

Evaluation of urban stormwater quality models: a bayesian approach

Assem Kanso

▶ To cite this version:

Assem Kanso. Evaluation of urban stormwater quality models: a bayesian approach. Sciences of the Universe [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2004. English. NNT: . pastel-00001264

HAL Id: pastel-00001264 https://pastel.hal.science/pastel-00001264

Submitted on 2 Jun2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE

Présentée pour l'obtention du titre de Docteur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées Spécialité : Sciences et Techniques de l'Environnement

Evaluation des Modèles de Calcul des Flux Polluants des Rejets Urbains par Temps de Pluie.

Apport de l'Approche Bayésienne

par

Assem KANSO

Thèse soutenue le 22 Septembre 2004, devant le jury composé de :

- M. Ghassan Chebbo M. Bruno Tassin M. Bernard Chocat M. François Clemens M. Youssef Diab M. Eric Parent
- Directeur de thèse Co-directeur de thèse Rapporteur Rapporteur Président du jury Examinateur

A mes parents

Remerciements

Cette thèse fait partie d'un programme de recherche, mené au Centre d'Enseignement et de Recherche sur l'Eau, la Ville et l'Environnement (CEREVE) en liaison avec l'Institut National Des Sciences Appliquées (INSA) de LYON et l'Université de MONTPELLIER II, et intitulé « Analyse et développement de modèles opérationnels de calcul des flux polluants en réseau d'assainissement par temps de pluie ». Un programme qui s'inscrit dans le RGCU METL.

Ces recherches ont été réalisées sous la direction de Monsieur Ghassan CHEBBO (directeur de thèse) et Monsieur Bruno TASSIN (co-directeur de thèse). Je souhaite leur exprimer ma gratitude pour m'avoir guider sans me diriger, pour leur enthousiasme, pour leur disponibilité, et pour leur support.

Je remercie Messieurs Jean-Marie MOUCHEL, directeur du CEREVE, et Jean-Claude DEUTSCH, directeur de l'Ecole Doctorale Ville et Environnement, qui m'ont permis de travailler dans de très bonnes conditions pendant les années de thèse et qui ont toujours répondus à mes soucis.

Cette recherche a été possible grâce au soutien financier des organismes suivants: « Réseau Génie Civil et Urbain » RGCU, le « Syndicat Interdépartemental pour l'Assainissement de l'Agglomération Parisienne » SIAAP et le « Conseil National de Recherche Scientifique – LIBAN » CNRSL.

Je remercie Messieurs Bernard CHOCAT et François CLEMENS pour avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux.

Mes remerciements s'adressent également à Messieurs Youssef DIAB et Eric PARENT qui ont accepté de participer à l'évaluation de ce travail.

Je tiens à remercier tout le personnel et les membres du CEREVE dont la sympathie et l'aide m'ont permis de m'intégrer rapidement, afin que mon travail se déroule dans les meilleures conditions possibles.

Je remercie également Mohammad MOURAD, thésard à l'INSA de LYON travaillant sur la partie 3 de ce projet, pour les discussions quasi-quotidiennes et constructives tout au long de cette thèse.

Je remercie les membres de ma famille pour leur patience et leur soutien qui m'ont incité à compléter ce travail.

Pour finir, c'est à Samar que je pense, ses relectures et son soutien permanent m'ont été d'un grand secours.

Evaluation des Modèles de Calcul des Flux Polluants des Rejets Urbains par Temps de Pluie. Apport de l'Approche Bayésienne

Résumé

Ce travail de thèse se propose d'analyser et d'évaluer les modèles de calcul des flux polluants (MCFP) des rejets urbains par temps de pluie. Pour cela, un banc d'essai a été établi qui repose sur l'utilisation d'une méthodologie basée sur la théorie bayésienne. Ce banc d'essai a été utilisé à des différentes échelles d'espace tout au long du cheminement de l'eau de ruissellement depuis les chaussées jusqu'à l'exutoire du réseau d'assainissement sur le site du bassin versant expérimental du Marais à Paris.

Cette méthodologie du banc d'essai utilise une technique de simulation par chaîne de Markov (algorithme Metropolis) pour estimer la distribution de probabilité *a posteriori* des paramètres du modèle, ce qui permet :

- Une évaluation quantitative des incertitudes liées à l'estimation des paramètres ainsi que leurs interactions ;
- Une estimation quantitative du niveau d'incertitude dans les résultats d'application de ces modèles ;
- Une estimation du pouvoir prédictif du modèle.

A l'échelle locale, des modèles d'accumulation, d'entraînement des solides sur les surfaces urbaines, et des modèles d'érosion des solides dans les réseaux d'assainissement ont été testés et analysés.

A l'échelle du bassin versant le couplage des modèles élémentaires tel qu'ils sont utilisés dans les logiciels actuels, a pu être évalué.

La méthodologie de mise en œuvre a produit des résultats fiables en particulier des distributions de paramètres des modèles qui aident à l'analyse mathématique et à l'interprétation des modèles couramment utilisés. Elle a démontré l'existence de larges incertitudes liées à l'utilisation des MCFP à l'échelle de bassin versant. Ces modèles n'expliquent qu'une faible partie de la variation de la concentration des MES entre 2 événements pluvieux ou à l'intérieur d'un même événement sur le site étudié.

Mots Clés

Inférence bayésienne	Pollution
Monte Carlo par Chaîne de Markov	Rejets urbains par temps de pluie
Analyse d'incertitudes	Ruissellement urbain
Modélisation	Réseau d'assainissement unitaire
Calage	Matières en suspension
Validation	

Evaluation of urban stormwater quality models: A Bayesian approach

Abstract

This thesis aims at analyzing and evaluating the urban stormwater quality models. For this reason, a benchmark based on the utilization of a methodology founded on the Bayesian theory was established. This benchmark was utilized in different space scales all along the water course from street surfaces to the sewage outlet at the "Le Marais" watershed in Paris.

This benchmark methodology uses a Metropolis Algorithm, from the Monte Carlo Markov Chain family of techniques, to estimate the posterior probability distribution of the model's parameters, which permits:

- A quantitative estimation of uncertainties related to the estimation of parameters as well as their interaction;
- A quantitative assessment of the uncertainty level in the results of the models' application;
- An estimation of the predictive power of the model.

At the local scale, models of pollutants' accumulation and erosion on 6 street subcatchments, and solids' erosion models in 2 combined sewer pipes were tested and analyzed.

At the watershed level, the coupling of elementary models as they are currently used in software was evaluated.

The methodology produced reliable results particularly of the models' parameter distributions that help in the mathematical analysis and the interpretation of the currently used models. It has demonstrated the existence of large uncertainties related to the utilization of the MCFP at the catchment scale. These models only explain a modest part of the variation of the MES concentration between two rain events or inside the same event.

Keywords

Bayesian Inference Monte Carlo Markov Chain Uncertainty Analysis Modelling Calibration Validation Pollution Urban stormwater Urban runoff Combined sewer Suspended solids

Sommaire

INTRODUCTION	
1. Pollution et modélisation des RUTP	
1.1. Pollution des RUTP	
1.2. Modélisation des flux polluants des RUTP	
2. Cadre de la thèse	
2.1. Programme de recherche	
2.2. Problématique de la thèse	
3. Objectifs de la thèse	
4. Plan du document	
PARTIE I. SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE	
CHAPITRE 1. MODELISATION DE LA QUALITE DES RE	EJETS URBAINS PAR TEMPS DE PLUIE (RUTP)
1. Modélisation actuelle des flux polluants des RUTH	26
2. Point de vue des gestionnaires	
<i>3. Difficultés actuelles dans la modélisation des flux</i>	polluants des RUTP
3.1. Modélisation du bassin versant	
3.2. Processus et leur modélisation	
3.2.1. Accumulation des solides sur les surfaces urb	aines
3.2.2. Mobilisation des solides par le ruissellement s	sur les surfaces urbaines
3.2.3. Processus dans les réseaux d'assainissement	
3.2.3.1. Processus physiques	
Transport des particules solides	
Sédimentation et remise en suspension	
3.2.3.2. Modélisation des processus dans les rése	24 zaux
Sédimentation et remise en suspension	
Transport des particules solides	
3.3. Mise en œuvre des modèles	
3.3.1. Les données	
3.3.1.1. Conditions initiales et conditions aux lin	nites
3.3.1.2. Données de calage	
3.3.2. Calage et validation des modèles	
4. Discussion	
CHAPITRE 2. MISE EN OEUVRE DES MODELES PARAM	METRIQUES 40
1. Modèle mathématique	
1.1. Définition	
1.2. Types des modèles	
1.3. Étapes de conception d'un modèle	
2. Mise en œuvre des modèles	
2.1. Introduction	
2.2. Calage	
2.2.1. Critère ou fonction objectif	

2.2.2. Méthode de calage	
2.3. Incertitudes	
2.3.1. Sources des incertitudes	
2.3.1.1. Incertitudes dans les données	
2.3.1.2. Incertitudes dans la conception du modèle	
2.3.1.3. Incertitudes dans l'estimation des paramètres	
2.3.2. Estimation des incertitudes	
2.3.2.1. Approche Bayésienne	
Concept de l'approche bayésienne	
Estimation de la distribution de probabilité a posterio	ri
3. Conclusion	
PARTIE II. METHODOLOGIE : CHOIX DU BANC D'ESSA	VI
CHAPITRE 3. CHOIX DES MODELES	
1 Introduction	57
 Modélisation à patita échalla 	58
2.1 Eshalla d'una shaussás	
2.1. Echene d'une chaussee	50
2.1.1.1 Simulation en continu	59
	59
	60 60
2 1 1 2 Simulation événementielle	61
ACCU TYPE 03	61
ACCU TYPE 04	61
2.1.2 Mobilisation des solides par le ruissellement sur les su	urfaces urbaines 61
ERO TYPE 01	62
ERO TYPE 02	62
2.1.3. Configurations testées	
2.2. Echelle d'un troncon de collecteur	
ERO INJ 01	
ERO INJ 02	
ERO INJ 03	
<i>3. Modélisation à l'échelle d'un bassin versant</i>	
3.1. Description globale	
3.2. Description détaillée	
3.2.1. Modélisation au niveau des sous bassins versants	
3.2.2. Modélisation des processus dans les collecteurs	
3.2.2.1. Modèle de transport solide	
Modèle de Velikanov	
Modèle de Ackers & White	
3.2.2.2. Modèle d'advection	
3.2.3. Conditions initiales	
3.2.4. Configurations testées	
CHAPITRE 4. CHOIX DU SITE : LE MARAIS	

1. Description du site	
2. Principaux résultats	
2.1. Eaux de ruissellement	
2.2. Réseau unitaire	
3. Données utilisées	
3.1. Données de ruissellement sur les chaussées	
3.2. Données d'injection d'eau dans les collecteurs	
3.3. Données hydrauliques et de qualité du bassin « Le Marais »	
3.3.1. Temps sec	
3.3.2. Temps de pluie	
3.4. Simulation hydraulique	
3.4.1. Construction du modèle	
3.4.2. Calage hydraulique	
3.4.3. Résultats de simulation hydraulique	
CHAPITRE 5. METHODE DE MONTE CARLO PAR CHAINE DE MAR	
1. Introduction	
2. Mise en oeuvre de l'approche bayésienne	
2.1. Choix de la fonction de vraisemblance	
2.2. Choix de la densité de probabilité a priori	
3. Technique de Monte Carlo par Chaîne de Markov	
3.1.1. Principe	
3.1.2. Construction de la chaîne de Markov : Cas de Metropolis	
3.1.3. Mise en œuvre de l'algorithme	
4. Analyse des résultats	
Incertitudes liées à l'estimation des paramètres	
Corrélations entre les paramètres	
Sensibilité du modèle aux paramètres	
Validation et test du pouvoir prédictif du modèle	
5. Conclusion	
PARTIE III. RESULTATS ET DISCUSSIONS	
CHAPITRE 6. APPLICATION SUR LES CHAUSSEES	
1. Introduction	
2. Convergence de la chaîne vers la distribution a posteriori	
3. Comparaison des différentes configurations	
3.1. Configuration type SIM_01	
3.2. Configuration type SIM_02	
3.3. Configuration type SIM_03	
3.4. Configuration type SIM_04	
4. Comparaison des comportement des chaussées	
5. conclusion	
CHAPITRE 7. APPLICATION SUR LES TRONÇONS DES COLLECTEUR	RS 127
1. Introduction	

2	2. Application du modèle ERO_INJ_01	. 127
	2.1. Résultats de calage	127
	2.2. Analyse des résultats du modèle	130
ŝ	3. Application du modèle ERO_INJ_02	. 136
4	4. Application du modèle ERO_INJ_03	. 140
4	5. Conclusion	. 143
CHA	APITRE 8. APPLICATION AU NIVEAU DU MARAIS	. 144
Ì	1. Description globale	. 144
	1.1. Résultats de calage	144
	1.2. Analyse des résultats du modèle calé	147
	1.2.1. Calage avec les événements à concentration moyenne forte	150
	1.2.2. Calage avec les événements à concentration moyenne faible	152
4	2. Description détaillée	. 154
	2.1. Transport par advection simple	155
	2.2. Transport avec capacité de transport	156
	2.2.1. Cas du modèle d'Ackers & White	156
	2.2.2. Effet de la localisation des dépôts	157
	2.2.3. Effet de distinction entre les événements faibles et fortes	161
	2.2.4. Effet de coefficient de Strickler	165
	2.3. Test de validation	165
	2.4. Test du pouvoir prédictif	167
ŝ	3. Conclusion	. 168
CONC	CLUSIONS ET PERSPECTIVES	. 169
j	1. Conclusions	. 170
	1.1. Aspects méthodologiques	171
	1.2. Modélisation des RUTP	172
	1.2.1. A l'échelle locale	173
	1.2.2. A l'échelle du bassin versant	174
2	2. Perspectives	. 174
BIBLI	OGRAPHIE	. 177
ANNE	XES	. 185
A.	CARACTERISTIQUES DES 40 EVENEMENTS PLUVIEUX UTILISES POUR LE CALAGE ET LA VALIDATION	. 186
B.	Donnees d'entree du bassin versant du Marais	. 187
LISTE	ES DES FIGURES	. 191
LISTE	ES DES TABLEAUX	. 199
LISTE	E DES PUBLICATIONS	. 201

Notations

χ	Coefficient de proportionnalité de l'écart type σ_p
σ	Ecart type des résidus
λ	Paramètre de transformation
ρ	Coefficient d'auto-corrélation
γ	Vecteur des caractéristiques statistiques des erreurs
η	Coefficient de rendement
Σ	matrice de variance – covariance des paramètres
θ'	Vecteur de paramètres candidat
θ	Vecteur des paramètres
$\pi(\theta)$	Probabilité a posteriori des paramètres
$\alpha(\theta, \theta')$	Probabilité d'acceptation de θ par rapport à θ
$\theta^{(j)}$	Vecteur des valeurs des paramètres au jieme itération
$\phi_0(t)$	Flux de particules des eaux de temps sec (g/sec)
$E_1,, E_n$	Vecteur des erreurs
$\theta_1,\ldots,\ \theta_p$	Vecteur des paramètres
$ au_b(t)$	Taux de cisaillement de l'écoulement (N/m²)
$ au_c$	Cisaillement critique d'érosion au point de l'érosion (N/m²)
$ au_{cs}$	Cisaillement critique d'érosion au top de la couche des sédiments (N/m ²)
$ au_{cu}$	Cisaillement critique d'érosion maximale (N/m²) (Paramètre)
α_{ero1}	Paramètre de calage
α_{ero2}	paramètre de calage
$\phi_{\acute{e}rod\acute{e}}(t)$	Flux de particules érodées (g/sec)
η_{max}	Coefficient de rendement maximal (Paramètre)
η_{min}	Coefficient de rendement minimal (Paramètre)
σ_{p}	Ecart type de la loi normale de tirage des candidats
\mathcal{E}_t	Vecteur des erreurs
Δt	Pas de temps
$\phi_{transit}(t)$	Flux de particules transitant à l'aval du tronçon (g/sec)
Α	Section de l'écoulement (m ²)
ADV	Acoustic Doppler Velocimeter
b	Coefficient de puissance, Skipworth (Paramètre)
C(t)	Concentration des MES (mg/l)
$C_0(t)$	Concentration en polluants des eaux de temps sec (g/m ³)
Cmoy	Concentration moyenne des MES (mg/l)
СТ	Capacité de transport des particules (kg/m ³)
CT_{max}	Capacité maximale de transport des particules (kg/m ³)
CT_{min}	Capacité minimale de transport des particules (kg/m ³)
{D}	Données observées
d	Epaisseur zone érodée (mm)
D	Coefficient de dispersion longitudinal (m ² /s)
d'	Epaisseur de la couche mince des sédiments (mm) (Paramètre)
d_{50}	Diamètre moyenne des sédiments (µm)

Daccu	facteur d'accumulation (kg/ha/jour) (Paramètre)
DBO ₅	Demande biologique en oxygène
DCO	Demande chimique en oxygène
Dero	Taux de disparition (j-1) (Paramètre)
DTS	Durée de temps sec précédent l'événement
f()	Modèle
H(t)	Hauteur de l'eau (m)
Htot	Hauteur totale de pluie (mm)
<i>Ι(θ</i>)	Probabilité d'importance de paramètre
i(t)	Intensité de pluie (mm/h)
Imax	Intensité maximale de pluie sur 1 minute (mm/h)
Imax5	Intensité maximale de pluie sur 5 minute (mm/h)
Ітоу	Intensité moyenne de pluie (mm/h)
Касси	coefficient d'accumulation (j-1) (Paramètre)
Kero	Coefficient d'érosion 2 (Paramètre)
L	Longueur (m)
$L(D/\theta, \gamma)$	Fonction de vraisemblance
т	Nombre d'itérations de la phase non stable de la chaîne de Markov
Ma(t)	Masse disponible sur la surface (kg)
Масси	Masse accumulée des polluants (kg/ha) (Paramètre)
Мс	Coefficient de calage représentant le taux d'érosion (kg/m ²) (Paramètre)
MCFP	Modèle de Calcul des Flux Polluants
MCMC	Monte Carlo par Chaîne de Markov
Md(t)	Masse disponible des sédiments dans le collecteur au temps t (kg/m ²)
Me(t)	Masse entraînée des solides de surface par la pluie (kg)
Me(t)	Taux d'érosion en kg/m² (Skipworth)
MES	Matières en suspension
M_{inip}	Masse initiale du stock des sédiments dans le réseau (Kg/m²)
Mlim	Masse limite de polluants pouvant être accumulée (kg/ha) (Paramètre)
Mr	Masse résiduelle des polluants (kg/ha)
Mtot	Masse totale des solides érodée en temps de pluie (kg)
MVS	Matières volatiles en suspension
п	Nombre des observations
Ν	Nombre d'itérations de la chaîne de Markov
р	Nombre de paramètres
$P(\theta, \gamma/D)$	Probabilité <i>a posteriori</i> des paramètres
$P(\theta, \gamma)$	Probabilité <i>a priori</i> des paramètres
$P(\theta, \theta')$	Probabilité de transition de $\theta a \theta'$
$P(D/\theta, \gamma)$	probabilité conditionnelle des observations aux paramètres
$q(\theta, \theta')$	Probabilité de tirage de candidat θ
Q(t)	Débit ruisselé (m ³ /sec)
q(t)	débit ruisselé à l'exutoire par unité de surface imperméable (mm/h)
$Q_0(t)$	Débit de temps sec (m ³ /sec)
Qmax	Débit maximal écoulé (m ³ /sec)

RUTP	Rejets Urbains de Temps de Pluie
S	Densité des particules
SBV	Sous bassin versant
S_{imp}	Surface imperméable
t	Temps (sec)
toero	Pente d'augmentation de cisaillement critique d'érosion (Paramètre)
U	Vitesse moyenne de l'écoulement en m/s
V(t)	Vitesse de l'écoulement (m/sec)
V ₅₀	vitesse de chute moyenne des sédiments (cm/sec)
Vtot	Volume total d'eau ruisselé à l'exutoire (m³)
W	Coefficient de puissance (Paramètre)
W	Largeur (m)
Wc	Vitesse de chute de particules en m/s
Wero	Coefficient d'érosion 1 (Paramètre)
w_t	Poids pour la mesure Y_t^{obs}
x	Distance (m)
X_1, \ldots, X_n	Vecteur des données d'entrée
$Y_{1},,Y_{n}$	Vecteur des prévisions du modèle
Y_t^{obs}	Variable de sortie observée
υ	Viscosité cinématique de l'eau
D_{gr}	Diamètre adimensionnel du modèle d'Ackers & White
We	Largeur effective du lit des sédiments (m)
Α	Section de l'écoulement (m ²)
Ja, α, β, γ, δ, ε, m	Coefficients adimensionnels du modèle d'Ackers & White
λc	facteur de frottement composé de la conduite
F_r	coefficient de Froude
F_g	coefficient de mobilité des grains
ρw	Masse volumique de l'eau (kg/m³)
Rh	Rayon hydraulique de l'écoulement (m)
8	Accélération gravitationnelle (m/s^2)
K	Coefficient de Strickler

INTRODUCTION

1. POLLUTION ET MODELISATION DES RUTP

1.1. Pollution des RUTP

Depuis les années 1970, la pollution des eaux pluviales véhiculées par les réseaux d'assainissement a pris une part croissante de l'occupation des chercheurs et des gestionnaires des réseaux d'assainissement. Celle-ci résulte du lessivage des surfaces urbaines et de l'entraînement des dépôts accumulés dans les collecteurs par l'eau de pluie, qui est éventuellement mélangée à des eaux usées, avant de rejoindre le milieu naturel.

Un nombre important de programmes de recherche ont été menés pour définir les principaux facteurs de pollution liés au ruissellement urbain, estimer les flux véhiculés par les réseaux d'assainissement (pluviales ou unitaires) et quantifier l'impact des rejets urbains de temps de pluie dans le milieu récepteur. Parmi ces études nous citons, par ordre chronologique : National Urban Runoff Program, aux états Unies (1978-1983), la campagne française (1980-1982), QASTOR (Saget, 1994), le bassin versant urbain expérimental "le Marais" (1994-2000), OTHU (1999-), OPUR (2001-), etc...

Il est ressorti de ces campagnes que les rejets urbains de temps de pluie (RUTP) sont des vecteurs de pollution importants pour les milieux récepteurs. Ces études ont souligné l'importance de la pollution des RUTP. En effet, à l'échelle annuelle, selon (Bachoc *et al.*, 1994), la masse de matières en suspension MES, la demande chimique en oxygène DCO ou la demande biologique en oxygène DBO₅ déversée par une agglomération dans les RUTP est comparable à celle des rejets de station d'épuration.

A une échelle de temps plus courte, un événement pluvieux de fréquence 6 mois à 1 an est susceptible d'apporter une masse de MES égale à 10 fois la masse amenée en 1 jour par les eaux usées (cité dans (Gromaire, 1998)). Ces volumes rejoignent souvent le milieu naturel sans traitement lors des déversements unitaires quand le débit excède la capacité d'évacuation du système d'assainissement ou la capacité de traitement de la station d'épuration.

Les travaux de recherche effectués pour la caractérisation des effluents de temps de pluie ont montré que les MES sont le principal vecteur de la pollution des RUTP (Chebbo, 1992). Plus de 80% de la pollution totale des eaux de temps de pluie, tant en DCO, DBO₅ qu'en métaux et en hydrocarbures est liée aux matières en suspension.

Ces travaux de recherche ont mis en évidence le rôle important des dépôts dans le réseau d'assainissement unitaire vis-à-vis de la pollution des RUTP. A l'échelle annuelle, Chebbo (1992) a estimé la contribution des stocks en réseau à 20 % des masses totales de matières en suspension rejetées. A l'échelle de l'événement pluvieux, cette contribution a été estimée entre 40 et 70 % de la pollution totale (Krejci, 1987 ; Bachoc, 1992 ; Gromaire, 1998).

Ceci a poussé les chercheurs à étudier de manière approfondie les dépôts dans les réseaux d'assainissement. Plusieurs études ont été conduites sur les dépôts pour identifier leurs caractéristiques (Crabtree, 1989), évaluer leurs contributions à la pollution rejetée par temps de pluie (Krejci *et al.*, 1987; Bachoc, 1992; Arthur et Ashley, 1998; Gromaire, 1998), et comprendre le mécanisme de leur formation et érosion (Wotherspoon et Ashley, 1992; Verbank, 1995; Ristenpart, 1997; Ahyerre, 1999; Oms, 2003).

1.2. Modélisation des flux polluants des RUTP

La maîtrise de ces rejets, dans le but de préserver et reconquérir les écosystèmes aquatiques, constitue un enjeu important pour les gestionnaires. En effet, les contraintes réglementaires (Directive Européenne du 21 mai 1991, loi sur l'eau en France du 3 janvier 1992 et Directive Cadre Européenne sur l'eau du 22 décembre 2000) imposent la mise en place des stratégies de maîtrise des RUTP, qui nécessitent des investissements prévus à moyen terme, en France, de plusieurs milliards d'euros.

Devant ces besoins, la mise au point de techniques de contrôle et d'outils d'évaluation des flux s'avère nécessaire. Le recours à la modélisation constitue un point de passage obligé pour élaborer des schémas d'assainissement tenant compte du temps de pluie. Au vu de la multiplicité des phénomènes en jeu et de la difficulté de réalisation et du coût de campagnes de mesures exhaustives, la modélisation apparaît comme un outil nécessaire pour la conception, la planification et la gestion en hydrologie urbaine.

De nombreux outils mathématiques de modélisation ont été développés depuis 1971 afin d'estimer les masses et les flux rejetés. Aujourd'hui, les descriptions des processus inclus dans ces modèles restent celles proposées par les pionniers et force est de constater que peu de connaissances nouvelles, acquises sur les dix dernières années sur les mécanismes de génération et de transport des polluants par temps de pluie, ont été intégrées dans les outils de modélisation.

D'autre part, après 30 ans d'expérience, il apparaît que très peu de modèles de calcul des flux polluants (MCFP) sont utilisés de façon régulière et systématique en France. Une enquête

récente (Bailly, 1996) montre que moins de 20 % des projets relatifs à la gestion des RUTP font appel à un MCFP. Les gestionnaires expliquent ceci par la lourdeur et le coût élevé qu'entraîne l'utilisation de ces outils, pour une plus value faible par rapport aux informations obtenues par une modélisation strictement hydraulique.

Parmi les raisons qui permettent d'expliquer ce manque de confiance dans les MCFP on cite en particulier :

- L'insuffisance des connaissances des processus à modéliser sur les surfaces urbaines et dans le réseau d'assainissement.
- La difficulté de mise en œuvre de ces modèles en raison de leur trop grande complexité et de l'insuffisance des données disponibles pour les caler et les valider. Il n'existe pas à l'heure actuelle de méthodologie communément acceptée de conception et de mise en œuvre de modèles. Il est de ce fait très difficile d'évaluer la performance de ces modèles.

Aujourd'hui chercheurs et gestionnaires de réseaux travaillent en collaboration autour de grands projets en hydrologie urbaine. Des progrès significatifs sur la connaissance des processus en réseaux ont été accomplis sur les dix dernières années et les modélisateurs ont été à même d'appréhender les difficultés que représentait l'usage des outils qu'ils avaient développés pour les gestionnaires. Il existe un contexte favorable pour rapprocher les différents points de vue et tenter d'améliorer les outils existants, en réfléchissant en particulier à la signification des représentations conceptuelles qu'ils contiennent, et en intégrant les nouvelles connaissances acquises dans un contexte d'opérationnalité.

2. CADRE DE LA THESE

2.1. Programme de recherche

Compte tenu du contexte actuel, un programme de recherche intitulé « *Analyse et développement de modèles opérationnels de calcul des flux polluants en réseau d'assainissement par temps de pluie* » a été lancé en 2000 au CEREVE en liaison avec l'INSA de Lyon et l'université Montpellier II. Ce programme est financé par le RGCU METL et le SIAAP.

Ce programme de recherche a pour objectif d'établir un état des lieux, sur la qualité des MCFP existants et sur les besoins actuels. Il poursuit un triple objectif :

> <u>Objectif 1 :</u> Analyse des besoins en MCFP d'un point de vue opérationnel

Quels sont les besoins des gestionnaires en terme de MCFP ? Les modèles actuels sont-ils en adéquation avec ces besoins ?

> Objectif 2 : Evaluation de la pertinence des MCFP existants actuellement

Quelle est la qualité des résultats fournis par les MCFP existants actuellement et dans quelle mesure ces modèles sont-ils capables de reproduire les flux mesurés ?

<u>Objectif 3</u>: Préciser les conditions opérationnelles d'utilisation des modèles tenant compte des besoins des gestionnaires et des données disponibles.

Ce travail de recherche s'inscrit dans l'objectif 2 d'analyse de la structure interne des MCFP.

2.2. Problématique de la thèse

Les questions qui ont été posées dans le cadre de cette thèse résultent de l'objectif 2 du programme de recherche visant à quantifier la notion de qualité des résultats fournis par les modèles utilisés actuellement et à évaluer leur performance :

- Quelle est l'adéquation entre le schéma conceptuel des MCFP et les connaissances actuelles ?
- Quelle est la capacité de ces modèles à décrire les processus concernés ?
- Quelle est la significativité des valeurs des paramètres de ces modèles ? et quelles sont les incertitudes liées à l'estimation de ces paramètres par calage ?
- Quelle est la validité de ces modèles et leur pouvoir prédictif en terme d'estimation des flux de polluants ? et quelles sont les incertitudes liées à l'utilisation de ces modèles ?
- Comment peut on identifier objectivement ces informations sur les modèles et leurs paramètres ? et comment peut on quantifier d'une façon réaliste les incertitudes dans leur calage ainsi que dans leur utilisation ?

3. OBJECTIFS DE LA THESE

L'objectif de cette thèse est d'analyser et évaluer les modèles de calcul des flux polluants en réseau d'assainissement en utilisant une méthodologie d'évaluation basée sur l'approche bayésienne.

Cette méthodologie consiste à proposer un banc d'essai pour l'évaluation des modèles de calcul des flux polluants des rejets urbains en temps de pluie. Elle sera articulée autour des étapes suivantes :

- Elaboration d'un cadre méthodologique d'évaluation des modèles. Cette méthodologie, basée sur l'approche bayésienne, vise à évaluer et comparer les modèles et à estimer quantitativement le niveau d'incertitude dans leurs résultats d'application.
- 2) Inventaire des MCFP et analyse de l'adéquation entre le schéma conceptuel de ces modèles et les connaissances actuelles concernant les mécanismes de génération et transport des flux polluants. Ceci nous permettra de constituer une base de modèles qui sera confrontée au banc d'essai préalablement constitué.
- Application de cette méthode à la base de modèles constituée afin d'évaluer d'une part l'applicabilité de la méthodologie élaborée et d'autre part analyser les modèles existants de calcul des flux de polluants en réseau d'assainissement.

Les connaissances et les données acquises sur le bassin versant expérimental du Marais à Paris rend possible la mise en oeuvre de cette méthodologie. On dispose sur ce bassin versant pour la première fois de données quantitatives et qualitatives précises, fiables, nombreuses et obtenues aux différents niveaux du cheminement de l'eau en milieu urbain. Une importante campagne de mesure y a été conduite de 1996 à 1998 dans le cadre d'un programme de recherche « *Génération et transport de la pollution des rejets urbains par temps de pluie en réseau d'assainissement unitaire* » mené au CEREVE entre les années 1994 et 2000 (Gromaire, 1998 ; Garnaud, 1999 ; Ahyerre, 1999 ; Gonzalez, 2001 ; Oms, 2003).

4. PLAN DU DOCUMENT

La **Partie 1** sera consacrée à une synthèse bibliographique de l'état de l'art sur les modèles des calcul des flux polluants existants et sur les techniques de mise en œuvre des modèles. Dans le **Chapitre 1**, nous faisons une synthèse de l'état actuel des connaissances sur les processus de production et de transfert de la pollution et sur leur modélisation en appuyant sur les principales difficultés présentes dans les différentes étapes de modélisation de la qualité des RUTP. Dans le **Chapitre 2**, nous présentons les différentes étapes de mise en œuvre des modèles en focalisant sur les différentes sources d'incertitudes dans les modèles et sur leur estimation en introduisant le concept de l'approche bayésienne.

La **Partie 2** sera consacrée à la mise en place du banc d'essai pour l'évaluation des modèles de calcul des flux polluants des rejets urbains en temps de pluie. Nous détaillons en **Chapitre 3** l'ensemble des configurations de modèles testées sur les différentes échelles d'espace intégrées dans le banc d'essai. Ensuite, nous présentons dans le **Chapitre 4** le site du Marais choisi, les principales connaissances acquises sur ce site, et le choix des données

utilisées pour l'application du banc d'essai. Enfin, dans le **Chapitre 5** nous détaillons le principe et la mise en œuvre de la méthode de Monte Carlo par Chaîne de Markov proposée pour l'analyse des modèles et l'estimation des incertitudes liées à la mise en œuvre de ces modèles.

En **Partie 3**, nous présenterons les résultats d'application de la méthodologie sur les différentes échelles étudiées. Nous nous intéresserons successivement à l'analyse des résultats d'application et de comparaison des modèles à l'échelle de la chaussée (**Chapitre 6**), à l'échelle de tronçon de collecteur (**Chapitre 7**), à l'échelle du bassin versant (**Chapitre 8**).

Enfin nous conclurons par une synthèse des principaux résultats et les perspectives pour les recherches futures.

PARTIE I. SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre 1. MODELISATION DE LA QUALITE DES REJETS URBAINS PAR TEMPS DE PLUIE (RUTP)

1. MODELISATION ACTUELLE DES FLUX POLLUANTS DES RUTP

Les modèles de calcul des flux polluants existant actuellement sont basés sur des combinaisons de formulations conceptuelles et parfois empiriques décrivant les processus de génération et de transport des flux polluants sur les bassins versants urbains en temps de pluie. La plupart de ces modèles ont été construits de façon à suivre le cycle de l'eau de l'amont à l'aval.

La quasi-totalité des logiciels¹ de simulation de la pollution des RUTP développés sont conçus pour simuler un pollutogramme avec des pas de temps de calcul généralement de l'ordre de la minute. On peut distinguer : les logiciels commercialisés (MouseTrap développé par le Danish Hydraulic Institute (DHI, 2000) ; Hydroworks développé par Wallingford Software et Anjou Recherche (Magne *et al.*, 1996), SWMM 4 développé par l'Environmental Protection Agency (Huber *el al.*, 1992), CANOE développé par Sogreah et l'INSA-Lyon (INSA-Valor et Sogreah, 1999)) et les logiciels de recherche (FLUPOL (Bujon, 1988 ; Bujon et Herremans, 1990), HYPOCRAS (Bertrand-Krajewski, 1992), HORUS (Zug, 1998, Zug *et al.*, 1999), St-Sim (Schlütter, 1999)).

¹ Le logiciel de simulation de la pollution des RUTP désigne un ensemble de programmes informatiques (c.à.d. une série d'instructions traitées par un ordinateur) qui représentent une chaîne des modèles liés entre eux et décrivant les différents processus de génération et de transport de polluants des rejets urbains de temps de pluie d'une manière plus ou moins détaillée.

Tous ces logiciels sont un couplage de deux modules : un module pour la modélisation des débits et des conditions hydrauliques et un module de qualité pour la simulation d'un pollutogramme par événement pluvieux. Le module de calcul de débits peut comprendre soit des modèles hydrologiques (sans description de la géométrie du réseau), soit des modèles hydrologiques/hydrodynamiques (avec description de la géométrie du réseau et discrétisation du bassin versant en des sous bassins versants connectés au réseau).

Egalement le module de qualité peut utiliser soit des approches hydrologiques pour calculer le pollutogramme seulement à l'exutoire du bassin versant (HYPOCRAS) soit des approches hydrologiques/hydrauliques pour calculer le pollutogramme à différents points du bassin versant (exutoires des sous bassins versants et aux différents points du réseau d'assainissement). Les modèles les plus récents appartiennent majoritairement à la catégorie des modèles hydrologiques/hydrodynamiques avec transport solide. En théorie ce dernier type des logiciels a la capacité de simuler l'évolution des dépôts dans les réseaux d'assainissement.

La modélisation des processus biochimiques reste l'un des points faibles de la modélisation des flux polluants en réseau d'assainissement. Les logiciels MouseTrap et CANOE incluent des modèles pour la description de ces processus. Pourtant, les transformations biochimiques en réseau sont décrites d'une manière assez simplifiée dans ces logiciels (le cas de CANOE).

Concernant la granulométrie des sédiments, MouseTrap, Hydroworks, CANOE, HYPOCRAS donnent la possibilité de simuler plusieurs classes de particules mais en pratique ce calcul devient difficile du fait qu'il ajoute des paramètres additionnels et rend compliqué le calage du modèle.

Pour finir avec cette partie, notons que certains logiciels (MouseTrap, Hydroworks) proposent une solution détaillée pour tenir compte des interactions entre le transport solide et l'hydraulique (changement des conditions hydraulique, variations dans la rugosité dans les collecteurs, réduction de la section due aux dépôts,...).

2. POINT DE VUE DES GESTIONNAIRES

Après une expérience de 30 années de modélisation, on constate qu'aujourd'hui, peu nombreux sont les modèles utilisés par les gestionnaires des réseaux d'assainissement et les bureaux d'études. Moins de 20% des projets relatifs à la gestion des RUTP en France font appel à un modèle de calcul des flux polluants (MCFP) (Bailly, 1996).

Une enquête sur l'utilisation des modèles de calcul des flux polluants MCFP en assainissement en France a été réalisée (Cabane et al., 2002) dans le cadre du projet du recherche « Analyse et développement de modèles opérationnels de calcul des flux polluants en réseaux d'assainissement par temps de pluie ». Les résultats de l'enquête montrent que 63% des bureaux d'études sondés n'utilisent pas les MCFP dans les études. La modélisation des flux polluants est actuellement effectuée par les bureaux d'études de grande taille dans l'étude de diagnostic de fonctionnement des réseaux. Les modèles souvent utilisés sont soit un modèle à concentration constante soit un modèle d'accumulation des polluants par temps sec et d'érosion par temps de pluie. En ce qui concerne le transport solide, les modèles sophistiqués sont rarement utilisés. Concernant la mise en œuvre des modèles, l'enquête a montré que les modèles sont souvent calés avec 3 événements pluvieux. L'évaluation de calage n'est que visuelle sans utilisation des critères numériques et la validation est souvent ignorée par les modélisateurs. Les raisons invoquées pour la non-utilisation des modèles de calcul des flux polluants semblent être nombreuses. Chez les acteurs qui ne modélisent pas, il apparaît que le manque de formation et de connaissances sur les modèles constitue la raison principale. Chez les acteurs réalisant des modélisations, ce sont les mesures (coût et nombre des données disponibles) qui constituent les causes principales de la restriction de l'utilisation de modèles de flux polluants dans les études.

3. DIFFICULTES ACTUELLES DANS LA MODELISATION DES FLUX POLLUANTS DES RUTP

L'objectif ultime dans la modélisation de la qualité des eaux urbaines est de développer des modèles déterministes et mécanistes qui permettent une utilisation générale de ces modèles. Malheureusement la complexité du système d'assainissement pose la question de la possibilité de développer de tels modèles, et oblige les modélisateurs à accepter un degré d'empirisme et d'incertitude qui reste important à l'heure actuelle. Les modèles actuels sont un mariage d'empirisme, de conceptuel et de déterminisme tel que le cas par exemple des modèles des processus dans les réseaux.

En général, il existe une tendance chez les modélisateurs pour développer des modèles plus complexes, en supposant qu'un *modèle complexe* est plus précis, voire *meilleur*, qu'un modèle *simple*. Cependant cette façon de voir la modélisation n'est pas toujours vraie et il est toujours difficile de rendre opérationnel des modèles complexes de flux polluants des RUTP. Les principales difficultés qui empêchent le développement des modèles sont liées à différents

aspects : Complexité du système, manque de connaissances sur les processus en jeu, la quantité et la qualité des données et les difficultés dans la mise en œuvre des modèles.

Nous présentons dans la suite les difficultés présentes dans les différentes étapes de modélisation de la qualité des RUTP : modélisation du bassin versant, modélisation des processus en jeu, et mise en œuvre du modèle.

3.1. Modélisation du bassin versant

Les informations sur les caractéristiques des différentes surfaces (occupation de sol, pente, imperméabilité,...) sont incertaines, surtout pour les grandes échelles où les simplifications et les agrégations sont indispensables pour des raisons de réduction de temps de calcul et de degré de complexité du système.

Les bassins versants sont souvent discrétisés en plusieurs sous bassins versants de quelques dizaines d'hectares chacun. Ces sous bassins versants sont souvent hétérogènes (agrégation des toitures, voiries, cours et réseau amont), et les caractéristiques de chacun d'eux sont décrites avec des approches globales sans distinction entre les différentes parties du sous bassin versant.

Ceci est également le cas pour les caractéristiques des collecteurs qui, même bien définis horizontalement, sont mal pris en compte verticalement (pentes et formes des dépôts changeant avec le temps) et influent fortement sur les conditions hydrauliques de l'écoulement.

3.2. Processus et leur modélisation

Depuis les débuts des années 1970, l'approche la plus souvent utilisée pour simuler les flux polluants dans les réseaux d'assainissement prend en compte quatre processus principaux : (i) accumulation des solides en temps sec sur les surfaces, (ii) lessivage et entraînement des solides en temps de pluie sur les surfaces, (iii) transport des solides dans le réseau incluant la sédimentation et la remise en suspension, et enfin (iv) processus chimique et biologique des polluants dans le réseau.

Les processus en jeu sont difficiles à appréhender, car ils résultent de phénomènes à caractère aléatoire et complexe que sont la pluviométrie, la production et le transfert de la masse polluante en surface et en réseau et les transformations bio-chimiques dues à l'activité bactérienne principalement.

Nous présentons dans la suite une analyse critique des modèles souvent utilisés pour décrire les différents processus.

3.2.1. Accumulation des solides sur les surfaces urbaines

La pollution des eaux de ruissellement urbaines a pour origine d'une part le lessivage de l'atmosphère et d'autre part le lessivage et l'érosion des surfaces urbaines. La masse de stock de polluants disponible sur les surfaces en début de pluie résulte du dépôt des polluants au cours du temps sec précédant la pluie et dépend des facteurs tel que le type et la pente de la surface du sol, le mode d'occupation du sol, la circulation, le nettoyage de la voirie, les conditions météorologiques... Il en résulte une variabilité spatiale et temporelle importante dans le processus d'accumulation.

La plupart des recherches menées pour étudier l'accumulation des polluants ont été conduites aux Etats-Unis. Les premières études ont été menées au cours des années 1960, suivies par les études de Sartor et Boyd (1972) sur différentes zones avec différents types d'occupation de sol.

Sartor et Gaboury (1984) ont cité les principaux facteurs influant la masse de dépôt présente sur la chaussée : l'occupation du sol, l'état du revêtement et la fréquence des pluies, avec comme facteur secondaire l'intensité de pluie et de vent. Pourtant, dans une étude récente sur le Marais, Gromaire (1998) a remarqué que la fréquence des pluies n'a pas d'influence significative sur les concentrations de pollution générée en temps de pluie.

Selon l'étude de Sartor et Boyd, la masse disponible des polluants tend vers une valeur limite au bout d'une dizaine de jours selon le type d'occupation de sol. Sur la base de ces constats, Sartor *et al.* (1974) ont proposé un ajustement asymptotique de la masse de stock accumulée en fonction de la durée de temps sec.

En décomposant l'accumulation en deux phénomènes principaux : dépôt et disparition, une relation exponentielle (accumulation asymptotique) a été élaborée et largement utilisée (Alley et Smith, 1981). La modélisation du processus d'accumulation n'a pas avancé d'une façon significative depuis les années 1970 où quelques formulations empiriques (linéaire, puissance ou exponentielle) ont été développées et utilisées dans tous les logiciels actuels. Dans quelques modèles, la source des polluants sur les surfaces est supposée illimitée et par suite il n'y a pas besoin de tenir compte de l'accumulation.

En pratique, le choix du modèle d'accumulation est souvent très subjectif et n'est pas lié aux caractéristiques physiques du système étudié. En effet, les données expérimentales disponibles pour le calage des paramètres du modèle d'accumulation sont peu nombreuses et souffrent des larges incertitudes et de dispersion importante. Les campagnes de mesures à l'échelle opérationnelle des bassins versants sont coûteuses. Les mesures de l'accumulation sont souvent faites ponctuellement et leur transposition sur une surface très importante et non uniforme engendre des risques de non-représentativité.

Par suite les paramètres utilisés ne sont jamais calés directement à partir de mesures, mais souvent dans le cadre d'un calage global du modèle à partir de la comparaison entre les mesures et l'estimation de la qualité de l'effluent à l'exutoire du réseau. C'est donc une liberté très importante qui est donnée là au modélisateur : à titre d'exemple, le coefficient de disparition du modèle asymptotique varie entre 0,2 et 0,4 j⁻¹ (6 à 12 jours pour atteindre 90% de stock limite) pour une zone résidentielle moyennement dense avec un trafic moyen dans la région de la ville de Milwaukee (Novotny *et al.*, 1985). Bujon et Herremans (1990), après calage du modèle FLUPOL sur des bassins versants français, proposent une valeur fixe de 0,08 j⁻¹ (29 jours pour atteindre 90% de stock limite).

Il faut noter aussi que l'utilisation d'un modèle d'accumulation pour quantifier la masse du stock disponible avant un événement pluvieux donné, nécessite une estimation de la masse résiduelle du stock de polluants à la fin de l'évènement pluvieux précédent :une tâche souvent difficile à réaliser et nécessite souvent des simulations en continue.

3.2.2. Mobilisation des solides par le ruissellement sur les surfaces urbaines

Les eaux de ruissellement provoquent l'arrachement et l'entraînement d'une partie plus ou moins importante des solides accumulés par temps sec à la surface des bassins versants urbains. Les paramètres pouvant jouer un rôle sur les processus d'érosion et de mobilisation sont très nombreux : intensité moyenne ou maximale de la pluie, hauteur et durée de la pluie, débit de pointe du ruissellement, volume ruisselé, topographie, rugosité et caractéristiques des solides, etc... (Servat, 1984).

Plusieurs études statistiques (Servat, 1984; Philippe et Ranchet, 1987; Saget, 1994) ont permis de mettre en évidence les principaux facteurs susceptibles de jouer un rôle dans ce processus lors d'un événement pluvieux. Ces facteurs sont :

• l'intensité maximale de la pluie lors de l'événement pluvieux ;

- le volume total ruisselé ;
- dans une moindre mesure, la masse disponible sur le bassin versant en début de pluie.

Cependant, Gromaire (1998) rapporte que les caractéristiques de l'événement pluvieux n'expliquent qu'une partie de la variabilité des concentrations des polluants générés lors d'un événement pluvieux sur le bassin versant expérimental du Marais.

Les mécanismes d'érosion sont très complexes et les paramètres hydrologiques et hydrauliques qui les influencent sont très nombreux. Les différentes études sur le sujet s'accordent pour dire que l'arrachement des particules déposées est dû à l'impact des gouttes de pluie sur le sol, et que le transport des particules arrachées dépend du ruissellement de surface (Bertrand-Krajewski, 1991).

De ce fait il est très difficile de décrire de manière mécaniste la mobilisation par le ruissellement des solides accumulés sur le bassin versant. La plupart des modèles existants sont des modèles conceptuels.

Pour décrire la mobilisation des particules par la pluie, les modélisateurs distinguent entre deux processus :

- l'arrachement des particules à la surface ;
- l'entraînement vers le réseau.

La complexité des phénomènes physiques en jeu est telle que la plupart des modélisateurs se sont orientés vers des approches globales : certains regroupent les deux processus mentionnés auparavant en un seul modèle (Bertrand-Krajewski, 1992), d'autres les détaillent (Bujon, 1988).

Plusieurs modèles de type conceptuel ont été développés pour simuler la mobilisation des particules à la surface. La plupart de ces modèles supposent que le processus d'érosion est proportionnel à la masse disponible des particules et à l'intensité de pluie et/ou au débit ruisselé sur la surface (Jewell et Adrian, 1978). Ce type de modèle a été utilisé en premier lieu dans SWMM (Huber et al., 1992) et repris avec quelques modifications dans plusieurs autres modèles : FLUPOL (Bujon, 1988), HYDROPOL (Briat, 1995), Hydroworks (Magna G. *et al.*, 1996), HORUS (Zug, 1998), St-Sim (Schlütter, 1999), etc... Une approche voisine a été utilisée dans MouseTrap (DHI, 2000) en supposant que l'érosion dépend seulement de l'intensité de pluie.

D'autre part le transfert vers le réseau est simulé souvent en se basant sur un modèle conceptuel du réservoir linéaire ayant la même constante de temps que celui utilisé pour la transformation pluie – débit (Huber *et al.,* 1992).

Des études récentes ont été conduites à Belgrade et à Lund (Tomanovic et Maksimovic, 1996 ; Deletic *et al.*, 1997) sur l'érosion des solides et des polluants sur des surfaces en asphalte pour tester l'applicabilité d'une description physique du phénomène d'entraînement. Une méthode pour simuler le processus d'érosion en supposant que l'érosion des sédiments dépend de l'énergie de l'impact des gouttes de pluie sur le sol et de la contrainte de cisaillement du ruissellement a été testé et a donné des résultats acceptables. Cependant ce modèle a été testé sur des petites surfaces asphaltées avec des caractéristiques simples permettant d'estimer facilement les conditions hydrauliques et le taux de cisaillement dû au ruissellement. Cependant cette tâche est difficile, voire impossible, pour des systèmes complexes tel les surfaces urbaines.

3.2.3. Processus dans les réseaux d'assainissement

Les processus dans les réseaux d'assainissement sont un mélange complexe des interactions entre les phases solides, liquides et gazeuses. En général, les modèles de simulation des processus dans les réseaux sont groupés en deux catégories : (i) ceux qui traitent le transport solide en incluant les processus de sédimentation et la remise en suspension ; (ii) et ceux qui incluent les processus sur les autres paramètres de qualité (biologiques et chimiques). Cette dernière catégorie ne sera pas traitée dans le cadre de notre travail et nous nous intéressons seulement aux processus physiques dans les réseaux d'assainissement.

3.2.3.1. Processus physiques

Transport des particules solides

Le transport des solides dans le réseau peut être en différents modes en fonction des caractéristiques des particules et des conditions hydrauliques. On distingue en général 3 types de mécanismes de transport solide :

i) Charriage : les grosses particules se déplacent en contact quasi permanent avec le fond en roulant, ou en faisant des petits bonds sur le fond ;

 ii) Transport intrinsèque : les particules très fines et les particules dissoutes restent en suspension au sein du liquide indépendamment des conditions hydrauliques de l'écoulement; iii) Suspension : les autres particules sont transportées au sein du liquide mais elles contribuent à l'échange solide entre la phase solide constituée par les dépôts et la phase liquide suivant les conditions hydrauliques régnantes.

Sédimentation et remise en suspension

Les solides subissent plusieurs processus durant leur transport dans les réseaux d'assainissement. Ces processus concernent aussi bien les dépôts au fond des collecteurs que les solides transportés. En effet, les particules solides en réseaux d'assainissement, ayant une teneur élevée en matière organique, changent de caractéristiques avec le temps grâce à l'agglutination, la cohésion, la dégradation des particules ainsi que du fait des processus biologiques.

A l'heure actuelle, la compréhension des processus de sédimentation et de consolidation des sédiments reste très approximative même pour le cas des estuaires (Ashley *et al.*, 1999). Très peu de données existent actuellement sur le développement des forces de cohésion entre les particules. Les expériences faites dans les laboratoires ont permis de déterminer les paramètres agissant sur la résistance des dépôts au cisaillement : teneur en matière organique, teneur en particules fines, teneur en eau et rôle des microorganismes (Beyer, 1989 ; Wotherspoon et Ashley, 1992 ; DeSutter, 2000 ; Tait *et al.*, 2002). Wotherspoon (1994) a trouvé que la résistance à l'érosion des sédiments dans les réseaux d'assainissement augmente rapidement (au bout de quelques heures).

Les études récentes sur les dépôts dans les réseaux d'assainissement faites *in situ* (Ahyerre, 1999; Oms, 2003) ont mis en évidence l'existence d'une couche superficielle très organique et très active biologiquement. Cette couche est formée d'une ou plusieurs couches composées de fibres et de matières organiques et dont la résistance au cisaillement augmente avec la profondeur. Néanmoins, malgré les connaissances acquises à ce sujet dernièrement, la dynamique d'accumulation de cette couche et son érosion sont encore mal connues et nécessitent encore des développements.

3.2.3.2. Modélisation des processus dans les réseaux

Sédimentation et remise en suspension

Les processus physiques d'érosion/sédimentation/consolidation des sédiments dans les réseaux d'assainissement sont rarement modélisés dans les modèles actuels. Pourtant des approches plus simples sont utilisées en supposant que quand la capacité de transport de

l'écoulement est supérieure ou inférieure à la masse des solides transportés, alors l'érosion ou le dépôt peut avoir lieu.

Récemment un modèle conceptuel de calcul de la résistance à l'érosion des dépôts cohésifs a été proposé suite à des études de laboratoires et son application sur des données expérimentales *in situ* semble être encourageante (Skipworth *et al.*, 1999 ; Tait *et al.*, 2003). Cependant l'application d'un tel modèle à l'échelle d'un réseau d'assainissement nécessite une estimation de cisaillement de l'écoulement au fond des collecteurs : une tache difficile malgré l'avancement des modèles hydrauliques. De plus, elle nécessite de coupler ce modèle de calcul d'érosion avec un modèle de dépôt des sédiments dans le réseau.

Transport des particules solides

Dans la littérature on peut rencontrer un nombre très important de modèles de transport solide qui calculent une capacité de transport en fonction des caractéristiques des solides et des conditions hydrauliques. La quasi-totalité de ces modèles, souvent empiriques, a été initialement développée pour l'hydrodynamique fluviale et suite à des études expérimentales sur des canaux dans les laboratoires. Un certain nombre de modèles a été transposé et adapté aux réseaux d'assainissement et incorporé dans les logiciels commerciaux en utilisant un ou deux classes granulométriques des solides.

Le Tableau 1 présente les modèles souvent utilisés dans les logiciels existants. Pour un inventaire plus complet on se reportera à (Bertrand-Krajewski, 1991 ; Mourad *et al.*, 2002).

Phase de transport simulée	Modèle	Logiciels
Suspension par une approche énergétique	Velikanov	FLUPOL (Bujon, 1988) HORUS (Zug, 1998)
	Wiuff	HYPOCRAS (Bertrand-Krajewski, 1992)
Transport par charriage et	Van Rijn	MouseTrap (DHI, 2000)
par suspension	Englund-Fredsoe	MouseTrap (DHI, 2000)
	Englund-Hansen	MouseTrap (DHI, 2000)
Iransport total	Ackers	MouseTrap (DHI, 2000) Hydroworks (Magne et al., 1996)
Approche globale	Formule conceptuelle	St-Sim (Schlütter, 1999)

Tableau 1 Principaux modèles utilisés dans les logiciels existants

Cependant, ces approches semblent inadaptées pour le cas des réseaux d'assainissement. Ceci est dû à la différence entre les caractéristiques des solides fluviaux à caractère minéral
non cohésif et les solides en réseaux d'assainissement de distribution granulométrique plus étendue avec une forte teneur en matière organique (Ashley et Verbanck, 1996, Gromaire, 1998, Ahyerre, 1999). Ces solides sont extrêmement hétérogènes et font l'objet d'une variabilité temporelle et spatiale (Jack *et al.*, 1996).

De plus ces modèles ont été développés et validés pour le cas des écoulements permanents ce qui n'est pas le cas dans les réseaux d'assainissement où le régime est transitoire en temps de pluie. En fonction de la forme des collecteurs, des variations rapides dans les conditions hydrauliques peuvent se passer et causent par conséquent des discontinuités dans les processus mal pris en compte dans les modèles.

Enfin, ces formulations visent à modéliser la sédimentation et l'érosion du corps du dépôt durant la pluie. Or, dans le cas de réseaux unitaires, des résultats récents montrent que la source de polluants dans le réseau d'assainissement est constituée d'une couche organique localisée dans l'espace, relativement mobilisable et située à l'interface eau-sédiment au fond de certains collecteurs (Ahyerre, 1999).

3.3. Mise en œuvre des modèles

3.3.1. Les données

En général, les modélisateurs ont besoin des données dans deux phases de la modélisation : données d'entrée pour l'application du modèle et données pour le calage et la validation du modèle.

