



**HAL**  
open science

# Synchronisation de porteuse à très faible rapport signal à bruit pour applications satellite large bande

Mathieu Dervin

► **To cite this version:**

Mathieu Dervin. Synchronisation de porteuse à très faible rapport signal à bruit pour applications satellite large bande. domain\_other. Télécom ParisTech, 2005. English. NNT: . pastel-00001545

**HAL Id: pastel-00001545**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00001545>**

Submitted on 13 Jan 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Synchronisation de porteuse à très faible rapport signal à  
bruit pour applications satellite large bande

Mathieu DERVIN

Thèse dirigée par Marie Laure BOUCHERET

Rapporteurs : Jean-François HELARD et Marc MOENECLAHEY

Examineurs : Gérard MARAL, Caroline BAZILE et Gilles MESNAGER



# Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier chaleureusement Jean-François H elard et Marc Moeneclaeys pour avoir accept e d'examiner ce mémoire. J'ai été très sensible à l'intérêt que vous avez manifest e lors de la soutenance, dont vous avez fait un moment gratifiant et constructif. Ma reconnaissance va également à M. Maral pour avoir assum e une nouvelle fois la respectable charge de président de jury. Caroline, merci à toi pour ta présence dans ce jury, et sache que j'ai pris grand plaisir à travailler avec toi au cours de cette thèse comme au bon vieux temps... Je remercie enfin Marie-Laure Boucheret pour son encadrement et la grande confiance qu'elle m'a accordée dans la conduite de mes travaux, ainsi que Gilles Mesnager pour sa relecture du manuscrit et sa présence à la soutenance.

Dans la famille Alcatel, j'appelle maintenant Alain Ducasse. Alain, comment te remercier pour ta disponibilité, tes nombreux commentaires sur mon travail, et les discrets, mais néanmoins énergiques coups de pouce dont tu m'as gratifi e pendant ces trois ans... Ajoutons à cela une pincée de bonne humeur et un zest d'indulgence... Ne bougeons plus, c'est parfait. Toujours dans la catégorie experts, merci à toi Jean-Yves, de m'avoir fait partager ta passion pour la Borne de Cramer-Rao (tu as vu je n'ai pas oubli e les majuscules). Jean-Yves, terreur des clubs de bridge du grand sud-ouest, quand je veux briller dans les salons, je ne manque jamais de signaler que j'ai partag e ton bureau pendant quelques mois... Je n'oublie pas non plus tous les coups de main occasionnels dont j'ai bénéficié, la liste est longue de ceux qui se sont pench es un jour sur mes petits problèmes. Parmi ces généreux bienfaiteurs, je dois notamment citer Jérôme Lacan pour ses avis  clair es sur les codes LDPC, mais à vrai dire, je me demande s'il existe un seul membre du labo que je n'aie pas harcel e au moins une fois de mes questions aussi sottes que grenues.

La liste de mes créditeurs est d'autant plus longue qu'en matière de questions idiotes, je ne me cantonne pas au seul domaine des télécommunications par satellite. Sans vouloir me vanter, mon domaine d'incompétence est plutôt vaste, et mes victimes par conséquent très nombreuses. Bon là, il faut distinguer les questions idiotes générales (QIG) et les questions idiotes spécialisées (QIS) deux catégories dans lesquelles j'ai excellé durant ces trois années :

Contrairement à ce que croient les naïfs, les questions les plus générales s'adressent aux plus grands spécialistes, comme ma Maman et mon Papa par exemple. Ou Sylvie, bien sûr. "Sylvie Pas De Tabou Entre Nous", tu n'es jamais à cours de réponse, et je dois confesser que je ne t'ai pas épargnée depuis qu'on se connait. Toi et tes nouvelles copines, nounous des thésards et confidentes des autres, vous êtes un peu les gardiennes de notre réputation.

Les questions idiotes spécialisées - je veux dire les QIS, il y en a quand même un qui suit au premier rang - se divisent en catégories bien délimitées. Par exemple, il ne faut pas mélanger les questions relatives aux recettes de cuisine (pour lesquelles il faut bien sûr s'adresser à ma Grand-mère, ou à Martial, ou à [www.marmiton.org](http://www.marmiton.org)) et celles qui portent sur la restauration collective (en quel cas je vous conseille Dada-du-London, et naturellement Florent s'il s'agit d'éplucher plus de 10 kilos d'oignons en moins d'une demi-heure). Quand je veux une réponse précise, je m'adresse d'abord aux plus exp eriment es : Coco, Marie et Nathalie sont les plus gentilles évidemment, mais si la question n'est pas trop (trop trop) ridicule il m'arrive aussi de consulter Jérôme "3B" (beignes, bleus et bosses), Manu (pour les tubes ringards) ou André-Luc-au-sourire-sardonique et leurs copains informaticiens dont je ne comprends pas toujours les réponses. Dans la catégorie "capitales et langues étrangères", alors là rendez-vous dans mon bureau, vous avez de bonnes chances de trouver des interlocuteurs appropri es : j'ai  a vous proposer une sélection raffinée des

spécialités exotiques les plus sympathiques, Garmy, Mahamadou, Sakuna, Hussein, Mohammad, Alexandra, sans oublier Poethi, Jungpil, Ridha, Milena, autant dire qu'après trois années à cotoyer tous ces intellos polyglottes, il a de quoi finir sérieusement complexé. Bon, si vous voulez voyager, vous pouvez encore demander conseil à Fred (il évalue les distances en kilo-miles, mais ne vous laissez pas impressionner). Julien, lui, vous aidera à séduire votre entourage au simple moyen d'un imperméable et d'un parapluie. Farid, ravale tes larmes, je ne t'oublie pas mon canard, ce n'est pas un étage entre nous qui m'empêchera de te consulter, sur quoi au fait, sur tout, sur rien, sur la vie, les palmipèdes et autres sujets délicats.

Aussi brillants que soient les esprits, ils faut parfois les associer pour tenter de résoudre les questions les plus épineuses. Par exemple : "Peut-on s'élever collectivement en pourfendeurs de la routine... tous les midi autour de la même table ? ". Je peux témoigner que d'éminents intellectuels se consacrent quotidiennement à la recherche d'une réponse à ce problème, noble tâche qui exalte les qualités individuelles les plus variées. Vous pouvez venir vérifier, inutile de préciser que ces passionnants débats se déroulent invariablement au Petit London (merci Yannick) : alors que Vincent H. (le grand) cherchera des indices dans son inépuisable réserve d'anecdotes personnelles, Vincent M. (le moins grand, donc) proposera une analyse détaillée de quelque éditorial bien choisi. Si vous avez de la chance, J.P. se lancera peut-être dans un de ces réquisitoires passionnés dont il a le secret ? Quant à Wil, comme d'habitude, il mettra un point d'honneur à me prendre de vitesse dès que le moindre jeu de mots navrant menacera de jaillir de la conversation. Les sceptiques ne manqueront pas de douter qu'on puisse se passer de la fameuse intuition féminine pour résoudre des questions aussi cruciales. Heureusement qu'Alexandra est là pour modérer nos propos d'un regard sévère, lorsqu'il nous arrive de dépasser les bornes de la mauvaise foi. Et n'oublions pas quand autrefois, oh il n'y a pas si longtemps, nous nous fendions d'un dessert pour inviter à notre table les très savantes Audrey, Garmy et Virginie, triade inénarrable dont la sagesse n'a d'égale que l'appétit (de savoir).

Parmi mes innombrables idoles, je dois encore louer les experts en noeuds avec lesquels j'ai tant de plaisir à partager mes week-ends. Et il reste encore bien des spécimens dans ma panoplie, dont un troupeau de mélomanes, une demi-douzaine d'expatriés, un coach en soutien scolaire, plusieurs variétés de piliers de comptoir et même quelques Parisiens.

A vous tous, que dire, sinon merci.

# Résumé

Cette thèse traite du problème de la synchronisation de porteuse pour la transmission de données entre un satellite géostationnaire et un terminal utilisateur. L'étude menée ici se rapporte plus précisément à des systèmes multimédia large-bande exploitant les bandes Ku/Ka. Un enjeu majeur lors de la conception d'applications à destination du grand public réside dans la possibilité de garantir un accès à moindre coût aux utilisateurs. Cela se traduit en particulier sur les spécifications des terminaux en termes de puissance à l'émission et de gain à la réception, et donc sur le rapport signal à bruit. Afin d'assurer la qualité de la liaison à de très faibles points de fonctionnement, de puissants codes correcteurs d'erreur sont utilisés, tels que des codes LDPC ou des turbo-codes. Les systèmes actuellement envisagés se fondent par ailleurs sur des modulations de phase et les normes les plus récentes privilégient des ordres de modulations élevés afin d'augmenter l'efficacité spectrale des systèmes. Les performances de décodage se trouvent alors fortement affectées par la qualité de la démodulation. C'est pourquoi l'opération de récupération de la porteuse s'avère critique au sein du récepteur. A faible rapport signal à bruit, les techniques de synchronisation classiques ne sont pas suffisamment performantes pour garantir la qualité de service requise. Une approche possible réside dans l'utilisation d'informations de décodage afin d'améliorer les performances de la synchronisation.

Les algorithmes proposés dans cette étude se fondent sur le décodage souple d'un code de parité simple pour la synchronisation de phase porteuse. Cette approche est essentiellement motivée par le fait que le code étant très court, il est possible d'extraire une information de décodage à partir d'un nombre réduit de symboles reçus, et donc potentiellement de suivre des variations rapides de l'erreur de phase sans initialisation particulière. Cela est important dans un contexte où les contraintes de faible coût se répercutent sur les spécifications des oscillateurs dans les terminaux, induisant une erreur de fréquence et un bruit de phase qui ne peuvent pas être négligés. Nous étudions d'abord comment extraire une information de décodage à partir des symboles reçus, et comment l'exploiter lors de la synchronisation de phase. Deux algorithmes de synchronisation issus du maximum de vraisemblance sont déduits de cette approche :

1. Un schéma de synchronisation fondé sur une boucle de phase et adapté à des transmissions continues est étudié en premier lieu. Testé avec les modulations QPSK et 8PSK, le détecteur proposé s'avère plus performant que les détecteurs de phase classiques à très faible rapport signal à bruit. Il permet ainsi de suivre plus efficacement le bruit de phase ainsi qu'une erreur de fréquence réaliste. Le gain sur la gigue de phase se traduit enfin par une réduction importante de la probabilité de saut de cycle.
2. Pour des transmissions par paquets, on préfère des schémas non bouclés, qui n'ont pas de phase d'acquisition. L'estimateur de phase proposé est plus performant que l'estimateur de Viterbi et Viterbi à faible rapport signal à bruit, y compris lorsque l'erreur de phase varie au cours du temps.

Les résultats de simulations présentés dans cette thèse sont fondés sur un modèle de transmission inspiré de la norme DVB-S2. Cette étude montre que dans des conditions de réception réalistes, l'utilisation de la redondance d'un code de parité peut-être profitable pour la synchronisation de porteuse. Dans un contexte tel que celui de transmissions multimedia par satellite, les algorithmes proposés constituent une alternative intéressante à l'utilisation de symboles pilotes pour l'initialisation d'algorithmes itératifs plus performants.



# Abstract

This thesis is devoted to the carrier synchronization aspects in data transmission systems involving a geostationary satellite and low-cost user terminals. The study is focused on wideband multimedia communication systems operating in Ka-band. The recent standards DVB-S2 and DVB-RCS are designed to provide high quality data transmission in such context. They involve powerful channel codes such as LDPC codes and turbo-codes, that make possible to envisage very low signal-to-noise ratios. High order phase modulation schemes with coherent demodulation are suited to increase the spectral and power efficiency. The carrier synchronization in the receiver is then critical to provide sufficient demodulation performance, in order to fully benefit from the code capacity. The classical techniques perform poorly at low signal to noise ratio. The use of decoding information allows then to improve the carrier phase recovery.

The proposed carrier synchronization algorithms are based on the soft decoding of a short single parity check code. This approach is motivated by the fact that short sequences are less affected by the phase variation than long channel-encoded frames. This is important, since the poor specifications of the oscillators involved in low-cost receivers may result into non negligible phase noise and frequency offset.

The soft decoding of a single parity check code is addressed first, then applied to derive two soft decision directed phase synchronisation schemes :

1. Feedback synchronization schemes are well suited to continuous transmissions. A phase locked loop involving the proposed detector outperforms the classical algorithms at low signal to noise ratio. It appears to efficiently track the phase noise, and to cope with realistic frequency offsets. The phase jitter improvement results in a great reduction of the cycle slip probability. The study is carried out with QPSK and 8PSK modulations, in low operating conditions and for various coding rates.
2. Feedforward algorithms, with null acquisition time, are preferred to provide phase estimation in burst transmission schemes. A soft decision directed phase estimator exploiting the redundancy brought by a single parity check code outperforms the Viterbi and Viterbi estimator at low signal-to-noise ratio. Moreover, it appears to cope with significant phase variation. Some features specific to (soft or hard) decision directed estimators are highlighted in this study.

All simulation results presented here are based on a transceiver model inspired from DVB-S2 standard. The considered signal to noise ratios reach the lowest levels envisaged for QPSK and 8PSK modulations. The phase noise model complies with the aggregate mask suggested for the evaluation of the carrier recovery in DVB-S2 receivers. It appears that the redundancy brought by a single parity-check code allows to significantly improve the carrier recovery in realistic receiving conditions. For applications involving turbo-like channel codes, the proposed algorithms shall represent an alternative to the pilot-aided approach to provide the prior phase estimates required to initiate more powerful iterative algorithms.





# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Transmissions large bande par satellite</b>	<b>5</b>
1.1 Contexte actuel des systèmes large bande par satellite . . . . .	5
1.2 Type de transmission . . . . .	6
1.2.1 Transmissions continues et transmissions par paquets . . . . .	6
1.2.1.1 Transmission continue . . . . .	6
1.2.1.2 Transmission par paquets . . . . .	6
1.2.2 Les normes DVB-S2 et DVB-RCS . . . . .	7
1.2.2.1 Voie aller : DVB-S2 . . . . .	7
1.2.2.2 Voie retour : DVB-RCS . . . . .	7
1.3 Modèle de canal . . . . .	7
1.3.1 Bruit additif gaussien . . . . .	7
1.3.2 Perturbations sur la porteuse . . . . .	9
1.3.2.1 Erreur de fréquence . . . . .	9
1.3.2.2 Bruit de phase . . . . .	9
1.4 Structure du récepteur . . . . .	9
1.5 Conclusion . . . . .	11
<b>2 Synchronisation de phase porteuse à faible RSB</b>	<b>13</b>
2.1 Modèle de transmission . . . . .	14
2.2 Définition du problème . . . . .	15
2.3 Vraisemblance de la phase porteuse à partir du signal reçu . . . . .	16
2.4 Structures des algorithmes de synchronisation . . . . .	17
2.4.1 Structures bouclées . . . . .	17
2.4.2 Structures directes . . . . .	17
2.5 Synchronisation sans information a priori sur les données . . . . .	17
2.5.1 Stratégie NDA (Non Data Aided) . . . . .	18
2.5.2 Stratégie HDD (Hard Decision Directed) . . . . .	18
2.5.3 Limitations à faible rapport signal à bruit . . . . .	19
2.6 Algorithmes de synchronisation avec pilotes . . . . .	19
2.7 Synchronisation à l'aide d'une information de décodage . . . . .	20
2.7.1 Synchronisation à l'aide de "tentative decisions" . . . . .	20
2.7.2 Turbo-synchronisation . . . . .	21
2.7.3 Intégration de la synchronisation dans le décodeur . . . . .	22
2.7.4 Autres méthodes d'estimation . . . . .	23
2.8 Approche proposée . . . . .	24
2.9 Conclusion . . . . .	26

<b>3</b>	<b>Décodage du code de parité et vraisemblance de la phase</b>	<b>27</b>
3.1	Décodage souple d'un code de parité simple . . . . .	27
3.1.1	Notations . . . . .	27
3.1.2	Décodage souple d'un code de parité . . . . .	28
3.1.2.1	Décodage d'une équation de parité impliquant 2 symboles 8PSK . . . . .	28
3.1.2.2	Décodage d'une équation de parité impliquant P symboles MPSK . . . . .	30
3.1.2.3	Mise en oeuvre pratique du décodage . . . . .	30
3.2	Introduction des APP dans la vraisemblance . . . . .	31
3.3	Interprétation de la vraisemblance . . . . .	32
3.3.1	Décisions souples . . . . .	32
3.3.2	Apport du code de parité . . . . .	33
3.4	Estimateur et détecteur de phase SDD . . . . .	34
3.5	Conclusion . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Boucle de phase avec détecteur SDD</b>	<b>39</b>
4.1	Etude du détecteur SDD en boucle ouverte . . . . .	40
4.1.1	Courbes en S . . . . .	40
4.1.2	Ambiguïté de phase . . . . .	40
4.1.3	Gain du détecteur . . . . .	42
4.2	Estimation d'une phase constante . . . . .	44
4.2.1	Bornes de Cramer-Rao . . . . .	44
4.2.2	Performances de synchronisation . . . . .	44
4.2.2.1	Performances à $E_s/N_0$ constant . . . . .	44
4.2.2.2	Performances à $E_b/N_0$ constant . . . . .	48
4.3	Performances en présence de bruit de phase . . . . .	50
4.3.1	Modèle de bruit de phase . . . . .	50
4.3.2	Compromis sur la bande de bruit . . . . .	51
4.3.3	Gigues minimales en présence de bruit de phase . . . . .	53
4.4	Résistance à une erreur de fréquence . . . . .	56
4.5	Temps d'accrochage . . . . .	59
4.6	Sauts de cycles . . . . .	61
4.7	Conclusion . . . . .	64
<b>5</b>	<b>Transmissions en mode paquet : estimateur SDD</b>	<b>65</b>
5.1	Classification des estimateurs . . . . .	66
5.1.1	Estimation par blocs et fenêtre glissante . . . . .	66
5.1.2	Estimation à partir de symboles pilotes . . . . .	66
5.1.3	Estimateur de Viterbi et Viterbi . . . . .	66
5.1.4	Estimateurs fondés sur une prise de décision . . . . .	66
5.2	Réponse moyenne de l'estimateur SDD . . . . .	67
5.2.1	Biais . . . . .	67
5.2.2	Ambiguïté de phase . . . . .	69
5.3	Estimation d'une phase constante . . . . .	70
5.3.1	Gigues de phase à taille de bloc fixée . . . . .	70
5.3.2	Comportement des estimateurs de phase avec pré-correction des données . . . . .	70
5.3.2.1	Effets de la pré-correction . . . . .	72
5.3.2.2	Modèle d'estimation de la phase avec information a priori . . . . .	72
5.3.2.3	Gigue d'estimation avec connaissance a priori . . . . .	73
5.3.2.4	Borne inférieure de la gigue d'estimation de phase avec connaissance a priori . . . . .	73
5.3.3	Interprétation fréquentielle : bandes de bruit équivalentes . . . . .	76
5.3.3.1	Corrélation des estimées et bande équivalente de bruit . . . . .	76
5.3.3.2	Estimation de la bande équivalente de bruit . . . . .	78
5.3.4	Comparaison des estimateurs à bande de bruit équivalente fixée . . . . .	81

5.4	Performances en présence de bruit de phase . . . . .	81
5.4.1	Compromis sur la largeur des blocs d'estimation . . . . .	81
5.4.2	Gigues minimales d'estimation . . . . .	81
5.4.2.1	Comparaison à $E_s/N_0$ constant . . . . .	81
5.4.2.2	Comparaison à $E_b/N_0$ constant . . . . .	85
5.4.2.3	Remarque . . . . .	86
5.5	Influence d'une erreur de fréquence . . . . .	87
5.5.1	Influence d'une erreur de fréquence sur les performances d'estimation . . . . .	87
5.5.2	Dimensionnement des blocs en présence d'une erreur de fréquence $\Delta f/R_s = 0.05\%$ . . . . .	89
5.6	Sauts de cycle . . . . .	89
5.7	Conclusion . . . . .	93
<b>6</b>	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>95</b>
<b>A</b>	<b>Contributions à la thèse</b>	<b>97</b>
<b>B</b>	<b>Synchronisation de phase NDA et HDD pour les modulations MPSK</b>	<b>99</b>
B.1	Algorithmes de type NDA . . . . .	99
B.1.1	Estimateurs de phase . . . . .	100
B.1.2	Détecteurs de phase . . . . .	102
B.2	Algorithmes de type HDD . . . . .	102
B.2.1	Détecteur de phase . . . . .	104
B.2.2	Estimateur de phase . . . . .	104
<b>C</b>	<b>Fonctionnement des boucles de synchronisation</b>	<b>105</b>
C.1	Structure d'une boucle de synchronisation . . . . .	105
C.2	Paramètres du filtre de boucle . . . . .	107
C.2.1	Filtre du premier ordre . . . . .	107
C.2.2	Filtre du second ordre . . . . .	107
<b>D</b>	<b>Synchronisation avec pilotes pour des récepteurs DVB-S2</b>	<b>109</b>
D.1	Structure des trames DVB - S2 avec symboles pilotes . . . . .	109
D.2	Proposition d'un schéma de synchronisation de porteuse avec pilotes . . . . .	109
D.3	Performances en présence de bruit de phase . . . . .	111
<b>E</b>	<b>Loi des estimées de phase HDD</b>	<b>113</b>
E.1	Hypothèses et notations . . . . .	113
E.2	Loi de la phase d'un échantillon reçu . . . . .	114
E.3	Estimateur sur N symboles . . . . .	115
E.3.1	Simplification du problème . . . . .	115
E.3.2	Loi de $z_k$ pour l'estimateur PA : . . . . .	115
E.3.2.1	Moyenne de $[z_k]$ . . . . .	115
E.3.2.2	Variance de $[z_k]$ . . . . .	116
E.3.2.3	Résumé : . . . . .	116
E.3.3	Loi de $z_k$ pour l'estimateur HDD avec pré-correction parfaite . . . . .	116
E.3.3.1	Moyenne de $[z_k]$ . . . . .	117
E.3.3.2	Variance de $[z_k]$ . . . . .	118
E.3.3.3	Résumé . . . . .	119
E.3.4	Loi des estimateurs PA et HDD avec précorrection parfaite . . . . .	119
E.3.4.1	Biais . . . . .	120
E.3.4.2	Gigue de phase . . . . .	120
E.3.4.3	Remarque . . . . .	121
E.3.5	Estimateur HDD avec pré-correction aléatoire . . . . .	121
E.3.5.1	Loi de $z_k$ sachant $\hat{\varphi}_{n-1}$ . . . . .	121

E.3.5.2	Loi de $(\hat{\varphi} \hat{\varphi}_{n-1})$ . . . . .	122
E.3.5.3	Loi de l'estimateur $\hat{\varphi}$ . . . . .	123
E.3.5.4	Biais . . . . .	123
E.3.5.5	Variance . . . . .	123
<b>Bibliographie</b>		<b>125</b>

# Table des figures

1.1	Fonctions de synchronisation dans le récepteur . . . . .	10
2.1	Modèle de chaîne d'émission - réception . . . . .	14
2.2	Variation de la phase porteuse au cours du temps . . . . .	15
2.3	Principe d'une boucle de phase . . . . .	17
2.4	Principe d'un estimateur de phase . . . . .	17
2.5	Synchronisation et décodage . . . . .	23
2.6	Insertion d'un code de parité simple dans la chaîne de transmission . . . . .	25
3.1	Exemple de code de parité simple (avec $k_p = 3$ ) . . . . .	28
3.2	Constellations QPSK et 8PSK avec codage de Gray . . . . .	33
3.3	Constellation des coefficients $\delta_k$ - Modulation QPSK . . . . .	35
3.4	Distribution des arguments de $\delta_k$ - Modulation QPSK . . . . .	36
3.5	Constellation des coefficients $\delta_k$ - Modulation 8PSK . . . . .	37
3.6	Distribution des arguments de $\delta_k$ - Modulation 8PSK . . . . .	38
4.1	Courbes en S du détecteur SDD . . . . .	41
4.2	Ambiguïté de $\frac{\pi}{2}$ dans une constellation QPSK . . . . .	42
4.3	Gain du détecteur SDD en fonction du rapport signal à bruit . . . . .	43
4.4	Performances des boucles pour l'estimation d'une phase constante : comparaison à $E_s/N_0$ constant . . . . .	45
4.5	Performances des boucles pour l'estimation d'une phase constante : comparaison à $E_b/N_0$ constant . . . . .	46
4.6	Comparaison des giges de phase . . . . .	48
4.7	Définition des différents rapports signal à bruit . . . . .	48
4.8	Modèle de bruit de phase . . . . .	51
4.9	Densité spectrale de puissance du bruit de phase comparée au gabarit DVB-S2 pour une transmission à 25 MBauds . . . . .	51
4.10	Giges d'estimation de la phase en présence de bruit de phase : influence du RSB . . . . .	52
4.11	Giges d'estimation en présence de bruit de phase en fonction de la bande de bruit . . . . .	52
4.12	Giges minimales en fonction du rapport signal à bruit - modulation QPSK : comparaison à $E_s/N_0$ constant . . . . .	54
4.13	Giges minimales en fonction du rapport signal à bruit - modulation QPSK : comparaison à $E_b/N_0$ constant . . . . .	54
4.14	Giges minimales en fonction du rapport signal à bruit - modulation 8PSK : comparaison à $E_s/N_0$ constant . . . . .	55
4.15	Giges minimales en fonction du rapport signal à bruit - modulation 8PSK : comparaison à $E_b/N_0$ constant . . . . .	55
4.16	Performances des boucles en présence de bruit de phase et d'une erreur de fréquence - Modulation QPSK . . . . .	57
4.17	Performances des boucles en présence de bruit de phase et d'une erreur de fréquence - Modulation 8PSK . . . . .	58

4.18	Temps d'accrochage moyen d'une boucle de phase d'ordre 2 en présence d'une erreur de fréquence . . . . .	60
4.19	Temps moyen entre sauts de cycles estimé aux bandes de bruit optimales - Comparaison à $E_s/N_0$ constant, avec la modulation QPSK . . . . .	62
4.20	Temps moyen entre sauts de cycles estimé aux bandes de bruit optimales - Comparaison à $E_b/N_0$ constant, avec la modulation QPSK . . . . .	62
4.21	Temps moyen entre sauts de cycles estimé aux bandes de bruit optimales - Comparaison à $E_s/N_0$ constant, avec la modulation 8PSK . . . . .	63
4.22	Temps moyen entre sauts de cycles estimé aux bandes de bruit optimales - Comparaison à $E_b/N_0$ constant, avec la modulation 8PSK . . . . .	63
5.1	Estimation de phase avec précorrection et décisions sur les données . . . . .	67
5.2	Réponse moyenne des estimateurs en fonction de l'erreur de phase . . . . .	68
5.3	Biais d'estimation et déroulement de la phase . . . . .	69
5.4	Ecart-type de l'erreur d'estimation d'une phase constante en fonction de $E_s/N_0$ . Comparaison à largeur de bloc $N$ fixée . . . . .	71
5.5	Estimation avec connaissance a priori . . . . .	72
5.6	écart-type de la phase de pré-correction et écart-type de l'erreur d'estimation (résultats de simulation) : modulation QPSK, $E_s/N_0 = 2 dB$ , estimation par blocs de $N = 32$ symboles . . . . .	74
5.7	Gigue d'estimation avec pré-correction par l'estimée précédente . . . . .	74
5.8	Spectre des estimées de phase . . . . .	77
5.9	Définition de la bande de bruit (monolatérale) équivalente . . . . .	78
5.10	Evaluation empirique de la bande de bruit des schémas d'estimation . . . . .	79
5.11	Estimation d'une phase constante : comparaison des estimateurs à bande de bruit fixée . . . . .	80
5.12	Performance des estimateurs en présence de bruit de phase : influence de la largeur des blocs . . . . .	82
5.13	Performances d'estimation aux largeurs de bloc optimales pour le suivi du bruit de phase : écart-type des estimées en fonction de $E_s/N_0$ . . . . .	83
5.14	Performances d'estimation aux largeurs de bloc optimales pour le suivi du bruit de phase : écart-type des estimées en fonction de $E_b/N_0$ . . . . .	84
5.15	Modulation QPSK : performances d'estimation en présence d'une erreur de fréquence, aux tailles de bloc optimales pour le suivi du bruit de phase . . . . .	88
5.16	Modulation 8PSK : performances d'estimation en présence d'une erreur de fréquence, aux tailles de bloc optimales pour le suivi du bruit de phase . . . . .	88
5.17	Performances d'estimation en présence de bruit de phase et d'une erreur de fréquence $\Delta_f = 5.10^{-4}R_s$ (largeurs de bloc optimales) . . . . .	90
5.18	Temps moyen entre sauts de cycles lorsque les largeurs de bloc sont optimales pour le suivi du bruit de phase (modulation QPSK) . . . . .	91
5.19	Temps moyen entre sauts de cycles lorsque les largeurs de bloc sont optimales pour le suivi du bruit de phase (modulation 8PSK) . . . . .	92
B.1	Comparaison des estimateurs de phase de Viterbi et Viterbi en QPSK : estimation d'une phase constante, $N = 32$ . . . . .	101
B.2	Comparaison des estimateurs de phase de Viterbi et Viterbi en 8PSK : estimation d'une phase constante, $N = 64$ . . . . .	101
B.3	Comparaison des détecteurs de phase NDA en QPSK : estimation d'une phase constante. ( $B_l T_s = 10^{-4}$ ) . . . . .	103
B.4	Comparaison des détecteurs de phase NDA en 8PSK : estimation d'une phase constante ( $B_l T_s = 10^{-4}$ ) . . . . .	103
C.1	Boucle d'estimation d'un paramètre $\theta$ . . . . .	105
C.2	Schéma équivalent d'une boucle de synchronisation . . . . .	106

D.1	Structure des trames DVB-S2 avec symboles pilotes . . . . .	110
D.2	Schéma proposé pour la synchronisation de porteuse avec pilotes . . . . .	110
D.3	Principe d'une boucle "Forward - Backward" . . . . .	111
E.1	Ecart-type des estimées HDD avec pré-correction parfaite des données. Modulation QPSK. Estimation par blocs de 32 symboles. . . . .	121
E.2	Ecart-type des estimées PA et borne de Cramer-Rao modifiée en QPSK. Estimation par blocs de $N = 32$ symboles . . . . .	122
E.3	Ecart-type de l'erreur d'estimation HDD en fonction de $\sigma_0$ . Modulation QPSK, estimation par blocs de $N = 32$ symboles, $E_s/N_0 = 0 dB$ . . . . .	124





# Liste des tableaux

1.1	Efficacités spectrales proposées dans la norme DVB-S2 avec les modulations QPSK et 8PSK (pour un rythme symbole unitaire). Rapports signal à bruit requis pour garantir un taux d'erreur paquet (TEP) de $10^{-7}$ . . . . .	8
1.2	Efficacités spectrales proposées dans la norme DVB-RCS avec un turbo-code ponçonné (pour un rythme symbole unitaire). Rapports signal à bruit requis pour garantir un taux d'erreur paquet de $10^{-7}$ . . . . .	8
1.3	Ecart-type de l'erreur de phase maximum requis ( $\sigma_{max}$ ) pour limiter à 0.2 dB la dégradation sur les performances du récepteur DVB-S2 . . . . .	11
4.1	Performances comparées des détecteurs en QPSK, à $E_s/N_0 = -2.35$ dB . . . . .	47
4.2	Performances comparées des détecteurs en 8PSK, à $E_s/N_0 = 5.5$ dB . . . . .	47
4.3	Performances comparées des détecteurs en QPSK, à $E_b/N_0 = -5.35$ dB . . . . .	47
4.4	Performances comparées des détecteurs en 8PSK, à $E_b/N_0 = 0.73$ dB . . . . .	47
4.5	Décalage du rapport signal à bruit canal à $E_b/N_0$ constant en fonction du rendement du code . . . . .	49
4.6	Gabarit de bruit de phase DVB-S2 . . . . .	50
4.7	Temps d'accrochage moyen dans la boucle aux bandes de bruit optimales pour le bruit de phase - modulation QPSK : $E_s/N_0 = 1$ dB . . . . .	61
4.8	Temps d'accrochage moyen dans la boucle aux bandes de bruit optimales pour le bruit de phase - modulation QPSK : $E_s/N_0 = -2.35$ dB . . . . .	61
4.9	Temps d'accrochage moyen dans la boucle aux bandes de bruit optimales pour le bruit de phase - modulation 8PSK : $E_s/N_0 = 10$ dB . . . . .	61
4.10	Temps d'accrochage moyen dans la boucle aux bandes de bruit optimales pour le bruit de phase - modulation 8PSK : $E_s/N_0 = 5.77$ dB . . . . .	61
5.1	Bandes de bruit optimales en présence de bruit de phase (modulation QPSK) . . .	86
5.2	Bandes de bruit optimales en présence de bruit de phase (modulation 8PSK) . . .	86
5.3	Dimensionnement des blocs d'estimation en présence d'une erreur de fréquence $\Delta f/R_s = 0.05\%$ - Modulation QPSK . . . . .	90
5.4	Dimensionnement des blocs d'estimation en présence d'une erreur de fréquence $\Delta f/R_s = 0.05\%$ - Modulation 8PSK . . . . .	90



# Acronymes

**BCR** : Borne de Cramer-Rao  
**BCRM** : Borne de Cramer-Rao Modifiée  
**DSP** : Densité Spectrale de Puissance  
**DVB-RCS** : Digital Video Broadcasting [standard] : Return Channel for Satellite  
**DVB-S** : Digital Video Broadcasting [standard] for Satellite applications  
**EM** : Expectation-Maximization  
**ETSI** : European Telecommunications Standard Institute  
**FBL** : Forward and Backward Loop  
**HDD** : Hard Decision Directed  
**LDPC** : Low Density Parity-Check (code)  
**NCO** : Numerically Controlled Oscillator  
**NDA** : Non Data Aided  
**MAP** : Maximum A Posteriori  
**MPSK** : M-sates Phase Shift Keying  
**MV** : Maximum de Vraisemblance  
**PA** : Pilot Aided  
**PSP** : Per Survivor Processing  
**RSB** : Rapport Signal à Bruit  
**SDD** : Soft Decision Directed  
**TEB** : Taux d'Erreur Binaire  
**TEP** : Taux d'erreur paquet  
**TD** : Tentative Decision  
**V&V** : Viterbi et Viterbi (estimateur de)



# Introduction

## Motivation

Les systèmes de télécommunications large bande par satellite constituent une solution attractive pour couvrir des zones géographiquement isolées, où la mise en place d'infrastructures terrestres s'avère trop coûteuse. L'évolution des applications dites "multimédia" vers des services interactifs demandant de plus en plus de capacité motive la recherche de nouvelles solutions techniques. L'exploitation de la bande Ka permet aujourd'hui l'accès à de larges ressources en bande passante, et facilite par ailleurs l'implantation de technologies multifaisceaux avec réutilisation des fréquences. Par ailleurs, le perfectionnement des techniques de transmission (codage canal plus puissant, modulations d'ordre élevé, etc...) permet d'améliorer l'efficacité spectrale et en puissance des systèmes. Dans ce contexte d'optimisation des ressources et de réduction des coûts, les récepteurs sont amenés à travailler à de très faibles rapports signal à bruit. La garantie d'une qualité de service élevée se traduit alors par des spécifications très contraignantes sur les performances de démodulation.

L'extraction des données à partir du signal reçu repose sur un certain nombre de traitements préalables au sein du démodulateur. Le signal transmis autour de la fréquence porteuse doit tout d'abord être transposé en bande de base à l'aide d'un ou plusieurs oscillateurs locaux. Après filtrage adapté, le signal est échantillonné au rythme symbole. Nous n'insistons pas dans cette thèse sur les aspects liés à la synchronisation d'horloge, qui vise à déterminer les instants optimaux d'échantillonnage, afin d'éliminer l'interférence entre symboles. En revanche, la synchronisation de porteuse, c'est à dire la compensation des effets du canal de transmission sur la phase du signal, se révèle être l'un des points les plus critiques du démodulateur. En effet, le décodage canal, même très puissant, est fortement sensible à une erreur de phase. Or la récupération de phase s'avère particulièrement difficile dans les conditions de réception qui caractérisent une transmission entre un satellite et un terminal utilisateur de faible coût : d'une part le faible rapport signal à bruit rend inutilisables les algorithmes de synchronisation classiques, et d'autre part, les variations de l'erreur de phase qui proviennent des instabilités des oscillateurs doivent être prises en compte.

Le principal obstacle pour l'estimation de l'erreur de phase provient de la méconnaissance des données transmises, au niveau du récepteur. Une réponse peut être apportée à ce problème par la transmission de symboles de référence dédiés à la synchronisation. Ces symboles étant connus du récepteur, la récupération de phase peut être améliorée, mais au prix d'une réduction parfois importante de la capacité du système. Une alternative à cette approche réside dans l'association du décodage canal à la récupération de phase. Cette démarche est particulièrement prometteuse en présence de turbo-codes ou de codes LDPC, dont le décodage permet la restitution quasi sans erreur des données transmises. Des schémas itératifs où synchronisation de phase et décodage canal sont imbriqués s'avèrent effectivement performants à faible rapport signal à bruit lorsque l'erreur de phase est constante. Ces algorithmes posent toutefois problème dans le contexte qui nous intéresse, où les variations de la phase ne peuvent être négligées sur des trames codées très longues de type DVB-S2 ou DVB-RCS. Il devient alors impossible d'effectuer la première itération de décodage sans correction préalable de la phase du signal : on est alors ramené au problème de synchronisation initial. Cette observation motive l'approche proposée dans cette thèse, qui consiste à exploiter la redondance d'un code de parité très court pour la synchronisation de phase porteuse.

## Contributions

Le but poursuivi dans cette thèse est l'amélioration de la récupération de phase dans les conditions de réception d'un terminal utilisateur en voie aller, ou d'une charge utile régénérative (ou d'une gateway si le satellite est transparent), en voie retour. L'étude proposée prend en compte l'évolution des systèmes large bande actuels vers des schémas de transmissions à haute efficacité spectrale et en puissance. Le modèle implanté s'inspire en particulier de la norme récente DVB-S2 pour le choix des modulations (QPSK / 8PSK), du modèle de canal (incluant une erreur de fréquence et du bruit de phase conforme au gabarit spécifié dans la norme) et des rapports signal à bruit (qui atteignent les niveaux les plus faibles envisagés dans la norme).

Une première étude, consistant à exploiter pour la synchronisation les symboles pilotes insérés dans les trames DVB-S2, a fait l'objet d'une collaboration entre le CNES et le laboratoire TESA [1]. Les principaux résultats de cette étude sont présentés en annexe D.

L'approche développée dans cette thèse vise à se passer de symboles pilotes, pour exploiter plutôt la redondance sur les données issue d'un code de parité. Nous évoquons le fait que sous certaines contraintes, les algorithmes proposés pourraient s'appliquer directement à partir de la redondance de codes LDPC particuliers. L'extraction d'une information souple de décodage à partir d'échantillons reçus liés par une équation de parité, est détaillée pour une modulation de phase de type MPSK. Un détecteur et un estimateur de phase issus du maximum de vraisemblance et exploitant cette information sont développés et comparés aux algorithmes de synchronisation classiques.

Le détecteur de phase proposé est étudié à très faible rapport signal à bruit pour les modulations QPSK et 8PSK. Les performances de synchronisation sont évaluées pour plusieurs rendements du code de parité. L'étude prend successivement en compte les effets du bruit gaussien, l'influence du bruit de phase et d'une erreur résiduelle sur la fréquence porteuse. Des considérations liées à la probabilité de saut de cycle et au temps d'accrochage des boucles complètent l'étude, essentiellement concentrée sur la gigue de phase.

L'estimateur de phase exploitant la redondance d'un code de parité comporte une particularité importante par rapport aux structures d'estimation directes classiques. La prise de décisions (souples) sur les échantillons reçus rend en effet nécessaire la correction préalable de la phase du signal à l'aide d'une boucle de rétroaction. Les effets induits par cette précorrection sont pris en compte lors de l'analyse de performances. Pour une estimation par blocs, l'étude proposée vise à optimiser la taille des fenêtres afin de minimiser la gigue en présence de bruit de phase et d'une erreur de fréquence, toujours avec les modulations QPSK et 8PSK et à faible rapport signal à bruit.

## Organisation de la thèse

Dans le chapitre 1, nous présentons brièvement les spécificités de la couche physique d'un système large bande par satellite. L'accent est mis notamment sur l'évolution des spécifications sur la voie aller et la voie retour, avec la normalisation de codes correcteurs très puissants tels que des turbo-codes (dans la norme DVB-RCS) et des codes LDPC (dans la norme DVB-S2), et la définition de schémas de modulations de phase à haute efficacité spectrale. Après la description d'un modèle classique de canal satellite, nous rappelons les principales fonctions du récepteur.

Le chapitre 2 est consacré plus particulièrement à la synchronisation de phase porteuse à faible rapport signal à bruit. Le problème est formulé pour un modèle de transmission en bande de base inspiré des spécifications de la norme DVB-S2. Un état de l'art sur les solutions existantes nous amène à justifier notre approche dans le contexte de transmissions par satellite.

Le décodage souple d'un code de parité simple, et l'introduction de l'information obtenue dans l'expression de la vraisemblance de la phase font l'objet du chapitre 3. A partir de la vraisemblance sont déduits un détecteur et un estimateur de phase, étudiés dans les deux chapitres suivants.

L'étude du détecteur de phase est faite au chapitre 4 pour les schémas de modulation QPSK et 8PSK. L'algorithme proposé, bien adapté à un contexte de transmissions continues, s'avère intéressant pour la réception d'un signal satellite en voie aller, dans les terminaux utilisateurs.

Pour la synchronisation dans un contexte de transmissions par paquets (comme par exemple une voie retour de type DVB-RCS), on a généralement recours à des structures directes, qui ne posent pas de problème de temps d'acquisition. L'estimateur de phase fondé sur le décodage souple d'un code de parité est étudié à faible rapport signal à bruit, toujours pour les modulations QPSK et 8PSK, au chapitre 5.

Pour terminer, nous exposons nos conclusions et proposons quelques perspectives à ce travail dans le chapitre 6.





# Chapitre 1

## Caractéristiques d'une transmission par satellite pour des applications large bande

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Contexte actuel des systèmes large bande par satellite</b>	<b>5</b>
<b>1.2</b>	<b>Type de transmission</b>	<b>6</b>
1.2.1	Transmissions continues et transmissions par paquets	6
1.2.2	Les normes DVB-S2 et DVB-RCS	7
<b>1.3</b>	<b>Modèle de canal</b>	<b>7</b>
1.3.1	Bruit additif gaussien	7
1.3.2	Perturbations sur la porteuse	9
<b>1.4</b>	<b>Structure du récepteur</b>	<b>9</b>
<b>1.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>11</b>

---

Nous présentons brièvement dans ce chapitre les principales caractéristiques de la couche physique d'un système de communications large bande par satellite. Après une introduction sur les évolutions récentes dans ce domaine (§1.1), nous faisons la distinction entre les modes de transmission continue et par paquets, caractéristiques des voies aller et retour de systèmes par satellite (§1.2). Après avoir rappelé au § 1.3 les caractéristiques du canal satellite, nous exposons enfin au §1.4 les principales fonctions à implanter dans un récepteur, afin de permettre la démodulation du signal.

### 1.1 Contexte actuel des systèmes large bande par satellite

Les systèmes de télécommunications par satellite ont considérablement évolué ces dix dernières années, avec d'une part la transition de l'analogique au numérique pour la diffusion de télévision, et d'autre part l'apparition de services multimédia au sens large (accès internet, vidéoconférence, échange de données...). Cette évolution a coïncidé avec l'émergence de la norme DVB-S (Digital Video Broadcasting for Satellite applications) [2], aujourd'hui très largement utilisée pour la diffusion de données. Par ailleurs, l'interactivité des applications a rendu nécessaire l'apparition d'une voie retour de l'utilisateur vers l'opérateur, d'abord assurée par voie terrestre, puis par satellite, avec notamment la définition de la norme DVB-RCS (Digital Video Broadcasting - Return Channel for Satellite) [3]. L'évolution de la technologie a alors rendu possible l'exploitation de la bande Ka (20-30 GHz), libérant ainsi une large plage de fréquences, et permettant de satisfaire des exigences

croissantes en termes de ressources. Par rapport à la bande Ku (10-15 GHz), la bande Ka facilite en outre l'implantation de systèmes multifaisceaux avec réutilisation des fréquences, permettant ainsi d'augmenter la capacité supportée par un satellite, et par conséquent de réduire le coût de la bande.

Parmi les systèmes existant à ce jour et exploitant (exclusivement ou en partie) la bande Ka, on compte notamment le système européen opéré par SES-Astra [4], ainsi que - depuis 2005 - les systèmes américains Spaceway [5], Wildblue [6], le satellite Anik F2 de Telesat [7] au Canada, et le satellite thaïlandais Ipstar [8] pour l'Australie et l'Asie du Sud-est. Ces systèmes reposent sur des satellites géostationnaires, avec des couvertures de type multifaisceaux. Les charges utiles mises en jeu sont généralement transparentes, c'est à dire que le satellite joue un simple rôle de relais entre l'utilisateur et l'opérateur. La régénération des signaux à bord ouvre des perspectives intéressantes dans un contexte de communications numériques : il devient par exemple possible d'améliorer la qualité du signal en corrigeant les erreurs de transmission à bord du satellite. Mais surtout, la démodulation des signaux permet d'implanter les fonctions de routage et de multiplexage dans la charge utile, permettant d'optimiser l'utilisation de la bande et d'apporter une certaine flexibilité au système. Cette technologie est déjà utilisée dans les dernières charges utiles du système Skyplex [9] développées par Alenia Spazio et l'Agence Spatiale Européenne, et embarquées sur des satellites d'Eutelsat (en bande Ku). En Europe, les transmissions dans les systèmes actuels se fondent sur les normes DVB-S en voie aller et DVB-RCS pour la voie retour. Le standard DVB-S2 [10], achevé par l'ETSI (European Telecommunications Standard Institute) début 2004 propose un certain nombre d'améliorations par rapport au DVB-S (codage canal plus puissant, modulations d'ordre élevé, schémas de codage/modulation/débit adaptatifs), et apparaît comme un bon candidat pour les systèmes à venir [11].

## 1.2 Type de transmission

### 1.2.1 Transmissions continues et transmissions par paquets

Nous distinguons par la suite deux modes de transmission distincts, dont les implications sont différentes pour la synchronisation en réception.

#### 1.2.1.1 Transmission continue

On parle de transmission continue lorsqu'un émetteur unique transmet un flux de données sans interruption, comme par exemple en voie aller d'un système de diffusion. Au niveau du récepteur, l'estimation des références d'horloge et de porteuse (voir §1.4), préalable à la démodulation du signal, est alors effectuée uniquement pour cet émetteur. Les données étant émises de façon continue, on peut tolérer dans ce contexte une phase d'acquisition du modulateur. On se tourne alors généralement vers des algorithmes de synchronisation avec rétroaction, comme des boucles de phase ou des boucles d'horloge (cf. §2.4.1).

#### 1.2.1.2 Transmission par paquets

Lorsque plusieurs utilisateurs se partagent une fréquence porteuse selon un multiplexage de type TDMA (Time Division Multiple Access), le récepteur reçoit successivement des paquets de données issus d'émetteurs distincts. C'est le cas par exemple pour la voie retour d'un système offrant des services avec interactivité des utilisateurs : on se trouve alors dans une situation où plusieurs terminaux transmettent des données à un récepteur unique - situé à bord d'un satellite régénératif (exemple : Skyplex) ou d'une gateway lorsque le satellite est transparent (comme dans le système Astra). L'acquisition des paramètres de synchronisation (horloge et porteuse) au niveau du récepteur doit alors être réalisée séparément pour chacun des émetteurs. Les données reçues sont alors groupées par paquets (appelés "bursts", voir §1.2.2.2), généralement courts par rapport au temps d'accrochage des algorithmes de synchronisation bouclés. La récupération de porteuse

et d'horloge doit alors être effectuée à l'aide de structures directes sans phase d'acquisition (cf. §2.4.2).

## 1.2.2 Les normes DVB-S2 et DVB-RCS

Les normes DVB-S2 [10] et DVB-RCS [3] ont été édifiées par l'ETSI respectivement pour les voies aller et retour de systèmes de transmission large-bande par satellite. Nous passons en revue pour ces deux standards les caractéristiques de la couche physique dont il nous faudra tenir compte lors de la synchronisation des récepteurs.

### 1.2.2.1 Voie aller : DVB-S2

Achevée en 2004, la norme DVB-S2 [10] bénéficie d'un certain nombre d'améliorations par rapport à la norme DVB-S qui l'a précédée. Elle inclut notamment des schémas de codage canal de type LDPC, beaucoup plus puissants que la concaténation d'un code convolutif et d'un code Reed-Solomon proposée jusqu'alors [12]. Cela se traduit par l'apparition de points de fonctionnement plus faibles (cf. §1.3.1). Par ailleurs, alors que la norme DVB-S privilégiait un schéma de modulation de type QPSK, la norme DVB-S2 propose des schémas plus variés (QPSK, 8PSK, 16-APSK et 32-APSK), permettant d'augmenter l'efficacité spectrale du système. La combinaison du choix de la modulation, du débit et du rendement de codage permet à la norme d'offrir une large gamme d'efficacité spectrales (voir tableau 1.1). Les trames de données (64800 bits codés), sont modulées puis transmises par blocs de 1440 symboles, entre lesquels peuvent être insérées (de manière facultative, suivant les applications) des séquences de 36 symboles pilotes connus, qui peuvent être utilisés pour la synchronisation (cf. annexe D). Les normes DVB-S et DVB-S2 sont bien adaptées à la diffusion continue de données d'un émetteur unique vers de multiples récepteurs. Après démodulation, chaque utilisateur ne retient du signal reçu que les données qui le concernent.

### 1.2.2.2 Voie retour : DVB-RCS

La norme DVB-RCS a vu le jour en réponse à la nécessité d'introduire une voie retour dans les systèmes d'accès large bande, permettant à l'utilisateur d'interagir avec l'opérateur dans des applications comme l'accès à de la vidéo sur demande, accès internet, etc... Contrairement aux normes DVB-S et DVB-S2, la norme DVB-RCS doit permettre à plusieurs émetteurs de se partager les ressources en temps et fréquence vers un récepteur unique. Le multiplexage est de type MF-TDMA (Multiple Frequencies Time Division Multiple Access), où la bande de fréquence allouée est partagée en sous-bandes, dans lesquelles est réalisé un découpage temporel en "slots" de durée fixe. Les utilisateurs se partagent donc ces slots temporels, qui leur permettent de transmettre leurs données segmentées en paquets appelés "bursts", constitués d'un nombre fixe de cellules ATM (Asynchronous Transfer Mode) de 53 octets ou de paquets MPEG de 188 octets.

Deux schémas de codage canal sont proposés dans la norme DVB-RCS, l'un fondé sur la concaténation d'un code convolutif et d'un code Reed-Solomon, l'autre sur des turbo-codes. Le rendement du code peut être augmenté par poinçonnage. La modulation retenue est de type QPSK. Les différents schémas proposés sont donnés dans le tableau 1.2.

## 1.3 Modèle de canal

On se place ici dans un contexte de communications large bande entre un satellite géostationnaire et un utilisateur fixe. Le modèle canal considéré prend en compte d'une part un bruit additif blanc gaussien (§1.3.1), et d'autre part une erreur de phase variant dans le temps (§1.3.2).

### 1.3.1 Bruit additif gaussien

Le canal satellite se caractérise par un trajet direct auquel s'ajoutent des réflexions multitrajet. Le modèle classique pour ce canal est le modèle de Rice, qui tend vers un canal gaussien classique

lorsque le trajet direct est fortement prépondérant par rapport aux multitrajets. Nous nous plaçons ici dans cette dernière situation.

Les rapports signal à bruit sont déterminés en fonction de la qualité de service requise par les applications, et des capacités du décodeur canal à corriger les erreurs sur les données. Les turbo-codes proposés dans la norme DVB-RCS et les codes LDPC du DVB-S2 permettent de garantir des transmissions quasiment sans erreur, pour lesquelles le taux d'erreur paquet est inférieur à  $10^{-7}$ . Nous donnons dans les tableaux 1.1 et 1.2 les rapports signal à bruit requis sur le canal pour garantir de telles performances :

- Les résultats donnés dans le tableau 1.1, publiés dans la norme DVB-S2 [10], sont issus de simulations avec 50 itérations de décodage, lorsque la récupération d'horloge et de porteuse est idéale, pour des trames codées de 64800 bits.
- Les résultats donnés dans le tableau 1.2 sont issus du document [13] relatif à la norme DVB-RCS [3]. Les rapports signal à bruit requis dans le canal  $E_s/N_0$  sont donnés pour un taux d'erreur paquet de  $10^{-7}$ , lorsqu'un burst de données comprend une unique cellule ATM de 53 octets ou un paquet MPEG de 188 octets. Le schéma de codage canal considéré est le turbo-code défini dans la norme, avec différents rendements obtenus par poinçonnage.

Modulation et rendement du code	Efficacité spectrale	$E_s/N_0$ requis pour un $TEP < 10^{-7}$
QPSK, $R = 1/4$	0.5 bit/s/Hz	-2.35 dB
QPSK, $R = 1/3$	0.7 bit/s/Hz	-1.24 dB
QPSK, $R = 2/5$	0.8 bit/s/Hz	-0.30 dB
QPSK, $R = 1/2$	1.0 bit/s/Hz	1.00 dB
QPSK, $R = 3/5$	1.2 bit/s/Hz	2.23 dB
QPSK, $R = 2/3$	1.3 bit/s/Hz	3.10 dB
QPSK, $R = 3/4$	1.5 bit/s/Hz	4.03 dB
QPSK, $R = 4/5$	1.6 bit/s/Hz	4.68 dB
QPSK, $R = 5/6$	1.7 bit/s/Hz	5.18 dB
QPSK, $R = 9/10$	1.8 bit/s/Hz	6.42 dB
8PSK, $R = 3/5$	1.8 bit/s/Hz	5.50 dB
8PSK, $R = 2/3$	2.0 bit/s/Hz	6.62 dB
8PSK, $R = 3/4$	2.3 bit/s/Hz	7.91 dB
8PSK, $R = 5/6$	2.5 bit/s/Hz	9.35 dB
8PSK, $R = 9/10$	2.7 bit/s/Hz	10.98 dB

TAB. 1.1 – Efficacités spectrales proposées dans la norme DVB-S2 avec les modulations QPSK et 8PSK (pour un rythme symbole unitaire). Rapports signal à bruit requis pour garantir un taux d'erreur paquet (TEP) de  $10^{-7}$

Modulation et rendement du code	Efficacité spectrale	$E_s/N_0$ requis pour un $TEP < 10^{-7}$	
		paquet de 53 octets	paquet de 188 octets
QPSK, $R = 1/3$	0.7 bit/s/Hz	1.1 dB	0.7 dB
QPSK, $R = 2/5$	0.8 bit/s/Hz	2.1 dB	1.7 dB
QPSK, $R = 1/2$	1.0 bit/s/Hz	3.6 dB	3.2 dB
QPSK, $R = 2/3$	1.3 bit/s/Hz	5.8 dB	5.2 dB
QPSK, $R = 3/4$	1.5 bit/s/Hz	7.2 dB	6.4 dB
QPSK, $R = 4/5$	1.6 bit/s/Hz	8.3 dB	7.3 dB
QPSK, $R = 6/7$	1.7 bit/s/Hz	9.3 dB	8.3 dB

TAB. 1.2 – Efficacités spectrales proposées dans la norme DVB-RCS avec un turbo-code poinçonné (pour un rythme symbole unitaire). Rapports signal à bruit requis pour garantir un taux d'erreur paquet de  $10^{-7}$

On constate que les codes LDPC définis dans la norme DVB-S2 sont plus performants que les schémas de turbo-codage proposés dans la norme DVB-RCS, ce qui s'explique notamment par le fait que les mots codés sont beaucoup plus longs. Nous nous référerons par la suite aux points de fonctionnement les plus faibles envisagés dans la norme DVB-S2 avec les modulations QPSK et 8PSK, à savoir respectivement  $E_s/N_0 = -2.35 \text{ dB}$  et  $E_s/N_0 = 5.5 \text{ dB}$ , correspondant à des rendements de codage de  $1/4$  et  $3/5$ .

### 1.3.2 Perturbations sur la porteuse

Lors de transmissions sur fréquence porteuse, le modulateur et le démodulateur reposent sur des oscillateurs locaux permettant de transposer en fréquence le signal en bande de base. Toute variation des caractéristiques nominales de ces oscillateurs peut affecter leur fréquence instantanée. Dans un contexte mettant en jeu des terminaux peu coûteux, des spécifications modestes peuvent se traduire par un écart de fréquence entre les oscillateurs en émission et en réception, et par du bruit de phase, d'autant plus gênants que la fréquence porteuse est élevée. Par ailleurs, l'effet Doppler induit par les mouvements relatifs entre le satellite et les utilisateurs se manifeste par un décalage de la fréquence porteuse du point de vue du récepteur. Dans un modèle de transmission en bande de base, ces effets correspondent à des perturbations sur la phase du signal complexe, qui doit donc être prise en compte dans le modèle de canal.

#### 1.3.2.1 Erreur de fréquence

Un décalage sur la fréquence porteuse se traduit par une variation linéaire dans le temps de l'erreur de phase induite par le canal. Les causes physiques en sont d'une part l'effet Doppler, et d'autre part, un possible décalage des fréquences des oscillateurs en émission et réception. Lorsque que les terminaux utilisateurs sont fixes et que le satellite est géostationnaire (ce qui est le cas dans les systèmes large bande actuels), on peut négliger l'influence de l'effet Doppler devant le décalage qui provient des imperfections des oscillateurs. Variant selon les spécifications matérielles, l'erreur de fréquence peut atteindre des valeurs relativement importantes par rapport au rythme symbole, et peut même conduire à la perte d'adaptation des filtre d'émission et de réception [14]. Des algorithmes spécifiques de synchronisation de fréquence (estimateurs ou boucles, avec ou sans pilote, selon le rapport signal à bruit, les niveaux d'erreur de fréquence et les temps d'accrochage acceptables) sont alors nécessaires afin de ramener l'erreur de fréquence dans une plage plus réduite [15, 16] (voir § 1.4). Les algorithmes de synchronisation de phase porteuse proposés dans cette thèse fonctionnent jusqu'à un certain niveau de fréquence : nous chercherons à déterminer ce niveau critique pour les différents schémas considérés, et en fonction du rapport signal à bruit.

#### 1.3.2.2 Bruit de phase

Les instabilités des oscillateurs se traduisent en bande de base par une erreur de phase variant non linéairement dans le temps, appelée bruit de phase. Dans des applications mettant en oeuvre des terminaux à faible coût, les instabilités des oscillateurs peuvent générer un bruit de phase relativement important, et affecter fortement la démodulation [17]. Fondée sur un modèle conforme au gabarit suggéré dans la norme DVB-S2 (voir § 4.3), l'étude proposée dans cette thèse porte notamment sur le suivi du bruit de phase à faible rapport signal à bruit.

## 1.4 Structure du récepteur

Les fonctions à mettre en oeuvre dans un récepteur numérique peuvent s'articuler suivant plusieurs schémas, en fonction des caractéristiques du signal reçu. Parmi les opérations qui doivent permettre la démodulation du signal, il faut compter notamment :

- **Le filtrage de réception (adapté au filtre d'émission) :** Dans les normes DVB-RCS et DVB-S, la mise en forme du signal est en racine de cosinus surélevé, de roll-off 0.35 (pouvant être réduit à 0.25 ou 0.2 dans la norme DVB-S2, suivant les applications).

