



# Time-frequency analysis by the S transform and interpretation of the laser Doppler flowmetry signals: clinic diagnosis applications

Saïd Assous

## ► To cite this version:

Saïd Assous. Time-frequency analysis by the S transform and interpretation of the laser Doppler flowmetry signals: clinic diagnosis applications. Computer Science [cs]. Arts et Métiers ParisTech, 2005. English. NNT : 2005ENAM0026 . pastel-00001612

**HAL Id: pastel-00001612**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00001612>**

Submitted on 17 Jan 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : ....

**Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Centre d'Angers**

**THÈSE**

présentée pour obtenir le titre de

**DOCTEUR**

de

**L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE**

**D'ARTS ET MÉTIERS**

Spécialité : Automatique et Traitement du Signal

par

**Saïd ASSOUS**

---

**ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE PAR LA TRANSFORMÉE EN S  
ET INTERPRÉTATION DES SIGNAUX DE FLUXMÉTRIE LASER DOPPLER  
APPLICATIONS AU DIAGNOSTIC CLINIQUE**

---

*Soutenue le 14 décembre 2005* devant le jury composé de :

|             |                           |                                            |
|-------------|---------------------------|--------------------------------------------|
| Rapporteurs | Nadine MARTIN             | Directeur de recherche CNRS, LIS, Grenoble |
|             | Didier WOLF               | Professeur, CRAN, INPL Nancy               |
| Examineurs  | François CHAPEAU-BLONDEAU | Professeur, LISA, Université d'Angers      |
|             | Rachid HARBA              | Professeur, LESI, Université d'Orléans     |
|             | Anne HUMEAU               | Enseignant-chercheur, ESAIP, Angers        |
|             | Jean-Pierre L'HUILLIER    | Professeur, LPMI, ENSAM Angers             |

---

L'ENSAM est un grand Etablissement dépendant du Ministère de l'Education Nationale, composé de huit centres :

**AIX-ENPROVENCE ANGERS BORDEAUX CHALONS-EN-CHAMPAGNE CLUNY LILLE METZ PARIS**



## Remerciements

Mes premiers remerciements sont adressés à mon directeur de thèse, M. Jean-Pierre L'Huillier, professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers. Je lui suis reconnaissant pour les qualités scientifiques et pédagogiques de son encadrement et pour sa disponibilité. Sa confiance et son soutien m'ont beaucoup aidé à accomplir ce travail. Il a su guider cette étude avec sagesse, tout en me laissant une grande liberté.

Je suis aussi redevable à mon ex-professeur et directeur de thèse de master, M. Fethi Bereksi-Reguig, directeur du laboratoire du génie biomédicale de l'université de Tlemcen, qui m'a donné les premières pistes d'initiation à la recherche en GBM.

Je tiens à remercier Melle Anne Humeau, enseignant-chercheur au sein du groupe ISAIP-ESAIP, pour avoir accepté de coencadrer cette thèse. Je lui fais part de ma gratitude pour la très grande compétence avec laquelle elle a suivi ce travail, mais également pour l'aide qu'elle m'a apportée à chaque étape clé de ma vie de thésard.

Je remercie Mme Nadine Martin et M. Didier Wolf d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, pour leurs remarques enrichissantes et pour tout l'intérêt qu'ils ont montré pour mon travail.

Mes remerciements s'adressent également à M. François Chapeau-Blondeau et M. Rachid Harba qui se sont intéressés à ce travail et qui ont accepté de siéger au jury de cette thèse.

Je remercie l'ensemble des membres du groupe ISAIP-ESAIP et du CHU d'Angers (service des Explorations Vasculaires), pour leur disponibilité, leur patience et surtout leur gentillesse.

Mes remerciements s'adressent aussi à M. Jacky Lepicier, directeur du groupe ISAIP-ESAIP, pour m'avoir accepté au sein de son établissement en me fournissant les moyens matériels et humains pour accomplir cette thèse.

Enfin, Merci, à Robert Stockwell du centre de recherche CoRA du Colorado, et Robert Pinnegar du département des sciences de la terre, université de Western Ontario, Ontario, derniers complices de ce travail.

Je ne pourrais pas oublier mes amis qui m'ont accompagné durant cette période. Je leur adresse toute ma reconnaissance pour leur amitié.

Quant à ma mère, mes soeurs et mes frères, je leur adresse mes plus chaleureux remerciements. Leur soutien moral tout au long de mes études m'a permis de tenir bon dans les moments difficiles. Qu'ils soient certains de toute ma reconnaissance et de tout mon amour.



*EN TON NOM ET POUR TOI MON DIEU  
L'OMNISCIENT ET L'OMNIPOTENT.  
A MA FAMILLE,*



# Table des matières

|                                                                            |             |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>Table des figures</b>                                                   | <b>xi</b>   |
| <b>Publications de l’auteur</b>                                            | <b>xvii</b> |
| <b>Introduction générale</b>                                               | <b>xix</b>  |
| <b>Chapitre 1 Principe de l’optique tissulaire</b>                         | <b>1</b>    |
| 1.1 Introduction . . . . .                                                 | 1           |
| 1.2 Propriétés optiques des tissus . . . . .                               | 1           |
| 1.2.1 Absorption . . . . .                                                 | 2           |
| 1.2.2 Diffusion . . . . .                                                  | 4           |
| 1.3 Propriétés optiques de différents tissus . . . . .                     | 7           |
| 1.3.1 Spectre d’absorption de l’eau . . . . .                              | 8           |
| 1.3.2 Spectre d’absorption d’un milieu adipeux . . . . .                   | 8           |
| 1.3.3 Spectre d’absorption de l’hémoglobine . . . . .                      | 9           |
| 1.4 Modélisation de la propagation de la lumière dans les tissus . . . . . | 10          |
| 1.4.1 Modèle analytique . . . . .                                          | 11          |
| 1.4.2 Théorie du transfert radiatif . . . . .                              | 11          |
| 1.4.3 Méthode Monte Carlo . . . . .                                        | 12          |
| 1.5 Conclusion . . . . .                                                   | 14          |
| <b>Chapitre 2 La fluxmétrie laser Doppler</b>                              | <b>15</b>   |
| 2.1 Introduction . . . . .                                                 | 15          |
| 2.2 Etat de l’art de la fluxmétrie laser Doppler . . . . .                 | 16          |
| 2.3 Théorie de la fluxmétrie laser Doppler . . . . .                       | 18          |
| 2.3.1 Introduction . . . . .                                               | 18          |
| 2.3.2 Validité du modèle . . . . .                                         | 19          |
| 2.3.3 Événement simple diffusion . . . . .                                 | 20          |
| 2.3.4 Photo courant et fonction d’auto corrélation d’intensité . . . . .   | 20          |

|                   |                                                                                                      |           |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.3.5             | Relation entre l'événement simple diffusion et la fonction d'auto corrélation d'intensité . . . . .  | 22        |
| 2.3.6             | Spectre de puissance du photo courant . . . . .                                                      | 24        |
| 2.3.7             | Estimation de la perfusion . . . . .                                                                 | 24        |
| 2.4               | Processus de traitement du signal et calibrage . . . . .                                             | 26        |
| 2.5               | Quelques applications de la fluxmétrie laser Doppler . . . . .                                       | 28        |
| <b>Chapitre 3</b> | <b>Analyse temps-fréquence par la transformée en S</b>                                               | <b>31</b> |
| 3.1               | Introduction . . . . .                                                                               | 31        |
| 3.2               | Transformée de Fourier . . . . .                                                                     | 32        |
| 3.3               | Quelques représentations temps-fréquence . . . . .                                                   | 33        |
| 3.3.1             | Transformée de Fourier à fenêtre glissante . . . . .                                                 | 33        |
| 3.3.2             | Distributions temps-fréquence généralisées . . . . .                                                 | 37        |
| 3.3.3             | Transformée en ondelettes . . . . .                                                                  | 39        |
| 3.4               | Notions de stationnarité et non stationnarité des signaux . . . . .                                  | 42        |
| 3.4.1             | Notion d'ensemble . . . . .                                                                          | 43        |
| 3.4.2             | Hypothèse d'ergodicité . . . . .                                                                     | 43        |
| 3.4.3             | Notion de fréquence instantanée . . . . .                                                            | 44        |
| 3.4.4             | Fréquence instantanée et fréquence de Nyquist . . . . .                                              | 46        |
| 3.5               | Transformée en S . . . . .                                                                           | 46        |
| 3.5.1             | Obtention de la transformée en S à partir de la transformée de Fourier à fenêtre glissante . . . . . | 47        |
| 3.5.2             | Obtention de la transformée en S à partir de la transformée en ondelettes . . . . .                  | 49        |
| 3.5.3             | Propriétés de la transformée en S . . . . .                                                          | 50        |
| 3.5.4             | Transformée en S généralisée . . . . .                                                               | 54        |
| 3.5.5             | Version discrète de la transformée en S . . . . .                                                    | 55        |
| 3.5.6             | Transformée en S inverse discrète . . . . .                                                          | 57        |
| 3.5.7             | Transformée en S à deux dimensions . . . . .                                                         | 57        |
| 3.5.8             | Validité du choix : quelques comparaisons des représentations temps-fréquence . . . . .              | 58        |
| 3.5.9             | Conclusion . . . . .                                                                                 | 64        |
| <b>Chapitre 4</b> | <b>Application de la transformée en S aux signaux de fluxmétrie laser Doppler (LDF)</b>              | <b>65</b> |
| 4.1               | Introduction et nature physiologique des oscillations . . . . .                                      | 65        |
| 4.2               | Mise en évidence du contenu spectral du signal LDF par la transformée en S . . . . .                 | 68        |

---

|                                                                                                                |                                                                                                     |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.2.1                                                                                                          | Analyse temps-fréquence par la transformée en S des signaux LDF chez le petit animal . . . . .      | 68         |
| 4.2.2                                                                                                          | Analyse temps-fréquence par la transformée en S des signaux LDF chez l'être humain . . . . .        | 70         |
| 4.3                                                                                                            | Analyse temps-fréquence par la transformée en S des signaux LDF d'hypéremie réactionnelle . . . . . | 71         |
| 4.3.1                                                                                                          | Objectif . . . . .                                                                                  | 71         |
| 4.3.2                                                                                                          | Hypéremie réactionnelle . . . . .                                                                   | 71         |
| 4.3.3                                                                                                          | Matériels et méthodes . . . . .                                                                     | 72         |
| 4.3.4                                                                                                          | Résultats . . . . .                                                                                 | 74         |
| 4.3.5                                                                                                          | Discussion . . . . .                                                                                | 76         |
| 4.4                                                                                                            | Evaluation de l'effet des médicaments par l'analyse temps-fréquence en S des signaux LDF . . . . .  | 78         |
| 4.4.1                                                                                                          | Matériels et méthodes . . . . .                                                                     | 79         |
| 4.4.2                                                                                                          | Résultats et discussion . . . . .                                                                   | 82         |
| 4.5                                                                                                            | Analyse temps-fréquence des signaux LDF chez des sujets artériopathes . . . . .                     | 84         |
| 4.5.1                                                                                                          | Matériels et méthodes . . . . .                                                                     | 85         |
| 4.5.2                                                                                                          | Résultats et discussion . . . . .                                                                   | 85         |
| 4.6                                                                                                            | Conclusion sur l'analyse temps-fréquence des signaux LDF . . . . .                                  | 88         |
| <b>Chapitre 5 Extraction de caractéristiques à partir du plan temps-fréquence</b>                              |                                                                                                     | <b>89</b>  |
| 5.1                                                                                                            | Introduction . . . . .                                                                              | 89         |
| 5.2                                                                                                            | Etat de l'art sur l'interprétation temps-fréquence . . . . .                                        | 90         |
| 5.3                                                                                                            | Réduction de dimensions . . . . .                                                                   | 92         |
| 5.3.1                                                                                                          | Sélection de caractéristiques . . . . .                                                             | 93         |
| 5.3.2                                                                                                          | Projection de caractéristiques . . . . .                                                            | 97         |
| 5.4                                                                                                            | Méthodes de projections pour l'extraction de caractéristiques . . . . .                             | 101        |
| 5.4.1                                                                                                          | Analyse en composantes principales . . . . .                                                        | 101        |
| 5.4.2                                                                                                          | L'algorithme EM-ACP . . . . .                                                                       | 105        |
| 5.4.3                                                                                                          | Décomposition en valeurs singulières . . . . .                                                      | 107        |
| <b>Chapitre 6 Application de la décomposition en valeurs singulières pour l'extraction de caractéristiques</b> |                                                                                                     | <b>111</b> |
| 6.1                                                                                                            | Introduction . . . . .                                                                              | 111        |
| 6.2                                                                                                            | Etat de l'art de l'application de la décomposition en valeurs singulières . . . . .                 | 111        |
| 6.3                                                                                                            | Extraction de caractéristiques des représentations temps-fréquence des signaux LDF . . . . .        | 119        |

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| 6.4 Conclusion . . . . .          | 125        |
| <b>Conclusion et perspectives</b> | <b>127</b> |
| <b>Bibliographie</b>              | <b>131</b> |

# Table des figures

|     |                                                                                                        |    |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1 | Atténuation de la lumière à travers un milieu absorbant . . . . .                                      | 3  |
| 1.2 | Atténuation de la lumière à travers un milieu diffusant . . . . .                                      | 6  |
| 1.3 | Représentation de la fonction de phase $f(e_s, e'_s)$ . . . . .                                        | 6  |
| 1.4 | Spectre d'absorption de l'eau . . . . .                                                                | 8  |
| 1.5 | Spectre d'absorption d'un tissu adipeux . . . . .                                                      | 9  |
| 1.6 | Spectre d'absorption de l'oxyhémoglobine et de la déoxyhémoglobine . . . . .                           | 9  |
| 1.7 | Schéma illustrant la propagation diffuse de la lumière . . . . .                                       | 10 |
| 2.1 | Illustration des concepts de détection hétérodyne et homodyne . . . . .                                | 18 |
| 2.2 | Événement simple diffusion entre un photon et un diffuseur en mouvement (glo-<br>bule rouge) . . . . . | 21 |
| 2.3 | Illustration de la diffusion 3D due à l'impact avec un globule rouge . . . . .                         | 23 |
| 2.4 | Densité spectrale de puissance et perfusion . . . . .                                                  | 25 |
| 2.5 | Illustration d'une section de tissu avec l'hypothèse d'une perfusion homogène . .                      | 28 |
| 3.1 | Signal chirp . . . . .                                                                                 | 34 |
| 3.2 | Amplitude spectrale et phase du signal chirp . . . . .                                                 | 35 |
| 3.3 | Signal temporel avec deux régions distinctes et son spectre . . . . .                                  | 36 |
| 3.4 | Signal temporel de 128 points avec trois composantes spectrales . . . . .                              | 36 |
| 3.5 | Module de la TFFG du signal de la figure (3.4) . . . . .                                               | 37 |
| 3.6 | Signal sinusoïdal simple et sa distribution de Wigner . . . . .                                        | 38 |
| 3.7 | Signal simple avec une région nulle au milieu et sa distribution de Wigner . . . .                     | 39 |
| 3.8 | Signal chirp et sa transformée en ondelettes discrète . . . . .                                        | 42 |

|      |                                                                                                                                        |     |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.9  | Différentes séries temporelles d'un processus stationnaire aléatoire . . . . .                                                         | 44  |
| 3.10 | Signal sinusoïdal et son spectre . . . . .                                                                                             | 52  |
| 3.11 | Signal de différentes fréquences, son module et sa phase . . . . .                                                                     | 60  |
| 3.12 | Transformées TFFG, WV, Ondelettes et S du signal 3.11a . . . . .                                                                       | 61  |
| 3.13 | Signal chirp, son module et sa phase . . . . .                                                                                         | 62  |
| 3.14 | Transformées TFFG, WV, Ondelettes et S du signal 3.13a . . . . .                                                                       | 63  |
| 4.1  | Mesures simultanées des signaux cardio-vasculaires et leur analyse spectrale. . . .                                                    | 66  |
| 4.2  | Signal LDF enregistré chez un rat au niveau du crâne et sa représentation temps-<br>fréquence . . . . .                                | 69  |
| 4.3  | Signal LDF enregistré chez un sujet sain au niveau de l'avant-bras et sa représen-<br>tation temps-fréquence . . . . .                 | 71  |
| 4.4  | Signaux LDF enregistrés au repos et avec occlusion sur les deux avant-bras . . . .                                                     | 74  |
| 4.5  | Transformées en S des deux signaux au repos . . . . .                                                                                  | 75  |
| 4.6  | Transformée en S du signal LDF enregistré sur l'avant-bras gauche . . . . .                                                            | 76  |
| 4.7  | Energies absolue et relative de la représentation temps-fréquence pour les signaux<br>avec occlusion . . . . .                         | 77  |
| 4.8  | Energies absolue et relative de la représentation temps-fréquence pour les signaux<br>aux repos . . . . .                              | 78  |
| 4.9  | Signaux LDF après administration des médicaments . . . . .                                                                             | 81  |
| 4.10 | Energies absolues correspondant aux différentes activités physiologiques . . . . .                                                     | 82  |
| 4.11 | Energies relatives correspondant aux différentes activités physiologiques . . . . .                                                    | 83  |
| 4.12 | Signaux LDF des sujets sain et artériopathe avec leur représentation temps-<br>fréquence . . . . .                                     | 86  |
| 4.13 | Signaux LDF des sujets sain et artériopathe, pendant et après le chauffage, ainsi<br>que leur représentation temps-fréquence . . . . . | 87  |
| 5.1  | Etapes du processus de classification : Notation et dimension . . . . .                                                                | 92  |
| 5.2  | Matrices de caractéristiques p, q . . . . .                                                                                            | 94  |
| 6.1  | Signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$ . . . . .                                                                                                 | 112 |

---

|      |                                                                                                                                |     |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.2  | Représentations temps-fréquence par la transformée en S des signaux $x_1$ et $x_2$ . .                                         | 113 |
| 6.3  | Analyse en composantes principales par l'EM-ACP . . . . .                                                                      | 113 |
| 6.4  | Signaux $x_3(t)$ et $x_4(t)$ . . . . .                                                                                         | 114 |
| 6.5  | Représentation temps-fréquence par la transformée en S du signal $x_3$ et $x_4$ . . .                                          | 115 |
| 6.6  | Analyse en composantes principales par l'EM-ACP . . . . .                                                                      | 115 |
| 6.7  | Analyse par DVS des deux signaux $x_1$ et $x_2$ . . . . .                                                                      | 116 |
| 6.8  | Valeurs singulières des deux signaux $x_1$ et $x_2$ . . . . .                                                                  | 116 |
| 6.9  | Signaux $x_5(t)$ et $x_6(t)$ . . . . .                                                                                         | 117 |
| 6.10 | Représentation temps-fréquence par la transformée en S des signaux $x_5$ et $x_6$ . .                                          | 117 |
| 6.11 | Analyse par DVS des deux signaux $x_5$ et $x_6$ . . . . .                                                                      | 118 |
| 6.12 | Signaux LDF de sujets sain et artériopathe et leur représentation temps-fréquence                                              | 120 |
| 6.13 | Décomposition en DVS des signaux de sujets sain et artériopathe . . . . .                                                      | 120 |
| 6.14 | Décomposition en DVS des signaux des enregistrements au repos et avec occlusion                                                | 122 |
| 6.15 | Signaux LDF pour des enregistrements au repos et avec occlusion et leur repré-<br>sentation temps-fréquence associée . . . . . | 124 |
| 6.16 | Fonctions de distribution de probabilité et leur histogramme associé . . . . .                                                 | 124 |
| 6.17 | Fonctions de distribution de probabilité et leur histogramme associé . . . . .                                                 | 125 |

# Notations

---

|                                 |                                                      |
|---------------------------------|------------------------------------------------------|
| $\mu_a$                         | Coefficient d'absorption                             |
| $\rho_i$                        | Densité de chromophores                              |
| $\sigma_{ai}$                   | Section efficace                                     |
| $\frac{1}{\mu_a}$               | Libre parcours moyen d'absorption                    |
| $\alpha_i$                      | Coefficient d'extinction spécifique                  |
| $[c_i]$                         | Concentration du composant $i$ (en unité $\mu mol$ ) |
| $T = \frac{I_o}{I}$             | Transmission                                         |
| $DO$                            | Atténuation, ou densité optique                      |
| $\mu_s$                         | Coefficient de diffusion                             |
| $\frac{1}{\mu_s}$               | Libre parcours moyen de diffusion                    |
| $f(e_s, e'_s)$                  | Fonction de phase normalisée                         |
| $e_s \cdot e'_s = \cos(\theta)$ | Angle de diffusion                                   |
| $g$                             | Facteur d'anisotropie                                |
| $\mu'_s$                        | Coefficient de diffusion réduit (ou de transport)    |
| $\mu_t$                         | Coefficient d'atténuation totale                     |
| $\mu_{tr}$                      | Coefficient d'atténuation de transport               |
| $a = \frac{\mu_s}{\mu_t}$       | Albedo : fraction de lumière diffusée                |
| $PIR$                           | Proche infra-rouge                                   |
| $HbO_2$                         | Oxyhémoglobine                                       |
| $Hb$                            | Déoxyhémoglobine                                     |
| $n(r)$                          | Indice de réfraction                                 |
| $\theta$                        | Angle de diffusion                                   |
| $LDF$                           | Fluxmétrie laser Doppler                             |
| $(u.a.)$                        | Unité arbitraire                                     |
| $E_{in}$                        | Vecteur du champ électrique incident                 |

---

|                  |                                                                         |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $E_{0i}$         | Amplitude du champ électrique $E_{in}$                                  |
| $\omega$         | Pulsation                                                               |
| $k_1$            | Vecteur d'onde de la lumière incidente                                  |
| $\lambda_t$      | Longueur d'onde de la lumière dans le milieu d'indice de réfraction $n$ |
| $E_d$            | Vecteur du champ électrique diffusé                                     |
| $E_{0d}$         | Amplitude du champ électrique diffusé $E_d$                             |
| $k_2$            | Vecteur d'onde de la lumière diffusée                                   |
| $\varphi$        | Constante de phase invariante dans le temps                             |
| $qvt$            | Facteur de phase invariant dans le temps                                |
| $\omega_D = q.v$ | Pulsation Doppler angulaire                                             |
| $q = k_1 - k_2$  | Vecteur de diffusion de Bragg                                           |
| $E_T$            | Champ électrique total diffusé                                          |
| $C_0$            | Constante d'instrumentation                                             |
| $i(t)$           | Photo courant total                                                     |
| $d$              | Domaine de détection                                                    |
| $FAC$            | Fonction d'autocorrélation                                              |
| $N_0(v)$         | Distribution de vitesse normalisée en trois dimensions                  |
| $N(v)$           | Distribution de vitesse unidimensionnelle                               |
| $P(\omega)$      | Puissance spectrale du photo-courant                                    |
| $CMBC$           | Concentration des cellules sanguines en mouvement                       |
| $AC$             | Composante alternative                                                  |
| $DC$             | Composante continue                                                     |
| $RTF$            | Représentation temps-fréquence                                          |
| $WV$             | Transformée de Wigner-Ville                                             |
| $TO$             | Transformée en ondelettes                                               |
| $TFFG$           | Transformée de Fourier à fenêtre glissante                              |
| $X(f)$           | Spectre d'un signal temporel $x(t)$                                     |
| $X([f])^2$       | Périodogramme                                                           |
| $TFD$            | Transformée de Fourier discrète                                         |
| $TOC$            | Transformée en ondelettes continue                                      |
| $S$              | Transformée en S                                                        |
| $FI$             | Fréquence instantanée                                                   |

---

|             |                                                               |
|-------------|---------------------------------------------------------------|
| <i>ECG</i>  | Signal électrocardiogramme                                    |
| <i>HRV</i>  | Variabilité de la fréquence cardiaque                         |
| <i>BF</i>   | Basses fréquences                                             |
| <i>HF</i>   | Hautes fréquences                                             |
| <i>COX</i>  | Cyclo-oxygénases                                              |
| <i>PG</i>   | Prostaglandines                                               |
| <i>Vs</i>   | Vecteur singulier                                             |
| $X_{mn}$    | Matrice de données d'indice ligne $m$ et d'indice colonne $n$ |
| $\Phi_X$    | Matrice de covariance                                         |
| <i>DTF</i>  | Distribution temps-fréquence                                  |
| $r$         | Rang d'une matrice                                            |
| $\aleph(A)$ | Espace nul                                                    |
| <i>TFR</i>  | Transformée de Fourier rapide                                 |
| <i>ACP</i>  | Analyse en composantes principales                            |
| $\Sigma$    | Matrice diagonale des valeurs propres                         |
| <i>FDP</i>  | Fonction de densité de probabilité                            |
| <i>EM</i>   | Algorithme de maximisation de vraisemblance                   |
| <i>DVS</i>  | Décomposition en valeurs singulières                          |
| $U$         | Matrice orthogonale de dimension $m \times m$                 |
| $V$         | Matrice orthogonale de dimension $m \times n$                 |
| $\Sigma$    | Matrice diagonale de dimension $m \times n$                   |
| $F_e$       | Fréquence d'échantillonnage                                   |

# Publications de l'auteur

- **Assous S.**, Humeau A., L'Huillier J.P., *Time-Frequency feature extraction of laser Doppler flowmetry signal using SVD technique*, ICASSP'2006 : IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 14-19 Mai 2006 ; Toulouse, (soumis).
- **Assous S.**, Humeau A., L'Huillier J.P., *Application de la décomposition modale empirique aux signaux laser Doppler*, Colloque Sciences, Technologies, Imagerie en Médecine, 21–23 Mars 2005, Nancy ; Proceedings pp. 11–12.
- **Assous S.**, Humeau A., Tartas M., Abraham P., L'Huillier J.P., *S-transform applied to laser Doppler flowmetry reactive hyperemia signals*, en révision pour IEEE Trans. Biomed. Eng.
- **Assous S.**, Humeau A., Tartas M., Abraham P., L'Huillier J.P., *Physiological effects of indomethacin and celecoxib : a S-transform laser Doppler flowmetry signal analysis*, Phys. Med. Biol., 50, pp. 1951–1959, 2005.
- **Assous S.**, Humeau A., L'Huillier J.P., *Empirical mode decomposition applied to laser Doppler flowmetry signals : diagnosis approach*, 27<sup>th</sup> Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC05), 1–4 Septembre 2005, Shanghai, CHINE ; paru dans le Proceedings of the 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference ; IEEE Catalog Number : 05CH37611C, ISBN : 0-7803-8741-4.
- **Assous S.**, Humeau A., L'Huillier J.P., *Laser Doppler time-frequency signatures using EM-PCA algorithm*, PSIP'2005 : Fourth International Conference on Physics in Signal and Image Processing, 31 Janvier–2 Février 2005, Toulouse ; Proceedings ISBN 2-912328-22-5, pp. 277–281.
- **Assous S.**, Humeau A., L'Huillier J.P., *Heart rate variability evaluated from laser Doppler*

- flowmetry signal*, ESH-BAVAR 2004 (European Society of Hypertension Working Group on Blood Pressure & Heart Rate Variability) : A satellite symposium of the 14<sup>th</sup> European Meeting on Hypertension, 11–12 Juin 2004, Angers ; livre des résumés p. 27.
- **Assous S.**, Humeau A., Abraham P., L’Huillier J.P., *Méthodes temporelle et temps-fréquences pour l’aide à l’interprétation des signaux laser Doppler d’hyperémie réactionnelle*, OPT-DIAG 2004 : Cinquième Colloque “Diagnostic et imagerie optiques en médecine”, 11–13 Mai 2004, Paris ; Proceedings p. 49.
  - **Assous S.**, Humeau A., Léger P., Boccalon H., L’Huillier J.P., *Time-frequency analysis of laser Doppler flowmetry signals computed thanks to the S-transform on healthy subjects and on patients suffering from peripheral arterial occlusive diseases*, First 2004 IEEE-EURASIP International Symposium on Control, Communications, and Signal Processing, 21–24 Mars 2004, Hammamet, TUNISIE ; paru dans IEEE Catalog Number 04EX814, ISBN 0-7803-8379-6, Library of Congress 2004101638, Editor : SuviSoft Oy Ltd, pp. 41–44.
  - **Assous S.**, Humeau A., Koïtka A., L’Huillier J.P., *Laser Doppler flowmetry time-frequency analysis by the S-transform*, The Second IASTED International Conference on Biomedical Engineering, 16–18 Février 2004, Innsbruck, AUTRICHE ; Proceedings of The Second IASTED International Conference on Biomedical Engineering, Editor : B. Tilg, ACTA Press, ISBN : 0-88986-408-X, pp. 318–321.
  - **Assous S.**, Humeau A., Tartas M., L’Huillier J.P., *Intérêts de l’analyse temps-fréquences du signal laser Doppler par la transformée de Stockwell*, Colloque Paris Biophotonique 2003, 22 Octobre 2003, Paris ; paru dans le livre des résumés scientifiques du Colloque.

# Introduction générale

Ce travail trouve son origine et sa motivation dans le besoin croissant de caractériser, d'analyser et de traiter les signaux non stationnaires [Sup 03] et/ou non gaussiens [Weg 89], [Kas 95] et plus particulièrement les signaux physiologiques de fluxmétrie laser Doppler. Le développement des méthodes de traitement du signal a donné naissance à un ensemble de techniques dont l'objectif principal est d'éclairer une situation d'application donnée. Avec la complexification des situations réelles, par exemple rupture de transmission [Tou 98], phénomènes impulsifs [Nik 95], panne de capteurs [Kas 95], canal non stationnaire [Ikr 98], signal non stationnaire, effet Doppler, besoin d'instruments de mesure de plus en plus fins..., les outils de traitement du signal se spécialisent et deviennent moins flexibles : pour s'adapter à une situation particulière, les procédures d'étude et d'analyse doivent être modifiées fréquemment. Lors de sa pratique professionnelle, le traiteur du signal a l'occasion de constater qu'il est parfois très éloigné du cadre théorique strict dans lequel certains outils ou méthodes de traitement du signal fonctionnent. Il est confronté à des données manquantes, erronées, incomplètes, tronquées, l'hypothèse de normalité n'est pas vérifiée, l'hypothèse de stationnarité n'est pas vérifiée, etc. Face à ces difficultés, il ne dispose en général que de sa propre expérience et, guidé également par son intuition, il essaye de façonner de façon empirique des outils adaptés au problème qui lui est soumis. De plus, les systèmes non stationnaires se rencontrent de façon quasi permanente dans la nature du fait de la dynamique et de l'évolution rapide des systèmes étudiés.

Les applications du traitement du signal conduisent donc tout naturellement à l'étude des signaux non gaussiens, des signaux non stationnaires et de la robustesse des méthodes de traitement dans ces deux classes de signaux.

De tous les outils dont on peut disposer en traitement du signal, l'analyse spectrale est

certainement l'une des plus importantes. Les raisons de son excellence sont évidemment à chercher dans la relative universalité du concept majeur sur lequel elle repose : celui de fréquence. Que ce soit dans des domaines s'intéressant à des ondes physiques (physiologiques, acoustiques, vibratoires, géophysiques, optiques,...) ou reposant sur certaines périodicités d'événements (économie, biologie, astronomie,...) une description fréquentielle est souvent à la base d'une plus grande intelligence des phénomènes mis en jeu, en fournissant un complément indispensable à la seule description temporelle (sortie de capteur ou suite d'événements), qui est généralement première pour l'analyse. Si l'on ajoute à cela l'approche fréquentielle qui s'accommode aussi d'une transposition au traitement spatial (imagerie acoustique, imagerie médicale, radio-astronomie,...), on comprend qu'un très grand nombre d'études ait été et soit encore consacré à l'analyse spectrale. On dispose ainsi aujourd'hui d'un arsenal de méthodes dont, au moins pour les plus simples et les plus robustes (et donc les plus éprouvées), les propriétés sont bien connues. A ces méthodes s'ajoutent une batterie d'algorithmes, de logiciels, de processus, voire d'appareils, autant d'éléments assurant à l'analyse spectrale une place de choix dans la vie quotidienne des laboratoires. Pour le traitement des signaux non stationnaires, au-delà des méthodes spectrales « classiques » adaptées aux situations stationnaires, les années quatre-vingt ont vu le développement d'un grand nombre d'approches « modernes » qui ont toutes un point commun : la prise en compte explicite du temps comme paramètre de description. Dans un contexte d'analyse spectrale, ceci a conduit naturellement au concept d'analyse temps-fréquences et à ses représentations et/ou modélisations associées. L'intensification des travaux sur le sujet et leur floraison dans des directions souvent différentes a certainement rendu assez difficile notre tâche de choix et d'utilisation des méthodes existantes. De plus, ce choix est directement lié à l'étape qui suit l'analyse temps-fréquences et qui se caractérise par l'extraction de l'information pertinente à partir du plan temps-fréquences en utilisant seulement un espace réduit de paramètres. Cet espace réduit représentera la sortie finale de la chaîne de traitement qui servira à prendre une décision concernant les signaux étudiés.

C'est dans ce contexte que nous présentons ce travail de thèse qui se compose de deux parties :

La première partie est constituée de trois chapitres : le chapitre 1 abordera le principe et les notions générales concernant l'optique tissulaire, les propriétés optiques du tissu ainsi que les paramètres le caractérisant. Le chapitre 2 présentera la technique de fluxmétrie laser Doppler,

---

qui est basée sur l'élargissement spectral d'une lumière monochromatique qui interagit avec les globules rouges en mouvement dans le tissu. La densité spectrale de puissance de la lumière rétro-diffusée peut être utilisée pour l'estimation de la perfusion du tissu micro-vasculaire sous forme d'un signal de fluxmétrie laser Doppler. Le chapitre 3 présentera un état de l'art des méthodes temps-fréquences existantes adaptées pour l'analyse des signaux non stationnaires, puis proposera une présentation détaillée de l'approche choisie (transformée en S) et ses propriétés. Des exemples de signaux simulés avec leur analyse temps-fréquences par les méthodes les plus répandues dans la littérature (Fourier, Ondelettes, Wigner-Ville) seront présentés à la fin du chapitre pour valider notre choix pour la transformée en S.

La deuxième partie se compose aussi de trois chapitres : Le chapitre 4 présentera l'application de la transformée en S sur différents types de signaux de fluxmétrie laser Doppler. Les résultats seront discutés à la fin de chaque application. Le chapitre 5 présentera un état de l'art de quelques méthodes d'extraction de caractéristiques (analyse en composantes principales, décomposition en valeurs singulières) à partir du plan temps-fréquences. Enfin, le chapitre 6 présentera l'application de la méthode choisie (décomposition en valeurs singulières) en se basant sur les vecteurs singuliers de gauche et de droite. Pour valider cette méthode, son application sera d'abord testée sur des signaux simulés puis sur des signaux de fluxmétrie laser Doppler. Une conclusion générale sur ce travail et ses perspectives sera présentée à la fin du manuscrit.



# Chapitre 1

## Principe de l'optique tissulaire

### 1.1 Introduction

Les sources lumineuses utilisées en tomographie optique sont telles que, lorsqu'il y a interaction avec un tissu biologique, deux phénomènes importants sont observés : l'absorption et la diffusion. De plus, cette interaction entre le milieu et l'onde lumineuse est fortement dépendante de la fréquence de cette dernière. C'est la raison pour laquelle il est utile de présenter les informations nécessaires à la compréhension de la propagation de la lumière dans un tissu ou, d'une manière plus générale, dans un milieu diffusant, étant donné que le phénomène de diffusion est prépondérant. Dans un premier temps les paramètres optiques caractérisant les tissus seront décrits. Leur connaissance est très importante, puisqu'ils peuvent contenir une information utile au diagnostic optique. De plus, ils sont utilisés dans toute description mathématique qui doit tenir compte du problème posé par la diffusion multiple des ondes électromagnétiques.

### 1.2 Propriétés optiques des tissus

La propagation de la lumière dans un tissu dépend de l'indice de réfraction, de l'absorption et de la diffusion qui lui sont propres. L'indice de réfraction caractérise la vitesse de passage de la lumière dans le milieu, qui sera fonction de la nature de ce dernier. Sur une échelle macroscopique, l'indice de réfraction des tissus varie très peu et est sensiblement égal à 1,40 [Bol 89]. Sa valeur peut toutefois osciller entre 1,33 et 1,50 [Ben 51]. La valeur de 1,33 correspond à l'indice de

réfraction de l'eau alors que la valeur de 1,50 est estimée être celle d'un tissu complètement déshydraté. On s'intéresse ici essentiellement à l'absorption et à la diffusion, qui sont les deux phénomènes physiques dominants dans l'interaction de la lumière avec les tissus [Che 90]. En premier lieu, l'origine de l'absorption et de la diffusion d'un tissu, ainsi que les coefficients nécessaires à les caractériser, seront décrits, en supposant qu'il s'agit d'un milieu homogène à l'échelle macroscopique, composé de plusieurs particules. En deuxième lieu, la valeur de ces coefficients sera donnée pour certains tissus ou composants tissulaires dominants.

### 1.2.1 Absorption

#### Origine de l'absorption

L'atténuation par absorption d'une onde électromagnétique au cours de sa propagation est due à l'interaction entre le champ électrique de cette onde et le milieu qu'elle traverse. Cette onde peut être absorbée par un récepteur (un des composants du milieu) qui possède un moment de transition dipolaire correctement orienté. Dans les tissus, l'absorption est localisée dans des sites précis où les chromophores sont présents. Les principaux absorbants présents dans les tissus sont : l'eau, les lipides, la mélanine, l'oxyhémoglobine, et l'hémoglobine [Wel 95, Ene 97]. L'eau constitue 60 à 70 % en poids du corps humain et c'est le composant le plus absorbant. Cela paraît évident puisque la cellule contient environ 75 % d'eau [Guy 91]. Les lipides constituent environ 5 % du poids total d'un cerveau chez un nourrisson. Chez un adulte, cette quantité peut atteindre 8 % dans la matière grise et 17 % dans la matière blanche [Jac 98]. La mélanine présente dans l'épiderme est responsable de la pigmentation de la peau et protège les tissus des radiations ultraviolettes. Dans les autres tissus ne contenant pas de mélanine, le sang est le colorant prépondérant dans le visible. Le pigment le plus important du sang est l'hémoglobine principalement présente sous la forme oxydée (oxyhémoglobine). L'hémoglobine oxydée représente 90 à 95 % du sang artériel alors que le sang veineux contient 50 % d'hémoglobine [Wel 95], [Ene 97].

#### Paramètres caractérisant l'absorption [Ish 78]

Lorsqu'une onde plane se propage dans un milieu absorbant, homogène et non diffusant, la diminution relative de l'intensité  $I$  sur une tranche d'épaisseur  $dx$  obéit à la loi de Bouguer-

Lambert qui établit que :

$$dI = -\mu_a I \cdot dx \quad (1.1)$$

où  $\mu_a$  représente le coefficient d'absorption, caractéristique du milieu et de la longueur d'onde  $\lambda$  considérés.

L'intégration sur une section d'épaisseur  $x$  (figure 1.1) conduit à :

$$I = I_0 \exp(-\mu_a(\lambda)x) \quad (1.2)$$

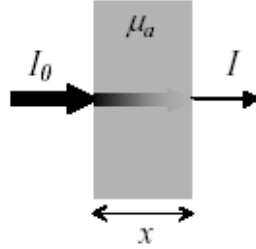


FIG. 1.1 – Atténuation de la lumière à travers un milieu absorbant.

Le coefficient d'absorption peut aussi être exprimé en terme de densité de chromophores  $\rho_i$  et de section efficace  $\sigma_{ai}$  par :

$$\mu_{ai} = \rho_i \cdot \sigma_{ai} \quad (1.3)$$

ce qui conduit à la loi de Beer-Lambert :

$$I = I_0 \exp(-\rho_i \cdot \sigma_{ai} x) \quad (1.4)$$

Dans le cas de la présence de plusieurs types de chromophores, le coefficient d'absorption total est égal à :

$$\mu_a = \sum_i \rho_i \cdot \sigma_{ai} \quad (1.5)$$

L'inverse du coefficient d'absorption,  $1/\mu_a$ , appelé libre parcours moyen d'absorption, re-

présente le libre parcours moyen qu'un photon effectue avant son absorption et représente une chute de  $1/e$  de la valeur initiale d'intensité. Une autre quantité est couramment utilisée pour caractériser l'absorption d'un chromophore, il s'agit du *coefficient d'extinction spécifique*  $\alpha_i$ , qui représente la quantité d'absorption par micro-môle du composant, par litre de solution, par centimètre (usuellement exprimé en  $\mu\text{mol}^{-1}.\text{cm}^{-1}$ ). Il est défini dans une unité logarithmique en base 10 et peut être exprimé en fonction de  $\mu_a$  par l'expression :

$$\alpha_i = \frac{\log_{10}(e)\mu_a}{[c_i]} \quad (1.6)$$

où  $[c_i]$  représente la concentration du composant  $i$  (en unité  $\mu\text{mol}$ ). La transmission,  $T$ , est définie comme étant le rapport de l'intensité transmise par l'intensité incidente :

$$T = \frac{I}{I_o} \quad (1.7)$$

L'atténuation, ou la densité optique (DO) d'un milieu atténuant, est le logarithme du rapport de l'intensité incidente à l'intensité transmise :

$$DO = \log_{10}\left(\frac{1}{T}\right) = -\log_{10}\left(\frac{I}{I_o}\right) \quad (1.8)$$

Ainsi, la DO d'une épaisseur  $x$  est égale à :

$$DO = \log_{10}(e)\mu_a x = \alpha_i.C_i x \quad (1.9)$$

## 1.2.2 Diffusion

### Origine de la diffusion

Une approche classique consiste à expliquer le phénomène de diffusion en supposant que la matière est composée de charges électriques discrètes dans le temps. Soumises à l'action des forces de Coulomb créées par le champ électrique d'une onde incidente, ces charges vont osciller et créer un moment dipolaire électrique. Ce moment dipolaire va, à son tour, rayonner pour donner naissance à une onde électromagnétique dite diffusée. Lorsque la fréquence de l'onde diffusée est égale à celle de l'onde incidente, on parle de processus de diffusion élastique (diffusion de Ray-

leigh<sup>1</sup>), et dans le cas contraire de processus de diffusion inélastique [Atk 98], [Hec 87], [Voe 90]. Tout changement de fréquence selon le processus de diffusion de Raman ou Stokes [Sva 01], [Ber 95], est exclu de la présentation du phénomène de diffusion ci-dessous. Lorsque la lumière se propage dans un tissu, elle rencontre des particules de tailles variables : des macromolécules de protéines de 50-100 nm, des cellules de 1-50  $\mu\text{m}$  ou des structures plus grandes comme les vaisseaux sanguins ( $> 1 \text{ mm}$ ). De plus, ces structures tissulaires sont de formes très variées. Ainsi, tous les régimes de diffusion sont présents (diffusion de Rayleigh, diffusion de Mie<sup>2</sup>...). Cependant, c'est le régime de Mie, correspondant à des objets dont la taille est de l'ordre de grandeur ou supérieure à la longueur d'onde, qui semble être prépondérant [Hul 80]. La diffusion s'y produit essentiellement au passage d'une interface et est due aux variations locales de l'indice de réfraction. Dans le proche infrarouge, la valeur de l'indice de réfraction oscille entre 1,348 et 1,352 pour le plasma sanguin, et entre 1,350 et 1,460 pour les membres cellulaires [Ene 97]. Il faut donc considérer que les cellules et leurs organelles sont des éléments diffusants.

### Paramètres caractérisant la diffusion

Comme pour l'absorption, on peut définir le coefficient de diffusion,  $\mu_s$ , pour une source collimatée, par :

$$I = I_0 \exp(-\mu_s x) \quad (1.10)$$

où  $I$  représente la composante non diffusée de la lumière ayant traversé un échantillon non absorbant d'épaisseur  $x$  (figure 1.2). Le coefficient de diffusion, exprimé en terme de densité de particule  $\rho_i$  et section efficace de diffusion  $\sigma_{si}$ , est :

$$\mu_s = \rho_i \sigma_{si} \quad (1.11)$$

Dans le cas où plusieurs structures participent à la diffusion, l'équation devient :

$$\mu_s = \sum_i \rho_i \sigma_{si} \quad (1.12)$$

<sup>1</sup>La diffusion Rayleigh est la diffusion par les molécules. Taille de la cible : 10 nanomètres

<sup>2</sup>La diffusion de Mie désigne la diffusion par des particules dont le rayon oscille entre 0.1 et 10 fois la longueur d'onde

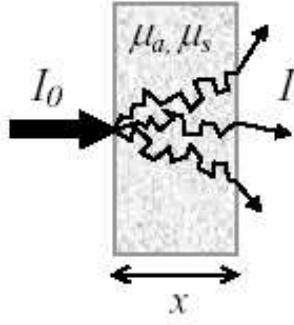


FIG. 1.2 – Atténuation de la lumière à travers un milieu diffusant.

Le libre parcours moyen de diffusion,  $1/\mu_s$ , représente la distance moyenne effectuée par un photon entre deux événements de diffusion consécutifs. Lorsqu'un photon qui est incident le long d'une direction décrite par le vecteur unitaire  $e_s$  subit un événement de diffusion, la probabilité angulaire qu'il soit diffusé dans la direction  $e'_s$  est déterminée par la fonction de phase normalisée  $f(e_s, e'_s)$  donnée par la figure (1.3). Dans les tissus diffusants, on peut supposer que la distribution des probabilités dépend uniquement de l'angle créé entre le photon incident et le photon diffusé. Ainsi, la fonction de phase peut s'exprimer en fonction du cosinus de l'angle de diffusion  $e_s \cdot e'_s = \cos(\theta)$  :

$$f(e_s, e'_s) = f(\cos(\theta)) \quad (1.13)$$

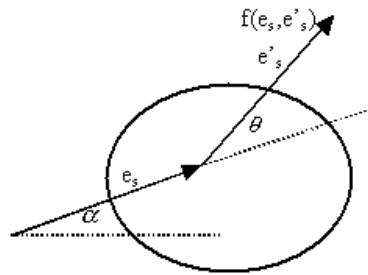


FIG. 1.3 – Représentation de la fonction de phase  $f(e_s, e'_s)$ .

L'anisotropie,  $g$ , peut être caractérisée par le cosinus moyen de l'angle de diffusion :

$$g = \int_{-1}^1 \cos(\theta) f(\cos(\theta)) d\cos(\theta) \quad (1.14)$$

Ce facteur d'anisotropie dépend de la taille, de la forme et de l'index de réfraction des éléments

diffuseurs. Lorsque  $g=0$ , la diffusion de l'onde incidente est parfaitement isotropique alors que lorsque  $g=1$ , la diffusion se fait uniquement vers l'avant.

Dans les tissus biologiques, le facteur d'anisotropie varie entre environ 0,69 et 0,99 [Che 90]. Ceci implique que la diffusion apparaît uniquement dans la direction avant. C'est pour cela qu'il est préférable de considérer le coefficient de diffusion réduit (ou de transport)  $\mu'_s$  défini par :

$$\mu'_s = \mu_s(1 - g) \quad (1.15)$$

Cette quantité peut être considérée comme étant un coefficient de diffusion isotrope équivalent. Il s'agit d'un paramètre fondamental dans la théorie de diffusion de la lumière dans un milieu aléatoire. Le parcours moyen d'un faisceau de lumière collimaté avant de devenir effectivement isotrope est défini par  $1/\mu'_s$ .

En combinant le coefficient de diffusion et d'absorption, on peut définir un coefficient d'atténuation total  $\mu_t$  :

$$\mu_t = \mu_s + \mu_a \quad (1.16)$$

où  $1/\mu_t$  est noté comme étant le libre parcours moyen entre les événements d'absorption ou de diffusion. Par analogie, le coefficient d'atténuation de transport,  $\mu_{tr}$ , est défini par :

$$\mu_{tr} = \mu_a + \mu_s(1 - g) = \mu_a + \mu'_s \quad (1.17)$$

L'albédo  $a$ , est défini par :

$$a = \frac{\mu_s}{\mu_t} \quad (1.18)$$

Il représente la fraction de lumière diffusée par milieu tandis que  $(1-a)$  représente la fraction qui a été absorbée par ce milieu. La valeur de l'albédo varie entre 0 pour un milieu purement absorbant, et 1 pour un milieu purement diffusant.

### 1.3 Propriétés optiques de différents tissus

Les principaux composants des tissus biologiques qui contribuent directement au processus d'absorption dans le proche infra-rouge (PIR) sont : l'eau, les lipides et l'hémoglobine. Les deux

premiers restent plus au moins constants pour de courtes durées, tandis que les concentrations de l'oxyhémoglobine et de la déoxyhémoglobine changent selon le métabolisme du tissu. Ainsi, ce changement correspondant au phénomène d'absorption peut fournir des informations physiologiques utiles. Cette section présente les propriétés d'absorption de ces constituants, ainsi que les mesures des coefficients d'absorption et de diffusion de tissus spécifiques.

### 1.3.1 Spectre d'absorption de l'eau

Le spectre d'absorption de l'eau dans la plage 600-1050 nm est donné sur la figure 1.4 [Coo 96]. Une transmission significative à travers le tissu est possible seulement à partir de l'UV (environ 200 nm, non présenté sur la figure) jusqu'au PIR (environ 935 nm). L'absorption diminue encore au-delà de 1000 nm. Mais jusqu'à présent (l'an 2005), il n'y a pas de détecteur efficace disponible à de telles longueurs d'onde.

Bien que le coefficient d'absorption de l'eau soit plutôt faible dans cette "*fenêtre de transmission de l'eau*", c'est un constituant significatif pour l'atténuation, puisque sa concentration est très élevée dans les tissus biologiques.

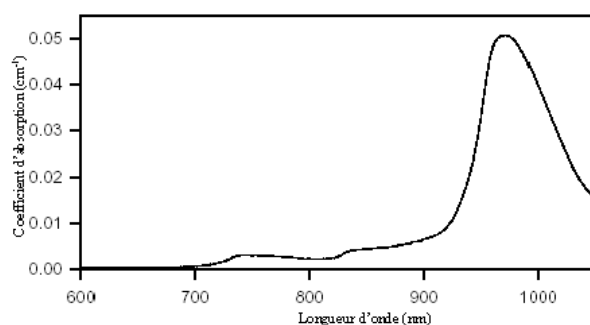


FIG. 1.4 – Spectre d'absorption de l'eau.

### 1.3.2 Spectre d'absorption d'un milieu adipeux

Le spectre d'absorption d'un milieu adipeux est représenté sur la figure 1.5 [Con 84]. Le coefficient d'absorption, qui est du même ordre de grandeur que celui de l'eau, est faible pour les longueurs d'ondes supérieures à 600 nm et présente un pic d'absorption aux environs de 935 nm.

