud et de fonderie [34] bien que les utilisations de l'acier QRO 90 Supreme [102, 111] soient de plus en plus importantes dans les applications de fonderie. L'acier $55NiCrMoV7$ (*AISI L6*) peut dans certains cas être préféré au $X38CrMoV5$ pour sa meilleure ténacité [34]. Aujourd'hui, de nombreuses études [101, 118, 39] portent sur les améliorations en terme de durée de vie que peuvent apporter les revêtements de ces aciers, les plus classiques sont à base de nitrures, de carbo-nitrures, de borures ou de vanadium.

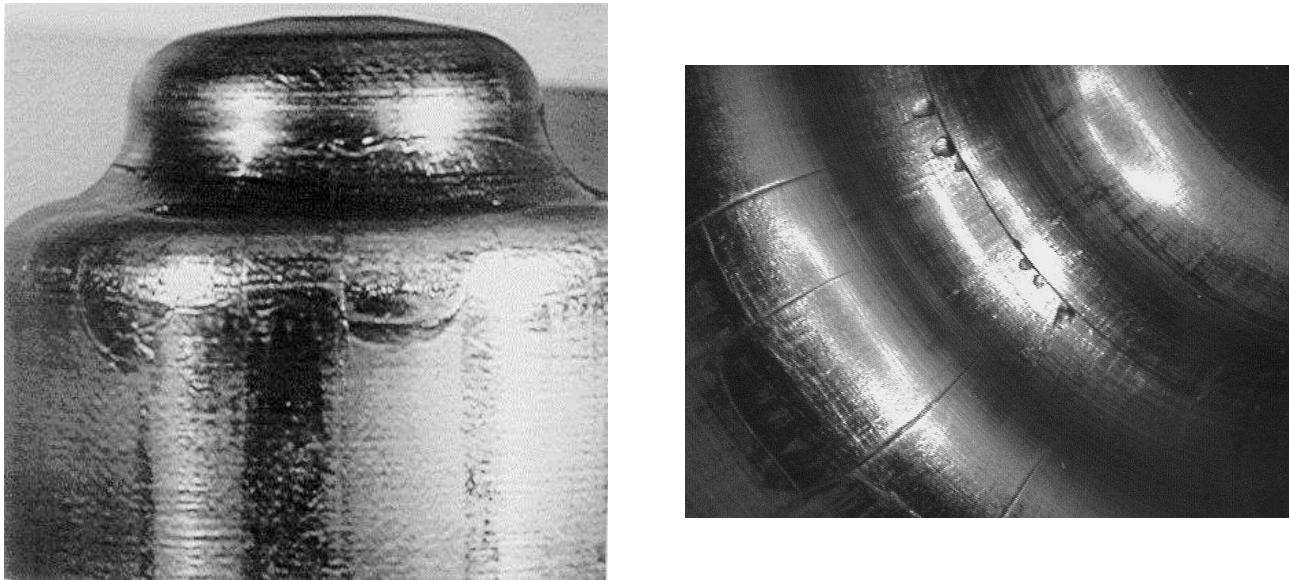


FIG. 3 – Fissuration par fatigue mécanique d'un poinçon de forge [46]

0.2 Objectif de l'étude

Ce travail a pour objectif de définir une méthodologie générale permettant de décrire le comportement et prédire la durée de vie en fatigue d'aciers à outils martensitiques pour travail à chaud. Selon la nature des matériaux à mettre en forme, la température et la durée des opérations d'élaboration peuvent varier de façon considérable. Ainsi, les forgeons et les fondeurs font appel à toute une gamme de nuances d'aciers et de traitements thermiques pour réaliser leurs outils. Au cours de cette étude, deux aciers martensitiques sont considérés. L'acier $55NiCrMoV7$ est généralement utilisé pour les matrices d'estampage à gravures profondes ou pour les filières pour les alliages d'aluminium [124]. C'est un acier présentant une bonne résistance aux chocs mécaniques. L'acier $X38CrMoV5$ est principalement utilisé pour fabriquer les outils de forge, les filières d'extrusion pour les alliages d'aluminium et de cuivre, ainsi que les moules pour la fonderie d'alliage d'aluminium. Cet acier est caractérisé par une bonne résistance aux chocs thermiques. Quel que soit le type d'application considéré, les sollicitations thermo-mécaniques sévères auxquels sont sujets les outils, provoquent des endommagements et des déformations plastiques entraînant irrémédiablement la mise au rebut de l'outillage [47].

La simulation numérique constitue une voie de progrès en terme de conception et de dimensionnement des outillages, mais elle nécessite au préalable la détermination d'un modèle de comportement adapté au matériau et couvrant la plage de sollicitations induites par les opérations de mise en forme à chaud. L'étape suivante consiste à prédire la durée de vie de l'outillage au travers d'un critère de rupture utilisant les données fournies par le modèle de comportement. Afin d'atteindre cet objectif, plusieurs étapes intermédiaires sont nécessaires, elles consistent à identifier un modèle de comportement et de durée de vie adaptés aux aciers martensitiques revendus, puis de les valider pour différentes configurations de chargements thermo-mécaniques. Cette démarche a été mise en place au cours de ce travail pour les deux aciers $X38CrMoV5$ (47 HRC) et $55NiCrMoV7$ (42 HRC).

0.3 Organisation du mémoire

Ce mémoire s'articule autour de deux parties, la première s'intéresse au comportement des aciers martensitiques revenus $X38CrMoV5$ et $55NiCrMoV7$, la deuxième étudie plus particulièrement la durée de vie de l'acier $X38CrMoV5$.

Plusieurs chapitres composent la première partie, consacrée à la modélisation du comportement cyclique.

Le premier chapitre présente les deux matériaux objet de l'étude, décrit leur comportement en fatigue et leur microstructure. Il présente également les moyens d'essais de fatigue mis en œuvre et le plan d'essais.

Le deuxième chapitre présente les deux modèles de comportement étudiés : le premier bien connu est développé depuis plusieurs années à l'ONERA [25], le deuxième plus récent au centre des matériaux de l'ENSMP [20]. Le cadre des processus irréversibles de la thermodynamique, dans lesquels s'inscrivent les deux modèles, est présenté en détails. Les formulations unidimensionnelles servant de base aux identifications des paramètres des modèles et tridimensionnelles permettant l'implantation éléments finis servant à leurs validations sont également étudiées. En outre, la méthode d'intégration implicite associée aux modèles qui nécessite le calcul de la matrice jacobienne pour être implantée dans ABAQUS-ZMAT est détaillée. Les développements nécessaires sont présentés en annexe.

Le troisième chapitre présente la méthodologie d'identification. Il illustre l'utilisation de la base d'essais spécifiques pour l'identification des différentes composantes des modèles. Plusieurs jeux de coefficients sont fournis se différenciant par le niveau de complexité des sollicitations prises en considération par les modèles.

Le quatrième chapitre clôt la partie comportement de cette étude. Il est consacré à la validation des modèles de comportement dans différentes configurations. Une configuration isotherme est d'abord considérée en comparant les résultats d'essais obtenus sur des éprouvettes à concentrations de contraintes avec ceux fournis par le calcul éléments finis. La deuxième configuration anisotherme reproduit un essai de fatigue thermique développé à l'université de KARLSTAD, SUÈDE [102]. Ce travail a fait l'objet d'une coopération lors de cette thèse.

La deuxième partie est consacrée à l'étude de la durée de vie de l'acier $X38CrMoV5$.

Le cinquième chapitre examine les mécanismes d'amorçage et de propagation mis en jeu et présente la base expérimentale utilisée. Les essais isothermes effectués lors d'un travail précédent [40] ont été complétés par d'autres réalisés au cours de cette étude de manière à enrichir la base expérimentale.

Le sixième chapitre concerne la modélisation de la durée de vie. Après un état de l'art des différentes approches rencontrées dans la littérature, un modèle d'endommagement continu est identifié sur l'acier $X38CrMoV5$. Une étape de validation est également entreprise : elle consiste à prédire les durées de vie en fatigue isotherme (LCF) et thermomécanique (TMF) expérimentales obtenues dans le cadre d'une thèse [100] réalisée antérieurement au CROMeP (Centre de Recherche Matériaux Outillages et Procédés).

Première partie

Comportement cyclique des aciers à
outils de travail à chaud

Chapitre 1

Etude expérimentale des aciers martensitiques revenus

Sommaire

1.1 Bibliographie	3
1.1.1 Fatigue des matériaux métalliques	3
1.1.2 Microstructure des aciers <i>55NiCrMoV7</i> et <i>X38CrMoV5</i>	6
1.2 Comportement en fatigue	8
1.2.1 Moyens d'essais	8
1.2.2 Traitements des fichiers expérimentaux	11
1.2.3 Influence de la température sur le comportement	14

Après quelques rappels généraux sur la fatigue des matériaux métalliques, ce chapitre s'attache dans un premier temps à faire un bilan des connaissances acquises sur le comportement et la microstructure des aciers martensitiques revenus et plus particulièrement des aciers *55NiCrMoV7* et *X38CrMoV5*. Dans un second temps, l'influence de différentes conditions d'essais sur le comportement cyclique de ces matériaux est examinée (température, fréquence, type et niveau de sollicitations).

1.1 Bibliographie

1.1.1 Fatigue des matériaux métalliques

L'endommagement par fatigue se caractérise par la modification des propriétés des matériaux consécutive à l'application de sollicitations cycliques pouvant conduire à la rupture (voir partie II). La modification irréversible de la microstructure se traduit généralement par un durcissement ou un adoucissement cyclique. Ces phénomènes se caractérisent sous différentes formes suivant le type de sollicitations imposées (effort ou déplacement) et suivant les amplitudes des cycles (symétriques ou non-symétriques). La figure 1.1 illustre les phénomènes d'adoucissement cyclique d'une part pour des cycles à déformation imposée provoquant une diminution de l'amplitude de contrainte avec le nombre de cycles, d'autre part à contrainte imposée provoquant une augmentation de la déformation avec le nombre de cycles. De manière analogue, la figure 1.2 représente les phénomènes de durcissement cyclique dans les mêmes conditions de sollicitations. Des phénomènes supplémentaires apparaissent lorsque la sollicitation imposée n'est pas symétrique, il s'agit des effets d'accommodation plastique ou de rochet (figure 1.3) pour des essais en contrainte ou des effets

de relaxation ou de non relaxation de la contrainte moyenne (figure 1.4) pour des essais à déformation imposée.

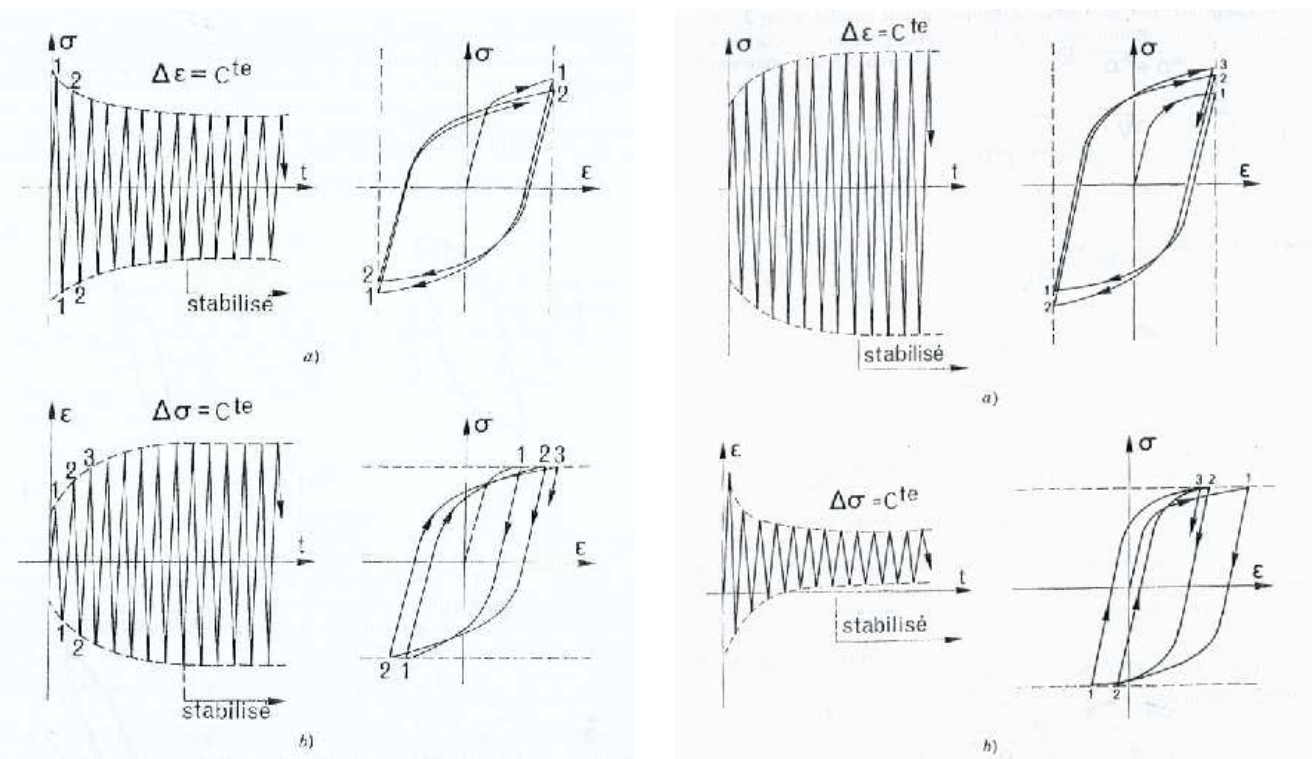


FIG. 1.1 – Phénomènes d'adoucissement cyclique a) essai à déformation contrôlée ; b) essai à contrainte imposée [72]

FIG. 1.2 – Phénomènes de durcissement cyclique a) essai à déformation contrôlée ; b) essai à contrainte imposée [72]

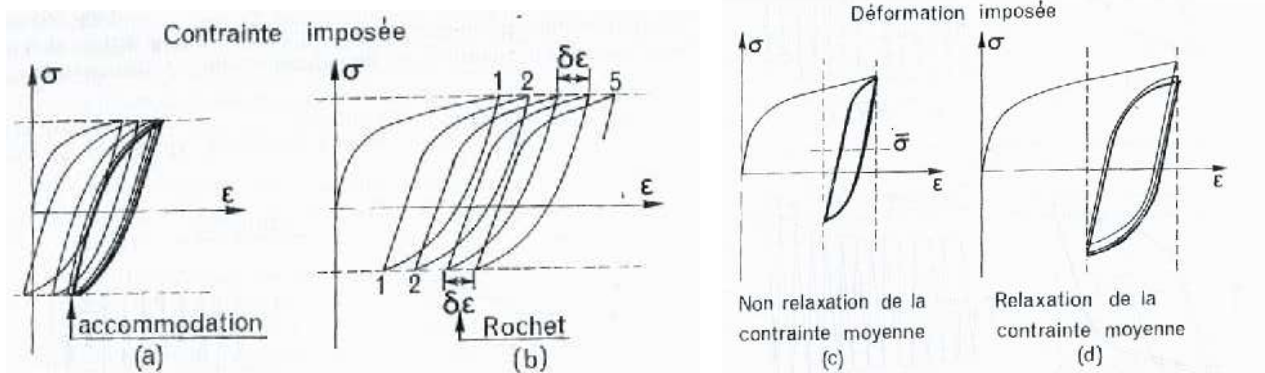


FIG. 1.3 – Phénomènes a) d'accommodation ; b) de rochet [72]

FIG. 1.4 – Phénomènes c) de non relaxation ; d) de relaxation de la contrainte moyenne [72]

Les études portant sur le comportement ou la durée de vie des aciers martensitiques revenus sont beaucoup moins nombreuses que celles menées sur les aciers austénitiques. Cependant, leur nombre semble s'accroître depuis les dix dernières années [69, 67, 68, 21, 111]. Le comportement de ces aciers se caractérise par un phénomène d'adoucissement cyclique. Plusieurs types d'adoucissement cyclique ont été recensés dans la littérature [40, 124]. Celui des matériaux étudiés ici présente un adoucissement continu jusqu'à la rupture qui peut se

décomposer en 3 zones [40] :

- Zone A : stade de déconsolidation forte concentré sur les premières centaines cycles.
- Zone B : stade de pseudo-stabilité.
- Zone C : chute significative de la demi-amplitude de contrainte due à la présence d'une ou plusieurs fissures sur la partie utile de l'éprouvette.

La figure 1.5 extraite de la référence [40] illustre ces 3 zones.

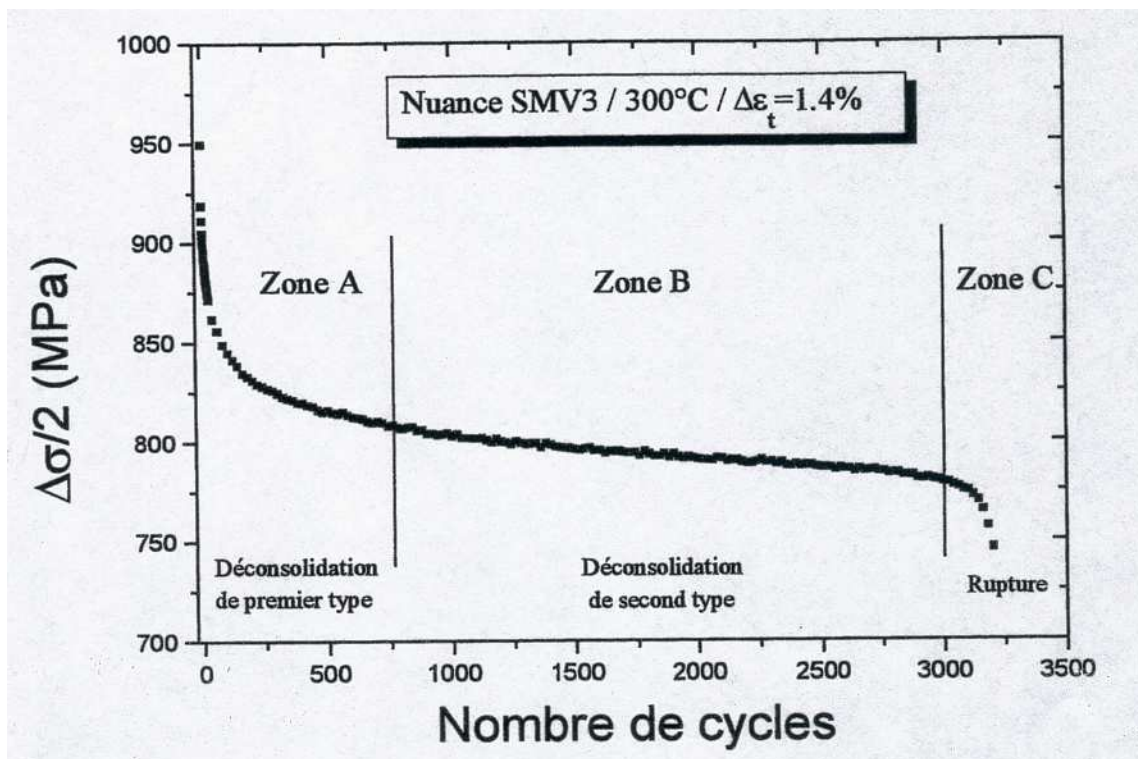


FIG. 1.5 – Zones de déconsolidation cyclique de l'acier X38CrMoV5 pour une température de 300° C [40]

Cet adoucissement est fortement influencé par les conditions d'essais [40, 124, 116]. Par exemple, pour des essais à déformation imposée, l'augmentation de la fréquence de sollicitation a généralement pour effet d'augmenter l'amplitude de contrainte, de diminuer l'amplitude de déformation plastique et d'accroître la durée de vie. Pour un essai de fatigue isotherme, l'augmentation de la température provoque une baisse de l'amplitude de contrainte mais une augmentation de l'amplitude de déformation plastique et de l'intensité de déconsolidation cyclique. Enfin, l'augmentation du niveau de sollicitation provoque généralement une augmentation de l'amplitude de contrainte et de l'intensité de déconsolidation et donc une diminution de la durée de vie. La fin de ce chapitre illustre plus en détail l'influence des différentes conditions d'essais sur le comportement cyclique des aciers martensitiques.

L'origine de l'adoucissement cyclique est liée à la microstructure particulière de ces aciers.

1.1.2 Microstructure des aciers 55NiCrMoV7 et X38CrMoV5

Les aciers à outils pour travail à chaud sont généralement composés d'une teneur moyenne en carbone associée à une faible teneur en éléments d'alliage comme le nickel, le chrome, le vanadium ou le tungstène. Le tableau 1.1 présente la composition chimique des deux aciers étudiés. La principale différence concerne leur teneur en chrome plus importante pour le X38CrMoV5 et en nickel utilisé comme un élément d'alliage pour le 55NiCrMoV7 et présent sous forme résiduelle pour le X38CrMoV5. La matière qui a permis de fabriquer les éprouvettes et de mener tous les essais présentés dans la suite (comportement et durée de vie) a été fournie par les sociétés THYSSEN FRANCE pour l'acier 55NiCrMoV7 et AUBERT & DUVAL HOLDING pour l'acier X38CrMoV5 (nuance SMV3).

Eléments	C	Ni	Cr	Mo	V	Si	Mn	Fe
55NiCrMoV7	0.56	1.70	1.10	0.50	0.10	0.20	0.70	bal
X38CrMoV5	0.40	0.20	5.05	1.25	0.47	0.92	0.49	bal

TAB. 1.1 – COMPOSITIONS CHIMIQUES DES ACIERS 55NiCrMoV7 ET X38CrMoV5 (% EN MASSE) DES PRINCIPAUX ÉLÉMENTS D'ALLIAGE.

Les opérations de traitements thermiques des aciers à outils de travail à chaud sont composées du recuit, de l'austénitisation, de la trempe et du revenu. Le tableau 1.2 résume les cycles thermiques effectués sur les deux aciers étudiés ainsi que la dureté associée.

Acier	Austénitisation	Trempe	1 ^{ier} revenu	2 ^{eme} revenu	Dureté (HRC)
55NiCrMoV7	875° C	1h/huile	560° C/2h	✓	42
X38CrMoV5	990° C	1h/gaz	550° C/2h	605° C/2h	47

TAB. 1.2 – PROCÉDURES DE TRAITEMENTS THERMIQUES POUR LES ACIERS 55NiCrMoV7 ET X38CrMoV5

La trempe consiste en un refroidissement rapide de la température d'austénitisation jusqu'à une température inférieure à celle de début de transformation martensitique (M_s). Cette opération sans diffusion conduit à la transformation de l'austénite (structure cubique à faces centrées) en martensite (structure quadratique centrée) [8]. Ces opérations confèrent aux aciers une microstructure à l'état trempé revenu constituée de lattes de martensite revenue de taille comprise entre 0.1 et 2 μm pour le X38CrMoV5 [40], entre 1.55 et 3.2 μm pour l'acier 55NiCrMoV7 [124] disposées par paquets dans les ex-grains austénitiques dont le diamètre est de l'ordre de 10 μm pour le X38CrMoV5 et le 55NiCrMoV7 selon les mêmes références. La martensite revenue est également composée de précipités de taille nanométrique et d'une forte densité de dislocations ainsi que de carbures pouvant être allongés, globulaires ou anguleux [40, 83]. La figure 1.6 représente la structure en lattes de l'acier X38CrMoV5 (nuance SMV3) extraite de la référence [40].

Une étude récente de MEBARKI [83] portant sur la relation microstructure-propriétés mécaniques de l'acier X38CrMoV5 a mis en évidence la grande influence des dislocations

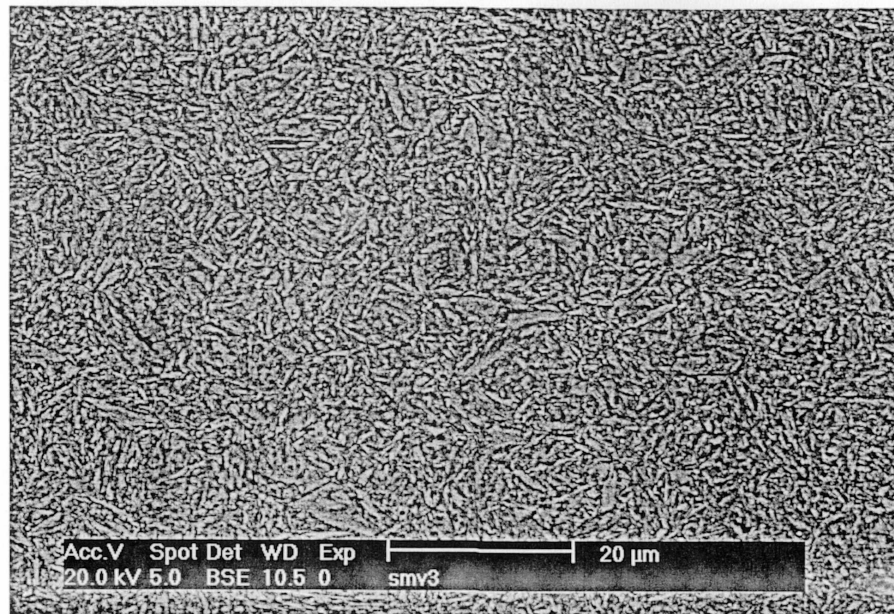


FIG. 1.6 – Structure en lattes de l'acier $X38CrMoV5$ pour la nuance SMV3 (attaque nital, MEB) [40]

et des carbures sur le phénomène d'adoucissement cyclique. En effet, le réarrangement des dislocations ainsi que les modifications de la taille et de la morphologie des carbures étaient déjà des mécanismes connus responsables de l'adoucissement cyclique. Lors de cette étude, l'influence de la microstructure sur la valeur de la limite d'élasticité est considérée au travers d'une loi additive mettant en jeu les lois de comportement suivantes :

- force de friction du réseau cristallin
- durcissement par solution acide
- durcissement dû aux précipités
- durcissement dû aux dislocations
- durcissement par les sous-joints de grains
- durcissement dû aux textures cristallographiques
- contribution des joints de grains ou de lattes

Parmi toutes ces contributions au durcissement, il a été montré que seuls les dislocations et les carbures avaient un rôle non négligeable. Il apparaît que le contournement est le mécanisme prépondérant de franchissement des carbures par les dislocations. Ces deux types de durcissements (précipitation des carbures et diminution de la densité de dislocations) ont pu être évalués (modèle de TAYLOR pour les dislocations, d'OROWAN pour les carbures). Un des principaux résultats concerne le phénomène d'adoucissement cyclique mis en jeu au cours d'un essai de fatigue oligocyclique. Il serait dû au deux tiers par la *diminution de la densité de dislocations* et au tiers par la *coalescence des carbures*, ceci indépendamment des conditions d'essais. Cependant, les cinétiques de ces deux mécanismes au cours de l'essai de fatigue restent aujourd'hui bien difficiles à mettre en évidence.

1.2 Comportement en fatigue

Après une description des moyens expérimentaux, l'influence des conditions d'essais sur le comportement du $55NiCrMoV7$ et du $X38CrMoV5$ est étudiée.

1.2.1 Moyens d'essais

Les essais de fatigue isotherme nécessaires à l'identification des modèles de comportement ont été réalisés à l'aide d'une machine électrohydraulique MTS. Le chauffage de la partie utile des éprouvettes est obtenu par induction avec un générateur CELES d'une puissance de 6 kW et un régulateur Eurotherm. La spire d'induction composée de 5 boucles permet un chauffage uniforme de la partie utile de l'éprouvette. La mesure de déformation est effectuée à l'aide d'un extensomètre haute température dont les tiges constituent une base de mesure de 12 mm. Pour les cycles en contrainte, le pilotage de l'essai s'effectue en vitesse de contrainte, celle-ci étant calculée en temps réel en divisant la force par la section de l'éprouvette. Les mors servant à l'amarrage des éprouvettes sont refroidis par circulation d'eau. L'ensemble mécanique est relié à un ordinateur qui permet d'enregistrer les configurations de pilotage ainsi que de stocker les données en cours d'essai. Cet ordinateur est également connecté à l'Eurotherm par liaison *RS 232* et permet d'envoyer les consignes de montée et de descente en température. Les programmes d'essais sont développés avec le logiciel MTS Testware[®] SX permettant l'action des vérins et l'enregistrement des données. Les thermocouples ne sont pas soudés sur les éprouvettes afin d'éviter des sites d'amorçage préférentiels. En effet, chaque filament est aplati séparément avant d'être soudé sur une zone de recouvrement. Une fois constitués, les thermocouples sont ensuite posés sur l'éprouvette et maintenus tendus par un système de ressorts ou d'élastiques. La minimisation du gradient thermique s'effectue à l'aide de 3 thermocouples disposés sur la partie utile de l'éprouvette. Ce banc d'essai a été utilisé pour de nombreuses études et une partie de la procédure a déjà été utilisée dans la thèse de ZHANG [124] portant sur l'acier $55NiCrMoV7$. La figure 1.7 donne une vue d'ensemble du dispositif expérimental et la figure 1.8 représente la disposition de la bobine, de l'extensomètre et des thermocouples autour de l'éprouvette.

Une géométrie d'éprouvette lisse (Figure 1.9) a été utilisée pour les essais d'identification. Un polissage à la pâte diamantée (15, 9, 6 et 3 μm) est effectué sur chacune des éprouvettes.

Le programme expérimental destiné à l'étude du comportement est identique aux deux matériaux. Il est composé d'essais isothermes pour des températures se situant en dessous de la température de revenu pour le $55NiCrMoV7$ et au dessous du second revenu pour le $X38CrMoV5$. En effet, il s'agit de caractériser un modèle de comportement capable de prendre en compte diverses fréquences de sollicitations et différents types de pilotages. Les phénomènes liés à l'effet de vieillissement de l'acier lors de la fatigue ne sont pas considérés. L'étude de ZHANG [124] menée au CROMeP portait sur ce sujet mais pour une gamme d'essais moins importante où seul l'effet de la fréquence des sollicitations était considéré. Tous les essais sont conduits à amplitude de déformation mécanique imposée ou amplitude de contrainte imposée en signaux triangulaires. Deux types d'essais sont réalisés par niveau de température conduisant à l'utilisation de deux éprouvettes. Quatre niveaux de température sont considérés pour l'acier $55NiCrMoV7$ (20, 300, 400 et 500 ° C) et six niveaux pour l'acier $X38CrMoV5$ (20, 200, 300, 400, 500 et 600 ° C).



FIG. 1.7 – Vue d'ensemble du dispositif expérimental



FIG. 1.8 – Spire d'induction, extensomètre et thermocouples

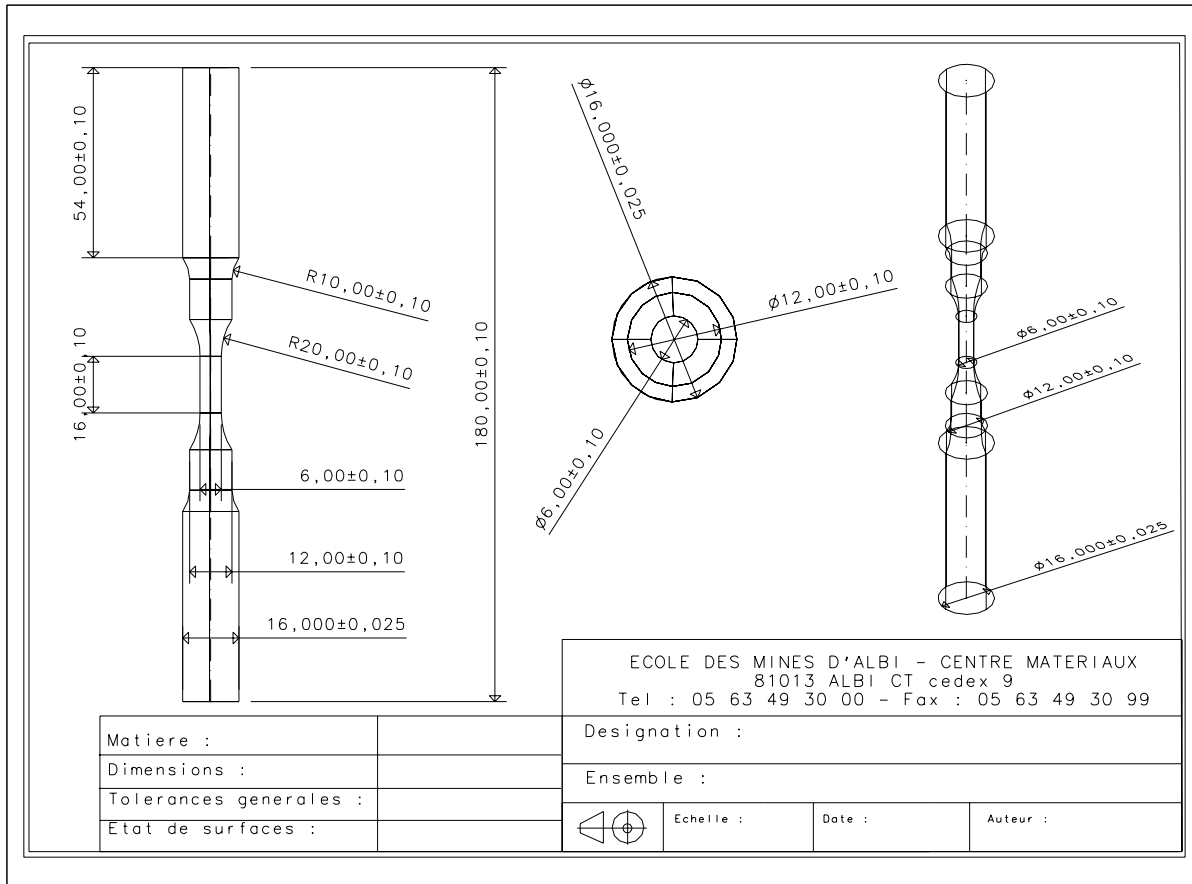


FIG. 1.9 – Géométrie de l'éprouvette d'identification du comportement

– Essai de type I :

Il est mené à amplitude déformation constante $\pm 0.8\%$ et peut lui-même se diviser en 3 phases. Durant la première phase, la vitesse de déformation reste constante égale à $10^{-2} s^{-1}$ et le cyclage se poursuit jusqu'à ce qu'une déformation plastique cumulée voisine de 4 soit atteinte. Lors de la deuxième phase, l'amplitude de déformation reste la même mais la fréquence de l'essai est modifiée. En effet, des cycles avec différentes vitesses de déformation (10^{-2} , 10^{-3} , $10^{-4} s^{-1}$) sont réalisés suivis de cycles de fatigue relaxation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$ mais avec différents temps de maintien (20, 90, 600 s) en traction. Seuls 3 cycles sont effectués pour les différentes vitesses et 2 pour les cycles de fatigue relaxation. Enfin, la troisième phase consiste à opérer une remontée jusqu'à déformation nulle après le dernier cycle de fatigue relaxation puis d'asservir l'essai en contrainte. Des cycles dissymétriques avec une vitesse de contrainte de $100 MPa.s^{-1}$ sont considérés pour des amplitudes variables reportées dans le tableau 1.3 pour les différentes températures. Dix ou vingt cycles sont réalisés selon les essais.

Température [$^{\circ} C$]	20	200	300	400	500	600
55NiCrMoV5	-500/1000	✓	-480/960	-470/940	-450/900	✓
X38CrMoV5 niveau 1	-575/1150	-570/1140	-550/1100	-480/960	-450/900	-300/600
X38CrMoV5 niveau 2	✓	-600/1200	-580/1160	-510/1020	-470/940	✓

TAB. 1.3 – NIVEAUX D'AMPLITUDE DE CONTRAINTE IMPOSÉS $\Delta\sigma$ (MPa) POUR LES DIFFÉRENTS ESSAIS

– Essai de type II :

Il est réalisé sur une deuxième éprouvette, il consiste à augmenter puis diminuer l'amplitude déformation imposée au cours de l'essai (± 0.6 , ± 0.7 , ± 0.8 , ± 0.9 et $\pm 0.7\%$). La vitesse de déformation reste constante, égale à $10^{-2} s^{-1}$.

Tous ces essais vont permettre d'étudier l'influence de la fréquence de l'essai ou du niveau de sollicitation, des temps de maintien après fatigue ainsi que celle des chargements à contrainte imposée.

1.2.2 Traitements des fichiers expérimentaux

Les définitions présentées dans les figures 1.10 et 1.11 permettent d'extraire des fichiers d'essais, les différentes grandeurs expérimentales qui pourront ensuite être comparées avec celles fournies par les modèles.

$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}$	amplitude de déformation totale
$\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_{pmax}^i - \varepsilon_{pmin}^i$	amplitude de déformation plastique au cycle i
$\Delta\sigma = \sigma_{max}^i - \sigma_{min}^i$	amplitude de contrainte au cycle i
$p = \sum_{i=1}^N 2\Delta\varepsilon_p^i$	déformation plastique cumulée au cycle N
$\delta\sigma = (\Delta\sigma/2)_{max} - (\Delta\sigma/2)_{min}$	intensité de déconsolidation cyclique

Pour chaque essai (type I et II), le temps, la température, la force, le déplacement, la déformation et la contrainte sont enregistrés pour les 20 premiers cycles, puis tous les 10

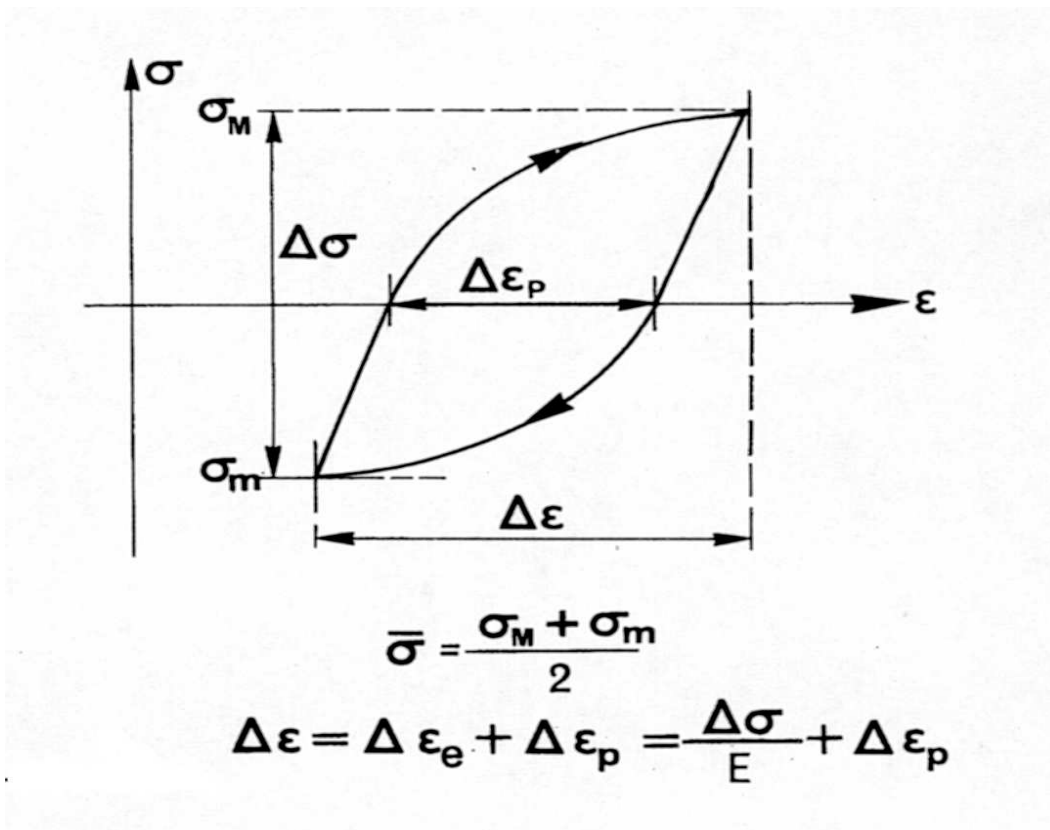


FIG. 1.10 – Schéma d'une boucle d'hystérésis [72]

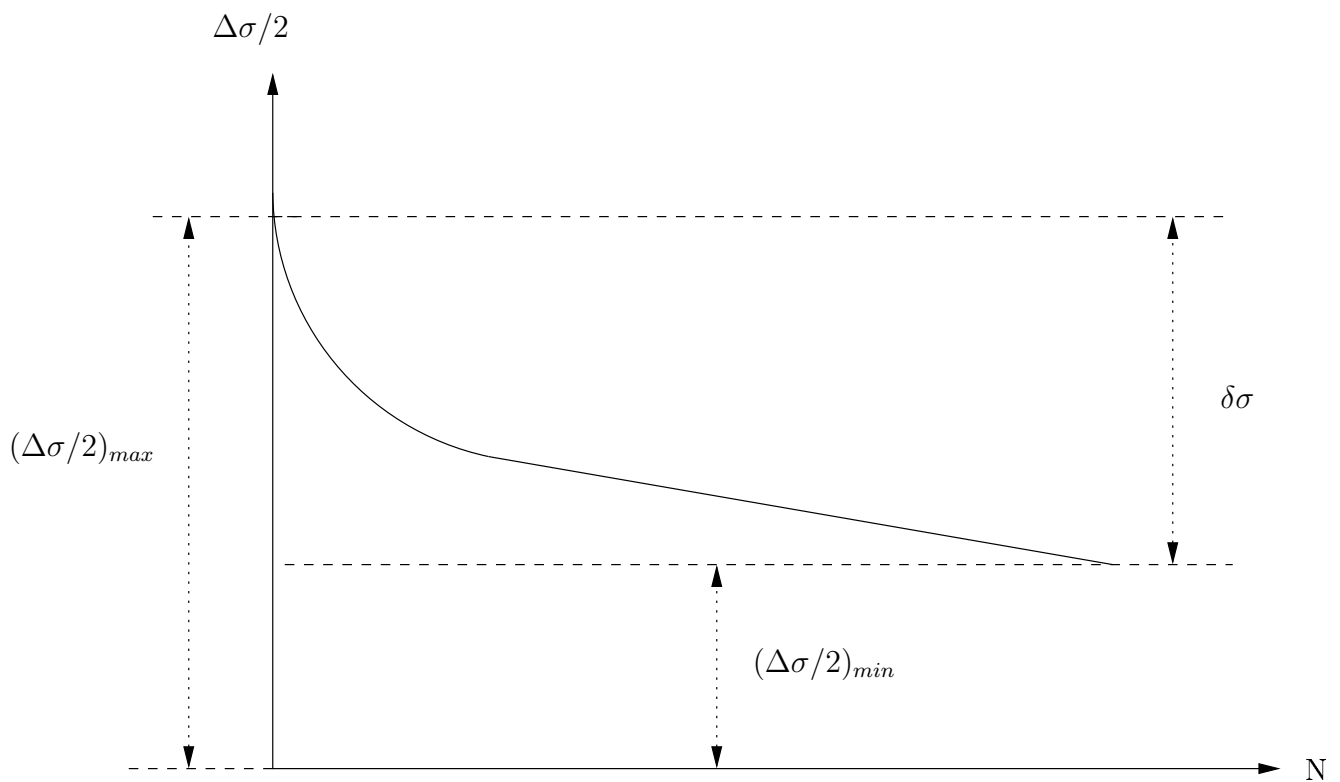


FIG. 1.11 – Schéma d'une courbe d'adoucissement cyclique

cycles pour la vitesse de déformation égale à $10^{-2} s^{-1}$. Pour le reste de l'essai comprenant les sollicitations à plusieurs vitesses (10^{-3} puis $10^{-4} s^{-1}$), les temps de maintien (30, 90 et 600 s) suivis des 10 ou 20 cycles en contrainte, tous les cycles sont enregistrés. La fréquence d'acquisition est adaptée de façon à enregistrer 200 points par cycle.

A partir de ces données, les courbes $\sigma - \varepsilon$ et $\Delta\sigma/2 - N$ peuvent être tracées pour les deux aciers martensitiques revenus. Elles sont représentées sur les figures 1.12-1.15 pour l'essai de type I et sur les figures 1.16-1.19 pour celui de type II. De plus une procédure automatisée permet le calcul du module d'Young E et ainsi la détermination des courbes $\sigma - \varepsilon_p$ et $\Delta\sigma/2 - p$ pour chaque essai et pour des cycles choisis. Les figures 1.20-1.23 reprennent les courbes 1.12-1.13 et 1.16-1.17 mais en fonction de la déformation plastique. Enfin, les fichiers expérimentaux nécessaires à l'identification sont également générés. A cet effet, les couples de valeurs $\sigma - \varepsilon$ pour la partie cinématique et $\Delta\sigma/2 - p$ pour la partie isotrope seront utilisés (voir chapitre 2 et 3).

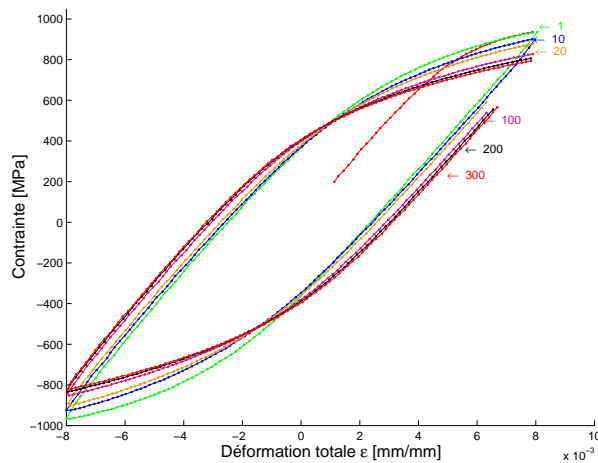


FIG. 1.12 — Courbes $\sigma - \varepsilon$ pour l'acier $55NiCrMoV7$ et l'essai de type I à une température de $500^\circ C$

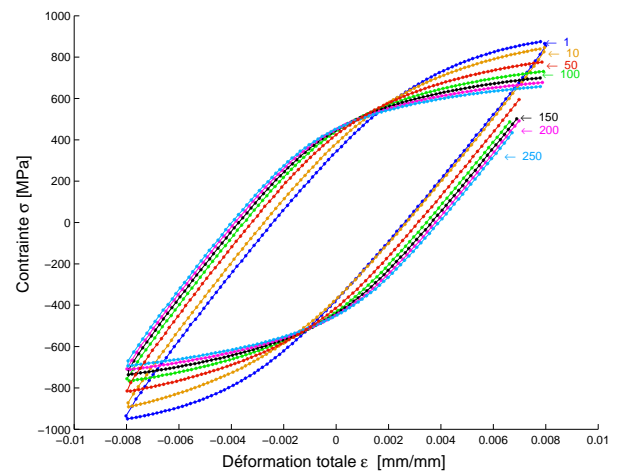


FIG. 1.13 — Courbes $\sigma - \varepsilon$ pour l'acier $X38CrMoV5$ et l'essai de type I à une température de $600^\circ C$

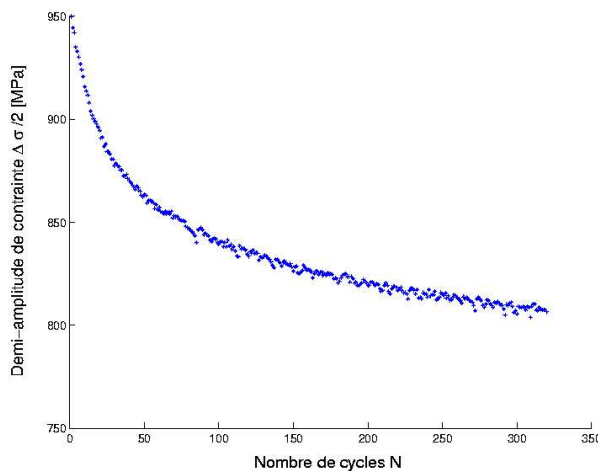


FIG. 1.14 — Courbes $\Delta\sigma/2 - N$ pour l'acier $55NiCrMoV7$ et l'essai de type I à une température de $500^\circ C$

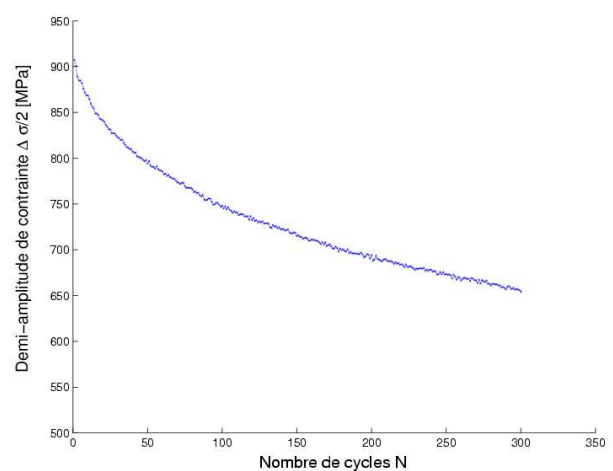


FIG. 1.15 — Courbes $\Delta\sigma/2 - N$ pour l'acier $X38CrMoV5$ et l'essai de type I à une température de $600^\circ C$

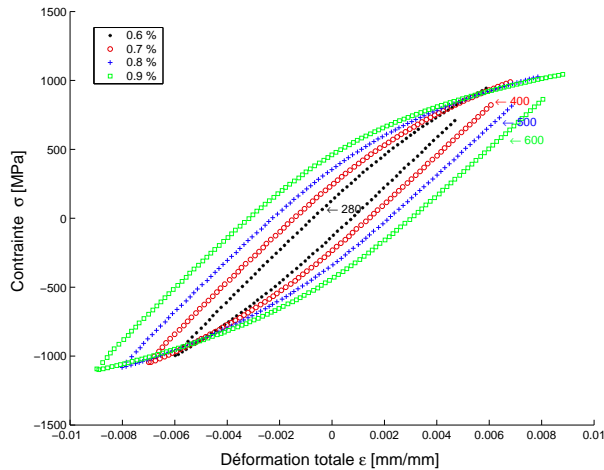


FIG. 1.16 – Courbes $\sigma - \varepsilon$ pour l'acier $55NiCrMoV7$ et l'essai de type II à une température de $300^{\circ}C$

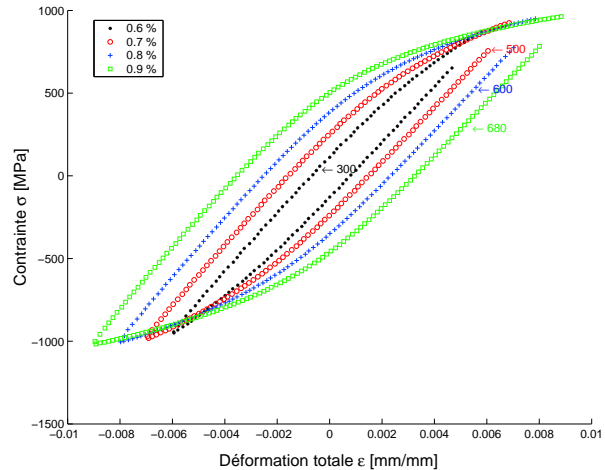


FIG. 1.17 – Courbes $\sigma - \varepsilon$ pour l'acier $X38CrMoV5$ et l'essai de type II à une température de $500^{\circ}C$

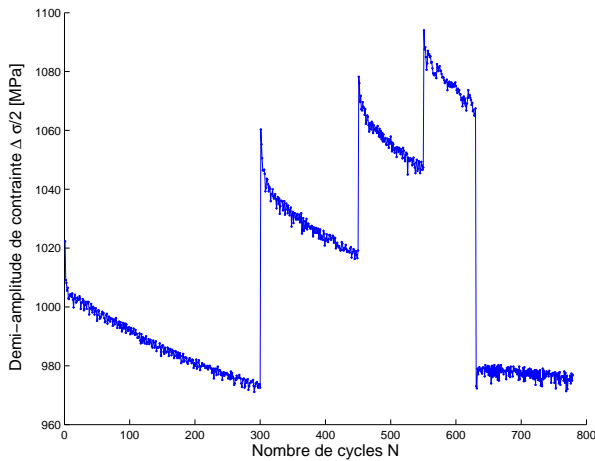


FIG. 1.18 – Courbes $\Delta\sigma/2 - N$ pour l'acier $55NiCrMoV7$ et l'essai de type II à une température de $500^{\circ}C$

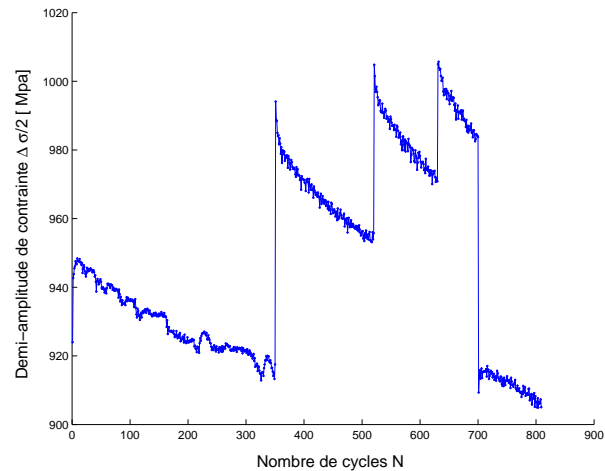


FIG. 1.19 – Courbes $\Delta\sigma/2 - N$ pour l'acier $X38CrMoV5$ et l'essai de type II à une température de $500^{\circ}C$

1.2.3 Influence de la température sur le comportement

Déconsolidation cyclique

Le comportement cyclique de l'acier $55NiCrMoV7$ (figure 1.24) comme celui du $X38CrMoV5$ (figure 1.25) montre une déconsolidation forte (de premier type) lors de la première centaine de cycles suivie d'une déconsolidation linéaire et continue (de deuxième type) jusqu'à la rupture. Toutefois, son évolution avec la température montre des différences notables selon le matériau. L'intensité de déconsolidation cyclique (figure 1.26) diminue dans un premier temps jusqu'à une température seuil ($300^{\circ}C$ pour le $55NiCrMoV7$ et $400^{\circ}C$ pour le $X38CrMoV5$) puis augmente avec la température. En outre, la pente correspondant au stade de déconsolidation continue est identique pour toutes les températures pour l'acier $55NiCrMoV7$ (Figure 1.24), ce qui en revanche n'est plus le cas pour l'acier $X38CrMoV5$ (Figure 1.25) pour lequel une augmentation de la pente est observée,

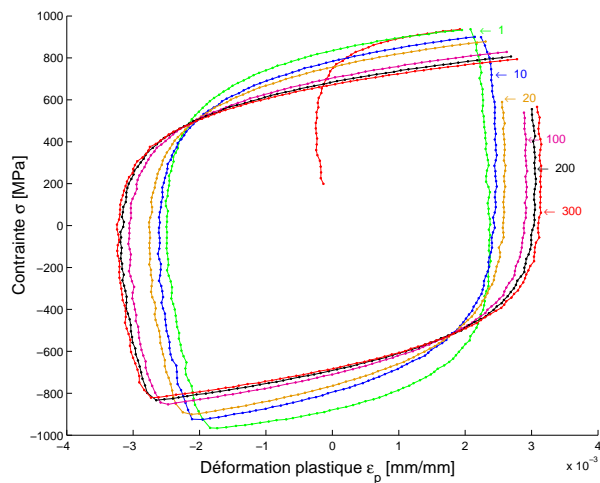


FIG. 1.20 – Courbes $\sigma - \varepsilon_p$ pour l'acier $55NiCrMoV7$ et l'essai de type I à une température de $500^\circ C$

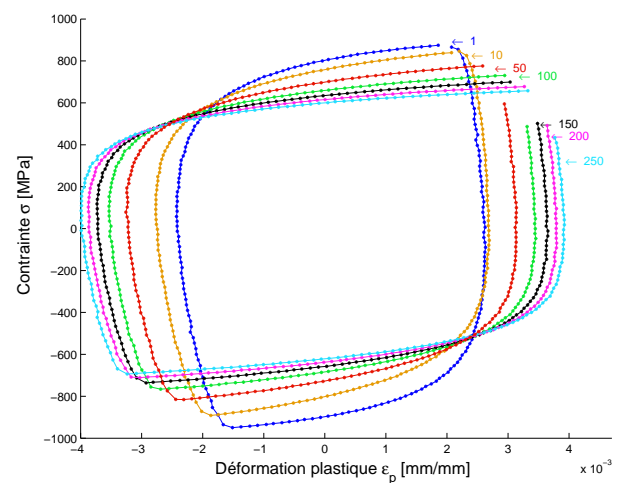


FIG. 1.21 – Courbes $\sigma - \varepsilon_p$ pour l'acier $X38CrMoV5$ et l'essai de type I à une température de $600^\circ C$

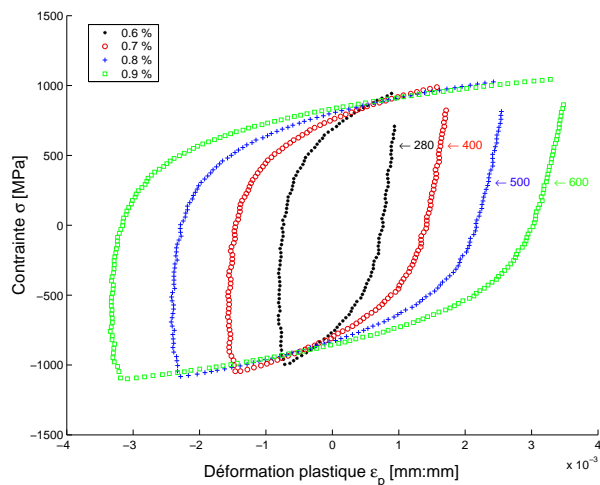


FIG. 1.22 – Courbes $\sigma - \varepsilon_p$ pour l'acier $55NiCrMoV7$ et l'essai de type II à une température de $300^\circ C$

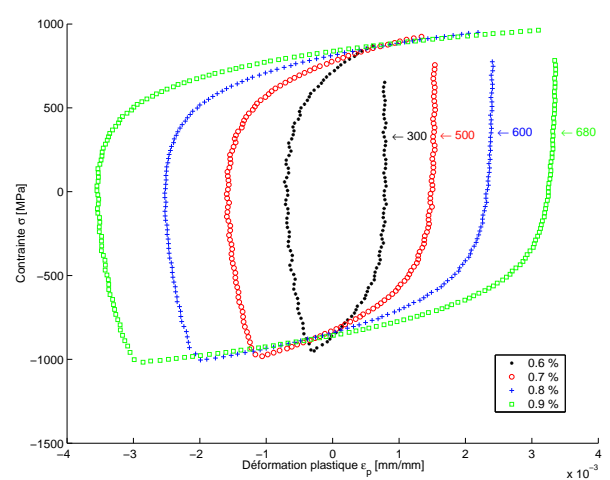


FIG. 1.23 – Courbes $\sigma - \varepsilon_p$ pour l'acier $X38CrMoV5$ et l'essai de type II à une température de $500^\circ C$

augmentation d'autant plus importante que la température est élevée.

Vitesse de sollicitation et temps de maintien

L'influence de la vitesse de sollicitation s'illustre par la comparaison de deux boucles réalisées à 10^{-3} et $10^{-4} s^{-1}$ par rapport à celle réalisée à $10^{-2} s^{-1}$ et par des cycles de fatigue-relaxation de 20, 90 et 600 s. Les vitesses de sollicitations considérées se rapprochent de celles mises en jeu dans les procédés de forgeage hydraulique pour la plus basse, de forgeage mécanique pour la plus élevée. Les temps de maintien inclus dans les cycles sont utilisés afin de décrire les sollicitations mises en jeu dans les procédés d'extrusion. Il apparaît que la vitesse de sollicitation influence le comportement quand la température augmente alors qu'elle est négligeable à $20^\circ C$. Son effet devient très important lorsque la température atteint $500^\circ C$. Les figures 1.27-1.28 et 1.29-1.30 illustrent la sensibilité du

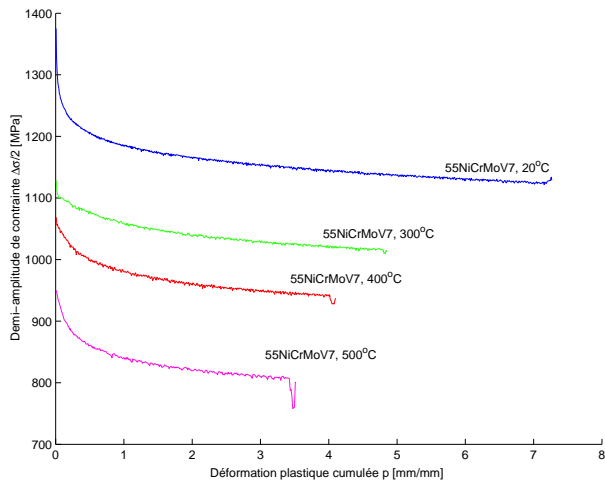


FIG. 1.24 – Adoucissement cyclique de l'acier $55NiCrMoV7$ en fonction de la température

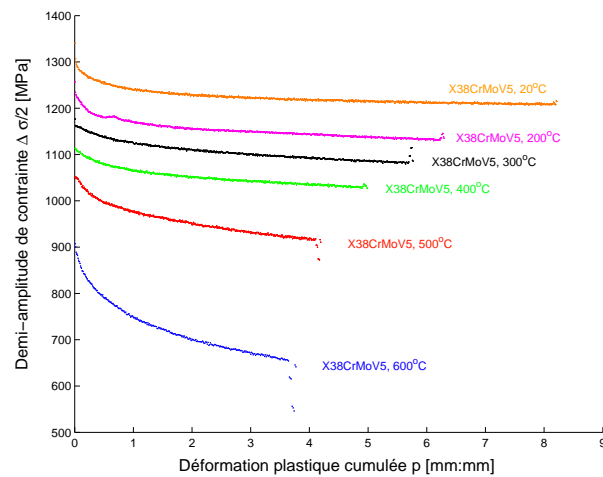


FIG. 1.25 – Adoucissement cyclique de l'acier $X38CrMoV5$ en fonction de la température

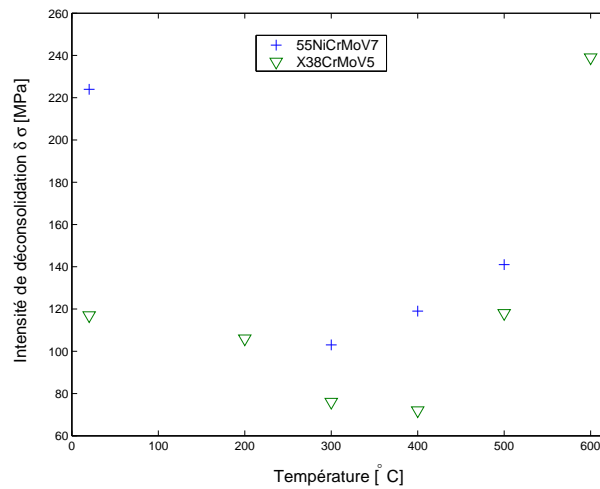


FIG. 1.26 – Intensité de déconsolidation cyclique en fonction de la température pour les aciers $55NiCrMoV7$ et $X38CrMoV5$ pour une déformation plastique cumulée $p = 3 \text{ mm/mm}$

comportement aux taux de déformation pour les deux matériaux. En outre, contrairement à l'acier $55NiCrMoV7$, le $X38CrMoV5$ apparaît sensible au taux de déformation inverse. En effet, son évolution s'inverse aux températures de $200^\circ C$ et $300^\circ C$, reste perturbée à $400^\circ C$ et redevient classique à $500^\circ C$ et $600^\circ C$. Les figures 1.29 et 1.30 illustrent ce phénomène, à $300^\circ C$, l'effet de vitesse s'inverse alors qu'il redevient normal à $600^\circ C$.

L'introduction d'un temps de maintien lors d'un cycle de fatigue permet de mettre en évidence un effet dépendant du temps et de la température. En effet, la relaxation des contraintes négligeable à température ambiante augmente avec la température et devient importante pour les températures élevées ($500-600^\circ C$). Les figures 1.31 et 1.32 illustrent ce phénomène pour l'acier $X38CrMoV5$.

Changement du niveau et du type de sollicitation

Les essais multi-niveaux à amplitude de déformation imposée (essais de deuxième type) permettent de mettre en évidence un effet de mémoire du trajet des déformations plastiques.

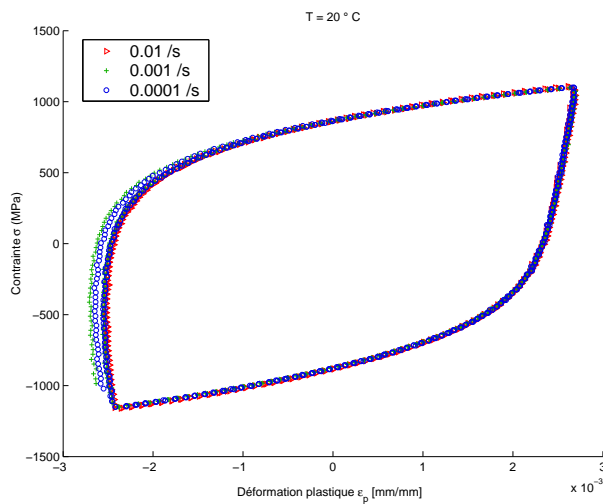


FIG. 1.27 – Influence de la vitesse de sollicitation pour l'acier $55NiCrMoV7$ à $20^\circ C$

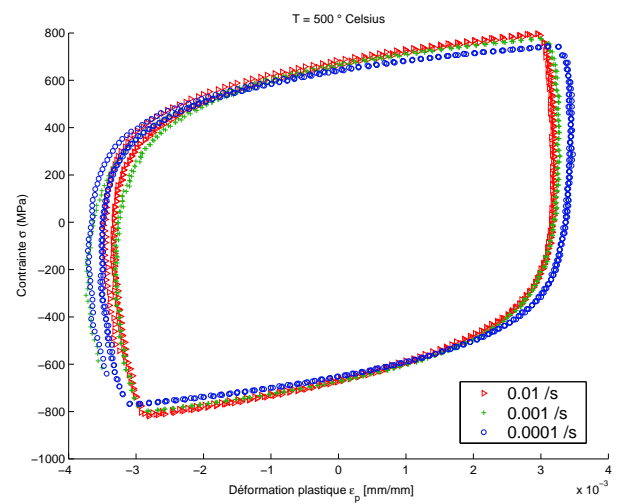


FIG. 1.28 – Influence de la vitesse de sollicitation pour l'acier $55NiCrMoV7$ à $500^\circ C$

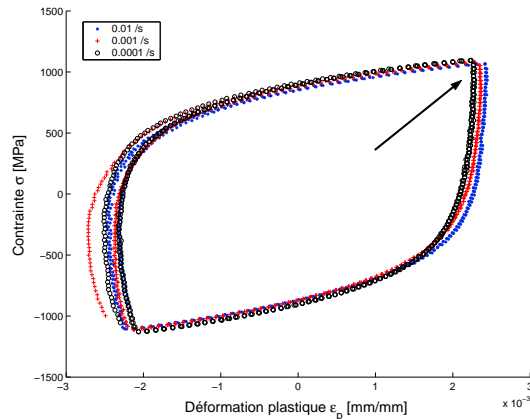


FIG. 1.29 – Sensibilité au taux de déformation inverse pour l'acier $X38CrMoV5$ à $300^\circ C$

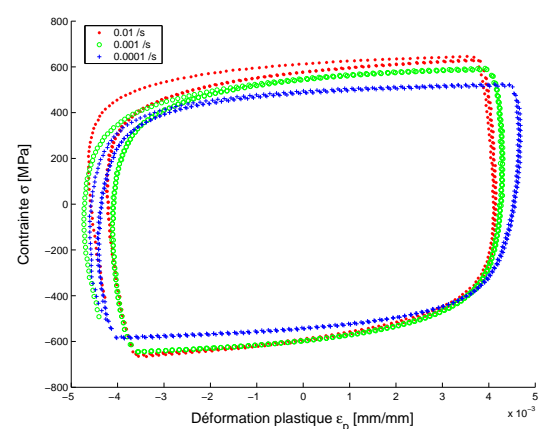


FIG. 1.30 – Influence de la vitesse de sollicitation pour l'acier $X38CrMoV5$ à $600^\circ C$

La figure 1.33 représente la demi-amplitude de contrainte en fonction de la déformation plastique cumulée pour l'acier $55NiCrMoV7$ et les différents niveaux de températures. Les figures 1.16 et 1.17 représentent les hystérésis stabilisées associées pour les différentes amplitudes de déformation pour les températures de $300^\circ C$ ($55NiCrMoV7$) et $500^\circ C$ ($X38CrMoV5$). Il apparaît qu'après avoir subi plusieurs cycles conduisant au domaine de déconsolidation linéaire, une éprouvette soumise à une augmentation d'amplitude de sollicitations présente une nouvelle déconsolidation forte. En revanche, un retour au domaine linéaire est constaté lorsque l'amplitude de déformation diminue. Les matériaux présentent donc un effet mémoire du trajet des déformations plastiques.

Le comportement est également fortement influencé par le type de sollicitations imposées. En effet, lorsque l'essai est piloté en contrainte avec un chargement qui n'est pas purement alterné, une augmentation progressive de la déformation est observée. Celle-ci peut se stabiliser en quelques cycles (accommodation) ou continuer à augmenter (rochet). Les cycles en contrainte sont appliqués sur les deux aciers lors de la phase de déconsolida-

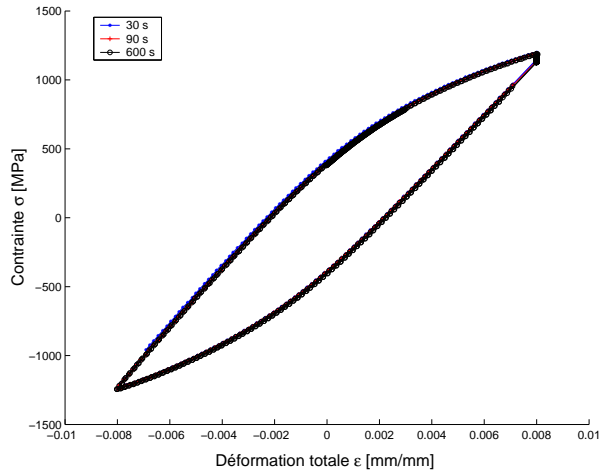


FIG. 1.31 – Courbes de fatigue-relaxation pour l'acier $X38CrMoV5$ à $20^\circ C$

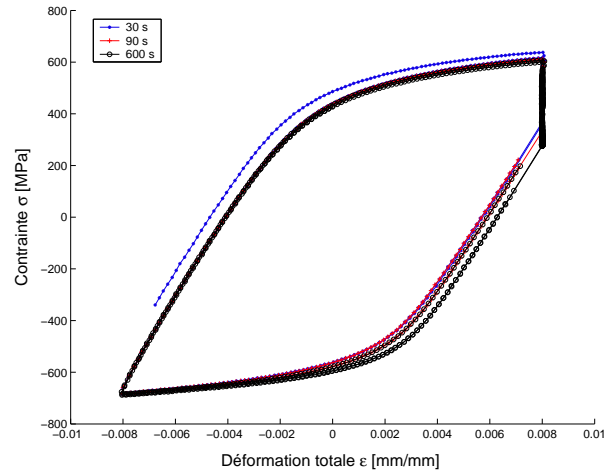


FIG. 1.32 – Courbes de fatigue-relaxation pour l'acier $X38CrMoV5$ à $600^\circ C$

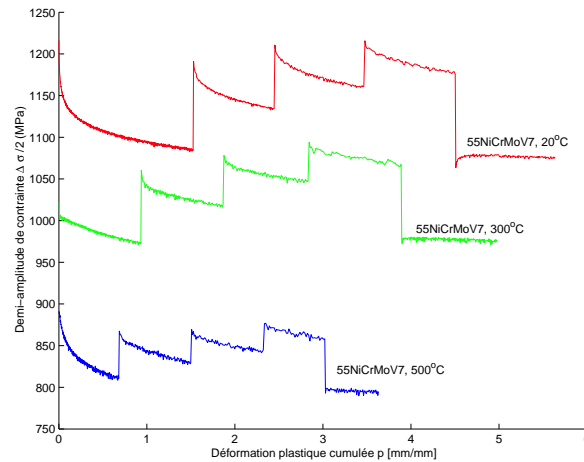


FIG. 1.33 – Adoucissement multi-niveaux de l'acier $55NiCrMoV7$

tion linéaire obtenue par des cycles à déformation imposée. Ils peuvent être induits dans certains procédés de mise en forme et provoqués par des effets de structures fermées comme par exemple dans les opérations de forgeage. Les niveaux atteints étant difficilement appréciables au début de l'essai, la définition du chargement à appliquer est une tâche qui n'est pas aisée (Tableau 1.3). Ainsi, la réponse obtenue conduit à un effet d'accommodation plus ou moins rapide suivant la température dépendant principalement du niveau de contrainte atteint après déconsolidation et de celui appliqué lors du chargement. Les figures 1.34-1.37 illustrent les courbes $\sigma-\varepsilon$ et $\sigma-\varepsilon_p$ pour les deux aciers et des températures de 300 et 500° C.

Dans la partie suivante, il s'agit désormais de mettre en place un modèle de comportement qui soit capable de décrire tous les effets mis en évidence expérimentalement. Ainsi, le modèle doit pouvoir reproduire les effets thermiquement activés comme l'influence de la vitesse de sollicitation ou la relaxation des contraintes lors des temps de maintien en traction. En outre, le modèle doit également prendre en compte les essais à contrainte imposée induisant des effets rochets ou d'accommodation plastique. En revanche, la sensibilité au

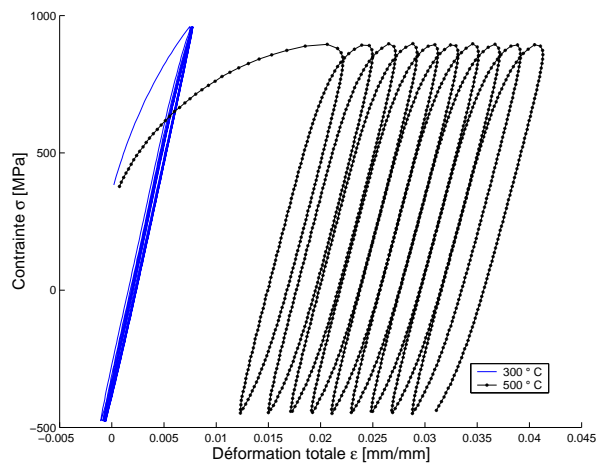


FIG. 1.34 – Essais à contrainte imposée pour l'acier $55NiCrMoV7$ et des température de 300 et $500^{\circ}C$ (boucles $\sigma - \varepsilon$)

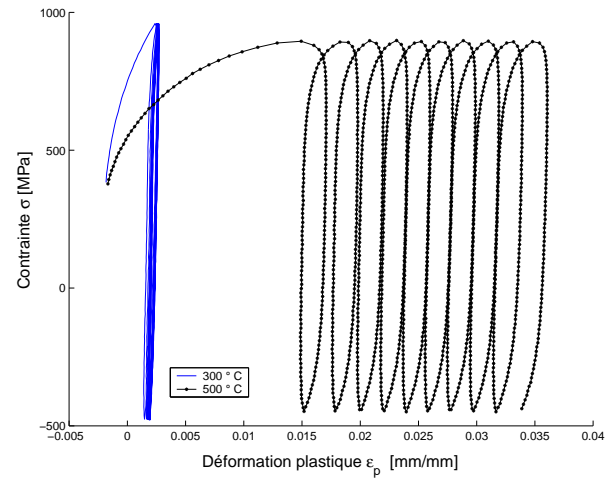


FIG. 1.35 – Essais à contrainte imposée pour l'acier $55NiCrMoV7$ et des température de 300 et $500^{\circ}C$ (boucles $\sigma - \varepsilon_p$)

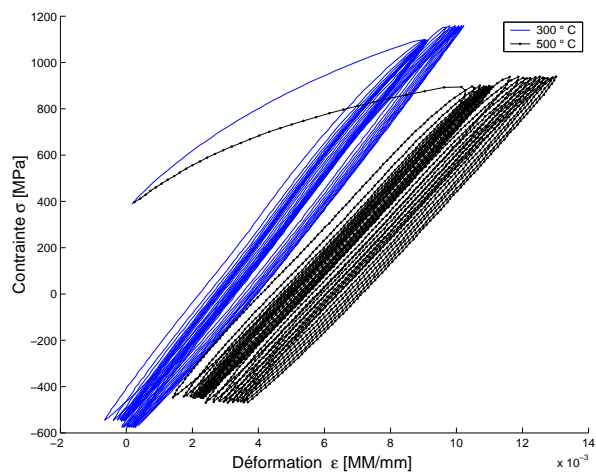


FIG. 1.36 – Essais à contrainte imposée pour l'acier $X38CrMoV5$ et des température de 300 et $500^{\circ}C$ (boucles $\sigma - \varepsilon$)

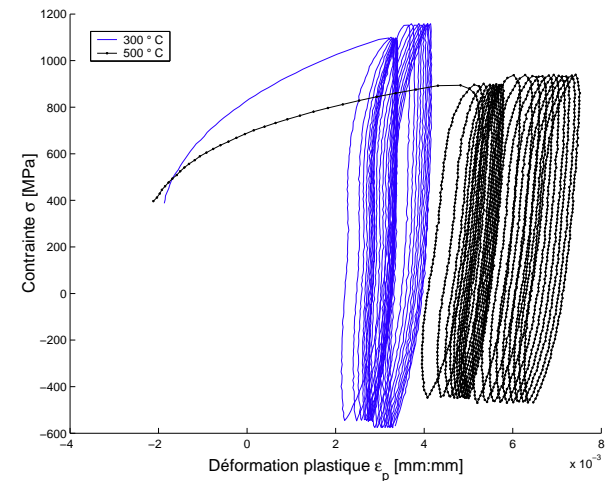


FIG. 1.37 – Essais à contrainte imposée pour l'acier $X38CrMoV5$ et des température de 300 et $500^{\circ}C$ (boucles $\sigma - \varepsilon_p$)

taux de déformation inverse (reliée à l'effet Portevin-Le Chatelier) mise en évidence sur l'acier $X38CrMoV5$ n'est pas quant à elle considérée dans la modélisation, cette dernière restant faible.

Chapitre 2

Modélisation du comportement cyclique thermo-mécanique

Sommaire

2.1 Bibliographie	21
2.2 Etude de 2 modèles de comportement	24
2.2.1 Préliminaire : formalisme thermodynamique des milieux continus	24
2.2.2 Modèle de l'ONERA : mécanisme de déformation globale	26
2.2.3 Approche intermédiaire : modèle avec 2 mécanismes et un critère (2MIC)	32

Ce chapitre porte sur la modélisation proprement dite du comportement cyclique des aciers martensitiques revenus. Dans un premier point, les différentes approches développées dans la littérature sont évoquées puis deux d'entre elles s'inscrivant dans le même cadre thermodynamique sont présentées en détail. La première, classique, a été développée à l'ONERA par le groupe de CHABOCHE [25]. La deuxième pourrait se définir comme intermédiaire entre les approches macroscopiques et cristallographiques développée à l'Ecole des Mines de Paris par l'équipe de CAILLETAUD, mais ses potentialités n'ont été que très peu exploitées jusqu'à présent. [20].

Les résultats fournis par les deux modélisations seront présentés et discutés dans le chapitre suivant.

2.1 Bibliographie

Afin de décrire le comportement des matériaux sollicités en fatigue, de nombreuses approches regroupant différentes modélisations ont été développées depuis plusieurs années. Leur complexité dépend fortement de la nature et du nombre de phénomènes que l'on cherche à décrire simultanément. La prise en compte de ces phénomènes est nécessairement induite par les chargements thermo-mécaniques auxquels sont sujettes les structures : les outillages de travail à chaud en ce qui concerne cette étude.

Dans la littérature, nous distinguons principalement les approches macroscopiques, microscopiques et cristallographiques.

Les modèles macroscopiques sont développés depuis longtemps et reposent pour la plupart sur le schéma classique d'un domaine élastique décrit par un critère de Von Mises (matériaux isotropes), d'un ensemble de variables d'érouissages cinématiques définissant les évolutions rapides au cours de chaque transitoire inélastique, de variables isotropes représentant les évolutions plus lentes rendant compte des phénomènes de durcissement ou d'adoucissement cyclique [92]. Ce type d'approche s'appuie sur des arguments thermodynamiques utilisés comme une fondation sur laquelle les lois constitutives phénoménologiques peuvent être formulées. Ce cadre théorique s'exprime par l'existence de potentiels thermodynamiques comme l'ont montrée HALPHEN & NGUYEN [64], potentiels de Gibb et d'Helmholtz utilisés par ARNOLD & SALEEB [2, 4, 3] ou plus communément les potentiels de dissipation et énergie libre beaucoup plus utilisés dans la communauté française notamment par LEMAÎTRE & CHABOCHE [72]. A partir de ce formalisme, la complexité des modèles dépend des phénomènes étudiés. De nombreux travaux portent sur des modèles unifiés comme ceux de CHABOCHE [23], ou ceux de MILLER [85, 110]. Ces derniers considèrent un mécanisme de déformation inélastique unique. D'autres études mettent en œuvre des approches non unifiées comme celles de CAILLETAUD & AL [20, 17, 36] où la déformation inélastique est partitionnée en plusieurs composantes mettant en jeu différentes lois d'écoulement induisant plusieurs états de contrainte. Ces dernières peuvent apparaître plastiques indépendantes du temps ou viscoplastiques dépendantes du temps et thermiquement activées. La diminution de la limite élastique lors d'une décharge après un chargement en traction est généralement prise en compte au travers de deux variables cinématiques (effet Bauschinger) en incorporant un terme de recouvrance dynamique modélisant une restauration de la matière par la déformation plastique.

Des effets supplémentaires ont été incorporés dans la modélisation notamment pour rendre compte de la relaxation des contraintes induite lors des temps de maintien dans les cycles. Ces termes de recouvrance statique appelés également recouvrance thermique [31] sont introduits dans les variables d'érouissage et proviennent de travaux initiés par CHABOCHE [25] ou MALININ & KHADJINSKY [76]. Ils sont destinés à reproduire une restauration lente de la structure cristalline du métal sous l'effet de l'agitation thermique par annihilation des dislocations et relaxation des contraintes internes.

Plusieurs modélisations existent également pour prendre en compte les effets de rochet ou d'accomodation plastique lors de sollicitations en amplitude de contrainte. La superposition d'une troisième variable cinématique quasi-linéaire [24, 61] ou l'introduction d'une contrainte seuil [30, 27] dans la formulation du modèle de l'ONERA permettent d'améliorer la reproduction de la déformation de rochet souvent surestimée par les modèles classiques. D'autres modèles considèrent une distorsion du domaine élastique comme celle développée par CALLOCH & al à l'ENS Cachan [120] et l'introduction d'un couplage sur les variables d'érouissage décrivant l'influence de l'érouissage produit par le fluage sur le flux plastique et inversement par la plasticité sur le flux viscoplastique [36, 20]. Cette dernière approche ouvre la possibilité de décrire des effets supplémentaires comme la sensibilité au taux de déformation inverse découlant de l'effet Portevin-Le Chatelier [1]. Beaucoup d'autres modélisations existent afin de décrire les rochets uniaxiaux ou multiaxiaux : parmi elles citons les travaux d'OHNO [98] et de HASSAN [6, 5, 7, 37] qui fait un bilan des différentes modélisations. Toutefois, toutes portent sur une modification de la loi cinématique.

En outre, lorsque la température de l'essai dépasse la température de revenu du matériau étudié, d'importantes évolutions de microstructure se produisent, se caractérisant

par une chute de dureté. Ce phénomène se caractérise souvent dans les modèles par l'ajout d'une variable de microstructure [90, 124].

Enfin, toutes ces évolutions successives ne sont pas toutes inscrites dans un cadre standard généralisé. Par exemple, concernant la prise en compte de la recouvrance statique ou du vieillissement, un cadre non standard [26] définissant plusieurs potentiels de dissipation indépendants et plusieurs multiplicateurs associés devient moins restrictif tout en conservant un cadre thermodynamique admissible.

Par conséquent, l'approche macroscopique s'inscrit dans le cadre de la mécanique des milieux continus qui permet de déterminer de façon quantitative les lois de comportement dans un domaine de validité donné à l'aide d'essais mécaniques isothermes appropriés. Leurs grands intérêts concernent la généralisation des phénomènes capables de reproduire des chargements thermo-mécaniques complexes [95, 12, 109, 11].