3.3.1.1. Conditions initiales et conditions aux limites

Les conditions initiales du système modélisé subissent des variations spatiales et temporelles importantes et elles sont difficiles voire impossibles à mesurer. En général, les utilisateurs du modèle ne disposent pas d'information sur la localisation et la description des masses initiales et des caractéristiques des stocks dans les collecteurs et sur les surfaces, et des hypothèses sont toujours faites sans aucune idée des conditions initiales du système à modéliser.

Concernant les conditions aux limites, la pluie est caractérisée par des larges variabilités spatiales et temporelles difficilement mesurées avec les équipements actuels de mesure des intensités de pluie. A cela s'ajoute les incertitudes liées à la technique de mesure utilisée. Les mesures par les pluviographes à augets basculants, souvent utilisées, sont entachées

d'erreurs qui varient de 5% pour une intensité très faible à 19% pour une intensité de pluie de 200 mm/h (Gromaire, 1998).

Une autre source d'incertitudes est introduite par les données des eaux usées en terme de flux et de débit entrant dans les réseaux d'assainissement du fait qu'on ne dispose pas des données à la source, et toutes les données qu'on peut avoir sont souvent obtenues à l'exutoire du bassin versant.

3.3.1.2. Données de calage

Les modèles nécessitent le calage de nombreux paramètres, alors que la quantité de données disponibles est toujours faible, en raison de la difficulté de réaliser des campagnes de mesures dans ces milieux hostiles et des coûts qu'elles représentent, difficilement supportables pour des collectivités petites ou moyennes. En pratique, on ne dispose en général pour caler et valider le modèle, que de données de débit et de concentration en polluants à l'exutoire des bassins versants urbains.

Les bureaux d'études qui font de la modélisation utilisent des données mesurées sur 3 à 4 événements pluvieux pour caler le modèle de qualité des RUTP (Cabane *et al.,* 2002). L'utilisation des paramètres proposés par défaut dans les logiciels et la transposition des paramètres d'un cas sur un autre ne donne pas souvent satisfaction.

D'autre part, l'acquisition de ces données est liée à des fortes incertitudes. Concernant les débits, et en fonction de la méthode de mesure utilisée, les incertitudes sont entre 5 et 25 % (Maksimovic et Radojkovic, 1986).

La qualité des données expérimentales de qualité est aussi moins bonne et plusieurs sources d'incertitudes influent sur les mesures de qualité de l'eau : incertitudes dues aux techniques de prélèvement et d'analyse et incertitudes dues à la représentativité de l'échantillon analysé à cause de la variabilité spatiale et temporelle des concentrations des flux polluants. Citons, par exemple, le cas des mesures de qualité dans les réseaux d'assainissement du Marais où les incertitudes aléatoires ont été estimées suivant le paramètre, à $\pm 12\%$ -- $\pm 18\%$ pour la mesure de concentration moyenne à l'échelle de l'événement pluvieux et \pm 30% -- $\pm 46\%$ dans le cas de mesure de concentration ponctuelle (Gromaire et al., 2001).

3.3.2. Calage et validation des modèles

Comme la plupart des modèles de calcul des flux polluants en réseau d'assainissement sont conceptuels, le calage et la validation sont indispensables pour pouvoir utiliser ces modèles.

En pratique, il est impossible de caler chaque processus et chaque paramètre tout seul, et les paramètres des différents processus sont souvent estimés avec des données *in situ* mesurées à l'aval (exutoire du bassin versant ou aux ouvrages spéciaux tels que les déversoirs d'orage,...).

De plus, le nombre important des paramètres nécessite des données expérimentales appropriées ce qui n'est pas toujours le cas dans la modélisation des RUTP : en pratique le nombre limité des données souvent disponibles pour le calage rendent cette étape cruciale même pour le cas des modèles très simples. Différents jeux de paramètres peuvent donner le même résultat sur un jeu de données choisi (Gaume *et al.*, 1998). En utilisant les méthodes classiques de calage, le choix du jeu de paramètres le plus pertinent est loin d'être facile voir impossible. En d'autres termes, il peut y avoir de larges incertitudes dans les valeurs estimées des paramètres du modèle.

La validation du modèle est souvent ignorée à cause du nombre des données insuffisant, ce qui laisse subsister un doute sur son caractère prédictif. Les modèles contiennent des incertitudes qui trouvent leurs sources dans les différentes étapes de modélisation : simplifications dans la description du système, description empirique et conceptuelle des processus, quantité et qualité des données... Une utilisation avec confiance des modèles, même s'ils ne sont pas parfaitement précis, nécessite inévitablement une quantification des incertitudes liées aux résultats de ces modèles. Ceci n'est pas le cas avec les méthodes classiques de calage souvent utilisées dans la pratique.

4. DISCUSSION

Ces dernières années, les acteurs intervenant en assainissement ressentent de plus en plus l'importance de la maîtrise et la gestion de la pollution des rejets urbains en temps de pluie. Malgré l'avancement des connaissances sur la génération et de transport de la pollution des RUTP, nous sommes encore loin d'une compréhension suffisante sur la totalité des processus impliqués dans le système d'assainissement. Pourtant, dans le but de maîtriser cette pollution, de gros efforts ont été réalisés par les chercheurs pour développer des logiciels de modélisation de la qualité des rejets urbains par temps de pluie. Cependant, les utilisateurs sont souvent confrontés à des difficultés de mise en application de ces logiciels liées à leur complexité, la quantité et la qualité des données disponibles pour la mise en œuvre, et les difficultés dans la mise en œuvre du modèle. Par suite ces modèles sont rarement utilisés par les gestionnaires.

Cet échec relatif des modèles est dû à plusieurs raisons. Malgré le nombre important d'outils développés jusqu'à l'heure actuelle, tous ces modèles sont basés sur des formulations qui décrivent mal les processus en jeu. La tendance actuelle des modélisateurs est d'augmenter la complexité des modèles. On cherche souvent à palier les imperfections des modèles les plus anciens en les rendant plus complexes malgré la faible quantité des données existantes pour décrire les phénomènes et pour la mise en œuvre de ces modèles.

Après cette étude bibliographique, on se trouve devant une question très importante, quel modèle doit-on utiliser ?

Une meilleure approche de modélisation est celle qui tient compte des besoins, des données disponibles, de la complexité du système et de l'état des connaissances. Suivant ces facteurs on peut procéder au choix des échelles spatiales et temporelles (discrétisation, événementielle, en continu, calcul des concentrations, masse totale, calcul du pollutogramme, masse événementielle, masse annuelle,...).

Finalement, comme un des objectifs de modélisation des flux polluants est d'utiliser ces modèles pour la prévision, il est essentiel de savoir avec quelle précision un tel modèle peut prévoir les flux de polluants produits par temps de pluie. Ceci nécessite une quantification réaliste des incertitudes liées aux résultats d'application des MCFP, une quantification indispensable pour évaluer le degré de confiance dans l'utilisation de ce modèle.

Chapitre 2. MISE EN OEUVRE DES MODELES PARAMETRIQUES

1. MODELE MATHEMATIQUE

1.1. Définition

Le dictionnaire Robert définit au sens scientifique un modèle comme étant une représentation simplifiée d'un processus ou d'un système. D'une façon générale, l'objet d'un modèle est de fournir une réponse à une question ou à un problème posé. C'est la question qui doit déterminer la construction du modèle.

Les modèles peuvent être représentés sous différentes formes (figures, mathématiques,...). La modélisation mathématique est la translation mathématique du modèle en une ou plusieurs combinaisons d'équations mathématiques.

En principe, un modèle mathématique comprend une ou plusieurs variables indépendantes et une ou plusieurs variables dépendantes. Comme pour le système qu'il représente, le modèle d'un système physique est une description de sa structure physique avec en plus les modèles (comportementaux ou fonctionnels) de chacun de ses constituants.

1.2. Types des modèles

En général, la modélisation d'un système physique donné peut varier entre deux approches extrêmes : d'une part, une approche ne dépendant que des données mesurées pour formuler une relation cause – effet (réseaux de neurones) et d'autre part une approche ne dépendant que des connaissances sur les processus physiques supposées bien déterminées (modèles déterministes).

Il existe dans la littérature plusieurs tentatives de classification des modèles mathématiques utilisés dans les sciences de l'eau. Parmi lesquelles citons à titre d'exemple :

- Classification suivant le *domaine d'application* du modèle : Modèles quantitatifs et qualitatifs des eaux souterraines, modèles hydrodynamiques et modèles hydrologiques, modèles de qualité des eaux de surfaces, modèles de distribution de l'eau, ...etc ;
- Classification suivant l'*objectif d'application* derrière la construction du modèle : Modèles de recherche et modèles de gestion. Les gestionnaires ne cherchent pas à dire si un modèle est vrai ou faux mais plutôt utile ou pas, et par conséquent ils s'intéressent au pouvoir prédictif pour choisir un modèle. Les scientifiques quant à eux demandent beaucoup plus qu'un modèle de prévision et ils cherchent un modèle d'explication et d'investigation ayant pour objectif de mieux comprendre les processus du système ;
- Classification suivant la *dépendance ou non des variables du modèle du temps* : Modèles dynamiques et modèles statiques ;
- Classification suivant les connaissances sur les variables du modèle et leurs représentations comme des *variables déterminées ou aléatoires* : Modèles déterministes et modèles stochastiques ;
- Classification suivant la *schématisation du modèle et sa discrétisation spatiale* (0D, 1D, 2D, 3D) : Modèles distribués et modèles globaux ;
- Classification suivant la *description du structure du modèle et des mécanismes internes* du système : Modèles mécanistes, modèles conceptuels et modèles empiriques. Les modèles mécanistes nécessitent une connaissance parfaite de la structure du système et des lois qui le régissent ainsi qu'une quantification des différentes variables du système. Ce type de modèles est loin d'être utilisé dans les sciences de l'eau du fait de la complexité des phénomènes, des incertitudes et de la rareté des informations... Les modèles conceptuels, les plus utilisés dans ce cas, décrivent le concept physique du système par une représentation plus simple en utilisant des équations semi empiriques mais ayant un sens physique et contenant des paramètres qui peuvent ou ne pas avoir une interprétation physique. Quant au troisième type, les modèles empiriques ne font pas référence aux mécanismes internes du système et se contentent de faire des relations directes entre les variables d'entrée et les variables de sortie du système.

Il faut noter que ces différentes classifications ne sont pas exclusives entres elles, mais elles sont partiellement liées les unes aux autres.

1.3. Étapes de conception d'un modèle

Il n'existe pas une seule méthode pour la conception des modèles. Pourtant, le processus de modélisation passe par une succession d'étapes méthodologiques liées entre elles et indispensables pour la mise en œuvre d'un modèle. Comme montré dans la Figure 1, la modélisation est formée essentiellement de 4 étapes : La définition du projet de modélisation, le développement du modèle, et enfin l'analyse du modèle. L'existence des rétroactions entre ces différentes étapes fait de la modélisation une procédure itérative pour assurer un bon fonctionnement du modèle vis-à-vis des objectifs précisés.



Figure 1: Méthodologie de modélisation d'un système et de mise en œuvre du modèle

On s'intéresse dans le cadre de ce travail de thèse à l'étape de mise en œuvre et d'analyse des modèles.

2. MISE EN ŒUVRE DES MODELES

2.1. Introduction

Avant de présenter les différentes étapes de calage, commençons à donner une définition mathématique d'un modèle paramétrique f() sous sa forme non linéaire :

$$Y_t = f(X_t, \theta) + \varepsilon_t, t=1, ..., n$$
 Equation 2-1

Où ($Y_1, ..., Y_n$) est le vecteur des prévisions du modèle (variables de sortie) pour reconstruire les observations, ($X_1, ..., X_n$) est le vecteur des données d'entrée, $\theta = (\theta_1, ..., \theta_p)$ est le vecteur de p paramètres et ($\varepsilon_1, ..., \varepsilon_n$) est le vecteur des erreurs ou aléas naturels.

La section 2.2 donne une présentation des différentes étapes du calage des modèles. L'estimation des incertitudes dans le modèle est traitée dans la section 2.3.

2.2. Calage

Lorsque le modèle n'est pas entièrement identifié du fait que ses paramètres ne peuvent pas être mesurés directement, le calage de ces paramètres se fait nécessaire. L'objectif du calage est d'attribuer des valeurs aux paramètres du modèle de telle sorte à obtenir un *ajustement acceptable* entre la réponse du modèle et les observations.

La plupart des procédures classiques utilisées dans le calage des modèles peuvent être classées comme des procédures d'optimisation par essais et erreurs successives (Figure 2). On initie le processus de calage avec une structure de modèle et un jeu de paramètres à caler et on évalue la similitude entre les variables de sortie simulées et celles mesurées sur le système étudié. Ensuite, on procède à l'ajustement de certains paramètres du modèle jusqu'à arriver à un bon accord entre les réponses simulées par le modèle et celles observées sur le système.

Quelle que soit l'approche utilisée le calage du modèle exige :

Le choix d'une série de données « *représentative* » des différents phénomènes ayant lieu sur le système simulé. Ceci constitue une étape importante dans le processus de calage d'un modèle. Le jeu de paramètres final obtenu par calage est alors fortement relié aux données utilisées pour le calage. Gan *et al.* (1997), Sorooshian et Gupta (1983) défendent que ce n'est pas la longueur de la série de données utilisées dans le calage qui assure sa

réussite mais la qualité de l'information contenue dans les données et l'efficacité avec laquelle l'information est extraite.

- Le choix d'une méthode ou un critère pour évaluer la qualité des résultats du modèle.
- Le choix d'une méthode d'ajustement des paramètres afin d'atteindre le critère choisi.



Figure 2: Définition de calage d'un modèle (D'après Beck, 1983)

2.2.1. Critère ou fonction objectif

Durant le calage, une description du degré d'ajustement, entre la réponse du modèle et les observations, doit être faite sous la forme d'une fonction objectif. Ceci revient à chercher une formule qui reflète numériquement, en tenant compte des données expérimentales et des variables de sorties simulées le degré d'adéquation entre le modèle et les observations : c'est ce qu'on appelle une fonction de coût ou un critère mathématique.

Un critère mathématique est défini comme une mesure du degré d'ajustement entre les valeurs observées et simulées. Les valeurs des paramètres sont alors modifiées afin d'optimiser (minimiser ou maximiser) la valeur du critère mathématique.

Des nombreux critères mathématiques à optimiser existent dans la littérature (Tableau 2). Parmi ces critères, la somme des écarts quadratiques est le critère le plus utilisé. Ce critère est sensible aux erreurs de simulation correspondants aux valeurs fortes de la variable de sortie et peut être intéressant dans le cas où on s'intéresse à la prédiction des fortes valeurs de la variable de sortie (par exemple les pics de concentration dans les modèles de qualité ou les pics de débit dans les modèles hydrologiques).

D'autres types de critères basés sur la théorie statistique existent également dans la littérature. Ces critères sont définis sous forme des fonctions de vraisemblance que l'on cherche à maximiser. La fonction de vraisemblance peut être estimée soit en utilisant des mesures subjectives de conformité entre les réponses du modèle et les observations (Beven et Binley, 1992) soit en utilisant des fonctions statistiques exprimant la structure connue (ou attendue) des résidus entre les réponses du modèle et les observations.

Tableau 2 Exemples des critères d'optimisation utilisés pour le calage des modèles [Y_t^{obs} est la variable de sortie observée, X_t est la variable d'entrée, θ est le vecteur des paramètres, n est le nombre des observations, σ^2 est le variable représentant la variance des écarts entre les réponses du modèle et du système, w_t est le poids pour la mesure Y_t^{obs} pour stabiliser la variance σ^2 , λ est un paramètre de transformation, ρ est un coefficient d'auto-corrélation]

Somme des écarts quadratiques	Minimiser $F_1 = \sum_{n} \left(Y_t^{obs} - f(X_t, \theta) \right)^2$
Somme des écarts absolus	Minimiser $F_2 = \sum_{n} \left Y_t^{obs} - f(X_t, \theta) \right $
Somme des écarts quadratiques pondérés	Minimiser $F_3 = \sum_n w_t \cdot \left(Y_t^{obs} - f(X_t, \theta)\right)^2$
Vraisemblance pour les écarts homoscédastiques	Maximiser $F_4(\theta) = \prod_{t=1}^n \frac{1}{\left(2 \cdot \pi \cdot \sigma^2\right)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{\left(Y_t^{obs} - f(X_t, \theta)\right)^2}{2 \cdot \sigma^2}}$
Vraisemblance pour les écarts hétéroscédastiques (Sorooshian et Gupta, 1983)	$Minimiser F_5 = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^{n} w_t(\lambda) \cdot \left(Y_t^{obs} - f(X_t, \theta)\right)^2}{\left[\prod_{t=1}^{n} w_t(\lambda)\right]^{1/n}}, \ w_t(\lambda) = (Y_t^{obs})^{2(\lambda-1)}$
Vraisemblance pour les écarts auto-corrélés (Sorooshian et al., 1983)	$F_{6} = \frac{n}{2} Log(2\pi) + \frac{1}{2} Log\left(\frac{\sigma^{2n}}{1-\rho^{2}}\right) - \frac{1}{2} \rho^{2} \sigma^{2} \left(Y_{1}^{obs} - f(X_{1},\theta)\right)^{2} + \frac{1}{2\sigma^{2}} \cdot \sum_{t=2}^{n} \left(Y_{t}^{obs} - f(X_{t},\theta) - \rho \left(Y_{t}^{obs} - f(X_{t},\theta)\right)\right)^{2}$

Le choix *a priori* d'une fonction qui reflète les caractéristiques statistiques des résidus est difficile. Le non homogénéité de la variance des résidus de simulation (hétéroscédasticité) et leurs dépendances en temps et/ou en espace (auto-corrélation) peuvent créer des problèmes dans le calage si on n'en tient pas compte dans le choix de la vraisemblance. Parmi d'autres, Kuczera (1983), Sorooshian *et al.* (1983), Romanowicz *et al.* (1994) et Engeland (2002) ont construit des modèles statistiques plus ou moins complexes pour tenir compte de ces aspects.

Plusieurs études comparatives dans le domaine des modèles hydrologiques ont montré que le critère de vraisemblance pour les résidus hétéroscédastiques est plus avantageux dans l'estimation des paramètres dans le cas où on s'intéresse aux faibles valeurs de la variable de sortie (faibles débits dans les modèles hydrologiques). Mais il est préférable d'utiliser le critère des écarts quadratiques ou le maximum de vraisemblance pour les résidus homoscédastiques si on s'intéresse aux fortes valeurs (Sorooshian et Gupta, 1983 ; Yapo *et al.*, 1996 ;Gan *et al.*, 1997).

En conclusion, on ne peut pas dire que l'un des critères est meilleur que les autres, et différents critères d'optimisation peuvent donner différents jeux optimaux de paramètres (Madsen, 2000; Madsen, 2003). Le choix du critère d'optimisation par le modélisateur est souvent subjectif et dépend fortement de l'objectif de la modélisation.

2.2.2. Méthode de calage

Il existe deux approches pour le calage d'un modèle : le calage manuel et le calage automatique.

Le calage manuel est le processus d'ajustement de paramètres d'un modèle par comparaison entre les valeurs simulées et observées. Le critère de performance souvent utilisé dans le calage manuel est l'inspection visuelle. Cependant, même si un bon ajustement peut être obtenu par cette approche, le choix des valeurs de paramètre est très subjectif et dépend de l'expertise du modélisateur. Différentes personnes peuvent arriver à des différents jeux de paramètres pour le même modèle.

L'autre alternative, souvent utilisée dans le cas des modèles non linéaires, est le calage par optimisation automatique où l'optimum de la fonction objectif est recherché par un processus itératif afin de trouver le jeu optimal de paramètres. Il nécessite le choix d'un critère mathématique et d'un algorithme d'optimisation ou de recherche dans l'espace des paramètres (recherche dans un espace à p dimensions où p est le nombre des paramètres à caler).

Un large nombre de méthodes de calage automatique existent dans la littérature et une liste complète de ces méthodes existantes actuellement n'est pas possible ici. Nous nous contenterons de présenter les différentes catégories de méthodes. Pour plus de détails, on se reportera à (Beck, 1983 et 1987 ; Press *et al.*, 1988 ; Wang, 1991 ; Duan *et al.*, 1992 ; Walter et Ponzato, 1994 ; Solomatine *et al.*, 1999 ; kanso, 2002).

Comme montré dans le Tableau 3, les méthodes d'optimisation sont groupées en deux familles d'algorithmes : les algorithmes d'optimisation locale et les algorithmes d'optimisation globale. Ce dernier type peut être divisé en deux catégories : les algorithmes déterministes et les algorithmes stochastiques. Ce dernier type d'approche est le plus utilisé actuellement dans les sciences de l'eau grâce à son efficacité et au développement de la puissance des ordinateurs.

Algorithmes d'optimisation locale (Press <i>et al.</i> , 1988)		Algorithmes d'optimisation globale (Duan <i>et al.,</i> 1992)	
Recherche directe	Gradient	Déterministe	stochastique
Simplexe	Levenberg-	Découpage de	Uniform Random Search
	Marquardt	l'espace des	Adaptive Random Search
Powell	Gauss-Newton	paramètres	Algorithmes génétiques
	Adjoint	(Grilles)	Shuffled Complex Evolution

Tableau 3 Exemples des différents types d'algorithmes d'optimisation existants

Cependant toutes ces méthodes ne sont que des algorithmes d'optimisation d'une valeur optimale des paramètres sans aucune information sur la significativité de cette valeur.

Il est important en ce moment de se poser la question sur le vrai objectif de calage : est c'est seulement l'obtention d'une valeur des paramètres qui ajuste le plus les réponses du modèle aux observations ou il faut aussi estimer à quel degré cet ajustement est pertinent et réaliste. Ce qui nécessite une analyse des incertitudes liées au modèle étudié.

2.3. Incertitudes

2.3.1. Sources des incertitudes

Les écarts entre les résultats du modèle et les observations sont déterminés par plusieurs sources d'incertitudes. On peut distinguer trois catégories de sources d'incertitudes : les incertitudes dans les données (d'entrée ou de sortie), les incertitudes dans la conception du modèle, et les incertitudes dans l'estimation des paramètres du modèle.

2.3.1.1. Incertitudes dans les données

Les incertitudes dans les données (d'entrée ou de sortie) du système peuvent être dues soit au hasard dans la nature, soit aux erreurs dans les mesures.

Les incertitudes dues au hasard représentent la conséquence de la quantité limitée de données mesurées sur une période de temps donnée et sur un site donné. En théorie, ces incertitudes peuvent être réduites pour un nombre illimité d'observations ce qui ne peut pas

être le cas en pratique à cause du coût élevé des mesures expérimentales et du temps de mesures qui peut être souvent un facteur limitant.

Les erreurs de mesures peuvent être systématiques ou aléatoires et peuvent avoir des ordres de grandeurs importants. C'est le cas des mesures de qualité de l'eau dans les réseaux d'assainissement.

2.3.1.2. Incertitudes dans la conception du modèle

Un modèle qui représente parfaitement les phénomènes naturels n'existe pas. Les incertitudes dans la conception du modèle sont liées au manque de connaissances de tous les causes et les effets dans le système étudié. Ces incertitudes sont dues aux inexactitudes dans la définition du modèle telle que la simplification des structures complexes, le fait de négliger certains sous processus, les erreurs dans les conditions aux limites du modèle ainsi que les incertitudes dans la description mathématique ou dans la solution numérique utilisée.

Ces incertitudes sont extrêmement difficiles à évaluer. Cependant elles peuvent être réduites avec l'accroissement des connaissances sur le système : en récupérant plus de données informatives, en faisant plus de recherche pour comprendre les phénomènes mal connus et en ayant recours aux jugements des experts.

2.3.1.3. Incertitudes dans l'estimation des paramètres

Les incertitudes dans l'estimation des paramètres du modèle peuvent être dues à la variabilité spatiale pour les paramètres mesurables physiquement, à la mauvaise représentativité des phénomènes par les données utilisées pour le calage des paramètres, ainsi qu'aux problèmes dans la procédure de calage.

En pratique, les données utilisées pour le calage sont limitées et ne contiennent pas toutes les informations nécessaires pour prendre en compte les processus. Utilisées dans le calage du modèle, ces données non informatives engendrent indirectement des incertitudes dans l'estimation des paramètres du modèle. Plus petit est le nombre de données utilisées pour le calage, plus larges sont les incertitudes dans l'estimation des paramètres (Van Gelder, 2000).

Quant à la procédure de calage, les valeurs optimisées des paramètres dépendent de la nature de la fonction objectif choisie subjectivement par le modélisateur et utilisée comme critère d'optimisation.

De plus, d'autres difficultés sont présentes dans le calage automatique et se présentent sous forme d'incertitudes sur le jeu optimal de paramètres. Beck (1991) et Gaume *et al.* (1998) citent qu'il est difficile, voire impossible, d'obtenir un seul jeu optimal de paramètres. Ces difficultés sont notamment dues aux propriétés de la surface de la fonction objectif dans l'espace des paramètres qui se traduisent par :

i) *Régions d'attraction*. L'existence, à une grande échelle, des régions d'attraction dans la surface de la fonction objectif (ex. vallées longues plates) peut compliquer l'optimisation. Ces régions d'attraction sont les résultats inévitables de l'interdépendance entre les paramètres du modèle.

ii) *Minima locaux*. A une échelle plus petite, des optima locaux existent dans chaque région d'attraction, mais en raison de la *non convexité* de la surface de la fonction objectif ces optima peuvent être éloignés de l'optimum global de la fonction. Le grand nombre d'optima locaux est la raison principale de la défaillance de l'algorithme d'optimisation à converger vers un jeu de paramètres optimal et unique. La procédure d'optimisation locale s'arrête lorsqu'elle arrive à un optimum local ; par suite l'optimisation peut se terminer sans trouver même un ajustement optimal du modèle avec les observations.

iii) *Discontinuités*. La plupart des algorithmes d'optimisation sont très sensibles aux discontinuités et au non lissage de la surface de la fonction objectif dans l'espace des paramètres. De plus, la discontinuité de la dérivée qui varie à travers cet espace d'une manière non prédictible est la cause principale de l'inefficacité des algorithmes de gradient (Gupta et Sorooshian, 1985).

iv) *Insensibilité de paramètres*. Les valeurs de la variable de sortie simulée, et par suite les valeurs de la fonction objectif peuvent être indifférentes au changement de la valeur d'un ou de plusieurs paramètres. Ceci crée des zones avec des gradients nuls dans la surface de la fonction objectif dans lesquels l'algorithme d'optimisation ne peut plus avancer.

Ces problèmes dans l'estimation d'un optimum global de la fonction objectif résultent des mauvaises propriétés structurelles du modèle, de l'insuffisance ou de la non représentativité des données disponibles pour le calage, ou à l'inadéquation du modèle (Gaume *et al.*, 1998).

2.3.2. Estimation des incertitudes

En pratique, les sources d'incertitudes citées ci-dessus, ne sont jamais toutes quantifiées explicitement par la majorité des techniques souvent utilisées pour la mise en œuvre des modèles.

De plus, et dans le cas de la modélisation de la qualité de l'eau dans les réseaux d'assainissement, l'analyse des incertitudes a été souvent écartée ou ignorée par les modélisateurs. Les séries de données sont souvent trop courtes et ne sont pas de bonne qualité pour représenter les différents comportements du système étudié, et ne permettent pas par suite une estimation réaliste et objective des incertitudes liées aux prévisions du modèle.

D'ailleurs, et malgré tous les efforts faits par les modélisateurs pour développer des procédures d'optimisation globale pour l'estimation des valeurs optimales des paramètres, peu d'efforts ont été consacrés pour le développement des techniques pour évaluer la signification des valeurs estimées des paramètres et pour quantifier objectivement les incertitudes liées aux résultats des modèles. Et c'est seulement durant la dernière décennie que les travaux de recherche en sciences de l'eau ont commencé à s'intéresser à l'estimation des incertitudes dans les modèles hydrologiques. L'approche bayésienne (Beven et Binley, 1992; Kuczera et Parent, 1998; Campbell et Fox, 1999; Chaouche et Parent, 1999; Omlin et Reichert, 1999) et les l'approche d'optimisation multi-objectif (Yapo *et al.*, 1998; Sorooshian *et al.*, 1998; Madsen, 2000; Vrugt *et al.*, 2003) sont les plus discutées à l'heure actuelle. Nous présentons dans la suite le principe de l'approche bayésienne utilisée dans le cadre de ce travail de thèse.

2.3.2.1. Approche Bayésienne

Concept de l'approche bayésienne

Reprenons la définition mathématique d'un modèle paramétrique f() sous sa forme non linéaire :

$$Y_t = \underbrace{f(X_t, \theta)}_{(1)} + \underbrace{\varepsilon_t}_{(11)}, t=1, \dots, n$$
Equation 2-2

D'une manière générale, un modèle comprend une partie déterministe (I) caractérisée par les paramètres θ , et un terme d'erreur ou aléa naturel (II) représentant la partie incompressible

(aucune explication structurelle dans ces résidus). Soit γ le vecteur des paramètres représentant les caractéristiques statistiques des erreurs ε_t .

Le paradigme bayésien consiste à exprimer statistiquement les incertitudes en terme de probabilité. Il s'agit :

i) D'associer des propriétés statistiques aux aléas naturels en supposant que ces erreurs forment un échantillon d'une distribution de probabilité dont on peut préciser les caractéristiques statistiques γ (considéré comme un paramètre à estimer par calage).

ii) De considérer que les incertitudes dans les valeurs estimées des paramètres (θ) ont également des caractéristiques statistiques que l'on cherche à quantifier par calage.

Par conséquent, d'un point de vue bayésien, le paramètre (θ) du modèle est considéré comme une variable aléatoire ayant une densité de probabilité qui reflète l'incertitude liée à l'estimation de ce paramètre. Ces incertitudes sur les paramètres représentent indirectement les informations disponibles utilisées pour leur estimation.

L'approche bayésienne considère qu'il existe deux sources d'informations à propos d'un paramètre inconnu : une information, *a priori*, basée sur des données historiques ou sur la connaissance du modélisateur avant d'assembler aucune observation, et une information *a posteriori* obtenue par des observations ou par expérience.

Par suite, l'information sur les paramètres (θ, γ) est actualisée à partir d'une connaissance *a priori* des paramètres, représentée par une probabilité $P(\theta, \gamma)$, vers une probabilité *a posteriori* $P(\theta, \gamma/D)$ en utilisant les informations dans les données observées $D = \{Y_t^{obs}, X_t, i = 1, ..., n\}$. Ceci est fait suivant la théorème de Bayes dont l'équation est :

$$P(\theta, \gamma | D) = \frac{P(D|\theta, \gamma) \cdot P(\theta, \gamma)}{\int P(D|\theta, \gamma) \cdot P(\theta, \gamma) \cdot d\theta \cdot d\gamma}$$
Equation 2-3

Où le dénominateur $\int P(D|\theta,\gamma) \cdot P(\theta,\gamma) \cdot d\theta \cdot d\gamma$ est une constante de normalisation destinée à assurer que $\int P(\theta,\gamma|D) \cdot d\theta \cdot d\gamma$ soit égale à 1. Le terme $P(D|\theta,\gamma)$ est la probabilité conditionnelle des observations pour une valeur hypothétique de paramètre θ . Elle est donnée par la fonction de vraisemblance $L(D|\theta,\gamma)$. Elle décrit dans ce cas les caractéristiques statistiques des résidus entre les réponses du modèle et les observations.

Souvent, il n'est pas nécessaire de calculer le dénominateur et la théorème de Bayes s'écrit :

$$P(\theta, \gamma | D) \propto L(D | \theta, \gamma) \cdot P(\theta, \gamma)$$
 Equation 2-4

L'approche bayésienne permet de fusionner les connaissances *a priori* provenant de la littérature avec les informations provenant des données expérimentales. Comme tout est basé sur la probabilité dans l'approche bayésienne, l'analyse bayésienne permet alors l'estimation des distributions statistiques des paramètres (densités de probabilité).

Estimation de la distribution de probabilité a posteriori

Une limitation historique de l'approche bayésienne est la difficulté voire l'impossibilité d'estimer la distribution *a posteriori* avec un calcul analytique direct. Une solution analytique des intégrations nécessaires pour l'estimation de la distribution *a posteriori* est impossible à résoudre dans le cas de la plupart des modèles non linéaires et surtout dans le cas où le modèle contient un nombre assez important de paramètres à caler.

Dans ce contexte, des approches numériques ont été proposées pour approximer cette distribution de probabilité. Parmi ces approches on cite : (i) approximation par une distribution multi-normale, (ii) Importance Sampling, et (iii) Monte Carlo par Chaîne de Markov.

En pratique, une approximation de la distribution *a posteriori* par une loi multi-normale peut conduire à des mauvais résultats surtout dans le cas des modèles complexes avec assez peu de données disponibles pour le calage. Duan *et al.* (1992) ont observé que la surface de $P(\theta|D)$ dévie beaucoup de la surface quadratique lisse d'une distribution multi-normale. Ces déviations sont caractérisées par l'existence de plusieurs optimums, des zones d'attraction et par la discontinuité de la dérivée d'ordre 1 de la fonction de vraisemblance.

D'autres approximations de la distribution *a posteriori* appartenant à la famille des techniques « Importance Sampling » (Tanner, 1996) ont été proposées et testées dans le cas des modèles hydrologiques, et parmi lesquelles citons comme exemple la méthode proposée par Beven et Binley (1992) et utilisée dans la méthode « Generalized Likelihood Uncertainty Estimation » GLUE.

L'idée de base de cette méthode est de choisir une distribution de probabilité $I(\theta)$ appelée « importance probability » qui approche approximativement la probabilité *a posteriori* des paramètres et à partir de la quelle il est acceptable de tirer aléatoirement au sort un échantillon des jeux de paramètres (θ_i) ayant une probabilité d'importance $I(\theta_i)$. Ensuite, l'algorithme consiste à actualiser la probabilité d'importance de chaque jeu de paramètres à partir de sa probabilité *a posteriori* correspondant $P(\theta_i/D)$ pour obtenir une probabilité $PI(\theta_i/D)$. La séquence obtenu (θ_i , $PI(\theta_i/D)$) représente un échantillon de la distribution *a*

posteriori des paramètres. La réussite de cette approche dépend fortement du choix de la distribution d'importance : Si un ou plusieurs jeu(x) de paramètres ont des poids dominants, l'algorithme risque de produire des résultats douteux. Pour contourner ce problème il faut un nombre énorme d'itérations ce qui rend cette méthode difficile à appliquer en pratique (Kuczera et Parent, 1998).

Contrairement aux techniques classiques d'approximation qui peuvent échouer surtout dans le cas des modèles complexes non linéaires, la technique d'échantillonnage de Monte Carlo par chaîne de Markov « MCMC » représente une approche alternative qui a reçu beaucoup d'attention durant la dernière décennie (Mailhot et al., 1997; Kuczera et Parent, 1998; Campbell *et al.*, 1999; Engeland et Gottschalk, 2002; Qian et al., 2003) en raison de sa commodité pour l'échantillonnage des distributions de larges dimensions. Elle permet de générer, par une procédure de tirage aléatoire, un échantillon large qui s'adapte à la distribution *a posteriori* des paramètres d'un modèle.

Ce type d'algorithme a été introduit la première fois dans les années 50 par les scientifiques nucléaires du laboratoire Los Alamos (Feynman, Metropolis, Ulam, Von Neumann, et autres) pour pouvoir estimer le comportement dynamique des particules pendant des explosions des bombes ! Heureusement, depuis cette période et avec l'évolution de puissance des ordinateurs, les méthodes de MCMC ont eu des applications moins destructives dans la plupart des domaines scientifiques qui nécessitent des puissances de calcul importantes (traitement d'image, génomique, économie, biologie, environnement, ...).

3. CONCLUSION

Même si les procédures d'optimisation globale existantes arrivent à estimer l'optimum global de la fonction objectif, il est difficile de déterminer à quel degré les valeurs estimées des paramètres sont fiables vis-à-vis des différentes sources d'incertitudes telles que les erreurs de mesures dans les données, les incertitudes dans la conception de modèle, les incertitudes dues à la quantité et la qualité des données utilisées pour le calage, et finalement aux incertitudes dues à la nature et la forme de la fonction objectif dans l'espace des paramètres. Par conséquent, il est difficile, voire impossible, d'avoir un degré de confiance suffisant sur les résultats obtenus lors de l'optimisation du modèle.

Pour qu'une procédure de calage soit efficace, elle devra non seulement trouver un jeu optimal des paramètres mais aussi évaluer les sources des incertitudes du modèle afin de les réduire. Une approche bayésienne basée sur une description probabiliste des incertitudes du modèle a reçu beaucoup d'attention durant la dernière décennie du fait qu'elle va plus loin dans le calage et apporte plus d'informations nécessaires pour l'évaluation des modèles.

Dans le cadre de notre travail, l'applicabilité de cette approche sera testée dans le cas de la mise en œuvre des modèles de calcul de flux polluants des rejets urbains par temps de pluie.

PARTIE II. METHODOLOGIE : CHOIX DU BANC D'ESSAI

Nous proposons dans le cadre de ce travail de thèse un banc d'essai pour l'évaluation des modèles de calcul de flux polluants des rejets urbains en temps de pluie. Comme indiqué dans la Figure 3, ce banc d'essai consiste à utiliser une technique d'inférence statistique basée sur l'approche bayésienne pour le calage, la validation et l'analyse des incertitudes des modèles. Ce banc d'essai vise à analyser, comparer et évaluer des différentes configurations des MCFP en analysant la signification de leurs paramètres et les incertitudes liées à leur estimation par calage ainsi que la performance de ces modèles en terme d'estimation des flux polluants.



Figure 3 Structure générale du banc d'essai

La campagne de mesure conduite sur ce bassin versant, dans le cadre d'un programme de recherche « *Génération et transport de la pollution des rejets urbains par temps de pluie en réseau d'assainissement unitaire* », a permis pour la première fois l'acquisition de données fiables et nombreuses à des différents niveaux du bassin versant : données pluviométriques et débimétriques en continue de 1996 à 1998, 40 pollutogrammes des MES mesurés à l'exutoire du bassin versant, 80 pollutogrammes des MES mesurés à l'exutoire de bassin (Gromaire, 1998), données hydrauliques mesurées *in situ* et pollutogrammes des MES mesurés dans le cas de 4 expérimentations d'érosion des sédiments par injection d'eau dans deux tronçons de collecteurs (Ahyerre, 1999 ; Oms, 2003).

Cette quantité de données acquises sur le Marais permet l'application du banc d'essai à des différents niveaux du bassin versant tout au long du cheminement de l'eau depuis les chaussées jusqu'à l'exutoire du réseau d'assainissement. Ce qui nous permet de tester efficacement les modèles à différentes échelles d'espace, d'estimer leurs conditions d'utilisation et leurs domaines de validité, et peut apporter des informations complémentaires nécessaires pour la compréhension des processus impliqués.

Chapitre 3. CHOIX DES MODELES

1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous décrivons les modèles qui ont été choisis dans le cadre du banc d'essai conçu (Figure 4).



Figure 4 Structure générale du banc d'essai (le bloc en gris représente la tâche à décrire dans ce chapitre)

Le banc d'essai a été construit de façon de tester et comparer plusieurs configurations de modèles de qualité des rejets urbains en temps de pluie sur deux échelles d'espace :

Echelle locale où seront testés individuellement : (i) des modèles d'accumulation et d'entraînement des polluants sur des surfaces des chaussées ; et (ii) des modèles d'érosion des sédiments dans des tronçons de collecteurs dans le réseau d'assainissement. L'idée est de tester la capacité de chacun de ces modèles à représenter ce qui se passe en terme de processus locaux. Ceci représente une démarche de calage de modèles telle qu'ils ont été développés et non pas telle qu'ils sont calés souvent en pratique au sein d'un modèle global. L'application du banc d'essai à cette échelle nous permet de comparer les différents modèles, de juger leur capacité à décrire les processus concernés et de fournir des informations sur la signification de leurs paramètres.

Echelle du bassin versant où seront testés deux types extrêmes de modélisation d'un bassin versant : globale et détaillée. La première considère le bassin versant comme un tout pour lequel les processus sur les surfaces et dans les collecteurs seront décrits conceptuellement comme une seule entité. La deuxième va plus loin dans la description du système en discrétisant le bassin versant en un ensemble de sous bassins versants connectés par des collecteurs. La modélisation de la pollution sur le bassin versant se fait alors en deux étapes : les processus sur les sous bassins versants sont décrits par des modèles conceptuels comme une seule entité et les processus dans les réseaux sont décrits par un modèle de transfert des polluants couplé ou pas avec un modèle de transport solide.

L'application du banc d'essai à cette échelle nous permet de tester la validité de ces modèles tel qu'ils sont utilisés dans les logiciels actuels et de comparer leurs performances en terme d'estimation des flux polluants. Il faut noter qu'aucun logiciel de calcul de la qualité des RUTP ne sera testé dans le cadre de notre travail.

Notons que pour toutes les applications de modélisation faites, l'échelle de temps étudiée est celle de l'événement pluvieux et les modèles sont utilisés pour estimer un pollutogramme des MES par événement pluvieux. Enfin il faut noter que le choix des configurations de modèles n'a pas été tout fait *a priori* mais en se basant sur des résultats d'autres configurations testées dans le cadre de ce banc d'essai.

2. MODELISATION A PETITE ECHELLE

2.1. Echelle d'une chaussée

Pour estimer le flux de polluants à l'exutoire d'une chaussée, deux principaux phénomènes sont modélisés : l'accumulation des polluants sur la surface de la chaussée en temps sec et leur mobilisation sous l'effet de la pluie pendant l'événement pluvieux.

Pour chaque événement pluvieux, la masse du stock à la fin du temps sec est calculée, ainsi que la masse entraînée du stock à chaque pas de temps en temps de pluie. Ceci permet

d'estimer le pollutogramme en concentration et en flux à l'exutoire de la chaussée étudiée. A cette échelle nous choisissons d'utiliser une seule classe granulométrique des particules en faisant l'hypothèse d'un stock homogène sur les voiries.

2.1.1. Accumulation des solides sur les surfaces urbaines

L'idée de base des modèles d'accumulation consiste à relier la masse du stock disponible sur la surface de la chaussée à la durée de temps sec précédant l'événement pluvieux. Ainsi, plusieurs configurations pour estimer ce stock de polluants sur la surface ont été utilisées dans le banc d'essai :

2.1.1.1. Simulation en continu

Pour cette configuration, la masse résiduelle du stock de polluants à la fin d'un événement pluvieux est ajoutée à la masse accumulée durant la période de temps sec pour estimer la masse du stock total disponible pour l'événement pluvieux suivant. On commence la simulation avec un stock initial nul en choisissant un premier événement précédé d'une durée de temps sec assez longue. Pour cette configuration, ce n'est pas seulement la période de temps sec qui définit le stock disponible avant chaque événement mais aussi l'historique et les caractéristiques des événements pluvieux précédents.

Deux versions du modèle d'accumulation de type asymptotique (c'est-à-dire le stock tend vers une limite) sont utilisées pour tester cette configuration :

ACCU_TYPE_01

C'est le modèle asymptotique proposé par (Alley et Smith, 1981) et utilisé initialement dans SWMM à la suite des travaux de Sartor et Boyd (1972). Ce modèle a été repris dans de nombreux autres modèles dont MOUSETRAP, HYDROWORKS, FLUPOL. L'accumulation des solides en surface est représentée par l'équation suivante :

$$\frac{dMa(t)}{dt} = Daccu \cdot S_{imp} - Dero \cdot Maccu(t)$$
 Equation 3-1

Après intégration de l'équation précédente et en appelant Mr (kg/ha) la masse résiduelle des polluants présente sur la surface à la fin l'événement précédente, on obtient :

$$Ma(DTS) = \frac{Daccu}{Dero} \cdot S_{imp} \cdot [1 - e^{(-Dero \cdot DTS)}] + Mr \cdot S_{imp} \cdot e^{(-Dero \cdot DTS)}$$
Equation 3-2

Avec :

Daccu facteur d'accumulation, fonction de l'occupation des sols (kg/ha/jour)

Dero Taux de disparition lié au vent, nettoyage des rues, dégradation chimique et biologique (j⁻¹).

*S*_{*imp*} Surface imperméable de la chaussée

DTS Durée de temps sec précédent l'événement pluvieux (j)

Ce modèle intègre deux paramètres *Daccu* et *Dero* et considère que, par temps sec, la masse de dépôts présents sur la chaussée augmente selon un taux d'accumulation *Daccu* (masse de solides déposés par unité de temps) moins un taux de disparition *Dero* (érosion éolienne, érosion due à la circulation, nettoyage des rues et pertes par dégradation des dépôt). Le taux d'accumulation dépend essentiellement du mode d'occupation du sol. L'érosion par temps sec est fonction du stock : négligeable lorsque le stock est faible, elle devient équivalente au taux d'accumulation au bout d'une longue durée de temps sec et par conséquent la masse totale de dépôt atteint une asymptote (Figure 5).



Figure 5: Le processus d'accumulation des solides sur les chaussées tel que modélisé par la simulation en continue

ACCU_TYPE_02

Ce modèle aussi de type asymptotique comprend deux paramètres de calage : *Mlim* (kg/ha) représentant la masse limite de polluants pouvant être accumulée et un coefficient d'accumulation *Kaccu* (j⁻¹). L'équation est :

$$\frac{dMa(t)}{dt} = Kaccu \cdot (M_{\lim} \cdot S_{imp} - Ma(t))$$
 Equation 3-3

Mlim est équivalente au rapport *Daccu/Dero* des paramètres du modèle ACCU_TYPE_01.

Ce modèle représente une reformulation mathématique du modèle ACCU_TYPE_01 afin de réduire la dépendance *a priori* entre les deux paramètres *Daccu* et *Dero* dans la formulation mathématique du modèle de temps sec (Equation 3-2). Nous avons proposé cette reformulation suite aux résultats de calage du modèle ACCU_TYPE_01 où une forte

corrélation linéaire a été identifiée entre les deux paramètres *Daccu* et *Dero* [Chapitre 6, Section 3.1].

2.1.1.2. Simulation événementielle

Cette configuration est normalement utilisée dans le cas où on ne dispose pas de suffisamment de données pluviométriques (en continu) permettant d'utiliser une simulation en continu pour estimer l'évolution du stock sur les surfaces urbaines. Dans ce cas, la masse résiduelle du stock à la fin de l'événement précédent ne peut plus être quantifiée, ce qui implique plus d'incertitudes dans l'estimation de l'évolution du stock en temps sec. Nous proposons d'utiliser cette configuration dans le banc d'essai pour tester deux types d'hypothèses pour la modélisation du processus d'accumulation :

ACCU_TYPE_03

Le modèle utilisé est un modèle à un seul paramètre ($\forall t$, $Ma(t) = Maccu \cdot S_{imp}$). Ce modèle est basé sur l'hypothèse que quelle que soit la durée de temps sec passée après un événement de pluie, il existe toujours une masse de stock de polluants sur la surface urbaine dont on cherche à estimer sa valeur (*Maccu* est un paramètre de calage). Ce stock de polluants se reconstitue d'une façon instantanée indépendamment de la durée de temps sec.

Nous avons proposé de tester cette hypothèse en se basant sur les résultats de calage dans le cas d'une simulation en continue qui ont montré une vitesse d'accumulation des polluants très rapide durant la période de temps sec [Chapitre 6, Sections 3.1 et 3.2].

ACCU_TYPE_04

Cette configuration suppose qu'il existe toujours une masse disponible suffisamment grande du stock de polluants quelle que soit la durée de temps sec (un stock infini). Cette configuration ne nécessite pas de modèle de temps sec et réduit par suite le nombre des paramètres du modèle de calcul des RUTP aux seuls paramètres d'érosion en temps de pluie.

2.1.2. Mobilisation des solides par le ruissellement sur les surfaces urbaines

Dans le banc d'essai, et pour l'échelle de la chaussée (avec des surfaces de quelques centaines de m² et par suite des faibles temps de réponse), une hypothèse a été faite en regroupant les modèles d'érosion et d'entraînement en un seul modèle (approche globale). Deux formulations ont été testées :

ERO_TYPE_01

Ce modèle a été initialement proposé par (Jewell et Adrian, 1978) et utilisée dans SWMM. Il a été repris dans la majorité des modèles et logiciels actuels. Son équation est :

$$\frac{dMa(t)}{dt} = -Wero \cdot i(t)^W \cdot Ma(t)$$
Equation 3-4Avec :Ma(t)Masse de stock de particules disponible en surface (kg)WeroCoefficient d'érosion à caler (0,18 dans SWMM) $i(t)$ Intensité de pluie (mm/h)WParamètre de calage

L'évolution de la masse des solides entraînés à la surface du bassin versant s'écrit alors :

$$Me(t + \Delta t) = Ma(t) - Ma(t + \Delta t) = Ma(t) \cdot (1 - e^{-Wero \cdot i(t + \Delta t)'' \cdot \Delta t})$$
 Equation 3-5

Où Me (t+ Δ t) (en kg) représente la masse entraînée entre les temps t et t+ Δ t.

Ce modèle nécessite une estimation du stock disponible au début de l'événement pluvieux et peut être couplé avec une de 3 configurations de modèles de temps sec : ACCU_TYPE_1, ACCU_TYPE_2 ou ACCU_TYPE_3.

ERO_TYPE_02

Ce modèle est proche de la formulation utilisée dans MOUSETRAP (DHI, 2000). L'érosion dépend seulement de l'intensité de pluie et non pas de la quantité du stock disponible sur la surface. Ce modèle a deux paramètres *Kero* et *W* (= 2 dans MOUSETRAP) :

$$Me(t) = Kero \cdot i(t)^{W}$$
 Equation 3-6

Ce modèle ne nécessite pas de modèle de temps sec pour estimer le stock disponible au début de l'événement pluvieux et peut être couplé par suite avec la configuration de modèle de temps sec ACCU_TYPE_04.

2.1.3. Configurations testées

Comme montré dans le Tableau 4, 4 combinaisons de modèles de temps sec et de temps de pluie sont testées à l'échelle d'une chaussée. La Figure 6 résume les différents modèles testés,

leurs paramètres, les conditions initiales et les données d'entrée nécessaires pour l'application des différentes configurations.

Simulation	Temps sec	Temps de pluie
SIM_01 (Simulation en continue)	ACCU_TYPE_01	ERO_TYPE_01
SIM_02 (Simulation en continue)	ACCU_TYPE_02	ERO_TYPE_01
SIM_03 (Simulation événementielle)	ACCU_TYPE_03	ERO_TYPE_01
SIM_04 (Simulation événementielle)	ACCU_TYPE_04	ERO_TYPE_02

Tableau 4 Configurations des modèles d'accumulation et d'érosion testées à l'échelle de chaussée



Figure 6: Schéma des modèles testés, des paramètres, des variables de forçage et d'état utilisées à l'échelle d'une chaussée

2.2. Echelle d'un tronçon de collecteur

Dans cette partie d'application du banc d'essai, deux types de modèles qui représentent conceptuellement l'érosion des sédiments dans les réseaux d'assainissement, ont été choisis : Le premier modèle a été proposé à la suite de travaux de laboratoire pour décrire les caractéristiques cohésives des dépôts dans les réseaux d'assainissement (Skipworth *et al.*, 1999). Le deuxième modèle est une approche globale et simple pour estimer l'érosion des sédiments en fonction des conditions hydrauliques et de la masse disponible des dépôts dans le réseau.

Les autres modèles de transport solide qui calculent une capacité de transport en fonction des conditions hydrauliques sans aucune description des caractéristiques physiques des dépôts sont écartés *a priori* du banc d'essai à cette échelle. En effet, comme vu dans notre analyse des processus et de leur modélisation [Chapitre 1, Section 3.2.3.1], ces modèles ne tiennent pas compte de l'existence d'une couche de dépôts dont la résistance au cisaillement augmente avec la profondeur.

ERO_INJ_01

Une étude de laboratoire, dont l'objectif était d'examiner en détail le processus d'érosion des sédiments dans une conduite soumise à des conditions hydrauliques proches de celles des réseaux d'assainissement, a été faite par Skipworth (Skipworth *et al.*, 1999). Les observations ont montré une augmentation de la résistance au cisaillement avec la profondeur, et ont permis également de développer un modèle pour estimer l'érosion des sédiments dans les réseaux d'assainissement.

Le modèle d'érosion a été proposé initialement par Prachure et Mehta (1985) pour calculer l'érosion des sédiments des estuaires. Ce modèle calcule l'érosion des sédiments cohésifs d'une couche de cisaillement uniforme suivant l'équation :

$$Me(t) = Mc \cdot \left(\frac{\tau_b(t) - \tau_c}{\tau_c}\right)$$
Equation 3-7

Avec :

Me(t)	Taux d'érosion en kg/m²
$ au_c$	Cisaillement critique d'érosion au point de l'érosion (N/m²)
$ au_b(t)$	Taux de cisaillement de l'écoulement (N/m²)
Мс	Coefficient de calage représentant le taux d'érosion quand $\tau_b = 2 \cdot \tau_c$

Comme montré dans la Figure 7, le modèle décrit les dépôts comme une couche mince dans laquelle la résistance à l'érosion augmente avec la profondeur au fur et à mesure de l'augmentation de l'érosion. Ainsi, le taux de cisaillement critique d'érosion τ_c varie d'une valeur minimale τ_{cs} à la surface de cette couche pour atteindre une valeur limite τ_{cu} dans la couche située au dessous de la couche mince. Son équation s'écrit :

$$\tau_c = \left(\frac{d^{1/b}(\tau_{cu} - \tau_{cs})}{d^{1/b}}\right) + \tau_{cs}$$
 Equation 3-8

Avec :

τ_{cs} Cisaillement critiqu	ue d'érosion à la surface de la couche des sédiments (N	J/m²)
----------------------------------	---	-------

- τ_{cu} Cisaillement critique d'érosion maximale dans la couche des sédiments (N/m²)
- *d'* Epaisseur de la couche mince des sédiments en mm
- *d* Epaisseur zone érodée en mm
- *b* Coefficient exprimant la variation du cisaillement critique d'érosion dans la couche mince des sédiments

Les coefficient τ_{cs} , τ_{cu} , d', b et Mc sont les paramètres de calage de ce modèle.



Figure 7 Variation du taux de cisaillement critique d'érosion dans les dépôts des réseaux d'assainissement (Skipworth *et al.,* 1999)

Ce modèle a été calé et testé avec des données expérimentales d'érosion des sédiments dans des tronçons de collecteurs en utilisant des méthodes de calage classique (Tait *et al.*, 2003). Les résultats obtenus indiquent que le modèle reproduit bien l'érosion des sédiments dans le collecteur. Par ailleurs une difficulté dans l'estimation de taux de cisaillement critique maximal τ_{cu} a été mentionnée.

ERO_INJ_02

Suite aux résultats de calage et d'application du modèle ERO_INJ_02 où une difficulté d'estimation de taux de cisaillement critique maximal τ_{cu} a été identifiée [Chapitre 7, Section 2.1], nous proposons de tester la validité d'une approche simplifiée de description des dépôts. Une reformulation de l'Equation 3-8 est proposée en faisant l'hypothèse que

l'augmentation du cisaillement critique d'érosion est continue dans tous les dépôts sans faire la distinction entre deux types d'évolution de cisaillement critique d'érosion dans les deux couches de dépôts. L'équation proposée s'écrit alors :

$$\tau_c = \tau_{cs} + toero \cdot d^{1/b}$$
 Equation 3-9

Avec :

$ au_{cs}$	Cisaillement critique d'érosion à la surface de la couche des sédiments (N/m^2)
d	Epaisseur de l'érosion en mm
b	Coefficient exprimant la variation du cisaillement critique d'érosion dans la couche mince des sédiments
toero	Pente d'augmentation de cisaillement critique d'érosion (linéaire dans le cas où $b = 1$)

toero, b, τ_{cs} et *Mc* sont les paramètres de calage de ce modèle.



Figure 8 Variation du taux de cisaillement critique d'érosion dans les dépôts des réseaux d'assainissement dans le cas du modèle modifié ERO_INJ_02

Il faut noter que le cas où b = 1 représentant une variation linéaire de taux cisaillement critique d'érosion sera également testé dans le banc d'essai.

ERO_INJ_03

L'autre type de modèle testé dans le cadre du banc d'essai représente une description simple et globale de l'érosion en combinant tous les processus en une seule formulation comme suivant :

$$\frac{dMd(t)}{dt} = -\alpha_{ero1} \cdot Md(t) \cdot \tau_b(t)^{\alpha ero2}$$
 Equation 3-10

Avec :

 $\tau_b(t)$ Taux de cisaillement de l'écoulement (N/m²)Md(t)Masse disponible des sédiments au temps t (kg/m²)

 $\alpha_{ero1} et \alpha_{ero2}$ Deux paramètres de calage

Ce modèle ignore les caractéristiques des dépôts en supposant que l'érosion est proportionnelle à la masse disponible dans le collecteur et aux conditions hydrauliques dans le collecteur.

