



**HAL**  
open science

# Augmentation des performances des systèmes DSL par allocation dynamique de spectre

Mohamed Tlich

► **To cite this version:**

Mohamed Tlich. Augmentation des performances des systèmes DSL par allocation dynamique de spectre. domain\_other. Télécom ParisTech, 2006. Français. NNT : . pastel-00001889

**HAL Id: pastel-00001889**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00001889>**

Submitted on 16 Nov 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Doctorale d'Informatique, Télécommunications et Électronique de Paris

**Augmentation des Performances des systèmes DSL  
par Allocation Dynamique de Spectre**

par  
Mohamed TLICH

Département de communication et électronique  
École Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris

Thèse présentée à France Télécom Division R&D  
en vue de l'obtention du grade de Docteur  
en communication et électronique

Juin, 2006

© Mohamed TLICH, 2006.

École Doctorale d'Informatique, Télécommunications et Électronique de Paris  
École Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris

Cette thèse intitulée:

**Augmentation des Performances des systèmes DSL  
par Allocation Dynamique de Spectre**

présentée par:

Mohamed TLICH

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Jean-François Hérald,	président
John M. Cioffi,	rapporteur
Ghais El-Zein,	rapporteur
Patrick Tortelier,	examineur
Jean-Claude Belfiore,	directeur de thèse
Ahmed Zeddani,	co-directeur de thèse

Thèse acceptée le: .....

# Résumé

Les systèmes DSL sont des technologies de transmission qui transportent des flux de données importants sur de simples lignes téléphoniques. Malheureusement, plusieurs phénomènes perturbateurs sont susceptibles de dégrader la qualité des liaisons. Les limitations sont principalement dues à l'affaiblissement ainsi qu'à des problèmes de compatibilité électromagnétique.

Dans ce contexte, ce travail de thèse consiste à augmenter les performances marge de bruit/débit/portée des systèmes DSL par allocation dynamique de spectre (DSM : Dynamic Spectrum Management).

Dans une première partie sont développées trois méthodes d'allocation discrète de bits entre les porteuses d'un système DSL à modulation DMT. La première est une simplification importante de l'algorithme de P.S. Chow à distribution plate d'énergie. La deuxième étant un processus de moindre complexité qui nous ramène à la distribution optimale d'énergie entre les porteuses, appelé "remplissage par Gammas croissants". Et la troisième est une méthode d'attribution de marges de bruit distinctes aux différents flux d'une même liaison DSL.

Après cette amélioration de la technologie de transmission DSL qui constitue le niveau 0 de la DSM, l'atténuation de l'interférence entre les lignes d'un même câble DSL par allocation coordonnée de spectre (niveau 2 de la DSM) est abordée, et deux procédés sont proposés. Le premier est un procédé de réglage dynamique des DSP des porteuses les unes indépendamment des autres, de façon à réduire l'interférence provenant de certaines lignes dont le débit est supérieur au débit nécessaire aux services. Le deuxième procédé est une nouvelle architecture DSL, caractérisée par l'introduction d'éléments actifs dans la sous-répartition. Les performances des lignes, divisées en deux tronçons plus courts et séparés, sont ainsi améliorées.

Dans une dernière partie est considérée la transmission vectorielle qui constitue le troisième niveau de la DSM. Des méthodes d'annulation d'interférence entre les lignes d'un même câble DSL sont présentées, et un modèle de détermination de la matrice de canal MIMO est développé.

## Mots Clés

DSL, DMT, DSM, Câble de télécommunications, Allocation binaire, DSP, Débit, Marge de bruit, Portée, MIMO, Transmission vectorielle, MC, EQM, DVS.

# Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué à France Télécom Division R&D Lannion, dans les unités de recherche CEP (Compatibilité Électromagnétique et Protection) et CNT (Communication Numérique et Transmission) des laboratoires FACE(Fréquence, Antennes, CEM et Environnement) et RMC (Réseaux d'accès Multiservices sur support Cuivre), en collaboration avec le département COMELEC (Communications et Électronique) de l'École Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris.

Je tiens, tout d'abord, à remercier Monsieur Alain Vellard, directeur de la Direction des Réseaux de Transport et d'Accès, Messieurs Bernard Despres et Pierre Paufique, responsables des laboratoires FACE et RMC, pour m'avoir accueilli sur le site de Lannion.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Monsieur Ahmed Zeddami, Expert émérite à France Télécom Division R&D et responsable de l'unité de recherche CEP, qui a assuré la direction scientifique de ce travail. Au cours de ces trois années, j'ai pu apprécier, en plus d'un encadrement scientifique de qualité, ses qualités humaines et sa gentillesse.

Je remercie vivement Monsieur Jean-Claude Belfiore, professeur à L'ENST Paris, qui a encadré et animé cette thèse. Qu'il trouve ici, tout mon respect et ma reconnaissance pour la confiance qu'il m'a témoignée et le suivi de mes travaux pendant ces trois années.

Je suis très honoré que Monsieur John Cioffi, professeur à l'université de Stanford, et Monsieur Ghais El-Zein, professeur à l'INSA Rennes, aient accepté d'être rapporteurs de ce travail. Je les remercie pour l'ensemble de leurs remarques et suggestions.

J'adresse à Monsieur Patrick Tortelier, responsable du pôle de recherche SYCOMORE, et à Monsieur Jean-François Héland, professeur à l'INSA Rennes, mes plus vifs remerciements pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour l'honneur qu'ils m'ont fait en participant au jury.

Un grand merci à Mademoiselle Fabienne Moulin, Monsieur Rabah Tarafi et Monsieur Frédéric Gauthier, ingénieurs à France Télécom Division R&D, pour leur sympathie et leur générosité à m'avoir fait partager leur expérience et leurs grandes compétences techniques.

J'adresse toute ma sympathie et amitié à toute l'équipe CEP, ECD et CNT. Plus particulièrement à Benjamin Barlaud, Rolland Besond, Alain Cario, Olivier Daguillon, Fahd Hassoun,

Michel Le Coz, Stéphane Le Masson, Patrick Amoikon N'da, Sylvain Person, José Ribeiro, Gérard Térol, Belgacem Djebari, Hubert Mariotte, Meryem Ouzzif et Alain Rebours.

Que mes camarades doctorants, que j'ai pu côtoyer, trouvent ici mes remerciements pour l'esprit de grande camaraderie et de solidarité qui régnait entre nous.

Ces dernières lignes vont à mes parents, ma femme, mes frères, ma sœur et tous mes amis. Je leur dis merci pour tout le soutien et tous les encouragements qu'ils ont su me donner tout au long de ce travail.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Remerciements</b>	<b>ii</b>
<b>Abréviations</b>	<b>xvii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Contributions</b>	<b>4</b>
<b>1 Contexte de la Thèse</b>	<b>6</b>
1.1 Les technologies xDSL . . . . .	7
1.1.1 Leur origine . . . . .	7
1.1.2 Le multiplexage . . . . .	7
1.1.3 Le codage en ligne et la modulation . . . . .	10
1.1.4 L'architecture DSL . . . . .	12
1.1.5 Aperçu des différentes technologies xDSL . . . . .	15
1.1.6 Synthèse des technologies xDSL . . . . .	17
1.2 Les limitations du système DSL . . . . .	17
1.2.1 Description d'un câble cuivre . . . . .	18
1.2.2 Affaiblissement des lignes cuivrées . . . . .	18
1.2.3 La diaphonie . . . . .	19
1.3 Etat de l'art des solutions aux limitations du système DSL . . . . .	20

1.3.1	Augmentation des capacités des lignes . . . . .	22
1.3.2	Allocation dynamique de spectre : Niveaux de coordination . . . . .	23
1.4	Conclusion . . . . .	26

## **I Niveau 0 de la DSM : Amélioration de la technologie de transmission DSL 28**

### **2 Répartition optimisée de la puissance d'émission entre les porteuses DMT 29**

2.1	État de l'Art . . . . .	30
2.1.1	L'algorithme de Hughes-Hartogs . . . . .	30
2.1.2	L'algorithme de P.S. Chow . . . . .	30
2.2	Algorithme d'Allocation Binaire de Faible Complexité . . . . .	31
2.2.1	Étude de $F_n$ . . . . .	32
2.2.2	Étude de $P_n$ . . . . .	33
2.2.3	Principe de l'algorithme proposé . . . . .	34
2.2.4	Algorithme proposé . . . . .	34
2.2.5	Etude des Performances . . . . .	35
2.3	Algorithme de Hughes-Hartogs à solution initiale "distribution plate d'énergie" optimale . . . . .	37
2.3.1	Complexité . . . . .	39
2.3.2	Temps de calcul . . . . .	39
2.4	Conclusion . . . . .	41

### **3 Algorithme optimal d'allocation binaire de faible complexité 42**

3.1	Optimalité des algorithmes d'allocation binaire RA . . . . .	42
3.2	Algorithme de Hughes-Hartogs . . . . .	43
3.3	Processus de "Remplissage par Gammas Croissants" . . . . .	44
3.4	Algorithme "quasi-optimal" de très faible complexité . . . . .	50
3.4.1	Algorithme "quasi-Optimal" ? . . . . .	52



3.4.2	Etude des performances . . . . .	53
3.5	Algorithme optimal de faible complexité . . . . .	55
3.5.1	Description de l'Algorithme . . . . .	58
3.5.2	Algorithme "Optimal" ? . . . . .	58
3.5.3	Etude des performances . . . . .	60
3.6	Conclusion . . . . .	62
<b>4</b>	<b>Méthode d'attribution de QOS différentes aux flux d'une même liaison DSL</b>	<b>64</b>
4.1	Multiplexage de plusieurs flux xDSL . . . . .	65
4.1.1	Modes Fast et Interleaved . . . . .	65
4.1.2	Organisation des données dans la trame . . . . .	65
4.1.3	Allocation binaire . . . . .	66
4.2	Insuffisance de l'entrelacement pour augmenter la QOS des flux . . . . .	66
4.3	Attribution de QOS différentes aux flux et augmentation des débits . . . . .	67
4.3.1	Algorithme par incrémentation de débits . . . . .	67
4.3.2	Algorithme par dichotomies successives . . . . .	69
4.3.3	Résultats de Simulations . . . . .	71
4.4	Attribution de QOS différentes aux flux et optimisation débit/marge de bruit . . . . .	73
4.4.1	Algorithme d'augmentation des marges de bruit par incrémentation de marge . . . . .	74
4.4.2	Algorithme d'augmentation des marges de bruit par dichotomies successives	76
4.4.3	Cas d'un flux privilégié et d'un flux non privilégié . . . . .	77
4.4.4	Résultats de simulations . . . . .	77
4.5	Conclusion . . . . .	78
<b>II</b>	<b>Niveau 2 de la DSM : Allocation coordonnée de puissance</b>	<b>80</b>
<b>5</b>	<b>Gestion optimisée de l'extinction dynamique de porteuses DMT</b>	<b>81</b>
5.1	Description de la procédure proposée . . . . .	82

5.1.1	Principe de la procédure proposée . . . . .	82
5.1.2	Définition des Tables . . . . .	82
5.1.3	Procédure proposée . . . . .	83
5.1.4	Description de l'Algorithme . . . . .	86
5.2	Processus d'extinction et de rétablissement de la DSP des porteuses DMT . . . . .	88
5.2.1	Permutation de bits et Permutation rapide . . . . .	88
5.2.2	Processus d'extinction de porteuses DMT . . . . .	91
5.2.3	Processus de rétablissement du niveau de DSP des porteuses éteintes . . . . .	94
5.3	Résultats de Simulations . . . . .	94
5.4	Conclusion . . . . .	95
<b>6</b>	<b>Maximisation de la capacité par allocation dynamique de débit</b>	<b>97</b>
6.1	Problématique traitée et idée proposée . . . . .	98
6.2	Optimisation du problème : Allocation dynamique de débit . . . . .	100
6.2.1	Formulation du problème : Graphe Bipartite . . . . .	101
6.2.2	Principe de résolution . . . . .	102
6.2.3	Maximisation des zéros de la matrice . . . . .	103
6.2.4	Algorithme de réduction (voir figure 6.7) . . . . .	106
6.2.5	Optimisation de la solution de l'algorithme de réduction . . . . .	107
6.3	Optimisation du problème : Allocation dynamique de spectre . . . . .	115
6.4	Coexistence de plusieurs opérateurs dans la même Sous-Répartition . . . . .	116
6.5	Résultats de simulations . . . . .	117
6.6	Conclusion . . . . .	120
<b>III</b>	<b>Niveau 3 de la DSM : Transmission Vectorielle</b>	<b>122</b>
<b>7</b>	<b>DSL MIMO et Transmission Vectorielle</b>	<b>123</b>
7.1	Modèle de canal et Transmission DMT . . . . .	125

7.2	Annulation d'interférence par décomposition QR . . . . .	127
7.2.1	Annulation de l'interférence dans le canal descendant de transmission . . . . .	127
7.2.2	Annulation de l'interférence dans le canal ascendant de transmission . . . . .	129
7.3	Résultats de simulation . . . . .	130
7.4	Conclusion . . . . .	132
<b>8</b>	<b>Identification de la diaphonie entre paires d'un système DSL MIMO</b>	<b>133</b>
8.1	Canal DSL MIMO du modèle proposé . . . . .	134
8.2	Identification des inconnues du modèle . . . . .	135
8.3	Identification des fonctions de couplage . . . . .	136
8.3.1	Estimation par la méthode des Moindres Carrées (MC) . . . . .	138
8.3.2	Estimation par Décomposition en Valeurs Singulières (DVS) . . . . .	138
8.3.3	Estimation par la méthode de l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) . . . . .	141
8.3.4	Résultats de simulations . . . . .	143
8.4	Augmentation des performances des estimateurs : Séquence d'apprentissage périodique . . . . .	146
8.5	Conclusion . . . . .	148
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>150</b>
	<b>Appendices</b>	<b>153</b>
<b>A</b>	<b>Variation de l'interférence entre paires DSL avec la distance</b>	<b>154</b>
A.1	Effet prédominant de la paire du même quart et effet de distance . . . . .	154
A.2	Schéma à paire par quart et effet de bord . . . . .	155
<b>B</b>	<b>Démonstration du Théorème 1</b>	<b>158</b>
<b>C</b>	<b>Démonstration du Théorème 3</b>	<b>161</b>
<b>D</b>	<b>Démonstration du Corollaire</b>	<b>164</b>

**Bibliographie**

# Table des figures

1.1	Bande passante d'une boucle terminale . . . . .	8
1.2	Le multiplexage en fréquence en DSL . . . . .	8
1.3	Canaux montant et descendant superposés (EC) en DSL . . . . .	9
1.4	Annulation d'écho en DSL . . . . .	9
1.5	Codage 2B/1Q . . . . .	11
1.6	Spectre DMT . . . . .	12
1.7	Exemples d'allocation de bits en DMT . . . . .	13
1.8	Architecture DSL . . . . .	14
1.9	Un NAP servant une connectivité DSL à plusieurs NSPs . . . . .	14
1.10	Les éléments d'un réseau d'accès DSL . . . . .	15
1.11	Structure d'un câble DSL . . . . .	18
1.12	Affaiblissement, en dB, de trois longueurs de lignes (300m, 600m et 900m) selon le modèle de France Télécom . . . . .	19
1.13	Topologie simplifiée d'un système DSL avec un noeud central CT/UOR . . . . .	20
1.14	Fonctions de couplage NEXT mesurées sur un câble 28 paires à quarts série 88 de longueur 300m . . . . .	21
1.15	Fonctions de couplage FEXT mesurées sur un câble 28 paires à quarts série 88 de longueur 300m . . . . .	22
1.16	Variation du FEXT d'un câble à un autre . . . . .	23
1.17	Co-localisation des émetteurs dans le sens descendant et des récepteurs dans le sens ascendant de transmission . . . . .	25
1.18	Spectre transmis avec l'IWF et l'OSB dans le cas d'un déploiement mixte CT/RT . . . . .	26

1.19	Rate region des lignes RT et du CT fonctionnant en mode MA (jaune), en appliquant l'IWF (violet) et l'OSB (orange). . . . .	27
2.1	Variations de $F_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ en fonction de $n$ . . . . .	33
2.2	Variations de $P_n$ en fonction de $n$ pour une transmission VDSL et un modèle de bruit de type A . . . . .	34
2.3	Les RSBN en fonction de la fréquence pour les porteuses du sens descendant du plan fréquentiel 998 pour une ligne VDSL de longueur 975m . . . . .	36
2.4	Temps de calcul de l'algorithme proposé et celui de P.S. Chow appliqués au sens descendant de transmission pour différentes longueurs de boucle VDSL . . . . .	37
2.5	Durées de calcul en secondes de l'algorithme de Hughes-Hartogs pour différentes longueurs $N^*$ de la solution initiale à distribution plate d'énergie . . . . .	38
2.6	Nombre de bits transmissibles atteint par l'algorithme de Hughes-Hartogs pour différentes longueurs $N^*$ de la solution initiale à distribution plate d'énergie . . . . .	39
3.1	Processus de "Remplissage par Gammas Croissants" à l'itération $n$ . . . . .	48
3.2	Transmission VDSL sur une liaison de longueur 975m : (a) Valeurs de $\gamma_n$ ; (b) Valeurs de $\tilde{E}_n$ . . . . .	51
3.3	Comportement de $\tilde{E}_{n^*}$ par rapport à $P$ . . . . .	52
3.4	Fluctuations des valeurs de $E_{n^*}$ autour des valeurs de $(\tilde{E}_{n^*} = P)$ pour différentes longueurs de la boucle VDSL . . . . .	52
3.5	(a) Valeurs de $ E_{n^*} - \tilde{E}_{n^*} $ pour différentes longueurs de la boucle VDSL. (b) Valeurs de $ (E_{n^*})_{dB} - (\tilde{E}_{n^*})_{dB} $ . . . . .	53
3.6	(a) Fluctuations du débit de l'algorithme proposé autour du débit optimal pour différentes longueurs de la boucle VDSL. (b) Déviation du débit de l'algorithme proposé en pourcentage du débit optimal . . . . .	54
3.7	Performances en débit de l'algorithme "quasi-optimal" proposé . . . . .	55
3.8	Performance Temps de calcul de l'algorithme "quasi-optimal" proposé . . . . .	56
3.9	Courbe des valeurs de $x - 0.5$ . . . . .	57
3.10	Variations de $ \tilde{E}_{n^*} - E_{n^*} $ en fonction de $\alpha$ . . . . .	58
3.11	Valeurs de $\tilde{E}_{n^*}$ et $E_{n^*}$ pour différentes valeurs du nombre d'itérations $k$ et pour différentes longueurs de boucle VDSL . . . . .	59

3.12	(a) Valeurs de $ E_{n^*} - \tilde{E}_{n^*} $ pour différentes valeurs de $k$ et différentes longueurs de boucle VDSL. (b) Valeurs de $ (E_{n^*})_{dB} - (\tilde{E}_{n^*})_{dB} $ . . . . .	60
3.13	(a) Valeurs des débits $\tilde{D}$ pour différentes valeurs de $k$ et différentes longueurs de boucle VDSL. (b) Variation de $ b_{n^*} - b_{opt} $ en fonction de $k$ . . . . .	61
3.14	Performance Débit de l'algorithme optimal proposé . . . . .	62
3.15	Performance Temps de calcul de l'algorithme optimal proposé . . . . .	63
4.1	Chaîne de transmission ADSL . . . . .	65
4.2	Structure d'une trame . . . . .	66
4.3	Classement des porteuses par RSBNs croissants et des flux par marges de bruit croissantes . . . . .	68
4.4	Performances débit de l'algorithme proposé pour $D = 2Mb/s$ et $R = 6Mb/s$ . . . . .	72
4.5	Importance du classement des flux dans la trame pour $D = 2Mb/s$ et $R = 6Mb/s$ 73	73
4.6	Sous-optimalité du processus d'augmentation des marges de bruit des flux privilégiés . . . . .	74
4.7	Optimisation des performances débit/marge de bruit des flux . . . . .	75
4.8	Optimisation des performances débit/marge de bruit : (a) Marge TV, (b) Débit Internet . . . . .	78
5.1	Architecture DSL avec la partie tierce . . . . .	84
5.2	Exemple de réalisation d'un cycle pour un demandeur à 26 porteuses et 7 donneurs 85	85
5.3	Procédure de demande de permutation rapide . . . . .	90
5.4	Scénario des simulations de l'extinction dynamique de porteuses DMT . . . . .	95
5.5	Apport de l'extinction dynamique de porteuses DMT sur les paires demandeuses 95	95
6.1	Cas général de $K$ lignes DSL . . . . .	97
6.2	Cas particulier de deux liaisons de longueurs respectives 5000m et 3000m . . . . .	99
6.3	Augmentation du débit dans le cas particulier des deux liaisons de la figure 6.2 100	100
6.4	Formulation du problème et graphe bipartite . . . . .	101
6.5	Transformation élémentaire : Transfert de poids . . . . .	105
6.6	Cas où $\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)$ . . . . .	106

6.7	Algorithme de réduction . . . . .	108
6.8	Non convexité de $F(E_n)$ . . . . .	109
6.9	Algorithme de descente . . . . .	111
6.10	Algorithme de recuit simulé . . . . .	114
6.11	Niveaux d'énergie empilés des bits transmissibles par pouteuse . . . . .	116
6.12	Optimisation du problème par allocation dynamique de spectre . . . . .	117
6.13	Coexistence de deux opérateurs dans la même Sous-Répartition . . . . .	118
6.14	Optimisation par allocation dynamique de spectre : capacités des tronçons LT et LS . . . . .	120
7.1	La topologie actuelle du système DSL . . . . .	123
7.2	La topologie future du système DSL . . . . .	124
7.3	La diaphonie dans les systèmes DSL . . . . .	124
7.4	Sens descendant de transmission : Bloc précodeur pour la porteuse $i$ . . . . .	128
7.5	Système de transmission vectorielle DMT pour le sens descendant de transmission	129
7.6	Sens ascendant de transmission : Bloc décodeur pour la porteuse $i$ . . . . .	130
7.7	Système de transmission vectorielle DMT pour le sens ascendant de transmission	130
7.8	Débits réalisables dans le sens descendant de transmission . . . . .	131
7.9	Débits réalisables dans le sens ascendant de transmission . . . . .	132
8.1	La différence de temps $d_{ij}$ entre l'émetteur $j$ et le récepteur $i$ , $T$ est une période pré-définie . . . . .	134
8.2	FEXT : Modèle de canal DSL MIMO pour le récepteur $i$ . . . . .	135
8.3	Modèle d'identification des fonctions de couplage NEXT . . . . .	136
8.4	Modèle d'identification des fonctions de couplage FEXT . . . . .	137
8.5	Modèle d'estimation de la fonction de couplage $h_j$ selon le critère MC . . . . .	138
8.6	Modèle d'estimation de la fonction de couplage $h_j$ par DVS . . . . .	141
8.7	Modèle d'estimation de la fonction de couplage $h_j$ selon le critère EQM . . . . .	142
8.8	(a) Convergence de l'algorithme d'estimation de $\epsilon_2$ , (b) Erreur d'estimation $ \epsilon_2^k - \epsilon_2 $	144



8.9	Estimation de $h_2$ par l'estimateur MC : (a) $N = 3000$ , (b) $N = 4000$ , (c) $N = 6000$	144
8.10	Estimation de $h_2$ par DVS : (a) $N = 3000$ , (b) $N = 4000$ , (c) $N = 6000$ . . . . .	145
8.11	Estimation de $h_2$ par l'estimateur EQM : (a) $N = 3000$ , (b) $N = 4000$ . . . . .	145
8.12	(a) Convergence de l'algorithme d'estimation de $\epsilon_2$ lorsque la séquence d'apprentissage est périodique, (b) Erreur d'estimation $ \epsilon_2^k - \epsilon_2 $ . . . . .	146
8.13	Estimation de $h_2$ par l'estimateur MC lorsque la séquence d'apprentissage est périodique : (a) $N = 300$ , (b) $N = 400$ , (c) $N = 500$ . . . . .	147
8.14	Estimation de $h_2$ par DVS lorsque la séquence d'apprentissage est périodique : (a) $N = 300$ , (b) $N = 400$ , (c) $N = 500$ . . . . .	147
8.15	Estimation de $h_2$ par l'estimateur EQM lorsque la séquence d'apprentissage est périodique : (a) $N = 300$ , (b) $N = 400$ , (c) $N = 500$ . . . . .	148
A.1	Structure du câble 28 paires à quarts série 88 . . . . .	155
A.2	Effet de la paire se trouvant dans le même quart . . . . .	156
A.3	Effet de la distance entre les paires perturbatrices et la paire de test . . . . .	156
A.4	(a) Schéma à paire par quart, (b) Effet de bord . . . . .	157
A.5	Schéma à paire par quart et effet de bord. (a) paires de longueurs 75m, (b) paires de longueurs 750m . . . . .	157
B.1	Théorème 1 : cas d'une matrice carrée . . . . .	159
B.2	Théorème 1 : cas d'une matrice rectangulaire . . . . .	160
C.1	Différentes positions possibles de $(i_1, j_1)$ , $(i_2, j_2)$ , $(i_1, j_2)$ et $(i_2, j_1)$ . . . . .	161
D.1	Les deux positions possibles de $(i_1, j_1)$ et $(i_2, j_2)$ s'ils se trouvent dans le triangle supérieur . . . . .	164

# Liste des tableaux

1.1	Codage 2B/1Q . . . . .	10
1.2	Synthèse des principales technologies xDSL . . . . .	17
1.3	Affaiblissement théorique, linéique en dB, en fonction de la section du conducteur	19
1.4	Méthode d'annulation d'interférence vs. co-localisation des émetteurs et récepteurs	25
2.1	$N_1$ et $N_2$ pour différentes longueurs de boucles VDSL . . . . .	35
2.2	Conformité de la solution initiale proposée aux critères $C_1$ et $C_2$ . . . . .	39
2.3	$B_{total}$ et $N_3$ pour différentes longueurs de boucle VDSL . . . . .	40
2.4	Plans de fréquence 998, 997, Alcatel-Bell 1 et Alcatel-Bell 2 . . . . .	40
2.5	Temps de calcul en secondes de l'algorithme de Hughes-Hartogs avec la solution initiale proposée et de l'algorithme de Hughes-Hartogs classique, appliqués au sens descendant de transmission sur une boucle VDSL de longueur $792m$ . . . . .	40
3.1	Valeurs des $(\Delta E_i^1)_{1 \leq i \leq 8}$ . . . . .	44
3.2	Itérations de la distribution binaire selon le processus optimal de Hughes-Hartogs	45
3.3	Itérations de la distribution binaire selon le processus de " <b>remplissage par Gammas croissants</b> " . . . . .	49
3.4	Comparaison de la complexité de l'algorithme proposé à celle des algorithmes de P.S.Chow simplifié, de P.S.Chow et de Hughes-Hartogs . . . . .	54
3.5	Comparaison de la complexité de l'algorithme proposé à celle de l'algorithme "quasi-optimal" et des algorithmes de P.S.Chow simplifié, de P.S.Chow et de Hughes-Hartogs . . . . .	61
5.1	Format du message de demande de permutation de bits . . . . .	89

---

5.2	Commande de demande de permutation rapide . . . . .	90
5.3	Codage des entêtes des messages de commande de surdébit . . . . .	93
5.4	Message d'initialisation de Permutation Rapide Modifiée . . . . .	93
6.1	Longueurs et débits des lignes de test en l'absence d'éléments actifs dans la SR	117
6.2	Capacités des deux tronçons LS et LT de chaque ligne après introduction des éléments actifs dans la SR . . . . .	118
6.3	Débits augmentés des lignes par allocation dynamique de débit . . . . .	119
6.4	Itérations de la procédure d'allocation dynamique de spectre : Débits des tronçons LS . . . . .	119
7.1	Paramètres de simulation . . . . .	130
7.2	Bandes de fréquence du canal ascendant et descendant . . . . .	131
8.1	Comparaison des erreurs d'estimation par les trois méthodes proposées . . . . .	145
8.2	Comparaison des erreurs d'estimation par les trois méthodes lorsque la séquence d'apprentissage est périodique . . . . .	147

# Abréviations

- 2B1Q : 2 Bits 1 Quatenaire
- ADSL : Asymmetric Digital Subscriber Line
- ANSI : American National Standard Institute For Telecommunications
- BBAG : Bruit Blanc Additif Gaussien
- CAP : Carrierless Amplitude Modulation
- CPE : Customer Premises Equipment
- CT : Central Téléphonique
- DMT : Discrete Multitone
- DSL : Digital Subscriber Line
- DSLAM : DSL Access Multiplexer (Multiplexeur d'accès DSL)
- DSM : Dynamic Spectrum Management
- DSP : Densité Spectrale de Puissance
- DVS : Décomposition en Valeurs Singulières
- EC : Echo Cancellation (Annulation d'écho)
- EQM : Erreur Quadratique Moyenne
- EM : Electro-Magnetic
- ETSI : European Telecommunications Standard Institute
- FDD : Frequency Division Duplexing (Duplaxage Fréquentiel)
- FEC : Forward Error Correction
- FEXT : Far-End CrossTalk (télé-diaphonie)
- FM : Fixed-Margin

FTTArea : Fiber To The Area  
FTTCab : Fiber To The Cabinet  
FTTCurb : Fiber To The Curb (Fibre au trottoir)  
FTTBuilding : Fiber To The Building  
FTTH : Fiber-To-The-Home (fibre optique jusqu'au domicile)  
HDB3 : High-Density Bipolar 3  
HDSL : High Data Rate DSL  
IP : Internet Protocol  
IWF : Iterative Water Filling  
ISP : Internet Service Provider  
NAP : Network Access Provider  
NEXT : Near-End CrossTalk (paradiaphonie)  
NID : Network Interface Device  
NSP : Network Service Provider  
MA : Margin-Adaptive  
MAQ : Modulation d'amplitude en Quadrature  
MC : Moindres Carrées  
MDF : Main Distribution Frame  
MIMO : Multiple-Input Multiple-Output  
MPLS : Multi Protocol Label Switching  
OFDM : Orthogonal Frequency Division Multiplexing  
OSB : Optimum Spectrum Balancing  
PA : Power-Adaptive  
PAM : Pulse Amplitude Modulation  
PC : Point de Concentration  
PBO : Power Back-off  
PLC : Power Line Communications  
POTS : Plain Old Telephone Services (Services Téléphoniques Analogiques)

RA : Rate-Adaptive  
RADSL : Rate-Adaptive DSL / Boucle locale numérique à débit variable  
RE-ADSL : Reach Extended ADSL.  
RNIS : Réseau Numérique et Intégration de Services  
RSB : Rapport Signal à Bruit  
RSBN : Rapport Signal à Bruit Normalisé  
RT : Remote Terminal  
RTC : Réseau Téléphonique Commuté  
SDSL : Symetric Digital Subscriber Line (DSL Symétrique)  
SHDSL : Symmetric High-Bitrate Digital Subscriber Line  
SR : Sous-Répartition  
TDD : Time Division Duplexing  
TFD : Transformée de Fourier Discrète  
TFDI : Transformée de Fourier Discrète Inverse  
TFR : Transformée de Fourier Rapide  
TFRI : Transformée de Fourier Rapide Inverse  
UOR : Unité Optique de Réseau  
VC : Virtual Channel  
VDSL : Very High Bit Rate Digital Subscriber Line  
VPN : Virtual Private Network /Réseaux Privés Virtuels (RPV)

# Introduction

L'ancienne infrastructure des lignes d'abonnés en cuivre a suscité un regain d'intérêt très vif avec l'explosion d'Internet et le perfectionnement des systèmes DSL (Digital Subscriber Line). Ces systèmes permettent d'accéder à débit élevé à Internet, de s'adonner à la réception de la musique de bonne qualité, et aussi de vidéo.

Plusieurs phénomènes perturbateurs inhérents à la transmission sur la paire téléphonique sont susceptibles de dégrader la qualité de la liaison. Les limitations sont principalement dues à l'affaiblissement, croissant avec la fréquence et la longueur de la liaison, ainsi qu'à des problèmes de compatibilité électromagnétique.

Aujourd'hui, l'interférence entre les utilisateurs est l'une des limitations principales des systèmes DSL. Cette interférence peut changer de manière significative d'une paire à une autre dans un même câble DSL, d'un câble DSL à un autre et dans le temps.

Les systèmes DSL utilisent habituellement la **gestion statique de spectre**, pour laquelle les masques de DSP (densité spectrale de puissance) sont fixes. Ce type de gestion garantit que les lignes d'un même câble DSL sont spectralement compatibles dans un environnement de pires cas d'interférence, mais limite inévitablement les capacités de ces lignes.

Au contraire, la **gestion dynamique de spectre** (DSM) exploite la variation dans le temps de l'interférence entre les lignes afin d'optimiser leurs capacités en adaptant leurs niveaux de DSP à l'interférence subie à l'instant présent.

Dans la littérature, une distinction est faite entre DSM de niveau 0, 1, 2, et 3 selon le degré de coordination entre les différentes lignes d'un câble DSL. Le niveau 0 est associé au cas de non coordination entre les lignes du câble. Dans ce niveau de la DSM, la gestion de spectre est statique et l'augmentation des performances, marge de bruit/débit/portée, se fait par amélioration de la technologie de transmission. Dans le niveau 1, l'allocation de puissance est "autonome" : chaque ligne, indépendamment des autres, règle son niveau de DSP en minimisant l'interférence sur les paires voisines. Quant au niveau 2, il est à utilisateurs multiples et l'allocation de puissance est coordonnée, visant à éviter au maximum l'interférence entre les lignes. Le dernier niveau de la DSM concerne également la transmission à utilisateurs multiples. Dans ce niveau 3, l'annulation d'interférence est effectuée par transmission vectorielle.

Dans ce contexte, ce travail de thèse est de proposer et de développer des techniques de

DSM qui optimisent les performances des systèmes DSL. Les niveaux 0, 2 et 3 sont ici considérés.

Le premier chapitre présente les caractéristiques principales de l'environnement du réseau téléphonique. Par ailleurs, il dresse un état des lieux des technologies xDSL tant du point de vue historique que technique. Ensuite, il décrit les phénomènes qui sont susceptibles de limiter les transmissions à haut débit. Enfin, il énumère les solutions proposées pour remédier aux distorsions subies par les systèmes DSL, lesquelles sont répertoriées dans les niveaux 0, 1, 2 et 3 de la DSM.

Les trois niveaux de DSM considérés sont dédiés à trois parties différentes.

La première partie, associée au niveau 0, est composée des chapitres 2, 3 et 4. Dans cette partie, les performances marge de bruit/débit/portée des lignes DSL sont augmentées par amélioration de la technologie de transmission. Plus précisément, trois méthodes d'allocation discrète de bits entre les porteuses d'un système DSL à modulation multiporteuse (DMT) sont développées.

Le deuxième chapitre décrit le premier algorithme d'allocation binaire, à distribution plate d'énergie et de faible complexité. Nous démontrons, par ailleurs, que cet algorithme est une simplification importante de l'algorithme de P.S. Chow ([CHO93], [BIN95]) et la meilleure solution initiale, à distribution plate d'énergie, de l'algorithme optimal de Hughes-Hartogs ([BIN90], [HUG89])<sup>1</sup>.

Dans le troisième chapitre, nous montrons que le processus de Hughes-Hartogs est équivalent à un processus plus simple dénommé "remplissage par Gammas croissants" qui nous ramène à la distribution optimale d'énergie entre les porteuses. L'algorithme proposé dans ce chapitre est de complexité  $o(N)$  et est accompagné par une version "quasi-optimale" de moindre complexité.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons une méthode d'attribution de marges de bruit distinctes aux différents flux d'une même ligne DSL. Nous prouvons, par des résultats de simulations, que la méthode proposée augmente considérablement les performances marge de bruit/débit des flux.

La deuxième partie de ce travail est consacrée au niveau 2 de la DSM. Dans les chapitres 5 et 6 qui constituent cette partie, nous tirons profit de la coordination entre les lignes dans un même câble DSL afin d'optimiser l'allocation de spectre.

Dans le cinquième chapitre, les performances des liaisons DSL sont optimisées par réduction du bruit de diaphonie reçu des paires voisines dont le débit est supérieur au débit nécessaire aux services. Dans ce but, le procédé développé est un réglage dynamique des DSP qui s'applique aux porteuses indépendamment les unes des autres. Ce dispositif a l'avantage d'être déclenché à tout moment, par une partie tierce introduite dans le gestionnaire du DSLAM, sans générer d'erreurs de transmission.

---

<sup>1</sup>Les algorithmes de P.S. Chow et de Hughes-Hartogs sont deux des algorithmes d'allocation binaires les plus connus dans les transmissions DSL



Le sixième chapitre traite d'une nouvelle architecture DSL basée sur l'introduction d'éléments actifs introduits dans la sous-répartition, divisant chaque ligne en deux tronçons plus courts et séparés. Cette architecture est ensuite optimisée par DSM de niveau 2.

Dans la troisième et dernière partie de ce travail, nous décrivons la transmission vectorielle (niveau 3 de la DSM). Le but de cette technique est d'annuler l'interférence entre les lignes d'un câble DSL en traitant conjointement leurs signaux. Ce traitement est rendu possible par la colocalisation respective des émetteurs et des récepteurs dans le sens descendant et remontant de transmission dans le central téléphonique ou l'unité optique de réseau. Cette partie est constituée des septième et huitième chapitres.

Le chapitre 7 présente le modèle de canal MIMO et définit la transmission DMT dans le contexte multi-utilisateurs. Nous montrons que la modulation DMT permet l'annulation d'interférence de façon indépendante dans chaque porteuse. Ces méthodes d'annulation d'interférence sont également présentées.

Afin de réaliser l'annulation d'interférence entre les lignes d'un câble DSL, une connaissance de la matrice de canal MIMO, et plus précisément des fonctions de couplage diaphonique entre chaque paire de lignes, est indispensable. Dans le chapitre 8, nous élaborons un modèle qui permet de déterminer les fonctions de couplage télé-diaphonique et para-diaphonique entre deux lignes quelconques.

# Contributions

Cette thèse étudie, à plusieurs niveaux, les concepts de l'allocation dynamique de spectre et la coordination pour les systèmes DSL multi-utilisateurs. Ces niveaux incluent l'augmentation des performances des lignes DSL par dérivation d'algorithmes d'attribution optimale de ressources de communication, le développement de techniques coordonnées de communication et la caractérisation du canal multi-utilisateurs.

A Partir d'un programme chaîne de transmission fourni par George Ginis <sup>2</sup>, un banc d'essai ADSL et VDSL mono et multi-utilisateurs a été développé. Sur ce banc sont implémentés les programmes associés aux algorithmes d'allocation binaire proposés, les programmes d'augmentation des capacités des lignes DSL tirant profit de la coordination entre les utilisateurs et les programmes de la transmission vectorielle, qui comprennent l'identification des fonctions de couplage entre les lignes DSL et l'implémentation de l'annulation de diaphonie par décomposition QR.

Les contributions de ce travail sont énumérées par chapitre :

1. Le chapitre 2 propose un algorithme d'allocation binaire, à distribution plate d'énergie et de faible complexité. Il a été démontré que cet algorithme, qui a fait l'objet d'un premier brevet [TLI01], est une simplification importante de l'algorithme de P.S. Chow ([CHO93], [BIN95]) et constitue la meilleure solution initiale, à distribution plate d'énergie, de l'algorithme optimal de Hughes-Hartogs ([BIN90], [HUG89]).
2. Le chapitre 3 propose un processus dit de "remplissage par Gammas croissants" qui nous ramène à la distribution optimale d'énergie entre les porteuses. Ce processus, qui a fait l'objet d'un deuxième brevet [TLI02], est équivalent au processus de Hughes-Hartogs et présente l'avantage d'être de complexité  $o(N)$ .
3. Le chapitre 4 décrit une méthode d'attribution de marges de bruit distinctes aux différents flux d'une même ligne DSL. Il a été prouvé que la méthode proposée augmente considérablement les performances marge de bruit/débit des flux. Ce chapitre a fait l'objet d'un troisième brevet [TLI03].
4. Dans le chapitre 5, les débits des lignes à "défaut de débit" sont augmentés par réduction du bruit de diaphonie reçu des paires voisines en "excès de débit". Un procédé de réglage

---

<sup>2</sup>Texas Instruments, San-José USA, gginis@ti.com

dynamique des DSP des lignes du câble DSL, qui a fait l'objet d'un quatrième brevet [TLI04], a été proposé. Puis, un dispositif d'extinction et de rétablissement, en cours de fonctionnement, des spectres des porteuses sans générer d'erreurs de transmission a fait l'objet d'un cinquième brevet [TLI05].

5. Dans le chapitre 6, une nouvelle architecture DSL permettant de réduire l'affaiblissement des lignes DSL en raccourcissant la longueur des lignes a été conçue. Cette architecture, optimisée par allocation dynamique de porteuses entre les lignes et par allocation dynamique de débit de niveau 2, a fait l'objet d'un sixième brevet [TLI06] et d'un dépôt de logiciel.
6. Dans le chapitre 8, un modèle d'identification des fonctions de couplage télé-diaphonique et para-diaphonique entre les lignes d'un système DSL a été élaboré. Ce modèle a fait l'objet d'un septième brevet [TLI07].

# Chapitre 1

## Contexte de la Thèse

Le xDSL est un groupe de technologies de transmission ayant une caractéristique commune qui est de faire passer d'importants flux de données sur de simples lignes téléphoniques (ou paires de cuivre). xDSL signifie Digital Subscriber Line (ligne d'abonné numérique) pour DSL et le x recouvre l'ensemble de la famille de ces systèmes. L'avantage de ces technologies est de pouvoir atteindre des débits de plusieurs mégabits par seconde (Mbits/s) en utilisant l'infrastructure existante du réseau d'accès entre le central téléphonique (CT) et le client.

Pour remédier au problème des derniers kilomètres de la transmission, il est envisageable de déployer de la fibre optique jusque chez le client. L'investissement est cependant très important. Une autre solution pour proposer des services assurant de hauts débits à moindre coût fût trouvée par les téléphonistes : doper le réseau téléphonique existant. C'est le but des technologies xDSL. L'idée de base de ces technologies est de repousser la barrière théorique des 300-3400 Hertz (Hz) de la bande passante téléphonique pour atteindre plusieurs Méga-Hertz (MHz). Néanmoins, certains paramètres tels que l'atténuation des lignes paires de cuivre et la diaphonie tendent à limiter les performances de ces systèmes.

Ce premier chapitre dresse, dans la première section, un état des lieux des technologies xDSL tant du point de vue historique que technique. Les limitations du système DSL font l'objet de la deuxième section. Enfin, la troisième section est consacrée à l'état de l'art des solutions proposées pour augmenter les performances des systèmes DSL, à savoir l'amélioration de la technologie de transmission DSL, l'augmentation de la largeur de la bande spectrale, l'augmentation de la puissance d'émission et/ou du niveau de DSP, la réduction de l'atténuation de la paire torsadée et la réduction du niveau de bruit reçu par l'équipement terminal DSL. Dans cette section, nous présentons aussi l'allocation dynamique de spectre (DSM) proposée comme solution alternative visant à éviter l'interférence entre les lignes.

## 1.1 Les technologies xDSL

### 1.1.1 Leur origine

Le DSL était d'abord un enjeu économique. En effet, les modems analogiques classiques fonctionnant sur le réseau RTC (Réseau Téléphonique Commuté) étaient, par nature, limités à un débit de 56 Kb/s. L'internet ne pouvant raisonnablement se concevoir qu'en haut débit, devait emprunter d'autres voies plus rapides, tel que le câble ou le satellite. De nombreux opérateurs privés étaient prêts à saisir leur chance. Dès lors, les opérateurs historiques qui avaient investi depuis plus d'un siècle sur les infrastructures du réseau (câbles sous-terrains, centraux téléphoniques, etc.) voyaient le marché du haut débit leur échapper, et au-delà, tout marché des télécommunications, car le haut débit portait aussi la voix téléphonique. C'est la technique du DSL qui a constitué un saut technologique déterminant et a permis d'obtenir le haut débit en re-exploitant les lignes téléphoniques existantes.

Les procédés de modulation des modems analogiques à 56 Kb/s étaient pourtant très sophistiqués, mais ce qui interdisait d'accéder aux hauts débits c'était la faible bande passante allouée aux liaisons téléphoniques classiques. Cette bande, appelée "canal voix" était limitée théoriquement à 0 Hz - 4 KHz, pratiquement à 300 Hz - 3,3 KHz. Les raisons de cette limitation n'étaient pas liées à la bande passante de la ligne elle-même, mais à la nécessité de limiter cette bande en vue du multiplexage des signaux entre centraux téléphoniques. En effet, la bande passante du multiplex constitué est la somme des bandes passantes des diverses communications, qui, dans le cas où elles ne sont pas limitées, impliqueraient une très large bande passante coûteuse en équipements.