L'approche microscopique considère une taille d'élément caractéristique inférieure ou égale à $1 \mu m$ alors que l'approche macroscopique s'intéresse au volume élémentaire représentatif inférieur ou égal au mm . Cependant la contrainte interne qui intervient dans les modèles macroscopiques est de même nature que celle introduite dans les modèles microscopiques [38] et les équations mises en jeu dans chaque cas sont comparables. Le principal avantage de cette dernière approche est qu'elle fait appel à des variables physiques qui sont susceptibles d'être accessibles expérimentalement, ce qui permet de définir des modèles purement phénoménologiques. Par exemple, les variables internes peuvent directement être reliées à la densité de dislocations. Cette approche est considérée dans les travaux réalisés par ESTRIN & al [50, 49, 48].

Enfin, l'approche cristallographique a fait l'objet d'un bon nombre d'études ces dernières années. Les modèles qui en découlent sont connus depuis longtemps ; ils considèrent généralement un grand nombre de variables internes pouvant être cent fois supérieur à celui des approches macroscopiques ou microscopiques considérées précédemment. Ceci les rendait difficilement utilisable dans le domaine du calcul de structures. Depuis quelques années, un regain d'intérêt pour cette approche est apparu avec la puissance accrue des ordinateurs. Ces modèles considèrent que le glissement cristallographique est le mécanisme prédominant de déformation inélastique [106]. La formulation des équations se rapproche de celles utilisées au niveau macroscopique mais le tenseur des contraintes est appliqué sur le grain [45]. Ce dernier permet le calcul de la contrainte de cisaillement résolue pour chaque système en considérant la normale au plan de glissement et la direction de glissement dans ce plan (loi de SCHMID). Le nombre de variables internes est alors proportionnel au nombre de systèmes de glissement considéré, par exemple 12 plans octaédraux pour les cubiques faces centrées [86]. Ces approches multi-critères sont aujourd'hui de plus en plus utilisées dans le domaine du calcul de structure [87, 93, 94] notamment à l'Ecole des Mines de Paris dans l'équipe de CAILLETAUD & FOREST [57, 56].

Dans le paragraphe suivant, sont présentés plus en détail, deux modèles permettant de traduire le comportement sous différents types de sollicitations (cycles en déformation pour différentes vitesses, fatigue-relaxation pour différents temps de maintien, cycles en contrainte) et plusieurs niveaux de températures (allant de $20^\circ C$ à $600^\circ C$ suivant les matériaux mais toujours inférieurs à la température de traitement thermique).

Ils seront utilisés pour décrire le comportement cyclique des aciers martensitiques reve-

nus pour lesquels peu d'approches phénoménologiques thermodynamiquement admissibles ont été développées [14, 116, 124, 125, 126].

Le premier modèle développé à l'ONERA s'inscrit dans une approche macroscopique phénoménologique unifiée classique. Le second non unifié peut se définir comme intermédiaire entre les approches macroscopiques et celles cristallographiques.

2.2 Etude de 2 modèles de comportement

Dans cette partie, après un rappel du cadre théorique dans lequel s'inscrivent les modèles de comportement étudiés, les différentes formulations sont développées en expliquant la signification physique des différentes équations ; la manière d'introduire les modèles dans les logiciels d'identification ou de calculs de structures est également présentée.

Les notations utilisées par la suite sont résumées à la page 157.

2.2.1 Préliminaire : formalisme thermodynamique des milieux continus

Toutes les formulations présentées dans la suite de cette partie reposent sur les principes des processus irréversibles de la thermodynamique. Plusieurs ouvrages de la littérature présentent en détails cette théorie. On peut citer par exemple ceux de GERMAIN [59], de NGUYEN [89], de DUVAUT [44], ou de CHABOCHE [72].

Le premier principe formule que *la variation de l'énergie totale (énergie cinétique K + énergie interne E) d'un domaine \mathcal{D} d'un milieu continu est due à la puissance des efforts extérieurs P_x et au taux de chaleur reçue Q par le domaine \mathcal{D} , c'est la conservation de l'énergie.*

$$\frac{d}{dt}(E + K) = P_x + Q$$

Avec :

$$E = \int_{\mathcal{D}} \rho e dV; \quad K = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{D}} \rho \vec{v} \cdot \vec{v} dV$$

$$P_x = \int_{\mathcal{D}} \vec{f} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial \mathcal{D}} \vec{T} \cdot \vec{v} dS; \quad Q = \int_{\mathcal{D}} r dV - \int_{\partial \mathcal{D}} \vec{q} \cdot \vec{n} dS$$

En utilisant les équations de la mécanique des milieux continus en petites déformations :

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T); \quad \nabla \cdot \underline{\sigma} + \vec{f} = \rho \frac{d\vec{v}}{dt}; \quad \vec{T} = \underline{\sigma} \vec{n}$$

et en appliquant le théorème de la divergence, on obtient :

$$\int_{\mathcal{D}} \left(\rho \dot{e} - \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}} + \vec{\nabla} \cdot \vec{q} - r \right) dV = 0$$

Ce qui conduit localement à :

$$\rho \dot{e} = \underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}} - \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{q} + r$$

\overrightarrow{n} est la normale extérieure à $\partial\mathcal{D}$, r la puissance calorifique volumique produite par l'extérieur et \overrightarrow{q} celle transmise par conduction à travers $\partial\mathcal{D}$.

Le deuxième principe s'énonce sous la forme d'une inégalité :

$$\dot{S}_i = \dot{S} - S_{ext} \geq 0$$

Il exprime que *la vitesse de production d'entropie interne S_i est non négative* [89].

$$S_{ext} = \int_{\mathcal{D}} \frac{r}{T} dV - \int_{\partial\mathcal{D}} \frac{\overrightarrow{q} \cdot \overrightarrow{n}}{T} \quad \text{est la forme postulée de l'apport extérieur d'entropie [15].}$$

$S = \int_{\mathcal{D}} \rho s dV$ est l'entropie totale du système avec s est une densité d'entropie spécifique.

La forme locale s'écrit alors :

$$\rho \dot{s} \geq \frac{r}{T} - \nabla \cdot \left(\frac{\overrightarrow{q}}{T} \right)$$

A l'aide du premier principe et en introduisant l'énergie libre spécifique $\Psi = e - Ts$, on en déduit localement l'inégalité de CLAUSIUS DUHEM :

$$\underbrace{\underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}} - \rho(\dot{\Psi} + \dot{T}s)}_{\mathcal{D}_{int}} - \underbrace{\overrightarrow{q} \cdot \frac{\overrightarrow{\nabla} T}{T}}_{\mathcal{D}_{th}} \geq 0 \quad (2.1)$$

\mathcal{D}_{int} est la dissipation intrinsèque et \mathcal{D}_{th} la dissipation thermique.

La loi de Fourier garantit la positivité de la dissipation thermique, la positivité de la dissipation intrinsèque suffit alors à l'admissibilité de l'évolution thermodynamique des modèles.

L'énergie libre s'exprime en fonction des variables d'état, le potentiel de dissipation comme une fonction convexe, positive, nulle à l'origine dépendante de variables dites associées A_k et éventuellement des variables d'état considérées comme des paramètres. Parmi les variables d'état, nous distinguons les variables observables comme la déformation ou la température et les variables internes I_k représentant l'état interne de la matière. Contrairement aux variables observables, ces dernières ne peuvent pas être atteintes par des mesures directes (déformation plastique, densité de dislocations ...). A chaque variable d'état (homogène à une déformation), est associée une variable homogène à une contrainte. Les relations (lois d'état) entre ces deux types de variables découlent de l'énergie libre. Le système d'équations différentielles définissant le modèle représente les équations d'évolution des variables internes et découlent du potentiel de dissipation. Dans ce formalisme, nous nous plaçons dans l'hypothèse des petites perturbations et nous partitionnons la déformation en des parties élastique et inélastique sur lesquelles aucun couplage n'est effectué. Cela signifie qu'il n'y a pas d'influence de l'écoulement plastique sur le comportement élastique.

La définition des lois d'état découle directement de l'expression 2.1, ainsi :

$$\dot{\Psi} = \sum_k \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{I}_k} : \dot{\underline{I}}_k = \sum_k \underline{A}_k : \dot{\underline{I}}_k$$

$$\underline{\sigma} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}_e}; \quad s = -\frac{\partial \Psi}{\partial T}; \quad \underline{A}_k = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{I}_k} \quad (2.2)$$

Les équations d'évolution sont exprimées à partir d'un pseudo-potentiel obtenu par la transformation de Legendre-Fenchel φ^* [72].

$$\underline{\varepsilon}_p = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \underline{\sigma}}; \quad \dot{\underline{I}}_k = -\frac{\partial \varphi^*}{\partial \underline{A}_k} \quad (2.3)$$

Cette approche est intéressante par son caractère inverse. En pratique, la recherche des bons *ingrédients* à incorporer dans les équations d'évolutions du modèle permet ensuite d'exprimer par identification l'énergie libre et le potentiel de dissipation comme nous le verrons dans la partie suivante. Elle permet donc d'asseoir un cadre thermodynamique admissible en toutes circonstances. L'ouvrage de NGUYEN [89] présente en détail les fondements de cette approche.

2.2.2 Modèle de l'ONERA : mécanisme de déformation globale

Le cadre thermodynamique associé au modèle développé initialement par CHABOCHE est présenté dans ce paragraphe. Les expressions de l'énergie libre et du potentiel de dissipation conduisent à un modèle élasto-viscoplastique incluant des termes de recouvrance statique dans les deux lois cinématiques (description des cycles de fatigue-relaxation). Une troisième variable cinématique est considérée de façon à prendre en compte les essais pilotes en contrainte. En outre, deux variables isotropes permettent de décrire l'adoucissement caractéristique des aciers martensitiques, à savoir une phase de forte déconsolidation au cours des premières centaines de cycles suivie par un adoucissement linéaire continu jusqu'à la rupture [14]. Enfin, l'effet mémoire du trajet des déformations plastiques est considéré au travers de la valeur asymptotique de la variable isotrope caractérisant la forte déconsolidation cyclique.

Potentiel énergie libre

Les lois d'état (relations entre variables associées et variables internes) sont définies à partir de ce potentiel. Il découle de ce dernier une composante cinématique comprenant 3 variables permettant de reproduire au mieux différents types de sollicitation considérés dans notre base expérimentale, ainsi qu'une composante isotrope comprenant deux termes non linéaires destinés à traduire l'adoucissement cyclique sans saturation des aciers martensitiques.

$$\rho\Psi(\underline{\varepsilon}_e, \underline{\alpha}_i, r_1, r_2, T) = \rho\Psi_e(\underline{\varepsilon}_e, T) + \rho\Psi_p(\underline{\alpha}_i, r_1, r_2, T)$$

$$\rho\Psi_e = \frac{1}{2}\underline{A}(T)\underline{\varepsilon}_e : \underline{\varepsilon}_e + \underline{M}(T) : \underline{\varepsilon}_e; \quad \rho\Psi_p = \sum_{i=1}^3 h_1(\underline{\alpha}_i, T) + \sum_{j=1}^2 h_2(r_j, T)$$

T est la température

$\underline{\alpha}_i$, $i = 1, 2, 3$ sont les variables internes de la composante cinématique

r_i , $i = 1, 2$ sont les variables internes de la composante isotrope

avec :

$$\left(\underline{A}(T)\right)_{ijkh} = \frac{\nu E(T)}{(1-2\nu)(1+\nu)}\delta_{ij}\delta_{kh} + \frac{E(T)}{2(1+\nu)}(\delta_{ik}\delta_{jh} + \delta_{ih}\delta_{jk})$$

$$\underline{M}(T) = -\frac{E(T)}{1-2\nu}\alpha_{th}\Delta T\underline{I}$$

$$\Delta T = T - T_0 \quad \text{avec } T_0 \text{ la température de référence}$$

$$h_1(\underline{\alpha}_i, T) = \frac{1}{3}C_i(T)\underline{\alpha}_i : \underline{\alpha}_i$$

$$h_2(r_j, T) = b_j(T)Q_j(T)\frac{r_j^2}{2}$$

Pour des raisons de clarté, la dépendance des coefficients avec la température ne sera plus écrite dans la suite des expressions.

Ainsi, d'après 2.2, les lois d'état s'écrivent :

$$\underline{\sigma} = \rho\frac{\partial\Psi}{\partial\underline{\varepsilon}_e} = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}tr(\underline{\varepsilon}_e)\underline{I} + \frac{E}{1+\nu}\underline{\varepsilon}_e - \frac{E}{1-2\nu}\alpha_{th}\Delta T\underline{I}$$

$$\underline{X}_i = \rho\frac{\partial\Psi}{\partial\underline{\alpha}_i} = \frac{2}{3}C_i\underline{\alpha}_i \quad \text{pour } i=1,2,3 \quad (2.4)$$

$$R_j = \rho\frac{\partial\Psi}{\partial r_j} = b_j Q_j r_j \quad \text{pour } j=1,2$$

E est le module d'Young et ν le coefficient de Poisson.

Potentiel de Dissipation

Il permet de définir les équations d'évolution des variables internes du modèle. Ce potentiel se décompose en :

- une partie viscoplastique Ω_{vp} exprimée classiquement comme une fonction puissance de la fonction de charge. Elle représente les surfaces équipotentielles constituant dans l'espace des contraintes principales un ensemble de surfaces incluses les unes dans les

autres. Le comportement peut alors être élastique, viscoplastique ou plastique indépendant du temps (cas limites)

- une partie Ω_R permettant de définir les termes de recouvrance statique présents dans les variables cinématiques.

$$\Omega = \Omega_{vp}(f) + \Omega_R$$

Avec :

$$\Omega_R = \sum_{i=1}^2 \frac{M_i}{m_i+1} \left\langle \frac{J(X_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i+1} \quad \text{et} \quad \Omega_{vp}(\underline{\sigma}, \underline{X}_i, R_j; \underline{\alpha}_i, r_j) = \frac{K}{n+1} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n+1}$$

La surface de charge classiquement considérée au sens de Von Mises pour les matériaux isotropes permet de définir le domaine d'élasticité à l'intérieur duquel il n'y a aucun écoulement inélastique. Celle-ci représente une sphère dans l'espace des contraintes principales.

En posant $\underline{X} = \sum_{i=1}^3 \underline{X}_i$:

$$\begin{aligned} f &= J(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R_1 - R_2 - R_0 + \frac{1}{2Q_1} R_1^2 + \frac{1}{2Q_2} R_2^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{3D_i}{4C_i} \underline{X}_i : \underline{X}_i \\ &\quad - \frac{b_1 Q_1}{2} r_1^2 - \frac{b_2 Q_2}{2} r_2^2 - \frac{C_i D_i}{3} \underline{\alpha}_i : \underline{\alpha}_i \\ &= J(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R_1 - R_2 - R_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ainsi, les équations d'évolution s'écrivent :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\varepsilon}}_p &= \frac{3}{2} \dot{p} \frac{\underline{\sigma}' - \underline{X}'}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})} = \sqrt{\frac{3}{2}} \underline{n} \dot{p}; \quad \underline{n} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\sigma}' - \underline{X}'}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})} \\ \dot{\underline{\alpha}}_i &= \dot{\underline{\varepsilon}}_p - \frac{3}{2} \frac{D_i}{C_i} \dot{p} \underline{X}_i - \frac{3}{2} \frac{X_i}{J(X_i)} \left\langle \frac{J(X_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \quad \text{pour } i = 1, 2 \\ \dot{\underline{\alpha}}_3 &= \dot{\underline{\varepsilon}}_p - \frac{3}{2} \frac{D_3}{C_3} \dot{p} \underline{X}_3 \\ \dot{r}_j &= \dot{p}(1 - b_j r_j) \quad \text{pour } j=1,2 \\ \dot{p} &= \Omega'(f) = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\underline{\varepsilon}}_p : \dot{\underline{\varepsilon}}_p \end{aligned} \quad (2.6)$$

$\underline{n} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} / \left| \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right|$ est la normale unitaire à la surface de charge.

Dissipation intrinsèque

Comme évoqué précédemment, la dissipation intrinsèque exprime la différence entre l'énergie plastiquement dissipée et celle contrainte dans l'élément de volume. La positivité de ce terme entraîne une conformité du modèle vis à vis des principes de la thermodynamique. En effet :

$$\mathcal{D}_{int} = \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}_p - \sum_k \underline{A}_k : \underline{\dot{I}}_k$$

Ce qui donne finalement dans ce cas :

$$\mathcal{D}_{int} = f\dot{p} + \dot{p} \left(R_0 + \frac{R_1^2}{Q_1} + \frac{R_2^2}{Q_2} + \sum_{i=1}^3 \frac{D_i}{C_i} J(\underline{X}_i)^2 \right) + \sum_{i=1}^2 \left\langle \frac{J(\underline{X}_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} J(\underline{X}_i) \geq 0$$

Prise en compte d'un effet de mémoire de l'amplitude de déformation

L'effet mémoire de l'amplitude de déformation longuement étudié notamment par OHNO et CHABOCHE [97, 96, 23] s'exprime au travers de la valeur asymptotique de la variable isotrope qui décrit le fort adoucissement sur les premières centaines de cycles observés sur les aciers martensitiques revenus. Il s'agit de faire évoluer la surface de charge avec le chargement. Pour cela, la valeur asymptotique Q_1 de la variable isotrope R_1 évolue lorsque la déformation plastique dépasse un certain seuil F appelé aussi surface de non écrouissage qui se définit dans l'espace des déformations viscoplastiques. Le mouvement de cette surface est caractérisé par les variables q et $\underline{\xi}$ représentant respectivement son rayon et son centre.

$$\begin{aligned} F &= \frac{2}{3} J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi}) - q \\ \dot{q} &= \eta H(F) \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \dot{p} \\ \dot{\underline{\xi}} &= \sqrt{\frac{3}{2}} (1 - \eta) H(F) \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \underline{n}^* \dot{p} \\ \underline{n}^* &= \frac{\partial F}{\partial \underline{\varepsilon}_p} / \left| \frac{\partial F}{\partial \underline{\varepsilon}_p} \right| = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\varepsilon}_p' - \underline{\xi}'}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} \end{aligned} \tag{2.7}$$

où \underline{n}^* est la normale unitaire à la surface F , H est la fonction d'Heavyside : $\langle u \rangle = uH(u)$. η est un paramètre introduit par OHNO qui conduit à une mémorisation progressive. Une valeur de 0.5 est utilisée dans les cas de chargements symétriques pour une mémorisation instantanée.

L'influence de cet effet sur l'adoucissement se traduit au travers de la valeur asymptotique de la variable d'écrouissage isotrope qui s'écrit :

$$Q_1(q) = Q_{1\infty} (1 - e^{-2\mu q})$$

Formulation unidimensionnelle pour l'identification des coefficients

A l'aide de cette formulation, les coefficients du modèle peuvent être identifiés (voir chapitre 3).

Les essais d'identification se font en traction-compression simple et à température constante. L'éprouvette est soumise à une sollicitation uniaxiale en contrainte respectivement en déformation qui engendre un état de déformation respectivement de contrainte uniforme dans le volume utile assimilé à un élément de volume.

L'état uniaxial est défini par un état unidimensionnel en contrainte mais bidimensionnel en déformation [72] :

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \underline{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & -\nu^*\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & -\nu^*\varepsilon \end{pmatrix}$$

En élastoviscoplasticité, les hypothèses de découplage des déformations élastiques et inélastiques (viscoplastiques pour le modèle de l'ONERA) et d'incompressibilité plastique donnent l'expression du coefficient de contraction ν^* .

$$\begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & -\nu^*\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & -\nu^*\varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_e & 0 & 0 \\ 0 & -\nu\varepsilon_e & 0 \\ 0 & 0 & -\nu\varepsilon_e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{in} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\varepsilon_{in} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\varepsilon_{in} \end{pmatrix}$$

De même, les variables tensorielles internes et associées (analogie avec le déviateur des contraintes) définissant l'écoulement inélastique s'écriront :

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}A & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}A & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}A \end{pmatrix}; \quad \underline{I} = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}I & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}I \end{pmatrix};$$

– *Lois d'état.*

Ainsi, les relations 2.4 deviennent :

$$\sigma = E\varepsilon_e; \quad X_i = C_i\alpha_i \text{ pour } i=1,2,3; \quad R_j = b_jQ_jr_j \text{ pour } j=1,2;$$

– *Fonction de charge*

L'expression 2.5 a pour forme :

$$f = |\sigma - \sum_{i=1}^3 X_i| - b_1Q_1r_1 - b_2Q_2r_2 - R_0$$

– *Lois d'évolution*

Le système d'équations d'évolution 2.6 s'écrit désormais :

$$|\dot{\varepsilon}_p| = \dot{p}; \quad \dot{p} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n;$$

$$\dot{\alpha}_i = \dot{\varepsilon}_p - D_i\dot{p}\alpha_i - \frac{1}{M_i}X_i|X_i|^{m_i-1} \text{ pour } i = 1, 2; \quad \dot{\alpha}_3 = \dot{\varepsilon}_p - D_3\dot{p}\alpha_3$$

$$\dot{r}_j = \dot{p}(1 - b_jr_j); \quad \text{pour } j=1,2$$

– *Effet mémoire*

Les relations 2.7 s'écrivent désormais :

$$F = |\varepsilon_p - \xi| - q$$

$$\dot{q} = \eta H(F) \dot{p} \left\langle \text{sign}((\sigma - X)(\varepsilon_p - \xi)) \right\rangle$$

$$\dot{\xi} = (1 - \eta) H(F) \dot{p} \left\langle \text{sign}((\sigma - X)(\varepsilon_p - \xi)) \right\rangle \cdot \text{sign}(\varepsilon_p - \xi)$$

Bilan

D'après le tableau 2.1, 18 coefficients sont donc à identifier. Afin de régler la mémoire, le paramètre η a été fixé à une valeur de 0.5 lorsque seuls des essais symétriques sont considérés (mémorisation instantanée), à une valeur de 0.1 lorsque des essais dissymétriques sont introduits (mémorisation progressive). Le paramètre μ est choisi également constant, une valeur de 420 a été considérée dans tous les cas. Le tableau 2.2 fait le bilan des variables considérées dans le modèle.

TAB. 2.1 – COEFFICIENTS DU MODÈLE DE L'ONERA

E R_0	Module d'Young et limite élastique vraie
K n	Coefficients de viscosité
C_1 C_2 C_3	Termes de la loi cinématique
D_1 D_2 D_3	Termes de recouvrance dynamique
M_1 M_2 m_1 m_2	Termes de recouvrance statique
$Q_{1\infty}$ Q_2 b_1 b_2	Termes de la loi isotrope

TAB. 2.2 – VARIABLES DU MODÈLE DE L'ONERA

Variables observables	Variables internes	Variables associées
$\underline{\varepsilon}$		$\underline{\sigma}$
	ε_e	$\underline{\sigma}$
	ε_p	$-\underline{\sigma}$
	α_i	$X_i \quad i = 1, 2, 3$
	r_i	$R_i \quad i = 1, 2$

Implantation du modèle dans ABAQUS

Après avoir identifié les coefficients du modèle à l'aide de la formulation uniaxiale, l'étape suivante consiste à implanter le modèle tridimensionnel dans le logiciel ABAQUS. Les résultats obtenus à partir de l'état uniaxial sont suffisants pour décrire le comportement tridimensionnel des matériaux [12]. Nous verrons par la suite (chapitre 4) les résultats obtenus en terme de validations du modèle. Pour ce faire, la librairie de lois de comportement

Z-MAT [123] est utilisée. La forme du modèle considérée (effet mémoire + recouvrance statique) n'étant pas disponible dans le standard du logiciel, la possibilité de définir un nouveau modèle est proposée. Les équations d'équilibre, les conditions limites imposées dans la simulation sont calculées par le solveur d'ABAQUS, en revanche, le choix de la méthode d'intégration pour la résolution du système d'équations différentielles représentant l'évolution des variables internes est possible. Il existe une méthode explicite (Runge-Kutta) rapide à mettre en œuvre mais qui peut s'avérer dans certains cas moins robuste que la méthode implicite (θ -méthode). Cette dernière est plus difficile à mettre en œuvre car elle nécessite le calcul de la matrice jacobienne. Tous les développements nécessaires sont disponibles en annexe (page 163).

2.2.3 Approche intermédiaire : modèle avec 2 mécanismes et un critère (2M1C)

Comme nous le verrons en partie dans la suite, ce modèle offre des possibilités beaucoup plus larges que les approches phénoménologiques classiques. Nous nous intéressons ici notamment à la description des phénomènes de rochet et d'accommodation plastique mais cette approche ouvre des voies encore plus étendues présentées en détail par ailleurs [20]. Contrairement au modèle de l'ONERA, cette approche non unifiée peut se définir comme intermédiaire dans laquelle les principaux avantages des approches cristallographiques et macroscopiques sont conservés. En effet, ce modèle permet de considérer plusieurs flux inélastiques comme dans les approches cristallographiques tout en conservant un nombre réduit de variables comme dans les approches macroscopiques.

Comme précédemment, le cadre général est défini. Le critère de charge reste quadratique mais fait intervenir deux états de contrainte qui conduisent à un modèle élasto-viscoplastique comprenant deux mécanismes et deux lois cinématiques couplées entre elles, chacune d'elles incluant un terme de recouvrance statique. La partie isotrope reste quant à elle inchangée.

Potentiel énergie libre et lois d'état

Le potentiel énergie libre s'exprime de manière analogue à celui écrit pour le modèle de l'ONERA.

$$\rho\Psi = \rho\Psi_e + \rho\Psi_{in} = \rho\Psi_e(\underline{\varepsilon}_e, T) + \rho\Psi_{in}(\underline{\alpha}_i, q_i, T)$$

Sa partie thermo-élastique a exactement la même expression.

$$\rho\Psi_e = \frac{1}{2}\underline{\underline{A}}\underline{\varepsilon}_e : \underline{\varepsilon}_e + \underline{M}(T) : \underline{\varepsilon}_e$$

Comme précédemment, la déformation totale est partitionnée en une contribution élastique et inélastique. L'une des originalités du modèle provient de l'expression de la déformation inélastique qui considère deux mécanismes indépendants de déformation.

$$\begin{aligned}\underline{\varepsilon} &= \underline{\varepsilon}_e + \underline{\varepsilon}_{in} \\ \underline{\varepsilon}_{in} &= A_1\underline{\varepsilon}_1 + A_2\underline{\varepsilon}_2\end{aligned}$$

A chaque mécanisme est associé un état de contraintes qui s'exprime à l'aide du potentiel énergie libre. Pour des raisons de clarté, les termes liés à la partie thermique du tenseur des contraintes ne sont pas repris dans la formulation :

$$\underline{\sigma} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}_e} = \underline{A} \underline{\varepsilon}_e$$

$$\underline{\sigma}_1 = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}_1} = -\rho \frac{\partial \underline{\varepsilon}_e}{\partial \underline{\varepsilon}_1} \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}_e} = -\frac{\partial}{\partial \underline{\varepsilon}_1} (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{in}) \underline{A} \underline{\varepsilon}_e = \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{in}}{\partial \underline{\varepsilon}_1} \underline{A} \underline{\varepsilon}_e = A_1 \underline{A} \underline{\varepsilon}_e = A_1 \underline{\sigma}$$

De même : $\underline{\sigma}_2 = A_2 \underline{\sigma}$

L'expression de la partie inélastique du potentiel énergie libre permet de définir différents couplages (cinématique-cinématique, cinématique-isotrope, isotrope-isotrope) qui pourraient s'expliquer par la présence de plusieurs mécanismes (comme une basse et une haute densité de dislocations) qui agiraient ensemble [17].

$$\rho \Psi_{in} = \frac{1}{3} (\underline{\alpha}_1 \quad \underline{\alpha}_2) \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\alpha}_1 \\ \underline{\alpha}_2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} (q_1 \quad q_2) \begin{pmatrix} b_{11} Q_{11} & b_{12} Q_{12} \\ b_{12} Q_{12} & b_{22} Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$$

Ce qui donne :

$$\rho \Psi_{in} = \frac{1}{3} \left(C_{11} \underline{\alpha}_1^2 + 2C_{12} \underline{\alpha}_1 \underline{\alpha}_2 + C_{22} \underline{\alpha}_2^2 \right) + \frac{1}{2} \left(b_{11} Q_{11} q_1^2 + b_{22} Q_{22} q_2^2 + 2b_{12} Q_{12} q_1 q_2 \right)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \underline{X}_1 &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\alpha}_1} = \frac{2}{3} \left(C_{11} \underline{\alpha}_1 + C_{12} \underline{\alpha}_2 \right) \\ \underline{X}_2 &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\alpha}_2} = \frac{2}{3} \left(C_{22} \underline{\alpha}_2 + C_{12} \underline{\alpha}_1 \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

En ne considérant aucun couplage sur la variable isotrope, $Q_{12} = 0$

$$\begin{aligned} R_1 &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial q_1} = b_{11} Q_{11} q_1 \\ R_2 &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial q_2} = b_{22} Q_{22} q_2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

On notera dans la suite :

$$b_{11} = b_1; \quad b_{22} = b_2; \quad Q_{11} = Q_1; \quad Q_{22} = Q_2.$$

Équations d'évolution

Le respect de la formulation vis à vis des principes est rendu possible par l'introduction d'un critère quadratique mais qui, contrairement à celui de Von Mises, s'exprime en fonction des contraintes locales $\underline{\sigma}_i$ et non de la contrainte macroscopique $\underline{\sigma}$.

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{J(\underline{\sigma}_1 - \underline{X}_1)^2 + J(\underline{\sigma}_2 - \underline{X}_2)^2} - R_1 - R_2 - R_0 \\ &= f + \frac{R_1^2}{2Q_1} + \frac{R_2^2}{2Q_2} + \frac{3}{4} \frac{D_1}{C_{11}} \underline{X}_1 : \underline{X}_1 + \frac{3}{4} \frac{D_2}{C_{22}} \underline{X}_2 : \underline{X}_2 - \frac{b_1^2 Q_1}{2} q_{11}^2 - \frac{b_2^2 Q_2}{2} q_{22}^2 \\ &\quad - \frac{1}{3} \left(C_{11} \underline{\alpha}_1 : \underline{\alpha}_1 + C_{22} \underline{\alpha}_2 : \underline{\alpha}_2 + C_{12}^2 (\underline{\alpha}_1 : \underline{\alpha}_1 + \underline{\alpha}_2 : \underline{\alpha}_2) + 2C_{12} (\underline{\alpha}_1 + \underline{\alpha}_2) (C_{11} + C_{22}) \right) \end{aligned}$$

Comme pour le modèle de l'ONERA, le potentiel de dissipation s'écrit :

$$\Omega = \Omega_{vp}(f) + \Omega_R$$

avec :

$$\Omega_R = \sum_{k=1}^2 \frac{M_k}{m_k+1} \left\langle \frac{J(X_k)}{M_k} \right\rangle^{m_k+1} \quad \text{et} \quad \Omega_{vp}(\underline{\sigma}, \underline{X}_i, R_i; \underline{\alpha}_i, q_i) = \frac{K}{n+1} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n+1}; \quad i = 1, 2$$

Les équations d'évolution s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\varepsilon}}_1 &= \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_1} = \frac{\partial \Omega_{vp}(f)}{\partial \sigma_1} = \Omega_{vp}'(f) \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \\ &= \frac{3}{2} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \frac{\sigma'_1 - X'_1}{\sqrt{J(\sigma_1 - X_1)^2 + J(\sigma_2 - X_2)^2}} \end{aligned}$$

ainsi :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}_1 = \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{\sigma'_1 - X'_1}{\sqrt{J(\sigma_1 - X_1)^2 + J(\sigma_2 - X_2)^2}} = \dot{\lambda} n_1 \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{De même :} \\ \underline{\dot{\varepsilon}}_2 = \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{\sigma'_2 - X'_2}{\sqrt{J(\sigma_1 - X_1)^2 + J(\sigma_2 - X_2)^2}} = \dot{\lambda} n_2 \end{array} \right.$$

$$\text{avec : } \underline{n}_i = \frac{\partial f}{\partial \sigma_i}$$

Remarquons que :

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{2}{3} (\underline{\dot{\varepsilon}}_1 : \underline{\dot{\varepsilon}}_1 + \underline{\dot{\varepsilon}}_2 : \underline{\dot{\varepsilon}}_2)} &= \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n = \dot{\lambda} \neq \dot{p} \\ \dot{p} &= \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\dot{\varepsilon}}_{in} : \underline{\dot{\varepsilon}}_{in}} \end{aligned}$$

De plus :

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\alpha}}_1 &= -\frac{\partial \Omega}{\partial X_1} = -\frac{\partial \Omega_{vp}(f)}{\partial X_1} - \frac{\partial \Omega_R}{\partial X_1} = -\Omega_{vp}'(f) \frac{\partial f}{\partial X_1} - \frac{\partial \Omega_R}{\partial X_1} \\ &= \frac{3}{2} \dot{\lambda} \left(\frac{\sigma'_1 - X'_1}{\sqrt{J(\sigma_1 - X_1)^2 + J(\sigma_2 - X_2)^2}} - \frac{D_1}{C_{11}} X_1 \right) - \frac{3}{2} \frac{X_1}{J(X_1)} \left\langle \frac{J(X_1)}{M_1} \right\rangle^{m_1} \end{aligned}$$

ce qui donne finalement :

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\alpha}}_1 &= \underline{\dot{\varepsilon}}_1 - \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{D_1}{C_{11}} X_1 - \frac{3}{2} \frac{X_1}{J(X_1)} \left\langle \frac{J(X_1)}{M_1} \right\rangle^{m_1} \\ \underline{\dot{\alpha}}_2 &= \underline{\dot{\varepsilon}}_2 - \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{D_2}{C_{22}} X_2 - \frac{3}{2} \frac{X_2}{J(X_2)} \left\langle \frac{J(X_2)}{M_2} \right\rangle^{m_2} \end{aligned} \quad (2.10)$$

et :

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= -\frac{\partial \Omega}{\partial R_1} = \dot{\lambda} \left(1 - \frac{R_1}{Q_1} \right) \\ \dot{q}_2 &= -\frac{\partial \Omega}{\partial R_2} = \dot{\lambda} \left(1 - \frac{R_2}{Q_2} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Dissipation intrinsèque

Dans ce cas, elle s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{int} &= \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}_{in} - R_1 \dot{q}_1 - R_2 \dot{q}_2 - \underline{X}_1 : \underline{\dot{\alpha}}_1 - \underline{X}_2 : \underline{\dot{\alpha}}_2 \\ &= \underline{\sigma}_1 : \underline{\dot{\varepsilon}}_1 + \underline{\sigma}_2 : \underline{\dot{\varepsilon}}_2 - R_1 \dot{q}_1 - R_2 \dot{q}_2 - \underline{X}_1 : \underline{\dot{\alpha}}_1 - \underline{X}_2 : \underline{\dot{\alpha}}_2 \end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\mathcal{D}_{int} = f \dot{\lambda} + \dot{\lambda} \left(R_0 + \frac{R_1^2}{Q_1} + \frac{R_2^2}{Q_2} + \sum_{i=1}^2 \frac{D_i}{C_{ii}} J(\underline{X}_i)^2 \right) + \sum_{i=1}^2 J(\underline{X}_i) \left\langle \frac{J(\underline{X}_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \geq 0$$

Prise en compte d'un effet mémoire de l'amplitude déformation

L'effet mémoire se réécrit de manière analogue que pour le modèle de l'ONERA et porte sur le mécanisme de déformation global $\underline{\varepsilon}_{in} = A_1 \underline{\varepsilon}_1 + A_2 \underline{\varepsilon}_2$ au travers de la valeur asymptotique Q_1 de la variable isotrope R_1 . Cependant la formulation de la normale unitaire à la surface de charge ne s'exprime plus de la même manière étant donné la modification du critère pour le modèle *2M1C*. Enfin, l'évolution de la surface de non écrouissage dépend dans ce cas, non pas de la déformation plastique cumulée p , mais du multiplicateur plastique λ .

$$\underline{n} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right\|} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} (A_1 (\underline{\sigma}'_1 - \underline{X}'_1) + A_2 (\underline{\sigma}'_2 - \underline{X}'_2))}{\sqrt{A_1^2 J(\underline{\sigma}_1 - \underline{X}_1)^2 + A_2^2 J(\underline{\sigma}_2 - \underline{X}_2)^2 + 3A_1 A_2 (\underline{\sigma}'_1 - \underline{X}'_1) : (\underline{\sigma}'_2 - \underline{X}'_2)}} \quad (2.12)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} &= \frac{3}{2} \frac{A_1 (\underline{\sigma}'_1 - \underline{X}'_1) + A_2 (\underline{\sigma}'_2 - \underline{X}'_2)}{\sqrt{J(\underline{\sigma}_1 - \underline{X}_1)^2 + J(\underline{\sigma}_2 - \underline{X}_2)^2}} \\ \left\| \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right\| &= \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{A_1^2 J(\underline{\sigma}_1 - \underline{X}_1)^2 + A_2^2 J(\underline{\sigma}_2 - \underline{X}_2)^2 + 3A_1 A_2 (\underline{\sigma}'_1 - \underline{X}'_1) : (\underline{\sigma}'_2 - \underline{X}'_2)}{J(\underline{\sigma}_1 - \underline{X}_1)^2 + J(\underline{\sigma}_2 - \underline{X}_2)^2}} \end{aligned}$$

Formulation unidimensionnelle

De manière analogue au modèle de l'ONERA, les lois d'état 2.8 et 2.9 s'écrivent :

$$\begin{array}{l|l} X_1 = C_{11}\alpha_1 + C_{12}\alpha_2 & R_1 = b_1 Q_1 q_1 \\ X_2 = C_{22}\alpha_2 + C_{12}\alpha_1 & R_2 = b_2 Q_2 q_2 \end{array}$$

La surface de charge a pour expression :

$$f = \sqrt{(\sigma_1 - X_1)^2 + (\sigma_2 - X_2)^2} - R_2 - R_1 - R_0$$

Les équations d'évolution 2.10 et 2.11 s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \dot{\lambda} \frac{\sigma_1 - X_1}{\sqrt{(\sigma_1 - X_1)^2 + (\sigma_2 - X_2)^2}} \\ \dot{\alpha}_1 &= \dot{\varepsilon}_1 - \dot{\lambda} \frac{D_1}{C_{11}} X_1 - \left(\frac{1}{M_1} \right)^{m_1} X_1 |X_1|^{m_1 - 1} \\ \dot{q}_1 &= \dot{\lambda} \left(1 - \frac{R_1}{Q_1} \right) \end{aligned} \right| \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_2 &= \dot{\lambda} \frac{\sigma_2 - X_2}{\sqrt{(\sigma_1 - X_1)^2 + (\sigma_2 - X_2)^2}} \\ \dot{\alpha}_2 &= \dot{\varepsilon}_2 - \dot{\lambda} \frac{D_2}{C_{22}} X_2 - \left(\frac{1}{M_2} \right)^{m_2} X_2 |X_2|^{m_2 - 1} \\ \dot{q}_2 &= \dot{\lambda} \left(1 - \frac{R_2}{Q_2} \right) \end{aligned}$$

Enfin, l'expression de l'effet mémoire 2.12 s'écrit dans ce cas :

$$F = |\varepsilon_{in} - \xi| - q$$

$$\dot{p} = |\dot{\varepsilon}_{in}| = |A_1 \dot{\varepsilon}_1 + A_2 \dot{\varepsilon}_2|$$

$$\dot{q} = \eta H(F) \dot{\lambda} \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle$$

$$\dot{\xi} = (1 - \eta) H(F) \text{sign}(\varepsilon_{in} - \xi) \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \dot{\lambda}$$

$$\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle = \langle \text{sign}(\varepsilon_{in} - \xi) (A_1 (\sigma_1 - X_1) + A_2 (\sigma_2 - X_2)) \rangle$$

Bilan

D'après le tableau 2.3, 19 coefficients sont donc à identifier. Concernant les paramètres réglant la mémoire μ et η , les valeurs considérées sont identiques à celles utilisées pour le modèle ONERA. Le tableau 2.4 fait le bilan des variables considérées dans le modèle.

TAB. 2.3 – COEFFICIENTS DU MODÈLE 2M1C

E R_0	Module d'Young et limite élastique vraie
K n	Coefficients de viscosité
C_{11} C_{22} C_{12}	Termes de la loi cinématique
D_1 D_2	Termes de recouvrance dynamique
A_1 A_2	Coefficients de localisation des mécanismes de déformation
M_1 M_2 m_1 m_2	Termes de recouvrance statique
$Q_{1\infty}$ Q_2 b_1 b_2	Termes de la loi isotrope

TAB. 2.4 – VARIABLES THERMODYNAMIQUES DU MODÈLE 2M1C

Variables observables	Variables internes	Variables associées
$\underline{\varepsilon}$		$\underline{\sigma}$
	$\underline{\varepsilon}_e$	$\underline{\sigma}$
	$\underline{\varepsilon}_1$	$-\underline{\sigma}_1$
	$\underline{\varepsilon}_2$	$-\underline{\sigma}_2$
	$\underline{\alpha}_i$	$\underline{X}_i \quad i = 1, 2$
	q_i	$\underline{R}_i \quad i = 1, 2$

Implantation dans ABAQUS

Les mêmes développements que ceux apportés pour le modèle de l'ONERA sont reportés en annexe (page 172).

Avant de pouvoir implanter les différentes formulations dans ABAQUS, une étape importante reste à effectuer. Elle concerne la détermination des paramètres des modèles précédents. Dans la prochaine partie, les essais mécaniques isothermes et la méthodologie d'identification associée ayant permis la détermination des coefficients sont présentés. Comme nous le verrons dans la suite, le modèle *2M1C* offre des possibilités intéressantes notamment dans la description des essais pilotés en contrainte associés à des essais à déformation imposée. De plus, il fait apparaître deux mécanismes qui peuvent être rattachés à ceux observés expérimentalement (chapitre 1) responsables de l'adoucissement cyclique à savoir la diminution de la densité de dislocation et la coalescence des carbures.

Chapitre 3

Identification des coefficients des modèles étudiés

Sommaire

3.1	Méthodologie d'identification	39
3.1.1	Description des essais	40
3.1.2	Étapes d'identification des paramètres des modèles	42
3.2	Résultats du modèle ONERA	43
3.2.1	Modèle de l'ONERA pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i>	44
3.2.2	Modèle de l'ONERA pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	47
3.3	Résultats du modèle 2M1C	48
3.3.1	Modèle <i>2M1C</i> pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i>	49
3.3.2	Modèle <i>2M1C</i> pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	52
3.4	Évolutions des coefficients avec la température	53
3.5	Discussion	60
3.5.1	Modèle de l'ONERA	60
3.5.2	Modèle <i>2M1C</i> : considérations métallurgiques	63
3.5.3	Modèle <i>2M1C</i> : considérations mathématiques	69
3.5.4	Comparaison des 2 modèles	71

Au cours de cette partie, la détermination des lois d'évolution des paramètres des deux modèles précédents avec la température est présentée. Cette étape est nécessaire pour la modélisation du comportement thermo-mécanique des deux aciers étudiés. Elle passe par la détermination des coefficients des modèles pour chaque niveau de température.

Dans un deuxième temps, les réponses fournies par les deux modèles sont analysées et comparées. Enfin, les améliorations apportées par le modèle 2M1C seront discutées, en s'efforçant de rattacher cette modélisation à des phénomènes physiques liés aux évolutions de microstructure lors de sollicitations en fatigue.

3.1 Méthodologie d'identification

Le domaine de sollicitation couvert lors de la phase d'identification se veut envelopper des conditions en service des outillages de mise en forme à chaud (fréquence, température...).

3.1.1 Description des essais

La procédure d'essais a été réalisée pour différents niveaux de températures. Pour l'acier $55NiCrMoV7$, des essais à des températures de 20, 300, 400, 500 et 600° C ont été considérés ainsi que pour l'acier $X38CrMoV5$ où deux niveaux supplémentaires (200 et 650° C) ont été ajoutés. Cependant, les essais réalisés aux plus hautes températures n'ont pas été pris en compte au cours de cette étude. En effet, au delà de 560° C, température de revenu de l'acier $55NiCrMoV7$ pour une dureté de 42 HRC, respectivement 605° C, second revenu de l'acier $X38CrMoV5$ pour une dureté de 47 HRC, ont lieu des évolutions de microstructure significatives que les modélisations présentées dans ce travail ne peuvent considérer. Une étude de ZHANG [124] portant sur le comportement de l'acier $55NiCrMoV7$ s'est attachée à résoudre ce problème en incorporant dans une modélisation toutefois plus simple que celle étudiées ici, une variable liée au vieillissement du matériau.

Pour chaque température, deux types d'essais sont effectués [116].

Essai de type I : il peut se diviser en deux grandes phases :

- **Phase 1 :** elle consiste à réaliser un essai de fatigue symétrique à déformation contrôlée pour une amplitude de déformation totale égale à 1.6%, elle-même scindée en plusieurs parties.
 - **Partie 1 :** elle consiste à solliciter le matériau en fatigue avec une vitesse de déformation constante de $10^{-2} s^{-1}$ jusqu'à ce qu'une déformation plastique cumulée voisine de 4 soit atteinte.
 - **Partie 2 :** plusieurs vitesses de déformation de 10^{-2} , 10^{-3} et $10^{-4} s^{-1}$ (vitesse usuelle d'un forgeage hydraulique) sont introduites. Trois boucles d'hystérésis sont réalisées pour chaque vitesse.
 - **Partie 3 :** des cycles de fatigue-relaxation en traction sont inclus dans cette procédure pour une vitesse de déformation constante ($10^{-2} s^{-1}$) (vitesse usuelle d'un forgeage mécanique), mais pour des temps de maintien différents de 30 (3 cycles), 90 et 600 s (2 cycles chacun). Enfin, à l'issue du dernier cycle de fatigue-relaxation, une remontée à un niveau de déformation nul est opérée.
- **Phase 2 :** il s'ensuit des cycles dissymétriques en contrainte pour une vitesse égale à $100 MPa.s^{-1}$. Les niveaux de contrainte ainsi que le nombre de cycles réalisés (10 ou 20) dépendent du matériau et de la température d'essai.

L'essai de type I est résumé sur la figure 3.1.

Essai de type II : Des cycles symétriques à amplitude de déformation imposée pour une vitesse de déformation constante ($10^{-2} s^{-1}$) sont réalisés, mais cette fois-ci en faisant varier les niveaux d'amplitude de déformation de manière croissante de 1.2, 1.4, 1.6 jusqu'à 1.8 %, avant de revenir à 1.4 %. Le nombre de cycles est choisi de façon à atteindre une déformation plastique cumulée de 1 pour chaque niveau d'amplitude de déformation ; ce nombre de cycles varie donc suivant le matériau et la température d'essai. Comme évoqué

dans le premier chapitre, cet essai permet de mettre en évidence l'effet d'histoire du trajet des déformations plastiques.

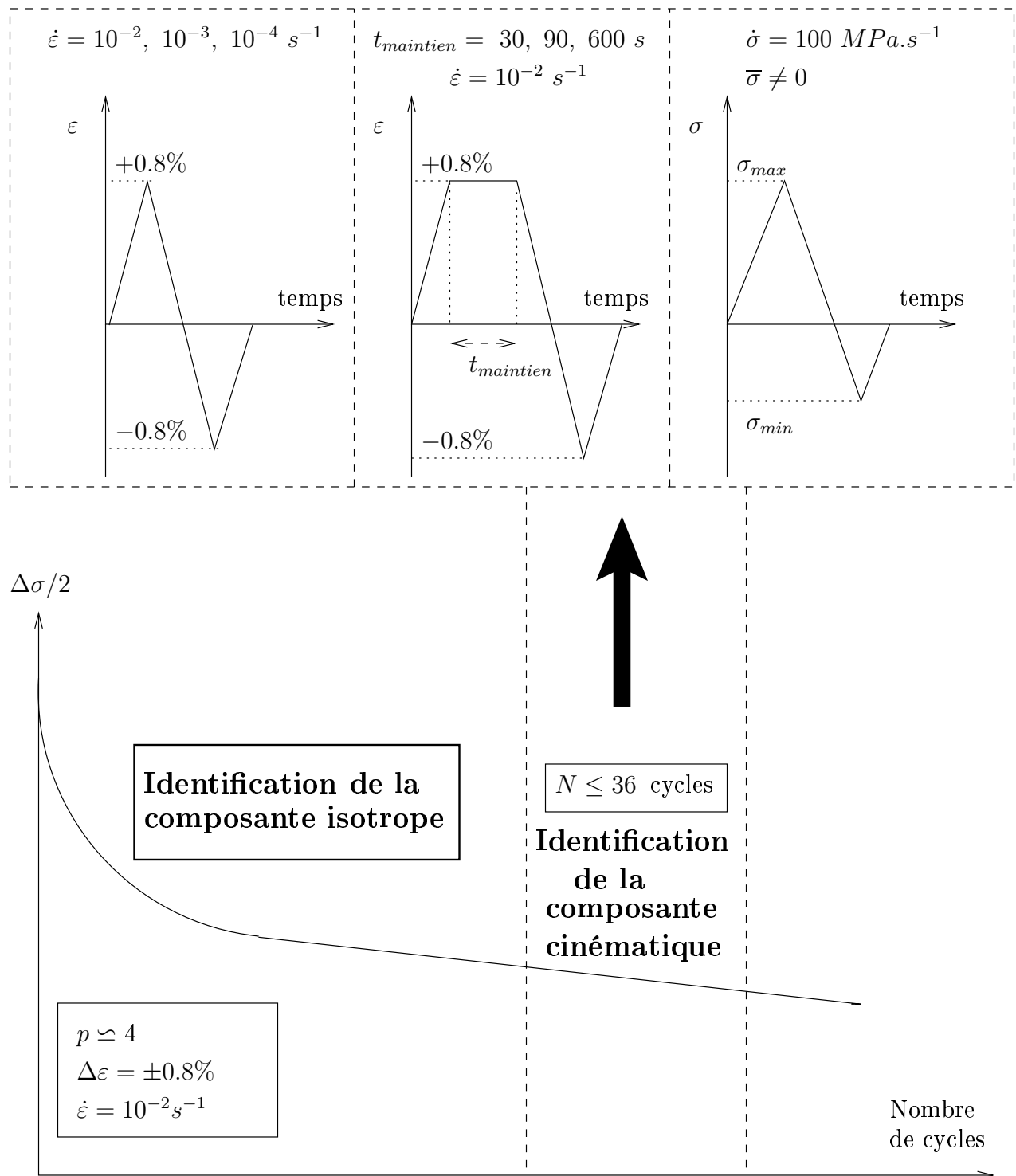


FIG. 3.1 – Méthodologie d'identification

3.1.2 Étapes d'identification des paramètres des modèles

L'identification des différents paramètres des modèles est réalisée avec le logiciel SiDoLo [104]. Pour cela, les formulations unidimensionnelles des modèles sont utilisées. La procédure qui suit peut indifféremment s'appliquer à l'une ou l'autre des formulations étudiées.

Par la suite, le processus se décompose en deux étapes.

- Dans un premier temps, il s'agit de déterminer les paramètres intervenant dans l'expression de la composante cinématique. Pour ce faire, l'essai de type I est exploité en excluant la partie 1 de la première phase. Dès lors, seuls des cycles effectués dans la phase d'adoucissement linéaire sont considérés. Aussi, l'hypothèse d'une stabilité de l'acier lors de cette phase est postulée, ou du moins le nombre de cycles effectués (allant de 26 à 36 selon le nombre de cycles en contrainte) est considéré comme insuffisant pour entraîner une chute significative de la demi amplitude de contrainte. Ainsi, la composante isotrope est prise constante et la limite élastique du matériau considérée à ce stade ne correspond pas à la limite élastique vraie R_0 mais à celle de l'état stable ou pseudo-stable R_0^* .

D'un point de vue modélisation, les essais à plusieurs vitesses permettent d'identifier la loi d'écoulement viscoplastique (K, n) ainsi que les deux variables d'écrouissage cinématique (C_1, C_2 pour le modèle classique ; C_{11}, C_{22} et C_{12} pour le modèle $2M1C$). Les paramètres D_1 et D_2 intervenant dans les termes de recouvrance dynamique sont choisis nuls pour le modèle $2M1C$ et sont fixés tout au long du processus d'identification pour le modèle de l'ONERA (excepté lors de l'étape 3).

Par la suite, la prise en compte des essais de fatigue-relaxation contraint à modifier les variables cinématiques. En effet, les effets visqueux introduits dans la loi d'écoulement ne sont plus suffisants pour bien reproduire la relaxation des contraintes pendant les temps de maintien surtout aux températures élevées (500, 600° C) où cette relaxation devient très importante. C'est pour cette raison que des termes de recouvrance statique sont introduits dans la formulation des variables cinématiques. Les coefficients m_1 et m_2 peuvent au départ être pris proche de l'exposant de viscosité n .

Enfin, il reste à considérer les essais en contrainte. L'identification s'opère ici sur tous les cycles. Quelques cycles en déformation sont préalablement simulés jusqu'à la remontée à déformation nulle afin d'initialiser les variables internes des modèles. A ce niveau, le modèle $2M1C$ reste inchangé alors qu'une troisième variable d'écrouissage cinématique (C_3, D_3) améliore la description des phénomènes de rochet et d'accommodation plastique pour le modèle classique. Ces améliorations sont discutées plus en détails dans la dernière partie de ce chapitre.

Notons que le modèle $2M1C$ comprend deux mécanismes dont l'importance plus ou moins grande s'exprime au travers des coefficients A_1 et A_2 .

- Dans un deuxième temps, la partie isotrope des modèles destinée à traduire l'adoucissement cyclique des aciers est considérée. Pour cela, la première phase de l'essai de type I ainsi que l'essai de type II sont exploités. Sa formulation est commune aux deux modèles. Les coefficients de la composante cinématique sont désormais fixés et la limite élastique n'est plus constante mais dépend de l'évolution de la variable

isotrope. Celle-ci comprend d'une part un terme traduisant la forte déconsolidation durant les premières centaines de cycles, d'autre part un terme décrivant l'adoucissement continu ayant lieu durant la majeure partie de la vie du matériau. Pour l'acier $55NiCrMoV7$, les coefficients (Q_2, b_2) qui traduisent la vitesse de déconsolidation linéaire sont constants quelle que soit la température contrairement aux paramètres ($Q_{1\infty}, b_1$) qui définissent la vitesse d'adoucissement au cours des premières centaines de cycles. Concernant l'acier $X38CrMoV5$, le chapitre 1 montre que cette déconsolidation linéaire n'est pas uniforme pour tous les niveaux de température, aussi, dans ce cas, le coefficient Q_2 ne sera plus uniforme avec la température. L'effet mémoire du trajet des déformations plastiques définit au travers de $Q_{1\infty}$ est mis en évidence par l'essai de type II. Le paramètre μ sera choisi constant pour les deux aciers, le paramètre η permettant de régler la mémoire sera choisi égal à 0.5 lorsque seuls des essais cycliques symétriques seront considérés (mémorisation instantanée), égal à 0.1 lorsque des essais dissymétriques seront introduits (mémorisation progressive) [25, 96]. Enfin, une simulation simultanée des 2 types d'essais permet de vérifier l'ensemble du jeu de coefficients pour chaque niveau de température.

3.2 Résultats du modèle ONERA

Les tableaux 3.1 - 3.2 résument les valeurs obtenues lors des différentes étapes de l'identification pour les composantes cinématiques et isotropes déterminées à partir de la base expérimentale choisie et en fonction des niveaux de température considérés. L'étape 1 considère seulement les essais à plusieurs vitesses, l'étape 2 y ajoute les essais de fatigue-relaxation et l'étape 3 englobe tous les essais en y additionnant les essais en contrainte. Le même processus est ensuite reconduit pour le modèle $2M1C$.

L'allure générale des différents coefficients en fonction de la température sera évoquée à la fin du chapitre.

Les figures 3.2 - 3.3 - 3.4 - 3.5 donnent quelques résultats d'identification obtenus sur l'acier $55NiCrMoV7$ lors de l'étape 3 par le modèle de l'ONERA.

3.2.1 Modèle de l'ONERA pour l'acier 55NiCrMoV7

TAB. 3.1 – COMPOSANTE CINÉMATIQUE POUR LE MODÈLE DE L'ONERA

		20° C	300° C	400° C	500° C
ÉTAPE 1	$E(MPa)$	207000	189000	176600	157000
	R_0^*	340	330	265	210
	K	130	165	195	270
	n	19.5	18	17	15
	C_1	1174000	920000	910000	745000
	D_1	4600	4600	4600	4600
	C_2	245000	198000	162000	100500
	D_2	415	415	415	415
ÉTAPE 2	$E(MPa)$	207000	189000	176600	157000
	R_0^*	340	330	265	210
	K	130	165	195	270
	n	19.5	18	17	15
	C_1	1174000	942500	908000	803500
	D_1	4600	4600	4600	4600
	C_2	245000	191000	175000	130200
	D_2	415	415	415	415
	M_1	500	440	400	250
	m_1	14	11.5	10.5	8
	M_2	2000	1800	1650	930
	m_2	14	12	11	8
ÉTAPE 3	$E(MPa)$	207000	189000	176600	157000
	R_0^*	340	330	255	200
	K	130	165	195	270
	n	19.5	18	17	15
	C_1	1223000	831800	760950	373400
	D_1	4600	4600	4600	4600
	C_2	301550	262150	255100	224120
	D_2	1870	1640	1240	970
	C_3	133700	95890	50410	12000
	D_3	0	0	0	20
	M_1	500	440	400	250
	m_1	14	11.5	10.5	8
	M_2	2000	1800	1650	930
m_2	14	12	11	8	

Résultats de l'identification fournis par le modèle de l'ONERA (Étape 3) pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de 500°C

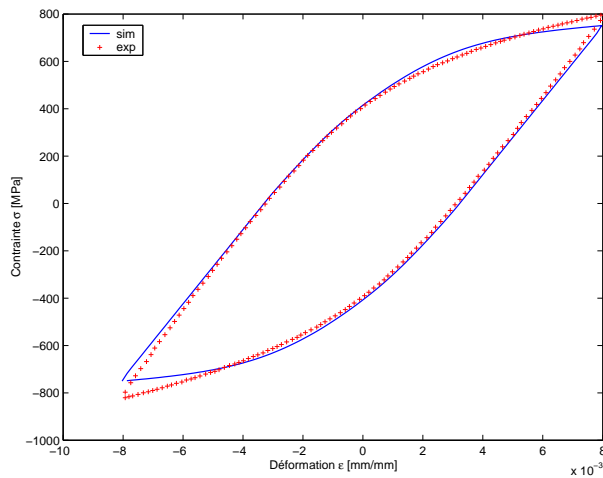


FIG. 3.2 — Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de 10^{-2} s^{-1}

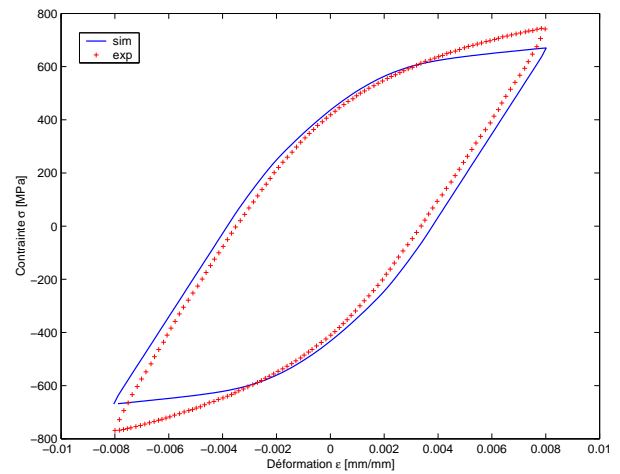


FIG. 3.3 — Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de 10^{-4} s^{-1}

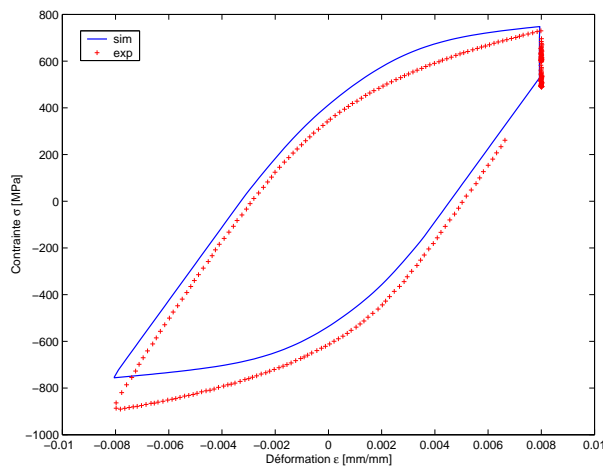


FIG. 3.4 — Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de 10^{-2} s^{-1} et une relaxation de 600 s

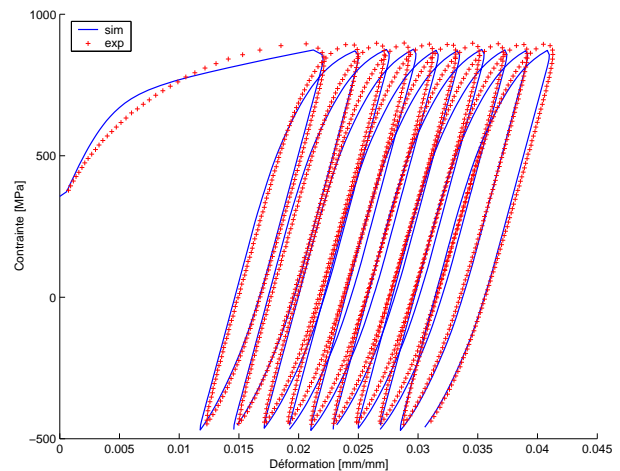


FIG. 3.5 — Comparaison expérience/simulation pour les cycles à contrainte imposée

TAB. 3.2 – COMPOSANTE ISOTROPE POUR LE MODÈLE DE L'ONERA

		20° C	300° C	400° C	500° C
ÉTAPE 1	R_0	770	500	475	440
	$Q_{1\infty}$	-410	-133	-141	-145.5
	b_1	11	6.5	6	5.9
	Q_2	-120	-120	-120	-120
	b_2	0.2	0.2	0.2	0.2
ÉTAPE 2	R_0	770	500	465	440
	$Q_{1\infty}$	-410	-120	-148	-162.5
	b_1	11	7	6.4	6
	Q_2	-120	-120	-120	-120
	b_2	0.2	0.2	0.2	0.2
ÉTAPE 3	R_0	700	480	460	440
	$Q_{1\infty}$	-390	-122	-115	-128
	b_1	11	7	6.5	6
	Q_2	-120	-120	-120	-120
	b_2	0.2	0.2	0.2	0.2

De manière analogue, les tableaux 3.3 - 3.4 résument les valeurs des coefficients obtenus pour l'acier *X38CrMoV5*.

3.2.2 Modèle de l'ONERA pour l'acier *X38CrMoV5* :

TAB. 3.3 – COMPOSANTE CINÉMATIQUE POUR LE MODÈLE DE L'ONERA

		20° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C
ÉTAPE 1	$E(MPa)$	213270	194770	190570	182560	167760	147180
	R_0^*	530	510	480	450	340	200
	K	100	110	120	200	350	455
	n	18.5	16.5	13.5	10.5	8	6
	C_1	830000	805560	771420	730000	690000	599600
	D_1	5000	5000	5000	5000	5000	5000
	C_2	300110	271650	232310	190740	150630	55320
	D_2	500	500	500	500	500	500
ÉTAPE 2	$E(MPa)$	213270	194770	190570	182560	167760	147180
	R_0^*	530	510	480	450	340	200
	K	100	110	120	200	350	455
	n	18.5	16.5	13.5	10.5	8	6
	C_1	810000	706600	665270	620000	565000	549300
	D_1	5000	5000	5000	5000	5000	5000
	C_2	300000	270000	230000	190000	151180	61340
	D_2	500	500	500	500	500	500
	M_1	590	510	390	310	295	285
	m_1	18.5	16.5	13	12.	10	8.5
	M_2	3000	2800	2600	2450	2275	1750
	m_2	14	12.5	10	7	6	3.5
ÉTAPE 3	$E(MPa)$	213270	194770	190570	182560	167760	147180
	R_0^*	530	510	480	450	340	200
	K	100	110	120	200	350	455
	n	18.5	16.5	13.5	10.5	8	6
	C_1	930000	855400	822330	802690	783900	350760
	D_1	5000	5000	5000	5000	5000	5000
	C_2	481950	454160	382580	301900	290850	263500
	D_2	4700	4700	4700	4700	4700	4700
	M_1	590	510	390	310	295	285
	m_1	18.5	16.5	13	12	10	8.5
	M_2	3000	2800	2600	2450	2275	1750
	m_2	14	12.5	10	7	6	3.5
	C_3	145735	132000	105870	100750	47300	16230
D_3	0	45	11.5	8	10.5	133	

TAB. 3.4 – COMPOSANTE ISOTROPE POUR LE MODÈLE DE L'ONERA

		20° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C
ÉTAPE 1	R_0	715	685	610	562	525	505
	$Q_{1\infty}$	-205	-183.5	-79.5	-53	-91	-150
	b_1	15	9.7	5.6	5	4.9	4
	Q_2	-78.5	-90	-95	-100	-160	-210
	b_2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
ÉTAPE 2	R_0	715	700	635	586	545	510
	$Q_{1\infty}$	-200	-174.5	-79.5	-54	-92	-152
	b_1	15	9.6	5.6	5	4.9	4
	Q_2	-78	-90	-95	-100	-160	-210
	b_2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
ÉTAPE 3	R_0	725	710	655	585	570	550
	$Q_{1\infty}$	-172.5	-163.5	-75	-63.5	-64	-151.5
	b_1	15	9.6	5.6	5	4.8	4
	Q_2	-78	-90	-95	-100	-160	-210
	b_2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3

3.3 Résultats du modèle 2M1C

Les tableaux 3.5 - 3.6 respectivement 3.7 - 3.8 présentent les valeurs des coefficients associées au modèle 2M1C pour l'acier martensitique 55NiCrMoV7 respectivement X38CrMoV5.

Les figures 3.6 - 3.7 - 3.8 - 3.9 - 3.10 - 3.11 représentent quelques courbes d'identification pour l'acier 55NiCrMoV7 obtenus lors de l'étape 3 par le modèle 2M1C. Des courbes analogues pour l'acier X38CrMoV5 sont représentées sur les figures 3.12 - 3.13 - 3.14 - 3.15 - 3.16 - 3.17.

Des résultats complémentaires sont fournis en annexe page 179.

3.3.1 Modèle 2M1C pour l'acier 55NiCrMoV7

TAB. 3.5 – COMPOSANTE CINÉMATIQUE POUR LE MODÈLE 2M1C

		20° C	300° C	400° C	500° C
ÉTAPE 1	$E(MPa)$	207000	189000	176600	157000
	R_0^*	500	420	330	250
	K	130	165	195	270
	n	19.5	18	17	15
	C_{11}	418770	249910	171240	135450
	D_1	0	0	0	0
	C_{22}	60840	29995	21850	11000
	D_2	0	0	0	0
	C_{12}	-120000	-63720	-44540	-20000
	A_1	0.8	0.72	0.58	0.455
	A_2	0.37	0.38	0.39	0.53
ÉTAPE 2	$E(MPa)$	206580	188940	176580	156935
	R_0^*	500	419	330	250
	K	130	165	195	270
	n	19.5	18	17	15
	C_{11}	449000	340000	311700	134450
	D_1	0	0	0	0
	C_{22}	54560	38280	29470	11000
	D_2	0	0	0	0
	C_{12}	-90620	-60000	-55300	-14020
	A_1	0.7	0.679	0.6	0.455
	A_2	0.477	0.486	0.495	0.53
	M_1	850	650	595	490
	m_1	20	18	17	7
	M_2	500	345	310	295
m_2	7	5.5	4.5	4	
ÉTAPE 3	$E(MPa)$	206580	188940	176580	156935
	R_0^*	500	420	330	270
	K	130	165	195	268
	n	19.5	18	17	15
	C_{11}	450480	406585	378675	195655
	D_1	0	0	0	0
	C_{22}	124980	91520	41965	13215
	D_2	0	0	0	0
	C_{12}	-149925	-126100	-84843	-40500
	A_1	0.78	0.74	0.66	0.65
	A_2	0.4	0.436	0.46	0.48
	M_1	795	760	740	705
	m_1	22	20	18	10.5
	M_2	890	850	800	700
m_2	11.75	9.5	7	4.3	

TAB. 3.6 – COMPOSANTE ISOTROPE POUR LE MODÈLE 2M1C

		20° C	300° C	400° C	500° C
ÉTAPE 1	R_0	800	520	440	380
	$Q_{1\infty}$	-282	-78	-80	-95
	b_1	11	5.1	4.9	4.7
	Q_2	-60	-60	-60	-60
	b_2	0.2	0.2	0.2	0.2
ÉTAPE 2	R_0	790	525	460	360
	$Q_{1\infty}$	-260	-65	-64	-80
	b_1	11	5	4.7	4.55
	Q_2	-80	-80	-80	-80
	b_2	0.2	0.2	0.2	0.2
ÉTAPE 3	R_0	790	525	455	410
	$Q_{1\infty}$	-295	-80	-68	-100
	b_1	11	7	6	5.5
	Q_2	-75	-75	-75	-75
	b_2	0.2	0.2	0.2	0.2

Résultats de l'identification fournis par le modèle 2M1C (Étape 3) pour l'acier 55NiCrMoV7 et une température de 500° C

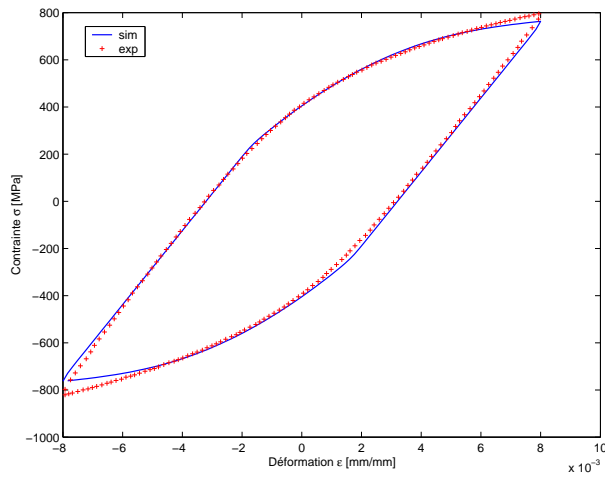


FIG. 3.6 – Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$

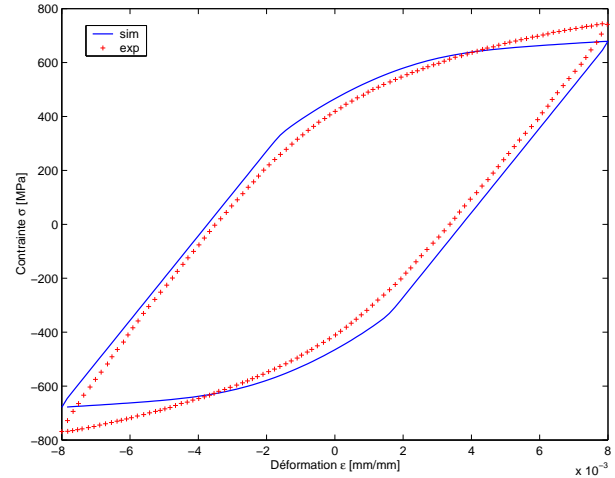


FIG. 3.7 – Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-4} s^{-1}$

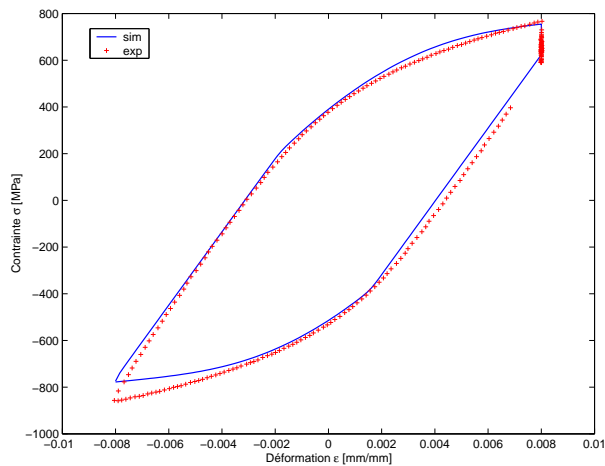


FIG. 3.8 – Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$ et une relaxation de 30 s

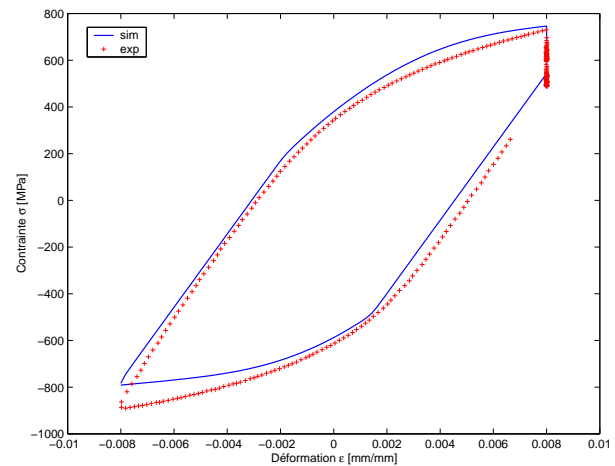


FIG. 3.9 – Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$ et une relaxation de 600 s

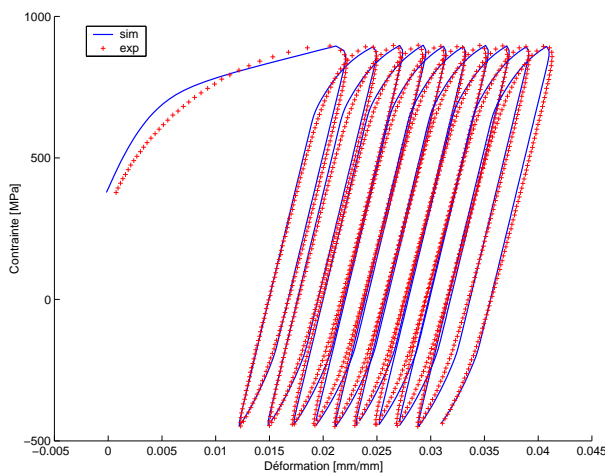


FIG. 3.10 – Comparaison expérience/simulation pour les cycles à contrainte imposée

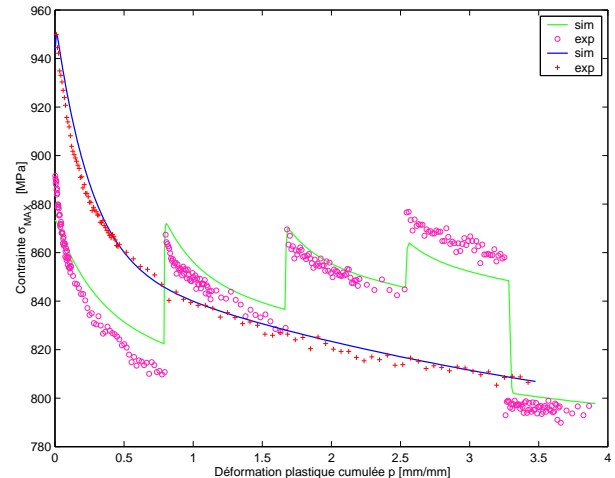


FIG. 3.11 – Comparaison expérience/simulation pour les adoucissements cycliques continus et multi-niveaux

3.3.2 Modèle 2M1C pour l'acier X38CrMoV5

TAB. 3.7 – COMPOSANTE CINÉMATIQUE POUR LE MODÈLE 2M1C

		20° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C
ÉTAPE 1	$E(MPa)$	213270	194770	190570	182560	167760	147180
	R_0^*	620	595	575	525	440	300
	K	100	110	120	200	350	455
	n	18.5	16.5	13.5	10.5	8	6
	C_{11}	550100	520380	490890	470100	347000	200000
	D_1	0	0	0	0	0	0
	C_{22}	55000	49850	41700	32750	21200	3400
	D_2	0	0	0	0	0	0
	C_{12}	-100000	-84500	-67100	-55570	-31700	-19050
	A_1	0.81	0.78	0.67	0.65	0.63	0.53
A_2	0.48	0.51	0.575	0.61	0.665	0.75	
ÉTAPE 2	$E(MPa)$	213270	194770	190570	182560	167760	147180
	R_0^*	620	595	575	525	440	290
	K	100	110	120	200	350	455
	n	18.5	16.5	13.5	10.5	8	6
	C_{11}	669000	603580	573150	525240	407250	177400
	D_1	0	0	0	0	0	0
	C_{22}	84200	74910	66175	55930	38900	7200
	D_2	0	0	0	0	0	0
	C_{12}	-58380	-40390	-34155	-19770	-13000	-9070
	A_1	0.62	0.61	0.6	0.595	0.585	0.57
	A_2	0.65	0.655	0.68	0.71	0.75	0.785
	M_1	940	855	760	710	670	630
	m_1	17	15	14	12.5	10.5	5.6
	M_2	700	655	620	575	565	545
m_2	14.3	12.5	12	11.2	9.25	3	
ÉTAPE 3	$E(MPa)$	213270	194770	190570	182560	167760	147180
	R_0^*	620	585	575	525	440	240
	K	100	110	120	200	350	455
	n	18.5	16.5	13.5	10.5	8	6
	C_{11}	1155640	1073970	898485	773550	428740	210665
	D_1	0	0	0	0	0	0
	C_{22}	107050	95350	75000	58800	28735	6975
	D_2	0	0	0	0	0	0
	C_{12}	-58680	-44535	-39090	-27955	-14865	-8065
	A_1	0.83	0.75	0.65	0.58	0.54	0.5
	A_2	0.63	0.66	0.7	0.75	0.76	0.77
	M_1	900	850	780	700	665	640
	m_1	21.75	17.25	15.5	13	11	6
	M_2	880	775	695	650	570	520
m_2	15	13.75	13	11.5	10	4	

TAB. 3.8 – COMPOSANTE ISOTROPE POUR LE MODÈLE 2M1C

		20° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C
ÉTAPE 1	R_0	760	725	655	600	570	555
	$Q_{1\infty}$	-130	-122	-45	-35	-65	-132
	b_1	14.6	10.2	7	5.2	4.9	4.5
	Q_2	-45	-55	-60	-65	-115	-180
	b_2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
ÉTAPE 2	R_0	755	715	660	615	590	575
	$Q_{1\infty}$	-130	-120	-41.5	-34	-57	-128
	b_1	14.6	10.1	5.9	5.2	4.9	4.5
	Q_2	-70	-72	-90	-92	-143.5	-195
	b_2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
ÉTAPE 3	R_0	765	720	670	640	600	545
	$Q_{1\infty}$	-156	-140	-60	-40	-51	-137
	b_1	14.6	10.1	5.9	5.4	4.9	4.5
	Q_2	-70	-81	-84	-87	-132	-168
	b_2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3

3.4 Évolutions des coefficients avec la température

Dans cette partie une loi d'évolution des coefficients avec la température est établie. Ceci permet d'une part de *lisser* l'allure de chaque coefficient et d'éviter des tendances fortement non monotones ainsi que des interpolations trop brutales entre deux niveaux de températures. Dans le cas contraire, les conséquences en terme de calcul de structures seraient préjudiciables notamment par un coût important des temps de calcul. D'autre part, ces lois d'évolution permettent de lier les coefficients des modèles à des phénomènes physiques thermiquement activés. Plusieurs travaux ont déjà été développés dans ce sens [12, 52, 43].

Dans cette étude, la méthode adoptée consiste dans un premier temps à lisser chaque coefficient par une fonction de la température. Puis, dans un deuxième temps, le modèle est réidentifié en anisotherme, c'est à dire en reprenant tous les essais isothermes simultanément, mais cette fois-ci en écrivant chaque coefficient non pas sous forme tabulaire mais comme une fonction explicite de la température. Ce travail permet de petits réajustements des paramètres de lissage afin d'avoir la meilleure réponse possible sur toute la base d'essais isothermes.

Module d'Young et limites élastiques E et R_0

Le module d'Young et la limite élastique diminuent lorsque la température augmente. Une forme exponentielle permet de représenter l'évolution du module d'élasticité E pour l'acier 55NiCrMoV7, un polynôme d'ordre 3 est considéré pour l'acier X38CrMoV5 :

Résultats de l'identification fournis par le modèle 2M1C (Étape 3) pour l'acier X38CrMoV5 et une température de 500° C

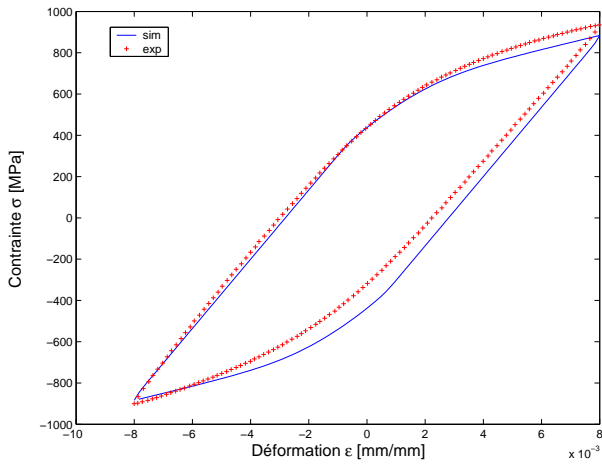


FIG. 3.12 – Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de 10^{-2} s^{-1}

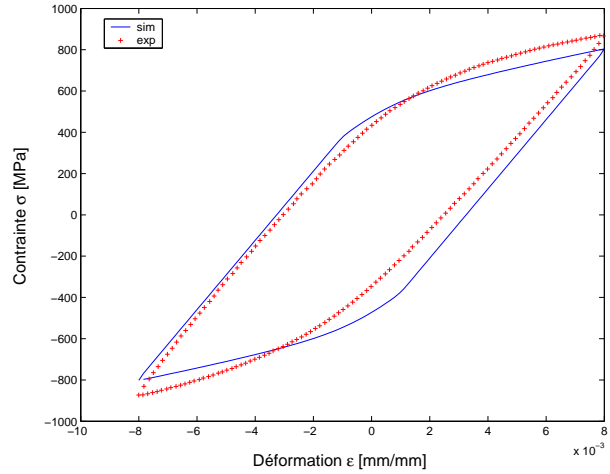


FIG. 3.13 – Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de 10^{-4} s^{-1}

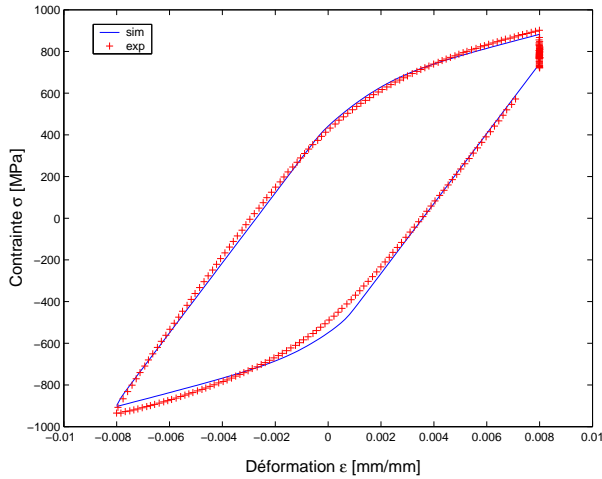


FIG. 3.14 – Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de 10^{-2} s^{-1} et une relaxation de 30 s

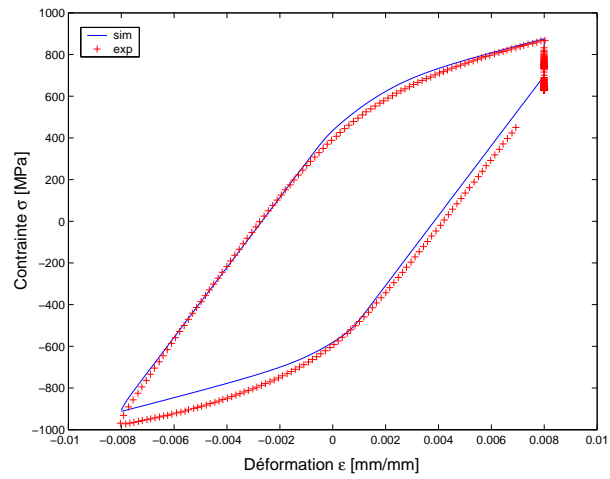


FIG. 3.15 – Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de 10^{-2} s^{-1} et une relaxation de 600 s

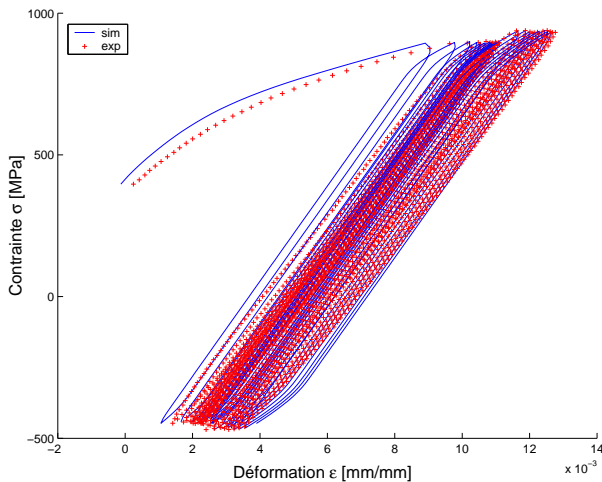


FIG. 3.16 – Comparaison expérience/simulation pour les cycles à contrainte imposée

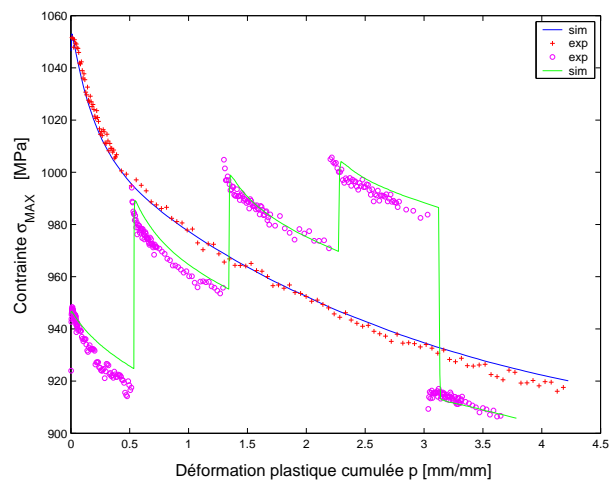


FIG. 3.17 – Comparaison expérience/simulation pour les adoucissements cycliques continus et multi-niveaux

$$\begin{array}{c|c}
 55NiCrMoV7 & X38CrMoV5 \\
 \hline
 E = E^1.e^{E_2.T} + E^3 & E = E^1T^3 + E^2T^2 + E^3T + E^4
 \end{array}$$

Et un polynôme d'ordre 2 pour l'acier 55NiCrMoV7 et X38CrMoV5 peut représenter l'évolution de la limite élastique vraie R_0 :

$$R_0 = R_0^1.T^2 + R_0^2.T + R_0^3$$

Paramètres de viscosité K et n

Le chapitre 1 montre que les effets visqueux augmentent avec la température pour les aciers étudiés. Ces effets font partie des phénomènes thermiquement activés dont la prise en compte devient essentielle lorsque la température dépasse le tiers de la température de fusion du matériau considéré. Les effets de temps et de vitesse ne peuvent plus alors être négligés [95]. Compte tenu des températures de fusion des aciers 55NiCrMoV7 ($\simeq 1743 K$) et X38CrMoV5 ($\simeq 1673 K$), ces mécanismes deviennent significatifs au delà de $300^\circ C$ pour devenir importants lorsque la température dépasse $500^\circ C$. D'après la littérature [72], ils correspondent à des mouvements de dislocations dans les grains (montée, déviation...), auxquels se superposent des effets de glissements inter cristallins.