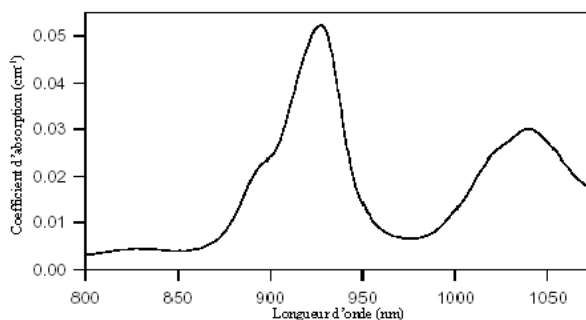


FIG. 1.5 – Spectre d'absorption d'un tissu adipeux.

### 1.3.3 Spectre d'absorption de l'hémoglobine

Les spectres d'absorption de l'hémoglobine dans son état oxydé (oxyhémoglobine  $\text{HbO}_2$ ) et de l'hémoglobine dans son état réduit (déoxyhémoglobine,  $\text{Hb}$ ) sont présentés sur les figures 1.6a et b [Cop 91]. L'hémoglobine se comporte comme un milieu absorbant dans les régions bleue et verte du spectre visible, son absorption est légèrement plus importante au delà de 600 nm. C'est pourquoi le sang veineux paraît plus foncé que le sang artériel.

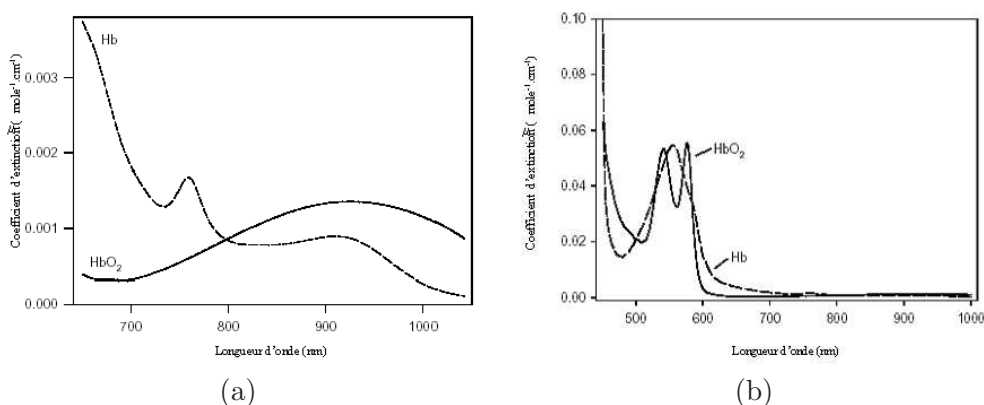


FIG. 1.6 – Spectre d'absorption de l'oxyhémoglobine et de la déoxyhémoglobine dans la plage 650-1050 nm (a) et 450-1000 nm (b).

En observant ces différents spectres, un constat peut être établi : les tissus présentent une certaine transparence à la lumière rouge et PIR. Cette bande spectrale est couramment appelée fenêtre thérapeutique. Sa limite inférieure est fixée par l'importante absorption de l'hémoglobine sous 600 nm, et la limite supérieure, aux environs de 1000 nm, est due à la forte absorption de l'eau.

TAB. 1.1 – Valeurs des propriétés optiques des tissus dans la fenêtre thérapeutique.

| Dénomination                     | Symbole  | Unité            | Valeurs        |
|----------------------------------|----------|------------------|----------------|
| Coefficient de diffusion         | $\mu_s$  | $\text{mm}^{-1}$ | De 10 à 100    |
| Coefficient d'absorption         | $\mu_a$  | $\text{mm}^{-1}$ | De 0.001 à 1   |
| Coefficient d'atténuation totale | $\mu_t$  | $\text{mm}^{-1}$ | De 10 à 100    |
| Coefficient de diffusion réduit  | $\mu'_s$ | $\text{mm}^{-1}$ | De 0.3 à 10    |
| Coefficient d'anisotropie        | $g$      |                  | De 0.68 à 0.99 |
| Albédo                           | $a$      |                  | $\cong 1$      |
| Indice de réfraction             | $n$      |                  | $\cong 1.40$   |

Dans le tableau 1.1, un récapitulatif des différents paramètres qui ont été définis dans cette première partie, ainsi que la valeur qu'ils peuvent atteindre dans la fenêtre thérapeutique [Rog 99], est établi.

## 1.4 Modélisation de la propagation de la lumière dans les tissus

Dans la première partie de ce chapitre, les principes physiques élémentaires de l'interaction des photons avec les tissus ont été brièvement exposés. La propagation de la lumière dans les tissus est régie principalement par l'absorption et la diffusion, sachant que la diffusion est le mécanisme dominant.

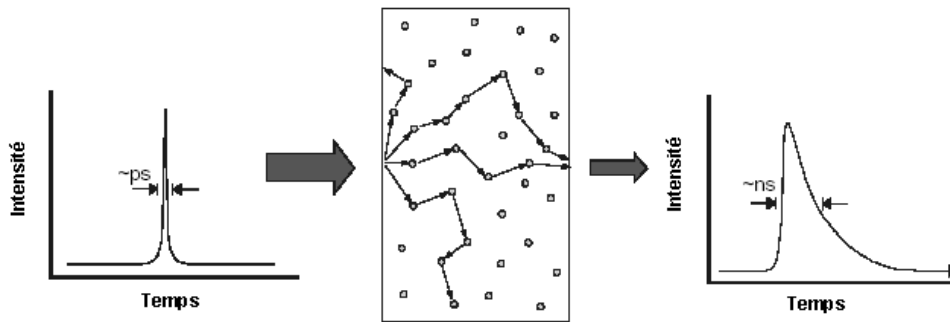


FIG. 1.7 – Schéma illustrant la propagation diffuse de la lumière à travers une section épaisse de tissu.

Par conséquent, une impulsion ultracourte de lumière collimatée entrant dans un milieu hautement diffusant (comme c'est le cas des tissus) deviendra diffuse et disperse après seulement

quelques mm. La figure 1.7 illustre schématiquement cet effet. Dans cette partie on parlera des modèles mathématiques utilisés pour décrire la propagation de la lumière dans les tissus. Ces modèles directs sont nécessaires pour résoudre *le problème inverse* en tomographie optique. Cette problématique a été revue en détail par Patterson [Pat 91] et Arridge [Arr 97], [Arr 99].

### 1.4.1 Modèle analytique

En principe, l'approche la plus fondamentale consiste à prendre en compte la nature statistique du milieu et à étudier le comportement statistique du champ électromagnétique décrit par les équations de Maxwell. Le tissu est considéré comme un milieu aléatoire dont l'indice de réfraction,  $n(r)$ , fluctue suivant la position dans le milieu autour d'une valeur moyenne :  $n(r) = \langle n(r) \rangle + \delta n(r)$ . Cependant, à cause du manque d'information sur  $\delta n(r)$  et de la complexité mathématique de ce formalisme, cette démarche n'est pas adaptée à l'optique des tissus. Il n'est donc pas possible de modéliser et de connaître au niveau microscopique, la distribution de la lumière dans un tissu au cours d'une irradiation. Par contre, en utilisant les propriétés optiques moyennes des tissus qui ont été définies dans la première partie, il est possible de modéliser la distribution de la lumière dans un tissu au niveau macroscopique. En fait, la plupart des modèles mathématiques utilisés reposent sur l'équation du transfert radiatif [Ish 78].

### 1.4.2 Théorie du transfert radiatif

Si on considère la lumière comme étant un flux de particules, photons avec une certaine énergie quantique, on peut décrire la moyenne statistique du transfert photons/énergie à travers un milieu quelconque en utilisant l'équation du transfert radiatif [Ish 78]. Pour que cette équation soit valide, on doit supposer que le tissu est homogène et contient des centres (distribués aléatoirement) d'absorption et de diffusion décrits par trois paramètres : les deux coefficients d'absorption  $\mu_a$  et de diffusion  $\mu_s$ , et le facteur d'anisotropie  $g$  évoqués précédemment. Malheureusement, il n'y a pas une solution analytique générale de l'équation du transfert radiatif pour l'utiliser dans les études d'interaction laser-tissu [Gem 95] ; cependant, des techniques d'approximation numérique ont été développées. L'approximation la plus utilisée est l'équation de la diffusion [Ish 89]. Son seul inconvénient est qu'elle ne peut être appliquée que lorsqu'il y a une

diffusion multiple dominante. Donc, l'approximation de la diffusion reste valable, seulement pour les cas suivants : le détecteur est suffisamment loin de la source, la lumière est diffusée plusieurs fois dans le temps, et le phénomène de diffusion est plus dominant que le phénomène d'absorption. Les aspects théoriques de la migration des photons dans le tissu ne sont donc pas toujours modélisés par l'équation de la diffusion. Cette dernière a laissé la place à ce qu'on appelle la méthode Monte Carlo.

### 1.4.3 Méthode Monte Carlo

C'est une approche très efficace basée sur la nature stochastique de la migration des photons dans les tissus [Wil 83], [Has 91], [Hir 93a], [Hir 93b]. Les paramètres fondamentaux pour définir le modèle sont les fonctions de distribution de probabilité de l'interaction entre la lumière et le milieu. Ces paramètres sont donnés à partir de l'équation du transfert radiatif, utilisant les paramètres  $\mu_a$  et  $\mu_s$  et le facteur d'anisotropie  $g$ . La méthode de Monte Carlo a une meilleure flexibilité, est simple à implémenter, et plusieurs modèles complexes, pas forcément homogènes, peuvent être analysés. Par ailleurs, plusieurs couches de différentes propriétés optiques peuvent être considérées. Il n'y a pas de limitation imposée sur la géométrie ni sur la distance de la source par rapport au détecteur. Le seul inconvénient de cette méthode est qu'elle est gourmande en temps de calculs et en espace mémoire, qui sont cependant devenus moins problématiques grâce au développement très rapide des processeurs de calculs.

Le principe de cette méthode numérique consiste à simuler l'histoire d'un grand nombre de photons dans le milieu diffusant. Les caractéristiques de la source lumineuse fixent les coordonnées spatiales initiales, les cosinus directeurs, et le temps de départ des marcheurs aléatoires de la simulation. Au début de la simulation, on attribue à chaque marcheur un poids statistique de 1. A chaque interaction, le poids du marcheur est multiplié par la probabilité de non absorption, c'est à dire l'albédo  $a$ . Entre deux événements, le marcheur se propage sans interaction. La fraction de poids statique restante après plusieurs interactions correspond ainsi à la probabilité que l'histoire suivie par le marcheur ait eu lieu.

Le nom de Monte Carlo provient de la nature statistique (statistique de Poisson) de la méthode, qui fait appel à un grand nombre de valeurs aléatoires. Ainsi, par exemple, la probabilité

$P$  (comprise entre 0 et 1) de parcourir une distance inférieure à  $\ell$  entre deux interactions est donnée par :

$$P = \int_0^\ell p(\ell) d\ell \quad (1.19)$$

où  $p(\ell)d\ell$  est la probabilité d'avoir une interaction entre  $\ell$  et  $\ell + d\ell$ . La probabilité d'avoir parcouru une distance aléatoire  $\ell_r$  est donnée par :

$$r = \int_0^{\ell_r} p(\ell) d\ell \quad (1.20)$$

où  $r$  est un nombre aléatoire appartenant à l'intervalle  $[0..1]$ . En prenant pour densité de probabilité la fonction  $p(\ell) = \mu_t e^{-\mu_t \ell}$ , qui exprime une décroissance exponentielle avec la distance de la présence du photon, les longueurs aléatoires de libre parcours  $\ell$  des marcheurs sont données par :

$$\ell_r = \frac{\ln(r)}{\mu_t} \quad (1.21)$$

La direction de diffusion est calculée à partir d'une loi de génération aléatoire de l'angle de diffusion  $\theta$  qui découle de la fonction de phase. Lorsque le marcheur rencontre une interface, une partie est réfléchiée tandis que l'autre est réfractée. La fraction de lumière transmise est stockée en notant son énergie, éventuellement sa direction, le trajet parcouru ou le temps d'arrivée. Le processus continue jusqu'à ce que le marcheur ait une énergie négligeable devant son énergie initiale.

Ce type de simulation permet de résoudre de façon simple l'équation du transfert radiatif sans introduire d'hypothèses simplificatrices supplémentaires et cela, quelle que soit la géométrie et la complexité du milieu pris en compte. La précision de cette simulation numérique ne dépend que du nombre de marcheurs considérés. La validité de ces simulations a été vérifiée par de nombreuses équipes, [Wil 83], [Kie 97], [Swa 03].

## **1.5 Conclusion**

En utilisant la méthode de simulation de Monte Carlo pour le modèle de la peau de l'être humain, il a été démontré que pour une émission/réception d'une lumière d'une longueur d'onde particulière, les photons décalés par effet Doppler au niveau des vaisseaux sanguins contribuent à la détection du signal de fluxmétrie laser Doppler (LDF). Ce dernier est basé sur l'élargissement spectral de la lumière monochromatique qui interagit avec les globules rouges dans le tissu. La densité spectrale de puissance de la lumière diffusée peut être utilisée pour l'estimation de la perfusion microvasculaire, c'est ce qui est présenté dans le chapitre qui suit.

## Chapitre 2

# La fluxmétrie laser Doppler

### 2.1 Introduction

La fluxmétrie laser Doppler (LDF) est utilisée pour l'estimation de la perfusion microcirculatoire [She 90b], [Bel 94], qui est un signe très important pour caractériser la santé des tissus biologiques. En effet, c'est au niveau de la microcirculation que se passent les échanges de  $O_2$  et de  $CO_2$ , ainsi que la nutrition et l'ensemble des métabolismes de base. Beaucoup de maladies affectent la microcirculation comme par exemple : l'hypertension, le diabète ainsi que les maladies conjonctives du tissu [Ben 94]. Il est important de s'intéresser à la perfusion microcirculatoire locale pendant et après certains types d'interventions, comme par exemple : l'estimation intra-opérative de la viabilité de l'intestin chez les patients ayant une ischémie intestinale [Joh 94], après une intervention dermatologique pour contrôler le processus de cicatrisation [Sve 93]. Les maladies cardio-vasculaires sont un autre exemple. Actuellement, elles représentent la cause majeure de mortalité dans le monde au même titre que le cancer [Wal 94]. Ces maladies cardio-vasculaires, telles que l'hypertension, sont souvent accompagnées par une artérosclérose, qui affecte la microcirculation, et par conséquent les échanges d'oxygène, la nutrition et les métabolismes [Ben 94]. En outre, les tumeurs malignes sont souvent caractérisées par des altérations et pertes dans le réseau microvasculaire, dues à l'angiogenèse [Rub 94]. Finalement, le processus de cicatrisation des plaies et la formation de granulation des tissus, impliquent la prolifération vasculaire et la formation de nouveaux tissus capillaires [Mar 94]. Il est donc évident de dire qu'une multitude de processus physiologiques et pathologiques affectent et sont affectés par la

microcirculation. Pour cette raison, plusieurs tentatives ont été réalisées pour estimer et contrôler la perfusion microvasculaire *in vivo* [Obe 90]. Une des méthodes antérieures a été le contrôle de transfert de la chaleur dans les tissus pour mesurer la vitesse du flux sanguin. Cette modalité, concernant le dégagement de chaleur, a plusieurs limitations pratiques, comme une caractéristique extrêmement non linéaire et une sensibilité très grande aux pressions de contact [Obe 90]. La méthode du *dégagement radio-isotope* a été introduite par Kety en 1949 [Ket 49]. L'affaiblissement du rayonnement est étudié après injection d'un isotope radioactif [Sej 71]. L'inconvénient majeur de cette approche est la perturbation du flux causée par le traumatisme de l'injection de l'isotope [Sej 71]. La pléthysmographie photoélectrique (PPG) est une autre méthode d'estimation de la perfusion sanguine, principalement dans la microcirculation de la peau. Elle est basée sur la détection des variations de l'absorption et de la diffusion de la lumière dues aux variations temporelles du contenu du sang dans le tissu concerné [Obe 90]. Une approche intuitive est la capillaroscopie vidéo-photométrique, où le flux sanguin est directement visualisé dans les vaisseaux [Bol 74]. En utilisant les méthodes de corrélation, le flux des hématies (globules rouges) peut être enregistré, et fournit des informations sur la vitesse et la distribution du flux [Zho 00]. Une nouvelle méthode récemment développée concerne l'imagerie spectrale avec polarisation orthogonale. Elle est basée sur la détection des photons dépolarisés. Le tissu est illuminé par une lumière linéairement polarisée, et balayé à travers un polariseur orienté d'une façon orthogonale au plan d'illumination, produisant des images de photons qui ont été diffusés plusieurs fois dans le temps [Gro 99], [Nad 01]. Cette dernière méthode a permis l'imagerie de la microcirculation à travers les muqueuses et sur les surfaces des organes.

## 2.2 Etat de l'art de la fluxmétrie laser Doppler

La technique de fluxmétrie laser Doppler émerge en réponse aux besoins des modalités non invasives qui peuvent contrôler la microcirculation dans différents types d'organes et de tissus, de façon continue et en temps réel [She 90b], [Bel 94], [Obe 90], [Nil 91], [Nil 80a], [Nil 80b]. La méthode porte le nom du mathématicien autrichien, Johann Christian Doppler (1803-1853), qui a été le premier à décrire l'effet Doppler de façon mathématique [She 90a]. Les mesures initiales du flux sanguin microvasculaire, utilisant le principe de l'effet Doppler appliqué à l'interaction

matière-lumière, ont été effectuées par Riva et son équipe en 1972. Ce dernier a étudié la vitesse des globules rouges au niveau des artères rétinienne de l'œil du lapin [Riv 72]. Stern a été le premier à suggérer que la perfusion du tissu, par opposition à l'écoulement dans les simples vaisseaux, pourrait être mesurée par la technique LDF [Ste 75]. En 1975, il a observé une fluctuation au niveau du faisceau de lumière cohérent diffusée à partir d'une surface de peau perfusée. Sous occlusion artérielle, et en analysant le photo courant du détecteur, cette fluctuation se traduit par un décalage vers une plus basse fréquence. Après ces premières observations, la méthode a rapidement évolué, et la technique LDF a été appliquée dans différents domaines cliniques [She 90a]. L'observation de Stern a été critiquée pour la compréhension de l'effet Doppler. En effet, la cohérence temporelle de la lumière diffusée est maintenue si l'interaction ne s'est pas effectuée avec des diffuseurs en mouvement. Cependant, l'interaction avec les cellules sanguines en mouvements aléatoires provoque des décalages de fréquences dans la lumière diffusée. Ce décalage de fréquences varie en fonction du temps, dépend de la vitesse des diffuseurs, de l'angle du photon incident et du photon diffusé, et dépend aussi des particules en mouvement [Bon 90]. L'interaction au niveau du photodétecteur, entre les photons subissant un décalage spectral et ceux qui ne l'ont pas subi (mélange hétérodyne), aura comme conséquence une interférence constructive et destructive, observée sous forme de fluctuation d'intensité du photo courant [Bon 90] (figure 2.1). Deux représentations peuvent être utilisées pour la caractérisation d'un signal variable en fonction du temps, résultant de la fluctuation d'intensité sur un photodétecteur : la comparaison des composants en fréquence sous forme de spectre de puissance, ou l'analyse de la fonction d'auto corrélation de l'intensité [Bon 90]. Les deux sont transformée de Fourier l'une de l'autre (théorème de *Wiener-Khintchine*) [Bon 90].

Une manière commune de concevoir le système LDF est d'utiliser une sonde avec fibres optiques, séparées de 0,25 à 0,5 mm (émetteur et récepteur). Ceci donne un volume de prélèvement dans un ordre approximatif de  $1 \text{ mm}^3$  et une profondeur de mesure moyenne d'environ  $200 \mu\text{m}$  à une excitation de 632,8 nm [Nil 91]. En ce qui concerne l'application au niveau de la peau de l'être humain, un volume de profondeur de 1 mm environ a été suggéré [Bon 90], [Lar 02]. La haute résolution spatiale du système LDF peut parfois être considérée comme un avantage, mais également comme un inconvénient, puisque la perfusion microvasculaire montre des fluctuations temporelles ainsi qu'une variabilité spatiale. Ces variations peuvent être trouvées même dans les

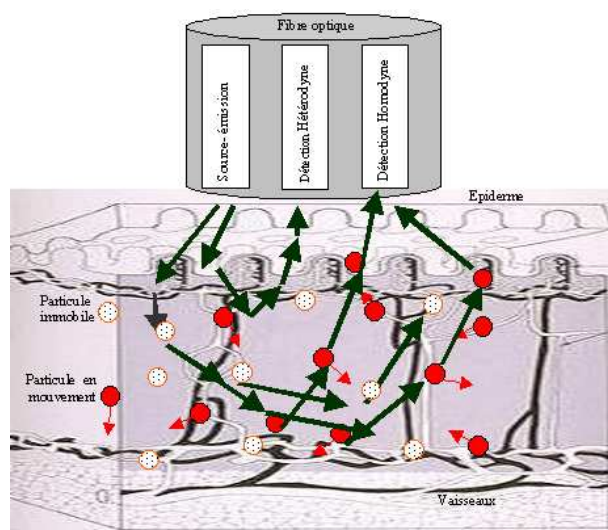


FIG. 2.1 – Illustration des concepts de détection hétérodyne et homodyne. La lumière est envoyée à travers le tissu en utilisant une fibre optique. Si la lumière interagit avec des diffuseurs en mouvement (le plus souvent ce sont les globules rouges qui sont prédominants dans les vaisseaux sanguins), la lumière incidente subit un léger décalage spectral. Dans la détection hétérodyne, la lumière décalée en fréquence est mélangée avec celle non décalée en fréquence, au niveau du photodétecteur. Par ailleurs, le mélange de deux lumières ayant toutes les deux subi un décalage spectral au niveau du photodétecteur, donne ce qu'on appelle la détection homodyne.

tissus qui se montrent apparemment homogènes, comme par exemple la peau humaine qui présente une variation rythmique et stochastique de la perfusion microvasculaire [Ten 83], [Bra 90]. La majeure partie des variations spatiales de l'enregistrement LDF provient de l'hétérogénéité anatomique du réseau microvasculaire [Bra 90]. Cette grande variabilité spatiale a incité le développement de la technique de l'*imagerie de perfusion laser Doppler* (LDPI) [War 93], [Nil 96], qui peut être utilisée pour balayer des sites de tailles variables, pour capturer un certain nombre d'images par minute, utilisées en mode de contrôle et surveillance, ou enregistrer la perfusion sur un ou plusieurs sites avec une mise à jour fréquente.

## 2.3 Théorie de la fluxmétrie laser Doppler

### 2.3.1 Introduction

Pour décrire le phénomène de la diffusion des photons, il est convenable de considérer la lumière comme étant une particule ayant quelques caractéristiques ondulatoires. L'effet Doppler a comme conséquence un élargissement spectral de la lumière, dû à l'interaction avec les diffuseurs en mouvement, principalement les hématies. Les cellules sanguines se déplacent à faible vitesse,

de l'ordre de quelques millimètres par seconde dans la microcirculation, provoquant un déphasage minuscule, environ  $10^{-11}$  fois plus petit que la fréquence de la lumière incidente [Obe 90]. Par conséquent, il est indispensable que la source lumineuse soit fortement monochromatique (cohérence temporelle). C'est ce qui a fait du laser une source de lumière idéale pour l'application de la diffusion de la lumière et l'exploration du phénomène de décalage spectral [She 90a]. Ceci a poussé des auteurs à fournir des modèles convenables très tôt. La plupart des théories sont basées sur le travail mené par Bonner et Nossal [Bon 81]. Plusieurs variations sur ces théories ont été présentées plus tard [Nil 91], [Bon 90], [Alm 94], [Bor 94]. La théorie qu'on présentera ici est basée sur le travail de Nilsson et son équipe [Nil 91], sauf indication contraire.

### 2.3.2 Validité du modèle

Le cadre théorique de l'estimation de la perfusion microvasculaire, obtenue en utilisant la technique LDF, est fondé sur les hypothèses suivantes :

- a) La lumière subit des diffusions multiples dans le tissu. Elle devient par conséquent très diffuse.
- b) La diffusion causée par les particules statiques est beaucoup plus grande que celle provoquée par les particules en mouvement (globules rouges) ; la fraction des photons subissant des effets Doppler multiples est négligeable.
- c) Les vitesses des cellules sanguines sont distribuées aléatoirement dans la direction du volume de diffusion, signifiant en effet, que le réseau des micro-vaisseaux, est aléatoire sur une échelle de longueur définie par la distance moyenne entre les globules rouges diffusants.
- d) Les statistiques du champ de vitesse des cellules sanguines sont uniformes dans tout le volume de diffusion.
- e) Les paramètres statistiques sont stationnaires tout au long de la phase de prélèvement du signal (pour que la transformée de Fourier soit valide).

Une partie de ces hypothèses peut ne pas être valide pour les tissus réels ; en fait, seulement (a), peut être considérée complètement vraie, et les autres hypothèses peuvent être plus ou moins incorrectes. Néanmoins, la théorie suivante a comme conséquence des quantités mesurables qui sont conformes aux prévisions théoriques dans de multiples modèles de flux [Nil 91].

### 2.3.3 Événement simple diffusion

Le photon incident sur la particule mobile (globule rouge), peut être décrit par le vecteur du champ électrique,  $E_{in}$  [Nil 91] :

$$E_{in} = E_{0i} e^{i(\omega t - k_1(vt + r_0))} \quad (2.1)$$

où  $E_{0i}$  est l'amplitude,  $\omega$  est la pulsation et  $\vec{k}_1$  est le vecteur d'onde de la lumière incidente (figure 2.2).  $|k_1| = 2\pi/\lambda_t = 2\pi n/\lambda_{vide}$ , où  $\lambda_t$  est la longueur d'onde de la lumière dans le milieu d'indice de réfraction  $n$ . Le terme  $r = vt + r_0$  décrit la position actuelle du photon. Par conséquent, le photon diffusé peut être décrit par le vecteur du champ électrique diffusé  $E_d$  [Nil 91] :

$$E_d = E_{0d} e^{i(\omega t - k_1(vt + r_0)) + ik_2 vt} \quad (2.2)$$

où  $E_{0d}$  représente l'amplitude et  $\vec{k}_2$  le vecteur d'onde diffusée. Après réarrangement,  $E_d$  peut être écrit sous la forme :

$$E_d = E_{0d} e^{i\omega t} e^{-i\varphi} e^{-iqvt} \quad (2.3)$$

puisque le vecteur de diffusion de Bragg,  $\vec{q} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ , et  $\varphi = |k_1|r_0$ , sont des constantes de phases invariantes dans le temps. Ainsi, le photon diffusé peut être décrit par le photon incident, la pulsation porteuse  $\omega$ , la constante de phase  $\varphi$  invariante dans le temps, et le facteur de phase  $qvt$  qui varie dans le temps et qui décrit la pulsation Doppler angulaire,  $\omega_D = q.v$ . L'amplitude du vecteur de diffusion est donnée par :  $|q| = \frac{4\pi}{\lambda_t} \sin(\alpha/2)$ , où  $\lambda_t$  est la longueur d'onde dans le tissu (elle est donnée par le rapport de la longueur d'onde dans le vide et l'indice de réfraction du tissu).

### 2.3.4 Photo courant et fonction d'auto corrélation d'intensité

Le courant infinitésimal à l'instant  $t$ ,  $i(t, r)$ , au niveau de la surface du détecteur, en  $r$ , produit par le champ électrique total diffusé,  $E_T$  est :

$$i(t, r) = C_0 [E_T(t, r) E_T^*(t, r)] \quad (2.4)$$

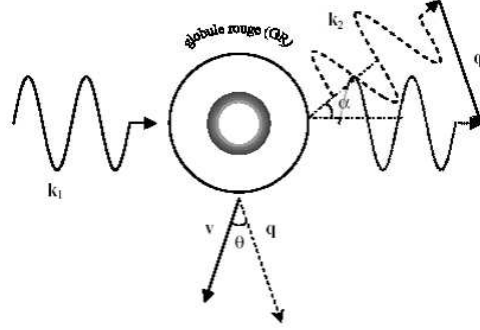


FIG. 2.2 — Événement simple diffusion entre un photon et un diffuseur en mouvement (globule rouge).  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  dénotent les vecteurs d'onde incidente et diffusée respectivement, et  $\alpha$  est l'angle entre les deux.  $v$  est le vecteur vitesse du globule rouge.  $q$  est le vecteur de diffusion.  $\theta$  est l'angle entre  $q$  et  $v$  [Nil 91].

où  $C_0$  est une constante d'instrumentation,  $E_T$  est la somme des champs électriques résultants de la diffusion des structures statiques et en mouvement, et  $E_T^*$  est le complexe conjugué de  $E_T$  [Nil 91]. En intégrant  $i(t, r)$  sur la surface entière du détecteur, on obtient le photo courant total  $i(t)$  :

$$i(t) = \int_d i(t, r) dr \quad (2.5)$$

où  $d$  dénote le domaine de détection. Il a été montré dans [Nil 91], [Nil 02] qu'en négligeant le bruit et l'efficacité du mélange hétérodyne, la fonction d'autocorrélation (*FAC*) du photo courant, ou l'intensité, dans une surface cohérente peut être simplifiée par :

$$\begin{aligned} FAC &= \langle i(t) i(t + \tau) \rangle = \langle E_T(t) E_T^*(t) E_T(t + \tau) E_T^*(t + \tau) \rangle \\ &= 2i_R \langle i_D \rangle \\ &+ i_R^2 \\ &+ \langle i_D \rangle^2 \\ &+ i_R \langle i_D \rangle (\langle e^{iqv\tau} \rangle \langle e^{-iqv\tau} \rangle) \\ &+ \langle i_D \rangle^2 \left\langle \sum_{m=1, m \neq n}^S \sum_{n=1}^S e^{i(q_m v_m - q_n v_n) \tau} \right\rangle, \end{aligned} \quad (2.6)$$

où la *FAC* est une mesure de ressemblance du signal à lui même pour deux instants différents ( $t$  et  $t + \tau$ ), calculée comme moyenne d'ensemble le long d'un temps infini (équation 2.7).  $i_D = S E_{OD}^2$

est le courant produit par les photons diffusés par les structures en mouvements, et  $S$  est le nombre d'interactions d'un photon avec les structures en mouvement, contribuant au champ électrique total. Par similarité,  $i_R = RE_{OR}^2$  pour l'interaction avec les structures statiques. Dans l'équation ci-dessus, les trois premiers termes constituent le signal invariant dans le temps ou le signal *DC*. Le quatrième terme représente les contributions des hématies en mouvement et les structures statiques (mélange hétérodyne). Le cinquième terme se compose de la lumière diffusée par les structures en mouvement, mélangées à elle-même (mélange homodyne), et peut être négligé dans les calculs qui suivent, en raison de l'hypothèse (b) du paragraphe *validité du modèle*

### 2.3.5 Relation entre l'événement simple diffusion et la fonction d'auto corrélation d'intensité

En premier lieu, on a besoin de définir la moyenne d'ensemble, ou l'espérance de la fonction  $g(x)$ ,  $\langle g(x) \rangle$  :

$$\langle g(x) \rangle = \int g(x)f(x)dx, \quad (2.7)$$

où  $f(x)$  est la fonction de densité de probabilité de  $x$ . Ainsi, pour une valeur fixe de  $q$  (figure 2.2), la moyenne d'ensemble du facteur de phase variable dans le temps dans l'équation 2.3 peut être décrite comme :

$$\langle e^{-iqv\tau} \rangle_v = \int_{\text{champ de vitesse}} N_0(v)e^{-iqv\tau} dv \quad (2.8)$$

où  $N_0(v)$  est la distribution de vitesse normalisée en trois dimensions, déterminant le nombre de globules rouges se déplaçant avec la vitesse  $v$ . L'hypothèse (d) dans le paragraphe *validité du modèle* assure que  $N_0(v)$  est indépendante des coordonnées spatiales. En prenant  $q$  parallèle à l'axe  $Z$  ( $\vec{q} = |q|\vec{z}$ ), avec changement de variable de l'intégrale en coordonnées sphériques [Nil 91], [Nil 02], on obtient :

$$\langle e^{-iqv\tau} \rangle_v = \int_{v=0}^{\infty} N(v) \frac{\sin(qv\tau)}{qv\tau} dv, \quad (2.9)$$

L'intégrale unidimensionnelle de l'équation représente la relation entre la moyenne d'ensemble du facteur de phase et la distribution de vitesse unidimensionnelle  $N(v)$  pour un vecteur de diffusion donné ( $\vec{q} = |q|\vec{z}$ ) où :  $N(v) = 4\pi v^2 N_0(v)$  ; donc il n'y a pas de préférence de direction des diffuseurs en mouvement, mais simplement une distribution rapide.

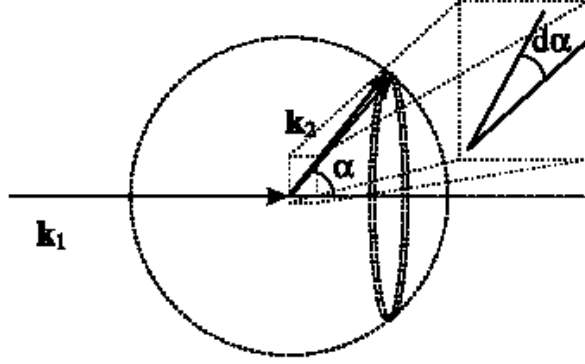


FIG. 2.3 — Illustration de la diffusion 3D due à l'impact avec un globule rouge (le globule rouge est localisé à l'origine du cercle).  $|k_1| \sin(d\alpha)$  correspond à un élément infinitésimal de l'anneau de rayon  $|k_2| \sin(\alpha)$ ,  $\alpha$  est l'angle de diffusion du photon. La symétrie azimutale est supposée autour de  $k_1$

En introduisant une distribution de vecteur de diffusion,  $S_0(q(\alpha))$ , il est possible de dégager une expression d'une distribution de vecteur de diffusion unidimensionnelle,  $S(q(\alpha))$ , en prenant en compte la nature tri-dimensionnelle de l'événement de diffusion de la figure 2.3, et en supposant une symétrie azimutale autour de  $k_1$ . Posant  $|k_2| = r$ , et  $A_r$  la surface de l'anneau d'épaisseur infinitésimal, divisant  $A_r$  par la surface totale de la sphère pour tous les angles de diffusion tridimensionnelles  $A_s$ , le facteur de transformation unidimensionnel peut être exprimé comme suit :

$$\frac{A_r}{A_s} = \frac{2\pi(r \sin(\alpha))(r \sin(d\alpha))}{4\pi r^2} \approx \frac{1}{2} \sin(\alpha) d\alpha, \quad (2.10)$$

Ainsi, l'espérance du facteur de phase variable dans le temps,  $\langle e^{-iqv\tau} \rangle$ , le long du champ de vecteur  $q$ , peut être écrite sous la forme suivante [Nil 91] :

$$\langle \langle e^{-iqv\tau} \rangle_v \rangle_q = \int_{v=0}^{\infty} N(v) \int_{\alpha=0}^{\pi} \frac{\sin(qv\tau)}{qv\tau} S(q(\alpha)) \frac{1}{2} \sin(\alpha) d\alpha dv, \quad (2.11)$$

qui est relative à la vitesse unidimensionnelle des globules rouges, La distribution  $N(v)$ , et le vecteur de diffusion  $S(q(\alpha))$ , de la fonction d'auto corrélation d'intensité mesurable, produite

par le terme du mélange hétérodyne de l'équation 2.6 (le quatrième terme).

### 2.3.6 Spectre de puissance du photo courant

La puissance spectrale  $P(\omega)$  du photo-courant, précédemment cité (suivant le théorème de Wiener-Khintchine), produit par le terme du mélange hétérodyne dans un domaine de cohérence simple, est la transformée de Fourier de la fonction  $FAC$  d'intensité, en négligeant le mélange homodyne [Bon 90]. Selon [Nil 91], [Nil 02] on a :

$$P(\omega) \approx i_R^2 \langle i_s \rangle \int_{v=0}^{\infty} N(v) \int_{\alpha=0}^{\pi} \sin(\alpha) S(q(\alpha)) \int_{\tau=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(qv\tau)}{qv\tau} e^{i\omega\tau} d\tau d\alpha dv, \quad (2.12)$$

### 2.3.7 Estimation de la perfusion

L'équation 2.12 peut être réécrite, en prenant l'amplitude du vecteur  $\vec{q}$  ( $|q| = \frac{4\pi}{\lambda_t} \sin(\frac{\alpha}{2})$ ) et  $\lambda_t = \lambda_{vide}/n_t$ , et  $n_t$  représente l'indice de réfraction du tissu. La pulsation Doppler  $\omega_D$ , est exprimée comme :  $\omega_D = |q| \cdot |v| \cos(\theta)$  (figure 2.2). On trouve :

$$\omega_D = \frac{4\pi}{\lambda_t} \sin(\frac{1}{2}\alpha) v \cos(\theta) \quad (2.13)$$

où  $v = |v|$ . Après normalisation par rapport à l'intensité totale de la lumière, Nilsson et son équipe [Nil 91] ont montré que l'estimation de la concentration des globules rouges peut être donnée par :

$$CMBC \approx \int_0^{\infty} P(\omega) d\omega \approx \int_{v=0}^{v_{max}} \langle i_s \rangle N(v) \int_{x=0}^{\frac{4\pi}{\lambda_t}} x \int_{q=x}^{\frac{4\pi}{\lambda_t}} S(q) dq dx dv, \quad (2.14)$$

et l'estimation de la perfusion par :

$$Perfusion \approx \int_0^{\infty} \omega P(\omega) d\omega \approx \int_{v=0}^{v_{max}} \langle i_s \rangle v N(v) \int_{x=0}^{\frac{4\pi}{\lambda_t}} x \int_{q=x}^{\frac{4\pi}{\lambda_t}} S(q) dq dx dv \quad (2.15)$$

Par conséquent, le terme de l'intégrale extérieure de l'équation 2.14 est calibré linéairement avec  $\langle i_s \rangle$ , qui est aussi proportionnel au nombre de globules rouges en mouvement dans le volume de diffusion, si l'hypothèse (b) du paragraphe *validité du modèle* est valide. Les deux termes

d'intégrale internes de l'équation sont indépendants de  $v$ . Ainsi, l'intégrale de  $P(\omega)$ , c'est-à-dire l'aire sous la courbe de la densité spectrale de puissance, est également désignée sous le nom de concentration de cellules sanguines en mouvement (CMBC) (figure 2.4a). De façon identique, dans l'équation 2.15, le terme de l'intégrale extérieure constitue une mesure du produit du facteur  $\langle i_s \rangle$  par la vitesse moyenne des globules rouges ( $\int vN(v)dv$ ). Cette intégrale du produit de concentration des globules rouges et de la vitesse moyenne, ou la densité spectrale de puissance  $\omega$ -pondérée, est couramment notée *l'estimation de perfusion* (figure 2.4b).

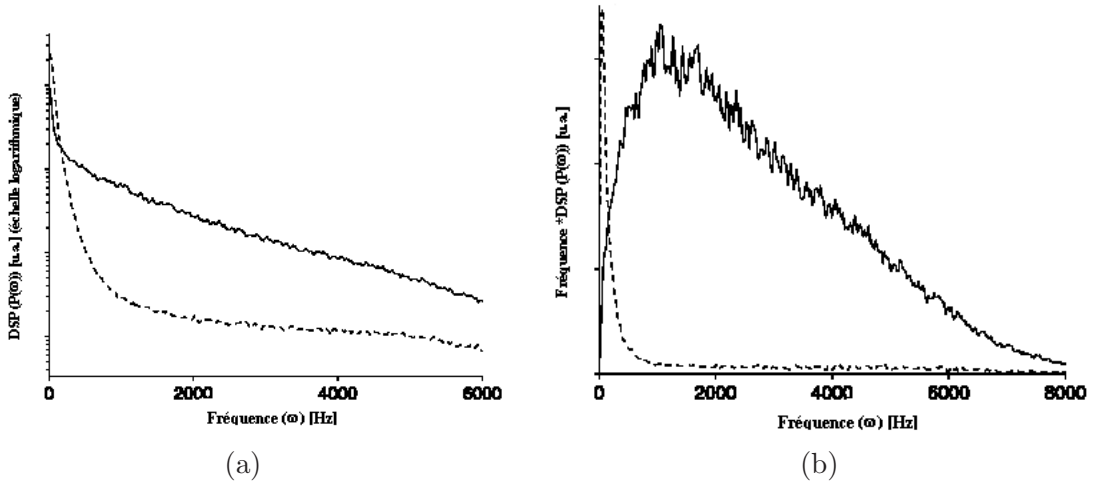


FIG. 2.4 — a) Densité spectrale de puissance (DSP),  $P(\omega)$  mesurée au niveau de l'avant-bras (ligne pointillée) et au bout du doigt (ligne solide). La puissance est localisée dans les hautes fréquences dans le cas du bout du doigt, indiquant une grande vitesse des globules rouges à ce niveau. (b) Représentation de la puissance spectrale pondérée par la pulsation  $\omega(\omega P(\omega))$  mettant en valeur l'importance des composantes hautes fréquences dans la contribution à l'estimation finale de la perfusion.

La perfusion estimée dans l'équation 2.15 ne fournit aucune information concernant la direction du flux, à cause des hypothèses (a) et (c) du paragraphe *validité du modèle*, assurant que la variation du vecteur de diffusion,  $\delta q$ , résultant de l'impact d'un photon avec un globule rouge, soit non corrélée avec la direction du mouvement de cette dernière [Bon 90]. En conséquence, l'information directionnelle qui est présente, par exemple dans le cas des Doppler ultrasons, est perdue. Cette perte est due à la diffusion élevée de la lumière dans les tissus entourant la microcirculation. D'autre part, le son se déplace essentiellement sur un chemin droit à travers les tissus, et seulement une petite fraction est réfléchi, retournant au détecteur. Le décalage spectral par effet Doppler est inversement proportionnel à la longueur d'onde du son incident, ou à la lumière incidente (équation 2.13). Comme la longueur d'onde du visible est approximati-

vement 500 fois plus petite que l'ultrason, le décalage en fréquence sera 500 fois plus grand. C'est la raison principale qui explique pourquoi le flux capillaire de vitesse environ 1 mm/s ne peut être mesuré en utilisant les instruments ultrasons Doppler conventionnels, puisque le décalage en fréquences produit est très petit et non mesurable (environ 5 Hz) [Bon 90].

## 2.4 Processus de traitement du signal et calibrage

Plusieurs auteurs se sont intéressés à ce domaine [Obe 90], [Nil 91], [Alm 94], [Nil 90], [Nil 84]. Seule une brève description sera abordée dans cette partie. Dans les premiers travaux, des perturbations majeures au niveau du signal LDF ont été constatées, probablement dues au mode d'interférence dans les cavités laser. A partir du moment où la détection hétérodyne a été utilisée, des fréquences de résonance ont été créées entre les différents modes du laser. Ce problème a été surmonté par l'introduction d'une technique de détection différentielle, où l'addition des courants provenant des deux photodétecteurs donne le niveau  $DC$ , et la différence de ces deux courants donne la partie  $AC$  variable en temps [Nil 80b]. En prenant les différences des deux courants, le bruit en mode commun est supprimé sans altération des signaux Doppler, puisque ce sont deux réalisations indépendantes du même processus stochastique. De plus, il a été montré que les fibres optiques d'un diamètre relativement grand portent plus de modes (proportionnel au carré du diamètre de la fibre) [Nil 90]. Quand de telles fibres sont torsadées ou tordues, les chemins parcourus varient entre les modes d'ordre supérieur et inférieur, occasionnant un changement de distribution des photons sur le détecteur et donc influant sur le signal LDF. Le problème est partiellement résolu en utilisant une fibre de faible diamètre (50-120  $\mu\text{m}$ ). Cependant, ceci peut créer des problèmes dus à la résolution spatiale très élevée, et au couplage difficile de la fibre [Nil 90]. Par exemple, Nilsson a signalé que la densité capillaire moyenne dans un tissu normal est de 50  $\text{mm}^{-2}$ . La dimension de l'ouverture de la fibre pour l'émission et la réception doit être inférieure à la distance entre les capillaires si le diamètre de la fibre est réduit à 50  $\mu\text{m}$  ou moins [Nil 90].

Le signal  $AC$  détecté est filtré par un filtre passe haut (généralement à 20 Hz), pour éliminer et réduire les fluctuations d'intensité liées aux variations synchrones des fréquences cardiaques

dans le volume sanguin du tissu. Un filtre passe bas est aussi appliqué (12-20 kHz) pour diminuer l'influence du bruit hautes fréquences occasionné par l'impact sur le détecteur, en réduisant ainsi, le rapport signal/bruit [Nil 90]. La plupart de l'énergie est localisée en basses fréquences ; cependant, dans des tissus fortement perfusés, comme par exemple au niveau des reins, il est nécessaire d'augmenter la bande passante aux hautes fréquences pour ne pas avoir une distorsion du signal de sortie. Par conséquent, la densité spectrale de puissance est obtenue à partir du signal  $AC$ . Ceci est réalisé par logiciel en se basant sur la transformée de Fourier, dans les nouvelles générations d'instruments LDF. Finalement, les estimations  $CMBC$  (équation 2.14) et  $Perfusion$  sont calculées le long de la bande passante, selon les équations 2.14 et 2.15. Dans le cas du LDF, une normalisation par  $(DC)^2$  doit être accomplie pour éliminer les influences des fluctuations de la source de lumière. La négligence des décalages multiples de fréquences est une condition importante dans le modèle mathématique sus-mentionné. Il s'avère que cela n'est pas possible dans certaines applications. Ainsi, la non linéarité due au mélange homodyne entre en jeu, aussi bien que les sous-estimations de la perfusion estimée. De là, certains décalages peuvent être vers les hautes, d'autres vers les basses fréquences, en s'annulant les uns les autres. Nilsson a conçu un algorithme pour linéariser l'estimation de la perfusion, qui corrige l'augmentation du décalage multiple de fréquence, par exemple dû à une augmentation de la concentration des globules rouges [Nil 84]. Le signal  $AC$  est calibré par des mesures dans une solution de motilité standard de particules latex soumises aux mouvements Browniens [Nil 84]. Il a été montré qu'un faible signal de perfusion est enregistré, même pendant l'occlusion artérielle [Fag 94]. Ce phénomène appelé zéro biologique ou zéro occlusif, a été attribué aux faibles mouvements aléatoires des cellules sanguines des vaisseaux périphériques et il est recommandé que ce signal soit retranché de l'estimation finale de la perfusion [Nil 90]. Néanmoins, aucune mesure absolue ne peut être produite à partir de la perfusion microvasculaire en utilisant la technique LDF, puisque le signal LDF de sortie est affecté par les changements dus à la diffusion ainsi qu'à l'absorption au niveau du tissu étudié [Lar 02]. Ceci implique une dépendance à l'égard du chemin parcouru par les photons [Bon 90], [Bon 81]. C'est intuitivement logique puisque, plus un photon émigre longtemps dans le tissu, plus la probabilité d'interaction avec un diffuseur mobile est grande, en supposant une distribution homogène des diffuseurs mobiles (figure 2.5). Le parcours total du photon est influencé par les propriétés optiques des tissus, aussi bien que par la géométrie du

détecteur.

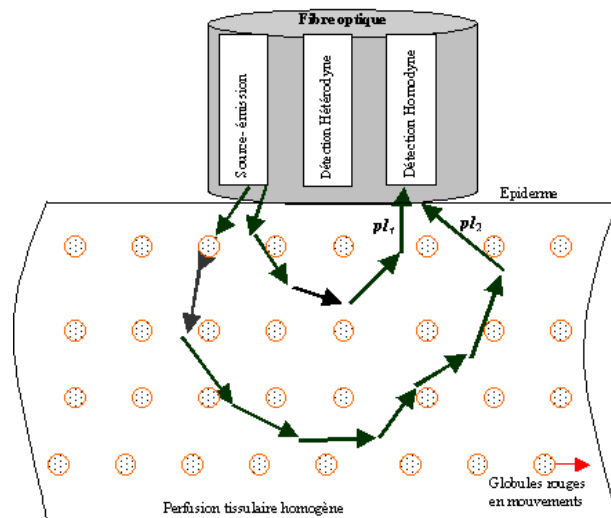


FIG. 2.5 – Illustration d’une section de tissu avec l’hypothèse d’une perfusion homogène. La lumière est émise à travers le tissu par une fibre optique. Plus la longueur du parcours du photon est longue dans le tissu, plus la probabilité d’interaction avec un globule rouge en mouvement est grande.  $pl_1$  et  $pl_2$  sont respectivement, des exemples d’un court et long parcours du photon.

## 2.5 Quelques applications de la fluxmétrie laser Doppler

La technique LDF a vite servi pour le contrôle de la microcirculation. Elle est appliquée dans plusieurs domaines médicaux avec, comme organes les plus généralement étudiés : le rein, le foie, les intestins, le cerveau et la peau. En utilisant des sondes-aiguille, la perfusion peut être continuellement contrôlée dans l’os, les tendons et le muscle squelettique. Plusieurs états de l’art complets sur son utilisation ont été donnés [She 90b], [Bel 94], [Obe 90], [Nil 91] et des listes de références complètes ont été fournies par les divers fabricants d’instruments LDF [Per 98], [Vas 02], [Moo 01]. Aujourd’hui (en 2005), plus de 3000 publications citent son utilisation. Certaines applications cliniques concernent l’estimation de la perfusion chez les patients atteints du diabète [Kha 00], d’artériosclérose, de maladies vasculaires périphériques [Gha 98], du phénomène de Raynaud [Gus 87], de brûlures cutanées [Mic 84], pour les chirurgies plastiques [Sve 93], les ischémies intestinales et flux sanguins gastriques [Kro 93], les diverses maladies de la peau et les tests de provocation (température, occlusion) [Ful 96] avec objectifs thérapeutiques (évaluation de l’effet d’un médicament) [Iab 97]. Ainsi, la technique laser Doppler permet une meilleure compréhension de la perfusion microvasculaire et une aide au diagnostic grâce à l’ana-

lyse du signal LDF. Cependant, ce signal de nature physiologique non stationnaire nécessite des méthodes temps-fréquence bien appropriées pour une meilleure exploration des activités physiologiques induites. Il est donc utile de trouver l'approche et la méthode temps-fréquence les plus adaptées.



## Chapitre 3

# Analyse temps-fréquence par la transformée en S

### 3.1 Introduction

L'analyse spectrale de Fourier s'est montrée très prometteuse pendant de longues années pour le traitement des signaux biomédicaux [Gov 85], [Tho 82], [Mar 85], [Abb 86], [Whi 90], [Gat 92]. Cette technique produit un spectre moyenné dans le temps. Ceci convient pour des signaux stationnaires, c'est-à-dire, pour des signaux dont les propriétés statistiques sont invariantes dans le temps. Pour les signaux physiologiques, cette caractéristique de stationnarité est loin d'être réalisée, vu que le contenu spectral de ces signaux évolue en fonction du temps. Les techniques de moyennage temporel des amplitudes sont incapables de décrire des phénomènes transitoires et non stationnaires. C'est pourquoi de nouvelles approches de représentations temps-fréquence (RTF) des signaux ont été proposées. En musique, le changement des tons par exemple est essentiel. Le gazouillement d'un oiseau est l'exemple idéal pour montrer le changement de fréquence en fonction du temps. Il en est de même pour la voix d'une personne dans la conversation, où les tonalités harmoniques diffusent toute l'information. Le changement de couleur du ciel au coucher du soleil est un autre exemple de changement de fréquences. Pour tous ces cas, c'est le changement instantané de la fréquence qui contient l'information et pas nécessairement la fréquence elle-même.