Les lignes du réseau d'accès reliant les clients au central téléphonique ont par elles-mêmes des bandes passantes beaucoup plus élevées qui peuvent atteindre plusieurs MHz. Les techniques DSL utilisent la totalité de la bande passante de chaque ligne au-delà de la voie phonique de 0-4 kHz.

Mais toutes les lignes n'ont pas la même bande passante, en effet, cette dernière est directement liée à la longueur de ligne. De plus, des perturbateurs agissent très différemment d'une ligne à une autre et ce à différentes fréquences. Le DSL utilisera donc les fréquences dites supra-voicales disponibles suivant la qualité et surtout la distance de la ligne terminale du client à son central de rattachement.

La figure 1.1 montre la bande passante d'une boucle terminale. Nous observons que le DSL laisse libre la bande POTS (Plain Old Telephone Services) réservée à la voix téléphonique. Nous pouvons donc simultanément téléphoner et communiquer numériquement.

### 1.1.2 Le multiplexage

Les échanges numériques pour les systèmes DSL sont bi-directionnels. Deux flux d'information numérique sont définis :

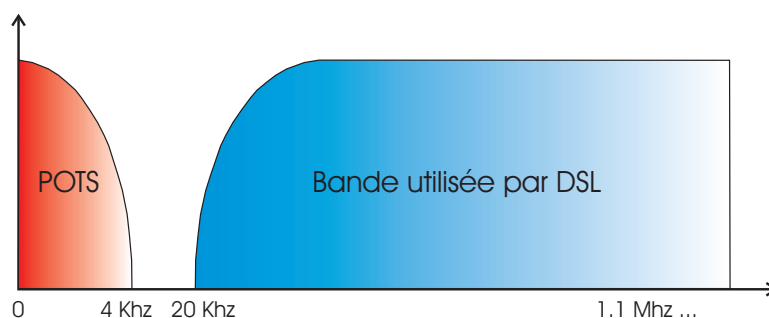


FIG. 1.1 – Bande passante d'une boucle terminale

1. Le flux montant "upstream" allant de l'équipement terminal vers le réseau.
2. Le flux descendant "downstream" arrivant du réseau vers l'équipement terminal.

Il existe deux solutions pour que ces deux flux puissent coexister sur une même paire de cuivre sans interférer :

1. Le multiplexage en fréquence FDM (Frequency Division Multiplexing).
2. L'occupation simultanée d'une même bande passante avec annulation d'écho (Echo Cancellation : EC).

### 1.1.2.1 Le multiplexage en fréquence : FDM

Il s'agit d'allouer deux bandes différentes aux flux montant et descendant. Les canaux Upstream et Downstream séparés, il ne peut y avoir d'interférences entre ces flux (voir figure 1.2). Plus le canal sera large, plus le débit maximal sera important. Dans le cas du SDSL (DSL Symétrique), les deux flux sont symétriques. Mais dans l'utilisation d'un réseau tel qu'Internet, la demande en débit du flux descendant est supérieure à celle du flux montant, ce qui a valu à ce type de DSL le nom d'ADSL (DSL Asymétrique). Dans ce cas, on attribue au flux montant un canal moins large qu'au flux descendant.

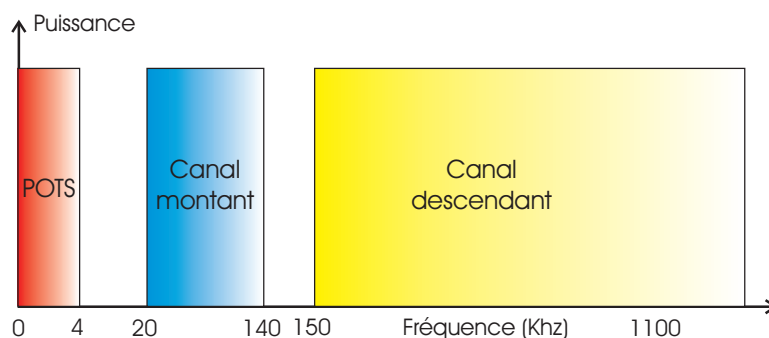


FIG. 1.2 – Le multiplexage en fréquence en DSL

### 1.1.2.2 Canaux montant et descendant superposés : EC

L'avantage de cette technique de multiplexage présentée sur la figure 1.3, est l'augmentation de la largeur du canal descendant, donc du débit du flux descendant. Son inconvénient est l'interférence entre les signaux des deux flux montant et descendant.

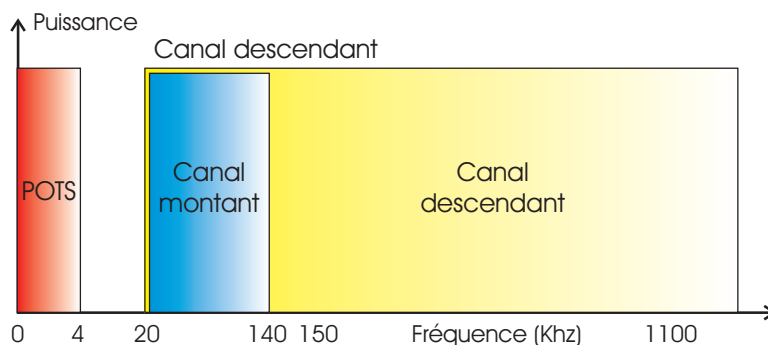


FIG. 1.3 – Canaux montant et descendant superposés (EC) en DSL

Le système DSL, tel quel, ne fonctionnerait pas dans le canal bi-directionnel (20-140 KHz). Les deux équipements d'extrémités se comportent comme des générateurs de tensions variables sur une même ligne. Le signal somme résultant est inexploitable en réception. Le moyen pour contourner cet inconvénient est l'annulation d'écho.

Chaque équipement terminal a une connaissance du signal émis, il dispose sur son entrée de réception d'un dispositif électronique soustracteur qui lui envoie le signal présent sur la ligne auquel est soustrait le signal émis (voir le montage de la figure 1.4).

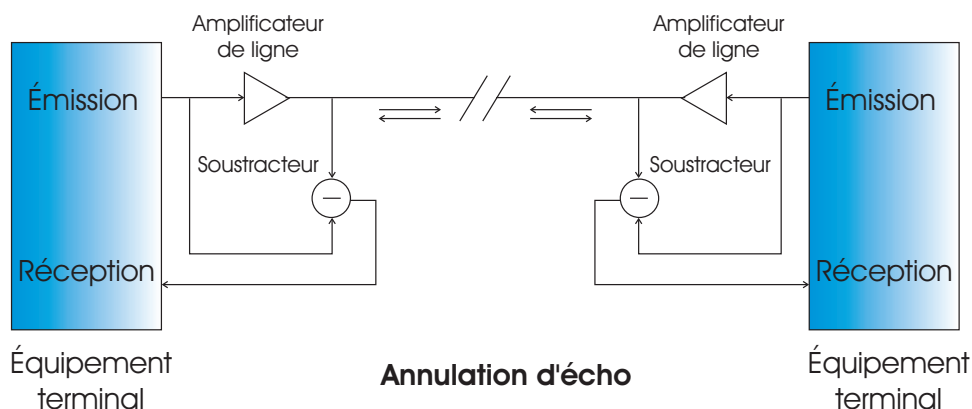


FIG. 1.4 – Annulation d'écho en DSL

Le DSL utilisera donc les fréquences supra-vocales disponibles suivant la qualité et surtout la distance de la ligne terminale du client à son central de rattachement. Mais, avec les types

de modulation classiques <sup>1</sup>, cela ne suffirait pas pour atteindre les débits actuels de 10 Mb/s avec l'ADSL, ou de 25 Mb/s avec l'ADSL2+.

### 1.1.3 Le codage en ligne et la modulation

Le DSL utilise l'encodage 2B/1Q (2 Bits 1 Quaternaire) et la modulation DMT (Discrete Multitone) <sup>2</sup> ([KAL98], [RUI92], [CHO93] et [CIO]) pour la transmission des bits d'information.

#### 1.1.3.1 Codage 2B/1Q

Cette technique de codage est apparue pour permettre d'augmenter la distance maximale de transmission nécessaire pour l'introduction du réseau RNIS. Ce codage 2B/1Q fait correspondre à un groupe de deux bits (2B) un créneau de tension, dit symbole quaternaire (1Q), pouvant endosser quatre valeurs différentes (voir table 1.1 et figure 1.5). Ce mode de codage est utilisé pour le HDSL (High Data-Rate DSL) avec une vitesse de modulation de 584000 bauds/s soit un débit supérieur à 1Mb/s. Cependant, ce codage est à bande de base (transmission à partir de 0 Hz), ce qui ne permet pas l'utilisation simultanée du transfert de données et du service téléphonique.

TAB. 1.1 – Codage 2B/1Q

Groupe de 2 bits	Tension
00	-3
01	-1
11	+1
10	+3

#### 1.1.3.2 Modulation DMT

La DMT (Discrete MultiTone) utilise la modulation MAQ (Modulation d'Amplitude en Quadrature) [CIO02] pour la transmission des données numériques.

#### Modulation d'Amplitude en Quadrature : MAQ

---

<sup>1</sup>La plupart des procédés de codage existants (HDB3 ou 2B/1Q) pour la transmission sur les lignes numériques à haut débit, étaient étudiés pour une transmission en bande de base, c'est à dire avec une utilisation de la bande totale à partir de la fréquence 0. Ceci rendait impossible l'exploitation de la bande POTS (0-4 KHz) pour une conversation téléphonique simultanée

<sup>2</sup>Certaines technologies xDSL utilisaient communément les techniques CAP (Carrierless Amplitude Phase) ou DMT (Discrete MultiTone). Dans la plupart la norme a déjà tranché pour la modulation DMT (telle que l'ADSL). Pour d'autres la modulation CAP ne fait plus partie du noyau de la norme mais est classée comme annexe (tel que le VDSL).



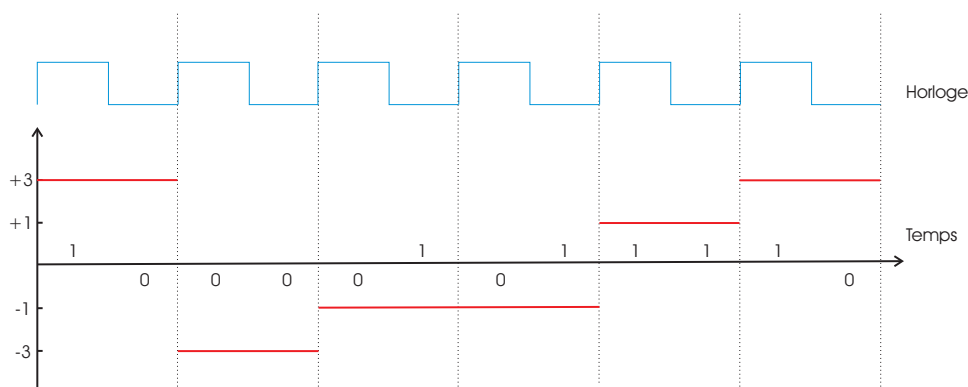


FIG. 1.5 – Codage 2B/1Q

La modulation d'amplitude en quadrature (soit Quadrature Amplitude Modulation, ou QAM, en anglais) est une forme de modulation d'une porteuse par modification de l'amplitude de la porteuse elle-même et d'une onde en quadrature (une onde en décalage de phase de  $90^\circ$  avec la porteuse) selon l'information transportée par deux signaux d'entrée.

Autrement dit, cela peut être considéré (utilisant une notation en nombre complexe) comme une simple modulation d'amplitude d'une onde, exprimée en complexe, par un signal, exprimé en complexe. L'amplitude et la phase de la porteuse sont simultanément modifiées en fonction de l'information à transmettre. La modulation MAQ apparaît donc comme une combinaison de modulations de phase et d'amplitude.

### Modulation Discrète Multitone : DMT

La modulation DMT ([KAL98], [RUI92], [CHO93] et [CIO]) a été adoptée comme norme par les instances de normalisation ANSI (American National Standards Institute) et ETSI (Institut Européen de Normes de Télécommunications). Son utilisation s'est généralisée sur le marché des solutions xDSL, ce qui permet une grande interopérabilité entre les solutions proposées par les différents constructeurs.

La technique consiste à partager la bande passante disponible en un nombre élevé de canaux (voir figure 1.6). Ces canaux reçoivent une modulation de type MAQ et sont transmis en parallèle. Cette technique multiporteuse, nécessite de forts traitements numériques et n'a donc vu le jour qu'à partir du moment où les DSP (Digital Signal Processor) sont devenus abordables.

La normalisation ANSI T1.413 [ANSI T1-413 04] spécifie l'utilisation de 256 porteuses pour le canal de réception, chacun des sous-canaux ayant une bande passante de 4 KHz. Chacune des porteuses peut être modulée de 0 à 15 bits/s/Hz, ce qui permet un débit de 60 Kb/s pour chacun de ces canaux de transmission.

De plus, la modulation DMT alloue les données de manière à optimiser le débit de chaque canal c'est à dire adapte la transmission aux caractéristiques de la ligne téléphonique. Le nombre

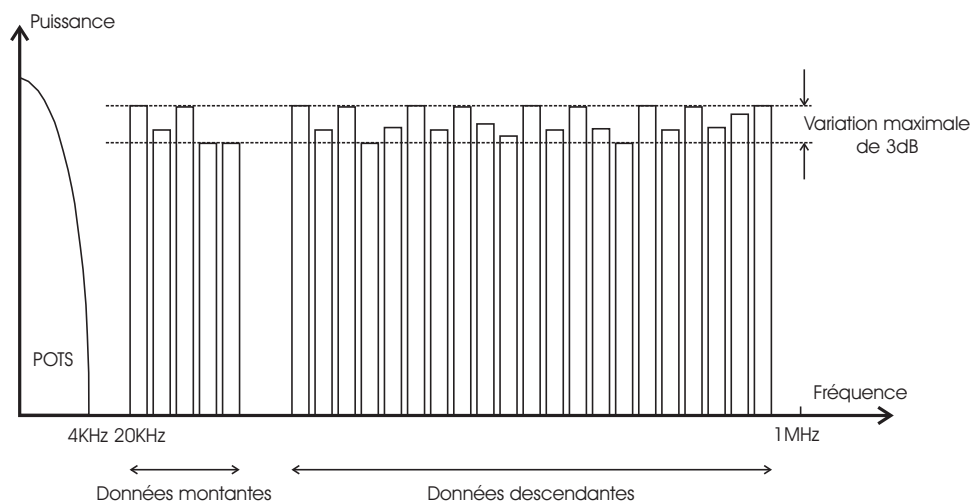


FIG. 1.6 – Spectre DMT

de bits portés sur chaque porteuse est variable parce que les capacités internes de transport de chaque porteuse varient en fonction de leur fréquence. Plus la fréquence est élevée et plus l'atténuation est importante, permettant ainsi aux fréquences les plus basses de transmettre le plus d'information. Pour éviter les perturbations dues aux bruits ou aux interférences radios, il suffit de coder plus ou moins de bits/s/Hz sur les porteuses touchées.

Le premier exemple de la figure 1.7 présente des rapports signal à bruit (RSB) en fonction des fréquences d'une paire torsadée dans un câble multipaire. Notons que, conformément aux caractéristiques de la ligne, les fréquences basses et hautes véhiculent peu de bits d'information.

Le second exemple de la même figure inclue une interférence due, par exemple, à une station radio AM (partie noire). DMT estime alors qu'il ne faut pas transmettre sur ces fréquences, s'adapte à la ligne et annule les fréquences en question.

#### 1.1.4 L'architecture DSL

Les technologies xDSL reposent sur le concept de "modems". Ce sont des boîtiers, où sont couplés des modulateurs-démodulateurs de très hautes performances, placés aux extrémités d'une paire téléphonique pour réaliser une ligne d'abonné numérique.

Comme le montre la figure 1.8, la topologie d'une liaison de bout en bout de service DSL est traditionnellement divisée en 3 segments : L'équipement terminal client CPE (Customer Premises Equipment), le fournisseur d'accès NAP (Network Access Provider) et le fournisseur de service NSP (Network Service Provider).

En fournissant la connectivité entre le terminal client (CPE) et le fournisseur de service (NSP), Le fournisseur d'accès (NAP) joue le rôle d'un vendeur de services de réseau.

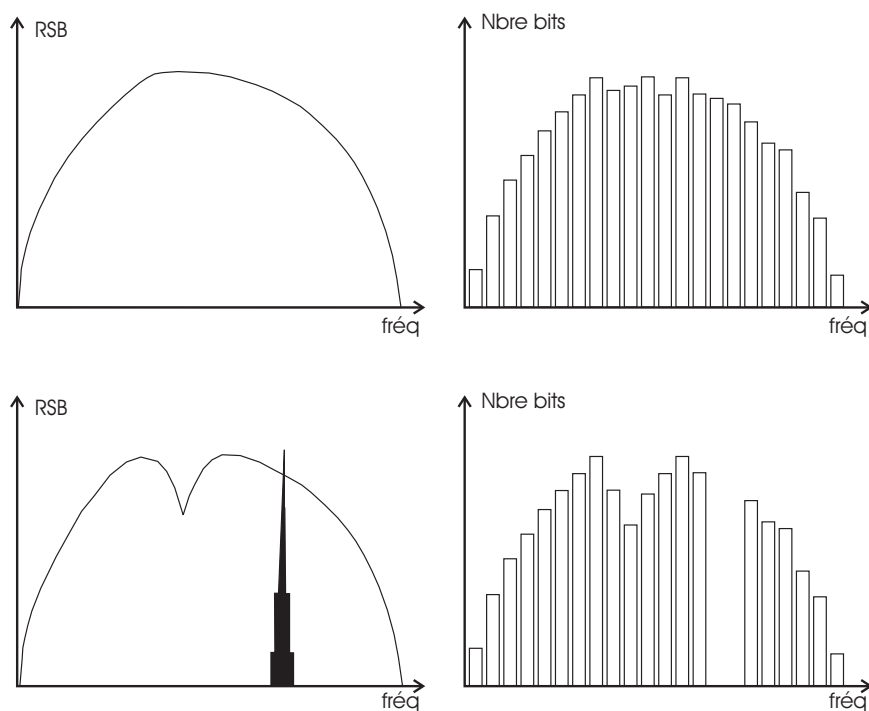


FIG. 1.7 – Exemples d'allocation de bits en DMT

Un exemple commun est celui de l'accès à Internet présenté sur la figure 1.9, où un NAP peut servir la connectivité d'accès DSL à différents fournisseurs Internet ISP (Internet Service Provider).

Le NAP est responsable du modem DSL du CPE, du DSLAM et de la connectivité du coeur de réseau au NSP. Pour cette raison, le NAP évite, idéalement, de traiter des aspects liés au service offert comme l'attribution des adresses IP ou l'approvisionnement en VPN (Virtual Private Network). Il opère au niveau de la couche liaison de données (couche 2) et considère la connectivité entre le client et le fournisseur de service comme un tunnel de données. Ce modèle est différent de celui des opérateurs de câble où il a toujours été commun pour le NSP d'être aussi le NAP.

Les éléments communs dans un réseau d'accès DSL, reportés sur la figure 1.10, sont :

- Les modem DSL ou CPE.
- Le réseau d'accès de cuivre.
- Les POTs splitters.
- Les DSLAMs.
- Le coeur de réseau de transport.

Le modem DSL représente l'équipement terminal du client. Quant au réseau d'accès de cuivre, il se compose de paires torsadées allant de l'interface principale de distribution (MDF :

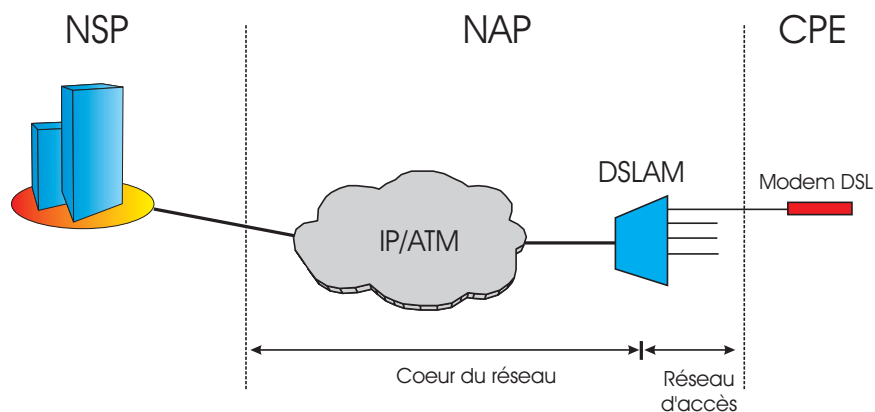


FIG. 1.8 – Architecture DSL

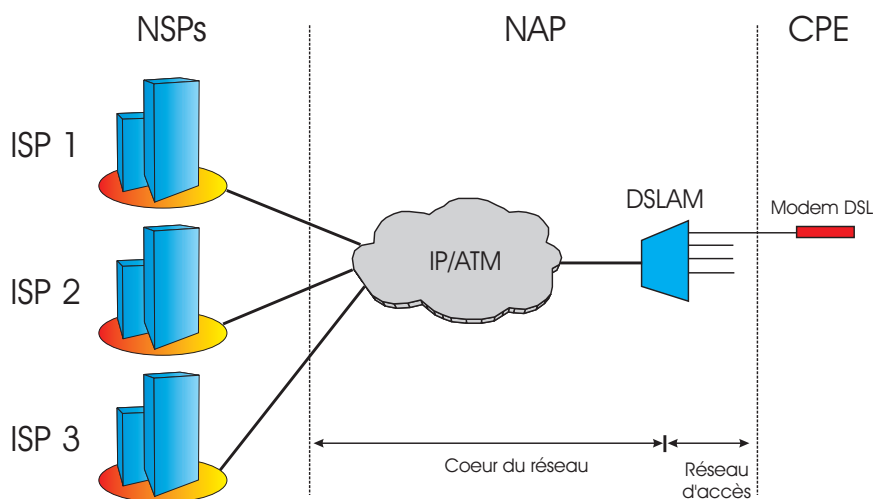


FIG. 1.9 – Un NAP servant une connectivité DSL à plusieurs NSPs

Main Distribution Frame en anglais) située dans le central téléphonique, jusqu'à l'utilisateur final. En fonction de la longueur du câble et du niveau du bruit stationnaire, le débit transmissible sur les paires torsadées se situe dans une plage de 1 Mb/s à 10 Mb/s pour l'ADSL et de 1 Mb/s à 52 Mb/s pour le VDSL.

Le POTS (Plain Old Telephone System en anglais, et Services Téléphoniques Analogiques en français) splitter est très souvent un simple filtre passif qui sépare le spectre inférieur utilisé pour la téléphonie du spectre plus élevé employé par l'ADSL/VDSL. Les POTS splitters sont généralement situés au niveau du DSLAM.

Le DSLAM (DSL Access Multiplexer en anglais, et Multiplexeur d'accès DSL en français) est une machine qui se trouve au niveau du central téléphonique. Elle rassemble le trafic d'un grand nombre de lignes DSL pour l'envoyer vers le réseau de l'opérateur internet (d'où le terme de multiplexeur), et inversement. Les DSLAM sont récemment passés de la version 1 à la

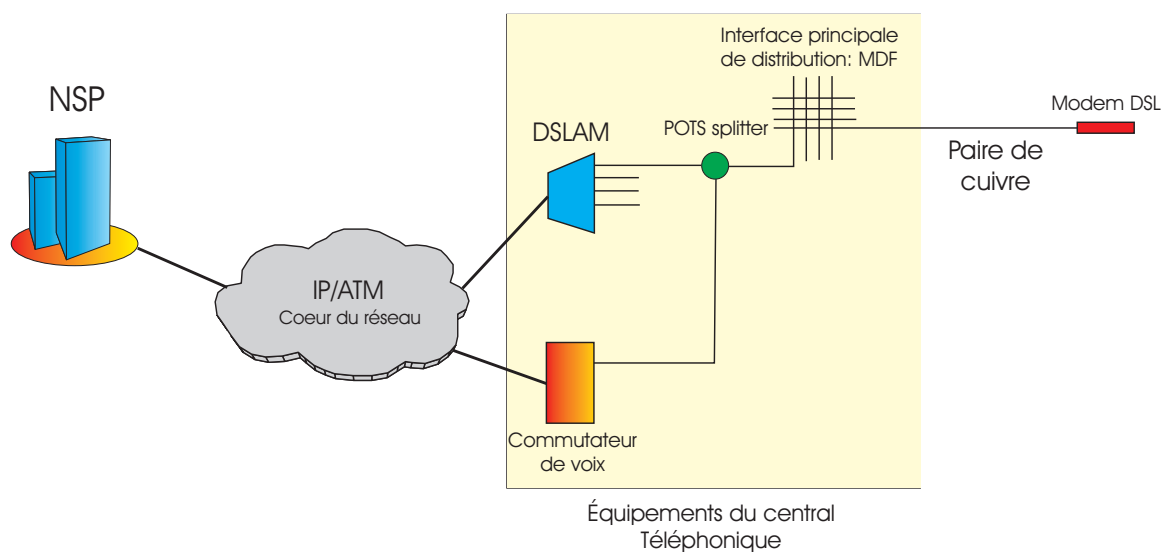


FIG. 1.10 – Les éléments d'un réseau d'accès DSL

version 2, ce qui a permis entre autre de raccorder un plus grand nombre d'abonnés par DSLAM (passage de 384 à 1008), et surtout de pouvoir mettre en place l'ADSL 2 qui permet certaines améliorations notamment au niveau de la distance maximale de raccordement des abonnés. Au départ, les DSLAMs étaient des dispositifs à trafic ATM, de plus en plus remplacés par des DSLAMs IP.

Le coeur de réseau de transport peut être basé sur l'ATM, l'IP ou dans beaucoup de cas sur les deux (IP over ATM). Dans ce réseau, le MPLS (Multi Protocol Label Switching) joue un rôle de plus en plus important.

### 1.1.5 Aperçu des différentes technologies xDSL

La famille xDSL regroupe les transmissions à hauts débits sur la boucle locale reliant le central téléphonique le plus proche au client. Les versions des technologies xDSL diffèrent par le nombre de paires téléphoniques utilisés (1 ou 2), la bande passante et le type de modulation utilisée.

1. **IDSL** (ISDN over Digital Subscriber Line) ou Ligne Numérique d'Abonné ISDN Symétrique : Permet la transmission point-à-point de données montantes et descendantes à haut débit. L'IDSL est surtout utilisé pour des liaisons symétriques. Son débit varie de 64 à 144 kb/s. La portée IDSL maximale à partir d'un central téléphonique est de 5 kms, mais peut être doublée avec un répéteur en "U". L'IDSL utilise le codage 2B/1Q.
2. **HDSL** (High-Data-Rate DSL) : Cette technologie, dont le concept date de 1986 et dont les premiers déploiements ont débuté en 1992, fut normalisée au sein des organismes ANSI, dans [ANSI T1-94], et ETSI, dans [ETSIv101-135]. A destination des professionnels, elle

permet le transfert de données à 2.048 Mb/s sur une sur 1 ou 2 paires de cuivre sans offrir de service de téléphonie en bande de base. Comme l'IDSL, le HDSL utilise le codage 2B/1Q et est dédié surtout pour les liaisons point-à-point symétriques. Il peut aussi être utilisé avec des répéteurs. Sa portée peut atteindre 5 Kms sur paires torsadées.

3. **HDSL2** et **HDSL4** : Deux successeurs du HDSL qui transmettent sur une seule paire de cuivre des services symétriques. Le HDSL2 et le HDSL4 réalisent de meilleures performances que le HDSL grâce à des codes plus performants, à savoir la modulation codée en treillis [WEI87] basée sur la modulation PAM (Pulse Amplitude Modulation) à 16 états.
4. **SDSL** (Single-Line DSL) : Cette technologie DSL est spécifiée dans la norme ETSI [ETSIv101-524]. Elle assure les mêmes performances que le HDSL en terme de débit et de portée sur une seule paire de cuivre. Elle offre, en effet, des débits symétriques qui varient entre 64 kb/s et 2.3 Mb/s. Le SDSL utilise tout comme le HDSL2 ou le HDSL4 des codes de modulation en treillis.
5. **ADSL** (Asymmetric DSL) : Le concept des transmissions ADSL, comme l'une des premières technologies DSL avec débits asymétriques, date de 1987 et revient à J.W. Lechleider de la compagnie Bellcore. La première norme ADSL ANSI fut [ANSI T1-413 98] et ETSI [ETSIv101-388]. Contrairement aux technologies xDSL citées plus-haut, l'ADSL offre à la fois des services de transport de données et des services téléphoniques, grâce à la modulation DMT utilisée. Son débit est, de ce fait, adaptable en fonction de la ligne, et peut atteindre les 10 Mb/s sur voie descendante et 1 Mb/s sur voie montante.
6. **RADSL** (Rate-Adaptative DSL) : Cette technologie DSL supporte des applications à la fois symétriques et asymétriques avec des débits variables. La vitesse de transmission entre les deux équipements terminaux de la ligne est fixée de manière automatique et dynamique, selon la qualité de cette dernière. Le débit du flux descendant va de 600 kb/s à 7 Mb/s, et celui du flux montant de 128 kb/s à 1 Mb/s.
7. **RE-ADSL** (Reach Extended ADSL) : Au-delà de 6 kilomètres du central téléphonique, la technologie ADSL n'est plus en mesure de desservir les clients. Le Re-ADSL, est la technologie qui permet d'étendre la portée de l'ADSL jusqu'à 7 ou 8 kilomètres en "boostant" la partie la plus basse du spectre, c'est à dire en envoyant plus d'énergie entre 25 et 200 kHz. Le RE-ADSL utilise la même modulation que l'ADSL, la DMT, mais sa vitesse est toutefois limitée à 512 kb/s.
8. **ADSL2** et **ADSL2+** : L'apparition de ces deux technologies DSL était conditionnée par une évolution rapide de la norme ADSL. Le débit et la portée des modems ADSL2 sont améliorés par un meilleur gain de codage, suite à l'adoption de la modulation codée en treillis. Les en-têtes des trames sont moins volumineuses. Un mode de diagnostic et de test embarqué sur les modems facilite le déploiement de la ligne (configuration, test de ligne, diagnostic accessible au fournisseur d'accès Internet). L'ADSL2 fixe, en plus, des conditions telles qu'en l'absence de requêtes upstream, les modems entrent en mode de veille. Par ailleurs, les niveaux d'émission des modems sont fixés adaptativement en fonction du bruit stationnaire présent sur la ligne.

Quant à l'ADSL 2+, il double la bande de fréquence descendante par rapport à l'ADSL, et permet, par conséquent, d'obtenir jusqu'à 25 Mb/s en débit du flux descendant.

9. **VDSL** (Very High Rate DSL) et **VDSL2** : Le VDSL est une nouvelle technologie DSL qui permet des débits jusqu'à 52 Mb/s sur des distances relativement courtes ne dépassant pas les 900m - 1km. Le VDSL, en cours de normalisation, permet des débits symétriques ou asymétriques beaucoup plus élevés que ceux des autres technologies xDSL (jusqu'à 52 Mb/s en sens descendant et 3 Mb/s en sens remontant en asymétrie, ou 14 Mb/s symétriques). Il permet aussi le transport simultané des services RNIS (Réseau Numérique et Intégration de Services). Il utilise la modulation CAP et DMT, et la séparation des canaux upstream et downstream est effectuée par FDD. En pratique, cette technique peut nécessiter le déploiement de déport optique jusqu'à l'unité optique de réseau (UOR) et la mise en place d'équipements actifs dans la boucle locale.

En 2005, l'Union internationale des télécommunications (UIT), a adopté la norme VDSL2 (UIT-T G.993.2). Ce système permet d'atteindre des débits allant jusqu'à 100 Mb/s, soit dix fois plus importants que ceux de l'ADSL.

### 1.1.6 Synthèse des technologies xDSL

La table 1.2 récapitule les principales technologies xDSL et présente leurs caractéristiques en terme de mode de transmission, débit, mode de fonctionnement canal, codage, portée et mode de séparation des canaux upstream et downstream.

TAB. 1.2 – Synthèse des principales technologies xDSL

Technologie xDSL	Mode de transmission	Débit (Mb/s)	Mode de fonctionnement canal	Codage	Distance/Débit Km / (Mb/s)	Mode de séparation des canaux
HDSL	Symétrique	1,544 2,048	Duplex sur 2 paires Duplex sur 3 paires	2B1Q, CAP	5,5 / 2,048	Annulation d'écho
SDSL	Symétrique	0,128 à 2	Duplex	2B1Q, CAP	3,6 / 2,048	Annulation d'écho
ADSL	Asymétrique	1,5444 à 9 0,016 à 0,640	Descendant Montant	DMT	5,5 / 1,5 1,8 / 7	FDM, annulation d'écho
RADSL	Asymétrique	0,600 à 7 0,128 à 1,024	Descendant Montant	DMT, CAP	5,5 / 1,5 1,8 / 7	FDM
VDSL	Asymétrique	13 à 52 1,544 à 2,3	Descendant Montant	DMT, CAP	1,5 / 3 0,3 / 52	FDM

## 1.2 Les limitations du système DSL

La transmission numérique sur paire torsadée est soumise à de nombreuses perturbations. Ces perturbations apparaissent comme des bruits additifs d'origines diverses. Le câble de télécommunications qui sert de support aux transmissions DSL, appelé dans la suite câble DSL et présenté dans le paragraphe suivant, est source de plusieurs limitations internes, tels

que l'affaiblissement, la diaphonie et la distorsion de phase (causée par le torsadage des paires cuivrées). Les principales sources de bruit externe sont le bruit blanc additif Gaussien (BBAG) dont la puissance est uniformément répartie dans la bande de fréquence DSL, le bruit impulsif généré par les néons, les moteurs, les relais, etc, et dont le niveau dépend du perturbateur électromagnétique et de sa position par rapport au câble, et enfin, les interférences radiofréquences provenant par exemple des transmissions des radio-amateurs.

Après une présentation de la structure d'un câble DSL, nous nous intéressons, dans cette section, à l'affaiblissement de la paire de cuivre et au bruit de diaphonie causé par l'interférence électromagnétique entre paires appartenant au même câble DSL.

### 1.2.1 Description d'un câble cuivre

La paire torsadée est constituée de deux conducteurs de cuivre d'un diamètre compris entre 0.4mm et 0.8mm (rarement 1mm). Les conducteurs sont isolés et torsadés, ce qui confère une meilleure symétrie à la paire (donc diminution du couplage électromagnétique). La plupart du temps, et comme reporté sur la figure 1.11, les paires torsadées sont regroupées par deux dans un câble protégé par un "manteau" de plastique, c'est ce qui est appelé "quart". Les câbles utilisés sur le réseau téléphonique comprennent de 2 à 2400 paires et ne sont pas blindés.

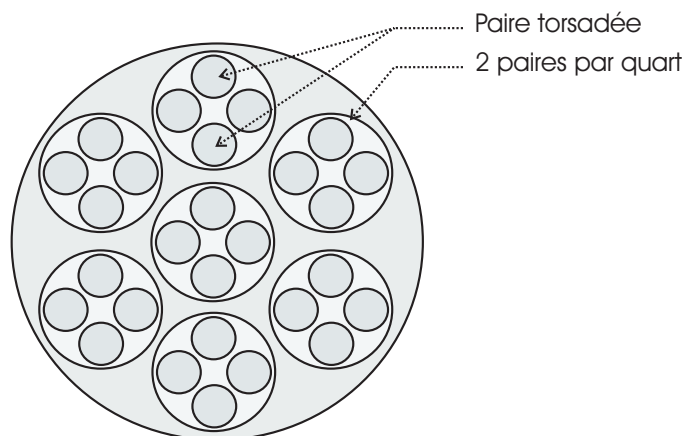


FIG. 1.11 – Structure d'un câble DSL

En hautes fréquences les limitations du cuivre s'accroissent (affaiblissement, diaphonie, distorsion de phase). Aux basses fréquences, ce sont les difficultés liées aux bruits impulsifs qui dominent.

### 1.2.2 Affaiblissement des lignes cuivrées

L'affaiblissement, en dB, d'une ligne en cuivre est proportionnel à sa longueur. Il varie en fonction de la racine carrée de la fréquence et dépend de la section du conducteur. La table 1.3



donne l'affaiblissement théorique, linéique en dB, en fonction de la section du conducteur.

TAB. 1.3 – Affaiblissement théorique, linéique en dB, en fonction de la section du conducteur

Section du conducteur	4/10	5/10	6/10	8/10
Fréquence	dB/km	dB/km	dB/km	dB/km
0,8 kHz	1,61	1,26	1,06	0,81
3,4 kHz	3,25	2,50	2,06	1,5
28,8 kHz	7,6	5,45	4,3	2,79
64 kHz	9,7	6,9	5,5	3,9
128 kHz	11,8	8,7	7,3	5,4
256 kHz	14,5	11,2	9,8	7,6
300 kHz	15	12,4	10,3	7,9
512 kHz	20,6	17,9	14,1	12

La figure 1.12 présente l'affaiblissement en dB, calculé selon un modèle développé au sein de France Télécom, de trois longueurs de lignes (300m, 600m et 900m). Nous notons que l'affaiblissement augmente avec la fréquence et la longueur de ligne.

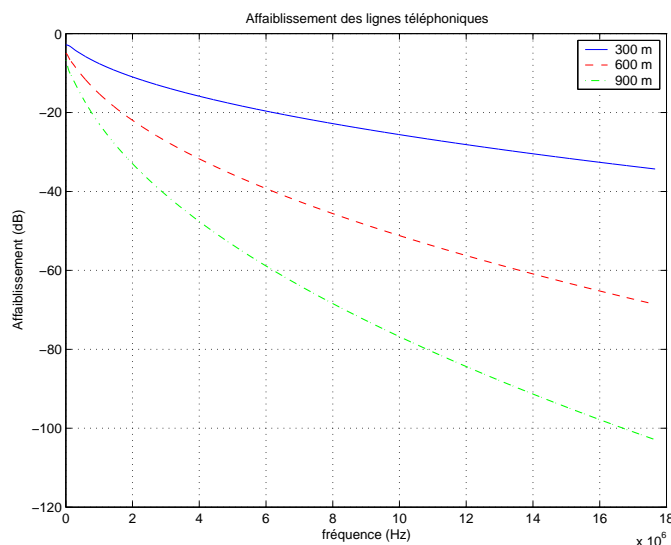


FIG. 1.12 – Affaiblissement, en dB, de trois longueurs de lignes (300m, 600m et 900m) selon le modèle de France Télécom

### 1.2.3 La diaphonie

La topologie simplifiée d'un système DSL avec un noeud central situé dans le central téléphonique (CT) ou l'unité optique de réseau (UOR) est montrée sur la figure 1.13. Les clients DSL, géographiquement distants et dispersés, sont reliés au CT/UOR par des paires

torsadées en cuivre. La transmission de l'information des clients DSL vers le CT/UOR est désignée par communication ascendante (upstream), alors que la transmission d'information dans la direction opposée est désignée par communication descendante (downstream). Bien que les médias de communication ne soient pas partagés entre les utilisateurs, le couplage électromagnétique entre les lignes implique que la transmission d'un signal sur une ligne cause des signaux interférents, dits diaphonie, sur les lignes voisines.

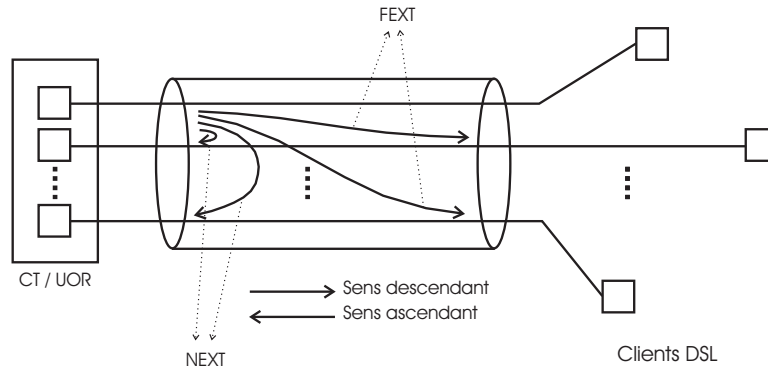


FIG. 1.13 – Topologie simplifiée d'un système DSL avec un noeud central CT/UOR

La diaphonie est une limitation dominante dans des systèmes DSL et son impact devient plus sévère lorsque des fréquences plus élevées sont utilisées pour la communication. La télé-diaphonie (Far-End Crosstalk : FEXT) désigne les signaux couplés qui proviennent du côté opposé du récepteur affecté, alors que la para-diaphonie (Near-End Crosstalk : NEXT) désigne les signaux couplés qui proviennent du même côté que le récepteur affecté. La figure 1.13 illustre les signaux NEXT et FEXT induits par la transmission descendante de la première ligne. Beaucoup de systèmes suppriment le NEXT en séparant la transmission descendante et ascendante, par duplexage temporel (Time Division Duplexing : TDD) ou par duplexage fréquentiel (Frequency Division Duplexing : FDD) [SJO99].

### 1.3 Etat de l'art des solutions aux limitations du système DSL

Aujourd'hui, l'interférence entre les utilisateurs est l'une des limitations principales des systèmes xDSL. La gestion statique de spectre, pour laquelle les masques de densité spectrale de puissance (DSP) sont fixes, garantit que les lignes du même câble DSL sont spectralement compatibles dans un environnement de pire cas d'interférence.

Dans la réalité et comme le montrent les figures 1.14 et 1.15, qui représentent respectivement toutes les fonctions de couplage (378 fonctions) NEXT et FEXT mesurées sur un câble 28 paires à quarts série 88 de longueur 300m et pour des fréquences allant jusqu'à 30 MHz, le couplage entre les lignes dépend de la paire perturbatrice et de la paire "victime".

L'interférence entre les lignes peut, en plus, changer de manière significative d'un câble

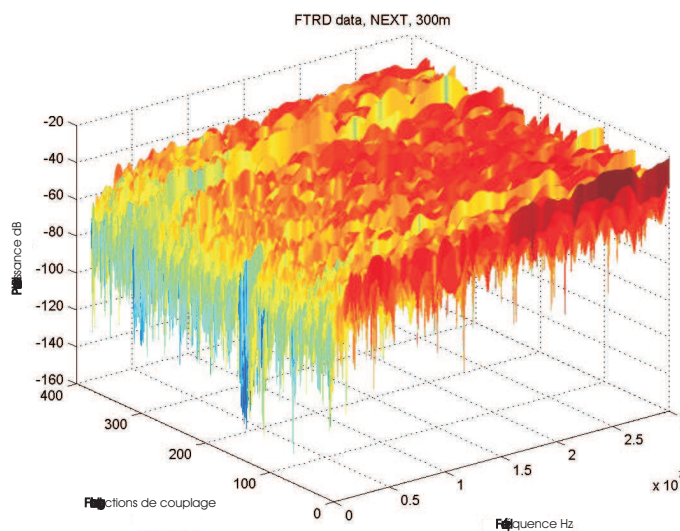


FIG. 1.14 – Fonctions de couplage NEXT mesurées sur un câble 28 paires à quarts série 88 de longueur 300m

DSL à un autre. La figure 1.16 montre les résultats de mesures de la fonction de couplage FEXT d'une ligne 1 sur une ligne 2, et ce pour deux câbles 28 paires à quarts série 88 de longueur 600m. Cette figure montre qu'indéniablement l'interférence varie d'un câble à un autre, même si les deux câbles possèdent les mêmes caractéristiques et la même longueur.

L'interférence peut, enfin, changer dans le temps, et ce par exemple en raison de l'extinction et de la mise en route fréquentes des terminaux clients DSL. Ainsi, parce qu'elle emploie des masques de DSP fixes, l'allocation statique de spectre limite les capacités des canaux des lignes du même câble DSL.

La gestion dynamique de spectre (DSM) exploite la variation dans le temps de l'interférence entre les lignes afin d'optimiser leurs capacités en adaptant leurs niveaux de DSP à l'interférence subie à l'instant présent.