- **L'échantillonnage du signal reçu et la synchronisation d'horloge :** Suivant les contraintes sur les temps d'acquisition et sur la cadence d'échantillonnage, la récupération de rythme est généralement réalisée à l'aide d'une boucle de Gardner [18] ou de l'estimateur d'Oerder et Meyr [19], dont l'application reste envisageable à faible rapport signal à bruit. Dans le modèle de transmission défini au §2.1, nous faisons l'hypothèse que la récupération de l'horloge est effectuée; nous considérons alors le signal reçu échantillonné sans interférence entre symboles.

- **La récupération de fréquence porteuse :** Lorsque l'erreur de fréquence porteuse évoquée au §1.3.2.1 est trop importante pour pouvoir être compensée lors de la récupération de phase, elle doit être corrigée en amont. Si l'erreur de fréquence est suffisamment faible pour que la désadaptation du filtre de réception soit négligeable, elle peut être estimée sur le signal échantillonné après synchronisation de l'horloge, comme sur le schéma représenté en figure 1.1(a). En revanche, lorsque l'erreur de fréquence est de l'ordre de grandeur du rythme symbole, on la corrige sur le signal reçu comme illustré en fig. 1.1(b), de telle sorte que le filtre de réception reste adapté au filtre d'émission [14]. La synchronisation d'horloge est effectuée par la suite sur le signal échantillonné.

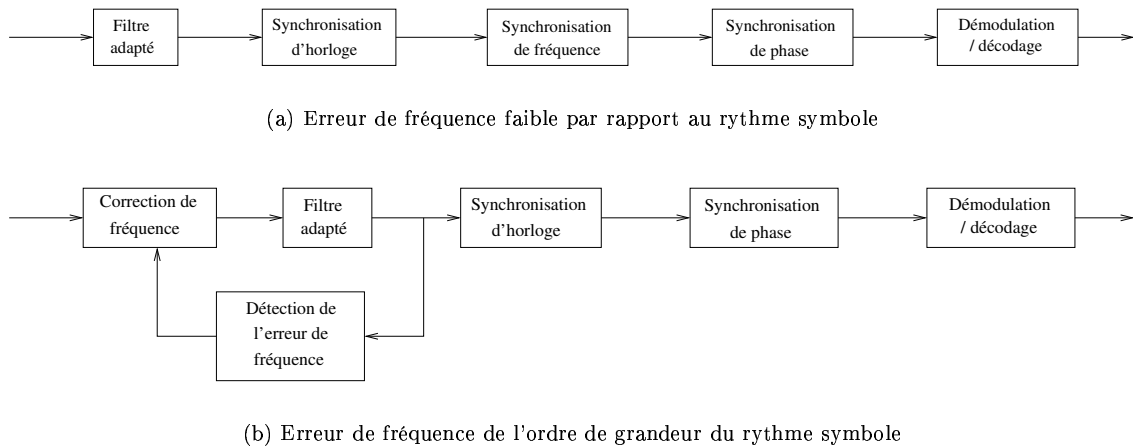


FIG. 1.1 – Fonctions de synchronisation dans le récepteur

- **La synchronisation de phase :** Une fois la fréquence et le rythme symbole récupérés, il faut encore estimer la référence de phase par rapport à laquelle la modulation (ici de type MPSK) est appliquée. La qualité de la synchronisation de phase a un impact important sur les performances du décodeur canal, aussi puissant soit-il lorsque le signal est parfaitement démodulé. Les performances requises pour la synchronisation de phase sont généralement déduites de la dégradation acceptable sur le rapport signal à bruit, par rapport aux performances de décodage optimales (telles qu'elles sont données par exemple dans les tableaux 1.1 et 1.2 pour les codes canal des normes DVB-S2 et DVB-RCS). Dans [20], Ginesi et al. se fondent sur des résultats de simulations pour évaluer les gigues de phase requises si l'on souhaite limiter la dégradation sur le rapport signal à bruit à 0.2 dB, avec les codes LDPC définis dans la norme DVB-S2, et pour un décodeur développé par l'Agence Spatiale Européenne. Ces valeurs sont données pour les modulations QPSK et 8PSK dans le tableau 1.3. Notons que ces résultats sont obtenus avec un modèle de l'erreur de phase fondé sur un processus blanc et gaussien. Ils ne sont donc qu'indicatifs, et nécessiteraient d'être confirmés à l'aide de simulations sur la chaîne de réception complète.

Modulation	$\sigma_{max}$ en degrés
QPSK	6-8
8PSK	3-4

TAB. 1.3 – Ecart-type de l'erreur de phase maximum requis ( $\sigma_{max}$ ) pour limiter à 0.2 dB la dégradation sur les performances du récepteur DVB-S2

## 1.5 Conclusion

Les progrès récents dans le domaine du codage canal ouvrent des perspectives intéressantes pour les systèmes de communications large bande par satellite. Les bonnes propriétés des turbo-codes et les codes LDPC permettent en effet d'envisager des transmissions à très faible rapport signal à bruit, avec des taux d'erreurs suffisamment réduits pour permettre des applications reposant sur une qualité de service élevée. Les performances de décodage dépendent cependant fortement de la qualité de la démodulation. En particulier, lorsque le signal transmis est modulé en phase, la récupération de porteuse s'avère critique au sein du récepteur. La tâche est alors d'autant plus ardue que l'on travaille à faible point de fonctionnement et que les oscillateurs mis en oeuvre dans des terminaux peu coûteux peuvent induire des variations importantes de l'erreur de phase. Le problème est formalisé plus en détail au chapitre 2, où un état de l'art des techniques de synchronisation classiques nous amène à proposer une approche qui est approfondie dans les chapitres suivants.





## Chapitre 2

# Synchronisation de phase porteuse à faible rapport signal à bruit

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Modèle de transmission</b>	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Définition du problème</b>	<b>15</b>
<b>2.3</b>	<b>Vraisemblance de la phase porteuse à partir du signal reçu</b>	<b>16</b>
<b>2.4</b>	<b>Structures des algorithmes de synchronisation</b>	<b>17</b>
2.4.1	Structures bouclées	17
2.4.2	Structures directes	17
<b>2.5</b>	<b>Synchronisation sans information a priori sur les données</b>	<b>17</b>
2.5.1	Stratégie NDA (Non Data Aided)	18
2.5.2	Stratégie HDD (Hard Decision Directed)	18
2.5.3	Limitations à faible rapport signal à bruit	19
<b>2.6</b>	<b>Algorithmes de synchronisation avec pilotes</b>	<b>19</b>
<b>2.7</b>	<b>Synchronisation à l'aide d'une information de décodage</b>	<b>20</b>
2.7.1	Synchronisation à l'aide de "tentative decisions"	20
2.7.2	Turbo-synchronisation	21
2.7.3	Intégration de la synchronisation dans le décodeur	22
2.7.4	Autres méthodes d'estimation	23
<b>2.8</b>	<b>Approche proposée</b>	<b>24</b>
<b>2.9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>26</b>

---

Nous nous intéressons dans ce chapitre aux techniques de récupération de phase porteuse fondées sur le principe du maximum de vraisemblance, et à leurs adaptations pour des applications à faible rapport signal à bruit. Après la présentation de notre modèle de transmission et la définition d'un certain nombre de notations (2.1), nous proposons une formalisation du problème de synchronisation (§2.2-2.4). Les performances de synchronisation sont déterminées par la connaissance plus ou moins bonne des données transmises. Les algorithmes classiques (§2.5) requièrent très peu d'information a priori sur les données. Leurs performances sont toutefois insuffisantes aux points de fonctionnement envisagés pour des applications multimedia par satellite. Les algorithmes fondés sur l'insertion de symboles pilotes dans les trames de données (§2.6) sont plus performants, mais leur coût en terme d'efficacité spectrale peut être relativement important. En l'absence de symboles pilotes, on peut exploiter la redondance introduite par le codage canal sur les données pour les besoins de la synchronisation (§2.7). C'est à cette dernière classe d'algorithmes que nous nous intéresserons dans les chapitres suivants.

## 2.1 Modèle de transmission

Nous considérons par la suite le modèle de transmission en bande de base illustré en Fig. 2.1.

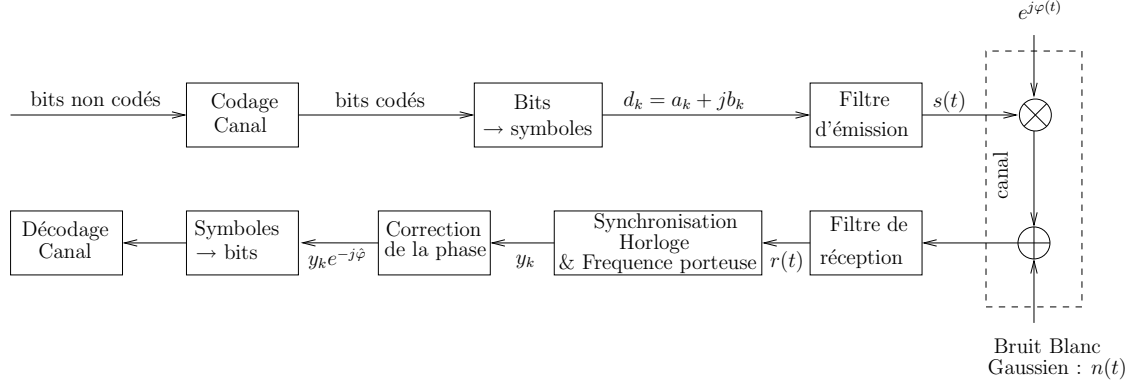


FIG. 2.1 – Modèle de chaîne d'émission - réception

### Notations

- Après codage canal et codage bit / symbole, les symboles complexes  $d_k = a_k + jb_k$  sont envoyés dans le filtre d'émission. Les symboles  $d_k$  appartiennent à un ensemble fini de  $M$  symboles  $\{s_0, \dots, s_{M-1}\}$ . Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons à des constellations de symboles de type MDPM (Modulation De Phase à M états), plus généralement désignés par l'acronyme anglosaxon MPSK (M states Phase Shift Keying) [21]. On définit alors les symboles complexes par :

$$s_l = \sqrt{E_s} e^{j \frac{(2l+1)\pi}{M}} \text{ pour } l = 0, \dots, M-1$$

où  $E_s$  est l'énergie d'un symbole.

- Le canal introduit une erreur de phase  $\varphi$  sur le signal.
- Le signal en sortie du filtre de réception s'exprime

$$r(t) = \sum_k d_k p(t - kT_s - \tau) e^{j\varphi(t)} + n(t) \quad (2.1)$$

où :

$p(t)$  correspond à la convolution des réponses impulsionnelles des filtres d'émission et de réception

$T_s$  représente la durée d'un symbole

$\tau$  représente l'erreur sur la synchronisation d'horloge

$\varphi(t)$  représente l'erreur sur la porteuse (a priori variant dans le temps)

$n(t)$  représente le bruit additif blanc gaussien complexe

- On suppose ici que la récupération d'horloge est idéale, c'est à dire qu'on estime parfaitement  $\hat{\tau} = \tau$ . Le signal est alors échantillonné aux instants optimaux en sortie du filtre de réception, et il n'y a pas d'interférence entre symboles. Les symboles échantillonnés peuvent alors être exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} y_k &= r(kT_s + \hat{\tau}) \\ &= d_k p(0) e^{j\varphi_k} + n_k \end{aligned} \quad (2.2)$$

où :

$p(0) = 1$  : on supposera par la suite que les filtres sont de gain unitaire.

$N_0$  est la densité spectrale de puissance monolatérale du bruit blanc complexe ( $n_k$ ), qui peut être décomposé en deux composantes gaussiennes indépendantes de variance  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ .

- On suppose que l’erreur sur la fréquence porteuse est suffisamment faible pour que le filtre de réception reste adapté. Cela peut nécessiter une étape préalable de correction grossière de la fréquence (voir §4.4), qui n’est pas étudiée ici. L’erreur résiduelle maximale qui peut être tolérée par un algorithme de synchronisation de phase constitue un critère de sélection important dans le contexte de communications par satellite. L’erreur de phase affectant le  $k$ -ième symbole reçu peut s’écrire :

$$\varphi_k = \varphi_0 + k \frac{\Delta f}{R_s} + \varphi_{phn}(k) \quad (2.3)$$

où

$\Delta f$  représente l’erreur résiduelle sur la fréquence porteuse

$R_s = \frac{1}{T_s}$  est le rythme symbole

$\varphi_{phn}(k)$  est un échantillon de bruit de phase (voir section 4.3.1)

Les variations de la phase porteuse sont illustrées en Fig. 2.2.

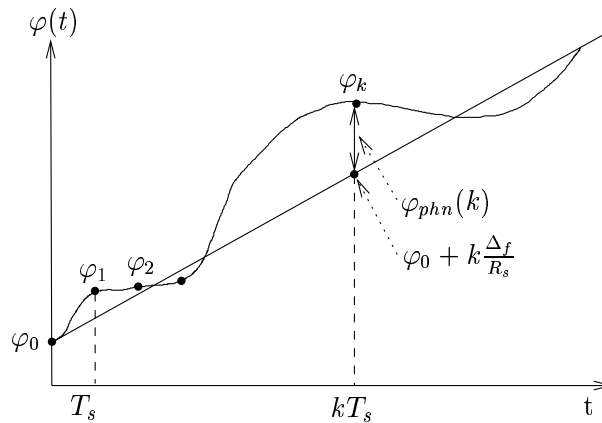


FIG. 2.2 – Variation de la phase porteuse au cours du temps

## 2.2 Définition du problème

On considère un bloc de  $N$  symboles consécutifs, avec  $N$  suffisamment petit pour que l’on puisse considérer l’erreur de phase comme à peu près constante sur le bloc. Cela suppose que l’erreur résiduelle de fréquence est suffisamment faible :  $\Delta f \ll \frac{R_s}{N}$ , et que les variations dues au bruit de phase sont lentes par rapport à la durée  $NT_s$  (ce qui est le cas en pratique dans les situations étudiées, voir § 4.3 et §5.4). On notera alors par la suite  $\varphi_k = \varphi_0 = \varphi$  pour  $k = 0, \dots, N - 1$ . Le vecteur des  $N$  symboles reçus  $y = \{y_0, \dots, y_{N-1}\}$  dépend du paramètre  $\varphi$  selon la relation (2.2).

Le problème de la synchronisation de phase porteuse se pose de la façon suivante : on cherche à estimer le paramètre  $\varphi$  à partir du vecteur d’observations  $y = \{y_k\}_{k=0, \dots, N-1}$ . En l’absence d’information a priori sur la distribution de la phase  $\varphi$ , le principe du “Maximum a Posteriori” (MAP) devient équivalent au “Maximum de Vraisemblance” (MV), c’est à dire que l’on cherche à maximiser la vraisemblance du paramètre  $\varphi$ , notée  $L(\varphi) = P[y_0, \dots, y_{N-1} | \varphi]$ . On notera par la suite  $\hat{\varphi}(N)$  la phase estimée à partir de  $N$  symboles reçus.

Les estimateurs fondés sur le maximum de vraisemblance présentent un certain nombre d’avantages :

- Ils sont relativement simples à mettre en oeuvre, comme on le verra par la suite
- Ils sont asymptotiquement non biaisés, c'est à dire que  $\lim_{N \rightarrow \infty} E[\hat{\varphi}(N)] = \varphi$
- Ils sont asymptotiquement efficaces, c'est à dire que lorsque  $N$  tend vers  $+\infty$ , les estimateurs du maximum de vraisemblance sont à variance minimale. On montre que leur variance tend alors en effet vers la borne inférieure de Cramer-Rao [22].

## 2.3 Vraisemblance de la phase porteuse à partir du signal reçu

En supposant acquise la synchronisation d'horloge et la récupération de fréquence porteuse, de telle manière que la phase puisse être considérée comme constante sur les  $N$  symboles considérés, les paramètres inconnus du récepteur sont : les symboles émis  $\{d_0, \dots, d_{N-1}\}$  et l'erreur de phase  $\varphi$ . Sous l'hypothèse d'indépendance des échantillons de bruit Gaussien la fonction de vraisemblance pour les paramètres  $\{d_0, \dots, d_{N-1}, \varphi\}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) &= p[y_0, \dots, y_{N-1} | \tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}] \\ &= \prod_{k=0}^{N-1} p[y_k | \tilde{d}_k, \tilde{\varphi}] \\ &= \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^N \exp\left( -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} |y_k - \tilde{d}_k e^{j\tilde{\varphi}}|^2 \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

où  $\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}$  et  $\tilde{\varphi}$  représentent des valeurs d'essai pour les paramètres inconnus  $\{d_0, \dots, d_{N-1}, \varphi\}$ . L'expression (2.4) se décompose de la façon suivante :

$$\begin{aligned} L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) &= \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^N \exp\left( \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} \left( -|y_k|^2 - |\tilde{d}_k|^2 + 2\Re(y_k \tilde{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right) \right) \\ &= \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^N \exp\left( -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} |y_k|^2 \right) \exp\left( -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} |\tilde{d}_k|^2 \right) \\ &\quad \exp\left( \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} \Re(y_k \tilde{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right) \end{aligned} \quad (2.5)$$

où  $\Re(\cdot)$  représente la partie réelle et  $(\cdot)^*$  le complexe conjugué.

Sachant qu'on cherche à maximiser la fonction de vraisemblance (2.5), on peut supprimer le facteur multiplicatif  $\left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^N$ . Le terme  $\exp\left( -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} |y_k|^2 \right)$  ne dépend ni des symboles  $\{\tilde{d}_k\}$ , ni de la phase  $\tilde{\varphi}$ . Par ailleurs, pour une constellation de type MPSK, le terme  $\exp\left( -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} |\tilde{d}_k|^2 \right)$  est constant. La fonction de vraisemblance se simplifie donc :

$$\begin{aligned} L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) &= \exp\left( \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} \Re(y_k \tilde{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right) \\ &= \prod_{k=0}^{N-1} \exp\left( \frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k \tilde{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

**Remarque :** Dans l'expression (2.6), La fonction de vraisemblance jointe  $L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi})$  apparaît comme le produit de vraisemblances élémentaires  $L(\tilde{d}_k, \tilde{\varphi}) \triangleq \exp\left( \frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k \tilde{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right)$ .

## 2.4 Structures des algorithmes de synchronisation

Les algorithmes fondés sur le principe du maximum de vraisemblance se divisent en deux classes suivant leur structure bouclée ou directe.

### 2.4.1 Structures bouclées

Dans un système de synchronisation bouclé, un détecteur fournit une information sur l'erreur d'estimation du paramètre (ici la phase), permettant de le corriger à l'aide d'une boucle de rétroaction. Le principe de ce type d'algorithmes est illustré en Fig. 2.3 pour la synchronisation de phase. Le fonctionnement des boucles de synchronisation est abordé plus en détail en annexe C. Les systèmes bouclés donnent généralement de bonnes performances lorsque la phase à estimer varie dans le temps, mais leur temps d'acquisition peut s'avérer prohibitif pour des transmissions par paquets courts telles qu'on peut en rencontrer sur une voie retour par satellite de type DVB-RCS (cf. §1.2.2.2). En revanche, ils sont bien adaptés aux transmissions continues.

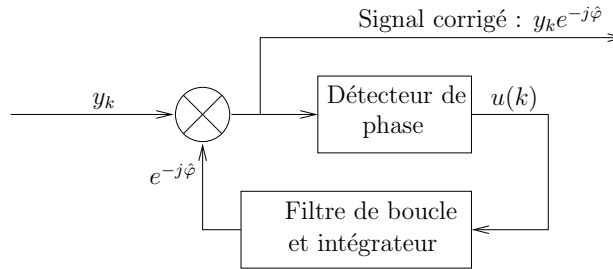


FIG. 2.3 – Principe d'une boucle de phase

### 2.4.2 Structures directes

Dans un système direct, les paramètres à corriger sont estimés sur un bloc d'observation, et la correction s'effectue sur le signal retardé (Fig. 2.4). La phase étant estimée sur chaque bloc, le temps d'acquisition est nul, ce qui rend ce type de structure attractif pour des transmissions par paquets courts.

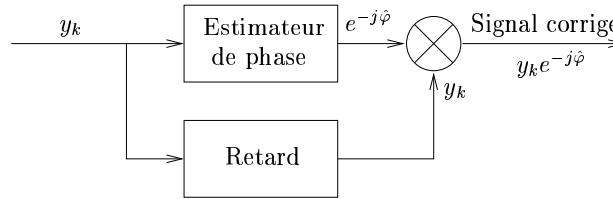


FIG. 2.4 – Principe d'un estimateur de phase

## 2.5 Stratégies de synchronisation sans information a priori sur les données

Nous avons développé au § 2.3 la fonction de vraisemblance (2.6) pour l'estimation de la phase  $\varphi$  à partir de  $N$  symboles reçus  $y_0, \dots, y_{N-1}$ . Cette fonction dépend des symboles émis  $d_0, \dots, d_{N-1}$ , a priori inconnus du récepteur. Les deux stratégies présentées dans les paragraphes suivants permettent de s'affranchir de la connaissance des données pour l'estimation de  $\varphi$ . Dans

les deux cas, seul le type de modulation doit être connu du récepteur, ce qui est généralement le cas.

### 2.5.1 Stratégie NDA (Non Data Aided)

Une première approche pour l'estimation de  $\varphi$  consiste à calculer la fonction de vraisemblance marginale  $L(\tilde{\varphi})$  en moyennant  $L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi})$  par rapport aux valeurs possibles de  $\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}$  :

$$\begin{aligned} L(\tilde{\varphi}) &= E_{\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}} \left[ L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) \right] \\ &= \prod_{k=0}^{N-1} E_{\tilde{d}_k} \left[ L(\tilde{d}_k, \tilde{\varphi}) \right] \\ &= \prod_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} P[\tilde{d}_k = s_l] \exp \left( \frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Notons que cette approche suppose la connaissance par le récepteur de la constellation des symboles  $\{s_l\}_{l=0, \dots, M-1}$ , ce qui est généralement le cas dans le contexte considéré ici. Des estimateurs et détecteurs de phase NDA sont développés en annexe B pour les modulations de type MPSK. Les algorithmes fondés sur les expressions suivantes seront choisis comme références par la suite :

– Estimateur NDA :

$$\hat{\varphi}_{NDA} = \frac{1}{M} \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} |y_k|^2 e^{jM \cdot \arg(y_k)} \right) \quad (2.8)$$

– Détecteur NDA :

$$u_{NDA}(k) = |y_k|^2 \sin(M \arg\{y_k e^{-j\tilde{\varphi}}\}) \quad (2.9)$$

### 2.5.2 Stratégie HDD (Hard Decision Directed)

Une autre approche consiste à estimer les symboles  $\hat{d}_0, \dots, \hat{d}_{N-1}$  par décisions dures sur le signal reçu, et à introduire ces valeurs dans la vraisemblance. Cette approche est généralement désignée par les termes “Decision Directed” (DD) [23]. Afin d'éviter toute ambiguïté, nous la qualifierons plus précisément de “Hard Decision Directed” (HDD), par opposition aux algorithmes avec décisions souples qui seront étudiés par la suite. L'introduction des décisions dures dans la fonction de vraisemblance se fait de la manière suivante :

$$\begin{aligned} L(\tilde{\varphi}) &\simeq L(\hat{d}_0, \dots, \hat{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) \\ &= \prod_{k=0}^{N-1} \exp \left( \frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k \hat{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Ici encore, le type de modulation doit être connu par le récepteur, ce qui ne pose pas de problème particulier dans ce contexte. Les estimateurs et des détecteurs de phase de type HDD seront également considérés comme références lors de l'évaluation des performances de nos algorithmes. Leurs expressions sont développées en annexe B et rappelées ci-dessous :

– Estimateur HDD :

$$\hat{\varphi}_{HDD} = \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} y_k \hat{d}_k^* \right) \quad (2.11)$$

– Détecteur HDD :

$$u_{HDD}(k) = \Im \left( y_k \hat{d}_k^* e^{-j\hat{\varphi}} \right) \quad (2.12)$$

où  $\Im(\cdot)$  représente la partie imaginaire.

### 2.5.3 Limitations à faible rapport signal à bruit

Les algorithmes présentés ici donnent des performances satisfaisantes tant que les applications fonctionnent à des rapports signal à bruit relativement élevés [23]. En revanche, aux points de fonctionnement considérés pour nos applications (cf. §1.3.1), les effets du bruit Gaussien sur la phase du signal reçu se traduisent par une gigue de phase élevée. L'exploitation d'une information a priori sur les symboles transmis permet alors d'améliorer les performances de synchronisation.

## 2.6 Algorithmes de synchronisation avec pilotes

Lorsque les symboles  $\{d_k\}_{k=0,\dots,N-1}$  sont connus a priori (on parle alors de symboles pilotes), la log-vraisemblance de la phase s'obtient immédiatement à partir de (2.6) :

$$\Lambda(\tilde{\varphi}) = \sum_{k=0}^{N-1} \Re(y_k d_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \quad (2.13)$$

L'expression (2.13) est similaire à la fonction log-vraisemblance issue de l'approche HDD, mais les symboles étant connus, on ne fait ici aucune approximation. Nous qualifierons par la suite cette approche de "Pilot Aided" (PA). En reprenant les calculs présentés en § B.2, on en déduit immédiatement l'estimateur et le détecteur de phase suivants :

$$\hat{\varphi}_{PA} = \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} y_k d_k^* \right) \quad (2.14)$$

$$u_{PA}(k) = \Im(y_k \hat{d}_k^* e^{-j\hat{\varphi}}) \quad (2.15)$$

Lorsque tous les symboles transmis sont connus du récepteur, les performances d'estimation sont optimales en terme de gigue si aucune information a priori n'est disponible sur la phase à estimer : on atteint alors la borne de Cramer-Rao . Il ne faut cependant pas oublier qu'en pratique, seuls certains symboles de référence - insérés parmi les données utiles - sont connus du récepteur. Un compromis efficacité de la transmission (perte de débit utile due à l'insertion de pilotes) / performances de synchronisation s'avère alors nécessaire. De plus, lorsque l'erreur de phase porteuse varie dans temps, la disposition des pilotes parmi les données est critique, et requiert des études spécifiques.

Dans sa thèse [24], J.E. Haakegaard utilise des symboles pilotes lors de l'estimation des paramètres (module et phase) d'un canal de Rayleigh pour une transmission continue. La trame comprend des pilotes isolés, insérés périodiquement parmi des blocs de données de longueur fixe. La réponse du canal est estimée à la réception de chaque pilote, puis interpolée afin de corriger les symboles de données. Plusieurs techniques d'interpolation sont comparées, à savoir l'interpolateur linéaire, l'interpolateur de Nyquist tronqué (filtre en  $\sin(x)/x$ ), et l'interpolateur de Wiener (qui minimise l'erreur quadratique moyenne). Les performances d'estimation sont étudiées notamment en fonction de la fréquence d'insertion des pilotes. La technique se transpose naturellement pour un canal gaussien, où seule la phase porteuse est à estimer. Cependant, à faible rapport signal à bruit, il apparaît plus intéressant de grouper les symboles pilotes par blocs, de manière à réduire l'erreur d'estimation sur chaque séquence de pilotes. La longueur et la disposition de ces blocs de



pilotes doivent être adaptées au contexte. La dynamique de la phase est généralement importante dans les applications satellites à haut débit. C'est pourquoi C. Berrou et al. suggèrent dans [25] de répartir les pilotes en courtes séquences insérées parmi les données, plutôt que de les grouper dans des préambules ou des postambules uniques en tête ou en fin des séquences codées - généralement longues. La structure des trames spécifiée dans la norme DVB-S2 [10] est fondée sur ce principe. Nous avons étudié, dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire TéSA [1] et le CNES, plusieurs algorithmes de synchronisation de porteuse avec pilotes adaptés à ces trames [26]. Les résultats principaux de cette étude sont présentés en annexe D.

Dans des schémas de transmission par bursts, le problème de la synchronisation - et particulièrement celui de la récupération de fréquence - est généralement plus ardu. Dans [27], B. Beahan s'intéresse notamment à l'influence de la répartition des symboles pilotes sur l'estimation de la fréquence porteuse : le rassemblement des pilotes en séquences permet au récepteur de supporter une erreur de fréquence plus grande ; en revanche, l'estimation est potentiellement plus précise lorsque les pilotes sont répartis régulièrement dans les trames. Une étude comparative de schémas avec et sans pilotes pour l'estimation de fréquence est réalisée dans [28]. Enfin, N. Noels et al. proposent dans [29] un schéma hybride DA/NDA pour l'estimation de phase et de fréquence sur des paquets de données.

## 2.7 Synchronisation de phase à l'aide d'une information de décodage

Afin de s'affranchir de l'insertion de symboles pilotes dans les trames de données ou du moins en limiter le nombre, une autre approche consiste à exploiter la redondance introduite par le codage canal, au profit de la synchronisation. Les premières études exploitant ce principe ont été proposées par G. Ungerboeck dans ses travaux sur les modulations codées en treillis [30]. D'abord peu considérés, les algorithmes exploitant le code canal pour la synchronisation de porteuse ont connu du succès avec l'apparition des turbo-codes, puis la redécouverte des codes LDPC. On s'est alors naturellement intéressé à des schémas itératifs où estimation de porteuse et décodage sont associés.

Il y a plusieurs façons d'utiliser la redondance du code canal pour la synchronisation. Nous distinguons par la suite quatre grandes catégories d'algorithmes, qui ne constituent cependant pas une classification exhaustive des techniques proposées dans la littérature. L'évolution des techniques inspirées des travaux de Ungerboeck est abordée au §2.7.1. Les algorithmes présentés au §2.7.2, plus complexes, tirent parti de la sortie du décodeur pour l'estimation de la phase. Le §2.7.3 se rapporte à des schémas où la synchronisation de porteuse est réalisée au sein même du décodeur. Enfin, dans le §2.7.4, la récupération de phase est vue comme un problème d'estimation plus complexe, fondé sur un modèle prenant en compte la distribution statistique de l'erreur de phase, et éventuellement ses variations dans le temps.

### 2.7.1 Synchronisation à l'aide de "tentative decisions"

Afin de répondre au problème de la synchronisation de phase pour les modulations codées en treillis, G. Ungerboeck propose en 1982 une boucle de phase de type HDD, où les décisions sur les symboles sont des décisions prématurées - appelées "tentative decisions" - issues de l'algorithme de Viterbi avec une profondeur de décodage réduite [30].

Ce principe étant applicable à tout schéma de codage impliquant un code convolutif, il est logiquement adapté par la suite à des turbo-codes. Dans [31, 32], Langlais et al proposent une boucle de phase du même type que celle de Ungerboeck, où les tentative decisions sont issues du décodeur externe d'un turbo-code série. Dans ses travaux de thèse [14], C. Morlet propose un estimateur de phase exploitant le même principe, adapté à des transmissions par paquets. Étudiée pour des codes convolutifs récurrents systématiques [33, 34], la méthode est ensuite étendue aux turbo-codes parallèles [14].

Il faut noter que les algorithmes cités plus haut n'exploitent pas entièrement les potentialités du code canal pour la synchronisation de phase. Indépendants du décodeur proprement dit, ils se fondent sur l'extraction d'une information de décodage à partir d'un nombre réduit de symboles reçus (cf Fig. 2.5(a)). Cependant, bien que dans ce schéma, la synchronisation n'est pas incluse dans le processus itératif de décodage, ce type de technique donne des performances bien meilleures que les algorithmes classiques présentés au §2.5. De plus, ces algorithmes s'avèrent généralement assez robustes aux variations de la phase dans le temps.

### 2.7.2 Turbo-synchronisation

Plutôt que de décoder partiellement le signal reçu comme vu au §2.7.1, il est également possible d'exploiter le signal en sortie du décodeur canal pour l'estimation de la porteuse (Fig. 2.5(b)).

La manière la plus immédiate de procéder consiste alors à ré-encoder le signal issu du décodeur (après décisions dures), puis à utiliser les symboles ainsi obtenus dans un algorithme HDD classique [35]. Le décodeur étant alors imbriqué avec la récupération de phase, on peut itérer le processus afin de bénéficier pour la synchronisation de la convergence du décodeur, et inversement.

Toutefois, lorsque le décodeur fournit une information souple sur les symboles reçus, sous la forme de probabilités a posteriori par exemple, il est naturel de tenter de les exploiter directement pour l'estimation de la phase. Dans [36], W. Cowley propose un estimateur de phase dit "soft decision directed" (SDD), où les décisions dures de l'approche HDD sont remplacées par des rapports de probabilités sur les symboles reçus. Si cela améliore peu les performances de synchronisation en l'absence de redondance, on peut appliquer le même principe en utilisant les probabilités issues du décodeur.

Dans [37], W. Oh et K. Cheun proposent une boucle de phase dont le détecteur tend à maximiser la puissance des probabilités extrinsèques dans un turbo-décodeur.

Par ailleurs, l'application de ce principe aux algorithmes du maximum de vraisemblance a récemment fait l'objet de nombreuses études, notamment avec des turbo-codes [38, 39, 40, 41, 42] et des codes LDPC [43, 44]. Tous ces algorithmes sont fondés sur l'approximation suivante :

$$\begin{aligned} L(\tilde{\varphi}) &= E_{\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}} \left[ L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) \right] \\ &\simeq \prod_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} P[\tilde{d}_k = s_l | y_0, \dots, y_{N-1}] \exp \left( \frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

La démarche suivie ici rappelle l'approche NDA, mais la marginalisation de la vraisemblance par rapport aux symboles  $\tilde{d}_k$  est faite à l'aide des probabilités a posteriori (issues du décodeur)  $P[\tilde{d}_k = s_l | y_0, \dots, y_{N-1}]$ , et non plus à l'aide de probabilités a priori  $P[\tilde{d}_k = s_l]$ . Cette opération peut être assimilée à la première étape "expectation" de l'algorithme "expectation - maximization" (EM) [45]. Les algorithmes cités plus haut consistent à itérer le processus illustré en Fig. 2.5(b), qui comprend une étape d'estimation de la phase (et éventuellement de la fréquence) porteuse, suivie d'une étape de décodage canal.

Dans [46], N. Noels et al explicitent plus précisément la relation entre l'algorithme EM et ces algorithmes dits de "turbo-synchronisation" pour des schémas comprenant un décodeur itératif. Est notamment souligné le fait que l'application stricte de l'algorithme EM requiert la convergence du décodeur à chaque itération de turbo-synchronisation. Des résultats de simulation montrent toutefois que la simplification consistant à n'effectuer qu'une itération de décodage à chaque étape de synchronisation n'affecte que modérément les performances.

Les études montrent que la turbo-synchronisation donne d'excellents résultats, à condition que l'on ait démodulé le signal avec suffisamment de précision à la première itération pour permettre la convergence du décodeur. Cette première itération s'avère toutefois généralement problématique : on est en effet ramené au problème initial, à savoir celui de la récupération de porteuse sans faire appel à la sortie du décodeur. Lorsque la phase est constante, l'algorithme HDD peut s'avérer suffisant dans certains cas [38]. Par ailleurs, l'estimation de phase initiale proposée dans [39, 40, 42]

est équivalente à l'algorithme NDA. Dans [44], la correction du signal qui précède la première itération de décodage est effectuée à l'aide d'une boucle de phase comprenant un détecteur de type SDD. Cette approche permet de suivre une erreur de fréquence de  $10^{-3} R_s$  pour un rapport signal à bruit  $E_s/N_0 = -3.5 \text{ dB}$  sur le canal, avec la modulation BPSK. Toutefois, le compromis à réaliser entre le temps d'acquisition (qui doit être inférieur à la durée d'une trame codée) et la gigue de phase requise (pour permettre la convergence du décodeur) peut être problématique à faible rapport signal à bruit, avec des modulations d'ordre élevé.

Nous avons évoqué au §2.5.3 les limites des algorithmes sans information a priori, à faible RSB. Lorsque ceux-ci s'avèrent trop peu performants (en particulier lorsque la phase à estimer varie) d'autres approches doivent être envisagées.

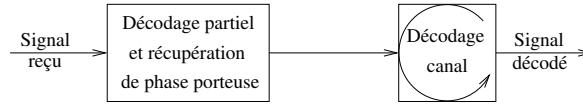
- L'utilisation de symboles pilotes constitue alors une solution attractive, d'autant plus qu'elle permet de résoudre l'ambiguïté de phase, étape nécessaire si le code n'est pas transparent à une rotation de la phase. Cette approche est retenue pour l'initialisation des algorithmes présentés dans [41, 43]. Le schéma hybride PA / NDA proposé par N.Noels et al. dans [29] est adopté pour l'initialisation d'un algorithme de turbo-synchronisation appliqué à des transmissions par paquet.
- Dans les cas où le code canal comprend un code externe de type convolutif (pour des turbo-codes essentiellement), les approches fondées sur les "tentative decisions" évoquées au §2.7.1 sont également envisageables pour l'initialisation, à condition que les données codées ne soient pas entrelacées avant leur transmission dans le canal [14]. Cette approche permet de limiter le nombre de pilotes, voire de s'en passer totalement.

Il faut également noter que, quel que soit l'algorithme de synchronisation appliqué à l'initialisation, une probabilité de non-convergence du décodeur subsiste, essentiellement liée à la probabilité d'un saut de cycle lors de la phase d'estimation initiale. Cette probabilité décroît cependant exponentiellement avec la gigue de phase (cf. §4.6), qu'il est donc préférable de réduire au maximum.

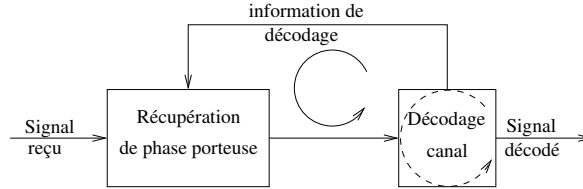
### 2.7.3 Intégration de la synchronisation dans le décodeur

Si les techniques citées plus haut exploitent les propriétés du code canal et éventuellement la sortie du décodeur pour les besoins de la synchronisation, elles ne requièrent aucune modification de la structure du décodeur. Une approche différente consiste au contraire à inclure l'estimation de la phase (ou d'autres paramètres inconnus) dans le processus de décodage lui-même (Fig. 2.5(c)). Il faut tout d'abord citer parmi les techniques fondées sur ce principe, celles du type "Per Survivor Processing" (PSP), introduites par R. Raheli et al. en 1995 [47]. Pour des schémas comprenant un code convolutif, l'algorithme PSP consiste à associer une boucle de phase à chaque chemin survivant dans l'algorithme de décodage de Viterbi. Une étude des performances des algorithmes PSP pour des communications large bande par satellite est proposée dans [48]. Le même principe est repris par A.Anastasopoulos et K.M. Chugg dans [49], puis par S. Cioni et al. dans [50], pour des schémas comprenant des turbo-codes. L'estimation de la porteuse - fondée sur une boucle de phase - est alors incluse dans l'algorithme MAP du turbo-décodeur. Cette technique apparaît plus performante que les approches externes vues au §2.7.2, et semble en outre robuste au bruit de phase [51]. L'estimateur proposé par G. Colavolpe et al. dans [52] exploite également les probabilités calculées lors du turbo-décodage, dans une structure directe. Nécessitant des approximations permettant d'en réduire la complexité, cet estimateur apparaît toutefois plus performant que les schémas bouclés, au delà d'un certain seuil de dynamique de l'erreur de phase [53, 54]. L'intégration de l'estimation de la phase dans le décodage itératif de codes LDPC est envisagée de façon comparable par I. Motedayen-Aval et A. Anastasopoulos [55], et adaptée à l'algorithme de décodage par "density evolution" dans [56, 57, 58].

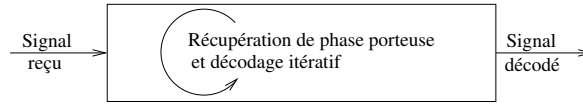
Notons que les difficultés liées à l'initialisation, évoquées au §2.7.2, se présentent également avec les algorithmes cités ici. Elles sont généralement surmontées à l'aide de symboles pilotes, qui permettent en outre de résoudre l'ambiguïté de phase. Le problème de la convergence du décodeur dans ce type de schéma est abordé plus en détail dans [59].



(a) Synchronisation suivie du décodage canal



(b) Turbo-synchronisation



(c) Synchronisation dans le décodeur

FIG. 2.5 – Synchronisation et décodage

#### 2.7.4 Autres méthodes d'estimation

Les approches évoquées aux §2.7.1, 2.7.2 et 2.7.3 sont non bayésiennes (l'erreur de phase et éventuellement de fréquence à estimer sont supposés déterministes) et statiques (les paramètres à estimer sont considérés comme constants sur chaque bloc d'estimation). Nous avons vu que ces méthodes peuvent fonctionner lorsque les paramètres inconnus varient, à condition de considérer des blocs d'estimation de taille suffisamment réduite. Elles n'exploitent cependant en aucune manière les connaissances a priori que l'on peut avoir sur la distribution et les variations stochastiques de l'erreur de phase. On peut en effet modéliser celle-ci comme un processus aléatoire et/ou variant dans le temps. La synchronisation de porteuse devient alors un problème d'estimation bayésienne et/ou dynamique.

Dans [60], B. Mielczarek propose un modèle très simplifié de variation de la phase porteuse, puis prend en compte la corrélation des erreurs de phase en modifiant la structure d'un algorithme de turbo-décodage classique.

Un modèle dynamique plus réaliste de l'erreur de phase est le modèle de Wiener (ou “random walk”), qui s'exprime de la manière suivante :

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k + \Delta_k + \frac{\Delta f}{R_s} \quad (2.17)$$

où  $\Delta_k$  sont des réalisations indépendantes d'une variable aléatoire gaussienne, de moyenne nulle et de variance  $\sigma_\Delta^2$ , et  $\frac{\Delta f}{R_s}$  est l'erreur résiduelle de fréquence, ramenée au rythme symbole. Ce modèle est issu de l'expression (2.3), où le bruit de phase serait équivalent à un bruit blanc gaussien filtré par un intégrateur :

$$\varphi_{phn}(k+1) - \varphi_{phn}(k) = \Delta_k \sim N(0, \sigma_\Delta^2) \quad (2.18)$$

Les algorithmes de décodage / estimation de phase fondés sur ce modèle dépendent des hypothèses sur la distribution jointe de  $\varphi_k$  et des symboles reçus. La linéarisation de  $y_k$  comme fonction de  $\varphi_k$  conduit à des approches de type Kalman étendu [61], pour l'estimation de la phase / décodage canal. Les algorithmes proposés dans [62, 63], plus complexes, ne font pas cette hypothèse linéaire. Le décodage itératif du code canal (de type LDPC) est fondé sur une adaptation de l'algorithme somme-produit, prenant en compte le modèle dynamique de l'erreur de phase donné par (2.17). Si aucun résultat n'est encore disponible en présence d'une erreur de fréquence non nulle, les performances de ce type d'algorithme semblent bonnes à faible rapport signal à bruit et en présence de bruit de phase.

## 2.8 Approche proposée : synchronisation à l'aide d'un code de parité simple et court

Ce travail s'inscrit dans la continuité de la thèse de C. Morlet [14], sur la démodulation de signaux satellite large bande. Il apparaît dans les travaux de C. Morlet que l'on peut améliorer sensiblement la synchronisation de phase à faible rapport signal à bruit à l'aide des *tentative decisions* évoquées au §2.7.1. L'estimateur TD proposé dans [14] s'avère en outre résistant au bruit de phase, et permet de suivre une erreur de fréquence non négligeable. Il apparaît donc relativement bien adapté à des applications du type DVB/RCS, impliquant des turbo-codes dans le schéma de codage, moyennant certaines conditions sur l'entrelacement des données <sup>1</sup>. Un atout majeur de l'approche TD est qu'elle ne fait intervenir qu'un nombre réduit de symboles par bloc d'estimation. Elle peut donc supporter des variations de la phase relativement importantes dès la première itération, et constitue ainsi un candidat intéressant pour l'initialisation d'algorithmes itératifs plus performants. Cependant, cette technique n'est envisageable que lorsque le décodage canal se fonde sur un treillis, ce qui n'est pas le cas pour des codes produits ou des codes LDPC notamment.

La popularité actuelle des codes LDPC et l'apparition de nouveaux schémas de codages [64, 65] faisant intervenir des codes de parité simples ont motivé notre approche qui consiste à exploiter pour la synchronisation la redondance apportée par de simples bits de parité. On s'intéresse en particulier à des codes relativement courts et non entrelacés, de manière à pouvoir extraire une information de décodage à partir de petites séquences de symboles reçus, ce en quoi notre démarche est similaire à celle de C. Morlet. Par ailleurs, nous nous sommes inspirés des techniques citées au §2.7.2, dans le sens où (contrairement aux schémas TD) les algorithmes que nous proposons exploitent directement les informations souples issues du décodage des équations de parité. Fondés sur l'approximation (2.16), nous verrons qu'ils peuvent également être considérés comme dérivés de l'algorithme EM. Un détecteur de phase (adapté à des transmissions continues) et un estimateur de phase (adapté à des transmissions par paquets) de type "soft decision directed" (SDD) sont présentés dans les chapitres suivants.

Le modèle de transmission considéré pour l'étude des performances de synchronisation est illustré en Fig. 2.6. Nous avons inséré dans le schéma de transmission nominal un code de parité simple en sortie du codeur canal. La redondance apportée par ce code sur les données est prise en compte lors de la récupération de phase dans le récepteur. La synchronisation d'horloge et la récupération de fréquence porteuse ne sont pas considérées ici. Nous avons toutefois considéré une erreur de phase variant dans le temps, en prenant en compte le bruit de phase et une erreur résiduelle sur la fréquence. Nous nous sommes intéressés particulièrement aux modulations QPSK et 8PSK, aux points de fonctionnement les plus bas envisagés dans la norme DVB/S2 [10].

---

<sup>1</sup>La structure des trames codées, telles qu'elle est définie dans la norme DVB-RCS, ne permet l'utilisation de l'algorithme TD évoqué ici que lorsque l'erreur de phase porteuse est constante dans le temps : en effet, les bits systématiques sont groupés en début de paquet puis suivis des bits de redondance issus du codeur. Le décodage - même partiel - des données fait alors intervenir des symboles situés en début et en fin de paquet. Or lorsque la phase varie, on ne tire avantage des décisions prématurées que lorsqu'elles peuvent être obtenues à partir de quelques symboles transmis de façon contigüe [14].

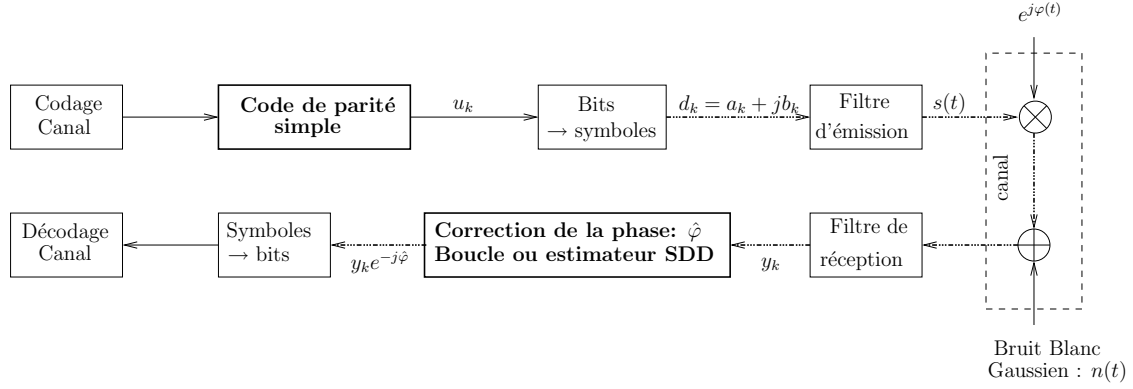


FIG. 2.6 – Insertion d’un code de parité simple dans la chaîne de transmission

**Remarque :**

Dans le cas général, l’approche proposée dans cette thèse requiert l’ajout d’un code de parité à la chaîne de transmission, ce qui se traduit par une diminution de l’efficacité en puissance et de l’efficacité spectrale du système, d’autant plus importantes que le rendement du code supplémentaire est faible. Il faut cependant noter que les informations issues du décodage de ce code de parité peuvent être exploitées afin d’améliorer les performances de décodage canal. En particulier, lorsque le code correcteur d’erreurs est de type LDPC, il est envisageable d’incorporer le décodage des équations de parité dans le processus itératif de décodage canal.

On peut cependant concevoir un cas particulier où les équations de parité que l’on utilise pour la synchronisation seraient déjà incluses dans le code canal. Cette hypothèse est notamment envisageable avec des codes LDPC, qui reposent par définition sur la combinaison d’équations de parités élémentaires [66], et dont la matrice de parité, dite creuse, comprend un faible nombre de “1” sur chaque ligne et chaque colonne. Afin de pouvoir exploiter les algorithmes proposés ici, il faut être capable d’extraire une information de décodage à partir de quelques échantillons reçus, sans avoir à décoder le mot entier. Cela se traduit sur la matrice de parité du code par l’apparition de lignes dont les “1” sont groupés par blocs, comme dans l’exemple suivant :

$$H = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Il n’est pas garanti qu’un code LDPC qui remplit ces conditions ait nécessairement de bonnes propriétés en termes de capacité de correction. La contrainte posée ici sur les premières lignes de la matrice de parité n’est cependant pas réhibitoire a priori pour les performances du code. On montre en effet [67] que celles-ci dépendent fortement de la distribution des poids (c’est à dire du nombre de “1”) des lignes et des colonnes de la matrice de parité. L’exhibition d’un code LDPC performant qui conviendrait à nos applications nécessiterait une étude à part, qui n’a pas été réalisée ici. Cette éventualité ouvrirait toutefois des perspectives intéressantes, puisqu’on pourrait alors exploiter les algorithmes de synchronisation proposés ici, sans aucune perte d’efficacité spectrale ou en puissance.

## 2.9 Conclusion

Les approches classiques NDA et HDD pour la synchronisation de phase se trouvent limitées aux faibles rapports signal à bruit visés dans les normes actuelles pour les systèmes de transmissions multimédia par satellite. A faible point de fonctionnement, il faut avoir recours à une information a priori sur les données, qui peut provenir de symboles pilotes dédiés à la synchronisation, ou de la redondance d'un code appliqué aux données. La littérature récente propose des algorithmes itératifs très performants où la synchronisation de porteuse est associée au décodage canal. La récupération de phase avant la première itération de décodage demeure cependant problématique lorsque l'erreur de phase varie dans le temps, ce qui est généralement le cas. Les algorithmes proposés dans cette thèse se fondent sur le décodage d'un code de parité très court, afin d'être moins sensibles aux variations de la phase sur chaque bloc d'estimation. Le chapitre qui suit est consacré à l'introduction d'une information souple de décodage dans la vraisemblance de la phase. Deux algorithmes issus de cette approche seront présentés dans les chapitres suivants.

# Chapitre 3

## Décodage du code de parité et vraisemblance de la phase

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Décodage souple d'un code de parité simple</b>	<b>27</b>
3.1.1	Notations	27
3.1.2	Décodage souple d'un code de parité	28
<b>3.2</b>	<b>Introduction des APP dans la vraisemblance</b>	<b>31</b>
<b>3.3</b>	<b>Interprétation de la vraisemblance</b>	<b>32</b>
3.3.1	Décisions souples	32
3.3.2	Apport du code de parité	33
<b>3.4</b>	<b>Estimateur et détecteur de phase SDD</b>	<b>34</b>
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>34</b>

---

Ce chapitre est consacré au décodage souple d'un code de parité simple, et à l'utilisation des informations ainsi obtenues pour les besoins de la synchronisation. Le problème du décodage est abordé au §3.1. Une approximation de la vraisemblance de la phase faisant intervenir les informations souples de décodage est réalisée au §3.2. L'expression obtenue est commentée au §3.3. Le détecteur et l'estimateur de phase permettant de maximiser cette fonction sont déduits au §3.4.

### 3.1 Décodage souple d'un code de parité simple

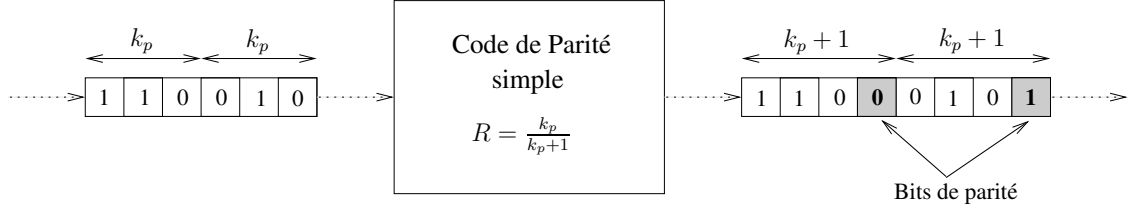
#### 3.1.1 Notations

Un code de parité simple est un code en bloc, qui à une séquence de  $k_p$  bits  $\{u_0, \dots, u_{k_p-1}\}$  associe un bit de parité égal à la somme modulo 2 des bits de la séquence (Fig. 3.1) :

$$u_{k_p} = u_0 \oplus u_1 \oplus \dots \oplus u_{k_p-1} \quad (3.1)$$

où  $\oplus$  représente l'opérateur "ou exclusif" (XOR). La longueur de la séquence codée est de  $n_p = k_p + 1$  bits. Le rendement du code est  $R = \frac{k_p}{n_p} = \frac{k_p}{k_p+1}$ . On suppose par la suite que  $n_p$  est un multiple de  $\log_2(M)$  où  $M$  est l'ordre de la constellation :  $n_p = P \log_2(M)$ . Les symboles de la constellation sont notés  $\{s_0, \dots, s_{M-1}\}$ . Chaque séquence de  $n_p$  bits issus du codeur de parité est donc codée sur  $P$  symboles MPSK  $\{d_0, \dots, d_{P-1}\} \in \{s_0, \dots, s_{M-1}\}^P$ . Le  $p$ -ième bit codé sur un symbole  $s$  est noté  $s[p]$ . La somme modulo 2 des bits correspondant à un symbole  $s$  est notée  $\omega(s)$ . Enfin, en reprenant les notations définies au §2.1, on note  $y_k = d_k e^{j\varphi} + n_k$  le  $k$ -ième




 FIG. 3.1 – Exemple de code de parité simple (avec  $k_p = 3$ )

symbole obtenu en sortie du filtre adapté échantillonné à l'instant optimal. L'erreur de phase  $\varphi$  est supposée constante sur les  $P$  symboles considérés. Le bruit additif gaussien se décompose en deux composantes indépendantes de variance  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ .

### 3.1.2 Décodage souple d'un code de parité

On souhaite calculer les probabilités a posteriori  $P_{k,l}^{app} \triangleq P[d_k = s_l | y_0, \dots, y_{P-1}]$  pour tous les symboles transmis  $(d_k)_{k=0, \dots, P-1}$  et tous les symboles de la constellation  $(s_l)_{l=0, \dots, M-1}$ . Dans [68, 66], R.G. Gallager développe ces probabilités pour une modulation binaire (c'est à dire lorsque  $M = 2$ ). Nous étendons ici le résultat à une modulation d'ordre  $M$ . Pour la clarté de l'exposé, on développe d'abord le calcul de  $P_{k,l}^{app}$  lorsque  $P = 2$  et  $M = 8$ , c'est à dire que chaque équation de parité implique deux symboles 8PSK. On généralisera ensuite le résultat à  $P$  et  $M$  quelconques.

#### 3.1.2.1 Décodage d'une équation de parité impliquant 2 symboles 8PSK

- Les bits  $u_0, u_1, u_2$  correspondent au symbole  $d_0$
- Les bits  $u_3, u_4, u_5$  correspondent au symbole  $d_1$
- Ces bits vérifient  $u_0 \oplus u_1 \oplus u_2 \oplus u_3 \oplus u_4 \oplus u_5 = 0$

On détaille ici le calcul de  $P_{0,l}^{app}$ , mais l'expression de  $P_{1,l}^{app}$  peut être obtenue de façon analogue.

$$\begin{aligned} P_{0,l}^{app} &= P[d_0 = s_l | y_0, y_1] \\ &= \frac{P[d_0 = s_l, y_0, y_1]}{P[y_0, y_1]} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Le terme  $P[y_0, y_1]$  est commun à toutes les probabilités calculées, on peut donc l'éliminer par normalisation :

$$P_{0,l}^{app} \propto P[d_0 = s_l, y_0, y_1] \quad (3.3)$$

Par ailleurs, on a :

$$P[d_0 = s_l, y_0, y_1] = \sum_{j=0}^7 P[d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_0, y_1] \quad (3.4)$$

Or :

$$\begin{aligned} P[d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_0, y_1] &= P[y_0 | d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_1] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_1] \\ &= P[y_0 | d_0 = s_l] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_1] \\ &= P[y_0 | d_0 = s_l] P[y_1 | d_0 = s_l, d_1 = s_j] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j] \\ &= P[y_0 | d_0 = s_l] P[y_1 | d_1 = s_j] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j] \end{aligned} \quad (3.5)$$

En remplaçant (3.5) dans (3.4), on obtient :

$$P[d_0 = s_l, y_0, y_1] = \sum_{j=0}^7 P[y_0|d_0 = s_l] P[y_1|d_1 = s_j] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j] \quad (3.6)$$

De plus :

$$\begin{aligned} P[d_0 = s_l, d_1 = s_j] &= P[u_0, \dots, u_5] \\ &= P[u_5|u_0, \dots, u_4] P[u_0, \dots, u_4] \\ &= P[u_5|u_0, \dots, u_4] \prod_{i=0}^4 P[u_i] \end{aligned} \quad (3.7)$$

**Remarque 1** : La dernière égalité se fonde sur l'hypothèse que les bits  $u_0$  à  $u_4$  sont indépendants (hypothèse réaliste dans la mesure où dans notre contexte, le code canal appliqué en amont sur les données est très long par rapport à la taille des équations de parité).

**Remarque 2** : Les notations dans l'expression (3.7) sont abusives dans le sens où il faudrait écrire  $P[u_0 = s_l, [0]]$  au lieu de  $P[u_0]$ ,  $P[u_1 = s_l, [1]]$  au lieu de  $P[u_1]$ ,  $P[u_2 = s_l, [2]]$  au lieu de  $P[u_2]$ ,  $P[u_3 = s_j, [0]]$  au lieu de  $P[u_3]$ ,  $P[u_4 = s_j, [1]]$  au lieu de  $P[u_4]$  et  $P[u_5 = s_j, [2]]$  au lieu de  $P[u_5]$ .

En supposant les bits  $u_0, \dots, u_4$  équiprobables, le terme  $\prod_{i=0}^4 P[u_i]$  ne dépend ni de  $s_l$ , ni de  $s_j$ . Par ailleurs, par définition du code de parité,  $P[u_5|u_0, \dots, u_4]$  vaut 1 lorsque  $\omega(s_l) \oplus \omega(s_j) = 0$  (c'est à dire que l'équation de parité est respectée) et 0 lorsque  $\omega(s_l) \oplus \omega(s_j) = 1$ . En combinant (3.3), (3.6) et (3.7) on obtient donc, après élimination des termes multiplicatifs constants :

$$P_{0,l}^{app} = P[y_0|d_0 = s_l] \sum_{j=0}^3 P[y_1|d_1 = s_j^*] \quad (3.8)$$

où  $\{s_j^*\}_{j=0,\dots,3}$  sont les 4 symboles qui vérifient l'équation de parité pour  $s_l$  donné :

$$\omega(s_l) \oplus \omega(s_j^*) = 0 \quad (3.9)$$

A propos de l'expression (3.8), on peut faire les remarques suivantes :

1. Le terme  $P_{0,l}^{cnl} \triangleq P[y_0|d_0 = s_l]$  est une probabilité canal sur le symbole  $d_0$ , qui se calcule facilement à partir de l'observation  $y_0$ , à condition de connaître le niveau de puissance du bruit Gaussien  $N_0 = 2\sigma^2$  :

$$P_{0,l}^{cnl} = \lambda \exp\left(-\frac{|y_0 - s_l|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.10)$$

Le terme multiplicatif constant  $\lambda$  s'obtient à partir de l'hypothèse  $P_{0,l}^{cnl} + P_{1,l}^{cnl} = 1$ .