Plusieurs tentatives pour localiser le contenu spectral d'un signal ont été faites au cours des an-

nées, les méthodes standard étant la transformée de Fourier à fenêtre glissante (TFFG) [Por 80], la transformée de Gabor (1946) [Gab 46], l'analyse de Wigner-Ville, appliquée par Wigner en mécanique quantique en 1932 [Wig 32] et adaptée par la suite par Ville en 1948 pour le traitement du signal [Vil 48], ainsi que la méthode de démodulation complexe donnée par Bloomfield [Blo 76]. Plus récemment, la transformée en ondelettes (TO) a gagné la popularité [Gou 84]. Plus de détails sur cette méthode sont donnés dans [Dau 90], [You], [Rio 91], [Hla 92], [Coh 89], [Qia 99].

## 3.2 Transformée de Fourier

Un signal temporel est supposé comme un simple vecteur dans un espace vectoriel à  $N$  dimensions. Les vecteurs de base de ce signal ou cette série temporelle dans le temps sont  $(1, 0, 0, \dots, 0)$ ,  $(0, 1, 0, \dots, 0)$  et ainsi de suite. L'action de la transformée de Fourier est simplement le changement de base de cette série du domaine temporel à un espace vectoriel de base de fonctions sinusoïdales (domaine fréquentiel). La série temporelle qui est un simple vecteur n'a pas changé. Une des raisons pour laquelle la transformée de Fourier est utilisée pour l'analyse des signaux d'une manière générale est que cette base de fonctions sinusoïdales est la solution de l'équation mathématique décrivant les petites variations de cette série temporelle.

Le spectre  $X(f)$  d'un signal temporel  $x(t)$  est donné par l'analyse standard de Fourier [Bri 74] :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.1)$$

Sa relation inverse est :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{i2\pi ft} df \quad (3.2)$$

où le produit de  $t$  par  $f$  est sans dimension. La fonction  $(X[f])^2$  est définie comme le périodogramme. La transformée de Fourier discrète (TFD) pour la série temporelle  $x(t)$  de  $N$  points avec une période d'échantillonnage  $T$  est donnée par :

$$X\left[\frac{n}{NT}\right] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x[kT] e^{-\frac{i2\pi nkT}{NT}} \quad (3.3)$$

et sa relation inverse est donnée par :

$$x[kT] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X \left[ \frac{n}{NT} \right] e^{\frac{i2\pi nkT}{NT}} \quad (3.4)$$

L'analyse de Fourier est un outil de base en traitement du signal, indispensable dans de nombreux domaines de la recherche, mais elle montre vite des limites justifiées dès lors que l'on sort du cadre rigoureux de sa définition : le domaine des signaux stationnaires d'énergie finie. Dans l'analyse de Fourier, tous les aspects temporels (début, fin, durée d'un événement), bien que présents dans la phase, deviennent illisibles dans le spectre. En particulier, la transformée de Fourier d'un morceau de musique ne permet pas de retrouver le rythme joué, mais simplement les notes présentes. Le spectre seul ne permet pas de dissocier deux partitions différentes ayant les mêmes notes. Or, on souhaiterait pourtant parfois réaliser à la fois une analyse en temps et en fréquences, pour retrouver la portée musicale associée à ces signaux non stationnaires.

### 3.3 Quelques représentations temps-fréquence

#### 3.3.1 Transformée de Fourier à fenêtre glissante

La première solution, mise en place intuitivement au milieu du siècle, correspond aux analyses de Fourier à fenêtre glissante (TFFG ou STFT en anglais), ou Fourier à court terme, introduites dès 1945 par Gabor [Gab 46]. L'idée d'un plan temps-fréquence où des modulations de fréquences seraient ainsi exprimées, et où le temps deviendrait un paramètre complémentaire de la fréquence, a ainsi été proposé. Ces méthodes montrent qu'une localisation exacte conjointe en temps et en fréquences est impossible, et introduisent l'idée d'une base discrète, minimale, traduisant en quelques coefficients la répartition d'énergie du signal dans le plan temps-fréquence mis en évidence. La transformée de Fourier à fenêtre glissante est définie dans [Por 80] par Portnoff comme étant le résultat de la multiplication répétée de la série temporelle  $x(t)$  par une fenêtre courte localisée dans le temps. Analytiquement, elle est donnée par la relation suivante :

$$TFFG(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t - \tau) e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.5)$$

où  $w(t)$  est une fonction fenêtre choisie. L'action de cette fenêtre est de localiser en temps, le spectre local résultant. Cette fenêtre de localisation est ensuite décalée dans le temps pour produire le spectre local pour toute la durée de l'existence de  $x(t)$ . On appelle spectrogramme, la puissance spectrale résultante. Il faut noter que la largeur de la fenêtre  $w(t)$  est constante durant toute l'analyse. La résolution temporelle (et la résolution fréquentielle) est la même pour toutes les composantes spectrales. L'amplitude de n'importe quelle composante spectrale de la transformée de Fourier discrète représente la moyenne du segment analysé de  $x(t)$ . Le choix de la largeur de cette fenêtre d'analyse est complètement arbitraire. Dans certains cas, il est nécessaire de calculer deux TFFG avec différentes largeurs de la fenêtre pour arriver à une représentation avec une résolution en temps et en fréquences adéquate. La résolution dans l'espace de phase sera discutée par la suite.

### Exemple de motivation

Le signal "chirp" peut être utilisé comme un exemple de motivation. Ce signal est une série temporelle qui contient des oscillations dont la phase est une fonction parabolique dans le temps comme :  $x(t) = \cos \frac{2\pi(t)^2}{N^2}$  où  $N$  est la longueur de  $x(t)$ . La figure 3.1 montre deux signaux. Le premier représente un accroissement en fréquences (en fonction du temps) et le deuxième présente un décroissement en fréquences.

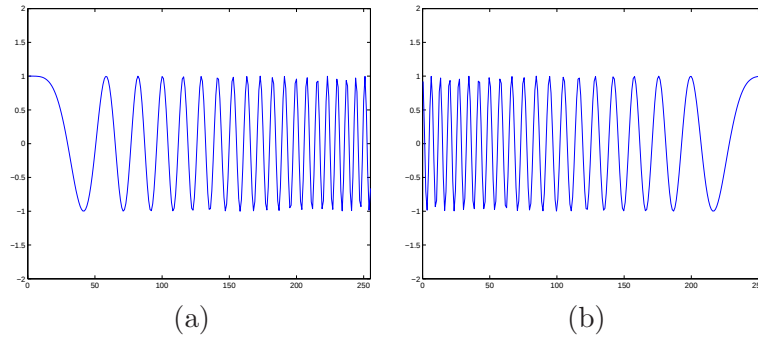


FIG. 3.1 – (a) 256 points d'un signal chirp  $x(t)$  : accroissement linéaire de fréquences. Le signal tracé est :  $x(t) = \cos \frac{2\pi t^2}{20(256)^2}$ . (b) 256 points d'un signal chirp  $x(t)$  : décroissement linéaire de la fréquence.

Les résultats du calcul de la transformée de Fourier des deux signaux, sont représentés sur la figure 3.2. L'amplitude spectrale est identique pour les deux signaux. Ceci indique qu'il n'y a aucune information concernant les instants de différence de ces fréquences dans le signal.

L'information temporelle locale est masquée dans la phase du spectre ; de plus elle n'est pas accessible. Prenons maintenant un petit segment de la série temporelle (figure 3.3a) et calculons

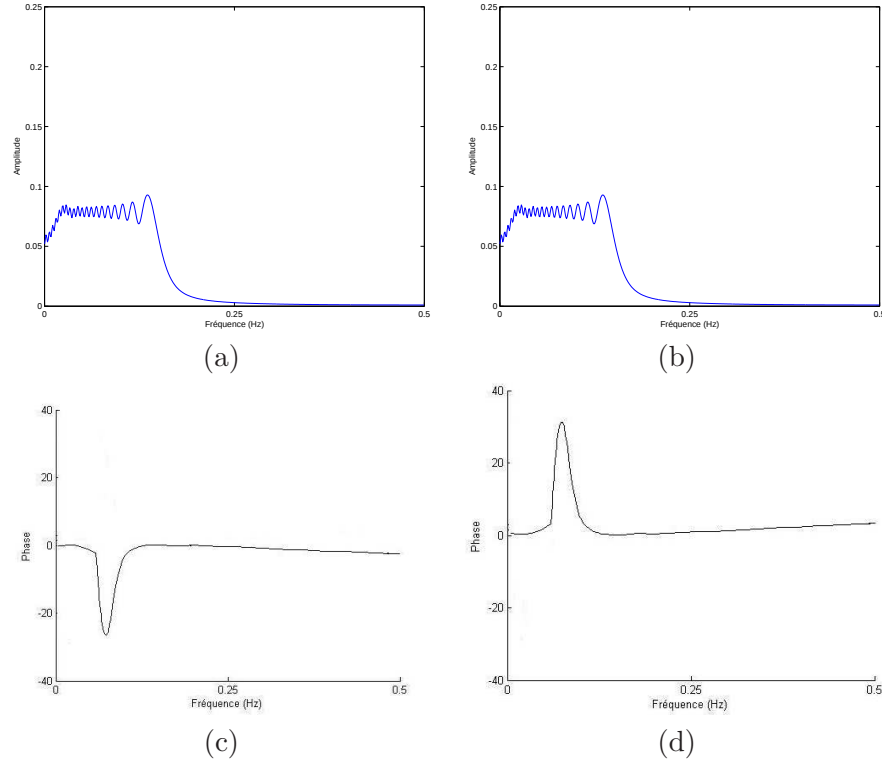


FIG. 3.2 – (a) Amplitude du spectre du signal chirp montré sur la figure (3.1.a). (b) Amplitude du spectre du signal chirp montré sur la figure (3.1.b). (c) Phase correspondante à (a). (d) Phase correspondante à (b).

la transformée de Fourier discrète (figure 3.3b). Puis prenons un autre segment de la série et calculons aussi sa TFD (figure 3.3c). C'est la transformée de Fourier à fenêtre glissante qui nous permet de savoir si le spectre a changé au cours du temps ou pas (figure 3.3d).

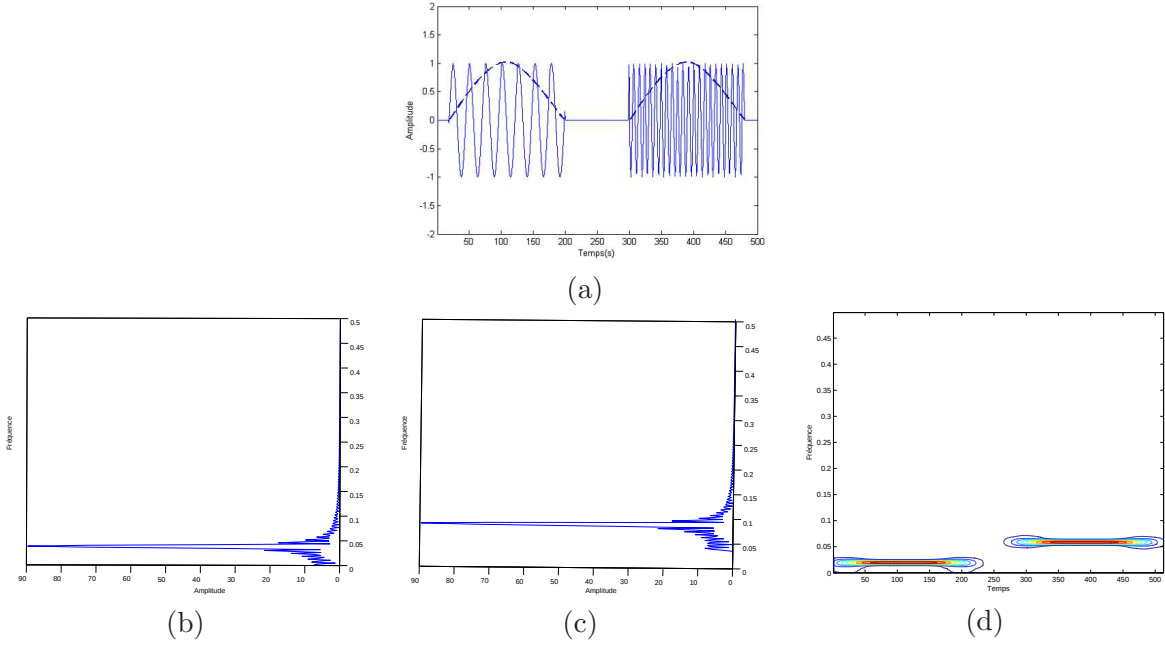


FIG. 3.3 – (a) Signal temporel avec deux régions distinctes. La ligne discontinue montre la fenêtre d'analyse utilisée pour le résultat en (b) et (c). (b) Spectre d'amplitude local trouvé par la multiplication du signal par la première fenêtre d'analyse montrée en (a). (c) Spectre d'amplitude local trouvé par la multiplication du signal par la deuxième fenêtre d'analyse montrée en (a). (d) Tracé des contours de l'amplitude de la TFFG du signal de (a) avec une fenêtre Gaussienne.

Un autre exemple, présenté sur la figure 3.4, représente un signal temporel avec différentes composantes spectrales. Son analyse par la TFFG est présentée sur la figure 3.5.

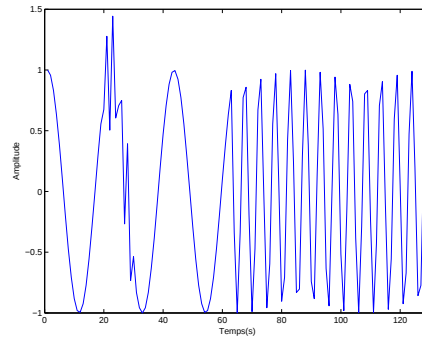


FIG. 3.4 – Signal temporel de 128 points avec trois composantes spectrales  $x(0 : 63) = \cos \frac{2\pi t 6}{128}$ ,  $x(64 : 127) = \cos \frac{2\pi t 5}{128}$ , et  $x(20 : 30) = x(20 : 30) + \cos \frac{2\pi t 52}{128}$

La démodulation complexe développée par Bloomfield [Blo 76] est une autre forme de la TFFG. Cette méthode cherche un intervalle de fréquences pendant un laps de temps bien déterminé. Pour cela, le signal temporel est modulé par une exponentielle  $e^{i2\pi\lambda t}$ , ce qui décale simplement le spectre de sorte que la fréquence nulle soit la fréquence  $\lambda$ . Ce résultat est filtré

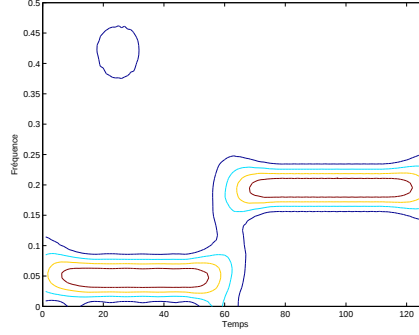


FIG. 3.5 — Module de la TFFG du signal de la figure (3.4). La résolution constante est apparente. Comme résultat, les hautes fréquences sont moins bien représentées.

par un filtre passe bas.

### 3.3.2 Distributions temps-fréquence généralisées

Une autre famille de représentations temps-fréquence s'appelle la classe de Cohen des distributions temps-fréquence généralisées (DTFG). La forme générale de la DTFG présentée par Cohen en 1989 est donnée par la relation suivante [Coh 89] :

$$C_x(\tau, f; \Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi f t'} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\tau - \mu, t') x(\mu + \frac{t'}{2}) x^*(\mu - \frac{t'}{2}) d\mu dt' \quad (3.6)$$

La fonction  $\Phi(\tau - \mu, t')$  est choisie arbitrairement de façon à produire une distribution temps-fréquence avec certaines propriétés. Cette classe de représentations donne directement une distribution d'énergie d'où sa nature quadratique. Cette approche repose sur le principe de superposition quadratique [Hla 92]. Ce principe se formule comme suit : Si  $x(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)$  alors

$$C_x = |a_1|^2 C_{x_1}(t, f) + |a_2|^2 C_{x_2}(t, f) + a_1 a_2 C_{x_1, x_2} + a_1 a_2 C_{x_2, x_1}$$

La présence du terme d'interférence peut causer une difficulté dans l'interprétation de la représentation temps-fréquence. Généralement, pour les signaux temporels qui possèdent plus de deux composantes spectrales, ce terme d'interférence croît rapidement. Quelques choix particuliers de  $\Phi(t - t')$  peuvent alléger le problème et lisser ainsi les interférences. La plus connue de ces représentations est la distribution de Wigner-Ville (WV). Cette distribution se calcule à partir du signal analytique  $x(t)$  que l'on cherche à caractériser, et elle a pour expression :

$$WV(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau + \frac{t'}{2})x^*(\tau - \frac{t'}{2}) e^{-i2\pi ft'} dt' \quad (3.7)$$

C'est une DTFG avec  $\Phi(\tau - \mu, t') = 1$ . Cette distribution satisfait un ensemble de propriétés mathématiques [Coh 89] :

- Elle est toujours réelle.
- Elle préserve le décalage en temps et en fréquence.
- Elle satisfait la propriété du principe de conservation d'énergie.

$$\int_{-\infty}^{\infty} WV(\tau, f) df = |x(\tau)|^2 \quad (3.8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} WV(\tau, f) d\tau = |X(f)|^2 \quad (3.9)$$

Dans le domaine discret, la distribution de WV a une périodicité de  $\pi$  dans le domaine des fréquences. Ainsi, pour un signal temporel, le phénomène d'aliasing est un problème majeur. Cela peut être traité par interpolation du signal ou par la mise à zéro des hautes fréquences dans le spectre, ou par l'utilisation de la forme analytique du signal, comme montré par Ville en 1948 [Vil 48]. Le support temps et fréquences de la distribution de Wigner est une des propriétés souhaitables. Si le signal n'est pas nul dans un intervalle  $[a, b]$  et nul ailleurs, la distribution de Wigner est aussi non nulle dans cette plage  $[a, b]$  et nulle ailleurs [Coh 89]. Ceci est montré sur les figures 3.6a et 3.6b.

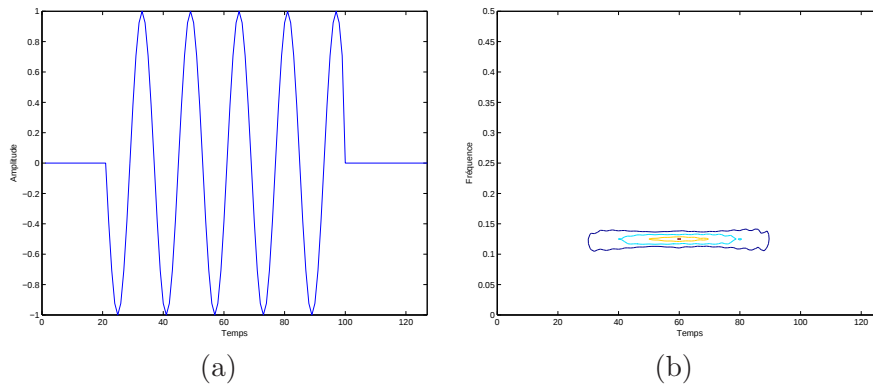


FIG. 3.6 – (a) Signal sinusoïdal simple . (b) Distribution de Wigner du signal en (a). La distribution de Wigner a un support fini, il est égal à zéro pour  $t < t_1$  où  $t_1$  est le début du signal, et pour la région de  $t > t_2$  où  $t_2$  est la fin du signal.

La propriété du support temporel de la distribution de Wigner paraît très attractive, mais peut être trompeuse. On ne peut pas conclure que n'importe quelle région nulle dans le signal peut avoir une région correspondante nulle dans la distribution de Wigner. Ceci est vrai seulement si cette région nulle est prolongée à  $\pm\infty$ . La figure 3.7 illustre que le terme inhérent d'interférence de la transformée WV contamine la région-zéro s'il y a des régions non nulles de chaque coté.

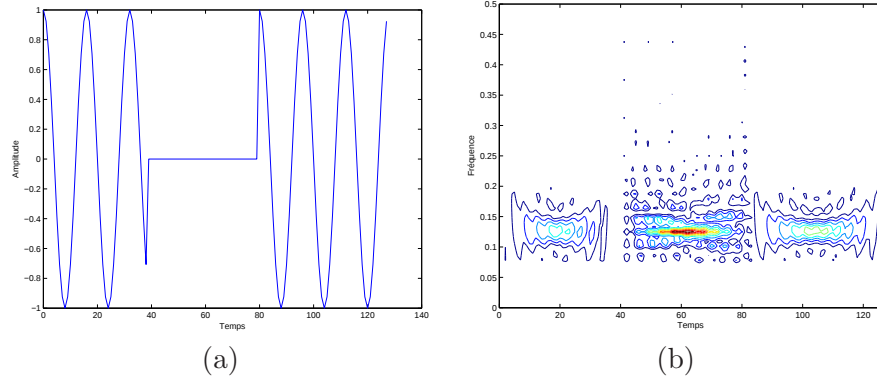


FIG. 3.7 — (a) Signal simple avec une région nulle au milieu. (b) Distribution de Wigner du signal en (a). La WV a un support compact mais il n'est pas nul là où le signal l'est. En fait, la région nulle dans le signal correspond au pic maximal dans la transformée de WV.

D'autres distributions temps-fréquence généralisées comme la distribution Cone-Kernel [Zha 90], la distribution de Choi-Williams [Cho 89], ainsi que la distribution Pseudo Wigner lissée (PWV) introduite par Hlawatsch et Boudreaux-Bartels [Hla 92], permettent de réduire l'effet du terme d'interférence, mais ne satisfont pas les propriétés énergétiques de la distribution de WV. Ronnmark et Larsson ont montré que l'approche de Wigner avec une fenêtre bien appropriée, est une autre façon d'effectuer la transformée de Fourier à fenêtre glissante pour localiser la puissance spectrale [Ron 88].

### 3.3.3 Transformée en ondelettes

Le terme *ondelette* peut être utilisé pour décrire plusieurs sujets. Il a été introduit en premier lieu par Morlet et son équipe en décrivant la transformée en ondelettes continue (TOC) en utilisant une ondelette spécifique qui porte son nom [Mor 82a], [Mor 82b]. La TOC est similaire à la transformée de Fourier à fenêtre glissante et à la transformée en S (voir ci-après) puisqu'elle produit une représentation bi-dimensionnelle redondante pour décrire les caractéristiques

oscillatoires locales du signal.

### Transformée en ondelettes continue

Une des tentatives récentes accomplie par Goupillaud et son équipe pour localiser le spectre du signal en utilisant la transformée en ondelettes continue (TOC) [Gou 84] a été une nouvelle direction dans ce domaine. La philosophie de base est que n'importe quel signal ou série temporelle peut être décomposé en une série de dilatations et compressions d'une ondelette mère notée  $w(t)$ . L'avantage de cette approche est que les hautes fréquences peuvent être localisées sur un plus petit intervalle de temps que les basses fréquences. Ceci est une propriété partagée par la transformée en S qui sera étudiée dans ce chapitre.

La TOC d'un signal  $x(t)$  est donnée par Rioul et Vetterli [Rio 91] :

$$TOC(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) w^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (3.10)$$

où  $w^*$  dénote le complexe conjugué de  $w$ .

La TOC donne une représentation dans l'espace d'état caractérisé par deux paramètres, le facteur d'échelle  $a$  (dilatation) et le paramètre de translation  $b$ . Avec un choix approprié de l'ondelette mère  $w(t)$ , elle peut être utilisée pour mesurer localement la puissance spectrale du signal. Certaines restrictions sont imposées pour  $w(t)$  pour accomplir l'analyse par ondelettes. Ces conditions d'admissibilité sont :

- $w(t)$  doit être absolue et de carré intégrable :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |w(t)|^2 \frac{dt}{|t|} \quad (3.11)$$

- $W(f)$  doit être réelle
- $W(f)$  doit être minimale autour de  $f=0$ . ( $W(f)$  représente la transformée de Fourier de  $w(t)$ )

Ces conditions garantissent que l'ondelette mère a une énergie finie et est à bande limitée. L'ondelette mère de Morlet [Mor 82a] est souvent rencontrée dans la littérature ; elle est définie par :

$$w(x) = e^{i\beta t} e^{-\frac{t^2}{2}} - \sqrt{2} e^{-\frac{\beta^2}{4}} e^{i\beta t} e^{-t^2} \quad (3.12)$$

où  $\beta$  est une constante égale à 5,3. La réponse en fréquence de  $w(t)$  est donnée par :

$$H(w) = e^{-\frac{w-\beta^2}{2}} - \sqrt{2} e^{-\frac{\beta^2}{4}} e^{-\frac{w-\beta^2}{4}} \quad (3.13)$$

La TOC localise la puissance spectrale comme une fonction du temps. Elle ne retient pas l'information phase qu'on retrouve dans la transformée en S. Par conséquent elle n'est pas inversible au spectre de Fourier.

### Transformée en ondelettes discrète

Dans l'objectif de trouver une base de fonctions orthonormées, la transformée en ondelettes discrète (TOD ou DWT en anglais) a été introduite par Daubechies [Dau 90]. Dans le même style que la transformée de Fourier discrète (TFD), la transformée en ondelette discrète est une transformation linéaire applicable sur un vecteur (série temporelle ou signal). La caractéristique définissant la TOD est que les fonctions de base ont un support compact (elles sont non nulles, seulement dans des intervalles finis dans les deux domaines temps et fréquences). Là où la transformée de Fourier projette une fonction impulsionnelle d'un domaine en une sinusoïde de support infini dans l'autre domaine, la TOD projette une fonction impulsionnelle d'un domaine en une fonction dans l'autre domaine tout en gardant un support fini. L'inconvénient de créer une telle base de fonctions est que la régularité sinusoïdale est sacrifiée.

La TOD est présentée comme une série de multiplications de matrices par le vecteur représentant le signal. C'est similaire à l'algorithme de la transformée de Fourier discrète, sauf que la matrice de multiplication directe est remplacée par des sous matrices de factorisation diagonales pour être plus efficace. La TOD d'un signal *chirp* est présentée sur la figure 3.8. Une ondelette de type *Daubechies* à 4 coefficients est utilisée. La décomposition en échelle (niveau 1) donnée par la TOD semble difficile à interpréter.

Ce qu'on peut dire pour la TOD est qu'elle donne une représentation du signal avec une très grande résolution temporelle et un aperçu des composantes spectrales présentes. Cependant,

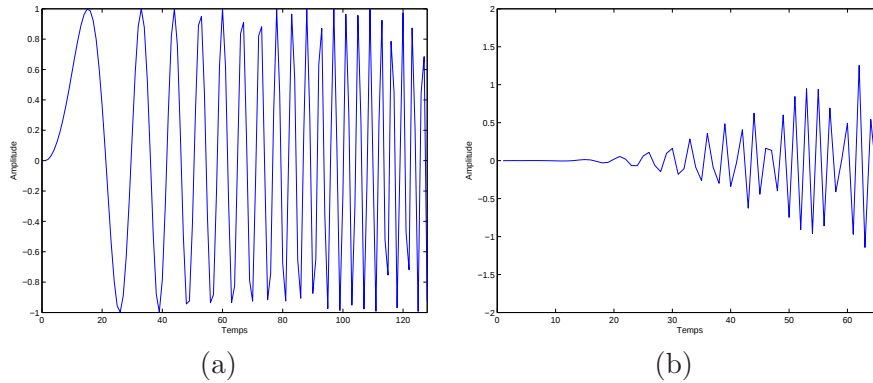


FIG. 3.8 — (a) Signal "chirp" avec accroissement fréquentiel dans le temps. (b) Résultat de la décomposition en échelle (niveau 1) en utilisant une ondelette d'analyse type Daubechies à 4 coefficients.

l'information est clairsemée et les régions spectrales ne sont pas uniques (les différentes dilations ont des réponses spectrales chevauchées). La TOD est un outil puissant utile dans beaucoup d'applications (compression d'images par exemple), toutefois une représentation temps-fréquence plus claire est désirée.

### 3.4 Notions de stationnarité et non stationnarité des signaux

La non stationnarité est une non propriété [Fla 93]. Pour la définir, on va d'abord expliquer ce qu'est la stationnarité. La notion de stationnarité est liée naturellement à celle de régime établi, de stabilité temporelle. La définition utilisée en théorie du signal formalise d'une certaine manière ces idées. Si on parle de signaux certains, on pourra dire d'eux qu'ils sont stationnaires s'ils peuvent se décomposer en une somme d'ondes sinusoïdales éternelles (on retrouve ici les modes de Fourier). Les signaux aléatoires stationnaires sont ceux pour lesquels il n'existe pas d'origine temporelle. Par conséquent, leurs propriétés statistiques (leurs moments) ne varient pas au cours du temps. La notion de non stationnarité concerne tout ce qui n'est pas stationnaire : les transitoires, lorsqu'on n'est pas encore parvenu à un régime permanent (par exemple, dans une voiture, phase d'accélération avant d'atteindre une vitesse stable), les ruptures, les modifications brutales et intempestives d'amplitude (par exemple, dans une voiture, panne de moteur, coup de frein brutal). La classe des signaux non stationnaires comprend une grande variété de signaux comme la sous classe des signaux modulés en fréquence appelés signaux FM [Ami 92], [Coh 95], et en particulier les signaux à phase polynômiale que l'on rencontre souvent

en télécommunication, notamment dans les signaux de type radar ou sonar [Oul 99], [Boa 02]. Pour le traitement des signaux non stationnaires, au-delà des méthodes spectrales "classiques" adaptées aux situations stationnaires, la prise en compte explicite du temps comme paramètre de description est essentielle. Dans un contexte d'analyse spectrale, ceci a conduit naturellement au concept d'analyse temps-fréquence pour les signaux non stationnaires.

### 3.4.1 Notion d'ensemble

Quand on considère une description statistique du signal, on met en avant l'ensemble hypothétique contenant un nombre très grand de systèmes semblables. N'importe quelle mesure ou événement (une série temporelle est considérée comme événement) est une réalisation particulière en dehors de réalisations possibles de l'ensemble. C'est la collection de toutes les réalisations possibles qui crée cet ensemble. La figure 3.9 montre un échantillon d'ensemble décrivant un processus stochastique (aléatoire). Chaque tracé particulier (par exemple le deuxième à partir du haut) est une réalisation du processus. Les traiteurs de ces processus enregistrent seulement une réalisation, et non l'ensemble en entier. Un processus stochastique noté par  $X(t)$  est une famille de variables aléatoires indexées par le paramètre temps ( $t$ ). La série temporelle de (*faible*) stationnarité est celle pour laquelle la moyenne d'ensemble est indépendante du temps :  $\sum_{\epsilon} X_{\epsilon}(T_0)$ , où  $\epsilon$  dénote la moyenne sur l'ensemble à un instant particulier ( $t = T_0$  dans la figure 3.9 par exemple) à travers tous les éléments de l'ensemble. Si cette moyenne est la même à tous les autres instants, le processus est (*au moins*) faiblement stationnaire.

### 3.4.2 Hypothèse d'ergodicité

L'hypothèse d'ergodicité appliquée en traitement du signal, déclare que la moyenne le long du temps est égale à la moyenne sur l'ensemble en entier [Pap 77]. Si cette supposition est valide, l'estimation de la moyenne sur une période de durée  $T$  (la moyenne temporelle) pour différents intervalles peut être réalisée, et liée à la moyenne d'ensemble. Une mesure de probabilité de la stationnarité de la réalisation peut être déterminée. Si les estimations de la moyenne à partir de différents segments de la série temporelle sont compatibles pour l'ensemble des intervalles temporels, alors cette série temporelle peut être considérée comme "*faiblement stationnaire*". La non stationnarité est strictement une définition basée sur des propriétés statistiques, mais dans

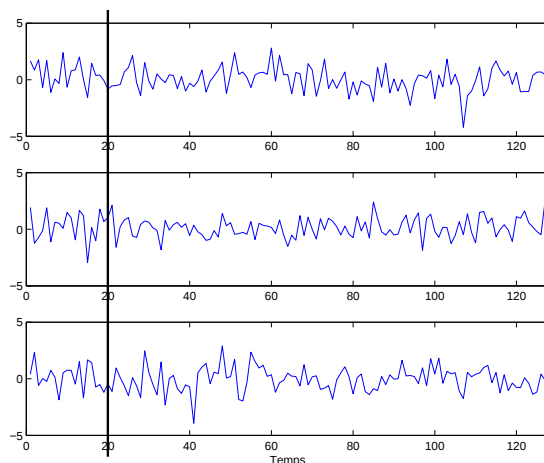


FIG. 3.9 — Différentes séries temporelles d'un processus stationnaire aléatoire. La ligne verticale en gras dénote l'action de la moyenne d'ensemble.

le domaine de traitement du signal, elle est souvent utilisée pour décrire un processus pour lequel le spectre varie au cours du temps. C'est le cas des signaux physiologiques.

### 3.4.3 Notion de fréquence instantanée

La notion de fréquence *instantanée*, dont la richesse physique n'est plus à démontrer, pose un problème difficile lors de sa définition. Citons à ce propos les remarques de Blanc-Lapierre et Picinbono [Bla 81] : « L'expression de fréquence instantanée contient, en quelque sorte, une contradiction interne : la fréquence n'est parfaitement définie que pour un signal exactement sinusoïdal mais alors elle n'est pas instantanée mais éternelle. Cependant, cette expression possède, dans des cas bien limités, un sens physique assez riche. On parle, par exemple de la note émise par une sirène à un instant donné ; il revient au même de parler de la fréquence instantanée du son émis ». Ces quelques lignes nous montrent que dans le cas sinusoïdal la fréquence  $\nu_0$  est l'inverse de la période  $T_0$  ; cela définit le mode de mesure de  $\nu_0$  : comptage pendant la durée  $T$  de  $N$  périodes de l'onde. Après cette définition on peut dire que la fréquence instantanée est une fonction qui définit la fréquence à n'importe quel instant donné. Il y a plusieurs hypothèses implicites derrière cette idée simple. Vakman a montré dans [Vak 96] qu'on ne peut pas dériver une fonction unique pour la fréquence instantanée. Une supposition est que la fréquence instantanée est une estimation simple, ce point fait souvent inexactement exiger que la fréquence instantanée peut être appliquée seulement aux signaux à bande étroite. Naturellement la restric-

tion exigée est qu'il y ait seulement une fréquence présente à n'importe quel instant donné. En outre, puisque le signal est en soi à bande limitée (du zéro à la fréquence de Nyquist), il y a une restriction sur les fréquences, et sur la façon dont la phase du signal peut rapidement changer. Pour un signal simple, avec une fréquence constante,

$$y(t) = \exp(i2\pi f_0 t) \quad (3.14)$$

Vakman [Vak 96] a donné la définition de la fréquence instantanée (*FI*) suivante :

$$FI(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} \arg(t) \quad (3.15)$$

où l'argument (ou phase) de cette fonction est :

$$\arg(t) = 2\pi f_0 t \quad (3.16)$$

et la fréquence est  $f = f_0 = \frac{\arg(t)}{2\pi t}$ .

Pour calculer la fonction de fréquence instantanée, le signal  $y(t)$  doit être écrit sous la forme suivante :

$$y(t) = A(t) \exp(i \arg(t)) \quad (3.17)$$

Cependant, si le signal  $y(t)$  est réel, la phase n'a pas de signification (égale à zéro). En suivant les travaux de Vakman [Vak 96], la transformée de Hilbert est utilisée pour étendre les signaux réels à des signaux complexes. La phase dans ce cas concerne une fonction complexe. La transformée de Hilbert d'un signal ou fonction  $y(t)$  est [Pap 77] :

$$Y(\tau) = \frac{1}{\pi} \int \frac{y(t)}{\tau - t} dt \quad (3.18)$$

et son inverse est :

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \int \frac{Y(\tau)}{\tau - t} d\tau \quad (3.19)$$

Le signal analytique d'une fonction réelle est défini de la manière suivante :

$$y_a(t) = y(t) + iY(t) \quad (3.20)$$

Ainsi, la fréquence instantanée (en radian) est définie comme suit [Vak 96] :

$$FI(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} \arctan \frac{Y(t)}{y(t)} \quad (3.21)$$

Un autre point d'intérêt, concernant le signal analytique et la transformée de Hilbert, est que le spectre d'un signal réel a la relation suivante : la partie réelle et la partie imaginaire du spectre forment un couple de transformée de Hilbert. Également, on peut montrer qu'il y a une relation directe entre le signal analytique et la transformée en S.

#### 3.4.4 Fréquence instantanée et fréquence de Nyquist

Puisque la phase est définie comme :

$$\arg(t) = \arctan \frac{\Im[y_a(t)]}{\Re[y_a(t)]} \quad (3.22)$$

il y a une ambiguïté de  $2\pi$  dans chaque valeur de la phase résultante de l'utilisation de la fonction arctangente. Ainsi, quand on échantillonne la phase du signal analytique, la fonction phase doit être périodique. Pour n'importe quel changement avec une valeur supérieure à  $\pi$ , on peut ajouter ou soustraire des valeurs multiples de  $2\pi$  et le changement sera inférieur à  $\pi$ . Puisque le signal est échantillonné dans l'intervalle  $T$ , le changement périodique maximum de la phase est  $\pi$  le long d'une unité de temps, c'est-à-dire :

$$FrequencyMax = \frac{\pi}{T} \quad (3.23)$$

qui est la fréquence radiale de Nyquist.

### 3.5 Transformée en S

La transformée en S permet d'avoir une représentation temps-fréquence du signal. Elle combine uniquement une résolution de fréquence dépendante avec une localisation simultanée de la partie réelle et imaginaire du spectre. Elle a été publiée en premier lieu en 1996 par Stokwell et son équipe [Sto 96b], et a vu depuis, plusieurs applications intéressantes [Era 96], [Chu 96], [Sto 96a], [Var 97], [Man 97], [Fri 98], [Era 99], [McF 99], [The 00]. L'idée de base de cette dis-

tribution temps-fréquence est similaire à la transformée de Fourier à fenêtre glissante, sauf que l'amplitude et la largeur de la fenêtre d'analyse sont variables en fonction de la fréquence comme c'est le cas dans l'analyse par ondelettes.

### 3.5.1 Obtention de la transformée en S à partir de la transformée de Fourier à fenêtre glissante

Pour simplifier et comprendre le principe de la transformée en S, est tout d'abord présentée la relation qui existe entre cette dernière et la transformée de Fourier à fenêtre glissante.

Comme noté précédemment, le spectre  $X(f)$  d'un signal  $x(t)$  par l'analyse de Fourier standard est donné par :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.24)$$

et sa relation inverse est donnée par :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{i2\pi ft} df \quad (3.25)$$

Le spectre  $X(f)$  peut être considéré comme étant '*la moyenne temporelle du spectre*'. Si le signal  $x(t)$  est multiplié point par point par une fonction fenêtre  $g(t)$ , le spectre résultant est égal à :

$$X_g(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) g(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.26)$$

La transformée en S peut être trouvée en définissant une fonction fenêtre, Gaussienne normalisée :

$$g(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (3.27)$$

puis en permettant à cette Gaussienne de se tradater et de se dilater par  $\tau$  et  $\sigma$  respectivement :

$$S^*(\tau, f, \sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{(t-\tau)^2}{2\sigma^2}} \exp^{-i2\pi ft} dt \quad (3.28)$$

Avec une valeur particulière de  $\sigma$  on trouve une similarité avec la définition de la transformée de Fourier à fenêtre glissante donnée dans l'équation (3.5). Cette fenêtre Gaussienne a été choisie parcequ'elle fournit une représentation dans le plan temps-fréquence plus compact et c'est la

seule fenêtre qui permet d'avoir une égalité dans l'inégalité de Heisenberg [Jan 91]. En fait, c'est un cas particulier de l'analyse multirésolution de la transformée de Fourier [?]. Puisque c'est une fonction à trois variables indépendantes, il est difficile de l'utiliser comme un outil d'analyse. Des simplifications peuvent être obtenues par l'ajout d'une contrainte imposant que la largeur  $\sigma$  de la fenêtre doit être proportionnelle à l'inverse de la fréquence (ou proportionnelle à la période) [Sto 99] :

$$\sigma(f) = \frac{1}{|f|} \quad (3.29)$$

Ainsi, la transformée en S devient :

$$S(\tau, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp^{-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2}} \exp^{i2\pi f t} dt \quad (3.30)$$

La fonction unidimensionnelle de la variable temporelle  $\tau$  et une fréquence  $f_1$  fixée définie par  $S(\tau, f_1)$  est appelée *voie* ou canal (comme dans la transformée en ondelettes). La fonction unidimensionnelle de la variable  $f$  et un paramètre  $\tau_1$  fixé défini par  $S(\tau_1, f)$  est appelé *spectre local*. On peut aussi remarquer que la fréquence du canal zéro de la transformée en S est identiquement égale à zéro. Cela ne rajoute pas d'information, ainsi  $S(\tau, 0)$  est indépendante du temps et est égale à la moyenne de la fonction  $x(t)$  :

$$S(\tau, 0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (3.31)$$

La transformée en S peut être écrite comme étant une convolution de deux fonctions le long de la variable  $t$  :

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t, f) g(\tau - t, f) dt \quad (3.32)$$

ou

$$S(\tau, f) = p(\tau, f) * g(\tau, f) \quad (3.33)$$

tel que

$$p(\tau, f) = x(\tau) \exp^{-i2\pi f \tau} \quad (3.34)$$

et

$$g(\tau, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{\tau^2 f^2}{2}} \quad (3.35)$$

Considérons  $B(\alpha, f)$ , la transformée de Fourier (de  $\tau$  à  $\alpha$ ) de la transformée en S,  $S(\tau, f)$ . En utilisant le théorème de convolution [Bri 74] et sachant que la convolution dans le domaine temporel ( $\tau$ ) devient une multiplication dans le domaine fréquentiel  $\alpha$ , on a :

$$B(\alpha, f) = P(\alpha, f)G(\alpha, f) \quad (3.36)$$

telles que  $P(\alpha, f)$  et  $G(\alpha, f)$  sont les transformées de Fourier de  $p(\tau, f)$  et  $g(\tau, f)$  respectivement. Explicitement on a :

$$B(\alpha, f) = X(\alpha + f) \exp^{-\frac{2\pi^2 \alpha^2}{f^2}} \quad (3.37)$$

où  $X(\alpha + f)$  est la transformée de Fourier de l'équation (3.35), et le terme exponentiel est la transformée de Fourier de la fonction Gaussienne (3.36). Ainsi, la transformée en S est la transformée de Fourier inverse (de  $\alpha$  à  $\tau$ ) de l'équation précédente (pour  $f \neq 0$ ) :

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\alpha + f) \exp^{-\frac{2\pi^2 \alpha^2}{f^2}} \exp^{i2\pi\alpha\tau} d\alpha \quad (3.38)$$

La fonction exponentielle dans l'équation (3.39) est la fenêtre de localisation fréquentielle qui est appelée le *canal Gaussien*. Elle joue le rôle d'un filtre passe bas pour chaque canal de fréquences. La transformée en S se montre plus puissante que la transformée de Fourier à fenêtre glissante puisqu'elle offre une meilleure résolution dans l'espace des phases (fenêtre temporelle très étroite pour les hautes fréquences). C'est donc une solide représentation temps-fréquence.

### 3.5.2 Obtention de la transformée en S à partir de la transformée en ondelettes

Une autre direction pour comprendre la transformée en S est de voir sa relation avec la transformée en ondelettes. L'équation (3.10) montre que la transformée en ondelettes peut être définie comme étant une série de corrélations du signal avec une fonction appelée ondelette mère :

$$W(\tau, d) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t - \tau, d)dt \quad (3.39)$$

La transformée en S d'une fonction  $x(t)$  peut être définie comme une transformée en ondelettes avec une ondelette mère bien spécifique multipliée par un facteur de phase :

$$S(\tau, f) = \exp^{-i2\pi f\tau} W(\tau, d) \quad (3.40)$$

où l'ondelette mère est définie par :

$$w(t, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{t^2 f^2}{2}} \exp^{-i2\pi ft} \quad (3.41)$$

Notons que le facteur de dilatation  $d$  est l'inverse de la fréquence  $f$ .

L'ondelette dans l'équation (3.42) ne satisfait pas la condition d'admissibilité (avoir une moyenne nulle) [Far 92]. Ainsi l'équation (3.41) n'est pas strictement une transformée en ondelettes. En remplaçant l'équation 3.42 dans l'équation 3.41, on obtient explicitement la transformée en S identique à l'équation (3.31).

$$S(\tau, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp^{-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2}} \exp^{-i2\pi ft} dt \quad (3.42)$$

Le facteur de phase dans la figure 3.41 mérite plusieurs discussions. En fait, c'est une correction de phase dans la définition de la transformée en ondelettes. Il élimine le concept « *d'analyse par ondelette* » par séparation de l'ondelette mère en deux parties : l'enveloppe à variation lente (la fonction Gaussienne) qui concerne la localisation temporelle, et le terme  $\exp^{-i2\pi ft}$ , qui sélectionne la fréquence à localiser. C'est la localisation temporelle Gaussienne qui est translatée tandis que le terme exponentiel oscillant demeure stationnaire. Le terme exponentiel n'est pas translaté dans le temps. Cela veut dire que la transformée en S localise les composantes réelles et imaginaires du spectre indépendamment, localisant ainsi le spectre de phase aussi bien que le spectre d'amplitude.

### 3.5.3 Propriétés de la transformée en S

Grâce à sa référence absolue à l'information de phase, la transformée en S possède plusieurs caractéristiques importantes :

- **L'inverse de la transformée en S est la transformée de Fourier**

Si la transformée en S est en effet une représentation du spectre local, on peut donc espérer que la simple opération de moyennage des spectres locaux le long du temps donnerait la transformée de Fourier. C'est certainement le cas de la transformée en S :

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, f) d\tau = X(f) \quad (3.43)$$

où  $X(f)$  est la transformée de Fourier de  $x(t)$ . Il s'en suit que  $x(t)$  est exactement récupérable à partir de  $S(\tau, f)$  :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, f) d\tau \right\} \exp^{i2\pi ft} df \quad (3.44)$$

Ceci montre que la transformée en S est une généralisation de la transformée de Fourier pour les signaux non stationnaires.

- **La résolution est progressive dans le domaine temps-fréquence**

Les fréquences échantillonnées d'un signal discret de  $N$  points à un intervalle  $T$  sont égales à  $f_n = \frac{n}{NT}$ . Ainsi, l'intervalle des périodes échantillonnées est de  $NT$  pour la première harmonique (en ignorant la composante  $DC$ ),  $\frac{NT}{2}$  pour la seconde harmonique, et ainsi de suite comme fonction de  $\frac{1}{n}$ . Une autre propriété de la transformée en S est qu'elle partage, avec la transformée en ondelettes, le principe d'incertitude de Heisenberg. Cela veut dire que pour une meilleure résolution en fréquence on doit sacrifier la résolution temporelle et l'inverse est aussi vrai.

- **La résolution en fréquences dépend du signal**

L'augmentation de la résolution avec laquelle on peut mesurer la fréquence d'une fonction d'oscillation dépend de la durée de présence du signal et non pas de la durée de mesure (l'ambiguïté qu'on retrouve souvent). La figure 3.10 illustre ce contexte. La figure 3.10a représente un signal sinusoïdal pur de fréquence  $f=0,125$  Hz. La région non nulle du signal est présentée par 128 points parmi un total de 248. La figure 3.10b présente le spectre en amplitude dans les régions correspondant à  $f=0,1$  Hz jusqu'à  $f=0,15$  Hz. On peut voir la largeur du lobe central correspondant au pic maximal, qui limite la résolution avec laquelle on peut localiser les composantes spectrales, et les lobes secondaires de la fonction sinus cardinale. Quand on ajoute plus de points

(remplissage par zéro) au signal considéré (figure 3.10c), la largeur du lobe central ne change pas, il est simplement plus échantillonné (figure 3.10d). C'est seulement quand le signal lui-même existe plus dans le temps (figure 3.10e) que la résolution en fréquence augmente (figure 3.10f). Ce fait devient possible par la transformée en  $S$ . Il est suggéré que la méthode la plus convenable pour définir la résolution est d'examiner l'espace temps-fréquence représenté par la transformée en  $S$ . Si cet examen montre que le signal dure pendant plusieurs périodes, il serait approprié de faire la moyenne pendant un intervalle de temps plus long. La résolution en fréquences dépend de la longueur du signal, et non pas de la durée de la mesure, ainsi la résolution dépendant de la fréquence dans la transformée en  $S$  est appropriée.

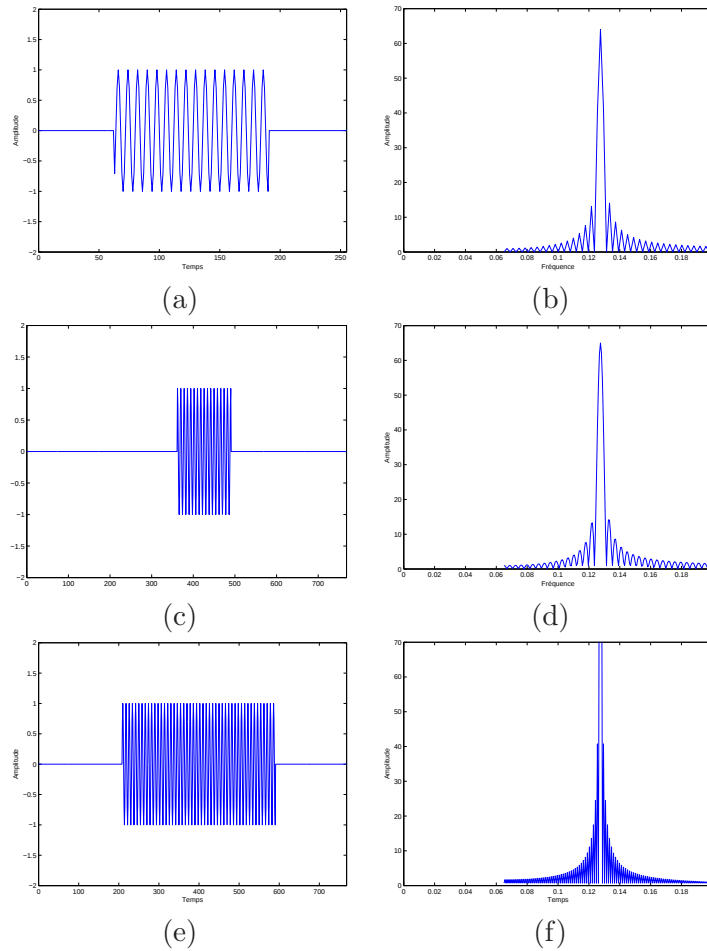


FIG. 3.10 — (a) Signal sinusoidal de 256 points et une fréquence de  $\frac{32}{256}$  Hz. (b) Spectre en amplitude du signal (a). (c) Même signal que (a) mais avec remplissage de zéro ajouté jusqu'à 767 points. (d) Région du spectre d'amplitude du signal en (c). La résolution n'a pas changé mais l'intervalle fréquentiel d'échantillonnage est réduit. (e) Signal en (a) avec 384 points non-zéro. (f) Région du spectre d'amplitude du signal en (e). A cause de la durée du signal qui est plus longue que en (a) et (c), il est possible de mesurer la fréquence avec plus de résolution qu'en (d).