Les gains débit/portée sont plus significatifs pour des scénarios de déploiement où l'interférence entre les lignes est la source de bruit dominante et où une réduction substantielle de l'interférence peut être réalisée. Ces gains ont été rapportés dans plusieurs travaux : [OKS00], [SCH00], [ETSIv121], [ANSI T1-413 01], [RAL98] et [GOL95].

Dans la première partie de cette section sont présentés les différents champs d'action permettant d'augmenter les capacités des lignes xDSL. Reposant distinctement sur ces champs d'action et sur le degré de coordination entre les lignes du câble DSL, les quatre niveaux de la DSM font l'objet de la deuxième partie de cette section.

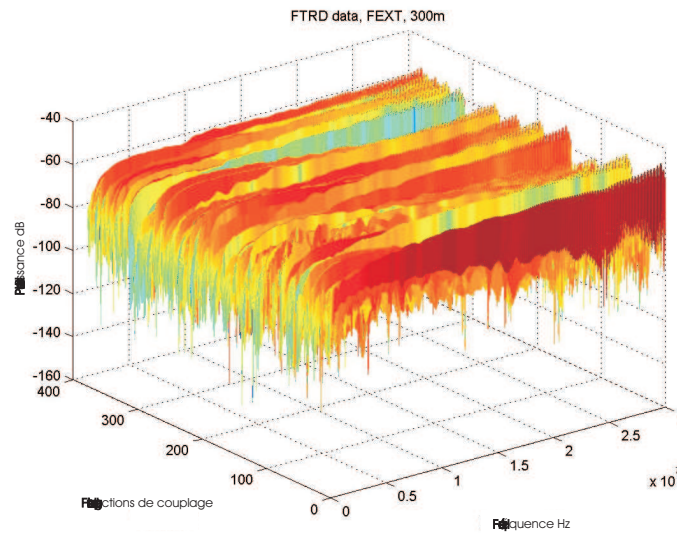


FIG. 1.15 – Fonctions de couplage FEXT mesurées sur un câble 28 paires à quarts série 88 de longueur 300m

### 1.3.1 Augmentation des capacités des lignes

Il y a cinq manières d'augmenter la capacité des liaisons DSL :

1. Amélioration de la technologie de transmission DSL.
2. Augmentation de la largeur de bande de transmission.
3. Augmentation de la puissance d'émission et/ou du niveau de DSP.
4. Réduction de l'atténuation de la boucle d'abonné.
5. Réduction du niveau de bruit reçu par le modem DSL.

L'ADSL2, le successeur de l'ADSL, est un exemple de l'amélioration de technologie (1). Comparé à l'ADSL, il augmente en moyenne de 50 à 80 kb/s la capacité des lignes, par exemple, en exploitant des porteuses précédemment inutilisées pour le transport de données, telle que la porteuse pilote [TAU00].

Les lignes courtes avec une bande utile de transmission plus grande que la bande actuellement exploitée par l'ADSL, peuvent tirer bénéfice de l'introduction de nouvelles technologies DSL avec des largeurs de bande accrues (2), telles que l'ADSL2+, le VDSL et le VDSL2 [WAN00].

Les lignes longues avec une bande utile de transmission plus petite que la bande actuellement employée par l'ADSL peuvent tirer bénéfice de l'introduction de nouvelles technologies de DSL avec DSP transmise amplifiée (3), tel que le RE-ADSL2 [TAU00]. Cependant, en augmentant la puissance d'émission et/ou le niveau de DSP, une ligne peut nuire aux lignes voisines en

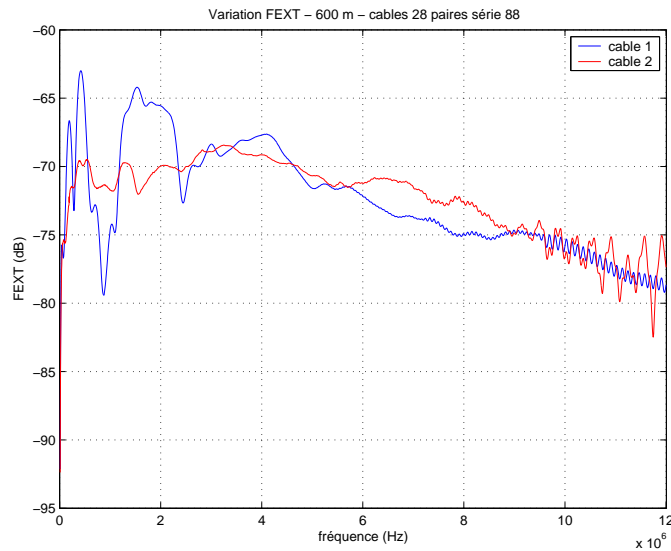


FIG. 1.16 – Variation du FEXT d'un câble à un autre

raison de l'interférence. Ceci ne peut, à priori, pas être permis, bien que des exceptions tel que le RE-ADSL2 puissent être justifiées comme c'est expliqué dans [GIN02].

L'atténuation de boucle (4) peut être réduite en raccourcissant la longueur des lignes par déploiement de RT (Remote Terminal) tels que FTArea, FTTCab, FTTCurb, ou FTTBuiling. Pour maximiser le gain en débit/portée, ce déploiement est combiné avec l'introduction, à partir du RT, de l'ADSL2+ et du VDSL, qui ont des largeurs de bande importantes (2) [WAN00].

La réduction de bruit (5) est possible, par exemple, par l'enlèvement des répéteurs (S)HDSL ou par re-positionnement des services DSL très perturbateurs dans des paires isolées.

Bien que ces solutions puissent être très efficaces, elles ne peuvent pas toujours être mises en oeuvre. La gestion dynamique de spectre (DSM) propose une solution alternative, qui vise à éviter l'interférence entre les lignes en adaptant les spectres de transmission à l'environnement temps-réel d'interférence, et ce afin de maximiser la capacité globale du câble [OKS00].

### 1.3.2 Allocation dynamique de spectre : Niveaux de coordination

Dans [OKS00] une distinction est faite entre DSM de niveau 0, 1, 2, et 3 selon le degré de coordination entre les différentes lignes du câble DSL :

1. Niveau 0 : Gestion statique de spectre.
2. Niveau 1 : Allocation autonome de puissance (1 utilisateur) afin d'éviter l'interférence sur les paires voisines.

3. Niveau 2 : Allocation coordonnée de puissance (à utilisateurs multiples) visant à éviter l'interférence entre les lignes.
4. Niveau 3 : Transmission à utilisateurs multiples visant à annuler l'interférence. Cette technique de transmission s'appelle transmission vectorielle.

Le niveau 0 correspond à la gestion statique de spectre, qui signifie qu'une ligne DSL vise à maximiser sa propre performance sans considérer les performances des lignes voisines. La compatibilité spectrale entre les lignes du même câble est assurée par des restrictions, imposées par la norme, à la puissance et au spectre d'émission. Les exemples du niveau 0 sont les modes de fonctionnement Margin-Adaptive (MA) et Rate-Adaptive (RA) des modems DSL. Le mode MA signifie que toute la puissance disponible est utilisée pour maximiser la marge de bruit, tout en maintenant un débit binaire fixe. Dans le mode RA, la ligne DSL emploie toute la puissance disponible pour maximiser le débit binaire à l'initialisation, tout en assurant la marge de bruit configurée.

Le niveau 1 de la DSM est réalisé lorsque la puissance d'une ligne DSL est assignée de telle manière que l'interférence inutile sur ses voisins soit évitée. Ceci mène à une capacité supérieure du câble considéré, si cette technique est appliquée par toutes ou par plusieurs lignes de ce câble. Au niveau 1, l'attribution de puissance d'une ligne DSL est calculée en se basant seulement sur sa propre condition de ligne et ses propres contraintes de service, c'est à dire, sans coordination avec les autres lignes du même câble. Un premier exemple du niveau 1 de la DSM est le mode de fonctionnement Power-Adaptive (PA), qui signifie que la puissance est réduite au minimum, tout en maintenant le débit binaire et la marge de bruit fixes configurés sur la ligne en question. Le mode PA s'appelle également Fixed-Margin (FM). Un deuxième exemple est l'Iterative Water Filling (IWF) [ETSIv121], qui est en fait une extension du mode PA. La seule différence entre IWF et PA est qu'IWF n'a pas la contrainte de masque fixe. En conséquence, IWF permet l'amplification du masque de DSP, ce qui signifie que la puissance est ré-allouée des porteuses inutilisées aux porteuses utilisées.

Comme le niveau 1, le niveau 2 de la DSM vise également à minimiser l'interférence en adaptant les spectres transmis, à la différence que l'attribution de puissance d'une ligne DSL est basée non seulement sur ses propres conditions de ligne et contraintes de service, mais également sur celles des autres lignes. Ceci exige la coordination entre les lignes dans le même câble. Le niveau 2 de la DSM permet finalement de calculer l'attribution optimale de spectre pour chaque ligne du câble considéré, telle que la capacité globale de ce câble soit maximisée. Un exemple du niveau 2 est l'Optimum Spectrum Balancing (OSB) décrit dans [ANSI T1-413 01].

Le but du niveau 3 de la DSM est d'annuler l'interférence entre les lignes d'un câble DSL. Alors que le niveau 2 agit sur la DSP, le niveau 3 réduit l'interférence en traitant conjointement les signaux des différentes lignes du câble considéré. Pour que ce traitement conjoint des signaux soit possible, tous les émetteurs et/ou tous les récepteurs doivent être co-localisés. La figure 1.17 montre des émetteurs et des récepteurs co-localisés respectivement dans les sens descendant et ascendant de transmission dans le Central Téléphonique ou l'unité optique de réseau (UOR). Comme montré dans la table 1.4, la méthode d'annulation d'interférence dépend de l'endroit de co-localisation des modems.

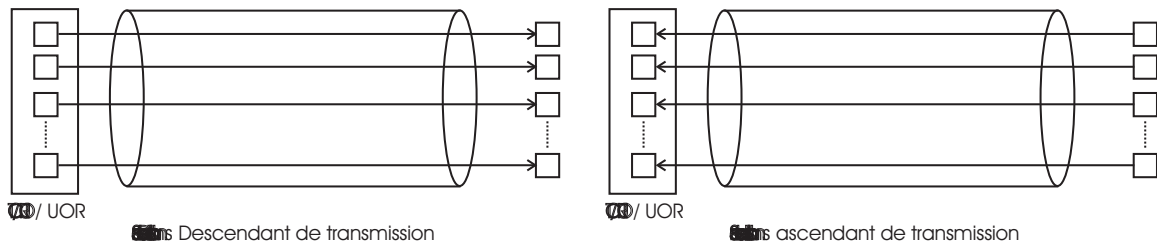


FIG. 1.17 – Co-localisation des émetteurs dans le sens descendant et des récepteurs dans le sens ascendant de transmission

TAB. 1.4 – Méthode d'annulation d'interférence vs. co-localisation des émetteurs et récepteurs

	Récepteurs co-localisés	Récepteurs non co-localisés
Émetteurs co-localisés	Annulation d'interférence	Pré-compensation de l'interférence
Émetteurs non co-localisés	Annulation d'interférence	Niveau 3 de la DSM non possible

Dans le niveau 3 de la DSM, le câble DSL est considéré comme un ensemble, et non pas comme constitué de plusieurs lignes indépendantes. C'est pourquoi ce niveau est désigné souvent sous le nom de "MIMO" (Multiple-Input, Multiple-Output) ou de transmission vectorielle. Ces noms indiquent que dans ce niveau de la DSM, les signaux de toutes les lignes sont combinés dans un signal vecteur et sont traités ensemble.

La figure 1.18 et la figure 1.19 illustrent les niveaux 0, 1, et 2 de la DSM. Dans le haut de la figure 1.18 est présenté le scénario considéré : une ligne ADSL de longueur 5000 m est présente dans le même câble avec une deuxième ligne ADSL de longueur 3000 m. le RT alimenté par fibre optique est localisé à 4000 m du CT. Le débit binaire de la ligne RT est maximisé, tout en garantissant 1 Mb/s sur la ligne du CT. Ces deux lignes se trouvent dans le même câble avec 10 lignes ADSL à allocation statique de spectre, 10 lignes RNIS, et 4 interférents HDSL. Quand les lignes du CT et RT fonctionnent en mode MA, elles transmettent à un niveau nominal de -40 dBm/Hz sur la bande passante entière du canal descendant. Les spectres de l'IWF et de l'OSB sont présentés par les courbes de la figure 1.18. L'IWF agit par Power Back-off (PBO) plat sur la ligne RT courte et par amplification sur la ligne longue du CT. Le spectre de l'émetteur de la ligne du CT, Avec l'OSB, ressemble très étroitement à celui de l'émetteur de la ligne du CT avec l'IWF. Mais le spectre émis de la ligne RT, par l'OSB, est formé plus intelligemment que celui par l'IWF. Dans la bande où la ligne du CT ne transmet pas, la ligne RT amplifie. Dans la bande où la ligne du CT est active, la ligne RT amplifie dans la partie inférieure de cette bande où l'interférence est faible. Dans la partie plus élevée de la bande où la ligne du CT est active, la ligne RT applique un PBO sévère pour éviter d'interférer la ligne du CT.

La figure 1.19 montre, les "Rate Regions" pour les deux lignes respectives du CT et RT, qui est l'ensemble de toutes les combinaisons des débits binaires des deux lignes, réalisées pour une marge de bruit donnée et une puissance émise maximale fixe par ligne. Dans cette figure, il est clair que la "rate region" augmente du niveau 0 de la DSM (MA), au niveau 1 (IWF), jusqu'au au niveau 2 de la DSM (OSB). Le rectangle montre la "rate region" théorique en

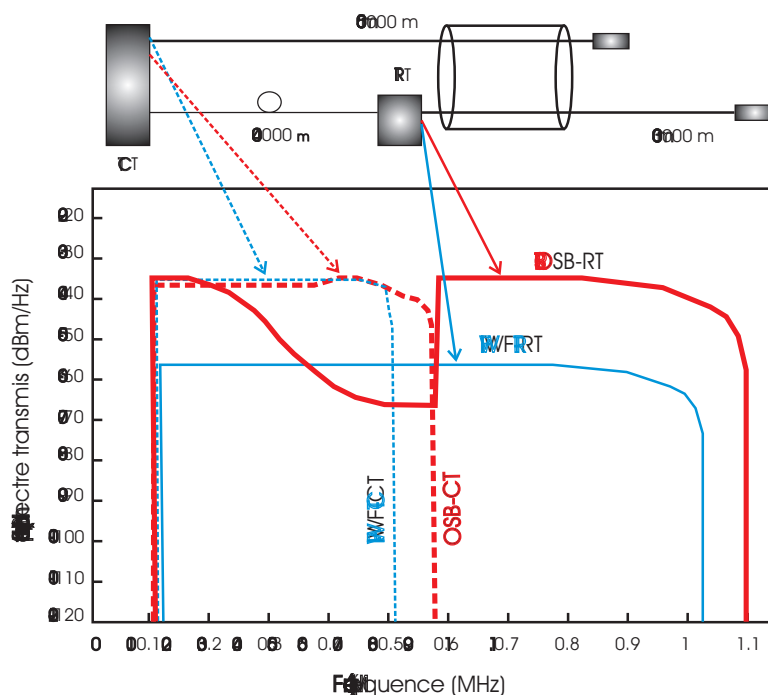


FIG. 1.18 – Spectre transmis avec l'IWF et l'OSB dans le cas d'un déploiement mixte CT/RT

l'absence d'interférence entre la ligne RT et celle de la CT. Comme mentionné sur cette figure, l'OSB permet une augmentation de 88 % de débit binaire de la ligne RT (de 3.4 Mb/s à 6.4 Mb/s), tout en maintenant la ligne de CT à 1 Mb/s.

## 1.4 Conclusion

Ce chapitre a dressé les principales caractéristiques du système DSL et de son environnement de transmission.

Nous avons, tout d'abord, expliqué l'origine du système DSL, les techniques de duplexage, le type de codage et de modulation utilisés, l'architecture de son déploiement et les différentes variantes xDSL.

Ensuite, nous avons caractérisé l'environnement de transmission. Nous nous sommes, en effet, intéressés à l'affaiblissement des paires de cuivre, ainsi qu'aux différentes perturbations propres à la transmission sur le réseau téléphonique.

Finalement, nous avons présenté l'état de l'art des solutions proposées pour remédier aux limitations du système DSL. Par ailleurs, nous nous sommes intéressés aux différents champs d'action pour augmenter les capacités des lignes xDSL. Et selon le degré de coordination entre les lignes du câble DSL, nous avons présenté les performances des quatre niveaux de la DSM.



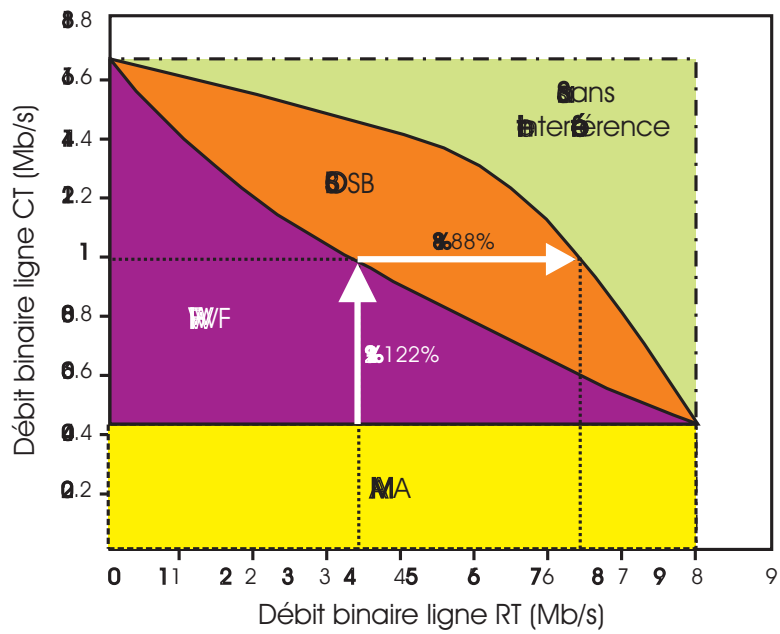


FIG. 1.19 – Rate region des lignes RT et du CT fonctionnant en mode MA (jaune), en appliquant l'IWF (violet) et l'OSB (orange).

## Première partie

# Niveau 0 de la DSM : Amélioration de la technologie de transmission DSL

## Chapitre 2

# Répartition optimisée de la puissance d'émission entre les porteuses DMT

Ces dernières années, la modulation multiporteuse ([KAL98], [RUI92], [CHO93] et [CIO]) a été au centre d'intérêt des recherches en télécommunications. Elle permet, en effet, des rendements élevés et rentables dans les systèmes numériques de transmission de données. Cependant, dans la conception d'un système à modulation multiporteuse l'optimisation de la largeur de la bande de transmission se veut une contrainte cruciale. Cette dernière est levée grâce à l'émergence des algorithmes d'allocation binaire de plus en plus optimaux.

Dans un contexte Rate-Adaptive (RA), bien que l'attribution de l'énergie selon le principe du "water-filling" [CIO] rapporte, en effet, l'allocation binaire optimale, elle assume théoriquement la granularité infinie des tailles des constellations, chose qui n'est pas réalisable. Deux algorithmes à granularité finie bien connus sont ceux de P.S. Chow ([CHO93], [BIN95]) et de Hughes-Hartogs ([BIN90], [HUG89]). Le premier appartenant à la famille des algorithmes à distribution plate d'énergie, et le second à la famille des algorithmes de Greedy [CIO].

Dans ce chapitre, nous présentons un algorithme d'allocation discrète de bits entre les porteuses d'un système à modulation multiporteuse DMT [TLI08]. La première section dresse un état de l'art des deux algorithmes de P.S. Chow et Hughes-Hartogs. La deuxième section décrit l'algorithme proposé. Il s'agit d'un algorithme à distribution plate d'énergie de faible complexité, qui s'avère une simplification importante de l'algorithme de P.S. Chow. La troisième section est consacrée à l'étude de la solution de cet algorithme comme étant une solution initiale à l'algorithme de Hughes-Hartogs. Dans cette section, nous montrons que la solution proposée est la meilleure solution initiale, à distribution plate d'énergie, à l'algorithme de Hughes-Hartogs. Des résultats de simulations d'une transmission VDSL sur paires de cuivre torsadées sont présentés.

## 2.1 État de l'Art

Actuellement, deux algorithmes d'allocation binaire dans les systèmes à modulation multiporteuse DMT sont de grande importance : l'algorithme de P.S. Chow ([CHO93], [BIN95]) et l'algorithme de Hughes-Hartogs ([BIN90], [HUG89]).

### 2.1.1 L'algorithme de Hughes-Hartogs

L'algorithme de Hughes-Hartogs alloue, dans chaque itération, un bit à une porteuse jusqu'à ce que la puissance maximale  $P$  soit atteinte. Nous comparons, dans chaque itération, les énergies  $\Delta\epsilon_i$  nécessaires pour émettre un bit additionnel dans chaque porteuse  $i$ , et nous choisissons la porteuse  $i_0$  pour laquelle la transmission d'un bit additionnel est effectuée avec la plus petite énergie  $\Delta\epsilon_{i_0}$ . Si nous notons  $RSBN_i$ <sup>1</sup> le rapport signal-à-bruit normalisé de la porteuse  $i$ ,  $\Gamma_i$  son Gap et  $b_i$  le nombre de bits qui lui sont alloués ;  $\Delta\epsilon_i$  nécessaire pour transmettre un bit additionnel dans la porteuse  $i$  est égale à :

$$\Delta\epsilon_i = \frac{\Gamma_i}{RSBN_i} 2^{b_i} \quad (2.1)$$

Ce processus nécessite, malheureusement, des opérations d'ordonnement et de recherche excessives pour chaque itération. L'algorithme de Hughes-Hartogs semble, ainsi, être peu convenable, particulièrement pour les lignes DSL rapides (voir [STA] et [SOR03]), où le nombre de bits par symbole DMT est très grand (en général 400 à 2000+ pour l'ADSL).

### 2.1.2 L'algorithme de P.S. Chow

Dans l'algorithme de P.S. Chow, il n'y a pas d'opérations d'ordonnement par itération. Cet algorithme repose sur une distribution équitable d'énergie sur les porteuses, que nous appelons distribution plate d'énergie. Il détermine quelles porteuses doivent être sélectionnées, et quelles autres ne le doivent pas, afin d'approcher autant que possible la solution optimale, pour laquelle la capacité du canal est maximale.

Les porteuses  $i$  sont, tout d'abord, ordonnées en fonctions de leurs  $\frac{RSBN_i}{\Gamma_i}$  décroissants. Une partie de porteuses est, ensuite, choisie itérativement, sur lesquelles la puissance émise  $P$  est uniformément distribuée. Nous notons  $B_n$  la capacité totale du canal lorsque les porteuses sélectionnées sont les porteuses 1, 2, ...,  $n$  et que la puissance  $P$  y est uniformément distribuée.  $B_n$  est définie par :

$$B_n = \sum_{i=1}^n \log_2 \left( 1 + \frac{P}{n} \frac{RSBN_i}{\Gamma_i} \right) \quad (2.2)$$

<sup>1</sup>Le RSBN, est le RSB pris pour une unité d'énergie émise

Dans l'itération  $n$ , où  $n$  représente également le nombre de porteuses sélectionnées, si  $B_n$  est inférieure à la  $B_{n+1}$ , obtenue en ajoutant la  $(n+1)^{\text{ème}}$  porteuse à la partie sélectionnée, cette porteuse est retenue. Dans le cas contraire, elle est rejetée et nous arrêtons l'algorithme.

L'inconvénient de cet algorithme est que, bien que plus rapide que l'algorithme de Hughes-Hartogs, il réalise un débit total inférieur.

## 2.2 Algorithme d'Allocation Binaire de Faible Complexité

Dans cette section, un algorithme à distribution plate d'énergie de faible complexité, soumis à une contrainte de constellation à nombre entier de bits, est décrit. Il consiste en une simplification importante de l'algorithme d'allocation binaire de P.S. Chow. Les Gaps et les taux d'erreur binaires (TEB) minimaux peuvent être variables d'une porteuse à une autre.

Bien que pratique et efficace, l'algorithme de P.S. Chow emploie des opérations lourdes. En effet, il compare dans chaque itération  $n$  la capacité  $B_n$  du canal associée aux  $n$  porteuses sélectionnées à la capacité  $B_{n+1}$  du canal incluant en plus la  $(n+1)^{\text{ème}}$  porteuse. Dans chaque itération  $n$ , pour calculer  $B_{n+1}$ , la capacité de chaque porteuse  $i \in \{1, \dots, n+1\}$  est calculée compte tenu de l'énergie  $\left(\frac{P}{n+1}\right)$  qui lui est attribuée.  $B_n$  est déjà calculée à l'itération  $(n-1)$ . Le but de notre algorithme est de réduire la complexité du processus de P.S. Chow décrit ci-dessus.

$$\begin{aligned}
 B_{n+1} < B_n &\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n+1} \log_2 \left( 1 + \frac{P}{n+1} \frac{RSBN_i}{\Gamma_i} \right) < \sum_{i=1}^n \log_2 \left( 1 + \frac{P}{n} \frac{RSBN_i}{\Gamma_i} \right) \\
 &\Leftrightarrow \log_2 \left( 1 + \frac{P}{n+1} \frac{RSBN_{n+1}}{\Gamma_{n+1}} \right) < \log_2 \prod_{i=1}^n \left( 1 + \frac{P}{n} \frac{RSBN_i}{\Gamma_i} \right) - \log_2 \prod_{i=1}^n \left( 1 + \frac{P}{n+1} \frac{RSBN_i}{\Gamma_i} \right) \\
 &\Leftrightarrow \log_2 \left( 1 + \frac{P}{n+1} \frac{RSBN_{n+1}}{\Gamma_{n+1}} \right) < \log_2 \left( \prod_{i=1}^n \frac{1 + \frac{P}{n} \frac{RSBN_i}{\Gamma_i}}{1 + \frac{P}{n+1} \frac{RSBN_i}{\Gamma_i}} \right)
 \end{aligned}$$

Or, la fonction  $x \mapsto \log_2(x)$  est une fonction strictement croissante sur  $]0, +\infty[$ , d'où

$$B_{n+1} < B_n \Leftrightarrow 1 + \frac{P}{n+1} \frac{RSBN_{n+1}}{\Gamma_{n+1}} < \prod_{i=1}^n \frac{1 + \frac{P}{n} \frac{RSBN_i}{\Gamma_i}}{1 + \frac{P}{n+1} \frac{RSBN_i}{\Gamma_i}}$$

Si nous notons pour chaque porteuse  $i \in \{1, \dots, n\}$ , le rapport signal-à-bruit lorsque la puissance émise est uniformément distribuée sur les  $n$  premières porteuses, par :

$$RSB_i^n = \frac{P}{n} RSBN_i \tag{2.3}$$

Nous concluons que :

$$\begin{aligned}
 B_{n+1} < B_n &\Leftrightarrow 1 + \frac{RSB_{n+1}^{n+1}}{\Gamma_{n+1}} < \prod_{i=1}^n \frac{RSB_i^n + \Gamma_i}{\binom{n}{n+1} RSB_i^n + \Gamma_i} \\
 &\Leftrightarrow RSB_{n+1}^{n+1} < \Gamma_{n+1} \left( \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \prod_{i=1}^n \frac{RSB_i^n + \Gamma_i}{RSB_i^n + \Gamma_i \left(1 + \frac{1}{n}\right)} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

Appelons,

$$F_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

et,

$$P_n = \prod_{i=1}^n \frac{RSB_i^n + \Gamma_i}{RSB_i^n + \Gamma_i \left(1 + \frac{1}{n}\right)} \quad (2.4)$$

D'où,

$$B_{n+1} < B_n \Leftrightarrow RSB_{n+1}^{n+1} < \Gamma_{n+1} (F_n P_n - 1) \quad (2.5)$$

### 2.2.1 Étude de $F_n$

$F_n$  est une suite strictement croissante qui converge vers le nombre de Neper  $e$ . En effet, pour tout entier  $n \geq 1$ , on a :

$$\begin{aligned}
 \frac{F_{n+1}}{F_n} - 1 &= \frac{(n+2)^2 n}{(n+1)^3} - 1 \\
 &= \frac{n^2 + n - 1}{(n+1)^3} > 0
 \end{aligned}$$

D'où,

$$F_{n+1} > F_n \quad \text{pour tout } n \geq 1 \quad (2.6)$$

De plus,

$$\begin{aligned}
 F_n &= \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \\
 &= e^{n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)}
 \end{aligned}$$

Le développement limité de  $\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$  lorsque  $n$  est assez grand nous donne,

$$\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$$

D'où,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1$$

Et,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} F_n = e \quad (2.7)$$

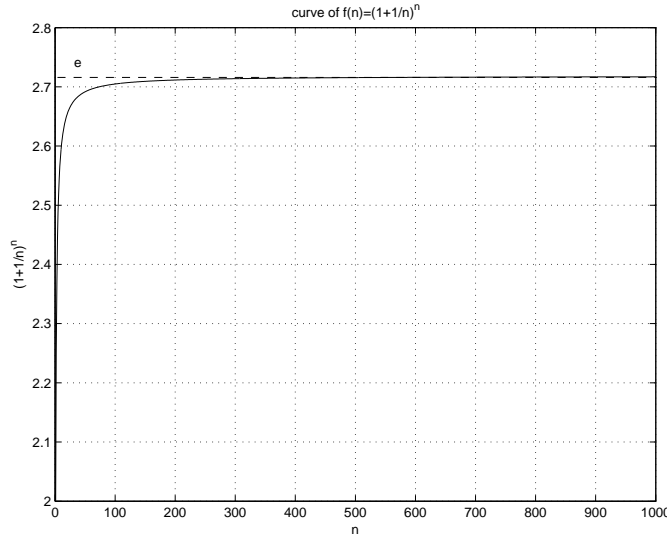


FIG. 2.1 – Variations de  $F_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  en fonction de  $n$

Si nous traçons les variations de  $F_n$  en fonction de  $n$  (voir Figure 2.1), nous remarquons que  $F_n$  converge assez rapidement vers le nombre de Neper  $e$ .

### 2.2.2 Étude de $P_n$

Nous avons,

$$P_n = \prod_{i=1}^n \frac{RSB_i^n + \Gamma_i}{RSB_i^n + \Gamma_i \left(1 + \frac{1}{n}\right)} < 1 \quad (2.8)$$

La Figure 2.2 montre les variations de  $P_n$  en fonction de  $n$  pour une transmission VDSL. Dans tous les résultats de simulations de ce chapitre, nous considérons un modèle de bruit de type A (voir [ETSIv206] et [ETSIv203]), un nombre de self-perturbateurs VDSL égal à 20 et le plan fréquentiel 998. Nous remarquons que  $P_n$  est légèrement inférieur à 1, et reste très proche de 1 jusqu'à un nombre  $n_0$  assez élevé ( $n_0 \approx 2000$ ).

Nous obtenons en résumé :

$$B_{n+1} < B_n \Leftrightarrow RSB_{n+1}^{n+1} < \Gamma_{n+1} (F_n P_n - 1) \approx \Gamma_{n+1} (e P_n - 1) < \Gamma_{n+1} (e - 1) \quad (2.9)$$

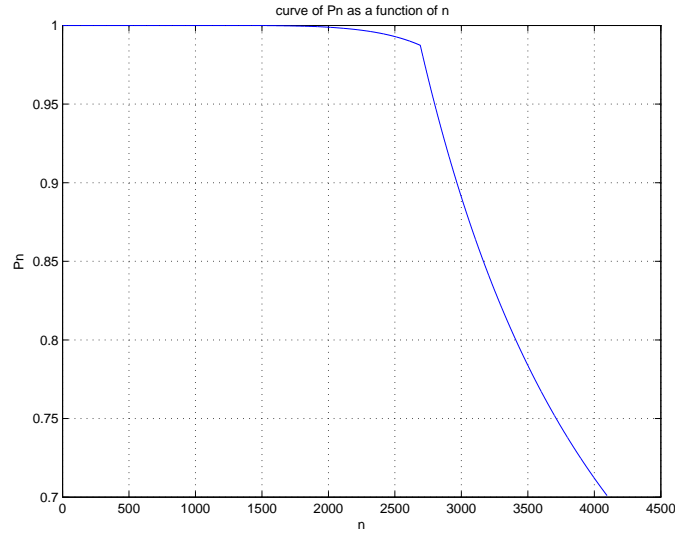


FIG. 2.2 – Variations de  $P_n$  en fonction de  $n$  pour une transmission VDSL et un modèle de bruit de type A

### 2.2.3 Principe de l'algorithme proposé

L'idée de notre algorithme est, donc, de restreindre les opérations effectuées dans chaque itération  $n$ , pour savoir si nous pouvons sélectionner ou pas la  $(n+1)^{\text{ème}}$  porteuse, à une simple comparaison de  $RSB_{n+1}^{n+1}$  à la valeur simple (2.10), au lieu de comparer  $B_{n+1}$  à  $B_n$ .

Cette valeur dépend du Gap de la porteuse testée, en l'occurrence la porteuse  $(n+1)$  dans ce cas, et est égale à :

$$\Gamma_{n+1}(e-1) \quad (2.10)$$

Ensuite, pour atteindre le taux binaire de l'algorithme de P.S. Chow, la solution obtenue est encore raffinée par un deuxième processus dans lequel nous comparons, dans chaque itération  $m$ ,  $RSB_{m+1}^{m+1}$  de la porteuse  $(m+1)$  à sélectionner à la valeur plus complexe (2.11) égale à :

$$\Gamma_{m+1}(eP_m-1) \quad (2.11)$$

### 2.2.4 Algorithme proposé

1. Classement des porteuses  $i$  par  $\frac{P \times RSBN_i}{\Gamma_i}$  décroissants.
2.  $n = 1$ , où  $n$  désigne le nombre de porteuses sélectionnées.
3. Répéter itérativement les étapes suivantes :
  - (a) Si  $(RSB_n^n)$  de la porteuse  $(n)$  est supérieur à  $\Gamma_n(e-1)$ .
    - i. Sélectionner la porteuse  $(n)$ .



- ii.  $n = n + 1$ .
- (b) Si non, aller à l'étape 4.
- 4. Répéter itérativement les étapes suivantes :
  - (a) Si  $(RSB_n^n)$  de la porteuse ( $n$ ) est supérieur à  $\Gamma_n (eP_{n-1} - 1)$ .
    - i. Sélectionner la porteuse ( $n$ ).
    - ii.  $n = n + 1$ .
  - (b) Si non, arrêter l'algorithme.

## 2.2.5 Etude des Performances

### 2.2.5.1 Complexité

Nous notons :

- $N$  : le nombre total de porteuses.
- $N_1$  : le nombre de porteuses sélectionnées à l'étape (3) de l'algorithme ci-dessus, i.e. les porteuses  $i$  dont les  $(RSB_i^i)$  sont supérieurs ou égaux à (2.10).
- $N_2$  : le nombre de porteuses sélectionnées à l'étape (4) de l'algorithme ci-dessus, i.e. les porteuses  $j$  dont les  $(RSB_j^j)$  sont supérieurs ou égaux à (2.11), et inférieurs à (2.10).

L'algorithme proposé converge plus rapidement que l'algorithme de P.S. Chow. En effet, à la différence de ce dernier dont le temps de calcul est proportionnel à  $\circ [S(N) + (N_1 + N_2)^2]$ , le temps de calcul de notre algorithme proposé n'est proportionnel qu'à  $\circ [S(N) + N_1 + N_2^2]$ , où  $S(N)$  désigne la complexité de l'opération de tri de  $N$  réels. De plus, comme le montre la table 2.1,  $N_2$  est souvent négligeable devant  $N_1$ .

TAB. 2.1 –  $N_1$  et  $N_2$  pour différentes longueurs de boucles VDSL

Longueur de boucle(m)	$N_1$	$N_2$
853.6	1495	26
914.6	1303	20
975.6	1200	21
1097.6	938	17
1158.5	833	14

En effet, l'étape 1 de l'algorithme proposé est d'une complexité égale à  $S(N) + 2N$  opérations. L'étape 2 est associée à une opération d'affectation. Si nous supposons, de plus, que le Gap est le même pour toutes les porteuses, l'étape 3 est limitée à  $(3N_1 + 2)$  opérations. L'étape 4 nécessite  $(3N_1 + 10N_2 + 3)$  opérations. Par conséquent, l'algorithme proposé effectue  $[S(N) + 2N + 6N_1 + 10N_2 + 6]$  opérations. Le nombre d'opérations de l'algorithme RA de P.S. Chow est très supérieur et est égal à  $[S(N) + 2N + 2(N_1 + N_2) + \frac{3}{2}(N_1 + N_2)(N_1 + N_2 + 1) + 2]$ .

$N_1$  étant beaucoup plus grand que  $N_2$  pour toutes les longueurs de boucle. Avantagement, dans chacune des  $N_1$  itérations nous comparons une seule valeur de RSB à la simple valeur (2.10). Dans les  $N_2$  itérations restantes, les lourdes opérations logarithmiques ne sont plus employées.

### 2.2.5.2 Temps de calcul

Ici, nous comparons les performances de l'algorithme proposé à celles de l'algorithme de P.S. Chow en terme de temps de calcul<sup>2</sup>.

La Figure 2.3 montre les rapports signal-à-bruit normalisés en fonction de la fréquence pour les porteuses du sens descendant du plan fréquentiel 998 pour une ligne VDSL de longueur 975m.

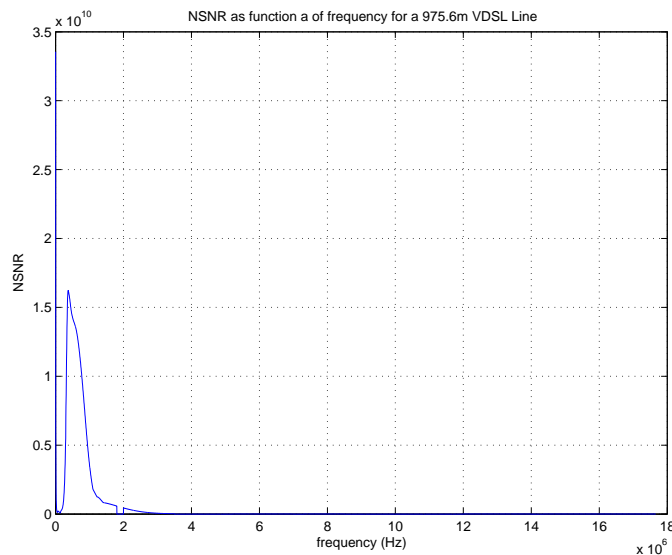


FIG. 2.3 – Les RSN en fonction de la fréquence pour les porteuses du sens descendant du plan fréquentiel 998 pour une ligne VDSL de longueur 975m

La figure 2.4 montre les temps de calcul en secondes de l'algorithme proposé et ceux de l'algorithme de P.S. Chow appliqués au sens descendant de transmission pour différentes longueurs de boucle VDSL. Nous notons que la solution proposée est de loin plus efficace et rapide que celle de l'algorithme de P.S.Chow.

<sup>2</sup>Le temps de calcul en secondes est le temps que met l'algorithme pour converger, sachant que nos simulations ont été effectuées sur matlab, le processeur étant un INTEL Pentium 4 2.5 GHz avec un 1Gb de RAM

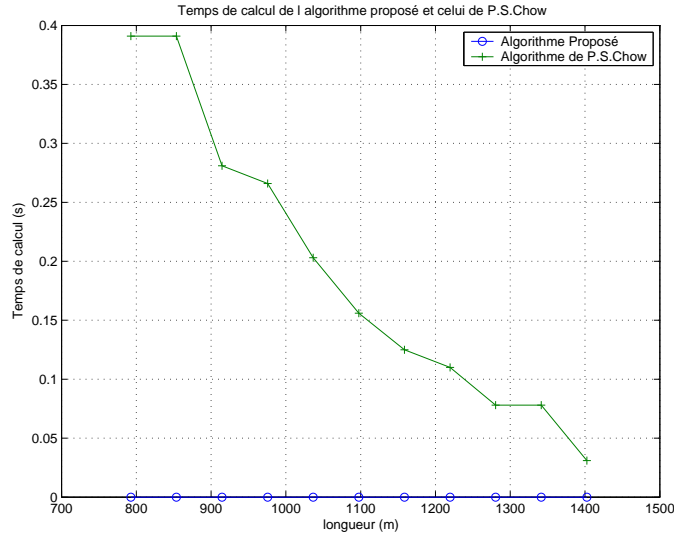


FIG. 2.4 – Temps de calcul de l'algorithme proposé et celui de P.S. Chow appliqués au sens descendant de transmission pour différentes longueurs de boucle VDSL

### 2.3 Algorithme de Hughes-Hartogs à solution initiale "distribution plate d'énergie" optimale

Dans cette section, nous montrons que la solution de l'algorithme proposé ci-dessus est la meilleure solution initiale, à distribution plate d'énergie, de l'algorithme de Hughes-Hartogs. Elle permet, en effet, d'atteindre les performances de ce dernier en termes de taux binaire, avec une complexité et un temps de calcul bien moindres.

Pour étudier le comportement de l'algorithme de Hughes-Hartogs en fonction de la solution initiale, dans le cas où cette dernière est une distribution plate d'énergie, nous classons les porteuses  $i$  en fonction de leurs  $\frac{RSBN_i}{\Gamma_i}$  décroissants, et nous notons  $N^*$  la longueur de la solution initiale, i.e. le nombre de porteuses qui la constituent, et  $\epsilon_i$  l'énergie allouée à chacune de ses porteuses  $i \in \{1, 2, \dots, N^*\}$ . La solution initiale distribution plate d'énergie de longueur  $N^*$  s'écrit donc :

$$\begin{cases} \epsilon_i = \frac{P}{N^*} & \text{pour } i = 1, 2, \dots, N^* \\ \epsilon_i = 0 & \text{pour } i = N^*, N^* + 1, \dots, N \end{cases} \quad (2.12)$$

La Figure 2.5 montre les durées de calcul en secondes pour différentes longueurs  $N^*$  de la solution initiale, distribution plate d'énergie, de l'algorithme de Hughes-Hartogs. Pour les valeurs élevées de  $N^*$ , les durées de calcul sont grandes. Ce cas correspond à une presque absence de solution initiale, car l'énergie  $\epsilon_i$  de chaque porteuse  $i$  est faible et n'est associée qu'à un petit nombre de bits. Le temps de calcul est encore plus important pour les valeurs faibles de  $N^*$ . En effet, si le nombre de bits par porteuse est trop important, l'énergie nécessaire pour

transmettre un bit additionnel sur cette même porteuse est très grande. Dans la cas où l'énergie allouée à une porteuse est trop élevée, l'excès, après allocation de bits, est tellement grand que nous nous ramenons au cas de presque absence de solution initiale.

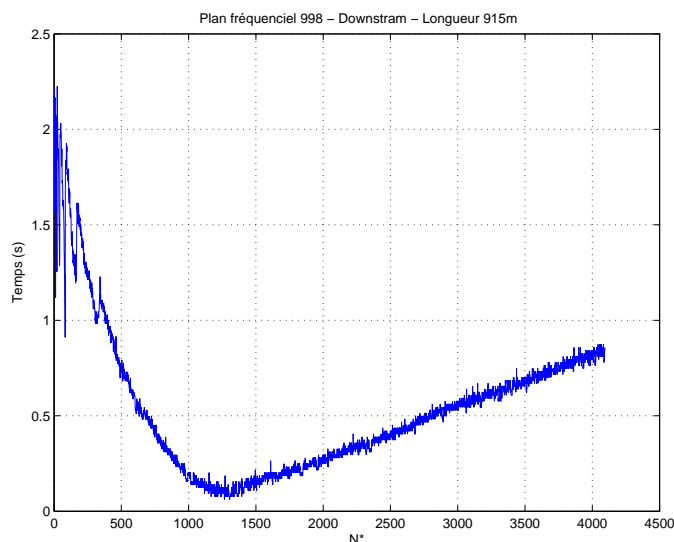


FIG. 2.5 – Durées de calcul en secondes de l'algorithme de Hughes-Hartogs pour différentes longueurs  $N^*$  de la solution initiale à distribution plate d'énergie

La Figure 2.6 montre le nombre de bits atteints par l'algorithme de Hughes-Hartogs pour différentes longueurs  $N^*$  de la solution initiale à distribution plate d'énergie. Ce nombre de bits converge rapidement vers le nombre de bits atteint par l'algorithme de Hughes-Hartogs classique correspondant à la partie horizontale de la courbe.

