HAL
open science

Etudes expérimentales d'avalanches granulaires

Florent G.J. Malloggi

To cite this version:

Florent G.J. Malloggi. Etudes expérimentales d'avalanches granulaires. Physique [physics]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2006. Français. NNT : . pastel-00001630

HAL Id: pastel-00001630

https://pastel.hal.science/pastel-00001630v1

Submitted on 7 Apr 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Table des matières

1 Introduction **3**
1.1 Avant-propos . . . 3
1.2 Les écoulements denses . . . 5

2 Principe de l'expérience **7**
2.1 Géométrie de l'expérience : le plan incliné . . . 7
2.1.1 Les différents plans inclinés utilisés . . . 8
2.2 Grains et fluides . . . 8
2.2.1 Le milieu granulaire . . . 8
2.2.2 Le fluide environnant . . . 9
2.2.3 Contrainte expérimentale . . . 9
2.3 Dispositif expérimental . . . 9
2.4 Différents régimes pour les avalanches . . . 12
2.5 Méthodes de mesures . . . 13
2.5.1 Profil des avalanches et mesure de hauteurs . . . 13
2.5.2 Ligne de front d'avalanche . . . 14
2.5.3 Détermination des vitesses de fronts . . . 14

3 Etude de la formation d'avalanches **17**
3.1 Diagramme de stabilité . . . 17
3.1.1 Hauteur de dépot et hauteur d arrêt . . . 18
3.1.2 Mesure des diagrammes de stabilité . . . 18
3.1.3 Problèmes rencontrés . . . 20
3.2 Front d'avalanche . . . 21
3.2.1 Comment créer un front d'avalanche . . . 21
3.2.2 Flux de matière . . . 25
3.2.3 Réduction des paramètres de contrôle . . . 26

4 Ecoulements stationnaires uniformes **29**
4.1 Principe de l'expérience-Etudes dans l'air . . . 29
4.2 Phénoménologie des écoulements . . . 30
4.3 Lois d'écoulement (I) . . . 33
4.4 Couche statique : preuves expérimentales . . . 42
4.4.1 Méthode de la lame de suie . . . 43
4.4.2 Méthode des feuillets colorés . . . 46
4.4.3 Dunes de sable . . . 47
4.5 Loi d'écoulement (II) . . . 51
4.5.1 Vitesse moyenne et vitesse de surface . . . 51

4.5.2 Loi d'écoulement 53

5 Ondes érosives sur un plan incliné 59

5.1 Seuil d'écoulement 59
5.2 Résultats 60
5.3 Ondes solitaires stables 61
5.3.1 Mode propagé 63
5.3.2 Famille d'ondes : influence de la masse piégée 68
5.3.3 Vitesse des grains 70
5.4 Rhéologie des ondes solitaires stables 74
5.4.1 Validité des hypothèses 75
5.5 Instabilité transverse 81
5.6 Sélection de longueur d'onde 81
5.6.1 Remarques 81
5.7 Système hors d'équilibre : coalescence 82
5.7.1 Ségrégation-Digitation 87
5.8 Etude de stabilité linéaire 89
5.8.1 Relation de dispersion 91
5.8.2 Mesure de la longueur d'onde initiale : comparaison air et eau 94

6 Conclusion 99

Chapitre 1

Introduction

1.1 Avant-propos

Le sable que l'on foule sur la plage ou que l'on transforme en château au plus grand plaisir des petits et des grands, les billes ou les callots qui changent de propriètaires aux cours des parties animées qui se disputent dans les cours des écoles, les plats nord africains avec cette bonne graine de couscous et ces pois chiches ! qui régalent les yeux et le ventre, tous les médicaments qui permettent de faire passer les petits tracas de la vie quotidienne, le sucre qui est tant décrié et pourtant tellement aimé et que dire alors des magnifiques paysages désertiques qui fascinent depuis toujours l'aventurier et du mont neigeux que l'on veut accrocher à son palmarès, tous ont un point en commun : ils font partie de la grande famille des granulaires.

Le milieu granulaire englobe tout ce qui est composé d'éléments macroscopiques, lui conférant un statut bien à part. Il n'est ni fluide ni solide mais tantôt l'un, tantôt l'autre. Certaines fois on lui attribut même le nom de "gaz".

Malgrè l'omniprésence de ce milieu et les nombreuses applications dont il fait l'objet, il reste encore mal compris. Par exemple, contrairement à un fluide newtonien, qui est bien décrit par des équations constitutives dites de Naviers-Stokes [1], il n'existe pas encore à ce jour de description unifiée pour les écoulements granulaires. Les difficultés liées aux milieux granulaires sont multiples.

Le nombre de particules mis en jeu est énorme, avec des interactions entre particules complexes, comme la friction et l'inélasticité des chocs (milieu fortement dissipatif). Il n'est de ce fait pas évident de décrire ce milieu comme un milieu continu.

Le passage de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique, comme il est possible de le faire pour un fluide newtonien à l'aide de la physique statistique n'est pas réalisable pour le milieu granulaire car les fluctuations thermiques sont négligeables [2]. De plus ces échelles ne sont pas bien séparées.

Le milieu granulaire se présente sous les trois formes d'état connues : solide, liquide et gaz [3]. Le simple exemple d'avalanche dans un tambour tournant résume à lui seul les difficultées rencontrés. Pendant la phase d'avalanche le grain est gaz en surface, liquide sur une certaine épaisseur et enfin solide (fig. 1.1 [4]). Ce problème devient encore plus compliqué car la frontière entre la partie liquide et celle solide n'est pas fixe. Elle flue lentement au cours du temps (fig. 1.2 [5]).

De nombreuses études ont été faites sur le caractère solide d'un matériau granulaire. Notamment la communauté des mécaniciens des sols a fortement contribué à la compréhension d'un matériau granulaire sous contrainte. Cela a permis de découvrir un réseau de chaines de forces dans le milieu [6]. Les contraintes se répartissent de façon inhomogène. Des grains supportent

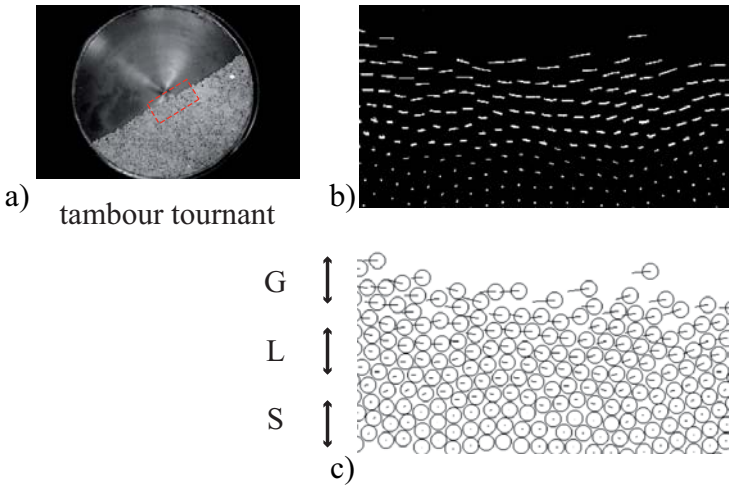


FIG. 1.1 – ***a)*** *Avalanche granulaire dans un tambour tournant.* ***b)*** *Cliché d'une partie de l'avalanche.* ***c)*** *On dénombre trois phases lors de l'écoulement : une phase solide (G), une phase liquide (L) et une phase gazeuse (G).*

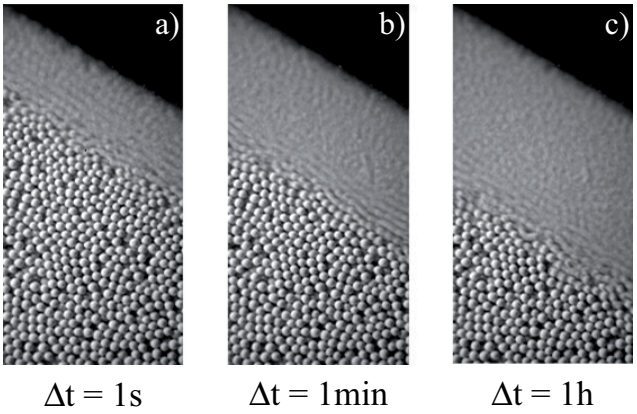


FIG. 1.2 – *Avalanche sur un tas granulaire.* ***a)*** *Avalanche granulaire depuis 1s. Les phases solide et liquide sont clairement définies. Cliché de l'avalanche après une durée de 1mn (**b)**) et de 1h (**c)**). La frontière entre partie solide et partie liquide flue au cours du temps.*

des forces importantes tandis que d'autres ne sont pas contraints. Ce réseaux de contact change dès qu'une force supplémentaire est appliquée. La statistique de la répartition des forces fait l'objet de nombreux travaux [7][8].

Pour les écoulements rapides de grains, le milieu se trouve très agité, les grains ont des mouvements indépendants et collisionnent entre eux : d'où le nom de "gaz" granulaire [9]. La recherche d'équations constitutives a, là aussi, mobilisé un bon nombre de chercheurs [10] [11] et fait encore débats.

La partie qui sera abordée dans cette thèse concerne les écoulements denses.

1.2 Les écoulements denses

Les écoulements denses représentent le troisième volet des matériaux granulaires que la communauté scientifique tente d'éclaircir. Depuis plus de dix ans des travaux viennent enrichir cette compréhension. Mais à l'heure actuelle les équations constitutives ne sont toujours pas établies [12]. Ces écoulements ont été étudiés dans diverses configurations géométriques [13]. Les études faites en tambour tournant ont montré l'existence d'un écoulement superficiel en surface [4][14]. De même pour des écoulements sur tas, l'avalanche se propage sur un fond meuble. Une étude récente menée sur un plan incliné a mis en évidence un couplage non trivial entre la couche granulaire et l'avalanche [15][16]. C'est cette dernière étude qui a motivé ce sujet de thèse. Récemment une étude a regroupé des résultats de plusieurs expériences afin de les unifier [13]. Le point important qui en ressort est que dans les écoulements denses il existe une rhéologie locale. Grâce à cette théorie bon nombre de caractéristiques de l'écoulement sont retrouvées aussi bien dans l'air que dans l'eau [17]. Mais le modèle a ces limites et notamment il ne permet pas de décrire un écoulement se propageant sur une couche statique. Cette configuration est souvent celle rencontrée dans la nature lors des éboulements de terrain par exemple.

Il a été prouvé expérimentalement que des familles d'ondes d'avalanches localisées pouvaient-être déclenchées depuis la zone métastable du diagramme de stabilité [18]. Ces ondes ont d'ailleurs été retrouvées et bien décrites par un modèle phénoménologique de fluidisation partielle du milieu, gouverné par les équations de Ginzburg-Landau [19] [20][21]. Pour modéliser des avalanches se propageant sur un tas de sable une autre méthode phénoménologique dite de "BCRE" a vu le jour [22]. A partir de ce modèle, il a été possible d'établir le profil de hauteur et d'érosion des avalanches sur tas dans des conditions bien particulières [23]. Dernièrement une étude a révélé l'importance du phénomène d'érosion mécanique lors de la propagation de coulés de lave [24]. Elle montre d'une part l'importance des phénomènes érosifs dans la nature et d'autre part le manque de compréhension de ces mêmes phénomènes.

Les travaux de cette thèse ont pour but de poursuivre le travail déjà commencé sur des écoulements se propageant sur une couche granulaire afin de mieux les comprendre et permettre peut-être un jour de pouvoir les décrire correctement. Les expériences se feront toutes sur un plan incliné et les écoulements auront lieu soit dans l'air soit dans l'eau. Le but de ces expériences étant de sonder les propriètés d'érosion et de déposition qui ont lieu lors d'un écoulement granulaire dense.

Chapitre 2

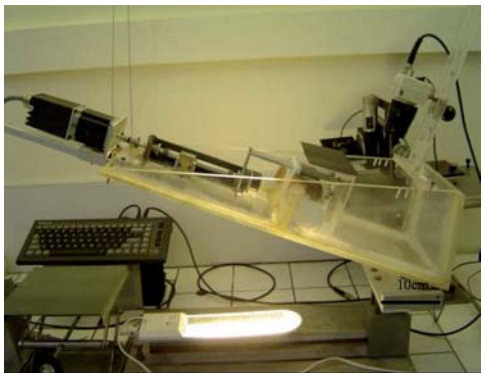
Principe de l'expérience

Cette partie présente le dispositif expérimental, les raisons d'un tel choix et les différentes méthodes de mesures mises en oeuvre pour traiter les images et les données afin d'obtenir les grandeurs physiques recherchées.

2.1 Géométrie de l'expérience : le plan incliné

Plusieurs configurations expérimentales sont possibles pour étudier les écoulements denses [13]. Pour toutes les expériences qui seront exposées ici, nous avons utilisé un plan incliné. L'étude de la propagation d'avalanches sur un dépôt nécessite de faire varier systématiquement l'épaisseur du sédiment. Le plan incliné est un dispositif permettant une gamme suffisament importante de dépôt. En générale ces couches sont dans un état métastable, c'est à dire qu'une simple perturbation est susceptible d'engendrer une avalanche. Si de plus le fond du plan incliné est rendu rugueux par de la feutrine, comme c'est le cas ici, le domaine de métastabilité se trouve encore plus élargi [18]. Cette configuration permet d'étudier la formation de front d'avalanches sur fond érodable.

a



b

Fig. 2.1 – *Vue générale des dispositifs expérimentaux.* **a** *Plan incliné utilisé dans l'eau.* **b** *Plan incliné utilisé dans l'air*

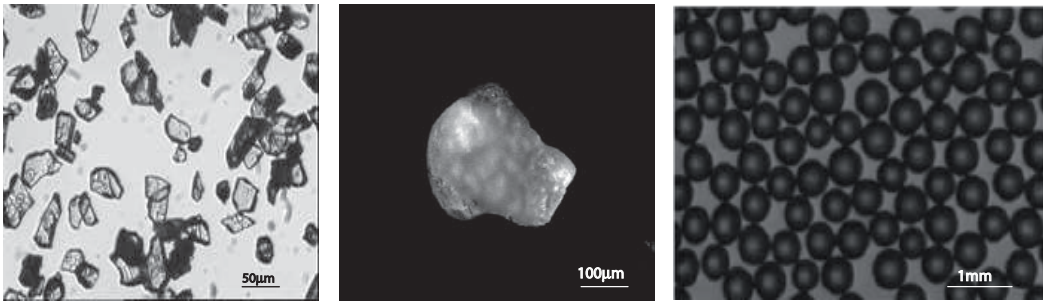


FIG. 2.2 – **gauche** échantillon de poudre d'alumine de 30μm, les particules sont rugueuses (anguleuses) et non sphériques. **centre** grain de sable de Fontainebleau de diamètre d$\simeq$300μm, un peu moins rugueux que la poudre d'alumine mais tout aussi polydisperse. **droite** billes de verre de diamètre d$\simeq$500μm, calibrées en taille et en sphéricité.

2.1.1 Les différents plans inclinés utilisés

Deux plans inclinés ont fait l'objet d'études systématiques (fig. 2.6) et un troisième a servi pour une étude ponctuelle[1]. Chaque dispositif correspond à une configuration d'expérience bien précise.

Le premier plan permet de créer des avalanches sous-marines sur un dépot sédimentaire contrôlé.
-un plan de taille 30cm$\times$15cm en plexiglass, rendu rugueux par un ponçage avec de la toile émeri de grain 50μm.

Les deux suivants ont été utilisés dans l'air avec des grains de nature différente (voir section 2.2 pour plus de détail) :

-un plan de taille 120cm$\times$60cm en bois sur lequel a été collée de la feutrine (réadaptation du plan utilisé par Daerr et al [15]).

-un plan de taille 200cm$\times$80cm en verre rendu rugueux par un film véléda sur lequel ont été collés les mêmes grains que ceux qui serviront pour les expériences d'écoulement (plan utilisé par Pouliquen [25]).

2.2 Grains et fluides

Au cours des expériences on a fait varier la taille des grains utilisés, la nature du fluide interstitiel a changé ainsi que celle du substrat.

Nous avons opéré dans trois groupes distincts de systèmes :
i) plexiglass-alumine-eau granulométrie 40μm
ii) feutrine-sable-air granulométrie 300μm
iii) billes-billes-air granulométrie 500μm

2.2.1 Le milieu granulaire

Le milieu granulaire utilisé est de trois sortes (fig. 2.2) :

-la poudre d'oxyde d'alumine pour les avalanches sous-marines. Ce sont des grains rugueux et polydisperses de densité ρ_p=4000 kg.m^3. Plusieurs tailles d de grains sont à notre disposition de 15 μm à 40 μm. Cependant la majorité des expériences ont été réalisées avec les poudres de

[1]expériences réalisées à l'I.U.S.T.I. à Marseille

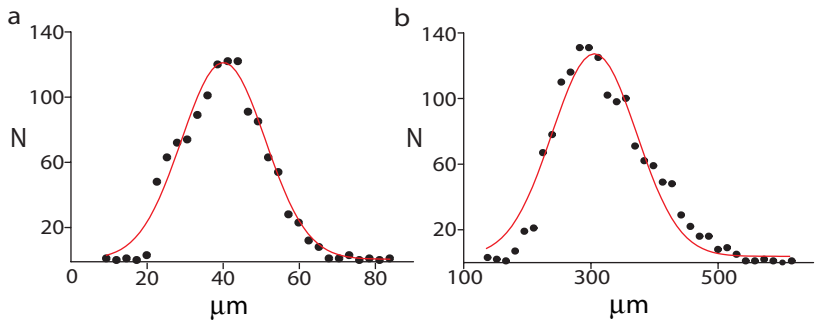


FIG. 2.3 – *Distribution en taille.* **a** *Poudre de 40µm sur un échantillon de 1187 grains. La courbe rouge correspond à un ajustement gaussien de centre d=40.063µm pour une déviation standard de σ=11.013µm.* **b** *Sable de Fontainebleau sur un échantillon de 1500 grains. La courbe rouge correspond à un ajustement de type gaussien de centre d=310µm pour une déviation standard de σ=70µm.*

30 μm et de 40 μm. Les graphiques de la figure 2.3 montrent la distribution en taille mesurée pour d=40μm.

-le sable de Fontainebleau pour les avalanches sèches. C'est également un sable rugueux et polydisperse avec une taille moyenne d=300 μm et $\rho_p \approx$ 2500kg.m^3. La figure 2.3b montre la distribution en taille de ce sable.

-des billes de verre calibrées en taille d=500 μm et en sphéricité(ρ_p=2500 kg.m^3).

2.2.2 Le fluide environnant

Les fluides utilisés dans les expériences sont :
- l'air ($\rho_f \approx$ 1.29 kg.m^{-3}, $\eta \approx$ 1.85 10^{-5}Pa.s)
- l'eau distillée ($\rho_f \approx$ 1000 kg.m^{-3}, $\eta \approx$ 1 10^{-3}Pa.s)

2.2.3 Contrainte expérimentale

Dans l'eau, la dissolution de l'oxide d'aluminium relache des ions OH$^-$ augmentant le pH de la solution jusqu'à atteindre le point isoélectrique du matériau ce qui donne en pratique un matériau cohésif. Cependant, des études faites sur l'oxide d'aluminium ont montré qu'il suffisait de maintenir le pH de la solution constant et égale à 4 en ajoutant de l'acide chlorydrique [26]. En effet pour un tel pH les forces de cohésion sont écrantées et le matériau redevient non cohésif.

Dans l'air, le problème majeur réside dans l'humidité de l'air qui forme des ponts capillaires au niveau des contacts entre les grains et donc est susceptible de rendre cohésif le milieu [27]. Pour palier à ce problème aucune expérience n'a été menées les jours de forte humidité. De plus, entre chaque série d'expériences, les grains sont étuvés à 70° afin d'enlever l'humidité accumulée. D'un point de vue pratique, le phénomène de formation d'avalanches remontantes [15] est un teste fiable permettant de déterminer le niveau de cohésion entre grains. Si elle se déclenche c'est que l'humidité est négligeable.

2.3 Dispositif expérimental

Les dispositifs expérimentaux au complet sont représentés sur la figure 2.6. Le principe de l'expérience est assez simple, une couche homogène de grain, de sédiment dans l'eau, est déposée

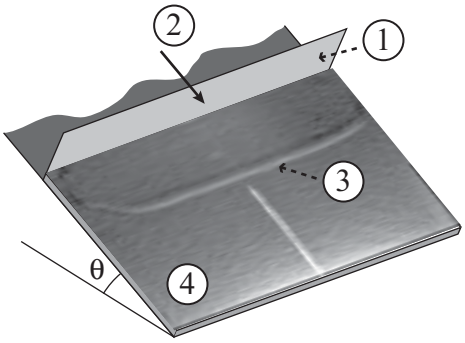


FIG. 2.4 – *Schéma du procédé expérimental. (1) la réglette racle la couche granulaire (4). (2) mouvement de la réglette à vitesse constante. (3) formation du front d'avalanche.*

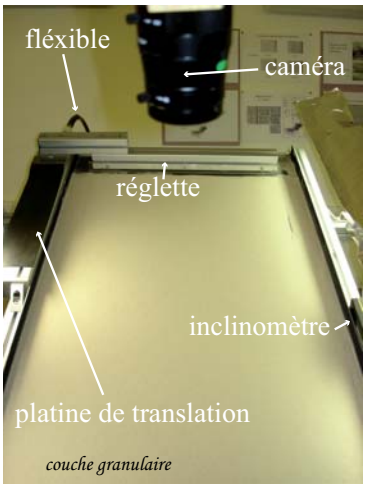


FIG. 2.5 – *Photographie du dispositif expérimental dans l'air.*

sur le plan incliné (voir la section 3.1.1 pour plus de détails). En haut du plan, on dispose d'une réglette qui une fois mise en mouvement va racler la couche granulaire préalablement déposée créant ainsi une avalanche qui se propage le long du plan incliné. Une fois un front d'avalanche autonome créé, le mouvement de la réglette est arrêté (fig 2.4).

Le contrôle du déplacement de la réglette se fait via un moteur *brushless*, relié à une platine de translation, et piloté par un ordinateur (fig. 2.5 et 2.6).

Une caméra CCD à 25 images par seconde, de résolution 752 × 582 pixels, placée perpendiculairement à l'aplomb du plan incliné permet de visualiser les avalanches. La caméra est reliée à un ordinateur. L'acquisition des images se fait directement par ordinateur grâce au logiciel Labview.

Dans le cas du plan en plexiglass servant pour les avalanches sous l'eau, la couche de sédiment peut être éclairée soit par dessous soit en lumière rasante depuis un des côtés. La visualisation par dessous permet de voir le sédiment en transparence alors que la visualisation rasante de côté donne une bonne idée des reliefs (fig. 2.7).

Pour les autres expériences dans l'air seule la lumière sous incidence rasante a été utilisée.

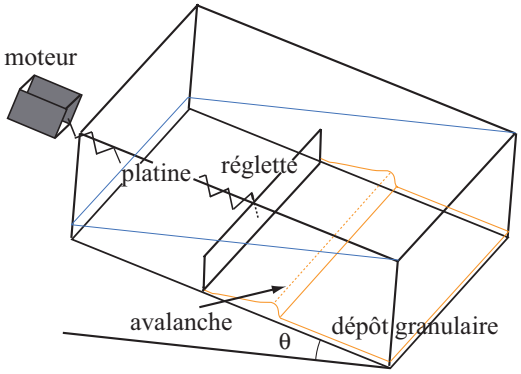


FIG. 2.6 – *Vue schématique du dispositif expérimental dans le cas des avalanches sous-marines.*

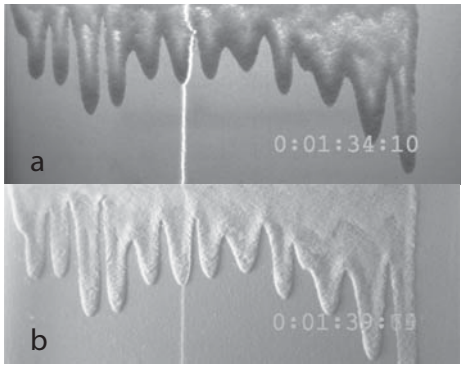


FIG. 2.7 – *Visualisation du même front d'avalanche sous-marine.* **a** *Eclairage en transparence, les parties sombres de l'écoulement correspondent aux couches de sédiment les plus épaisses. Les parties plus claires correspondent aux couches de sédiment les moins épaisses.* **b** *Eclairage sous incidence rasante, le relief est plus marqué.*

2.4 Différents régimes pour les avalanches

D'après les travaux sur des avalanches en tambour tournant réalisés par Du Pont et al [28] [29], la dynamique d'une avalanche peut-être appréhendée de manière adimensionnelle en considérant la chute élémentaire d'un grain roulant sur un tas. En partant de cette idée ils ont montré que seulement deux paramètres adimensionnels contrôlent la dynamique :

- le nombre de Stokes qui compare l'inertie du grain aux effets visqueux du fluide et qui est donné par la relation suivante

$$St = \frac{\tau_{cv}}{\tau_{cl}} \tag{2.1}$$

où τ_{cv} est le temps caractéristique visqueux dans lequel le grain atteint sa vitesse limite visqueuse $U_{\infty v}$ et τ_{cl} le temps que met le grain à parcourir son diamètre d en chute libre.

- le nombre r relié au rapport des densités grains / fluide et qui peut s'écrire

$$r = \frac{\tau_{ci}}{\tau_{cl}} \tag{2.2}$$

où τ_{cv} est le temps caractéristique inertiel dans lequel le grain atteint sa vitesse limite inertielle $U_{\infty i}$ et τ_{cl} le temps que met le grain à parcourir son diamètre d en chute libre.

Partant de ce constat on dénombre trois régimes de chute élémentaire fonction des seuls paramètres St et r. Ces régimes, délimités par des valeurs critiques St_c, r_c et $Re_c^* = St_c/r_c$, sont réprésentés dans le diagramme 2.8 [29].

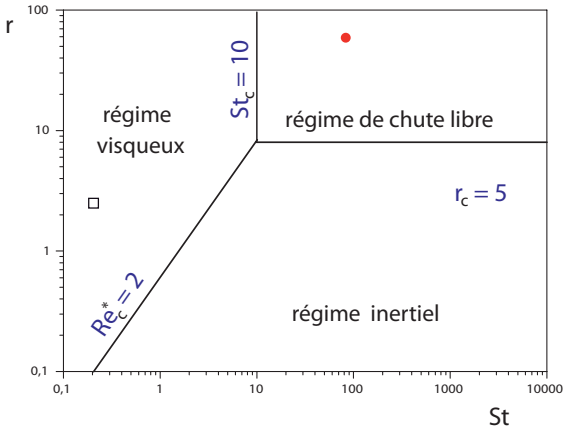


FIG. 2.8 – *Les trois régimes d'avalanche dans le plan $St - r$. Les avalanches sèches se situent dans le régime de chute libre (point de coordonnées $r \approx 57$ et $St \approx 87$). Les avalanches dans l'eau se situent dans le régime visqueux (point de coordonnées $r \approx 2,6$ et $St \approx 0,21$).*

Dans le cas des avalanches dans l'air et dans l'eau ces deux nombres sans dimension sont calculés par les deux formules suivantes :

$$St = \frac{\rho_s^{1/2} d^{3/2} (\Delta\rho g sin\theta)^{1/2}}{18\sqrt{2}\eta} \tag{2.3}$$

et

$$r = \sqrt{\frac{5\rho_s}{3\rho_f}} \tag{2.4}$$

où $\Delta\rho$ est la différence de densité entre les grains et le fluide ($\Delta\rho = \rho_s - \rho_f$), g l'accélération de la pesanteur, η la viscosité dynamique du fluide interstitiel et θ l'angle d'inclinaison du tas.

Pour les avalanches dans l'air ($r \approx 57$,$St \approx 87$), c'est le **régime de chute libre** et pour les avalanches mouillées ($r \approx 2,6$,$St \approx 0,21$), c'est le **régime visqueux** (fig. 2.8).

Le régime visqueux

Dans ce modèle de chute élémentaire cela signifie que le grain atteint sa vitesse limite visqueuse $U_{\infty v}$ avant la collision et alors les effets du fluide prédominent. Cette vitesse limite est donc donnée par la vitesse de Stokes et vaut :

$$U_{\infty v} = \frac{\Delta\rho g d^2 sin\theta}{18\eta} \tag{2.5}$$

cela donne des vitesses de l'ordre de $2mm/s$ et expérimentalement les vitesses des fronts d'avalanches mesurées sont de cette ordre de grandeur. Le calcul du nombre de Reynolds particulaire associé, Reynolds calculé sur la taille d'un grain $Re_p = ud\rho_f/\eta$, $Re_p \approx 4.10^{-2} << 1$ montre qu'effectivement le régime est visqueux.

Le régime de chute libre

Pour un tel régime le grain est en chute libre entre deux collisions sans pour autant atteindre sa vitesse limite, le fluide ne joue plus un rôle dominant. Par contre les collisions peuvent être déterminantes : c'est le régime limite collisionnel. Dans le cas d'un grain partant d'une vitesse nulle et dissipant une partie de son énergie cinétique lors d'un choc, après un certain nombre de rebonds, il atteint une vitesse constante en moyenne U_{coll} :

$$U_{coll} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} \left(\frac{\Delta\rho g sin\theta d}{2\rho_s}\right)^{1/2} \tag{2.6}$$

où e est le coefficient de restitution. Une étude menée par Gondret *et al* [30] montre que pour un nombre de Stokes $St \approx 90$ et pour des billes de verre le coefficient de restitution vaut $e \approx 0,7$. En prenant cette valeur pour le sable, la vitesse collisionnelle vaut $U_{coll} \approx 10cm/s$, expérimentalement c'est bien cet ordre de grandeur qui est trouvé pour les fronts d'avalanche se propageant dans l'air.

2.5 Méthodes de mesures

2.5.1 Profil des avalanches et mesure de hauteurs

Une diode de puissance 5mW produit une tranche laser qui permet d'obtenir les hauteurs locales de la couche granulaire. Si la tranche laser coupe l'avalanche dans le sens de l'écoulement le profil de hauteur de l'avalanche apparait (fig. 2.9a). Par une mesure préalable d'étalonnage (déviation de la ligne laser pour une cale d'épaisseur connue), la hauteur est déterminée en unité physique. L'image est numérisée à l'aide d'une carte d'acquisition "NIH Image" et une procédure basée sur la corrélation des niveaux de gris donne les coordonnées de la ligne laser : pour un instant t le profil $h(x)$ peut-être extrait (fig. 2.9b). Le principe de cette mesure présuppose une homogénéité de la hauteur dans la direction transverse de l'écoulement. Ces coordonnées sont alors enregistrées dans un fichier texte ce qui réduit considérablement le volume occupé sur le disque dur. Ces opérations sont appliquées pour plusieurs images successives, donnant ainsi l'évolution du front et de la hauteur au cours du temps (chaque image correspond à un pas de

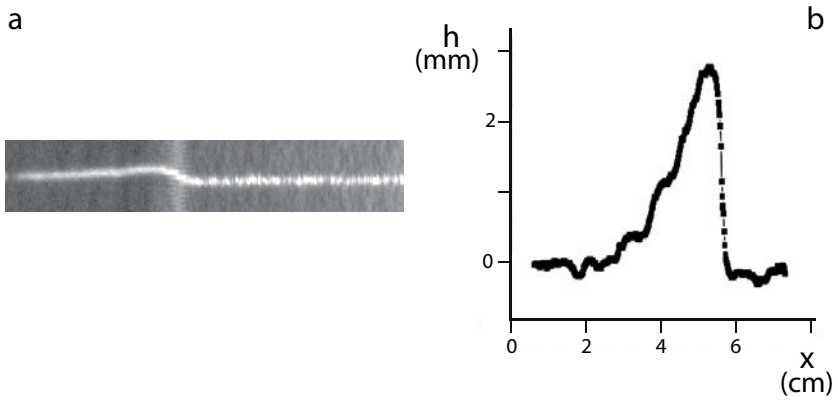


FIG. 2.9 – *Profil laser d'un front d'avalanche.* **a)** *Image brute, la ligne blanche correspond au laser, sa déviation donne la hauteur et la forme de l'avalanche.* **b)** *Image traitée par une technique de corrélation donne le profil en unité physique.*

temps de 0,04 s en général) : c'est en quelque sorte une description lagrangienne du profil de hauteur.

Une autre manière d'obtenir le profil de hauteur est d'utiliser une description eulérienne. Le laser est cette fois-ci perpendiculaire au sens de l'écoulement : ceux sont les fluctuations de hauteur de cette ligne spatiale qui sont visualisées dans le temps. La figure 2.10 illustre cette méthode. La forme du front, sa vitesse U_f ainsi que la hauteur de l'avalanche h sont extraites.

2.5.2 Ligne de front d'avalanche

On peut accéder à la position instantannée de la ligne de front d'avalanche $\chi(y,t)$, ce qui permet dans la région où le front exhibe une instabilité transverse, une étude systématique des modulations (fig. 2.11). Au niveau du front, un profil d'intensité est pris comme référence. Ce même profil est recherché colonne par colonne dans toute l'image par une fonction de corrélation. Le maximum de cette fonction correspond à la position du front. Cette méthode est très efficace lorsqu'il existe un bon contraste entre les zones en écoulement et le dépôt granulaire comme c'est le cas pour les avalanches sous-marines lorsque le sédiment est éclairé par transparence (fig. 2.11a). Dans le cas des avalanches dans l'air, l'éclairage par transparence étant impossible, l'éclairage est rasant depuis le bas du plan incliné, le front d'avalanche devient ainsi plus brillant que la couche granulaire. En faisant ensuite la fonction d'autocorrélation $C(y)$ de la ligne de front $\chi(y)$, les modulations du front sont analysées. Si le front présente une quelconque périodicité le premier maxima de la fonction d'autocorrélation donne la longueur d'onde moyenne λ ainsi que son amplitude A.

2.5.3 Détermination des vitesses de fronts

Pour obtenir la dynamique des avalanches, on construit un diagramme spatio-temporel à partir d'un film d'avalanche, en disposant côte à côte des colonnes de pixels de même abscisse y extraites de chaque image de l'avalanche (fig. 2.10 et 2.12).

Les vitesses de surface de l'écoulement sont mesurées avec une autre technique basée sur l'inter-correlation d'image. Elle est connue sous le nom de Particle Image Velocimetry (PIV). Cette mesure consiste à calculer le champ de vitesse en prenant deux images succesives de l'écoulement et en calculant la distance parcourue par les particules durant ce laps de temps.

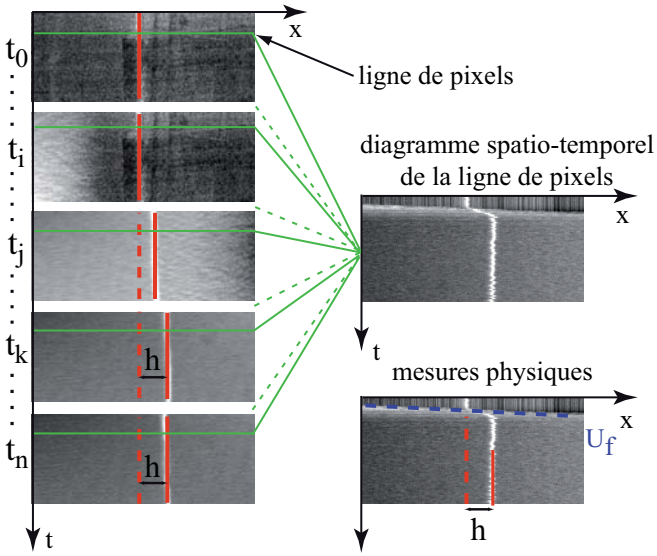


FIG. 2.10 – *Profil de hauteur et mesure de la vitesse du front d'avalanche. L'écoulement se fait de la gauche vers la droite. Le temps t_0 donne la référence laser (ligne rouge). Au temps t_i le front d'avalanche arrive. Les temps t_j, t_k et t_n montrent l'évolution de la hauteur (déviation par rapport à la référence). Le diagramme spatio-temporel de la ligne de pixel (droite verte) donne trois renseignements : la forme du front d'avalanche, la hauteur de l'avalanche ainsi que la vitesse du front d'avalanche (pente du spatio-temporel).*

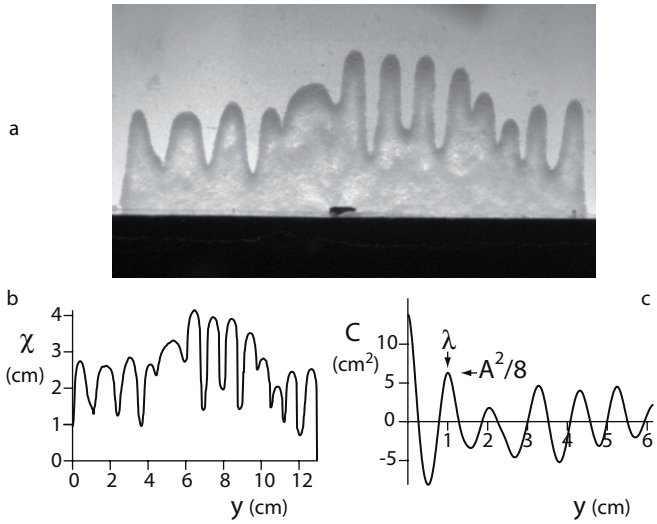


FIG. 2.11 – **a)** *Image brute du front $\chi(y)$.* **b)** *Profil du front $\chi(y)$ obtenu après un traitement d'images basé sur une technique de corrélation.* **c)** *Fonction de corrélation correspondante $C(y)$ qui permet de définir la longueur d'onde moyenne λ et l'amplitude A.*

Connaissant la différence de temps et le déplacement entre deux images successives, la vitesse est calculée.

Pour que la PIV puisse fonctionner, il faut que l'on puisse discerner les grains des uns des autres. Lors des mesures de vitesse de surface des traceurs noirs (sable coloré par de l'encre de chine) sont mis dans l'écoulement.

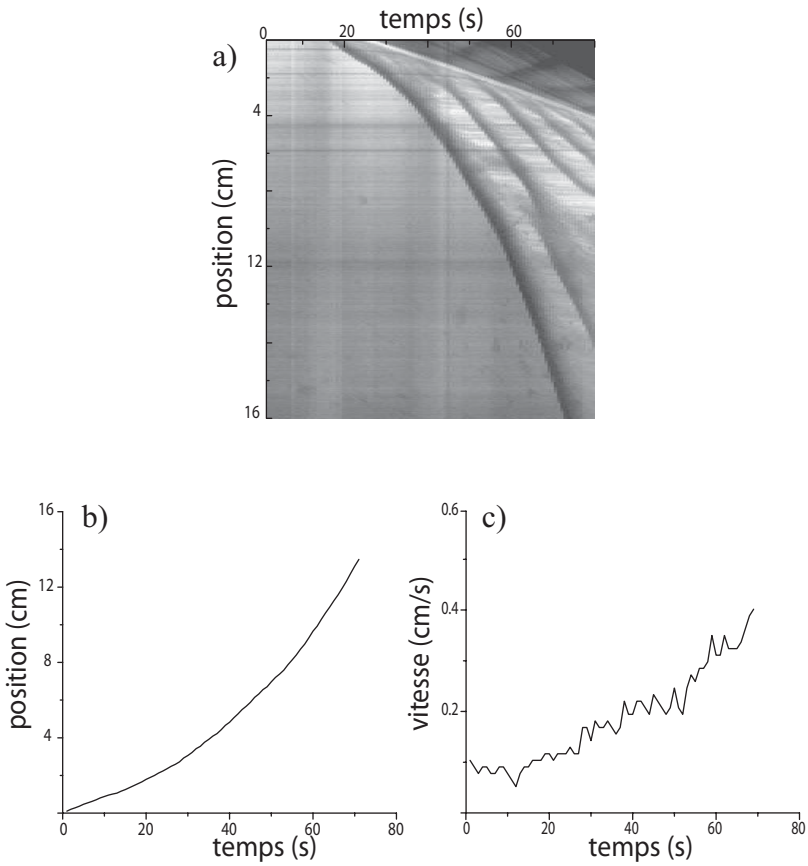


FIG. 2.12 – **a)** Diagramme spatio-temporel d'une avalanche sous-marine, la première ligne courbe en partant de la gauche correspond au front de l'avalanche, si la réglette n'est pas stoppée de nouveaux fronts peuvent alors se propager ce sont les autres courbes que l'on peut voir après le premier front d'avalanche . **b)** Equation du spatio-temporel de la ligne de front obtenue après un traitement de corrélation. **c)** La pente ou la dérivé donne la vitesse du front, de même la courbure ou la dérivé seconde donne l'accélération du front. Dans le cas présent, le front n'est pas stationnaire mais uniformément accéléré.

Pour la PIV, on utilise une caméra standard (25 Hz) ou bien une caméra rapide pouvant prendre jusqu'à 500 images par seconde. Dans la plupart des cas on s'est contenté de travailler à 125 im.s^{-1}

Chapitre 3

Etude de la formation d'avalanches

Les avalanches ont déjà fait l'objet de nombreuses recherches. Plusieurs configurations géométriques ont été étudiées. Dans le cas des écoulements non confinés des études systématiques ont été réalisées sur fond dur non érodable et relativement peu sur une couche érodable. Le but de l'étude présentée ici est de mieux comprendre le couplage entre l'avalanche et la couche de grain sur laquelle elle se propage et c'est là que réside toute l'originalité de ce travail.

Dans cette partie nous présentons les différentes étapes nécessaires, pour pouvoir engendrer des fronts d'avalanche sur un lit érodable aussi bien dans l'air que dans l'eau.