2. La somme  $\sum_{j=0}^3 P[y_1|d_1 = s_j^*]$  peut prendre 2 valeurs, qu'on note  $F_{0,0}$  lorsque  $\omega(s_l) = 0$  et  $F_{0,1}$  lorsque  $\omega(s_l) = 1$ . Ce terme correspond à l'information apportée sur le symbole  $d_0$  par le symbole  $d_1$  impliqué dans la même équation de parité.

### 3.1.2.2 Décodage d'une équation de parité impliquant $P$ symboles MPSK

**A) Expression de  $P_{k,l}^{app}$  pour  $k=0$  :** Le résultat précédent se généralise immédiatement au cas d'une équation de parité impliquant  $P$  symboles MPSK :

$$\begin{aligned} P_{0,l}^{app} &= P[d_0 = s_l | y_0, \dots, y_{P-1}] \\ &= P[y_0 | d_0 = s_l] \sum_{j_1=0}^{M/2-1} \dots \sum_{j_{P-1}=0}^{M/2-1} P[y_1 | d_1 = s_{j_1}^*] \dots P[y_{P-1} | d_{P-1} = s_{j_{P-1}}^*] \end{aligned} \quad (3.11)$$

où  $\{s_{j_1}^*, \dots, s_{j_{P-1}}^*\}$ , avec  $j_1, \dots, j_{P-1} \in \{0, \dots, \frac{M}{2} - 1\}$  sont toutes les combinaisons de symboles  $d_1$  à  $d_{P-1}$  qui vérifient l'équation de parité pour  $d_0 = s_l$  donné :

$$\omega(s_l) \oplus \omega(s_{j_1}^*) \oplus \dots \oplus \omega(s_{j_{P-1}}^*) = 0 \quad (3.12)$$

**B) Expression de  $P_{k,l}^{app}$  pour  $k$  quelconque :** Par permutation sur les indices, on obtient finalement l'expression de  $P_{k,l}^{app}$  pour  $k = 0, 1 \dots P - 1$  :

$$P_{k,l}^{app} = \begin{cases} P_{k,l}^{cnl} F_{k,0} & \text{si } \omega(s_l) = 0 \\ P_{k,l}^{cnl} F_{k,1} & \text{si } \omega(s_l) = 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

où :

1. Les termes  $P_{k,l}^{cnl} \triangleq P[y_k | d_k = s_l]$  représentent les probabilités canal sur le symbole  $d_k$  :

$$P_{k,l}^{cnl} = \lambda \exp\left(-\frac{|y_k - s_l|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.14)$$

avec :

$$\lambda = \frac{1}{\sum_{l=0}^M \exp\left(-\frac{|y_k - s_l|^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (3.15)$$

2. Les termes  $F_{k,0}$  et  $F_{k,1}$  représentent l'information apportée sur le symbole  $d_k$  par tous les autres symboles impliqués dans la même équation de parité, assimilable à l'information extrinsèque qui apparaît lors du décodage des codes LDPC [66].  $F_{k,0}$  (resp.  $F_{k,1}$ ) est la probabilité que  $\omega(d_k) = 0$  (resp.  $\omega(d_k) = 1$ ), calculée à partir des symboles  $\{y_j\}_{j \neq k}$  (voir ci-dessous).

### 3.1.2.3 Mise en oeuvre pratique du décodage

D'après l'expression (3.13), le décodage s'opère facilement en trois étapes :

1. Calcul des  $M$  probabilités canal pour chacun des  $P$  symboles reçus :  $\{P_{k,l}^{cnl}\}_{k \in \{0, \dots, P-1\}, l \in \{0, \dots, M-1\}}$

à l'aide de l'expression (3.14).

2. Pour chaque symbole, calcul des deux probabilités  $\Psi_{k,0} \triangleq P[y_k | \omega(d_k) = 0]$  et  $\Psi_{k,1} \triangleq P[y_k | \omega(d_k) = 1]$  :

$$\begin{cases} \Psi_{k,0} = \sum_{l: \omega(s_l)=0} P_{k,l}^{cnl} \\ \Psi_{k,1} = \sum_{l: \omega(s_l)=1} P_{k,l}^{cnl} \end{cases} \quad (3.16)$$

3. Deux méthodes sont proposées ici pour le calcul des probabilités extrinsèques  $F_{k,0}$  et  $F_{k,1}$  :

(a) Un calcul itératif 2 à 2 à l'aide d'une récursion simple, écrite ici pour  $k = 0$  :

$$\begin{aligned}
 & - \textit{Initialisation} : \begin{cases} F_{0,0} = \Psi_{1,0} \\ F_{0,1} = \Psi_{1,1} \end{cases} \\
 & - \textit{Si } P \geq 3 \textit{ alors pour } j \textit{ allant de } 2 \textit{ jusqu'à } P - 1 \\
 & \quad \begin{cases} F_{0,0} = F_{0,0} * \Psi_{j,0} + F_{0,1} * \Psi_{j,1} \\ F_{0,1} = F_{0,0} * \Psi_{j,1} + F_{0,1} * \Psi_{j,0} \end{cases} \\
 & \textit{fin de boucle}
 \end{aligned}$$

(b) On peut aussi utiliser la propriété suivante, démontrée par Gallager dans [66] :  
*Soit une séquence de  $P$  variables binaires indépendantes, où l'on note  $P_i$  la probabilité que la  $i$ -ème variable soit égale à 1. Alors la probabilité qu'un nombre pair de ces variables soient égales à 1 est :*

$$\frac{1 + \prod_{i=0}^{P-1} (1 - 2P_i)}{2}$$

Si on considère comme variables binaires les valeurs de  $\{\omega(d_j)\}_{j \neq k}$  et comme probabilités les  $\Psi_{j,0}$  calculées à l'étape précédente, on en déduit les expressions suivantes :

$$\begin{cases} F_{k,0} = \frac{1 + \prod_{j \neq k} (1 - 2\Psi_{j,0})}{2} \\ F_{k,1} = \frac{1 - \prod_{j \neq k} (1 - 2\Psi_{j,0})}{2} \end{cases} \quad (3.17)$$

#### Remarque :

L'algorithme de décodage présenté ici peut s'appliquer quel que soit l'ordre  $M$  de la modulation. Il est de plus effectué directement sur les symboles reçus. Il est donc plus performant que les algorithmes proposés respectivement pour les modulations QPSK et 8PSK dans [69] et [70]. Ces derniers exploitent directement l'algorithme original de Gallager, et se fondent sur des probabilités relatives aux *bits* transmis, recombinaées ensuite pour obtenir des probabilités a posteriori sur les symboles. Le décodage symbole proposé dans cette thèse repose sur moins d'approximations, même si les résultats de simulations diffèrent peu entre les deux schémas.

## 3.2 Introduction des probabilités a posteriori dans l'expression de la vraisemblance de la phase

La démarche qui suit est semblable à celle proposée dans [40] et [43], respectivement pour des schémas comprenant des turbo-codes ou des codes LDPC . Le principe de ces algorithmes, déjà évoqué au §2.7.2, est fondé sur la marginalisation de la vraisemblance jointe de la phase  $\varphi$  et des symboles  $\{\tilde{d}_k\}_{k=0, \dots, N-1}$  par rapport aux symboles, à l'aide de probabilités a posteriori déduites du signal reçu :

$$\begin{aligned}
 L(\tilde{\varphi}) &= E_{\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}} \left[ L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) \right] \\
 &\simeq \prod_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} P[\tilde{d}_k = s_l | y_0, \dots, y_{N-1}] \exp\left(\frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}})\right) \\
 &= \prod_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} P_{k,l}^{app} \exp\left(\frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}})\right) \quad (3.18)
 \end{aligned}$$

La fonction de log-vraisemblance s'écrit :

$$\Lambda(\tilde{\varphi}) = \sum_{k=0}^{N-1} \ln \left\{ \sum_{l=0}^{M-1} P_{k,l}^{app} \exp \left( \frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right) \right\} \quad (3.19)$$

Une simplification classique à ce niveau <sup>1</sup> revient à considérer le faible rapport signal à bruit pour linéariser la fonction exponentielle et le logarithme :

$$\begin{aligned} \exp(x) &= 1 + x + o(x) \\ \ln(1+x) &= x + o(x) \end{aligned}$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned} \Lambda(\tilde{\varphi}) &\simeq \sum_{k=0}^{N-1} \ln \left\{ \sum_{l=0}^{M-1} P_{k,l}^{app} \left( 1 + \frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right) \right\} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \ln \left\{ 1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{l=0}^{M-1} P_{k,l}^{app} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right\} \\ &\simeq \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} P_{k,l}^{app} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \end{aligned} \quad (3.20)$$

En utilisant la linéarité de la partie réelle, on a finalement :

$$\begin{aligned} \Lambda(\tilde{\varphi}) &= \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} \Re \left( \sum_{l=0}^{M-1} P_{k,l}^{app} y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}} \right) \\ &= \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} \Re(y_k \delta_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

où

$$\delta_k \triangleq \sum_{l=0}^{M-1} P_{k,l}^{app} s_l \quad (3.22)$$

### 3.3 Interprétation de la vraisemblance

#### 3.3.1 Décisions souples

L'expression de la log-vraisemblance (3.21) est semblable à celle issue de l'approche HDD (voir annexe B), où les décisions dures  $\hat{d}_k$  sont remplacées par les coefficients  $\delta_k$  définis par (3.22). Ces coefficients complexes sont des barycentres des M symboles de la constellation, pondérés par les probabilités a posteriori issues du décodage du code de parité. Ils seront désignés par la suite comme "décisions souples" sur les symboles reçus.

- Lorsqu'un échantillon reçu  $y_k$  est fiable, c'est à dire qu'il existe un des symboles de la constellation  $S$  beaucoup plus probable que les autres, alors,  $\delta_k$  tend vers ce symbole, qu'on obtiendrait par décision dure :  $\delta_k \rightarrow \hat{d}_k = S$ . La fonction de vraisemblance devient alors équivalente à (B.14), et les algorithmes issus de cette expression se comportent comme des algorithmes HDD.

<sup>1</sup>Cette étape de linéarisation se retrouve classiquement dans la littérature pour la dérivation d'algorithmes simples issus du maximum de vraisemblance. Une approximation plus précise de la log-vraisemblance est toutefois envisageable. Ainsi, dans [42], L. Zhang et A.G. Burr développent  $\Lambda(\tilde{\varphi})$  en série de Taylor jusqu'à l'ordre 2, et comparent leurs résultats de simulations à ceux de V. Lottici et M. Luise [40] qui se fondent sur l'approximation linéaire faite ici. La gigue des deux algorithmes de turbo-synchronisation approche la borne de Cramer-Rao à faible rapport signal à bruit jusqu'à une valeur seuil, où le code ne converge plus. Le schéma de Zhang et Burr, plus complexe, apporte un gain de gain de 0.5 dB sur cette valeur seuil, pour une modulation QPSK.

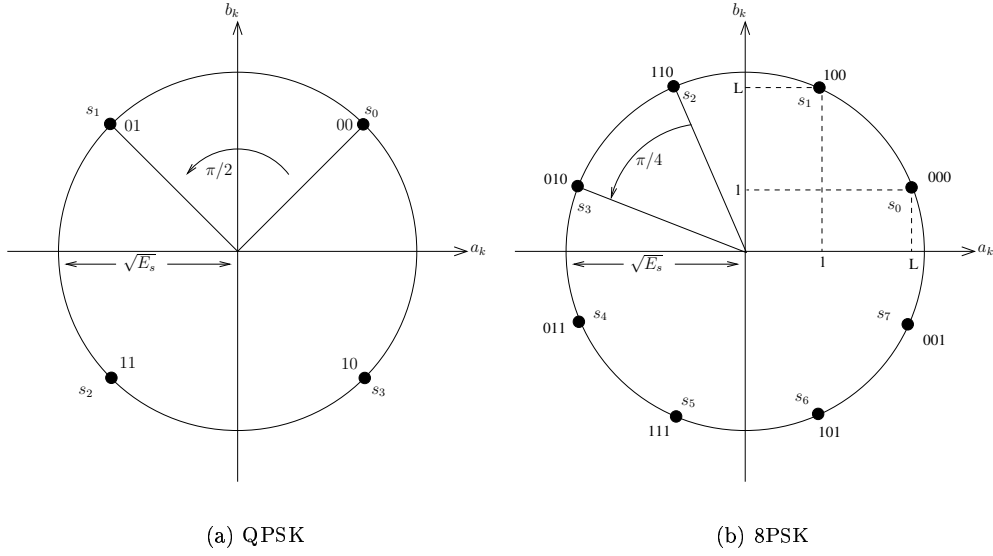


FIG. 3.2 – Constellations QPSK et 8PSK avec codage de Gray

- Lorsqu’au moins deux symboles de la constellation apparaissent parmi les candidats les plus probables (au sens des probabilités a postériori), alors l’influence de  $y_k$  dans l’expression de la vraisemblance (3.21) est pondérée par le module de  $\delta_k$  (nécessairement inférieur à  $\sqrt{E_s}$ , où  $E_s$  est l’énergie d’un symbole) : le poids d’un échantillon incertain dans l’estimation de la phase est alors réduit par rapport à celui d’un échantillon fiable, contrairement à ce qui se passe dans l’approche HDD où tous les échantillons reçus interviennent de la même manière.

### 3.3.2 Apport du code de parité

Il faut toutefois noter que des décisions souples peuvent être prises en l’absence de code. Dans ce cas, les probabilités a postériori  $P_{k,l}^{app}$  sont remplacées par les probabilités canal  $P_{k,l}^{cni}$  dans l’expression de  $\delta_k$ , ce qui revient à prendre  $F_{k,0} = F_{k,1} = \frac{1}{2}$  dans (3.13), c’est à dire qu’aucune information extrinsèque significative n’est disponible sur le symbole  $y_k$ . W. Cowley développe cette approche pour les modulations BPSK et QPSK dans [36], et montre qu’en l’absence de code, le gain sur les performances de synchronisation est limité, par rapport aux techniques classiques NDA et HDD. L’apport du code de parité dans le même contexte peut s’expliquer en considérant les constellations des coefficients  $\delta_k$ . Nous considérerons par la suite les constellations QPSK et 8PSK représentées en Fig. 3.2 (a) et (b), avec  $E_s = 1$ .

1. En absence de code de parité, les symboles de la constellation les plus probables sont les plus proches de  $y_k$  (au sens de la distance euclidienne). Ce sont nécessairement les deux symboles contigus  $s_p$  et  $s_q$  dont les phases respectives sont les plus proches de l’argument de  $y_k$ .
  - L’expression de  $\delta_k$  peut alors le plus souvent se réduire à  $\delta_k \simeq P_{k,p}^{cni} s_p + P_{k,q}^{cni} s_q$ , c’est à dire que  $\delta_k$  se trouve sur le segment  $[s_p, s_q]$ , ce qu’on peut observer sur les Fig. 3.3 (a) et (b) et Fig. 3.5 (a) et (b).
  - Lorsque l’ambiguïté est plus importante, (en général lorsque le module de  $y_k$  est faible par rapport à l’amplitude des symboles de la constellation), alors le module de  $\delta_k$  tend également vers 0, ce qu’on peut observer à faible rapport signal à bruit (Fig. 3.3 (a) Fig. et 3.5 (a)).
2. En présence d’un code de parité les choses se passent autrement. Les constellations considérées lors de nos simulations en QPSK et 8PSK (Fig. 3.2) sont fondées sur un codage de Gray.

La somme des bits de deux symboles contigus est alors nécessairement différente. Lorsque le symbole  $d_k$  est impliqué dans une équation de parité, les symboles de la constellation avec les plus grandes probabilités  $P_{k,l}^{app}$  ne peuvent pas être contigus. C'est pourquoi lorsqu'une ambiguïté apparaît sur la phase du symbole reçu  $y_k$ , le module de  $\delta_k$  est plus faible qu'en absence de code de parité. L'influence du symbole  $y_k$  dans l'estimation de la phase est donc réduite d'autant : les constellations des coefficients  $\delta_k$  ont été représentées pour différents rendements du code de parité (fixés par le paramètre  $n_p$ ) et pour différents rapports signal à bruit, sur les Fig. 3.3 (c) à (f) et Fig. 3.5 (c) à (f) respectivement pour les modulations QPSK et 8PSK. Par ailleurs, les histogrammes représentés sur les Fig. 3.4 et Fig. 3.6 permettent d'observer la distribution des arguments des coefficients  $\delta_k$ . Il apparaît que plus le code est redondant, plus ces arguments sont groupés autour des phases des symboles de la constellation, et cela d'autant plus que le rapport signal à bruit est élevé. Cela signifie que la redondance du code permet effectivement d'améliorer la détection à partir des échantillons reçus, la fiabilité des décisions restant pondérée par le module de  $\delta_k$ .

### 3.4 Estimateur et détecteur de phase SDD

Maximiser l'expression de la vraisemblance de la phase (3.21) revient à annuler sa dérivée :

$$\begin{aligned} \frac{d\Lambda}{d\tilde{\varphi}} &= 0 \\ \Downarrow \\ \frac{d}{d\tilde{\varphi}} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} \Re (y_k \delta_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \right] &= 0 \\ \Downarrow \\ \sum_{k=0}^{N-1} \Im (y_k \delta_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) &= 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

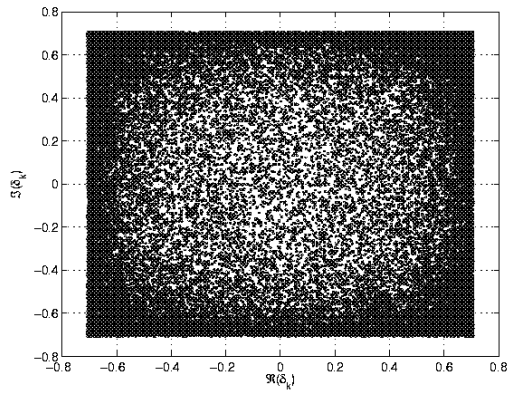
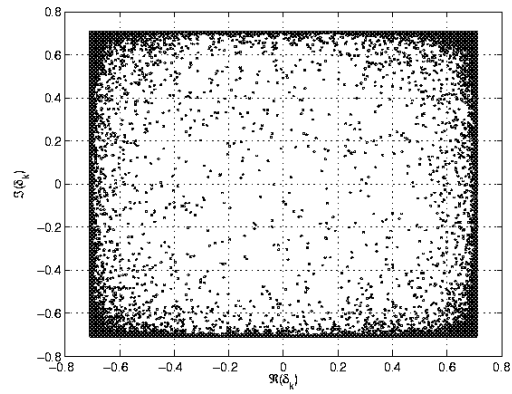
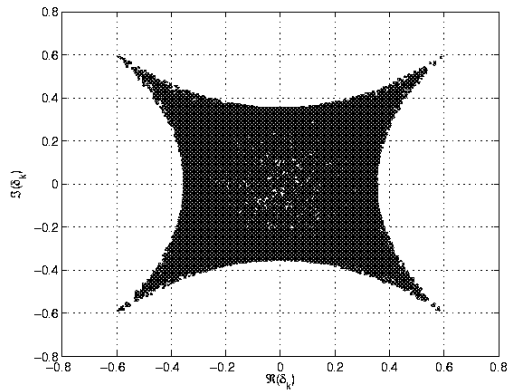
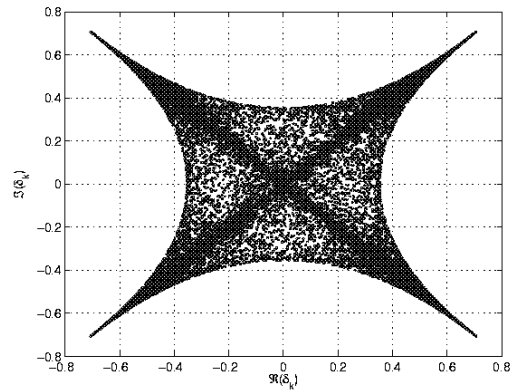
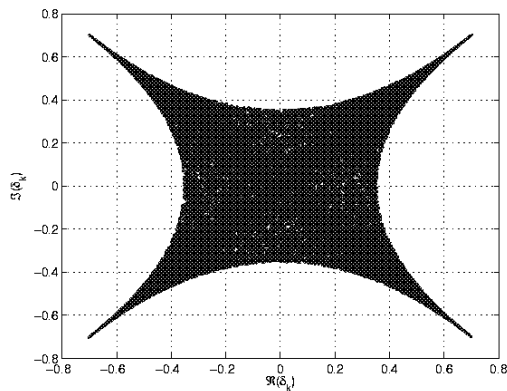
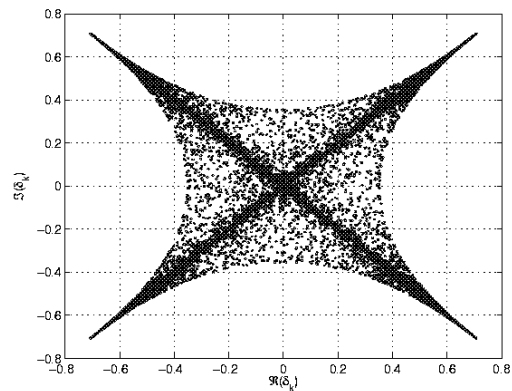
On déduit immédiatement le détecteur (3.24) et l'estimateur (3.25) permettant d'annuler l'expression (3.23). Ils seront respectivement qualifiés dans les chapitres suivants de détecteur et d'estimateur SDD (pour "Soft Decision Directed").

$$u_{SDD}(k) = \Im (y_k \delta_k^* e^{-j\tilde{\varphi}}) \quad (3.24)$$

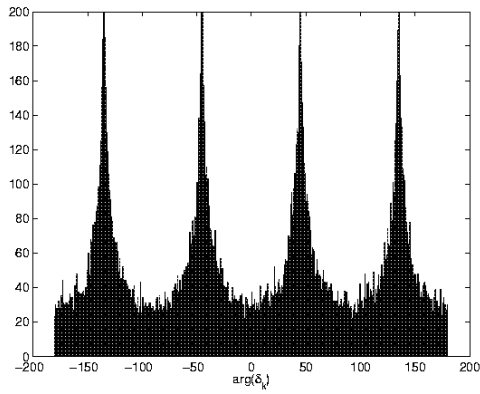
$$\hat{\varphi}_{SDD} = \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} y_k \delta_k^* \right) \quad (3.25)$$

### 3.5 Conclusion

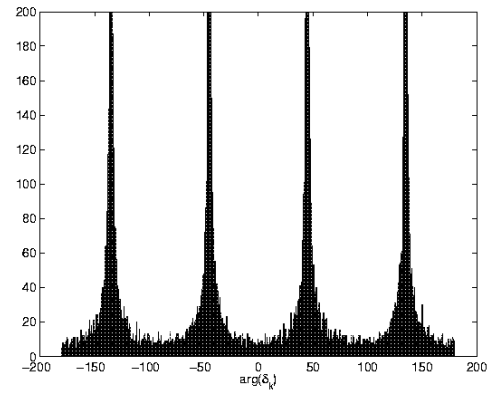
Nous avons vu dans ce chapitre comment extraire une information souple de décodage sur les symboles transmis à partir du signal reçu, lorsqu'un code de parité simple est appliqué aux données. L'algorithme décrit ici, applicable quel que soit l'ordre de la modulation de phase, est très simple à mettre en oeuvre, et peu coûteux en terme d'implantation. Les probabilités a posteriori issues du décodage sur les symboles reçus sont introduites dans la vraisemblance de la phase selon une démarche inspirée de l'algorithme EM. En appliquant le principe du maximum de vraisemblance, on obtient alors les expressions d'un détecteur et d'un estimateur de phase, dont les performances sont étudiées dans les chapitres suivants.

(a) Pas de code,  $E_s/N_0 = 0$  dB(b) Pas de code,  $E_s/N_0 = 5$  dB(c)  $n_p = 8$  (soit  $P = 4$ ) et  $E_s/N_0 = 0$  dB(d)  $n_p = 8$  (soit  $P = 4$ ) et  $E_s/N_0 = 5$  dB(e)  $n_p = 4$  (soit  $P = 2$ ) et  $E_s/N_0 = 0$  dB(f)  $n_p = 4$  (soit  $P = 2$ ) et  $E_s/N_0 = 5$  dBFIG. 3.3 – Constellation des coefficients  $\delta_k$  - Modulation QPSK

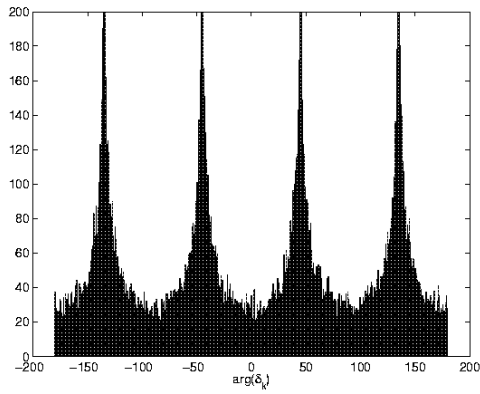




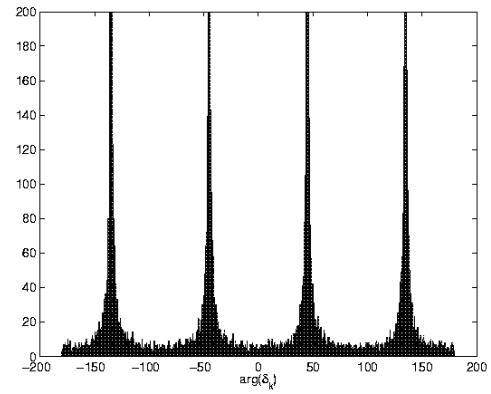
(a) Pas de code,  $E_s/N_0 = 0$  dB



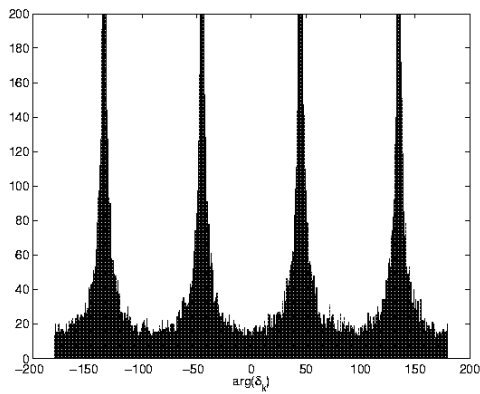
(b) Pas de code,  $E_s/N_0 = 5$  dB



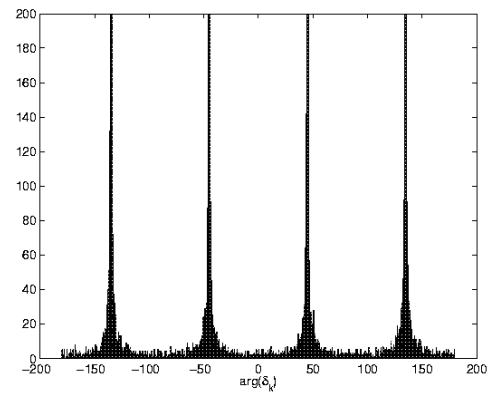
(c)  $n_p = 8$  (soit  $P = 4$ ) et  $E_s/N_0 = 0$  dB



(d)  $n_p = 8$  (soit  $P = 4$ ) et  $E_s/N_0 = 5$  dB

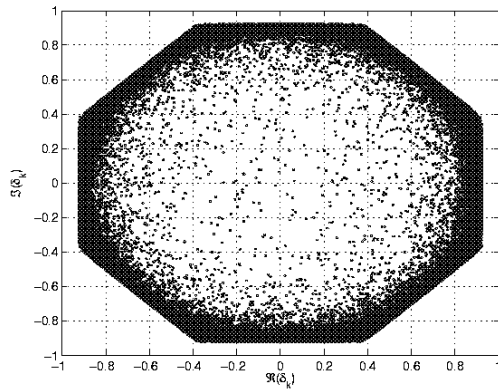
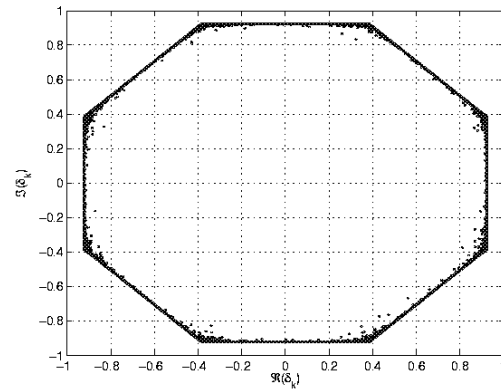
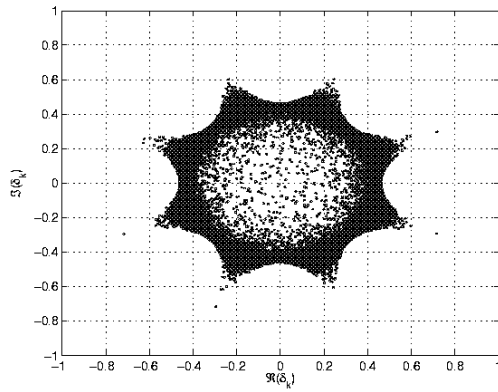
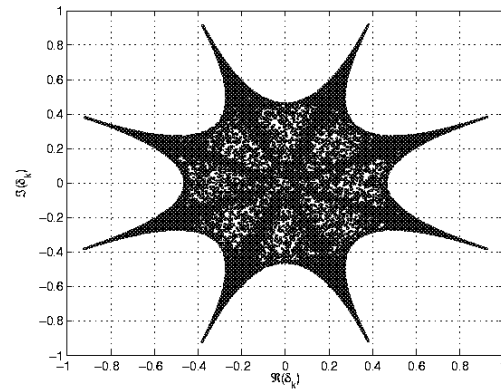
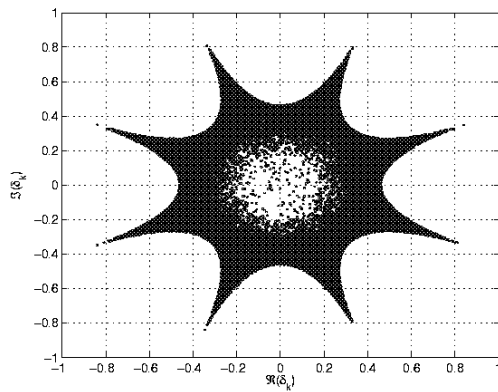
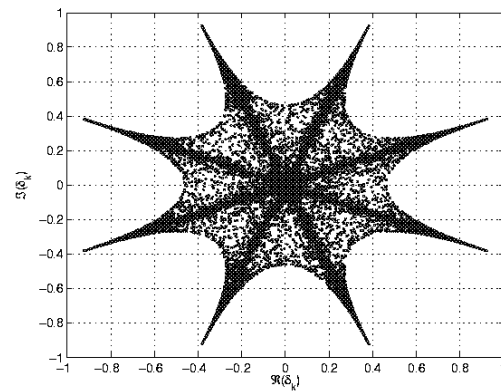


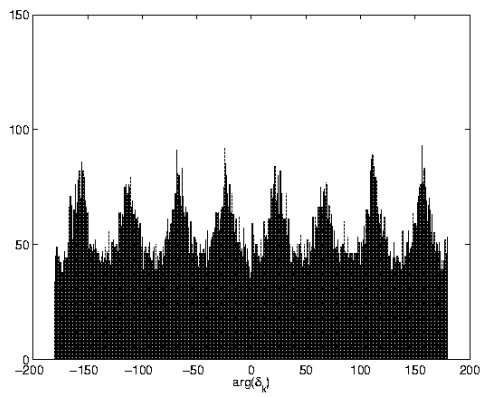
(e)  $n_p = 4$  (soit  $P = 2$ ) et  $E_s/N_0 = 0$  dB



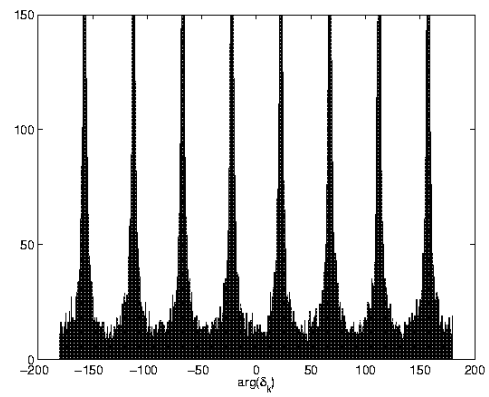
(f)  $n_p = 4$  (soit  $P = 2$ ) et  $E_s/N_0 = 5$  dB

FIG. 3.4 – Distribution des arguments de  $\delta_k$  - Modulation QPSK

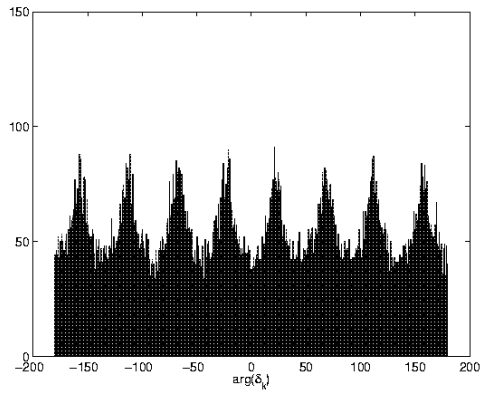
(a) Pas de code,  $E_s/N_0 = 5$  dB(b) Pas de code,  $E_s/N_0 = 10$  dB(c)  $n_p = 12$  (soit  $P = 4$ ) et  $E_s/N_0 = 5$  dB(d)  $n_p = 12$  (soit  $P = 4$ ) et  $E_s/N_0 = 10$  dB(e)  $n_p = 6$  (soit  $P = 2$ ) et  $E_s/N_0 = 5$  dB(f)  $n_p = 6$  (soit  $P = 2$ ) et  $E_s/N_0 = 10$  dBFIG. 3.5 – Constellation des coefficients  $\delta_k$  - Modulation 8PSK



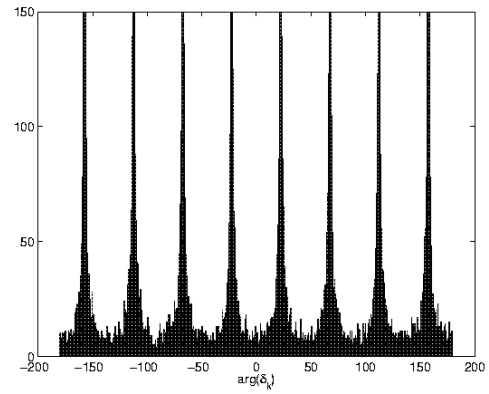
(a) Pas de code,  $E_s/N_0 = 5 \text{ dB}$



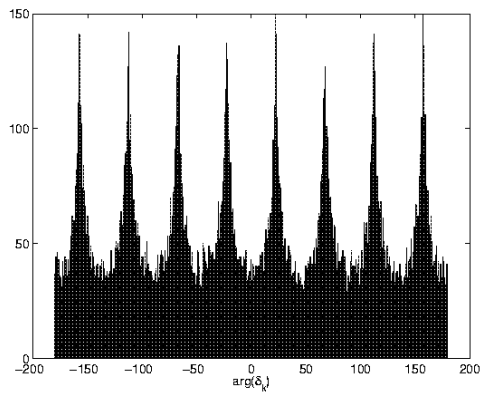
(b) Pas de code,  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$



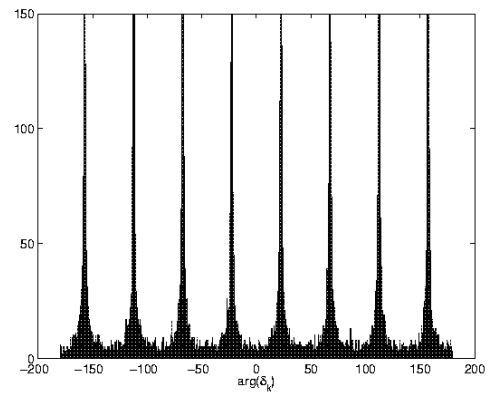
(c)  $n_p = 12$  (soit  $P = 4$ ) et  $E_s/N_0 = 5 \text{ dB}$



(d)  $n_p = 12$  (soit  $P = 4$ ) et  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$



(e)  $n_p = 6$  (soit  $P = 2$ ) et  $E_s/N_0 = 5 \text{ dB}$



(f)  $n_p = 6$  (soit  $P = 2$ ) et  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$

FIG. 3.6 – Distribution des arguments de  $\delta_k$  - Modulation 8PSK

# Chapitre 4

## Transmissions continues : boucle de phase avec détecteur SDD

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Etude du détecteur SDD en boucle ouverte</b>	<b>40</b>
4.1.1	Courbes en S	40
4.1.2	Ambiguïté de phase	40
4.1.3	Gain du détecteur	42
<b>4.2</b>	<b>Estimation d'une phase constante</b>	<b>44</b>
4.2.1	Bornes de Cramer-Rao	44
4.2.2	Performances de synchronisation	44
<b>4.3</b>	<b>Performances en présence de bruit de phase</b>	<b>50</b>
4.3.1	Modèle de bruit de phase	50
4.3.2	Compromis sur la bande de bruit	51
4.3.3	Gigues minimales en présence de bruit de phase	53
<b>4.4</b>	<b>Résistance à une erreur de fréquence</b>	<b>56</b>
<b>4.5</b>	<b>Temps d'accrochage</b>	<b>59</b>
<b>4.6</b>	<b>Sauts de cycles</b>	<b>61</b>
<b>4.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>64</b>

---

Ce chapitre est consacré à l'étude d'une boucle de phase dont le détecteur - issu de la démarche présentée au chapitre 3 - exploite la redondance d'un code de parité. La structure des boucles de phase est rappelée en annexe C, et leur principe de fonctionnement est détaillé dans [71, 23]. Nous nous concentrons ici sur l'évaluation des performances du détecteur SDD proposé au §3.4 à faible rapport signal à bruit, comparées notamment à celles des détecteurs classiques HDD et NDA.

Parmi les critères d'évaluation des performances de synchronisation, nous nous concentrons d'abord sur la moyenne (ou biais) et la variance (ou gigue) de l'erreur d'estimation. L'étude en boucle ouverte présentée au §4.1 nous permet de montrer que le détecteur SDD est non biaisé. Nous évaluons ensuite la gigue d'estimation en boucle fermée, d'abord lorsque la phase à estimer est constante (§4.2), puis en présence de bruit de phase (§4.3) ou d'une erreur de fréquence (§4.4). Un autre facteur important dans l'étude de schémas bouclés est le temps d'acquisition, c'est à dire le temps nécessaire à la boucle pour s'accrocher, que nous étudions au §4.5. D'autre part, le phénomène de saut de cycle occasionné lors de pics de bruit particuliers [23] apparaît comme particulièrement gênant à faible rapport signal à bruit. La fréquence d'apparition de ce phénomène doit donc également être prise en compte dans l'étude de performances, et fait l'objet du §4.6. Enfin, il ne faut pas oublier que la récupération de la phase a pour but de permettre la démodulation, puis le décodage des données transmises. Le taux d'erreur sur les données constitue un critère

global de performance du système, plus significatif que la gigue de phase ou la probabilité de saut de cycle, du point de vue de l'utilisateur. Il faut cependant noter que ce taux d'erreur dépend essentiellement du code canal et de l'algorithme de décodage. De plus, ce critère ne rend pas compte de la probabilité de non convergence du décodeur - difficile à établir sans avoir recours à des simulations très lourdes. C'est pourquoi nous ne proposons ici aucun résultat en terme de taux d'erreur binaire, pour nous concentrer plutôt sur le comportement de l'algorithme de synchronisation.

## 4.1 Etude du détecteur SDD en boucle ouverte

Rappelons tout d'abord l'expression du détecteur SDD obtenue au chapitre 3, fondée sur le décodage souple d'un code de parité :

$$u_{SDD}(k) = \Im(y_k \delta_k^* e^{-j\hat{\varphi}}) \quad (4.1)$$

avec

$$\delta_k = \sum_{l=0}^{M-1} P_{k,l}^{app} s_l \quad (4.2)$$

Nous reprenons dans ce chapitre les notations introduites au §3.1.1. Le calcul des probabilités a posteriori  $P_{k,l}^{app}$  à partir des symboles reçus est détaillé au §3.1.2.

### 4.1.1 Courbes en S

La courbe caractéristique du détecteur SDD en boucle ouverte correspond à la valeur moyenne du détecteur tracée en fonction de l'erreur de phase sur le signal reçu. Elle est représentée en Fig. 4.1 pour les modulations QPSK et 8PSK et pour des rapports signal à bruit de 10 dB, 8 dB, et 6 dB sur le canal, dans les trois situations suivantes :

- en absence de code de parité : sous-figures (a) et (b)
- lorsque une équation de parité implique 3 symboles : sous-figures (c) et (d)
- lorsque une équation de parité implique 2 symboles : sous-figures (e) et (f)

On constate que ces courbes caractéristiques apparaissent comme des courbes en S classiques autour de l'erreur de phase nulle. On vérifie ainsi que le détecteur est non biaisé. Une ambiguïté subsiste cependant sur la phase estimée : ce point est abordé au §4.1.2. La relation entre le rapport signal à bruit et le gain du détecteur est étudiée au §4.1.3.

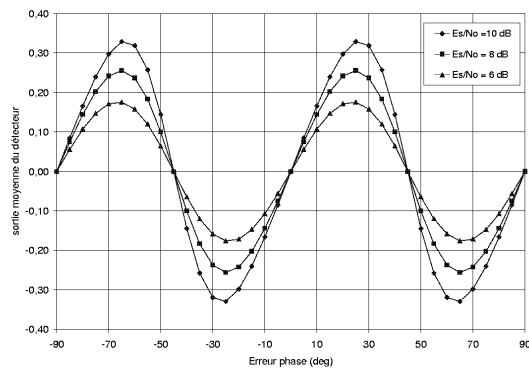
### 4.1.2 Ambiguïté de phase

On peut noter que la caractéristique du détecteur SDD est périodique, de période inférieure à  $2\pi$ . Cela signifie qu'il existe plusieurs points d'équilibre stables dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , autour desquels la boucle de phase peut s'accrocher [71]. Avec les détecteurs classiques (HDD, NDA), l'ambiguïté de phase est de  $\frac{2\pi}{M}$  pour un signal modulé en MPSK [23]. Cela signifie qu'après correction de la phase, les symboles de la constellation sont récupérés à une rotation de la constellation de  $\frac{2\pi}{M}$  près : cela est illustré sur la Fig. 4.2 pour la modulation QPSK.

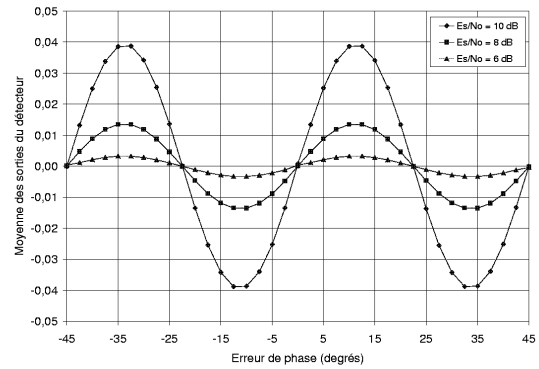
Si on considère les courbes représentées en Fig. 4.1(a) à (f), on note que la caractéristique du détecteur SDD est également  $\frac{2\pi}{M}$  - périodique en absence de code et lorsque  $P = 2$ . En revanche, elle est périodique de période  $\frac{4\pi}{M}$  lorsque chaque équation de parité implique  $P = 3$  symboles. Cela s'explique de la façon suivante :

- Lorsque les équations de parité impliquent un nombre pair de symboles (c'est à dire que  $P$  est pair) et que la constellation MPSK est fondée sur un codage de Gray (voir Fig. 3.2), alors le code de parité est transparent à une rotation de la constellation de  $\frac{2\pi}{M}$  : en effet, si la somme des bits d'un symbole  $s$  vaut  $\omega(s)$ , alors

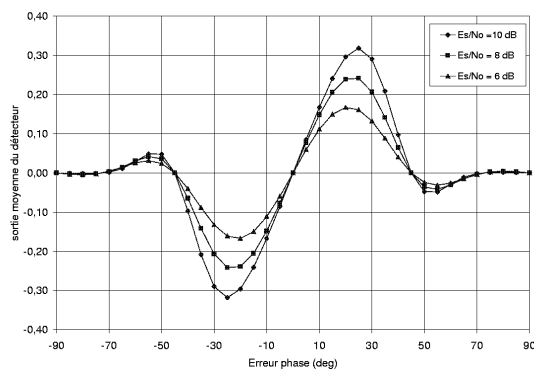
$$\omega\left(se^{j\frac{2\pi}{M}}\right) = (\omega(s) + 1) \bmod 2$$



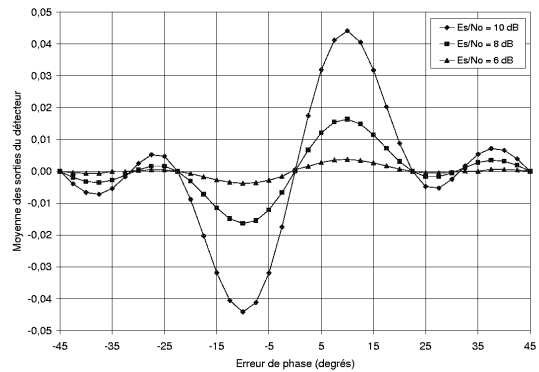
(a) QPSK sans codage



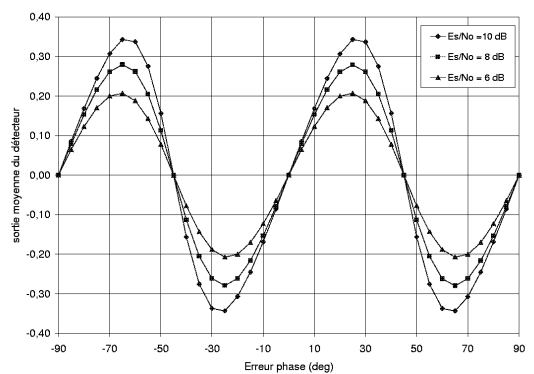
(b) 8PSK sans codage



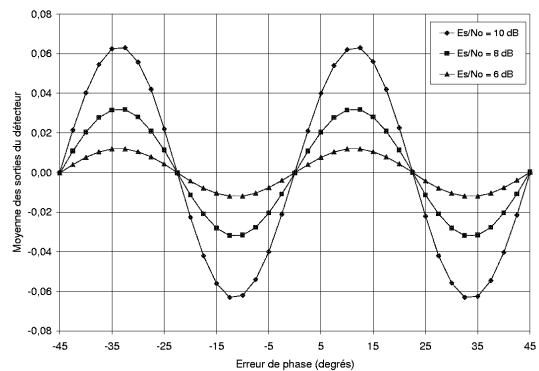
(c) QPSK -  $n_p = 6$  (soit  $P = 3$ )



(d) 8PSK -  $n_p = 9$  (soit  $P = 3$ )

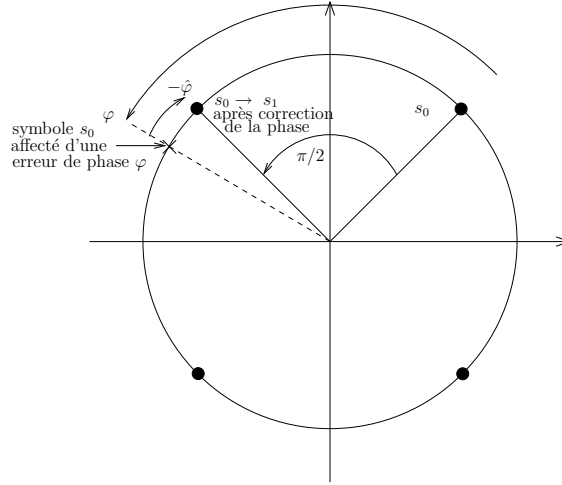


(e) QPSK -  $n_p = 4$  (soit  $P = 2$ )



(f) 8PSK -  $n_p = 6$  (soit  $P = 2$ )

FIG. 4.1 – Courbes en S du détecteur SDD

FIG. 4.2 – Ambiguïté de  $\frac{\pi}{2}$  dans une constellation QPSK

donc si on considère  $P$  symboles, on a

$$\begin{aligned} \bigoplus_{i=0}^{P-1} \omega \left( s_i e^{j \frac{2\pi}{M}} \right) &= \left( \bigoplus_{i=0}^{P-1} \omega(s_i) + P \right) \bmod 2 \\ &= \bigoplus_{i=0}^{P-1} \omega(s_i) \end{aligned}$$

Si le code canal est également transparent à une rotation de la phase de  $\frac{2\pi}{M}$  (ce qui n'est pas le cas du code LDPC défini dans la norme DVB-S2), on peut envisager de faire appel à du codage par transition et d'implanter le décodeur associé, afin de s'affranchir de l'ambiguïté sur le cadran [72]. Dans le cas contraire, on doit recourir à l'emploi de quelques symboles pilotes connus du récepteur[73]. Dans la mesure où un préambule (contenant notamment un mot unique) précède généralement les données pour les besoins de la synchronisation de trame, cette seconde approche n'implique pas nécessairement l'insertion de pilotes dédiés à la récupération de phase.

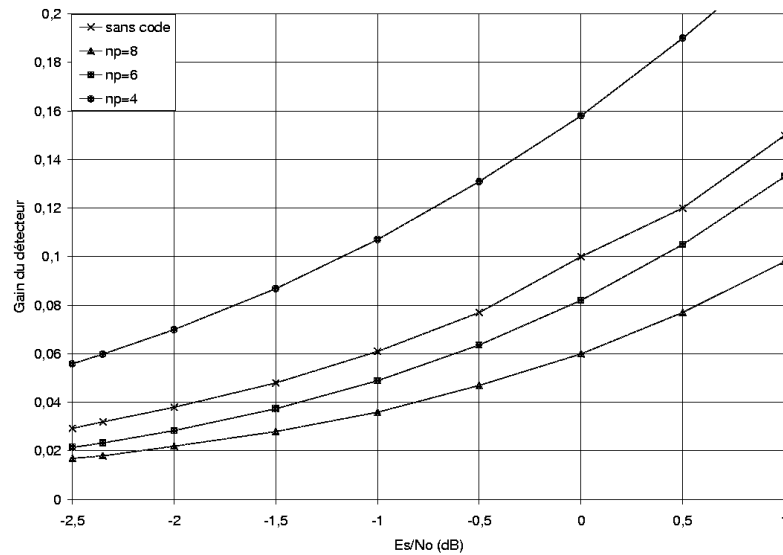
- Si  $P$  est impair, le raisonnement précédent permet de montrer que le code de parité n'est plus transparent à une rotation de phase de  $\frac{2\pi}{M}$ , mais qu'il l'est à une rotation de  $\frac{4\pi}{M}$ . Dans ce cas, on ne peut plus envisager de codage différentiel. Une référence de phase connue est alors nécessaire afin de ramener l'erreur résiduelle dans la plage  $[-\frac{\pi}{M}, \frac{\pi}{M}]$ .

### 4.1.3 Gain du détecteur

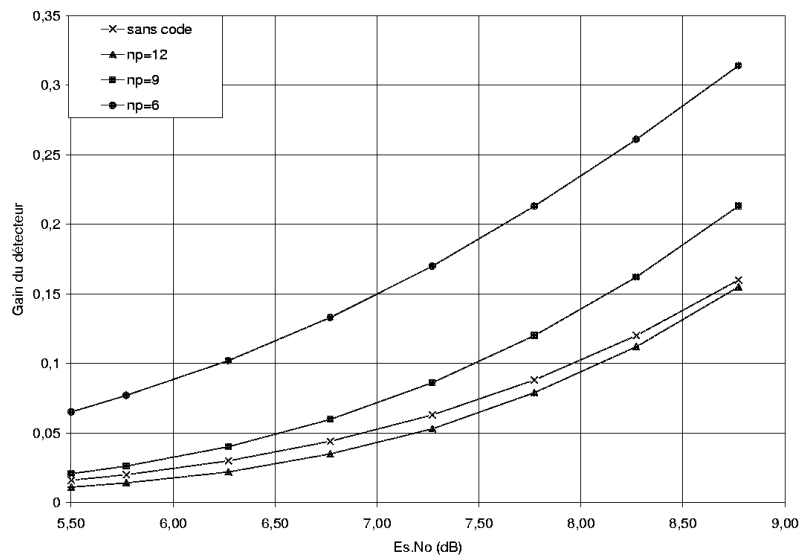
Lorsque la boucle est accrochée autour d'un point stable, on considère généralement la réponse du détecteur comme linéaire par rapport à l'erreur résiduelle sur la phase [71]. le gain du détecteur correspond alors à la pente de sa caractéristique autour de ce point stable. En supposant le problème de l'ambiguïté de phase résolu, le gain à prendre en compte est donc la pente à l'origine de la courbe en S. On remarque sur les Fig. 4.1(a) à (f) que le gain du détecteur SDD dépend du rapport signal à bruit. Notons que c'est également le cas des détecteurs classiques HDD et NDA présentés au §2.5. Cela provient du fait que les expressions de ces détecteurs dépendent du module des symboles reçus  $|y_k|$ , dont la distribution statistique dépend du rapport signal à bruit.

Le gain du détecteur doit être connu, afin de pouvoir déterminer la bande de bruit équivalente dans la boucle de phase (cf annexe C). Il est représenté sur les Fig.4.3 (a) et (b) en fonction du rapport signal à bruit pour les modulations QPSK et 8PSK respectivement, pour plusieurs

rendements du code de parité. Notons qu'en pratique, la connaissance du gain du détecteur requiert l'évaluation du rapport signal à bruit au niveau du récepteur. L'impact sur les performances d'une erreur sur l'estimation du rapport signal à bruit n'a pas été mesuré dans cette étude, qui pourrait faire l'objet d'un complément sur ce point (cf. p. 95).



(a) modulation QPSK



(b) modulation 8PSK

FIG. 4.3 – Gain du détecteur SDD en fonction du rapport signal à bruit



## 4.2 Estimation d'une phase constante

On s'intéresse dans un premier temps aux performances de synchronisation lorsque la phase à estimer ne varie pas dans le temps. Cela permet d'étudier le comportement du détecteur SDD en présence de bruit thermique. Les performances du détecteur SDD sont comparées ici en terme de gigue de phase à celles du détecteur HDD et du détecteur NDA présentés comme références au §2.5.

Le calcul des bornes inférieures de la variance d'estimation est discuté au §4.2.1. Les giges sont ensuite comparées pour un même rapport signal à bruit dans le canal, puis à efficacité en puissance constante au §4.2.2.

### 4.2.1 Bornes de Cramer-Rao

La variance de l'erreur d'estimation d'un paramètre inconnu déterministe est bornée inférieurement par la borne de Cramer-Rao (BCR) [74]. Pour l'estimation de paramètres de porteuse, le calcul de cette borne pose généralement problème, du fait de l'absence d'une expression analytique simple à évaluer. C'est pourquoi on a généralement recours à des expressions plus simples à calculer.

Dans [75], M. Moeneclaey propose une borne inférieure de la gigue pour l'estimation de la phase porteuse et du rythme symbole à partir du signal reçu. Reprise dans [76] sous le nom de "borne de Cramer-Rao modifiée" (BCRM), cette borne est toujours inférieure à la "véritable" borne de Cramer-Rao. Dans un schéma bouclé, la BCRM pour l'estimation de la phase s'exprime de façon très simple en fonction du rapport signal à bruit dans le canal de transmission ( $E_s/N_0$ ) :

$$BCRM_\varphi = \frac{B_L T_s}{E_s/N_0} \quad (4.3)$$

où  $B_L T_s$  est la bande de bruit équivalente dans la boucle, normalisée par rapport au rythme symbole (cf. annexe C). Il apparaît dans [77] que la BCRM tend vers la véritable BCR à fort rapport signal à bruit. Nous avons considéré cette borne à titre de référence par la suite.

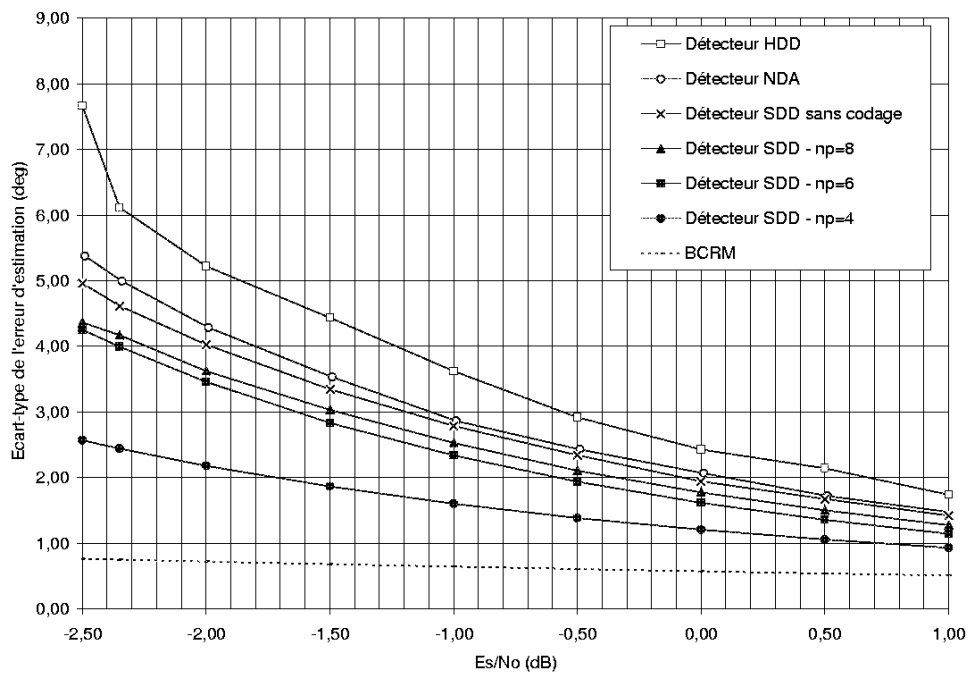
### 4.2.2 Performances de synchronisation

Les détecteurs à comparer sont successivement insérés dans une boucle de phase du second ordre. Les giges d'estimation d'une erreur de phase constante sont représentées d'abord au §4.2.2.1 pour un même rapport signal à bruit dans le canal  $E_s/N_0$  et pour une même bande de bruit dans la boucle, ce qui permet de les comparer à une même référence (BCRM). La comparaison à  $E_b/N_0$  constant (§4.2.2.2) permet de prendre en compte la perte d'efficacité en puissance lorsque le code de parité est ajouté à la chaîne de transmission. Les points de fonctionnement considérés avoisinent les plus faibles envisagés dans la norme DVB-S2 [10] pour les modulations QPSK et 8PSK (respectivement  $E_s/N_0 = -2.35 \text{ dB}$  en QPSK et  $E_s/N_0 = 5.5 \text{ dB}$  en 8PSK).