Pour que la solution initiale à distribution plate d'énergie soit optimale, sa longueur  $N^*$  doit vérifier deux critères principaux :

- $C_1$ - Minimiser la durée de calcul ( $N^*$  doit être associé à un point minimum de la courbe de la Figure 2.5) ;
- $C_2$ - Atteindre le taux binaire de l'algorithme de Hughes-Hartogs classique ( $N^*$  doit être associé à un maximum de la courbe de la Figure 2.6).

Dans la table 2.2, nous appelons "Seuil Débit" la valeur de  $N^*$  à partir de laquelle le critère  $C_2$  est vérifié. Nous appelons aussi "Plage d'Optimalité" l'intervalle des valeurs de  $N^*$  qui vérifient le critère  $C_1$ , dans cet intervalle les durées de calcul sont inférieures à 0.1s. Les résultats de cette table montrent que la solution de l'algorithme proposé dans la section précédente, i.e. une valeur de  $N^*$  égale au nombre  $N_1 + N_2$  de porteuses sélectionnées quand cet algorithme converge, mène à une solution initiale, à distribution plate d'énergie, de l'algorithme de Hughes-Hartogs qui est optimale et qui vérifie les deux critères  $C_1$  et  $C_2$ .

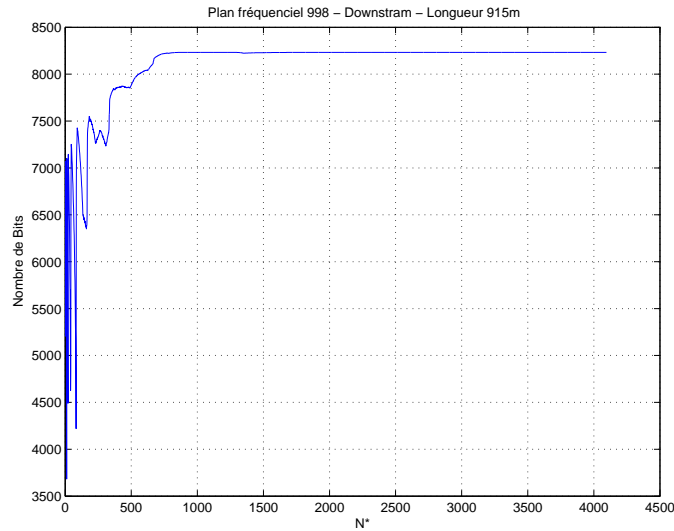


FIG. 2.6 – Nombre de bits transmissibles atteint par l'algorithme de Hughes-Hartogs pour différentes longueurs  $N^*$  de la solution initiale à distribution plate d'énergie

TAB. 2.2 – Conformité de la solution initiale proposée aux critères  $C_1$  et  $C_2$

Longueur (m)	Seuil Débit	Plage d'optimalité	$N_1 + N_2$
792	950	1420 - 1480	1460
1100	600	800 - 1200	893
1220	530	720 - 1150	766

### 2.3.1 Complexité

Nous notons  $N_3$  le nombre d'itérations de l'algorithme de Hughes-Hartogs avec la solution initiale proposée, i.e. le nombre de bits supplémentaires ajoutés à la solution initiale afin d'atteindre le taux binaire de l'algorithme de Hughes-Hartogs classique.

L'algorithme de Hughes-Hartogs, avec la solution initiale proposée, converge plus rapidement que l'algorithme classique de Hughes-Hartogs. En effet, à la différence de ce dernier dont le temps de calcul moyen est proportionnel à  $\circ(S(N) + B_{total} \log_2(N))$ , où  $B_{total}$  est le nombre total de bits, le temps de calcul de l'algorithme de Hughes-Hartogs avec la solution initiale proposée est proportionnel à  $\circ(S(N) + N_3 \log_2(N) + N_1 + N_2^2)$ , sachant encore que,  $N_2$  est négligeable, et que  $N_3$  est beaucoup plus petit que  $B_{total}$  (voir table 2.3).

### 2.3.2 Temps de calcul

Nous comparons, en terme de temps de calcul, les performances de l'algorithme de Hughes-Hartogs avec la solution initiale proposée et de l'algorithme de Hughes-Hartogs classique. Par

TAB. 2.3 –  $B_{total}$  et  $N_3$  pour différentes longueurs de boucle VDSL

Longueur de boucle(m)	$B_{total}$	$N_3$
853.7	8866	744
975.6	7695	545
1097.6	6883	427
1219.5	6305	344
1341.5	5651	382

ailleurs, nous considérons une transmission VDSL sur paire de cuivre torsadée avec les mêmes paramètres décrits dans la section 2.2.2.

La table 2.5 montre le temps de calcul en secondes de l'algorithme de Hughes-Hartogs avec la solution initiale proposée et de l'algorithme de Hughes-Hartogs classique, appliqués au sens descendant (allant jusqu'à 17.664MHz) de transmission d'une boucle VDSL de longueur 792m, pour les quatre plans fréquentiels cités dans la table 2.4. Nous notons que la solution proposée est plus efficace et rapide que l'algorithme classique de Hughes-Hartogs.

TAB. 2.4 – Plans de fréquence 998, 997, Alcatel-Bell 1 et Alcatel-Bell 2

Plan de Fréquence	Bande Upstream 1	Bande Upstream 2	Bande Upstream 3
998	3.75 - 5.2	8.5 - 12.0	-
997	3.0 - 5.1	7.05 - 12.0	-
Alc-Bell 1	2.5 - 3.75	8.5 - 12.0	-
Alc-Bell 2	0.03 - 0.138	2.5 - 3.75	8.5 - 12.0

TAB. 2.5 – Temps de calcul en secondes de l'algorithme de Hughes-Hartogs avec la solution initiale proposée et de l'algorithme de Hughes-Hartogs classique, appliqués au sens descendant de transmission sur une boucle VDSL de longueur 792m

Plan de Fréquence	Débit Mb/s	Temps d'exécution de H.H avec la solution initiale proposée	Temps d'exécution de l'algorithme de H.H.
998	38.016	0.1220	2.9000
997	33.852	0.0760	2.6400
Alc-Bell 1	37.824	0.1240	2.9240
Alc-Bell 2	38.384	0.1230	2.9750

L'optimisation de l'algorithme de Hughes-Hartogs réside dans le fait que le processus de Hughes-Hartogs n'est plus appliqué à tous les  $B_{total}$  bits chargés, mais seulement aux quelques  $N_3$  bits.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé un nouvel algorithme d'allocation binaire de type Rate-Adaptive pour les systèmes à modulation multiporteuse DMT. Cet algorithme consiste en une distribution plate d'énergie de faible complexité, qui s'est avérée une simplification importante de l'algorithme de P.S. Chow, et la meilleure solution initiale à distribution plate d'énergie à l'algorithme de Hughes-Hartogs. Nous avons prouvé par des résultats de simulation sur des boucles VDSL que l'algorithme proposé est très pratique et efficace. L'algorithme proposé a été comparé aux algorithmes de P.S. Chow et Hughes-Hartogs et a présenté une diminution importante de complexité et de durée de calcul.

Bien que la solution proposée soit une simplification indéniable de l'algorithme de P.S. Chow et de moindre complexité, elle reste sous-optimale. Dans le chapitre suivant, nous présentons un algorithme optimal d'allocation binaire de type RA et de plus faible complexité.

## Chapitre 3

# Algorithme optimal d'allocation binaire de faible complexité

Dans le chapitre précédent, un algorithme d'allocation discrète de bits entre les porteuses d'un système à modulation multiporteuse DMT a été présenté. Certes, cet algorithme augmente les performances des algorithmes de P.S. Chow et de Hughes-Hartogs, et offre des avantages d'implémentation significatifs. L'algorithme proposé est, certes, moins complexe que l'algorithme de P.S. Chow, mais ces deux algorithmes acheminent le même débit binaire, inférieur au débit optimal. Cet algorithme démontré être la meilleure solution initiale, à distribution plate d'énergie, à l'algorithme optimal de Hughes-Hartogs, a aussi permis de diminuer considérablement la complexité de ce dernier. Dans ce chapitre, la complexité de l'algorithme de Hughes-Hartogs est diminuée davantage et est ramenée à une complexité linéaire.

Dans la première section, l'optimalité des algorithmes d'allocation binaire RA est mise en équation. Dans la deuxième section est expliqué l'algorithme de Hughes-Hartogs avec une illustration à 8 porteuses. Nous montrons, dans la troisième section, que le processus de Hughes-Hartogs est équivalent à un processus plus simple de "remplissage par Gammas croissants" qui nous ramène à la distribution optimale d'énergie entre les porteuses. Nous proposons, dans la quatrième section, un algorithme d'allocation binaire "quasi-optimal" de type RA et de très faible complexité  $\mathcal{O}(N)$ . Enfin, cet algorithme est, dans la section suivante, transformé en une version optimale de complexité linéaire  $\mathcal{O}(N)$  mais supérieure.

### 3.1 Optimalité des algorithmes d'allocation binaire RA

Sous les contraintes d'une marge de bruit  $\Gamma$  et d'un taux d'erreur binaire  $P_e$  fixés par porteuse et d'une puissance  $P$  fixe, un algorithme d'allocation binaire de type RA répartit la puissance  $P$  dans les différentes porteuses de façon à ne pas la dépasser.

Appelons :



- $E_i$  l'énergie allouée à la porteuse  $i$ .
- $b_i$  le nombre de bits qu'on transmet sur la porteuse  $i$ .
- $RSBN_i$  le rapport signal à bruit normalisé de la porteuse  $i$ .
- $\Gamma_i$  le gap de la porteuse  $i$ .
- $N$  le nombre total de porteuses.

La capacité de Shannon donne :

$$b_i = \log_2 \left( 1 + E_i \frac{RSBN_i}{\Gamma_i} \right) \quad (3.1)$$

La condition d'optimalité d'un algorithme d'allocation binaire de type RA est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \sum_{i=1}^N b_i \\ SC : \sum_{i=1}^N E_i = P \end{array} \right. \quad (3.2)$$

## 3.2 Algorithme de Hughes-Hartogs

Cet algorithme appartient à la classe des algorithmes de "Greedy" [CIO]. Son principe consiste à allouer les bits aux porteuses d'une façon croissante. La porteuse correspondant au moindre quota d'énergie nécessaire pour y attribuer un bit est souvent choisie pour le bit suivant à allouer. En d'autres termes, le premier bit est alloué à la meilleure porteuse, et une table des quotas d'énergies nécessaires pour rajouter un prochain bit dans chaque porteuse est calculée à chaque itération, le bit sera attribué à la porteuse associée à la case minimale de cette table. Ce procédé se répète jusqu'à ce qu'on n'ait plus d'énergie disponible à partager entre les porteuses.

Appelons  $\gamma_i$ , le quota d'énergie nécessaire pour transmettre le premier bit de chaque porteuse  $i$ .

$$(1) \Rightarrow 1 = \log_2 \left( 1 + \gamma_i \frac{RSBN_i}{\Gamma_i} \right) \quad (3.3)$$

$$\Leftrightarrow 2 = 1 + \gamma_i \frac{RSBN_i}{\Gamma_i} \quad (3.4)$$

$$\Leftrightarrow \gamma_i = \frac{\Gamma_i}{RSBN_i} \quad (3.5)$$

Dans le cas général, la transmission du  $k^{me}$  bit de l'ensemble des  $b_i = k$  bits de la porteuse  $i$  nécessite un quota d'énergie  $\Delta E_i^k$  telle que :

$$\Delta E_i^k = 2^{k-1} \gamma_i \quad (3.6)$$

**Démonstration :**

Si la porteuse  $i$  contient  $b_i = k - 1$  bits, l'énergie qui lui est allouée est :

$$E_i^{k-1} = \gamma_i(2^{k-1} - 1)$$

Transmettre  $b_i = k$  bits sur cette même porteuse nécessite une énergie égale à :

$$E_i^k = \gamma_i(2^k - 1)$$

La transmission du  $k^{eme}$  bit de la porteuse  $i$  nécessite donc un quota d'énergie égal à :

$$\Delta E_i^k = E_i^k - E_i^{k-1} = 2^{k-1} \gamma_i$$

**Illustration à 8 porteuses :**

Plaçons-nous dans le cas d'une transmission à modulation DMT avec 8 porteuses. Nous commençons par ordonner les quotas d'énergie  $\Delta E_i^1$  nécessaires pour transmettre les premiers bits de chaque porteuse  $i \in \{1, 2, \dots, 8\}$  du plus petit au plus grand quota. Les valeurs de ces énergies sont reportées dans la table 3.1.

TAB. 3.1 – Valeurs des  $(\Delta E_i^1)_{1 \leq i \leq 8}$ 

$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	$\gamma_5$	$\gamma_6$	$\gamma_7$	$\gamma_8$
1	1.1	1.1	1.3	5.5	6.5	10.2	40

Dans la table 3.2 sont présentées les différentes itérations de la distribution binaire selon le processus optimal de Hughes-Hartogs, jusqu'à ce que la porteuse 8 soit sollicitée.

**3.3 Processus de "Remplissage par Gammas Croissants"**

Le processus de Hughes-Hartogs décrit ci-dessus est équivalent à un processus beaucoup plus simple, que nous appellerons "**remplissage par Gammas croissants**". Dans ce processus, chaque itération  $n$  est associée à une procédure de remplissage de bits dans les porteuses  $(1, 2, \dots, n)$  jusqu'à un niveau conditionné par l'énergie  $\gamma_{n+1}$  de la porteuse  $(n + 1)$ .

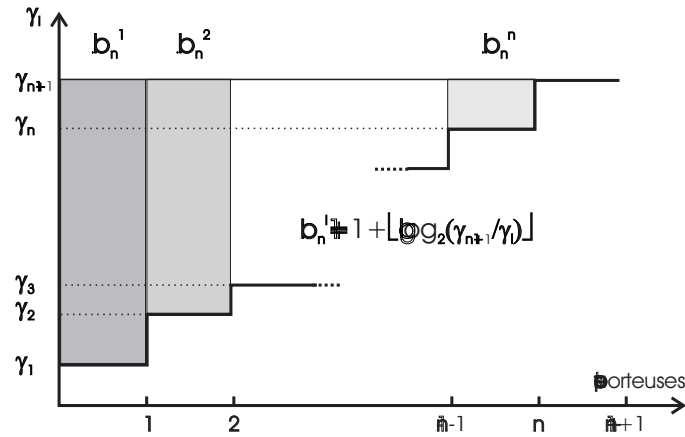
Plus précisément, et comme le montre la figure 3.1, à l'itération  $n$ , nous remplissons chaque porteuse  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  par un nombre  $b_n^i = k$  de bits jusqu'à ce que le quota d'énergie  $\Delta E_i^{k+1} = 2^k \gamma_i$  nécessaire pour transmettre  $(k + 1)$  bits sur cette porteuse devienne strictement supérieur au quota d'énergie  $\gamma_{n+1}$  nécessaire pour transmettre le premier bit de la porteuse  $(n + 1)$ .

TAB. 3.2 – Itérations de la distribution binaire selon le processus optimal de Hughes-Hartogs

Itération 1								
$b_i$	1	0	0	0	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	<b>2</b>	1.1	1.1	1.3	5.5	6.5	10.2	40
Itération 2								
$b_i$	1	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	2	<b>2.2</b>	1.1	1.3	5.5	6.5	10.2	40
Itération 3								
$b_i$	1	1	<b>1</b>	0	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	2	2.2	<b>2.2</b>	1.3	5.5	6.5	10.2	40
Itération 4								
$b_i$	1	1	1	<b>1</b>	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	2	2.2	2.2	<b>2.6</b>	5.5	6.5	10.2	40
Itération 5								
$b_i$	<b>2</b>	1	1	1	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	<b>4</b>	2.2	2.2	2.6	5.5	6.5	10.2	40
Itération 6								
$b_i$	2	<b>2</b>	1	1	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	4	<b>4.4</b>	2.2	2.6	5.5	6.5	10.2	40
Itération 7								
$b_i$	2	2	<b>2</b>	1	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	4	4.4	<b>4.4</b>	2.6	5.5	6.5	10.2	40
Itération 8								
$b_i$	2	2	2	<b>2</b>	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	4	4.4	4.4	<b>5.2</b>	5.5	6.5	10.2	40
Itération 9								
$b_i$	<b>3</b>	2	2	2	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	<b>8</b>	4.4	4.4	5.2	5.5	6.5	10.2	40
Itération 10								
$b_i$	3	<b>3</b>	2	2	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	8	<b>8.8</b>	4.4	5.2	5.5	6.5	10.2	40

Itération 11								
$b_i$	3	3	<b>3</b>	2	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	8	8.8	<b>8.8</b>	5.2	5.5	6.5	10.2	40
Itération 12								
$b_i$	3	3	3	<b>3</b>	0	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	8	8.8	8.8	<b>10.4</b>	5.5	6.5	10.2	40
Itération 13								
$b_i$	3	3	3	3	<b>1</b>	0	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	8	8.8	8.8	10.4	<b>11</b>	6.5	10.2	40
Itération 14								
$b_i$	3	3	3	3	1	<b>1</b>	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	8	8.8	8.8	10.4	11	<b>13</b>	10.2	40
Itération 15								
$b_i$	<b>4</b>	3	3	3	1	1	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	<b>16</b>	8.8	8.8	10.4	11	13	10.2	40
Itération 16								
$b_i$	4	<b>4</b>	3	3	1	1	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	16	<b>17.6</b>	8.8	10.4	11	13	10.2	40
Itération 17								
$b_i$	4	4	<b>4</b>	3	1	1	0	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	16	17.6	<b>17.6</b>	10.4	11	13	10.2	40
Itération 18								
$b_i$	4	4	4	3	1	1	<b>1</b>	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	16	17.6	17.6	10.4	11	13	<b>20.4</b>	40
Itération 19								
$b_i$	4	4	4	<b>4</b>	1	1	1	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	16	17.6	17.6	<b>20.8</b>	11	13	20.4	40
Itération 20								
$b_i$	4	4	4	4	<b>2</b>	1	1	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	16	17.6	17.6	20.8	<b>22</b>	13	20.4	40
Itération 21								
$b_i$	4	4	4	4	2	<b>2</b>	1	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	16	17.6	17.6	20.8	22	<b>26</b>	20.4	40
Itération 22								
$b_i$	<b>5</b>	4	4	4	2	2	1	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	<b>32</b>	17.6	17.6	20.8	22	26	20.4	40

Itération 23								
$b_i$	5	<b>5</b>	4	4	2	2	1	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	32	<b>35.2</b>	17.6	20.8	22	26	20.4	40
Itération 24								
$b_i$	5	5	<b>5</b>	4	2	2	1	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	32	35.2	<b>35.2</b>	20.8	22	26	20.4	40
Itération 25								
$b_i$	5	5	5	4	2	2	<b>2</b>	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	32	35.2	35.2	20.8	22	26	<b>40.8</b>	40
Itération 26								
$b_i$	5	5	5	<b>5</b>	2	2	2	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	32	35.2	35.2	<b>41.6</b>	22	26	40.8	40
Itération 27								
$b_i$	5	5	5	5	<b>3</b>	2	2	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	32	35.2	35.2	41.6	<b>44</b>	26	40.8	40
Itération 28								
$b_i$	5	5	5	5	3	<b>3</b>	2	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	32	35.2	35.2	41.6	44	<b>52</b>	40.8	40
Itération 29								
$b_i$	<b>6</b>	5	5	5	3	3	2	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	<b>64</b>	35.2	35.2	41.6	44	52	40.8	40
Itération 30								
$b_i$	6	<b>6</b>	5	5	3	3	2	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	64	<b>70.4</b>	35.2	41.6	44	52	40.8	40
Itération 31								
$b_i$	6	6	<b>6</b>	5	3	3	2	0
$\Delta E_i^{b_i+1}$	64	70.4	<b>70.4</b>	41.6	44	52	40.8	40

FIG. 3.1 – Processus de "Remplissage par Gammas Croissants" à l'itération  $n$ 

Jusqu'au niveau de remplissage atteint à l'itération  $n$ , chaque porteuse  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  peut transmettre un nombre de bits  $b_n^i$  tel que :

$$b_n^i = 1 + \left\lfloor \log_2 \left( \frac{\gamma_{n+1}}{\gamma_i} \right) \right\rfloor \quad (3.7)$$

Dans la table 3.3, nous démontrons que le processus optimal de Hughes-Hartogs, décrit dans la table 3.2, est équivalent au processus de "**remplissage par Gammas croissants**" effectué en beaucoup moins d'itérations.

Un algorithme d'allocation binaire de type RA répartit les bits dans les différentes porteuses de façon à ne pas dépasser une puissance  $P$  (voir le système (2)). Dans le processus de "**remplissage par Gammas croissants**", nous calculons dans chaque itération  $n$  l'énergie  $E_n$  nécessaire pour transmettre les bits  $(b_n^i)_{1 \leq i \leq n}$  (voir équation (3.7)). Nous passons à l'itération suivante si  $E_n$  est strictement inférieure à  $P$ .

A l'itération  $n$ , la transmission de  $b_n^i$  bits dans la porteuse  $i$  (voir équation (3.7)) nécessite une énergie  $E_n^i$  telle que :

$$E_n^i = (2^{b_n^i} - 1)\gamma_i \quad (3.8)$$

D'après (3.7), on a :

$$E_n^i = \left( 2 \times 2^{\left\lfloor \log_2 \left( \frac{\gamma_{n+1}}{\gamma_i} \right) \right\rfloor} - 1 \right) \gamma_i \quad (3.9)$$

**Notation :** Pour tout réel  $x$ , nous notons :

$$\lfloor x \rfloor_2 = 2^{\lfloor \log_2(x) \rfloor} \quad (3.10)$$

TAB. 3.3 – Itérations de la distribution binaire selon le processus de "**remplissage par Gammas croissants**"

$\gamma_i$	1	1.1	1.1	1.3	5.5	6.5	10.2	40
Itération 1								
$b_i$	1	0	0	0	0	0	0	0
Itération 2								
$b_i$	1	1	0	0	0	0	0	0
Itération 3								
$b_i$	1	1	1	0	0	0	0	0
Itération 4								
$b_i$	3	3	3	3	0	0	0	0
Itération 5								
$b_i$	3	3	3	3	1	0	0	0
Itération 6								
$b_i$	4	4	4	3	1	1	0	0
Itération 7								
$b_i$	6	6	6	5	3	3	2	0

D'où :

$$E_n^i = \left( 2 \left\lfloor \frac{\gamma_{n+1}}{\gamma_i} \right\rfloor_2 - 1 \right) \gamma_i \quad (3.11)$$

La quantité totale d'énergie à l'itération  $n$ , est donc :

$$\begin{aligned} E_n &= \sum_{i=1}^n E_n^i \\ \Leftrightarrow E_n &= 2 \sum_{i=1}^n \gamma_i \left\lfloor \frac{\gamma_{n+1}}{\gamma_i} \right\rfloor_2 - \sum_{i=1}^n \gamma_i \end{aligned} \quad (3.12)$$

L'énergie  $E_n$ , ainsi calculée se compose de deux termes : une première somme de complexité  $(5n)$  à calculer dans chaque itération  $n$ . Cette somme nous ramène à une complexité en  $o(N^2)$  du processus de "**remplissage par Gammas croissants**". Et une deuxième somme impliquant une très faible complexité, en l'occurrence une simple opération de soustraction par itération.

Pour ramener la complexité du processus de "**remplissage par Gammas croissants**" à une simple complexité linéaire en  $o(N)$ , nous procédons par une simplification de  $E_n$ . Deux simplifications de  $E_n$  sont proposées, la première résultant en un algorithme d'allocation binaire "quasi-optimal", et la deuxième, plus précise, à un algorithme RA optimal.

### 3.4 Algorithme "quasi-optimal" de très faible complexité

**Approximation :** Pour simplifier  $E_n$ , nous utilisons l'approximation suivante : pour réel  $x$ , en moyenne :

$$\lfloor x \rfloor = x - 0.5$$

Dans ce cas :

$$\lfloor x \rfloor_2 = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

Compte tenu de cette approximation, l'énergie  $E_n^i$  nécessaire pour transmettre, à l'itération  $n$ , les  $b_n^i$  bits le la porteuse  $i$ , est égale à :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_n^i &= \left( \sqrt{2} \frac{\gamma_{n+1}}{\gamma_i} - 1 \right) \gamma_i \\ \Leftrightarrow \tilde{E}_n^i &= \sqrt{2} \gamma_{n+1} - \gamma_i \end{aligned} \quad (3.13)$$

L'énergie totale à l'itération  $n$ , est ainsi égale à :

$$\tilde{E}_n = n\sqrt{2}\gamma_{n+1} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \quad (3.14)$$



Cette dernière formule est de très faible complexité. Le calcul de  $\tilde{E}_n$  ne nécessite, en effet, que 4 opérations par itération, et le processus de "**remplissage par Gammas croissants**" est, désormais, de complexité  $o(N)$ .

Dans tout ce qui suit, nous considérons, pour nos simulations, une transmission VDSL, le modèle de bruit considéré est le modèle A([ETSIv206], [ETSIv203]), le nombre des self-perturbateurs VDSL est 20 et le plan fréquentiel est 998.

La figure 3.2.a montre les valeurs des  $\gamma_n$ , classées dans l'ordre croissant, d'une transmission VDSL sur une liaison de longueur 975m. Nous remarquons qu'à partir de valeurs de  $n$  assez faibles, les valeurs de  $\gamma_n$  augmentent d'une façon exponentielle. L'équation (3.14) montre que les valeurs de  $\tilde{E}_n$  sont proportionnelles aux valeurs de  $\gamma_{n+1}$ . D'où, et comme le montre la figure 3.2.b, les valeurs de  $\tilde{E}_n$  croient aussi exponentiellement.

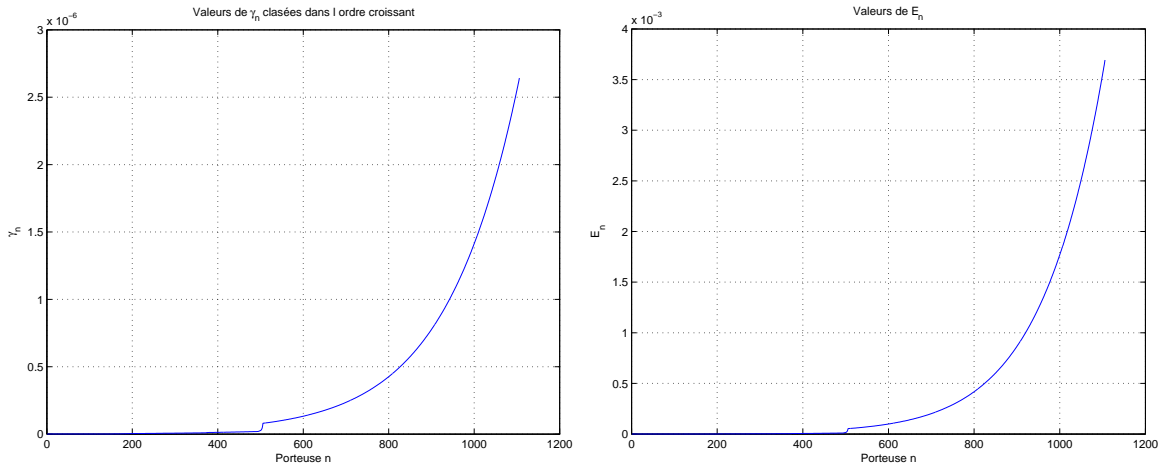


FIG. 3.2 – Transmission VDSL sur une liaison de longueur 975m : (a) Valeurs de  $\gamma_n$  ; (b) Valeurs de  $\tilde{E}_n$

Appelons  $n^*$  le numéro de l'itération à partir de laquelle l'énergie  $\tilde{E}_n$  dépasse  $P$ . Comme le montre la figure 3.3, la croissance exponentielle des valeurs de  $\tilde{E}_n$  fait qu'on ait généralement : ( $\tilde{E}_{n^*-1} < P$ ) et ( $\tilde{E}_{n^*} \gg P$ ). Pour que notre algorithme converge vers un  $n^*$  tel que  $\tilde{E}_{n^*} = P$ , nous procédons par diminuer le niveau de  $\gamma_{n^*+1}$ . Nous calculons, ainsi, un  $\tilde{\gamma}_{n^*+1}$  tel que :

$$\tilde{\gamma}_{n^*+1} = \frac{P + \sum_{i=1}^{n^*} \gamma_i}{n^* \sqrt{2}} \quad (3.15)$$

Le nombre de bits  $b_{n^*}^i$  à transmettre par porteuse  $i \in \{1, 2, \dots, n^*\}$  est, finalement, calculé à partir de l'équation ci-dessous :

$$\tilde{b}_{n^*}^i = 1 + \left\lfloor \log_2 \left( \frac{\tilde{\gamma}_{n^*+1}}{\gamma_i} \right) \right\rfloor \quad (3.16)$$

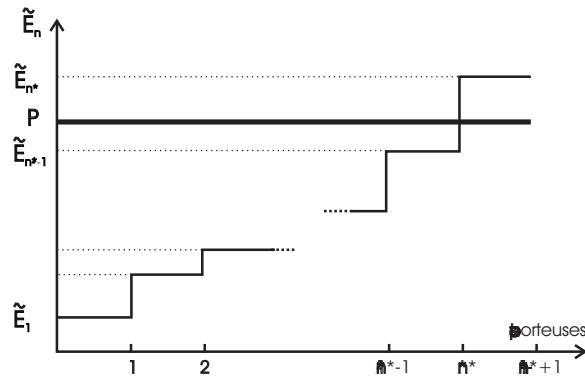


FIG. 3.3 – Comportement de  $\tilde{E}_{n^*}$  par rapport à  $P$

### 3.4.1 Algorithme "quasi-Optimal" ?

Dans la figure 3.4, nous donnons les valeurs des énergies ( $\tilde{E}_{n^*} = P$ ) auxquelles converge notre algorithme et les énergies exactes  $E_{n^*}$  (calculées à partir de l'équation (12) en prenant  $\gamma_{n+1} = \tilde{\gamma}_{n+1}$ ) nécessaires pour transmettre les bits  $(\tilde{b}_{n^*}^i)_{1 \leq i \leq n^*}$  calculés à partir de la formule (3.16), et ce pour différentes longueurs de la boucle VDSL.

Dans la figure 3.5.a, nous donnons les différences  $|E_{n^*} - \tilde{E}_{n^*}|$  entre ces deux énergies. Et dans la figure 3.5.b, les différences entre  $(E_{n^*})_{dB}$  et  $(\tilde{E}_{n^*})_{dB}$ . Dans notre simulation, nous avons pris  $(\tilde{E}_{n^*})_{dB} = (P)_{dB} = 12dB$ .

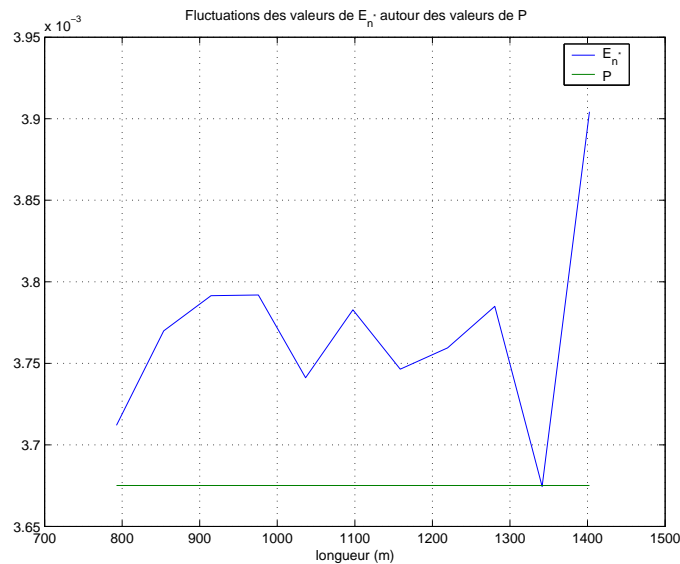


FIG. 3.4 – Fluctuations des valeurs de  $E_{n^*}$  autour des valeurs de  $(\tilde{E}_{n^*} = P)$  pour différentes longueurs de la boucle VDSL

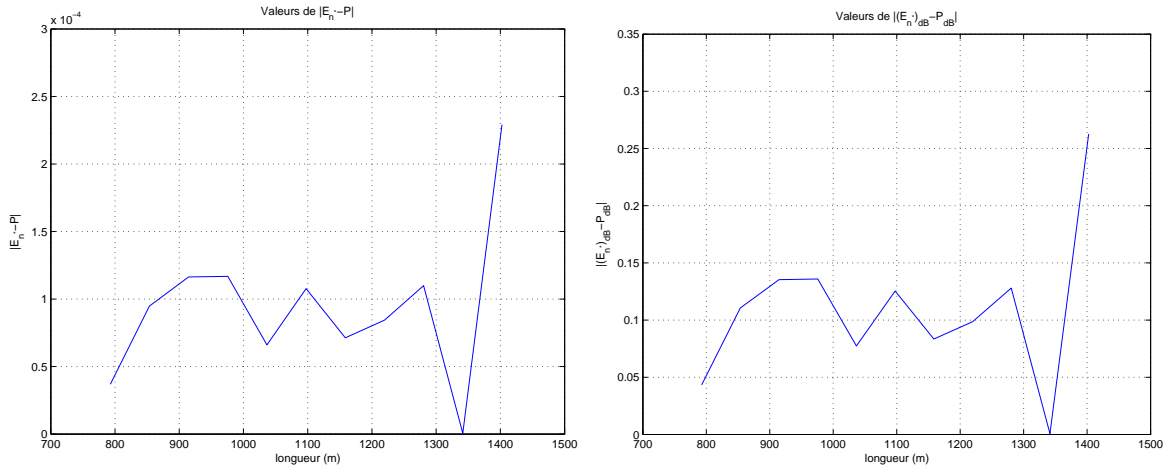


FIG. 3.5 – (a) Valeurs de  $|E_{n^*} - \tilde{E}_{n^*}|$  pour différentes longueurs de la boucle VDSL. (b) Valeurs de  $|(E_{n^*})_{dB} - (\tilde{E}_{n^*})_{dB}|$

Nous constatons que les valeurs des énergies  $\tilde{E}_{n^*}$ , auxquelles converge notre algorithme, et les énergies exactes  $E_{n^*}$ , nécessaires pour les bits  $(\tilde{b}_{n^*}^i)_{1 \leq i \leq n^*}$  à transmettre, sont presque égales et la différence entre ces deux quantités est égale en moyenne à 0.91% de  $P$ .

Comme le montre la figure 3.6.a, cette minuscule déviation de l'énergie exacte nécessaire pour transmettre les bits auxquels converge notre algorithme, de  $P$ , et qui est due à l'approximation (14) considérée, se manifeste par des petites variations du débit  $\tilde{D}$  atteint par l'algorithme proposé autour du débit optimal  $D$ . Dans la figure 3.6.b, nous donnons les valeurs de ces déviations en terme de pourcentages de débits optimaux  $D$  pour différentes longueurs de la boucle VDSL. Nous notons que cette déviation est presque souvent inférieure à 1% de  $D$ . D'où la "quasi-optimalité" de l'algorithme proposé.

### 3.4.2 Etude des performances

#### 3.4.2.1 Complexité

- Le calcul de  $\tilde{E}_n$  (voir équation (3.14)) ne nécessite que 4 opérations par itération. Le processus de "**remplissage par Gammas croissants**" est, donc, d'une complexité égale à  $4n^*$ .
- La comparaison de  $\tilde{E}_n$  à  $P$  dans chaque itération est d'une complexité égale à  $n^*$ .
- Le calcul de  $\tilde{\gamma}_{n^*+1}$  (voir équation (3.15)) est d'une complexité égale à 2 seules opérations car  $(\sum_{i=1}^{n^*} \gamma_i)$  et  $(\sqrt{2n^*})$  sont déjà calculées dans le processus de "**remplissage par Gammas croissants**".

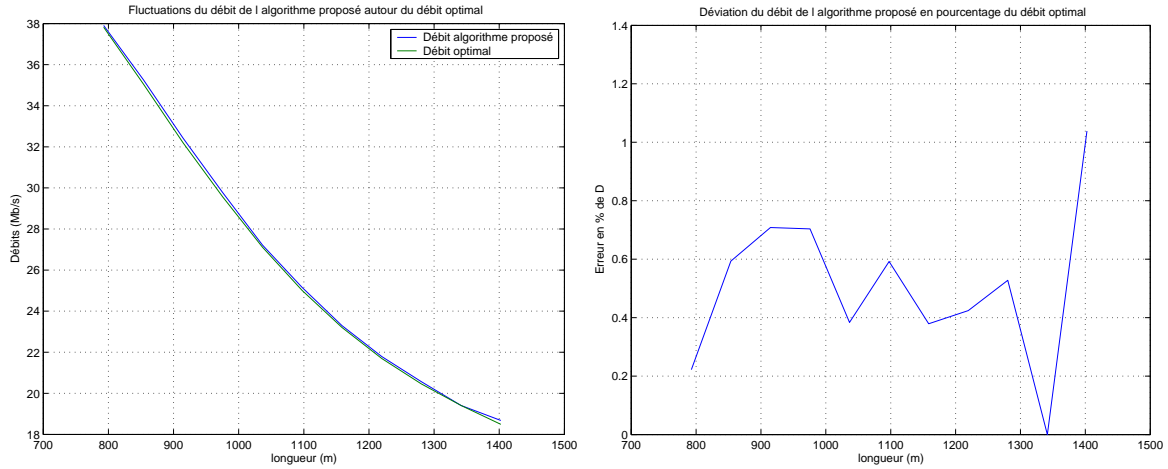


FIG. 3.6 – (a) Fluctuations du débit de l'algorithme proposé autour du débit optimal pour différentes longueurs de la boucle VDSL. (b) Déviation du débit de l'algorithme proposé en pourcentage du débit optimal

- Le calcul du nombre de bits  $\tilde{b}_{n^*}^i$  à transmettre par porteuse  $i \in \{1, 2, \dots, n^*\}$  (voir équation (3.16)) est de complexité  $4n^*$ .

La complexité de l'algorithme "quasi-optimal" proposé est, donc, égale à  $[S(N) + 9n^* + 2]$ .

Dans la table 3.4, nous comparons la complexité de l'algorithme proposé à celle des algorithmes de P.S.Chow simplifié, de P.S.Chow et de Hughes-Hartogs. Nous remarquons que l'algorithme proposé offre l'avantage d'être moins complexe que les trois autres algorithmes tout en étant plus optimal que les deux premiers.

TAB. 3.4 – Comparaison de la complexité de l'algorithme proposé à celle des algorithmes de P.S.Chow simplifié, de P.S.Chow et de Hughes-Hartogs

Algorithme proposé	$S(N) + 9n^* + 2$
P.S.Chow simplifié	$S(N) + 2N + 6N_1 + 10N_2^2 + 6$
P.S.Chow	$\circ [S(N) + (N_1 + N_2)^2]$
Hughes-Hartogs	$\circ [S(N) + B_{total} \log_2(N)]$

### 3.4.2.2 Performances Débit/temps de calcul

Dans la figure 3.7, nous comparons les performances de l'algorithme proposé en terme de débit par rapport à l'algorithme optimal de Hughes-Hartogs et à l'algorithme sous-optimal de P.S.Chow. Cette figure confirme bien la "quasi-optimalité" de l'algorithme proposé. En effet, les débits acheminés par l'algorithme proposé sont toujours supérieurs à ceux de l'algorithme de P.S.Chow et se juxtament à ceux de l'algorithme optimal de Hughes-Hartogs.

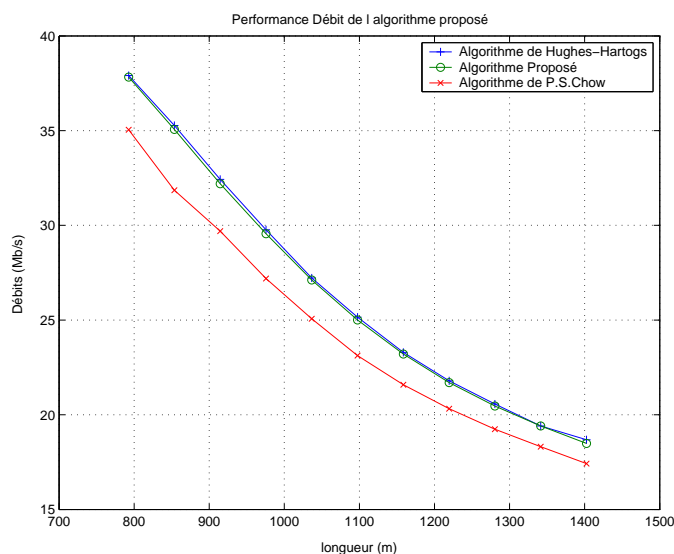


FIG. 3.7 – Performances en débit de l'algorithme "quasi-optimal" proposé

Dans la figure 3.8, nous comparons les performances de l'algorithme proposé en terme de temps de calcul par rapport à l'algorithme de P.S.Chow Simplifié, l'algorithme de P.S.Chow et l'algorithme de Hughes-Hartogs. Cette figure montre que l'algorithme proposé est de même rapidité que l'algorithme de P.S.Chow Simplifié et est bien plus rapide que les deux autres algorithmes.

### 3.5 Algorithme optimal de faible complexité

La non-optimalité de l'algorithme décrit dans la section précédente, vient du fait qu'en moyenne les valeurs de  $\lfloor x \rfloor$  ne sont jamais exactement égales aux valeurs de  $(x - 0.5)$ . Prenons par exemple le cas d'un vecteur aléatoire  $x \in ]0, 1[^{1000}$ . Il est évident que :

$$\lfloor x \rfloor = \underbrace{(0, 0, \dots, 0)}_{1000 \text{ fois}}$$

Les valeurs de  $(x - 0.5)$  sont reportées sur la figure 3.9. Leur moyenne est différente de 0 et est égale à  $-0.0065$ .

Pour remédier à cette imprécision d'approximation, nous introduisons un nouveau paramètre  $\beta$  tel que, pour tout réel  $x$ , en moyenne :

$$\lfloor x \rfloor = x - 0.5 + \beta \tag{3.17}$$

Dans ce cas :

$$\lfloor x \rfloor_2 = \frac{x}{\sqrt{2}} \times 2^\beta$$

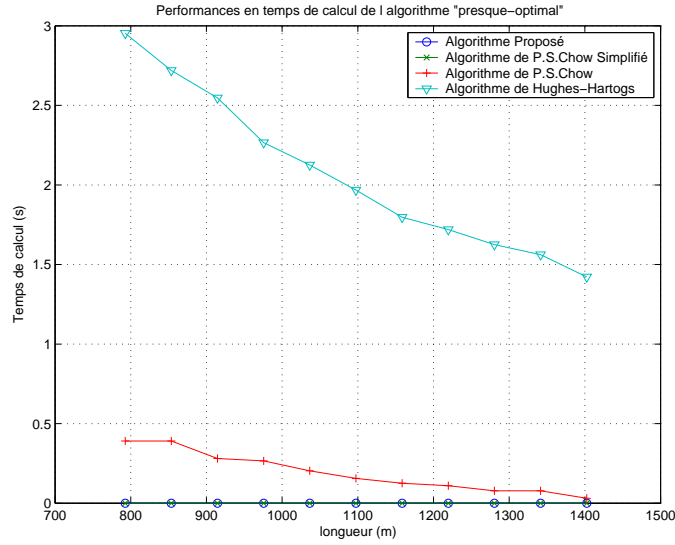


FIG. 3.8 – Performance Temps de calcul de l'algorithme "quasi-optimal" proposé

Si nous posons  $\alpha = 2^\beta$ , on a :

$$[x]_2 = \frac{x}{\sqrt{2}}\alpha \quad (3.18)$$

Compte tenu de cette approximation affinée, l'énergie  $E_n^i$  nécessaire pour transmettre, à l'itération  $n$ , les  $b_n^i$  bits de la porteuse  $i$ , devient :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_n^i &= \left( \sqrt{2} \frac{\gamma_{n+1}}{\gamma_i} \alpha - 1 \right) \gamma_i \\ \Leftrightarrow \tilde{E}_n^i &= \alpha \sqrt{2} \gamma_{n+1} - \gamma_i \end{aligned} \quad (3.19)$$

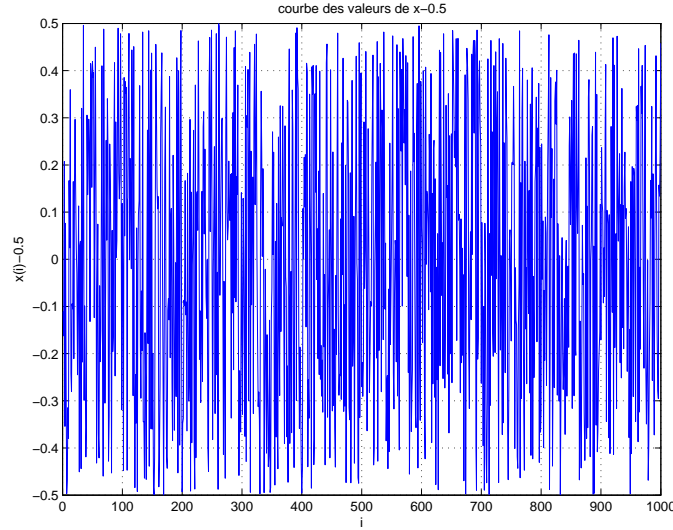
La quantité totale d'énergie à l'itération  $n$ , devient donc :

$$\tilde{E}_n = n\alpha\sqrt{2}\gamma_{n+1} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \quad (3.20)$$

Appelons, encore,  $n^*$  le numéro de l'itération à partir de laquelle l'énergie  $\tilde{E}_n$  dépasse  $P$ . Pour que notre algorithme converge vers un  $n^*$  tel que ( $\tilde{E}_{n^*} = P$ ), nous calculons une nouvelle valeur  $\tilde{\gamma}_{n^*+1}$  de  $\gamma_{n^*+1}$  telle que :

$$\tilde{\gamma}_{n^*+1} = \frac{P + \sum_{i=1}^{n^*} \gamma_i}{n^* \sqrt{2} \alpha} \quad (3.21)$$

Le problème à résoudre est de trouver le bon coefficient correcteur  $\alpha$  qui, grâce au processus de "**remplissage par Gammas croissants**" puis l'équation (3.21), nous donne le couple


 FIG. 3.9 – Courbe des valeurs de  $x - 0.5$ 

$(n^*, \tilde{\gamma}_{n^*+1})$  qui nous ramène à la distribution binaire optimale calculée à partir de l'équation (3.16).