3.1 Diagramme de stabilité

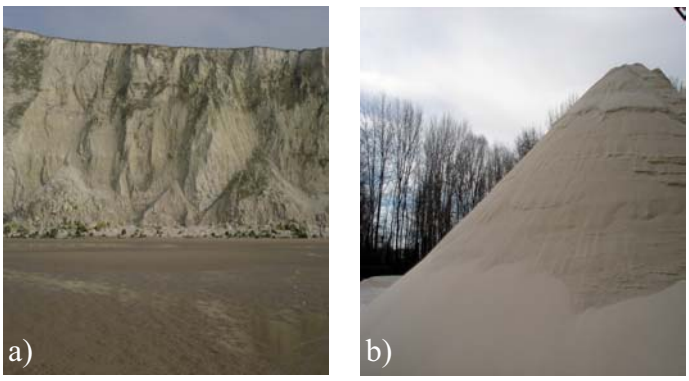


FIG. 3.1 – *Angle de repos d'un tas granulaire.* **a)** *Eboulement de terrain au bord d'une falaise. Les trois tas ont approximativement le même angle de talus.* **b)** *Tas granulaire dans une usine de sable.*

Parmis les nombreuses propriétés des grains, il en est une qui nous intéresse plus particulièrement c'est la stabilité d'une couche granulaire et le phénomène d'hystérésis qui lui est associé. En effet, un tas de matériau granulaire présente des angles de repos et de démarrage bien distincts [2] et pour un matériau considéré ces angles sont toujours les mêmes (fig 3.1). Pour une couche d'épaisseur finie sur un plan incliné, on observe que ces deux angles ont tendance à augmenter quand l'épaisseur diminue. Entre ces deux angles existe une région qualifiée de métastable, c'est à dire qu'une simple perturbation extérieure d'amplitude finie peut provoquer une avalanche qui va se propager le long de la pente.

3.1.1 Hauteur de dépot et hauteur d arrêt

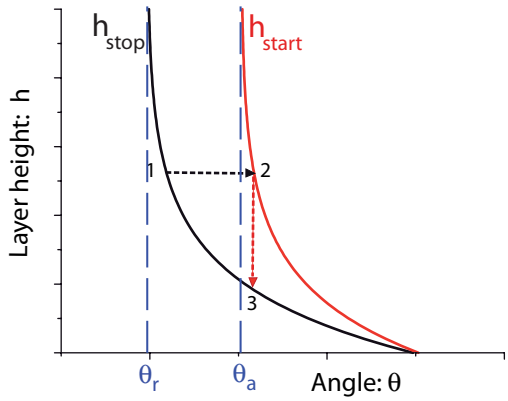


FIG. 3.2 – *Schéma du diagramme de stabilité. Une couche granulaire de hauteur initiale h (point 1) perd sa stabilité si elle est inclinée jusqu'au point 2 (trajet 1-2), une avalanche spontannée a lieu et la couche s'écoule jusqu'à s'arrêter à la hauteur $h_{stop}(\theta)$ du point 3 (trajet 2-3).*

Il a été montré que la stabilité d'une couche granulaire sèche déposée sur un plan incliné à un angle θ peut être appréhendée par le diagramme de la figure 3.2 comprenant deux courbes appelées $h_{start}(\theta)$ et $h_{stop}(\theta)$ caractérisant les limites du domaine de métastabilité [31]. On peut les interpréter de la manière suivante : supposons un dépôt de grains de hauteur h sur un plan incliné, cette couche perdra sa stabilité dès lors qu'elle sera inclinée au-dessus d'un angle critique $\theta_{start}(h)$, défini par $h = h_{start}(\theta)$ (point numéroté 2 sur la figure 3.2). Une fois le processus d'avalanche déclenché, celui-ci laissera derrière lui une couche stable de grain définie cette fois-ci par une hauteur $h = h_{stop}(\theta)$ (point numéroté 3 sur la figure 3.2). En partant de différentes hauteurs initiales les deux courbes limites de stabilité peuvent être reconstruites entièrement.

Contrairement à un fluide newtonien s'écoulant sur un plan incliné d'un angle θ donné, il existe ici une hauteur stable $h = h_{stop}(\theta)$ et celle-ci est unique. C'est en partant de cette propriété qu'il est possible de créer un dépot homogène et uniforme dont la hauteur ne dépend que de l'angle de travail : c'est la méthode de préparation que nous utiliserons dans l'air.

Le point important à souligner est que les deux courbes divergent pour deux valeurs asymptotiques d'angles qui correspondent exactement aux deux angles de tas : l'angle de repos et l'angle d'avalanche. C'est en ce sens que le plan incliné est considéré comme une extension du phénomène d'hystérésis présent dans un tas granulaire mais pour des épaisseurs plus faibles. Au-delà d'une certaine épaisseur de grains, la friction du fond du plan incliné ne se fait plus ressentir, les angles propres du tas granulaire sont retrouvés. En deça de cette épaisseur c'est la friction du fond elle-même qui contrôle les angles d'arrêt et de démarrage de la couche de grains. Ce phénomène est plus ou moins accentué selon la nature du substrat utilisé, en l'occurence la feutrine utilisée dans les expériences en avalanche sèche est connue pour permettre un fort hystérésis.

3.1.2 Mesure des diagrammes de stabilité

Les seuils de stabilité des matériaux ont été mesurés :

- dans l'air avec le sable, l'expérience est assez rapide ce qui permet d'avoir beaucoup de points. Pour un angle donné, depuis le haut du plan incliné, des grains uniformément répartis latéralement sont versés et la couche de grains qui reste sur le plan incliné après écoulement est

la hauteur $h_{stop}(\theta)$. Elle est mesurée à l'aide de la nappe laser. L'angle est augmenté doucement jusqu'à ce qu'une avalanche spontannée se propage (courbe $h_{start}(\theta)$). Ce processus est répété jusqu'à ce qu'il ne reste plus de grains sur le plan. L'expérience est refaite en décalant l'angle de départ afin d'explorer d'autres points des deux courbes de stabilité.

- dans l'eau avec l'oxyde d'aluminium, une suspension d'alumine est préparée, à pH constant égale à 4. Pour un tel mélange, il a été montré qu'en maintenant un pH de l'ordre de 4, les forces d'attraction et de répulsion s'anhilent, permettant d'avoir un matériau non-cohésif [26]. Suivant la quantité et la taille des poudres utilisées cela peut aller jusqu'à une heure avant de stabiliser le pH. Ensuite la suspension est versée dans le dispositif et la sédimentation permet d'obtenir une couche homogène. Le temps de sédimentation varie de 5min à 30min suivant les poudres utilisées, de 40μm à 15μm. Enfin le processus d'obtention du diagramme de stabilité reste le même que pour l'air.

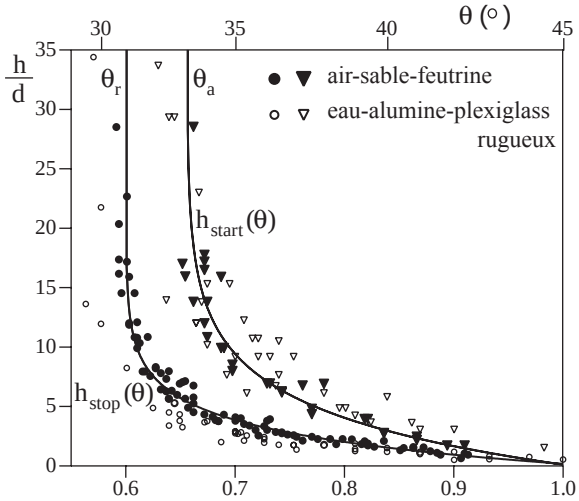


FIG. 3.3 – *Diagramme de stabilité de la couche de sable sur la feutrine (air, ●) et du dépôt d'alumine sur un fond rugueux (eau, ○) : $h_{stop}(\theta)$ est l'épaisseur de sédiment laissée après le passage de l'avalanche pour un angle donné θ ; $h_{start}(\theta)$ est la hauteur stable maximale, dans l'air (▲)et dans l'eau (△). Pour $h_{start}(\theta)$ et $h_{stop}(\theta)$ il y a un ajustement de la forme $h = b\ln((\tan\theta - \mu)/\delta\mu)$ (courbes continues).*

Les résultats obtenus sont présentés dans le graphique de la figure 3.3. Une fois la hauteur h adimensionnée par la taille d des grains, les résultats se regroupent sur le même graphique dans l'espace des θ ou $tan\theta$. Deux courbes distinctes apparaissent, à savoir $h_{start}(\theta)$ et $h_{stop}(\theta)$ malgrè la différence de grains et de fluides utilisés. Les deux courbes divergent pour un angle limite, respectivement égal à l'angle d'avalanche d'un tas granulaire θ_a pour $h_{start}(\theta)$ et l'angle de repos du tas θ_r pour $h_{stop}(\theta)$. Au-delà d'une dizaine de couches de grains la friction du fond ne se fait plus ressentir et on retrouve la friction propre du matériau.

On peut représenter ces courbes limites par un ajustement à un paramètre de la forme $h = b\ln((\tan\theta - \mu)/\delta\mu)$ avec h la hauteur de la couche granulaire ou de sédiment pour l'eau, $\mu = tan\theta_r$ la friction pour un tas au repos et $\delta\mu = tan\theta_a - tan\theta_r$ la différence de friction entre le tas au repos et le tas proche de l'avalanche. Ces résultats sont en accord avec d'autres études faites sur le sujet [13][15][31].

En dépit d'une certaine dispersion des données pour les points mesurés dans l'eau, les deux matériaux montrent le même diagramme de stabilité (les courbes sont proches les unes des autres), pour l'alumine dans l'eau avec un fond de plexiglass rugueux et pour le sable sur la

feutrine dans l'air. Les matériaux granulaires n'ont en général pas les mêmes angles de repos et d'avalanche. Sur le graphique de la figure 3.4 sont représentées des mesures de $h_{stop}(\theta)$ réalisées pour des billes de verre de 500μm sur un fond ayant la même rugosité et ceux du sable sur la feutrine. Les angles de repos ne sont pas les mêmes, pour le sable $\theta_a \approx 31°$ tandis que pour les billes de verre $\theta_a \approx 20,3°$. Il en va de même pour les angles d'avalanche. Plus encore, un même matériau granulaire voit son angle d'avalanche θ_a changer suivant la nature du fluide interstitiel [28]. Dans le cas présent le sable et la poudre d'alumine étant deux matériaux différents il est peu probable qu'ils aient les mêmes angles de repos et d'arrêt. Par contre lorsque le premier est utilisé dans l'air et le second dans l'eau les diagrammes de stabilité deviennent similaires.

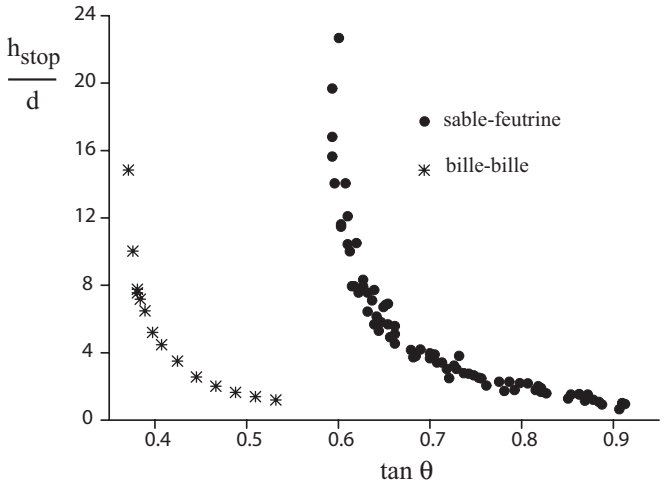


FIG. 3.4 – *Courbes $h_{stop}(\theta)$. L'angle asymptotique limite θ_r diffère selon la nature des grains. Pour des billes de verre d=500μm sur un plan incliné ayant la même rugosité que les billes (une couche de billes est collée sur le fond) θ_r est de l'ordre de 21°. Pour le sable de Fontainebleau sur la feutrine θ_r vaut environ 31°. Les angles d'avalanche θ_a sont également différents mais ils ne sont pas représentés.*

3.1.3 Problèmes rencontrés

Pour les expériences dans l'air avec le sable, le dépôt est difficilement homogène. En effet pour des hauteurs d'écoulement proches de la hauteur d'arrêt le flot de grains a une forte tendance à se fractionner créant ainsi des ondes de surface. Le dépôt restant après un tel écoulement porte la trace des ondes. Ce phénomène a déjà été observé [32]. Pour palier à ces reliefs sur le dépôt, il suffit de mettre juste la "bonne" quantité de matière en écoulement, l'onde ainsi générée agit comme une gomme sur le dépôt enlevant toutes les petites surépaisseurs.

Dans le cas où il n'y a pas assez de matière, l'onde ne se propage pas et stoppe au milieu du plan, créant des motifs sur la couche granulaire. Dans le cas d'une forte quantité de matière l'onde se fractionne en deux, l'onde en aval est saturée en matière alors que l'onde en amont non, c'est cette dernière qui "salit" la couche de grains en stoppant au milieu du plan. Pour produire une telle onde, une barre en forme de L a été utilisée dans laquelle on met du sable que l'on verse ensuite depuis le haut du plan incliné. Les quantitées utilisées sont purement empiriques et changent suivant l'angle de travail.

Pour les expériences dans l'eau la difficulté vient de la sédimentation. Celle-ci prend des temps différents selon la taille des poudres. Une bille sphérique tombant dans un fluide a une

vitesse de sédimentation, après équilibre de la force de Stokes et de la poussée d'Archimède, donnée par :

$$V_s = \frac{\Delta\rho}{18\eta} g d^2 \tag{3.1}$$

où $\Delta\rho = \rho_g - \rho_f$ est la différence de densité entre la bille ρ_g et le fluide ρ_f, g l'accélération de la pesanteur, η la viscosité du fluide et d le diamètre de la bille. Cette vitesse de sédimentation peut être appréhendée comme étant le rapport d'une longueur L (la distance entre la surface libre et le fond) et d'un temps de sédimentation t_s ce qui nous donne l'expression suivante :

$$t_s = \frac{18\eta L}{\Delta\rho} \frac{1}{d^2} \tag{3.2}$$

Si pour des séries d'expériences, L est toujours la même mais d change, alors le temps de sédimentation aussi :

$$\frac{t_{s_2}}{t_{s_1}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \tag{3.3}$$

où t_{s_2} (t_{s_1}) est le temps de sédimentation pour la bille de taille d_2 (d_1). Ce temps est exact pour une bille seule en train de sédimenter or ici nous avons une suspension dense de sédiment et des termes correctifs doivent être pris en compte comme le contre écoulement due à la sédimentation des grains ou bien même les effets hydrodynamiques à longues portées qui tendent à ralentir la sédimentation [1].

Il n'existe pas à ce jour de calcul exact pour de tels effets collectifs et les calculs mis en avant précédement ne servent qu'à titre indicatif. Pour les suspensions de $d = 30\mu$m et $d = 40\mu$m aucune difficulté majeure n'a été rencontrée en revanche pour les poudres de taille $d = 15\mu$m les temps d'attente étaient beaucoup plus long, 30min contre 5min pour $d = 30\mu$m, et même là le sédiment obtenu pouvait être très sensible à une quelconque perturbation extérieure. C'est pourquoi la majorité des expériences ont été réalisées avec les poudres de 40μm et 30μm. Il est à noter que la présence de l'eau apporte un nouveau temps caractéristique pour la compaction des sédiments, (temps de lubrification) qui entraine une compaction plus lente et du coup des sédiments mal consolidés donc instables. La figure 3.5 montre des mesures h_0 de hauteurs de dépôt d'alumine en fonction de différentes masse de préparation. La relation entre h_0 et m peut être considérée comme linéaire pour les faibles masses. En revanche pour des masses plus importantes le dépôt à tendance à se consolider sous son propre poids d'où la déviation observée. Les masses utilisées dans les expériences d'avalanches sont toujours faibles et restent donc dans le régime linéaire.

3.2 Front d'avalanche

Cette partie montre comment, à partir de cette couche granulaire, un front d'avalanche est initié, le domaine d'existence de ce front et la première réduction de paramètres opérée afin de pouvoir faire une étude quantitative.

3.2.1 Comment créer un front d'avalanche

Grâce à la réglette (fig. 2.4) pilotée par le moteur, la vitesse V_p et la distance L_p sur laquelle la couche est raclée, sont parfaitement contrôlées. Par ce procédé, appelé "bulldozer", un bourrelet de matière est créé et dévale la pente. La figure 3.6 montre la formation du front d'avalanche obtenu par tranche laser[33].

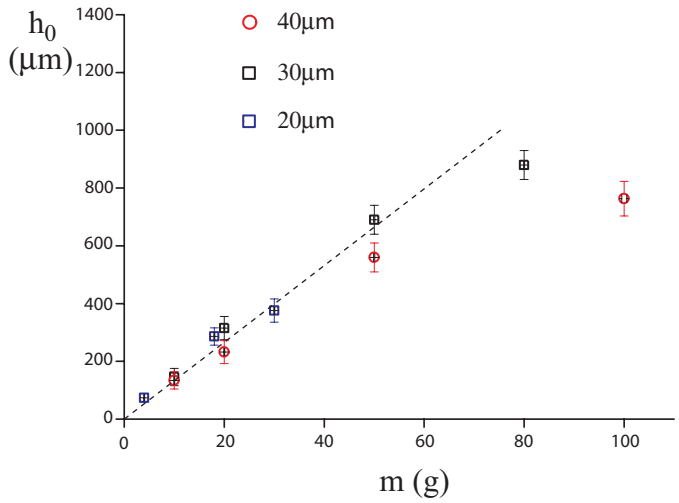


FIG. 3.5 – *Hauteur h_0 de sédiment en fonction de la masse de préparation de la suspension pour les dépôts d'alumine sous l'eau.*

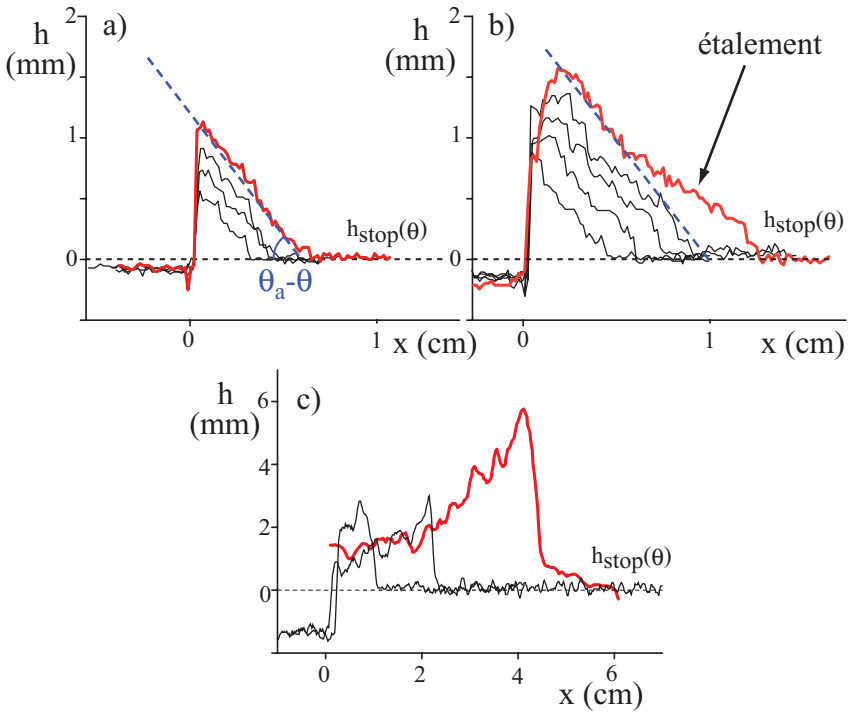


FIG. 3.6 – *Formation d'un front d'avalanche. La matière est raclée par pas quasi-statique δx, le profil de l'avalanche est obtenu grâce à la tranche laser. Les profils sont recalés en $x = 0$.* **a)** *Régime "bulldozer" : le front a une forme triangulaire avec une pente $\theta_a - \theta$.* **b)** *Régime d'étalement : la forme triangulaire disparait, la matière s'étale mais le front n'est pas encore autonome.* **c)** *Front d'avalanche : la matière est transférée à l'avant du front, le profil en "aileron de requin" apparait, le front devient autonome et dévale la pente même si l'on stoppe la réglette.*

Dans un premier temps la matière s'accumule en prenant une forme triangulaire et grossit ainsi de manière homothétique, la réglette ne fait que pousser de plus en plus de matière, un peu

comme un "bulldozer" avec son godet, puis le front commence à s'étaler, une langue de matière apparait et enfin un front d'avalanche est créé celui-ci se propage de manière autonome le long de la pente. Le front propagé est fortement asymétrique, une forme en "aileron de requin" [34].

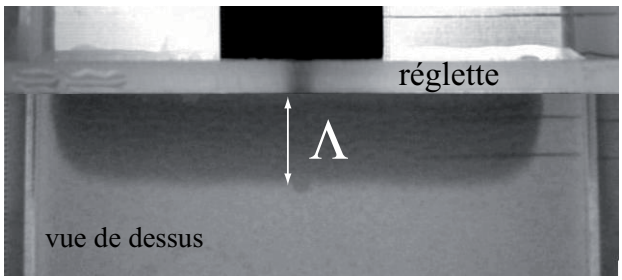


FIG. 3.7 – *Mesure de l'extension du front. Vue de dessus du sédiment, l'éclairage se fait par dessous le sédiment (visualisation par transparence), la partie la plus sombre correspond au sédiment mis en mouvement et donc a une épaisseur granulaire plus importante. L'extension du front Λ correspond à la distance entre la réglette (rectangle blanc)et le front de matière.*

Dans le régime "bulldozer" la matière mise en mouvement n'interagit pas avec la couche de sédiment. Pour une série d'expériences, où le sédiment est raclé n fois par pas quasi-statique δx, l'extension du front Λ est mesurée à chaque pas (fig. 3.7). Dans ce régime le front garde une forme triangulaire et augmente de manière homothétique, il est alors possible de calculer l'extension qu'aurait le front si la matière est juste accumulée et la comparer à celle mesurée.

Soit un triangle de base Λ et de hauteur $\Lambda tan(\theta_s - \theta)$ (fig. 3.8), si S_b est l'aire de ce triangle et ΔS_b la quantité de matière ajoutée lorsque la réglette parcourt une distance δx en raclant une hauteur de sédiment h_0, la masse adimensionnée s'écrit sous la forme $n = S_b/\Delta S_b$ ce qui donne :

$$S_b = n\delta x h_0 = \frac{1}{2}\Lambda^2 tan(\theta_s - \theta) \tag{3.4}$$

où $\Delta S_b = \delta x h_0$ et l'expression de gauche représente l'aire du triangle, l'extension du front adimensionnée par les données du problème s'écrit :

$$\frac{\Lambda}{\Lambda^*} = \sqrt{n} \tag{3.5}$$

avec $\Lambda^* = \sqrt{\frac{2\delta x h_0}{tan(\theta_s - \theta)}}$

Le graphique de la figure 3.9 montre les résultats obtenus pour différents angles θ et différentes hauteurs de sédiment h_0, une fois que l'extension du front Λ est adimensionnée par Λ^*. Ces résultats ont été obtenus sous l'eau car la dynamique est ralentie comparée à celle dans l'air.

Les données se regroupent autour de la courbe $\sqrt{n}$, en noir sur le graphique, lorsque l'angle θ du plan est inférieur à θ_r et pour les petites quantités de matière ajoutées. Elles dévient de cette courbe pour des temps plus longs ou des masses plus grandes. Dans le cas de $\theta = 31°$ la dynamique d'avalanche est beaucoup plus rapide que dans le cas de $\theta = 33°$. Le dépôt initial dans ce dernier cas est 4 fois plus petit que le dépôt h_0 utilisé pour $\theta = 31°$. Le front met donc plus de temps à atteindre sa hauteur de destabilisation.

La déviation visualisée sur la figure 3.9 indique que le régime "bulldozer" n'est plus. La première conclusion à tirer est que dans le régime "bulldozer" le front reste passif, la forme triangulaire rencontrée est la signature que la masse est simplement accumulée sans aucune interaction avec la couche granulaire sous elle. Malgrè les apparences, la méthode utilisée pour

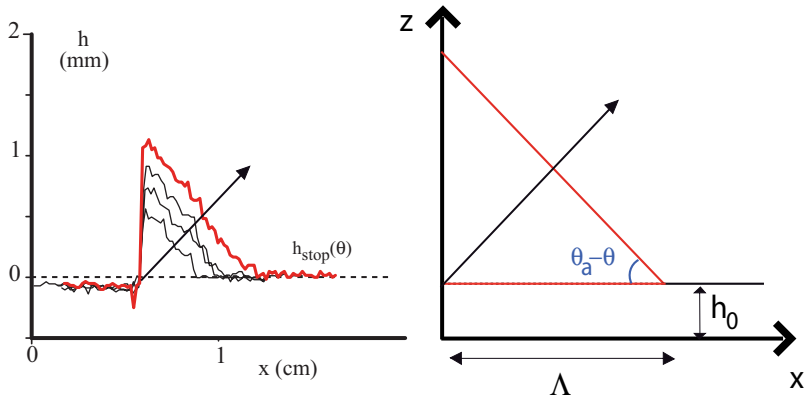


FIG. 3.8 – *Régime "bulldozer".* **a** *Profil laser.* **b** *Schéma du profil.*

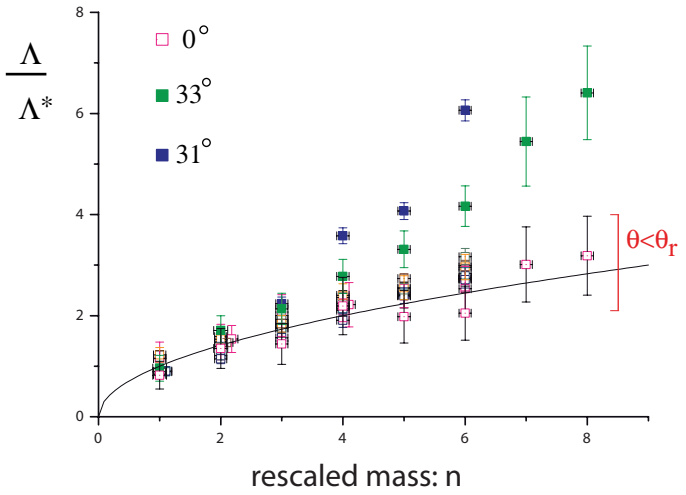


FIG. 3.9 – *Masse adimensionnée n en fonction de l'extension du front adimensionnée $\frac{\Lambda}{\Lambda^*}$. Ces courbes sont obtenues pour des poudres de 30μm pour des angles θ différents et des hauteurs initiales h_0 de sédiment différentes. La courbe en noir représente $\sqrt{n}$, les points se regroupent sur cette courbe indiquant que le front n'est autre qu'une accumulation passive de matière. Lorsqu'on change de régime les points ne suivent plus cette loi.*

déclencher les avalanches est somme toute assez douce : la matière est raclée jusqu'à ce que celle-ci dépasse un certain seuil de stabilité et engendre un front d'avalanche dont la taille et la quantité de matière embarquée lui est propre.

Mais ces résultats apportent également une autre information, en effet il semble que même pour de faibles quantitées de masse raclées, le régime d'avalanche est très vite atteint. C'est d'autant plus vrai que la hauteur initiale de sédiment h_0 est grande comparée à $h_{stop}(\theta)$. De plus les mesures de profil montrent que dans ces cas précis les avalanches ne cessent de s'amplifier lorsqu'elles dévalent la pente. Pourquoi grossissent-elles de plus en plus, d'où vient la matière qu'elles engrangent ?

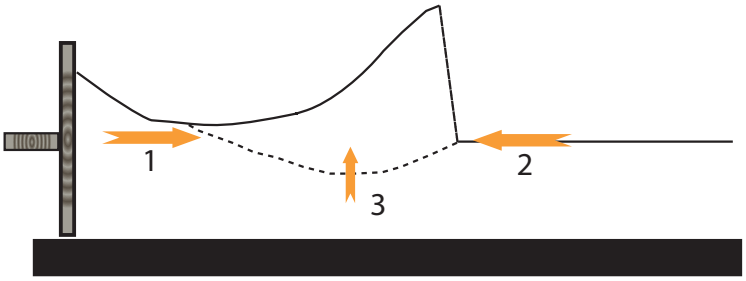


FIG. 3.10 – *Flux de matière. Forme schématisée du front d'avalanche homogène transversalement. Une partie du flux de matière (**1**) provient de la réglette , c'est au départ le seul flux dont dispose le front, l'autre partie du flux provient de la faculté qu'à l'avalanche à éroder les grains de la couche statique (**2 3**).*

3.2.2 Flux de matière

Le schéma de la figure 3.12 montre les trois flux de matière venant alimenter le front d'avalanche. L'un provient de la matière amenée par la raclette, l'autre est dû aux échanges entre l'avalanche et la couche de grains sur laquelle elle s'écoule, en d'autre terme il est dû à l'érosion. Le principe même de ces avalanches est de stopper la réglette une fois qu'un front autonome de matière est propagé, à ce moment là le flux **1** devient nul il ne reste plus que les flux **2** et **3** pour alimenter l'avalanche : ce sont les flux dus à l'érosion. Pour toutes les expériences menées à $h > h_{stop}(\theta)$ les fronts ont grossi très rapidement et n'ont jamais atteint un état stationnaire, dans cette configuration précise l'érosion est importante. Le flux **3** est limité par la profondeur de la couche.

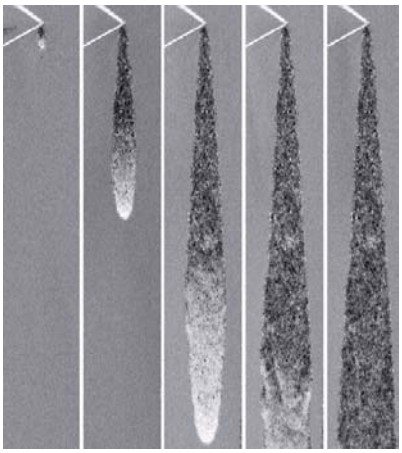


FIG. 3.11 – *Avalanche triangulaire. Une petite perturbation de la couche initiée par une baguette est amplifiée. La front s'élargit, il y a une sorte de diffusion transverse due à l'érosion de grains, de plus en plus de matière est mise en mouvement. Après le passage de l'avalanche, il reste une structure triangulaire (partie en noir sur les clichés) et la hauteur de sédiment laissée est égale à $h_{stop}(\theta)$.*

Des travaux réalisés dans les mêmes conditions ont montré qu'une simple petite pertubation de la couche pouvait engendrer des avalanches [15]. La figure 3.11 montre les clichés obtenus lorsque la couche granulaire est perturbée, alors que celle-ci présente une épaisseur $h_0 > h_{stop}(\theta)$. La perturbation augmente transversalement au fur et à mesure qu'elle dévale la pente, elle

laisse derrière elle une structure en forme de triangle d'où le nom d'avalanche triangulaire. Ce phénomène est visible dès lors que la zone de travail se situe entre les deux courbes de stabilité $h_{stop}(\theta)$ et $h_{start}(\theta)$[1] : cette région est qualifiée de métastable.

3.2.3 Réduction des paramètres de contrôle

Aux vues des précédents travaux évoqués la seule possibilité de créer une avalanche de forme constante est de travailler exactement sur la courbe $h_{stop}(\theta)$ [35]. Dans ce cas de figure la quantité de matière absorbée par érosion est exactement égale à celle rejetée dans la queue du front par déposition (fig. 3.12). Le graphique de la figure 3.13 représente les accélérations du front mesurées pour trois différentes hauteurs de dépôt granulaire. Lorsque celle-ci est voisin de $h_{stop}(\theta)$, l'accélération est quasi nulle : l'avalanche redépose autant de matière qu'elle n'en érode. Pour $h_0 < h_{stop}(\theta)$, l'accélération est négative ce qui indique que l'avalanche perd plus de matière qu'elle n'en gagne : le phénomène de déposition prédomine. Pour $h_0 > h_{stop}(\theta)$ c'est l'inverse, l'accéleration est positive et l'érosion domine.

D'après l'étude menée sur le diagramme de stabilité des grains, il est expérimentalement facile d'obtenir une couche granulaire de hauteur $h_{stop}(\theta)$. A partir de maintenant tous les résultats présentés ont été obtenus pour une hauteur $h_0 = h_{stop}(\theta)$ aussi bien dans l'eau que dans l'air. Il ne reste plus qu'un seul paramètre de contrôle : θ.

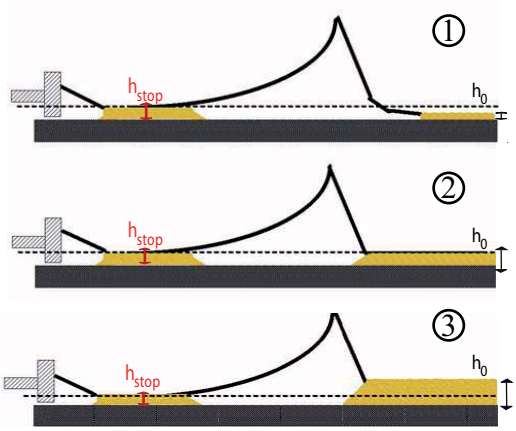


FIG. 3.12 – *Après le passage de l'avalanche la hauteur laissée est stable et égale à $h_{stop}(\theta)$. Il y a trois cas possibles pour l'épaisseur initiale de la couche.* **(1)** *$h_0 < h_{stop}$ l'avalanche dépose plus que ce qu'elle n'érode.* **(2)** *$h_0 = h_{stop}$ équilibre entre érosion et déposition.* **(3)** *$h_0 > h_{stop}$ l'avalanche érode plus que ce qu'elle ne dépose.*

[1] Pour des hauteurs proches de $h_{start}(\theta)$ la perturbation peut même remonter la pente

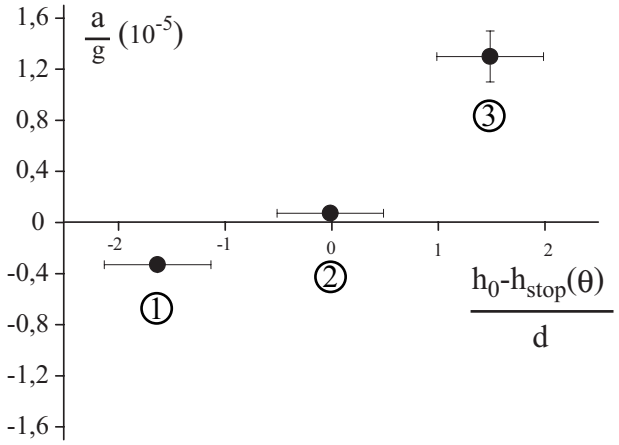


FIG. 3.13 – *Accélération du front d'avalanche (cas des avalanches sous-marines).* **(1)** $h_0 < h_{stop}(\theta)$ *: l'accélération du front d'avalanche est négative, le processus de déposition est plus important que celui de d'érosion.* **(2)** $h_0 = h_{stop}(\theta)$ *: l'accélération du front d'avalanche est quasi-nulle, érosion et déposition se compensent.* **(3)** $h_0 > h_{stop}(\theta)$ *: l'accélération du front d'avalanche est positive, l'érosion domine.*

Chapitre 4

Ecoulements stationnaires uniformes

4.1 Principe de l'expérience-Etudes dans l'air

Pour obtenir des écoulements stationnaires uniformes il faut pouvoir faire un débit constant de grains. Pour cela un réservoir à grains est installé en haut du plan incliné. Seule une étude dans l'air a été faite. Dans le cas de l'eau la formation de dépôts sédimentaires pour remplir le réservoir pouvait prendre un temps considérablement important avec la possibilité d'un vieillissement non contrôlé de ce dernier. Par ailleurs une étude récente [17] [36] menée sur des écoulements stationnaires uniformes sous l'eau montre que la phénoménologie est la même que dans l'air. C'est pourquoi, nous avons choisi ici de travailler seulement avec des écoulements stationnaires uniformes dans l'air.

Un réservoir de grains est installé en haut du plan incliné. C'est un parallélépipède rectangle en plexiglass de 500mm de long, 100mm de large pour une hauteur de 200mm. Une fois le bac rempli de grains, une de ces faces peut glisser d'une hauteur h réglable et ainsi libérer un débit constant de matière (fig. 4.1).

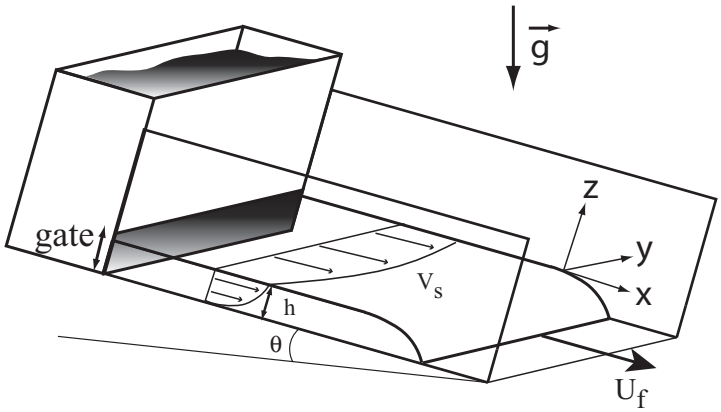


FIG. 4.1 – *Schéma de l'expérience pour les écoulements stationnaires uniformes de sable sur la feutrine. En haut du plan incliné est situé le réservoir à grains. Une fois la trappe ouverte les grains s'écoulent avec un débit constant. Le laser permet de mesurer la hauteur de l'écoulement h. Avec deux caméras placées à l'aplomb du plan la vitesse moyenne ou vitesse du front U_f ainsi que les vitesses de surface v_s sont mesurées.*

Deux caméras placées à l'aplomb du plan et à environ 1m de l'ouverture (au 3/4 de la longueur du plan) enregistrent le passage des avalanches. L'une travaille à 25im/s et une fenêtre

d'ouverture spatiale de 50cm permettant d'avoir la vitesse moyenne du front, l'autre utilise soit 125im/s soit 60im/s et une ouverture spatiale plus restreinte. On visualise ainsi le mouvement des grains et par PIV on obtient les vitesses de surface. Il est à noter que pour ces expériences le plan incliné n'est, en général, pas "prémouillé", c'est à dire que l'écoulement ne s'effectue pas sur une couche de grains de hauteur $h_{stop}(\theta)$ mais directement sur la feutrine. Le suivi temporel de la position du front donne ainsi la vitesse moyenne. Pour un écoulement à débit constant présentant un profil de front d'avalanche constant, la mesure U_f de la vitesse au front donne directement la vitesse moyenne U de l'écoulement par conservation du débit.
L'expérience consiste donc à mesurer les vitesses moyennes des avalanches, les vitesses de surface pour une hauteur d'écoulement h correspondante et un angle θ donné.

Le graphique de la figure 4.2 présente à titre qualitatif le domaine de hauteurs et d'angles explorés pour l'étude des écoulements uniformes stationnaires. Pour des hauteurs inférieures à $h_{stop}(\theta)$ il n'y a pas d'écoulement, c'est la borne inférieure. Les points de la zone encerclée en orange correspondent au domaine où les écoulements stationnaires ont été étudiés. Il est à noter que cette zone ne correspond en aucun cas à la zone d'existence des écoulements stationnaires mais uniquement à notre zone de travail. L'étude la plus complète a été faite pour $\theta = 33,4°$ où l'on a fait varier le débit de grains sur un large intervalle.

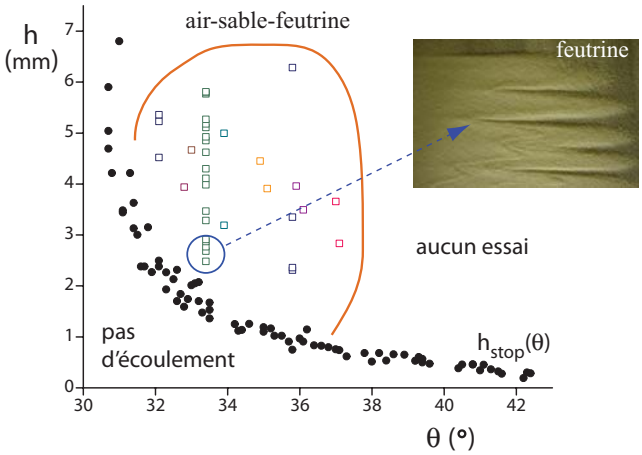


FIG. 4.2 – *Diagramme qualitatif de la zone de travail exploitée pour établir la rhéologie des écoulements stationnaires uniformes pour le sable de Fontainebleau sur la feutrine.*

Pour des ouvertures de trappe proches de $h_{stop}(\theta)$ (cercle bleu sur la figure 4.2) le front d'avalanche devient instable, des doigts de ségrégation apparaissent, il devient alors impossible de mesurer la vitesse du front ainsi que la hauteur associée car l'écoulement n'est plus uniforme (fig. 4.2). Il a fallu "prémouiller" le plan en déposant une couche homogène de grains $h = h_{stop}(\theta)$. L'instabilité est alors repoussée et l'écoulement redevient stationnaire et uniforme. En revanche, les vitesses du front ne sont plus exploitables et seules les vitesses de surface sont prises en compte.

