HAL
open science

Contrôle de polarisation pour la compensation de la dispersion modale de polarisation dans les transmissions optiques

Weifeng Rong

▶ To cite this version:

Weifeng Rong. Contrôle de polarisation pour la compensation de la dispersion modale de polarisation dans les transmissions optiques. Physics [physics]. Télécom ParisTech, 2006. English. NNT : . pastel-00001724

HAL Id: pastel-00001724
https://pastel.hal.science/pastel-00001724v1

Submitted on 22 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

présentée pour obtenir le grade de Docteur
de l'École Nationale Supérieure des Télécommunications

spécialité : **Électronique et Communications**

Weifeng RONG

Contrôle de la polarisation pour la compensation de la dispersion modale de polarisation dans les transmissions optiques

Soutenue le 31 mars 2006 devant le jury composé de

Président :	Bruno THEDREZ	Professeur à l'ENST
Rapporteur :	Jack CARIOU	Professeur à l'Université de Bretagne Occidentale
Rapporteur :	Irène JOINDOT	Ingénieur R&D à France Télécom
Examinateur :	Pierre PELLAT-FINET	Professeur à l'Université de Bretagne Sud
Examinateur :	Laurent DUPONT	Maître de Conférences à l' ENST Bretagne
Directeur de thèse :	Jean-Louis DE BOUGRENET DE LA TOCNAYE	Professeur à l'ENST Bretagne
Invité :	Yves DEFOSSE	Ingénieur R&D à l' ENST Bretagne

Remerciements

Je remercie tout particulièrement la Région Bretagne et la Communauté Européenne du soutien financier qu'il a apporté à ce travail de thèse.

J'exprime ma profonde reconnaissance à mon directeur de thèse, Professeur Jean-Louis de Bourgrenet de la Tocnaye, qui m'a ouvert l'accès au monde de la recherche en m'accueillant dans son équipe, Département d'optique de l'ENST Bretagne et la société Optogone.

Je remercie vivement Monsieur Jack Cariou de l'Université de Bretagne Occidentale, Madame Irène Joindot de France Télécom, Monsieur Pierre Pellat-Finet de l'Université de Bretagne Sud, Monsieur Bruno Thedrez de L'ENST, d'avoir bien voulu me faire l'honneur de participer au Jury de cette thèse.

Je tiens à remercier mon encadrant, Monsieur Laurent Dupont, qui a dirigé ce travail, en me faisant profiter de son expérience et de ses compétences dans le domaine optique. J'aimerais également le remercier pour les discussions nombreuses (*presque tous les jours pendant le travail important à effectuer*), qui sont dures à passer avec un chinois qui ne parle pas très bien français, surtout au début de la thèse.

J'exprime ma reconnaissance au Professeur Zong-Yan Wu, qui m'a recommandé à ce laboratoire pour que j'aie la possiblité de faire cette thèse, ainsi pour son soutien sur la vie en France.

Je voudrais aussi remercier l'équipe de recherche d'Optogone, notamment Yves, Pascal, Damien et Jérôme, pour les discussions fructueuses et les divers échanges durant le travail de la thèse.

Je n'oublie jamais de dire « *Merci !* »à tout le personnel du département : Kevin, Marie-Laure, Michel, Bruno (F), Bruno (V), Raymond, Paul, Annaïck, Sylvie, Aline, Nicole, Philippe, Christianne et Emmanuel, qui m'ont aidé beaucoup durant ma thèse.

Maintenant, je suis obligé de remercier mes amis, Figo et Pat, Jerem, Beber, Titi, Alexey et Katia, Damien, Jean-luc et Maria Laura, Ced et Anso, Fred, Carlos, Seb, Alex Russe, Thierry, Mousse et TaiTai, Vincent et Marleen, Tatiana, Vivien, Antoine, Hary, Chidi, Tang et Ying, Yi et Lin, Pierre et sa famille (Zhilan et Muyuan), qui m'ont donné les aides innombrables dans ces

4 ans en France, de la langue, de la vie, du tout. Merci de me partager vos temps joyeux, vos humeurs, vos expériences de la vie. . . Je ne vous oublierai jamais !

Je remercie enfin toute ma famille, surtout ma femme Yuping. Sans vos soutiens, je n'aurais jamais pu finir mon travail. Je dédie cette thèse à ma fille, Haonan (Fiona), qui n'a pas encore pu féliciter à son papa mais qui m'a bien donné des joies.

Liste des abréviations

BER :	Bit Error Rate	8
DGD :	Differential Group Delay	7
DOF :	Degree of Freedom	20
DOP :	Degree of Polarization	9
DSP :	Digital Signal Processing	71
EDFA :	Erbium Doped Fiber Amplifier	15
GPIB :	General Purpose Interface Bus	67
IEEE :	Institute of Electrical and Electronics Engineers	67
LabVIEW :	Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench	65
LC :	Liquid Crystal	59
LiGa :	Lithograph Galvanoforming Abforming	60
NRZ :	NonReturn-to-Zero	82
OSNR :	Optical Signal to Noise Ratio	8
OTDM :	Optical Time Division Multiplexing	18
PBS :	Polarization Beam Splitter	16
PC :	Polarization Controller	5
PCD :	Polarization-dependent Chromatic Dispersion	74
PDF :	Probability Density Function	47
PDG :	Polarization Dependent Gain	5
PDL :	Polarization Dependent Loss	5

PDLC :	Polymer Dispersed Liquid Crystal	61
PMD :	Polarization Mode Dispersion	5
PMF :	Polarization Maintaining Fiber	10
PNM :	Polymer Network Morphology	60
PolDM :	Polarization Division Multiplexing	16
PRBS :	Pseudo Random Bit Sequence	82
PSP :	Principal States of Polarization	6
RMS :	Root Mean Square	75
RZ :	return-to-zero	82
SOP :	State of Polarization	5
WDM :	Wavelength Division Multiplexing	13

Table des matières

Liste des abréviations **v**

Tables de matières **vii**

Table des figures **xi**

Introduction **1**

1 Applications de contrôleur de polarisation **5**

1.1 Introduction 5

1.2 Compensation de PMD 6

1.2.1 PMD dans les transmissions optiques 6

1.2.2 Méthode de compensation de PMD au premier ordre 8

1.2.2.1 Techniques d'estimation de la PMD 8

1.2.2.2 pré-compensation 9

1.2.2.3 post-compensation 9

1.2.2.4 Compensation distribuée de PMD 12

1.3 Autres applications du contrôleur de polarisation 12

1.3.1 Emulateurs de PMD 12

1.3.1.1 Emulateur à large bande spectrale 13

1.3.1.2 Emulateur de PMD bande étroite « mono-canal » 14

1.3.2 Brouilleur de polarisation 15

1.3.3 Stabilisateur de polarisation 15

1.3.4 Commutateur de polarisation 16

1.3.5 Multiplexage en polarisation 16

1.3.6 Mesure de la PDL 17
1.4 Conclusion 17

2 Architecture et principe de contrôleur de polarisation 19
2.1 Introduction 19
2.2 Etat de l'art 19
2.2.1 Configuration à une lame biréfringente et axe tournant 20
2.2.2 Configuration à 2 lames $\lambda/4$ à axes tournants 21
2.2.3 Configuration à 3 lames 21
2.2.4 Configuration à 2 lames avec axes et biréfringences variables 22
2.3 Condition générale de fonctionnement du contrôleur de polarisation 23
2.3.1 Propriétés géométriques de la conversion de polarisation 23
2.3.2 Points de fonctionnement du contrôleur de polarisation 24
2.3.3 Propositions d'architectures du contrôleur de polarisation 25
2.4 Formalisme 26
2.4.1 Matrices de Spin de Pauli 26
2.4.2 Relations entre les vecteurs de Jones et de Stokes 26
2.4.3 Matrices des rotations 28
2.4.4 Quaternions 28
2.4.4.1 Les quaternions 29
2.4.4.2 Quaternions et rotations 30
2.4.4.3 Représentation de lumière polarisée par les quaternions 30
2.4.4.4 Représentation de lame biréfringente par les quaternions 31
2.5 Contrôle de la polarisation avec deux lames biréfringentes à axes tournants . . . 33
2.5.1 Angle de rotation constant et égale à π 33
2.5.1.1 Première architecture 34
2.5.1.2 Deuxième architecture 34
2.5.2 Problème de pôle 36
2.5.3 Troisième architecture – angle de rotation variable 37
2.5.4 Discussion sur le contrôle sans fin 39
2.6 Conclusion 42

3 Algorithme et simulation **43**

3.1 Introduction 43

3.2 Emulation des polarisations d'entrée 43

3.3 Contre-Réaction 46

3.3.1 Signal d'erreur 46

3.3.2 Evaluation de l'incrémentation du contrôleur de polarisation 46

3.3.3 Algorithme de recherche et de suivi d'optimum 48

3.4 Résultats des simulations 50

3.4.1 Résultats avec les deux premières architectures 50

3.4.2 Solution du problème des pôles et troisième architecture du contrôleur de polarisation 52

3.4.3 Discussions des résultats des simulations 53

3.4.3.1 Efficacité des algorithmes et temps de réponse 54

3.4.3.2 Influence du bruit du photodétecteur 56

3.5 Conclusion 57

4 Réalisation et études expérimentales de contrôleur de polarisation **59**

4.1 Introduction 59

4.2 Champ électrique tourant 59

4.3 Réalisation de contrôleur de polarisation à base de cristal liquide 60

4.4 Caractéristiques optiques de PC 62

4.4.1 Mesure du déphasage des lames 62

4.4.2 Temps de réponse 63

4.4.3 Autres caractéristiques optiques 65

4.5 Expérimentation 65

4.5.1 Configuration expérimentale et la contre-réaction 65

4.5.2 Algorithme de recherche et d'optimisation dans l'expérimentation 66

4.5.3 Résultats expérimentaux 67

4.6 Conclusion 71

5 PMD au 2ème ordre après la compensation de PMD au 1er ordre **73**

5.1 Introduction 73

5.2 PMD au 2ème ordre 74

5.2.1 Définition de la PMD au 2ème ordre 74
5.2.2 Distribution statistique de la PMD au 2ème ordre 74
5.2.3 Compensation de PMD au 2ème ordre 76
5.3 Compensation de PMD au 1er ordre 78
5.3.1 Condition de l'alignement 78
5.3.2 PMD au 2ème ordre pendant la compensation de PMD au 1er ordre 79
5.4 Pénalité OSNR et DOP pour les formats NRZ et RZ 82
5.4.1 DOP en présence de la PMD au 2ème ordre 82
5.4.2 Corrélation entre DOP et la pénalité OSNR 84
5.5 Impact de la PMD au 2ème ordre avec la compensation de PMD au 1er ordre . . . 87
5.5.1 Méthode d'alignement de tous les vecteurs 87
5.5.2 Méthode de compensation par alignement sans contrainte du SOP et de la PMD résultante 88
5.5.3 Discussion des deux méthodes 88
5.6 Conclusion 92

Conclusions et perspectives **93**

A Formalisme pour la lumière polarisée **95**
A.1 Vecteur de Jones 95
A.2 Vecteur de Stokes et sphère de Poincaré 95
A.3 Lame biréfringente 96
A.4 Vecteur de la dispersion modale de polarisation 99

B Distribution de l'angle entre deux vecteurs et marche aléatoire sur la sphère unitaire **101**
B.1 Densité de probabilité de l'angle entre deux vecteurs sur la sphère unitaire 101
B.2 Marche aléatoire sur la sphère unitaire 101

C Pilotage de l'algorithme sous LabVIEW **103**

Publications **107**

Références bibliographiques **109**

Liste des figures

1.1 Contrôleur de polarisation constitué de deux éléments biréfringents. 5

1.2 Description de l'effet de PMD sur les impulsions optiques traversant la fibre. . . 7

1.3 La densité de probabilité du DGD τ. 8

1.4 Architecture de la méthode de pré-compensation de PMD. L'état de polarisation $\hat{s}$ est aligné selon le PSP de la ligne de transmission $\hat{q}_0$. (PC : contrôleur de polarisation) 9

1.5 Architecture de la méthode de post-compensation de PMD avec un élément birefringent variable. 10

1.6 Architecture de la méthode de post-compensation de PMD avec un élément birefringent constant. 11

1.7 Condition de compensation de PMD avec un élément birefringent constant. Le vecteur en bleu : PMD de compensation, en noir PMD de la ligne et en rouge le vecteur PMD limite qui permet d'aligner le SOP et le vecteur PMD resultant. La somme vectorielle de la PMD de ligne et de la PMD de compensation doit être alignée avec le SOP $\hat{s}_0$ 11

1.8 Compensation distribuée de PMD (PC : contrôleur de polarisation, PMDC : compensateur de PMD). 12

1.9 Concaténation de la PMD avec k sections. M_i est la matrice de transmission et $\vec{\tau}_i$ est la PMD en sortie de la $i^{ème}$ section. Chacun de ces tronçons est orientable. . . 13

1.10 Un émulateur de PMD plus flexible et plus efficace. 14

1.11 Un émulateur de PMD comprenant un contrôleur et deux longueurs de PMFs. Le vecteur PMD total de cet émulateur, défini au niveau du contrôleur de polarisation est égal à la somme des vecteurs PMD : $\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2$. 14

1.12 Diagramme du stabilisateur de polarisation. 16

1.13 Architecture de PolDM en utilisant PBS comme multiplexeur et démultiplexeur. 17

1.14 Configuration de la mesure de la PDL. 17

2.1 Configuration à une lame onde. 20
2.2 Configuration à deux lames quart d'onde. 21
2.3 Configuration à 3 lames. 22
2.4 Transformation de P_1 à P_2. 23
2.5 Relation entre Ω (l'amplitude du vecteur) et β pour les différents α. 24
2.6 Condition générale du contrôleur de polarisation lorsque Ω' est fixé à π. 25
2.7 Les quaternions et la rotation. La partie en noir montre la rotation présentée par le quaternion q, et la partie en rouge exprime le quaternion $-q$. 30
2.8 La représentation des lumières polarisées par les quaternions. 31
2.9 Latitude γ en fonction de ϕ_1 et ϕ_2. 33
2.10 Première architecture. Le changement d'orientation de la lame numéro 1 permet à l'axe de rotation global de changer d'hémisphère. La lame numéro 2 est une lame demi-onde. 35
2.11 Deuxième architecture. Les déphasages des deux lames (1 et 2) sont identiques. . 36
2.12 Démonstration du problème de pôle (b est le plan de S_1OS_2 de a). 37
2.13 Surface et points d'intersection (unité : radian). 39
2.14 Polarisations de sortie en ayant modifié tous les paramètres du contrôleur. 39
2.15 Condition du contrôle sans fin. 40
2.16 La surface pour toutes les solutions possibles et le plan yoz (unité : radian). . . . 41
2.17 Les variations des paramètres dépendants de $\delta = (2\theta_1 - 2\theta_2)$. 41
2.18 Diagramme du contrôle sans fin avec la troisième architecture complète. 42

3.1 Le cadre de la simulation du contrôleur de polarisation. 43
3.2 L'évolution du vecteur dans le cas complètement déterministe. 44
3.3 La simulation des états de polarisation en entrée. 45
3.4 définitions des variables pour la formule de contre-réaction. $\hat{A}$ et $\hat{A}'$ sont les axes de rotation totale, $\hat{P}_i$ est la polarisation d'entrée, $\hat{P}_o$ et $\hat{P}'_o$ sont les polarisations de sortie par rapport aux axes $\hat{A}$ et $\hat{A}'$, les arcs AB et AC viennent des grands cercles qui passent par les axes. 47
3.5 L'organigramme du programme central. 49
3.6 L'organigramme du programme du choix des coefficients d'incrément. 50
3.7 Résultats avec $\alpha = 0$. 51
3.8 Résultats avec $\alpha = 1$. 51

3.9 Résultats avec $\alpha = 0,8$. 51

3.10 Solution du problème de pôle. 52

3.11 Résultats des simulations du problème de pôle. 52

3.12 Résultats de la troisième architecture. 53

3.13 Résultats de la troisième architecture avec $\alpha = 0,8$. 54

3.14 Efficacité lors de l'augmentation du temps de réponse. 54

3.15 Efficacité contre le temps de réponse du contrôle de la polarisation dans le cas $\alpha = 0$. 55

3.16 Le relation entre le courant photodiode et la variance standard du bruit. 56

3.17 Résultats de simulation avec du bruit 57

4.1 Electrodes appliquées dans le contrôleur de polarisation. 60

4.2 Vue en coupe du contrôleur de polarisation avec deux lames de phase. Cette architecture a été réalisé à Optogone : Deux cellules élémentaires sont construites, après remplissage de cristal liquide, elles sont assemblées. Vue au microscope électronique à balayage du système central d'électrodes. 61

4.3 Photo du contrôleur de polarisation d'Optogone. 61

4.4 Montage afin de mesurer la relation entre la tension V_0 et le déphasage ϕ. 62

4.5 Etats de polarisation d'entrée de polarimètre sur la sphère de Poincaré faisant tourner la lame de phase pour différentes tensions. 63

4.6 Relation entre la tension V_0 et le déphasage ϕ. 63

4.7 Temps de réponse montrés par l'oscilloscope avec $V_0 = 100V$ et $\Delta\theta_0 = 45°$. . . . 64

4.8 PDL d'une lame pour les différents V_0. 65

4.9 Configuration expérimentale. 66

4.10 Organigramme de recherche 67

4.11 Un exemple de recherche. (Le point rouge est l'axe choisi pour chaque itération.) 68

4.12 Diagramme de la couche d'algorithme. 69

4.13 Résultats expérimentaux. 69

4.14 Résultats expérimentaux avec le problème de pôle. Le processus « A »correspond au passage de l'axe par le pôle. 70

4.15 Résultat expérimental avec la troisième architecture. 70

5.1 Distributions de l'amplitude de PMD au 2ème ordre et de la PCD avec $\langle\tau\rangle = 10ps$. 75

5.2 Distributions de l'amplitude de dépolarisation et du taux de dépolarisation avec $\langle\tau\rangle = 10ps$. 75

5.3 La relation entre les valeurs RMS des composants de la PMD au deuxième ordre en fonction de $\langle\tau\rangle$. 76

5.4 Compensateur de la PMD avec deux signaux de contre-réaction. A : Compensateur de la PMD au 1er ordre ; B : Module de l'annulation de la PMD au 2ème ordre. (Le cube séparateur de polarisation filtre la dépolarisation.) 77

5.5 Compensateur de la PMD avec un signal de contre-réaction. 77

5.6 Compensateur de la PMD avec deux tronçon de PMF. 77

5.7 Principe de la compensation de PMD au 1er ordre. 78

5.8 Diagramme de la compensation de PMD au premier ordre avec deux tronçons. . 78

5.9 Relation entre θ_1 et θ_2 quand le PSP est parallèle avec le SOP d'entrée. 79

5.10 Taux de dépolarisation induit et DGD résultant en fonction de $4\theta_2$ (l'angle entre deux PMD). τ_1 est fixé à $2ps$. 80

5.11 Schéma sous VPI pour tester la PMD au 2ème ordre induite par le compensateur de PMD au 1er ordre. Une lame demi-onde permet de tourner le PSP du deuxième émulateur. 80

5.12 La PMD au 2ème ordre induite par l'angle de deux PSP. Les lignes sont les résultats théoriques et les signes « ∘ »sont les résultats de simulation. 81

5.13 Schéma sous VPI pour tester le DOP et les paramètres de Stokes en sortie. 83

5.14 DOP en fonction de l'azimut de SOP avec les différentes dépolarisations avec $\tau = 10ps$ et $\tau_\omega = 0$ (Les angles sont donnés dans l'espace réel). 83

5.15 DOP sur l'azimut de SOP avec les différentes PCD avec $\tau = 10ps$ et $|\hat{q}_\omega| = 0$ (Les angles sont donnés dans l'espace réel). 84

5.16 Principe du calcul de la pénalité OSNR. 85

5.17 Schéma de test du BER et de la pénalité OSNR sous VPI. 86

5.18 Corrélation entre la pénalité OSNR et le DOP avec toutes les valeurs de $\tau \in [0, 14ps]$, PCD$\in [0, 30ps^2]$, $|\hat{q}_\omega| \in [0, 16ps]$ et $\gamma \in [0, 1]$. Les figures en insertion représentent les pénalités par rapport au DOP avec $\gamma = 0,5$ pour la PMD au 1er ordre. 86

5.19 Configurations des vecteurs de la compensation de PMD. (a) : la configuration générale ; (b) : l'alignement de tous les vecteurs ; (c) : l'alignement le SOP et la PMD totale. 87

5.20 Pénalités pour les différentes configurations de PMD lors de l'alignement de tous les vecteurs. 88
5.21 Pénalité pour les différentes configurations de PMD lors de l'optimisation de DOP. 89
5.22 Contour pour la modulation NRZ avec uniquement de la PCD. 89
5.23 Contour pour la modulation 30% RZ avec uniquement de la PCD. 90
5.24 Contour pour la modulation NRZ avec uniquement de la dépolarisation. 90
5.25 Contour pour la modulation 30% RZ avec uniquement de la dépolarisation. . . . 91
5.26 Log_{10}(BER) en fonction des différentes configurations du DGD de la fibre τ_1 et de la PCD. 91
5.27 Log_{10}(BER) en fonction des différentes configurations du DGD de la fibre τ_1 et de la dépolarisation. 92

A.1 Représentation des états de polarisation sur la sphère de Poincaré. 96
A.2 Transformation de S_e à S_s 99

B.1 Marche aléatoire sur la sphère unitaire. 102

C.1 Organigramme central de pilotage sous LabVIEW. A : Le module central ; B : Le module pour tracer le résultat ; C : Le module de « Newports »pour lire l'intensité de photodétecteur (1830-c) ; D : Le module pour manipuler les paramètres du contrôleur de polarisation par le port parallèle ; E : Le module pour enregistrer les données durant l'expérimentation ; F : Le module pour gérer la mémoire ; G : Le module pour traiter les messages d'erreur. 103
C.2 Schéma de l'initialisation. 104
C.3 Schéma de l'acquisition par le port GPIB avec photodiode. 104
C.4 Schéma de traitement des données. 105
C.5 Schéma du contrôle de la carte de pilotage. 105

Introduction

Avec la demande sans cesse croissante en débit, nous commençons à voir apparaître des systèmes de transmission optique à haut débit tels que du 40Gbit/s, de l'ethernet 100Gbit/s et des systèmes OTDM à 160Gbit/s. A ces débit, la Dispersion Modale de Polarisation (PMD, Polarisation Mode Dispersion) devient très problématique en terme de facteur limitant le débit. La PMD de premier ordre apparaissait à des débits de l'ordre de 10Gbit/s, mais quand le débit continue à augmenter, par exemple supérieur à 40Gbit/s, nous sommes obligés alors de considérer les effets de la PMD aux ordres supérieurs. Un système de la compensation de la PMD au premier ordre et au deuxième ordre est alors obligatoire pour récupérer les signaux optiques. Parmi les nombreuses études sur la compensation de PMD, la solution la plus classique est d'utiliser un système composé de contrôleurs de polarisation et d'éléments biréfringents. La complexité de ces systèmes de compensation dépend essentiellement de l'ordre de la PMD qui doit être compensée. De nombreuses architectures du contrôleur de polarisation avec différents matériaux électro-optiques ont été proposées pour réaliser un contrôleur de polarisation. Les matériaux les plus classique sont le $LiNbO_3$, les céramiques de type PLZT et le cristal liquide *etc*. Une étude sur une architecture de contrôleur à base de cristal liquide a démarrée au département d'optique de l'ENST Bretagne dans le cadre d'un contrat RNRT (COPOLDYN, Contrôleur de POLarisation DYNamique) avec les partenaires : AlcatelCIT, Thales, INRIA et Highwave Technology. L'objectif était de réaliser un contrôleur de polarisation optimisé pour la compensation de PMD. Le premier prototype réalisé (thèse de T. Sansoni) utilisait deux lames de cristal liquide en phase smectique. Cependant la technologie d'alignement du cristal liquide était très difficile à mettre en œuvre et de plus, des instabilités apparaissaient pour les forts déphasages. Une solution à base de cristaux liquides stabilisés par polymère a été proposée par le département d'optique puis transférée et développée à la société Optogone.

Dans ce contexte, nous nous sommes intéressés particulièrement au contrôle de polarisation en utilisant les lames de phase à base de cristal liquide stabilisé par polymère. Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre d'un contrat de recherche entre le département d'optique de l'ENST Bretagne et la société Optogone. Son objectif était d'étudier le contrôle de la polarisation optique dans le cadre de la compensation de PMD.

Cette étude utilise un contrôleur de polarisation avec deux lames biréfringentes à axe tour-

nant et les algorithmes associés pour suivre correctement les variations des états de polarisation avec un contrôle sans fin, c'est-à-dire que les modifications des paramètres du contrôleur doivent être continues et sans remise à zéro. En même temps, des études sur la PMD au deuxième ordre et les impacts de ce phénomène ont été engagées.

Ce document est constitué de cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, nous présenterons les différentes applications du contrôleur de polarisation dans les réseaux optiques. Nous introduirons la PMD au premier ordre et les méthodes de la compensation de ce phénomène qui reste une application majeure pour le contrôleur de polarisation. Nous montrerons également les autres utilisations du contrôleur de polarisation, telles que l'émulateur de polarisation, le brouilleur de polarisation, le stabilisateur de polarisation, le commutateur de polarisation, le multiplexage de polarisation et les applications pour optimiser ou mesurer les pertes dépendantes de la polarisation.

Le deuxième chapitre sera consacré à l'architecture du contrôleur de polarisation. Nous effectuerons d'abord un état de l'art sur les différentes architectures proposées en précisant leurs caractéristiques propres. Nous détaillerons ensuite l'architecture du contrôleur de polarisation ainsi que les conditions générales de son fonctionnement. Deux architectures de contrôleur de polarisation sans fin avec deux degrés de liberté seront proposées. Une troisième architecture, qui permet d'éviter le problème des points singuliers rencontré dans les deux autres solutions sera proposée.

Nous simulerons, dans le troisième chapitre, les différentes architectures. Nous vérifierons qu'elles ont bien le contrôle sans fin et nous testerons leur efficacité. Nous proposerons dans un premier temps la méthode d'émulation des états de polarisation en entrée afin d'obtenir des évolutions de polarisation les plus proches du cas réel. Puis, nous décrirons chaque étape de la boucle de contre-réaction, tels que la définition du signal d'erreur, la dérivation de l'évaluation de l'incrément et l'algorithme de recherche et de suivi d'optimum. Nous présenterons enfin les résultats des simulations et analyserons ces résultats.

Le quatrième chapitre se focalisera sur l'étude expérimentale de contrôleurs de polarisation. Nous décrirons d'abord la technologie de ce contrôleur à base d'un composite : réseau de polymère et cristal liquide nématique. Puis, nous mesurerons les caractéristiques optiques du contrôleur, tels que la relation entre le déphasage et la tension aux bornes des électrodes (champ électrique appliqué), les temps de réponse et les pertes dépendantes de la polarisation. Nous effectuerons enfin les expérimentations en pilotant le contrôleur de polarisation à l'aide de LabWIEW afin de tester et de valider expérimentalement les résultats de simulation sur les architectures proposées.

Dans le dernier chapitre, nous formaliserons les caractéristiques de la PMD au deuxième ordre. Nous rappellerons d'abord la théorie générale de la PMD et les différentes distributions statistiques. Nous décrirons les différentes méthodes de compensation de la PMD au pre-

mier et au deuxième ordre. Nous expliciterons ensuite l'amplitude de la PMD au deuxième ordre induite par la compensation au premier ordre. Nous mettrons également en évidence la corrélation entre la pénalité du rapport signal sur bruit optique (OSNR, Optical Signal to Noise Ratio) et le degré de polarisation (DOP, Degree Of Polarisation) en présence de la PMD au deuxième ordre grâce au logiciel de simulation $VPItransmissionMaker^{TM}$. Enfin, nous préciserons l'impact de la PMD au deuxième ordre après la compensation de PMD au premier ordre pour deux différentes méthodes : alignement de tous les vecteurs et l'optimisation du degré de polarisation, et nous analyserons les différences entre ces deux méthodes.

CHAPITRE 1

Applications de contrôleur de polarisation

1.1 Introduction

Il existe dans les réseaux optiques de nombreux phénomènes, plus ou moins pénalisants, liés à la polarisation de la lumière qui est véhiculée dans les fibres optiques [1, 2]. Parmi ces phénomènes, citons les pertes dépendantes de la polarisation (PDL), le gain dépendant de la polarisation (PDG) et la dispersion modale de polarisation (PMD). Si les deux premiers phénomènes sont plutôt inhérents aux composants optiques, la PMD par contre est un phénomène délocalisé qui résulte de la propagation anisotrope du signal optique dans les fibres. Dans la plupart des cas, pour optimiser le fonctionnement des différents systèmes, il est nécessaire de contrôler l'état de polarisation (SOP), et donc de disposer d'un contrôleur de polarisation (PC). [3, 4].

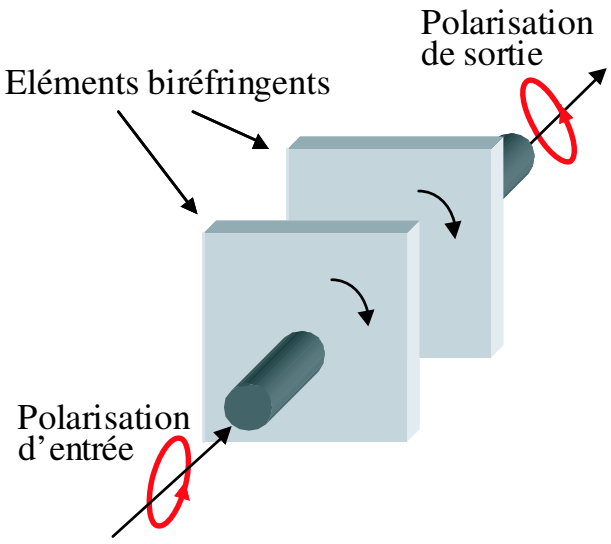


Figure 1.1: Contrôleur de polarisation constitué de deux éléments biréfringents.

Ce composant est généralement constitué par un assemblage d'éléments biréfringents avec

des caractéristiques de biréfringence contrôlable et il doit transformer tout état de polarisation en n'importe quel autre (voir la Figure 1.1). Pour améliorer son efficacité, une fonctionnalité complémentaire est souvent demandée : le contrôle sans fin de la polarisation de sortie. Cette propriété signifie que la bonne polarisation de sortie doit être en permanence obtenue afin que le système de transmission soit opérationnel sans interruption. La continuité du point de fonctionnement du contrôleur implique des contraintes très fortes sur l'architecture de ce composant.

Dans ce chapitre, nous allons découvrir les applications de PC. D'abord, nous présenterons la définition de la PMD au premier ordre et les techniques pour estimer celle-ci. Puis, nous montrerons les méthodes et les principes de la compensation de PMD en utilisant le PC. Finalement, nous exposerons quelques autres applications des PC, telles que l'émulateur de polarisation, le brouilleur de polarisation, le stabilisateur de polarisation, le commutateur de polarisation, le multiplexage en polarisation et la mesure de PDL, et nous conclurons ce chapitre.

1.2 Compensation de PMD

1.2.1 PMD dans les transmissions optiques

Dans une fibre optique idéale, la section transverse possède une parfaite symétrie de révolution. De plus, le matériau utilisé : la silice, est un matériau amorphe donc parfaitement isotrope. Dans ce cas, le mode fondamental possède deux polarisations orthogonales (orientations du champ électrique) qui se propagent avec les mêmes caractéristiques : vitesse de phase, vitesse de groupe, dispersion chromatique *etc*. Cependant, au cours du process de fabrication, la fibre peut présenter certains défauts tels qu'une ellipticité du cœur ou alors des contraintes résiduelles. D'autre part, les fibres installées peuvent également subir des contraintes mécaniques : fibres installées le long des infrastructures de transport ou fibres installées en « aérien ». Tous ces phénomènes induisent de la biréfringence dans la fibre optique qui fait apparaître localement un axe rapide et un axe lent de propagation. Si le signal optique est injecté dans la fibre sous forme d'impulsion de polarisation quelconque, il apparaît alors localement une levée de dégénérescence entre les deux modes de propagation. Il est alors possible de définir en n'importe quel point (z) de la fibre deux états principaux de polarisation (PSP) orthogonaux qui vérifient la propriété : $\frac{\partial \vec{P}}{\partial \omega}|_z = 0$, ces deux états correspondent à des états stationnaires de la polarisation en fonction de la pulsation. Dans le cas d'une anisotropie uniforme sur toute la longueur de fibre, l'impulsion se propagera suivant les deux PSPs qui possèdent des vitesses de groupe différentes, créant ainsi le dédoublement de l'impulsion initiale équivalent à un élargissement temporel (voir la Figure 1.2). C'est la PMD au premier ordre.

Cette caractéristique se généralise lorsque les anisotropies sur la fibre sont aléatoires, mais

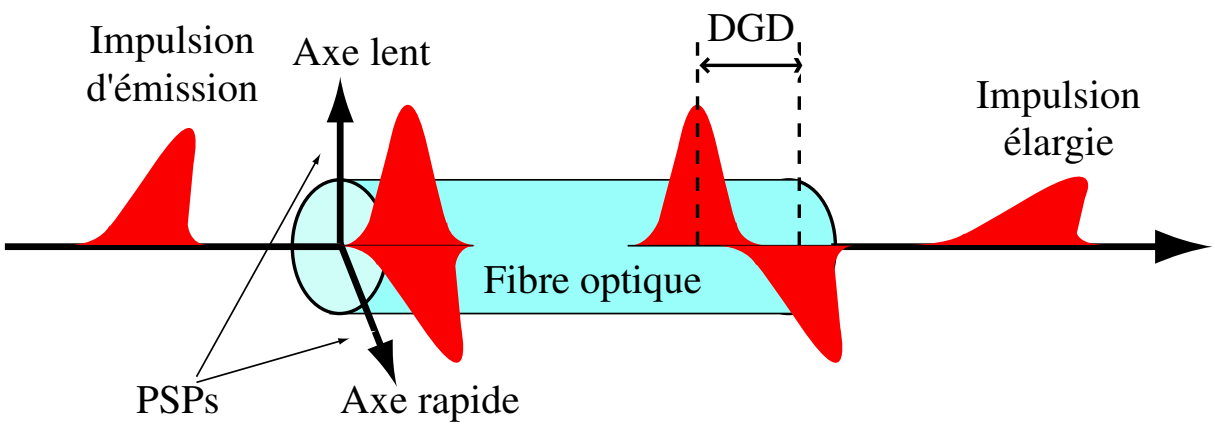


Figure 1.2: Description de l'effet de PMD sur les impulsions optiques traversant la fibre.

dans ce cas les PSPs ne correspondent plus aux modes propres de propagation. La différence de temps de groupe (DGD) τ entre les deux modes polarisés en sortie de fibre constitue donc un paramètre important de la liaison. Nous définissons alors le vecteur PMD qui s'écrit en utilisant le formalisme de Stokes :

$$\vec{\tau} = \tau \hat{q} \tag{1.1}$$

où, le vecteur unitaire $\hat{q}$ est aligné sur la direction de PSP plus lent (le vecteur $-\hat{q}$ indique le PSP plus rapide). Si le dédoublement des impulsions est trop important par rapport au temps bit, il se crée alors, en réception, un recouvrement entre les différentes impulsions, brouillant ainsi la séquence binaire envoyée. Le phénomène de PMD peut donc sérieusement limiter l'augmentation des débits en ligne.

Les contraintes mécaniques varient en permanence si bien que la PMD fluctue aléatoirement en fonction du temps, ce qui rend son étude particulièrement complexe. Mais des études statistiques ont montré que la valeur du DGD suit une loi de probabilité Maxwellienne [5, 6] :

$$p_\tau(x) = \frac{8}{\pi^2 \langle\tau\rangle} \left(\frac{2x}{\langle\tau\rangle}\right)^2 \exp\left(-\left(\frac{2x}{\langle\tau\rangle}\right)^2 \frac{1}{\pi}\right) \qquad x \geq 0 \tag{1.2}$$

Par conséquent, la PMD d'une fibre est totalement déterminée par la valeur moyenne $\langle\tau\rangle$ de la différence de temps de groupe. La Figure 1.3 nous montre cette distribution avec $\langle\tau\rangle = 10ps$.

Les constructeurs spécifient généralement le paramètre dispersion de polarisation en $ps/\sqrt{km}$ qui correspond à la PMD de leur fibre par unité de longueur. L'instance internationale des télécommunications (ITU-T) a déjà limité la valeur de PMD permise à $0,5ps/\sqrt{km}$ pour les fibres standard actuelles (ITU-T G652, G653, G655). Si nous considérons que la PMD devient gênante à partir de 10% du temps bit, un DGD moyen de $10ps$ est la limite tolérable pour un débit de 10Gbit/s. Puis, un simple calcul montre que dans le cas d'une transmission

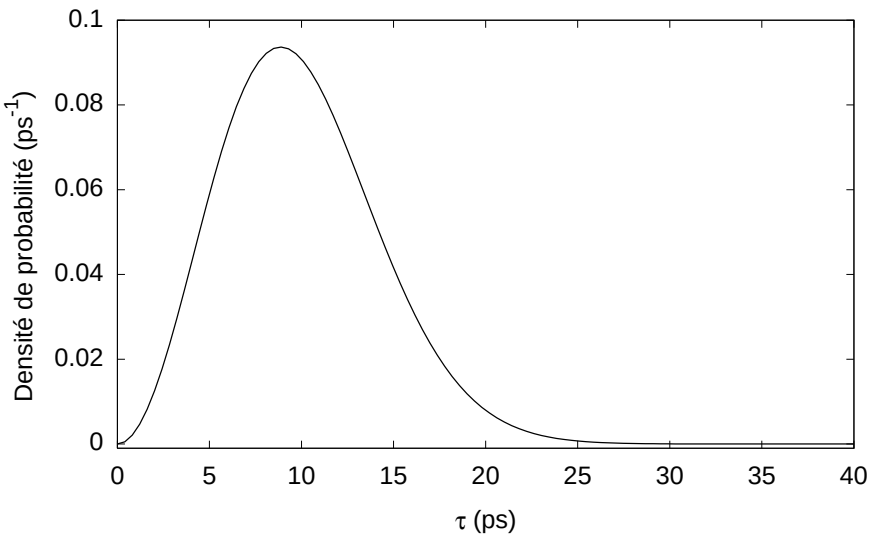


Figure 1.3: La densité de probabilité du DGD τ.

numérique à 10Gbit/s, la distance maximale sans régénération du signal est limitée à $400km$ d'après le standard de ITU-T.

1.2.2 Méthode de compensation de PMD au premier ordre

La compensation de PMD peut être réalisée par deux voies différentes : l'une électronique et l'autre optique [7, 8]. Nous pouvons classer sommairement les systèmes électroniques de compensation en trois catégories : les filtres linéaires, les filtres non-linéaires et enfin ceux basés sur des techniques complexes de traitement du signal. L'avantage de la compensation de PMD, utilisant les techniques électroniques, est essentiellement lié au prix réduit des différents composants électroniques et donc au faible coût du système global. Toutefois, la compensation de PMD par voie optique, si elle reste onéreuse, peut être extrêmement intéressante car elle peut restaurer, en grande partie, un signal optique qui a été dégradé. Un système de compensation de PMD optique est généralement constitué de différents contrôleurs de polarisation, d'un élément possédant du DGD, d'un signal de contre-réaction et d'un algorithme de contrôle. Nous présenterons par la suite les principales architectures de systèmes de compensation de PMD ainsi que des différentes possibilités de signaux de contre-réaction [9].

1.2.2.1 Techniques d'estimation de la PMD

La PMD a un impact direct sur la qualité du signal, si bien que tous les paramètres relatifs à la performance du système peuvent être utilisés pour l'estimation de la PMD : le taux d'erreur binaire (BER), le diagramme de l'œil, le facteur Q et la pénalité du rapport signal à bruit optique (OSNR). Cependant ces paramètres ne peuvent pas être mesurés instantanément, ils demandent une mesure sur une longue période. L'objectif est l'estimation pertinente de

la PMD afin d'obtenir un signal efficace de contre-réaction pour une compensation rapide et dynamique de la PMD. Deux techniques sont généralement retenues, elles ont été proposées dans des études précédentes : l'analyse du spectre électrique [10, 11] et la mesure du degré de polarisation (DOP) [12, 13].

Dans la première méthode, un analyseur de spectre est utilisé pour évaluer le DGD en mesurant certaines caractéristiques spectrales relatives aux distorsions du signal induites par la PMD. La mesure du DOP comme le signal de contre-réaction est basée sur l'observation que la PMD, au premier ordre, produit une dépolarisation du signal optique. En conséquence le compensateur optique de PMD peut être piloté en optimisant le DOP, c'est-à-dire en repolarisant le signal optique. L'efficacité de cette méthode dépend du rapport entre le DGD et le temps bit : si le DGD est supérieur au temps bit on peut obtenir un maximum secondaire pour le DOP. Ces deux méthodes ont par contre de grands avantages : elles sont analogiques, rapides et asynchrones.

1.2.2.2 pré-compensation

Le principe de cette méthode est d'adapter les paramètres du contrôleur pour transformer l'état de polarisation de $\hat{s}_0$ à $\hat{s}$ qui est parallèle avec le PSP en entrée de la fibre $\hat{q}_0$ (voir la Figure 1.4).

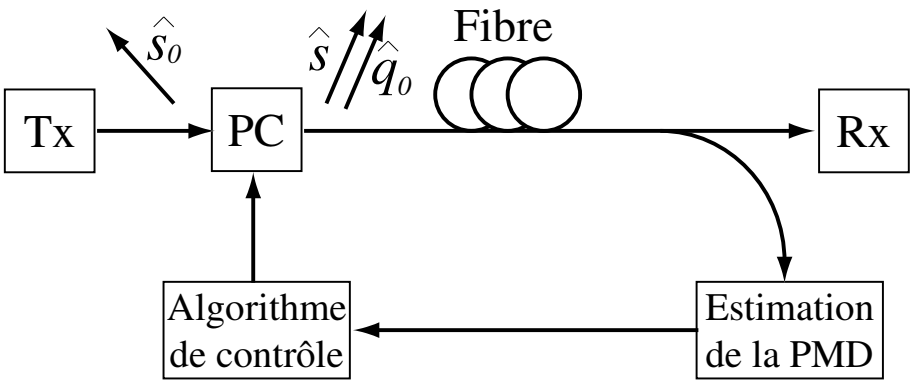


Figure 1.4: Architecture de la méthode de pré-compensation de PMD. L'état de polarisation $\hat{s}$ est aligné selon le PSP de la ligne de transmission $\hat{q}_0$. (PC : contrôleur de polarisation)

La faisabilité de cette technique pour compenser la PMD au premier ordre a déjà été réalisée et testée sur le système de 10Gbit/s [14, 15]. Cette méthode fonctionne pour les courtes distances de transmission du fait du temps de propagation du signal de contre-réaction.

1.2.2.3 post-compensation

Beaucoup de configurations ont été proposées pour réaliser la post-compensation avec un nombre plus ou moins important de degrés de liberté [16]. La stratégie principale est l'annula-

tion de la PMD totale ou l'alignement de l'état de polarisation et PMD totale. Nous introduisons ici deux configurations plus simples.

◇ **Annuler la PMD totale**

Cette technique nécessite un contrôleur de polarisation pour régler l'orientation de la PMD du compensateur $\vec{\tau}_2$ et le retard d'un élément birefringent variable τ_2 pour adapter l'amplitude de la PMD dans la fibre.

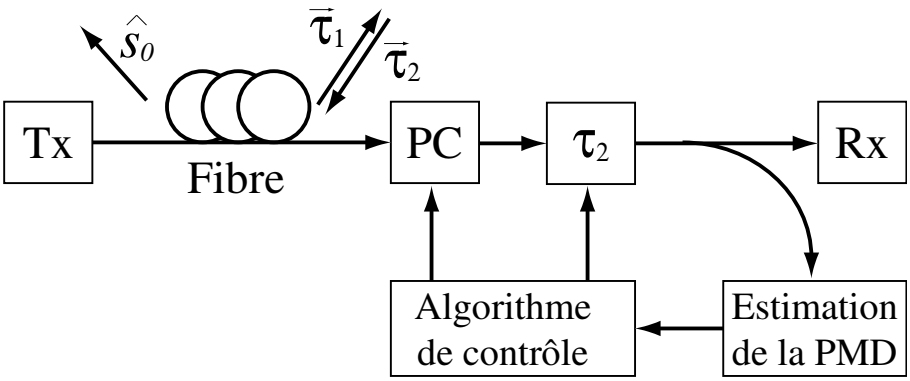


Figure 1.5: Architecture de la méthode de post-compensation de PMD avec un élément birefringent variable.

La Figure 1.5 nous montre le schéma de cette méthode qui repose sur l'obtention de l'égalité suivante :

$$\vec{\tau}_1 = -\vec{\tau}_2 \tag{1.3}$$

Néanmoins il est difficile d'obtenir précisément un DGD variable pouvant suivre l'évolution du DGD de la fibre et c'est la principale difficulté de ce compensateur. Quelques techniques ont cependant déjà été proposées pour effectuer cette opération [17, 18].

◇ **Aligner le SOP et la PMD totale**

La Figure 1.6 nous montre le schéma de la seconde méthode qui utilise un élément biréfringent fixe dans le compensateur.

Nous utilisons un contrôleur qui permet de faire tourner la direction de la PMD de l'élément birefringent avec un DGD constant tel une fibre à maintient de polarisation (PMF) avec une longueur constante afin de réaliser un alignement de SOP et PMD totale. Cette méthode s'exprime par la recherche de la relation vectorielle suivante :

$$\hat{s}_0 // (\vec{\tau}_0 + M_t^{-1}\vec{\tau}_2) \tag{1.4}$$

Où, τ_0 est la PMD de la fibre en entrée, τ_2 est la PMD de la fibre en sortie et M_t est la matrice de rotation associée à la matrice de Jones de transmission de la fibre. A partir de cette relation, nous pouvons en déduire les contraintes qu'il faut imposer sur le compensateur pour avoir une compensation permanente de la PMD.