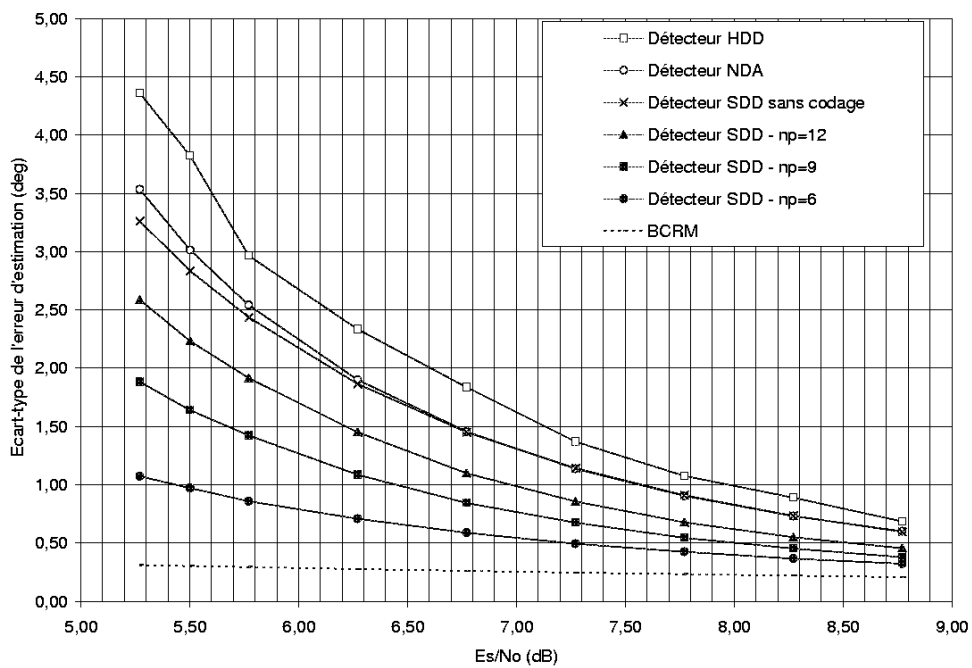
#### 4.2.2.1 Performances à $E_s/N_0$ constant

Les giges de phases obtenues avec les différents détecteurs sont représentées sur la Fig. 4.4 en QPSK (a) et en 8PSK (b). La bande de bruit dans la boucle est fixée par  $B_L T_s = 10^{-4}$ , valeur suffisamment faible pour éviter les sauts de cycles aux niveaux de RSB considérés. Le choix de  $B_L T_s$  importe peu pour la comparaison des détecteurs, puisque lorsque la phase à estimer est constante, la gigue d'estimation dans la boucle est inversement proportionnelle à la bande équivalente de bruit dans la boucle [71].

Les tableaux 4.1 et 4.2 facilitent la comparaison des détecteurs, respectivement aux points de fonctionnement  $E_s/N_0 = -2.35 \text{ dB}$  en QPSK et  $E_s/N_0 = 5.5 \text{ dB}$  en 8PSK : les rapports entre les giges (variances) sont reportés dans la partie inférieure gauche du tableau (gain  $G$ ) ; les gains sur

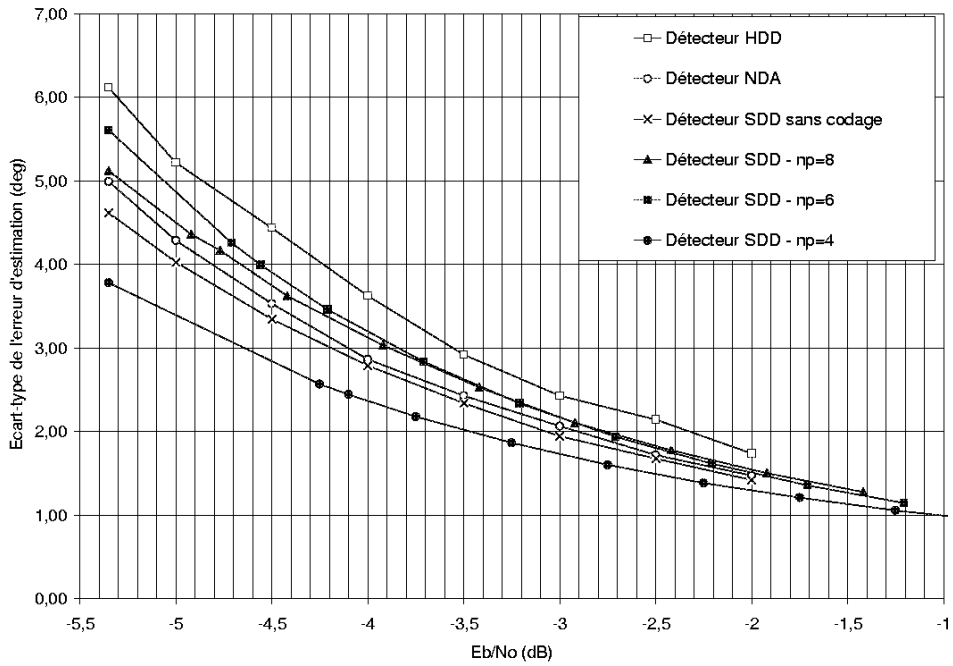


(a) modulation QPSK

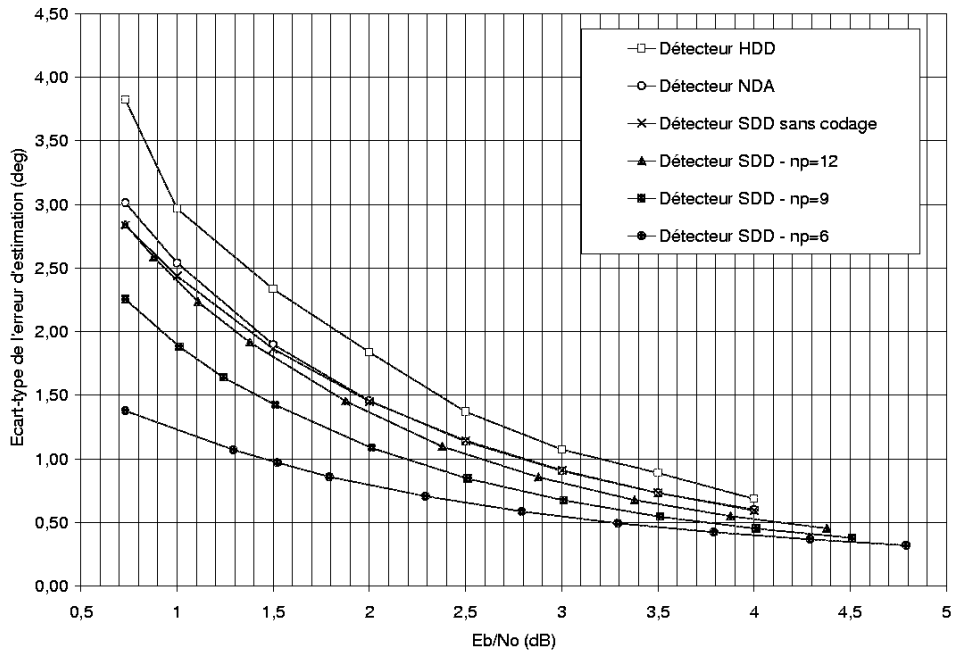


(b) modulation 8PSK

FIG. 4.4 – Performances des boucles pour l'estimation d'une phase constante : comparaison à  $E_s/N_0$  constant



(a) modulation QPSK



(b) modulation 8PSK

FIG. 4.5 – Performances des boucles pour l'estimation d'une phase constante : comparaison à  $E_b/N_0$  constant

■	HDD	NDA	SDD	SDD $n_p = 8$	SDD $n_p = 6$	SDD $n_p = 4$
HDD	■	0.5 dB	0.7 dB	1.0 dB	1.1 dB	2.4 dB
NDA	$G = 1.5$	■	0.2 dB	0.5 dB	0.6 dB	1.9 dB
SDD	$G = 1.8$	$G = 1.2$	■	0.3 dB	0.4 dB	1.7 dB
SDD $n_p = 8$	$G = 2.2$	$G = 1.4$	$G = 1.2$	■	0.1 dB	1.4 dB
SDD $n_p = 6$	$G = 2.3$	$G = 1.6$	$G = 1.3$	$G = 1.1$	■	1.2 dB
SDD $n_p = 4$	$G = 6.3$	$G = 4.2$	$G = 3.6$	$G = 2.9$	$G = 2.7$	■
BCRM	$G = 66.6$	$G = 44.3$	$G = 37.9$	$G = 30.9$	$G = 28.4$	$G = 10.6$

TAB. 4.1 – Performances comparées des détecteurs en QPSK, à  $E_s/N_0 = -2.35$  dB

■	HDD	NDA	SDD	SDD $n_p = 12$	SDD $n_p = 9$	SDD $n_p = 6$
HDD	■	0.3 dB	0.4 dB	0.9 dB	1.5 dB	2.5 dB
NDA	$G = 1.6$	■	0.1 dB	0.5 dB	1.1 dB	2.1 dB
SDD	$G = 1.8$	$G = 1.1$	■	0.4 dB	1.0 dB	2.1 dB
SDD $n_p = 12$	$G = 2.9$	$G = 1.8$	$G = 1.6$	■	0.6 dB	1.5 dB
SDD $n_p = 9$	$G = 5.4$	$G = 3.4$	$G = 3.0$	$G = 1.8$	■	1.0 dB
SDD $n_p = 6$	$G = 15.5$	$G = 9.6$	$G = 8.6$	$G = 5.3$	$G = 2.9$	■
BCRM	$G = 162.1$	$G = 100.7$	$G = 89.6$	$G = 55.3$	$G = 29.9$	$G = 10.5$

TAB. 4.2 – Performances comparées des détecteurs en 8PSK, à  $E_s/N_0 = 5.5$  dB

■	HDD	NDA	SDD	SDD $n_p = 8$	SDD $n_p = 6$	SDD $n_p = 4$
HDD	■	0.2 dB	0.4 dB	0.5 dB	0.7 dB	1.3 dB
NDA	$G = 1.2$	■	0.2 dB	0.3 dB	0.5 dB	0.9 dB
SDD	$G = 1.4$	$G = 1.2$	■	0.1 dB	0.3 dB	0.8 dB
SDD $n_p = 8$	$G = 1.5$	$G = 1.3$	$G = 1.1$	■	0.2 dB	0.7 dB
SDD $n_p = 6$	$G = 1.8$	$G = 1.5$	$G = 1.2$	$G = 1.2$	■	0.5 dB
SDD $n_p = 4$	$G = 2.6$	$G = 2.2$	$G = 1.8$	$G = 1.7$	$G = 1.5$	■

TAB. 4.3 – Performances comparées des détecteurs en QPSK, à  $E_b/N_0 = -5.35$  dB

■	HDD	NDA	SDD	SDD $n_p = 12$	SDD $n_p = 9$	SDD $n_p = 6$
HDD	■	0.3 dB	0.4 dB	0.4 dB	0.8 dB	1.8 dB
NDA	$G = 1.6$	■	0.1 dB	0.1 dB	0.5 dB	1.4 dB
SDD	$G = 1.8$	$G = 1.1$	■	0.0 dB	0.4 dB	1.4 dB
SDD $n_p = 12$	$G = 1.8$	$G = 1.1$	$G = 1.0$	■	0.3 dB	1.3 dB
SDD $n_p = 9$	$G = 2.9$	$G = 1.8$	$G = 1.6$	$G = 1.6$	■	0.9 dB
SDD $n_p = 6$	$G = 7.7$	$G = 4.8$	$G = 4.2$	$G = 4.2$	$G = 2.7$	■

TAB. 4.4 – Performances comparées des détecteurs en 8PSK, à  $E_b/N_0 = 0.73$  dB

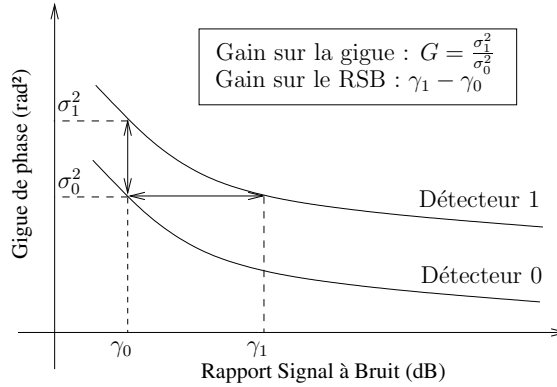


FIG. 4.6 – Comparaison des giges de phase

le rapport signal à bruit sont donnés dans la partie supérieure droite. Les définitions de ces gains sont illustrées sur la figure 4.6.

Toutes les courbes divergent de la borne de Cramer-Rao à très faible rapport signal à bruit. Il apparaît tout d'abord que le détecteur NDA choisi comme référence (§2.5.1) est légèrement plus performant que le détecteur HDD à faible rapport signal à bruit, en QPSK (gain de  $0.5\text{ dB}$  environ) comme en 8PSK (gain de  $0.3\text{ dB}$ ). Par ailleurs, en absence de code de parité, le détecteur SDD améliore peu les performances de synchronisation par rapport aux techniques classiques, ce qui confirme les résultats de W. Cowley [36], à des points de fonctionnement plus faibles. En revanche, la redondance du code de parité permet de réduire la gigue de phase, et ce d'autant plus que la redondance est importante (c'est à dire que le code est court) :

- En QPSK, le bénéfice apporté par le code sur la gigue est modéré lorsque  $n_p = 8$  et  $n_p = 6$ . L'amélioration est plus substantielle lorsque  $n_p = 4$ , c'est à dire pour un rendement du code de parité de  $3/4$ . A  $E_s/N_0 = -2.35\text{ dB}$ , la variance de l'erreur d'estimation est ramenée à 10.6 fois la BCRA. (voir Tab. 4.1).
- En 8PSK, la réduction de la gigue est plus progressive quand le rendement du code de parité diminue. A  $E_s/N_0 = 5.5\text{ dB}$ , avec un code de rendement  $5/6$  (soit quand  $n_p = 6$ ) et le détecteur SDD, la gigue dans la boucle de phase est ramenée à 10.5 fois la borne de Cramer-Rao modifiée, contre 100.7 avec le détecteur NDA et 162.1 avec le détecteur HDD (voir Tab. 4.2).

#### 4.2.2.2 Performances à $E_b/N_0$ constant

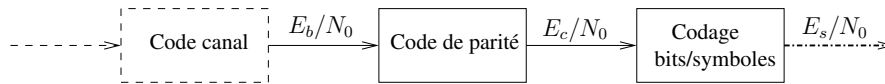


FIG. 4.7 – Définition des différents rapports signal à bruit

La comparaison à  $E_s/N_0$  constant ne tient pas compte de la perte d'efficacité en puissance qui provient de l'ajout d'un code de parité dans la chaîne de transmission. Il faut pour cela se référer non pas à l'énergie moyenne d'un symbole émis  $E_s$ , mais à l'énergie moyenne d'un bit non codé  $E_b$ . Notons que l'on parle ici des bits en entrée du code de parité, qui peuvent éventuellement avoir été préalablement codés par le code canal, qu'on ne prend pas en compte ici. Afin d'éviter toute ambiguïté sur la définition des différents rapports signal à bruit, les notations sont résumées sur le schéma 4.7. On désigne respectivement :

- par  $E_b$  l'énergie moyenne par bit en entrée du code de parité

- par  $E_c$  l'énergie moyenne d'un bit codé (par le code de parité) :

$$E_c = RE_b \quad (4.4)$$

où  $R$  est le rendement du code de parité

- par  $E_s$  l'énergie moyenne d'un symbole MPSK transmis :

$$\begin{aligned} E_s &= \log_2(M) E_c \\ &= R \log_2(M) E_b \end{aligned} \quad (4.5)$$

Ainsi, si l'on souhaite comparer les différents schémas à efficacité en puissance constante (c'est à dire à  $E_b/N_0$  constant), il faut décaler le rapport signal à bruit sur le canal de  $10 \log_{10}(R)$  dB. Cette valeur est donnée dans le tableau 4.5 pour les rendements de codes de parité que nous avons considérés. Par exemple, avec la modulation QPSK, le rapport signal à bruit  $E_b/N_0 = -5.35$  dB correspond à  $E_s/N_0 = -2.35$  dB sur le canal en absence de code de parité, et à  $E_s/N_0 = -3.6$  dB avec un code de parité de rendement  $3/4$ .

R	$10 \log_{10}(R)$
3/4	1.25 dB
5/6	0.79 dB
7/8	0.58 dB
8/9	0.51 dB
11/12	0.38 dB

TAB. 4.5 – Décalage du rapport signal à bruit canal à  $E_b/N_0$  constant en fonction du rendement du code

Les giges de phase dans les boucles comprenant les différents détecteurs sont comparées pour une même efficacité en puissance sur les figures 4.5 (a) et (b). Les tableaux 4.3 et 4.4 rassemblent les gains (sur le RSB et la variance de l'erreur) entre détecteurs aux points de fonctionnement  $E_b/N_0 = -5.35$  dB et  $E_b/N_0 = 0.73$  dB pour les modulations QPSK et 8PSK respectivement. En absence de code de parité ( $R = 1$  dans (4.5)), ces valeurs sont équivalentes aux rapports signal à bruit  $E_s/N_0$  pris comme références au §4.2.2.1. Autrement dit, ce sont les RSB qu'on aurait en sortie du code canal aux points de fonctionnement les plus bas spécifiés dans la norme DVB-S2 pour les modulations QPSK et 8PSK.

- Avec la modulation QPSK, seul le code de rendement  $3/4$  semble améliorer suffisamment les performances de synchronisation pour compenser de façon non négligeable la perte d'efficacité en puissance due à la redondance apportée par les bits de parité : à  $E_b/N_0 = -5.35$  dB, la gigue de phase dans la boucle SDD est alors divisée par 2.2 par rapport à la gigue dans la boucle NDA et par 2.6 par rapport à la gigue dans la boucle HDD. Le détecteur SDD s'avère moins intéressant lorsque le rendement du code de parité est plus faible, même si la perte d'efficacité en puissance est dans ce cas plus réduite.
- Avec la modulation 8PSK, le détecteur SDD apparaît plus intéressant aux rapports signal à bruit considérés. Pour un rendement du code de  $11/12$ , les performances de la boucle SDD avoisinent celles des algorithmes classiques. En revanche, pour un rendement  $R = 8/9$ , la gigue de phase est divisée par 1.8 par rapport à la gigue dans la boucle NDA et par 2.9 par rapport à la gigue dans la boucle HDD. Pour un rendement  $R = 5/6$ , les gains sur la variance atteignent 4.8 et 7.7 par rapports aux algorithmes NDA et HDD respectivement. Le gain sur le rapport signal à bruit à efficacité en puissance constante est dans ce dernier cas de 1.4 dB par rapport à l'algorithme NDA et de 1.8 dB par rapport à l'algorithme HDD, ce qui est loin d'être négligeable à de tels points de fonctionnement.

Ainsi, avec la modulation QPSK comme la modulation 8PSK, l'amélioration des performances de synchronisation permet de compenser la perte d'efficacité en puissance due au surcroît de

redondance apporté par le code de parité. Le bon comportement du détecteur SDD en présence de bruit thermique indique que l'on devrait pouvoir suivre les variations de la phase plus efficacement qu'avec les algorithmes classiques. Ce point est abordé aux §4.3 et §4.4.

**Remarque 1** : Lorsque l'on compare ci-dessus les algorithmes de synchronisation à efficacité en puissance constante, on ne considère que le critère de la gigue de phase. Il ne faut cependant pas oublier que la réduction du rapport signal à bruit sur le canal se traduit par une dégradation du taux d'erreur binaire. Toutefois, le code de parité doit permettre de compenser au moins en partie cette dégradation, surtout si on l'associe dans le processus itératif du décodage canal. Cet aspect du problème n'a pas été abordé ici (cf. p.95).

**Remarque 2** : Dans l'hypothèse où le code de parité utilisé pour la synchronisation est compris dans le code canal (cf. p.25), il n'y a plus de perte d'efficacité en puissance, puisqu'aucune redondance supplémentaire ne doit être introduite. Les résultats donnés au §4.2.2.1 sont alors valables, sans dégradation du taux d'erreur binaire.

## 4.3 Performances en présence de bruit de phase

### 4.3.1 Modèle de bruit de phase

Une source importante de variations de la phase porteuse réside dans le bruit de phase, qui provient des instabilités des oscillateurs en émission et réception (voir §1.3.2). Le bruit de phase se modélise généralement par une composante additive  $\varphi_{phn}(t)$  sur l'erreur de la phase porteuse. Les caractéristiques temporelles et spectrales du bruit de phase dépendent du système considéré. Nous nous sommes fondés pour cette étude sur le gabarit proposé dans la norme DVB-S2 [10] pour l'évaluation de la synchronisation de porteuse dans une chaîne de transmission à 25 MBauds (Tab. 4.6).

Fréquence	Pente du gabarit
100 Hz	-25 dBc/Hz
1 kHz	-50 dBc/Hz
10 kHz	-73 dBc/Hz
100 kHz	-93 dBc/Hz
1 MHz	-103 dBc/Hz
> 10 MHz	-114 dBc/Hz

TAB. 4.6 – Gabarit de bruit de phase DVB-S2

La modélisation du bruit de phase consiste en la génération d'une séquence aléatoire  $\varphi_{phn}(k)$  dont la densité spectrale de puissance doit être conforme au gabarit donné en Tab. 4.6. Nous avons considéré ici un modèle proposé par l'ESA [20, 78], où  $\varphi_{phn}(k)$  est la somme des sorties de deux filtres à réponse impulsionnelle infinie  $H_1$  et  $H_2$  recevant en entrée le même bruit blanc centré Gaussien  $w_k$  de variance unitaire (voir Fig. 4.8). Les fonctions de transfert des filtres  $H_1$  et  $H_2$  sont les suivantes :

$$H_1(z) = \frac{1}{\sqrt{2T_s}} \frac{-4.7 \cdot 10^{-11}}{(z - 0.999975)^2} \quad (4.6)$$

$$H_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2T_s}} \frac{2.8 \cdot 10^{-6} (z - 0.992015)(z - 103181)}{(z - 0.991725)(z - 0.9999985)(z - 0.563507)} \quad (4.7)$$

où  $T_s$  est la durée d'un symbole. La densité spectrale de puissance du bruit de phase synthétisé est comparée au gabarit souhaité sur la Fig 4.6 : la similitude des deux courbes permet de valider le modèle.

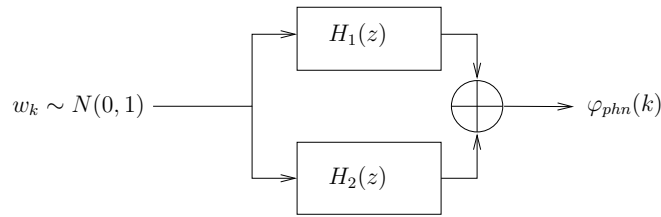


FIG. 4.8 – Modèle de bruit de phase

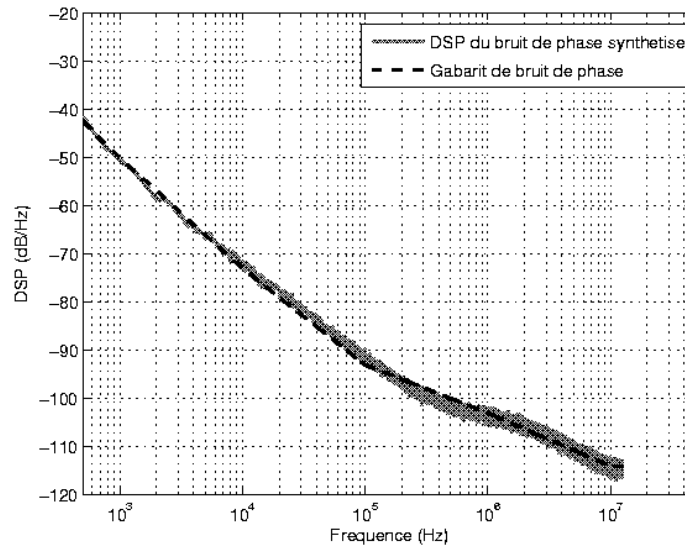


FIG. 4.9 – Densité spectrale de puissance du bruit de phase comparée au gabarit DVB-S2 pour une transmission à 25 MBauds

### 4.3.2 Compromis sur la bande de bruit

Lorsque l'erreur de phase à estimer varie au cours du temps, un compromis sur la bande de bruit dans la boucle s'avère nécessaire. En effet, si une boucle étroite atténue mieux les effets du bruit Gaussien [71], une large bande de bruit est préférable pour suivre les variations de la phase. Il existe donc une valeur optimale de  $B_l T_s$  minimisant la gigue de phase totale, qui dépend toutefois de la vitesse de variation de la phase (fixée ici par le gabarit du bruit de phase) et du rapport signal à bruit : plus le RSB est élevé, plus les effets du bruit gaussien sont atténués sur la phase des symboles reçus, et donc plus on peut élargir la bande de bruit du filtre de boucle afin de suivre le bruit de phase. Cela est respectivement illustré sur la figure 4.10 :

- (a) pour la modulation QPSK et un code de rendement 3/4 (soit  $n_p = 4$ )
- (b) pour la modulation 8PSK et un code de rendement 5/6 (soit  $n_p = 6$ )

Les différents détecteurs de phase sont comparés en présence de bruit de phase sur les figures 4.11 en QPSK (a et b) et 8PSK (c et d), pour plusieurs valeurs de  $E_s/N_0$ . On vérifie que les détecteurs SDD étant plus performants que les détecteurs classiques pour atténuer les effets du bruit thermique (§4.2), ils permettent d'élargir la bande de bruit dans la boucle afin de suivre le bruit de phase. Ainsi, plus le détecteur est performant, plus la bande de bruit optimale à un RSB donné est large, et plus la gigue de phase correspondante est réduite.



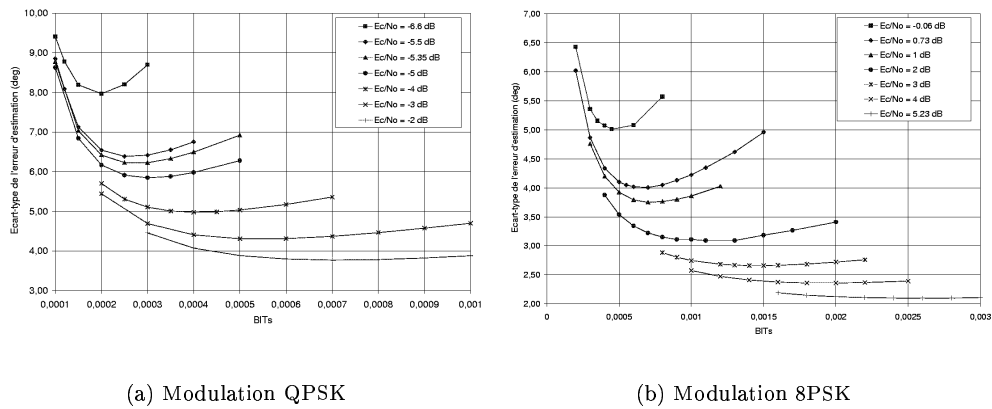


FIG. 4.10 – Giges d'estimation de la phase en présence de bruit de phase : influence du RSB

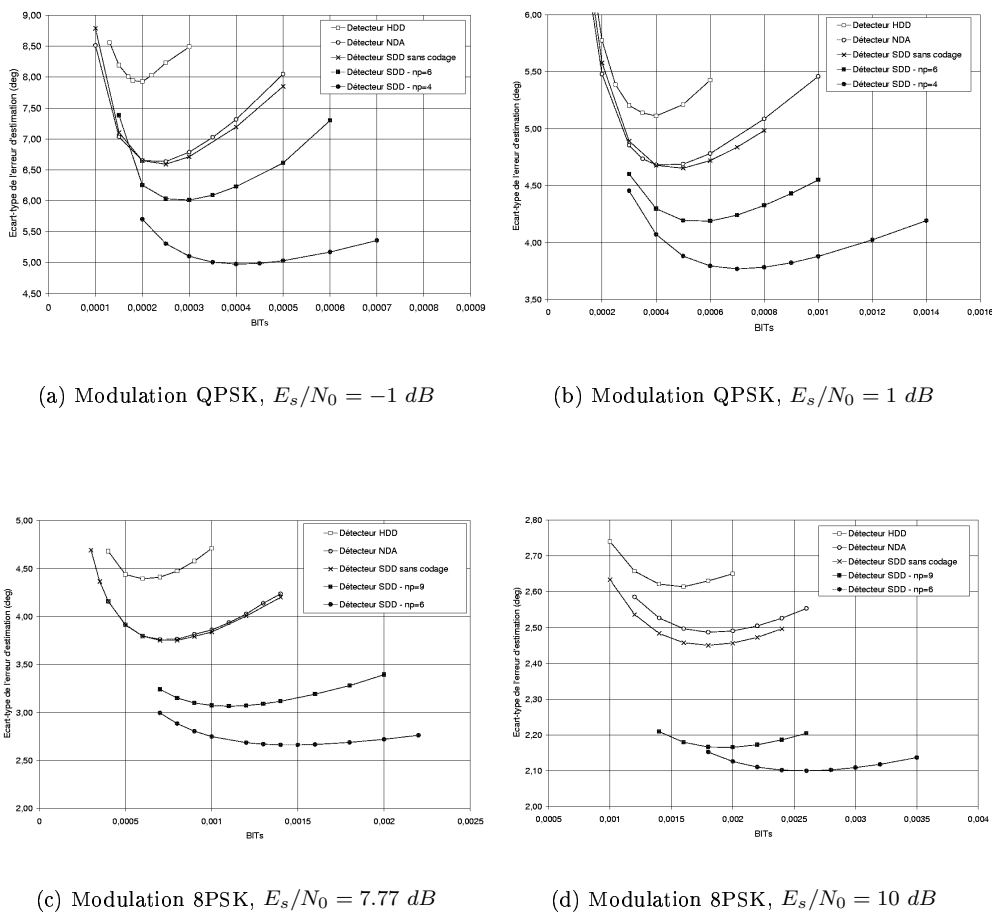


FIG. 4.11 – Giges d'estimation en présence de bruit de phase en fonction de la bande de bruit

### 4.3.3 Giges minimales en présence de bruit de phase

Afin d'étudier les performances des détecteurs à plusieurs rapports signal à bruit, il est intéressant de comparer les giges de phase à la bande de bruit optimale. Ces valeurs correspondent à la gigue minimale qu'on peut atteindre à un RSB donné et avec un détecteur donné.

1. Avec la modulation QPSK, les giges minimales obtenues avec les détecteurs HDD, NDA et SDD sont comparées sur la Fig. 4.12 à  $E_s/N_0$  constant, et sur la Fig. 4.13 à  $E_b/N_0$  constant.
  - Le détecteur HDD est le moins performant de tous, ce qui confirme les résultats du §4.2.
  - La boucle SDD se comporte quasiment comme l'algorithme NDA en présence de bruit de phase, lorsqu'aucune redondance supplémentaire n'est apportée par un code de parité sur les données.
  - La variance minimale de l'erreur résiduelle dans la boucle SDD est divisée par 2.14 à  $E_s/N_0 = -2.35$  dB par rapport à la boucle NDA lorsque  $n_p = 4$ . Cela représente un gain de 1.2 dB environ sur le RSB.
  - Si on compare les détecteurs à efficacité en puissance constante, le détecteur SDD n'est intéressant que pour un rendement du code de parité de 3/4. À  $E_b/N_0 = -5.35$  dB, le gain sur la variance minimale est de 1.3 par rapport à la boucle NDA, ce qui représente un gain de l'ordre de 0.5 dB sur le RSB.
  - Si on se réfère aux spécifications données par Ginesi et al. dans [20] pour le décodage du code canal défini dans la norme DVB-S2, l'écart-type de l'erreur de phase doit être ramené en dessous de  $8^\circ$  afin de limiter la dégradation à 0.2 dB avec la modulation QPSK (voir §1.4). Parmi les algorithmes bouclés sans pilote considérés ici, seule la boucle SDD avec  $n_p = 4$  apparaît suffisamment performante pour garantir une telle gigue lorsque  $E_b/N_0 = -5.35$  dB.
2. Les giges minimales sont comparées pour la modulation 8PSK sur les figures 4.14 et 4.15.
  - Le détecteur SDD sans code de parité présente ici encore peu d'intérêt par rapport à l'algorithme NDA.
  - En revanche, avec un code de parité de rendement 5/6, la boucle SDD permet de diviser la variance minimale de l'erreur d'estimation d'un facteur 4 par rapport à la boucle NDA lorsque  $E_s/N_0 = 5.5$  dB. Le gain correspondant est de 2.1 dB sur le rapport signal à bruit.
  - Lorsqu'on compare les algorithmes à  $E_b/N_0$  constant, le détecteur SDD reste très performant par rapport aux algorithmes classiques : à  $E_b/N_0 = 0.73$  dB (correspondant à  $E_s/N_0 = 5.5$  dB lorsque le code est de rendement 5/6), la gigue minimale (exprimée en variance) est divisée d'un facteur 2.5 dans la boucle SDD par rapport à la boucle NDA, ce qui représente un gain de 1.3 dB sur le RSB.
  - Le détecteur SDD est le seul à garantir une gigue de phase inférieure à  $4^\circ$  avec la modulation 8PSK, pour un rapport signal à bruit de  $E_s/N_0 = 5.5$  dB dans le canal de transmission, lorsque  $n_p = 6$ . A ce niveau de signal, les autres boucles considérées ici ne respectent pas ce critère donné dans [20], toujours pour limiter à 0.2 dB la dégradation des performances de décodage dans un système de type DVB-S2 (voir §1.4). Une alternative fondée sur la boucle NDA, mais nécessitant l'emploi de symboles pilotes est présentée en annexe D.

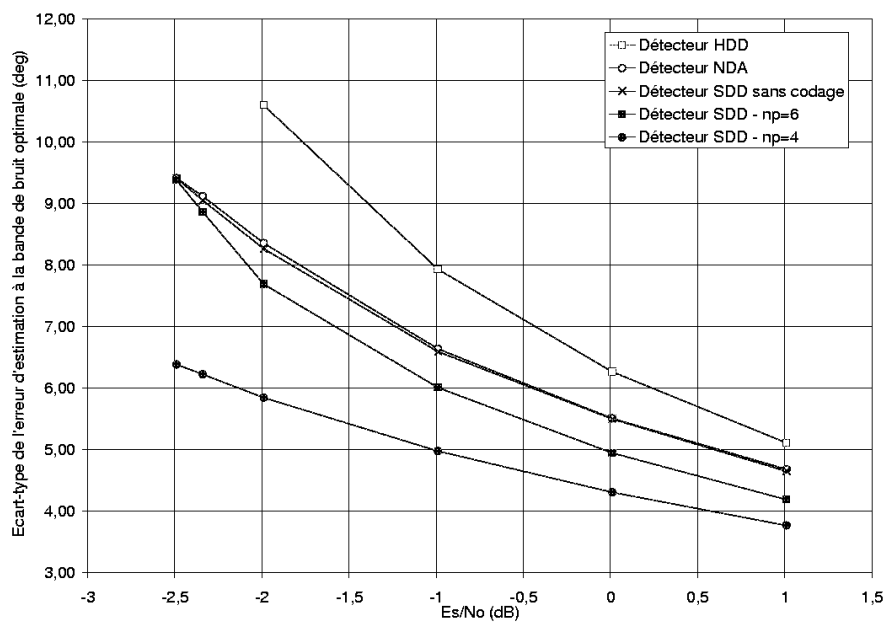


FIG. 4.12 – Gigues minimales en fonction du rapport signal à bruit - modulation QPSK : comparaison à  $E_s/N_0$  constant

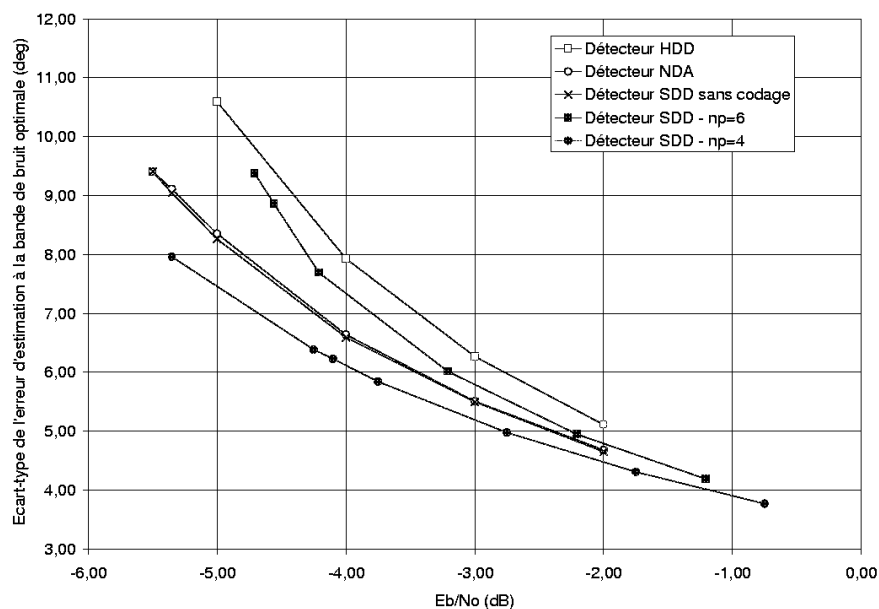


FIG. 4.13 – Gigues minimales en fonction du rapport signal à bruit - modulation QPSK : comparaison à  $E_b/N_0$  constant

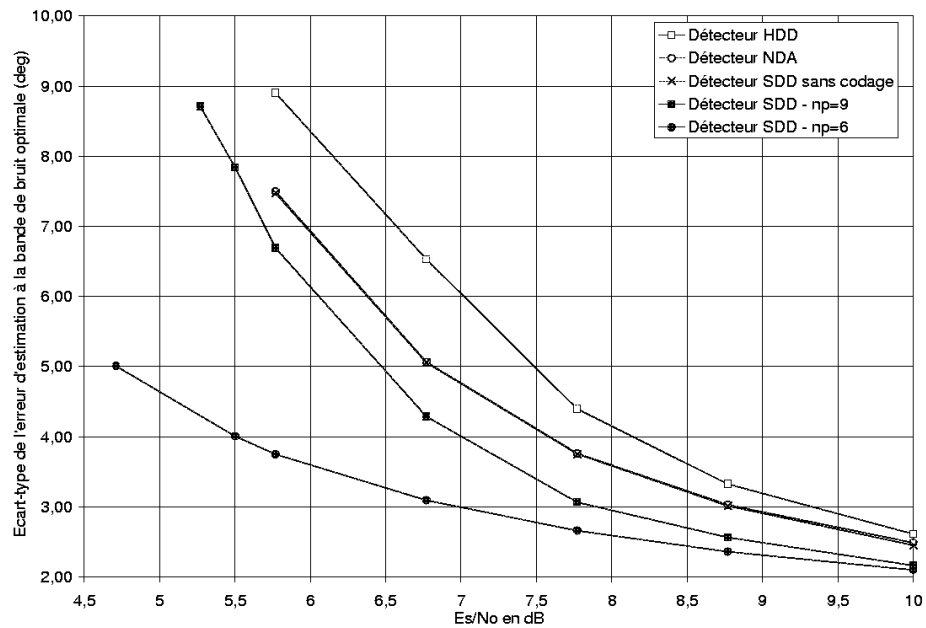


FIG. 4.14 – Giges minimales en fonction du rapport signal à bruit - modulation 8PSK : comparaison à  $E_s/N_0$  constant

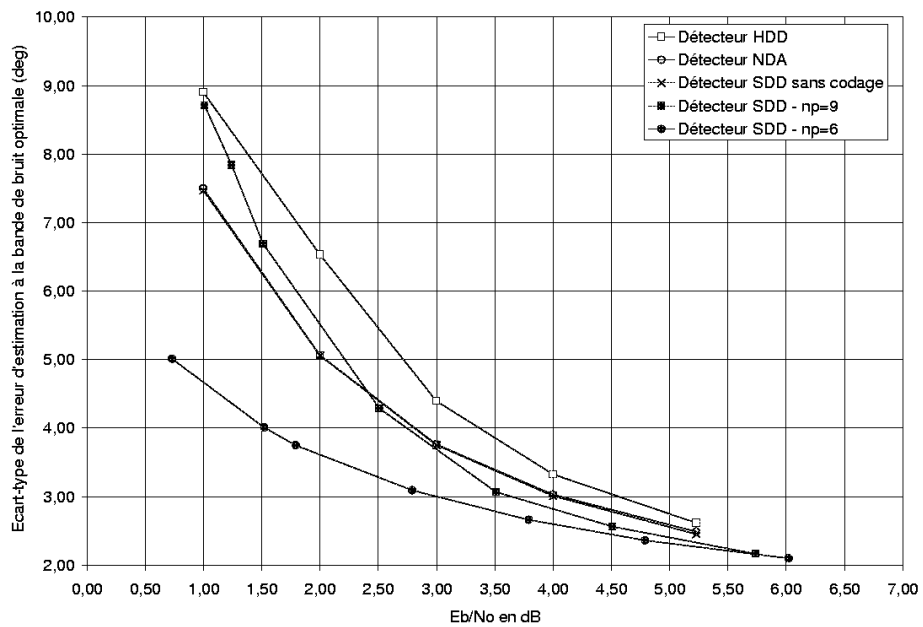


FIG. 4.15 – Giges minimales en fonction du rapport signal à bruit - modulation 8PSK : comparaison à  $E_b/N_0$  constant

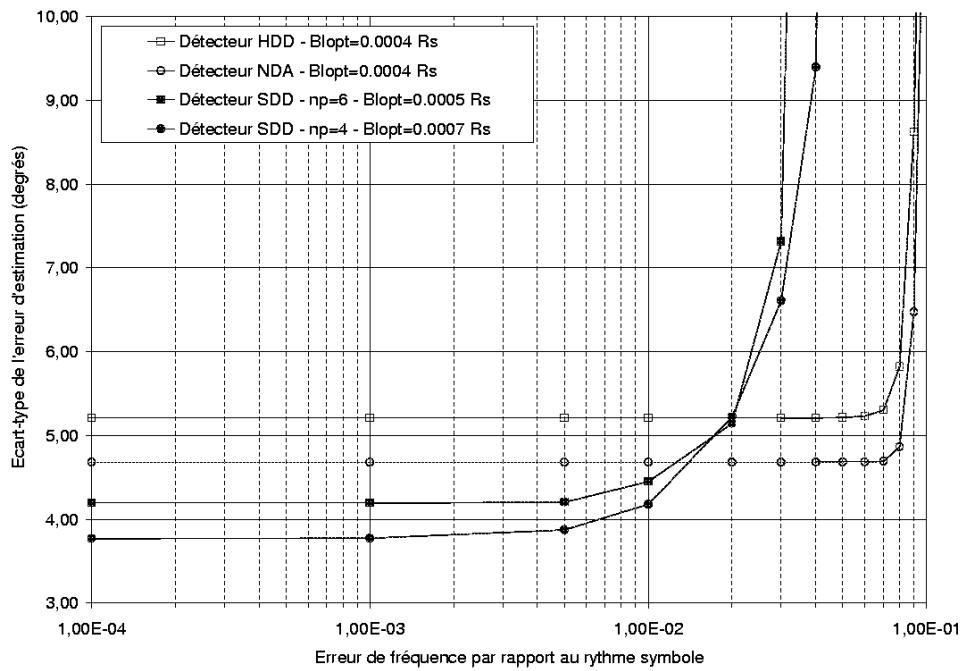
## 4.4 Résistance à une erreur de fréquence

Nous avons étudié au §4.3 les conséquences du bruit de phase, qui provient des instabilités des oscillateurs dans la chaîne de transmission. Une autre source de variation de la phase dans le temps est le décalage en fréquence qui provient d'une part d'un écart fixe entre les fréquences nominales des oscillateurs en émission et en réception, et d'autre part de l'effet Doppler induit par les mouvements relatifs entre le satellite et le terminal usager (cf. §1.3.2).

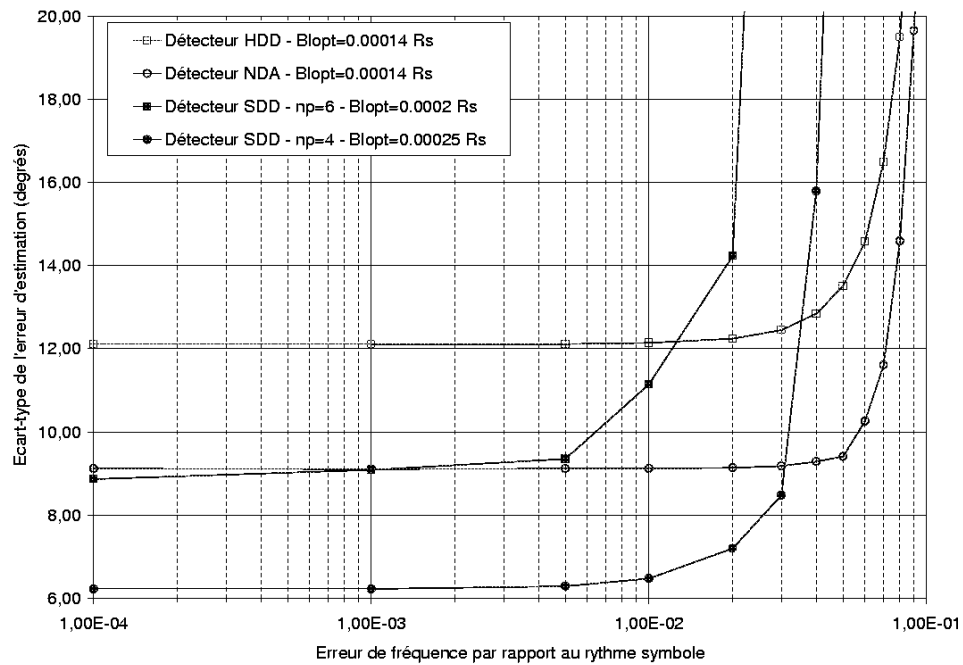
Moyennant une éventuelle étape préliminaire de synchronisation en fréquence (cf. §??), nous considérons par la suite des décalages suffisamment faibles pour que la dégradation consécutive à la désadaptation du filtre de réception soit négligeable. Une erreur résiduelle  $\Delta f$  est prise en compte, et se traduit par une variation linéaire de l'erreur de phase dans le temps (voir § 2.1). Nous étudions les performances des algorithmes de synchronisation de phase en présence de cette erreur de fréquence résiduelle. Moins ces algorithmes y seront sensibles, et plus les spécifications pourront être assouplies pour la récupération de fréquence.

Une erreur de fréquence a donc été ajoutée au modèle de transmission, qui comprend déjà le bruit de phase. La bande de bruit dans la boucle est fixée à sa valeur optimale pour le suivi du bruit de phase. Pour chaque détecteur (HDD, NDA et SDD), nous étudions la dégradation de la gigue d'estimation lorsque l'erreur de fréquence augmente, par rapport aux giges minimales présentées au §4.3. De manière générale les boucles résistent bien aux erreurs de fréquence, du fait que la période de mise à jour de l'estimée de phase est de quelques symboles (1 symbole pour les détecteurs HDD et NDA,  $P$  symboles pour le détecteur SDD avec un code de parité de longueur  $n_p = P \log_2(M)$ ). En revanche, les temps d'accrochages peuvent être relativement longs : cet aspect est considéré au §4.5. Les giges de phase sont étudiées ici après accrochage des boucles (d'ordre 2) en phase et en fréquence.

1. Les performances des boucles en présence d'une erreur de fréquence  $\frac{\Delta f}{R_s}$  sont présentées en Fig. 4.16 avec la modulation QPSK.
  - (a) Lorsque  $E_s/N_0 = 1 \text{ dB}$  (et aux bandes de bruit optimales pour le suivi du bruit de phase, notées  $B_{\text{lopt}}$ ), on constate que la boucle SDD peut supporter une erreur de fréquence jusqu'à  $\frac{\Delta f}{R_s} = 10^{-2}$  avec un code de parité de rendement  $5/6$  ou  $3/4$ , sans dégradation significative des performances. Les boucles NDA et HDD sont encore moins sensibles à l'erreur de fréquence, malgré des bandes de bruit inférieures, car la période de remise à jour de l'estimée de phase avec ces détecteurs est de 1 symbole, contre 2 symboles avec le détecteur SDD lorsque  $n_p = 4$  et 3 symboles lorsque  $n_p = 6$ .
  - (b) lorsque  $E_s/N_0 = -2.35 \text{ dB}$ , on observe que la gigue dans la boucle SDD avec un code de rendement  $3/4$  reste inférieure à  $8^\circ$  pour une erreur de fréquence inférieure à  $2 \cdot 10^{-2} R_s$ , toujours en présence de bruit de phase.
2. Les giges de phase dans les boucles avec la modulation 8PSK sont représentées sur la Fig. 4.17.
  - (a) Avec  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$ , toujours avec les bandes de bruit optimales par rapport au bruit de phase, la boucle SDD supporte une erreur de  $10^{-3} R_s$  lorsque  $n_p = 9$  et de  $5 \cdot 10^{-3} R_s$  environ lorsque  $n_p = 6$ . La gigue de phase reste minimale dans les boucles NDA et HDD jusqu'à des erreurs de fréquence de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-2} R_s$ .
  - (b) Au RSB de  $E_s/N_0 = 5.5 \text{ dB}$ , nous avons vu que seule la boucle SDD avec un code de parité de rendement  $5/6$  pouvait garantir une gigue inférieure à  $4^\circ$  en présence de bruit de phase. A la bande de bruit optimale  $B_{\text{lopt}}$  de  $0.0007 R_s$  elle peut suivre une erreur de fréquence jusqu'à  $\frac{\Delta f}{R_s} = 5 \cdot 10^{-3}$ .



(a)  $E_s/N_0 = 1 \text{ dB}$



(b)  $E_s/N_0 = -2.35 \text{ dB}$

FIG. 4.16 – Performances des boucles en présence de bruit de phase et d’une erreur de fréquence - Modulation QPSK

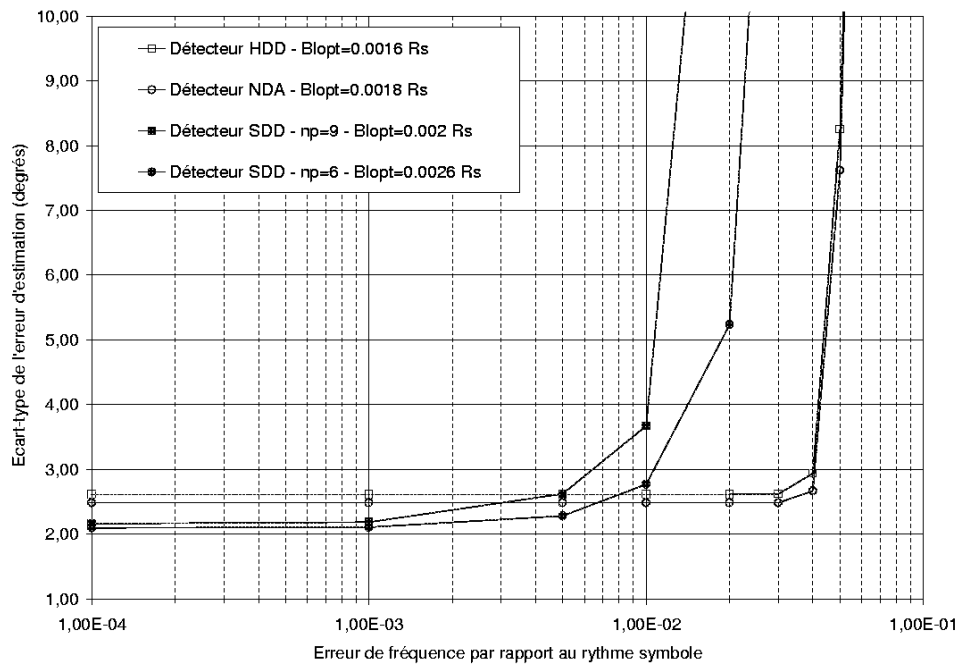
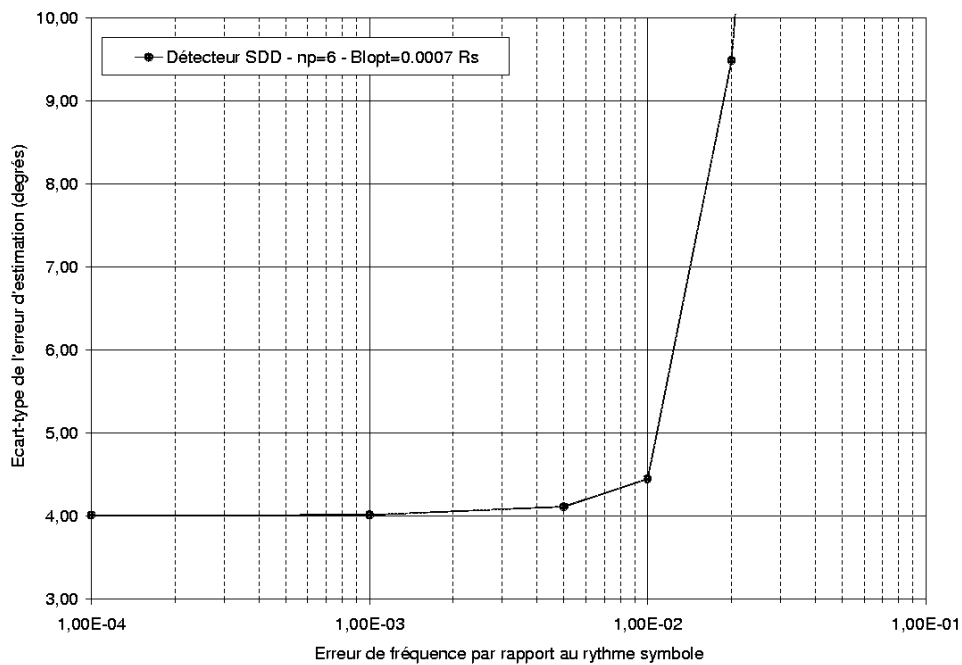
(a)  $E_s/N_0 = 10$  dB(b)  $E_s/N_0 = 5.5$  dB

FIG. 4.17 – Performances des boucles en présence de bruit de phase et d'une erreur de fréquence - Modulation 8PSK

## 4.5 Temps d'accrochage

La possibilité de régler finement la bande de bruit en jouant sur les paramètres du filtre (voir annexe C) rend les systèmes bouclés très flexibles, et permet de les adapter au contexte (RSB, bruit de phase, erreur de fréquence) afin de suivre au mieux les variations de la phase au cours du temps. Ces algorithmes présentent toutefois l'inconvénient de nécessiter un temps d'acquisition avant de s'accrocher sur la phase à estimer.

Dans une boucle d'ordre 2, l'accrochage de la boucle se fait en deux étapes : l'acquisition en fréquence (c'est à dire de l'information contenue dans la mémoire du filtre), puis l'estimation de la phase à l'origine, une fois la fréquence estimée. Le temps d'accrochage moyen de la boucle  $T_{acq}$  est généralement assimilé au temps d'acquisition en fréquence, qui est largement prépondérant [71]. Une bonne approximation de la durée moyenne  $T_{acq}$  par rapport à la durée d'un symbole  $T_s$  est donnée par [71, 23] :

$$\frac{T_{acq}}{T_s} = \frac{\pi^2 (4\zeta^2 + 1)}{256\zeta^4} \frac{1}{B_l T_s} \left[ \frac{\Delta f / R_s}{B_l T_s} \right]^2 M^2 \quad (4.8)$$

où

$\Delta f / R_s$  représente l'erreur de fréquence par rapport au rythme symbole

$B_l T_s$  représente la bande de bruit dans la boucle, également ramenée au temps symbole

$M$  est l'ordre de la modulation

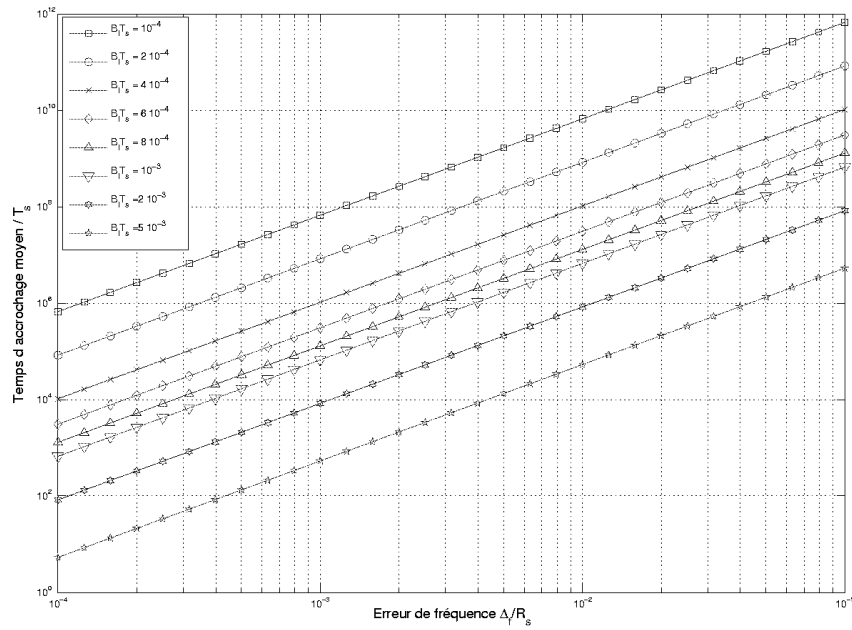
$\zeta$  est le facteur d'amortissement dans la boucle (la valeur choisie pour nos simulations étant de  $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  : cf. annexe C).

Le temps d'accrochage moyen dans la boucle est représenté sur la Fig. 4.18 en fonction du paramètre  $\Delta f / R_s$  et pour différentes valeurs de  $B_l T_s$ , respectivement pour les modulations QPSK (4.18 - a) et 8PSK (4.18 - b).

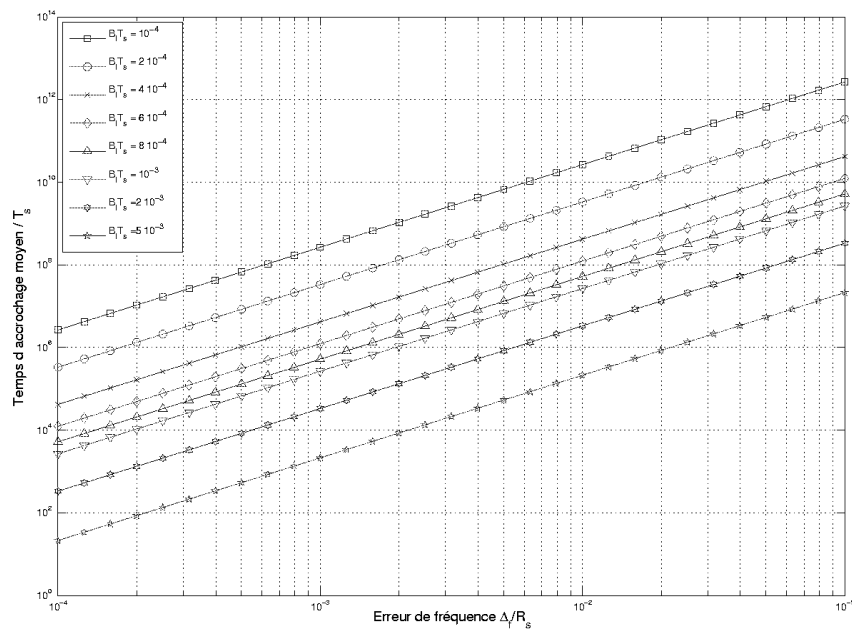
Les tableaux 4.7 à 4.10 rassemblent les temps d'acquisition moyens  $T_{acq}$  dans les boucles étudiées, calculés à l'aide de l'expression (4.8) aux bandes de bruit optimales pour le suivi du bruit de phase, et pour plusieurs niveaux d'erreur de fréquence. Pour chaque modulation,  $T_{acq}$  est évalué à fort et à faible rapport signal à bruit. Nous avons vu (§4.3) que le détecteur SDD étant plus performant que les détecteurs classiques HDD et NDA, il permettait d'élargir la bande de bruit dans la boucle afin de suivre plus efficacement le bruit de phase. Le temps d'accrochage étant inversement proportionnel au cube de la bande de bruit, il est alors significativement réduit :

1. Avec la modulation QPSK, à  $E_s/N_0 = 1 \text{ dB}$ , le temps d'accrochage moyen dans la boucle SDD avec  $n_p = 4$  est divisé par 5 environ par rapport aux boucles classiques. Si l'on rapporte  $T_{acq}$  à la durée des trames définies dans la norme DVB-S2, de longueur 8100 octets (i.e 32400 symboles QPSK), il faut de l'ordre de 6 trames pour que la boucle s'accroche lorsque  $\frac{\Delta f}{R_s} = 0.1\%$  et 600 trames lorsque  $\frac{\Delta f}{R_s} = 1\%$  avec le détecteur SDD (et  $n_p = 4$ ), contre respectivement 30 trames et 3000 trames dans les mêmes situations, avec les détecteurs classiques. A faible rapport signal à bruit, le gain sur le temps d'acquisition passe à 7 entre le détecteur SDD avec un code de rendement 3/4 par rapport aux détecteur HDD et NDA : lorsque  $\frac{\Delta f}{R_s} = 0.1\%$ ,  $T_{acq}$  équivaut à 130 trames DVB-S2 environ avec la boucle SDD et à 930 trames avec les boucles classiques.
2. Avec la modulation 8PSK, le gain sur le temps d'accrochage entre la boucle SDD avec un code de rendement 5/6 et la boucle NDA est de 3 environ lorsque  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$  et passe à 12 lorsque  $E_s/N_0 = 5.77 \text{ dB}$ . Dans ce dernier cas, lorsque  $\frac{\Delta f}{R_s} = 0.1\%$ , l'accrochage de la boucle prend environ 36 trames de 8100 octets dans la boucle SDD (toujours avec  $n_p = 6$ ), contre 460 trames avec les détecteurs classiques.