4.2 Phénoménologie des écoulements

La figure 4.3 montre un diagramme spatio-temporel obtenu pour une réalisation à $\theta = 32°$. La mesure de la vitesse du front donne directement la vitesse moyenne de l'écoulement, elle est matérialisée par la droite oblique rouge (numéro **1**). Il est à noter que le front peut ne pas être une ligne continue, comme c'est le cas ici. Des ondes de très grandes longueurs d'onde [32]

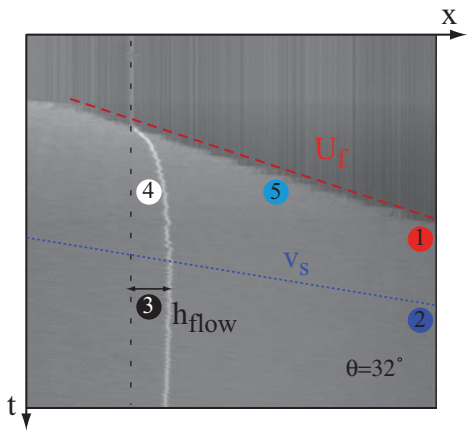


FIG. 4.3 – *Diagramme spatio-temporel d'un écoulement stationnaire uniforme (air, $d = 300\mu m$, $\theta = 32°$, $h/h_{stop}(\theta) \approx 2,8$). La droite en pointillés rouges* **(1)** *matérialise le passage du front dans le champ de la caméra. Les stries visibles sur le dos de l'écoulement représente les vitesses de surface, la ligne en pointillés bleus matérialise à titre indicatif ces vitesses* **(2)**. *La ligne laser verticale montre la forme du front* **(4)** *ainsi que la hauteur de l'écoulement* **(3)** *($h_{flow} \approx 5,5$ mm).*

apparaissent le long de l'écoulement et le front avance par vagues successives (nettement visible sur la figure 4.3 numéro **5**).

Les vitesses de surface ne sont, en général, pas mesurées depuis un tel spatio-temporel, mais à titre indicatif la ligne pointillée bleu illustre ces vitesses (numéro **2**). La pente des droites renseigne sur les valeurs des vitesses. Clairement la vitesse en surface est supérieure à la vitesse du front.

Un autre point intéressant est la forme du front [37], sorte de "chausson" (la ligne laser de la figure 4.3 (numéro **4**)). Ceci est d'autant plus vrai que les débits utilisés restent faibles. Pour des angles différents ayant des vitesses plus importantes, le front peut se bomber légèrement (fig. 4.4 **gauche**) voir devenir gazeux (fig. 4.4 **droite**).

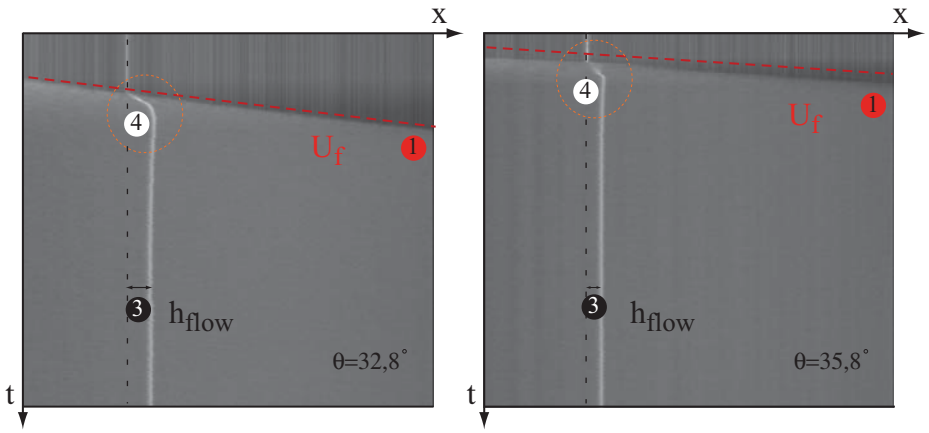


FIG. 4.4 – *Diagramme spatio-temporel d'un écoulement stationnaire uniforme (air, $d = 300\mu m$, $\theta = 32,8°$ et $35,8°$). Le diagramme de gauche montre un front légèrement bombé ($h/h_{stop}(\theta) \approx 2,1$) tandis que celui de droite est gazeux* **(4)** *($h/h_{stop}(\theta) \approx 2,9$).*

Les raisons n'en sont pas vraiment comprises. Peut-être que la polydispersité des grains peut expliquer la forme bombée du front. En effet, pour des avalanches sur un fond rugueux ayant une faible polydispersité en taille de grains, un rouleau de convection comprenant les plus gros grains s'installe au niveau du front [38]. Une légère dilatance peut en être la résultante.

Pour le front gazeux, le même argument peut être utilisé. La ségrégation amène les plus grosses particules au niveau du front bloquant ainsi l'écoulement. L'écoulement étant alimenté de manière continue, les particules en amont viennent alors heurter le front de grains. Ce phénomène fluidise partiellement l'écoulement au niveau du front (phase gazeuse). Les grains sont éjectés au niveau du front, la ligne laser peut difficilement s'y reflèter car le milieu se trouve alors trop dilué. Une signature caractéristique est la présence de rouleaux d'instabilité transverse [39]. Ce phénomène est effectivement visible lorsque le front devient gazeux (fig. 4.5 numéro **6**).

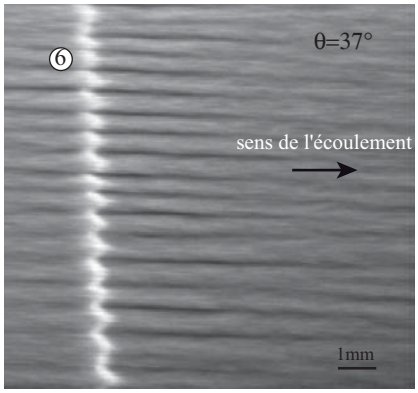


FIG. 4.5 – *Rouleaux de convection apparaissant lors d'un écoulement stationnaire uniforme (air, $d = 300\mu m$, $\theta = 37°$). Les rouleaux sont régulièrement espacés avec une longueur d'onde d'environ un peu moins d'un millimètre. Ce phénomène reste ici un simple transitoire, il ne se développe pas sur tout le plan incliné.*

Un autre phénomène intéressant est la présence de modulations au niveau de la surface libre. Les deux diagrammes spatio-temporel de la figure 4.6 illustrent ces fluctuations en surface de l'écoulement. Elles sont bien visibles sur celui de droite où les stries et les fluctuations de la ligne laser sont franchement marquées (numéro **7**).

Le graphique de la figure 4.7 montre un relevé de la hauteur et les vitesses de surface associées lors d'une avalanche ($\theta = 33°$ et $h/h_{stop}(\theta) \approx 2,67$).

Les vitesses sont mesurées dans le referentiel de l'avalanche. Le pic de vitesse coincide avec l'arrivée du front. La vitesse se stabillise une fois que l'écoulement atteint une hauteur "constante".

En fait, la surface libre présente de fortes modulations semblables à des rides. Celles-ci sont régulièrement espacées comme en témoigne le relevé de hauteur (courbe en noir) de la figure 4.7. Les mesures de vitesses s'en trouvent bruitées mais il est tout de même possible de faire correspondre les augmentations de hauteur avec celles des vitesses (courbe en bleu).

Si l'on ne tient pas compte de la partie initiale du front où l'écoulement n'a pas encore atteint son état final, une hauteur moyenne peut être exprimée ainsi qu'une vitesse de surface moyenne. Dans le cas présent les caractéristiques de l'écoulement sont : $\langle h \rangle = 4.7 \pm 0.4$mm et $\langle v_s \rangle = 390 \pm 70$ mm/s.

Ainsi la seule expérience d'écoulements uniformes stationnaires sur un fond rugueux révèle une riche diversité de phénomènes. Certains ont déjà fait l'objet d'études précises et poussées, les ondes à grande longueur d'onde (ondes de Kapitza [40]) par exemple ou les rouleaux d'instabilité

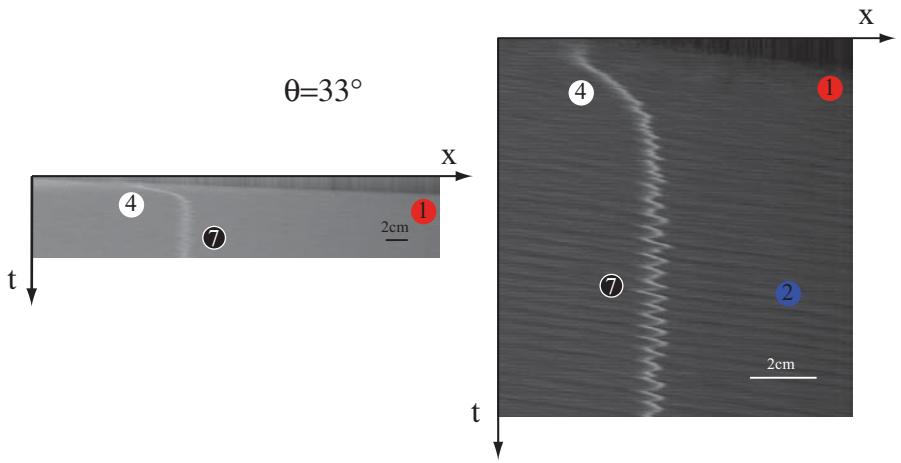


FIG. 4.6 – *Modulation de la surface libre* **(7)** *(air, $d = 300\mu m$, $\theta = 33°$ et $h/h_{stop}(\theta) \approx 2,67$). Diagramme spatio-temporel du même écoulement stationnaire uniforme.* **gauche** *Champ large à une fréquence d'acquisition de 25Hz.* **droite** *Champ restreint avec une fréquence d'acquisition de 60Hz.*

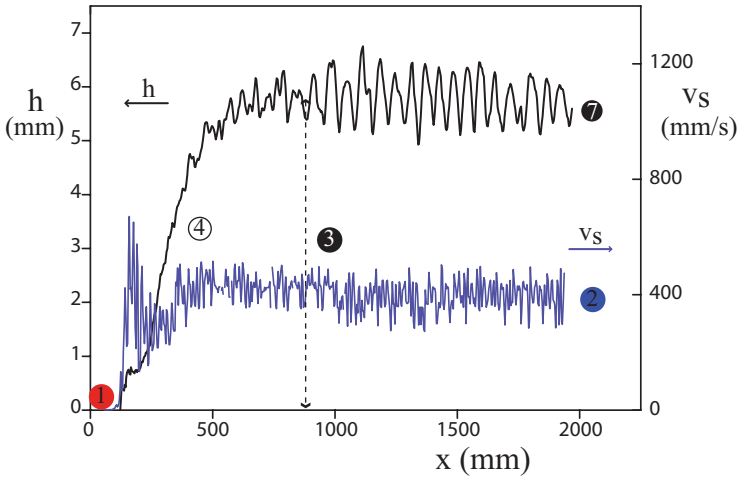


FIG. 4.7 – *Profil de hauteur et vitesse de surface (mesure par PIV) d'un écoulement uniforme stationnaire (air, $d = 300\mu m$, $\theta = 33°$ et $h/h_{stop}(\theta) \approx 2,67$).* **(1)** *pied du front de l'avalanche.* **(2)** *vitesse de surface.* **(3)** *hauteur totale de l'écoulement.* **(4)** *front d'avalanche ("chausson").* **(7)** *modulations de la surface libre.*

transverse [39][41].

Dans le cas présent, nous voulons identifier précisement les lois découlements pour notre système sable-feutrine.

4.3 Lois d'écoulement (I)

Le régime d'écoulement dense a fait l'objet de nombreuses recherches et à ce jour aucune équation constitutive complète n'a encore été établie [12] : néanmoins une approche hydrodynamique des écoulements granulaires sur plan rugueux a été proposée il y a plus de dix ans [42]. Les auteurs, Savage et Hutter, se sont inspirés des équations de St Venant pour les couches minces.

L'hypothèse principale est que la couche de matériau qui coule est fine devant la longueur de l'écoulement, hypothèse qui s'avère justifiée pour de nombreux écoulements géophysiques, permettant ainsi de ne travailler que suivant une direction x (fig 4.8) et décrivant l'écoulement par son épaisseur $h(x,t)$ et sa vitesse moyenne U suivant x.

Equations moyennées dans l'épaisseur

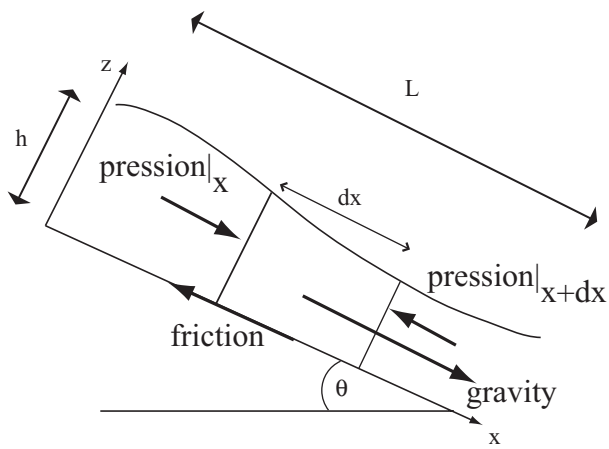


FIG. 4.8 – *Schéma du principe des équations moyennées dans l'épaisseur. Conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour une tranche élémentaire dx de matériau en écoulement.*

Les équations de St Venant, dites équations moyennées dans l'épaisseur, consistent tout d'abord à supposer que le fluide considéré est incompressible. C'est généralement le cas pour les écoulements denses où la fraction volumique varie peu. Les grains restent en contact les uns avec les autres. Sous cette hypothèse la conservation de la masse et de la quantité de mouvement peuvent être écrites.

D'après la figure 4.8, la conservation de la masse dit que la variation de volume du petit élément dx pendant un temps dt est égale au flux de matière entrant moins le flux de matière sortant ce qui donne :

$$dh = \int_0^{h(x,t)} u(x,z,t)dtdz|_x - \int_0^{h(x+dx,t)} u(x+dx,z,t)dtdz|_{x+dx} \tag{4.1}$$

soit, en notant $\overline{u} = 1/h \int_0^h u(x,z,t)dz$, l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\overline{u}}{\partial x} = 0 \tag{4.2}$$

De la même manière, la variation de la quantité de mouvement d'un élément dx pendant un temps dt soumis à des forces extérieures $\sum dF$ s'écrit :

$$\rho dxd(h\overline{u}) = \int_0^h \rho udtdz.u|_x - \int_0^h \rho udtdz.u|_{x+dx} + \sum dFdt \tag{4.3}$$

d'où

$$\rho\left(\frac{\partial h\overline{u}}{\partial t} + \frac{\partial h\overline{u^2}}{\partial x}\right) = \sum dF/dx \tag{4.4}$$

avec $\overline{u^2} = 1/h \int_0^h u^2(x,z,t)dz$.

A ce stade, une nouvelle hypothèse doit être formulée afin de pouvoir exprimer $\overline{u^2}$ en fonction de $\overline{u}$. Le profil de vitesse est supposé autosimilaire, $u(x,z,t) = \overline{u}(x,t)f(z/h)$, ce qui revient à écrire l'égalité suivante :

$$\overline{u^2} = \frac{1}{h}\int_0^h u^2 dz = \overline{u}^2 \int_0^1 f^2(y)dy = \alpha\overline{u}^2 \tag{4.5}$$

Pour un profil de type bouchon on montre que $\alpha = 1$. Pour une profil linéaire $\alpha = 4/3$ et enfin pour un profil de Bagnold $\alpha = 5/6$ (fig. 4.9)

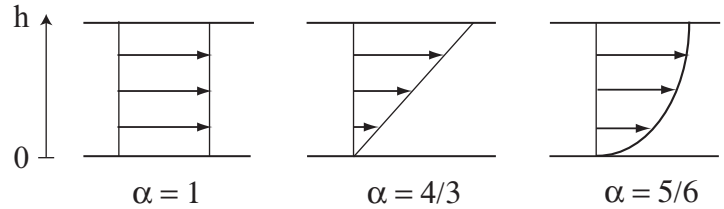


FIG. 4.9 – *Valeur de α pour différents profils de vitesse. Ecoulement bouchon ou profil uniforme : $u \propto$ constante. Profil linéaire : $u \propto z$. Profil de Bagnold : $u \propto z^{3/2}$.*

Il faut ensuite exprimer les forces en présence sur dx lors de l'écoulement :

$$\sum dF = \rho g h dx sin\theta + \tau dx + dx \int_0^h \sigma_{xx} dz|_x - dx \int_0^h \sigma_{xx} dz|_{x+dx} \tag{4.6}$$

le premier terme représente la gravité, le second la contrainte s'exercant au fond de la couche élémentaire et les deux autres termes correspondent à la pression (force d'étalement).

Il faut à nouveau faire une supposition sur la transmission des contraintes. Il y a proportionnalité entre les deux contraintes normales $\sigma_{xx} = K\sigma zz$. Des simulations réalisées sur des écoulements denses ont montré que ce facteur K était toujours proche de 1, la pression est donc isotrope ce qui n'a rien d'évident dans un matériau granulaire [43] [44].

La contrainte normale obéit à la loi hydrostatique du fait de l'hypothèse de lubrification et n'est autre que $\sigma_{zz} = \rho g cos\theta(h-z)dz$. En intégrant de 0 à h la contrainte s'écrit $\int_0^h \sigma_{xx} = 1/2\rho g cos\theta h^2$.

Dès lors la somme des forces peut se mettre sous la forme :

$$\sum dF = dx(\rho g h sin\theta + \tau - \rho g h cos\theta \frac{\partial h}{\partial x}) \tag{4.7}$$

Toute la rhéologie du matériau est cachée, ici, dans la contrainte qui s'exerce à l'interface entre la couche qui coule et le fond rigide, en d'autre terme la friction basale appelée ici τ.

Dans un milieu granulaire dense le choix de τ n'est pas évident. Une loi de friction faisant intervenir un terme de friction effective μ a été proposée [42] permettant d'écrire τ de la manière suivante :

$$\tau = \mu\rho g h cos\theta \tag{4.8}$$

Ainsi les équations moyennées dans l'épaisseur se résument donc aux deux équations couplées suivantes :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\overline{u}}{\partial x} = 0 \tag{4.9}$$

$$\left(\frac{\partial h\overline{u}}{\partial t} + \alpha\frac{\partial h\overline{u^2}}{\partial x}\right) = ghcos\theta(tan\theta - \mu - \frac{\partial h}{\partial x}) \tag{4.10}$$

La première équation représente la conservation de la masse. La deuxième équation la conservation de la quantité de mouvement. Le membre de gauche est l'accélération de la tranche de grains, celui de droite rassemble les forces extérieures (gravité, friction, pression).

Ces équations ne sont valables que dans les hypothèses formulées précédemment. De plus les variations temporelles doivent être lentes. Cependant le choix de μ pose encore un nouveau problème. En première approximation μ peut être pris comme étant égale à une constante. Ce choix semble justifié pour des écoulements sur fond peu rugueux et très inclinés [42] [45], mais il n'est plus applicable dès lors que la rugosité du fond devient du même ordre que la taille des grains qui coulent [46] [47][48].

En effet dans ces expériences il existe une large gamme d'angles pour laquelle il y a des écoulements stationnaires. Ce résultat est incompatible avec un coefficient de friction $\mu = constante$. Une expression plus réaliste, mais plus complexe, a été proposée où le coefficient de friction est une fonction de l'épaisseur et de la vitesse moyenne locale $\mu(\overline{u}, h)$ [37] [49].

Rhéologie granulaire pour des billes de verre

Des mesures d'écoulements stationnaires uniformes obtenues pour des billes de verre et un fond de même rugosité sont présentés dans les deux graphiques de la figure 4.10 (données extraites de [37]). Une fois que la vitesse moyenne de l'écoulement est adimensionnée par le nombre de Froude, toutes les données se mettent sur une même droite lorsqu'elles sont exprimées en fonction de $h/h_{stop}(\theta)$.

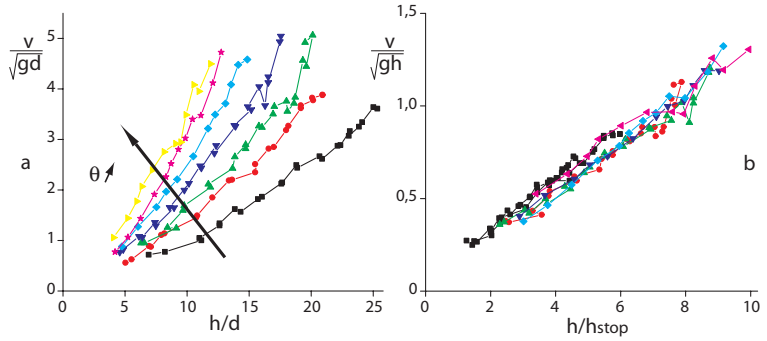


FIG. 4.10 – *Mesure de la vitesse moyenne des écoulements stationnaires uniformes en fonction de l'épaisseur h et de l'angle d'inclinaison θ pour des billes de verre monodisperses.* **a** *Vitesse adimensionnée par $\sqrt{gd}$ fonction de h/d, les angles explorés vont de $22°$ jusqu'à $28°$ avec un incrément de $1°$.* **b** *Les données se rassemblent sur une même droite lorsqu'on exprime le nombre de Froude $u/\sqrt{gh}$ en fonction de $h/h_{stop}(\theta)$ d'après [37].*

A partir de ces mesures expérimentales une relation entre quantités macroscopiques peut être extraite, c'est ce qu'on appelle une rhéologie. La rhéologie des écoulements stationnaires uniformes pour les billes de verre peut être formulée par l'expression suivante :

$$\frac{u}{\sqrt{gh}} = a + b\frac{h}{h_{stop}(\theta)} \tag{4.11}$$

où u est la vitesse moyenne de l'avalanche, g l'accélération de la pesanteur, h la hauteur moyenne de l'écoulement, a et b des paramètres d'ajustement et $h_{stop}(\theta)$ la hauteur d'arrêt pour l'angle θ considéré.

Dans le cas présent $a = 0$ et $b = 0,136$ ce qui donne une relation simple entre u et h qui est :

$$\frac{u}{\sqrt{gh}} = 0,136\frac{h}{h_{stop}(\theta)} \tag{4.12}$$

Cette expression indique que la vitesse moyenne u de l'écoulement devient nulle lorsque la hauteur h est nulle. L'interprétation à en faire est que l'écoulement se fait sur toute la hauteur h avec une vitesse de la forme $u \propto h^{3/2}$. Le profil de vitesse présent dans l'avalanche stationnaire est un profil de Bagnold.

Loi de friction

Les écoulements stationnaires uniformes permettent de déterminer le coefficient de friction μ. En effet pour de tels écoulements la gravité est exactement contrebalancée par la friction ce qui donne une relation simple pour la quantité de mouvement :

$$\mu = tan\theta \tag{4.13}$$

Connaissant $\overline{u}(h, \theta)$ pour différents angles et différentes hauteurs d'écoulements (débits), il est possible de déduire la forme du coefficient de friction $\mu(\overline{u}, h)$, en inversant $\overline{u}(h, \theta)$ en $\theta(\overline{u}, h)$.

En partant de la loi d'écoulement, obtenue pour les écoulements de billes de verre sur un fond rugueux, qui s'écrit :

$$\frac{\overline{u}}{\sqrt{gh}} = b\ \frac{h}{h_{stop}(\theta)} \tag{4.14}$$

La loi de friction prend la forme [25] :

$$\mu(\overline{u}, h) = tanh_{stop}^{-1}\left(\frac{bh\sqrt{gh}}{\overline{u}}\right) \tag{4.15}$$

En interpolant les mesures de la fonction $h_{stop}(\theta)$ par une fonction exponentielle, l'expression analytique de la loi de friction est extraite :

$$\mu(\overline{u}, h) = tan\delta_1 + (tan\delta_2 - tan\delta_1)exp\left(-\frac{\beta h}{Nd}\frac{\sqrt{gh}}{\overline{u}}\right) \tag{4.16}$$

avec d diamètre des billes, δ_1 l'angle de divergence de $h_{stop}(\theta)$, δ_2 l'angle pour lequel $h_{stop}(\theta)$ s'annule et N le nombre de couches de grains caractéristiques sur laquelle $h_{stop}(\theta)$ varie.

Cette loi de friction déduite des écoulements stationnaires uniformes a été testée dans les équations de St Venant et a permis de retrouver qualitativement de nombreux résultats : la forme stationnaire du front (en "chausson") [25] ou bien l'étalement d'une masse granulaire sur un plan rugueux [49].

Rhéologie locale

Plus récemment une étude, regroupant des données d'une grande partie de la communauté granulaire rassemblant des études expérimentales et numériques, a montré que dans les écoulements denses, on peut faire apparaitre une rhéologie locale [13]. Ce résultat est suggéré par des simulations numériques de sphères, utilisant la méthode de dynamique moléculaire [50], où partout dans l'écoulement, les forces de contraintes τ sont directement reliées au taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, c'est en ce sens qu'elle est dite locale :

$$\frac{\tau}{P} = \mu(\frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{P/\rho}}) = \mu(I) \tag{4.17}$$

Cette rhéologie implique l'existence de deux nombres adimensionnés indépendants :

$$\mu_{eff} = \frac{\tau}{P} \tag{4.18}$$

avec τ la contrainte de cisaillement et P la pression de confinement.
et

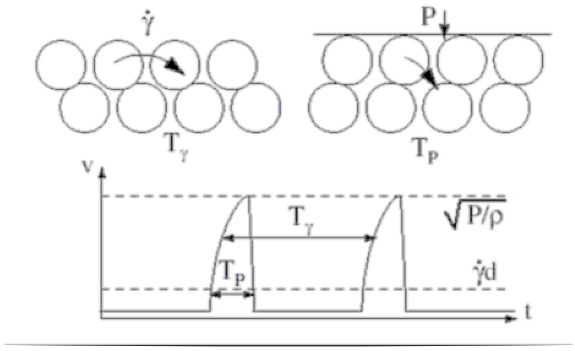


FIG. 4.11 – *Signification physique des deux temps typiques lors de l'écoulement. Le temps de déformation $T_{\dot{\gamma}}$ correspond au temps macroscopique que met une couche de grains pour se déplacer d'une distance d. Le temps de confinement T_P peut être interprété comme le temps que met un grain de la couche supérieure pour retourner dans sa position initiale. L'avalanche est donc une succession de mouvements lents lorsque un grain passe au-dessus de son voisin, et de mouvements rapides lorsque le grain est rabattu par la pression de confinement dans le trou suivant (extraite de [13]).*

$$I = \frac{T_p}{T_\gamma} \tag{4.19}$$

T_γ est le temps typique de déformation et il s'écrit :

$$T_\gamma = \frac{1}{\dot{\gamma}} \tag{4.20}$$

où $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement
et T_p le temps de confinement :

$$T_p = d\sqrt{\frac{\rho}{P}} \tag{4.21}$$

où d est la taille des grains, ρ la densité et P la pression de confinement (fig. 4.11).

Si la rhéologie locale s'applique, il y a une unique relation entre μ_{eff} et I.

Dans le cas des écoulement de surface sur un plan incliné, la pression de confinement est donnée par :

$$P = \rho g cos\theta(h - y) \tag{4.22}$$

Le taux de cisaillement est sélectionné par la relation :

$$I = \frac{\dot{\gamma}(y)d}{\sqrt{P(y)/\rho}} \tag{4.23}$$

En égalisant ces deux expressions et en intégrant $\dot{\gamma}$, le profil de Bagnold est retrouvée pour la vitesse [13] :

$$\frac{u(y)}{\sqrt{gd}} = A(\theta)\frac{(h^{3/2} - (h-y)^{3/2})}{d^{3/2}} \tag{4.24}$$

avec

$$A(\theta) = \frac{2}{3}I(\theta)\sqrt{cos\theta} \tag{4.25}$$

Ce résultat obtenu par la rhéologie locale peut être comparé aux résultats expérimentaux des écoulements stationnaires uniformes. En intégrant la relation (4.24) sur toute la hauteur de l'écoulement, une relation entre $\overline{u}$, h et θ est trouvée (loi d'écoulement ou rhéologie) :

$$\frac{\overline{u}}{\sqrt{gh}} = \frac{3}{5}\frac{h}{d}A(\theta) \tag{4.26}$$

En général, les lois d'écoulement mesurées pour les écoulements stationnaires uniformes ont la forme :

$$\frac{\overline{u}}{\sqrt{gh}} = a + b\frac{h}{h_{stop}(\theta)} \tag{4.27}$$

La prédiction de la rhéologie locale ne prévoit pas de terme $a \neq 0$ et n'est donc pas entièrement compatible pour des grains rugueux. Néanmoins pour les écoulements de billes de verre, le terme a est bien égal à zéro ce qui correspond à la prédiction (4.26). Dans ce cas, il est possible de relier la constante de Bagnold $A(\theta)$ à la valeur de $h_{stop}(\theta)$ (4.14 et 4.24) :

$$A(\theta) = \frac{5}{3}b\frac{d}{h_{stop}(\theta)} \tag{4.28}$$

En revanche, la rhéologie locale ne permet pas de prévoir a priori que l'écoulement doit cesser à $h_{stop}(\theta)$. La fonction $\mu(I)$ peut aussi être mesurée directement en se servant d'un plan incliné comme d'un rhéomètre. En imposant un angle θ, le coefficient de friction $\mu = tan\theta$ est fixé et il est alors possible de mesurer le paramètre I correspondant grâce à la relation (eq.4.25 et 4.26) :

$$I = \frac{5}{2}\frac{\overline{u}d}{h\sqrt{ghcos\theta}} \tag{4.29}$$

La figure 4.12 montre les résultats obtenus lorsque le coefficient de friction effective μ_{eff} est exprimé en fonction de I à travers la relation (4.29) [13]. Ces résultats sont comparés à une simulation numérique 2D pour un cisaillement plan [50].

Les données expérimentales et numériques se regroupent sur une même courbe. La forme de $\mu(I)$ est semblable pour les deux études faites ici.

Loi d'écoulement pour le sable sur la feutrine

En partant des simples expériences d'écoulements stationnaires uniformes, il est possible de déterminer la rhéologie locale du matériau c'est à dire une loi de friction effective. Cette rhéologie diffère suivant la nature des grains et du fond rugueux utilisés.

Dans la partie qui va suivre, la rhéologie du sable s'écoulant sur la feutrine va être établie. Les résultats trouvés sont ensuite comparés à ceux obtenus pour différents matériaux et rugosités.

Le schéma du principe de l'expérience est rappelé figure 4.13. Le graphique de la figure 4.14 représente les vitesses moyennes adimensionnées par $\sqrt{gd}$ en fonction de h/d pour différentes épaisseurs h et angles d'inclinaison θ.

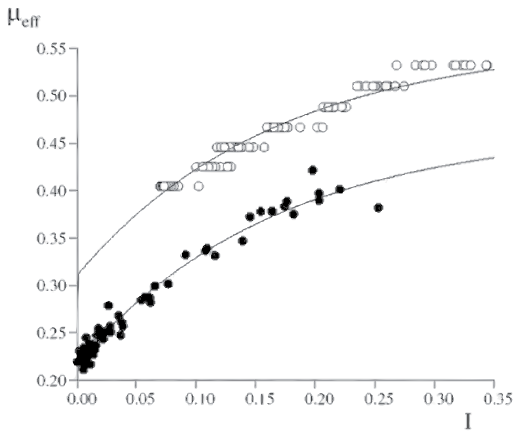


FIG. 4.12 – *Friction effective μ_{eff} fonction du nombre d'inertie I pour une configuration cisaillement plan (simulation 2D (○)) et pour des billes sur un plan incliné(●) (extraite de [13]). Les données se regroupent sur une unique courbe $\mu_{eff}(I)$. Celle-ci diffère suivant la géométrie du système.*

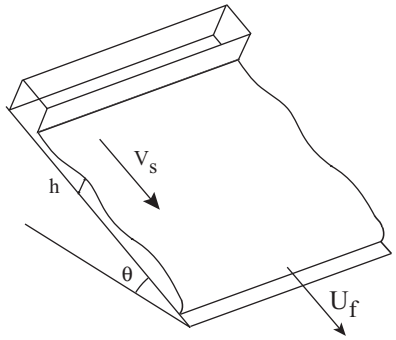


FIG. 4.13 – *Schéma du principe de l'expérience des écoulements stationnaires. Les vitesses de surface V_s ainsi que les vitesses du front U_f et la hauteur moyenne h de l'écoulement sont mesurées.*

Pour un angle donné la vitesse augmente avec l'épaisseur. La relation entre ces deux grandeurs n'est pas linéaire. Bien que les données soient assez bruitées, il est possible de voir, notamment pour $\theta = 33,4°$, une légère augmentation en loi de puissance lorsque h augmente.

L'étude la plus complète a été réalisée pour $\theta = 33,4°$. Plus les angles explorés sont grands et plus les vitesses sont fortes, la force motrice de gravité étant plus importante et les hauteurs d'écoulements sont plus faibles.

Les barres d'erreurs indiquées correspondent en général à la déviation standard obtenue une fois les vitesses de surface moyennées. Elles ne sont pas reportées pour tous les points afin de rendre le graphique lisible mais elles permettent néanmoins de voir la dispersion des données.

Pour $\theta = 37°$ les mesures de vitesse semblent quelque peu sous-estimées. La cause réside peut-être dans la présence du front gazeux et certainement dans les réglages utilisés lors de la mesure de PIV. La fréquence de prise d'image étant peut-être trop faible compte tenu de la vitesse et de la fenêtre d'observation de l'avalanche. Les grains ne sont alors pas clairement discernables et la PIV s'en trouve moins performante.

Ces résultats se rassemblent sur une même droite maîtresse dès lors qu'ils sont exprimés en

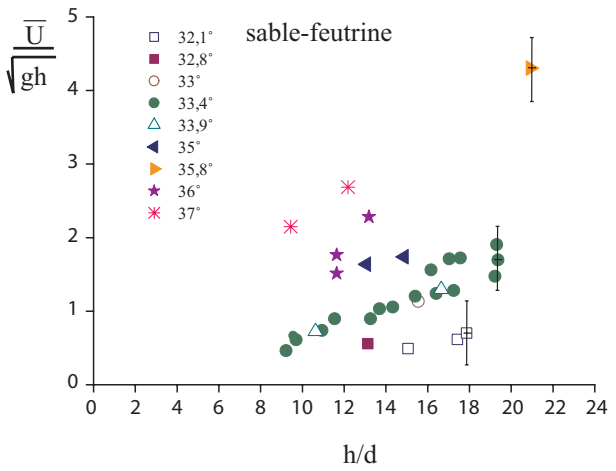


FIG. 4.14 – *Mesure de la vitesse moyenne des écoulements stationnaires uniformes en fonction de l'épaisseur h et de l'angle d'inclinaison θ pour le sable de Fontainebleau sur de la feutrine. La vitesse est adimensionnée par $\sqrt{gd}$ en fonction de h/d*

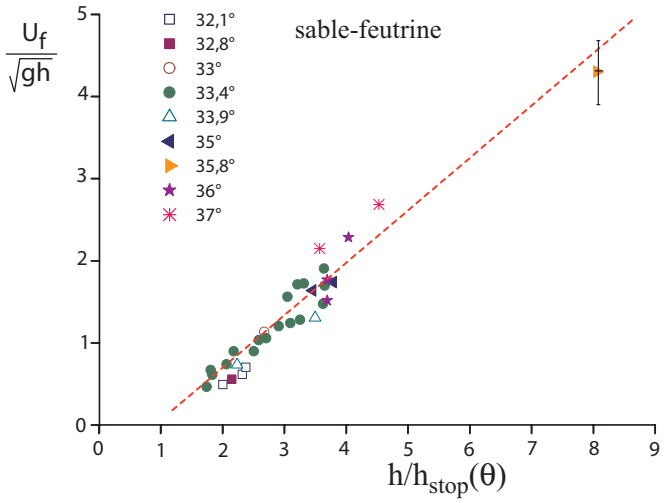


FIG. 4.15 – *Loi d'écoulement du sable sur la feutrine. Mesure de la vitesse moyenne U_f des écoulements stationnaires uniformes en fonction de l'épaisseur h et de l'angle d'inclinaison θ. Les données se rassemblent sur une même droite dès lors que le nombre de Froude $u/\sqrt{gh}$ est exprimé en fonction de $h/h_{stop}(\theta)$.*

fonction de $h_{stop}(\theta)$ qui est une fonction de θ. Le graphique de la figure 4.15 montre ce résultat.

Il est alors possible de faire un ajustement linéaire de la forme :

$$\frac{U}{\sqrt{gh}} = a + b\frac{h}{h_{stop}(\theta)} \tag{4.30}$$

avec $a = -0,57 \pm 0,10$ et $b = 0,64 \pm 0,031$.

Ceci signifie que la vitesse est une fonction de la forme :

$$U = a\sqrt{g}\ h^{1/2} + b\sqrt{g}\ \frac{h^{3/2}}{h_{stop}(\theta)} \tag{4.31}$$

Cette loi signifie que le profil de vitesse n'est pas un simple profil de Bagnold (fig. 4.9) mais présente en plus une partie en $h^{1/2}$. Ce résultat diffère de ce qui est obtenu pour des billes de verre s'écoulant sur un fond de même rugosité mais par contre est en accord avec ce qui est trouvé pour des écoulements utilisant le sable comme matériau [32] [51].

A titre indicatif la figure 4.16 montre $1/h_{stop}$ en fonction de θ. La partie ombrée représente la zone de travail explorée lors des mesures de la loi d'écoulement. Afin de mieux tester l'adimensionnement par $h_{stop}(\theta)$, il eût été nécessaire de travailler dans la partie non linéaire de la courbe, c'est à dire pour des angles supérieurs à 40°. Cela n'a pas été fait ici car l'expérience n'étant à la base pas prévue pour des écoulements stationnaires uniformes, il a fallu l'adapter. Travailler à des angles aussi haut rendait l'expérience un peu dangereuse.

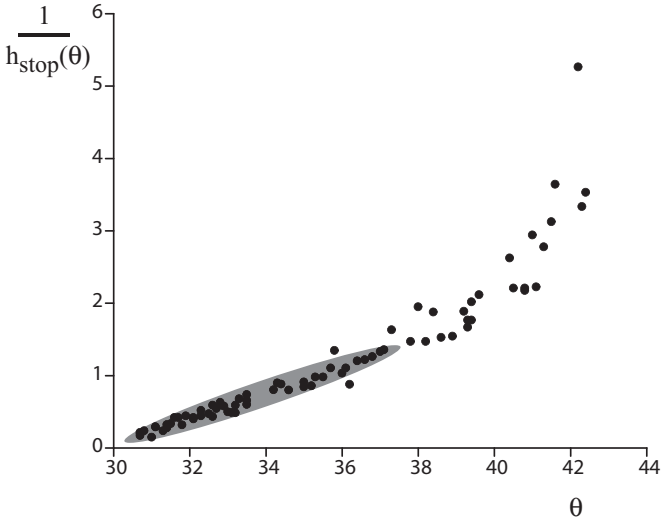


FIG. 4.16 – *Zone de travail explorée lors de l'étude des écoulements stationaires uniformes (partie ombrée).*

Deux voies peuvent être envisagées : soit l'écoulement se fait sur toute la hauteur et présente un profil de vitesse différent de celui trouvé habituellement avec une rhéologie clairement différente de la rhéologie locale déterminée par le coéfficient de friction $\mu(I)$, soit l'écoulement se fait non pas sur toute la hauteur h mais sur une hauteur moindre qui reste à déterminer et dans ce cas on peut tenter d'adapter la rhéologie locale à cette nouvelle condition. Néanmoins la présence d'une zone statique sous la partie coulante reste une hypothèse à vérifier.

La figure 4.17 présente sur un même graphique la loi d'écoulement obtenue pour le sable sur la feutrine et pour les billes sur les billes.

Les données se regroupent bien sur une même droite maîtresse mais celles-ci diffèrent de part leur pente (sable : b=0,64 ; bille : b=0,136) et leur ordonnée à l'origine (sable : a=-0,57 ; bille : a=0).

4.4 Couche statique : preuves expérimentales

La comparaison des rhéologies rencontrées lors de l'étude des écoulements stationnaires uniformes pour le sable s'écoulant sur la feutrine et pour les billes sur les billes soulève la question de l'existence ou non d'une couche statique.

Afin d'y répondre trois séries d'expériences distinctes ont été menées.

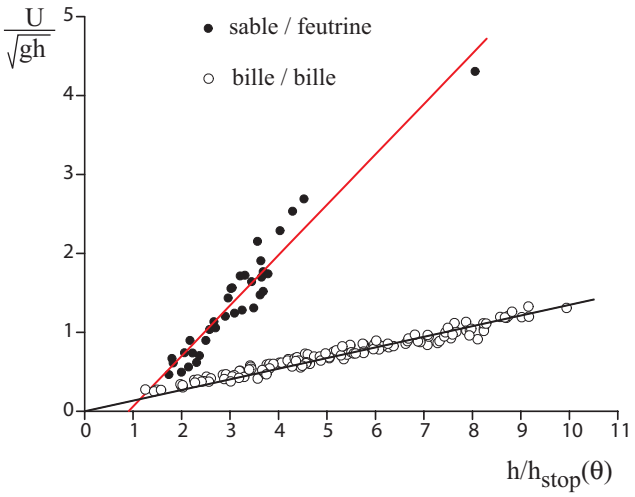


FIG. 4.17 – *Loi d'écoulement pour le sable sur la feutrine (●) et pour les billes sur un plan de même rugosité (○).*

4.4.1 Méthode de la lame de suie

Cette méthode consiste à plonger une lame recouverte de suie de carbone lors d'un écoulement granulaire (fig. 4.18) [52].