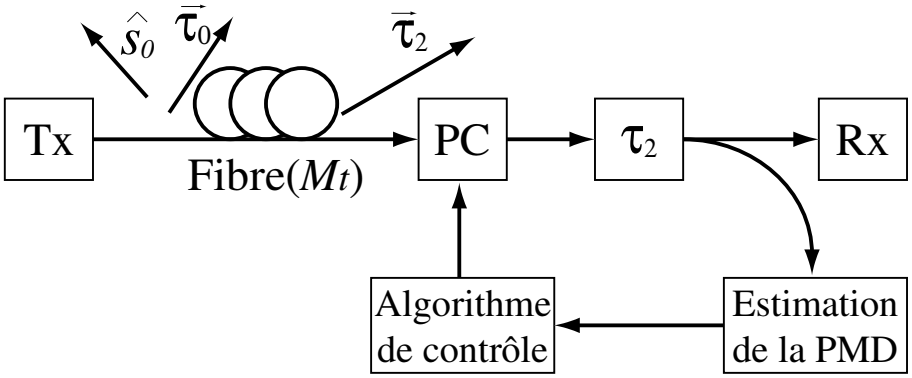


Figure 1.6: Architecture de la méthode de post-compensation de PMD avec un élément birefringent constant.

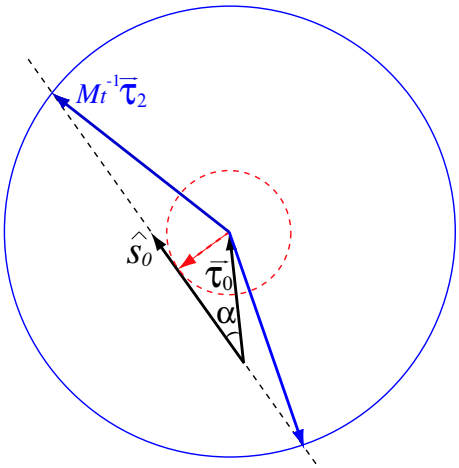


Figure 1.7: Condition de compensation de PMD avec un élément birefringent constant. Le vecteur en bleu : PMD de compensation, en noir PMD de la ligne et en rouge le vecteur PMD limite qui permet d'aligner le SOP et le vecteur PMD resultant. La somme vectorielle de la PMD de ligne et de la PMD de compensation doit être alignée avec le SOP $\hat{s}_0$

La Figure 1.7 nous montre cette condition. Les solutions sont toujours les intersections entre le cercle de rayon $|M_t^{-1}\vec{\tau}_2|$ et le SOP $\hat{s}_0$. Nous obtenons alors cette condition :

$$|M_t^{-1}\vec{\tau}_2| \geq |\vec{\tau}_0| \sin\alpha \tag{1.5}$$

Où, α est l'angle entre le SOP et $\vec{\tau}_0$. Dans le cas général, nous avons obligatoirement la condition suivante pour le compensateur de PMD : $|M_t^{-1}\vec{\tau}_2| \geq |\vec{\tau}_0|$ ou tout simplement :$|\vec{\tau}_2| \geq |\vec{\tau}_0|$.

C'est une des méthodes des plus simples qui soit et elle peut être réalisée en combinant un contrôleur de polarisation et une PMF [11, 19]. Ce compensateur a déjà été réalisé en utilisant le DOP comme un signal de contre-réaction sur des systèmes à 10Gbit/s et aussi à 40Gbit/s [20, 21, 22, 23].

En fait, la variation de la PMD est moins rapide que la variation du SOP, par conséquent la méthode de post-compensation a besoin d'un contrôle de polarisation plus rapide que la

pré-compensation. Cela nous oblige à fournir un contrôleur de polarisation très rapide.

1.2.2.4 Compensation distribuée de PMD

L'accumulation de la PMD au cours de la transmission peut dépasser la tolérance du système. La compensation distribuée de PMD sur toute la longueur de fibre est une solution qui a été envisagée [24]. Le principe est : plutôt que de laisser la PMD croître le long de la fibre, on dispose à certains endroits des compensateurs qui ralentissent la formation de ce phénomène. Ces compensateurs sont relativement simples : un contrôleur de polarisation et un polariseur. Le signal de contre-réaction qu'il faut optimiser est l'intensité en sortie du polariseur.

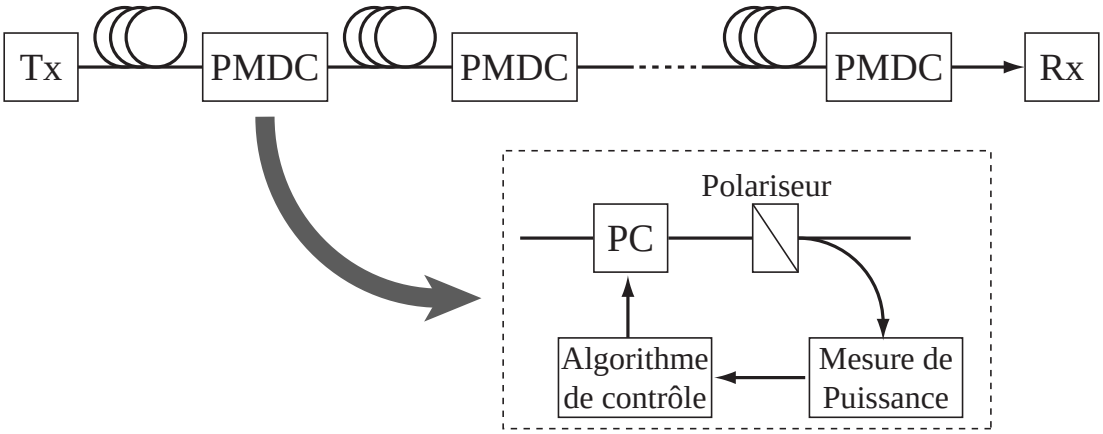


Figure 1.8: Compensation distribuée de PMD (PC : contrôleur de polarisation, PMDC : compensateur de PMD).

La Figure 1.8 nous montre cette méthode. Les positions et le nombre de compensateurs dépendent bien entendu des spécifications du système de transmission. Pour des raisons de fonctionnalité, le pilotage de ces contrôleurs doit être sans fin.

1.3 Autres applications du contrôleur de polarisation

1.3.1 Emulateurs de PMD

Avec l'augmentation du débit du réseau optique, un problème sérieux pour les concepteurs de système est l'estimation des dégradations des performances dues à la PMD. Il faut réaliser de longues expériences sur le terrain qui ont un coût en terme d'immobilisation du système de transmission. D'autres phénomènes peuvent également se superposer à la PMD rendant difficile l'analyse des résultats. L'émulateur de PMD est donc une solution efficace et économique pour un laboratoire de recherche et développement. Cet émulateur de PMD doit posséder les caractéristiques suivantes :

- ⋄ Il doit être stable durant la mesure de la PMD ;

- ◇ Le DGD doit avoir une distribution maxwellienne pour toutes les fréquences ;
- ◇ Il doit être prédictif et répété.
- ◇ Il doit être insensible à la température.

Le fonctionnement de l'émulateur est le suivant : il faut d'abord créer un module pour synthétiser le vecteur PMD : $\vec{\tau}(\omega) = \vec{\tau}(\omega_0) + \vec{\tau}'(\omega_0)\Delta\omega + \cdots$, c'est-à-dire, arriver à créer un système optique dont la matrice de Jones va donner des caractéristiques de PMD contrôlable. D'autre part si l'émulateur est utilisé comme sous-système d'une étude expérimentale, les caractéristiques de PMD doivent pouvoir être réorientée (modification de l'orientation des PSPs) et il faut donc installer des contrôleurs de polarisation avant et après le module de synthèse du vecteur PMD.

1.3.1.1 Emulateur à large bande spectrale

Ces émulateurs sont destinés à reproduire la PMD sur la plus large bande spectrale possible afin d'étudier les transmissions utilisant le multiplexage en longueur d'onde (WDM). L'architecture la plus simple d'un émulateur de ce type est la concaténation de différents tronçons biréfringents avec entre chaque tronçon un contrôleur de polarisation comme le montre la Figure 1.9 [25]. Cette émulateur reproduit fidèlement la PMD d'une fibre sur une grande largeur spectrale.

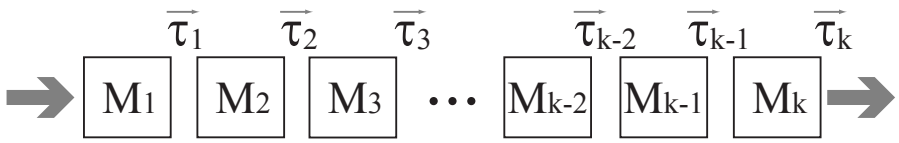


Figure 1.9: Concaténation de la PMD avec k sections. M_i est la matrice de transmission et $\vec{\tau}_i$ est la PMD en sortie de la $i^{ème}$ section. Chacun de ces tronçons est orientable.

La PMD pour deux sections est calculée à l'aide de la règle de concaténation :

$$\vec{\tau}(2) = M_2\vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 \tag{1.6}$$

En répétant le résultat précédent, nous obtenons la formule générale de la PMD induite par la concaténation de k sections :

$$\vec{\tau}(k) = \vec{\tau}_k + \sum_{i=1}^{k-1}\left(\prod_{j=i+1}^{k} M_j\right)\vec{\tau}_i \tag{1.7}$$

A partir de cette équation, nous pouvons logiquement obtenir la PMD aux ordres supérieurs. Mais ce type d'émulateur est difficilement contrôlable et peu prédictible. Pour éviter ce problème, il a été démontré qu'une architecture d'émulateur composé d'éléments biréfringents à DGD variable et de contrôleurs de polarisation permettait d'obtenir précisément toutes les

gammes possibles de valeurs pour le DGD [26, 27]. Ce type d'émulateur peut également être construit en remplaçant les contrôleurs par les rotateurs, mais alors, il faut ajouter des contrôleurs avant et après cet émulateur afin de contrôler l'orientation des PSPs.

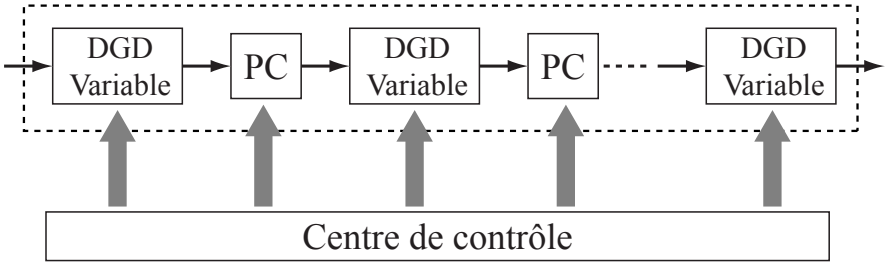


Figure 1.10: Un émulateur de PMD plus flexible et plus efficace.

Avec cette solution présentée dans la Figure 1.10, la bonne distribution statistique (au premier et deuxième ordre) est obtenue en utilisant au moins 3 sections à DGD variable.

1.3.1.2 Emulateur de PMD bande étroite « mono-canal »

Avec ce type d'émulateur, l'architecture est beaucoup plus épurée : la concaténation de deux tronçons de PMF avec un contrôleur de polarisation en position centrale permet d'émuler de la PMD au premier ordre mais également au deuxième ordre.

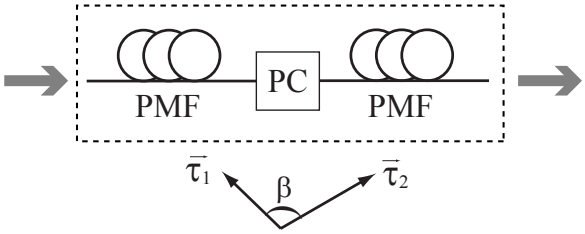


Figure 1.11: Un émulateur de PMD comprenant un contrôleur et deux longueurs de PMFs. Le vecteur PMD total de cet émulateur, défini au niveau du contrôleur de polarisation est égal à la somme des vecteurs PMD : $\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2$.

La Figure 1.11 nous montre ce type d'émulateur où le contrôleur permet de générer un angle β variable entre les deux vecteurs PMD. D'après la théorie de concaténation de la PMD, le DGD total s'exprime :

$$\tau^2 = \tau_1^2 + \tau_2^2 + 2\tau_1\tau_2 \cos\beta \tag{1.8}$$

La gamme de variation du DGD est : $[|\tau_1 - \tau_2|, \tau_1 + \tau_2]$. Contrairement, au cas précédent, cet émulateur ne peut qu'émuler partiellement la PMD de deuxième ordre (nous la détaillerons dans le chapitre 5).

1.3.2 Brouilleur de polarisation

Le brouilleur de polarisation est un composant optique qui modifie en permanence l'état de polarisation de la lumière pour faire tendre son DOP moyen vers zéro, c'est-à-dire une dépolarisation totale de la lumière. Le DOP d'une lumière partiellement polarisée dans l'espace de Stokes s'écrit :

$$\langle DOP \rangle = \frac{\sqrt{\langle S_1 \rangle^2 + \langle S_2 \rangle^2 + \langle S_3 \rangle^2}}{S_0} \tag{1.9}$$

Où nous devons souligner que $\langle S_i \rangle$ est la valeur moyenne des paramètres de Stokes sur une période de modulation du brouilleur T :

$$\langle S_i \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T S_i(t)\, dt \qquad i = 1, 2, 3$$

En fait, lorsque la lumière est polarisée, le DOP est toujours égal à 1. Le brouilleur modifie simplement l'état de polarisation rapidement (avec la même constante de temps que le temps bit), et la lumière paraît donc être dépolarisée si le temps de la mesure est plus long que la période de modulation du brouilleur.

Un brouilleur est capable de résoudre de nombreux problèmes relatifs à la polarisation dans les transmissions par fibre optique et il est généralement associé à :

- ◇ Un composant sensible à la polarisation pour le caractériser ;
- ◇ Un interféromètre Mach-Zhender pour diminuer le bruit de phase et les erreurs produits pas la polarisation [28] ;
- ◇ Une fibre amplificatrice (EDFA) pour enlever la variation du PDG et pour supprimer la porteuse optique sur la longue distance [29] ;
- ◇ Un compensateur de PMD [30] et l'émulateur de PMD [31] ;
- ◇ La mesure et l'optimisation de la PDL [32] et de la PMD [33].

1.3.3 Stabilisateur de polarisation

En général, l'état de polarisation fluctue aléatoirement dans la fibre monomode à cause de la variation de température et des perturbations mécaniques. D'autre part le système de la communication optique et le système de senseur optique ont besoin d'un état de polarisation particulier pour fonctionner correctement. Par conséquent, un stabilisateur de polarisation, qui peut fournir un état de polarisation stable lorsque la polarisation en entrée varie rapidement, est nécessaire pour obtenir des performances optimales de ces systèmes et des différents composants et dispositifs comme par exemple l'amplificateur optique.

Récemment des études ont été menées sur le stabilisateur de polarisation [34, 35]. La structure du stabilisateur est l'assemblage d'un contrôleur de polarisation, d'un analyseur et d'une contre-réaction de contrôle comme le montre la Figure 1.12.

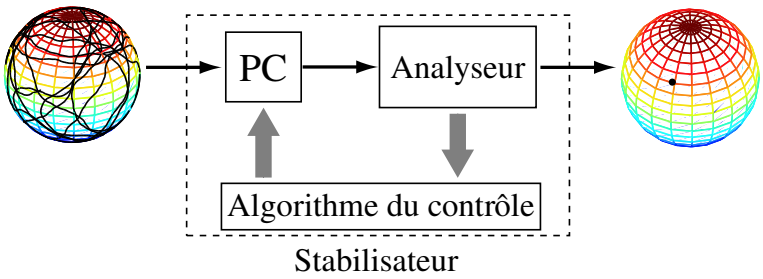


Figure 1.12: Diagramme du stabilisateur de polarisation.

Dans ce cas, un contrôleur de polarisation rapide (temps caractéristique entre $10ms$ et $100ms$) et sans fin est obligatoire pour réaliser un stabilisateur, et l'algorithme de pilotage est du même type que celui de la compensation de PMD.

1.3.4 Commutateur de polarisation

Il existe une version simplifiée du contrôleur de polarisation : le commutateur de polarisation. Ce composant permet de sélectionner en sortie deux ou plusieurs états de polarisation. On peut prendre l'exemple d'une simple lame demi-onde dont on contrôle l'orientation. En réorientant celle-ci (rotation de $45°$) on peut commuter entre deux états de polarisation orthogonaux. Ce composant trouve son utilisation dans un module de DGD variable [36], métrologie polarimétrique *etc*.

1.3.5 Multiplexage en polarisation

Le multiplexage en polarisation (PolDM) est une technique qui permet de doubler la capacité du réseau de fibre optique, en transmettant l'information sur deux états de polarisation orthogonaux (en général, polarisations linéaires en entrée) [37, 38, 39]. Les avantages de cette technique sont : d'une part d'augmenter le débit par deux sans augmenter les pénalités dues aux phénomènes de dispersion et d'autre part, la simplicité des équipements terminaux [40, 41]. Bien qu'il soit relativement simple de multiplexer deux signaux optiques sur deux polarisations linéaires orthogonales dans une fibre, il est par contre beaucoup plus difficile de les démultiplexer car bien que restant orthogonaux, les états de polarisation évoluent sans arrêt, parce que la fibre monomode ne peut maintenir ces états de polarisation.

La Figure 1.13 montre une architecture simple de PolDM, où les cubes séparateurs de polarisation (PBS) sont utilisés comme multiplexeur et démultiplexeur. Le contrôleur de polarisation permet d'obtenir des polarisations linéaires et il doit être sans fin.

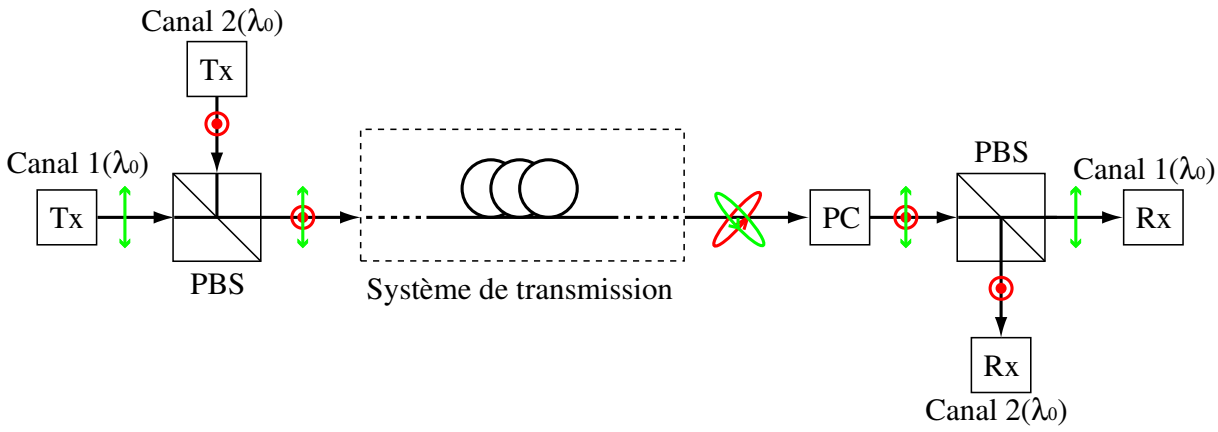


Figure 1.13: Architecture de PolDM en utilisant PBS comme multiplexeur et démultiplexeur.

1.3.6 Mesure de la PDL

La PDL est une atténuation anisotrope qui peut apparaître au cours de la propagation dans la fibre, mais elle apparaît surtout dans de nombreux composants optiques.

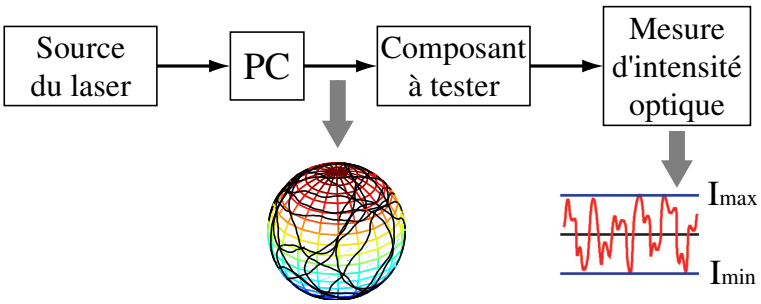


Figure 1.14: Configuration de la mesure de la PDL.

La PDL est définie par la différence crête à crêtes dans la transmission optique avec les SOPs variables [42] et s'écrit :

$$PDL = 10 \log_{10} \frac{I_{max}}{I_{min}} dB$$

où I_{max} et I_{min} sont l'intensité maximale et minimale de transmission à travers le système. La Figure 1.14 nous montre la configuration de la PDL. Le contrôleur de polarisation permet d'obtenir tous les états de polarisation pour estimer la PDL. Il doit donc pouvoir transformer une polarisation en n'importe quelle autre.

1.4 Conclusion

Nous avons présenté les différentes applications du contrôleur de polarisation. Mais, il apparaît nettement que ce composant est potentiellement important dans les systèmes de communication optique à haut débit où la PMD a un impact significatif sur la qualité de la transmis-

sion : transmission à 40Gbit/s, ethernet 100Gbit/s et système de transmission à 160Gbit/s en multiplexage temporel optique (OTDM). Ce composant optique doit être technologiquement simple, donc bas coût, afin de pouvoir concurrencer les systèmes électroniques de compensation, et doit avoir également des temps de réponse suffisamment courts pour suivre l'évolution de la PMD. Dans le chapitre 2, nous présenterons l'architecture d'un contrôleur de polarisation à deux lames de phase à axe tournant et dans le chapitre 3, nous présenterons la technologie et la réalisation d'un tel contrôleur.

CHAPITRE 2

Architecture et principe de contrôleur de polarisation

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons vu que le contrôleur de polarisation est susceptible de jouer un rôle important dans le système de transmission optique, en particulier dans le cadre de compensation de PMD. Il doit pouvoir transformer un état de polarisation quelconque en n'importe quel autre. Dans la plupart des cas, ce contrôle doit être également sans fin, c'est-à-dire que tous les paramètres du contrôleur doivent évoluer continûment et il faut éviter si possible l'opération de remise à zéro. Nous nous focaliserons dans ce chapitre sur l'architecture du contrôleur. D'abord, nous rappellerons l'état de l'art du contrôleur de polarisation, y compris les architectures avec une lame de phase, deux lames de phase et trois lames de phase. Puis, nous présenterons la condition générale de fonctionnement du contrôleur de polarisation. Nous proposerons ensuite deux architectures du contrôleur en utilisant deux lames de phase à axe tournant et nous discuterons de ces deux architectures et du problème de pôle. Enfin, nous suggérerons la troisième architecture afin d'éviter ce problème.

2.2 Etat de l'art

Pour réaliser la transformation des états de polarisation, la technique la plus universelle consiste à utiliser un assemblage d'éléments à biréfringence variable comme par exemple des lames de phase à base de cristaux électro-optiques. Les différentes architectures parmi les plus connues sont les suivantes :

- ◇ Une lame onde avec axe et biréfringence variable ($0 \sim 2\pi$) ;
- ◇ Deux lames quart d'onde à axes tournants ;
- ◇ Deux lames quart d'onde et une lame demi-onde à axes variables ;
- ◇ Trois lames ou plus à axes fixes et à biréfringences variables ;
- ◇ Deux lames avec axes et biréfringences variables ($0 \sim \pi$).

2.2.1 Configuration à une lame biréfringente et axe tournant

Cette configuration est bien entendu la plus simple de toutes les architectures de contrôleurs [43]. Ce composant possède seulement deux degrés de liberté (DOF) : l'orientation des axes neutres et le déphasage de la lame. Cette configuration permet toutes les transformations possibles d'état de polarisation comme le montre la Figure 2.1a. Dans cette figure, chaque cercle représente à la fois la polarisation d'entrée et l'ensemble des polarisation de sortie obtenues par la lame avec une orientation fixée et une biréfringence variable. Nous voyons qu'en faisant varier l'orientation de la lame, nous couvrons toute la sphère de Poincaré, ce qui signifie que tous les états de polarisations sont accessibles quel que soit la polarisation d'entrée.

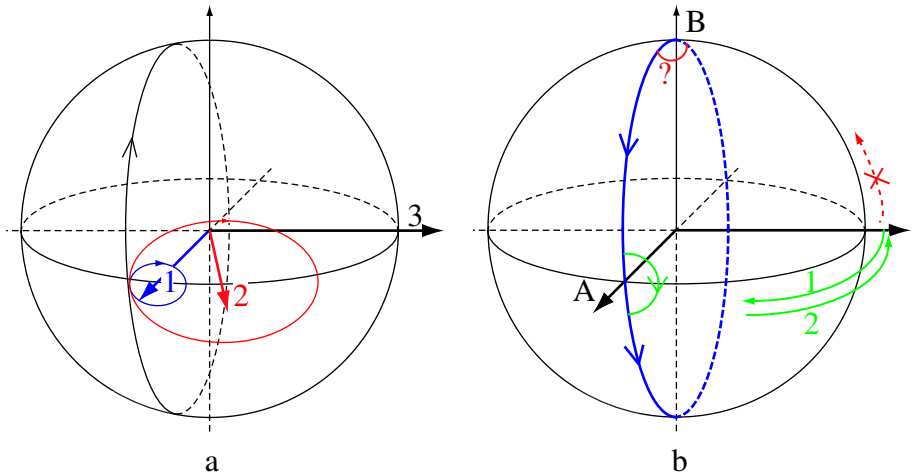


Figure 2.1: Configuration à une lame onde.

Cependant, une discontinuité apparaît dans certains cas comme le montre la Figure 2.1b. Quand la polarisation cible est le point A sur l'équateur et la polarisation d'entrée évolue suivant le grand cercle bleu à partir du point A. Dans cette configuration, nous n'avons pas besoin de modifier l'orientation de la lame, mais simplement son déphasage qui varie de 0 à 2π. Lorsque la lame a son déphasage maximum et que la polarisation d'entrée continue à tourner, une procédure de remise à 0 est inévitable. Soit nous introduisons une remise à zéro du déphasage en maintenant l'orientation de la lame et nous perdons la coïncidence entre la polarisation de sortie et la polarisation cible. Soit nous effectuons une procédure de remise à 0 continue en maintenant en sortie la polarisation cible. Dans ce cas cette procédure s'effectue en abaissant la biréfringence et en tournant l'axe de la lame [44]. Cependant cette procédure n'est pas universelle, elle ne fonctionne que si la polarisation cible est sur l'équateur.

La Figure 2.1b montre cette solution. L'axe de rotation tourne comme indiquent les flèches vertes avec l'ordre $1 \rightarrow 2$ et le déphasage est remis à des valeurs proches de 0 au cours de la rotation. Par contre, cette procédure ne fonctionne pas lorsque la sortie cible est par exemple aux pôles. En effet, l'axe de rotation ne pouvant pas quitter l'équateur, la procédure de remise

à zéro ne permet pas de conserver la polarisation cible .

2.2.2 Configuration à 2 lames $\lambda/4$ à axes tournants

A partir de deux lames $\lambda/4$, toutes les transformations peuvent être obtenues en réglant les azimuts des lames. La Figure 2.2a nous montre le principe de cette architecture [45]. La courbe bleue est l'ensemble de toutes les polarisations possibles quand une polarisation en entrée est transformée par la première lame, et la courbe noire est l'ensemble de toutes les polarisations possibles pour que la polarisation de sortie puisse être obtenue par la deuxième lame. Alors les polarisations intermédiaires doivent être les points d'intersection des deux courbes pour réaliser la transformation de polarisation.

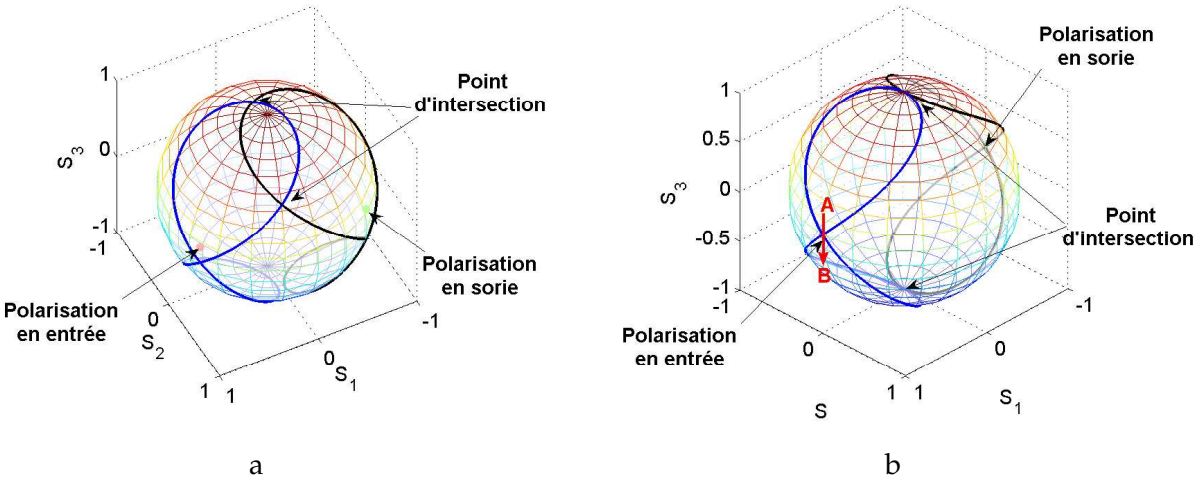


Figure 2.2: Configuration à deux lames quart d'onde.

Nous pouvons montrer qu'il y a toujours deux points d'intersection dans cette configuration. Néanmoins, une discontinuité est rencontrée quand ces intersections sont antipodales comme le montre la Figure 2.2b. Lorsque la polarisation d'entrée passe du point A au point B, les positions des intersections passent de l'hémisphère nord à l'hémisphère sud. Ce changement des points d'intersection induit une discontinuité pour l'orientation des lames. Cela peut créer une instabilité du contrôleur et donc occasionner pendant quelques instants l'interruption du fonctionnement du contrôleur.

2.2.3 Configuration à 3 lames

En utilisant trois lames, il y a maintenant deux propositions bien connues :

- Les déphasages sont fixés et les azimuts sont variables. La configuration typique est une combinaison de deux lames quart d'onde et d'une lame demi-onde. (Voir la Figure 2.3a, où $\theta_{1,2,3}$ sont les orientations des lames.) Nous pouvons trouver plusieurs combinaisons de θ_i pour réaliser une transformation de A à B. Une combinaison particulièrement

simple est souvent considérée : les polarisations intermédiaires sont sur l'équateur. Cette transformation de polarisation est réalisée par trois étapes [46] :
- la projection de la polarisation d'entrée sur l'équateur ;
- l'orientation de la polarisation intermédiaire ;
- l'ellipticité de la polarisation de sortie.

◇ Les déphasages sont variables et les azimuts sont fixés. La configuration typique se produit lorsque les azimuts sont $0°$, $45°$ et $0°$ [47]. (Voir la Figure 2.3b, où $\phi_{1,2,3}$ sont les déphasages des lames.)

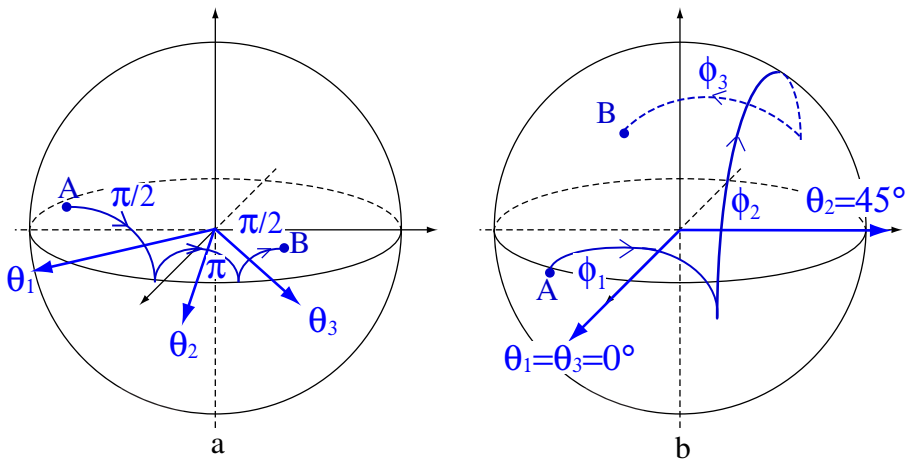


Figure 2.3: Configuration à 3 lames.

Cette architecture peut réaliser toutes les transformations voulues, cependant il y a trois degrés de liberté à contrôler. Par contre, les transformations s'effectuent avec le contrôle sans fin de la polarisation. Nous pouvons remarquer également que le contrôle est plus compliqué que celui de la configuration à deux lames.

2.2.4 Configuration à 2 lames avec axes et biréfringences variables

Comme nous l'avons démontré, une seule lame biréfringente avec axe variable n'a pas vérifié la condition du contrôle sans fin. Nous allons maintenant étudier le cas de deux lames à déphasage et orientation variables. Pour cela, nous allons démontrer que la concaténation de deux lames à axes variables et déphasages variables entre 0 et π est une architecture qui permet à la fois d'effectuer toutes les transformations de polarisation et d'obtenir pratiquement le contrôle sans fin [48, 49]. D'autre part cette configuration est un bon compromis entre la difficulté technologique et la complexité du pilotage.

2.3 Condition générale de fonctionnement du contrôleur de polarisation

2.3.1 Propriétés géométriques de la conversion de polarisation

Dans ce paragraphe, nous cherchons à formaliser la condition générale du contrôle de la polarisation [50]. Pour un ensemble de polarisations $\hat{P}_1$ en entrée et $\hat{P}_2$ en sortie, il est facile de démontrer que tous les axes de rotation permettant la transformation se trouvent dans le plan bisecteur de $\hat{P}_1$ et $\hat{P}_2$ dont l'orientation dépend bien entendu de l'orientation de $\hat{P}_1$ et $\hat{P}_2$ comme le montre la Figure 2.4a. Définissons β comme l'angle entre l'axe et le plan $\hat{P}_1 O \hat{P}_2$. $\hat{P}_1$, $\hat{P}_2$ et $\hat{R}$ sont unitaires.

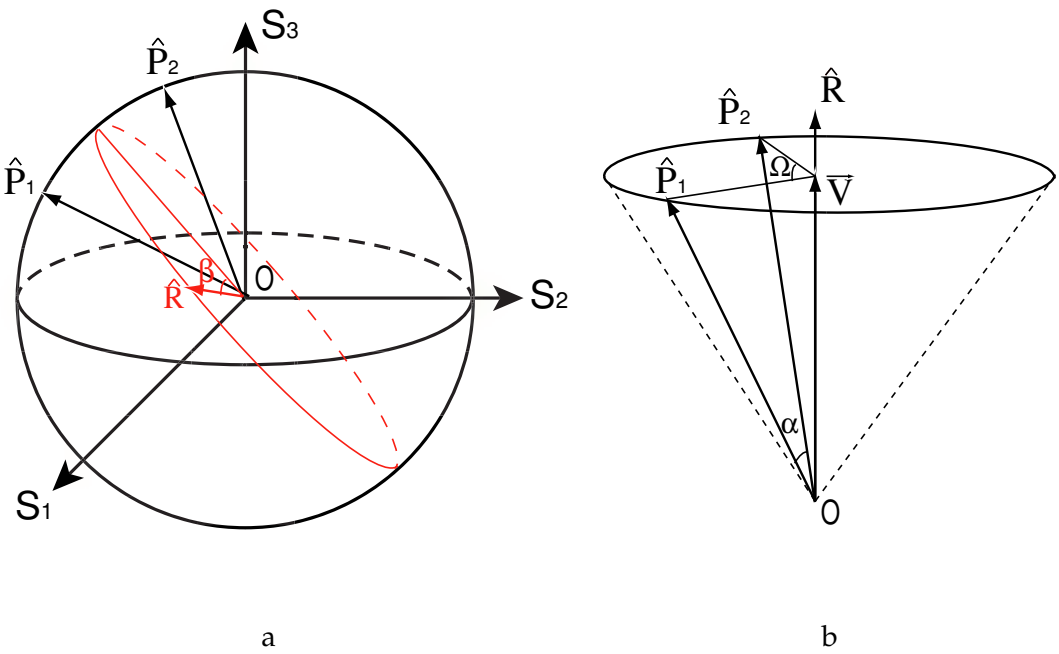


Figure 2.4: Transformation de P_1 à P_2.

Nous pouvons obtenir une relation géométrique entre β et l'angle de rotation Ω. Dans la figure 2.4b, le vecteur $\vec{V}$ est la projection de $\hat{P}_1$ (ou $\hat{P}_2$) sur l'axe $\hat{R}$. α est l'angle entre $\hat{P}_1$ et $\hat{P}_2$. Puis, nous pouvons obtenir les relations :

$$\cos\Omega = \frac{(\hat{P}_1 - \vec{V}) \cdot (\hat{P}_2 - \vec{V})}{|(\hat{P}_1 - \vec{V}) \cdot (\hat{P}_2 - \vec{V})|} \tag{2.1}$$

où,

$$\vec{V} = \hat{R}(\hat{R} \cdot \hat{P}_1) \tag{2.2}$$

Pour l'angle variable β, nous avons des rotations différentes :

$$\begin{aligned} \Omega &= \arccos \frac{(\hat{P}_1-\vec{V})\cdot(\hat{P}_2-\vec{V})}{|(\hat{P}_1-\vec{V})\cdot(\hat{P}_2-\vec{V})|} \\ &= 2\arctan \frac{\tan\frac{\alpha}{2}}{\sin\beta} \qquad 0 \leq \beta < \pi \\ \Omega &= 2\pi - \arccos \frac{(\hat{P}_1-\vec{V})\cdot(\hat{P}_2-\vec{V})}{|(\hat{P}_1-\vec{V})\cdot(\hat{P}_2-\vec{V})|} \\ &= 2\pi - 2\arctan \frac{\tan\frac{\alpha}{2}}{\sin\beta} \qquad \pi \leq \beta < 2\pi \end{aligned} \tag{2.3}$$

Si nous limitons $0 \leq \alpha \leq \pi$ et $\beta_2 = \beta_1 + \pi$, nous pouvons obtenir lorsque α est constant :

$$\Omega_{\beta_1} + \Omega_{\beta_2} \equiv 2\pi \tag{2.4}$$

Nous définissons alors le vecteur : $\vec{L} = \Omega\hat{R}$. En traçant dans le plan bisecteur $|\vec{L}| = f(\beta)$, nous obtenons les courbes L qui définissent Ω en fonction de l'orientation de l'axe de rotation β. Nous montrons quelques courbes pour les valeurs différentes de α sur le plan bisecteur dans la Figure 2.5.

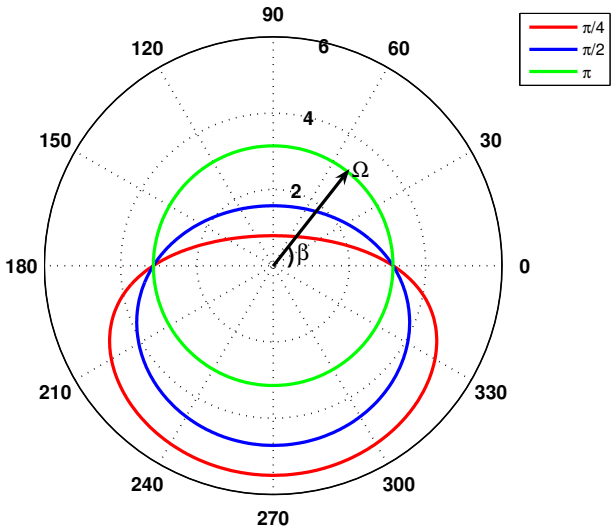


Figure 2.5: Relation entre Ω (l'amplitude du vecteur) et β pour les différents α.

2.3.2 Points de fonctionnement du contrôleur de polarisation

Nous considérons maintenant l'ensemble des rotations que nous pouvons obtenir avec un contrôleur de polarisation. Cet ensemble est défini par le vecteur $\vec{\Gamma} = \Omega'\hat{A}$. Dans le cas le plus général, cet ensemble $S_{\Omega'}$ comprend toutes les rotations possibles de $\mathbb{R}^3$, et se définit par trois degrés de liberté : deux pour l'orientation de l'axe de rotation, un pour l'angle de rotation.

Pour que le contrôleur puisse faire toutes les transformations de polarisation, il faut donc

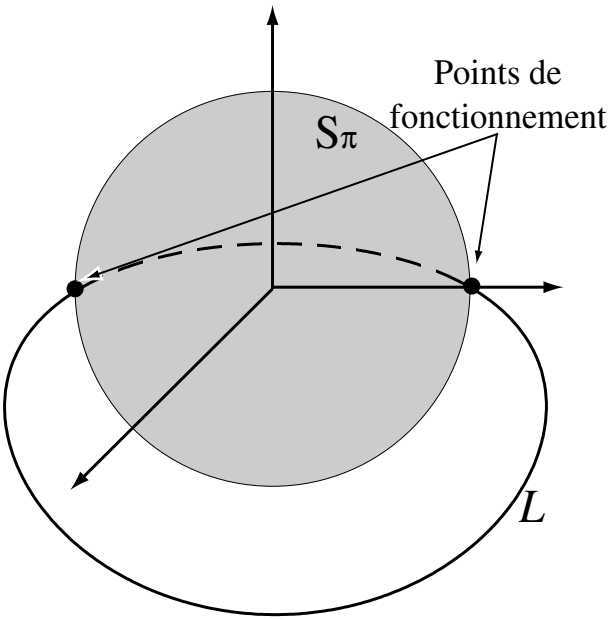


Figure 2.6: Condition générale du contrôleur de polarisation lorsque Ω' est fixé à π.

quel que soit L, avoir la condition suivante vérifiée :

$$S_{\Omega'} \cap L \neq \emptyset \tag{2.5}$$

2.3.3 Propositions d'architectures du contrôleur de polarisation

A partir de la Figure 2.5, nous voyons que quel que soit α, une rotation d'angle π est toujours possible. En généralisant cette propriété à tout l'espace de Stokes, une solution des plus simples et des plus logiques, comme le montre la Figure 2.6 est d'imposer au contrôleur de polarisation une rotation d'angle constant et égale à π avec un axe de rotation pouvant s'orienter dans tout l'espace de Stokes : le nombre de degrés de liberté du contrôleur de polarisation est alors égal à deux : les angles azimutaux et zénithaux de l'axe de rotation. Cette solution est représentée par la surface définie par : $\vec{\Gamma} = \Omega' \hat{A}$ qui représente une sphère (un rayon $\Omega' = \pi$). Cette représentation géométrique de la transformation des états de polarisation met en évidence la faisabilité d'un mode de transformation universel, par contre, il est très difficile de démontrer la faisabilité du contrôle sans fin. En effet, en modifiant continûment les polarisations $\hat{P}_1$ et $\hat{P}_2$, est-ce que les paramètres de cette rotation varient continûment ? Il est, en effet, possible dans certaines configurations, de trouver des exemples de non-fonctionnement, mais la démonstration rigoureuse du contrôle sans fin universel, pour une architecture donnée n'est pas simple. Pour démontrer cette propriété, et donc valider complètement le contrôleur, nous utiliserons des simulations informatiques. La solution qui est présentée possède cependant des points de fonctionnement singuliers (pôles) ce qui va complexifier le pilotage du contrôleur. Pour éviter cela, d'autres solutions avec Ω' variable ont été envisagées et l'une d'elles sera développée à la fin de ce chapitre.

Il faut maintenant définir et expliciter le fonctionnement des deux lames biréfringentes pour obtenir les fonctionnements définis ci-dessus.

2.4 Formalisme

Nous présenterons dans ce paragraphe les différents formalismes permettant de décrire les états de polarisation et les biréfringents.

2.4.1 Matrices de Spin de Pauli

Les matrices de Spin de Pauli constituent une base pour les matrices complexes 2×2 [51]. Elles permettent de décrire de façon simple un lien formel entre le formalisme de Jones et l'espace de Stokes. Elles sont définies par les matrices 2×2 suivantes :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

Nous présentons quelques règles utiles de calcul sur les matrices de spin de Pauli [52] :

- ◇ Toutes les matrices 2×2 peuvent être exprimées par une matrice unitaire et les matrices de spin de Pauli. Dans le cas des matrices Hermitiennes, les coefficients sont réels :

$$A = a_0 I + a_1\sigma_1 + a_2\sigma_2 + a_3\sigma_3 \tag{2.7}$$

  où A est une matrice quelconque, $a_{0,1,2,3}$ sont les constants et I est une matrice unitaire.
- ◇ Les matrices de Spin de Pauli sont Hermitiennes et unitaires :

$$\sigma_i = \sigma_i^\dagger \qquad \text{et} \qquad \sigma_i^\dagger = \sigma_i^{-1} \tag{2.8}$$

  où le signe † signifie la matrice (ou le vecteur) conjuguée et transposée.
- ◇ La règle de multiplication :

$$\sigma_i^2 = I \qquad \text{et} \qquad \sigma_i\sigma_j = -\sigma_j\sigma_i = i\sigma_k \tag{2.9}$$

Le vecteur de Spin de Pauli dans l'espace de Stokes est défini par la relation :

$$\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \tag{2.10}$$

2.4.2 Relations entre les vecteurs de Jones et de Stokes

En général, nous utilisons le champ électrique E et ses deux composantes E_x et E_y sur les axe x et y pour exprimer l'onde optique propagée, le vecteur de Jones a évidemment son avantage, car nous pouvons directement calculer les valeurs en physique [53].

$$J = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad J^\dagger = \begin{pmatrix} E_x^* & E_y^* \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

Nous définissons J comme le vecteur de la polarisation d'entrée et J' le vecteur représentant la polarisation de sortie dans le formalisme de Jones. Définissons le vecteur de Stokes d'un état de polarisation : $\hat{S} = (S_0, S_1, S_2, S_3)^T$. Nous travaillons avec la lumière complètement polariée, alors ce vecteur est représenté sur la sphère dite de Poincaré, et nous pouvons conserver les trois coordonnées $\hat{S} = (S_1, S_2, S_3)^T$ pour la suite. M est un opérateur qui transforme le vecteur d'entrée en celui de sortie ($MM^\dagger = I$). Nous avons les différentes relations :

$$J' = MJ \tag{2.12}$$

$$S_i = J^\dagger \sigma_i J \tag{2.13}$$

$$\hat{S} = J^\dagger \vec{\sigma} J \tag{2.14}$$

Définissons l'opérateur de projection sur le vecteur J qui est obtenu par la relation :

$$JJ^\dagger = \frac{1}{2}(I + \hat{S} \cdot \vec{\sigma}) \tag{2.15}$$

nous en déduisons que :

$$J = \hat{S} \cdot \vec{\sigma} J \tag{2.16}$$

Cette relation signifie que le vecteur de Jones J est un vecteur propre de l'opérateur $\hat{S} \cdot \vec{\sigma}$

Nous définissons deux vecteurs p et q dans le formalisme de Jones, $\hat{p}$ et $\hat{q}$ sont également les vecteurs correspondants dans l'espace de Stokes. D'après l'équation 2.15, nous pouvons obtenir :

$$q^\dagger p p^\dagger q = \frac{1}{2}(I + \hat{p} \cdot \hat{q}) \tag{2.17}$$

Si ces deux vecteurs sont orthogonaux : $q^\dagger p = 0$, les vecteurs correspondants dans l'espace de Stokes sont opposés : $\hat{p} = -\hat{q}$. Définissons α comme l'angle entre p et q et β comme l'angle correspondant dans l'espace de Stokes. Nous pouvons facilement obtenir :

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos \beta) \Rightarrow \beta = 2\alpha \tag{2.18}$$

Cette relation signifie qu'une rotation d'angle de α avec le vecteur de Jones correspond une rotation d'angle 2α dans l'espace de Stokes.