### • La transformée en S et le signal analytique

On peut montrer qu'un canal particulier de la transformée en S est un filtre passe bande pour le signal analytique du signal original  $x(t)$  comme suit : Prenons l'équation (3.39), on peut décaler la spectre en remplaçant  $\alpha$  par  $k = \alpha + f$ , et traiter  $f$  comme un paramètre arbitraire :

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(k) \exp^{-\frac{2\pi(k-f)^2}{f^2}} \exp^{i2\pi\alpha\tau} dk \quad (3.45)$$

C'est la définition d'un filtre passe bande correspondant au signal  $x(t)$ , où le filtre est une fonction Gaussienne d'une largeur arbitraire  $f$  et centrée sur  $f$ . En fait, les fréquences négatives ont été éliminées du signal  $x(t)$  (si  $f$  est positive). Ainsi, n'importe quel canal de la transformée en S correspond à un signal analytique (filtré passe bande) du signal original. Le changement de la variable précédemment réalisé a été effectué pour illustrer la nature du signal analytique. Ainsi, ce changement de variable est équivalent à une modulation du canal de la transformée en S par la sinusoïde appropriée, qui est la correction de phase mentionnée dans l'équation (3.41).

### • La transformée en S et la fréquence instantanée généralisée

On peut montrer que la transformée en S fournit une extension de la fréquence instantanée aux signaux larges bandes. Une voie particulière de la transformée en S peut être écrite par :

$$S(\tau, f_0) = A(\tau, f_0) \exp^{i\Phi(\tau, f_0)} \quad (3.46)$$

où

$$A(\tau, f_0) = \sqrt{\Re(S(\tau, f_0)^2) + \Im(S(\tau, f_0)^2)} \quad (3.47)$$

et

$$\Phi(\tau, f_0) = \arctan\left(\frac{\Im(S(\tau, f_0))}{\Re(S(\tau, f_0))}\right) \quad (3.48)$$

Comme une voie (canal) isole une composante spécifique, on peut utiliser la phase de l'équation (3.47) pour déterminer la fréquence instantanée :

$$FI(\tau, f_0) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \{2\pi\tau f_0 + \Phi(\tau, f_0)\} \quad (3.49)$$

La validité de l'équation (3.50) peut être illustrée en utilisant le cas de  $x(t) = \cos(2\pi wt)$  où la fonction de phase est égale  $\phi(\tau, f) = 2\pi(w - f_0)\tau$ .

#### • Linéarité

La transformée en S est une opération linéaire sur le signal  $x(t)$ . Ceci est très important dans le cas d'un bruit additif, où les données peuvent être modélisées par :  $donnée(t) = signal(t) + bruit(t)$ . Ainsi l'application de la transformée en S mène à :

$$S_{donnée} = S_{signal} + S_{bruit} \quad (3.50)$$

C'est un avantage par rapport à la classe bilinéaire des représentations temps fréquences où on trouve :

$$WV_{donnée} = WV_{signal} + 2WV_{signal}WV_{bruit} + WV_{bruit} \quad (3.51)$$

### 3.5.4 Transformée en S généralisée

L'équation (3.31) a été définie sous l'hypothèse que la largeur  $\sigma$  de la fonction de modulation Gaussienne est proportionnelle à l'inverse de la fréquence. La fonction fenêtre Gaussienne est :

$$g(t, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.52)$$

avec :

$$\sigma = \frac{k}{f} \quad (3.53)$$

Normalement  $k$  est égal à l'unité comme dans la définition (3.31), fournissant approximativement une cycle de sinus et cosinus modulé. Néanmoins,  $k$  peut être plus que l'unité pour augmenter la résolution en fréquence, avec une perte de résolution temporelle correspondante. Ainsi, l'expression (3.31) légèrement modifiée devient :

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{\left|\frac{f}{k}\right|}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2k^2}\right) \exp^{-i2\pi ft} dt \quad (3.54)$$

L'inverse peut aussi être trouvé par l'équation (3.45).

### 3.5.5 Version discrète de la transformée en S

L'équation (3.39) est utilisée pour le calcul de la transformée en S discrète tout en profitant de l'efficacité de la transformée de Fourier rapide (TFR) et du théorème de convolution. Considérons  $x[kT]$ ,  $k = 0, 1, \dots, N-1$  un signal discret, correspondant à  $x(t)$  avec une période d'échantillonnage  $T$ . La transformée de Fourier discrète est donnée par [Bri 74] :

$$X\left[\frac{n}{NT}\right] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x[kT] \exp^{-\frac{i2\pi nk}{N}} \quad (3.55)$$

où  $n = 0, 1, \dots, N-1$ . Dans le cas discret, la transformée en S est la projection du vecteur défini par  $x[kT]$  en une base non orthogonale de vecteurs et les éléments de la transformée en S ne sont pas indépendants. Chaque vecteur de base (de la transformée de Fourier) est divisé en  $N$  vecteurs localisés par le produit élément par élément de  $N$  Gaussiennes translatées, tel que la somme de ces  $N$  vecteurs localisés soit égale au vecteur de base original.

En utilisant la version discrète de l'équation (3.39), et en posant  $f \rightarrow \frac{n}{NT}$  et  $\tau \rightarrow jT$ , la transformée en S d'un signal discret  $x[kT]$  est donnée par :

$$S[jT, \frac{n}{NT}] = \sum_{m=0}^{N-1} X\left[\frac{m+n}{NT}\right] \exp^{-\frac{2\pi^2 m^2}{n^2}} \exp \frac{i2\pi mj}{N} \quad (3.56)$$

et pour la voie  $n = 0$ , elle est égale à une constante définie par :

$$S[jT, 0] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x\left(\frac{m}{NT}\right) \quad (3.57)$$

où  $j, m$  et  $n=0, 1, \dots, N-1$ .

L'équation (3.58) met la moyenne constante du signal dans la voie correspondante à la fréquence zéro. Ainsi, l'existence de l'inverse est assuré dans le cas général. La transformée en S discrète souffre des problèmes de l'échantillonnage et de la longueur finie, provoquant la périodicité implicite dans les deux domaines temps et fréquences. Les opérations de convolution sont implicitement 'wrap-around' provoquant des effets de bord.

### Algorithme de calcul de la transformée en S discrète

Le calcul numérique de la transformée en S est très efficace, en utilisant le théorème de convolution de deux manières, chacune a l'avantage de l'efficacité de la transformée de Fourier rapide. Un calcul approximatif du nombre d'opérations est donné ci-dessous pour chaque étape de la numérisation (en posant  $n = \frac{n}{NT}$ ,  $m = \frac{m}{NT}$ ,  $k = kT$  et  $j = jT$ ). Ainsi, utilisant l'équation (3.58), on peut simplifier les étapes de calcul comme suit :

- 1. L'analyse de Fourier d'un signal  $x[k]$ , de  $N$  points et une période d'échantillonnage  $T$ , donne un spectre  $X[m]$  en utilisant l'algorithme de la transformée de Fourier rapide. Ceci est fait une seule fois, ( $N \log N$  opérations).
- 2. Calcul de la Gaussienne localisée  $G[n,m]$  pour la fréquence requiert  $n$ , ( $N$  opérations).
- 3. Décalage du spectre  $X[m]$  à  $X[m+n]$  pour la fréquence  $n$  (une addition), *première utilisation du théorème de convolution*.
- 4. Multiplication de  $X[(m+n)]$  par  $G[n,m]$  pour avoir  $B[n,m]$ , ( $N$  multiplications), *deuxième utilisation du théorème de convolution*.
- 5. Calcul de la transformée de Fourier inverse de  $B[n,m]$ ,  $m$  à  $j$  pour avoir la ligne de  $S[n,j]$  correspondant à la fréquence  $n$  ( $N \log N$  opérations).
- 6. Répéter les étapes 3, 4 et 5 jusqu'à ce que l'ensemble des lignes de  $S[n,j]$  correspondant à toutes les fréquences discrètes  $n$  soit défini.

Le nombre total des opérations est approximativement  $N(N + N \log N)$ . Considérant que la transformée en S a  $N^2$  points, le nombre d'opérations par cycle de processeur est le même que pour la transformée de Fourier rapide standard quand le signal est multiplié par une fonction d'apodisation ( $(N + N \log N)$ ).

### 3.5.6 Transformée en S inverse discrète

La transformée en S discrète inverse est calculée à travers une étape intermédiaire du calcul de la transformée de Fourier discrète. La somme des matrices S le long des voies (lignes) donne ( $n \neq 0$ ) :

$$\sum_{j=0}^{N-1} S\left[\frac{n}{NT}, jT\right] = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} X\left[\frac{m+n}{NT}\right] \exp^{-\frac{2\pi^2 m^2}{n^2}} \exp \frac{i2\pi m j}{N} \quad (3.58)$$

En permutant l'ordre de la sommation, on a :

$$\sum_{j=0}^{N-1} S\left[\frac{n}{NT}, jT\right] = \sum_{m=0}^{N-1} X\left[\frac{m+n}{NT}\right] \exp^{-\frac{2\pi^2 m^2}{n^2}} \sum_{j=0}^{N-1} \exp \frac{i2\pi m j}{N} \quad (3.59)$$

En utilisant la propriété d'orthogonalité, la somme sur  $j$  est nulle sauf pour  $m = 0$ , dans ce cas elle est égale à  $N$ . Ainsi la moyenne des voies de  $S(\frac{n}{NT}, jT)$  est :

$$\sum_{j=0}^{N-1} S\left[\frac{n}{NT}, jT\right] = \sum_{m=0}^{N-1} N\delta_{m,0} X\left[\frac{m+n}{NT}\right] \exp^{-\frac{2\pi^2 m^2}{n^2}} \quad (3.60)$$

$$X\left[\frac{n}{NT}\right] = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} S\left[\frac{n}{NT}, jT\right] \quad (3.61)$$

Donc, la transformée en S discrète inverse est ( $\forall n$ ) :

$$x[kT] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} S\left[\frac{n}{NT}, jT\right] \right\} \exp \frac{i2\pi n k}{N} \quad (3.62)$$

Pour  $n = 0$ , la largeur de la voie Gaussienne décroît vers zéro. La fréquence zéro correspond à la moyenne du signal qui est constante. La valeur de  $S[\frac{n}{NT}, jT]$  pour  $n = 0$  est simplement la moyenne de  $x(kT)$ . Chaque valeur le long du canal  $n = 0$  peut être remplacée par cette valeur. Dans la représentation de l'équation (3.56), la voie de la fonction Gaussienne à  $n = 0$  est remplacée par la fonction de Kronecker  $\delta_{m,0}$ . La transformée en S est exactement inversible.

### 3.5.7 Transformée en S à deux dimensions

La transformée en S a été présentée jusqu'à maintenant dans sa forme unidimensionnelle, mais elle peut être facilement étendue à deux dimensions pour être appliquée sur les images par

exemple.

La transformée de Fourier 2D  $F(k_x, k_y)$  d'une fonction  $f(x, y)$  est définie dans [Bri 74] par :

$$F(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp^{-i2\pi(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (3.63)$$

où  $x, y$  représentent les variables spatiales, et  $(k_x, k_y)$  sont les fréquences spatiales dans les directions respectives. Comme  $x, y$  sont des variables spatiales,  $f(x, y)$  peut être considérée comme une image. L'inverse de la transformée de Fourier 2D est donnée par :

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y) \exp^{i2\pi(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (3.64)$$

La transformée en S à deux dimensions est définie avec une fonction Gaussienne 2D. La Gaussienne change de forme en fonction des fréquences spatiales  $(k_x, k_y)$  :

$$S(x, y, k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') \frac{|k_x| |k_y|}{2\pi} \exp^{-\frac{(x'-x)^2 k_x^2 + (y'-y)^2 k_y^2}{2}} \exp^{-i2\pi(k_x x' + k_y y')} dx' dy' \quad (3.65)$$

Comme pour le cas unidimensionnel, l'intégration de  $S(x, y, k_x, k_y)$  par rapport aux variables  $x, y$  donne la transformée de Fourier 2D :

$$F(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y, k_x, k_y) dx dy \quad (3.66)$$

Mansinha et son équipe dans [Man 97] et Eramian et son équipe dans [Era 99] ont utilisé la transformée en S à deux dimensions pour la segmentation et l'analyse de textures d'images respectivement.

### 3.5.8 Validité du choix : quelques comparaisons des représentations temps-fréquence

Pour montrer l'intérêt de la transformée en S et sa position parmi les représentations temps-fréquence existantes, telles que la transformée de Fourier à fenêtre glissante, la transformée de Wigner-Ville, et la transformée en ondelettes continue, deux signaux de tests ont été choisis. Le

premier signal (figure 3-11) est un signal synthétique généré avec l'algorithme suivant :

$$\begin{aligned}
 x(0 : 95) &= \cos(2\pi 8.45[0 : 95]/96); x(96 : 127) = 0 \\
 x(128 : 191) &= \cos(2\pi 13.5[0 : 63]/64) \\
 x(192 : 255) &= \cos(2\pi 17[0 : 127]/128) \\
 x(169 : 299) &= x(169 : 299) + 0.6 \cos(2\pi 3[0 : 130]/131) \\
 x(329 : 349) &= x(329 : 349) + 0.3 \cos(2\pi 90[0 : 20]/21)
 \end{aligned}
 \tag{3.67}$$

La fréquence d'échantillonnage est de 1 Hz. Les deux figures 3.11b et 3.11c donnent la partie réelle et imaginaire de la transformée de Fourier du signal en 3.11a. Les figures 3.11d et 3.11e présentent le module et la phase du spectre de Fourier du signal de la figure 3.11a. Le spectre en amplitude de la figure 3.11d fournit une meilleure compréhension du contenu spectral du signal présenté sur la figure 3.11a par rapport aux parties imaginaire (figure 3.11c) et réelle (figure 3.11b). Cependant, le spectre en phase donné en figure 3.11e n'est pas plus utile que la partie imaginaire ou réelle du spectre du signal pour fournir une perspicacité intuitive pour le temps d'apparition et de contribution de chacune des composantes spectrales présentées sur la figure 3.11d.

Les figures 3.12a, b, c et d représentent les modules des transformées WV, TFFG, TOC, et S respectivement du signal synthétique de la figure 3-11a. La distribution temps-fréquence  $|WV|$  en (a) présente une très bonne localisation en temps et en fréquences ; par contre on retrouve quelques artefacts « *fréquences fantômes* » qui faussent l'interprétation. Ces artefacts sont probablement dus à la propriété bilinéaire de la WV. Le  $|TFFG|$  du signal donnée en (b) ne contient pas de signatures fantômes, mais et présente une résolution fréquentielle constante le long de la direction de l'axe des fréquences, ceci est uen conséquence de la fenêtre de largeur fixe utilisée. Le module de la TOC donné en (c) montre qu'il y a une meilleure résolution à faible échelle. Cette résolution devient de plus en plus faible vers les hautes échelle à cause du compromis résolution temps-fréquence « *incertitude de Heizenberg* », mais il faut avoir le réflexe d'interpréter le plan temps-échelle en temps-fréquence. Le module de la transformée en S montré en (d) montre que cette transformée présente une meilleure résolution dans la direction

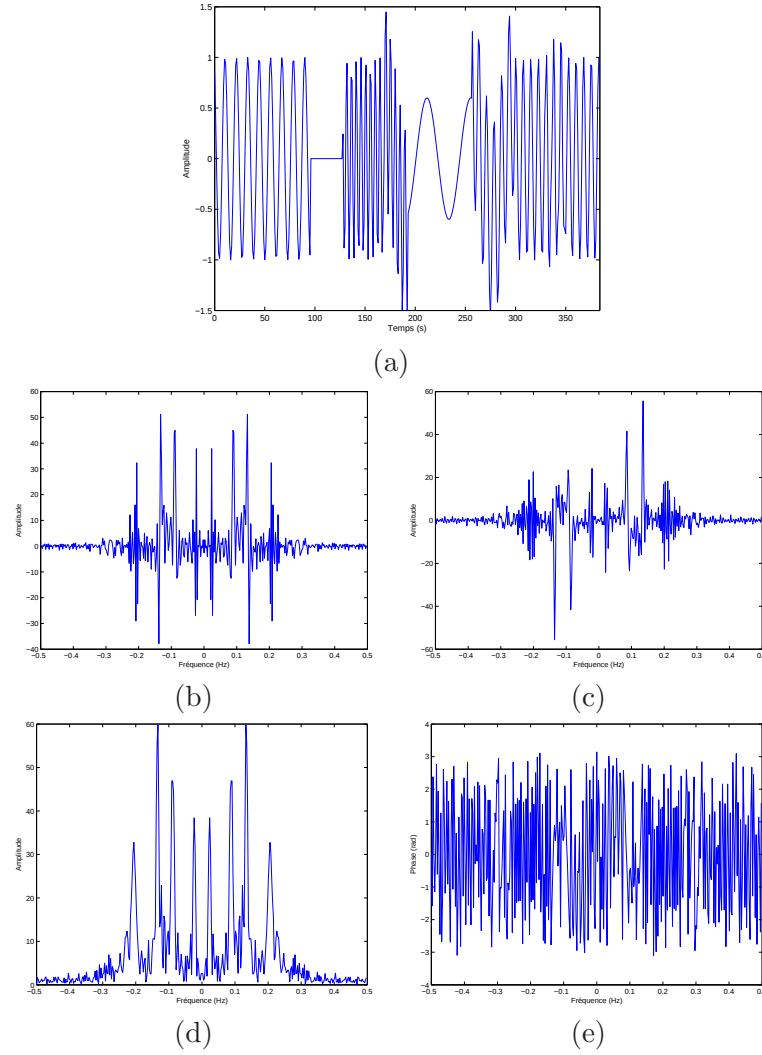


FIG. 3.11 — (a) Signal de différentes fréquences. (b) Partie réelle du spectre de Fourier du signal (a). (c) Partie imaginaire du spectre du Fourier du signal (a). (d) Module du spectre de Fourier du signal (a). (e) Phase en radian du spectre du signal (a).

du temps en hautes fréquences, et meilleure dans la direction des fréquences en basses fréquences comparée au  $|TFFG|$  et une meilleure localisation temporelle dans les hautes fréquence. En plus, la transformée en  $S$  présente une meilleure estimation de l'amplitude au niveau des transition hautes fréquences ( $329 < t < 349$ ).

Le deuxième signal est un signal (figure 3.13) *chirp* déjà abordé précédemment. L'algorithme

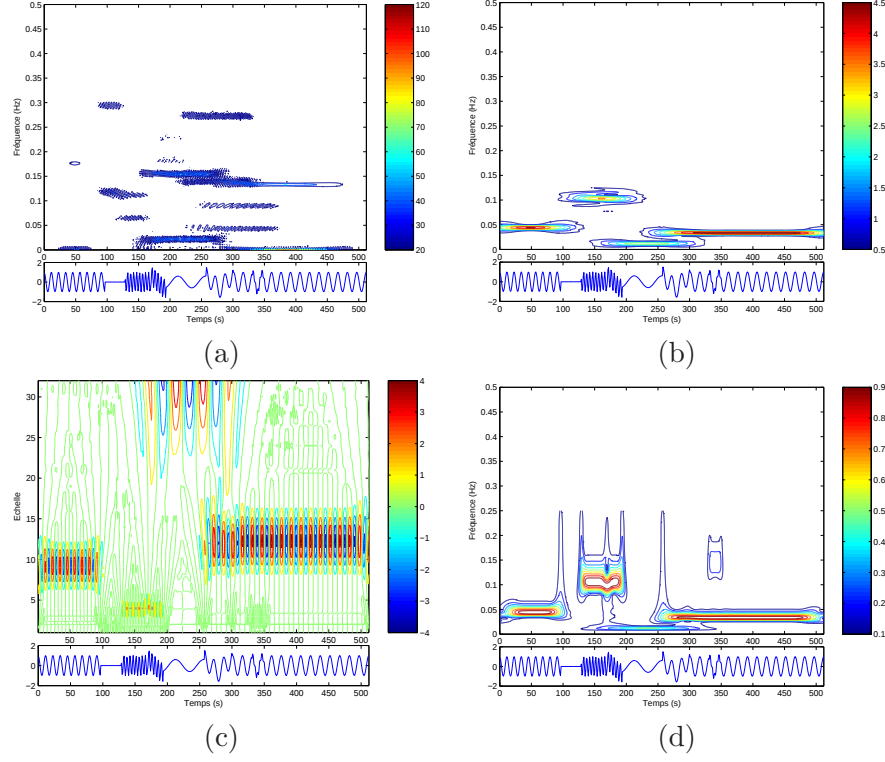


FIG. 3.12 — (a) Module de la transformée de Fourier à fenêtre glissante du signal de la figure 3.11a. (fenêtre d'analyse : Hanning) (b) Module de la transformée de Wigner-Ville du signal de la figure 3.11a. (c) Module de la transformée en ondelettes continue du signal de la figure 3.11a. (ondelette mère utilisée : Morlet) (d) Module de la transformée en  $S$  du signal de la figure 3.11a.

qui génère le signal *chirp* est donné par :

$$\begin{aligned}
 y(0 : 63) &= 0 \\
 y(64 : 448) &= \sin(2\pi 10[0 : 511]/512 + 2\pi 45[0 : 511]^2/(512^2)) \\
 y(448 : 512) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.68}$$

De la même manière, les figures 3.14a, b, c et d représentent les quatre plans temps-fréquence  $|WV|$ ,  $|TFFG|$ ,  $|TOC|$  et  $|S|$  du signal *chirp*. Dans la figure 3.14a on retrouve une très bonne localisation temps-fréquence qui relève des qualités de la WV pour sa parfaite localisation des modulations de fréquence linéaire "chirps" idéaux. Les interférences dans la bande 0-0,25 Hz sont dues à la simplicité de l'algorithme qu'on a utilisé. Cette variation progressive de la fréquence du signal *chirp* montre bien l'handicap de la TFFG sur la figure 3.14b, l'adaptation aux basses

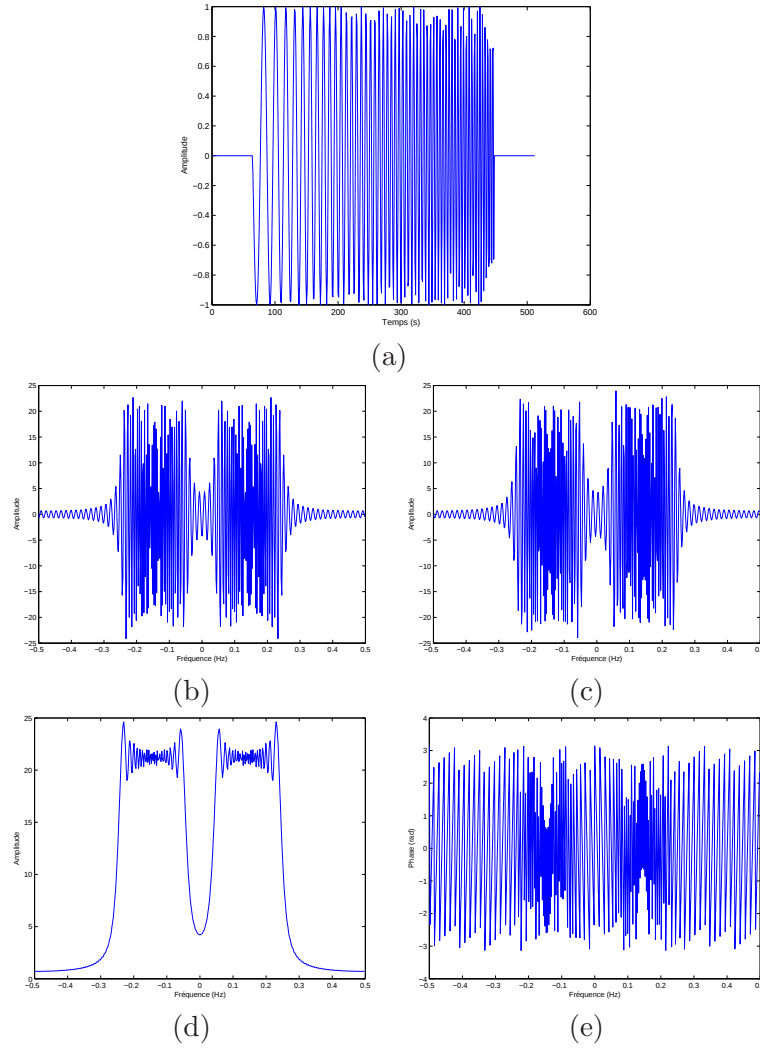


FIG. 3.13 – (a) Signal chirp avec accroissement de fréquences. (b) Partie réelle du spectre de Fourier du signal (a). (c) Partie imaginaire du spectre de Fourier du signal (a). (d) Module du spectre de Fourier du signal (a). (e) Phase en radian du spectre du signal (a).

et hautes fréquences en même temps n'est pas possible à cause de la longueur fixe de la fenêtre d'analyse. Cet accroissement progressif des signatures dans le plan temps-fréquence n'est pas très bien localisé par la transformée en  $S$  (figure 3.14d), il est clair que la résolution en fréquence diminue dans les hautes fréquences et le problème d'incertitude de Heisenberg est bien confirmé. En plus, Dans les très hautes fréquences, quelques artéfacts apparaissent, certainement dus au problème d'aliasing dont souffre la transformée en  $S$ . Une localisation comparable à la transformée en  $S$  est donnée par la transformée en ondelettes dans figure 3.14c. La représentation temps-échelle par la transformée en ondelettes continue souffre du même principe d'incertitude.

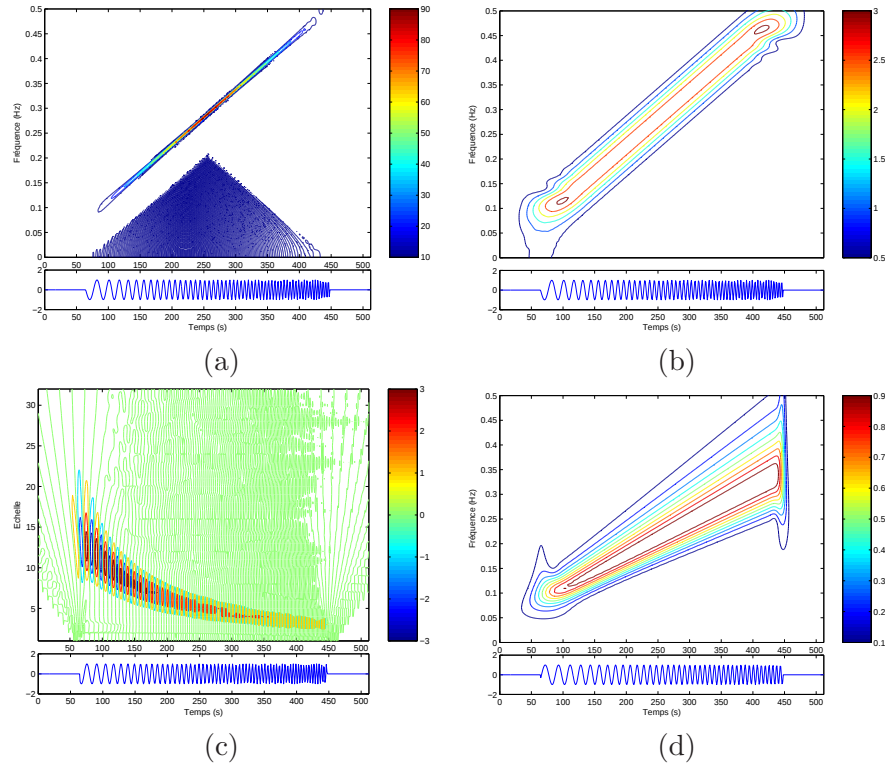


FIG. 3.14 — (a) Module de la transformée de Fourier à fenêtre glissante du signal de la figure 3.13a. (fenêtre d'analyse : Hanning) (b) Module de la transformée de Wigner-Ville du signal de la figure 3.13a. (c) Module de la transformée en ondelettes continue (temps-échelle) du signal de la figure 3.13a. (ondelette mère utilisée : Morlet). (d) Module de la transformée en  $S$  du signal de la figure 3.13a.

### 3.5.9 Conclusion

Après l'étude de la transformée en  $S$  et la présentation de ses propriétés, les deux exemples concernant les signaux présentés ci-dessus montrent la position de la transformée en  $S$  en la comparant aux autres méthodes pour l'estimation de la fréquence instantanée du signal dans le plan temps-fréquence. Cependant, la puissance de la transformée en  $S$  et ses limitations sont apparentes à partir des exemples traités ci-dessus. La dépendance inverse de la fréquence à la variance de la fenêtre Gaussienne localisante est une amélioration par rapport à la fenêtre de largeur fixe utilisée dans la TFFG. La phase de la transformée en  $S$  référencée à l'origine du temps fournit les informations utiles et supplémentaires au sujet des spectres. Ceci n'est pas donné par l'information de phase localement référencée dans la TOC. Un des inconvénients de la fenêtre gaussienne utilisée est le problème d'aliasing déjà mentionné par Stockwell dans [Sto 96b]. En fait, dans l'équation 3.56 qui présente la version discrète de la transformée en  $S$  où  $n$  est l'index de fréquence. La fenêtre gaussienne croît en largeur dans le domaine des fréquences jusqu'à ce que la majorité de son amplitude se trouve au dessus de la fréquence de Nyquist. Comme l'échantillonnage de la transformée en  $S$  et la longueur finie de  $X[\frac{m+n}{NT}]$  provoquent une périodicité dans les deux domaines temps et fréquence, c'est équivalent au domaine de fréquence gaussienne pour les fréquences négatives. Ce problème d'aliasing est très important sur la figure 3.14d où  $n$  est très grand. Stockwell dans [Sto 96b] suggère que la transformée en  $S$  sera peu fiable au-delà de 75% de la fréquence de Nyquist dans le cas où la fenêtre gaussienne sera utilisée. Cette limitation de la fenêtre gaussienne utilisée a ouvert des perspectives à une transformée en  $S$  généralisée où différentes fonctions d'analyses peuvent être utilisées à la place de la gaussienne [Pin 03], [Man 97], [McF 99]. Le chapitre qui suit fera l'objet de l'application de la transformée en  $S$  pour l'analyse temps-fréquence des signaux de fluxmétrie laser Doppler.

## Chapitre 4

# Application de la transformée en S aux signaux de fluxmétrie laser Doppler (LDF)

### 4.1 Introduction et nature physiologique des oscillations

L'un des signaux physiologiques le plus connu pour l'exploration de l'activité cardiaque est le signal électrocardiogramme (ECG). Un autre signal qui se dérive de l'ECG, appelé variabilité de la fréquence cardiaque (HRV), reflète les mécanismes mis en jeu pour la régulation de la circulation sanguine pilotée par le myocarde (figure 4.1a). Le signal LDF représentant la perfusion microvasculaire, reflète donc le flux dans les tissus capillaires. Les changements du flux capillaire peuvent refléter des phénomènes de la circulation systémique. Ainsi, puisque le flux périphérique est contrôlé par les mécanismes extrinsèques (centraux) et intrinsèques (locaux), l'analyse de sa dynamique peut contribuer à la compréhension du tonus vasculaire [Ste 99a]. La nature oscillatoire du flux a d'abord été présentée dans les références [Sal 83] et [Wil 86]. Hoffman et son équipe, utilisant des histogrammes de fréquences des signaux LDF, reportent des oscillations synchronisées avec la fréquence cardiaque et aussi des oscillations dans les bandes hautes et basses fréquences, HF et LF respectivement [Hof 90]. L'analyse de Fourier ainsi que l'analyse par ondelettes des signaux LDF enregistrés pendant 20 minutes ont indiqué cinq fréquences caractéristiques dans l'intervalle de 0,0095 Hz à 2 Hz [Ste 92], [Bra 98]. Les pics caractéristiques

apparaissent typiquement autour 1 Hz, 0,3 Hz, 0,1 Hz, 0,04 Hz et 0,01 Hz, donc à des fréquences proches de celles discutées dans [Hof 90] : le premier dans le spectre du signal ECG et les quatre derniers dans le spectre du signal HRV. Pour identifier l'origine physiologique des oscillations observées sur les signaux ECG, HRV et LDF, plusieurs enregistrements simultanés de plusieurs fonctions cardiovasculaires ont été réalisés [Ste 92], [Ste 97], [Bra 98]. Les auteurs ont constaté qu'il y a des différences dans les amplitudes des oscillations. L'amplitude de la fréquence cardiaque domine le spectre des signaux ECG et de la pression artérielle. Le spectre d'un signal respiratoire a un pic dominant autour de 0,2 Hz. Dans le signal HRV, ce pic est d'amplitude comparable à celui d'une oscillation plus lente entre 0,0095 Hz et 0,15 Hz. Dans le signal LDF, les amplitudes de toutes les oscillations ont presque la même dynamique. Par conséquent, le flux périphérique reflète les activités des mécanismes locaux et centraux de la régulation cardiovasculaire.

Les auteurs des références [Ste 92], [Ste 97], [Bra 98] concluent que : la fréquence de base dans

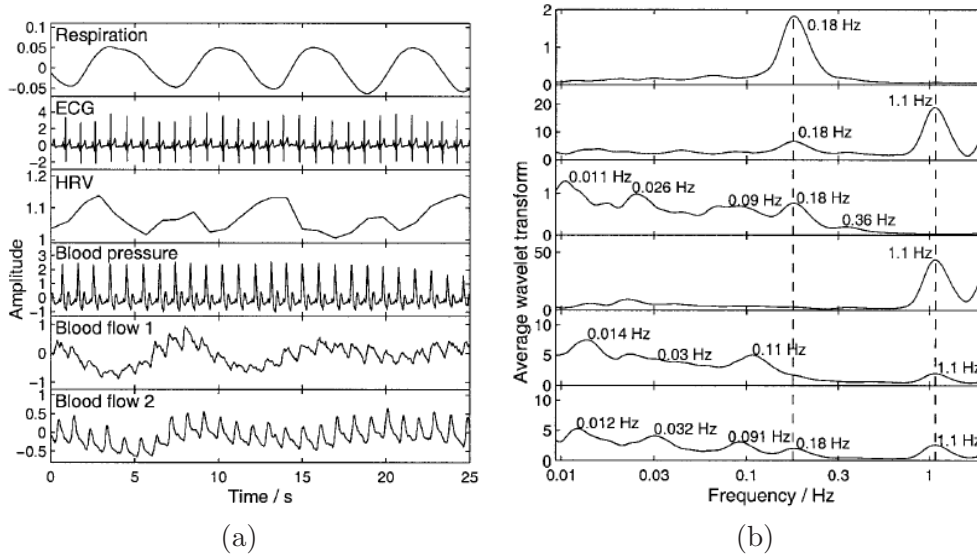


FIG. 4.1 — (a) Mesures simultanées des signaux cardio-vasculaires. (b) Analyse spectrale des différents signaux cardio-vasculaires. [Ste 99a]

le signal ECG, autour de 1 Hz, correspond naturellement à la fréquence cardiaque. Au repos, sa valeur s'étend de 0,6 Hz chez les sportifs à 1,6 Hz chez les sujets possédant des altérations du systèmes cardio-vasculaire. Ainsi, l'activité cardiaque se manifeste dans chaque vaisseau simple et est donc présente dans la microcirculation via les tissus capillaires. Sa contribution diminue

graduellement avec la diminution du diamètre des vaisseaux. L'élasticité des vaisseaux, et leurs propriétés structurelles, affectent l'amplitude des composantes du flux.

Le pic spectral autour de 0,2 à 0,3 Hz, correspondant aux événements qui apparaissent 12 à 18 fois par minute, est connu en physiologie comme représentant de la fréquence de la respiration (figure 4.1b) [Ste 99a]. L'existence de la modulation de l'activité respiratoire par la fréquence cardiaque a depuis longtemps été identifiée [Hal 73]. Cette fréquence, observée plus tôt dans les signaux HRV et les signaux de pression artérielle, contenue dans la bande hautes fréquences (HF), est attribuée au système autonome parasympathique [Aks 81], [Kit 85], [Ste 99a]. Dans le signal LDF, l'origine de ce pic a été discutée par Hoffman et son équipe [Hof 90] en enregistrant de façon simultanée les signaux respiratoires et les signaux LDF. L'évidence directe a également été obtenue par d'autres auteurs [Ste 92], [Muc 96]. Les auteurs dans [Kit 85] et [Ste 99a] ont associé aux mécanismes de régulation de la pression artérielle, des oscillations avec des périodes autour de 10 secondes dans leurs premières études des signaux de la pression artérielle et des signaux HRV. Ces oscillations sont une manifestation de l'activité myogénique des cellules musculaires placées au niveau des parois des vaisseaux. Ces cellules musculaires répondent continuellement aux changements de la pression intravasculaire. Pour les vaisseaux isolés, l'origine myogénique de ces oscillations a été démontrée chez le petit animal en mesurant dynamiquement les changements de diamètre des vaisseaux [Ber 94] ou par la concentration des ions [Gri 94].

Le pic autour de 0,04 Hz a été observé dans les spectres des signaux HRV et des signaux de la pression artérielle (figure 4.1b) [Kit 85], [Bra 98]. Ce pic a été aussi observé dans les spectres des signaux LDF (figure 4.1b) [Ste 92]. Il est attribué aux processus métaboliques ou neurogéniques [Kit 85]. Les oscillations correspondant à ce pic ne peuvent pas être mesurées de façon sélective. L'évidence indirecte de leur origine a été rapportée par Kastup et son équipe [Kas 89]. Après avoir déconnecté les nerfs des vaisseaux (énervation), ce qui supprime la régulation neurogénique au niveau des vaisseaux du radius, ils ont observé que les oscillations autour de 0,04 Hz avaient disparu. De plus, un pic autour de 0,001 Hz a été observé dans l'ensemble des signaux cardio-vasculaires examinés. Cependant sa position exacte diffère d'un sujet à l'autre, suggérant qu'il soit d'origine locale. Il y a une évidence indirecte que cette oscillation est liée à la fonction endothéliale [Ste 98]. D'ailleurs, quelques expériences suggèrent que l'oxyde nitrique, une substance métabolique qui est libérée par les cellules endothéliales, a une influence sur l'état de

contraction des vaisseaux musculaires. Des études récentes démontrent que l'oxyde nitrique joue un rôle immunologique et cytotoxique essentiel dans l'organisme humain [Kve 98].

## **4.2 Mise en évidence du contenu spectral du signal LDF par la transformée en S**

### **4.2.1 Analyse temps-fréquence par la transformée en S des signaux LDF chez le petit animal**

Afin de mettre en évidence les activités physiologiques : cardiaque, respiratoire, myogénique, neurogénique et métabolique, ainsi que les bandes spectrales correspondantes, discutées au paragraphe précédent, une analyse temps-fréquence par la transformée en S est réalisée sur les signaux LDF chez le petit animal. Un instrument laser Doppler de type PeriFlux 4001 (Perimed AB, Suède) est utilisé pour l'enregistrement de 12 signaux LDF chez 12 rats anesthésiés. La sonde a été placée sur le crâne de l'animal, et un système automatisé d'acquisition (Biopac, Santa Barbara, Californie, Etats-Unis) a été utilisé avec une fréquence d'échantillonnage de 20 Hz. Plus de détails sur la méthodologie et le protocole d'enregistrement sont présentés dans [Ass 04a]. Après l'acquisition des signaux, une étape de pré-traitement a été réalisée pour éliminer les échantillons aberrants, générés par les mouvements. Ceci a été réalisé par application d'un filtre médian. La méthode temps-fréquence basée sur la transformée en S a été implémentée sous la version 6.5 de Matlab® (MathWorks) avec la contribution de Robert Stockwell <sup>3</sup>et en se basant sur la version original de son code. La figure 4.2a montre un exemple de signal acquis. La durée d'enregistrement est de 22 minutes (temps suffisant pour détecter l'ensemble des activités physiologiques). La figure 4.2b représente l'analyse temps-fréquence par la transformée en S basée sur la fonction gaussienne décrite dans le chapitre 3. La figure 4.2c représente la projection de la représentation temps-fréquence de la figure 4.2b dans le domaine spectral. En s'appuyant sur les études citées dans le paragraphe précédent, cinq bandes spectrales sont identifiées. La bande spectrale totale du signal LDF chez le petit animal est de 0 à 5 Hz (figure 4.2b) et de 0 à 2 Hz chez l'être humain. La figure 4.2b montre deux bandes spectrales dominantes autour de 1 Hz et

---

<sup>3</sup>R. Stockwell : NorthWest Research Associates, Inc., CoRA Division 3380 Mitchell, Lane Boulder, Colorado 80301 USA

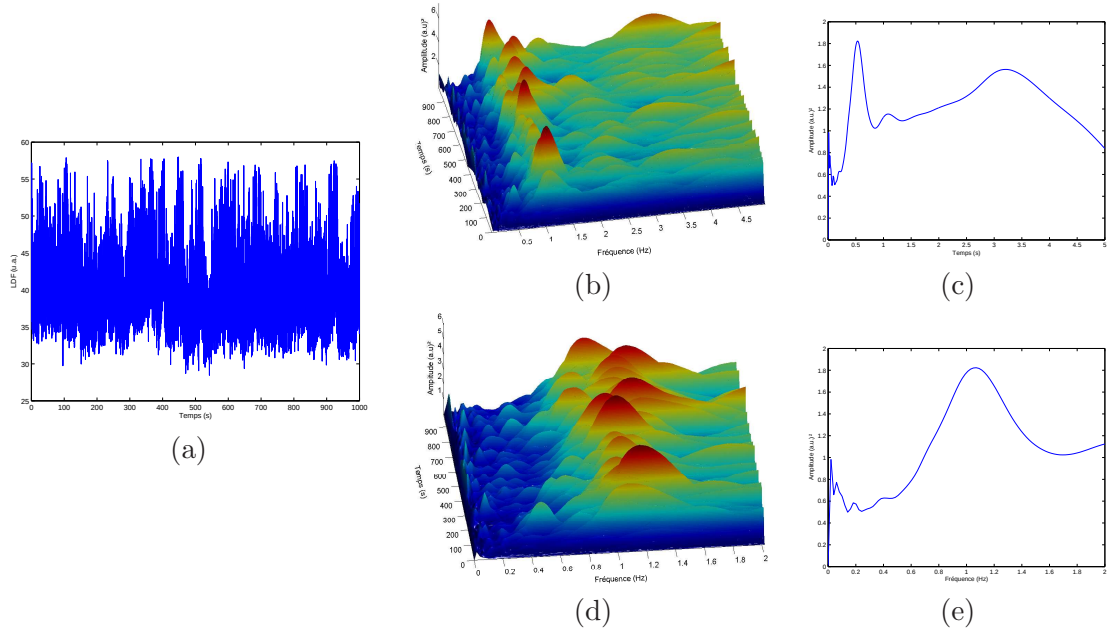


FIG. 4.2 — (a) Signal LDF enregistré au niveau du crâne du rat. (b) Module de la transformée en  $S$  (bande : 0-5 Hz) du signal (a). (c) Projection du plan temps-fréquence (b) sur l'axe des fréquences. (d) Module de la transformée en  $S$  (bande : 0-2 Hz) du signal (a). (e) Projection du plan temps-fréquence (d) sur l'axe des fréquences

3 Hz. Elles correspondent aux activités physiologiques respiratoire et cardiaque respectivement. La bande 2 à 5 Hz représente le spectre des oscillations cardiaques chez les rats, alors que la bande 0,7 à 2 Hz représente l'activité respiratoire. La figure 4.2d montre les trois bandes très basses fréquences correspondant aux trois activités physiologiques. Ces bandes basses fréquences de 0,01 à 0,6 Hz, représentées sur la figure 4.2d, reflètent les trois mécanismes physiologiques de régulation, à savoir les activités myogénique, neurogénique et métabolique endothéliale, correspondant aux trois régions de très basses fréquences : 0,0095 à 0,08 Hz, 0,08 à 0,2 Hz et 0,2 à 0,6 Hz. Ces bandes sont également représentées par des pics dominants autour de 0,05 Hz, 0,1 Hz et 0,22 Hz respectivement, sur la figure 4.2e. Ces bandes ont également été démontrées sur les enregistrements LDF des humains [Ste 98].

Cette analyse temps-fréquence préliminaire prouve que la transformée en  $S$  donne une bonne localisation en fréquences. Elle donne également une représentation temps-fréquence simple à interpréter (ce qui n'est pas le cas pour la transformée en ondelettes continue qui fournit une représentation temps-échelles). De plus, elle donne accès à une résolution dépendante de la fréquence tout en maintenant une relation directe avec le spectre de Fourier.

## 4.2.2 Analyse temps-fréquence par la transformée en S des signaux LDF chez l'être humain

De la même manière que chez le petit animal, explorons les activités physiologiques chez l'être humain et identifions leur localisation spectrale. La figure 4.3a montre un signal LDF parmi les 8 signaux enregistrés chez 8 sujets sains sans aucune anomalie cardio-vasculaire. La durée d'enregistrement a été de 20 minutes. Les figures 4.3b, 4.3d représentent l'analyse temps-fréquence par la transformée en S du signal montré sur la figure 4.3a. La figure 4.3b montre un pic dominant en amplitude autour de 1 Hz, correspondant à la fréquence cardiaque. Ce pic est également montré sur la figure 4.3c. Un autre pic autour de 0,22 Hz correspond à l'activité respiratoire. Un troisième pic apparaît dans la bande très basse fréquences (0-0,015 Hz). Pour explorer les fréquences contenues dans cette bande, un grossissement dans la bande 0-0,45 Hz est donné sur la figure 4.3d. Trois bandes se distinguent par des pics autour de 0,02 Hz, 0,04 Hz, et 0,1 Hz, qui correspondent respectivement aux activités métabolique, neurogénique et myogénique (figures 4.3d et e). Pour l'ensemble des signaux analysés, l'amplitude du pic correspondant à la bande spectrale de la fréquence cardiaque est la plus dominante. Les quatre autres activités sont dans la même gamme dynamique et comparables en amplitude. Par conséquent, le signal LDF reflète les activités des mécanismes centraux et locaux du système de régulation cardio-vasculaire. Ainsi, la puissance de chaque composante spectrale dans le signal LDF varie en fonction du diamètre des vaisseaux et du tissu examiné.

Les localisations spectrales des pics changent au cours du temps et diffèrent également d'un sujet à l'autre. Cependant, pour chaque pic, un intervalle de fréquences existe pour l'ensemble des sujets. Les minima locaux de la moyenne de la transformée en S ont été employés pour diviser la bande de fréquences entre 0,0095 Hz et 2 Hz en cinq intervalles. La résolution en fréquence de la transformée en S a permis de détecter plusieurs pics dans l'intervalle des très basses fréquences, s'étendant de 0,003 à 0,04 Hz. Par conséquent, les très basses fréquences ont été divisées en (i) de 0,0095 Hz à 0,02 Hz [Ste 98], [Kve 98], bande dans laquelle le processus métabolique se manifeste, (ii) de 0,02 Hz à 0,06 Hz, où le processus neurogénique se manifeste [Kas 89], (iii) l'intervalle de 0,06 Hz à 0,15 Hz, où le processus myogénique se manifeste le plus probablement. Cette étude montre une fois encore, l'avantage et l'utilité de la transformée en S pour la localisation dynamique du spectre dans le plan temps-fréquence.

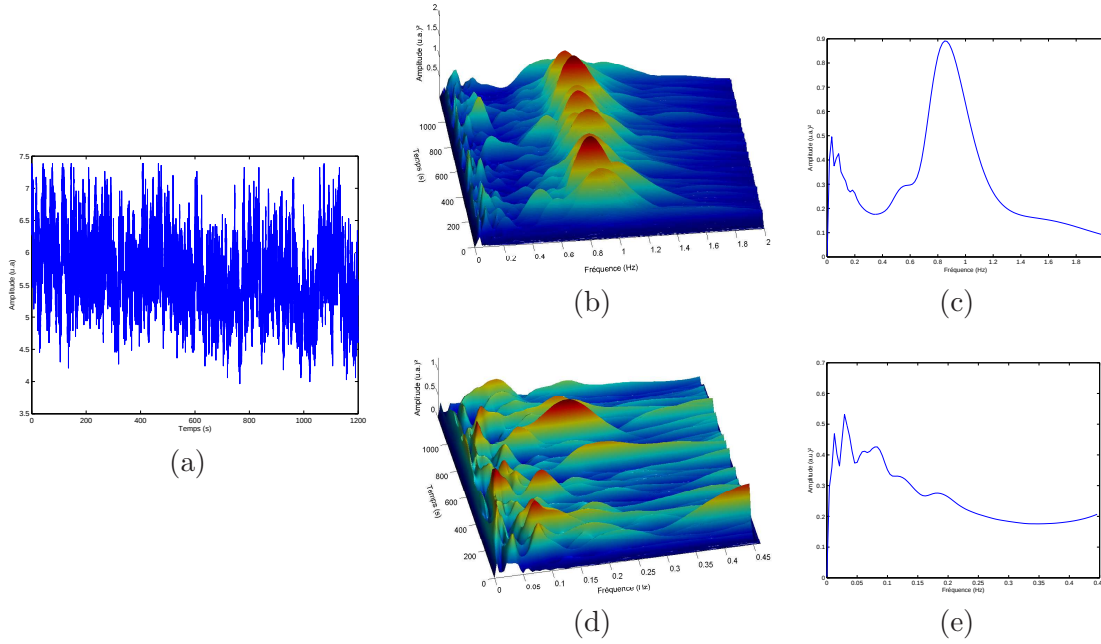


FIG. 4.3 – (a) Signal LDF enregistré chez un sujet sain au niveau de l'avant-bras. (b) Module de la transformée en  $S$  (Bande : 0-2 Hz) du signal de la figure (a). (c) Projection du plan temps-fréquence (b) sur l'axe des fréquences. (d) Module de la transformée en  $S$  (Bande : 0-0,45 Hz) du signal de la figure (a). (e) Projection du plan temps-fréquence (d) sur l'axe des fréquences.

## 4.3 Analyse temps-fréquence par la transformée en $S$ des signaux LDF d'hypéremie réactionnelle

### 4.3.1 Objectif

Les signaux de fluxmétrie laser Doppler donnent une information sur les activités physiologiques du mécanisme cardio-vasculaire. Les activités se manifestent elles mêmes dans des cycles rythmiques. Pour explorer ces activités pendant le phénomène de l'hyperémie réactionnelle, l'analyse temps-fréquence par la transformée en  $S$  est appliquée. L'objectif est d'avoir une connaissance approfondie de l'hyperémie réactionnelle. Le travail se concentre sur l'évaluation des différentes activités entre un signal au repos et un signal d'hyperémie, les deux étant acquis simultanément sur les deux avant-bras de sujets sains.