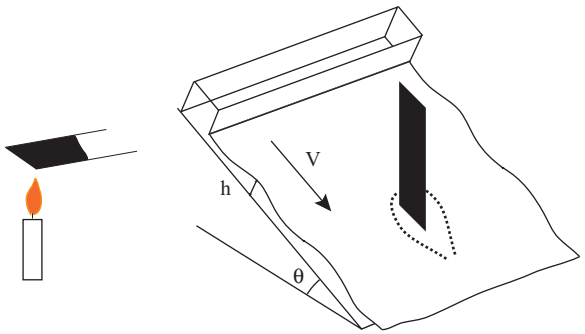


FIG. 4.18 – *Schéma de la méthode de la lame de suie. A l'aide d'une bougie de la suie est déposée sur la lame. Celle-ci est ensuite plongée dans un écoulement stationnaire uniforme. Les grains en écoulement érodent le noir de carbone présent au niveau de la surface de la lame.*

Les grains qui s'écoulent érodent progressivement la suie de la lame. L'épaisseur de la couche qui coule est alors visualisée. La figure 4.19 montre deux images de la lame enduite de noir de fumé. A gauche, la lame telle qu'elle apparait avant d'être trempée dans le flot granulaire. A droite, la lame une fois retirée de l'écoulement. Il est possible de distinguer trois zones. En haut la lame reste noire : c'est la partie qui était hors de l'écoulement. Au milieu une zone plus claire : la suie a été érodée et enfin, en bas de la lame, une zone à nouveau noire réapparait témoignant de la présence d'une couche statique, ou du moins qui s'écoule très lentement (fluage) [53].

La durée maximale de trempe est d'environ 4 minutes. Cette trempe ne se fait pas en une seule fois car généralement le réservoir ne permet pas de tenir une telle durée d'écoulement.

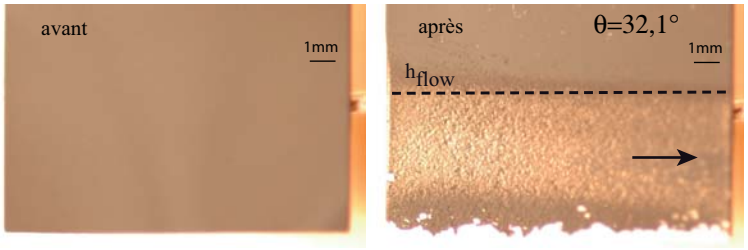


FIG. 4.19 – *Cliché de la lame recouverte de suie.* ***gauche*** *Avant la trempe.* ***droite*** *Après une trempe dans l'écoulement.*

La méthode utilisée consiste donc à plonger la lame pendant $40 - 50$ secondes. Puis une image de la lame est prise. Le réservoir est de nouveau rempli, la lame est retrempée pendant $40 - 50$ s et ainsi de suite.

La figure 4.20 montre l'évolution des différents profils mesurés. A gauche une image de la lame après $242s$ d'écoulement. A l'aide de la ligne laser, la hauteur de l'écoulement est mesurée. Elle est reportée sur le graphique des niveaux de gris. Elle coincide bien à la mesure que l'on trouve à partir de la méthode d'érosion.

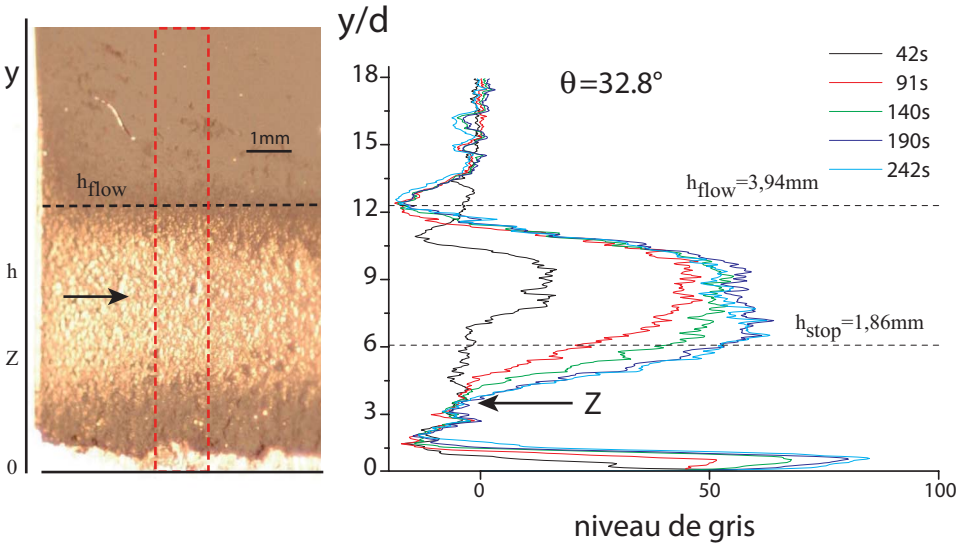


FIG. 4.20 – *Couche statique Z.* ***gauche*** *Photographie de la lame après $242s$ d'écoulement.* ***droite*** *Relevé de l'intensité des niveaux de gris pour des temps différents d'écoulement au cours de la même expérience ($\theta = 32,8°$ et $h/h_{stop}(\theta) = 2{,}12$ mm). Les niveaux de gris sont moyennés (surface en pointillée rouge sur l'image de gauche). Au bout d'un certain temps le profil d'intensité est saturée. La mesure de la couche statique Z peut être faite en extrapolant les données du profil d'intensité.*

L'expérience s'arrête une fois que le profil d'intensité de niveaux de gris est saturé. Dans le cas de la figure 4.20, les profils obtenus pour $190s$ et $242s$ se superposent. Il est alors possible de mesurer la hauteur de la zone statique en extrapolant le profil d'intensité.

Il est à noter que les répétitions de trempe de la lame ont pour effet d'arracher complètement une bande de noir de carbone sur la partie proche du bord. La photographie de la figure 4.21

illustre ce phénomène. Il faut tenir compte de ce biais dans les mesures. Pour cela chaque photographie est prise sous deux éclairages différents afin de vérifier où se situe le bord de la lame permettant d'étalonner correctement les hauteurs de la couche statique.

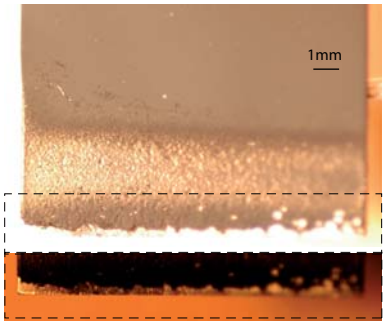


FIG. 4.21 – *Etalonnage du bord de lame. Deux clichés de la même lame pris sous deux lumières différentes. Le bord de la lame est visible sur celle du bas (non visible sur celle du haut), le carbone a été arraché.*

Cette méthode est utilisée dans des écoulements à différents débits et pour différents angles. Les résultats sont reportés dans le graphique de la figure 4.22.

La mesure de la couche statique, notée Z, révèle que celle-ci est d'autant plus épaisse que l'angle est faible (fig. 4.23). La feutrine, piègeant de manière irréversible, au moins une couche de grain il n'est pas surprenant que la courbe ne se raccorde pas à 0 lorsque les angles deviennent élevés. D'ailleurs cette méthode donne une idée de cette couche minimale, entre une et deux tailles de grains, qui correspond à la taille des poils qui forme la feutrine.

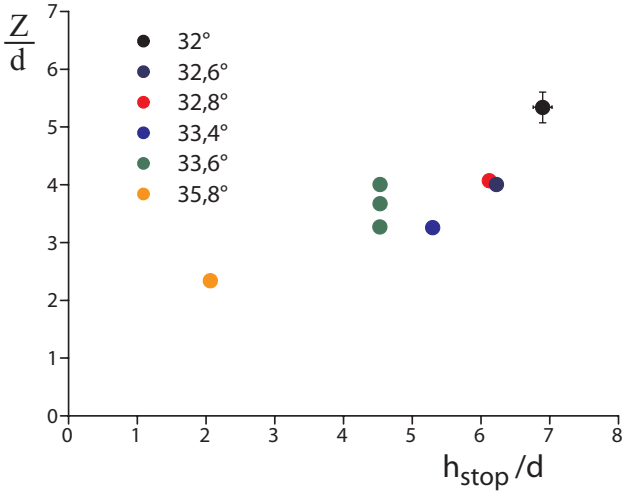


FIG. 4.22 – *Mesure de la couche statique Z en fonction de θ.*

Des mesures de Z effectuées pour un même angle $\theta = 33,6°$ et pour trois débits, $q = v_s \times h$, différents tendent à montrer que c'est plutôt θ qui fixe la valeur de Z. Pour un facteur 2 sur le débit, la couche statique Z a varié d'un peu moins d'une taille de grain.

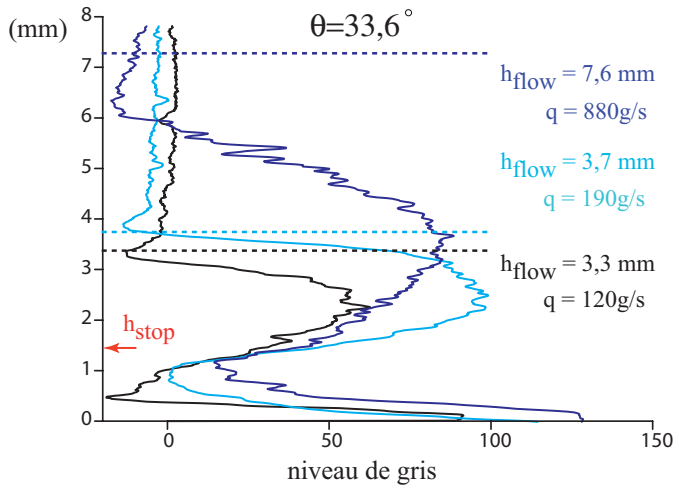


FIG. 4.23 – *Profil d'intensité pour trois débits différents q pour un angle $\theta = 33,6°$ fixé. Les hauteurs sont mesurées de manière indépendantes et reportées sur le graphique ainsi que $h_{stop}(\theta)$.*

4.4.2 Méthode des feuillets colorés

Sur le plan incliné est déposé une couche de grains d'une hauteur $h = h_{stop}$. A l'aide d'un masque rectangulaire, une tranche de grain est retirée du dépot et est remplacée par des couches de grains de différentes couleurs. Ensuite, un écoulement stationnaire et homogène est propagé sur le substrat. L'écoulement dure environ une minute.

La méthode consiste à vérifier le déplacement des couches colorées lors de l'écoulement. Les observations expérimentales montrent que les bandes de surface sont emportées par l'écoulement. Qu'en est-il de celles situées plus en profondeur ?

En creusant soigneusement couche par couche, au niveau de l'emplacement initial des feuillets colorés, la présence d'une bande de grains colorés témoigne de la présence d'une zone statique (fig. 4.24)

Cette même expérience a été répétée pour différents angles. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux de la méthode de la lame de suie et présentés dans le graphique de la figure 4.25. Il y a un bon accord entre les mesures. La dépendance en θ est respectée par contre, toutes les mesures utilisant la technique des couches colorées sont systématiquement inférieures à celles obtenues par la méthode d'érosion. A ce point nous faisons trois remarques :

Premièrement, lors de la construction des feuillets, la hauteur finale n'est pas exactement $h_{stop}(\theta)$.

Deuxièmement, la structure interne de cette nouvelle bande de grains est certainement différente de celle obtenue lorsque le système s'arrête naturellement à $h_{stop}(\theta)$.

Troisièmement, il n'est pas exclu que le front de l'avalanche, lui, creuse plus profondement que la couche homogène en écoulement.

Ces trois points peuvent en partie expliquer les différences constatées entre la méthode de la lame de suie et la méthode des feuillets.

En revanche cette méthode visualise sans aucune ambiguïté l'existence d'une couche statique. Pour les mesures quantitatives seules les mesures venant de la méthode d'érosion ont été utilisées.

Les résultats trouvés par ces deux méthodes amènent la preuve de l'existence d'une couche statique, sur les temps d'observations explorés. Une valeur empirique de Z en fonction de l'angle θ en est extraite. Un ajustement exponentiel est utilisé pour $Z(\theta)$ (fig. 4.25).

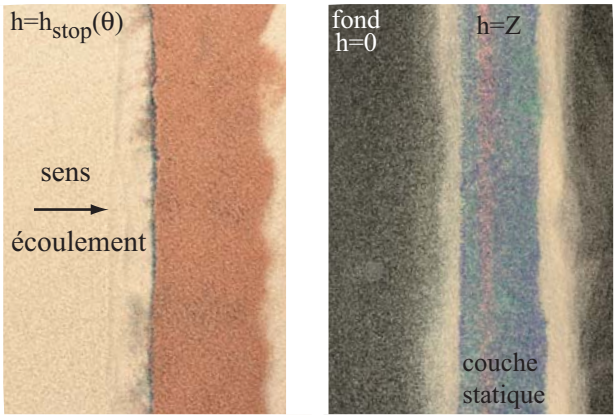


FIG. 4.24 – ***avant gauche*** *Couche colorée avant l'écoulement.* ***après droite*** *Couche colorée après l'écoulement. Le dépot a été creusé jusqu'à arriver au niveau des couches colorées. La ligne laser permet de mesurer la hauteur de la couche statique. La feutrine correspond aux parties en noir visible tout autour de la bande (feutrine).*

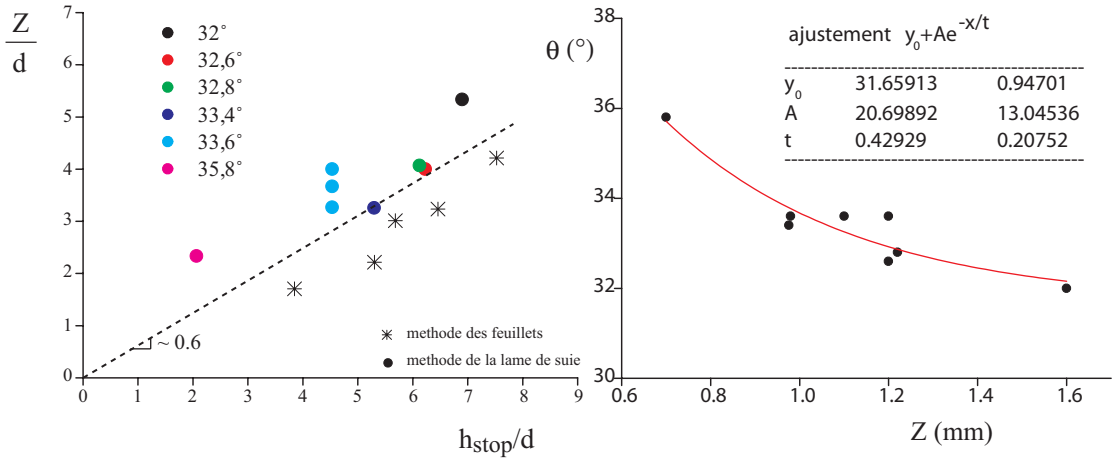


FIG. 4.25 – *Mesure de la couche statique Z d'après les deux méthodes expérimentales. La tendance en θ est respectée pour les deux méthodes. Les points donnés par la méthode de coloration de couches sont légèrement en dessous de ceux donnés par la méthode d'érosion. Couche statique Z fonction de θ. La courbe en trait continue correspond à un ajustement exponentiel.*

Dès lors, la loi d'écoulement doit-être modifiée à l'aide de ces nouvelles données.

4.4.3 Dunes de sable

La troisième preuve expérimentale d'une couche statique est la présence de structures stationnaires visibles sous l'écoulement.

Ces structures font penser à des dunes ou bien des rides de sable qui prennent naissance non pas en surface mais sous une couche de grain en écoulement. C'est comme si la partie coulante était un fluide saturé en grain qui viendrait moduler une partie statique de grain : des dunes de sable sous le sable. En général dans le désert, pour un fluide comme l'air saturé en grain, il est

possible d'observer des structures dues au couplage fluide et lit de grain (rides ou bien des dunes appelée barchanes) [54]. Cette partie préliminaire présente ces observations expérimentales.

Montage expérimental

Le montage expérimental est le même que celui utilisé pour les écoulements stationnaires uniformes. Afin de visualiser ces structures stationnaires, un appareil photographique a été placé perpendiculairement à l'aplomb du plan. L'éclairage est rasant suivant la direction transverse ou bien suivant celle de l'écoulement. En prenant des images avec un temps de pose de l'ordre de $1s$, ces structures apparaissent car elles sont figées à cette échelle d'exposition (fig. 4.26).

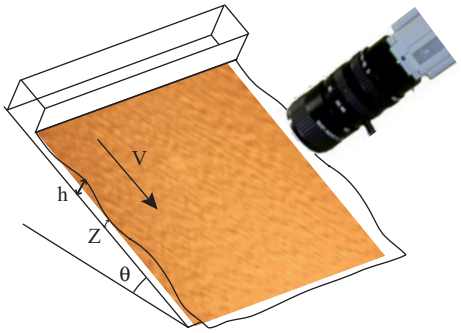


FIG. 4.26 – *Schéma du montage.*

Résultats

Le temps de pose de l'appareil photographique permet de ne fixer que les parties stationnaires de l'écoulement. Celui-ci se fait dans la direction x, y étant la direction transverse.

Plus les épaisseurs du flot sont importantes plus il devient difficile d'observer ces structures. Est-ce parce qu'elles disparaissent vraiment ou bien que la hauteur, étant trop importante, l'expérience ne permet plus de voir les modulations de la couche statique ?

Les lignes verticales, qui viennent flouter l'image, sont dues au passage des grains. Il en ressort la présence de structures périodiques en x et y (fig. 4.27). Elles forment un angle bien déterminé entre elles, ici proche de 90° . Mais cet angle d'ouverture varie suivant l'angle θ du plan incliné. Aucune étude systématique n'a été menée ici.

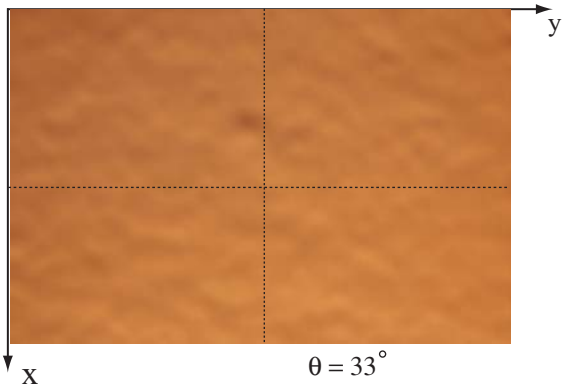


FIG. 4.27 – *Structures d'érosion ($\theta = 33°$, air, sable).*

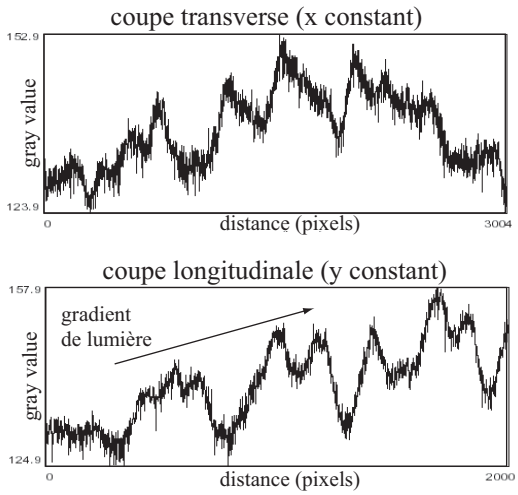


FIG. 4.28 – *Niveaux de gris. Coupe longitudinale et transverse tirées de l'image précédente (lignes en pointillés).*

Le profil d'intensité suivant une direction puis l'autre montre effectivement une structure périodique à deux dimensions. L'éclairage est rasant dans le sens de l'écoulement, le projecteur est centré en bas du plan incliné. C'est pourquoi le profil d'intensité présente une forme de cloche (resp.droite ascendente) pour la coupe transverse (resp.longitudinale).

De ces profils sont extraites les fonctions d'autocorrélation (fig. 4.31).

Lorsque l'angle θ change la périodicité des structures 2D varie également (fig. 4.29).

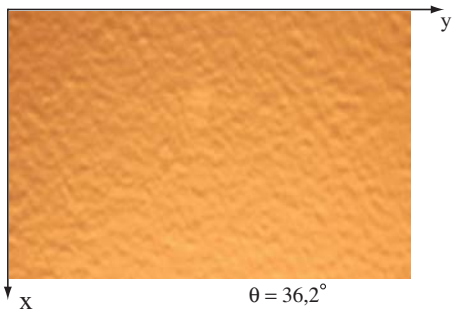


FIG. 4.29 – *Structures d'érosion ($\theta = 36,2°$, air, sable).*

Des fonctions de corrélation sont extraites pour chaque angle (fig. 4.30). Pour $\theta = 36.2°$ les données ont été moyennées sur 10 mesures. Pour les autres angles sur seulement 5 mesures. Les fluctuations observées correspondent à la déviation entre les expériences et au sein de la même expérience. Les mesures ont été prises en des points différents de la même image. Pour λ_x comme pour λ_y, les fluctuations sont importantes plus l'angle devient faible.

Les longueurs d'onde dans les deux directions ont le même comportement : elles augmentent lorsque l'angle diminue. Les longueurs d'onde sont quasi-identiques pour les angles les plus élevés (34.9° et 36.2°) puis elles diffèrent quelque peu. Les longueurs d'onde transversales augmentent plus rapidement que les longueurs d'onde longitudinales. Les structures sont moins directionnelles, les grains diffusent plus facilement dans la direction transverse de l'écoulement.

Lors des avalanches sous-marines, des structures apparaissent après le passage du front (fig. 4.32). Elles sont moins marquées que celle observées ici mais il est néanmoins possible

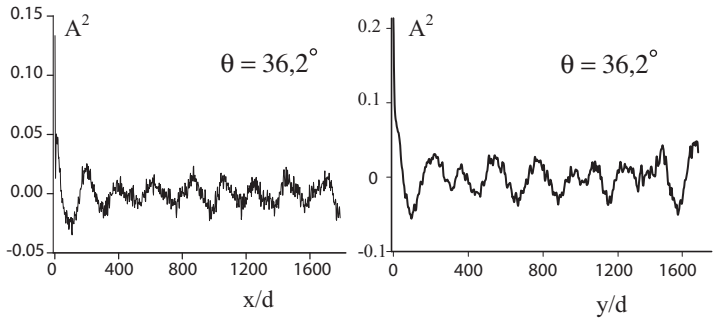


FIG. 4.30 – *Fonction de corrélation des profils d'intensité extraite de la figure 4.29 ($\theta = 36,1°$, air, sable).*

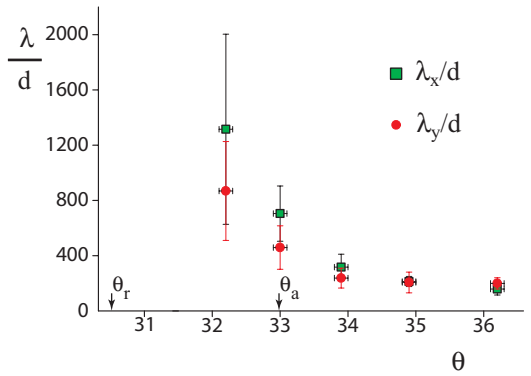


FIG. 4.31 – *Toutes les longueurs d'onde sont adimensionnées par la taille du grain. Evolution de la longueur d'onde longitudinale et transversale dans l'espace des θ.*

de relever un certain angle ϕ de cohérence entre elles.

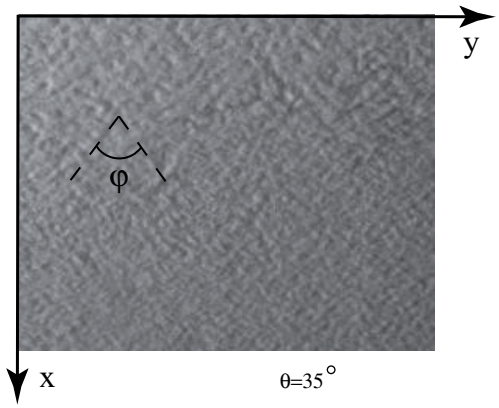


FIG. 4.32 – *Structures de la couche granulaire après le passage du front d'avalanche (eau, $d = 30\mu m$, $\theta = 35°$).*

4.5 Loi d'écoulement (II)

Les trois études expérimentales abordées dans la section précédente permettent de déduire l'existence d'une couche granulaire statique, ou faiblement fluée, lors d'un écoulement stationnaire uniforme pour le sable sur la feutrine. Ce résultat est important car il vient modifier la loi d'écoulement. A partir des résultats expérimentaux, nous allons essayer de tester une rhéologie locale.

4.5.1 Vitesse moyenne et vitesse de surface

Dans ce qui suit, nous reportons les données expérimentales obtenues pour des mesures de vitesse de front U_f et de surface v_s dans les mêmes conditions d'angles et de débits. Pour un angle donné et une ouverture de trappe fixée, une caméra ayant un champ de vision assez large permet de mesurer la vitesse du front ou vitesse moyenne de l'écoulement. Une caméra rapide focalisée sur l'écoulement mesure les vitesses de surface.

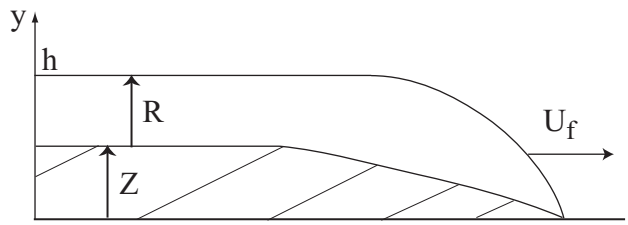


FIG. 4.33 – *Coupe schématique de l'écoulement.*

La conservation du débit s'écrit de la manière suivante :

$$\int_0^h (v(y) - U_f)dy = 0 \tag{4.32}$$

où h est la hauteur de l'écoulement, U_f la vitesse au front et $v(y)$ le profil de vitesse dans l'écoulement.

Nous verrons que pour rendre compatibles les résultats expérimentaux il sera nécessaire d'introduire une vitesse de glissement v_g effective au niveau de la zone statique Z. L'expression du profil de vitesse peut prendre trois formes distinctes pour $y > Z$:

Profil bouchon
Dans le cas du profil bouchon l'expression pour la vitesse est simple et vaut $v(y) = v_s = v_g$ (fig. 4.34), où v_g correspond à la vitesse de glissement au niveau de $y = Z$, v_s la vitesse de surface (fig. 4.34).

Profil linéaire

$$v(y) = v_g + (v_s - v_g)\left(\frac{y - Z}{h - Z}\right) \tag{4.33}$$

où v_g correspond à la vitesse de glissement au niveau de $y = Z$, v_s la vitesse de surface (fig. 4.34).

Profil de Bagnold

Dans le cas d'un profil de vitesse de Bagnold compatible avec une rhéologie locale $\mu(I)$ (fig. 4.34) :

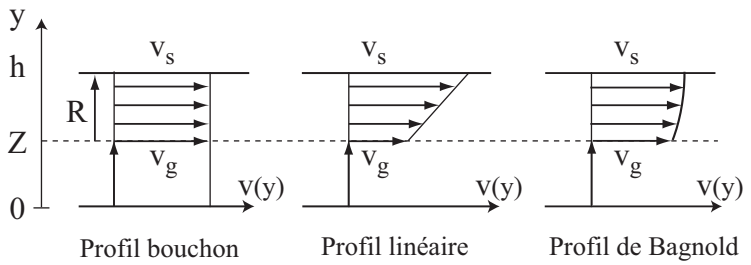


FIG. 4.34 – *Schéma des profils de vitesse si il y a une couche statique de hauteur Z. R est la hauteur de la phase roulante.*

$$v(y) = v_g + (v_s - v_g)\left(1 - \left(1 - \frac{y - Z}{h - Z}\right)^{\frac{3}{2}}\right) \tag{4.34}$$

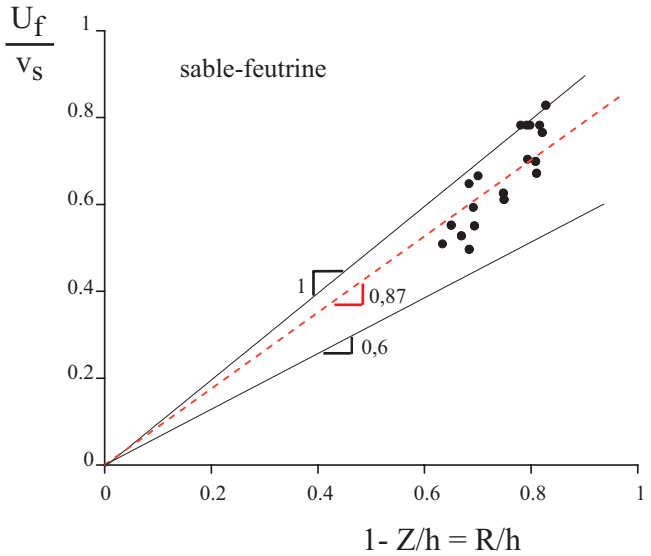


FIG. 4.35 – *U_f/v_s fonction de $1 - Z/h$ d'après les mesures expérimentales de U_f, v_s Z et h. La droite continue noire représente la première bissectrice. La droite continue rouge correspond à l'ajutement linéaire forcée en 0, la pente vaut 0,87.*

Le graphique de la figure 4.35 montre les points expérimentaux obtenus pour U_f/v_s en fonction de $1 - Z/h = R/h$ où Z correspond à la zone statique de l'écoulement. La valeur de Z est mesurée expérimentalement (voir section "Couche statique : preuves expérimentales").

Le rapport U_f/v_s peut être considéré comme constant malgrès la dispersion des mesures. En première approximation, on ajuste les données par une loi linéaire forcée en 0. Ceci donne une pente de l'ordre de 0.87 ± 0.02.

Les calculs qui suivent vont permettre de vérifier quel type de profil de vitesse est présent lors de l'écoulement. L'expression du profil de vitesse est maintenant exprimé en tenant compte du fait qu'il y ait une partie statique sous l'écoulement.

Profil linéaire

La conservation du débit (eq.4.33) d'une part et l'expression de $v(y)$ d'autre part amène à l'équation suivante :

$$h\ U_f = v_g(h-Z)\ +\ (v_g - v_s)\int_Z^h \left(\frac{y-Z}{h-Z}\right) \tag{4.35}$$

qui s'intègre en donnant :

$$\frac{U_f}{v_s} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{v_g}{v_s}\right)\left(1-\frac{Z}{h}\right) = \ B\left(\frac{v_g}{v_s}\right)\left(1-\frac{Z}{h}\right) \tag{4.36}$$

où $B = 1/2\ (1 + v_g/v_s)$.

S'il n'y a pas de vitesse de glissement, c'est à dire $v_g = 0$, alors $B = 1/2$, ce résultat est incompatible avec les mesures obtenues au graphique de la figure 4.35 (la pente vaut environ $0,9$). En revanche si $v_g \approx v_s$ alors les données de la figure 4.35 sont plus ou moins retrouvées.

Profil bouchon

L'expression 4.36 devient :

$$\frac{U_f}{v_s} = B\left(\frac{v_g}{v_s}\right)\left(1-\frac{Z}{h}\right) \tag{4.37}$$

où $B = 1$. Cette expression est là encore compatible avec les résultats de la figure 4.35.

Profil de Bagnold

Une fois couplé avec l'équation de conservation du débit et après intégration, on obtient la relation suivante :

$$\frac{U_f}{v_s} = \left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\frac{v_g}{v_s}\right)\left(1-\frac{Z}{h}\right) = B\left(\frac{v_g}{v_s}\right)\frac{R}{h} \tag{4.38}$$

Si on force $v_g = 0$ alors U_f/v_s=3/5(1-Z/h)=3/5R/h. Ce résultat est incompatible avec les données de la figure 4.35. En revanche une fois encore pour $v_g \approx v_s$, on retrouve plus ou moins les résultats de la figure 4.35.

En guise de conclusion, il semble difficile de différencier le profil de vitesse présent dans l'écoulement d'après les seules mesures de vitesses de front et de vitesses de surface. En considerant que l'écoulement se fait au-dessus d'une zone statique, notée Z, la condition de raccordement sans glissement entraine une incohérence des résultats en revanche si l'on considère une vitesse de glissement effective tous les profils de vitesse étudiés précédemment sont possibles. A fortiori s'il y a un profil de Bagnold cela implique l'existence d'une vitesse de glissement $v_g \approx 3/4v_s$. Ce résultat est surprenant et mérite des expériences supplémentaires.

4.5.2 Loi d'écoulement

La relation empirique donnée par le graphique de la figure 4.25 est utilisée en remplaçant la hauteur d'écoulement h par $R = h - Z$ pour toutes les mesures effectuées lors de la campagne menée sur les écoulements stationnaires uniformes.

L'existence d'un profil de Bagnold se développant le long de la couche en écoulement $h-Z = R$ peut être vérifier en exprimant la vitesse moyenne $\overline{U} = U_f$ en fonction de $R^{3/2}$. Sur la figure 4.36 sont reportées les seules données des expériences faites à $33,4°$ (les plus nombreuses).

La vitesse U_f adimensionnnée par $\sqrt{gd}$ y est représentée en fonction d'une part de $(R/d)^{3/2}$ calculé à partir de l'épaisseur de la couche statique Z et d'autre par en fonction de $(h/d)^{3/2}$ où h est la hauteur globale. Une relation linéaire peut en être extraite confirmant la présence d'un profil de Bagnold dans la couche en écoulement $R = h - Z$. L'ajustement linéaire, forcé en 0, ajuste mieux les données de $(R/d)^{3/2}$ que de $(h/d)^{3/2}$.

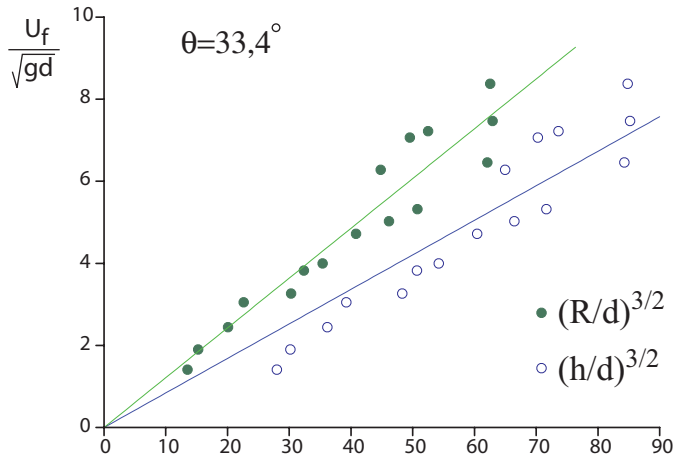


FIG. 4.36 – *Vitesse du front adimensionnée par $\sqrt{gd}$ fonction de $(R/d)^{3/2}$ et $(h/d)^{3/2}$. Les droites correspondent aux ajustements linéaires forcés en 0.*

Par ailleurs pour un profil de Bagnold dérivé de la rhéologie locale, l'expression de $v(y)$ s'écrit dans le cas où il y a une vitesse de glissement (eq.4.41 [13]) :

$$\frac{v(y)}{\sqrt{gd}} = \frac{v_g}{\sqrt{gd}} + A(\theta)\frac{(h-Z)^{3/2}}{d^{3/2}}\left(1 - \left(1 - \left(\frac{y-Z}{h-Z}\right)\right)^{\frac{3}{2}}\right) \tag{4.39}$$

et la vitesse de surface v_s (y=h) :

$$\frac{v_s}{\sqrt{gd}} = \frac{v_g}{\sqrt{gd}} + A(\theta)\frac{(h-Z)^{3/2}}{d^{3/2}} \tag{4.40}$$

En intégrant l'expression de $v(y)$ sur la hauteur d'écoulement, la vitesse moyenne $\overline{U} = U_f$ est extraite :

$$U_f = \frac{R}{h}\left(v_g + \frac{3}{5}A(\theta)\left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{gd}\right) \tag{4.41}$$

En combinant (4.40) et (4.41), on retrouve l'expression précédemment établie lors du calcul de conservation du débit (eq.4.38), à savoir :

$$U_f = \frac{R}{h}\left(\frac{2}{5}v_g + \frac{3}{5}v_s\right) \tag{4.42}$$

c'est à dire :

$$\frac{U_f}{v_s} = \left(\frac{2}{5}\frac{v_g}{v_s} + \frac{3}{5}\right)\frac{R}{h} = B\left(\frac{v_g}{v_s}\right)\left(1 - \frac{Z}{h}\right) \tag{4.43}$$

Ce nombre $B\left(\frac{v_g}{v_s}\right)$ a été déduit expérimentalement depuis le graphique de la figure 4.35 et vaut $B \approx 0,9$.
Ceci nous donne une expression pour v_g :

$$v_g \approx \frac{3}{4} v_s \tag{4.44}$$

Maintenant, nous allons exprimer U_f en fonction des seules données B et $A(\theta)$. De l'expression de B on tire v_g fonction de $A(\theta)$:

$$v_g = \frac{1}{5}\,\frac{5B-3}{1-B} A(\theta)\sqrt{gd}\left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{4.45}$$

En substituant cette expression dans (4.41) on obtient :

$$U_f = \frac{R}{h}\,\frac{2}{5}\,\frac{B}{1-B}\,A(\theta)\left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}}\,\sqrt{gd} \tag{4.46}$$

pour $B \approx 0,9$ cela donne

$$U_f \approx \frac{R}{h}\,4A(\theta)\left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}}\,\sqrt{gd} \tag{4.47}$$

Par conséquent en exprimant $U_f^{'}/\sqrt{gR} = h/R\; U_f/\sqrt{gR}$ en fonction de $R/h_{stop}(\theta)$, on devrait trouver une relation linéaire.

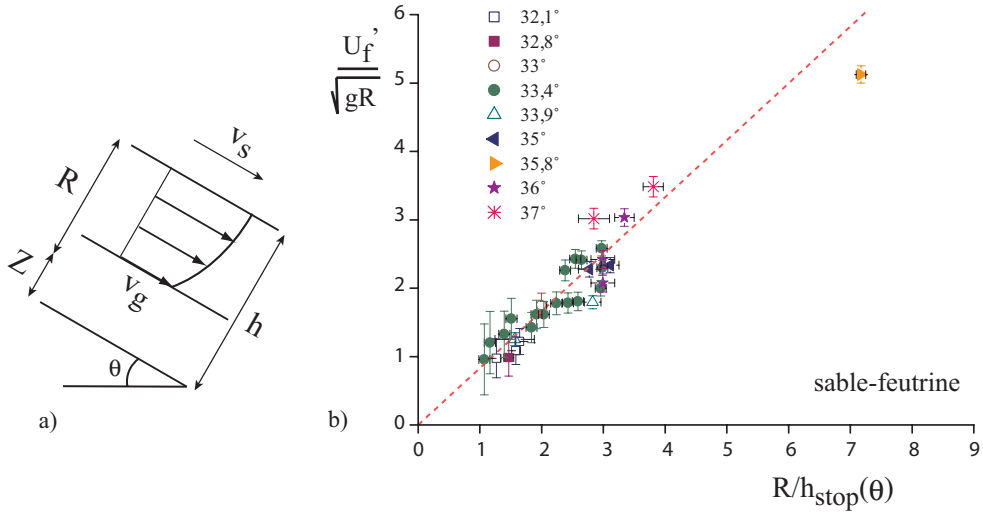


FIG. 4.37 – ***a*** *Schéma du profil de hauteur et de vitesse dans l'écoulement.* ***b*** *Mesure de la vitesse moyenne des écoulements stationnaires uniformes en fonction de l'épaisseur coulante $R = h - Z$ et de l'angle d'inclinaison θ pour le sable de Fontainebleau sur de la feutrine. Les données se rassemblent sur une même droite lorsqu'on exprime $h/R\; U_f/\sqrt{gR}$ en fonction de $R/h_{stop}(\theta)$.*

Le graphique de la figure 4.37 montre le résultat obtenu. Les données se regroupent autour d'une droite passant par 0. L'ajustement linéaire, forcé en 0, donne la relation suivante :

$$\frac{U'}{\sqrt{gR}} = \frac{h}{R}\frac{U}{\sqrt{gR}} = b'\frac{R}{h_{stop}(\theta)} \quad avec\;\; b' = 0.8 \pm 0.02 \tag{4.48}$$

Dans le cas des écoulements stationnaires uniformes de billes, la pente trouvée est beaucoup plus faible $b = 0,136$ comparée à $b^{'} = 0,8$.

A partir de la rhéologie locale, il est possible de vérifier cette différence.

Pour les écoulements de billes, les expressions (4.14) et (4.26) permettent d'écrire l'égalité suivante :

$$\frac{3}{5}\frac{h}{d}A(\theta) = b\ \frac{h}{h_{stop}(\theta)} \tag{4.49}$$

où b est un paramètre d'ajustement et vaut $b = 0.136$

Pour les écoulements de sable sur la feutrine, les expressions (4.46) et (4.48) aboutissent à l'égalité :

$$\frac{2}{5}\ \frac{B}{1-B}\frac{R}{d}A(\theta) = b^{'}\ \frac{R}{h_{stop}(\theta)} \tag{4.50}$$

où $b^{'}$ est un paramètre d'ajustement et vaut $b^{'} = 0.8$

Les résultats de la figure 4.37 amènent une question majeure : tous les écoulements stationnaires uniformes présentant une rhéologie de la forme $y = a + bx$, où $a \neq 0$, ont-ils une couche statique ?

Dès lors il suffirait de retrancher à la hauteur h la quantité adéquate, dépendante du matériau et de la rugosité du fond, pour retrouver le profil de Bagnold et unifier ainsi toutes les expériences qui ont déjà été faites sur le sujet.

Pour éclaicir ce point il faudrait faire des expériences d'écoulements stationnaires uniformes de sable sur des fonds de différentes rugosité, mesurer la hauteur de la couche statique Z (si elle existe), sortir les lois d'écoulements correspondantes et les comparer les unes aux autres.