Le coefficient correcteur  $\alpha$  doit minimiser la différence entre l'énergie  $\tilde{E}_{n^*}$  à laquelle converge notre algorithme et l'énergie réelle  $E_{n^*}$  nécessaire pour transmettre les bits  $(\tilde{b}_{n^*}^i)_{1 \leq i \leq n^*}$ .

Pour les valeurs optimales de  $\alpha$  et de  $(n^*, \tilde{\gamma}_{n^*+1})$ , nous avons :  $E_{n^*} = \tilde{E}_{n^*} = P$

D'après (3.12) et (3.20), nous avons :

$$2 \sum_{i=1}^{n^*} \gamma_i \left\lfloor \frac{\tilde{\gamma}_{n^*+1}}{\gamma_i} \right\rfloor_2 - \sum_{i=1}^{n^*} \gamma_i = n^* \alpha \sqrt{2} \tilde{\gamma}_{n^*+1} - \sum_{i=1}^{n^*} \gamma_i$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{\sqrt{2}}{n^* \tilde{\gamma}_{n^*+1}} \sum_{i=1}^{n^*} \gamma_i \left\lfloor \frac{\tilde{\gamma}_{n^*+1}}{\gamma_i} \right\rfloor_2 \quad (3.22)$$

Les résultats de simulation confirment l'unicité de  $\alpha$  qui minimise  $|\tilde{E}_{n^*} - E_{n^*}|$ . La figure 3.10 donne les variations de  $|\tilde{E}_{n^*} - E_{n^*}|$  en fonction des valeurs de  $\alpha$  variant entre  $2^{-0.5}$  et  $2^{+0.5}$  pour une boucle VDSL de longueur 1400m.

Le coefficient  $\alpha$  et le couple  $(n^*, \tilde{\gamma}_{n^*+1})$  sont désormais calculés d'une façon itérative. Nous proposons, en effet, un algorithme simple et efficace qui permet d'affiner, d'une itération à une autre, la valeur de  $\alpha$  qui rapproche de plus en plus  $E_{n^*}$  de  $\tilde{E}_{n^*}$ .

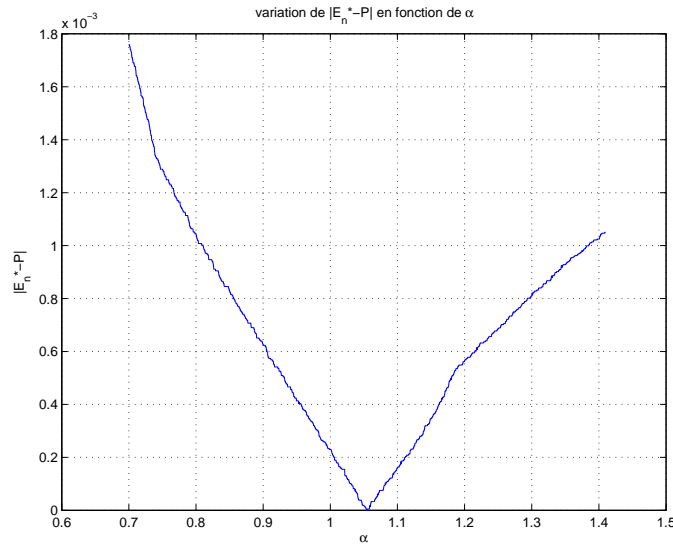


FIG. 3.10 – Variations de  $|\tilde{E}_{n^*} - E_{n^*}|$  en fonction de  $\alpha$

### 3.5.1 Description de l'Algorithme

1. Dans la première itération,
  - (a) Le coefficient  $\alpha$  est initialisé à 1.
  - (b)  $n^*$  est calculé par le processus de "**remplissage par Gammas croissants**" jusqu'à ce que  $\tilde{E}_n$  dépasse  $P$ .
  - (c)  $\tilde{\gamma}_{n^*+1}$  par l'équation (3.21).
2. Dans l'itération  $k \geq 2$ ,
  - (a)  $\alpha$  est calculé à partir de l'équation (3.22) où le couple  $(n^*, \tilde{\gamma}_{n^*+1})$  est celui calculé à l'itération précédente ( $k - 1$ ).
  - (b) La valeur de  $n^*$  est calculée itérativement à partir de la valeur de  $n^*$  de l'itération précédente : nous calculons la nouvelle valeur de  $\tilde{E}_{n^*}$  à partir de l'équation (3.20) avec la nouvelle valeur de  $\alpha$ , si  $\tilde{E}_{n^*}$  est inférieure à  $P$ , on incrémente  $n^*$  d'une unité et nous mettons à jour  $\tilde{E}_{n^*}$ , sinon et si encore  $\tilde{E}_{n^*-1}$  est supérieure à  $P$ , nous décrétons  $n^*$  d'une unité et nous mettons à jour  $\tilde{E}_{n^*}$ , jusqu'à ce qu'on ait  $\tilde{E}_{n^*-1} < P$  et  $\tilde{E}_{n^*} > P$ . Appelons  $N^*iter$ , le nombre des itérations de ce processus de calcul de la nouvelle valeur de  $n^*$ .
  - (c)  $\tilde{\gamma}_{n^*+1}$  est calculée par l'équation (3.21).

### 3.5.2 Algorithme "Optimal" ?

Dans la figure 3.11, nous donnons les valeurs des énergies ( $\tilde{E}_{n^*} = P$ ) auxquelles converge notre algorithme et les énergies exactes  $E_{n^*}$  (calculées à partir de l'équation (3.12) en prenant



$\gamma_{n+1} = \tilde{\gamma}_{n+1}$ ) nécessaires pour transmettre les bits  $(\tilde{b}_{n^*}^i)_{1 \leq i \leq n^*}$  calculés à partir de la formule (3.16), et ce pour différentes valeurs du nombre d'itérations  $k$  et pour différentes longueurs de boucle VDSL. Dans la figure 3.12.a, nous donnons les différences  $|E_{n^*} - \tilde{E}_{n^*}|$  entre ces deux énergies pour différentes valeurs de  $k$ . Et dans la figure 3.12.b, les différences, en valeur absolue, entre  $(E_{n^*})_{dB}$  et  $(\tilde{E}_{n^*})_{dB}$ .

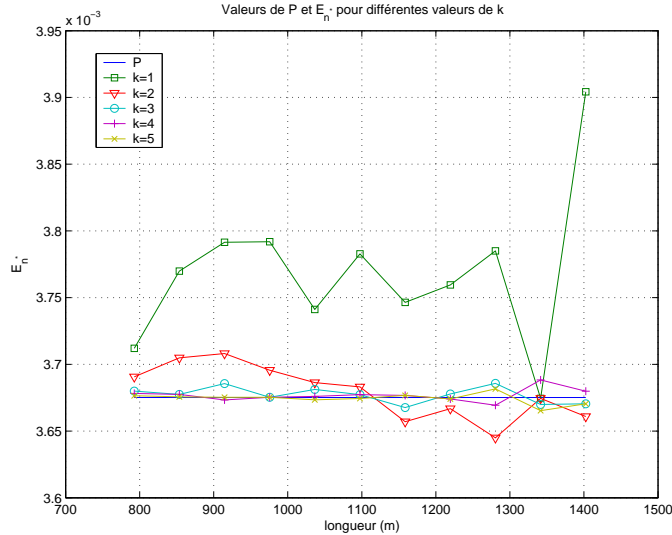


FIG. 3.11 – Valeurs de  $\tilde{E}_{n^*}$  et  $E_{n^*}$  pour différentes valeurs du nombre d'itérations  $k$  et pour différentes longueurs de boucle VDSL

On constate que lorsque  $k$  augmente, les valeurs de  $E_{n^*}$  deviennent de plus en plus proches des valeurs de  $(\tilde{E}_{n^*} = P)$ . La différence entre ces deux quantités devient désormais assez faible à partir de  $(k = 2)$  (inférieure à  $0.05dB$ , c'est à dire à  $0.04\%$  de  $P_{dB} = 12dB$ ), et négligeable à partir de  $(k = 3)$  (inférieure à  $0.0125dB$ , c'est à dire à  $0.01\%$  de  $P_{dB} = 12dB$ ).

Ce résultat est confirmé par les courbes de la figure 3.12. En effet, dans la figure 3.13.a, nous montrons les variations des débits  $\tilde{D}$  autour du débit optimal  $D$  pour différentes valeurs de  $K$  et différentes valeurs de boucle VDSL. Les variations de  $\tilde{D}$  autour de  $D$  sont, en effet, très faibles. La figure 3.13.b montre la différence, en valeur absolue, entre le nombre de bits  $\tilde{b}_{n^*}$  atteint par l'algorithme proposé et le nombre de bits optimal  $b_{opt}$ . Nous remarquons que les variations de  $\tilde{b}_{n^*}$  autour de  $b_{opt}$  sont de plus en plus petites avec le nombre d'itérations  $k$ . La différence entre ces deux quantités est inférieure à 5 bits à partir de  $(k = 3)$  et inférieure à 2 bits à partir de  $(k = 4)$ , voire une déviation moyenne de  $0.032\%$  de  $D$ . D'où l'optimalité de l'algorithme proposé.

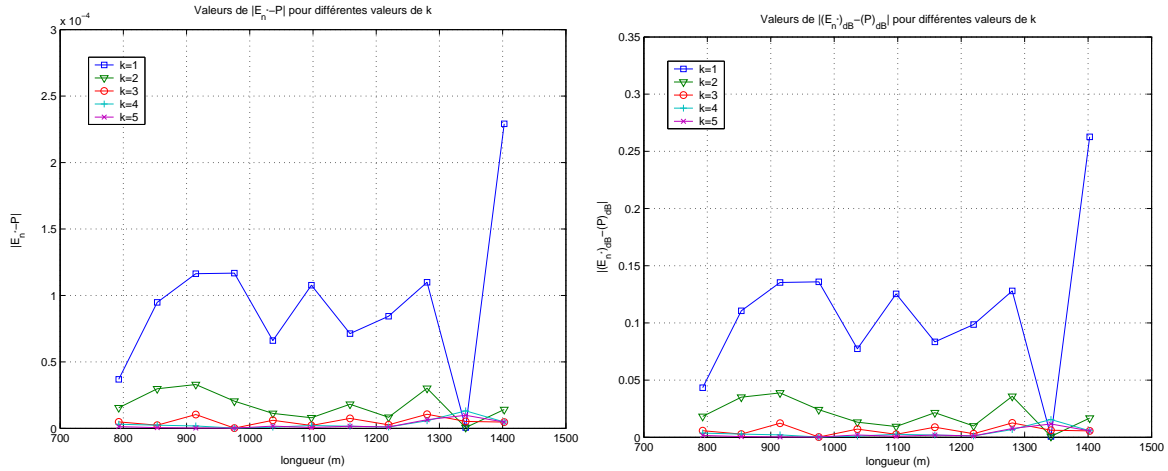


FIG. 3.12 – (a) Valeurs de  $|E_{n^*} - \tilde{E}_{n^*}|$  pour différentes valeurs de  $k$  et différentes longueurs de boucle VDSL. (b) Valeurs de  $|(E_{n^*})_{dB} - (\tilde{E}_{n^*})_{dB}|$

### 3.5.3 Etude des performances

#### 3.5.3.1 Complexité

- La première itération de cet algorithme est l'algorithme "quasi-optimal" proposé dans la section précédente privé du calcul des  $(\tilde{b}_{n^*}^i)_{1 \leq i \leq n^*}$ , sa complexité est donc égale à  $(5n^* + 2)$ .
- dans chaque itération  $k \geq 2$ ,
  - + Le calcul de  $\alpha$  à partir de l'équation (3.22) nécessite une complexité égale à  $(5n^* + 2)$ .
  - + Le calcul de  $n^*$  nécessite, dans le pire des cas, une complexité égale à  $(3 + 9N^*iter)$ .
  - + Le calcul de  $\tilde{\gamma}_{n^*+1}$  (voir équation (3.21)) est d'une complexité égale à 3 seules opérations.
- Le calcul du nombre de bits  $\tilde{b}_{n^*}^i$  à transmettre par porteuse  $i \in \{1, 2, \dots, n^*\}$  (voir équation (3.16)) est de complexité  $4n^*$ .

La complexité de l'algorithme optimal proposé est, donc, égale à  $[9n^* + (5n^* + 9N^*iter + 8)k + 2]$ .

Dans la pratique  $N^*iter$  ne dépasse pas 7, et comme prouvé ci-dessus,  $k = 4$  est largement suffisant pour assurer l'optimalité de l'algorithme proposé. La complexité de ce dernier devient donc égale à  $[S(N) + 29n^* + 286]$ .

Dans la table 3.5, nous comparons la complexité de l'algorithme proposé à celle de l'algorithme "quasi-optimal" et des algorithmes de P.S.Chow simplifié, de P.S.Chow et de Hughes-Hartogs. Nous remarquons que l'algorithme proposé est moins complexe que les deux algorithmes de P.S.Chow et de Hughes-Hartogs. Il est presque de même complexité que l'algorithme "quasi-optimal" proposé dans la section précédente et l'algorithme de P.S.Chow Simplifié, tout en offrant l'avantage d'être optimal.

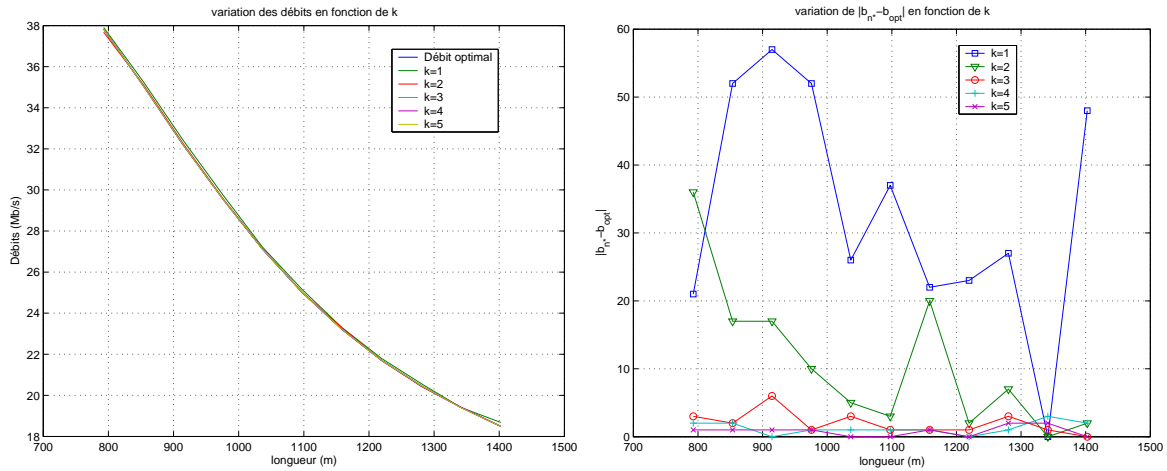


FIG. 3.13 – (a) Valeurs des débits  $\tilde{D}$  pour différentes valeurs de  $k$  et différentes longueurs de boucle VDSL. (b) Variation de  $|b_{n^*} - b_{opt}|$  en fonction de  $k$

TAB. 3.5 – Comparaison de la complexité de l'algorithme proposé à celle de l'algorithme "quasi-optimal" et des algorithmes de P.S.Chow simplifié, de P.S.Chow et de Hughes-Hartogs

Algorithme proposé	$S(N) + 29n^* + 286$
Algorithme "quasi-optimal"	$S(N) + 9n^* + 2$
P.S.Chow simplifié	$S(N) + 2N + 6N_1 + 10N_2 + 6$
P.S.Chow	$\circ [S(N) + (N_1 + N_2)^2]$
Hughes-Hartogs	$\circ [S(N) + B_{total} \log_2(N)]$

### 3.5.3.2 Performances Débit/temps de calcul

Dans la figure 3.14, nous comparons les performances de l'algorithme proposé, avec un nombre d'itérations ( $k = 4$ ), en terme de débit par rapport à l'algorithme optimal de Hughes-Hartogs et à l'algorithme sous-optimal de P.S.Chow. Les débits acheminés par l'algorithme proposé collent aux débits optimaux de Hughes-Hartogs et sont toujours supérieurs à ceux de l'algorithme de P.S.Chow.

Dans la figure 3.15, nous comparons les performances de l'algorithme proposé en terme de temps de calcul par rapport à l'algorithme "quasi-optimal", l'algorithme de P.S.Chow Simplifié et l'algorithme de P.S.Chow. Cette figure montre que l'algorithme proposé est beaucoup plus rapide que l'algorithme de P.S.Chow et donc plus rapide que l'algorithme de Hughes-Hartogs. Il est légèrement moins rapide que l'algorithme "quasi-optimal" et l'algorithme de P.S.Chow Simplifié.

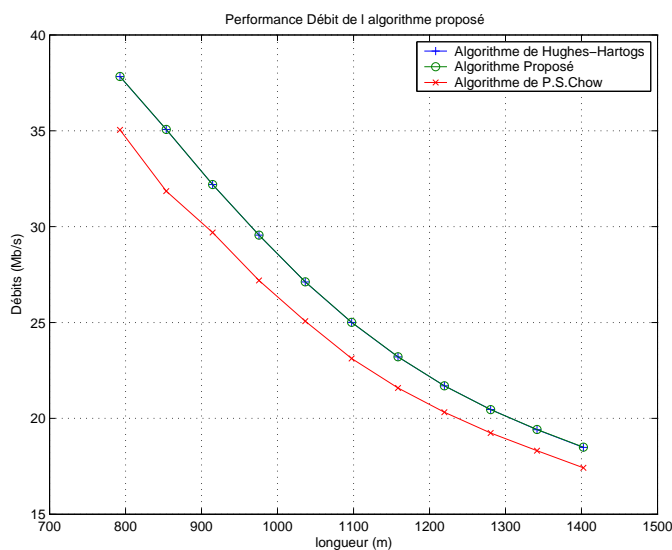


FIG. 3.14 – Performance Débit de l'algorithme optimal proposé

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un algorithme optimal d'allocation binaire de type RA et de très faible complexité  $\mathcal{O}(N)$ . Cet algorithme a été accompagné par une version "quasi-optimale" de moindre complexité. Il s'agissait d'un processus simple de "remplissage par Gammas croissants" qui nous a ramené à la distribution optimale d'énergie entre les porteuses.

Après une mise en équation de la condition d'optimalité des algorithmes d'allocation binaire de type RA, nous avons expliqué le principe de l'algorithme de Hughes-Hartogs avec une illustration à 8 porteuses. Nous avons, ensuite, prouvé que le processus de Hughes-Hartogs est équivalent à un processus plus simple de "remplissage par Gammas croissants" qui nous ramène à la distribution optimale d'énergie entre les porteuses. Après, nous avons proposé un algorithme d'allocation binaire "quasi-optimal" de type RA et de très faible complexité  $\mathcal{O}(N)$ . Pour finir par une version optimale de complexité linéaire  $\mathcal{O}(N)$  mais légèrement supérieure à celle de l'algorithme "quasi-optimal".

Dans un algorithme d'allocation binaire, des marges de bruit identiques sont associées à toutes les porteuses. Or, une ligne DSL peut transporter plusieurs flux à la fois. Ainsi, sommes-nous obligés de transmettre des flux différents avec la même marge de bruit, bien que, certains services privilégiés, telle que la Télévision Numérique, nécessitent une plus grande marge de bruit que d'autres services non privilégiés transmis simultanément, telle qu'Internet. Dans le chapitre suivant, nous présentons une méthode d'attribution de marges de bruit distinctes aux différents flux d'une même ligne DSL.

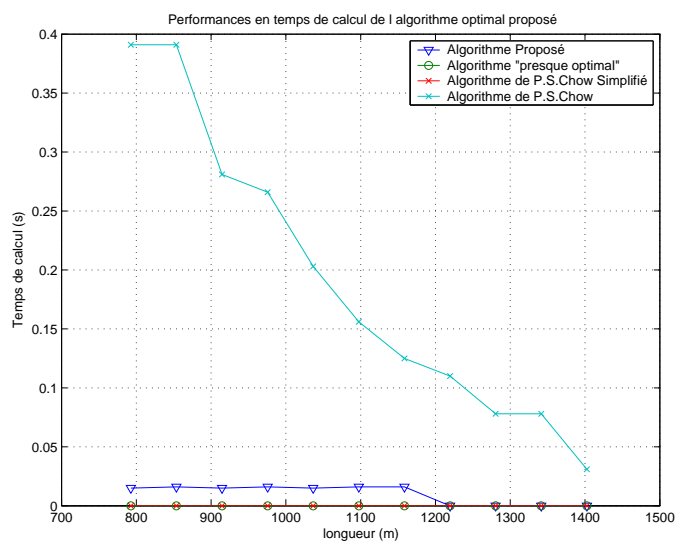


FIG. 3.15 – Performance Temps de calcul de l'algorithme optimal proposé

## Chapitre 4

# Méthode d'attribution de QOS différentes aux flux d'une même liaison DSL

Dans les algorithmes d'allocation binaire, des marges de bruit différentes peuvent être allouées aux différentes porteuses d'une liaison à modulation DMT, et ce sous la contrainte que la marge de bruit de chaque porteuse soit préalablement connue. Or dans une liaison DSL à plusieurs flux (voir figure 4.1), on ne peut pas connaître, à priori, le flux auquel sera associée chaque porteuse. Ainsi, sommes-nous obligés d'associer des marges de bruit identiques à toutes les porteuses. Les différents flux de la liaison DSL sont, par conséquent, transmis avec la même marge de bruit.

Or, certains services, telle que la Télévision Numérique, nécessitent une plus grande marge de bruit que d'autres services transmis simultanément, telle qu'Internet.

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode d'attribution de marges de bruit distinctes aux différents flux d'une liaison DSL sans connaissance préalable des porteuses qui seront associées à chaque flux. Les flux sont divisés en deux catégories : les flux privilégiés et les flux non privilégiés. Nous associons aux flux privilégiés des marges de bruit supérieures à celles associées aux flux non privilégiés.

Ainsi, la première section est destinée à présenter le multiplexage des flux dans les liaisons DSL, et plus précisément l'ADSL. Ensuite, l'insuffisance de l'entrelacement, comme étant la plus importante technique utilisée pour privilégier des flux par rapport à d'autres, fera l'objet de la deuxième section. Nous décrivons, dans la troisième section, la technique proposée pour optimiser les performances débit de tous les flux, après avoir augmenté les marges de bruit des flux privilégiés. La quatrième section, aborde une optimisation conjointe des performances débit/marge de bruit de tous les flux. Des résultats de simulations d'une transmission VDSL sur paires de cuivre torsadées sont présentés.

## 4.1 Multiplexage de plusieurs flux xDSL

Comme le montre la figure 4.1 qui représente les différents modules d'une chaîne de transmission ADSL, ce système peut véhiculer sept canaux : quatre canaux unidirectionnels à haut débit (notés  $AS_0, AS_1, AS_2, AS_3$ ) et trois canaux bidirectionnels à bas débit ( $LS_0, LS_1, LS_2$ ). Plusieurs services peuvent donc être offerts simultanément, sous la contrainte que la somme des débits n'excède pas la capacité de la liaison.

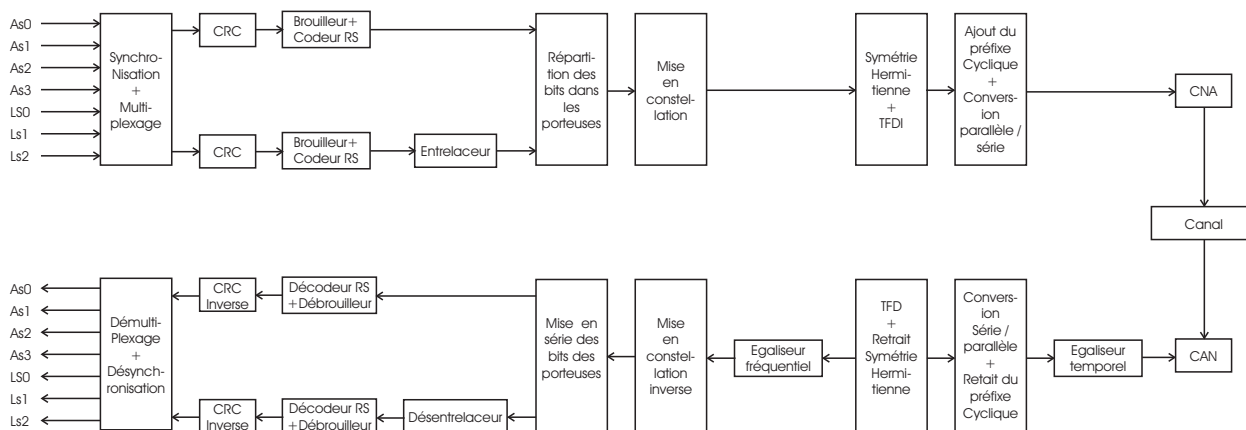


FIG. 4.1 – Chaîne de transmission ADSL

### 4.1.1 Modes Fast et Interleaved

Les flux sont synchronisés au débit symbole DMT (4 KHz) et peuvent être multiplexés dans deux mémoires tampons différentes : le Fast buffer et l'Interleaved buffer. Ce qui distingue l'Interleaved buffer du Fast buffer, c'est que dans le premier, les données sont entrelacées ce qui permet de corriger davantage les erreurs de transmission, mais au détriment d'un retard. Il est à noter que chaque flux de transmission n'est affecté qu'à un seul des deux buffers.

### 4.1.2 Organisation des données dans la trame

Avant le module "répartition des bits dans les porteuses" de la chaîne de la figure 4.1, les données sont organisées en trames (voir figure 4.2). Les trames sont constituées de deux parties : la première partie contient les données du Fast buffer et la deuxième celles de l'Interleaved buffer. Comme le montre la figure 4.2, chaque partie est composée des octets utiles d'information des canaux unidirectionnels à haut débit  $AS_0, AS_1, AS_2, AS_3$  et des canaux bidirectionnels à bas débit  $LS_0, LS_1, LS_2$ , et de divers octets servant au contrôle, à la gestion, à la maintenance du système et au codage. Notons que dans une même trame, les octets utiles d'information de chaque flux sont regroupés et se succèdent.

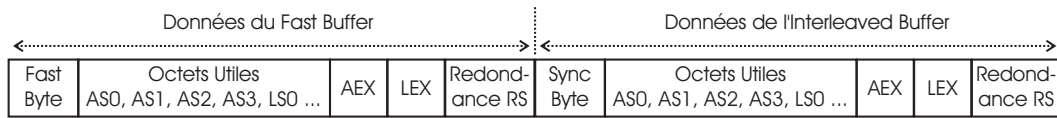


FIG. 4.2 – Structure d'une trame

### 4.1.3 Allocation binaire

Le processus d'allocation binaire fait partie du module "répartition des bits dans les porteuses" de la chaîne de la figure 4.1.

Dans ce processus, nous nous intéressons aux algorithmes de type *RA*. Ces algorithmes répartissent la puissance d'émission et les bits entre les porteuses en fonction de leurs *RSBNs* sous la contrainte d'une marge de bruit  $\gamma_m$  et d'un taux d'erreur binaire  $P_e$  fixés. Notons que plus importante est la marge de bruit, plus robuste est le système aux différentes perturbations, et meilleure est la qualité de service.

## 4.2 Insuffisance de l'entrelacement pour augmenter la QOS des flux

Compte tenu de la technique de Multiplexage des flux xDSL expliquée dans la section précédente, les marges de bruit des différents flux attribués aux deux buffers (Fast et Interleaved) sont identiques. De ce fait, nous n'avons la possibilité de privilégier certains flux par rapport à d'autres que par leur appartenance à l'Interleaved buffer. Ce critère est, en effet, non pertinent du fait qu'il est non conforme aux contraintes temps-réel de plusieurs flux xDSL.

Dans cette section nous proposons une méthode d'attribution de marges de bruit distinctes aux flux d'une liaison xDSL indépendamment de leur appartenance aux Fast ou Interleaved buffers.

Les flux sont divisés en deux catégories : les flux privilégiés et les flux non privilégiés. Dans ce qui suit, nous associons l'indice  $i$  aux flux privilégiés et l'indice  $j$  aux flux non privilégiés. Soit  $M$  le nombre des flux privilégiés et  $K$  le nombre des flux non privilégiés.

Nous associons à chaque flux un débit à garantir. Ce débit est noté  $R_i$  pour un flux privilégié  $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ , et  $D_j$  pour un flux non privilégié  $j \in \{1, 2, \dots, K\}$ .

La méthode proposée consiste, tout d'abord, à fixer des marges de bruit pertinentes pour les flux à forte QOS, les flux à faible QOS gardent leur faible marge de bruit. Ensuite, les débits  $R_i$  sont attribués aux flux privilégiés et les débits  $D_j$  aux flux non privilégiés. La capacité du canal restante  $C_r$  est destinée dans une première configuration à maximiser les débits des flux (section 4.3), et dans une deuxième configuration à optimiser conjointement leurs couples marges de bruit/débits (section 4.4).



### 4.3 Attribution de QOS différentes aux flux et augmentation des débits

En utilisant un algorithme d'allocation binaire classique, l'augmentation de la marge de bruit des flux privilégiés est nécessairement accompagnée par la même augmentation de marge de bruit pour les flux non privilégiés. La méthode proposée permet d'attribuer des marges de bruit supérieures uniquement aux porteuses qui sont associées aux flux privilégiés, les flux non privilégiés gardent leur faible marge de bruit. Les performances en terme de débit atteintes par cette méthode sont, ainsi, supérieures aux performances obtenues en appliquant la même marge de bruit augmentée sur toutes les porteuses.

Dans cette première configuration, après l'attribution des débits  $R_i$  aux flux privilégiés et les débits  $D_j$  aux flux non privilégiés, la capacité du canal restante  $C_r$  est destinée à maximiser davantage les débits de ces flux. Deux options sont proposées :

- Augmentation des débits des flux non privilégiés jusqu'à atteindre la capacité du canal.
- Augmentation des débits de tous les flux jusqu'à atteindre la capacité du canal.

Pour réaliser ceci, deux algorithmes sont proposés : un algorithme par incrémentation de débit, et un deuxième algorithme par dichotomies successives.

#### 4.3.1 Algorithme par incrémentation de débits

1. On fixe, pour chaque flux  $k$ , une marge de bruit  $\gamma_m^k$  jugée pertinente (grande pour les flux à fort QOS et faible pour les flux à faible QOS) et on lui attribue un débit à garantir ( $R_i$  pour un flux privilégié  $i$  et  $D_j$  pour un flux non privilégié  $j$ ). Appelons  $N_f$  le nombre total des flux.
2. Pour optimiser le problème, on classe les flux dans la trame selon leurs marges de bruit croissantes, et les porteuses selon leurs RSBNs croissants. La figure 4.3 donne un exemple d'attribution de porteuses, classées selon leurs RSBNs croissants, à deux flux  $F_1$  et  $F_2$ .  $F_1$  étant un flux à grande marge de bruit et  $F_2$  à faible marge de bruit. Dans la figure 4.3.a, le flux  $F_1$  est classé avant  $F_2$  dans la trame, et dans la figure 4.3.b, le flux  $F_2$  est le premier classé dans la trame. Le deuxième cas de figure est meilleur, du fait qu'il optimise l'allocation des porteuses aux flux. En effet, les porteuses à faibles RSBNs associées au flux  $F_1$ , lorsque ce dernier vient avant  $F_2$ , sont inexploitées, alors qu'associées à  $F_2$  elles peuvent véhiculer de l'information.
3. On applique un algorithme classique d'allocation binaire de type RA et on sélectionne les porteuses à nombre de bits strictement positif qu'on appellera "porteuses utiles". Afin de sélectionner le maximum de porteuses utiles, l'algorithme d'allocation binaire est réalisé avec une marge de bruit  $\gamma_m$ , appliquée à toutes les porteuses, et est égale à la valeur minimale des marges de bruit de tous les flux :

$$\gamma_m = \min_{1 \leq k \leq M+K} \gamma_m^k \quad (4.1)$$

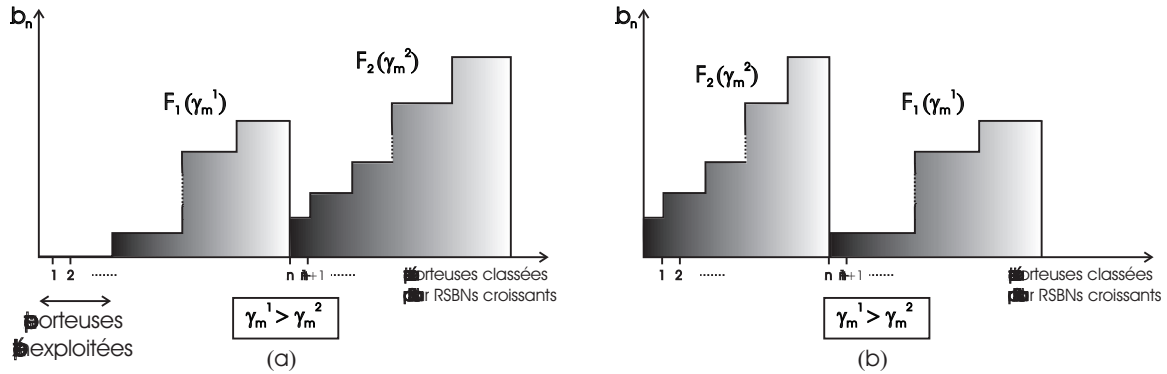


FIG. 4.3 – Classement des porteuses par RSBNs croissants et des flux par marges de bruit croissantes

Appelons  $N_c$  le nombre de porteuses utiles sélectionnées.

4. On traite les flux selon leur nouvel ordre dans la trame, c'est à dire selon leurs marges de bruit croissantes. Pour chaque flux  $k$ , on calcule le nombre  $N_k$  de porteuses qui permettent de transmettre son débit à garantir. Les porteuses de chaque flux sont, ainsi, identifiées car elles se succèdent. Les valeurs des  $(N_k)_{1 \leq k \leq M+K}$  sont calculées par le processus suivant :

- (a)  $\Delta = 0$ .
- (b)  $k = 1$ .
- (c)
  - i. Si on est dans le cas de la première option (maximisation des débits des flux non privilégiés), on augmente le débit  $D_j$  de chaque flux non privilégié  $j$  d'une quantité  $\Delta D_j$  (4.2) égale au produit d'une pondération du débit du flux  $j$  par rapport aux débits de tous les autres flux non privilégiés, et d'une incrémentation fixe en débit  $RateInc$ .

$$\Delta D_j = \left( \frac{D_j}{\sum_{l=1}^K D_l} \right) (\Delta \times RateInc) \quad (4.2)$$

- ii. Si on est dans le cas de la deuxième option (maximisation des débits de tous les flux), on augmente le débit  $R_i$  de chaque flux privilégié  $i$  d'une quantité  $\Delta R_i$  égale à :

$$\Delta R_i = \left( \frac{R_i}{\sum_{l=1}^K D_j + \sum_{l=1}^M R_i} \right) (\Delta \times RateInc) \quad (4.3)$$

et le débit  $D_j$  de chaque flux non privilégié  $j$  d'une quantité  $\Delta D_j$  égale à :

$$\Delta D_j = \left( \frac{D_j}{\sum_{l=1}^K D_l + \sum_{l=1}^M R_l} \right) (\Delta \times RateInc) \quad (4.4)$$

(d)  $p = 1$ .

(e) On calcule à partir de la capacité de Shannon (4.5), pour la porteuse  $(p + \sum_{i=1}^{k-1} N_i)$  (resp. pour la porteuse  $p$  dans le cas où  $k = 1$ ), le nombre de bits  $b_p$  que peut transmettre le masque de DSP ( $Mask_p$ ) de cette porteuse en fonction du Gap  $\Gamma_k$  (4.6) associé au flux courant  $k$ .

$$b_p = \left\lfloor \log_2 \left( 1 + Mask_p \frac{RSBN_p}{\Gamma_k} \right) \right\rfloor \quad (4.5)$$

Où :

$$\Gamma_k = \Gamma_0(P_e^k) - \gamma_c + \gamma_m^k \quad (4.6)$$

où  $\Gamma_0$  est le Gap du système non codé et sans marge de bruit.  $\Gamma_0$  dépend de la probabilité d'erreur  $P_e^k$  du flux  $k$  et est égale à  $9.8dB$  pour une  $P_e = 10^{-7}$ .  $\gamma_c$  est le gain de codage et  $\gamma_m^k$  est la marge de bruit associée au flux  $k$  [FAB01].

- (f) Si le débit associé au flux  $k$  n'est pas atteint et si  $(p + 1) \leq N_c$ , on revient à l'étape (e) en associant la porteuse suivante ( $p \leftarrow p + 1$ ) à ce flux.
- (g) Si le débit associé au flux  $k$  n'est pas atteint et que  $(p + 1) > N_c$ , on arrête le processus en gardant les débits  $(R_i)_{1 \leq i \leq M}$  et  $(D_j)_{1 \leq j \leq K}$  et la distribution  $(N_k)_{1 \leq k \leq M+K}$  dernièrement mémorisés à l'étape (i).
- (h) Si le débit associé au flux  $k$  est atteint et si  $k < N_f$ , on affecte au nombre de porteuses associées au flux  $k$  la valeur  $N_k = p$ , on passe au flux suivant ( $k \leftarrow k + 1$ ) et on revient à l'étape (d).
- (i) Si le débit associé au flux  $k$  est atteint et que  $k = N_f$ , on affecte au nombre de porteuses associées au flux  $k$  la valeur  $N_k = p$ , on mémorise les débits  $(R_i)_{1 \leq i \leq M}$  et  $(D_j)_{1 \leq j \leq K}$  et la distribution  $(N_k)_{1 \leq k \leq M+K}$ , on incrémente  $\Delta$  d'une unité et on revient à l'étape (b).

### 4.3.2 Algorithme par dichotomies successives

1. On fixe, pour chaque flux  $k$ , une marge de bruit  $\gamma_m^k$  jugée pertinente (grande pour les flux à fort QOS et faible pour les flux à faible QOS) et on lui attribue un débit à garantir ( $R_i$  pour un flux privilégié  $i$  et  $D_j$  pour un flux non privilégié  $j$ ).
2. On classe les flux dans la trame selon leurs marges de bruit croissantes, et les porteuses selon leurs RSBNs croissants.

3. On applique un algorithme classique d'allocation binaire de type RA et on sélectionne les porteuses utiles. La marge de bruit  $\gamma_m$  de toutes les porteuses étant égale à la valeur minimale des marges de bruit de tous les flux :

$$\gamma_m = \min_{1 \leq k \leq M+K} \gamma_m^k$$

Appelons  $N_c$  le nombre de porteuses utiles sélectionnées.

4. On détermine par dichotomies successives les débits  $(\Delta R_i)_{1 \leq i \leq M}$  et  $(\Delta D_j)_{1 \leq j \leq K}$  à rajouter aux débits à garantir des flux tels que la somme  $(\sum_{i=1}^k N_i)$  soit égale au nombre  $N_c$  de porteuses utiles. Pour initialiser cette procédure on fixe une borne supérieure  $C_{sup}$  et une borne inférieure  $C_{inf}$  pour la somme maximale des débits de tous les flux.

$$C_{inf} = \sum_{i=1}^M R_i + \sum_{j=1}^K D_j \quad (4.7)$$

$$C_{sup} = C_{\gamma_m} \quad (4.8)$$

Où  $C_{\gamma_m}$  est la capacité de la liaison lorsque la marge de bruit  $\gamma_m$  spécifiée dans l'équation (4.1) est appliquée à toutes les porteuses.

5. On transmet au débit  $C_{moy}$ , tel que :

$$C_{moy} = \frac{C_{inf} + C_{sup}}{2} \quad (4.9)$$

- (a) Si on est dans le cas de la première option (maximisation des débits des flux non privilégiés), on augmente le débit de chaque flux non privilégié  $j$  d'une quantité  $\Delta D_j$  égale à :

$$\Delta D_j = \left( \frac{D_j}{\sum_{j=1}^K D_j} \right) (C_{moy} - C_{inf}) \quad (4.10)$$

- (b) Si on est dans le cas de la deuxième option (maximisation des débits de tous les flux), on augmente le débit de chaque flux privilégié  $i$  d'une quantité  $\Delta R_i$  égale à :

$$\Delta R_i = \left( \frac{R_i}{\sum_{j=1}^K D_j + \sum_{i=1}^M R_i} \right) (C_{moy} - C_{inf}) \quad (4.11)$$

Et on augmente le débit de chaque flux non privilégié  $j$  d'une quantité  $\Delta D_j$  égale à :

$$\Delta D_j = \left( \frac{D_j}{\sum_{j=1}^K D_j + \sum_{i=1}^M R_i} \right) (C_{moy} - C_{inf}) \quad (4.12)$$

6. On traite les flux selon leur nouvel ordre dans la trame, c'est à dire selon leurs marges de bruit croissantes. Pour chaque flux  $k$ , on calcule le nombre  $N_k$  de porteuses qui permettent de transmettre son débit  $(R_k + \Delta R_k)$  dans le cas d'un flux privilégié, et  $(D_k + \Delta D_k)$  dans le cas d'un flux non privilégié.

(a)  $k = 1$ .

(b)  $p = 1$ .

(c) On calcule à partir de la capacité de Shannon (4.5), pour la porteuse  $(p + \sum_{i=1}^{k-1} N_i)$  (resp. pour la porteuse  $p$  dans le cas où  $k = 1$ ), le nombre de bits  $b_p$  que peut transmettre le masque de DSP ( $Mask_p$ ) de cette porteuse en fonction du Gap  $\Gamma_k$  (4.6) associé au flux courant  $k$ .

(d) Si le débit associé au flux  $k$  n'est pas atteint et si  $(p + 1) \leq N_c$ , on revient à l'étape (6.c) en associant la porteuse suivante ( $p \leftarrow p + 1$ ) à ce flux.

(e) Si le débit associé au flux  $k$  n'est pas atteint et que  $(p + 1) > N_c$ ,  $C_{sup}$  prend la valeur de  $C_{moy}$ , et on revient à l'étape (5).

(f) Si le débit associé au flux  $k$  est atteint et si  $k < N_f$ , on affecte au nombre de porteuses associées au flux  $k$  la valeur  $N_k = p$ , on passe au flux suivant ( $k \leftarrow k + 1$ ) et on revient à l'étape (6.b).