Nous définissons p' et q' comme les polarisations de sortie de la fibre. Il est facile de voir que la transformation d'état de polarisation conserve le produit scalaire :

$$p'^\dagger q' = p^\dagger q \tag{2.19}$$

En utilisant les équations 2.17 et 2.19, nous voyons que cette propriété est conservée dans l'espace de Stokes, c'est-à-dire que la transmission de la fibre est représentée par une rotation du vecteur de Stokes.

2.4.3 Matrices des rotations

Définissons M_J et M_S comme la matrice de Jones et la matrice de Stokes de la transmission optique, $\hat{S}$ et $\hat{S}'$ représentant les polarisations d'entrée et de sortie dans l'espace de Stokes. D'après l'équation 2.14, nous obtenons :

$$\hat{S}' = M_S \hat{S} = J^\dagger M_S \vec{\sigma} J \tag{2.20}$$

$$\hat{S}' = J'^\dagger \vec{\sigma} J' = J^\dagger M_J^\dagger \vec{\sigma} M_J J \tag{2.21}$$

puis, nous avons :

$$M_S \vec{\sigma} = M_J^\dagger \vec{\sigma} M_J \tag{2.22}$$

Cette relation nous montre la liaison entre la matrice de Jones et la matrice de Stokes.

Puisque la matrice de transmission est unitaire, nous avons $M_{J,S} M_{J,S}^\dagger = I$ et $\det(M_{J,S}) = 1$. Définissons $\hat{R}$ comme le vecteur représentant l'axe de rotation dans l'espace de Stokes, et $-\hat{R}$ l'inverse. R et R_- sont les vecteurs correspondants dans le formalisme de Jones. Nous avons donc la matrice de Jones :

$$M_J = e^{-i\phi/2} R R^\dagger + e^{i\phi/2} R_- R_-^\dagger \tag{2.23}$$

En utilisant la relation 2.15, nous obtenons la forme rotationnelle de la matrice de Jones [54] :

$$M_J = I \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - i\hat{R} \cdot \vec{\sigma} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \tag{2.24}$$

Cette matrice peut être représentée sous une forme exponentielle :

$$M_J = e^{-i(\phi/2)\hat{R}\cdot\vec{\sigma}} \tag{2.25}$$

En reprenant l'équation 2.22 et en la replaçant dans l'équation 2.24, nous obtenons une matrice de rotation dans l'espace de Stokes :

$$M_S = \hat{R}\hat{R} + (\sin\phi)\hat{R}\times - (\cos\phi)(\hat{R}\times)(\hat{R}\times) \tag{2.26}$$

avec

$$\hat{R}\hat{R} = \begin{pmatrix} R_1R_1 & R_1R_2 & R_1R_3 \\ R_2R_1 & R_2R_2 & R_2R_3 \\ R_3R_1 & R_3R_2 & R_3R_3 \end{pmatrix} \quad \hat{R}\times = \begin{pmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

où, $R_{1,2,3}$ sont les coordonnées de l'axe $\hat{R}$. La formule 2.26 représente une matrice de rotation d'angle de ϕ autour de l'axe $\hat{R}$.

2.4.4 Quaternions

La décomposition de la matrice de transfert sur les matrice de Pauli n'étant pas très pratique pour le calcul numérique, nous choisissons une autre base de matrice 4×4 présentée

au paragraphe suivant. Ces opérateurs sont appelés quaternions. L'idée d'utiliser ces nombres complexes à trois parties imaginaires pour représenter la lumière polarisée a été proposée afin de simplifier le formalisme et les calculs en optique polarimétrique [55, 56]. La description des rotations (ou composition de rotations) par des quaternions a déjà été abondamment décrite et utilisé dans de nombreux domaines [57, 58], car ces nombres permettent de remplacer efficacement les calculs géométriques avec les rotations par de simples calculs algébriques.

2.4.4.1 Les quaternions

Soit $\{e_0, e_1, e_2, e_3\}$ la base canonique de $\mathbb{R}^4$:

$$e_0 = (1,0,0,0); \quad e_1 = (0,1,0,0); \quad e_2 = (0,0,1,0); \quad e_3 = (0,0,0,1).$$

Un quaternion q se définit :

$$q = q_0 e_0 + q_1 e_1 + q_2 e_2 + q_3 e_3$$

où q_0, q_1, q_2 et q_3 sont des facteurs, $q_0 e_0$ est la partie réelle et $q_1 e_1 + q_2 e_2 + q_3 e_3$ est la partie imaginaire de quaternion. La multiplication se définit par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
&e_0 e_i = e_i e_0 = e_i && (i = 0,1,2,3)\\
&e_k^2 = -e_0^2 = -e_0 && (k = 1,2,3)\\
&e_1 e_2 = -e_2 e_1 = e_3\\
&e_2 e_3 = -e_3 e_2 = e_1\\
&e_3 e_1 = -e_1 e_3 = e_2
\end{aligned}$$

Grâce à ces formules nous pouvons facilement calculer le produit de deux quaternions :

$$qr = (q_0 e_0 + q_1 e_1 + q_2 e_2 + q_3 e_3)(r_0 e_0 + r_1 e_1 + r_2 e_2 + r_3 e_3)$$

Si nous définissons $\vec{q}$ comme un quaternion purement imaginaire (un vecteur tri-dimensionnel) $\vec{q} = q_1 e_1 + q_2 e_2 + q_3 e_3$, c'est-à-dire $q = q_0 e_0 + \vec{q}$, nous obtenons une nouvelle formule de produit de quaternion :

$$qr = (q_0 r_0 - \vec{q} \cdot \vec{r}) e_0 + \vec{q} \times \vec{r} + q_0 \vec{r} + r_0 \vec{q}$$

Le produit scalaire de deux quaternions est donné par :

$$q \cdot r = q_0 r_0 + q_1 r_1 + q_2 r_2 + q_3 r_3$$

Le quaternion conjugué de q est $\overline{q}$ défini par :

$$\overline{q} = q_0 e_0 - q_1 e_1 - q_2 e_2 - q_3 e_3$$

Nous avons la formule de la magnitude de q :

$$|q|^2 = q\overline{q} = q \cdot q$$

et nous obtenons ainsi le quaternion inverse de q :

$$q^{-1} = \frac{\overline{q}}{|q|^2}$$

2.4.4.2 Quaternions et rotations

Nous associons une rotation dans $\mathbb{R}^3$ d'axe $\vec{A}$ et d'angle Ω à un quaternion unitaire :

$$q = \cos\frac{\Omega}{2}e_0 + \sin\frac{\Omega}{2}\vec{A} \tag{2.28}$$

$\hat{A}$ est souvent utilisé pour l'axe dans l'espace de Stokes qui représente les axes neutres du biréfringent. Un vecteur de $\mathbb{R}^3$ est représenté par un quaternion imaginaire pur. La transformation par une rotation de ce vecteur r, associé à un état de polarisation, est donnée par la relation suivante :

$$r' = qr\overline{q} \tag{2.29}$$

De plus, nous avons également :

$$(-q)r(-\overline{q}) = qr\overline{q}$$

Ceci implique que les quaternions q et $-q$ (la rotation d'axe $-\hat{A}$ et d'angle $2\pi - \Omega$) représente le même résultat (Voir la Figure 2.7).

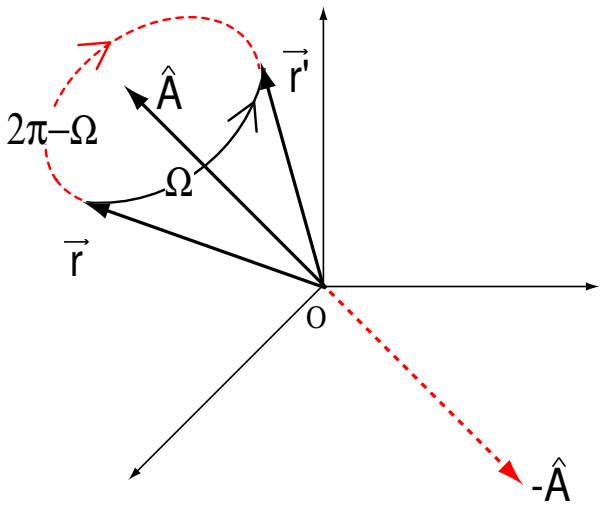


Figure 2.7: Les quaternions et la rotation. La partie en noir montre la rotation présentée par le quaternion q, et la partie en rouge exprime le quaternion $-q$.

2.4.4.3 Représentation de lumière polarisée par les quaternions

Grâce à la forme du vecteur de Stokes $S = \{S_0, S_1, S_2, S_3\}$, nous définissons la représentation de lumière polarisée par les quaternions :

$$S = S_0e_0 + S_1e_1 + S_2e_2 + S_3e_3 = S_0e_0 + S_pe_p$$

où $S_p = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}$ et e_p est un quaternion pur et unitaire.

Donc, quand nous définissons $S_0 = 1$, la lumière polarisée est représentée par :

$$S = e_0 + e_p$$

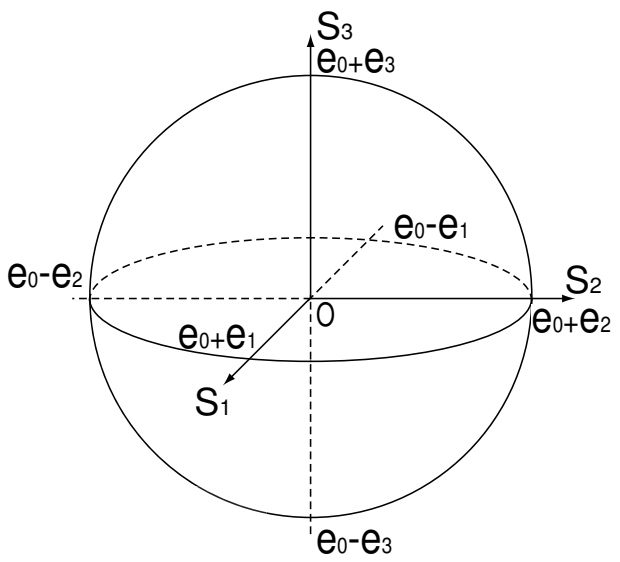


Figure 2.8: La représentation des lumières polarisées par les quaternions.

2.4.4.4 Représentation de lame biréfringente par les quaternions

Une lame biréfringente possédant un déphasage de ϕ et ayant ses axes neutres définis par le vecteur de Stokes $\hat{A}$:

$$q = \cos\frac{\phi}{2}e_0 + \sin\frac{\phi}{2}\hat{A} \tag{2.30}$$

Dans le cas de biréfringents linéaire l'axe$\hat{A}$ est sur l'équateur. Par conséquent en utilisant la formule 2.29, on peut facilement démontrer que la composition de deux lames biréfringentes associées aux quaternions : $M_1(\theta_1, \phi_1)$ et $M_2(\theta_2, \phi_2)$ ($\theta_{1,2}$ sont les azimuts physiques des lames) va avoir comme effet :

$$\begin{aligned} S_s &= M_2(\theta_2, \phi_2)M_1(\theta_1, \phi_1)S_e\overline{M_1(\theta_1, \phi_1)}\ \overline{M_2(\theta_2, \phi_2)} \\ &= M_2(\theta_2, \phi_2)M_1(\theta_1, \phi_1)S_e\overline{M_2(\theta_2, \phi_2)M_1(\theta_1, \phi_1)} \\ &= M_t(\theta_1, \theta_2, \phi_1, \phi_2)S_e\overline{M_t(\theta_1, \theta_2, \phi_1, \phi_2)} \end{aligned} \tag{2.31}$$

où M_i est le quaternion de la $i^{ème}$ lame, et M_t est le quaternion total :

$$\begin{aligned} M_t = & e_0\Big(\cos\frac{\phi_1}{2}\cos\frac{\phi_2}{2} - \sin\frac{\phi_1}{2}\sin\frac{\phi_2}{2}\cos 2(\theta_1-\theta_2)\Big) \\ & +e_1\Big(\sin\frac{\phi_1}{2}\cos\frac{\phi_2}{2}\cos 2\theta_1 + \cos\frac{\phi_1}{2}\sin\frac{\phi_2}{2}\cos 2\theta_2\Big) \\ & +e_2\Big(\sin\frac{\phi_1}{2}\cos\frac{\phi_2}{2}\sin 2\theta_1 + \cos\frac{\phi_1}{2}\sin\frac{\phi_2}{2}\sin 2\theta_2\Big) \\ & +e_3\Big(\sin\frac{\phi_1}{2}\sin\frac{\phi_2}{2}\sin 2(\theta_1-\theta_2)\Big) \end{aligned} \tag{2.32}$$

Le quaternion résultant de la composition de deux rotations a la forme suivante :

$$M_t = \cos\frac{\Omega}{2}e_0 + \sin\frac{\Omega}{2}(\alpha e_1 + \beta e_2 + \gamma e_3) \tag{2.33}$$

où, α, β et γ sont les coordonnées de l'axe dans l'espace de Stokes.

Nous définissons le vecteur $(U,V)^T$:

$$U = \sin\left(\frac{\phi_1+\phi_2}{2}\right)\cos(\theta_1-\theta_2)$$

$$V = \sin\left(\frac{\phi_1-\phi_2}{2}\right)\sin(\theta_1-\theta_2)$$

et nous obtenons $(\alpha,\beta)^T$ par une rotation du vecteur $(U,V)^T$:

$$\sin\frac{\Omega}{2}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos(\theta_1+\theta_2) & -\sin(\theta_1+\theta_2)\\ \sin(\theta_1+\theta_2) & \cos(\theta_1+\theta_2)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}U\\ V\end{pmatrix} \tag{2.34}$$

Nous remarquons que la matrice ci-dessus est une matrice de rotation ce qui permet d'avoir toutes les orientations azimutales possibles pour l'axe de rotation. Nous pouvons également remarquer, dans le cas où les deux lames ont un déphasage égal à π, que la lame résultante est équivalente à un biréfringent circulaire (les coefficients associés à e_1 et e_2 sont égaux à 0). D'autre part, dans le cas où une des lames a une biréfringence nulle, nous obtenons au final un biréfringent linéaire (le coefficient associé à e_3 est égal à 0). Nous pouvons alors raisonnablement penser qu'en faisant varier les différents paramètres des lames, nous pouvons orienter l'axe de rotation entre l'équateur et les pôles : nous pouvons a priori orienter l'axe de rotation résultant sur toute la sphère de Poincaré. Nous allons expliciter dans les parties suivantes comment obtenir les bonnes caractéristiques polarimétriques du contrôleur de polarisation.

2.5 Contrôle de la polarisation avec deux lames biréfringentes à axes tournants

2.5.1 Angle de rotation constant et égale à π

Nous nous proposons de donner les conditions pour obtenir un angle de rotation totale égal à π avec deux lames. Pour cela, il suffit d'imposer la condition suivante :

$$\cos\frac{\phi_1}{2}\cos\frac{\phi_2}{2} - \sin\frac{\phi_1}{2}\sin\frac{\phi_2}{2}\cos 2(\theta_1 - \theta_2) = 0 \tag{2.35}$$

D'autre part, il faut que, l'axe de rotation puisse parcourir toute la sphère de Poincaré. Si nous mettons l'équation 2.35 dans 2.33 , nous obtenons la latitude de l'axe :

$$\gamma = \pm\sin\frac{\phi_1}{2}\sin\frac{\phi_2}{2}\sin\left[\arccos\left(\tan\frac{\phi_1}{2}\tan\frac{\phi_2}{2}\right)^{-1}\right] \tag{2.36}$$

A ce niveau du calcul, la relation 2.35 permet de réduire le nombre de degrés de liberté à 3. La Figure 2.9 nous donne une deuxième condition sur ϕ_1 et ϕ_2, ce qui donne en final deux degrés de liberté. Cette figure nous montre la carte de γ en fonction de ϕ_1 et ϕ_2. Nous observons qu'il y a un nombre infini de combinaisons de ϕ_1 et ϕ_2 qui permettent de réaliser la variation de l'axe de rotation entre le pôle et l'équateur. Nous discuterons dans la partie suivante de deux combinaisons particulières.

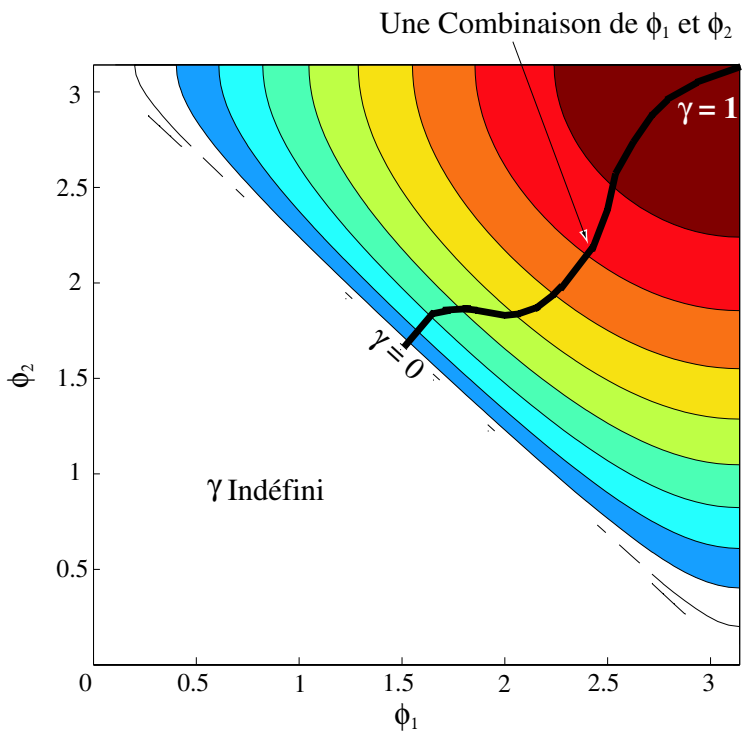


Figure 2.9: Latitude γ en fonction de ϕ_1 et ϕ_2.

2.5.1.1 Première architecture

Nous imposons dans cette architecture que l'une des deux lames soit une lame demi-onde fixe et que l'autre soit à biréfringence variable. Nous posons alors $\phi_2 = \pi$ (avec $\phi_1 = \pi$, nous obtenons le même résultat) dans la formule (2.32), nous obtenons :

$$\begin{aligned} M_t = {} & e_0\Big(-\sin\frac{\phi_1}{2}\cos 2(\theta_1-\theta_2)\Big) + e_1\Big(\cos\frac{\phi_1}{2}\cos 2\theta_2\Big) \\ & + e_2\Big(\cos\frac{\phi_1}{2}\sin 2\theta_2\Big) + e_3\Big(\sin\frac{\phi_1}{2}\sin 2(\theta_1-\theta_2)\Big) \end{aligned} \tag{2.37}$$

La condition de $\Omega = \pi$ nous donne, en prenant le coefficient de e_0, la condition suivante :

$$\theta_1 - \theta_2 = \pm\frac{\pi}{4}$$

Nous sommes dans la configuration où les deux lames sont orthogonales dans l'espace de Stokes.

$$M_t = e_1(\cos 2\theta_2 \cos\frac{\phi_1}{2}) + e_2(\sin 2\theta_2 \cos\frac{\phi_1}{2}) + e_3(\pm\sin\frac{\phi_1}{2}) \tag{2.38}$$

Le signe du coefficient de e_3 (le choix de l'hémisphère de la sphère de Poincaré) est le même que celui de $\theta_1 - \theta_2$. Le changement du signe de $\theta_1 - \theta_2$ correspond à une rotation de π de la lame numéro 2.

$$\theta_1 = \theta_2 + \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \gamma = \sin\frac{\phi_1}{2} \quad \text{et} \quad \theta_1 = \theta_2 - \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \gamma = -\sin\frac{\phi_1}{2}$$

Néanmoins cette rotation intervient pendant que $\phi_1 = 0$, ce qui ne perturbe pas le système.

Avec les conditions précédentes, nous obtenons l'expression de l'axe de la rotation totale $\hat{A}$:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta_2 \cos\frac{\phi_1}{2} \\ \sin 2\theta_2 \cos\frac{\phi_1}{2} \\ \pm\sin\frac{\phi_1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta\cos\Phi \\ \sin\Theta\cos\Phi \\ \sin\Phi \end{pmatrix} \tag{2.39}$$

où $\Theta = 2\theta_2$ et $\Phi = \pm\frac{\phi_1}{2}$, leurs définitions étant représentées dans la Figure 2.10.

Cette architecture impose une grande précision sur la biréfringence de la lame à déphasage fixe. En effet si celle-ci n'a pas sa valeur nominale, des zones sur la sphère de Poincaré ne pourront pas être couvertes par l'axe de rotation du contrôleur. Par exemple, lorsque $\phi_2 = \pi - \varepsilon$, où ε représente une variation infinitésimale d'angle, une zone autour chaque pôle est inaccessible pour l'axe de rotation résultant.

2.5.1.2 Deuxième architecture

Dans cette deuxième architecture les deux lames ont la même biréfringence. Nous posons alors $\phi_1 = \phi_2 = \phi$ dans la formule (2.32) :

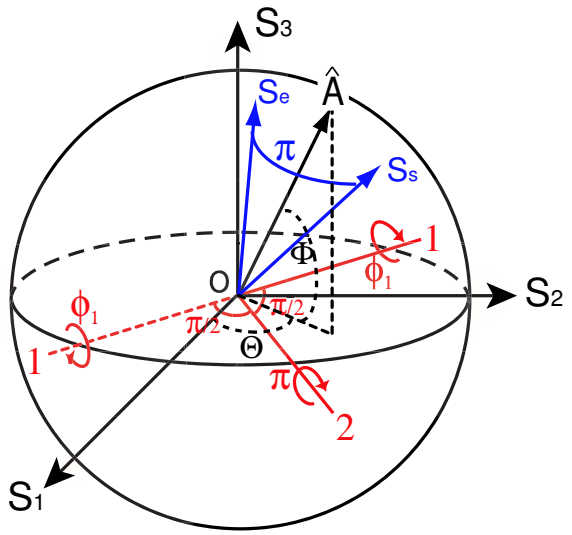


Figure 2.10: Première architecture. Le changement d'orientation de la lame numéro 1 permet à l'axe de rotation global de changer d'hémisphère. La lame numéro 2 est une lame demi-onde.

$$\begin{aligned} M_t = \; & e_0\Big(1 - 2\sin^2\frac{\phi}{2}\cos^2(\theta_1-\theta_2)\Big) \\ & + e_1\Big(\sin\phi\cos(\theta_1+\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2)\Big) \\ & + e_2\Big(\sin\phi\sin(\theta_1+\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2)\Big) \\ & + e_3\Big(2\sin^2\frac{\phi}{2}\sin(\theta_1-\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2)\Big) \end{aligned} \tag{2.40}$$

En synthétisant l'équation (2.35) et la formule (2.40) :

$$\Big(1 - 2\sin^2\frac{\phi}{2}\cos^2(\theta_1-\theta_2)\Big) = 0 \Rightarrow \sin^2\frac{\phi}{2} = \frac{1}{2\cos^2(\theta_1-\theta_2)} \tag{2.41}$$

Pour les solutions réelles de l'équation (2.41), nous définissons les intervalles de $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ et de ϕ : $\Delta\theta \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ et $\phi \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$.

Utilisons l'équation (2.41) dans la formule (2.40) :

$$\begin{aligned} M_t = \; & e_1\Big(\cos(\theta_1+\theta_2)\frac{\sqrt{\cos 2(\theta_1-\theta_2)}}{\cos(\theta_1-\theta_2)}\Big) \\ & + e_2\Big(\sin(\theta_1+\theta_2)\frac{\sqrt{\cos 2(\theta_1-\theta_2)}}{\cos(\theta_1-\theta_2)}\Big) \\ & + e_3\Big(\frac{\sin(\theta_1-\theta_2)}{\cos(\theta_1-\theta_2)}\Big) \end{aligned} \tag{2.42}$$

ou

$$
\begin{aligned}
M_t = e_1\Big(-\cos(\theta_1+\theta_2)\frac{\sqrt{\cos 2(\theta_1-\theta_2)}}{\cos(\theta_1-\theta_2)}\Big) \\
+e_2\Big(-\sin(\theta_1+\theta_2)\frac{\sqrt{\cos 2(\theta_1-\theta_2)}}{\cos(\theta_1-\theta_2)}\Big) \\
+e_3\Big(\frac{\sin(\theta_1-\theta_2)}{\cos(\theta_1-\theta_2)}\Big)
\end{aligned}
\tag{2.43}
$$

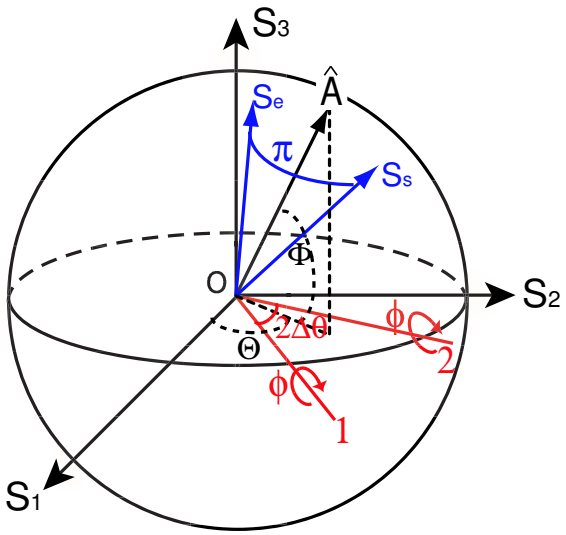


Figure 2.11: Deuxième architecture. Les déphasages des deux lames (1 et 2) sont identiques.

Définissons $\Theta = \theta_1 + \theta_2$ et $\Phi = \arcsin(\tan(\theta_1 - \theta_2))$ qui sont représentés dans la Figure 2.11. Insérons-les dans la formule (2.42) et dans la formule (2.43) :

$$
\hat{A} = \begin{pmatrix} \pm\cos(\theta_1+\theta_2)\frac{\sqrt{\cos 2(\theta_1-\theta_2)}}{\cos(\theta_1-\theta_2)} \\ \pm\sin(\theta_1+\theta_2)\frac{\sqrt{\cos 2(\theta_1-\theta_2)}}{\cos(\theta_1-\theta_2)} \\ \frac{\sin(\theta_1-\theta_2)}{\cos(\theta_1-\theta_2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm\cos\Theta\cos\Phi \\ \pm\sin\Theta\cos\Phi \\ \sin\Phi \end{pmatrix}
\tag{2.44}
$$

Remarque : nous devons faire un changement de signe des facteurs des deux premiers axes $\hat{A}$ quand cet axe passe par les pôles.

Cette solution impose un étalonnage très précis du déphasage des deux lames biréfringentes afin de contrôler en permanence que celles-ci aient un même déphasage. Comme dans l'autre solution, si cette condition n'est pas remplie, des zones de la sphère de Poincaré seront inaccessibles à l'axe de rotation du contrôleur.

2.5.2 Problème de pôle

Nous avons démontré qu'en imposant l'angle de rotation totale égale à π, il y avait plusieurs possibilités pour que l'axe de rotation parcoure la totalité de la sphère de Poincaré. L'évolution

de l'axe de rotation dans les différentes configurations est continue si les paramètres optiques des deux lames varient également de façon continue. Cependant, il existe deux singularités : les pôles. Ces singularités sont inhérentes aux coordonnées polaires de l'axe de rotation du contrôleur obtenu par la concaténation de deux biréfringents linéaires. Le passage de l'axe de rotation par le pôle ne peut se faire continûment.

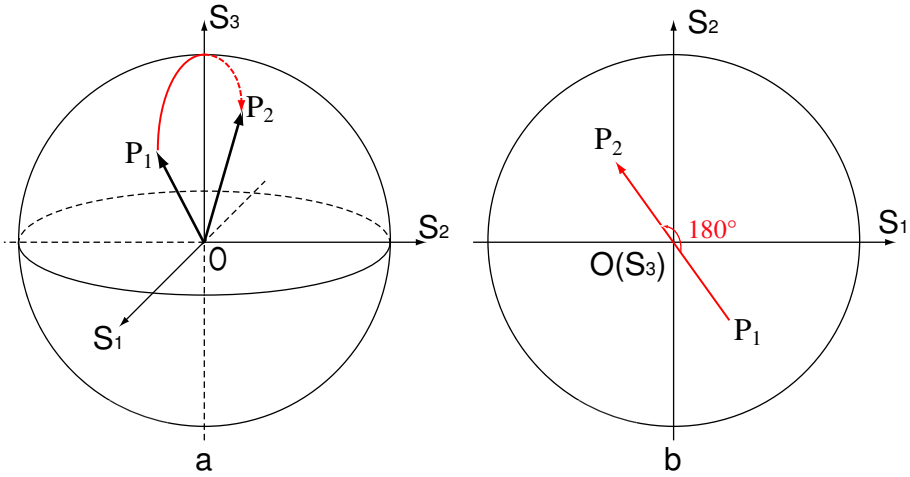


Figure 2.12: Démonstration du problème de pôle (b est le plan de S_1OS_2 de a).

La Figure 2.12 nous montre le cas idéal où l'axe passe à travers le pôle. En considérant les deux paramètres de l'axe $\hat{A}(\Theta, \Phi)$, cela correspond à une discontinuité de la coordonnée polaire azimutale (une discontinuité égale à π dans l'espace de Stokes, ce qui correspond à un saut de $\pi/2$ dans l'espace réel). Nous proposerons un protocole pour éviter les pôles : l'axe de rotation lorsqu'il se trouve dans cette zone, a une trajectoire qui évite les pôles. Ce protocole pourra être facilement géré par l'algorithme de pilotage du contrôleur. L'aire d'exclusion autour du pôle est définie par les spécifications demandées aux systèmes. Cela va induire un écart par rapport à la compensation optimale, ce qui va se traduire par un DOP non-optimal.

Nous avons envisagé une solution alternative aux deux premières solutions, qui consiste à relaxer la contrainte sur l'angle de rotation totale, afin d'éviter que l'axe passe par les pôles.

2.5.3 Troisième architecture – angle de rotation variable

Comme dans la première solution, nous imposons un déphasage fixe pour une des lames et nous imposons une relation particulière sur l'orientation relative des deux lames.

$$2\theta_1 - 2\theta_2 = \pm(\frac{\phi_1}{2} + \frac{\pi}{2}) \tag{2.45}$$

$$\phi_2 = \pi \tag{2.46}$$

En reportant ces relations dans la formule (2.32) :

$$M_t = \cos\frac{\Omega}{2}e_0 + \hat{A}\sin\frac{\Omega}{2} \tag{2.47}$$

avec :

$$\cos\frac{\Omega}{2} = \sin^2\frac{\phi_1}{2}$$

et

$$\hat{A}\sin\frac{\Omega}{2} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\phi_1}{2}\cos 2\theta_2 \\ \cos\frac{\phi_1}{2}\sin 2\theta_2 \\ \pm\sin\frac{\phi_1}{2}\cos\frac{\phi_1}{2} \end{pmatrix}$$

Nous n'exprimons que le cas où $\sin(\Omega/2) > 0$ dans nos discussions, parce que le cas où $\sin(\Omega/2) < 0$ donne le même résultat. Nous obtenons donc :

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \frac{\cos 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ \frac{\sin 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ -\frac{\sin\frac{\phi_1}{2}}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \end{pmatrix} \qquad 2\theta_1 - 2\theta_2 < 0 \tag{2.48}$$

et

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \frac{\cos 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ \frac{\sin 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ \frac{\sin\frac{\phi_1}{2}}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \end{pmatrix} \qquad 2\theta_1 - 2\theta_2 > 0 \tag{2.49}$$

Ainsi les coordonnées de l'axe soit : $\Theta = 2\theta_2$, $\Phi = \pm\arcsin\left(\sin(\phi_1/2)/\sqrt{1+\sin^2(\phi_1/2)}\right)$. A ce stade, l'axe total ne passe plus par les pôles, mais est fixé dans la zone $\Phi \in [-\pi/4, \pi/4]$. En même temps, nous obtenons les conditions des autres paramètres : $\Omega \in [0, \pi)$ et $2\theta_1 - 2\theta_2 \in [-\pi, -\pi/2] \cup [\pi/2, \pi)$. Quand $2\theta_1 - 2\theta_2$ évolue de $-\pi/2$ à $\pi/2$ (ou l'inverse), la continuité du contrôle n'est pas supprimée car ϕ_1 est égale à 0 en ce moment. Comme précédemment, nous représentons la surface caractéristique du contrôleur de polarisation avec le vecteur : $\vec{\Gamma} = \Omega \cdot \hat{A}$, dont la surface est montrée dans la Figure 2.16, et qui est une surface de type torique avec un rayon égal à π.

Ce contrôleur peut effectuer toutes les transformations possibles d'états de polarisation. Pour s'en convaincre, il suffit de se placer dans le plan $Z = 0$. La surface caractéristique du contrôleur coupe ce plan pour former un cercle de rayon égal à π. Il est alors facile de voir que la courbe L va couper le plan $Z = 0$ en deux points : l'un sera à l'intérieur du cercle de rayon égal à π et l'autre sera à l'extérieur. Cette courbe L étant continue, il est donc évident qu'elle coupera la surface caractéristique en deux points de fonctionnement. Par conséquent, cette architecture permet toutes les transformations des états de polarisation.

Une simulation additionnelle peut nous aider pour voir la faisabilité de cette solution. Nous choisissons un état de polarisation quelconque en entrée et nous constatons que les sorties se répartissent sur toute la sphère de Poincaré quand l'axe évolue dans la zone $-\pi/4 < \Phi < \pi/4$ (Figure 2.14).

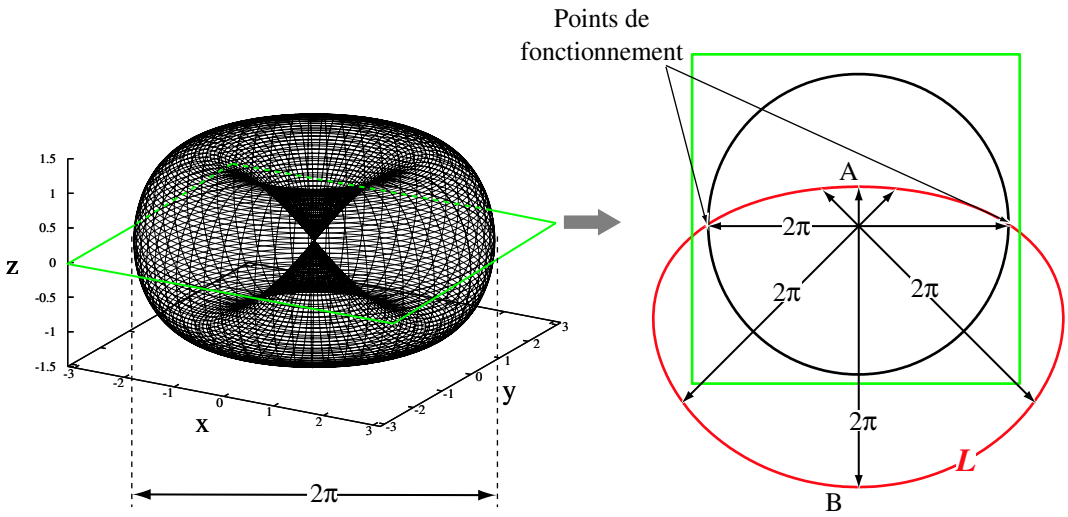


Figure 2.13: Surface et points d'intersection (unité : radian).

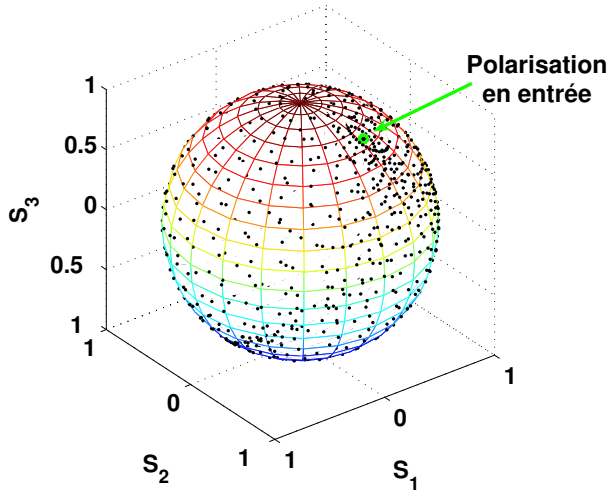
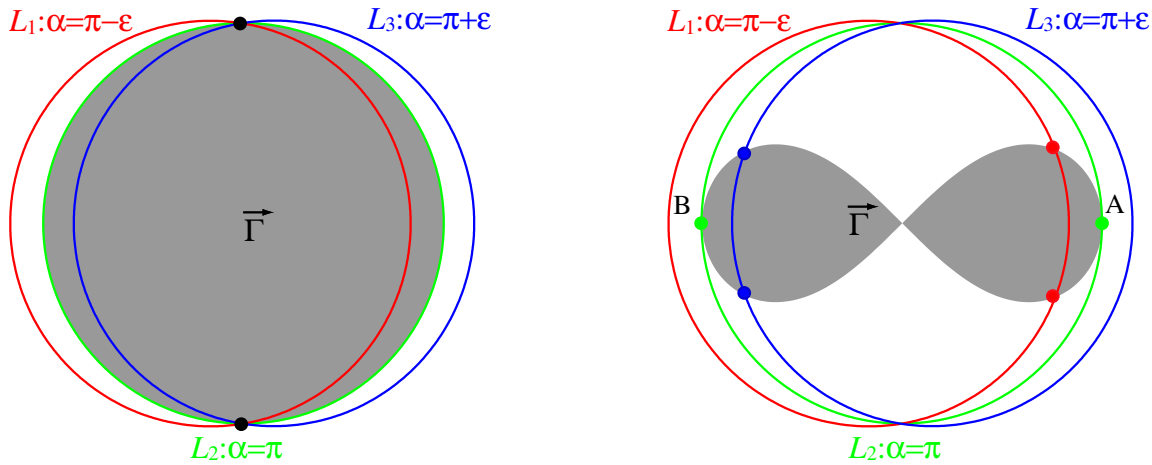


Figure 2.14: Polarisations de sortie en ayant modifié tous les paramètres du contrôleur.

2.5.4 Discussion sur le contrôle sans fin

L'équation 2.5 nous a montré une condition de fonctionnement du contrôleur de polarisation, et la Figure 2.6 a présenté les points de fonctionnement. Maintenant, nous discutons de la condition du contrôle sans fin (changement continu des points de fonctionnement du contrôleur).

Commençons par les architectures avec un angle de rotation constant (π). Nous voyons que la situation où les polarisations en entrée et en sortie sont antipodales est problématique. Lorsque nous sommes dans ce cas de figure, la courbe L, qui est représenté dans la Figure 2.5, est un cercle de rayon π. Pour une évolution continue des polarisations, nous pouvons remarquer que les points de fonctionnement évoluent continûment comme le montre la Figure 2.15a . Par contre, pour des fluctuations autour de la situation antipodale, des discontinuités



a : l'architecture avec l'angle de rotation constant b : l'architecture avec l'angle de rotation variable

Figure 2.15: Condition du contrôle sans fin.

peuvent alors apparaître pour les points de fonctionnement. Cette situation vient du fait que la configuration antipodale des polarisations donne dans ce cas un nombre infini de possibilités de transformation (intersection de la sphère $\vec{\Gamma}$ avec le cercle L). Cette situation se reproduit quel que soit l'angle α entre les états de polarisation en entrée et en sortie.

Cependant, pour la troisième architecture, l'asymétrie de $\vec{\Gamma}$ détruit cette continuité. Lorsque les polarisations en entrée et en sortie sont antipodales sur l'équateur, l'angle α varie de $\pi - \varepsilon$ à $\pi + \varepsilon$, c'est-à-dire que les courbes passsent de L_1 via L_2 à L_3 comme le montre la Figure 2.15b. Une discontinuité apparaît alors au passage de A à B. C'est une discontinuité du même type que celle rencontrée avec un contrôleur en assemblant deux lames $\lambda/4$ à axe tournant.

Nous pouvons cependant modifier cette configuration de contrôleur en ajoutant de nouvelles relations géométriques sur les lames pour obtenir un contrôle sans fin : $2\theta_1 - 2\theta_2 = \pm(\phi_1/2 - \pi/2)$. Nous présentons toutes les relations et les paramètres relatifs dans le tableau 2.1.

	1	2	3	4
$2\theta_1 - 2\theta_2$	$-\frac{\phi_1}{2} - \frac{\pi}{2}$	$\frac{\phi_1}{2} - \frac{\pi}{2}$	$-\frac{\phi_1}{2} + \frac{\pi}{2}$	$\frac{\phi_1}{2} + \frac{\pi}{2}$
$\cos(\frac{\Omega}{2})$	$\sin^2\frac{\phi_1}{2}$	$-\sin^2\frac{\phi_1}{2}$	$-\sin^2\frac{\phi_1}{2}$	$\sin^2\frac{\phi_1}{2}$
$\hat{A}$	$\begin{pmatrix} \frac{\cos 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ \frac{\sin 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ -\frac{\sin\frac{\phi_1}{2}}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\cos 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ \frac{\sin 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ -\frac{\sin\frac{\phi_1}{2}}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\cos 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ \frac{\sin 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ \frac{\sin\frac{\phi_1}{2}}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\cos 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ \frac{\sin 2\theta_2}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \\ \frac{\sin\frac{\phi_1}{2}}{\sqrt{1+\sin^2\frac{\phi_1}{2}}} \end{pmatrix}$

Tableau 2.1: Quatre relations dans la troisième architecture.

La surface complète $\vec{\Gamma}$ pour cette architecture, est présentée dans la Figure 2.16.

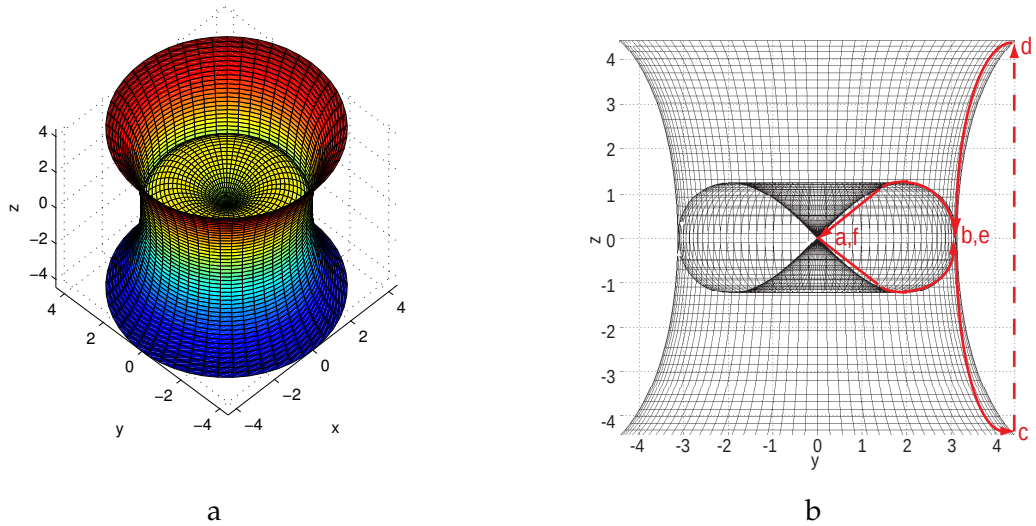


Figure 2.16: La surface pour toutes les solutions possibles et le plan yoz (unité : radian).

Les évolutions des paramètres qui sont dépendants de $2\theta_1 - 2\theta_2$ pendant le contrôle de polarisation sont repréentés dans la Figure 2.17.

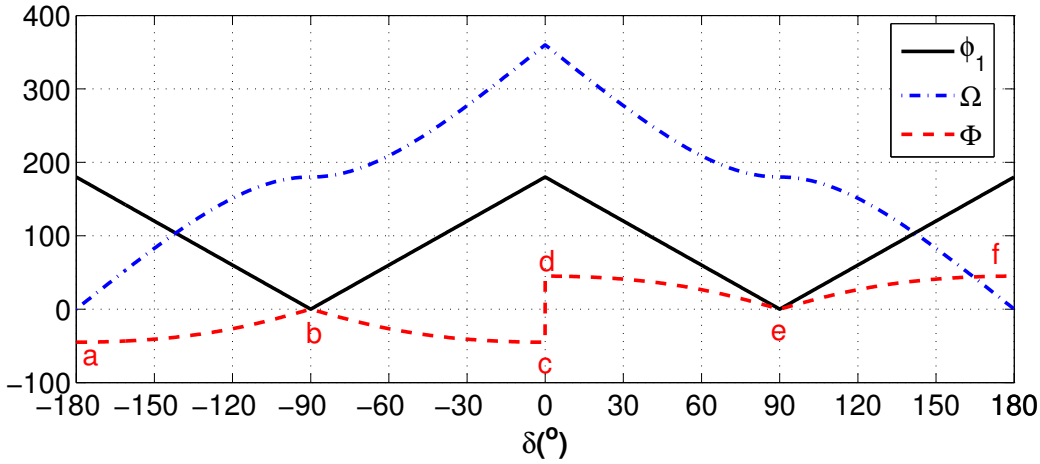


Figure 2.17: Les variations des paramètres dépendants de $\delta = (2\theta_1 - 2\theta_2)$.

La latitude de l'axe Φ peut évoluer au ordre $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow \cdots$ pour les différentes conditions de contrôle. Cet évolution est représentée par les différentes lignes rouges dans la Figure 2.16b. La variation de Φ entre le point c et d ne produit pas de discontinuité, parce que l'angle de rotation est nul à ce moment-là.

Maintenant, il faut analyser si cette architecture complète permet d'obtenir un contrôle sans fin.