Dans la section "**Rhéologie locale**" (p.47), nous avons vu que le plan incliné pouvait servir de rhéomètre. En imposant un angle θ, le coefficient de friction μ est fixé, et le paramètre I peut-être mesurer grâce à la relation :

$$I = \frac{5}{2}\frac{\overline{u}d}{h\sqrt{ghcos\theta}} \quad \textit{pour les billes uniquement} \tag{4.51}$$

Pour les écoulements de sable sur la feutrine, la rhéologie est différente, notamment nous avons vu que l'écoulement se fait sur une couche statique Z et que la vitesse en Z est non nulle et vaut v_g. Il faut donc réécrire I dans le cas de notre problème.

D'après (4.48) et (4.50) on a :

$$\frac{h}{R}\frac{\overline{u}}{\sqrt{gR}} = \frac{2}{5}\ \frac{B}{1-B}\ A(\theta)\ \frac{R}{d} \tag{4.52}$$

L'expression de $A(\theta)$ est la suivante[1] :

$$A(\theta) = \frac{2}{3}I(\theta)\sqrt{cos\theta} \tag{4.53}$$

Ces deux dernières expressions permettent de déduire $I(\theta)$:

$$I(\theta) = \frac{15}{4}\ \frac{1-B}{B}\frac{hd}{R^2}\ \frac{\overline{u}}{\sqrt{gRcos\theta}} \tag{4.54}$$

Le graphique de la figure 4.38 montre la loi de friction effective $\mu(I)$ déduite des écoulements stationnaires uniformes du sable sur la feutrine.

[1] voir annexe

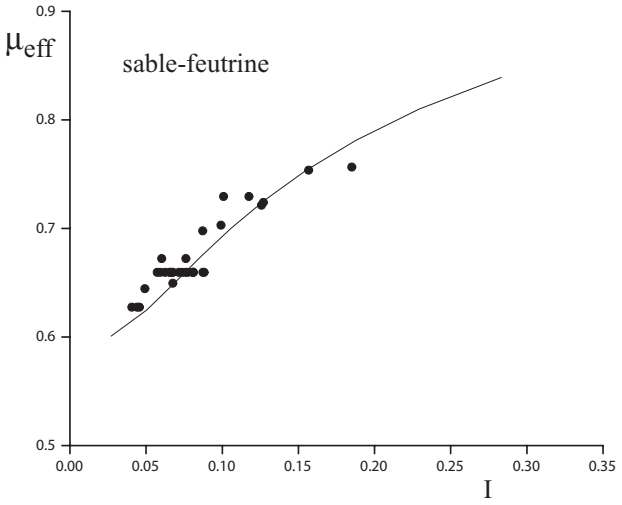


FIG. 4.38 – *Friction effective μ_{eff} déduite de la loi d'écoulement du sable sur la feutrine. Les (•) correspondent à I obtenu à partir des mesures de vitesses moyennes $\overline{u}$ et de hauteurs h et Z tandis que la courbe en continue représente I déduit à partir de $h_{stop}(\theta)$.*

Les données se regroupent autour d'une même tendance. Le coefficient de friction μ_{eff} augmente avec I montrant une dépendance du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ avec la contrainte τ.

La tendance est similaire à ce qui est observé pour les écoulements de billes mais la friction est nettement plus forte dans le cas du sable (cf fig. 4.12).

Pour résumer cette partie, les données expérimentales trouvées lors de l'études des écoulements stationnaires uniformes de sable sur la feutrine, ne sont pas en contradiction avec l'existence d'une rhéologie locale. Néanmoins, elle pose le problème de comprendre le sens profond de la vitesse de glissement v_g. Celle-ci est certainement le résultat du raccordement de la couche roulante à la couche statique c'est à dire des mécanismes qui ont lieu lors de la transition de blocage.

Chapitre 5

Ondes érosives sur un plan incliné

L'étude sur la formation d'avalanche a montré que la stabilité de la couche granulaire sur laquelle à lieu l'écoulement joue un rôle prédominant. Pour faire une étude quantitative, la voie la plus simple est de se borner à travailler à $h = h_{stop}(\theta)$ où h est l'épaisseur de la couche granulaire et $h_{stop}(\theta)$ l'épaisseur stable pour une angle θ donné. Cette restriction amène à n'avoir plus qu'un seul paramètre de contrôle.

Il existe effectivement une région où des ondes de matière stables et stationnaires se propagent. Ces ondes peuvent devenir instables transversalement au-delà d'une certaine limite [55]. Les résultats obtenus sont nouveaux comparés à ce qui ont déjà été reportés dans la littérature et ouvrent de nouvelles voies pour l'exploration des avalanches et notamment pour la modélisation des avalanches sur fond meuble.

5.1 Seuil d'écoulement

Que ce soit dans l'air ou dans l'eau, chaque expérience débute en partant d'une couche granulaire stable $h_{stop}(\theta)$. Ensuite, la couche est raclée avec la réglette. La formation ou non d'onde va dépendre du couple (V_p,L_p) utilisé, où V_p est la vitesse de la réglette et L_p la distance sur laquelle la couche est raclée, en d'autres termes la masse mise en mouvement.

D'après l'étude de la formation d'avalanche (régime "bulldozer") il est possible de comprendre le seuil en vitesse. Si l'apport de matière est plus lent que le temps de relaxation de l'avalanche, aucune onde autonome ne peut être créée. A chaque instant le front recouvre sa pente de repos et un phénomène de microavalanches localisées a lieu. Pour le seuil en masse la raison est plus subtile et elle peut, peut-être, être reliée à la hauteur maximale qu'il faut atteindre pour activer l'avalanche. De manière plus claire l'onde ou bien l'avalanche ne peuvent exister que si la masse mis en mouvement atteint une hauteur critique mais pour se faire il faut que l'édifice ainsi mis en mouvement n'est pas le temps de relaxer d'où le seuil en vitesse.

Pour une vitesse V_p fixée, il existe une longueur critique, donc une masse critique, en-dessous de laquelle il n'y a plus d'onde. Par ailleurs dans ce cas critique même si V_p augmente aucune onde apparait. Dans toutes nos expériences nous nous sommes attachés à travailler avec la quantité de matière minimale permettant la formation d'une avalanche, la vitesse de la règle a été fixée à environ un tiers de la vitesse typique de l'avalanche.

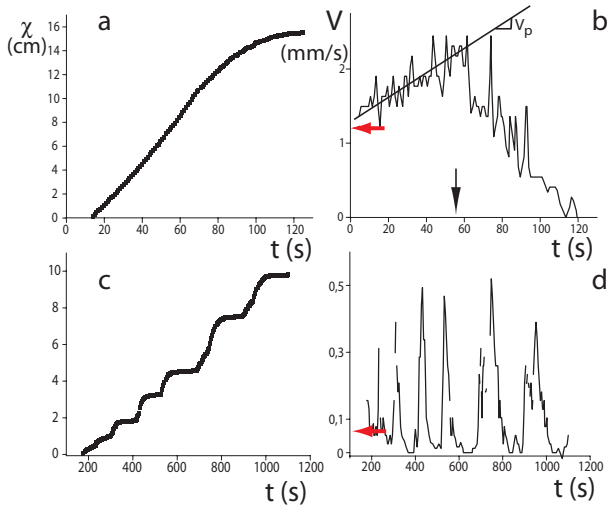


FIG. 5.1 – *Région I.* **a**,**c** *Evolution temporel du front χ, pour une position transversale fixée.* **b**,**d** *Vitesse correspondante. Pour les deux exemples seule la vitesse V_p de la plaque change, plus d'un facteur 10. Pour la plus rapide (***a***) le front se fige très rapidement une fois que l'on ne pousse plus de matière. pour l'autre (***c***) le front se propage puis stoppe, la plaque continue à racler créant un nouveau front qui à son tour meurt d'où la succession de plateaux et les pics de vitesses associées. La flêche sur l'axe des abscisses indique l'instant où l'on arrête la plaque, celle sur l'axe des ordonnées indique la vitesse de la plaque.*

5.2 Résultats

Malgré la différence de régime abordée, régime visqueux pour les avalanches mouillées et régime collisionnel pour les avalanches sèches, les résultats présentés ici valent à la fois pour le dispositif dans l'air et dans l'eau :

(i) Pour $\theta < \theta_r$ la couche de grains est stable et un front d'avalanche ne peut se propager de manière autonome le long de la pente : la perturbation disparait lorsque la réglette stoppe. Les deux graphiques de la figure 5.1 montrent un front d'avalanche créé dans cette région, dès que la plaque stoppe il s'immobilise.

(ii) Pour $\theta_r < \theta < \theta_a$ les fronts d'avalanche sont autonomes et stables transversalement. L'avalanche converge rapidement vers une forme constante on peut alors parler d'onde solitaire ($h = h_{stop}(\theta)$).

(iii) Pour $\theta > \theta_a$ les fronts d'onde deviennent instables transversalement et aboutissent à une structure en forme de doigts.

Sur le graphique de la figure 5.2 sont reportés ces différentes régions. La première partie de ce chapitre va être consacrée aux ondes stables. La majorité des expériences ont été ici réalisées sur le plan incliné dans l'air mais le phénomène est le même dans l'eau, les échelles de temps et d'espace étant en revanche différentes. La deuxième partie de ce chapitre va porter sur les ondes exhibant une instabilité transverse, cette l'instabilité sera caractérisée et les résultats obtenus en avalanches sèches et mouillées seront comparés.

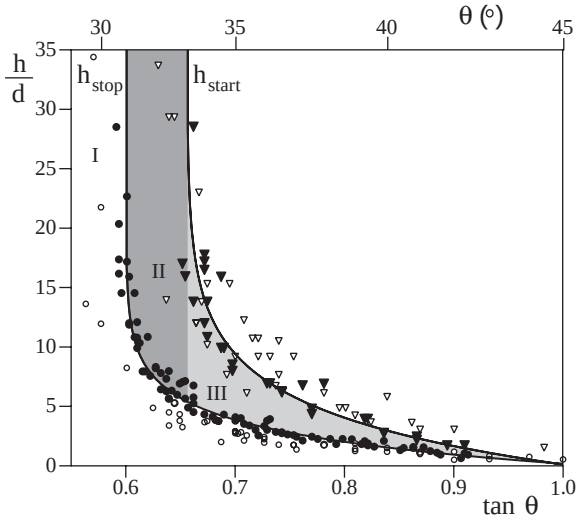


FIG. 5.2 – *Diagramme de stabilité. Dans la région I aucune avalanche autonome n'est créée. Les avalanches déclenchées dans la région II sont stables alors qu'elles présentent une instabilité transverse dans la région III. En particulier, des ondes érosives solitaires sont observées pour une couche granulaire stable de hauteur* $h_{stop}(\theta)$.

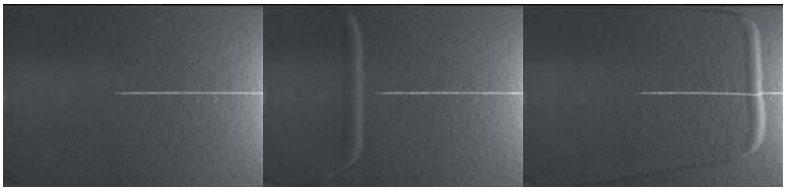


FIG. 5.3 – *Région II. Onde stable pour* $\theta = 32°$, $V_p = 6,6cm/s$ *et* $L_p = 8cm$. *De gauche à droite. (i) Dépôt initial* $h = h_{stop}$. *(ii) L'onde se propage le long de la pente, le front est stable. (iii) L'onde sort du champ de la caméra. La déviation de la ligne laser nous renseigne sur la forme et la hauteur du front ainsi que sur l'épaisseur du dépôt avant et après le passage de l'onde.*

5.3 Ondes solitaires stables

La figure 5.3 illustre la propagation d'une onde stable pour des conditions de dépôt $h = h_{stop}(\theta)$. La propagation se fait de la gauche vers la droite, l'éclairage est rasant depuis le bas du plan incliné d'où une plus forte luminosité vers la droite des images. En amont, se trouve la réglette, la caméra est centrée au 3/4 du plan ce qui ne permet pas de la visualiser.

L'onde se propage sur toute la longueur du plan et le front reste stable. Au bout de quelques dizaines de centimètres l'onde atteint un état stationnaire. Sur la dernière image, le laser, ligne au milieu du plan, montre que la hauteur de dépôt avant et après le passage du front est bien la même. Le dépôt initial utilisé est donc bien stable devant une pertubation. Les deux moustaches sur les bords sont dues aux conditions limites. Cela a pour effet de réduire la largeur du front au fil de l'écoulement, il y a perte de matière par les bords.

En faisant le diagramme spatio-temporel de ces ondes (fig. 5.4), la vitesse moyenne des fronts est extraite. Le graphique de la figure 5.5 montre les vitesses des fronts pour différentes vitesses de plaque ($V_p = 2,7-3,3-4-6,7cm/s$). Le front atteint d'autant plus vite sont état stationnaire que la vitesse V_p est grande. Cet état stationnaire est observé sur un mètre environ ensuite le

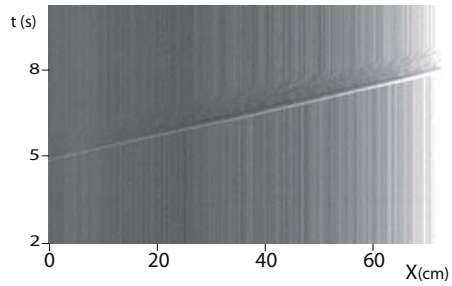


FIG. 5.4 – *Diagramme spatio-temporel d'une onde stable ($\theta = 32°$, $V_p = 3,3cm/s$, $L_p = 8cm$).*

sable tombe dans le bac de récupération.

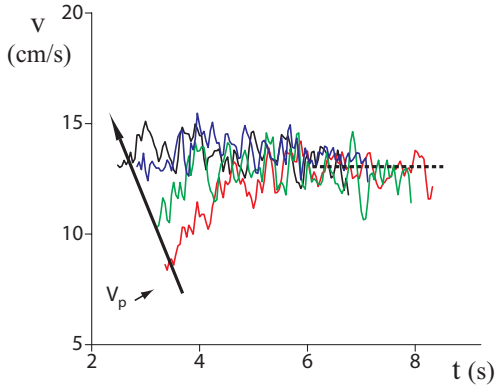


FIG. 5.5 – *Evolution de la vitesse dans le temps. Les courbes sont issues d'une moyenne faite sur 5 expériences et elles sont lissées. Plus V_p est grande et plus rapidement l'onde atteint une vitesse stationnaire. Pour $\theta = 32°$ et $L_p = 8cm$ la vitesse moyenne du front est $c \approx 13cm/s$.*

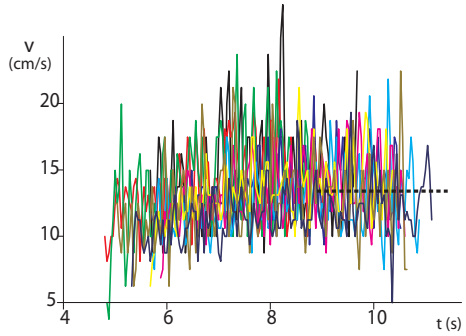


FIG. 5.6 – *Evolution de la vitesse de l'onde dans le temps pour $\theta = 32°$, $V_p = 4cm/s$ et pour différentes valeurs $L_p = 8cm - 10cm - 12cm - 14cm - 16cm - 18cm - 20cm - 30cm - 40cm$. Chaque courbe a été moyennée 2 fois et non lissée. Il y a d'abord une phase d'accélération (5-7s) puis la phase stationnaire, matérialisée par les traits en pointillés, avec une vitesse $c \approx 13cm/s$.*

De la même manière la distance L_p de la réglette (masse injectée) a été variée mais en gardant toujours la même vitesse V_p. La figure 5.6 montre la vitesse du front en fonction du temps. Les

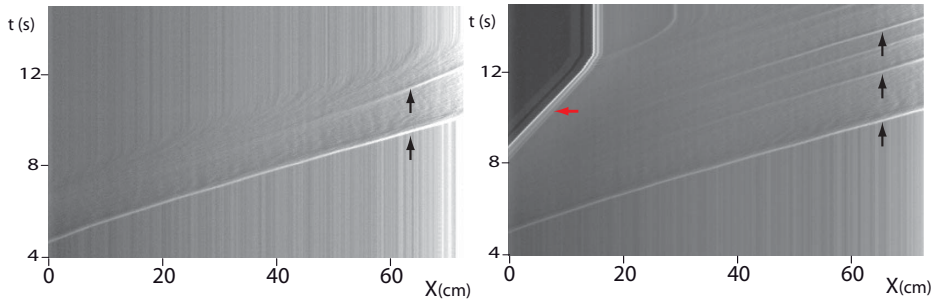


FIG. 5.7 – *Diagramme spatio-temporel.* **gauche** $\theta = 32°$, $L_p = 16cm$ *et* $V_p = 4cm/s$. **droite** $\theta = 32°$, $L_p = 40cm$ *et* $V_p = 4cm/s$. *Les flèches en noir montrent la formation des ondes. Pour* $L_p = 16cm$, *soit deux fois la quantité de matière minimale, il y a une deuxième ondes qui se forment. Pour* $L_p = 40cm$ *on en dénombre 5. La flèche en rouge sur le diagramme de droite indique le présence de la réglette dans le champ de visualisation.*

résultats sont ici plus bruités, la moyenne n'est faite que sur deux réalisations et en plus les courbes ne sont pas lissées comme pour les résultats de la figure 5.5. La règlette varie depuis la quantité minimale pour obtenir une onde jusqu'à 5 fois cette quantité. Les ondes atteignent là aussi un état stationnaire dont la vitesse est similaire à celle observée pour les expériences de la figure 5.5, $c \approx 13cm/s$. Les fortes fluctuations ne permettent pas de sortir une tendance quant à la variation de quantité de matière mise en mouvement. Par contre la différence majeure est qu'à partir de $L_p = 16cm$ une deuxième onde se forme. Les deux diagrammes de la figure 5.7 illustrent la formation de ces ondes.

5.3.1 Mode propagé

A partir de ces deux séries d'expériences complémentaires nous voyons que la vitesse de la plaque influence peu la dynamique et la formation des ondes, en revanche la quantité de matière injectée agit sur la formation des ondes, la dynamique reste, elle, inchangée aux fluctuations près. La forme de l'onde est extraite des expériences précédentes.

Le profil de hauteur est relevé au cours du passage de l'onde. L'ouverture spatiale est d'environ $80cm$ ce qui permet de suivre le front d'avalanche pendant $6s$ environ. Les profils présentés ici sont tous pris pour la même abscisse du front, la caméra ne bougeant pas pour ces séries d'expériences.

Sur le graphique de la figure 5.8 sont reportés les profils de hauteurs dans le cas où seule la vitesse V_p varie ($L_p = 8cm$). Les axes sont adimensionnées par la taille des grains $d = 300\mu$m, la hauteur maximale atteinte est $h_{max} \approx 6.6 - 7d \approx 2mm$ et l'extension spatiale des ondes vaut environ $800d$ soit à peu près 23cm. Le zéro de l'axe des ordonnées correspond à $h_{stop}(\theta)$, c'est la différence de hauteur $\delta h = h - h_{stop}(\theta)$ qui est visualisée ici. Le profil en aileron de requin est observé, déjà mentionné dans le chapitre précédent, pour les différentes vitesses utilisées. L'apparition de chocs est naturelle dès lors que la vitesse croît avec la hauteur. Ce qu'il y a d'étonnant c'est que cette forme persiste alors qu'elle devrait se régulariser en s'étalant. Cela signifie qu'il y a une longueur typique pour laquelle l'écoulement est corrélé. Cette longueur n'est autre que la taille de l'onde.

L'arrière ou la queue de l'onde plus lisse contraste avec le front abrupte. Les profils sont robustes aux changements de vitesse et la queue des fronts retourne bien à $h = h_{stop}(\theta)$ avec une fluctuation de $0.5d$. Le retour à $h = h_{stop}(\theta)$ est ajusté, au premier ordre, par une exponentielle

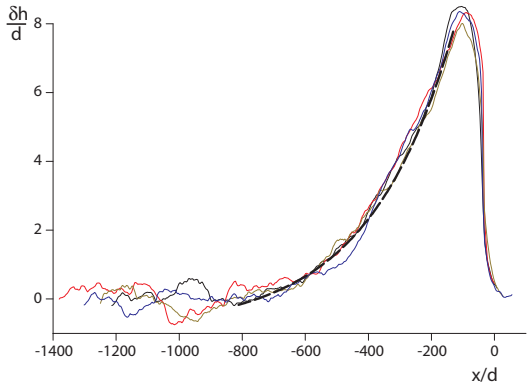


FIG. 5.8 – *Profil relatif des hauteurs : $\delta h/d = (h - h_{stop}(\theta)/d)$ pour des vitesses différentes. $\theta = 32°$, $L_p = 8cm$ et $V_p = 2,7 - 3,3 - 4 - 6,7cm/s$. Les fronts gardent la même forme, la vitesse de la plaque influence peu la forme des ondes.*

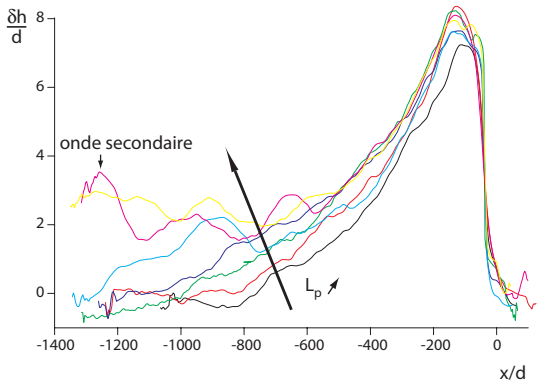


FIG. 5.9 – *Profil des ondes pour des longueurs différentes. $\theta = 32°$, $V_p = 4cm/s$ et $L_p = 8cm - 10cm - 12cm - 14cm - 16cm - 18cm - 20cm - 40cm$.*

décroissante (trait en pointillés sur la figure 5.8).

Qu'advient-il si l'extension de l'avalanche augmente ?

Sur le graphique de la figure 5.8 la vitesse est fixée à $V_p = 4cm/s$ et la quantité de matière varie ($L_p = 8cm - 10cm - 12cm - 14cm - 16cm - 18cm - 20cm - 40cm$). La forme en aileron de requin persiste par contre la queue de l'onde est fortement sensible à la quantité de matière raclée. Plus il y a de matière injectée, plus l'arrière de l'onde retourne lentement à $h_{stop}(\theta)$ jusqu'à ce qu'elle devienne suffisament instable pour former une nouvelle onde [34]. Cela suggère que la queue de l'onde est sensible aux conditions aux limites, ici le raccordement à $h_{stop}(\theta)$.

Une fois que l'onde a dépassé sa longueur optimale, la queue développe sa propre dynamique. En l'occurence elle a tendance à créer de nouvelles ondes. Ces ondes sont plus complexes à étudier. Les hauteurs mesurées varient entre $7.3d$ et $8.3d$, soit une variation d'une taille de grain mais aucune tendance ne peut être avancée.

En utilisant le réservoir de grain des écoulements stationnaires uniformes, il est possible d'injecter un débit constant. Le plan est préalablement prémouillé par une couche de grain de hauteur $h = h_{stop}(\theta)$ puis la trappe du réservoir est ouverte. L'onde ainsi formée garde le même profil en aileron de requin mais la queue se raccorde à une hauteur constante, qui dépend du débit choisi (fig. 5.10). Ainsi différentes conditions aux limites peuvent générer toute une famille

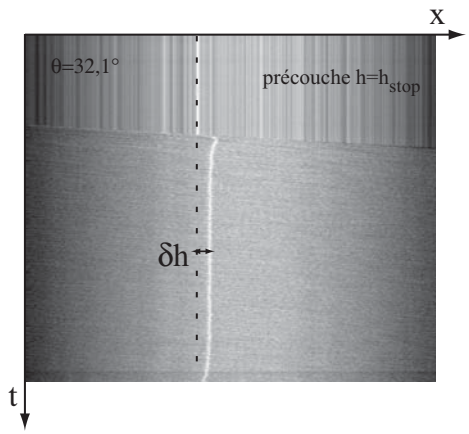


FIG. 5.10 – *Onde stationnaire dont les conditions limites ont été changées. Le profil en aileron de requin se raccorde à une hauteur constante imposée par le débit. L'onde est présentée sous forme de diagramme spatio-temporel.*

d'ondes. Pour le cas présent, seules les ondes se raccordant à $h_{stop}(\theta)$ sont étudiées.

La figure 5.11 est obtenue pour des ondes propagées à différents angles. Le profil en aileron de requin est toujours là.

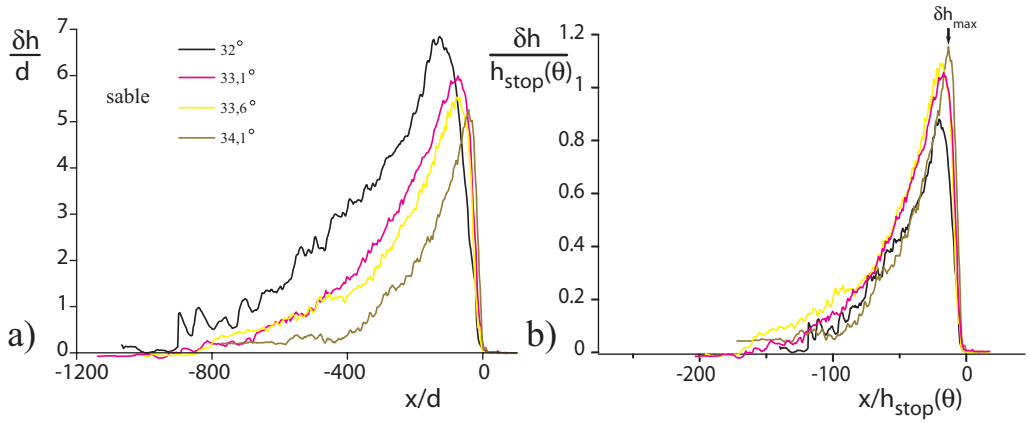


FIG. 5.11 – *Profils de hauteur pour des angles différents (air, sable).* ***a)*** *Profils adimensionnées par la taille des grains d.* ***b)*** *Profils adimensionnés par $h_{stop}(\theta)$.*

La hauteur de l'avalanche diminue avec l'augmentation de l'angle tout comme sa longueur optimale. C'est nettement visible, en comparant le cas à 32° et celui à $34,1°$ (un facteur 2 entre les deux longueurs). Lorsque les données sont adimensionnées par $h_{stop}(\theta)$, les profils se superposent plutôt bien. Seules les hauteurs maximales diffèrent, il y a une légère croissance du maximum lorsque θ augmente.

Il est à noter que pour un angle $\theta > \theta_a (\approx 33.5°)$ les ondes présentent une instabilité transverse (voir chapitre 5).

De la même manière les profils de hauteur obtenus pour $\theta = 32°$ avec des vitesses d'injections V_p et des quantités de masses injectées différentes sont adimensionnés par $h_{stop}(\theta)$ et visualisés sur la figure 5.12. La coupure est nette entre les ondes ayant plus ou moins la longueur optimale et celles qui sont au-delà (les deux profils les plus à gauche). Le dos de l'onde s'en trouve plus

bruité, la descente est moins nette et lisse et même l'adimensionnement par $h_{stop}(\theta)$ ne permet pas de faire correspondre les profils entre eux. Cela suggère deux hypothèses de travail. Soit pour des masses trop importantes l'onde n'est pas stationnaire et relargue la matière jusqu'à atteindre sa taille optimale, soit il existe une famille d'onde sur un petit intervalle de masse.

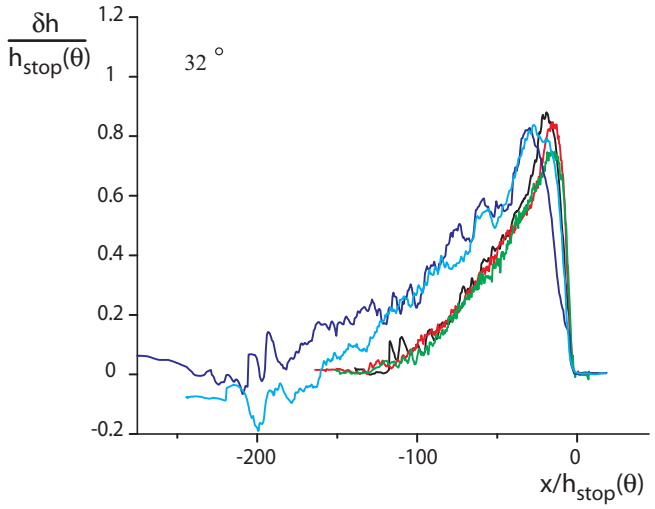


FIG. 5.12 – *Profil de hauteur, pour différentes masses injectées et différents vitesses de plaques V_p, adimensionnées par $h_{stop}(\theta)$. Les profils ne se superposent pas pour les ondes ayant une grande masse embarquée.*

Le maximum des ondes δh_{max} adimensionné par $h_{stop}(\theta)$ est une fonction croissante de θ. Ce rapport devient supérieur à 1 dès lors que θ devient supérieur à θ_a (fig. **??**).

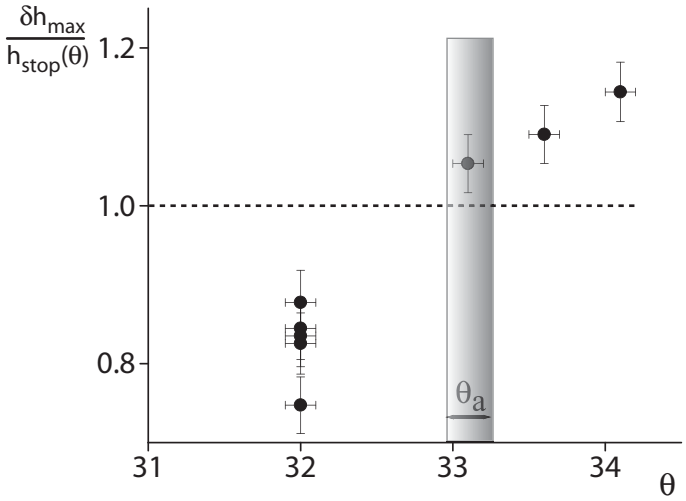


FIG. 5.13 – *Evolution de δh_{max} dans l'espace des θ. Le maximum de l'onde augmente avec l'angle d'inclinaison du plan.*

La formation et la propagation d'ondes solitaires stables n'est pas une propriète intrinsèque au sable [34][35]. Une série d'expériences, réalisées avec des **billes de verre** ($d = 0,5mm$) le long d'un plan incliné rendu rugueux par une monocouche de billes collées, exibe la même

phénoménologie.

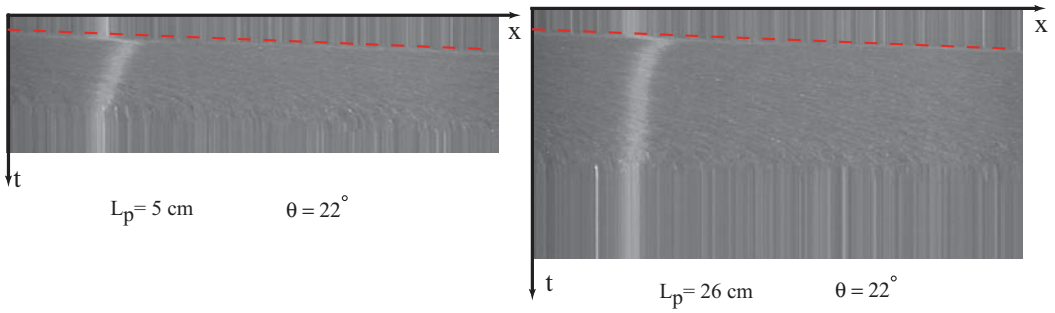


FIG. 5.14 – *Diagramme spatio-temporel d'onde solitaire stable ($\theta = 22°$, air, billes de verre). Les masses injectées sont différentes.*

La figure 5.14 montre les diagrammes spatio-temporels obtenus pour deux ondes solitaires stables propagées à $\theta = 22°$ mais pour des masses injectées différentes, $L_p = 5cm$ (**gauche**) contre $L_p = 26cm$ (**droite**).

Les deux droites en pointillés matérialisent la vitesse du front. La vitesse est stationnaire.

Le profil en aileron de requin est visible sur les deux diagrammes. La queue est sensible à la quantité de matière injectée. Au delà de sa longueur de corrélation, la queue s'aplatit et il semble qu'elle soit plus stable que dans le cas des ondes de sable.

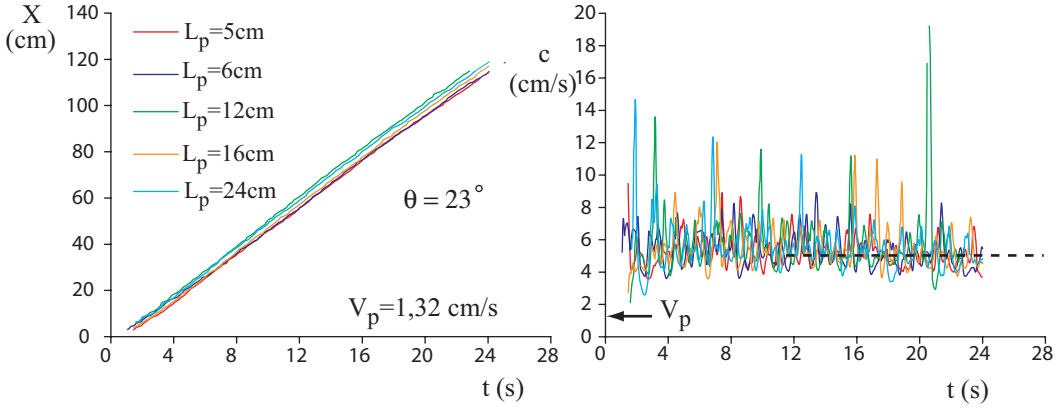


FIG. 5.15 – *Pentes des fronts d'onde et vitesses correspondantes pour différentes masses injectées.*

Sur le graphique de la figure 5.15 sont reportés la pente du front de l'onde (extraite du spatio-temporel) ainsi que sa dérivé pour différentes masses injectées.

Sur la distance observée ($1m50$) les ondes apparaissent comme stationnaires. Le plateau de vitesse est nettement visible attestant du comportant stationnaire de l'onde. Il semble néanmoins que les vitesses finales varient peu en fonction de la masse contrairement au cas des ondes de sable. D'après la figure 5.14, la queue reste sensible à la masse injectée mais a tendance à s'aplatir ce qui laisse penser que la queue ne participe pas à la dynamique de l'onde.

Une étude récente menée sur des avalanches de sable et de bille a montré que pour le sable la vitesse matérielle est supérieure ou égale à celle de l'onde tandis que pour les billes c'est l'inverse [56]. Peut-être que ici, c'est la signature de cette dynamique.

Le profil de deux ondes de bille est montrée sur la figure 5.16. Elles sont mises en comparaison avec les profils obtenus pour les ondes de sable. Une fois toutes les données adimensionnées par

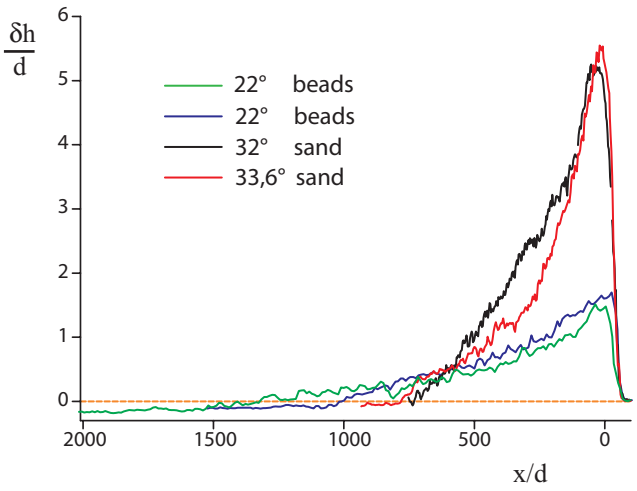


FIG. 5.16 – *Profils comparés des ondes solitaires de sable et de billes.*

la taille des grains, il est évident que ces ondes n'ont pas exactement la même morphologie. Alors que les ondes de sable se dressent pendant l'écoulement (choc) avec une hauteur de front de l'ordre de $6d$ au dessus de $h_{stop}(\theta)$, les ondes de billes exhibent une faible hauteur de front, à peine $1,5d$ au dessus de $h_{stop}(\theta)$. En revanche les billes s'étendent plus $700d$ contre $1400d$ voir $2000d$ [1].

5.3.2 Famille d'ondes : influence de la masse piégée

Les mesures de vitesse en fonction de la masse injectée montrent, qu'après un transitoire, toutes les vitesses atteignent un plateau. Ce plateau n'est pas unique, il y a une dispersion d'environ 20% autour de la valeur moyenne $U_f \approx 13cm/s$ (fig. 5.6).

Les expériences sont refaites mais, cette fois-ci, la masse des ondes est collectée en fin de plan incliné à l'aide d'un récipient. Il est possible alors d'exprimer la vitesse du front, une fois l'état stationnaire atteint, U_f ou c en fonction de la masse collectée (fig. 5.17).

Connaissant la densité des grains $\rho \approx 1600kg.m^3$ et la largeur W du récipient, une surface est exprimée par la relation : $S = m/(\rho W)$ (fig. 5.17). S est la "surface mobile" qui représente le volume linéique des grains mis en mouvement dans l'avalanche.

Premièrement pour une même masse injectée, les points se regroupent autour d'une valeur moyenne. Pour $m = 40g$ ($L_p = 8cm$) la vitesse finale du front est comprise dans l'intervalle [9-12]cm/s et les masses collectées varient de $30g$ à $50g$. Pour $m = 60g$ ($L_p = 12cm$) et $m = 80g$ ($L_p = 16cm$) l'intervalle est [13-16]cm/s et les masses respectivement [70-110]g et [110-140]g. La masse injectée dépend de la valeur de $h_{stop}(\theta)$, cette valeur fluctue entre deux expériences et cela donne la dispersion observée.

Deuxièmement, la vitesse des ondes augmente avec la masse et sature pour une valeur autour de 16cm/s. La masse injectée est alors équivalente au double de la masse minimale pour générer une onde stationnaire et dans une telle situation il a formation d'une deuxième onde. Cette onde, provoquée par l'instabilité de la queue de l'onde, n'était pas encore franchement découplées. C'est pourquoi elle apparait dans le relevé de masse par contre elle ne participe pas à la vitesse de l'onde.

[1] L'extension $1400d$ (bille) correspond à la quantité minimale nécessaire pour engendrer une onde

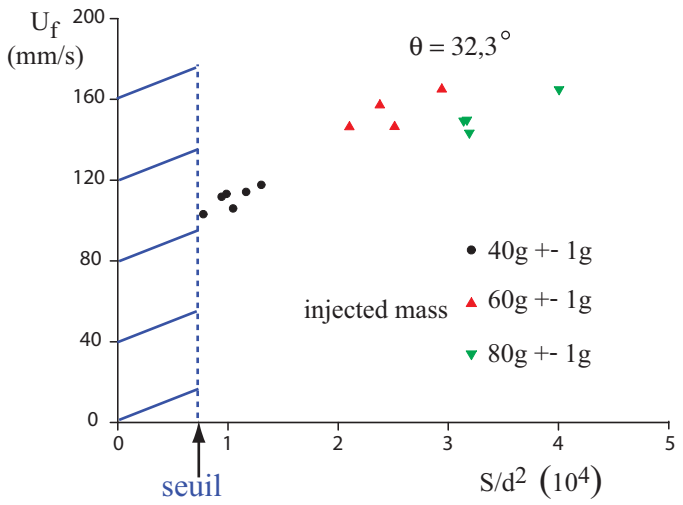


FIG. 5.17 – *Vitesse des ondes en fonction de S/d^2 ($\theta = 32,3°$).*

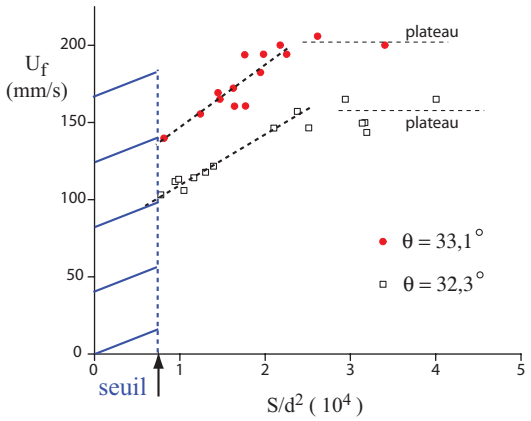


FIG. 5.18 – *Vitesse des ondes en terme de volume linéique de grains piégés représentée pour deux angles distincts ($\theta = 32,3°$, $\theta = 33,1°$).*

Ces mesures montrent que les ondes adoptent une vitesse stationnaire et que cette vitesse dépend de la masse présente dans l'onde. Plus il y a de masse piégée dans l'avalanche plus elles vont vite. Il y a un facteur 1,5 entre la vitesse la plus faible (U_f ≈10cm/s) et la plus rapide (U_f ≈16cm/s). Mais le couplage masse-vitesse n'est pas trivial puisqu'au delà d'une certaine quantité de matière l'onde se dédouble. On pourrait imaginer une expérience où l'on propagerait deux ondes solitaires et regarder la dynamique d'interaction de ces deux ondes.

Toutes ces mesures ont été réalisées pour des ondes stationnaires. Les résultats de la figure 5.17 montrent alors qu'il existe un intervalle pour lequel une famille d'ondes solitaires stables est possible, pour un angle donné.

Lorsque l'angle est changé le comportement reste le même (fig. 5.18) . La partie croissante de $U_f(S)$ offre des pentes légèrement différentes. Les plateaux en vitesse sont d'autant plus haut que l'angle est important.