Pour les deux matériaux, une forme exponentielle traduit la diminution de l'exposant de viscosité n lorsque la température augmente. Une loi d'Arrhénius permet de reproduire l'évolution de K . R est la constante des gaz parfaits ($R = 8.314 J/mol$), K_0 et K_1 sont des constantes et Q une énergie d'activation. Ces évolutions permettent de traduire une forte influence de la viscosité aux hautes températures qui s'atténue fortement aux basses températures.

$$K = K^0.e^{\frac{Q}{RT}} + K^1; \quad n = n^1.e^{n^2.T} + n^3$$

Termes d'écrouissage cinématique et de recouvrance statique

Nous avons vu au cours du premier chapitre que la contrainte diminue lorsque la température de l'essai augmente. Ce phénomène se traduit par une diminution des coefficients C_i avec la température.

En effet, en intégrant la variable cinématique unidimensionnelle dans les cas du modèle de l'ONERA sans recouvrance statique (seul cas où la solution est analytique), nous pouvons tirer l'expression de la contrainte cinématique saturée.

$$d\alpha = d\varepsilon_p - \nu D\alpha$$

$\nu = 1$ correspond au cas du chargement cyclique et $\nu = -1$ à celui du déchargement cyclique.

Ce qui donne :

$$\int_{t=0}^t d(\alpha e^{\nu D\varepsilon_p}) = \frac{\nu}{D} \int_{t=0}^t d(e^{\nu D\varepsilon_p})$$

Ainsi, dans le cas de la première montée ($\nu = 1$) :

$$X = C\alpha = \frac{C}{D} + e^{-D(\varepsilon_p - \varepsilon_p(t=0))} \left(X(t=0) - \frac{C}{D} \right)$$

Par conséquent :

$$X_s = \lim_{\varepsilon_p \rightarrow +\infty} X = \frac{C}{D}$$

Sachant que les coefficients D_i du terme de recouvrance dynamique sont fixés (mise à part pour l'étape 3), il apparaît que la diminution de la contrainte avec la température sera conditionnée par celle des coefficients C_i .

Pour traduire cette évolution, une forme exponentielle a encore été considérée. Il en est de même pour le modèle *2M1C* où les coefficients C_{ii} diminuent avec la température. En outre, l'originalité du modèle lié aux 2 mécanismes fournit une troisième variable C_{12} qui régit un couplage entre les variables d'érouissage cinématique. Elle autorise la description de la non linéarité de l'érouissage même lorsque les termes de recouvrance dynamique sont nuls.

Enfin, les paramètres M_i et m_i des termes de recouvrance statique diminuent lorsque la température augmente. Ainsi, ces valeurs fournissent une recouvrance statique importante aux hautes températures, de plus en plus faible aux basses températures et négligeable à température ambiante.

Voici les différentes lois d'évolution considérées pour les différents coefficients :

$$\begin{aligned} C_i &= C_i^1 \cdot e^{C_i^2 \cdot T} + C_i^3 \text{ pour } i = 1, 2, 3; & C_{ij} &= C_{ij}^1 \cdot e^{C_{ij}^2 \cdot T} + C_{ij}^3 \text{ pour } i, j = 1, 2 \\ M_i &= M_i^1 \cdot e^{M_i^2 \cdot T} + M_i^3 \text{ pour } i = 1, 2; & m_i &= m_i^1 \cdot e^{m_i^2 \cdot T} + m_i^3 \text{ pour } i = 1, 2 \end{aligned}$$

Il est parfois difficile de lier l'évolution de certains paramètres avec la température. En effet, les phénomènes de rochet et d'accommodation plastique dépendent certes de la température mais également du chargement appliqué. Aussi, concernant le modèle de l'ONERA, le terme de recouvrance dynamique de la troisième variable isotrope (traduit au travers du coefficient D_3) permet de calibrer le rochet sans affecter les cycles en déformation. Pour l'acier *55NiCrMoV7*, celui-ci augmente avec la température du fait que les chargements appliqués ont conduit à un rochet croissant avec la température. Pour le modèle *2M1C*, une recouvrance non nulle peut également permettre de mieux décrire les différents niveaux de chargement en contrainte. Il est alors difficile de relier leurs évolutions avec la température. La solution consisterait à réaliser plusieurs niveaux de chargements en contrainte pour chaque essai isotherme de manière à faire évoluer les paramètres des lois cinématiques en fonction de la température mais aussi en fonction du chargement appliqué.

Par conséquent, concernant le modèle de l'ONERA, les coefficients D_2 et D_3 des termes de recouvrance dynamique peuvent ne pas être constants lors de l'étape 3, ils varient en fonction de la température. C'est le cas du coefficient D_2 pour l'acier *55NiCrMoV7* dont l'évolution peut s'écrire sous forme exponentielle. En revanche aucune loi d'évolution n'a été déterminée pour D_3 dont la valeur est fortement liée à la calibration du rochet.

$$D_2 = D_2^1 \cdot e^{D_2^2} + D_2^3$$

Concernant le modèle 2M1C, les coefficients D_1 et D_2 sont pris égaux à zéro.

Termes A_i pour le modèle 2M1C

Les coefficients de localisation des mécanismes de déformation A_i ont tous des valeurs comprises entre 0 et 1. Ils exercent une forte influence sur le comportement. Leurs évolutions peut également se définir à partir d'une forme exponentielle.

$$A_i = A_i^1 \cdot e^{A_i^2} + A_i^3 \text{ pour } i = 1, 2$$

Termes d'écroutissage isotrope

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, les adoucissements cycliques des deux aciers martensitiques revenus n'ont pas la même évolution avec la température. Ils se traduisent tous deux au travers de deux variables isotropes non linéaires. La déconsolidation de type I est traduite par la variable R_1 au travers des coefficients $Q_{1\infty}$ et b_1 .

En outre, concernant le coefficient $Q_{1\infty}$ de la loi isotrope pour l'acier à 5% de Chrome, une évolution monotone semble difficile compte tenu des observations réalisés sur l'adoucissement cyclique du matériau (Chapitre 1). En effet, le paramètre Q_2 influence la pente de la droite représentant l'adoucissement linéaire, alors que le coefficient $Q_{1\infty}$ influence l'intensité de déconsolidation. L'observation des courbes d'adoucissement pour chaque niveau de température montre une intensité de déconsolidation importante pour 20 et 200° C puis qui diminue 300 et 400° C pour augmenter à nouveau pour 500 et 600° C. De plus, contrairement au 55NiCrMoV7, la partie linéaire de la déconsolidation n'est pas identique à toutes les températures. En effet, une faible augmentation de la pente est constatée aux basses températures (200, 200, 300 et 400° C) puis devient beaucoup plus importante aux températures élevées (500 et 600° C). Ces observations amènent à une évolution non monotone de $Q_{1\infty}$ et une évolution croissante de Q_2 avec la température.

Fort de ce constat, les coefficients μ , η sont choisis constants ainsi que le coefficient b_2 intervenant dans l'adoucissement de type II quels que soit la température et le matériau considérés. L'évolution du coefficient b_1 peut se représenter à l'aide d'un polynôme d'ordre 3.

$$b_1 = b_1^1 \cdot T^3 + b_1^2 \cdot T^2 + b_1^3 \cdot T + b_1^4$$

Les évolutions des autres coefficients de la loi isotrope sont décrites dans le tableau suivant.

55NiCrMoV7	X38CrMoV5
$Q_{1\infty} = Q_1^1 \cdot T^3 + Q_1^2 \cdot T^2 + Q_1^3 \cdot T + Q_1^4$	√
$Q_2 = \text{constante}$	$Q_2 = Q_2^1 \cdot T^3 + Q_2^2 \cdot T^2 + Q_2^3 \cdot T + Q_2^4$

Bilan

Les valeurs des différents coefficients intervenant dans les lois d'évolution définies précédemment sont reportés en annexe page 192 pour les deux modèles et les deux matériaux. Ces coefficients ont été obtenus après une ré-identification de la base d'essais isothermes complètes. Tous les essais isothermes sont pris en considération simultanément et les paramètres

à déterminer ne sont plus ceux des modèles mais ceux définissant les lois d'évolution. Seule l'évolution du coefficient $Q_{1\infty}$ pour l'acier $X38CrMoV5$ n'est pas définie en fonction de la température et reste représentée sous forme tabulaire. Les figures C.2-C.10 représentent ces évolutions pour les coefficients du modèle de l'ONERA et l'acier $55NiCrMoV7$, les figures C.11-C.17 l'évolution des coefficients pour le modèle $2M1C$.

Les figures C.18-C.27 représentent l'évolution des coefficients du modèle de l'ONERA, les figures C.28-C.36 celle des coefficients du modèle $2M1C$ pour l'acier $X38CrMoV5$. Toutes ces figures sont fournies en annexe à la page 183.

Vérification des paramètres identifiés

A partir des formulations des différents modèles, il est possible de retrouver l'expression de la contrainte à rupture ($\varepsilon_p \rightarrow +\infty$) et donc à l'aide du jeu de coefficients, d'établir son allure en fonction de la température. Le résultat constitue un moyen de vérifier le sens physique des coefficients déterminés.

Cette expression s'obtient facilement et analytiquement pour le modèle de l'ONERA sans terme de recouvrance statique (étape 1). Cette expression analytique permet également de représenter la limite élastique conventionnelle $R_{0,2}$ (σ_{02}). Le rajout des termes de recouvrance statique conduit à une expression plus complexe dont la solution est numérique. En revanche, il n'est pas possible de représenter la contrainte à rupture pour l'étape 3 du fait de la quasi-linéarité de la troisième variable cinématique considérée (D_3 petit) permettant une meilleure reproduction du rochet mais limitant le domaine de validité du modèle.

Enfin, le cas le plus complexe reste celui du modèle $2M1C$ qui conduit également à une solution numérique (calculé par une méthode de Newton). Pour ce modèle, le problème subsiste lorsque des variables cinématiques linéaires sont considérées qui ne permettent pas de représenter la contrainte à rupture.

– Cas du modèle de l'ONERA sans terme de recouvrance statique

$$\begin{aligned}\sigma_u(T) &= R_0(T) + \sum_i \lim_{\varepsilon_p \rightarrow +\infty} (X_i(T) + R_i(T)) + K(T)(10^{-1})^{n(T)} \\ &= R_0(T) + \sum_i \frac{C_i(T)}{D_i(T)} + Q_2(T) + Q_{1\infty}(T) + K(T)(10^{-1})^{n(T)}\end{aligned}$$

– Cas du modèle de l'ONERA avec terme de recouvrance statique

Dans la cas du chargement cyclique, les formulations précédentes conduisent :

$$\dot{\alpha}_i = \dot{\varepsilon}_p - D_i \dot{\varepsilon}_p \alpha_i - \left(\frac{C_i}{M_i} \right)^{m_i} \alpha_i^{m_i} \text{ pour } : i = 1, 2$$

Dans le but de calculer la contrainte ultime, nous pouvons écrire :

$$\dot{\alpha}_i^u = 0 = \dot{\varepsilon}_p^u - D_i \dot{\varepsilon}_p^u \alpha_i^u - \left(\frac{C_i}{M_i} \right)^{m_i} (\alpha_i^u)^{m_i} \text{ pour } : i = 1, 2$$

Une solution numérique peut alors être déterminée pour α_i^u , et la contrainte ultime s'écrit :

$$\sigma_u(T) = R_0(T) + \sum_i C_i(T) \alpha_i^u(T) + Q_2(T) + Q_{1\infty}(T) + K(T)(10^{-1})^{n(T)}$$

Les figures 3.18 et 3.19 illustrent l'évolution de la limite élastique conventionnelle et de la contrainte à rupture en tension des aciers $55NiCrMoV7$ et $X38CrMoV5$.

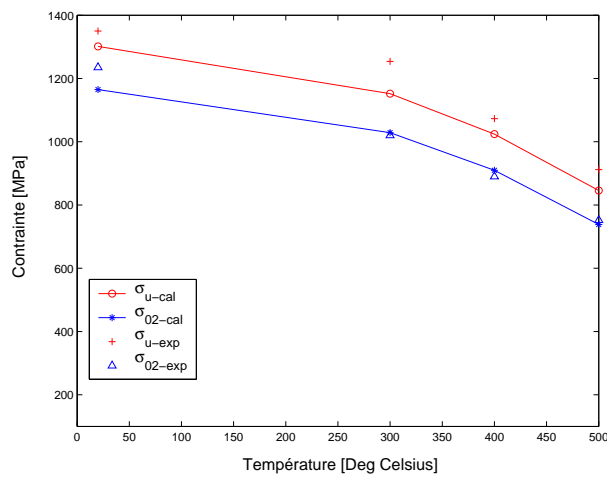


FIG. 3.18 – Evolution de la contrainte à rupture σ_u et de la limite élastique conventionnelle σ_{02} en fonction de la température pour l'acier $55NiCrMoV7$ (Etape 1)

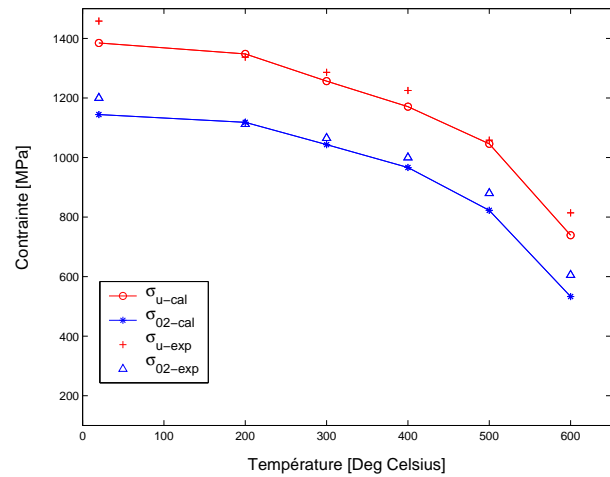


FIG. 3.19 – Evolution de la contrainte à rupture σ_u et de la limite élastique conventionnelle σ_{02} en fonction de la température pour l'acier $X38CrMoV5$ (Etape 1)

Le tableau 3.9 fournit les valeurs de la limite élastique conventionnelle et de la contrainte à rupture en tension pour les aciers $55NiCrMoV7$ [18] et $X38CrMoV5$ [9] en fonction de la température.

		20° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C
55NiCrMoV7	σ_u [MPa]	1350	1280	1250	1050	900	625
	σ_{02} [MPa]	1235	1075	1015	870	740	420
X38CrMoV5	σ_u [MPa]	1460	1350	1290	1230	1060	815
	σ_{02} [MPa]	1200	1110	1065	1000	880	605

TAB. 3.9 – VALEURS DE LA LIMITE ÉLASTIQUE CONVENTIONNELLE ET DE LA CONTRAINTE À RUPTURE EN TENSION DES ACIERS $55NiCrMoV7$ [18] ET $X38CrMoV5$ [9]

3.5 Discussion

Dans cette partie, les capacités des modèles à prendre en compte simultanément différents types de sollicitations sont discutées. Compte tenu du processus expérimental, les niveaux de contraintes atteints en fin de sollicitation en amplitude de déformation ne sont pas connus. Aussi, il est difficile d'évaluer à l'avance la réponse fournie pour les essais à contrainte imposée. Ainsi, suivant les températures, soit un effet d'accommodation plastique soit un effet rochet a été obtenu selon que cette amplitude était proche ou non du niveau en fin de cyclage en déformation.

Les résultats de l'identification révèlent bien évidemment que la détermination d'un jeu de coefficients est d'autant plus difficile que le nombre et les types de sollicitations considérées sont importants. Les modèles présentés conservent des difficultés à traduire simultanément les cycles en contrainte, les essais multi-vitesses et les cycles de fatigue relaxation surtout pour des températures élevées où des interactions plasticité-fluage pourraient avoir lieu. Une alternative possible visant à améliorer les résultats pourrait être d'introduire deux critères indépendants (*2M2C*) [20]. Cette formulation permettrait par exemple dans un premier temps pour les essais de relaxation après fatigue d'activer le mécanisme plastique puis dans un deuxième temps le mécanisme viscoplastique qui deviendrait peu à peu prédominant. En outre, les effets de sensibilité au taux de déformation inverse mise en évidence sur l'acier à 5% de Chrome dans le chapitre 1 pourraient alors être considérés. Tout ceci pourraient faire l'objet de travaux futurs.

3.5.1 Modèle de l'ONERA

L'évolution des 3 variables cinématiques est tout d'abord présentée en fonction du type de sollicitation.

Pour les essais à déformation imposée, la variable d'écrouissage cinématique $X = X_1 + X_2 + X_3$ est composée d'un premier écrouissage X_1 qui sature très rapidement, d'un deuxième X_2 destiné à décrire la partie non linéaire transitoire de la courbe d'hystérésis et enfin d'un troisième X_3 qui correspond à la partie quasi-linéaire de la courbe d'hystérésis. Les figures 3.20 et 3.21 illustrent cette superposition pour l'acier *55NiCrMoV7* à une température de $500^\circ C$.

Pour les essais à contrainte imposée, la réponse du modèle dépend des niveaux de contrainte appliqués lors de la phase *pseudo-stabilisée* qui conduisent soit à une accommodation plastique ($T = 20^\circ C$), soit à une déformation de rochet ($T = 500^\circ C$). Il apparaît alors que le terme de recouvrance dynamique de la troisième variable cinématique D_3 du modèle de l'ONERA n'a aucune influence sur la réponse fournie sur les essais en déformation. D'autres études ont abouti aux mêmes conclusions [5]. Cependant, ce paramètre devient prépondérant quant il s'agit de décrire les phénomènes de rochet ou d'accommodation plastique. Ainsi, une troisième variable cinématique non linéaire ($D_3 \neq 0$) calibre le rochet et retarde les effets d'accommodation. En revanche, une variable quasi-linéaire ($D_3 \simeq 0$) produit un effet d'accommodation instantané. Les figures 3.22 à 3.29 fournissent la superposition des variables cinématiques dans le cas de l'accommodation ($T = 20^\circ C$) et du rochet ($T = 500^\circ C$) pour l'acier *55NiCrMoV7*.

Pour $20^\circ C$ où l'accommodation est plus rapide, une saturation de la variable X_1 est

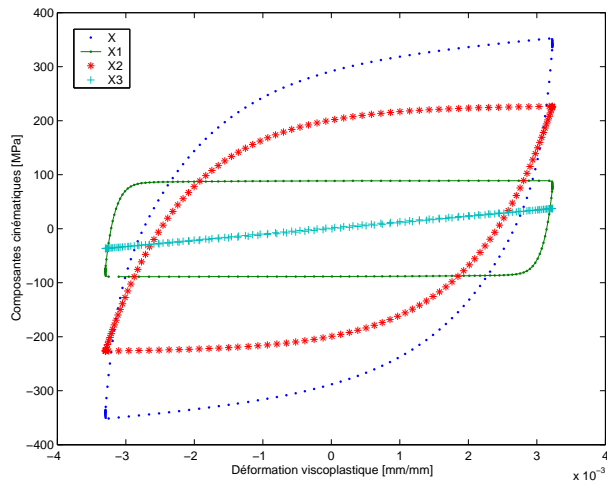


FIG. 3.20 – Hystérésis obtenue pour $\dot{\epsilon} = 10^{-2}s^{-1}$ et une température de $500^{\circ}C$ pour le $55NiCrMoV7$

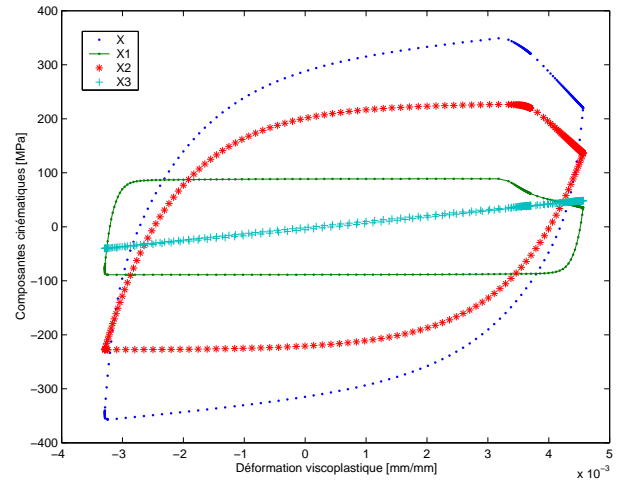


FIG. 3.21 – Hystérésis obtenue pour $\dot{\epsilon} = 10^{-2}s^{-1}$, un temps de maintien de $600s$ et une température de $500^{\circ}C$ pour le $55NiCrMoV7$

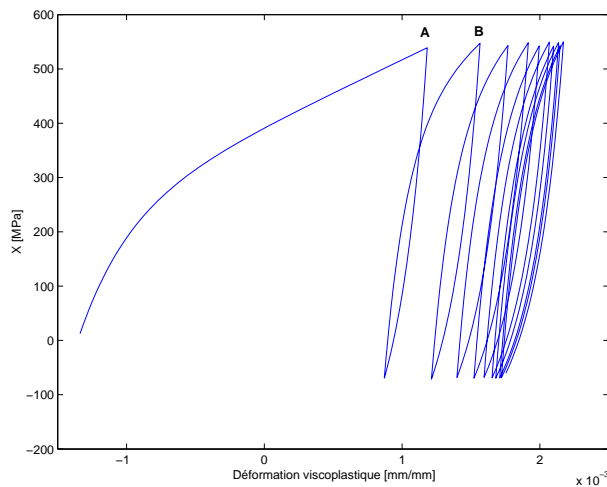


FIG. 3.22 – Réponse en contrainte de la variable X obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $20^{\circ}C$

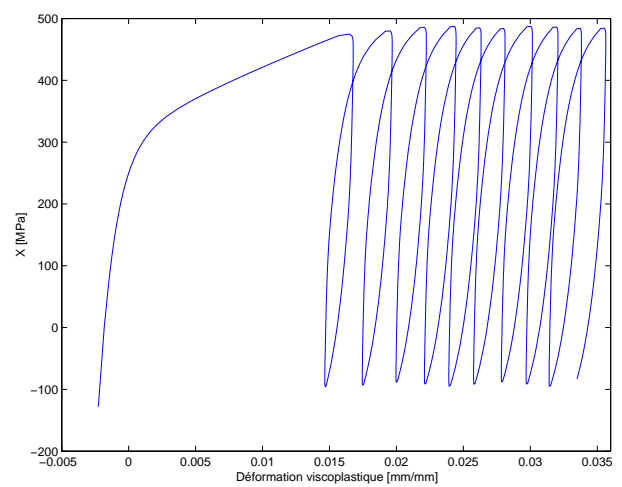


FIG. 3.23 – Réponse en contrainte de la variable X obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $500^{\circ}C$

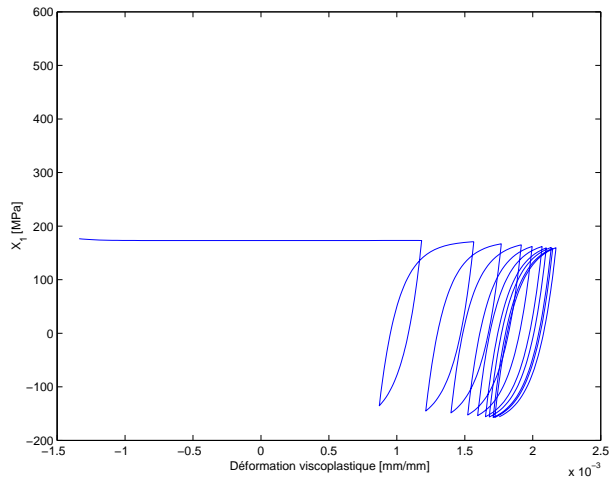


FIG. 3.24 – Réponse en contrainte de la variable X_1 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $20^\circ C$

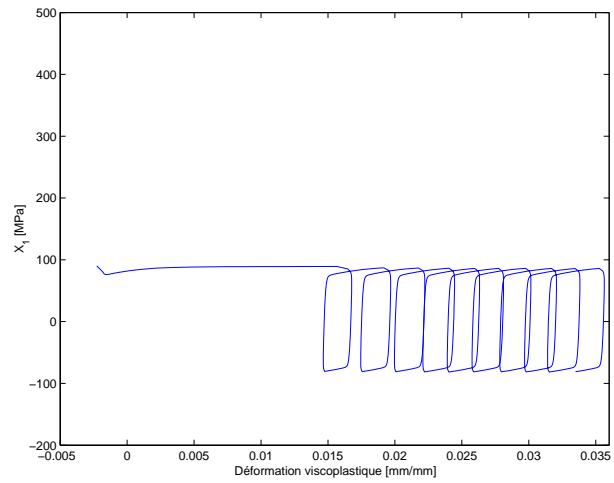


FIG. 3.25 – Réponse en contrainte de la variable X_1 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $500^\circ C$

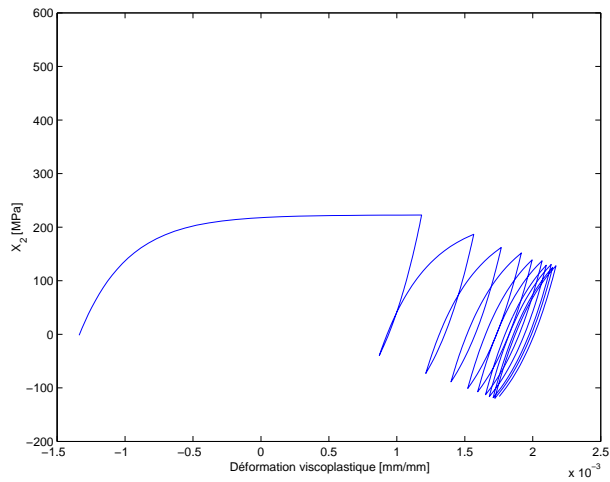


FIG. 3.26 – Réponse en contrainte de la variable X_2 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $20^\circ C$

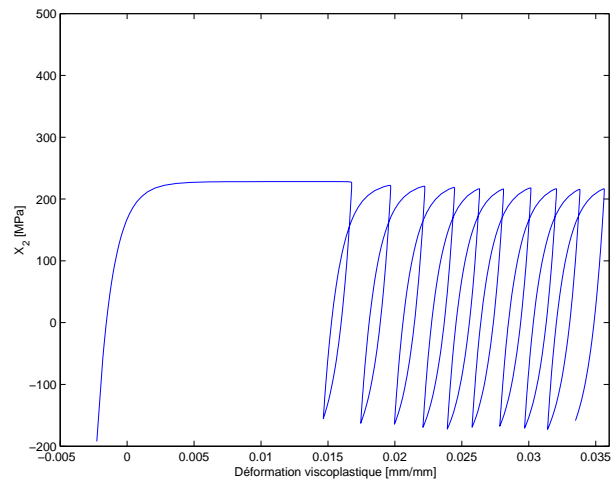


FIG. 3.27 – Réponse en contrainte de la variable X_2 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $500^\circ C$

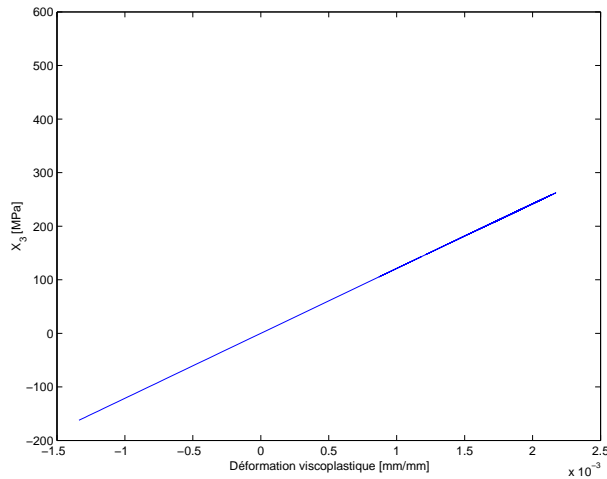


FIG. 3.28 – Réponse en contrainte de la variable X_3 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $20^\circ C$

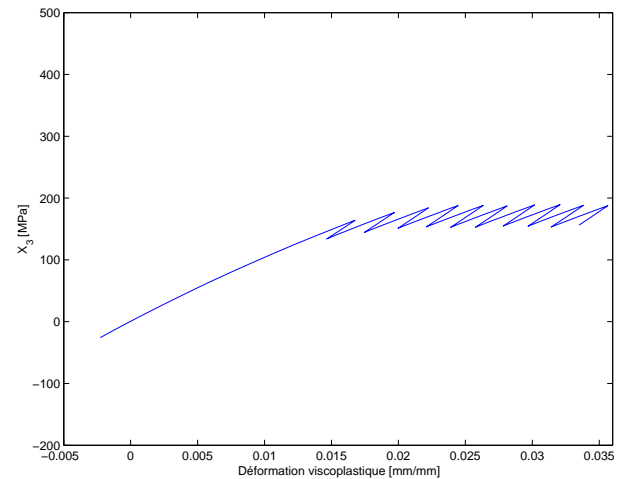


FIG. 3.29 – Réponse en contrainte de la variable X_3 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $500^\circ C$

constatée alors que la variable X_2 décroît, et X_3 croît linéairement. Ce résultat est conforté par les équations du modèle qui montrent que l'évolution de X_2 est inversement proportionnelle à celle de X_3 . Ce résultat avait déjà été mis en évidence par HASSAN [5]. En effet, considérons les points A et B de la figure 3.22, nous pouvons écrire : $X^A = X^B$ ou encore que $dX^A = dX^B$.

De plus, la saturation de X_1 implique que $X_1^A = X_1^B$ ou encore que $dX_1^A = dX_1^B$. Sachant que $X = X_1 + X_2 + X_3$, nous pouvons écrire que :

$$d(X_2^A - X_2^B) = -d(X_3^A - X_3^B)$$

Ainsi, une croissance de X_3 ($X_3^A < X_3^B$) donne nécessairement une décroissance de X_2 ($X_2^A > X_2^B$).

3.5.2 Modèle 2M1C : considérations métallurgiques

Contrairement au modèle précédent, le modèle 2M1C offre la possibilité de décrire la non linéarité de l'érouissage en introduisant un couplage uniquement de 2 variables cinématiques linéaires.

Cette approche définit deux mécanismes $A_1 \cdot \varepsilon_1$ et $A_2 \cdot \varepsilon_2$ induisant deux états de contraintes σ_1 et σ_2 qui peuvent agir indépendamment afin de couvrir différents types de sollicitations.

Les figures 3.30-3.35 séparent les contributions des deux mécanismes du modèle 2M1C pour l'acier $55NiCrMoV7$. Tous les cycles ont été enregistrés lors du régime pseudo-stabilisé. Des résultats similaires sont obtenus par le modèle pour l'acier $X38CrMoV5$.

Pour les vitesses élevées ($10^{-2} s^{-1}$), les deux mécanismes agissent sur le même domaine de déformation (figures 3.30 et 3.31) quelle que soit la température. Pour les fréquences plus basses (temps de relaxation de 600 s de l'essai à $10^{-2} s^{-1}$), deux mécanismes disjoints semblent se dégager pour les hautes températures (figure 3.33). Ce modèle semble donc

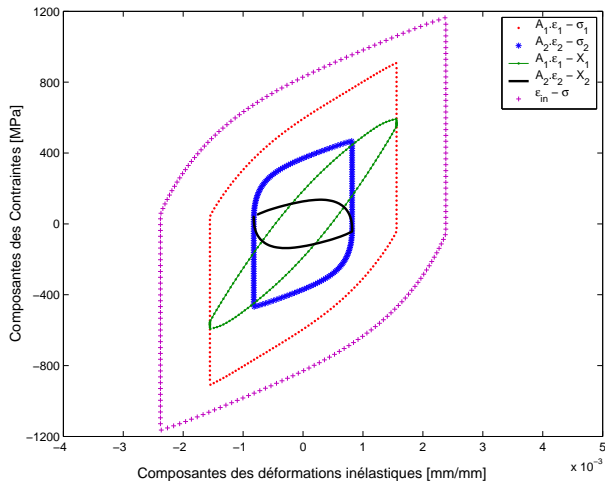


FIG. 3.30 – Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour un cycle de $10^{-2}s^{-1}$ et une température de $20^{\circ}C$

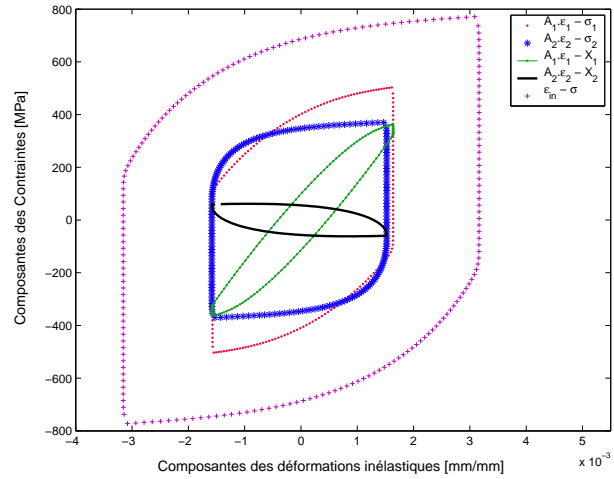


FIG. 3.31 – Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour un cycle de $10^{-2}s^{-1}$ et une température de $500^{\circ}C$

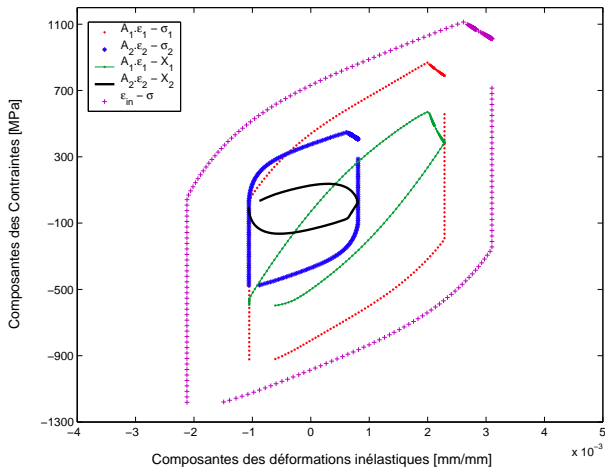


FIG. 3.32 – Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour un cycle de $10^{-2}s^{-1}$, un maintien de 600s et une température de $20^{\circ}C$

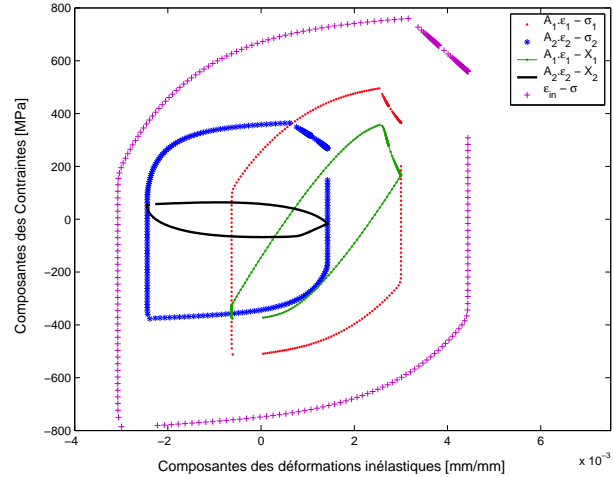


FIG. 3.33 – Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour un cycle de $10^{-2}s^{-1}$, un maintien de 600s et une température de $500^{\circ}C$

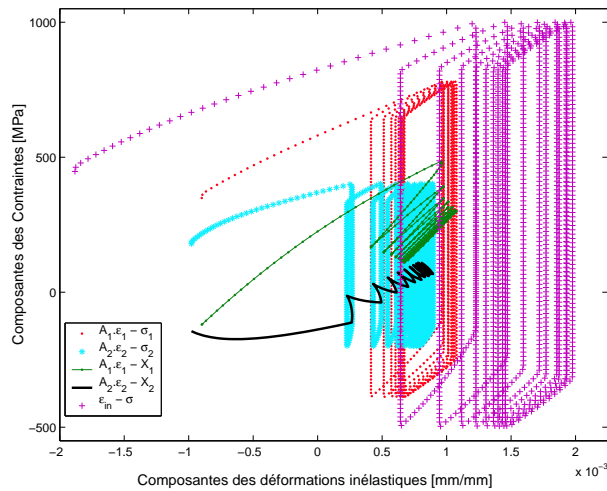


FIG. 3.34 – Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour les cycles en contrainte et une température de $20^{\circ} C$

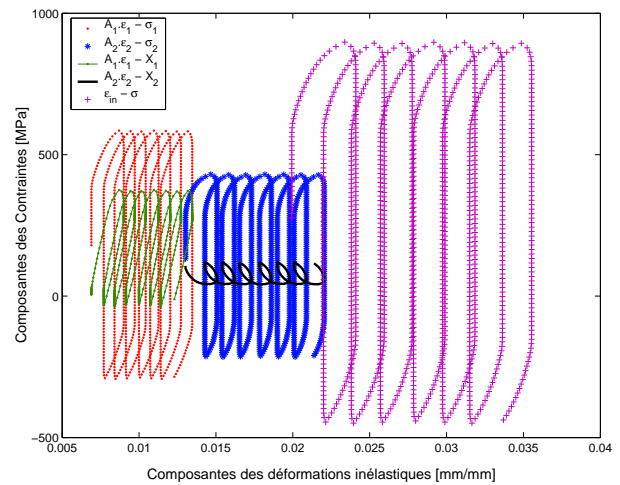


FIG. 3.35 – Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour les cycles en contrainte et une température de $500^{\circ} C$

faire apparaître des mécanismes thermiquement activés influencés par la vitesse de sollicitation.

Concernant les cycles en contrainte, le même phénomène semble avoir lieu, le premier agissant sur les petites déformations plastiques (figure 3.35), le deuxième sur celles plus élevées. Comme précédemment, ce phénomène semble moins apparent aux basses températures (figure 3.34) où les mécanismes semblent plus proches.

Le modèle 2M1C offre ainsi la possibilité de formuler des hypothèses liant les réponses fournies par ces deux mécanismes avec des résultats micro-structuraux qui ont été établis par ailleurs [83]. En effet, les principaux mécanismes responsables de l'adoucissement cyclique des aciers martensitiques revenus sont liés aux dislocations et aux carbures.

Evolutions lentes : composantes isotropes du modèle

La caractérisation et l'étude de l'évolution des éléments que sont les carbures et les dislocations représentent une étape importante dans la compréhension du comportement macroscopique du matériau. Le modèle 2M1C constitue un outil intéressant pour étudier l'influence de la sollicitation en fatigue oligocyclique sur la structure des dislocations et des carbures. Une étude récente de MEBARKI [83] mettant en œuvre un essai de fatigue à $550^{\circ} C$ à déformation totale imposée ($\Delta\varepsilon = 2\%$) et réalisée sur l'acier X38CrMoV5 (42 HRC) a révélé que la déconsolidation cyclique était due au deux tiers par la diminution de la densité de dislocation, au tiers par la coalescence des carbures (modèles de TAYLOR et OROWAN). Un rapport similaire est obtenu en comparant les valeurs des variables R_1 et R_2 du modèle 2M1C (Figure 3.36). Toutefois, ce rapport peut être influencé par la température de l'essai et son évolution mériterait d'être confirmée par d'autres investigations microstructurales.

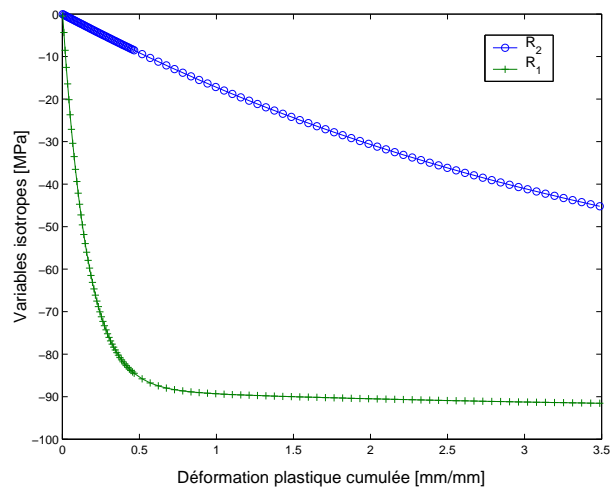


FIG. 3.36 – Mécanismes d'adoucissement pour l'acier 55NiCrMoV7 à la température de 500° C

– Rôle des dislocations immobiles (mécanisme R_1) :

La trempe confère au matériau une forte densité de dislocations au sein des lattes de martensite. Les sollicitations répétées ont pour effet d'augmenter le libre parcours moyen des dislocations. Les mécanismes de réarrangement provoquent une structure plus hétérogène et ceux d'annihilation fournissent un réseau de dislocations moins dense que le réseau initial. Concernant les aciers martensitiques revenus, le mécanisme de réarrangement reste primordial au cours d'un essai de fatigue [83], il contribue à leur adoucissement cyclique (figure 3.37).

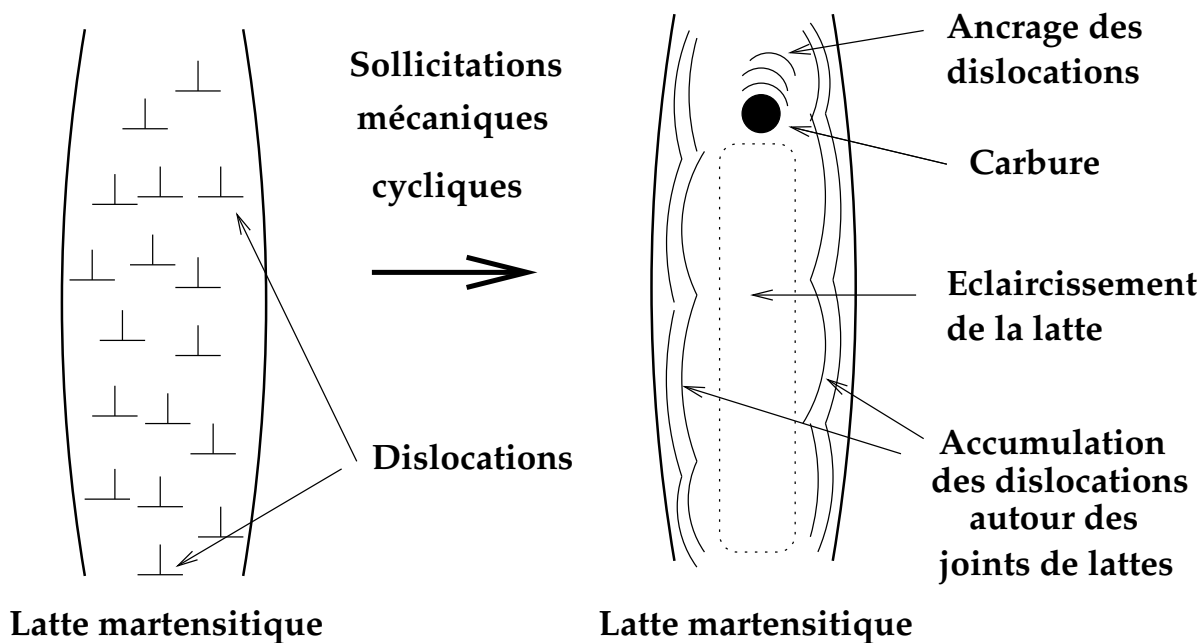


FIG. 3.37 – Rôle des dislocations pour les évolutions lentes (mécanisme R_1)

Il peut être traduit dans le modèle au travers de la variable isotrope R_1 décrivant la forte déconsolidation sur les premières centaines de cycles. Ce phénomène est dépendant de l'amplitude de sollicitation, en effet, son augmentation amplifie le désancrage des dislocations immobiles issues de la trempe, les rendant alors mobiles ce qui favorise leur réarrangement, et accélère l'adoucissement.

- Rôle des carbures (mécanisme R_2)

La variable R_2 correspondant à la déconsolidation quasi-linéaire peut être assimilée au phénomène d'adoucissement provoqué par la coalescence des carbures. Ce deuxième mécanisme met en jeu des cinétiques beaucoup plus lentes que celles induites dans le mouvement des dislocations et entraîne une déconsolidation continue sur toute la durée de l'essai. L'augmentation de la température entraîne une coalescence des carbures qui provoque une diminution de leur contribution au durcissement et donc contribue à l'adoucissement continu. Les dislocations ont tendance à s'ancrer sur les petits carbures mais l'augmentation de leur taille crée de l'espace qui augmente le libre parcours moyen des dislocations (figure 3.38).

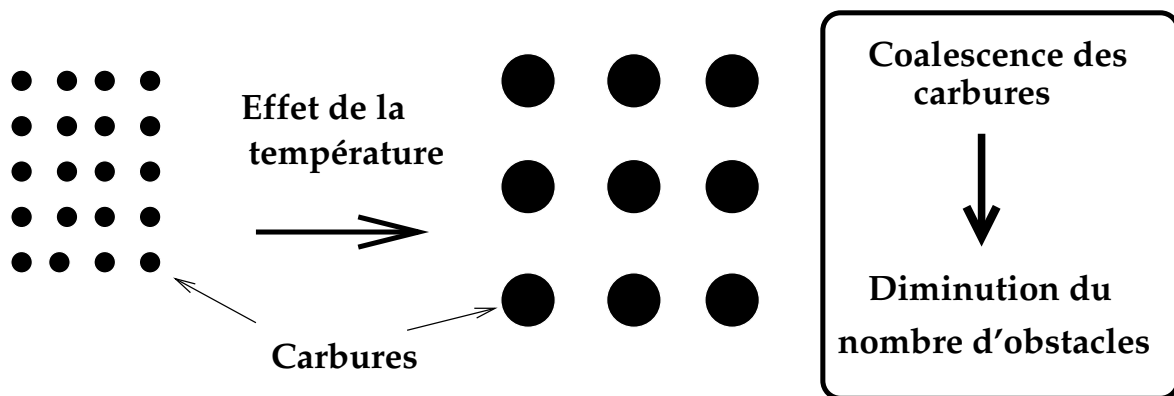


FIG. 3.38 – Rôle des carbures pour les évolutions lentes (mécanisme R_2)

Evolutions rapides : composantes cinématiques

Une tentative d'explication des mécanismes physiques lors des temps d'essais plus courts, c'est à dire lors d'une hystérèse, peut également être avancée en séparant les mécanismes 1 et 2 identifiés précédemment.

- Rôle des carbures (mécanisme $(\varepsilon_2, \sigma_2)$)

Lors d'un cycle, l'évolution du réseau de carbures qui dépend de l'histoire du chargement thermique est négligeable. D'une manière schématique, lorsqu'une sollicitation mécanique est imposée induisant de la déformation plastique, une ligne de dislocations se crée et se déplace. Pour l'acier $X38CrMoV5$, le contournement est le mécanisme principal de franchissement des carbures par les dislocations. Il s'effectue suivant le mécanisme décrit par OROWAN [42] (figure 3.39) créant des boucles autour des carbures et entraînant une augmentation de l'écroissage et du mécanisme $(\varepsilon_2, \sigma_2)$. Toutefois, les carbures sont beaucoup plus petits à basse température et présents en plus grand nombre qu'à haute température où ils coalescent. Ainsi, leur franchissement par les dislocations à $20^\circ C$ nécessite une

contrainte plus importante et croissante sur toute l'amplitude de déformation plastique ε_2 (figures 3.30 et 3.32) comparativement à $500^\circ C$ (figures 3.31 et 3.33), où une saturation de l'écroutissage est obtenue.

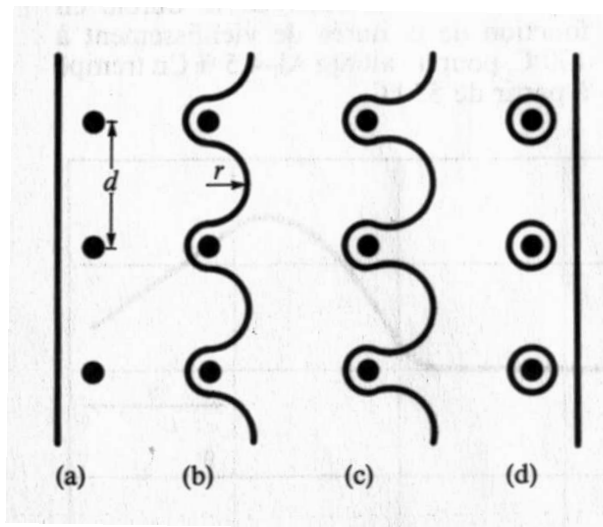


FIG. 3.39 – Rôle des carbures dans les évolutions rapides : passage d'une série de précipités par une dislocation (mécanisme d'OROWAN) [42]

– Rôle des dislocations immobiles (mécanisme $(\varepsilon_1, \sigma_1)$)

La ligne de dislocation mobile vient buter sur le réseau dense de dislocations issu de la trempe et génère un empilement des dislocations. L'interaction des dislocations mobiles avec le réseau de dislocations immobiles provoque une augmentation du mécanisme 1 lors d'un cycle (figure 3.40). Ce durcissement est donc constamment croissant sur toute l'amplitude de la sollicitation plastique comme l'illustrent les figures 3.30 et 3.31.

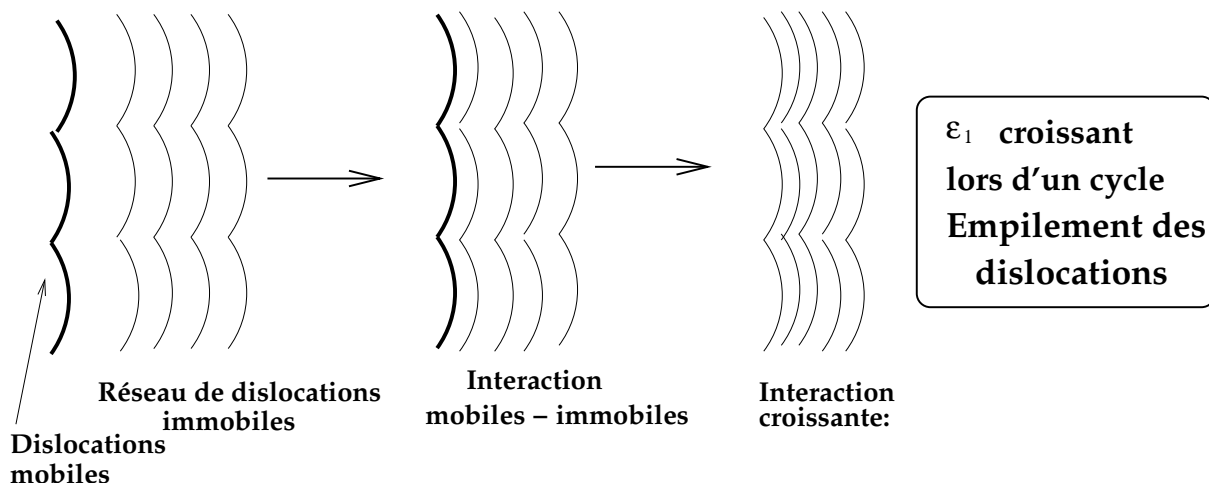


FIG. 3.40 – Rôle des dislocations dans les évolutions rapides

3.5.3 Modèle 2M1C : considérations mathématiques

Les travaux de SAÏ [20] et BLAJ [17] ont étudié l'influence du déterminant $Det = C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2$ de la matrice de couplage agissant sur les variables cinématiques sur la calibration du rochet. Il apparaît que plus la valeur de ce déterminant est élevée plus le phénomène d'accommodation plastique est rapide. Pour le cas limite $Det = 0$, le modèle fournit une déformation de rochet permanente.

En effet, en notant $T_\sigma = \sqrt{(\sigma_1 - X_1)^2 + (\sigma_2 - X_2)^2}$, la formulation uniaxiale implique :

$$\begin{aligned} \dot{X}_i &= C_{ii} \left(\dot{\lambda} \frac{\sigma_i - X_i}{T_\sigma} - \dot{\lambda} \frac{D_i}{C_{ii}} X_i - \left(\frac{1}{M_i} \right)^{m_i} X_i |X_i|^{m_i-1} \right) + \\ &C_{ij} \left(\dot{\lambda} \frac{\sigma_j - X_j}{T_\sigma} - \dot{\lambda} \frac{D_j}{C_{jj}} X_j - \left(\frac{1}{M_j} \right)^{m_j} X_j |X_j|^{m_j-1} \right) \text{ pour } : i, j = 1, 2; \text{ avec } : i \neq j \end{aligned}$$

$$\text{Posons } N_i = \frac{\sigma_i - X_i}{T_\sigma} \text{ et } R s_i = \left(\frac{1}{M_i} \right)^{m_i} \frac{X_i}{\lambda} |X_i|^{m_i-1}.$$

$$\dot{X}_1 = \dot{\lambda} C_{11} (N_1 - \frac{D_1}{C_{11}} X_1 - R s_1) + \dot{\lambda} C_{12} (N_2 - \frac{D_2}{C_{22}} X_2 - R s_2)$$

$$\dot{X}_2 = \dot{\lambda} C_{12} (N_1 - \frac{D_1}{C_{11}} X_1 - R s_1) + \dot{\lambda} C_{22} (N_2 - \frac{D_2}{C_{22}} X_2 - R s_2)$$

Ce qui donne finalement :

$$\dot{\lambda} N_1 = \frac{C_{22} \dot{X}_1 - C_{12} \dot{X}_2}{C_{11} C_{22} - C_{12}^2} + \dot{\lambda} \frac{D_1}{C_{11}} X_1 + \dot{\lambda} R s_1$$

$$\dot{\lambda} N_2 = \frac{C_{11} \dot{X}_2 - C_{12} \dot{X}_1}{C_{11} C_{22} - C_{12}^2} + \dot{\lambda} \frac{D_2}{C_{22}} X_2 + \dot{\lambda} R s_2$$

De plus, nous avons :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{in} &= A_1 \varepsilon_1 + A_2 \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_i &= \dot{\lambda} N_i \text{ pour } : i = 1, 2 \end{aligned}$$

Le taux de déformation inélastique peut alors s'écrire :

$$\dot{\varepsilon}_{in} = \frac{\dot{X}_1 (A_1 C_{22} - A_2 C_{12}) + \dot{X}_2 (A_2 C_{11} - A_1 C_{12})}{C_{11} C_{22} - C_{12}^2} + \dot{\lambda} \left(A_1 \frac{D_1}{C_{11}} X_1 + A_2 \frac{D_2}{C_{22}} X_2 \right) + \dot{\lambda} (A_1 R s_1 + A_2 R s_2)$$

Par conséquent :

$$\Delta \varepsilon_{in} = \frac{\Delta X_1 (A_1 C_{22} - A_2 C_{12}) + \Delta X_2 (A_2 C_{11} - A_1 C_{12})}{C_{11} C_{22} - C_{12}^2} + \int_t \dot{\lambda} \sum_{i=1}^2 \frac{A_i D_i}{C_{ii}} X_i dt + \int_t \sum_{i=1}^2 A_i \left(\frac{1}{M_i} \right)^{m_i} X_i |X_i|^{m_i-1} dt$$

Ainsi, plus la valeur de $Det = C_{11} C_{22} - C_{12}^2$ sera grande et plus le modèle fournira une déformation de rochet petite. Les valeurs trouvées pour Det (Tableau 3.10) et les figures 3.41-3.44 confirment ce résultat.

De plus, il apparaît qu'une accumulation continue de la déformation progressive conduit à une singularité de la matrice de couplage de plus en plus prononcée se traduisant par une valeur du déterminant de plus en plus petite (identification à 500° C pour le 55NiCrMoV7 et 600° C pour le X38CrMoV5). Ce phénomène entraîne dans le même temps une saturation de l'écroutissage observée pour les essais à déformation imposée.

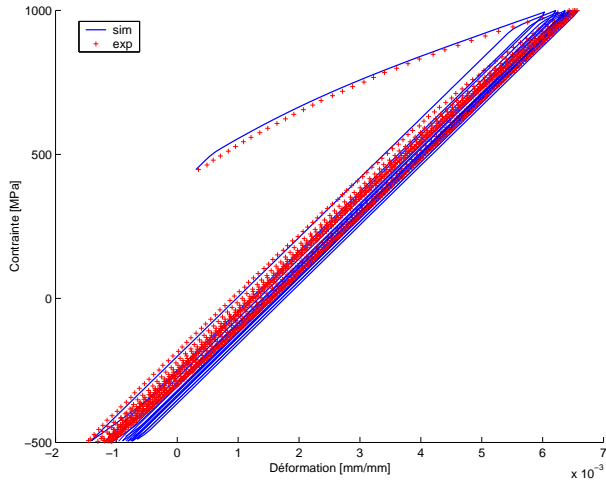


FIG. 3.41 – Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle 2M1C pour l'acier 55NiCrMoV7 et une température de 20° C

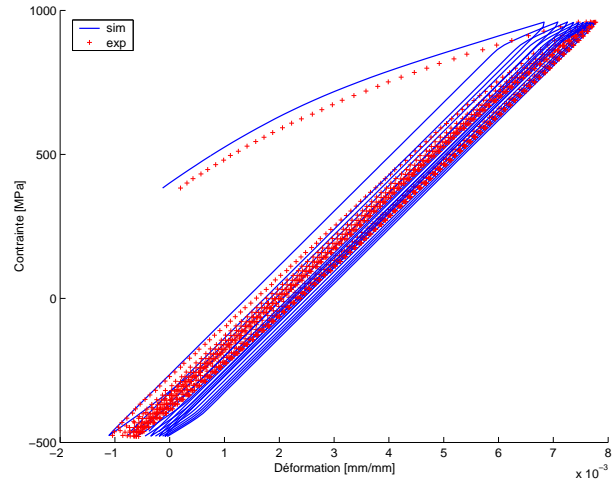


FIG. 3.42 – Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle 2M1C pour l'acier 55NiCrMoV7 et une température de 300° C

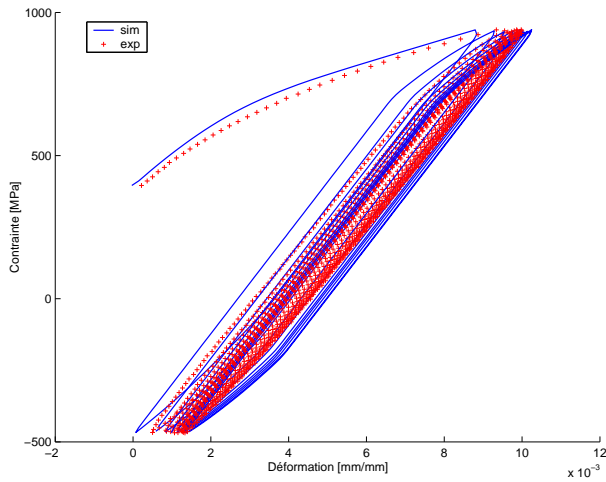


FIG. 3.43 – Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle 2M1C pour l'acier 55NiCrMoV7 et une température de 400° C

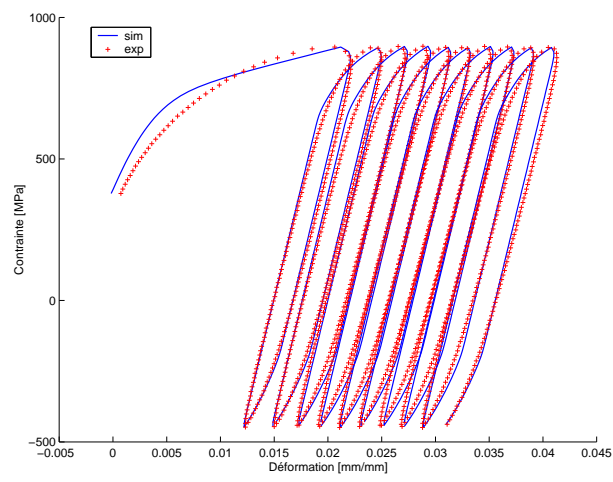


FIG. 3.44 – Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle 2M1C pour l'acier 55NiCrMoV7 et une température de 500° C

Température [° C]	20	200	300	400	500	600
$Det_{55NiCrMoV7}$	$3.4 \cdot 10^{10}$	√	$2.1 \cdot 10^{10}$	$8.7 \cdot 10^9$	$9.4 \cdot 10^8$	√
$Det_{X38CrMoV5}$	$1.3 \cdot 10^{11}$	10^{11}	$6.6 \cdot 10^{10}$	$4.5 \cdot 10^{10}$	$1.2 \cdot 10^{10}$	$1.4 \cdot 10^9$

TAB. 3.10 – VALEURS DU DÉTERMINANT DE LA MATRICE DE COUPLAGE DES VARIABLES CINÉMATIQUES POUR L'ACIER 55NiCrMoV7

3.5.4 Comparaison des 2 modèles

Un critère d'erreur permet de comparer les identifications réalisées à partir des deux modèles. Il tient compte des essais en déformation à différentes vitesses de sollicitations, des essais de fatigue relaxation ainsi que de ceux pilotés en contrainte.

Le critère considéré est le suivant :

– Cas des essais en déformation :

$$erreur = \frac{\|\sigma_{cal} - \sigma_{exp}\|_2}{\|\sigma_{exp}\|_2} \times 100 \quad \text{avec : } \|x\|_2 = \left(\sum_{i=1}^N |x_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

N est le nombre de points des fichiers expérimentaux et calculés.

– Cas des essais en contrainte :

$$erreur = \frac{\|\varepsilon_{cal} - \varepsilon_{exp}\|_2}{\|\varepsilon_{exp}\|_2} \times 100$$

L'erreur globale est obtenue en faisant la moyenne des erreurs calculées sur chaque type d'essai. Elle est représentée pour chaque niveau de température dans le tableau 3.11.

		20° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C
X38CrMoV5	ONERA	8.8	7.1	5.26	6.55	9.4	10.7
	2M1C	5.6	5.8	4.6	4.3	7.6	10
55NiCrMoV7	ONERA	5.6	✓	6.17	5.1	6.4	✓
	2M1C	5.3	✓	5.5	4.4	5.1	✓

TAB. 3.11 – CALCUL D'ERREUR [%] SUR LES IDENTIFICATIONS DES MODÈLES ONERA ET 2M1C POUR LE CRITÈRE $\|\cdot\|_2$

Les essais considérés dans la base expérimentale sont mieux reproduits dans leur globalité par le modèle 2M1C (tableau 3.11). Il fournit un meilleur compromis entre la description des essais contrôlés en déformation et ceux contrôlés en contrainte.

Cette erreur peut également s'analyser pour chaque essai pris individuellement à une température donnée. Il apparaît qu'à 20° C (tableau 3.12 pour l'acier X38CrMoV5) où l'influence de la vitesse et de la relaxation jouent peu, l'erreur commise par le modèle 2M1C est la moins importante quelque soit l'essai. En fait, c'est l'ajout de l'essai en contrainte qui conduit au final, sur l'ensemble des essais, à un compromis beaucoup moins satisfaisant pour le modèle ONERA. A 500° C (tableau 3.13 pour l'acier X38CrMoV5), l'erreur effectuée sur les essais en contrainte est comparable pour les deux modèles. En revanche, concernant les essais en déformation où l'influence des vitesses de sollicitations et des temps de maintien devient significative, les erreurs commises sont moins importantes avec le modèle 2M1C qui fournit encore un meilleur compromis.

Les figures 3.45 à 3.50 comparent les réponses fournies par les deux modèles pour une

température de 400° C.

20° C	10 ⁻² s ⁻¹	10 ⁻³ s ⁻¹	10 ⁻⁴ s ⁻¹	relaxation 30 s	90 s	600 s	contrainte
2M1C	3.56	3.15	6.16	7.45	6	7.6	5.3
ONERA	8.22	9.22	7.48	8.62	9.78	9.9	8.27

TAB. 3.12 – Erreurs [%] commises pour chaque essai par les deux modèles sur l'acier X38CrMoV5 pour la température de 20° C et le critère $\|\cdot\|_2$

500° C	10 ⁻² s ⁻¹	10 ⁻³ s ⁻¹	10 ⁻⁴ s ⁻¹	relaxation 30 s	90 s	600 s	contrainte
2M1C	9.5	11.3	14.3	4.7	3.65	6.4	4
ONERA	11.1	14.15	17.9	6.45	4.5	7.8	3.85

TAB. 3.13 – Erreurs [%] commises pour chaque essai par les deux modèles sur l'acier X38CrMoV5 pour la température de 500° C et le critère $\|\cdot\|_2$

Il est également intéressant d'estimer les erreurs commises sur les contraintes maximales lors des essais contrôlés à déformation imposée. Pour cela, le critère suivant peut être considéré :

$$erreur = \frac{\|\sigma_{cal} - \sigma_{exp}\|_{\infty}}{\|\sigma_{exp}\|_{\infty}} \times 100 \quad \text{avec : } \|x\|_{\infty} = \sup_{1 \leq i \leq N} |x_i|$$

N est le nombre de points des fichiers expérimentaux et calculés.

Le tableau 3.14 représentent les erreurs moyennes commises sur les essais à déformation imposée en tenant compte de l'identification de la base d'essais complète. Dans ce cas, l'erreur commise peut atteindre 15% pour les températures d'essais les plus élevées.

		20° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C
X38CrMoV5	ONERA	10.9	11.73	6.65	9.94	12.97	14.9
	2M1C	10.26	11.64	7.1	5.66	10.92	14.7
55NiCrMoV7	ONERA	6.67	√	7.63	6.51	12.85	√
	2M1C	6.53	√	7.97	6.19	8.71	√

TAB. 3.14 – CALCUL D'ERREUR [%] SUR LES IDENTIFICATIONS DES MODÈLES ONERA ET 2M1C POUR LES ESSAIS À DÉFORMATION IMPOSÉE ET LE CRITÈRE $\|\cdot\|_{\infty}$

Une fois, les différents jeux de coefficients déterminés, il s'agit maintenant de valider les différents modèles de comportement. Pour cela, deux types de validations ont été entreprises et font l'objet du chapitre suivant, la première isotherme à partir d'essais mécaniques, la deuxième anisotherme à partir d'essais de fatigue thermique. Outre le fait d'offrir un meilleur compromis sur la base d'essais d'identification, le modèle 2M1C fournit deux mécanismes de déformation qui peuvent être reliés à des évolutions de microstructure identifiées sur ces matériaux [83]. Aussi, les résultats de validation du chapitre suivant porteront exclusivement sur ce modèle et ne concerneront que le matériau 55NiCrMoV7.

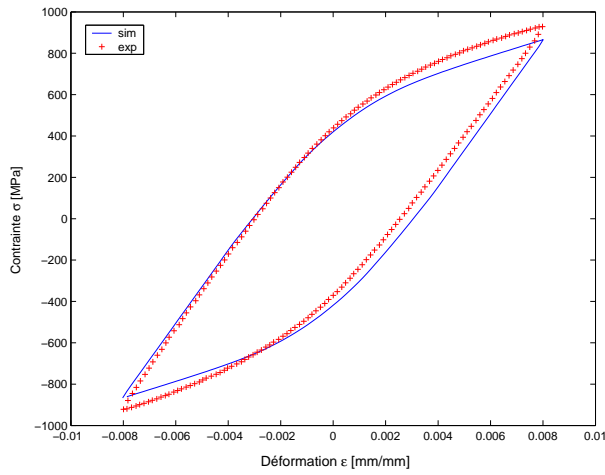


FIG. 3.45 – Comparaison calcul-essai des cycles en déformation pour une vitesse de $10^{-4}s^{-1}$ fournie par le modèle de l'ONERA pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^{\circ}C$

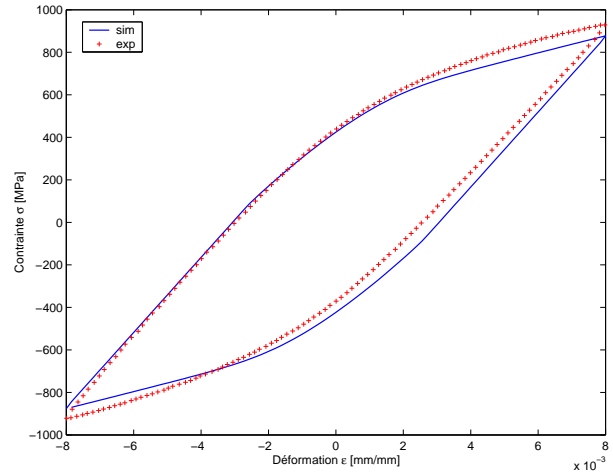


FIG. 3.46 – Comparaison calcul-essai des cycles en déformation pour une vitesse de $10^{-4}s^{-1}$ fournie par le modèle $2M1C$ pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^{\circ}C$

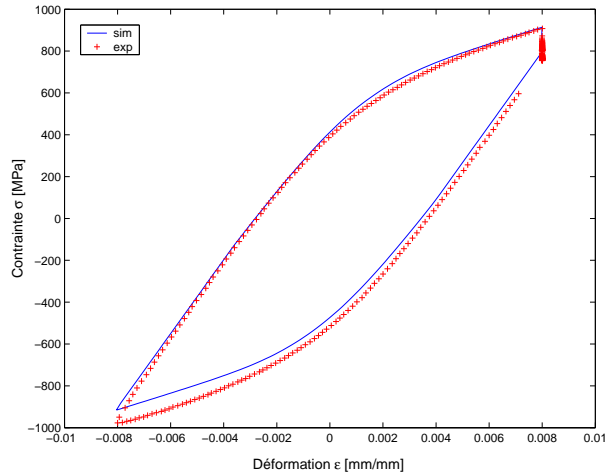


FIG. 3.47 – Comparaison calcul-essai des cycles en déformation pour une vitesse de $10^{-2}s^{-1}$ et une relaxation de $600s$ fournie par le modèle de l'ONERA pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^{\circ}C$

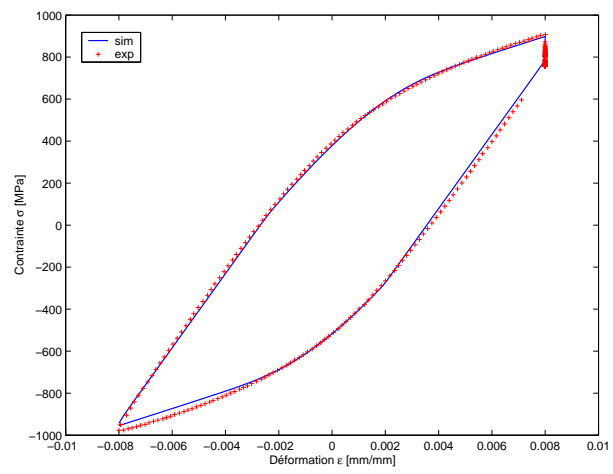


FIG. 3.48 – Comparaison calcul-essai des cycles en déformation pour une vitesse de $10^{-2}s^{-1}$ et une relaxation de $600s$ fournie par le modèle $2M1C$ pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^{\circ}C$

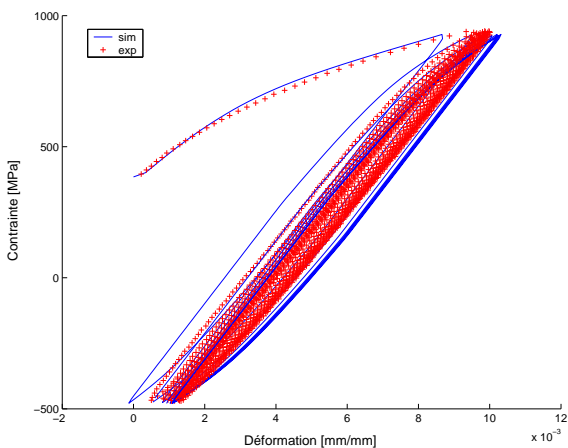


FIG. 3.49 – Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle de l'ONERA pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^{\circ}C$

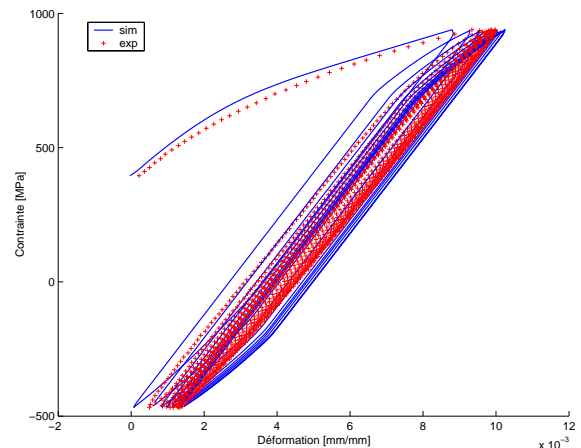


FIG. 3.50 – Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle $2M1C$ pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^{\circ}C$

Chapitre 4

Validation du modèle $2M1C$ sur des essais isothermes et anisothermes

Sommaire

4.1	Validation isotherme	75
4.1.1	Principe	75
4.1.2	Mise en œuvre numérique	80
4.1.3	Résultats et discussions	81
4.2	Validation anisotherme	93
4.2.1	Contexte	93
4.2.2	Modélisation de l'essai de fatigue thermique	94
4.2.3	Résultats et discussions	99

Ce chapitre contribue à vérifier la validité du modèle de comportement $2M1C$ identifié précédemment. Deux types de validation ont été envisagés : une validation isotherme et une validation anisotherme. Pour cela, les modèles identifiés à partir d'essais uniaxiaux sont ici implantés dans ABAQUS dans leur expression tridimensionnelle. Le processus de validation isotherme consiste à corréliser les résultats fournis par la simulation avec ceux provenant d'essais spécifiques. Ces derniers sont réalisés sur des éprouvettes ayant différentes concentrations de contraintes. La validation anisotherme consiste à comparer les résultats du calcul du modèle en anisotherme avec ceux fournis par des essais de fatigue thermique. Cette étude a fait l'objet d'une coopération avec l'université de KARLSTAD (Suède) où a été développé un banc de fatigue thermique instrumenté en mesure de déformation sans contact.

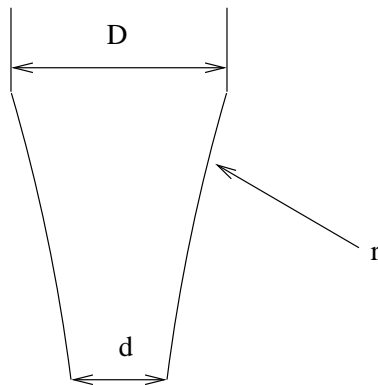
Tous les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre ont été obtenus sur l'acier $55NiCrMoV7$.

4.1 Validation isotherme

4.1.1 Principe

Tous les essais sont réalisés à température ambiante à l'aide de l'installation d'essais mécaniques présentée en détail dans le chapitre I. Les éprouvettes ont été dimensionnées de manière à avoir différentes concentrations de contraintes (Figures 4.2 et 4.3) par rétrécissement de la section centrale à un diamètre de 6 mm au moyen d'un rayon de 2 ou de 25 mm.

L'expression suivante est utilisée pour le calcul du coefficient de concentration de contrainte K_t (Figure 4.1). Un K_t de 1.45 est obtenu pour le rayon d'entaille de 2 mm, de $K_t = 1.05$ pour celui de 25 mm.



$$K_t = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{0.88K_p}\right)^2 + \left(\frac{1}{0.843K_q}\right)^2}} + 1$$

$$K_q = \frac{1}{\sqrt{\frac{r}{t}}}$$

$$K_p = \sqrt{\left(\frac{t}{r}\right)\left(\frac{\frac{d}{D}}{1-\frac{d}{D}}\right) + 1} - 1$$

$$\text{où } t = \frac{D-d}{2}$$

FIG. 4.1 – Paramètres géométriques permettant le calcul du K_t

Trois extensomètres sont utilisés (figures 4.4 et 4.5). Les deux premiers permettent de mesurer le déplacement transversal u_r au centre de l'échantillon et le déplacement longitudinal u_z à une distance de 6 mm de part et d'autre du centre de l'éprouvette. Un troisième extensomètre fixé à 25 mm de part et d'autre sert au pilotage des essais. Deux modes de sollicitations cycliques à plusieurs niveaux ont été utilisés : soit en déplacement soit à contrainte imposée. Pour les essais contrôlés en contrainte, la sollicitation est imposée sur la section d'éprouvette S correspondant à la partie supérieure de l'épaulement (Figure 4.5).

Quel que soit le type d'asservissement (contrainte ou déplacement), l'essai consiste à imposer une sollicitation cyclique entre 1 niveau minimal et 1 niveau maximal, puis à effectuer une remontée à déplacement ou à contrainte nuls avant de faire varier l'amplitude de sollicitation et de répéter ce processus. Tous les chargements appliqués par éprouvette sont résumés dans le tableau 4.1 et expliqués sur la figure 4.6.