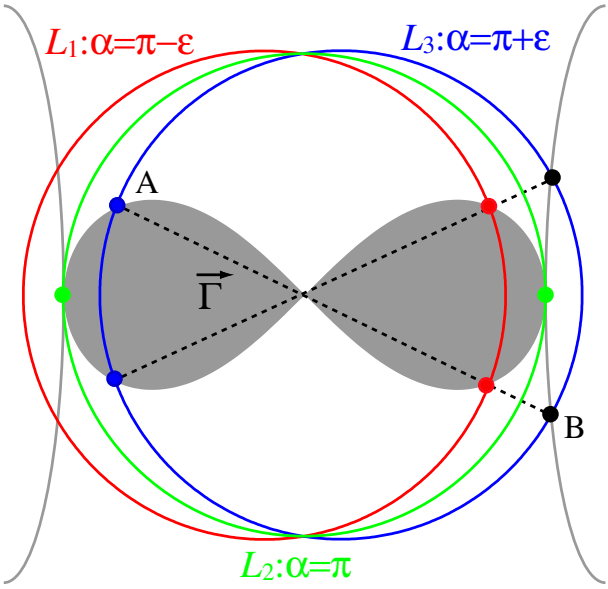


Figure 2.18: Diagramme du contrôle sans fin avec la troisième architecture complète.

Nous utilisons la même méthode et configuration que la Figure 2.15b. Dans la Figure 2.18, définissons le point de fonctionnement A correspondant à une rotation d'angle Ω_0 autour de l'axe $\hat{A}$. D'après le tableau 2.1, nous pouvons facilement obtenir le point B qui présente une rotation d'angle $2\pi - \Omega_0$ autour de l'axe $-\hat{A}$. En fait, ces deux rotations sont identiques. Ce changement nous offre une méthode afin d'éviter la discontinuité quand les courbes varient de L_1 à L_3. Le changement de point de fonctionnement (des points rouges aux points bleus) est remplacé par un passage des points rouges aux points noirs. Cependant, quand le point de fonctionnement est autour du point vert qui correspond à une rotation de π, nous sommes en présence d'une bifurcation entre les deux conditions (1,4) et (2,3) dans le tableau 2.1. Ce type de point de fonctionnement demande un algorithme très efficace de contrôle des différents paramètres.

2.6 Conclusion

Un contrôleur de polarisation doit permettre toutes les transformations de l'état de polarisation sans fin, mais ce contrôle est une fonction complexe à réaliser, surtout pour la condition « sans fin ». Nous avons rappelé les différentes architectures et leur faisabilité et la condition générale a aussi été discutée. Nous avons proposé trois solutions, pour réaliser un contrôle de la polarisation avec seulement deux degrés de liberté en utilisant deux lames biréfingentes à axe tournant. Le contrôle sans fin, s'il semble être présent dans les trois architectures proposées, doit être validé par la simulation.

CHAPITRE 3

Algorithme et simulation

3.1 Introduction

Dans le chapitre 2, nous avons présenté les différentes architectures du contrôleur sans fin à deux lames de phase. Et maintenant, elles doivent être testées avec l'algorithme et avec un signal de contre-réaction. La Figure 3.1 montre le cadre de la simulation où θ_i et ϕ_i représentent respectivement les azimuts et les déphasages de la $i^{ème}$ lame.

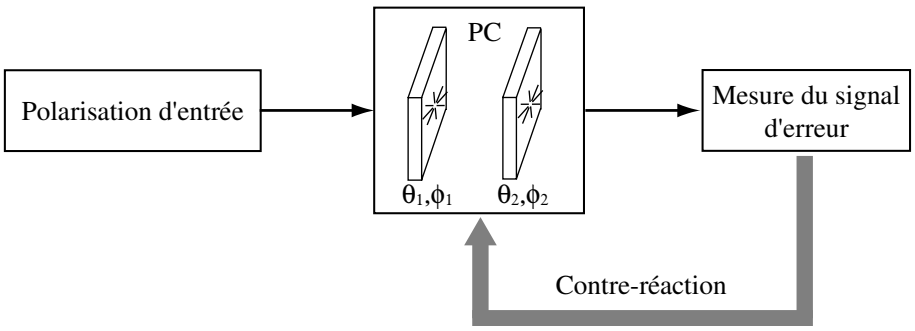


Figure 3.1: Le cadre de la simulation du contrôleur de polarisation.

Dans ce chapitre nous détaillerons et nous testerons quelques algorithmes spécifiques pour le contrôle d'un état de polarisation. Tout d'abord, nous présenterons une méthode pour l'émulation des états de polarisation en entrée du contrôleur qui soit la plus proche possible du cas réel. Puis, nous exposerons la boucle de contre-réaction, y compris la définition du signal d'erreur, la dérivation de formule de contre-réaction et l'algorithme du contrôle proposé. Enfin, nous présenterons et analyserons les résultats des simulations et nous conclurons ce chapitre.

3.2 Emulation des polarisations d'entrée

Tout d'abord, nous devons représenter la polarisation de la lumière d'entrée qui doit avoir une évolution temporelle contrôlable (vitesse et mode d'évolution). Généralement, nous considérons que la polarisation d'entrée est constituée de deux parties : la partie déterministe

et la partie stochastique.

$$\hat{P}_N = \frac{\alpha\hat{P}_{Nd} + (1-\alpha)\hat{P}_{Ns}}{|\alpha\hat{P}_{Nd} + (1-\alpha)\hat{P}_{Ns}|} \tag{3.1}$$

$$\hat{P}_{Nd} = f_d(\hat{P}_{N-1}, \hat{P}_{N-2}) \tag{3.2}$$

$$\hat{P}_{Ns} = f_s(\hat{P}_{N-1}) \tag{3.3}$$

où $\hat{P}_N$ est le $N^{ème}$ point d'entrée, $\hat{P}_{Nd}$ est la partie déterministe du $N^{ème}$ point et, $\hat{P}_{Ns}$ est la partie stochastique. α est le coefficient de pondération entre la partie déterministe et stochastique. Quand il vaut 1, les entrées sont complètement déterministes, au contraire, elles sont totalement aléatoires lorsque $\alpha = 0$. f_d représente la partie déterministe et, f_s représente la partie aléatoire.

Comme la partie déterministe dépend des deux derniers points, nous pouvons imaginer que la polarisation d'entrée évolue sur un cercle dont le centre est toujours le même que celui de la sphère quand le coefficient déterministe α est égal à 1.

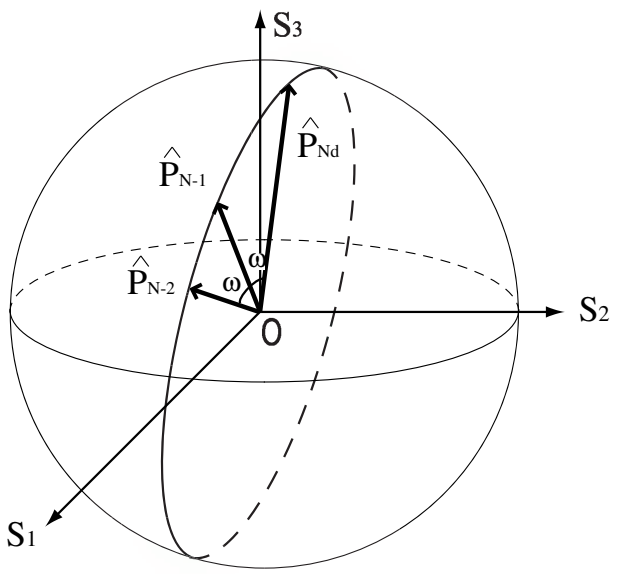


Figure 3.2: L'évolution du vecteur dans le cas complètement déterministe.

Un système d'équations permet de résoudre les trois paramètres de coordonnées cartésiennes :

$$\begin{cases} \hat{P}_{N-2} \times \hat{P}_{N-1} = \hat{P}_{N-1} \times \hat{P}_{Nd} \\ \hat{P}_{N-1} \cdot \hat{P}_{Nd} = \cos\omega \end{cases} \tag{3.4}$$

où ω est l'incrément angulaire de l'évolution des entrées et s'écrit :

$$\omega = 2\pi f t \tag{3.5}$$

f est la fréquence de l'évolution et t est le temps de réponse.

Pour la partie stochastique, nous considérons que les polarisations sont distribuées aléatoirement autour du dernier point et, nous utilisons les coordonnées sphériques plutôt que les coordonnées cartésiennes. Maintenant, nous allons donner la fonction f_s dans le cas complètement aléatoire :

$$\hat{P}_{Ns} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{Ns}\sin\varphi_{Ns} \\ \sin\vartheta_{Ns}\sin\varphi_{Ns} \\ \cos\varphi_{Ns} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{N-1} + r\Delta\vartheta)\sin(\varphi_{N-1} + r'\Delta\varphi) \\ \sin(\vartheta_{N-1} + r\Delta\vartheta)\sin(\varphi_{N-1} + r'\Delta\varphi) \\ \cos(\varphi_{N-1} + r'\Delta\varphi) \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

où, ϑ_{Ns} et φ_{Ns} sont les paramètres des coordonnées sphériques de la partie stochastique et, r et r' sont des variables aléatoires qui appartiennent à l'ensemble $\{-1, 0, 1\}$ et qui ne peuvent pas s'annuler simultanément, c'est-à-dire $r^2 + r'^2 \neq 0$. $\Delta\vartheta$ et $\Delta\varphi$ sont définis par la vitesse de rotation ω. Quand les états de polarisation évoluent lentement, nous pouvons fixer $\omega = \Delta\vartheta = \Delta\varphi$. En plus, quand les entrées sont pleinement stochastiques, l'évolution de la polarisation est un déplacement aléatoire sur la sphère de Poincaré. Nous montrons les résultats pour les différentes valeurs de α dans la Figure 3.3.

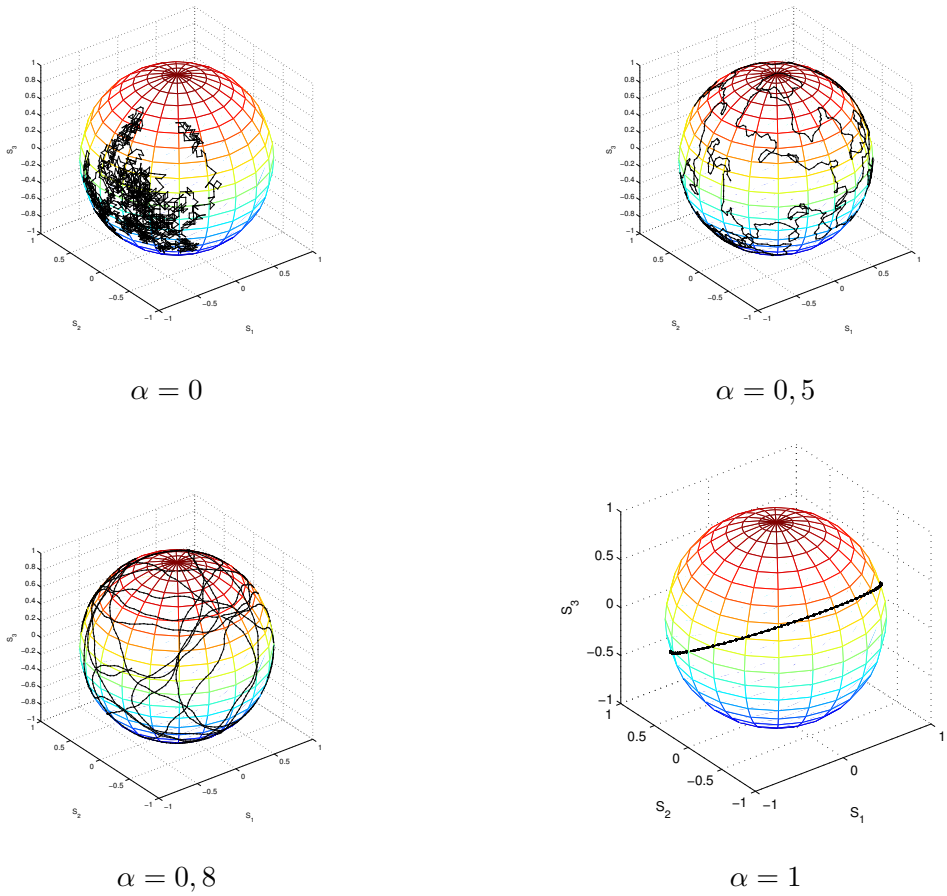


Figure 3.3: La simulation des états de polarisation en entrée.

Ces évolutions de polarisation ne représentent pas forcément l'évolution réelle de la polarisation dans les fibres optiques. Les perturbations gênèrent des évolutions de polarisation

réversible, c'est-à-dire qu'un état de polarisation doit revenir à son point de départ. Cependant, localement ces évolutions peuvent être considérées comme pertinentes.

3.3 Contre-Réaction

3.3.1 Signal d'erreur

Que ce soit pour l'optimisation de la PMD ou de la PDL ou du PDG, à chaque fois il faut modifier l'état de polarisation afin d'optimiser le signal de contre-réaction. Basiquement, ce signal est un scalaire : intensité au travers d'un polariseur, degré de polarisation ou caractéristique du spectre électrique. Dans nos simulations, pour des raisons de simplicité nous utiliserons le signal optique au travers d'un polariseur. La polarisation cible est donc une polarisation linéaire. Nous définissons l'erreur entre la sortie obtenue et la sortie cible par la norme de la différence de ces deux vecteurs sur la sphère de Poincaré qui peut être facilement reliée à l'intensité après un polariseur [59] :

$$\varepsilon = \left| \hat{P}_{cible} - \hat{P}_{obtenu} \right| \tag{3.7}$$

Ce signal de contre-réaction est universel. En effet, pour l'optimisation de la PDL ou de la PMD, il faut constamment obtenir la bonne polarisation (polarisation cible) afin d'optimiser le signal de contre-réaction. Nous pouvons contrôler les paramètres du contrôleur (θ_i et ϕ_i) pour piloter l'axe de rotation totale sur la sphère de Poincaré (Θ, Φ) en fonction du signal de contre-réaction. Cependant nous avons aussi besoin d'une relation entre l'erreur et l'incrément sur l'orientation de l'axe. Nous allons donc expliciter cette relation.

3.3.2 Evaluation de l'incrémentation du contrôleur de polarisation

Comme le montre La Figure 3.4, quand l'axe varie de $\hat{A}(\Theta, \Phi)$ à $\hat{A}'(\Theta + \Delta\Theta, \Phi + \Delta\Phi)$, la polarisation de sortie subit un changement de $\hat{P}_o$ à $\hat{P}'_o$, si la polarisation d'entrée P_i est fixée. ε est bien l'erreur et est obtenu par la longueur de corde entre $\hat{P}_o$ et $\hat{P}'_o$. β et β' sont respectivement les angles entre deux sorties et deux axes. Les polarisations de sortie sont obtenues à partir de P_i par une rotation de π, alors nous avons : $\angle P_iOP_o = 2\angle P_iOA$ et $\angle P_iOP'_o = 2\angle P_iOA'$. Nous définissons Ξ comme l'angle dièdre entre le plan $P_iOP_o(P_iOA)$ et le plan $P_iOP'_o(P_iOA')$ et Ψ comme l'angle dièdre entre le plan P_iOA et le plan AOA'.

Nous définissons $a = \angle P_iOP_o$ et appliquons la trigonométrie sphérique [60] sur la sphère de Poincaré pour résoudre le triangle $\triangle P_iAA'$ et nous obtenons :

$$\cos \Xi = \frac{\cos \beta' - \cos \angle P_iOA \cos \angle P_iOA'}{\sin \angle P_iOA \sin \angle P_iOA'} \tag{3.8}$$

$$\cos \Psi = \frac{\cos P_iOA' - \cos \angle \beta' \cos \angle P_iOA}{\sin \angle \beta' \sin \angle P_iOA} \tag{3.9}$$

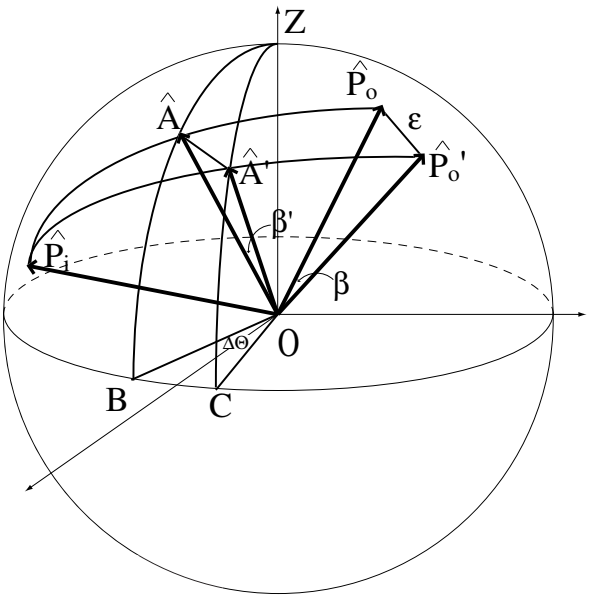


Figure 3.4: définitions des variables pour la formule de contre-réaction. $\hat{A}$ et $\hat{A}'$ sont les axes de rotation totale, $\hat{P}_i$ est la polarisation d'entrée, $\hat{P}_o$ et $\hat{P}_o'$ sont les polarisations de sortie par rapport aux axes $\hat{A}$ et $\hat{A}'$, les arcs AB et AC viennent des grands cercles qui passent par les axes.

Nous faisons la même chose pour le triangle $\triangle P_i P_o P_o'$:

$$\cos \Xi = \frac{\cos \beta - \cos a \cos \angle P_i O P_o'}{\sin a \sin \angle P_i O P_o'} \tag{3.10}$$

En synthétisant les équations 3.8, 3.9 et 3.10, nous avons :

$$\cos \beta = 1 - 2 \sin^2 \beta' (1 - \sin^2 \frac{a}{2} \sin^2 \Psi) \tag{3.11}$$

L'erreur s'écrit alors :

$$\varepsilon = \sqrt{2 - 2 \cos \beta} = 2\delta \sin \beta' \tag{3.12}$$

où, $\delta = \sqrt{1 - \sin^2(a/2) \sin^2 \Psi}$ avec $\delta \in [0, 1]$, un facteur qui dépend de la polarisation d'entrée. Quand l'axe évolue sur toute la sphère, la distribution des états de la polarisation de sortie est uniforme sur la sphère de Poincaré, alors la densité de probabilité (PDF) de l'angle a est $\sin(x)/2$ (voir Annexe B.1). Ψ a une distribution uniforme de 0 à 2π parce que les polarisations d'entrée varient aléatoirement. En conséquence, la moyenne de δ est :

$$\langle \delta \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \sin^2(\frac{a}{2}) \sin^2 \Psi} \, da \, d\Psi = \frac{8}{3\pi} \tag{3.13}$$

En appliquant la théorie de trigonométrie sphérique pour les triangles $\triangle ZAA'$ and $\triangle ZBC$, nous obtenons précisément l'expression de β' :

$$\beta' = \arccos \left(\sin \Phi \sin(\Phi + \Delta\Phi) + \cos \Phi \cos(\Phi + \Delta\Phi) \cos \Delta\Theta \right) \tag{3.14}$$

Nous faisons l'hypothèse que : $\Delta\Theta = \Delta\Phi = \Delta$ pour simplifier le calcul. Quand l'axe varie lentement dans le système réel, nous pouvons utiliser la relation $\beta' = \Delta$, et nous obtenons la formule de contre-réaction :

$$\Delta \approx \frac{\varepsilon}{2\delta} \tag{3.15}$$

Néanmoins, nous ne pouvons pas déterminer précisément δ à cause de l'irrégularité de l'état de la polarisation d'entrée, par conséquent, nous remplaçons δ par sa moyenne dans la simulation :

$$\Delta \approx \frac{3\pi}{16}\varepsilon \tag{3.16}$$

C'est une formule simple qui n'est cependant pas optimisée pour toutes les configurations d'états de polarisation. Cette problématique vient du fait que l'on travaille sur une sphère et qu'il n'y a pas à notre connaissance d'évaluation rigoureuse de l'incrément en fonction de l'erreur avec ce type de géométrie. Elle ne peut donc pas être envisagée comme la seule formule d'incrémentation efficace. Nous avons cependant la liberté de corriger la pente de variation de l'incrément afin d'éviter des variations trop importantes des paramètres du contrôleur. En effet, quand la polarisation d'entrée et la polarisation de sortie sont antipodales, une erreur minime peut induire de grands changements de l'axe de rotation du contrôleur. Nous sommes alors obligés de réduire la vitesse d'incrémentation pour assurer la continuité des paramètres du contrôleur.

3.3.3 Algorithme de recherche et de suivi d'optimum

L'état de polarisation en entrée est en perpétuelle évolution et l'algorithme doit pouvoir optimiser, sans décrocher, le signal de contre-réaction en temps réel. L'algorithme doit tout d'abord rechercher l'optimum puis le maintenir en permanence.

La Figure 3.5 montre l'organigramme du programme. La phase de recherche doit être la plus rapide possible à cause des changements perpétuels des états de polarisation en entrée. Lorsque cette phase est terminée, l'algorithme doit suivre les évolutions de la polarisation d'entrée qui peuvent présenter plusieurs régimes : déterministes ou stochastiques. Les paramètres du contrôleur de polarisation sont donc modifiés afin d'obtenir l'état de la polarisation cible et donc d'optimiser le signal de contre-réaction. Mais cette optimisation s'effectue sans connaître les états de polarisation en entrée. Notre programme se scinde en deux parties : la première est la recherche d'optimum, la seconde gère le suivi de cet optimum avec la possibilité d'extrapolation des évolutions en entrée. Cet algorithme permet également de gérer intelligemment les changements de régimes car la recherche d'optimum est bien adapté au régime stochastique alors que le suivi de l'optimum est adapté au régime déterministe. Nous définissons E comme seuil d'erreur, qui est l'erreur maximale que le système peut tolérer, et cette variable fournit un interrupteur pour que le programme puisse commuter entre la partie de recherche et la partie de suivi.

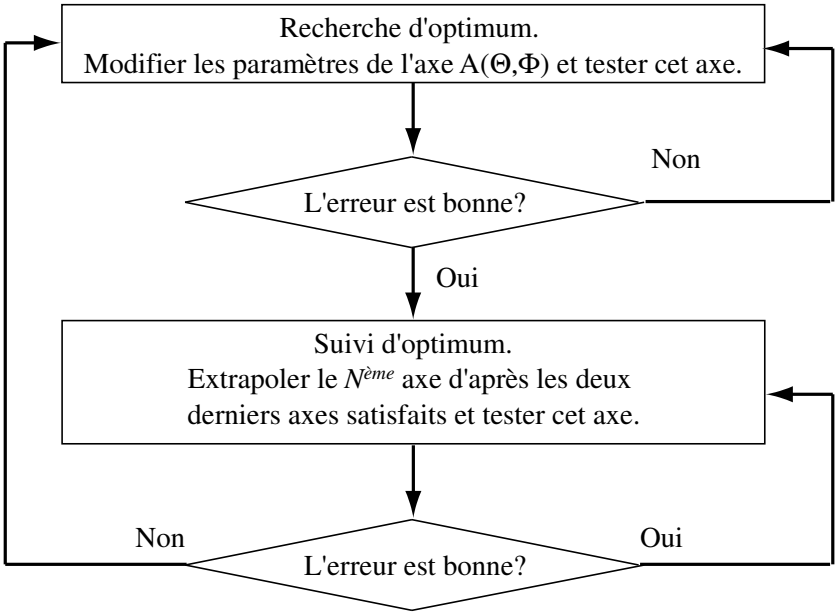


Figure 3.5: L'organigramme du programme central.

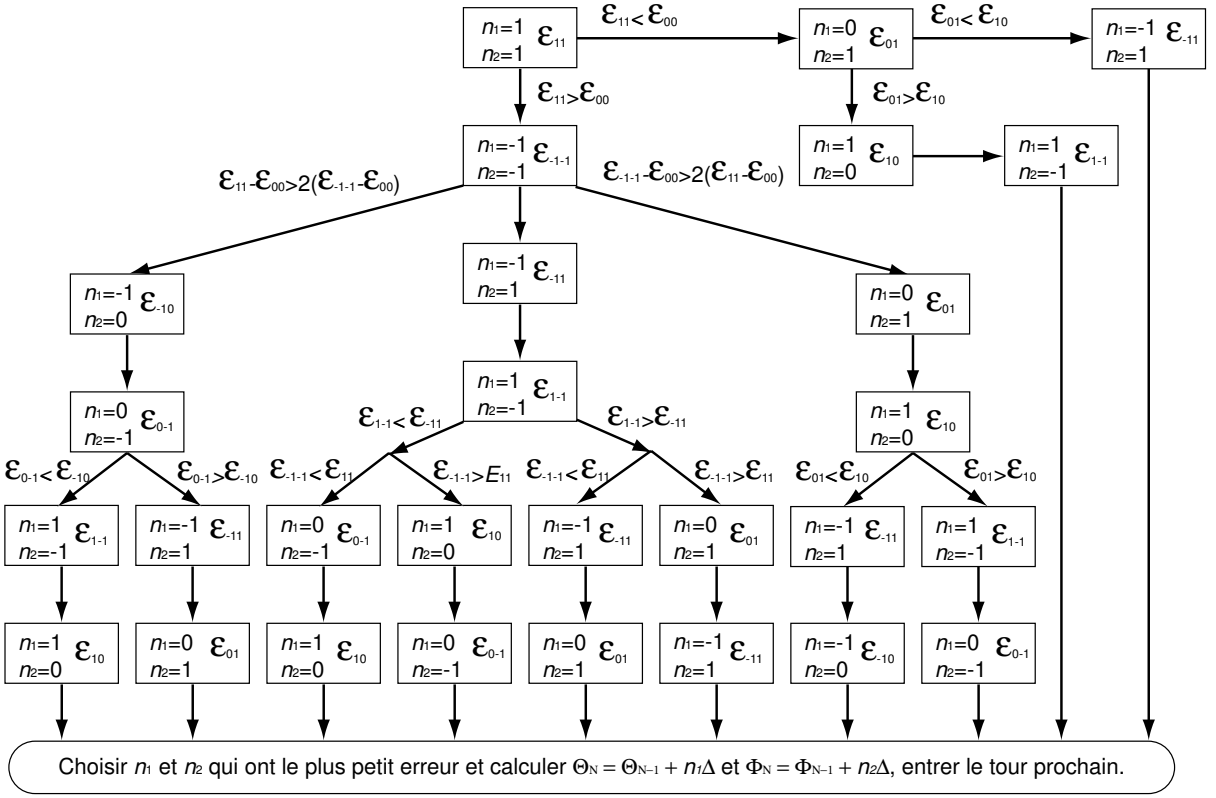
Dans le programme de recherche, nous calculons d'abord l'incrément Δ par la formule de contre-réaction, puis nous cherchons les paramètres de l'axe voulu suivant les relations :

$$\begin{cases} \Theta_N = \Theta_{N-1} + n_1\Delta \\ \Phi_N = \Phi_{N-1} + n_2\Delta \end{cases} \tag{3.17}$$

Avec $n_{1,2} \in \{-1, 0, 1\}$ et $n_1^2 + n_2^2 \neq 0$. Quand $\varepsilon < E$, c'est le programme de recherche d'optimum qui est en fonctionnement tant que la condition précédente n'est pas levée.

Cette phase de programme est la plus complexe à gérer du fait des changements incessants de la polarisation d'entrée. Des algorithmes classiques tels que la méthode du gradient, « Newton »ou optimisation génétique ne sont pas efficaces dans ce cas de figure à cause des changements incessants de la polarisation d'entrée. Nous proposons une méthode qui est détaillée dans la Figure 3.6, qui est une méthode simple de recherche d'optimum. Il est alors possible d'envisager d'autres algorithmes plus efficaces.

Durant le suivi de l'optimum, nous choisissons la méthode plus simple : l'extrapolation linéaire. Le programme de suivi extrapole le $N^{ème}$ axe en utilisant les deux derniers axes satisfaisants jusqu'à $\varepsilon > E$ moment où le programme se reporte dans la partie de recherche.



Remarque: ε_{ij} est l'erreur avec $n_1=i$, $n_2=j$. Pour chaque mesure, si ε_{ij} est intérieur au seuil d'erreur que nous pourvoyons, ce programme s'interrompt.

Figure 3.6: L'organigramme du programme du choix des coefficients d'incrément.

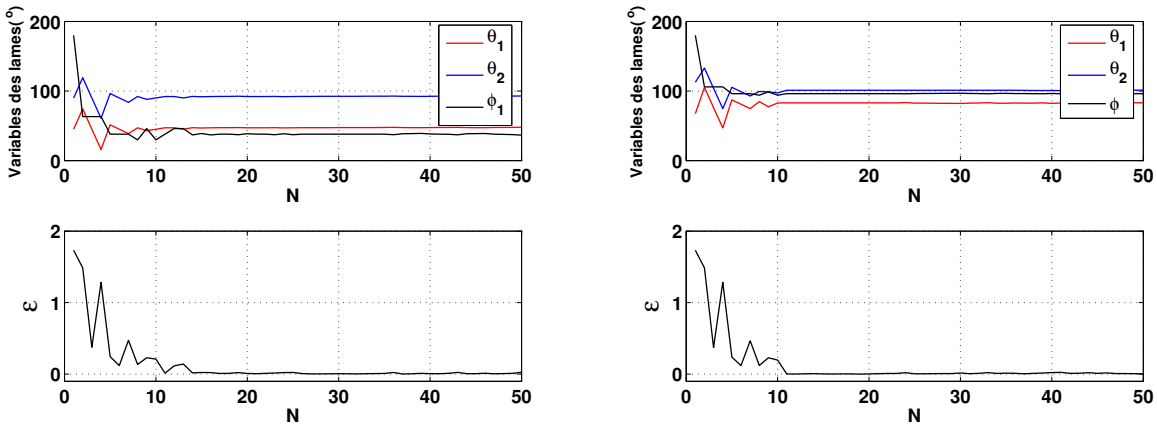
3.4 Résultats des simulations

Nous utilisons dans toutes les simulations un état de polarisation elliptique comme la polarisation cible et nous testons les différentes architectures. Les polarisations obtenues en sortie du contrôleur de polarisation nous donnent immédiatement les valeurs de l'erreur. Concernant la variation de polarisation sur la sphère de Poincaré, nous choisissons la vitesse maximale qui a été observée, c'est-à-dire le pire cas : $50 tours/s$ [61]. De plus, nous fixons le seuil d'erreur à $E = 0,01$ dans les simulations (le seuil est fixé par les spécifications imposées au système).

3.4.1 Résultats avec les deux premières architectures

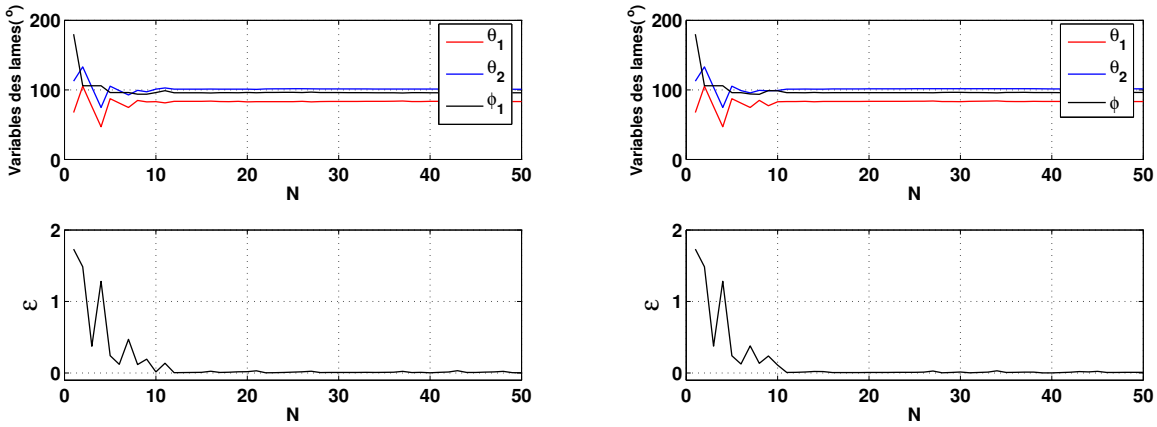
Les figures 3.7 et 3.8 nous montrent les résultats des simulations avec un temps de réponse constant $t = 10\mu s$ [62] en utilisant les valeurs différentes du coefficient déterministe α. N est le nombre d'itérations dans la simulation et ε est l'erreur testée.

D'après ces résultats, nous observons que l'algorithme peut trouver l'optimum en 15 itérations, et qu'il peut contrôler correctement les variables des lames pour suivre, sans



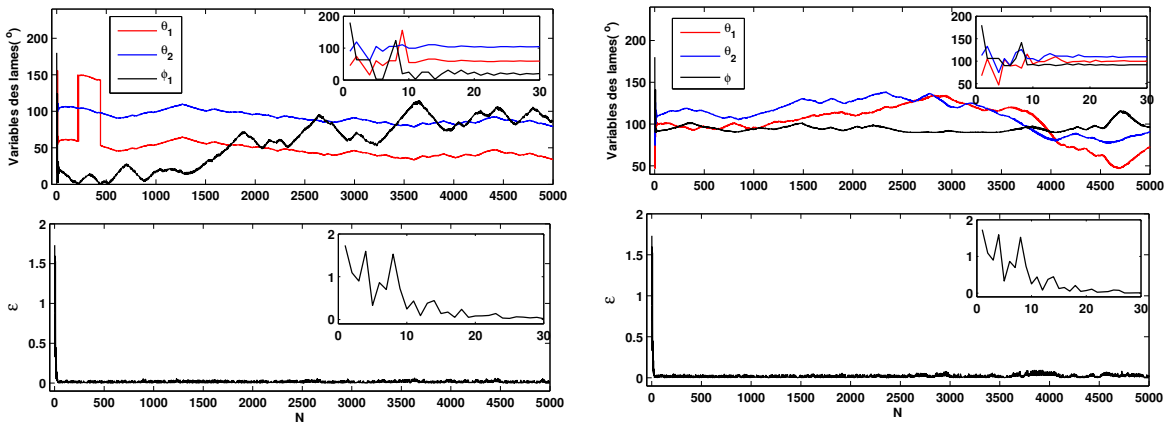
a : Première architecture b : deuxième architecture

Figure 3.7: Résultats avec $\alpha = 0$.



a : Première architecture b : deuxième architecture

Figure 3.8: Résultats avec $\alpha = 1$.



a : Première architecture b : deuxième architecture

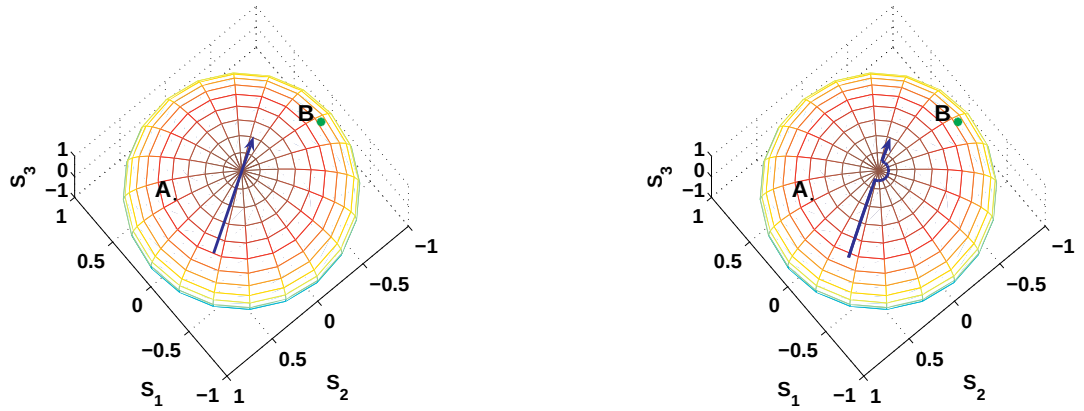
Figure 3.9: Résultats avec $\alpha = 0,8$.

décrocher, les variations d'état de polarisation en entrée et obtenir l'erreur voulue ($\varepsilon < E$).

Nous ne fixons $N = 50$ que pour nous focaliser sur le processus de recherche. Quant à la continuité du contrôle de l'algorithme, nous la montrons dans la Figure 3.9 avec $N = 5000$ et $\alpha = 0,8$ qui permet de présenter un cas plus général. Les figures en incrustation représentent les 30 premières itérations testées durant l'optimisation. Les discontinuités de θ_1 dans la Figure 3.9a expriment le changement d'orientation de $180°$ sur la sphère de Poincaré d'une lame du contrôleur avec un déphasage nul ce qui ne perturbe en rien le fonctionnement du contrôleur.

3.4.2 Solution du problème des pôles et troisième architecture du contrôleur de polarisation

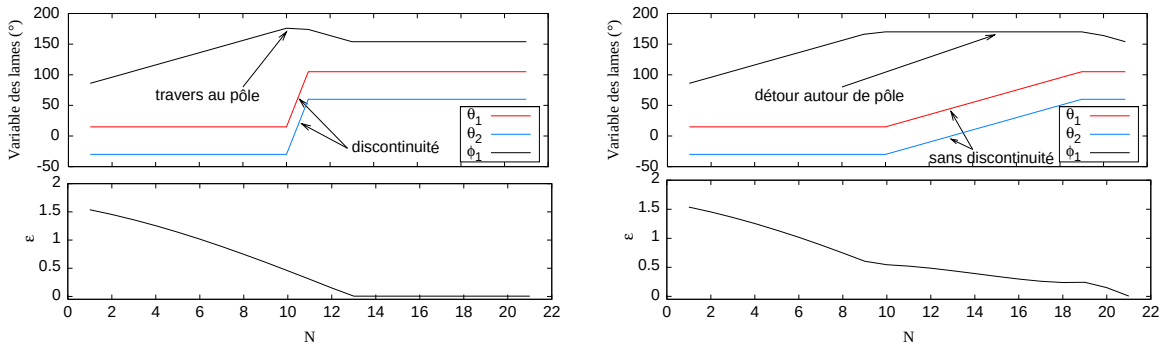
Nous avons déjà discuté du problème des pôles dans ces deux architectures. Pour éviter les problèmes de discontinuité au passage du pôle, nous avons imposé une zone d'exclusion autour de chaque pôle. Cela revient à annuler toutes les combinaisons de n_1 et $n_2$dans l'équation 3.17.



a : Traversée au pôle directement

b : Détour autour de pôle

Figure 3.10: Solution du problème de pôle.



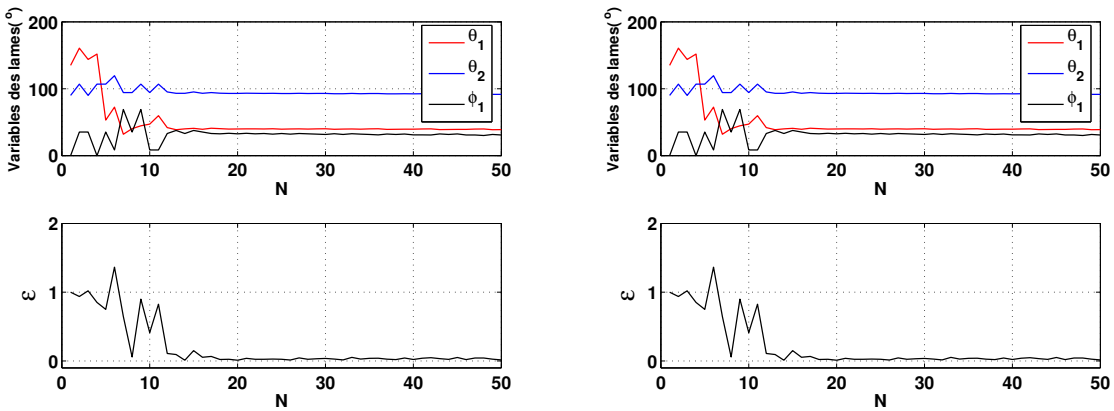
a : Résultat avec la discontinuité

b : Résultat sans discontinuité

Figure 3.11: Résultats des simulations du problème de pôle.

Comme le montre la Figure 3.10a, l'axe de rotation du contrôleur évolue sur une trajectoire passant par le pôle, ce qui induit une discontinuité du paramètre azimutal. En mettant une petite zone d'exclusion autour du pôle, l'axe est obligé de faire un détour quand il arrive à la limite de la zone comme le montre la Figure 3.10b. La Figure 3.11 montre un exemple de cette solution avec la première architecture. Le même résultat peut être obtenu pour la deuxième architecture, parce que les deux architectures sont dans la même configuration lorsque l'axe est très proche du pôle (ϕ_1 and ϕ_2 sont près de π). Dans cette simulation, nous utilisons un incrément constant (par exemple $\Delta\Theta = 5°$) afin d'observer clairement la faisabilité de cette solution, et le rayon de la zone interdite est fixé à $5°$. Les résultats montrent que cette solution évite efficacement les discontinuités des variables physiques du contrôleur de polarisation (θ_1 et θ_2). L'évitement du pôle provoque par contre un ralentissement de la recherche d'optimum.

Maintenant nous considérons la troisième architecture que nous proposons afin d'éviter le problème du pôle. Nous faisons les mêmes simulations qu'avec les deux autres et présentons les résultats dans les figures 3.12 et 3.13. Les figures en incrustation donnent les résultats des premières itérations.



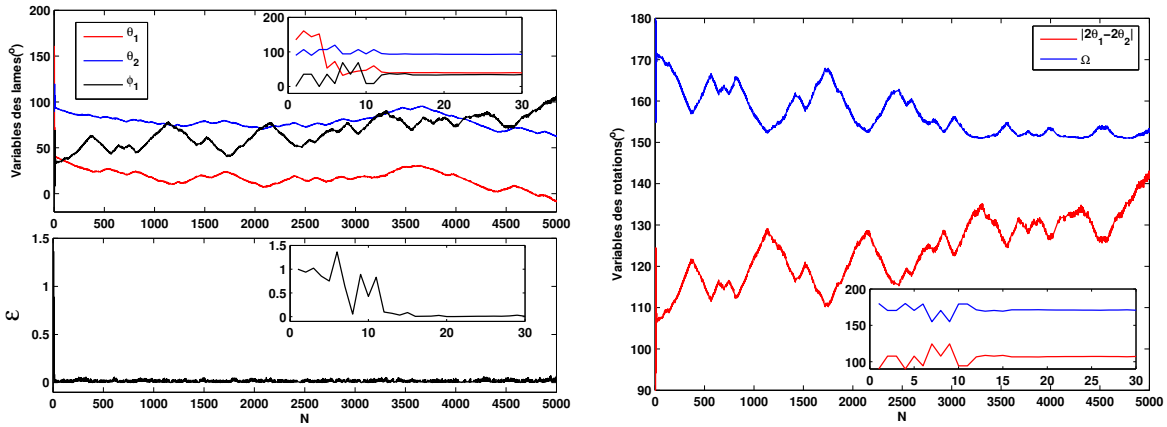
a : $\alpha = 0$ b : $\alpha = 1$

Figure 3.12: Résultats de la troisième architecture.

Le croisement entre θ_1 et θ_2 signifie le changement de la relation dans l'équation 2.45. La discontinuité de θ_1 ne perturbe pas la continuité du contrôle parce que le déphasage de la lame correspondante est nul ($\phi_1 = 0$). Selon les résultats, cette architecture peut permettre de réaliser un contrôle rapide de la polarisation sans fin sans problème de pôle, mais le pilotage est plus complexe qu'avec les deux premières architectures.

3.4.3 Discussions des résultats des simulations

Nous allons maintenant analyser les résultats des différentes simulations afin d'évaluer les performances des différents algorithmes des différentes architectures.



a : variables des lames b : variables des rotations

Figure 3.13: Résultats de la troisième architecture avec $\alpha = 0,8$.

3.4.3.1 Efficacité des algorithmes et temps de réponse

Nous définissons le paramètre η comme l'efficacité de l'algorithme. Il s'exprime comme suit :

$$\eta = \left(1 - \frac{\langle \varepsilon \rangle}{\varepsilon_{max}}\right) \times 100\% \tag{3.18}$$

où ε_{max} est le maximum d'erreur qui est toujours égal à 2 dans la géométrie d'espace de Stokes. Nous testons les différents algorithmes sur 2000 itérations pour différents temps de réponse des lames en maintenant constant la vitesse maximum d'évolution de la polarisation en entrée.

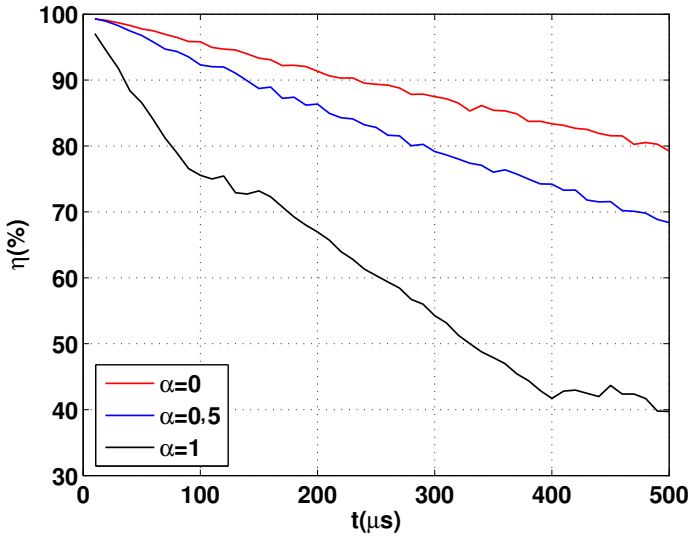


Figure 3.14: Efficacité lors de l'augmentation du temps de réponse.

La Figure 3.14 montre les variations de l'efficacité avec les différents α en augmentant le temps de réponse t. Nous pouvons remarquer que l'efficacité se dégrade lors de l'augmentation de t et qu'elle se dégrade d'autant plus rapidement que le coefficient déterministe α est

important. L'explication de ces résultats provient de la différence des distances parcourues par la polarisation sur la sphère de Poincaré dans le régime déterministe et le régime stochastique. (voir Annexe B.2 en détail). Ainsi pour N incréments, la polarisation aura parcouru les distances suivantes :

$$\alpha = 1 : L(N) = \omega N \tag{3.19}$$

$$\alpha = 0 : L(N) \approx \omega\sqrt{N} \tag{3.20}$$

Nous voyons effectivement que les distances parcourues dans le régime déterministe sont beaucoup plus importantes que celles dans le régime stochastique. Donc si nous ralentissons le temps de réponse du contrôleur, ce dernier aura beaucoup plus de difficultés pour le suivi de l'optimum dans le cas déterministe.