5.3.3 Vitesse des grains

Une mesure directe de la vitesse de surface des grains est faite par la technique de PIV, afin de voir comment celle-ci varie.

Le résultat d'une mesure est visible sur la figure 5.19. La hauteur relative δh et sa vitesse correspondante en surface sont visualisées en paralèlle.

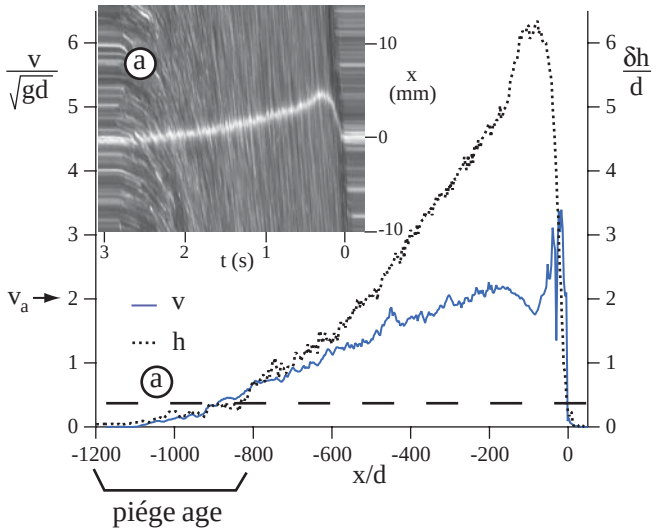


FIG. 5.19 – *Profil de vitesse et de hauteur d'une onde solitaire stable ($\theta = 32°$, air, sable). La courbe en pointillée est la hauteur et celle en continue la vitesse. L'insert montre le diagramme spatio-temporel de l'onde. Le zéro de la hauteur correspond à $h_{stop}(\theta)$ comme la ligne laser au niveau du spatio-temporel en témoigne.*

Comme il a été vu, l'onde a une forme en aileron de requin (choc), la vitesse des grains est maximale au sommet et elle correspond à la vitesse du front stationnaire (v_a sur la courbe) mesurée indépendamment. Ensuite la vitesse matérielle décroit lentement avec la hauteur de l'onde (le dos de l'onde) pour enfin s'annuler pour $\delta h = 0$, c'est à dire $h = h_{stop}(\theta)$. Elle retourne rapidement à 0 près de $h_{stop}(\theta)$. Les stries du spatio-temporel révèlent que la vitesse chute brutalement sur une assez courte distance (**a**). Cela ressemble à une dynamique de piégeage de grains.

Les vitesses sont mesurées dans le repère de l'onde. Il n'y a pas d'ajustement postérieur entre les deux courbes. Le pic de vitesse correspond à l'arrivée du front. Celui-ci est assez bruité du fait de l'éjection de grain juste au pied du front.

A partir de ces relevés, les vitesses de surface v_s adimensionnées par $\sqrt{gd}$ sont exprimées en fonction de la hauteur relative δh adimensionnée par d (fig. 5.20).

Les vitesses de surface sont mesurées dans le référentiel de l'onde. Pour ce faire, il faut au préalable mesurer la vitesse moyenne de l'avalanche, c'est à dire la vitesse du front. Cette mesure peut être entachée d'une petite erreur, c'est pourquoi la hauteur et la vitesse du front ne sont pas exactement ajustées : sur trois tailles de grains la hauteur augmente alors que la vitesse est encore nulle.

Une fois sur la queue de l'onde la vitesse retourne à 0 à mesure que la hauteur tend vers $h_{stop}(\theta)$ pour chuter rapidement à 0 en dessous de $0,3d$.

Par analogie avec ce qui se fait pour des écoulements stationnaires uniformes [13], l'adimensionnement nombre de Froude $v_s/\sqrt{gh}$, où h est définie par $\delta h + h_{stop}(\theta)$, en fonction de

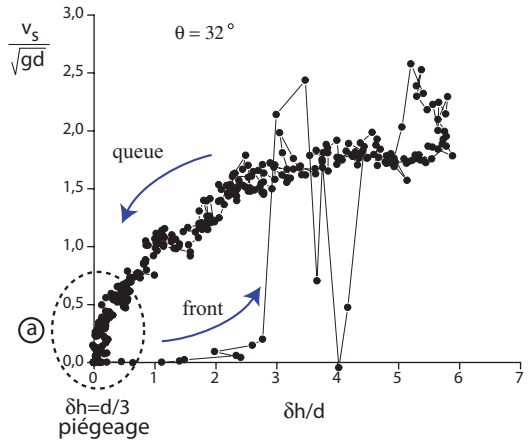


FIG. 5.20 – *Vitesses de surface fonction de la hauteur relative. Les valeurs sont adimensionnées par la vitesse de chute typique d'un grain sur sa taille $\sqrt{gd}$ pour v_s et la taille des grains d pour δh*

$h/h_{stop}(\theta)$ est représenté sur la figure 5.21.

Trois tendances apparaissent dans l'onde. Une zone de saturation en vitesse qui correspond au front de l'onde. Une partie linéaire, la vitesse de surface va comme $v_s \propto h^{1/2} + h^{3/2}$, c'est la queue de l'onde. Enfin une zone de piégeage de grains dès que la hauteur tombe en-dessous de $\delta h \approx d/3$, c'est l'extrémité de la queue (**a** figure 5.19). Ce résultat diffère de ce qui a été trouvé pour des ondes de billes propagées sur un lit de billes préalablement déposé sur la feutrine où une relation de la forme $v_s \approx 1 + \delta h$ est trouvée [35].

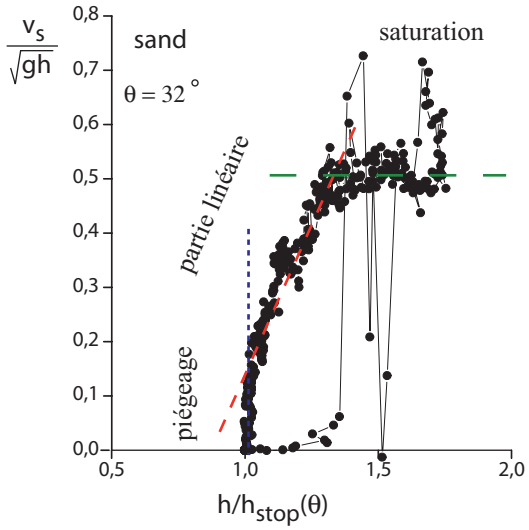


FIG. 5.21 – *Nombre de Froude $v_s/\sqrt{gh}$ fonction $h/h_{stop}(\theta)$. Trois tendances ressortent du graphique : une zone de saturation, une zone linéaire et enfin zone de piégeage de grains.*

La fonction $h_{stop}(\theta)$ étant une fonction de l'angle θ, il est possible de faire le même adimensionnellement mais pour des ondes propagées à des angles différents (fig. 5.22).

Toutes les données se regroupent sur une même courbe. Les trois tendances sont toujours là.

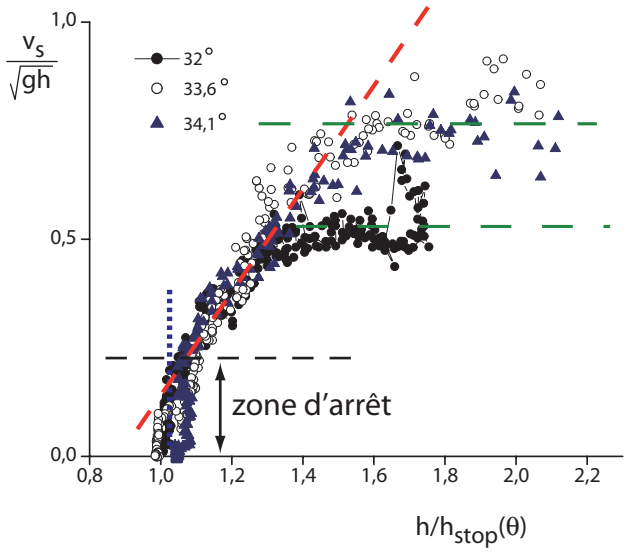


FIG. 5.22 – *Nombre de Froude $v_s/\sqrt{gh}$ fonction $h/h_{stop}(\theta)$ pour différents angles θ.*

La saturation apparait pour différentes valeur de vitesse de surface à cause de la gravité. Deux plateaux distincts sont visibles. La dispersion des vitesses pour $\theta = 33,6°$ et $\theta = 34,1°$ ne permet pas de dissocier ces deux plateaux. En revanche les deux autres zones sont identiques.

La mesure des vitesses matérielles en même temps que celle de la hauteur h de l'onde solitaire stable a permis de mettre en lumière trois comportements dans l'onde.

Au niveau du front la vitesse matérielle sature à la vitesse de l'onde. Sur le dos de l'onde la vitesse offre une relation de la forme $v_s \propto h^{1/2} + h^{3/2}$[13][32]. Cette forme est généralement celle trouvée pour des écoulements stationnaires uniformes de sable sur un plan incliné. Cette relation est vérifiée pour différents angles. Enfin l'extrémité de la queue de l'onde est une zone de piégeage pour les grains. En dessous d'une taille de grains la dynamique de l'onde change drastiquement et les grains s'arrètent rapidement.

Les vitesses de surfaces sont transformées en vitesses moyennes à en prenant $U_f \approx 0.8v_s$ obtenue dans la section 4.5.1 "Vitesse moyenne et vitesse de surface". Elles sont comparées aux résultats trouvés pour les écoulements stationnaires uniformes du sable sur la feutrine. La courbe obtenue pour les écoulements stationnaires uniformes semblent être prolongée (fig 5.23). La droite en pointillés est l'ajustement linéaire des écoulements stationnaires uniformes. La montée du front n'est pas reportée (fig 5.23).

Ainsi grâce aux ondes stationnaires stables il est possible d'explorer des hauteurs d'écoulements très proche de $h_{stop}(\theta)$. La rhéologie effective trouvée est la même que pour les écoulements stationnaires établie au chapitre précédent :

$$\frac{U}{\sqrt{gh}} = a + b\frac{h}{h_{stop}(\theta)} \tag{5.1}$$

avec $a = -0,57 \pm 0,10$ et $b = 0,64 \pm 0,031$.

Ondes solitaires de billes de verre

D'une manière analogue la même analyse a été faite pour les ondes avec les billes de verre.

La vitesse de surface est mesurée en chaque point de l'onde ainsi que sa hauteur relative correspondante δh. La figure 5.24 présente les profils de hauteur et de surface mesurée.

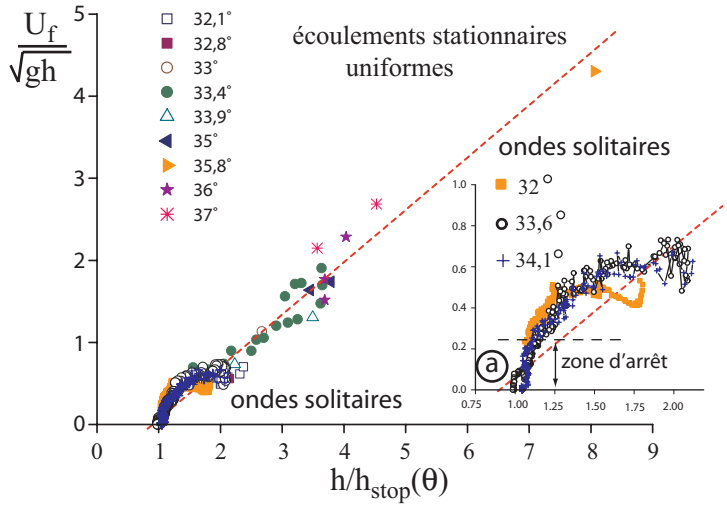


FIG. 5.23 – *Courbe $u/\sqrt{gh}$ en fonction de $h/h_{stop}(\theta)$ pour les écoulements stationnaires uniformes et pour les ondes solitaires stables. L'insert montre les courbes obtenues pour les ondes solitaires stables pour différents angles. Le graphique principal présente à la fois les résultats des écoulements stationnaires uniformes et ceux des ondes solitaires.*

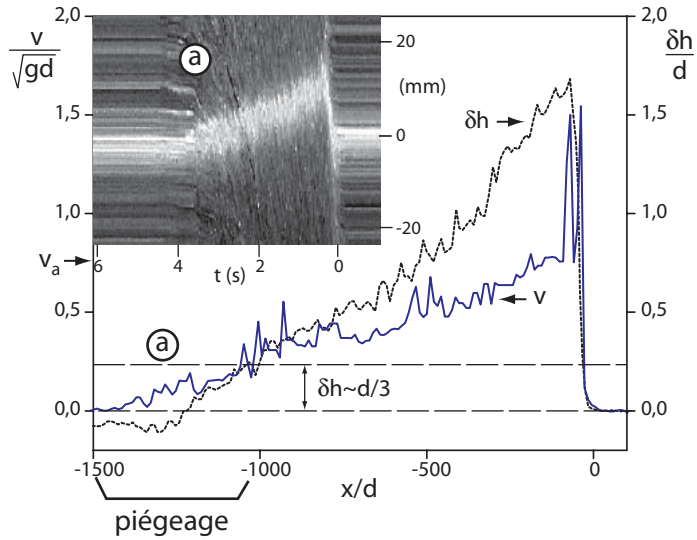


FIG. 5.24 – *Profil de vitesse et de hauteur d'une onde solitaire stable ($\theta = 22°$, air, billes). La courbe en pointillés est la hauteur et celle en continue la vitesse. L'insert montre le diagramme spatio-temporel de l'onde. Le zéro de la hauteur correspond à $h_{stop}(\theta)$ comme la ligne laser au niveau du spatio-temporel en témoigne.*

Comme il a déjà été vu, l'onde arbore un profil en aileron de requin mais la différence majeure est qu'elle exhibe une faible hauteur δh, tout au plus $1,5d$, et le dos de l'avalanche est très étendu ($\approx 1400d$). L'onde montrée ici, constitue l'onde minimale qu'il est possible de propager avec les billes pour cet angle 22°.

La vitesse est maximale au sommet du front puis décroit lentement vers 0 lorsque δh diminue pour enfin s'annuler à $\delta h = h_{stop}(\theta)$. La vitesse matérielle au front est égale à celle de la propagation de l'onde, dans la résolution utilisée il n'est pas possible de savoir si les billes vont

plus vite ou non que l'onde [56].

La hauteur relative ne revient pas exactement à $h_{stop}(\theta)$, il y une différence de hauteur de $0.1d$ environ. Cela était déjà visible sur la figure 5.16.

L'encadré représente le diagramme spatio-temporel de l'onde dont sont extraites les mesures.

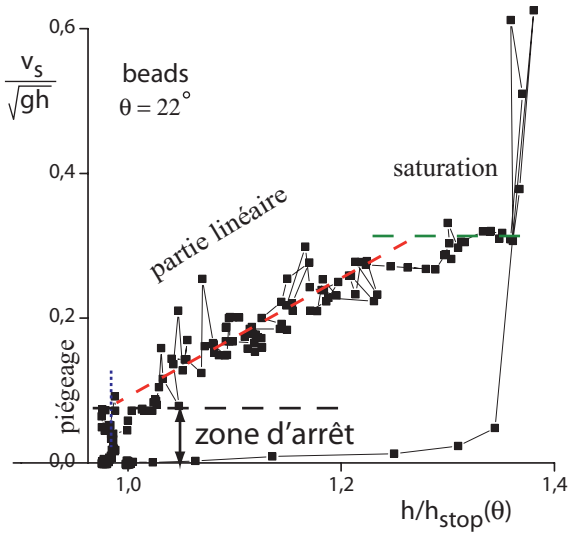


FIG. 5.25 – *Nombre de Froude $v_s/\sqrt{gh}$ fonction $h/h_{stop}(\theta)$. Trois tendances ressortent du graphique : une zone de saturation, une zone linéaire et enfin zone de piégeage de grains.*

Le nombre de Froude $v_s/\sqrt{gh}$ est exprimé en fonction de $h/h_{stop}(\theta)$, pour les ondes de billes. La figure 5.25 en est le résultat. Il semble que la vitesse sature dans, à peu près, la moitié du dos de l'onde ($h/h_{stop}(\theta) \approx$ 1,2-1,4). Ce plateau vaut environ $Fr \approx 0.3$.

Sur l'autre moitié restante, il y a une relation linéaire entre Fr et $h/h_{stop}(\theta)$. Cela donne une expression de la forme $v_s \propto h^{1/2} + h^{3/2}$ entre la vitesse de surface et la hauteur de l'onde. Contrairement au cas du sable, ce n'est pas la relation habituelle trouvée pour des écoulements réalisés avec des billes [37].

A l'extremité de la queue, il y a un piégeage graduel. La vitesse diminue rapidement pour δh proche de zero.

Aucun changement majeur n'est observé si l'onde a une extension plus grande.

5.4 Rhéologie des ondes solitaires stables

Ce chapitre propose d'utiliser la rhéologie des écoulements uniformes stationnaires au cas des ondes solitaires stables se propageant sur un film érodable.

Toute la question ici est de savoir comment se propagent ces ondes : interagissent-elles avec la couche de grains ou bien ne font-elles que passer par dessus ?

Dans une première partie les hypothèses d'utilisation de la rhéologie des écoulements stationnaires uniformes vont être exprimées puis dans un second temps les résultats obtenus avec les ondes stationnaires stables seront montrés.

5.4.1 Validité des hypothèses

Pour pouvoir appliquer la rhéologie des écoulements stationnaires uniformes au cas des ondes solitaires, il faut tout d'abord que :

(i) le profil de vitesse présent dans les ondes soit un profil de Bagnold. Le graphique de la figure 5.23 montre que les ondes solitaires présentent la même rhéologie que celle trouvée lors des écoulements stationnaires uniformes. On peut donc supposer qu'un profil de Bagnold est présent dans l'onde solitaire, ou du moins dans une partie de celle-ci. La zone d'arrêt ou piégeage de grains a, elle, une rhéologie complètement différente.

(ii) les forces en présence dans l'onde stationnaire soient à l'équilibre. Pour cela, on peut comparer les ordres de grandeur des différents termes des équations de St Venant et regarder s'ils sont tous du même ordre.

Ordre de grandeur

Les équations de St Venant appliqués à une onde stationnaire stable s'écrivent :

$$\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{\partial RU}{\partial x} = 0 \tag{5.2}$$

$$\frac{\partial RU}{\partial t} + \alpha \frac{\partial RU^2}{\partial x} = \ g\ R\ cos\theta\ (tan\theta - \mu - \frac{\partial R}{\partial x}) \tag{5.3}$$

où R représente la partie des grains en écoulement.

$$-c\ \frac{\partial RU}{\partial x} + \alpha \frac{\partial RU^2}{\partial x} = \ g\ R\ cos\theta\ (tan\theta - \mu - \frac{\partial R}{\partial x}) \tag{5.4}$$

Pour une onde stationnaire stable de hauteur $H = 4cm$, d 'extension $L = 10cm$ et de vitesse moyenne $U = 5cm/s$, on obtient :

Queue

$[-c\ \partial_x U\ R] \approx \left[\partial_x U^2 R\right] = \frac{U^2\ H}{L}\ \approx\ 10^{-4}$

$[g\ R\ sin\theta] \approx [g\ R\ cos\theta\ \mu] = g\ H\ sin\theta\ \approx 2\ 10^{-2}$

$[g\ R\ cos\theta\ \partial_x h]\ = g\ \frac{H^2}{L}\ cos\theta\ \approx 8\ 10^{-4}$

Les termes inertiels sont complètement négligeables dans la queue de l'onde. De plus la gravité et la friction sont du même ordre de grandeur, ils se compensent, tandis que le terme de gradient de l'épaisseur est négligeable. Ce terme a son importance car c'est lui qui régularise la surface en générale. S'il devient prédominant la rhéologie des écoulements stationnaires uniformes n'est plus applicable.

Front

Au niveau du front de l'onde : L=H.

$[-c\ \partial_x U\ R] \approx \left[\partial_x U^2 R\right] =\ U^2\ \approx 2,5\ 10^{-3}$

$[g\ R\ sin\theta] \approx [g\ R\ cos\theta\ \mu] = g\ H\ sin\theta\ \approx 2\ 10^{-2}$

$[g\ R\ cos\theta\ \partial_x h]\ = g\ H\ cos\theta\ \approx 2\ 10^{-2}$

Au niveau du front les termes inertiels sont là encore négligeables en revanche le terme de gradient d'épaisseur devient de l'ordre de la friction et de la gravité.

Cette simple analyse d'ordre de grandeur montre que la rhéologie des écoulements stationnaires uniformes est applicable au cas des ondes stationnaires stables. Ceci est très clair pour la queue de l'onde, pour le cas du front c'est moins évident.

Dans le cadre des équations moyennées dans l'épaisseur, une étude récente [40] portant sur les ondes inertielles de surface a montré que pour décrire ces dernières il était nécessaire de rajouter un terme diffusif dans les équations de St Venant. Ce terme diffussif prend a la forme suivante $\partial_x(\nu\ \partial_x(UR))$. L'expression de ν se déduit de la formule :

$$\tau = \rho\ \nu\ \dot{\gamma} = \mu_I\ P \tag{5.5}$$

soit $\nu = \frac{\mu_I\ P}{\dot{\gamma}\ \rho}$.

On peut regarder ce que cela donne en terme d'ordre de grandeur si l'on considère ce terme diffusif :

$$[\partial_x(\nu\ \partial_x(UR))] = \frac{\nu\ U\ H}{L^2} = \frac{\mu_i\ g\ H^2\ U\ H}{L^2\ U} = \frac{\mu_i\ g\ H^3}{L^2}$$

Pour le front cela donne le même ordre de grandeur que le terme de gradient d'épaisseur et au niveau de la queue le terme est négligeable ($\approx 10^{-5}$).

En supposant que la loi rhéologique trouvée pour les écoulements uniformes stationnaires est applicable au cas des ondes solitaires, il est possible de remonter aux profils des phases roulante et statique qui ne peuvent-être directement visualisés expérimentalement.
D'après (4.38) (p.68) et (4.48)(p.70) la vitesse v_s peut s'écrire :

$$\frac{v_s}{\sqrt{gR}} = \frac{b'}{B}\ \frac{R}{h_{stop}(\theta)} \tag{5.6}$$

soit :

$$v_s = \frac{b'}{B}\ \sqrt{gh_{stop}(\theta)}\left(\frac{R}{h_{stop}(\theta)}\right)^{3/2} \tag{5.7}$$

De cette expression on peut sortir R et $Z = h - R$:

$$R = \left(\frac{B\ v_s}{b'\sqrt{g}}\ h_{stop}(\theta)\right)^{2/3} \tag{5.8}$$

$$Z = h - \left(\frac{B\ v_s}{b'\sqrt{g}}\ h_{stop}(\theta)\right)^{2/3} \tag{5.9}$$

où $b' = 0.83$ et $B = 0.9$ sont des paramètres mesurés expérimentalement, R est l'épaisseur de l'écoulement, v_s la vitesse de surface locale des grains mesurée sur le dos de l'onde, g l'accélération de la pesanteur et $h_{stop}(\theta)$ la hauteur d'arrêt pour l'angle θ considéré.

Les vitesses locales v_s sont directement données par les mesures de PIV faites sur la surface de l'onde.

De manière rigoureuse, il faudrait considérer la pente locale sur le dos de l'onde. Celle-ci s'obtient en dérivant le profil de hauteur δh de l'onde. Pour un angle θ donné la pente locale peut s'écrire :

$$\theta_l = \theta + \frac{\partial \delta h}{\partial x} \tag{5.10}$$

ce qui donne :

$$h_{stop}(\theta_l) = -d\widetilde{b}\, ln\left(\frac{\theta + \frac{\partial \delta h}{\partial x} - \mu}{\delta \mu}\right) \tag{5.11}$$

où d est la taille des grains, $\widetilde{b}$ un paramètre d'ajustement, $\mu = tan\theta_r$ la friction pour un tas au repos et $\delta\mu = tan\theta_a - tan\theta_r$ la différence de friction entre le tas au repos et le tas proche de l'avalanche.

En pratique la pente locale θ_l est négligeable sauf au niveau du front mais comme les hypothèses ne sont pas valides à ce niveau, on prendra directement θ au lieu de θ_l.

Profil d'écoulement

Le profil de hauteur h/d de l'écoulement, la zone qui coule R/d et la partie statique Z/d sont représentées sur le graphique de la figure 5.26. La hauteur h est la hauteur mesurée par le la ligne laser δh à laquelle il a été ajoutée la hauteur du dépôt $h_{stop}(\theta)$. Les hauteurs d'écoulement statique et coulante sont, elles, déduites de la rhéologie des avalanches stationnaires uniformes du sable sur la feutrine.

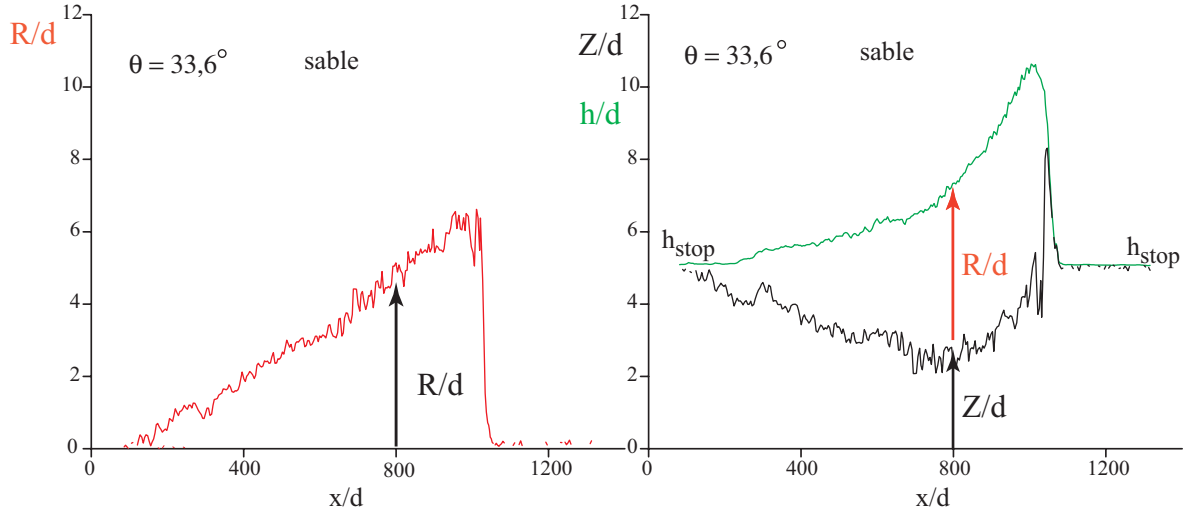


FIG. 5.26 – *Reconstruction des profils d'écoulement. h représente la hauteur totale de l'onde, R la partie qui coulent lors de la propagation de l'onde et Z la partie statique. Toutes ces données sont adimensionnées par la taille des grains $d = 0,3mm$.*

Une première remarque concerne la validité des hypothèses. Au niveau de la montée du front, le profil de hauteur statique se superpose à celui de la hauteur h ce qui n'a aucun sens physique. La reconstruction ne fonctionne pas vraiment au niveau du front.

La deuxième remarque importante concerne le profil de la couche en écoulement R/d. L'onde en se propageant ne creuse pas jusqu'au fond, elle forme un profil d'érosion.

La même méthode est utilisée pour des ondes solitaires se propageant à un angle plus faible ($\theta = 32°$) afin de voir si la phénoménologie persiste. La figure 5.27 présente deux profils d'érosion pour $\theta = 32°$ mais pour des quantités de matière injectée différentes.

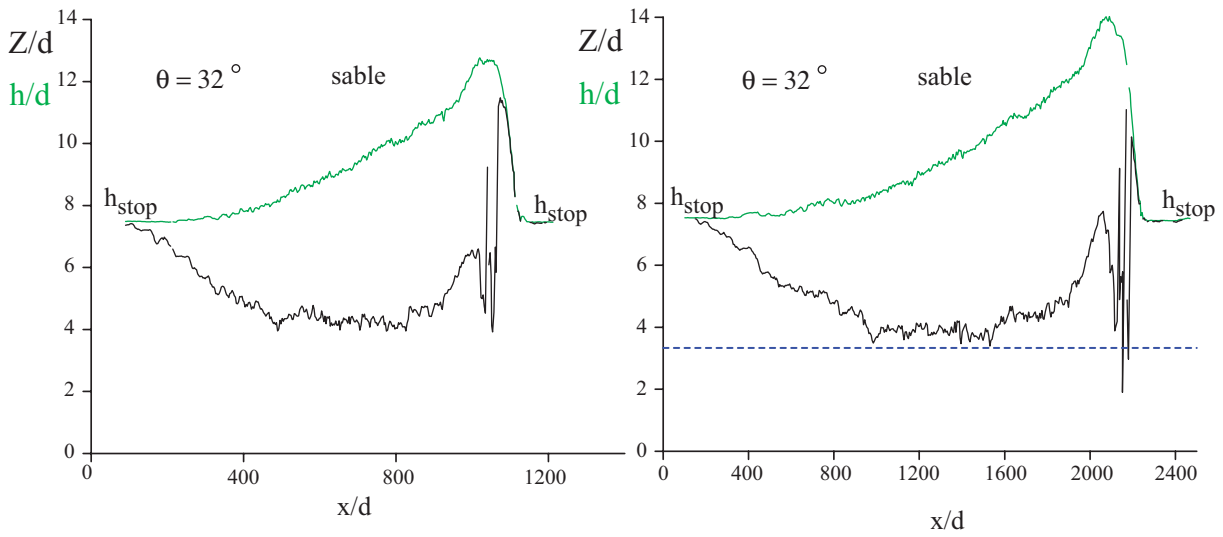


FIG. 5.27 – *Reconstruction des profils d'écoulement ($\theta = 32°$, air, sable).*

Au niveau du front la reconstruction ne marche pas. L'ajout de masse n'entraine pas une érosion plus forte, la profondeur de pénétration de l'onde dans la couche statique est identique. L'onde est juste plus étendue, environ $2000d$ contre $1000d$ (fig. 5.27).

L'onde ne creuse pas énormément la couche de grains, dans les deux cas reportés, tout au plus une couche de quatre tailles de grains est emportée dans l'écoulement. L'onde apparait plus comme coulant sur la couche granulaire.

Pour une onde propagée dans les mêmes conditions que la figure 5.27, la méthode des feuillets colorés a été appliquée. La ligne en pointillés bleus correspond à la hauteur statique mesurée (fig 5.27). Elle coincide correctement avec la reconstruction du profil d'érosion issue de la rhéologie et prouve l'existence d'une zone statique lors de la propagation des ondes solitaires.

L'expression du nombre d'inertie déduite des écoulements stationnaires uniformes est appliquée au cas des ondes solitaires mais seulement au niveau du dos de l'onde, là où les rhéologies sont les mêmes. Sur la figure 5.28 est mise en parallèle la friction éffective trouvée pour les écoulements stationnaires uniformes et celle déduite des ondes solitaires. Pour les mêmes gammes d'angle explorer les valeurs de μ_{eff} correspondent.

Ce procédé de reconstruction a été utilisé pour les **ondes solitaires de billes**. En mesurant les vitesses de surface, on voudrait savoir à quelle hauteur réelle d'écoulement cela correspond. La figure 5.29 montre les résultats obtenus en applicant la relation :

$$R = \left(\frac{v_s}{b\sqrt{g}} h_{stop}(\theta) \right) \tag{5.12}$$

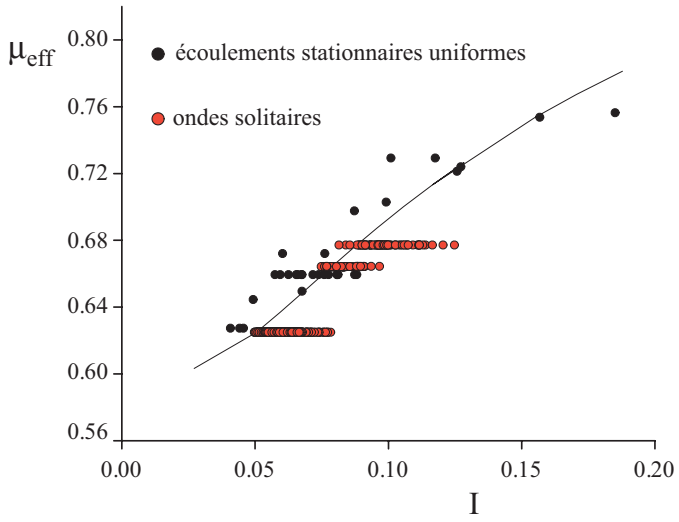


FIG. 5.28 – *Friction effective.*

loi qui est déduite des écoulements stationnaires uniformes de billes sur un fond rendu rugueux par les mêmes billes.

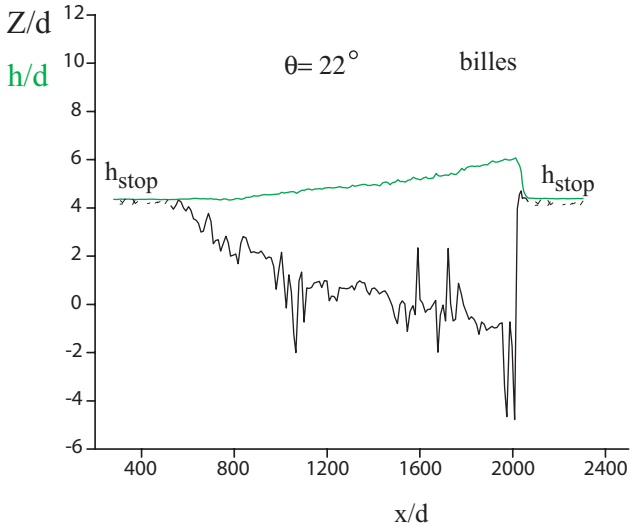


FIG. 5.29 – *Reconstruction des profils d'écoulement ($\theta = 22°$, air, billes).*

De nouveau seuls les profils h/d et Z/d sont présentés. Le comportement est différent de celui obtenu avec le sable. L'onde solitaire creuse entièrement jusqu'au fond. Les mesures de vitesse sont assez bruitées et cela se répercute lors de la construction de Z/d. Sur le graphique de la figure 5.30, la vitesse est ajustée par des fonctions polynomiales.

Cet ajustement sert alors de base pour la formation de Z/d et la figure 5.31 en est le résultat.

Au niveau du front l'onde creuse sur une hauteur supérieure à h_{stop} (partie hachurée) ce qui n'a pas de sens. Néanmoins la différence de comportement érosif semble bien présente. Alors que les ondes de sable préfèrent couler sur la couche granulaire et maintenir une forte hauteur d'avalanche, les ondes avec les billes de verre sont peu élevées et creusent entièrement la couche

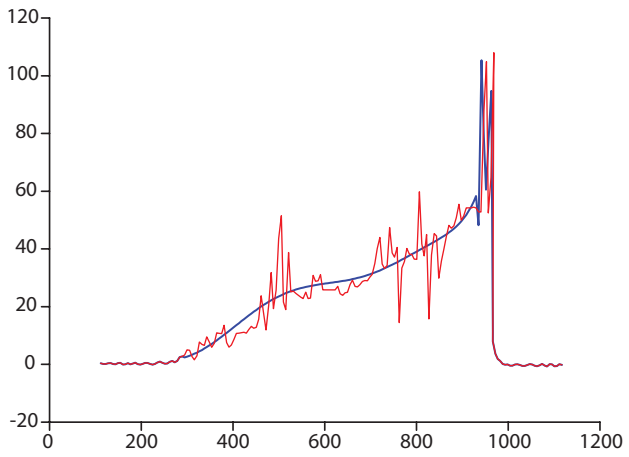


FIG. 5.30 – *Ajustement de la vitesse par fonctions polynomiales.*

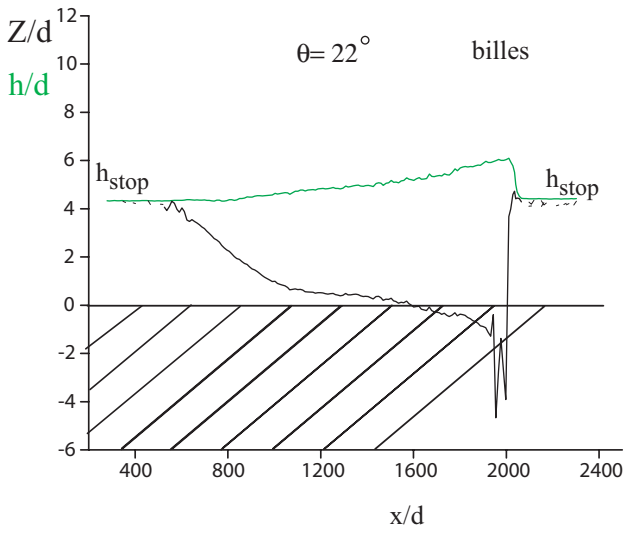


FIG. 5.31 – *Reconstruction des profils d'écoulement avec la vitesse ajustée.*

pour s'écouler directement sur le fond rugueux.

Dans le cas du sable et des billes, la partie en écoulement remonte vers la surface au niveau du dos de l'onde pour enfin finir à $h_{stop}(\theta)$ en queue d'onde.

Pour résumer cette partie, la rhéologie du sable s'écoulant sur la feutrine a été appliquée au cas des ondes solitaires stables. Il est possible d'appliquer la rhéologie des écoulements stationnaires uniformes au cas des ondes car dans un tel système, il y a une rhéologie locale. Dans les hypothèses utilisées, il a été montré que la loi d'écoulement s'applique correctement dans la partie dorsale de l'onde, l'équilibre des forces est respecté. Par contre au niveau du front le cas est plus litigieux et la reconstruction des profils d'écoulement à mis en évidence ce défaut.

Néanmoins, en comparant les résultats obtenus avec les ondes de sable sur la feutrine et celles de billes sur des billes, une différence majeure a été observée. Les premières coulent plus sur le substrat granulaire qu'elles n'érodent tandis que les dernières érodent complètement le substrat pour couler sur le fond.

5.5 Instabilité transverse

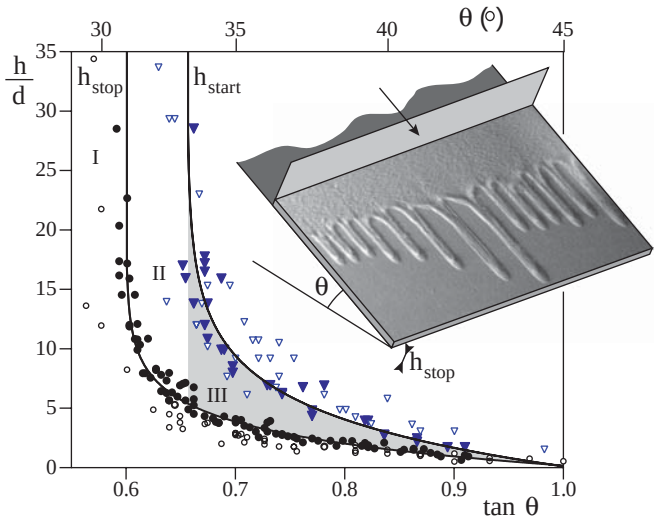


FIG. 5.32 – *Région III. Instabilité transverse.*

Dans ce chapitre, les ondes sont étudiées sur des fonds érodables plus minces c'est à dire pour $\theta > \theta_a$: c'est la région III du graphique de la figure 5.32. Les ondes sont rapidement déstabilisées transversalement et aboutissent à de la digitation. Dans un premier temps les méthodes de mesures utilisées pour relever les longueurs d'ondes vont être exposées. Ensuite l'instabilité sera expliquée dans ses grandes lignes. Une étude expérimentale de stabilité permettra de qualifier l'instabilité. Enfin les résultats obtenus, aussi bien dans l'eau que dans l'air, seront discutés.

5.6 Sélection de longueur d'onde

Une fois le front propagé, celui-ci exhibe une instabilité transverse matérialisée par la présence d'une longueur d'onde.

Pour accéder à la longueur d'onde moyenne de la modulation dominante, nous avons calculé la fonction d'autocorrélation du front. La figure 5.33 montre l'image brute du front. A l'aide d'un programme tournant sur ImageJ et basé sur une méthode de corrélation des niveaux de gris, nous extrayons l'équation du front $\chi(t)$ et ensuite calculons la fonction d'autocorrélation spatiale du front :

$$C(y_0) = \langle \chi(y + y_0)\chi(y) \rangle_x - (\langle \chi(y) \rangle_x)^2 \tag{5.13}$$

Les $\langle\rangle$ correspondent à $\frac{1}{N}\sum$.

Le procédé est donc assez simple, on multiplie le front avec lui-même mais décalé d'une quantité y_0 allant de 1 à $N/2$. Si le signal de départ présente une quelconque périodicité, le premier maximum de la fonction d'autocorrélation donne la longueur d'onde moyenne associée ainsi que le carré de l'amplitude de l'onde (fig. 5.33).