### 4.3.2 Hypéremie réactionnelle

L'hypéremie réactionnelle est un des tests les mieux connus dans les procédés cliniques pour évaluer les aspects fonctionnels du flux sanguin artériel [Fag 94]. Par définition, l'hyperémie

réactionnelle est l'augmentation transitoire du flux sanguin dans un organe après un court instant d'ischémie (par exemple occlusion artérielle) ; l'amplitude de l'hyperémie est en rapport avec la durée de l'ischémie. En général, la capacité d'un organe à générer une hyperémie réactionnelle est semblable à sa capacité à montrer une auto-régulation. Pendant la période d'occlusion, le flux sanguin est arrêté. Par conséquent, le signal LDF, qui reflète la valeur de la perfusion, atteint une valeur résiduelle appelée le zéro biologique [Zho 98], [Col 93]. Quand l'occlusion est relâchée, le flux sanguin augmente (phénomène de l'hyperémie) pendant quelques minutes. L'hyperémie se produit car, durant la période d'occlusion, les tissus manquent d'oxygène et une augmentation des médiateurs locaux apparaît. L'hypoxie du tissu et une accumulation de métabolites vasodilatateurs (par exemple l'adénosine) dilatent vraisemblablement les artérioles et diminuent la résistance vasculaire. Cela fournit les besoins nécessaires au tissu. Plusieurs travaux ont été menés sur l'hyperémie réactionnelle [Kve 89], [Del 86], [Hum 02]. En effet, elle peut être utilisée pour étudier la résistance vasculaire périphérique, le rôle des nerfs sensoriels locaux et diagnostiquer les malades qui souffrent d'occlusions artérielles périphériques.

### 4.3.3 Matériels et méthodes

#### 4.3.3.1 Matériels

Sept sujets sains volontaires ont été étudiés [Ass 05b]. Ils n'avaient aucun signe clinique ou facteur de risque de maladie vasculaire. Ils avaient (moyenne  $\pm$  SD)  $30 \pm 4,5$  ans ; une taille de  $166 \pm 12$  cm, un poids de  $66 \pm 11,5$  kg. Les volontaires n'étaient pas impliqués dans des entraînements réguliers de compétition et n'avaient pris aucun médicament pendant la semaine qui a précédé l'enregistrement. L'expérience a été effectuée dans une pièce calme avec une température ambiante fixée à  $23 \pm 1$  °C. Les sujets étaient en position allongée. Le fluxmètre laser Doppler utilisé était un PeriFlux 4001 Master, Perimed AB, Suède, 780 nm, 1 mW émission maximale, avec deux sondes multifibres. Ces dernières ont été placées sur la surface de chaque avant-bras (deux emplacements avec les mêmes réseaux de vaisseaux ont été choisis). Un garrot a été réalisé à l'aide d'un brassard placé autour du bras gauche de chaque sujet. Les enregistrements ont commencé après une période d'adaptation de 15 minutes. La période d'enregistrement a débuté par une période de 2 minutes de repos pour obtenir la valeur du flux fondamental. Suite à cette période de repos, le brassard a été gonflé à 200 mmHg pendant 3 minutes. Après le relâchement

de l'occlusion, les enregistrements ont duré 15 minutes. Chaque signal LDF a été échantillonné à 20 Hz, en utilisant un système d'acquisition informatisé (Biopac, Santa Barbara, Californie, USA).

#### 4.3.3.2 Méthodes

Après l'acquisition des signaux LDF, une étape de pré-traitement a été effectuée pour enlever les données générées par les artéfacts de mouvements. La moyenne de chaque signal a également été soustraite. Une analyse temps-fréquence a ensuite été obtenue par la transformée en S.

#### Bandes spectrales et mesures quantitatives

Pour quantifier l'énergie dans les cinq bandes spectrales précédemment décrites, correspondant aux cinq activités physiologiques, les coefficients (marginales) de la transformée en S sont pris en compte pour chaque bande. Ainsi, nous pouvons obtenir des mesures quantitatives des oscillations des différents processus qui peuvent être exploitées pour la comparaison des différents signaux LDF en calculant l'énergie correspondante. L'énergie moyenne  $\varepsilon_i(f_{i1}, f_{i2})$  dans une bande de fréquence est donnée par :

$$\varepsilon_i(f_{i1}, f_{i2}) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \int_{f_{i2}}^{f_{i1}} |\tilde{S}(\tau, f)|^2 df d\tau \quad (4.1)$$

L'énergie est moyennée dans le temps, cependant l'énergie absolue définie dans l'équation précédente peut parfois être trompeuse. Si l'énergie totale du signal augmente, il est très probable que l'énergie dans les différentes bandes de fréquences augmentent aussi. Dans ce cas, il est dans notre intérêt de découvrir comment la distribution de l'énergie a changé et dans quelle bande. Ainsi, on doit introduire la notion d'énergie normalisée  $\epsilon_i(f_{i1}, f_{i2})$  dans une bande donnée :

$$\epsilon_i(f_{i1}, f_{i2}) = \frac{\varepsilon_i(f_{i1}, f_{i2})}{\varepsilon_{totale}} \quad (4.2)$$

où  $\varepsilon_{totale}$  est l'énergie du signal LDF contenue dans la bande d'intérêt entre 0,0095 Hz et 2 Hz. Pour comparer les valeurs énergétiques des différentes bandes pour les différents sujets, le test de Wilcoxon<sup>4</sup> de signification statistique a été utilisé [Wil 45]. Une valeur  $P < 0,05$  a été

---

<sup>4</sup>Il existe plusieurs types de test statistiques : Fisher Sign Test, Hypothesis Testing, Paired t-Test, Parametric Test, Wilcoxon Test Statistic.

considérée comme significative. Les énergies absolues et relatives pendant le repos, l'occlusion, l'hyperémie réactionnelle, et après le relâchement de l'occlusion sont quantifiées. Le test de Wilcoxon des paires qui correspondent entre elles a été utilisé pour évaluer les différences des propriétés dynamiques du flux sanguin entre les signaux enregistrés sur les deux avant-bras.

#### 4.3.4 Résultats

La figure 4.4 présente deux signaux enregistrés sur les deux avant-bras d'un sujet. La durée de l'enregistrement a été de 20 minutes. La figure 4.4b représente le phénomène de l'hyperémie réactionnelle. Nous notons que le signal observé sur l'avant-bras gauche est composé de quatre

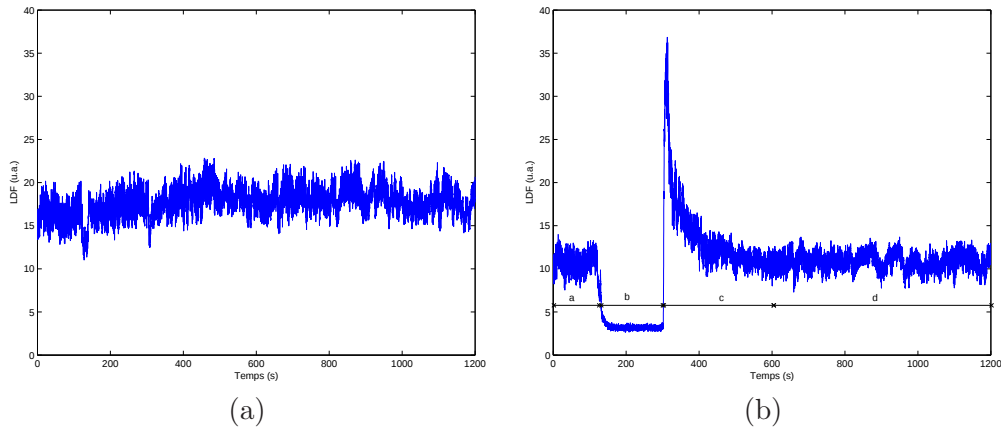


FIG. 4.4 — (a) Signal LDF enregistré au repos sur l'avant-bras droit. (b) Signal LDF enregistré avant (a), pendant (b) et après une occlusion artérielle (c et d) sur l'avant-bras gauche.

segments : avant (a), pendant l'occlusion (b), pendant l'hyperémie réactionnelle (c), et après la fin de l'hyperémie réactionnelle (d). Le traitement du signal a été fait sur chaque segment. Pour les signaux enregistrés sur l'avant-bras droit (avant-bras au repos), cinq activités sont notées sur tout l'enregistrement (20 min ; voir figures 4.5a à c), dans les intervalles de fréquences suivants : 0,0095-0,021 Hz, 0,021-0,051 Hz, 0,051-0,145 Hz, 0,145-0,6 Hz et 0,6-2 Hz [Ass 05b]. C'est conforme à d'autres travaux publiés dans [Ste 99a]. Ces bandes de fréquences correspondent à l'activité cardiaque (0,6-2 Hz), respiratoire (0,145-0,6 Hz), myogénique (0,051-0,145 Hz), neurogénique (0,021-0,051 Hz), et endothéliale métabolique (0,0095-0,021 Hz) [Bra 98] . Une petite variation d'amplitude est constatée pour chaque activité. Pour les signaux enregistrés avant l'occlusion artérielle sur l'avant-bras gauche, les activités sont semblables à celles trouvées sur l'avant-bras droit dans le même intervalle de temps (figure 4.6, les 120 premières secondes).

#### 4.3. Analyse temps-fréquence par la transformée en $S$ des signaux LDF d'hypérémie réactionnelle

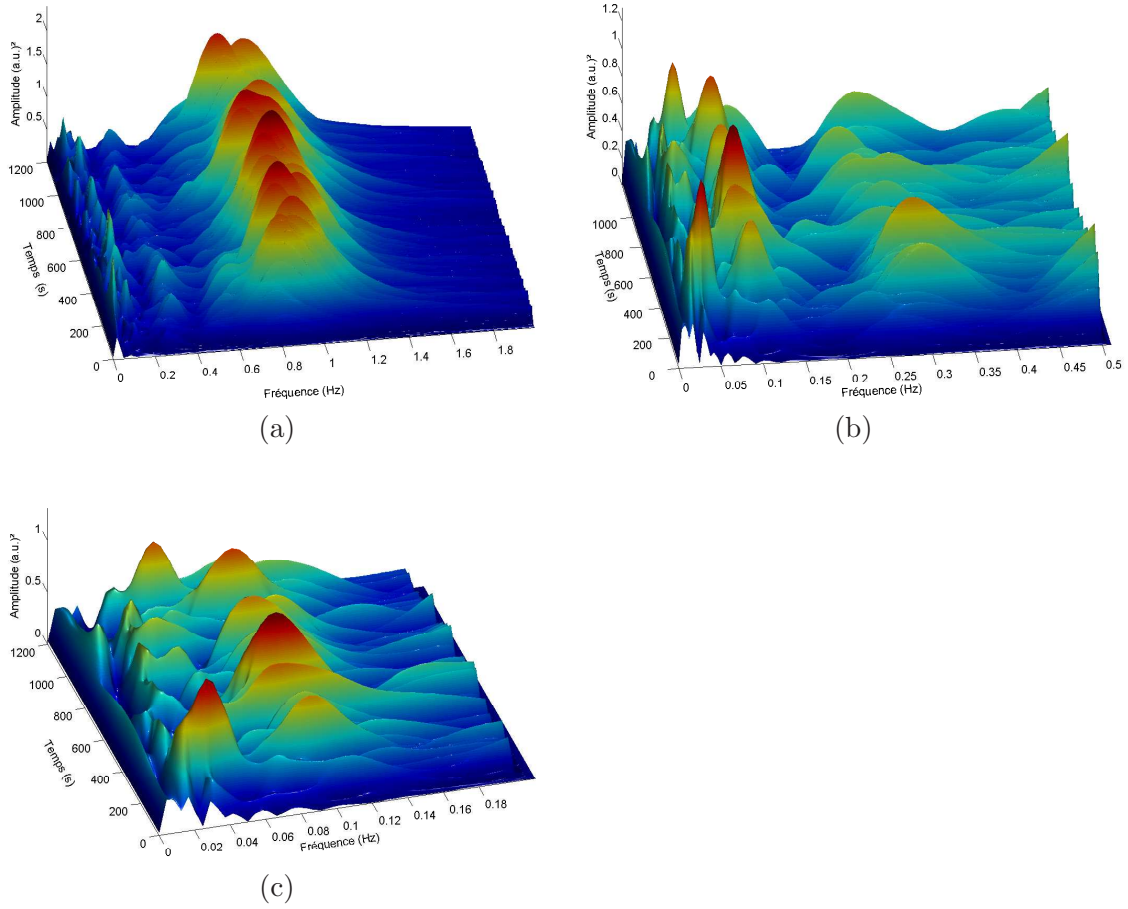


FIG. 4.5 — (a) Module de la transformée en  $S$  du signal au repos, avant-bras droit (les cinq bandes de fréquences : de 0 à 2 Hz). (b) Module de la transformée en  $S$  du signal au repos (sans la bande de fréquence cardiaque : de 0 à 0,5 Hz). (c) Module de la transformée en  $S$  du signal au repos (seulement les trois bandes qui correspondent aux activités myogénique, neurogénique, et métabolique sont représentées).

Néanmoins, pendant la période de l'occlusion artérielle, les activités cardiaque et respiratoire disparaissent, alors que les activités myogénique, neurogénique, et endothéliale sont présentes avec une très faible amplitude. Après l'hyperémie réactionnelle, l'amplitude des cinq activités augmente comparée à la période d'occlusion. Cependant, l'amplitude des cinq activités est plus grande sur l'avant-bras gauche comparée à celle de l'avant-bras droit sur le même intervalle de temps. Après la fin du phénomène de l'hyperémie réactionnelle (2-3 minutes après la disparition de l'occlusion), les cinq activités sur l'avant-bras gauche atteignent leur niveau fondamental. Les résultats statistiques montrent que pour les 2 premières minutes (repos), aucune différence statistique n'est notée sur les valeurs absolues et relatives des activités physiologiques des deux avant-bras. Pour les 3 minutes d'occlusion, des différences considérables sont notées sur les éner-

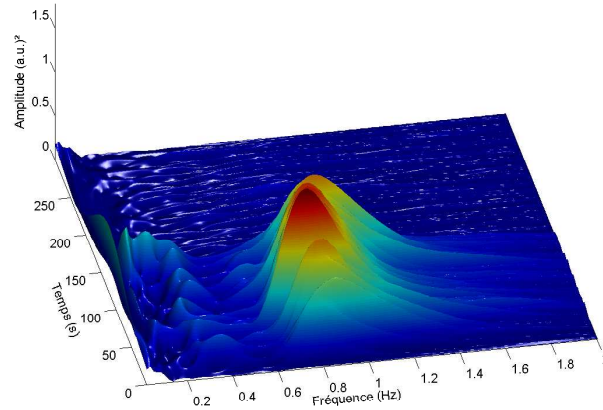


FIG. 4.6 – Module de la transformée en  $S$  du signal LDF enregistré sur l'avant-bras gauche (avant (3 min) et pendant (2 min) l'occlusion).

gies absolue et relative correspondent aux activités cardiaque, respiratoire, myogénique, et neurogénique entre les deux avant-bras ( $P = 0,0313$ ) (voir figures 4.7a et b). Cependant, aucune différence significative n'est trouvée pour l'activité métabolique (énergies absolue et relative). Pendant le phénomène de l'hyperémie réactive (voir figure 4.4b, segment c ; 0 à 3 minutes après la parution de l'occlusion), aucune différence statistique n'est notée pour l'activité respiratoire entre les deux avant-bras. Néanmoins, des différences statistiques sont présentes pour les quatre autres activités physiologiques (énergies absolue et relative) ( $P = 0,0313$ ) (voir figures 4.8a et b). Après le phénomène d'hyperémie réactive (voir figure 4.6b, segment d ; 3 à 15 minutes après la suppression de l'occlusion), aucune différence statistique n'est observée sur les cinq activités physiologiques entre les deux avant-bras.

#### 4.3.5 Discussion

L'objectif de cette application était d'explorer le comportement des activités physiologiques pendant l'hyperémie réactionnelle à partir d'une représentation temps-fréquence en  $S$ . Les résultats montrent que l'hyperémie réactionnelle appliquée sur l'avant-bras gauche n'a aucune influence sur les cinq activités observées sur l'avant-bras droit. Les mécanismes impliqués dans l'hyperémie réactionnelle sont, par conséquent, locaux. Beaucoup de travaux ont été menés sur les signaux LDF d'hyperémie réactionnelle [Hum 02], [Dal 04]. Cependant, à notre connaissance, aucune analyse temps-fréquence n'a été effectuée sur de tels signaux. Quelques études ont été

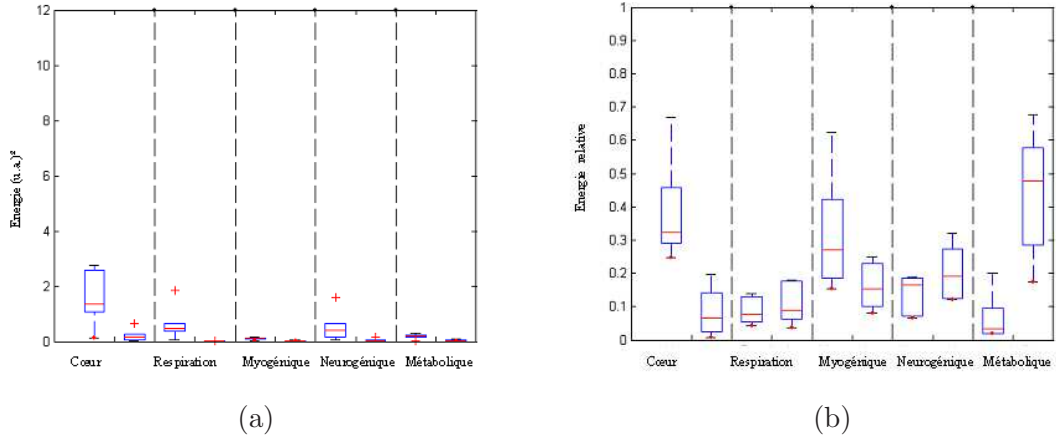


FIG. 4.7 – (a) Energie absolue de la représentation temps-fréquence calculée dans chaque bande de fréquences pendant l'occlusion. Dans chaque colonne, la partie gauche correspond à l'avant-bras où l'occlusion a été effectuée et la partie droite correspond à l'autre avant-bras. (b) Energie relative de la représentation temps-fréquence calculée dans chaque bande de fréquence pendant l'occlusion. Dans chaque colonne, la partie gauche correspond à l'avant-bras où l'occlusion a été effectuée et la partie droite correspond au reste de l'avant-bras.

faites sur les signaux LDF enregistrés au repos avec une analyse temps-fréquence obtenue par ondelettes [Kve 03], [Ste 99b]. Cependant, la transformée en ondelettes qui, à l'origine est une représentation temps-échelles, nécessite un niveau très élevé de décomposition puisque l'information est localisée dans les très basses fréquences (la fréquence est inversement proportionnelle à l'échelle pour certaines ondelettes mère). Par conséquent, le temps de calcul est plus long.

Nos résultats montrent que, sur l'avant-bras gauche, les activités myogénique, neurogénique, et endothéliale sont encore présentes pendant l'occlusion, avec une très faible amplitude. Puisque le flux est arrêté (une occlusion de 200 mmHg est suffisante pour arrêter le flux), aucun mouvement de flux (flowmotion) n'est présent pendant l'occlusion artérielle. Par conséquent, le travail montre que, pendant une occlusion artérielle, les oscillations présentes sur les signaux LDF viennent de la vasomotion.

Juste après la suppression de l'occlusion, les cinq activités augmentent sur l'avant-bras gauche. Ceci implique que les mécanismes qui génèrent cette hausse prennent place durant l'occlusion. De plus, l'augmentation se manifeste uniquement sur l'avant-bras gauche (avant-bras où l'occlusion a eu lieu). Par conséquent, les mécanismes sont locaux. Nous pouvons aussi noter que l'augmentation disparaît progressivement. Les cinq activités atteignent leur niveau fondamental 2-3 min après la suppression de l'occlusion. Cela veut dire que l'hypoxie et les déchets disparaissent progressivement après l'occlusion.

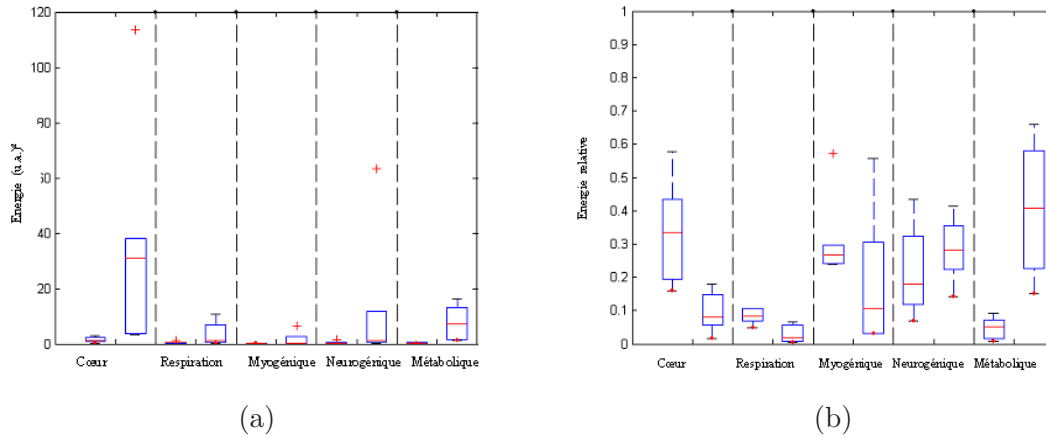


FIG. 4.8 – (a) Energie absolue de la représentation temps-fréquence calculée dans chaque bande de la fréquences pendant le phénomène de l'hyperémie. Dans chaque colonne, la partie gauche correspond à l'avant-bras où l'occlusion a été effectuée et la partie droite correspond à l'avant-bras droit. (b) Energie relative de la représentation temps-fréquence calculée dans chaque bande de fréquence pendant le phénomène de l'hyperémie. Dans chaque colonne, la partie gauche correspond à l'avant-bras où l'occlusion a été effectuée et la partie droite correspond à l'avant-bras droit.

Les cinq activités ont été étudiées instantanément en fréquences pendant les variations temporelles du signal de l'hyperémie réactionnelle grâce à la transformée en S. Leur comportement peut donc être estimé. Les principales activités qui produisent l'augmentation du signal LDF juste après la suppression de l'occlusion sont locales puisqu'aucune conséquence n'est notée sur l'autre avant-bras.

## 4.4 Evaluation de l'effet des médicaments par l'analyse temps-fréquence en S des signaux LDF

L'objectif de cette partie est d'étudier l'influence de différentes substances pharmacologiques prises par voie orale, celecobix (Celebrex®), indométhacine (Indocid®) et placebo, sur le comportement des activités physiologiques [Ass 05a]. Certains travaux dans le domaine du traitement du signal LDF, ont déjà été effectués avec un objectif thérapeutique. Ainsi, une analyse spectrale des signaux de fluxmétrie laser Doppler basée sur les ondelettes a été appliquée [Kve 03] pour évaluer l'activité endothéliale chez les athlètes. D'autres recherches ont été effectuées dans ce domaine [Kva 03]. Dans cette dernière référence, une étude a été menée sur l'importance de l'oxyde nitrique et les prostaglandines dans la régulation de la microcirculation cutanée. Ceci a été réalisé par une analyse spectrale des signaux de fluxmétrie laser Doppler et par iontopho-

rèse. De plus, Bandrivskyy et son équipe, dans [Ban 04], ont introduit une analyse cohérente par ondelettes sur la phase pour explorer les relations entre oscillations sur le flux sanguin et la température cutanée. L'idée de base dans ce type d'analyse est d'obtenir une distribution d'énergie temps-fréquence du signal, isolé et traité indépendamment.

Dans le présent travail, les effets des médicaments, celecobix (Celebrex®) et indométhacine (Indocid®), sont étudiés en analysant les signaux LDF. En effet, l'indométhacine est un produit anti-inflammatoire qui bloque les cyclo-oxygénases de type 1 et de type 2 (COX1 et COX2 respectivement). Cependant, le celecobix bloque seulement les cyclo-oxygénases du type 2. Les cyclo-oxygénases de type 1 participent au flux fondamental mais ne modifient pas la vasomotion, alors que les cyclo-oxygénases de type 2 participent au phénomène d'inflammation. Notre but est de comprendre les activités physiologiques induites et leurs comportements avec ces médicaments. Une méthode appropriée est d'analyser les signaux dans une représentation conjointe temps et fréquence par la transformée en S, puisque les activités cardiaque, respiratoire, myogénique, neurogénique et métabolique se manifestent à travers des cycles pas forcément rythmiques vu leur nature physiologique.

#### 4.4.1 Matériels et méthodes

##### 4.4.1.1 Matériels

**Sujets** Six sujets ont participé à l'étude. Les volontaires ont été sélectionnés s'ils étaient non-fumeurs, sains, sans signe clinique de, ou facteur de risque, de maladie vasculaire. L'âge moyen était  $22,6 \pm 2,7$  [moyenne  $\pm$  SD] années. Pendant les 3 semaines précédant chaque expérience, les volontaires n'ont pris aucun autre médicament que ceux proposés dans le protocole. Cette étude, institutionnellement approuvée, a été conduite conformément à la Déclaration de Helsinki. Avant leur participation, tous les sujets ont été informés des méthodes et procédures et ont donné leur consentement par écrit pour participer [Tar 04].

##### Protocole

La prise orale du médicament a commencé 3 jours avant chaque expérience en utilisant des capsules non identifiées. La dernière capsule a été prise 2 à 2,5 heures avant le début de chaque expérience. Le traitement a consisté en une seule dose orale de : 1 / indométhacine

(75 mg par jour : Indocid®, MSD, France) ou 2 / celecobix (200 mg par jour : Celebrex®, Monsanto, France) ou 3 / placebo. L'ordre des traitements a été choisi aléatoirement et les sujets n'étaient pas informés du traitement proposé. Afin d'éviter tout effet prolongé possible des expériences antérieures, les essais expérimentaux sur le même sujet ont été séparés par un intervalle minimum de 3 semaines. Un courant anodal de 0,1 mA a été appliqué, à travers une eau dé-ionisée, sur l'avant-bras du sujet. La technique utilisée a été largement décrite dans [Dur 02]. Brièvement, deux sondes laser Doppler multi-fibres ont été utilisées et reliées à un instrument LDF (Periflux PF4001, Perimed, Suède). Les deux sondes ont été placées sur le même avant-bras. Une sonde (PF481.1, Perimed, Suède) a été spécialement conçue pour permettre la mesure du flux sanguin cutané en un endroit stimulé électriquement. Cette sonde a une chambre circulaire permettant de positionner un pansement adhésif contenant une éponge (PF383, Perimed, Suède). Avant chaque expérience, l'éponge a été mouillée avec 0,2 ml d'eau dé-ionisée et le pansement avec la sonde ont été fixés sur la peau. Le pansement permet l'application d'un courant à travers un terminal anodique d'un générateur 9 V à intensité de courant régulée (Periiont, Système Micropharmacology, PF382 Perimed, Suède). Ce terminal a été connecté à une électrode Ag/AgCl jetable (Soin 610, Kendall, Neustadt, Allemagne) fixée à un endroit adjacent. La deuxième sonde (PF 408, Perimed, Suède) a été utilisée pour contrôler la stabilité du flux sanguin cutané et a été fixée à 5 centimètres de l'autre sonde. Les signaux LDF ont été enregistrés dans une pièce climatisée calme avec une température ambiante de  $24 \pm 1$  °C. Toutes les expériences ont commencé entre 9H00 et 9H30 du matin. Pour éviter des effets latéraux, la position des sondes laser Doppler sur l'avant-bras et le bras étudié (droit ou gauche) ont été choisis aléatoirement pour chaque expérience. Les sujets ont été placés en position allongée sur le dos et se sont reposés 15 min avant la collecte des données. Un temps de repos de 2 min a été enregistré au début de chaque expérience avant de commencer l'application du courant. Cette application a consisté à générer un courant anodal transcutané de 0,1 mA pendant 5 min. Cette période s'est poursuivie par une période d'enregistrement du signal LDF de 24 min. Les données ont été enregistrées sur un ordinateur via un convertisseur analogique numérique (Système Biopac, Inc., Californie) avec une fréquence d'échantillonnage de 3 Hz.

#### 4.4. Evaluation de l'effet des médicaments par l'analyse temps-fréquence en S des signaux LDF

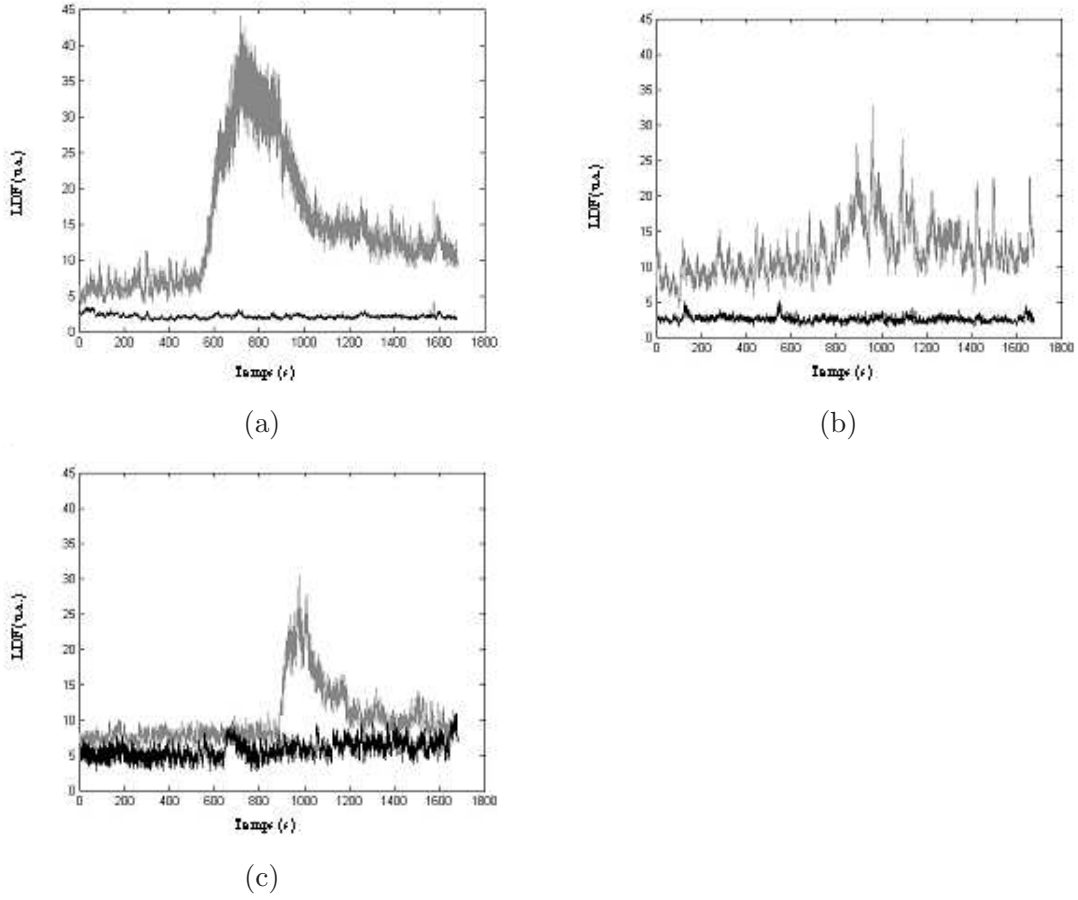


FIG. 4.9 — (a) Signaux LDF après administration de placebo (endroit au repos et stimulé); couleur noire et grise respectivement. (b) Signaux LDF après administration d'Indocid® (endroit au repos et stimulé); couleur noire et grise respectivement. (c) Signaux LDF après administration de Celebrex® (endroit au repos et stimulé); couleur noire et grise respectivement.

#### Traitement du signal

Dix-huit signaux ont été traités : chaque sujet a pris 2 médicaments et un placebo. Après chaque administration, les signaux LDF ont été enregistrés pendant 24 min. La transformée en S a été appliquée pour chaque signal sur la durée totale de l'enregistrement. Les figures 4.9a, b, et c représentent les signaux LDF enregistrés à partir de la sonde placée sur le site au repos et les signaux LDF enregistrés après administration de placebo, d'Indocid® et de Celebrex®, à l'endroit où le courant anodal a été appliqué. Les énergies moyenne et relative ont été calculées à partir des coefficients du module de la transformée en S pour les 5 bandes de fréquences.

## 4.4.2 Résultats et discussion

### 4.4.2.1 Résultats

Le test 'Wilcoxon matched pairs' a été utilisé pour évaluer les différences sur les propriétés dynamiques du flux sanguin entre le placebo et les médicaments administrés. Les différences statistiques significatives ont été définies par  $P < 0,05$ . L'analyse statistique des signaux placebo et Indocid®, montrent qu'aucune différence n'est notée sur les énergies (absolues et relatives) dans les cinq bandes. Les quantifications énergétiques en unité absolue sont représentées sur les figures 4-10a, b, et c. Les quantifications en énergie relative sont illustrées sur les figures 4-11a, b, et c pour les activités myogénique, neurogénique et endothéliale. Les résultats montrent qu'aucune différence statistique n'est notée sur ces bandes de fréquences quand les énergies (absolues et relatives) sont comparées entre le Celebrex® et le placebo. L'analyse statistique des

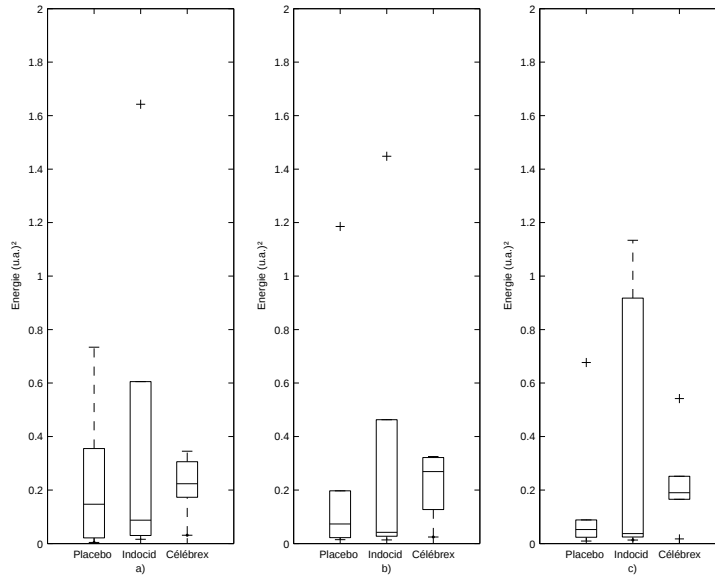


FIG. 4.10 – (a) Energie absolue pour l'activité myogénique (administration de placebo, d'Indocid® et de Celebrex®). (b) Energie absolue pour l'activité neurogénique (administration de placebo, d'Indocid® et de Celebrex®). (c) Energie absolue pour l'activité métabolique (administration de placebo, d'Indocid® et de Celebrex®).

signaux placebo et Indocid® montre qu'aucune différence n'est notée sur les énergies (absolues et relatives) dans les cinq bandes. Les quantifications énergétiques en unité absolue sont représentées sur les figures 4.10a, b, et c. Ainsi, les quantifications en énergie relative sont illustrées sur les figures 4.11a, b, et c pour les activités myogénique, neurogénique et endothéliale. De plus, les résultats montrent qu'aucune différence statistique n'est notée sur ces bandes de fréquences

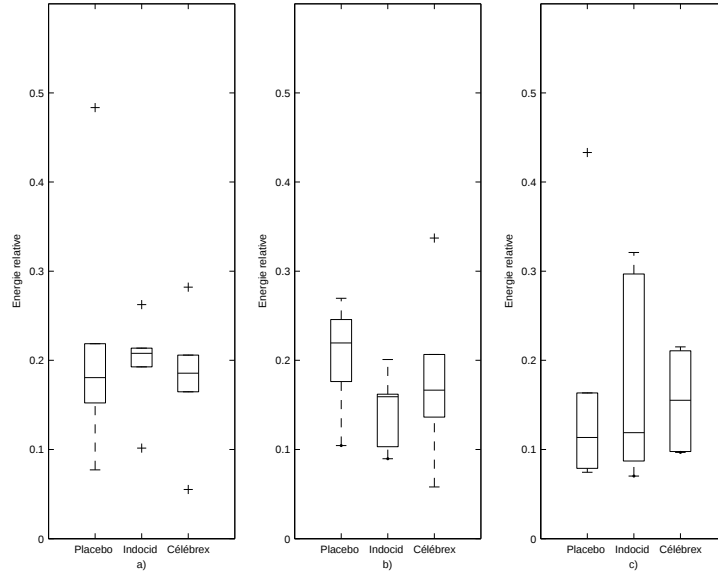


FIG. 4.11 — (a) Energie relative pour l'activité myogénique (administration placebo, Indocid® et Celebrex®). (b) Energie relative pour l'activité neurogénique (administration placebo, Indocid® et Celebrex®). (c) Energie relative pour l'activité métabolique (administration placebo, Indocid® et Celebrex®).

quand les énergies (absolues et relatives) sont comparées entre le Celebrex® et le placebo.

#### 4.4.2.2 Discussion

Pour étudier les effets pharmacologiques de quelques substances, la technique LDF peut être combinée à l'application d'un courant anodal. Dans cette étude, l'Indocid® et le Celebrex® ont été utilisés. L'Indocid est un produit anti-inflammatoire qui bloque les cyclo-oxygénases de types 1 et 2. Cependant, le Celebrex® bloque seulement les cyclo-oxygénases de type 2 (COX2). Les cyclo-oxygénases de type 1 participent au flux fondamental mais ne modifient pas la vasomotion, alors que les cyclo-oxygénases de type 2 participent aux phénomènes d'inflammation. Dans le présent travail, les médicaments ont été efficaces comme il est indiqué sur les signaux LDF (figure 4.9). En effet, les signaux enregistrés avant la stimulation ont une valeur moyenne inférieure ( $P = 0,0313$ ) à celle obtenue pendant la stimulation. D'autres travaux ont été effectués pour l'étude de l'influence de l'aspirine sur les signaux LDF. En effet, Dalle Ave et son équipe [Dal 04] ont montré que la vasodilatation acétylcholine (Ach) induite n'est pas affectée par l'inhibition de cyclo-oxygenases sur la peau humaine. Quelques investigateurs ont suggéré la participation de prostaglandines (PG) dans la vasodilatation cutanée Ach-dépendante [Kha 97], [Noo 98] contrairement à d'autres [Mor 96]. Il est important de comprendre le rôle des

prostaglandines lors de l'examen des réponses vasculaires Ach-dépendantes sous médicament non stéroïdien anti-inflammatoire. Spécialement pour les COX2, un rapport récent de Calkin et son équipe [Cal 02] a montré que la potentialisation par l'oestrogène de la réponse vasculaire à l'administration d'Ach a été aboli par le blocage COX2. Bulut et son équipe [Bul 03] ont aussi montré une baisse considérable de la vasodilatation aigue à infusion Ach chez les malades hypertendus par inhibiteur COX2. Kvandal et son équipe [Kva 03] ont trouvé que l'aspirine n'a pas affecté la valeur moyenne du signal LDF ou le signal LDF pour les fréquences autour de 0,01 Hz. Notre résultat est en accord avec celui de Berghoff et son équipe [Ber 02] qui ont trouvé que différentes doses d'aspirine (81, 648, 972, ou 1944 mg) n'affectent pas les signaux LDF enregistrés sur l'avant-bras. De plus, Khan et son équipe [Kha 97] ont démontré qu'une administration orale de 600 mg/jour d'aspirine pendant 3 jours ne change pas la perfusion sur l'avant-bras. En outre, Noon dans [Noo 98] a trouvé qu'après 30 min d'une injection intraveineuse de 600 mg d'aspirine, la perfusion LDF sur l'avant-bras était inchangée. Ceci est en accord avec nos résultats utilisant le Celebrex® et l'Indocid® au lieu de l'aspirine (qui indiquent que le rythme vasculaire cutané fondamental chez l'être humain n'est pas dépendant de la production de prostaglandines endogènes). Les résultats montrent qu'aucune différence statistique sur les activités cardiaque, respiratoire, myogénique, neurogénique, et métabolique n'est présente entre le placebo et l'Indocid®. Les mêmes conclusions sont tirées entre l'administration de placebo et de Celebrex®. Cela signifie que pour les enregistrements de signaux LDF, il n'y a pas besoin de prendre en compte l'administration des médicaments mentionnés plus haut, puisqu'ils n'ont aucune implication sur les cinq activités physiologiques étudiées.

## **4.5 Analyse temps-fréquence des signaux LDF chez des sujets artériopathes**

Dans cette partie les 5 activités physiologiques et leur comportement chez des sujets sains et chez des patients souffrant d'artériopathie (Peripheral Arterial Occlusive Diseases : PAOD) sont étudiées [Ass 04b]. L'analyse de la dynamique du signal est présentée au repos et pendant une augmentation locale de température.

### 4.5.1 Matériels et méthodes

#### Matériels

Neuf sujets sains (tranche d'âge 22 à 40 ans), et huit patients atteints d'une pathologie occlusive artérielle périphérique <sup>5</sup> ont été analysés. La main droite de chaque sujet a été placée dans une petite enceinte à température contrôlée [Leg 98]. Les mesures LDF ont été prélevées sur le bout du doigt. Une motilité standard (Perimed AB, Suède) sous des conditions constantes de la température (20 – 25 °C) a été utilisée pour le calibrage (étalonnage). Tout d'abord, le flux a été enregistré pendant 10 minutes à température ambiante pour les deux groupes de sujets. Ensuite, le protocole a été le suivant : mesure du niveau fondamental pendant 5 minutes, chauffage à 40 °C en 4 minutes, 5 minutes d'enregistrement à haut niveau stable, et cela pour les deux groupes de sujets.

**Méthodes** L'acquisition de signaux LDF à 40 Hz a besoin d'une étape de pré-traitement pour filtrer et éliminer les échantillons aberrants (outliers) car le moniteur LDF est très sensible aux mouvements. La transformée en S a ensuite été appliquée sur chaque signal afin d'analyser le comportement spectro-temporel des cinq activités physiologiques.

### 4.5.2 Résultats et discussion

L'analyse temps-fréquence des oscillations périodiques du flux sanguin cutané mesuré par la fluxmétrie laser Doppler est introduite pour évaluer les mécanismes de contrôle microvasculaire chez les sujets sains et chez les sujets artériopathes. Les figures 4.12a et b montrent deux signaux LDF correspondant à un sujet sain et à un sujet artériopathe respectivement, sans test de provocation thermique (chauffage). Les figures 4.12c et d montrent la représentation temps-fréquence par la transformée en S des signaux présentés sur les figures 4.12a et b respectivement. A partir de ces dernières figures, nous constatons que les activités myogénique, neurogénique et métabolique (bande 0-0.4Hz) sont plus importantes chez les sujets sains que chez les sujets artériopathes. Ceci est indiqué par l'augmentation en amplitude dans les bandes de fréquences correspondantes (voir figure 4.12c).

---

<sup>5</sup>PAOD : (Peripheral arterial occlusive disease) généralement localisée au niveau des jambes : tranche d'âge 45 à 78 ans.

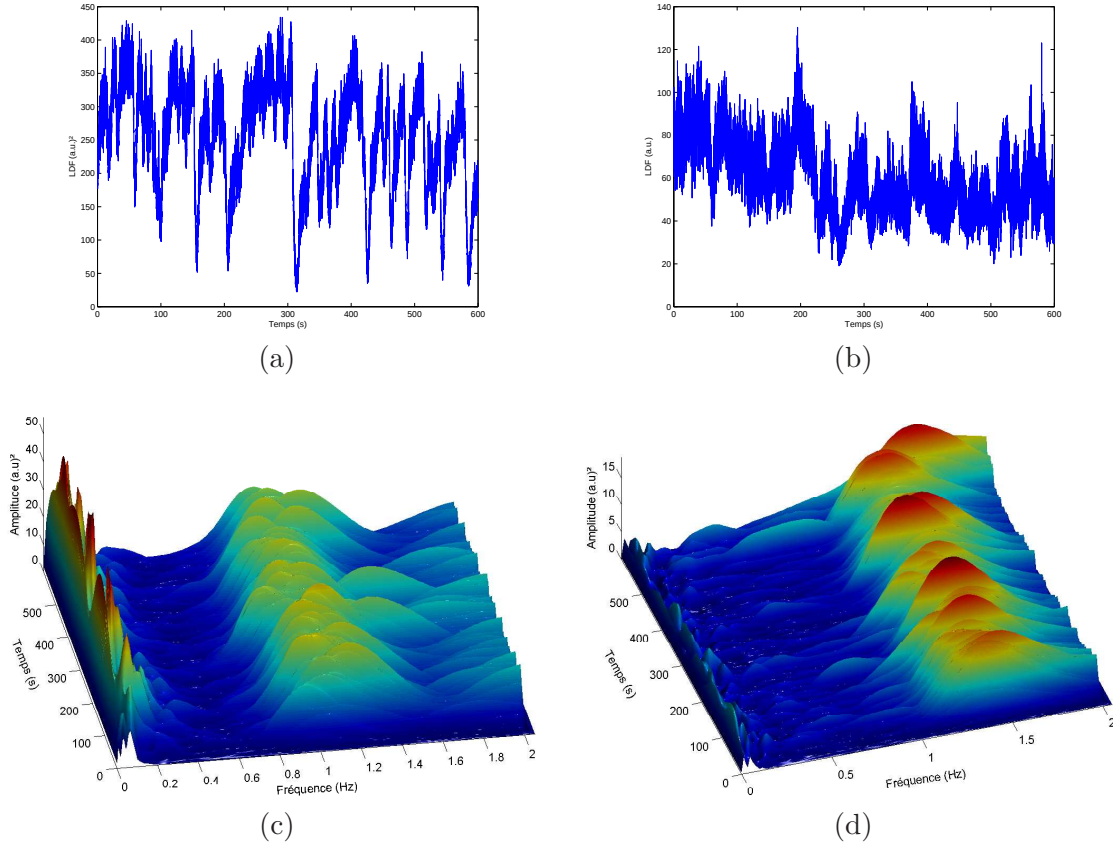


FIG. 4.12 – (a) Signal LDF d'un sujet sain. (b) Signal LDF d'un sujet artériopathe . (c) Module de la transformée en  $S$  du signal LDF en (a). (d) Module de la transformée en  $S$  du signal LDF en (b).

Les figures 4.13a et b représentent deux signaux LDF correspondant à un sujet sain et un sujet artériopathe après avoir chauffé à  $40^{\circ}\text{C}$ . Leurs représentations temps-fréquence obtenues par la transformée en  $S$  sont représentées sur les figures 4.13c et d respectivement. L'analyse temps-fréquence du signal LDF correspondant au sujet sain montre une légère augmentation au niveau des amplitudes de l'ensembles des activités physiologiques, mais la dynamique de la distribution reste la même le long de la durée d'analyse. Cependant, les activités myogénique, neurogénique et métabolique, qui étaient masquées sur la figure 4.12d, sont devenues plus importantes après le chauffage (figure 4.13d). Cette augmentation au niveau de l'amplitude des cinq activités est probablement due à la vasodilatation des vaisseaux microcutanés causée par le chauffage. L'amplitude maximale des énergies (module des coefficients temps-fréquence élevés au carré) avant le chauffage est autour de  $40 \text{ (u.a.)}^2$  et elle est autour de  $60 \text{ (u.a.)}^2$  après avoir chauffé. Les activités respiratoire, myogénique, neurogénique, et endothéliale sont très faibles

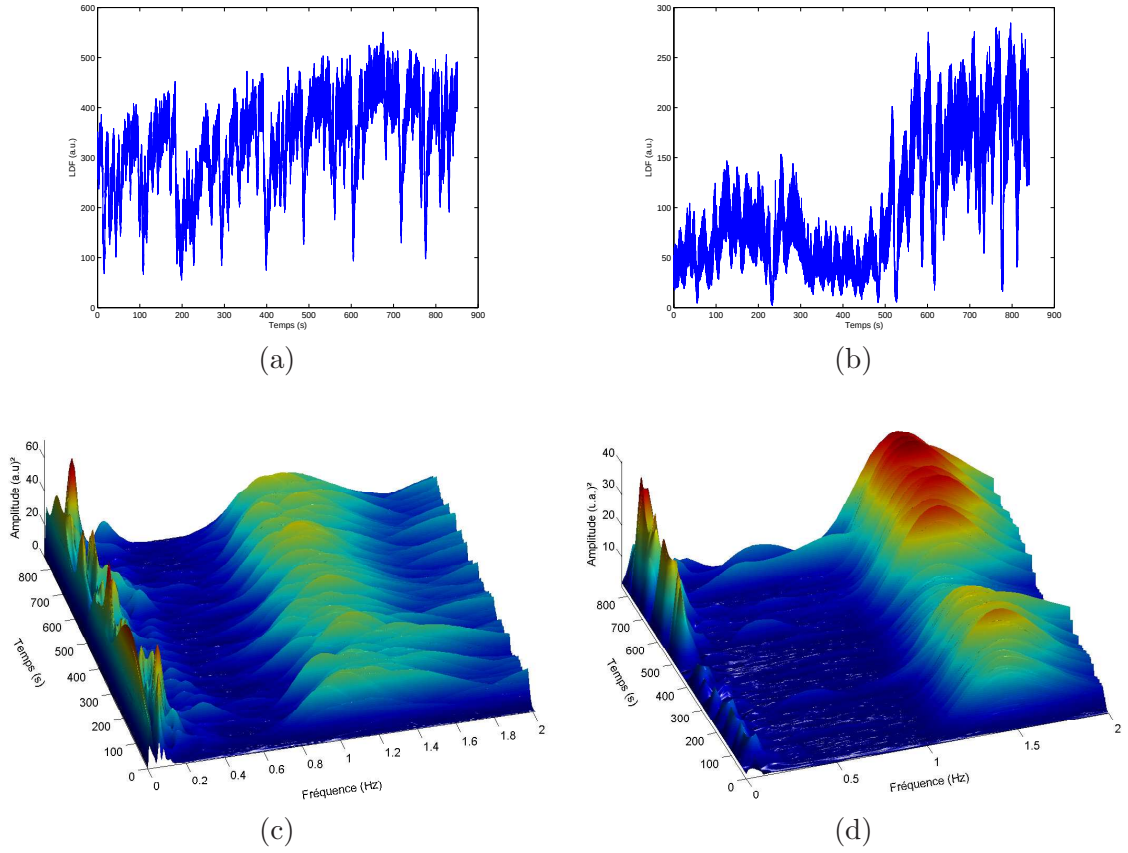


FIG. 4.13 — (a) Signal LDF d'un sujet sain avant, pendant, et après chauffage. (b) Signal LDF d'un sujet artériopathe avant, pendant, et après chauffage. (c) Module de la transformée en  $S$  du signal LDF en (a). (d) Module de la transformée en  $S$  du signal LDF en (b).

comparées à l'amplitude de la fréquence cardiaque juste avant le chauffage (figure 4.13d). Les très basses fréquences augmentent avec le chauffage et atteignent leur maximum à la fin du chauffage jusqu'au niveau haut de température. Il y a une augmentation considérable de la perfusion avec l'augmentation de la température chez des sujets artériopathes. Ceci est probablement dû aux mécanismes autorégulateurs locaux et à la vasodilatation. L'augmentation de la température provoque aussi l'augmentation des oscillations à très basses fréquences (représentées sur l'analyse temps-fréquence), suggérant une augmentation possible de la vasomotion et une diminution de la résistance vasculaire.