(a) Modulation QPSK



(b) Modulation 8PSK

FIG. 4.18 – Temps d'accrochage moyen d'une boucle de phase d'ordre 2 en présence d'une erreur de fréquence

Détecteur	$B_l T_s$ optimal	$\frac{T_{acq}}{T_s}$ pour $\frac{\Delta f}{R_s} = 0.1\%$	$\frac{T_{acq}}{T_s}$ pour $\frac{\Delta f}{R_s} = 1\%$
HDD	$4 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^8$
NDA	$4 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^8$
SDD - $n_p = 6$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5.3 \cdot 10^5$	$5.3 \cdot 10^7$
SDD - $n_p = 4$	$7 \cdot 10^{-4}$	$1.9 \cdot 10^5$	$1.9 \cdot 10^7$

TAB. 4.7 – Temps d'accrochage moyen dans la boucle aux bandes de bruit optimales pour le bruit de phase - modulation QPSK :  $E_s/N_0 = 1 \text{ dB}$

Détecteur	$B_l T_s$ optimal	$\frac{T_{acq}}{T_s}$ pour $\frac{\Delta f}{R_s} = 0.1\%$	$\frac{T_{acq}}{T_s}$ pour $\frac{\Delta f}{R_s} = 1\%$
HDD	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$2.4 \cdot 10^7$	$2.4 \cdot 10^9$
NDA	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$2.4 \cdot 10^7$	$2.4 \cdot 10^9$
SDD - $n_p = 6$	$2 \cdot 10^{-4}$	$8.3 \cdot 10^6$	$8.3 \cdot 10^8$
SDD - $n_p = 4$	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$4.3 \cdot 10^6$	$4.3 \cdot 10^8$

TAB. 4.8 – Temps d'accrochage moyen dans la boucle aux bandes de bruit optimales pour le bruit de phase - modulation QPSK :  $E_s/N_0 = -2.35 \text{ dB}$

Détecteur	$B_l T_s$ optimal	$\frac{T_{acq}}{T_s}$ pour $\frac{\Delta f}{R_s} = 0.1\%$	$\frac{T_{acq}}{T_s}$ pour $\frac{\Delta f}{R_s} = 0.5\%$
HDD	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$6.5 \cdot 10^4$	$1.6 \cdot 10^6$
NDA	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$4.6 \cdot 10^4$	$1.1 \cdot 10^6$
SDD - $n_p = 9$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3.3 \cdot 10^4$	$8.3 \cdot 10^5$
SDD - $n_p = 6$	$2.6 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^4$	$3.8 \cdot 10^5$

TAB. 4.9 – Temps d'accrochage moyen dans la boucle aux bandes de bruit optimales pour le bruit de phase - modulation 8PSK :  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$

Détecteur	$B_l T_s$ optimal	$\frac{T_{acq}}{T_s}$ pour $\frac{\Delta f}{R_s} = 0.1\%$	$\frac{T_{acq}}{T_s}$ pour $\frac{\Delta f}{R_s} = 0.5\%$
HDD	$3 \cdot 10^{-4}$	$9.9 \cdot 10^6$	$2.5 \cdot 10^8$
NDA	$3 \cdot 10^{-4}$	$9.9 \cdot 10^6$	$2.5 \cdot 10^8$
SDD - $n_p = 9$	$4 \cdot 10^{-4}$	$4.2 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^8$
SDD - $n_p = 6$	$7 \cdot 10^{-4}$	$7.8 \cdot 10^5$	$1.9 \cdot 10^7$

TAB. 4.10 – Temps d'accrochage moyen dans la boucle aux bandes de bruit optimales pour le bruit de phase - modulation 8PSK :  $E_s/N_0 = 5.77 \text{ dB}$

## 4.6 Sauts de cycles

Nous avons vu au §4.1.2 que les détecteurs de phase étudiés ici présentent plusieurs points d'équilibres stables dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . Le principe de fonctionnement de la boucle de phase la conduit à s'accrocher autour d'un de ces points stables : la phase alors estimée dans la boucle reste en principe dans le voisinage du point d'équilibre. Les variations autour de cette valeur sont généralement considérées comme gaussiennes, avec une variance (ou gigue) notée par la suite  $\sigma_\varphi^2$ . Cependant, il arrive qu'un échantillon de bruit trop important force la boucle à s'accrocher autour d'un autre point d'équilibre stable : ce phénomène, appelé saut de cycle [23], s'étale généralement sur une séquence de symboles durant laquelle la synchronisation de phase est fortement dégradée.

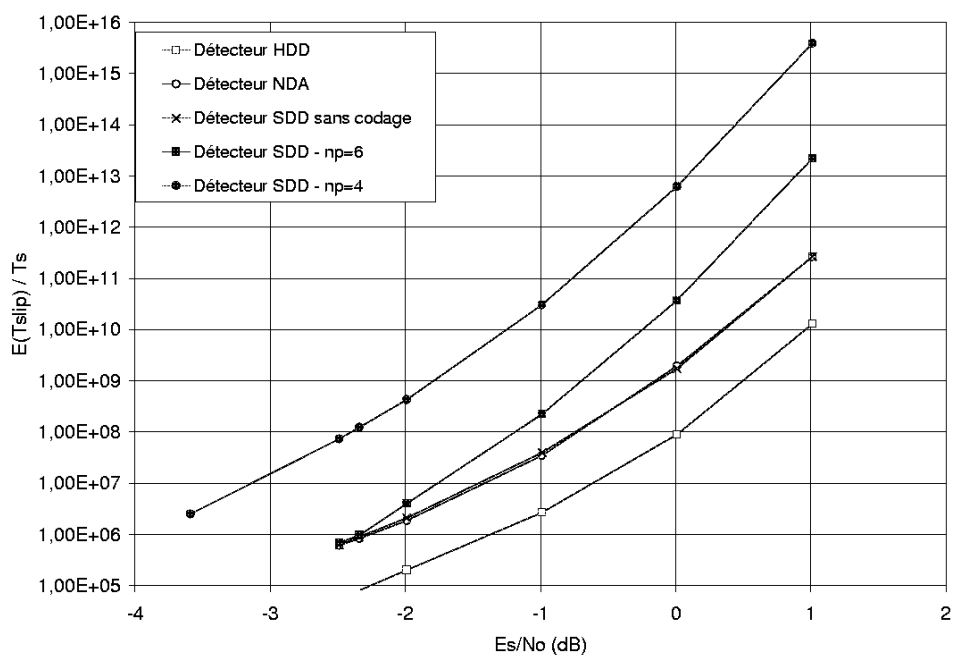


FIG. 4.19 – Temps moyen entre sauts de cycles estimé aux bandes de bruit optimales - Comparaison à  $E_s/N_0$  constant, avec la modulation QPSK

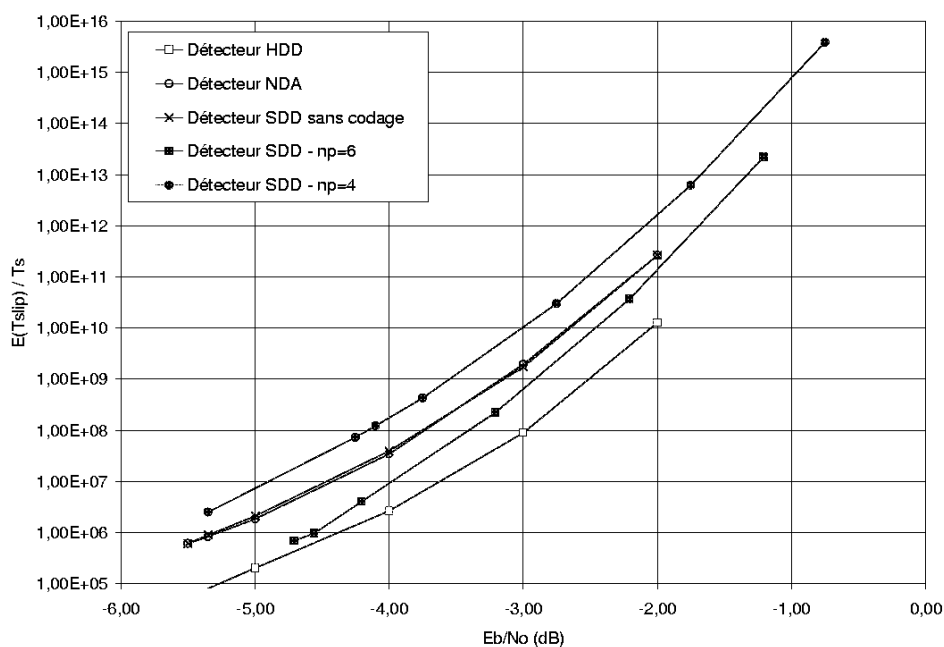


FIG. 4.20 – Temps moyen entre sauts de cycles estimé aux bandes de bruit optimales - Comparaison à  $E_b/N_0$  constant, avec la modulation QPSK

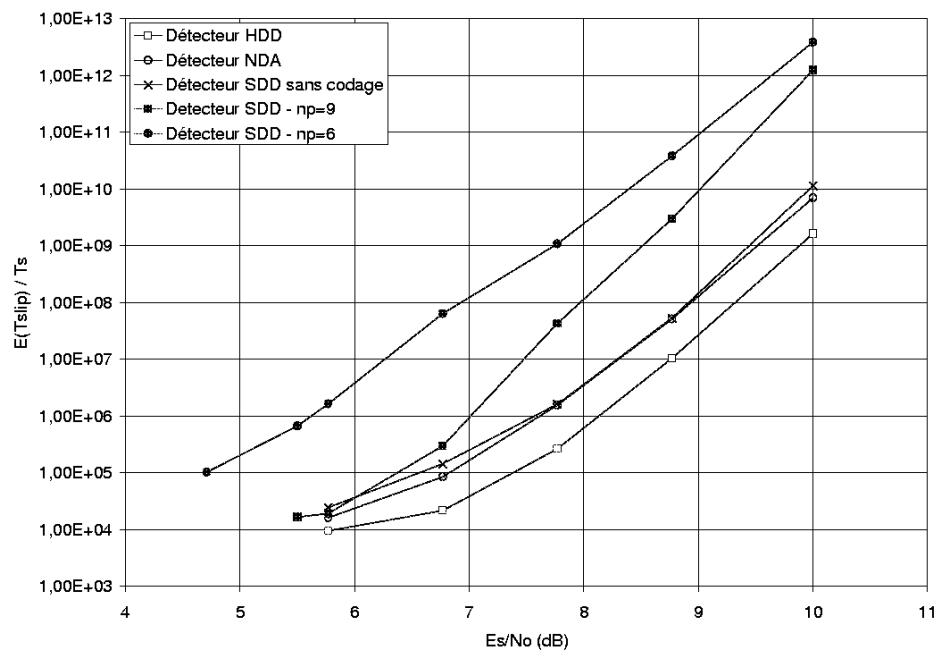


FIG. 4.21 – Temps moyen entre sauts de cycles estimé aux bandes de bruit optimales - Comparaison à  $E_s/N_0$  constant, avec la modulation 8PSK

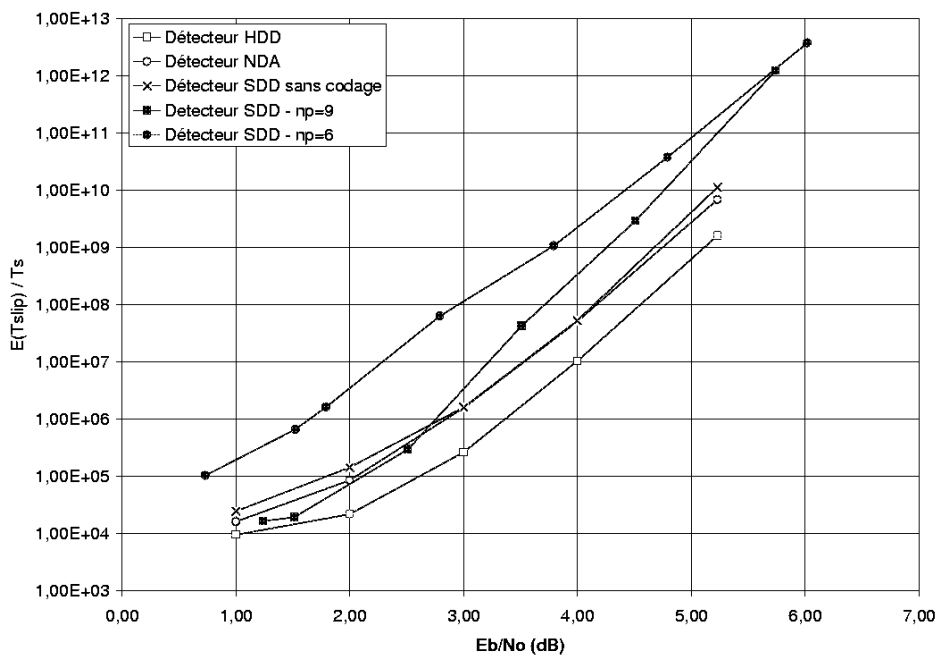


FIG. 4.22 – Temps moyen entre sauts de cycles estimé aux bandes de bruit optimales - Comparaison à  $E_b/N_0$  constant, avec la modulation 8PSK

Une fois l'accrochage effectué autour du nouveau point stable, l'ambiguïté de phase induite par le saut de cycle doit être résolue, à moins d'avoir recours à du codage différentiel, en quel cas une rafale d'erreur apparaît quand même au moment où le phénomène se produit. Il apparaît donc souhaitable de limiter au maximum les occurrences de ces sauts de cycles. Le phénomène étant très fortement non linéaire, il est difficile à modéliser. Nous nous fondons par la suite sur un modèle simplifié de boucle de phase du premier ordre, où la réponse du détecteur est supposée sinusoïdale et de période  $\frac{2\pi}{M}$ , pour estimer le temps moyen entre sauts de cycles  $E[T_{slip}]$ . Une approximation de  $E[T_{slip}]/T_s$  où  $T_s$  est la durée d'un symbole est donnée par [23] :

$$\frac{E[T_{slip}]}{T_s} \simeq \frac{\pi}{4B_l T_s} \exp\left(\frac{2}{M^2 \sigma_\varphi^2}\right) \quad (4.9)$$

Les temps moyens entre sauts de cycle, estimés à l'aide de l'expression précédente pour les bandes optimales en présence de bruit de phase, sont comparés à  $E_s/N_0$  puis à  $E_b/N_0$  constant pour les modulations QPSK et 8PSK sur les figures 4.19 à 4.22.

1. Avec la modulation QPSK et à  $E_s/N_0 = -2.35 \text{ dB}$ , la valeur estimée de  $E[T_{slip}]$  est multipliée par 100 environ avec le détecteur SDD lorsque  $n_p = 4$  par rapport à la valeur calculée pour la boucle NDA, et par 1000 par rapport à la boucle HDD. A  $E_s/N_0 = 1 \text{ dB}$ , ces gains atteignent respectivement  $10^4$  et  $10^5$ . Si l'on compare les détecteurs à efficacité en puissance constante, le temps moyen entre sauts de cycles à  $E_b/N_0$  est multiplié par 5 environ dans la boucle SDD avec  $n_p = 4$ , par rapport à la boucle NDA.
2. Les résultats pour la modulation 8PSK montrent qu'à  $E_s/N_0$  constant, le temps moyen estimé entre sauts de cycles est multiplié par 100 environ dans la boucle SDD avec  $n_p = 6$  par rapport à la boucle NDA. Ce gain est plutôt de l'ordre de 10 à  $E_b/N_0$  constant.

## 4.7 Conclusion

Il apparaît donc que le détecteur de phase proposé permet d'améliorer sensiblement les performances de synchronisation à faible rapport signal à bruit, et en présence de bruit de phase. Aux points de fonctionnement les plus bas envisagés dans la norme DVB-S2 pour les modulations QPSK et 8PSK, le détecteur SDD permet de réduire la gigue de phase dans des proportions importantes, et ainsi de réduire la marge nécessaire sur le RSB pour garantir la convergence du décodeur canal. Les boucles de phase apparaissent de plus très résistantes à des erreurs de fréquence relativement importante (jusqu'à 1% du rythme symbole). Enfin, le gain sur la gigue et l'augmentation des bandes de bruit dans les boucles se traduisent par une réduction importante du temps d'accrochage et de la probabilité de saut de cycle. Les boucles considérées présentent en outre l'avantage de ne pas nécessiter de phase d'initiation. Toutefois, l'emploi de quelques symboles pilotes (insérés de manière très sporadique) peut demeurer nécessaire afin de résoudre l'ambiguïté de phase lors de l'estimation.

Si les structures bouclées sont bien adaptées aux transmissions continues, leur temps d'acquisition s'avère cependant généralement trop important pour qu'ils soient envisagés pour la synchronisation de phase lors de transmissions par paquets. Or des normes telles que DVB-RCS et DVB-S2 proposent des modes de transmission où des trames de données relativement courtes (53 octets pour DVB-RCS à 8100 octets avec DVB-S2) doivent être synchronisées séparément :

- Lorsque plusieurs signaux à destination du même récepteur sont multiplexés en temps (par exemple sur une voie retour de type DVB-RCS avec un multiplexage de type MF/TDMA [3])
- Lorsque les trames successives sont codées/modulées différemment (par exemple avec la norme DVB-S2 qui propose des schémas adaptatifs pour le codage et de la modulation [10])

On a généralement recours dans ce cas à des techniques d'estimation directes. L'estimateur proposé dans le chapitre suivant est également fondé sur le décodage d'un code de parité. L'étude de ses performances permet d'évaluer l'intérêt de la technique proposée pour des transmission par paquets.

## Chapitre 5

# Transmissions en mode paquet : estimateur SDD

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Classification des estimateurs</b> . . . . .	<b>66</b>
5.1.1	Estimation par blocs et fenêtre glissante . . . . .	66
5.1.2	Estimation à partir de symboles pilotes . . . . .	66
5.1.3	Estimateur de Viterbi et Viterbi . . . . .	66
5.1.4	Estimateurs fondés sur une prise de décision . . . . .	66
<b>5.2</b>	<b>Réponse moyenne de l'estimateur SDD</b> . . . . .	<b>67</b>
5.2.1	Biais . . . . .	67
5.2.2	Ambiguïté de phase . . . . .	69
<b>5.3</b>	<b>Estimation d'une phase constante</b> . . . . .	<b>70</b>
5.3.1	Gigues de phase à taille de bloc fixée . . . . .	70
5.3.2	Comportement des estimateurs de phase avec pré-correction des données . . . . .	70
5.3.3	Interprétation fréquentielle : bandes de bruit équivalentes . . . . .	76
5.3.4	Comparaison des estimateurs à bande de bruit équivalente fixée . . . . .	81
<b>5.4</b>	<b>Performances en présence de bruit de phase</b> . . . . .	<b>81</b>
5.4.1	Compromis sur la largeur des blocs d'estimation . . . . .	81
5.4.2	Gigues minimales d'estimation . . . . .	81
<b>5.5</b>	<b>Influence d'une erreur de fréquence</b> . . . . .	<b>87</b>
5.5.1	Influence d'une erreur de fréquence sur les performances d'estimation . . . . .	87
5.5.2	Dimensionnement des blocs en présence d'une erreur de fréquence $\Delta f/R_s =$ 0.05% . . . . .	89
<b>5.6</b>	<b>Sauts de cycle</b> . . . . .	<b>89</b>
<b>5.7</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>93</b>

---

Nous présentons ici les performances de l'estimateur de phase SDD introduit dans le chapitre 3, et fondé sur le décodage souple d'un code de parité. Quelques généralités sur les estimateurs sont présentées au §5.1. Nous considérerons à titre de références l'estimateur de Viterbi et Viterbi (V&V), un estimateur de type "hard decision directed" (HDD), ainsi que l'estimateur du maximum de vraisemblance lorsque les symboles transmis sont connus - dit "pilot aided" (PA). La réponse moyenne de l'estimateur SDD pour une erreur de phase donnée est étudiée au §5.2, puis les performances d'estimation d'une erreur de phase constante sont présentées en terme de gigue au §5.3. L'analyse des résultats obtenus nous amène à souligner quelques spécificités des estimateurs nécessitant une prise de décision sur les données. Les estimateurs sont alors testés en présence de bruit de phase (§5.4) et d'une erreur de fréquence (§5.5). Le problème des sauts de cycles est enfin abordé au § 5.6.

## 5.1 Classification des estimateurs

### 5.1.1 Estimation par blocs et fenêtre glissante

La correction de la phase dans un système non bouclé peut être effectuée suivant deux stratégies :

- La phase estimée à partir de  $N$  symboles peut-être utilisée pour corriger tous les symboles du bloc d'estimation. Les estimées consécutives sont réalisées à partir de blocs distincts : elles sont alors délivrées à une fréquence de  $\frac{R_s}{N}$  où  $R_s$  est le rythme symbole. On parle alors d'estimation par blocs.
- On peut également adopter une fenêtre glissante : la phase estimée sur une séquence de  $N = 2n + 1$  symboles n'est utilisée que pour corriger le  $(n + 1)$ ème symbole du bloc, situé au milieu de la séquence. La fenêtre est translatée d'un symbole pour l'estimation suivante. Les estimées sont alors délivrées à la cadence  $R_s$ .

Nous avons adopté dans cette étude une structure d'estimation par bloc, moins performante en présence d'une erreur de fréquence, mais plus simple à mettre en oeuvre. Cette étude permet la comparaison des estimateurs, une structure avec fenêtre glissante restant envisageable par la suite.

### 5.1.2 Estimation à partir de symboles pilotes

Les performances de l'estimateur proposé sont comparées par la suite à celles de l'estimateur PA défini par (2.14). Il s'agit de l'estimateur du maximum de vraisemblance lorsque les données transmises sont connues. Cet estimateur nécessite la transmission de symboles pilotes, et n'est donc utilisé en pratique que sur des blocs insérés sporadiquement dans les trames de données : il n'exploite pas la totalité du signal reçu. Nous proposons en annexe D un exemple de schéma de synchronisation où des estimations PA sont effectuées sur des blocs de pilotes, et utilisées pour ré-initialiser périodiquement une boucle de phase. La situation où tous les symboles transmis seraient connus ne se présente jamais dans la réalité, mais nous l'envisageons à titre de référence dans l'étude qui suit.

### 5.1.3 Estimateur de Viterbi et Viterbi

Les structures directes se fondent sur des symboles reçus non encore corrigés pour l'estimation de phase. Il est naturel de privilégier alors la stratégie "non data aided", où aucune décision n'est nécessaire sur les symboles. L'algorithme le plus classique est l'estimateur de Viterbi et Viterbi, décrit en annexe B (§B.7). Quelque peu complexe à implanter dans sa forme originale, cet estimateur a inspiré des techniques plus simples à mettre en oeuvre, telles que les algorithmes du barycentre [16, 14]. Pour la comparaison des performances, nous considérerons dans nos simulations l'algorithme original, avec l'expression (2.8) donnée au §2.5.1.

### 5.1.4 Estimateurs fondés sur une prise de décision

La stratégie dite "decision directed" évoquée au §2.5.2 consiste, pour s'affranchir de l'incertitude sur les données transmises, à prendre une décision sur les symboles reçus avant de procéder à l'estimation : c'est par exemple la stratégie adoptée par C. Morlet [14] qui applique un décodage par "tentative decisions" aux symboles avant de les utiliser pour estimer la phase. L'estimateur SDD appartient également à cette classe d'algorithmes, puisque le décodage souple du code de parité - à travers le calcul des coefficients  $\delta_k$  - est réalisé sur les symboles avant estimation de la phase.

Nous avons vu au chapitre 4 que cette approche est relativement simple à mettre en oeuvre dans un schéma bouclé, où le signal est corrigé en amont du détecteur. En revanche, dans une structure directe, la prise de décision implique une étape de pré-corrrection du signal reçu, afin que les performances de décodage (c'est à dire la fiabilité des décisions) soient indépendantes de l'erreur de phase porteuse. On utilise alors généralement la phase estimée sur un bloc pour pré-corriger les symboles du bloc suivant. Le bloc initial peut être pré-corrigé à l'aide d'une estimée

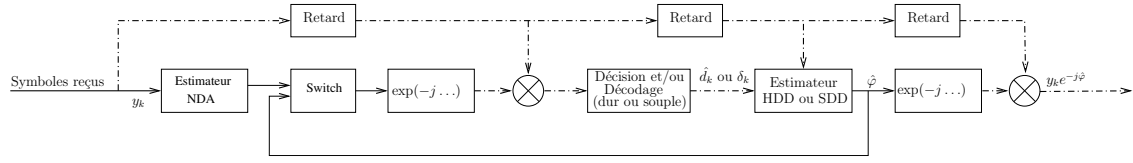


FIG. 5.1 – Estimation de phase avec précorrection et décisions sur les données

NDA (voir Fig. 5.1). Ce type de structure a été proposé pour la première fois par Kam [79], puis étudié plus en profondeur par Gaudenzi et al. [80], lorsque les décisions prises sur les échantillons reçus sont dures. Ces algorithmes sont alors qualifiés de “Feed-Forward Decision-Feedback”, c’est à dire que l’estimation de la phase en tant que telle est effectuée sur un schéma direct, mais que les décisions sont fondées sur une boucle de rétroaction.

## 5.2 Réponse moyenne de l’estimateur SDD

L’expression de l’estimateur SDD à partir de  $N$  symboles reçus  $\{y_k\}_{k=0, \dots, N-1}$  est rappelée ci-dessous :

$$\hat{\varphi}_{SDD} = \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} y_k \delta_k^* \right) \quad (5.1)$$

avec

$$\delta_k = \sum_{l=0}^{M-1} P_{k,l}^{app} s_l \quad (5.2)$$

Le calcul des probabilités a posteriori  $P_{k,l}^{app}$  à partir des symboles reçus est détaillé au §3.1.2.

La valeur moyenne des phases estimées  $E[\hat{\varphi}_{SDD}]$  est représentée en fonction de l’erreur de phase  $\varphi$  (supposée constante) pour différents rapports signal à bruit sur la Fig. 5.2. Ces courbes moyennes sont tracées pour les modulations QPSK et 8PSK et pour plusieurs rendements du code de parité avec l’estimateur SDD (figures (a) à (d)). La réponse moyenne de l’estimateur de Viterbi&Viterbi est également représentée à titre de référence (figures (e) et (f)).

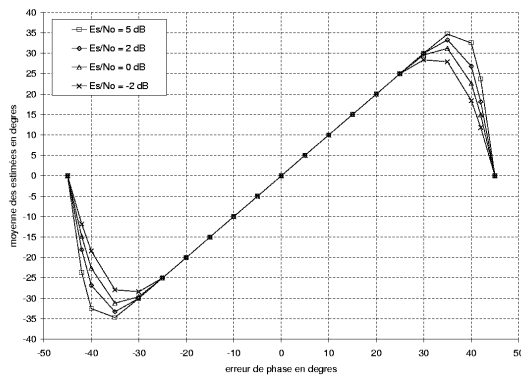
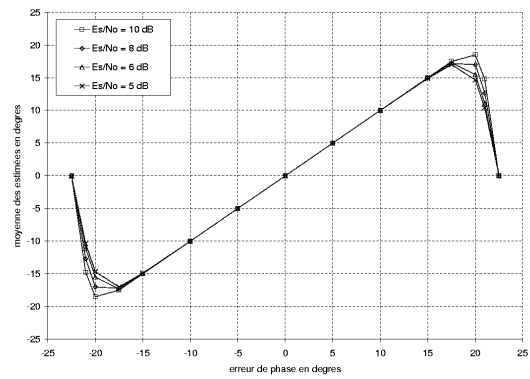
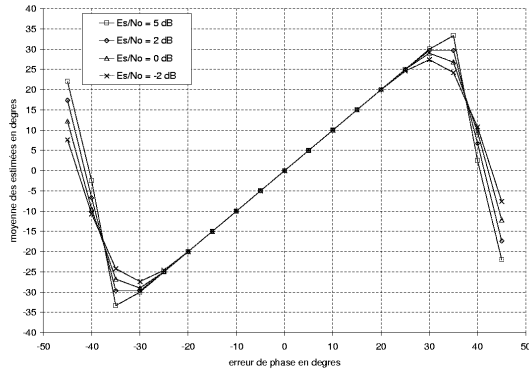
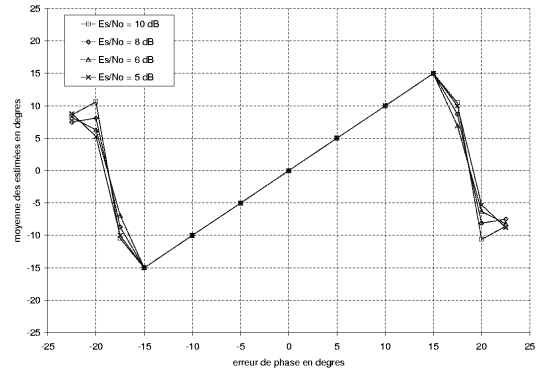
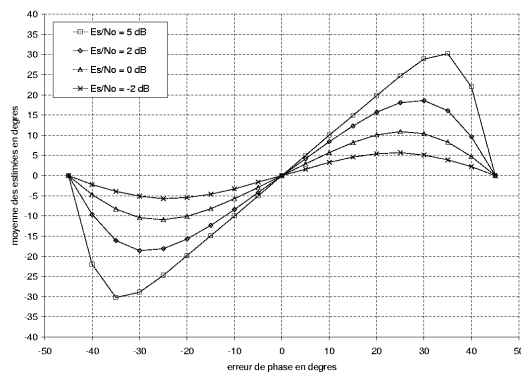
### 5.2.1 Biais

Les courbes représentées en Fig. 5.2 sont non biaisées sur une plage centrale. Le biais qui apparaît en dehors de cette plage provient du fait que les phases estimées sont comprises dans l’intervalle  $[-\frac{\pi}{M}, \frac{\pi}{M}]$ , ce qu’on peut comprendre en observant la densité de probabilité des valeurs estimées  $\hat{\varphi}$  (figure 5.3, avant déroulement).

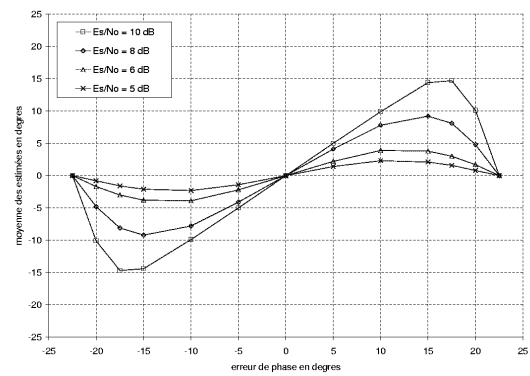
En pratique, lorsque l’erreur de phase varie dans le temps, elle peut parcourir l’ensemble du cercle unité. Il faut alors procéder au déroulement de la phase estimée [23], de manière à pouvoir suivre ses variations sans voir apparaître de sauts de phase de  $\frac{2\pi}{M}$  à chaque fois que l’on atteint les limites de l’intervalle  $[-\frac{\pi}{M}, \frac{\pi}{M}]$ . Cette opération (appelée “phase unwrapping” dans la littérature anglo-saxonne) consiste à restreindre l’écart entre deux estimées consécutives à l’intervalle  $[-\frac{\pi}{M}, \frac{\pi}{M}]$ , en ajoutant  $\pm \frac{2\pi}{M}$  en sortie de l’estimateur quand cela est nécessaire. Si l’on note  $\hat{\varphi}_n$  la  $n$ -ième phase estimée, et  $\hat{\varphi}_n^{(d)}$  la phase déroulée correspondante, le calcul de  $\hat{\varphi}_n^{(d)}$  se fait de la manière suivante :

$$\hat{\varphi}_n^{(d)} = \text{mod} \left( \text{mod} \left( \hat{\varphi}_n - \hat{\varphi}_{n-1}^{(d)}, \frac{2\pi}{M} \right) + \hat{\varphi}_{n-1}^{(d)}, 2\pi \right) \quad (5.3)$$



(a) Estimateur SDD -  $n_p = 4$  (QPSK)(b) Estimateur SDD -  $n_p = 6$  (8PSK)(c) Estimateur SDD -  $n_p = 6$  (QPSK)(d) Estimateur SDD -  $n_p = 9$  (8PSK)

(e) Estimateur de Viterbi et Viterbi (QPSK)



(f) Estimateur de Viterbi et Viterbi (8PSK)

FIG. 5.2 – Réponse moyenne des estimateurs en fonction de l'erreur de phase

La phase déroulée  $\hat{\varphi}^{(d)}$  n'est plus restreinte à l'intervalle  $[-\frac{\pi}{M}, \frac{\pi}{M}]$  et apparaît alors non biaisée, comme l'illustre la figure 5.3.

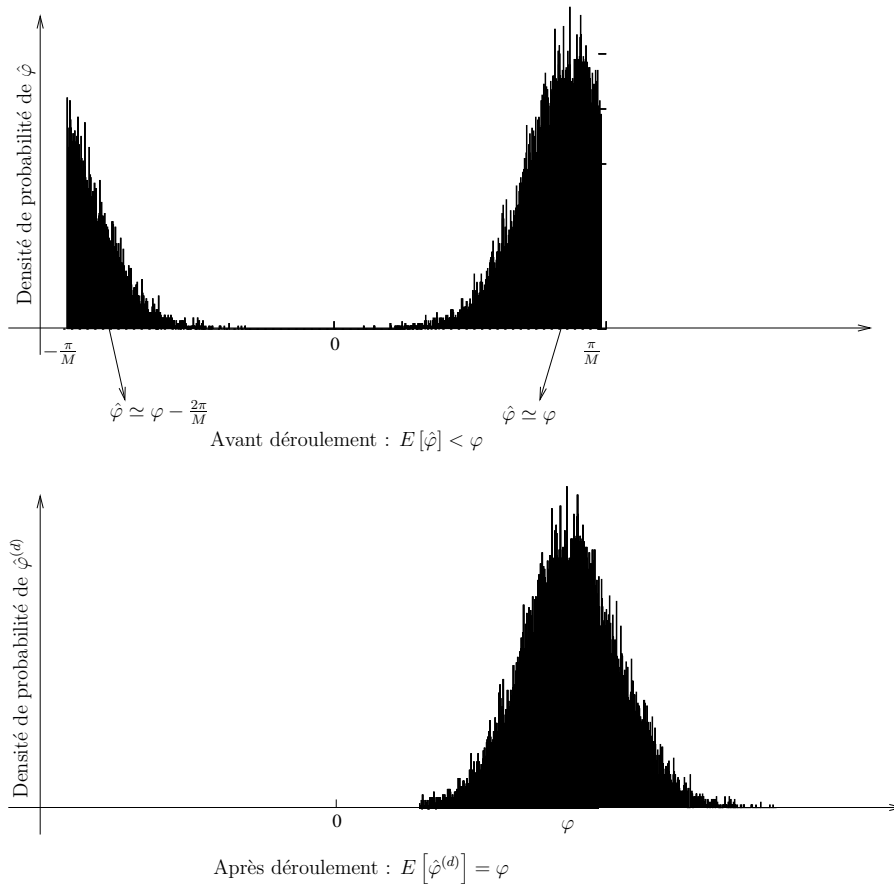


FIG. 5.3 – Biais d'estimation et déroulement de la phase

### Remarque 1

L'observation de la réponse moyenne avant déroulement de la phase donne tout de même une indication sur les performances de l'estimateur : en effet, plus le biais est important sur ces courbes, plus la gigue d'estimation d'une phase constante (c'est à dire la variance de la gaussienne représentée sur la figure 5.3) est élevée. Ainsi, si l'on compare les biais sur les courbes moyennes représentées en Fig. 5.2, on observe qu'à faible rapport signal à bruit, l'estimateur de Viterbi et Viterbi donne une gigue beaucoup plus importante que les estimateurs SDD, en QPSK comme en 8PSK. Ce point sera confirmé par les résultats du §5.3.

### Remarque 2

Nous considérerons par la suite que la phase estimée est systématiquement déroulée. Afin d'alléger les notations, elle sera désignée simplement par  $\hat{\varphi}$ .

## 5.2.2 Ambiguïté de phase

Nous avons vu au §4.1.2 que le code de parité est transparent à une rotation de la constellation de  $\frac{2\pi}{M}$  lorsque les équations de parité impliquent un nombre pair de symboles transmis (noté  $P = \frac{n_p}{\log_2(M)}$  dans le chapitre 3), et à une rotation de  $\frac{4\pi}{M}$  lorsque ce nombre est impair. Cela se

traduit par le fait qu'après déroulement de la phase, la réponse moyenne de l'estimateur SDD est  $\frac{2\pi}{M}$ -périodique lorsque  $P = 2$  (par exemple avec  $n_p = 4$  et  $M = 4$ , ou avec  $n_p = 6$  et  $M = 8$ ), et  $\frac{4\pi}{M}$ -périodique lorsque  $P = 3$  (avec  $n_p = 6$  et  $M = 4$ , ou avec  $n_p = 9$  et  $M = 8$ ). Le problème de résolution de l'ambiguïté de phase, évoqué au §4.1.2, se retrouve ici. De même qu'avec les estimateurs classiques, on peut alors recourir à du codage différentiel (envisageable lorsque le code canal et le code de parité sont tous deux transparents à une rotation de la phase de  $\frac{2\pi}{M}$ ), ou à l'emploi de quelques symboles pilotes.

## 5.3 Estimation d'une phase constante

### 5.3.1 Giges de phase à taille de bloc fixée

Les estimateurs sont comparés dans un premier temps lorsque l'erreur de phase est constante. La comparaison des algorithmes de Viterbi et Viterbi (NDA), HDD, SDD et PA est réalisée pour une estimation par blocs de  $N = 32$  symboles en QPSK et de  $N = 64$  symboles en 8PSK<sup>1</sup>. L'écart-type de l'erreur d'estimation est représenté sur les figures 5.4 (a) et (b) en fonction du rapport signal à bruit dans le canal de transmission  $E_s/N_0$ .

Les résultats de simulations obtenus avec les modulations QPSK et 8PSK montrent tout d'abord que l'algorithme de Viterbi et Viterbi est peu performant à faible rapport signal à bruit. Lorsque la phase à estimer est constante, la gigue d'estimation est inversement proportionnelle à la taille des blocs d'estimation [81]. On peut alors ramener la variance des estimées dans une plage acceptable en prenant une valeur de  $N$  suffisamment grande. Cependant, dans des conditions de réception réalistes, l'erreur de phase varie dans le temps, si bien que l'on ne peut pas augmenter la taille des blocs indéfiniment. Il faut alors rechercher des algorithmes plus performants.

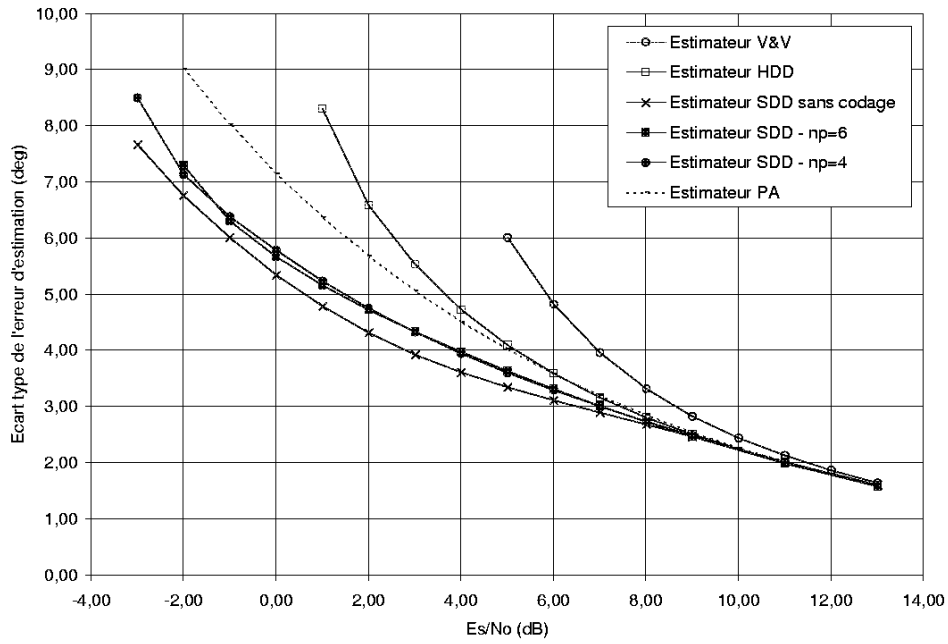
On observe par ailleurs que la gigue d'estimation issue des algorithmes HDD et SDD est inférieure à la variance des estimées PA pour la même taille de bloc. Cela peut sembler surprenant au premier abord : en effet, l'information a priori sur les symboles transmis est inférieure dans les approches HDD et SDD (où l'on doit prendre des décisions à partir du signal reçu) à celle de l'approche PA (qui suppose que les symboles transmis sont connus du récepteur). Il faut toutefois prendre en compte le fait que les décisions se fondent sur la pré-correction des symboles à partir de l'estimée précédente (voir §5.1.4). Nous proposons par la suite deux approches différentes pour l'étude des estimateurs avec prise de décision :

1. La pré-correction peut s'interpréter comme l'exploitation d'une information a priori *sur la phase à estimer*. Nous reformulons alors le problème d'estimation dans le cas d'une erreur de phase constante au § 5.3.2.
2. L'analogie entre l'estimateur avec prise de décisions dure et les boucles classiques est développée dans [80] : Gaudenzi et al. établissent une fonction de transfert équivalente au schéma d'estimation HDD, et en déduisent les performances pour des modulations de type M-PSK. Nous proposons au §5.3.3 une démarche comparable pour l'étude des estimateurs SDD, fondée ici sur l'évaluation empirique des bandes de bruit équivalentes.

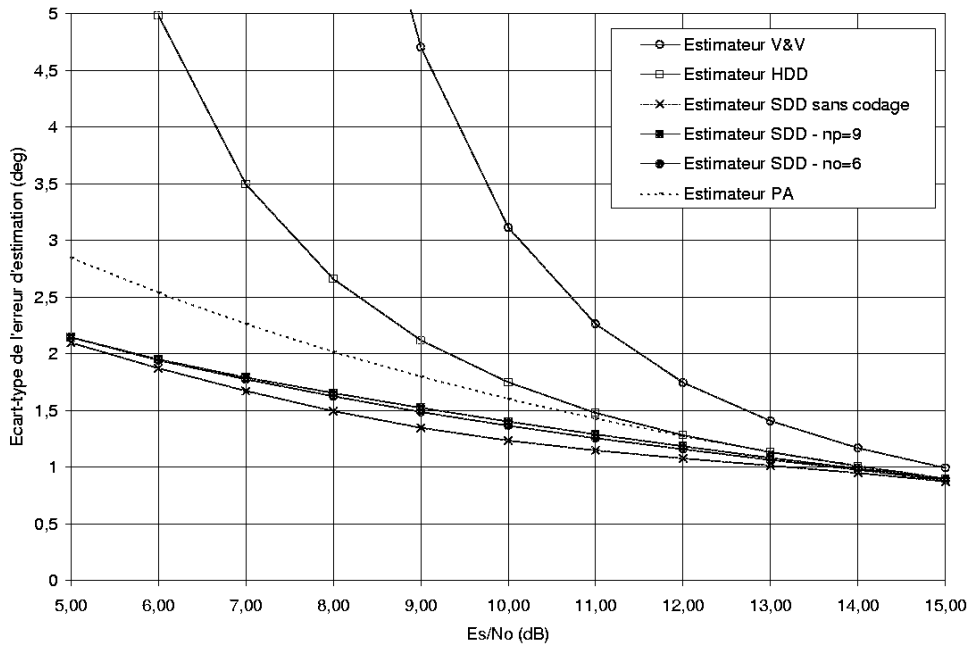
### 5.3.2 Comportement des estimateurs de phase avec pré-correction des données

Les estimateurs HDD et SDD exploitent des décisions prises sur le signal reçu. Nous avons vu (au §5.1.4) qu'une correction préalable de la phase est nécessaire afin de décorréler les erreurs de décision et l'erreur de phase porteuse. Cette étape peut s'interpréter comme l'exploitation d'une information a priori sur le paramètre  $\varphi$  que l'on cherche à estimer (§5.3.2.1). Nous proposons ici

<sup>1</sup>Pour simplifier l'implantation des estimateurs de type SDD, on considère comme largeur des blocs d'estimation ( $N$ ) des multiples du nombre de symboles impliqués dans chaque équation de parité ( $P$ ). Ainsi en QPSK avec  $n_p = 6$  (soit  $P = 3$ ),  $N$  est fixé à 33 symboles (au lieu de 32). De même en 8PSK avec  $n_p = 9$  (soit  $P = 3$ ), on prend  $N = 63$  symboles (plutôt que 64).



(a) Modulation QPSK -  $N = 32$  symboles



(b) Modulation 8PSK -  $N = 64$  symboles

FIG. 5.4 – Ecart-type de l'erreur d'estimation d'une phase constante en fonction de  $E_s/N_0$ . Comparaison à largeur de bloc  $N$  fixée

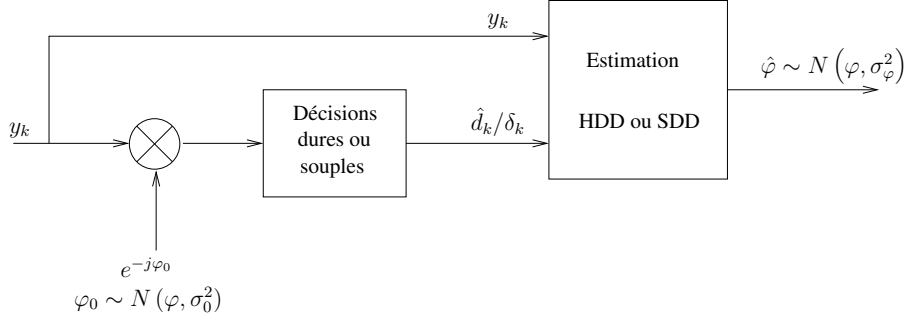


FIG. 5.5 – Estimation avec connaissance a priori

un modèle pour ce schéma d'estimation (§5.3.2.2), afin d'en expliquer le comportement lors de l'estimation d'une phase constante (§5.3.2.3 - §5.3.2.4).

### 5.3.2.1 Effets de la pré-correction

On notera par la suite  $\{\hat{\varphi}_n\}_{n=0,\dots,K-1}$  les estimées de la phase à partir des blocs d'échantillons successifs  $\{y_k\}_{k=0,\dots,N-1}$ ,  $\{y_k\}_{k=N,\dots,2N-1}, \dots, \{y_k\}_{k=(K-1)N,\dots,KN-1}$ , où  $L = KN$ . Quel que soit l'algorithme considéré, l'estimation de phase proprement dite se fonde sur les échantillons reçus ( $y_k$ ), retardés mais non corrigés (voir fig. 2.4). Toutefois, les expressions des estimateurs HDD (2.11) et SDD (5.1) font intervenir des décisions respectivement dures ( $\hat{d}_k$ ) et souples ( $\delta_k$ ) sur les symboles. Nous avons vu que la prise de décisions sur les échantillons du  $n$ -ième bloc  $\{y_k\}_{k=(n-1)N,\dots,nN-1}$ , nécessaire pour le calcul de  $\hat{\varphi}_n$ , requiert la pré-correction de ces échantillons à l'aide de l'estimée de phase  $\hat{\varphi}_{n-1}$  issue du bloc précédent. Les décisions  $\hat{d}_k$  (ou  $\delta_k$ ) sont donc prises sur les échantillons corrigés  $y_{(n-1)N}e^{-j\hat{\varphi}_{n-1}}$ ,  $y_{(n-1)N+1}e^{-j\hat{\varphi}_{n-1}}, \dots, y_{nN-1}e^{-j\hat{\varphi}_{n-1}}$ .

Les estimées successives  $\{\hat{\varphi}_n\}_{n=0,\dots,L-1}$  issues des approches HDD et SDD sont donc corrélées, ce qui n'est pas le cas avec l'estimateur de Viterbi et Viterbi et l'estimateur PA, pour une estimation par blocs. Cela se traduit dans le domaine fréquentiel par le fait que le spectre de la séquence  $\{\hat{\varphi}_n\}_{n=0,\dots,L-1}$  n'est pas blanc. Ce point est développé plus en profondeur au §5.3.3. Du point de vue du problème d'estimation, l'exploitation de  $\hat{\varphi}_{n-1}$  lors du calcul de  $\hat{\varphi}_n$  peut s'interpréter comme la donnée d'une information a priori sur la phase à estimer.

Par ailleurs, l'analyse des résultats de simulation permet de montrer que, si les estimées ne sont pas indépendantes, leur distribution peut être considérée comme gaussienne, de moyenne  $\varphi$  (c'est à dire que les estimateurs HDD et SDD sont non biaisés lorsque l'erreur de phase est constante), et de variance  $\sigma_\varphi^2$  (encore appelée gigue de phase).

### 5.3.2.2 Modèle d'estimation de la phase avec information a priori

On se propose de modéliser le problème de l'estimation de la phase  $\varphi$  à partir de  $N$  échantillons  $y_k$  en sortie du filtre adapté, à l'aide des algorithmes HDD et SDD. Les décisions sur les symboles ( $\hat{d}_k$  ou  $\delta_k$ ) sont prises sur les échantillons pré-corrigés par une phase  $\varphi_0$ , que l'on suppose distribuée suivant une loi Gaussienne de moyenne  $\varphi$  et de variance  $\sigma_0^2$ . La phase utilisée pour la pré-correction représente alors une information a priori sur la phase à estimer. Le paramètre  $\sigma_0^2$  mesure la qualité de cette information a priori :

- Le cas limite  $\sigma_0^2 = 0$  correspond à la situation où l'on connaîtrait la phase  $\varphi$  avant même de l'estimer.
- En revanche, plus le paramètre  $\sigma_0^2$  est grand, moins l'information a priori sur la phase est significative.

Ce schéma d'estimation avec connaissance a priori est illustré par la figure 5.5. Nous nous proposons par la suite d'évaluer la gigue d'estimation  $\sigma_\varphi^2$  en fonction de la variance  $\sigma_0^2$ .

### 5.3.2.3 Gigue d'estimation avec connaissance a priori

La loi des estimées ( $\hat{\varphi}_n$ ) est exprimée de façon analytique en annexe E pour l'estimateur HDD, d'abord lorsque la pré-correction est parfaite ( $\sigma_0^2 = 0$ ), puis dans le cas où une incertitude non nulle réside sur la phase  $\varphi_0$  ( $\sigma_0^2 > 0$ ). L'expression de la loi permet alors d'évaluer la gigue  $\sigma_\varphi^2$  de façon semi-analytique, étant donnée la complexité de l'expression obtenue (E.50). Dans le cas de l'estimateur SDD, la loi des estimées, plus complexe, n'a pas été étudiée ici. Il est cependant possible d'évaluer la relation entre les paramètres  $\sigma_0^2$  et  $\sigma_\varphi^2$  à l'aide de simulations.

L'écart-type de l'erreur d'estimation  $\sigma_\varphi$  est représenté sur la figure 5.6 pour plusieurs valeurs de  $\sigma_0$ , lorsque la modulation est de type QPSK, avec  $E_s/N_0 = 2$  dB et des blocs de 32 symboles. Les résultats représentés ici sont obtenus par simulations avec les estimateur HDD (a) et SDD (b), en absence de code de parité.

On vérifie sur les deux courbes que la gigue d'estimation augmente avec l'imprécision sur la phase de pré-correction. Par ailleurs, on note que lorsque  $\sigma_0 = 0$  (hypothèse certes irréaliste),  $\sigma_\varphi$  est non nulle. Si les algorithmes HDD et SDD sont alors plus performants que l'approche PA (qui n'exploite aucune information a priori sur la phase), ils restent toutefois sub-optimaux. Enfin, l'intersection entre les courbes  $\sigma_\varphi = f(\sigma_0)$  et la droite ( $\sigma_\varphi = \sigma_0$ ) donne l'écart-type de l'erreur d'estimation du système réel, où chaque phase estimée est utilisée pour pré-corriger les échantillons suivants (voir fig. 5.1). On retrouve alors les valeurs obtenues sur la fig. 5.4(a) à  $E_s/N_0 = 2$  dB, soit respectivement  $\sigma_\varphi = 6.6^\circ$  avec l'estimateur HDD et  $\sigma_\varphi = 4.3^\circ$  avec l'estimateur SDD sans codage. On note que l'estimateur SDD (avec pré-correction par l'estimée précédente) est alors plus performant que l'estimateur PA (au sens de la gigue), contrairement à l'estimateur HDD, ce qui confirme les résultats représentés sur la figure 5.4. La convergence de  $\sigma_\varphi$  vers le point fixe où  $\sigma_\varphi = \sigma_0$  est illustrée sur la figure 5.7.

### 5.3.2.4 Borne inférieure de la gigue d'estimation de phase avec connaissance a priori

Nous avons vu ci-dessus que pour une taille de bloc donnée, les estimateurs avec information a priori sur la phase sont potentiellement plus performants (en terme de gigue lorsque la phase à estimer est constante) que les estimateurs classiques, même lorsque ces derniers sont fondés sur la connaissance des données transmises.

Nous nous attachons ici à rechercher une borne inférieure de la variance d'estimation lorsqu'on dispose d'une information a priori  $\varphi_0$ . Nous reprenons ici le modèle décrit au §5.3.2.2 : il s'agit d'estimer la phase porteuse  $\varphi$  à l'aide de  $N$  échantillons reçus  $\{y_k\}_{k=0,\dots,N-1}$  et d'une phase  $\varphi_0 \sim N(\varphi, \sigma_0^2)$ . Les symboles transmis  $\{d_k\}_{k=0,\dots,N-1}$  sont de type MPSK, d'amplitude  $\sqrt{E_s}$ . Le bruit additif Gaussien dans le canal est caractérisé par une variance  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ .

Si l'on reprend les notations et les hypothèses d'indépendance du §2.3, la fonction de vraisemblance s'écrit maintenant :

$$\begin{aligned}
 L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) &= p[y_0, \dots, y_{N-1}, \varphi_0 | \tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}] \\
 &= \prod_{k=0}^{N-1} p[y_k | \tilde{d}_k, \tilde{\varphi}] p[\varphi_0 | \tilde{\varphi}] \\
 &= \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} |y_k - \tilde{d}_k e^{j\tilde{\varphi}}|^2\right) \exp\left(-\frac{(\tilde{\varphi} - \varphi_0)^2}{2\sigma_0^2}\right)}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^N \sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \quad (5.4)
 \end{aligned}$$

La borne de Cramer-Rao [74] pour ce problème d'estimation est définie par :

$$\text{BCR}(\tilde{\varphi}) = \frac{1}{E_{y_0, \dots, y_{N-1}, \varphi_0} \left\{ \left[ \frac{\partial}{\partial \tilde{\varphi}} \ln(L(\tilde{\varphi})) \right]^2 \right\}} \quad (5.5)$$

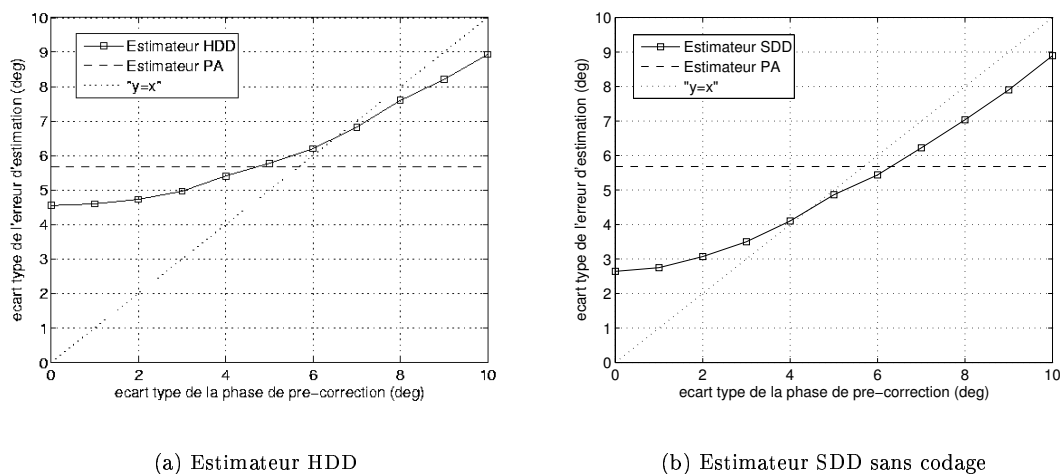


FIG. 5.6 – écart-type de la phase de pré-correction et écart-type de l'erreur d'estimation (résultats de simulation) : modulation QPSK,  $E_s/N_0 = 2 \text{ dB}$ , estimation par blocs de  $N = 32$  symboles

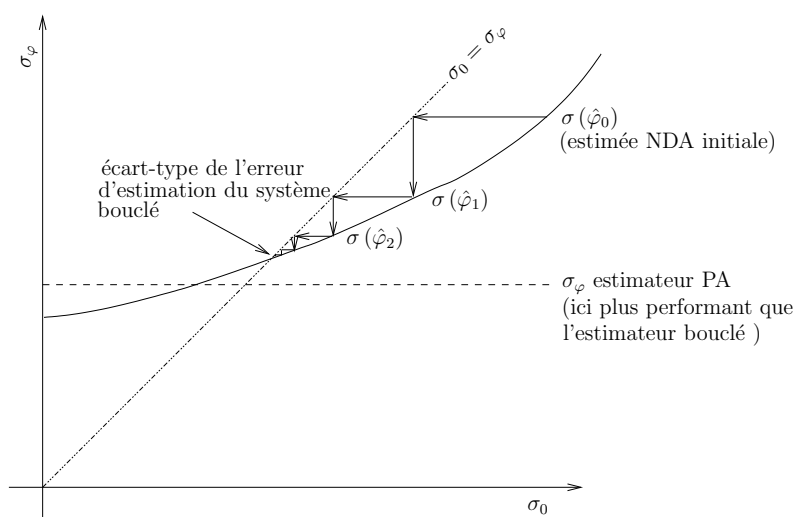


FIG. 5.7 – Gigue d'estimation avec pré-correction par l'estimée précédente

La fonction de vraisemblance marginale  $L(\tilde{\varphi}) = p[y_0, \dots, y_{N-1}, \varphi_0 | \tilde{\varphi}]$  est difficile à exprimer analytiquement à partir de la vraisemblance  $L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi})$  donnée par (5.4). Nous reprenons donc ici la borne de Cramer-Rao modifiée, plus simple à calculer [76] :

$$\begin{aligned} \text{BCRM}(\tilde{\varphi}) &= \frac{1}{E_{y_0, \dots, y_{N-1}, \varphi_0, \tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}} \left\{ \left[ \frac{\partial}{\partial \tilde{\varphi}} \ln \left( L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) \right) \right]^2 \right\}} \\ &= \frac{-1}{E_{y_0, \dots, y_{N-1}, \varphi_0, \tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \tilde{\varphi}^2} \ln \left( L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) \right) \right\}} \end{aligned} \quad (5.6)$$

D'après l'expression (5.4), on a :

$$\begin{aligned} \ln \left( L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) \right) &= -\frac{N}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} \left| y_k - \tilde{d}_k e^{j\tilde{\varphi}} \right|^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma_0^2) - \frac{1}{2\sigma_0^2} (\tilde{\varphi} - \varphi_0)^2 \end{aligned}$$

Or :

$$\sum_{k=0}^{N-1} \left| y_k - \tilde{d}_k e^{j\tilde{\varphi}} \right|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} y_k y_k^* - e^{j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k y_k^* - e^{-j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k^* y_k + N E_s$$

d'où :

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{\varphi}} \ln \left( L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) \right) = -\frac{1}{2\sigma^2} \left( -j e^{j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k y_k^* + j e^{-j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k^* y_k \right) - \frac{1}{\sigma_0^2} (\tilde{\varphi} - \varphi_0)$$

et :

$$\frac{\partial^2}{\partial \tilde{\varphi}^2} \ln \left( L(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{N-1}, \tilde{\varphi}) \right) = -\frac{1}{2\sigma^2} \left( e^{j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k y_k^* + e^{-j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k^* y_k \right) - \frac{1}{\sigma_0^2}$$

En introduisant cette expression dans (5.6), on obtient :

$$\text{BCRM}(\tilde{\varphi}) = \frac{1}{E \left[ \frac{1}{2\sigma^2} \left( e^{j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k y_k^* + e^{-j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k^* y_k \right) \right] + \frac{1}{\sigma_0^2}} \quad (5.7)$$

On retrouve dans le dénominateur la borne de Cramer-Rao modifiée classique  $\underline{\text{BCRM}}(\tilde{\varphi})$  lorsque aucune information a priori n'est disponible sur la phase à estimer, dont l'expression est donnée dans [76] pour une estimation sur  $N$  symboles :

$$\begin{aligned} \underline{\text{BCRM}}(\tilde{\varphi}) &= \frac{1}{E \left[ \frac{1}{2\sigma^2} \left( e^{j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k y_k^* + e^{-j\tilde{\varphi}} \sum_{k=0}^{N-1} d_k^* y_k \right) \right]} \\ &= \frac{1}{2N (E_s/N_0)} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Finalement, la BCRM pour notre problème s'exprime de la façon suivante :

$$\text{BCRM}(\tilde{\varphi}) = \frac{1}{2N (E_s/N_0) + \frac{1}{\sigma_0^2}} \quad (5.9)$$



**Remarques :**

- On note tout d'abord que cette borne est toujours inférieure à la borne classique BCRM, ce qui confirme le fait qu'une estimation avec information a priori sur le paramètre est potentiellement meilleure qu'une estimation classique.
- Lorsque  $\sigma_0^2$  tend vers 0, la borne calculée (5.9) tend également vers 0, ce qui est logique si l'on considère que  $\varphi_0$  est lui-même un estimateur de  $\varphi$ , dont la variance est égale à  $\sigma_0^2$ .
- Lorsque  $\sigma_0^2$  est grand devant BCRM, l'information a priori sur la phase à estimer devient négligeable, et on retrouve la borne classique :  $\text{BCRM}(\hat{\varphi}) \simeq \text{BCRM}(\tilde{\varphi})$

**5.3.3 Interprétation fréquentielle : bandes de bruit équivalentes**

Un schéma équivalent en phase est établi dans [80] pour l'estimateur HDD. Après linéarisation du modèle, Gaudenzi et al. proposent une expression théorique de sa fonction de transfert et en déduisent la bande de bruit équivalente, puis la gigue en fonction de la taille des blocs d'estimation et du rapport signal à bruit. L'obtention d'un modèle équivalent en phase est plus délicate lorsque les décisions sur les symboles sont souples, à plus forte raison lorsqu'intervient le décodage du code de parité. Nous proposons toutefois une interprétation fréquentielle du comportement des estimateurs SDD, à l'aide du critère de bande de bruit équivalente (§5.3.3.1), déterminé ici de manière empirique (§5.3.3.2). Cette approche, plus pragmatique que celle proposée au §5.3.2, permet la comparaison des algorithmes au §5.3.4.