5.6.1 Remarques

Dans les expériences d'évolution temporelle du front, où la camera reste fixe, il convient de bien retirer la moyenne du front. Dans la plupart des cas le front n'est pas véritablement rectiligne

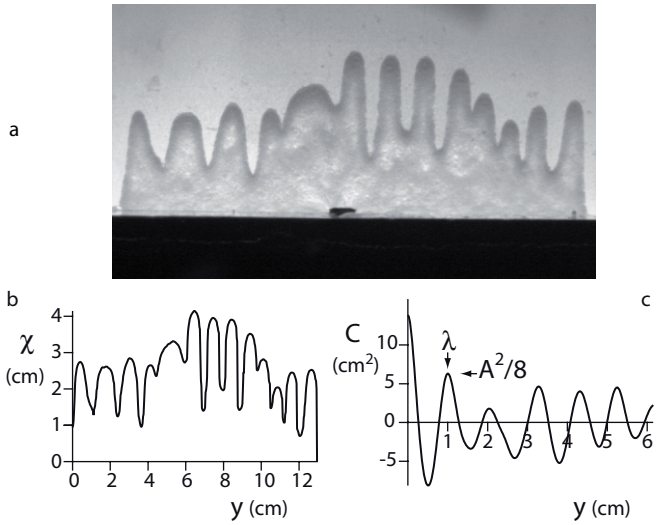


FIG. 5.33 – **a** Image brute du front (eau, d=40μm, $\theta = 35°$). **b** Equation du profil du front. **c** Fonction d'autocorrélation. Le premier maximum donne la longueur d'onde moyenne, $\lambda \approx$1cm pour une amplitude $A \approx$6,3cm.

et présente plutôt une tendance en forme de parabole autour de laquelle la longueur d'onde se développe. C'est pourquoi avant chaque fonction d'autocorrélation une régression polynomiale d'ordre deux, voir plus si nécessaire, est effectuée afin de retirer la porteuse du front (fig. 5.34 et 5.35). Il est évident que la régression ne doit pas être d'ordre trop élevée sinon il n'est plus possible de mesurer de longueur d'onde.

Cette tendance à une déformation globale parabolique s'explique par les conditions de bords. La matière coule moins vite sur les bords qu'au centre. De plus l'expérience n'étant pas parfaite, la ligne de front générée n'est pas non plus parfaitement parallèle à la direction de plus grande pente. Ceci peut entrainer des enveloppes d'ordre supérieure à 2.

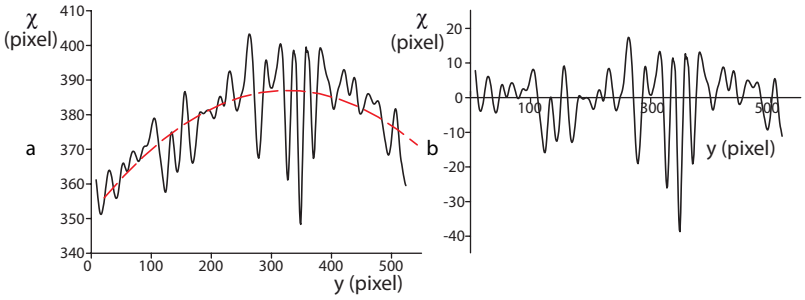


FIG. 5.34 – **a** *Equation du profil du front avec un fit parabolique, ligne en pointillée (eau, d=30μm, $\theta = 35°$).* **b** *Equation du front redressé.*

5.7 Système hors d'équilibre : coalescence

Les systèmes hors d'équilibre ont cette faculté de construire des structures spatiales ordonnées depuis une structure initiale sans ordre apparent lorsqu'un des paramètres de contrôle atteint une valeur critique. Ces systèmes peuvent être regroupés en deux grandes catégories :

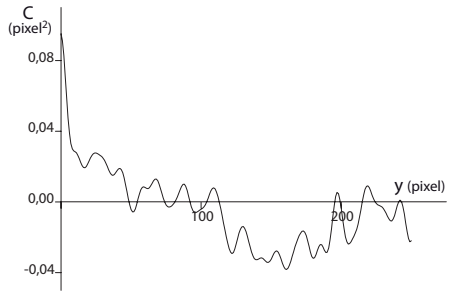


FIG. 5.35 – *Exemple de fonction de correlation où la tendance a été mal retirée. (eau, d=40μm, $\theta = 35°$). La fonction n'est pas bien répartie autour de l'axe y=0, l'amplitude de la longueur d'onde n'est alors pas bien mesurée.*

(i) la première catégorie inclus les systèmes qui sélectionnent une longueur d'onde λ qui, pour une valeur donnée des paramètres de contrôle, est fixe. Dans ce cas précis la structure n'est pas forcement stationnaire en temps et peut présenter des oscillations ou même avoir une dynamique chaotique.

(ii) la seconde catégorie regroupe les systèmes dont la longueur d'onde $\lambda(t)$ évolue continuellement dans le temps. On parle alors de coalescence ("coarsening"). L'interruption de coalescence peut intervenir dans certains cas particuliers.

A partir du traitement d'image il est possible de suivre l'évolution du front dans le temps. Le graphique de la figure 5.36 montre les profils d'un front relevés toutes les secondes. Dans un premier temps le front est rectiligne puis une longueur d'onde se développe, son amplitude augmente et après quelques secondes des doigts poussent. Après avoir retiré la tendance du signal, les fonctions de correlations correspondantes sont déterminées (fig 5.37).

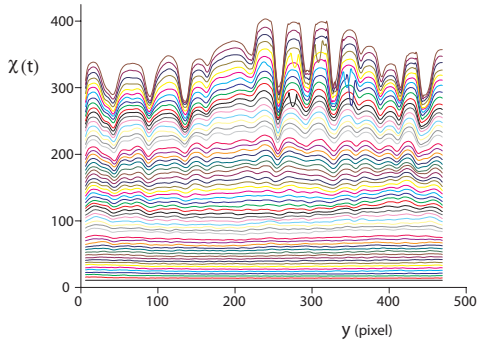


FIG. 5.36 – *Evolution temporelle du front (eau, d=40μm, $\theta = 35°$). Chaque profil correspond à un pas de 1s.*

On distingue très nettement une longueur d'onde dans le signal (premier maximum) dont l'amplitude ne cessent de croître au cours du temps (matérialisée par la flèche sur le graphique). Au premier abord la longueur d'onde semble constante, du moins pour les temps longs. Or, expérimentalement, un phénomène de fusion est observé, entrainant une dérive spatiale de la longueur d'onde dans le temps. Le graphique de la figure 5.38 montre les mêmes fonctions de corrélations mais celles-ci sont focalisées sur les temps courts. Elles sont représentées en échelle semi-logarithmique afin qu'il soit possible de visualiser sur le même graphique les petites et les grandes amplitudes. Seules les parties positives de la fonction de corrélation apparaissent, l'abscisse du premier maximum se décale clairement vers la droite dans le temps. Il y a un

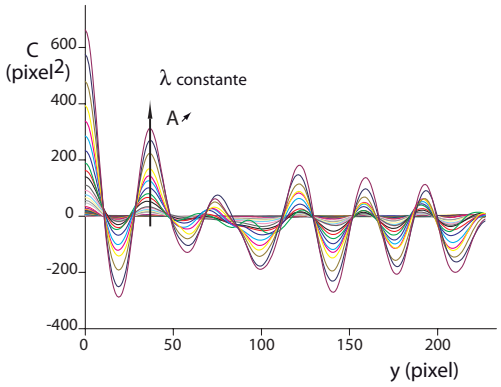


FIG. 5.37 – *Evolution temporelle du front (eau, d=40μm, $\theta = 35°$). Chaque profil correspond à un pas de 1s.*

facteur deux entre la première longueur d'onde détectée ici et celle finale. Les constatations visuelles expérimentales sont bien identifiées : la longueur d'onde évolue spatialement pendant l'avalanche, il y a un processus de coalescence.

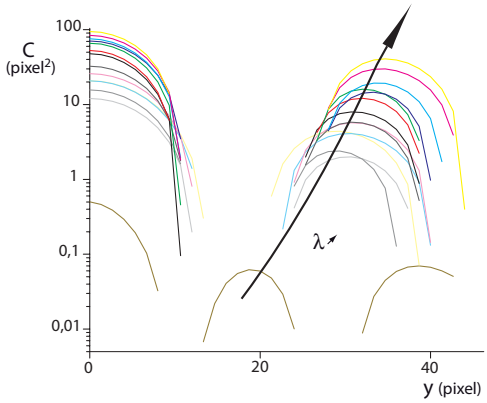


FIG. 5.38 – *Fonctions d'autocorrélation aux temps courts (eau, d=40μm, $\theta = 35°$). L'axe des abscisses est en échelle linéaire tandis que celui des ordonnées est en échelle logarithmique.*

L'évolution temporelle de cette longueur d'onde est suivie plus précisement en mesurant la position et l'amplitude du premier maxima au cours du temps. Toute la difficulté consiste ici à pouvoir mesurer la première longueur d'onde qui sort du bruit expérimentale. C'est pourquoi il a fallu moyenner les réalisations afin de pouvoir sortir des valeurs quantitatives.

La figure 5.39 permet de bien visualiser les différentes étapes de l'instabilité. Au temps court il se forme un petit plateau pour une longueur d'onde initiale λ_0, qui correspond à la première longueur d'onde mesurable, puis λ augmente spatialement par un phénomène de fusion (photographie du bas sur fig. 5.39) jusqu'à une valeur λ_∞ qui correspond à la formation des doigts (image du haut fig. 5.39). A cet instant final les parties qui coulent deviennent indépendantes les unes des autres, le front n'est plus continu et la longueur d'onde n'évolue plus.

Ce phénomène est présenté ici dans le cas des avalanches sous-marines mais il reste le même dans l'air. Dans l'air l'évolution est plus rapide et il est plus difficile de mesurer les longueurs d'ondes initiales par contre le phénomène de fusion lui, est clairement visible.

Le processus de coalescence mis à jour dans cette expérience est basé sur l'observation d'une dépendance ou d'une évolution temporelle de la longueur d'onde. Une étude théorique récente

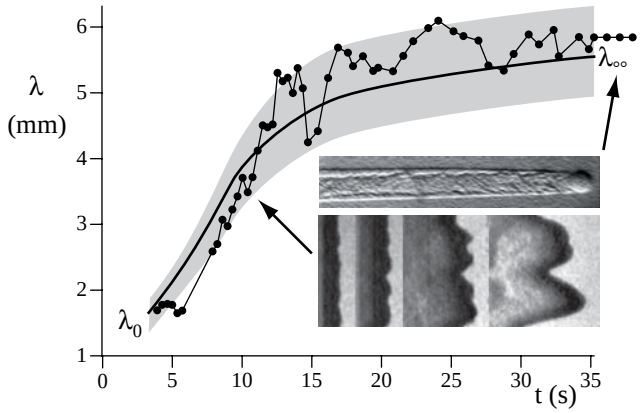


FIG. 5.39 – *Evolution temporelle de la longueur d'onde λ (eau, d=40μm, $\theta = 37.1°$) pour une seule réalisation (●) et la moyenne de plusieurs réalisations (pleine ligne)- la zone ombrée indique la déviation standard.*

[57] a montré que pour certains systèmes non-linéaires, il était possible d'établir un critère général identifiant la présence ou non de coalescence. Pour une longueur d'onde λ, solution d'un état stationnaire, un scénario de coalescence n'est possible que, si et seulement si, $\partial\lambda/\partial A$ (A est l'amplitude de la longueur d'onde) est positive et ce aussi bien pour des systèmes conservatifs que non-conservatifs. Il en ressort alors quatre cas distincts (fig 5.40 [57]) quant à l'existence ou non de coalescence :

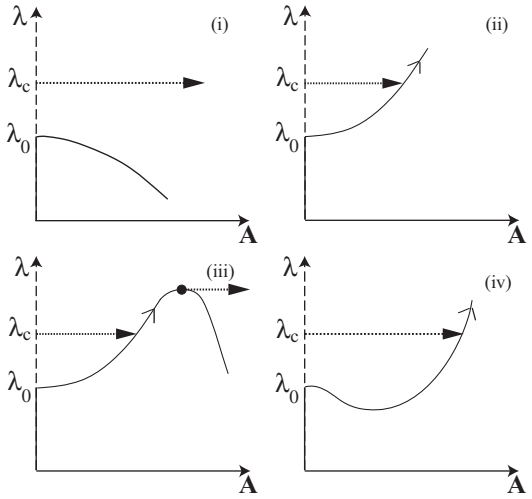


FIG. 5.40 – *Diagramme schématique longueur d'onde-amplitude pour des solutions stationnaires de période λ et d'amplitude A.*

(i) Si $\lambda(A)$ est une fonction décroissante, le système développe une longueur d'onde caractéristique qui reste constante dans le temps.

(ii) Si $\lambda(A)$ est une fonction croissante, le système exhibe un processus de coalescence.

(iii) Si $\lambda(A)$ est croissante puis décroissante, le système présente d'abord un processus de coalescence puis il s'immobilise au maximum de $\lambda(A)$. La longueur d'onde n'évolue plus spatialement mais son amplitude augmente.

(iv) Si $\lambda(A)$ commence par décroître puis croît de nouveau on se retrouve dans la même

situation que pour le cas (ii).

On peut essayer de tester ce critère dans notre cas d'étude. Aux vues des observations expérimentales, on s'attend plutôt à avoir le cas (iii) ici.

Le relevé de la position et de l'amplitude du premier maxima de la fonction de correlation permet de suivre le processus de coarsening ainsi que l'évolution de l'amplitude. Le graphique de la figure 5.41 présente en parallèle l'évolution dans le temps de la longueur d'onde $\lambda(t)$ et de l'amplitude associée $A(t)$ pour une expérience réalisée dans l'eau avec la poudre d'alumine. Ces résultats permettent de tracer λ en fonction de A (fig. 5.42).

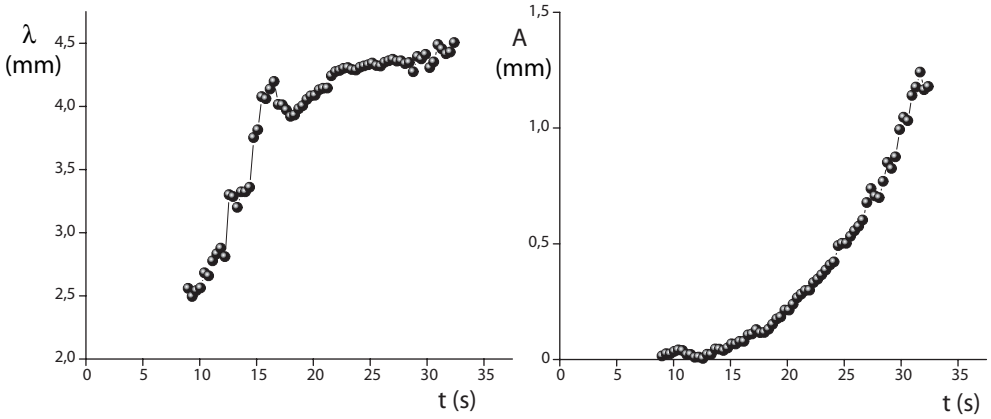


FIG. 5.41 – *Evolution temporelle de la longueur d'onde λ et de l'amplitude associée A (eau, $d = 40\mu m$, $\theta = 37,1°$).*

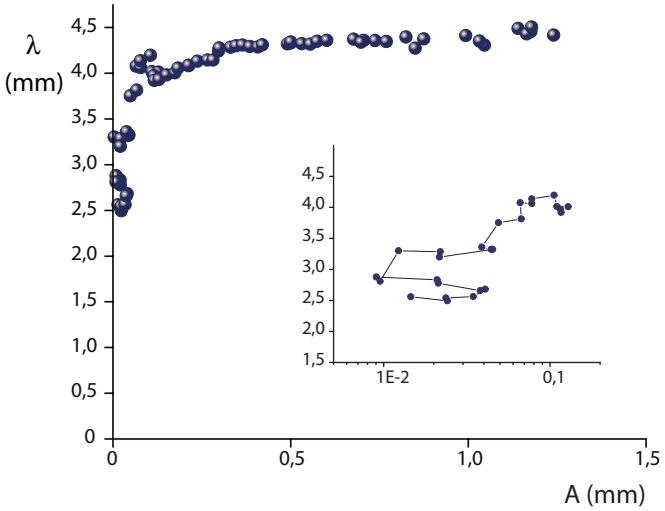


FIG. 5.42 – *Longueur d'onde λ en fonction de l'amplitude A (eau, $d = 40\mu m$, $\theta = 37,1°$). L'encart représente $\lambda(A)$ en échelle semi-logarithmique pour les temps les plus courts.*

On retrouve le cas (iii). La fonction $\lambda(A)$ est croissante sur un court intervalle puis la longueur d'onde se stabilise tandis que son amplitude augmente d'où le plateau (à partir de $A \approx 0,4mm$ sur la figure 5.42). Le scénario reste le même dans l'air, le graphique de la figure 5.43 montre lui aussi une partie croissante au début du phénomène pour enfin se stabiliser à une longueur d'onde qui sature.

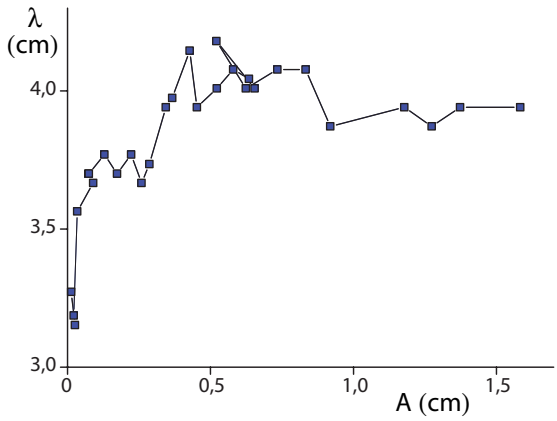


FIG. 5.43 – *Longueur d'onde λ en fonction de l'amplitude A (air, d = 300μm, $\theta = 35°$).*

Ainsi l'étude précédente a identifié un scénario de coalescence de la ligne de front. Lorsque on génère une avalanche, le front de celle-ci n'est pas à l'équilibre. Une fois une valeur critique atteinte, le front commence à se moduler et une longueur d'onde apparait. Cette longueur d'onde n'est pas stable et dérive spatialement au cours du temps : c'est la coalescence. Celle-ci est interrompu par la formation de doigts ou plutôt de gouttes granulaires.

A partir de l'étude théorique menée par *Misbah et al* un critère plus général pour l'existence ou non de coalescence a pu être testé. Les données expérimentales, dans l'eau et dans l'air, rentrent bien dans un des cadres fixés par leur approche théorique mais ne permettent pas de faire une étude quantitative. Par exemple il aurait été intéressant de mesurer $\partial\lambda/\partial A$ afin d'obtenir le coefficient de diffusion de la coalescence.

Par ailleurs la formation de doigts est un autre point intéressant de cette instabilité. Sur la photographie de la figure 5.39, on distingue la forme particulière du doigt avec une goutte de matière à sa tête et des levées sur les bords. Ce type de structures est visible dans les écoulements géologiques naturels et a déjà été étudié dans la littérature [58]. Notamment pour les levées sur les bords, l'hypothèse invoquée est la polydispersité des grains qui favorise une ségrégation en taille du matériau. Les plus gros et aussi les plus frottants se trouvent alors sur les berges des doigts. De plus la ségrégation est à l'origine d'une autre instabilité entrainant de la digitation lors d'un écoulement bidisperse et même légèrement polydisperse [59] [38]. Les grains utilisés dans nos travaux sont polydisperses et il convient de se demander si l'instabilité rencontrée ici est due au même phénomène. Il est à noter que même dans ce cas de figure le front exhibe là aussi des longueurs d'onde que la ségrégation ne peut expliquer. A ce jour il semble que la sélection de longueur d'onde reste encore un phénomène incompris.

5.7.1 Ségrégation-Digitation

La ségrégation d'un mélange de grain par la taille est un phénomène qui intervient dès lors qu'un matériau granulaire polydisperse est vibré ou cisaillé. Plusieurs mécanismes peuvent être à l'origine de ce phénomène et les processus varient suivant les caractéristiques du matériau, la configuration du système et l'origine des forces [3].

Dans le cas d'un mélange de petites et de grosses particules, en écoulement sur un plan incliné rugueux, les grosses particules remontent rapidement au niveau de la surface libre et se déplacent vers le front de propagation.

Dès lors qu'un vide suffisant apparait sous les particules, la force gravitationnelle tend à

faire percoler vers le bas aussi bien les petites que les grosses particules. Les petites particules percolent plus souvent car la probabilité de trouver un vide de leur taille est plus grande. Les grosses particules remontent ainsi par cet effet au niveau de la surface libre. La vitesse à la surface étant supérieure à la vitesse moyenne de l'écoulement les grosses particules se retrouvent au niveau du front. Elles peuvent alors bloquer l'écoulement à certains endroits (points d'arrêts) destabilisant ainsi le front et entrainant même la formation de doigts : on parle alors de doigts de ségrégation [59].

La figure 5.44, extraite d'un travail mené sur des écoulements polyderperses sur un plan incliné rugueux [38], montre la formation d'une telle instabillité. Depuis un réservoir situé en amont du plan, des écoulements de différentes compositions sont testés.

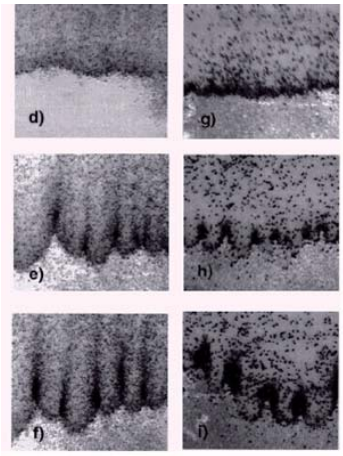


FIG. 5.44 – *Doigts de ségrégation. (d-f) Mélange de billes sphériques de verre de taille* $d = 0,5mm$ *avec des particules anguleuses de noyaux broyés de taille* $d = 0,57mm$ *(*$\theta = 24,5°$*). (g-i) Mélange de billes sphériques de verre de taille* $d = 0,5mm$ *avec des particules anguleuses de noyaux broyés de taille* $d = 1,2mm$ *(*$\theta = 22°$*)*

Dans les deux exemples présentés ici il s'est écoulé environ une dizaine de secondes entre le début de l'expérience et la formation des structures.

Dans le cas des mélanges fortement polydisperses, les blocages sont tels que des doigts peuvent se former (photographie g-i).

Pour le mélange faiblement polydisperse, les doigts sont moins marqués (d-f).

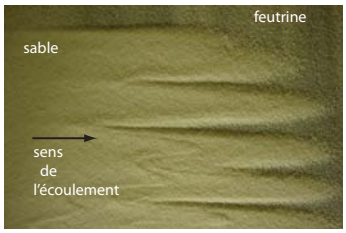


FIG. 5.45 – *Doigts de ségrégation du sable se propageant directement sur la feutrine pour des hauteurs découlement proche de* $h_{stop}(\theta)$*.*

L'étude sur les écoulements stationnaires uniformes menée dans le chapitre précédent, a permis de tester l'effet de la polydispersité dans nos écoulements avec le sable de Fontainebleau de taille $d = 308 \pm 66\mu$m. Dans la majorité des gammes de débits et d'angles étudiés, le front

propagé est toujours resté stable. Cependant des doigts de ségregation sont apparus lorsque la hauteur des écoulements formés étaient proche de $h_{stop}(\theta)$ ($1 < h/h_{stop} < 2$) (fig. 5.45). Néanmoins, pour de telles situations, le fait de prémouiller au préalable le plan incliné d'une épaisseur $h_{stop}(\theta)$, permet de repousser l'instabilité de ségrégation : on obtient de nouveau des fronts stables.

La ségrégation du front existe dans notre cas, il faut faire une étude d'instabilité pour identifier la vraie nature du phénomène et voir s'il est relié à la ségrégation.

5.8 Etude de stabilité linéaire

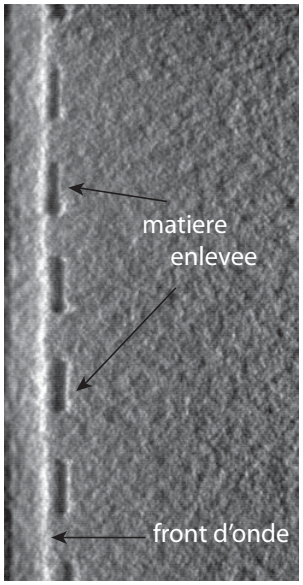


FIG. 5.46 – *Modulation de la couche granulaire par impression d'un masque périodique. Les rectangles noirs correspondent aux endroits où de la matière à été retirée. La ligne blanche visible juste avant le masque représente l'onde. L'éclairage est rasant depuis le bas du plan incliné d'où la surbrillance pour le front et le noir pour les parties creusées.*

En raison de cette compétition entre les modes instables et le processus de coalescence par phénomène de fusion, l'identification d'un scénario générique pour l'instabilité transverse est problèmatique. La première étape avant d'étudier plus en détail cette instabilité, est de s'assurer de la présence d'un régime linéaire. C'est pourquoi en plus des expériences partant d'un dépôt homogène, une série d'expériences partant d'un dépôt modulé dans les conditions initiales a été réalisée. Le principe est simple, sur la surface libre de la couche granulaire un masque binaire périodique est créé, c'est à dire qu'il est retiré de la matière par bandes de même longueur et à intervalles réguliers. La figure 5.46 montre une photographie de la méthode. Sur les parties en déficit de matière l'onde est ralentie. Celle-ci se trouve alors modulée d'une longueur d'onde voisine de la longueur des bandes utilisées. Il est mesuré ensuite le taux d'amplification de la perturbation ainsi généré. Une première remarque peut déjà être formulée à ce stade, la mesure dépend fortement de l'amplitude initiale, c'est à dire de la quantitée de matière enlevée.

La figure 5.47 présente en parallèle l'évolution temporelle, dans les mêmes conditions, d'une onde sur un dépôt uniforme (gauche) et sur un dépôt modulé d'une longueur d'onde λ=6,5cm (droite). Sur l'image de gauche la compétition entre le mode instable et la coalescence est nette-

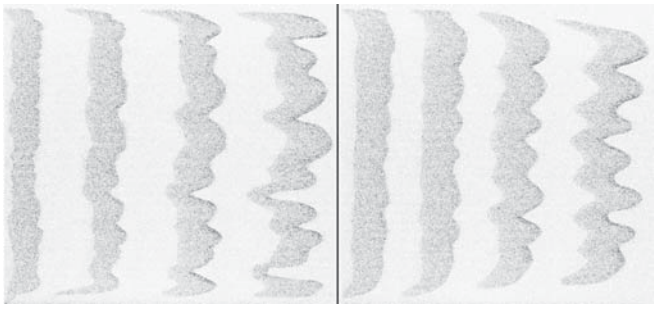


FIG. 5.47 – *Partie coulante d'ondes solitaires visualisée par différence d'images (air, d=300μm, $\theta = 35°$, interval de temps 1,1s) partant d'un lit plat (gauche) ou d'un lit initial présentant une longueur d'onde forcée λ=6,5cm.*

ment visible tandis que sur celle de droite, la coalescence est inhibée et seul le mode forcé est en train de pousser. La différence d'images permet de ne visualiser que les parties qui sont en mouvement (partie en noir). Au début, l'onde est stable avec une certaine expansion spatiale puis elle se destabilise. Toute la bande de grains coulant se module en gardant une largeur constante. Ceci est bien visible sur l'image de droite, en particulier les parties en régression correspondent aux endroits où de la matière a été enlevée. A gauche la diminution de la largeur, pour les temps les plus longs, indique la présence de points d'arrêt. Le mode de l'onde qui se propage le long de l'écoulement suit exactement le forçage. C'est un résultat important car il signifie que l'instabilité est convective, c'est à dire que la perturbation imposée à un endroit de l'écoulement est entrainée par ce dernier.

Cette étude n'a été menée que pour un angle ($\theta = 35°$) seulement dans l'air et avec le sable de Fontainebleau. A l'aide d'une caméra rapide pouvant aller jusquà 500im/s, des images, à une fréquence d'acquisition de 125Hz, ont été prise.

Une modulation de petite longueur d'onde est rapidement atténuée ce qui signifie que le mode forcé est stable. Les deux graphiques de la figure 5.48 illustrent cet exemple. La longueur d'onde choisie est $\lambda = 1,86cm$, le graphique du haut montre l'évolution temporelle de la fonction d'autocorrélation du front. Au début celle-ci présente un maximum bien marqué avec une amplitude de l'ordre de $0,1cm$ puis l'amplitude décroît jusqu'à devenir nulle. Le graphique du bas permet de mieux visualiser l'amplitude des maxima grâce à un codage en couleur. Le premier maximum passe d'une couleur chaude (orange-rouge) à une couleur froide (vert puis bleu). En toute rigueur, on observe plus qu'une extinction de mode. En effet sur le graphique du bas les quatre maxima initiaux (gauche) se transforment en deux maxima (droite). Ceci signifie qu'il y a coalescence.

D'autres expériences partant d'une même amplitude initiale, mais à des longueurs d'onde différentes, ont été menées. Les deux graphiques de la figure 5.49 présentent les résultats obtenus. L'amplitude de forcage initiale est d'environ $0,1$ cm. L'amplitude du premier maximum augmente au cours du temps jusqu'à atteindre une valeur proche de $6cm$ en amplitude : le mode forcé est donc instable cette fois-ci. De la même manière le graphique du bas (fig 5.49) montre cette évolution en niveau de couleur. La lecture se fait de la gauche vers la droite. L'amplitude est d'abord faible (couleur vert-bleu) puis forte (jaune). Ici il n'y a aucune dérive spatiale, pas de coalescence. Pour des amplitudes aussi grandes, l'instabilité donne lieu à la formation de doigts et il n'est alors plus possible de continuer la mesure. Ici le schéma est donc opposé à celui rencontré précédemment lors du forcage d'une petite longueur d'onde initiale. La méthode permet donc de faire une étude de stabilité linéaire du front d'avalanche.

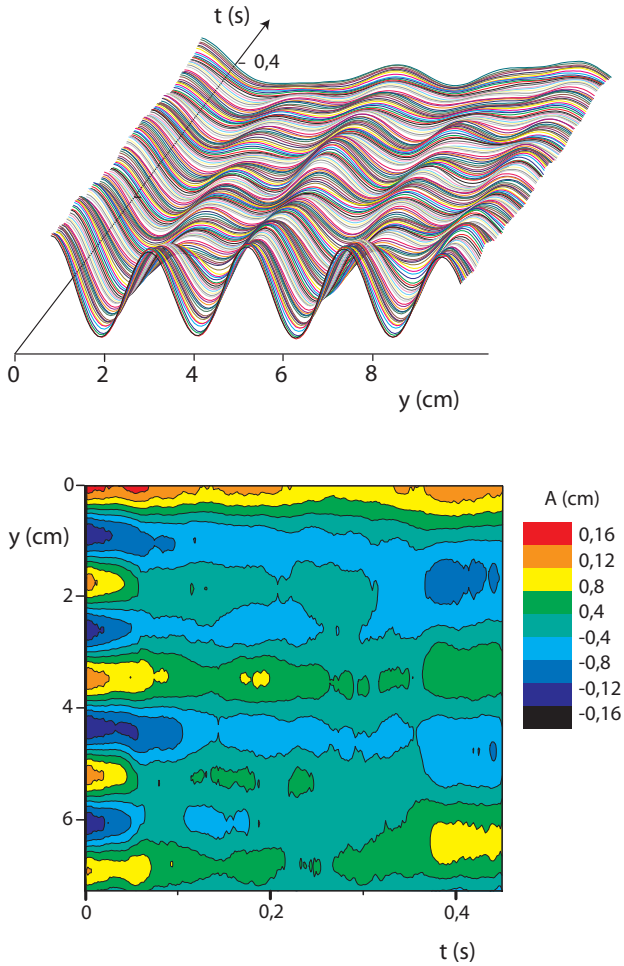


FIG. 5.48 – **haut** *Diagramme spatio-temporel de la fonction d'autocorrélation du front pour un modulation initiale de* $1,86cm$ *(air, d=300µm,* $\theta = 35°$*). Pour des raisons de lisibilité, les fonctions de corrélation présentent un décalage temporel. Le premier maximum,* $\lambda = 1,86cm$*, est atténué au cours du temps.* **bas** *Codage couleur de l'amplitude de ces mêmes fonctions de corrélation. Les amplitudes positives sont en orange-rouge et les négatives en bleu. L'évolution se fait de gauche à droite.*

5.8.1 Relation de dispersion

En relevant la position et l'amplitude du premier maximum dans le temps, il est possible d'extraire une mesure quantitative des expériences. Le graphique de la figure 5.50 montre en échelle semi-logaritmique l'évolution temporelle des modes forcées dans les conditions initiales. Les modulations du front s'amplifient de manière exponentielle pour une large bande de modes. Le régime linéaire est alors clairement identifié sur au moins une décade en amplitude. Les effets non-linéaires commencent à être visibles lorsque les amplitudes deviennent centimétriques. Ils correspondent à la rupture de pente sur les courbes du graphique (fig. 5.50). Pour trois des quatres modulations forcées, les amplitudes initiales sont quasi-identiques, environ $0,3$ cm, la quatrième étant supérieure, environ $0,5$ cm. Cela n'affecte pas la mesure à condition que l'amplitude initiale de forcage reste dans le régime linéaire donc clairement ici inférieure au

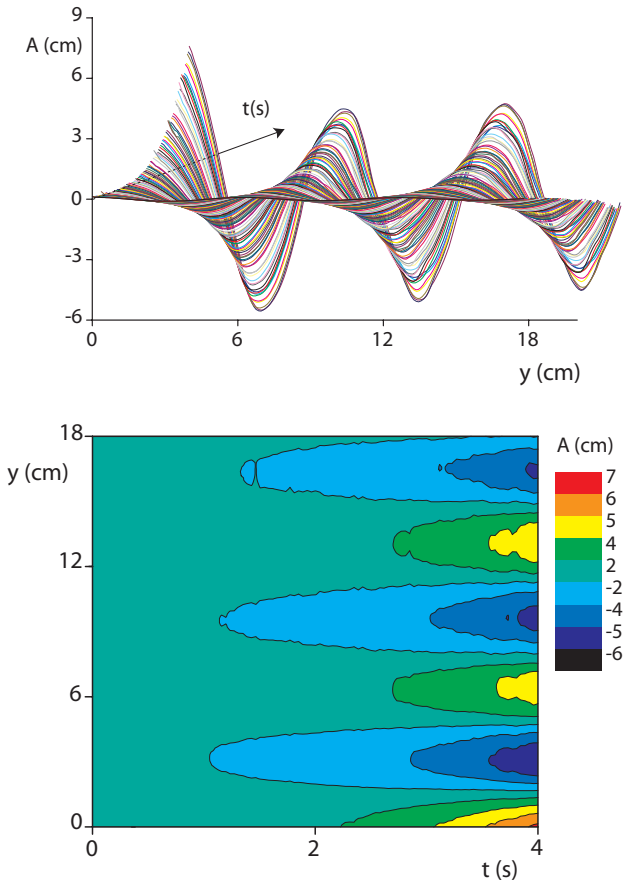


FIG. 5.49 – **haut** *Diagramme spatio-temporel de la fonction d'autocorrélation du front pour un modulation initiale de 6,53 cm (air, d = 300 μm, $\theta = 35°$). Pour des raisons de lisibilité, les fonctions de corrélation présentent un décalage temporelle. Le premier maximum, λ = 6,53 cm, est amplifié dans le temps.* **bas** *Codage couleur de l'amplitude de ces mêmes fonctions de corrélation. Les amplitudes positives sont en orange-rouge et les négatives en bleu. L'évolution se fait de gauche à droite.*

centimètre.

L'étude de l'instabilité transverse des ondes par forcage de modes permet d'établir un diagramme de stabilité expérimental. L'existence d'un régime linéaire pour l'instabilité permet d'étudier la relation de dispersion des ondes érosives ainsi que le seuil de stabilité. Dans un repère linéaire, l'amplitude du mode forcé varie exponentiellement le long de l'écoulement. Il apparait une expression de la forme : $A(t) = A(0)exp(\sigma t)$ où σ correspond au taux de croissance temporelle (fig. 5.51). Par conséquent, le taux de croissance σ de chaque mode forcé est donné par la pente de $A(t)$ lorsque celle-ci est exprimée dans un repère semi-logarithmique (fig. 5.50)

La relation de dispersion est donnée par le graphique de la figure 5.52. Le taux de croissance y est exprimé en fonction du nombre d'onde $k = 1/\lambda$. Pour une large bande de mode depuis $k = 0$ à $k \approx 4,2cm^{-1} = k_c$, la perturbation initiale est amplifiée et les modes correspondants sont instables ($\sigma > 0$). Pour $k = k_c$ le mode présente un taux d'amplification nul, il n'a pas été trouvé expérimentalement mais seulement encadré. Au delà du mode de coupure k_c, les modes sont stables devant une petite perturbation ($\sigma < 0$). Parmi les modes instables il en

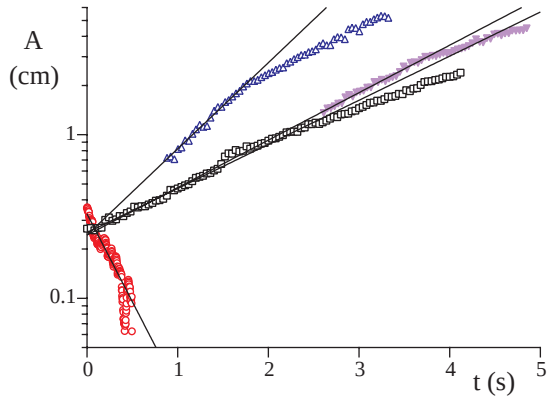


FIG. 5.50 – *Evolution temporelle de l'amplitude (air, d = 300 µm, θ = 35°) lorsque la condition initiale est forcée à différentes longueurs d'onde λ = 12 mm (○), λ = 30 mm (□), λ = 90 mm (△) et λ = 178 mm (▼). La plus petite régresse rapidement tandis que trois autres s'amplifient avec des taux de croissance différents, pente des droites. Pour des amplitudes supérieures au centimètre, la dynamique du front sort du régime linéaire.*

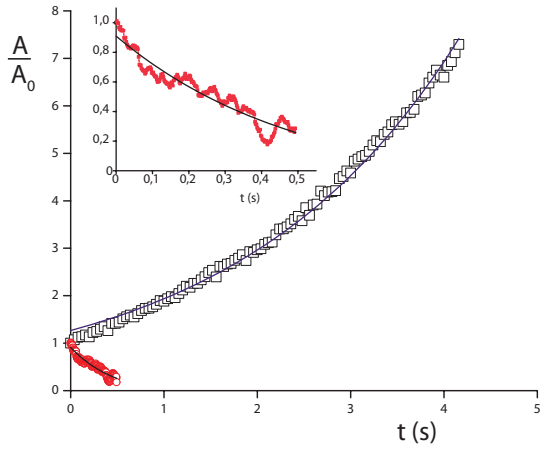


FIG. 5.51 – *Evolution le long du plan d'une onde forcée pour deux différentes longueurs d'onde (air, d = 300 µm, θ = 35°, λ_1 = 1,86 cm et λ_2 = 6,53 cm). L'amplitude de l'onde est renormalisée par l'amplitude initiale (t=0). Les courbes continues correspondent à une interpolation exponentielle de la forme $A(t) = A(0)exp(\sigma t)$ avec $\sigma_1 \approx$ -2 s^{-1} et $\sigma_2 \approx$ 0,42 s^{-1}. L'insert en haut à gauche correspond à un agrandissement de la mesure obtenue pour σ_1, il a fallu utiliser une acquisition de 500 im/s soit un pas de 0,002s.*

est un qui pousse plus vite. La courbe en continue correspond à un ajustement de la forme $\sigma = \sigma_m|k|\lambda_0(1-(k\lambda_0)^2/3)$ et il nous permet de sortir σ_m, le taux de croissance maximal, qui vaut $\sigma_m \approx 2,5s^{-1}$ pour $\lambda_0 \approx 4$ cm.

L'étude expérimentale de stabilité linéaire précédente a montré que dans l'air, l'instabilité transverse, apparaissant pour $\theta > \theta_a$, est de type linéaire. L'étude complète de stabilité n'a été menée que pour un seul angle ($\theta = 35°$), pour le sable uniquement et elle a aboutit à une mesure d'un taux de croissance maximal σ_m signifiant qu'un mode pousse plus vite que les autres.

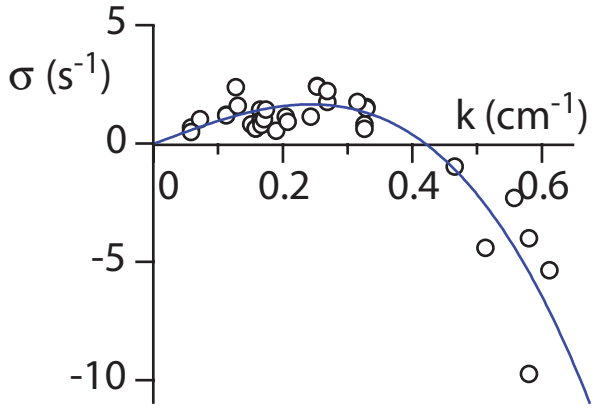


FIG. 5.52 – *Taux de croissance temporel σ en fonction du nombre d'onde k (air, d = 300 μm, θ = 35°). La courbe continue est le meilleure ajustement de la forme $\sigma = \sigma_m |k| \lambda_0 (1 - (k\lambda_0)^2/3)$, avec un taux de croissance maximum $\sigma_m \approx 2,5 s^{-1}$ pour $\lambda_0 \approx 4$ cm.*

5.8.2 Mesure de la longueur d'onde initiale : comparaison air et eau

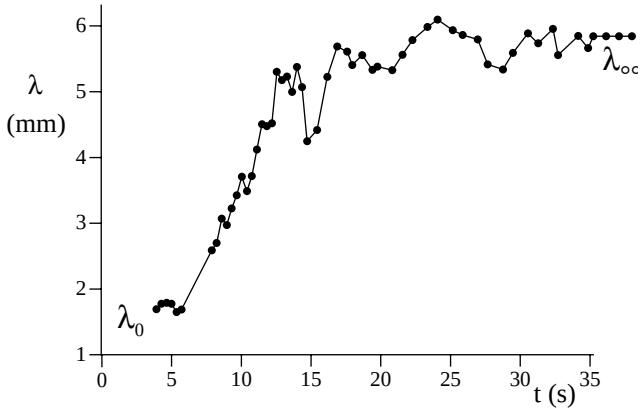


FIG. 5.53 – *Evolution temporelle de la longueur d'onde λ (eau, d=40μm, θ = 37.1°). Le petit plateau de début donne la longueur d'onde initiale λ_0 et celui apparaissant en fin de coalescence donne λ_∞*

Dans cette partie, nous reportons les longueurs initiales λ_0 et finales λ_∞ pour différents angles aussi bien dans l'air et dans l'eau. Par longueur d'onde initiale λ_0, on entend la **première** longueur d'onde que l'on arrive à détecter et on suppose qu'elle est voisine de la longueur d'onde initiale pour l'instabilité. Elle devrait correspondre au mode le plus rapide du régime linéaire. La longueur d'onde finale λ_∞, quant à elle, correspond à la **dernière** longueur d'onde mesurable avant l'apparition des doigts, le front devient ensuite discontinu (fig. 5.53).