## **4.6 Conclusion sur l'analyse temps-fréquence des signaux LDF**

Comme tout signal physiologique, les signaux laser Doppler étudiés dans ce chapitre sont non stationnaires. Leur analyse a été réalisée simultanément en temps et en fréquences grâce à la transformée en S. Cette méthode a permis l'extraction du comportement spectral dynamique du signal. Ainsi, l'analyse spectro-temporelle des différentes bandes spectrales correspondant à différentes activités physiologiques (activités cardiaque, respiratoire, myogénique, neurogénique et métabolique) est rendue possible. Cette extraction permet l'étude de différents cas physiologiques et pathologiques. La présence ou l'absence et la dominance ou pas d'une activité physiologique permet l'étude clinique, thérapeutique et diagnostique de certaines pathologies, grâce à la quantification énergétique donnée à partir du plan temps-fréquence. Cependant, cette quantification énergétique reste, d'un côté, très intéressante pour la recherche d'informations pertinentes dans les signaux laser Doppler mais, d'un autre côté, n'est pas adaptée à la recherche automatique de l'information du signal LDF en vue d'une aide au diagnostic. Ainsi, il est souhaitable de trouver des méthodes d'interprétation ou d'extraction d'information pertinentes à partir du plan temps-fréquence des signaux LDF pour l'aide à la décision en vue du diagnostic. Le chapitre qui suit présente certaines méthodes d'interprétation ou d'extraction d'information (extraction de caractéristiques) à partir du plan temps-fréquence.

## Chapitre 5

# Extraction de caractéristiques à partir du plan temps-fréquence

### 5.1 Introduction

L'objectif fondamental de l'extraction des caractéristiques pour la classification est d'accroître les informations importantes du signal et d'éliminer celles qui ne sont pas nécessaires ou hors de propos. Cela implique une transformation du vecteur représentant le signal du domaine temporel vers un domaine où les informations contenues dans le signal seront mieux et clairement représentées : une représentation qui concentre et localise l'information. Les méthodes temps-fréquence offrent cette capacité de localiser la distribution d'énergie du signal en temps et en fréquence. La nature de la localisation dépend de la méthode choisie.

L'utilité des représentations temps-fréquence (RTF) comme extracteurs de caractéristiques pour la classification repose sur leurs capacités à décrire les structures importantes dans le plan temps-fréquence de manière parcimonieuse. Ceci exige une distribution appropriée de l'énergie dans le plan temps-fréquence. Rappelons que la transformée en S, comme la transformée en ondelettes continue, permet une meilleure résolution en fréquences dans les basses fréquences et une meilleure résolution temporelle dans les hautes fréquences. Cela est expliqué précédemment par le principe d'incertitude de Heisenberg.

## 5.2 Etat de l'art sur l'interprétation temps-fréquence

Pour être un bon extracteur de caractéristiques, la RTF doit grouper l'information pour chaque classe, et fournir la discrimination maximale pour ces classes. Lorsque le plan temps-fréquence est utilisé comme espace de caractéristiques, il est impératif que la représentation offre une bonne localisation (pour empêcher le chevauchement d'information qui peut fournir la discrimination) utilisant le minimum de descripteurs possibles pour simplifier le rôle du classifieur. Outre la distribution appropriée de l'énergie, il est essentiel qu'une réduction de dimension soit réalisée sur la RTF, de sorte que l'information soit suffisamment compacte pour la représentation au niveau du classifieur. Cependant, ces méthodes de réduction de dimension ne doivent pas perdre à la RTF ses propres notions de temps et fréquences. Autrement dit, l'approche choisie pour l'extraction de caractéristiques doit conserver l'information temporelle et spectrale contenue dans la RTF, qui sont les deux paramètres essentiels à l'extraction de l'information portée par les signaux non stationnaires. En effet, la RTF présente une étape intermédiaire permettant le traitement ultérieur pour l'interprétation et la classification ou prise de décision.

Plusieurs travaux ont été l'objet de l'extraction de l'information pertinente à partir du plan temps-fréquence réalisé par la distribution de Wigner-Ville ou par le spectrogramme de la transformée de Fourier à fenêtre glissante [Alt 80], [Lem 95], [Ric 02]. D'autres travaux se sont focalisés sur l'interprétation des RTFs de la classe de Cohen [Coa 98], [Bar 00]. Comme l'objectif de l'interprétation temps-fréquence est la classification ou reconnaissance et identification du signal (sa nature et son appartenance), plusieurs techniques et approches ont été appliquées. Dans [Yaz 99], l'auteur et son équipe ont développé une méthode basée sur l'extraction d'un ensemble de mesures statistiques de signaux statoriques par apprentissage pour la détection d'anomalies sur des moteurs électriques. En étudiant la RTF comme une distribution de probabilité, l'entropie de Rényi <sup>6</sup> d'une distribution de Wigner-Ville peut être un indicateur sur la complexité d'un signal [Avi 01], [Bar 01]. Dans [Car 99], la théorie des graphes de représentations minimales est utilisée pour l'extraction du squelette de la RTF, porteur d'information du signal analysé. Une autre approche basée sur l'extraction de signatures à partir du calcul de distances et des moments statistiques est présentée dans [Bar 00]. Tout récemment, des approches basées sur

---

<sup>6</sup>Une attention particulière a été portée aux entropies de Rényi qui, dans certains cas et à l'opposé de l'entropie de Shannon, peuvent être utilisées avec des distributions temps-fréquence présentant des valeurs négatives.

les techniques appliquées sur les images pour la reconnaissance de formes, sont exploitées pour l'interprétation temps-fréquence. La notion de modèles déformables pour le diagnostic de sténoses à partir de la RTF de signaux Doppler du flux sanguin a été utilisée dans [Odo 99]. La morphologie mathématique qui a trouvé beaucoup de succès dans la segmentation d'images par des éléments structurants, a été appliquée pour la détection de motifs dans les RTFs [Pie 97], [Lep 02], [Hor 02b]. Bien que ces méthodes aient fourni des résultats satisfaisants, elles nécessitent le réglage d'un grand nombre de paramètres puisqu'elles dépendent fortement du signal traité. De plus, ces méthodes qui considèrent le plan temps-fréquence comme une image, ne fournissent aucune description du contenu énergétique de la RTF. On trouve une synthèse de ces méthodes dans le livre de Martin et Doncarli [Mar 04]. Dans [Hor 02a],[Hor 03], [Mar 03] une approche, qui considère la RTF comme un ensemble de réalisations de variables aléatoires, en partant de l'hypothèse que le signal analysé contient une partie aléatoire a été proposée. Les auteurs considèrent que le motif spectral est un ensemble de réalisations de variables aléatoires décrites par les paramètres de sa loi. L'estimation de ces paramètres associée à la localisation de la composante temps-fréquence une caractérisation de son comportement énergétique. Certains auteurs se sont intéressés à l'extraction de caractéristiques en utilisant la décomposition en valeurs singulières (DVS) de la matrice représentant le plan temps-fréquence du signal, [Mar 85], [Gro 00b],[Gro 00a], [Gu 02] pour une caractérisation globale de la RTF. Bien que l'approche que nous allons proposer dans ce chapitre soit basée aussi sur la DVS, nous allons plutôt exploiter les vecteurs singuliers (Vs) ou vecteurs propres et non les valeurs singulières ou valeurs propres [Gro 00b], [Has 04]. Ces vecteurs singuliers préservent les deux paramètres temps et fréquences et présentent une meilleure réduction de dimension de la RTF. Bien que certaines réductions de dimension puissent se produire directement après une analyse temps-fréquence du signal, ceci n'est pas souvent le cas. Le rôle des RTF est de localiser et de concentrer l'information du signal alors que la réduction de dimension est de sélectionner ou combiner, d'une façon optimale, les coefficients de la RTF. En utilisant les vecteurs singuliers issus de la DVS nous aurons une forte réduction de dimension tout en gardant la notion du contenu énergétique.

### 5.3 Réduction de dimensions

Dépendant de la nature du problème de classification (vecteur de données, choix des caractéristiques, et choix du classifieur), la réduction de dimensions peut être fondamentale pour avoir de bonnes performances de classification. La réduction de dimensions est essentielle quand la RTF est utilisée comme base de caractéristiques; les capacités descriptives de la plupart des RTF viennent aux dépens de la dimensionnalité élevée.

Un schéma du processus de classification est illustré sur la figure 5.1 incluant les différentes étapes de traitement. L'espace d'entrée  $x \in X \subseteq \mathbb{R}^N$  et l'espace de réponse  $y \in Y \subseteq \{y_1, \dots, y_k\}$

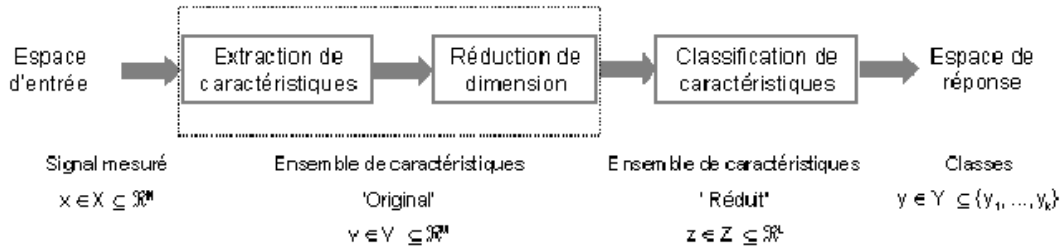


FIG. 5.1 — Etapes du processus de classification : Notation et dimension.

sont donnés sur la figure 5.1. L'étape d'extraction de caractéristiques est définie comme la transformation initiale qui vient après la mesure du signal, produisant un ensemble original de caractéristiques dénoté  $v \in V \subseteq \mathbb{R}^M$ . Cet ensemble  $v$  de caractéristiques est sujet à la réduction de dimensions, pour produire un ensemble réduit  $z \in Z \subseteq \mathbb{R}^L$  de caractéristiques, où  $L < M$ , qui est plus approprié pour la classification.

La principale motivation pour la réduction de dimensions est qu'elle peut aider à alléger les plus mauvais effets de la dimensionnalité, comme par exemple le temps de calcul qui est assez long. L'objectif est donc de préserver l'information dans le minimum de dimensions possibles. Un classifieur avec peu d'informations d'entrée a forcément peu de paramètres adaptatifs à déterminer. En effet, si on peut effectuer le traitement d'une manière suffisamment intelligente, la tâche de classification deviendra banale.

Les stratégies de réduction de dimensionnalité peuvent être caractérisées soit par la sélection de caractéristiques ou par la projection de caractéristiques.

### 5.3.1 Sélection de caractéristiques

L'approche de sélection de caractéristiques essaye de réduire le nombre de variables en sélectionnant le meilleur sous-ensemble de l'ensemble des caractéristiques originales, selon certains critères. La sélection de caractéristiques repose sur deux composantes :

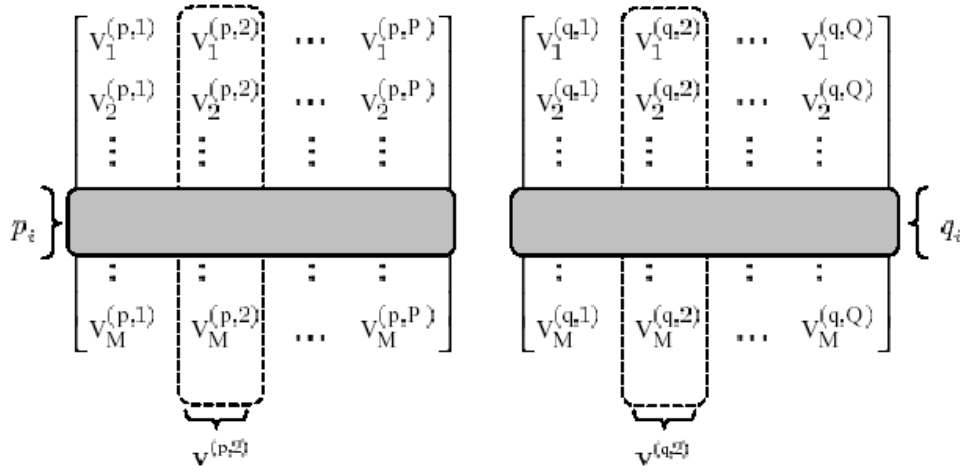
- 1- Un critère doit être établi avec lequel il est possible de juger qu'un sous-ensemble soit meilleur que l'autre.
- 2- Une procédure systématique doit être trouvée pour chercher le sous-ensemble candidat des caractéristiques.

Dans le cas idéal, le critère de sélection doit être pris comme étant la probabilité de déclassement ou de fausse classification. En pratique, le choix du critère est beaucoup plus complexe, et on doit recourir à des critères plus simples, comme ceux basés sur la séparabilité de classe. Par similitude, dans une situation idéale, le procédé de recherche devrait se composer d'une recherche approfondie de tous les sous-ensembles possibles. Les méthodes exhaustives sont souvent impraticables vu la complexité de calcul, par contre les recherches non exhaustives sont souvent appliquées [Fuk 90].

#### Critère de séparabilité de classes

Considérons, pour simplifier, un problème à deux classes avec un ensemble de caractéristiques  $v \in V \subseteq \mathbb{R}^M$ . Pour simplifier encore davantage le problème, supposons que le sous-ensemble candidat de caractéristiques consiste à trouver des caractéristiques simples, au lieu d'une combinaison de caractéristiques multiples. Ceci ramène le problème de choix du sous-ensemble à celui de l'application du critère de choix à chaque caractéristique individuellement, et de ranger les  $M$  caractéristiques en fonction de leur puissance discriminante. Dans ce cas, les  $L \leq M$  coefficients considérés les plus utiles pour la classification peuvent être choisis comme l'ensemble de caractéristiques.

Considérons les matrices de caractéristiques représentant deux classes différentes, désignées comme :  $[v^{p,1} \ v^{p,2} \ ...v^{p,P}]$  et  $[v^{q,1} \ v^{q,2} \ ...v^{q,Q}]$ , où  $p$  et  $q$  indiquent les classes,  $P$  et  $Q$  sont le nombre de formes dans chaque classe, et  $V^{p,m} = [v_1^{p,m} \ v_2^{p,m} \ ...v_M^{p,m}]^T$  est la  $m^{ème}$  forme dans la classe  $P$ . D'une manière assez claire on a :


 FIG. 5.2 – Matrices de caractéristiques  $p$ ,  $q$ .

Quand on évalue la puissance discriminante de chaque caractéristique individuellement, le critère de séparabilité de classe opère sur les lignes de ses matrices. La discrimination de la  $i^{\text{ème}}$  caractéristique est déterminée par la  $i^{\text{ème}}$  ligne de chaque matrice, qui est dénotée par  $p_i$  et  $q_i$  pour les classes  $p$  et  $q$ , respectivement. On peut définir une mesure discriminante pour la  $i^{\text{ème}}$  caractéristique comme  $D(p_i, q_i)$ . Les indices de séparabilité de classe peuvent être caractérisés par trois types selon la nature de  $p_i$  et  $q_i$  :

Type I : Les données fournies à  $D(p_i, q_i)$  sont les caractéristiques non traitées. Si  $p_i$  et  $q_i$  représentent les caractéristiques non traitées à partir de la  $i^{\text{ème}}$  ligne des matrices de caractéristiques, on peut appliquer le critère de séparabilité de classe de Fisher [Fis 50] :

$$D(p_i, q_i) \doteq \frac{(\text{moy}(p_i) - \text{moy}(q_i))^2}{\text{var}(p_i) + \text{var}(q_i)} \quad (5.1)$$

Dans cette équation,  $\text{moy}$  et  $\text{var}$  sont des opérations de calcul de la moyenne et de la variance le long de la  $i^{\text{ème}}$  ligne des matrices des caractéristiques.

Type II : Les données fournies à  $D(p_i, q_i)$  représentent la moyenne ou l'énergie moyenne de la  $i^{\text{ème}}$  caractéristique. Si la moyenne est calculée le long de la ligne de la matrice des caractéristiques,  $p_i$  et  $q_i$  représentent la valeur moyenne de la  $i^{\text{ème}}$  caractéristique dans chaque classe. De façon similaire, si la moyenne quadratique est calculée le long de la  $i^{\text{ème}}$  ligne,  $p_i$  et  $q_i$  représentent l'énergie moyenne de la  $i^{\text{ème}}$  caractéristique dans chaque classe (ceci est généralement

normalisé par l'énergie totale dans chaque classe). Des mesures similaires peuvent être prises, en utilisant les cumuls ou les moments des données. Dans ce cas,  $p_i$  et  $q_i$  seront des scalaires, et plusieurs mesures de séparabilité seront applicables comme :

(i) Entropie relative :

$$D(p_i, q_i) \doteq p_i \log \frac{p_i}{q_i} \quad (5.2)$$

qui mesure la divergence de  $p_i$  par rapport à  $q_i$ , mais cette entropie n'est pas symétrique.

(ii) Entropie relative symétrique :

$$D(p_i, q_i) \doteq p_i \log \frac{p_i}{q_i} + q_i \log \frac{q_i}{p_i} \quad (5.3)$$

ce qui donne l'activité symétrique parmi les classes : on a clairement,  $D(p_i, q_i) = D(q_i, p_i)$ .

(iii) Distance euclidienne :

$$D(p_i, q_i) \doteq \|p_i - q_i\| = (p_i - q_i)^2 \quad (5.4)$$

qui est une autre mesure asymétrique [Wan 85].

Type III : les données fournies à  $D(p_i, q_i)$  représentent la fonction de densité de probabilité de la  $i^{\text{ème}}$  caractéristique. Ceci requiert l'estimation de la fonction de densité de probabilité de chaque caractéristique. L'évaluation suffisamment robuste de ces densités implique habituellement des estimateurs de densité à noyau pour réduire la variance d'estimation [Sco 92]. Supposons qu'une estimation continue de la fonction de densité de probabilité de la  $i^{\text{ème}}$  caractéristique dans chaque classe soit disponible ; elles sont notées par  $p_i(x)$  et  $q_i(x)$ . Deux mesures populaires de distance entre ces fonctions de densité de probabilité sont :

(i) L'entropie relative :

$$D(p_i, q_i) \doteq \int p_i(x) \log \frac{p_i(x)}{q_i(x)} dx \quad (5.5)$$

(ii) La distance de Hellinger :

$$D(p_i, q_i) \doteq \int \left( \sqrt{p_i(x)} - \sqrt{q_i(x)} \right)^2 dx \quad (5.6)$$

Quelle que soit la méthode choisie, on peut généraliser la notion de mesure discriminante entre les mesures  $p_i$  et  $q_i$  par  $D(p_i, q_i)$ . Si la mesure discriminante est additive, alors la mesure discriminante du sous-ensemble est facilement évaluée (chacune des mesures de séparabilité de classe présentée précédemment est additive) :

$$D(\{p_i, p_j, p_k\}, \{q_i, q_j, q_k\}) = D(p_i, q_i) + D(p_j, q_j) + D(p_k, q_k) \quad (5.7)$$

En effet, on peut définir un ensemble de  $M$  caractéristiques comme :  $p = \{p_i\}_{i=1}^M$  (ou  $q = \{q_i\}_{i=1}^M$ ), et évaluer la discrimination de cet ensemble de caractéristiques comme :

$$D(p, q) = \sum_{i=1}^M D(p_i, q_i) \quad (5.8)$$

En général, il est nécessaire de mesurer cette discrimination parmi plus de deux classes. Abandonnons la notation de classe  $p_i$  et  $q_i$  et posons  $p_i^{(k)}$ ,  $k = 1, \dots, K$  représentant la  $i^{\text{ème}}$  caractéristique de la  $k^{\text{ème}}$  classe, pour chaque  $K$  classe. Notons  $p^{(k)} = \{p_i^{(k)}\}_{i=1}^M$ , qui définit un ensemble de  $M$  caractéristiques. Pour calculer la divergence entre les  $i^{\text{èmes}}$  caractéristiques dans chaque classe, nous prenons les combinaisons par paires  $\binom{K}{2}$  de  $D$  [Sai 95] :

$$D\left(\left\{p_i^{(k)}\right\}_{k=1}^K\right) \doteq \sum_{m=1}^{K-1} \sum_{n=m+1}^K D\left(p_i^{(m)}, p_i^{(n)}\right) \quad (5.9)$$

D'une manière similaire, pour un ensemble de caractéristiques :

$$D\left(\left\{P^{(k)}\right\}_{k=1}^K\right) = \sum_{m=1}^{K-1} \sum_{n=m+1}^K D\left(P^{(m)}, P^{(n)}\right) \quad (5.10)$$

Dans le cas idéal, le processus de sélection de caractéristiques doit prendre en compte la totalité des sous-ensembles des caractéristiques. Par évaluation d'une façon individuelle de chaque caractéristique, on peut ne pas prendre en compte l'interaction entre ces caractéristiques. Cette interaction peut être positive ou négative : des combinaisons de caractéristiques peuvent fournir des informations significantes qui ne sont pas disponibles dans n'importe quelle caractéristique prise individuellement ou séparément ; réciproquement, deux caractéristiques qui donnent indivi-

duellement l'information significative peuvent être fortement corrélées, et la paire peut contribuer un peu plus pour l'information. On peut trouver d'autres méthodes de mesure de similarité et de discrimination de caractéristiques dans [Fuk 90], [Bis 96].

### 5.3.2 Projection de caractéristiques

Par opposition à la méthode de sélection de caractéristiques, qui cherche la sélection du meilleur sous-ensemble de l'espace original de caractéristiques pour la séparabilité de classe, l'objectif de la projection de caractéristiques est de déterminer la meilleure combinaison possible des caractéristiques originales pour former l'ensemble (généralement petit) de caractéristiques. Pour la classification, la projection  $F \rightarrow Z$  doit représenter les données dans des groupes séparés, un par classe, pour faciliter la tâche de la classification. Si la transformation  $F \rightarrow Z$  est linéaire, la tâche d'optimisation est simplement de trouver les coefficients de la fonction linéaire pour minimiser ou maximiser le critère choisi. Si le critère est simple, les techniques de l'algèbre linéaire peuvent être utilisées. Pour un critère complexe, il est nécessaire d'appliquer les techniques itératives pour déterminer ces coefficients. Parmi ces méthodes de projection de caractéristique on peut citer : l'analyse en composantes principales (ACP), la poursuite de projection (PP) et la décomposition en valeurs singulières (DVS). Dans ce qui suit, on s'intéresse à présenter ici la première et la dernière méthode et l'argumentation de notre choix pour la DVS. La méthode de poursuite de projection est présentée en détails dans [Kru 69] et [Fri 74].

#### 5.3.2.1 Matrice de représentations des distributions temps-fréquence

On représente arbitrairement une distribution temps-fréquence (DTF) par une matrice  $X$  contenant des données. Dans le cas de la transformée en S, la matrice de données est :

$$X_{mn} = X[l, k] \quad (5.11)$$

où  $m$  et  $n$  sont les indices ligne et colonne de la matrice  $X$ . Ainsi, la matrice de données peut être considérée comme un plan bidimensionnel. Cette interprétation de la matrice de données sera utile pour la discussion des applications de la DVS sur les signaux de fluxmétrie laser Doppler. Les méthodes de projection de caractéristiques décrites par la suite sont sensibles à l'orientation

de la matrice de données. Ceci est dû en grande partie à la considération des variables dans le vecteur duquel les mesures d'une variable particulière occupent les colonnes d'une matrice. Ainsi, la matrice de données est composée de variables en colonnes et d'observations en lignes.

### 5.3.2.2 Orientation spectrale

Comme défini ci-dessus, la matrice de données est dans une orientation spectrale. Cela veut dire que les variables sont des fonctions de la fréquence  $f_k = \frac{k}{N}$ . Il y a  $N$  colonnes, chaque colonne représente la valeur complexe du spectre du signal à la fréquence particulière  $\frac{n}{N}$ , où  $n$  est l'indice colonne de la matrice de données. Ainsi, dans une orientation spectrale, les observations sont les valeurs temps-variable du spectre à une fréquence particulière :

$$X = \begin{bmatrix} X(1,0) & X(1,1) & \dots & X(1,N-1) \\ X(2,0) & X(2,1) & \dots & X(2,N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X(M,0) & X(M,1) & \dots & X(M,N-1) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

La matrice de covariance correspondante est de dimension  $N \times N$  et définie par :

$$\Phi_X = E[X^T X] - m^T m \quad (5.13)$$

où  $m$  est le vecteur des moyennes de la colonne de la matrice de données.

### 5.3.2.3 Orientation temporelle

Une méthode alternative pour représenter une distribution temps-fréquence utilisant la notation de matrice, est l'orientation temporelle de cette dernière. Les variables sont des fonctions du repère temps de la variable  $l$  et les observations opèrent sur les colonnes  $k$  correspondant à la fréquence :

$$X = \begin{bmatrix} X(1,0) & X(2,0) & \dots & X(M,0) \\ X(1,1) & X(2,1) & \dots & X(M,1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X(1,N-1) & X(2,N-1) & \dots & X(M,N-1) \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Dans l'orientation spectrale, la matrice de covariance est de dimension  $M \times M$ . En général, le choix de l'orientation d'une matrice de données est déterminé par la caractérisation des propriétés désirables de chaque analyse. Si la matrice possède une orientation temporelle et si une analyse statistique de covariance est ensuite appliquée, on pourra prendre la matrice de covariance qui donnera des résultats sensibles aux variables du repère temps. Cependant, puisque pour la plupart des signaux et plus particulièrement le signal LDF,  $M \gg N$ , le coût du calcul de la covariance et de la décomposition qui suit peut être prohibitivement grand, ou au moins d'ordre de grandeur beaucoup plus important que le calcul de la covariance dans l'orientation spectrale [San 95].

#### 5.3.2.4 Espace vectoriel et matrice de distribution temps-fréquence

Pour une DTF donnée en orientation spectrale, l'espace des colonnes de la matrice de données est engendré par les variables de fréquences, et l'espace des lignes est engendré par les observations. L'espace vectoriel des lignes est généralement plus large que l'espace vectoriel des colonnes dans une orientation spectrale, ainsi, l'inverse est aussi correcte pour l'orientation temporelle.

##### 1. L'espace colonne de la DTF

L'espace colonne  $\mathfrak{R}(X)$  d'une DTF de dimension  $m \times n$  est un sous-espace de  $R^m$  de  $m$  dimensions, dans le cas d'une orientation spectrale de la représentation par la transformée en S. C'est l'espace vectoriel de  $m$  dimensions engendrant le domaine des réels. La dimension de l'espace des colonnes est intéressante pour notre cas. Elle est définie comme étant le rang  $r$  de la matrice, qui est le nombre de colonnes linéairement indépendantes.

##### 2. L'espace ligne de la DTF

Réciproquement, l'espace ligne  $\mathfrak{R}(X^T)$  est un sous espace de  $R^n$ . Ainsi, les coordonnées représentées par un ensemble d'observations peuvent être considérées comme une combinaison linéaire des vecteurs colonnes, qui forment une base, et inversement les fonctions

de cette base peuvent être considérées comme une combinaison linéaire d'observations. La dimension de l'espace ligne est le rang  $r$ , qui est aussi le nombre des lignes linéairement indépendantes.

### 3. L'espace nul de la DTF

La DTF contient une bonne dualité de redondance. Cette redondance se manifeste dans l'espace nul  $\aleph(A)$  de la matrice de données. Pour une matrice de DTF de dimension  $m \times n$ , l'espace nul est de dimension  $n - r$ . Il est engendré par l'ensemble des vecteurs formant sa base. Pour la matrice de DTF, l'espace nul résulte du comportement corrélé entre les variables. Les corrélations entre les éléments de fréquence dans la DTF d'orientation spectrale, sont exprimées en tant que dépendances linéaires dans l'espace vectoriel. Ainsi, l'information concernant une des composantes corrélées est suffisante pour spécifier les autres composantes. Cependant, les composantes restantes ne sont pas bien définies en termes d'espace vectoriel de la matrice DTF. Dans plusieurs cas, la dimensionnalité de l'espace nul de la DTF est, en fait, plus grande que la dimensionnalité des espaces ligne et colonne, les deux sont de dimension  $r$ . A partir de cette observation de l'espace vectoriel de la DTF on peut former l'hypothèse suivante :

$$\text{rang}\{\aleph(X)\} \gg \text{rang}\{\aleph(X)\} \quad (5.15)$$

à partir de laquelle  $n \gg 2r$ . Ainsi, l'estimation du rang de la DTF fournit une mesure du degré de redondance dans le plan temps-fréquence.

#### 5.3.2.5 Redondance dans la distribution temps-fréquence

Pour n'importe quelle technique d'analyse spectrale, le choix de la base pour la projection du signal dans le plan temps-fréquence est extrêmement élémentaire. Dans le cas de la transformée en S, cette base de fonctions est un ensemble d'exponentielles complexes linéairement espacées en fréquences. Ainsi, chaque analyse d'un élément dans le plan de la transformée en S est une projection du signal temporel dans une base engendrée par des fonctions exponentielles. Cette base n'est pas orthogonale, et les éléments de la transformée en S ne sont pas indépendants. Dans le cas de la transformée de Fourier continue, la base est infinie définissant un espace de

Hilbert. La transformée de Fourier rapide (TFR) (utilisée par la transformée en S) échantillonne cet espace en intervalles discrets. Une telle base est conçue pour engendrer toutes les valeurs complexes possibles représentant chaque composante spectrale comme un point dans un espace dimensionnel élevé. En effet, la théorie de Fourier établit que chaque séquence (relativement longue) peut être décomposée en une somme infinie d'exponentielles complexes. Ainsi, chaque composante infinitésimale de fréquence dans le signal obtient un descripteur indépendant. En résumé, la redondance est une propriété importante pour l'information dans le signal puisqu'en l'éliminant on sera capable d'observer ce qui varie le long du signal et en l'inspectant on peut observer ce qui reste identique dans le signal. En fait, le concept de la redondance a été le sujet de plusieurs théories. Par exemple dans [Bar 89] Barlow considère que le concept de la redondance est fondamental à l'étude et affirme que c'est la redondance qui permet au cerveau de construire ses « cartes cognitives » ou « les modèles » de son environnement.

## 5.4 Méthodes de projections pour l'extraction de caractéristiques

En raison de la redondance régnante dans la RTF, on cherche des méthodes pour identifier l'espace nul et caractériser l'espace ligne et colonne en terme de réduction de l'ensemble des vecteurs de base. L'hypothèse générale est que l'espace réduit présentera l'information pertinente dans la RTF. Une hypothèse plus forte est que la base réduite par redondance peut représenter l'information la plus importante dans le signal. Ce sont les idées qui seront traitées dans cette partie.

### 5.4.1 Analyse en composantes principales

L'analyse en composantes principales (ACP) a été proposée initialement en 1933 par Hotelling pour résoudre le problème de décorrélation de dépendances statistiques entre les variables, dans des données de multi-variétés statistiques obtenues à partir des notes d'examens [Hot 33]. Depuis, l'ACP est devenue un outil largement utilisé dans l'analyse statistique pour la mesure de la corrélation entre les variables, mais elle a aussi trouvé des applications dans les domaines du traitement du signal et de la reconnaissance de formes, pour lesquels elle est connue sous le

nom de transformation de Karhunen-Loeve [The 89]. L'utilisation de l'ACP en reconnaissance de formes est soutenue par sa capacité d'exécuter une décomposition optimale dans une nouvelle base déterminée par les statistiques du second ordre des données observables.

### Définition de l'ACP

Il y a plusieurs façons de définir l'ACP, mais toutes possèdent des caractéristiques communes. Cela peut être résumé comme suit :

*Théorème de l'ACP* : la  $k^{\text{ème}}$  composante principale d'un vecteur d'entrée  $X$  est le vecteur propre normalisé  $v_k$  correspondant à la valeur propre  $\lambda_k$  de la matrice de covariance  $\Phi_X$  définie précédemment, où les valeurs propres sont données dans l'ordre  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$ . Une preuve de ce théorème peut être trouvée dans [Dec 96]. L'ACP est donc une matrice de transformation linéaire  $V$  qui opère sur la matrice de RTF comme suit :

$$Y = XV \quad (5.16)$$

où  $Y$  représente la matrice de transformation linéaire de la RTF. Si les lignes de la matrice de transformation linéaire  $V^T$  sont les vecteurs propres de la matrice de covariance  $\Phi_X$ , on dit qu'il y a une réalisation de la transformation de Karhunen-Loeve de l'espace colonne d'entrée  $\Re(X)$ . Dans ce cas,  $V$  est une matrice orthonormale et satisfait la relation suivante :

$$VV^T = V^TV = I \quad (5.17)$$

et la relation entre la covariance d'entrée et de sortie peut être exprimée comme suit :

$$\Phi_y = V^T\Phi_XV = V^TV\Sigma = \Sigma \quad (5.18)$$

où  $\Sigma$  est la matrice diagonale des valeurs propres qui correspond aux variances d'un ensemble de variables aléatoires gaussiennes qui engendrent l'espace d'entrée :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Sous cette définition, l'ACP fait essentiellement une decorrélation linéaire des variables de sortie de  $Y$ , telle que chaque colonne est statistiquement indépendante au deuxième ordre par rapport aux autres colonnes. Traditionnellement, en statistique, la matrice des vecteurs propres  $V$  est appelée la matrice de poids et la matrice de transformation linéaire  $Y$  fait référence aux résultats de l'ACP. Ces nomenclatures suivent la formulation originale de Hotelling [Hot 33].

### Fonctions de densité de probabilité et factorisation marginale

On suppose maintenant une interprétation statistique d'une RTF. La fonction de densité de probabilité (FDP) de chaque colonne d'entrée est définie comme étant la densité marginale de la probabilité commune de l'espace colonne de la RTF. Une définition d'indépendance statistique se déduit de la forme de la relation entre la distribution de probabilité commune des colonnes de la RTF et la distribution marginale d'une colonne individuelle. Spécifiquement, les colonnes de sortie sont statistiquement indépendantes si et seulement si :

$$p_Y(Y) = \prod_{i=1}^N p_{Y_i}(Y_i) \quad (5.20)$$

c'est-à-dire, les marginales sont des fonctions de probabilité de densité indépendantes, si et seulement si leur fonction commune de densité peut être exprimée comme produit des marginales. Dans le cas des densités d'entrées gaussiennes, l'ACP décorrèle la FDP en second ordre, et présente ainsi la propriété marginale de factorisation décrite par l'équation précédente [Dec 96], [Com 94].

### Gamme dynamique, échelle, rang, espace vectoriel et l'ACP

Il résulte plusieurs difficultés avec l'ACP définie ci-dessus. La première difficulté est que l'ACP est définie comme étant une diagonalisation de la covariance d'entrée. Donc le système perd la sensibilité aux composantes de faible amplitude en faveur des composantes d'amplitude plus élevée. Ceci est due à la covariance d'entrée qui est essentiellement une représentation de puissance des variables d'entrée. Par conséquent, le résultat de la transformation en représentation de puissance implique la perte de la gamme dynamique due à la taille finie de données et à la précision numérique dans l'implémentation en réels. Ceci est lié à l'utilité de l'ACP en général. L'ACP dépend de la graduation des coordonnées d'entrée. Ce problème est connu dans la

littérature sous le nom de problème d'échelle. Ce problème se manifeste dans la solution de la diagonalisation en utilisant les valeurs propres. Le pivotement exige la graduation de chaque rangée afin de rapporter une élimination gaussienne.

L'ACP ne définit pas une solution quand les colonnes de la matrice sont linéairement dépendantes. Dans ce cas, l'espace nul de la matrice n'est pas vide. En fait, pour la RTF, on a cité précédemment l'hypothèse que l'espace nul est en fait plus large que l'espace colonne et l'espace ligne de la matrice de données (équation 5.15). D'une manière équivalente, on peut interpréter l'identification de la taille de l'espace nul comme un problème d'estimation de rang de la matrice. On peut constater cela dans la relation définie par l'équation 5.24. La définition de l'ACP comme étant une diagonalisation de la covariance ne fournit pas explicitement une méthode pour manipuler l'espace nul de la matrice. Ceci est dû au fait que les méthodes comportant l'identification des valeurs propres s'appuient sur le rang de toutes les lignes de la matrice de covariance de données. Ainsi, cette forme de l'ACP est peu utile dans la pratique pour l'implémentation de la technique de réduction de redondance pour la RTF. Cependant, dans les sections suivantes, nous nous référerons à la forme canonique de l'ACP puisque le cadre théorique de base est quelque peu semblable pour le cas de l'espace nul aussi bien que pour le cas des distributions d'entrée non gaussiennes.

Une autre difficulté de la définition de l'ACP dans la forme décrite ci-dessus, est que la base résultante engendre seulement l'espace de colonne de l'entrée. Ainsi, elle ne se généralise pas pour le problème d'identification de base pour l'espace ligne. La matrice de covariance est nécessairement carrée, donc inversible sous la condition de rang total de colonnes. La covariance est aussi, une matrice symétrique qui est définie par la relation  $\Phi_X = \Phi_X^T$ . Ainsi, l'espace colonnes et l'espace lignes de la représentation d'entrée sont réduits en un seul espace, à savoir une représentation de puissance de l'espace colonnes de la RTF. En appliquant une ACP employant la méthode de covariance, nous masquons de ce fait les informations des observations de l'espace lignes en faveur des variables de l'espace colonnes. Donc, nous perdons une des orientations spectrale ou temporelle.

Afin d'adresser les problèmes de la gamme dynamique et d'identification de bases de l'espace lignes/colonnes, il faut chercher une représentation qui ne se fonde pas sur la méthode de covariance ; la méthode recherchée devrait plutôt directement décomposer la RTF en bases séparées

pour l'espace lignes et l'espace colonnes de la matrice de données de la RTF.

En résumé, l'ACP est une technique de réduction de dimensions largement utilisée dans le domaine du traitement du signal et de la reconnaissance de formes. Sa popularité repose sur trois propriétés intéressantes : la première est la combinaison linéaire optimale (en terme d'erreur quadratique) pour compresser un ensemble de vecteurs de dimension élevée dans un ensemble de vecteurs de dimension réduite et le reconstruire. En deuxième lieu, cela vient des paramètres du modèle qui sont calculés directement à partir des données, par exemple par diagonalisation de la covariance. La troisième propriété est la compression et la décompression qui sont faciles à effectuer si les paramètres du modèle sont déterminés. Cela ne nécessite, en effet, que des multiplications de matrices. Malgré ses caractéristiques attractives, l'ACP possède plusieurs inconvénients. En effet, cette méthode naïve pour déterminer les composantes principales se comporte mal pour les dimensions élevées où les données sont de grandes tailles. Si on considère la diagonalisation de la matrice de covariance de  $n$  vecteurs (*temps*) dans un espace de  $p$  dimensions (*fréquence*), où  $n$  et  $p$  sont de l'ordre de centaines ou de milliers, les difficultés peuvent surgir au niveau de la complexité du calcul. Même le calcul de la matrice de covariance est très coûteux en temps, et nécessite  $O(np^2)$  opérations. En général, il est préférable d'éviter entièrement le calcul de la matrice de covariance d'une manière explicite. Une méthode comme l'algorithme *snap-shot* proposé dans [Sir 87] suppose que les vecteurs propres recherchés sont des combinaisons linéaires de données ; leur complexité est  $O(n^3)$ . Ainsi, une version de l'algorithme d'expectation-maximisation (EM) est présenté dans [Dem 77] pour le calcul de l'ACP sans passer par la matrice de covariance et il a une complexité de  $O(knp)$  opérations, où  $k$  est le nombre de vecteurs propres dominants.

#### 5.4.2 L'algorithme EM-ACP

L'algorithme EM-ACP<sup>7</sup> (algorithme de maximisation de vraisemblance combiné avec l'ACP) présenté dans [Row 97] possède trois avantages ; il permet un calcul simple et facile des valeurs et vecteurs propres quand on travaille avec des données de dimension relativement élevée. Il permet aussi ce calcul en absence de données manquantes dans le signal. De plus, pour de faibles variations, la méthode permet le calcul non seulement du sous-espace principal mais

---

<sup>7</sup>EM : Expectation-Maximization algorithm.

aussi du modèle gaussien probabiliste complet, qui permet la génération de données et le calcul de vraisemblance. Quoique les composantes principales puissent être calculées explicitement, il y a toujours un algorithme EM pour les apprendre. Il peut être facilement déduit comme étant la limite zéro du bruit des algorithmes standard [Eve 84],[Gha 97], en remplaçant l'étape habituelle avec la projection ci-dessous :

$$\begin{aligned} \text{etape} - e : X &= (C^T C)^{-1} C^T Y; \\ \text{etape} - m : C^{nouv} &= Y X^T (X X^T)^{-1}; \end{aligned} \tag{5.21}$$

où  $Y$  est une matrice de  $p \times n$  de toutes les données observées et  $X$  est la matrice de  $k \times n$  des états inconnus. La colonne de la matrice  $C$  engendre l'espace des  $k$  premières composantes. Pour calculer explicitement les vecteurs et les valeurs propres correspondants, les données peuvent être projetées sur le sous-espace de  $k$ -dimensions et une base orthogonale pour que la covariance puisse être construite. Il faut noter aussi que l'algorithme peut être implémenté en temps réel.

### Convergence et complexité

L'algorithme EM pour l'ACP présente une procédure itérative pour trouver les sous-espaces engendrés par les principaux  $k$  vecteurs propres, sans le calcul explicite de la matrice de covariance. Il est attractif pour un  $k$  relativement petit du fait que la complexité est limitée par  $O(knp)$  par itération, et dépend seulement de la dimension des données. Cependant, les méthodes qui calculent explicitement la matrice de covariance ont une complexité limitée à  $O(np^2)$ , alors qu'une méthode comme le *snap-shot*, qui forme une combinaison linéaire des données, doit diagonaliser une matrice de tous les produits internes entre les différents éléments. Ainsi, sa complexité est de  $O(n^2p)$ .

Cependant, l'application de l'algorithme EM-ACP ou l'ACP de manière générale sur des RTF, permettent d'avoir des signatures ou des caractéristiques qui représentent l'information pertinente dans le plan temps-fréquence, en prenant seulement les vecteurs propres les plus significatifs. Par ailleurs, ces caractéristiques ne peuvent refléter l'orientation spectrale et temporelle en même temps. Pour cela, l'interprétation de ces signatures comme moyen de classification des

signaux de fluxmétrie laser Doppler n'est pas appropriée vu que les deux paramètres temps et fréquences sont nécessaires simultanément. Cependant, une application de cette méthode sur les signaux LDF sera présentée dans le chapitre suivant afin de montrer ses limitations.

### 5.4.3 Décomposition en valeurs singulières

Une autre méthode, devenue très populaire dans l'analyse statistique de données et le traitement du signal, est la décomposition en valeur singulières (DVS). L'existence de la DVS a été établie par le géomètre Italien Beltrami en 1873, 20 ans seulement après la conception de la matrice comme un multiple de quantité par Cayley. La DVS est une généralisation de l'idée de l'ACP. Une décomposition en valeurs singulières d'une matrice  $X$  de taille  $m \times n$  est une factorisation de la forme :

$$X = U\Sigma V^T \quad (5.22)$$

où  $U$  est une matrice orthogonale de dimension  $m \times m$  ( $U$  possède des colonnes orthogonales),  $V$  est aussi une matrice orthogonale de dimension  $n \times n$  et  $\Sigma$  est une matrice diagonale de dimension  $m \times n$  avec des valeurs singulières de composantes  $\sigma_{ij} = 0$  si  $i \neq j$  et  $\sigma_{ij} \geq 0$  sinon ; (pour simplifier la notation on note la  $i^{\text{ème}}$  valeur singulière  $\sigma_{ii}$  par  $\sigma_i$ ). En outre, on peut montrer qu'il n'y a pas de matrice unique  $U$  et  $V$  telles que  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_N$ . Les colonnes des matrices orthogonales  $U$  et  $V$  sont appelées les vecteurs singuliers de gauche et de droite respectivement ; une propriété importante de  $U$  et  $V$  est qu'elles sont mutuellement orthogonales. On peut montrer que la DVS, est en effet, étroitement liée à l'ACP. En fait, le produit matriciel  $U\Sigma$  est analogue à la matrice  $Y$  définie pour l'ACP :

$$Y = XV = U\Sigma \quad (5.23)$$

Du fait que les vecteurs singuliers définis à partir d'une DVS soient carrés et aient des colonnes orthogonales, leur inverse est donné par la transposée  $V^{-1} = V^T$ . Ainsi, l'équation précédente peut être exprimée sous la forme :  $X = U\Sigma V^T$  qui est la définition d'une DVS.

Le premier avantage d'une DVS, par rapport à une ACP, est l'estimation du rang et l'identification de l'espace nul  $\aleph(X)$ . Cet espace peut être défini pour les vecteurs singuliers de gauche et de droite, et l'espace engendré par ces vecteurs correspond aux valeurs singulières pour lesquelles

$\sigma_j = 0$ . Cependant, si  $\sigma_j \neq 0$ , les vecteurs singuliers correspondants,  $U_j$  et  $V_j$ , sont dans l'éten-  
due de  $X$  qui est engendrée par l'espace colonne des vecteurs singuliers de gauche et de droite  
qui, alternativement, engendrent l'espace ligne et l'espace colonne de la matrice de données  $X$ .  
On peut donc construire une base pour chacun des espaces vectoriels de  $X$ . Rappelons la relation  
entre le rang, l'espace nul, le rang de l'espace ligne et l'espace colonne d'une matrice :

$$\text{rang}\{\aleph(X)\} = N - \text{rang}\{\Re(X)\} \quad (5.24)$$

La DVS fournit une méthode bien définie théoriquement pour l'estimation du rang de l'espace  
nul. C'est le nombre de valeurs singulières nulles. Ceci définit alternativement le rang de la  
matrice  $X$ .

La DVS ainsi définie a implicitement résolu les problèmes inhérents à la définition de l'ACP. En  
premier lieu, la DVS décompose une matrice qui n'est pas forcément carrée. Ainsi, il est possible  
de décomposer directement la représentation de distribution temps-fréquence en orientations  
spectrales ou temporelles sans l'utilisation de la matrice de covariance. De plus, considérant une  
DVS, la décomposition de la matrice transposée de données peut être déduite de la DVS de la  
façon suivante :

$$X^T = V\Sigma U^T \quad (5.25)$$

où  $\Sigma = \Sigma^T$ . Ceci explique qu'une décomposition en DVS d'une matrice en orientation spec-  
trale peut être utilisée pour spécifier une décomposition DVS en orientation temporelle et vice  
versa. Ainsi, la décomposition DVS directe maintient toutes les informations appropriées sur  
les espaces nul, ligne et colonne de la matrice de données dans une forme compacte. Comme la  
DVS décompose une matrice pas forcément carrée sans avoir besoin du calcul de la matrice de  
covariance, la base résultante n'est pas aussi susceptible au problème de gamme dynamique que  
l'ACP. Ainsi, les composantes de la distribution temps-fréquence ne sont pas altérées pas les  
opérations de quadrature. Théoriquement, il n'est pas possible d'inverser une matrice qui n'est  
pas carrée. Ainsi, l'implémentation de la DVS est un compromis entre la définition théorique et  
la forme souple en pratique, en introduisant la notion du pseudo-inverse d'une matrice.

**Limitations de la décomposition en valeurs singulières**

Comme discuté précédemment, la DVS réalise une décorrelation au niveau de la covariance d'entrée par factorisation des marginales de statistiques du second ordre. Ceci a pour effet d'orienter l'espace de base sur des directions gaussiennes. Tandis que cette hypothèse est valide pour les RTF dont les composantes indépendantes possèdent une distribution gaussienne, il est probable que cela ne soit pas le cas pour les RTF par la transformée en S des signaux LDF. Cependant, les colonnes des matrices orthonormées  $U$  et  $V$ , nommées les vecteurs singuliers ( $VS$ ) de gauche et droite respectivement, possèdent plus de caractéristiques importantes que les valeurs singulières, surtout quand il s'agit d'une RTF à orientation spectrale ou temporelle. De plus, une propriété intéressante qui est l'orthogonalité mutuelle des matrices  $U$  et  $V$ , a poussé à s'intéresser à ces vecteurs singuliers au lieu des valeurs singulières. Ainsi, les valeurs singulières  $\sigma_{ii}$  représentent l'importance des  $VS$  dans la composition de la matrice. D'une autre manière, les  $VS$  correspondant aux valeurs singulières élevées ont plus d'informations pertinentes sur la structure de la RTF que les autres  $VS$ . Cette approche basée sur les vecteurs singuliers utilise une estimation de la fonction de distribution de ces vecteurs associée à la distribution temps-fréquence des signaux LDF pour l'extraction de caractéristiques pertinentes. L'intérêt des vecteurs singuliers par rapport aux valeurs singulières pour l'extraction de caractéristiques à partir des RTF des signaux LDF fera l'objet du chapitre qui suit.



## Chapitre 6

# Application de la décomposition en valeurs singulières pour l'extraction de caractéristiques

### 6.1 Introduction

Dans le chapitre précédent un ensemble de méthodes d'extraction de caractéristiques a été présenté. La limitation de la décomposition en valeurs singulières a été discutée. Par contre, les vecteurs singuliers (VS) qui se produisent après cette décomposition se montrent très utiles pour la caractérisation de signatures à partir d'une distribution temps-fréquence [Nak 98], [Gro 00b], [Has 04]. L'objectif de ce chapitre est d'accentuer l'intérêt de ces vecteurs singuliers par des applications sur des signaux de tests puis sur des signaux LDF réels.

### 6.2 Etat de l'art de l'application de la décomposition en valeurs singulières

Dans l'analyse des signaux représentés dans le domaine temps-fréquence par la DVS, le type de la distribution temps-fréquence est très important. En effet, il est souhaitable que la distribution temps-fréquence soit linéaire (le terme d'interférence pour les représentations bilinéaires

doit être le plus faible possible) et présente une grande résolution. Certains auteurs se sont concentrés sur l'extraction de caractéristiques en se basant seulement sur les valeurs singulières des distributions temps-fréquence des signaux [Mar 85], [Gu 02]. Les valeurs singulières seules n'apportent pas d'information significative concernant le comportement des composantes spectrales dans la matrice temps-fréquence. Par conséquent, les valeurs singulières ne sont pas des caractéristiques appropriées pour l'interprétation du plan temps-fréquence [Gro 00b], [Gro 00a].