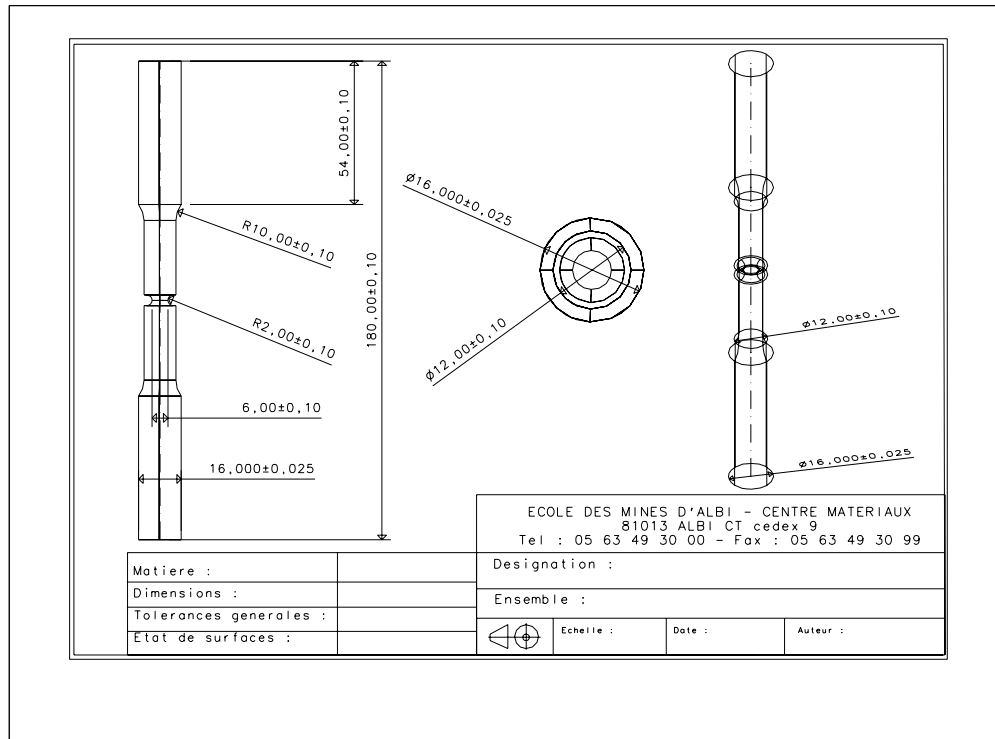


FIG. 4.2 – Géométrie d'éprouvette pour un rayon d'entaille de 2mm et un K_t de 1.45

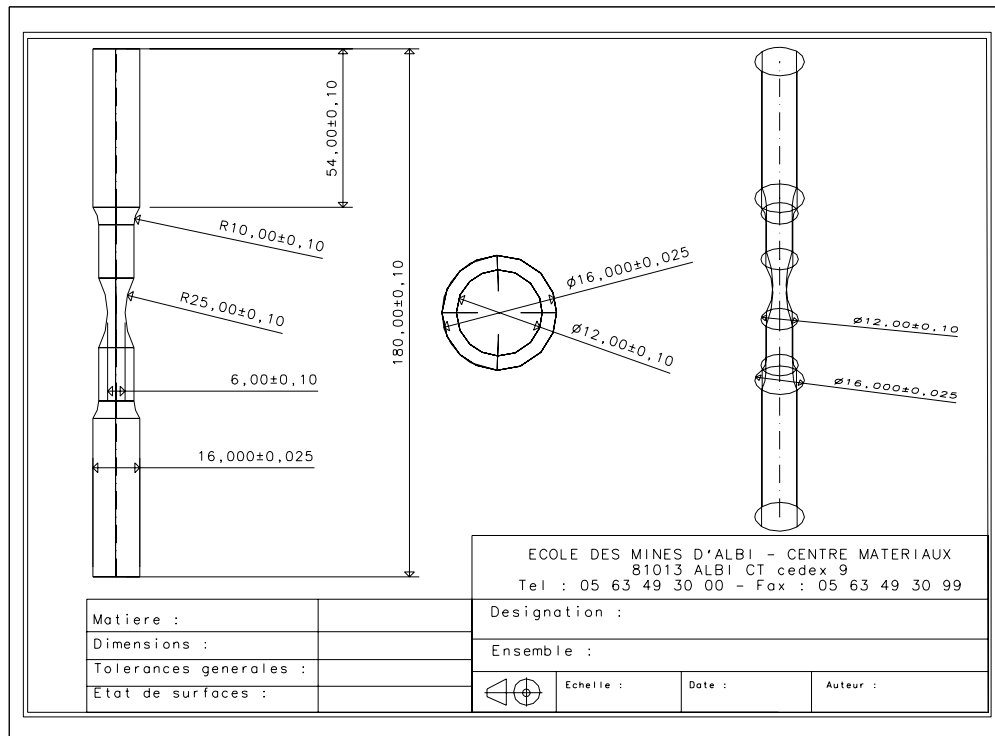


FIG. 4.3 – Géométrie d'éprouvette pour un rayon d'entaille de 25mm et un K_t de 1.05

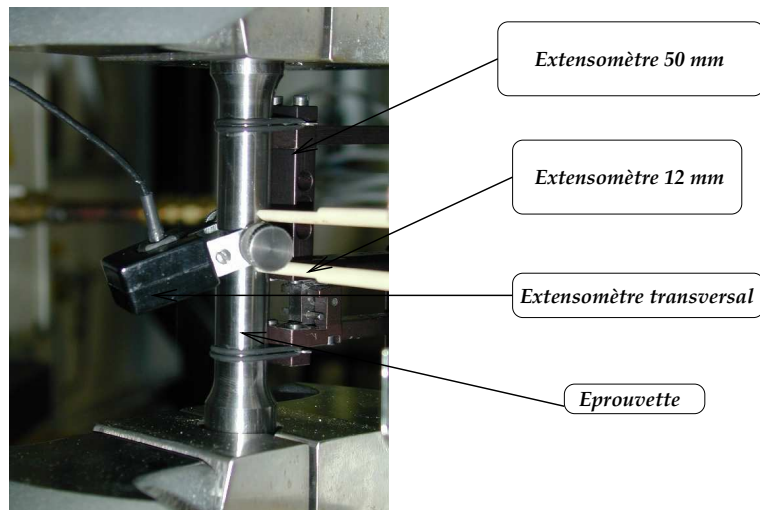


FIG. 4.4 – Vue du montage des extensomètres sur l'éprouvette

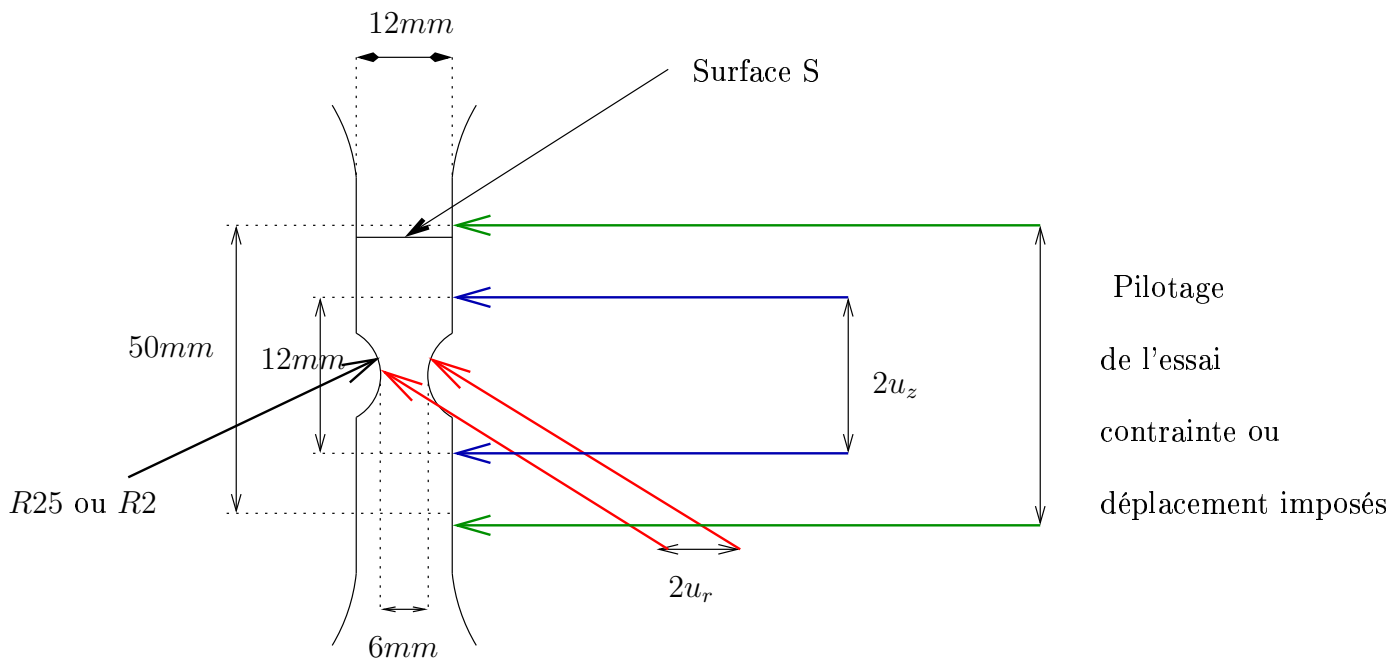


FIG. 4.5 – Disposition des extensomètres

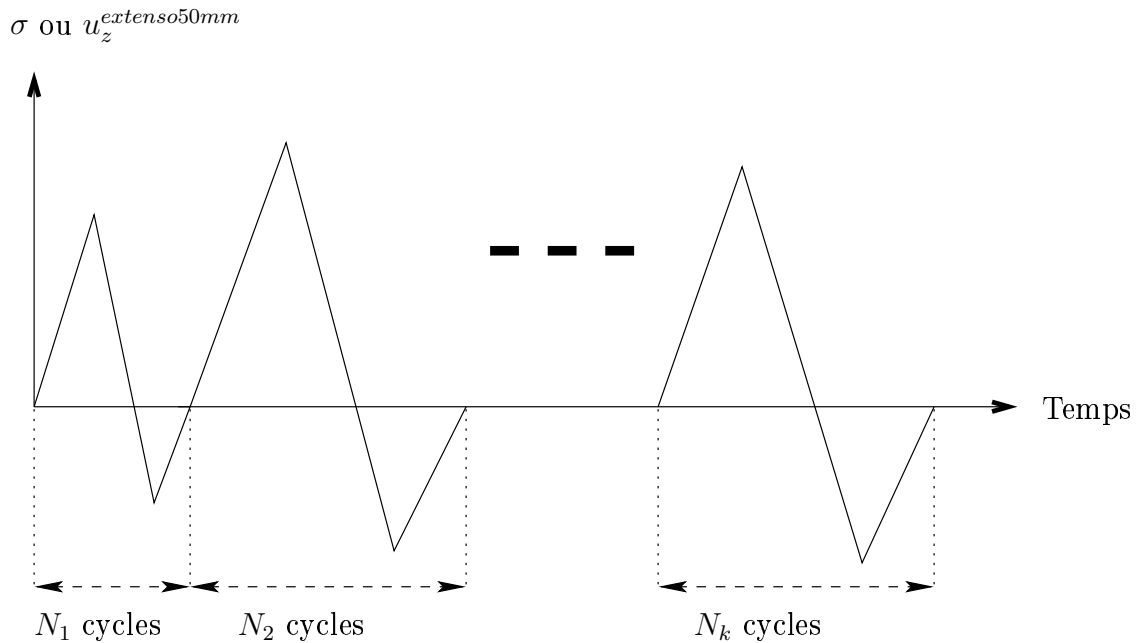


FIG. 4.6 – Chargements appliqués pour les différents essais de validation

Eprouvette	Vitesse de sollicitations	Niveaux de sollicitations (N_k cycles)
R25_5_CONT	$\dot{\sigma} = 30 \text{ MPa.s}^{-1}$	+270/-135 MPa (6); +300/-150 MPa (14); +300/-200 MPa (5); +310/-155 MPa (11); +300/-260 MPa (8); +300/-300 MPa (4)
R25_4_DEPL	$\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ (cycle de type 1) et $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (autres types de cycles)	$\pm 0.0375 \text{ mm}$ (14); $\pm 0.05 \text{ mm}$ (2.5); $\pm 0.05625 \text{ mm}$ (4); $\pm 0.0625 \text{ mm}$ (5); $\pm 0.06875 \text{ mm}$ (7); $\pm 0.075 \text{ mm}$ (5); $\pm 0.0455 \text{ mm}$ (5); $\pm 0.0625 \text{ mm}$ (4); $\pm 0.075 \text{ mm}$ (3)
R2_5_DEPL	$\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$\pm 0.0375 \text{ mm}$ (5.5); $\pm 0.05 \text{ mm}$ (6); ± 0.05625 (6); $\pm 0.0625 \text{ mm}$ (5); $\pm 0.05 \text{ mm}$ (5); +0.0625/-0.05 mm (5); $\pm 0.06875 \text{ mm}$ (4)
R2_2_CONT	$\dot{\sigma} = 40 \text{ MPa.s}^{-1}$	+360/-180 MPa (120)
R2_1_DEPL	$\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$	$\pm 0.08 \text{ mm}$ (55)

TAB. 4.1 – ESSAIS DE VALIDATION RÉALISÉS SUR L'ACIER 55NiCrMoV7

4.1.2 Mise en œuvre numérique

Le tableau 4.1 fournit les niveaux de contrainte ou de déplacement appliqués. Au préalable, une procédure automatique permet de traiter les fichiers expérimentaux et notamment de convertir en déplacement, les déformations fournies par les extensomètres. En effet, ce sont eux qui seront imposés aux nœuds de la simulation (essai à déplacement imposé) et qui serviront d'éléments de comparaison pour la validation.

Un maillage axisymétrique des deux éprouvettes est réalisé au moyen du logiciel IDEAS. les éléments considérés sont des quadrangles à 4 nœuds bilinéaires en déplacement. Le maillage ainsi que les conditions aux limites (axisymétrie) sont ensuite exportés dans ABAQUS. Suivant les simulations, le déplacement est imposé aux nœuds situés à 25 mm du centre de l'éprouvette, la force est appliquée sur les faces des éléments correspondant à la section S de la partie supérieure de l'épaulement. Le maillage des deux éprouvettes est représenté sur les figures 4.7 et 4.8.

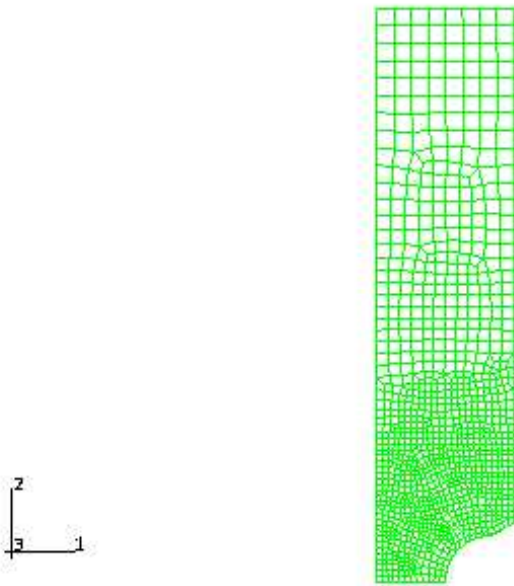


FIG. 4.7 – Maillage de l'éprouvette avec le rayon d'entaille de 2 mm

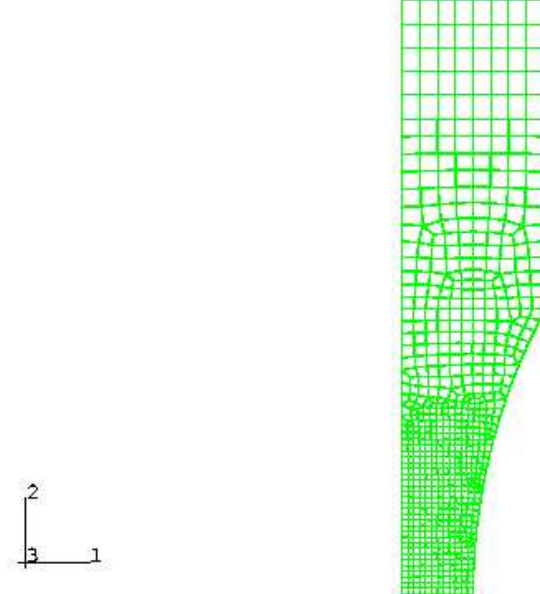


FIG. 4.8 – Maillage de l'éprouvette avec le rayon d'entaille de 25 mm

Les modèles présentés et identifiés au chapitre 2 et 3 sont ensuite implantés dans ZABA [123]. Pour cela, le mode développeur du logiciel (Zeb-Front) est utilisé, deux types de méthodes sont possibles pour intégrer le système d'équations différentielles des modèles. La première est une méthode explicite de type Runge-Kutta qui ne nécessite pas de grands développements si ce n'est l'écriture des modèles sous leur forme tridimensionnelle (lois d'état et équations d'évolutions), la deuxième implicite est plus difficile à mettre en œuvre et nécessite le calcul de la matrice jacobienne associée au système d'équations [123]. Les développements nécessaires pour l'implantation de cette méthode sont fournis en annexe page 172. Généralement, la méthode implicite est connue pour être plus robuste surtout pour les calculs à grand nombre de cycles. En ce qui concerne les essais de validations, les deux méthodes conduisent aux mêmes résultats.

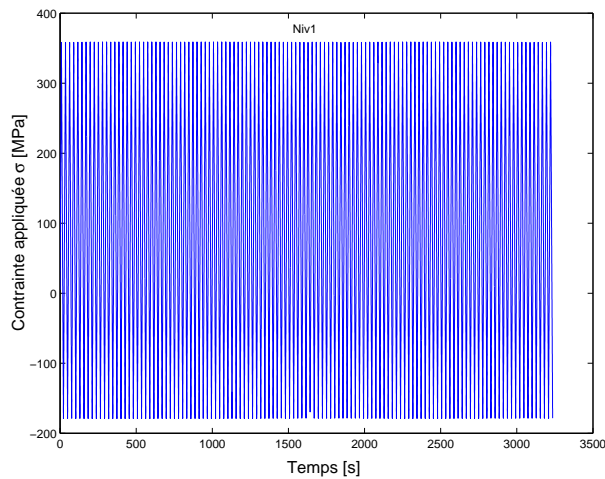


FIG. 4.9 – Chargement en contrainte appliqué sur l'éprouvette *R2_2_CONT*

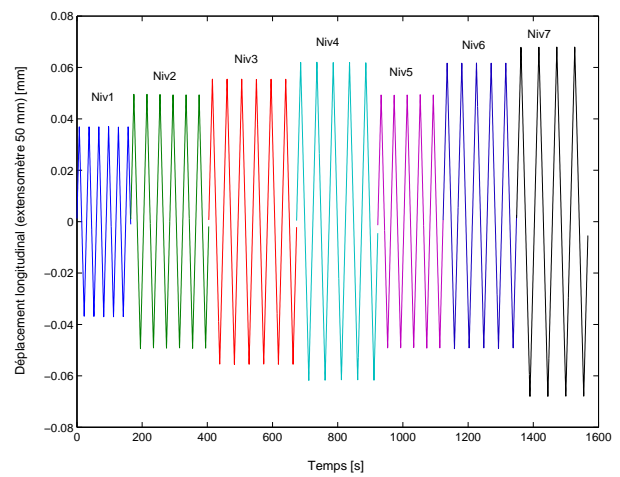


FIG. 4.10 – Chargement à déplacement imposé appliqué sur l'éprouvette *R2_5_DEPL*

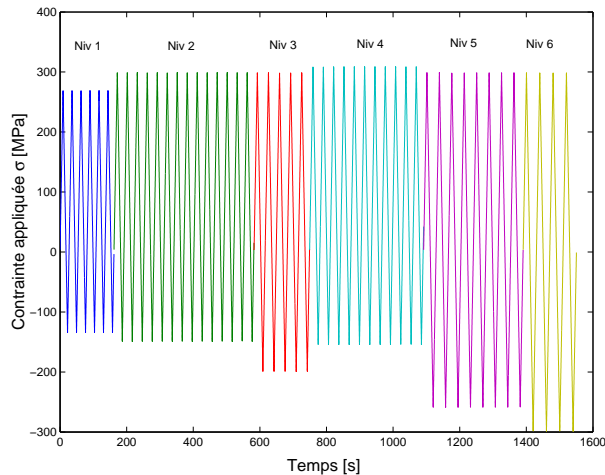


FIG. 4.11 – Chargement en contrainte appliqué sur l'éprouvette *R25_5_CONT*

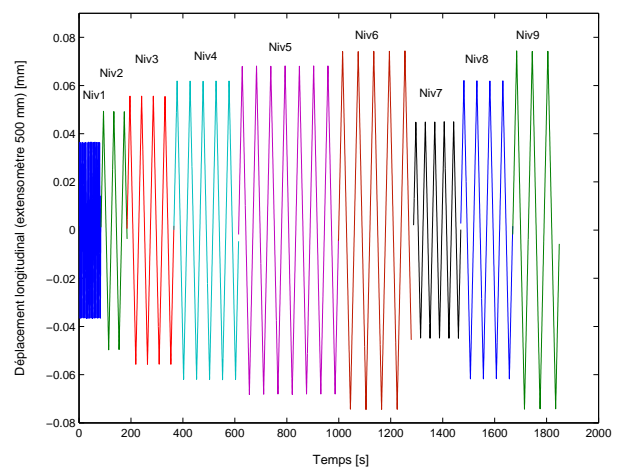


FIG. 4.12 – Chargement à déplacement imposé appliqué sur l'éprouvette *R25_4_DEPL*

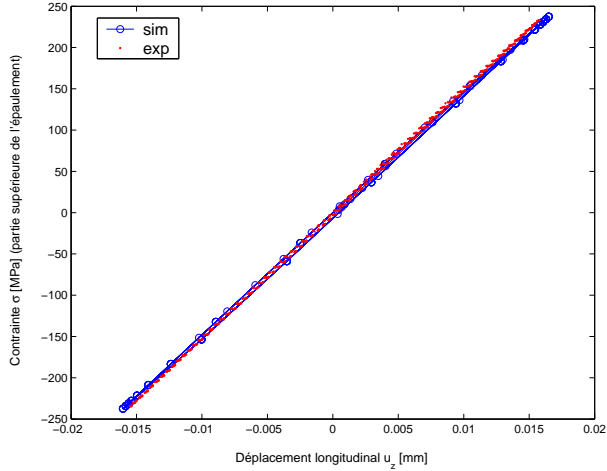
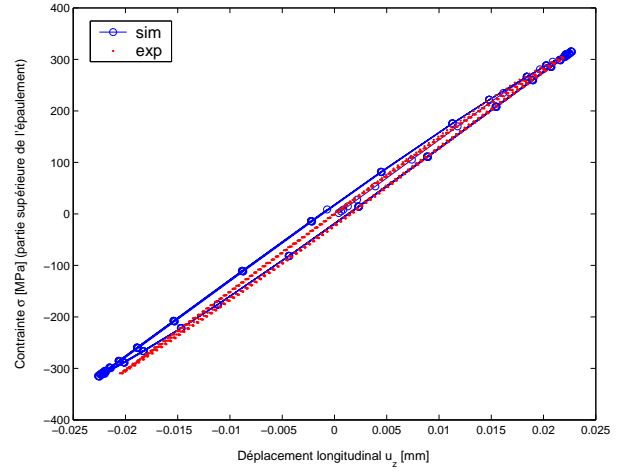
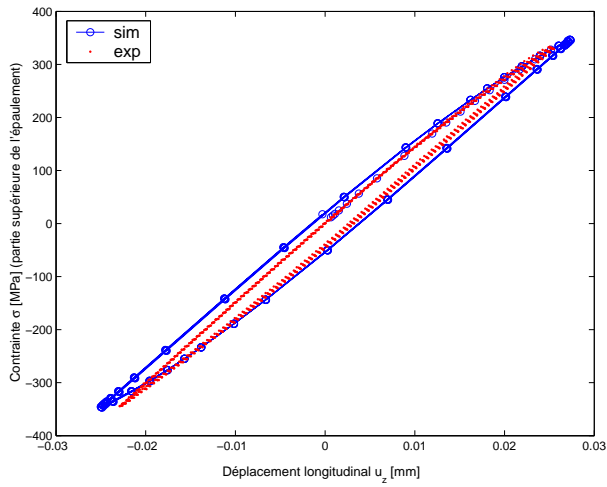
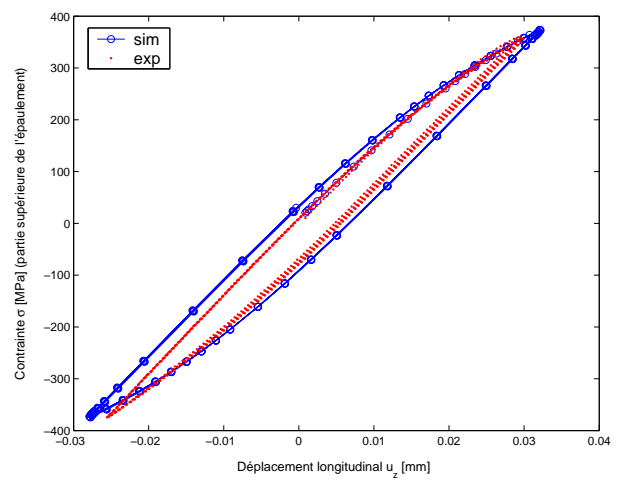
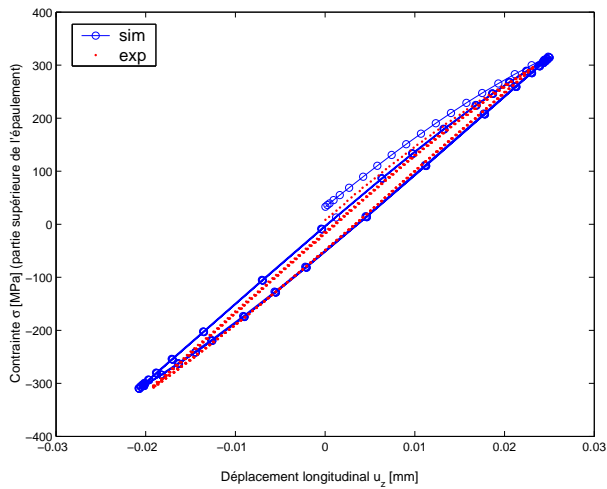
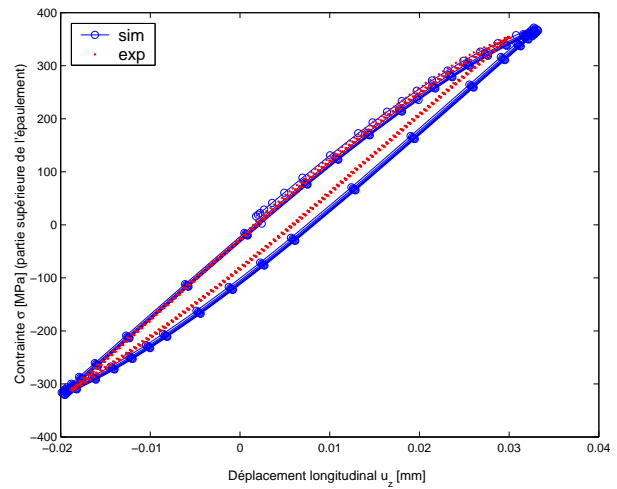
4.1.3 Résultats et discussions

Les figures 4.9-4.12 représentent les chargements appliqués sur les différentes éprouvettes. Deux points d'analyse sont choisis pour la validation. Il s'agit de comparer d'une part, les boucles contrainte mesurée sur la partie supérieure de l'épaulement en fonction du déplacement longitudinal (extensomètre 12 mm) avec celles fournies par le calcul, d'autre part les boucles contrainte mesurée sur la partie supérieure de l'épaulement en fonction du déplacement radial (extensomètre transversal).

Chargement à déplacement imposé

Les figures 4.13-4.26 représentent pour l'éprouvette *R2_5_DEPL* les réponses comparatives en termes de déplacements radiaux et longitudinaux issues de l'expérience et de la simulation, les figures 4.27-4.44, celles correspondant à l'éprouvette *R25_4_DEPL*. Les résultats présentés ici ont été obtenus à l'aide du modèle *2M1C* préalablement implanté dans ABAQUS.

Déplacement longitudinal pour l'éprouvette R2_5_DEPL

FIG. 4.13 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 1FIG. 4.14 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 2FIG. 4.15 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 3FIG. 4.16 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 4FIG. 4.17 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 5FIG. 4.18 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 6

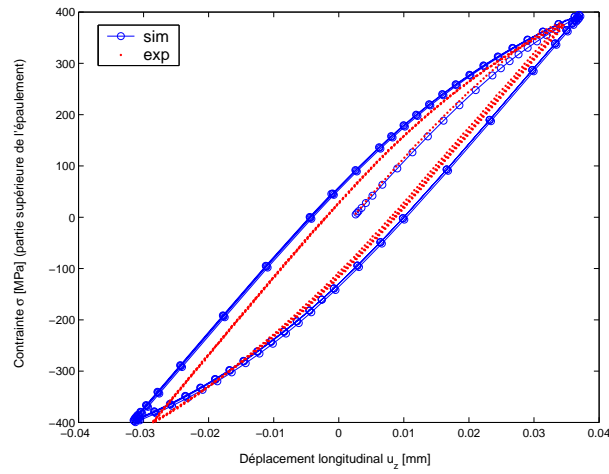


FIG. 4.19 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 7

Déplacement radial pour l'éprouvette R2_5_DEPL

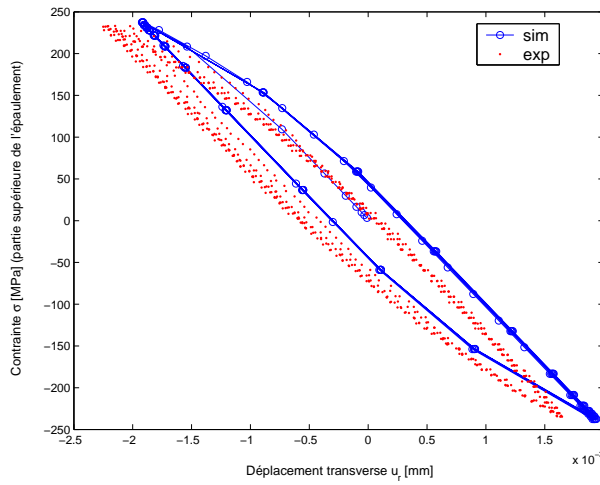


FIG. 4.20 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 1

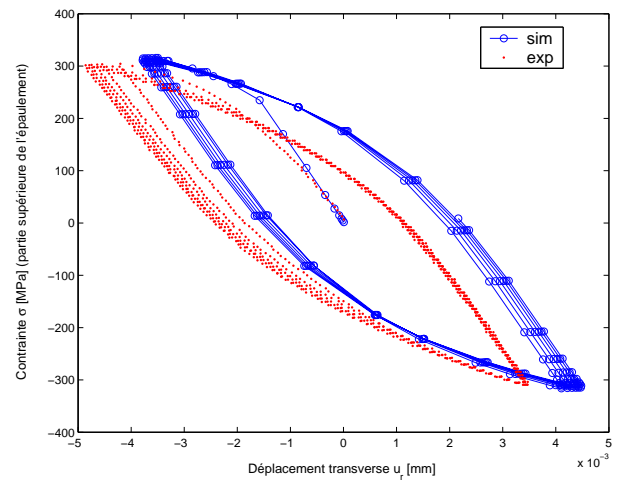


FIG. 4.21 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 2

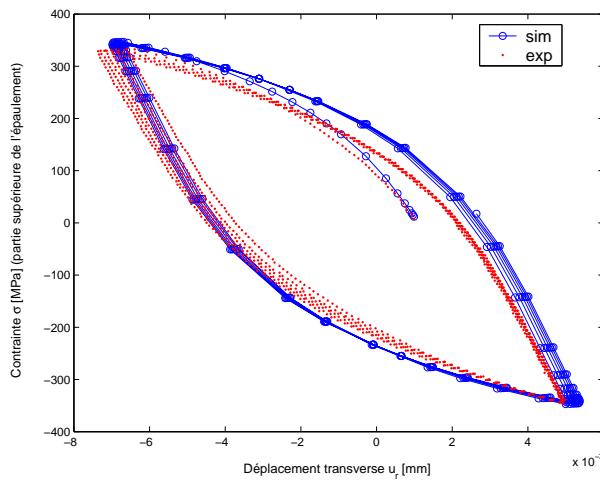


FIG. 4.22 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 3

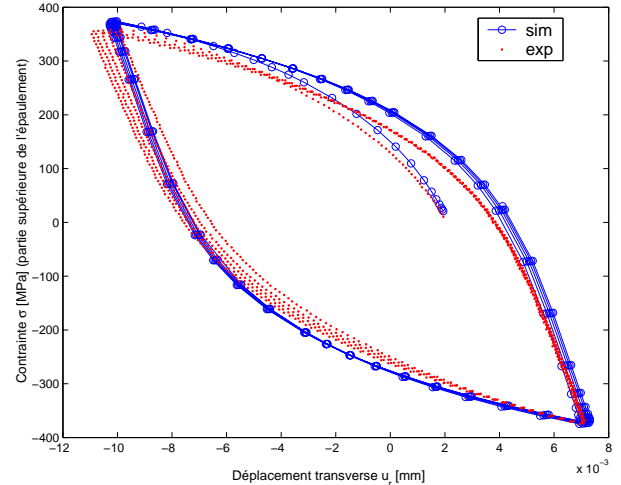


FIG. 4.23 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 4

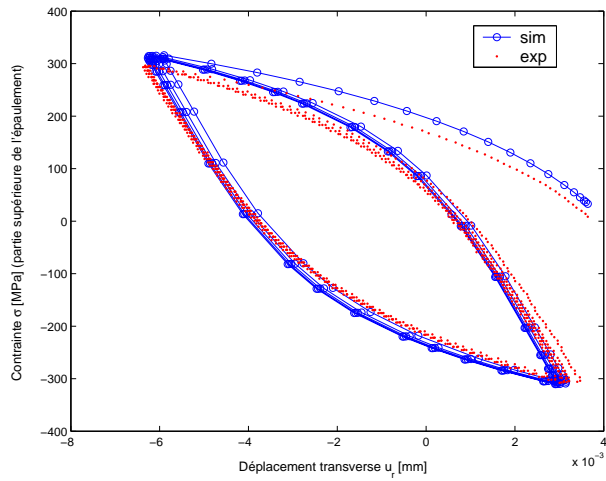


FIG. 4.24 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 5

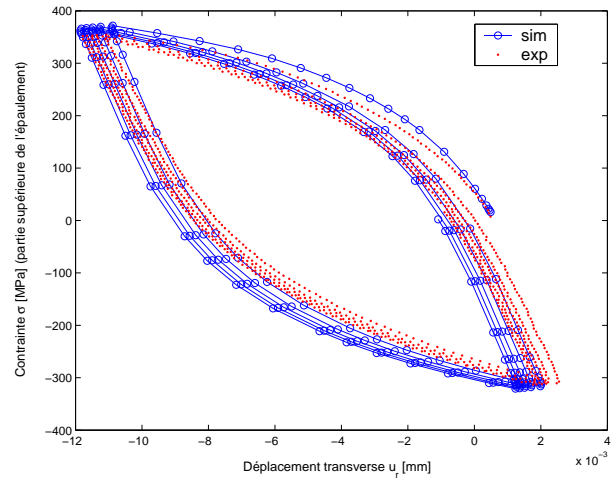


FIG. 4.25 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 6

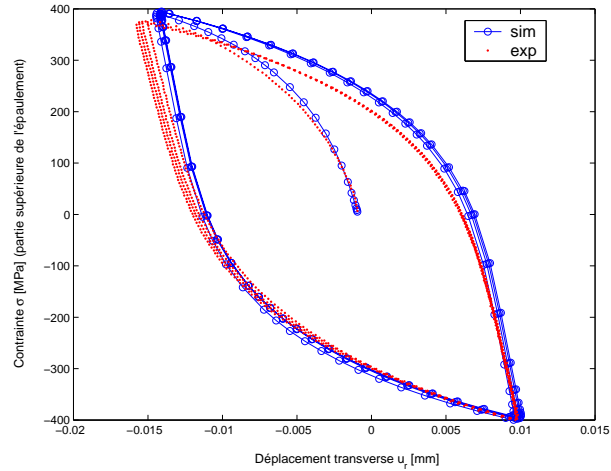
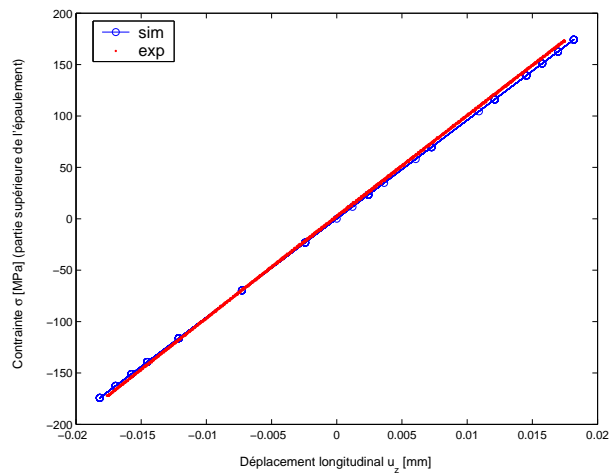
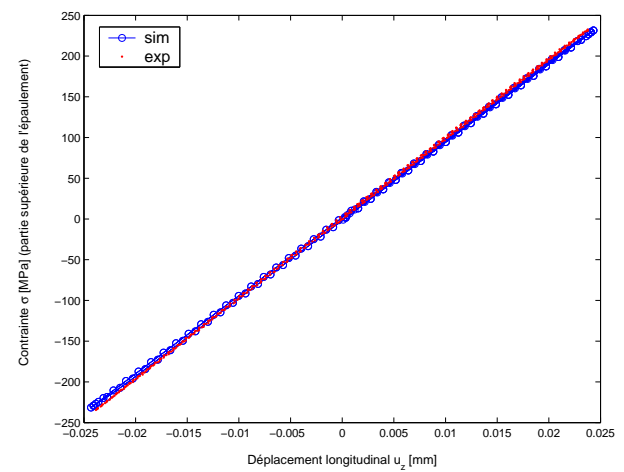
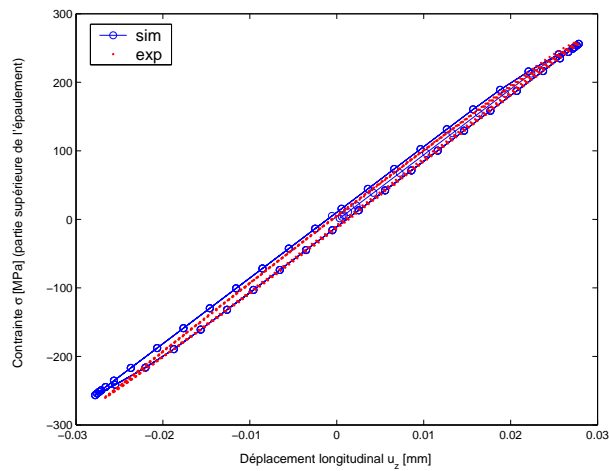
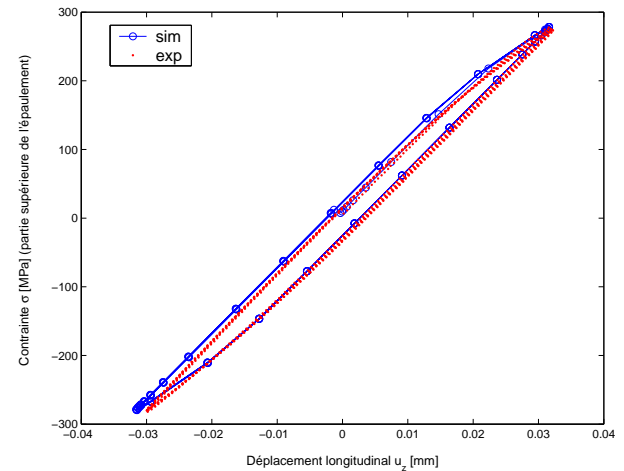


FIG. 4.26 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 7

Déplacement longitudinal pour l'éprouvette *R25_4_DEPL*FIG. 4.27 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 1FIG. 4.28 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 2FIG. 4.29 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 3FIG. 4.30 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 4

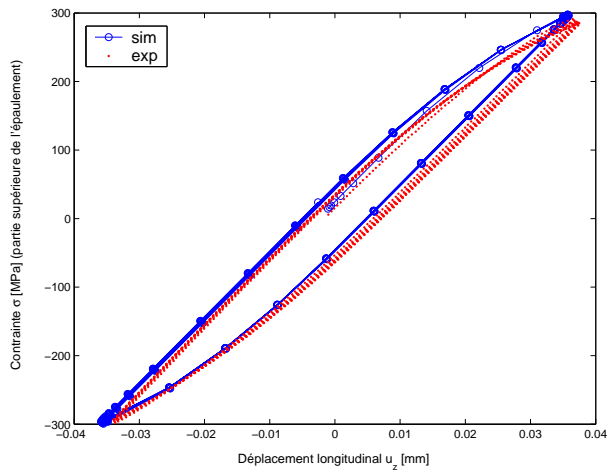


FIG. 4.31 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 5

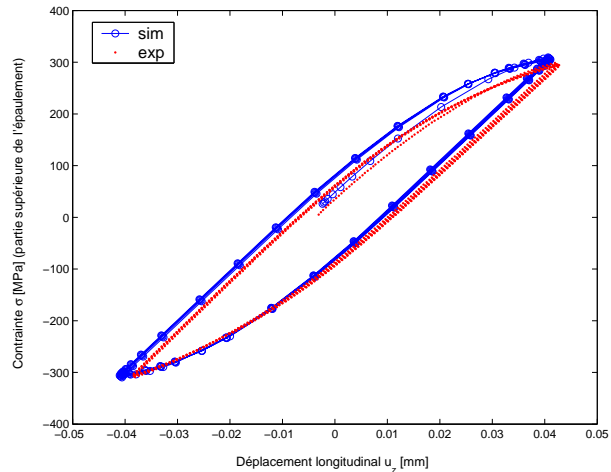


FIG. 4.32 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 6

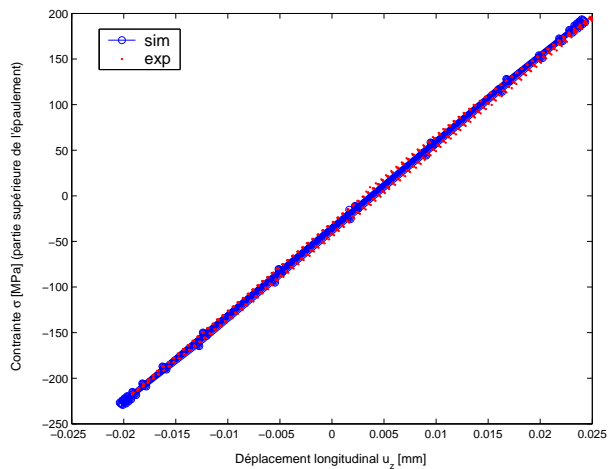


FIG. 4.33 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 7

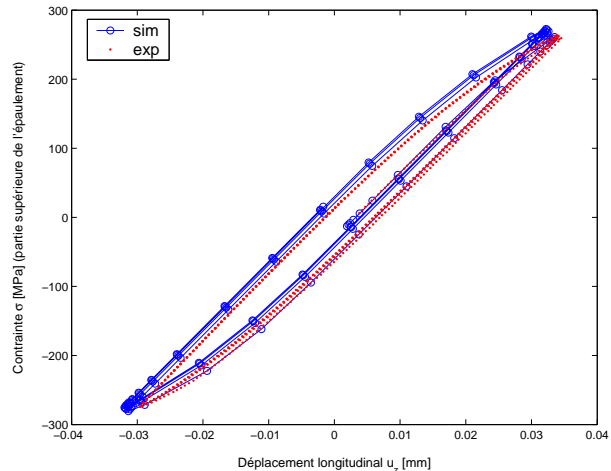


FIG. 4.34 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 8

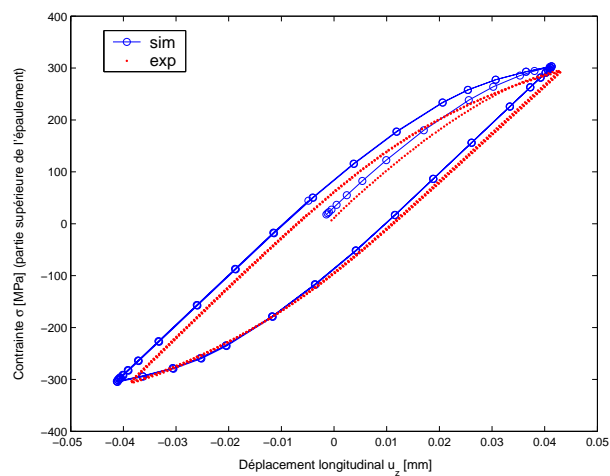
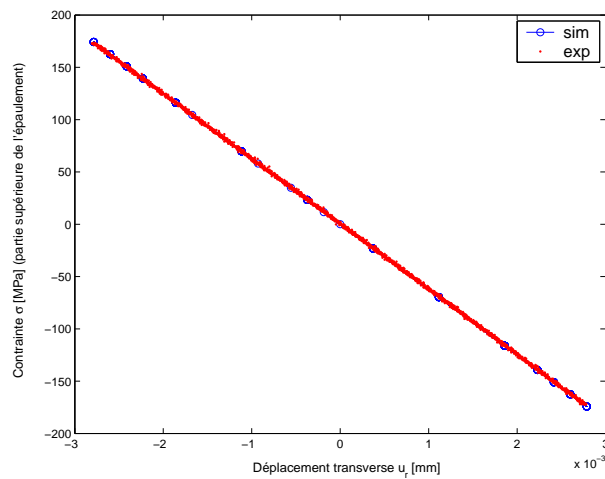
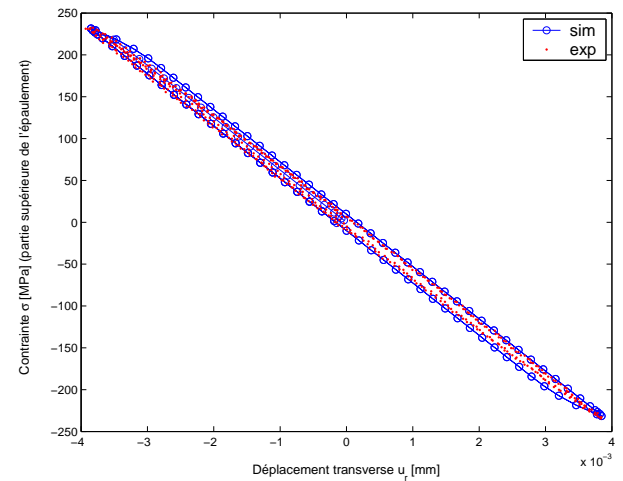
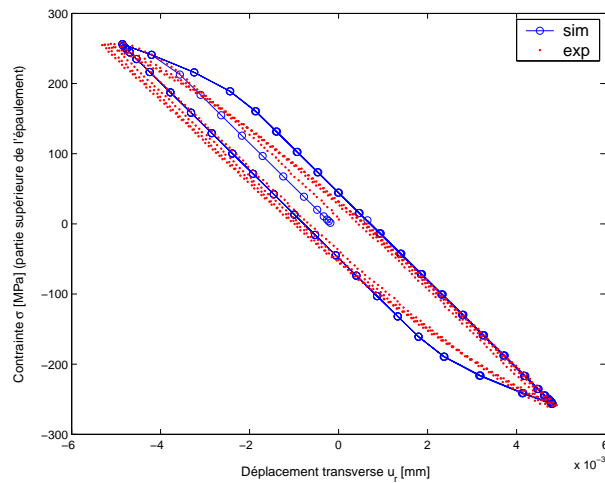
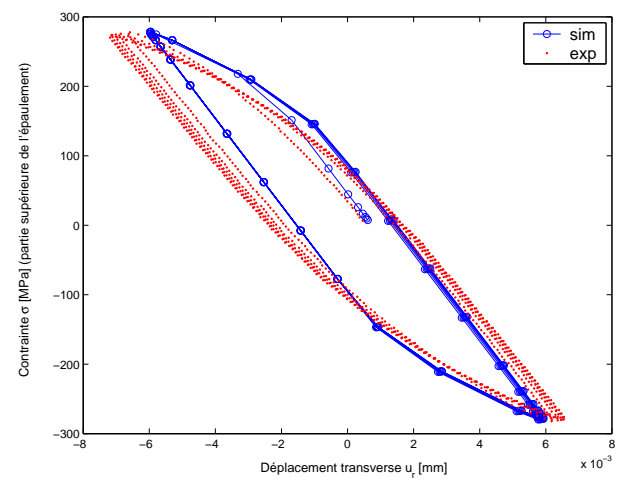


FIG. 4.35 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 9

Déplacement radial pour l'éprouvette R25_4_DEPL

FIG. 4.36 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 1FIG. 4.37 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 2FIG. 4.38 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 3FIG. 4.39 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 4

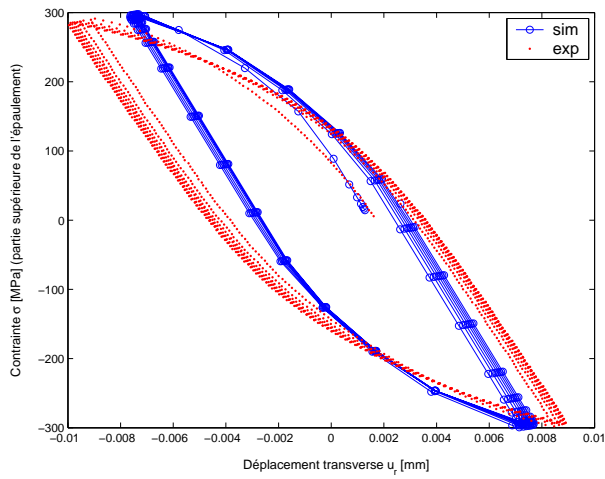


FIG. 4.40 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 5

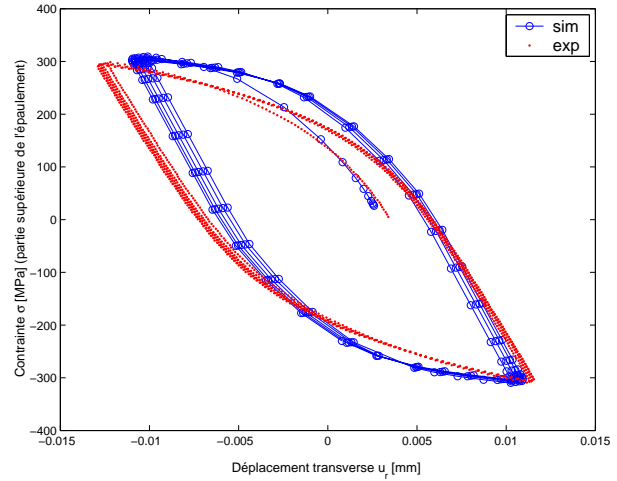


FIG. 4.41 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 6

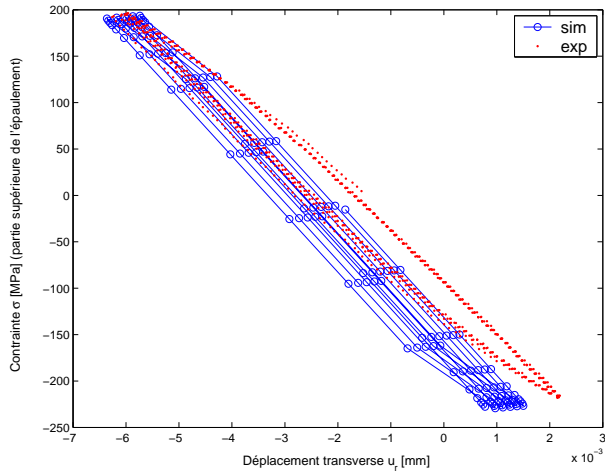


FIG. 4.42 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 7

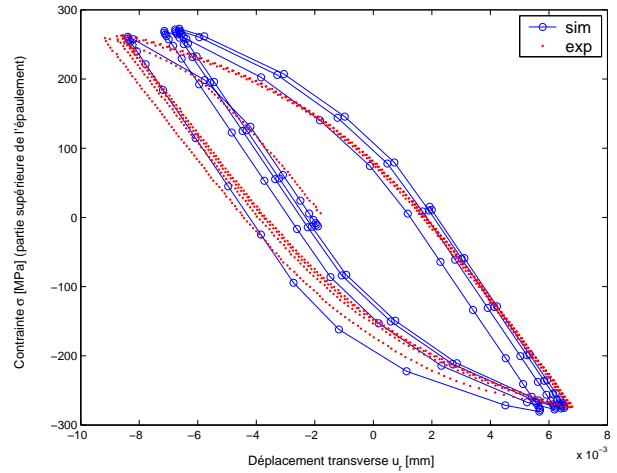


FIG. 4.43 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 8

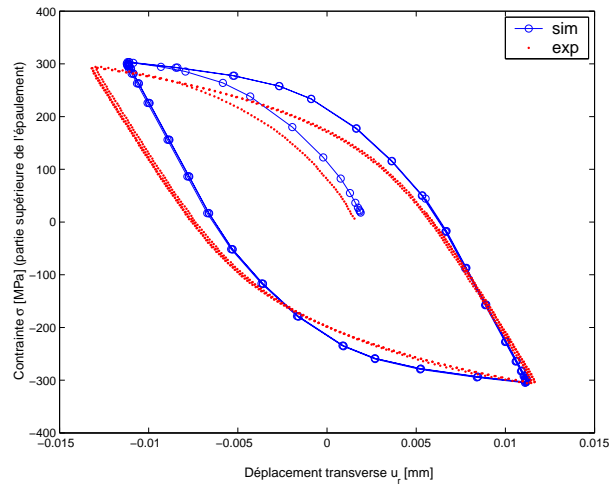


FIG. 4.44 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 9

Concernant les essais à déplacement imposé, les résultats fournis par le modèle 2M1C sont dans l'ensemble en accord avec l'expérience aussi bien pour les déplacements radiaux que longitudinaux. Les conditions d'essai (niveaux de sollicitations) ainsi que les différentes géométries d'éprouvettes (différents K_t) n'affectent pas la capacité du modèle à reproduire la réponse expérimentale. En outre, l'amplitude de déformation atteinte à la surface de la zone utile de l'éprouvette peut pour certains niveaux de chargements dépasser celle considérée lors des essais d'identification ($\Delta\varepsilon = \pm 0.8\%$). Les figures 4.45 et 4.46 illustrent la répartition de la déformation plastique radiale en traction et compression pour le niveau 7 de l'essai réalisé sur l'éprouvette *R2_5_DEPL*. Pour autant, le modèle conserve une bonne reproduction des essais.

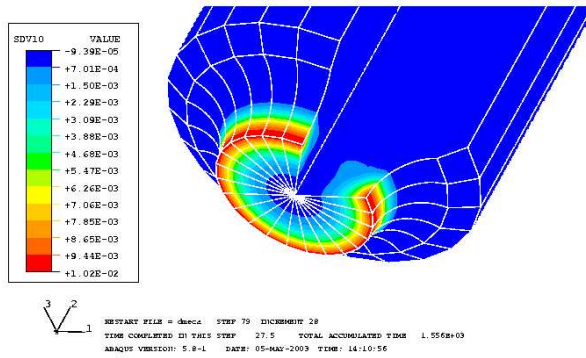


FIG. 4.45 – Répartition en compression de la déformation plastique radiale [mm/mm] pour l'éprouvette *R2_5_DEPL* au niveau 7

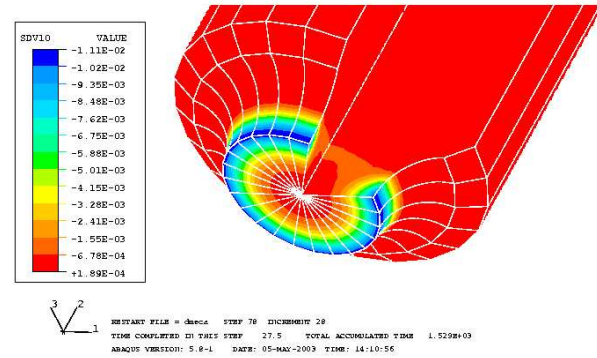


FIG. 4.46 – Répartition en traction de la déformation plastique radiale [mm/mm] pour l'éprouvette *R2_5_DEPL* au niveau 7

Chargement en contrainte

Déplacements longitudinal et radial pour l'éprouvette *R2_2_CONT*

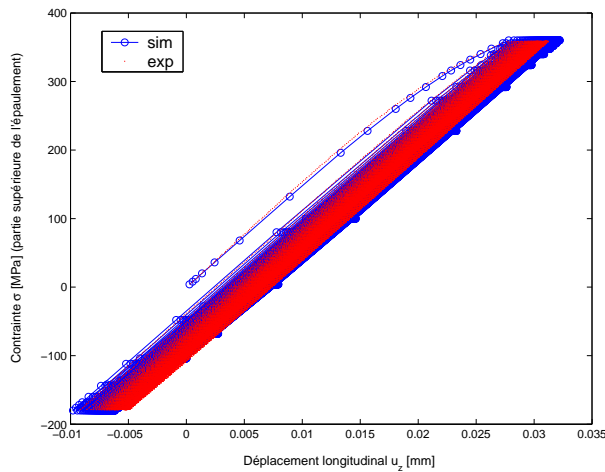


FIG. 4.47 – Boucles $\sigma - u_z$

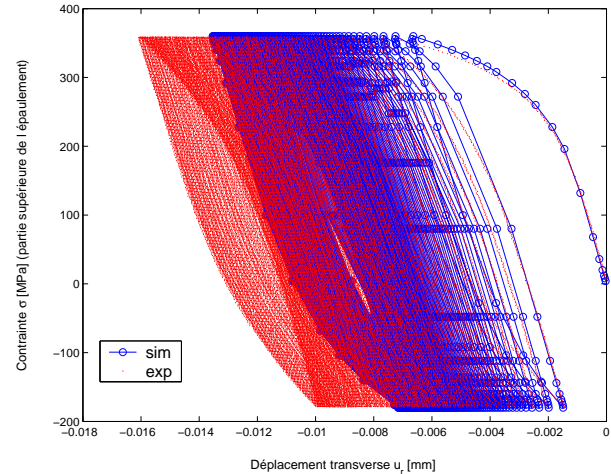
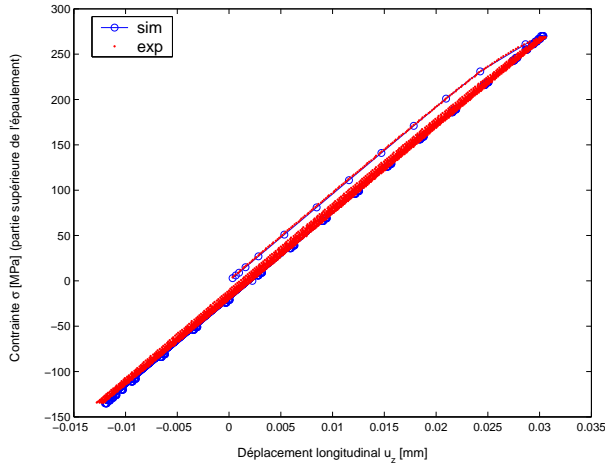
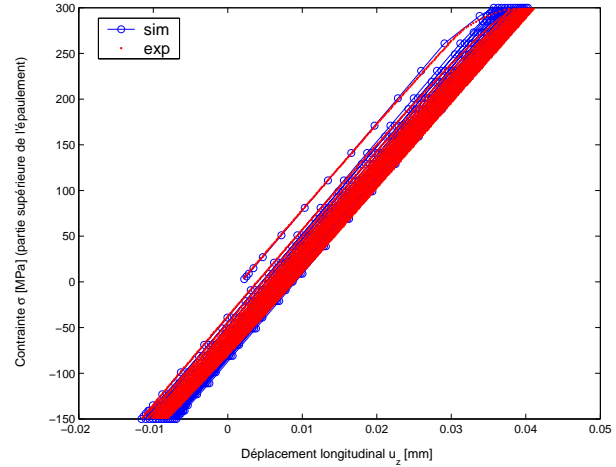
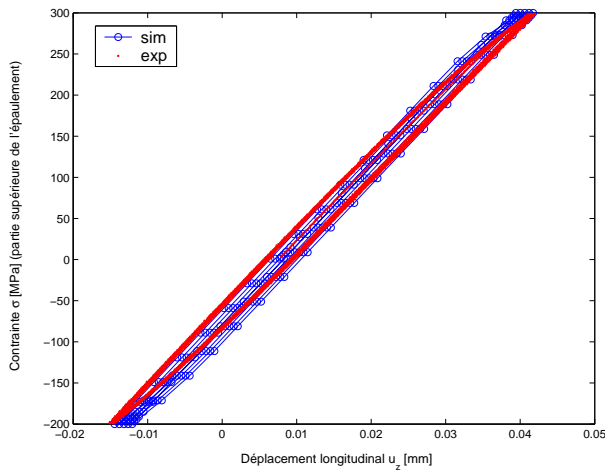
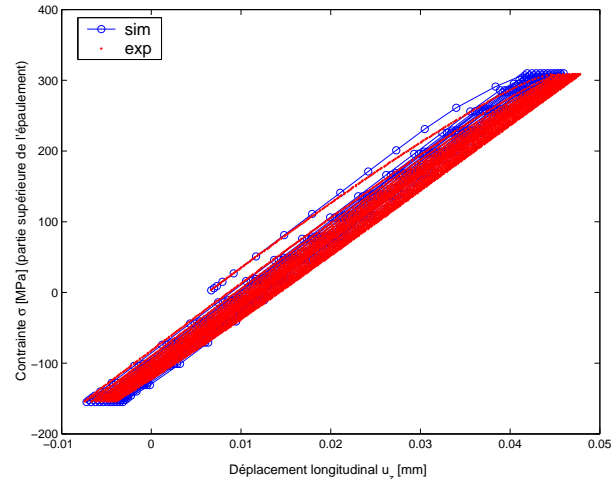
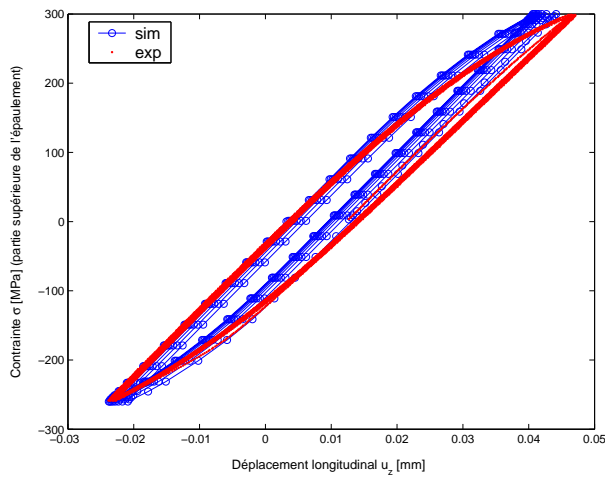
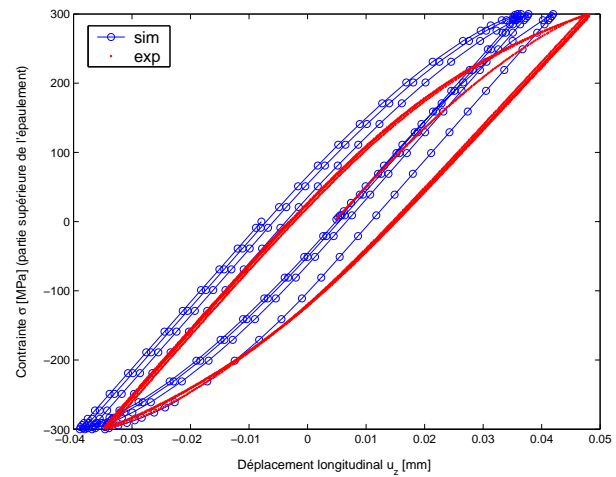


FIG. 4.48 – Boucles $\sigma - u_r$

Déplacement longitudinal pour l'éprouvette *R25_5_CONT*FIG. 4.49 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 1FIG. 4.50 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 2FIG. 4.51 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 3FIG. 4.52 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 4FIG. 4.53 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 5FIG. 4.54 – Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 6

Déplacement radial pour l'éprouvette R25_5_CONT

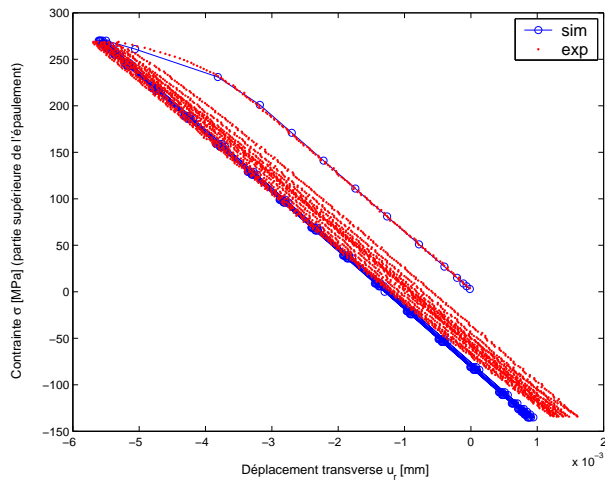


FIG. 4.55 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 1

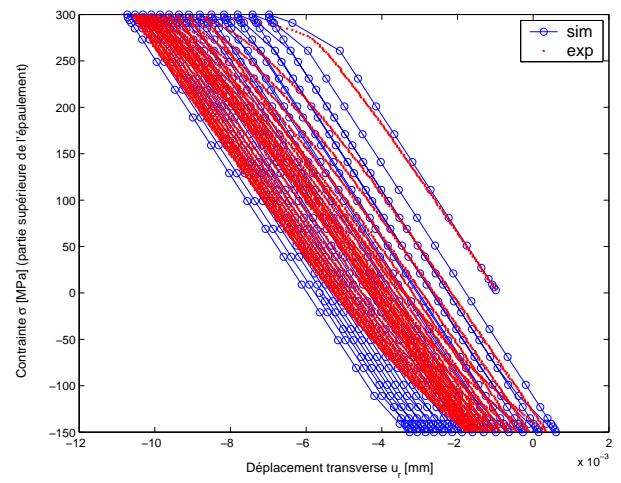


FIG. 4.56 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 2

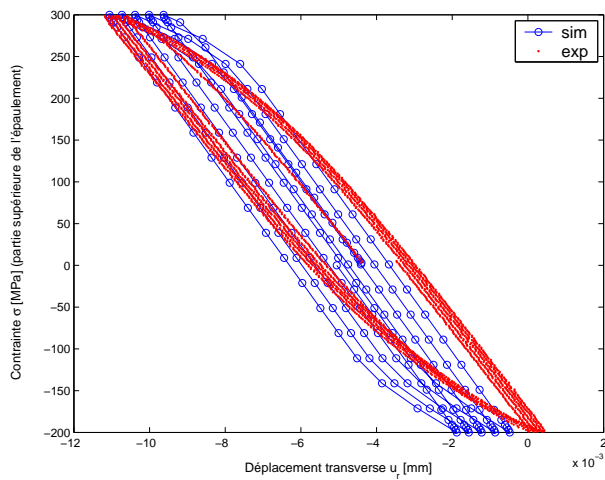


FIG. 4.57 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 3

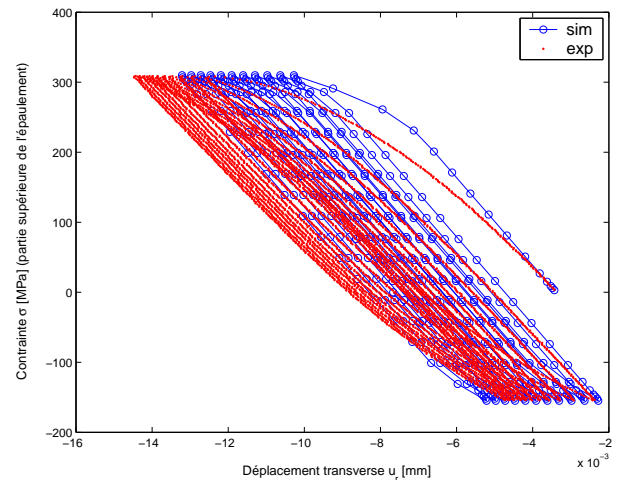


FIG. 4.58 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 4

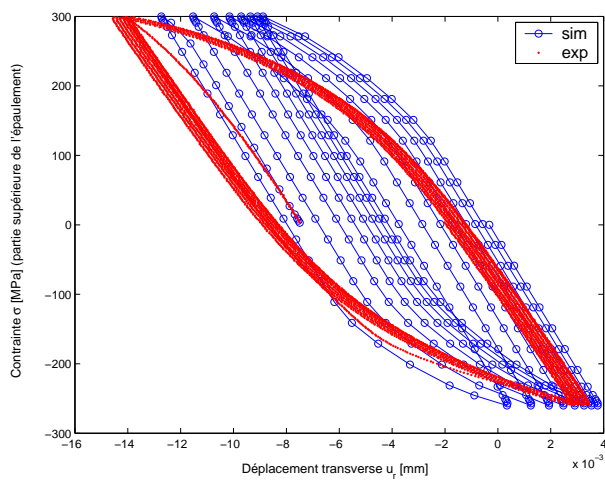


FIG. 4.59 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 5

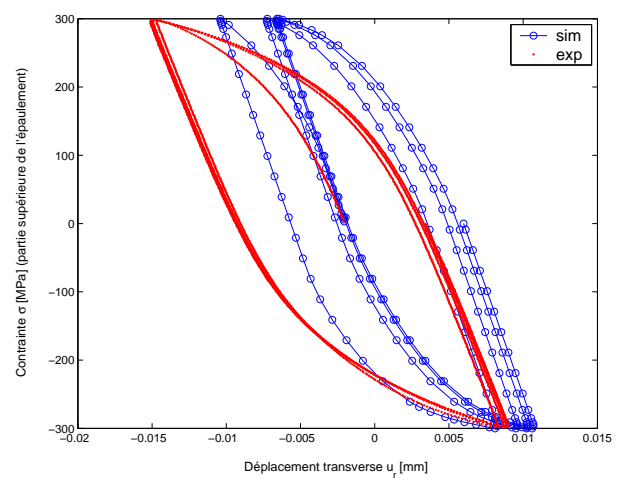


FIG. 4.60 – Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 6

Concernant les essais à contrainte imposée, les déplacements longitudinaux sont généralement bien décrits par le modèle $2M1C$ quelles que soient les conditions d'essais et la géométrie d'éprouvettes. En revanche, des différences apparaissent entre les déplacements radiaux calculés et ceux issus des essais. En effet, pour la géométrie $R2_2_CONT$ (Figure 4.48), la déformation de rochet est sous estimée par le modèle alors qu'elle est globalement surestimée pour la géométrie $R25_5_CONT$ (Figure 4.55-4.60). Différentes hypothèses peuvent être avancées pour tenter d'expliquer ces différences. La première possibilité concerne la précision des mesures fournies par l'extensomètre transversal. Celui-ci est posé sur la section utile de l'éprouvette, deux ressorts permettent à ses tiges de venir *pincer* l'échantillon. Par conséquent, il est difficile de positionner avec précision cet extensomètre ce qui pourrait entraîner des erreurs de mesures. Toutefois, la même opération a été menée sur les éprouvettes $R2_5_DEPL$ et $R25_4_DEPL$ et a fourni des résultats qui se sont avérés correspondre à ceux de la simulation. Cependant, contrairement aux essais en déplacement, le mode de sollicitation conduit à une non symétrie marquée du déplacement et un glissement progressif de l'extensomètre pourrait donc être envisagé. Une deuxième possibilité porte sur la procédure d'identification. Le chapitre 3 présente en détail la méthodologie dans laquelle les essais en contrainte servant à la détermination des coefficients des modèles sont réalisés durant la phase d'adoucissement linéaire ; en effet, après une remontée à déformation nulle, dix cycles en contrainte sont effectués. Pour l'acier $55NiCrMoV7$ et la température de $20^\circ C$, un unique niveau d'amplitude de contrainte a été étudié ($\Delta\sigma = -500 / +1000$ MPa). Il est probable que cet essai ne soit pas suffisant pour permettre une identification conduisant à un modèle capable de reproduire des essais où les niveaux de sollicitations sont variables et pour lesquels les valeurs de contrainte moyenne σ_{moy} varient. Une base expérimentale isotherme plus riche semblerait nécessaire. Elle pourrait alors permettre de définir un modèle où certains paramètres dépendraient également du chargement appliqué. Par exemple, les coefficients D_3 (modèle ONERA) ou (D_1, D_2) (modèle $2M1C$) de la loi cinématique - utiles pour calibrer le rochet sans pour autant affecter les cycles à déplacement imposé - prendraient des valeurs différentes suivant le chargement appliqué. Ceci consisterait à introduire un effet mémoire de déformation dans la variable cinématique.

4.2 Validation anisotherme

4.2.1 Contexte

Un travail de coopération [115] a été mis en place entre le CROMeP et l'université de KARLSTAD (Suède, équipe du Prof. BERGSTRÖM) où un banc d'essai de fatigue thermique instrumenté en mesures de température et de déformation, a été développé. L'objectif de leur étude est l'analyse des mécanismes de fissurations à haute température (faïençage) provoqués par des chargements thermiques répétés. Ces mécanismes sont principalement responsables de la ruine des outillages de travail à chaud rencontrés dans plusieurs procédés industriels comme la fonderie [91, 121] ou la forge. Une modélisation et une simulation de l'essai de fatigue thermique ont donc été entreprises afin de contribuer à la validation du modèle de comportement dans une configuration anisotherme.

Le banc d'essai est basé sur le principe d'un chauffage par induction et de mesures de déformation sur une petite surface de l'échantillon à l'aide d'une technique sans contact par faisceaux laser (*non-contact laser speckle technique*). Le dispositif est représenté sur les figures 4.61 et 4.62 et décrit plus en détail dans les références [102] et [101]. Le système complet est piloté par un ordinateur, l'unité d'induction dispose d'une puissance de 25 kW et d'une fréquence de pulsation maximale élevée de 3 MHz. La température de l'échantillon est contrôlée à l'aide d'un pyromètre pointé vers un point de la surface. Les 4 caméras CCD permettent le contrôle de la déformation totale. La composante mécanique peut alors se déduire de la déformation totale mesurée en calculant la composante thermique.



FIG. 4.61 – Vue d'ensemble du banc d'essai de fatigue thermique

L'éprouvette a une géométrie tubulaire de 10 mm de diamètre extérieur, 3 mm de diamètre interne et de 80 mm de longueur (figure 4.63). Elle est refroidie de façon continue par circulation d'une huile de silicone à 60° C à l'intérieur de l'échantillon. A la surface, de l'argon est introduit dans un tube de verre englobant l'éprouvette ; celui-ci est maintenu par des armatures en TeflonTM et contribue au refroidissement de la surface de l'échantillon ainsi qu'à la limitation de l'oxydation. Toutefois, lors des essais effectués dans le cadre de notre étude, aucun refroidissement n'est effectué à la surface si ce n'est la convection naturelle de l'air (le tube en verre étant absent). Lors du chauffage, la bobine d'induction chauffe approximativement une hauteur de 20 mm de la surface de l'éprouvette. Compte tenu de la fréquence élevée de l'unité d'induction, seule une fine couche de la surface d'une épaisseur de l'ordre de 20 μm (effet de peau) est chauffée. Cette épaisseur est une valeur

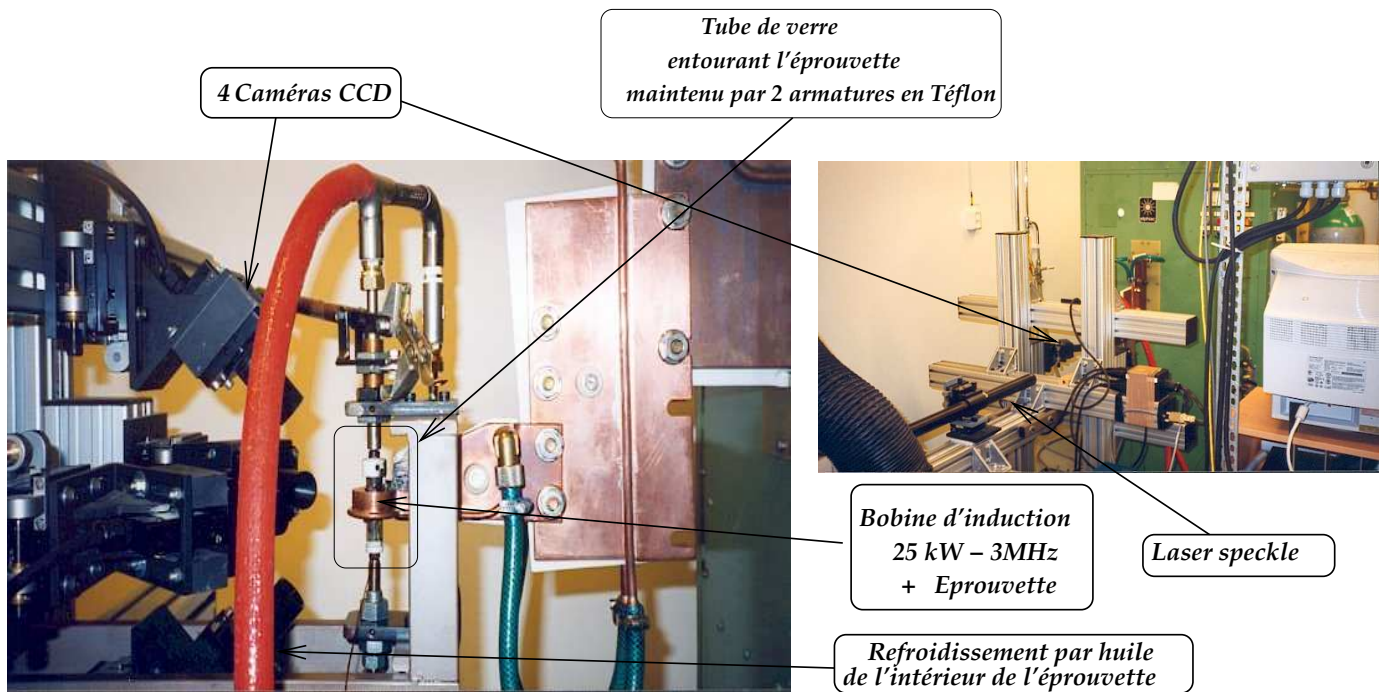


FIG. 4.62 – Disposition des caméras CCD autour de l'éprouvette de fatigue thermique

moyenne de la profondeur des courants hautes fréquences qui varie au cours du cycle thermique. Cette estimation peut être calculée en utilisant les propriétés magnétiques du matériau à une température moyenne [66]. Plusieurs thermocouples de type K (Chromel-Alumel) sont soudés sur cette zone afin d'évaluer les cycles thermiques à différents points de la surface. Les thermocouples de diamètre 0.13 mm sont soudés à l'échantillon et mesurent les températures de surface du milieu de l'éprouvette jusqu'à une distance de 15 mm de part et d'autre de la zone centrale.

Le modèle 2M1C a donc été implanté en anisotherme dans ABAQUS afin de permettre une simulation de cet essai de fatigue thermique. L'étude a été menée avec deux types de cycles thermiques : le premier avec un chauffage très rapide, l'autre avec un chauffage lent (voir tableau 4.2).

Désignation du cycle	T_{max} [° C]	T_{min} [° C]	Temps de chauffage [s]	Période [s]
500_FAST	537	170	0.2	9.7
500_SLOW	495	180	1.1	12.1

TAB. 4.2 – CYCLES THERMIQUES UTILISÉS DANS LES ESSAIS DE VALIDATION

Les propriétés thermiques de l'acier 55NiCrMoV7 sont indiquées dans le tableau 4.3.

4.2.2 Modélisation de l'essai de fatigue thermique

La méthodologie adoptée pour simuler l'essai de fatigue thermique peut se décomposer en deux parties. Une analyse purement thermique est d'abord effectuée afin de reproduire les chargements thermiques mesurés à différents points de la surface de l'échantillon. A

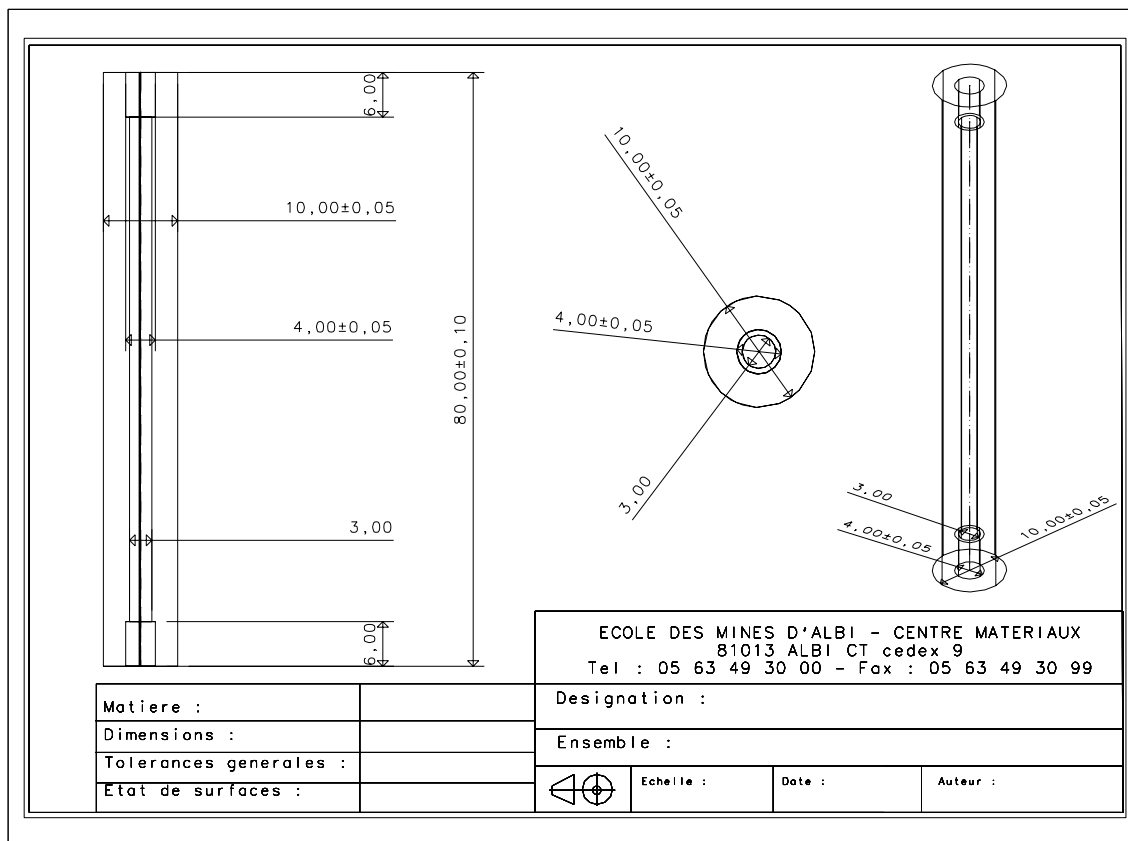


FIG. 4.63 – Géométrie de l'éprouvette de fatigue thermique

Température T ° C	coefficient de dilatation thermique α_{th} [$10^{-6} K^{-1}$]	Conductivité thermique λ [W/(m.)° C]	Chaleur spécifique C_p [J/(Kg.)° C]
20	8.4	38.6	526
200	11	38.2	566
300	12.2	35.6	587
400	12.7	34	621
500	13.1	33.1	673
600	✓	31.1	733
700	✓	30.9	929

TAB. 4.3 – PROPRIÉTÉS THERMIQUES DE L'ACIER 55NiCrMoV7 POUR DIFFÉRENTES TEMPÉRATURES (COEFFICIENT DE POISSON $\nu = 0.3$ ET DENSITÉ $\rho = 7770 \text{ Kg/m}^3$)

l'aide du modèle 2M1C identifié sur l'acier 55NiCrMoV7, une analyse mécanique est ensuite réalisée en appliquant le chargement thermique issu de la première analyse. La figure 4.64 présente la méthodologie de calcul.

Un maillage axisymétrique de l'éprouvette de fatigue thermique (Figure 4.65) est réalisé avec le logiciel IDEAS puis ensuite exporté dans ABAQUS avec les conditions aux limites associées (axisymétriques et thermiques). Le maillage (Figure 4.65) est raffiné au centre et

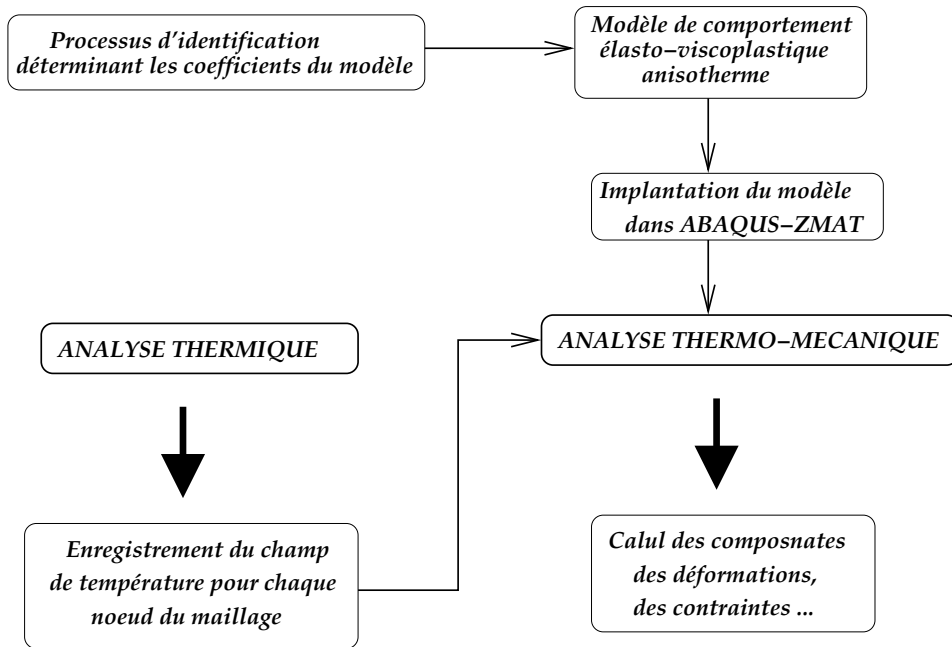


FIG. 4.64 – Méthodologie du calcul thermo-mécanique

à la surface de l'éprouvette dans le but de prendre en considération le gradient thermique plus ou moins sévère selon la vitesse de chauffage. Les éléments centraux ont une épaisseur de $100 \mu m$, les éléments de surface de $10 \mu m$. La comparaison avec une solution analytique développée dans le cas d'un mur semi-infini permet de s'assurer de la validité du maillage [88]. Les éléments considérés sont des quadrangles à 4 (CAX4) nœuds d'interpolation bilinéaires en déplacement et linéaires en température.

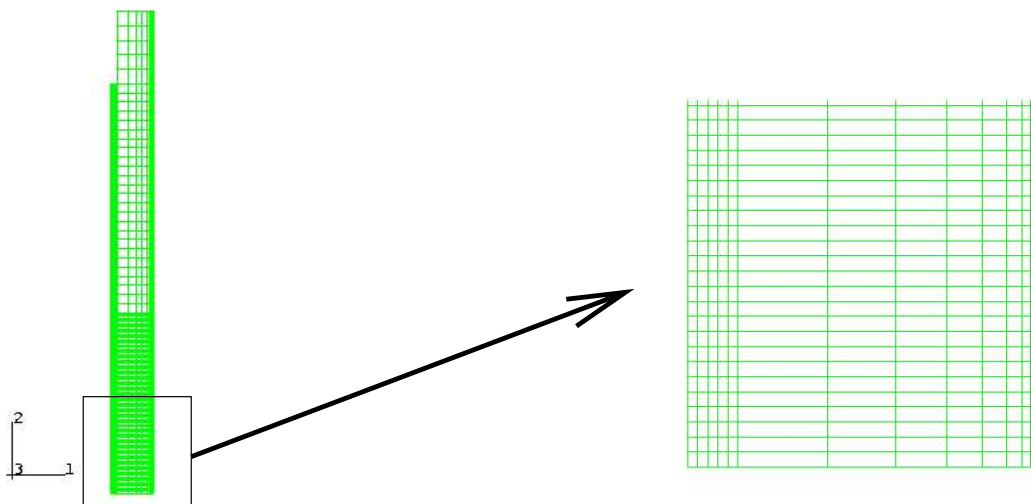


FIG. 4.65 – Maillage de l'éprouvette de fatigue thermique

Les conditions aux limites considérées dans la simulation thermique sont de 3 types

(figure 4.66) :

- Des conditions d'échanges convectifs pour décrire le refroidissement interne par l'huile. Une convection naturelle de l'air est considérée à la surface de l'éprouvette.
- Une condition de radiation est appliquée sur la surface de chauffage. Une émissivité constante égale à 1 (corps noir) est utilisée étant donné qu'une préoxydation des échantillons a été réalisée préalablement au cyclage thermique.
- Une condition de densité de flux à la surface de l'éprouvette assure le chauffage. Cette densité de flux non uniforme sur la zone utile est variable avec le temps. Le cycle est évalué de manière à atteindre la meilleure corrélation possible avec les cycles thermiques expérimentaux.

En outre, toutes les éprouvettes sont préchauffées à la température de l'huile ($60^{\circ} C$) ce qui est considéré comme une condition initiale dans la simulation. La figure 4.66 représente l'ensemble des conditions aux limites thermiques imposées dans la simulation. La condition de rayonnement qui s'exprime au travers du coefficient C_r , correspondant au produit de l'émissivité et la constante de Boltzmann, n'a finalement qu'une influence négligeable en comparaison du flux généré par l'unité d'induction. Ainsi, la difficulté majeure de cette étape de la modélisation est d'estimer la valeur du coefficient d'échange par convection avec l'huile h_{huile} ainsi que l'amplitude de densité de flux $d\varphi$ de façon à bien reproduire le chargement thermique expérimental.