(g) Si le débit associé au flux  $k$  est atteint et que  $k = N_f$ , on affecte au nombre de porteuses associées au flux  $k$  la valeur  $N_k = p$ .

i. Si  $N_c - (\sum_{i=1}^k N_i) \geq n_0$ , où  $n_0$  est un faible entier naturel,  $C_{inf}$  prend la valeur de  $C_{moy}$ , et on revient à l'étape (5).

ii. Si non, on arrête le processus et on garde les débits  $(R_i)_{1 \leq i \leq M}$  et  $(D_j)_{1 \leq j \leq K}$  et la distribution  $(N_k)_{1 \leq k \leq M+K}$  obtenus.

### 4.3.3 Résultats de Simulations

Pour montrer les performances de la méthode proposée ci-dessus, nous nous plaçons dans le cas d'une liaison VDSL à deux flux : un flux Internet avec un débit à garantir  $D = 2\text{Mb/s}$  et un flux TV avec un débit à garantir  $R = 6\text{Mb/s}$ . La marge de bruit du flux internet est  $\gamma_1 = 6\text{dB}$ , tandis que la marge de bruit jugée pertinente pour le flux TV est  $\gamma_2 = 15\text{dB}$ .

Nous nous plaçons dans le cas du modèle A de bruit ETSI ([ETSIv206], [ETSIv203]) avec un nombre de self-perturbateurs égal à 4.

La figure 4.4 montre le débit global de la liaison lorsque la marge de bruit  $\gamma_1$  est appliquée à toutes les porteuses (courbe bleue), lorsque la marge de bruit  $\gamma_2$  est appliquée à toutes les porteuses (courbe verte) et lorsque la première option de la méthode proposée est considérée (courbe rouge où le flux Internet est à 6dB, le flux TV est à 15dB et le débit du flux internet est maximisé), et ce pour différentes longueurs de la boucle VDSL.

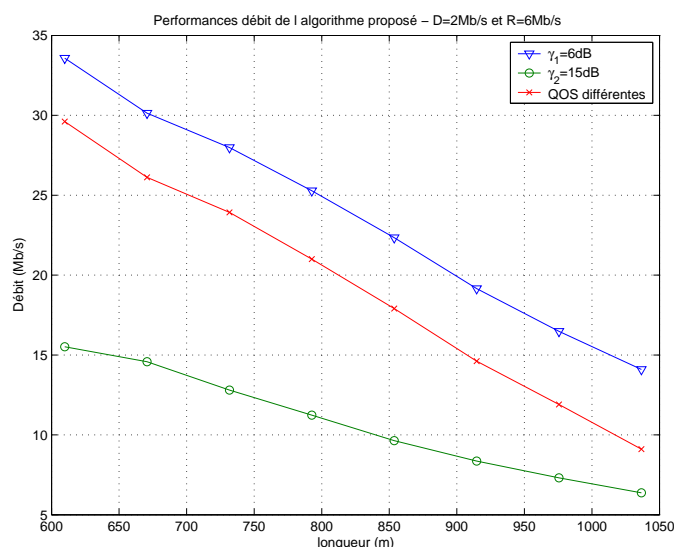


FIG. 4.4 – Performances débit de l'algorithme proposé pour  $D = 2\text{Mb/s}$  et  $R = 6\text{Mb/s}$

Le gain en débit par rapport au cas où la marge de bruit  $\gamma_2 = 15\text{dB}$  est appliquée à toutes les porteuses, est indéniable pour toutes les longueurs. Pour les deux dernières longueurs (975m et 1036m) il est impossible par un algorithme classique d'allocation binaire d'émettre à 15dB Internet et TV simultanément. En effet, les capacités de la liaison sont respectivement égales à 7.308 Mb/s et 6.376 Mb/s. Grâce à la méthode proposée avec un flux TV à 15dB de marge de bruit et un flux Internet à seulement 6dB de marge, nous transmettons, pour la première longueur, le flux TV à 6 Mb/s et le flux Internet à 5.9 Mb/s, et pour la deuxième longueur, le flux TV à 6 Mb/s et le flux Internet à 3.104 Mb/s.

La figure 4.5 montre l'importance du classement des flux dans la trame. La courbe bleue est associée au cas où le flux Internet vient avant le flux TV dans la trame et la courbe verte au cas où le flux TV est le premier classé dans la trame. Bien que ces deux cas de figure donnent des débits supérieurs au cas où la marge de bruit  $\gamma_2$  est appliquée à toutes les porteuses (courbe rouge), le classement des flux par marges de bruit croissantes se veut bien meilleur.

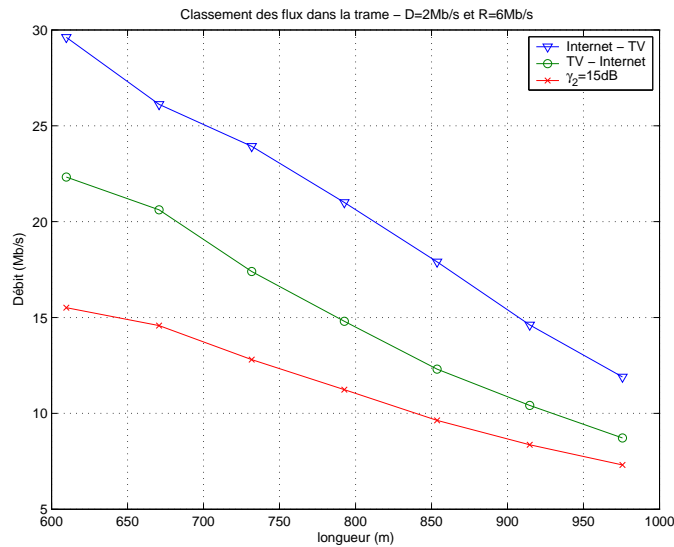


FIG. 4.5 – Importance du classement des flux dans la trame pour  $D = 2\text{Mb/s}$  et  $R = 6\text{Mb/s}$

#### 4.4 Attribution de QOS différentes aux flux et optimisation débit/marge de bruit

Dans cette deuxième configuration, une fois les marges de bruit  $\gamma_m^i$  des flux privilégiés  $i \in \{1, 2, \dots, M\}$  fixées à des valeurs supérieures à celles des flux non privilégiés et les débits à garantir attribués à tous les flux, la capacité du canal restante  $C_r$  est destinée à maximiser les marges de bruit des flux privilégiés. Ci-dessous sont présentés deux algorithmes de maximisation des marges de bruit de ces flux : un algorithme par incrémentation de marges et un algorithme par dichotomies successives.

Ce processus est sous-optimal. La figure 4.6 est un exemple d'attribution de porteuses, classées selon leurs RSBNs croissants, à trois flux  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$  associés à des marges de bruit respectivement supérieures.  $F_1$  est un flux non privilégié,  $F_2$  et  $F_3$  sont des flux privilégiés. Dans le processus décrit ci-dessus, nous commençons par attribuer au flux  $F_1$  son débit à garantir  $D_1$ , ceci correspond au premier bloc de la figure 4.6. Ensuite, en utilisant l'un des deux algorithmes d'augmentation des marges, la capacité  $C_r$  est destinée à augmenter au maximum la marge de bruit de  $F_2$  pour atteindre  $\gamma_m^2$  et celle de  $F_3$  pour atteindre  $\gamma_m^3$ . A  $\gamma_m^2$ , le flux  $F_2$  ne peut rien émettre dans les premières porteuses qui lui sont attribuées (partie orange de la figure 4.6). De même, à  $\gamma_m^3$ ,  $F_3$  ne peut rien émettre dans les premières porteuses qui lui sont attribuées (partie bleue de la figure 4.6). Bien que ces porteuses sont non exploitées,  $\gamma_m^2$  et  $\gamma_m^3$  ne peuvent plus être augmentées davantage.

Pour optimiser le problème, nous proposons de "pousser" les porteuses des flux privilégiés de plus en plus vers les grands RSBNs. Ceci augmente, certes, le nombre des porteuses non exploitées du premier flux privilégié au détriment du nombre des porteuses non exploitées du

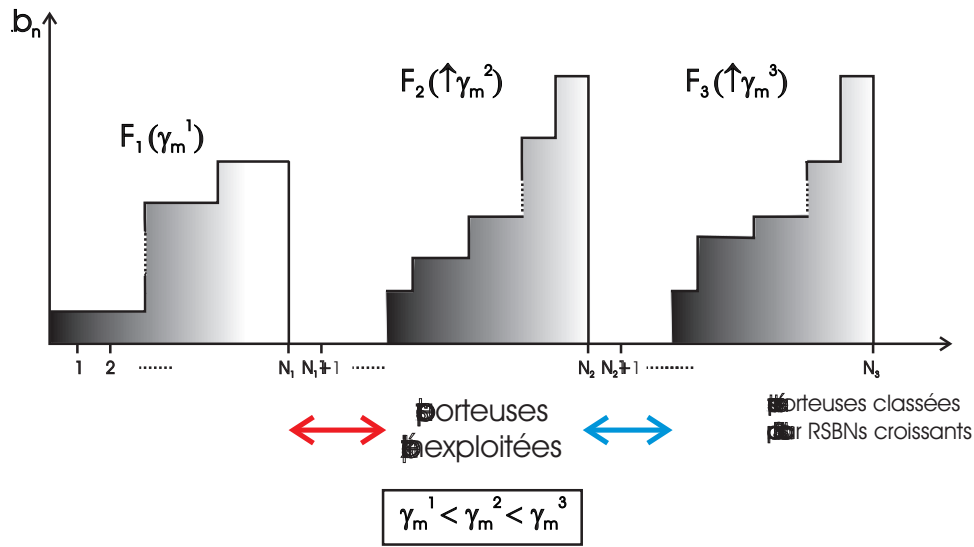


FIG. 4.6 – Sous-optimalité du processus d'augmentation des marges de bruit des flux privilégiés

reste des flux privilégiés. Nous nous retrouvons, finalement, avec un premier flux privilégié à grand nombre de porteuses non exploitées (partie orange de la figure 4.7), et le reste des flux privilégiés sans porteuses non exploitées. Ces porteuses sont facilement allouées aux flux non privilégiés afin d'augmenter davantage leurs débits (bloc jaune de la figure 4.7). D'où l'appellation d'Optimisation des performances débit/marge de bruit : les marges de bruit des flux privilégiés sont augmentées au maximum, et pour ces marges de bruit, les débits des flux non privilégiés sont les plus grands possibles.

Pour réaliser ce processus, nous procédons en deux étapes essentielles. Dans la première étape, nous appliquons un algorithme d'augmentation des marges de bruit des flux privilégiés. Et pour les marges de bruit maximales obtenues, nous appliquons dans la deuxième étape l'un des deux algorithmes d'augmentation des débits des flux non privilégiés expliqués dans la section 3.3.

#### 4.4.1 Algorithme d'augmentation des marges de bruit par incrémentation de marge

1. On fixe, pour chaque flux  $k$ , une marge de bruit  $\gamma_m^k$  jugée pertinente (grande pour les flux à fort QOS et faible pour les flux à faible QOS) et on lui attribue un débit à garantir ( $R_i$  pour un flux privilégié  $i$  et  $D_j$  pour un flux non privilégié  $j$ ).
2. On classe les flux dans la trame selon leurs marges de bruit croissantes, et les porteuses selon leurs RSBNs croissants.
3. On applique un algorithme classique d'allocation binaire de type RA et on sélectionne les porteuses utiles. La marge de bruit  $\gamma_m$  de toutes les porteuses étant égale à la valeur



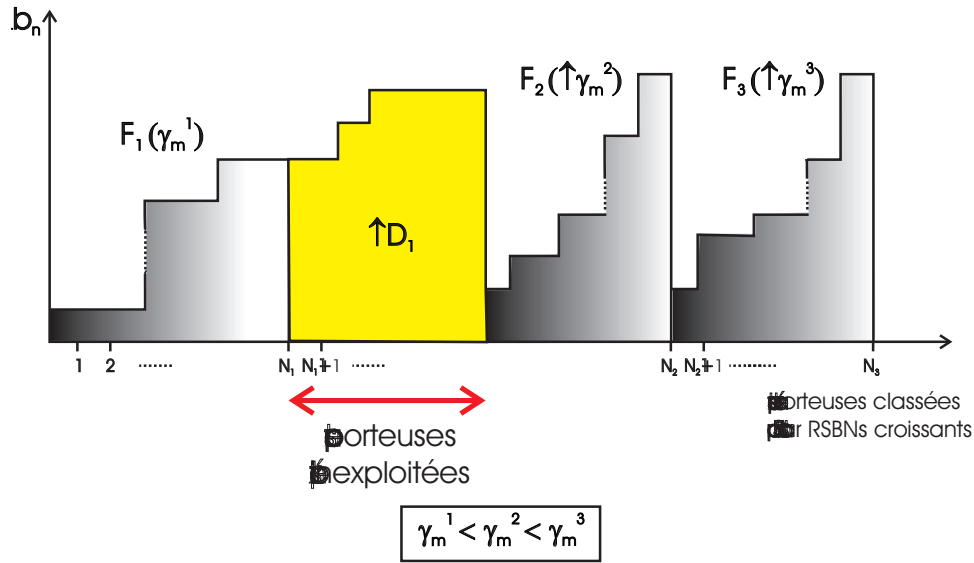


FIG. 4.7 – Optimisation des performances débit/marge de bruit des flux

minimale des marges de bruit de tous les flux :

$$\gamma_m = \min_{1 \leq k \leq M+K} \gamma_m^k$$

Appelons  $N_c$  le nombre de porteuses utiles sélectionnées.

4. On traite les flux selon leur nouvel ordre dans la trame, c'est à dire selon leurs marges de bruit croissantes. Pour chaque flux  $k$ , on calcule le nombre  $N_k$  de porteuses qui permettent de transmettre son débit à garantir. Les porteuses de chaque flux sont, ainsi, identifiées car elles se succèdent. Les valeurs des  $(N_k)_{1 \leq k \leq M+K}$  sont calculées par le processus suivant :
  - (a)  $\Delta = 0$ .
  - (b)  $k = 1$ .
  - (c) on augmente la marge de bruit de chaque flux privilégié d'une quantité ( $\Delta \times MarginInc$ ), où  $MarginInc$  est une incrémentation fixe en marge de bruit.
  - (d)  $p = 1$ .
  - (e) On calcule à partir de la capacité de Shannon (4.5), pour la porteuse ( $p + \sum_{i=1}^{k-1} N_i$ ) (resp. pour la porteuse  $p$  dans le cas où  $k = 1$ ), le nombre de bits  $b_p$  que peut transmettre le masque de DSP ( $Mask_p$ ) de cette porteuse en fonction du Gap  $\Gamma_k$  (4.6) associé au flux courant  $k$ .
  - (f) Si le débit associé au flux  $k$  n'est pas atteint et si  $(p + 1) \leq N_c$ , on revient à l'étape (4.e) en associant la porteuse suivante ( $p \leftarrow p + 1$ ) à ce flux.
  - (g) Si le débit associé au flux  $k$  n'est pas atteint et que  $(p+1) > N_c$ , on arrête le processus en gardant les marges de bruit  $(\gamma_m^j)_{1 \leq j \leq M}$  des flux privilégiés et la distribution  $(N_k)_{1 \leq k \leq M+K}$  dernièrement mémorisées à l'étape (4.i).

- (h) Si le débit associé au flux  $k$  est atteint et si  $k < N_f$ , on affecte au nombre de porteuses associées au flux  $k$  la valeur  $N_k = p$ , on passe au flux suivant ( $k \leftarrow k + 1$ ) et on revient à l'étape (4.d).
- (i) Si le débit associé au flux  $k$  est atteint et que  $k = N_f$ , on affecte au nombre de porteuses associées au flux  $k$  la valeur  $N_k = p$ , on mémorise les marges de bruit  $(\gamma_m^j)_{1 \leq j \leq M}$  des flux privilégiés et la distribution  $(N_k)_{1 \leq k \leq M+K}$ , on incrémente  $\Delta$  d'une unité et on revient à l'étape (4.b).

#### 4.4.2 Algorithme d'augmentation des marges de bruit par dichotomies successives

Dans cet algorithme, on procède par dichotomies successives afin de déterminer les marges de bruit  $(\gamma_m^j)_{1 \leq j \leq M}$  des flux privilégiés, pour lesquelles la somme  $(\sum_{i=1}^{N_f} N_i)$  est égale au nombre total de porteuses utiles  $N_c$ .

1. On fixe, pour chaque flux  $k$ , une marge de bruit  $\gamma_m^k$  jugée pertinente (grande pour les flux à fort QOS et faible pour les flux à faible QOS) et on lui attribue un débit à garantir ( $R_i$  pour un flux privilégié  $i$  et  $D_j$  pour un flux non privilégié  $j$ ).
2. On classe les flux dans la trame selon leurs marges de bruit croissantes, et les porteuses selon leurs RSBNs croissants.
3. On applique un algorithme classique d'allocation binaire de type RA et on sélectionne les porteuses utiles. La marge de bruit  $\gamma_m$  de toutes les porteuses étant égale à la valeur minimale des marges de bruit de tous les flux :

$$\gamma_m = \min_{1 \leq k \leq M+K} \gamma_m^k$$

Appelons  $N_c$  le nombre de porteuses utiles sélectionnées.

4. Pour initialiser la procédure par dichotomies successives, on fixe une borne supérieure  $\gamma_{sup}$  et une borne inférieure  $\gamma_{inf}$  à l'incrément à rajouter aux marges de bruit des flux privilégiés dans chaque itération.  
 $\gamma_{inf}$  étant égale à une petite valeur, en l'occurrence  $\gamma_{inf} = 0$ , et  $\gamma_{sup}$  une valeur assez grande.
5. On fixe  $\gamma_{moy}$  à :

$$\gamma_{moy} = \frac{\gamma_{inf} + \gamma_{sup}}{2} \quad (4.13)$$

et on augmente la marge de bruit de chaque flux privilégié de  $\gamma_{moy}$ .

6. On traite les flux selon leur nouvel ordre dans la trame, c'est à dire selon leurs marges de bruit croissantes. Pour chaque flux  $k$ , on calcule le nombre  $N_k$  de porteuses qui permettent de transmettre son débit à garantir. Les valeurs des  $(N_k)_{1 \leq k \leq M+K}$  sont calculées par le processus suivant :

- (a)  $k = 1$ .
- (b)  $p = 1$ .
- (c) On calcule à partir de la capacité de Shannon (4.5), pour la porteuse  $(p + \sum_{i=1}^{k-1} N_i)$  (resp. pour la porteuse  $p$  dans le cas où  $k = 1$ ), le nombre de bits  $b_p$  que peut transmettre le masque de DSP ( $Mask_p$ ) de cette porteuse en fonction du Gap  $\Gamma_k$  (4.6) associé au flux courant  $k$ .
- (d) Si le débit associé au flux  $k$  n'est pas atteint et si  $(p + 1) \leq N_c$ , on revient à l'étape (6.c) en associant la porteuse suivante ( $p \leftarrow p + 1$ ) à ce flux.
- (e) Si le débit associé au flux  $k$  n'est pas atteint et que  $(p + 1) > N_c$ ,  $\gamma_{sup}$  prend la valeur de  $\gamma_{moy}$ , et on revient à l'étape (5).
- (f) Si le débit associé au flux  $k$  est atteint et si  $k < N_f$ , on affecte au nombre de porteuses associées au flux  $k$  la valeur  $N_k = p$ , on passe au flux suivant ( $k \leftarrow k + 1$ ) et on revient à l'étape (6.b).
- (g) Si le débit associé au flux  $k$  est atteint et que  $k = N_f$ , on affecte au nombre de porteuses associées au flux  $k$  la valeur  $N_k = p$ .
  - i. Si  $N_c - (\sum_{i=1}^{N_f} N_i) \geq n_0$ , où  $n_0$  est un faible entier naturel,  $\gamma_{inf}$  prend la valeur de  $\gamma_{moy}$ , et on revient à l'étape (5).
  - ii. Si non, on arrête le processus et on garde les marges de bruit  $(\gamma_m^j)_{1 \leq j \leq M}$  des flux privilégiés et la distribution  $(N_k)_{1 \leq k \leq M+K}$  obtenues.

#### 4.4.3 Cas d'un flux privilégié et d'un flux non privilégié

Dans le cas de présence d'un seul flux privilégié et d'un seul flux non privilégié, le processus d'optimisation des performances débit/marge de bruit décrit ci-dessus, se restreint aux deux étapes suivantes :

1. On applique un algorithme d'augmentation des marges de bruit des flux privilégiés.
2. Parmi les porteuses associées au flux privilégié, celles qui sont non exploitées sont directement associées au flux non privilégié et servent à augmenter son débit.

#### 4.4.4 Résultats de simulations

Pour montrer les performances de la méthode d'optimisation des performances débit/marge de bruit décrite dans cette section, nous nous plaçons dans le cas d'une liaison VDSL à deux flux : un flux Internet avec un débit à garantir  $D = 2\text{Mb/s}$  et une marge de bruit  $\gamma_1 = 6\text{dB}$ , et un flux TV avec un débit à garantir  $R = 6\text{Mb/s}$ . Par la méthode proposée nous augmentons au maximum la marge de bruit  $\gamma_2$  du flux TV et le débit du flux Internet.

La figure 4.8.a compare les marges de bruit du flux TV atteintes par la méthode proposée (courbe bleue) à la valeur de 15dB (courbe verte), et ce pour différentes longueurs de la boucle VDSL. Pour ces valeurs de marges de bruit pour le flux TV, la figure 4.8.b compare les débits du flux Internet atteints par la méthode proposée avec une marge de bruit égale à 6dB (courbe bleue), aux valeurs des débits Internet avec une marge de bruit égale à 15dB (courbe verte).

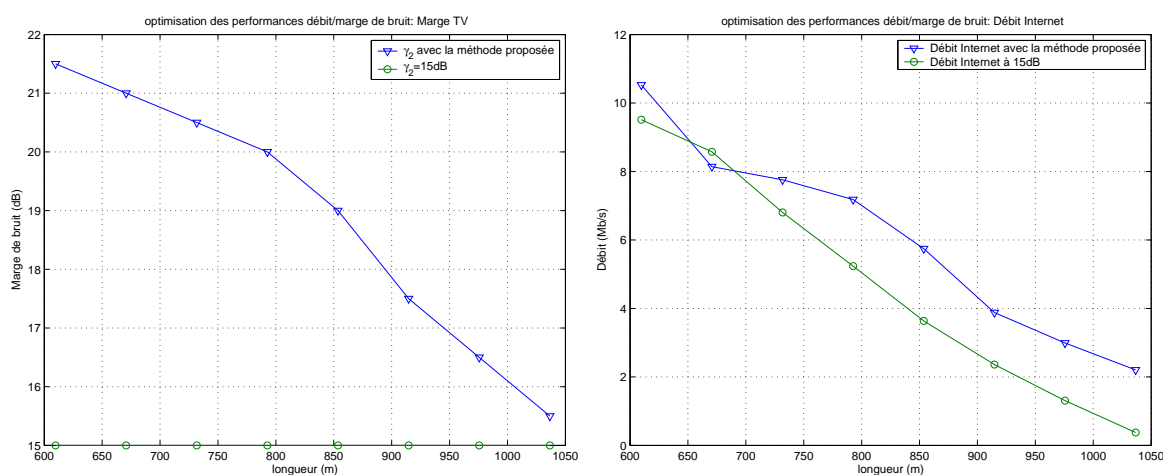


FIG. 4.8 – Optimisation des performances débit/marge de bruit : (a) Marge TV, (b) Débit Internet

La méthode proposée permet, donc, d'augmenter considérablement la marge de bruit du flux TV (courbe 4.8.a), tout en allouant un service Internet à 6dB de marge avec un débit souvent supérieur au même service à 15dB de marge (courbe 4.8.b). Notons que dans le cas particulier de la deuxième longueur de boucle VDSL considérée, le débit Internet avec le processus proposé est désormais légèrement inférieur à celui à 15dB de marge. Bien que sans utilité, car le débit minimum associé au flux Internet est garanti, cette infériorité peut être inversée en supériorité par une faible diminution de la marge de bruit du flux TV en passant de 21dB à 20dB par exemple.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une méthode qui permet d'attribuer des QOS différentes aux flux d'une même liaison DSL. Des marges de bruit supérieures sont associées à des flux qualifiés de privilégiés.

En utilisant un algorithme d'allocation binaire classique, l'augmentation de la marge de bruit des flux privilégiés est nécessairement accompagnée par la même augmentation de marge pour les flux non privilégiés. La méthode proposée permet d'attribuer des marges de bruit supérieures uniquement aux porteuses qui sont associées aux flux privilégiés, les flux non privilégiés gardent leur faible marge de bruit.

Après une présentation du multiplexage des flux dans les liaisons ADSL et de l'insuffisance de l'entrelacement pour privilégier des flux par rapport à d'autres, nous avons décrit une technique pour optimiser les performances débit de tous les flux, après avoir augmenté les marges de bruit des flux privilégiés. Cette technique a été, ensuite, démontrée sous-optimale. Ainsi, nous avons fini par proposer une optimisation conjointe des performances débit/marge de bruit de tous les flux. Ces performances ont été prouvées être supérieures aux performances obtenues en appliquant la même marge de bruit augmentée sur toutes les porteuses.

Jusqu'ici, les techniques proposées pour améliorer les technologies de transmission DSL traitent les lignes les unes indépendamment des autres. Dans la deuxième partie de ce travail, l'aspect coordination entre les lignes sera considéré. Dans le chapitre suivant, nous essayons de tirer profit de cette coordination afin d'augmenter les performances débits de certaines lignes qui seront qualifiées de "demandeuses en débit", au détriment d'autres lignes qualifiées de "donneuses de débit".

## Deuxième partie

# Niveau 2 de la DSM : Allocation coordonnée de puissance

## Chapitre 5

# Gestion optimisée de l'extinction dynamique de porteuses DMT

Dans ce chapitre, nous traitons la qualité de service en tant que débit. Une liaison admet une bonne qualité de service si son débit est supérieur à un débit jugé pertinent pour ses services utilisés.

Dans les systèmes DSL, à allocation statique de spectre, la gestion des DSP se fait :

- Au niveau de chaque liaison indépendamment des autres (pas de gestion globale des DSP en considérant l'ensemble des liaisons).
- Uniquement pendant la phase d'initialisation (pas de processus dynamique dans le temps).
- Sur la bande spectrale globale et non pas porteuse par porteuse DMT.

Par ailleurs, notons qu'à chaque instant, chaque utilisateur utilise un ou plusieurs services proposés par l'opérateur (tels qu'Internet, TV Numérique, visioconférence...), et pour garantir la bonne qualité de ses services utilisés, il a besoin d'un débit minimal qui peut être supérieur ou inférieur à son débit en cours. Il en résulte ainsi, des utilisateurs à excédent de débit et d'autres à défaut de débit.

Dans ce chapitre nous proposons une technique de niveau 2 de la DSM reposant sur la coordination des émetteurs au niveau du CT/UOR. Il s'agit d'un procédé et dispositif de réglage dynamique des DSP de plusieurs liaisons DSL en cours de fonctionnement. Dans ce procédé, que présente la première section, le niveau de DSP de certaines porteuses choisies judicieusement, selon le besoin des liaisons à défaut de débit, est programmé de façon à augmenter le débit de ces liaisons, et ce en réduisant au maximum l'interférence provenant des liaisons à excès de débit. Dans la deuxième section, nous décrivons le dispositif utilisé pour éteindre et rétablir, à la demande, le spectre d'un nombre quelconque de porteuses DMT, sans générer d'erreurs de transmission. Les performances de ce procédé sont montrées par simulations dans la troisième section.

## 5.1 Description de la procédure proposée

Nous nous plaçons dans le cas où les algorithmes d'allocation binaire sont de type RA, et nous appelons :

- $D_i^{min}$  : le débit minimal que doit garantir chaque utilisateur  $i$  afin d'avoir une QOS pertinente pour ses services en cours.
- $D_i^c$  : le débit courant de l'utilisateur  $i$ .

### 5.1.1 Principe de la procédure proposée

Nous proposons une partie tierce qui se traduit par des fonctions logicielles intégrées dans le gestionnaire existant pour programmer et contrôler les liaisons (voir figure 5.1). Cette partie tierce programme de façon optimale et dynamique la DSP de certaines porteuses choisies pour quelques liaisons en considérant l'ensemble de toutes les liaisons connectées au gestionnaire. Pour certaines liaisons, le débit courant  $D_i^c$  est supérieur au débit  $D_i^{min}$  jugé pertinent pour leurs services. Nous procédons, pour ces lignes, par extinction de certaines de leurs porteuses, c'est à dire par leur appliquer un niveau minimal de DSP. Ceci se traduit, sur les autres liaisons, par une diminution du bruit de diaphonie aux fréquences qui correspondent aux porteuses éteintes, ce qui entraîne une augmentation des RSB qui y correspondent et donc une augmentation de leurs débits.

Nous notons que, pour les lignes à excès de débit, le nombre de porteuses à éteindre doit être tel que le débit restant ne soit pas inférieur à un débit minimal que garantit l'opérateur.

La procédure proposée repose sur l'ensemble de tables dynamiques présentées ci-dessous.

### 5.1.2 Définition des Tables

#### 5.1.2.1 Table dynamique des demandeurs

Un demandeur est un utilisateur qui, à l'instant  $t$ , a un débit  $D_i^c$  inférieur au débit  $D_i^{min}$  nécessaire pour garantir la bonne qualité de ses services. Les demandeurs sont listés dans une table variable dans le temps. Un demandeur  $i$  est éliminé de cette table dès que sa quantité  $D_i^c - D_i^{min}$  devient strictement positive.

#### 5.1.2.2 Table des paires donneuses voisines

Un donneur est un utilisateur qui, à l'instant  $t$ , a un débit  $D_j^c$  supérieur au débit  $D_j^{min}$  nécessaire pour garantir la bonne qualité de ses services. Afin de garantir qu'avec l'extinction des porteuses d'un donneur  $j$ , la valeur de  $D_j^c$  ne devienne pas inférieure à la valeur de  $D_j^{min}$ ,



nous rajoutons à cette dernière une marge de débit  $\Delta D_j^{min}$ .

$$D_j^{min} \leftarrow D_j^{min} + \Delta D_j^{min} \quad (5.1)$$

Pour garantir, aussi, que la valeur de  $D_j^c$  ne devienne pas inférieure au débit minimum garanti par l'opérateur,  $D_j^{min}$  prend la valeur maximale entre cette valeur et  $D_j^{min}$ .

Nous associons à chaque demandeur de débit une table dynamique dans laquelle sont classées les liaisons donneuses figurant parmi les  $N_d$  meilleures liaisons susceptibles d'augmenter le RSB de ses porteuses. Comme le prouvent les résultats de mesures de l'annexe A, ces  $N_d$  liaisons sont classées par distances croissantes de la paire du demandeur en question. Un donneur  $j$  est éliminé de cette table si sa quantité  $D_j^c - D_j^{min}$  devient négative ou nulle.

Notons, qu'à un instant donné, un utilisateur peut n'appartenir à aucune des deux tables dynamiques des demandeurs et des paires donneuses voisines.

### 5.1.2.3 Table des porteuses éteintes

Nous associons à chaque utilisateur une table dans laquelle sont mémorisées ses porteuses éteintes. Cette table sert, en cas de ré-initialisation non souhaitée de sa liaison (coupure de courant...), à retrouver la configuration précédant cette ré-initialisation. Grâce à cette table, nous pouvons aussi savoir si un demandeur était précédemment donneur.

## 5.1.3 Procédure proposée

Les demandeurs sont, tout d'abord, classés par leur ordre de privilège ou par l'ordre de priorité des services auxquels ils adhèrent. Ils sont, ensuite, classés selon leurs besoins respectifs en débit  $\Delta_i = D_i^{min} - D_i^c$ .

Avant d'agir sur les donneurs pour augmenter le débit de chaque demandeur, nous commençons par agir sur le demandeur lui même comme c'est expliqué dans la section ci-dessous.

### 5.1.3.1 Action sur les demandeurs

Dès qu'un utilisateur adhère à la table dynamique des demandeurs, nous vérifions, dans sa table des porteuses éteintes, s'il était précédemment donneur et que certaines de ses porteuses ont été éteintes.

1. Si c'est la cas (utilisateur 1 de la figure 5.1), nous procédons par rétablissement du niveau de DSP de référence<sup>1</sup> à ses porteuses éteintes.

La procédure de rétablissement du niveau de DSP de référence des porteuses d'une liaison est expliquée dans la section 4.3.3.

<sup>1</sup>Nous définissons le niveau de DSP de référence d'une liaison comme étant le niveau de DSP programmé sur cette liaison lors de son initialisation

Suite à cette opération, son débit  $D_i^c$  augmente. Si  $D_i^c$  est encore inférieur à  $D_i^{min}$ , nous agissons sur les donneurs de sa table des paires donneuses voisines, comme c'est expliqué dans la section suivante. Dans le cas contraire, nous l'excluons de la table des demandeurs et nous passons au demandeur suivant.

2. Si ce n'est pas le cas (utilisateur 2 de la figure 5.1), nous passons directement au traitement des donneurs de sa table des paires donneuses voisines pour augmenter son débit.

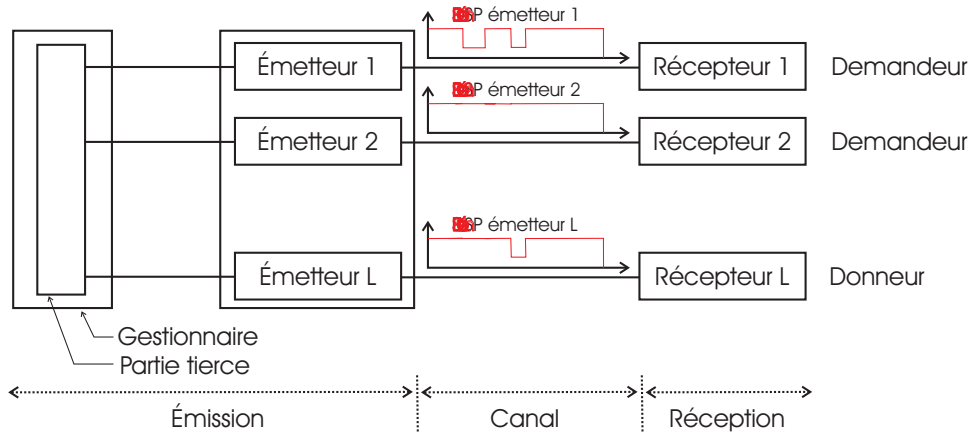


FIG. 5.1 – Architecture DSL avec la partie tierce

### 5.1.3.2 Action sur les donneurs

Pour un demandeur  $i$  donné, l'action sur les donneurs de sa table des paires donneuses voisines consiste à éteindre leurs porteuses jusqu'à ce que son débit courant  $D_i^c$  devienne supérieur au débit  $D_i^{min}$  nécessaire pour garantir une bonne QOS pour ses services.

Pour augmenter la rapidité de ce processus, l'extinction des porteuses est effectuée, dans chaque itération, sur tous les donneurs simultanément.

Dans chaque itération, nous éteignons, pour chaque donneur, un nombre égal à  $N_1$  porteuses. Ceci permet de répondre précisément aux besoins en débit du demandeur et nous évitons, ainsi, de lui donner plus de débit qu'il n'en a besoin, au détriment des donneurs.

Pour un demandeur donné, l'extinction du même lot de  $N_1$  porteuses de tous ses donneurs à la fois peut être sans intérêt si le nombre de ses donneurs est grand. En effet, la norme impose un nombre maximal de bits par porteuse [ETSIv206]. A partir d'un certain nombre de donneurs, l'extinction de cette dernière au niveau d'un plus grand nombre de donneurs entraîne, au niveau du demandeur en question, l'augmentation du RSB de la porteuse en question mais pas son débit. Pour remédier à ce problème, nous définissons  $N_2$  comme étant le nombre maximal de donneurs qui éteignent à la fois le même lot de porteuses.

Le processus proposé repose, donc, sur trois règles principales :

1. **Règle 1** : Les porteuses des donneurs sont éteintes successivement par lots de  $N_1$  porteuses.
2. **Règle 2** : Chaque lot de  $N_1$  porteuses est éteint au niveau d'un nombre maximal de  $N_2$  donneurs à la fois. Dans chaque itération, les donneurs du demandeur en question sont, donc, répartis par groupes de  $N_2$  donneurs, sur les lots de porteuses à éteindre.
3. **Règle 3** : Un donneur n'est associé à un lot de porteuses que lorsque ses porteuses qui correspondent à ce lot ne sont pas déjà éteintes.

Pour mieux comprendre ce processus, nous considérons l'exemple suivant :

1. Le demandeur sélectionné admet 26 porteuses. Sa table de paires donneuses voisines contient 7 donneurs  $d_1, d_2, \dots, d_7$ .
2. Les lots à éteindre sont de taille  $N_1 = 4$  porteuses.
3. Chaque lot est éteint au niveau d'au plus  $N_2 = 3$  donneurs à la fois.
4. Le premier lot de  $N_1$  porteuses est déjà éteint au niveau du donneur  $d_2$ , et le deuxième lot est déjà éteint au niveau des donneurs  $d_4, d_5$  et  $d_7$ .

Comme définie plus haut, pour un demandeur donné, une itération est une assignation de tous ses donneurs aux lots de porteuses. On dit que nous avons effectué un "cycle" lorsque des donneurs sont attribués au dernier lot de porteuses du demandeur sélectionné.

La figure 5.2 explique la procédure de réalisation d'un cycle pour l'exemple considéré.

	Lot 1				Lot 2				Lot 3				Lot 4				Lot 5				Lot 6				Lot 7			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26		
Itération 1	d1	d3	d4		d2	d6			d5	d7																		
Itération 2					d1				d2				d3	d4	d5		d6	d7										
Itération 3																	d1				d2	d3	d4		d5,6,7			

FIG. 5.2 – Exemple de réalisation d'un cycle pour un demandeur à 26 porteuses et 7 donneurs

Nous commençons par associer au premier lot les  $N_2$  premiers donneurs, de la table des paires donneuses voisines, dont les porteuses correspondantes à ce lot ne sont pas déjà éteintes (règle 3). Le donneur  $d_2$  n'en fait donc pas partie de cette sélection. A ce lot correspondent donc les donneurs  $d_1, d_3$  et  $d_4$ . Au deuxième lot, seuls les deux donneurs  $d_2$  et  $d_6$  sont associés, car ce lot est déjà éteint au niveau des donneurs  $d_5$  et  $d_7$ . Les deux donneurs restants  $d_5$  et  $d_7$  sont associés, par le même principe, au lot3. La première itération est ainsi effectuée.

Dans la deuxième itération (deuxième ligne du tableau de la Figure 5.2),  $N_2$  donneurs sont déjà associés au premier lot, nous passons donc au deuxième lot qu'on complète par le donneur  $d_1$ . Le deuxième lot satisfaisant, ainsi, la règle 2, nous passons au troisième lot3 qu'on complète par le donneur  $d_2$  et ainsi de suite jusqu'à ce que tous les donneurs sont attribués aux lots de porteuses. Le même processus est appliqué dans les itérations suivantes jusqu'à la fin du cycle.

Dans le cas où un lot de  $N_1$  porteuses atteint la capacité limite spécifiée par la norme (11 bits par porteuse dans le cas de l'ADSL), ce lot n'est plus servi et est exclu du traitement décrit précédemment.

Lorsqu'on arrive au dernier lot de porteuses, deux choix se présentent :

1. Nous revenons au premier lot et nous recommençons le cycle tel que présenté ci-dessus, et ce jusqu'à atteindre un nombre égal à  $N_3$  cycles.
2. Nous estimons que le gain en débit qui sera apporté par un nouveau cycle n'est pas significatif, nous arrêtons le traitement du demandeur courant, nous l'éliminons de la table dynamique des demandeurs et nous passons au demandeur suivant.

Ce processus est interrompu si l'une des trois conditions suivantes est satisfaite :

1. Le demandeur courant est servi en débit : dans ce cas, il est éliminé de la table dynamique des demandeurs et nous relançons le même processus avec le demandeur suivant de cette table.
2. Le demandeur courant n'a plus de donneurs (sa table de paires donneuses voisines est vide), dans ce cas deux options se présentent :
  - (a) S'ils existent encore des liaisons susceptibles d'appartenir à sa table de paires donneuses voisines, il est mis en attente et nous passons au demandeur suivant.
  - (b) Si non, il est éliminé de la table dynamique des demandeurs, et nous passons au demandeur suivant.
3. Tous les lots de porteuses du demandeur courant sont éteints au niveau de tous les donneurs de sa table de paires donneuses voisines. Ces donneurs ne peuvent, par conséquent, plus servir le demandeur courant. Dans ce cas, ces donneurs sont éliminés de sa table de paires donneuses voisines.
  - (a) S'ils existent encore des liaisons susceptibles d'appartenir à sa table de paires donneuses voisines, il est mis en attente et nous passons au demandeur suivant.
  - (b) Si non, il est éliminé de la table dynamique des demandeurs, et nous passons au demandeur suivant.

#### 5.1.4 Description de l'Algorithme

Pour implémenter la méthode présentée dans la section précédente, nous proposons un algorithme, auquel nous associons une phase d'initialisation durant laquelle nous sélectionnons le premier demandeur à table de paires donneuses voisines non vide. Cet algorithme décrit d'une façon détaillée le processus d'allocation de débit au demandeur sélectionné.

Soit  $N$  le nombre de porteuses du demandeur sélectionné. On dénombre, ainsi,  $\lceil \frac{N}{N_1} \rceil$  lots de  $N_1$  porteuses (où  $\lceil . \rceil$  désigne l'arrondissement à l'entier supérieur).

1. Initialisation : On sélectionne le premier demandeur à table de paires donneuses voisines non vide, et on alloue à la variable "Nombre de cycles" la valeur 1.

2. Tant que ("Nombre de cycles"  $\leq N_3$ )
  - (a) Pour (*IndexLot* allant de 1 à  $\lceil \frac{N}{N_1} \rceil$ )
    - i. Si (Le lot *IndexLot* de  $N_1$  porteuses du demandeur sélectionné est saturé (11 bits par porteuse la cas de l'ADSL)), alors *IndexLot* est incrémenté d'une unité, et on passe, ainsi, au lot suivant.
    - ii. Si non
      - A. *IndexDonneur* = 1
      - B. Tant que (Le nombre de donneurs associés à ce lot, dans le cycle courant, est inférieur à  $N_2$  et que *IndexDonneur* est inférieur ou égal au nombre de donneurs associés au demandeur courant), alors on vérifie si le donneur *IndexDonneur* n'a pas déjà été affecté à un autre lot.
        - Si c'est le cas, on passe au donneur suivant en incrémentant *IndexDonneur* d'une unité.
        - Si le donneur *IndexDonneur* n'a pas été déjà affecté à un autre lot, on vérifie dans sa table des porteuses éteintes si le lot *IndexLot* n'a pas été déjà éteint. Si c'est la cas, on incrémente *IndexDonneur* d'une unité et on passe, ainsi, au donneur suivant. Si non, on affecte le donneur *IndexDonneur* au lot *IndexLot* et on passe au donneur suivant en incrémentant *IndexDonneur* d'une unité, et on vérifie si le donneur dernièrement alloué au lot *IndexLot* est encore donneur. Si ce n'est pas le cas, on l'élimine de la table de paires donneuses voisines du demandeur courant.
        - + Si cette table devient vide, et qu'ils existent encore des liaisons susceptibles d'y appartenir, le demandeur courant est mis en attente et on revient à la phase d'initialisation.
        - + Si cette table devient vide, et qu'ils n'existent plus de liaisons susceptibles d'y appartenir, le demandeur courant est éliminé de la table dynamique des demandeurs, et on revient à la phase d'initialisation.
        - + Fin Si
        - Fin Si
      - C. Fin Tant que.
      - D. Si (débit  $D_i^c$  du demandeur en cours devient supérieur au débit  $D_i^{min}$  nécessaire pour garantir la bonne qualité de ses services), alors il est éliminé de la table dynamique des demandeurs, et on revient à la phase d'initialisation. Fin Si
      - E. Si (*IndexLot* =  $\lceil \frac{N}{N_1} \rceil$ , c'est à dire que le lot courant est le dernier), alors on incrémente la valeur de "Nombre de cycles" d'une unité.
      - F. Fin Si.
    - iii. Fin Si

- (b) Fin Pour
  - (c) Si durant un cycle, aucun donneur n'a été affecté à aucune porteuse, c'est que tous les lots de porteuses du demandeur courant sont éteints au niveau de tous les donneurs de sa table de paires donneuses voisines.
    - i. S'ils existent encore des liaisons susceptibles d'appartenir à la table de paires donneuses voisines du demandeur courant, ce dernier est mis en attente et on revient à la phase d'initialisation.
    - ii. Si non, il est éliminé de la table dynamique des demandeurs, et on revient à la phase d'initialisation.
    - iii. Fin Si
3. Fin Tant que

Le processus d'augmentation des capacités des lignes demandeuses de débit proposé ci-dessus, fait appel au rétablissement de la DSP de porteuses des lignes à défaut de débit traitées et à l'extinction de porteuses des lignes donneuses qui leurs sont associées. Dans la section suivante, nous proposons un procédé d'extinction de porteuses DMT et un procédé de rétablissement de leurs DSP.