### Exemples de motivation : comparaison avec l'EM-ACP

Afin de montrer en premier lieu les limitations de l'analyse en composantes principales, des exemples de signaux sont présentés ci-dessous :

Soit  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  deux signaux FM linéaires corrélés avec un bruit blanc  $n(t)$  :

$$x_1(t) = \sin(4\pi t + 0.02\pi t^2) \Pi\left(\frac{t-15}{18}\right) + n(t) \quad (6.1)$$

$$x_2(t) = \sin(8\pi t + 0.02\pi t^2) \Pi\left(\frac{t-15}{18}\right) + n(t) \quad (6.2)$$

où  $\Pi(\cdot)$  est une fonction de troncature rectangulaire définie par :

$$\Pi(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\frac{1}{2} < \alpha < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.3)$$

Les deux signaux ainsi que leurs représentations temps-fréquence par la transformée en S sont illustrés sur les deux figures 6.1 et 6.2 respectivement.

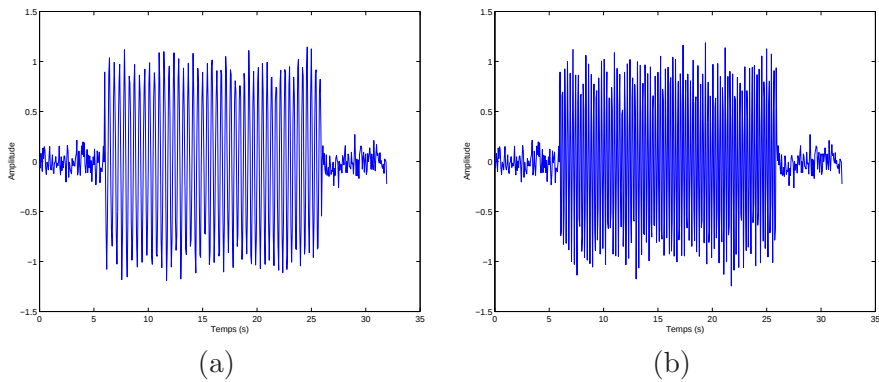


FIG. 6.1 – (a) Signal  $x_1(t)$  ( $F_e=15$  Hz,  $N= 512$ ,  $F_{max}=2$  Hz). (b) Signal  $x_2(t)$  ( $F_e=15$  Hz,  $N= 512$ ,  $F_{max}=4$  Hz).

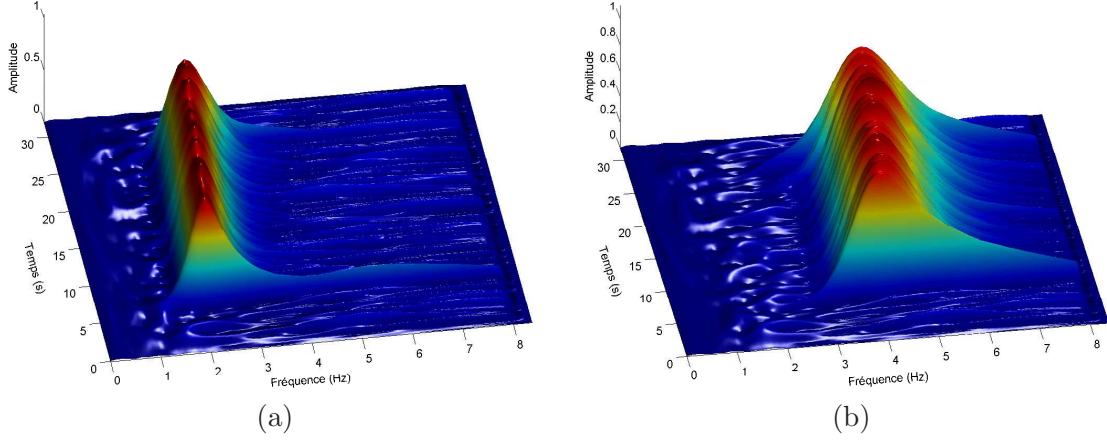


FIG. 6.2 — (a) Représentation temps-fréquence par la transformée en  $S$  du signal  $x_1$ . (b) Représentation temps-fréquence par la transformée en  $S$  du signal  $x_2$ .

La représentation temps-fréquence par la transformée en  $S$  montre l'évolution linéaire de la fréquence autour des fréquences centrales 2 Hz et 4 Hz pour les deux signaux  $x_1$  et  $x_2$  respectivement.

Les deux figures 6.3a et 6.3b représentent l'analyse en composantes principales par application de l'algorithme EM-ACP pour les deux représentations temps-fréquence des figures 6.2a et 6.2b respectivement.

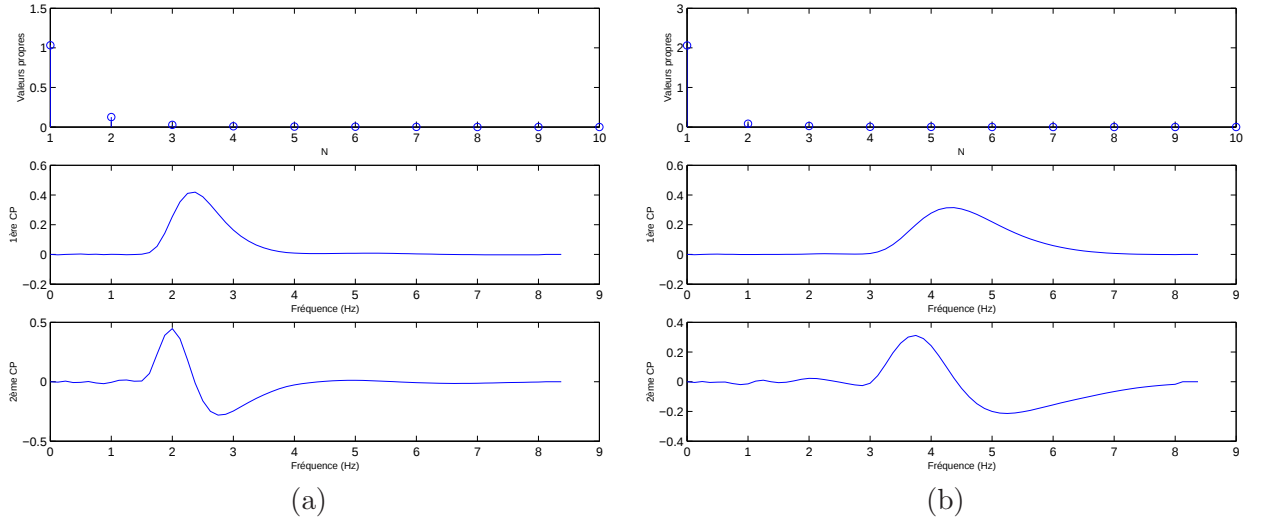


FIG. 6.3 — (a) Analyse en composantes principales par l'EM-ACP de la figure 6.2a (seules les premières et deuxième composantes sont prises en compte). (b) Analyse en composantes principales par l'EM-ACP de la figure 6.2b (seules les premières et deuxième composantes sont prises en compte).

A partir de cette première analyse, l'EM-ACP fournit une bonne localisation des composantes

spectrales autour des fréquences maximales contenues dans les deux signaux  $x_1$  et  $x_2$ . Cependant, les dix premières valeurs propres correspondantes pour chaque signal n'ont aucune signification en ce qui concerne le comportement spectral.

Prenons maintenant un autre exemple dans lequel deux signaux  $x_3$  et  $x_4$  sont définis de la manière suivante :

$$x_3(t) = \sin(4\pi t + 0.02(\pi t^2))\Pi\left(\frac{t-9}{6}\right)\Pi\left(\frac{t-21}{6}\right) + n(t) \quad (6.4)$$

$$x_4(t) = \sin(4\pi t + 0.02\pi t^2)\Pi\left(\frac{t-9}{6}\right) + \sin(8\pi t + 0.02\pi t^2)\Pi\left(\frac{t-21}{6}\right) + n(t) \quad (6.5)$$

Les deux signaux  $x_3$  et  $x_4$  sont présentés sur les figures 6-4a et b. Le signal  $x_3$  possède le même comportement spectral que le signal  $x_1$  à part qu'on a rajouté une région nulle au milieu. Cependant, le signal  $x_4$  comporte les deux composantes spectrales des deux signaux  $x_1$  et  $x_2$ .

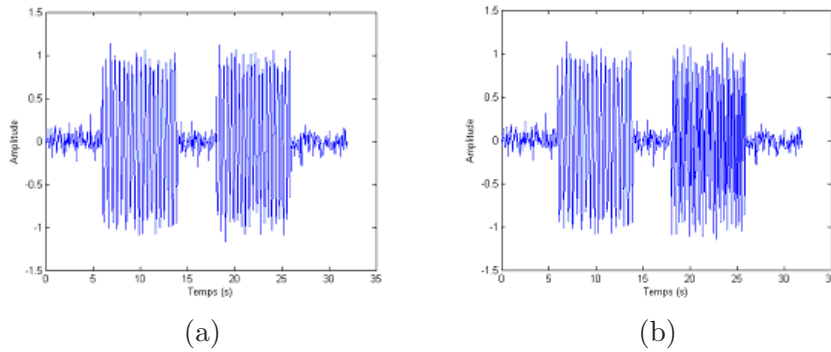


FIG. 6.4 – (a) Signal  $x_3(t)$  ( $F_e=15$  Hz,  $N= 512$ ,  $F_{max}=2$  Hz). (b) Signal  $x_4(t)$  ( $F_e=15$  Hz,  $N= 512$ ,  $F_{max}=4$  Hz).

Les composantes spectrales autour de 2 Hz (signal  $x_3$ ), et 2 et 4 Hz (signal  $x_4$ ) sont illustrées par l'analyse temps-fréquence par la transformée en S des deux signaux  $x_3$  et  $x_4$  sur les figures 6-5a et b.

Les composantes principales ainsi que les valeurs propres correspondantes, obtenues par l'EM-ACP des deux représentations temps-fréquence des figures 6.5a et b sont illustrées sur les figures 6-6a et b.

La figure 6.6a montre clairement le comportement spectral dominé par la composante autour de 2 Hz. Cependant, il n'y a aucune information concernant l'occurrence de cette composante. Ainsi, la région nulle dans le signal  $x_3$  est complètement masquée par l'EM-ACP. Par conséquent,

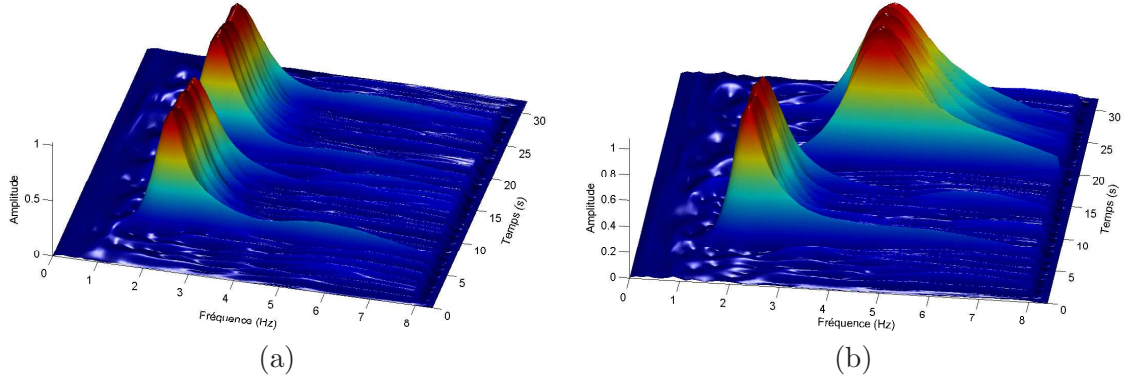


FIG. 6.5 – (a) Représentation temps-fréquence par la transformée en  $S$  du signal  $x_3$ . (b) Représentation temps-fréquence par la transformée en  $S$  du signal  $x_4$ .

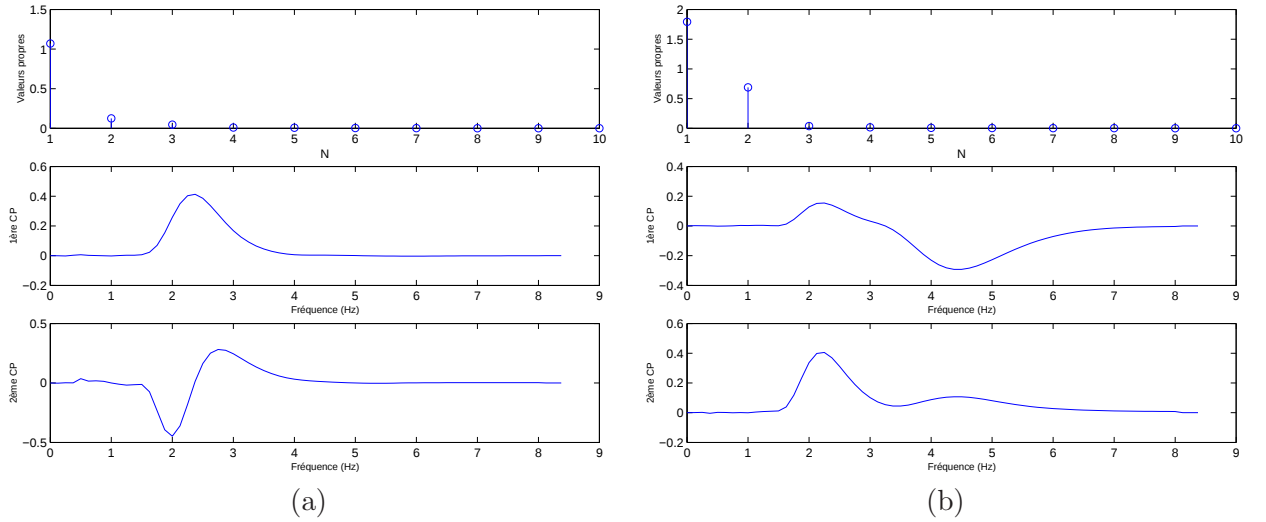


FIG. 6.6 – (a) Analyse en composantes principales par l'EM-ACP de la figure 6.5a (seulement la première et la deuxième composantes sont prises en compte). (b) Analyse en composantes principales par l'EM-ACP de la figure 6.5b (seulement la première et la deuxième composantes sont prises en compte).

cette méthode d'extraction de caractéristiques basée sur l'EM-ACP se montre assez limitée dans ce cas.

Pour pallier à cette limitation et valider le choix de l'analyse par SVD discuté précédemment, prenons les mêmes signaux  $x_1$  et  $x_2$ . L'extraction de caractéristiques en utilisant les vecteurs singuliers (VS) de gauche et de droite de la décomposition SVD des deux représentations temps-fréquences est présentée sur les figures 6-7a et b pour les signaux  $x_1$  et  $x_2$  respectivement. Les vecteurs singuliers  $V_s$  de droite pour les deux signaux  $x_1$  et  $x_2$  montrent bien la localisation

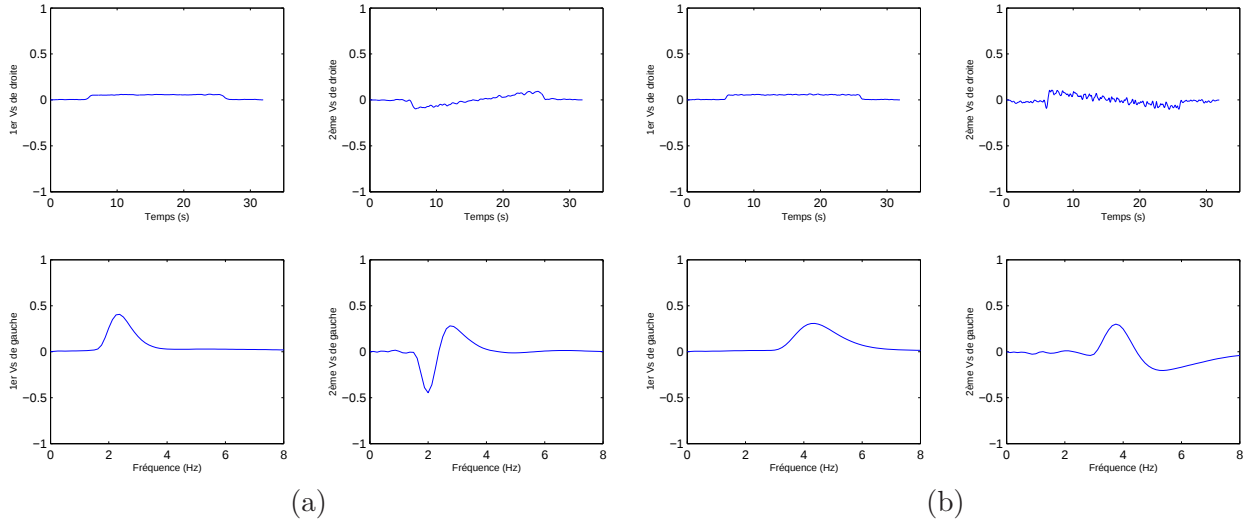


FIG. 6.7 — (a) Analyse par DVS de la RTF de la figure 6.2a (seulement les deux premiers vecteurs de gauche et de droite sont pris en compte). (b) Analyse par DVS de la RTF de la figure 6.2b (seulement les deux premiers vecteurs de gauche et de droite sont pris en compte).

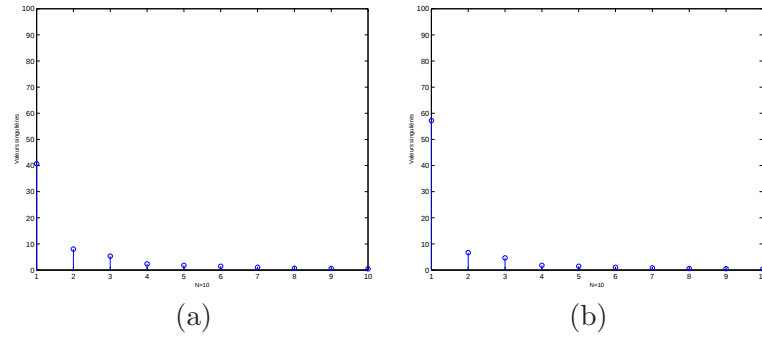


FIG. 6.8 — (a) Valeurs singulières de la RTF de la figure 6.2a (seulement les 10 premières valeurs sont prises en compte). (b) Valeurs singulières de la RTF de la figure 6.2b (seulement les 10 premières valeurs sont prises en compte).

temporelle, qui est identique pour ce cas. De plus, les deux vecteurs Vs de gauche montrent les localisations spectrales autour de 2 et 4 Hz pour les deux signaux  $x_1$  et  $x_2$  respectivement. Ainsi, on obtient les mêmes résultats qu'avec la méthode EM-ACP.

Les deux figures 6.8a et b présentent les 10 premières valeurs singulières correspondant aux deux représentations temps-fréquence. Bien qu'on constate une légère différence entre les deux figures qui peut refléter la différence spectrale qui existe entre les deux signaux  $x_1$  et  $x_2$ , les valeurs singulières ne donnent malheureusement pas une réelle information concernant le comportement spectral ou temporel des signaux.

Prenons maintenant les deux signaux  $x_5$  et  $x_6$  représentés sur les figures 6.9a et b. Ils pos-

sèdent le même comportement spectral que les signaux  $x_3$  et  $x_4$  respectivement mis à part une différence en amplitude.

$$x_5(t) = \sin(4\pi t + 0.02(\pi t^2))\Pi\left(\frac{t-9}{6}\right) + 2\sin(4\pi t + 0.02(\pi t^2))\Pi\left(\frac{t-21}{6}\right) + n(t) \quad (6.6)$$

$$x_6(t) = \sin(4\pi t + 0.02\pi t^2)\Pi\left(\frac{t-9}{6}\right) + 2\sin(8\pi t + 0.02\pi t^2)\Pi\left(\frac{t-21}{6}\right) + n(t) \quad (6.7)$$

Cette génération de signaux synthétiques à amplitude différente permet de mettre en évidence que l'extraction de caractéristiques est aussi efficace dans le cas des signaux à variation d'amplitude et qu'à amplitude égale.

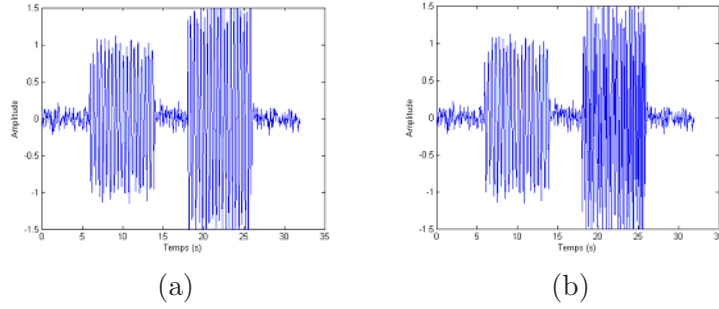


FIG. 6.9 – (a) Signal  $x_5(t)$  ( $F_e=15$  Hz,  $N=512$ ,  $F_{max}=2$  Hz). (b) Signal  $x_6(t)$  ( $F_e=15$  Hz,  $N=512$ ,  $F_{max}=4$  Hz).

L'analyse temps-fréquence des deux signaux  $x_5$  et  $x_6$  est présentée sur les figure 6.10a et b.

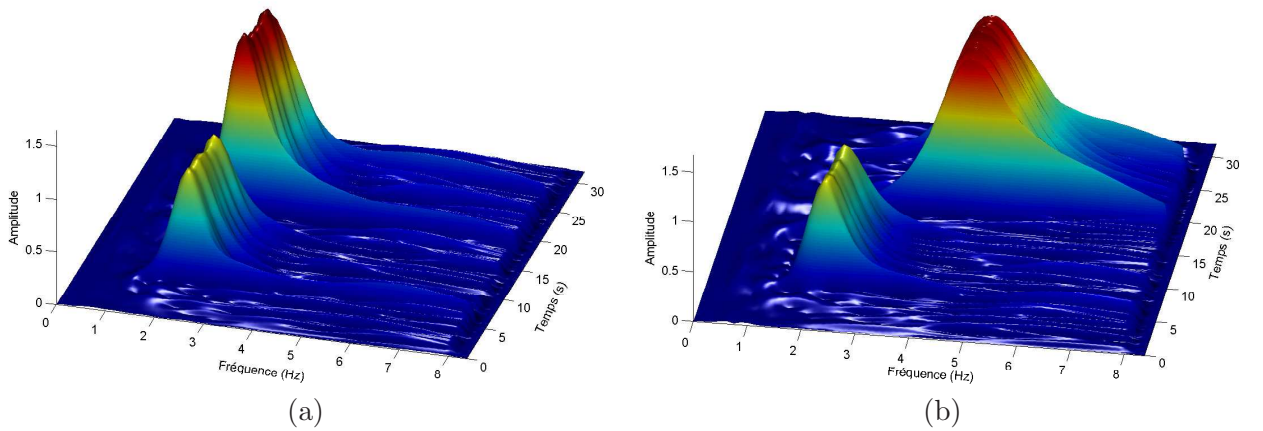


FIG. 6.10 – (a) Représentation temps-fréquence par la transformée en  $S$  du signal  $x_5$ . (b) Représentation temps-fréquence par la transformée en  $S$  du signal  $x_6$ .

La décomposition DVS des deux matrices temps-fréquence correspondant aux deux signaux  $x_5$  et  $x_6$  est présentée sur les figures 6.11a et b.

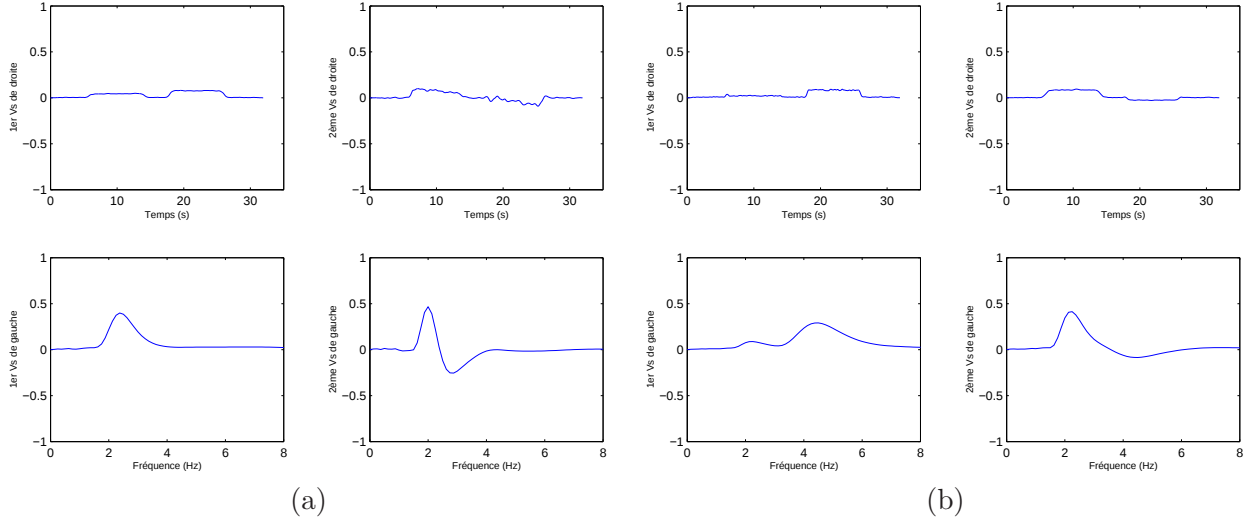


FIG. 6.11 — (a) Analyse par DVS de la RTF de la figure 6.10a (seulement les deux premiers vecteurs de gauche et de droite sont prises en compte). (b) Analyse par DVS de la RTF de la figure 6.10b (seulement les deux premiers vecteurs de gauche et de droite sont prises en compte).

Le comportement spectral est bien reflété par le premier VS de gauche (figure 6.11a) pour le signal  $x_5$ , qui possède deux régions spectrales autour de 2 Hz avec une région nulle au milieu. Cette distinction des deux régions est aussi montrée par le premier VS de droite (figure 6.11b). Ainsi, de la même manière, le comportement spectral est bien présenté par le premier VS de gauche (figure 6.11b). La localisation temporelle et la durée sont aussi montrées par le premier VS de droite. De plus, la différence en amplitude des deux composantes spectrales 2 et 4 Hz est bien montrée pour les deux VS de gauche et de droite. Donc, à partir de ces exemples de signaux génériques, la méthode se montre assez prometteuse pour donner de bons résultats pour les signaux LDF.

En effet, une autre approche a été présentée par Groutage dans [Gro 00a] pour l'extraction de caractéristiques des signaux non stationnaires à amplitude égale. Cette approche est basée sur l'approximation de la RTF en un nombre fini de rectangles. Dans la RTF, la région possédant une densité d'énergie uniforme est présentée par un rectangle. Ces rectangles sont identifiés par des vecteurs de 5 éléments  $[\bar{t}, \bar{f}, \hat{t}, \hat{f}, \hat{\sigma}]$ , où  $\bar{t}$  et  $\hat{t}$  représentent la localisation et la durée en temps respectivement,  $\bar{f}$  et  $\hat{f}$  représentent la localisation et la largeur en fréquence dans la

RTF ; et  $\hat{\sigma}$  représente l'importance du rectangle dans la composition de la RTF. La position et les dimensions des rectangles sont calculés à partir des premiers et seconds moments de la fonction de densité extraite des vecteurs singuliers de la RTF. Cette approche est certes très utile pour l'extraction de caractéristiques des signaux non stationnaires. Cependant, elle possède trois inconvénients [Has 04]. Le premier est qu'elle utilise un nombre fixe de caractéristiques (rectangles) pour caractériser une région de la RTF. Or, en utilisant un nombre limité de rectangles, la méthode peut ne pas être adéquate pour identifier la totalité des caractéristiques des RTF. En deuxième lieu, si il y a plus d'un maximum local dans la fonction de densité, le premier et le second moments de la fonction de densité ne peuvent pas montrer la position et la largeur du maximum local. De là, cette technique peut être efficace si (a) le plan temps-fréquence est simple pour l'approximation par des rectangles en nombre limité, et (b) la densité d'énergie du signal n'est pas uniformément concentré à différentes localisations de la RTF. En troisième lieu, il peut y avoir plus d'un vecteur singulier de gauche et de droite qui sont nécessaires pour l'approximation de la RTF. Donc, le moment extrait seulement à partir d'un vecteur singulier de gauche et un de droite n'est pas suffisant pour trouver la localisation, la durée, et la bande de fréquences de la caractéristique dans le plan temps-fréquence. Dans une autre référence [Gro 00b], le même auteur améliore son approche, en respectant les trois critères cités précédemment.

### 6.3 Extraction de caractéristiques des représentations temps-fréquence des signaux LDF

Pour montrer l'efficacité de l'approche basée sur les vecteurs singuliers pour les signaux LDF, prenons deux signaux LDF déjà vus dans le chapitre 4 ( voir section 4.5, page 84. ). Les figures 6.12a et 6.12b représentent un signal LDF chez un sujet sain et un signal LDF chez un sujet artériopathe (14 min d'enregistrement) après chauffage (4 dernières minutes d'enregistrement), ainsi que leurs analyse temps-fréquence correspondantes.

A partir de la représentation temporelle, le signal du sujet artériopathe présente une augmentation d'amplitude due à la vasodilatation provoquée par le chauffage, ceci se traduit dans le plan temps-fréquence par l'augmentation des composantes spectrales de basse fréquences (0-0,45 Hz) ( voir section 4.5, page 84. ).

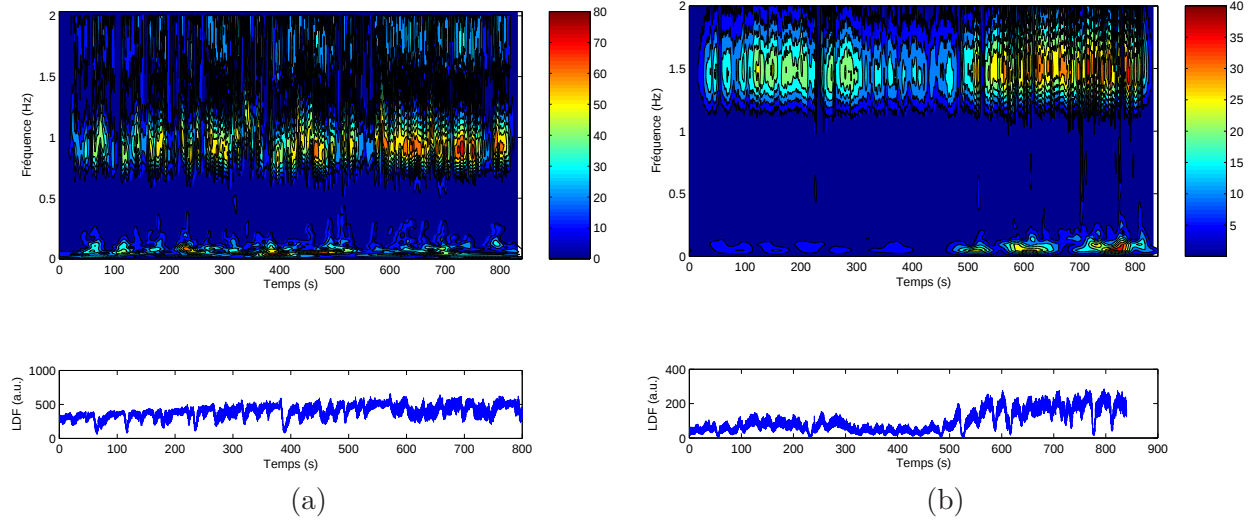


FIG. 6.12 – (a) Signal LDF (sujet sain) et son analyse temps-fréquence par transformée en S. (b) Signal LDF (sujet artériopathe) et son analyse temps-fréquence par transformée en S.

Les figures 6-13.a et b représentent l'analyse en DVS des deux signaux donnés en figures 6.12a et b respectivement. Les deux vecteurs singuliers de gauche et droite de la DVS sont présentés sur chaque figure.

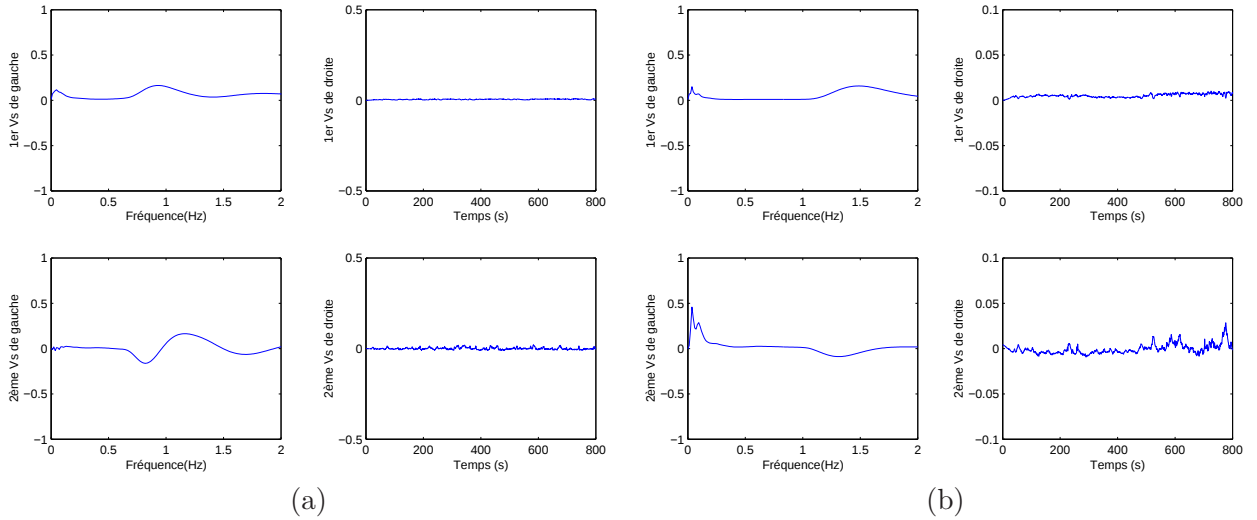


FIG. 6.13 – (a) Premier et deuxième Vs de gauche et de droite de la DVS du signal LDF (sujet sain). (b) Premier et deuxième Vs de gauche et de droite de la DVS du signal LDF (sujet artériopathe).

La DVS est appliquée sur la matrice temps-fréquence pour calculer les deux Vs de gauche et de droite. Les deux premiers Vs de gauche et de droite sont présentés sur les figures 6.13a et b. Sur la figure 6.13a, le premier Vs de gauche montre qu'il y a une activité physiologique autour

de 1 Hz (activité cardiaque) et une autre dans la bande (0-0,45 Hz) alors que le premier et le deuxième Vs de droite montrent une légère variation de l'énergie le long de la durée d'analyse (800 secondes) du signal LDF correspondant au sujet sain. Le deuxième Vs de droite montre qu'il y a plus d'une activité physiologique dans la bande 0-0,45 Hz et montre qu'il y a d'autres activités dans la bande 0-0,15 Hz. Ceci est conforme aux résultats obtenus dans le plan temps-fréquence montrés sur la figure 6.12a. Pour le cas du signal LDF correspondant au sujet artériopathe, le premier Vs de gauche montre qu'il y a une activité physiologique autour de 1,5 Hz (activité cardiaque) et d'autres activités dans la bande 0-0,4 Hz. Le premier Vs de droite montre qu'il y a une légère variation de l'énergie pendant les 500 premières secondes puis une augmentation de l'énergie le long des 300 dernières secondes. Le deuxième Vs de gauche montre que l'énergie dans la bande 0-0,4 Hz est considérable, cette augmentation est bien présentée par le deuxième Vs de droite dans les 300 dernières secondes. Ces observations liées aux premiers deux Vs détectent l'information essentielle du signal LDF contenue dans le plan temps-fréquence. Avec cet exemple, on peut dire que les vecteurs singuliers calculés à partir de la représentation temps-fréquence, peuvent être un moyen de caractérisation des signaux LDF.

### **Application de la décomposition en valeurs singulières pour les signaux d'hypémie réactionnelle**

Prenons maintenant le groupe de sujets étudié précédemment ( dans la section 4.3, page 71. ). Nous avons 7 sujets dont on a enregistré les signaux LDF sur les deux bras : un enregistrement au repos sur un bras et une occlusion pour avoir l'hypémie réactionnelle sur l'autre bras (protocole détaillé dans ( la section 4.3, page 71. )). Les figures 6.14a et b représentent les deux premiers Vs de gauche et de droite de l'ensemble des signaux LDF au repos et avec occlusion respectivement. Le premier Vs de gauche de la figure 6.14a montre qu'il y a une énergie autour de 0,8 Hz correspondant à l'activité physiologique du coeur pour six sujets, le septième sujet possède une activité cardiaque autour de 1,2 Hz. De plus, l'ensemble des sujets possède une énergie concentrée dans la bande 0-0,45 Hz. Ceci est également montré sur la figure correspondant au deuxième Vs de gauche de la figure 6.14a. Cependant, une variation stationnaire le long de la durée d'analyse est constatée sur les deux Vs de droite qui reflètent l'état de repos des sujets sur le site d'enregistrement correspondant. La figure 6.14b présente les deux premiers Vs de droite et de gauche de

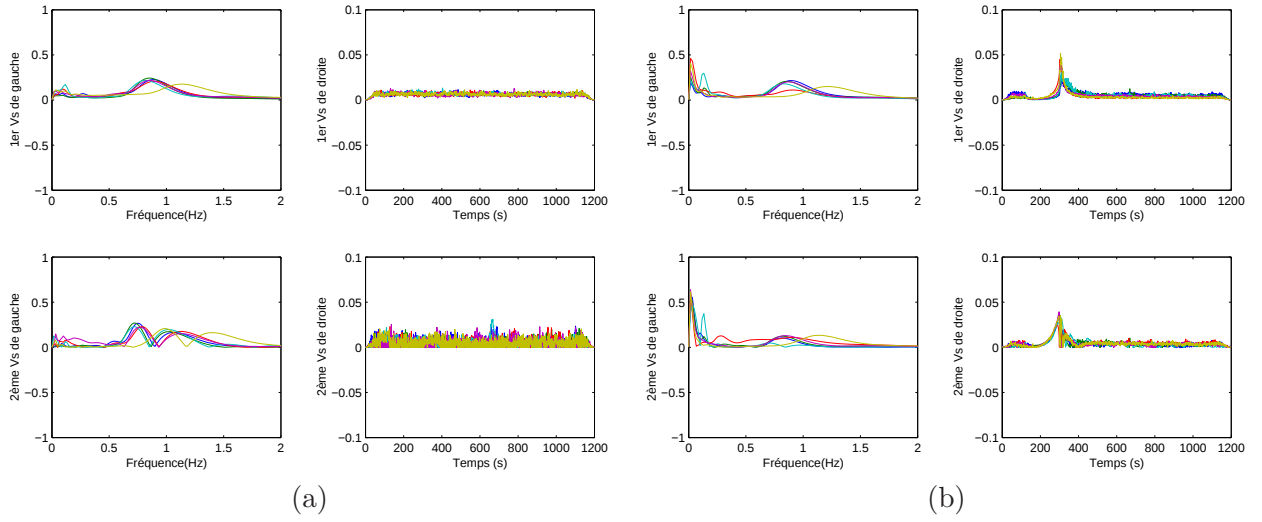


FIG. 6.14 – (a) Premiers et deuxièmes Vs de gauche et de droite de la DVS des sept signaux LDF (bras au repos). (b) Premiers et deuxièmes Vs de gauche et de droite de la DVS des sept signaux LDF (bras avec occlusion).

l'ensemble des signaux étudiés pour le cas de l'occlusion pour avoir l'hypérémie réactionnelle. De la même manière, on retrouve l'activité cardiaque autour de 0,8 Hz pour les six sujets et 1,2 Hz pour septième sujet. Par contre on retrouve une forte augmentation de l'énergie pour l'ensemble des activités physiologiques dans la bande 0-0,45 Hz. Ceci est montré par les deux Vs de gauche de la figure 6.14b. On retrouve une description exacte de la variation de l'énergie le long de la durée d'analyse sur les deux Vs de droite correspondant aux différents segments d'enregistrement. Le premier Vs de droite montre bien qu'il y a 120 secondes de flux fondamental, puis une absence du flux pendant 180 secondes et apparition d'un pic correspondant au phénomène de l'hypérémie après relâchement de l'occlusion. A partir de cette application, on peut dire que les Vs peuvent être utilisés comme caractéristiques discriminatoires pour la détection de certaines pathologies micro-vasculaires à partir de la RTF du signal LDF. Cependant, un ensemble réduit de caractéristiques avec davantage des caractéristiques appropriées peut fournir une meilleure classification avec un coût d'analyse de données réduit [Jai 97]. Ainsi, une technique basée sur la fonction de distribution de probabilité des vecteurs VS (FDPVs) peut être la mieux appropriée dans notre cas [Nak 98], [Gro 00b], [Has 04].

Puisque les vecteurs Vs sont orthonormés, leurs éléments élevés au carré peuvent être vu comme différentes valeurs de la fonction de densité de probabilité (FDP) [Nak 98]. Ainsi, cette FDP peut être utilisée pour le calcul de la fonction de distribution de probabilité.

Posons  $X_{tf}$  la matrice de DTF du signal  $x$ . En utilisant la DVS, cette matrice peut être écrite comme suit :

$$X_{tf} = U\Sigma V^T \quad (6.8)$$

où  $U(M \times M)$ ,  $\Sigma(M \times N)$  et  $V(N \times N)$  sont les matrices des Vs de gauche, valeurs singulières et Vs de droite respectivement. La FDP peut être composée à partir des colonnes individuelles de matrices associées aux Vs de gauche et droite. Par exemple, la FDP correspondant à la première colonne de la matrice  $U$ ,  $f_{U1}$ , est donnée par :

$$f_{U1} = \{u_{11}^2, u_{12}^2, \dots, u_{1M}^2\} \quad (6.9)$$

où  $u_{1i}$  représente le  $i$ ème élément de  $U_1$  (première colonne de  $U$ ), et  $\sum_{i=1}^M u_{1i}^2 = 1$ . La fonction de distribution de probabilité correspondante peut être obtenue par :

$$F_{U1} = \{v_1, v_2, \dots, v_M\} \quad (6.10)$$

où

$$v_j = \sum_{i=1}^j u_{1i}^2 \quad \text{pour } j = 1..M \quad (6.11)$$

Pour illustrer cette sélection réduite de caractéristiques en utilisant l'approche décrite ci-dessus, prenons la DVS de deux matrices temps-fréquence (figure 6.15a et b) correspondant aux deux signaux LDF du groupe de 7 sujets (repos et occlusion). La fonction de distribution de probabilité est calculée ensuite à partir des différentes matrices des vecteurs Vs de gauche et de droite.

Les fonctions de distribution sont non décroissantes, et on peut constater à partir des figures 6.16a, b et 6.17a, b qu'elles n'ont pas de différence significative dans certains endroits. Ceci est reflété dans les histogrammes correspondant, par quelques points avec des valeurs significatives.

En effet, en utilisant ces histogrammes comme caractéristiques pour la détection d'anomalies ou de pathologies, on aura un gain de temps de calcul considérable. Les figures 6.15a et 6.16a représentent les deux premiers Vs de gauche calculés pour deux signaux LDF (bras au repos et avec occlusion). Les histogrammes correspondant montrent une différence significative qui

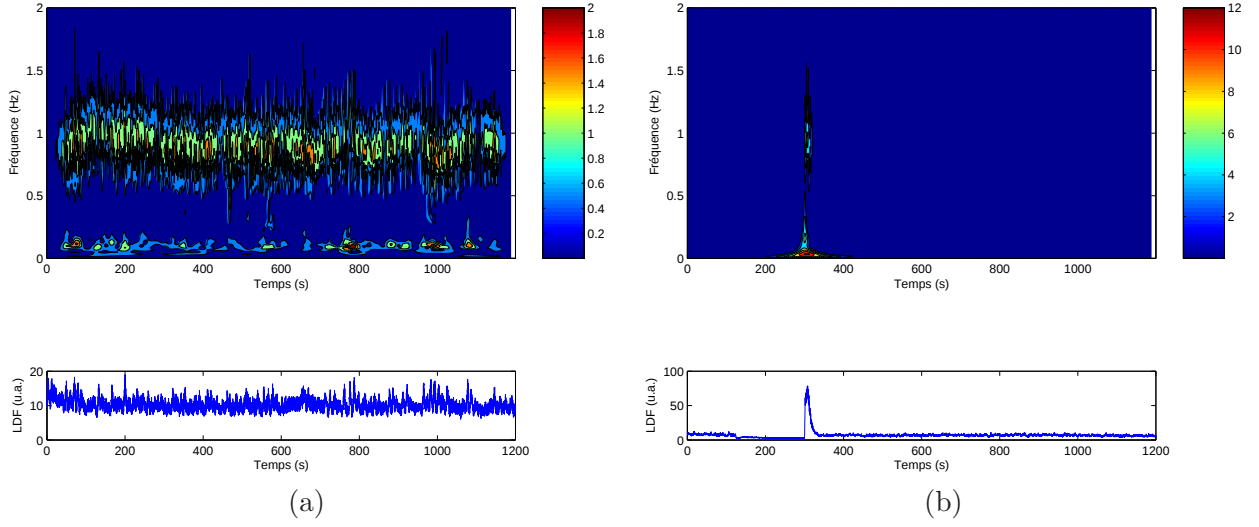


FIG. 6.15 – (a) Signal LDF (bras au repos) et sa représentation temps-fréquence correspondante. (b) Signal LDF (bras avec occlusion) et sa représentation temps-fréquence correspondante.

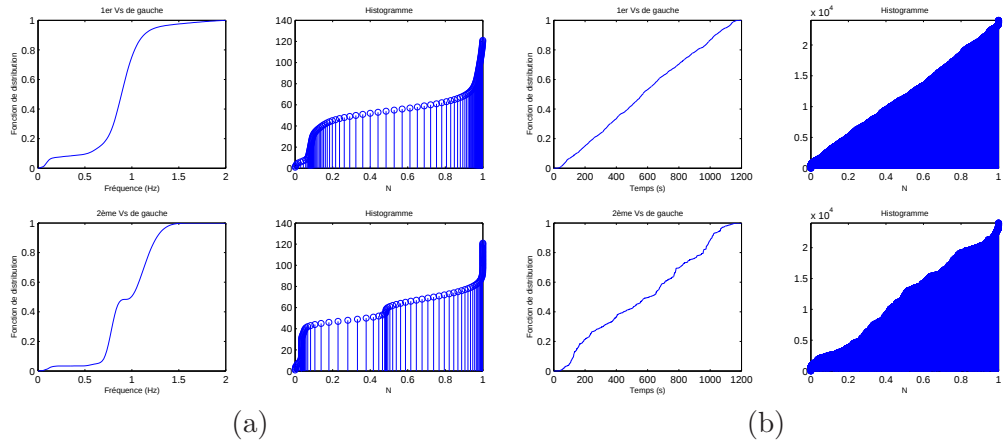


FIG. 6.16 – (a) Premier et deuxième Vs de gauche de la DVS du signal LDF (bras au repos). (b) Premier et deuxième Vs de droite de la DVS du signal LDF (bras au repos).

s'explique par la présence de points nuls sur l'histogramme correspondant au signal LDF avec occlusion. Cette différence est constatée aussi sur les histogrammes des figures 6.16b et 6.17b.

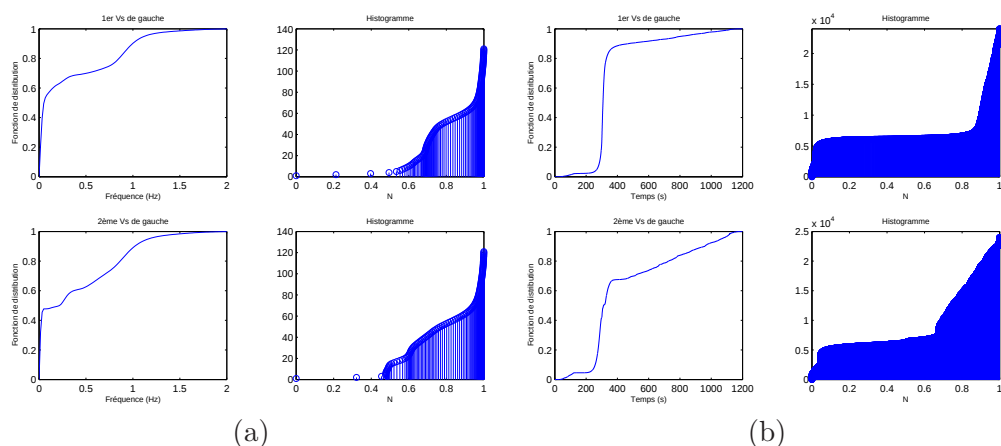


FIG. 6.17 — (a) Premier et deuxième Vs de gauche de la DVS du signal LDF (bras avec occlusion). (b) Premier et deuxième Vs de droite de la DVS du signal LDF (bras avec occlusion).

## 6.4 Conclusion

Cette approche d'extraction de caractéristiques basée sur la décomposition en valeurs singulières et qui repose sur l'étude des vecteurs singuliers de gauche et de droite donne des résultats satisfaisants concernant la discrimination des signaux de fluxmétrie laser Doppler. De plus, elle propose un moyen de réduction de dimension assez important. Quatre vecteurs singuliers sont nécessaires pour représenter l'information utile contenue dans le plan temps-fréquence. Néanmoins, une optimisation de ces vecteurs en utilisant la fonction de distribution de probabilité est toujours nécessaire pour réduire encore plus la taille de l'information contenue dans ces vecteurs. L'approche d'histogramme de cette fonction de distribution permet de sélectionner les valeurs les plus significatives et donc de réduire davantage les dimensions.