Nous avons démontré le résultat avec $500\mu s$ de temps de réponse au maximum, mais si nous continuons d'augmenter le temps de réponse, quel est le résultat sur l'efficacité η ? En fait, l'algorithme ne fonctionne plus lorsque $t \to +\infty$ ce qui correspond à une transformation aléatoire de l'état de polarisation d'entrée : les sorties sont donc représentées comme une distribution uniforme sur la sphère de Poincaré, c'est-à-dire la PDF de l'erreur est $f(\varepsilon) = \varepsilon/2$ de 0 à 2 (voir Annexe B.1). Nous pouvons donc obtenir :

$$\eta_{\,t\to+\infty} = 1 - \frac{\int_0^2 \varepsilon \frac{\varepsilon}{2}\, d\varepsilon}{2} = \frac{1}{3} \tag{3.21}$$

Le minimum d'efficacité est donc de $33,33\%$ en théorie. Le résultat de simulation est présenté dans la Figure 3.15 qui s'accorde bien avec la théorie : l'efficacité converge au minimum théorique.

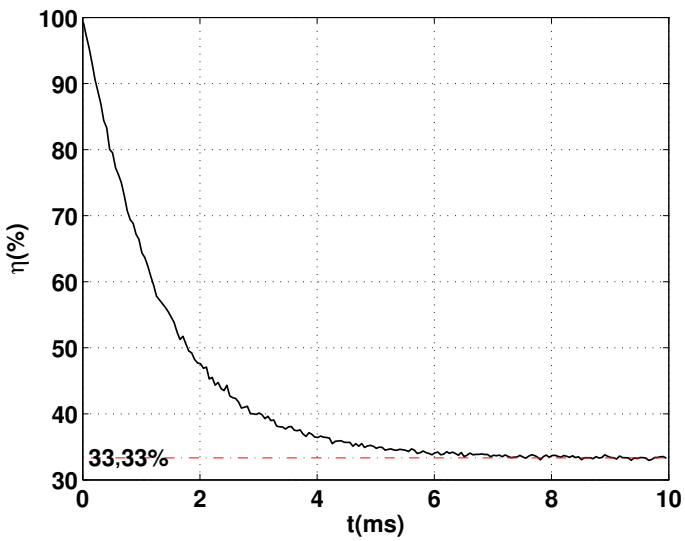


Figure 3.15: Efficacité contre le temps de réponse du contrôle de la polarisation dans le cas $\alpha = 0$.

3.4.3.2 Influence du bruit du photodétecteur

Nous mesurons la lumière polarisée en sortie avec un photodétecteur qui apporte du bruit dans la mesure. La distribution statistique du bruit pour le photodétecteur est décrite par une fonction de distribution de la probabilité Gaussienne avec la valeur moyenne 0 et la variance σ^2 [63]. Le bruit se décompose en trois parties : le bruit de grenaille (i_{sh}), le bruit thermique (i_{th}) et le bruit de courant d'obscurité (i_d) [64]. La variance du bruit s'écrit :

$$\sigma^2 = \langle i_{sh}^2 \rangle + \langle i_{th}^2 \rangle + \langle i_d^2 \rangle = 2eiB + \frac{4kTB}{R_L} + 2ei_dB \tag{3.22}$$

où, i est le courant du signal, T est la température absolue, B est la bande passante, R_L est la résistance locale, e est la charge élémentaire (e=1.6×10^{-19}) et k est la constante de Boltzmann (k=1.38×10^{-23}). En fait, nous nous intéressons surtout au rapport de la variance standard du bruit sur le courant du signal (σ/i) dans notre simulation. Si nous mettons les paramètres :

$$T = 300, \quad R_L = 1k\Omega, \quad i_d = 1nA$$

nous obtenons les courbes présentées dans la Figure 3.16 pour $100MHz$ et $10MHz$ de bande passante. Nous observons que la variance standard est de $0,0014$ quand la bande passante est de $10MHz$ et de $0,0044$ quand la bande passante est de $100MHz$ avec $10\mu A$ du courant de signal.

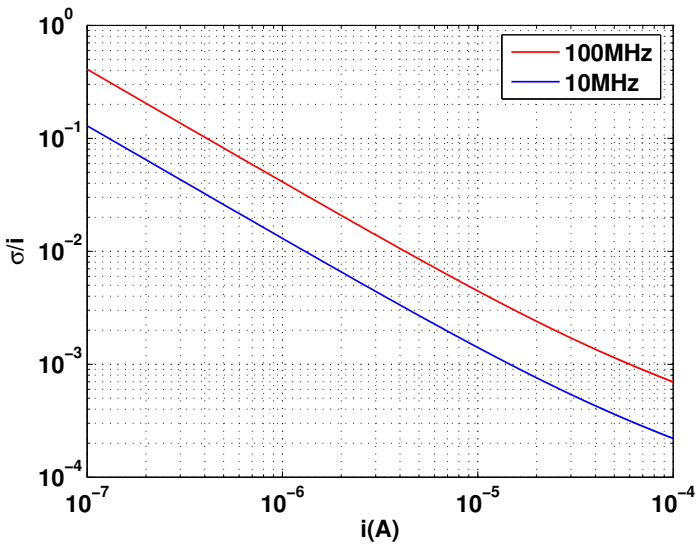


Figure 3.16: Le relation entre le courant photodiode et la variance standard du bruit.

Nous choisissons $0,0044$ pour faire la simulation et nous présentons le résultat dans la Figure 3.17.

En comparant la Figure 3.14 et la Figure 3.17, nous observons que l'influence du bruit avec la bande passante inférieure à $100MHz$ est négligeable et qu'elle n'affecte pas la performance du système.

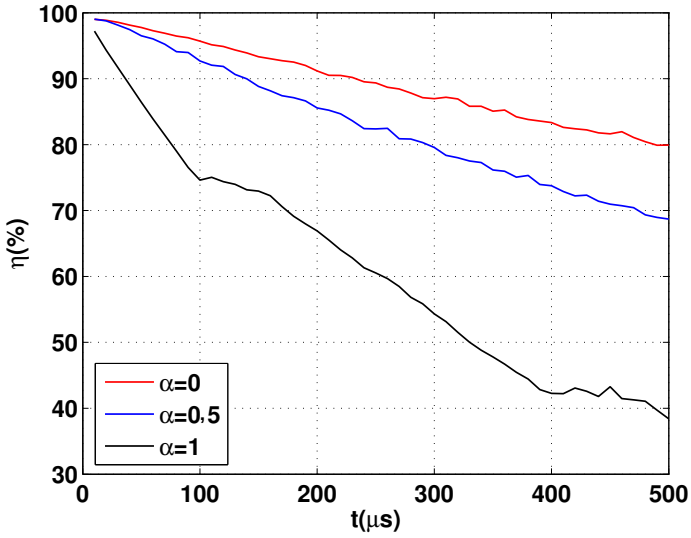


Figure 3.17: Résultats de simulation avec du bruit

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un algorithme simple et efficace pour bien manipuler les variables des lames dans le contrôleur de polarisation. Nous avons d'abord présenté une méthode afin de simuler les états de polarisation en entrée comme dans le système réel, puis nous avons explicité la formule de contre-réaction, finalement nous avons fait les simulations pour vérifier la faisabilité des architectures que nous avons proposées dans le chapitre précédent. Les résultats des simulations nous montrent que les architectures peuvent réaliser toutes les transformations de l'état de polarisation indépendamment de la façon dont les polarisations en entrée varient. Les deux premières architectures sont plus simples à réaliser, mais il y a toujours le problème des points singuliers aux pôles. Nous avons pour cela, proposé une solution d'évitement de ces points de fonctionnement afin de résoudre ce problème. La contrepartie de cela est un ralentissement de la vitesse du contrôle. La troisième architecture permet également d'éviter ce problème mais elle est structurellement plus compliquée.

Nous avons également étudié l'influence du temps de réponse et du bruit ce qui a permis de constater que le contrôleur et les algorithmes étaient très efficaces même dans les pires conditions d'évolution de la PMD. Ces études ont également montré que le temps de réponse des cristaux liquides était bien adapté à la dynamique d'évolution de la PMD. Enfin, nous avons démontré que des algorithmes basiques d'optimisation donnaient d'excellents résultats avec ce type de contrôleur de polarisation.

CHAPITRE 4

Réalisation et études expérimentales de contrôleur de polarisation

4.1 Introduction

Un contrôleur de polarisation se compose de différents éléments optiques biréfringents assemblés de façon à transformer les états de polarisation. Plusieurs architectures de contrôleurs ont été testées : assemblage de lames à axes variables (ou fixes) et à biréfringence variable (ou fixe). Pour réaliser ces contrôleurs, différentes technologies ont également été testées : fibre biréfringente [65], l'effet Faraday appliqué sur la fibre [66], les composants à base de matériaux cristallins : niobate de lithium ($LiNbO_3$) [67], Céramique (PLZT) [68] ou cristal liquide (LC) [69, 70].

Dans ce chapitre, nous présenterons le contrôleur de polarisation rapide et sans fin avec deux lames de phase à axe tournant en utilisant les électrodes en étoile pour adresser les cristaux liquides. Les avantages sont les suivants : les pertes faibles, les dispersions faibles, le coût faible *etc*. Puis, nous donnerons les résultats des mesures faites sur les caractéristiques optiques du contrôleur, tels que le déphasage de lame, le temps de réponse de lame et la PDL *etc.* Finalement, nous présenterons les résultats des études expérimentales concernant les tests dynamiques d'optimisation et puis nous conclurons ce chapitre.

4.2 Champ électrique tourant

Pour réaliser le contrôleur de polarisation décrit dans le chapitre 2, il faut tout d'abord induire un champ électrique tournant dans le matériau. Pour cela, il faut réaliser un système d'électrodes en étoile comme le montre la Figure 4.1. Le contrôle de l'orientation et de l'intensité du champ électrique sont obtenus en appliquant des tensions déphasées sur chaque électrode. Ces électrodes doivent être épaisses pour appliquer un champ homogène dans le matériau

électro-optique et sont obtenues par la technologie LiGa. Les lames de phase ainsi réalisées sont controllables en orientation et en déphasage. L'orientation est obtenue en contrôlant les déphasages des tensions appliquées sur chacune des électrodes : la $k^{ème}$ électrode aura comme potentiel appliqué :

$$V_k = V_0 \cos\left(\theta_0 + (k-1)\frac{\pi}{4}\right) \tag{4.1}$$

où V_0 est l'amplitude et θ_0 est la phase du champ électrique.

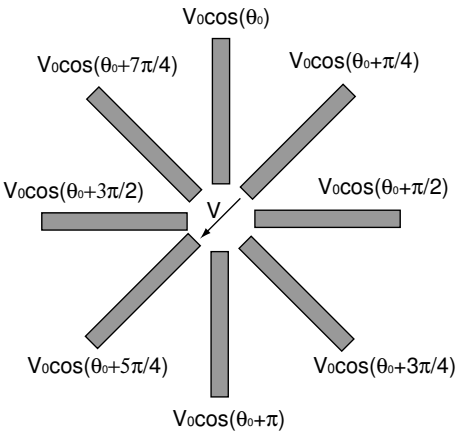


Figure 4.1: Electrodes appliquées dans le contrôleur de polarisation.

Des expériences récentes ont déjà montré la faisabilité d'un tel principe avec une technologie utilisant d'une part des substrats de verre [71] et d'autre part une technologie compacte utilisant des fibres optiques [72]. Le nombre d'électrodes n'est pas limité, mais des calculs simples montrent que plus le nombre d'électrodes est élevé plus la tension appliquée exigée sera faible pour obtenir le champ électrique souhaité. Ce nombre dépend de plusieurs paramètres tels que de la technologie de gravure utilisée, le nombre maximum d'électrodes pouvant être adressées par l'électronique de pilotage, la taille de l'ouverture centrale (la pupille) *etc*.

4.3 Réalisation de contrôleur de polarisation à base de cristal liquide

Le matériau électro-optique employé pour le contrôleur de polarisation est un composite constitué de polymère et de cristal liquide nématique [73]. La morphologie de cette structure composite est similaire à un gel. La fabrication de ce cristal liquide stabilisé par polymère est la suivante : le mélange de cristal liquide et de monomère est insolé en phase isotrope avec un rayonnement ultraviolet (UV). A température ambiante, le réseau de polymère encapsule la phase cristal liquide pour former des micro domaines orientés aléatoirement. Ce matériau à conserver les caractéristiques optiques du mélange avant polymérisation, il apparaît donc isotrope. Les domaines nématiques, aléatoirement orientés, sont beaucoup plus petits que la longueur d'onde (1550nm) utilisée et gênèrent une faible diffusion, donc de faibles pertes. Ce matériau composite (PNM, Dai-Nippon. Ink.) contrairement au cristal liquide dispersé en

nano-gouttelettes dans du polymère (nano-PDLC) possède une faible concentration en polymère, ce qui contribue à abaisser les champs électriques de commutation. Ce matériel est confiné entre deux substrats de verre.

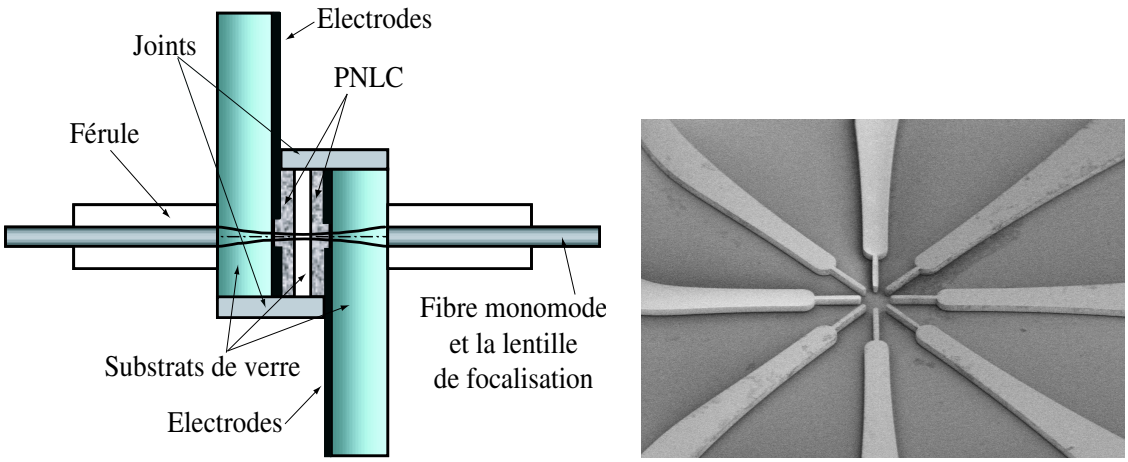


Figure 4.2: Vue en coupe du contrôleur de polarisation avec deux lames de phase. Cette architecture a été réalisé à Optogone : Deux cellules élémentaires sont construites, après remplissage de cristal liquide, elles sont assemblées. Vue au microscope électronique à balayage du système central d'électrodes.

Le contrôleur de polarisation est constitué par deux substrats, possédant chacun des électrodes en étoile et est séparé par une lame de verre comme le montre la figure 4.2. Le système d'électrodes en étoile a une ouverture centrale de $25\mu m$ et les électrodes ont une épaisseur de $10\mu m$. En conséquence, l'orientation de l'axe neutre est θ_0, et le déphasage ϕ dépend de V_0. Sans champ appliqué, le matériau est isotrope (déphasage nul) et l'application du champ transverse induit de la biréfringence et rend ce matériau anisotrope.

La Figure 4.3 nous montre la photo d'un contrôleur de polarisation réalisé à Optogone. La connectique fibre est réalisée à l'aide de fibre lentillée de type GRADISSIMO.

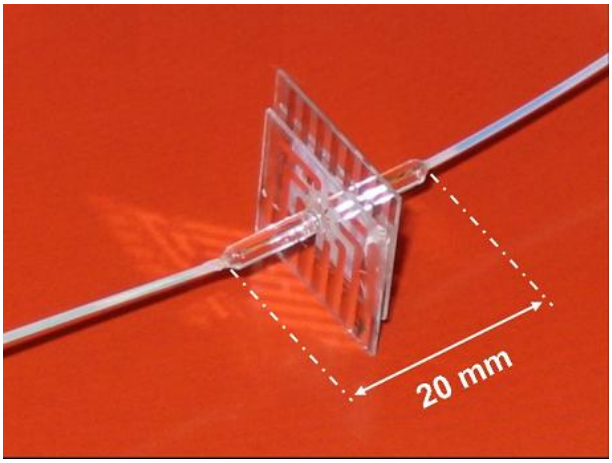


Figure 4.3: Photo du contrôleur de polarisation d'Optogone.

4.4 Caractéristiques optiques de PC

4.4.1 Mesure du déphasage des lames

Obtenir le déphasage effectif des lames est extrêmement important car la fonctionnalité du contrôleur dépend en grande partie des déphasages maximum obtenus (ceux-ci doivent impérativement atteindre la valeur de 180°). D'autre part pour un pilotage précis des lames il est également indispensable d'obtenir la courbe qui donne la relation entre la tension appliquée et le déphasage obtenu afin de piloter précisément le contrôleur selon les différentes solutions proposées au chapitre 2. Ces données sont obtenues en utilisant le montage expérimental présenté dans la Figure 4.4.

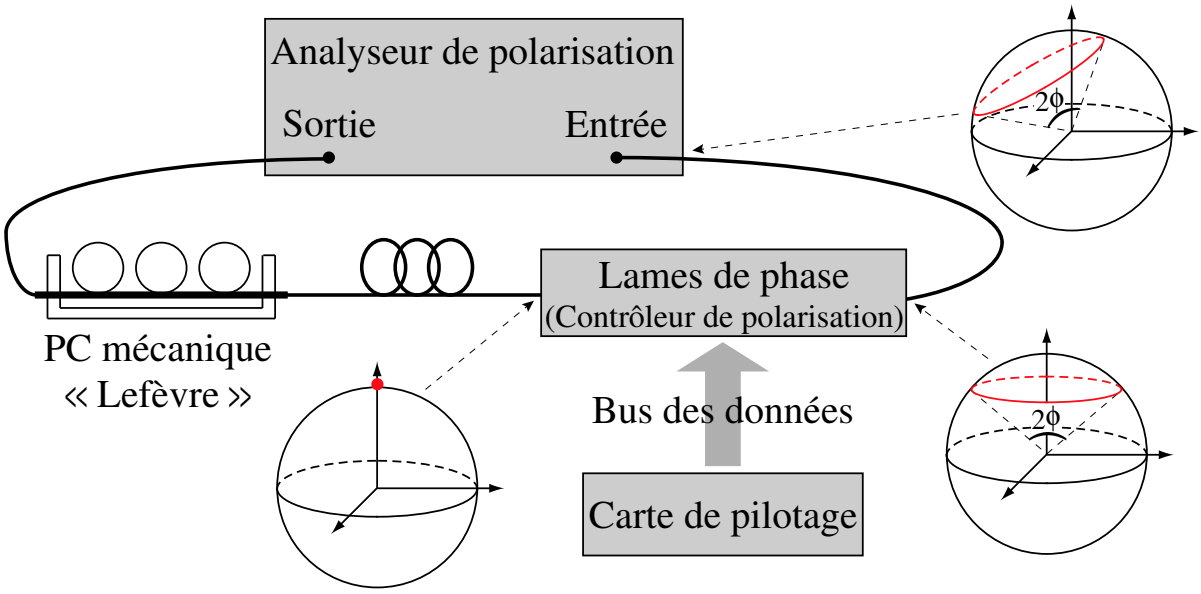
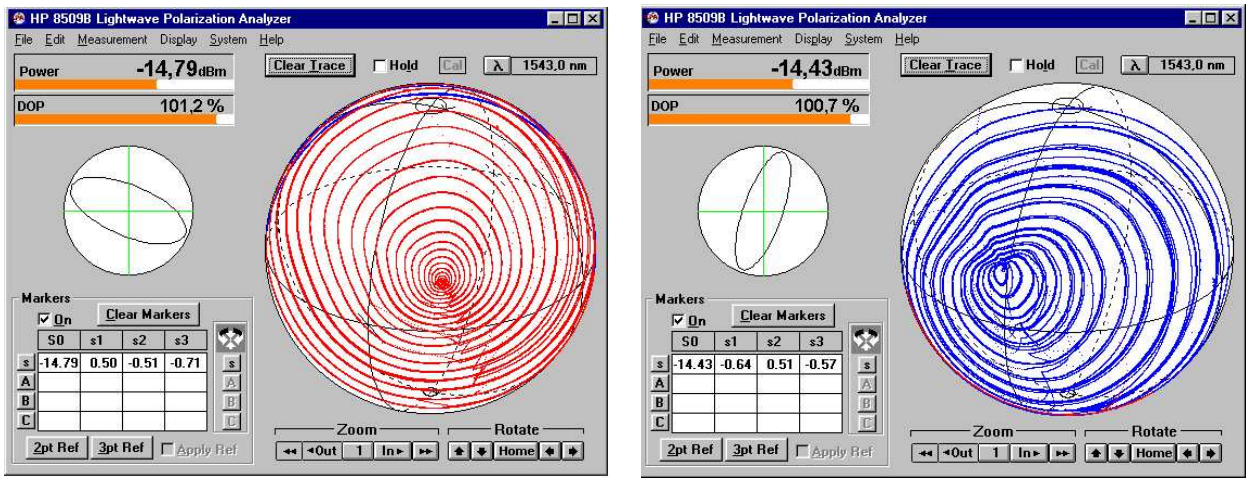


Figure 4.4: Montage afin de mesurer la relation entre la tension V_0 et le déphasage ϕ.

Le polarimètre HP8509B d'Agilent est utilisé comme source monochromatique polarisée ($\lambda = 1550$nm) et comme mesureur des paramètres dans l'espace de Stokes de la lumière en sortie du montage. La lumière arrive tout d'abord dans un contrôleur de polarisation mécanique (boucles de « Lefèvre ») destiné à contrôler l'état de polarisation en entrée du contrôleur à cristaux liquides. Avec le contrôleur mécanique, nous imposons une polarisation circulaire en entrée du deuxième contrôleur et avec la carte de pilotage, nous faisons tourner continûment la lame que nous souhaitons étudier. Nous obtenons en sortie l'ensemble des polarisations situées sur une latitude de la sphère de Poincaré. La mesure de cette latitude nous donne le déphasage de la lame étudiée (voir la Figure 4.5). L'effet de la fibre entre la lame et l'entrée de l'analyseur se traduit par une simple rotation des polarisations en sortie de la lame. Par conséquent, nous pouvons obtenir le déphasage pour les différentes valeurs de V_0 comme le montre la Figure 4.6.



a : $0 \leq V_0 \leq 60$ V b : 70 V $\leq V_0 \leq 100$ V

Figure 4.5: Etats de polarisation d'entrée de polarimètre sur la sphère de Poincaré faisant tourner la lame de phase pour différentes tensions.

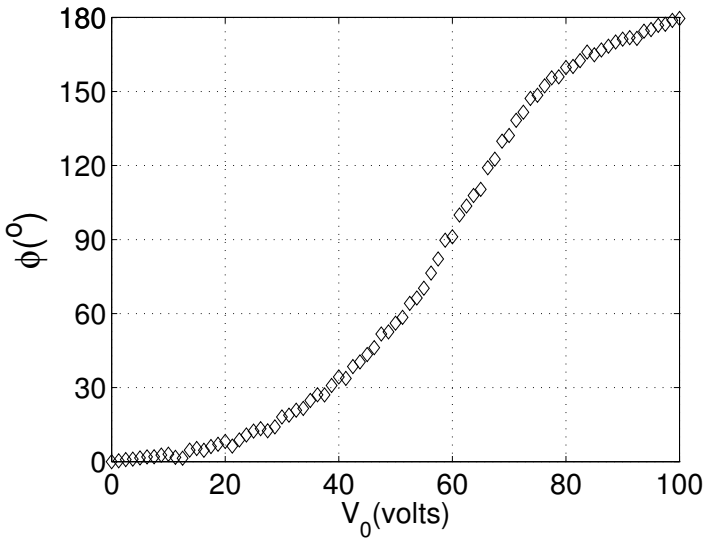


Figure 4.6: Relation entre la tension V_0 et le déphasage ϕ.

4.4.2 Temps de réponse

Pour les différentes applications du contrôleur de polarisation, le temps de réponse est un paramètre très important. Il dépend des paramètres intrinsèques au matériau comme l'anisotropie diélectrique et la viscosité mais également de paramètres externes comme l'amplitude du champ électrique appliqué dans le milieu *etc*. Pour tester les temps de réponse du contrôleur, nous plaçons un polariseur entre la sortie du composant à tester et le photodétecteur. Avec ce montage une modification (rotation) de l'état de contrôleur de polarisation se traduit par une modification d'intensité sur le photodétecteur. La Figure 4.7 représente la réponse optique sur le photodétecteur qui permet d'accéder aux temps de réponse pour une configuration d'im-

pulsion électrique : l'amplitude maximale ($V_0 = 100V$) et la variation de l'orientation d'axe $\Delta\theta_0 = 45°$.

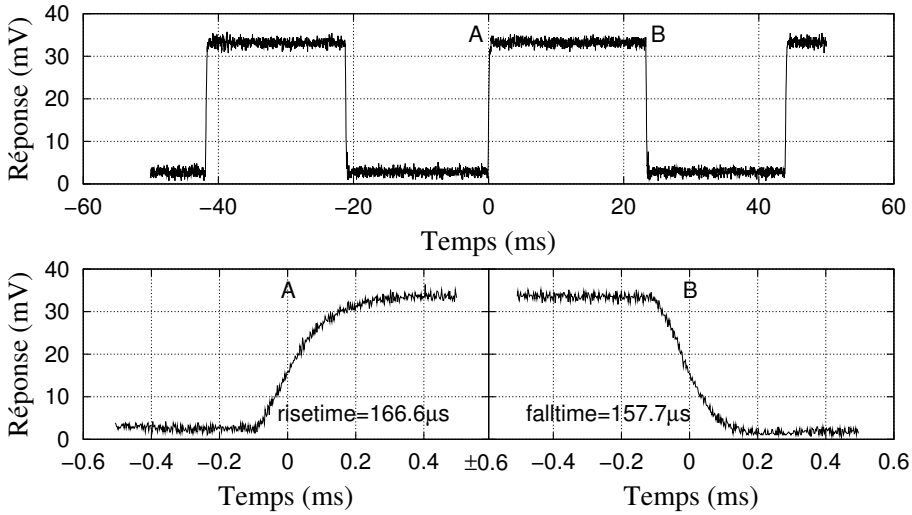


Figure 4.7: Temps de réponse montrés par l'oscilloscope avec $V_0 = 100V$ et $\Delta\theta_0 = 45°$.

Nous utilisons la même méthode pour mesurer le temps de réponse d'une lame avec les différentes tensions appliquées et différents changements de l'orientation du champ électrique. Ces résultats sont résumés dans le tableau 4.1. Nous pouvons observer que le temps de réponse

$\Delta\theta_0$ \ V_0	25V	50V	75V	100V
15°	3,642ms	2,053ms	576,8μs	285,3μs
30°	3,619ms	1,761ms	490,6μs	214,1μs
45°	3,608ms	1,267ms	378,7μs	166,6μs

Tableau 4.1: Temps de réponse avec les différents V_0 et $\Delta\theta_0$.

est fortement dépendant de V_0 et $\Delta\theta_0$. En appliquant des champs intenses avec des angles importants par rapport au directeur du cristal liquide, il est possible d'obtenir des temps de réorientation très courts. C'est à partir de ce type de constatation que nous pouvons optimiser la dynamique de ce composant. En effet, en appliquant un champ électrique impulsionnel orienté avec un angle de l'ordre de $45°$ afin de fournir un couple diélectrique beaucoup plus important, nous observons un accroissement très net de la vitesse angulaire [72, 74]. Alors avec le plus petit temps de réponse mesuré qui est de $166\mu s$, nous pouvons estimer la vitesse de rotation à $0,3°/\mu s$. Cela signifie que pour un incrément typique de $5°$, le temps de réponse prévu devrait être d'environ $20\mu s$.

4.4.3 Autres caractéristiques optiques

En utilisant le polarimètre (HP8509B), nous pouvons facilement mesurer les PDL en fonction de la direction du champ, c'est-à-dire selon l'orientation de lame. La Figure 4.8 présente le résultat de la mesure des PDL, et les PDL totales du contrôleur de polarisation qui comporte deux lames de phase sont inférieures $0,5dB$. Nous avons mesuré également la perte d'insertion, qui est environ de $2dB$.

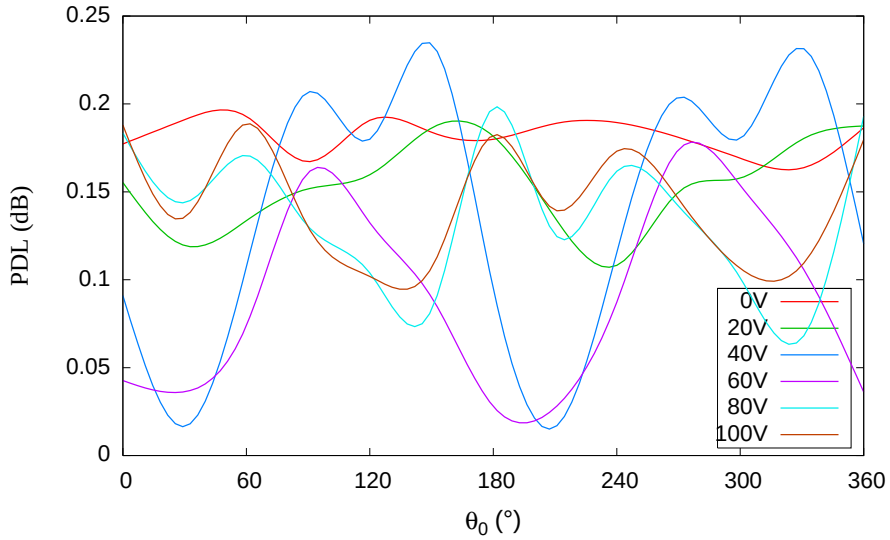


Figure 4.8: PDL d'une lame pour les différents V_0.

4.5 Expérimentation

4.5.1 Configuration expérimentale et la contre-réaction

Dans ce paragraphe, nous vérifierons la faisabilité des architectures que nous avons proposées par les expérimentation. La configuration expérimentale est présentée dans la Figure 4.9. Nous utilisons là encore le polarimètre HP8509B comme une source de la lumière polarisée infrarouge. Le contrôleur mécanique est utilisé pour modifier l'état de polarisation à l'entrée du contrôleur, le polariseur permet de convertir un changement d'état de polarisation en sortie du deuxième contrôleur en une modification d'intensité afin d'extraire le signal de contre-réaction. L'algorithme peut alors optimiser ce signal en modifiant les paramètres du deuxième contrôleur à l'aide des programmes sous LabVIEW et Matlab. Voir l'annexe C pour les informations détaillées.

Dans ce système expérimental, la contre-réaction est implantée en mesurant l'intensité d'une photodiode derrière un polariseur. Avec le formalisme de Stokes, le facteur de trans-

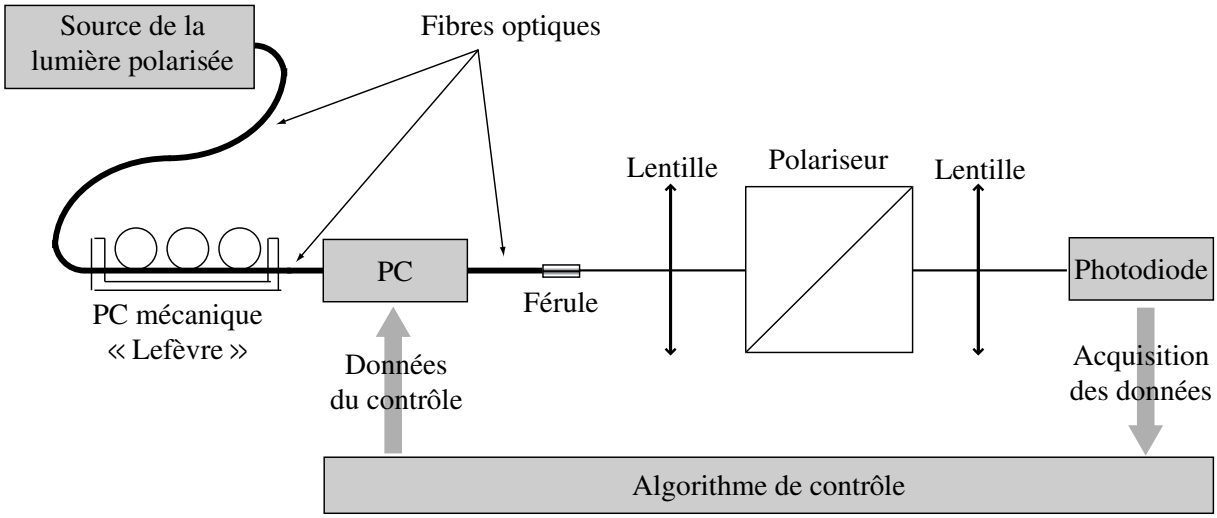


Figure 4.9: Configuration expérimentale.

mission d'un polariseur parfait est donné par la relation :

$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{(1 + \hat{s} \cdot \hat{p})}{2} \tag{4.2}$$

Où I_{in} et I_{out} sont les intensités avant et après le polariseur, $\hat{s}$ est la polarisation de la lumière d'entrée et $\hat{p}$ est le vecteur unitaire qui signifie l'axe passé du polariseur [59]. D'après la définition de l'erreur ε (la distance linéaire entre la sortie voulue et la sortie obtenue sur la sphère de Poincaré), nous avons :

$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = 1 - \frac{\varepsilon^2}{4} \tag{4.3}$$

En combinant l'expression 3.16, et l'expression 4.3, nous obtenons l'évaluation de l'incrément en fonction de l'intensité du signal de contre-réaction :

$$\Delta \approx \frac{3\pi}{8}\sqrt{1 - I_i} \tag{4.4}$$

Où $I_i = I_{out}/I_{in}$, est l'intensité normalisée par rapport à l'intensité en entrée de polariseur. Quand nous ne considérons que le cas idéal, c'est-à-dire les pertes du polariseur et de la lentille *etc.* égales à zéro, nous pouvons remplacer I_{in} par le maximum de l'intensité mesuré I_{max}, qui peut également nous donner les mêmes résultats durant la vérification de la faisabilité.

4.5.2 Algorithme de recherche et d'optimisation dans l'expérimentation

Expérimentalement avec le contrôleur de polarisation mécanique, il nous est impossible de modifier en permanence les états de polarisation en entrée du contrôleur. Il est donc impossible de tester l'algorithme de suivi des états de polarisation. Nous proposons ici de tester un algorithme basique d'optimisation.

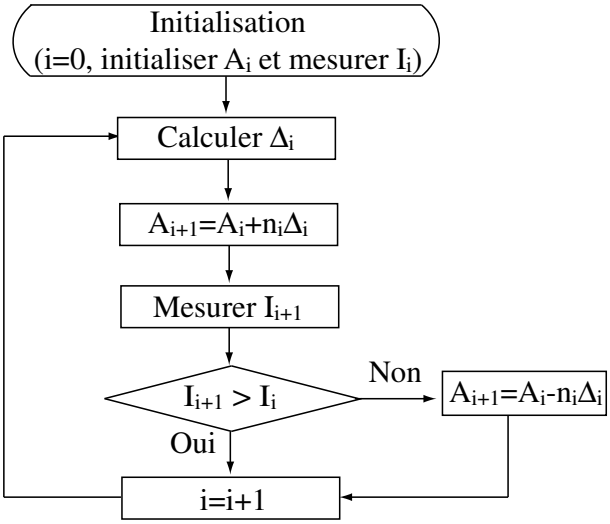


Figure 4.10: Organigramme de recherche

La Figure 4.10 montre l'organigramme de recherche que nous allons utiliser dans l'expérimentation. Nous définissons $A = (\Theta, \Phi)^T$ comme le vecteur représentant les paramètres de l'axe de rotation et n_i comme le vecteur des facteurs de l'incrément Δ_i, et $n_i = (\cos(i\pi/2), \sin(i\pi/2))^T$, $i = 0, 1, 2, 3 \cdots$. I_i est l'intensité de la $i^{ème}$ itération. Quand l'intensité I_{i+1} est plus puissante que l'intensité de la dernière itération I_i, nous remplaçons A_{i+1} par le nouvel axe $A_i + n_i\Delta_i$, dans le cas contraire, nous prenons l'axe opposé $A_i - n_i\Delta_i$ comme A_{i+1}. Le traitement de recherche est sans fin, et l'incrément Δ_i est dynamique et est obligé de recalculer pour chaque itération. D'après l'équation 4.4, Δ_i se réduit jusqu'à zéro en théorie lorsque l'intensité normalisée I_i converge à 1.

Les vecteurs A et n_i sont de dimension 2, nous pouvons donc facilement les représenter dans le plan d'évolution de ces paramètres comme l'indique la Figure 4.11.

Nous définissons également un seuil d'intensité normalisée minimum I_i (par exemple $0,9$) au delà duquel nous considérons que l'algorithme a trouvé la solution. Nous distinguons donc deux phases dans l'algorithme : la première est la recherche d'un optimum et la seconde est un mode de veille dès que l'intensité a dépassé le seuil fixé. Cette intensité minimum permet également d'éliminer la sensibilité au bruit.

4.5.3 Résultats expérimentaux

Nous utilisons le photodétecteur « Newport », model 1830-c. Nous avons testé deux cartes d'acquisition de données : l'interface de GPIB/IEEE488 (General Purpose Interface Bus) et l'interface du signal analogue (NI5102 par exemple), chez « National Instrument », cette dernière étant la plus rapide, mais également la moins précise. La carte électrique de pilotage de contrôleur de polarisation est connectée sur le port parallèle de l'ordinateur. La Figure 4.12

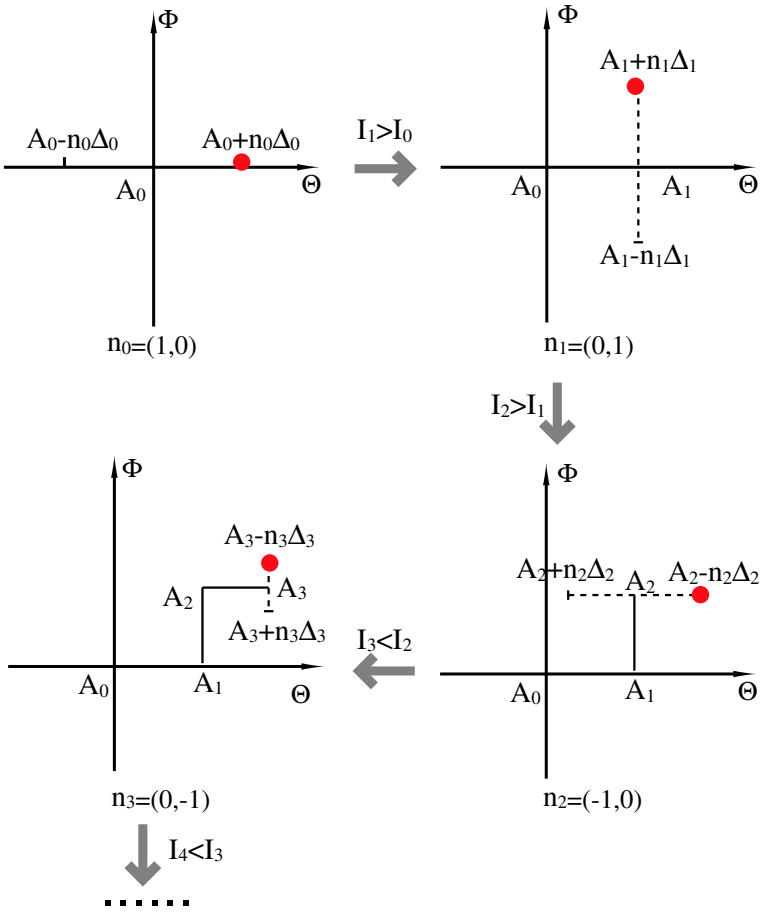


Figure 4.11: Un exemple de recherche. (Le point rouge est l'axe choisi pour chaque itération.)

nous présente une vue schématique du pilotage du contrôleur, où les flèches indiquent les directions des signaux.

Tous les programmes de pilotage sont réalisés par le logiciel LabVIEW dans lequel nous avons introduit des scripts Matlab. En fait, le temps de calcul sous LabVIEW et Matlab est lent et il influence bien évidemment la vitesse du contrôle. Cependant, cette configuration expérimentale permet de vérifier la bonne adéquation entre les modes de pilotage du contrôleur et les différents algorithmes proposés aux travers du faible nombres d'itérations pour trouver l'optimum. Les résultats expérimentaux des différents modes de pilotage gardent donc toute leur pertinence.

La Figure 4.13 nous montre les résultats expérimentaux obtenus avec les deux premières architectures. Nous modifions l'état du contrôleur mécanique afin de changer l'état de polarisation en entrée du contrôleur en phase de tests. L'intensité mesurée au travers du polariseur diminue brutalement et nous observons que l'algorithme trouve l'optimum avec 15 itérations et qu'il peut aussi contrôler continûment les variables des lames pour obtenir l'intensité voulue.

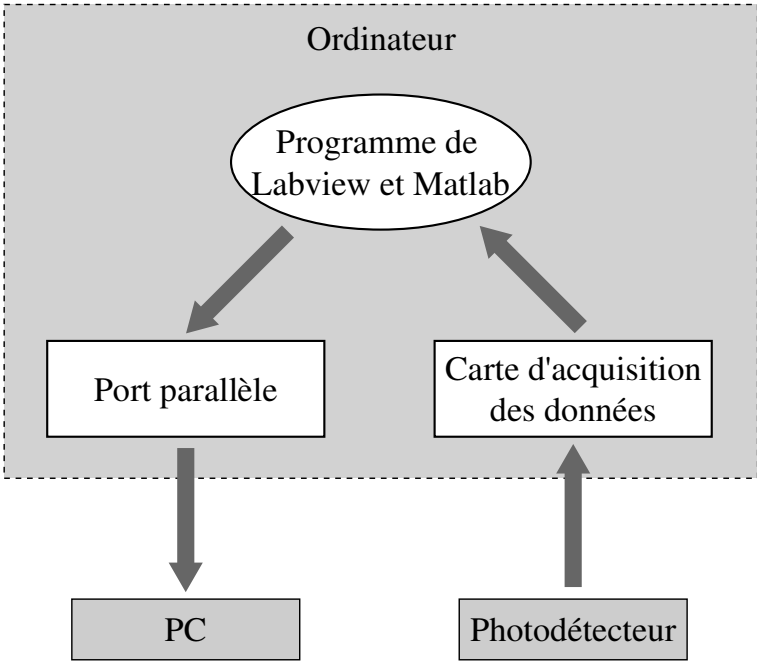
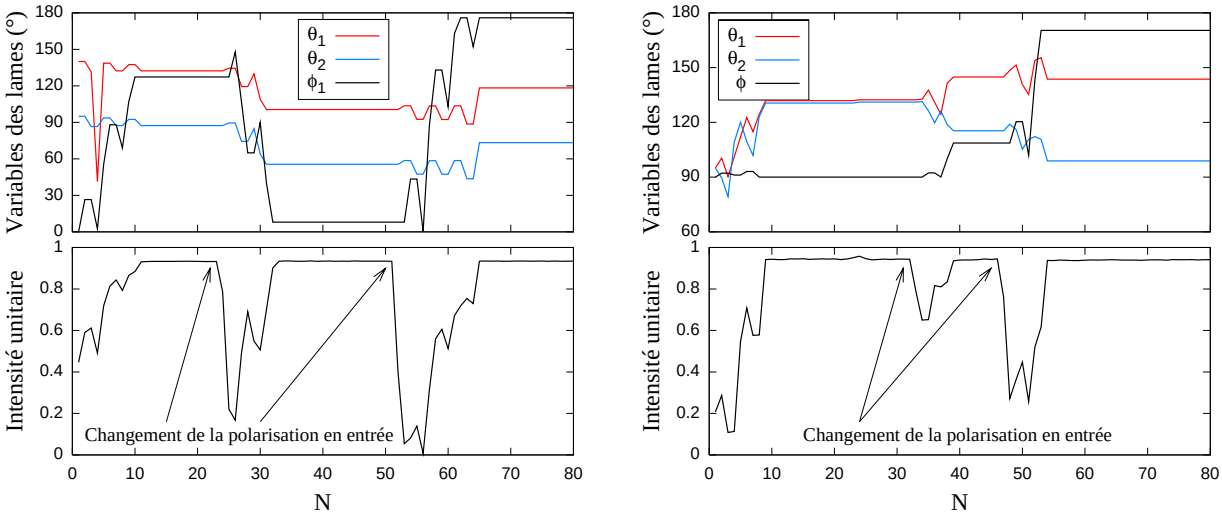


Figure 4.12: Diagramme de la couche d'algorithme.



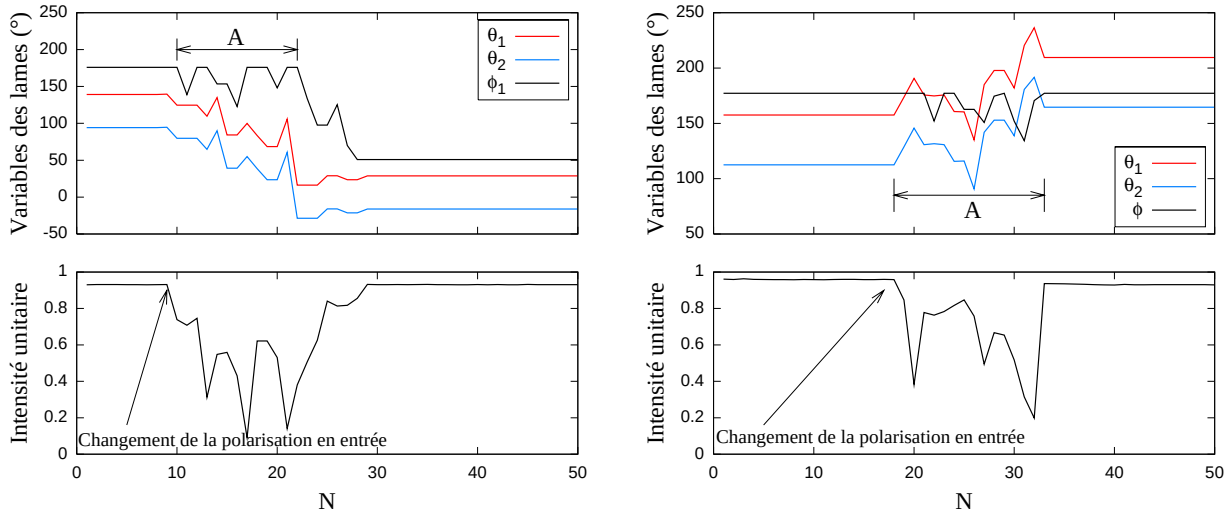
a : Première architecture

b : Deuxième architecture

Figure 4.13: Résultats expérimentaux.