Ce modèle est proche des modèles globaux utilisés dans HYPOCRAS (Bertrand-Krajewski, 1992) et St-Sim (Schlütter, 1999) dans lesquels le débit a été utilisé comme facteur d'érosion. Nous avons choisi d'utiliser le taux de cisaillement de l'écoulement comme facteur déterminant d'érosion et non pas le débit. En effet, le taux de cisaillement de l'écoulement a plus de signification que le débit parce qu'il dépend de la forme de la section d'écoulement et représente mieux les conditions hydrauliques à la surface de dépôts dans le collecteur.

D'autre part, ce modèle nécessite l'estimation de la masse disponible du stock des dépôts juste au début de l'érosion. Dans ce cas et comme l'objectif est d'évaluer seulement l'adéquation du modèle d'érosion, sans introduire d'autres paramètres de dépôt des polluants pendant le temps sec précédant l'expérimentation, nous avons choisi de prendre l'hypothèse que la masse disponible est un paramètre additionnel à caler.

3. MODELISATION A L'ECHELLE D'UN BASSIN VERSANT

3.1. Description globale

Dans cette partie du banc d'essai, les différentes parties du bassin versant (surfaces et collecteurs) sont schématisées comme une seule entité en décrivant les phénomènes dans les collecteurs de la même manière que ceux à la surface du bassin versant.

Le bassin versant est alors considéré comme une boîte noire où les processus d'accumulation des polluants pendant le temps sec et de leur mobilisation sont décrits conceptuellement pour tout le bassin versant. Dans ce cas, l'estimation du pollutogramme en MES rejetées à l'exutoire du bassin versant se fait en supposant que les polluants s'accumulent pendant le temps sec sous forme de dépôts sur la surface du bassin versant et dans les collecteurs. Une partie de ce stock des polluants sera érodée par la pluie et entraînée jusqu'à l'exutoire. Le pollutogramme en MES obtenu à l'exutoire pendant l'événement pluvieux est alors calculé en ajoutant le flux des sédiments érodés au flux des polluants provenant des eaux usées.

Il faut noter que cette description est utilisée dans la modélisation des RUTP à l'échelle de la ville après discrétisation du bassin versant en plusieurs sous bassins versants de quelques dizaines d'hectares connectés par des collecteurs. A titre d'exemple, pour une modélisation à l'échelle de la ville de Paris, le bassin du Marais (42 ha) est considéré comme un sous bassin versant de taille moyenne.

Les formulations qui seront testées et utilisées à cette échelle pour simuler les processus d'accumulation et de mobilisation des polluants sont les mêmes que celles utilisées à l'échelle d'une chaussée (Paragraphe 2.1.) (Figure 9). Toutefois, pour les modèles d'érosion, l'hypothèse est faite en utilisant le débit à l'exutoire (par unité de surface) comme variable de forçage au lieu de l'intensité de pluie. En effet, la description globale s'intéresse aux informations à l'exutoire du bassin versant, et par suite on peut lier l'arrachement directement au débit écoulé à l'exutoire. Le modèle d'érosion s'écrit alors :

$$\frac{dMa(t)}{dt} = -Wero \cdot q(t)^{W} \cdot Ma(t)$$
 Equation 3-11

Avec q(t) débit ruisselé à l'exutoire par unité de surface imperméable (mm/h) = $\frac{Q(t)}{S_{imp}}$. Ce

modèle est proche des versions du modèle proposé par Göttle et du modèle utilisé dans St-Sim (Schlütter, 1999) pour estimer l'érosion des sédiments sur les surfaces urbaines.

Les sédiments, soumis à l'accumulation et à l'érosion, sont décrits également de manière globale sous forme d'une masse disponible avec une seule classe granulométrique.

Enfin, il faut noter que l'apport des eaux usées est pris en compte dans l'estimation du flux des polluants rejetés à l'exutoire du bassin versant en utilisant un flux horaire moyen mesuré sur ce bassin en temps sec.



Figure 9: Schéma des modèles testés, des paramètres, des variables de forçage et d'état utilisées à l'échelle du Marais en utilisant une description globale du bassin

3.2. Description détaillée

La simulation de la qualité de l'eau en temps de pluie est faite à chaque pas de temps en deux étapes tout au long du bassin versant de l'amont jusqu'à l'exutoire du bassin versant. Dans la première étape, les flux polluants provenant des sous bassins versants « SBV » sont simulés pour chaque sous bassin versant pour obtenir les pollutogrammes C(t) simulés à leurs exutoires. Dans la deuxième étape, les pollutogrammes sont entraînés dans les collecteurs dans lesquels la simulation se fait sur chaque tronçon de l'amont vers l'aval afin d'estimer le pollutogramme à l'exutoire du bassin versant. Pour chaque événement pluvieux simulé, les conditions hydrauliques nécessaires pour la simulation de qualité de l'eau dans les collecteurs sont estimées par un modèle hydraulique du bassin versant en utilisant les équations de Saint Venant (logiciel CANOE) [Chapitre 4 Section 3.4].

Les principaux phénomènes modélisés dans cette partie sont : l'accumulation des polluants sur les sous bassins versants en temps sec, leur mobilisation en temps de pluie, l'érosion et le dépôt des sédiments dans les collecteurs et enfin le transport des particules vers l'exutoire. Ces phénomènes sont schématisés dans la Figure 10.



Figure 10: Phénomènes simulées dans la description détaillée du bassin versant

Concernant la granulométrie, une seule classe granulométrique a été utilisée pour l'ensemble des sédiments venant des différentes sources (ruissellement, eaux usées, dépôts). Le diamètre moyen d_{50} = 38µm et la vitesse de chute V₅₀ = 0,032 cm/sec utilisés correspondent aux caractéristiques moyennes des MES rejetées par les effluents à l'exutoire du bassin versant du Marais (Gromaire, 1998).

3.2.1. Modélisation au niveau des sous bassins versants

Les phénomènes d'accumulation et d'érosion sont simulés pour chaque sous bassin versant avec les même modèles que ceux utilisés dans la description globale. Cependant quelques hypothèses sont faites :

 i) Tous les sous bassins versants sont considérés comme ayant les mêmes caractéristiques : type d'occupation de sol, paramètres d'accumulation et d'érosion en temps sec, paramètres d'érosion en temps de pluie.

ii) Les flux d'eaux usées sont estimés pour chaque sous bassin versant proportionnellement au flux rejeté à l'exutoire du bassin versant en temps sec en fonction du nombre d'habitants dans chaque sous bassin versant par rapport au nombre total d'habitants. Ces flux seront ajoutés aux flux érodés des sous bassins versants avant d'être entraînés dans les collecteurs.

3.2.2. Modélisation des processus dans les collecteurs

Dans le cadre de notre travail, nous proposons de tester deux approches de description des processus dans le réseau d'assainissement pour estimer la propagation des polluants dans les collecteurs :

i) Soit en couplant un modèle de propagation des polluants par advection avec un modèle d'érosion / dépôt des sédiments dans les collecteurs. Dans ce cas, le modèle d'advection et le modèle de transport solide sont utilisés *successivement* à chaque pas de temps pour estimer la variation de la concentration des particules en suspension dans les tronçons ainsi que l'évolution du stock des dépôts dans le réseau.

ii) Soit en couplant le modèle d'advection tout seul et directement avec les modèles à l'échelle des sous bassins versants sans utiliser un modèle d'érosion / dépôt dans les collecteurs. Dans ce cas, les sous bassins versants forment la seule source des polluants en temps de pluie, et les collecteurs ne jouent que le rôle de transporter les particules en suspension vers l'exutoire. Cette approche de description du système est intermédiaire entre une description globale du bassin et une description détaillée avec un modèle de transport solide. Il semble important de comparer ces trois approches afin d'évaluer l'effet de différents niveaux de complexité dans la description du système sur la performance du modèle en terme d'estimation des flux polluants.

3.2.2.1. Modèle de transport solide

Modèle de Velikanov

Ce modèle, basé sur des considérations énergétiques, considère que seule une partie de la puissance disponible de l'écoulement est utilisée pour « remonter » dans l'écoulement des particules qui naturellement ont tendance à « descendre » avec une vitesse de chute W_C . Il exprime la capacité de transport via une concentration à l'équilibre qu'il écrit :

$$CT = \eta \cdot \frac{s \cdot \rho_w}{s - 1} \cdot \frac{U}{W_c} \cdot J$$
 Equation 3-12

Avec :

СТ	Capacité de transport des particules (kg/m ³)
η	Coefficient de rendement
S	Densité des particules
- *U* Vitesse moyenne de l'écoulement en m/s
- *Wc* Vitesse de chute de particules en m/s

Ce modèle tel qu'utilisé dans FLUPOL considère que, pour des conditions hydrauliques connues, la concentration des particules n'est pas unique et se situe dans une plage limitée par deux concentrations seuils minimale et maximale. Ceci est traduit en affectant deux valeurs du coefficient de rendement η_{min} et η_{max} pour calculer les concentrations minimale CT_{min} et maximale CT_{max} . Soit *C* est la concentration dans l'écoulement, alors :

- Si $C < CT_{min}$ il y a érosion jusqu'à ce que $C = CT_{min}$ si la masse nécessaire de dépôts est disponible,
- Si $CT_{min} < C < CT_{max}$ il y a transport sans érosion ni dépôt.,

Si $C > CT_{max}$ il y a sédimentation jusqu'à ce que $C = CT_{max}$.

Combes (1982) propose des valeurs de η_{min} et η_{max} telles que $0.0005 < \eta_{min} < 0.002$, et $0.002 < \eta_{max} < 0.007$. Dans FLUPOL, les valeurs retenues pour ces deux coefficients sont respectivement 0.018 et 0.022. Dans HORUS, ces coefficients sont considérés comme des paramètres de calage (estimés comme égales à 0,00225 et 0,00275 respectivement après calage du modèle sur des données de Entzheim et Ulis-Nord (Zug *et al.*, 1998)). Ces larges variations dans les valeurs de η_{min} et η_{max} sont dues probablement aux différences dans les caractéristiques des sédiments et des sites étudiés. Nous proposons dans ce banc d'essai de considérer η_{min} et η_{max} comme deux paramètres de calage.

Modèle de Ackers & White

Le modèle de Ackers-White, initialement développé pour les canaux ouverts avec un lit de sédiments alluviaux (Ackers et White, 1973) a subi beaucoup des modifications (Ackers et White, 1984; HR Wallingford, 1990; Ackers, 1991) pour être adapté pour les réseaux d'assainissement et intégré dans plusieurs logiciels dont MOSQITO, Hydroworks et MouseTrap. Il détermine le transport total des solides d'une façon semi-empirique. Il a été établi à partir de considérations sur des nombres adimentionnels, et en supposant que le transport est lié au rapport contrainte de cisaillement/poids immergé des particules.

Dans ce banc d'essai, nous proposons d'utiliser la version adaptée par Ackers en 1991 pour la prédiction de la capacité de transport des sédiments fins dans les réseaux d'assainissement. La capacité de transport est calculée par l'équation suivante :

$$CT = \rho_w \cdot s \cdot J_a \cdot \left(\frac{W_e \cdot Rh}{A}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{d_{50}}{Rh}\right)^{\beta} \cdot \lambda_c^{\gamma} \cdot \left\{\frac{|U|}{\sqrt{g \cdot (s-1) \cdot Rh}} - K \cdot \lambda_c^{\delta} \cdot \left(\frac{d_{50}}{Rh}\right)^{\varepsilon}\right\}^m$$
Equation 3-13

Avec :

CI Capacité de transport des particules (kg/m ³)
--

We Largeur effective du lit des sédiments en m

A Section de l'écoulement en m²

 d_{50} Diamètre des particules (50% de la masse passante)

Les valeurs des coefficients (J_{a} , α , β , γ , δ , ε , m), tous sans dimension, sont fournis par Ackers sous forme des formules complexes après calage avec des données expérimentales, en 2 propositions selon la taille des particules, ou plus exactement leur diamètre sédimentologique D_{gr} . Le diamètre adimensionnel D_{gr} est estimé par l'expression suivante :

$$D_{gr} = d_{50} \cdot \left[\frac{g \cdot (s-1)}{v^2}\right]^{\frac{1}{3}}$$
Equation 3-14

Où v est la viscosité cinématique de l'eau (=10⁻⁶ m²/s). Les valeurs des différents coefficients sont données dans le Tableau 5.

Coefficient	D _{gr} <60 (<d<sub>50<2.5mm)</d<sub>	D_{gr} >60 (d_{50} > 2.5 mm)
n	$1 - 0.56 \cdot \log(D_{gr})$	0
Н	$e^{2.79 \cdot \log(D_{gr}) - 0.98 \cdot (\log(D_{gr}))^2 - 3.46}$	0.025
m	$\frac{6.83}{D_{gr}} + 1.67$	1.78
A_{gr}	$\frac{0.23}{\sqrt{D_{gr}}} + 0.14$	0.17
K	$11.3^{(1-n)}g^{n/2}A$	gr
γ	$\frac{n \cdot (m-1)}{2}$	
Ja	$\frac{8^{n\cdot(1-m)/2}\cdot H}{11.3^{m\cdot(1-n)}\cdot A_g^n}$	n r
β	$\frac{10-4\cdot m-m\cdot}{10}$	<u>n</u>
Э	$\frac{4+n}{10}$	
α	1 - n	
δ	$-\frac{n}{2}$	

Гableau 5 valeurs des	coefficients dar	s les équations	d'Ackers	&White	(Ackers,	1991)
-----------------------	------------------	-----------------	----------	--------	----------	-------

Le coefficient λc représente le facteur de frottement composé de la conduite et inclut la rugosité du lit des sédiments ainsi que la rugosité des parois de la conduite. Son calcul dépend de coefficient de Froude F_r et du coefficient de mobilité des grains F_g . Il est fournit par la loi de transition Colebrook – White (May, 1993).

Notons que les formulations de modèle d'Ackers & White sont déjà calées sur des données expérimentales avec des classes granulométriques des particules allant des fines au grossières (Mark, 1995). Le modèle ne contient plus de paramètres de calage ce qui rend difficile sa mise en œuvre et sa validation sur d'autres sites.

3.2.2.2. Modèle d'advection

Dans le cas d'un écoulement unidimensionnel, l'équation d'advection – dispersion s'écrit sous sa forme non conservative :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(A \cdot D \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \right)$$
Equation 3-15

Avec :

С	Concentration des particules en suspension en Kg/m ³
t	Temps en s
x	Distance en m
U	Vitesse moyenne de l'écoulement en m/s
A	Section de l'écoulement en m ²
D	Coefficient de dispersion longitudinal en m ² /s

L'équation d'advection – dispersion reflète deux mécanismes de transport des particules en suspension : (i) le transport par advection suivant la vitesse moyenne d'écoulement ; et (ii) le transport par dispersion.

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre numériquement l'équation d'advection dispersion. Dans le cadre de notre recherche, nous avons intégré dans le banc d'essai trois résolutions de cette équation :

- Une méthode aux différences finies explicite,
- Une méthode aux différences finies semi-implicite,
- La méthode aux caractéristiques (Simon, 1990).

Bien que les schémas aux caractéristiques se montrent en général beaucoup plus robustes (Simon, 1990), le test de ces trois schémas numériques dans notre cas a montré que la méthode aux caractéristiques nécessite 3 fois plus de temps de calcul que la méthode aux différences finies semi implicite. La méthode semi-implicite nécessite 2 fois plus de temps de calcul que celle explicite. En outre, la discrétisation adoptée des collecteurs du bassin versant et le pas de temps de calcul utilisé (= 1minute) ont abouti à des résultats très proches de ces trois solutions.

Nous proposons d'utiliser la méthode aux différences finies explicite dans notre cas pour résoudre l'équation d'advection. Le principe de base de calcul est d'établir un bilan de masse dans chaque tronçon où le flux des MES entrant dépend de la concentration des MES dans le(s) tronçon(s) amont, de l'apport de ruissellement sur le sous bassin versant connecté et de l'apport additionnel des eaux usées. Le flux sortant du tronçon de collecteur dépend de la concentration des MES dans ce tronçon. Deux hypothèses sont faites : (i) les sédiments en suspension se propagent à la même vitesse que l'eau ; et (ii) il existe un mélange intégral des matières en suspension dans les tronçons à chaque pas de temps. La deuxième hypothèse implique une dispersion de la concentration dans les tronçons : ce qui résulte en une dispersion non incluse explicitement dans le modèle.

3.2.3. Conditions initiales

L'application du modèle de transport solide nécessite une connaissance des conditions initiales dans le réseau parmi lesquelles la masse initiale du stock des dépôts dans les collecteurs est un facteur critique pour lequel nous ne disposons pas d'informations précises ni sur sa valeur ni sur la localisation de cette masse dans les collecteurs. Une simulation en continue pour contourner la difficulté d'estimer le stock initial au début de chaque pluie est une solution difficile à réaliser à cette échelle d'une part par rapport au temps de calcul nécessaire et d'autre part du fait que la simulation de la masse de stock accumulée en temps sec dans les collecteurs nécessite une meilleure connaissance sur les flux de polluants entrant à l'amont en temps sec ce qui n'est pas possible actuellement.

Nous nous sommes contentés d'utiliser une simulation événementielle. Cependant, nous proposons de tester plusieurs hypothèses sur la localisation des dépôts et sur leur masse :

 i) Soit en supposant qu'il n'y a pas de stock érodable dans le réseau d'assainissement au début des pluies ; ii) Soit en utilisant une répartition uniforme du stock dans les collecteurs dont la masse M_{inip} est limitée. Nous avons choisi une valeur *a priori* de cette masse égale à 1 kg/m²;

iii) Soit en supposant qu'il existe toujours un stock érodable dans tous les collecteurs (stock illimité);

iv) Soit en localisant les dépôts dans les tronçons de collecteurs en se basant sur les résultats expérimentaux obtenus sur le Marais où le stock de matières organiques a été localisé et quantifié dans les collecteurs principaux du Marais [Chapitre 4, Figure 13].

La comparaison des résultats de ces différentes hypothèses permet d'évaluer la conséquence de la difficulté d'estimation des conditions initiales dans le réseau sur la variabilité dans les résultats du calage et d'application du modèle.

3.2.4. Configurations testées

Dans le cadre du banc d'essai, et suite aux résultats obtenus sur la description globale [Chapitre 8, Section 1.1], nous avons réduit à 1 seule configuration le nombre de modèles testés à l'échelle des sous bassins en supposant que la masse disponible des particules est un paramètre de calage (ACCU_TYPE_03).

Le Tableau 6 représente les modèles testés dans le cas d'une approche de description détaillée du bassin.

Cimulation	Sous basins	versants	Collecteurs		
Simulation	Accumulation	Mobilisation	Erosion/Dépôt	Propagation	
SIM_MF_01			Aucun	Advection	
SIM_MF_02	ACCU_TYPE_03	ERO_TYPE_01	Velikanov	Advection	
SIM_MF_03			Ackers&White	Advection	

Tableau 6 Configurations testées à l'échelle de Marais avec la description fine

Chapitre 4. CHOIX DU SITE : LE MARAIS

1. DESCRIPTION DU SITE

Le site expérimental choisi dans ce travail est le bassin versant « Le Marais ». Ce site a été au coeur du programme de recherche « Génération et Transport de la Pollution des Rejets Urbains de Temps de Pluie en Réseau d'Assainissement Unitaire » mené par le CEREVE entre les années 1994 et 2000 (Gromaire, 1998 ; Ahyerre, 1999 ; Garnaud, 1999 ; Gonzalez, 2001 ; Oms, 2003).

Ce bassin versant, délimité et isolé des bassins alentours, est situé au centre de Paris, sur une partie des 3ième et 4ième arrondissements, dans le quartier du Marais (Figure 11). Sa surface est de 41,9 hectares. L'occupation du sol est représentative d'un centre ville ancien : il s'agit d'un quartier résidentiel avec de nombreux petits commerces, des restaurants et diverses activités du secteur tertiaire mais peu d'activités industrielles. Ces activités sont réparties de façon relativement uniforme sur l'ensemble du bassin versant, avec cependant une plus forte concentration le long des principaux axes de circulation : rue de Rivoli, rue St Antoine, rue des Francs Bourgeois, rue Vieille du Temple, rue de Turenne. Le trafic routier est intense dans le quartier et supérieur à la moyenne parisienne.

La répartition des surfaces est la suivante : toitures 22,8 ha (54,4 %), chaussées 9,7 ha (23,2 %), cours, jardins et squares 9,4 ha (22,4 %). Le coefficient de ruissellement² est d'environ 78 % et

² Estimation du coefficient de ruissellement à partir des valeurs théoriques citées dans (Bourrier, 1991) pour différents types d'occupation du sol en terrain plat

la pente moyenne³ de la voirie est de 0,84 %. L'habitat est dense avec 295 habitants par hectare, soit une population totale de 12 400 habitants (INSEE, 1990). Cette population est répartie uniformément sur l'ensemble du bassin.

Enfin, un nettoyage quotidien et intensif est pratiqué sur l'ensemble de la voirie du bassin versant.



Figure 11: Le bassin versant du Marais (limites en pointillé)

Le réseau d'assainissement du bassin versant du Marais est situé à l'extrémité amont du réseau d'assainissement parisien. C'est un réseau d'assainissement unitaire, ramifié, à exutoire unique, entièrement visitable et comprenant trois collecteurs à banquette (Figure 12) : les collecteurs Saint Gilles (798 m), Vieille du Temple (596 m), qui se jettent dans le collecteur Rivoli – St Antoine (430 m). Ces trois collecteurs drainent une cinquantaine d'égouts élémentaires de section ovoïde, d'une longueur totale de 5,8 km.

³ Moyenne arithmétique, pondérée par la longueur, des pentes des rues du bassin versant



Figure 12: Le réseau d'assainissement du bassin versant du Marais (contours en pointillé)

Les sections des collecteurs sont des sections typiques des collecteurs ovoïdes parisiens avec une cunette et une ou deux banquettes pour permettre le cheminement. Les sections des égouts élémentaires sont ovoïdes avec une hauteur de 2,1 m. La pente moyenne des égouts est de 0,8 % alors que celle des trois collecteurs est beaucoup plus faible : 0.06% pour le collecteur Vieille du temple, 0.04% pour le collecteur St Gilles et 0.09% pour le collecteur Rivoli – St Antoine.

2. PRINCIPAUX RESULTATS

Plusieurs travaux de recherche ont été menés sur le bassin versant du Marais (Gromaire, 1998, Ahyerre, 1999; Garnaud, 1999; Gonzalez, 2001; Oms, 2003). Les conclusions concernant les effluents de temps de pluie à l'exutoire du réseau unitaire ont confirmé globalement les résultats des études antérieures, en terme d'importance et de nature de la pollution (Chebbo, 2001). Les particules en suspension à l'exutoire du réseau unitaire sont le principal vecteur de pollution des RUTP : 60 à 95 % de la matière organique, 65 à 99% du zinc et des hydrocarbures, 90 à 100% du cadmium, du cuivre et du plomb véhiculés par temps de pluie sont liés aux particules. Les particules rejetées à l'exutoire du Marais ont des vitesses de sédimentation (V_{50} entre 0,012 et 0,059 cm/s) plus fortes que celles provenant du ruissellement seul (V_{50} entre 0,003 et 0,052 cm/s) et des eaux usées de temps sec (V_{50} entre 0,001 et 0,013 cm/s) (Gromaire, 1998).

2.1. Eaux de ruissellement

Les résultats obtenus concernant les eaux de ruissellement ont montré que les masses polluantes apportées par les eaux de ruissellement au cours d'une pluie représentent moins de 32% de la masse totale de MES et de DCO, moins de 22% de la masse de MVS et moins de 20% de la masse de DBO₅ de la pollution totale véhiculée à l'exutoire du bassin versant. Cette pollution est due majoritairement au ruissellement de voirie qui génère 40 à 70% de la masse totale de matière organique des eaux de ruissellement. Par ailleurs les eaux de ruissellement de toiture sont assez peu chargées en particules et en matière organique, mais elles constituent en revanche une source considérable de métaux via la corrosion des parties métalliques des toits.

Les vitesses de sédimentation des particules en suspension sont faibles (V_{50} varie de 0.003 m/s à 0.052 m/s dans 80% des événements étudiés) et extrêmement variables d'un événement pluvieux à l'autre.

Par ailleurs, pour les eaux de ruissellement provenant des petites surfaces de chaussées de 100 à 1700 m², les concentrations et les masses polluantes sont extrêmement variables d'un événement pluvieux à l'autre. Les caractéristiques de l'événement pluvieux n'expliquent qu'une partie de cette variabilité et d'autres processus aujourd'hui mal identifiés jouent un rôle prépondérant.

De plus, le suivi des concentrations et des flux dans le cas de pluies fait apparaître l'absence de diminution nette et systématique des concentrations même après plusieurs événements pluvieux successifs. (Gromaire, 1998) a remarqué que la durée de temps sec n'a pas d'influence significative sur les concentrations de pollution générée en temps de pluie sur le bassin du Marais. Cela pose une question sur l'importance de la durée de temps sec nécessaire pour la reconstitution du stock des particules mobilisables.

2.2. Réseau unitaire

Le fonctionnement du réseau d'assainissement unitaire joue un rôle fondamental dans la production de la pollution des effluents urbains en temps de pluie. Dans le cas du Marais, entre 26 et 82 % de la pollution totale de MES, MVS, DCO et DBO₅ générée au cours de l'événement pluvieux provient du réseau. Les particules érodées dans le réseau sont fortement organiques, biodégradables, assez peu chargées en métaux et relativement

décantables. Elles s'accumulent par temps sec dans le réseau et sont mobilisées progressivement au cours de l'événement pluvieux.

L'analyse *in situ* des dépôts a permis de mettre en évidence l'existence d'une couche organique immobile mais mobilisable en surface des dépôts grossiers minéraux dans les collecteurs unitaires du Marais. Elle est composée de matière organique et de fibres. Les résultats montrent que cette couche est la principale source de pollution du réseau du Marais contribuant à la pollution des rejets urbains de temps de pluie.

Les investigations dans le réseau ont montré que cette couche organique, facilement érodable, s'accumule à l'amont des collecteurs du réseau d'assainissement (Figure 13) sur les tronçons où le taux de cisaillement est inférieur à 0,1 N/m². Ces zones semblent dépendre fortement de la topographie des dépôts grossiers (dépressions) là où les conditions hydrauliques locales deviennent défavorables pour assurer le transport des particules.

La masse de cette couche est estimée être accumulée sur 750 m linéaire des collecteurs avec une surface de 585 m². Oms (2003) a trouvé que la couche organique observée dans le réseau du Marais possède un état d'équilibre qui se caractérise par une hauteur de couche stable (jusqu'à 15cm). Elle est probablement formée de plusieurs strates dont la résistance et la composition physico-chimique varient avec la profondeur. Localement, elle subit des perturbations liées à des événements aléatoires (comme le transport de gros éléments solides dans le collecteur) ou une évolution biologique, qui sont suivis par une accumulation rapide (en quelques heures) pour combler les trous formés par érosion.



Figure 13: Localisation des dépôts de couche organique dans les collecteurs du Marais (Oms, 2003)

Des expériences d'érosion par injection artificielle d'eau ont eu lieu dans les deux parties amont des collecteurs Vieille de Temple (Ahyerre, 1999) et de Saint Gilles (Oms, 2003) sur des tronçons de 150 m et de 100 m respectivement. L'objectif de ces expériences était de mesurer le taux d'érosion des dépôts et les caractéristiques des particules érodées en fonction des paramètres hydrauliques mesurés *in situ*.

La Figure 14 montre les variations de flux des MES en fonction des conditions hydrauliques pour 2 expériences d'injection sur le collecteur Vielle de Temple (Ahyerre, 1999). La première à débit croissant (Figure 14.A.) montre que la couche organique s'érode progressivement sous l'effet de l'augmentation de débit et donc du cisaillement. Cette couche s'érode pour des taux de cisaillement faibles (à partir de 0,4 N/m²). Dans la seconde, 3 cycles d'augmentation de débit se succèdent et provoquent une érosion décroissante de cycle en cycle (Figure 14.B.). Pour un taux de cisaillement constant, le stock érodable est limité et son érosion tend progressivement vers 0. Une augmentation du taux de cisaillement entraîne une érosion immédiate et forte et puis le taux d'érosion redescende et se stabilise.



Figure 14: Variations des flux de MES (g/sec), de débit (m³/h) et de cisaillement (N/m²) (mesuré avec l'ADV) à l'aval du tronçon Vieille de Temple : (A) le 02/12/1998 et (B) le 05/11/1998

3. DONNEES UTILISEES

Nous présentons dans cette partie les données utilisées dans ce banc d'essai pour la mise en œuvre des modèles (Figure 15). Comme l'objectif du banc d'essai est de tester l'applicabilité de la méthode bayésienne et d'évaluer les modèles existants, nous utilisons dans le cadre de cette thèse l'ensemble des données disponibles en les partageant en deux parties : une partie est utilisée pour les opérations de calage et le reste sera utilisé pour la validation et le test du pouvoir prédictif des modèles calés. L'influence de la quantité de données utilisées sur les

résultats des modèles ne sera pas abordée dans le cadre de notre recherche mais dans le cadre de la thèse effectuée par M. Mohammad MOURAD à l'INSA – Lyon portant sur l'objectif 3 du programme de recherche.



Figure 15 Structure générale du banc d'essai (le bloc en gris représente la tâche à décrire dans ce chapitre)

Nous présentons successivement les données de ruissellement utilisées à l'échelle des petites surfaces de chaussées, les données des expériences d'injection d'eau dans les collecteurs, les données des eaux usées en temps sec à l'échelle du Marais et enfin les données hydrauliques et de qualité obtenus à l'échelle du Marais lors des événements pluvieux. Ensuite nous présentons les résultats du calage du modèle hydraulique du bassin versant du Marais.

3.1. Données de ruissellement sur les chaussées

Nous avons choisi d'étudier les modèles de qualité des eaux de ruissellement de voirie au niveau de six tronçons de rues localisés dans le bassin versant du Marais (Figure 16) pour lesquelles 80 mesures de pollutogrammes en MES sont disponibles. Ces données ont été obtenues lors d'une compagne de mesure menée par (Gromaire, 1998) sur le Marais entre mai 1996 et octobre 1997 (Figure 17).



Figure 16 Plan du bassin versant et localisation des rues étudiées (Gromaire, 1998)



Figure 17 périodes de mesures des eaux de ruissellement sur les six chaussées (Gromaire, 1998)

Afin de choisir quels événements seront utilisés pour le calage, nous avons fait une classification des événements pluvieux pour lesquelles les mesures de pollutogramme sont disponibles. Nous nous sommes basés sur les caractéristiques des événements pluvieux suivantes : durée de temps sec précédant l'événement pluvieux, durée de pluie, hauteur moyenne de pluie, intensité maximale sur 1 minute, hauteur totale de pluie et concentration moyenne de la pollution en MES.

Néanmoins l'analyse de corrélation entre les masses érodées des sédiments, par pluie et par unité de surface, et les caractéristiques des événements pluvieux (Figure 18) a montré qu'il ne semble y avoir aucune corrélation entre les masses et la durée de temps sec pour la plupart des chaussées (sauf pour Roi de Sicile). Il est vraisemblable que le nettoyage de la voirie interfère dans les mécanismes d'accumulation. La durée de pluie semble avoir un effet secondaire sur la masse érodée des polluants en temps de pluie.



Figure 18 Coefficients de corrélation entre masse par événement pluvieux (Kg/ha) et caractéristiques des événements pluvieux pour les 6 chaussées étudiées

Par conséquent, ce sont surtout la concentration moyenne des polluants en MES, la hauteur totale de pluie, l'intensité moyenne de pluie et l'intensité maximale de pluie sur 1 minute qui influent sur la classification des événements. En se basant sur ces grandeurs, nous avons procédé à une classification des événements par la méthode de nuées dynamiques (technique des centres mobiles) pour regrouper les événements en 3 classes. Enfin, une fois la classification faite, les événements sont divisés en deux sous ensembles pour le calage et la validation en choisissant au hasard dans chaque classe les événements qui seront utilisés pour la validation.

Rue	Duval	Rosiers	M.B.M.	Roi de Sicile	St. Antoine	Turenne
Surface (m2)	160	186	195	284	1017	1700
Voies	1	1	1	1	3	2
Stationnement	Oui	Non	Non	Oui	Non	Oui
Circulation	Faible	Moyenne	Faible	Faible	Forte	Moyenne
Commerce	Peu	Nombreux	Aucun	Peu	Nombreux	Peu
Revêtement	Usé	Bon état	Bon état	Bon état	Bon état	Bon état
Pente	1.0%	0.6%	0.9%	0.6%	1.2%	0.6%
Nb des pollutgs	11	18	17	10	11	12
Calage (pollutgs)	8	13	12	7	8	9
Cmoy (calage)	101	247	88	96	150	81
Validation (pollutg)	3	5	5	3	3	3

Tableau 7 caractéristiques des rues étudiées et nombre des pollutogrammes en MES utilisés

Le Tableau 7 résume les caractéristiques de ces six chaussées ainsi que le nombre de pollutogrammes mesurés et utilisés pour le calage/validation dans le banc d'essai.

3.2. Données d'injection d'eau dans les collecteurs

Nous avons choisi d'étudier les modèles d'érosion des sédiments dans les collecteurs de réseau d'assainissement au niveau de deux tronçons localisés à l'amont des collecteurs Saint Gilles (100 m de longueur et pente 0,04%) et Vieille de Temple (150 m de longueur et pente 0,06%). Les données disponibles ont été obtenues lors des expériences d'injection d'eau menées par (Ahyerre, 1999) et (Oms, 2003).

Le système d'injection utilisé a été développé par (Ahyerre *et al.*, 2001) : l'injection d'eau potable se fait grâce à des vannes de pompiers avec un débit maximum atteint de 370 m³/h sur Vielle de Temple et 123 m³/h sur Saint Gilles (le débit de temps sec est de 30 à 40 m³/h). Nous disposons des données hydrauliques mesurées *in situ* et des pollutogrammes des MES mesurées C(t) pour 4 expériences d'injection (Tableau 8). Ces débits correspondent à des débits maxima des pluies réelles faibles : pluies avec une intensité maximale égale à 10 mm/h pour les injections dans le tronçon de Vieille de Temple (Ahyerre *et al.*, 2001) et entre 11 et 14 mm/h pour les injections dans le tronçon de Saint Gilles (Oms, 2003).

Date	Tronçons	Eaux usées	Temps sec	Type injection	Mesures
05/11/1998	Vieille de Temple	Débit 30-40 m³/h	3 j	$\boxed{260 \text{ m}^3/\text{h}}$	Q(t), V(t), H(t) (3min)
02/12/1998	L=150m, W=60cm, Pente 0,06%	Flux 1,1-2,2 g/s	5 j	32 0 m ³ /h	ADV C(t) (3min)
10/04/2002	Saint Gilles $I = 100 \text{ m}$ $W = 60 \text{ cm}$	Débit 22-50 m³/h	20	$\frac{127 \text{ m}^{3}/\text{h}}{127 \text{ m}^{3}/\text{h}}$	Q(t), V(t), H(t) (3min)
24/05/2002	Pente 0,04%	Flux 1,5-2,5 g/s	2	103 m ³ /h	C(t) (6min)

Tableau 8 Caractéristiques des 4 expériences d'injection

Q(t), H(t), V(t) sont respectivement le débit d'injection, la hauteur d'eau et la vitesse de l'eau dans le collecteur. La mesure *in situ* du taux de cisaillement a été effectuée directement au moyen de l'ADV (Acoustic Doppler Velocimeter).

À partir des données de débit et des concentrations en MES, les flux de matières érodées et transportées en suspension ont été déterminés à l'aide des relations suivantes :

$\phi_{\acute{e}rod\acute{e}}(t) = \phi_{transit}(t)$	$(t) - \phi_0 \qquad \phi_{transit}(t) = C(t).Q(t)$	$\phi_0(t) = C_0(t).Q_0(t)$	Equation 4-1
Avec :			
$\phi_{\acute{e}rod\acute{e}}(t)$	Flux de particules érodées (g/s)	
$\phi_{transit}(t)$	Flux de particules transitant	à l'aval du tronçon pendant l'exp	érience (g/s)
$\phi_0(t)$	Flux de particules des eaux	de temps sec (g/s)	
<i>C</i> (t)	Concentration en polluants	pendant l'expérience (g/m³)	
$C_0(t)$	Concentration en polluants	des eaux de temps sec (g/m³)	
Q(t)	Débit pendant l'expérience	(m^3/s)	

 $Q_0(t)$ Débit de temps sec (m³/s)

Il faut noter que les expériences ont été menées en dehors des périodes de lavage des rues pour éviter que des particules érodées à la surface des rues ne pénètrent dans le réseau et faussent l'estimation de la masse de couche organique érodée durant les augmentations de débit. D'autre part, le débit et la concentration en polluants des eaux en temps sec ont été mesurés pour les deux tronçons une semaine juste avant les expériences d'injection. Le flux des MES en temps sec a été estimé inférieur à 2,5 g/s (minime en comparaison avec les flux érodés pendant les injections). Par suite, les erreurs introduites par l'approximation des flux des eaux usées à l'entrée des tronçons des collecteurs sont insignifiantes.

3.3. Données hydrauliques et de qualité du bassin « Le Marais »

3.3.1. Temps sec

La Figure 19 représente les variations de débit des eaux usées et de concentration des MES pendant le temps sec à l'exutoire du Marais. Ces valeurs ont été obtenues en moyennant des cycles de temps sec mesurés à l'exutoire du Marais pour une durée de 1 mois en mars 1997 représentant un mois moyen sans période de vacances et sans période de gel. Les variations dans la semaine ne sont pas particulièrement sensibles même si les débits sont un peu plus faibles le dimanche (-7 % au maximum).



Figure 19: Variations de débit des eaux usées et de concentration des MES pendant le temps sec à l'exutoire de Marais

Le volume journalier d'eau déversée à l'exutoire du Marais est 5100 m3 (12400 habitants) ce qui est équivalent à 412 l/habitant/jour. Ce débit élevé peut s'expliquer par l'importance des eaux de lavage de voirie (60 l/hab./jour), des activités professionnelles (restauration) et par un apport des eaux claires tel que fuite des réseaux, infiltration...

La masse totale des MES transportées de 924 kg/j (équivalente à 75 g/hab./jour) est inférieure à la valeur de l'équivalent habitant évaluée égale à 126 g/hab./jour de MES par les Agences de l'Eau pour le cas de Paris (Valiron, 1984), ou égale à 90 g/hab./jour selon l'arrêté du 30 décembre 1981 (Chocat et *al.*, 1997). Ceci peut être expliqué par la faible pente des collecteurs du Marais donnant lieu à une sédimentation probable des polluants en temps sec. La concentration moyenne des MES est égale à 181 mg/L.

Les flux horaires de MES en temps sec varient avec le débit : de manière générale, les augmentations de flux suivent les augmentations de débit (Figure 20). La dispersion des mesures par rapport à l'ajustement correspond à la variation de flux en fonction de l'heure de l'observation pendant le jour.

Ce pollutogramme des eaux usées mesuré en temps sec est pris en compte dans la modélisation en temps de pluie pour tenir compte des flux horaires des polluants provenant des eaux usées.



Figure 20: Modèle de régression pour le flux des polluants en fonction de débits en temps sec

3.3.2. Temps de pluie

Dans le cadre de notre recherche nous disposons de données pluviométriques pour la période entre mai 1996 et novembre 1997 provenant de deux pluviomètres à augets basculants⁴ installés sur le bassin versant du Marais. Pour pouvoir exploiter ces données dans la modélisation nous les avons transformés en des données à pas de temps de temps constant égal à 1 min. Le découpage des données pluviométriques en des pluies distinctes (225 pluies en total) a été fait en se basant sur les critères suivants :

- Isoler tous les événements pluvieux séparés par 30 minutes sans deux basculements d'auget;
- Eliminer les événements pluvieux pour lesquels la hauteur de pluie cumulée ne dépasse pas 1 mm.

Les pollutogrammes en MES sont disponibles pour 40 de ces pluies. Egalement les conditions hydrauliques à l'exutoire du Marais (débit, hauteur, vitesse) sont disponibles durant toute la période de mesure à un pas de temps de 2 minutes.

Le Tableau 9 représente les caractéristiques des 40 événements pluvieux pour les quelles les pollutogrammes en MES sont disponibles.

⁴ Les deux pluviomètres sont situés à la rue du Foin à l'est du bassin et à la rue des Francs Bourgeois au centre de celui-ci. Ces sont des pluviomètres à augets basculants avec une surface de captation de 0,1 m² et un volume de 20 ml, soit un basculement pour 0,2 mm de pluie.

			1		1		
	Durée	Hauteur	Imoy	DTS	Imax5	Imax	Cmoyenne
	(hh:min)	<i>(mm)</i>	(mm/h)	(jours)	(<i>mm/h</i>)	(mm/h)	mg/l
Min	0:10	0.98	0.45	0.02	1.15	1.15	116
Max	12:32	30	34.8	37	89.6	240	524
Moyenne	3:27	7.9	3.6	4.1	20.5	47.2	232

Tableau 9 Caractéristiques des 40 événements pluvieux

La même méthode de classification utilisée pour les données de ruissellement a été utilisée pour la classification des 40 pluies afin de choisir les données utilisées pour le calage et la validation.

La classification des événements en fonction du couple (*Qmax, Vtot, DTS*) a abouti à 2 catégories d'événements (une catégorie des événements intenses (12 événements) et une catégorie des événements faibles (25 événements)) et trois pluies correspondant à des durées de temps sec très longues (de l'ordre de 1 mois). Cependant, les résultats de classification ont montré que ces différentes catégories sont réparties d'une façon uniforme sur l'ensemble de la période de mesure avec plus d'événements forts durant l'été.

Par suite, nous avons procédé à distinguer les événements pluvieux en deux parties en découpant la période de mesure en deux parties :

- Pour le calage : l'ensemble des événements entre 16 mai 1996 et 22 mai 1997, soit un an de mesure correspondant à 30 événements avec pollutogrammes ;
- Pour la validation : les événements entre 23 mai 1997 et 06 novembre 1997, soit 10 événements avec pollutogrammes.

Les caractéristiques des 40 événements pluvieux et leur classification en groupes sont présentées dans l'Annexe A.

3.4. Simulation hydraulique

3.4.1. Construction du modèle

La modélisation hydraulique consiste à discrétiser le bassin versant en un ensemble de sous bassins versants connectés par des collecteurs. Dans ce contexte, le bassin versant du Marais est divisé en 20 sous bassins versants (SBV) de caractéristiques homogènes (surface, imperméabilité, pente) et déversants sur les 3 collecteurs principaux du Marais (Figure 21). Chaque sous bassin versant est constitué d'une surface et d'un réseau secondaire, décrits comme une seule entité ayant un exutoire unique vers le collecteur. Egalement, les collecteurs sont découpés en tronçons de caractéristiques homogènes (pente, section). Les données d'entrée utilisées sont résumées dans l'Annexe B.



Figure 21: Description détaillée du bassin versant du Marais

Ce modèle a été établi avec le logiciel CANOE (INSAValor et Sogreah, 1999) en utilisant un modèle de réservoir linéaire pour simuler l'hydrologie sur les sous bassins versants et les équations de Barré de Saint Venant pour simuler l'hydraulique dans le réseau d'assainissement.

3.4.2. Calage hydraulique

Pour la simulation hydraulique en temps sec, nous avons défini des débits journaliers de temps sec pour les sous bassins versants proportionnels aux évolutions journalières à l'exutoire du Marais en fonction de la fraction de nombre d'habitants par rapport au nombre d'habitants total sur le Marais.

En temps de pluie, seuls deux paramètres ont été ajustés pour le calage du modèle du Marais : le coefficient de rugosité dans les tronçons de collecteur et le coefficient de production des sous bassins versants. Le coefficient de production représente le pourcentage d'eau recueillie sur un type de surface donné et pour un type de pluie particulier, qui arrive effectivement au réseau étudié. L'ajustement de ce paramètre permet de modifier le volume d'eau ruisselé sans engendrer de décalage des hydrogrammes dans le temps, de façon à régler les problèmes de sous-estimation et de surestimation du débit écoulé. L'ajustement du

coefficient de rugosité permet de modifier le débit de pointe, le décalage de l'hydrogramme dans le temps ainsi que les couples (Hauteur – Vitesse) estimés dans les tronçons de collecteurs. Les hauteurs d'eau et les vitesses de l'écoulement dans les tronçons sont primordiales pour la modélisation de la qualité de l'eau dans le réseau d'assainissement (influençant la mise en suspension et le dépôt des particules).

CANOE propose un outil d'aide au calage automatique permettant d'ajuster le coefficient de production. Nous avions le choix entre deux options pour caler ce paramètre :

i) Soit en supposant que le comportement du bassin versant change d'un événement pluvieux à un autre en fonction des caractéristiques climatiques (la saison) et celles des événements pluvieux (l'importance de la durée de temps sec précédant, les caractéristiques de l'événement précédent ainsi que celles de l'événement même).

Dans ce cas, et dans un premier temps, le calage a été fait pour chaque événement pluvieux pour reproduire le volume d'eau déversé à l'exutoire du bassin versant. Les valeurs estimées des coefficients de production varient entre 0,85 et 1,05.

Dans un second temps, nous avons essayé de trouver une corrélation entre les valeurs estimées des coefficients de production et les caractéristiques évoquées précédemment afin de trouver des classes d'événements pour lesquelles le bassin a un comportement identique. Cependant, aucune corrélation n'a été trouvée entre ces différents facteurs et les valeurs estimées des coefficients de production.

Il semble que cette option n'apporte pas d'informations ayant une signification physique même si numériquement elle permet de reproduire les conditions hydrauliques de chaque événement pluvieux à l'exutoire.

ii) Comme le premier choix n'a pas abouti à une explication de cette variation de coefficient de production permettant de mieux caler le modèle hydraulique, nous avons décidé de faire le calage sur l'ensemble des événements afin d'obtenir une valeur moyenne de ce coefficient qui sera utilisé pour l'ensemble des événements pluvieux. Dans ce contexte, le calage sur l'ensemble des données hydrauliques a abouti à une valeur de 0,97 du coefficient de production.

D'autre part, le modèle a également été calé en hauteur d'eau à l'exutoire du Marais. Ceci a été fait manuellement en cherchant la valeur du coefficient de rugosité permettant un meilleur ajustement de la hauteur mesurée. Le coefficient de Strickler retenu est égal à 45 (soit une rugosité de 0,222) correspondant à un Strickler de pierre brute ou de gravier. Ceci

semble être acceptable vu l'état des collecteurs parisiens très anciens et l'existence de la couche de dépôts des sédiments de type A dans ces collecteurs. Cette valeur a été utilisée pour tous les tronçons du fait qu'il n'existe qu'un seul point de calage du modèle du Marais (à l'exutoire), ce qui ne permet pas de vérifier le calage des hauteurs au sein du réseau.

3.4.3. Résultats de simulation hydraulique

En temps sec, Le résultat du calage hydraulique du modèle présenté en Figure 1 indique une bonne reproduction du profil journalier à l'exutoire du Marais. Vue l'importance du débit venant des eaux usées surtout le matin, il est impératif d'en tenir compte dans la simulation hydraulique en temps de pluie notamment dans des zones fortement urbaines comme Paris.



Figure 22: Résultats du calage des débits de temps sec à l'exutoire du Marais

D'autre part les résultats du calage hydraulique en temps de pluie indiquent une bonne estimation du volume ruisselé avec une erreur relative sur les volumes mesurés inférieure à 10% pour 37 événements pluvieux et 13% pour les 3 autres événements (Figure 23). Le calage a donné une erreur sur le débit de pointe inférieure à 16 % pour 37 événements pluvieux (Figure 24). Cet écart peut être expliqué par la disparité spatiale de la pluie sur le bassin, la longue période de temps sec pour certains événements. Par exemple l'événement de 16/05/1997 donnant un écart de 13% sur le volume et 26 % sur le débit de pointe (sous-estimation) en utilisant les données pluviométriques de la rue de Foin, a donnée une surestimation de 22,7% et 22,9% sur le volume et débit de pointe en utilisant les données pluviométriques de la rue de Foin, a donnée pluviométriques de la rue de Francs bourgeois.

L'événement de 19/11/1996 a été écarté du fait que l'erreur obtenue était de l'ordre de 17% et que la mesure de débit pour cet événement présente des résultats inhabituels.



Figure 23: Erreur relative d'estimation du volume écoulé



Figure 24: Erreur relative d'estimation du débit de pointe



Figure 25: Débit écoulé mesuré et simulé à l'exutoire du Marais pour l'événement 30/06/1997



Figure 26: Débit écoulé mesuré et simulé à l'exutoire du Marais pour l'événement 06/10/1997

Les Figure 25 et Figure 26 représentent les débits écoulés simulés et mesurés pour deux événements intenses le 30/06/1997 et le 06/10/1997. Le modèle estime bien l'hydrogramme mesuré. Cependant pour les mesures de vitesse et hauteur présentées dans les Figure 27 à Figure 30 nous remarquons une moins bonne estimation. Ceci est dû à la complexité dans le réseau d'assainissement du fait que la vitesse de l'écoulement dépend de plusieurs facteurs autres que le débit écoulé comme la géométrie et la rugosité des tronçons et les changements

des conditions hydrauliques à l'aval qui peuvent influencer l'écoulement à l'amont et qui changent également d'un événement à l'autre.



Figure 27: Hauteur mesurée et simulée à l'exutoire du Marais pour l'événement 30/06/1997



Figure 28: Vitesse mesurée et simulée à l'exutoire du Marais pour l'événement 30/06/1997



Figure 29: Hauteur mesurée et simulée à l'exutoire du Marais pour l'événement 06/10/1997



Figure 30: Vitesse mesurée et simulée à l'exutoire du Marais pour l'événement 06/10/1997

Chapitre 5. METHODE DE MONTE CARLO PAR CHAINE DE MARKOV

1. INTRODUCTION

Nous nous intéressons dans notre recherche à l'estimation des incertitudes des paramètres et leurs conséquences dans l'utilisation du modèle. En supposant que la structure du modèle est fixée, l'objectif du calage du modèle sera de réduire les incertitudes dans les valeurs des paramètres en se basant sur des données mesurées dans le but de réduire les incertitudes dans les sorties simulées du modèle.

Ce chapitre décrit la méthodologie proposée pour l'analyse des modèles et l'estimation des incertitudes liées à la mise en œuvre de ces modèles (Figure 31).



Figure 31 Structure générale du banc d'essai

Cette méthodologie, basée sur une approche statistique dite bayésienne, a été largement étudiée théoriquement et appliquée dans la plupart des domaines de recherches scientifiques complexes tel que la physique, le traitement d'images, Cependant son application dans le domaine de l'environnement est restée rare jusqu'à 1990 où une grande attention a été portée sur l'efficacité de ce type d'approche dans ce domaine particulièrement en hydrologie (Beven et Binley, 1992 ; Kuczera et Parent, 1998 ; Campbell *et al.*, 1999).

L'approche bayésienne, présentée dans le [Chapitre 2, Section 2.3.2.1], permet une estimation de la distribution de probabilité *a posteriori* des paramètres d'un modèle, distribution qui reflète les incertitudes liées à ces paramètres en tenant compte de connaissance *a priori* et des informations fournies par les observations. La mise en œuvre de cette approche nécessite *un choix de la distribution de probabilité a priori des paramètres et de la fonction de vraisemblance*.

Nous présentons dans ce chapitre le choix des distributions de probabilité nécessaires pour la mise en œuvre de l'approche bayésienne, ainsi qu'une introduction de la base théorique de la méthode de Monte Carlo par Chaîne de Markov (MCMC) utilisée. Pour finir, nous préciserons la manière dont cette approche a été utilisée.

2. MISE EN OEUVRE DE L'APPROCHE BAYESIENNE

2.1. Choix de la fonction de vraisemblance

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous nous sommes basés sur l'hypothèse, souvent utilisée dans la littérature, que les résidus entre les réponses du modèle et les observations sont des réalisations indépendantes d'une variable aléatoire normale avec une moyenne nulle et une variance σ^2 . Dans ce cas, la fonction de vraisemblance utilisée est estimée sous la forme multiplicative suivante :

$$L(D \mid \theta, \gamma) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{\left(2 \cdot \pi \cdot \sigma^2\right)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{\left(Y_t^{obs} - f(X_t, \theta)\right)^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$
Equation 5-1

Le vecteur des caractéristiques statistiques des résidus γ est représenté dans ce cas par un seul paramètre qui est l'écart type des résidus (σ).

Comme vu au [Chapitre 2, Section 2.2.1], le choix d'une fonction de vraisemblance est difficile. Sorooshian *et al.* (1998) vont jusqu'à affirmer qu'il n'existe pas une fonction de vraisemblance objective et statistiquement correcte. Cette hypothèse des résidus gaussiens est faite, dans le cadre de ce travail, faute d'information *a priori* sur leurs caractéristiques

statistiques. Ce choix constitue une première étape pour tester l'application de l'approche bayésienne et d'autres hypothèses pourraient être testées dans le futur.

2.2. Choix de la densité de probabilité a priori

Après le choix de la fonction de vraisemblance, l'étape suivante dans l'approche bayésienne consiste à définir les distributions de probabilité initiales ou *a priori* des paramètres représentant la gamme des valeurs possibles du jeu des paramètres en se basant sur des connaissances *a priori* ou des données historiques. Les distributions de probabilité *a priori* doivent être suffisamment larges pour assurer que les réponses du modèle couvrent la gamme d'observations. A ce stade il peut y avoir un certain degré de subjectivité dans le choix des distributions *a priori*.

Le choix de la densité de probabilité $P(\theta)$, contenant toutes les connaissances subjectives sur (θ) , était une question importante pour les modélisateurs. Berger (1985) a décrit 10 techniques pour construire une telle distribution. Le choix est purement subjectif et nécessite seulement de définir une densité de probabilité sur une fourchette des valeurs possibles des paramètres dont l'intégrale est égale à l'unité.

Cependant, dans notre cas où existent peu d'informations *a priori* sur les paramètres, nous choisissons de ne favoriser aucune valeur initiale de paramètres en donnant une densité de probabilité *a priori* **uniforme** pour l'espace des valeurs possibles de (θ). Ceci veut dire que toutes les informations *a posteriori* sur les paramètres seront contenues dans la fonction de vraisemblance et par suite dans les données observées.

Le choix d'une distribution *a priori* uniforme est vraisemblable dans le cas où on dispose des données informatives suffisantes pour le calage du fait que ces données apportent des informations sur les paramètres du modèle et sur leurs interactions. Ces informations sont introduites implicitement dans la fonction de vraisemblance qui peut dominer largement dans ce cas celle *a priori* uniforme. Dans ce contexte, il existe une balance entre l'apport d'une part des connaissances *a priori* sur les paramètres et d'autre part de la quantité de données disponibles, dans la réduction des incertitudes dans les paramètres par calage.

Cette subjectivité dans le choix de la distribution de probabilité *a priori* et de la fonction de vraisemblance, est à la base des objections contre l'approche bayésienne : Différents chercheurs peuvent faire des hypothèses différentes sur les connaissances antérieures et par suite leur attribuer des distributions *a priori* différentes. Pourtant, de telles subjectivités existent partout dans la modélisation en terme de choix du modèle, de critères d'optimalité,

de tests statistiques, etc.... La différence dans les opinions n'est pas rare dans la recherche scientifique. La notion de probabilité est subjective « *probabilities are states of mind, not states of nature* » (Savage, 1954) et c'est là où se trouve le point fort de l'approche bayésienne en introduisant toute la subjectivité du chercheur en terme d'informations et en la quantifiant au lieu de donner un sens erroné de l'objectivité.

3. TECHNIQUE DE MONTE CARLO PAR CHAINE DE MARKOV

Comme vu au [Chapitre 2, Paragraphe 2.3.2.1], le théorème de Bayes permet de calculer, pour un jeu de paramètres donné du modèle, une probabilité, *a posteriori*, correspondant à la probabilité que ce jeu de paramètres soit une solution du problème de calage du modèle en tenant compte de toutes les informations (celles *a priori* et celles tirées des observations).

Selon le paradigme bayésien, l'objectif le plus intéressant du calage est d'inférer la **distribution de probabilité** *a posteriori* $P(\theta|D)$ qui décrit toutes les informations sur les valeurs possibles de paramètres (θ) connaissant les données {D} et les informations *a priori* des paramètres.

Nous proposons d'utiliser une technique de Monte Carlo par Chaîne de Markov pour approximer cette distribution *a posteriori*. Nous présentons brièvement dans la suite le principe de cette technique et la construction de cette chaîne. Pour plus de détail, on se reportera à (Gelman *et al.*, 1997 ; Tanner, 1996 ; Robert et Casella., 1999).