Le coefficient d'échange de l'huile peut être estimé à partir de formules empiriques basées sur l'échange de chaleur à l'intérieur d'une conduite cylindrique [108]. Celle-ci se base sur le calcul des nombres de Reynolds, Prandtl et Nusselt à l'aide des propriétés thermiques de l'huile ainsi que de son débit à l'intérieur de l'éprouvette. Le flux est quant à lui non uniforme.

Plusieurs résultats obtenus au moyen de 5 thermocouples disposés sur la surface de l'éprouvette révèlent une distribution de température non uniforme ainsi qu'un pic de température à une distance de 6 mm du milieu de l'échantillon suivie d'une diminution progressive jusqu'à une distance de 15 mm (dernière mesure). Pour tenir compte de ce résultat, la densité de flux est elle-aussi non uniforme lors de la simulation (figure 4.67) et nécessite d'être ajustée de manière à atteindre une meilleure description des cycles thermiques expérimentaux mesurés à toutes ces positions (0, 6, 7, 10 et 15 mm).

Cet ajustement a été ensuite affiné par optimisation numérique en utilisant SiDoLo et un modèle thermique extérieur. Les liens entre le module d'optimisation de SiDoLo et le programme extérieur en l'occurrence ABAQUS sont réalisés à l'aide d'une interface dont le rôle est multiple. Tout d'abord, elle lit les coefficients à optimiser, les insère dans le fichier de données ABAQUS, puis elle lance l'exécution du calcul éléments finis ; elle extrait également les cycles thermiques simulés aux nœuds correspondant aux points de comparaison avec l'expérience. Cette optimisation porte sur les 8 premiers cycles thermiques nécessaires à la stabilisation cyclique. L'identification porte sur le coefficient d'échange de l'huile défini sur les faces des éléments internes de l'éprouvette et sur les densités de flux définies sur les faces des éléments externes.

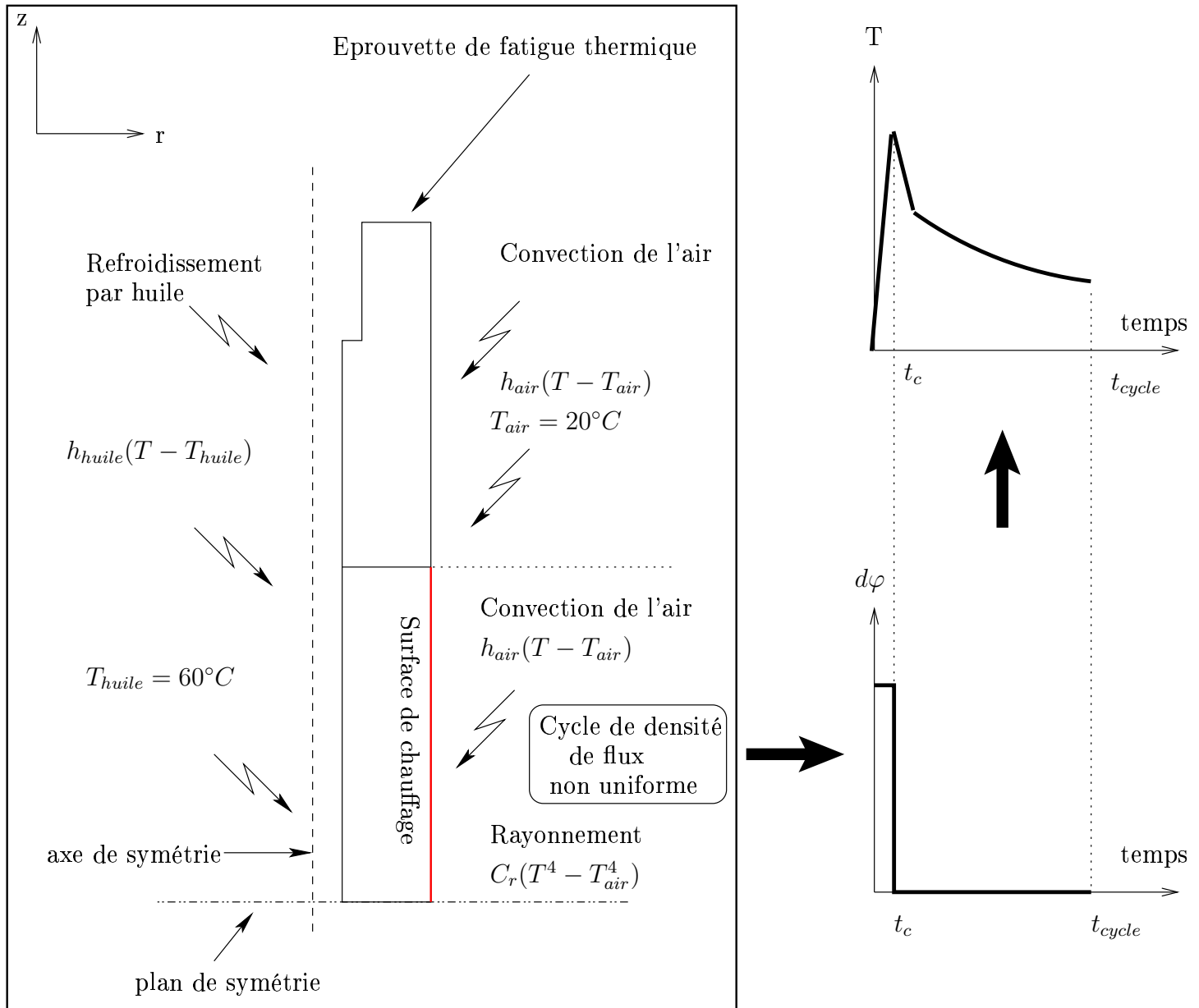


FIG. 4.66 – Bilan des conditions aux limites considérées dans l'analyse thermique

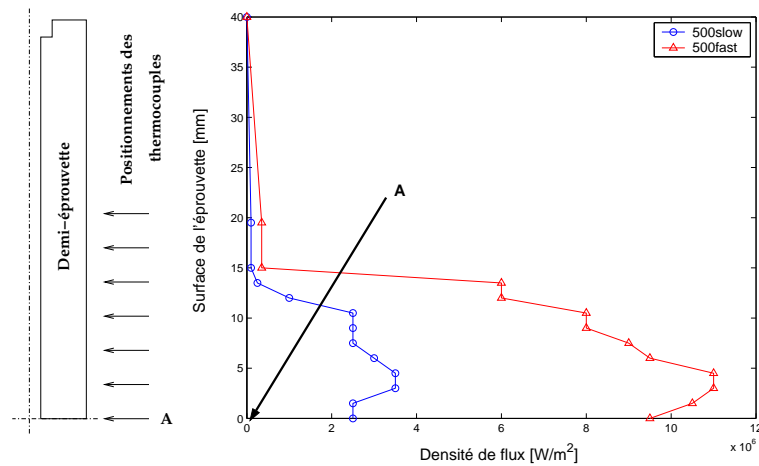


FIG. 4.67 – Niveaux de densité de flux appliqués à la surface de l'éprouvette pour les cycles thermiques 500_FAST et 500_SLOW

4.2.3 Résultats et discussions

Cette partie expose les résultats fournis par les deux analyses.

Aspects thermiques

Dans un premier temps, la distribution de température à la surface de l'éprouvette peut être comparée avec les mesures expérimentales. Ces mesures révèlent que la distribution de température n'est pas uniforme. En effet, une augmentation est constatée au delà du milieu de l'échantillon et le niveau de température le plus élevé est mesuré à 6 mm du milieu de l'échantillon. Dix cycles thermiques sont nécessaires pour atteindre une stabilisation des températures maximales et minimales. La simulation révèle que la condition initiale en température correspondant à un préchauffage de l'éprouvette influence fortement cette stabilisation cyclique. Les figures 4.68 et 4.69 illustrent pour les conditions d'essais 500_FAST et 500_SLOW, la comparaison des cycles mesurés et calculés au milieu de l'éprouvette. Les figures D.1-D.7 correspondant aux positions 6, 7, 10 et 15 mm distantes du milieu de l'éprouvette sont reportées en annexe (page 195 et 196). La figure 4.70 représente l'écart entre calcul et expérience au cycle stabilisé pour les conditions d'essais 500_FAST. Chaque cycle thermique peut se décomposer en un chauffage plus ou moins rapide suivant les conditions d'essai suivi d'un refroidissement violent sur une période de quelques millisecondes. Puis, la température diminue de manière beaucoup plus lente et linéairement jusqu'à la fin du cycle ce qui provoque un changement de pente au niveau de la cinétique de refroidissement. La forme spécifique du cycle lors du refroidissement est provoquée par la non-uniformité de la température de surface. Dans le cas contraire, la cinétique de la courbe de refroidissement aurait alors une forme exponentielle.

La simulation ne reproduit ici qu'un impact thermique sur la surface du spécimen. Une profondeur moyenne du flux inductif de $10 \mu m$ au niveau de la zone utile peut être estimée à l'aide de la fréquence d'induction et des propriétés magnétiques des aciers martensitiques revenus autour de $400^\circ C$ [66]. La figure 4.71 représente l'évolution de la température à l'intérieur de l'échantillon à la fin du temps de chauffage pour les cycles 500_FAST et 500_SLOW. Il apparaît naturellement que le gradient thermique le plus important a

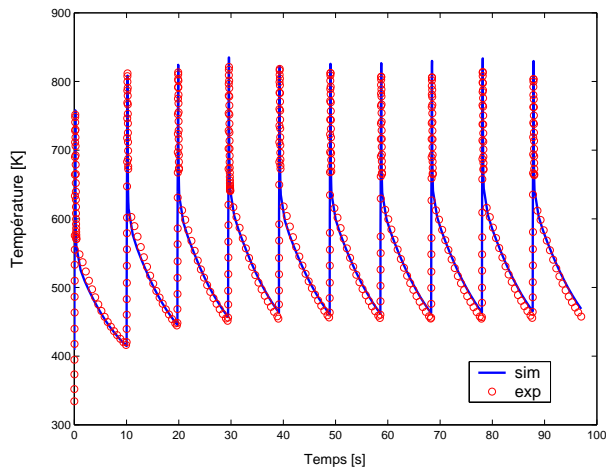


FIG. 4.68 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_FAST

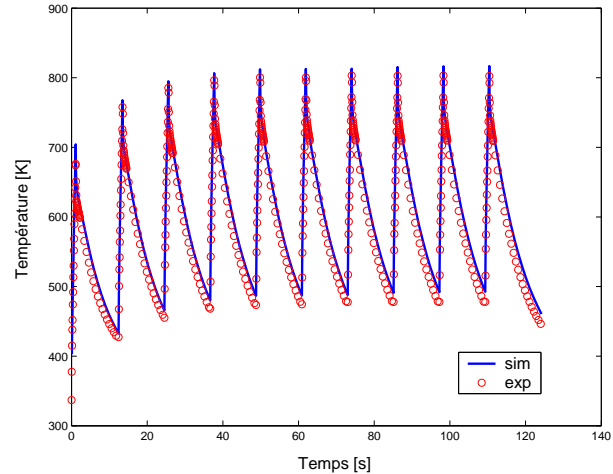


FIG. 4.69 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_SLOW

lieu pour le cycle thermique possédant le chauffage le plus rapide. Dans les deux cas, ce gradient diminue lors du refroidissement pour s'annuler à la fin du cycle thermique, la simulation fournit une uniformité du champ thermique dans l'éprouvette entre 450 et 460° K. Les figures 4.72-4.73 représentent la carte thermique de l'éprouvette à la fin du temps de chauffage (cycle stabilisé) pour le cycle 500_FAST.

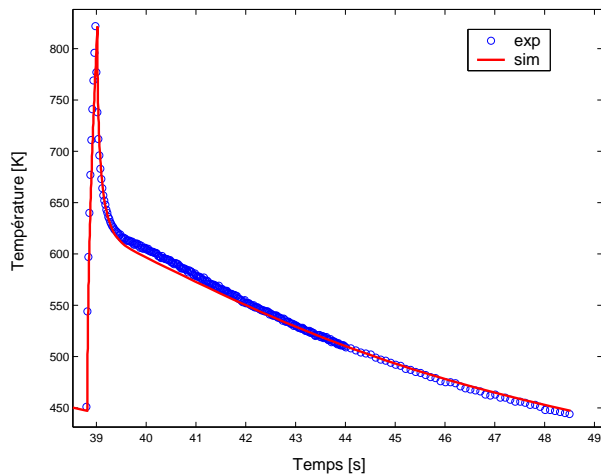


FIG. 4.70 – Comparaison calcul-expérience pour le cycle thermique stabilisé et les conditions 500_FAST

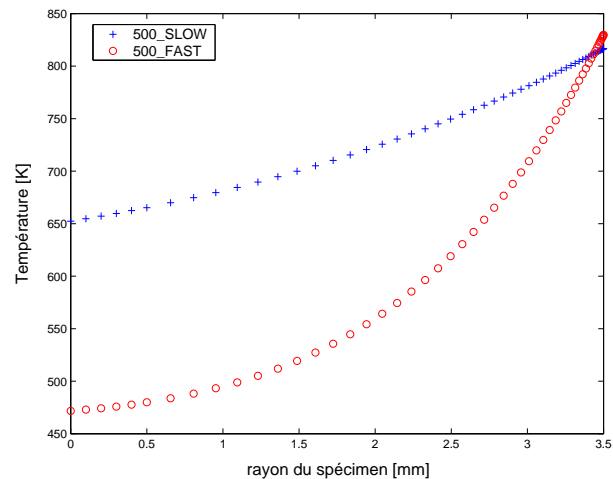


FIG. 4.71 – Répartition de la température le long du rayon de la section centrale à la fin du temps de chauffage

Aspects mécaniques

Les résultats présentés dans cette partie ont été obtenus à l'aide du modèle 2M1C.

La réponse typique de la déformation de surface lors du cyclage thermique est illustrée sur la figure 4.74 pour la direction axiale et 4.75 pour la direction tangentielle concernant le cycle 500_FAST, sur la figure 4.76 pour le direction axiale et le cycle 500_SLOW.

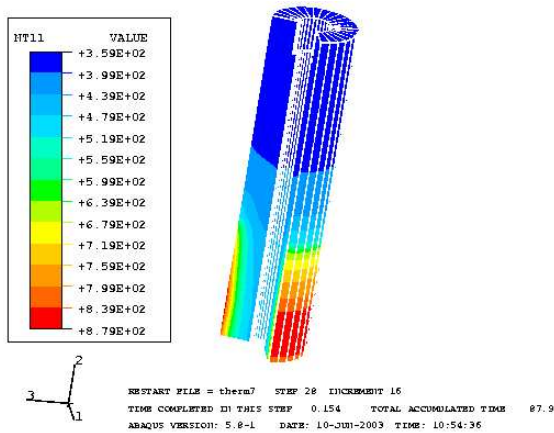


FIG. 4.72 – Répartition de la température [K] à l'intérieur du spécimen à la fin du temps de chauffage pour le cycle 500_ *FAST*

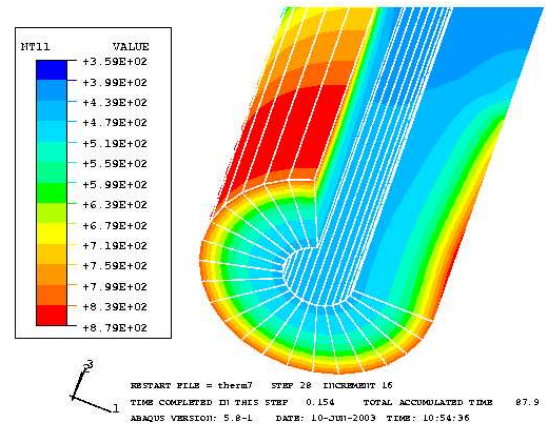


FIG. 4.73 – Grossissement de la zone utile de l'éprouvette

Durant le chauffage, la déformation totale ε_{tot} à la surface augmente avec la température. Elle peut se décomposer en une partie thermique ε_{th} et une partie mécanique ε_{mec} .

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{mec} + \varepsilon_{th}$$

La réponse durant le chauffage est due à un matériau plus froid dans le volume qui empêche l'expansion de la surface. Lors de la première partie du refroidissement, la surface se comprime alors que simultanément le volume se dilate ce qui a pour effet de maintenir voire d'augmenter légèrement le niveau de déformation totale. Par la suite, la surface et le volume se rétractent tous les deux et la déformation totale diminue jusqu'à la fin du cycle. Le processus expérimental permet la mesure des déformations dans les sens longitudinal et tangentiel. La réponse en déformation suivant les deux directions est différente (Figures 4.74 et 4.75). En effet, une légère augmentation de la déformation totale est observée dans le sens longitudinal lors de la partie initiale du refroidissement alors que le niveau de déformation demeure constant dans la direction tangentielle. Ce phénomène indique que le matériau est contraint différemment suivant les deux directions ce qui est directement lié à la distribution de température à l'intérieur de l'échantillon.

Pour le cycle thermique 500_ *SLOW*, une augmentation de la pente de la réponse en déformation lors du chauffage ainsi que du niveau maximal de déformation de surface est constatée en comparaison avec 500_ *FAST* (Figure 4.77). Le temps de chauffage relativement long pour 500_ *SLOW* a pour effet d'augmenter la contribution interne de la dilatation thermique du matériau et par conséquent de diminuer la déformation mécanique à la surface par rapport à un temps de chauffage plus court (500_ *FAST*).

Les phénomènes décrits précédemment sont également reproduit par la simulation. En effet, l'allure des différents cycles thermiques est en bon accord avec l'expérience. Le calcul confirme la différence observée expérimentalement entre les réponses en déformation axiale et tangentielle. Dans le cas du cycle 500_ *SLOW*, aucune plastification du matériau n'est constatée durant tous les cycles thermiques. Aussi, la forme des boucles déformation-température est seulement due à la thermo-élasticité. Au contraire, dans le cas du cycle 500_ *FAST*, une boucle d'hystérésis mécanique apparaît dès le premier cycle. En effet, le

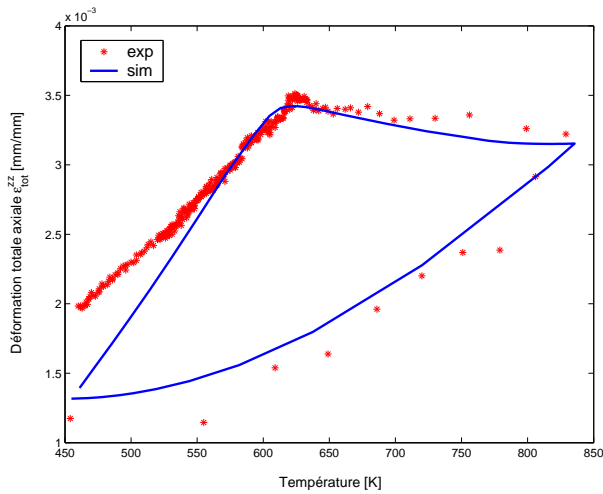


FIG. 4.74 – Comparaison expérience - simulation de la 4^e boucle Déformation totale - température dans la direction axiale t dans le cas du cycle thermique 500_FAST

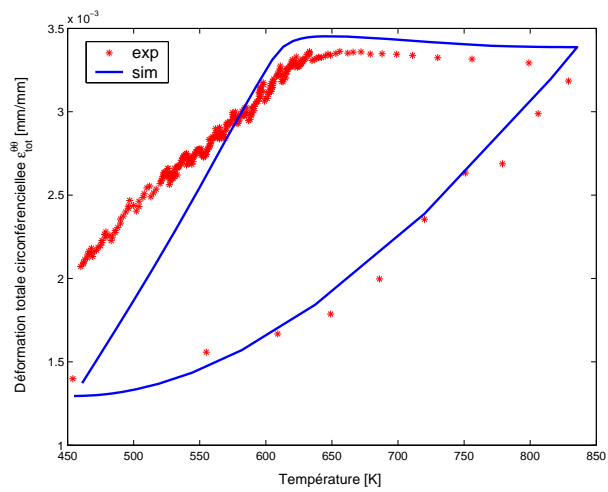


FIG. 4.75 – Comparaison expérience - simulation de la 4^e boucle Déformation totale - température dans la direction tangentielle et dans le cas du cycle thermique 500_FAST

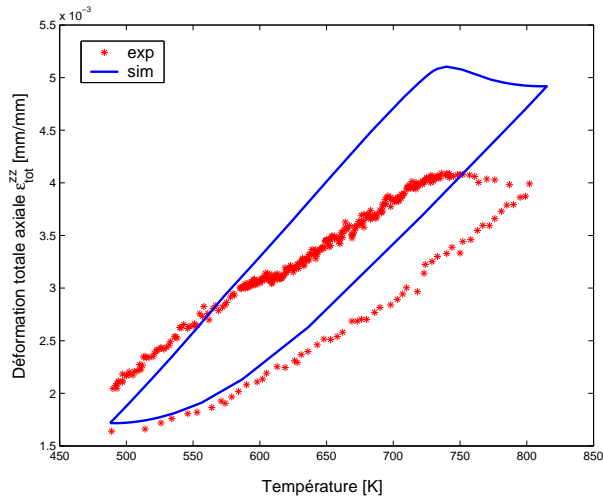


FIG. 4.76 – Comparaison expérience - simulation de la 4^e boucle Déformation totale - température dans la direction axiale t dans le cas du cycle thermique 500_SLOW

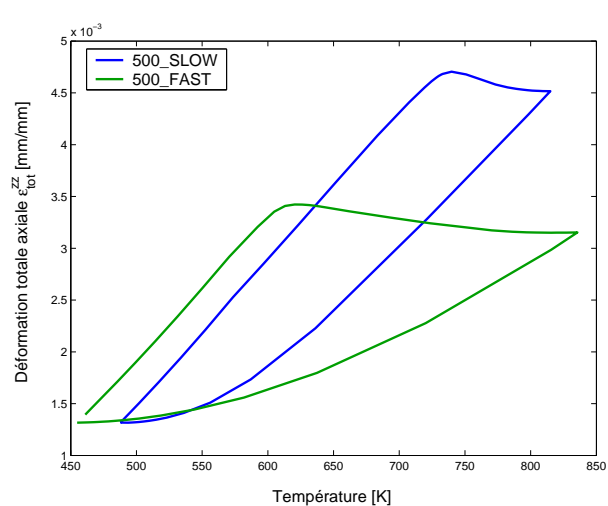


FIG. 4.77 – Comparaison des boucles Déformation-température pour les deux types de cycles thermiques

matériau se déforme dès la première montée en température d'abord élastiquement jusqu'à la limite d'écoulement en compression puis plastiquement jusqu'à la température maximale. Lors du refroidissement, le matériau se décharge élastiquement jusqu'à atteindre la limite d'écoulement en traction puis se déforme plastiquement [78, 13]. Par la suite, la déformation diminue avec le nombre de cycles (Figures 4.78 et 4.79). Ainsi, l'allure des boucles déformation-température peuvent s'expliquer non seulement par la dilatation thermique du matériau mais aussi par un effet de déformation plastique compressif.

La déformation mécanique (Figures 4.80 et 4.81) génère un état de contraintes dans l'éprouvette qui contribue à une détérioration mécanique au travers d'endommagement de fatigue ou de fluage. La couche externe à la surface de l'éprouvette est assujettie à un état de contraintes en compression lors du chauffage, en traction lors du refroidissement.

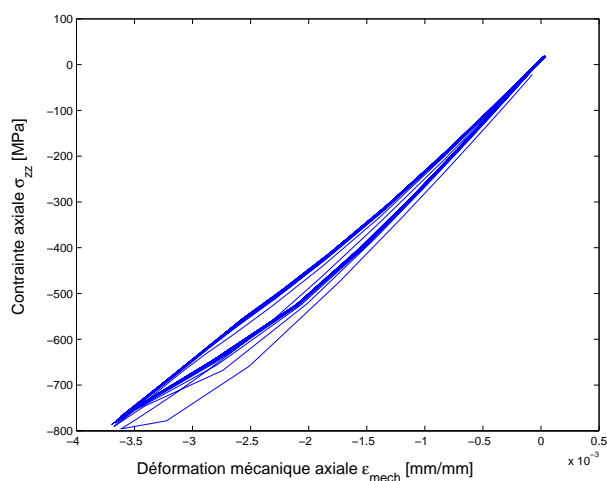


FIG. 4.78 – Boucles Contrainte Déformation mécanique axiale dans le cas du cycle thermique 500_FAST

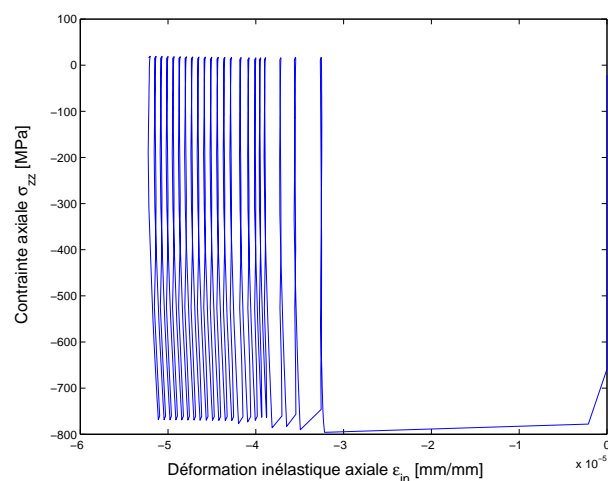


FIG. 4.79 – Boucles Contrainte Déformation inélastique axiale dans le cas du cycle thermique 500_FAST

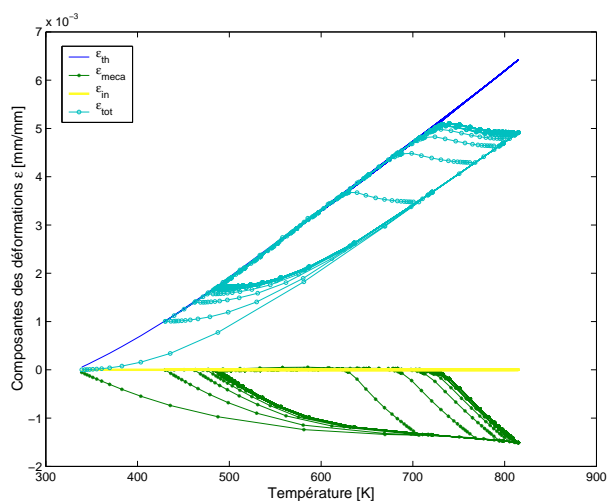


FIG. 4.80 – Evolution des composantes des déformations en fonction de la température pour le cycle 500_SLOW

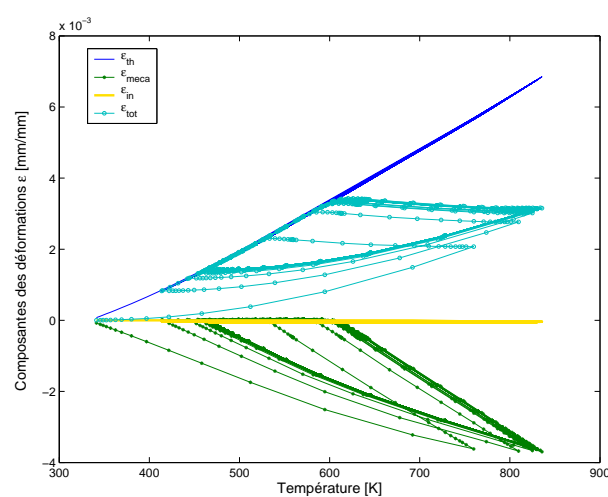


FIG. 4.81 – Evolution des composantes des déformations en fonction de la température pour le cycle 500_FAST

Il est ainsi attendu que l'amorçage et la propagation de fissures dans les opérations de fonderie aient lieu autour de la température minimale du cycle thermique [79]. Toutefois, de telles observations n'ont pas été réalisées lors de cette étude. En revanche, la contrainte radiale est nulle à la surface et au centre et atteint son maximum au cœur du spécimen. Les figures 4.82 et 4.83 illustrent la cartographie des contraintes pour le cycle 500_FAST à la fin du temps de chauffage dans les directions axiale et radiale.

Le rochet thermique obtenu expérimentalement reste encore mal décrit par la simulation. En effet, il est mésestimé suivant les cycles thermiques et la composante des déformations (axiale ou tangentielle), celui fourni par la simulation s'accommode en même temps que la température se stabilise. Les figures 4.84 pour le cycle thermique 500_SLOW et 4.85 pour le cycle 500_FAST comparent les déformations maximales axiale et tangentielle expérimentales et calculées.

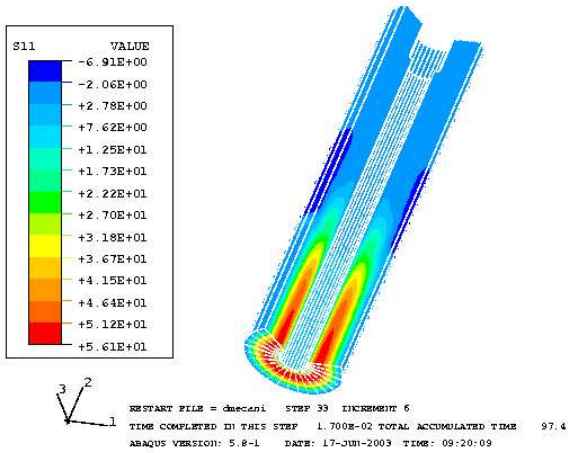


FIG. 4.82 – Cartographie de la contrainte radiale à la fin du temps de chauffage dans le cas du cycle thermique 500_FAST

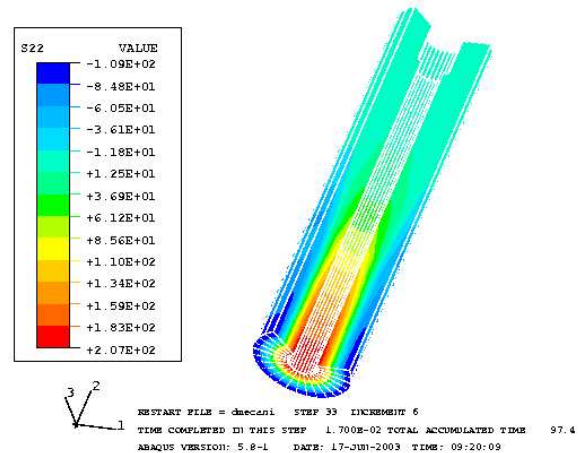


FIG. 4.83 – Cartographie de la contrainte axiale à la fin du temps de chauffage dans le cas du cycle thermique 500_FAST

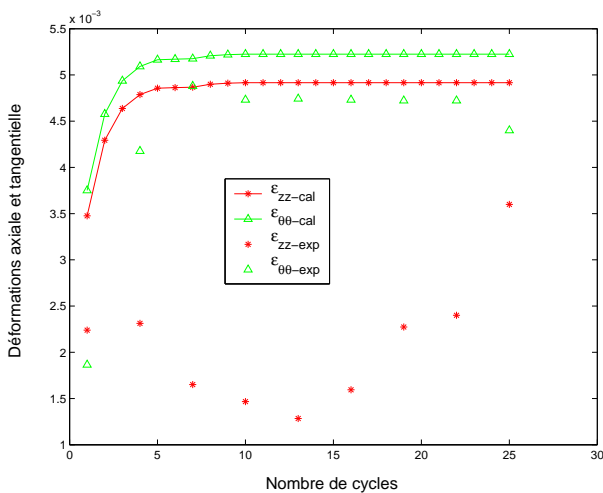


FIG. 4.84 – Comparaison des déformations maximales axiale et tangentielle mesurées et calculées pour le cycle 500_SLOW

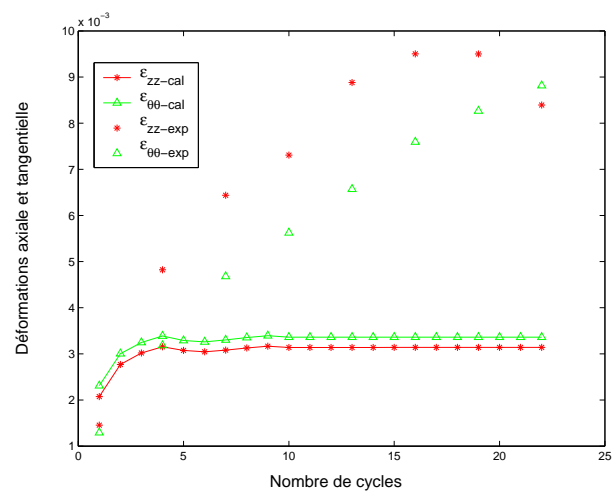


FIG. 4.85 – Comparaison des déformations maximales axiale et tangentielle mesurées et calculées pour le cycle 500_FAST

Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer ces différences :

- la première est liée au calcul de la déformation résiduelle obtenue à la fin de chaque cycle. D'un point de vue expérimental, la mesure des déformations n'a été enregistrée que tous les 3 cycles. Ainsi, seules les déformations résiduelles à la fin des cycles 1, 3, 6 ... sont connues. Le calcul des déformations résiduelles intermédiaires peut alors être effectué par interpolation linéaire ce qui engendre certainement des erreurs dans le calibrage du rochet thermique expérimental.
- la carte thermique de l'éprouvette peut être inexacte. Certes, une validation du gradient thermique axial a été effectuée. En revanche, la distribution de température dans le volume de l'éprouvette n'a pas été confrontée avec des mesures expérimentales. De telles comparaisons nécessitent une instrumentation de l'éprouvette ce qui n'a pu être réalisé dans le cadre du travail de coopération.

- enfin, des erreurs de mesures inhérentes aux méthodes speckle laser ou un manque dans la formulation du modèle peuvent être à l'origine de ces différences.

Implication pour l'utilisation des outillages

Les cycles thermiques 500_ *SLOW* et 500_ *FAST* illustrent les effets du gradient thermique dans un outillage. En effet, un chauffage rapide induit un gradient plus important et produit des déformations et des contraintes mécaniques plus élevées d'où un risque de plastification et d'endommagement en surface accru. Dans le cas, précédent, le cycle 500_ *SLOW* fournit des boucles thermo-élastiques alors le cycle 500_ *FAST* induit de la déformation plastique. Pour les applications impliquant des outillages, le chargement thermique appliqué dans les exemples précédents (de l'ordre de 3.5 MW/m^2 pour 500_ *SLOW* et de l'ordre de 11 MW/m^2 pour 500_ *FAST*) peuvent se rapprocher de ceux utilisés dans certains procédés industriels. Par exemple, le flux considéré pour le cycle 500_ *SLOW* peut se comparer à ceux mis en jeu dans les opérations de forgeage sous presse hydraulique (2 MW/m^2 [77] ou 4 MW/m^2 [53]) alors que celui appliqué pour le cycle 500_ *FAST* se rapproche de ceux mis en jeu dans les opérations de fonderie pour l'aluminium (5 MW/m^2 [117]), pour le laiton (9.8 MW/m^2 [103]) ou dans les opérations de forgeage sous presse mécanique (10 MW/m^2 [53]).

Souvent, dans les applications comme la fonderie, il existe des opérations de pulvérisation provoquant un refroidissement très rapide de la surface de l'outil (*spraying*), le but étant de le lubrifier. Celui-ci induit un effet de plasticité inverse augmentant le dommage mécanique dans l'outil.

A titre d'illustration, l'impact de l'opération de pulvérisation utilisé dans l'industrie peut être étudié en considérant un cycle thermique avec une température maximale de 500° C et un chauffage rapide.

Dans ce cas, le coefficient d'échange reproduisant le refroidissement par air est considérablement augmenté dans le but de simuler la pulvérisation et la température minimale du cycle est supposée être égale à la température initiale (Figure 4.86). Les changements dans les conditions de refroidissement ont un impact significatif sur le calcul mécanique, et la simulation numérique du comportement permet de confirmer une plastification inverse à la surface de l'échantillon, plastification en compression mais aussi en traction (Figure 4.87). Dans ce cas, un niveau de déformation plastique beaucoup plus important que précédemment est observé, il est du au refroidissement violent induit par la pulvérisation.

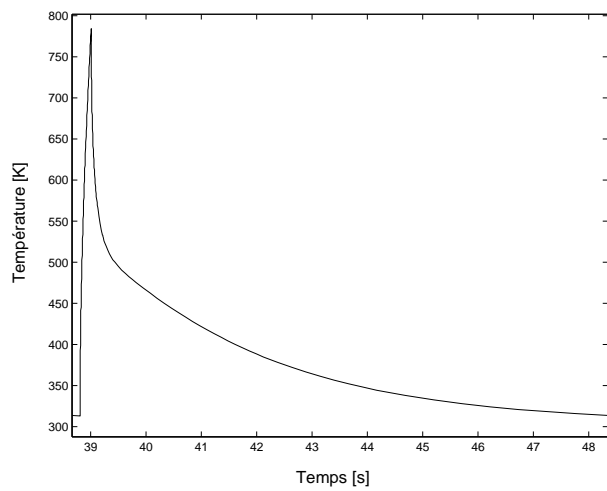


FIG. 4.86 – Cycle thermique considéré dans le cas de la pulvérisation

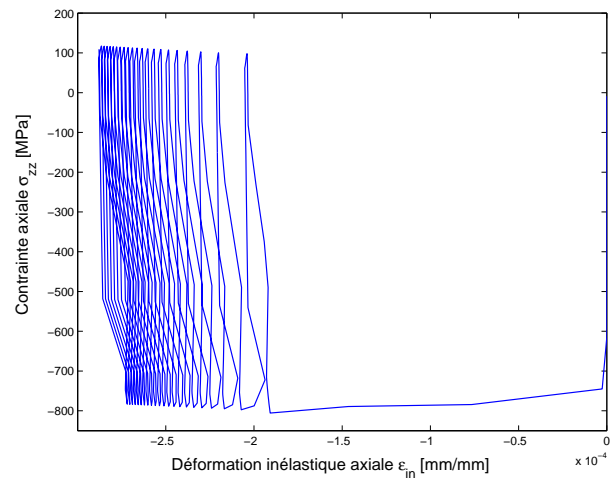


FIG. 4.87 – Boucles contrainte déformation inélastique axiale dans le cas du spraying induisant une plasticité inverse

Deuxième partie

Durée de vie des aciers à outils
martensitiques

Chapitre 5

Etude expérimentale de la durée de vie et des mécanismes d'endommagement en fatigue de l'acier *X38CrMoV5*

Sommaire

5.1	Description des moyens et des conditions d'essais	109
5.2	Résultats	112
5.3	Mécanismes de fissurations observés sur l'acier <i>X38CrMoV5</i> . .	116

Après l'étude du comportement des aciers martensitiques revenus *55NiCrMoV7* et *X38CrMoV5*, la suite de travail porte désormais sur l'étude de leur durée de vie. Il a été montré dans la partie précédente que leur comportement était similaire, bien évidemment il en n'est pas de même de leur durée de vie. La suite de l'étude concerne exclusivement l'acier *X38CrMoV5* à 47 HRC pour lequel de nombreux essais de durée de vie étaient déjà disponibles au CROMeP [40].

5.1 Description des moyens et des conditions d'essais

Les essais de durée de vie réalisés dans le cadre de cette étude ont été effectués sur une machine SHENCK HYDROPULS de force nominale de 250 KN (voir au deuxième plan de la Figure 1.7). De manière analogue aux essais réalisés pour le comportement, l'amarrage des éprouvettes est assuré par des mors hydrauliques refroidis par une circulation d'eau. En revanche, l'éprouvette n'est plus chauffée par induction mais à l'aide d'un four à résistance d'une puissance de 1 KW (Figure 5.1). La machine d'essai est pilotée par ordinateur équipé du logiciel MTS Testar 2S (Procédure Basic Testware). La minimisation du gradient thermique s'effectue à l'aide de 3 thermocouples positionnés au centre et à ± 5 mm du centre de l'éprouvette. La mesure de la déformation est assurée par un extensomètre longitudinal adapté aux essais à hautes températures dont la base de mesure est de 10 mm. Celui-ci est placé dans un boîtier refroidi par eau à l'extérieur du four. L'éprouvette utilisée est une éprouvette lisse dont la géométrie est reportée sur la figure 5.2.

Comme précédemment une procédure automatique permet de traiter les fichiers expérimentaux. La base expérimentale utilisée pour la définition du modèle de durée de vie

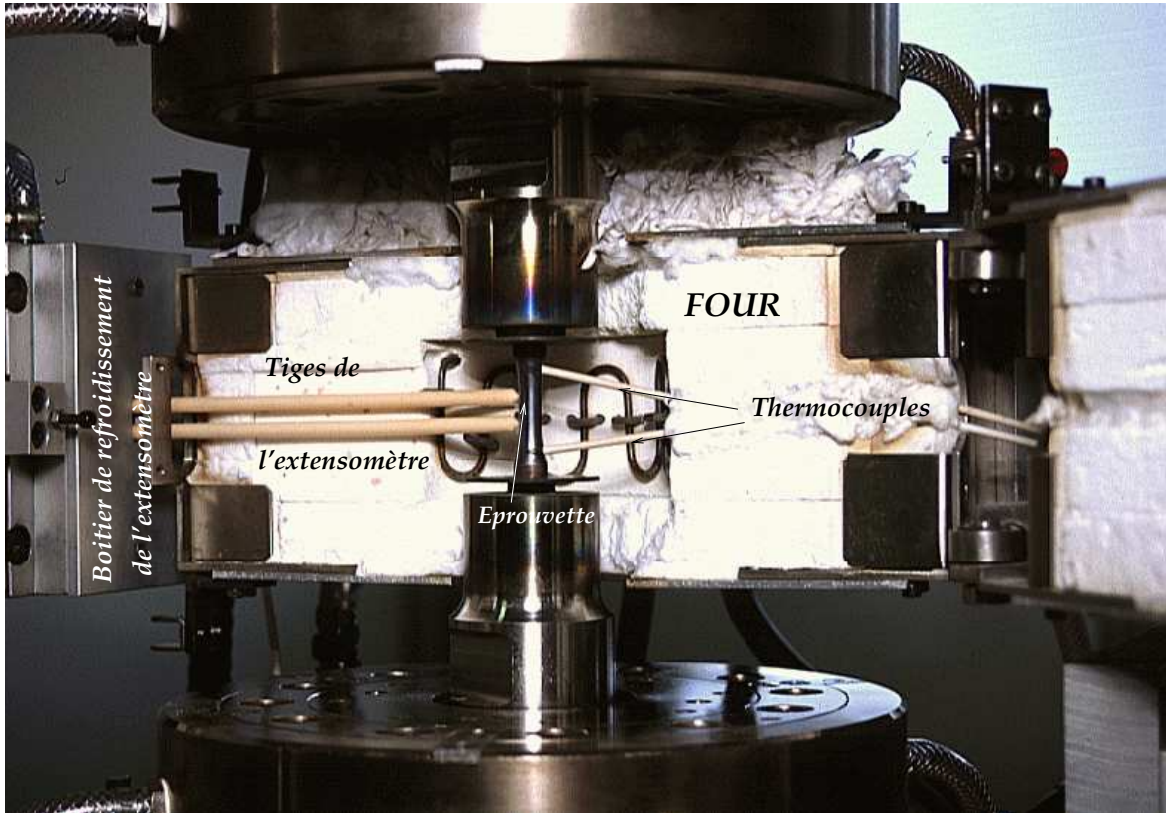


FIG. 5.1 – Vue d'ensemble du dispositif expérimental

est constituée de 46 essais tous pilotés à déformation imposée pour des températures comprises entre 300 et 600° C. Parmi ceux-ci, 13 ont été effectués lors de cette étude à une température de 520° C. Ils sont composés d'essais symétriques de vitesse de sollicitation peu élevée FTR ($\dot{\epsilon} = 10^{-3}s^{-1}$) pouvant inclure des temps de maintien (60 et 90 s) en traction FRT ou compression FRC (voir figure 5.3). Ces essais visaient à compléter la base initiale réalisée au CROMeP par DELAGNES [40] et principalement composée d'essais de fatigue oligocyclique triangulaire de vitesse plus élevée FTR (à environ $\dot{\epsilon} = 10^{-2}s^{-1}$) ou de fatigue relaxation traction F2RT ($\dot{\epsilon} = 10^{-3}s^{-1}$). Ainsi, l'ensemble des essais couvre une large gamme de température et de conditions de sollicitations permettant dans la suite un domaine d'application du modèle plus étendu.

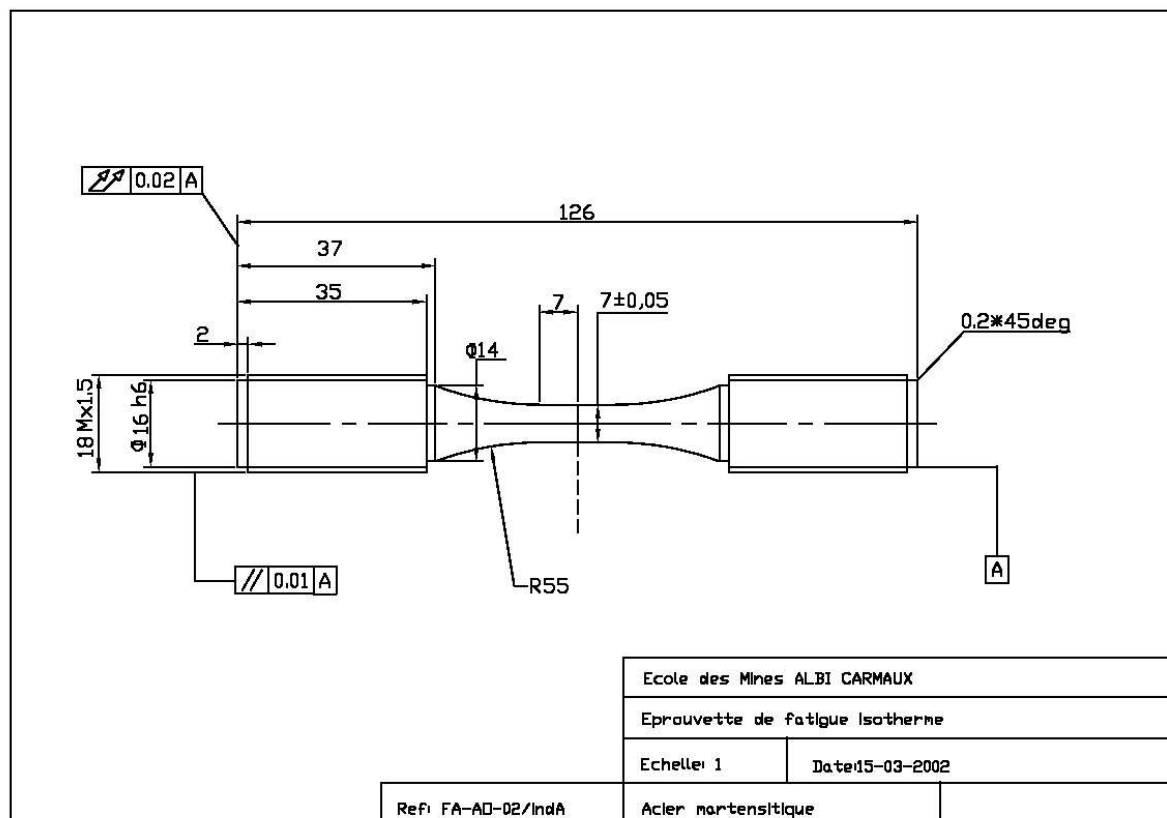


FIG. 5.2 – Géométrie de l'éprouvette de fatigue utilisée pour les essais de durée de vie

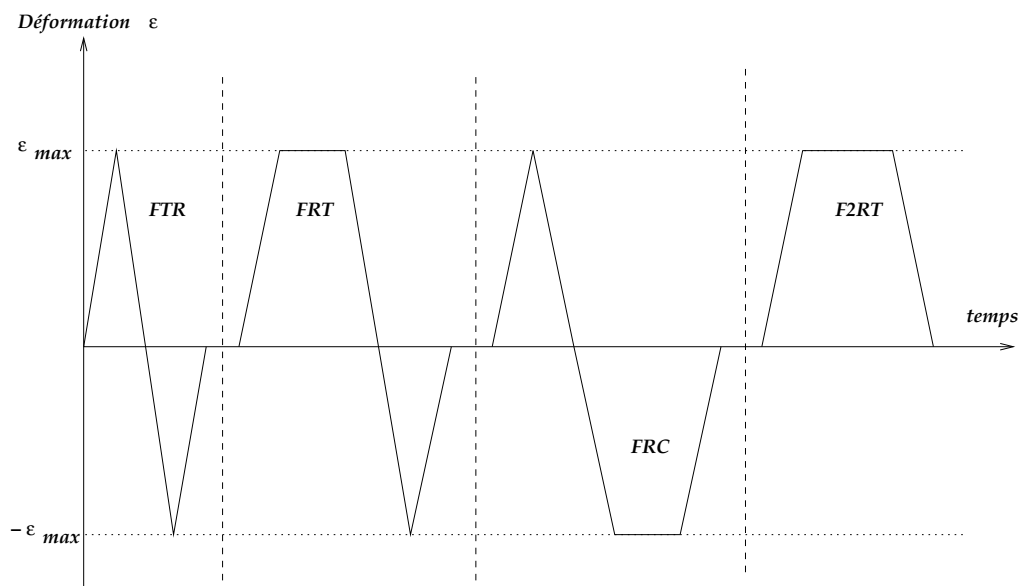


FIG. 5.3 – Descriptif des cycles de durée de vie appliqués

5.2 Résultats

La base expérimentale complète est résumée dans les tableaux 5.1-5.4. Ils décrivent les différentes conditions d'essais de durée de vie, ainsi que le nombre de cycles à rupture N_R et le niveau maximal σ_M et minimal σ_m de contrainte enregistré à mi-durée de vie.

TAB. 5.1 – CONDITIONS D'ESSAIS POUR DES TEMPÉRATURES DE 300 ET 500° C [40]

	Désignation	$\Delta\varepsilon$ [%]	$\dot{\varepsilon}$ [s^{-1}]	t_m [s] ¹	N_R [cycles]	σ_m ²	σ_M ² [MPa]
300° C	FTR0425_1.7.10-2_300	± 0.425	$1.7 \cdot 10^{-2}$	0	31500	-812	790
	FTR05_2.10-2_300	± 0.5	2.10^{-2}	0	10600	-896	892
	FTR06_2.4.10-2_300	± 0.6	$2.4 \cdot 10^{-2}$	0	4400	-1003	955
	FTR07_2.8.10-2_300	± 0.7	$2.8 \cdot 10^{-2}$	0	2900	-1042	998
T = 500° C	FTR045_1.8.10-2_500	± 0.45	$1.8 \cdot 10^{-2}$	0	68500	-763	602
	FTR045_1.8.10-2_500	± 0.45	$1.8 \cdot 10^{-2}$	0	70000	-709	626
	FTR046_1.84.10-2_500	± 0.46	$1.84 \cdot 10^{-2}$	0	102000	-733	708
	FTR0475_1.9.10-2_500	± 0.475	$1.9 \cdot 10^{-2}$	0	51000	-797	724
	FTR05_2.10-2_500	± 0.5	2.10^{-2}	0	7709	-858	715
	FTR06_2.4.10-2_500	± 0.6	$2.4 \cdot 10^{-2}$	0	4200	-890	824
	FTR06_2.4.10-2_500	± 0.6	$2.4 \cdot 10^{-2}$	0	4000	-898	858

TAB. 5.2 – CONDITIONS D'ESSAIS POUR UNE TEMPÉRATURE DE 550° C [40]

	Désignation	$\Delta\varepsilon$ [%]	$\dot{\varepsilon}$ [s^{-1}]	t_m [s] ¹	N_R [cycles]	σ_m ²	σ_M ² [MPa]
T = 550° C	FTR039_1.56.10-2_550	± 0.39	$1.56 \cdot 10^{-2}$	0	148500	-614	558
	FTR04_1.6.10-2_550	± 0.4	$1.6 \cdot 10^{-2}$	0	76500	-641	590
	FTR0425_1.7.10-2_550	± 0.425	$1.7 \cdot 10^{-2}$	0	44000	-705	643
	FTR0475_1.9.10-2_550	± 0.475	$1.9 \cdot 10^{-2}$	0	8400	-753	697
	FTR05_2.10-2_550	± 0.5	2.10^{-2}	0	9000	-741	671
	FTR06_2.4.10-2_550	± 0.6	$2.4 \cdot 10^{-2}$	0	3700	-790	738

Les résultats obtenus confirment ceux présentés dans la partie consacrée au comportement. En effet, plusieurs paramètres liés aux conditions d'essais affectent la durée de vie. Il s'agit de la température, de la fréquence de l'essai ainsi que du niveau de sollicitation appliqué.

– influence de la température :

Les figures 5.4-5.5 montrent que son augmentation entraîne une diminution du niveau de contrainte, une augmentation de l'intensité de déconsolidation et une baisse de la durée de vie.

– influence du niveau de sollicitation :

¹Temps de maintien en traction ou compression

²Paramètres à mi-durée de vie [MPa]

TAB. 5.3 – CONDITIONS D'ESSAIS POUR DES TEMPÉRATURES DE 520° C [cette étude]

TEMPÉRATURE $T = 520^\circ C$	Désignation	$\Delta\varepsilon$ [%]	$\dot{\varepsilon}$ [s^{-1}]	t_m [s] ¹	N_R [cycles]	σ_m ²	σ_M ² [MPa]
	FTR06_10-2_520	± 0.6	10^{-2}	0	3416	-922	865
	FTR06_6.10-4_520	± 0.6	6.10^{-4}	0	3354	-869	813
	FTR075_10-3_520	± 0.75	10^{-3}	0	1189	-926	873
	FTR09_10-2_520	± 0.9	10^{-2}	0	878	-991	940
	FTR09_10-3_520	± 0.9	10^{-3}	0	565	-986	939
	FRT06_10-3_20_520	± 0.6	10^{-3}	20	2326	-935	789
	FRT075_10-3_20_520	± 0.75	10^{-3}	20	974	-978	872
	FRT09_10-3_20_520	± 0.9	10^{-3}	20	544	-946	861
	FRC06_10-3_20_520	± 0.6	10^{-3}	20	1326	-763	873
	FRC075_10-3_20_520	± 0.75	10^{-3}	20	708	-919	923
	FRC09_10-3_20_520	± 0.9	10^{-3}	20	470	-912	910
	FRC06_10-3_60_520	± 0.6	10^{-3}	60	977	-822	852
	FRC09_10-3_60_520	± 0.9	10^{-3}	60	528	-933	939

TAB. 5.4 – CONDITIONS D'ESSAIS POUR DES TEMPÉRATURES DE 520° C [40]

T = 520° C	Désignation	$\Delta\varepsilon$ [%]	$\dot{\varepsilon}$ [s^{-1}]	t_m [s] ¹	N_R [cycles]	σ_m ²	σ_M ² [MPa]
	F2RT1.2_10-3_76_520	+1.2	10^{-3}	76	1510	-946	834
	F2RT1.35_10-3_73_520	+1.35	10^{-3}	76	1430	-963	817
	F2RT1.5_10-3_70_520	+1.5	10^{-3}	70	1050	-918	804
	F2RT1.8_10-3_64_520	+1.8	10^{-3}	64	495	-945	856
F2RT1.8_10-3_64_520	+1.8	10^{-3}	64	720	-1036	917	

TAB. 5.5 – CONDITIONS D'ESSAIS POUR DES TEMPÉRATURES DE 560 ET 600° C [40]

T = 560° C	Désignation	$\Delta\varepsilon$ [%]	$\dot{\varepsilon}$ [s^{-1}]	t_m [s] ¹	N_R [cycles]	σ_m ²	σ_M ² [MPa]
	F2RT1.1_10-3_78_560	+1.1	10^{-3}	78	1530	-710	592
	F2RT1.2_10-3_76_560	+1.2	10^{-3}	76	1000	-723	624
	F2RT1.35_10-3_73_560	+1.35	10^{-3}	73	820	-706	627
	F2RT1.5_10-3_70_560	+1.5	10^{-3}	70	560	-760	679
	F2RT1.8_10-3_64_560	+1.8	10^{-3}	64	445	-745	680
	FTR034_1.36.10-2_600	± 0.34	$1.36.10^{-2}$	0	32000	-514	517
	FTR035_1.4.10-2_600	± 0.35	$1.4.10^{-2}$	0	19000	-526	512
	FTR0375_1.5.10-2_600	± 0.375	$1.5.10^{-2}$	0	16800	-571	557
	FTR04_1.6.10-2_600	± 0.4	$1.6.10^{-2}$	0	17000	-549	514
FTR045_1.8.10-2_600	± 0.45	$1.8.10^{-2}$	0	6500	-617	613	
FTR05_2.10-2_600	± 0.5	2.10^{-2}	0	4800	-604	591	

L'intensité de déconsolidation cyclique augmente avec le niveau de sollicitation et la durée de vie baisse. Pour des essais avec une faible amplitude de déformation appliquée, le stade de déconsolidation de premier type a même tendance à disparaître complètement (Figures 5.4-5.5).

- influence du temps de maintien et de la vitesse de sollicitation :

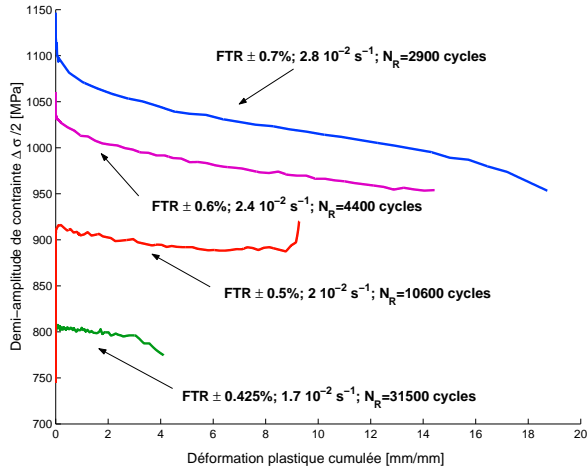


FIG. 5.4 – Diagrammes demi-amplitude de contrainte en fonction de la déformation plastique cumulée pour une température de $300^\circ C$

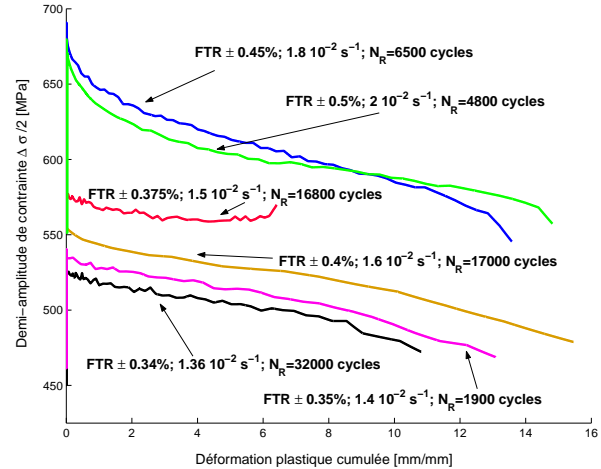


FIG. 5.5 – Diagrammes demi-amplitude de contrainte en fonction de la déformation plastique cumulée pour une température de $600^\circ C$

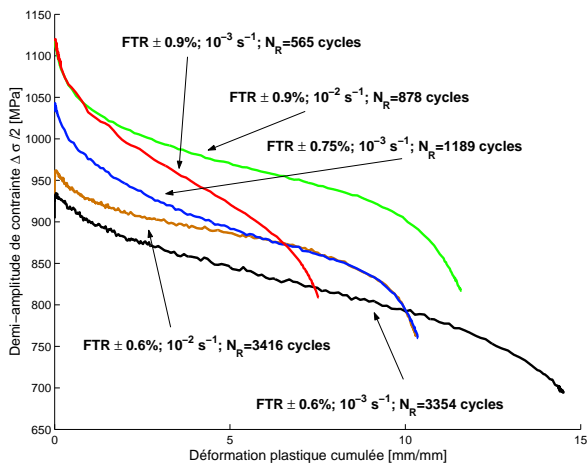


FIG. 5.6 – Diagrammes demi-amplitude de contrainte en fonction de la déformation plastique cumulée pour une température de $520^\circ C$

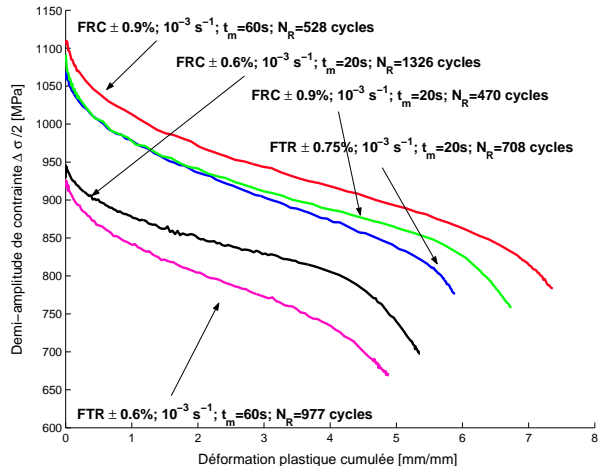


FIG. 5.7 – Diagrammes demi-amplitude de contrainte en fonction de la déformation plastique cumulée pour une température de $520^\circ C$

Plus la vitesse est élevée et plus les boucles d'hystérésis sont allongées et moins la plastification cyclique est importante. La durée de vie est alors affectée par une baisse de la fréquence de l'essai (Figure 5.6). Les temps de maintien dans les cycles jouent un rôle similaire à la fréquence et contribuent à la diminution de la durée de vie (Figure 5.7).

- enfin, la représentation en déformation plastique cumulée (Figures 5.4-5.5) indique également que ce paramètre ne peut être considéré comme un critère de rupture. A rupture, celle-ci varie de 4 à 18 mm/mm .

La figure 5.8 représente dans un diagramme bilogarithmique les courbes de Woehler pour tous les essais présentés précédemment (Demi-amplitude de contrainte en fonction de la durée de vie). Pour des conditions d'essais voisines (température et fréquence), les

points expérimentaux s'alignent sur une droite. Pour un niveau de contrainte donné, il apparaît que les durées de vie diminuent lorsque la fréquence de l'essai décroît. Les niveaux de contrainte diminuent lorsque la température augmente. En revanche, les pentes des différentes droites semblent assez proches les unes des autres et très peu influencées par les conditions d'essais.

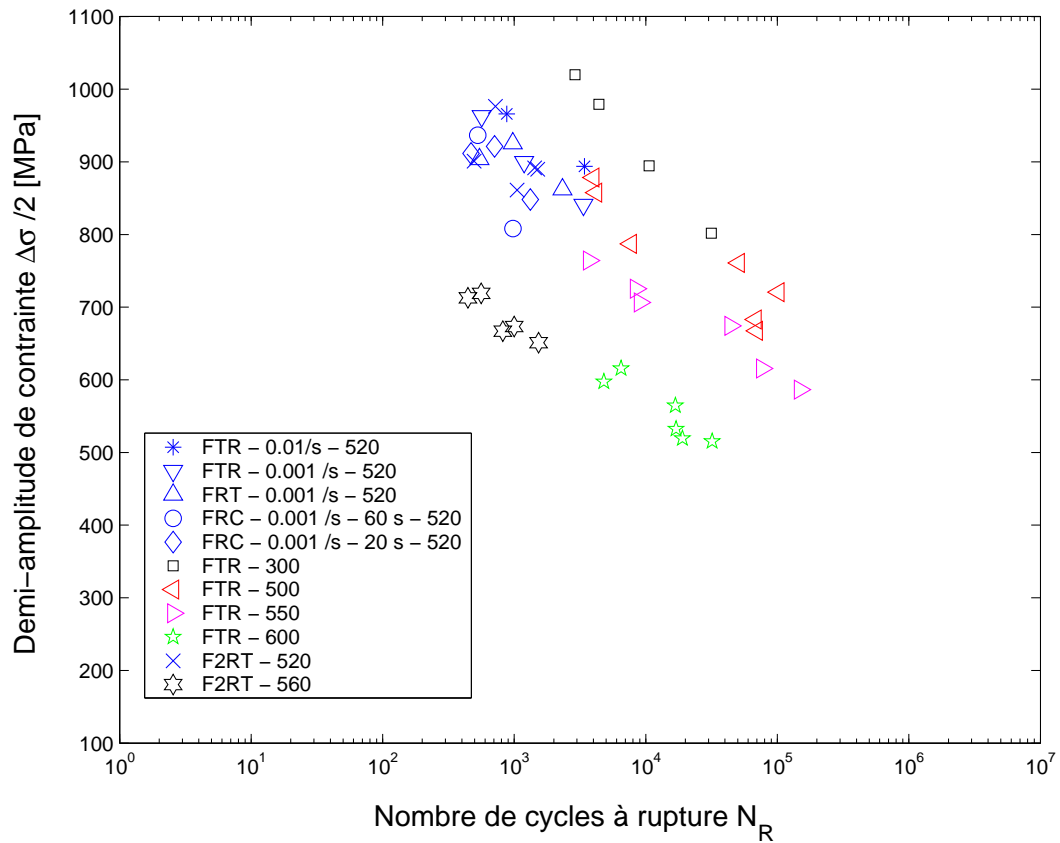


FIG. 5.8 – Courbes de Woehler comprenant toute la base expérimentale

5.3 Mécanismes de fissurations observés sur l'acier X38CrMoV5

Des observations au microscope électronique à balayage (faciès de rupture et coupe sens long) ont été effectuées afin de tenter de mettre en évidence les mécanismes de fissuration. Les éprouvettes ont été sélectionnées de façon à considérer les conditions d'essais les plus favorables quant au développement de fissures aussi bien à caractère transgranulaire qu'intergranulaire. Ainsi, la totalité des observations réalisées lors de cette étude a porté sur des éprouvettes de type *F2RT*, *FRC* et *FRT*. Leurs conditions d'essais sont pressenties pour mettre en évidence à la fois les mécanismes d'endommagement de fatigue et de fluage. Ce dernier est favorisé par la température et la fréquence de l'essai [35].

Des études antérieures réalisées sur des aciers martensitiques revenus montrent que les mécanismes d'endommagement qui prédominent sont de trois types [111] :

- la fatigue relevant d'un caractère transgranulaire
- le fluage relevant d'un caractère intergranulaire
- l'oxydation

Ces travaux menés à l'université de KARLSTAD étudient notamment dans quelles mesures la température d'austénitisation peut améliorer la durée de vie notamment la résistance au fluage cyclique. Ainsi, le traitement thermique (trempe + revenu) pourrait influencer le caractère de la propagation de fissures.

Les études menées jusqu'à présent sur l'acier X38CrMoV5 [100, 40] ont toujours révélé le caractère transgranulaire de la propagation (endommagement dû à la fatigue) perpendiculairement au sens de sollicitation. Nos observations confirment ces résultats (Figure 5.9) mais ont également permis de mettre en évidence des fissures apparaissant au cœur des échantillons (Figure 5.10). Ce constat vaut quelles que soient les conditions d'essai. Ces dernières ne doivent cependant pas trop s'éloigner de celles que connaîtrait un outillage en service. Les fréquences de sollicitations sont donc de l'ordre de $10^{-2} - 10^{-3} s^{-1}$ et les temps de maintien imposés lors de la fatigue relativement courts. Deux types de fissures ont été observés [100], de larges fissures insensibles à la microstructure et de fines fissures qui semblent suivre les lattes de martensite. La présence de stries de fatigue sur le faciès de rupture (figures 5.11-5.12) dépend de l'amplitude de sollicitation ; elles sont souvent peu marquées pour les amplitudes trop faibles. En revanche, pour les amplitudes élevées, la valeur de l'interstries peut être un bon moyen de reconstituer l'histoire de la propagation.

Le caractère de l'amorçage est beaucoup plus complexe à définir. En effet, cet examen est souvent perturbé par la présence d'une couche d'oxyde et il est parfois difficile de faire la différence entre les intrusions d'oxyde et les petites fissures à la surface de l'acier. Les travaux de DELAGNES [40] avaient fait apparaître 3 sites d'amorçage préférentiels :

- les inclusions non métalliques (figure 5.13)
- les joints de grain de la structure austénitique initiale
- les joints de lattes

Il ressort que la proportion d'amorçage sur les joints de lattes et les inclusions non métalliques décroît quand la température de l'essai augmente. En revanche, celle sur les joints de grains augmente avec la température. Ce type d'amorçage est négligeable jusqu'à

400° C mais atteint une proportion de 30% à 500° C, 65% à 550° C et 90% à 600° C [40].

Ces résultats ne sont pas aisés à confirmer concernant les joints de lattes et les inclusions non métalliques compte tenu des observations réalisées au cours de ce travail. L'observation de l'amorçage sur les joints de grain est rendue difficile d'une part du fait de la couche d'oxyde omniprésente, d'autre part l'attaque chimique permettant de révéler la microstructure aux alentours de la fissure n'est pas aisée à mettre en œuvre. Cependant, l'observation de la surface de l'éprouvette près de la rupture apporte quelques éléments de réponses. En effet, la couche d'oxyde se détache à proximité de la fissure principale (figure 5.14) sous l'effet de la rupture complète de l'éprouvette, ce qui permet de révéler parfaitement la microstructure sous-jacente sans aucune attaque chimique ou électrolytique. La figure 5.15 est un agrandissement de la figure 5.14 qui met en évidence la structure martensitique de l'acier où l'on peut distinguer les paquets de lattes qui prennent place à l'intérieur des grains de la structure austénitique initiale. Elle montre une certaine décohésion des grains pouvant laisser penser à un amorçage intergranulaire. Ce dernier apparaît plus nettement

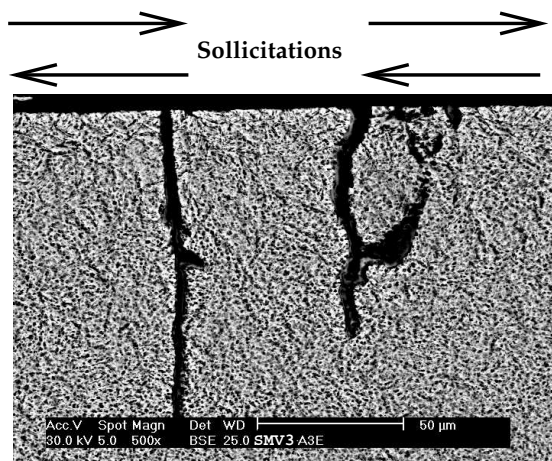


FIG. 5.9 – Coupe sens long : propagation de fissures transgranulaires observées sur l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$

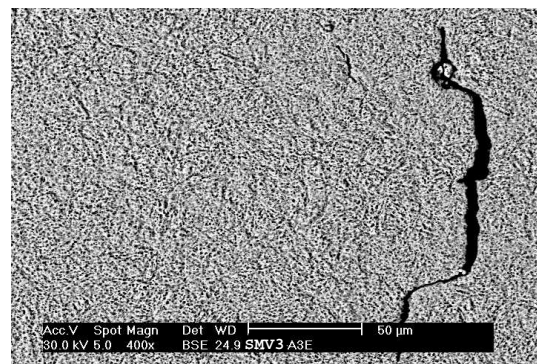


FIG. 5.10 – Coupe sens long : fissure interne observée sur l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$

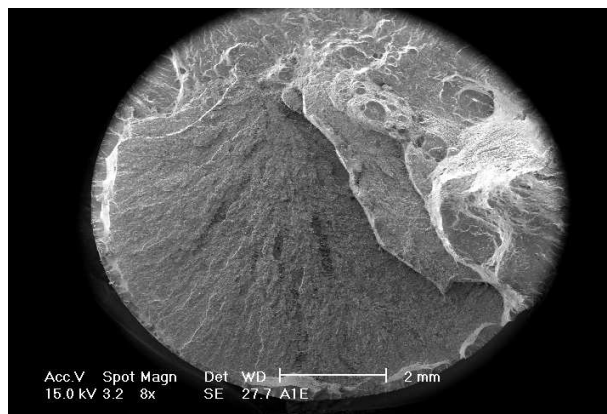


FIG. 5.11 – Faciès de rupture pour l'éprouvette $F2RT1.8_{10^{-3}}_{64}_{560}$

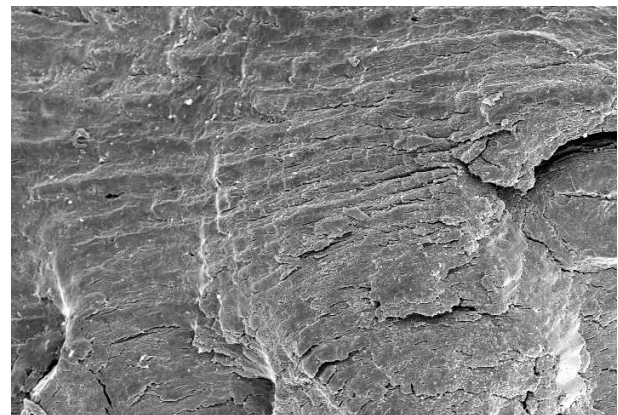


FIG. 5.12 – Stries de fatigue observées sur le faciès de rupture pour l'éprouvette $F2RT1.8_{10^{-3}}_{64}_{560}$

sur la figure 5.16.

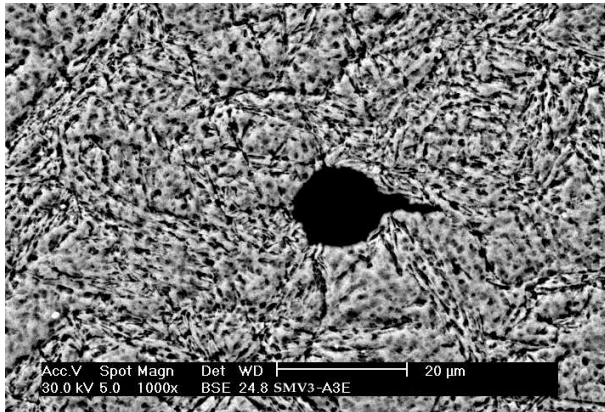


FIG. 5.13 – Amorçage sur une inclusion non métallique observée sur l'éprouvette *F2RT1.5_10⁻³_70_560*

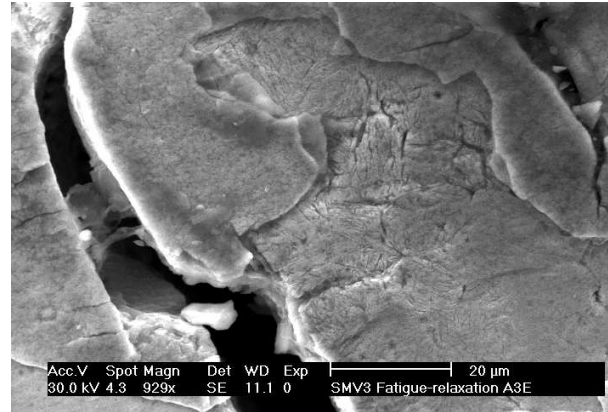


FIG. 5.14 – Surface de l'éprouvette à proximité de la rupture observée pour l'éprouvette *F2RT1.5_10⁻³_70_560*

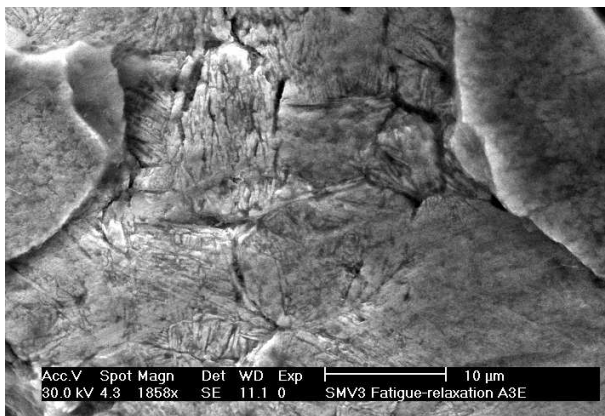


FIG. 5.15 – Agrandissement de l'image 5.14 : décohésion des grains à proximité de la rupture pour l'éprouvette *F2RT1.5_10⁻³_70_560*

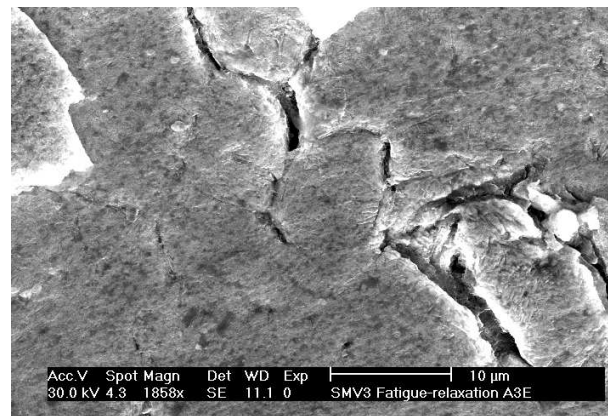


FIG. 5.16 – Amorçage préférentiel sur les joints de grains à proximité de la rupture pour l'éprouvette *F2RT1.5_10⁻³_70_560* (surface de l'éprouvette)

En conclusion, les mécanismes de propagation observés sur l'acier *X38CrMoV5* sont transgranulaires indépendamment des conditions d'essais, choisies cependant proches de celles d'un outillage en service. Des observations complémentaires sont nécessaires pour l'étude des mécanismes d'amorçage. Ces derniers peuvent être transgranulaires, mais peuvent également avoir lieu sur les anciens joints de grains austénitiques. Plusieurs travaux de LAPOVOK et AL réalisés sur le même matériau (AISI H13) ont mis en évidence un amorçage sur les anciens joints de grains austénitiques suivi d'une propagation majoritairement transgranulaires [69, 70].

Chapitre 6

Modélisation de la durée de vie

Sommaire

6.1 Bibliographie	119
6.1.1 Approches formulées en déformation	120
6.1.2 Approches énergétiques	121
6.1.3 Approche formulée en contrainte	123
6.2 Modèle de dommages continus	124
6.2.1 Endommagement de fatigue	126
6.2.2 Endommagement de fluage	128
6.2.3 Cumuls des dommages	129
6.2.4 Critères multiaxiaux	130
6.3 Résultats de l'identification	131
6.3.1 Identification de la composante de fatigue	131
6.3.2 Identification de la composante de fluage	135
6.3.3 Résultats	135
6.4 Validation du modèle	137

L'objectif de ce chapitre est de dégager un critère de durée de vie adapté aux aciers à outils. Après un aperçu de différents modèles proposés dans la littérature pour prévoir la durée de vie en fatigue oligocyclique, un modèle non linéaire de dommage continu largement utilisé sur les aciers austénitiques est présenté et identifié sur l'acier X38CrMoV5.

6.1 Bibliographie

Différentes approches de prédiction de durée de vie ont été développées depuis plusieurs dizaines d'années relevant aussi bien de la mécanique de l'endommagement que de la mécanique de la rupture. Les travaux de OUDIN [100] ont porté sur l'étude des mécanismes de propagation de fissures dans l'acier X38CrMoV5. Cet aspect demeure important pour la problématique *outillages* du fait que, dans la pratique, un outillage peut continuer à produire des pièces bien qu'il soit endommagé. Les approches relevant de la mécanique de l'endommagement visent quant à elles à prédire le nombre de cycles à partir duquel le dommage s'initie, mais ces approches restent pessimistes sur le nombre de cycles à rupture d'un outillage en service. Généralement, la phase d'amorçage pour les outils de mise en forme à chaud est de l'ordre de 80 % de la durée de vie totale d'une pièce [69].

Plusieurs types d'approches ont été recensés dans la littérature, parmi lesquelles les modèles formulés en déformation, ceux formulés en contrainte et les approches énergétiques.

6.1.1 Approches formulées en déformation

Les modèles de MANSON-COFFIN sont les plus couramment utilisés. Cette approche exprime le nombre de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de déformation plastique [80] :

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (6.1)$$

$\Delta\varepsilon_p$ est l'amplitude de déformation plastique à mi-durée de vie. c et ε'_f sont des coefficients dépendant de la température qui se déterminent à partir des diagrammes bilogarithmiques de MANSON-COFFIN. Comme pour un certain nombre d'autres approches, le modèle peut se généraliser aux chargements multiaxiaux en remplaçant $\Delta\varepsilon_p$ par la notion d'amplitude de déformation plastique équivalente $\Delta J(\underline{\varepsilon}_p)$.

Cette formulation ne reste toutefois valable qu'aux températures peu élevées où seul l'endommagement de fatigue se produit. Dans le cas des hautes températures, une cassure se produit dans la pente des courbes de MANSON-COFFIN, elle est attribuée à un changement du mode de propagation de la fissure (passage d'un mécanisme transgranulaire à un mécanisme intergranulaire). Ce changement de pente a pour effet de diminuer les durées de vie. Pour prendre en compte ce phénomène, un effet de fréquence est introduit dans la relation 6.1 [35].

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_f \nu^{k-1})^{c'} \quad (6.2)$$

Les paramètres ε'_f , k et c' dépendent du matériau et de la température, ν est la fréquence de l'essai. Ainsi, pour $k \rightarrow 1$, il n'y a pas d'effet de fréquence, pour $k \rightarrow 0$, la relation dépend entièrement du temps.

Les relations 6.1 et 6.2 peuvent également s'exprimer en contrainte. Ce sont les relations de BASQUIN [80, 35].

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (2N_f)^b \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (2N_f)^{b'} \nu^{k'} \quad (6.3)$$

Les paramètres σ'_f , b , b' et k' dépendent du matériau et de la température et se déterminent à partir des diagrammes de BASQUIN.

Ces formulations restent tout de même limitées aux faibles nombres de cycles et ne prennent pas en compte l'effet de contrainte moyenne, en particulier, la durée de vie en chargement anisotherme lorsque la température évolue au cours du cycle ne peut être prédite par ce genre de relations. Elles ont été appliquées avec succès aux résultats d'essais de fatigue oligocyclique isothermes sur l'acier *55NiCrMoV7* [14] et l'acier *X38CrMoV5* [40, 41].

Des améliorations aux formulations 6.1, 6.2 et 6.3 ont été apportées afin de traiter le dommage cumulatif par fatigue sous une histoire de contraintes complexes [81, 62] en utilisant le concept de règle de dommage double linéaire. Les relations précédentes donnent :

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b$$

De là, cette relation peut être modifiée de manière en prendre en compte l'effet de contrainte moyenne σ_0 (relation de MANSON COFFIN BASQUIN & MORROW)[81] :

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{\sigma'_f - k \sigma_0}{E} (2N_f)^b$$

E est le module d'Young, k un paramètre dépendant du matériau.

Les formulations précédentes peuvent s'utiliser avec d'autres fonctions de dommages comme celles de SMITH WATSON TOPPER & BERGMANN [84]. Contrairement aux formulations classiques de MANSON-COFFIN 6.1 ou de BASQUIN 6.3, ces fonctions introduisent un paramètre reliant les amplitudes de déformation et la contrainte maximale d'un cycle. Elles permettent ainsi de tenir compte des contraintes moyennes non nulles qui ont un effet non négligeable sur les durées de vie en fatigue.

Les formulations de MANSON-COFFIN peuvent également être employées pour établir des modèles de prédiction en fatigue à l'aide de critère d'énergie de déformation comme celui de HÄNSEL [84] ou celui de GLINKA [60]. Ces formulations ont l'avantage d'être multiaxiales.

Une autre formulation largement utilisée est celle de décomposition des déformations (*Strain Range Partitionning*) formulée initialement par HALFORD & MANSON [63, 72]. Elle part du principe que tout cycle complexe peut se décomposer en 4 cycles caractéristiques provoquant 4 types d'endommagement indépendants :

- endommagement de fluage en traction et compression
- endommagement de fatigue en traction et compression
- endommagement de fluage en traction et de fatigue en compression
- endommagement de fatigue en traction et de fluage en compression

La durée de vie pour chaque cycle de base suit une relation de MANSON - COFFIN. Cette approche permet ainsi de distinguer les endommagements dépendants du temps de ceux indépendants. La formulation peut être modifiée de manière à considérer les effets de contrainte moyenne [122]. Lors de précédents travaux, cette méthode s'est avérée fournir des résultats peu satisfaisants (facteur 10 entre le nombre de cycles calculé et expérimental) [75].

6.1.2 Approches énergétiques

Les approches énergétiques occupent une place importante dans les méthodes de prédiction de durée de vie. Le critère proposé par OSTERGREN [99] considère une approximation de l'énergie par hystérésis en tension W en partant du principe que l'ouverture d'une fissure ne peut s'opérer qu'en traction à partir d'une contrainte seuil $\sigma_0 > 0$. Connaissant cette contrainte seuil au delà de laquelle la fissure s'amorce, le nombre de cycle à rupture peut être déterminé à l'aide de l'énergie dissipée en tension (figure 6.1).