Le processus d'évitement du pôle a ensuite été testé. Nous mettons une zone d'exclusion autour de celui-ci, et nous laissons l'algorithme rechercher l'axe optimum en dehors de cette zone. La Figure 4.14 présente la faisabilité de cette solution.

En reprenant les équations de pilotage du contrôleur pour les différentes architectures, nous pouvons facilement savoir quand l'axe passe par les pôles en remarquant que dans cette configuration, les déphasages des lames de phase : (ϕ_1 et ϕ_2) sont très près de $180°$ comme le montre le processus « A »dans la Figure 4.14. Nous observons également que les variables subissent un contrôle parfaitement continu en passant par le pôle. La conséquence de ce pro-



a : Première architecture

b : Deuxième architecture

Figure 4.14: Résultats expérimentaux avec le problème de pôle. Le processus « A »correspond au passage de l'axe par le pôle.

cessus d'évitement est un ralentissement de la recherche d'optimum à cause du détour autour du pôle.

Un test sur la troisième architecture a été effectué et nous avons obtenu le résultat présenté par la Figure 4.15. Le résultat montre également que l'algorithme optimise l'intensité rapidement et continûment.

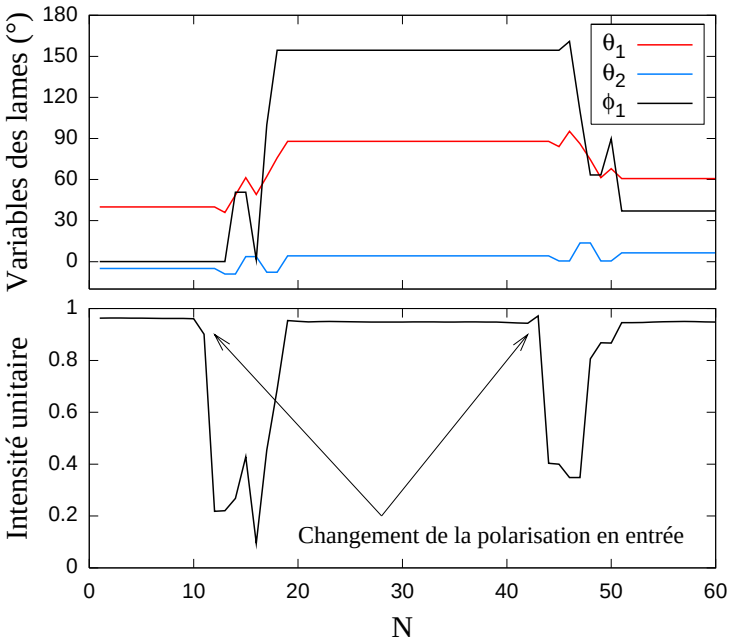


Figure 4.15: Résultat expérimental avec la troisième architecture.

Il est également possible d'estimer le temps réel de convergence de l'algorithme en connaissant le temps de réponse des lames biréfringentes qui a déjà été mesuré dans le tableau 4.1. Le

temps réel de convergence s'obtient par la formule suivante :

$$\text{temps de convergence} = \text{nombre d'itérations} \times \text{temps de réponse} \tag{4.5}$$

Cette formule nous permet d'obtenir une estimation du temps de contrôle. Mais cela reste une estimation car cela ne prend pas en compte les temps de calcul, les temps de traitement des signaux *etc.* Afin d'accélérer le processus d'acquisition et traitement des données, une carte de pilotage très rapide de type DSP, permettrait d'obtenir des temps de convergence identiques à ceux fournis par la formule 4.5.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons pu montrer expérimentalement la bonne adéquation du contrôleur de polarisation et des algorithmes de pilotage. Le contrôleur a montré qu'il avait les bonnes caractéristiques statiques de déphasage ce qui permet de le piloter précisément en utilisant les relations obtenues au chapitre 2. Concernant la dynamique, les temps de réponse intrinsèque de l'ordre de la centaine de μs peuvent être réduits à quelques dizaines de μs pour un incrément grâce à des pré-impulsions électriques ce qui rend ce contrôleur compatible dans la plupart des compensations ($5°/20\mu s$).

En ce qui concerne le pilotage, les deux degrés de liberté du contrôleur présentent un avantage significatif pour l'optimisation en termes de simplicité et d'efficacité. Avec ce type de composant, le contrôle sans fin et l'absence de phase de remise à zéro sont des propriétés intrinsèques aux différentes architectures, qui ont été validées au cours de nombreux tests expérimentaux. Finalement, la solution d'évitement du pôle a également été validée expérimentalement par la zone d'exclusion ainsi que par la troisième solution.

CHAPITRE 5

PMD au 2ème ordre après la compensation de PMD au 1er ordre

5.1 Introduction

Les stratégies standard pour compenser la PMD au 1er ordre sont soit d'annuler le DGD total, soit d'aligner les PSPs de la PMD totale sur les SOPs d'entrée [75]. La dernière solution est particulièrement pratique car elle ne nécessite pas la présence d'un DGD variable [76, 77]. Cependant les conséquences sur la PMD de 2ème ordre ne seront pas les mêmes [78]. En effet avec l'augmentation rapide du débit, la bande passante du signal augmente et la PMD au 2ème ordre devient une limitation importante en créant des distortions des impulsions et en augmentant les pénalités OSNR [79, 80].

Dans ce chapitre, nous introduirons le formalisme et la statistique de la PMD au 2ème ordre. Puis, nous présenterons les conditions géométriques sur l'alignement des PSPs et des SOPs ainsi que l'évaluation de la PMD au 2ème ordre induite par la compensation de PMD au 1er ordre. Nous mettrons ensuite en évidence les perturbations du DOP induites par la PMD au 2ème ordre. Puis nous étudierons la corrélation entre le DOP et la pénalité OSNR en présence de PMD au 2ème ordre. Enfin, nous effectuerons les simulations pour tester l'impact de la PMD au 2ème ordre avec deux méthodes de compensation de PMD au 1er ordre et nous étudierons l'impact de la compensation de PMD au 1er ordre sur la performance du système en utilisant le DOP comme le signal de contre-réaction.

5.2 PMD au 2ème ordre

5.2.1 Définition de la PMD au 2ème ordre

En utilisant la définition de la PMD au premier ordre : $\vec{\tau} = \tau \cdot \hat{q}$, par dérivation, nous obtenons l'expression du vecteur PMD au deuxième ordre dans l'espace de Stokes :

$$\vec{\tau}_\omega = \tau_\omega \cdot \hat{q} + \tau \cdot \hat{q}_\omega \tag{5.1}$$

Où l'indice indique la différentiation par rapport à ω qui est la fréquence angulaire optique, τ est le DGD, et $\hat{q}$ est le vecteur unitaire aligné avec le PSP dans l'espace Stokes. Comme le montre l'équation 5.1, le vecteur $\vec{\tau}_\omega$ est constitué par deux termes :

- ◇ Le premièr terme est parallèle au vecteur de la PMD au premier ordre $\vec{\tau}$: $\vec{\tau}_{\omega//} = \tau_\omega \cdot \hat{q}$. L'amplitude de ce terme, τ_ω, est la variation du DGD avec la longueur d'onde et produit la dispersion chromatique dépendant de la polarisation (PCD) [81, 82]. La PCD est usuellement définie par :
$$\tau_\lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi c}\tau_\omega \tag{5.2}$$
L'unité de PCD s/m est alors homogène à la dispersion chromatique.
- ◇ Le deuxième terme est perpendiculaire au vecteur $\vec{\tau}$: $\vec{\tau}_{\omega\perp} = \tau \cdot \hat{q}_\omega$. il décrit la dépolarisation de PSP : une rotation de PSP avec la fréquence, et s'exprime par le produit de DGD et $\hat{q}_\omega$ dont la norme s'appelle le taux de dépolarisation du PSP. La dépolarisation de PSP peut avoir un effet préjudiciable sur la compensation de PMD au premier ordre.

5.2.2 Distribution statistique de la PMD au 2ème ordre

Nous avons déjà vu que la densité de probabilité de la PMD au premier ordre est une fonction Maxwellienne (voir chapitre 1). Nous présentons maintenant les distributions statistiques de la PMD au 2ème ordre qui s'expriment en fonction du DGD moyen $\langle\tau\rangle$. La densité de probabilité de la norme du vecteur PMD au 2ème ordre est [83, 84] :

$$p_{|\vec{\tau}_\omega|}(x) = \frac{8}{\pi\langle\tau\rangle^2}\frac{4x}{\langle\tau\rangle^2}\tanh\frac{4x}{\langle\tau\rangle^2}\operatorname{sech}\frac{4x}{\langle\tau\rangle^2} \qquad x \geq 0 \tag{5.3}$$

Il est également possible de définir les distributions des deux composantes de la PMD au 2ème ordre. La distribution de la PCD associée au vecteur PMD au 2ème ordre a l'expression suivante [85] :

$$p_{\tau_\omega}(x) = \frac{2}{\langle\tau\rangle^2}\operatorname{sech}\frac{4x}{\langle\tau\rangle^2} \tag{5.4}$$

La Figure 5.1 montre ces deux densités de probabilité.

Les distributions statistiques sur la dépolarisation des PSPs et le taux de dépolarisation sont données par les expressions [86] :

$$p_{|\tau_{\omega\perp}|}(x) = x\left(\frac{8}{\pi\langle\tau\rangle^2}\right)^2\int_0^\infty J_0\left(\frac{8\alpha x}{\pi\langle\tau\rangle^2}\right)\operatorname{sech}\alpha\sqrt{\alpha\tanh\alpha}\,d\alpha \qquad x \geq 0 \tag{5.5}$$

et

$$p_{|\hat{q}_\omega|}(x) = x\left(\frac{24}{\pi\langle\tau\rangle^2}\right)^2 \int_0^\infty \frac{\sinh^{3/2}\beta}{\sqrt{\beta}\cosh^{5/2}\beta}\, {}_1F_1\left(\frac{5}{2};1;-\frac{4\beta x^2}{\pi\langle\tau\rangle^2}\tanh\beta\right) d\beta \qquad x \geq 0 \tag{5.6}$$

où J_0 est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 et ${}_1F_1$ est une fonction hypergéométrique. Les courbes dans la Figure 5.2 montrent ces distributions statistiques.

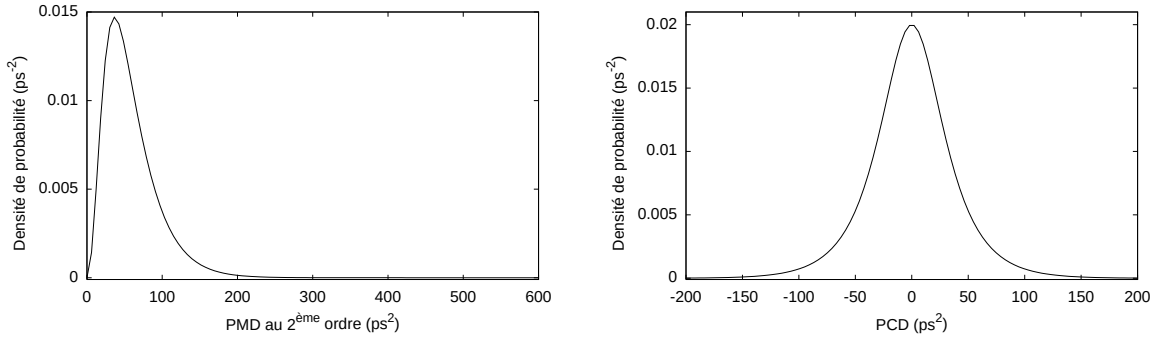


Figure 5.1: Distributions de l'amplitude de PMD au 2ème ordre et de la PCD avec $\langle\tau\rangle = 10ps$.

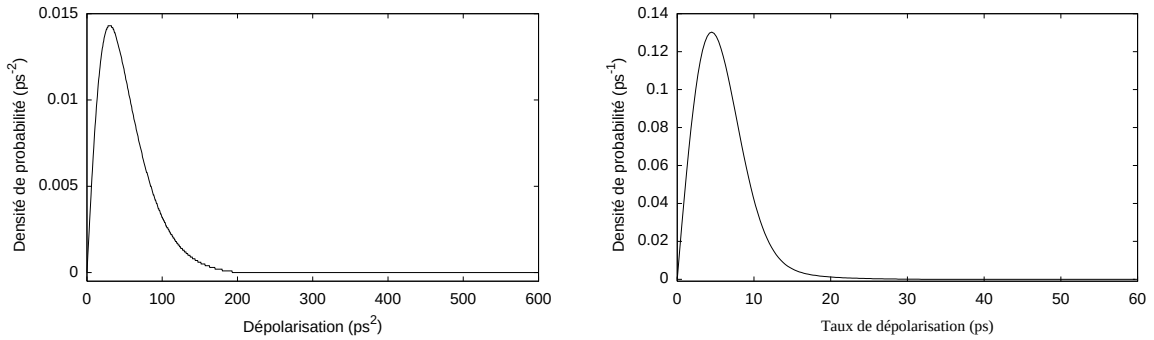


Figure 5.2: Distributions de l'amplitude de dépolarisation et du taux de dépolarisation avec $\langle\tau\rangle = 10ps$.

La relation statistique entre la PMD au premier ordre et au deuxième ordre peut être représentée par les valeurs de la racine de la moyenne des carrés (RMS) des différentes grandeurs en fonction de la valeur moyenne du DGD $\langle\tau\rangle$:

◇ la valeur RMS de la norme du vecteur PMD au deuxième ordre :

$$|\vec{\tau}_\omega|_{RMS} = \sqrt{3}\frac{\pi}{8}\langle\tau\rangle^2 \tag{5.7}$$

◇ la valeur RMS de la PCD :

$$\tau_{\omega,RMS} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\pi}{8}\langle\tau\rangle^2 \tag{5.8}$$

◇ la valeur RMS de la norme de la dépolarisation du PSP :

$$|\vec{\tau}_{\omega\perp}|_{RMS} = \frac{\pi}{2\sqrt{6}}\langle\tau\rangle^2 \tag{5.9}$$

◇ la valeur RMS de la norme du taux de dépolarisation du PSP :

$$|\hat{q}_\omega|_{RMS} = \sqrt{\frac{\pi}{6}}\langle\tau\rangle \tag{5.10}$$

Nous avons également les relations :

$$\langle\tau_\omega^2\rangle = \frac{1}{9}\langle|\vec{\tau}_\omega|^2\rangle \tag{5.11}$$

et

$$\langle|\vec{\tau}_{\omega\perp}|^2\rangle = \frac{8}{9}\langle|\vec{\tau}_\omega|^2\rangle \tag{5.12}$$

La Figure 5.3 montre ces relations. Des simulations et des expérimentations ont permis de vérifier ces théories [87, 88, 89].

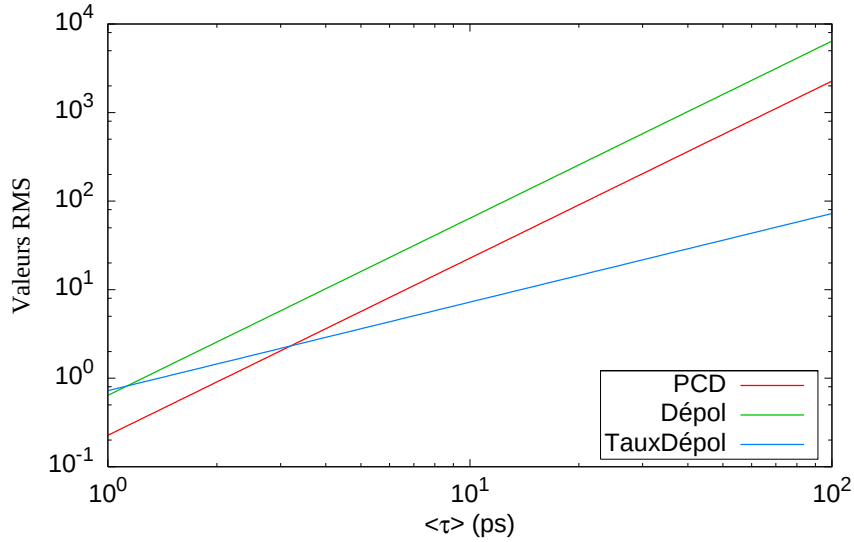


Figure 5.3: La relation entre les valeurs RMS des composants de la PMD au deuxième ordre en fonction de $\langle\tau\rangle$.

5.2.3 Compensation de PMD au 2ème ordre

De nombreuses études sur la compensation optique de PMD au 1er ordre et au 2ème ordre ont proposé différentes architectures. Le principe est d'ajouter un composant qui permet d'annuler la PMD au 2ème ordre derrière le compensateur de la PMD au premier ordre.

La première solution proposée contient deux parties : le compensateur de PMD au 1er ordre et le composant de l'annulation de la PMD au 2ème ordre [90, 91]. La Figure 5.4 montre l'architecture de cette solution. Le deuxième contrôleur de polarisation et le cube séparateur de polarisation permettent d'annuler la PMD au 2ème ordre (la dépolarisation). Deux signaux de contre-réaction sont utilisés : le DOP et la puissance du signal de sortie. La boucle de contre-réaction fonctionne pour maximiser les deux signaux.

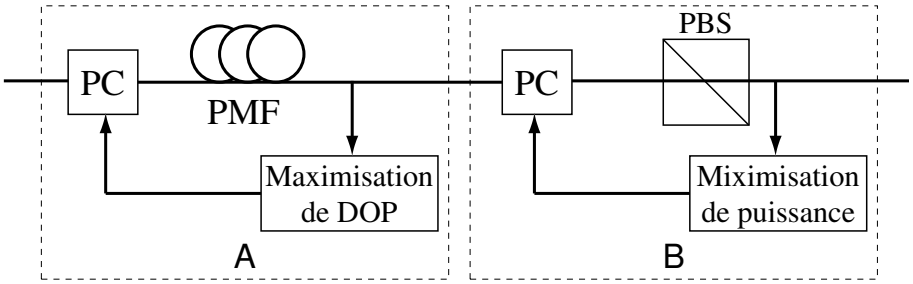


Figure 5.4: Compensateur de la PMD avec deux signaux de contre-réaction. A : Compensateur de la PMD au 1er ordre ; B : Module de l'annulation de la PMD au 2ème ordre. (Le cube séparateur de polarisation filtre la dépolarisation.)

La deuxième solution proposée est similaire à la première solution, mais avec une architecture plus simple [92, 93]. Le signal de contre-réaction est issu d'une sortie du cube séparateur de polarisation. On minimise cette puissance en pilotant les deux contrôleurs de polarisation (Figure 5.5).

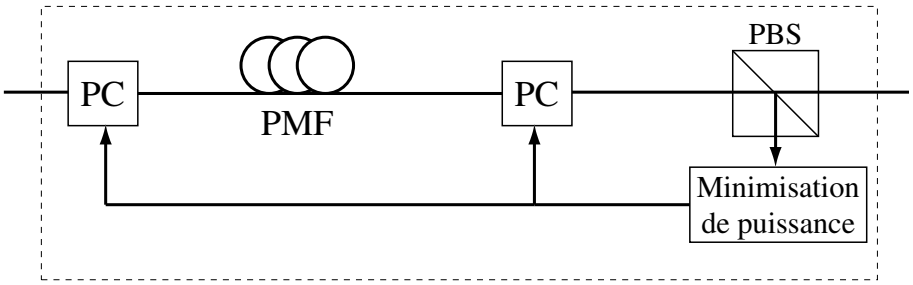


Figure 5.5: Compensateur de la PMD avec un signal de contre-réaction.

La dernière solution ne place plus un cube derrière le deuxième contrôleur de polarisation, mais un élément avec un DGD fixe par exemple une PMF [94] comme le montre la Figure 5.6. Deux tronçons d'éléments biréfringents permettent d'induire une PMD au 2ème ordre pour compenser la PMD au 2ème ordre du lien optique.

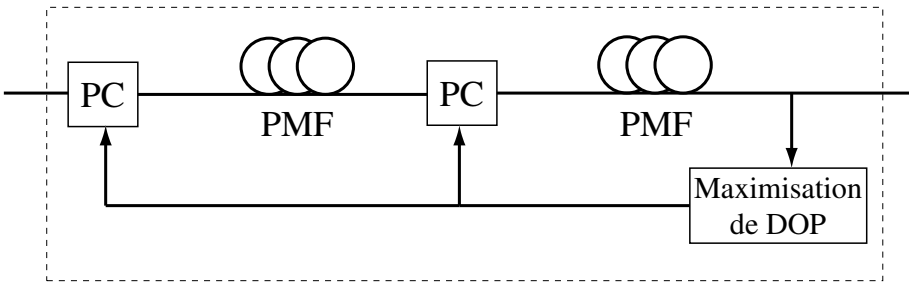


Figure 5.6: Compensateur de la PMD avec deux tronçon de PMF.

Cependant, nous remarquons que toutes ces architectures ne permettent pas de compenser la PCD, qui est parallèle avec le vecteur PMD au premier ordre, c'est-à-dire qu'elles ne compensent que la dépolarisation. Ces architectures constituent donc des compensateurs partiels de la PMD au 2ème ordre.

5.3 Compensation de PMD au 1er ordre

5.3.1 Condition de l'alignement

Nous allons étudier en détail la méthode consistant à aligner les directions du PSP de la PMD résultante avec le SOP d'entrée à l'aide d'un contrôleur de polarisation. Considérons la concaténation des deux tronçons : la fibre ($\vec{\tau}_1 = \tau_1 \cdot \hat{q}_1$) et le compensateur de PMD ($\vec{\tau}_2 = \tau_2 \cdot \hat{q}_2$). La Figure 5.7 montre le principe de cette méthode où θ_1 représente l'azimut physique de la polarisation d'entrée et $theta_2$ est l'orientation physique du contrôleur. Nous supposons que la matrice de Jones pour la fibre de transmission est la matrice identité à la fréquence centrale du signal optique ($f_0 = 193,1THz$ dans notre simulation) afin que tous les vecteurs soient dans le même plan.

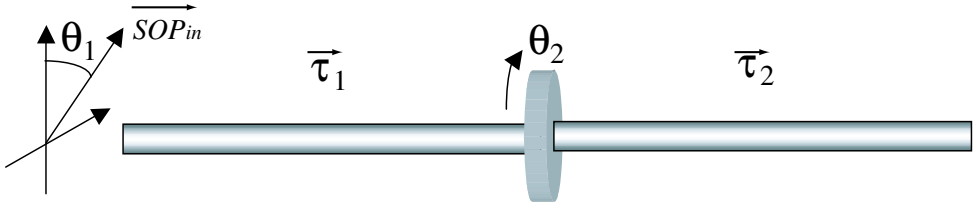


Figure 5.7: Principe de la compensation de PMD au 1er ordre.

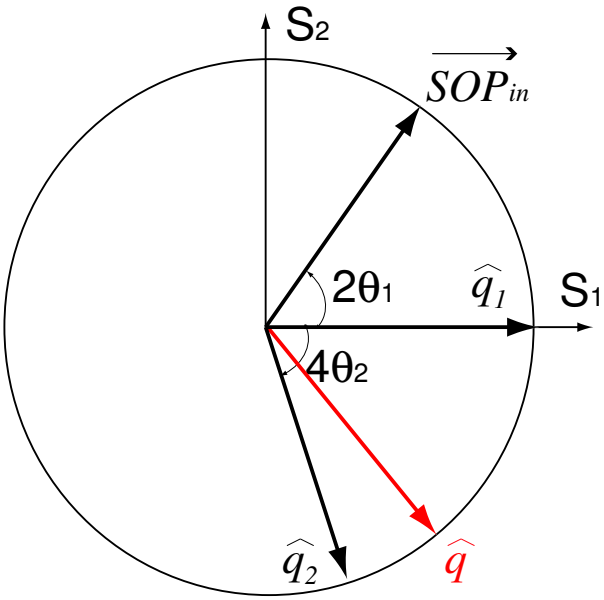


Figure 5.8: Diagramme de la compensation de PMD au premier ordre avec deux tronçons.

Pour aligner les trois vecteurs, il faut qu'ils soient dans le même plan comme le montre la Figure 5.8. Où $\vec{\tau} = \tau \cdot \hat{q} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2$ et $2\theta_1$ est l'azimut de SOP d'entrée dans l'espace de Stokes. Pour simplifier la discussion et l'analyse, nous supposons que les trois vecteurs sont disposés sur l'équateur et les deux tronçons ont leurs PSP alignés. Le rotateur de polarisation situé entre les deux tronçons permet alors de contrôler l'orientation relative des deux vecteurs PMD. Il est

orienté à $2\theta_2$ du PSP ce qui permet de positionner $\hat{q}_2$ à $4\theta_2$ de $\hat{q}_1$.

Nous obtenons alors la condition suivante pour aligner le PSP total et le SOP d'entrée :

$$\theta_1 = k\pi + \frac{1}{2}\arctan\frac{\frac{\tau_2}{\tau_1}\sin(4\theta_2)}{1+\frac{\tau_2}{\tau_1}\cos(4\theta_2)} \tag{5.13}$$

avec $k = 0, 1, 2, 3\cdots$, et la PMD totale nulle lorsque $\theta_2 = 45°$ et $\tau_1 = \tau_2$. La Figure 5.9 montre les relations entre les deux azimuts.

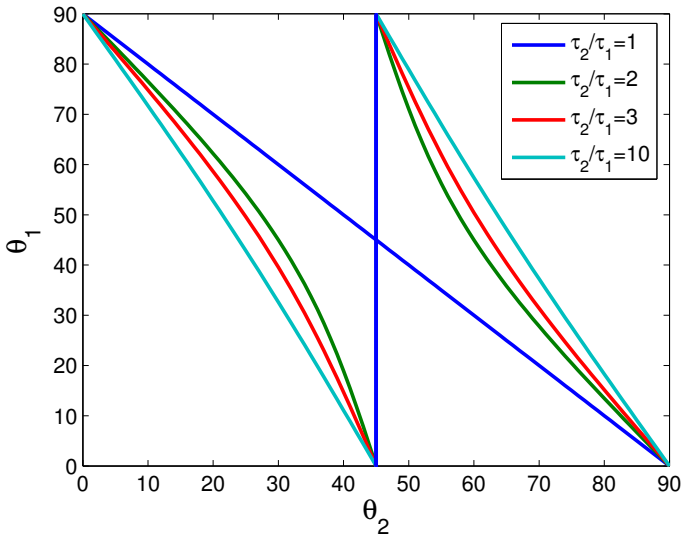


Figure 5.9: Relation entre θ_1 et θ_2 quand le PSP est parallèle avec le SOP d'entrée.

Ce calcul a été effectué dans le plan S_1OS_2, mais le résultat reste général, car nous pouvons arbitrairement tourner le plan équatorial et obtenir un résultat identique.

5.3.2 PMD au 2ème ordre pendant la compensation de PMD au 1er ordre

Nous remarquons qu'avec cette architecture de compensateur (la partie « A »dans la Figure 5.4), les vecteurs PMD de la fibre et du compensateur sont rarement alignés si bien que d'après la règle de concaténation, nous devons obtenir de la PMD au 2ème ordre induite par ce désalignement. Si nous utilisons une lame avec θ_2 d'azimut physique pour faire tourner le PSP du compensateur orienté de $4\theta_2$ sur la sphère de Poincaré comme le montre la Figure 5.8. La PMD résultante avec ces deux parties s'exprime par [95, 96] :

$$\vec{\tau} = \tau_2\hat{q}_2 + \cos(\omega\tau_2)\tau_1\hat{q}_1 + \sin(\omega\tau_2)\tau_1\hat{q}_2 \times \hat{q}_1 + 2\sin^2(\omega\tau_2/2)\tau_1(\hat{q}_1\cdot\hat{q}_2)\hat{q}_2 \tag{5.14}$$

et

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2 + 2\tau_1\tau_2\hat{q}_1\cdot\hat{q}_2} \tag{5.15}$$

Nous pouvons également obtenir la PMD au 2ème ordre :

$$\vec{\tau}_\omega = \frac{\partial\vec{\tau}}{\partial\omega} = \tau_1\tau_2(-\hat{q}_1\sin(\omega\tau_2) + \cos(\omega\tau_2)\hat{q}_2 \times \hat{q}_1 + \sin(\omega\tau_2)(\hat{q}_1\cdot\hat{q}_2)\hat{q}_2) \tag{5.16}$$

et

$$|\vec{\tau}_\omega| = \tau_1\tau_2 \sin 4\theta_2 \tag{5.17}$$

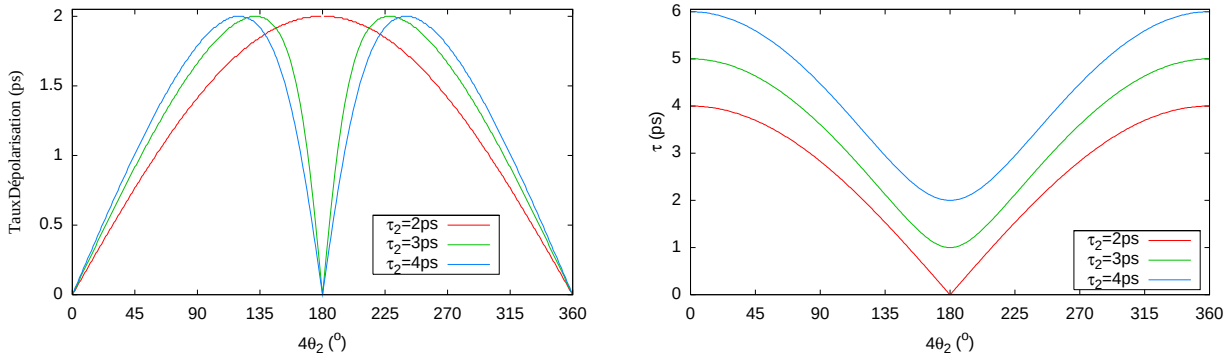


Figure 5.10: Taux de dépolarisation induit et DGD résultant en fonction de $4\theta_2$ (l'angle entre deux PMD). τ_1 est fixé à $2ps$.

Nous observons que la PMD au 2ème ordre possède une amplitude qui varie entre 0 à $\tau_1\tau_2$, et que cette PMD ne contient que de la dépolarisation, parce que le DGD est indépendant de la fréquence ω. Le taux de dépolarisation est alors obtenu par le rapport entre la dépolarisation et le DGD total :

$$|\hat{q}_\omega| = \frac{|\vec{\tau}_\omega|}{\tau} \tag{5.18}$$

La Figure 5.10 nous montre que le taux de dépolarisation a une amplitude minimum lorsque les deux vecteurs PMD sont alignés (même sens et sens opposés). Par contre, le DGD est minimum lorsque les deux vecteurs PMD sont de sens opposés. Une simulation simple sous $VPItransmissionMaker^{TM}WDM$ [97] vérifie ce résultat. Le schéma de simulation est détaillé dans la Figure 5.11. Le module « **J** »permet de tester la PMD au 1er ordre et au 2ème ordre en imposant de façon indépendante le DGD, la dépolarisation, la PCD *etc.* Le premier émulateur est utilisé pour simuler les effets de la PMD dans les fibres de transmission, et le deuxième fonctionne comme un élément n'introduisant que de la PMD au 1er ordre, simulant la fibre de compensation.

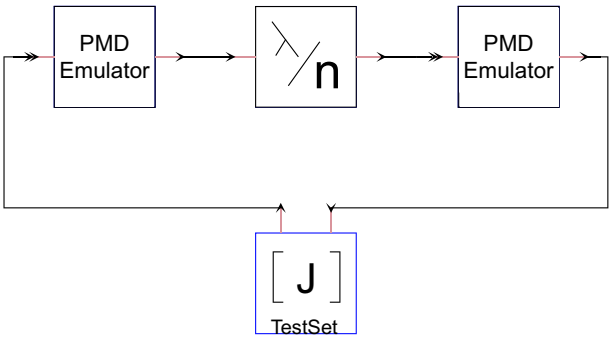


Figure 5.11: Schéma sous VPI pour tester la PMD au 2ème ordre induite par le compensateur de PMD au 1er ordre. Une lame demi-onde permet de tourner le PSP du deuxième émulateur.

Plusieurs modèles d'émulateurs de PMD au 1er et 2ème ordre ont été proposés [79, 98, 99, 100]. Cependant la plupart gênèrent de la PMD aux ordres supérieurs, ce qui potentiellement peut perturber les mesures du DOP, du BER et des pénalités. Pour éviter cela, nous utilisons le modèle de Forestieri qui crée une PMD contrôlée au 1er et 2ème ordre sans créer d'ordres supérieurs. Ce modèle permet de construire la matrice de Jones du système optique équivalent à l'émulateur. Cette matrice unitaire s'exprime à partir des caractéristiques de la PMD [101] :

$$U(\omega) = \begin{pmatrix} u_1(\omega) & u_2(\omega) \\ -u_2^*(\omega) & u_1^*(\omega) \end{pmatrix} \tag{5.19}$$

avec :

$$u_1(\omega) = \cos\sqrt{x^2(\omega)+y^2(\omega)+z^2(\omega)} + jx(\omega)\frac{\sin\sqrt{x^2(\omega)+y^2(\omega)+z^2(\omega)}}{\sqrt{x^2(\omega)+y^2(\omega)+z^2(\omega)}}$$
$$u_2(\omega) = (z(\omega)+jy(\omega))\frac{\sin\sqrt{x^2(\omega)+y^2(\omega)+z^2(\omega)}}{\sqrt{x^2(\omega)+y^2(\omega)+z^2(\omega)}}$$

où :

$$x(\omega) = \tfrac{1}{2}\omega\tau + \tfrac{1}{4}\omega^2\tau_\omega$$
$$y(\omega) = \tfrac{1}{4}\omega^2\tau|\hat{q}_\omega|$$
$$z(\omega) = \tfrac{1}{8}\omega^2\tau|\hat{q}_\omega|\mathrm{erf}\left(\tfrac{\sqrt{\pi}}{6}\omega\tau\right)$$

La co-simulation entre VPI et Matlab nous permet de réaliser ce module. Les résultats sont montrés dans la Figure 5.12, qui présente l'accord entre la théorie et les cercles obtenus par la simulation.

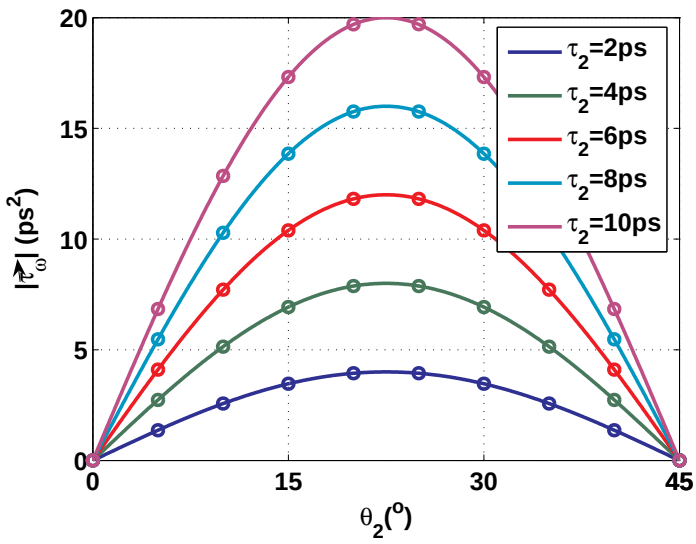


Figure 5.12: La PMD au 2ème ordre induite par l'angle de deux PSP. Les lignes sont les résultats théoriques et les signes « ∘ »sont les résultats de simulation.

Où la fréquence centrale est de $193,1THz$ et le DGD du premier émulateur τ_1 est de $2ps$. La PMD au 2ème ordre présentée dans la Figure ne comprend en fait que la dépolarisation selon les analyses précédentes.

5.4 Pénalité OSNR et DOP pour les formats NRZ et RZ

5.4.1 DOP en présence de la PMD au 2ème ordre

La définition du DOP est faite dans le chapitre 1 lorsqu'il n'y a que la PMD au 1er ordre. Ce paramètre dépend également du poids relatif des puissances optiques sur les deux PSPs γ, du DGD et du format de modulation [102]. Pour les impulsions $f(t)$ avec une largeur T, il s'exprime selon la formule suivante [103] :

$$DOP = \sqrt{1 - 4\gamma(1-\gamma)\left(1 - \frac{\left(\int_0^T f(t)f(t-\tau)\,dt\right)^2}{\int_0^T f^2(t)\,dt \cdot \int_0^T f^2(t-\tau)\,dt}\right)} \tag{5.20}$$

Typiquement, pour une impulsion Gausienne avec la largeur T_b, nous avons :

$$DOP = \sqrt{1 - 4\gamma(1-\gamma)\left(1 - \exp(-\frac{\tau^2}{2\sigma_0^2})\right)} \tag{5.21}$$

où $\sigma_0 = T_b/1,665$. Nous observons que le DOP est minimisé quand $\gamma = 0,5$ et qu'il est maximum quand $\gamma = 0$ ou $\gamma = 1$.

Dans les cas particuliers des codages NRZ (nonreturn-to-zero) et RZ (return-to-zero), les valeurs de DOP, pour les séquences binaires pseudo aléatoires (PRBS) ont pour expressions [104] :

$$DOP_{NRZ} = \sqrt{1 - 4\gamma(1-\gamma)\frac{\tau}{T_b}\left(1 - \frac{\tau}{4T_b}\right)}, \quad 0 < \tau \leq T_b \tag{5.22}$$

$$DOP_{RZ} = \sqrt{1 - 4\gamma(1-\gamma)\frac{\tau}{t_0}\left(2 - \frac{\tau}{t_0}\right)}, \quad 0 < \tau \leq T_b \tag{5.23}$$

où, T_b est le temps bit, et t_0 est la largeur d'impulsion du codage RZ.

Ces formules sont obtenues en ne tenant compte que de la PMD au 1er ordre. Il faut maintenant étudier l'impact de la PMD au 2ème ordre à l'aide du logiciel VPI.

La structure de la simulation est présentée dans la Figure 5.13 et toutes les simulations sont faites avec un système de transmission optique à 40Gbit/s.

Le module « PRBS »permet de produire la série de données numériques et le module « GAUSS »permet d'obtenir les impulsions pouvant convenir pour les codages NRZ et RZ (qui sont des super-Gaussiennes d'ordre 2). Dans toutes nos simulations, le rapport cyclique pour le codage RZ est fixé à 30%, c'est-à-dire la largeur d'impulsion est égale à $7,5ps$ pour la transmission de 40Gbit/s. Le module « MZM »est un modulateur Mach-Zehnder qui module avec le codage souhaité, la porteuse produite par le module « CW ». Dans ce module, nous pouvons modifier l'azimut et l'ellipticité du SOP d'entrée. Enfin, le module « SOP Analyser »et les modules derrière celui-là sont utilisés pour recueillir et traiter les données dans l'espace de

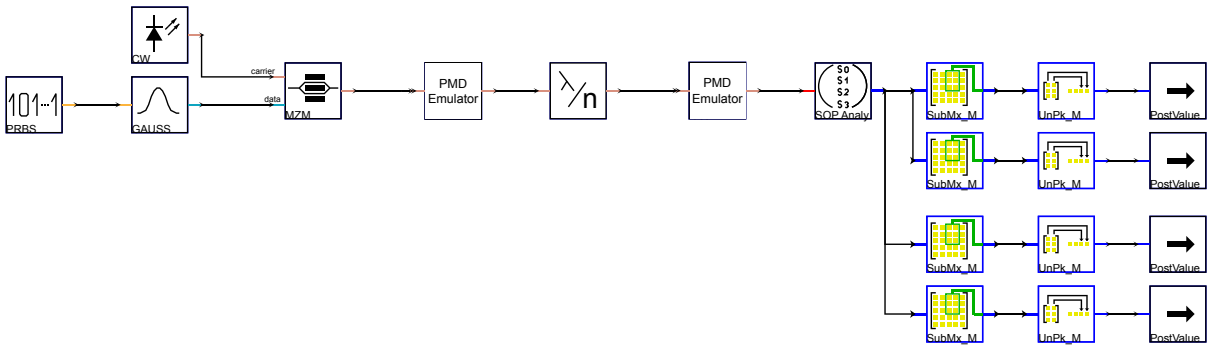


Figure 5.13: Schéma sous VPI pour tester le DOP et les paramètres de Stokes en sortie.

Stokes afin de mesurer le DOP. Le module d'émulation et de compensation est le même que celui présenté au paragraphe 5.3.2. La première étape consiste à étudier le DOP en fonction de γ en présence de PMD au 2ème ordre. Pour cela, il suffit de désactiver le deuxième émulateur et le rotateur afin de garantir les valeurs exactes de la PMD au 2ème ordre. En contrôlant l'orientation des SOPs en entrée avec le module « CW »nous étudions ainsi les variations du DOP.

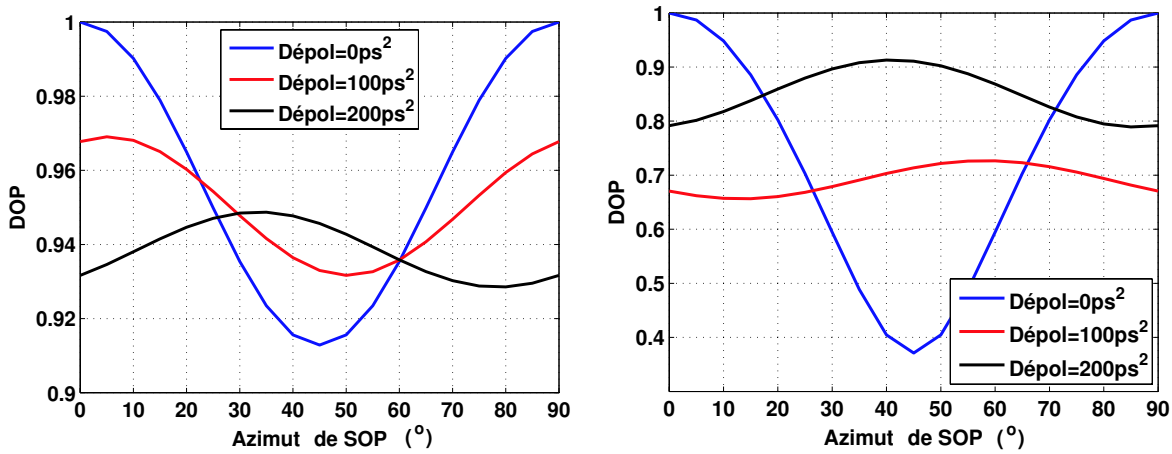
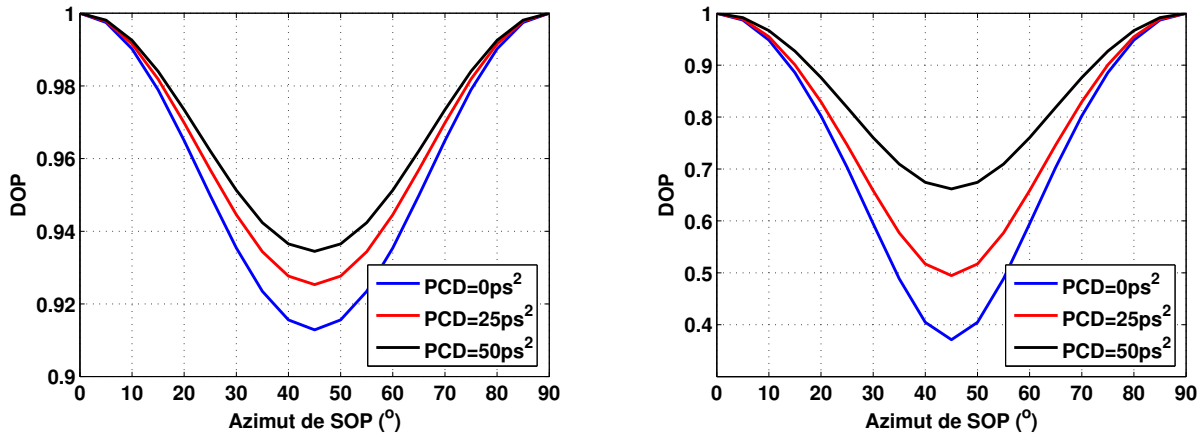


Figure 5.14: DOP en fonction de l'azimut de SOP avec les différentes dépolarisations avec $\tau = 10ps$ et $\tau_\omega = 0$ (Les angles sont donnés dans l'espace réel).

Les figures 5.14 et 5.15 nous montrent les résultats des simulations. Nous observons que la dépolarisation modifie à la fois les amplitudes du DOP, mais modifie également considérablement l'évolution du DOP en fonction de γ, c'est-à-dire que les minima ne sont plus obtenus lorsque l'azimut du SOP est $45°$ ($\gamma = 0,5$) et les maxima n'apparaissent plus avec un azimut de SOP égal à 0 ou $90°$ ($\gamma = 0$ ou 1). Pour les fortes valeurs de dépolarisation, le maximum de DOP se situe lorsque l'azimut du SOP est de $45°$. On constate d'autre part qu'avec l'accroissement de la dépolarisation, les amplitudes de variation du DOP ont tendance à diminuer. Ceci peut s'expliquer par l'évolution angulaire des PSPs dans la bande passante du signal optique. Le spectre optique a une bande passante égale à $\Delta\omega = 4\pi/T_b$ pour le format



a : NRZ b : 30% RZ

Figure 5.15: DOP sur l'azimut de SOP avec les différentes PCD avec $\tau = 10ps$ et $|\hat{q}_\omega| = 0$ (Les angles sont donnés dans l'espace réel).

NRZ et $\Delta\omega = 4\pi/t_0$ pour le format RZ, c'est-à-dire respectivement : $0,5rad/ps$ et $1,5rad/ps$. Pour un taux de dépolarisation $|\hat{q}_\omega| = 20ps$, les PSPs tourneront d'environ $10rad$ pour le NRZ et $30rad$ pour le RZ, ce qui correspond à de grandes amplitudes de variation de ce vecteur. Avec des taux de dépolarisation assez élevés, le DOP devient très peu sensible à l'orientation des SOPs. Nous constatons également que le format RZ, du fait de sa plus grande bande passante, est plus affecté par ce phénomène.