## 5.2 Processus d'extinction et de rétablissement de la DSP des porteuses DMT

Nous avons parlé dans la section "action sur les demandeurs" de rétablissement de niveau de DSP de référence des porteuses éteintes si le demandeur en question était donneur. Nous avons, aussi, parlé dans la section "action sur les donneurs" de l'extinction de certaines porteuses des donneurs associés au demandeur en question, afin d'augmenter le débit de ce dernier.

Dans cette section, nous proposons un processus qui permet d'éteindre un nombre arbitraire de porteuses DMT d'une liaison quelconque. Nous proposons aussi le processus permettant de rétablir le niveau de DSP de référence de porteuses DMT précédemment éteintes. Ces processus ont l'avantage de pouvoir être déclenchés à tout moment, par la partie tierce introduite dans le gestionnaire, et sans générer d'erreurs de transmission.

### 5.2.1 Permutation de bits et Permutation rapide

Actuellement, deux processus intitulés respectivement permutation de bits [UIT] et permutation rapide [HOO99] permettent aux systèmes DSL à modulation multiporteuse de modifier automatiquement, dès que le récepteur détecte un changement significatif dans le RSB, le nombre de bits attribués à une ou plusieurs porteuses et d'y adapter le niveau de DSP à l'émission sans interrompre le flux de données. Ces modifications automatiques sont fines, restreintes et initiées par le récepteur.

La gestion de la permutation de bits et de la permutation rapide est réalisée dans un canal particulier appelé "Canal de commande de surdébit". Ce canal est incorporé entre l'émetteur et le récepteur pour la maintenance de la liaison et l'échange d'informations sur son état et sa capacité de transport.

### 5.2.1.1 Permutation de bits

Le message de demande de permutation de bits communiqué à l'émetteur la porteuse à modifier. Le format de cette demande est indiqué dans la table 5.1.

TAB. 5.1 – Format du message de demande de permutation de bits

Entête du message	Champs du message	
11111111 <sub>b</sub> (1 octet)	Commande (1 octet)	Indice de porteuse (1 octet)

Le champ "commande" permet d'augmenter ou de diminuer d'une unité le nombre de bits associés à la porteuse pointée par le champs "indice de porteuse". Ce champs permet aussi d'augmenter de 1, 2 ou 3 dB le niveau de DSP de cette porteuse ou de le diminuer de 1 ou 2 dB. Le récepteur est l'initiateur de la procédure de permutation des bits. Il transmet, cinq fois de suite, un message de demande de permutation de bits dans le canal de commande de surdébit, et ne considère que sa requête est prise en compte qu'après réception de trois messages d'acquiescement de permutation de bits. L'émetteur homologue répond à chaque réception d'un message de demande de permutation de bits par l'envoi du message d'acquiescement de permutation de bits ou de conformité impossible. Ainsi, Un émetteur ou un récepteur recevant un message de permutation de bits n'y donne suite qu'après avoir reçu trois messages identiques dans une période de temps couvrant cinq de ces messages particuliers.

### 5.2.1.2 Permutation rapide

La permutation rapide permet à un système DSL de changer le nombre de bits alloués à une ou plusieurs porteuses, ou de changer le niveau de DSP d'une ou plusieurs porteuses sans avoir recours au message d'acquiescement. La permutation rapide est une procédure qui permet d'augmenter les performances de la procédure de permutation de bits décrite ci-dessus.

Comme le montre la figure 5.3, lorsque le récepteur détecte un changement dans le RSB d'une porteuse, il initie une demande de permutation rapide vers l'émetteur à travers le canal de commande de surdébit. Une demande de permutation rapide est envoyée une seule fois et permet de modifier la distribution de bits (ou de gains) de  $n$  porteuses à la fois. Le message de demande de permutation rapide (table 5.2) contient un champs de 12 bits pour désigner le nombre  $n$  de porteuses pour lesquelles les distributions bits/gain vont être mises à jour. Ce message contient aussi  $n$  champs de 20 bits chacun. Dans chacun de ces champs, les 12 premiers bits désignent l'index de la porteuse. Parmi les 8 bits restants, les 4 bits de poids fort servent pour coder la nouvelle valeur du nombre de bits qui seront alloués à la porteuse pointée, cette

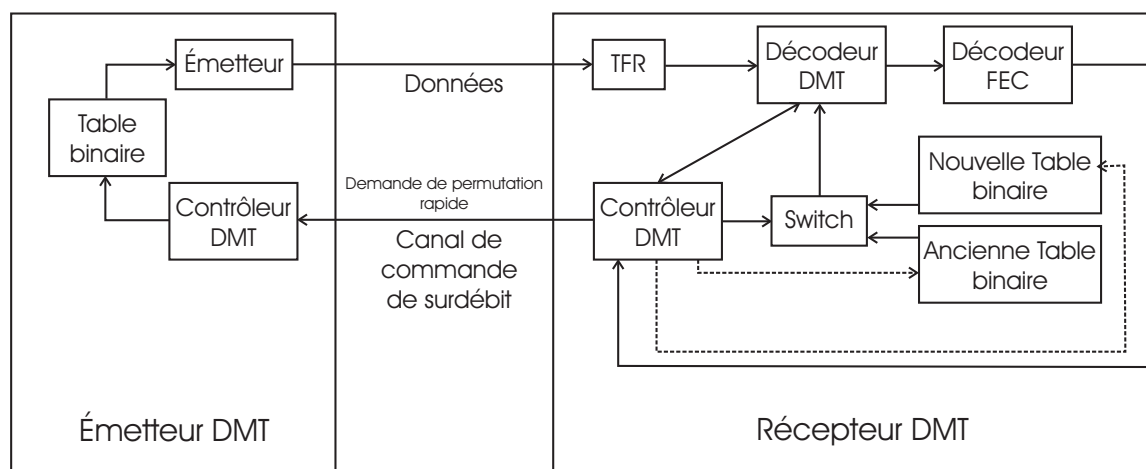


FIG. 5.3 – Procédure de demande de permutation rapide

valeur est entre 0 et 15 (0000 pour 0 bits, 0010 pour 2 bits, jusqu'à 1111 pour 15 bits). Les 4 bits de poids faible servent pour coder le nouveau niveau de DSP qui est une valeur entre -4 dB et +3.5 dB (avec un pas de 0.5 dB).

TAB. 5.2 – Commande de demande de permutation rapide

Entête	Contrôle ES	Index de la 1ère porteuse	Total bits/gain de la 1ère porteuse	...	Index de la nème porteuse	Total bits/gain de la nème porteuse	Dummy bits	CRC
1111001x	Nombre de porteuses	Numéro de la porteuse	Nombre des bits/gain	...	Numéro de la porteuse	Nombre des bits/gain	0- si n impair 1- si n pair	16 bits

La permutation rapide augmente, ainsi, la vitesse d'exécution des permutations d'une façon significative. Mais nécessite l'utilisation d'un récepteur plus intelligent pour traiter le signal reçu afin de déterminer si une demande de permutation rapide est implémentée correctement par l'émetteur. En effet, il n'y a plus de commande d'acquiescement de permutation. Le récepteur qui lance le processus de permutation rapide doit être responsable du traitement du signal DMT retourné afin de déterminer si la commande est implémentée par l'émetteur. Si la permutation n'a pas été détectée dans la bonne trame, le récepteur suppose que la demande de permutation de bits n'a pas été implémentée par l'émetteur, le module "switch" de la figure 5.3 opte pour l'ancienne table binaire pour effectuer le décodage de cette trame. Le récepteur choisit, ensuite, entre répéter la demande de permutation rapide, ou lancer une procédure de ré-initialisation rapide.



### 5.2.1.3 Idée d'extinction de porteuses inspirée de la permutation rapide

Ce qui fait que les deux processus de permutation de bits et de permutation rapide ne soient pas directement adaptés à notre application, est le fait qu'ils n'offrent pas la possibilité d'éteindre une ou plusieurs porteuses ni la possibilité de leur rétablir le niveau de DSP d'avant extinction, lorsque nous le souhaitons et à partir d'un gestionnaire connecté aux émetteurs, et ce :

- Sans interrompre le flux de données (éviter les ré-initialisations).
- Sans générer d'erreurs de transmission.

En effet, la demande de permutation de bits ne permet d'agir que sur une porteuse à la fois, alors que nous avons besoin d'agir sur plusieurs porteuses à la fois. De plus, un émetteur ou un récepteur recevant un message de commande de permutation de bits n'y donne suite qu'après avoir reçu trois messages identiques dans une période de temps couvrant cinq de ces messages, ce qui nécessite un grand délai par permutation (estimé à 800ms dans [HOO99]).

Quant à la procédure de permutation rapide, certes, une seule commande permet de changer la distribution de bits/gain d'un nombre  $n$  quelconque de porteuses, et cette commande est, en plus, envoyée une seule fois et est implémentée directement par l'émetteur sans contrainte d'attente, mais c'est encore le récepteur qui lance le processus alors que l'initiateur du processus que nous proposons se trouve du côté émetteur. En plus, la procédure de permutation rapide est déclenchée automatiquement, et pas lorsque nous le souhaitons, et ne permet pas d'éteindre des porteuses.

S'inspirant de la permutation rapide, plus proche à notre processus que la permutation de bits, l'idée est de proposer une commande initiée par l'émetteur, qui donne l'ordre au récepteur de déclencher une procédure de permutation rapide légèrement modifiée afin de permettre de fixer le niveau de DSP d'un nombre  $n$  quelconque de porteuses à un niveau très bas, et ce sans que le récepteur ne détecte d'erreurs ou de changements dans les RSB des porteuses en question.

## 5.2.2 Processus d'extinction de porteuses DMT

Comme mentionné dans le paragraphe précédent, le processus de permutation rapide est initié par le récepteur. La partie tierce, se trouvant dans le gestionnaire relié aux émetteurs, ne peut donc pas utiliser directement ce processus pour déclencher une procédure d'extinction de porteuses DMT. Trois solutions se présentent à ce problème :

1. Éteindre directement les porteuses des donneurs du côté émetteur sans envoyer d'information simultanée vers les récepteurs qui leurs sont associés.
2. Éteindre directement les porteuses des donneurs du côté émetteur avec envoi simultané d'information vers les récepteurs qui leurs sont associés.
3. Concevoir une commande qui part de l'émetteur d'un donneur vers le récepteur qui lui est associé, contenant les index des porteuses à éteindre, et qui donne l'ordre à ce dernier de déclencher le processus de permutation rapide selon l'architecture de la figure 5.3.

La première solution n'est, certes, pas envisageable. En effet, lorsque la partie tierce donne l'ordre à l'émetteur d'éteindre des porteuses sans information simultanée vers le récepteur, ce dernier, non informé de ce changement, décode les symboles reçus dans ces porteuses sur la base de son ancienne table binaire, ce qui génère inévitablement des erreurs de transmission.

Avec la deuxième solution, ce problème est corrigé grâce à l'information simultanée transmise au récepteur qui met, donc, à jour sa table binaire et décode sans erreurs les signaux reçus dans les porteuses éteintes. Cette solution peut, par contre, générer des erreurs de transmission lorsque l'information simultanée de changement de niveau de DSP des porteuses éteintes n'arrive pas au récepteur.

La troisième solution ne produit jamais d'erreurs de transmission, c'est donc la solution qui est retenue. En effet, avec cette solution, la partie tierce n'éteint pas de porteuses au niveau de l'émetteur mais envoie leurs index au récepteur dans un message appelé "Message d'initialisation de Permutation Rapide Modifiée". Lorsque le récepteur reçoit ce message, il le duplique dans un message de "Permutation Rapide Modifiée" et le ré-envoie, sans erreurs, à l'émetteur selon l'architecture de la figure 5.3.

La nomination "Permutation Rapide Modifiée" vient du fait que la permutation rapide telle qu'expliquée dans la section 4.2.1.2 ne permet pas d'éteindre les porteuses sélectionnées mais permet, plutôt, une diminution de leurs niveaux de DSP d'une valeur maximale de 4 dB. Le message d'initialisation de permutation rapide modifiée et la commande de permutation rapide modifiée sont des commandes de permutation rapide (table 5.2), auxquelles nous retranchons les champs "Total bits/gain de la 1ère porteuse", ..., "Total bits/gain de la nème porteuse", comme ceci est expliqué dans ce qui suit. La commande de permutation rapide modifiée part du récepteur après réception du "Message d'initialisation de Permutation Rapide Modifiée". Si la partie tierce constate après un certain laps de temps que l'extinction des porteuses n'était pas effectuée, il en déduit que le message qu'il a envoyé au récepteur était perdu, et il procède à une nouvelle requête.

### 5.2.2.1 Message d'initialisation de Permutation Rapide Modifiée

Ce message est déclenché par la partie tierce, il part de l'émetteur vers le récepteur afin de déclencher au niveau de ce dernier la commande de permutation rapide modifiée. Comme le montre la table 5.3 [UIT], le message de commande de surdébit est désigné par un en-tête de huit bits. Un message de commande de surdébit d'en-tête 1100xxxxb est laissé à la liberté des constructeurs. Nous utilisons cette structure pour désigner le Message d'initialisation de Permutation Rapide Modifiée et la commande de permutation rapide modifiée. Le format de ce message est présenté dans la table 5.4. L'en-tête est celui du "message spécifique du vendeur", et les champs qui suivent sont ceux d'une permutation rapide classique (table 5.2) auxquels nous soustrayons les champs "Total bits/gain de la 1ère porteuse", ..., "Total bits/gain de la nème porteuse". En effet, à ce stade, le récepteur a juste besoin des index des porteuses à éteindre.

TAB. 5.3 – Codage des entêtes des messages de commande de surdébit

En-tête de message	Longueur totale du champ de message y compris l'en-tête	Interprétation
00001111b	Indéfinie	Champ réservé par l'UIT-T
1100xxxxb	Indéfinie	Message spécifique du vendeur
11110000b	1	Message de conformité impossible (UTC)
11111100b	13	Message de demande de permutation étendue de bits
11111111b	9	Message de demande de permutation de bits
11111111b	3	Message d'acquittement de permutation de bits
00000011b	3	Demande de gestion de profil
00000011b	3	Acquittement de gestion de profil

TAB. 5.4 – Message d'initialisation de Permutation Rapide Modifiée

Entête	Contrôle ES	Index de la 1ère porteuse	...	Index de la nème porteuse	Dummy bits	CRC
1100xxxx	Nombre de porteuses	Numéro de la 1ère porteuse	...	Numéro de la nème porteuse	0- si n impair 1- si n pair	16 bits

### 5.2.2.2 Commande de permutation rapide modifiée

Lorsque le récepteur reçoit le Message d'initialisation de Permutation Rapide Modifiée, il lance une commande de Permutation Rapide Modifiée vers l'émetteur pour éteindre les porteuses communiquées dans le message reçu. La commande de Permutation Rapide Modifiée est exactement la même que le message d'initialisation de Permutation Rapide Modifiée. En effet, nous n'avons pas besoin de spécifier à l'émetteur le niveau de DSP ni le nombre de bits à programmer sur les porteuses sélectionnées. L'émetteur recevant la commande de permutation rapide modifiée paramètre ces deux quantités de la façon suivante :

#### Paramétrage du niveau de DSP :

Dans la procédure de permutation rapide, le changement de niveau de DSP est codé sur 4 bits, il prend une valeur entre -4 dB et +3.5 dB (avec un pas de 0.5 dB). Par ailleurs, la procédure proposée stipule que les valeurs de changement de niveau de DSP doivent être assez grandes (par exemple -120 dBm/Hz) pour diminuer au maximum le rayonnement sur la paire demandeuse en débit.

L'émetteur recevant les index des porteuses sélectionnées, les éteint en changeant leurs niveaux de DSP à une valeur assez basse, soit par exemple -60 dBm/Hz par rapport au niveau de DSP de référence.

### Paramétrage du nombre de bits :

L'émetteur recevant la commande de Permutation Rapide Modifiée, met les nombres de bits des porteuses spécifiées dans cette commande à zéro. En effet, il nous est impossible de les estimer, à priori, pour les nouveaux niveaux de DSP. Le récepteur adapte, par la suite, par permutation rapide classique, les nombres de bits aux RSB estimés.

### 5.2.3 Processus de rétablissement du niveau de DSP des porteuses éteintes

Nous rétablissons le niveau haut de DSP pour toutes les porteuses éteintes simultanément. La partie tierce intervient directement au niveau de l'émetteur, et remet les niveaux de DSP des porteuses sélectionnées à leur niveau de référence. Le nombre de bits par porteuse reste inchangé. Le récepteur reçoit dans ces porteuses, avec des puissances plus grandes, des signaux avec les mêmes nombres de bits stockés dans sa table binaire. Il estime sans erreurs de transmission l'information reçue dans ces porteuses à niveau de DSP changé. Ceci déclenche, ensuite, au niveau du récepteur une procédure de re-estimation des RSB de ces porteuses suivie d'un processus de permutation rapide donnant l'ordre à l'émetteur de mettre à jour les nombres de bits des porteuses en question aux valeurs correspondant à leurs RSB.

## 5.3 Résultats de Simulations

Pour montrer les performances de la technique DSM de niveau 2 proposée dans ce chapitre, nous considérons l'exemple de transmission de 9 lignes VDSL de même longueur. Comme le montre la figure 5.4, la ligne à servir en débit est la ligne 1. La ligne 2 étant, dans un premier scénario, encore demandeuse en débit, elle sert de paire à rayonnement dominant<sup>2</sup>. Durant ce premier scénario, nous supposons que la paire 2 ne devienne pas donneuse de débit. Dans un deuxième scénario, la paire 2 est, désormais, donneuse de débit, comme le sont les paires 3, 4, ..., 9. Nous supposons que les paires donneuses ont juste besoin de débits  $D_i^{min} = 20\text{Mb/s}$  nécessaires pour garantir la bonne QOS de leurs services. Dans la figure 5.5, nous présentons les résultats des simulations qui consistent à éteindre par lots de  $N_1 = 10$  les porteuses des lignes donneuses jusqu'à ce que les débits de ces dernières atteignent 20Mb/s. Nous notons que le but de ces simulations étant de montrer ce que nous pouvons rapporter en débit à la paire demandeuse 1, nous n'avons pas tenu compte des limites, imposées par la norme, des capacités en nombre de bits maximal par porteuse (Exp : 11 bits maximum par porteuse pour l'ADSL).

Dans la figure 5.5 sont reportés, pour différentes longueurs des boucles VDSL : le débit des différentes lignes avant application du processus proposé dans ce chapitre, le débit des lignes donneuses en fin du processus proposé, soit 20 Mb/s, et le débit de la ligne 1 demandeuse après extinction des porteuses des lignes donneuses et ce lorsque la paire 2 fait masque (paire

---

<sup>2</sup>Comme montré dans l'annexe A, chaque paire torsadée exerce un effet de rayonnement dominant sur la paire que lui est voisine. En effet, on constate que lorsque cette paire rayonne sur sa paire voisine, le rayonnement produit par le reste des paires partageant le même câble est de faible influence.

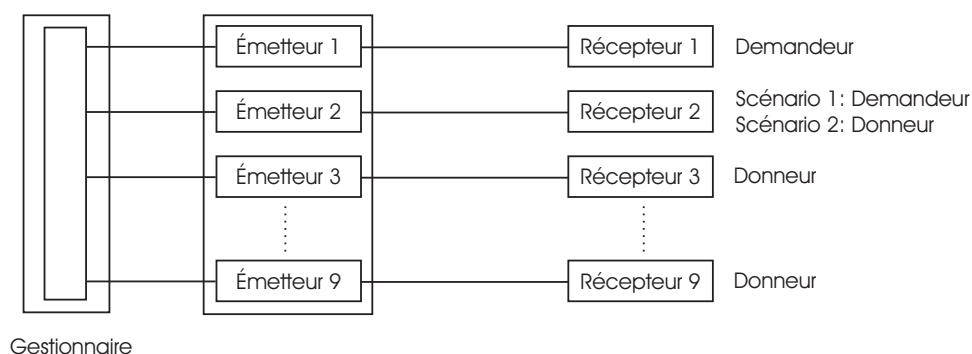


FIG. 5.4 – Scénario des simulations de l’extinction dynamique de porteuses DMT

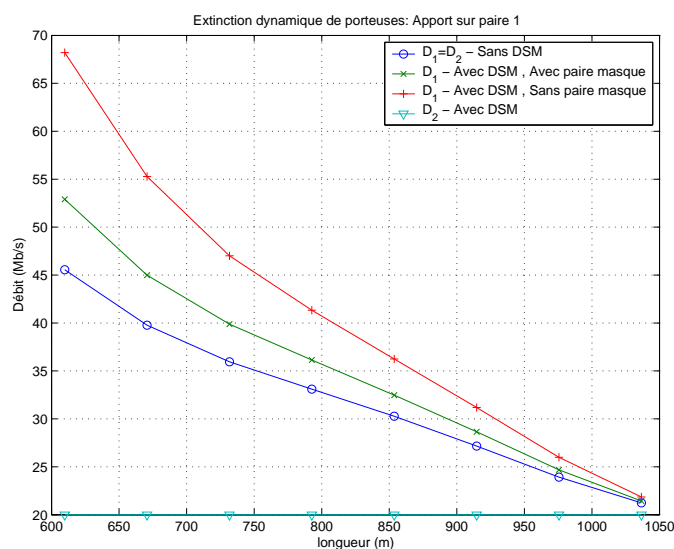


FIG. 5.5 – Apport de l’extinction dynamique de porteuses DMT sur les paires demandeuses

2 demandeuse) et lorsque cette dernière est donneuse. Nous remarquons que le gain en débit de la ligne 1 est nettement supérieur lorsque la ligne 2 ne fait pas masque. Et que ce gain est très important pour les courtes portées. En effet, le bruit de diaphonie présent est le FEXT, ce dernier est plus influent pour les courtes portées.

## 5.4 Conclusion

L’objet de ce chapitre a été de présenter une application de la DSM de niveau 2 qui permet d’augmenter le débit de certaines liaisons "demandeuses" afin de garantir la meilleure qualité de leurs services utilisés. A cette fin, nous avons proposé une partie tierce qui se traduit en réalité par des fonctions logicielles intégrées dans le gestionnaire existant pour programmer et contrôler

les liaisons. Cette partie tierce a pour but de programmer de façon optimale et dynamique la DSP de certaines porteuses choisies pour les liaisons à excès de débit en considérant les liaisons à défaut de débit. Pour certaines liaisons, dont le débit binaire est supérieur au débit jugé pertinent pour leurs services programmés, ceci revient à éteindre certaines de leurs porteuses, c'est à dire à leur appliquer un niveau minimal de DSP. La conséquence est, pour les autres liaisons, une diminution du bruit de diaphonie aux fréquences de ces porteuses éteintes, ce qui entraîne une augmentation de leurs RSB et donc une augmentation de leurs débits.

Nous avons, ensuite, décrit un dispositif d'extinction et de rétablissement, à la demande, du spectre d'un nombre quelconque de porteuses DMT, sans générer d'erreurs de transmission.

Les performances de ce procédé ont fait l'objet de la dernière section de ce chapitre.

Dans le chapitre suivant nous tirons profit, autrement, de la coordination entre les lignes du même câble DSL, pour proposer une nouvelle architecture DSL permettant de réduire l'affaiblissement de boucle, en raccourcissant la longueur des lignes.

## Chapitre 6

# Maximisation de la capacité par allocation dynamique de débit

La figure 6.1 représente une architecture simplifiée du système DSL. Ce système est constitué d'un dispositif gestionnaire des débits, d'un dispositif répartiteur et d'un dispositif de sous-répartition. Le dispositif gestionnaire des débits et le dispositif répartiteur sont généralement compris dans le central téléphonique. Chaque client est relié au dispositif répartiteur par une ligne d'abonné. Chaque ligne d'abonné  $i$  est constituée d'une liaison filaire  $LT_i$  reliant le terminal client au dispositif de sous-répartition, et d'une liaison filaire  $LS_i$  reliant le dispositif de sous-répartition au dispositif répartiteur.

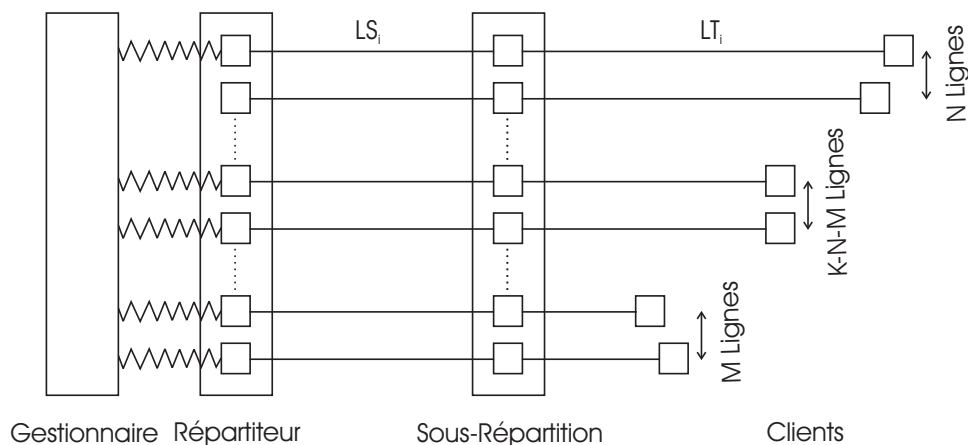


FIG. 6.1 – Cas général de  $K$  lignes DSL

Les liaisons partant du central téléphonique sont connectées au niveau de la sous-répartition (SR) puis au PC (Point de Concentration) avant de se terminer aux domiciles des clients au niveau du NID (Network Interface Device). La longueur totale de la ligne  $L$  (central, client) est

ainsi divisée en deux parties essentielles :

$$L(\text{central}, \text{client}) = L(\text{central}, \text{SR}) + L(\text{SR}, \text{Client})$$

Dans ce chapitre, nous présentons une nouvelle architecture du système DSL permettant d'augmenter la capacité des lignes d'abonnés. Il s'agit, dans un premier temps, d'introduire des éléments actifs dans la SR de façon à diviser chaque ligne (central, Client) en deux lignes plus courtes et séparées : (central, SR) et (SR, Client). Les capacités des différentes lignes, ainsi augmentées, deux solutions sont, dans un deuxième temps, proposées pour optimiser davantage le problème. La première solution repose sur une allocation dynamique de débit. En effet, les porteuses inexploitées des tronçons à excès de débit, se trouvant avant la SR, sont utilisées pour transporter l'information des lignes pour lesquelles les capacités des tronçons situés après la SR sont supérieures à celles des tronçons se trouvant avant la SR. La deuxième, moins complexe mais moins optimale, repose sur une méthode DSM : les spectres des tronçons à excès de débit, se trouvant avant la SR, sont diminués afin d'augmenter les capacités des autres lignes.

La première section de ce chapitre est dédiée à l'augmentation des performances des systèmes DSL par introduction d'éléments actifs dans la SR. L'optimisation de cette nouvelle architecture par allocation dynamique de débit est expliquée dans la deuxième section. La troisième section s'intéresse à l'optimisation, moins complexe mais réalisant moins de débit, par DSM. La quatrième section, compare par simulations les deux solutions proposées dans les deux sections précédentes.

## 6.1 Problématique traitée et idée proposée

L'idée est d'introduire un élément actif (démodulateur/modulateur) dans la SR de façon à diviser la ligne (central, Client) en deux lignes séparées : (central, SR) et (SR, Client). Ceci permet d'exploiter la capacité ainsi augmentée de chaque ligne (central, Client).

**Constat :** Il y a des lignes  $j$  à capacités  $D_j(\text{central}, \text{SR})$  des tronçons (central, SR) inférieures à celles des tronçons (SR, Client) et qu'on notera  $D_j(\text{SR}, \text{Client})$ , parce que, par exemple, les longueurs  $L(\text{central}, \text{SR})$  sont supérieures aux longueurs  $L(\text{SR}, \text{Client})$ . D'autres lignes  $i$  auront les capacités  $D_i(\text{central}, \text{SR})$  supérieures à  $D_i(\text{SR}, \text{Client})$ , car, par exemple, les longueurs  $L(\text{central}, \text{SR})$  sont inférieures aux longueurs  $L(\text{SR}, \text{Client})$ .

Dans toute la suite nous notons, pour toute ligne  $i$ ,

$$D_i = D_i(\text{central}, \text{SR}) \quad \text{et} \quad D'_i = D_i(\text{SR}, \text{Client})$$

L'introduction de l'élément actif dans la SR augmente ainsi le débit de chaque ligne  $i$  pour atteindre une valeur égale à :

$$\min(D_i, D'_i)$$



Ce nouveau débit atteint par l'introduction de l'élément actif dans la SR est, certes, supérieur au débit  $D_i(\text{central}, \text{Client})$  de la ligne  $i$  sans élément actif.

$$\min(D_i, D'_i) > D_i(\text{central}, \text{Client})$$

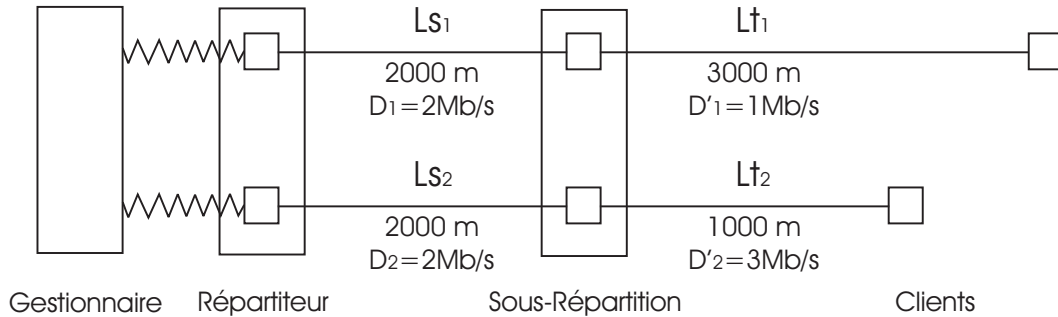


FIG. 6.2 – Cas particulier de deux liaisons de longueurs respectives 5000m et 3000m

Dans la figure 6.2, nous considérons deux liaisons de longueurs respectives 5000m et 3000m. Nous supposons que la capacité de la première liaison, compte tenu de sa longueur, est :

$$D_1(\text{central}, \text{Client1}) = 0.5\text{Mb/s}$$

Et que celle de la deuxième liaison, de longueur inférieure, est :

$$D_2(\text{central}, \text{Client2}) = 1\text{Mb/s}$$

Nous supposons, aussi, que, suite à l'introduction de l'élément actif dans la SR, les capacités des tronçons  $LS_1$ ,  $LS_2$ ,  $LT_1$  et  $LT_2$  sont respectivement :

$$D_1 = 2\text{Mb/s}$$

$$D_2 = 2\text{Mb/s}$$

$$D'_1 = 1\text{Mb/s}$$

$$D'_2 = 3\text{Mb/s}$$

Dans la première ligne l'introduction de l'élément actif dans la SR permet d'acheminer un débit égal à :

$$\min(D_1, D'_1) = 1\text{Mb/s} > 0.5\text{Mb/s}$$

Dans la deuxième ligne l'introduction de l'élément actif dans la SR permet d'acheminer un débit égal à :

$$\min(D_2, D'_2) = 2\text{Mb/s} > 1\text{Mb/s}$$

Le tronçon  $LS_1$  de la ligne 1 est en excès de capacité ( $D_1=2\text{Mb/s}$ ) par rapport au tronçon  $LT_1$  de la même ligne ( $D'_1=1\text{Mb/s}$ ). Celui de la ligne 2 est à défaut de capacité ( $D_2=2\text{Mb/s}$ ) par rapport au tronçon  $LT_2$  ( $D'_2=3\text{Mb/s}$ ).

Nous proposons, dans ce qui suit, d'optimiser le problème selon deux manières différentes : par allocation dynamique de débit, puis par allocation dynamique de spectre.

## 6.2 Optimisation du problème : Allocation dynamique de débit

Dans l'exemple de la figure 6.2, nous divisons la bande spectrale de l'émetteur de  $LS_1$  en deux parties permettant des capacités égales à 1Mb/s. la première partie est allouée à  $LT_1$ , la deuxième à  $LT_2$  (voir figure 6.3). La capacité globale de la ligne 2 est ainsi augmentée à 3Mb/s.

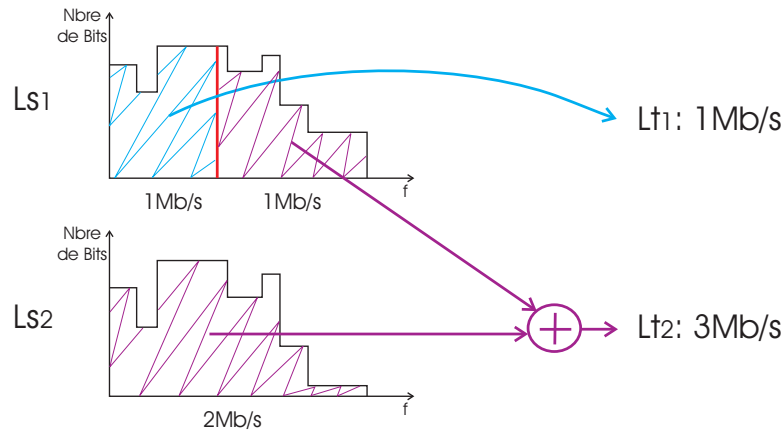


FIG. 6.3 – Augmentation du débit dans le cas particulier des deux liaisons de la figure 6.2

Maintenant, si nous généralisons la figure 6.2 à  $K$  lignes (voir figure 6.1), nous distinguons trois groupes de lignes différents :

1.  $N$  lignes  $i$  à capacités  $D_i$  supérieures aux capacités  $D'_i$ . Dans ces lignes, les longueurs  $L(\text{central, SR})$  sont très souvent inférieures aux longueurs  $L(\text{SR, Client})$ , leurs  $LS_i$  sont donneurs de spectre.
2.  $M$  lignes  $j$  à capacités  $D_j$  inférieures aux capacités  $D'_j$ . Dans ces lignes les longueurs  $L(\text{central, SR})$  sont très souvent supérieures aux longueurs  $L(\text{SR, Client})$ , leurs  $LT_j$  sont receveurs de spectre.
3.  $K - M - N$  lignes  $i$  à capacités  $D_i$  égales aux capacités  $D'_i$ . Dans ces lignes, les longueurs  $L(\text{central, SR})$  sont souvent presque égales aux longueurs  $L(\text{SR, Client})$ .

Dans le contexte de notre application, nous ne sommes pas amenés à réaliser un raccordement physique de ligne à ligne mais à une allocation fréquentielle entre les lignes d'abonnés. L'association d'un  $LS_i$  donneur ( $D_i > D'_i$ ) à un  $LT_j$  receveur ( $D_j < D'_j$ ) est effectuée par un dispositif qui permet, au niveau du répartiteur, d'associer un lot de porteuses de la bande spectrale du  $LS_i$  à des données destinées au  $LT_j$ , et de re-diriger, au niveau de la SR, les informations binaires véhiculées sur le  $LS_i$  vers le  $LT_j$  correspondant.

Le transfert de ressources fréquentielles d'un  $LS_i$  donneur à un  $LT_j$  receveur doit respecter les contraintes suivantes :

1. Un tronçon  $LS_i$  donneur doit toujours avoir sa capacité  $D_i$  supérieure ou égale à la capacité  $D'_i$  du tronçon  $LT_i$  qui est en face.

2. Un tronçon  $LT_j$  receveur ne doit pas récupérer plus de lots de porteuses qu'il n'en a besoin. C'est à dire que la quantité d'information reçue ne doit pas dépasser sa capacité  $D'_j$ .
3. La bande spectrale d'un  $LS_i$  donneur peut être allouée à plus qu'un  $LT_j$  receveur.
4. Chaque  $LT_j$  receveur peut recevoir des lots de porteuses issus d'un ou plusieurs  $LS_i$  donneurs.

Le problème à résoudre consiste à répartir de manière optimale les ressources fréquentielles, issues des  $LS_i$  donneurs, aux  $LT_j$  receveurs selon leurs besoins en information binaire. Le critère d'optimalité correspond à une minimisation des opérations de découpe et d'attribution de lots de porteuses issus de chaque  $LS_i$  donneur. Cette optimisation doit tenir compte des contraintes citées ci-dessus.

### 6.2.1 Formulation du problème : Graphe Bipartite

L'allocation des ressources fréquentielles peut être représentée par un graphe bipartite ([BER62] et [BER58]), c'est-à-dire un graphe dont les sommets sont partitionnés en deux sous-ensembles, dans notre cas, il s'agit de l'ensemble des donneurs  $(LS_i)_{1 \leq i \leq N}$  et l'ensemble des receveurs  $(LT_j)_{1 \leq j \leq M}$ , et tels qu'il n'existe aucun arc reliant les sommets d'un même sous-ensemble.

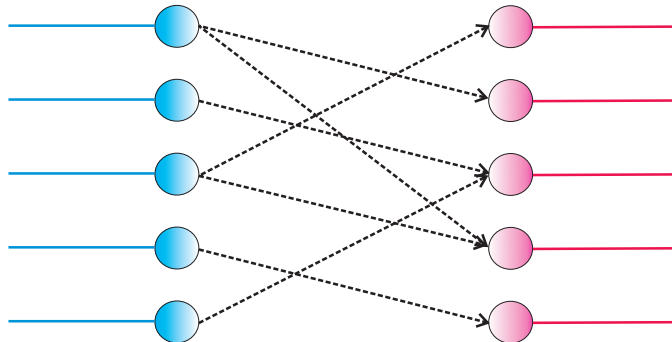


FIG. 6.4 – Formulation du problème et graphe bipartite

Dans la figure 6.4, les sommets (en bleu) situés à gauche correspondent aux  $(LS_i)_{1 \leq i \leq N}$  et ceux à droite (en rose) aux  $(LT_j)_{1 \leq j \leq M}$ . Un arc reliant un  $LS_i$  à un  $LT_j$  indique une affectation d'une partie du spectre de fréquence du  $LS_i$  au  $LT_j$ . Nous associons à chaque arc un poids exprimé en nombre de bits, afin de préciser la quantité d'information allouée.

#### Codage du graphe :

Un graphe peut être représenté par une matrice  $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M}$  (dite matrice d'adjacence) dont les indices de lignes et de colonnes correspondent aux sommets du graphe et dont les valeurs des éléments correspondent aux poids des arcs. Nous adoptons la convention

consistant à associer les indices des lignes aux  $(LS_i)_{1 \leq i \leq N}$  donneurs et les indices des colonnes aux  $(LT_j)_{1 \leq j \leq M}$  demandeurs. Une valeur  $a_{ij}$  nulle dénote une absence d'arc reliant le sommet  $i$  au sommet  $j$ , c'est à dire l'absence de transfert de débit du donneur  $LS_i$  au receveur  $LT_j$ . Une valeur non nulle indique l'existence d'un arc reliant le sommet  $i$  au sommet  $j$ , et par conséquent, la quantité d'information binaire transférée de  $LS_i$  à  $LT_j$ .

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1M} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NM} \end{pmatrix}$$

Dans cette représentation matricielle, les capacités de transport se calculent de la manière suivante :

1. La somme des éléments d'une même ligne  $i$  correspond au nombre total de bits alloué par un  $LS_i$  donneur. Cette somme ne doit jamais dépasser le nombre total de bits  $P_i$  transmissibles sur ses porteuses excessives.

$$\sum_{j=1}^M a_{ij} \leq P_i \quad \text{pour tout } i \in \{1, \dots, N\}$$

2. La somme des éléments d'une même colonne  $j$  correspond au nombre total de bits attribué à un  $LT_j$  receveur. Cette somme, additionnée au nombre total de bits  $B_j$  transmissibles sur son  $LS_j$  correspondant, ne doit en aucun cas dépasser le nombre total de bits  $B'_j$  transmissibles sur le  $LT_j$  en question.

$$\sum_{i=1}^N a_{ij} + B_j \leq B'_j \quad \text{pour tout } j \in \{1, \dots, M\}$$

### 6.2.2 Principe de résolution

Nous cherchons à déterminer une matrice du type  $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M}$  telle que :

1. La somme des  $(a_{ij})$  est maximale (utilisation maximale des bandes spectrales des donneurs), compte tenu des deux contraintes de sommation ligne et sommation colonne citées ci-dessus.
2. Le nombre des  $(a_{ij})$  non nuls est minimal (minimisation des affectations spectrales).

Le fait d'avoir des arcs avec des poids ne permet pas d'utiliser les algorithmes d'optimisation connus comme ([HOP73] et [DEM79]). Ces derniers ne traitent que des données booléennes (i.e. présence/absence d'arc). De plus, le couplage traité par ces algorithmes est un couplage biunivoque c'est-à-dire qu'un  $LT$  ne peut au plus être associé qu'à un seul  $LS$ . L'hypothèse qu'un  $LT$  (resp.  $LS$ ) peut être en relation avec plusieurs  $LS$  (resp.  $LT$ ) ne peut donc être prise en compte par ces algorithmes.

### 6.2.2.1 Méthode "naïve" de calcul

Une méthode simple "Generate and Test" [MIC97] consiste à déterminer toutes les matrices satisfaisant les contraintes de sommation ligne et de sommation colonne et de retenir, par comparaison entre matrices, celle contenant le plus grand nombre de zéros. Une telle méthode, malheureusement, n'est pas viable du fait de l'explosion combinatoire résultant de l'identification et de la comparaison de toutes les matrices.

La nature "NP-complet" ([PIE01], [RIC96] et [BOU96]) du problème à résoudre permet de rechercher une méthode de résolution, le cas échéant sous-optimale, mais de faible complexité.

Une fois la méthode de résolution déterminée, il est ensuite possible d'appliquer à la solution retenue une heuristique de recuit simulé [BOU96], afin d'améliorer la solution finale en la rendant plus proche de l'optimum.

### 6.2.2.2 Principe de résolution retenu

1. Le problème est, dans un premier temps, initié par une matrice  $A$  qui satisfait les contraintes de sommation ligne et de sommation colonne. Nous appliquons, ensuite, itérativement des transformations élémentaires permettant de réduire progressivement le nombre d'éléments non nuls de la matrice  $A$ .
2. Chaque transformation élémentaire doit être conforme aux contraintes de sommation ligne et de sommation colonne.
3. Le calcul itératif s'arrête lorsqu'aucune transformation élémentaire ne peut être appliquée à la matrice  $A$ .

### 6.2.3 Maximisation des zéros de la matrice

La méthode retenue pour maximiser les zéros de  $A$  consiste à :

1. Regrouper le maximum des éléments non nuls de la matrice  $A$  autour de l'une de ses deux diagonales.
2. N'avoir que des valeurs nulles dans les autres parties de  $A$ .

Dans la suite, nous choisissons de regrouper les éléments non nuls de  $A$  autour de la diagonale, notée  $\Delta$ , définie dans le sens des indices croissants de lignes et de colonnes comme indiqué ci-dessous :

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1M} \\ a_{21} & \mathbf{a}_{22} & \cdots & a_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & \mathbf{a}_{NM} \end{pmatrix}$$

Dans les cas d'une matrice carrée, la diagonale  $\Delta$  correspond aux éléments de la matrice dont l'indice de ligne est égal à l'indice de colonne. Par contre, dans le cas d'une matrice rectangulaire,  $\Delta$  correspond aux éléments d'indice  $(i, j)$  de la matrice  $A$  vérifiant :

$$i \times Ncol = j \times Nlign \quad (6.1)$$

Où  $Nlign$  et  $Ncol$  sont respectivement le nombre de lignes et le nombre de colonnes de la matrice  $A$ . Dans la pratique, s'agissant de valeurs discrètes, nous définissons  $\Delta$  comme étant l'ensemble des couples :

$$\Delta = \left\{ \left( E \left( j \times \frac{Nlign}{Ncol} \right), j \right) ; 1 \leq j \leq Ncol \right\} \quad (6.2)$$

Où  $E(x)$  désigne l'arrondissement de  $x$  à l'entier le plus proche. L'exemple ci-dessous illustre la diagonale  $\Delta$  ainsi discrétisée d'une matrice  $A(7 \times 11)$ .

$$A = \begin{pmatrix} X & X & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & X & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & X & X & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & X & X & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & X & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & X & X & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & X \end{pmatrix}$$

Pour définir un algorithme de regroupement autour de  $\Delta$ , nous avons besoin de définir une distance entre chaque deux éléments de la matrice  $A$ . La distance retenue est la distance de Manhattan [PAU] :

**Définition 1.** Si  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  sont les indices ligne et colonne de deux éléments de la matrice  $A$ , alors la distance entre ces 2 éléments, notée  $d((i_1, j_1), (i_2, j_2))$ , est par définition :

$$d((i_1, j_1), (i_2, j_2)) = |i_1 - i_2| + |j_1 - j_2| \quad (6.3)$$

Le critère de regroupement autour de  $\Delta$  est basé sur une notion de proximité par rapport à cette diagonale. La proximité est définie comme étant la distance qui sépare chaque élément de la matrice  $A$  par rapport à  $\Delta$ .