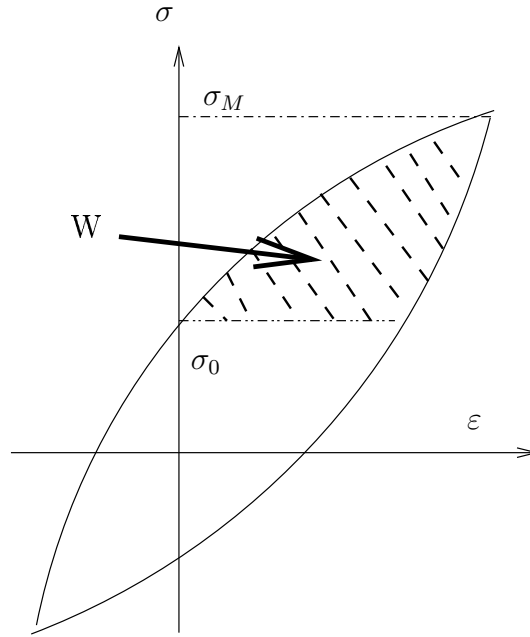


FIG. 6.1 – Energie par hystérèse en tension

$$W.N_F^\beta = C \quad C \text{ est un paramètre matériau}$$

$$W = \alpha(\sigma_M - \sigma_0)\Delta\varepsilon_p \quad \text{ainsi : } \sigma_M\Delta\varepsilon_p N_F^\beta = C(\sigma_0)$$

L'approche de SKELTON considère la saturation de l'adoucissement cyclique à l'aide d'une énergie cumulative maximale à partir de laquelle la fissure s'amorce [112, 82]. Cette approche permet une prédiction du nombre de cycles à rupture connaissant l'énergie maximale.

De manière analogue à MANSO-COFFIN (relation 6.2), il est possible de modifier la formulation par l'introduction d'un terme de fréquence effective afin de prendre en compte les effets du temps [99] :

$$\sigma_M\Delta\varepsilon_p N_F^\beta \nu^{\beta(k-1)} = C^* \quad (\text{contrainte seuil } \sigma_0 \text{ nulle})$$

Parmi toutes les approches précédentes, une des difficultés est de définir un cycle de référence lorsque le comportement du matériau n'est pas stabilisé (durcissement ou adoucissement cyclique).

L'approche de SKELTON considère différentes phases décomposant la vie d'une éprouvette [113] représentées sur la figure 6.2 :

- Phase d'adoucissement (O'-Q) ou de durcissement (O-P) rapide du matériau
- Phase d'adoucissement (Q-T) ou de durcissement (P-T) lent
- Phase de rupture correspondant conventionnellement à une chute de la contrainte de l'ordre de 15% par rapport à la phase précédente au delà de T et T'

Les travaux de SKELTON & AL ont permis de définir plusieurs critères énergétiques. Le premier [112] découle de la règle linéaire de cumul des dommages en fatigue de PALMGREN-MINER appliquée d'un point de vue énergétique. Il considère que le travail plastique total

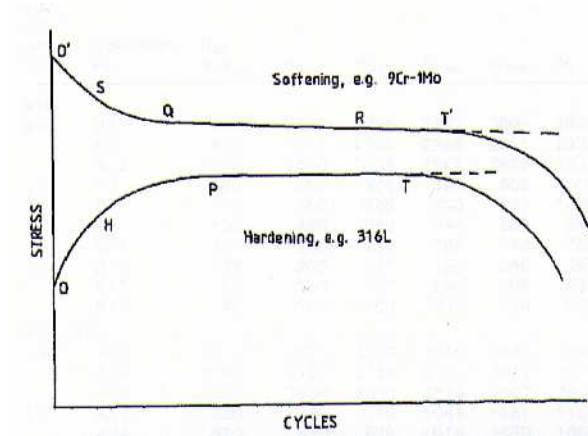


FIG. 6.2 – Phases d'adoucissement [113]

par unité de volume du matériau correspond à l'aire de la boucle d'hystérésis [82]. Il permet de définir un critère d'énergie cumulative maximale W :

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\Delta\sigma\Delta\varepsilon_p(i)}{1+\beta}$$

La sommation de cette énergie atteint une valeur critique qui peut se déterminer dans le cas de l'adoucissement cyclique comme la valeur calculée au point tangent de la phase d'adoucissement lent. La connaissance de l'énergie maximale permet alors de prédire le nombre de cycles à rupture.

Les temps de maintien dans les cycles modifient la forme de l'hystérèse et l'ajout de termes supplémentaires dans le calcul de l'énergie permet de prendre en compte cet effet [112].

SKELTON & AL ont également mis en œuvre une approche énergétique qui repose sur la propagation des fissures en fatigue mettant en jeu des relations issues de la mécanique de la rupture [114]. Ce critère repose sur une fonction d'énergie critique cumulée W_c représentative du comportement cyclique :

$$\frac{da}{dN} = \frac{\Delta K^2(1-\nu)}{2\pi E W_c}$$

E est le module d'Young du matériau, ν son coefficient de Poisson et ΔK , l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte.

Cette approche a été appliquée avec succès dans un contexte industriel [33, 32, 16, 119].

6.1.3 Approche formulée en contrainte

Cette approche fait appel à la théorie de la mécanique de l'endommagement continu. Cette théorie décrit l'évolution des phénomènes entre l'état vierge et l'amorçage de la fissure macroscopique. Dans ce cas, le stade final de l'endommagement est la rupture de l'élément de volume (0.1 à 1 mm pour les métaux) [72]. Cette approche est basée sur l'existence et le cumul de deux types de dommages :

- un endommagement de fatigue transgranulaire activé pour des essais réalisés à des fréquences élevées
- un endommagement de fluage intergranulaire activé pour des essais de fluage et prédominant pour des essais de fatigue réalisés à des fréquences peu élevées (forte composante de fluage) ; les prémisses reposent sur les travaux de KACHANOV & RABOTNOV modélisant la rupture par fluage pur.

Cette approche étudiée en détail dans la partie suivante pour l'acier *X38CrMoV5* constitue un cadre complet et modulable suivant les applications considérées.

Elle permet de tenir compte des effets du temps et de son interaction avec l'endommagement de fatigue. Comme l'ont montré de nombreuses études, la non linéarité des courbes d'endommagement de fatigue et l'effet du cumul des deux types d'endommagement peuvent être considérés [29, 28, 22, 71, 75]. Cette approche phénoménologique a été utilisée avec succès dans un cadre multiaxial [61]. Elle permet en outre de considérer une évolution de l'endommagement différente en tension et compression [72] et de prendre en compte les effets sur la durée de vie de la variation de température au cours d'un cycle ainsi que du vieillissement du matériau [90]. Elle peut être modifiée de manière à mieux considérer les phénomènes d'amorçage de fissures. L'étude de CAILLETAUD & LEVAILLANT [19] décompose l'endommagement de fatigue en deux lois d'évolution distinctes, la première représente le micro-amorçage et la deuxième la micro-propagation. L'interaction avec l'endommagement de fluage n'est possible que sur la partie de l'endommagement de fatigue correspondant à la micro-propagation. Le même genre d'approche peut prendre en compte les effets de l'environnement (oxydation) sur l'amorçage [58]. Enfin, ces lois formulées en contrainte peuvent également s'écrire en terme de déformation [73].

La liste de modèles présentée dans cette section n'est pas exhaustive, des informations supplémentaires sont accessibles dans l'article de FATEMI & YANG [51] qui présente un état de l'art des théories de prédiction de durée de vie recensées dans la littérature.

6.2 Modèle de dommages continus

La résistance à la fatigue d'un matériau est donc déterminée par sa durée de vie au travers d'un nombre de cycles à rupture. Dans ce genre de formulation, la variable critique est la contrainte. Cette caractérisation peut se représenter en général par un diagramme représentant la demi-amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles à rupture 6.3. Cette courbe, appelée courbe de Woehler ou courbe S-N se divise en trois domaines :

- Le domaine 1 où les amplitudes de contraintes sont élevées, se caractérise par des nombres de cycles à rupture allant jusqu'à $5 \cdot 10^4$ cycles. C'est le domaine de la fatigue oligocyclique.
- Le domaine 2 où les amplitudes de contrainte sont moins importantes, correspond au domaine de l'endurance limitée avec des nombres de cycles à rupture compris entre $5 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^6$ cycles.
- Le domaine 3 est celui de l'endurance illimitée pour des amplitudes de contraintes faibles. Le nombre de cycles à rupture y est supérieur à 10^7 cycles et peut atteindre 10^9 cycles.

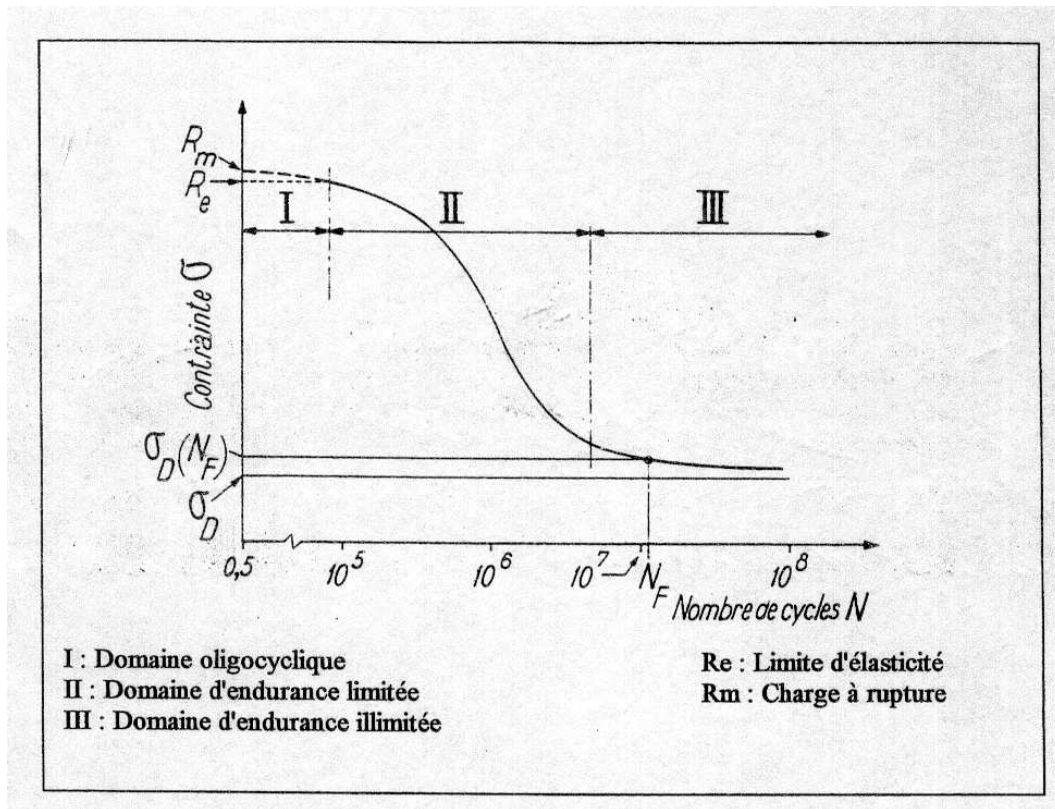


FIG. 6.3 – Les différents domaines d'une courbe de Woehler [105]

Le domaine 1 et le début du domaine 2 correspondent à notre étude. Le nombre de cycles avant un endommagement irréversible des outillages de mise en forme à chaud est en général inférieur à 10^5 cycles pour les aciers $55NiCrMoV7$ et $X38CrMoV5$. Ainsi, ces aciers sont principalement sollicités dans le domaine de la fatigue oligocyclique.

Les parties précédentes ont montré que les aciers martensitiques revenus avaient tendance à déconsolider continuellement jusqu'à la rupture sans atteindre la stabilisation. Ce type de comportement s'oppose à celui des aciers austénitiques. La définition d'un cycle stabilisé nécessaire pour définir les amplitudes de contrainte dans les diagrammes de Woehler pose donc problème. Aussi, du fait qu'à ce stade de l'essai, la déconsolidation devient faible, le cycle pseudo-stabilisé sera choisi à mi-durée de vie.

Le modèle non linéaire de dommage continu comporte deux composantes :

- la première correspond au dommage dit de fatigue, et s'exprime explicitement en fonction du nombre de cycles :

$$dD_F = f(\sigma_M, \sigma_{mean}, D)dN.$$

- le deuxième appelé dommage de fluage correspond à la description des mécanismes dépendant du temps sans pour autant que l'on préjuge de leur type. Il s'exprime en fonction du temps et se calcule en intégrant une contrainte moyenne équivalente sur un cycle.

La mesure de l'endommagement peut également s'obtenir à partir des points expérimentaux. Il existe plusieurs méthodes pour cela. L'une d'elle considère qu'au cycle stabilisé (cycle à mi-durée de vie dans cette étude), il existe une loi cyclique reliant les paramètres mécaniques [22]. Cette loi est généralement approximée par une fonction puissance (relation de RAMBERG-OSGOOD) :

$$\Delta\varepsilon_p^* = \left(\frac{\Delta\sigma}{K_c} \right)^{m_c}$$

On suppose également que cette loi reste vérifiée tout au long de l'essai de fatigue en utilisant le concept de la contrainte effective :

$$\Delta\sigma_{eff} = \frac{\Delta\sigma}{1-D}$$

Ainsi, à chaque cycle, on aura :

$$\Delta\varepsilon_p^* = \left(\frac{\Delta\sigma}{K_c(1-D)} \right)^{m_c}$$

Par conséquent, en supposant que le dommage soit nul jusqu'au cycle stabilisé :

$$D = \begin{cases} 0 & \text{pour } \Delta\varepsilon_p \leq \Delta\varepsilon_p^* \\ 1 - \left(\frac{\Delta\varepsilon_p^*}{\Delta\varepsilon_p} \right)^{\frac{1}{m_c}} & \text{pour } \Delta\varepsilon_p > \Delta\varepsilon_p^* \end{cases} \quad (6.4)$$

6.2.1 Endommagement de fatigue

Dans le cas de la fatigue pure, la loi rend compte de l'influence sur la durée de vie des paramètres caractéristiques des cycles, à savoir la contrainte maximale σ_M et la contrainte moyenne σ_{moy} . Différentes lois d'évolution ont été formulées [22] pour rendre compte de l'évolution du dommage. L'une des plus simples s'exprime par :

$$dD = A \frac{\Delta\sigma^\beta}{(1-D)^{a(\Delta\sigma)}} dN$$

Son intégration entre $D = 0$ et $D = 1$ conduit au nombre de cycles à rupture en fatigue et celle entre $D = 0$ et D permet d'exprimer l'évolution du dommage en fonction du nombre de cycles à rupture :

$$D = 1 - \left(1 - \frac{N}{N_F} \right)^{\frac{1}{a+1}}$$

Ou encore :

$$dD = BD^{b(\Delta\sigma)} \Delta\sigma^\beta$$

Ainsi :

$$D = \left(\frac{N}{N_F} \right)^{\frac{1}{1-b}}$$

Cependant, pour beaucoup de matériaux, l'étude du dommage expérimental conduit à une vitesse de dommage nulle au début de l'essai et infinie à la rupture. Ainsi, la loi de dommage la plus communément adoptée [90, 28, 61] a la forme suivante :

$$dD_F = dD = (1 - (1 - D)^{\beta+1})^{\alpha(\sigma_M, \sigma_{moy})} \left(\frac{\frac{\Delta\sigma}{2}}{M(\sigma_{moy})(1-D)} \right)^{\beta} dN$$

$$M(\sigma_{moy}) = M_0(1 - b\sigma_{moy})$$

Ainsi, le nombre de cycles à rupture dans le cas où le dommage de fatigue agirait seul s'obtient en intégrant le dommage entre 0 (matériau vierge de tout endommagement) et 1 rupture de l'élément de volume (amorçage de fissures). On a suivant les cas :

$$N_F = \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{1+\beta} \left(\frac{\Delta\sigma}{2M} \right)^{-\beta} \quad \text{si } \alpha \text{ est pris indépendant du chargement}$$

ou :

$$N_F = \frac{1}{a(\beta+1)} \left\langle \frac{\sigma_u - \sigma_M}{\sigma_M - \sigma_l} \right\rangle \left(\frac{\Delta\sigma}{2M} \right)^{-\beta} \quad \text{si } \alpha \text{ est pris dépendant du chargement}$$

De plus, l'évolution du dommage de fatigue peut s'exprimer en fonction du nombre de cycles et du nombre de cycles à rupture en fatigue en intégrant le dommage entre 0 et une valeur D :

$$D = 1 - \left(1 - \left(\frac{N}{N_F} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right)^{\frac{1}{\beta+1}} \quad (6.5)$$

Dans le cas de cycles symétriques, on prend $\sigma_{moy} = 0$, l'influence de la contrainte moyenne ou du rapport des contraintes R_σ sur les durées de vie n'est alors pas pris en considération.

Le coefficient α régit la non linéarité du cumul du dommage en fatigue qui est traduite par sa dépendance vis à vis du chargement appliqué. Là encore, différentes expressions ont été considérées pour décrire la dépendance du coefficient α avec le chargement [29]. La plupart font intervenir la limite de fatigue.

$$\alpha = 1 - a < \sigma_M - \sigma_l >$$

$$\alpha = 1 - a \log \left(\frac{\sigma_M}{\sigma_l} \right)$$

Aujourd'hui, la forme la plus communément adoptée sur beaucoup de matériaux est la suivante :

$$\alpha = 1 - a \left\langle \frac{\sigma_M - \sigma_l}{\sigma_u - \sigma_M} \right\rangle \quad (6.6)$$

Avec :

$$\sigma_l = \sigma_{moy} + \sigma_{l_0}(1 - b\sigma_{moy})$$

σ_{l_0} correspond à la limite de fatigue pour $\sigma_{moy} = 0$ et σ_u est la contrainte à rupture. Ainsi, cette expression traduit l'augmentation de la limite de fatigue quand σ_{moy} ou R_σ augmente.

L'évolution du paramètre α avec le chargement peut être déterminée à partir de la mesure du dommage expérimental (relation 6.4) et de la relation 6.5. La représentation de la relation 6.5 dans un diagramme bilogarithmique fournit la valeur de α par le calcul de la meilleure pente passant par le point (1,1) [22]. Ainsi, l'influence de α vis à vis du chargement s'obtient en traçant le diagramme $1 - \alpha = f(\sigma_M)$. Dans cette étude, la formulation 6.6 est considérée pour le paramètre α . En effet, la mesure du dommage de fatigue n'a pas permis de dégager une allure générale pour la représentation des valeurs $1 - \alpha = f(\sigma_M)$.

Le modèle de dommage de fatigue présenté dans cette partie tient donc compte des effets de cumuls non linéaires ainsi que de l'influence des essais menés à contrainte moyenne non nulle sur la durée de vie. Il peut également tenir compte des effets de la température lorsque celles-ci évolue au cours d'un cycle (fatigue thermique ou thermo-mécanique). Pour cela, on utilise le concept de la contrainte réduite qui consiste à normaliser les paramètres mécaniques du cycle par la contrainte à rupture $S = \frac{\sigma}{\sigma_u}$.

Ainsi, la relation précédente s'écrit :

$$dD = (1 - (1 - D)^{\beta+1})^{\alpha(\sigma_M)} \left(\frac{\Delta S/2}{\frac{M(\sigma_{moy})}{\sigma_u}(1-D)} \right)^\beta dN$$

$$M(\sigma_{moy}) = M_0(1 - b\sigma_{moy})$$

Et le nombre de cycles à rupture s'écrit :

$$N_F = \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{1+\beta} \left(\frac{\Delta S/2}{M/\sigma_u} \right)^{-\beta} \quad \text{si } \alpha \text{ est pris indépendant du chargement} \quad (6.7)$$

ou :

$$N_F = \frac{1}{a(\beta+1)} \left\langle \frac{1-S_M}{S_M-\sigma_l/\sigma_u} \right\rangle \left(\frac{\Delta S/2}{M/\sigma_u} \right)^{-\beta} \quad \text{si } \alpha \text{ est pris dépendant du chargement} \quad (6.8)$$

La relation 6.7 permet de décrire la courbe de Woehler sur une partie concernant le domaine de la fatigue oligocyclique (Figures 6.4 et 6.5) alors que la relation 6.8 traduit de plus les deux limites de la courbe de Woehler, à savoir la contrainte ultime lorsque que la rupture s'opère en un quart de cycle et la limite de fatigue pour un nombre de cycles à rupture infini (Figures 6.7 et 6.8).

6.2.2 Endommagement de fluage

L'endommagement dit de fluage concerne la contribution des mécanismes dépendant du temps qui se manifeste préférentiellement à haute température et pour des essais à basse fréquence.

La loi d'évolution de l'endommagement de fluage repose sur les travaux de KACHANOV en 1958 et RABOTNOV en 1969 :

$$dD_C = dD = \left(\frac{|\sigma|}{A} \right)^r (1 - D)^{-k} dt$$

De manière analogue à la fatigue, on obtient le temps à rupture en fluage en intégrant la relation précédente entre $D = 0$ et $D = 1$:

$$t_C = \frac{1}{k+1} \left(\frac{|\sigma|}{A} \right)^{-r}$$

et l'évolution du dommage de fluage est donnée en intégrant entre $D = 0$ et D :

$$D = 1 - \left(1 - \frac{t}{t_C} \right)^{\frac{1}{k+1}}$$

Le nombre de cycles à rupture en fluage s'obtient en intégrant la contribution du dommage de fluage sur un cycle :

$$\frac{1}{N_C} = \int_0^{\Delta t} \frac{dt}{t_C} = (k+1) \int_0^{\Delta t} \left(\frac{|\sigma|}{A} \right)^r dt \quad (6.9)$$

6.2.3 Cumuls des dommages

Suivant les conditions d'essais (température, fréquence) et le matériau considéré, les endommagements du fluage et de fatigue peuvent agir seul ou interagir entre eux. Il existe plusieurs manières de cumuler les dommages dus à la fatigue et au fluage.

Le cumul peut être linéaire :

$$\frac{1}{N_R} = \frac{1}{N_F} + \frac{1}{N_C}$$

Il peut être non linéaire, dans ce cas l'interaction fatigue-fluage est prise en compte de la manière suivante :

– pour un cycle, la contribution du fluage est donnée par l'intégrale C :

$$C = \frac{1}{N_C} = (1 - D_0)^{k+1} - (1 - D_1)^{k+1}$$

On tire alors $D_1 = f(C, D_0)$, où D_0 est la valeur dommage au début du cycle.

– pour ce même cycle, la contribution de la fatigue provoque une variation du dommage total qui passe de D_1 à D_2 et que l'on calcule :

$$F = \frac{1}{N_F} = (1 - (1 - D_2)^{\beta+1})^{1-\alpha} - (1 - (1 - D_1)^{\beta+1})^{1-\alpha}$$

D'où l'on tire $D_2 = f(F, D_1)$ après application du dommage de fatigue.

La variation du dommage au cours du cycle est donc de $D_2 - D_0$. Le nombre de cycles à rupture en micro-propagation est alors obtenu lorsque $D = 1$.

Les lois d'évolution des dommages de fatigue et de fluage ont été présentées dans leur formulation unidimensionnelle. Ces formulations seront utilisées par la suite pour identifier les paramètres du modèle à partir d'essais uniaxiaux. De manière analogue au modèle de comportement, une formulation multiaxiale du modèle de durée de vie permet son implantation dans les codes de calcul de structure.

Dans les bureaux d'étude, la finalité du travail consiste à simuler le comportement d'une structure à l'aide du modèle de comportement pour en tirer les données nécessaires (paramètres à mi-durée de vie). Ces données sont ensuite post-traitées de manière à pouvoir disposer d'une carte de durée de vie d'une structure complète.

6.2.4 Critères multiaxiaux

Endommagement de fatigue

Dans ce cas, la contrainte maximale σ_M est remplacée par la valeur maximale de l'invariant de Von Mises [90] :

$$\underline{\Sigma}_{eq}^M = \text{Max}(J(\underline{\sigma}))$$

La demi-amplitude de contrainte (ou contrainte alternée) est remplacée par une demi-amplitude de contrainte équivalente qui permet de retrouver sous des conditions de chargements proportionnels l'amplitude de cisaillement octaédral [61] :

$$A_{II} = \frac{1}{2}J(\Delta\underline{\sigma}) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}\left(\text{Tr}((\Delta\underline{\sigma}')^2)\right)} \quad \text{avec : } \Delta\underline{\sigma}' = \Delta\underline{\sigma} - \frac{1}{3}\text{Tr}(\Delta\underline{\sigma})\underline{I}$$

Après quelques calculs, on obtient :

$$A_{II} = \frac{1}{2}\sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (a_2 - a_3)^2 + (a_1 - a_3)^2}$$

$$\text{avec : } a_i = \frac{\Delta\sigma_i}{2}$$

Enfin, la contrainte moyenne est remplacée par la contrainte hydrostatique moyenne ;

$$\Sigma_H^{moy} = \frac{1}{3}\text{Tr}(\underline{\sigma}_{moy}) = \frac{1}{6}\left(\text{Min}(tr(\underline{\sigma})) + \text{Max}(tr(\underline{\sigma}))\right)$$

Ainsi, les relations 6.7 et 6.8 deviennent respectivement :

$$N_F = \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{1+\beta} \left(\frac{\Delta J(S)/2}{M/\sigma_u} \right)^{-\beta} \text{ si } \alpha \text{ est pris indépendant du chargement}$$

ou :

$$N_F = \frac{1}{a(\beta+1)} \left\langle \frac{1-S_{eq}^M}{S_{eq}^M - \sigma_l/\sigma_u} \right\rangle \left(\frac{J(\Delta S)/2}{M/\sigma_u} \right)^{-\beta} \text{ si } \alpha \text{ est pris dépendant du chargement}$$

Avec :

$$M(\Sigma_H^{moy}) = M_0(1 - b\Sigma_H^{moy})$$

$$\sigma_l = \Sigma_H^{moy} + \sigma_{l_0}(1 - b\Sigma_H^{moy})$$

Endommagement de fluage

Dans un grand nombre de travaux [61, 90], la contrainte uniaxiale est remplacée dans sa formulation tridimensionnelle par la fonction d' HAYHURST qui utilise les trois invariants du tenseur des contraintes :

$$\chi(\underline{\sigma}) = \alpha' J_0(\underline{\sigma}) + \beta' J_1(\underline{\sigma}) + (1 - \alpha' - \beta') J_2(\underline{\sigma})$$

avec :

$J_0(\underline{\sigma})$ la contrainte principale maximale

$J_1(\underline{\sigma}) = \sigma_H = \frac{1}{3} Tr(\underline{\sigma})$ la contrainte hydrostatique

$J_2(\underline{\sigma}) = J(\underline{\sigma}) = \sqrt{\frac{3}{2} Tr(\underline{\sigma}^2)}$ la contrainte équivalente au sens de Von Mises

α', β' sont des paramètres matériaux

La fonction d' HAYHURST permet notamment de rendre compte des effets d'endommagement de fluage beaucoup plus faibles en compression qu'en traction sur un bon nombre de matériaux [75].

La loi d'évolution du dommage de fluage 6.9 devient en multiaxial :

$$\frac{1}{N_C} = \int_0^{\Delta t} \frac{dt}{t_C} = (k+1) \int_0^{\Delta t} \left(\frac{\chi(\underline{\sigma})}{A} \right)^r dt$$

6.3 Résultats de l'identification

6.3.1 Identification de la composante de fatigue

Les coefficients se déterminent en représentant les courbes de Woehler dans un diagramme bilogarithmique. La normalisation de la demi-amplitude de contrainte (mi-durée de vie) par la contrainte de rupture statique en traction correspondante permet de rassembler tous les essais sur une courbe de Woehler maîtresse, ceci quelle que soit la température de l'essai. Ainsi, un jeu de coefficient unique pour toutes les températures est suffisant pour identifier la composante du modèle liée à l'endommagement de fatigue.

Cas où α , coefficient régissant la non linéarité des courbes d'endommagement est pris indépendant du chargement

La notion de contrainte réduite s'exprime par :

$$S = \sigma / \sigma_u(T)$$

on aura :

$$N_F = \frac{1}{(1-\alpha)(\beta+1)} \left(\frac{\frac{\Delta S}{2}}{\frac{M}{\sigma_u}} \right)^{-\beta}$$

Ainsi :

$$\log\left(\frac{\Delta S}{2}\right) = \frac{1}{\beta} \log\left(\frac{1}{(1-\alpha)(\beta+1)} \left(\frac{1}{\frac{M}{\sigma_u}}\right)^{-\beta}\right) - \frac{1}{\beta} \log(N_F)$$

Ainsi β s'obtiendra en déterminant la pente de la droite de Woehler dans un diagramme bilogarithmique et si Y_0 est l'ordonnée à l'origine correspondante, alors :

$$(1 - \alpha) \left(\frac{M}{\sigma_u} \right)^{-\beta} = \frac{e^{-\beta Y_0}}{1 + \beta}$$

On peut donc écrire :

$$N_F = e^{\beta Y_0} \left(\frac{\Delta S}{2} \right)^{-\beta}$$

Ainsi, pour tous les niveaux de température, les deux coefficients à identifier sont β et $C_{M_\alpha} = (1 - \alpha) \left(\frac{M}{\sigma_u} \right)^{-\beta}$.

La figure 6.4 représente la courbe de Woehler maîtresse de l'acier *X38CrMoV5* servant de base pour l'identification. Tous les résultats se rassemblent parfaitement sur la même droite y compris les essais de fatigue-relaxation. Cet alignement confirme à posteriori que l'endommagement de fatigue agit seul. Ainsi, pour les conditions d'essais considérées qui se veulent proches des procédés de mise en forme à chaud, l'acier *X38CrMoV5* ne développe pas ou très peu d'endommagement de fluage laissant une part prédominante au dommage de fatigue. Ces premiers résultats corroborent bien les observations réalisées au MEB (chapitre précédent) ainsi que les résultats issus de la littérature concernant cet acier [40, 100]. En effet, les diverses études ont toutes clairement révélé le caractère transgranulaire de la propagation jusqu'à la rupture. La courbe de tendance est donnée par la relation 6.7.

La figure 6.5 représente les diagrammes de Woehler ainsi que les courbes de tendance associées fournies par le modèle pour les différents niveaux de températures.

L'identification donne $\beta = 15.09$ et $C_{M_\alpha} = (1 - \alpha) \left(\frac{M}{\sigma_u} \right)^{-\beta} = 1.6463 \cdot 10^{-3}$.

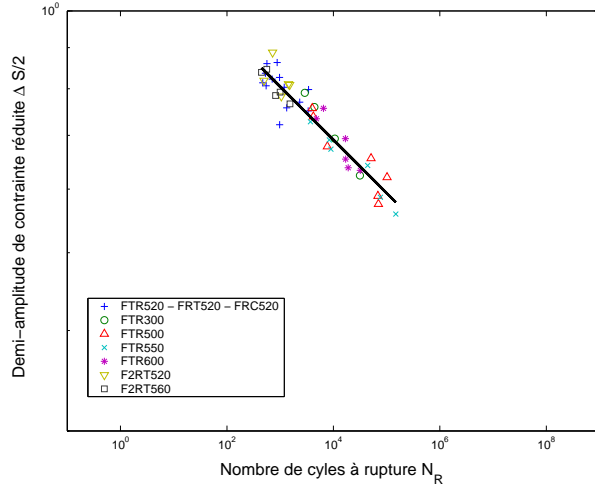


FIG. 6.4 – Courbes de Woehler comprenant toute la base d'essais servant pour l'identification

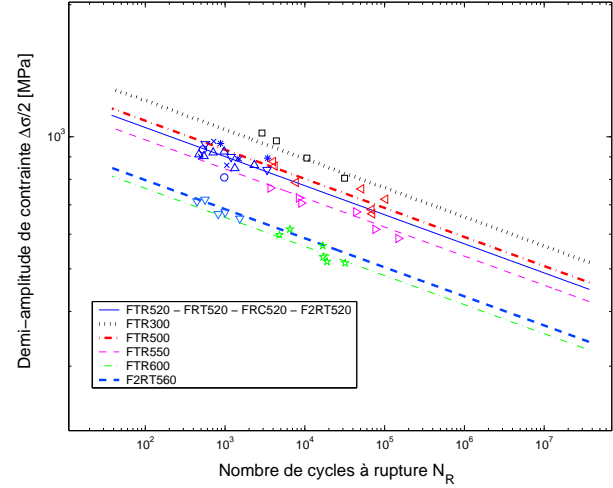


FIG. 6.5 – Diagrammes de Woehler pour les différents niveaux de températures considérés

Cas où α dépend du chargement :

On écrit :

$$1 - \alpha = a \left\langle \frac{S_M - \frac{\sigma_l}{\sigma_u}}{1 - S_M} \right\rangle$$

Aussi :

$$\left\langle \frac{S_M - \frac{\sigma_l}{\sigma_u}}{1 - S_M} \right\rangle N_F = \frac{1}{a(\beta+1)} \left(\frac{\frac{\Delta S}{2}}{\frac{M}{\sigma_u}} \right)^{-\beta}$$

Ainsi :

$$\log\left(\frac{\Delta S}{2}\right) = \frac{1}{\beta} \log\left(\frac{1}{a(1+\beta)} \left(\frac{M}{\sigma_u}\right)^{-\beta}\right) - \frac{1}{\beta} \log\left(\left\langle \frac{S_M - \frac{\sigma_l}{\sigma_u}}{1 - S_M} \right\rangle N_F\right)$$

Par conséquent β s'obtiendra en considérant le diagramme bilogarithmique :

$$\frac{\Delta S}{2} = f\left(\left\langle \frac{S_M - \frac{\sigma_l}{\sigma_u}}{1 - S_M} \right\rangle N_F\right) \text{ et si } Y_0 \text{ est l'ordonnée à l'origine, alors :}$$

$$a \left(\frac{M}{\sigma_u} \right)^{-\beta} = \frac{e^{-\beta Y_0}}{1 + \beta}$$

On peut alors écrire :

$$N_F = \left\langle \frac{1 - S_M}{S_M - \frac{\sigma_l}{\sigma_u}} \right\rangle e^{\beta Y_0} \left(\frac{\Delta S}{2} \right)^{-\beta} \quad (6.10)$$

Ainsi, pour tous les niveaux de température, les deux coefficients à identifier sont β et le rapport $C_{M_a} = a \left(\frac{M}{\sigma_u} \right)^{-\beta}$.

La figure 6.6 représente le digramme bilogarithmique servant de base à l'identification des paramètres C_{M_a} et β avec :

$$g(N_F) = \left\langle \frac{S_M - \frac{\sigma_L}{\sigma_u}}{1 - S_M} \right\rangle N_F$$

Le rapport de la limite de fatigue sur la contrainte de rupture est pris égal à $\frac{\sigma_L}{\sigma_u} = 0.3$. Les figures 6.7 et 6.8 représentent respectivement la courbe de Woehler réduite associée à sa courbe de tendance donnée par l'expression 6.10 et les courbes de Woehler par niveau de température.

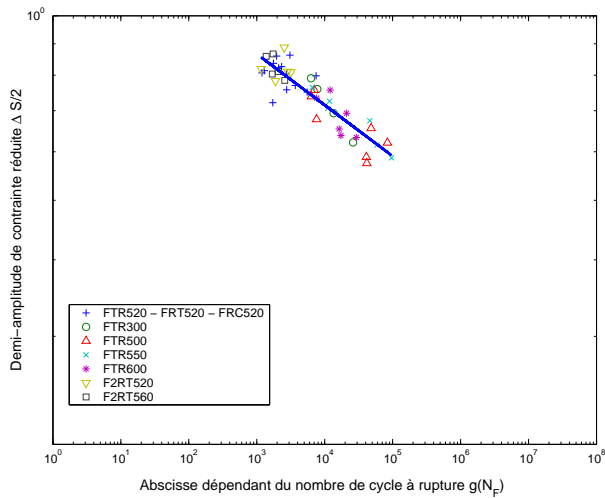


FIG. 6.6 – Diagramme comprenant toute la base d'essais servant pour l'identification

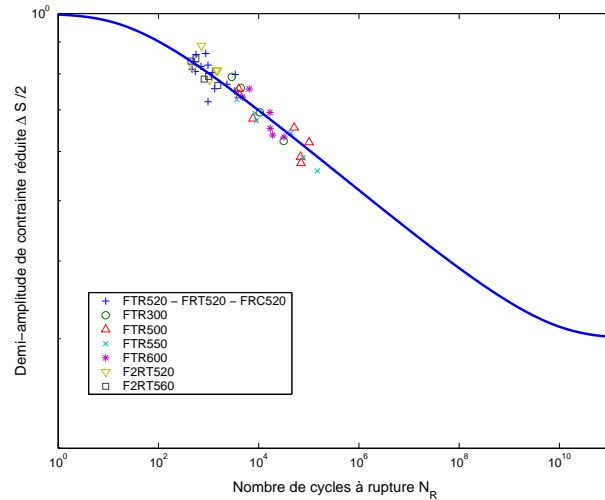


FIG. 6.7 – Diagrammes de Woehler normé représentant toute la base d'essais

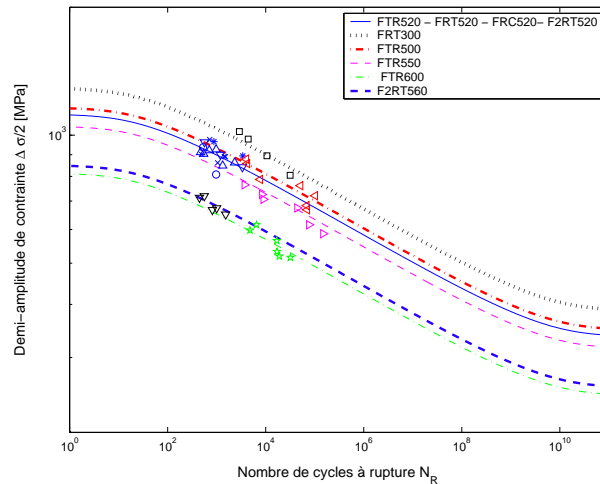


FIG. 6.8 – Diagrammes de Woehler pour tous les niveaux de températures considérés

Dans ce cas, les valeurs identifiées sont $\beta = 12.0097$ et $C_{M_a} = 4.31 \cdot 10^{-4}$.

On peut également modifier cette expression afin de tenir compte de l'effet de la contrainte moyenne (chargements dissymétriques) au travers du coefficient M et de la limite de fatigue σ_l qui augmente avec la contrainte moyenne.

6.3.2 Identification de la composante de fluage

On procède de la même manière en prenant la courbe de Woehler $\frac{\Delta\sigma}{2} = f(t_c)$ afin d'identifier les coefficients A , r et k . Le coefficient k de fluage, de manière analogue au coefficient a de fatigue règle la non linéarité des courbes d'endommagement et donc l'interaction fatigue-fluage. Afin de déterminer ces paramètres, un grand nombre d'essais est nécessaire. Aussi, en pratique, les 3 coefficients A , r et k sont déterminés à l'aide d'un diagramme bilogarithmique en prenant comme valeurs de départ $r < k < 15$ ainsi qu'une valeur de $a = 0.1$ compte tenu de l'obligation de séparer a et M en fatigue-fluage. Les valeurs sont ensuite ajustées.

En ce qui concerne cette étude, la composante de fluage n'est pas considérée. En effet, il est difficile d'affirmer avec certitude que l'acier *X38CrMoV5* ne présente aucun mécanisme d'endommagement dépendant du temps. Cependant, l'endommagement de fatigue est suffisamment prépondérant pour considérer l'endommagement de fluage comme négligeable dans les conditions d'essais considérées lors de l'identification du modèle.

6.3.3 Résultats

Les figures 6.9 et 6.10 comparent les durées de vie expérimentales et calculés dans les cas où α est pris dépendant et indépendant du chargement. En principe, un facteur 2 est toléré en fatigue oligocyclique. Le tableau 6.1 compare les nombres de cycles à rupture calculés et expérimentaux.

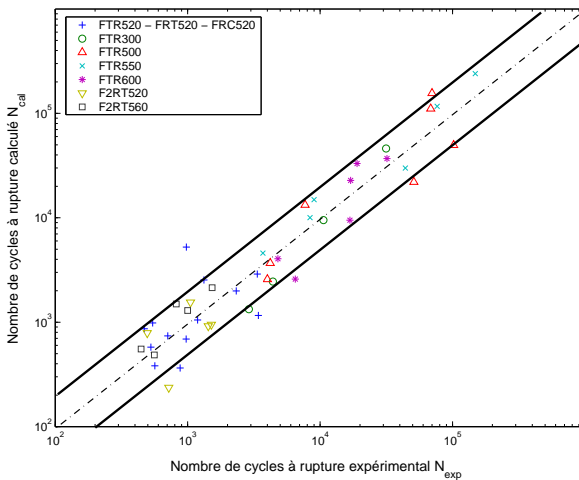


FIG. 6.9 – Comparaison des nombres de cycles expérimentaux et calculés dans le cas où α est pris indépendant du chargement

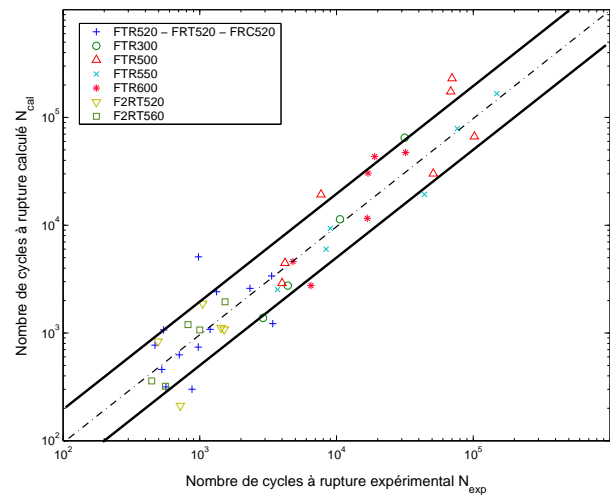


FIG. 6.10 – Comparaison des nombres de cycles expérimentaux et calculés dans le cas où α est pris dépendant du chargement

TAB. 6.1 – COMPARAISON NOMBRE DE CYCLES À RUPTURE EXPÉRIMENTAL ET CALCULÉ

	Désignation	N_{Rexp}	N_{Rcal}^3	N_{Rcal}^4
300° C	FTR0425_1.7.10-2_300	31500	46683	64879
	FTR05_2.10-2_300	10600	9466	11340
	FTR06_2.4.10-2_300	4400	2413	2753
	FTR07_2.8.10-2_300	2900	1305	1379
T = 500° C	FTR045_1.8.10-2_500	68500	113078	173831
	FTR045_1.8.10-2_500	70000	159948	230228
	FTR046_1.84.10-2_500	102000	50324	66560
	FTR0475_1.9.10-2_500	51000	22166	30150
	FTR05_2.10-2_500	7709	13305	19263
	FTR06_2.4.10-2_500	4200	3641	4467
	FTR06_2.4.10-2_500	4000	2541	2900
T = 520° C	FTR06_10-2_520	3416	1346	1221
	FTR06_6.10-4_520	3354	2851	3388
	FTR075_10-3_520	1189	1026	1080
	FTR09_10-2_520	878	352	300
	FTR09_10-3_520	565	370	315
	FRT06_10-3_20_520	2326	1958	2598
	FRT075_10-3_20_520	974	671	739
	FRT09_10-3_20_520	544	961	1068
	FRC06_10-3_20_520	1326	2502	2414
	FRC075_10-3_20_520	708	720	627
	FRC09_10-3_20_520	470	844	770
	FRC06_10-3_60_520	977	5195	5089
	FRC09_10-3_60_520	528	561	459
	F2RT1.2_10-3_76_520	1510	925	1081
	F2RT1.35_10-3_73_520	1430	896	1116
	F2RT1.5_10-3_70_520	1050	1518	1876
	F2RT1.8_10-3_64_520	495	768	836
F2RT1.8_10-3_64_520	720	227	211	
T = 550° C	FTR039_1.56.10-2_550	148500	247190	166690
	FTR04_1.6.10-2_550	76500	119297	78648
	FTR0425_1.7.10-2_550	44000	30179	19315
	FTR0475_1.9.10-2_550	8400	10009	5995
	FTR05_2.10-2_550	9000	14932	9352
	FTR06_2.4.10-2_550	3700	4551	2528
T = 560° C	F2RT1.1_10-3_78_560	1530	2106	1945
	F2RT1.2_10-3_76_560	1000	1267	1066
	F2RT1.35_10-3_73_560	820	1465	1194
	F2RT1.5_10-3_70_560	560	471	320
	F2RT1.8_10-3_64_560	445	538	359
T = 600° C	FTR034_1.36.10-2_600	32000	37323	47237
	FTR035_1.4.10-2_600	19000	33373	43325
	FTR0375_1.5.10-2_600	16800	9462	11592
	FTR04_1.6.10-2_600	17000	22950	30441
	FTR045_1.8.10-2_600	6500	2553	2751
	FTR05_2.10-2_600	4800	4009	4604

³Cas ou α indépendant du chargement⁴Cas ou α dépendant du chargement

6.4 Validation du modèle

Cette dernière section est consacrée à la validation du modèle de durée de vie. Pour cela, les résultats d'essais LCF et TMF réalisés par OUDIN [100] également sur la nuance SMV3 de l'acier $X38CrMoV5$ (47 HRC) sont utilisés et confrontés avec ceux fournis par le modèle. Les essais TMF ont été réalisés en opposition de phase en compression entre les températures T_{min} et T_{max} . Un exemple de cycle TMF [100] en opposition de phase en compression entre 200 et 600° C pour une amplitude de déformation mécanique $\Delta\varepsilon_{mech}$ de 1.5% est donné sur la figure 6.11. Afin d'appliquer le modèle d'endommagement de fatigue dans une configuration anisotherme, tous les paramètres caractéristiques du cycle à mi-durée de vie sont normés par la contrainte à rupture à la température correspondante. Ainsi, la valeur de la contrainte réduite reste toujours comprise entre 0 et 1 tout au long du cycle.

$$S_M = \frac{\sigma_M}{\sigma_u(T_{min})}; \quad S_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_u(T_{max})}; \quad \frac{\Delta S}{2} = \frac{1}{2}(S_M - S_m)$$

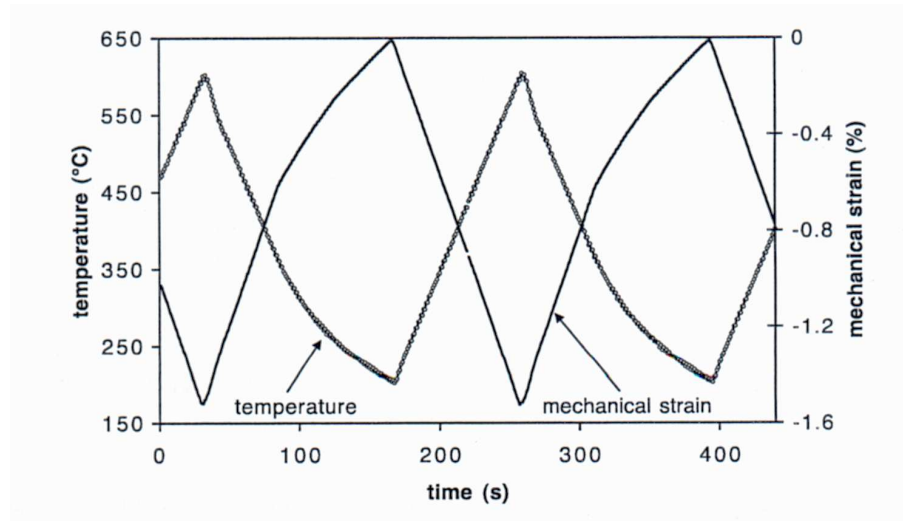


FIG. 6.11 – Exemple de cycle TMF en opposition de phase en compression [100]

Les conditions d'essais, les nombres de cycles à rupture et les paramètres à mi-durée de vie ont été relevés sur les différents diagrammes exposés dans la thèse de OUDIN [100]. Ils sont résumés dans le tableau 6.2.

Les modèles de comportement ONERA et $2M1C$ identifiés et validés lors la partie précédente permettent de reproduire ces essais LCF et TMF. La figure 6.12 [100] est comparée aux réponses fournies par le modèle $2M1C$ (Figure 6.13) dans le cas des cycles TMF200_600. Les bonnes cohérences avec des essais réalisés sur des éprouvettes issues d'un lot de matière différent illustrent la qualité du modèle.

La figure 6.14 illustre les adoucissements cycliques obtenus par le modèle de comportement en simulant les cycles TMF.

Les essais TMF induisent des contraintes moyennes non nulles. Ce phénomène s'illustre sur la courbe de Woehler par une augmentation de la limite de fatigue avec le niveau de

⁵Paramètres à mi-durée de vie [MPa]

Désignation	Période [s]	T_{min} [° C]	T_{max} [° C]	$\Delta\varepsilon_{mech}$ [%]	σ_M^5	σ_m^5	N_R
LCF05	--	200	200	1.35	860	-1250	4100
LCF02	--	600	600	0.7	260	-260	2500
LCF01	--	600	600	1	300	-320	1100
TMF13	230	200	600	0.5	700	-130	7500
TMF17	230	200	600	0.7	820	-280	1300
TMF10	230	200	600	1	880	-400	520
TMF11	230	200	600	1.5	1150	-625	130
TMF20	160	300	600	0.6	690	-260	2250
TMF14	160	300	600	1	900	-450	550
TMF21	190	200	500	1	900	-850	4600
TMF22	190	200	500	1.5	1200	-900	590
TMF23	226	200	550	1	1000	-500	3700
TMF24	226	200	550	1.5	1250	-750	325

TAB. 6.2 – CONDITIONS D'ESSAIS TMF ET LCF RÉALISÉS SUR L'ACIER X38CrMoV5 D'APRÈS [100]

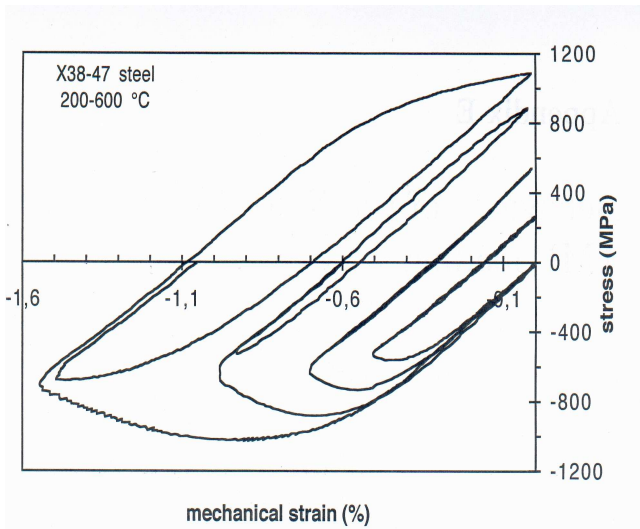


FIG. 6.12 – Réponses Contrainte-déformation mécanique expérimentales pour les cycles TMF200_600 [100]

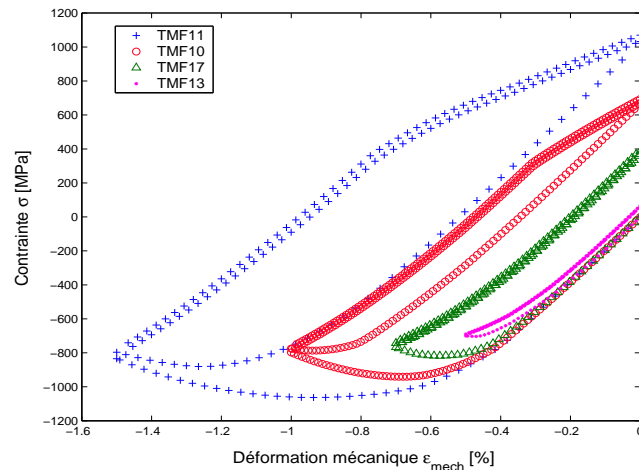


FIG. 6.13 – Réponses Contrainte-déformation mécanique fournies par le modèle 2M1C pour les cycles TMF200_600

contrainte moyenne. Le modèle décrit précédemment est capable de prendre en compte cet effet. Pour cela, des essais à contrainte moyenne non nulle sont nécessaires pour identifier les paramètres correspondants. Compte tenu des durées de vie relativement faibles considérées pour la validation, l'effet de contrainte moyenne est négligé.

Ces essais sont réalisés à des fréquences peu élevées comprises entre 4.10^{-3} et 6.10^{-3} Hz. La figure 6.15 représente le diagramme de Woehler exprimé en demi-amplitude de contrainte réduite des essais précédents ainsi que la courbe de Woehler réduite sur laquelle l'identification a été effectuée. Deux tendances se dégagent :

- les essais LCF200, TMF200_500 et TMF200_550 se superposent sur la courbe de Woehler maîtresse. Le modèle d'endommagement semble donc bien prédire le nombre de cycles à rupture.

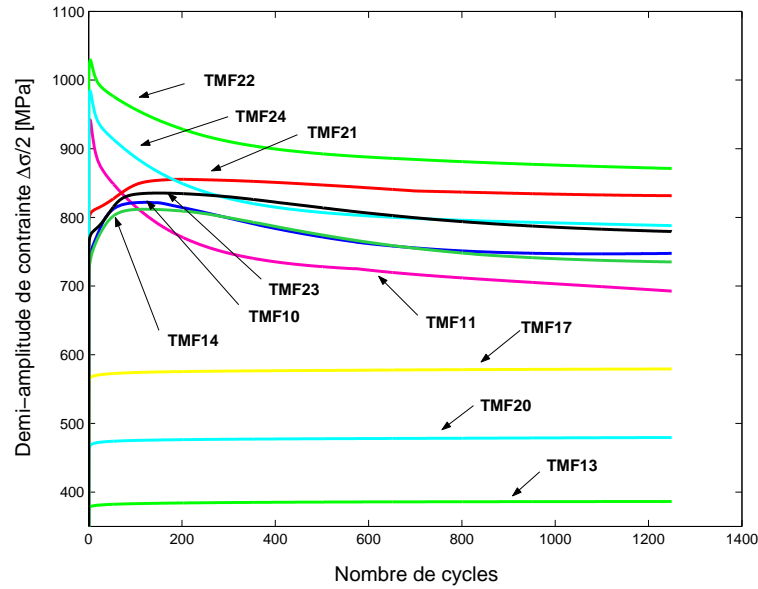


FIG. 6.14 – Courbes d'adoucissement cyclique obtenues par le modèle *2M1C* pour les cycles TMF

- en revanche, les résultats des essais LCF600, TMF300_600 et TMF200_600 mettent en évidence une divergence. Celle-ci met en évidence l'apparition d'un mécanisme d'endommagement différent de celui observé jusqu'à présent et donc non pris en compte par le modèle.

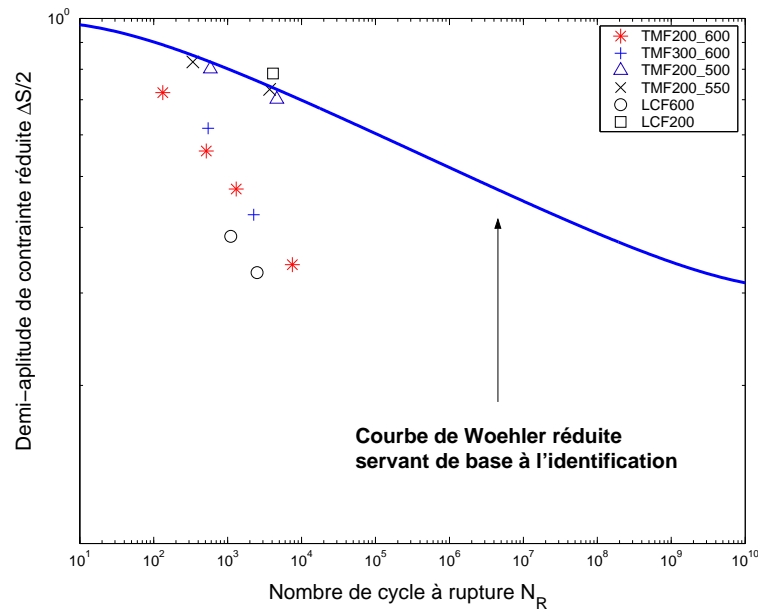


FIG. 6.15 – Diagramme de Woehler réduit des essais LCF et TMF

Ce mécanisme réduit considérablement la durée de vie et ne peut être attribué à un effet de contrainte moyenne. Il apparaît lorsque la température de l'essai atteint 600° C et il n'avait pas été observé sur les essais précédents. En effet, les résultats d'essais de fa-

tigue triangulaire à 600° C où la fréquence était beaucoup plus élevée (de l'ordre de 1 Hz), d'essais de fatigue-relaxation à une température de 560° C et une fréquence moins élevée égale à 10⁻² Hz n'ont pas révélés la présence d'un mécanisme supplémentaire suffisamment important pour influencer l'allure de la courbe de Woehler.

Plusieurs hypothèses peuvent être formulées pour expliquer ce phénomène.

Phénomènes localisés au niveau de l'amorçage

Il peut s'agir d'un mécanisme d'amorçage plus rapide. En effet, la température élevée de 600° C provoque l'apparition d'une couche d'oxyde épaisse et fragile à la surface de l'éprouvette qui va se fissurer et amorcer plus rapidement des fissures qu'à des températures inférieures à 600° C. Pour autant, les essais menés à 600° C mais à des fréquences plus élevées n'ont pas révélés un tel mécanisme. En outre, une étude antérieure [18] a montré des différences sur la nature de la couche d'oxydes des éprouvettes utilisées lors de l'identification (chauffage résistif) par rapport à celles de validation (chauffage par induction). Ces différences pourraient modifier les mécanismes d'amorçage.

Phénomènes liés à l'amorçage et la propagation

Il peut également s'agir de nouveaux mécanismes d'amorçage mais aussi de propagation s'activant pour des basses fréquences et des températures élevées conduisant à une propagation intergranulaire. Les travaux de DELAGNES [40] conforte cette hypothèse concernant l'amorçage. En effet, une étude sur la proportion des mécanismes d'amorçage a été entreprise en fonction de la température d'essai. Trois mécanismes avaient été observés, sur les inclusions non métalliques, les joints de grains et les joints de lattes. Il ressort que l'amorçage sur les joints de grains est observé qu'à partir de 400° C. Il atteint une proportion de 30% à 500° C, 65% à 550° C et 90% à 600° C. Il est à noter que tous ces essais concernent des fréquences élevées. Ce phénomène est confirmé par les observations présentées au chapitre précédent page 117 (figures 5.15-5.16) sur des essais de fatigue relaxation de période égale à 100 s et pour une température de 560° C. Des observations complémentaires sur des essais à 600° C et à plus basse fréquence restent à accomplir mais l'hypothèse suivante pourrait d'ores et déjà être formulée. Jusqu'à 400° C, seul un endommagement de fatigue indépendant du temps a lieu conduisant à un amorçage et une propagation transgranulaires. Au delà et jusqu'à 500° C, un autre mécanisme apparaît conduisant à un amorçage intergranulaire et dépendant du temps qui cohabite avec le précédent mais dans de faibles proportions. A 550° C, ce dernier mécanisme, de plus en plus important, devient prépondérant. De ce constat, on peut émettre l'hypothèse que la proportion de propagation transgranulaire devient de moins en moins importante à partir de 600° C pour des essais basses fréquences et laisse place à une propagation intergranulaire (endommagement dit de fluage). Contrairement aux mécanismes d'amorçage sur les joints de grains, les mécanismes de propagation intergranulaire n'ont pas été mis en évidence dans les travaux antérieurs [40, 100]. Toutefois, les observations MEB réalisées au cours de ce travail sur un essai de fatigue-relaxation d'une période de 100 s réalisé à 560° C semble faire apparaître ce phénomène (figure 6.16). Le diamètre moyen des grains de la structure austénitique initiale évalué à environ 10 μm laisse penser à un amorçage ainsi qu'une propagation intergranulaire. Pour autant, il n'y a pas, dans ce cas, de répercussions sur la durée de vie. En effet, cet essai se superpose bien sur la courbe de Woehler maîtresse servant de base à l'identification (figure 6.7). Il est vrai que ce phénomène reste tout de

même marginal, la majorité des fissures observées demeurant transgranulaires. Toutefois, des essais similaires menés cette fois-ci à $600^{\circ} C$ pourraient avoir un impact sur la durée de vie.

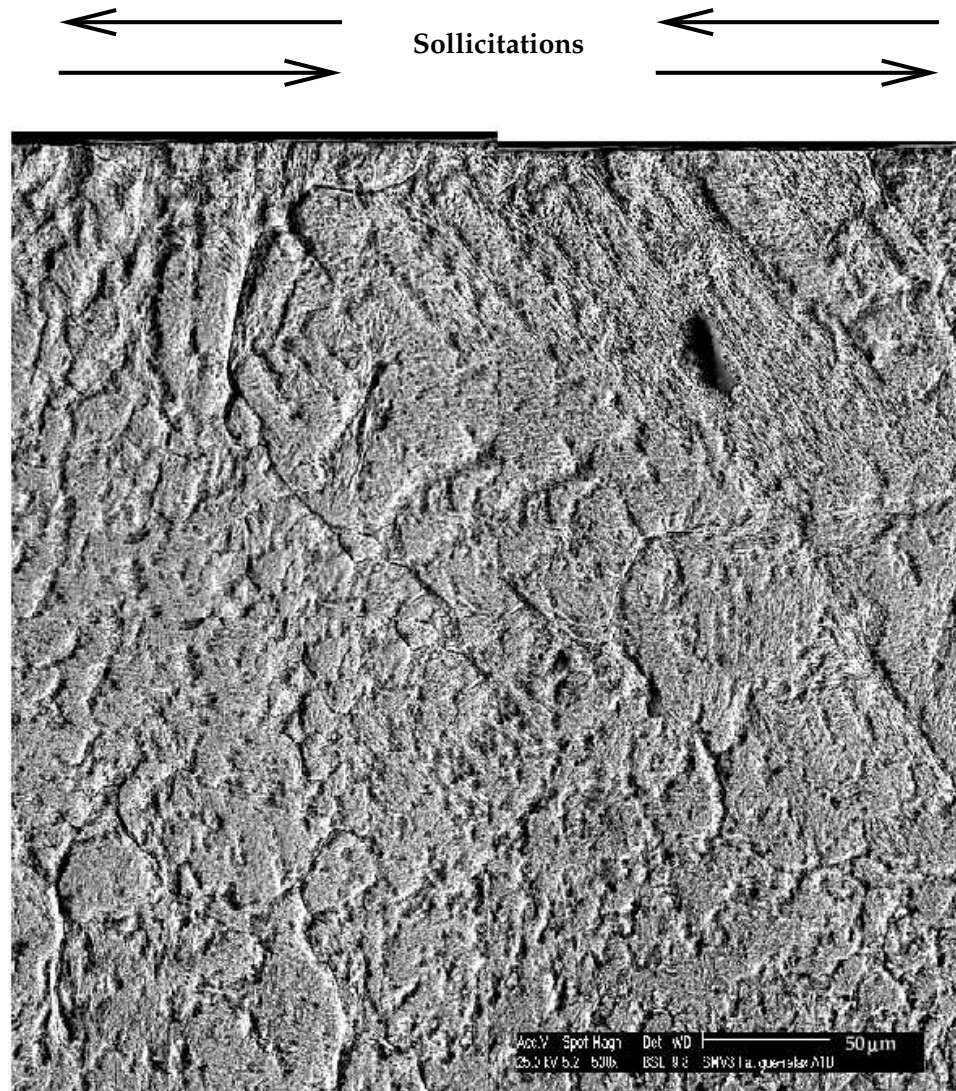


FIG. 6.16 – Coupe sens long : amorçage et propagation de fissures observés sur l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$

Evolutions de microstructure

De nouveaux mécanismes d'arrangement de la microstructure pourraient également être la cause d'une chute de la contrainte à mi-durée de vie. En effet, des chutes de duretés importantes à $600^{\circ} C$ ont été enregistrées sur les éprouvettes TMF [100]. De plus, il arrive qu'il y ait des dépassements de température en particulier sur des essais TMF relativement longs et dont le chauffage est effectué par induction. Ainsi, la température maximale de l'essai pourrait franchir ponctuellement celle du second revenu (égale à $605^{\circ} C$ pour l'acier $X38CrMoV5$) ce qui pourrait contribuer à des évolutions significatives de microstructure nécessitant leur prise en compte dans le modèle. Ces évolutions peuvent avoir lieu même sans dépasser $600^{\circ} C$ qui est une température de transition pour ce matériau

surtout pour des temps d'essais très longs comme c'est le cas ici. De manière analogue au comportement, ces évolutions pourraient être considérées dans le modèle de durée de vie en incorporant une variable de microstructure (vieillessement) comme cela a été effectué par ailleurs [124, 90]. Ainsi, la contrainte à rupture en traction qui décroît avec la température pourrait également dépendre de l'état de vieillissement du matériau.

Une étude plus approfondie pour la température de $600^{\circ} C$ comprenant des essais à basse fréquence semble nécessaire. Il s'agirait d'essayer de mieux cerner les mécanismes entraînant une chute de la durée de vie (cinétiques d'amorçage ou différents mécanismes de propagation) ou les évolutions de microstructure entraînant une chute de la contrainte à mi-durée de vie. Il peut aussi s'agir d'une combinaison des deux phénomènes. Toutefois, il convient également de s'interroger sur la pertinence d'inclure ces essais compte tenu des fréquences de sollicitations subies par les outillages supérieures à celles considérées lors des essais de validation (Voir **II.5.1.3**).

La figure 6.17 compare le nombre de cycles à rupture expérimental et calculé des essais LCF et TMF excluant la température de $600^{\circ} C$. Les prédictions sont en accord avec l'expérience, les résultats figurent dans la base de dispersion d'un facteur deux classique en fatigue oligocyclique. En revanche, comme attendu (figure 6.15), le modèle surestime le nombre de cycles à rupture expérimental pour tous les essais atteignant la température de $600^{\circ} C$. La prise en compte dans le modèle de durée de vie d'un endommagement de fluage (propagation ou même amorçage intergranulaire), d'un endommagement dû à la croissance d'oxyde en surface du matériau [58] ou encore d'une dépendance de la contrainte à rupture vis à vis de l'état de vieillissement du matériau [90], pourrait améliorer les prédictions à $600^{\circ} C$. Toutefois, l'introduction d'un ou plusieurs phénomènes supplémentaires dans le modèle doit être justifiée par des essais (température élevée et basse fréquence) et surtout par des observations microscopiques complémentaires.

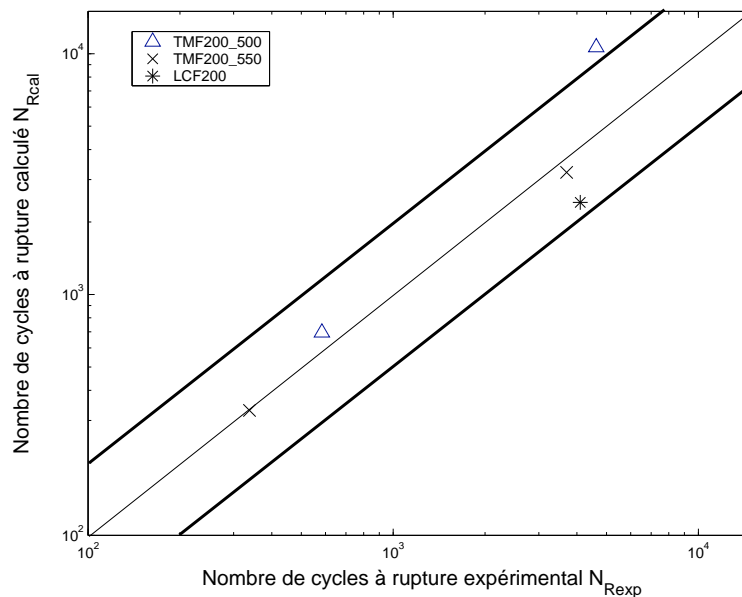


FIG. 6.17 – Comparaison du nombre de cycles à rupture expérimental et calculé pour les essais excluant la température de $600^{\circ} C$

Les nombres de cycles à rupture prédits par le modèle sont comparés aux résultats

expérimentaux dans le tableau 6.3.

Désignation	LCF05	TMF21	TMF22	TMF23	TMF24
$N_{R_{cal}}$	2414	10630	695	3214	330
$N_{R_{exp}}$	4100	4600	590	3700	325

TAB. 6.3 – COMPARAISON DU NOMBRE DE CYCLES À RUPTURE EXPÉRIMENTAL ET CALCULÉ POUR $T_{max} < 600^{\circ} C$

Conclusion générale et perspectives

Conclusion

Ce travail présente la mise en place d'une méthodologie visant à décrire le comportement et prédire la durée de vie en fatigue d'aciers à outils martensitiques pour travail à chaud. Cette démarche s'articule autour de deux parties complémentaires qui sont l'étude de modèles de comportement et de durée de vie adaptés aux aciers $X38CrMoV5$ et $55NiCrMoV7$. Leur identification et leur implantation éléments finis doivent permettre d'accéder à des niveaux de contraintes réalistes dans les structures permettant une amélioration de la durée de vie des pièces (choix du matériau, dimensionnement de l'outillage). Les principaux résultats de cette étude sont résumés ci-dessous.

Comportement

Une étude expérimentale du comportement macroscopique des deux matériaux a été entreprise à partir d'une base d'essais isothermes optimisée en vue d'étudier une grande variété de chargements avec un minimum d'éprouvettes. En outre, deux modèles de comportement ont été présentés en détails. Les deux modèles s'inscrivent dans le cadre des processus irréversibles de la thermodynamique. Le premier développé à l'ONERA est une approche macroscopique alors que le second appelé $2M1C$ (deux mécanismes, 1 critère) développé à l'ENSMP correspond à une approche intermédiaire. Ce dernier permet de conserver les principaux avantages des approches cristallographiques en considérant plusieurs flux inélastiques. Pour autant, il conserve un nombre de variables internes restreint comme dans les approches macroscopiques. Ainsi, il autorise une meilleure représentation des matériaux avec un coût de calcul moindre en comparaison des modèles cristallographiques où le grand nombre de variables internes ainsi que la finesse du maillage à considérer (meilleure représentation du grain et des contraintes locales) nécessitent le développement du calcul parallèle [45].

A partir de la base expérimentale et des modèles, la méthodologie d'identification a été présentée. Celle-ci a été réalisée avec une complexification croissante des modèles. Ils s'avèrent que les deux modèles donnent des résultats satisfaisants lorsque des essais en amplitude de déformation sont considérés. En revanche, un meilleur compromis semble être obtenu avec le modèle $2M1C$, lorsque des essais en contrainte sont ajoutés à la base expérimentale. La partie isotrope permettant la description de l'adoucissement des matériaux est commune aux deux modèles. Elle comprend deux variables isotropes avec prise en compte d'un effet de mémoire de la déformation plastique. En revanche, la nature de la composante cinématique est difficilement comparable, les variables ne jouant pas le même rôle. Elle comporte deux ou trois variables cinématiques indépendantes pour le modèle de l'ONERA, deux variables couplées pour le modèle $2M1C$. Pour chacune des modélisations, les effets des différentes variables sur le comportement sont discutés autant d'un point de

vue mathématique, que physique. Le modèle *2M1C* a permis d'interpréter les réponses fournies par les deux mécanismes en s'appuyant sur des résultats expérimentaux établis par ailleurs [83]. En effet, les rôles des carbures et des dislocations, principaux responsables de l'adoucissement cyclique, sont étudiés au travers de la composante isotrope du modèle pour les évolutions lentes mais aussi pour des temps plus courts, lors d'une hystérèse, au travers de la composante cinématique.

La validation des modèles est ensuite examinée. Cette étape nécessite leur implantation dans un code de calcul éléments finis. Pour cela, les deux formulations multiaxiales sont implantées dans ZebFront (le calcul final étant réalisé dans ABAQUS). La méthode de résolution locale pour l'intégration du modèle la plus aisée à mettre en œuvre est la méthode de Runge-Kutta, cependant les développements nécessaires à l'utilisation d'une méthode implicite (θ -méthode) sont également présentés. Au cours de cette étude, les deux méthodes ont fourni des résultats satisfaisants. Ce travail préliminaire accompli, deux types de validations ont été abordés, la première dans une configuration isotherme, la seconde à partir d'essais de fatigue thermique. La validation isotherme considère des éprouvettes avec différentes concentrations de contraintes et différents niveaux de chargements, deux mesures comparatives ont été effectuées sur les éprouvettes à l'aide d'extensomètres transverse et longitudinal. Malgré la difficulté de mise en œuvre des mesures radiales, les résultats sont globalement satisfaisants quels que soient les chargements et la géométrie d'éprouvettes considérés. La validation anisotherme est le fruit d'un travail de coopération avec l'université de KARLSTAD où un banc d'essai de fatigue thermique instrumenté en mesures de déformation a été développé. Le modèle assure une bonne reproduction des cycles de fatigue thermique mais sous-estime le rochet thermique observé expérimentalement. Un approfondissement de cette étude serait nécessaire (carte thermique radiale, calcul des déformations résiduelles...)

Durée de vie

Cette partie porte exclusivement sur l'acier *X38CrMoV5* où les données en terme de durée de vie sont plus nombreuses. La première tâche fut de rassembler les essais isothermes déjà réalisés au laboratoire sur ce matériau (Thèse de DELAGNES [40]). La base expérimentale a ensuite été complétée par d'autres essais afin de couvrir une large gamme de niveaux et de fréquences de sollicitations. D'un point de vue microstructural, les mécanismes de propagation de fissures transgranulaires déjà connus, ont été confirmés. Toutefois, de nombreuses incertitudes demeurent quant aux mécanismes d'amorçage.

A l'aide de tous ces essais, un modèle d'endommagement continu (type ONERA) a été identifié avec succès. Compte tenu des observations expérimentales, seul un endommagement de fatigue a été considéré, l'endommagement dit de fluage correspondant aux mécanismes dépendant du temps ne s'activant pas lors des essais servant de base à l'identification. Ce genre d'approche a l'avantage de couvrir une grande partie des domaines de la fatigue, d'être valables sous des conditions de chargements thermo-mécaniques multiaxiales. Une validation du modèle a été entreprise à l'aide d'essais LCF et TMF menés lors d'un précédent travail au CROMeP (Thèse de OUDIN [100]). Pour les essais LCF et TMF excluant un chargement thermique à la température de $600^\circ C$, les prédictions fournies par le modèle sont satisfaisantes (facteur deux dans la bande de dispersion). Pour les cycles LCF et TMF soumis même momentanément à un chargement thermique de $600^\circ C$, le modèle surestime le nombre de cycles à rupture expérimental. Des mécanismes d'endom-

magement aggravants et différents de ceux observés jusque là ainsi que des mécanismes d'arrangement de microstructure pourraient être la cause de cette divergence du modèle.

Perspectives

Comportement

L'approche abordée avec le modèle *2M1C* fournit deux mécanismes de déformation auxquels deux états de contraintes peuvent être associés. Ce travail tente de relier les évolutions de microstructure (carbures et dislocations) mises en évidence au cours d'un essai de fatigue oligocyclique [83] avec les mécanismes définis par le modèle *2M1C*. Toutefois, cette discussion demande à être approfondie. En particulier, l'adoucissement cyclique provoqué au $\frac{2}{3}$ par les dislocations et au $\frac{1}{3}$ par les carbures n'a été quantifié que pour un seul essai de fatigue [83]. Il serait intéressant d'appliquer les modèles de TAYLOR et OROWAN et donc d'étudier l'évolution de ce rapport pour des conditions de sollicitations et de température ainsi que pour des duretés initiales différentes. Cette évolution pourrait ensuite être corrélée aux résultats fournis par le modèle *2M1C*.

La validation du modèle de comportement en anisotherme a été réalisée à partir d'essais de fatigue thermique. La densité de flux imposée dans la simulation a été déterminée à l'aide de mesures de températures à la surface de l'échantillon. Aucune validation de la carte thermique de l'éprouvette n'a été effectuée dans la profondeur. Une mauvaise prise en compte du gradient thermique radial peut être une des causes du rochet thermique expérimental sous-estimé par le modèle. Une instrumentation de l'éprouvette n'a pu être réalisée lors de cette étude mais demeure nécessaire afin de connaître la distribution de température dans la profondeur.

Durée de vie

Plusieurs extensions au modèle sont envisageables. La première préoccupation concerne sans nul doute le phénomène observé sur les essais LCF et TMF lorsque la température atteint $600^{\circ} C$. Dans un premier temps, il s'agirait d'effectuer des essais supplémentaires d'abord isothermes à $600^{\circ} C$ dans des conditions voisines de sollicitations (fréquence) puis d'étudier les mécanismes d'amorçage et de propagation qui pourraient expliquer une telle chute de durée de vie. La dépendance entre la contrainte à rupture et l'état de vieillissement du matériau doit également être étudiée. Une fois ce travail accompli, ces phénomènes pourraient s'incorporer dans l'approche d'endommagement continu ce qui permettrait d'étendre la gamme d'utilisation du modèle.

Des essais à contraintes moyennes non nulles pourraient être incorporés dans la modélisation. La prise en compte de ce phénomène peut être considérée sur la courbe de Woehler au travers de la limite de fatigue qui augmente avec la contrainte moyenne (relation de GOODMAN).

Une validation de la chaîne numérique complète pourrait également être entreprise. Par exemple, de manière analogue au modèle de comportement, des éprouvettes avec concentrations de contraintes pourraient être utilisées. Les géométries des échantillons seraient maillées, la formulation multiaxiale du modèle de comportement implantée dans ABAQUS. L'essai serait simulé ce qui permettrait de dégager le cycle caractéristique utilisé par le modèle de durée de vie. Un post-traitement du calcul fournirait le nombre de cycle à rupture

prédit à l'aide de la configuration multiaxiale du modèle d'endommagement continu. Cependant, la recherche d'un critère adapté permettant de déterminer le cycle caractéristique lorsque la durée de vie est à priori inconnue reste encore à définir pour les aciers à adoucissement continu.

Enfin, une validation à l'échelle de l'outillage pourrait être envisagée.

Bibliographie

- [1] ABBADI, M., HÄHNER, P., AND ZEGHLOUL, A. On the characteristics of portevin-le chatelier bands in aluminium alloy 5182 under stress controlled and strain controlled tensile testing. *Materials Science Engineering* (2002), 194–201.
- [2] ARNOLD, S., AND SALEEB, A. On the thermodynamic framework of generalized coupled thermoelastic-viscoplastic-damage modeling. *International journal of plasticity* 10, 3 (1994), 263–278.
- [3] ARNOLD, S., SALEEB, A., AND CASTELLI, M. A fully associative, nonisothermal, nonlinear kinematic, unified viscoplastic model for Titanium alloys. *Thermomechanical fatigue behaviour and materials 2* (1996).
- [4] ARNOLD, S., SALEEB, A., AND WILT, T. A modeling investigation of thermal and strain induced recovery and nonlinear hardening in potential based viscoplasticity. *Journal of engineering materials and technology* 117 (1995), 157–167.
- [5] BARI, S., AND HASSAN, T. Anatomy of coupled constitutive models for ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity* 16 (2000), 381–409.
- [6] BARI, S., AND HASSAN, T. Kinematic hardening rules in uncoupled modeling for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity* 17 (2001), 885–905.
- [7] BARI, S., AND HASSAN, T. An advancement in cyclic plasticity modelong for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity* 18 (2002), 873–894.
- [8] BARRALIS, J., AND MAEDER, G. *Précis de métallurgie : élaboration, structures-propriétés et normalisation*. Nathan 6° Edition, 1991.
- [9] BARRAU, O. *Etude expérimentale du frottement et de l'usure d'aciers à outils pour travail à chaud*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, Travail en cours.
- [10] BENALLAL, A. Validation of structural computation codes in elastoviscoplasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 29 (1990), 1109–1130.
- [11] BENALLAL, A., AND MARQUIS, D. Constitutive equations for nonproportional cyclic elastoviscoplasticity. *Journal of Engineering Materials and Technology* 109 (1987), 326–336.
- [12] BEN CHEIKH, A. *Elastoviscoplasticité à température variable*. PhD thesis, Université de Paris 6, Juillet 1987.
- [13] BERNHART, G., LOURS, P., REZAÏ-ARIA, F., AND LEVAILLANT, C. Effet de la thermique transitoire sur l'endommagement des outillages dans les procédés de formage. In *Journée SFT thermique de la machine outil et de l'usinage* (janvier 1999).
- [14] BERNHART, G., MOULINIER, G., BRUCELLE, O., AND DELAGNES, D. High temperature low cycle behaviour of martensitic forging tool steel. *International Journal of Fatigue* 21, 2 (1999), 179–186.

- [15] BESSON, J., CAILLETAUD, G., CHABOCHE, J., AND FOREST, S. *Mécanique non linéaire des matériaux*. Etudes en mécanique des matériaux et des structures, Hermes Science Publication, 2001.
- [16] BIGNONNET, A., AND CHARKALUK, E. Thermomechanical fatigue in the automotive industry. In *Temperature-Fatigue interaction (2001)*, 9th International Spring Meeting (Paris), pp. 351–362.
- [17] BLAJ, L., AND CAILLETAUD, G. Application of a multimechnism model to the prediction of ratchetting behavior. In *Advances in Mechanical Behaviour, Plasticity and Damage* (november 2000), SF2M, Ed., vol. 2, pp. 1155–1160.
- [18] BRUCELLE, O. Contribution à l'étude du comportement et de l'endommagement en fatigue thermomécanique d'un acier à outil 55NiCrMoV7. Master's thesis, Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, 1997.
- [19] CAILLETAUD, G., AND LEVAILLANT, C. Creep-fatigue interaction : what about initiation? *Nuclear Engineering design 83* (1984), 279–292.
- [20] CAILLETAUD, G., AND SAI, K. Study of plastic/viscoplastic models with various inelastic mechanisms. *International journal of plasticity 11* (1995), 991–1005.
- [21] CALISKANOGLU, D., SILLER, I., EBNER, R., AND AL. Thermal fatigue and softening behavior of hot work tool steels. In *6th International Tooling Conference, Karlstad (Sweden)* (september 2002).
- [22] CHABOCHE, J. Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire. *Revue Française de Mécanique 50–51* (1974).
- [23] CHABOCHE, J. Time independent constitutive theories for cyclic plasticity. *International journal of plasticity 2*, 2 (1986), 149–188.
- [24] CHABOCHE, J. Cyclic plasticity modeling and ratcheting effects. In *2^o International conference on constitutive laws for engineering materials : theory and applications* (1987), Tucson, Arizona, Desai et al, Elsevier.
- [25] CHABOCHE, J. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *International Journal of Plasticity 5* (1989), 247–302.
- [26] CHABOCHE, J., EL MAYAS, N., AND PAULMIER, P. Thermodynamic modeling of viscoplasticity, recovery and aging processes. *Compte rendu de l'académie des sciences, Paris 320*, 2 (1995), 9–16.
- [27] CHABOCHE, J., AND JUNG, O. Application of a kinematic hardening viscoplasticity model with thresholds to the residual stress relaxation. *International of Plasticity 13*, 10 (1998), 785–807.
- [28] CHABOCHE, J., KACZMAREK, H., AND RAINE, P. Sur les effets d'interaction de l'écroutissage et de l'endommagement dans l'acier 316 l. *La recherche aérospatiale 177-196* (1980).
- [29] CHABOCHE, J., AND LESNE, P. A non linear continuous fatigue damage model. *Fatigue fracture engineering materials and structures 11*, 1 (1988), 1–17.
- [30] CHABOCHE, J., NOUAILHAS, D., PACOU, D., AND PAULMIER, P. Modeling of the cyclic response and ratcheting effects on inconel 718 alloy. *European journal of mechanic, A/solids 10*, 1 (1991), 101–121.
- [31] CHAN, K., BODNER, S., AND LINDHOLM, U. Phenomenological modeling of hardening and thermal recovery in metals. *Journal of Engineering Materials and Technology 110* (1988), 1–8.