**5.3.3.1 Corrélation des estimées et bande équivalente de bruit**

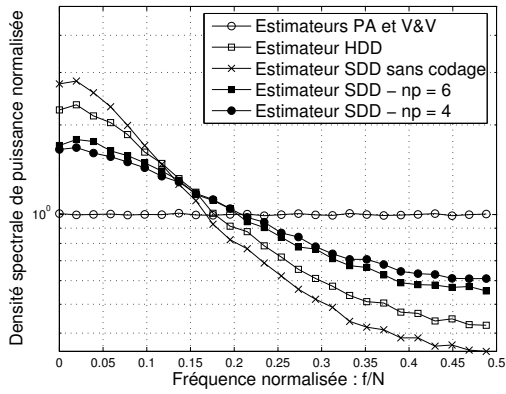
Dans un schéma d'estimation par blocs de  $N$  symboles, l'algorithme de Viterbi et Viterbi et l'algorithme PA délivrent des estimées indépendantes à la fréquence  $R_s/N$ , où  $R_s$  est le rythme symbole de la transmission. Le spectre de la séquence des estimées  $\{\hat{\varphi}_n\}$  est donc blanc sur la plage de fréquences  $[-\frac{R_s}{2N}, \frac{R_s}{2N}]$ . En revanche, la corrélation des estimées issues des approches HDD et SDD se traduit dans le domaine fréquentiel par une coloration du spectre.

La fonction de transfert d'un estimateur - notée  $H(f)$  - peut être assimilée à celle d'un filtre qui recevrait en entrée un bruit blanc gaussien de moyenne nulle, et délivrerait en sortie les estimées  $(\hat{\varphi}_n)$ . La densité spectrale de puissance (DSP) du signal filtré est alors proportionnelle à  $|H(f)|^2$ . La DSP (normalisée par rapport à la puissance moyenne) des valeurs issues des différents estimateurs est représentée en Fig. 5.8 (a) à (d), respectivement pour les modulations QPSK (avec  $E_s/N_0 = 5 \text{ dB}$  et  $0 \text{ dB}$ ) et 8PSK (avec  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$  et  $6 \text{ dB}$ ). On observe que les fonctions de transfert des estimateurs HDD et SDD sont celles de filtres passe-bas d'autant plus étroits que le rapport signal à bruit est faible (ce qui va dans le sens de l'étude de Gaudenzi sur l'estimateur HDD [80]).

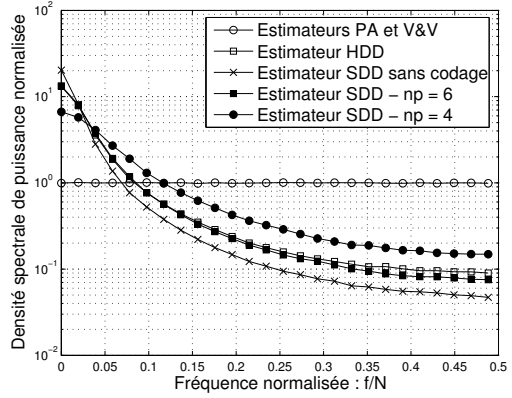
De la même manière que pour les systèmes bouclés, on peut définir une bande de bruit (monolatérale) équivalente pour les structures d'estimation directes [82]. Cette bande correspond pour un estimateur donné à la largeur d'un filtre passe-bas rectangulaire dont le gain dans la bande passante serait égal à  $|H(0)|$ , et dont la puissance moyenne du signal de sortie serait identique [83] (voir Fig. 5.9). Pour les estimateurs classiques sans prise de décision (PA et V&V), la bande de bruit (monolatérale) équivalente est égale à  $\frac{R_s}{2N}$  [76], ce qui est cohérent avec le fait que la densité spectrale de puissance de la séquence  $(\hat{\varphi}_n)$  est constante dans  $[0, \frac{R_s}{2N}]$  lorsque les estimées sont délivrées au rythme  $\frac{R_s}{N}$ .

L'allure du spectre des estimées issues des algorithmes HDD et SDD indique que pour ces estimateurs, la bande équivalente de bruit décroît quand le rapport signal à bruit décroît. Par ailleurs, on observe que, comme pour les estimateurs V&V et PA, elle est inversement proportionnelle à la largeur  $N$  des blocs d'estimation. (ce qui est illustré en Fig. 5.8 (e) pour la modulation 8PSK avec  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$ ).

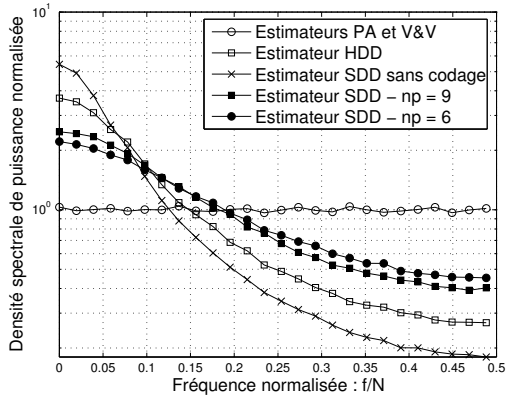
Dans une démarche similaire à celle proposée au chapitre 4 pour l'étude des systèmes bouclés, on souhaite comparer les performances d'estimation d'une phase constante à bande de bruit équivalente fixée. Il faut alors évaluer la bande de bruit dans les schémas HDD et SDD en fonction du rapport signal à bruit.



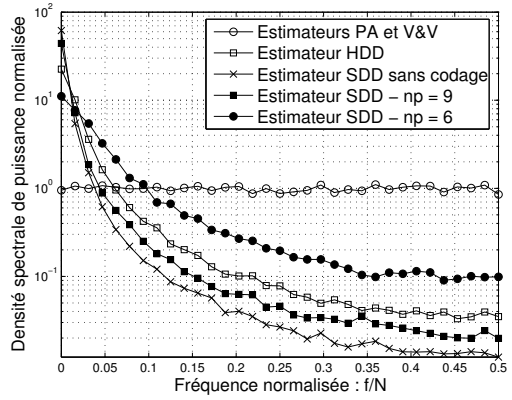
(a) Modulation QPSK,  $E_s/N_0 = 5 \text{ dB}$



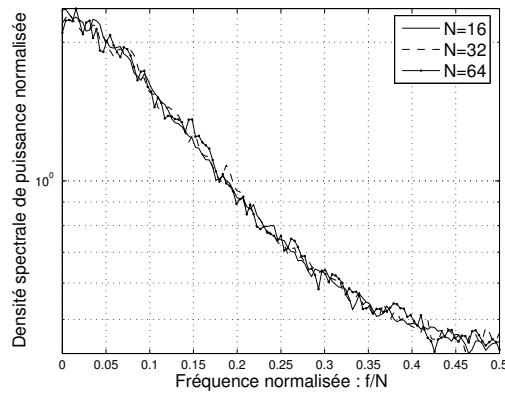
(b) Modulation QPSK,  $E_s/N_0 = 0 \text{ dB}$



(c) Modulation 8PSK,  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$



(d) Modulation 8PSK,  $E_s/N_0 = 6 \text{ dB}$



(e) Modulation 8PSK,  $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$  : influence de la largeur des blocs d'estimation (estimateur SDD avec  $n_p = 6$ )

FIG. 5.8 – Spectre des estimées de phase

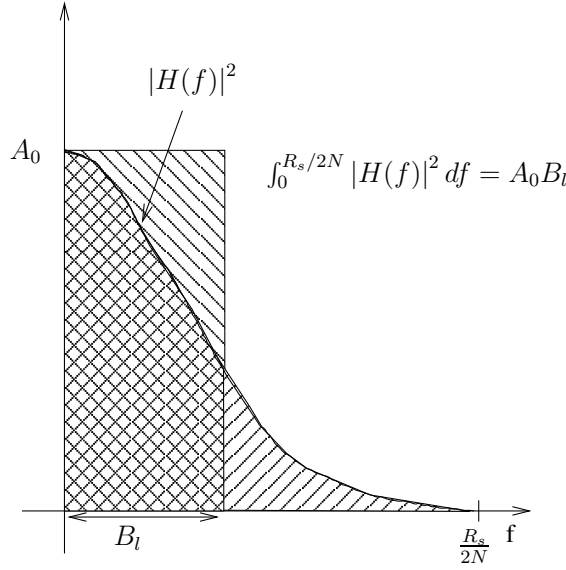


FIG. 5.9 – Définition de la bande de bruit (monolatérale) équivalente

### 5.3.3.2 Estimation de la bande équivalente de bruit

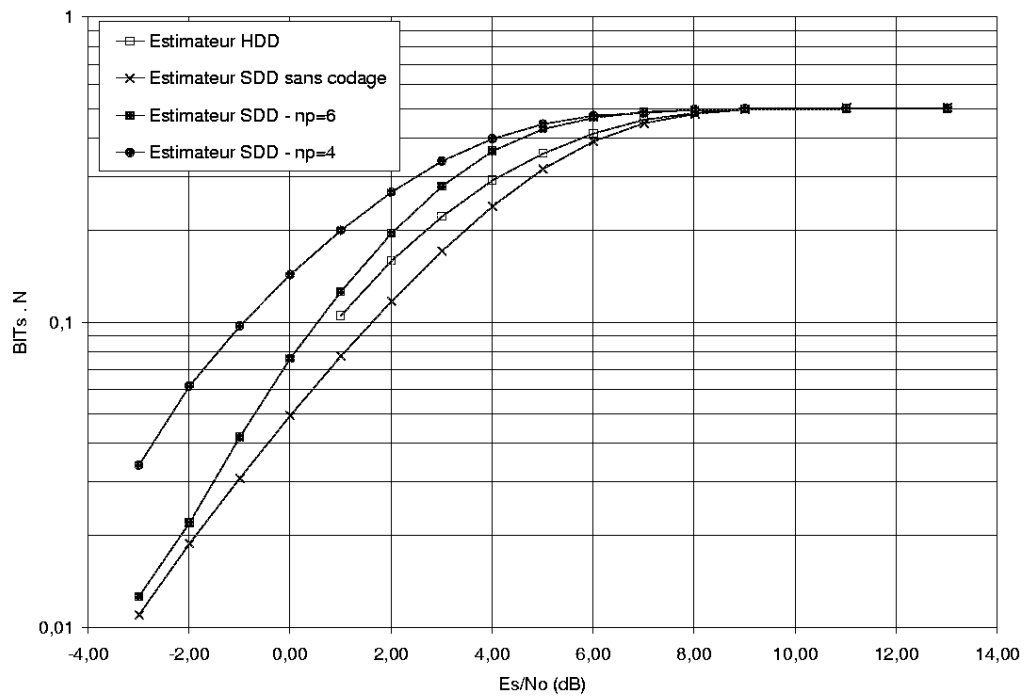
Le problème de l'évaluation de la bande de bruit est étudié dans [83] pour des systèmes discrets : R. White propose une expression simple de la bande de bruit d'un schéma de mesure (en l'occurrence de puissance) échantillonné, en fonction des valeurs obtenues. L'expression proposée est valable lorsque aucun repliement dû à l'échantillonnage n'affecte les valeurs mesurées. En présence de repliement (c'est à dire lorsque la cadence d'échantillonnage n'est pas suffisamment élevée par rapport à la bande de bruit du système), la bande de bruit calculée de cette manière est trop élevée.

Nous reprenons ici l'expression de White pour notre problème d'estimation. Elle se fonde sur la décomposition en composantes spectrales de la séquence des estimées : si on note  $\{\psi_n\}_{n=0,\dots,L-1}$  la transformée de Fourier discrète correspondant à une séquence de  $L$  estimées  $\{\hat{\varphi}_n\}_{n=0,\dots,L-1}$ , alors la bande de bruit équivalente monolatérale de l'estimateur est donnée par

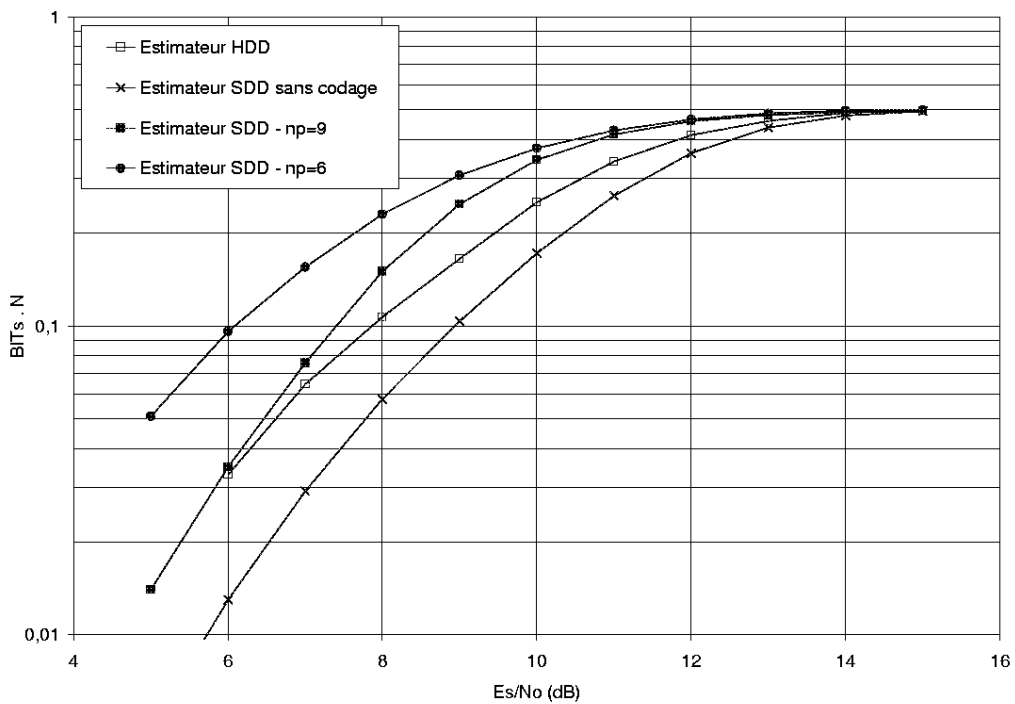
$$B_l T_s = \frac{\left(\sum_{n=0}^{L-1} |\psi_n|^2\right)^2}{LN \left(\sum_{n=0}^{L-1} |\psi_n|^4\right)} \quad (5.10)$$

où  $T_s$  est la durée d'un symbole et  $N$  la largeur des blocs d'estimation.

Les bandes de bruit ainsi évaluées pour les estimateurs HDD et SDD sont représentées sur la fig. 5.10 pour plusieurs valeurs du rapport signal à bruit, et pour les modulations QPSK (a) et 8PSK (b). On vérifie que les bandes de bruit ainsi calculées décroissent quand le RSB diminue. Les résultats obtenus confirment par ailleurs que  $B_l$  est inversement proportionnel à  $N$ . A fort signal à bruit,  $B_l T_s$  tend vers  $\frac{1}{2N}$ , c'est à dire la bande de bruit des estimateurs classiques sans prise de décision. On pouvait logiquement s'y attendre, dans la mesure où à fort rapport signal à bruit, les décisions (dures ou souples) sur le signal deviennent fiables, si bien que les algorithmes se comportent alors comme l'estimateur PA. En QPSK comme en 8PSK, l'estimateur SDD sans codage voit sa bande de bruit décroître plus rapidement que les autres algorithmes étudiés, quand le RSB diminue. Par ailleurs, à un point de fonctionnement donné, la bande de bruit est d'autant plus étroite que le rendement du code est élevé.



(a) Modulation QPSK



(b) Modulation 8PSK

FIG. 5.10 – Evaluation empirique de la bande de bruit des schémas d'estimation

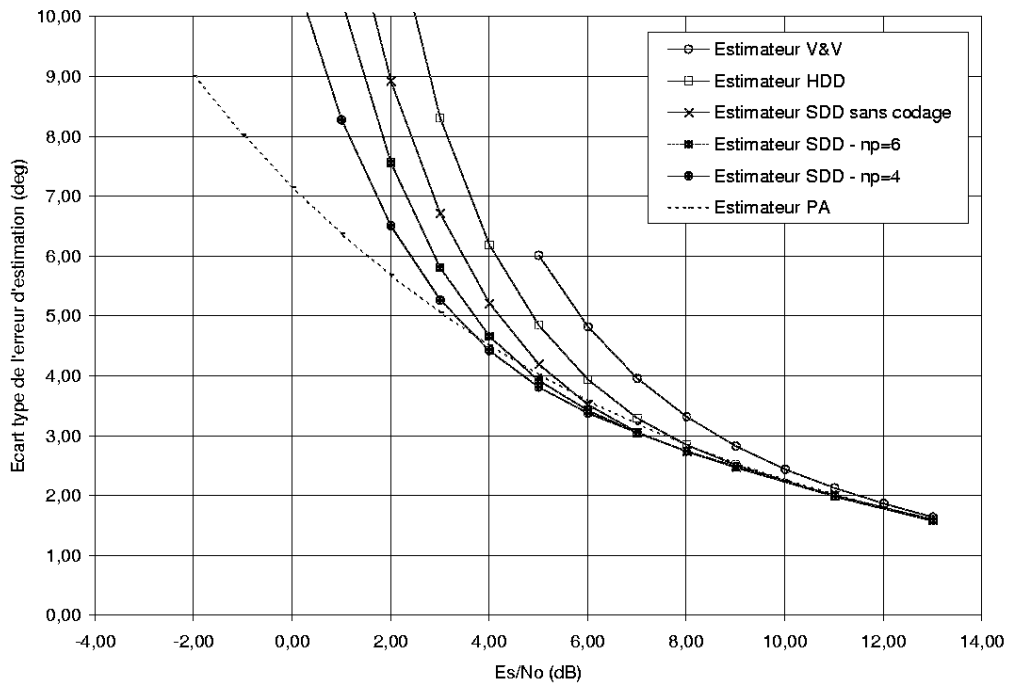
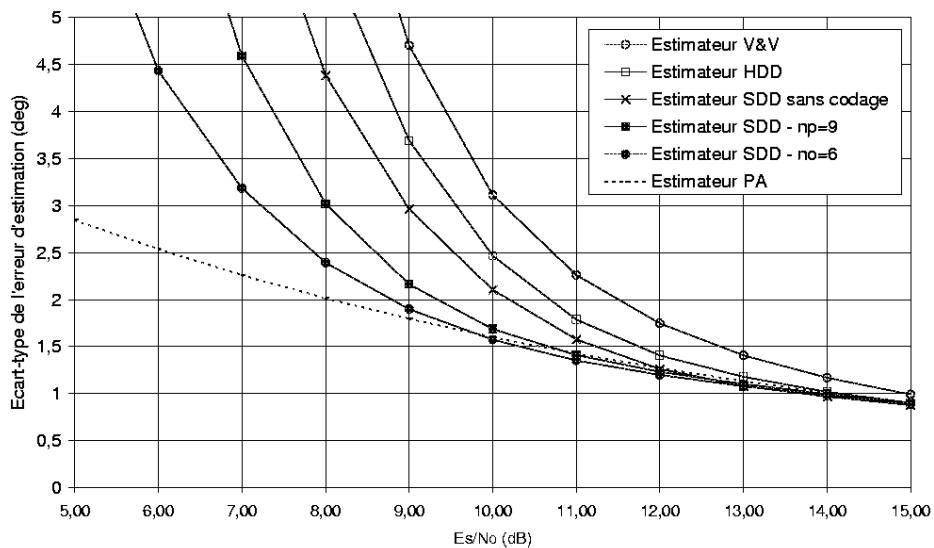
(a) Modulation QPSK :  $B_l T_s = \frac{1}{64} = 1.56 \cdot 10^{-2}$ (b) Modulation 8PSK :  $B_l T_s = \frac{1}{128} = 7.8 \cdot 10^{-3}$ 

FIG. 5.11 – Estimation d'une phase constante : comparaison des estimateurs à bande de bruit fixée

### 5.3.4 Comparaison des estimateurs à bande de bruit équivalente fixée

L'évaluation au §5.3.3.2 des bandes de bruit en fonction de la largeur des blocs  $N$  et du rapport signal à bruit  $E_s/N_0$  permet de reprendre les courbes de la figure 5.4 afin de comparer les estimateurs pour une bande  $B_l$  fixée. La gigue d'estimation issue des algorithmes HDD et SDD est ainsi compensée sur la figure 5.11 de manière à ce que la bande de bruit équivalente soit égale dans tous les schémas à celle des algorithmes V&V et PA, à savoir  $B_l T_s = \frac{1}{2N}$ , avec  $N = 32$  en QPSK et  $N = 64$  en 8PSK. La gigue étant proportionnelle à la bande de bruit, cette compensation revient simplement à diviser les giges (obtenues avec des blocs de largeur  $N$ ) par  $2N \cdot B_l T_s$ .

Les courbes ainsi représentées sur la figure 5.11 montrent que pour une bande de bruit fixée, l'estimateur SDD est effectivement plus performant que l'estimateur de Viterbi et Viterbi lorsque la phase à estimer est constante. Par ailleurs, de façon prévisible, plus le rendement du code de parité est faible, et plus la gigue d'estimation diminue. Pour une bande équivalente de bruit donnée, l'estimateur PA est plus performant que les algorithmes SDD.

**Remarque :** On note que les courbes corrigées pour l'estimateur SDD passent quelquefois sous la courbe correspondant à l'estimateur PA. Cela provient du fait que le calcul de la bande de bruit par l'expression (5.10) est légèrement biaisé pour les valeurs les plus élevées de la bande de bruit [83]. Les résultats obtenus témoignent cependant du bon comportement de l'algorithme proposé à faible rapport signal à bruit, notamment avec la modulation 8PSK. De même qu'avec les boucles, on peut alors espérer améliorer les performances d'estimation lorsque l'erreur de phase varie dans le temps.

## 5.4 Performances en présence de bruit de phase

Le modèle de bruit de phase considéré dans cette étude est le même que celui proposé au chapitre 4 (cf. §4.3.1). De même qu'avec les boucles, un compromis doit être réalisé sur la bande de bruit (déterminée ici par la largeur des blocs d'estimation) afin d'optimiser les performances d'estimation (§ 5.4.1). Les performances des différents algorithmes sont comparées au § 5.4.2 lorsque les bandes sont optimales.

### 5.4.1 Compromis sur la largeur des blocs d'estimation

La bande de bruit équivalente des schémas d'estimation à structure directe est inversement proportionnelle à la largeur des blocs  $N$ . Pour de grandes valeurs de  $N$  (bandes de bruits étroites), les effets du bruit thermique sont atténués plus efficacement par moyennage. En revanche, lorsque l'erreur sur la porteuse n'est pas constante, des blocs de taille réduite sont préférables, de manière à ce que la phase ne varie pas trop sur une fenêtre d'estimation. Cela est illustré sur la figure 5.12 pour l'estimateur SDD, en QPSK (avec  $n_p = 4$  (a)) et en 8PSK (avec  $n_p = 6$  (b)).

### 5.4.2 Giges minimales d'estimation

Afin de comparer les estimateurs en terme de capacité à suivre le bruit de phase, les performances d'estimation sont représentées pour les modulations QPSK et 8PSK et aux bandes de bruit optimales sur les figures 5.13 et 5.14, respectivement en fonction de  $E_s/N_0$  et  $E_b/N_0$  (avec les définitions définies au § 4.2.2.2).

#### 5.4.2.1 Comparaison à $E_s/N_0$ constant

- On note tout d'abord que, en QPSK comme en 8PSK, les performances de l'estimateur HDD sont équivalentes ou moins bonnes que celles de l'algorithme de Viterbi et Viterbi. La prise en compte de décisions souples dans l'estimation SDD n'améliore que très modérément les performances d'estimation, lorsqu'aucune redondance sur les données n'est exploitée. En revanche, le code de parité permet de réduire la gigue d'estimation lorsque la redondance apportée est suffisamment importante.

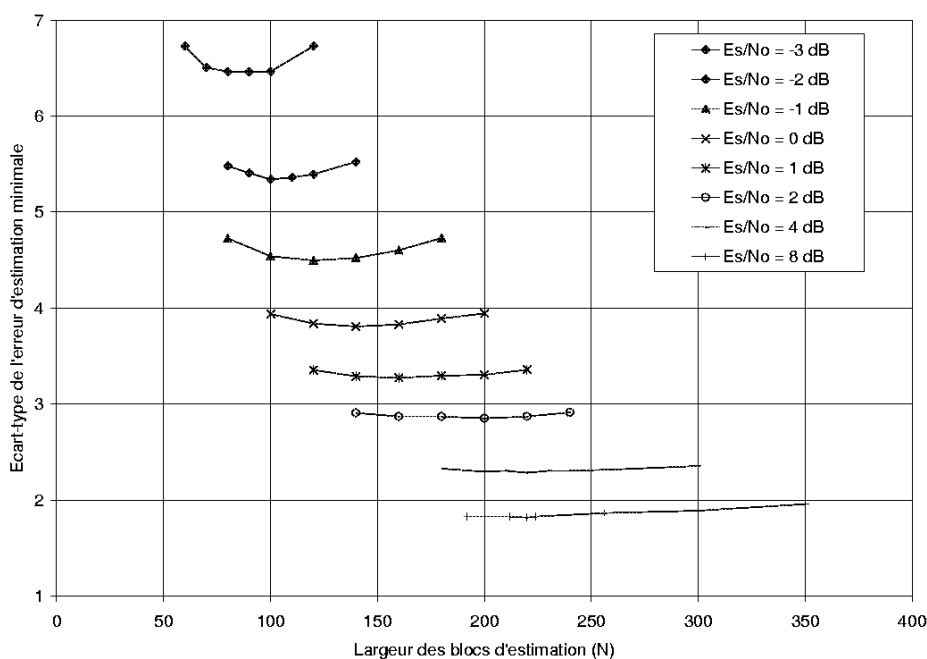
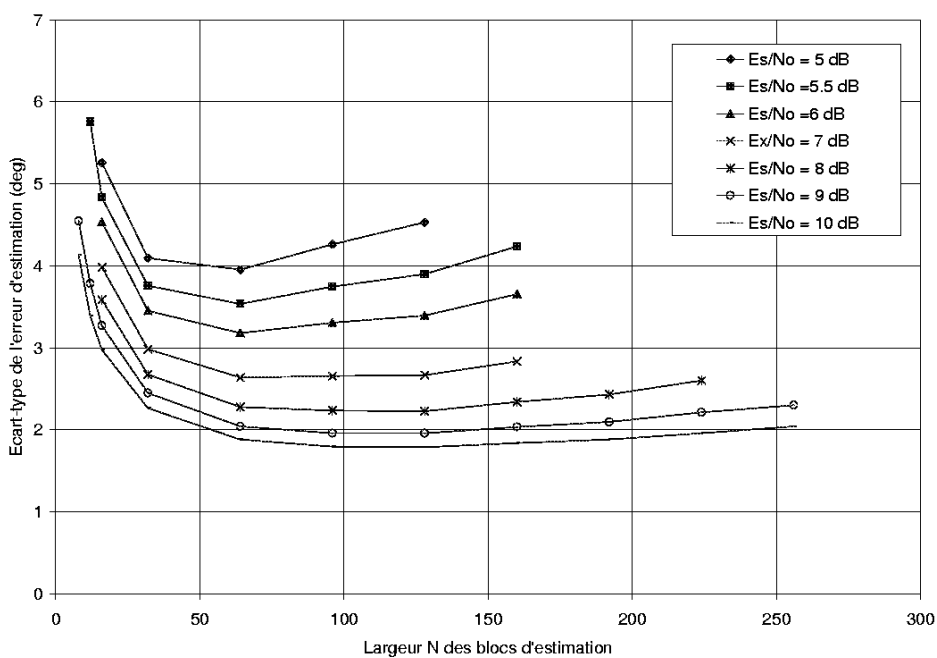
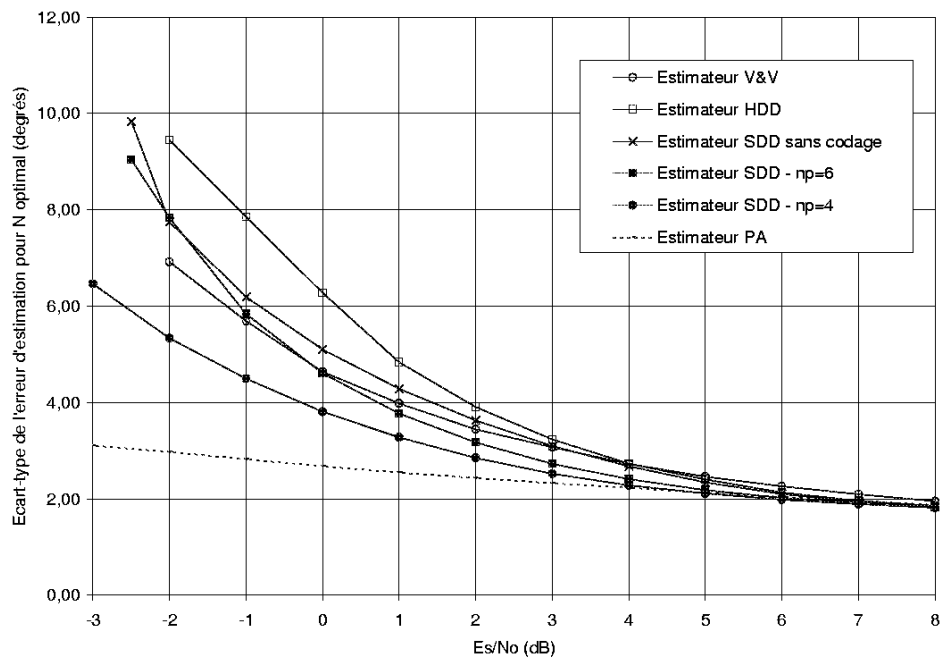
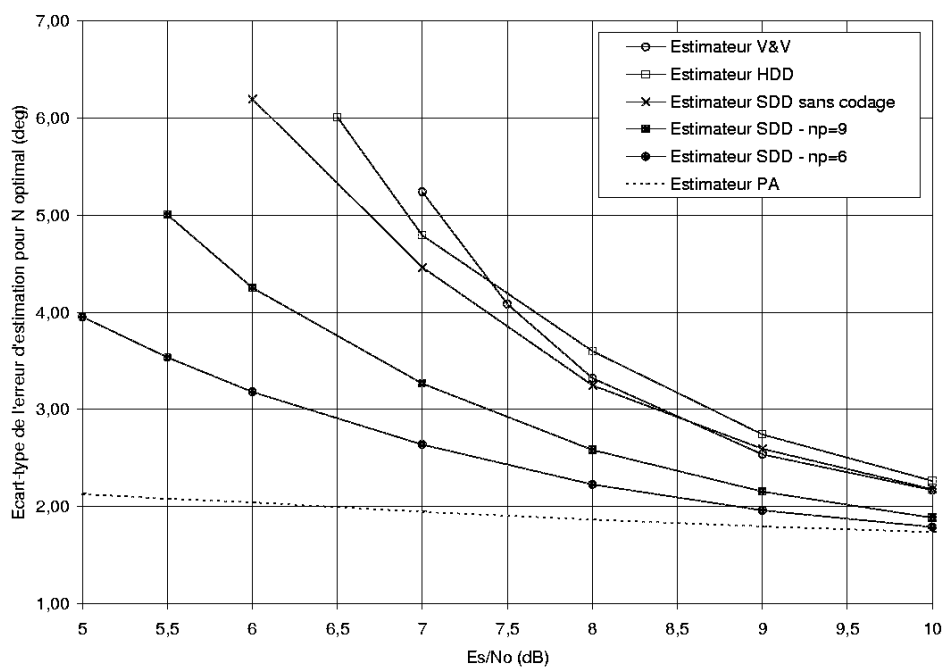
(a) Modulation QPSK. Estimateur SDD avec  $n_p = 4$ (b) Modulation 8PSK. Estimateur SDD avec  $n_p = 6$ 

FIG. 5.12 – Performance des estimateurs en présence de bruit de phase : influence de la largeur des blocs



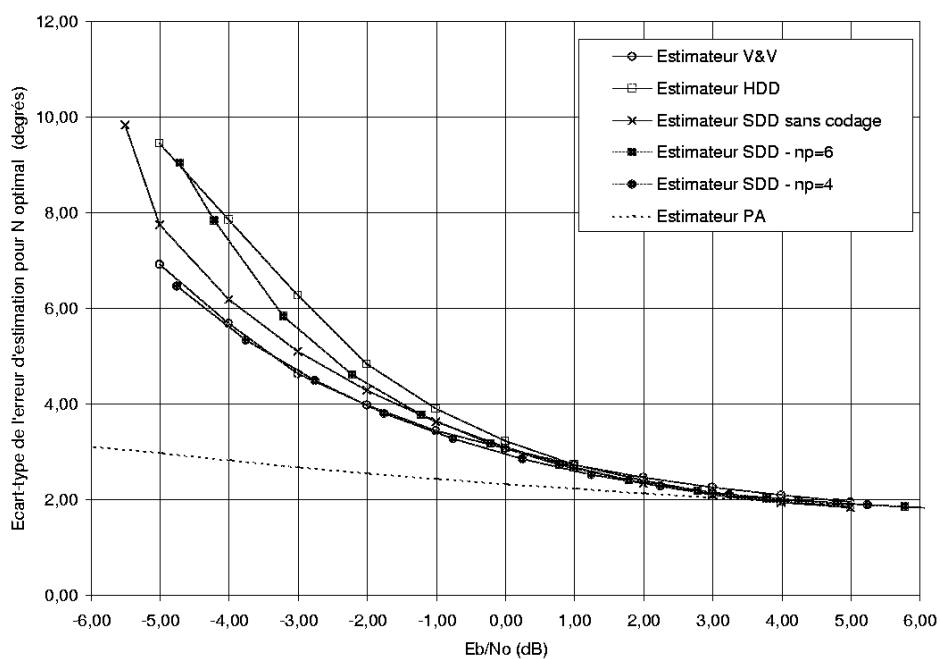
(a) Modulation QPSK



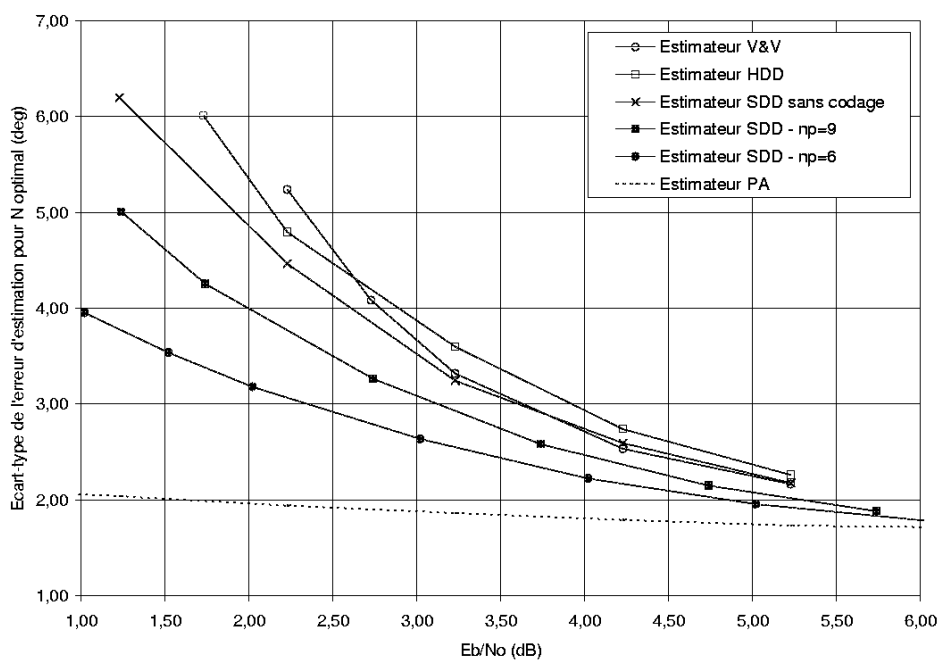
(b) Modulation 8PSK

FIG. 5.13 – Performances d'estimation aux largeurs de bloc optimales pour le suivi du bruit de phase : écart-type des estimées en fonction de  $E_s/N_0$





(a) Modulation QPSK



(b) Modulation 8PSK

FIG. 5.14 – Performances d'estimation aux largeurs de bloc optimales pour le suivi du bruit de phase : écart-type des estimées en fonction de  $E_b/N_0$

- Avec la modulation QPSK et en présence de bruit de phase, l’algorithme SDD ne permet d’améliorer sensiblement les performances d’estimation que pour un rendement du code de parité de  $3/4$ . A  $E_s/N_0 = -2 \text{ dB}$ , la gigue d’estimation minimale est alors divisée par 1.7 ; le gain sur le RSB est alors de  $1.5 \text{ dB}$ .

Avec un code de rendement  $5/6$ , les performances optimales de l’estimateur SDD sont nettement moins bonnes, et même, à faible RSB, inférieures à celles de l’estimateur de Viterbi et Viterbi. Or nous avons vu au § 5.3.4 que pour une même bande de bruit équivalente, l’estimateur SDD est plus performant que l’algorithme V&V lorsque la phase porteuse est constante. On peut dépasser l’apparente contradiction entre ces deux résultats en considérant que l’allure de la fonction de transfert diffère pour les deux estimateurs : notons  $S_{\text{phnoise}}(f)$  la densité spectrale de puissance du bruit de phase (représentée en Fig. 4.9). En absence de bruit thermique, La DSP de l’erreur d’estimation  $\varepsilon(n) \triangleq \hat{\varphi}(n) - \varphi(n)$  est alors donnée par [17] :

$$S_\varepsilon(f) = |1 - H(f)|^2 S_{\text{phnoise}}(f) \quad (5.11)$$

où  $H(f)$  est la fonction de transfert du schéma d’estimation. La contribution à la gigue d’estimation due au bruit de phase est alors égale à  $\int_0^{R_s/N} S_\varepsilon(f) df$ . Les performances d’estimation en présence de bruit de phase dépendent donc de l’allure de la fonction de transfert  $H(f)$ , et non pas uniquement de la bande de bruit équivalente.

- Avec la modulation 8PSK, l’apport du code de parité sur les performances d’estimation est plus conséquent. Parmi les estimateurs étudiés (hormis l’estimateur PA, considéré ici à titre de référence), l’estimateur SDD avec un code de parité de rendement  $R = 5/6$  permet de ramener l’écart-type de l’erreur d’estimation en dessous de  $4^\circ$  pour  $E_s/N_0 = 5 \text{ dB}$ . A ce niveau de rapport signal à bruit dans le canal, le gain apporté par l’estimateur SDD par rapport à l’algorithme de Viterbi et Viterbi est de  $1.2 \text{ dB}$  lorsque  $R = 8/9$  et de  $2.5 \text{ dB}$  lorsque  $R = 5/6$ .

Les bandes de bruit optimales pour le suivi du bruit de phase sont données dans les tableaux 5.1 et 5.2, ainsi que les largeurs de bloc correspondantes pour les estimateurs V&V et SDD avec code de parité. On observe que les bandes optimales sont plus larges avec les estimateurs SDD, et ce d’autant plus que le rendement du code de parité est faible. Par ailleurs, nous avons vu qu’à faible RSB, le produit  $N.B_i T_s$  décroît fortement avec les estimateurs SDD. La largeur des blocs correspondant à une bande de bruit optimale est alors beaucoup plus faible dans les schémas avec décisions qu’avec l’algorithme V&V.

#### 5.4.2.2 Comparaison à $E_b/N_0$ constant

Afin de comparer les performances des estimateurs à efficacité en puissance constante, il faut tenir compte de la redondance supplémentaire lorsqu’un code de parité est ajouté à la chaîne de transmission (voir §4.2.2.2).

- Il apparaît sur la figure 5.14(a) qu’avec la modulation QPSK et en présence de bruit de phase, l’ajout d’un code de parité simple et l’implantation de l’estimateur SDD ne permettent pas d’améliorer les performances de synchronisation par rapport à l’approche classique de Viterbi et Viterbi, si l’on souhaite conserver une efficacité en puissance constante. L’algorithme SDD présente alors un intérêt uniquement si le code de parité est inclus dans le codage canal, pouvant ainsi être exploité sans ajout de redondance (voir p. 2.8).
- En revanche, avec la modulation 8PSK, la technique proposée est plus intéressante : l’algorithme SDD avec un code de parité de rendement  $5/6$  permet en effet de réduire l’écart-type de l’erreur d’estimation à  $4^\circ$  lorsque  $E_b/N_0 = 1 \text{ dB}$ . Le gain sur le rapport signal à bruit est alors de  $1.7 \text{ dB}$  par rapport à l’algorithme de Viterbi et Viterbi, qui ne permet pas de descendre à des RSB aussi faibles.

$E_s/N_0$	Estimateur V&V		Estimateur SDD - $n_p = 6$		Estimateur SDD - $n_p = 4$	
	N optimal	$B_l T_s$ optimal	N optimal	$B_l T_s$ optimal	N optimal	$B_l T_s$ optimal
8 dB	220	$2.3 \cdot 10^{-3}$	240	$2.3 \cdot 10^{-3}$	220	$2.3 \cdot 10^{-3}$
7 dB	280	$1.8 \cdot 10^{-3}$	240	$2.0 \cdot 10^{-3}$	220	$2.2 \cdot 10^{-3}$
6 dB	380	$1.3 \cdot 10^{-3}$	240	$1.9 \cdot 10^{-3}$	220	$2.1 \cdot 10^{-3}$
5 dB	380	$1.3 \cdot 10^{-3}$	240	$1.8 \cdot 10^{-3}$	220	$2.0 \cdot 10^{-3}$
4 dB	600	$8.3 \cdot 10^{-4}$	195	$1.8 \cdot 10^{-3}$	220	$1.8 \cdot 10^{-3}$
3 dB	800	$6.2 \cdot 10^{-4}$	180	$1.6 \cdot 10^{-3}$	220	$1.5 \cdot 10^{-3}$
2 dB	800	$6.2 \cdot 10^{-4}$	135	$1.4 \cdot 10^{-3}$	180	$1.5 \cdot 10^{-3}$
1 dB	1200	$4.2 \cdot 10^{-4}$	120	$1.0 \cdot 10^{-3}$	160	$1.3 \cdot 10^{-3}$
0 dB	1600	$3.1 \cdot 10^{-4}$	90	$8.5 \cdot 10^{-4}$	140	$1.0 \cdot 10^{-3}$
-1 dB	2000	$2.5 \cdot 10^{-4}$	75	$5.6 \cdot 10^{-4}$	120	$8.1 \cdot 10^{-4}$
-2 dB	2800	$2.3 \cdot 10^{-4}$	45	$4.9 \cdot 10^{-4}$	100	$6.2 \cdot 10^{-4}$

TAB. 5.1 – Bandes de bruit optimales en présence de bruit de phase (modulation QPSK)

$E_s/N_0$	Estimateur V&V		Estimateur SDD - $n_p = 9$		Estimateur SDD - $n_p = 6$	
	N optimal	$B_l T_s$ optimal	N optimal	$B_l T_s$ optimal	N optimal	$B_l T_s$ optimal
10 dB	288	$1.7 \cdot 10^{-3}$	129	$2.7 \cdot 10^{-3}$	128	$2.9 \cdot 10^{-3}$
9 dB	288	$1.7 \cdot 10^{-3}$	96	$2.6 \cdot 10^{-3}$	128	$2.4 \cdot 10^{-3}$
8 dB	288	$1.7 \cdot 10^{-3}$	63	$2.4 \cdot 10^{-3}$	128	$1.8 \cdot 10^{-3}$
7 dB	350	$1.4 \cdot 10^{-3}$	48	$1.6 \cdot 10^{-3}$	96	$1.6 \cdot 10^{-3}$
6 dB	■	■	48	$7.3 \cdot 10^{-4}$	64	$1.5 \cdot 10^{-3}$
5 dB	■	■	■	■	64	$8 \cdot 10^{-4}$

TAB. 5.2 – Bandes de bruit optimales en présence de bruit de phase (modulation 8PSK)

### 5.4.2.3 Remarque

Si l'on compare les performances optimales des estimateurs étudiés dans ce chapitre et des boucles étudiées au chapitre 4, on note que les structures directes semblent plus adaptées au suivi du bruit de phase que les structures bouclées :

- Avec la modulation QPSK, et en présence d'un code de parité de rendement 3/4, l'estimateur SDD permet de gagner  $0.5^\circ$  sur l'écart-type des estimées par rapport à la boucle comprenant un détecteur SDD, et ce aux plus faibles RSB considérés. Le gain sur le RSB est alors de l'ordre de 0.5 dB .
- Avec la modulation 8PSK et pour un rendement du code de parité de 5/6, les décalages sont du même ordre, c'est à dire que l'estimateur SDD permet de gagner  $0.5^\circ$  et 0.5 dB environ par rapport à la boucle SDD, aux points de fonctionnement les plus faibles considérés dans cette étude.

Cependant, si les estimateurs se comportent légèrement mieux que les boucles en présence de bruit de phase, il n'en est pas de même en présence d'une erreur de fréquence. En effet, les boucles d'ordre 2 sont par essence bien adaptées au suivi d'une dérive linéaire de la phase, mais ce n'est pas le cas des structures d'estimation directes. Il reste donc à déterminer dans quelle mesure l'approche proposée ici permet d'améliorer la résistance des estimateurs à une erreur de fréquence. Cette étude fait l'objet du §5.5.

## 5.5 Influence d'une erreur de fréquence

La résistance à une erreur de fréquence constitue un point critique pour le dimensionnement d'un schéma de synchronisation de porteuse fondé sur un estimateur de phase. En effet, contrairement aux boucles d'ordre 2 considérées au chapitre 4 qui prennent en compte dans l'estimation une dérive linéaire de l'erreur de phase, les structures directes ne peuvent qu'être dimensionnées de manière à pouvoir supporter une erreur résiduelle de fréquence aussi grande que possible. Notons que les schémas avec fenêtre glissante (cf. §5.1.1) sont plus performants que les schémas d'estimation par blocs lorsque l'erreur de phase varie dans le temps. L'étude présentée ici est restreinte au cas des estimateurs par blocs - plus faciles à mettre en oeuvre - et peut faire l'objet d'approfondissements ultérieurs.

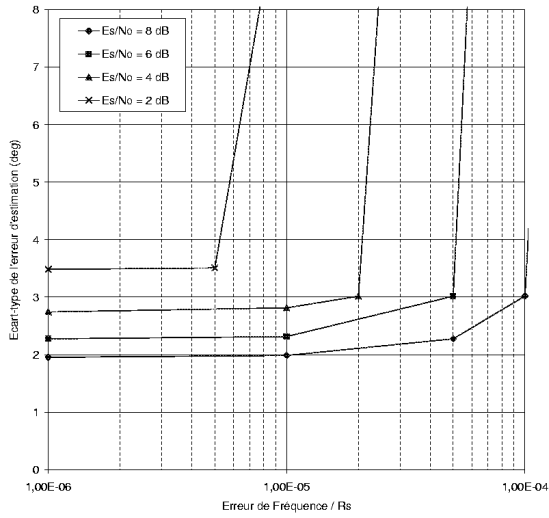
Dans une approche similaire à celle suivie au chapitre 4, nous étudions d'abord au § 5.5.1 la résistance des estimateurs à une erreur de fréquence, lorsque les schémas sont optimisés pour le suivi du bruit de phase. Nous verrons alors au § 5.5.2 comment tenter de dimensionner les blocs d'estimation de manière à suivre une erreur de fréquence donnée. La comparaison des performances est faite ici entre l'estimateur de Viterbi et Viterbi de référence, et l'estimateur SDD dans le cas le plus favorable, c'est à dire pour le rendement du code de parité le plus faible (soit 3/4 avec la modulation QPSK et 5/6 avec la modulation 8PSK).

### 5.5.1 Influence d'une erreur de fréquence sur les performances d'estimation

Dans un premier temps les estimateurs sont étudiés aux bandes de bruit optimales pour le suivi du bruit de phase (cf. § 5.4.2).

1. L'évolution de la gigue en fonction de l'erreur de fréquence est illustrée sur la figure 5.15 à plusieurs niveaux de rapport signal à bruit avec la modulation QPSK pour les estimateurs V&V (a) et SDD (b). Les largeurs de blocs requises pour suivre le bruit de phase avec l'algorithme de Viterbi et Viterbi sont beaucoup plus grandes qu'avec l'algorithme SDD (voir tab. 5.1), notamment lorsque le rapport signal à bruit décroît. Cela se traduit par une moins bonne résistance à l'erreur de fréquence à faible RSB : à  $E_s/N_0 = 2 \text{ dB}$ , l'algorithme V&V ne fonctionne plus lorsque l'erreur de fréquence excède  $10^{-5}R_s$ . En revanche, une telle erreur de fréquence est supportée par l'estimateur SDD (avec  $n_p = 4$ ) pour  $E_s/N_0$  allant jusqu'à  $-2 \text{ dB}$ .
2. Les mêmes conclusions peuvent être tirées des courbes représentées en Fig. 5.16 pour la modulation 8PSK : l'estimateur V&V supporte une erreur de fréquence de  $10^{-5}R_s$  lorsque  $E_s/N_0$  est supérieur à  $7 \text{ dB}$ . En revanche, l'estimateur SDD (avec un code de parité de rendement 5/6) permet d'atteindre un RSB de  $5.5 \text{ dB}$  avec la même erreur de fréquence, sans dégradation significative de ses performances par rapport au cas où le bruit de phase est la seule source de variation de la phase.

Il faut toutefois noter qu'aux rapports signal à bruit considérés dans les applications visées ici, les estimateurs proposés ne supportent pas une erreur de fréquence résiduelle beaucoup plus grande que  $10^{-5}R_s$  lorsque la taille des blocs est dimensionnée pour suivre au mieux le bruit de phase. Lorsque l'erreur de fréquence dépasse ce niveau, c'est elle qui devient la plus contraignante du point de vue du choix de la bande de bruit équivalente. La démarche que nous proposons consiste alors à optimiser la bande de bruit (et donc la largeur des blocs d'estimation) en fonction de l'erreur de fréquence que l'on souhaite pouvoir suivre. Nous développons cette approche dans la section suivante dans le cas où l'erreur de fréquence est de  $5.10^{-4}R_s$ .



(a) Estimateur de Viterbi et Viterbi

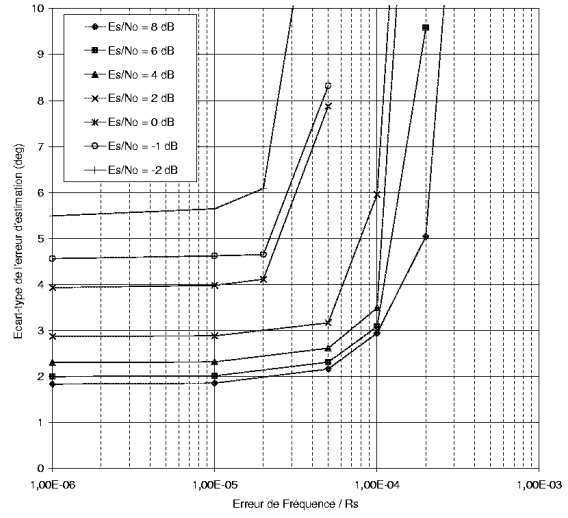
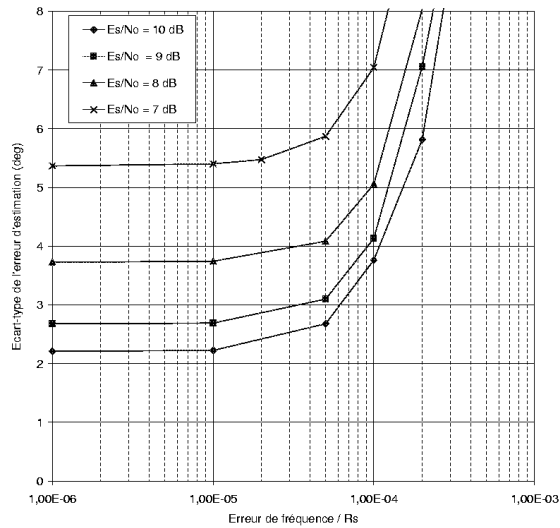
(b) Estimateur SDD -  $n_p = 4$ 

FIG. 5.15 – Modulation QPSK : performances d'estimation en présence d'une erreur de fréquence, aux tailles de bloc optimales pour le suivi du bruit de phase



(a) Estimateur de Viterbi et Viterbi

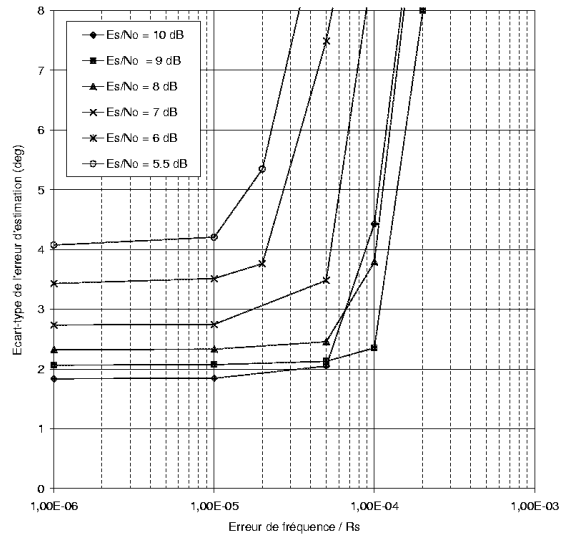
(b) Estimateur SDD -  $n_p = 6$ 

FIG. 5.16 – Modulation 8PSK : performances d'estimation en présence d'une erreur de fréquence, aux tailles de bloc optimales pour le suivi du bruit de phase

### 5.5.2 Dimensionnement des blocs en présence d'une erreur de fréquence $\Delta f/R_s = 0.05\%$

Nous nous proposons ici de comparer le comportement des estimateurs V&V et SDD, en présence d'une erreur de fréquence  $\Delta f = 5.10^{-4}R_s$ , jugée acceptable du point de vue des contraintes sur l'estimation de fréquence aux rapports signal à bruit considérés pour la modulation QPSK [14]. La prise en compte de cas plus contraignants peut faire l'objet d'une étude spécifique plus approfondie.

Les largeurs de blocs optimales (dédites par simulations) sont rassemblées pour les estimateurs SDD et V&V et pour divers rapports signal à bruit dans les tableaux 5.3 (modulation QPSK) et 5.4 (modulation 8PSK). Sont également reportées dans ces tableaux les valeurs correspondantes de l'écart-type de l'erreur d'estimation (notée  $\sigma_\varphi$ ) ainsi que le biais d'estimation calculé sur chaque bloc. Le bruit de phase est toujours pris en compte dans nos simulations. Les valeurs minimales de  $\sigma_\varphi$  sont représentées en fonction du rapport signal à bruit sur les figures 5.17 (a) avec la modulation QPSK et (b) avec la modulation 8PSK.

1. La comparaison de performances en QPSK montre que l'estimateur V&V n'est pas envisageable en présence d'une telle erreur de fréquence lorsque  $E_s/N_0$  est inférieur à 3 dB. En revanche, l'estimateur SDD avec un code de rendement 3/4 permet d'envisager des RSB de l'ordre de  $E_s/N_0 = 1.5 \text{ dB}$  avec  $\sigma_\varphi < 8^\circ$ . Le gain correspondant sur le rapport signal à bruit est de l'ordre de 2 dB.
2. Avec la modulation 8PSK, l'erreur de fréquence considérée ici semble excessive étant donné les points de fonctionnement considérés dans les applications envisagées ici. On note toutefois que l'estimateur SDD avec un code de parité de rendement 5/6 permet d'envisager des RSB de l'ordre de  $E_s/N_0 = 9.5 \text{ dB}$  avec  $\sigma_\varphi < 4^\circ$ , ce qui représente un gain de l'ordre de 1.8 dB environ par rapport au schéma de Viterbi et Viterbi.