La PCD a une moindre influence sur le DOP : seule une évolution des amplitudes du DOP, vis à vis de l'orientation des SOPs est observée. Nous constatons que lorsque la PCD augmente, l'amplitude moyenne du DOP augmente également. Ce phénomène provient du fait que la PCD provoque un élargissement des impulsions et que cet élargissement induit un recouvrement des deux impulsions sur chaque PSP, ce qui tend à repolariser l'impulsion globale.

5.4.2 Corrélation entre DOP et la pénalité OSNR

Au premier ordre, le lien entre le DOP et la PMD est assez explicite : les composantes orthogonales de l'impulsion orientées selon les PSPs ont des vitesses de groupe différentes et vont se décaler temporellement d'une valeur égale au DGD τ. Par conséquent une impulsion s'élargit au fur et à mesure de sa propagation. Cet élargissement a un impact direct sur le DOP mais également sur la qualité de la transmission. Cet impact peut être obtenu de façon quantitative par la mesure de paramètres tels que la pénalité OSNR, la diagramme d'œil, le facteur Q *etc.* Nous choisissons la pénalité OSNR par rapport à un BER à 10^{-12} pour un système de 40Gbit/s qui est une valeur classique de taux d'erreur pour les systèmes de transmission actuel. La pénalité due à la PMD au premier ordre : ε en dB, aux faibles valeurs, s'exprime en

fonction du DGD τ et de la proportion de la puissance γ sur l'un des deux PSPs [105, 106] :

$$\varepsilon = A\gamma(1-\gamma)\left(\frac{\tau}{T_b}\right)^2 \tag{5.24}$$

A est une constante qui dépend de la forme d'impulsion, du format de modulation et des caractéristiques spécifiques du récepteur optique. Cette équation montre que la pénalité est minimale lorsque $\gamma = 0$ ou 1, et que la pénalité est la plus élevée lorsque $\gamma = 0,5$. En comparant cette équation et les équations de DOP, nous observons facilement que la pénalité est optimisée quand nous maximisons le DOP en modifiant l'azimut de SOP (ou γ). Si le DGD τ est fixé, il y a une corrélation très forte entre les pénalités et le DOP. En conséquence avec de la PMD au 1er ordre, le DOP peut être naturellement utilisé comme le signal de contre-réaction pour la compensation de PMD. L'étude suivante concerne la corrélation entre la pénalité OSNR et le DOP en présence de la PMD au 2ème ordre.

Tout d'abord, nous définissons la méthode pour tester la pénalité OSNR dans la simulation. L'OSNR est défini par :

$$OSNR = 10\log_{10}\left(\frac{S}{N}\right) dB \tag{5.25}$$

où S représente la puissance du signal optique et N est la puissance du bruit optique. Nous fixons la bande passante du bruit optique à $1nm$. La pénalité OSNR est alors obtenue en calculant la variation entre l'OSNR avec PMD et l'OSNR sans PMD.

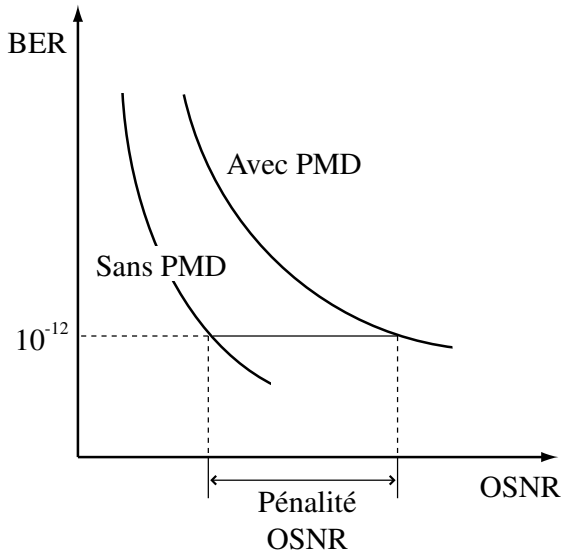


Figure 5.16: Principe du calcul de la pénalité OSNR.

La Figure 5.16 montre comment obtenir la pénalité OSNR par rapport à la courbe entre l'OSNR et le BER. Cela nous permet de faire la simulation pour tester la corrélation entre la pénalité OSNR et le DOP. La Figure 5.17 montre l'architecture de la simulation utilisée sous VPI afin de mesurer le BER et la pénalité OSNR. Le lien représenté dans la partie supérieure de la figure permet de tester le BER et le lien en dessous mesure l'OSNR. Le module « GW-Noise »produit le bruit blanc et le module de l'atténuation peut être réglé afin de modifier la

puissance de bruit optique N. La robustesse des formats de modulation à la PMD dépend à la fois des caractéristiques du format de modulation et du récepteur [107], nous utilisons donc un filtre trapézoïdal comme filtre optique et un filtre de Bessel d'ordre 3 comme filtre électrique. Pendant le test de BER, la séquence est de $2^{11} - 1$ bits.

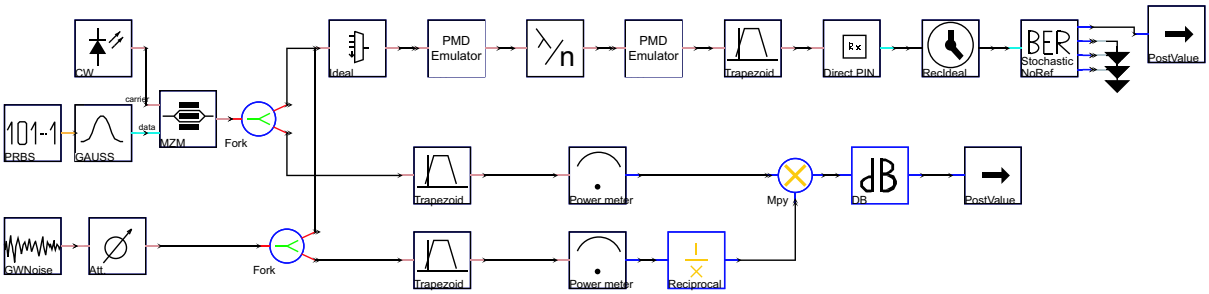
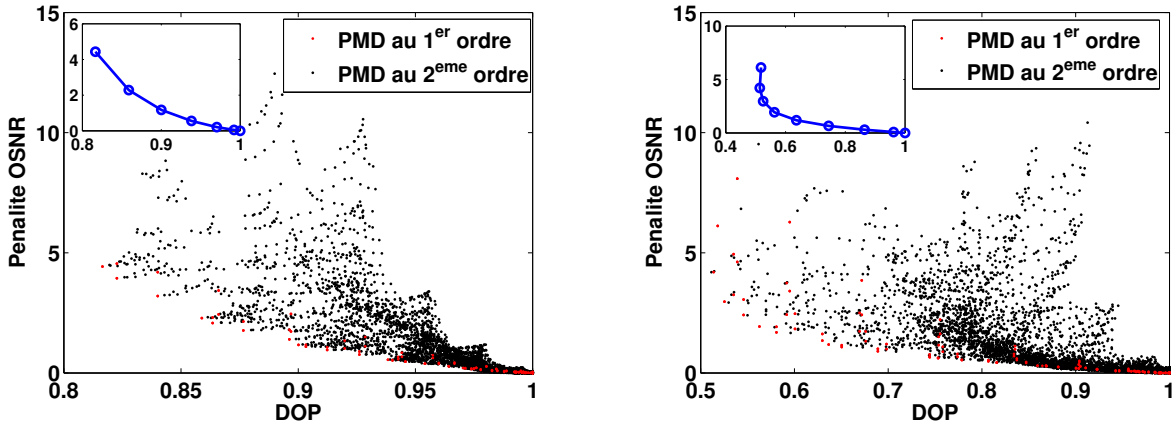


Figure 5.17: Schéma de test du BER et de la pénalité OSNR sous VPI.

De la même façon, nous désactivons le rotateur et un des deux émulateurs, et nous testons les pénalités OSNR en présence de la PMD au 1er et 2ème ordres. Les résultats sont présentés dans la Figure 5.18.



a : NRZ b : 30% RZ

Figure 5.18: Corrélation entre la pénalité OSNR et le DOP avec toutes les valeurs de $\tau \in [0, 14ps]$, PCD$\in [0, 30ps^2]$, $|\hat{q}_\omega| \in [0, 16ps]$ et $\gamma \in [0, 1]$. Les figures en insertion représentent les pénalités par rapport au DOP avec $\gamma = 0,5$ pour la PMD au 1er ordre.

On constate en toute logique que quel que soit l'ordre et la valeur de la PMD, plus le DOP augmente plus les pénalités baissent, ce qui met en évidence une certaine corrélation entre ces deux grandeurs. Cependant, cette corrélation n'est pas toujours suffisante pour utiliser le DOP comme signal de contre-réaction efficace en particulier avec de la PMD au 2ème ordre et de forte amplitude. Pour analyser finement la Figure 5.18, il faudrait également tenir compte des différentes statistiques de la PMD.

5.5 Impact de la PMD au 2ème ordre avec la compensation de PMD au 1er ordre

Maintenant, étudions quantitativement avec VPI l'impact de la PMD au 2ème ordre sur la compensation de la PMD au 1er ordre.

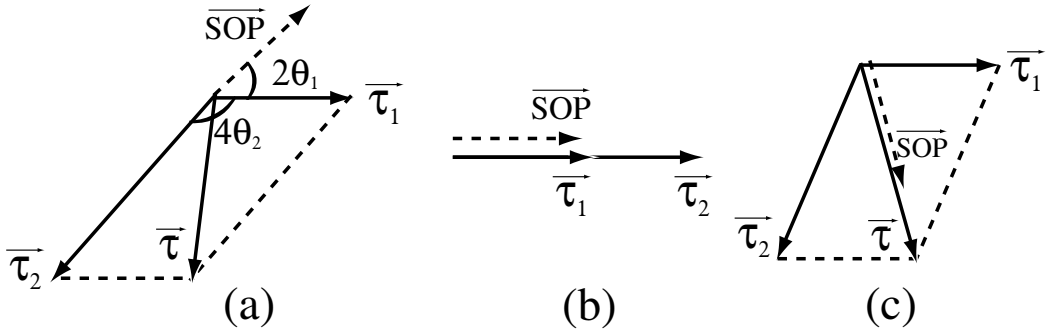


Figure 5.19: Configurations des vecteurs de la compensation de PMD. (a) : la configuration générale ; (b) : l'alignement de tous les vecteurs ; (c) : l'alignement le SOP et la PMD totale.

La Figure 5.19 représente les configurations des vecteurs dans les différentes configurations de compensation de PMD au 1er ordre. Nous étudierons tout d'abord l'impact de la PMD au 2ème ordre lorsque tous les vecteurs sont alignés, c'est à dire quand il n'y a pas de PMD additionnelle due à la concaténation des tronçons. Cette configuration est bien sûr un système non conventionnel de compensation. L'autre configuration correspond à un alignement non contraint du SOP et de la PMD résultante, dans ce cas la règle de concaténation nous indique qu'il y a une surélévation de la PMD .

5.5.1 Méthode d'alignement de tous les vecteurs

La même configuration que la Figure 5.17 est utilisée ici, mais tous les modules sont activés sauf le rotateur. Nous fixons simplement les vecteurs $\vec{\tau_1}$, $\vec{\tau_2}$ et le SOP émis par la source sur la direction S_1 dans l'espace de Stokes. Nous mettons les deux DGD (τ_1 et τ_2) à $10ps$ et modifions la valeur de la PMD au 2ème ordre qui est soit la PCD soit la dépolarisation.

D'après le résultat de la Figure 5.20, nous observons que la PCD induit des pénalités OSNR plus élevées que la dépolarisation pour la même amplitude de la PMD au 2ème ordre et que la modulation RZ est plus sensible que la modulation NRZ. Cette configuration de compensation est un cas de figure théorique très difficile à réaliser concrètement, elle va cependant nous servir de configuration de référence.

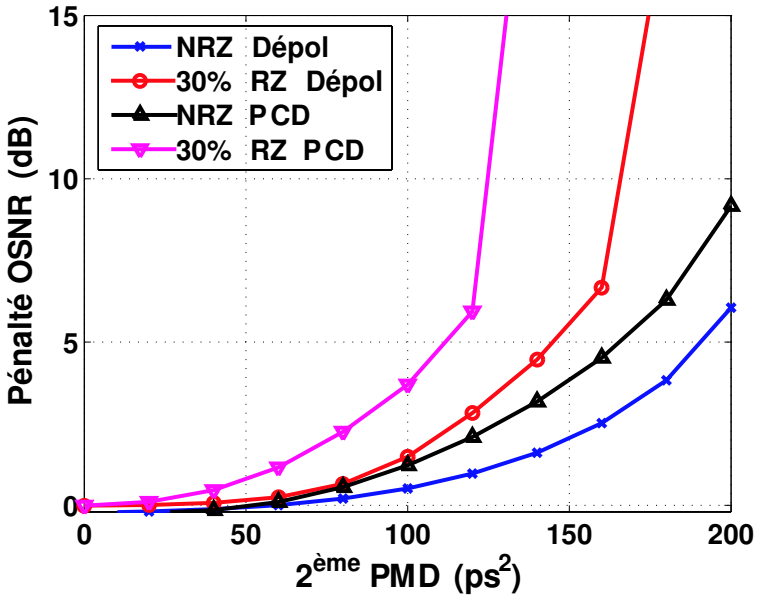


Figure 5.20: Pénalités pour les différentes configurations de PMD lors de l'alignement de tous les vecteurs.

5.5.2 Méthode de compensation par alignement sans contrainte du SOP et de la PMD résultante

Cette configuration vectorielle ne peut être construite simplement, seul un signal de contre-réaction permet de l'obtenir. Nous utiliserons le DOP, l'objectif étant d'analyser la pertinence de ce paramètre en tant que signal de contre-réaction. Pour cela, nous activons tous les modules dans la configuration pour tester la pénalité OSNR. Nous configurons aussi les deux PMD $\vec{\tau}_1$ et $\vec{\tau}_2$ selon la direction S_1 dans l'espace de Stokes, et l'azimut de SOP est orienté à $45°$ ($\gamma = 0,5$), ce qui est le pire des cas pour la valeur du DOP. Le contrôleur de polarisation est utilisé pour orienter τ_2 afin d'aligner la PMD résultante avec la direction du SOP. Nous cherchons à maximiser le DOP puis, nous mesurons la pénalité OSNR pour ces configurations.

Le résultat de la simulation (Figure 5.21) montre que la modulation RZ induit également plus de pénalités que la modulation NRZ, mais la dépolarisation produit une pénalité OSNR plus importante que la PCD avec cette méthode de compensation. Pourquoi ce phénomène apparaît-il ? Nous analyserons par les simulations les différences entre deux résultats avec une configuration de PMD fixée.

5.5.3 Discussion des deux méthodes

Il a été démontré que l'optimisation de DOP permet d'aligner le SOP et la PMD en présence de la PMD au 1er ordre. Qu'en est-il lorsqu'il y a également de la PMD d'ordre 2. Pour étudier cela nous évaluons le DOP et les pénalités dans les différentes configurations. D'abord, nous configurons le système de simulation avec $\tau_1 = 4ps$, $\tau_2 = 8ps$, $\tau_\omega = 60ps^2$ et $|\hat{q}_\omega| = 0$. Nous

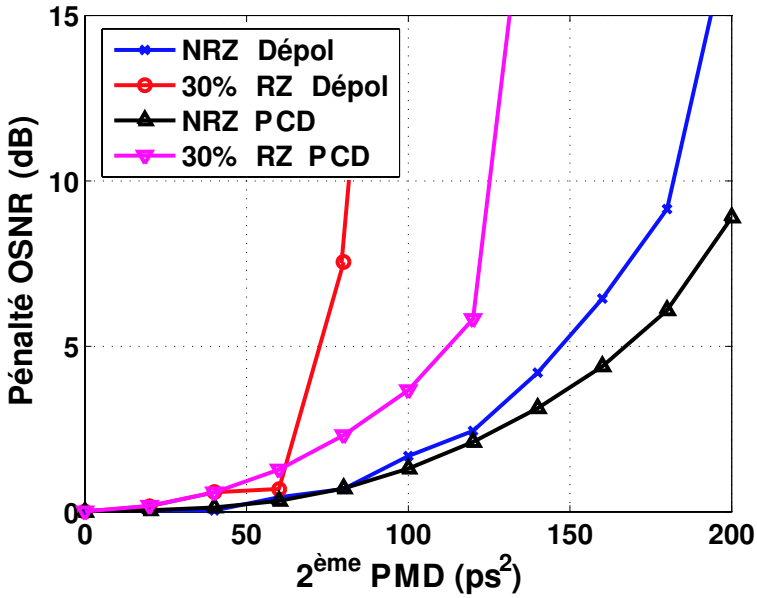
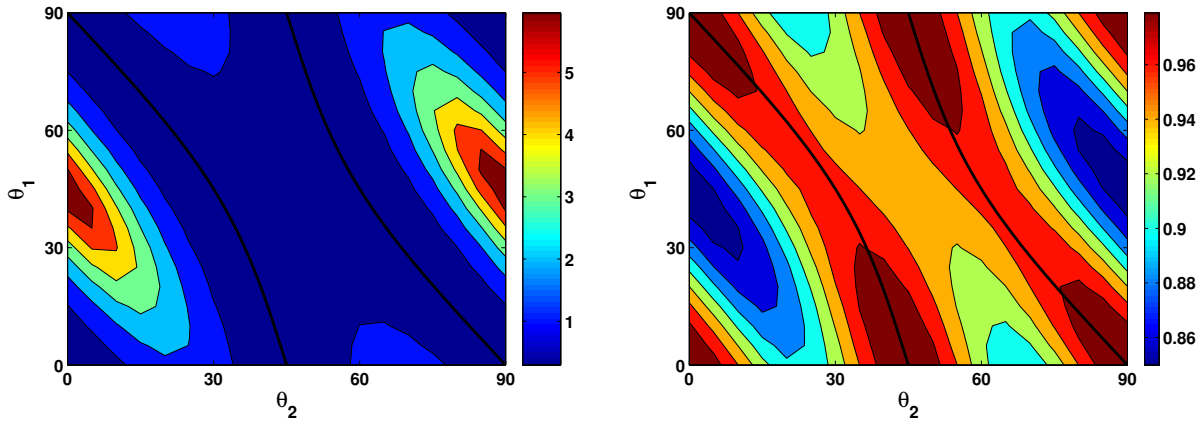


Figure 5.21: Pénalité pour les différentes configurations de PMD lors de l'optimisation de DOP.

utilisons une lame demi-onde pour tourner τ_2, et θ_1 et θ_2 désignent respectivement, les azimuts physiques du SOP injecté et de la lame.

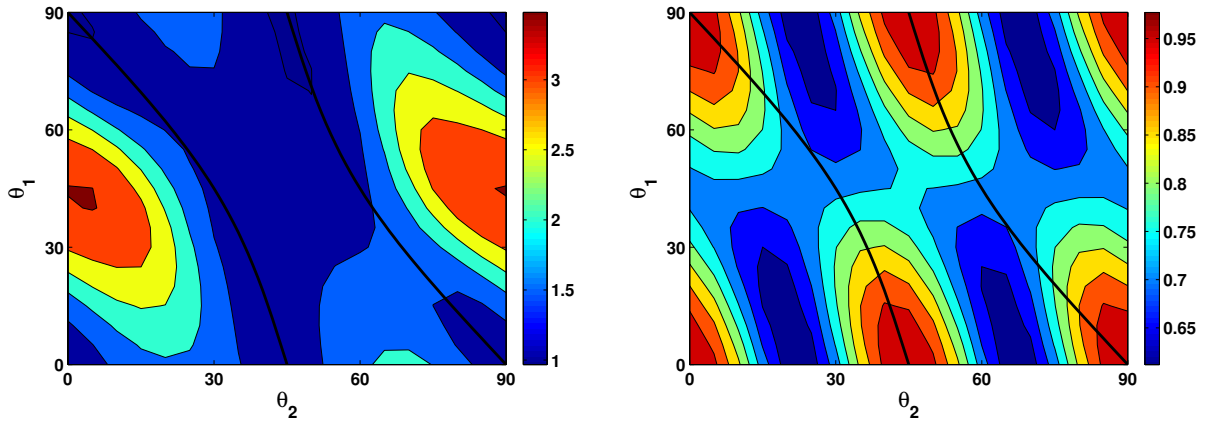


a : Pénalité OSNR (dB) b : DOP

Figure 5.22: Contour pour la modulation NRZ avec uniquement de la PCD.

Les figures 5.22 et 5.23 montrent les résultats des simulations, où la courbe noire correspond à la condition exacte de l'alignement des SOPs obtenue avec l'équation 5.13 avec $\tau_2/\tau_1 = 2$. Nous observons que la pénalité OSNR est minimale lorsque le DOP est maximisé, et que les maxima de DOP coïncident avec cette courbe. De plus, tous les maxima absolus de DOP correspondent aux configurations où tous les vecteurs sont alignés ($\theta_1 = 0$ ou $90°$, et $\theta_2 = 0$, $45°$ ou $90°$). C'est pourquoi les pénalités OSNR induites par la PCD sont identiques pour les deux méthodes de compensation.

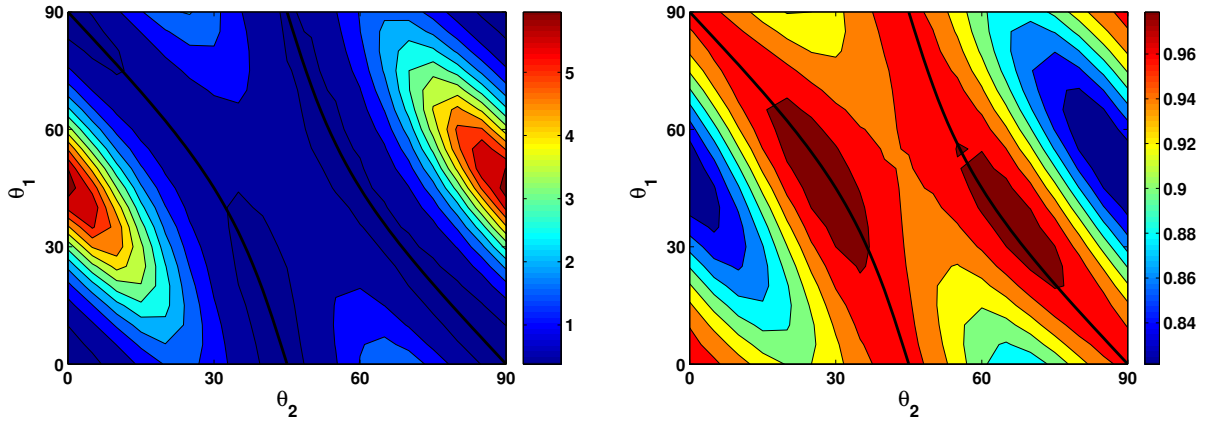
Nous simulons maintenant le cas où il n'y a que de la dépolarisation. Le système de si-



a : Pénalité OSNR (dB) b : DOP

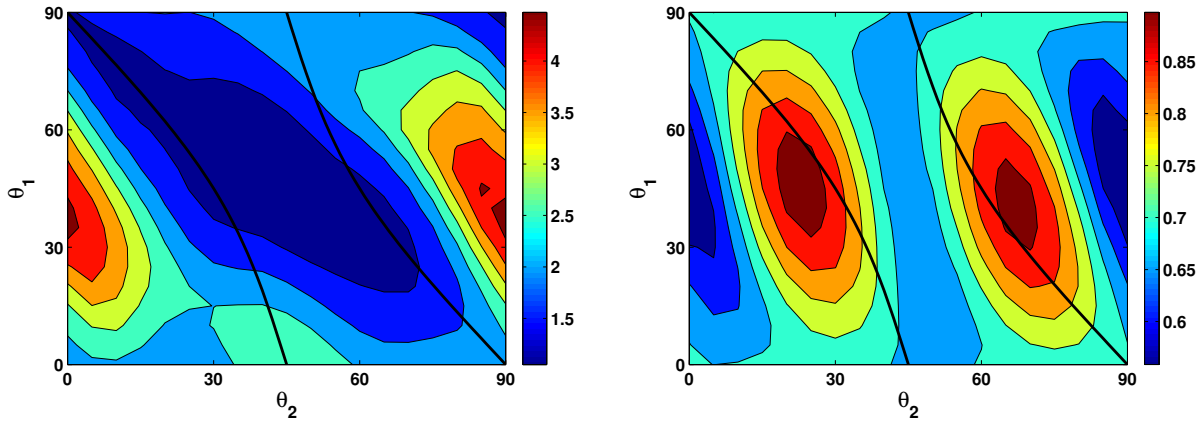
Figure 5.23: Contour pour la modulation 30% RZ avec uniquement de la PCD.

mulation est configuré avec $\tau_1 = 4ps$, $\tau_2 = 8ps$, $|\hat{q}_\omega| = 16ps$ et $\tau_\omega = 0$. D'après les résultats des figures 5.24 et 5.25, nous pouvons voir que la pénalité diminue lorsque le DOP augmente, mais par contre, les valeurs de DOP maxima ne correspondent plus forcément à la situation où tous les vecteurs sont alignés. Ce résultat est parfaitement en accord avec ceux présentés dans la Figure 5.14. La configuration qui permet de maximiser le DOP correspond à une situation où il y a également de la dépolarisation induite par la concaténation des deux tronçons. Une hypothèse est que les deux dépolarisations (intrinsèque et induite) se neutralisent. Cependant, il faut nuancer les résultats des simulations selon le format de modulation. Pour la modulation NRZ, les maxima apparaissent exactement quand le SOP et la PMD totale sont alignés. Par contre, pour la modulation RZ, il y a un décalage assez sensible. Cette différence entre les deux formats de modulation est également présente dans la Figure 5.14, où on observe un décalage des optima avec la dépolarisation qui est plus important dans le cas du format RZ. Cette situation au niveau du DOP fait que la pénalité OSNR n'est alors pas optimisée.



a : Pénalité OSNR (dB) b : DOP

Figure 5.24: Contour pour la modulation NRZ avec uniquement de la dépolarisation.

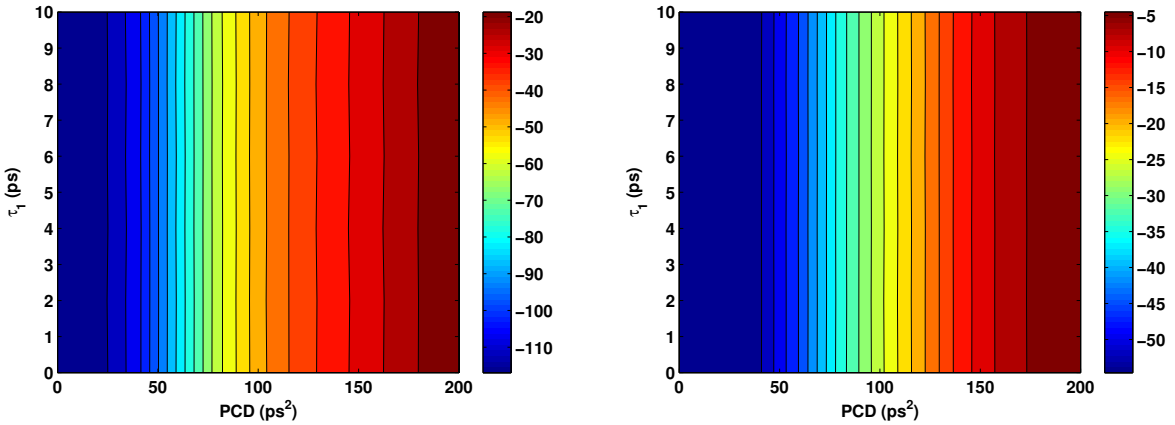


a : Pénalité OSNR (dB) b : DOP

Figure 5.25: Contour pour la modulation 30% RZ avec uniquement de la dépolarisation.

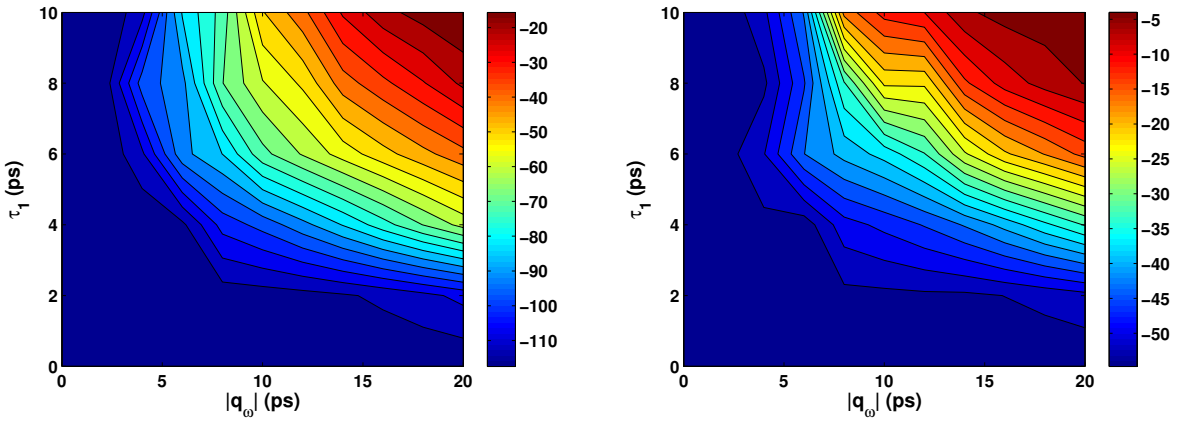
D'autres simulations ont été effectuées afin d'évaluer l'impact sur le BER de la PMD au 2ème ordre après la compensation de PMD au 1er ordre en optimisant le DOP. Nous fixons le DGD de compensateur τ_2 à $10ps$ et l'OSNR à $25dB$ pour comparer les BERs.

Nous modifions les valeurs de DGD de fibre τ_1 et de la PMD au 2ème ordre et obtenons ainsi les résultats présentés dans les figures 5.26 et 5.27. Nous remarquons que la modulation RZ est toujours plus sensible que la modulation NRZ. De plus, l'impact de la PCD est indépendant de la PMD au 1er ordre, alors que les effets de la dépolarisation (ou le taux de dépolarisation) sur la performance du système dépendent eux de la PMD au 1er ordre. Ce résultat s'accorde bien avec l'expression de la PMD au 2ème ordre (Equation 5.1).



a : NRZ b : 30% RZ

Figure 5.26: Log_{10}(BER) en fonction des différentes configurations du DGD de la fibre τ_1 et de la PCD.



a : NRZ b : 30% RZ

Figure 5.27: Log_{10}(BER) en fonction des différentes configurations du DGD de la fibre τ_1 et de la dépolarisation.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la théorie de la PMD au 2ème ordre dont l'influence sur les systèmes de transmissions optiques est extrêmement complexe à analyser. Nous nous sommes intéressés à l'impact de la PMD au 2ème ordre sur les techniques de compensation de PMD au 1er ordre. Nous avons donc fait des simulations grâce à VPI et Matlab sur l'impact de la PMD au 2ème ordre dans le système de transmission optique avec le débit 40Gbit/s. Les résultats ont montré qu'il y a des différences significatives entre ces deux méthodes de la compensation de PMD au 1er ordre. Pour la méthode qui consiste à aligner tous les vecteurs, c'est la PCD qui cause les pénalités OSNR les plus élevées. Par contre pour la méthode de l'alignement de la PMD totale et du SOP avec l'optimisation du DOP, la dépolarisation devient alors le facteur le plus pénalisant à cause d'une PMD additionnelle au 2ème ordre induite par le désalignement des vecteurs PMD du lien optique et du compensateur mais également à cause du fait que le maximum de DOP ne correspond plus an minimum de pénalité en particulier pour le format RZ.

Conclusions et perspectives

Ce travail de thèse sur la compensation de PMD avec un contrôleur de polarisation optique a permis d'obtenir de nombreux résultats théoriques et expérimentaux : tout d'abord, concernant la validation théorique et expérimentale de l'architecture du contrôleur de polarisation. Le principe de la transformation universelle d'états de polarisation a été formalisé dans un cadre général et à partir de ces concepts, il a été démontré qu'une transformation élémentaire (rotation d'angle π dans l'espace de Stokes) à deux degrés de liberté était toujours possible. Pour réaliser concrètement cette opération, nous avons démontré qu'il existait plusieurs familles de solutions utilisant deux lames biréfringentes à axe tournant et que toutes ces solutions arrivaient à maintenir les deux degrés de liberté ainsi que le contrôle de polarisation sans fin.

Cette étude a donc fait apparaître de nouvelles thématiques de recherche telle que la formalisation du contrôle de la polarisation et surtout de son contrôle sans fin. Autant la faisabilité d'un principe de transformation universelle de polarisations a été démontrée pour différentes architectures, autant son contrôle sans fin est mathématiquement beaucoup plus complexe à démontrer. Cette dernière thématique n'est donc pas close.

Différents algorithmes ont également été testés pour piloter le contrôleur en optimisant un signal de contre-réaction. Les résultats de ces études ont montré que des algorithmes basiques permettaient d'optimiser très efficacement la polarisation en entrée. Ce résultat est bien entendu à mettre au crédit de l'utilisation des deux degrés de liberté.

Il reste aussi, dans le domaine de l'algorithmique, à tester d'autres pistes pour résoudre de façon rigoureuse et peut-être de façon plus originale, le problème des singularités autour des pôles. La solution qui a été proposée est la création d'une zone d'exclusion autour de ces singularités. Mais cette méthode ralentie la recherche et le suivi d'optima, ce qui peut entraîner la perte de la polarisation cible. Ce n'est peut-être pas la seule méthode. Des solutions plus efficaces que ces zones d'exclusion sont à développer et à tester pour ce type de problématique et dans ce type de géométrie si particulière (la sphère de Poincaré).

Les simulations et les expérimentations ont également démontré qu'avec cette architecture de contrôleur, le cristal liquide est un matériau qui avait un comportement dynamique suffisamment performant avec des temps de réponse compatibles avec les différents types de com-

pensation (la compensation de PMD en particulier).

Ayant démontré qu'une seule lame biréfringente ne peut faire le contrôle sans fin de l'état de polarisation, la solution venant immédiatement après est l'assemblage de deux lames. Cette architecture à deux lames et à deux degrés de liberté génère une mise en œuvre technologique de complexité raisonnable. Concaténer deux lames de phase à base de cristal liquide utilise une filière technologique qui est standard. Des épaisseurs de l'ordre de $10\mu m$ pour ce type de matériau sont classiques, la technologie LiGa permet d'avoir des électrodes épaisses et les fibres micro-lentillées sont bien adaptées pour une connectique fibre. La principale difficulté consiste à assembler avec précision ces différents ensembles, ce que la société Optogone a réalisées.

Enfin une étude a été entreprise sur la compensation de PMD au premier ordre avec plusieurs techniques et avec de la PMD au deuxième ordre. Cette étude a mis en évidence une diversité des conséquences du deuxième ordre selon la technique de compensation. Ces études sont d'une importance cruciale car elles permettent d'évaluer la pertinence et l'efficacité d'une compensation optique au premier ordre. Elles demandent à être affinées et étoffées (à d'autres formats de modulation) afin de pouvoir circonscrire le domaine d'utilisation pour ce type de composant. Pour conclure cette thématique, il reste à étudier les probabilités de panne du système avec compensation au 1er ordre en tenant compte des différentes statistiques de la PMD au 2ème ordre.

ANNEXE A

Formalisme pour la lumière polarisée

A.1 Vecteur de Jones

Pour faciliter le traitement complexe de la polarisation, R. Clark Jones, au début des années 40, créa la théorie de Jones. Pour ce faire, il a été conduit à décrire un état de polarisation par un vecteur colonne E à deux lignes :

$$E = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\phi_x} \\ E_{0y} e^{i\phi_y} \end{pmatrix} \tag{A.1}$$

Comme il est souvent commode de calculer avec des vecteurs de Jones normés, le symbole $\hat{E}$ est employé pour ces vecteurs normés. Un état polarisé rectiligne faisant un angle θ a un vecteur de Jones normé :

$$\hat{E}_{rec} = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

Pour les états de polarisation circulaires, on a alors les vecteurs suivants :

$$\hat{E}_{gauche} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \qquad \hat{E}_{droite} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

A.2 Vecteur de Stokes et sphère de Poincaré

Pour une lumière polarisée monochromatique, nous introduisons les quantités S_0, S_1, S_2 et S_3 définie par les relations suivantes :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ 2E_{0x}E_{0y}\cos\phi \\ 2E_{0x}E_{0y}\sin\phi \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

où, S_0 représente l'intensité totale, S_1 fait référence à la différence des intensités entre la polarisation horizontale et la polarisation verticale, S_2 se reporte à la différence des intensités entre les

polarisations rectilignes orientées à $45°$ et $-45°$, et S_3 fait référence à la différence des intensités entre les éléments à polarisation circulaire gauche et droite.

Un état polarisé elliptique avec l'azimut θ et l'ellipticité ε a le vecteur de Stokes :

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\theta \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\varepsilon \end{pmatrix} \tag{A.5}$$

Avec l'équation (A.5), le vecteur à trois dimensions $(S_1, S_2, S_3)^T$ peut facilement être décrit sur une sphère unitaire qui s'appelle la sphère de Poincaré. Dans le cas d'un rayonnement dépendant du temps, il faut prendre les valeurs moyennes des composantes du vecteur de Stokes.

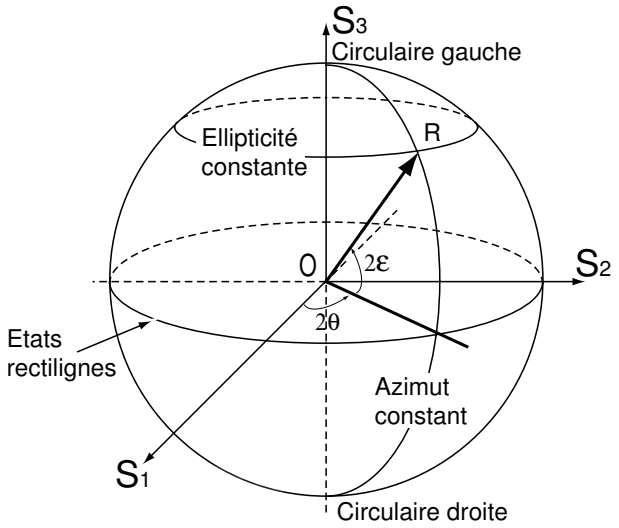


Figure A.1: Représentation des états de polarisation sur la sphère de Poincaré.

Figure A.1 nous montre cette sphère ainsi que les différents paramètres qui servent à caractériser les états de polarisation. OR représente un état polarisé elliptique avec l'azimut θ et l'ellipticité ε. Un état de polarisation circulaire est obtenu lorsque $S_3 = \pm 1$, et un point sur l'équateur représente une polarisation rectiligne.

A.3 Lame biréfringente

Une lame biréfringente permet de transformer un état de polarisation en un autre :

$$S_s = M_t S_e \tag{A.6}$$

où, S_e et S_s sont les lumières polarisées d'entrée et de sortie de la lame qui peuvent être un vecteur de Jones ou un vecteur de Stokes, et M_t est la matrice de transmission qui peut être

aussi représentée par des formes différentes. Remarquons que l'axe OX (OS_1) est l'axe lent des déphaseurs et que les rotations des rotateurs sont positives dans le sens trigonométrique pour un observateur recevant la lumière.

Représentation de matrice de Jones

La lumière polarisée $(E_x, E_y)^T$ via un composant polarisé est représentée par :

$$\begin{aligned} E'_x &= aE_x + bE_y \\ E'_y &= cE_x + dE_y \end{aligned} \tag{A.7}$$

Puis, la matrice de transmission, c'est-à-dire la matrice de Jones, est :

$$M_t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \tag{A.8}$$

La matrice de la rotation peut être utilisée ici pour un composant avec une rotation θ :

$$M'_t = R(\theta) M_t R^{-1}(\theta) \tag{A.9}$$

avec,

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \qquad R^{-1}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Nous obtenons les matrices de Jones des différents composants avec des valeurs différentes de (a, b, c, d) :

- ◇ $a = 1$ et $b = c = d = 0$ pour un polariseur linéaire horizontal ;
- ◇ $d = 1$ et $a = b = c = 0$ pour un polariseur linéaire vertical ;
- ◇ $a = b = c = d = 1/2$ pour un polariseur rectiligne à $45°$;
- ◇ $a = \cos^2\theta$, $b = c = \sin\theta\cos\theta$ et $d = \sin^2\theta$ pour un polariseur avec un angle θ
- ◇ $a = exp(i\phi/2)$, $d = exp(-i\phi/2)$ et $b = c = 0$ pour une lame avec un déphasage ϕ ;
- ◇ $a = d = \cos\beta$, $b = \sin\beta$ et $\frac{=}{s} - \sin\beta$ pour un rotateur avec une rotation β.

Finalement, nous montrons que la matrice de Jones pour une lame biréfringente avec une rotation θ a pour expression :

$$M_t(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\phi}{2} + i\sin\frac{\phi}{2}\cos 2\theta & -i\sin\frac{\phi}{2}\sin 2\theta \\ -i\sin\frac{\phi}{2}\sin 2\theta & \cos\frac{\phi}{2} - i\sin\frac{\phi}{2}\cos 2\theta \end{pmatrix} \tag{A.10}$$

Pour une association de composants polarisés dont la séquence est $\{M_{t1}, M_{t2}, \cdots, M_{tk}\}$, le produit matriciel des matrices de Jones est :

$$M_t = M_{tk} \cdots M_{t2} M_{t1} \tag{A.11}$$

Typiquement, une lame $M_t(\theta, \phi)$ peut être décrite par une association de séquences rotateur-déphaseur-rotateur.

Représentation de matrice de Muller

Quand nous utilisons le vecteur de Stokes pour représenter la lumière polarisée, une matrice carré 4×4, la matrice de Muller, est nécessaire pour réaliser une transformation dans la relation (A.6).

De la même façon, pour un composant avec une rotation θ, nous pouvons obtenir la matrice de transmission :

$$M_t' = R(2\theta) M_t R^{-1}(2\theta) \tag{A.12}$$

avec,

$$R(2\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad R^{-1}(2\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Un polariseur avec un angle θ peut être représenté par la matrice :

$$M_t = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.13}$$

et la matrice d'une lame biréfringente avec un angle θ et un déphasage ϕ est représentée par :

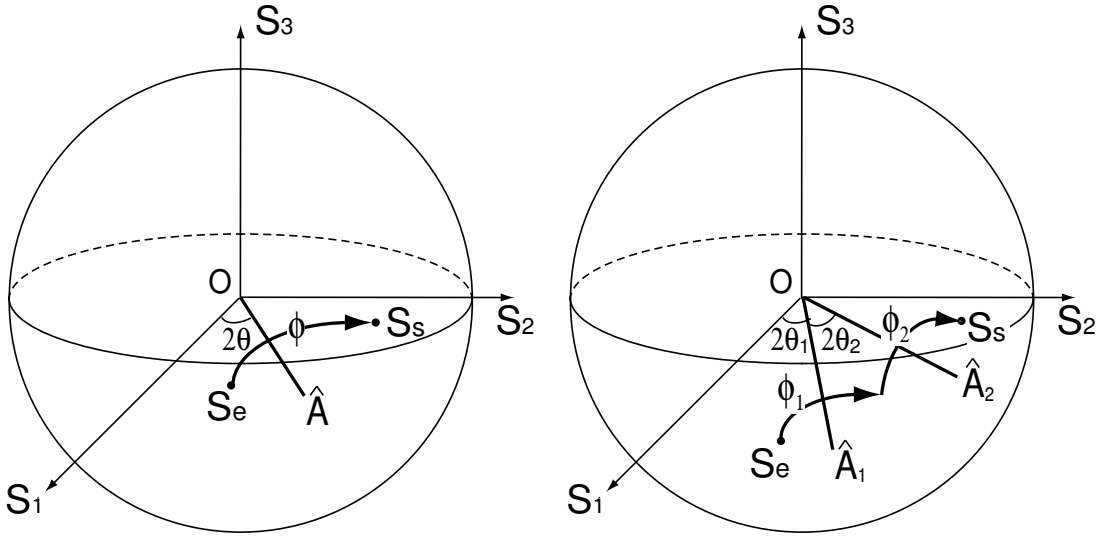
$$M_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \cos\phi \sin^2 2\theta & (1-\cos\phi)\sin 2\theta \cos 2\theta & -\sin\phi \sin 2\theta \\ 0 & (1-\cos\phi)\sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta + \cos\phi \cos^2 2\theta & \sin\phi \cos 2\theta \\ 0 & \sin\phi \sin 2\theta & -\sin\phi \cos 2\theta & \cos\phi \end{pmatrix} \tag{A.14}$$

Le produit de la matrice de Muller associe une séquence de composants comme nous avons montré dans la section A.3.

Représentation de sphère de Poincaré

Nous pouvons visualiser l'évolution de l'état de polarisation quand la lumière passe à travers une lame biréfringente linéaire, comme une courbe sur la sphère de Poincaré (voir Figure A.2a). Nous supposons que la lame est orientée d'un angle θ relatif à l'axe S_1 ; l'état de polarisation en sortie peut être obtenu par une rotation sur la sphère de Poincaré autour de l'axe $\vec{A}$, qui se couche sur le plan équatorial orienté d'un angle 2θ par rapport à l'axe S_1. La rotation est déterminée par le déphasage ϕ de la lame.