- [32] CHARKALUK, E. *Dimensionnement des structures à la fatigue thermomécanique*. PhD thesis, Ecole polytechnique, 1999.
- [33] CHARKALUK, E., AND CONSTANTINESCU, A. An energetic approach in thermomechanical fatigue for silicon molybdenum cast iron. *Materials at high temperatures* 17, 3 (2000), 373–380.
- [34] CHICCO, B., POWELL, G., HERFURTH, G., AND SUMMERVILLE, E. Failure in hot forging dies. Tech. rep., Materials Australia, CSIRO, Manufacturing Science and Technology, Adelaide Laboratory, PO Box 4, Woodville, SA, 5011, Australia, September/October 1997.
- [35] COFFIN, L. Fatigue at high temperature. In *Fracture 1977* (June 1977), W. C. ICF4, Ed., vol. 1, pp. 263–274.
- [36] CONTESTI, E., AND CAILLETAUD, G. Description of creep-plasticity interaction with non-unified constitutive equations application to an austenitic stainless steel. *Nuclear Engineering Design*, 116 (1989), 265–280.
- [37] CORONA, E., HASSAN, T., AND KYRIAKIDES, S. On the performance of kinematic hardening rules in predicting a class of biaxial ratcheting histories. *International Journal of Plasticity* 12, 1 (1996), 117–145.
- [38] CULIÉ, J., CAILLETAUD, G., AND LASALMONIE, A. La contrainte interne en viscoplasticité : comparaison des approches mécaniques et microscopiques. *La Recherche Aérospatiale* (Mars-Avril 1982), 109–119.
- [39] DAFOS, C. *Endommagement des Outillages traités par nitruration étude et modélisation*. PhD thesis, Université Paul Sabatier Toulouse, travail en cours.
- [40] DELAGNES, D. *Comportement et tenue en fatigue isotherme d’aciers à outils Z38CDV5 autour de la transition fatigue olygocyclique-endurance*. PhD thesis, ENSMP, Mars 1998.
- [41] DELAGNES, D. Fatigue-relaxation de 3 nuances d’aciers à outils pour travail à chaud. *Rapport d’activité contrat cadre 2000–2001, Ecole des Mines d’Albi-Carmaux* (2001).
- [42] DORLOT, J., BAÏLON, J., AND MASOUNAVE, J. *Des matériaux*. Editions de l’école polytechnique de Montréal, 1986.
- [43] DUFAILY, J., AND AMAR, G. Identification and validation of viscoplasticity and damage constitutive equations. *European Journal of Mechanics A/Solids* 12, 2 (1993), 197–218.
- [44] DUVAUT, G. *Mécanique des Milieux Continus*. Masson, Paris, 1990.
- [45] EBERL, F., FEYEL, F., QUILICI, S., AND CAILLETAUD, G. Approches numériques de la plasticité cristalline. *Journal of Physics IV* 8 (1998).
- [46] ECOLE DES MINES D’ALBI-CARMAUX. *Rapport interne Centre de Recherche Outillages Matériaux et Procédés*.
- [47] ENGBERG, G., AND LARSSON, L. Elevated-temperature low cycle and thermomechanical fatigue properties of AISI H13 hot-work tool steel. Tech. Rep. 129, VHK Report Swedish Institute for Metal Research, 1981. Stockholm.
- [48] ESTRIN, Y. A versatile unified constitutive model based on dislocation density evolution. *High Temperature Constitutive Modeling - Theory and Application* 121 (1991).
- [49] ESTRIN, Y. Dislocation-density-related constitutive modeling. *Unified Constitutive Laws of Plastic Deformation* (1996). Academic Press.

- [50] ESTRIN, Y., BRAASCH, H., AND BRECHET, Y. A dislocation density based constitutive model for cyclic deformation. *Journal of Engineering Materials and technology* 118 (July 1996).
- [51] FATEMI, A., AND YANG, L. Cumulative fatigue damage and life prediction theories : a survey of the state of the art for homogeneous materials. *International journal of fatigue* 20, 1 (1998), 9–34.
- [52] FEAUGAS, X. *Microstructure et modélisation du comportement en fatigue uniaxiale et multiaxiale d'un alliage de Titane biphasé*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, décembre 1994.
- [53] FELDER, F., AND COUTU, L. Aspects thermomécaniques de l'usure des matrices en forgeage à chaud de l'acier. Colloque sur les Aciers à Outils pour travail à chaud, Saint Etienne.
- [54] FOERCH, R. *Un environnement orienté objet pour la modélisation numérique des matériaux en calcul de structures*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Mines de Paris, février 1996.
- [55] FOERCH, R., GROS, V., AND CAILLETAUD, V. MOUNOURY, S. QUILICI, G. Cyclic calculations and life prediction in thermomechanical fatigue using the zmat library. *Centre matériaux ENSMP* (Juin 2000).
- [56] FOREST, S., AND CAILLETAUD, G. Strain localization in single crystals : bifurcation analysis, effects of boundaries and interfaces. *European Journal of Mechanics, A/Solids* 14, 5 (1995), 747–771.
- [57] FOREST, S., AND FIVEL, M. Modèles discrets et continus de la plasticité des métaux : du monocristal au polycristal. In *Société Française de Microscopie* (mai 2001), J. Ayache and J. Morniroli, Eds., pp. 457–466.
- [58] GALLERNEAU, F. *Etude et modélisation de l'endommagement d'un superalliage monocristallin revêtu pour aube de turbine*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, novembre 1995.
- [59] GERMAIN, P., AND MULLER, P. *Introduction à la mécanique des milieux continus*. Masson, 1995. 2^o édition.
- [60] GLINKA, G., SHEN, G., AND PLUMTREE, A. A multiaxial fatigue strain energy density parameter related to the critical failure plane. *Fatigue fracture engineering materials and structures* 18, 1 (1995), 37–46.
- [61] GOMEZ, V. *Etude en fatigue biaxiale à haute température d'alliages métalliques pour disques de turbomachines aéronautiques*. PhD thesis, Université Paul Sabatier Toulouse 3, 2002.
- [62] HALFORD, G. Cumulative fatigue damage modeling-crack nucleation and early growth. *international journal of fatigue* 19, 1 (1997), S253–S260.
- [63] HALFORD, G., AND SALTSMAN, J. Strain range partitioning - a total strain range version. *NASA Lewis Research Center* (1985). Cleveland, Ohio.
- [64] HALPHEN, B., AND NGUYEN, Q. Plastic and viscoplastic materials with generalized potential. *Mechanics research communication* 1, 1 (1974), 43–47.
- [65] JACQUOT, P., TOURNIER, C., AND RUFFIEUX, G. BORSENBERGER, J. DUPAIN, P. BORDINAT, G. DENEAU, M. MENGES, J. Outillages de travail à chaud : dégradations et traitements adaptés. *Groupe HIT- France (Bodycote Metal Technology)*.

- [66] JEAN, S. *Méthologie d'exploitation mécanique et microstructurale d'un essai de fatigue thermique : Application à l'étude du faïençage d'un acier pour outil de forge à chaud*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, Décembre 1999.
- [67] JEONG, C., NAM, S., AND GINSZTLER, J. Activation process of stress relaxation during hold time in $1Cr - Mo - V$ steel. *Materials Science Engineering* (1999), 188–193. A264.
- [68] JEONG, C., NAM, S., AND GINSZTLER, J. Stress dependence on stress relaxation creep rate during tensile holding under creep-fatigue interaction in $1Cr - Mo - V$ steel. *Journal of materials science* 34 (1999), 2513–2517.
- [69] LAPOVOK, R. A damage approach to fatigue fracture of tools in metal working processes. *CSIRO, Division of Manufacturing Technology, Australia* (1995).
- [70] LAPOVOK, R., SMIRNOV, S., AND SHVEYKIN, V. Ductility defined as critical local strain. *First Australian Congress on Applied Mechanics* (February 1996).
- [71] LEMAÎTRE, J., AND CHABOCHE, J. Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. *Journal de mécanique appliquée* 2, 3 (1978).
- [72] LEMAÎTRE, J., AND CHABOCHE, J. *Mécanique des matériaux solides*, 2° ed. Dunod, Paris, 1996.
- [73] LEMAÎTRE, J., AND PLUMTREE, A. Application of Damage Concepts to predict Creep-Fatigue Failures. *Journal of Engineering Materials and technology* 101 (1979), 284–292.
- [74] LEMAÎTRE, J., BENALLAL, A., AND MARQUIS, D. Lifetime prediction of structures in anisothermal viscoplasticity coupled to damage. *Nuclear Engineering and Design* 133 (1992), 346–360.
- [75] LESNE, P. *Amorçage et propagation de fissures sous gradients thermiques cycliques*. PhD thesis, Université des Sciences et Techniques de lille, Février 1985.
- [76] MALININ, N., AND KHADJINSKY, G. Theory of creep with anisotropic hardening. *International journal of mechanics and sciences* 14 (1972), 235–246.
- [77] MALINOWSKY, Z., LENARD, J., AND DAVIES, M. A study of the heat transfer coefficient as a function of temperature and pressure. *Journal of Materials Processing Technology* 41, 2 (1994), 125–142.
- [78] MALM, S., AND NORSTÖM, L. Material-related model for thermal fatigue applied to tool steels in hot-work applications. *Metal Science* (September 1979), 544–550.
- [79] MALM, S., SVENSSON, M., AND TIDLUND, J. Heat checking in hot work steels. Tech. rep., UddeHolm AB, Sweden, 1977.
- [80] MANSON, L. Fatigue at high temperature - prediction and interpretation. *Proc Instn Mech Engrs* 188, 9 (1974).
- [81] MANSON, S., AND HALFORD, G. Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage. *International journal of fracture* 17, 2 (April 1981), 169–192.
- [82] MARTIN, D. An energy criterion for low cycle fatigue. *Journal of basic engineering* (1961), 565–571.
- [83] MEBARKI, N. *Relation microstructure - propriétés mécaniques d'aciers martensitiques revenus destinés aux outillages de mise en forme d'alliages légers*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines Paris, février 2003.

- [84] MEIDER, M., AND WALTER, C. Prediction of fatigue life of cold forging tools by fe simulation and comparison on applicability of different damage models. In *Tool steels in the next century* (1999), 5th International Conference on Tooling (Leoben), pp. 687–697.
- [85] MILLER, A. An inelastic constitutive model for monotonic cyclic and creep deformation : Equations development and analytical procedures. *Journal of Engineering Materials and Technology* (April 1976).
- [86] MÉRIC, L., AND CAILLETAUD, G. Single cristal modeling for strucutral calculations :part 1- model presentation. *Journal of engineering Materials and Technology 113* (1991), 171–182.
- [87] MÉRIC, L., AND CAILLETAUD, G. Single cristal modeling for strucutral calculations :part 2- finite element implementation. *Journal of engineering Materials and Technology 113* (1991), 171–182.
- [88] NECATI OZISIK, M. *Heat conduction*. a wiley interscience publication, 2ⁿd edition, 1993. page 59.
- [89] NGUYEN, Q. *Stabilité et mécanique non linéaire*. Hermès, 2000.
- [90] NICOULEAU-BOURLES, E. *Etude expérimentale du vieillissement d'un alliage d'aluminium. Application aux culasses d'automobiles*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Décembre 1999.
- [91] NOSTRÖM, L., SVENSSON, M., AND ÖHRBERG, N. Thermal fatigue behaviour of hot work tool steels. *Metals technology* (october 1981).
- [92] NOUAILHAS, D. Modélisation de l'érouissage et de la restauration en viscoplasticité cyclique. In *International colloquium on mechanisms and mechanics of plasticity* (1987), Aussois, France.
- [93] NOUAILHAS, D., AND CAILLETAUD, G. Finite element analysis of the mechanical behavior of two-phase single cristal superalloys. *Scripta Materialia 34*, 4 (1996), 565–571.
- [94] NOUAILHAS, D., CULIÉ, J., CAILLETAUD, G., AND MÉRIC, L. Finite element analysis behavior of single-cristal tubes. *European Journal of Mechanics A/Solids 14*, 1 (1995), 137–154.
- [95] NOUAILHAS, D., POLICELLA, H., AND KACZMAREK, H. On the decription of cyclic hardening under complex loading histories. In *International conference on constitutive laws for engineering materials* (1983), Tucson, Arizona, Desai et al, Elsevier.
- [96] OHNO, N. A constitutive model of cyclic plasticity with a non hardening strain region. *Journal of Applied Mechanics 49* (december 1982).
- [97] OHNO, N., AND KACHI, Y. Decription of stress-controlled cyclic plasticity using the cyclic nonhardening region model. In *8th SMIRT Conference, L2/2* (1985), Brussels.
- [98] OHNO, N., AND WANG, J. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, application to experiment of ratcheting behaviour. *International Journal of Plasticity 9* (1993), 391–403.
- [99] OSTERGREN, W. A damage function and associated failure equations for predicting hold time and frequency effects in elevated temperature, low cycle fatigue. *Journal of testing and evaluation 4*, 5 (1976), 327–339.
- [100] OUDIN, A. *Thermo-Mechanical Fatigue of Hot Work Tool Steels*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Octobre 2001. NON-CONFIDENTIAL VERSION.

- [101] PERSSON, A., BERGSTÖM, J., AND HOGMARK, S. Experimental investigation on the influence of surface engineering on thermal fatigue of a hot work tool steel. *Travaux en cours* (2001).
- [102] PERSSON, A., BERGSTRÖM, J., AND BURMAN, C. Evaluation of heat checking damage in die casting. In *Tool steels in the next century* (1999), 5th International Conference on Tooling (Leoben), pp. 167–177.
- [103] PERSSON, A., HOGMARK, S., AND BERGSTÖM, J. *Submitted to Journal of Materials Processing Technology* (2002).
- [104] PILVIN, P. *SiDoLo version 2.4*, 1998.
- [105] POMEY, G., AND LIEURADE H.P. Essais de fatigue. M1 2, Techniques de l'ingénieur, Matériaux métalliques, études des alliages, 1996.
- [106] QUILICI, S., AND CAILLETAUD, G. Fe simulation of macro-, meso- and micro-scales in polycrystalline plasticity. *Computational Materials Science* 16 (1999), 383–390.
- [107] ROUSSEAU, D. Critères de choix et propriétés d'emploi des aciers à outils alliés pour travail à chaud. Tech. Rep. 222 XI-XII, Cour. de la norm., 1971.
- [108] SACADURA, J. *Initiation aux transferts thermiques*. Centre d'actualisation scientifique et techniques INSA de Lyon, 1993.
- [109] SAMROUT, H., AND EL ABDI, R. Model for 28CrMoV5 – 8 steel undergoing thermomechanical cyclic loadings. *International Journal of Structures* 34, 35-36 (1997), 4547–4556.
- [110] SCHMIDT, C., AND MILLER, A. An unified phenomenological model for non-elastic deformation of type 316 l stainless steel. *Research Mechanics* 3 (1981), 109–129–175–193.
- [111] SJÖSTRÖM, J., AND BERGSTRÖM, J. Evaluation of the cyclic behaviour during high temperature fatigue of hot work tool steels. In 6th *International Tooling Conference, Karlstad (Sweden)* (september 2002).
- [112] SKELTON, R. Energy criterion for high temperature low cycle fatigue failure. *Materials science and technology* 7 (1981), 427.
- [113] SKELTON, R. Cyclic hardening, softening and crack growth during high temperature fatigue. *Materials science and technology* 9 (1993), 1001.
- [114] SKELTON, R., VILHELMSSEN, T., AND WEBSTER, G. Energy criteria and cumulative damage fatigue crack growth. *International journal of fatigue* 20, 9 (1998), 641–649.
- [115] VELAY, V., BERNHART, G., AND PENAZZI, L. Thermal fatigue of a tool steel, experiment and numerical simulation. In 6th *International Tooling Conference, Karlstad (Sweden)* (september 2002).
- [116] VELAY, V., BERNHART, G., ZHANG, Z., AND PENAZZI, L. Cyclic behaviour modelling of martensitic hot work tool steels. In *High Temperature Fatigue, Paderborn (Germany)* (april 2002).
- [117] VENKATASAMY, V., BREVIC, J., AND ABD G. PRIBYL, C. MOBLEY. In 19th *International Die Casting Congress and Exposition* (Minneapolis, 1997), p. 151.
- [118] VENKATESAN, K., SUMMERVILLE, E., AND SUBRAMANIAN, C. Performance of surface-engineered hot forging dies. Tech. rep., Materials Australia, May/June 1998.
- [119] VERGER, L., CONSTANTINESCOU, A., AND CHARKALUK, E. Thermomechanical fatigue design of aluminium components. In *Temperature-Fatigue interaction* (2001), 9th International Spring Meeting (Paris), pp. 293–302.

- [120] VINCENT, L., CALLOCH, S., AND MARQUIS, D. Amélioration des modèles phénoménologiques pour la description du rochet 1D et 2D par la prise en compte de la distorsion du domaine d'élasticité. In *Multi-approches en mécanique des matériaux* (2001), Colloque Mécamat-Aussois, p. 275.
- [121] WU, X., AND XU, L. Computer aided evaluation of thermal fatigue cracks on hot-work tool steel. In *6th International Tooling Conference, Karlstad (Sweden)* (september 2002).
- [122] YEOM, J., WILLIAMS, S., AND PARK, N. Mow cycle fatigue life prediction for waspaloy. *Materials at high temperatures* 19, 3 (2002), 153–161.
- [123] Z-ABA. an additional library for abaqus. Centre Matériaux, ENSMP.
- [124] ZHANG, Z. *Modélisation du compoement cyclique anisotherme d'un acier martensitique 55NiCrMoV7 avec prise en compte du vieillissement*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Mai 2002.
- [125] ZHANG, Z., DELAGNES, D., AND BERNHART, G. Stress-strain behaviour of tool steels under thermomechanical loadings : experiments and modelling. *Proceedings of the 5th International tooling Conference, Leoben* (1999), 250–213.
- [126] ZHANG, Z., DELAGNES, D., AND BERNHART, G. Anisothermal Cyclic Plasticity Modelling of Martensitic Steels. *International Journal of Fatigue* 243 (2002), 635.

Notations employées

Tenseurs

a scalaire (ordre 0)

\vec{a} vecteur (ordre 1)

\underline{a} tenseur d'ordre 2

\underline{a}^T transposé de \underline{a}

$\underline{\underline{a}}$ tenseur d'ordre 4

$\underline{\underline{A}}$ Tenseur d'élasticité de HOOKE (ordre 4)

\underline{I} tenseur unité d'ordre 2

$\underline{\underline{I}}$ tenseur unité d'ordre 4

Opérations sur les tenseurs

La convention sur les indices répétés d'EINSTEIN est utilisée.

$$\underline{x} = \overline{\underline{a}} \cdot \overline{\underline{b}} \quad x = a_i b_i$$

$$\overline{\underline{x}} = \underline{\underline{a}} \overline{\underline{b}} \quad x_i = a_{ij} b_j$$

$$\underline{\underline{x}} = \underline{\underline{a}} \underline{\underline{b}} \quad x_{ij} = a_{ijkh} b_{kh}$$

$$\underline{\underline{x}} = \overline{\underline{a}} \otimes \overline{\underline{b}} \quad x_{ij} = a_i b_j$$

$$\underline{\underline{\underline{x}}} = \underline{\underline{a}} \otimes \underline{\underline{b}} \quad x_{ijkh} = a_{ij} b_{kh}$$

$$x = \underline{\underline{a}} : \underline{\underline{b}} = Tr(\underline{\underline{a}} \underline{\underline{b}}) \quad x = a_{ij} b_{ij}$$

$$\underline{\underline{x}}' = \underline{\underline{x}} - \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{x}}) \underline{\underline{I}} \quad \text{Déviateur}$$

$$J(\underline{\underline{x}}) = \sqrt{\frac{3}{2} Tr(\underline{\underline{x}}'^2)} \quad J(\underline{\underline{x}}) = \sqrt{\frac{3}{2} (x'_{ij} x'_{ij})}$$

$$\langle x \rangle = x H(x) \quad \text{H est la fonction d'HEAVYSIDE}$$

$$\underline{\underline{x}} = \frac{\partial a}{\partial \underline{\underline{b}}} \quad x_{ij} = \frac{\partial a}{\partial b_{ij}}$$

$$\underline{\underline{\underline{x}}} = \frac{\partial a}{\partial \underline{\underline{b}}} \quad x_{ijkh} = \frac{\partial a_{ij}}{\partial b_{kh}}$$

Annexe A

Implantation des modèles dans ABAQUS

Cette partie est consacrée à l'implantation des modèles de comportement dans ABAQUS. Après quelques rappels généraux sur les méthodes numériques utilisés pour l'intégration des équations constitutives des modèles, les développements nécessaires pour implanter les modèles définis dans le chapitre 2 sont présentés en détail, notamment lorsque l'on souhaite utiliser une méthode d'intégration implicite. De nombreux travaux concernent ce sujet [54, 55, 10, 74].

Dans les codes éléments finis, les équations constitutives sont évaluées à chaque point d'intégration pour simuler le comportement du matériau. L'approximation éléments finis des problèmes élastoviscoplastiques conduit :

- d'une part à l'intégration (méthode globale) des équations d'équilibre du problème discrétisé

$$\underline{K}\vec{u} = \vec{F}$$

où \underline{K} correspond à la matrice de rigidité globale, \vec{u} aux déplacements aux nœuds et \vec{F} aux efforts extérieurs.

- d'autre part, ces équations sont combinées à l'intégration locale à l'intérieur de chaque éléments des équations constitutives du modèle de comportement élastoviscoplastique $\dot{\epsilon}_p, \dot{X}, \dot{R}...$

Les méthodes d'intégration numériques permettant la résolution des équations d'équilibre (méthode globale) mais aussi celle des équations constitutives (Schéma d'intégration local) diffèrent suivant les logiciels utilisés [10].

Dans le cadre de cette étude, le solveur d'ABAQUS permet la résolution des équations d'équilibre globales. Les modules Z-MAT et ZebFront utilisent les schémas d'intégration implantés dans Zébulon afin de résoudre les équations constitutives. Deux méthodes locales sont disponibles :

- une méthode explicite de Runge-Kutta
- une méthode implicite (θ -méthode) qui nécessite le calcul de la matrice jacobienne associée au modèle de comportement résolue par la méthode de Newton-Raphson.

Z-MAT ajoute une capacité à fournir des équations constitutives basées sur une formulation en variables thermodynamiques rigoureuses. La tâche numérique première des calculs éléments finis est de fournir la valeur du tenseur des contraintes et des variables d'état à la fin d'un incrément de chargement connaissant les valeurs au début de l'incrément.

Plus précisément, nous pouvons définir un *objet* regroupant :

- les variables d'état (primales) comme la déformation et associées (duales) comme la contrainte.
- un jeu de variables d'état.
- un jeu de variables auxiliaires non nécessairement utilisé dans les calculs mais utiles dans le post traitement.
- des paramètres externes prescrits par l'utilisateur agissant comme un chargement externe, par exemple la température dans un calcul mécanique découplé.
- des paramètres matériau identifiés pour chaque niveau de température.

Les équations constitutives sont exprimées comme un système différentiel du premier ordre, les dérivés des variables d'état étant définies comme des fonctions des variables primales. L'intégration du système peut être fait par des méthodes implicites (θ - méthode ou méthode du point milieu généralisé) ou explicites (méthode de Runge-Kutta avec mise en oeuvre d'un pas de temps adaptatif).

La partie suivante issue du livre *Mécanique non linéaire des matériaux* [15], présente les différentes méthodes utilisées dans le module développeur de Z-MAT afin d'intégrer les modèles de comportement à implanter.

A.1 Présentation générale

Une équation différentielle d'ordre 1 peut se mettre sous la forme :

$$\dot{v}_i = f_i(t, v_1, \dots, v_n), \quad i = 1, \dots, n$$

C'est à dire :

$$\{\dot{v}\} = \{f\}(t, \{v\})$$

La méthode d'Euler est totalement explicite et est très simple à mettre en oeuvre car elle repose uniquement sur la donnée du vecteur $\{v\}$ au temps initial t :

$$\{v\}(t + \Delta t) = \{v\}(t) + \Delta t \{\dot{v}\}(t, \{v\})$$

Toutefois, cette méthode n'est ni précise, ni stable.

A.1.1 Méthode explicite [15]

La méthode de Runge-Kutta est la plus facile à mettre en oeuvre. En utilisant un développement de Taylor, on obtient :

$$\{v\}(t + \Delta t) = \{v\}(t) + \{\dot{v}\}(t)\Delta t + O(\Delta t^2)$$

L'intégration d'Euler donne donc une précision à l'ordre $O(\Delta t^2)$. On peut toutefois effectuer un essai sur le point milieu $(t + \frac{\Delta t}{2})$. On pose :

$$\begin{aligned} \{\delta v_1\} &= \Delta t \{\dot{v}\}(t) \\ \{\delta v_2\} &= \Delta t \{\dot{v}\}(t + \frac{\Delta t}{2}, \{v\}(t) + \frac{1}{2}\{\delta v_1\}) = \Delta t \left(\{\dot{v}\}t + \frac{\Delta t}{2}\{\ddot{v}\}(t) \right) = \{\Delta v_1\} + \frac{\Delta t^2}{2}\{\ddot{v}\}(t) \end{aligned}$$

Le développement de Taylor à l'ordre 2 donne :

$$\{v\}(t + \Delta t) = \{v\}(t) + \{\dot{v}\}(t)\Delta t + \frac{1}{2}\{\ddot{v}\}(t)\Delta t^2 + O(\Delta t^3)$$

Ce qui donne finalement :

$$\{v\}(t + \Delta t) = \{v\}(t) + \{\delta v_2\} + O(\Delta t^3)$$

On a ainsi éliminé le terme du premier ordre en Δt , on obtient alors une méthode du second ordre. La procédure peut être généralisée. Ainsi, une méthode d'ordre 4 s'écrit :

$$\{v\}(t + \Delta t) = \{v\}(t) + \frac{1}{6}\{\delta v_1\} + \frac{1}{3}\{\delta v_2\} + \frac{1}{3}\{\delta v_3\} + \frac{1}{6}\{\delta v_4\} + O(\Delta t^5)$$

avec :

$$\begin{aligned} \{\delta v_1\} &= \Delta t \{\dot{v}\}(t, \{v\}) \\ \{\delta v_2\} &= \Delta t \{\dot{v}\} \left(t + \frac{\Delta t}{2}, \{v\} + \frac{1}{2}\{\delta v_1\} \right) \\ \{\delta v_3\} &= \Delta t \{\dot{v}\} \left(t + \frac{\Delta t}{2}, \{v\} + \frac{1}{2}\{\delta v_2\} \right) \\ \{\delta v_4\} &= \Delta t \{\dot{v}\} \left(t + \Delta t, \{v\} + \frac{1}{2}\{\delta v_3\} \right) \end{aligned}$$

Cette méthode demande 4 évaluations de la fonction $\{\dot{v}\}$ alors que la méthode du second ordre n'en demande que 2. Elle sera donc plus efficace si elle permet un pas de temps deux fois plus grand pour une même précision. Toutefois, ordre élevé ne signifie pas toujours précision élevée. Ainsi, il convient d'employer une méthode à pas adaptatif.

Celle-ci consiste à réaliser de grands pas de temps là où la fonction $\{\dot{v}\}$ varie peu et de raffiner la discrétisation lorsque $\{\dot{v}\}$ varie rapidement.

A.1.2 Méthode implicite ou θ -méthode [15]

Cette méthode est plus difficile à mettre en œuvre car elle nécessite le calcul de la matrice jacobienne associée au modèle de comportement. Cette méthode est en général plus robuste que les méthodes explicites pour les steps considérant des temps importants (durée de vie ...). Le calcul de la matrice jacobienne permet une convergence globale quadratique.

Notons $\{\Delta v\}$ l'incrément du vecteur $\{v\}$ sur le pas de temps $\{\Delta t\}$.

La méthode du point milieu généralisé évalue $\{\Delta v\}$ de la manière suivante ($0 \leq \theta \leq 1$) :

$$\{\Delta v\} = \Delta t \{\dot{v}\}(t + \theta \Delta t)$$

Pour $\theta = 0$, on retrouve le schéma explicite d'Euler. Si $\theta \neq 0$, les équations précédentes doivent être résolues afin de trouver $\{\Delta v\}$ qui les satisfait.

Pour cela, il suffit de résoudre le système non linéaire d'équations suivant :

$$\{R\} = \{\Delta v\} - \Delta t \{\dot{v}\}(t + \theta \Delta t) = \{0\}$$

La méthode de Newton-Raphson est alors utilisée pour laquelle il faut évaluer le jacobien $[J]$ de l'équation précédente.

$$[J] = \frac{\partial \{R\}}{\partial \{\Delta v\}} = [1] - \Delta t \frac{\partial \{\dot{v}\}}{\partial \{\Delta v\}}|_{t+\Delta t}$$

A.2 Mise en œuvre

Afin d'implanter les modèles de comportement dans ABAQUS, le logiciel Z-MAT est utilisé. Les modèles sont ainsi décrits sous forme de *briques* construisant le matériau tel que le critère de charge, l'érouissage cinématique ou isotrope.

Plusieurs briques peuvent ainsi être combinées par l'utilisateur pour fabriquer de nouveaux modèles. Des informations supplémentaires sont disponibles dans la notice utilisateur [123] ou la thèse de FOERCH [54].

Z-MAT peut s'utiliser de 2 façons :

- mode utilisateur, afin d'accéder à la librairie Z-MAT, un fichier matériaux doit être créé, les liens avec ABAQUS s'effectue ensuite à l'aide des mots clés utilisés habituellement pour générer un UMAT.
- mode développeur (ZebFront), où la programmation se fait en C++ qui utilise des commandes définies par ZebFront permettant la déclaration des modèles et de leurs variables (scalaires, tensorielles d'ordre 2 ou 4). Ceci permet d'écrire les différentes équations sous forme tensorielle, éliminant ainsi un grand nombre de boucles de programmation.

D'un point de vue intégration des modèles, les deux méthodes (explicite et implicite) sont accessibles dans le mode utilisateur.

Concernant le mode développeur, la méthode explicite est la plus facile à mettre en œuvre car seule la définition des équations d'évolution du modèle est demandée. La méthode implicite est beaucoup plus complexe à mettre en œuvre. Sur chaque incrément de temps Δt , les équations constitutives du modèle sont écrites en terme d'incrément supposés des variables d'état, ce qui définit la matrice résiduelle. Pour des raisons de convergence, celle-ci doit être proche de zéro. Les termes diagonaux de cette matrice sont toujours initialisées à l'unité. Comme le jeu d'équation sera résolu par l'algorithme de Newton-Raphson pour trouver l'incrément des variables d'état, on doit aussi spécifier les dérivées partielles de la matrice résiduelle de chaque variable.

Les variables C++ sont automatiquement générées avec les noms :

- $f_vec_varname$ pour la matrice résiduelle.
- $dvarnamei_dvarnamej$ pour les dérivées partielles.

Ceci permet l'assemblage de la matrice jacobienne et forme un système résolu à chaque itération.

Les deux parties suivantes présentent des éléments de calculs permettant la constitution des matrices résiduelle et jacobienne des deux modèles de comportement qui font l'objet de cette étude.

A.2.1 Implantation numérique du modèle de l'ONERA

rappel : lois d'état et équations d'évolution du modèle

Cette partie est suffisante pour la méthode explicite. Une intégration de type Runge-Kutta avec pas de temps adaptatif nécessite seulement l'expression des équations d'évolution du modèle.

Notons : $\underline{X} = \sum_{i=1}^3 \underline{X}_i$ et $R = \sum_{i=0}^2 R_i$.

- Lois d'état :

$$\underline{\sigma} = \underline{A} \underline{\varepsilon}_e$$

$$\underline{X}_i = \frac{2}{3} C_i \underline{\alpha}_i \quad i = 1, 2, 3$$

$$R_i = b_i Q_i r_i; \text{ pour } : i = 1, 2 \quad Q_1 = Q_{1\infty} (1 - e^{-2\mu q})$$

- Surface de charge : $f = J(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R$

- Effet visqueux : $\dot{p} = \dot{v} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n$

- Loi isotrope : $\dot{r}_i = \dot{v} (1 - b_i r_i) \quad i = 1, 2;$

- Loi cinématique :

$$\dot{\underline{\alpha}}_i = \dot{v} (\underline{n} - D_i \underline{\alpha}_i) - \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{\underline{\alpha}_i}{J(\underline{\alpha}_i)} \left\langle \frac{C_i J(\underline{\alpha}_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \quad i = 1, 2 \text{ car } : J(\underline{X}_i) = \frac{2}{3} C_i J(\underline{\alpha}_i)$$

$$\dot{\underline{\alpha}}_3 = \dot{\underline{\varepsilon}}_p - D_3 \dot{v} \underline{\alpha}_3 = \dot{v} (\underline{n} - D_3 \underline{\alpha}_3)$$

- Déformation plastique : $\dot{\underline{\varepsilon}}_p = \dot{v} \underline{n}$

- Normale unitaire à la surface de charge : $\underline{n} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\sigma}' - \underline{X}'}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})}$

- Surface de non écrouissage : $F = \frac{2}{3} J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi}) - q$

- Effet mémoire du trajet des déformations plastiques :

$$\dot{q} = \eta H(F) \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \dot{v}$$

$$\dot{\underline{\xi}} = \sqrt{\frac{3}{2}}(1 - \eta)H(F) < \underline{n} : \underline{n}^* > \underline{n}^* \dot{v}$$

$$- \text{ Normale unitaire à la surface de non écrouissage : } \underline{n}^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi}}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})}$$

Matrices résiduelle et jacobienne

Cette partie est nécessaire pour l'implémentation d'une méthode d'intégration implicite (θ -méthode). L'algorithme de Newton-Raphson est utilisé pour résoudre le système suivant implicite en terme d'incrément de variables internes, pour un incrément de déformation mécanique et un incrément de temps donnés :

$$R_e = \Delta \varepsilon_e - \Delta \varepsilon_t + \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \underline{n} = 0$$

$$R_v = \Delta v - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \Delta t = 0$$

$$R_{\alpha_i} = \Delta \alpha_i - \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \underline{n} - D_i \alpha_i \right) \Delta v + \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i - 1} \frac{\alpha_i}{J(\alpha_i)} \left\langle \frac{C_i J(\alpha_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \Delta t$$

$$R_{\alpha_3} = \Delta \alpha_3 - \Delta v \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \underline{n} - D_3 \alpha_3 \right)$$

$$R_{r_1} = \Delta r_1 - \Delta v (1 - b_1 r_1)$$

$$R_{r_2} = \Delta r_2 - \Delta v (1 - b_2 r_2)$$

$$R_q = \Delta q - \eta H(F) < \underline{n} : \underline{n}^* > \Delta v$$

$$R_{\underline{\xi}} = \Delta \underline{\xi} - \sqrt{\frac{3}{2}}(1 - \eta)H(F) < \underline{n} : \underline{n}^* > \underline{n}^* \Delta v$$

Dans le système d'équations précédent, les variables internes comme α_i sont exprimées comme $\alpha_i(t) + \theta \Delta \alpha_i$. Le système final peut s'avérer tout à fait complexe.

La matrice jacobienne suivante est assemblée pour former le système d'équations résolu à chaque itération de Newton-Raphson :

$$\begin{pmatrix} R_e \\ R_v \\ R_{\alpha_1} \\ R_{\alpha_2} \\ R_{\alpha_3} \\ R_{r_1} \\ R_{r_2} \\ R_q \\ R_{\underline{\xi}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta v} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \alpha_3} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta r_1} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta r_2} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \underline{\xi}} \\ \frac{\partial R_v}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_v}{\partial \Delta v} & \frac{\partial R_v}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_v}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_v}{\partial \Delta \alpha_3} & \frac{\partial R_v}{\partial \Delta r_1} & \frac{\partial R_v}{\partial \Delta r_2} & \frac{\partial R_v}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_v}{\partial \Delta \underline{\xi}} \\ \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta v} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \alpha_3} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta r_1} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta r_2} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \underline{\xi}} \\ \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta v} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \alpha_3} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta r_1} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta r_2} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \underline{\xi}} \\ \frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta v} & \frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta \alpha_3} & \frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta r_1} & \frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta r_2} & \frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta \underline{\xi}} \\ \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta v} & \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta \alpha_3} & \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta r_1} & \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta r_2} & \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta \underline{\xi}} \\ \frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta v} & \frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta \alpha_3} & \frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta r_1} & \frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta r_2} & \frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta \underline{\xi}} \\ \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta v} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \alpha_3} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta r_1} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta r_2} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \underline{\xi}} \\ \frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta v} & \frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta \alpha_3} & \frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta r_1} & \frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta r_2} & \frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta \underline{\xi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \varepsilon_e \\ \Delta v \\ \Delta \alpha_1 \\ \Delta \alpha_2 \\ \Delta \alpha_3 \\ \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \Delta q \\ \Delta \underline{\xi} \end{pmatrix}$$

Le calcul des termes composant la matrice jacobienne donne les résultats suivants, le détail des calculs est présenté en compléments :

pour R_e :

$$\frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\underline{I} - \frac{3}{2} \underline{n} \otimes \underline{n}}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})} \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = \underline{I} + \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \theta \underline{A} \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta v} = \sqrt{\frac{3}{2}} \underline{n} \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta \alpha_i} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \theta C_i \Delta v \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta r_i} = 0 \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta q} = \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \xi} = 0$$

pour R_v :

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \theta \frac{\underline{n}}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \underline{n} \underline{A} \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta v} = 1 + \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \frac{\underline{n}}{K} \Delta t (b_1 \theta Q_1 e^{-b_1 v} + b_2 \theta Q_2 e^{-b_2 v}) \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta \alpha_i} = \sqrt{\frac{2}{3}} \theta C_i \frac{\underline{n}}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \underline{n} \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta r_1} = b_1 \theta Q_1 \frac{\underline{n}}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta r_2} = b_2 \theta Q_2 \frac{\underline{n}}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta q} = -2\mu \theta b_1 r_1 \Delta t (Q_1 - Q_{1\infty}) \frac{\underline{n}}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1}$$

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta \xi} = 0$$

pour R_{α_i} :

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \theta \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \underline{A} \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta v} = -\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \underline{n} - D_i \underline{\alpha}_i\right); \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \alpha_j} = \sqrt{\frac{2}{3}} \theta C_j \Delta v \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \quad i \neq j \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \alpha_i} = & \underline{I} + \theta \left(\sqrt{\frac{2}{3}} C_i \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} + D_i \underline{I} \right) \Delta v + \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \theta \frac{\underline{I}}{J(\underline{\alpha}_i)} \left\langle \frac{C_i J(\underline{\alpha}_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \Delta t \\ & - \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{3}{2} \theta \frac{1}{J(\underline{\alpha}_i)^3} \left\langle \frac{C_i J(\underline{\alpha}_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \Delta t \underline{\alpha}_i \otimes \underline{\alpha}_i \\ & + \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{3}{2} \theta \frac{m_i C_i}{M_i J(\underline{\alpha}_i)^2} \left\langle \frac{C_i J(\underline{\alpha}_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i-1} \Delta t \underline{\alpha}_i \otimes \underline{\alpha}_i \quad i = 1, 2 \quad \text{tenseur d'ordre 4} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial R_{\alpha_3}}{\partial \Delta \alpha_3} = \underline{I} + \theta \left(\sqrt{\frac{2}{3}} C_3 \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} + D_3 \underline{I} \right) \Delta v \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \xi} = \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta q} = \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta r_1} = \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta r_2} = 0$$

pour R_{r_i} :

$$\frac{\partial R_{r_i}}{\partial \Delta \varepsilon_e} = 0 \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta v} = -(1 - b_1 r_1) \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta v} = -(1 - b_2 r_2) \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_{r_i}}{\partial \Delta \alpha_j} = 0 \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, 3$$

$$\frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta r_1} = 1 + b_1 \theta \Delta v \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta r_2} = 1 + b_2 \theta \Delta v \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_{r_i}}{\partial \Delta r_j} = 0 \quad i \neq j$$

$$\frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta q} = \frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta \xi} = 0$$

$$\frac{\partial R_{r_1}}{\partial \Delta q} = 0$$

$$\frac{\partial R_{r_2}}{\partial \Delta \xi} = 0$$

pour R_q :

$$\frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \varepsilon_p} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \theta \left(\frac{\underline{I} - \underline{n}^* \otimes \underline{n}^*}{J(\varepsilon_p - \xi)} \right)$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta \varepsilon_e} = -\eta H(F) \Delta v \left(\theta \underline{n}^* \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \underline{A} - \underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \right) \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta v} = -\eta H(F) \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta \alpha_i} = \frac{2}{3} \theta C_i \eta H(F) \Delta v \underline{n}^* \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}}; \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta r_i} = 0; \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta q} = 1 \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \theta \left(\frac{\underline{I} - \underline{n}^* \otimes \underline{n}^*}{J(\varepsilon_p - \xi)} \right) = \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \varepsilon_e} \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta \xi} = -\eta H(F) \Delta v \underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

pour R_ξ :

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \varepsilon_e} = -\sqrt{\frac{3}{2}} (1 - \eta) H(F) \Delta v \left(\underline{n}^* \otimes \left(\underline{n}^* \frac{\partial \underline{n}}{\partial \Delta \varepsilon_e} \right) + \underline{n}^* \otimes \left(\underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \varepsilon_e} \right) + \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \varepsilon_e} \right) \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta v} = -\sqrt{\frac{3}{2}} (1 - \eta) H(F) \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \underline{n}^* \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \alpha_i} = \sqrt{\frac{2}{3}} \theta C_i (1 - \eta) H(F) \Delta v \underline{n}^* \otimes \left(\underline{n}^* \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \right) \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta r_i} = 0 \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta q} = 0$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \xi} = \underline{I} - \sqrt{\frac{3}{2}}(1 - \eta)H(F) \left(\underline{n}^* \otimes \underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} + \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \right) \Delta v \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

A.2.2 Compléments :

pour R_e :

(a) :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \right)_{ijkh} &= \frac{\partial n_{ij}}{\partial \sigma_{kh}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\partial}{\partial \sigma_{kh}} \left(\frac{\sigma'_{ij} - X'_{ij}}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})} \right) \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})} \frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial \sigma_{kh}} - \frac{\sigma'_{ij} - X'_{ij}}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})^2} \frac{\partial J(\underline{\sigma} - \underline{X})}{\partial \sigma_{kh}} \right) \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})} \left(\delta_{ik} \delta_{jh} - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial \sigma_{kh}} \left(\sum_{l=1}^3 \sigma_{ll} \right) \delta_{ij} \right) - \frac{\sigma'_{ij} - X'_{ij}}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})^2} \left(\frac{3}{2} \frac{\sigma'_{kh} - X'_{kh}}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})} \right) \right) \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})} \left(\left(\delta_{ik} \delta_{jh} - \frac{1}{3} \delta_{kh} \delta_{ij} \right) - n_{ij} n_{kh} \right) \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})} \left(\frac{2}{3} I_{ijkh} - (\underline{n} \otimes \underline{n})_{ijkh} \right) \end{aligned}$$

Ainsi, on a :

$$\frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\underline{I} - \frac{3}{2} \underline{n} \otimes \underline{n}}{J(\underline{\sigma} - \underline{X})}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} &= \underline{I} + \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \frac{\partial \underline{n}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} \\ &= \underline{I} + \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} \quad \text{avec} \quad \underline{\sigma} = \underline{A} \underline{\varepsilon}_e \\ &= \underline{I} + \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \theta \underline{A} \quad \text{car} \quad \frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = \frac{\partial (\underline{A}(\underline{\varepsilon}_e + \theta \Delta \underline{\varepsilon}_e))}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} \end{aligned}$$

(b) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \frac{\partial \underline{n}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} \\ &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial X_i}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} \quad \text{car} : \quad \frac{\partial \underline{n}}{\partial X_i} = -\frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \\ &= -\sqrt{\frac{2}{3}} \theta C_i \Delta v \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{car} : \quad \underline{X}_i = \frac{2}{3} C_i (\underline{\alpha}_i + \theta \Delta \underline{\alpha}_i) \quad \text{et} : \quad \frac{\partial X_i}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} = \frac{2}{3} \theta C_i \end{aligned}$$

pour R_v :

(a) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial R_v}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} &= -\frac{n}{K^n} \langle f \rangle^{n-1} \Delta t \frac{\partial f}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} \\ &= -\frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e}\end{aligned}$$

Donc :

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \theta \frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \underline{n} \underline{A}$$

(b) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial R_v}{\partial \Delta v} &= 1 - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \frac{n}{K} \Delta t \frac{\partial f}{\partial \Delta v} \\ &= 1 - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \frac{n}{K} \Delta t \left(\frac{\partial f}{\partial R_1} \frac{\partial R_1}{\partial \Delta v} + \frac{\partial f}{\partial R_2} \frac{\partial R_2}{\partial \Delta v} \right)\end{aligned}$$

D'où :

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta v} = 1 + \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \frac{n}{K} \Delta t (b_1 \theta Q_1 e^{-b_1 v} + b_2 \theta Q_2 e^{-b_2 v})$$

(c) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial R_v}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} &= -\frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \frac{\partial f}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} \\ &= -\frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \frac{\partial f}{\partial \underline{X}_i} \frac{\partial \underline{X}_i}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} \\ &= \frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \frac{2}{3} \theta C_i\end{aligned}$$

Donc :

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} = \sqrt{\frac{2}{3}} \theta C_i \frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \underline{n} \quad i = 1, 2, 3$$

(d) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial R_v}{\partial \Delta r_i} &= -\frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \frac{\partial f}{\partial \Delta r_i} \\ &= -\frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \frac{\partial f}{\partial R_i} \frac{\partial R_i}{\partial \Delta r_i}\end{aligned}$$

Donc :

$$\frac{\partial R_v}{\partial \Delta r_i} = \theta b_i Q_i \frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \text{ pour } : i = 1, 2$$

pour $\underline{R_{\alpha_i}}$:

(a) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \varepsilon_e} &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \frac{\partial n}{\partial \Delta \varepsilon_e} \\ &= -\theta \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta v \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}} \underline{A}\end{aligned}$$

(b) :

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \alpha_j} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\partial n}{\partial \Delta \alpha_j} \Delta v$$

Or, on a en outre :

$$\frac{\partial n}{\partial \Delta \alpha_i} = \frac{\partial n}{\partial \underline{X}} \frac{\partial \underline{X}}{\partial \Delta \alpha_i} = -\frac{2}{3} C_i \theta \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}}$$

Donc, il vient :

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \alpha_j} = \theta C_j \sqrt{\frac{2}{3}} \Delta v \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}} \quad i \neq j$$

De plus, pour $i = j$

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \alpha_i} = \underline{I} - \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\partial n}{\partial \Delta \alpha_i} - D_i \theta \underline{I} \right) \Delta v - \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{\partial}{\partial \Delta \alpha_i} \left(\frac{\alpha_i}{J(\alpha_i)} \left\langle \frac{C_i J(\alpha_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \right) \Delta t$$

Explicitons le dernier terme, notons $\underline{\alpha}_i = \underline{\alpha}$, $C_i = C$, $m_i = m$ et $M_i = M$.

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial}{\partial \Delta \alpha} \left(\frac{\alpha}{J(\alpha)} \left\langle \frac{CJ(\alpha)}{M} \right\rangle^m \right) \right)_{ijkh} = \frac{\partial}{\partial \Delta \alpha_{kh}} \left(\frac{\alpha_{ij}}{J(\alpha)} \left\langle \frac{CJ(\alpha)}{M} \right\rangle^m \right) \\ &= \theta \frac{\delta_{ik} \delta_{jh}}{J(\alpha)} \left\langle \frac{CJ(\alpha)}{M} \right\rangle^m + \alpha_{ij} \frac{\partial}{\partial \Delta \alpha_{kh}} \left(\frac{1}{J(\alpha)} \right) \left\langle \frac{CJ(\alpha)}{M} \right\rangle^m + \frac{\alpha_{ij}}{J(\alpha)} \frac{mC}{M} \left\langle \frac{CJ(\alpha)}{M} \right\rangle^{m-1} \frac{\partial J(\alpha)}{\partial \Delta \alpha_{kh}} \\ &= \theta \frac{I_{ijkh}}{J(\alpha)} \left\langle \frac{CJ(\alpha)}{M} \right\rangle^m - \frac{3}{2} \theta \frac{1}{J(\alpha)^3} \left\langle \frac{CJ(\alpha)}{M} \right\rangle^m (\underline{\alpha} \otimes \underline{\alpha})_{ijkh} + \left\langle \frac{CJ(\alpha)}{M} \right\rangle^{m-1} \frac{3}{2} \theta \frac{mC}{M} \frac{1}{J(\alpha)^2} (\underline{\alpha} \otimes \underline{\alpha})_{ijkh}\end{aligned}$$

Il vient :

$$\frac{\partial}{\partial \Delta \underline{\alpha}} \left(\frac{\underline{\alpha}}{J(\underline{\alpha})} \left\langle \frac{CJ(\underline{\alpha})}{M} \right\rangle^m \right) = \theta \underline{I} \frac{1}{J(\underline{\alpha})} \left\langle \frac{CJ(\underline{\alpha})}{M} \right\rangle^m - \frac{3\theta}{2J(\underline{\alpha})^3} \left\langle \frac{CJ(\underline{\alpha})}{M} \right\rangle^m \underline{\alpha} \otimes \underline{\alpha} + \frac{3\theta}{2} \left\langle \frac{CJ(\underline{\alpha})}{M} \right\rangle^{m-1} \frac{mC}{M} \frac{1}{J(\underline{\alpha})^2} \underline{\alpha} \otimes \underline{\alpha}$$

D'où le résultat :

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} &= \underline{I} + \theta \left(\sqrt{\frac{2}{3}} C_i \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}} + D_i \underline{I} \right) \Delta v + \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \theta \frac{\underline{I}}{J(\underline{\alpha}_i)} \left\langle \frac{C_i J(\underline{\alpha}_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \Delta t - \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{3}{2} \theta \frac{1}{J(\underline{\alpha}_i)^3} \left\langle \frac{C_i J(\underline{\alpha}_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \Delta t \underline{\alpha}_i \otimes \underline{\alpha}_i \\ \underline{\alpha}_i + \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{3}{2} \theta \frac{m_i C_i}{M_i J(\underline{\alpha}_i)^2} \left\langle \frac{C_i J(\underline{\alpha}_i)}{M_i} \right\rangle^{m_i-1} \Delta t \underline{\alpha}_i \otimes \underline{\alpha}_i \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

pour R_q :

(a) :

$$\frac{\partial}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} (\underline{n} : \underline{n}^*) = \theta \left(\underline{n}^* \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}} \underline{A} \right) + \underline{n} \frac{\partial n^*}{\partial \Delta \underline{\xi}}$$

(b) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} &= -\eta H(F) \Delta v \underline{n}^* \frac{\partial n}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} \\ &= \frac{2}{3} \eta \theta H(F) \Delta v C_i \underline{n}^* \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}} \end{aligned}$$

(c) :

Explicitons d'abord le terme suivant :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial n^*}{\partial \Delta \underline{\xi}} \right)_{ijkh} &= \frac{\partial n_{ij}^*}{\partial \Delta \xi_{kh}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\partial}{\partial \Delta \xi_{kh}} \left(\frac{(\varepsilon_{p_{ij}} - \xi_{ij})}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} \right) \\ &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\theta}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} \delta_{ik} \delta_{jh} - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})^2} (\varepsilon_{p_{ij}} - \xi_{ij}) \frac{\partial J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})}{\partial \Delta \xi_{kh}} \\ &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\theta}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} I_{ijkh} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})^2} (\varepsilon_{p_{ij}} - \xi_{ij}) \frac{\partial J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})}{\partial \Delta \varepsilon_{p_{kh}}} \\ &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\theta}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} I_{ijkh} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})^2} (\varepsilon_{p_{ij}} - \xi_{ij}) \frac{3}{2} \frac{\theta}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} (\varepsilon_{p_{kh}} - \xi_{kh}) \\ &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\theta}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} I_{ijkh} + \sqrt{\frac{3}{2}} \theta n_{ij}^* n_{kh}^* \frac{1}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} \\ &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\theta}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} (I_{ijkh} - n_{ij}^* n_{kh}^*) \end{aligned}$$

Ainsi, on obtient :

$$\frac{\partial n^*}{\partial \Delta \underline{\xi}} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\theta}{J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi})} (\underline{I} - \underline{n}^* \otimes \underline{n}^*)$$

Ce qui définit l'expression suivante :

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta \underline{\xi}} = -\eta H(F) \Delta v \underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \underline{\xi}}$$

pour \underline{R}_ξ :

(a) :

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e} = -\sqrt{\frac{3}{2}}(1-\eta)H(F)\frac{\partial}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e}\left(\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \underline{n}^*\right)\Delta v$$

Explicitons la dérivée partielle :

$$\frac{\partial}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e}\left(\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \underline{n}^*\right) = \underline{n}^* \otimes \left(\underline{n}^* \frac{\partial \underline{n}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e}\right) + \underline{n}^* \otimes \left(\underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e}\right) + \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_e}$$

(b) :

Notons $\underline{\alpha}_i = \underline{\alpha}$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \underline{\alpha}} = -\sqrt{\frac{3}{2}}(1-\eta)H(F)\frac{\partial}{\partial \Delta \underline{\alpha}}\left(\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \underline{n}^*\right)\Delta v$$

Explicitons la dérivée partielle :

$$\frac{\partial}{\partial \Delta \underline{\alpha}}\left(\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \underline{n}^*\right) = \underline{n}^* \otimes \left(\underline{n}^* \frac{\partial \underline{n}}{\partial \Delta \underline{\alpha}}\right)$$

Ce qui implique :

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \underline{\alpha}_i} = \frac{2}{3}\theta C_i(1-\eta)H(F)\Delta v \underline{n}^* \otimes \underline{n}^* \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\alpha}}$$

(c) :

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \underline{\xi}} = \underline{I} - \sqrt{\frac{3}{2}}(1-\eta)H(F)\Delta v \frac{\partial}{\partial \Delta \underline{\xi}}\left(\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \underline{n}^*\right)$$

Explicitons la dérivée partielle :

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial}{\partial \Delta \underline{\xi}} \left(\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \underline{n}^* \right) \right)_{ijkh} &= \frac{\partial}{\partial \Delta \xi_{kh}} \left(\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle n_{ij}^* \right) = \frac{\partial}{\partial \Delta \xi_{kh}} \left(\sum_{u,v} n_{uv} n_{uv}^* n_{ij}^* \right) \\
&= \sum_{u,v} n_{uv} \left(\left(\frac{\partial n_{ij}^*}{\partial \Delta \xi} \right)_{uvkh} + n_{uv}^* \left(\frac{\partial n_{ij}^*}{\partial \Delta \xi} \right)_{ijkh} \right) \\
&= \left(\underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \right)_{kh} n_{ij}^* + \left(\frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \right)_{ijkh} \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \\
&= \left(\underline{n}^* \otimes \left(\underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \right) \right)_{ijkh} + \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \left(\frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \right)_{ijkh}
\end{aligned}$$

Finalement :

$$\frac{\partial R_{\underline{\xi}}}{\partial \Delta \underline{\xi}} = \underline{I} - \sqrt{\frac{3}{2}} (1 - \eta) H(F) \Delta v \left(\underline{n}^* \otimes \left(\underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \right) + \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \right)$$

Un exemple d'application est présenté sur les figures A.1 et A.2 en simulant quelques cycles de fatigue relaxation. La vitesse de sollicitation est de $\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$ avec un temps de maintien en traction de 50 s. Les coefficients utilisés sont ceux de l'acier 55NiCrMoV7 à 500° C de l'étape 3 du modèle de l'ONERA.

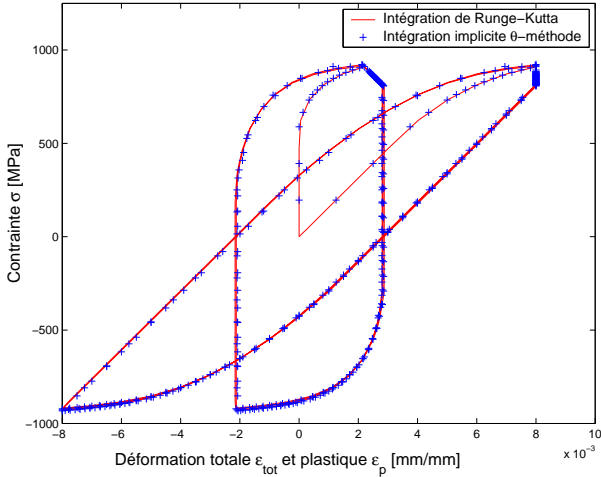


FIG. A.1 – Comparaison des méthodes d'intégration implicite (θ -méthode) et explicite (Runge-Kutta) : réponse contrainte - déformation

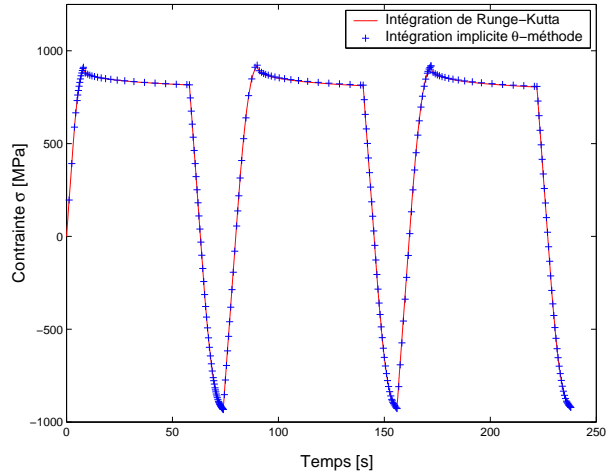


FIG. A.2 – Comparaison des méthodes d'intégration implicite (θ -méthode) et explicite (Runge-Kutta) : réponse contrainte - temps

A.2.3 Implantation numérique du modèle 2M1C

De manière analogue au modèle de l'ONERA, voici les développements nécessaires pour implanter le modèle 2M1C dans Z-FRONT.

rappel : lois d'état et équations d'évolution du modèle

Comme précédemment, cette partie est suffisante pour la méthode explicite. Une intégration de type Runge-Kutta avec pas de temps adaptatif nécessite seulement l'expression des équations d'évolution du modèle.

Notons : $\underline{X} = \sum_{i=1}^2 \underline{X}_i$ et $R = \sum_{i=0}^2 R_i$.

- Lois d'état :

$$\underline{\sigma} = \underline{A} \underline{\varepsilon}_e; \quad \underline{\sigma}_i = A_i \underline{\sigma}; \quad i = 1, 2;$$

$$\underline{X}_i = \frac{2}{3}(C_{ii}\underline{\alpha}_i + C_{ij}\underline{\alpha}_j) \quad i = 1, 2$$

$$R_i = b_i Q_i r_i; \quad \text{pour } i = 1, 2 \quad Q_1 = Q_{1\infty}(1 - e^{-2\mu q})$$

- Surface de charge : $f = \sqrt{J(\underline{\sigma}_1 - \underline{X}_1)^2 + J(\underline{\sigma}_2 - \underline{X}_2)^2} - R$

- Multiplicateur : $\dot{\lambda} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n$

- Loi isotrope : $\dot{r}_i = \dot{\lambda}(1 - b_i r_i) \quad i = 1, 2;$

- Loi cinématique :

$$\dot{\underline{\alpha}}_i = \dot{\lambda} \left(\underline{n}_i - \frac{D_i}{C_{ii}} (C_{ii}\underline{\alpha}_i + C_{ij}\underline{\alpha}_j) \right) - \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{C_{ii}\underline{\alpha}_i + C_{ij}\underline{\alpha}_j}{J(C_{ii}\underline{\alpha}_i + C_{ij}\underline{\alpha}_j)} \left\langle \frac{J(C_{ii}\underline{\alpha}_i + C_{ij}\underline{\alpha}_j)}{M_i} \right\rangle^{m_i}$$

$i = 1, 2$

- Déformation plastique : $\dot{\underline{\varepsilon}}_{in} = \dot{\lambda}(A_1 \underline{n}_1 + A_2 \underline{n}_2)$

$$\text{avec } \underline{n}_i = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}_i} = \frac{3}{2} \frac{\underline{\sigma}_i' - \underline{X}_i'}{\sqrt{J(\underline{\sigma}_1 - \underline{X}_1)^2 + J(\underline{\sigma}_2 - \underline{X}_2)^2}} \quad i = 1, 2$$

- Normale unitaire à la surface de charge :

$$\underline{n} = \frac{\partial f / \partial \underline{\sigma}}{\|\partial f / \partial \underline{\sigma}\|} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{A_1(\underline{\sigma}_1' - \underline{X}_1') + A_2(\underline{\sigma}_2' - \underline{X}_2')}{\sqrt{A_1^2 J(\underline{\sigma}_1 - \underline{X}_1)^2 + A_2^2 J(\underline{\sigma}_2 - \underline{X}_2)^2 + 3A_1 A_2 (\underline{\sigma}_1' - \underline{X}_1') : (\underline{\sigma}_2' - \underline{X}_2')}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{N_n}{D_n};$$

- Surface de non écoulement : $F = \frac{2}{3} J(\underline{\varepsilon}_p - \underline{\xi}) - q$

- Effet mémoire du trajet des déformations plastiques :

$$\dot{q} = \eta H(F) < \underline{n} : \underline{n}^* > \dot{\lambda}$$

$$\dot{\underline{\xi}} = \sqrt{\frac{3}{2}} (1 - \eta) H(F) < \underline{n} : \underline{n}^* > \underline{n}^* \dot{\lambda}$$

- Normale unitaire à la surface de non écoulement : $\underline{n}^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\varepsilon}_{in} - \underline{\xi}}{J(\underline{\varepsilon}_{in} - \underline{\xi})}$

Matrices résiduelle et jacobienne

$$\underline{R}_e = \Delta \underline{\varepsilon}_e - \Delta \underline{\varepsilon}_t + \Delta \underline{\varepsilon}_{in} = \Delta \underline{\varepsilon}_e - \Delta \underline{\varepsilon}_t + A_1 \Delta \underline{\varepsilon}_1 + A_2 \Delta \underline{\varepsilon}_2 = \Delta \underline{\varepsilon}_e - \Delta \underline{\varepsilon}_t + \Delta \lambda (A_1 \underline{n}_1 + A_2 \underline{n}_2) = 0$$

$$\underline{R}_\lambda = \Delta \lambda - \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \Delta t = 0$$

$$\underline{R}_{\alpha_i} = \Delta \underline{\alpha}_i - \left(\underline{n}_i - \frac{D_i}{C_{ii}} (C_{ii}\underline{\alpha}_i + C_{ij}\underline{\alpha}_j) \right) \Delta \lambda + \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{C_{ii}\underline{\alpha}_i + C_{ij}\underline{\alpha}_j}{J(C_{ii}\underline{\alpha}_i + C_{ij}\underline{\alpha}_j)} \left\langle \frac{J(C_{ii}\underline{\alpha}_i + C_{ij}\underline{\alpha}_j)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \Delta t$$

$$\underline{R}_{q_1} = \Delta q_1 - \Delta \lambda (1 - b_1 q_1)$$

$$\underline{R}_{q_2} = \Delta q_2 - \Delta \lambda (1 - b_2 q_2)$$

$$\underline{R}_q = \Delta q - \eta H(F) < \underline{n} : \underline{n}^* > \Delta \lambda$$

$$\underline{R}_\xi = \Delta \underline{\xi} - \sqrt{\frac{3}{2}} (1 - \eta) H(F) < \underline{n} : \underline{n}^* > \underline{n}^* \Delta \lambda$$

Dans le système d'équations précédent, les variables internes comme $\underline{\alpha}_i$ sont exprimées

comme $\underline{\alpha}_i(t) + \theta \Delta \underline{\alpha}_i$. Le système final peut s'avérer tout à fait complexe.

La matrice jacobienne suivante est assemblée pour former le système d'équations résolu à chaque itération de Newton-Raphson :

$$\begin{pmatrix} \underline{R}_e \\ R_\lambda \\ \underline{R}_{\alpha_1} \\ \underline{R}_{\alpha_2} \\ R_{q_1} \\ R_{q_2} \\ R_q \\ \underline{R}_\xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \lambda} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta q_1} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta q_2} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \xi} \\ \frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta \lambda} & \frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta q_1} & \frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta q_2} & \frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta \xi} \\ \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \lambda} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta q_1} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta q_2} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{\alpha_1}}{\partial \Delta \xi} \\ \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \lambda} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta q_1} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta q_2} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{\alpha_2}}{\partial \Delta \xi} \\ \frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta \lambda} & \frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta q_1} & \frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta q_2} & \frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta \xi} \\ \frac{\partial R_{q_2}}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_{q_2}}{\partial \Delta \lambda} & \frac{\partial R_{q_2}}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_{q_2}}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_{q_2}}{\partial \Delta q_1} & \frac{\partial R_{q_2}}{\partial \Delta q_2} & \frac{\partial R_{q_2}}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_{q_2}}{\partial \Delta \xi} \\ \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \lambda} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta q_1} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta q_2} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_q}{\partial \Delta \xi} \\ \frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \varepsilon_e} & \frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \lambda} & \frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \alpha_1} & \frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \alpha_2} & \frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta q_1} & \frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta q_2} & \frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta q} & \frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \xi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \varepsilon_e \\ \Delta \lambda \\ \Delta \alpha_1 \\ \Delta \alpha_2 \\ \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q \\ \Delta \xi \end{pmatrix}$$

Le calcul des termes composant la matrice jacobienne s'effectue de manière analogue au modèle de l'ONERA :

pour \underline{R}_e :

$$\frac{\partial n_i}{\partial \sigma_i} = \frac{\underline{I} - \underline{n}_i \otimes \underline{n}_i}{\sqrt{J(\sigma_1 - \underline{X}_1)^2 + J(\sigma_2 - \underline{X}_2)^2}} \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial \sigma_j} = -\frac{\underline{n}_i \otimes \underline{n}_j}{\sqrt{J(\sigma_1 - \underline{X}_1)^2 + J(\sigma_2 - \underline{X}_2)^2}} \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta \varepsilon_e} = \underline{I} + \Delta \lambda \left(A_1^2 \frac{\partial n_1}{\partial \sigma_1} + A_1 A_2 \frac{\partial n_1}{\partial \sigma_2} + A_1 A_2 \frac{\partial n_2}{\partial \sigma_1} + A_2^2 \frac{\partial n_2}{\partial \sigma_2} \right) \underline{A} \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta \lambda} = A_1 \underline{n}_1 + A_2 \underline{n}_2 \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta \alpha_i} = -\frac{2}{3} \theta A_1 \Delta \lambda \left(C_{ii} \frac{\partial n_1}{\partial \sigma_i} + C_{ij} \frac{\partial n_1}{\partial \sigma_j} \right) - \frac{2}{3} \theta A_2 \Delta \lambda \left(C_{ii} \frac{\partial n_2}{\partial \sigma_i} + C_{ij} \frac{\partial n_2}{\partial \sigma_j} \right) \quad i = 1, 2 \quad i \neq j \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta q_i} = 0 \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \Delta q} = \frac{\partial R_e}{\partial \Delta \xi} = 0$$

pour R_λ :

$$\frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta \varepsilon_e} = -\theta \frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \left(A_1 \underline{n}_1 + A_2 \underline{n}_2 \right) \underline{A} \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta \lambda} = 1 + \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \frac{n}{K} \Delta t \theta (b_1 Q_1 e^{-b_1 \lambda} + b_2 Q_2 e^{-b_2 \lambda}) \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta \alpha_i} = \frac{2}{3} \theta \frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \left(C_{ii} \underline{n}_i + C_{ij} \underline{n}_j \right) \quad i = 1, 2 \quad i \neq j \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta q_i} = b_i \theta Q_i \frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} \Delta t \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta q} = 2\mu b_1 q_1 \theta \Delta t \frac{n}{K} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^{n-1} (Q_{1\infty} - Q_1)$$

$$\frac{\partial R_\lambda}{\partial \Delta \xi} = 0$$

pour R_{α_i} :

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \varepsilon_e} = -\Delta \lambda \left(A_i \frac{\partial n_i}{\partial \sigma_i} + A_j \frac{\partial n_i}{\partial \sigma_j} \right) \theta \underline{A} \quad i, j = 1, 2 \quad i \neq j \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \lambda} = - \left(n_i - \frac{D_i}{C_{ii}} \left(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j \right) \right); \quad i = 1, 2 \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial \left(J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \right)}{\partial \Delta \alpha_i} = \frac{3}{2} \theta C_{ii} \frac{C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j}{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)}$$

$$\frac{\partial \left(J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \right)}{\partial \Delta \alpha_j} = \frac{3}{2} \theta C_{ij} \frac{C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j}{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \alpha_j} &= - \left(\frac{\partial n_i}{\partial \Delta \alpha_i} - \frac{D_i}{C_{ii}} C_{ij} \theta \underline{I} \right) \Delta \lambda + \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \theta \frac{C_{ij} \underline{I}}{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)} \left\langle \frac{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \Delta t \\ &\quad - \theta \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{3}{2} \left\langle \frac{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)}{M_i} \right\rangle^{m_i-1} \frac{C_{ij}}{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)^3} (C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \otimes (C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \Delta t \\ &\quad + \frac{m_i}{M_i} \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \frac{3}{2} \left\langle \frac{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)}{M_i} \right\rangle^{m_i-1} \frac{\theta C_{ij}}{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)^2} (C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \otimes (C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \Delta t; \\ &\quad i \neq j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \alpha_i} &= \underline{I} - \left(\frac{\partial n_i}{\partial \Delta \alpha_i} - D_i \theta \underline{I} \right) \Delta \lambda + \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \theta \frac{C_{ii} \underline{I}}{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)} \left\langle \frac{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \Delta t \\ &\quad - \frac{3}{2} \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \theta \left\langle \frac{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)}{M_i} \right\rangle^{m_i} \frac{C_{ii}}{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)^3} (C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \otimes (C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \Delta t \\ &\quad + \frac{3}{2} \left(\frac{2}{3} \right)^{m_i-1} \theta \frac{m_i}{M_i} \left\langle \frac{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)}{M_i} \right\rangle^{m_i-1} \frac{C_{ii}}{J(C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j)^2} (C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \otimes (C_{ii} \underline{\alpha}_i + C_{ij} \underline{\alpha}_j) \Delta t; \\ &\quad i = 1, 2 \quad \text{tenseur d'ordre 4} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta \xi} = \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta q} = \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta r_1} = \frac{\partial R_{\alpha_i}}{\partial \Delta r_2} = 0$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial \Delta \alpha_i} = -\frac{2}{3} \theta \left(C_{ii} \frac{\partial n_i}{\partial \sigma_i} + C_{ij} \frac{\partial n_i}{\partial \sigma_j} \right) \quad i = 1, 2 \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial \Delta \alpha_j} = -\frac{2}{3} \theta \left(C_{ij} \frac{\partial n_i}{\partial \sigma_i} + C_{jj} \frac{\partial n_i}{\partial \sigma_j} \right) \quad i, j = 1, 2 \quad i \neq j \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

pour R_{q_i} :

$$\frac{\partial R_{q_i}}{\partial \Delta \varepsilon_e} = 0 \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta \lambda} = -(1 - b_1 q_1) \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta \lambda} = -(1 - b_2 q_2) \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_{q_i}}{\partial \Delta \alpha_j} = 0 \quad i = 1, 2; j = 1, 2, 3$$

$$\frac{\partial R_{q_1}}{\partial \Delta q_1} = 1 + b_1 \theta \Delta \lambda \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_{q_2}}{\partial \Delta q_2} = 1 + b_2 \theta \Delta \lambda \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_{q_i}}{\partial \Delta q_j} = 0 \quad i \neq j$$

$$\frac{\partial R_{q_i}}{\partial \Delta q} = \frac{\partial R_{q_i}}{\partial \Delta \xi} = 0 \quad i = 1, 2$$

pour R_q :

$$\frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}} = A_1 \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}_1} + A_2 \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}_2}$$

$$\frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}_i} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{(D_n)^2} \left(\frac{2}{3} A_i D_n \underline{I} - \left(A_1 (\underline{\sigma}_1' - \underline{X}_1') + A_2 (\underline{\sigma}_2' - \underline{X}_2') \right) \otimes \frac{\partial}{\partial \underline{\sigma}_i} (D_n) \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\sigma}_i} (D_n) = \frac{\frac{3}{2} A_i^2 (\underline{\sigma}_i' - \underline{X}_i') + A_1 A_2 (\underline{\sigma}_j' - \underline{X}_j')}{D_n}; \quad i \neq j$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta \varepsilon_e} = -\eta H(F) \frac{\partial}{\partial \Delta \varepsilon_e} (\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle) \Delta \lambda$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta \varepsilon_e} (\langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle) = \left(\underline{n}^* \frac{\partial n}{\partial \Delta \varepsilon_e} + n \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \varepsilon_e} \right)$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta \lambda} = -\eta H(F) \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta \alpha_i} = \frac{2}{3} \theta \eta H(F) \Delta \lambda \underline{n}^* \left(C_{ii} \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}_i} + C_{ij} \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}_j} \right); \quad i = 1, 2; i \neq j \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta q_i} = 0; \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta q} = 1 \quad \text{scalaire}$$

$$\frac{\partial n^*}{\partial \Delta \xi} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \theta \frac{\underline{I} - \underline{n}^* \otimes \underline{n}^*}{J(\varepsilon_p - \xi)} \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_q}{\partial \Delta \xi} = -\eta H(F) \Delta v \underline{n} \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

pour R_ξ :

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \varepsilon_e} = -\sqrt{\frac{3}{2}} (1-\eta) H(F) \Delta \lambda \left(\underline{n}^* \otimes \left(\underline{n}^* \frac{\partial n}{\partial \Delta \varepsilon_e} \right) + \underline{n}^* \otimes \left(n \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \varepsilon_e} \right) + \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \varepsilon_e} \right) \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \lambda} = -\sqrt{\frac{3}{2}} (1-\eta) H(F) \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \underline{n}^* \quad \text{tenseur d'ordre 2}$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \alpha_i} = \sqrt{\frac{2}{3}} (1-\eta) H(F) \Delta \lambda \theta \left(\underline{n}^* \otimes \left(\underline{n}^* \left(C_{ii} \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}_i} + C_{ij} \frac{\partial n}{\partial \underline{\sigma}_j} \right) \right) \right) \quad i = 1, 2 \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta q_i} = 0 \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta q} = 0$$

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \Delta \xi} = \underline{I} - \sqrt{\frac{3}{2}} (1-\eta) H(F) \left(\underline{n}^* \otimes n \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} + \langle \underline{n} : \underline{n}^* \rangle \frac{\partial \underline{n}^*}{\partial \Delta \xi} \right) \Delta \lambda \quad \text{tenseur d'ordre 4}$$

De manière analogue au modèle de l'ONERA, les figures A.3 et A.4 illustrent les réponses fournies par le modèle *2M1C* pour les deux types de méthodes d'intégration locale dans les mêmes conditions.