Il faut cependant noter qu'avec la modulation QPSK comme la modulation 8PSK, un biais d'estimation non négligeable apparaît dans le schéma SDD. Ce biais est induit par l'étape de pré-correction de la phase, appliquée aux échantillons reçus avant la prise de décision (cf. §5.1.4). Du fait de l'erreur de fréquence, la phase estimée sur un bloc donné est en effet biaisée par rapport à l'erreur de phase moyenne effective relative au bloc suivant. Des simulations avec codage canal seraient alors nécessaires afin d'évaluer l'impact de ce biais sur les performances du système. On peut par ailleurs envisager des techniques de pré-correction de la phase plus sophistiquées que celle implantée ici, notamment en prenant en compte plusieurs estimées successives dans le calcul de la phase de pré-correction (au moyen d'une interpolation linéaire par exemple). Cet aspect du problème n'a pas été étudié ici, et peut également faire l'objet d'une étude plus approfondie.

Le problème de la synchronisation du paquet initial est par ailleurs critique en présence d'une erreur de fréquence. Si nos simulations n'ont pas mis en évidence de cas où l'initialisation NDA empêche l'algorithme de converger, les gigues et biais livrés dans le cadre de cette étude sont ceux qu'on obtient une fois que l'algorithme est en régime stationnaire. Les performances de synchronisation sur les premiers blocs de données doivent être considérées à part, en fonction des contraintes spécifiques au système (longueur des paquets, ordre de grandeur de l'erreur de fréquence, rapport signal à bruit, présence ou non d'un mot unique connu en tête de paquet, etc...).

## 5.6 Sauts de cycle

Nous avons évoqué au §4.6 le phénomène de saut de cycle dans des systèmes bouclés comportant plusieurs points d'équilibre stables. Dans les structures d'estimation directes, l'opération de déroulement de la phase décrite au §5.2.1 entraîne l'apparition de ce même phénomène [23], lorsque le bruit gaussien affecte trop fortement la phase du signal reçu.

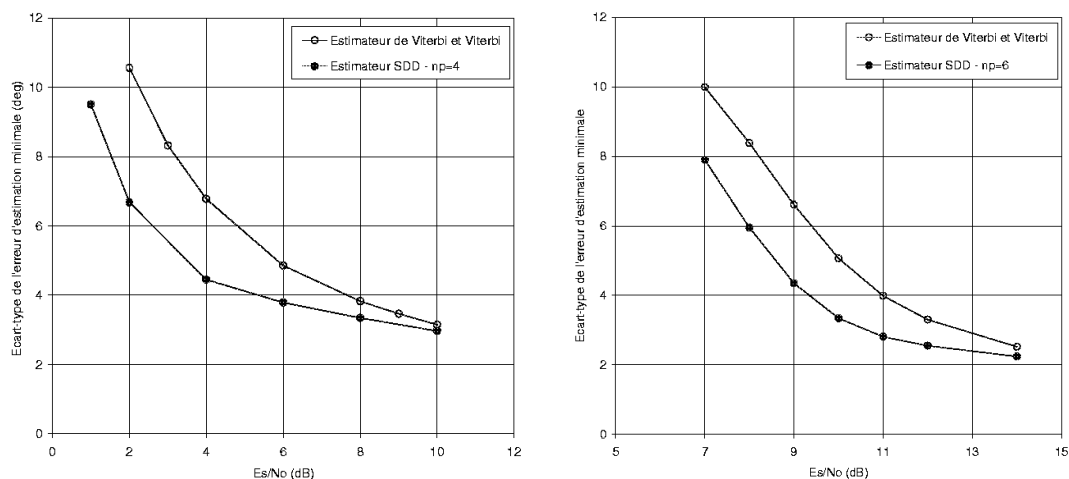
Le problème des sauts de cycles dans des structures d'estimation directes a été étudié dans [84] pour l'algorithme de Viterbi et Viterbi. Une formule approchée est donnée alors pour le temps

$E_s/N_0$	Estimateur V&V			Estimateur SDD - $n_p = 4$		
	N optimal	$\sigma_\varphi$ (deg)	Biais (deg)	N optimal	$\sigma_\varphi$ (deg)	Biais (deg)
10 dB	30	3.1	0	30	3.0	0
8 dB	40	3.8	0	36	3.4	0.5
6 dB	50	4.9	0	40	3.8	1.7
4 dB	80	6.8	0	40	4.5	4.3
2 dB	100	10.6	0	24	6.7	5.6
1 dB	■	■	■	16	9.5	5.4

TAB. 5.3 – Dimensionnement des blocs d'estimation en présence d'une erreur de fréquence  $\Delta f/R_s = 0.05\%$  - Modulation QPSK

$E_s/N_0$	Estimateur V&V			Estimateur SDD - $n_p = 6$		
	N optimal	$\sigma_\varphi$ (deg)	Biais (deg)	N optimal	$\sigma_\varphi$ (deg)	Biais (deg)
14 dB	24	2.5	0	20	2.2	0.3
12 dB	36	3.3	0	24	2.6	1.3
11 dB	40	4.0	0	20	2.8	1.7
10 dB	50	5.0	0	18	3.3	2.5
9 dB	60	6.6	0	14	4.4	3.0
8 dB	70	8.4	0	10	6.0	3.3

TAB. 5.4 – Dimensionnement des blocs d'estimation en présence d'une erreur de fréquence  $\Delta f/R_s = 0.05\%$  - Modulation 8PSK



(a) Modulation QPSK

(b) Modulation 8PSK

FIG. 5.17 – Performances d'estimation en présence de bruit de phase et d'une erreur de fréquence  $\Delta f = 5.10^{-4}R_s$  (largeurs de bloc optimales)

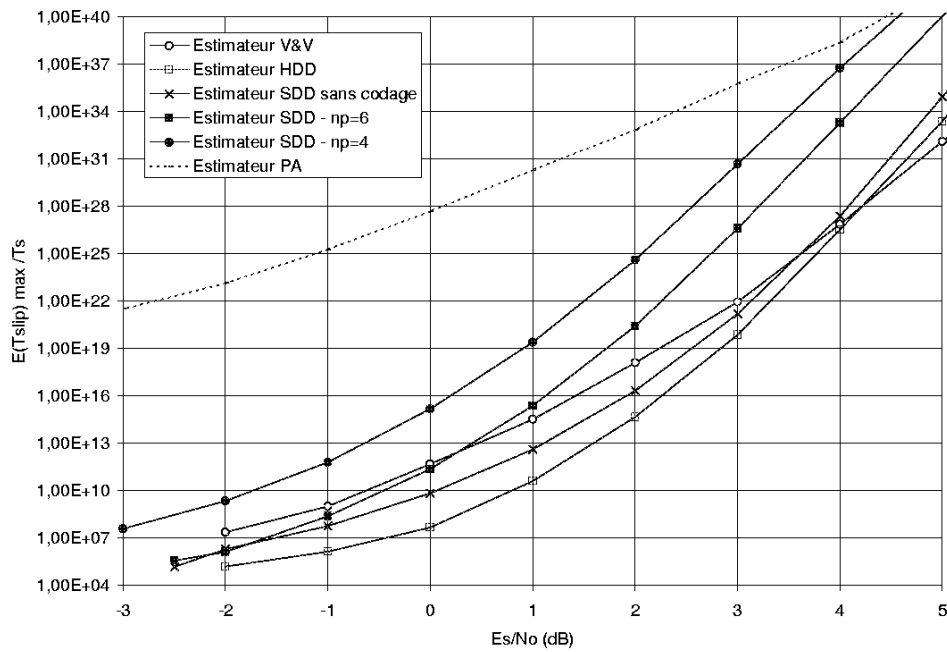
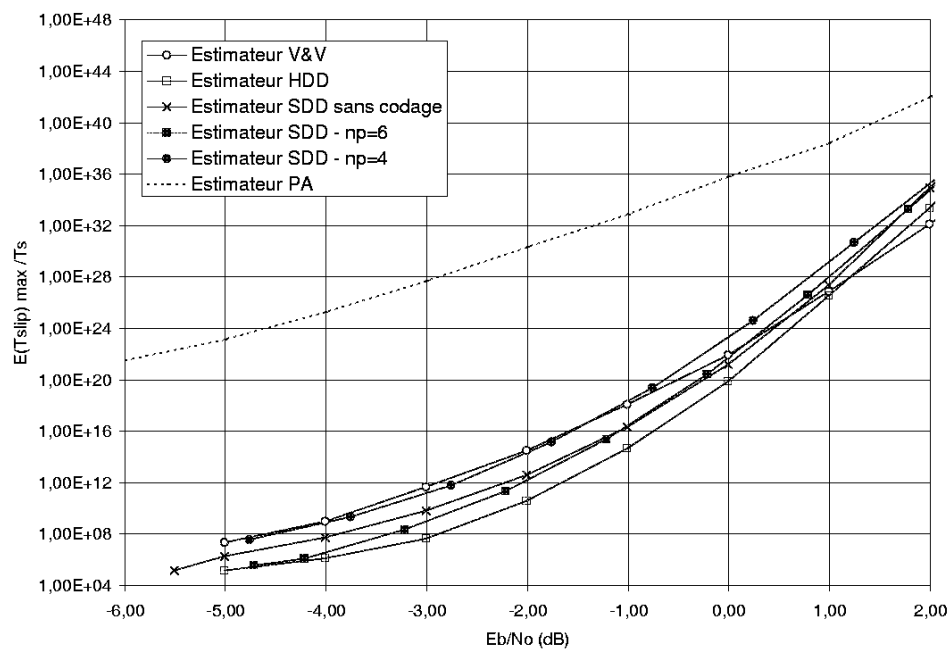
(a) Comparaison en fonction de  $E_s/N_0$ (b) Comparaison en fonction de  $E_b/N_0$ 

FIG. 5.18 – Temps moyen entre sauts de cycles lorsque les largeurs de bloc sont optimales pour le suivi du bruit de phase (modulation QPSK)



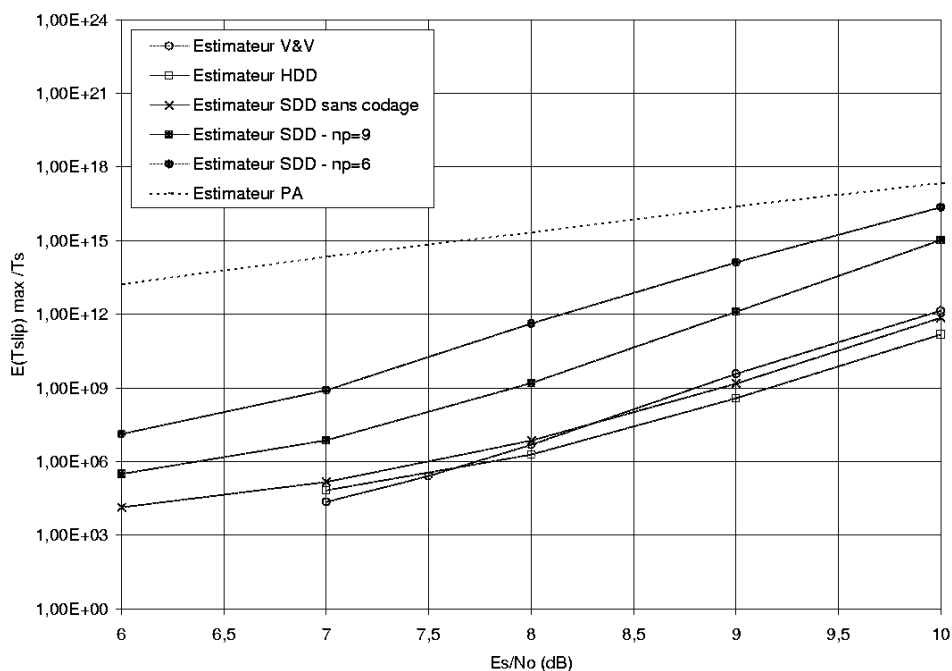
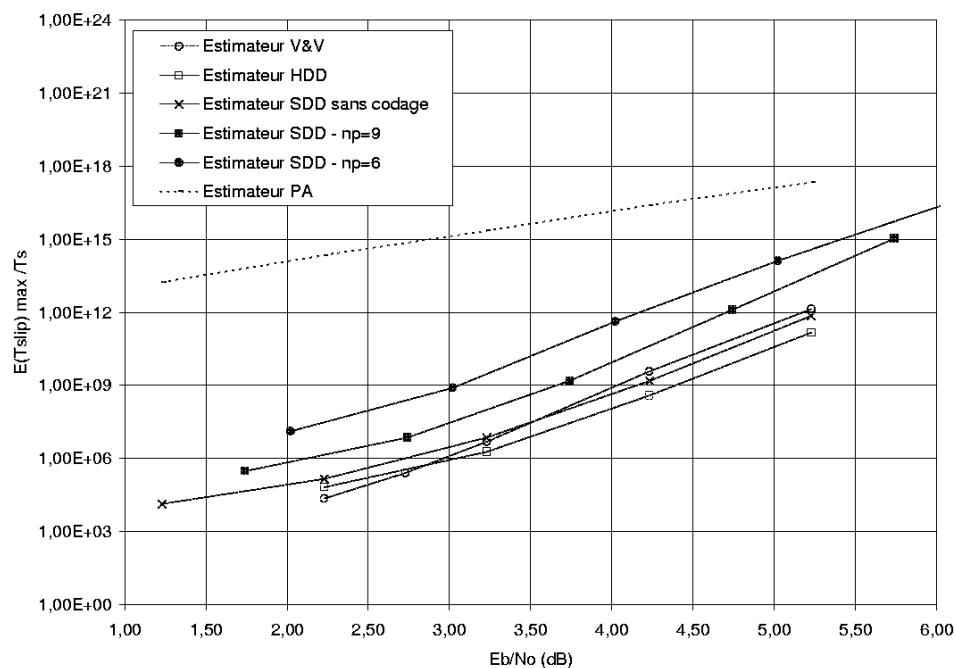
(a) Comparaison en fonction de  $E_s/N_0$ (b) Comparaison en fonction de  $E_b/N_0$ 

FIG. 5.19 – Temps moyen entre sauts de cycles lorsque les largeurs de bloc sont optimales pour le suivi du bruit de phase (modulation 8PSK)

moyen entre sauts de cycles sur la phase déroulée. Ce temps moyen est beaucoup plus difficile à calculer pour les estimateurs avec décisions. De Gaudenzi montre toutefois par simulations [80] que dans le cas de l'estimateur HDD et avec les modulations QPSK et 8PSK, la probabilité d'apparition des sauts de cycles pour une bande de bruit donnée est sensiblement égale à celle qu'on obtient dans une boucle de phase avec la même bande de bruit. En nous fondant sur la constatation que le schéma SDD se comporte de façon comparable au schéma HDD, nous reprenons donc l'expression (4.9) pour l'évaluation du temps moyen entre sauts de cycles.

Une étude des sauts de cycles dans des conditions de réception réalistes devrait prendre en compte une erreur de fréquence porteuse. Toutefois, le choix réalisé ici de considérer des estimateurs par blocs ne permet pas de conclure sur les performances que l'on pourrait atteindre avec une fenêtre glissante, ni sur les rapports signal à bruit que l'on pourrait alors atteindre. Nous nous intéressons donc ici uniquement au cas où le signal est affecté par du bruit de phase. Le temps moyen entre sauts de cycles (normalisé par rapport à la durée d'un symbole) est évalué pour les largeurs de blocs optimales, et représenté sur les figures 5.18 et 5.19 en fonction du rapport signal à bruit, pour les modulations QPSK et 8PSK respectivement.

1. Avec la modulation QPSK, la comparaison à  $E_s/N_0$  constant montre que l'algorithme SDD avec un code de parité de rendement  $3/4$  permet de gagner un facteur 100 sur la probabilité de saut de cycles par rapport à l'algorithme de Viterbi et Viterbi lorsque  $E_s/N_0 = -2$  dB. Ce gain augmente fortement avec le rapport signal à bruit. La comparaison à efficacité en puissance constante est moins favorable, en particulier à faible rapport signal à bruit : les estimateurs SDD et V&V montrent alors des performances comparables, ce qui corrobore les résultats présentés en termes de gigue de phase pour la modulation QPSK (cf. §5.4.2.2).
2. Les résultats avec la modulation 8PSK sont plus optimistes : la comparaison des algorithmes à efficacité en puissance constante montre que l'estimateur SDD permet de gagner un facteur 1000 sur le temps moyen entre sauts de cycles par rapport au schéma de Viterbi et Viterbi, pour un RSB pouvant atteindre  $E_b/N_0 = 2$  dB.

## 5.7 Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre les performances d'un estimateur fondé sur le décodage souple d'un code de parité. L'estimation de la phase prend alors en compte les échantillons reçus non corrigés. On voit toutefois apparaître ici une boucle de rétroaction, qui provient de la nécessité de pré-corriger le signal avant la prise de décisions sur les symboles. Nous avons donc fait, au cours de cette étude, la distinction entre algorithmes avec pré-correction et structures d'estimations directes classiques (sans rétroaction) telles que celle de l'algorithme de Viterbi et Viterbi, pris ici comme référence.

L'étude des performances de l'estimateur SDD montre l'intérêt que peut présenter l'exploitation d'un code de parité pour la synchronisation dans le contexte de transmissions par paquets. L'étude est notamment encourageante dans le cas d'une modulation 8PSK, en présence de bruit de phase. L'impact d'une erreur de fréquence sur les performances d'estimation est évoqué ici, mais une étude plus approfondie est nécessaire afin de conclure plus précisément quant aux potentialités de l'algorithme proposé dans des conditions de réception réalistes. Il serait notamment intéressant de considérer dans ce cadre une fenêtre glissante et d'optimiser la pré-correction de la phase en prenant en compte son évolution sur plusieurs blocs consécutifs.



## Chapitre 6

# Conclusions et Perspectives

### Conclusion

Nous montrons dans cette thèse comment tirer parti d'un code de parité simple pour améliorer les performances de synchronisation de phase à faible rapport signal à bruit. Un détecteur et un estimateur de phase dits "soft decision directed" (SDD) sont testés avec les modulations QPSK et 8PSK, en présence de bruit de phase et d'une erreur de fréquence.

L'étude du détecteur SDD montre qu'aux plus faibles points de fonctionnement envisagés dans la norme DVB-S2, la redondance du code de parité permet de réduire l'écart-type de l'erreur d'estimation à  $8^\circ$  avec la modulation QPSK et à  $4^\circ$  avec la modulation 8PSK, en tenant compte du bruit de phase. L'amélioration se traduit également par une réduction significative de la probabilité de saut de cycle (d'un facteur 10 à 100) et du temps d'accrochage moyen (d'un facteur 5 à 10) des boucles SDD à ces mêmes points de fonctionnement, par rapport aux boucles classiques. Les algorithmes proposés s'avèrent en outre très résistants à une erreur de fréquence, jusqu'à 1% du rythme symbole. Ils apparaissent alors bien adaptés à un contexte de transmissions continues à faible rapport signal à bruit, tel que la voie aller d'un système large bande par satellite.

Les structures d'estimation directes ne présentent pas le temps d'acquisition des boucles, et sont par conséquent plus adaptées aux transmissions par paquets courts (typiques d'une voie retour sur le modèle DVB-RCS). Associé à un code de parité de rendement 3/4 en QPSK - et 5/6 en 8PSK - l'estimateur SDD est plus performant que l'estimateur de Viterbi et Viterbi pour un même rapport signal à bruit dans le canal de transmission : si l'on optimise la largeur des blocs d'estimation en présence de bruit de phase, on gagne alors  $1.5^\circ$  sur l'écart-type des estimées en QPSK, lorsque  $E_s/N_0 = -2\text{ dB}$ , et  $2.5^\circ$  en 8PSK lorsque  $E_s/N_0 = 7\text{ dB}$ . Si l'on tient compte de la perte d'efficacité en puissance consécutive à l'ajout d'un code de parité, les résultats obtenus sont favorables avec la modulation 8PSK, mais moins concluants avec la modulation QPSK. Nous montrons par ailleurs que les blocs d'estimation doivent être dimensionnés en fonction d'un critère d'erreur de fréquence maximale acceptable.

Pour conclure, les algorithmes de synchronisation présentés dans cette thèse s'avèrent bien adaptés au contexte de transmissions large bande par satellite. Ils satisfont en effet à des contraintes exigeantes sur la gigue de phase dans des conditions de réception difficiles, telles que celles rencontrées par les démodulateurs en voie aller, comme en voie retour. Dans des schémas comprenant des turbo-codes ou des codes LDPC, l'approche proposée constitue alors une alternative intéressante à l'utilisation de symboles pilotes pour l'initialisation d'algorithmes itératifs plus performants.

## Perspectives

Parmi les compléments qui pourraient être apportés à ce travail, nous avons déjà mentionné l’approfondissement possible de l’étude de l’estimateur SDD, notamment en présence d’une erreur de fréquence. Dans un schéma d’estimation par blocs, l’évolution des estimées peut être prise en compte lors de la pré-correction des échantillons, selon un principe comparable à celui d’une boucle de phase d’ordre 2. Les performances de synchronisation peuvent également être améliorées par l’implantation d’une fenêtre glissante. Enfin, si nous avons montré comment optimiser la taille des fenêtres pour suivre au mieux une erreur de fréquence donnée, l’étude reste à faire sur un modèle spécifique de transmission par paquets, qui intégrerait des paramètres réalistes en termes de rapport signal à bruit, de longueur des bursts de données et d’erreur de fréquence résiduelle. Il faut de plus souligner le fait que les giges d’estimation sont calculées ici en mode poursuite, c’est à dire que l’on ne tient pas compte de l’imprécision qui peut résulter sur la synchronisation en début de paquet, d’une mauvaise estimation sur le bloc initial. Si les simulations effectuées dans le cadre de cette étude n’ont jamais fait apparaître de cas “pathologiques”, la gigue de phase sur les premiers blocs d’un paquet mériterait d’être étudiée à part.

Il faut également noter que les algorithmes présentés ici supposent la connaissance par le récepteur du rapport signal à bruit. Les probabilités canal calculées lors du décodage des équations de parité dépendent en effet de la variance du bruit gaussien. Il serait donc souhaitable d’évaluer l’impact sur les performances de synchronisation d’une imprécision sur ce paramètre. Une étude plus approfondie pourrait comprendre dans un deuxième temps le choix et l’implantation d’un algorithme d’estimation du rapport signal à bruit dans le modèle de simulation.

Rappelons en outre que notre travail se fonde essentiellement sur le critère de la gigue de phase pour l’évaluation des performances de synchronisation. Il demeure cependant que l’étude vise en premier lieu à garantir une qualité de démodulation suffisante pour permettre la convergence du décodeur canal, et assurer ainsi un taux d’erreur aussi faible que possible sur la transmission. Nous avons confronté les variances de nos estimateurs aux giges spécifiées par Ginesi et Al. [20] pour limiter à 0.2 dB la dégradation sur les performances d’un récepteur DVB-S2. Ces valeurs se fondent toutefois sur des simulations impliquant un algorithme de décodage particulier, et ne conviennent pas nécessairement pour d’autres décodeurs. Afin de pouvoir conclure sur les performances d’un schéma de transmission particulier (comme celui d’une voie aller DVB-S2 ou d’une voie retour DVB-RCS) il conviendrait donc d’inclure au modèle de transmission les opérations de codage et de décodage canal. Il serait alors possible d’évaluer l’impact d’une erreur de synchronisation sur le taux d’erreur binaire, et de comparer les schémas en terme de puissance requise à l’émission pour une qualité de service donnée.

Si notre approche est présentée comme une alternative à des algorithmes fondés exclusivement sur l’exploitation de symboles pilotes pour la synchronisation, la résolution d’une ambiguïté de phase, et éventuellement la correction de sauts de cycles peut nécessiter l’insertion de symboles connus dans les trames de données. Cet aspect n’a pas été étudié ici, et pourrait faire l’objet d’une étude qualitative et quantitative. Il est à noter par ailleurs que l’ajout d’un code de parité dans la chaîne affecte par définition l’efficacité spectrale du système : si elle dépasse le cadre de cette étude, une comparaison à efficacité spectrale identique avec des solutions utilisant des symboles pilotes est nécessaire pour déterminer, suivant les conditions de réception, quelle est l’approche la plus appropriée.

Nous avons enfin évoqué dans cette thèse (cf. §2.8) la possibilité d’exploiter dans un décodeur LDPC les informations issues du décodage souple des équations de parité. Il serait intéressant d’évaluer le gain qui en résulterait sur les performances de décodage, et notamment de vérifier s’il permet de compenser la perte d’efficacité en puissance qui résulte du surcroît de redondance. Il serait plus rentable encore d’intégrer les équations de parité exploitées ici dans un code LDPC dont la matrice de parité vérifierait certaines conditions (cf. p.25). Cette approche permettrait en effet de bénéficier du gain sur la synchronisation apporté par nos algorithmes sans aucune perte d’efficacité spectrale ou en puissance. L’exhibition d’un code approprié qui aurait de bonnes propriétés de correction d’erreurs n’est toutefois pas triviale, et doit faire l’objet d’une étude spécifique.

# Annexe A

## Contributions à la thèse

- Mathieu Dervin, Marie-Laure Boucheret  
*Algorithmes de synchronisation avec pilotes pour des récepteurs DVB-S2*  
Rapport d'étude pour un contrat CNES / TêSA, décembre 2003.
- Mathieu Dervin, Marie-Laure Boucheret, Gilles Mesnager, Alain Ducasse  
*Phase detection involving parity-check equations and suited to transmissions at low signal to noise ratio*  
IEEE International Conference on Communications (ICC), Séoul, 16-20 mai 2005, vol. 3, pages 2080-2084.
- Mathieu Dervin, Marie-Laure Boucheret, Gilles Mesnager, Alain Ducasse  
*A soft decision directed phase detector suited to satellite communications at very low signal to noise ratio*  
IEEE 6th Worskshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), New York, 2 - 8 juin 2005, pages 146-150.
- Mathieu Dervin, Marie-Laure Boucheret, Gilles Mesnager, Alain Ducasse  
*Détection de phase à très faible rapport signal à bruit à l'aide d'un code de parité*  
20ème Colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images, Louvain-la-Neuve, 6-9 septembre 2005.
- Mathieu Dervin, Marie-Laure Boucheret, Gilles Mesnager, Alain Ducasse  
*A soft decision directed phase estimator suited to satellite burst transmissions*  
IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM), Saint-Louis, 28 novembre - 2 décembre 2005.



# Annexe B

## Synchronisation de phase NDA et HDD pour les modulations MPSK

### Sommaire

---

<b>B.1 Algorithmes de type NDA</b> . . . . .	<b>99</b>
B.1.1 Estimateurs de phase . . . . .	100
B.1.2 Détecteurs de phase . . . . .	102
<b>B.2 Algorithmes de type HDD</b> . . . . .	<b>102</b>
B.2.1 Détecteur de phase . . . . .	104
B.2.2 Estimateur de phase . . . . .	104

---

Les stratégies NDA (non data aided) et HDD (hard decision directed) représentent les deux approches classiques pour la synchronisation lorsqu'on ne dispose d'aucune information sur les données. Leur principe a été exposé dans la section 2.5. Nous explicitons ici l'expression des détecteurs et estimateurs de phase fondés sur ces principes pour des modulations MPSK.

### B.1 Algorithmes de type NDA

Ces algorithmes consistent à maximiser la fonction de vraisemblance marginale (2.7) que nous rappelons ici :

$$L(\tilde{\varphi}) = \prod_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} P[\tilde{d}_k = s_l] \exp\left(\frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}})\right) \quad (\text{B.1})$$

où :

$\tilde{\varphi}$  est une valeur d'essai pour la phase à estimer

$\{y_k\}_{k=0, \dots, N-1}$  sont les échantillons du signal en sortie du filtre adapté (en supposant la récupération d'horloge idéale)

$\{\tilde{d}_k\}_{k=0, \dots, N-1}$  sont les symboles émis

$\{s_l\}_{l=0, \dots, M-1}$  sont les M symboles d'une constellation MPSK

L'allure de l'expression (B.1) incite à considérer la fonction de log-vraisemblance :

$$\begin{aligned} \Lambda(\tilde{\varphi}) &\triangleq \ln[L(\tilde{\varphi})] \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \ln \left[ \sum_{l=0}^{M-1} P[\tilde{d}_k = s_l] \exp\left(\frac{1}{\sigma^2} \Re(y_k s_l^* e^{-j\tilde{\varphi}})\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$



M. Moeneclaey et G. de Jonghe montrent dans [85] que pour une constellation de symboles symétrique invariante par rotation de  $\frac{2\pi}{M}$ , l'expression (B.2) se simplifie de la façon suivante à faible rapport signal à bruit :

$$\Lambda(\tilde{\varphi}) = \Re \left[ E [s_l^{*M}] \sum_{k=0}^{N-1} (y_k)^M e^{-jM\tilde{\varphi}} \right] \quad (\text{B.3})$$

Le terme  $K \triangleq E [s_l^{*M}] = \sum_{l=0}^{M-1} (P [s_l] s_l^{*M})$  ne dépend pas de la phase ni des observations. Maximiser  $\Lambda(\tilde{\varphi})$  revient donc à annuler la dérivée

$$\frac{d}{d\tilde{\varphi}} \left[ \Re \left( K \sum_{k=0}^{N-1} (y_k)^M e^{-jM\tilde{\varphi}} \right) \right] = 0 \quad (\text{B.4})$$

soit

$$\Im \left( K \sum_{k=0}^{N-1} (y_k)^M e^{-jM\tilde{\varphi}} \right) = 0 \quad (\text{B.5})$$

ou encore

$$\sum_{k=0}^{N-1} \Im \left( (y_k)^M e^{-jM\tilde{\varphi}} \right) = 0 \quad (\text{B.6})$$

### B.1.1 Estimateurs de phase

On déduit de la relation (B.6) l'estimateur NDA issu du maximum de vraisemblance à faible rapport signal à bruit (RSB) :

$$\hat{\varphi}_{MV} = \frac{1}{M} \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} (y_k)^M \right) + \frac{2m\pi}{M} \quad (\text{B.7})$$

Notons toutefois que l'approximation (B.3) est valable asymptotiquement lorsque le rapport signal à bruit tend vers 0. Aux RSB considérés pour nos applications, il est possible de trouver des estimateurs plus performants que le précédent en terme de variance de l'erreur d'estimation.

Les estimateurs NDA les plus généralement considérés sont les estimateurs de Viterbi et Viterbi [81], dont une expression générale est donnée par :

$$\hat{\varphi}_{VV} = \frac{1}{M} \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} F(\rho_k) e^{jM\theta_k} \right) + \frac{2m\pi}{M} \quad (\text{B.8})$$

où  $y_k = \rho_k e^{j\theta_k}$  et  $F(\cdot)$  est une fonction non linéaire, généralement choisie sous la forme  $F(\rho) = |\rho|^i$ . Lorsque  $i = M$ , on retrouve l'estimateur donné par (B.7).

Les estimateurs de Viterbi & Viterbi sont comparés avec différentes valeurs de  $i$  en Fig.B.1 et Fig.B.2 pour l'estimation d'une phase constante avec les modulations QPSK et 8PSK respectivement. Nous avons considéré dans les deux cas les valeurs  $i = 0$ ,  $i = 1$ ,  $i = 2$  et  $i = M$ . La taille des blocs d'estimation est fixée à  $N = 32$  en QPSK et  $N = 64$  en 8PSK. Notons que cette valeur importe peu pour la comparaison, puisque la variance d'estimation d'une phase constante est inversement proportionnelle à  $N$ .

En QPSK comme en 8PSK, l'estimateur donné par (B.7) donne une variance plus élevée que les autres estimateurs aux rapports signal à bruit visés pour nos applications. L'étude des performances nous a conduit à opter pour l'estimateur déterminé par  $i = 2$  comme algorithme NDA de référence dans le chapitre 5. Nous rappelons ci-dessous son expression :

$$\hat{\varphi}_{NDA} = \frac{1}{M} \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} |y_k|^2 e^{jM \cdot \arg(y_k)} \right) \quad (\text{B.9})$$

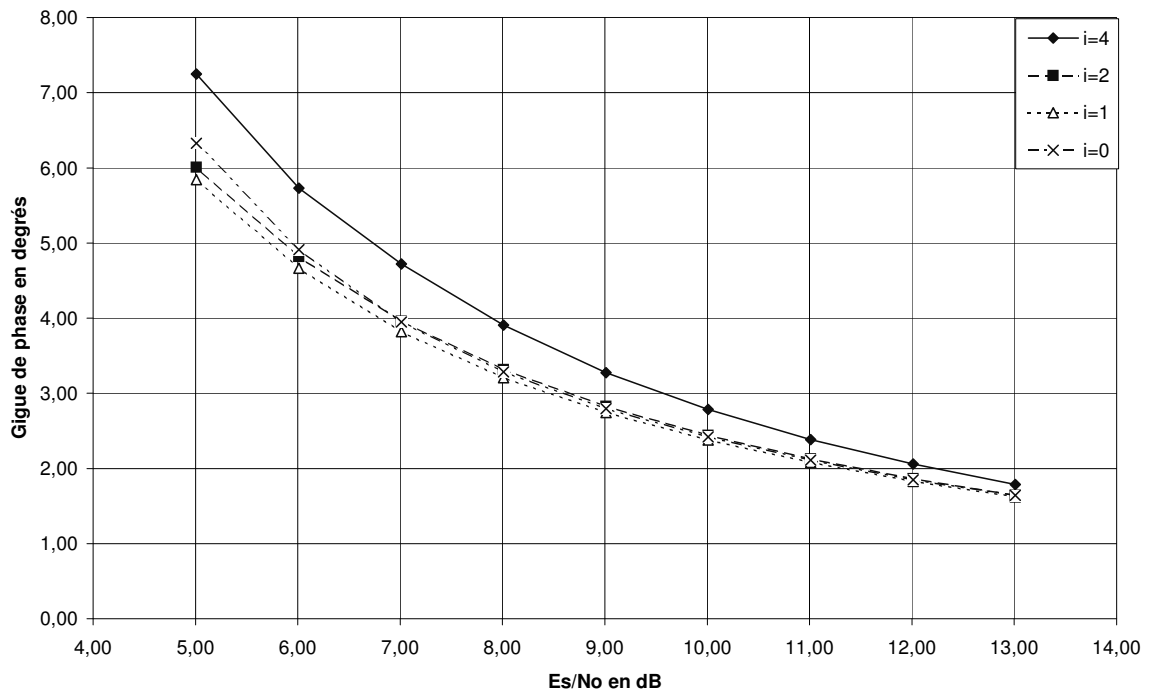


FIG. B.1 – Comparaison des estimateurs de phase de Viterbi et Viterbi en QPSK : estimation d’une phase constante,  $N = 32$

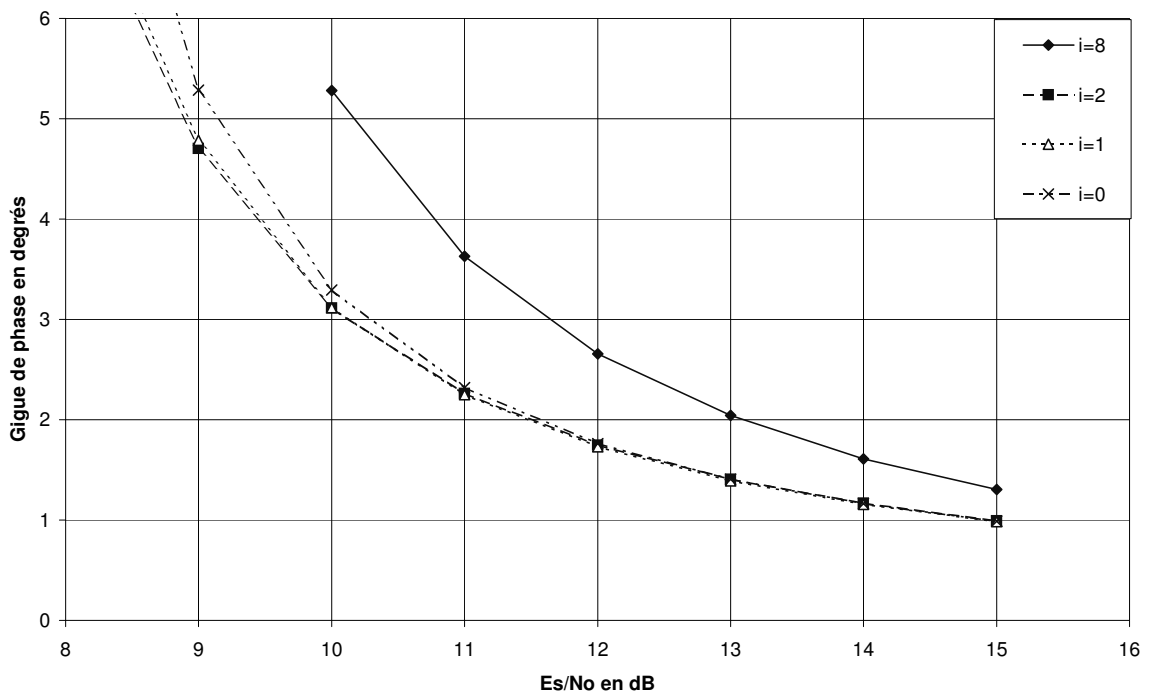


FIG. B.2 – Comparaison des estimateurs de phase de Viterbi et Viterbi en 8PSK : estimation d’une phase constante,  $N = 64$

### B.1.2 Détecteurs de phase

De même que pour l'estimateur, on déduit directement de (B.6) l'expression d'un détecteur de phase NDA :

$$u_{MV}(k) = \Im \left( (y_k)^M e^{-j\tilde{\varphi}} \right) \quad (\text{B.10})$$

Pour les mêmes raisons que dans le cas de l'estimateur, nous avons également considéré des détecteurs inspirés du principe de Viterbi et Viterbi, qui s'avèrent plus performants aux rapports signal à bruit visés pour nos applications. Ces détecteurs s'expriment sous la forme suivante :

$$u_i(k) = |y_k|^i \sin \left( M \arg \{ y_k e^{-j\tilde{\varphi}} \} \right) \quad (\text{B.11})$$

Ces détecteurs sont comparés en Fig.B.3 et Fig.B.4 pour les constellations QPSK et 8PSK avec différentes valeurs de  $i$  : la phase à estimer est constante, et la bande de bruit dans la boucle est fixée à  $B_l T_s = 10^{-4}$ . De même que dans le cas des estimateurs, le détecteur donné par (B.10) donne de moins bonnes performances que les détecteurs testés avec  $i \in \{0, 1, 2\}$  aux rapports signal à bruit qui nous intéressent. Le détecteur NDA donné par (B.11) avec  $i = 2$ , semble légèrement meilleur que les autres ici, c'est pourquoi nous l'avons considéré comme détecteur NDA de référence dans le chapitre 4 :

$$u_{NDA}(k) = |y_k|^2 \sin \left( M \arg \{ y_k e^{-j\tilde{\varphi}} \} \right) \quad (\text{B.12})$$

## B.2 Algorithmes de type HDD

Les algorithmes HDD exploitent des décisions dures sur les symboles reçus pour l'estimation de paramètre. Nous rappelons ici la fonction de vraisemblance de la phase porteuse (2.10), après décision sur les symboles.

$$L(\tilde{\varphi}) = \prod_{k=0}^{N-1} \exp \left( \frac{1}{\sigma^2} \Re \left( y_k \hat{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}} \right) \right) \quad (\text{B.13})$$

où  $\{\hat{d}_k\}_{k=0, \dots, N-1}$  sont les symboles de la constellation obtenus après décisions sur les échantillons  $\{y_k\}_{k=0, \dots, N-1}$ .

La fonction de log-vraisemblance s'écrit donc

$$\Lambda(\tilde{\varphi}) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{N-1} \Re \left( y_k \hat{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}} \right) \quad (\text{B.14})$$

On cherche à maximiser l'expression (B.14), c'est à dire à annuler sa dérivée :

$$\begin{aligned} \frac{d\Lambda(\tilde{\varphi})}{d\tilde{\varphi}} &= 0 \\ &\Downarrow \\ \frac{d}{d\tilde{\varphi}} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} \Re \left( y_k \hat{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}} \right) \right] &= 0 \\ &\Downarrow \\ \sum_{k=0}^{N-1} \Im \left( y_k \hat{d}_k^* e^{-j\tilde{\varphi}} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

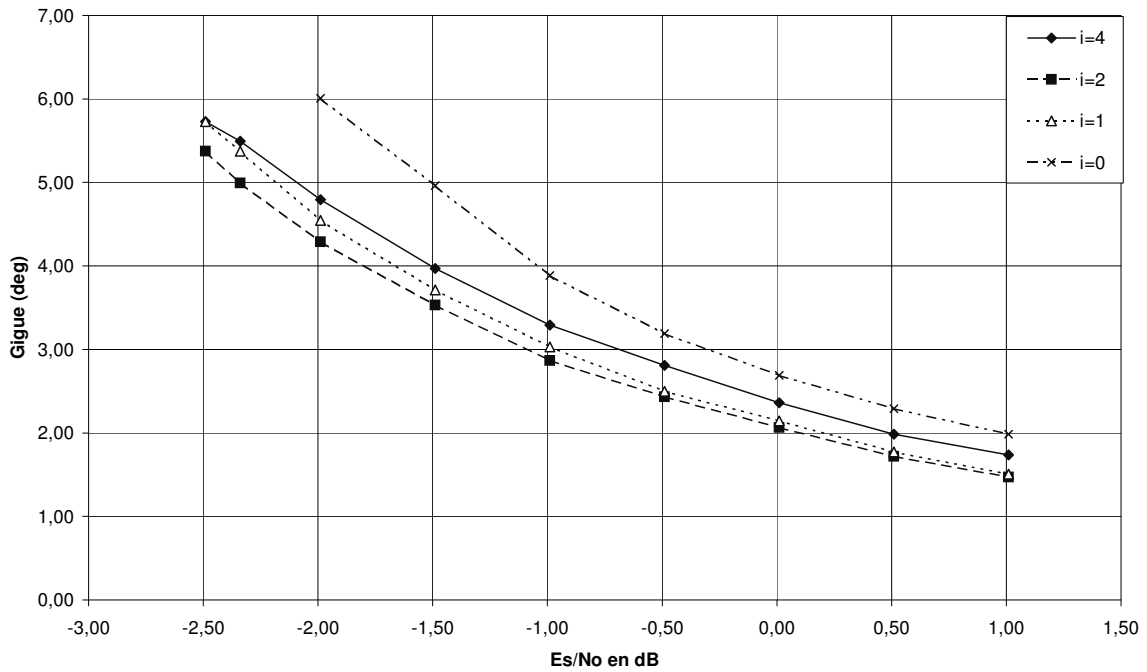


FIG. B.3 – Comparaison des détecteurs de phase NDA en QPSK : estimation d’une phase constante. ( $B_l T_s = 10^{-4}$ )

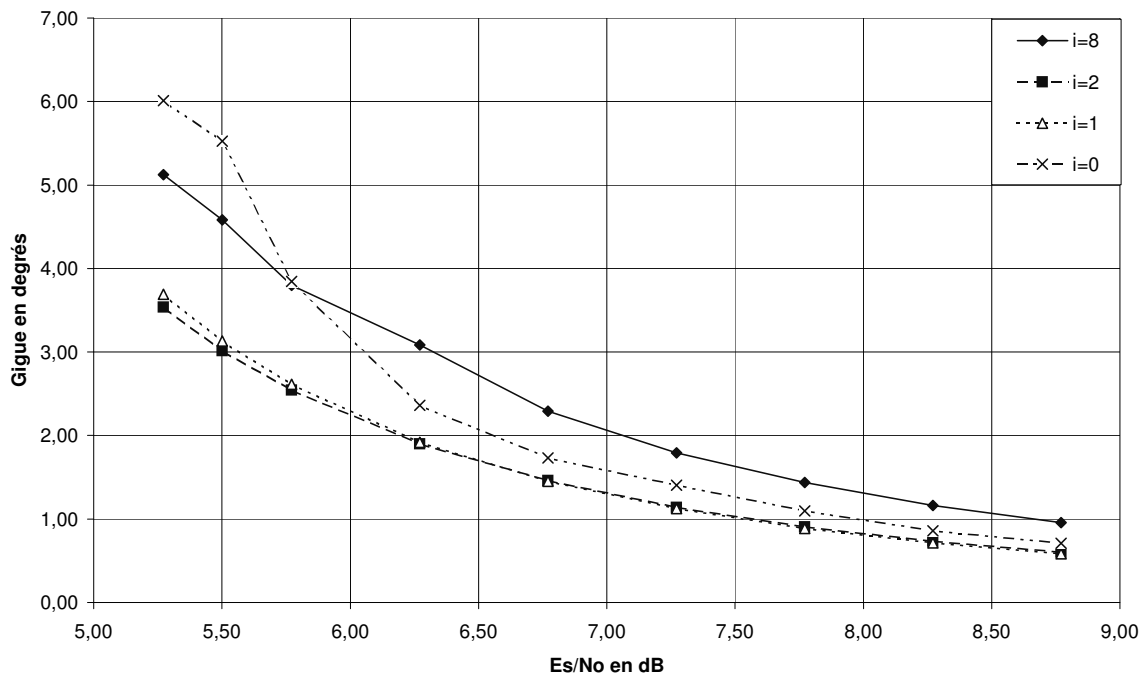


FIG. B.4 – Comparaison des détecteurs de phase NDA en 8PSK : estimation d’une phase constante ( $B_l T_s = 10^{-4}$ )

**B.2.1 Détecteur de phase**

On déduit de (B.15) l'expression d'un détecteur de phase HDD :

$$u_{HDD}(k) = \Im \left( y_k \hat{d}_k^* e^{-j\hat{\varphi}} \right) \quad (\text{B.16})$$

**B.2.2 Estimateur de phase**

On déduit également de (B.15) l'expression d'un estimateur :

$$\hat{\varphi}_{HDD} = \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} y_k \hat{d}_k^* \right) \quad (\text{B.17})$$

# Annexe C

## Fonctionnement des boucles de synchronisation

### Sommaire

---

<b>C.1</b>	<b>Structure d'une boucle de synchronisation</b>	<b>105</b>
<b>C.2</b>	<b>Paramètres du filtre de boucle</b>	<b>107</b>
C.2.1	Filtre du premier ordre	107
C.2.2	Filtre du second ordre	107

---

Le principe des boucles de synchronisation a d'abord été appliqué dans le contexte de transmissions analogiques. Les structures bouclées ont été adaptées par la suite aux systèmes échantillonnés, mais leur étude reste fondée sur des concepts propres aux communications analogiques [71].

### C.1 Structure d'une boucle de synchronisation

La structure générale d'une boucle d'estimation d'un paramètre  $\theta$  est représentée en Fig. C.1.

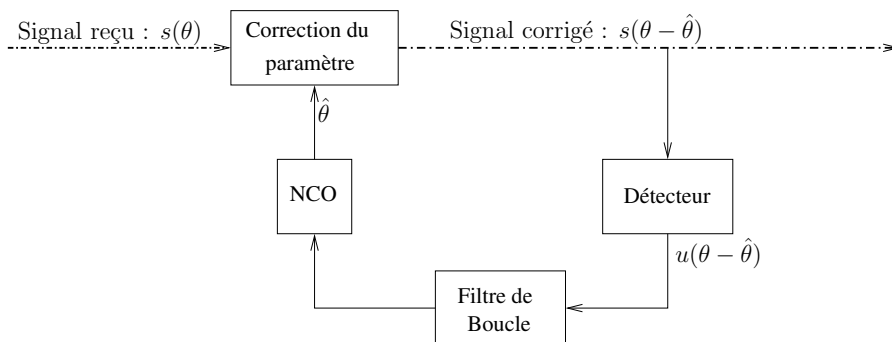


FIG. C.1 – Boucle d'estimation d'un paramètre  $\theta$

- $\theta$  représente le paramètre à estimer, et  $\hat{\theta}$  le paramètre estimé dans la boucle. On notera par la suite  $\varepsilon = \theta - \hat{\theta}$  l'erreur résiduelle
- $s(\theta)$  représente le signal reçu, à partir duquel le paramètre  $\theta$  doit être estimé.  $s(\varepsilon)$  représente le signal après correction du paramètre  $\theta$ .

- L'expression du détecteur est déterminée en fonction du paramètre à estimer. Dans le cas idéal, la sortie du détecteur est proportionnelle à l'erreur résiduelle  $\varepsilon$  sur le paramètre, après correction du signal reçu :  $u(\varepsilon) = G\varepsilon$  où  $G$  est appelé gain du détecteur. En pratique, la réponse du détecteur ne peut généralement être considérée comme linéaire que lorsque l'erreur résiduelle est faible (ce qui est effectivement le cas pour les détecteurs de phase étudiés au chapitre 4 : voir §4.1). Le gain du détecteur est alors défini par la pente à l'origine de sa caractéristique en boucle ouverte.
- Le choix du filtre détermine le comportement de la boucle. Il est généralement choisi d'ordre 1 ou 2 ; sa fonction de transfert s'écrit alors sous la forme  $F(z) = A + \frac{B}{1-z^{-1}}$ , où  $B = 0$  si le filtre est du premier ordre. Le rôle du filtre et le calcul des coefficients  $A$  et  $B$  sont détaillés au §C.2.
- Le NCO (Numerically Controlled Oscillator) permet la mise à jour de l'estimée du paramètre  $\hat{\theta}$  à chaque itération de la boucle. Dans une boucle numérique, il consiste en un simple filtre intégrateur :  $N(z) = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}$ .
- Une boucle numérique reçoit en entrée un signal échantillonné à un certain rythme  $R_{ech}$ . En particulier, les boucles de phase étudiées dans le chapitre 4 fonctionnent à partir du signal échantillonné au rythme symbole  $R_s = 1/T_s$  en sortie du filtre adapté. Pour des raisons de complexité, ou en fonction de l'expression du détecteur, il est possible que la fréquence de rafraîchissement de l'estimée  $\hat{\theta}$  dans la boucle, notée  $R_{loop} = 1/T_{loop}$  soit plus petite que  $R_{ech}$ . Dans ce cas, si  $R_{ech} = R_{loop}/P$ , chaque estimée  $\hat{\theta}$  produite dans la boucle est utilisée pour corriger  $P$  échantillons consécutifs. Parmi les boucles de phase étudiées ici, les détecteurs classiques HDD et NDA fonctionnent au rythme symbole ( $R_s = R_{loop}$ ). En revanche, dans les boucles SDD, le détecteur de phase est fondé sur le décodage d'un code de parité. Si une équation de parité implique  $P$  symboles, la fréquence de rafraîchissement dans la boucle est de  $R_s/P$ , soit  $T_{loop} = PT_s$ .

On représente classiquement la boucle par son schéma équivalent (Fig. C.2), où l'on fait l'approximation linéaire sur la réponse du détecteur, en supposant l'erreur sur le paramètre à estimer suffisamment faible (hypothèse réaliste après accrochage de la boucle). Les fluctuations de la sortie du détecteur (dues au bruit Gaussien qui affecte le signal  $s(\theta)$  en entrée de la boucle) sont modélisées dans ce schéma équivalent par un bruit additif dans la boucle, noté  $N_k$ .

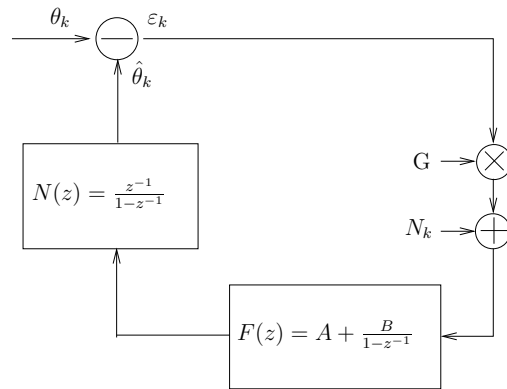


FIG. C.2 – Schéma équivalent d'une boucle de synchronisation

On définit les fonctions de transfert en boucle ouverte  $G(z)$  et en boucle fermée  $H(z)$  de la manière suivante :

$$G(z) = \frac{\varepsilon(z)}{\theta(z)} \quad (\text{C.1})$$

$$H(z) = \frac{\hat{\theta}(z)}{\theta(z)} \quad (\text{C.2})$$

En l'absence de bruit ( $N_k = 0$ ), on montre facilement que :

$$G(z) = \frac{(z-1)^2}{(z-1)^2 + GA(z-1) + GBz} \quad (\text{C.3})$$

$$H(z) = \frac{GA(z-1) + GBz}{(z-1)^2 + GA(z-1) + GBz} \quad (\text{C.4})$$

On définit la bande de bruit équivalente (monolatérale)  $B_L$  (en Hertz) dans la boucle fermée par l'intégrale :

$$2B_L T_{loop} = \frac{1}{2j\pi} \oint_{\gamma} H(z) H^*(z^{-1}) \frac{dz}{z} \quad (\text{C.5})$$

où  $\oint_{\gamma} f(z) dz$  désigne l'intégrale de la fonction complexe  $f(z)$  sur le cercle unité.

La bande de bruit dans la boucle est un paramètre important, car il mesure la largeur de bande de la réponse en fréquence de la boucle fermée, qui se comporte comme un filtre passe-bas sur le paramètre à estimer  $\theta$ . Dans une boucle de phase, et en présence de bruit Gaussien, la gigue  $\sigma_{\varepsilon}^2$ , c'est à dire la variance de l'erreur d'estimation  $\varphi - \hat{\varphi}$ , est proportionnelle au rapport  $\frac{B_L T_{loop}}{E_s/N_0}$ , où  $E_s/N_0$  est le rapport signal à bruit dans le canal de transmission :

$$\sigma_{\varepsilon}^2 \propto \frac{B_L T_{loop}}{E_s/N_0} \quad (\text{C.6})$$

Le coefficient de proportionnalité est égal à 1 dans le cas d'une porteuse non modulée. Sinon, il peut être déterminé par simulations. On calcule généralement les paramètres du filtre de boucle en fonction de la bande de bruit souhaitée. La relation entre la bande de bruit et les paramètres du filtre est étudiée ci-dessous.

## C.2 Paramètres du filtre de boucle

### C.2.1 Filtre du premier ordre

Pour un filtre du premier ordre, on a  $B = 0$ , et on montre en appliquant le théorème des résidus à l'expression (C.5) que  $B_L T_{loop} = \frac{GA}{4}$ . Le gain du détecteur  $G$  peut être obtenu par l'étude du détecteur en boucle ouverte (pente à l'origine de la courbe en S, voir §4.1). On en déduit la valeur du coefficient du filtre  $A$  en fonction de la bande de bruit voulue dans la boucle.

Les boucles du premier ordre sont simples à mettre en oeuvre, mais peu intéressantes lorsque le paramètre à estimer varie dans le temps. Dans le cas d'une boucle de phase, on pourra suivre une erreur de fréquence  $\Delta f$  à condition que celle-ci n'excède pas un niveau maximal  $F_{max}$  donné par :

$$\frac{F_{max}}{R_s} = \frac{4B_L T_s}{M} \quad (\text{C.7})$$

où  $B_L T_s$  est la bande de bruit dans la boucle normalisée par rapport au rythme symbole, et  $M$  est l'ordre de la modulation. Aux rapports signal à bruit envisagés dans le contexte de cette étude, les bandes de bruit dans les boucles considérées sont relativement faibles ( $B_L T_s$  de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-4}$ ), ce qui limite l'erreur de fréquence maximale que l'on peut suivre dans une boucle d'ordre 1 ( $\Delta f < B_L$  en QPSK,  $\Delta f < B_L/2$  en 8PSK). C'est pourquoi on préfère ici des boucles du second ordre.

### C.2.2 Filtre du second ordre

Dans un filtre du second ordre, la relation entre la bande de bruit  $B_L$ , le gain du détecteur  $G$  et les coefficients du filtre  $A$  et  $B$  s'obtient plus difficilement. Sous l'hypothèse que la bande de bruit



est faible par rapport au rythme symbole ( $B_l T_s \ll 1$ ) on montre [23] que la boucle se comporte comme une boucle analogique dont la réponse en fréquence en boucle fermée serait donnée par une transformée de Laplace  $H_{eq}(s)$  de la forme [71] :

$$H_{eq}(s) = \frac{2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{C.8})$$

où  $s$  est la variable de Laplace,  $\zeta$  est appelé facteur d'amortissement dans la boucle, et  $\omega_n$  la pulsation propre de la boucle. La bande de bruit s'exprime alors en fonction de  $\zeta$  et de  $\omega_n$  :

$$B_l = \frac{\omega_n \zeta}{2} \left( 1 + \frac{1}{4\zeta^2} \right) \quad (\text{C.9})$$

Si on reprend la fonction de transfert définie par (C.4), on obtient la transformée de Laplace correspondante en posant  $z = \exp(sT_{loop})$ . En appliquant un développement de Taylor à l'ordre 2 à l'expression obtenue, et en identifiant son dénominateur avec celui de l'expression (C.8), on obtient :

$$\frac{GA}{1 + \frac{GA+GB}{2}} = \omega_n^2 T_{loop}^2 \quad (\text{C.10})$$

$$\frac{GA+GB}{1 + \frac{GA+GB}{2}} = 2\zeta\omega_n T_{loop} \quad (\text{C.11})$$

En combinant les expressions (C.9), (C.10) et (C.11), on obtient finalement

$$GA = \frac{4\zeta B_l T_{loop}}{1 - \frac{\zeta}{4} + 2\zeta B_l T_{loop}} \quad (\text{C.12})$$

$$GB = \frac{2\zeta B_l T_{loop}}{\left(1 - \frac{\zeta}{4}\right)^2} \left[ 1 - \frac{2\zeta B_l T_{loop}}{1 - \frac{\zeta}{4} + 2\zeta B_l T_{loop}} \right] \quad (\text{C.13})$$

- Le facteur d'amortissement est fixé à  $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  dans nos simulations.
- Le gain du détecteur est égal à la pente à l'origine de sa réponse en boucle ouverte (§4.1).
- Une fois  $\zeta$  et  $G$  connus, on détermine donc les paramètres A et B du filtre de boucle en fonction de la bande de bruit souhaitée, à partir des expressions (C.12) et (C.13).

## Annexe D

# Synchronisation avec pilotes pour des récepteurs DVB-S2

### Sommaire

---

<b>D.1</b>	<b>Structure des trames DVB - S2 avec symboles pilotes . . . . .</b>	<b>109</b>
<b>D.2</b>	<b>Proposition d'un schéma de synchronisation de porteuse avec pilotes . . . . .</b>	<b>109</b>
<b>D.3</b>	<b>Performances en présence de bruit de phase . . . . .</b>	<b>111</b>

---

Dans les spécifications de la couche physique de la norme DVB-S2 pour de la diffusion de données en voie aller, l'insertion de symboles pilotes dans les trames de données (§ D.1) est prévue dans certains modes de transmission. L'exploitation de ces pilotes pour la synchronisation de porteuse dans les récepteurs a fait l'objet d'une collaboration entre le laboratoire TéSA [1] et le CNES entre août et décembre 2003. Nous présentons ici de façon très synthétique les solutions retenues dans le cadre de cette étude [26]. Un schéma fondé sur des boucles de fréquence et de phase a été proposé et testé avec la modulation 8PSK (§ D.2). L'étude des performances de synchronisation en présence de bruit de phase nous a amené à perfectionner le schéma en combinant deux boucles de phase pour ramener la gigue dans une plage acceptable (§ D.3).

### D.1 Structure des trames DVB - S2 avec symboles pilotes

La norme DVB-S2 prévoit de manière optionnelle l'insertion de symboles pilotes dans les trames de données (après codage canal et modulation). Ces pilotes se présentent par blocs de 36 symboles consécutifs non modulés, qui séparent des séquences de 1440 symboles utiles. La perte d'efficacité correspondante est de 2.5% sur le débit utile. La figure D.1 illustre la structure des trames DVB-S2 avec pilotes.

### D.2 Proposition d'un schéma de synchronisation de porteuse avec pilotes

Le schéma de réception proposé pour la synchronisation de porteuse comprend une boucle de fréquence et une boucle de phase qui s'articulent comme le montre la figure D.2.