3.1.1. Principe

Les algorithmes de type Chaîne de Markov se basent sur le fait que sous certaines conditions, il existe une distribution stationnaire limite pour toute chaîne de Markov. Dans notre cas, l'objectif de la technique de Monte Carlo par Chaîne de Markov MCMC est de construire une chaîne de Markov convergeant vers la distribution *a posteriori* $P(\theta|D)$.

Le principe de base est de commencer avec une valeur initiale arbitraire des paramètres et de construire un algorithme stochastique récursif (algorithme MCMC) sur l'espace des paramètres du modèle de telle sorte que les N dernières valeurs de paramètres obtenues après l'itération m constituent un échantillon de la distribution stationnaire limite de la chaîne de Markov. Cet algorithme est construit de telle sorte que la distribution limite de la chaîne de Markov soit une approximation de la distribution de probabilité *a posteriori* des paramètres $P(\theta|D)$ (Robert et Casella, 1999).

Les *m* premières itérations constituent une phase de transition non stable préalable à la convergence de la chaîne de Markov vers la distribution stationnaire. Ainsi l'algorithme s'arrête après un nombre d'itérations suffisamment grand pour atteindre la convergence d'une part et d'autre part pour que l'on puisse déterminer la distribution *a posteriori*. Les *m* échantillons sont alors écartés et le reste constitue l'échantillon dépendant de la distribution *a posteriori* des paramètres.

3.1.2. Construction de la chaîne de Markov : Cas de Metropolis

Dans la littérature, une variété de chaînes peuvent être construites mais la plupart d'elles représentent un cas particulier de l'algorithme de Metropolis (Metropolis et al., 1953; Tanner, 1996). Cet algorithme est le plus utilisé parmi la famille des techniques de MCMC à cause de la simplicité de sa mise en oeuvre et de sa généralité.

Dans sa version la plus générale, Metropolis-Hastings, cet algorithme construit une chaîne de Markov avec une transition, de $\theta^{(j)} = \theta \wr \theta^{(j+1)} = \theta'$, décrite par une fonction de probabilité de transition $P(\theta, \theta')$. Cette probabilité $P(\theta, \theta')$ est déterminée de la manière suivante :

- On génère une valeur θ' candidat pour $\theta^{(j+1)}$ à partir d'une loi de probabilité $q(\theta, \theta')$.
- Le paramètre candidat θ' peut être accepté (θ^{j+1)}=θ') avec une probabilité d'acceptation définie par α(θ,θ'). Par suite θ' peut être rejeté (θ^{j+1)}=θ) avec une probabilité de rejet égale à 1-α(θ,θ').

Ceci forme une chaîne de Markov avec une probabilité de transition :

$$P(\theta, \theta') = q(\theta, \theta') \cdot \alpha(\theta, \theta')$$

$$P(\theta, \theta) = \int_{\theta''} q(\theta, \theta'') \cdot [1 - \alpha(\theta, \theta'')] \cdot d\theta'' = 1 - \int_{\theta''} q(\theta, \theta'') \cdot \alpha(\theta, \theta'') \cdot d\theta''$$

Equation 5-2

Soit $\pi(\theta) = P(\theta|D) \propto L(D|\theta) \cdot P(\theta)$ la probabilité *a posteriori* de θ . On définit $\alpha(\theta, \theta')$ par :

$$\alpha(\theta, \theta') = \begin{cases} \min\left\{\frac{\pi(\theta')}{\pi(\theta)} \cdot \frac{q(\theta', \theta)}{q(\theta, \theta')}, 1\right\} & si\pi(\theta) \cdot q(\theta, \theta') > 0\\ 1 & si\pi(\theta) \cdot q(\theta, \theta') = 0 \end{cases}$$
Equation 5-3

On a alors :

$$\alpha(\theta',\theta) = \begin{cases} \frac{\pi(\theta)}{\pi(\theta')} \cdot \frac{q(\theta,\theta')}{q(\theta',\theta)} & si\alpha(\theta,\theta') = 1\\ 1 & si\alpha(\theta,\theta') = \frac{\pi(\theta')}{\pi(\theta)} \cdot \frac{q(\theta',\theta)}{q(\theta,\theta')} < 1 \end{cases}$$
 Equation 5-4

Et par suite :

$$P(\theta, \theta') \cdot \pi(\theta) = P(\theta', \theta) \cdot \pi(\theta')$$
 Equation 5-5

Cette propriété définit la réversibilité de la chaîne de Markov, qui est une condition suffisante pour que cette chaîne soit ergodique⁵ (converge vers $P(\theta|D)$) à condition que $q(\theta, \theta')$ soit irréductible et apériodique (c.à.d. pour que l'algorithme ne doive pas pouvoir faire de cycle et aucune région de l'espace des paramètres n'échappe à son exploration).

Comme le calcul nécessite l'estimation d'un rapport de deux probabilités *a posteriori*, l'algorithme MCMC évite l'opération de normalisation de la formule de Bayes, dont le dénominateur est difficile, voire impossible, à calculer (Tanner, 1996 et Gelman et *al.*, 1997).

En utilisant une distribution de probabilité de tirage $q(\theta, \theta')$ symétrique $(q(\theta, \theta') = q(\theta', \theta))$, cela revient au cas de l'algorithme de Metropolis avec la probabilité d'acceptation sous la forme suivante :

$$\alpha(\theta, \theta') = \begin{cases} \min\left\{\frac{\pi(\theta')}{\pi(\theta)}, 1\right\} & si\pi(\theta) > 0\\ 1 & si\pi(\theta) = 0 \end{cases}$$
 Equation 5-6

L'algorithme de Metropolis est caractérisé par sa simplicité à mettre en œuvre. Comme montré dans la Figure 32, cet algorithme consiste à :

- Pour j = 1, ..., N+m, soit $\theta_{(j)} = \theta$ est l'état actuel de la chaîne ;
- Générer une valeur aléatoire θ' candidate pour θ^(j+1) à partir d'une distribution de tirage irréductible spécifiée q(θ,θ');
- Connaissant la densité de probabilité *a priori* de paramètres, évaluer la probabilité *a posteriori* de θ' P(θ'|D) ∝ L(D|θ') · P(θ') à partir de la fonction de vraisemblance des données mesurées suivant le théorème de Bayes.
- Evaluer la probabilité d'acceptation $\alpha(\theta, \theta')$ par l'Equation 5-6
- Comparer cette probabilité avec une variable aléatoire uniforme *U* sur [0,1] :
 - Si $\alpha(\theta, \theta')$ > U, on dit qu'il y a transition et on passe à $\theta^{j+1} = \theta'$
 - Sinon, on conserve la valeur $\theta^{(j+1)} = \theta$

On conserve à la fin de la simulation l'échantillon des *N* derniers jeux de paramètres ($\theta^{(1)}$, ..., $\theta^{(N)}$) qui converge, par construction, vers la distribution stationnaire $P(\theta|D)$. Notons que le fait de comparer la probabilité d'acceptation avec la variable aléatoire U(0,1) donne à l'algorithme le pouvoir d'explorer l'espace des valeurs des paramètres moins vraisemblables.

⁵ L'ergodicité de la loi de transition P est la condition de la convergence de la chaîne vers la distribution π indépendamment de la loi initiale (Ycart, 1997)



Figure 32 Structure générale de l'algorithme de Metropolis

3.1.3. Mise en œuvre de l'algorithme

A chaque itération nous choisissons d'utiliser une loi de distribution normale $N(\theta, \sigma_p^2)$ centrée sur $\theta^{(j)} = \theta$ pour le genèse du vecteur des paramètres candidat θ' . Dans ce cas la probabilité de tirage $q(\theta, \theta')$ est définie de la manière suivante :

$$q(\theta, \theta') = \frac{1}{\left(2 \cdot \pi \cdot \sigma_p^2\right)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{(\theta - \theta')^2}{2 \cdot \sigma_p^2}} = q(\theta', \theta)$$
 Equation 5-7

Le choix d'une loi normale centrée sur le paramètre $\theta^{(j)} = \theta$ permet à l'algorithme de chercher dans le voisinage de paramètre θ et par suite d'explorer les régions de grande probabilité, et d'être plus robuste et efficace.

La variance σ_p^2 de la loi de tirage des candidats influe sur l'efficacité de l'algorithme et sur sa vitesse de convergence, puisqu'il affecte le taux d'acceptation des candidats. Pour un large variance, les candidats proposés sont rarement acceptés, et l'algorithme sera inefficace. Ainsi, pour un faible variance, le taux d'acceptation forcement élevé dans ce cas signifie qu'une petite région de la densité de probabilité *a posteriori* est explorée et la convergence sera lente.

Un taux optimal d'acceptation des jeux des paramètres doit avoir une valeur variant entre 44% dans le cas d'un paramètre unique et 23% si plus de 5 paramètres sont à caler (Gelman *et al.*, 1997). Gelman suggère que ce taux optimal est obtenu si le tirage des jeux des paramètres candidats est effectué avec une variance $\sigma_p^2 = \chi^2 \cdot \Sigma$ où $\chi = 2,4 \cdot \sqrt{p}$, *p* étant le nombre des paramètres à caler, et Σ est la matrice de variance – covariance des paramètres.

Nous proposons, dans notre recherche, de fixer la même valeur de la matrice Σ de variance – covariance des paramètres pendant toute la simulation. Cette matrice sera précisée de la manière suivante

- On fait une simulation avec 2000 itérations pour approximer la forme de la loi *a posteriori* des paramètres et estimer approximativement les valeurs optimales des paramètres.
- On choisit la valeur optimale de chaque paramètre comme valeur initiale à partir de laquelle on fait la simulation.
- La matrice de variance covariance Σ est supposée diagonale (pas de corrélation entre les paramètres). L'écart type de chaque élément du vecteur de paramètres est fixée égale à 1/15 de la valeur optimale de chaque paramètre. Cette valeur a permis d'obtenir le meilleur taux optimal d'acceptation durant les simulations.

Il faut noter qu'il existe dans la littérature différentes approches qui ont été proposées pour améliorer l'efficacité des algorithmes de MCMC parmi lesquelles nous citons la technique adaptative très discutée actuellement (Haario *et al.*, 1999, 2001 ; Andrieu *et al.*, 2001). Dans cette technique, la loi de probabilité de tirage des candidats $q(\theta, \theta)$ peut être mise à jour durant l'évolution de la chaîne vers la distribution *a posteriori* des paramètres en utilisant les informations contenues dans l'échantillon des paramètres obtenu lors de la transition de la chaîne durant la simulation. Par exemple la variance σ_p^2 de la loi de tirage des candidats peut être mise à jour lors de la simulation en fonction de la variance covariance de l'échantillon des paramètres obtenu lors des dernières itérations de la chaîne de Markov.

Cependant, il faut faire attention que l'utilisation d'une telle adaptation de la loi $q(\theta, \theta')$ peut détruire l'ergodicité de la chaîne de Markov ou diminuer la convergence de la chaîne (Andrieu *et al.*, 2004). De plus, il est difficile de juger si les informations obtenues dans ces dernières itérations sont suffisamment utiles ou pas pour assurer la convergence de la chaîne de Markov.

Pour assurer la convergence, il n'existe pas une méthode *a priori* qui détermine le nombre d'itérations nécessaires. Cependant des tests statistiques dits de diagnostic ont été proposés pour tester la convergence en faisant plusieurs séquences de la chaîne, et en comparant les distributions obtenues des jeux de paramètres pour assurer que l'algorithme a convergé vers la distribution stationnaire limite (Gelman et Rubin, 1992 ; Raftery et Lewis, 1992). Nous proposons dans le cadre de ce travail de thèse de générer une seule et longue chaîne de 10 000 à 12 000 itérations pour assurer la convergence de la chaîne vers la distribution *a posteriori* des paramètres. En effet, il peut ne pas être efficace de générer plusieurs chaînes et d'écarter un nombre considérable des premières itérations de chacune. De plus, en comparant une chaîne de 10 000 itérations restantes de la chaîne longue semblent pouvoir approximer la distribution stationnaire limite mieux que celles obtenues avec les chaînes plus courtes (Geyer, 1992 ; Engeland, 2002).

4. ANALYSE DES RESULTATS

Comme nous avons vu dans la partie précédente, l'objectif du calage suivant l'approche bayésienne est non seulement de calculer une valeur optimale des paramètres mais aussi d'inférer la distribution de probabilité *a posteriori* des jeux des paramètres. Cette distribution reflète l'incertitude liée à l'estimation des paramètres du modèle. Ainsi, la technique MCMC permet l'estimation d'un échantillon approximant cette distribution *a posteriori* à l'aide d'une chaîne qui, une fois calculée, sera utilisée pour estimer les statistiques des paramètres, par exemple les valeurs moyennes, les quantiles, les variances, les corrélations, les histogrammes, etc... Ce qui, contrairement aux algorithmes d'optimisation traditionnels, nous permet d'identifier *réellement et avec confiance* les problèmes d'identification des paramètres d'un modèle.

Pour interpréter les informations obtenues dans la distribution *a posteriori* et nécessaires pour l'analyse des modèles, nous proposons d'utiliser différentes visualisations graphiques complémentaires entre elles afin de tirer les informations sur la qualité de calage du modèle.

Incertitudes liées à l'estimation des paramètres

Les histogrammes obtenus à partir de la distribution *a posteriori* des paramètres donnent une idée claire sur l'ordre de grandeur des incertitudes liées à l'estimation de ces paramètres. Ceci permet d'identifier l'existence des problèmes dans l'estimation de chacun des paramètres et l'importance des incertitudes restant après le calage du modèle.

Corrélations entre les paramètres

Le tracé de la distribution jointe des paramètres dans les plans des paramètres (deux à deux) apporte des informations sur la nature de la corrélation entre les différents paramètres et de l'interdépendance (interactions) dans la structure du modèle qui peuvent être des sources importantes d'incertitudes dans les paramètres. Ce tracé donne des informations complémentaires à celles obtenues en calculant la matrice de variance – covariance de l'échantillon des paramètres estimé par Metropolis.

Sensibilité du modèle aux paramètres

Comme l'objectif du calage est de réduire les incertitudes dans les résultats du modèle, il est nécessaire de mener une analyse de sensibilité *a posteriori* du modèle pour déterminer l'impact des paramètres sur la variation des réponses du modèle. Nous nous sommes intéressés dans notre étude à l'analyse de sensibilité de la fonction de vraisemblance afin d'identifier les paramètres qui conduisent principalement le modèle pour avoir une bonne conformité avec les observations ce qui peut apporter des informations utiles dans le calage du modèle.

Nous proposons d'utiliser une approche simplifiée pour l'analyse de sensibilité globale en traçant la probabilité de vraisemblance dans le plan des paramètres sous forme d'un nuage de points. Ceci permet d'identifier les régions dans l'espace de paramètres dans lesquelles le modèle peut être ou pas sensible aux valeurs des paramètres en terme de bonne reproduction des observations : en d'autre terme il apporte des informations sur les valeurs optimales des différents paramètres. Ainsi, ceci donne clairement une idée sur :

i) L'effet des paramètres du modèle sur les réponses du modèle

 ii) Les paramètres qui contribuent le plus à la variabilité des réponses du modèle et exigent par suite de réduire leurs variances pour réduire au minimum la variance dans les réponses du modèle ;

iii) Les paramètres qui ne sont pas significatifs et peuvent être écartés du modèle.

D'autres méthodes plus sophistiquées peuvent être utilisées pour l'analyse de sensibilité globale en se basant sur les distributions *a posteriori* des paramètres parmi lesquelles citons les méthodes de décomposition de variance pour quantifier les indices de sensibilité de différents ordre (Mckay, 1996 ; Saltelli *et al.*, 1999). Cependant, il faut faire l'attention au fait que l'existence d'interactions entre les paramètres du modèle peut rendre difficile
l'estimation avec fiabilité des indices globaux de sensibilité (ou les indices d'importance des paramètres). Ces derniers indices apportent le même type d'informations que celui obtenu par les nuages de points (Ratto *et al.,* 2001 ; Kanso *et al.,* 2004).

Validation et test du pouvoir prédictif du modèle

En utilisant des données différentes de celles utilisées pour le calage, la méthode de Monte Carlo, appliquée à la distribution de probabilité *a posteriori* des paramètres, permet d'évaluer les incertitudes dans les réponses du modèles et d'apporter des informations sur la performance du modèle :

i) D'une part, les intervalles de confiance (5-95% des réponses simulées), construits à partir de la loi *a posteriori* des paramètres sans tenir compte des résidus représentant l'aléa naturel (c'est-à-dire le paramètre γ caractérisant ces résidus), permettent d'estimer les incertitudes dans les réponses du modèle attribuées aux incertitudes dans l'estimation des paramètres : On peut juger à quel degré une utilisation d'un jeu de paramètres différent de celui de l'optimum affecte les valeurs des réponses du modèle. Ceci nous permet d'estimer les limites dans le modèle lui-même en explorant l'espace des paramètres vraisemblables.

ii) D'autre part, les intervalles de confiance, construits à partir de la loi *a posteriori* des paramètres tenant compte des aléas naturels (γ), permettent de tester le pouvoir prédictif du modèle pour reproduire le processus dans le système naturel en tenant compte des incertitudes dans l'estimation des paramètres et des erreurs aléatoires dans les données mesurées.

5. CONCLUSION

Nous avons vu que, le paradigme bayésien, se basant sur une représentation probabiliste des incertitudes du modèle, consiste à associer une probabilité *a posteriori* aux paramètres. Les techniques d'échantillonnage de MCMC, appliquées dans l'approche bayésienne, peuvent contourner les problèmes d'optimisation classiques et permettent d'approximer la distribution de probabilité *a posteriori* des paramètres. L'analyse de cette distribution *a posteriori* permet une évaluation des incertitudes liées à l'estimation des paramètres du modèle, ce qui permet d'aller plus loin et de tester la validité du modèle en explorant tout l'espace des valeurs acceptables des paramètres.

PARTIE III. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Chapitre 6. APPLICATION SUR LES CHAUSSEES

1. INTRODUCTION

Nous présentons dans ce chapitre les résultats d'application de l'algorithme Metropolis dans le contexte de 4 configurations de modèles d'accumulation en temps sec et d'érosion en temps de pluie [Chapitre 3, Section 2.1] testées sur 6 chaussées sur le site du Marais [Chapitre 4, Section 3.1].

2. CONVERGENCE DE LA CHAINE VERS LA DISTRIBUTION A POSTERIORI

La convergence de la chaîne de Markov vers la distribution *a posteriori* de paramètres a été inspectée graphiquement en regardant la transition des valeurs des paramètres durant la simulation pour vérifier que la chaîne a atteint la zone stationnaire.

A titre d'exemple la Figure 33 représente l'évolution de la valeur du paramètre *Maccu* ainsi que de la valeur de la probabilité *a posteriori* à chaque itération durant la simulation de la chaîne de Metropolis dans le cas d'application de la configuration SIM_03 sur la chaussée Duval. On remarque que l'algorithme MCMC a convergé vers la zone stationnaire limite de la chaîne et a commencé à transiter dans cette zone de façon à obtenir un échantillon de la distribution de probabilité *a posteriori* à rechercher.



Figure 33 Evolution de la probabilité *a posteriori* [log (Probabilité) autour de -160] et de la valeur estimée du paramètre *Maccu* [autour de 20 kg/ha] à chaque itération durant la simulation de la chaîne de Metropolis dans le cas d'application de la configuration SIM_03 sur la chaussée Duval

3. COMPARAISON DES DIFFERENTES CONFIGURATIONS

Comme récapitulatif, le Tableau 10 représente la valeur médiane et l'intervalle 5 – 95% des paramètres estimées pour les différentes configurations et chaussées testées et le Tableau 11 représente les valeurs optimales estimées de ces paramètres.

Configuration		Dural	Posiena	мрм	Roi de	St.	Тинонно
COL	inguration	Duoui	Kosters	IVI.D.IVI.	Sicile	Antoine	1 urenne
	Daccu (kg/ha/j)	17 -30- 47	26-44-68	14 -22- 34	3.3 -4.9- 7.8	15 -33- 49	23 -32- 43
01	Dero (j-1)	0.7 -1.1- 1.7	0.4 -1.0- 1.6	2.7 -3.6 -4.0	.07 1 24	0.7 -1.4- 2.8	1.2 -1.8- 2.0
Z	Wero 10e-2	1.2 -2.3 -3.9	1.9 -8.2 -16	13 -27- 51	2.5 -3.6- 5.7	3.5 -14- 19	2.0 -3.0- 4.5
SII	W	1.3 -1.4- 1.5	1.0 -1.1- 1.3	0.8 -1.0- 1.2	1.2 -1.4- 1.5	1.0 -1.1- 1.2	1.3 -1.4- 1.5
	σ (mg/l)	38- 47 -59	170 -199- 239	51 -58- 66	60 -68- 76	64 -80 -95	30 -34- 39
	Mlim (kg/ha)	22 -41- 81	33 -50- 85	4.7 -6.0 -8.0	31 -42- 57	17 -24 -39	15 -20- 27
6	<i>Касси (j-1)</i>	0.6 -1.0- 1.3	0.5 -0.9- 1.5	6 -11 -16	.07 1 17	0.6 -1.5- 2.1	0.5 -0.9- 1.6
SIM	Wero 10e-2	0.6 -1.3- 2.8	2.8 -6.7 -12	16 -28- 41	2.8- 4.2 -5.8	4.5- 9.7- 16	2.3 -3.6- 5.4
	W	1.3 -1.4- 1.5	0.9 -1.1 -1.3	0.8 -1.0- 1.2	1.2 -1.3- 1.5	1.0 -1.1- 1.2	1.3 -1.4- 1.5
	σ (mg/l)	38- 47- 59	164 -195- 223	48-55-62	58 -66 -76	63- 79 -99	30 -35- 41
ŝ	Maccu (kg/ha)	14 -19- 35	23 -31 -52	4.2 -5.3 -7.3	21- 72 -134	15 -20- 32	14 -18- 25
Õ	Wero 10e-2	1.8 -3.9- 5.6	4 -10- 18	17 -35- 49	0.3 -0.7- 3.4	5.6 -11- 16	1.7 -2.7- 4.1
I	W	1.2 -1.3- 1.4	1.0 -1.1- 1.3	0.8 -0.9- 1.2	1.2 -1.4- 1.6	1.0 -1.1- 1.2	1.3 -1.4- 1.5
S	σ (mg/l)	35 -42- 51	164 -181 -209	46 -53- 61	70 -83- 98	68 -82- 103	30 -35- 40
04	Kero	0.4- 0.5 -0.7	1.2 -1.8- 2.6	0.5- 0.7 -0.8	0.3- 0.5 -0.7	1.2 -1.5- 1.9	0.3- 0.4 -0.5
Z	W	1.2 -1.3- 1.4	09 -1.1 -1.3	0.9 -1.1- 1.3	1.2 -1.4- 1.5	0.7 -0.9- 1.1	1.3 -1.4- 1.5
SII	σ (mg/l)	41 -50- 62	179 -203- 233	56 -63- 72	72 -83 -98	77 -95- 116	35 -40 -46

Tableau 10 Médiane et intervalle 5-95% de valeurs estimées des paramètres pour les différentes configurations et pour chaque voirie

Con	figuration	Duval	Rosiers	M.B.M.	Roi de Sicile	St. Antoine	Turenne
	Daccu (kg/ha/j)	46	26	25	4.4	40	24
01	Dero (j-1)	1.6	0.4	4	0.1	2.0	1.3
Z	Wero 10e-2	2	5.4	27	4.4	13.5	3.6
SII	W	1.4	1.1	1.0	1.3	1.0	1.4
	σ (mg/l)	43	188	55	65	70	34
	Mlim (kg/ha)	30	55	6	45	21	20
02	Касси (ј-1)	1.3	0.6	17.4	0.1	1.9	0.8
Z	Wero 10e-2	1.9	5.9	30	4.2	12	3.7
SII	W	1.4	1.2	1.0	1.3	1.0	1.4
	σ (mg/l)	42	190	54	64	71	33
3	Maccu (kg/ha)	20	29	5	71	22	19
	Wero 10e-2	3.7	11.8	35	0.7	10	2.7
IN	W	1.3	1.1	0.9	1.4	1.0	1.4
S	σ (mg/l)	41	173	52	81	74	34
04	Kero	0.5	1.7	0.7	0.5	1.5	0.4
Z	W	1.3	1.2	1.1	1.4	1.0	1.4
SI	σ (mg/l)	47	199	62	81	90	39

Tableau 11 Valeurs optimales estimées des paramètres correspondant au maximum de probabilité a posteriori pour les différentes configurations et pour chaque voirie

3.1. Configuration type SIM_01

La Figure 34 représente les histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres de temps sec *Daccu* et *Dero*, de temps de pluie *Wero* et *W* ainsi que de l'écart type des résidus entre les réponses du modèle et les observations σ , obtenus pour la configuration SIM_01 sur la chaussée Duval. Ces histogrammes reflètent les incertitudes dans les valeurs des paramètres. Contrairement aux paramètres de temps de pluie, des larges incertitudes liées aux paramètres de temps sec, *Daccu* et *Dero*, ont été identifiées et ceci a été trouvé pour toutes les chaussées.



Figure 34 Histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres pour la configuration SIM_01 [*Daccu* (kg/ha/j), *Dero* (j-1), *Wero*, *W*, σ (mg/l)] sur la chaussée Duval

La Figure 35 représente le tracé de la probabilité de vraisemblance en fonction des paramètres du modèle. Ce tracé reflète la sensibilité du maximum de la fonction de vraisemblance aux variations dans les valeurs des différents paramètres du modèle. Il

montre l'inexistence de valeur optimale pour les paramètres *Daccu* et *Dero* et la faible sensibilité de la vraisemblance par rapport à ces deux paramètres. Ceci signifie que les réponses du modèle sont peu sensibles aux paramètres de temps sec et que ces paramètres n'ont presque aucun rôle sur les réponses du modèle.



(kg/ha/j), Dero (j-1), Wero, W, σ (mg/l)] pour la configuration SIM_01 sur la chaussée Duval

En plus des incertitudes liées à l'estimation des paramètres de temps sec, les résultats des simulations pour la configuration SIM_01 ont montré également une corrélation linéaire importante entre ces 2 paramètres pour la plupart des chaussées étudiées (Tableau 12).

Tableau 12 Corrélations entre les valeurs estimées des paramètres d'accumulation et d'érosion en temps sec pour les simulations type SIM_01 pour les différentes chaussées

Rue	Duval	Rosiers	M.B.M.	Roi de Sicile	St. Antoine	Turenne
Corrélation	0.62	0.00	0.60	0.87	0.07	0.01
Daccu - Dero	0.02	0.90	0.00	0.02	0.97	0.91

Cette corrélation peut être expliquée par la dépendance des paramètres *Daccu* et *Dero* dans la forme mathématique de la formulation asymptotique du modèle de temps sec (Equation 3-2) où le coefficient d'accumulation *Daccu* n'apparaît dans la formulation que sous la forme de

fraction $\frac{Daccu}{Dero}$ qui représente la masse limite de stock accumulée en temps sec après une période de temps sec assez longue.

Les incertitudes liées à l'estimation des paramètres *Daccu* et *Dero* et la non sensibilité des réponses du modèle par rapport à ces deux paramètres indiquent que le modèle de temps sec ACCU_TYPE_01 est « non calable » dans sa version actuelle. La réduction de la corrélation entre *Daccu* et *Dero* en procédant à une reformulation mathématique du modèle de temps sec parait nécessaire afin de réduire les incertitudes dans l'estimation de ses paramètres.

3.2. Configuration type SIM_02

L'algorithme Metropolis a été utilisé pour le calage de la reformulation mathématique du modèle d'accumulation des MES en temps sec en utilisant la masse limite accumulée *Mlim* et un coefficient d'accumulation *Kaccu* comme 2 paramètres de calage (SIM_02).

Les résultats ont montré que la reformulation du modèle de temps sec a permis l'identification d'une valeur optimale de la masse limite accumulée (Figure 36). Cependant, concernant le paramètre *Kaccu*, les résultats montrent qu'il n'existe pas une valeur optimale pour ce paramètre et les incertitudes liées à ce paramètre sont importantes. Ce résultat a été obtenu pour 5 chaussées parmi les 6 chaussées étudiées (à l'exception de la chaussée de Roi de Sicile qui sera traitée plus tard).



Figure 36 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction des paramètres [*Mlim* (kg/ha), *Kaccu* (j⁻¹), *Wero*, *W*, σ (mg/l)] pour la configuration SIM_02 sur la chaussée Duval

La valeur obtenue par calage du paramètre *Kaccu* tend vers des valeurs élevées (> 1 j⁻¹). Cette valeur excède de plus d'une dizaine de fois celle utilisée dans la littérature (=0.08 (Bujon et Herremans, 1990)). Un tel ordre de grandeur pour le coefficient d'accumulation, représentant la vitesse d'accumulation des MES sur la surface de la chaussée, signifie que le stock limite des polluants (= *Mlim*) se reconstitue très rapidement au bout de 1 à 2 jours, voir quelques heures surtout si on ajoute la masse du stock résiduel de l'événement précédent : une accumulation beaucoup plus rapide que celles indiquées dans des recherches antérieures faites sur d'autres sites (une dizaine des jours (Sartor *et al.*, 1974)).

Ce résultat confirme la conclusion faite par (Gromaire, 1998) dans son étude sur les caractéristiques des polluants sur les surfaces urbaines de Marais. Elle a remarqué que la durée de temps sec n'a pas d'influence sur les concentrations de pollution générée en temps de pluie. Ce qui pose une question sur l'utilité d'utiliser un modèle d'accumulation de type asymptotique en fonction de la durée de temps sec pour un comportement d'accumulation très rapide de stock sur les chaussées !

3.3. Configuration type SIM_03

Dans cette configuration, le modèle de temps sec utilisé est un modèle d'accumulation instantanée des polluants sur les surfaces des chaussées en supposant qu'il existe toujours une masse *Maccu* disponible sur les chaussées que l'on cherche à estimer par calage.

La Figure 37 représente le tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction des paramètres de temps sec et de temps de pluie *Maccu*, *Wero*, *W* et σ , pour la simulation SIM_03 sur la chaussée Duval. Les résultats montrent une bonne estimation des valeurs optimales des paramètres et une sensibilité des réponses du modèle aux différents paramètres du modèle.



Figure 37 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction des paramètres [*Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W*, σ (mg/l)] pour la configuration SIM_03 sur la chaussée Duval

Pourtant, comme l'indique la Figure 38, le tracé de la distribution des paramètres a montré une corrélation entre les deux paramètres *Maccu* et *Wero*, masse accumulée de stock en temps sec et coefficient d'arrachement des particules en temps de pluie respectivement. Ceci est dû à la forme multiplicative du modèle d'érosion (Equation 3-4), et au fait qu'on ne dispose pas des données pour caler chacun des deux processus d'accumulation en temps sec et d'érosion en temps de pluie séparément.



Figure 38 corrélations entre les paramètres de temps sec *Maccu*, de temps de pluie *Wero* pour la configuration SIM_03 sur la chaussée Duval

En dépit de cette corrélation entre *Maccu* et *Wero*, les résultats montrent une bonne estimation des différents paramètres du modèle (Figure 39) accompagnée d'une nette réduction d'incertitude sur le paramètre de temps sec *Maccu* et une légère augmentation d'incertitude sur le paramètre *Wero*. Cette dernière incertitude est due probablement aux corrélations entre les deux paramètres *Maccu* et *Wero*.



Figure 39 Histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres pour la configuration SIM_03 [*Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W*, σ (mg/l)] sur la chaussée Duval

Il faut noter que les résultats montrent aussi une légère diminution de la valeur de l'écart type des résidus entre modèle et observations σ (= 42 mg/l dans le cas de rue de Duval) par rapport au modèle asymptotique (= 47 mg/l). Cette diminution de paramètre σ , représentant les erreurs ou les aléas naturels non expliqués par le modèle, montre une amélioration dans le pouvoir du modèle à reproduire les observations.

Cette amélioration dans la reproduction des observations se voit également en comparant la valeur maximale de la probabilité de vraisemblance obtenue pour cette configuration (max $(\text{Log } (L(D/\theta, \gamma))) = -159)$ avec celle obtenue pour les configurations SIM_01 et SIM_02 (max $(\text{Log } (L(D/\theta, \gamma))) = -162)$. Les valeurs données ci-dessus correspondent aux résultats sur la chaussée Duval. Cette amélioration a été obtenue pour 5 chaussées parmi les 6 étudiées (à l'exception de la chaussée de Roi de Sicile où un modèle asymptotique de temps sec a donné de meilleurs résultats).

3.4. Configuration type SIM_04

Dans cette configuration, il est supposé qu'il existe un stock infini de MES sur les chaussées et que la concentration en MES obtenue en temps de pluie est fonction seulement de l'intensité de pluie suivant le modèle d'érosion ERO_TYPE_02 avec deux paramètres : le coefficient de détachement *Kero* et la puissance *W*.

Les résultats d'application de Metropolis montrent une bonne estimation des valeurs optimales des paramètres du modèle avec une nette sensibilité des réponses du modèle aux valeurs des paramètres (Figure 40).



Figure 40 Tracé de la probabilité de vraisemblance des paramètres [Kero, W, σ (mg/l)] pour la configuration SIM_04 sur la chaussée Duval

Cependant, les résultats indiquent une dégradation dans la capacité du modèle à reproduire les observations : A titre d'exemple les résultats de calage sur la chaussée Duval montre une augmentation de la valeur optimale de σ (= 50 mg/l) de 20% par rapport à celle obtenue pour SIM_03 (= 42 mg/l) et une diminution de la valeur maximale de la probabilité de vraisemblance (Log ($L(D/\theta, \gamma)$)) = -165) par rapport à celles obtenues pour les autres configurations.

Cette dégradation dans la qualité de prévision du modèle SIM_04 est expliquée par le fait que le modèle d'érosion ERO_TYPE_02 suppose que l'érosion des sédiments dépend seulement de l'intensité de pluie et non de la diminution de la masse du stock disponible durant l'événement pluvieux. Par suite ce modèle ne tient pas compte de l'effet de lessivage progressif des polluants durant la pluie. Cependant Gromaire (1998) a remarqué l'existence de cet effet de lessivage lors des pics de pluie consécutifs.

Pour illustrer ce fait, la Figure 41 représente la réponse du modèle en terme de concentration de la pollution en matières en suspension MES, générée lors de l'événement pluvieux le 10/08/1996 sur la chaussée Duval. La comparaison des deux réponses du modèle pour les configurations SIM_03 et SIM_04 montre bien l'effet de lavage à la fin de l'événement pluvieux et la non capacité de la configuration SIM_04 à expliquer ce processus.



Figure 41 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour une événement pluvieux 10/08/1996 sur la chaussée Duval pour : a. SIM_03 ; et b. SIM_04.

En conclusion, l'analyse des différentes configurations de modèles de calcul des flux polluants générés en temps de pluie sur les chaussées du bassin versant du Marais, a montré que le modèle de temps sec, souvent utilisé dans les logiciels, contient une forte corrélation entre ses paramètres et nécessite d'être reformulé.

Concernant les phénomènes étudiés, les résultats ont montré un processus d'accumulation des polluants très rapide, ce qui met en question l'utilité d'utiliser la durée de temps sec comme facteur explicatif de la masse du stock des polluants pouvant être accumulée en temps sec. Ceci peut être lié à la spécificité du site du Marais : commercial avec un nettoyage quotidien et intensif pratiqué sur l'ensemble de la voirie du bassin versant.

Les résultats ont montré que pour la plupart des chaussées étudiées (sauf pour la rue de Roi de Sicile), l'accumulation d'une façon instantanée du stock des polluants sur les surfaces urbaines (de type SIM_03) est l'hypothèse la plus vraisemblable. Il faut noter que ce type de modèle est le plus pratique à utiliser du fait qu'il ne nécessite pas une simulation en continue pour estimer l'état initial du système.

4. COMPARAISON DES COMPORTEMENT DES CHAUSSEES

La comparaison des résultats de calage obtenus sur les 6 chaussées étudiées (Tableau 10 et Tableau 11) montre des *comportements différents des chaussées* vis-à-vis des deux processus d'accumulation des sédiments en temps sec et de leur érosion en temps de pluie. Les valeurs estimées des paramètres du temps sec et de temps de pluie varient d'une voirie à une autre. Dans la suite, les différents résultats seront présentés :

i) En temps sec, une grande vitesse d'accumulation des MES a été trouvée pour 5 chaussées : Duval, Rosiers, M.B.M, St Antoine et Turenne. En effet les valeurs estimées du coefficient d'accumulation dépassent d'une dizaine de fois les valeurs citées dans la littérature. Un modèle d'accumulation instantanée supposant qu'il existe toujours une masse du stock disponible sur les surfaces des chaussées a donné des meilleurs résultats dans le cadre d'estimation de la pollution générée en temps de pluie sur ces 5 chaussées.

ii) La valeur estimée de la masse du stock en MES accumulée sur les chaussées varie d'une chaussée à une autre. Les résultats du calage pour les différentes chaussées montrent que cette variation est fonction des activités sur ces chaussées : d'une part une quantité importante du stock est accumulée sur les chaussées où il existe beaucoup de commerces (29 kg/ha sur la chaussée Rosiers) et d'autre part une faible quantité du stock pour les chaussées où il n'y a pas de commerce (5 kg/ha sur la chaussée M.B.M.).

iii) La faible quantité du stock accumulé sur la chaussée M.B.M (*Maccu* = 5 kg/ha) est accompagnée d'un arrachement facile des MES pendant le temps de pluie (*Wero* = 0.35). Ce comportement explique le profil des pollutogrammes en concentration des MES obtenu pour la plupart des événements mesurés sur cette chaussée : une forte concentration en MES au début de pluie suivie d'une faible concentration jusqu'à la fin de l'événement pluvieux (Figure 42).



Figure 42 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 19/11/1996 sur la chaussée M.B.M pour SIM_03

iv) L'érosion élevée sur la chaussée M.B.M. est remarquée aussi sur les chaussées Rosiers et St Antoine (*Wero* = 0.12 et 0.10 respectivement). De plus, les résultats de calage obtenus pour ces trois chaussées ont abouti, contrairement aux 3 autres chaussées étudiées, à une faible valeur du coefficient de puissance *W* (Tableau 13).

Tableau 13 Valeurs optimales estimées du coefficient de puissance W du modèle d'érosion en temps de pluie pour la configuration SIM_03 sur les 6 chaussées étudiées

Chaussée	Duval	Rosiers	M.B.M.	Roi de Sicile	St. Antoine	Turenne
W	1.3	1.1	0.9	1.4	1.0	1.4

Ces faibles valeurs signifient que les fortes intensités n'ont pas pour effet d'éroder plus facilement les particules sur les chaussées. La seule caractéristique commune entre ces trois chaussées est qu'il n'y a pas de stationnement dessus. Ceci peut expliquer cette faible valeur de *W* en supposant que le fait du non stationnement favorise le nettoyage quotidien des chaussées surtout des particules grossières qui pourraient être érodées sous l'effet des fortes intensités de pluie. Pour vérifier cette hypothèse il est nécessaire de comparer les caractéristiques des particules érodées des différentes chaussées en fonction des caractéristiques de ces chaussées (ce qui dépasse notre recherche actuelle).

v) Les résultats de simulation du modèle montrent une reproduction relativement acceptable des concentrations des MES mesurées pour 5 chaussées parmi les 6 étudiées (sauf pour le cas de rue des Rosiers). La Figure 43 présente les pollutogrammes mesurés et simulés pour 4 événements pluvieux sur des différentes chaussées. Nous remarquons que les concentrations mesurées sont liées aux caractéristiques de la pluie (intensité I(t)) et le modèle



arrive à reproduire ces réponses. Cependant les incertitudes dans les résultats du modèle dues aux paramètres sont relativement larges par rapport à la valeur de la concentration.

Figure 43 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour les événements pluvieux : a. 16/05/1997 sur la rue du Roi de Sicile ; b. 21/05/1997 sur la rue du M.B.M ; c. 10/08/1996 sur la rue du St. Antoine ; d. 06/05/1997 sur la rue du Turenne pour la configuration SIM_03

L'utilisation des différents modèles avec les données de validation a donné des résultats de qualité similaire à ceux obtenus avec les données de calage du modèle pour les différentes chaussées.

vi) Une grande variation de la concentration a été trouvée sur la chaussée de la rue des Rosiers et les modèles testés n'arrivent à expliquer qu'une partie de cette variation. L'analyse des caractéristiques des événements étudiés sur cette chaussée, indique une forte concentration mesurée pour cette chaussée (valeur moyenne de 250mg/l avec des concentrations pouvant atteindre 1200 mg/l: 2 à 3 fois plus grandes que celles mesurées sur les autres chaussées). De plus, on trouve pour quelques événements pluvieux étudiés sur la rue de Rosiers une forte variation de la concentration mesurée non expliquée par les caractéristiques de la pluie (Figure 44).



Figure 44 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour une événement pluvieux 01/10/1996 sur la chaussée Rosiers pour SIM_03

Concernant la masse totale des MES érodées sur cette chaussée durant chaque événement pluvieux, aucune configuration des modèles testées n'arrive à expliquer toute la variation de la masse des MES mesurée.

A titre d'illustration, la Figure 45 représente la masse entraînée mesurée et l'intervalle 5-95% de la masse entraînée simulée des MES en fonction du volume d'eau ruisselée et du débit maximal ruisselé sur la chaussée Rosiers pour tous les événement pluvieux étudiés pour SIM_03. La Figure 45 montre d'une part que la masse mesurée des MES érodées pour certains événements pluvieux est variable et ne dépend pas des caractéristiques des événements (volume ruisselé et débit maximal) et d'autre part que le modèle utilisé n'a pas la capacité à expliquer cette variation.

La variation de la masse entraînée par temps de pluie sur la chaussée de Rosiers peut être expliquée par le fait qu'il existe beaucoup de commerces et de restaurants sur cette chaussée ce qui peut rendre difficile à estimer sa réponse en temps de pluie.



Figure 45 Tracé de la masse entraînée mesurée et de l'intervalle 5-95% de la masse entraînée simulée des MES par rapport au volume d'eau ruisselée et au débit maximal ruisselé sur la chaussée Rosiers pour tous les événement pluvieux étudiés pour SIM_03

vii) La rue de Roi de Sicile est la seule chaussée où le comportement en temps sec (accumulation) diffère des autres chaussées étudiées. Le calage a montré une bonne estimation des deux paramètres *Daccu* et *Dero* du modèle ACCU_TYPE_01 avec des faibles valeurs de *Dero* (= 0.1 j^{-1}) pour SIM_01 et de *Kaccu* (= 0.1 j^{-1}) pour SIM_02 (Figure 46).



Figure 46 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction des paramètres [*Mlim* (kg/ha), *Kaccu* (j⁻¹), *Wero*, *W*, σ (mg/l)] pour la configuration SIM_02 sur la chaussée Roi de Sicile

Le processus d'accumulation dans le cas de cette chaussée est lent et la masse disponible des polluants n'atteint une valeur limite qu'après une période de temps sec assez longue (15 à 20 jours). Cependant, cette chaussée n'a pas de caractéristique apparente différente de celles des autres chaussées et qui permette d'expliquer cette différence dans le processus d'accumulation en temps sec.

Nous avons essayé d'analyser les caractéristiques des événements pluvieux utilisés pour le calage. Par rapport au volume ruisselé on trouve deux groupes d'événements : 7 événements faibles (moins que 1.8 m³) et 3 événements forts (06/05/1997 avec 4.6m³, 30/06/1997 avec 3.7m³ et 05/08/1997 avec 3.6m³). Concernant le débit ruisselé pendant la pluie, l'événement de 05/08/1997 correspond à celui qui a produit un débit maximal à l'exutoire de la chaussée (Figure 47). De plus, on a remarqué que parmi les 10 événements étudiés, le seul événement pluvieux précédé par une longue durée de temps sec (de l'ordre de 10 jours) est celui de 05/08/1996 et c'est cet événement qui a érodé la masse la plus importante (= 0.8kg au moins deux fois plus par rapport aux autres événements). Les autres événements sont tous précédés des durées de temps sec inférieures à 2 jours.



Figure 47 Tracé de la masse entraînée mesurée et de l'intervalle 5-95% de la masse entraînée simulée des MES par rapport au volume d'eau ruisselée et au débit maximal ruisselé et de la durée de temps sec précédent sur la chaussée Roi de Sicile pour tous les événement pluvieux étudiés pour SIM_02

En mettant de coté cet événement particulier, nous avons refait les simulations de calage pour la configuration SIM_02. Les résultats ont donné une masse de stock accumulée sur la chaussée nettement inférieure à celle obtenue auparavant et comparable à la masse obtenue pour les autres chaussées (Tableau 14). D'autre part, omettre cet événement a abouti à une valeur 3 fois plus grande pour *Kaccu* (= 0.3 j^{-1}) avec une forte incertitude sur cette valeur : un résultat normal compte tenu du fait que tous les autres événements ont des durées de temps sec faibles et par suite ne permettent pas une bonne estimation du paramètre d'accumulation *Kaccu*.

Tableau 14 Comparaison des résultats obtenus pour les simulations SIM_02 avec ou sans l'événement pluvieux du 05/08/1997

Configuration		Tous les événements	Tous les événements Sauf 05/08/1997	
	Mlim (kg/ha)	45	30	
03	Касси (j-1)	0.1	0.3	
Z	Wero 10e-2	4.2	2.7	
SII	W	1.3	1.3	
	σ (mg/l)	64	48	

Cependant, la valeur de *Kaccu* reste faible par rapport à celles obtenues pour les autres chaussées (>1 j⁻¹). Nous émettons l'hypothèse que la différence de processus d'accumulation entre cette chaussée et les autres est liée non seulement aux événements disponibles pour le calage mais peut être aussi à un comportement inexplicable dans les caractéristiques de cette chaussée (nettoyage de la rue, topographie des avaloirs, stationnement, direction de la rue, etc...).

viii)Enfin, le Tableau 14 montre une différence des résultats de calage sur la chaussée Roi de Sicile, en fonction de la prise en compte ou non de l'événement de 05/08/1996 dans les données de calage. Les informations apportées par les observations sur les 9 autres événements pluvieux ne suffisent pas pour reproduire le comportement de cette chaussée. Par conséquent, il semble exister des mécanismes d'accumulation et d'érosion qui peuvent se produire dans des cas extrêmes et qu'on ne peut pas estimer par le modèle en utilisant pour caler ce modèle des épisodes où ces processus ne se produisent pas.

5. CONCLUSION

Les résultats de calage des différentes configurations de modèles d'accumulation et d'érosion des polluants sur les 6 chaussées montrent des comportements différents des voiries étudiées par rapport à la masse pouvant être accumulée en temps sec sur ces voiries et par rapport au taux d'érosion de ces polluants en temps de pluie. Ces différences dans les comportements, plus ou moins complexes, semblent dépendre de la nature des activités sur chacune de ces voiries. D'autre part, les résultats ont montré que la formulation mathématique utilisée souvent dans les logiciels, en utilisant deux paramètres *Daccu* et *Dero*, contient une forte corrélation linéaire entre ces paramètres et implique plus d'incertitudes dans leur estimation.

En outre, même si une reformulation de modèle d'accumulation en temps sec en utilisant deux paramètres, une masse limite et un coefficient d'accumulation *kaccu*, a permis une identification d'une valeur optimale de paramètre *Mlim*, les larges incertitudes liées à l'estimation de paramètre *Kaccu* tendant vers des valeurs élevées, ainsi que les résultats relativement améliorés obtenus avec un modèle d'accumulation instantanée à un paramètre (*Maccu*) suggèrent que la durée de temps sec est un facteur insignifiant dans le processus d'accumulation.

Cette conclusion, obtenue sur 5 chaussées parmi les 6 étudiées, nécessite d'être validée sur d'autres sites pour tester sa généralité dans le cas de surfaces des caractéristiques plus ou moins différentes de notre cas étudié (commercial au centre de Paris avec un nettoyage quotidien des voiries). Dans toutes les cas, le processus d'accumulation semble être trop complexe pour dépendre seulement de la durée de temps sec : Il semble exister d'autres facteurs importants affectant l'accumulation du stock de polluants sur une chaussée et dont l'introduction dans le modèle de temps sec pourrait être d'utilité pour réduire les incertitudes liées à ses paramètres et aux résultats du modèle.

Chapitre 7. APPLICATION SUR LES TRONÇONS DES COLLECTEURS

1. INTRODUCTION

Nous présentons dans ce chapitre les résultats de calage et d'application de trois modèles d'érosion des dépôts dans les réseaux d'assainissement (ERO_INJ_01, ERO_INJ_02, ERO_INJ_03) [Chapitre 3, Section 2.2] en se servant des données acquises lors des 4 expérimentations d'injections dans deux tronçons de collecteurs présentées dans le [Chapitre 4, Section 3.2].

2. APPLICATION DU MODELE ERO_INJ_01

2.1. Résultats de calage

La Figure 48 représente les histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres τ_{cu} , *d'*, *b*, *Mc* du modèle ERO_INJ_01 ainsi que l'écart type des résidus entre les réponses du modèle et les observations σ , obtenus pour l'expérimentation de 02/12/1998 faite sur le collecteur de Vieille de Temple en utilisant le taux de cisaillement de l'écoulement mesuré avec l'ADV. Ces résultats indiquent de larges incertitudes liées à l'estimation du paramètre τ_{cu} représentant le taux maximal de cisaillement critique d'érosion. Ce paramètre est impossible à caler pour les différentes expérimentations utilisées pour le calage du modèle ERO_INJ_01.



Figure 48 Histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres du modèle ERO_INJ_01 [τ_{cu} (N/m²), *d'* (m), *b*, *Mc* (kg/m²), σ (mg/l)] dans le cas de l'injection de 02/12/1998

De plus, comme l'indique Figure 49 et en comparant la variation de la probabilité de vraisemblance par rapport aux différents paramètres pour le même cas d'application précédente, les résultats de calage montrent bien l'insensibilité des réponses du modèle par rapport au paramètre τ_{cu} qui peut avoir des valeurs entre 1 et 50 N/m² sans aucun effet sur les résultats du modèle.

Ces larges incertitudes liées à l'estimation du paramètre τ_{cu} du modèle de Skipworth « ERO_INJ_01 » expliquent les résultats obtenus par une étude faite par Tait *et al.* (2003) qui ont rencontré une difficulté dans l'estimation de ce paramètre avec les algorithmes génétiques d'optimisation globale.



Figure 49 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction des paramètres du modèle ERO_INJ_01 [τ_{cu} (N/m²), d' (m), b, Mc (kg/m²), σ (mg/l)] dans le cas de l'injection de 02/12/1998

D'autre part les figures précédentes indiquent des incertitudes dans l'estimation du paramètre *d'* représentant l'épaisseur de la couche organique. La Figure 50 montre une corrélation entre les paramètres *d'* et *b*. Cette corrélation, obtenue pour toutes les expérimentations étudiées, est un résultat direct, d'une part de la forme mathématique de l'Équation 3-8 du modèle de Skipworth décrivant l'évolution de cisaillement critique d'érosion dans les dépôts ; et d'autre part, de la difficulté d'estimer les caractéristiques de la couche organique (c.à.d. son épaisseur et surtout le taux critique maximal d'érosion à son fond).



Figure 50 corrélations entre les paramètres d' (m) et b dans le cas de l'injection de 02/12/1998

Les incertitudes larges dans l'estimation de l'épaisseur de la couche organique et la nonidentifiabilité du taux maximal de cisaillement critique d'érosion des sédiments au fond de cette couche peuvent être expliqués par le fait que le processus d'érosion, suivant le modèle calé, n'atteint jamais la zone stable des dépôts avec un taux de cisaillement critique d'érosion constant et égal à τ_{cu} . Les résultats d'application du modèle calé montrent que l'épaisseur des sédiments érodés ne dépasse pas 1,5mm pour toutes les expérimentations étudiées. Cette épaisseur représente seulement une partie de la couche organique des dépôts estimée par le modèle (entre 2mm et 4 mm), et il n'y a jamais d'érosion des sédiments de la couche stable.

Pour analyser cet effet, la Figure 51 représente les incertitudes sur le profil de cisaillement critique dans la couche organique obtenues après calage du modèle ERO_INJ_01 pour le cas de l'expérimentation 02/12/1998. En tête de la couche organique, le profil de cisaillement critique d'érosion des dépôts ne change pas beaucoup en fonction de τ_{cu} mais plutôt en fonction de la valeur de puissance *b* qui définit la forme du profil du cisaillement. Le paramètre τ_{cu} représente une valeur seuil et la réduction des incertitudes liées à son estimation nécessite un dépassement de ce seuil dans les expérimentations étudiées.



Figure 51 Incertitudes sur le profil de cisaillement critique dans la couche organique obtenues après calage du modèle ERO_INJ_01 pour le cas de l'expérimentation 02/12/1998

Ceci n'était pas le cas avec les essais d'injection où les valeurs de cisaillement obtenues ont été trop faibles pour éroder profondément les dépôts et de ce fait l'identification de la valeur de cisaillement critique est presque impossible.

La masse de la couche organique a été évaluée par des investigations *in situ* (Oms, 2003). Cette masse a été estimée égale à 430 kg sur le tronçon de collecteur de Vieille de Temple et à 650 kg sur le tronçon de collecteur Saint-Gilles. Ces masses dépassent largement les masses des sédiments érodés pendant les injections (Tableau 15).

Tableau 15 Masses des sédiments érodés pendant les 4 expérimentations d'injection

Collecteur	Vieille d	e Temple	Saint Gilles		
Expérimentation	05/11/1998	02/12/1998	10/04/2002	24/05/2002	
Masse érodée (kg)	130	135	50	42	

Par suite, dans notre cas, les informations nécessaires pour estimer τ_{cu} ne sont pas disponibles comme uniquement une partie de la couche organique est érodée. Ces données ne permettent pas de vérifier la description de la couche stable pour laquelle le taux de cisaillement est constant. Ces résultats montrent que le modèle tel qu'il est proposé dans sa version actuelle est surparamétré et contient des paramètres qu'on ne peut pas les caler facilement avec les données expérimentales d'injection disponibles.

D'autre part, les résultats de calage montrent une variation dans les valeurs optimales des paramètres estimées pour les différentes expérimentations. A titre d'exemple, le Tableau 16 résume les valeurs optimales du taux d'érosion *Mc* obtenue pour les différentes injections.

Tableau 16 Comparaison des valeurs optimales de paramètre Mc obtenue après calage

Collecteur	Vieille d	e Temple	Saint Gilles	
Expérimentation	05/11/1998	02/12/1998	10/04/2002	24/05/2002
Mc (kg/m^2)	0,52	0,9	0,55	1,3

Cette variation représente une contrainte importante pour la mise en œuvre du modèle dans le cas d'un réseau d'assainissement. D'une part, une grande variabilité peut exister concernant les caractéristiques des collecteurs et des dépôts existants dans ces collecteurs. D'autre part, les caractéristiques cohésives des dépôts, leurs contraintes critiques d'érosion ainsi que leur érosion sous l'effet de l'écoulement peuvent changer en fonction de temps.

2.2. Analyse des résultats du modèle

Malgré les incertitudes dans les paramètres du modèle de Skipworth, les résultats d'application de ce modèle montrent la capacité du modèle à reproduire des pollutogrammes en MES érodées durant les expérimentations d'injections. Une étude détaillée des résultats est faite pour les différentes expérimentations.

La Figure 52 représente la réponse du modèle ERO_INJ_01 en terme de concentration de la pollution en matières en suspension MES, générée lors de l'expérimentation du 05/11/1998 dans le collecteur Vieille de Temple. Elle indique un bon accord entre le modèle et les observations sauf pour le pic de concentration où le modèle échoue à reproduire la forte concentration en MES. Comme les observations l'ont dévoilé, le modèle montre que la quantité de matière érodable à un seuil de cisaillement donné est limitée : un même taux de cisaillement appliqué deux fois de suite n'entraîne que très peu d'érosion à la seconde application.



Figure 52 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée des MES générée lors de l'expérimentation du 05/11/1998 dans le collecteur Vieille de Temple pour le modèle ERO_INJ_01

Le modèle n'arrive pas à reproduire ces faibles concentrations pour les deux pics suivants et ceci est dû au fait que le taux de cisaillement critique d'érosion simulé est devenu supérieur au taux de cisaillement de l'écoulement. Il faut noter que le modèle a été utilisé sans couplage avec un modèle de dépôt pour estimer la masse déposée des sédiments lors de la diminution du cisaillement de l'écoulement. En effet, un dépôt rapide a été observée par Oms (2003) lors du suivi de l'évolution de la couche organique dans les tronçons de collecteur Saint Gilles du Marais. Une partie de la masse érodée durant les deux derniers pics peut correspondre probablement à une quantité déposée des sédiments pendant le faible écoulement.