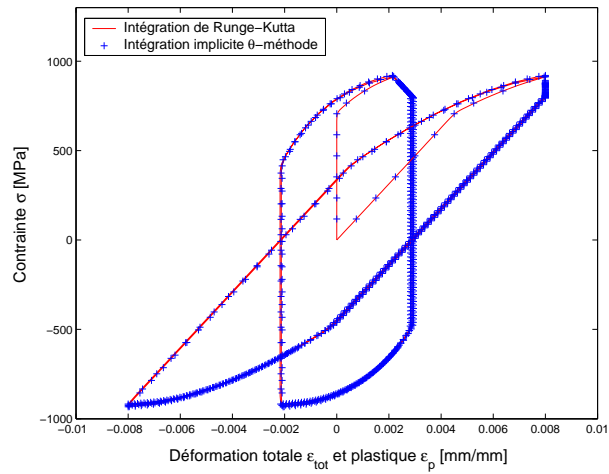


FIG. A.3 – Comparaison des méthodes d'intégration implicite (θ -méthode) et explicite (Runge-Kutta) : réponse contrainte - déformation

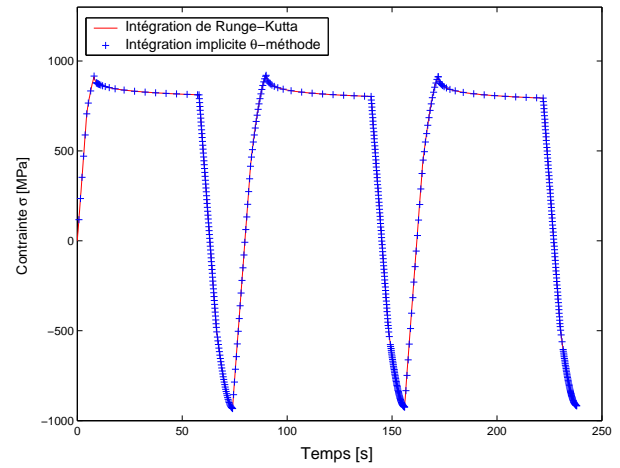


FIG. A.4 – Comparaison des méthodes d'intégration implicite (θ -méthode) et explicite (Runge-Kutta) : réponse contrainte - temps

Annexe B

Résultats d'identification complémentaires fournis par le modèle $2M1C$

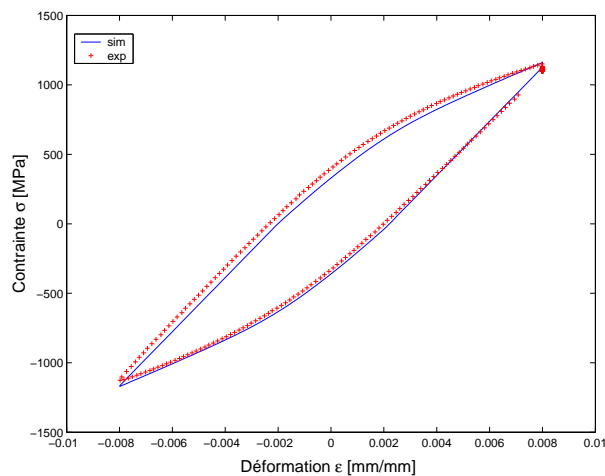


FIG. B.1 – Comparaison calcul-expérience des cycles de fatigue relaxation 600 s à la température de 200° C pour l'acier $X38CrMoV5$

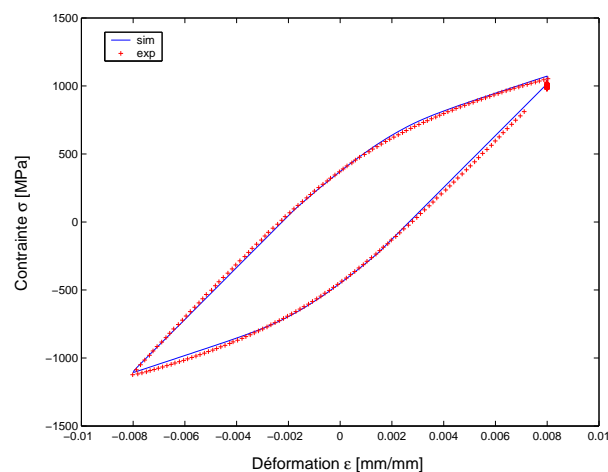


FIG. B.2 – Comparaison calcul-expérience des cycles de fatigue relaxation 600 s à la température de 300° C pour l'acier $X38CrMoV5$

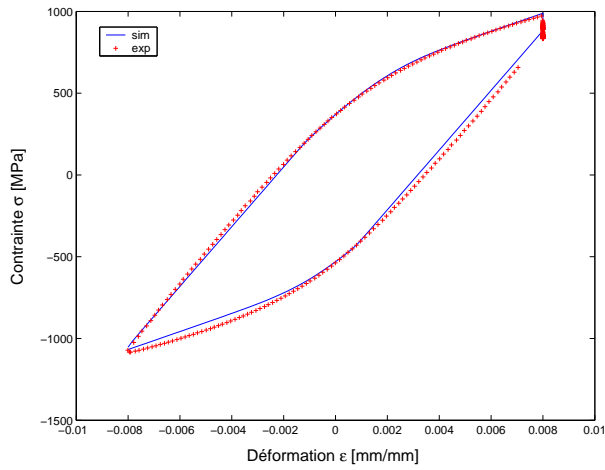


FIG. B.3 – Comparaison calcul-expérience des cycles de fatigue relaxation 600 s à la température de 400° C pour l'acier X38CrMoV5

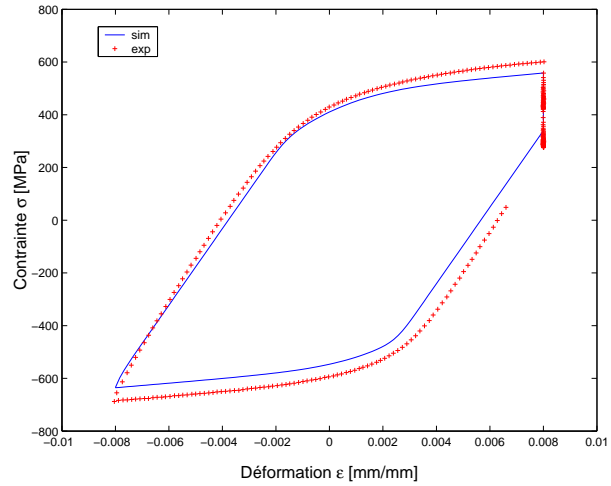


FIG. B.4 – Comparaison calcul-expérience des cycles de fatigue relaxation 600 s à la température de 600° C pour l'acier X38CrMoV5

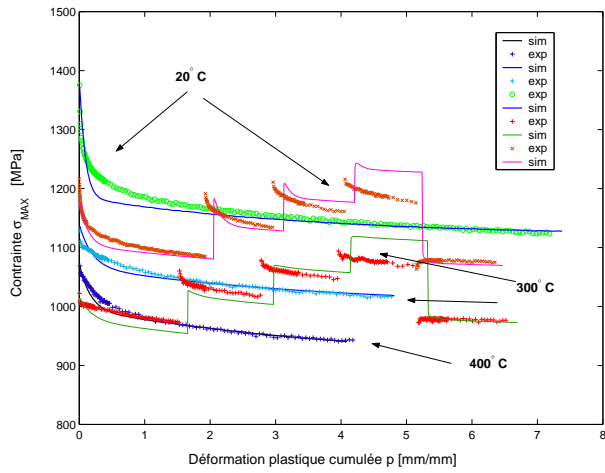


FIG. B.5 – Adoucissement cyclique de l'acier 55NiCrMoV7

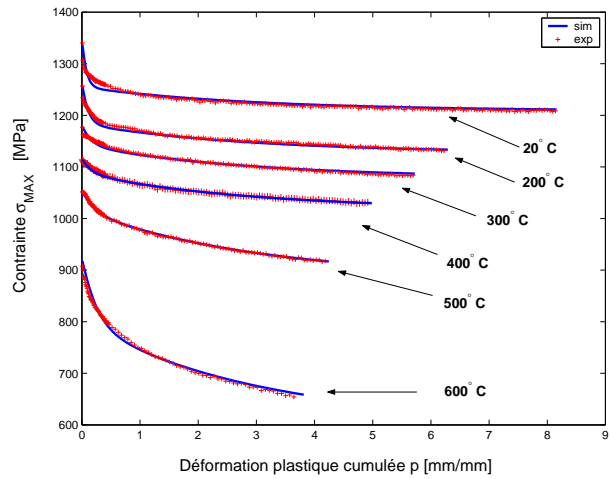


FIG. B.6 – Adoucissement cyclique de l'acier X38CrMoV5

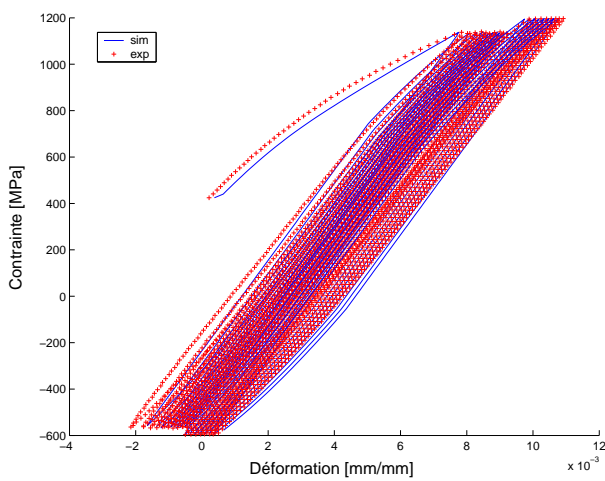


FIG. B.7 – Comparaison calcul-expérience des cycles en contrainte à la température de 200° C pour l'acier X38CrMoV5

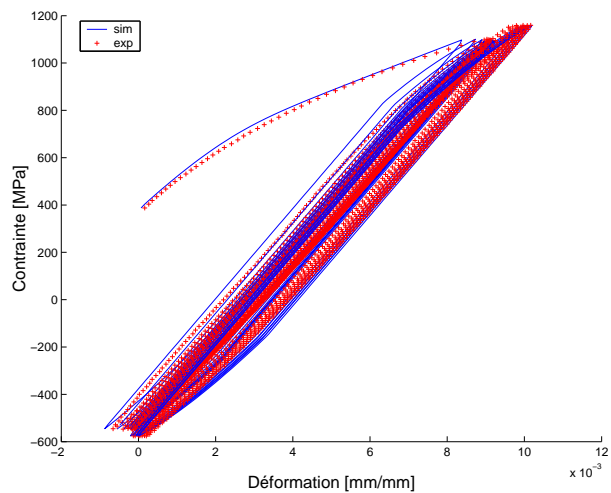


FIG. B.8 – Comparaison calcul-expérience des cycles en contrainte à la température de 300° C pour l'acier X38CrMoV5

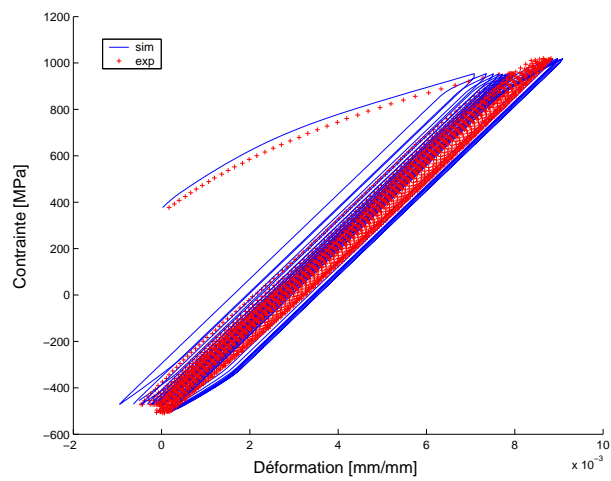


FIG. B.9 – Comparaison calcul-expérience des cycles en contrainte à la température de $400^{\circ}C$ pour l'acier *X38CrMoV5*

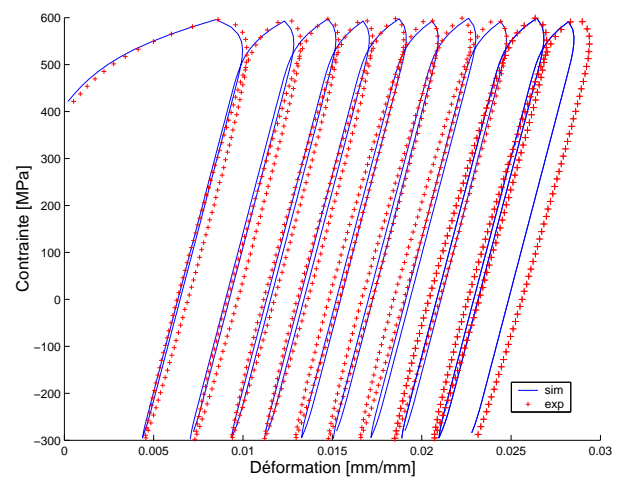


FIG. B.10 – Comparaison calcul-expérience des cycles en contrainte à la température de $600^{\circ}C$ pour l'acier *X38CrMoV5*

Annexe C

Evolution des coefficients avec la température

Évolutions des paramètres en fonction de la température pour le modèle de l'ONERA et l'acier $55NiCrMoV7$

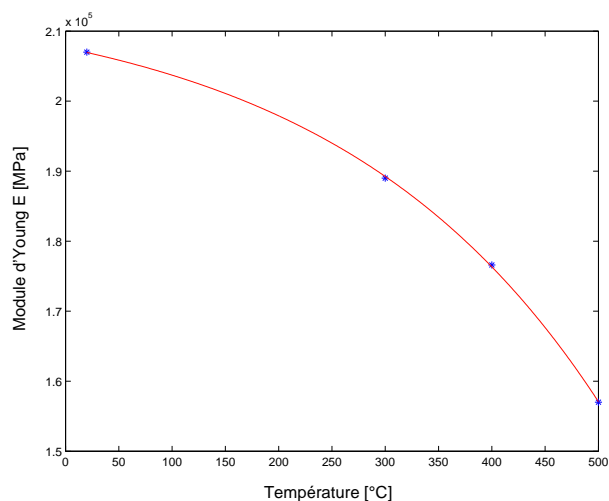


FIG. C.1 – Évolution du module d'Young en fonction de la température

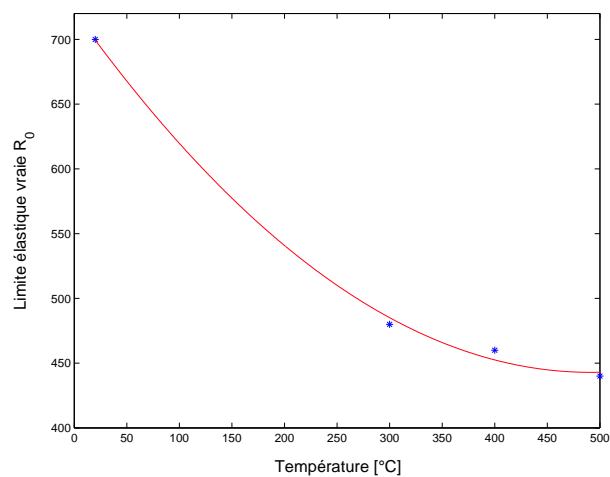


FIG. C.2 – Évolution de la limite élastique en fonction de la température

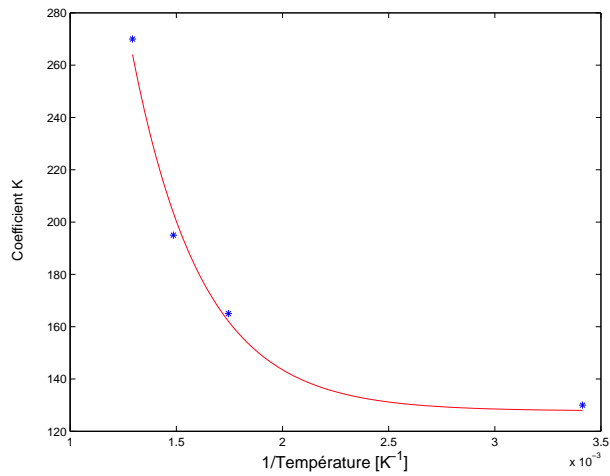


FIG. C.3 – Évolution du coefficient de viscosité K en fonction de la température

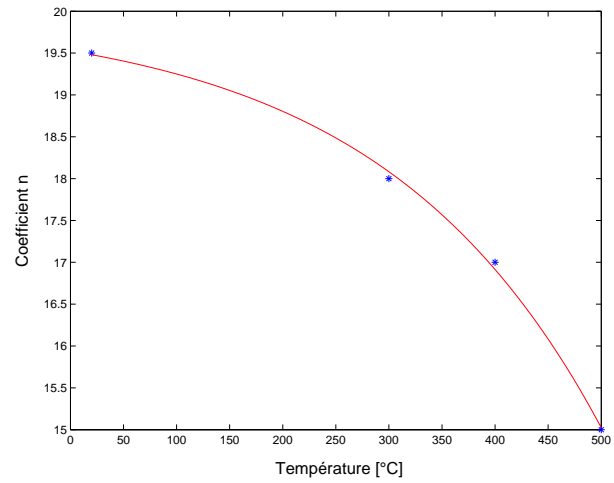


FIG. C.4 – Évolution du coefficient de viscosité n en fonction de la température

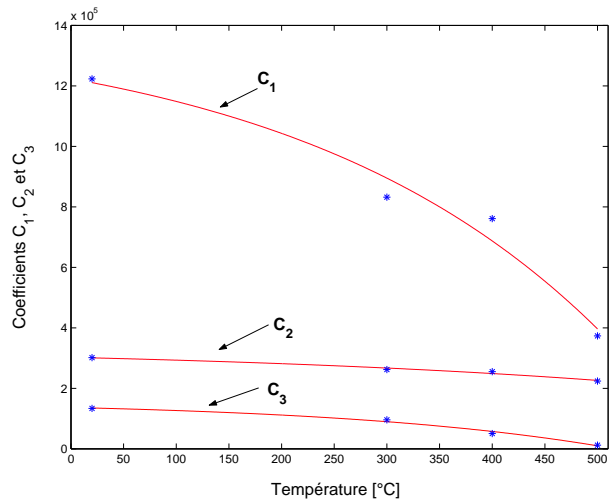


FIG. C.5 – Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température

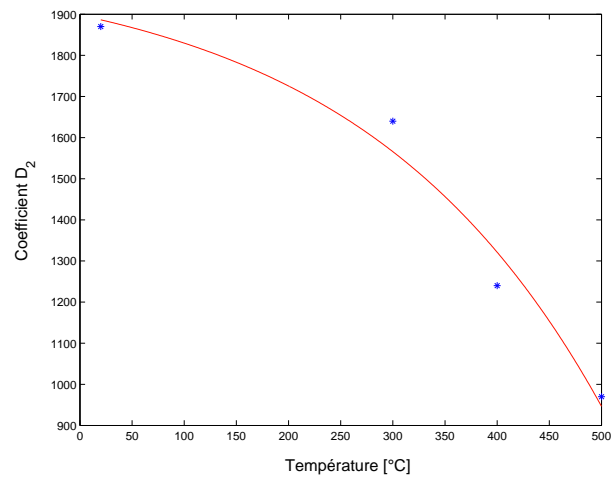


FIG. C.6 – Évolution du terme de recourvance dynamique en fonction de la température

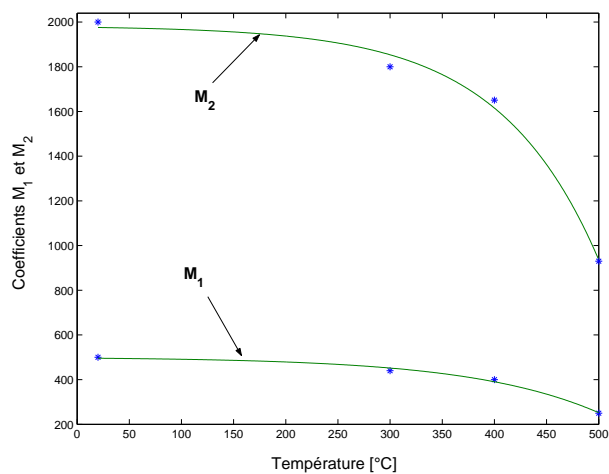


FIG. C.7 – Évolution des termes de recourance statique en fonction de la température

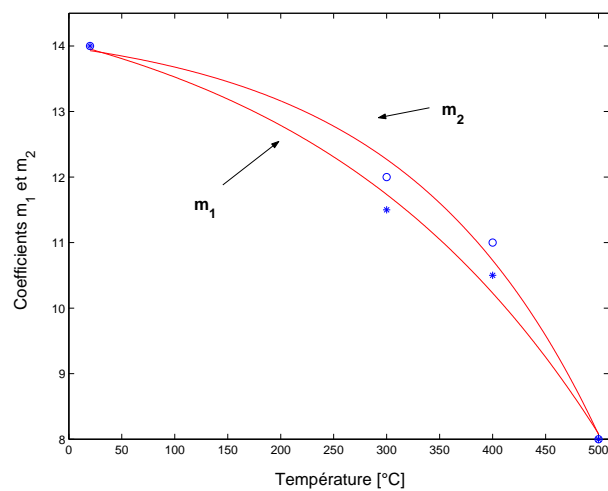


FIG. C.8 – Évolution des termes de recourance statique en fonction de la température

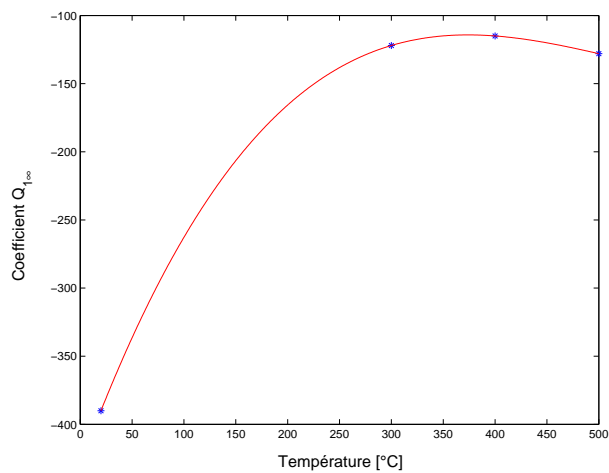


FIG. C.9 – Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température

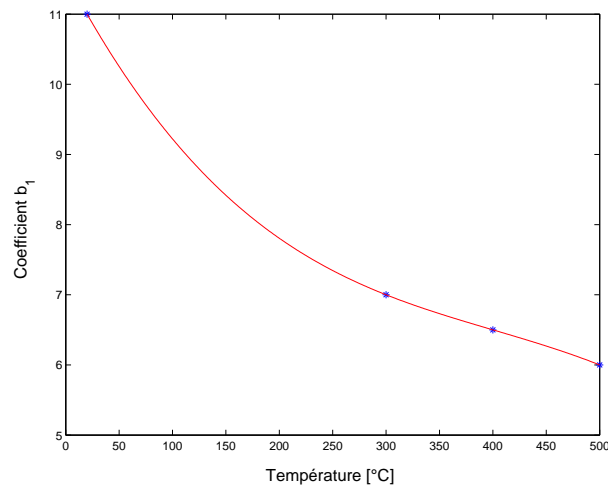


FIG. C.10 – Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température

Évolutions des paramètres en fonction de la température pour le modèle 2M1C et l'acier 55NiCrMoV7

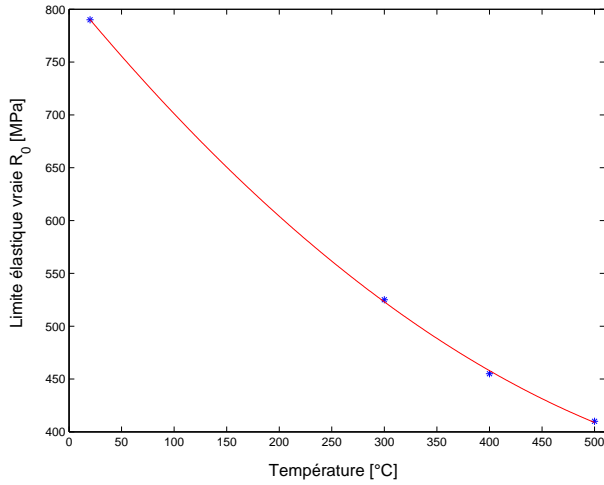


FIG. C.11 – Évolution de la limite élastique en fonction de la température

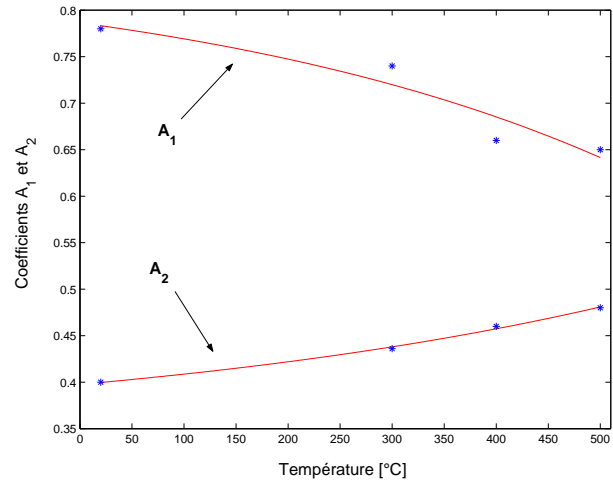


FIG. C.12 – Évolution des paramètres A_1 et A_2 en fonction de la température

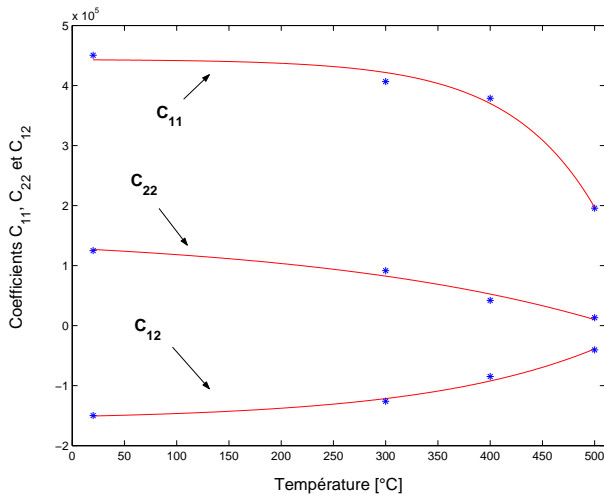


FIG. C.13 – Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température

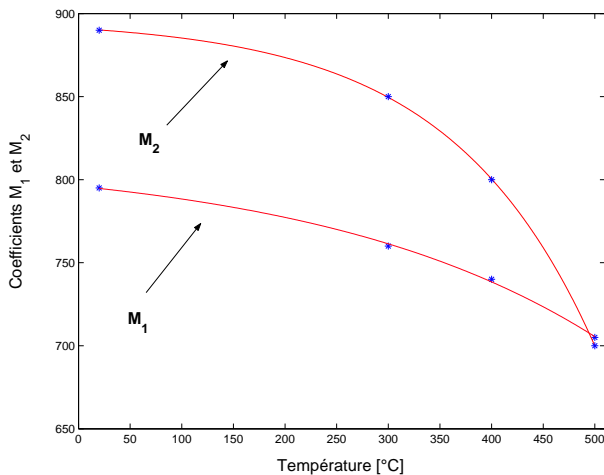


FIG. C.14 – Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température

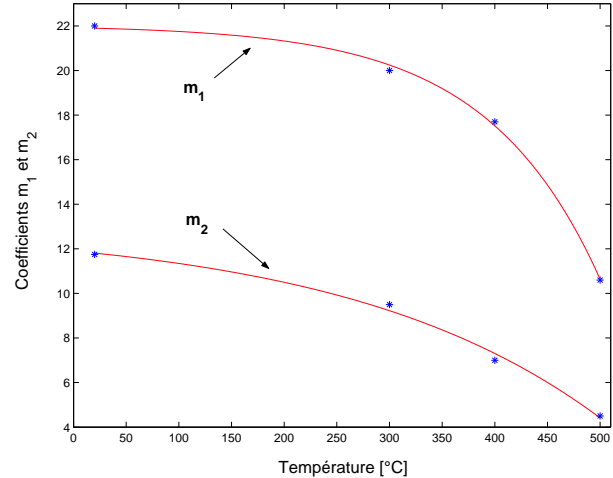


FIG. C.15 – Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température

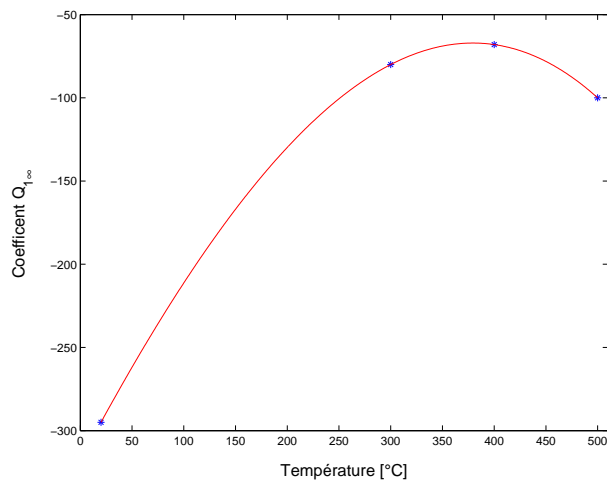


FIG. C.16 – Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température

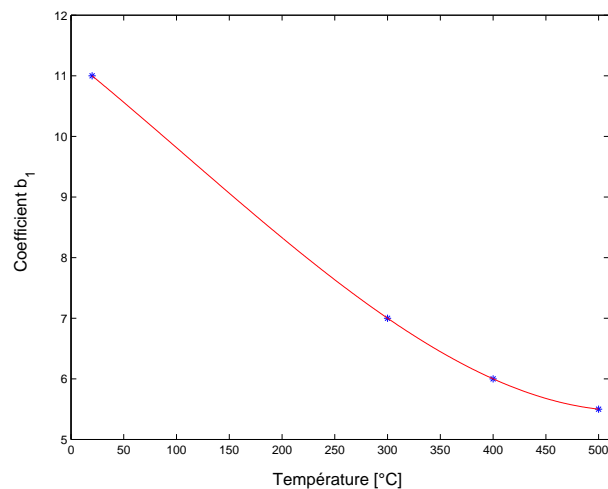


FIG. C.17 – Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température

Évolutions des paramètres en fonction de la température pour le modèle de l'ONERA et l'acier $X38CrMoV5$

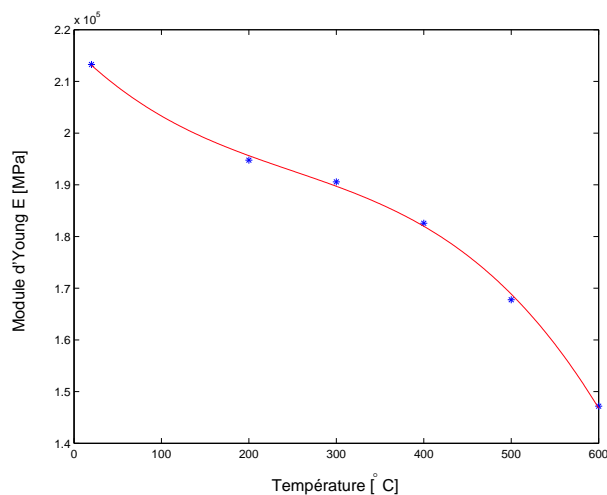


FIG. C.18 – Evolution du module d'Young en fonction de la température

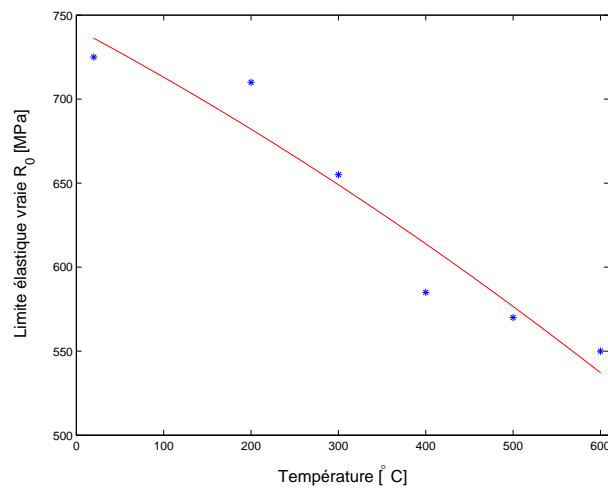


FIG. C.19 – Évolution de la limite élastique en fonction de la température

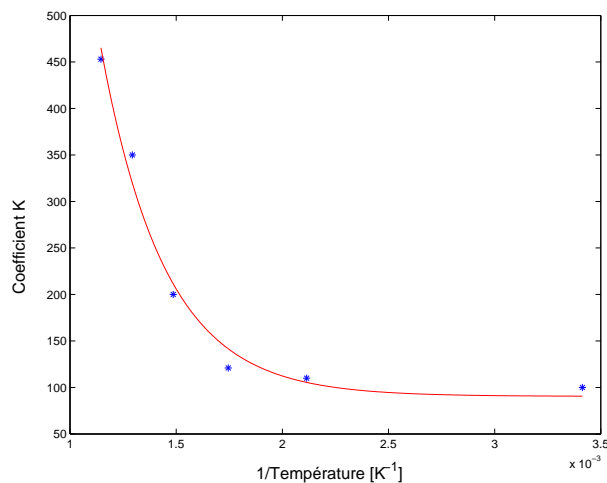


FIG. C.20 – Évolution du coefficient de viscosité K en fonction de la température

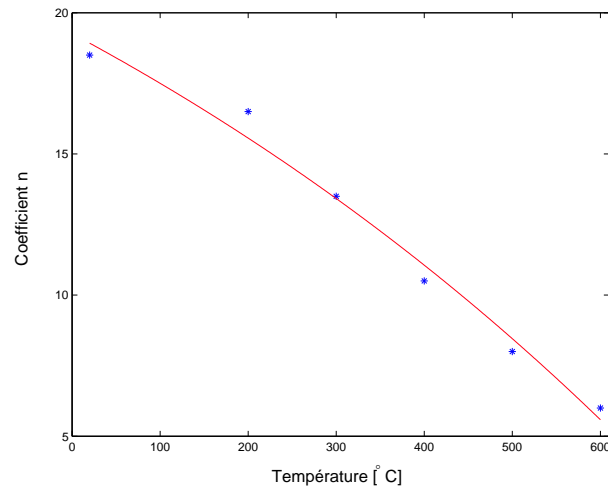


FIG. C.21 – Évolution du coefficient de viscosité n en fonction de la température

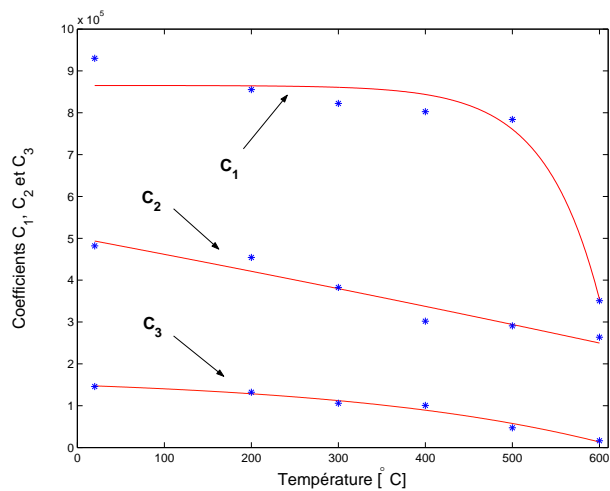


FIG. C.22 – Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température

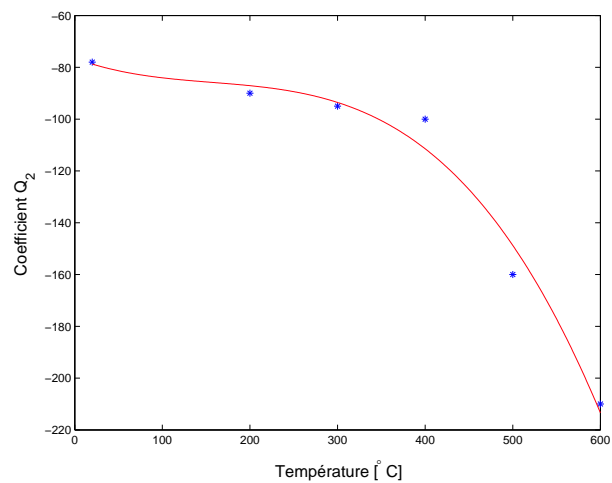


FIG. C.23 – Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température

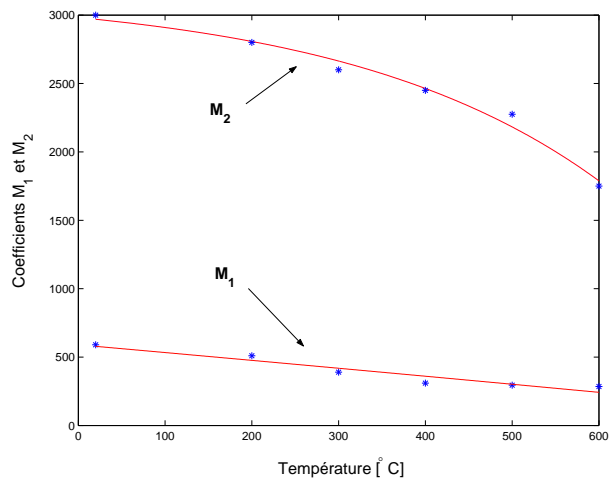


FIG. C.24 – Évolution des termes de recouvrement statique en fonction de la température

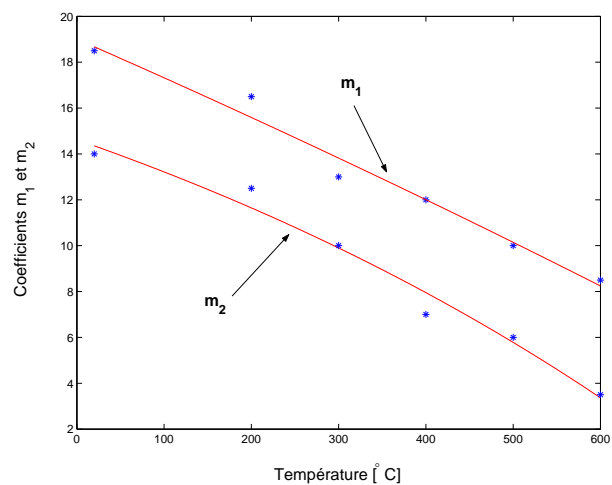


FIG. C.25 – Évolution des termes de recouvrement statique en fonction de la température

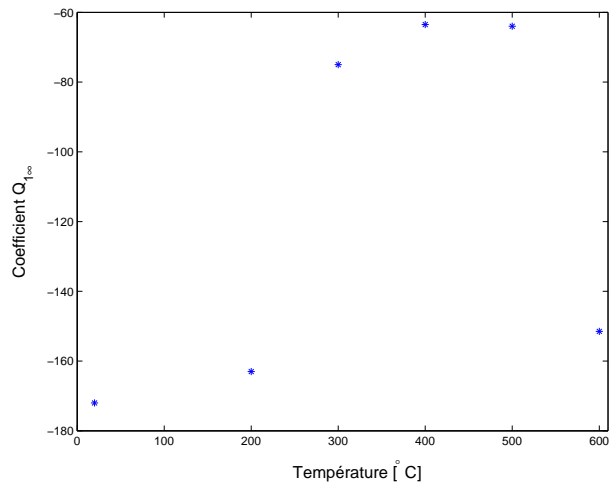


FIG. C.26 – Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température

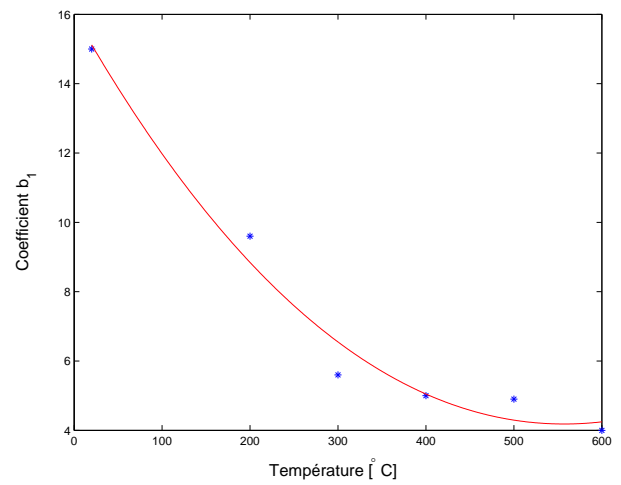


FIG. C.27 – Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température

Évolutions des paramètres en fonction de la température pour le modèle 2M1C et l'acier $X38CrMoV5$

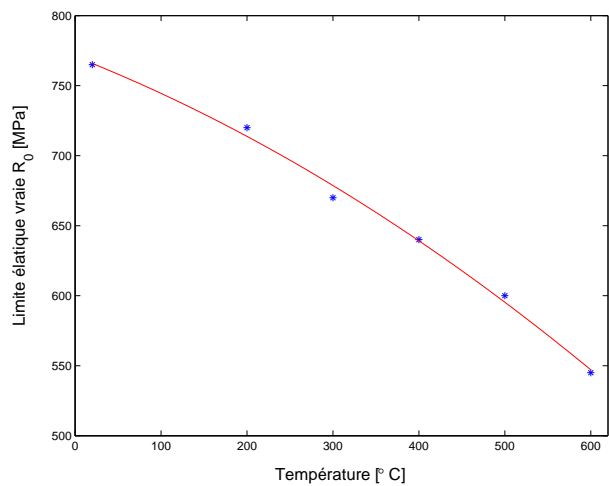


FIG. C.28 – Évolution de la limite élastique en fonction de la température

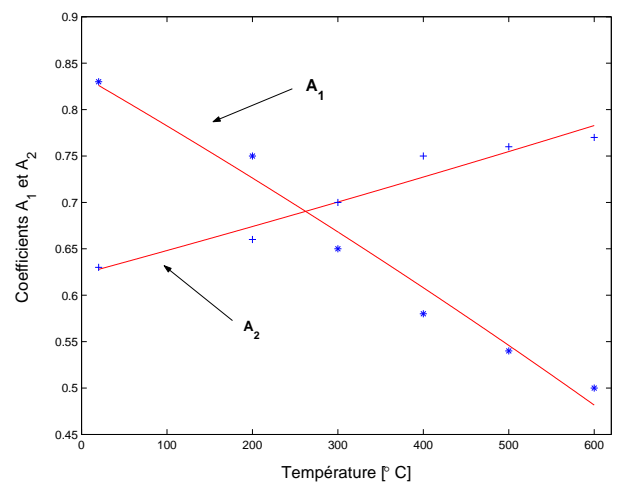


FIG. C.29 – Évolution des paramètres A_1 et A_2 en fonction de la température

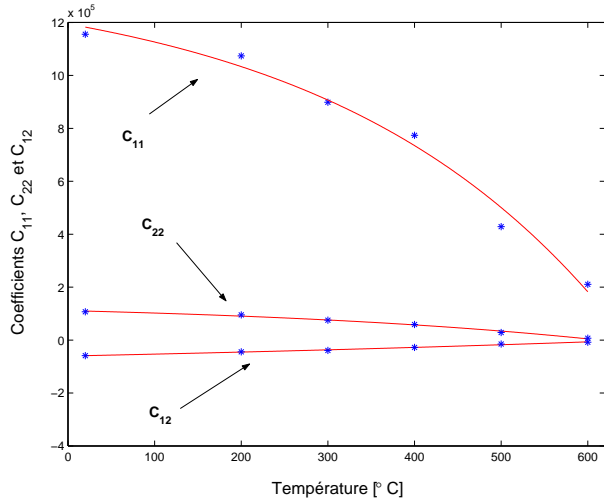


FIG. C.30 – Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température

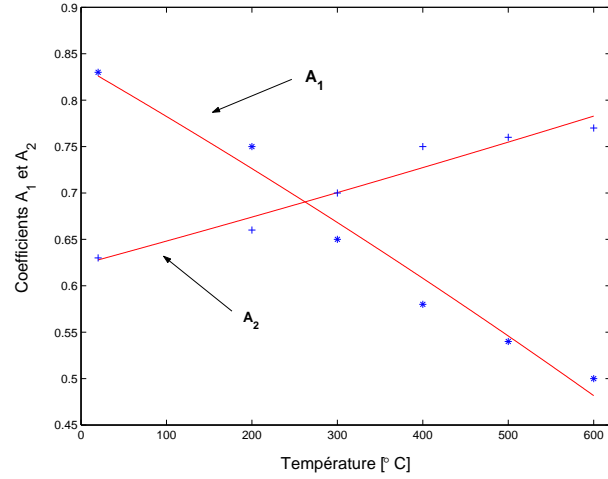


FIG. C.31 – Évolution des coefficients de pondération A_1 et A_2 en fonction de la température

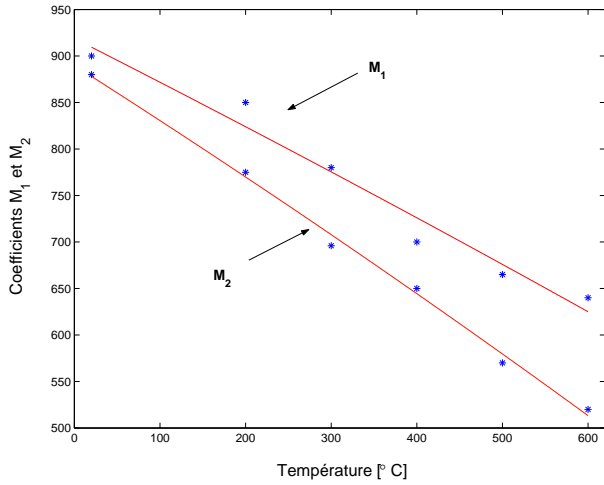


FIG. C.32 – Évolution des termes de recourance statique en fonction de la température

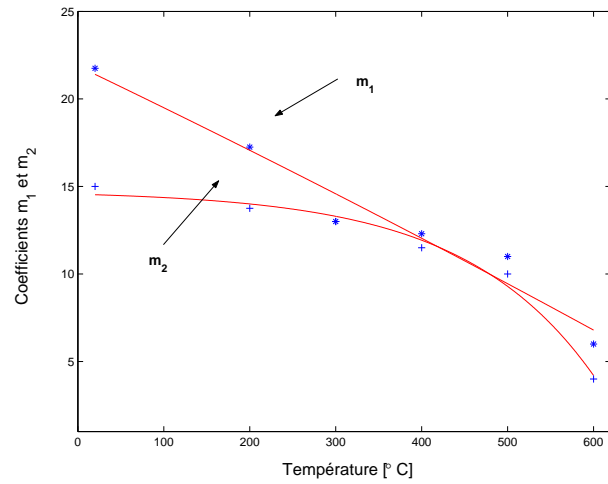


FIG. C.33 – Évolution des termes de recourance statique en fonction de la température

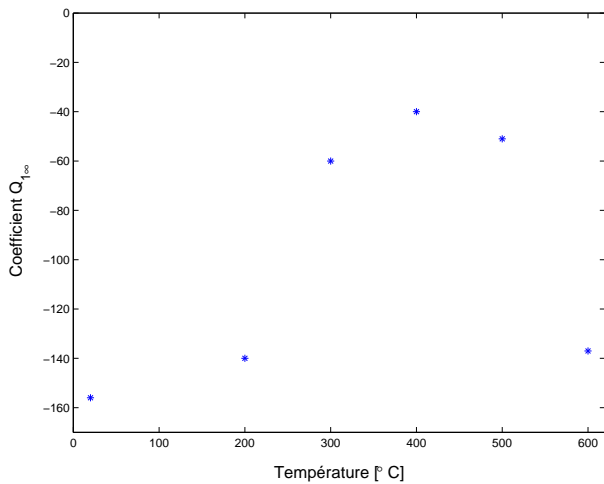


FIG. C.34 – Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température

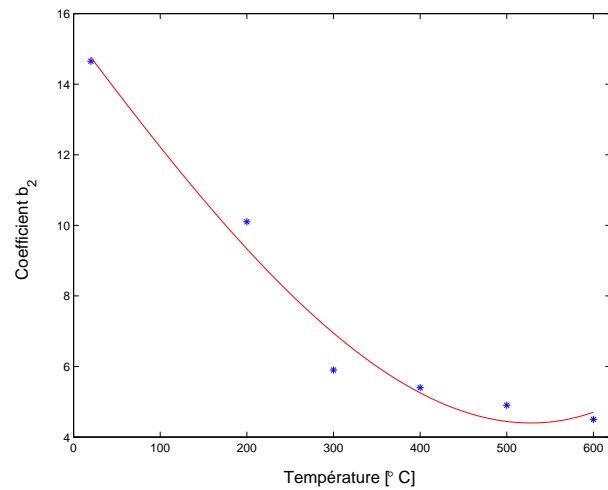


FIG. C.35 – Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température

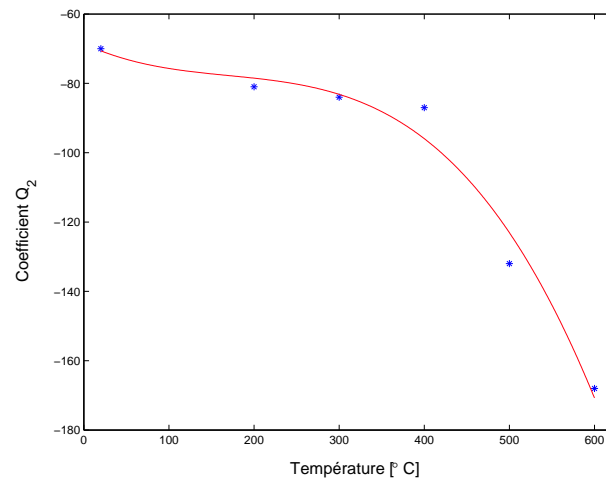


FIG. C.36 – Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température

TAB. C.1 – Evolution des coefficients avec la température pour l'étape 3

ONERA	55NiCrMoV7	X38CrMoV5	2M1C	55NiCrMoV7	X38CrMoV5
E^1	-7937	$-5.95.10^{-4}$	E^1	-7937	$-5.95.10^{-4}$
E^2	4.10^{-3}	$4.45.10^{-1}$	E^2	4.10^{-3}	$4.45.10^{-1}$
E^3	215546	-168.6	E^3	215546	-168.6
E^4	√	216321	E^4	√	216321
R_0^1	$1.15.10^{-3}$	$-1.06.10^{-4}$	R_0^1	8.10^{-4}	$-2.2.10^{-4}$
R_0^2	-1.135	-0.277	R_0^2	-1.21	$-2.4.10^{-1}$
R_0^3	722	741.9	R_0^3	814	770
K^0	7105	16841	K^0	7105	16841
Q	25410	27617	Q	25410	27617
K^1	128	90.4	K^1	128	90.4
n^1	$-4.45.10^{-1}$	-17.1	n^1	$-4.45.10^1$	-17.1
n^2	$4.8.10^{-3}$	$9.7.10^{-4}$	n^2	$4.8.10^{-3}$	$9.7.10^{-4}$
n^3	19.97	36.4	n^3	19.97	36.4
C_1^1	-187170	-38	C_{11}^1	-577	-189350
C_1^2	$3.3.10^{-3}$	$1.6.10^{-2}$	C_{11}^2	$1.21.10^{-2}$	$3.07.10^{-3}$
C_1^3	1410950	865219	C_{11}^3	443510	1383855
C_2^1	-37093	-1780080	C_{22}^1	-24616	-34805
C_2^2	$2.2.10^{-3}$	$2.2.10^{-4}$	C_{22}^2	$3.5.10^{-3}$	$2.3.10^{-3}$
C_2^3	339540	2281422	C_{22}^3	153211	146095
C_3^1	-21570	-26614	C_{12}^1	5910	79970
C_3^2	$3.8.10^{-3}$	$3.3.10^{-3}$	C_{12}^2	6.10^{-3}	$8.5.10^{-4}$
C_3^3	158300	170384	C_{12}^3	-157316	-140210
M_1^1	-4.26	-6643	M_1^1	-17.5	-3000
M_1^2	8.10^{-3}	8.510^{-5}	M_1^2	$3.6.10^{-3}$	$1.55.10^4$
M_1^3	500	7233	M_1^3	813.6	3920
M_2^1	-5.58	-181	M_2^1	-5.48	-2625
M_2^2	10^{-2}	$3.3.10^{-3}$	M_2^2	$7.1.10^{-3}$	$2.23.10^{-4}$
M_2^3	1983	3163	M_2^3	896.5	3515
m_1^1	-1.2	-69	m_1^1	$-1.11.10^{-1}$	-110
m_1^2	$3.5.10^{-3}$	$2.4.10^{-4}$	m_1^2	$9.26.10^{-3}$	$2.15.10^4$
m_1^3	15.25	88.2	m_1^3	22	131
m_2^1	-0.41	-12.35	m_2^1	-1.105	-2.10^{-1}
m_2^2	$5.4.10^{-3}$	$1.07.10^3$	m_2^2	$4.1.10^{-3}$	$6.6.10^{-3}$
m_2^3	14.4	27	m_2^3	13	14.75
Q_2^1	$2.78.10^{-6}$	$-1.3.10^{-6}$	Q_2^1	$1.03.10^{-6}$	1.10^{-6}
Q_2^2	$-4.3.10^{-3}$	$6.2.10^{-4}$	Q_2^2	$-9.6.10^{-4}$	$5.3.10^{-4}$
Q_2^3	2.07	$-1.2.10^{-1}$	Q_2^3	1.175	$-1.14.10^{-1}$
Q_2^4	-430	-76.48	Q_2^4	-318	-68.5
b_1^1	$-5.1.10^{-8}$	$-7.5.10^{-9}$	b_1^1	$2.85.10^{-8}$	$3.2.10^{-8}$
b_1^2	$6.1.10^{-5}$	$4.6.10^{-5}$	b_1^2	$-9.3.10^{-6}$	$5.9.10^{-6}$
b_1^3	$-2.89.10^{-2}$	$-4.47.10^{-2}$	b_1^3	$-1.4.10^{-2}$	$-3.3.10^{-2}$
b_1^4	11.55	16	b_1^4	11.3	15.4

ONERA	55NiCrMoV7	X38CrMoV5	2M1C	55NiCrMoV7	X38CrMoV5
D_2^1	-128	✓	✓	✓	✓
D_2^2	$4.26.10^{-3}$	✓	✓	✓	✓
D_2^3	2026	✓	✓	✓	✓
A_1^1	✓	✓	A_1^1	$-6.6.10^{-2}$	-1.58
A_1^2	✓	✓	A_1^2	$2.3.10^{-3}$	$3.38.10^4$
A_1^3	✓	✓	A_1^3	$8.5.10^{-1}$	2.4
A_2^1	✓	✓	A_2^1	$5.25.10^{-2}$	1.2
A_2^2	✓	✓	A_2^2	$1.9.10^{-3}$	2.10^{-4}
A_2^3	✓	✓	A_2^3	$3.45.10^{-1}$	$6.1.10^{-1}$

Annexe D

Validation Anisotherme

D.1 Cycle 500_FAST

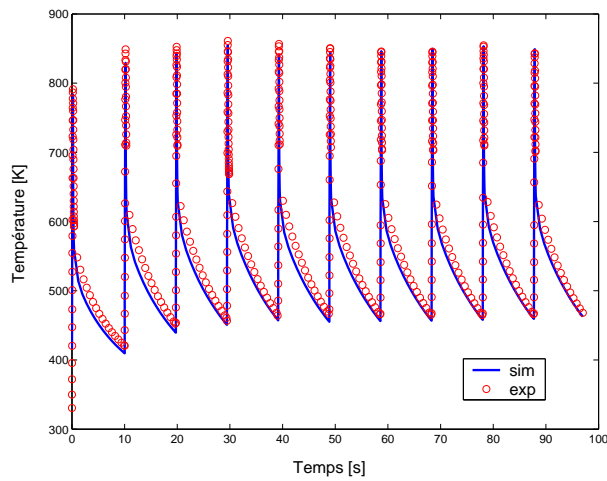


FIG. D.1 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_FAST à 6 mm du milieu de l'éprouvette

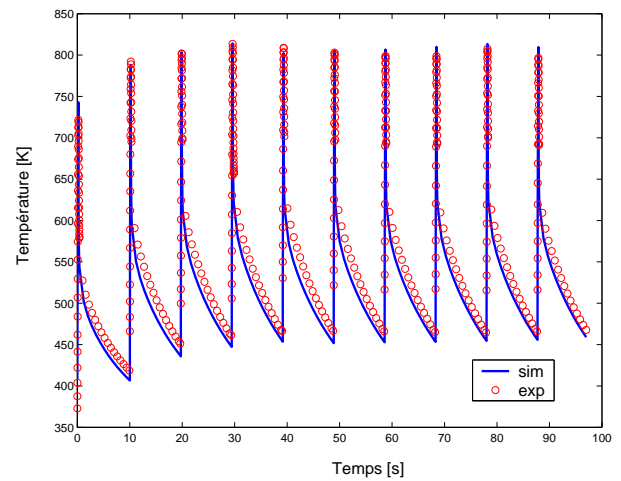


FIG. D.2 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_FAST à 7 mm du milieu de l'éprouvette

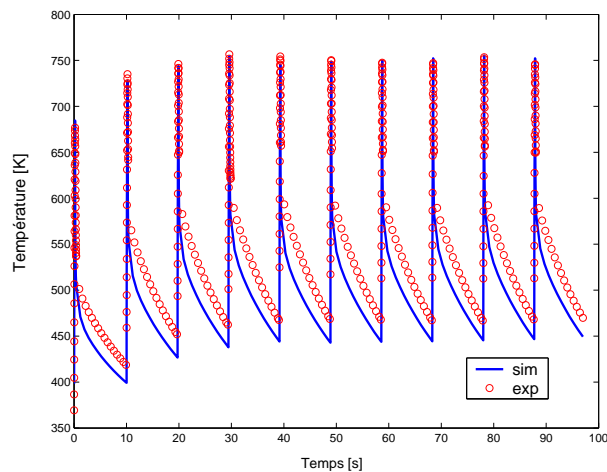


FIG. D.3 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_FAST à 10 mm du milieu de l'éprouvette

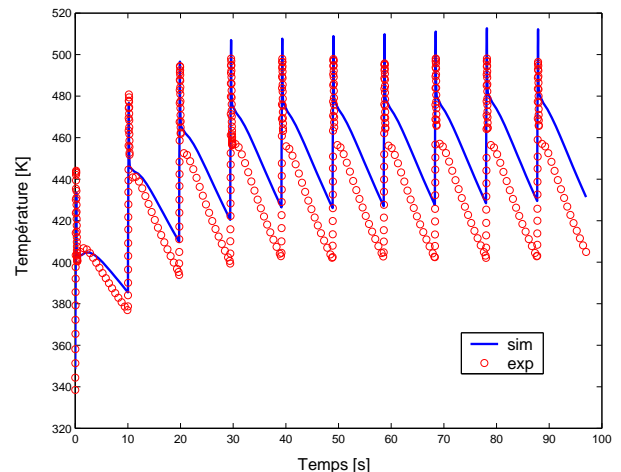


FIG. D.4 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_FAST à 15 mm du milieu de l'éprouvette

D.2 Cycle 500_SLOW

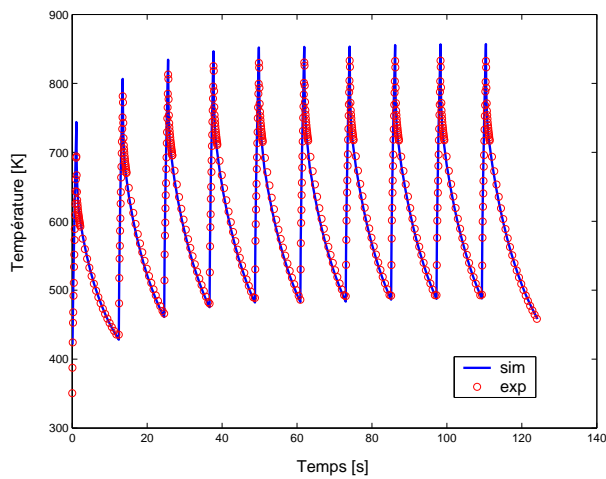


FIG. D.5 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_SLOW à 6 mm du milieu de l'éprouvette

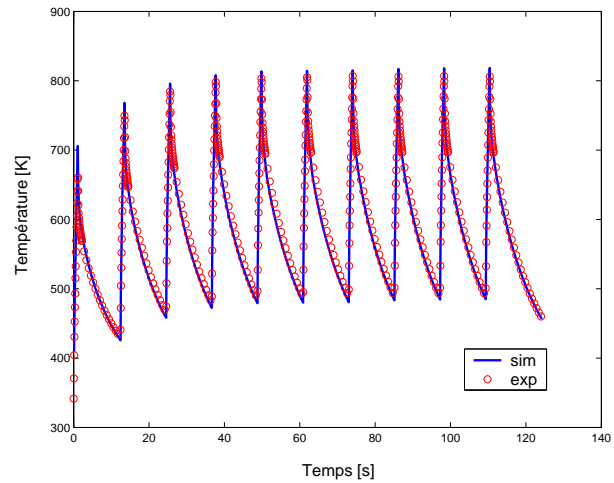


FIG. D.6 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_SLOW à 7 mm du milieu de l'éprouvette

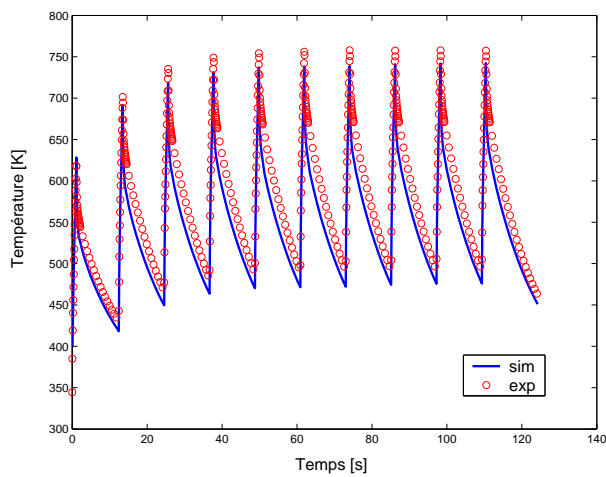


FIG. D.7 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_SLOW à 10 mm du milieu de l'éprouvette

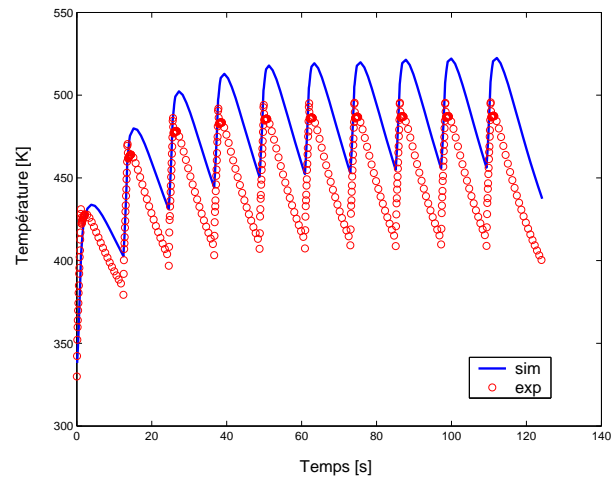


FIG. D.8 – Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_SLOW à 15 mm du milieu de l'éprouvette

Table des figures

1	Modes de détérioration d'une matrice de forge [107]	i
2	Fissuration par fatigue thermique d'un outillage de fonderie pour l'aluminium [79]	ii
3	Fissuration par fatigue mécanique d'un poinçon de forge [46]	iii
1.1	Phénomènes d'adoucissement cyclique a) essai à déformation contrôlée; b) essai à contrainte imposée [72]	4
1.2	Phénomènes de durcissement cyclique a) essai à déformation contrôlée; b) essai à contrainte imposée [72]	4
1.3	Phénomènes a) d'accommodation; b) de rochet [72]	4
1.4	Phénomènes c) de non relaxation; d) de relaxation de la contrainte moyenne [72]	4
1.5	Zones de déconsolidation cyclique de l'acier <i>X38CrMoV5</i> pour une température de 300° C [40]	5
1.6	Structure en lattes de l'acier <i>X38CrMoV5</i> pour la nuance SMV3 (attaque nital, MEB) [40]	7
1.7	Vue d'ensemble du dispositif expérimental	9
1.8	Spire d'induction, extensomètre et thermocouples	9
1.9	Géométrie de l'éprouvette d'identification du comportement	10
1.10	Schéma d'une boucle d'hystérésis [72]	12
1.11	Schéma d'une courbe d'adoucissement cyclique	12
1.12	Courbes $\sigma - \varepsilon$ pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i> et l'essai de type I à une température de 500° C	13
1.13	Courbes $\sigma - \varepsilon$ pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> et l'essai de type I à une température de 600° C	13
1.14	Courbes $\Delta\sigma/2 - N$ pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i> et l'essai de type I à une température de 500° C	13
1.15	Courbes $\Delta\sigma/2 - N$ pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> et l'essai de type I à une température de 600° C	13
1.16	Courbes $\sigma - \varepsilon$ pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i> et l'essai de type II à une température de 300° C	14
1.17	Courbes $\sigma - \varepsilon$ pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> et l'essai de type II à une température de 500° C	14
1.18	Courbes $\Delta\sigma/2 - N$ pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i> et l'essai de type II à une température de 500° C	14
1.19	Courbes $\Delta\sigma/2 - N$ pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> et l'essai de type II à une température de 500° C	14
1.20	Courbes $\sigma - \varepsilon_p$ pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i> et l'essai de type I à une température de 500° C	15
1.21	Courbes $\sigma - \varepsilon_p$ pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> et l'essai de type I à une température de 600° C	15
1.22	Courbes $\sigma - \varepsilon_p$ pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i> et l'essai de type II à une température de 300° C	15
1.23	Courbes $\sigma - \varepsilon_p$ pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> et l'essai de type II à une température de 500° C	15
1.24	Adoucissement cyclique de l'acier <i>55NiCrMoV7</i> en fonction de la température	16
1.25	Adoucissement cyclique de l'acier <i>X38CrMoV5</i> en fonction de la température	16
1.26	Intensité de déconsolidation cyclique en fonction de la température pour les aciers <i>55NiCrMoV7</i> et <i>X38CrMoV5</i> pour une déformation plastique cumulée $p = 3 \text{ mm/mm}$	16
1.27	Influence de la vitesse de sollicitation pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i> à 20° C	17
1.28	Influence de la vitesse de sollicitation pour l'acier <i>55NiCrMoV7</i> à 500° C	17
1.29	Sensibilité au taux de déformation inverse pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> à 300° C	17
1.30	Influence de la vitesse de sollicitation pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> à 600° C	17
1.31	Courbes de fatigue-relaxation pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> à 20° C	18
1.32	Courbes de fatigue-relaxation pour l'acier <i>X38CrMoV5</i> à 600° C	18

1.33	Adoucissement multi-niveaux de l'acier $55NiCrMoV7$	18
1.34	Essais à contrainte imposée pour l'acier $55NiCrMoV7$ et des température de 300 et $500^{\circ} C$ (boucles $\sigma - \varepsilon$)	19
1.35	Essais à contrainte imposée pour l'acier $55NiCrMoV7$ et des température de 300 et $500^{\circ} C$ (boucles $\sigma - \varepsilon_p$)	19
1.36	Essais à contrainte imposée pour l'acier $X38CrMoV5$ et des température de 300 et $500^{\circ} C$ (boucles $\sigma - \varepsilon$)	19
1.37	Essais à contrainte imposée pour l'acier $X38CrMoV5$ et des température de 300 et $500^{\circ} C$ (boucles $\sigma - \varepsilon_p$)	19
3.1	Méthodologie d'identification	41
3.2	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$	45
3.3	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-4} s^{-1}$	45
3.4	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$ et une relaxation de $600 s$	45
3.5	Comparaison expérience/simulation pour les cycles à contrainte imposée	45
3.6	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$	51
3.7	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-4} s^{-1}$	51
3.8	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$ et une relaxation de $30 s$	51
3.9	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$ et une relaxation de $600 s$	51
3.10	Comparaison expérience/simulation pour les cycles à contrainte imposée	51
3.11	Comparaison expérience/simulation pour les adoucissements cycliques continus et multi-niveaux	51
3.12	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$	54
3.13	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-4} s^{-1}$	54
3.14	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$ et une relaxation de $30 s$	54
3.15	Comparaison expérience/simulation pour une vitesse de $10^{-2} s^{-1}$ et une relaxation de $600 s$	54
3.16	Comparaison expérience/simulation pour les cycles à contrainte imposée	54
3.17	Comparaison expérience/simulation pour les adoucissements cycliques continus et multi-niveaux	54
3.18	Evolution de la contrainte à rupture σ_u et de la limite élastique conventionnelle σ_{02} en fonction de la température pour l'acier $55NiCrMoV7$ (Etape 1)	59
3.19	Evolution de la contrainte à rupture σ_u et de la limite élastique conventionnelle σ_{02} en fonction de la température pour l'acier $X38CrMoV5$ (Etape 1)	59
3.20	Hystérésis obtenue pour $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} s^{-1}$ et une température de $500^{\circ} C$ pour le $55NiCrMoV7$	61
3.21	Hystérésis obtenue pour $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} s^{-1}$, un temps de maintien de $600s$ et une température de $500^{\circ} C$ pour le $55NiCrMoV7$	61
3.22	Réponse en contrainte de la variable X obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $20^{\circ} C$	61
3.23	Réponse en contrainte de la variable X obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $500^{\circ} C$	61
3.24	Réponse en contrainte de la variable X_1 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $20^{\circ} C$	62
3.25	Réponse en contrainte de la variable X_1 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $500^{\circ} C$	62
3.26	Réponse en contrainte de la variable X_2 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $20^{\circ} C$	62
3.27	Réponse en contrainte de la variable X_2 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $500^{\circ} C$	62
3.28	Réponse en contrainte de la variable X_3 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $20^{\circ} C$	63

3.29	Réponse en contrainte de la variable X_3 obtenue par le modèle de l'ONERA pour les essais en contrainte et une température de $500^\circ C$	63
3.30	Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour un cycle de $10^{-2}s^{-1}$ et une température de $20^\circ C$	64
3.31	Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour un cycle de $10^{-2}s^{-1}$ et une température de $500^\circ C$	64
3.32	Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour un cycle de $10^{-2}s^{-1}$, un maintien de 600s et une température de $20^\circ C$	64
3.33	Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour un cycle de $10^{-2}s^{-1}$, un maintien de 600s et une température de $500^\circ C$	64
3.34	Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour les cycles en contrainte et une température de $20^\circ C$	65
3.35	Réponse des différents mécanismes fournie par le modèle 2M1C pour les cycles en contrainte et une température de $500^\circ C$	65
3.36	Mécanismes d'adoucissement pour l'acier $55NiCrMoV7$ à la température de $500^\circ C$	66
3.37	Rôle des dislocations pour les évolutions lentes (mécanisme R_1)	66
3.38	Rôle des carbures pour les évolutions lentes (mécanisme R_2)	67
3.39	Rôle des carbures dans les évolutions rapides : passage d'une série de précipités par une dislocation (mécanisme d'OROWAN) [42]	68
3.40	Rôle des dislocations dans les évolutions rapides	68
3.41	Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle 2M1C pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $20^\circ C$	70
3.42	Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle 2M1C pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $300^\circ C$	70
3.43	Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle 2M1C pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^\circ C$	70
3.44	Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle 2M1C pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $500^\circ C$	70
3.45	Comparaison calcul-essai des cycles en déformation pour une vitesse de $10^{-4}s^{-1}$ fournie par le modèle de l'ONERA pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^\circ C$	73
3.46	Comparaison calcul-essai des cycles en déformation pour une vitesse de $10^{-4}s^{-1}$ fournie par le modèle 2M1C pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^\circ C$	73
3.47	Comparaison calcul-essai des cycles en déformation pour une vitesse de $10^{-2}s^{-1}$ et une relaxation de 600s fournie par le modèle de l'ONERA pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^\circ C$	73
3.48	Comparaison calcul-essai des cycles en déformation pour une vitesse de $10^{-2}s^{-1}$ et une relaxation de 600s fournie par le modèle 2M1C pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^\circ C$	73
3.49	Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle de l'ONERA pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^\circ C$	73
3.50	Comparaison calcul-essai des cycles en contrainte fournie par le modèle 2M1C pour l'acier $55NiCrMoV7$ et une température de $400^\circ C$	73
4.1	Paramètres géométriques permettant le calcul du K_t	76
4.2	Géométrie d'éprouvette pour un rayon d'entaille de $2mm$ et un K_t de 1.45	77
4.3	Géométrie d'éprouvette pour un rayon d'entaille de $25mm$ et un K_t de 1.05	77
4.4	Vue du montage des extensomètres sur l'éprouvette	78
4.5	Disposition des extensomètres	78
4.6	Chargements appliqués pour les différents essais de validation	79
4.7	Maillage de l'éprouvette avec le rayon d'entaille de $2mm$	80
4.8	Maillage de l'éprouvette avec le rayon d'entaille de $25mm$	80

4.9	Chargement en contrainte appliqué sur l'éprouvette <i>R2_2_CONT</i>	81
4.10	Chargement à déplacement imposé appliqué sur l'éprouvette <i>R2_5_DEPL</i>	81
4.11	Chargement en contrainte appliqué sur l'éprouvette <i>R25_5_CONT</i>	81
4.12	Chargement à déplacement imposé appliqué sur l'éprouvette <i>R25_4_DEPL</i>	81
4.13	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 1	82
4.14	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 2	82
4.15	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 3	82
4.16	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 4	82
4.17	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 5	82
4.18	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 6	82
4.19	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 7	83
4.20	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 1	83
4.21	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 2	83
4.22	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 3	83
4.23	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 4	83
4.24	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 5	84
4.25	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 6	84
4.26	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 7	84
4.27	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 1	85
4.28	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 2	85
4.29	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 3	85
4.30	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 4	85
4.31	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 5	86
4.32	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 6	86
4.33	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 7	86
4.34	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 8	86
4.35	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 9	86
4.36	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 1	87
4.37	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 2	87
4.38	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 3	87
4.39	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 4	87
4.40	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 5	88
4.41	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 6	88
4.42	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 7	88
4.43	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 8	88
4.44	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 9	88
4.45	Répartition en compression de la déformation plastique radiale [mm/mm] pour l'éprouvette <i>R2_5_DEPL</i> au niveau 7	89
4.46	Répartition en traction de la déformation plastique radiale [mm/mm] pour l'éprouvette <i>R2_5_DEPL</i> au niveau 7	89
4.47	Boucles $\sigma - u_z$	89
4.48	Boucles $\sigma - u_r$	89
4.49	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 1	90
4.50	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 2	90
4.51	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 3	90
4.52	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 4	90
4.53	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 5	90
4.54	Boucles $\sigma - u_z$ fournies par le chargement de niveau 6	90
4.55	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 1	91

4.56	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 2	91
4.57	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 3	91
4.58	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 4	91
4.59	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 5	91
4.60	Boucles $\sigma - u_r$ fournies par le chargement de niveau 6	91
4.61	Vue d'ensemble du banc d'essai de fatigue thermique	93
4.62	Disposition des caméras CCD autour de l'éprouvette de fatigue thermique	94
4.63	Géométrie de l'éprouvette de fatigue thermique	95
4.64	Méthodologie du calcul thermo-mécanique	96
4.65	Maillage de l'éprouvette de fatigue thermique	96
4.66	Bilan des conditions aux limites considérées dans l'analyse thermique	98
4.67	Niveaux de densité de flux appliqués à la surface de l'éprouvette pour les cycles thermiques 500_FAST et 500_SLOW	99
4.68	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_FAST	100
4.69	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_SLOW	100
4.70	Comparaison calcul-expérience pour le cycle thermique stabilisé et les conditions 500_FAST	100
4.71	Répartition de la température le long du rayon de la section centrale à la fin du temps de chauffage	100
4.72	Répartition de la température [K] à l'intérieur du spécimen à la fin du temps de chauffage pour le cycle 500_FAST	101
4.73	Grossissement de la zone utile de l'éprouvette	101
4.74	Comparaison expérience - simulation de la 4 ^o boucle Déformation totale - température dans la direction axiale t dans le cas du cycle thermique 500_FAST	102
4.75	Comparaison expérience - simulation de la 4 ^o boucle Déformation totale - température dans la direction tangentielle et dans le cas du cycle thermique 500_FAST	102
4.76	Comparaison expérience - simulation de la 4 ^o boucle Déformation totale - température dans la direction axiale t dans le cas du cycle thermique 500_SLOW	102
4.77	Comparaison des boucles Déformation-température pour les deux types de cycles thermiques	102
4.78	Boucles Contrainte Déformation mécanique axiale dans le cas du cycle thermique 500_FAST	103
4.79	Boucles Contrainte Déformation inélastique axiale dans le cas du cycle thermique 500_FAST	103
4.80	Evolution des composantes des déformations en fonction de la température pour le cycle 500_SLOW	103
4.81	Evolution des composantes des déformations en fonction de la température pour le cycle 500_FAST	103
4.82	Cartographie de la contrainte radiale à la fin du temps de chauffage dans le cas du cycle thermique 500_FAST	104
4.83	Cartographie de la contrainte axiale à la fin du temps de chauffage dans le cas du cycle thermique 500_FAST	104
4.84	Comparaison des déformations maximales axiale et tangentielle mesurées et calculées pour le cycle 500_SLOW	104
4.85	Comparaison des déformations maximales axiale et tangentielle mesurées et calculées pour le cycle 500_FAST	104
4.86	Cycle thermique considéré dans le cas de la pulvérisation	106
4.87	Boucles contrainte déformation inélastique axiale dans le cas du spraying induisant une plasticité inverse	106
5.1	Vue d'ensemble du dispositif expérimental	110
5.2	Géométrie de l'éprouvette de fatigue utilisée pour les essais de durée de vie	111
5.3	Descriptif des cycles de durée de vie appliqués	111
5.4	Diagrammes demi-amplitude de contrainte en fonction de la déformation plastique cumulée pour une température de 300° C	114

5.5	Diagrammes demi-amplitude de contrainte en fonction de la déformation plastique cumulée pour une température de 600° C	114
5.6	Diagrammes demi-amplitude de contrainte en fonction de la déformation plastique cumulée pour une température de 520° C	114
5.7	Diagrammes demi-amplitude de contrainte en fonction de la déformation plastique cumulée pour une température de 520° C	114
5.8	Courbes de Woehler comprenant toute la base expérimentale	115
5.9	Coupe sens long : propagation de fissures transgranulaires observées sur l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$	117
5.10	Coupe sens long : fissure interne observée sur l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$	117
5.11	Faciès de rupture pour l'éprouvette $F2RT1.8_{10^{-3}}_{64}_{560}$	117
5.12	Stries de fatigue observées sur le faciès de rupture pour l'éprouvette $F2RT1.8_{10^{-3}}_{64}_{560}$	117
5.13	Amorçage sur une inclusion non métallique observé sur l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$	118
5.14	Surface de l'éprouvette à proximité de la rupture observée pour l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$	118
5.15	Agrandissement de l'image 5.14 : décohésion des grains à proximité de la rupture pour l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$	118
5.16	Amorçage préférentiel sur les joints de grains à proximité de la rupture pour l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$ (surface de l'éprouvette)	118
6.1	Energie par hystérèse en tension	122
6.2	Phases d'adoucissement [113]	123
6.3	Les différents domaines d'une courbe de Woehler [105]	125
6.4	Courbes de Woehler comprenant toute la base d'essais servant pour l'identification	133
6.5	Diagrammes de Woehler pour les différents niveaux de températures considérés	133
6.6	Diagramme comprenant toute la base d'essais servant pour l'identification	134
6.7	Diagrammes de Woehler normé représentant toute la base d'essais	134
6.8	Diagrammes de Woehler pour tous les niveaux de températures considérés	134
6.9	Comparaison des nombres de cycles expérimentaux et calculés dans le cas où α est pris indépendant du chargement	135
6.10	Comparaison des nombres de cycles expérimentaux et calculés dans le cas où α est pris dépendant du chargement	135
6.11	Exemple de cycle TMF en opposition de phase en compression [100]	137
6.12	Réponses Contrainte-déformation mécanique expérimentales pour les cycles TMF200_600 [100]	138
6.13	Réponses Contrainte-déformation mécanique fournies par le modèle $2M1C$ pour les cycles TMF200_600	138
6.14	Courbes d'adoucissement cyclique obtenues par le modèle $2M1C$ pour les cycles TMF	139
6.15	Diagramme de Woehler réduit des essais LCF et TMF	139
6.16	Coupe sens long : amorçage et propagation de fissures observés sur l'éprouvette $F2RT1.5_{10^{-3}}_{70}_{560}$	141
6.17	Comparaison du nombre de cycles à rupture expérimental et calculé pour les essais excluant la température de 600° C	142
A.1	Comparaison des méthodes d'intégration implicite (θ -méthode) et explicite (Runge-Kutta) : réponse contrainte - déformation	172
A.2	Comparaison des méthodes d'intégration implicite (θ -méthode) et explicite (Runge-Kutta) : réponse contrainte - temps	172
A.3	Comparaison des méthodes d'intégration implicite (θ -méthode) et explicite (Runge-Kutta) : réponse contrainte - déformation	177
A.4	Comparaison des méthodes d'intégration implicite (θ -méthode) et explicite (Runge-Kutta) : réponse contrainte - temps	177

B.1	Comparaison calcul-expérience des cycles de fatigue relaxation 600 s à la température de 200° C pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	179
B.2	Comparaison calcul-expérience des cycles de fatigue relaxation 600 s à la température de 300° C pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	179
B.3	Comparaison calcul-expérience des cycles de fatigue relaxation 600 s à la température de 400° C pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	180
B.4	Comparaison calcul-expérience des cycles de fatigue relaxation 600 s à la température de 600° C pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	180
B.5	Adoucissement cyclique de l'acier <i>55NiCrMoV7</i>	180
B.6	Adoucissement cyclique de l'acier <i>X38CrMoV5</i>	180
B.7	Comparaison calcul-expérience des cycles en contrainte à la température de 200° C pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	180
B.8	Comparaison calcul-expérience des cycles en contrainte à la température de 300° C pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	180
B.9	Comparaison calcul-expérience des cycles en contrainte à la température de 400° C pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	181
B.10	Comparaison calcul-expérience des cycles en contrainte à la température de 600° C pour l'acier <i>X38CrMoV5</i>	181
C.1	Évolution du module d'Young en fonction de la température	183
C.2	Évolution de la limite élastique en fonction de la température	183
C.3	Évolution du coefficient de viscosité K en fonction de la température	184
C.4	Évolution du coefficient de viscosité n en fonction de la température	184
C.5	Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température	184
C.6	Évolution du terme de recouvrance dynamique en fonction de la température	184
C.7	Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température	185
C.8	Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température	185
C.9	Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température	185
C.10	Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température	185
C.11	Évolution de la limite élastique en fonction de la température	186
C.12	Évolution des paramètres A_1 et A_2 en fonction de la température	186
C.13	Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température	186
C.14	Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température	186
C.15	Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température	186
C.16	Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température	187
C.17	Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température	187
C.18	Evolution du module d'Young en fonction de la température	187
C.19	Évolution de la limite élastique en fonction de la température	187
C.20	Évolution du coefficient de viscosité K en fonction de la température	187
C.21	Évolution du coefficient de viscosité n en fonction de la température	187
C.22	Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température	188
C.23	Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température	188
C.24	Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température	188
C.25	Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température	188
C.26	Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température	189
C.27	Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température	189
C.28	Évolution de la limite élastique en fonction de la température	189
C.29	Évolution des paramètres A_1 et A_2 en fonction de la température	189
C.30	Évolution des paramètres cinématiques en fonction de la température	190

C.31	Évolution des coefficients de pondération A_1 et A_2 en fonction de la température	190
C.32	Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température	190
C.33	Évolution des termes de recouvrance statique en fonction de la température	190
C.34	Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température	190
C.35	Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température	190
C.36	Évolution des paramètres isotropes en fonction de la température	191
D.1	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_ <i>FAST</i> à 6 mm du milieu de l'éprouvette	195
D.2	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_ <i>FAST</i> à 7 mm du milieu de l'éprouvette	195
D.3	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_ <i>FAST</i> à 10 mm du milieu de l'éprouvette	195
D.4	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_ <i>FAST</i> à 15 mm du milieu de l'éprouvette	195
D.5	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_ <i>SLOW</i> à 6 mm du milieu de l'éprouvette	196
D.6	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_ <i>SLOW</i> à 7 mm du milieu de l'éprouvette	196
D.7	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_ <i>SLOW</i> à 10 mm du milieu de l'éprouvette	196
D.8	Comparaison des cycles thermiques expérimentaux et calculés pour le cycle 500_ <i>SLOW</i> à 15 mm du milieu de l'éprouvette	196

Liste des tableaux

1.1	COMPOSITIONS CHIMIQUES DES ACIERS $55NiCrMoV7$ ET $X38CrMoV5$ (% EN MASSE) DES PRINCIPAUX ÉLÉMENTS D'ALLIAGE.	6
1.2	PROCÉDURES DE TRAITEMENTS THERMIQUES POUR LES ACIERS $55NiCrMoV7$ ET $X38CrMoV5$	6
1.3	NIVEAUX D'AMPLITUDE DE CONTRAINTE IMPOSÉS $\Delta\sigma$ (MPa) POUR LES DIFFÉRENTS ESSAIS	11
2.1	COEFFICIENTS DU MODÈLE DE L'ONERA	31
2.2	VARIABLES DU MODÈLE DE L'ONERA	31
2.3	COEFFICIENTS DU MODÈLE $2M1C$	36
2.4	VARIABLES THERMODYNAMIQUES DU MODÈLE $2M1C$	36
3.1	COMPOSANTE CINÉMATIQUE POUR LE MODÈLE DE L'ONERA	44
3.2	COMPOSANTE ISOTROPE POUR LE MODÈLE DE L'ONERA	46
3.3	COMPOSANTE CINÉMATIQUE POUR LE MODÈLE DE L'ONERA	47
3.4	COMPOSANTE ISOTROPE POUR LE MODÈLE DE L'ONERA	48
3.5	COMPOSANTE CINÉMATIQUE POUR LE MODÈLE $2M1C$	49
3.6	COMPOSANTE ISOTROPE POUR LE MODÈLE $2M1C$	50
3.7	COMPOSANTE CINÉMATIQUE POUR LE MODÈLE $2M1C$	52
3.8	COMPOSANTE ISOTROPE POUR LE MODÈLE $2M1C$	53
3.9	VALEURS DE LA LIMITE ÉLASTIQUE CONVENTIONNELLE ET DE LA CONTRAINTE À RUPTURE EN TENSION DES ACIERS $55NiCrMoV7$ [18] ET $X38CrMoV5$ [9]	59
3.10	VALEURS DU DÉTERMINANT DE LA MATRICE DE COUPLAGE DES VARIABLES CINÉMATIQUES POUR L'ACIER $55NiCrMoV7$	70
3.11	CALCUL D'ERREUR [%] SUR LES IDENTIFICATIONS DES MODÈLES ONERA ET $2M1C$ POUR LE CRITÈRE $\ \cdot\ _2$	71
3.12	Erreurs [%] commises pour chaque essai par les deux modèles sur l'acier $X38CrMoV5$ pour la température de $20^\circ C$ et le critère $\ \cdot\ _2$	72
3.13	Erreurs [%] commises pour chaque essai par les deux modèles sur l'acier $X38CrMoV5$ pour la température de $500^\circ C$ et le critère $\ \cdot\ _2$	72
3.14	CALCUL D'ERREUR [%] SUR LES IDENTIFICATIONS DES MODÈLES ONERA ET $2M1C$ POUR LES ESSAIS À DÉFORMATION IMPOSÉE ET LE CRITÈRE $\ \cdot\ _\infty$	72
4.1	ESSAIS DE VALIDATION RÉALISÉS SUR L'ACIER $55NiCrMoV7$	79
4.2	CYCLES THERMIQUES UTILISÉS DANS LES ESSAIS DE VALIDATION	94
4.3	PROPRIÉTÉS THERMIQUES DE L'ACIER $55NiCrMoV7$ POUR DIFFÉRENTES TEMPÉRATURES (COEFFICIENT DE POISSON $\nu = 0.3$ ET DENSITÉ $\rho = 7770 Kg/m^3$)	95
5.1	CONDITIONS D'ESSAIS POUR DES TEMPÉRATURES DE 300 ET $500^\circ C$ [40]	112
5.2	CONDITIONS D'ESSAIS POUR UNE TEMPÉRATURE DE $550^\circ C$ [40]	112
5.3	CONDITIONS D'ESSAIS POUR DES TEMPÉRATURES DE $520^\circ C$ [cette étude]	113
5.4	CONDITIONS D'ESSAIS POUR DES TEMPÉRATURES DE $520^\circ C$ [40]	113

5.5	CONDITIONS D'ESSAIS POUR DES TEMPÉRATURES DE 560 ET 600° C [40]	113
6.1	COMPARAISON NOMBRE DE CYCLES À RUPTURE EXPÉRIMENTAL ET CALCULÉ	136
6.2	CONDITIONS D'ESSAIS TMF ET LCF RÉALISÉS SUR L'ACIER X38CrMoV5 D'APRÈS [100]	138
6.3	COMPARAISON DU NOMBRE DE CYCLES À RUPTURE EXPÉRIMENTAL ET CALCULÉ POUR $T_{max} < 600^{\circ} C$	143
C.1	Evolution des coefficients avec la température pour l'étape 3	192

**MODÉLISATION DU COMPORTEMENT CYCLIQUE ET DE LA
DURÉE DE VIE D'ACIERS À OUTILS MARTENSITIQUES**

Résumé : Ce travail constitue une contribution visant à décrire le comportement et prédire la durée de vie en fatigue d'aciers à outils pour travail à chaud. Pour y parvenir, la méthodologie suivie, s'articule autour deux parties complémentaires qui sont l'étude de modèles de comportement et de durée de vie adaptés aux aciers martensitiques revenus.

Le comportement cyclique des aciers *X38CrMoV5* (47 HRC) et *55NiCrMoV7* (42 HRC) a été étudié dans différentes conditions de sollicitations et de température. L'influence de la vitesse et de l'amplitude de déformation, des temps de maintien dans les cycles ainsi que les effets de rochet ou d'accommodation plastique pour des essais pilotés en contrainte ont été inclus dans la modélisation.

Deux modèles (ONERA, *2M1C*) s'inscrivant dans le cadre des processus irréversibles de la thermodynamique ont été considérés. Ils ont été présentés et identifiés avec succès par niveau de complexité croissant selon les types de sollicitations pris en compte. Comparé au modèle ONERA, le modèle *2M1C* permet les meilleures descriptions des essais en déformation et des essais à contrainte imposée. En outre, deux mécanismes différents issus du modèle ont été rattachés aux évolutions de microstructure (dislocations, carbures) identifiées en fatigue oligocyclique.

Deux étapes de validation ont ensuite été menées fournissant des résultats encourageants : la première, dans une configuration isotherme à l'aide d'essais à déplacement imposé réalisés sur des éprouvettes à concentration de contraintes, la deuxième anisotherme à partir d'essais de fatigue thermique menés conjointement avec l'université de KARLSTAD (Suède).

L'étude de la durée de vie de l'acier *X38CrMoV5* a été abordée dans une deuxième partie. Afin de couvrir une large gamme de sollicitations comparable à celle induite dans les procédés de mise en forme à chaud, des essais LCF ont été effectués pour compléter la base expérimentale existante. Les mécanismes d'amorçage et de propagation en fatigue relaxation à 560° C ont de plus été étudiés.

Enfin, un modèle d'endommagement continu anisotherme de type ONERA a été identifié. L'analyse des résultats expérimentaux utilisés lors de l'identification n'a pas fait apparaître de mécanisme dépendant du temps, aussi seule la composante d'endommagement de fatigue a été activée dans la modélisation. La dernière phase de cette étude concerne la validation du modèle de durée de vie. Les prédictions fournies par le modèle ont été comparées avec le nombre de cycles à rupture issu d'essais LCF et TMF d'un précédent travail.

Mots clés : Modélisation du comportement cyclique, Fatigue oligocyclique, Fatigue thermique, Simulation numérique, Aciers martensitiques revenus, Prédiction de durée de vie, Aciers à outils pour travail à chaud.

**CYCLIC BEHAVIOR MODELING AND LIFETIME ASSESSMENT
OF MARTENSITIC HOT WORK TOOL STEELS**

Abstract : This work is a contribution to the description of the behavior and the assessment of the fatigue life of hot work tool steels. For that purpose, a methodology was implemented involving two complementary parts that are the investigation of behavior and lifetime models adapted to tempered martensitic steels.

The cyclic behavior of *X38CrMoV5* (47 HRC) and *55NiCrMoV7* (42 HRC) steels was studied under various load and temperature conditions. The influence of the strain rate and strain amplitude, of the dwell times within cycles as well as ratcheting or plastic accommodation effects for stress controlled tests, were taken into account in the modeling.

Two models (ONERA, *2M1C*) formulated in the framework of the irreversible processes of thermodynamics were considered. After their presentation, they were identified successfully by complexity level growing, according to the kind of loads taken into account. Compared with ONERA model, *2M1C* model allows a better description both of strain controlled and stress controlled tests. Moreover, the two different mechanisms included in the model were related to the microstructural evolutions (dislocations and carbides) identified in low cycle fatigue.

Two validations were performed providing interesting results : the first one, in an isothermal case, performed on different notched specimens under displacement controlled tests, the second one, in a non-isothermal case, related to thermal fatigue tests carried out in a co-operative project with the KARLSTAD university (Sweden).

Fatigue life investigation of *X38CrMoV5* steel was addressed in a second part. In order to cover the loading conditions of the hot forming processes, LCF tests were carried out to complete an existing database. The initiation and propagation mechanisms induced by fatigue relaxation test at the temperature of 560° C were investigated.

A non isothermal continuum damage model (ONERA) was identified. Analysis of experimental results do not reveal time dependant damage mechanisms, so only a fatigue damage component was activated in the model. The last part of this work relates to the lifetime model validation. The predictions provided by the model were compared with the number of cycles to failure resulting from LCF and TMF tests obtained in a previous work.

Keywords : Cyclic behavior modeling, Low Cycle Fatigue, Thermal Fatigue, Numerical Simulation, Tempered martensitic steels, Lifetime assessment, Hot work tool steels.