1. La boucle de fréquence considérée ici est remise à jour sur chaque bloc de pilotes. Le détecteur

de fréquence est de type PA, et s'exprime de la manière suivante :

$$u(p) = \frac{1}{34} \sum_{i=2}^{35} \Im(y_i y_{i-2}^*)$$

où  $y_0, \dots, y_{35}$  sont les 36 échantillons reçus correspondant au p-ième bloc de 36 symboles pilotes transmis (identiques).

2. La phase porteuse est ensuite récupérée à l'aide d'une boucle de phase d'ordre 2, dont le détecteur est de type HDD (cf. §2.5.2). Cette boucle est ré-initialisée périodiquement à l'aide d'estimations PA réalisées sur les séquences de pilotes. Cette correction régulière permet :
  - de réduire le temps d'acquisition de la boucle
  - de supprimer l'ambiguïté de phase
  - de corriger d'éventuels sauts de cycles survenant entre deux trains de pilotes

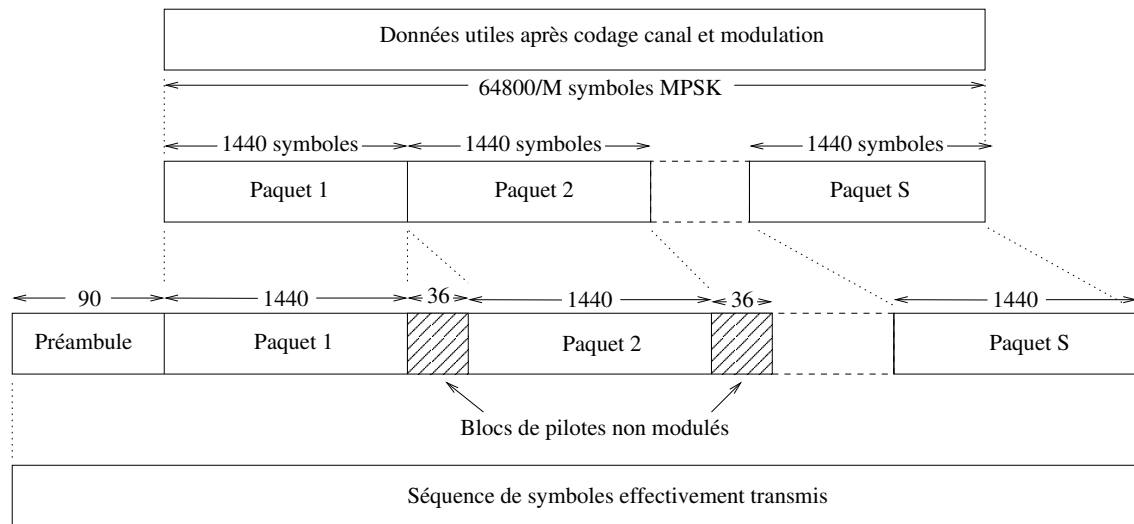


FIG. D.1 – Structure des trames DVB-S2 avec symboles pilotes

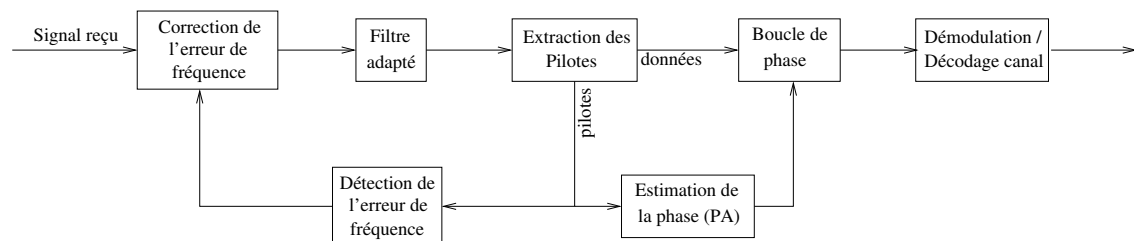


FIG. D.2 – Schéma proposé pour la synchronisation de porteuse avec pilotes

### D.3 Performances en présence de bruit de phase

La bande de bruit de la boucle de fréquence est dimensionnée en fonction des spécifications sur la gigue de fréquence. La bande de bruit de la boucle de phase peut par ailleurs être optimisée pour le suivi du bruit de phase. Les performances de synchronisation sont évaluées par simulations au point de fonctionnement le plus faible envisagé dans la norme DVB-S2 avec la modulation 8PSK.

Il apparaît que la boucle HDD n'est pas suffisamment performante pour que l'on puisse ramener l'écart -type des estimées en dessous des  $4^\circ$  visés dans l'étude. Une proposition alternative est fondée sur la combinaison de deux boucles de phase dans un schéma dit "Forward and Backward Loop" (FBL), rendue possible par la présence de pilotes, et illustrée en Fig. D.3. On gagne alors un facteur 2 sur la gigue, en l'occurrence suffisant pour atteindre le niveau souhaité.

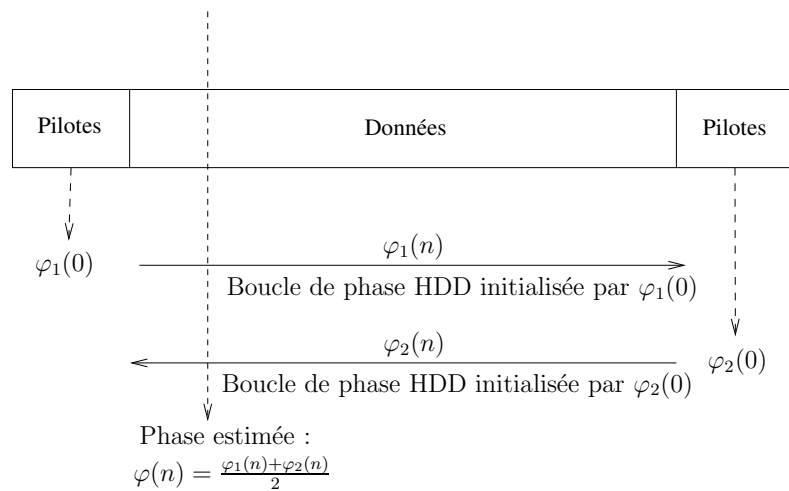


FIG. D.3 – Principe d'une boucle "Forward - Backward"



# Annexe E

## Loi des estimées de phase HDD avec pré-correction des données

### Sommaire

---

<b>E.1</b>	<b>Hypothèses et notations</b>	<b>113</b>
<b>E.2</b>	<b>Loi de la phase d'un échantillon reçu</b>	<b>114</b>
<b>E.3</b>	<b>Estimateur sur N symboles</b>	<b>115</b>
E.3.1	Simplification du problème	115
E.3.2	Loi de $z_k$ pour l'estimateur PA :	115
E.3.3	Loi de $z_k$ pour l'estimateur HDD avec pré-correction parfaite	116
E.3.4	Loi des estimateurs PA et HDD avec précorrection parfaite	119
E.3.5	Estimateur HDD avec pré-correction aléatoire	121

---

Les algorithmes de type HDD exploitent des décisions dures sur les échantillons reçus. Ces décisions permettent au récepteur de s'affranchir de la connaissance des symboles transmis, lors de l'estimation de la phase. Elles requièrent toutefois la correction préalable des échantillons, même dans des structures directes, où la correction du signal est effectuée après l'estimation (§ 5.1.4). Lorsque l'estimation est effectuée par blocs, chaque valeur estimée est alors utilisée pour pré-corriger le signal, et ainsi permettre la prise de décisions sur les échantillons impliqués dans l'estimation suivante. On dispose donc sur chaque bloc d'une information a priori relative à la phase que l'on cherche à estimer (§5.3.2).

Nous cherchons ici à exprimer la loi des estimées de phase, afin de déterminer de façon analytique le biais de l'estimateur HDD, ainsi que la gigue d'estimation. Après la définition de quelques notations (E.1), nous rappelons la loi de la phase des échantillons reçus (E.2). La loi des estimées est exprimée ensuite pour un estimateur HDD avec pré-correction idéale, et comparée à celle de l'estimateur PA pour une estimation par blocs (E.3). Le résultat est alors étendu au modèle d'estimation avec pré-correction imparfaite de la phase proposé au §5.3.2.2.

### E.1 Hypothèses et notations

- Pour simplifier le problème, on suppose les symboles transmis identiques, notés  $d_k = \sqrt{E_s}$ .
- Une erreur de phase constante  $\varphi$  est appliquée au signal dans le canal.
- Le bruit additif gaussien dans le canal peut se décomposer en deux composantes indépendantes :  $n = n_I + jn_Q$  avec  $n_I, n_Q \sim N(0, \sigma_n^2)$  et  $\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2}$
- Le signal est échantillonné aux instants idéaux en sortie du filtre adapté : les échantillons sont notés  $y_k = y_I + jy_Q = d_k e^{j\varphi} + n_k$

- On notera par la suite  $\rho$  et  $\theta$  respectivement le module et l'amplitude d'un échantillon :  
 $y_k = \rho e^{j\theta}$

## E.2 Loi de la phase d'un échantillon reçu

Si l'on passe d'un système de coordonnées cartésiennes à un repère en coordonnées polaires, on montre [21] que :

$$P_{\rho,\theta}(\rho, \theta) = \frac{\rho}{\pi N_0} \exp\left(-\frac{\rho^2 + E_s - 2\rho\sqrt{E_s} \cos(\theta - \varphi)}{N_0}\right) \quad (\text{E.1})$$

On en déduit la loi marginale de la phase  $\theta$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} P_\theta(\theta) &= \int_0^{+\infty} P_{\rho,\theta}(\rho, \theta) d\rho \\ &= \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{E_s}{N_0} \sin^2(\theta - \varphi)\right) \int_0^{+\infty} v \cdot \exp\left(-\frac{[v - \sqrt{2\frac{E_s}{N_0}} \cos(\theta - \varphi)]^2}{2}\right) dv \end{aligned}$$

On pose :

$$I = \int_0^{+\infty} v \cdot \exp\left(-\frac{[v - \sqrt{2\frac{E_s}{N_0}} \cos(\theta - \varphi)]^2}{2}\right) dv \quad (\text{E.2})$$

Par le changement de variable  $x = v - \sqrt{2\frac{E_s}{N_0}} \cos(\theta - \varphi)$ , on montre que :

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\sqrt{2\frac{E_s}{N_0}} \cos(\theta - \varphi)}^{+\infty} \left(x + \sqrt{2\frac{E_s}{N_0}} \cos(\theta - \varphi)\right) \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \\ &= \exp\left(-\frac{E_s}{N_0} \cos^2(\theta - \varphi)\right) + \sqrt{4\pi\frac{E_s}{N_0}} \cos(\theta - \varphi) Q\left(-\sqrt{2\frac{E_s}{N_0}} \cos(\theta - \varphi)\right) \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

Où

$$Q(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (\text{E.4})$$

En reportant  $I$  dans l'expression de  $P_\theta(\theta)$ , on obtient :

$$P_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{E_s}{N_0}\right) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \cos(\theta - \varphi) Q\left(-\sqrt{2\frac{E_s}{N_0}} \cos(\theta - \varphi)\right) \exp\left(-\frac{E_s}{N_0} \sin^2(\theta - \varphi)\right)$$

On introduit la notation  $\gamma_s \triangleq \frac{E_s}{N_0}$  :

$$P_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi} e^{-\gamma_s} + \sqrt{\frac{\gamma_s}{\pi}} \cos(\theta - \varphi) Q\left(-\sqrt{2\gamma_s} \cos(\theta - \varphi)\right) \exp\left(-\gamma_s \sin^2(\theta - \varphi)\right) \quad (\text{E.5})$$

## E.3 Estimateur sur N symboles

Rappelons l'expression du détecteur HDD :

$$\hat{\varphi} = \arg \left( \sum_{k=0}^{N-1} y_k \hat{d}_k^* \right) \quad (\text{E.6})$$

**Notations :**

- On pose :  $z_k \triangleq y_k \hat{d}_k^*$  pour  $k = 0, \dots, N-1$
- Soit  $S_k \triangleq \sum_{k=0}^{N-1} z_k$
- On notera  $S_k \triangleq R e^{j\Omega}$

### E.3.1 Simplification du problème

**Hypothèse :**  $\{z_k\}_{k=0, \dots, N-1}$  sont indépendants, de même loi, de moyenne  $\mu$  et de variance  $\nu$ . Alors si  $N$  est assez grand, le théorème de la limite centrale permet de dire que  $S_k \sim N(N\mu, N\nu)$ .

Dans ce cas, un changement de coordonnées cartésien/polaire analogue à celui évoqué au § E.2 permet d'exprimer la loi de  $R$  et de  $\Omega$  :

- le module de  $S_k$  suit une loi de Rice :

$$P_R(r) = \frac{2r}{N\nu} \exp\left(-\frac{r^2 + N^2\mu^2}{N\nu}\right) I_0\left(\frac{2\mu r}{\nu}\right) \Big|_{R+}(r) \quad (\text{E.7})$$

où  $I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x \cos(\alpha)) d\alpha$  (fonction de Bessel modifiée d'ordre 0)

- Si  $\mu$  est réel, l'argument de  $S_k$  suit la loi suivante :

$$P_\Omega(\omega) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{N\mu^2}{\nu}\right) + \left(\frac{\sqrt{N}\mu \cos(\omega)}{\sqrt{\nu\pi}}\right) \exp\left(-\frac{N\mu^2 \sin^2(\omega)}{\nu}\right) Q\left(-\frac{\sqrt{2N}\mu \cos \omega}{\sqrt{\nu}}\right) \quad (\text{E.8})$$

où la fonction  $Q(x)$  est définie par (E.4). Lorsque  $\mu$  n'est pas réel, un changement de variable permet d'exprimer la loi de  $\Omega$  (voir §E.3.4).

La loi des estimées  $\hat{\varphi} = \Omega$  dépend donc des paramètres  $\mu$  et  $\nu$ , que l'on obtient en étudiant la loi de la variable  $z_k$ . Nous étudions successivement les estimateurs PA, HDD avec précorrection parfaite et HDD avec pré-correction aléatoire.

### E.3.2 Loi de $z_k$ pour l'estimateur PA :

Nous étudions d'abord la loi de  $z_k$  dans le cas où les symboles transmis sont connus du récepteur, c'est à dire pour un estimateur de type PA. On a alors :

$$\hat{d}_k = d_k$$

et

$$z_k = y_k \hat{d}_k^*$$

#### E.3.2.1 Moyenne de $[z_k]$

$$\begin{aligned} E[z_k] &= E[y_k \hat{d}_k^*] \\ &= E[d_k \hat{d}_k^* e^{j\varphi} + n_k \hat{d}_k^*] \\ &= E[d_k \hat{d}_k^*] e^{j\varphi} + E[n_k \hat{d}_k^*] \\ &= E_s e^{j\varphi} \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$



**E.3.2.2 Variance de  $[z_k]$** 

$$\text{Var} [z_k^2] = E [ |z_k|^2 ] - |E [z_k]|^2 \quad (\text{E.10})$$

$$\begin{aligned} E [ |z_k|^2 ] &= E [ |y_k|^2 | \hat{d}_k |^2 ] \\ &= E [ \rho^2 E_s ] \\ &= E [ \rho^2 ] E_s \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

– On a vu que  $\rho = |y_k| = |\sqrt{E_s} + n_k|$  suit une loi de Rice.

$$\begin{aligned} E [ \rho^2 ] &= E [ (\sqrt{E_s} + n_k) (\sqrt{E_s} + n_k)^* ] \\ &= E_s + 0 + 0 + E [ |n_k|^2 ] \end{aligned} \quad (\text{E.12})$$

–  $|n_k|$  suit une loi de Rayleigh de paramètre  $\sigma_n = \sqrt{\frac{N_0}{2}}$ . On montre alors facilement que

$$E [ |n_k|^2 ] = 2\sigma_n^2 = N_0 \quad (\text{E.13})$$

– Finalement :

$$E [ |z_k|^2 ] = E_s (E_s + N_0) \quad (\text{E.14})$$

D'où la variance de  $z_k$  :

$$\begin{aligned} \text{Var} (z_k) &= E_s^2 + N_0 E_s - E_s^2 \\ &= N_0 E_s \end{aligned} \quad (\text{E.15})$$

**E.3.2.3 Résumé :**

Dans le cas d'un estimateur PA, on a finalement :

$$\mu = E_s e^{j\varphi} \quad (\text{E.16})$$

$$\nu = N_0 E_s \quad (\text{E.17})$$

**E.3.3 Loi de  $z_k$  pour l'estimateur HDD avec pré-correction parfaite**

Les décisions dures sur les échantillons  $y_k = \rho e^{j\theta}$  se traduisent de la manière suivante :

$$\hat{d}_k = \sqrt{E_s} e^{j \frac{2\pi m_k}{M}} \quad (\text{E.18})$$

où  $m_k = 0$  si  $(\theta - \varphi) \in [-\frac{\pi}{M}, \frac{\pi}{M}]$ , 1 si  $(\theta - \varphi) \in [\frac{\pi}{M}, \frac{3\pi}{M}]$ , etc...

On a alors :

$$\begin{aligned} z_k &= y_k \hat{d}_k^* \\ &= \rho \sqrt{E_s} \exp \left[ j \left( \theta - \frac{2\pi m_k}{M} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.19})$$

$$= \rho \sqrt{E_s} \exp (j\theta_k) \quad (\text{E.20})$$

où  $\theta_k \triangleq \theta - \frac{2m\pi}{M}$  lorsque  $(\theta - \varphi) \in [\frac{(2m-1)\pi}{M}, \frac{(2m+1)\pi}{M}]$ ,  $m \in \{0, \dots, M-1\}$

**E.3.3.1 Moyenne de  $[z_k]$** 

$$E[z_k] = E[y_k \hat{d}_k^*]$$

La loi de  $(\rho, \theta_k)$  est donnée par :

$$\begin{aligned} P_{(\rho, \theta_k)}(\rho, \theta_k) &= \sum_{m=0}^{M-1} P_{(\rho, \theta)}\left(\rho, \theta_k + \frac{2m\pi}{M}\right) \Big|_{[\varphi - \frac{\pi}{M}, \varphi + \frac{\pi}{M}]}(\theta_k) \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \frac{\rho}{\pi N_0} \exp\left(-\frac{\rho^2 + E_s - 2\rho\sqrt{E_s} \cos\left(\theta_k + \frac{2m\pi}{M} - \varphi\right)}{N_0}\right) \Big|_{[\varphi - \frac{\pi}{M}, \varphi + \frac{\pi}{M}]}(\theta_k) \Big|_{[0, +\infty]}(\rho) \end{aligned}$$

L'espérance de  $z_k$  est donc :

$$E[z_k] = \int_{\varphi - \frac{\pi}{M}}^{\varphi + \frac{\pi}{M}} \int_0^{+\infty} \rho \sqrt{E_s} e^{j\theta_k} \sum_{m=0}^{M-1} \frac{\rho}{\pi N_0} \exp\left(-\frac{\rho^2 + E_s - 2\rho\sqrt{E_s} \cos\left(\theta_k + \frac{2m\pi}{M} - \varphi\right)}{N_0}\right) d\rho d\theta_k \quad (\text{E.21})$$

Après quelques simplifications, on obtient finalement :

$$E[z_k] = E_s e^{j\varphi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\gamma_s}} \int_{-\frac{\pi}{M}}^{\frac{\pi}{M}} \frac{e^{j\theta}}{\pi} \sum_{m=0}^{M-1} \exp(-\gamma_s \sin^2(\cdot)) \int_0^{+\infty} u^2 \exp(-[u - \sqrt{\gamma_s} \cos(\cdot)]^2) dud\theta \right\}$$

où la notation  $(\cdot)$  signifie  $(\theta + \frac{2m\pi}{M})$ .

Finalement, l'espérance de  $z_k$  se met sous la forme :

$$E[z_k] = \alpha E_s e^{j\varphi} \quad (\text{E.22})$$

avec

$$\alpha \triangleq \frac{1}{\sqrt{\gamma_s}} \int_{-\frac{\pi}{M}}^{\frac{\pi}{M}} \frac{e^{j\theta}}{\pi} \sum_{m=0}^{M-1} \exp\left(-\gamma_s \sin^2\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)\right) I\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right) d\theta \quad (\text{E.23})$$

et

$$I\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right) \triangleq \int_0^{+\infty} u^2 \exp\left(-[u - \sqrt{\gamma_s} \cos(\cdot)]^2\right) du \quad (\text{E.24})$$

$\alpha$  dépend de l'ordre de la modulation  $M$  et du rapport signal à bruit  $\gamma_s$ .

**Calcul pratique de  $I\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)$  :**

$$\begin{aligned} I\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right) &= \int_0^{+\infty} u^2 \exp\left(-[u - \sqrt{\gamma_s} \cos(\cdot)]^2\right) du \\ &= \int_{-\sqrt{\gamma_s} \cos(\cdot)}^{+\infty} (v + \sqrt{\gamma_s} \cos(\cdot))^2 \exp(-v^2) dv \\ &= \int_{-\sqrt{\gamma_s} \cos(\cdot)}^{+\infty} v^2 e^{-v^2} dv + \sqrt{\gamma_s} \cos(\cdot) \int_{-\sqrt{\gamma_s} \cos(\cdot)}^{+\infty} 2ve^{-v^2} + \gamma_s \cos^2(\cdot) \int_{-\sqrt{\gamma_s} \cos(\cdot)}^{+\infty} e^{-v^2} dv \\ &\triangleq I_1 + I_2 + I_3 \end{aligned} \quad (\text{E.25})$$

1. Le premier terme dépend du signe de  $\cos\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)$

(a) Si  $\cos\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right) < 0$

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{|\sqrt{\gamma_s \cos(\cdot)}|}^{+\infty} v^2 e^{-v^2} dv \\
 &= \frac{1}{2} \int_{\gamma_s \cos^2(\cdot)}^{+\infty} \sqrt{w} e^{-w} dw \\
 &= \frac{1}{2} \Gamma\left[\frac{3}{2}, \gamma_s \cos^2\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)\right]
 \end{aligned} \tag{E.26}$$

où  $\Gamma[a, x] \triangleq \int_x^{+\infty} t^{a-1} e^{-t} dt$  est la fonction Gamma incomplète

(b) Si  $\cos\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right) > 0$

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{-\sqrt{\gamma_s \cos(\cdot)}}^{+\infty} v^2 e^{-v^2} dv \\
 &= 2 \int_0^{|\sqrt{\gamma_s \cos(\cdot)}|} v^2 e^{-v^2} dv + \int_{|\sqrt{\gamma_s \cos(\cdot)}|}^{+\infty} v^2 e^{-v^2} dv \\
 &= \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} \Gamma\left[\frac{3}{2}, \gamma_s \cos^2\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)\right]
 \end{aligned} \tag{E.27}$$

2. Le deuxième terme donne :

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \sqrt{\gamma_s \cos(\cdot)} \int_{-\sqrt{\gamma_s \cos(\cdot)}}^{+\infty} 2v e^{-v^2} dv \\
 &= \sqrt{\gamma_s \cos(\cdot)} \left[-e^{-v^2}\right]_{-\sqrt{\gamma_s \cos(\cdot)}}^{+\infty} \\
 &= \sqrt{\gamma_s \cos\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)} \exp\left(-\gamma_s \cos^2\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)\right)
 \end{aligned} \tag{E.28}$$

3. Le troisième terme donne :

$$\begin{aligned}
 I_3 &= \gamma_s \cos^2(\cdot) \int_{-\sqrt{\gamma_s \cos(\cdot)}}^{+\infty} e^{-v^2} dv \\
 &= \gamma_s \cos^2(\cdot) \int_{-\sqrt{2\gamma_s \cos(\cdot)}}^{+\infty} e^{-\frac{v^2}{2}} \frac{dv}{\sqrt{2}} \\
 &= \gamma_s \sqrt{\pi} \cos^2\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right) Q\left(-\sqrt{2\gamma_s \cos\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)}\right)
 \end{aligned} \tag{E.29}$$

### E.3.3.2 Variance de $[z_k]$

On a toujours :

$$E\left[|z_k|^2\right] = E_s (E_s + N_0) \tag{E.30}$$

D'où

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(z_k) &= E_s (E_s + N_0) - |\alpha|^2 E_s^2 \\
 &= (1 - |\alpha|^2) E_s^2 + N_0 E_s \\
 &= \left[\left(1 - |\alpha|^2\right) + \frac{1}{\gamma_s}\right] E_s^2
 \end{aligned} \tag{E.31}$$

**E.3.3.3 Résumé**

Pour un estimateur HDD avec pré-correction parfaite, on a donc

$$\mu = \alpha E_s e^{j\varphi} \quad (\text{E.32})$$

$$\nu = \left[ \left(1 - |\alpha|^2\right) + \frac{1}{\gamma_s} \right] E_s^2 \quad (\text{E.33})$$

où  $\alpha$  est donné par l'expression (E.23).

**E.3.4 Loi des estimateurs PA et HDD avec précorrection parfaite**

D'après ce qui précède, on a :

$$S_k \sim N \left( N\alpha E_s e^{j\varphi}, N \left[ \left(1 - |\alpha|^2\right) E_s^2 + N_0 E_s \right] \right) \quad (\text{E.34})$$

où  $\alpha = 1$  pour l'estimateur PA.

On pose :

$$S'_k \triangleq \frac{S_k}{N} e^{-j\varphi} \quad (\text{E.35})$$

On a donc :

$$S'_k \sim N \left( N\alpha E_s, N \left[ \left(1 - |\alpha|^2\right) E_s^2 + N_0 E_s \right] \right) \quad (\text{E.36})$$

et :

$$\hat{\varphi} = \arg(S_k) = \arg(S'_k) + \varphi \quad (\text{E.37})$$

La loi de  $\Omega = \arg(S'_k)$  (sur  $[\pi, \pi]$ ) est donnée par (E.8) avec  $\mu = \alpha E_s$  et  $\nu = \left[ \left(1 - |\alpha|^2\right) + \frac{1}{\gamma_s} \right] E_s^2$

$$P_\Omega(\omega) = \frac{1}{2\pi} \exp(-N\beta) + \left( \sqrt{\frac{N\beta}{\pi}} \cos(\omega) \right) \exp(-N\beta \sin^2(\omega)) Q\left(-\sqrt{2N\beta} \cos \omega\right) \quad (\text{E.38})$$

avec :

$$\begin{aligned} \beta &\triangleq \frac{\mu^2}{\nu} \\ &= \frac{|\alpha|^2 \gamma_s}{\left(1 - |\alpha|^2\right) \gamma_s + 1} \end{aligned} \quad (\text{E.39})$$

On en déduit la loi de  $\hat{\varphi} = \Omega + \varphi$  (sur  $[\varphi - \pi, \varphi + \pi]$ ) :

$$P_{\hat{\varphi}}(\hat{\varphi}) = \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(\hat{\varphi} - \varphi) \quad (\text{E.40})$$

où :

$$G(x) \triangleq \left( \sqrt{\frac{N\beta}{\pi}} \cos(x) \right) \exp(-N\beta \sin^2(x)) Q\left(-\sqrt{2N\beta} \cos(x)\right) \quad (\text{E.41})$$

Finalement :

$$P_{\hat{\varphi}}(\hat{\varphi}) = \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(\hat{\varphi} - \varphi) \quad (\text{E.42})$$

**Remarque 1** :  $G$  est une fonction paire de  $x$ .

**Remarque 2** : pour l'estimateur PA (données connues) on a  $\alpha = 1$  et donc  $\beta = \gamma_s$

### E.3.4.1 Biais

$$\begin{aligned}
E[\hat{\varphi}] &= \int_{\varphi-\pi}^{\varphi+\pi} \hat{\varphi} P_{\hat{\varphi}}(\hat{\varphi}) d\hat{\varphi} \\
&= \int_{\varphi-\pi}^{\varphi+\pi} \hat{\varphi} \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(\hat{\varphi} - \varphi) \right\} d\hat{\varphi} \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} (u + \varphi) \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} u \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du + \varphi \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du
\end{aligned}$$

1. Le premier terme est nul (fonction impaire)
2. L'intégrale du second terme vaut 1 (intégrale de la densité de probabilité  $P_{\hat{\varphi}}(\hat{\varphi})$  sur l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ )

$$E[\hat{\varphi}] = \varphi \quad (\text{E.43})$$

L'estimateur HDD avec pré-correction parfaite est donc non biaisé.

### E.3.4.2 Gigue de phase

La variance des estimées se calcule de la manière suivante :

$$\text{var}(\hat{\varphi}) = E[\hat{\varphi}^2] - (E[\hat{\varphi}])^2$$

$$\begin{aligned}
E[\hat{\varphi}^2] &= \int_{\varphi-\pi}^{\varphi+\pi} \hat{\varphi}^2 \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(\hat{\varphi} - \varphi) \right\} d\hat{\varphi} \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} (u + \varphi)^2 \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} u^2 \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du + \varphi \int_{-\pi}^{\pi} 2u \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du + \varphi^2 \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} u^2 \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du + \varphi^2 \int_{\varphi-\pi}^{\varphi+\pi} P_{\hat{\varphi}}(\hat{\varphi}) d\hat{\varphi} \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} u^2 \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du + \varphi^2
\end{aligned}$$

Finalement :

$$\text{var}(\hat{\varphi}) = \int_{-\pi}^{\pi} u^2 \left\{ \frac{e^{-N\beta}}{2\pi} + G(u) \right\} du \quad (\text{E.44})$$

La gigue issue de l'estimateur HDD avec pré-correction parfaite est calculée en fonction du rapport signal à bruit à l'aide de l'expression (E.44) pour un signal modulé en QPSK ( $M = 4$ ), et des blocs de  $N = 32$  symboles. Elle est comparée à l'erreur d'estimation mesurée par simulations sur la figure E.1 : les courbes théoriques et les résultats de simulation sont effectivement confondues.

On observe par ailleurs que l'écart-type de l'erreur d'estimation issu de l'algorithme HDD avec pré-correction parfaite est inférieur à celui issu de l'algorithme PA (qui suppose les symboles transmis connus du récepteur). Autrement dit, on obtient une gigue d'estimation moins élevée

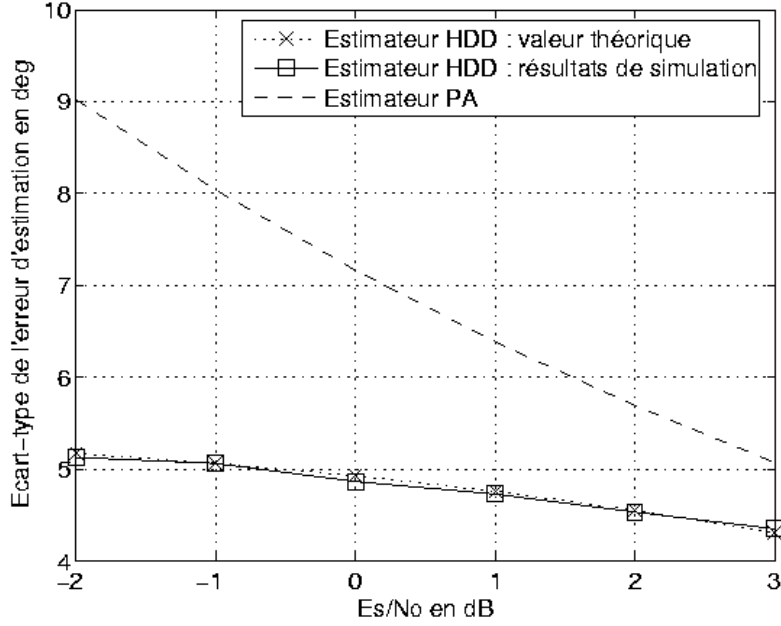


FIG. E.1 – Ecart-type des estimées HDD avec pré-correction parfaite des données. Modulation QPSK. Estimation par blocs de 32 symboles.

lorsqu'on prend en compte des décisions dures  $\hat{d}_k$  (avec parfois  $\hat{d}_k \neq d_k$ ) dans le calcul des coefficients ( $z_k \stackrel{\text{SDD}}{=} y_k \hat{d}_k^*$ ), que lorsqu'on les remplace par les symboles effectivement émis :  $z_k \stackrel{\text{PA}}{=} y_k d_k^*$ . Cela s'explique par le fait que la pré-correction parfaite des données suppose que l'on connaît  $\varphi$  avant même de l'estimer, ce qui n'est jamais le cas en réalité. Cet exemple purement théorique permet toutefois d'illustrer le fait que l'estimateur PA n'est pas nécessairement optimal en terme de gigue, si l'on dispose d'une information a priori sur la phase à estimer. Une borne inférieure de la gigue d'estimation est donnée au §5.3.2.4 en fonction de la variance de la phase de pré-correction, lorsque celle-ci est non nulle.

### E.3.4.3 Remarque

Pour l'estimateur PA, on vérifie par simulations (voir Fig. E.2) que la variance exprimée ci-dessus est très proche de la borne de Cramer-Rao, approchée par la borne de Cramer-Rao modifiée à fort rapport signal à bruit (voir §4.2.1) .

$$\text{var}(\hat{\varphi}) \stackrel{\text{PA}}{\simeq} \frac{1}{2N \frac{E_s}{N_0}} \quad (\text{E.45})$$

## E.3.5 Estimateur HDD avec pré-correction aléatoire

### E.3.5.1 Loi de $z_k$ sachant $\hat{\varphi}_{n-1}$

#### 1) Expression de $E[z_k | \hat{\varphi}_{n-1}]$

- $\hat{d}_k$  est une décision dure prise sur  $y_k e^{-j\hat{\varphi}_{n-1}}$  où  $\hat{\varphi}_{n-1} \sim N(\varphi, \sigma_0^2)$
- On a  $z_k = y_k \hat{d}_k^* = \rho e^{j\theta} e^{-j\frac{2\pi m_k}{M}}$  où  $m_k = i$  lorsque  $(\theta - \hat{\varphi}_{n-1}) \in \left[ \frac{(2i-1)\pi}{M}, \frac{(2i+1)\pi}{M} \right]$  :

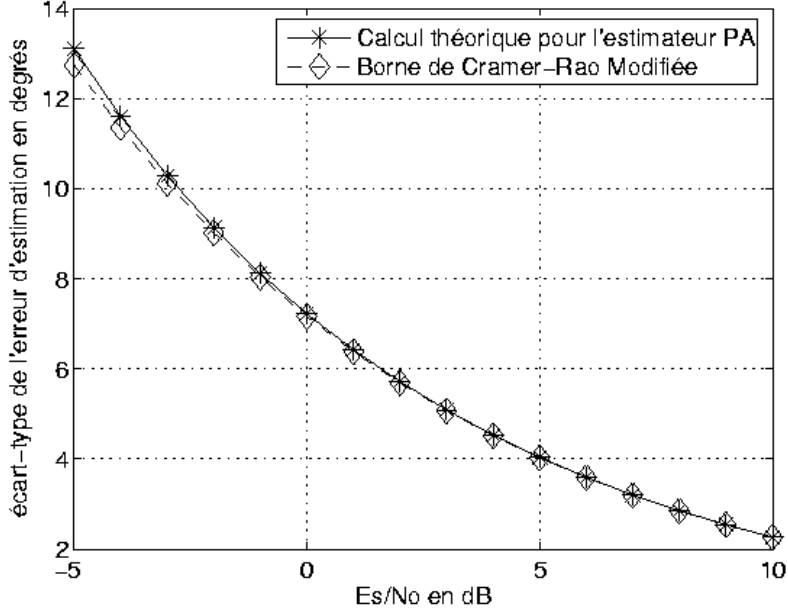


FIG. E.2 – Ecart-type des estimées PA et borne de Cramer-Rao modifiée en QPSK. Estimation par blocs de  $N = 32$  symboles

$$\begin{aligned}
 E[z_k|\hat{\varphi}_{n-1}] &= \int_{\hat{\varphi}_{n-1}-\frac{\pi}{M}}^{\hat{\varphi}_{n-1}+\frac{\pi}{M}} \int_0^{+\infty} \rho \sqrt{E_s} e^{j\theta_k} \sum_{m=0}^{M-1} \frac{\rho}{\pi N_0} \exp\left(-\frac{\rho^2 + E_s - 2\rho\sqrt{E_s} \cos\left(\theta_k + \frac{2m\pi}{M} - \varphi\right)}{N_0}\right) d\rho d\theta_k \\
 &= \sqrt{E_s} \left\{ \int_{-\frac{\pi}{M} + \hat{\varphi}_{n-1} - \varphi}^{\frac{\pi}{M} + \hat{\varphi}_{n-1} - \varphi} \int_0^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} \frac{\rho^2 e^{j(\theta + \varphi)}}{\pi N_0} \exp\left(-\frac{\rho^2 + E_s - 2\rho\sqrt{E_s} \cos\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)}{N_0}\right) d\rho d\theta \right\} \\
 &= \sqrt{E_s} e^{j\varphi} \left\{ \int_{-\frac{\pi}{M} + \hat{\varphi}_{n-1} - \varphi}^{\frac{\pi}{M} + \hat{\varphi}_{n-1} - \varphi} \int_0^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} \frac{\rho^2 e^{j\theta}}{\pi N_0} \exp\left(-\frac{\rho^2 + E_s - 2\rho\sqrt{E_s} \cos\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)}{N_0}\right) d\rho d\theta \right\}
 \end{aligned}$$

En reprenant les simplifications du cas parfait on obtient :

$$\begin{aligned}
 E[z_k|\hat{\varphi}_{n-1}] &= E_s e^{j\varphi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\gamma_s}} \int_{-\frac{\pi}{M} + \hat{\varphi}_{n-1} - \varphi}^{\frac{\pi}{M} + \hat{\varphi}_{n-1} - \varphi} \frac{e^{j\theta}}{\pi} \sum_{m=0}^{M-1} \exp\left(-\gamma_s \sin^2\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right)\right) I\left(\theta + \frac{2m\pi}{M}\right) d\theta \right\} \\
 &= \alpha E_s e^{j\varphi}
 \end{aligned} \tag{E.46}$$

où l'expression de  $\alpha$  est donnée par (E.23).

## 2) Expression de Var ( $z_k|\hat{\varphi}_{n-1}$ ) On a toujours

$$\text{Var}(z_k|\hat{\varphi}_{n-1}) = \left[ \left(1 - |\alpha|^2\right) + \frac{1}{\gamma_s} \right] E_s^2 \tag{E.47}$$

### E.3.5.2 Loi de ( $\hat{\varphi}|\hat{\varphi}_{n-1}$ )

- Pour une valeur donnée de  $\hat{\varphi}_{n-1}$ , les  $(z_k)_{k=0, \dots, N-1}$  sont supposés indépendants, de même loi, de moyenne  $E[z_k|\hat{\varphi}_{n-1}] = \alpha E_s e^{j\varphi}$  et de variance  $\text{Var}(z_k|\hat{\varphi}_{n-1}) = \left[ \left(1 - |\alpha|^2\right) + \frac{1}{\gamma_s} \right] E_s^2$ .

- Alors  $S_k = \sum_{k=0}^{N-1} (z_k | \hat{\varphi}_{n-1}) \sim N \left( N \alpha E_s e^{j\varphi}, N \left[ (1 - |\alpha|^2) + \frac{1}{\gamma_s} \right] E_s^2 \right)$  (mais cette fois,  $\alpha$  est complexe, c'est à dire qu'un biais sur la phase estimée est induit par la phase de précorrection  $\hat{\varphi}_{n-1}$ )
- On pose  $S'_k = \frac{S_k}{\alpha} e^{-\varphi} : S'_k \sim N \left( N E_s, N E_s^2 \frac{(1 - |\alpha|^2) + \frac{1}{\gamma_s}}{|\alpha|^2} \right)$  et  $(\hat{\varphi} | \hat{\varphi}_{n-1}) = \arg(S_k) = \arg(S'_k) + \varphi + \arg(\alpha)$
- Alors la loi de  $(\hat{\varphi} | \hat{\varphi}_{n-1})$  est donnée par :

$$P_{\hat{\varphi}}(\hat{\varphi} | \hat{\varphi}_{n-1}) = \frac{1}{2\pi} \exp(-N\beta) + G(\hat{\varphi} - \varphi - \arg(\alpha))$$

où

$$\beta = \frac{\mu^2}{\nu} = \frac{|\alpha|^2 \gamma_s}{(1 - |\alpha|^2) \gamma_s + 1} \quad (\text{E.48})$$

et

$$G(x) \triangleq \left( \sqrt{\frac{N\beta}{\pi}} \cos(x) \right) \exp(-N\beta \sin^2(x)) Q\left(-\sqrt{2N\beta} \cos(x)\right) \quad (\text{E.49})$$

### E.3.5.3 Loi de l'estimateur $\hat{\varphi}$

On a :

$$\begin{aligned} P[\hat{\varphi}] &= \int_R P[\hat{\varphi} | \hat{\varphi}_{n-1}] P[\hat{\varphi}_{n-1}] d\hat{\varphi}_{n-1} \\ &= \int_R P[\hat{\varphi} | \hat{\varphi}_{n-1}] \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left(-\frac{(\hat{\varphi}_{n-1} - \varphi)^2}{2\sigma_0^2}\right) d\hat{\varphi}_{n-1} \end{aligned} \quad (\text{E.50})$$

### E.3.5.4 Biais

Le calcul analytique de la moyenne des estimées  $E[\hat{\varphi}]$  est difficile, étant donnée l'expression de la loi (E.50). Des évaluations informatiques permettent toutefois de montrer que l'estimateur HDD est non biaisé, quels que soient le rapport signal à bruit, l'ordre de la modulation, et la variance  $\sigma_0^2$  de la phase de pré-correction.

### E.3.5.5 Variance

La variance de l'estimateur HDD est également évaluée à partir de l'expression de la loi (E.50). Elle est représentée en fonction de la variance  $\sigma_0^2$  sur la Fig. E.3 pour la modulation QPSK, avec  $N = 32$  et au rapport signal à bruit  $E_s/N_0 = 0 \text{ dB}$ .

On remarque tout d'abord que la courbe issue de l'expression théorique donnée ici correspond à celle qu'on obtient effectivement en simulant un estimateur de phase HDD avec correction aléatoire de la phase avant les décisions. On remarque tout d'abord que lorsque  $\sigma_0^2 = 0$ , on retrouve l'écart-type obtenu au §E.3.4.2 lorsque la pré-correction est parfaite soit environ  $5^\circ$  pour  $E_s/N_0 = 0$ . Par ailleurs, les deux courbes correspondant à l'estimateur HDD croisent la droite  $y = x$  qui correspond au cas où la gigue d'estimation est égale à la variance de la phase utilisée pour la pré-correction. Le point d'intersection des courbes correspond à la gigue du système bouclé (cf. Fig. 5.7). On note que cette gigue est plus élevée que celle issue de l'estimateur PA pour le même nombre de symboles par bloc d'estimation. L'algorithme HDD réel (c'est à dire bouclé) est donc moins ici performant que l'algorithme avec pilotes (voir §5.3.2.3).



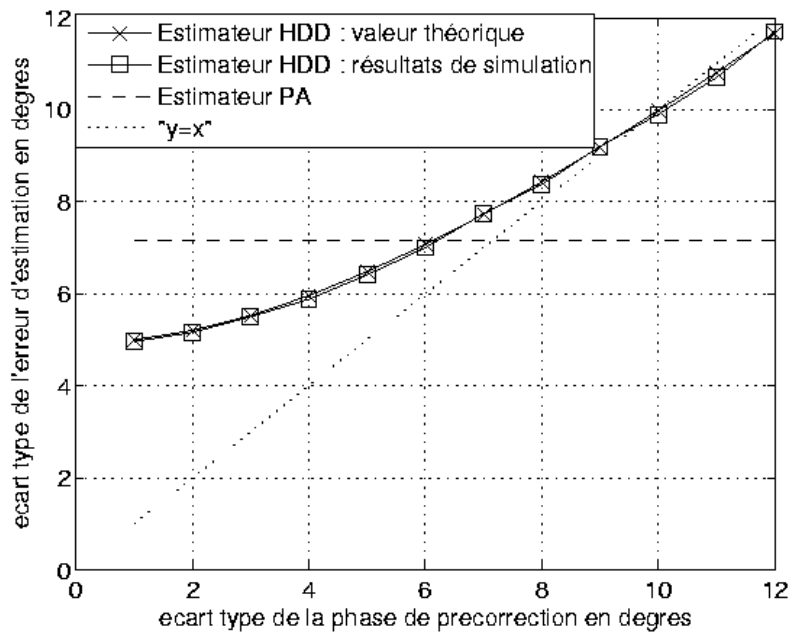


FIG. E.3 – Ecart-type de l'erreur d'estimation HDD en fonction de  $\sigma_0$ . Modulation QPSK, estimation par blocs de  $N = 32$  symboles,  $E_s/N_0 = 0$  dB

# Bibliographie

- [1] Laboratoire tésa (télécommunications spatiales et aéronautiques) : <http://www.tesa.prd.fr>.
- [2] U. REIMERS : *Digital Video Broadcasting : The International Standard for Digital Television*. Springer, 2001.
- [3] *Digital Video Broadcasting (DVB) - Interaction Channel for Satellite Distribution Systems - Ref. ETSI EN 301 790 v1.3.1*, mars 2003.
- [4] Ses-astra website : Satellite broadband services, <http://www.ses-astra.com/products/broadband>.
- [5] Spaceway website, by hughes broadband alliance, <http://www.spaceway.com>.
- [6] Wildblue website, <http://www.wildblue.com>.
- [7] Telesat website, <http://www.telesat.com>.
- [8] Ipstar website, <http://www.ipstar.com>.
- [9] Skyplex system website, <http://www.skyplexnet.it>.
- [10] *Digital Video Broadcasting (DVB) - Second Generation Framing Structure, Channel Coding and Modulation Systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other Broadband Satellite Applications - Ref. ETSI EN 302 307 v1.1.1*, janvier 2004.
- [11] Efficient channel coding inc. website : <http://www.eccincorp.com>.
- [12] *Digital Video Broadcasting (DVB) - User Guidelines for the Second Generation System for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other Broadband Satellite Applications (DVB-S2) - Ref. ETSI TR 102 376 v1.1.1*, février 2005.
- [13] *Digital Video Broadcasting (DVB) - Interaction Channel for Satellite Distribution Systems; Guidelines for the use of EN 301 790 - Ref. ETSI TR 101 790 v1.1.1*, septembre 2001.
- [14] C. MORLET : *Démodulateur embarqué multiporteuses pour services multimédia par satellites*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, 2000.
- [15] C. BERGOGNE : *Transmission en mode paquet à faible rapport signal à bruit*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, 1996.
- [16] I. MORTENSEN : *Traitement en bande de base pour charges utiles à régénération bord*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, 1997.
- [17] P. HOLSTERS : Effet du bruit thermique et du bruit de phase sur la synchronisation de la phase. Rapport de stage, ENSAE - CNES, août 2002.
- [18] F.M. GARDNER : A bpsk / qpsk timing error detector for sampled receivers. *IEEE Transactions on Communications*, 34(5):423–429, mai 1986.
- [19] M. OERDER et H. MEYR : Digital filter and square timing recovery. *IEEE Transactions on Communications*, 36(5):605–612, mai 1988.
- [20] A. GINESI, D. FITTIPALDI, A. BIGI et R. De GAUDENZI : Pilot-aided carrier synchronization techniques for broadband satellite transmissions. Rapport technique, ESA - ESTEC, septembre 2003.
- [21] J.D. PROAKIS : *Digital Communications (4th edition)*. McGraw Hill, 2001.

- [22] S.M. KAY : *Fundamentals of Statistical Signal Processing - Volume 1 : Estimation Theory*. Prentice Hall, 1993.
- [23] H. MEYR, M. MOENECLAËY et S.A. FECHTEL : *Digital Communication Receivers : Synchronization, Channel estimation and Signal Processing*. J. Wiley and Sons, 1998.
- [24] J.E. HAAKEGAARD : *Récepteurs numériques pour canaux à évanouissements non sélectifs en fréquence*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, 1997.
- [25] C. BERROU, R. De GAUDENZI, C. DOUILLARD, G. GALLINARO, R. GARELLO, D. GIANCRISTOFARO, A. GINESI, M. LUISE, G. MONTORSI, R. NOVELLO et A. VERNUCCI : High speed modem concepts and demonstrator for adaptative coding and modulation with high order in satellite applications. *Proceedings of the ESA 8th International Workshop on Signal Processing for Space Communications (SPSC)*, pages 211–225, septembre 2003.
- [26] M. DERVIN et M.L. BOUCHERET : Algorithmes de synchronisation avec pilotes pour des récepteurs dvb-s2. rapport d'étude, TésA - CNES, décembre 2003.
- [27] B. BEAHAN : Frequency estimation of partitioned reference symbol sequences. Mémoire de D.E.A., University of South Australia, avril 2001.
- [28] M. MORELLI et U. MENGALI : Feedforward frequency estimation for psk : A tutorial review. *European Transactions on Telecommunications*, 9(2):103–116, mars 1998.
- [29] N. NOELS, H. STEENDAM et M. MOENECLAËY : Pilot-symbol assisted iterative carrier synchronization for burst transmission. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 509–513, juin 2004.
- [30] G. UNGERBOECK : Channel coding with multilevel / phase signals. *IEEE Transactions on Information Theory*, 28(1):55–67, janvier 1982.
- [31] C. LANGLAIS, M. HÉLARD et M. LANOISELÉE : Synchronization in the carrier recovery of a satellite link using turbo-codes with the help of tentative decisions. *Proceedings of the IEE Colloquium on Turbo Codes in Digital Broadcasting : Could It Double Capacity ?*, pages 5/1–5/7, novembre 1999.
- [32] C. LANGLAIS et M. HÉLARD : Using tentative decisions for carrier phase recovery of turbo-coded transmissions. *Electronics letters*, 37(9):606–607, avril 2001.
- [33] C. MORLET, I. BURET et M.L. BOUCHERET : A carrier phase estimator for multi-media satellite payloads suited to rsc coding schemes. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 455–459, juin 2000.
- [34] C. MORLET, M.L. BOUCHERET et I. BURET : Carrier phase estimation suited to turbo-code based communication system. *Proceedings of the European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, 2000.
- [35] Y. RAHAMIM, A. FREEDMAN et A. REICHMAN : Ml iterative tentative-decision-directed (ml-itdd) : a carrier synchronization system for short packet turbo-coded communication. *IEEE International Conference on Electronics, Circuits, and Systems (ICECS)*, pages 346–349, décembre 2004.
- [36] W. G. COWLEY : Phase and frequency estimation for psk packets : bounds and algorithms. *IEEE Transactions on Communications*, 44(1):26–28, janvier 1996.
- [37] W. OH et K. CHEUN : Joint decoding and carrier phase recovery algorithm for turbo-codes. *IEEE Communications Letters*, 5(9):375–377, septembre 2001.
- [38] V. LOTTICI et M. LUISE : Carrier phase recovery for turbo-coded linear modulations. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 1541–1545, avril 2002.
- [39] L. GIUGNO, V. LOTTICI et M. LUISE : Another turbo-something : Carrier synchronization. *Proceedings of the European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, 2002.
- [40] V. LOTTICI et M. LUISE : Embedding carrier phase recovery into iterative decoding of turbo-coded linear modulations. *IEEE Transactions on Communications*, 52(4):661–669, avril 2004.

- [41] Y. RAHAMIM, A. FREEDMAN et A. REICHMAN : Methods for carrier synchronization of short packet turbo coded signals. *IEEE International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, pages 1983–1987, septembre 2004.
- [42] L. ZHANG et A.G. BURR : Iterative carrier phase recovery suited to turbo-coded systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 3(6):2267–2276, novembre 2004.
- [43] H. STEENDAM, N. NOELS et M. MOENACLAEY : Iterative carrier phase synchronization for low-density parity-check coded systems. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 3120–3124, mai 2003.
- [44] N. NOELS, H. STEENDAM et M. MOENECLAEY : Carrier phase tracking from turbo and ldpc coded signals affected by a frequency offset. *IEEE Communications Letters*, 9(10):915–917, octobre 2005.
- [45] M.J. NISSLÄ, S. PASUPATHY et A. MÄMMELÄ : An em approach to carrier phase recovery in awgn channel. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, volume 7, pages 2199–2203, juin 2001.
- [46] N. NOELS, C. HERZET, A. DEJONGHE, V. LOTTICI, H. STEENDAM, M. MOENECLAEY, M. LUISE et L. VANDERDORPE : Turbo synchronization : an em algorithm interpretation. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 2933–2937, mai 2003.
- [47] R. RAHELI, A. POLYDOROS et C. TZOU : Per-survivor processing : A general approach to mlse in uncertain environments. *IEEE Transactions on Communications*, 43(4):354–364, avril 1995.
- [48] A. VANELLI-CORALLI, P. SALMI, S. CIONI, G.E. CORAZZA et A. POLYDOROS : A performance review of psp for joint phase/frequency and data estimation in future broadband satellite networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 19(12):2298–2309, décembre 2001.
- [49] A. ANASTASOPOULOS et K. M. CHUGG : Adaptive iterative detection for phase tracking in turbo-coded systems. *IEEE Transactions on Communications*, 49(12):2135–2144, décembre 2001.
- [50] S. CIONI, G.E. CORAZZA et A. VANELLI-CORALLI : Turbo embedded estimation with imperfect phase/frequency recovery. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 2385–2389, mai 2003.
- [51] S. CIONI, G.E. CORAZZA et A. VANELLI-CORALLI : Turbo embedded estimation for high order modulation. *Proceedings of the 3rd International Symposium in Turbo Codes and Related Topics, Brest*, pages 447–450, septembre 2003.
- [52] G. COLAVOLPE, G. FERRARI et R. RAHELI : Noncoherent iterative (turbo) decoding. *IEEE Transactions on Communications*, 48(9):1488–1498, septembre 2000.
- [53] A. FERRARI, A. ANASTASOPOULOS, G. COLAVOLPE et R. RAHELI : Adaptive iterative detection : a performance comparison of closed-loop and open-loop phase synchronization. *proceeding of the IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, pages 1368–1372, 2002.
- [54] G. FERRARI, A. ANASTASOPOULOS, G. COLAVOLPE et R. RAHELI : Adaptive iterative detection for the phase-uncertain channel : limited-tree-search versus truncated-memory detection. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 53(2):2135–2144, mars 2004.
- [55] I. MOTEDAYEN-AVAL et A. ANASTASOPOULOS : Polynomial-complexity noncoherent symbol-by-symbol detection with application to adaptive iterative decoding of turbo-like codes. *IEEE Transactions on Communications*, 51(2):197–207, février 2003.
- [56] R. NURIYEV et A. ANASTASOPOULOS : Analysis and design of pilot-symbol assisted codes, for the noncoherent awgn channel, using density evolution. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, volume 3, pages 1511–1515, avril 2002.

- [57] R. NURIYEV et A. ANASTASOPOULOS : Analysis of joint iterative decoding and phase estimation for the non-coherent awgn channel, using density evolution. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT) conference*, page 168, 2002.
- [58] I. SUTSKOVER, S. SHAMAI et J. ZIV : A novel approach to iterative joint decoding and phase estimation. *Proceedings of the 3rd International Symposium in Turbo Codes and Related Topics, Brest*, pages 83–86, septembre 2003.
- [59] Q. ZHAO et G.L. STÜBER : Convergence behavior of iterative phase synchronization and detection. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 23(5):932–943, mai 2005.
- [60] B. MIELCZAREK et A. SVENSSON : Phase offset estimation using enhanced turbo decoders. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 1536–1540, avril 2002.
- [61] J. DAUWELS et H.A. LOELIGER : Joint decoding and phase estimation : an exercise in factor graphs. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT) conference*, page 231, juin 2003.
- [62] G. COLAVOLPE, A. BARBIERI et G. CAIRE : Algorithms for iterative decoding in the presence of strong phase noise. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 23(9):1748–1757, septembre 2005.
- [63] A. BARBIERI, G. COLAVOLPE et G. CAIRE : Joint iterative detection and decoding in the presence of phase noise and frequency offset. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 720–724, mai 2005.
- [64] D.M. RANKIN et T.A. GULLIVER : Single parity check product codes. *IEEE Transactions on Communications*, 49(8):1354–1362, août 2001.
- [65] J.S.K. TEE, D.P. TAYLOR et P.A. MARTIN : Multiple serial and parallel concatenated single parity-check codes. *IEEE Transactions on Communications*, 51(10):1666–1675, octobre 2003.
- [66] R.G. GALLAGER : *Low-Density Parity-Check codes*. MIT Press, Cambridge, 1963.
- [67] J.M.F. MOURA, J. LU et H. ZHANG : Structured low-density parity-check codes. *IEEE Signal Processing Magazine*, 21(1):42–55, janvier 2004.
- [68] R.G. GALLAGER : Low-density parity-check codes. *IRE Transactions on Information Theory*, IT-9:21–28, janvier 1962.
- [69] M. DERVIN, M.L. BOUCHERET, G. MESNAGER et A. DUCASSE : Phase detection involving parity-check equations and suited to transmissions at low signal to noise ratio. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, volume 3, pages 2080–2084, mai 2005.
- [70] M. DERVIN, M.L. BOUCHERET, G. MESNAGER et A. DUCASSE : A soft decision directed phase detector suited to satellite communications at very low signal to noise ratio. *Proceedings of the VIth IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, pages 146–150, juin 2005.
- [71] H. MEYR et G. ASCHEID : *Synchronization in Digital Communications, Volume 1*. J. Wiley and Sons, 1990.
- [72] M.L. BOUCHERET : *Récepteur Numérique pour Systèmes à base de Modulations Codées en Treillis : algorithmes et architecture*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, 1997.
- [73] E.R. CACCIAMANI et C.J. WOLEJSZA : Phase-ambiguity resolution in a four-phase psk communications system. *IEEE Transactions on Communication Technology*, 19(6):1200–1210, décembre 1971.
- [74] H.L. van TREES : *Detection, Estimation and Modulation Theory*. Wiley, New-York, 1968.
- [75] M. MOENECLAËY : A fundamental lower bound on the performance of practical joint carrier and bit synchronizers. *IEEE Transactions on Communications*, 32(9):1007–1012, septembre 1984.

- [76] A.N. D'ANDREA, U. MENGALI et R. REGGIANNINI : The modified cramer-rao bound and its application to synchronization problems. *IEEE Transactions on Communications*, 42(4): 1391–1399, avril 1994.
- [77] M.MOENECLAEY : On the true and the modified cramer-rao bounds for the estimation of a scalar parameter in the presence of nuisance parameters. *IEEE Transactions on Communications*, 46(11):1536–1544, novembre 1998.
- [78] L. BENVENUTI, L. GIUGNO, V. LOTTICI et M. LUISE : Code-aware carrier phase noise compensation on turbo-coded spectrally-efficient high-order modulations. *Proceedings of the ESA 8th International Workshop on Signal Processing for Space Communications (SPSC)*, pages 177–184, septembre 2003.
- [79] P.Y. KAM : Carrier phase recovery for psk using maximum-likelihood estimation theory. *proceeding of the IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, pages 46.4.1–46.4.4, 1985.
- [80] R. de GAUDENZI : Performance analysis of decision-directed maximum-likelihood phase estimators for m-psk modulated signals. *IEEE Transactions on Communications*, 43(12):3090–3100, décembre 1995.
- [81] A. J. VITERBI et A. M. VITERBI : Nonlinear estimation of psk-modulated carrier phase with application to burst digital transmission. *IEEE Transactions on Information Theory*, 29(4):543–551, juillet 1983.
- [82] M. MOENECLAEY : A simple lower bound on the linearized performance of practical symbol synchronizers. *IEEE Transactions on Communications*, 31(9):1029–1032, septembre 1983.
- [83] D.R. WHITE : The noise bandwidth of sampled data systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 38(6):1036–1043, décembre 1989.
- [84] G. De JONGHE et M. MOENECLAEY : Cycle slip analysis of the nda ff carrier synchronizer based on the viterbi and viterbi algorithm. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 880–884, mai 1994.
- [85] M. MOENECLAEY et G. de JONGHE : ML-oriented nda carrier synchronization for general rotationally symmetric signal constellations. *IEEE Transactions on Communications*, 42(8): 2531–2533, août 1994.