Il faut noter que pour cette expérimentation les taux de cisaillement de l'écoulement mesurés ponctuellement par l'ADV à l'exutoire du tronçon de collecteur étudié correspondent à ceux calculés par la formule de Manning – Strickler avec un coefficient de strickler $K = 50 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ comme suivant :

$$\tau_b = \rho_w \cdot g \cdot R_h \cdot J \text{ et } J = \frac{V^2}{K^2 \cdot R_h^{4/3}}$$
 Equation 7-1

Avec :

$ au_b$	contrainte de cisaillement de l'écoulement en N/m ²
V	Vitesse moyenne de l'écoulement mesurée <i>in situ</i> en N/m ²
$ ho_w$	masse volumique de l'eau en kg/m³
8	accélération de la pesanteur en N/kg
Rh	rayon hydraulique en m
J	Pente de la ligne d'énergie = en m/m

Par conséquent, les résultats d'application du modèle avec les cisaillements mesurés par l'ADV ont donné des résultats semblables à ceux obtenus en appliquant la formule de Manning – Strickler pour calculer le cisaillement.

Cependant, pour l'expérimentation de 02/12/1998, les taux de cisaillement de l'écoulement mesurés par l'ADV sont différents de ceux calculés par la formule de Manning – Strickler. Nous avons remarqué l'existence d'un pic de taux de cisaillement au début de chaque palier d'augmentation de débit suivi d'une diminution de cisaillement jusqu'à une valeur plus faible. Ce phénomène, non remarqué pour l'expérimentation de 05/11/1998, est dû probablement à l'effet transitoire du changement instantané de vitesse de l'écoulement ou à un problème de mesure non identifié !!

La Figure 53 et la Figure 54 représentent les réponses du modèle en terme de concentration de la pollution en matières en suspension MES, générée lors de l'expérimentation du 02/12/1998 dans le collecteur Vieille de Temple en utilisant respectivement les cisaillements mesurés par l'ADV et les cisaillements calculés avec la formule de Manning – Strickler.



Figure 53 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée des MES générée lors de l'expérimentation du 02/12/1998 en utilisant le taux de cisaillement de l'écoulement mesurée par l'ADV pour l'application du modèle ERO_INJ_01

Figure 53 montre un bon accord entre le modèle et les observations. Le modèle réussit à reproduire l'évolution de l'érosion avec l'augmentation de débit : une augmentation du taux de cisaillement entraîne une érosion immédiate et forte, puis le taux d'érosion redescend et se stabilise. Pourtant, le modèle surestime le troisième pic de concentration à cause de l'augmentation brusque du cisaillement atteignant une valeur de 2,3 N/m². Ce pic a pu se produire probablement à une échelle locale au voisinage du point de mesure de l'ADV, ce qui ne peut pas être vérifié comme on ne dispose que d'un seul point de mesure pour cette expérimentation.



Figure 54 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée des MES générée lors de l'expérimentation du 02/12/1998 en utilisant le taux de cisaillement de l'écoulement calculé par Manning – Strickler pour l'application du modèle ERO_INJ_01

Cependant, L'application du modèle en utilisant le cisaillement calculé avec la formule de Manning – Strickler, comme l'indique la Figure 54, montre une dégradation dans la capacité du modèle à reproduire le pollutogramme en MES observé. Le modèle échoue à reproduire les deux derniers pics de concentration des MES érodées et ceci est dû à l'uniformité de cisaillement tout au long de chaque palier d'écoulement (l'augmentation brutale du taux de cisaillement suite à l'effet transitoire pendant les montées en débit n'est pas pris en compte dans la formule de Manning – Strickler).

En conclusion, la capacité du modèle à reproduire l'évolution de l'érosion des dépôts est liée fortement aux conditions hydrauliques vraies et en particulier à la variation réelle du cisaillement de l'écoulement dans le tronçon dans le collecteur. Une application pertinente de ce modèle nécessite une estimation fiable du cisaillement en régime transitoire dans les collecteurs : Ceci n'est pas possible en simplifiant le régime d'écoulement en régime permanent et requiert par suite une étude plus profonde du réseau et un modèle hydraulique pour estimer les conditions hydrauliques dans les collecteurs pour un écoulement non permanent et non uniforme tel que celui engendré en temps de pluie dans les réseaux d'assainissement.

Quant aux deux autres expérimentations réalisées sur le collecteur Saint-Gilles, la Figure 55 et la Figure 56 représentent les réponses du modèle ERO_INJ_01 en terme de concentration de la pollution en matières en suspension MES, générée lors des expérimentations du 10/04/2002 et du 24/05/2002 respectivement. Les taux de cisaillement de l'écoulement de ces deux expérimentations ont été calculés avec la formule de Manning – Strickler en utilisant, comme pour le collecteur de Vieille de Temple, une valeur de *K* = 50 m^{1/3}/s.



Figure 55 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée des MES générée lors de l'expérimentation du 10/04/2002 dans le collecteur Saint Gilles pour le modèle ERO_INJ_01



Figure 56 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée des MES générée lors de l'expérimentation du 24/05/2002 dans le collecteur Saint Gilles pour le modèle ERO_INJ_01

Elles montrent un accord acceptable pour l'expérimentation du 10/04/2002 et une sous estimation forte du pic de concentration pour l'expérimentation du 24/05/2002. Néanmoins, les intervalles des concentrations simulées par le modèle sont relativement larges dans les deux cas, ce qui reflète des larges incertitudes dans les résultats du modèle calé pour ces deux expérimentations.

Le Tableau 17 présente les valeurs optimales de σ représentant l'écart type des résidus entre les réponses du modèle et les observations, estimées pour les différentes expérimentations. La comparaison de ces valeurs avec les concentrations observées pendant les expérimentations, montre que les erreurs aléatoires obtenues après calage pour le cas des deux essais de 10/04/2002 et de 24/05/2002 sont relativement plus importantes que celles des deux premiers. Ces deux essais ne permettent pas une réduction des incertitudes dans le modèle et une partie importante de la variabilité des observations sont expliquées par les erreurs aléatoires.

Tableau 17 Concentrations maximales des MES observées et valeurs optimales et 5-95% estimées de l'écart type des résidus entre les réponses simulées et observées pour les différentes expérimentations

Expérimentation	05/11/1998	02/12/1998	10/04/2002	24/05/2002
σ (mg/l)	250-300-380	180-200-300	80-120-200	350-400-800
Concentration maximale (mg/l)	4100	2500	700	3000

En conclusion, les deux expérimentations faites sur le collecteur Saint Gilles (surtout celle de 24/05/2002) semblent ne pas contenir les informations nécessaires pour réduire les incertitudes dans le modèle. L'expérimentation de 02/12/1998 a permis le plus la réduction des incertitudes dans les résultats du modèle.

3. APPLICATION DU MODELE ERO_INJ_02

Les résultats de calage ont montré que le modèle de Skipworth « ERO_INJ_01 » est surparamétré et contient des paramètres difficiles à caler avec les données d'injection disponibles. Ces données ne permettent pas de caler les caractéristiques de la couche organique.

Suite à ces résultats, et comme il n'y a aucune raison qui empêche l'augmentation de la résistance à l'érosion de la couche stable avec la profondeur, nous avons essayé de réduire le nombre des paramètres du modèle de Skipworth en supposant que l'augmentation du cisaillement critique d'érosion est continue dans tous les dépôts sans faire la distinction entre deux types d'évolution de cisaillement critique d'érosion dans les deux couches d'érosion. Ce qui nous amène à réduire le nombre des paramètres du modèle ERO_INJ_02 à 3 : la pente *toero,* le coefficient de puissance *b* et la taux d'érosion *Mc*.

La Figure 57 représente les histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres *toero*, *b*, *Mc* du modèle ERO_INJ_02 ainsi que l'écart type des résidus entre les réponses du modèle et les observations σ , obtenus pour l'expérimentation de 02/12/1998 en utilisant le taux de cisaillement de l'écoulement mesuré avec l'ADV. La Figure 58 et la Figure 59 représentent les tracés des probabilités de vraisemblance estimées par rapport aux différents paramètres pour les expérimentations 02/12/1998 et 05/11/1998 respectivement.



Figure 57 Histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres du modèle ERO_INJ_02 [*toero*, *b*, *Mc* (kg/m²), σ (mg/l)] obtenus dans le cas de l'injection de 02/12/1998 (ADV)

La comparaison des résultats de calage obtenus montre une estimation des valeurs optimales des paramètres du modèle ERO_INJ_02 accompagnée d'une incertitude liée à l'estimation de la pente linéaire d'augmentation de la résistance à l'érosion avec la profondeur *toero*. Cette incertitude est beaucoup plus large pour l'expérimentation du 05/11/1998 que celle pour l'expérimentation du 02/12/1998.



Figure 58 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle ERO_INJ_02 en fonction de ses paramètres [*toero*, *b*, *Mc* (kg/m²), σ (mg/l)] obtenus dans le cas de l'injection de 02/12/1998 (ADV)



Figure 59 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle ERO_INJ_02 en fonction de ses paramètres [*toero*, *b*, *Mc* (kg/m²), σ (mg/l)] obtenus dans le cas de l'injection de 05/11/1998 (ADV)

De plus, aucune valeur optimale de ce paramètre *toero* n'a été estimée pour les deux expérimentations sur le collecteur Saint Gilles et il existe de larges incertitudes liées à l'estimation de ce paramètre. Cette variation des incertitudes dans les paramètres pour les différentes expérimentations confirme la conclusion obtenue dans l'application de modèle ERO_INJ_01 où nous avons conclut que l'expérimentation de 02/12/1998 a permis de réduire le plus les incertitudes dans le modèle.

Les résultats de calage indiquent également des corrélations entre le paramètre *toero* et le coefficient de puissance *b* (Figure 60). Ceci est un résultat de la forme mathématique de l'Equation 3-9 décrivant le profil de cisaillement critique d'érosion dans les dépôts en fonction de la profondeur.



Figure 60 corrélations entre les paramètres *toero* et *b* du modèle ERO_INJ_02 dans le cas de l'injection de 05/11/1998 (ADV)

Cependant malgré cette corrélation, la comparaison des distributions de probabilité *a posteriori* des paramètres *b* et *Mc* obtenues pour le modèle ERO_INJ_01 avec celles obtenues pour le modèle ERO_INJ_02 indiquent que les distributions obtenues pour ces deux paramètres sont identiques. D'autre part, les résultats d'application du modèle ERO_INJ_02 donnent des intervalles 5-95% des valeurs simulées des réponses du modèle semblables à celles obtenues par application de modèle ERO_INJ_01 pour toutes les expérimentations (cf. Figure 52 à Figure 56).

En conclusion, la reformulation du modèle Skipworth en remplaçant l'épaisseur de la couche organique d' et le taux maximal de cisaillement critique d'érosion τ_{cu} , par un seul paramètre *toero* représentant la pente linéaire d'augmentation de cisaillement critique d'érosion dans une seule couche de dépôts, a permis de reproduire les mêmes résultats que le modèle original de Skipworth. Ce dernier a fait des hypothèses sur les caractéristiques des couches qu'on ne peut pas vérifier avec les expérimentations étudiées et suite à ces hypothèses le modèle contient des paramètres qu'on ne peut pas les identifier pour l'état actuel de connaissances.

Nous avons essayé de tester un cas particulier du modèle de Skipworth en prenant une valeur unité du coefficient de puissance *b* : le modèle représente dans ce cas une variation linéaire de taux de cisaillement critique d'érosion en fonction du profondeur.

Les résultats de calage montrent une estimation des distribution de probabilité ainsi que des valeurs optimales des paramètres *toero* et Mc comme indiqué, à titre d'exemple, dans la Figure 61 pour l'expérimentation 02/12/1998.



Figure 61 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle ERO_INJ_02 linéaire en fonction de ses paramètres [*toero*, *Mc* (kg/m²), σ (mg/l)] obtenus dans le cas de l'injection de 02/12/1998 (ADV)

Pourtant, les résultats montrent une augmentation de la valeur de l'écart type des résidus entre les réponses du modèle et les observations σ et ceci pour toutes les expérimentations étudiées. L'intervalle 5-95% du paramètre σ , estimée égale à 330 mg/l pour l'expérimentation 02/12/1998 (correspondant à une probabilité de vraisemblance maximale = -385), dépasse largement celle estimée en supposant que le paramètre *b* est à caler (σ = 200 mg/l correspondant à une probabilité de vraisemblance maximale = -415). Par conséquent le modèle d'évolution de cisaillement linéaire détériore la qualité de prévision du modèle d'érosion, et une large partie de la variabilité observée du taux d'érosion est décrite par l'erreur aléatoire.

Les résultats d'application du modèle d'évolution de cisaillement linéaire confirme ces résultats comme montré dans la Figure 62 et la Figure 63 représentant les réponses du modèle en terme de concentration en MES, générée lors des expérimentations du 05/11/1998 et du 02/12/1998 respectivement.



Figure 62 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée des MES générée lors de l'expérimentation du 05/11/1998 en utilisant le taux de cisaillement de l'écoulement mesurée par l'ADV pour l'application du modèle ERO_INJ_02 linéaire

Le modèle n'arrive pas à reproduire les pics de concentration produits lors de l'érosion de la couche facilement érodable au début de l'injection. De plus le modèle surestime les pics suivants, du fait que l'augmentation du taux critique est plus lente que celle reproduite par le modèle puissance de Skipworth.



Figure 63 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée des MES générée lors de l'expérimentation du 02/12/1998 en utilisant le taux de cisaillement de l'écoulement mesurée par l'ADV pour l'application du modèle ERO_INJ_02 linéaire

4. APPLICATION DU MODELE ERO_INJ_03

Le dernier modèle testé représente une description simple et globale de l'érosion en supposant que l'érosion est proportionnelle à la masse disponible dans le collecteur et aux conditions hydrauliques dans le collecteur.

Les résultats de calage du modèle ERO_INJ_03 montrent une estimation des distributions de probabilité des paramètres avec une identification nette des valeurs optimales des paramètres. A titre d'exemple, la Figure 64 représente les histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres M_{dispr} , α_{ero1} , α_{ero2} du modèle ERO_INJ_03 ainsi que l'écart type des résidus entre les réponses du modèle et les observations σ , obtenus pour l'expérimentation de 02/12/1998.



Figure 64 Histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres du modèle ERO_INJ_03 [M_{dispr} (kg/m²), α_{ero1} , α_{ero2} , σ (mg/l)] obtenus dans le cas de l'injection de 02/12/1998 (ADV)

Une partie des incertitudes liées à l'estimation des paramètres d'érosion α_{ero1} et α_{ero2} sont dues à la corrélation entre ces deux paramètres, comme montré dans la Figure 65. Ceci est dû à la forme mathématique de modèle d'érosion (Equation 3-10).



Figure 65 corrélations entre les paramètres α_{ero1} et α_{ero2} du modèle ERO_INJ_03 obtenus dans le cas de l'injection de 02/12/1998 (ADV)

D'autre part les résultats d'application du modèle montrent l'incapacité du modèle à reproduire la complexité des processus d'érosion surtout pour le cas de l'expérimentation de 02/12/1998 qui est riche en informations concernant les processus d'érosion dans les collecteurs. La Figure 66 représente les réponses du modèle en terme de concentration en MES, générée lors des expérimentations du 02/12/1998 en utilisant l'ADV pour estimer le taux de cisaillement de l'écoulement. Le modèle réussit à reproduire les 2 premiers pics de concentration mais il n'a pas la capacité de reproduire le troisième pic de concentration du fait qu'il n'y a plus de masse à éroder.



Figure 66 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée des MES générée lors de l'expérimentation du 02/12/1998 en utilisant le taux de cisaillement de l'écoulement mesurée par l'ADV pour l'application du modèle ERO_INJ_03

D'autre part, l'utilisation de taux de cisaillement de l'écoulement calculé avec la formule de Manning – Strickler a abouti à des mauvais résultats, comme montré dans la Figure 67. Le modèle calé n'arrive à reproduire que le premier pic de concentration des MES érodées.



Figure 67 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée des MES générée lors de l'expérimentation du 02/12/1998 en utilisant le taux de cisaillement de l'écoulement calculé par Manning – Strickler pour l'application du modèle ERO_INJ_03

Par conséquent, l'hypothèse que la masse disponible est le seul critère pour la diminution de l'érosion, n'est pas validée et c'est la variation de la résistance à l'érosion dans les dépôts qui a le plus d'influence sur l'érosion des sédiments.

5. CONCLUSION

Les résultats de calage de deux différentes approches de modélisation de l'érosion des dépôts dans les réseaux d'assainissement ont été présentés dans ce chapitre. Ces résultats montrent que l'hypothèse décrivant la variation de la résistance à l'érosion des dépôts est la meilleure approche pour simuler le processus d'érosion de ces dépôts sous l'effet de cisaillement de l'écoulement.

Cependant de larges incertitudes liées à l'estimation de taux maximal de cisaillement critique d'érosion ont été trouvées lors du calage du modèle de Skipworth. Ce modèle tel qu'il est proposé dans sa version actuelle est surparamétré et contient des paramètres qu'on ne peut pas caler facilement avec les données expérimentales d'injection disponibles. Même si ces expérimentations, équivalentes à des pluies réelles d'intensité faible, confirment l'évolution de la résistance à l'érosion avec la profondeur dans la couche organique telle que décrite par le modèle, elles ne sont pas suffisantes pour estimer les caractéristiques de cette couche.

D'autre part, les résultats montrent que ce n'est pas seulement la description de l'évolution la résistance à l'érosion de la couche avec la profondeur qui permet un bon comportement du modèle mais aussi une meilleure estimation de taux réel de cisaillement de l'écoulement, non permanent et non uniforme tel que celui engendré en temps de pluie dans les réseaux d'assainissement.

L'application de ce type de modèle à une échelle plus large est confrontée à une variabilité spatiale et temporelle des paramètres. Ceci pose une question sur la relation entre l'utilité de ce type de modèle d'érosion et la quantité d'informations nécessaire pour sa mise en œuvre dans le cas d'un réseau d'assainissement.
Chapitre 8. APPLICATION AU NIVEAU DU MARAIS

1. DESCRIPTION GLOBALE

1.1. Résultats de calage

Le calage des modèles d'accumulation et d'érosion appliqués à l'échelle du bassin versant du Marais a abouti à des résultats similaires à ceux obtenus lors du calage de ces modèles à l'échelle des chaussées concernant les incertitudes dans l'estimation des paramètres de temps sec.

En effet, la Figure 68 montre des larges incertitudes liées à l'estimation de paramètre *Dero* qui semble ne pas avoir d'effet significatif sur les réponses du modèle calé. Une corrélation linéaire entre les deux paramètres *Daccu* et *Dero* a été identifiée (Figure 69). La faible sensibilité des réponses du modèle aux valeurs du paramètre *Daccu* est par suite le résultat d'une part de la dépendance linéaire dans la formulation du modèle et d'autre part de la non signifiance du paramètre *Dero*.

L'effet du modèle de temps sec sur les réponses du modèle ne peut pas être expliqué par les deux paramètres *Daccu* et *Dero* mais par les interactions entre ces deux paramètres et la reformulation du modèle est par suite indispensable pour réduire les incertitudes.



Figure 68 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction de ses paramètres *Daccu* (kg/ha/j), *Dero* (j⁻¹), *Wero*, *W* et σ (mg/l) dans le cas de la description globale du bassin versant



Figure 69 Corrélation linéaire entre les paramètres de temps sec *Daccu* (kg/ha/j), *Dero* (j⁻¹) après calage du modèle sur le bassin versant du Marais

La reformulation du modèle de temps sec, en utilisant la masse limite accumulée *Mlim* et un coefficient d'accumulation *Kaccu* comme deux paramètres de calage, a permis l'estimation d'une valeur optimale du paramètre *Mlim* comme montré dans la Figure 70.



Figure 70 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction de ses paramètres *Mlim* (kg/ha), *Kaccu* (j⁻¹), *Wero*, *W* et σ (mg/l) dans le cas de la description globale du bassin versant

Cependant, de larges incertitudes sont toujours liées à l'estimation du coefficient *Kaccu* représentant la vitesse d'accumulation des polluants en temps sec. Les résultats de calage

montrent une tendance vers des valeurs assez élevées de *Kaccu* (> 1 j⁻¹), avec une valeur optimale = 4,3 j⁻¹, à partir desquelles les réponses du modèle ne dépendent plus de la valeur de ce coefficient : c'est une conséquence normale du fait que le modèle asymptotique atteint rapidement la valeur limite *Mlim*.

En conclusion, les résultats à l'échelle d'une chaussée ont été confirmés à l'échelle d'un bassin versant par rapport à la non signification de la durée de temps sec sur la masse accumulée du fait le stock se reconstitue rapidement après la fin de l'événement pluvieux précédent.

Les résultats de calage du modèle en supposant que le processus d'accumulation durant le temps sec est instantané, montrent une estimation des valeurs optimales des paramètres *Maccu* de temps sec et des paramètres d'érosion en temps de pluie *Wero* et *W* (Figure 71) malgré la corrélation identifiée entre la masse accumulée *Maccu* et *Wero* (Figure 72).



Figure 71 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction de ses paramètres *Maccu*(kg/ha), *Wero*, *W* et σ (mg/l) dans le cas de calage de la description globale du bassin versant

Nous avons comparé les valeurs estimées de l'écart type des résidus σ entre les réponses du modèle et les réponses observées du système dans les cas d'utilisation d'un modèle asymptotique (Figure 70) et d'un modèle d'accumulation instantanée en temps sec (Figure 71). Les résultats montrent une légère diminution de la valeur de σ dans le cas du modèle d'accumulation instantanée : la valeur optimale de σ est passée de 138 mg/l à 133 mg/l correspondant à une amélioration du maximum de la probabilité de vraisemblance de -1094 à -1090 en échelle logarithmique. Cette diminution dans la valeur de σ , représentant les erreurs ou aléas naturels non expliqué par le modèle, démontre une légère amélioration dans la capacité du modèle instantané à reproduire les observations par rapport au modèle asymptotique.



Figure 72 Corrélation entre les paramètres *Maccu* (kg/ha) et *Wero* obtenue après calage du modèle sur le bassin versant du Marais

1.2. Analyse des résultats du modèle calé

Nous étudions dans cette partie les résultats d'application du modèle en utilisant une accumulation instantanée des polluants en temps sec. Bien que ce modèle ait donné les meilleurs résultats par rapport aux autres modèles de temps sec, l'écart type σ des résidus entre les réponses de ce modèle et les réponses observées du système (= 133 mg/l), reste très large par rapport à l'écart type des données de concentrations mesurées (σ_{data} = 151 mg/l).

Il est évident qu'aucun des modèles testés n'arrive à reproduire les pollutogrammes en concentration observés à l'exutoire du bassin du Marais et la variation des concentrations mesurées en temps de pluie est expliquée par l'erreur aléatoire entre le modèle et les observations. Cette large valeur de σ signifie que le pouvoir prédictif de ce modèle est très faible et le modèle n'apporte qu'une information légèrement meilleure qu'un modèle calculant une concentration moyenne constante.

A titre d'exemple, les Figure 73, Figure 74, et Figure 75 représentent les concentrations mesurées et les intervalles 5-95% des concentrations simulées pour les événements pluvieux 16/05/1996, 05/07/1996 et 21/05/1997 respectivement utilisés pour le calage. On remarque que le modèle n'a pas la capacité à reproduire la complexité de génération de pollution en temps de pluie ainsi que la variation de la concentration mesurée des MES entre deux événements pluvieux et aussi pendant le même événement pluvieux.



Figure 73 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 16/05/1996 à l'exutoire du bassin du Marais



Figure 74 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 05/07/1996 à l'exutoire du bassin du Marais



Figure 75 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 21/05/1997 à l'exutoire du bassin du Marais

La Figure 76 représente un tracé de la masse entraînée et l'intervalle 5-95% de la masse entraînée simulée des MES par rapport au volume d'eau et au débit maximal écoulés à l'exutoire du Marais pour toutes les pluies utilisées pour le calage. Les résultats montrent une incapacité du modèle calé à reproduire la masse entraînée des MES en temps de pluie mais plutôt une valeur moyenne correspondant à une concentration moyenne pour l'ensemble des pluies (profil de masse simulée par rapport au volume d'eau rejeté est proche du linéaire).



Figure 76 Tracé de la masse entraînée mesurée et de l'intervalle 5-95% de celle simulée des MES par rapport au volume d'eau écoulé à l'exutoire du Marais pour les pluies utilisées pour le calage

La Figure 77 montre deux comportements distincts du bassin versant en terme de masse entraînée des MES en fonction du volume d'eau écoulé à l'exutoire du bassin versant. Elle montre deux groupes d'événements dont la concentration moyenne des MES entraînées en temps de pluie de l'un est supérieure à l'autre.



Figure 77 Tracé de la masse entraînée mesurée des MES par rapport au volume d'eau écoulé à l'exutoire du Marais pour toutes les pluies

Nous avons fait un classement des événements pluvieux en fonction de la concentration moyenne seule et non pas des caractéristiques de la pluie : deux classes d'événements apparaissent avec une concentration moyenne supérieure ou inférieure à **300 mg/l**. Ce classement a donné 10 pluies de concentrations fortes et 30 pluies de concentrations faibles. Aucune relation n'a pu être faite entre ce classement et les caractéristiques des pluies. L'analyse saisonnière a montré que 9 événements parmi les 10 événements forts ont eu lieu entre les mois d'avril et d'août (28 événements sur les 40 événements mesurés ont eu lieu durant cette période). Il semble que cette période est favorable pour des concentrations fortes des MES entraînées en temps de pluie. Pourtant aucune autre raison n'a pu être identifiée pour comprendre ce comportement du bassin versant.

Pour analyser indépendamment les différents comportements du bassin, nous avons essayé de caler le modèle avec chacune de 2 classes d'événements pluvieux en distinguant les événements forts des événements faibles. Nous présentons dans la suite les résultats de calage et d'application du modèle pour les deux cas.

1.2.1. Calage avec les événements à concentration moyenne forte

Les résultats de calage, illustrés par la Figure 78, montrent l'existence de larges incertitudes liées à l'estimation des paramètres du modèle. En effet, la masse accumulée *Maccu* tend vers des valeurs élevées (> 200 kg/ha) accompagnée par une diminution de la valeur du paramètre d'érosion *Wero*. De plus la valeur optimale du coefficient de puissance *W* est proche de 1 (= 1,05). La valeur optimale de l'écart type des résidus entre les réponses du

modèle et les réponses observées est large (σ = 175 mg/l) par rapport à l'écart type des données de concentrations observées (σ_{data} = 185 mg/l).





La valeur élevée de *Maccu* et la faible valeur de *Wero* estimées signifient que le comportement du modèle calé est tel que l'érosion ne dépend pas beaucoup de la diminution de la masse disponible durant la pluie. D'autre part la valeur estimée de *W* (proche de 1) indique que la variation de concentration ne dépend pas beaucoup de la variation de débit ruisselé au cours de l'événement pluvieux : les valeurs optimales des paramètres correspondent à un modèle à concentration constante mais avec de larges incertitudes liées au calage des paramètres de ce modèle.

Les applications du modèle confirment cette conclusion. La Figure 79 démontre la capacité du modèle à reproduire les masses entraînées pendant les différents événements pluvieux ayant une concentration moyenne à forte. Cependant il n'a pas la capacité à expliquer la variation de la concentration observée durant la pluie (voir à titre d'exemple la Figure 80)



Figure 79 Tracé de la masse entraînée mesurée et de l'intervalle 5-95% de celle simulée des MES par rapport au volume d'eau écoulé à l'exutoire du Marais pour toutes les pluies à fortes concentrations



Figure 80 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 20/06/1996 à l'exutoire du Marais après calage avec les pluies à fortes concentrations

1.2.2. Calage avec les événements à concentration moyenne faible

Les résultats de calage du modèle en utilisant les événements ayant une concentration moyenne inférieure à 300 mg/l sont montrés dans la Figure 81. Ces résultats montrent une estimation des valeurs optimales des différents paramètres avec une valeur optimale de la masse accumulée Maccu = 26 kg/ha et du coefficient d'érosion Wero = 0,07. La comparaison de ces valeurs optimales avec celles obtenues en utilisant la totalité des événements de pluie pour le calage (Maccu = 39,8 kg/ha et Wero = 0,067) montrent une diminution évidente de la valeur optimale de la masse accumulée au début de la pluie.



Figure 81 Tracé de la probabilité de vraisemblance en fonction de ses paramètres *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W* et σ (mg/l) dans le cas de calage de la description globale du Marais avec les pluies à faibles concentrations

Comparée aux résultats d'application du modèle calé avec l'ensemble des événements (Figure 76), la Figure 82 montre une amélioration dans la capacité du modèle à reproduire la masse érodée pendant les pluies.



Figure 82 Tracé de la masse entraînée mesurée et de l'intervalle 5-95% de celle simulée des MES par rapport au volume d'eau et au débit maximal écoulés à l'exutoire du Marais pour toutes les pluies à faibles concentrations

Concernant la reproduction des pollutogrammes mesurés, les Figure 83 et Figure 84 montrent, à titre d'illustration, que la variation de la concentration mesurée au cours de l'événement pluvieux n'est pas reproduite par le modèle calé. Ceci est montré par comparaison de la valeur optimale de l'écart type des résidus entre les réponses du modèle et celles observées (σ = 63 mg/l) avec l'écart type des données de concentrations observées (σ_{data} = 78 mg/l).



Figure 83 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 06/05/1997 à l'exutoire du bassin du Marais après calage avec les pluies à faibles concentrations



Figure 84 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 21/05/1997 à l'exutoire du bassin du Marais après calage avec les pluies à faibles concentrations

En conclusion, la modélisation du bassin versant considérée globalement, en décrivant seulement l'accumulation des polluants en temps sec et leur érosion en temps de pluie avec des approches conceptuelles initialement développés pour les surfaces, parait incapable de reproduire les mesures de concentration.

La distinction entre deux comportements différents du bassin versant vis-à-vis de la masse érodées des polluants par rapport au volume d'eau rejeté à l'exutoire du bassin versant a permis au modèle de reproduire mieux les masses entraînées des MES pendant la pluie mais elle n'a pas amené à aucune amélioration du modèle à reproduire les concentrations mesurées en temps de pluie.

Cette description du bassin versant donne des résultats presque équivalents d'un modèle à concentration moyenne constante et toute la variation des concentrations durant les événements pluvieux est expliquée par une erreur aléatoire (σ). En d'autre terme, ce modèle n'apporte presque rien en matière de prévision des pollutogrammes en concentration des MES générées en temps de pluie.

2. DESCRIPTION DETAILLEE

Nous allons dans cette partie présenter les résultats de calage d'un modèle décrivant en détail le bassin versant en distinguant les sous bassins versants des collecteurs. Plusieurs configurations sont testées surtout en ce qui concerne les dépôts dans les collecteurs.

Concernant les sous bassins versants nous nous contenterons d'utiliser le modèle d'accumulation instantanée des polluants avec un seul paramètre *Maccu*, et du modèle d'érosion le plus classique avec deux paramètres *Wero* et *W*.

2.1. Transport par advection simple

Les résultats de calage des paramètres de ce modèle sont montrés dans la Figure 85. La première conclusion de calage de ce modèle est la légère amélioration du pouvoir du modèle à reproduire les pollutogrammes par rapport à la description globale du bassin versant. En effet, la valeur optimale de l'écart type des résidus entre les réponses de ce modèle et celles observées, égale à 120 mg/l (correspondant au maximum de log de probabilité de vraisemblance = -1066), est inférieure à celle obtenue pour la description globale (égale à 133 mg/l et correspondant au maximum de log de probabilité de vraisemblance = -1090).



Figure 85 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction de ses paramètres *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W* et σ (mg/l) dans le cas de la description détaillée du bassin (advection seule)

Le calage de ce modèle, en distinguant les événements avec des concentrations moyennes fortes de ceux avec des concentrations moyennes faibles, n'a pas mené vraiment à une amélioration dans le calage du modèle dans le cas des événements à concentrations moyennes faibles par rapport à la description globale du bassin versant (Tableau 18).

Tableau 18 Comparaison des valeurs optimales obtenues de l'écart type des résidus σ entre les réponses du modèle et celles observées en distinguant entre deux types de comportement du Marais

Données de calage	Configuration globale	Configuration détaillée, Advection seule	
Pluies avec for concentrations	tes 175 mg/l	166 mg/l	
Pluies avec fail concentrations	les 63 mg/l	62 mg/l	

Concernant les événements à concentrations fortes, la Figure 86 montre une meilleure estimation des paramètres du modèle que pour la description globale (Figure 78) avec une réduction dans la valeur estimée de l'écart type des résidus σ (Tableau 18) indiquant une meilleure capacité de prévision du modèle.



Figure 86 Tracé de la probabilité de vraisemblance en fonction des paramètres *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W* et σ (mg/l) dans le cas de la description détaillée du bassin versant avec les pluies à fortes concentrations (advection seule)

2.2. Transport avec capacité de transport

2.2.1. Cas du modèle d'Ackers & White

Comme les paramètres du modèle d'Ackers sont tous déjà calés sur des données expérimentales de laboratoires, nous avons fait un test d'application du modèle avant de le coupler avec un modèle d'accumulation/érosion sur les surfaces. Pourtant, l'utilisation des valeurs moyennes de granulométrie des MES (celles obtenues à l'exutoire du bassin versant du Marais) a donné des valeurs énormes de capacité de transport calculées par le modèle.

La Figure 87 présente la capacité de transport (en échelle logarithmique) estimée par le modèle d'Ackers à l'exutoire du bassin versant pour l'événement pluvieux de 06/05/1997.



Figure 87 capacité de transport (en échelle logarithmique) estimée par le modèle d'Ackers à l'exutoire du bassin versant pour l'événement pluvieux de 06/05/1997

Ces résultats montrent que les caractéristiques granulométriques utilisées sont en dehors du domaine de validité du modèle. Ce modèle est inadapté pour l'utilisation dans des tels conditions.

Il est à noter que la capacité de transport calculée par ce modèle, tel qu'il est utilisé dans les logiciels (par exemple Hydroworks), est majorée par une valeur limite égale à 2000 mg/l. La comparaison de cette concentration seuil avec le profil calculé par le modèle tel qu'il est proposé (Figure 87) indique que le modèle n'a plus d'effet sur le flux de transport solide dans les réseaux d'assainissement.

Cette majoration du profil calculé par le modèle fait en sorte que le transport solide dans le réseau est déterminé par une capacité de transport constante (=2000 mg/l) tout au long de l'événement pluvieux.

Nous nous intéressons dans le reste de ce chapitre au test du modèle de Velikanov pour modéliser le transport solide dans les réseaux d'assainissement.

2.2.2. Effet de la localisation des dépôts

Dans notre étude, nous avons testé plusieurs hypothèses sur la localisation des dépôts et sur leur masse (pas de stock, stock uniforme limité 1 kg/m², stock infini et stock à l'amont des collecteurs) afin d'estimer l'effet de cette condition initiale sur les résultats de calage et d'application du modèle.

Les résultats de calage pour les différentes configurations sont montrés dans la Figure 88.





Figure 88 Tracés de la probabilité de vraisemblance en fonction des paramètres *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W*, η_{min} , η_{max} et σ (mg/l) dans le cas de la description détaillée du bassin versant (transport solide) avec les conditions initiales suivantes : a. pas de stock érodable dans le réseau ; b. stock limité de dépôts ; c. stock illimité de dépôts ; et d. stock à l'amont des collecteurs principaux

La première conclusion tirée à partir de ces résultats est la large variabilité des valeurs optimales des paramètres en fonction de la condition initiale utilisée aussi bien pour les paramètres de temps sec et de temps de pluie sur les sous bassins versants que pour les paramètres de transport solide dans les collecteurs. Citons par exemple le cas des paramètres de transport solide qui varient de 0,036 à 0,303 pour η_{min} et de 0,0484 à 0,317 pour η_{max} . Ces valeurs des paramètres de transport solide dáns los collecteurs largement les valeurs citées dans la littérature (0,00225 et 0,00275 dans HORUS (Zug, 1998) ; 0.018 et 0.022 dans FLUPOL (Bujon et Herremans, 1990)).

D'autre part, le Tableau 19 montre que l'hypothèse de localisation du stock à l'amont des collecteurs a permis le plus de réduire les incertitudes dans les réponses du modèle. Un stock illimité dans les collecteurs entraîne une détérioration dans la capacité du modèle à reproduire les observations.

Tableau 19 Valeurs optimales de l'écart type des résidus σ entre les réponses du modèle et celles observées obtenues pour les différentes hypothèses de masse initiale dans les collecteurs

Configuration	Pas de stock	Stock uniforme 1 kg/m2	Stock uniforme 30 kg/m2	Stock à l'amont
σ (mg/l)	117	116	141	109

De plus, la Figure 88.c. montre l'existence des larges incertitudes liées à l'estimation des paramètres de temps sec et de temps de pluie sur les sous bassins versants *Maccu*, *Wero* et *W* dans le cas d'un stock illimité. Cette difficulté dans l'estimation des paramètres des sous bassins versants est expliquée par le fait que les pollutogrammes simulés par le modèle calé à

l'exutoire du bassin versant ne dépendent pas des flux entrants des sous bassins versants mais des conditions hydrauliques dans les tronçons aval seules qui peuvent toujours compenser les flux entrants dans ces tronçons pour atteindre la capacité de transport calculée par le modèle. Cette hypothèse sur les conditions initiales ne laisse pas de liberté au modèle de surface et par suite le pollutogramme à l'exutoire ne dépend que de la capacité de transport dans les tronçons aval quelle que soit l'importance de l'apport venant de l'amont du bassin versant. Pourtant, cette hypothèse empêche un bon fonctionnement du modèle calé par rapport à la reproduction des observations.

Concernant l'hypothèse d'un stock uniforme limité de dépôts dans les réseaux, la Figure 88.b. montre une tendance de la valeur optimale de la masse accumulée *Maccu* vers des valeurs élevées (> 200 kg/ha) accompagnée d'une faible valeur optimale de *Wero* (0,0015). Ces valeurs estimées signifient que l'érosion des particules des sous bassins versants ne dépend pas beaucoup de la diminution de la masse disponible durant la pluie.

Ceci peut être expliqué par le fait que les flux érodés des sous bassins versants ne contribuent aux flux rejetés à l'exutoire qu'après l'épuisement du stock dans les tronçons aval sous l'effet de l'écoulement, ce qui nécessite l'existence d'un stock suffisamment grand sur les sous bassins versants. Ces sont surtout les sous bassins versants proches de l'exutoire qui contribuent aux flux polluants rejetés à l'exutoire du fait qu'à l'amont il y a toujours de dépôt durant les pluies (Figure 89).



Figure 89 Dépôt des sédiments dans les collecteurs en temps de pluie dans le cas du calage du modèle de transport solide avec l'hypothèse d'un stock de dépôts uniforme (1 kg/m²)

La localisation des dépôts à l'amont des trois collecteurs principaux, qui est l'hypothèse la plus vraisemblable par rapport aux connaissances sur les dépôts dans le réseau d'assainissement du bassin du Marais, a donné les meilleurs résultats permettant le plus de réduire les incertitudes dans les réponses du modèle. Il faut noter que les valeurs optimales des paramètres de transport solide η_{min} et η_{max} sont assez élevées par rapport aux autres hypothèses ainsi que par rapport aux valeurs données par d'autres auteurs. Ces valeurs sont justifiables pour permettre aux flux des polluants d'être transportés dans les collecteurs de l'amont jusqu'à l'aval. Pourtant le bilan de masse à la fin de chaque événement pluvieux montre un dépôt dans la plupart des tronçons amont où le stock initial de dépôts est localisé sauf pour le collecteur Saint Gilles où une partie des dépôts est érodée et entraînée vers l'exutoire (Figure 90).

En conséquence, il semble que le calage des différents paramètres aboutit à des valeurs des paramètres qui n'ont pas de signification physique mais dépendent fortement de l'hypothèse faite sur la condition initiale de localisation des dépôts dans les collecteurs.



Figure 90 Dépôt (en gras) et érosion (en pointillé) des sédiments dans les collecteurs en temps de pluie dans le cas du calage du modèle de transport solide avec l'hypothèse d'un stock de dépôts localisé à l'amont du bassin versant

Les résultats de simulation montrent une variabilité importante des réponses du modèle en fonction de la condition initiale sur la localisation des dépôts dans les collecteurs. A titre d'exemple, la Figure 91 montre les pollutogrammes mesurés et simulés pour le cas de l'événement pluvieux de 06/05/1997 pour les différentes hypothèses testées. Elle démontre

que le comportement du modèle est très sensible à l'hypothèse faite sur les dépôts dans les collecteurs. Cette sensibilité représente une forme d'incertitude dans les réponses du modèle difficile à réduire tant que nous ne disposons pas d'informations plus précises sur les conditions initiales du bassin versant.



Figure 91 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulée en MES pour les événements pluvieux : a. pas de stock érodable dans le réseau ; b. stock limité de dépôts ; c. stock illimité de dépôts ; et d. stock à l'amont des collecteurs principaux à l'exutoire du bassin du Marais pour le cas de description détaillée

2.2.3. Effet de distinction entre les événements faibles et fortes

Nous avons essayé de caler le modèle avec l'hypothèse de stock initial de dépôts à l'amont des collecteurs du bassin du Marais pour étudier son fonctionnement par rapport aux deux comportements du Marais vis-à-vis de la concentration moyenne des MES générée par les effluents à l'exutoire.

Les Figure 92 et Figure 93 représentent les tracés de probabilité de vraisemblance dans l'espace des paramètres dans le cas de calage avec les pluies à concentration forte et faible respectivement.



Figure 92 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction de ses paramètres *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W*, η_{min} , η_{max} et σ (mg/l) dans le cas de calage de la description détaillée du bassin versant avec les pluies à fortes concentrations (transport solide)



Figure 93 Tracé de la probabilité de vraisemblance du modèle en fonction de ses paramètres *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W*, η_{min} , η_{max} et σ (mg/l) dans le cas de calage de la description détaillée du bassin versant avec les pluies à faibles concentrations (transport solide)

La comparaison de ces résultats avec ceux obtenus dans le cas du calage de l'ensemble des 30 pluies (Figure 88.d.) montre que la distinction entre ces deux groupes d'événements conduit à des résultats différents d'estimation des paramètres du modèle.

La Figure 92 montre de larges incertitudes obtenues dans l'estimation des paramètres des sous bassins versants *Maccu* et *Wero* et une sensibilité des réponses du modèle aux paramètres de transport solide dans le cas des pluies à concentrations fortes.

Contrairement à ces résultats, le calage dans le cas des pluies à concentrations faibles montre une difficulté dans l'estimation des paramètres de transport solide : En effet la capacité de transport minimal est bien estimée (= 0,22) mais la capacité de transport maximal est difficile à estimer avec une tendance vers des fortes valeurs (> 1). Par suite, contrairement aux résultats obtenus dans les autres cas, le calage donne un intervalle large de capacité de transport dans les collecteurs (η_{min} , = 0,22 et η_{max} > 1) de façon à laisser passer les flux entrants sans dépôt dans ces collecteurs : un comportement similaire à une simple advection.

Ceci est pourtant confirmé en comparant les réponses du modèle de transport solide calé avec les réponses du modèle d'advection simple ou même celles du modèle de description globale du bassin du Marais, où les pollutogrammes simulés sont très proches (par exemple la Figure 94 en comparaison avec la Figure 83). De plus, la comparaison des valeurs optimales de l'écart type des résidus entre les réponses du modèle et celles observées dans ces deux cas (égal à 61 mg/l avec le modèle de transport solide et à 62 mg/l avec le modèle d'advection simple (Tableau 18)), ne montre aucune amélioration significative dans la capacité du modèle à reproduire les observations même en comparaison avec le modèle à description globale du bassin.



Figure 94 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 06/05/1997 à l'exutoire du bassin du Marais après calage du modèle à description détaillée avec les pluies à faibles concentrations (transport solide)

Cependant, le cas de calage avec les pluies à concentrations moyennes fortes conduit une amélioration nette dans la capacité du modèle à reproduire les observations. En effet, la valeur optimale de l'écart type des résidus, entre les réponses du modèle et celles observées, s'est réduite de 166 mg/l dans le cas d'advection simple à 138 mg/l dans le cas du modèle de transport solide. A titre d'exemple, par comparaison avec la Figure 95 dans le cas d'un modèle d'advection simple, la Figure 96 illustre l'amélioration dans la capacité du modèle à reproduire le pollutogramme observé des MES à l'exutoire du Marais, induite par l'utilisation d'un modèle de transport solide dans le réseau d'assainissement. Néanmoins, malgré cette amélioration dans le fonctionnement du modèle, la Figure 96 montre que le modèle n'arrive toujours pas à reproduire les concentrations mesurées en temps de pluie à l'exutoire du bassin versant.



Figure 95 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 06/08/1996 à l'exutoire du bassin du Marais après calage du modèle à description détaillée avec les pluies à fortes concentrations (advection seule)



Figure 96 Concentration mesurée et intervalle 5-95% de concentration simulées en MES pour l'événement pluvieux 06/08/1996 à l'exutoire du bassin du Marais après calage du modèle à description détaillée avec les pluies à fortes concentrations (transport solide)

En conclusion, il semble que dans le cas des pluies à concentrations faibles (30 pluies parmi les 40 pluies mesurées), un modèle très simple décrivant globalement le bassin versant, sans utilisation d'un modèle hydraulique, apporte des résultats comparables à ceux obtenus avec un modèle complexe de transport solide. Par contre dans le cas des pluies à concentrations fortes, un modèle de transport solide est indispensable pour réduire les incertitudes dans les réponses du modèle et assurer un fonctionnement relativement meilleur à celui obtenu par un modèle d'advection ou une description globale du bassin versant.

2.2.4. Effet de coefficient de Strickler

Nous avons essayé de tester l'effet de l'utilisation d'une valeur constante du coefficient de Strickler dans l'utilisation du modèle de transport solide. Le calage du modèle en supposant que le coefficient de Strickler est un paramètre de calage a conduit à de larges incertitudes dans l'estimation des paramètres de transport solide. Comme montré dans la Figure 97, ces paramètres sont fortement liés à la valeur utilisée du coefficient de Strickler. Il faut noter que ce coefficient n'est pas constant et dépend fortement de la forme des dépôts dans le réseau, des caractéristiques des collecteurs, etc... Ces résultats démontrent que sans une meilleure estimation des paramètres hydrauliques, il n'est pas réaliste de chercher une signification des paramètres de transport solide dans le réseau d'assainissement.



Figure 97 Corrélations entre le coefficient de Strickler et les paramètres de transport solide η_{min} et η_{max}

2.3. Test de validation

Le degré de complexité du système est assez important par rapport à l'explication apportée par les modèles calés, et les résultats d'application du modèle sont non satisfaisants même pour les données utilisées pour son calage. Une validation du modèle dans le but de tester sa capacité à reproduire des données non utilisées dans son calage est par suite inutile. Cependant nous avons testé le calage du modèle avec l'ensemble des pluies mesurées (ceux pour le calage et la validation) dans l'objectif de voir comment ces données restantes (de validation) peuvent apporter des informations sur l'identifiabilité des paramètres du modèle. Les résultats de calage des paramètres du modèle dans le cas de stock initial de dépôts localisé à l'amont des collecteurs principaux ont montré une différence non significative entre les histogrammes des paramètres obtenus par calage avec 30 pluies (Figure 98) et avec 40 pluies (Figure 99).



Figure 98 Histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W*, η_{min} , η_{max} et σ (mg/l) dans le cas de calage de la description détaillée du bassin versant avec les 30 pluies (transport solide)



Figure 99 Histogrammes de la distribution *a posteriori* des paramètres *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W*, η_{min} , η_{max} et σ (mg/l) dans le cas de calage de la description détaillée du bassin versant avec les 40 pluies (transport solide)

Cependant les tracés de probabilité de vraisemblance dans l'espace des paramètres obtenus par calage avec 30 pluies (Figure 88.d.) et avec 40 pluies (Figure 100) montrent que l'ajout des ces 10 pluies n'a pas affecté les valeurs optimales des paramètres.



Figure 100 Tracé de la probabilité de vraisemblance en fonction des paramètres *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W*, η_{min} , η_{max} et σ (mg/l) dans le cas de calage de la description détaillée du bassin versant avec les 40 pluies (transport solide)

Une conclusion peut être tirée : les informations contenues dans les 30 pluies utilisées pour le calage sont représentatives du comportement du bassin versant du Marais par rapport à ce

que le modèle nécessite d'information pour son calage. En effet le modèle n'explique qu'une partie de la variation des réponses mesurées du système, et les 30 pluies sont suffisantes pour caler ce type de modèle.

2.4. Test du pouvoir prédictif

Pour illustrer le pouvoir prédictif du modèle, les intervalles de confiance de modèle dans le cas de stock initial de dépôts localisé à l'amont des collecteurs principaux ont été construites à partir de la loi *a posteriori* des paramètres et en tenant compte des aléas naturels (σ).

La Figure 101 et la Figure 102 présentent les concentrations mesurées et les intervalles de confiance 5-95% de concentration simulées de MES pour les événements pluvieux de 13/06/1997 et de 30/06/1997.



Figure 101 Concentration mesurée et intervalle de prévision 5-95% de concentration simulées de MES par le modèle à description détaillée pour l'événement pluvieux 13/06/1997 à l'exutoire du bassin du Marais (transport solide)

Ces figures montrent de très larges intervalles de confiance de la concentration durant tout l'événement pluvieux et par suite des fortes incertitudes liées à l'utilisation du modèle en prévision. Ce faible pouvoir prédictif du modèle est dû essentiellement aux valeurs élevées de l'écart type des erreurs aléatoires σ non expliquées par le modèle.



Figure 102 Concentration mesurée et intervalle de prévision 5-95% de concentration simulées en MES par le modèle à description détaillée pour l'événement pluvieux 30/06/1997 à l'exutoire du bassin du Marais (transport solide)

3. CONCLUSION

Les résultats de calage de différents couplages des modèles de calcul des flux polluants ont été présentés dans ce chapitre. Les résultats montrent l'existence des larges incertitudes liées à l'utilisation des MCFP à l'échelle de bassin versant.

L'amélioration de la qualité des résultats du modèle apportée par l'utilisation d'un modèle de transport solide est faible. Ces modèles n'expliquent qu'une faible partie de la variation de la concentration des MES entre 2 événements pluvieux ou à l'intérieur d'un même événement.

Les résultats de calage ont démontré que les valeurs estimées des paramètres des modèles d'accumulation et d'érosion sur les surfaces et du modèle de transport solide sont très liées aux conditions initiales sur la localisation et la quantité de stock dans les collecteurs. Les valeurs des paramètres du transport solide dépendent fortement de la valeur du coefficient de Strickler utilisée. Ces paramètres n'ont pas de signification physique en absence d'une meilleure estimation des paramètres hydrauliques et des informations sur les conditions initiales (variables dans le temps et dans l'espace).

Le faible pouvoir prédictif de ces modèles pose une question sur l'utilité de ces modèles d'un point de vue opérationnel et sur la façon dont ils sont évalués en pratique : le pollutogramme mesuré est comparé à un pollutogramme simulé qui n'a aucune signification vu les larges incertitudes liées aux réponses du modèle calé.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Les rejets urbains de temps de pluie sont chargés de particules ayant un impact négatif sur l'environnement. Les travaux de recherches menés depuis les années 1970 ont montré l'importance de la pollution des eaux pluviales véhiculées par les réseaux d'assainissement. La prise de conscience de cette pollution s'est accompagnée des travaux et des investissements importants dont le but est de mettre au point des techniques de contrôle et d'outils d'évaluation des flux et des masses rejetés. De nombreux outils mathématiques de modélisation ont été développés depuis 1971 (première version du Storm Water Managment Model par l'US-EPA). Cependant, après 30 ans d'expérience, peu de connaissances nouvelles, acquises sur les mécanismes de génération et de transport des polluants par temps de pluie, ont été intégrées dans ces modèles qui demeurent rarement utilisés par les gestionnaires.

Cette recherche vise à analyser et évaluer les modèles de calcul des flux polluants en réseau d'assainissement en utilisant une méthodologie d'évaluation basée sur l'approche bayésienne.

Cette méthodologie consiste à proposer un banc d'essai pour l'évaluation des MCFP. En se servant des données acquises sur le bassin versant expérimental du Marais, ce banc d'essai utilise une technique d'inférence statistique de Monte Carlo par Chaîne de Markov MCMC pour le calage, la validation et l'analyse des incertitudes des différentes configurations de modèles à 2 échelles d'espace : échelle locale (chaussée et tronçon de collecteur) et échelle d'un bassin versant.

1. CONCLUSIONS

Les principales conclusions qui peuvent être tirées à l'issu de ce travail sont de deux ordres :

- Sur le plan méthodologique, nous proposons une approche qui permet, si l'on dispose d'une base de données suffisante de valider des modélisations de processus. Dans notre cas cette approche est développée sur les rejets urbains de temps de pluie. Elle peut être appliquée à d'autres milieux ou contextes (rivières, qualité des eaux, ...)
- En ce qui concerne la modélisation des RUTP, nous avons pu analysé les principales modélisations des différents processus décrites dans la littérature, à différentes échelles de temps et d'espace.

1.1. Aspects méthodologiques

Le fonctionnement physique et biogéochimique des milieux aquatiques (lacs, rivières, réseaux d'assainissement, ...) est caractérisé par un niveau de complexité élevé, combinant des échelles d'espace et de temps très différentes et des processus élémentaires nombreux.

Les modèles qui ont été développés depuis les années 1970 pour décrire ces milieux traduisent sous forme de jeux d'équations, plus souvent de manière empirique et statistique que de manière déterministe ces processus élémentaires. De nombreux paramètres sont alors introduits, difficiles à déterminer *in situ* et qui le plus souvent sont calés, soit manuellement, soit automatiquement.

La méthodologie que nous avons mise en œuvre permet d'aller au delà de cette opération de calage et offre en parallèle la possibilité d'analyser la structure profonde du modèle, c'est-àdire le rôle de chacun des paramètres qu'il inclut et les relations entre ces paramètres dans un contexte donné.

Cette méthodologie, qui dans le domaine environnemental a surtout été utilisée en hydrologie, a été appliquée au cas du transport solide en période de temps de pluie sur un bassin versant urbain unitaire. Nous disposons donc maintenant d'un ensemble d'outils de calage et d'analyse de sensibilité qui peut facilement être adapté à d'autres modèles biogéochimiques.

L'algorithme Metropolis de la famille des techniques de Monte Carlo par Chaîne de Markov MCMC a été choisi dans cette recherche pour l'estimation des incertitudes des paramètres et de leurs conséquences dans l'utilisation du modèle.

Les résultats obtenus ont montré l'efficacité de cet algorithme pour estimer la distribution de probabilité *a posteriori* des paramètres d'un modèle et par suite pour résoudre *réellement et avec confiance* les problèmes d'identification des paramètres du modèle et permettre d'améliorer le concept mathématique des modèles.

En particulier, cette technique a permis d'obtenir les informations suivantes :

- Valeurs optimales des paramètres et incertitudes liées à leur estimation
- Sensibilité des résultats aux paramètres
- Degré de dépendance entre les paramètres
- Estimation du pouvoir prédictif du modèle.

Deux limites notables peuvent signalées à l'issue de ce travail :

- D'une part le nombre d'itération que la méthode nécessite pour assurer la convergence de l'algorithme vers la distribution *a posteriori* des paramètres est élevé, ce qui peut rendre difficile son emploi surtout dans le cas où le modèle à caler nécessite un temps de calcul important. Cette difficulté diminue au fur et à mesure de l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs.
- D'autre part, la quantité de données nécessaires pour mettre en œuvre la méthodologie pour l'évaluation des modèles peut être abondante. Dans l'application sur les rejets de temps de pluie, la base de données du Marais s'est avérée suffisante. Toutefois, dans de nombreux secteurs de l'environnement où la modélisation est utilisée, cette quantité de données est malheureusement limitée, et il n'est pas certain que la méthodologie présentée puisse alors aboutir à des résultats exploitables et pertinents.

1.2. Modélisation des RUTP

De nombreux modèles visant à décrire la production et le transport de polluants dans les hydrosystèmes urbains par temps de pluie ont été proposés depuis les années 1970. Force est de constater que ces modèles sont relativement peu utilisés dans les services gestionnaires des réseaux d'assainissement.

Dans le cadre du « Réseau Génie Civil et Urbain » un programme de recherche a été lancé en 2001 par le CEREVE, l'INSA de Lyon et l'Université de Montpellier pour tenter de répondre à ce constat au travers d'une triple approche :

- 1. Sur la base d'une enquête auprès des utilisateurs potentiels de modèle, recenser les raisons permettant d'expliquer cet échec relatif ;
- Analyser la structure interne des modèles pour étayer l'impression existante dans la communauté des modélisateurs et utilisateurs d'une grande incertitude liée à l'utilisation des modèles ;
- 3. Préciser les conditions opérationnelles d'utilisation des modèles.