Les techniques de mesures sont les mêmes qu'avant. On effectue la fonction d'autocorrélation du front et le premier maxima donne la longueur d'onde.

Dans le cas des avalanches sous-marines, le régime étant visqueux, la dynamique du phénomène est considérablement ralentie. Les vitesses de front avoisinent les 2 mm/s par contre les longueurs d'onde à détecter sont petites de l'ordre du millimètre environ pour les angles les plus hauts.

Dans le cas des avalanches sèches, les structures à détecter sont centimètriques pour les angles les plus hauts en revanche la dynamique est beaucoup plus rapide.

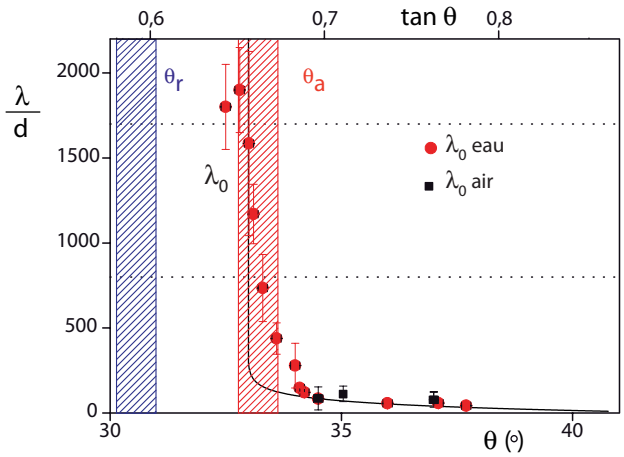


FIG. 5.54 – *Longueurs d'onde initiales (•) adimensionnées par d en fonction de θ (eau, d = 40 μm). Longueurs d'onde initiales (■) adimensionnées par d en fonction de θ (air, d = 300 μm). Les données dans l'air et dans l'eau se superposent. Les barres d'erreurs correspondent à la dispersion des données d'une réalisation à une autre. Comme λ_0 diverge au voisinage de θ_a, la courbe $10h_{start}(\theta)$ (ligne continue) est représentée sur les données, elle constitue une bonne approximation de λ_0 au premier ordre. Les deux lignes horizontales en pointillés correspondent aux longueurs d'onde limites mesurables par les deux dispositifs (750d dans l'air et 1800d dans l'eau). Les angles de repos θ_r et d'avalanche θ_a sont matérialisés par les deux zones hachurées.*

La figure 5.54 montre les longueurs d'onde initiales adimensionnées par la taille des grains : λ_0/d en fonction de θ. Malgrè la différence de régime étudié, l'un visqueux (alumine + eau) l'autre collisionnel (sable + air), les données se regroupent sur une même courbe. Les longueurs d'onde sélectionnées sont typiquement plus grandes que la taille des grains d'au moins un facteur 100. Les effets de tailles finies apparaissent pour $\lambda/d \approx 800$ dans l'air et $\lambda/d \approx 1700$ dans l'eau.

Sur le graphique de la figure 5.55 sont reportés, en plus des longueurs d'onde initiales (•) (■), les longueurs d'onde finales (○) (□) ainsi que la longueur d'onde (⋆) obtenue grâce à l'étude de stabilité linéaire et qui correspond au mode qui pousse le plus vite.

Là encore les données se regroupent sur deux courbes distinctes. Les longueurs d'onde augmentent au fur et à mesure que l'angle diminue. Elles divergent pour $\theta = \theta_a$ ou du moins pour un angle qui lui est proche. Les effets de taille finie ne permettent pas de trouver des $\lambda \geq 1700d$ mais il reste tout de même clair que les λ divergent près de la région II. La fonction $10h_{start}(\theta)$ qui diverge en θ_a (fonction en trait continue fig. 5.55) est tracée pour bien montrer que ces longueurs d'onde sont d'un ordre de grandeur supérieur à l'épaisseur de la couche. Les barres d'erreurs représentent la déviation standard sur plusieurs expériences. Elles deviennent importantes surtout au niveau de la divergence en θ_a, lorsque les longueurs d'onde sont de plus en plus grandes.

Pour les λ_∞ un ajustement de la forme $h = b\ln((\tan\theta - \mu)/\delta\mu)$ a été utilisé.

Dans la gamme de paramètres où le régime de doigts est atteint avant la fin du plan incliné, le rapport entre la longueur d'onde finale et initiale est approximativement constant et égal à $\lambda_\infty/\lambda_0 \approx 3,5$.

L'étude de stabilité linéaire menée par modulation de la couche granulaire a permis de déterminer le mode le plus instable pour le sable lorsque $\theta = 35°$. Le taux de croissance le plus rapide σ_m est obtenu pour $\lambda_0 \approx 4cm$. Sur le graphique de la figure 5.55 est reportée la mesure

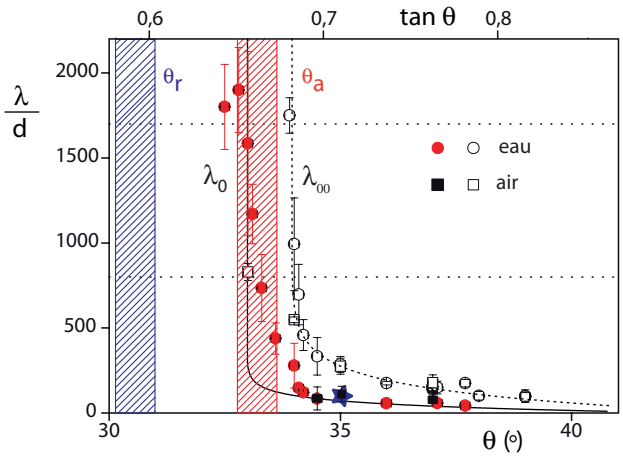


FIG. 5.55 – *Longueurs d'onde initiales (•) et finales (○) adimensionnées par d en fonction de θ (eau, d = 40 μm). Longueurs d'onde initiales (■) et finales (□) adimensionnées par d en fonction de θ (air, d = 300 μm). Les données dans l'air et dans l'eau se superposent. Dans l'air, la longueur d'onde obtenue par le taux de croissance maximum (⋆) coincide avec les longueurs d'onde initiales mesurées dans l'air et dans l'eau. Les barres d'erreurs correspondent à la dispersion des données d'une réalisation à une autre. Comme λ_0 diverge au voisinage de θ_a, la courbe $10h_{start}(\theta)$ (ligne continue) est représentée sur les données, elle constitue une bonne approximation de λ_0 au premier ordre. La courbe en pointillés est le meilleur ajustement pour λ_∞ de la même forme logarithmique que pour $h_{start}(\theta)$ ou $h_{stop}(\theta)$. Les deux lignes horizontales en pointillés correspondent aux longueurs d'onde limites mesurables par les deux dispositifs (750d dans l'air et 1800d dans l'eau). Les angles de repos θ_r et d'avalanche θ_a sont matérialisés par les deux zones hachurées.*

de λ_0 donnée par l'analyse de stabilité linéaire (⋆). Elle coincide correctement avec la longueur d'onde relevée pour $\theta = 35°$.

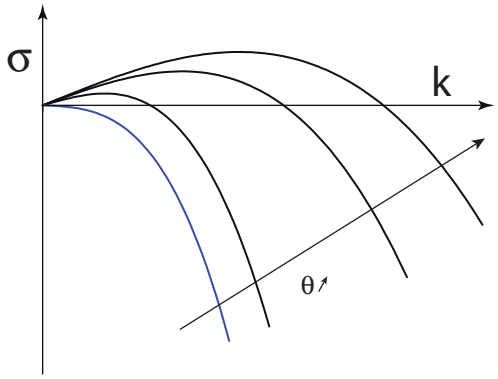


FIG. 5.56 – *Scénario pour l'instabilité à nombre d'onde nul. Pour des angles inférieurs au seuil, l'onde reste stable ($\sigma < 0$). Une fois le seuil dépassé ($\theta \approx \theta_a$) l'onde devient instable transversalement ($\sigma > 0$)*

Ainsi les deux études précédentes révèlent l'existence d'une instabilité transverse lorsqu'une onde de matière se propage le long d'un plan incliné présentant une couche granulaire érodable. Cette instabilité peut être décomposée en trois parties. Tout d'abord l'instabilité exhibe une

longueur d'onde initiale, celle-ci dérive spatialement par phénomène de fusion (coalescence) puis finit sur la formation de doigts.

Il a été montré que l'instabilité première est linéaire. Elle se retrouve sur tout un intervalle d'angle (région III) et elle ne dépend pas du fluide environnant.

En terme d'instabilité, on peut dire que celle rencontrée ici est une instabilité à nombre d'onde nul. De manière plus explicite cela signifie que le mode k le plus instable tend vers 0 ($\lambda \to \infty$) lorsqu'on se rapproche du seuil de l'instabilité. C'est ce qui se passe ici lorsque $\theta \to \theta_a$, la figure 5.56 illustre le scénario d'une telle instabilité. Ce type d'instabilité a déjà été relevée pour les ondes inertielles [32].

Une étude sur les ondes solitaires de **bille** a également été menée. L'étude ici s'est restreinte à générer l'onde sans aucune perturbation et regarder si elle se destabilisait. Des débuts d'instabilité ont été observés mais très vite ils se sont résorbés. Dans le cas présent, seule l'évolution du mode le plus rapide est suivi temporellement. La figure 5.57 montre l'évolution temporelle de l'amplitude mesurée pour le mode le plus instable. Nous avons vu que les billes semblent s'écouler directement sur le fond, on peut donc penser que sans modulation du fond l'instabilité n'apparait pas.

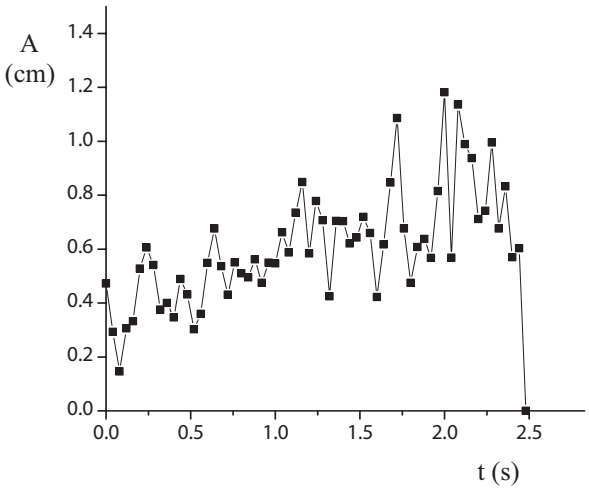


FIG. 5.57 – *Amplitude du mode le plus instable dans le temps ($\theta = 24,5°$, air, bille).*

L'amplitude croît avec un taux de croissance comparable à ceux trouvés pour le sable mais très vite elle sature et décroît. Il est vrai que l'interprétation faite ici est fortement imprégnée des observations visuelles expérimentales et des résultats trouvés dans cette thèse. Aucune mesure systématique n'a été entreprise.

Chapitre 6

Conclusion

Au cours de cette étude, portant sur les avalanches s'écoulant sur une couche granulaire, il a été montré l'existence d'une famille d'ondes solitaires. Ces ondes existent pour différents matériaux, que ce soit le sable, les billes de verre pour l'air ou encore la poudre d'alumine pour les avalanches sous-marines.

La forme et la dynamique de ces ondes ont été étudiées en détail. Elles arborent toutes un profil en aileron de requin et une traine (queue) qui se raccordent plus ou moins rapidement à $h_{stop}(\theta)$.

Alors que les ondes de sable présentent une hauteur conséquente $\approx 7d$ au dessus de $h_{stop}(\theta)$, celles de bille ont tout au plus une hauteur d'environ $1.5d$ au dessus de $h_{stop}(\theta)$ (fig. 5.16).

La partie traitant des écoulements stationnaires uniformes du sable sur la feutrine, étayée par les mesures expérimentales de lame de suie et des feuillets colorés (couches multicolores), permettent d'établir une rhéologie locale au-dessus d'une couche statique Z. Il a été montré l'existence d'une vitesse de glissement au niveau de la couche statique, celle-ci étant certainement la conséquence du raccordement de la partie coulante à celle statique et donc une mécanisme de la transition d'arrêt. Ce résultat est différent pour les billes où la rhéologie locale prend place dans tout l'écoulement [13]. Ceci constitue une première différence majeure.

A partir de la loi d'écoulement obtenue, pour le sable et pour les billes [25], le profil de hauteur d'écoulement des ondes solitaires en a été déduit. Pour le sable, les ondes se propagent sur le substrat en l'érodant faiblement, deux tailles de grains (fig. 5.31). Pour les billes l'étude révèle au contraire qu'elles creusent la couche jusqu'au fond (fig. 5.31). Dans les hypothèses utilisées, cette reconstruction semble justifiée pour le dos de l'onde, où les forces sont à l'équilibre. Le front est quant à lui plus criticable. La partie extrême de la queue présente, elle, une dynamique de piégeage avec une rhéologie complètement différente.

Les ondes solitaires de sable sont stables dans la région II du diagramme de stabilité (fig. 3.3) ($\theta_r < \theta < \theta_a$) et exhibent une instabilité transverse dès lors qu'elles sont propagées dans la région III ($\theta > \theta_a$). L'étude expérimentale de stabilité linéaire a permis de caractériser cette instabilité : c'est une instabilité linéaire à grande longueur d'onde et à nombre d'onde nul (fig. 5.56). L'instabilité disparait proche du seuil qui, dans les limites des expériences, est voisin de θ_a (fig. 5.55). Cette instabilité première est rapidement écrantée par une processus de coalescence (fig. 5.39). Ce processus est lui-même stoppé par la formation ultime de doigts.

Cette instabilité ne dépend pas du fluide environnant et les longueurs d'ondes sélectionnées sont toutes de deux ordres de grandeur supérieure à la taille des grains utilisés. Pour les billes l'instabilité transverse n'a pas été trouvée. Tout au plus, il a été possible de mesurer le taux de croissance du mode le plus rapide, pendant un laps de temps assez court avant que celui-ci ne disparaisse, laissant ainsi un front stable.

Cependant le mécanisme de l'instabilité n'a toujours pas été trouvé. Les différences observés entre les ondes de sable et de bille penchent plutôt vers des phénomènes érosifs.

De plus les analogies remarquées entre les longueurs d'onde de l'instabilité transverse et celles des dunes de sable renforcent un peu plus cette idée. Les ondes de sable s'écoulent sur le substrat en l'érodant faiblement (2 tailles de grains). De plus il a été montré que la vitesse des ondes augmentent avec la masse de la vitesse. Ainsi une onde érosive se propageant sur une couche statique, qui se module au cours de l'écoulement, aura des zones qui vont gagner plus de matière que d'autres. Ces zones auront une vitesse plus grande et l'instabilité prend place. Si l'onde érode jusqu'au fond l'instabilité n'a pas lieu.

Il n'est pas dit que pendant le passage de l'onde la partie coulante soit suffisante pour moduler la couche statique. En revanche au départ de toutes les expériences, une couche $h_{stop}(\theta)$ doit être créée et elle peut garder une trace des modulations qui ont eut lieu lors de sa formation.

Des phénomènes importants et destructeurs dans la nature, comme les glissements de terrain, ne sont pas encore bien compris. Par exemple, lors de la dernière éruption volcanique du mont Etna [24], des phénomènes érosifs ont été mis en évidence. Les ondes solitaires érosives constituent un véritable teste pour la modélisation des avalanches se propageant sur un substrat. Pour les modéliser, une étude récente a montré qu'à partir des équations de Ginsburg-Landau, les principales caractéristiques des ondes solitaires sont retrouvées [60]. Notamment, les ondes trouvées par ce modèle sont stationnaires et présentent toutes un profil en aileron de requin. Une autre méthode serait de modéliser ces ondes à l'aide de l'approche de St Venant, voir coupler celle-ci avec une autre équation prenant en compte l'aspect érosif et les tester sur les ondes solitaires.

ANNEXE

Calcul de I dans le cas des écoulements de sable sur la feutrine

Dans le cas des écoulements de surface sur un plan incliné, la pression de confinement est donnée par :

$$P = \rho g cos\theta (h - y) \tag{6.1}$$

Le taux de cisaillement est sélectionné par :

$$I = \frac{\dot{\gamma}(y)d}{\sqrt{P(y)/\rho}} \tag{6.2}$$

En égalisant ces deux expressions, il vient :

$$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dy} = I(\theta)\frac{\sqrt{gcos\theta}}{d}(h-y)^{\frac{1}{2}} \tag{6.3}$$

Si l'écoulement se fait se fait depuis $h = 0$ jusqu'à $h = y$ en integrant $\dot{\gamma}$ le profil de vitesse est extrait :

$$\int_0^y dv = I(\theta)\frac{\sqrt{gdcos\theta}}{d^{3/2}} \int_0^y (h-y)^{\frac{1}{2}} dy \tag{6.4}$$

soit, comme $v(0) = 0$:

$$\frac{v(y)}{\sqrt{gd}} = \frac{2}{3} I(\theta)\frac{\sqrt{cos\theta}}{d^{3/2}}\left[h^{3/2} - (h-y)^{3/2}\right] = A(\theta)\frac{h^{3/2}}{d^{3/2}}\left(1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^{\frac{3}{2}}\right) \tag{6.5}$$

avec $A(\theta) = 2/3\ I(\theta)\ \sqrt{cos\theta}$.

La rhéologie locale locale permet de retrouver le profil de Bagnold observé lors des écoulements stationnaires uniformes.

La prédiction de la rhéologie locale pour la vitesse moyennée dans l'épaisseur s'obtient en intégrant l'expression précédente sur toute la hauteur h :

$$\frac{1}{\sqrt{gd}} \int_0^h v(y)dy = A(\theta)\frac{h^{3/2}}{d^{3/2}} \int_0^h dy \left(1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^{\frac{3}{2}}\right) \tag{6.6}$$

en posant $\overline{u} = 1/h \int\ v(y)dy$, il vient :

$$\frac{\overline{u}}{\sqrt{gh}} = \frac{3}{5}\ A(\theta)\frac{h}{d} \tag{6.7}$$

Ce résultat n'est en général pas complètement compatible avec les lois d'écoulements observées expérimentalements sauf dans le cas des billes où il y a bien une relation linéaire entre $\overline{u}$ et $h/h_{stop}(\theta)$. Dans ce cas la constante de Bagnold $A(\theta)$ s'écrit en fonction des données expérimentales :

$$A(\theta) = \frac{5}{3}\ b\frac{d}{h_{stop}(\theta)} \tag{6.8}$$

Lorsque l'écoulement se fait depuis $h = Z$ et $h = y$, le profil de vitesse s'obtient de la manière suivante :

$$\int_Z^y dv = I(\theta)\frac{\sqrt{gdcos\theta}}{d^{3/2}} \int_Z^y (h-y)^{\frac{1}{2}}dy \tag{6.9}$$

soit, comme $v(Z) = v_g$:

$$\frac{v(y)-v_g}{\sqrt{gd}} = \frac{2}{3}I(\theta)\frac{\sqrt{cos\theta}}{d^{3/2}}\left[(h-Z)^{3/2}-(h-y)^{3/2}\right] \tag{6.10}$$

$$\frac{v(y)-v_g}{\sqrt{gd}} = A(\theta)\frac{(h-Z)^{3/2}}{d^{3/2}}\left(1-\left(1-\frac{y-Z}{h-Z}\right)^{\frac{3}{2}}\right) \textbf{ où } A(\theta) = \frac{2}{3}I(\theta)\sqrt{cos\theta} \tag{6.11}$$

Le profil de vitesse est un profil de Bagnold qui se développe le long de la couche d'écoulement $h-Z$ avec une vitesse de glissement v_g en $h = Z$.

La vitesse de surface s'exprime en posant $y = h$:

$$\frac{v_s}{\sqrt{gd}} = \frac{v_g}{\sqrt{gd}} + \ A(\theta)\left(\frac{R}{d}\right)^{3/2} \tag{6.12}$$

En intégrant cette expression entre Z et h, la vitesse moyennée dans l'épaisseur est déduite :

$$\frac{1}{\sqrt{gd}}\int_Z^h (v(y)-v_g)dy = A(\theta)\frac{(h-Z)^{3/2}}{d^{3/2}}\int_Z^h dy\left(1-\left(1-\frac{y-Z}{h-Z}\right)^{\frac{3}{2}}\right) \tag{6.13}$$

soit

$$\overline{u} = \frac{R}{h}\left(v_g + \frac{3}{5}\ A(\theta)\left(\frac{R}{d}\right)^{3/2}\ \sqrt{gd}\right) \tag{6.14}$$

Il reste à exprimer v_g. Pour un profil de Bagnold dans l'écoulement nous avons vu, lors de l'étude de conservation du débit, qu'en première approximation on avait la relation suivante :

$$\frac{\overline{u}}{v_s} = \left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\frac{v_g}{v_s}\right) = B\ \frac{R}{h} \tag{6.15}$$

et d'autre part

$$\frac{v_s}{\sqrt{gd}} = \frac{v_g}{\sqrt{gd}} + \ A(\theta)\left(\frac{R}{d}\right)^{3/2} \tag{6.16}$$

Ceci permet de déterminer v_g :

$$v_g = \frac{1}{5}\ \frac{5B-3}{1-B}A(\theta)\sqrt{gd}\left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{6.17}$$

En remplacant v_g dans (6.14) on a :

$$\frac{h}{R}\frac{\overline{u}}{\sqrt{gR}} = \frac{2}{5}\ \frac{B}{1-B}A(\theta)\frac{R}{d} = A^{'}(\theta)\frac{R}{d} \tag{6.18}$$

Pour les écoulements de sable sur la feutrine, la loi d'écoulement est similaire et on peut sortir une expression pour la constante de Bagnold de la forme :

$$A(\theta) = \frac{5}{2}\ \frac{1-B}{B}\ b^{'}\frac{d}{h_{stop}(\theta)} = \frac{5}{2}\ \frac{1-B}{B}\frac{hd}{R^2}\frac{\overline{u}}{\sqrt{gR}} \tag{6.19}$$

Le nombre d'inertie I peut ainsi être déduit de deux manières :

$$I = \frac{15}{4}\ \frac{1-B}{B}\ \frac{b^{'}}{\sqrt{cos\theta}}\frac{d}{h_{stop}(\theta)} = \frac{15}{4}\ \frac{1-B}{B}\frac{hd}{R^2}\frac{\overline{u}}{\sqrt{gRcos\theta}} \tag{6.20}$$

Remarque sur l'érosion d'un dépôt sédimentaire

Dans le chapitre 4, nous avons vu l'existence de structures érosives prenant place sous la couche de grains en écoulement. Lors des transports de sédiments, les géologues ont répertorié un grand nombre de structures aux dimensions et aux géométries différentes [61].

Récemment, une étude portant sur l'érosion d'un dépôt sédimentaire d'alumine par un film d'eau chargé en alumine, a mis en évidence toute une série de structures. L'une d'entre elles, nommée chevron, présente une double périodicité : longitudinale et transversale. De plus ces chevrons forment un angle, ϕ, bien défini entre eux [62](fig. 6.1) et celui-ci varie suivant l'angle d'inclinaison de l'expérience. Pendant l'écoulement, le fluide se charge en grain, le cisaillement qu'il crée au niveau de la couche de sédiment devient tel, pour une gamme d'angle bien précis, qu'il déclenche une avalanche et les structures en chevrons prennent forme derrière l'avalanche.

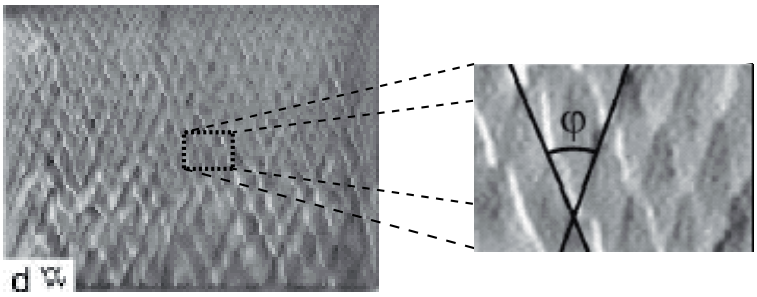


FIG. 6.1 – *Structures érosives (chevrons) se développant à l'arrière d'une avalanche fluide+grain. Le film liquide restant après l'avalanche érode le substrat accentuant ainsi les motifs [62].*

En conséquence il est fort possible que ces structures observées soient dues aux modulations de la couche statique lors du passage de l'avalanche.

Par ailleurs lors de l'étude sur les ondes érosives, des longueurs d'onde ont été extraites : celles-ci présentent une tendance dans l'espace des θ similaire à celles observées pour les dunes statiques. Le graphique de la figure 6.2 montre en parallèle λ_x d'une part et λ_0 et λ_∞ dans le cas de l'air uniquement. Les données coincident étonnement bien.

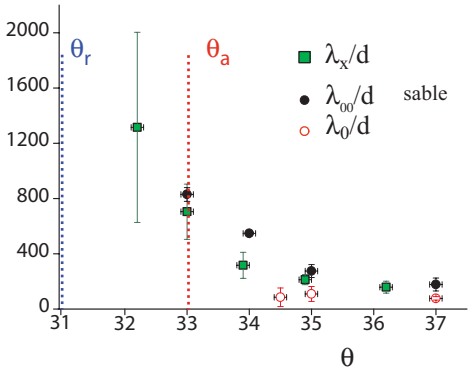


FIG. 6.2 – *Toutes les longueurs d'onde sont adimensionnées par la taille du grain : λ_x est comparé aux résultats obtenus pour l'instabilité transverse λ_0 et λ_∞ pour le sable uniquement.*

Il y a une légère différence pour les angles les plus forts. Les longueurs d'onde des structures sont plus grandes.

Mais la différence majeure est que les longueurs d'onde existe en-dessous de $\theta = \theta_a$.

Pour l'instabilité transverse des ondes solitaires, les effets des bords se font ressentir pour une valeur de $\lambda/d \approx 800$, soit pour un angle de l'ordre de 33°. Au-delà de cette taille il est impossible de voir une quelconque modulation du front du fait des conditions limites.

Par ailleurs, pour des angles plus faibles (région II), la quantité de matière minimale nécessaire pour engendrer une onde solitaire est importante. Les modulations du fond ne suffisent plus pour destabiliser l'onde. Peut-être que sur des distances plus longues l'ajout de matière se ferait ressentir mais sur le temps des expériences présentées ici ce n'est pas le cas.

On peut pousser la comparaison plus loin en rajoutant les mesures obtenues pour les ondes solitaires sous l'eau. La figure 6.3 montre qu'effectivement les valeurs de λ_x semblent correspondre à celles de λ_0 aussi bien dans l'air que dans l'eau.

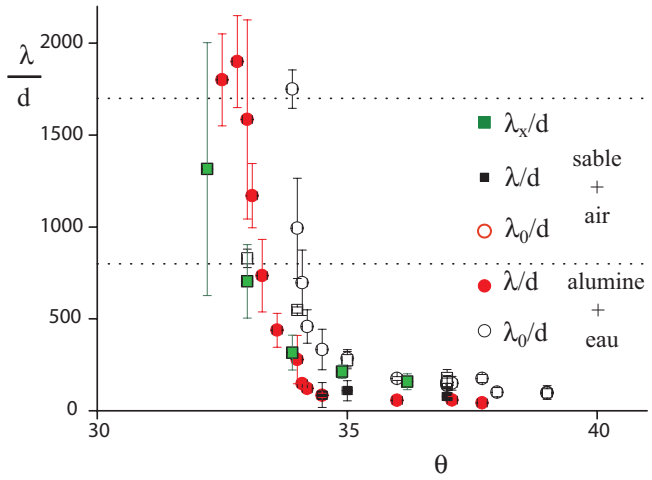


FIG. 6.3 – *Toutes les longueurs d'onde sont adimensionnées par la taille du grain. λ_x est comparé aux résultats obtenus pour l'instabilité transverse λ_0 et λ_∞ pour le sable et pour l'alumine.*

Il y a toujours cette déviation pour les angles importants. Dans cette configuration la couche statique est faible ainsi que la couche en écoulement. Lors des mesures des longueurs d'onde des dunes de sable, un léger défaut de quelques millimètres d'épaisseur était présent sur la feutrine. Ce défaut devient important pour des faibles épaisseurs d'écoulement, typiquement pour des angles supérieures à 36°, et modifie légèrement l'écoulement. Un peu comme un défaut du fond génère des ondes dans son sillage lors d'un écoulement mince de film liquide. La figure 6.4 montre les modifications qu'engendrent des défauts collés sur le fond.

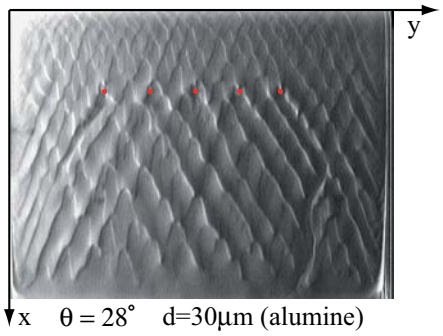


FIG. 6.4 – *Ecoulement perturbé par la présence de défauts (points rouges).*

Cette expérience d'érosion est réalisée avec le même dispositif que *Daerr et al.* Cinq billes de diamètre $d = 0,5$ mm ont été collées sur le fond (points rouges). La couche de sédiment fait elle aussi $0,5$ mm d'épaisseur. Il y clairement une augmentation des longueurs d'onde dues à la présence des défauts. Ceci peut expliquer les longueurs d'onde supérieures obtenues sur le graphique de la figure 6.3. Par ailleurs l'étude reportée de *Daerr et al* montre des avalanches se déclenchant pour des angles bien inférieurs aux angles d'avalanches spontanées pour une telle épaisseur de couche de sédiment (32°). C'est la ligne d'eau qui est la force motrice de l'avalanche ici.

La longueur d'onde initiale λ_0 est la première longueur d'onde détectée au moment de l'instabilité transverse du front d'onde. Il a été montré que cette instabilité est linéaire. Celle-ci ressemble fortement aux longueurs d'onde mesurées le long de la couche statique.

Lors des mesures des longueurs d'ondes des structures d'érosion, la rapport $h/h_{stop}(\theta)$ n'a pas été maintenu constant. De même la méthode n'a pas été testée proprement sur différentes hauteurs d'écoulement pour un même angle θ. Il se peut très bien que les longueurs d'ondes mesurées dépendent fortement de l'épaisseur de la couche coulante. On comprend aisément qu'en présence d'un défaut sur le fond la modulation produite aura une extension spatiale d'autant plus grande que la couche est épaisse.

Les mesures λ_x et λ_y doivent donc être prise qu'en termes qualitatifs.

L'étude de ces structures mérite une analyse plus poussée afin de vérifier s'il est vraiment possible de relier tous ces phénomènes.

Bibliographie

[1] G.K. Batchelor. An introduction to fluid dynamic. *Cambridge University Press*, (1967).

[2] J. Duran. Poudres et grains. *Eyrolles Sciences, Paris*, 94(4), (1997).

[3] H.M. Jaegger, S. Nagel, and R.Berhinger. Granular solids, liquids and gases. *Rev. Mod. Phys.*, 68 :1259–1273, (1996).

[4] J. Rajchenbach and E. Clément. Granular flows. *Powders and Grains*, 93 :333, (1993).

[5] T Komatsu. Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow. *Phys.Rev.Lett*, 86 :1757, (2001).

[6] T. and Travers. Uniaxial compression of 2d packing of cylinders. effects of weak disorder. *Europhys. Lett.*, 4 :329–332, (1987).

[7] D.M. Mueth, H Jaeger, and S.R Nagel. Force distribution in a granular medium. *Phys.Rev. E*, 57 :3164–3169, (1998).

[8] F. Radjai, D.E. Wolf, M. Jea, and J.J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packing. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :61–64, (1998).

[9] S Ogawa. Multitemperature theory of granular materials. *Proc. US-Jpn Semin. Contin. Mech. and Stat. Appl.Mech.granular Mat. Tokyo*, pages 208–217, (1978).

[10] P.K. Haff. Grain flows as a fluidmechanical phenomenon. *J. Fluid. Mech.*, 134 :401–430, (1983).

[11] I. Goldhirsch. Scales and kinetics of granular flows. *Chaos*, 9 :659–672, (1999).

[12] J. Rajchenbach. Granular flows. *Advances in Physics*, 49 :229–256, (2000).

[13] G. D. R. MiDi. On dense granular flows. *European Physical Journal E*, 14(4) :341–365, (2004).

[14] D. Bonamy. Phénomènes collectifs dans les matériaux granulaires. ecoulements de surface et réarrangements internes dans des empilements modèles. *Thèse de l'Université Paris 11, Orsay*, (2002).

[15] A. Daerr and S. Douady. Two types of avalanche behaviour in granular media. *Nature*, 399(6733) :241–243, (1999).

[16] S. Deboeuf, E. M. Bertin, E. Lajeunesse, and O. Dauchot. Jamming transition of a granular pile below the angle of repose. *European Physical Journal B*, 36(1) :105–113, (2003).

[17] C. Cassar, M Nicolas, and O. Pouliquen. Submarine granular flows down inclined plane. *to be published in Phys. Fluids*, (2005).

[18] A. Daerr and S. Douady. Sensitivity of granular surface flows to preparation. *Europhysics Letters*, 47(3) :324–330, (1999).

[19] I. S. Aranson and L. S. Tsimring. Continuum theory of partially fluidized granular flows. *Physical Review E*, 65(6), (2002). Part 1.

[20] I. S. Aranson and L. S. Tsimring. Continuum description of avalanches in granular media. *Physical Review E*, 6402(2), (2001). Part 1.

[21] I. S. Aranson and L. S. Tsimring. *submitted to Rev. Mod. Physics*, (2005). cond-mat/05077419.

[22] J. P. Bouchaud, M. E. Cates, J. R. Prakash, and S. F. Edwards. A model for the dynamics of sandpile surfaces. *Journal De Physique I*, 4(10) :1383–1410, (1994).

[23] T. Emig, P. Claudin, and J.P. Bouchaud. Dynamics of granular avalanches caused by local perturbations. *Phys.Rev. E*, 71(031305), (2005).

[24] C. Ferlito and J. Siewert. Lava channel formation during the 2001 eruption on mount etna : evidence for mechanical erosion. *accepted to PHys.Rev.Letters-condmat0512125*, (2005).

[25] O. Pouliquen. On the shape of granular fronts down rough inclined planes. *Physics of Fluids*, 11(7) :1956–1958, 1999.

[26] S. Desset, O. Spalla, and B. Cabane. Redispersion of alumina particles in water. *Langmuir*, 16(26) :10495–10508, (2000).

[27] L. Biben T. Restagno, F. Bocquet and E. Charlaix. Humidity effects and aging behaviour in granular media. *Mat.Res.Soc.Proc*, page 143, 1999. Part B.

[28] S. C. du Pont, P. Gondret, B. Perrin, and M. Rabaud. Granular avalanches in fluids. *Physical Review Letters*, 90(4), (2003).

[29] S. du Pont. Avalanches granulaires en milieu fluide. *Thèse de doctorat de l'Université Paris 11, Orsay*, (2003).

[30] P. Gondret, M. Lance, and L. Petit. Bouncing motion of spherical particules in fluids. *Phys.Fluids*, 14 :643–652, (2002).

[31] O. Pouliquen and N. Renaut. Onset of granular flows on an inclined rough surface : Dilatancy effects. *Journal De Physique Ii*, 6(6) :923–935, 1996.

[32] Y. Forterre. Instabilités dans les écoulements granulaires. *Thèse de Doctorat de l'Université de Provence*, 86(26) :5886–5889, (2002).

[33] F. Malloggi, J. Lanusa, B. Andreotti, and E. Clément. Dynamic and instability of submarine avalanches,ed. by r. garcia-rojo, and h.j. hermann, and s.mcnamara (balkema rotterdam 2005)). *Powders and Grains*, 2005.

[34] A. Daerr. Dynamical equilibrium of avalanches on a rough plane. *Physics of Fluids*, 13(7) :2115–2124, (2001).

[35] A. Daerr. Dynamique des avalanches. *Thèse de Doctorat de l'Université Paris 7*, (2000).

[36] C. Cassar. Etude expérimentale des écoulements granulaires immergés. *Thèse de Doctorat de l'Université de Provence*, (2005).

[37] O. Pouliquen. Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Physics of Fluids*, 11(3) :542–548, 1999.

[38] O. Pouliquen and J. W. Vallance. Segregation induced instabilities of granular fronts. *Chaos*, 9(3) :621–630, 1999.

[39] Y. Forterre and O. Pouliquen. Longitudinal vortices in granular flows. *Physical Review Letters*, 86(26) :5886–5889, (2001).

[40] Y. Forterre and O. Pouliquen. Long-surface-wave instability in dense granular flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 486 :21–50, (2003).

[41] Y. Forterre and O. Pouliquen. Stability analysis of rapid granular chute flows : formation of longitudinal vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, 467 :361–387, (2002).

[42] S. B. Savage and K. Hutter. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *Journal of Fluid Mechanics*, 199 :177–215, 1989.

[43] M. Prochnow, F. Chevoir, and M. Albertelli. Dense granular flows down a rough inclined plane. *in proceedings, XIIIth Internationnal Congress on rheologie, Cambridge, UK*, 2000.

[44] D. Ertas, G.S. Greys, T.H. Halsey, D. Levine, and E. Silbert. Gravity dense granular flows. (2001).

[45] R. Greeve, T. Koch, and K. Hutter. Unconfined flow of a granular avalanches along a parly curved surface. *Proc.R.Soc. Lond.*, A 445(2) :399–413 and 415–435, (1994). Part 1 and Part 2.

[46] A. Susuki and T. Tanaka. Measurement of flow properties of powders along an inclined plates. *Ind.End.Chem.Fundam.*, 10 :84–91, 1971.

[47] O. Hungr and N.R. Morgenstern. Experiments on a flow behavior of granular materials at high velocity in an open channel. *Geotechnique*, 34 :405–413, (1984).

[48] C. Ancey. Dry granular flows down an inclined channel : Experimental investigations on the frictionnal-collisional regime. *Phys.Rev. E*, 65(1) :011304, (2002).

[49] O. Pouliquen and Y. Forterre. Friction law for dense granular flows : application to the motion of a mass down a rough inclined plane. *Journal of Fluid Mechanics*, 453 :133–151, 2002.

[50] F. Da Cruz, F. Chevoir, J.N. Roux, and I. Ioardanoff. Macroscopic friction of dry granular materials. *transient processes in tribology, proceedings of the 39th Leeds-Lyon Symposium on tribology.(tribology and interface Engineering, 43, A. Lubrecht, G Dalmaz (eds))(Elsevier, Amsterdam)*, (2004).

[51] S. Deboeuf. Transitions et coexistence solide-liquide dans les matériaux granulaires. *Thèse de Doctorat de l'Université Paris 7*, (2005).

[52] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen. Crucial role of side walls for granular surface flows : consequences for the rheology. *J.Fluid.Mech.*, (2004).

[53] S. C. du Pont, R. Fischer, P. Gondret, B. Perrin, and M. Rabaud. Instantaneous velocity profiles during granular avalanches. *Physical Review Letters*, 94(4), (2005).

[54] P. Hersen, S. Douady, and B. Andreotti. Relevant length scale of barchan dunes. *Phys.Rev.Lett.*, 89(264301), (2002).

[55] F. Malloggi, B. Andreotti, and E. Clément. Erosion waves : transverse instabilities and fingering. *submitted to Phys.Rev.Lett*, 2005.

[56] T. Borzsonyi, T. C. Halsey, and R. E. Ecke. Two scenarios for avalanche dynamics in inclined granular layers. *Phys.Rev.Lett.*, 94, (2005).

[57] P. Politi and C. Misbah. When does coarsening occur in the dynamics of one-dimensional fronts ? *Phys.Rev.Lett.*, 92(9), (2004).

[58] G. Felix and N. Thomas. Relation between dry granular flow regimes and morphology of deposits : formation of levees in pyroclastic deposits. *Earth and Planetary Science Letters*, 221(1-4) :197–213, (2004).

[59] O. Pouliquen, J. Delour, and S. B. Savage. Fingering in granular flow. *Nature*, 386(6627) :816–817, 1997.

[60] I. S. Aranson, F. Malloggi, and E. Clément. Transverse instability of avalanches in granular flows down incline. *submitted to Phys.Rev.Lett.*, (2005).

[61] J.L.R. Allen. Developments in sedimentology : Sedimentary structures. *Elsevier,Amsterdam*, (1984).

[62] A. Daerr, P. Lee, J. Lanuza, and E. Clement. Erosion patterns in a sediment layer. *Physical Review E*, 67(6), (2003). Part 2.