# Conclusion et perspectives

Dans ce travail ont été étudiés l'intérêt et l'apport du signal de fluxmétrie laser Doppler (LDF) pour l'étude des activités physiologiques du système cardio-vasculaire. L'analyse temps-fréquence par la transformée en S a montré qu'il est très utile d'analyser les cinq bandes de fréquences correspondant aux cinq activités physiologiques. En effet, la transformée en S fournit une bonne localisation temporelle dans les hautes fréquences et une meilleure résolution fréquentielle dans les basses fréquences, elle fournit aussi une meilleure estimation de l'amplitude du signal grâce à la fenêtre gaussienne utilisée dont l'amplitude varie en fonction de la fréquence. Cette méthode est nouvelle, elle prolonge la puissance de l'analyse spectrale classique d'une façon cohérente pour avoir une analyse temps-fréquence possédant une meilleure résolution, grâce à la gaussienne la valeur minimale de l'inégalité de Heisenberg est atteinte. Dans plusieurs applications, la dépendance inverse de la fréquence à la déviation standard de la localisation gaussienne est une amélioration certaine par rapport à la fenêtre de largeur fixe de la transformée de Fourier à fenêtre glissante. De même, l'information de phase référencée à l'origine dans la transformée en S, la correspondance exacte, la transformée inverse simple, et les possibilités supérieures de la résolution temporelle de cette transformée, sont des améliorations par rapport à l'analyse par ondelettes continue. Cependant, si la transformée en S combine les avantages de la transformée de Fourier à fenêtre glissante et de la transformée en ondelettes, la fenêtre gaussienne utilisée n'est pas idéale pour chaque application. Ceci pourrait être résolu grâce à la transformée en S généralisée qui permet l'utilisation de fenêtres d'analyse avec des dépendances en fréquence asymétriques, et des largeurs qui ne varient pas forcément avec l'inverse de la fréquence. Ceci pourrait permettre une ouverture de la transformée en S dans plusieurs domaines d'applications aussi bien en unidimensionnel qu'en multidimensionnel [Man 97], [McF 99]. Dans le présent travail, la fenêtre gaussienne a donné de bons résultats concernant l'estimation de l'énergie des

signaux de fluxmétrie laser Doppler dans les cinq bandes spectrales correspondant aux cinq activités physiologiques : cardiaque, respiratoire, myogénique, neurogénique et métabolique. On a montré que, grâce à la transformée en S, l'analyse temps-fréquence des signaux LDF peut apporter des informations très utiles pour l'étude du comportement dynamique de ces activités physiologiques. Ceci permet d'identifier certaines pathologies et d'étudier des phénomènes comme l'hyperémie réactionnelle ou l'effet de certaines substances. Néanmoins, dans le système d'aide au diagnostic médical, le problème de décision nécessite des méthodes bien appropriées pour chaque type de signal physiologique. L'extraction de caractéristiques en utilisant la décomposition en valeur singulière et en prenant en compte les vecteurs singuliers de gauche et de droite comme descripteurs des deux paramètres temps et fréquence est une bonne approche pour la réduction de dimensions du plan temps-fréquence redondant et de son interprétation. Ces vecteurs singuliers présentent des éléments significatifs qui reflètent les comportements spectral et temporel des activités physiologiques correspondantes. Ces vecteurs descripteurs nécessitent une représentation optimale afin qu'ils puissent être utilisés dans le processus de classification des signaux LDF et pour l'identification des pathologies correspondantes. La fonction de distribution de probabilité calculée à partir de la fonction de densité de probabilité de la base orthonormée des vecteurs singuliers, est une représentation optimale de ces vecteurs. L'application de cette approche basée sur les vecteurs singuliers a montré une différence significative entre les signaux LDF enregistrés au repos et les signaux LDF enregistrés pendant l'étude de l'hyperémie réactionnelle. Les perspectives de ce travail reposent sur deux points essentiels : le premier consiste à tester d'autres fenêtres d'analyse que la fenêtre gaussienne pour étendre les applications de la transformée en S généralisée et exploiter l'information de phase fournie par la transformée en S. Cette information n'a pas été prise en compte dans cette étude puisque l'instrument d'enregistrement du signal LDF présente lui même un décalage en phase qui doit être compensé [Per 98]. Le deuxième point consiste à finaliser la partie extraction de caractéristiques pour la classification des signaux LDF. La deuxième partie de cette thèse a porté sur l'extraction de caractéristiques ou descripteurs pouvant être significatifs pour la classification des signaux. Cette dernière étape n'a pas été finalisée par manque d'une vraie base de signaux LDF standard qui contiendrait l'ensemble des cas pathologiques. L'absence de cette base est due à la jeunesse de la technique LDF qui aujourd'hui est en plein essor et qui commence à voir le jour dans plusieurs services

---

cardio-vasculaires dans le monde.



# Bibliographie

- [Abb 86] S. Abboud, I. Bruderman, and D. Sadeh. “Frequency and time domain analysis of air flow breath patterns in patients with COAD”. *Comp. Biomed. Res.*, Vol. 19, pp. 266–275, 1986.
- [Aks 81] S. Akselrod, D. Gordon, F. Ubel, D. Shannon, A. Berger, and R. Cohen. “Power spectrum analysis of heart rate fluctuation : a quantitative probe of beat-to-beat cardiovascular control”. *Science*, Vol. 213, No. 4504, pp. 220–222, Juillet 1981.
- [Alm 94] N. Almond. *Laser Doppler*, Chap. *Laser Doppler Flowmetry : Theory and Practice*, pp. 17–32. Med-Orion Publishing Company, London, Los Angeles, Nicosia, 1994.
- [Alt 80] R. Altes. “Detection Estimation and Classification with Spectrogram”. *Journ. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 67, No. 4, pp. 1232–1246, 1980.
- [Ami 92] M. Amin. *Time-Frequency Signal Analysis : Methods and Applications*. 1992.
- [Arr 97] S. Arridge and J. Hebden. “Optical Imaging in Medicine II : Modelling and Reconstruction”. *Phys. Med. Biol.*, Vol. 45, pp. 841–853, 1997.
- [Arr 99] S. Arridge. “Optical Tomography in medical imaging”. *Inverse Problems*, Vol. 15, pp. R41–R93, 1999.
- [Ass 04a] S. Assous, A. Humeau, A. Kořtka, and J.-P. L’Huillier. “Laser Doppler flowmetry time-frequency analysis by the S-transform”. In : P. of The Second IASTED International Conference on Biomedical Engineering, Ed., *The Second IASTED International Conference on Biomedical Engineering*, pp. 318–321, B. Tilg, ACTA Press, Innsbruck, AUSTRIA, Février 2004.
- [Ass 04b] S. Assous, A. Humeau, P. Léger, H. Boccalon, and J.-P. L’Huillier. “Time-frequency analysis of laser Doppler flowmetry signals computed thanks to the S-transform on

- healthy subjects and on patients suffering from peripheral arterial occlusive diseases". In : *First IEEE-EURASIP International Symposium on Control, Communications, and Signal Processing*, pp. 41–44, SuviSoft Oy Ltd, Hammamet, TUNISIE, Mars 2004.
- [Ass 05a] S. Assous, A. Humeau, M. Tartas, P. Abraham, and J.-P. L’Huillier. “Physiological effects of indomethacin and celecoxib : a S-transform laser Doppler flowmetry signal analysis”. *Phys. Med. Biol.*, Vol. 50, pp. 1951–1959, 2005.
- [Ass 05b] S. Assous, A. Humeau, M. Tartas, P. Abraham, and J.-P. L’Huillier. “S-transform applied to laser Doppler flowmetry reactive hyperemia signals”. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 2005. En révision.
- [Atk 98] P. Atkins. *Physical Chemistry*. Oxford, 1998.
- [Avi 01] S. Aviyente and J. Williams. “Information bounds for random signals in time-frequency plane”. In : *Proc of the ICASSP*, 2001.
- [Ban 04] A. Bandrivskyy, A. Bernjak, P. McClintock, and A. Stefanovska. “Wavelet phase coherence analysis : application to skin temperature and blood flow”. *Cardiovascular Engineering*, Vol. 4, No. 1, pp. 89–93, 2004.
- [Bar 00] R. Baraniuk, M. Coates, and P. Steeghs. “Hybrid Linear/Quadratic Time-frequency Attributes”. In : *Proc. ICASSP*, pp. II681–II684, 2000.
- [Bar 01] R. Baraniuk, P. Flandrin, A. Janssen, and O. Michel. “Measuring time-frequency contents using the Rényi Entropie”. *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 41, No. 4, pp. 1589–1601, Mai 2001.
- [Bar 89] H. Barlow. “Unsupervised Learning”. *Neural Computation*, Vol. 1, pp. 295–311, 1989.
- [Bel 94] G. Belcaro, U. Hoffman, A. Bollinger, and A. Nicolaides. *Laser Doppler*. Med-Orion Publishing Company, London, Los Angeles, Nicosia, 1994.
- [Ben 51] A. Bennett, H. Osterburg, H. Jupnitz, and O. Richards. *Phase microscopy*. New York, 1951.
- [Ben 94] E. Benditt and S. Schwartz. *Pathology*, Chap. Blood Vessels, pp. 454–501. J.B. Lippincott Company, Philadelphia, 1994.

- 
- [Ber 02] M. Berghoff, M. Kathpal, S. Kilo, M. Hilz, and R. Freeman. “Vascular and neural mechanisms of ACh-mediated vasodilation in the forearm cutaneous microcirculation”. *J. Appl. Physiol.*, Vol. 92, pp. 780–788, 2002.
- [Ber 94] S. Bertuglia, A. Colantuoni, and M. Intaglietta. “Effects of L-NMMA and indomethacin on arteriolar vasomotion in skeletal muscle microcirculation of conscious and anesthetized hamsters”. *Microvasc. Res.*, Vol. 48, No. 1, pp. 68–84, Juillet 1994.
- [Ber 95] R. Berg. *Laser-Based Cancer Diagnostics and Therapy-Tissue Optics Considerations*. PhD thesis, Division of Atomic Physics, Lund Institute of Technology, Lund, 1995.
- [Bis 96] C. Bishop. *Neural Networks for pattern recognition*. Oxford University Press, New York, 1996.
- [Bla 81] A. Blanc-Lapierre and B. Picinbono. *Fonctions aléatoires*. Collection technique et scientifique des télécommunications, Paris, 1981.
- [Blo 76] P. Bloomfield. *Fourier analysis of time series : An introduction*. 1976.
- [Boa 02] B. Boashash. *Time Frequency Signal Analysis and Processing*. Prentice-Hall, 2002.
- [Bol 74] A. Bollinger, P. Butti, J.-P. Barras, H. Trachsler, and W. Siegenthaler. “Red Blood Cell Velocity in Nailfold Capillaries of Man Measured by a Television Microscopy Technique”. *Microvasc. Res.*, Vol. 7, pp. 61–72, 1974.
- [Bol 89] F. Bolin, L. Preuss, R. Taylor, and R. Ference. “Refractive index of some mammalian tissues using a fiber optic cladding method”. *Appl. Opt.*, Vol. 28, pp. 2297–2303, 1989.
- [Bon 81] R. Bonner and R. Nossal. “Model for laser Doppler measurements of blood flow in tissue”. *Appl. Opt.*, Vol. 20, No. 12, pp. 2097–2107, 1981.
- [Bon 90] R. Bonner and R. Nossal. *Laser-Doppler Blood Flowmetry*, Chap. Principles of Laser-Doppler Flowmetry, pp. 17–45. Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, USA, 1990.
- [Bor 94] J. Borgos. *Laser Doppler*, Chap. Principles of Instrumentation : Calibration and Technical Issues, pp. 3–16. Med-Orion Publishing Company, London, Los Angeles, Nicosia, 1994.

- [Bra 90] I. Braverman, A. Keh, and D. Goldminz. “Correlation of Laser Doppler Wave Patterns with Underlying Microvascular Anatomy”. *J. Invest. Dermatol.*, Vol. 95, No. 3, pp. 283–286, 1990.
- [Bra 98] M. Bracic and A. Stefanovska. “Wavelet-based Analysis of Human Blood-flow Dynamics”. *Bull. Math. Biol.*, Vol. 60, pp. 919–935, 1998.
- [Bri 74] E. Brigham. *The fast Fourier transform*. Prentice-Hall Inc, 1974.
- [Bul 03] D. Bulut, R. Potthast, C. Hanefeld, T. Schulz, M. Kuhn, and A. Mugge. “Impaired vasodilator responses to atrial natriuretic peptide in essential hypertension”. *Eur. J. Clin. Invest.*, Vol. 33, pp. 567–573, 2003.
- [Cal 02] A. Calkin, K. Sudhir, S. Honisett, M. Williams, T. Dawood, and P. Komesaroff. “Rapid potentiation of endothelium-dependent vasodilation by estradiol in postmenopausal women is mediated via cyclooxygenase 2”. *J. Clin. Endocrinol. Metabol.*, Vol. 87, pp. 5072–5075, 2002.
- [Car 99] R. Carmona, L. Huang, and B. Torrésani. “Multiridge detection and time-frequency reconstruction”. *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 47, No. 2, pp. 480–492, Février 1999.
- [Che 90] W. Cheong, S. Prahl, and A. Welch. “A Review of the optical properties of Biological Tissues”. *IEEE J. Quant. Elec.*, Vol. 26, pp. 2166–2185, 1990.
- [Cho 89] H. Choi and W. Williams. “Improved time-frequency representation of multicomponent signals using exponential kernels”. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. 37, pp. 862–871, 1989.
- [Chu 96] P. Chu. “The S-transform for obtaining localized spectra”. *Journal of Marine Technological Society*, Vol. 29, No. 4, pp. 28–38, 1996.
- [Coa 98] M. Coates. *Time-frequency modelling*. PhD thesis, Université de Cambridge, Angleterre, 1998.
- [Coh 89] L. Cohen. “Time-frequency distributions - a review”. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 77, No. 7, pp. 941–979, 1989.
- [Coh 95] L. Cohen. *Time-frequency Analysis*. Prentice-Hall, 1995.

- 
- [Col 93] A. Colontuoni, S. Bertuglia, and M. Intaglietta. “Biological zero of laser Doppler fluxmetry : Microcirculatory correlates in the hamster cheek pouch during flow and no flow conditions”. *Int. J. Microcirc.*, Vol. 13, pp. 125–136, 1993.
- [Com 94] P. Comon. “Independent Component Analysis, a new concept”. *Signal Processing, Elsevier*, Vol. 36, No. 3, pp. 287–314, 1994. Special issue on Higher-Order Statistics.
- [Con 84] J. Conway, K. Norris, and C. Bodwell. “A new approach for the estimation of body composition : infrared interactance”. *Am. J. Clin. Nutri.*, Vol. 40, pp. 1123–1130, 1984.
- [Coo 96] C. Cooper, E. Elwell, J. Meek, S. Matcher, J. Wyatt, M. Cope, and D. Delpy. “The Noninvasive Measurement of Absolute Cerebral Deoxyhaemoglobin Concentration and Mean Optical Path Length in the Neonatal Brain by Second Derivative Near Infrared Spectroscopy”. *Pediat. Res.*, Vol. 39, pp. 32–38, 1996.
- [Cop 91] M. Cope. *The development of a near infrared spectroscopy system and its application for non invasive monitoring of cerebral blood and tissue oxygenation in the newborn infant*. PhD thesis, Université de Londre, 1991.
- [Dal 04] A. Dalle-Ave, S. Kubli, S. Golay, A. Delachaux, L. Liaudet, B. Waeber, and F. Feihl. “Acetylcholine-Induced Vasodilation and reactive Hyperemia are not affected by acute Cyclo-Oxygenase Inhibition in human skin”. *Microcirculation*, Vol. 11, pp. 327–336, 2004.
- [Dau 90] I. Daubechies. “The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis”. *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. 36, No. 5, 1990.
- [Dec 96] G. Deco and D. Obradovic. *An Information-Theoretic Approach to Neural Computing*. Springer-Verlag, New York, 1996.
- [Del 86] R. Del Guercio, G. Leonardo, and M. Arpaia. “Evaluation of postischemic hyperemia on the skin using laser Doppler velocimetry : study on patients with claudicatio intermittens”. *Microvasc. Res.*, Vol. 32, pp. 289–299, 1986.
- [Dem 77] A. Dempster, N. M. Laird, and D. Rubin. “Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm”. *Journal of the Royal Statistical Society series B*, Vol. 39, pp. 1–38, 1977.

- [Dur 02] S. Durand, B. Fromy, P. Bouyé, J.-L. Saumet, and P. Abraham. “Current-induced vasodilation during water iontophoresis (5min, 0.10 mA) is delayed from current onset and involves aspirin sensitive mechanisms”. *J. Vasc. Res.*, Vol. 39, pp. 59–71, 2002.
- [Ene 97] A. Enejder. *Light scattering and absorption in tissue-models and measurements*. PhD thesis, Department of Physics, Lund Institute of Technology, Université de Lund, Lund, 1997.
- [Era 96] M. Eramian, R. Schincariol, R. Stockwell, R.G. Lowe, and L. Mansinha. “Review of applications of 1-d and 2-d S transforms”. *Wavelet Applications*, Vol. IV, No. 3078, p. 3078, 1996.
- [Era 99] M. Eramian, R. Schincariol, L. Mansinha, and R. Stockwell. “Generation of aquifer heterogeneity maps using two dimensional spectral texture segmentation techniques”. *Mathematical Geology*, Vol. 31, No. 3, pp. 327–348, 1999.
- [Eve 84] B. Everitt. *An Introduction to Latent Variable Models*. Chapman and Hill, London, 1984.
- [Fag 94] B. Fagrell. *Laser Doppler*, Chap. Problems Using Laser Doppler on the Skin in Clinical Practice, pp. 49–54. Med-Orion Publishing Company, London, Los Angeles, Nicosia, 1994.
- [Far 92] M. Farge. “Wavelet transforms and their application to turbulence”. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 24, pp. 395–457, 1992.
- [Fis 50] R. Fisher. “The use of multiple measurements in taxonomic problems”. *Ann. Eugenics*, Vol. 7, pp. 179–188, 1950. Reprinted in contributions to mathematical statistics, John Wiley, New York.
- [Fla 93] P. Flandrin. *Temps-fréquences*. Paris, 1993.
- [Fri 74] W. Friedmann and J. Tukey. “Projection pursuit algorithm for exploratory data analysis”. *IEEE. trans. Comp.*, Vol. 23, pp. 881–889, 1974.
- [Fri 98] C. Fritts, D. Riggin, B. Balsley, and R. Stockwell. “Recent results with an mf radar at mcmurdo, antarctica : Characteristics and variability of motions near 12-hour period in the mesosphere”. *Geophysical Research Letters*, Vol. 25, No. 3, pp. 297–300, 1998.

- 
- [Fuk 90] K. Fukunaga. *Introduction to statistical pattern recognition*. Academic Press, San Diego, 1990.
- [Ful 96] A. Fullerton, C. Avnstorp, T. Agner, L. Dahl, J.C. Olsen, and J. Serup. "Patch test study with calcipotriol ointment in different patient groups, including psoriatic patients with and without adverse dermatitis". *Acta Derm. Venereol.*, Vol. 76, No. 3, pp. 194–202, 1996.
- [Gab 46] D. Gabor. "Theory of communication". *J. Inst. Elect. Eng.*, Vol. 93, No. 3, pp. 429–457, 1946.
- [Gat 92] I. Gath, C. Feuerstein, D. Pham, and G. Rondouin. "On the Tracking of Rapid Dynamic Changes in Seizure EEG". *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 39, No. 9, pp. 952–958, Septembre 1992.
- [Gem 95] M. van Gemert, A. Welch, and W. Star. *Optical-Thermal Response of Laser-Irradiated Tissue*, Chap. One-Dimensional Transport Theory, pp. 47–72. Plenum Press, New York, 1995.
- [Gha 97] Z. Ghahramani and G. Hinton. "The EM algorithm for mixtures of factor analyzers". Technical Report CRG-TR-96-1, Dept. of Computer Science, Université de Toronto, Février 1997.
- [Gha 98] A. Ghajar and J. Miles. "The differential effect of the level of spinal cord stimulation on patients with advanced peripheral vascular disease in the lower limbs". *Br. J. Neurosurg.*, Vol. 12, No. 5, pp. 402–408, 1998.
- [Gou 84] P. Goupillaud, A. Grossmann, and J. Morlet. "Cycle-octave and related transforms in seismic analysis". *Geoexploration*, Vol. 23, pp. 85–102, 1984.
- [Gov 85] O. Govrin, D. Sadeh, S. Akselrod, and S. Abboud. "Cross correlation technique for arrhythmia detection using PR and PP intervals". *Comp. Biomed. Res.*, Vol. 18, pp. 37–45, 1985.
- [Gri 94] T. Griffith and D. Edwards. "EDRF suppresses chaotic pressure oscillations in isolated resistance artery without influencing intrinsic complexity". *Am. J. Physiol.*, Vol. 266, pp. H1786–H1800, 1994.

- [Gro 00a] D. Groutage and D. Bennink. “Feature sets for nonstationary signals derived from moments of the singular value decomposition of Cohen-Posch (positive time-frequency) distributions”. *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 48, No. 5, pp. 1498–1503, 2000.
- [Gro 00b] D. Groutage and D. Bennink. “A new matrix decomposition based on optimum transformation of the singular value decomposition basis sets yields principal features of time-frequency distributions”. In : *Proc. 10th IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, pp. 598–602, Pocono Manor, Pa , ETATS UNIS D’AMÉRIQUE, Août 2000.
- [Gro 99] W. Groner, J. Winkelman, A. Harris, C. Ince, G. Bouma, K. Messmer, and R. Nadeau. “Orthogonal polarization spectral imaging : A new method for study of the microcirculation”. *Nature Med.*, Vol. 5, No. 10, pp. 1209–1213, 1999.
- [Gu 02] J. Gu, S. Ni and J. Yuan. “Non-stationary signal analysis and transient machining process condition monitoring”. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 42, No. 1, pp. 41–51, 2002.
- [Gus 87] R. Gush, R. Taylor, and M. Jayson. “Cute effects of sublingual nifedipine in patients with Raynaud’s phenomenon”. *J. Cardiovasc. Pharmacol.*, Vol. 9, No. 5, pp. 628–631, 1987.
- [Guy 91] A. Guyton. *Textbook of medical physiology*. Philadelphia, London, Toronto, Montreal, Sydney, Tokyo, 1991.
- [Hal 73] S. Hales. *Statistical Essays II*. Haemastaticks, London : Innings Manby, 1773.
- [Has 04] H. Hassanpour, M. Mesbah, and B. Boashash. “Time-Frequency Feature Extraction of Newborn EEG Seizure Using SVD-Based Techniques”. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, Vol. 16, pp. 2544–2554, 2004.
- [Has 91] Y. Hasegawa, Y. Yamada, M. Tamura, and Y. Nomura. “Monte Carlo simulation of light transmission through living tissues”. *Appl. Opt.*, Vol. 30, pp. 4515–4520, 1991.
- [Hec 87] E. Hecht. *Optics*. Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1987.
- [Hir 93a] M. Hiraoka, M. Firbank, M. Essenpreis, M. Cope, S. Arridge, P. van der Zee, and D. Delpy. “Monte Carlo simulation of light transport through inhomogeneous tissue”. In : *Proc. SPIE*, pp. 149–159, 1993.

- 
- [Hir 93b] M. Hiraoka, M. Firbank, M. Essenpreis, M. Cope, S. Arridge, P. van der Zee, and D. Delpy. “A Monte Carlo investigation of optical pathlength in inhomogeneous tissue and its application to near infrared spectroscopy”. *Phys. Med. Biol.*, Vol. 38, pp. 1859–1876, 1993.
- [Hla 92] F. Hlawatsch and G. Boudreaux-Bartels. “Linear and quadratic time-frequency signal representations”. *IEEE Signal Process. Mag.*, Vol. 9, pp. 21–67, 1992.
- [Hof 90] U. Hoffman, A. Yanar, U. Franzeck, J. Edvards, and A. Bollinger. “The frequency histogram : a new method for the evaluation of laser Doppler flux motion”. *Microvasc. Res.*, Vol. 40, pp. 293–301, 1990.
- [Hor 02a] C. Hory. *Mélanges de distribution du  $\chi^2$  pour l’interprétation d’une représentation temps-fréquence*. PhD thesis, INPG, Grenoble, France, 2002.
- [Hor 02b] C. Hory, N. Martin, and A. Chehikian. “Spectrogram segmentation by means of statistical features for non-stationary signal interpretation”. *IEEE Trans. on signal processing*, Vol. 50, No. 12, pp. 2915–2925, Décembre 2002.
- [Hor 03] C. Hory and N. Martin. “Time-Frequency modelization as a mixture of  $\chi^2$  Distributions”. In : *Proceedings of SSP’03*, pp. 233–236, Septembre/Octobre 2003.
- [Hot 33] H. Hotelling. “Analysis of a Complex of Statistical Variables in Principal Components”. *Journal of Educational Psychology*, Vol. 24, pp. 417–441, 1933.
- [Hul 80] H. van de Hulst. *Multiple light scattering : tables, formulas and applications*. New York, 1980.
- [Hum 02] A. Humeau, A. Koitka, J.-L. Saumet, and J.-P. L’Huillier. “Wavelet de-noising of laser Doppler reactive hyperemia signals to diagnose peripheral arterial occlusive diseases”. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 49, No. 11, pp. 1369–1371, 2002.
- [Iab 97] M. Iabichella, G. Dell’Omo, E. Melillo, and R. Pedrinelli. “Calcium channel blockers blunt postural cutaneous vasoconstriction in hypertensive patients”. *Hypertension*, Vol. 29, No. 3, pp. 751–756, 1997.
- [Ikr 98] M. Ikram, A. Belouchrani, K. Abed-Meraim, and D. Gesbert. “Parametric estimation and suppression of non-stationary interference in spread spectrum communications”.

- In : *Proc. of 32nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pp. 1401–1405, Pacific Grove, CA, 1998.
- [Ish 78] A. Ishimaru. *Wave propagation and scattering in random media*. New York, 1978.
- [Ish 89] A. Ishimaru. “Diffusion of light in turbid material”. *Appl. Opt.*, Vol. 28, No. 12, pp. 2210–2215, 1989.
- [Jac 98] S. Jacques. *Skin Optics*. <http://omlc.ogi.edu/news/jan98/skinoptics.html>, 1998.
- [Jai 97] A. Jain and D. Zongker. “Feature selection : evaluation, application, and small sample performance”. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 19, No. 2, pp. 153–158, 1997.
- [Jan 91] A. Janssen. “Optimality property of the Gaussian window spectrogram”. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. ASSP-39, 1991.
- [Joh 94] K. Johansson. *Laser Doppler*, Chap. Assessment of Intestinal Ischemia, pp. 189–200. Med-Orion Publishing Company, London, Los Angeles, Nicosia, 1994.
- [Kas 89] J. Kastrup, J. Buhlow, and N. Lassen. “Vasomotion in human skin before and after local heating recorded with laser Doppler flowmetry. A method for induction of vasomotion”. *Int. J. Microcirc. : Clin. Exp.*, Vol. 8, pp. 205–215, 1989.
- [Kas 95] S. Kassam. *Signal Detection in Non-Gaussian Noise*. John Wily and Sons, New York, 1995.
- [Ket 49] S. Kety. “Measurement of regional circulation by the local clearance of radioactive sodium”. *Am. Heart J.*, Vol. 38, No. 3, pp. 321–328, 1949.
- [Kha 00] F. Khan, T. Elhadd, S. Greene, and J. Belch. “Impaired skin microvascular function in children, adolescents, and young adults with Type 1 Diabetes”. *Diabetes Care.*, Vol. 23, No. 2, 2000.
- [Kha 97] F. Khan, N. Davidson, R. Littelford, S. Litchfield, A. Struthers, and J. Belch. “Cutaneous vascular responses to acetylcholine are mediated by a prostanoid-dependent mechanism in man”. *Vasc. Med.*, Vol. 2, pp. 82–86, 1997.
- [Kie 97] A. Kienle and M. Patterson. “Determination of the optical properties of semi-infinite

- 
- turbid media from frequency-domain reflectance close to the source”. *Phys. Med. Biol.*, Vol. 42, pp. 1801–1819, 1997.
- [Kit 85] R. Kitney, T. Fulton, A. McDonald, and D. Linkens. “Transient interactions between blood pressure, respiration and heart rate in man”. *J. Biomed. Eng.*, Vol. 7, pp. 217–224, 1985.
- [Kro 93] K. Krohg-Sorensen and O. Lunde. “Perfusion of the human distal colon and rectum evaluated with endoscopic laser Doppler flowmetry. Methodologic aspects”. *Scand. J. Gastroenterol.*, Vol. 28, No. 2, pp. 104–108, 1993.
- [Kru 69] J. Kruskal. *Statistical computation*, Chap. Toward a practical method which helps uncover the structure of a set of multivariate observations by finding the linear transformation which optimizes a new index of condensation, pp. 427–440. Academic Press, New York, 1969.
- [Kva 03] P. Kvandal, A. Stefanovska, M. Veber, H. Kvermmo, and K. Kirkeboen. “Regulation of human cutaneous circulation evaluated by laser Doppler flowmetry, iontophoresis, and spectral analysis : importance of nitric oxide and prostaglandines”. *Microvascular Research*, Vol. 65, pp. 160–171, 2003.
- [Kve 03] H. Kvernmo, A. Stefanovska, and K. Kirkeboen. “Enhanced endothelial activity reflected in cutaneous blood flow oscillations of athletes”. *Eur J. Appl. Physiol.*, Vol. 90, pp. 16–22, 2003.
- [Kve 89] K. Kvernebo, C. Slagsvold, and E. Stranden. “Laser Doppler flowmetry in evaluation of skin post-ischaemic reactive hyperaemia. A study in healthy volunteers and atherosclerotic patients”. *J. Cardiovasc. Surg.*, Vol. 30, pp. 70–75, 1989.
- [Kve 98] A. Kvernmo, H.D. and Stefanovska, M. Bracic, K. Kirkeboen, and K. Kvernebo. “Spectral analysis of the laser Doppler perfusion signal in human skin before and after exercise”. *Microvascular Research*, Vol. 56, pp. 173–182, 1998.
- [Lar 02] M. Larsson, W. Steenbergen, and T. Stromberg. “Influence of Optical Properties and Fibre Separation on Laser Doppler Flowmetry”. *Journal of Biomed. Opt.*, Vol. 7, No. 2, pp. 236–243, 2002.
- [Leg 98] P. Leger. “Doppler laser spectral analysis in patients with Raynaud’s phenomenon

- during a standard heat exposure test”. *Ann. de Derm. et de Ven.*, Vol. 125, pp. 28–29, 1998.
- [Lem 95] O. Lemoine. *Détection de signaux non stationnaires par représentation temps-fréquences*. PhD thesis, Université de Nice, France, Septembre 1995.
- [Lep 02] B. Leprettre and N. Martin. “Extraction of pertinent subsets from time-frequency representations for detection and recognition purposes”. *Signal Processing*, Vol. 82, No. 2, pp. 229–238, Février 2002.
- [Man 97] L. Mansinha, R. Stockwell, and R. Lowe. “Pattern analysis with two dimensional spectral localization : Applications of two dimensional s transforms”. *Physica A*, Vol. 239, pp. 286–295, 1997.
- [Mar 03] N. Martin, C. Hory, and M. Huchard. “Chi2 Law Mixture For an Unsupervised Time-Frequency Pattern Extraction”. In : *Proceedings of ICSV’03*, 2003.
- [Mar 04] N. Martin and C. Doncarli. *Décision dans le plan temps-fréquence*. France, 2004.
- [Mar 85] N. Marinovic and G. Eichmann. “Feature extraction and pattern classification in space-spatial frequency domain”. In : P. of SPIE, Ed., *SPIE Intelligent Robots and Computer Vision*, pp. 19–25, Septembre 1985.
- [Mar 94] A. Martinez-Hernandez. *Pathology*, Chap. Repair, Regeneration, and Fibrosis, pp. 68–95. J.B. Lippincott Company, Philadelphia, 1994.
- [McF 99] P. McFadden, J. Cook, and L. Forster. “Decomposition of gear vibration signals by the generalised S-transform”. *Mech. Syst. Signal Process.*, Vol. 13, pp. 691–707, 1999.
- [Mic 84] J. Micheels, B. Alsbjorn, and B. Sorensen. “Clinical use of laser Doppler flowmetry in a burns unit”. *Scand. J. Plast. Reconstr. Surg.*, Vol. 18, No. 1, pp. 65–73, 1984.
- [Moo 01] Moor. *Laser Doppler references*. [http://www.moor.co.uk/f\\_laser\\_doppler\\_references.htm](http://www.moor.co.uk/f_laser_doppler_references.htm), 2001.
- [Mor 82a] J. Morlet, G. Arens, E. Fourgeau, and D. Giard. “Wave propagation and sampling theory 1. complex singal and scattering in multilayered media”. *Geophysics*, Vol. 47, No. 2, pp. 203–221, 1982.
- [Mor 82b] J. Morlet, G. Arens, E. Fourgeau, and D. Giard. “Wave propagation and sampling

- 
- theory 2. sampling theory and complex waves". *Geophysics*, Vol. 47, No. 2, pp. 222–361, 1982.
- [Mor 96] S. Morris and A. Shore. "Skin blood flow responses to the iontophoresis of acetylcholine and sodium nitroprusside in man. possible mechanisms". *J. Physiol.*, Vol. 496, pp. 531–542, 1996.
- [Muc 96] M. Muck-Weymann, H.-P. Albrecht, D. Hager, D. Hiller, O. Hornstein, and R. Bauer. "Respiratory-dependent laser-Doppler flux motion in different skin areas and its meaning to autonomic nervous control of the vessels of the skin". *Microvasuclar Res.*, Vol. 52, pp. 69–78, 1996.
- [Nad 01] R. Nadeau and W. Groner. "Innovative Non- or Minimally-Invasive Technologies for Monitoring Health and Nutritional Status in Mothers and Young Children". *J. Nutr.*, Vol. 131, No. 5, pp. 1610S–1614S, 2001.
- [Nak 98] G. Nakos and D. Joyner. *Linear Algebra with Applications*. Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove, Calif, ETATS UNIS D'AMÉRIQUE, 1998.
- [Nik 95] C. Nikias and M. Shao. *Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications*. John Wiley and Sons, New York, 1995.
- [Nil 02] G. Nilsson. "Personal communication". Tech. Rep., 2002.
- [Nil 80a] G. Nilsson, T. Tenland, and P. Oberg. "Evaluation of a laser Doppler flowmeter for measurement of tissue blood flow". *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. BME-27, No. 10, pp. 597–604, 1980.
- [Nil 80b] G. Nilsson, T. Tenland, and P. Oberg. "A new instrument for continuous measurement of tissue blood flow by light beating spectroscopy". *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. BME-27, No. 10, pp. 12–19, 1980.
- [Nil 84] G. Nilsson. "Signal processor for Laser Doppler Tissue Flowmeters". *Med. Biol. Eng. Comp.*, Vol. 22, pp. 343–348, 1984.
- [Nil 90] G. Nilsson. *Laser-Doppler BloodFlowmetry*, Chap. Perimed's LDV flowmeter, pp. 57–72. Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, 1990.
- [Nil 91] G. Nilsson, A. Jakobsson, and K. Wardell. *Bioptics : Optics in Biomedicine and*

- Environmental Sciences*, Chap. Tissue perfusion monitoring and imaging by coherent light scattering, pp. 90–109. Vol. 1524, 1991.
- [Nil 96] G. Nilsson, M. Arildsson, and M. Linden. *Biomedical Optical Instrumentation and Laser-Assisted Biotechnology*, Chap. Recent development in laser Doppler perfusion imaging for two-dimensional tissue blood flow mapping, pp. 109–119. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996.
- [Noo 98] J. Noon, B. Walker, M. Hand, and D. Webb. “Studies with iontophoretic administration of drugs to human dermal vessels in vivo : cholinergic vasodilation is mediated by dilator prostanoids rather than nitric oxide”. *Br. J. Pharmacol.*, Vol. 45, pp. 545–550, 1998.
- [Obe 90] P. Oberg. “Laser-Doppler Flowmetry”. *Crit. Rev. Biomed. Eng.*, Vol. 18, No. 2, pp. 125–163, 1990.
- [Odo 99] J. Odobez, E. Roy, and P. Abraham. “Analyse d’images temps-fréquences de signaux Doppler du flux sanguin par modèles déformables”. In : *17ème Colloque GRETSI*, pp. 1193–1197, 1999.
- [Oul 99] A. Ouldali. *Modélisation statistique et identification des signaux FM à phase polynomiale*. PhD thesis, LSS, Supélec, Université de Paris XI, France, 1999.
- [Pap 77] A. Papoulis. *Signal analysis*. McGraw-Hill Book Company, 1977.
- [Pat 91] M. Patterson, B. Wilson, and D. Wyman. “The Propagation of Optical Radiation in Tissue I. Models of Radiation Transport and their Application”. *Lasers Med. Sci.*, Vol. 6, pp. 155–168, 1991.
- [Per 98] Perimed. *The Perimed Literature Reference no 14*. [http://www.perimed.se/p\\_References/Ref/ref14.pdf](http://www.perimed.se/p_References/Ref/ref14.pdf), 1998.
- [Pie 97] V. Pierson. *Extraction de sous-ensembles Temps-Fréquences en vue de’une prise de décision en non stationnaire. Application en acoustique sous-marine*. PhD thesis, INPG, Grenoble, France, 1997.
- [Pin 03] C. Pinnegar and L. Mansinha. “The S-Transform of windows arbitrary and varying shape”. *Geophys.*, Vol. 68, No. 1, 2003.

- 
- [Por 80] M. Portnoff. "Time-frequency representation of digital signals and systems based on short-time Fourier analysis". *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-28, No. 1, 1980.
- [Qia 99] S. Qian and D. Chen. "Understanding the nature of signals whose power spectra change with time". *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. March, pp. 51–67, 1999.
- [Ric 02] C. Richard. "Time-Frequency-based detection using discret-time discret-frequency wigner distributions". *IEEE Trans. on Signal processing*, Vol. 50, No. 9, pp. 2170–2176, Septembre 2002.
- [Rio 91] O. Rioul and M. Vetterli. "Wavelets and signal processing". *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 8, pp. 14–38, 1991.
- [Riv 72] C. Riva, B. Ross, and G. Benedek. "Laser Doppler measurements of blood flow in capillary tubes and retinal arteries". *Invest. Ophthalmol.*, Vol. 11, No. 11, pp. 936–944, 1972.
- [Rog 99] A. Roggan, M. Friebel, K. Dorschel, A. Hahn, and G. Muller. "Optical Properties of Circulating Human Blood in the Wavelength Range 400-2500 nm". *J. Biomed. Opt.*, Vol. 4, pp. 36–46, 1999.
- [Ron 88] K. Ronnmark and J. Larsson. "Local spectra and wave distribution functions". *J. Geo. Res.*, Vol. 93, No. A3, pp. 1809–1815, 1988.
- [Row 97] S. Roweis. "EM Algorithms for PCA and SPCA". In : *Neural Information Processing Systems 10 (NIPS'97)*, pp. 626–632, 1997.
- [Rub 94] E. Rubin and J. Farber. *Pathology*, Chap. Neoplasia, pp. 142–199. J.B. Lippincott Company, Philadelphia, 1994.
- [Sai 95] N. Saito and R. Coifman. "Local discriminant bases and their applications". *J. Math. Imaging and Vision*, Vol. 5, No. 4, pp. 337–358, 1995.
- [Sal 83] E. Salerud, T. Tenland, G. Nilsson, and P. Oberg. "Rhythmical variations in human skin blood flow". *Int. J. Microcirc. Clin. Exp.*, Vol. 2, No. 2, pp. 91–102, 1983.
- [San 95] G. Sandell and W. Martens. "Perceptual evaluation of principal-component-based synthesis of musical timbres". *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol. 43, No. 12, pp. 1013–1028, 1995.

- [Sco 92] D. Scott. *Multivariate Density Estimation : Theory, Practice and Visualisation*. John Wiley and Sons, New York, 1992.
- [Sej 71] P. Sejrsen. *Measurement of cutaneous blood flow by freely diffusible radioactive isotopes*. Copenhagen, 1971.
- [She 90a] A. Shepherd. *Laser-Doppler Blood Flowmetry*, Chap. History of Laser-Doppler Blood Flowmetry, pp. 1–16. Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, 1990.
- [She 90b] A. Shepherd and P. Oberg. *Laser-Doppler Blood Flowmetry*. Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, 1990.
- [Sir 87] L. Sirovich. “Turbulence and the dynamics of coherent structures”. *Quarterly Applied Mathematics*, Vol. 45, No. 3, pp. 561–590, 1987.
- [Ste 75] M. Stern. “In vivo evaluation of microcirculation by coherent light scattering”. *Nature*, Vol. 254, pp. 56–58, 1975.
- [Ste 92] A. Stefanovska. *Self organisation of biological systems influenced by electric current*. PhD thesis, Université de Ljubljana, Ljubljana, 1992.
- [Ste 97] A. Stefanovska and P. Kroselj. “Correlation integral and frequency analysis of cardiovascular functions”. *Open. Sys. Inform. Dyn.*, Vol. 4, pp. 457–478, 1997.
- [Ste 98] A. Stefanovska, M. Bracic, and H. Kvernmo. “Wavelet analysis of oscillations in the peripheral blood circulation measured by laser Doppler technique”. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 45, pp. 354–364, 1998.
- [Ste 99a] A. Stefanovska and M. Bracic. “Physics of the human cardiovascular system”. *Contemporary Physics*, Vol. 40, pp. 31–55, 1999.
- [Ste 99b] A. Stefanovska, M. Bracic, and H. Kvernmo. “Wavelet analysis of oscillations in the peripheral blood circulation measured by laser Doppler technique”. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 46, pp. 1230–1239, 1999.
- [Sto 96a] R. Stockwell, L. Mansinha, and R. Lowe. “Instantaneous wavevector analysis”. *Wavelet Applications*, Vol. IV, No. 3078, pp. 349–358, 1996.
- [Sto 96b] R. Stockwell, L. Mansinha, and R. Lowe. “Localization of the complex spectrum : The S transform”. *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 44, No. 4, pp. 998–1001, 1996.

- 
- [Sto 99] R. Stockwell. *S-Transform Analysis of Gravity Wave Activity from a Small Scale Network of Airglow Imagers*. PhD thesis, Université d'Ontario Londre Ouest, Ontario, Septembre 1999.
- [Sup 03] A. Suppappola. *Applications in Time-Frequency Signal Processing*. CRC PRESS, 2003.
- [Sva 01] S. Svanberg. *Atomic and Molecular Spectroscopy : Basic Aspects and Practical Applications*. Berlin, 2001.
- [Sve 93] H. Svensson, J. Holmberg, and P. Svedman. "Interpreting laser Doppler recordings from free flaps". *Scand. J. Plast. Reconstr. Surg. Hand Surg.*, Vol. 27, No. 2, pp. 81–87, 1993.
- [Swa 03] J. Swartling, S. Dam, and S. Andersson-Engels. "Comparaison of spatially and temporally resolved diffuse-reflectance measurement systems for determination of biomedical optical properties". *Appl. Opt.*, Vol. 42, pp. 4612–4620, 2003.
- [Tar 04] M. Tartas, A. Durand, S. and Koitka, P. Bouyé, J.-L. Saumet, and P. Abraham. "Anodal Current Intensities above  $40\mu\text{A}$  interfere with current-induced axon-reflex vasodilatation in human skin". *Journal of Vascular Research*, Vol. 41, pp. 261–267, 2004.
- [Ten 83] T. Tenland, E. Salerud, G. Nilsson, and P. Oberg. "Spatial and temporal variations in human skin blood flow". *Int. J. Microcirc. Clin. Exp.*, Vol. 2, No. 2, pp. 81–90, 1983.
- [The 00] S. Theophanis and J. Queen. "Color display of the localized spectrum". *Geophys.*, Vol. 65, pp. 1330–1340, 2000.
- [The 89] C. Therrien. *Decision Estimation and Classification*. John Wiley and Sons, New York, NY, 1989.
- [Tho 82] D. Thomson. "Spectrum Analysis and Harmonic Analysis". *Proc. IEEE*, Vol. 70, No. 9, pp. 1055–1096, 1982.
- [Tou 98] J. Tourneret. "Detection and estimation of abrupt changes contaminated by multiplicative Gaussian noise". *Signal Processing*, Vol. 68, pp. 259–270, 1998.

- [Vak 96] D. Vakman. “On the analytic signal, the teager-kaiser energy algorithm, and other methods for defining amplitude and frequency”. *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 44, No. 4, pp. 791–797, 1996.
- [Var 97] M. Varanini, G. Paolis, M. Emdin, S. C. M. Macerata, A. Pola, and C. Marchesi. “Spectral anaysis of cardiovascular time series by the S transform”. *Computers in Cardiology*, Vol. 24, pp. 383–386, 1997.
- [Vas 02] Vasamedics. *Laser Doppler Flowmetry Bibliography*. [http://www.vasamedics.com/Bibliography/Bibliography\\_Tissue.pdf](http://www.vasamedics.com/Bibliography/Bibliography_Tissue.pdf), 2002.
- [Vil 48] J. Ville. “Théorie et applications de la notion de signal analytique”. *Cables et Transmission*, Vol. 2, 1948.
- [Voe 90] D. Voet and J. Voe. *Biochemistry*. New York, 1990.
- [Wal 94] N. Wald. *Textbook of Medicine*, Chap. The Epidemiological Approach, pp. 1–17. Churchill Livingstone, London, 1994.
- [Wan 85] S. Wantabe. *Pattern recognition : Human and Mechanical*. John Wiley and Sons, New York, 1985.
- [War 93] K. Wardell, A. Jakobsson, and G. Nilsson. “Laser Doppler Perfusion Imaging by Dynamic Light Scattering”. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 40, pp. 309–316, 1993.
- [Weg 89] E. Wegman, S. Schwartz, and J. Thomas. *Topics in non-Gaussian Signal Processing*. Academic Press, New York, 1989.
- [Wel 95] A. Welch, M. van Gemert, W. Star, and B. Wilson. *Optical-thermal response of laser-irradiated tissue*, Chap. Definitions and overview of tissue optics, pp. 15–46. Plenum Press, New York, 1995.
- [Whi 90] L. White and B. Boashash. “Cross Spectral Analysis of Nonstationary Processes”. *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. 36, No. 4, pp. 830–835, Juillet 1990.
- [Wig 32] E. Wigner. “On the quantum correction for thermodynamic equilibrium”. *Phys. Rev.*, Vol. 40, pp. 749–759, 1932.
- [Wil 45] F. Wilcoxon. “Individual Comparisons by Ranking Methods”. *Biometrics*, Vol. 1, pp. 80–83, 1945.

- 
- [Wil 83] B. Wilson and G. Adam. “A Monte Carlo model for the absorption and flux distributions of light in tissue”. *Med. Phys.*, Vol. 10, pp. 824–830, 1983.
- [Wil 86] J. Wilkin. “Periodic cutaneous blood flow during postocclusive reactive hyperemia”. *Am. J. Physiol. Heart. Circ. Physiol.*, Vol. 250, pp. H765–H768, 1986.
- [Yaz 99] B. Yazici and G. Kilman. “An Adaptative statistical time-frequency method for detection of broken bars and bearing faults in motors using stator current”. *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 35, No. 2, pp. 442–452, Mars/Avril 1999.
- [You] R. Young. *Wavelet theory and its applications*. Kluwer Academic Publishers.
- [Zha 90] Y. Zhao, L. Atlas, and R. Marks. “The use of cone-shaped kernels for generalized time-frequency representations of nonstationary signals”. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. 38, pp. 1084–1091, 1990.
- [Zho 00] J. Zhong, C. Asker, and E. Salerud. “Imaging, image processing and pattern analysis of skin capillary ensembles”. *Skin Res. Technol.*, Vol. 6, No. 2, pp. 45–57, 2000.
- [Zho 98] J. Zhong, A. Seifalian, G. Salerud, and G. Nilsson. “A mathematical analysis on the biological zero problem in laser Doppler flowmetry”. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 45, pp. 354–364, 1998.



## ANALYSE TEMPS-FRÉQUENCE PAR LA TRANSFORMÉE EN S ET INTERPRÉTATION DES SIGNAUX DE FLUXMÉTRIE LASER DOPPLER : APPLICATIONS AU DIAGNOSTIC CLINIQUE

**Résumé :** La technique de fluxmétrie laser Doppler (LDF), est basée sur l'élargissement spectral d'une lumière monochromatique, qui interagit avec les globules rouges en mouvement dans le tissu. La densité spectrale de puissance de la lumière rétro-diffusée peut être utilisée pour l'estimation de la perfusion microvasculaire du tissu. L'objectif principal de ce travail est l'exploration de l'information contenue dans ce signal pour comprendre les phénomènes physiologiques qui se manifestent dans la microcirculation et de proposer des solutions d'aide au diagnostic des pathologies correspondantes. Le problème d'aide à la décision peut se présenter en étapes d'extraction de caractéristiques, réduction de dimensions et reconnaissance de formes. La représentation du signal est une étape cruciale pour l'interprétation et la prise de décision. Dans ce travail, la transformée en S, une représentation temps-fréquence linéaire qui surpasse le problème de la transformée de Fourier à fenêtre glissante de longueur fixe et qui corrige aussi la notion de phase dans la transformée en ondelettes pour l'analyse des signaux non stationnaires, est présentée. Cette transformée fournit un espace très convenable pour l'extraction de caractéristiques et la localisation en temps et en fréquences de l'information discriminante dans le signal LDF. Cette nouvelle approche a permis, entre autres, d'analyser les cinq fréquences caractéristiques contenues dans les signaux LDF et d'apporter une contribution à l'appréhension des signaux d'hypérémie réactionnelle. Du fait que les représentations temps-fréquence linéaires ont une dimension élevée, leur succès repose sur une forme appropriée de réduction de dimensions. La décomposition en valeurs singulières des coefficients du plan temps-fréquence se montre très prometteuse pour garder les informations pertinentes du signal et rejeter celles qui ne le sont pas. Ses vecteurs singuliers reflètent le comportement spectral dans le temps des différentes activités physiologiques présentes dans le signal de fluxmétrie laser Doppler.

**Mots-clés :** *Fluxmétrie laser Doppler, analyse temps-fréquence, transformée en S, extraction de caractéristiques, décomposition en valeurs singulières, diagnostic*

## TIME-FREQUENCY ANALYSIS BY THE S TRANSFORM AND INTERPRETATION OF THE LASER DOPPLER FLOWMETRY SIGNALS: CLINIC DIAGNOSIS APPLICATIONS

**Abstract :** The laser Doppler flowmetry (LDF) technique is based on the spectral broadening of monochromatic light, that interacts with moving red blood cells in tissue. The power spectral density of the backscattered light can be processed to yield an estimate of microvascular tissue perfusion in the form of a signal. The primary objective of this work is to explore the information contained in this signal in order to understand the physiological phenomena which appear in the microcirculation and to present solutions of assistance in the diagnosis of corresponding pathologies. The decision problem may be divided into the stages of feature extraction, dimensionality reduction and pattern recognition. This work shows that decision performance depends largely upon the signal representation. The study relies on the S transform, a linear time-frequency representation which overcomes the short time Fourier transform fixed length window limitation and the phase notion in the wavelet transform for non stationary signal analysis. This transform provides a powerful framework for feature extraction, localizing the discriminant information in the laser Doppler flowmetry signal in time and in frequency. This new approach makes possible the analysis of the five characteristic frequencies contained in laser Doppler flowmetry signals and contributes to the apprehension of the signals of reactive hyperaemia. In addition, due to the high dimension of time-frequency representations, its success relies upon an appropriate form of dimensionality reduction. It is shown that the singular values decomposition provides an effective means of concentrating that information which is important, and discarding that which is irrelevant. Its singular vectors reflect the behavior spectral in the time of the various physiological activities present in the laser Doppler flowmetry signal.

**Keywords:** *Laser Doppler flowmetry, time-frequency analysis, S transform, feature extraction, singular values decomposition, diagnosis*