Sur le premier point, l'enquête a mis en évidence un manque de confiance des utilisateurs dans les résultats des modèles d'une part et d'autre part le coût de leur utilisation, lié à leur lourdeur et aux données nécessaires pour les mettre en œuvre.

Les deux autres points ont fait l'objet de cette thèse et de la thèse de M. Mourad, qui sera soutenue en mars 2005 à l'Insa de Lyon.

De manière complémentaire à l'enquête susmentionnée, le présent travail démontre sans ambiguïté le niveau d'incertitude lié à l'utilisation de ce type de modèles et la quasi impossibilité de les utiliser en mode prédictif, et met en évidence l'inadaptation de certaines formulations utilisées dans la description des processus. Ceci dans le cas du bassin du Marais, où l'on dispose d'une quantité importante de données à différentes échelles spatiale et temporelle.

Nous reprenons les principaux résultats obtenus.

1.2.1. A l'échelle locale

A l'échelle d'une chaussée, quatre configurations de modélisation de l'accumulation des particules en temps sec et de leur érosion en temps de pluie ont été testées sur 6 voiries. Les formulations testées, les plus fréquentes dans la littérature, semblent difficiles à caler et des larges incertitudes sont liées à l'estimation de leurs paramètres. Dans l'application au bassin du Marais c'est le modèle d'accumulation instantané des solides en temps sec qui permet la meilleure reproduction des pollutogrammes mesurés sur les sites étudiés. De plus, une hétérogénéité dans le comportement des chaussées est apparue, en liaison avec les activités s'y produisant. L'observation de cette hétérogénéité pose la question du transfert d'échelle de la chaussée au bassin versant.

A l'échelle d'un tronçon de collecteur, deux types de modèles qui représentent conceptuellement l'érosion des sédiments dans les réseaux d'assainissement, ont été testés sur deux tronçons de collecteurs. La première approche proposée par Skipworth, utilise la variabilité de la résistance du dépôt à l'érosion en fonction de la profondeur. Elle donne des résultats prometteurs même si de larges variations temporelles et spatiales dans les valeurs des paramètres décrivant les caractéristiques des dépôts dans les collecteurs ont été observées. La deuxième approche étendant au réseau le processus d'entraînement utilisé sur les chaussées n'a pas donné de résultat satisfaisant. Malheureusement elle est souvent utilisée dans la pratique pour modéliser les petits sous-bassins versants sans différencier entre surfaces urbaines et collecteurs.

1.2.2. A l'échelle du bassin versant

Les résultats obtenus sont décevants, quel que soit le modèle retenu parmi ceux les plus couramment mentionnés dans la littérature. Nous avons rappelé que la méthodologie mise en œuvre permettait à la fois :

- De caler le modèle ;
- D'analyser la sensibilité aux paramètres ;
- De tester leur dépendance ;
- D'évaluer leur pouvoir prédictif.

Il apparaît, quel que soit l'objectif retenu parmi les quatre précédents, qu'aucune modélisation ne donne des résultats satisfaisant. Les approches de calcul de transport solide, développées pour les conditions fluviales, semblent inadaptées à décrire ce qui se passe dans le réseau d'assainissement. Même si l'utilisation d'une description détaillée, en se servant d'un modèle de transport solide couramment utilisé dans les logiciels existants, apporte une légère amélioration du pouvoir prédictif du modèle, elle n'explique qu'une faible partie de la variation de la concentration mesurée des MES entre 2 événements pluvieux ou à l'intérieur d'un même événement. Le modèle ainsi que les valeurs de ses paramètres sont fortement dépendants des conditions initiales sur la localisation et la quantité de stock de sédiments dans les collecteurs.

2. PERSPECTIVES

Les critiques qui viennent d'être portées sur les modèles existants et leur mise en œuvre ne doivent pas être prises comme un dénigrement de la modélisation de la qualité des eaux en hydrologie urbaine et plus généralement en environnement.

Au contraire, la méthodologie que nous proposons met aujourd'hui à disposition du modélisateur des outils permettant efficacement de tester sur un site particulier des représentations conceptuelles de processus de fonctionnement de bassin versant différentes de celles proposées aujourd'hui.

Dans un premier temps, les conclusions auxquelles nous sommes arrivées sur le site du Marais doivent être confirmées sur d'autres sites de caractéristiques différentes.

Ensuite, il importe de ne plus seulement considérer, comme nous l'avons fait dans ce travail le pollutogramme comme étant la sortie pertinente du modèle. Pour certaines utilisations la masse totale peut être un résultat suffisant, ce qui peut modifier les résultats de ce travail. Toutefois, on peut se poser la question de la pertinence et de la signification du calcul du pollutogramme pour synthétiser l'information ensuite sous forme d'une masse globale ou d'une concentration moyenne, comme cela est aujourd'hui pratiqué.

De plus, il serait intéressant d'utiliser cette méthodologie pour analyser l'effet de la variation de la quantité de données utilisées pour le calage sur les incertitudes dans les paramètres et dans les réponses du modèle, ce qui nous permettra de lier le niveau de complexité du modèle avec la quantité de données nécessaire pour sa mise en œuvre.

La difficulté de la modélisation des RUTP a trois origines principales :

- Des données rares
- Des objectifs multiples
- Une connaissance limitée de processus.

Le constat auquel nous sommes arrivés sur les performances des modèles nous semble être une conséquence de ces trois points. Aussi, il nous semble qu'à moyen terme des outils d'aide au choix des modèles soient proposés sur la base des objectifs poursuivis et des données disponibles.

Le manque de données que nous avons mentionné à plusieurs reprises est une difficulté qui est peut-être aujourd'hui en cours de résolution. En effet le développement de l'autosurveillance et du diagnostic permanent des réseaux d'assainissement permet la mise en place de systèmes de mesure en continue (turbidimètres, spectromètres UV,...), qui vont rapidement constituer des bases de données riches qui vont permettre dans les prochaines années le développement de nouvelles générations de modèles.

BIBLIOGRAPHIE

- ACKERS P. (1984). Sediment transport in sewers and the design implications. Int. Conf. on Planning, Construction, Maintenance and Operation of Sewerage Systems, Sept 1984, p. 215-230.
- ACKERS P. (1991). Sediment aspects of drainage and outfall design. Proceedings of the international symposiumon environmental hydraulics. Hong kong, A.A. Balkena (Rotterdam).
- ACKERS P., WHITE W.R. (1973) Sediment transport: new approach and analysis. Journal of Hydraulics Division, vol. 109, n°11, p 2041-2060.
- AHYERRE M. (1999). Bilans et mécanismes de migration de la pollution organique en réseau d'assainissement unitaire. Thèse de doctorat, Université Paris VI – France. 250p.
- AHYERRE M., OMS C., CHEBBO G. (2001). The erosion of organic solids in combined sewers. Water Science and Technology, Vol 43, n°5, p.95-102.
- ALLEY W., SMITH P. (1981). Estimation of accumulation parameters for urban runoff quality modelling. Wat. Res. Res., vol. 17, n° 6, pp. 1657 1664.
- ANDRIEU C., DJURIC P.M., DOUCET A. (2001). Model selection by MCMC computation. Signal Processing, 81, p. 19-37.
- ANDRIEU C., DOUCET A., ROBERT C.P. (2004). Computational Advances for and from Bayesian Analysis. Statistical Science (to appear). 15 p.
- ARTHUR S., ASHLEY R.M. (1998). The influence of near bed solids transport on first foul flush in combined sewers. Water Science and Technology, vol. 37, n°1, p. 131-138.
- ASHLEY R. M., VERBANCK M.A. (1996). Mechanics of sewer sediment erosion and transport. Journal of hydraulic research, vol. 34, 1996, n° 6.
- ASHLEY. R.M., HVITVED-JACOBSEN T., BERTRAND-KRAJEWSKI J.L (1999). Quo vadis sewer process modelling? Water Science and Technology, vol. 29, n°9, p.9-22.
- BACHOC A. (1992). Le transfert des solides dans les réseaux d'assainissement unitaires. Thèse de doctorat. Institut National Polytechnique de Toulouse. 281p. + annexes
- BACHOC A., TABUCHI J.P., CHEBBO G., PHILIPPE J.P. (1994). La pollution des rejets urbains par temps de pluie : quantité, origine et nature. La Houille Blanche, n°1/2, p. 21-32.
- BAILLY C. (1996). Identification des stratégies de prise en compte du temps de pluie dans l'élaboration des systèmes d'assainissement. Ecole nationale des ponts et chaussées. Paris, France.
- BECK M.B. (1983). A procedure for modelling. In : ORLOB G.T. (Eds), Mathematical modelling of water quality : streams, lakes and reservoirs, Wiley (IIASA), p.11-44.
- BECK M.B. (1987). Water quality modelling: A review of the analysis of uncertainty. Wat. Res. Res., vol. 23, No. 8, p. 1393 1442.
- BECK M.B. (1991). Principles of Modelling. Wat. Sci. Tech., vol. 24, No. 6, pp. 1 8.
- BERGER J.O. (1985). Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis, Springer Verlag, New York.
- BERTRAND-KRAJEWSKI J.L. (1991). Modélisation des débits et du transport solide en réseau d'assainissement. Etude bibliographique. Avril 1991, 207 p.
- BERTRAND-KRAJEWSKI J.L. (1992). Modélisation conceptuelle du transport solide en réseaud'assainissement unitaire. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur de Strasbourg, Lyonnaise des Eaux Dumez, 165p. + annexes.
- BEVEN K.J., BINLEY A.M. (1992). The future of distributed models: model calibration and predictive uncertainty. Hydrol. Processes, 6, pp. 279 298.
- BEYER G. (1989). Contribution à l'étude de l'érosion des dépôts en réseau d'assainissement unitaire. Thèse de doctorat Sciences et Techniques de l'Eau, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France. 157p.
- BOURRIER R. (1991). Les réseaux d'assainissement calculs applications perspectives. Editions Lavoisier.
- BRIAT P. (1995). Développement du modèle HYDROPOL. Rapport interne Lyonnaise des eaux, Bordeaux.

- BUJON G. (1988). Prévision des débits et des flux polluants transités par les réseaux d'égouts par temps de pluie. Le modèle FLUPOL. La Houille Blanche, n° 1, p. 11-23.
- BUJON G., HERREMANS L. (1990). FLUPOL, modèle de prévision des débits et des flux polluants en réseaux d'assainissement par temps de pluie, calage et validation. La Houille Blanche, n° 2, p. 123-139.
- CABANE P., GROMAIRE M.C., CHEBBO G. (2002). Enquête sur l'utilisation des modèles de calcul de flux polluants en assainissement. Rapport interne. CEREVE, URGC Hydrologie Urbaine, UMR 5569 Hydrosciences Montpellier. 106 p.
- CAMPBELL E., FOX P. (1999). A bayesian approach to parameter estimation and pooling in nonlinear flood event models. Wat. Res. Res., vol. 35, No. 1, pp. 211 220.
- CHAOUCHE A., PARENT E. (1999). Inférence et validation bayésiennes d'un modèle de pluie journalière en régime de mousson. Hydrological Sciences, vol. 44, No. 2, pp. 199 220.
- CHEBBO G. (2001). Bilan scientifique et technique du programme de recherche "Génération et transport de la pollution par temps de pluie en réseau d'assainissement unitaire". TSM, dossier « Génération et transport de la pollution urbaine par temps de pluie ». n°5. p. 101-107.
- CHEBBO G., (1992). Solides des rejets pluviaux urbains, caractérisation et traitabilité. Thèse de doctorat. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. 413p. + annexes
- CHOCAT B., EURYDICE 92. (1997). Encyclopédie de l'hydrologie urbaine et de l'assainissement. Edition Tec&Doc, Lavoisier, Paris. 1124p.
- COMBES V. (1982). Etude des modèles mathématiques de transport de matériaux solides en réseaux d'assainissement. Mémoire de D.E.A. de Mécanique, I.M.F. Toulouse. 153 p.
- CRABTREE R.W. (1989). Sediments in sewers. Journal of Inst. Water Env. Management, n°3, p. 569-578.
- DELETIC A., MAKSIMOVIC C.T., IVETIC M. (1997). Modelling of storm wash-off of suspended solids from impervious surfaces. Journal of Hydraulic Research, vol. 35, n°1, p. 99-118.
- DeSUTTER R. (2000). Erosion and transport of cohesive sediment mixtures in unsteady flow. PhD thesis, Gent Universiteit, Belgique. 283p.
- DHI (2000). MOUSE TRAP technical reference, Version 2000. DHI.
- DUAN Q., SOROOSHIAN S., GUPTA V. (1992). Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models. Wat. Res. Res., vol. 28, No. 4, p. 1015 1031.
- ENGELAND K. (2002). Parameter Estimation in Regional Hydrological Models. Ph.D. thesis, University of Oslo, Norway.
- ENGELAND K., GOTTSCHALK L. (2002). Bayesian estimation of parameters in a regional hydrological model. Hydrology & Earth System Sciences, vol. 6, n°5, p.883-898.
- GAN T.Y., DLAMINI E.M., BIFTU G.F (1997). Effects of model complexity and structure, data quality, and objective functions on hydrologic modeling. Journal of Hydrology, 192, p. 81 103.
- GARNAUD S. (1999). Transfert et évolution géochimique de la pollution métallique en bassin versant urbain. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 395 p + annexes.
- GAUME E., VILLENEUVE J. P., DESBORDES M. (1998). Uncertainty assessment and analysis of the calibrated parameter values of an urban storm water quality model. Journal of Hydrology, 210, p. 38 50.
- GELMAN A., CARLIN J.B., STREN H.S., RUBIN D.B., 1997. Bayesian Data Analysis. Chapman and Hall, London.
- GELMAN A., RUBIN D.B. (1992). Inference from iterative simulation using multiple sequences (with discussion). Statistical Science, 7, p. 457-511.
- GEYER C.J. (1992). Practical Markov chain Monte Carlo. Statistical Science, vol. 7, nº4, p. 473-483.
- GONZALEZ A. (2001). Transport et distribution des hydrocarbures aliphatiques et aromatiques dans le bassin versant expérimental du Marais à Paris. Thèse de doctorat, Université Paris XII Val de Marne (Créteil), 313 p.
- GROMAIRE M. C. (1998). La pollution des eaux pluviales urbaines en réseau d'assainissement unitaire, caractéristiques et origines. Thèse de doctorat. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. 507p. + annexes.
- GROMAIRE M.C., CHEBBO G. (2001). Evaluation des incertitudes de mesure des concentrations en polluants en réseau d'assainissement. La Houille Blanche, n° 6/7, p. 109-114.
- GUPTA V., SOROOSHIAN S. (1985). The automatic calibration of conceptual. Catchment models using derivative-based optimization algorithms. Wat. Res. Res., vol. 21, No. 4, p. 473 485.
- HAARIO H., SAKSMAN E., TAMMINEN J. (1999). Adaptive proposal distribution for random walk Metropolis algorithm. Computational Statistics 14(3), p. 375–395.
- HAARIO H., SAKSMAN E., TAMMINEN J. (2001). An adaptive Metropolis algorithm. Bernoulli, vol. 7, n° 2, p. 223–242.
- HR WALLINGFORD (1990). Sediment transport, the Ackers and White theory revised. Report SR237, HR Wallingford, England.
- HUBER W.C., DICKINSON R.E., BARNWELL T.O. (1992). SWMM4 user's manual, Technical report. EPA. 569 p.
- INSA-VALOR, SOGREAH. (1999). Canoe : logiciel d'hydrologie urbaine, conception et évaluation de réseaux d'assainissement, simulation des pluies, des écoulements et de la qualité des eaux. Manuel de l'utilisateur. 469 p.
- JACK A., PETRIE M., ASHLEY R M. (1996): The diversity of sewer sediments and the consequences for sewer flow quality modelling. Water Science and Technology, vol. 33, n° 9, p. 207–214.
- JEWELL T.K., ADRIAN D.D. (1978). SWMM stormwater pollutant washoff functions. Journal of the Environmental Engineering Division, 1978, vol. 104, n° 5, pp 1036-1040.
- KANSO A., CHEBBO G. and TASSIN B. (2004). Application of MCMC GSA model calibration method to urban runoff quality modelling. 4th Int. Conf. on Sensitivity Analysis of Model Output, SAMO 2004. Santa Fe – USA. Submitted for J. of Reliability Engineering & System Safety.
- KANSO A., TASSIN B. CHEBBO G. (2002). Inventaire des méthodes de calage et de validation des modèles paramétriques. Rapport interne. CEREVE- ENPC, URGC Hydrologie Urbaine, UMR 5569 Hydrosciences Montpellier. 43 pages.
- KREJCI V., DAUBER L., NOVAK B., GUJER W. (1987). Contribution of different sources to pollutant loads in combined sewers. Proceeding de la 4^{ème} conférence internationale « Urban Storm Drainage », Lausanne, 31 août – 4 sept., Suisse, vol. Urban Storm Water Quality Planning and Management, p. 34–39.
- KUCZERA G. (1983). Improved parameter inference in catchments models. 1. Evaluating parameter uncertainty. . Wat. Res. Res., vol. 19, No. 5, p. 1151 1162.
- KUCZERA G., PARENT E. (1998). Monte Carlo assessment of parameter inference in catchments models: The Metropolis algorithm. Journal of Hydrology, 211, p. 69 – 85.
- MADSEN H. (2000). Automatic calibration of a conceptual rainfall runoff model using multiple objectives. Journal of Hydrology, 235, pp. 276 288.
- MADSEN H. (2003). Parameter estimation in distributed hydrological catchment modelling using automatic calibration with multiple objectives. Advances in Water Resources, 26, p. 205-216.
- MAGNE G., PHAN L., PRICE R., WIXCEY J. (1996). Validation of HYDROWORKS-DM, a water quality model for urban drainage. 7th Int. Conf. On Urban Storm Drainage, Hannover, Germany, p. 1359-1364.
- MAILHOT A., GAUME E., VILLENEUVE J. P. (1997). Uncertainty analysis of calibrated parameter values of an urban storm water quality model using Metropolis Monte Carlo algorithm. Wat. Sci. Tech., vol. 36, No.5, P.141 148.
- MAKSIMOVIC C., RADOJKOVIC M. (1986). Urban Drainage Catchments: selected worldwide rainfall-runoff data from experimental catchments. Pergamon Press, Belgrade, Yougoslavia.
- MCKAY M.D. (1996). Variance-Based Methods for Assessing Uncertainty Importance in NEUREG-1150 Analyses, LA-UR-96-2695, p. 1-27.

- METROPOLIS N., ROSENBLUTH A.W., ROSENBLUTH M.N. TELLER A.H., TELLER E. (1953). Equations of state calculations by fast computing machines, J. Chem. Phys., 21, p. 1087-1091.
- MOURAD M., BERTRAND-KRAJEWSKI J.L., CHEBBO G. (2002). Modèles de calcul des flux polluants en réseau d'assainissement par temps de pluie : Etude bibliographique. Rapport interne. CEREVE- ENPC, URGC Hydrologie Urbaine, UMR 5569 Hydrosciences Montpellier. 83 pages.
- NOVOTNY V., SUNG H.M., BANNERMAN R., BAUM K. (1985). Estimating nonpoint pollution from small urban watersheds. Journal of Water Pollution Control Federation, 1985, vol 57, nº 4, pp 339-348.
- OMLIN M., REICHERT P. (1999). A comparison of techniques for the estimation of model prediction uncertainty. Journal of Ecological modelling, 115, p. 45 59.
- OMS C. (2003). Localisation, nature et dynamique de l'interface eau sédiment en réseau d'assainissement unitaire. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 186 p + annexes.
- PHILIPPE J.P., RANCHET J. (1987). Pollution des eaux de ruissellement pluvial en zone urbaine. Synthèse des mesures sur dix bassins versants en région parisienne. Rapport de recherche LPC N°142. Ministère de l'Equipement du Logement et des Transports, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 70 p.
- PRACHURE T.M., MEHTA A.J. (1985). Erosion of soft cohesive sediment deposits. Jour. of Hyd. Eng., ASCE, 111(10).
- PRESS W.H., FLAMMERY B.P., TENKDSKY S.A., VETTERLING W.T. (1988). Numerical recipes in C, the art of scientific computing. Cambridge University Press.
- QIAN S.S., STOW C.A., BORSUK M.E. (2003). On Monte Carlo methods for Bayesian inference. Ecological Modelling, 159, p. 269-277.
- RAFTERY A.E., LEWIS S. (1992). How many iterations in the Gibbs Sampler?. In: BERNARDO J.M., BERGER J., DAWID A.P., SMITH A.F.M. Baysian Statistics 4 (Eds.), Oxford University Press, 763-773.
- RATTO M., TARANTOLA S., SALTELLI A. (2001). Sensitivity analysis in model calibration: GSA-GLUE approach. Comp. Phys. Comm. 136, p. 212-224.
- RISTENPART E. (1997). Solid transport by flushing of combined sewers. Proceedings of the 2^d International Conference, The sewer as a physical, chemical and biological reactor. Aalborg, Denmark, May, 25-28.
- ROBERT C.P., CASELLA G. (1999). Monte Carlo statistical methods. Springer Press.
- ROMANOWICZ R., BEVEN K. J., TAWN J. (1994). Evaluation of Predictive Uncertainty in Nonlinear Hydrological Models Using a Bayesian Approach. In: BARNETT V., TURKMAN K.F. Statistics for the Environment 2: Water Related Issues, Wiley, Chichester, p. 297-315.
- SAGET A. (1994). Base de données sur la qualité des rejets urbains de temps de pluie : distribution de la pollution rejetée, dimensions des ouvrages d'interception. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 227 p. + annexes.
- SALTELLI A., TARANTOLA S., CHAN K.P.S. (1999). A Quantitative Model-Independent Method for Global Sensitivity Analysis of Model Output. Technometrics, vol. 41, n°1, p. 39-56.
- SARTOR J.D., BOYD G.B. (1972). Water pollution aspects of street surface contaminants. USA. EPA report, EPA-R2-72-081.
- SARTOR J.D., BOYD G.B., AGARDY F.J. (1974). Water pollution aspects of street surface contaminants. Journal of Water Pollution Control Federation, Vol 46, n° 3, March 1974, pp 458-467.
- SARTOR J.D., GABOURY D.R. (1984). Street sweeping as a water pollution control measure : lessons over the past ten years. The Science of the Total Environment, 33, p. 171-183.
- SAVAGE L.J. (1954). The Foundation of Statistics. John Wiley & Sons, New York.
- SCHLUTTER F.(1999). Numerical modelling of sediment transport in combined sewer systems. Thèse de doctorat de l'Université d'Aalborg, Danemark, 1999, 172 p.
- SERVAT E. (1984). Contribution à l'étude de la pollution du ruissellement pluvial urbain. Thèse de doctorat. Université des sciences et techniques du Languedoc. 136p. + annexes.

- SIMON L. (1990). Evaluation de shémas numériques pour la modélisation de l'advection-dispersion. La Houille Blanche, n°3/4, p. 225-230.
- SKIPWORTH P., TAIT S., SAUL A. (1999). Erosion of sediment beds in sewers: Model development. J. of Environmental Engineering, ASCE. vol. 125, No. 6 pp 566-573.
- SOLOMATINE D.P., DIBIKE Y.B. (1999). Automatic calibrations of groundwater models using global optimization techniques. Journal of hydrological Sciences, vol. 44, No. 6, p. 879 893.
- SOROOSHIAN S., GUPTA V. (1983). Automatic calibrations of conceptual rainfall runoff models: The question of parameter observability and uniqueness. Wat. Res. Res., vol. 19, No. 1, p. 260 268.
- SOROOSHIAN S., GUPTA V., BASTIDAS L.A. (1998). Calibration of hydrologic models using multiobjectives and visualization techniques. Final report on project proposal number EAR-9418147. Department of hydrology and water resources – University of Arizona.
- SOROOSHIAN S., GUPTA V., FULTON J.L. (1983). Evaluation of maximum likelihood parameter estimation techniques for conceptual rainfall-runoff models: Influence of calibration data variability and length on model credibility. Water Resources Research, vol. 19, n°1, p. 251-259.
- TAIT S.J., ASHLEY R.M., VERHOEVEN R., CLEMENS F., AANEN L. (2002). Sewer sediment transport studies using an environmentally controlled annular flume. 3rd Int. Conf. on Sewer Processes and Networks, Paris, France, 15-17 Avril 2002.
- TAIT S.J., CHEBBO G., SKIPWORTH P.J., AHYERRE M., SAUL A.J. (2003). Modelling In-sewer erosion to predict sewer flow quality. Jour. of Hyd. Eng. ASCE 129(4) 316-324.
- TANNER M. (1996). Tools for statistical inference: Methods for the exploration of posterior distributions and likelihood functions. Springer Press.
- TOMANOVIC A., MAKSIMOVIC C. (1996). Improved modelling of suspended solids discharge from asphalt surface during storm event, Water Science and Technology, vol. 33, n° 4-5, p. 363-369.
- VALIRON F. (1984). Gestion des eaux. Principes, moyens, structures. Cours de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris. 343p.
- VAN GELDER P. (2000). Statistical Methods for the Risk-Based Design of Civil Structures. Ph.D. thesis, Technische Universiteit Delft, Delft. 249 p.
- VERBANCK M.A. (1995). Capturing and releasing settleable solids the significance of dense undercurents in combined sewer flows. Water Science and Technology, vol. 31, n°7, p. 85-93.
- VRUGT J.A., GUPTA H.V., BASTIDAS L.A., BOUTEN W., SOROOSHIAN S. (2003). Effective and efficient algorithm for multiobjective optimization of hydrologic models. Water Resources Research 39(8), 1214, 10.1029/2002WR001746.
- WALTER E. & PRONZATO L. (1994). Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales. Masson Press Paris.
- WANG Q.J. (1991). The genetic algorithm and its application to calibrating conceptual rainfall-runoff models. Wat. Res. Res., vol. 27, n°9, p. 2467-2471.
- WOTHERSPOON D.J., ASHLEY R.M. (1992). Rheological measurement of the yield strength of combined sewer deposits. Water Science and Technology, vol. 25, n° 8, p.165-169.
- YAPO P.O, GUPTA H.V., SOROOSHIAN S. (1996). Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: sensitivity to calibration data. Journal of Hydrology, 181, p. 23 – 48.
- YAPO P.O, GUPTA H.V., SOROOSHIAN S. (1998). Multi-objective global optimization for hydrologic models. Journal of Hydrology, 204, pp. 83 – 97.
- YCART B. (1997). Algorithmes markoviens. Cours de mathématiques. Université de Chile.
- ZUG M. (1998). Modélisation conceptuelle de la pollution par temps de pluie en réseau d'assainissement. Thèse de Doctorat de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg. 241 pages.
- ZUG M., BELLEFLEUR D., PHAN. L., SCRIVENER O. (1998). Sediment transport model in sewer networks Anew utilisation of the Velikanov model. Water Science Technology, vol 37, n°1, p. 187-196.

ZUG M., BELLEFLEUR D., PHAN. L., SCRIVENER O. (1999). HORUS : A conceptual model of pollution simulation in sewer networks. Water Science Technology, vol 39, n°9, p. 31-38.

ANNEXES

A. Caractéristiques des 40 événements pluvieux

utilisés pour le calage et la validation

Evé	nement pluvieux	DTS (jours)	Qmax (m ³ /sec)	Volume (m ³)	Groupe
	mar1996051615	1.3	0.281	1303.68	3
	mar1996051622	0.25	0.726	1934.28	3
	mar1996051712	0.53	0.399	1629.84	3
	mar1996051818	0.57	0.884	3757.32	2
	mar1996061019	9.66	0.507	1707.84	3
	mar1996062014	9.74	0.439	2015.53	3
	mar1996070505	0.09	0.726	9014.76	2
	mar1996080615	29.74	1.162	3763.44	1
	mar1996081017	0.12	1.058	4792.43	2
	mar1996082201	0.9	0.773	3837.96	2
	mar1996091906	20.55	0.238	1847.64	3
	mar1996091910	0.02	0.434	6248.40	2
	mar1996091919	0.04	1.069	3170.28	2
Щ	mar1996102907	3.75	0.186	2313.72	3
AG	mar1996110415	3.42	0.281	1570.68	3
AL	mar1996110419	0.07	0.266	1575.72	3
C	mar1996111105	0.24	0.254	4309.21	3
	mar1996111117	0.25	0.299	1107.36	3
	mar1996112420	0.11	0.222	3305.53	3
	mar1996112714	1.49	0.237	3694.20	3
	mar1996120606	0.26	0.166	2455.68	3
	mar1997042515	37	0.289	1755.36	1
	mar1997050604	0.28	0.84	8569.57	2
	mar1997051601	1.73	0.782	2622.96	3
	mar1997052107	0.57	0.192	700.20	3
	mar1997052110	0.04	0.711	3701.63	3
	mar1997052115	0.12	0.208	495.00	3
	mar1997052117	0.07	0.602	1617.72	3
	mar1997052217	0.93	0.646	2017.56	3
	mar1997052221	0.11	0.445	1720.80	3
	mar1997060710	1.51	1.756	4957.45	2
N	mar1997061317	2.01	0.276	2765.52	3
	mar1997061407	0.36	1.095	5485.32	2
IO	mar1997062117	0.71	0.584	2440.32	3
AT	mar1997062516	1.89	0.363	2517.47	3
<u> </u>	mar1997063000	0.71	1.107	5370.00	2
'AL	mar1997070210	0.54	0.316	3613.80	3
1	mar1997070414	0.02	0.539	2624.52	3
	mar1997080518	0.99	1.287	5213.53	2
	mar1997100620	35.04	2.055	12089.99	1

B. Données d'entrée du bassin versant du Marais

Nœuds							
Nœud	Abscisse	Ordonnée	cote sol	Cote radier	S.B.V.		
N°	X	Y	(<i>m</i>)	(m)	N°		
N01	703	392	33.51	30.07	1+2		
N02	654	387	33.62	30.05			
N03	605	382	33.72	30.03			
N04	555	377	33.83	30.01	3+4		
N05	513	379	32.86	30.01			
N06	468	387	33.17	30.01			
N07	423	395	33.47	30.01	5+6		
N08	417	347	33.81	29.98			
N09	412	299	34.16	29.95			
N10	406	250	34.5	29.92			
N11	402	218	34.73	29.9	20		
N12	397	189	34.75	29.86			
N13	389	156	35.06	29.84			
N14	364	111	35.91	29.83			
N15	352	46	35.4	29.78			
N16-34	352	-4	34.57	29.47	16		
N17	231	472	33.91	29.94	7		
N18	207	425	33.96	29.91			
N19	183	378	34	29.88			
N20	159	331	34.04	29.85			
N21	143	300	34.08	29.83	8		
N22	123	245	34.14	29.79	9+10		
N23	112	198	34.26	29.74			
N24	102	151	34.38	29.69	11+12		
N25	94	108	34.72	29.65			
N26	86	64	35.06	29.61			
N27	80	32	35.32	29.58			
N28-40	79	0	34.87	29.25	13		
N29	582	-26	33.28	29.93	19		
N30	532	-16	33.88	29.82			
N31	477	-6	34.53	29.7	18		
N32	432	-5	34.31	29.52	17		
N33	400	-5	34.41	29.5			
N35	315	-4	34.63	29.44			
N36	266	-3	34.69	29.4	15		
N37	232	-3	34.78	29.37			
N38	188	-2	34.9	29.33	14		
N39	133	-1	34.89	29.29			
N41	35	0	34.82	29.2			
N42	0	0	34.78	29.16			

Tronçons de colelcteures							
Tronçon	Nœud amont	Nœud aval	Longueur	Cote amont	Cote aval	Pente	conduite
Nom	N°	N°	<i>(m)</i>	(<i>m</i>)	(<i>m</i>)	(m/m)	N°
RIV01	N41	N42	35	29.2	29.16	0.00114	Riv0-1049
RIV02	N28-40	N41	44	29.25	29.2	0.00114	Riv0-1049
RIV03	N39	N28-40	54.01	29.29	29.25	0.00074	Riv0-1049
RIV04	N38	N39	55.01	29.33	29.29	0.00073	Riv0-1049
RIV05	N37	N38	44.01	29.37	29.33	0.00091	Riv0-1049
RIV06	N36	N37	34	29.4	29.37	0.00088	Riv0-1049
RIV07	N35	N36	49.01	29.44	29.4	0.00082	Riv0-1049
RIV08	N16-34	N35	37	29.47	29.44	0.00081	Riv0-1049
RIV09	N33	N16-34	48.01	29.5	29.47	0.00062	Riv0-1049
RIV10	N32	N33	32	29.52	29.5	0.00063	Riv0-1049
RIV11	N31	N32	45.01	29.7	29.52	0.004	Riv0-1049
RIV12	N30	N31	55.9	29.82	29.7	0.00215	Riv1049-1300
RIV13	N29	N30	50.99	29.93	29.82	0.00216	Riv1049-1300
SG01	N15	N16-34	50	29.78	29.7	0.0016	StGIL0-200
SG02	N14	N15	66.1	29.83	29.78	0.00076	StGIL0-200
SG03	N13	N14	51.48	29.84	29.83	0.00019	StGIL0-200
SG04	N12	N13	33.96	29.86	29.84	0.00059	StGIL0-200
SG05	N11	N12	29.43	29.9	29.86	0.00136	StGIL200-400
SG06	N10	N11	32.25	29.92	29.9	0.00062	StGIL200-400
SG07	N09	N10	49.37	29.95	29.92	0.00061	StGIL200-400
SG08	N08	N09	48.26	29.98	29.95	0.00062	StGIL200-400
SG09	N07	N08	48.37	30.01	29.98	0.00062	StGIL200-400
SG10	N06	N07	45.71	30.01	30.01	0	StGIL400-500
SG11	N05	N06	45.71	30.01	30.01	0	StGIL400-500
SG12	N04	N05	42.05	30.01	30.01	0	StGIL500-700
SG13	N03	N04	50.25	30.03	30.01	0.0004	StGIL500-700
SG14	N02	N03	49.25	30.05	30.03	0.00041	StGIL500-700
SG15	N01	N02	49.25	30.07	30.05	0.00041	StGIL500-700
Vdt01	N27	N28-40	32.02	29.58	29.54	0.001249	VdT0-525
Vdt02	N26	N27	32.56	29.61	29.58	0.00092	VdT0-525
Vdt03	N25	N26	44.72	29.65	29.61	0.00089	VdT0-525
Vdt04	N24	N25	43.74	29.69	29.65	0.00091	VdT0-525
Vdt05	N23	N24	48.05	29.74	29.69	0.00104	VdT0-525
Vdt06	N22	N23	48.27	29.79	29.74	0.00104	VdT0-525
Vdt07	N21	N22	58.52	29.83	29.79	0.00068	VdT0-525
Vdt08	N20	N21	34.89	29.85	29.83	0.00057	VdT0-525
Vdt09	N19	N20	52.77	29.88	29.85	0.00057	VdT0-525
Vdt10	N18	N19	52.77	29.91	29.88	0.00057	VdT0-525
Vdt11	N17	N18	52.77	29.94	29.91	0.00057	VdT0-525

Evaluation des Modèles de Calcul des Flux Polluants des Rejets Urbains par Temps de Pluie. Apport de l'Approche Bayésienne

				Sou	is Bassins V	Versants				
S.B.V.	Nœud	Surface	Longueurs	allongement	Cote	Cote	Pente	Temps de	Coefficient de	population
Nom	n°	(ha)	т	Ш	W	m	(m/m)	mn		nb. hab.
BV01	N01	2.19	240	1.62	33.77	33.51	0.00108	14.8	78	594
BV02	N01	1.51	200	1.63	34.59	33.51	0.0054	6.9	79	501
BV03	N04	3.3	190	1.05	34.1	33.83	0.00142	11.5	79	886
BV04	N04	3.93	430	2.17	34.78	33.83	0.00221	15.8	71	927
BV05	N07	2.39	240	1.55	34.6	33.47	0.00471	8.2	74	395
BV06	N07	1.5	170	1.39	34.92	33.47	0.00853	5.2	72	415
BV07	N17	3.27	200	1.11	34.69	33.91	0.0039	7.9	68	575
BV08	N21	2.57	210	1.31	34.56	34.08	0.00229	10	79	414
BV09	N22	2.88	320	1.89	34.52	34.14	0.00119	16.8	62	290
BV10	N22	1.68	180	1.39	35.45	34.14	0.00728	5.8	29	480
BV11	N24	1.37	210	1.79	36.23	34.38	0.00881	5.9	83	495
BV12	N24	1.74	300	2.27	34.77	34.38	0.0013	15.7	83	843
BV13	N28-40	2.06	236	1.64	35.01	34.87	0.00059	18.5	84	938
BV14	N38	1.78	200	1.5	35.96	34.9	0.0053	7	85	886
BV15	N36	1.44	320	2.67	35.49	34.69	0.0025	12.6	84	560
BV16	N16-34	1.08	240	2.31	35.05	34.57	0.002	11.6	83	364
BV17	N32	2.67	370	2.26	34.46	34.31	0.00041	28.6	29	1007
BV18	N31	1.59	246	1.95	35.29	34.53	0.00309	9.8	81	752
BV19	N29	1.82	290	2.15	33.83	33.28	0.0019	13.2	85	450
BV20	N11	1.17	180	1.66	35.86	34.73	0.00628	6.1	63	100

189

LISTES DES FIGURES

FIGURE 1: METHODOLOGIE DE MODELISATION D'UN SYSTEME ET DE MISE EN ŒUVRE DU MODELE	42
FIGURE 2: DEFINITION DE CALAGE D'UN MODELE (D'APRES BECK, 1983)	44
FIGURE 3 STRUCTURE GENERALE DU BANC D'ESSAI	56
FIGURE 4 STRUCTURE GENERALE DU BANC D'ESSAI (LE BLOC EN GRIS REPRESENTE LA TACHE A DECRIRE DANS	CE
CHAPITRE)	57
FIGURE 5: LE PROCESSUS D'ACCUMULATION DES SOLIDES SUR LES CHAUSSEES TEL QUE MODELISE PAR LA	
SIMULATION EN CONTINUE	60
FIGURE 6: SCHEMA DES MODELES TESTES, DES PARAMETRES, DES VARIABLES DE FORÇAGE ET D'ETAT UTILISER	ES A
L'ECHELLE D'UNE CHAUSSEE	63
FIGURE 7 VARIATION DU TAUX DE CISAILLEMENT CRITIQUE D'EROSION DANS LES DEPOTS DES RESEAUX	
D'ASSAINISSEMENT (SKIPWORTH <i>et al.</i> , 1999)	65
FIGURE 8 VARIATION DU TAUX DE CISAILLEMENT CRITIQUE D'EROSION DANS LES DEPOTS DES RESEAUX	
D'ASSAINISSEMENT DANS LE CAS DU MODELE MODIFIE ERO_INJ_02	66
FIGURE 9: SCHEMA DES MODELES TESTES, DES PARAMETRES, DES VARIABLES DE FORÇAGE ET D'ETAT UTILISER	ES A
L'ECHELLE DU MARAIS EN UTILISANT UNE DESCRIPTION GLOBALE DU BASSIN	69
FIGURE 10: PHENOMENES SIMULEES DANS LA DESCRIPTION DETAILLEE DU BASSIN VERSANT	70
FIGURE 11: LE BASSIN VERSANT DU MARAIS (LIMITES EN POINTILLE)	78
FIGURE 12: LE RESEAU D'ASSAINISSEMENT DU BASSIN VERSANT DU MARAIS (CONTOURS EN POINTILLE)	79
FIGURE 13: LOCALISATION DES DEPOTS DE COUCHE ORGANIQUE DANS LES COLLECTEURS DU MARAIS (OMS, 2	003)
	81
Figure 14: Variations des flux de MES (g/sec), de debit (M^{3} /H) et de cisaillement (N/m^{2}) (mesure avec avec avec avec avec avec avec ave	VEC
L'ADV) a l'aval du tronçon Vieille de Temple : (A) le $02/12/1998$ et (B) le $05/11/1998$	82
FIGURE 15 STRUCTURE GENERALE DU BANC D'ESSAI (LE BLOC EN GRIS REPRESENTE LA TACHE A DECRIRE DAN	S CE
CHAPITRE)	83
FIGURE 16 PLAN DU BASSIN VERSANT ET LOCALISATION DES RUES ETUDIEES (GROMAIRE, 1998)	84
FIGURE 17 PERIODES DE MESURES DES EAUX DE RUISSELLEMENT SUR LES SIX CHAUSSEES (GROMAIRE, 1998).	84
FIGURE 18 COEFFICIENTS DE CORRELATION ENTRE MASSE PAR EVENEMENT PLUVIEUX (KG/HA) ET	
CARACTERISTIQUES DES EVENEMENTS PLUVIEUX POUR LES 6 CHAUSSEES ETUDIEES	85
FIGURE 19: VARIATIONS DE DEBIT DES EAUX USEES ET DE CONCENTRATION DES MES PENDANT LE TEMPS SEC	А
l'exutoire de Marais	88
FIGURE 20: MODELE DE REGRESSION POUR LE FLUX DES POLLUANTS EN FONCTION DE DEBITS EN TEMPS SEC	89
FIGURE 21: DESCRIPTION DETAILLEE DU BASSIN VERSANT DU MARAIS	91
FIGURE 22: RESULTATS DU CALAGE DES DEBITS DE TEMPS SEC A L'EXUTOIRE DU MARAIS	93
FIGURE 23: ERREUR RELATIVE D'ESTIMATION DU VOLUME ECOULE	94
FIGURE 24: ERREUR RELATIVE D'ESTIMATION DU DEBIT DE POINTE	94
FIGURE 25: DEBIT ECOULE MESURE ET SIMULE A L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR L'EVENEMENT 30/06/1997	95
FIGURE 26: DEBIT ECOULE MESURE ET SIMULE A L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR L'EVENEMENT 06/10/1997	95
FIGURE 27: HAUTEUR MESUREE ET SIMULEE A L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR L'EVENEMENT 30/06/1997	96
FIGURE 28: VITESSE MESUREE ET SIMULEE A L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR L'EVENEMENT 30/06/1997	96

FIGURE 29: HAUTEUR MESUREE ET SIMULEE A L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR L'EVENEMENT 06/10/1997
FIGURE 30: VITESSE MESUREE ET SIMULEE A L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR L'EVENEMENT 06/10/1997
FIGURE 31 STRUCTURE GENERALE DU BANC D'ESSAI
FIGURE 32 STRUCTURE GENERALE DE L'ALGORITHME DE METROPOLIS
FIGURE 33 EVOLUTION DE LA PROBABILITE A POSTERIORI [LOG (PROBABILITE) AUTOUR DE -160] ET DE LA VALEUR
ESTIMEE DU PARAMETRE M_{ACCU} [autour de 20 kg/ha] a chaque iteration durant la simulation de
LA CHAINE DE METROPOLIS DANS LE CAS D'APPLICATION DE LA CONFIGURATION SIM_03 SUR LA CHAUSSEE
DUVAL
FIGURE 34 HISTOGRAMMES DE LA DISTRIBUTION A POSTERIORI DES PARAMETRES POUR LA CONFIGURATION
SIM_01 [D_{ACCU} (Kg/Ha/J), D_{ERO} (J ⁻¹), W_{ERO} , W , σ (Mg/L)] sur la chaussee Duval
FIGURE 35 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE EN FONCTION DES PARAMETRES [$DACCU$
(KG/HA/J), <i>Dero</i> (J ⁻¹), <i>Wero</i> , <i>W</i> , σ (MG/L)] pour la configuration SIM_01 sur la chaussee Duval 113
FIGURE 36 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE EN FONCTION DES PARAMETRES [M LI M
(KG/HA), <i>Kaccu</i> (J^{-1}), <i>Wero</i> , <i>W</i> , σ (Mg/L)] pour la configuration SIM_02 sur la chaussee Duval 114
FIGURE 37 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE EN FONCTION DES PARAMETRES [$Maccu$
(KG/HA), Wero, W, σ (MG/L)] pour la configuration SIM_03 sur la chaussee Duval115
FIGURE 38 CORRELATIONS ENTRE LES PARAMETRES DE TEMPS SEC <i>MACCU</i> , DE TEMPS DE PLUIE <i>WERO</i> POUR LA
CONFIGURATION SIM_03 SUR LA CHAUSSEE DUVAL
FIGURE 39 HISTOGRAMMES DE LA DISTRIBUTION A POSTERIORI DES PARAMETRES POUR LA CONFIGURATION
SIM_03 [<i>Maccu</i> (kg/ha), <i>Wero</i> , <i>W</i> , σ (mg/l)] sur la chaussee Duval
Figure 40 Trace de la probabilite de vraisemblance des parametres [Kero, W, σ (mg/l)] pour la
CONFIGURATION SIM_04 SUR LA CHAUSSEE DUVAL
FIGURE 41 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN MES pour une
EVENEMENT PLUVIEUX 10/08/1996 SUR LA CHAUSSEE DUVAL POUR : A. SIM_03 ; ET B. SIM_04 118
FIGURE 42 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN MES POUR
L'EVENEMENT PLUVIEUX 19/11/1996 SUR LA CHAUSSEE M.B.M POUR SIM_03120
Figure 43 Concentration mesuree et intervalle 5-95% de concentration simulees en MES pour les $(1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3,$
EVENEMENTS PLUVIEUX : A. $16/05/1997$ sur la rue du Roi de Sicile ; b. $21/05/1997$ sur la rue du
M.B.M ; c. 10/08/1996 sur la rue du St. Antoine ; d. 06/05/1997 sur la rue du Turenne pour la
CONFIGURATION SIM_03
Figure 44 Concentration mesuree et intervalle 5-95% de concentration simulees en MES pour une
EVENEMENT PLUVIEUX $01/10/1996$ sur la chaussee Rosiers pour SIM_03 122
Figure 45 Trace de la masse entrainee mesuree et de l'intervalle 5-95% de la masse entrainee
SIMULEE DES MES par rapport au volume d'eau ruisselee et au debit maximal ruissele sur la
CHAUSSEE ROSIERS POUR TOUS LES EVENEMENT PLUVIEUX ETUDIES POUR SIM_03 123
FIGURE 46 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE EN FONCTION DES PARAMETRES [<i>MLIM</i>
(Kg/ha), Kaccu (j ⁻¹), Wero, W, σ (mg/l)] pour la configuration SIM_02 sur la chaussee Roi de
SICILE
Figure 47 Trace de la masse entrainee mesuree et de l'intervalle 5-95% de la masse entrainee
SIMULEE DES MES PAR RAPPORT AU VOLUME D'EAU RUISSELEE ET AU DEBIT MAXIMAL RUISSELE ET DE LA

DUREE DE TEMPS SEC PRECEDENT SUR LA CHAUSSEE ROI DE SICILE POUR TOUS LES EVENEMENT PLUVIEUX
ETUDIES POUR SIM_02
Figure 48 Histogrammes de la distribution <i>a posteriori</i> des parametres du modele ERO_INJ_01 [$\tau_{_{CU}}$
(N/M^2) , D'(M), B, MC (KG/M ²), σ (MG/L)] dans le cas de l'injection de $02/12/1998$ 128
FIGURE 49 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE EN FONCTION DES PARAMETRES DU
MODELE ERO_INJ_01 [τ_{cv} (N/M ²), <i>D</i> '(M), <i>B</i> , <i>MC</i> (KG/M ²), σ (MG/L)] dans le cas de l'injection de
02/12/1998
Figure 50 correlations entre les parametres $D'(M)$ et B dans le cas de l'injection de $02/12/1998 \dots 129$
FIGURE 51 INCERTITUDES SUR LE PROFIL DE CISAILLEMENT CRITIQUE DANS LA COUCHE ORGANIQUE OBTENUES
APRES CALAGE DU MODELE ERO_INJ_01 POUR LE CAS DE L'EXPERIMENTATION $02/12/1998$ 129
Figure 52 Concentration mesuree et intervalle 5-95% de concentration simulee des MES generee
lors de l'experimentation du $05/11/1998$ dans le collecteur Vieille de Temple pour le modele
ERO_INJ_01
Figure 53 Concentration mesuree et intervalle 5-95% de concentration simulee des MES generee
lors de l'experimentation du $02/12/1998$ en utilisant le taux de cisaillement de l'ecoulement
MESUREE PAR L'ADV POUR L'APPLICATION DU MODELE ERO_INJ_01
FIGURE 54 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEE DES MES GENEREE
lors de l'experimentation du $02/12/1998$ en utilisant le taux de cisaillement de l'ecoulement
CALCULE PAR MANNING – STRICKLER POUR L'APPLICATION DU MODELE ERO_INJ_01 133
FIGURE 55 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEE DES MES GENEREE
LORS DE L'EXPERIMENTATION DU $10/04/2002$ dans le collecteur Saint Gilles pour le modele
ERO_INJ_01
FIGURE 56 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEE DES MES GENEREE
LORS DE L'EXPERIMENTATION DU 24/05/2002 DANS LE COLLECTEUR SAINT GILLES POUR LE MODELE
ERO_INJ_01
FIGURE 57 HISTOGRAMMES DE LA DISTRIBUTION A POSTERIORI DES PARAMETRES DU MODELE ERO_INJ_02
[<i>TOERO, B, MC</i> (KG/M ²), σ (MG/L)] OBTENUS DANS LE CAS DE L'INJECTION DE 02/12/1998 (ADV) 136
FIGURE 58 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE ERO_INJ_02 EN FONCTION DE SES
PARAMETRES [<i>TOERO</i> , <i>B</i> , <i>MC</i> (KG/M ²), σ (MG/L)] OBTENUS DANS LE CAS DE L'INJECTION DE 02/12/1998
(ADV)
FIGURE 59 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE ERO_INJ_02 EN FONCTION DE SES
parametres [<i>toero</i> , <i>b</i> , <i>Mc</i> (kg/m²), σ (mg/l)] obtenus dans le cas de l'injection de 05/11/1998
(ADV)
FIGURE 60 CORRELATIONS ENTRE LES PARAMETRES <i>TOERO</i> ET <i>B</i> DU MODELE ERO_INJ_02 DANS LE CAS DE
L'INJECTION DE 05/11/1998 (ADV)
FIGURE 61 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE ERO_INJ_02 LINEAIRE EN FONCTION DE
SES PARAMETRES [<i>TOERO</i> , MC (KG/M ²), σ (MG/L)] OBTENUS DANS LE CAS DE L'INJECTION DE $02/12/1998$
(ADV)

FIGURE 62 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEE DES MES GENEREE
lors de l'experimentation du $05/11/1998$ en utilisant le taux de cisaillement de l'ecoulement
MESUREE PAR L'ADV POUR L'APPLICATION DU MODELE ERO_INJ_02 LINEAIRE
Figure 63 Concentration mesuree et intervalle 5-95% de concentration simulee des MES generee
lors de l'experimentation du $02/12/1998$ en utilisant le taux de cisaillement de l'ecoulement
MESUREE PAR L'ADV POUR L'APPLICATION DU MODELE ERO_INJ_02 LINEAIRE
FIGURE 64 HISTOGRAMMES DE LA DISTRIBUTION A POSTERIORI DES PARAMETRES DU MODELE ERO_INJ_03 [M_{DISPR}
(KG/M ²), α_{erol} , α_{ero2} , σ (MG/L)] obtenus dans le cas de l'injection de 02/12/1998 (ADV) 141
Figure 65 correlations entre les parametres α_{ero1} et α_{ero2} du modele ERO_INJ_03 obtenus dans le
CAS DE L'INJECTION DE 02/12/1998 (ADV)
Figure 66 Concentration mesuree et intervalle 5-95% de concentration simulee des MES generee
lors de l'experimentation du $02/12/1998$ en utilisant le taux de cisaillement de l'ecoulement
MESUREE PAR L'ADV POUR L'APPLICATION DU MODELE ERO_INJ_03
Figure 67 Concentration mesuree et intervalle 5-95% de concentration simulee des MES generee
lors de l'experimentation du $02/12/1998$ en utilisant le taux de cisaillement de l'ecoulement
$eq:calcule parmanning-Strickler pour l'application du modele ERO_INJ_03 \dots 142$
Figure 68 Trace de la probabilite de vraisemblance du modele en fonction de ses parametres $DACCU$
(KG/HA/J), <i>Dero</i> (J ⁻¹), <i>Wero</i> , <i>W</i> et σ (MG/L) dans le cas de la description globale du bassin versant
FIGURE 69 CORRELATION LINEAIRE ENTRE LES PARAMETRES DE TEMPS SEC <i>DACCU</i> (KG/HA/J), <i>DERO</i> (J ⁻¹) APRES
CALAGE DU MODELE SUR LE BASSIN VERSANT DU MARAIS
FIGURE 70 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE EN FONCTION DE SES PARAMETRES <i>MLIM</i>
(KG/HA), <i>KACCU</i> (J^{-1}), <i>Wero</i> , <i>W</i> et σ (MG/L) dans le cas de la description globale du bassin versant
FIGURE 71 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE EN FONCTION DE SES PARAMETRES
$\mathit{Maccu}(kg/ha), \mathit{Wero}, \mathit{W}$ et $\sigma(mg/l)$ dans le cas de calage de la description globale du bassin
VERSANT
FIGURE 72 CORRELATION ENTRE LES PARAMETRES MACCU (KG/HA) ET WERO OBTENUE APRES CALAGE DU
MODELE SUR LE BASSIN VERSANT DU MARAIS
FIGURE 73 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN ${ m MES}$ pour
l'evenement pluvieux 16/05/1996 a l'exutoire du bassin du Marais
FIGURE 74 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN MES pour
l'evenement pluvieux 05/07/1996 a l'exutoire du bassin du Marais
FIGURE 75 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN MES pour
l'evenement pluvieux 21/05/1997 a l'exutoire du bassin du Marais
Figure 76 Trace de la masse entrainee mesuree et de l'intervalle 5-95% de celle simulee des ${ m MES}$
PAR RAPPORT AU VOLUME D'EAU ECOULE A L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR LES PLUIES UTILISEES POUR LE
CALAGE
Figure 77 Trace de la masse entrainee mesuree des MES par rapport au volume d'eau ecoule a
L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR TOUTES LES PLUIES

FIGURE 78 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE EN FONCTION DES PARAMETRES MACCU (KG/HA),
Wero, W et σ (mg/l) dans le cas de calage de la description globale du Marais avec les pluies
A FORTES CONCENTRATIONS
Figure 79 Trace de la masse entrainee mesuree et de l'intervalle 5-95% de celle simulee des MES
PAR RAPPORT AU VOLUME D'EAU ECOULE A L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR TOUTES LES PLUIES A FORTES
CONCENTRATIONS
FIGURE 80 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN MES POUR
l'evenement pluvieux 20/06/1996 a l'exutoire du Marais apres calage avec les pluies a fortes
CONCENTRATIONS
FIGURE 81 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE EN FONCTION DE SES PARAMETRES $MACCU$ (KG/HA),
Wero, W et σ (mg/l) dans le cas de calage de la description globale du Marais avec les pluies
A FAIBLES CONCENTRATIONS
Figure 82 Trace de la masse entrainee mesuree et de l'intervalle 5-95% de celle simulee des ${ m MES}$
PAR RAPPORT AU VOLUME D'EAU ET AU DEBIT MAXIMAL ECOULES A L'EXUTOIRE DU MARAIS POUR TOUTES
LES PLUIES A FAIBLES CONCENTRATIONS
FIGURE 83 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN MES POUR
l'evenement pluvieux $06/05/1997$ a l'exutoire du bassin du Marais apres calage avec les pluies
A FAIBLES CONCENTRATIONS
FIGURE 84 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN MES pour
l'evenement pluvieux 21/05/1997 a l'exutoire du bassin du Marais apres calage avec les pluies
A FAIBLES CONCENTRATIONS
Figure 85 Trace de la probabilite de vraisemblance du modele en fonction de ses parametres $Maccu$
(KG/HA), Wero, W et σ (Mg/L) dans le cas de la description detaillee du bassin (advection seule)
FIGURE 86 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE EN FONCTION DES PARAMETRES $MACCU$ (KG/HA),
Wero, W et σ (mg/l) dans le cas de la description detaillee du bassin versant avec les pluies a
FORTES CONCENTRATIONS (ADVECTION SEULE)
FIGURE 87 CAPACITE DE TRANSPORT (EN ECHELLE LOGARITHMIQUE) ESTIMEE PAR LE MODELE D'ACKERS A
L'EXUTOIRE DU BASSIN VERSANT POUR L'EVENEMENT PLUVIEUX DE 06/05/1997 156
FIGURE 88 TRACES DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE EN FONCTION DES PARAMETRES MACCU (KG/HA),
Wero, W, $\eta_{_{MIN}}$, $\eta_{_{MAX}}$ et $\sigma($ Mg/L) dans le cas de la description detaillee du bassin versant
(TRANSPORT SOLIDE) AVEC LES CONDITIONS INITIALES SUIVANTES : A. PAS DE STOCK ERODABLE DANS LE
RESEAU ; B. STOCK LIMITE DE DEPOTS ; C. STOCK ILLIMITE DE DEPOTS ; ET D. STOCK A L'AMONT DES
COLLECTEURS PRINCIPAUX
FIGURE 89 DEPOT DES SEDIMENTS DANS LES COLLECTEURS EN TEMPS DE PLUIE DANS LE CAS DU CALAGE DU
MODELE DE TRANSPORT SOLIDE AVEC L'HYPOTHESE D'UN STOCK DE DEPOTS UNIFORME (1 KG/M^2) 159
FIGURE 90 DEPOT (EN GRAS) ET EROSION (EN POINTILLE) DES SEDIMENTS DANS LES COLLECTEURS EN TEMPS DE
PLUIE DANS LE CAS DU CALAGE DU MODELE DE TRANSPORT SOLIDE AVEC L'HYPOTHESE D'UN STOCK DE
DEPOTS LOCALISE A L'AMONT DU BASSIN VERSANT