L'association des lames peut facilement être représentée sur la sphère de Poincaré en associant les rotations. Nous ne montrons dans la Figure A.2b un exemple de deux lames .



a : Une rotation b : Deux rotations

Figure A.2: Transformation de S_e à S_s

A.4 Vecteur de la dispersion modale de polarisation

Définissons J et J' comme les polarisations respectivement en entrée et en sortie d'une fibre optique dans le formalisme de Jones, et M comme sa matrice de Jones. Définissons S et S' comme les polarisations dans l'espace de Stokes. L'équation de transmission est alors :

$$J' = e^{-i\phi_0} M J \tag{A.15}$$

Nous supposons que l'état de polarisation en entrée et la phase d'entrée sont fixes, c'est-à-dire que $J_\omega = 0$ et $S_\omega = 0$ (l'indice ω signifie la différenciation). La variation du vecteur de Jones en sortie est obtenue par :

$$J'_\omega = \left(-i\frac{d\phi_0}{d\omega} + M_\omega M^\dagger\right) J' \tag{A.16}$$

Le dérivé par rapport à la fréquence de la phase isotrope ϕ_0 identifie au temps de groupe τ_0 commun pour toutes les polarisations :

$$\tau_0 = \frac{d\phi_0}{d\omega} \tag{A.17}$$

Nous notons que J' est un des deux états principaux orthogonaux de l'opérateur $iM_\omega M^\dagger$, alors S'_ω égale à 0 et nous avons :

$$J'_\omega = -i\frac{d\phi}{d\omega} J' \tag{A.18}$$

où ϕ est la phase de J'. Nous obtenons l'équation suivante :

$$-i\frac{d\phi}{d\omega} J' = \left(-i\frac{d\phi_0}{d\omega} + M_\omega M^\dagger\right) J' \tag{A.19}$$

L'opérateur $iM_\omega M^\dagger$ est Hermitien et sa trace est zéro, nous avons alors $\tau/2$ et $-\tau/2$ comme valeurs propores.

$$\frac{d\phi}{d\omega} = \tau_g = \tau_0 \pm \frac{\tau}{2} \tag{A.20}$$

Les états principaux q vérifient la relation :

$$\pm \frac{\tau}{2} q = iM_\omega M^\dagger q \tag{A.21}$$

En conséquence, le vecteur PMD $\vec{\tau}$ est le produit entre le vecteur des états principaux $\hat{q}$ dans l'espace de Stokes et le DGD τ :

$$\vec{\tau} = \tau \hat{q} \tag{A.22}$$

ANNEXE B

Distribution de l'angle entre deux vecteurs et marche aléatoire sur la sphère unitaire

B.1 Densité de probabilité de l'angle entre deux vecteurs sur la sphère unitaire

Nous définissons λ comme l'angle entre deux vecteurs de l'état de polarisation indépendants statistiquement sur la sphère de Poincaré. Nous posons $x = \cos\lambda$ pour le cosinus de l'angle λ. La PDF de $\cos\lambda$ [59] est :

$$p_x = \frac{1}{2} \tag{B.1}$$

Alors nous pouvons obtenir la *pdf* de λ :

$$\left|\frac{dx}{d\lambda}\right| = \frac{\sin\lambda}{2} \tag{B.2}$$

L'angle entre deux vecteurs aléatoires sur la sphère de Poincaré est donc distribué entre 0 et π et sa *pdf* est une fonction sinus.

B.2 Marche aléatoire sur la sphère unitaire

Dans cette annexe, nous dériverons la longueur d'arc L d'une marche aléatoire avec N de pas égal comme le montre Figure. B.1. $\hat{A}$ est le point de départ, $\hat{B}$ est la fin de la marche, N est la somme des pas et ω est la longueur d'arc de chaque pas. Définissons $\vec{u_i}$ $(i < N)$ comme un vecteur petit de $i^{ème}$ pas pendant la marche. Nous définissons l comme la longueur de la corde de chaque pas et nous avons :

$$l = |\vec{u_i}| = \sqrt{2 - 2\cos\omega} \tag{B.3}$$

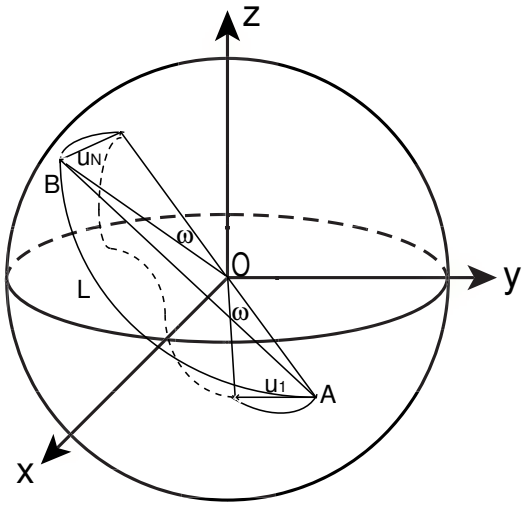


Figure B.1: Marche aléatoire sur la sphère unitaire.

Nous pouvons obtenir $l \approx \omega$ lorsque ω est petit.

Le vecteur de $\hat{A}$ à $\hat{B}$ après N pas est obtenu par :

$$\vec{AB} = \sum_{i=1}^{N} \vec{u_i} \tag{B.4}$$

puis,

$$|\vec{AB}|^2 = l^2 N + l^2 \sum_{\substack{i,k=1 \\ i \neq k}}^{N} \cos \gamma_{i,k} \tag{B.5}$$

où $\gamma_{i,k}$ est l'angle entre le vecteur $\vec{u_i}$ et le vecteur $\vec{u_k}$. La longueur d'arc L après N pas de la marche aléatoire est obtenue par :

$$\begin{aligned} \cos L &= 1 - \frac{|\vec{AB}|^2}{2} \\ &= 1 - \frac{l^2 N}{2}(1 - \frac{\sum_{\substack{i,k=1 \\ i \neq k}}^{N} \cos \gamma_{i,k}}{N}) \\ &= 1 - \frac{l^2 N}{2}(1 - \langle \cos \gamma_{i,k} \rangle_{i \neq k}) \end{aligned} \tag{B.6}$$

Parce que chaque pas prend une direction arbitraire et que la trace de $\vec{u_i}$ est distribuée uniformément sur la sphère, $\langle \cos \gamma_{i,k} \rangle_{i \neq k}$ est égal à zéro lorsque le pas est petit. Nous remplaçons $\cos L$ à la fois par sa série de Maclaurin au deuxième ordre et nous obtenons facilement la relation suivante :

$$L = l\sqrt{N} \approx \omega\sqrt{N} \tag{B.7}$$

ANNEXE C

Pilotage de l'algorithme sous LabVIEW

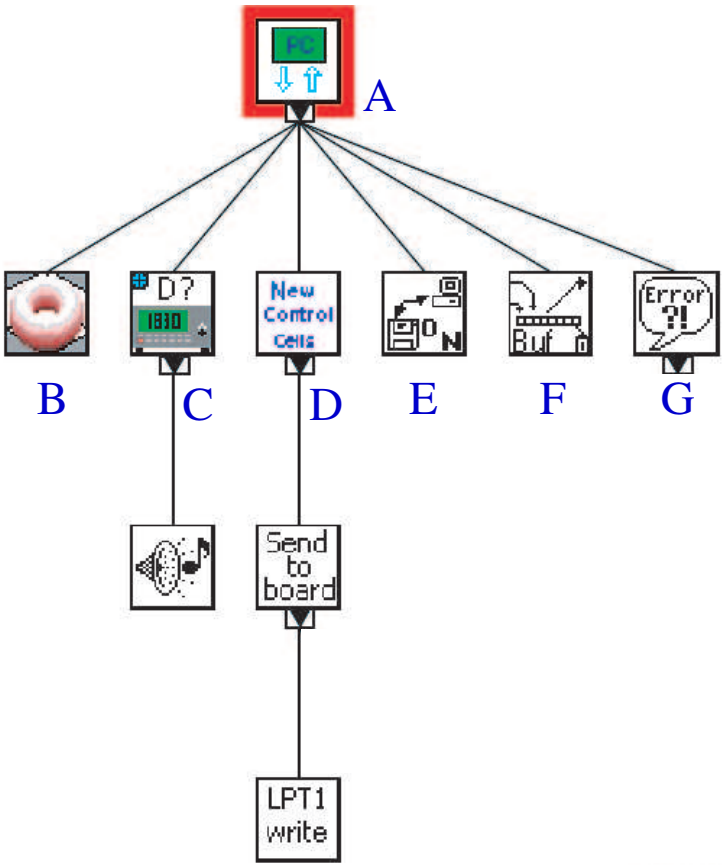


Figure C.1: Organigramme central de pilotage sous LabVIEW. A : Le module central ; B : Le module pour tracer le résultat ; C : Le module de « Newports »pour lire l'intensité de photodétecteur (1830-c) ; D : Le module pour manipuler les paramètres du contrôleur de polarisation par le port parallèle ; E : Le module pour enregistrer les données durant l'expérimentation ; F : Le module pour gérer la mémoire ; G : Le module pour traiter les messages d'erreur.

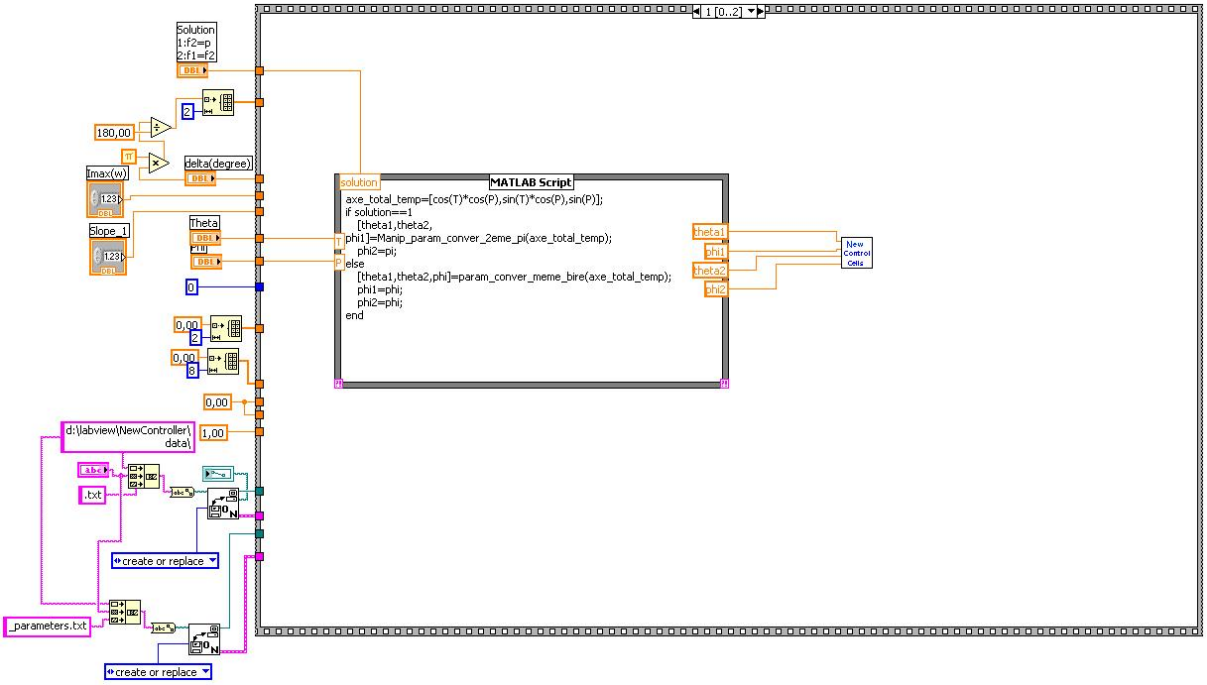


Figure C.2: Schéma de l'initialisation.

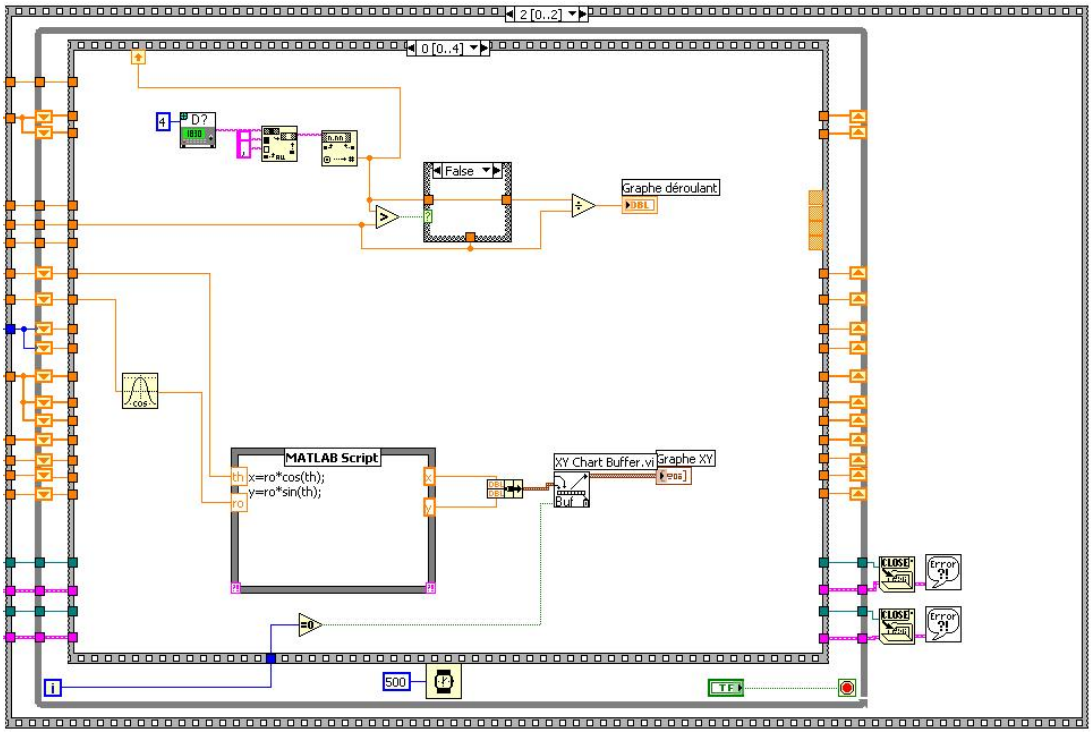


Figure C.3: Schéma de l'acquisition par le port GPIB avec photodiode.

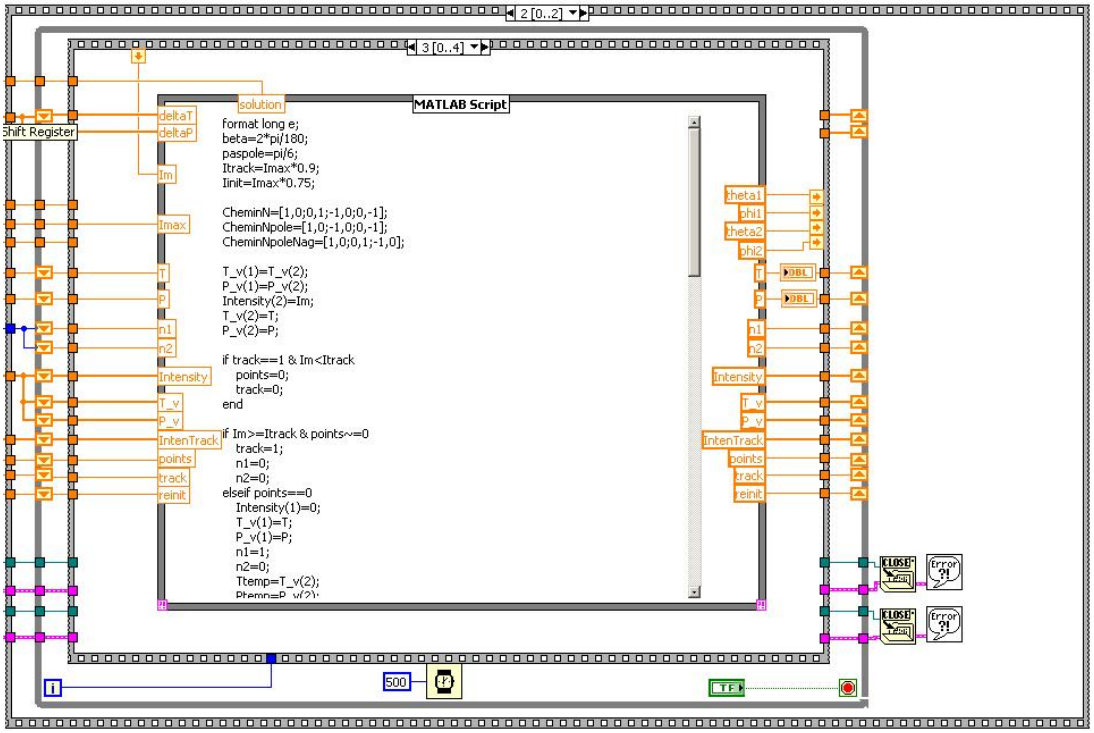


Figure C.4: Schéma de traitement des données.

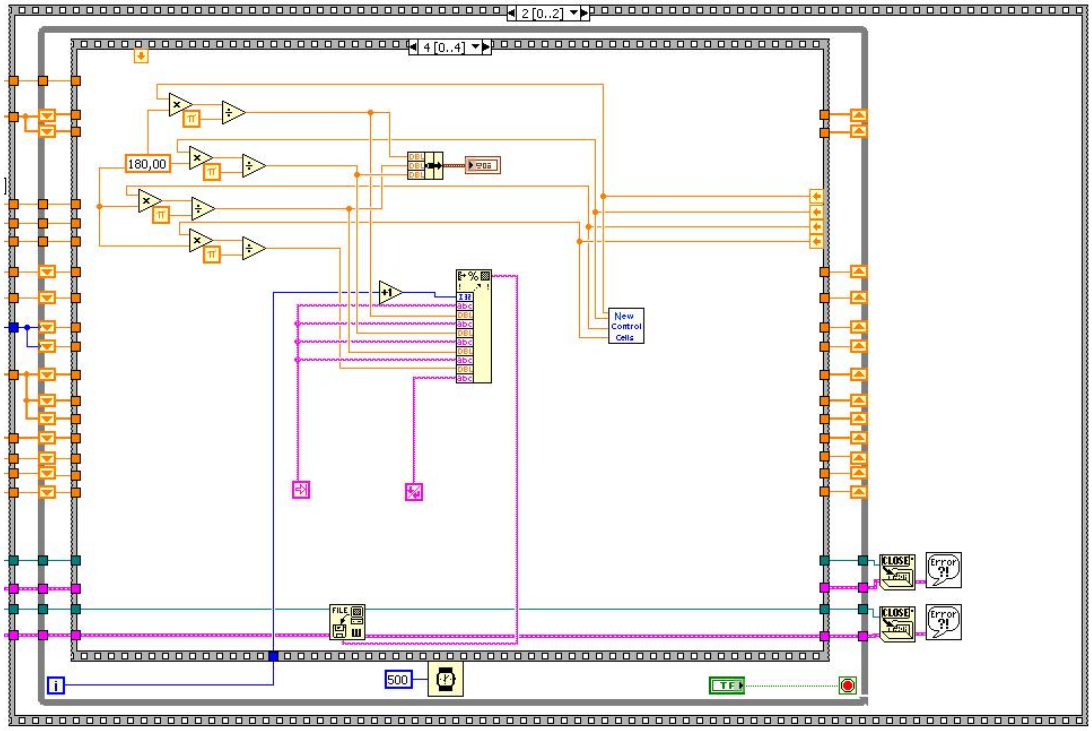


Figure C.5: Schéma du contrôle de la carte de pilotage.

Publications

1. **Laurent Dupont, Weifeng Rong et Jean-Claude Vivalda**, "Endless polarization control using two rotatable wave plates with variable birefringence," *Optics Communications*, vol. 252, pp. 1-6, Août 2005.
2. **Weifeng Rong et Laurent Dupont**, "Contrôleur de polarisation à base de nano-PDLC," *à* 12ème *Colloque Francophone sur les Cristaux Liquides, CFCL'05*, Montpellier, France, 13-16 Septembre, 2005.
3. **Weifeng Rong, Laurent Dupont et Atoine Tan**, "Degree of polarization and system penalty in first and second-order PMD compensation," *à Simulation Tools for Research and Education in Optical Networks SYMPOSIUM, STREON2005*, Brest, France, 26-27 Octobre, 2005.
4. **Weifeng Rong et Laurent Dupont**, "A feedback algorithm for polarization control using two rotatable wave plates with variable birefringence," *Optics Communications*, vol. 259, pp. 603-611, Mars 2006.
5. **Weifeng Rong, Laurent Dupont, Yves Defosse et Pascal Gautier**, "Driving algorithms for an endless polarization controller using two wave-plates," *soumis à Optics Communications*, 2006.
6. **Weifeng Rong, Laurent Dupont et Atoine Tan**, "Analyze of efficiency about DOP as a feed-back signal for PMD compensation with the presence of 2nd PMD," *soumis à Annales des Télécommunications*, 2006.
7. **Weifeng Rong, Laurent Dupont et Atoine Tan**, "Impacts of 2nd-order PMD with 1st-order PMD compensation," *soumis à Optics Communications*, 2006.

Références bibliographiques

[1] C. Poole et J. Nagel, *Polarization effects in lightwave systems in « Optical Fiber Telecommunications IIIA »*. by Ivan P. Kaminow and T. L. Koch editors, San Diego, California, USA : Academic Press, 1997, Chapitre 6.

[2] J. N. Damask, *Polarization Optics in Telecommunication*. New York, USA : Springer Science+Business Media, Inc., 2004.

[3] R. Noé, H. Heidrich et D. Hoffmann, "Endless polarization control systems for coherent optics," *J. Lightwave Technol.*, vol. 6, pp. 1199–1208, Juillet 1988.

[4] N. G. Walker et G. R. Walker, "Polarization control for coherent communications," *J. Lightwave Technol.*, vol. 8, pp. 438–458, Mars 1990.

[5] F. Curti, B. Daino, G. D. Marchis et F. Matera, "Statistical treatment of the evolution of the principal states of polarization in single-mode fibers," *J. Lightwave Technol.*, vol. 8, pp. 1162–1166, Août 1990.

[6] C. D. Poole, J. H. Winters et J. A. Nagel, "Dynamical equation for polarization dispersion," *Opt. Lett.*, vol. 16, pp. 372–374, Juin 1991.

[7] T. Merker, N. Hahnenkamp et P. Meissner, "Comparison of PMD-compensation techniques at 10 Gbit/s using an optical first-order compensator and electrical transversal filter," *Opt. Commun.*, vol. 183, pp. 135–141, Août 2000.

[8] F. Buchali et H. Bulow, "Adaptive PMD compensation by electrical and optical techniques," *J. Lightwave Technol.*, vol. 22, pp. 1116–1126, Avril 2004.

[9] Z. ZENG, C. xiu YU, L. LIU et J.-G. YU, "Comparisons of control signals in adaptive PMD compensators," *Study on Optical Communications*, vol. 04, pp. 39–41, Août 2005.

[10] S. Bashoun, J. Nagel et C. D. Poole, "Measurements of temporal variations in fiber transfer characteristics to 20GHz due to polarization mode dispersion," à *Proc. ECOC'90*, Amsterdam, Netherlands, Septembre 1990, pp. 1003–1006.

[11] T. Takahashi, T. Imai et M. Aiki, "Automatic compensation technique for time-wise fluctuating polarization mode dispersion in in-line amplifier systems," *Elect. Lett.*, vol. 30, pp. 348–349, Février 1994.

[12] H. Rosenfeldt, C. Knothe, R. Ulrich, E. Brinkmeyer, U. Feiste, C. Schubert, J. Berger, R. Ludwig, H. G. Weber et A. Ehrhardt, "Automatic PMD compensation at 40gbit/s and 80gbit/s using a 3-dimensional DOP evaluation for feedback," à *Proc. OFC 2001*, vol. 4, Anaheim, California, USA, Mars 2001, paper PD27.

[13] J. C. Rasmussen, A. Isomura et G. Ishikawa, "Automatic compensation of polarization-mode dispersion for 40 Gb/s transmission systems," *J. Lightwave Technol.*, vol. 20, pp. 2101–2109, Décembre 2002.

[14] T. Ono, S. Yamazaki, H. Shimizu et K. Emura, "Polarization control method for suppressing polarization mode dispersion influence in optical transmission systems," *J. Lightwave Technol.*, vol. 12, pp. 891–898, Mai 1994.

[15] T. Ono, Y. Yano, L. D. Garrett, J. A. Nagel, M. J. Dickerson et M. Cvijetic, "10Gb/s PMD compensation field experiment over 452km using principal state transmission method," à *Proc. OFC 2000*, Baltimore, MD, USA, Mars 2000, paper PD44.

[16] H. Sunnerud, C. Xie, M. Karlsson, R. Samuelsson et P. Andrekson, "A comparison between different PMD compensation techniques," *J. Lightwave Technol.*, vol. 20, pp. 368–378, Mars 2002.

[17] F. Heismann, D. A. Fishman et D. L. Wilson, "Automatic compensation of first-order polarization mode dispersion in a 10Gb/s transmission system," à *Proc. ECOC'98*, Madrid, Spain, Septembre 1998, pp. 529–530.

[18] W. Shieh, H. Haunstein, B. Mckay, D. Fishman, A. Golubchik, J. Diubaldi, C. Martell, V. Arya, R. Lee et H. Choudhury, "Dynamic polarization-mode-dispersion compensation in wdm systems," à *Proc. ECOC 2000*, Munich, Germany, Septembre 2000, pp. 41–43.

[19] C. Francia, F. Bruyère, J.-P. Thiéry et D. Penninckx, "Simple dynamic polarization mode dispersion compensator," *Elect. Lett.*, vol. 35, pp. 414–415, Mars 1999.

[20] M. W. Chbat, J.-P. Soigné, T. Fuerst, J. T. Anthony, S. Lanne, H. Février, B. M. Desthieux, A. H. Bush et D. Penninckx, "Long-term field demonstration of optical PMD compensation on an installed OC-192 link," à *Proc. OFC'99*, vol. Supplément, San Diego, California, USA, Février 1999, paper PD12.

[21] J. A. Nagel, M. W. Chbat, L. D. Garrett, J.-P. Soigné, N. A. Weaver, B. M. Desthieux, H. Bülow, A. McCormick et R. M. Derosier, "Long-term PMD mitigation at 10Gb/s and time dynamics over high-PMD installed fiber," à *Proc. ECOC 2000*, Munich, Germany, Septembre 2000, pp. 31–32.

[22] S. Lanne, J.-P. Thiéry, D. Penninckx, J.-P. Hamaide, J.-P. Soigné, B. Desthieux, J. Le Briand, L. Macé et P. Gavignet, "Field optical PMD compensation at 10Gb/s over installed fibre

totaling 35ps of PMD," à *Proc. ECOC 2000*, Munich, Germany, Septembre 2000, pp. 207–208.

[23] S. Lanne, W. Idler, J.-P. Thiéry et J.-P. Hamaide, "Demonstration of adaptive PMD compensation at 40Gb/s," à *Proc. OFC'01*, vol. 2, Anaheim, California, USA, 2001, paper TuP3.

[24] D. Alzetta et M. Matsumoto, "Distributed polarization-mode dispersion compensation using polarizers," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 15, pp. 85–87, Juin 2003.

[25] H. Kogelnik, L. E. Nelson et J. P. Gordon, "Emulation and inversion of polarization-mode dispersion," *J. Lightwave Technol.*, vol. 21, pp. 482–495, Février 2003.

[26] J. H. Lee, M. S. Kim et Y. C. Chung, "Statistical PMD emulator using variable DGD elements," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 15, pp. 54–56, Janvier 2003.

[27] L. Yan, M. C. Hauer, Y. Shi, X. S. Yao, P. Ebrahimi, Y. Wang, A. E. Willner et W. L. Kath, "Polarization-mode-dispersion emulator using variable differential-group-delay (DGD) elements and its use for experimental importance sampling," *J. Lightwave Technol.*, vol. 22, pp. 1051–1058, Avril 2004.

[28] J. Comellas, J. Prat, A. Rafel et G. Junyent, "Stabilization of interferometric response using a polarization scrambler," *Opt. Commun.*, vol. 190, pp. 147–152, Avril 2001.

[29] F. Heismann, "Compact electro-optic polariziation scramblers for optically amplified lightwave systems," *J. Lightwave Technol.*, vol. 14, pp. 1801–1814, Aôut 1996.

[30] H. Y. Pua, K. Peddanarappagari, B. Zhu, C. Allen, K. Demarest et R. Hui, "An adaptive first-order polarization-mode dispersion compensation system aided by polarization scrambling : Theory and demonstration," *J. Lightwave Technol.*, vol. 18, pp. 832–841, Juin 2000.

[31] A. Djupsjöbacka, "On differential group-delay statistics for polarization-mode dispersion emulators," *J. Lightwave Technol.*, vol. 19, pp. 285–290, Février 2001.

[32] L.-S. Yan, Q. Yu et A. E. Willner, "Periodic polarization scrambling with uniformly distributed SOPs on the Poincare sphere," Copenhagen, Denmark, Septembre 2002, paper P.3.06.

[33] V. Mirvoda, D. Sandel, F. Wust et R. Noé, "Optimized polarization scramblers for PMD detection," à *Proc. ECOC 2002*, Copenhagen, Denmark, Septembre 2002, paper P.3.05.

[34] W.-Y. Hwang, M.-C. Oh, H. Park, J.-H. Ahn, S. G. Han et H.-G. Kim, "Polarization stabilizer using a polarization splitter and a thermooptic polymer waveguide device," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 10, pp. 1736–1738, Décembre 1998.

[35] K. Hirabayashi et C. Amano, "Liquid-crystal polarization stabilizers on fiber arrays," *J. Lightwave Technol.*, vol. 21, pp. 2162–2171, Octobre 2003.

[36] L. Yan, C. Yeh, G. Yang, L. Lin, Z. Chen, Y. Q. Shi, A. E. Willner et X. S. Yao, "Programmable group-delay module using binary polarization switching," *J. Lightwave Technol.*, vol. 21, pp. 1676–1684, Juillet 2003.

[37] P. M. Hill, R. Olshansky et W. K. Burns, "Optical polarization division multiplexing at 4GB/S," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 14, pp. 500–502, Mai 1992.

[38] F. Heismann, P. B. Hansen, S. K. Korotky, G. Raybon, J. J. Veselka et M. S. Whalen, "Automatic polarisation demultiplexer for polarisation-multiplexed transmission systems," *Electron. Lett.*, vol. 29, pp. 1965–1966, Octobre 1993.

[39] D. Sandel, F. Wüst, V. Mirvoda et R. Noé, "Standard (NRZ 1×40Gb/s, 210km) and polarization multiplex (CS-RZ, 2×40Gb/s, 212km) transmissions with PMD compensation," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 14, pp. 1181–1183, Août 2002.

[40] R. Noé, D. Sandel et F. Wüst, "Polarization mode dispersion tolerance of bandwidth-efficient multilevel modulation schemes," à *Proc. OFC 2000*, Baltimore, Maryland, USA, Mars 2000, paper WL4.

[41] S. Hinz, D. Sandel, R. Noé et F. Wüst, "Optical NRZ 2×10Gbit/s polarisation division multiplex transmission with endless polarisation control driven by correlation signals," *Electron. Lett.*, vol. 36, pp. 1402–1403, Août 2000.

[42] *Measurement of Polarization Depedent Loss (PDL) of Single-Mode Fiber Optic Components*, Telecommunications Industry Association Std. TIA/EIA-455-157, 2000. Disponible en ligne : http://www.tiaonline.org/standards/

[43] K. Hirabayashi, "Electrically controllable liquid-crystal rotatable wave plate with variable phase retardation," *Appl. Opt.*, vol. 44, pp. 3552–3559, Juin 2005.

[44] K. Hirabayashi et C.Amano, "Feed-forward continuous and complete polarization control with a PLZT rotatable-variable waveplate and inline polarimeter," *J. Lightwave Technol.*, vol. 21, pp. 1920–1932, Septembre 2003.

[45] L. Dupont, T. Sansoni et J.-L. de Bougrenet de la Tocnaye, "Endless smectic a^* liquid crystal polarization controller," *Opt. Commun.*, vol. 209, pp. 101–106, Août 2002.

[46] L. Dupont, J. L. de Bougrenet de la Tocnaye, M. L. Gall et D. Penninckx, "Principle of a compact polarisation mode dispersion controller using homeotropic electroclinic liquid crystal confined single mode fibre devices," *Opt. Commun.*, vol. 176, pp. 113–119, Mars 2002.

[47] Z. Zhuang, S.-W. Suh et J.-S. Patel, "Polarisation controller using nematic liquid crystals," *Opt. Lett.*, vol. 24, pp. 694–696, Mai 1999.

[48] W. Rong et L. Dupont, "A feedback algorithm for polarization control using two rotatable wave plates with variable birefringence," *Opt. Commun.*, vol. 259, pp. 603–611, Mars 2006.

[49] W. Rong, L. Dupont, Y. Defosse et P. Gautier, "Driving algorithms for an endless polarization controller using two wave-plates," *soumis à Opt. Commun.*, 2006.

[50] L. Dupont, W. Rong et J.-C. Vivalda, "Endless polarization control using two rotatable wave plates with variable birefringence," *Opt. Commun.*, vol. 252, pp. 1–6, Août 2005.

[51] E. W. Weisstein. Pauli matrices. Disponible en ligne : http://mathworld.wolfram.com/PauliMatrices.html

[52] D. H. Sattinger et O. L. Weaver, *Lie groups and algebras with applications to physics, geometry and mechanics*. Berlin, Allemagne : Springer, 1985.

[53] S. Huard, *Polarisation de la lumière*. Paris, France : MASSON S.A., 1994.

[54] J. Gordon et H. Kogelnick, "PMD fundamentals : Polarization mode dispersion in optical fibers," *Proc. Nat. Acad. Sci.*, vol. 97, pp. 4541–4550, Février 2000.

[55] P. Pellat-Finet, "Représentation des états et des opérateurs de polarisation de la lumère par des quaternions," *Optica Acta*, vol. 31, pp. 415–434, Avril 1984.

[56] ——, "An introduction to a vectorial calculus for polarization optics," *Optik*, vol. 84, pp. 169–175, Mai 1990.

[57] R. Horaud et O. Monga, *Vision par ordinateur–outils fondamentaux*, 2e édition. Paris : Hermès, 1995, Chapitre 7.

[58] J. B. Kuipers, *Quaternions and rotation sequences*, 5e édition. New Jersey : Princeton university press, 2002.

[59] C. D. Poole et D. L. Favin, "Polarization-mode dispersion measurements based on transmission spectra through a polarizer," *J. Lightwave Technol.*, vol. 12, pp. 917–929, Juin 1994.

[60] E. Collett, *Polarized Light : Fundamentals and Applications*. New York, USA : Marcel Dekker, Inc., 1993.

[61] S. Lanne et E. Corbel, "Practical considerations for optical polarisation-mode dispersion compensators," *J. Lightwave Technol.*, vol. 22, pp. 1033–1040, Avril 2004.

[62] J. Bourderionnet, D. Dolfi, J.-P. Huignard, B. Ea-Kim, E. Corbel, D. Purer, A. Poudoulec et D. Gauden, "Endless fiber-to-fiber polarization controller based on ceramic programmable waveplates," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 16, pp. 1101–1103, Avril 2004.

[63] Z. Wu, *RCO305 Composants et dispositifs, Photodétection*. Brest : Département Optique de l'ENST de Bretagne, 2001.

[64] G. P. AGRAWAL, *Fiber-Optic Communication Systems*, 3e édition. New York, USA : John Wiley & Sons, Inc., 2002.

[65] M. A. Santoro et C. D. Poole, "Polarization scrambling using a short piece of high-birefringence optical fiber and a multifrequency laser diode," *J. Lightwave Technol.*, vol. 12, pp. 288–293, Février 1994.

[66] J. Prat et J. Comellas, "Dispersion-shifted fiber polarization scrambler based on faraday effect," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 11, pp. 845–847, Juillet 1999.

[67] H. Shimuzu et K. Kaede, "Endless polarization controller using electro-optic waveplate," *Electron. Lett.*, vol. 24, pp. 412–413, Mars 1988.

[68] K. Hirabayashi et C. Amano, "Variable and rotatable waveplates of PLZT electrooptic ceramic material on planar waveguide circuits," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 14, pp. 956–958, Juillet 2002.

[69] Y. Defosse, P. Gautier, J.-L. de Bougrenet de la Tocnaye, F. Colliou, A. Guenot, G. Mouzer, C. Kaczmarek et D. Labat, "Stabilized liquid crystal rotatable fractional wave-plates stack for fast polarisation analysis and control," à *OFC2004*, vol. 2, Los Angeles, USA, Février 2004, pp. 23–27.

[70] W. Rong et L. Dupont, "Contrôleur de polarisation à base de nano-pdlc," à 12ème *Colloque Francophone sur les Cristaux Liquides*, Montpellier, France.

[71] T. Chiba, Y. Ohtera et S. Kawakami, "Polarization stabilizer using liquid crystal rotatable waveplates," *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, pp. 885–890, Mai 1999.

[72] B. R. Acharya, L. Möller, K. W. Baldwin, R. A. MacHarrie, R. A. Stepnoski, C. C. Huang, R. Pindak et J. A. Rogers, "In-line liquid-crystal microcell wave plates and their application for high-speed, reset-free polarization mode dispersion compensation in 40-Gbit/s systems," *Appl. Opt.*, vol. 42, pp. 5407–5412, Septembre 2003.

[73] Y.-H. Fan, Y.-H. Lin, H. Ren, S. Gauza et S.-T. Wu, "Fast-response and scattering-free polymer network liquid crystals for infrared light modulators," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 84, pp. 1233–1235, Février 2004.

[74] T. Sansoni, "Contrôleur de polairsation à base de cristaux liquides. Applications aux télécommunications optiques," Thèse, Ecole Nationale Supérieur des Télécommunications de Bretagne, Mars 2004.

[75] W. Rong, L. Dupont et A. Tan, "Degree of polarization and system penalty in first and second-order PMD compensation," à *Simulation Tools for Research and Education in Optical Networks SYMPOSIUM*, Brest, France.

[76] W. Z. andG Wen-cai JIN et Y.-M. ZHANG, "PMD compensation methods in high-speed optical fiber communication systems," *Optoelectronic Technology & Information*, vol. 18, pp. 01–07, Août 2005.

[77] W. Rong, L. Dupont et A. Tan, "Analyze of efficiency about DOP as a feed-back signal for PMD compensation with the presence of 2nd PMD," *soumis à Annals of Telecommunications*, 2006.

[78] ——, "Impacts of 2nd-order PMD with 1st-order pmd compensation," *soumis à Opt. Commun.*, 2006.

[79] F. Bruyère, "Impact of first- and second-order PMD in optical digital transmission systems," *Opt. Fiber Technol.*, vol. 2, pp. 269–280, Juillet 1996.

[80] G. J. Foschini, L. E. Nelson, R. Jopson et H. Kogelnik, "Statistics of second-order PMD depolarization," *J. Lightwave Technol.*, vol. 19, pp. 1882–1886, Décembre 2001.

[81] C. D. Poole et C. R. Giles, "Polarization-dependent pulse compression and broadening due to polarization dispersion in dispersion-shifted fiber," *Opt. Lett.*, vol. 13, pp. 155–157, Février 1988.

[82] G. J. Foschini, R. Jopson, L. E. Nelson et H. Kogelnik, "The statistics of PMD-induced chromatic fiber dispersion," *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, pp. 1560–1565, Septembre 1999.

[83] G. J. Foschini et C. D. Poole, "Statistical theory of polarization dispersion in single mode fibers," *J. Lightwave Technol.*, vol. 9, pp. 1439–1456, Novembre 1991.

[84] N. Gisin, "Solutions of the dynamical equation for polarization dispersion," *Opt. Commun.*, vol. 86, pp. 371–373, Décembre 1991.

[85] G. J. Foschini, L. E. Nelson, R. Jopson et H. Kogelnik, "Probability densities of second-order polarization mode dispersion including polarization dependent chromatic fiber dispersion," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 12, pp. 293–295, Mars 2000.

[86] R. Jopson, L. E. Nelson, H. Kogelnik et G. J. Foschini, "Probability densities of depolarization associated with second-order PMD in optical fibers," à *Proc. OFC 2001*, Anaheim, California, USA, Mars 2001, paper ThA4-1.

[87] L. E. Nelson, R. Jopson, H. Kogelnik et G. J. Foschini, "Measurement of depolarization and scaling associated with second-order polarisation mode dispersion in optical fibers," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 11, pp. 1614–1616, Décembre 1999.

[88] E. Ibragimov, G. Shtengel et S. Suh, "Statistical correlation between first and second order PMD," *J. Lightwave Technol.*, vol. 20, pp. 586–590, Avril 2002.

[89] A. Tan, L. Dupont et M. Gadonna, "Evaluation du logiciel de simulation $VPItransmissionMaker^{TM}\,WDM$ pour l'étude de la dispersion modale de polarisation (PMD) du 1er et du 2e ordre," Ecole Nationale Supérieur des Télécommunications de Bretagne, Brest, France, Rapport Recherche, Juin 2005.

[90] J. Poirrier, F. Buchali et H. Bülow, "Higher order PMD canceller," à *OFC2002*, Anaheim, California, USA, Mars 2002, pp. 236–237.

[91] H. Sunnerud, M. Karlsson, M. Westlund et P. Andrekson, "Higher-order PMD compensator with a simple feedback signal," à *Proc. ECOC 2002*, Copenhagen, Denmark, Septembre 2002, p. P.11.1.3.

[92] K. Ikeda, "Simple PMD compensator with higher order PMD mitigation," à *OFC2003*, vol. 1, Atlanta, Georgia, USA, Mars 2003, pp. 111–112.

[93] Y. Mimura, K. Ikeda, T. Hatano, T. Takagi, S. Wako et H. Matsuura, "PMD compensateur and PMD emulator," *Furukawa Review*, vol. 24, pp. 23–28, 2003.

[94] U. Neukirch, M. Hempstead, G. Piech, Y. Mauro, M. Mlejnek, M. J. Soulliere, M. Webb, D. Pikula, R. Hoyt, M. Anderegg, M. Dailey, F. Wang, C. Drewnowski et D. Sobiski, "Time-resolved performance analysis of a second-order PMD compensator," *J. Lightwave Technol.*, vol. 22, pp. 1189–1200, Avril 2004.

[95] N. Gisin et J. P. Pellaux, "Polarization mode dispersion : time versus frequency domains," *Opt. Commun.*, vol. 89, pp. 316–323, Mai 1992.

[96] F. Bruyère, "Effets de polarisation dans les systèmes à amplification optique de longue distance," Thèse, Université de Paris-Sud, U.F.R. Scientifique d'Orsay, Mai 1994.

[97] Disponible en ligne : http://www.vpiphotonics.com/photonics_home.php

[98] D. Penninckx et V. Morénas, "Jones matrix of polarization mode disopersion," *Opt. Lett.*, vol. 24, pp. 875–877, Juillet 1999.

[99] A. Eyal, W. K. Marshall, M. Tur et A. Yariv, "Representation of second-order polarization mode dispersion," *Electron. Lett.*, vol. 35, pp. 1658–1659, Septembre 1999.

[100] H. Kogelnik, L. E. Nelson, J. P. Gordon et R. M. Jopson, "Jones matrix for second-order polarization mode disopersion," *Opt. Lett.*, vol. 25, pp. 19–21, Janvier 2000.

[101] E. Forestieri et L. Vincetti, "Exact evaluation of the jones matrix of a fiber in the presence of polarization mode dispersion of any order," *J. Lightwave Technol.*, vol. 19, pp. 1898–1909, Décembre 2001.

[102] N. Kikuchi, "Analysis of signal degree of polarization degradation used as control signal for optical polarization mode dispersion compensation," *J. Lightwave Technol.*, vol. 19, pp. 480–486, Avril 2001.

[103] J. Wang, J. Yu, Y. Li et H. Hu, "Theoretical investigation of DOP as feedback control signals for PMD compensation," à *SPIE (Optical Transmission, Swithing, and Subsystems II)*, vol. 5625.

[104] K. Xu, Y. Dai, J. Mao, X. Chen, X. Li et S. Xie, "Study of dynamic PMD compensation system using signal DOP as the feedback control signal," *Acta Optica Sinica*, vol. 23, pp. 1204–1209, Octobre 2003.

[105] C. D. Poole, R. W. Tkach, A. R. Chraplyvy et D. A. Fishman, "Fading in lightwave systems due to polarisation-mode dispersion," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 3, pp. 68–70, Janvier 1991.

[106] H. Kogelnik, R. M. Jopson et L. E. Nelson, *Polarization-Mode Dispersion in « Optical Fiber Telecommunications IVB »*. by Ivan P. Kaminow and Tingye Li editors, San Diego, California, USA : Academic Press, 2002, Chapitre 15.

[107] P. J. Winzer, H. Kogelnik, C. H. Kim, R. M. Jopson, L. E. Nelson et K. Ramanan, "Recerver impact on first-order PMD outage," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 15, pp. 1482–1484, Octobre 2003.

Contrôle de polarisation pour la compensation de la dispersion modale de polarisation dans les transmissions optiques

La dispersion modale de polarisation (PMD) est devenue pour les transmissions optiques haut débit, un des principaux facteurs qui limite la qualité du signal. Au premier ordre, la PMD génère un dédoublement des impulsions alors qu'au deuxième ordre, c'est un élargissement et des distorsions d'impulsions qui se produisent. Plusieurs solutions optiques, pour la compensation de PMD, ont été proposées, toutes utilisent un contrôleur de polarisation.

L'objectif de cette thèse est donc l'étude du contrôle de la polarisation rapide et sans fin pour la compensation de PMD. Trois architectures de contrôleur avec deux lames biréfringentes à axe tournant ont été proposées et testées. Ces architectures permettent de transformer continûment les états de polarisation avec seulement deux degrés de liberté. Des simulations et des études expérimentales ont été effectuées, et elles ont démontré la faisabilité des architectures et des algorithmes proposés.

Parallèlement, nous nous sommes intéressés à l'évaluation qualitative et quantitative de l'impact de la PMD au deuxième ordre, avec compensation de PMD au premier ordre, en simulant des systèmes de transmission optique à 40Gbit/s. Les résultats ont démontré que les deux composantes de la PMD au deuxième ordre : dépolarisation et dispersion chromatique dépendant de la polarisation, ont des conséquences très différentes sur les pénalités du rapport signal à bruit optique.

Mots-clefs

Télécommunications optiques, Dispersion modale de polarisation, Contrôleur de polarisation, Cristaux liquides.

Polarization control for polarization mode dispersion compensation in optical transmission

Polarization Mode Dispersion (PMD) has become one of the principal factors which limits the quality of signals in high bit rate optical transmission. First order PMD generates a splitting of the optical impulses, whereas second order PMD produces a widening and distortions of impulses. In order to compensate PMD, several optical solutions have been proposed, all use a polarisation controller.

The aim of this thesis is to study fast endless polarization control for the PMD compensation. Three controller architectures using two rotatable wave-plates with variable birefringence are proposed and tested. These architectures make it is possible to transform states of polarization continuously with only two degrees of freedom. Simulations and experiments are carried out proving the feasibility of architectures and the algorithms proposed.

In addition, we were interested in the qualitative and quantitative evaluation of the impact of second order PMD, with compensation of first ordre PMD, by the system simulation of optical transmissions at 40Gbit/s. Results show that two components of second order PMD : depolarization and polarization-dependent chromatic dispersion, have very different consequences on the optical signal to noise ratio penalties.

Keywords

Optical telecommunications, Polarization mode dispersion, Polarization controller, liquid crystals.