FIGURE 91 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEE EN MES POUR LES
EVENEMENTS PLUVIEUX : A. PAS DE STOCK ERODABLE DANS LE RESEAU ; B. STOCK LIMITE DE DEPOTS ; C.
STOCK ILLIMITE DE DEPOTS ; ET D. STOCK A L'AMONT DES COLLECTEURS PRINCIPAUX A L'EXUTOIRE DU
BASSIN DU MARAIS POUR LE CAS DE DESCRIPTION DETAILLEE
FIGURE 92 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE EN FONCTION DE SES PARAMETRES MACCU
(KG/HA), <i>Wero, W,</i> $\eta_{_{MIN}}$, $\eta_{_{MAX}}$ et σ (MG/L) dans le cas de calage de la description detaillee du
BASSIN VERSANT AVEC LES PLUIES A FORTES CONCENTRATIONS (TRANSPORT SOLIDE)
FIGURE 93 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE DU MODELE EN FONCTION DE SES PARAMETRES MACCU
(KG/HA), <i>Wero, W,</i> $\eta_{_{MIN}}$, $\eta_{_{MAX}}$ et σ (MG/L) dans le cas de calage de la description detaillee du
BASSIN VERSANT AVEC LES PLUIES A FAIBLES CONCENTRATIONS (TRANSPORT SOLIDE)
FIGURE 94 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN MES POUR
l'evenement pluvieux 06/05/1997 a l'exutoire du bassin du Marais apres calage du modele a
DESCRIPTION DETAILLEE AVEC LES PLUIES A FAIBLES CONCENTRATIONS (TRANSPORT SOLIDE) 163
Figure 95 Concentration mesuree et intervalle 5-95% de concentration simulees en MES pour
l'evenement pluvieux 06/08/1996 a l'exutoire du bassin du Marais apres calage du modele a
DESCRIPTION DETAILLEE AVEC LES PLUIES A FORTES CONCENTRATIONS (ADVECTION SEULE)
FIGURE 96 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN MES POUR
l'evenement pluvieux 06/08/1996 a l'exutoire du bassin du Marais apres calage du modele a
DESCRIPTION DETAILLEE AVEC LES PLUIES A FORTES CONCENTRATIONS (TRANSPORT SOLIDE) 164
Figure 97 Correlations entre le coefficient de Strickler et les parametres de transport solide $\eta_{_{MIN}}$
ET η_{MAX}
FIGURE 98 HISTOGRAMMES DE LA DISTRIBUTION <i>A POSTERIORI</i> DES PARAMETRES <i>MACCU</i> (KG/HA), <i>WERO</i> , <i>W</i> , η_{MIN} ,
$\eta_{\scriptscriptstyle MAX}$ et σ (Mg/l) dans le cas de calage de la description detaillee du bassin versant avec les 30
PLUIES (TRANSPORT SOLIDE)
FIGURE 99 HISTOGRAMMES DE LA DISTRIBUTION <i>A POSTERIORI</i> DES PARAMETRES <i>MACCU</i> (KG/HA), <i>WERO</i> , <i>W</i> , η_{MIN} ,
$\eta_{\rm MAX}$ et σ (Mg/L) dans le cas de calage de la description detaillee du bassin versant avec les 40
PLUIES (TRANSPORT SOLIDE)
FIGURE 100 TRACE DE LA PROBABILITE DE VRAISEMBLANCE EN FONCTION DES PARAMETRES MACCU (KG/HA),
WERO, W. $\eta_{\rm upp}$, $\eta_{\rm upp}$ et σ (MG/L) dans le cas de calage de la description detaillee du bassin
VERSANT AVEC LES 40 PLUIES (TRANSPORT SOLIDE)
FIGURE 101 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE DE PREVISION 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES DE
MES PAR LE MODELE A DESCRIPTION DETAILLEE POUR L'EVENEMENT PLUVIEUX 13/06/1997 A L'EXUTOIRE
DU BASSIN DU MARAIS (TRANSPORT SOLIDE)
FIGURE 102 CONCENTRATION MESUREE ET INTERVALLE DE PREVISION 5-95% DE CONCENTRATION SIMULEES EN
MES PAR LE MODELE A DESCRIPTION DETAILLEE POUR L'EVENEMENT PLUVIEUX 30/06/1997 A L'EXUTOIRE

LISTES DES TABLEAUX

TABLEAU 1 PRINCIPAUX MODELES UTILISES DANS LES LOGICIELS EXISTANTS	. 35
TABLEAU 2 EXEMPLES DES CRITERES D'OPTIMISATION UTILISES POUR LE CALAGE DES MODELES [Y_T^{OBS} EST LA	
VARIABLE DE SORTIE OBSERVEE, $X_{ au}$ EST LA VARIABLE D'ENTREE, $ heta$ EST LE VECTEUR DES PARAMETRES, N	EST
LE NOMBRE DES OBSERVATIONS, σ^2 EST LE VARIABLE REPRESENTANT LA VARIANCE DES ECARTS ENTRE LI	ES
REPONSES DU MODELE ET DU SYSTEME, W_T EST LE POIDS POUR LA MESURE Y_T^{OBS} POUR STABILISER LA	
VARIANCE σ^2, λ est un parametre de transformation, $ ho$ est un coefficient d'auto-correlation	1]
	. 45
TABLEAU 3 EXEMPLES DES DIFFERENTS TYPES D'ALGORITHMES D'OPTIMISATION EXISTANTS	. 47
TABLEAU 4 CONFIGURATIONS DES MODELES D'ACCUMULATION ET D'EROSION TESTEES A L'ECHELLE DE	
CHAUSSEE	. 63
TABLEAU 5 VALEURS DES COEFFICIENTS DANS LES EQUATIONS D'ACKERS &WHITE (ACKERS, 1991)	. 73
TABLEAU 6 CONFIGURATIONS TESTEES A L'ECHELLE DE MARAIS AVEC LA DESCRIPTION FINE	. 76
TABLEAU 7 CARACTERISTIQUES DES RUES ETUDIEES ET NOMBRE DES POLLUTOGRAMMES EN MES UTILISES	. 85
TABLEAU 8 CARACTERISTIQUES DES 4 EXPERIENCES D'INJECTION	. 86
TABLEAU 9 CARACTERISTIQUES DES 40 EVENEMENTS PLUVIEUX	. 90
TABLEAU 10 MEDIANE ET INTERVALLE 5-95% DE VALEURS ESTIMEES DES PARAMETRES POUR LES DIFFERENTES POUR LES DIFFERENTES POUR LES DIFFERENTES POUR LES PARAMETRES POUR LES DIFFERENTES PARAMETRES POUR LES DIFFERENTES PO	3
CONFIGURATIONS ET POUR CHAQUE VOIRIE	111
TABLEAU 11 VALEURS OPTIMALES ESTIMEES DES PARAMETRES CORRESPONDANT AU MAXIMUM DE PROBABILIT	ΈA
POSTERIORI POUR LES DIFFERENTES CONFIGURATIONS ET POUR CHAQUE VOIRIE	112
TABLEAU 12 CORRELATIONS ENTRE LES VALEURS ESTIMEES DES PARAMETRES D'ACCUMULATION ET D'EROSION	N
EN TEMPS SEC POUR LES SIMULATIONS TYPE SIM_01 pour les differentes chaussees	113
TABLEAU 13 VALEURS OPTIMALES ESTIMEES DU COEFFICIENT DE PUISSANCE W DU MODELE D'EROSION EN TEM	IPS
DE PLUIE POUR LA CONFIGURATION SIM_03 SUR LES 6 CHAUSSEES ETUDIEES	120
TABLEAU 14 COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUS POUR LES SIMULATIONS SIM_02 AVEC OU SANS	
l'evenement pluvieux du 05/08/1997	125
TABLEAU 15 MASSES DES SEDIMENTS ERODES PENDANT LES 4 EXPERIMENTATIONS D'INJECTION	130
TABLEAU 16 COMPARAISON DES VALEURS OPTIMALES DE PARAMETRE <i>MC</i> OBTENUE APRES CALAGE	130
TABLEAU 17 CONCENTRATIONS MAXIMALES DES MES OBSERVEES ET VALEURS OPTIMALES ET 5-95% ESTIMEES	S
DE L'ECART TYPE DES RESIDUS ENTRE LES REPONSES SIMULEES ET OBSERVEES POUR LES DIFFERENTES	
EXPERIMENTATIONS	135
TABLEAU 18 Comparaison des valeurs optimales obtenues de l'ecart type des residus σ entre les	
REPONSES DU MODELE ET CELLES OBSERVEES EN DISTINGUANT ENTRE DEUX TYPES DE COMPORTEMENT D	U
Marais	155
Tableau 19 Valeurs optimales de l'ecart type des residus σ entre les reponses du modele et cell	ES
OBSERVEES OBTENUES POUR LES DIFFERENTES HYPOTHESES DE MASSE INITIALE DANS LES COLLECTEURS	158

LISTE DES PUBLICATIONS

- 1- Kanso A., Chebbo G. and Tassin B. (2004). Stormwater quality modelling in combined sewers: Calibration and Uncertainty Analysis. 4th International Conference on Sewer Processes and Networks, SPN2004. Funchal, Madeira Portugal, 22 24 November 2004.
- 2- Kanso A., Chebbo G. and Tassin B. (2004). Bayesian analysis for erosion modelling of sediments in combined sewer systems. 6th International Conference on Urban Drainage Modelling, UDM 2004. Dresden – Germany, 15 – 17 September 2004.
- 3- Kanso A., Tassin B. and Chebbo G. (2004). A benchmark methodology for managing uncertainties in urban runoff quality models. 5th International Conference on Sustainable Techniques and Strategies in Urban Water Management, NOVATECH04. Lyon – France, 2004. Accepted for publication in Journal of Water Sciences & Technology
- 4- Kanso A., Chebbo G. and Tassin B. (2004). Application of MCMC GSA model calibration method to urban runoff quality modelling. 4th International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output, SAMO 2004. Santa Fe, New Mexico – USA, 2004. Accepted for publication in Reliability Engineering and System Safety
- 5- Kanso A., Gromaire M.C., Gaume E., Tassin B. and Chebbo G. (2003). Bayesian approach for the calibration of models: Application to an urban stormwater pollution model. 3rd International Conference on Sewer Processes and Networks, SPN2002. Paris France 15 17 April 2002. Journal of Water Sciences & Technology, vol. 47, no. 4, pp. 77–84.

Stormwater quality modelling in combined sewers: Calibration and Uncertainty Analysis

A. Kanso^{1*}, G. Chebbo^{1 2} and B. Tassin¹

¹ Centre d'Enseignement et de Recherche Eau, Ville et Environnement, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 6 - 8 avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-la-Vallée – France

(E-mail: kanso@cereve.enpc.fr, chebbo@cereve.enpc.fr, tassin@cereve.enpc.fr)

² Faculty of engineering, Lebanese University. Airport Street, Beirut – Lebanon

* Corresponding author. Tel.: +33(0)1 64 15 36 30; Fax: +33(0)1 64 15 37 64

Abstract

Estimating the level of uncertainty in urban stormwater quality models is vital for their utilization. This paper presents the results of application of a Monte Carlo Markov Chain method based on the Bayesian theory for the calibration and uncertainty analysis of a storm water quality model commonly used in available software. The tested model uses a hydrologic/hydrodynamic scheme to estimate the accumulation, the erosion and the transport of pollutants on surfaces and in sewers. It was calibrated for 4 different initial conditions of in-sewer deposits. Calibration results showed large variability in the model's responses in function of the initial conditions. They demonstrated that the model's predictive capacity is very low.

Keywords

Stormwater pollution, Model calibration, Monte Carlo Markov Chain; Uncertainty analysis

INTRODUCTION

Since the seventies, an important number of research programs have illustrated the significance of urban stormwater as a major source of pollution for the receiving systems. This pollution results mostly from the erosion caused by the runoff of particulate pollutants accumulated on the watersheds during the dry weather period, and mixed with the sediments eroded in the sewers.

Managers need tools to evaluate and control urban stormwater pollution. For this purpose, numerous mathematical modelling tools were developed since 1971 and implemented in commercial software in order to estimate the urban stormwater quality (Hydroworks, MouseTrap, SWMM, ...). These models are based on a combination of complex sub-models that describe the processes of generation and transport of pollutants on surfaces and in sewers during rainfall.

However, a survey conducted in 2001 (Cabane *et al.*, 2002) among French companies and organisations working in the field of sewer operation underlined the low level of use of urban drainage pollutant models. Managers often have a subjective answer to explain this situation. The study concluded that stormwater quality models appear not to be cost effective, because of the high cost of the calibration campaign, especially if one considers their level of accuracy compared to hydraulic models.

This paper aims at evaluating the performance of a stormwater pollution model commonly used in existing software. However, the performance of this type of models implies the use of a calibration procedure. Traditional optimisation algorithms for calibration do not allow neither an assessment of

the significance of the obtained optimal parameter set, nor a realistic quantification of the models' predictive uncertainty.

To analyse this model we suggest using a Bayesian approach, so-called "Monte Carlo Markov Chain method MCMC", which is becoming increasingly popular as an efficient technique to calibrate complex models (Kuczera & Parent, 1998). Unlike traditional calibration techniques, this method not only attempts to identify a "best parameter set", but also helps to assess, and where possible to reduce, uncertainties in the parameter values. The robustness and the effectiveness of this model evaluation method have been demonstrated using the existing urban stormwater quality models on different scales and for various parts of the urban catchment system as follows:

- Accumulation and erosion of pollutants on street surfaces (Kanso et al., 2004a)
- Erosion of sediments in sewer pipes (Kanso et al., 2004b)
- Accumulation and erosion of pollutants at the scale of a 42 ha sub-catchment drained by a combined sewer system, where both sewers and urban surfaces are described as one entity (Kanso *et al.*, 2003).

In this paper, we propose a hydrologic/hydrodynamic scheme to estimate the accumulation, the erosion and the transport of pollutants on surfaces and in sewers. The tested model was chosen based on the results of the above mentioned research studies. This model is applied on a 42 ha watershed "Le Marais" in the centre of Paris using a detailed description of the catchment and sewer system. The availability and the good quality of data resulting from a 2-year survey conducted on "Le Marais" catchment (Gromaire, 1998) facilitates the implementation of this methodology and allows a satisfactory calibration of the used stormwater quality model.

MODEL ASSESSMENT METHOD

Concept: Bayesian approach

The Bayesian approach distinguishes two sources of information about model's parameters θ : the first source is prior information based on historical data and expert knowledge (before collecting any data), while the other source is observed data collected by experimentation. The uncertainties in the model's parameters (θ) are expressed in terms of probability whereby, parameter uncertainty is calculated first by introducing a prior probability distribution $P(\theta)$, and second, by updating this prior probability on θ to take into account the new data collected (D). This update is conducted using Bayes' theorem, which can be expressed as:

$$P(\theta|D) = \frac{P(D|\theta) \cdot P(\theta)}{\int P(D|\theta) \cdot P(\theta) \cdot d\theta}$$
Eq 1

Where $P(\theta | D)$ is the posterior distribution of θ , $\int P(D|\theta) \cdot P(\theta) \cdot d\theta$ is a normalizing constant required so that $\int P(\theta | D) \cdot d\theta = 1$, and $P(D | \theta)$ is the conditional probability for the measured data given the parameters. $P(D | \theta)$ is similar to the likelihood function of the model.

By assuming that the residuals (not explained by the model's structure) resulting from the difference between model's responses and observations are independent and normally distributed $N(0, \sigma^2)$, the likelihood function can be written in the multiplicative form:

$$P(D \mid \theta) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{\left(2 \cdot \pi \cdot \sigma^{2}\right)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{\left(Y_{t} - f(X_{t}, \theta)\right)^{2}}{2 \cdot \sigma^{2}}}$$
Eq 2

Where $(Y_1, ..., Y_n)$ is the vector of the measured response $Y, (X_1, ..., X_n)$ is a vector of input data, $\theta = (\theta_1, ..., \theta_p)$ is the vector of p unknown parameters, and f() is the model's output. σ and θ are considered as a set of parameters to be estimated during calibration.

The Bayes' theorem does not allow one to derive posterior distribution without prior knowledge. However, in the absence of such prior information, a uniform prior distribution over the range of parameters is assumed in order to avoid favouring any initial value. The posterior distribution $P(\theta | D)$ contains all the available information about the parameters θ . In this case, the Bayesian statistical inference becomes an estimate of the posterior distribution of θ .

Parameter uncertainty assessment: Metropolis algorithm

In practice, it is difficult if not impossible to assess the posterior distribution by direct analytical calculation. Moreover, classical approximations of $P(\theta/D)$ by a multinormal distribution can be quite poor (Duan *et al.*, 1992; Kuczera & Parent, 1998).

In recent years, much attention has been given to Monte Carlo Markov Chain techniques which represent a general method for sampling from a high dimensional posterior distribution $P(\theta/D)$. The Metropolis algorithm was chosen here due to the simplicity of its implementation, as well as its efficiency and generality (Tanner, 1996). The basic idea of this algorithm is to construct a recursive stochastic chain in the space of all possible parameter values, which generates from a random walk a sequence of parameter sets (θ , i = 1...n) that converges to a stationary distribution of the Markov chain. The chain is constructed in a way that the stationary distribution adapts to the true posterior distribution $P(\theta|D)$. This algorithm only requires knowledge about the likelihood function to update simultaneously the parameters set for each iteration.

The analysis of the obtained posterior distributions allows a quantitative assessment of the parameters' uncertainties and their interaction structure, and provides information about the sensitivity of the probability distribution of the model's output to parameters.

Predictive uncertainty assessment: Monte Carlo method

The propagation of the parameters' posterior probability distribution through the model with a Monte Carlo procedure in order to obtain its 5-95% simulated intervals gives an estimation of the uncertainties in the model response caused only by parameters' uncertainty. Moreover, adding the residuals ($N(0, \sigma^2)$) to the model's responses provides an indication of both the predictive power of the model and its capacity to reproduce the system's processes.

APPLICATION

The model

The watershed used "Le Marais" is a 42 ha urban catchment (91% imperviousness) drained by a combined sewer system (Figure 1). "Le Marais" catchment was divided into 20 sub-catchments connected by 3 main sewer pipes.



Figure 1: "Le Marais" catchment (dashed contours) The stormwater quality model tested in this paper consists of:

• An instantaneous pollutants' accumulation model on the sub-catchments during the dry weather period. This model is used based on results shown by (Kanso *et al.*, 2004a) suggesting that pollutants accumulation on street surfaces at "Le Marais" catchment may happen instantaneously regardless of the length of the dry weather period.

$$Ma(t) = Maccu \cdot Simp$$
 Eq 3

Where Ma(t) (kg) is the available pollutants' mass, S_{imp} (ha) is the impervious area, Maccu (kg/ha) is the calibration parameter representing the accumulated mass on the sub-catchments.

• A pollutants' erosion model on the sub-catchments commonly used in literature (Huber *et al.*, 1981). This model supposes that the erosion depends on the available mass and the rainfall rate.

$$\frac{dMa(t)}{dt} = -Wero \cdot I(t)^{w} \cdot Ma(t)$$
 Eq 4

Where *I(t)* (mm/hr) is the rainfall intensity, *Wero* and *W* are the calibration parameters.

• An in-sewer sediment transport model consisting of an advection model coupled simultaneously with the Velikanov model for erosion/deposition of sediments. The Velikanov model, used in many software (FLUPOL (Bujon, 1988), HORUS (Zug, 1998)), supposes that the transport capacity *CT*(mg/l) is function of the hydraulic conditions in the pipe as follows:

$$CT = \eta \cdot \frac{s \cdot \rho_{w}}{s - 1} \cdot \frac{U}{W_{c}} \cdot J \qquad \eta = \eta_{min} \text{ for } CT = CT_{min}; \ \eta = \eta_{max} \text{ for } CT = CT_{max} \qquad \text{Eq 5}$$

If $C < CT_{min} \qquad \text{Erosion until } C = CT_{min}$
If $CT_{min} < C < CT_{max} \qquad \text{Transport without erosion nor deposition}$
If $C > CT_{max} \qquad \text{Deposition until } C = CT_{max}.$

Where ρ_w is the water density (kg/m³); *s* and *Wc* (m/sec) are the density and the settling velocity of the sediments; *U* (m/sec) is the mean velocity of water in the pipe; *J* is the energy slope (m/m); η_{min} and η_{max} are the calibration parameters.

The model tested is a single event simulation model and necessitates therefore an estimation of the initial conditions concerning the deposits' mass in sewers at the beginning of every rain event. However, it is difficult, even impossible, to estimate this mass in the field which represents an additional source of uncertainty in the model. In order to evaluate this uncertainty, we propose

testing 4 types of initial conditions: (1) no deposit in sewers; (2) uniform limited stock of deposit (=1 kg/m2); (3) unlimited stock of deposits; (4) and finally localized deposits as found by field investigation where the easily erodable organic layer is located at the upstream of the 3 main sewers of the Marais catchment (Figure 1) (Oms, 2003).

Field data

The database used consists of suspended solids SS pollutographs measured for 40 rain events at the outlet of the watershed covering a period of 16 months (1996-1997) (Gromaire, 1998). Table 1 presents the characteristics of the 40 rain events. Hydraulic modelling of "Le Marais" catchment is done using the CANOE software (INSA-Valor & Sogreah, 1999) to calculate the hydraulic conditions at the outlet of the 20 subcatchments as well as at the different nodes of the sewer pipes.

	Table I C	Characteristics of rai	n events used in	the application	
	Duration	Duration of dry	Total rainfall	Mean intensity	Imax over 5min
	(hh:min)	weather (day)	(mm)	(mm/h)	(mm/h)
Minimum	0:10	0.02	0.98	0.45	1.15
Maximum	12:32	37	30	34.8	89.6
Mean	3:27	4.1	7.9	3.6	20.5

RESULTS

A uniform distribution is assumed to encode the prior knowledge about the parameters. For each simulation, 10000 iterations were performed using the Metropolis algorithm to ensure the convergence of the generated samples to the posterior distribution of parameters. Figure 2 presents the variation of the likelihood measure vs. the different parameters for the 4 initial conditions concerning deposits' localisation in sewers.

These results indicate great variations in the obtained optimal parameter values (corresponding to the maximum value of the likelihood measure) in function of the initial conditions especially when comparing the uniform stock conditions (Figures 2.b. and 2.c.) to the other 2 conditions. This applies to the surface parameters as well as to the capacity of transport parameters in sewers. For example, in-sewer parameters vary from 0.036 to 0.303 for η_{min} and from 0.0484 to 0.317 for η_{max} .





Figure 2 Scatter plots of the likelihood measure vs. the parameters *Maccu* (kg/ha), *Wero*, *W*, η_{min} , $\eta_{max} \& \sigma$ (mg/l) for the initial conditions concerning in-sewer deposits: a. no stock in sewers ; b. uniform limited stock (1kg/m2); c. unlimited stock ; and d. localised stock at the upstream of the main sewer pipes

In addition, large uncertainties exist in the estimated values of the surface parameters in both conditions of a uniform stock in sewers especially when the stock is unlimited (Figure 2.c.). Such uncertainty can be explained by the fact that the SS concentration at the catchment outlet is not affected by the sub-catchment runoff; however, it only depends on the hydraulic conditions in the downstream pipes where the stock of deposits can always compensate the flux entering the pipe in a way to reach the transport capacity calculated by the model. Thus, this unlimited stock condition prohibits the proper functioning of the calibrated model.

Figure 3 presents the measured concentration and the 5-95% simulated intervals for the 06/05/1997 rain event (used for calibration) for the 4 initial conditions tested. These intervals represent the uncertainties in the model's response caused by parameters' uncertainties. Figure 3 shows great variability in the model's response in function of the initial conditions of in-sewer deposits. This indicates that the model's application is very sensitive to initial conditions and induces more uncertainty which is difficult to reduce in the absence of precise information about the initial state of in-sewer deposits.

Results emanating from the utilization of the model showed its inability to reproduce measured pollutographs not even total mass loads for half of the storm events. Concerning the other half, the model approximates a mean SS concentration over the period of the storm event but often fails to accurately estimate the variation of the concentration during this period.





Figure 3 The measured concentration and the 5-95% simulated intervals of SS concentration for the rain event 06/05/1997 at the "Le Marais" outlet for the 4 initial conditions : a. no stock in sewers ; b. limited stock ; c. unlimited stock ; and d. localised stock at the upstream of the main sewer pipes

By comparing the optimal values of the standard deviation σ of errors between model's responses and observations for the 4 initial conditions tested, it is shown that the localized deposits' initial condition, drawn from field investigations and thus closest to the reality, allows a slight diminution of σ and consequently ameliorates the predictive power of the model (Table 2). Furthermore, table 2 shows that the unlimited stock initial condition leads to an important deterioration in the model's behaviour.

Table 2 Optimal values of standard deviation σ of residuals between model's responses and observations for the 4 initial conditions tested

Configuration	no stock	uniform stock 1 kg/h	m2 Unlimited Stoc	k Upstream stock
σ (mg/l)	117	116	141	109
However, for the 4	initial conditions	tested, the standard d	leviation values are	quite large compared

to the variance of the data ($\sigma_{data} = 150 \text{ mg/l}$), indicating the weak predictive power of the calibrated model. This conclusion is confirmed by figure 4 which shows large confidence intervals for the simulated SS concentrations and thus large uncertainties related to the utilization of the model.



Figure 4 The measured and the 5-95% predictive intervals of SS concentration for the rain event 30/06/1997 at the "Le Marais" outlet

CONCLUSION

This paper has presented a methodology, based on the Bayesian theory, for assessing parameter uncertainties in an urban stormwater quality model which uses a hydrologic/hydrodynamic scheme to estimate the accumulation, the erosion and the transport of pollutants on surfaces and in sewers.

This methodology uses the Metropolis algorithm, a general MCMC sampling method, to infer the true posterior probability distribution of the models' parameters conditioning to data. An analysis of the obtained posterior distribution allows a quantitative assessment of the parameters' uncertainties as well as an estimation of the uncertainty in the model's responses and predictive capacity.

Results indicate a high variability in the estimated parameter values as well as in the model's responses in function of the initial conditions of in-sewer deposits. Thus, the model highly depends on initial conditions inducing more uncertainty which is difficult to reduce in the current state of knowledge about in-sewer deposits. In addition, results have shown that the predictive capacity of the tested model is very low. Even with a significant quantity of available data, this model gives results with high uncertainty caused by the large value of the residuals which are not explained by the model's structure.

ACKNOWLEDGEMENTS

Authors gratefully acknowledge the financial support of the "Réseau Génie Civil et Urbain" RGC&U, the "Syndicat Interdépartemental pour l'Assainissement de l'Agglomération Parisienne" SIAAP and the "National Council for Scientific Research – Lebanon" CNRSL.

REFERENCES

- Bujon G. (1988). Prévision des débits et des flux polluants transités par les réseaux d'égouts par temps de pluie. Le modèle FLUPOL. *La Houille Blanche*, n° 1, p. 11-23.
- Cabane P., Gromaire M.C., Chebbo G. (2002). *Enquête sur l'utilisation des modèles de calcul de flux polluants en assainissement*. Rapport interne. CEREVE, URGC Hydrologie Urbaine, UMR 5569 Hydrosciences Montpellier. 106 p.
- Gromaire M.C., (1998). La pollution des eaux pluviales urbaines en réseau d'assainissement unitaire, caractéristiques et origines. PhD thesis, ENPC – Marne-la-Vallée.
- Duan Q., Sorooshian S., Gupta V. (1992). Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models. *Wat. Res. Res.*, vol. 28, No. 4, p. 1015 1031.
- Huber W.C., Dickinson R.E., Barnwell T.O. (1992). SWMM4 user's manual, Technical report. EPA. 569 p.
- INSA-Valor, Sogreah. (1999). Canoe : logiciel d'hydrologie urbaine, conception et évaluation de réseaux d'assainissement, simulation des pluies, des écoulements et de la qualité des eaux. Manuel de l'utilisateur. 469 p.
- Kanso A., Gromaire M.C., Gaume E., Tassin B. and Chebbo G. (2003). Bayesian approach for the calibration of models: Application to an urban stormwater pollution model. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 47, No. 4, pp. 77–84.
- Kanso A., Chebbo G. and Tassin B. (2004). Bayesian analysis for erosion modelling of sediments in combined sewer systems. *UDM 2004*. Dresden Germany, 15 17 September 2004.
- Kanso A., Tassin B. and Chebbo G. (2004). Managing uncertainties in urban runoff quality models: A benchmarking methodology. *NOVATECH04*. Lyon France, 2004.
- Kuczera G., Parent E. (1998). Monte Carlo assessment of parameter inference in catchments models: The Metropolis algorithm. *Journal of Hydrology*, 211, p. 69 85.
- Oms C. (2003). Localisation, nature et dynamique de l'interface eau sédiment en réseau d'assainissement unitaire. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 186 p.
- Tanner M. (1996). Tools for statistical inference: Methods for the exploration of posterior distributions and likelihood functions. Springer Press.
- Zug M. (1998). *Modélisation conceptuelle de la pollution par temps de pluie en réseau d'assainissement*. Thèse de Doctorat de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg. 241 pages.

Bayesian analysis for erosion modelling of sediments in combined sewer systems

A. Kanso^{1*}, G. Chebbo^{1 2} and B. Tassin¹

¹ Centre d'Enseignement et de Recherche Eau, Ville et Environnement, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 6 - 8 avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-la-Vallée – France

(E-mail: kanso@cereve.enpc.fr, chebbo@cereve.enpc.fr, tassin@cereve.enpc.fr)

² Faculty of engineering, Lebanese University. Airport Street, Beirut – Lebanon

* Corresponding author. Tel.: +33(0)1 64 15 36 30; Fax: +33(0)1 64 15 37 64

Abstract

Previous research has confirmed that the sediments at the bed of combined sewer systems are the main source of particulate and organic pollution during rain events contributing to combined sewer overflows. However, existing urban stormwater models utilize inappropriate sediment transport formulas initially developed from alluvial hydrodynamics. Recently, a model has been formulated and profoundly assessed based on laboratory experiments to simulate the erosion of sediments in sewer pipes taking into account the increase in strength with depth in the weak layer of deposits. In order to objectively evaluate this model, this paper presents a Bayesian analysis of the model using field data collected in sewer pipes in Paris under known hydraulic conditions. The test has been performed using a MCMC sampling method for calibration and uncertainty assessment. Results demonstrate the capacity of the model to reproduce erosion as a direct response to the increase in bed shear stress. This is due to the model description of the erosional strength in the deposits and to the shape of the measured bed shear stress. However, large uncertainties in some of the model parameters suggest that the model could be over-parameterised and necessitates a large amount of informative data for its calibration.

Keywords

Combined sewers; Erosion model; Monte Carlo Markov Chain; Parameter uncertainty

INTRODUCTION

Problems caused by sediment deposits in combined sewer systems (draining urban stormwater and wastewater) are widely recognised. Previous research has confirmed that the sediments at the bed of combined sewers are a main source of particulate and organic pollution during rain events contributing to combined sewer overflows. The in-sewer deposits result from the accumulation of sediments during dry weather periods and during the decline of storm events. Field studies have shown that these sediments have cohesive-like properties due to their high percentage of organic material (Crabtree, 1989). Simulating the mechanism of erosion of these deposits is very important in order for engineers to predict the significant changes in flow quality occurring in the sewerage system.

However, sewer processes are extremely complex and the related phenomena are characterized by an extreme temporal and spatial variability (Ashley *et al.*, 1999). Moreover, despite the considerable investment made to acquire knowledge about in-sewer processes, existing erosion and transport models of in-sewers solids' remain difficult to set up and calibrate for many reasons. First, these models are mostly derived from alluvial hydrodynamics, which poorly simulate the real behaviour of a sewer system. Second, cohesion and consolidation of sediment deposits, which are important factors, are still not well understood and described even for estuarine conditions (Torfs *et al.*, 1996). Moreover, field experimental data for model calibration are insufficient, difficult to acquire, and of poor quality.

Furthermore, classical criteria functions and optimization algorithms for calibration don't allow neither an estimation of the significance of the obtained optimal parameter set, nor a realistic quantification of models' uncertainty. As a consequence, there is a low confidence in the ability of these models to accurately predict suspended sediment concentrations during storm events.

Recently, an erosion model simulating the cohesive-like behaviour of a highly organic weak layer of deposits has been developed and profoundly assessed based on laboratory experiments (Skipworth *et al.*, 1999). The applicability of this model has been shown on the basis of field experiments at the Marais catchment (Tait *et al.*, 2003).

In order to objectively evaluate this model and to assess the uncertainty related to its parameters and outputs, this paper presents a Bayesian analysis of the model using field data with sufficient precision collected from sewer pipes in Paris. The test has been performed using a "Monte Carlo Markov Chain" procedure for calibration, validation, and uncertainty analysis.

IN-SEWER SEDIMENTS EROSION MODEL

Based on laboratory experiments, examining the erosional behaviour of fine-grained organic sediments in response to time-varying flow conditions, Skipworth *et al.* (1999) proposed a method to model the rate of sediments eroded in sewer pipes taking into account the increase in erosional strength with depth in the weak layer of deposits (Eq 1). The erosion model was based on a relationship proposed by Prachure and Mehta (1985) describing the erosion of estuarine mud from cohesive deposits with a uniform resistance to erosion (Eq 2).

$$\tau_c = \left(\frac{d^{1/b}(\tau_{cu} - \tau_{cs})}{d'^{1/b}}\right) + \tau_{cs}$$
 Eq 1

$$Me(t) = Mc \cdot \left(\frac{\tau_b(t) - \tau_c}{\tau_c}\right)$$
 Eq 2

Where *Me* is the erosion rate at the point of erosion, τ_b is the applied bed shear stress, τ_c is the critical shear stress at the point of erosion which varies between τ_{cs} at the bed surface and τ_{cu} at the bottom of the weak layer having a depth *d'*, *d* is the depth of erosion, and (*b*, *Mc*, τ_{cs} , τ_{cu} , *d'*) are the model parameters. τ_{cs} is estimated by taking the value of the shear stress imposed by the dry weather flow prior to the event.



Figure 1. Variation in erosional strength with depth of erosion as described by Skipworth et al. (1999)

FIELD DATA

The quality of field data collected from 2 flushing experiments on the scale of a sewer pipe of 150m of length located at the upstream end of a collector in the Marais catchment in Paris (Ahyerre, 1999) offers the possibility to analyse the tested model.

These experiments, for which boundary conditions are well-known, were carried out to measure the rate of erosion and the nature of the particles eroded by an artificial injection of clean water in the sewer pipe. Thus, the sediments eroded from deposits and the low dry weather pollution load are the only sources of sediments discharged at the outlet of the pipe. The dry weather flow and the suspended solids' concentration along the pipe's length were estimated during previous DWP.

During each experiment, different flow rates were injected into the sewer pipe in a series of well defined steps. The maximum flow of injection and the dry weather flow reached was $320 \text{ m}^3/\text{h}$. This flow was found to correspond to the maximum flow of a little rain event (rain event with a maximum intensity of 10 mm/h) and to the mean flow of very big rain events (maximum intensity of 237 mm/h) (Ahyerre *et al.*, 2001).

Hydraulic (flow Q, water level H, velocity V) and quality parameters (Concentration C) have been measured in situ at the outlet of the sewer pipe. In addition, bed shear stress was estimated in situ via flow velocity measurements using an Acoustic Doppler Velocimeter ADV. Table 1 summarizes the characteristics of the 2 flushing experiments.

Table 1 Characteristics of the 2 flushing experiments							
Date	Previous dry	Eroded SS	Duration of	Flow injection	Observed data		
	weather conditions	mass (kg)	antecedent DWP	scheme	observed data		
05/11/1998	flow 30-40 m ³ /h SS flow 1,1-2,2 g/s	130	3 day		Q(t), V(t), H(t) (3min)		
02/12/1998		135	5 day		ADV <i>C(t)</i> (3min)		

MODEL ASSESSMENT METHOD

The Bayesian approach expresses uncertainties in the model's parameters θ in terms of probability. Parameters' uncertainty is quantified first by introducing a prior probability distribution $P(\theta)$ which represents the historical or expertise information before collecting any new data. The principle of the Bayesian approach is to update this prior information using observed experimental data (D) in order to obtain the posterior information (containing all information) about these parameters. This update is performed using Bayes' theorem, which can be expressed as:

$$P(\theta|D) = \frac{P(D|\theta) \cdot P(\theta)}{\int P(D|\theta) \cdot P(\theta) \cdot d\theta}$$
Eq 3

Where $P(\theta | D)$ is the posterior distribution of θ , $\int P(D|\theta) \cdot P(\theta) \cdot d\theta$ is a normalizing constant required so that $\int P(\theta|D) \cdot d\theta = 1$, and $P(D | \theta)$ is the conditional probability for the measured data given the parameters. $P(D | \theta)$ is often referred to as the likelihood function of the model. Supposing that residuals between model and observation are $N(0, \sigma^2)$, $P(D | \theta)$ can be written in the multiplicative form:

$$P(D \mid \theta) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{\left(2 \cdot \pi \cdot \sigma^{2}\right)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{\left(Y_{t} - f(X_{t}, \theta)\right)^{2}}{2 \cdot \sigma^{2}}}$$
Eq 4

Where $(Y_1, ..., Y_n)$ is the vector of the measured response $Y, (X_1, ..., X_n)$ is a vector of input data, $\theta = (\theta_1, ..., \theta_p)$ is the vector of p unknown parameters, and f() is the model's output. σ and θ are considered as a set of parameters to be estimated during calibration.

Thus, the aim of the model calibration procedure is to reduce the uncertainty in the parameter values by assimilating measurement data.

The Metropolis algorithm derived from the "Monte Carlo Markov Chain" MCMC family of techniques was chosen to estimate the posterior distributions of the models' parameters due to the simplicity of its implementation, as well as its efficiency and generality (Tanner, 1996; Robert *et al.*, 1999). The idea behind MCMC for Bayesian inference, which has become an increasingly popular technique for uncertainty assessment, is to generate enough samples from a random walk which adapts to the true posterior distribution of parameters.

The analysis of the obtained joint posterior distributions allows a quantitative assessment of the parameters' uncertainties and their interaction structure, and provides information about the sensitivity of the probability distribution of the model's output to parameters. Moreover, the propagation of the parameters' uncertainty through the model (using a Monte Carlo procedure in order to obtain its confidence intervals) gives an indication of both the predictive power of the model and its capacity to reproduce the system's processes.

The results of application of this technique in the case of stormwater quality modelling showed its capacity to produce reliable inferences for the parameters' uncertainty estimation (kanso *et al.*, 2003; kanso *et al.*, 2004). Using this technique for model calibration and uncertainty assessment might be useful for any modelling attempt in this field.

RESULTS

A uniform distribution is assumed to encode the prior knowledge about the parameters. For each simulation, 10000 iterations were performed with the Metropolis algorithm to ensure the convergence of the generated samples to the posterior distribution of parameters, and the first 2000 samples generated were discarded.

Results showed a difficulty to assess optimal values of some parameters of the model. In fact, by comparing the variation of the likelihood measure induced by each parameter (Figure 2), one may conclude that there exists great uncertainty in the estimated values of the maximum erosional strength τ_{cu} and the depth of the weak layer *d*'. The parameter τ_{cu} seems to have no effect on the model's output and it is impossible to calibrate it using the available flushing experiments data.



Figure 2. Scatter plots of the likelihood measure vs. the parameters of the Skipworth model

Moreover, Figure 3.a. shows strong correlation between the parameters d' and b. This correlation is due to the mathematical form of the Eq 1 and to the difficulty in estimating the characteristics of the weak layer (depth and maximum erosional strength at its bottom).



Figure 3. a. Plot of joint distribution for the parameters d' and b; b. Uncertainty on the profile of the erosional strength vs. depth obtained after calibration of the model for the 02/12/1998 experiment

The existence of large uncertainties in estimating the characteristics of the weak layer may be explained by the fact that the erosion process could never reach the higher strength underlying layer. The results indicate that the depth of erosion, as estimated by the calibrated model, do not exceed 1.5 mm for the two flushing experiments. As shown in Figure 3.b., τ_{cu} do not affect significantly the profile of the erosional strength vs. the depth at the top of the weak layer. The parameter τ_{cu} represents a threshold and its estimation necessitates exceeding this threshold.

Available data seems not to contain all the information needed to verify the hypothesis of the two different layers described in this model. Such results suggest that this model, as proposed, could be over-parameterised and contain parameters that are difficult to calibrate.

However, the narrow confidence limits of the model's response, as shown in Figure 4 and Figure 5, indicate that the model seems to be able to reproduce erosion as a direct response to the increase in bed shear stress. This is due to the model description of how the erosional strength of the deposits varied with depth. As observations have shown, the model indicates that the stock of erodable deposits is limited for a certain value of shear stress.



Figure 4. Measures and 5-95% prediction intervals simulations of the suspended solids concentration for the 05/11/1998 experiment


Figure 5. Measures and 5-95% prediction intervals simulations of the suspended solids concentration for the 02/12/1998 experiment

In this paper, we propose a reformulation of the model describing the variation of physical properties of deposits with depth. This model describes the deposits in sewer pipe as one layer in which the erosional strength rise with depth in a power-law relationship (Eq 5).

$$\tau_c = \tau_{cs} + toero \cdot d^{1/b}$$
 Eq 5

Where *toero* is a parameter representing the linear gradient of the erosional strength with depth in the case of b = 1.

Calibration results showed an estimation of the optimal values of the model parameters and more uncertainty in the estimation of *toero*. As shown in Figure 6, this uncertainty is much larger for the 05/11/1998 flushing experiment than the one obtained for the 02/12/1998 flushing experiment. One may conclude that the 02/12/1998 flushing experiment provided a large quantity of information allowing a better reduction of uncertainty in the model parameters.



Figure 6. Scatter plots of the likelihood measure vs. the parameters of the modified model for : a. the 05/11/1998 flushing experiment; and b. the 02/12/1998 flushing experiment

The modified model gave similar results to those obtained by the Skipworth model concerning the capacity to reproduce observations. In addition, calibration results of the two models showed equal optimal values of variance of errors σ^2 representing the predictive power of the model (for example by comparison of Figure 2 and Figure 6.b. in the case of the 02/12/1998 flushing experiment).

However, calibration results indicate different optimal values of parameters for the two flushing experiments (Figure 6). For example, the optimal value of parameter Mc representing the erosion rate is equal to 0.52 for the 05/11/1998 flushing experiment and to 0.9 for the 02/12/1998 flushing experiment. This variability in the parameters' values, from one test to another, represents a limitation in the application of the model at a sewer network level.

In order for us to test the applicability of this model at the sewer network level where the *in situ* estimation of the shear stress is not practical, we tried to calibrate the model using shear stress estimated by the Strickler formulae with an estimated Strickler coefficient $K = 50 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ (Eq 6).

$$\tau_b = \rho_w \cdot g \cdot R_h \cdot J \text{ and } J = \frac{V^2}{K^2 \cdot R_h^{4/3}}$$
 Eq 6

Where J(m/m) is the energy slope and $R_h(m)$ is the hydraulic radius.

Figure 7 shows degradation in the capacity of the calibrated model to reproduce observation as a response to the uniformity of the shear stress, calculated by the Strickler formulae, at each injection step (transient zone is not taken into account by the Strickler formulae).



Figure 7. Measures and 5-95% prediction intervals simulations of the suspended solids concentration for the 02/12/1998 experiment using calculated bed shear stress by the Strickler formulae

In conclusion, it seems that the capacity of the model to reproduce observations is not only due to its description of how the physical properties vary with depth but also to the true shape of the measured bed shear stress. A relevant application of the Skipworth model necessitates an accurate simulation of the hydraulic conditions in the sewer pipe which could differ significantly from a permanent uniform flow during storm events.

CONCLUSIONS

A model simulating the cohesive-like behaviour of a highly organic weak layer of in-sewer deposits has been developed and profoundly assessed based on laboratory experiments (Skipworth *et al.*, 1999). This paper has presented a Bayesian analysis of this model using field data collected in

sewer pipes in Paris under known hydraulic event conditions. The method of analysis consists of using the Metropolis algorithm, a general MCMC sampling method, to infer the true posterior probability distribution of the model's parameters. An analysis of the obtained posterior distribution allows a quantitative assessment of the parameters' uncertainties and their interaction structure as well as model output uncertainty.

MCMC results demonstrate the applicability of the model in simulating sediment erosion by time varying flow. This is due to the model description of the erosional strength in the deposits and to the shape of the measured bed shear stress.

However, large uncertainties in some of the model parameters suggest that the model could be overparameterised and necessitates much more informative data for its calibration. The variability of the optimal parameters' values from one experiment to another represents a limitation in the application of this model at a catchment scale. Moreover, results indicate that such application of the model necessitates an accurate simulation of the hydraulic conditions in the sewer pipe.

To conclude, the results displayed above suggest that this model might be a good basis for the development of more appropriate models simulating sediment transport in combined sewers.

ACKNOWLEDGEMENTS

Authors gratefully acknowledge the financial support of the "Réseau Génie Civil et Urbain" RGC&U, the "Syndicat Interdépartemental pour l'Assainissement de l'Agglomération Parisienne" SIAAP and the "National Council for Scientific Research – Lebanon" CNRSL.

REFERENCES

- Ahyerre M. (1999). Bilans et mécanismes de migration de la pollution organique en réseau d'assainissement unitaire. PhD thesis, Université Paris VI France. 250p.
- Ahyerre M., Oms C. & Chebbo G. (2001). The erosion of organic solids in combined sewers, *Wat. Sci. Tech.*, Vol. 43, No. 5, pp. 95-102.
- Ashley. R.M., Hvitved-Jacobsen T., Bertrand-Krajewski J.L (1999). Quo vadis sewer process modelling? *Wat. Sci. Tech.*, vol. 29, No. 9, pp.9-22.

Crabtree R.W. (1989). Sediments in sewers. JIWEM, No. 3, pp. 569 - 578.

- Kanso A., Gromaire M.C., Gaume E., Tassin B. and Chebbo G. (2003). Bayesian approach for the calibration of models: Application to an urban stormwater pollution model. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 47, No. 4, pp. 77–84.
- Kanso A., Chebbo G. and Tassin B. (2004). Application of MCMC GSA model calibration method to urban runoff quality modelling. *4th International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output, SAMO 2004*. Santa Fe USA. (Submitted for *J. of Rel. Eng. & Sys.Saf.* (2004).
- Prachure T.M. & Mehta A.J. (1985). Erosion of soft cohesive sediment deposits. Jour. of Hyd. Eng., ASCE, 111(10).

Robert C.P. & Casella G. (1999). Monte Carlo statistical methods. Springer Press.

- Skipworth P., Tait S. & Saul A. (1999). Erosion of sediment beds in sewers: Model development. J. of Environmental Engineering, ASCE. vol. 125, No. 6 pp 566-573.
- Tait S.J. Chebbo G. Skipworth P.J. Ahyerre M. Saul A.J. (2003) Modelling In-sewer erosion to predict sewer flow quality. *Jour. of Hyd. Eng. ASCE* 129(4) 316-324.
- Tanner M. (1996). Tools for statistical inference: Methods for the exploration of posterior distributions and likelihood functions. Springer Press.
- Torfs, H., H. Williamson, H. Huysentruyt & E. Toorman (1996). Settling and consolidation of mud/sand mixtures. *Coastal Engineering*, No. 29, pp. 27 45

A benchmark methodology for managing uncertainties in urban runoff quality models

A. Kanso^{1*}, B. Tassin¹ and G. Chebbo¹²

¹ Centre d'Enseignement et de Recherche Eau, Ville et Environnement, Ecole Nationale des Ponts et

Chaussées, 6 - 8 avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-la-Vallée – France

(E-mail: kanso@cereve.enpc.fr, chebbo@cereve.enpc.fr, tassin@cereve.enpc.fr)

² Faculty of engineering, Lebanese University. Airport Street, Beirut – Lebanon

* Corresponding author. Tel.: +33(0)1 64 15 36 30; Fax: +33(0)1 64 15 37 64

Abstract

In this paper we present a benchmarking methodology, which aims at comparing urban runoff quality models, based on the Bayesian theory. After choosing the different configurations of models to be tested, this methodology uses the Metropolis algorithm, a general MCMC sampling method, to estimate the posterior distributions of the models' parameters. The analysis of these posterior distributions allows a quantitative assessment of the parameters' uncertainties and their interaction structure, and provides information about the sensitivity of the probability distribution of the model output to parameters. The effectiveness and efficiency of this methodology are illustrated in the context of 4 configurations of pollutants' accumulation/erosion models, tested on 4 street subcatchments. Calibration results demonstrate that the Metropolis algorithm produces reliable inferences of parameters thus, helping on the improvement of the mathematical concept of model equations.

Keywords

Bayesian inference, Conceptual model, Parameter uncertainty, Sensitivity analysis, Urban runoff pollution

INTRODUCTION

It looks impossible to mechanistically describe the processes involved in pollutants' runoff in urban drainage systems, due to the complexity of the processes related to the generation and transport of pollutants during rainfall, the heterogeneity of the system's characteristics and their related space and time scales. Therefore, the only possible modelling approach to be used in this case is the conceptual one, which often contains parameters that do not have a direct physical interpretation and therefore, cannot be measured in the field. Instead, these parameters must be estimated using a calibration procedure whereby the model parameters are adjusted until the system output and the model output show an acceptable level of conformity.

Automatic calibration methods quantitatively express the distance between simulation results and measured data in terms of a criteria measure and use an optimization algorithm to optimize (minimize or maximize) this measure.

However, the conceptual nature of stormwater quality models and the uncertainty level of the in situ measurement data (Ahyerre *et al.*, 1998; Ashley *et al.*, 1999), rarely allow a satisfactory calibration and validation of the model, thus the estimated parameters from these models are generally error-prone.

Furthermore, one of the great limitations of classical optimization algorithms for calibration is that they do not allow neither an estimation of the significance of the obtained optimal parameter set, nor a realistic quantification of the predictive uncertainty. Hence, the existing urban stormwater quality models are rarely used for practical application. In order to improve these models and their usefulness, we propose to develop a more robust methodology for calibration and validation of models.

In the last decade, great attention has been given to the Bayesian approach for model calibration particularly in the case of complex hydrological models (Kuczera and Parent, 1998, Campbell and Fox, 1999), but rarely in environmental modelling. Based on this approach, a "Monte Carlo Markov Chain method MCMC", was proposed by (Kanso *et al.*, 2003) and applied to urban pollutants' stormwater modelling. Primary results have shown the robustness and effectiveness of this method. Unlike traditional calibration techniques, this method not only attempts to identify a "best parameter set", but also helps to assess, and where possible to reduce, uncertainties in the parameter values.

This paper describes a benchmarking methodology based on this method to test the existing urban stormwater quality models on different scales and for various parts of the urban catchment system (roof surface, paved surface, street surface, sewers and the entire catchment). The availability of data resulting from a 2-year survey conducted on the "Marais" catchment in the centre of Paris (Gromaire, 1998) facilitates the implementation of this methodology, and leads to an estimation of the system's sensitivity to its different components, a better understanding of the processes involved, and a reduction of uncertainties in these models.

As a first step, this benchmarking methodology as described below, will be tested in this paper in the context of pollutants' accumulation/erosion models at street surface areas, and will be extended later to other pollutants' stormwater submodels.

This paper is organized as follows: Section 2 presents the methodology proposed by introducing the Bayesian inference, the Metropolis algorithm and their use to analyse the models' uncertainties and their sensitivities to the parameters. Section 3 illustrates the usefulness and the applicability of the benchmarking methodology in the case of 4 configurations of pollutants' accumulation/erosion models, tested on 4 street subcatchments. Finally; section 4 summarizes the methodology and discusses the results.

THE BENCHMARKING METHODOLOGY

As shown in Figure 1, the benchmarking methodology consists of choosing different configurations of models to be analysed on a given system using the available in situ measurement data. Firstly, the uncertainties in the models' parameters are inferred using a MCMC sampling method based on the Bayesian approach and secondly the inference results are analysed and compared for the different models in order to better understand the processes involved, estimate the system's sensitivity to its different components and, if possible, reduce uncertainties in these models.



Figure 1. Illustration of the benchmarking methodology proposed

Bayesian inference

Concept

We are interested in mathematical models that predict outputs from inputs. The models are indexed by parameters, which may (or may not) be physically interpretable. The model f() can be cast as a nonlinear regression model:

$$Y_t = f(X_t, \theta) + \varepsilon_t, t = 1, ..., n$$
 Eq 1

Where $(Y_1, ..., Y_n)$ is a vector of model predictions, $(X_1, ..., X_n)$ is a vector of input data, $\theta = (\theta_1, ..., \theta_p)$ is the vector of *p* unknown parameters and $(\varepsilon_1, ..., \varepsilon_n)$ is a vector of statistically independent errors with a mean zero and a variance σ^2 .

Equation (1) contains various sources of uncertainties: (i) measurement uncertainties representing randomness in samples; (ii) uncertainties caused by lack of knowledge of all the causes and effects in physical systems, or by lack of sufficient data. This category of uncertainty can be subdivided in two types of uncertainties: those related to parameters and those related to the model itself. We are interested in this paper in the model's parameters uncertainties.

Assuming that the mathematical structure of the model is predetermined and fixed, the aim of model calibration procedure is to reduce the uncertainty in the parameter values by assimilating measurement data.

Bayesian approach, expresses uncertainties in terms of probability. Uncertainty in measurements can be formalized in a familiar way by assuming that the residuals are drawn from a suitable probability distribution. However, parameter uncertainty is quantified by introducing at first a prior probability distribution $P(\theta)$ which represents the knowledge about θ before collecting any new data, and secondly, by updating this prior probability on θ to account for the new data collected (*D*). This update is performed using Bayes' theorem, which can be expressed as:

$$P(\theta|D) = \frac{P(D|\theta) \cdot P(\theta)}{\int P(D|\theta) \cdot P(\theta) \cdot d\theta}$$
 Eq 2

Where $P(\theta/D)$ is the posterior distribution of θ , $\int P(D|\theta) \cdot P(\theta) \cdot d\theta$ is a normalizing constant required so that $\int P(\theta|D) \cdot d\theta = 1$, and $P(D/\theta)$ is the conditional probability for the measured data given the parameters. $P(D/\theta)$ is similar to the likelihood function of the model. In this case, the likelihood function can be written in the multiplicative form:

$$P(D \mid \theta) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot \sigma^2)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{(Y_t - f(X_t, \theta))^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$
Eq 3

Note that Bayes' theorem does not allow one to derive posterior distribution without prior knowledge. However, in order to avoid favouring any initial value, the use of a uniform prior distribution over the range of parameters may seem reasonable (Beven and Binley, 1992). The posterior distribution $P(\theta/D)$ contains all the available information about the parameters θ . In this case, the Bayesian statistical inference becomes an estimate of a posterior distribution of θ .

The Metropolis algorithm for assessing parameter uncertainty

In practice, it is difficult, if not impossible, to estimate the posterior distribution $P(\theta/D)$ by direct analytical calculation. In addition, classical approximations of $P(\theta/D)$ by a multinormal distribution can be quite poor (Duan *et al.*, 1992; Kuczera and Parent, 1998).

The Metropolis algorithm, derived from the MCMC family of techniques, was chosen because of the simplicity of its implementation, efficiency and generality. It is based on the idea that we can create a random walk in the space of parameters in a way to generate enough samples, which adapt to the true posterior distribution of parameters $P(\theta/D)$ (Robert and Casella, 1999; Tanner, 1996). There is typically an initial unstable transient phase before reaching the limit distribution. After removing this initial burn-in, the remainder is used as a dependent sample from the posterior distribution.

Monte Carlo method for assessing predictive uncertainty

The propagation of the parameters' uncertainty through the model with a Monte Carlo procedure in order to obtain its confidence intervals, gives an indication of both the predictive power of the model and its capacity to reproduce the system's processes.

Results analysis

The posterior distribution allows a quantitative estimation of both the parameters' uncertainties and the interaction between parameters. Moreover, a simplified sensitivity analysis approach given by a visual analysis of the scatter plots of the likelihood measure vs. each parameter can provide information about the sensitivity of the probability distribution of the model output to parameters: identification of input factors driving the model to have a good conformity with the data would be possible.

APPLICATION OF THE METHODOLOGY

A runoff modelling benchmark

Runoff models describe both the particulate pollutant's erosion during the storm event and their accumulation on the watershed during the preceding dry weather period. Table 1 represents the 4 configurations used to describe these processes. We have chosen 4 types of accumulation models and 2 types of erosion models (Table 2).

Configuration		Accumulation	Erosion	Number of parameters
Continuous	SIM 01	ACCU TYPE 01	ERO TYPE 01	4
Simulations	SIM_02	ACCU_TYPE_02	ERO_TYPE_01	4
Single event	SIM_03	ACCU_TYPE_03	ERO_TYPE_01	3
simulations	SIM 04	ACCU TYPE 04	ERO TYPE 02	2

Table 1 Simulations' configurations tested in the benchmark

ACCU_TYPE_01 (Alley and Smith, 1981) commonly used in all available software, assumes that the accumulation of pollutants follows an asymptotic behaviour depending on two parameters: the accumulation rate *Daccu* supposed to be linear and independent of the mass accumulated, and the erosion rate *Dero*, induced by various phenomena like wind effect or street sweeping, and proportional to the accumulated mass.

ACCU_TYPE_02 represents a mathematical reformulation of ACCU_TYPE_01 and has been proposed here in regards to the results obtained in this benchmark. Primary results encouraged us to propose 2 other models: i) ACCU_TYPE_03, for which the accumulation process is supposed to be instantaneous i.e. there is always a sufficient available mass *Maccu* regardless of the length of dry weather period; and ii) ACCU_TYPE_04 for which it is supposed that there is an infinite stock on the surface.

ERO TYPE 01, commonly used in literature (Huber et al., 1981) supposes that the eroded mass depends on the available mass and the rainfall rate. ERO TYPE 02 supposes that erosion depends only on the rainfall rate.

Tuble 2 models used to describe the dry and wet weather processes in the benchmark							
Accum	ulation Process	Mathematical formulation					
ACCU_TYPE_01	Asymptotic	$\frac{dMa(t)}{dt} = Daccu \cdot Simp - Dero \cdot Ma(t)$	(4)				
ACCU_TYPE_02	Asymptotic	$\frac{dMa(t)}{dt} = Kaccu \cdot (M_{\lim} \cdot Simp - Ma(t))$	(5)				
ACCU_TYPE_03	Instantaneously	$Ma(t) = Maccu \cdot Simp$	(6)				
ACCU_TYPE_04	Infinite stock	No accumulation					
Erosion Process		Mathematical formulation					
ERO_TYPE_01	Depends on runoff and Ma	$\frac{dMa(t)}{dt} = -Wero \cdot I(t)^{w} \cdot Ma(t)$	(7)				
ERO_TYPE_02	Only runoff	$Me(t) = Kero \cdot I(t)^{w}.Simp$	(8)				

Table 2 Models used to describe the dry and wet weather processes in the benchmark

Where Ma(t) (kg) is the available pollutants' mass, Me(t) (kg/h) is the pollutants' mass eroded by runoff, S_{imp} (ha) is the impervious area, and I(t) (mm/hr) is the rainfall intensity. Daccu (kg/ha/day), Dero (day⁻¹), Mlim (kg/ha), Kaccu (day⁻¹), Maccu (kg/ha), Wero, Kero and W are the calibration parameters. Mlim represents the maximum accumulated mass and is equivalent to Daccu / Dero.

The Data

Table 3 presents the characteristics of the 4 street subcatchments used for the application. These data, for which 51 suspended solids pollutographs are available, were acquired for the urban catchment "le Marais" over the period 1996-1997.

Table 3 Characteristics of the 4 street subcatchments (same slope and same imperviousness)						
Street name	Duval	<i>M.B.M</i> .	St. Antoine	Turenne		
Surface (m ²)	160	195	1017	1700		
Commercial /circulation level	low/low	no/low	high/high	low/med		
Pollutographs: all/calibration	11/8	17/12	11/8	12/9		

Results and discussion

A uniform distribution is assumed to encode the prior knowledge about the parameters. For each simulation, 12000 iterations were performed with the Metropolis algorithm, and the first 2000 samples generated were discarded.

Results showed that the Metropolis algorithm converged successfully to the same posterior probability distribution of the parameters regardless of the initial parameter set used. Figure 2 shows the obtained posterior distribution of parameters for the configuration SIM 01 estimated at the Duval Street.



Contrary to the wet weather parameters *Wero* and *W*, results for SIM_01 show a small reduction of uncertainty for the dry weather parameters, *Daccu* and *Dero*, comparing to the uniform prior distribution. By comparing the variation of the likelihood measure vs. the different parameters, one may conclude that the dry weather parameters *Daccu* and *Dero* used in SIM_01 have no significant effect on the model's response (Figure 3.a.).

Moreover, Figure 4.a. shows a strong linear correlation between these 2 parameters. We can conclude that no one of these two parameters drives the model to be more "behavioural", and that their interaction may have the main effect on the model's behaviour. The model used in SIM_01 would probably be more easily calibrated if mathematically reformulated.





However, results for the reformulated model SIM_02 show a better estimation of the *Mlim* parameter and scatter plots indicate that a clear optimum is detected for this parameter (Figure 3.b.). But great uncertainty is still obtained for the accumulation factor *Kaccu*, with a clear trend for a highest value (>1 day⁻¹) which is much more important than the values used in literature (=0.08) (Bujon and Herremans, 1990). Such result suggests (confirming the results shown by (Gromaire, 1998)) that the dry weather period have no significant effect on the accumulation process. This led us to test two hypotheses: an instantaneous accumulation process and an infinite stock.





Results obtained for SIM_03 indicate a good estimation of a unimodal distribution of parameters. Figure 3.c. also shows that the likelihood measure is highly sensitive to the accumulated mass. Nevertheless, results indicate a clear correlation between the mass available *Maccu* and the erosion parameter *Wero* (Figure 4.b.). Such correlation is not surprising regarding the mathematical structure of the erosion model (Equation 7 represents a multiplicative form of *Maccu* and Wero). However, despite this correlation, results show a slight diminution of the variance of errors σ^2 and consequently amelioration in the predictive power of the model (Table 4).

 Table 4 Comparison of the standard deviation of the measured concentrations with the standard deviation of residuals between model and observation for the 4 configurations at the Duval Street

residuals between model and observation for the recomparations at the Dava Steet						
Configuration	Measurement	SIM_01	SIM_02	SIM_03	SIM_04	
σ (mg/l)	62	47±10	47±10	42±7	50±10	

It is to be noted that results for SIM_04 showed deterioration in the model behaviour (Table 4). In contrast to the other three configurations, this model cannot explain the washing-effect (not showed here) of the street after a high rainfall rate that has been shown by (Gromaire, 1998).

The propagation of the parameters' uncertainty remaining after calibration of the model using a Monte Carlo procedure shows that the model confidence intervals are large, or, in other words, that the predictive power of the calibrated model is low.

CONCLUSION

This paper has presented a benchmarking methodology, based on the Bayesian theory, for assessing parameter uncertainties in urban runoff quality models. This methodology consists firstly of choosing a number of models' configurations to describe the system studied and uses the Metropolis algorithm, a general MCMC sampling method, to infer the true posterior probability distribution of the models' parameters conditioning to data. An analysis of the obtained posterior distributions for the different configurations allows a quantitative assessment of the parameters' uncertainties and their interaction structure, and helps to identify the main parameters that drive the model to have a good conformity with the data. The usefulness and the applicability of this methodology are illustrated in the case of 4 configurations of pollutants' accumulation/erosion models, tested on 4 street subcatchments.

Though Metropolis algorithm is computationally very intensive and needs a considerable number of iterations, results demonstrate clearly its effectiveness and efficiency to produce reliable inferences of parameters.

Results show that the mathematical concept of the accumulation model, using two parameters *Daccu* and *Dero*, contains a strong interaction between its parameters, and implies much more uncertainty in their calibration.

Furthermore, despite that a reformulation of this model using two parameters (*Mlim* and *Kaccu*) allows a better identification of the parameter *Mlim*, it seems difficult to reduce uncertainty about the accumulation parameter *Kaccu*. The high estimated value of this parameter and the good behaviour obtained of a one parameter accumulation model (*Maccu*) suggest that accumulation may happen instantaneously regardless of the length of the dry weather period. This hypothesis casts doubts on the utility of using an asymptotic behaviour to describe the accumulation process. Such a conclusion needs to be validated on other sites to test its generality.

Finally, this method delivers much information which would have been unreachable with classical calibration methods and which are very useful for modelling attempts.

ACKNOWLEDGMENTS

Authors gratefully acknowledge the financial support of the "Réseau Génie Civil et Urbain" RGC&U, the "Syndicat Interdépartemental pour l'Assainissement de l'Agglomération Parisienne" SIAAP and the "National Council for Scientific Research – Lebanon" CNRSL.

BIBLIOGRAPHIE

Ahyerre M., Chebbo G., Tassin B., & Gaume E. (1998). Storm water quality modeling, an ambitious objective?. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 37, No. 1, pp. 205 - 213.

Alley W. & Smith P. (1981). Estimation of accumulation parameters for urban runoff quality modelling. *Wat. Res. Res.*, vol. 17, No. 6, pp. 1657 – 1664.

Ashley. R.M., Hvitved-Jacobsen T., Bertrand-Krajewski J.L (1999). Quo vadis sewer process modelling ? *Wat. Sci. Tech.*, vol. 29, No. 9, pp.9-22.

Beven K.J. & Binley A.M. (1992). The future of distributed models: model calibration and predictive uncertainty. *Hydrol. Processes*, 6, pp. 279 – 298.

Bujon G. and HERREMANS L. (1990). FLUPOL, modèle de prévision des débits et des flux polluants en réseaux d'assainissement par temps de pluie, calage et validation. *La Houille Blanche*, No 2, pp. 123-139.

Campbell E. & Fox P. (1999). A bayesian approach to parameter estimation and pooling in nonlinear flood event models. *Wat. Res. Res.*, vol. 35, No. 1, pp. 211 - 220.

Duan Q., Sorooshian S., & Gupta V. (1992). Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models. *Wat. Res. Res.*, vol. 28, No. 4, pp. 1015 - 1031.

Gromaire M.C., (1998). La pollution des eaux pluviales urbaines en réseau d'assainissement unitaire, caractéristiques et origines. PhD thesis, ENPC – Marne-la-Vallée.

Huber W., Heaney J., Nix S., Dickinson R. & Polmann D. (1981). SWMM3 user's Manual. Technical report, EPA.

Kanso A., Gromaire M.C., Gaume E., Tassin B. and Chebbo G. (2003). Bayesian approach for the calibration of models: Application to an urban stormwater pollution model. *Wat. Sci. & Tech.*, vol. 47, no. 4, pp. 77–84.

Kuczera G. & Parent E. (1998). Monte Carlo assessment of parameter inference in catchments models: The Metropolis algorithm. *Journal of Hydrology*, 211, pp. 69 – 85.

Robert C.P. & Casella G. (1999). Monte Carlo statistical methods. Springer Press.

Tanner M. (1996). Tools for statistical inference: Methods for the exploration of posterior distributions and likelihood functions. Springer Press.

Application of MCMC – GSA model calibration method to urban runoff quality modeling

A. Kanso^{1*}, G. Chebbo^{1 2} and B. Tassin¹

¹ Centre d'Enseignement et de Recherche Eau, Ville et Environnement, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 6 - 8 avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-la-Vallée – France

(E-mail: kanso@cereve.enpc.fr, chebbo@cereve.enpc.fr, tassin@cereve.enpc.fr)

² Faculty of engineering, Lebanese University. Airport Street, Beirut – Lebanon

* *Corresponding author*. Tel.: +33(0)1 64 15 36 30; Fax: +33(0)1 64 15 37 64

Abstract

In stormwater quality modeling, estimating the confidence level in conceptual model parameters is necessary but difficult. The applicability and the effectiveness of a method for model calibration and model uncertainty analysis in the case of a four parameters lumped urban runoff quality model are illustrated in this paper. This method consists of a combination of the Metropolis algorithm for parameters' uncertainties and correlation assessment and a Variance-based method for global sensitivity analysis. The use of the Metropolis algorithm to estimate the posterior distribution of parameters through a likelihood measure allows the replicated Latin Hypercube Sampling method to compute the parameters' importance measures. Calibration results illustrate the usefulness of the Metropolis algorithm in the assessment of parameters' uncertainties and their interaction structure. The sensitivity analysis demonstrates the insignificance of some parameters in terms of driving the model to have a good conformity with the data. This method provides a realistic evaluation of the conceptual description of the processes used in models and a progress in our capability to assess parameters' uncertainties.

Keywords

Uncertainty analysis, Global sensitivity analysis, Bayesian inference, Model calibration, Urban runoff, Quality modeling

INTRODUCTION

Since the seventies, an important number of research programs (National Urban Runoff Program, in the USA (1978-1983), French Campaign (1980-1982), Experimental Urban Catchment "le Marais" (1994-2000),...) have shown that the urban stormwater is a significant source of pollution for the receiving systems. This pollution results mostly from the erosion caused by the runoff of particulate pollutants accumulated on the urban surfaces and in sewers during the dry weather period (Figure 1). Moreover, in old urban centers combined^{*} sewer systems are found, whereby, during wet weather periods, mixed rain and wastewaters may reach the receiving system through combined sewer overflows.

Within the European Union, control of this pollution was concretized in government policy and Community legislation. Concerning the urban drainage, the European Directive n°91/271 of May 1991 on wastewater treatment forces the communities to take into account the pollution discharged into receiving waters during storm events.

^{*} Combined sewer system is used in old cities to drain both the urban stormwater and the wastewater



Mathematical and computational modeling is a necessary decision-making tool for the management of urban stormwater pollution. Currently, existing models are based on a combination of complex models including empirical conceptualization of the processes of generation and transport of pollutants during rainfall. The parameters governing these functions do not have a physical interpretation and therefore, cannot be measured directly in the field. Instead, these parameters must be indirectly estimated using a calibration procedure whereby the model's parameters are adjusted until the system's and the model's outputs show an acceptable level of conformity.

However, the difficulty, expensiveness and uncertainty level of the in situ measurement of urban stormwater pollution generate data that rarely allow a satisfactory calibration and validation of these models [1]. Furthermore, classical optimization methods that are still used up to date for calibration don't allow neither an estimation of the significance of the obtained optimal parameter set, nor a realistic quantification of models' uncertainty. Thus, the existing urban stormwater quality models are rarely used for practical application.

In this paper, we test the applicability and the effectiveness of a method for model calibration/ validation/ sensitivity analysis in urban runoff quality modeling. This method based on the Monte Carlo Markov Chain sampling techniques "MCMC" consists of a combination of a Metropolis algorithm for statistical inference and a Variance-based method for the Global Sensitivity Analysis. The data used in our analysis come from a survey conducted on the «Marais» catchment in the center of Paris – France [2].

This paper is organized as follows: In section 2, we discuss the difficulties encountered in urban runoff quality modeling. In section 3, we present a general overview of the uncertainty and sensitivity analysis methods. In section 4, we describe the MCMC-GSA method by introducing the Metropolis algorithm, the replicated Latin Hypercube sampling method and their use in the model's calibration and sensitivity analysis. In section 5, we examine the applicability of this method in the case of urban runoff quality modeling. Finally, in section 6, we summarize the methodology and discuss the results.

URBAN RUNOFF QUALITY MODELING

It is obvious that modeling represents a necessary tool for understanding the behavior of the urban drainage system and a predictive tool in decision making. For this purpose, models have been developed to simulate the urban water cycle for both quantitative and water quality aspects. Concerning quantitative stormwater management, researchers developed runoff and water flow models that are widely used by managers. However, concerning storm water quality management, researchers built complex models whose structure corresponds to the course of pollution. These models simulate the pollutants' accumulation on the urban catchments, their erosion by runoff, the erosion of sediments in the sewers, and finally the transport of pollutants through sewers to the outlet. However, in spite of the several models proposed since 1971 (first version of SWMM by US-EPA), stormwater quality modeling met several difficulties.

First of all, the physical, chemical and biological phenomena occurring simultaneously at each stage of the processes of generation and transport of pollution in the system make the system very complex. Moreover, space scales vary greatly considering the heterogeneity of the system's characteristics (topography, watersheds, pipes, sediments size), and time scales vary from several days corresponding to the dry weather period, to few minutes during the wet weather period. Therefore, the only possible modeling approach is the conceptual one.

Second, despite the efforts that have been done to understand the sources and the mechanisms governing the processes involved, the dynamics of accumulation, erosion and transport of pollutants are not well known especially in what concerns the sources and processes of pollution generation in sewers. Currently, modelers tend to divide the urban catchment to a number of sub-catchments of few tens of hectares connected by a sewer network. Runoff models, which are initially developed for surfaces, are used to conceptually describe the accumulation and erosion processes on sub-catchments for which little knowledge is currently available. Erosion and transport models of insewers solids' are derived from alluvial hydrodynamics, which poorly describe the real behavior of a sewer system during a rain event. So, great discrepancies exist between the current state of knowledge concerning phenomena and the models used.

Third, field surveys for collecting data necessary for the development of models are difficult and expensive. In consequence, input data (topography, sediment sewer deposits, rain intensity, etc...) and quality measurement data (pollutants concentrations) are rare and characterized by great uncertainties (in the range of 30%) [1], thus, rarely allowing a satisfactory calibration of the model's parameters.

Finally, considerable attention has been given to develop global calibration procedures that estimate a best set of parameter values, noting that this is not an easy task especially that most of the models are non-linear [3, 4]. However, much less attention has been given to both the assessment of the significance of the obtained optimal set of parameters, and the realistic quantification of models' uncertainty. Thus the estimated parameters from these models are generally error-prone leading to considerable uncertainty in the calibrated model.

Improving these models and their usefulness requires modelers to use a more robust methodology for calibration and validation of models. Such methodology should be able to provide both an assessment of the uncertainties in the model's parameter values and an evaluation of the confidence level of the model's predictions. Uncertainty and sensitivity analysis are therefore indispensable to improve modeling in this field.

UNCERTAINTY AND SENSITIVITY

In the last decade, great attention has been given to the Bayesian inference for model calibration and uncertainty assessment particularly in the case of complex hydrological models [5, 6]. Nevertheless, its application in environmental modeling is very rare.

Bayesian approach, expresses uncertainties in the model's parameters θ in terms of probability. Parameter uncertainty is quantified first by introducing a prior probability distribution $P(\theta)$, which represents the knowledge about θ before collecting any new data, and second, by updating this prior probability on θ to account for the new data collected (*D*). This updating is performed using Bayes' theorem, which can be expressed as:

$$P(\theta|D) = \frac{P(D|\theta) \cdot P(\theta)}{\int P(D|\theta) \cdot P(\theta) \cdot d\theta}$$
(1)

Where $P(\theta | D)$ is the posterior distribution of θ , $\int P(D|\theta) \cdot P(\theta) \cdot d\theta$ is a normalizing constant required so that $\int P(\theta | D) \cdot d\theta = 1$, and $P(D | \theta)$ is the conditional probability for the measured data given the parameters. $P(D | \theta)$ is often referred to as the likelihood function.

Unlike traditional statistical theories based on first order approximations and multi-normal distributions that may fail especially when dealing with nonlinear complex models [5], Monte Carlo Markov Chain "MCMC" technique have become increasingly popular as a general method that provides a solution to the difficult problem of sampling from a high dimensional posterior distribution [7]. The idea behind MCMC for Bayesian inference is to generate enough samples from a random walk which adapts to the true posterior distribution $P(\theta | D)$. A variety of appropriate Markov chains can be constructed, but all of them are special cases of the Metropolis algorithm [8]. A study conducted by Kuczera and Parent (1998) demonstrated the capability of the Metropolis algorithm to produce reliable inferences for the parameter's uncertainty assessment in the case of hydrological models.

This posterior distribution represents the uncertainty in the model's parameters and can be propagated through a Monte Carlo method to assess the uncertainty in the model's output attributable to the parameters' uncertainties. However, as the obvious objective of calibration is to reduce the uncertainty in the model's output, it seems necessary to conduct global sensitivity analysis to determine on one hand, which parameters contribute the most to the output variation and require reducing their variances to minimize the variance in the model's output; and on the other hand, which parameters are insignificant and can be discarded from the model. Thus, using this method we can determine the type of research that is required to reduce the output's uncertainty by reducing the variance in some of the model's parameters.

There are many different ways to perform a sensitivity analysis, the method that will be used in this paper is called a "Variance based" method where the uncertainty in the model's output Y is measured by its variance V(Y) and thus can be partitioned to the sum of a top marginal variance and a bottom marginal variance as follows:

$$V(Y) = V[E(Y|U)] + E[V(Y|U)]$$
(2)

Where U is a subset of one or more elements θi . V[E(Y|U)] is the variance of the conditional expectation of Y given U and it will be equal to zero if Y is completely independent of U, E[V(Y|U)] is the expectation of the conditional variance of Y given U and it will be equal to zero if Y depends only on U [9]. In this context, the main effect, or first order sensitivity index S_U , representing the sensitivity of Y to the parameter U is defined as $S_U = V[E(Y|U)]/V(Y)$. The total effect, or total sensitivity index S_{TU} is defined as $S_{Ti} = E[V(Y|\theta_{\sim U})]/V(Y)$ where $\theta_{\sim U}$ indicates all the factors but U [10].

Many estimation procedures of S_U and S_{TU} are available in case of independent parameters. However, when the parameters are correlated, a replicated Latin Hypercube sampling method [9] for the estimation of the importance measure of parameters can be used.

MODEL ASSESSMENT METHOD

In this paper, a combination of two complementary and model – independent techniques is used to quantitatively assess the uncertainties associated with the model's parameters as well as the output of the model itself.

Metropolis algorithm

Although the Metropolis algorithm is not the most efficient Markov Chain sampler, it is chosen in this study because of the simplicity of its implementation, and its generality. It only requires knowledge about the likelihood function to update simultaneously the parameters set for each iteration. Supposing that residuals between model and observation are $N(0, \sigma^2)$, the likelihood function can be written in the multiplicative form:

$$P(D \mid \theta) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot \sigma^2)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{(Y_t - f(X_t, \theta))^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$
(3)

Where $(Y_1, ..., Y_n)$ is the vector of the measured response $Y, (X_1, ..., X_n)$ is a vector of input data, $\theta = (\theta_1, ..., \theta_p)$ is the vector of p unknown parameters, and f() is the model's output. σ is considered, as well as θ , as a set of parameters to be estimated during calibration.

At each iteration, candidate values of parameters are drawn from a multi-normal transition probability distribution for which the variance could be tuned up in a way to increase the speed of convergence. However, updating periodically (automatically) the variance during the simulation, as proposed by Kuczera [5] is subject to difficulties: how can one be sure that the samples used to update the variance contain information of a good quality that can help to ensure the convergence of the chain to the limit distribution? We suggest fixing a prior value of the variance according to the information about the parameters during all the simulation.

An interesting feature of the Metropolis algorithm is that the interaction among the model's parameters is reflected in the likelihood function, so there will be no need to incorporate correlation in the prior distributions of parameters. In order to avoid favoring any initial value, the use of a uniform prior distribution over the range of parameters may seem reasonable [6].

Replicated Latin Hypercube sampling

The Replicated Latin Hypercube Sampling method r-LHS has been employed in this study to assess the importance measure of the parameters. This method use *r* replicate Latin hypercube samples of size *k* to produce $m = r \times k$ parameter vectors θ in total. The same *k* values of each component *U* of θ will appear in each replicate but the matching within each one will be done independently. For this application the *k* values of each parameter *U* are sampled from its posterior distribution inferred with the Metropolis algorithm. The Iman & Conover rank correlation method [11] has been considered for the r-LHS in order to induce parameters' correlation in the sample. After making the computer runs using the *m* replicated samples, the importance of *U* is assessed by computing the ratio S_U :

$$S_{U} = \frac{SSB}{SST}, \ SSB = r\sum_{i=1}^{k} (\overline{y_{i}} - \overline{y})^{2}, \ SST = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{r} (\overline{y_{ij}} - \overline{y})^{2}, \ \overline{y_{i}} = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^{r} y_{ij}, \ \overline{y} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \overline{y_{i}}$$
(4)

 y_{ij} represents the output value that corresponds to the *i*th value U_i , in the *j*th replicate. In this paper, we are interested in the sensitivity analysis for the likelihood measure in order to identify the parameters that are mainly driving the model to have a good conformity with the data. Ratto [12]

showed that sensitivity analysis for the likelihood gives useful information for model calibration especially when great interaction exists between parameters.

CASE STUDY

In this paper, we apply the method on the case of urban runoff modeling firstly on the scale of a sub-catchment as used in practice and secondly on the scale of a street surface.

Site description

Two different watershed scales have been used in this study: the first one WS1 is a 42 ha urban catchment (91% imperviousness) drained by a combined sewer system and the second one WS2 is a 160 m² street surface. The used rain event database covers a continuous period of 16 months (1996-1997) with 151 rain events. Suspended solid SS pollutographs[†] were measured for 40 rain events at the outlet of the combined sewer, and for 11 rain events at a street gully collecting discharge from the street. These data were acquired on the experimental catchment "le Marais" in the centre of Paris [2].

Model description

The model used in this study to simulate the Suspended Solids pollutograph is a classical one. It describes the particulate pollutants' erosion during the storm event and their accumulation on the watershed during the preceding dry weather period. This model was developed initially for application at the scale of street surfaces. However, it is currently used in all available urban stormwater pollution software at the scale of urban subcatchment where both sewers and urban surfaces are described as one entity.

Equation 5 and Equation 6 represent the two accumulation models tested in this paper. Equation 5 calculates the accumulation of pollutants assumed to follow an asymptotic behavior that depends on two parameters: an accumulation rate Da (kg/ha/day) and a dry erosion rate De (day⁻¹) [13].

$$\frac{dMa(t)}{dt} = Da \cdot Si - De \cdot Ma(t) \tag{5}$$

$$\frac{dMa(t)}{dt} = Ka \cdot (M_1 \cdot Si - Ma(t)) \tag{6}$$

Where Ma(t) (kg) is the available pollutants' mass at time t and S_i (ha) is the impervious area. Equation 6 represents a mathematical reformulation of the Equation 5 and was chosen in regard to the obtained results. This model depends on two parameters: an accumulation coefficient K_a and a maximum accumulated mass M_l . It supposes that the accumulation is proportional to the mass still to be accumulated before reaching the maximum M_l , which is equivalent to the Da/De.

Equation 7 represents the evolution of the available pollutant mass during storm weather period. It is supposed that the eroded mass is proportional to the available mass and to the rainfall intensity. The erosion model depends on two parameters: the erosion coefficient We and a coefficient w [14].

$$C(t) = \frac{1}{q(t)} \cdot \frac{dMa(t)}{dt} \text{ and } \frac{dMa(t)}{dt} = -We \cdot I(t)^{w} \cdot Ma(t)$$
(7)

Where C(t) (mg/l) is the SS concentration produced by erosion, q(t) is the discharge (m3/s) at the outlet of the watershed at time t, and I(t) is the rainfall intensity (mm/hr).

[†] Suspended Solid pollutograph represents the profile of SS C(t) concentration during time t

Results

12,000 iterations were performed with the Metropolis algorithm, and the first 2,000 samples generated were removed allowing the Chain to "forget" the initial parameter set. The convergence was determined graphically by observing the transition of the parameters values during the simulation in order to verify that the chain reached the stationary zone. Results showed that the Chain converged successfully to the same posterior probability distribution of the parameters regardless of the initial parameter set used. However, the speed of convergence has been found to be sensitive to the variance of the transition distribution. In the present case we chose a value of the standard deviation equal to 1/15 of the prior value of parameter to ensure the convergence. The acceptance rate of parameters ranged between 20% and 25% which, according to Gelman *et al.* [15], is the optimal rate.

Marais catchment scale

Figure 2 presents the confidence intervals of the model's output obtained by applying Monte Carlo to the model with the estimated posterior distribution of parameters. In the present case, the range of the possible responses is very large. The value of the estimated variance of errors ($\sigma = 130$ mg/l), which is quite large compared to the variance of the data ($\sigma_{data} = 150$ mg/l), indicates that the variation in the measured pollutographs are considered as randomness in regard to the predictive capacity of this calibrated model. Obviously, the proposed model seems to be unable to reproduce accurately the measured pollutographs, and the Metropolis results indicate clearly that it is not due to calibration problems.



Figure 2 5-95% prediction intervals of the SS concentration at the Marais catchment scale

This is not surprising regarding the experimental results showed by Gromaire [2] where the deposits in combined sewer systems contribute to 60% of pollution. The complexity of sediments' deposition, erosion and transport processes in sewers make the sub-catchment scale by far outside the domain of validity of the conceptual model used. Thus, it seems important to apply the MCMC method for the calibration of this model on a space scale having an acceptable range of conformity to the model's domain of validity.

Street Surface scale

Figure 3 presents the posterior probability distribution obtained for the parameters Da, De, We, w and for the standard deviation of errors σ with the Metropolis algorithm.



Figure 3 Posterior distribution of the 4 parameters estimated at the street catchment using Eq. 5

The analysis of the posterior distributions of the parameters shows large uncertainties related to the dry weather model parameters Da and De (Figure 4). We also found a linear correlation between these two parameters (correlation = 0.7). This correlation is due to the mathematical formulation of the accumulation model (Eq. 5). As a consequence, the accumulation model could be better calibrated if mathematically reformulated.



Figure 4 Scatter plot of the Likelihood measure vs. the parameters at the street catchment using Eq. 5

However, despite that the results obtained for the reformulated model (using Eq. 6) show a better identification of the maximum mass accumulated Ml as shown in Figure 5, calibration results indicate a large uncertainty related to the parameter Ka representing (like the parameter De) the speed of the accumulation process during dry weather. K_a showed a clear trend of high values (>1 day⁻¹) suggesting that the asymptotic accumulation process is rapid, which induces a difficulty in the estimation of an optimal value of this parameter.



Figure 5 Scatter plot of the Likelihood measure vs. the parameters at the street catchment using Eq. 6

50 replicates of the 200 LH samples are used to estimate the importance measures of the parameters for the likelihood of the model's output for the two used models (Figure 6). Results show that the maximum accumulated mass M_l represents an important parameter that has a significant impact on the likelihood measure of the model. However, the K_a parameter has an insignificant effect on the model's output. This conclusion is also provided using the scatter plot of the likelihood measure vs. the parameters as shown in Figure 4 and Figure 5.

One can conclude that the estimation of the initial accumulated stock available before the rain event is very essential for the good performance of the model. However, the sensitivity analysis results indicate clearly that using the length of the dry weather period as an explicative parameter for the accumulation process, described by an asymptotic behavior, is not sufficient to explain the variability of the available mass just before the rain event.



Nevertheless, calibration results indicate a clear correlation between the maximum mass M_l and the erosion parameter W_e (Figure 7.a.). Such correlation is not surprising regarding on one hand the mathematical structure of the erosion model (Eq. 7), which represents a multiplicative form of $M_a(t)$ and W_e and on the other hand the unavailability of the data needed to calibrate separately the dry weather accumulation and wet weather erosion processes. This correlation may explain the significant effect of the interactions among model parameters on the likelihood measure variation, given that the first order sensitivity indices of parameters altogether constitute about 40% of the total variance of the likelihood measure.



Figure 7 a. Correlations between *Ml* and *We*. b. 5-95% prediction intervals of the pollutants concentration simulated by model

Figure 7.b. presents the confidence interval of the model's output C(t). It shows large uncertainties in the model's predictions. This is not surprising regarding the fact that an important part of this uncertainty is attributable to the value of the variance of errors ($\sigma = 47$ mg/l) which is quite large compared to the variance of the data ($\sigma_{data} = 62$ mg/l). In other words, the predictive power of the calibrated model is low.

CONCLUSION

In this paper, we tested the applicability and effectiveness of a method used for model calibration/validation/sensitivity analysis in urban runoff quality modeling. This method, based on the MCMC sampling technique, consists of a combination of the Metropolis algorithm and a Variance based method. Metropolis algorithm provides an estimation of the posterior distributions

describing parameters' uncertainties, as well as, their interaction structure. On the basis of the parameters' distributions, the Monte Carlo method determines the conceptual model's confidence intervals reflecting its prediction capacity. Using the posterior distribution, the performance of the replicated LHS method in regard to the likelihood measure leads to the quantitative identification of the main parameters that drive the model to have best fit to data.

Calibration results demonstrate that the tested conceptual model seems unable to represent the complexity of the system at the scale of urban sub-catchments. However, the application of the method to calibrate the model on a street surface scale shows that the mathematical concept of the accumulation model, using two parameters D_a and D_e , contains linear interaction between its parameters, and implies much more uncertainty in their calibration. Furthermore, despite that a reformulation of this model using two parameters (M_l and K_a) allows a better identification of the parameter M_l , the obtained high value of K_a and the results of the sensitivity analysis show that the parameter K_a provides negligible contribution to the likelihood variation, or in other words, have no significant effect on the behavior of the model. This hypothesis casts doubts on the utility of using an asymptotic behavior, which depends only on the length of the dry weather period to describe the accumulation process. Such a conclusion needs to be validated on other sites to test its generality.

However, this method delivers much information, which would have been unreachable with classical calibration methods, and which are very useful for modeling attempts.

ACKNOWLEDGMENTS

Authors gratefully acknowledge the financial support of the "Réseau Génie Civil et Urbain", the "Syndicat Interdépartemental pour l'Assainissement de l'Agglomération Parisienne" and the "National Council for Scientific Research – Lebanon" CNRSL. We also would like to thank the Joint Research Center for providing the SimLab software used for the computation of importance measures.

REFERENCES

- 1. M. Ahyerre, G. Chebbo, B. Tassin, & E. Gaume (1998). Storm water quality modeling, an ambitious objective?. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 37, No. 1, pp. 205 213.
- 2. M.C. Gromaire. La pollution des eaux pluviales urbaines en réseau d'assainissement unitaire, caractéristiques et origines. PhD thesis, ENPC, France, 1998
- 3. Q. Duan, S. Sorooshian, & V. Gupta (1992). Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models. *Wat. Res. Res.*, vol. 28, No. 4, pp. 1015 1031.
- 4. G. Kuczera (1997). Efficient subspace probabilistic parameter optimization for catchment models. *Wat. Res. Res.*, vol. 33, No. 1, pp. 177 185.
- 5. G. Kuczera & E. Parent (1998). Monte Carlo assessment of parameter inference in catchments models: The Metropolis algorithm. *Journal of Hydrology*, 211, pp. 69 85
- 6. K.J. Beven & A.M. Binley (1992). The future of distributed models: model calibration and predictive uncertainty. *Hydrol. Processes*, 6, pp. 279 298
- 7. C.P. Robert & G. Casella (1999). Monte Carlo statistical methods. Springer Press. 1999
- 8. M. Tanner. Tools for statistical inference: Methods for the exploration of posterior distributions and likelihood functions. Springer Press, 1996
- 9. M.D. Mckay (1996) Variance-Based Methods for Assessing Uncertainty Importance in NEUREG-1150 Analyses, LA-UR-96-2695, pp. 1-27
- 10. Homma T. and Saltelli A. (1996). Importance measures in global sensitivity analysis of model output. *Reliability Engineering and System Safety*, 52(1), 1-17
- 11.R.L. Iman and W.J. Conover (1982). A distribution free approach to inducing rank correlation among input variables. *Comm. Statist.* B11(3), pp. 311-334

- 12.M. Ratto, S. Tarantola and A. Saltelli (2001). Sensitivity analysis in model calibration: GSA-GLUE approach. *Comp. Phys. Comm.* 136, pp. 212-224
- 13. Alley W. & Smith P. (1981). Estimation of accumulation parameters for urban runoff quality modeling. *Wat. Res. Res.*, vol. 17, No. 6, pp. 1657 1664.
- 14. Huber W., Heaney J., Nix S., Dickinson R. & Polmann D. SWMM3 user's Manual. Technical report, EPA, 1981
- 15.Gelman A., Carlin J.B., Stren H.S., Rubin D.B. (1997). Bayesian Data Analysis. Chapman and Hall, London.

Bayesian approach for the calibration of models: Application to an urban storm water pollution model

A. Kanso^{1*}, M.C. Gromaire¹, E. Gaume¹, B. Tassin¹ and G. Chebbo^{1 2}

¹ Centre d'Enseignement et de Recherche Eau, Ville et Environnement, Ecole Nationale des Ponts et

Chaussées, 6 - 8 avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-la-Vallée - France

(E-mail: kanso@cereve.enpc.fr, chebbo@cereve.enpc.fr, tassin@cereve.enpc.fr)

² Faculty of engineering, Lebanese University. Airport Street, Beirut – Lebanon

* Corresponding author. Tel.: +33(0)1 64 15 36 30; Fax: +33(0)1 64 15 37 64

Abstract

In environmental modelling, estimating the confidence level in conceptual model parameters is necessary but difficult. Having a realistic estimation of the uncertainties related to the parameters is necessary i) to assess the possible origin of the calibration difficulties (correlation between model parameters for instance), and ii) to evaluate the prediction confidence limits of the calibrated model. In this paper, an application of the Metropolis algorithm, a general Monte Carlo Markov Chain sampling method, for the calibration of a four parameter lumped urban storm water quality model is presented. Unlike traditional optimisation approaches, the Metropolis algorithm identifies not only a "best parameter set", but a probability distribution of parameters according to measured data. The studied model includes classical formulations for the pollutants accumulation during dry weather period and their washoff during rainfall event. Results indicate mathematical shortcomings in the pollutants accumulation formulation used.

Keywords

Bayesian inference; Conceptual model; Monte Carlo Markov Chain; Parameter uncertainty; Urban storm water

INTRODUCTION

It is well accepted that the quality of urban storm water is a significant source of pollution for the receiving systems and has become a major concern for the urban water management.

This pollution result mostly from the erosion by the runoff of particulate pollutants accumulated on the watersheds during the dry weather period, which is mixed with the sediments eroded in the sewers.

Managers need tools to evaluate and control storm waters according to quantitative and qualitative criteria. For this purpose, models have been built to simulate the water cycle in the city for both the quantitative and qualitative aspects. Hydrologic models are now operational and widely used by managers. However, urban storm water quality models that have been proposed since the seventies, are often not reliable and remain rarely used for operational applications.

These models are conceptual because the processes involved cannot be described mechanistically. This is due to the complexity of the phenomena leading to this pollution, the heterogeneity of the system characteristics, and the great variation in space and time scale.

Since the parameters of these models either have no physical significance or can not be measured experimentally, their values have to be indirectly determined by fitting simulation results to measured data. This procedure, called model calibration, is an essential stage of model application. It necessitates measured data, criteria of fitness between simulated and measured data and an optimisation algorithm to estimate the optimal parameter values of the models.

Three main problems in developing these models can be underlined:

- First of all, in situ measurement of urban storm water pollution is difficult and expensive. Field data remains quite rare and of poor quality (uncertainty in the range of 30%). The data available rarely allow a satisfactory calibration and validation of the model (Ahyerre & al., 1998).
- Secondly, there is a lack of knowledge concerning the processes involved, and the modellers tend to make the models more complex. Therefore, it is difficult to put into operation these models (Ashley & al., 1999).
- Furthermore the classical criteria functions often have many local minima, and even if the optimisation algorithms find the parameter set that minimises the criteria function, which is not an easy task since the models are non linear, it is difficult to have sufficient confidence about the obtained results (Sorooshian & al., 1983, Kuczera, 1997).

For instance, a study by Gaume & al.(1998) on an urban watershed in Quebec city has shown that similarly good fits between recorded data and simulated results can be obtained with very different parameter sets. In other words, large uncertainties in the values of model parameters can remain after calibration.

In order to improve urban storm water quality models, it seems necessary to acquire more field data, and to develop efficient calibration – validation approaches that not only attempt to identify a "best parameter set" but also help to assess, and if possible to reduce, uncertainties in the parameter values (Beck, 1991).

In this paper, we propose a methodology, which allows first of all the identification of model parameters and the assessment of the parameter uncertainties, and secondly, calculates the confidence limits of the model in order to evaluate its predictive capacity which is one of the important objectives of modelling. We will introduce the principle of the Metropolis algorithm from the family of "Monte Carlo Markov Chain Algorithm MCMC", a robust and efficient algorithm for statistical inference of model parameters. After a description of the studied model and the measured data set, the paper presents the calibration problem using the Metropolis algorithm and the preliminary results and interpretations (Kanso, 2000).

THE METHODOLOGY: BAYESIAN PARADIGM

In the last decade, great attention has been given to the bayesian approach for model calibration in particular in the case of complex hydrologic models (Beven & Binley, 1992, Kuczera & al., 1998, Campbell & al., 1999). The methodology proposed here promotes a useful calibration procedure during the modelling process that helps to design conceptual models in general and storm water quality models in particular.

Concept: Bayesian inference

Let Y_t be the set of observed responses at time step t, t = 1,...,n. The model can be cast as a nonlinear regression model:

$$Y_t = f(X_t, \theta) + \varepsilon_t \tag{1}$$

Where f() is the output response simulated by the model; X_t is the input data; θ is the vector of model parameters to be estimated from these data and the residuals ε_t are an error term introduced by model uncertainty as well as by the measurement errors. Let γ be a vector of parameters characterising the statistical properties of ε_t . γ is considered, as well as θ , as a set of parameters to be estimated during calibration.

The bayesian statistical paradigm recognises that there are two sources of information about model parameters: prior information based on historical data and expert knowledge, and data collected by experimentation. The vector of parameters θ is considered as a random variable distributed according to a probability distribution that reflects the uncertainties in the parameters. From a prior distribution P(θ) the state of knowledge about the parameters is updated using the information in the data D = {Y_t, X_t, t=1,...,n} to yield a posterior distribution P(θ | D) according to the Bayes rule,

$$P(\theta|D) = P(D|\theta) \cdot P(\theta)/P(D)$$
⁽²⁾

Where P(D) is a proportionality constant required so that $\int P(\theta | D) d\theta = 1$, and P(D | θ) is the conditional probability for the measured data given the parameters. P(D | θ) is similar to the likelihood function of the model.

Note that Baye's theorem does not allow one to derive posterior distribution without prior knowledge. In many applications, in the absence of such prior information, a uniform prior distribution of the parameters is assumed. However, this assumption is not always satisfying to reduce as much as possible the uncertainties, especially when the used calibration data is not sufficient for the identification of the model parameters (Omlin & al., 1999).

The posterior distribution $P(\theta \mid D)$ contains all the available information about the parameters θ . Bayesian statistical inference therefore reduces to summarising a posterior distribution of θ .

Implementation of MCMC Method (Metropolis algorithm)

In practice it is difficult if not impossible to summarise the posterior distribution by direct analytical calculation. An approach to approximate the posterior distribution by a multinormal distribution may fail especially when dealing with complex conceptual model using limited data. The surface of $P(\theta \mid D)$ mapped in the parameter space can deviate markedly from the surface characterised by the multinormal distribution (Duan & al., 1992).

In recent years much research has been devoted to Markov chain sampling method. It represents a general method for sampling from the posterior distribution $P(\theta \mid D)$. Markov chain sampling generates enough samples from a random walk, which adapts to the true posterior distribution of parameters (Robert & al., 1999; Tanner, 1996).

One of the most commonly used MCMC algorithms, the Metropolis algorithm has received considerable attention in the last decade in the bayesian statistics literature. This algorithm was chosen because of its simplicity of implementation, efficiency and generality. The basic idea of this chain is to construct a recursive stochastic algorithm in the space of all possible parameter values, which generates from a random walk a sequence of parameter sets (θ^i , i =1...n) that converges to a stationary distribution of the markov chain.

To construct this random walk we define a transition probability function describing the move $\theta^i \rightarrow \theta^{i+1}$ such that the parameter values obtained by the chain converge in distribution to the posterior

(Tanner, 1996). There is typically an initial unstable transient phase before reaching the limit distribution. The parameter sets obtained during this transient phase are discarded and the remainder constitute a dependent sample from the posterior distribution.

Model validation

To evaluate the distribution of model responses, modellers have abandoned traditional statistical inference (like the first order approximation) in favour of more general Monte Carlo simulation techniques (Spear & Hornberger, 1980, Beven & Binley, 1992). The propagation of the posterior parameters uncertainties with Monte Carlo procedure through the model to obtain the range of possible responses gives an indication of both the real predictive power of the calibrated model and its capacity to reproduce the system processes.

Unlike traditional statistic theory, this method can readily cope with nonlinearity of the model. However, it relies on the ability to sample from the posterior distribution of model parameter.

To explore the advantages of the Metropolis algorithm for model evaluation a case study which considers a simplified urban storm water pollution model illustrates how to use this technique for model calibration and prediction capacity test.

CASE STUDY

The storm water pollution model

The model used in this study is a very classical one and describes both the particulate pollutant's erosion during the storm event and their accumulation on the watershed during the preceding dry weather period.

The accumulation of pollutants is assumed to follow an asymptotic behaviour that depends on two parameters (equation 3) : the accumulation rate Daccu supposed to be linear and independent of the mass accumulated, and the erosion rate Dero, induced by various phenomena like wind effect or street sweeping, proportional to the accumulated mass (Alley et al., 1981).

$$\frac{dMa(t)}{dt} = Daccu \cdot Simp - Dero \cdot Ma(t)$$
(3)

Where Ma(t) (kg) is the available mass of pollutants at time t and S_{imp} (ha) is the impervious area.

During the storm event, runoff is supposed to erode the mass of pollutants accumulated on the watershed. Equation 4 represents the evolution with time of the available pollutant mass. It is supposed that the eroded mass is proportional to the available mass and to the discharge. The pollutant concentration is calculated at each time step depending on the mass of pollutants eroded during this time step. The erosion model depends on two parameters: the erosion coefficient Wero and a coefficient w (Huber & al., 1981).

$$C(t) = \frac{1}{q(t)} \cdot \frac{dMa(t)}{dt} \text{ and } \frac{dMa(t)}{dt} = -Wero \cdot q(t)^{w} \cdot Ma(t)$$
(4)

Where C(t) (mg/l) is the pollutant concentration produced by erosion, q(t) (m3/s) is the discharge at the outlet of the watershed at time t.

This model is a lumped conceptual one ; equations (3) and (4) take into account both surface and in sewer accumulation and erosion processes.

The Data

The used rain event database covers a continuous period of 16 months (1996-1997) with 151 rain events. These data were acquired on the experimental urban watershed "le Marais" in the centre of Paris (Gromaire, 1998). The 42 ha watershed (91% imperviousness) is drained by a combined sewer system. Suspended solid pollutographs were measured for 40 rain events with various characteristics (table 1) at the outlet of the combined sewer, and for 13 rain events at a street gully collecting discharge from a 186 m² street surface. The model has been applied to both "le Marais" watershed (WS1) and to the street watershed (WS2).

	Total rainfall (mm)	Mean intensity (mm/h)	Imax over 5min (mm/h)	Duration (hh:min)	Duration of dry weather (day)
Minimum	2.7	1.1	2.6	00:30	0.1
Maximum	21.6	24.0	80.8	06:56	50.5
Mean	8.6	3.7	14.8	02:00	3.0

Table 1 characteristics of storm events (Gromaire & al., 1998)

As this paper is focused on the calibration of the water quality model, we did not use an hydraulic model to estimate the discharge q(t) from the rain intensity, but we used directly the discharge measured at the catchment outlets. For WS1, the hourly fluctuations of the sanitary flow quantity and quality have been taken into account (Gromaire, 1998).

The data used for the calibration phase for WS1 are the measured pollutographs at the watershed outlet for 26 rain events, corresponding to 117 measurements of suspended solids concentration. The remaining events are used for validation. For WS2, the measured pollutographs available for 8 rain events are used for the calibration phase. We have to notice that this quantity of calibration data is far superior to the quantity usually used in operational model applications. Indeed, due to the cost and the difficulty of in sewer measurements, storm water quality models are often calibrated for less then 5 events.

Simulation procedure

Simulations were performed for two different initial mass conditions: (i) continuous simulation where the residual mass after each rain event is used to estimate the accumulated mass for the following event, (ii) null residual mass simulation where there does not remain any more "erodable" stock after each rain event.

 ε_t are assumed to be independent and normally distributed $N(0, \sigma^2)$. In this case, the likelihood function can be written in the multiplicative form:

$$P(D \mid \theta) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot \sigma^2)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{(Y_t - f(X_t, \theta))^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$
(5)

A uniform distribution is assumed to encode the prior knowledge about the parameters. 10000 simulations were performed with the Metropolis algorithm, and the first 1000 samples generated were discarded, in order to obtain finally the posterior distribution for each parameter. Thus the Metropolis algorithm is computationally very intensive.

Results

Several simulations were performed with different initial parameter sets. The Metropolis algorithm converged successfully to the same posterior probability distribution of the parameters whatever the initial parameter set used.

Figure 1 presents the posterior distribution obtained for parameter Daccu with the Metropolis algorithm for WS1 and WS2 and for the two different initial mass conditions. For WS1, both initial mass conditions lead to a unimodal distribution of Daccu, with a clear identified maximum. Similar distributions are obtained for the other parameters.



Figure 1 Probability distribution of the accumulation parameter for respectively null residual mass simulation and continuous simulation conditions at (a, b) WS1, (c,d) WS2

However, for WS2, with the null residual mass condition, the Metropolis algorithm indicates clearly the presence of multiple optima in the likelihood function, which would not have been so straightforward with classical optimisation techniques. Let us also notice that the parameter distributions obtained with the Metropolis algorithm are not gaussian, which is the hypothesis of the classical parameter uncertainty estimation methods based on first order approximations.

Table 2 Optimal	parameter	values	for	WS1
-----------------	-----------	--------	-----	-----

	Daccu kg/ha/day	Dero day ⁻¹	Wero	W	σ mg/l
Continuous simulation	7.15	0.098	0.049	1.3	126
Null residual mass simulation	25.6	0.38	0.073	1.2	145

The probability distributions of the parameters for the two initial mass conditions differ significantly and in particular those of the dry weather parameters. Table 2 presents the obtained optimal parameter values for WS1 and for the two initial mass conditions. One can notice that even if the continuous simulation results are better than the ones of the null residual mass simulation, the corresponding variance of the errors $\sigma_{opt} = 126$ mg/l obtained for the optimal parameter set is quite large compared to the variance of the data ($\sigma_{data} = 150$ mg/l). Obviously, none of the proposed models seems to be able to reproduce accurately the measured pollutographs, and the Metropolis results indicate clearly that it is not due to calibration problems.

The analysis of the posterior distributions of the parameters indicates, furthermore, a strong correlation between the values of Daccu and Dero as shown in figure 2(a) (correlation = 0.88 in the WS1 case). Unlike Dero and Daccu, the value Daccu/Dero which is the maximum mass that can be accumulated during dry period, is relatively stable (variation coefficient = 0.125 in the WS1 case). The pollutants accumulation model would probably be more easily calibrated if mathematically

reformulated: replacing the two parameters Dero and Daccu with a maximum accumulated mass and a pollutant accumulation rate.



Figure 2 (a) Correlation between dry weather parameters Daccu & Dero (b)The 5/95 % confidence interval and measured concentration for a rain event for continuous simulation condition at WS1

As illustrated in figure 2(b), the parameter uncertainties remaining after calibration can be propagated with a Monte Carlo procedure through the model to obtain the range of the possible model responses. The Monte Carlo procedure consists in repeated simulations with parameter values randomly drawn from their posterior distributions. In the present case the range of the possible responses is very large, that is not surprising regarding the variance of the calibrated residuals ($\sigma_{opt} = 126 \text{ mg/l}$). In other words the predictive power of the calibrated model is very low.

CONCLUSION

This study shows the powerfulness of the MCMC approach (Metropolis algorithm) for calibration. It uses a random walk that adapts to the true posterior probability distribution of parameters that may differ significantly from multinormal distributions used in classical parameter uncertainty estimation methods. Though Metropolis algorithm is computationally very intensive and needs a considerable number of iterations, it was chosen in this study because of its generality.

An application of the Metropolis algorithm for the calibration of a simplified lumped urban storm water quality model has shown that the Metropolis algorithm produces reliable inferences of parameters. The proposed model seems unable to reproduce accurately the measured pollutographs, and the Metropolis results indicate clearly that it is not due to calibration problems. It has been shown also that the predictive power of the studied model is very low.

Furthermore, the analysis of the posterior distributions of the parameters reveals a strong correlation between dry weather parameters, that may cast doubts on the mathematical properties of the pollutants accumulation model which is physically a very interesting approximation of the dry weather accumulation process. This is an implicit advantage of the Metropolis algorithm, which helps on the improvement of the mathematical concept of model equations.

This behaviour of the calibrated model may be due to the fact that the hypothesis considering the watershed as one entity oversimplifies complex processes or also due to the specificity of the site itself.

This result is not optimistic concerning the possibility of using this model to simulate and predict pollutant loads. However in the literature, it was shown that this model could give better results

(Gaume & al., 1998). In order to explain this behaviour, further work will compare our results with other studies and especially their respective databases.

However this method delivers many information which would have been unreachable with classical calibration methods and which are very useful for modelling attempts.

REFERENCES

- Ahyerre M., Chebbo G., Tassin B., & Gaume E. (1998). Storm water quality modeling, an ambitious objective?. *Wat. Sci. Tech., vol. 37, No. 1, pp. 205 213.*
- Alley W. & Smith P. (1981). Estimation of accumulation parameters for urban runoff quality modelling. *Wat. Res. Res., vol. 17, No. 6, pp. 1657 1664.*
- Ashley. R.M., Hvitved-Jacobsen T., Bertrand-Krajewski J.L (1999). Quo vadis sewer process modelling ? *Wat. Sci. Tech., vol. 29, No. 9, pp.9-22.*
- Beck M.B. (1991). Principles of Modelling. Wat. Sci. Tech., vol. 24, No. 6, pp. 1 8.
- Beven K.J. & Binley A.M. (1992). The future of distributed models : model calibration and predictive uncertainty. *Hydrol. Processes, 6, pp. 279 298.*
- Campbell E. & Fox P. (1999). A bayesian approach to parameter estimation and pooling in nonlinear flood event models. *Wat. Res. Res., vol. 35, No. 1, pp. 211 220.*
- Duan Q., Sorooshian S., & Gupta V. (1992). Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models. *Wat. Res. Res., vol. 28, No. 4, pp. 1015 1031.*
- Gaume E., Villeneuve J.P., & Desbordes M. (1998). Uncertainty assessment and analysis of the calibrated parameter values of an urban storm water quality model. *Journal of Hydrology, 210, pp. 38 50.*
- Gromaire M.C., (1998). La pollution des eaux pluviales urbaines en réseau d'assainissement unitaire, caractéristiques et origines. *PhD thesis, ENPC Marne-la-Vallée*.
- Huber W., Heaney J., Nix S., Dickinson R. & Polmann D. (1981). SWMM3 user's Manual. *Technical report, EPA*.
- Kanso A. (2000). Calage d'un modèle de pollution du ruissellement urbain par Metropolis. *Master's thesis, ENPC - Marne-la-Vallée.*
- Kuczera G. (1997). Efficient subspace probabilistic parameter optimization for catchment models. *Wat. Res. Res., vol. 33, No. 1, pp. 177 185.*
- Kuczera G. & Parent E. (1998). Monte Carlo assessment of parameter inference in catchments models: The Metropolis algorithm. *Journal of Hydrology, 211, pp. 69 85.*
- Omlin M. & Reichert P. (1999). A comparison of techniques for the estimation of model prediction uncertainty. *Journal of Ecological modelling*, 115, *pp.* 45 59.
- Robert C.P. & Casella G. (1999). Monte Carlo statistical methods. Springer Press.
- Spear R.C. & Hornberger G.M. (1980). Eutrophication in Peel Inlet, II, identifaication of critical uncertainties via generalized sensitivity analysis. *Wat. Res.*, 14, pp.43 49.
- Sorooshian S. & Gupta V. (1983). Automatic calibrations of conceptual rainfall runoff models: The question of parameter observability and uniqueness. *Wat. Res. Res., vol. 19, No. 1, pp. 260* – *268*.
- Tanner M. (1996). Tools for statistical inference: Methods for the exploration of posterior distributions and likelihood functions. *Springer Press*.