**Définition 2.** La distance d'un élément par rapport à un ensemble (ici  $\Delta$ ) est égale à  $\delta(i, j)$  définie par :

$$\delta(i, j) = \min_{(i_0, j_0) \in \Delta} (d((i, j), (i_0, j_0))) \quad (6.4)$$

**Théorème 1.** Nous avons démontré que (voir Annexe B) :

$$\delta(i, j) = \left| E \left( j \times \frac{Nlign}{Ncol} \right) - i \right| \quad (6.5)$$

La matrice  $\delta$  ci-dessous donne les valeurs  $\delta(i, j)$  des distances par rapport à  $\Delta$  des éléments  $(i, j)$  d'une matrice  $A(7 \times 11)$ .

$$\delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 5 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & 4 & 3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 6 & 5 & 4 & 4 & 3 & 3 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Théorème 2 (Transformation élémentaire).** Soient  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  quatre éléments de la matrice  $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M}$ . Soit  $v$  un réel quelconque.

Nous pouvons retrancher  $v$  de  $(a_{i_1, j_1})$  et de  $(a_{i_2, j_2})$  et rajouter  $v$  à  $(a_{i_1, j_2})$  et à  $(a_{i_2, j_1})$  sans affecter les contraintes initiales de sommation ligne et sommation colonne. Nous appelons transfert de poids une telle opération (voir figure 6.5).

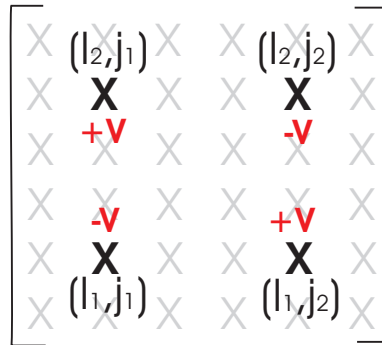


FIG. 6.5 – Transformation élémentaire : Transfert de poids

Le transfert de poids n'a d'intérêt que lorsqu'il permet de réduire le poids des éléments les plus éloignés de  $\Delta$  au bénéfice des éléments les plus proches de  $\Delta$ , c'est à dire si :

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) < \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2) \quad (6.6)$$

**Définition 3.** Nous appelons triangle supérieur (resp. inférieur) de la matrice  $A$  l'ensemble des  $(i, j)$  tels que :

$$E\left(j \times \frac{N \text{lign}}{N \text{col}}\right) > i \quad (\text{resp.} \quad E\left(j \times \frac{N \text{lign}}{N \text{col}}\right) < i)$$

**Théorème 3.** Nous avons démontré que (voir Annexe C) : Si  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  n'appartiennent pas à  $\Delta$ , alors :

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)$$

si et seulement si  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  appartiennent tous au triangle supérieur (resp. inférieur) ou deux de ces quatre éléments appartiennent au triangle supérieur (resp.

inférieur) et les deux autres au triangle inférieur (resp. supérieur) tels que leurs deux projetés sur  $\Delta$  ont le même indice de ligne (cas 3 de la figure 6.6).

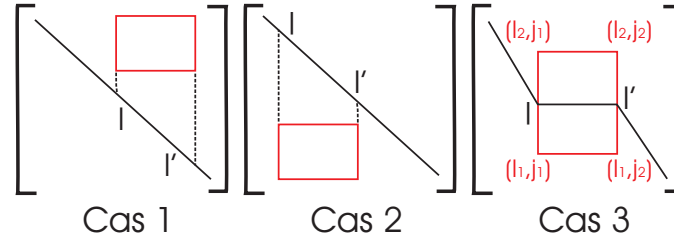


FIG. 6.6 – Cas où  $\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)$

**Corollaire.** Nous avons, aussi, démontré que (voir Annexe D), pour tout  $(i_1, j_1, i_2, j_2)$  tel que  $\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) < \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)$ , on a :

1. Soit  $(i_1, j_1)$  appartient au triangle supérieur et  $(i_2, j_2)$  au triangle inférieur.
2. Soit  $(i_1, j_1)$  appartient au triangle inférieur et  $(i_2, j_2)$  au triangle supérieur.

Tout transfert de poids est donc appliqué, uniquement, entre un élément du triangle supérieur et un élément du triangle inférieur.

#### 6.2.4 Algorithme de réduction (voir figure 6.7)

1. Initialisation :

- (a) Formation d'une matrice d'adjacence  $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M}$  solution initiale à notre problème qui obéit aux contraintes de sommation ligne et sommation colonne citées dans 5.3.1.
- (b) Constitution de la liste  $L_{sup}$  des éléments non nuls du triangle supérieur de la matrice  $A$
- (c) Constitution de la liste  $L_{inf}$  des éléments non nuls du triangle inférieur de la matrice  $A$

2. Tant que (Il y a encore des transferts possibles de poids)

- (a) Pour (tout  $(i_1, j_1)$  de  $L_{sup}$ )
  - i. Pour (tout  $(i_2, j_2)$  de  $L_{inf}$ )
    - A. Si  $(\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) < \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2))$ 
      - + Transférer le poids de valeur  $\min(a_{i_1, j_1}, a_{i_2, j_2})$  comme c'est décrit dans le théorème 2.
      - + Ajouter le cas échéant  $(a_{i_1, j_2}), (a_{i_2, j_1})$  dans  $L_{sup}$  ou  $L_{inf}$  si elles avaient des valeurs nulles et qu'elles ne le sont plus après le transfert de poids.



+ Supprimer les éléments devenus nuls de  $L_{sup}$  et  $L_{inf}$ .

B. Fin Si

ii. Fin Pour

(b) Fin Pour

3. Fin Tant que

**Exemple de réduction :  $A(7 \times 11)$**

Avant réduction :

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 6 & 2 & 7 & 2 & 4 & 0 & 1 & 6 & 3 \\ 7 & 0 & 6 & 3 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 0 & 5 & 4 & 1 & 6 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 5 & 5 & 1 & 0 & 4 & 1 & 7 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 2 & 6 & 5 & 6 & 2 & 3 & 3 & 7 \\ 3 & 3 & 6 & 5 & 4 & 2 & 6 & 7 & 0 & 7 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 1 & 3 & 7 & 5 & 3 & 6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

Après réduction :

$$A = \begin{pmatrix} 24 & 17 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 7 & 17 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 2 & 3 & 18 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 9 & 35 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 3 & 28 \end{pmatrix}$$

Si nous considérons, par exemple, la première ligne et colonne de la matrice A. Nous voyons bien que la somme des coefficients de la première ligne de la matrice A est égale à la somme des coefficients de cette même ligne après réduction, soit 42. Et de même pour la première colonne, soit 24.

### 6.2.5 Optimisation de la solution de l'algorithme de réduction

Le principe de l'algorithme ci-dessus consiste à minimiser le nombre de zéros de la matrice d'adjacence  $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M}$  en regroupant autour de la diagonale le maximum de valeurs non nulles tout en respectant les contraintes de sommation ligne qui font que nous n'enlevons à aucun donneur plus de bits qu'il n'en a en excès, et les contraintes de sommation colonne qui font que nous ne donnons à aucun receveur plus de bits qu'il n'en a besoin. La solution qui en découle est, certes, sous optimale du fait que nous obligeons chaque receveur  $j$  à être servi

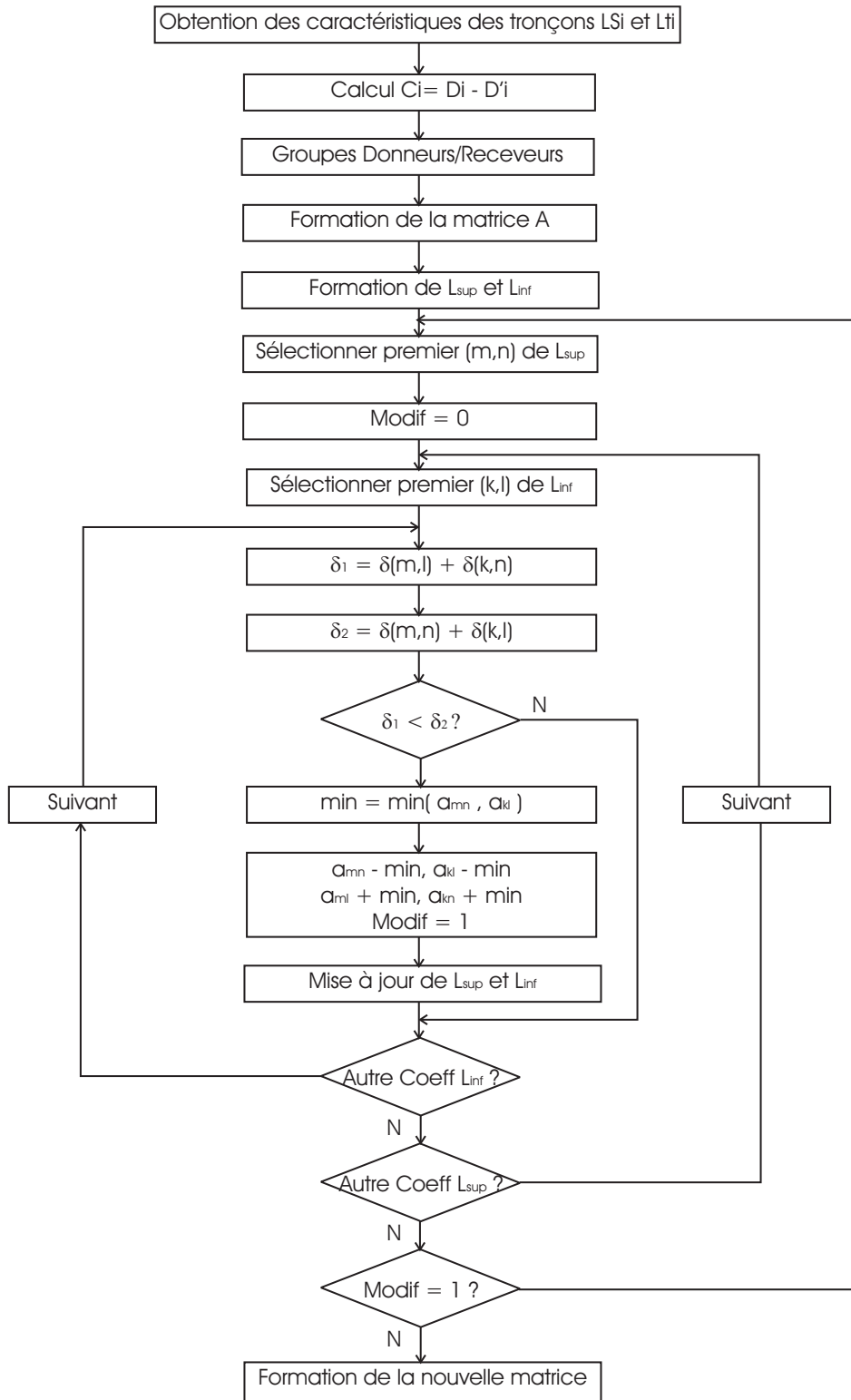


FIG. 6.7 – Algorithme de réduction

du donneur  $i = E(j \times \frac{N_{lign}}{N_{col}})$  et le cas échéant des quelques donneurs à côté (par exemple les donneurs  $i + 1$  et  $i - 1$ ).

L'optimisation de cette solution consiste à minimiser l'effet lié à l'ordre selon lequel les lignes d'abonnés ont été classées dans le groupe des donneurs et dans le groupe des receveurs. Pour cela, nous avons choisi de procéder par permutations aléatoires et successives de lignes ou de colonnes et par re-applications de l'algorithme de réduction aux matrices diagonalisées.

Soit  $E_n$  l'évènement "permuter aléatoirement, à l'itération  $n$ , deux lignes ou deux colonnes de  $A$ ", et  $F(E_n)$  la fonction nombre des éléments non nuls de la matrice solution de l'algorithme de réduction de la figure 6.7 si nous effectuons l'évènement  $E_n$ . Il est clair que pour tout  $n$ ,  $F(E_n)$  dépend encore de  $E_{n-1}, E_{n-2}, \dots, E_1$ . C'est à dire :

$$F(E_n) = F(E_n \setminus E_{n-1}, \dots, E_1)$$

$F$  est, donc, une fonction non convexe que nous cherchons à minimiser (voir figure 6.8). Deux approches sont proposées :

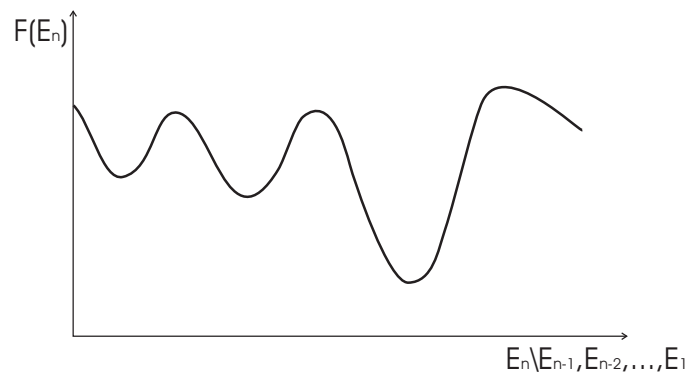


FIG. 6.8 – Non convexité de  $F(E_n)$

### 6.2.5.1 Algorithme de Descente (voir figure 6.9)

La première approche considérée pour minimiser la fonction  $F$  est un algorithme de descente. La stratégie de l'algorithme proposé consiste, en effectuant une exploration aléatoire de l'espace des lignes et colonnes, à accepter une transition si  $F$  décroît, et de la refuser si  $F$  croît. Une transition est une permutation aléatoire de deux lignes ou de deux colonnes.

#### 1. Initialisation

- (a) Initialisation de la variable *PasNombreZeros* qui désigne le nombre minimal des coefficients non nuls des deux lignes ou colonnes sélectionnées aléatoirement pour que leur permutation soit effectuée.
- (b) Initialisation de la variable *Pas* qui désigne le nombre maximal d'itérations successives sans que  $F$  diminue, pour tout *PasNombreZeros*.

- (c) Lecture de la matrice  $A$  solution de l'algorithme de réduction de la figure 6.7.
  - (d) Détermination du nombre  $Z$  de coefficients nuls de la matrice  $A$ .
  - (e) Mettre la variable *Compteur*, qui désigne le nombre des itérations successives sans diminuer  $F$ , à zéro.
2. Tant que (*PasNombreZeros* est supérieure à un seuil *SeuilNombreZeros*)
- (a) On sélectionne de manière aléatoire deux lignes ou deux colonnes de la matrice  $A$ .
  - (b) Si (le nombre  $D_1$  des coefficients non nuls des deux lignes (respectivement  $D_2$  des coefficients non nuls des deux colonnes) choisies est supérieur ou égal à *PasNombreZeros*)
    - i. On permute les deux lignes ou colonnes choisies pour former la matrice  $A'$ .
    - ii. On effectue une diagonalisation de la matrice  $A'$  comme c'est précédemment décrit dans l'algorithme de réduction de la figure 6.7.
    - iii. On détermine le nombre  $Z'$  de coefficients de valeur nulle compris dans la matrice  $A'$ .
    - iv. Si ( $Z'$  est supérieur ou égal au nombre  $Z$  de coefficients de valeur nulle compris dans la matrice  $A$ )
      - A. La matrice  $A'$  est sélectionnée comme nouvelle matrice ( $A = A'$ ).
      - B. La variable  $Z$  est mise à la valeur de la variable  $Z'$  ( $Z = Z'$ ).
      - C. On remet la variable *Compteur* à zéro.
    - v. Si non, on incrémente la variable *Compteur* d'une unité.
    - vi. Fin Si
    - vii. Si (la variable *Compteur* est égale à la variable *Pas*)
      - A. On décrémente la variable *PasNombreZeros* d'une unité.
      - B. On remet la variable *Compteur* à zéro.
    - viii. Fin Si
  - (c) Si non,
    - i. on incrémente la variable *Compteur* d'une unité.
    - ii. Si (la variable *Compteur* est égale à la variable *Pas*)
      - A. On décrémente la variable *PasNombreZeros* d'une unité.
      - B. On remet la variable *Compteur* à zéro.
    - iii. Fin Si
  - (d) Fin Si
3. Fin Tant que

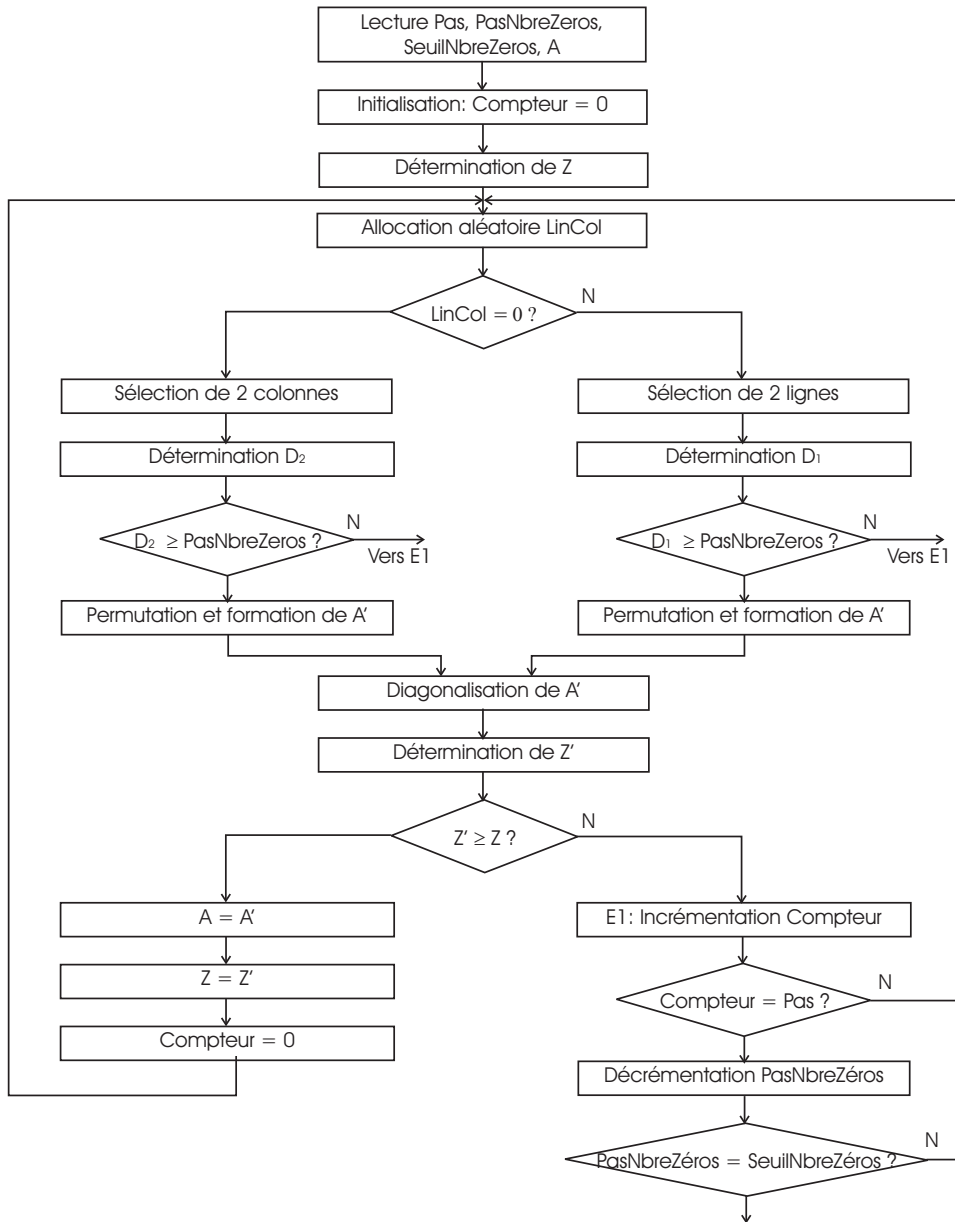


FIG. 6.9 – Algorithme de descente

### 6.2.5.2 Algorithme de Recuit Simulé (voir figure 6.10)

Pour minimiser la fonction  $F$  non convexe, il est indéniable qu'un algorithme de descente peut donner de mauvais résultats : si la fonction comporte beaucoup de minima locaux, nous sommes à peu près certains de rester bloqués sur l'un d'eux. La stratégie de l'algorithme de recuit simulé [BOU96] proposé consiste, en effectuant une exploration aléatoire de l'espace des lignes et colonnes, à favoriser les descentes, mais sans interdire tout à fait les remontées. Plus précisément, nous acceptons ou nous refusons une transition avec une probabilité 1 si  $F$  décroît, et une probabilité égale à

$$\exp\left(-\frac{\Delta F}{T}\right) \quad (6.7)$$

si  $F$  croît. Ici  $T$  est un paramètre, appelé température par analogie avec la mécanique statique. Il est clair que plus la température est grande, plus seront facilitées les transitions ascendantes. En revanche, à la limite  $T = 0$ , nous obtenons un algorithme de descente. Tout au long de l'algorithme, nous allons donc faire décroître  $T$ , ni trop vite pour ne pas rester bloqué autour d'un minimum local, ni trop lentement si nous voulons avoir un résultat en un temps raisonnable.

#### 1. Initialisation :

- (a) Lecture de la température  $T$ , de la variable  $Pas$  qui désigne le nombre maximal d'itérations par température constante et la matrice  $A$  solution de l'algorithme de réduction de la figure 6.7.
- (b) Détermination du nombre  $Z$  de coefficients nuls de la matrice  $A$ .
- (c) Mettre la variable  $Compteur$  qui désigne le nombre des itérations, par température constante, à zéro.

#### 2. Tant que (la température $T$ est supérieure à un seuil $\epsilon$ )

- (a) On sélectionne de manière aléatoire deux lignes ou deux colonnes de la matrice  $A$ , qu'on permute pour former une matrice  $A'$ .
- (b) On effectue une diagonalisation de la matrice  $A'$  comme c'est précédemment décrit dans l'algorithme de réduction de la figure 6.7.
- (c) On détermine le nombre  $Z'$  de coefficients de valeur nulle compris dans la matrice  $A'$ .
- (d) Si ( $Z'$  est supérieur ou égal au nombre  $Z$  de coefficients de valeur nulle compris dans la matrice  $A$ )
  - i. La matrice  $A'$  est sélectionnée comme nouvelle matrice ( $A = A'$ ).
  - ii. La variable  $Z$  est mise à la valeur de la variable  $Z'$  ( $Z = Z'$ ).
- (e) Si non,
  - i. On détermine une valeur aléatoire  $X$  comprise entre zéro et l'unité, et on calcule une probabilité  $p$  selon la formule suivante :

$$p = P\left(X < \exp\left(-\frac{Z - Z'}{T}\right)\right)$$

- ii. Si (la probabilité  $p$  est égale à la valeur 1)
    - A. La matrice  $A'$  est sélectionnée comme nouvelle matrice ( $A = A'$ ).
    - B. La variable  $Z$  est mise à la valeur de la variable  $Z'$  ( $Z = Z'$ ).
  - iii. Fin Si
  - (f) Fin Si
  - (g) On incrémente la variable *Compteur* d'une unité
  - (h) Si (la variable *Compteur* est égale à la variable *Pas*)
    - i. On diminue la température  $T$ .
    - ii. On remet la variable *Compteur* à zéro.
  - (i) Fin Si
3. Fin Tant que

**L'exemple d'optimisation par recuit simulé est représenté ci-dessous :**

Nous considérons la même matrice  $A$  après le processus de réduction présenté dans la section 6.2.4 :

$$A = \begin{pmatrix} 24 & 17 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 7 & 17 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 2 & 3 & 18 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 9 & 35 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 3 & 28 \end{pmatrix}$$

Après recuit simulé, nous obtenons :

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 21 & 21 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 0 & 0 & 28 \end{pmatrix}$$

Bien entendu, après recuit simulé, les donneurs et les demandeurs ne gardent plus le même ordre dans la matrice  $A$ . Par exemple, la première ligne est, après recuit simulé, la troisième avec la somme des coefficients toujours égale à 42, et la première colonne est neuvième avec la somme des coefficients égale encore à 24.

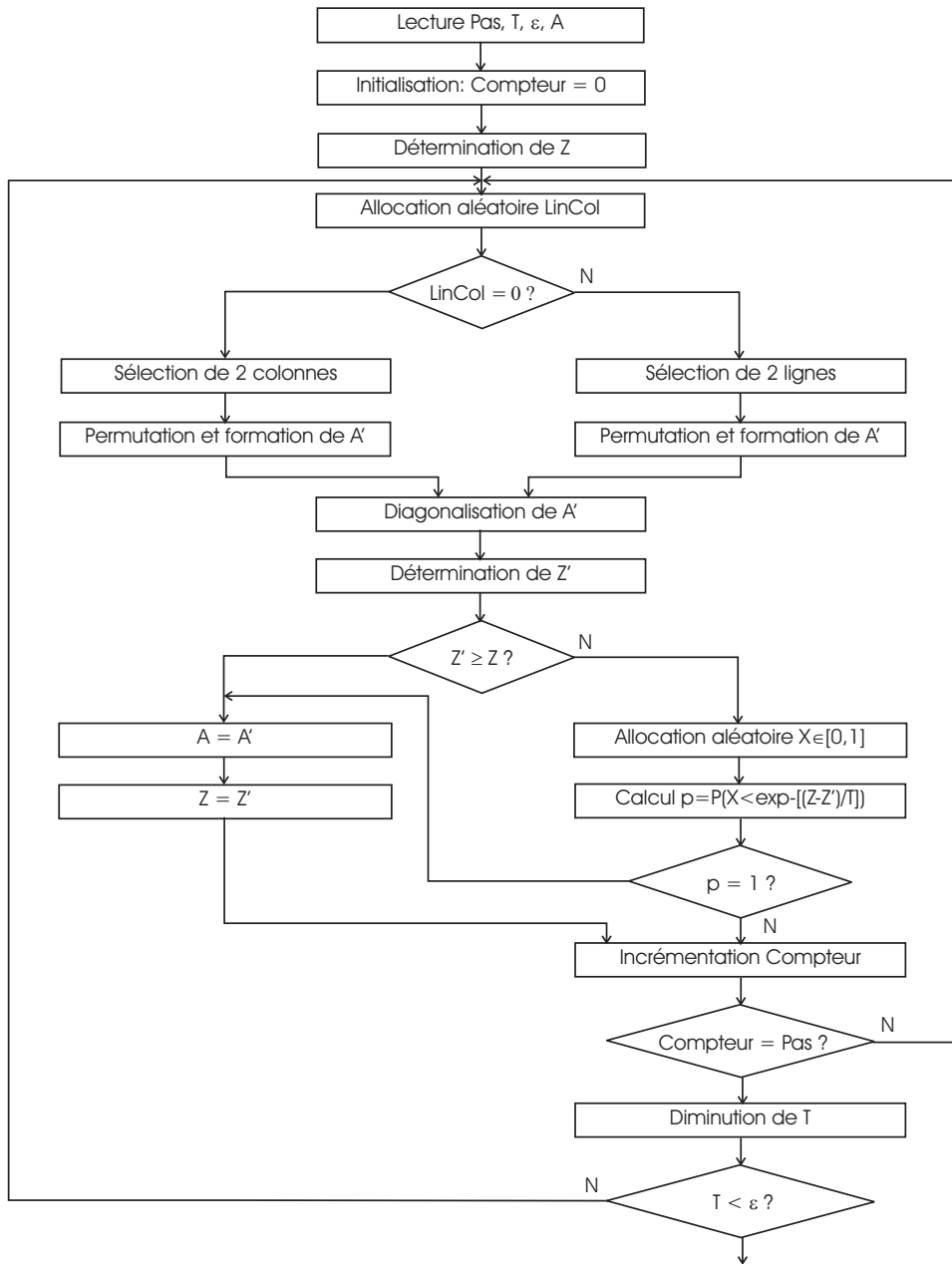


FIG. 6.10 – Algorithme de recuit simulé



### 6.3 Optimisation du problème : Allocation dynamique de spectre

Dans le cas particulier de la figure 6.2, ici nous diminuons le niveau de DSP de l'émetteur de  $LS_1$  jusqu'à ce que ce tronçon atteigne une capacité de 1Mb/s. Ceci se traduit par une augmentation de la capacité du tronçon  $LS_2$  de la ligne 2 qui devient plus proche de 3Mb/s. Cette solution permet, a priori, d'acheminer moins de débit sur la ligne 2 que la solution associée à l'allocation dynamique de débit, mais a comme avantage le fait que le traitement associé n'est programmé que sur le répartiteur relié au gestionnaire. L'élément actif dans la SR est, ainsi, moins complexe.

Plaçons nous, maintenant, dans le cas général des  $K$  lignes de la figure 6.1. Dans ces  $K$  lignes, nous avons distingué trois groupes différents :

1.  $N$  lignes  $i$  telles que  $D_i > D'_i$ .
2.  $M$  lignes  $j$  telles que  $D_j < D'_j$ .
3.  $K - M - N$  lignes  $i$  telles que  $D_i = D'_i$ .

Nous appelons table des donneurs une table de lignes qui contient la liste des  $N$  lignes  $i$  telles que  $D_i > D'_i$ . Cette table est dynamique et peut changer dans le temps. En effet de nouvelles lignes  $i$  peuvent adhérer à cette table si leurs capacités  $D_i$  deviennent supérieures à leurs capacités  $D'_i$  à cause de la diminution du niveau de DSP côté (central, SR) de certaines autres lignes voisines.

Nous appelons aussi table des receveurs une table de lignes qui contient la liste des  $M$  lignes  $j$  telles que  $D_j < D'_j$ . Cette table est, aussi, dynamique et peut changer dans le temps. En effet des lignes  $j$  de cette table peuvent en être exclues si leurs capacités  $D_j$  deviennent supérieures à leurs capacités  $D'_j$  à cause de la diminution du niveau de DSP côté (central, SR) de certaines autres lignes voisines.

Dans cette application, nous diminuons le niveau de DSP des émetteurs des tronçons  $LS_i$  de la table des donneurs jusqu'à avoir leurs capacités  $D_i$  égales à  $D'_i$ .

Le nouveau niveau de DSP, associé à  $D_i = D'_i$ , d'un émetteur  $i$  se trouvant dans le répartiteur est déterminé directement à partir de la table de distribution binaire de l'émetteur  $i$  (voir figure 6.11). Nous fixons, au départ, un niveau de DSP seuil  $S$  égal au niveau de DSP de cet émetteur. Puis, nous diminuons le niveau  $S$  itérativement ou par dichotomies successives, et nous enlevons de la table de distribution binaire, dans chaque itération, les bits de la partie  $B_1$  dont les portions d'énergie  $E$  nécessaires pour leur transmission dépassent le seuil de DSP  $S$ , et ce jusqu'à ce que la capacité  $D_i$  devienne égale à la capacité  $D'_i$ . Cette méthode ne nécessite aucune re-initialisation de l'émetteur  $i$ .

Pour un débit fixé à  $D_i = D'_i$  et une marge de bruit fixée, le nouveau niveau de DSP de l'émetteur  $i$  se trouvant dans le répartiteur peut aussi être déterminé par un algorithme d'allocation binaire de type MA légèrement modifié de façon à ce qu'il minimise le niveau de DSP au lieu de maximiser la marge de bruit.

L'algorithme associé à cette application est le suivant (voir figure 6.12) :

1. Tant que (la table des receveurs est non vide)
  - (a) Tant que (la table des donneurs est non vide)
    - i. Diminuer le niveau de DSP des émetteurs des lignes  $LS_i$  de la table des donneurs jusqu'à avoir leurs  $D_i$  égaux à leurs  $D'_i$ .
    - ii. Mettre à jours les tables des donneurs et des receveurs.
  - (b) Fin Tant que
2. Fin Tant que

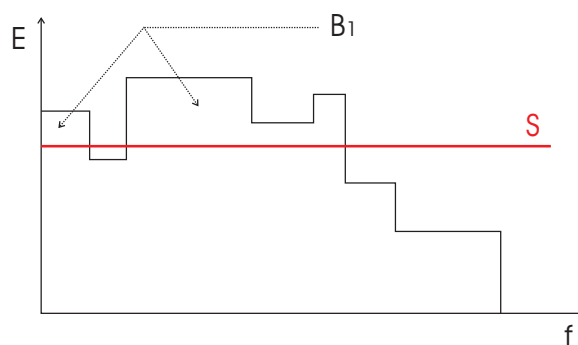


FIG. 6.11 – Niveaux d'énergie empilés des bits transmissibles par pouteuse

## 6.4 Coexistence de plusieurs opérateurs dans la même Sous-Répartition

Dans la cas où plusieurs opérateurs coexistent dans la même SR, la re-modulation effectuée par les éléments actifs de l'opérateur  $X$  cause des perturbations additionnelles de type EM, à "mi-chemin", sur les lignes qui appartiennent aux autres opérateurs qui partagent le même support physique (voir figure 6.13).

La solution retenue dans ce cas consiste à faire en sorte que la re-émission effectuée par les éléments actifs de l'opérateur  $X$  se fait sur des bandes de fréquences différentes de celles utilisées par les lignes des autres opérateurs. Par exemple, si les lignes des autres opérateurs sont des liaisons ADSL à bande passante allant jusqu'à  $1.1MHz$ , les éléments actifs de l'opérateur  $X$  re-émettent sur une bande ADSL2+, i.e. sur la bande passante  $1.1 - 2.2MHz$ .

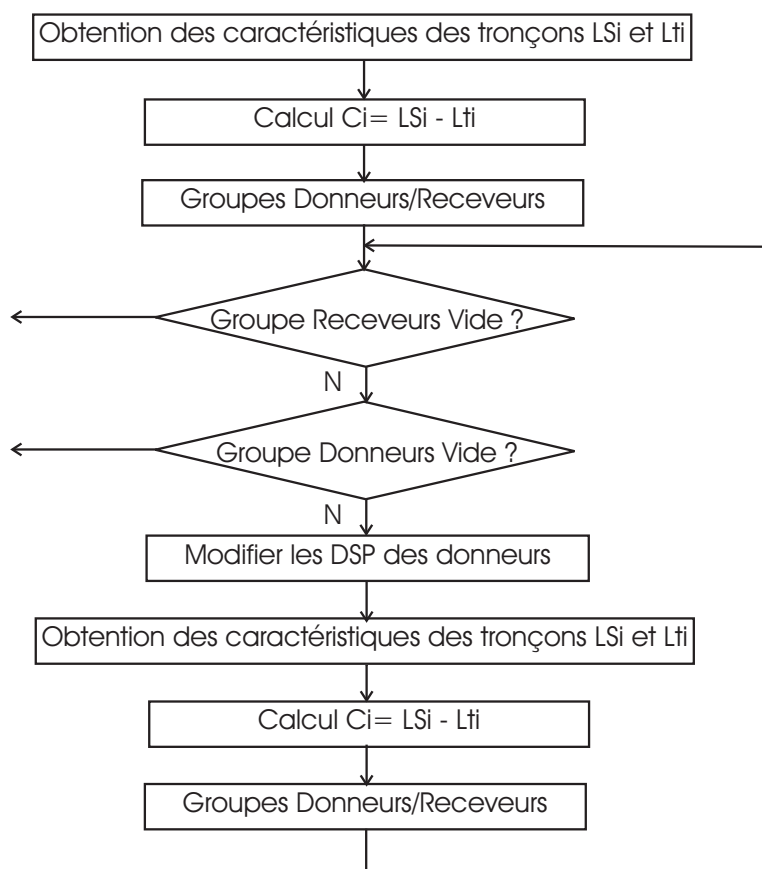


FIG. 6.12 – Optimisation du problème par allocation dynamique de spectre

## 6.5 Résultats de simulations

Pour montrer les performances de la technique DSM de niveau 2 proposée dans ce chapitre, nous considérons l'exemple de transmission de 7 lignes VDSL. En supposant que ces lignes partagent à elles seules le même câble DSL, les longueurs et les débits respectifs de ces lignes sont reportés dans la table 6.1. Dans les simulations présentées dans cette section, lorsque nous calculons les bruits de diaphonie entre les lignes considérées, nous supposons que ces lignes sont identiques. En effet, nous utilisons le modèle ETSI [STA] qui n'est applicable que dans le cas où les longueurs des lignes sont égales.

TAB. 6.1 – Longueurs et débits des lignes de test en l'absence d'éléments actifs dans la SR

Ligne	1	2	3	4	5	6	7
Longueur (m)	610	730	730	975	1100	1200	1400
Débit (Mb/s)	47.726	37.444	37.444	24.544	19.309	15.803	12.475

La simple introduction d'un élément actif dans la SR, se trouvant à 500m du répartiteur,

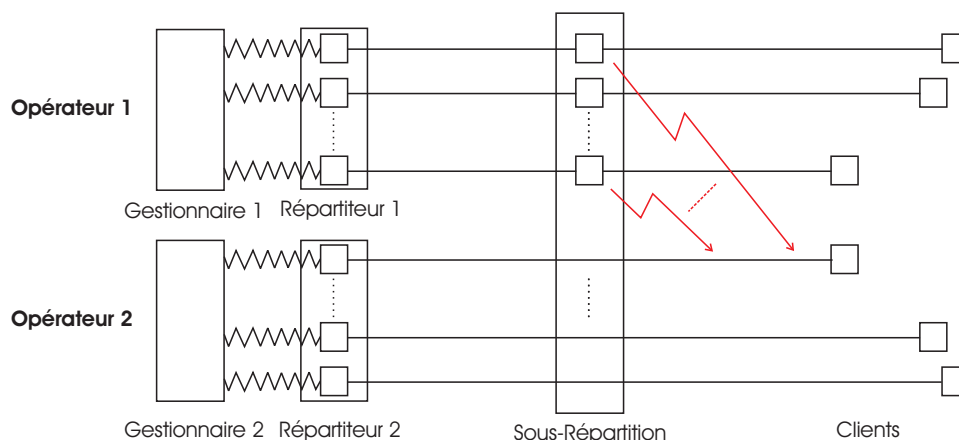


FIG. 6.13 – Coexistence de deux opérateurs dans la même Sous-Répartition

divise chaque ligne en deux tronçons LS et LT de capacités supérieures à l'ancienne capacité de cette ligne. Ces capacités sont reportées dans la table 6.2, et la nouvelle capacité de chaque ligne est la valeur minimale entre les capacités de ses deux tronçons LS et LT.

TAB. 6.2 – Capacités des deux tronçons LS et LT de chaque ligne après introduction des éléments actifs dans la SR

Ligne	1	2	3	4	5	6	7
Capacité de LS (Mb/s)	56.534	56.534	56.534	56.534	56.534	56.534	56.534
Capacité de LT (Mb/s)	81.111	69.832	69.832	57.849	48.751	39.508	28.742

Les tronçons LS des lignes 1, 2, 3 et 4 sont à défaut de débits par rapports aux tronçons LT qui leurs sont respectivement associés. Néanmoins, les tronçons LS des lignes 5, 6 et 7 sont en excès de débit par rapports aux tronçons LT qui leurs sont associés.

Nous considérons, dans un premier temps, l'augmentation des performances de notre système DSL par allocation dynamique de débit. Ici, les excès de débit des tronçons  $LS_5$ ,  $LS_6$  et  $LS_7$  sont utilisés pour véhiculer l'information des utilisateurs 1, 2, 3 et 4 afin que leurs capacités approchent au maximum les capacités de leurs tronçons  $LS_1$ ,  $LS_2$ ,  $LS_3$  et  $LS_4$ . La matrice d'adjacence  $A$  qui vérifie les contraintes de sommation lignes et colonnes, telle que décrite dans 6.2.1, est :

$$A = \begin{pmatrix} 7.783 & 0 & 0 & 0 \\ 3.728 & 13.298 & 0 & 0 \\ 13.066 & 0 & 13.298 & 1.315 \end{pmatrix}$$

Vu la simplicité de l'exemple considéré, l'affectation, à la main, de la matrice  $A$  est celle qui minimise le nombre d'allocations de tronçons LS donneurs aux tronçons LT receivers. Les débits augmentés des lignes sont reportés dans la table 6.3.

TAB. 6.3 – Débits augmentés des lignes par allocation dynamique de débit

Ligne	1	2	3	4	5	6	7
Capacité de LS (Mb/s)	81.111	69.832	69.832	57.849	48.751	39.508	28.742

Dans un deuxième temps, nous considérons l'augmentation des performances de notre système DSL par allocation dynamique de spectre (section 6.3). Ici, les débits des tronçons  $LS_5$ ,  $LS_6$  et  $LS_7$  sont ramenés aux débits de leurs tronçons  $LT_5$ ,  $LT_6$  et  $LT_7$ , en diminuant les niveaux de DSP des tronçons LS 5 à 7. Dans la table 6.4 nous présentons les résultats de simulations effectuées. Dans l'itération 1, le débit de  $LS_5$  est ramené au débit de  $LT_5$  en diminuant le niveau de DSP de l'émetteur de  $LS_5$  jusqu'à -62.6 dBm/Hz. Ceci engendre, évidemment, l'augmentation des débits des autres lignes LS qui passent de 56.534 Mb/s à 57.351 Mb/s. Dans la deuxième itération, nous refaisons la même chose avec la ligne 6 et nous ramenons le niveau de DSP de son tronçon LS à -66.2 dBm/Hz. Les débits du reste des lignes LS ainsi augmentés, nous remarquons l'apparition d'un nouveau donneur de débit. Il s'agit de la ligne 4 dont la capacité du tronçon LS (58.708 Mb/s) dépasse celle du tronçon LT (57.849 Mb/s). De même, la DSP du tronçon LS de la ligne 7 dans la troisième itération se ramène à -71.3 dBm/Hz. Dans les itérations suivantes les différences entre les capacités des tronçons LS et LT des lignes donneuses sont de plus en plus petites et le gain en débit n'est plus significatif.

TAB. 6.4 – Itérations de la procédure d'allocation dynamique de spectre : Débits des tronçons LS

Tronçon LS	1	2	3	4	5	6	7
DSP (dBm/Hz)	-60	-60	-60	-60	-60	-60	-60
Débit (Mb/s)	56.534	56.534	56.534	56.534	56.534	56.534	56.534
Itération 1							
DSP (dBm/Hz)	-60	-60	-60	-60	<b>-62.6</b>	-60	-60
Débit (Mb/s)	57.351	57.351	57.351	57.351	<b>48.751</b>	57.351	57.351
Itération 2							
DSP (dBm/Hz)	-60	-60	-60	-60	-62.6	<b>-66.2</b>	-60
Débit (Mb/s)	58.708	58.708	58.708	58.708	49.834	<b>39.508</b>	58.708
Itération 3							
DSP (dBm/Hz)	-60	-60	-60	-60	-62.6	-66.2	<b>-71.3</b>
Débit (Mb/s)	60.529	60.529	60.529	60.529	51.341	40.700	<b>28.742</b>

Les résultats de la table 6.4 sont reportés dans la figure 6.14, où la courbe bleue désigne les capacités des tronçons LT et la courbe verte, ceux des tronçons LS. Les lignes donneuses sont celles pour lesquelles la courbe verte est en dessus de la courbe bleue. Dans la première itération (courbe rouge) la capacité du tronçon  $LS_5$  est ramenée à celle du tronçon  $LT_5$ . Dans la deuxième itération (courbe bleue claire) la capacité du tronçon  $LS_6$  est ramenée à celle du tronçon  $LT_6$ . Cette courbe dépasse pour la ligne 4 la courbe bleue, cette ligne est désormais donneuse. Ce dépassement s'accroît dans la troisième itération.

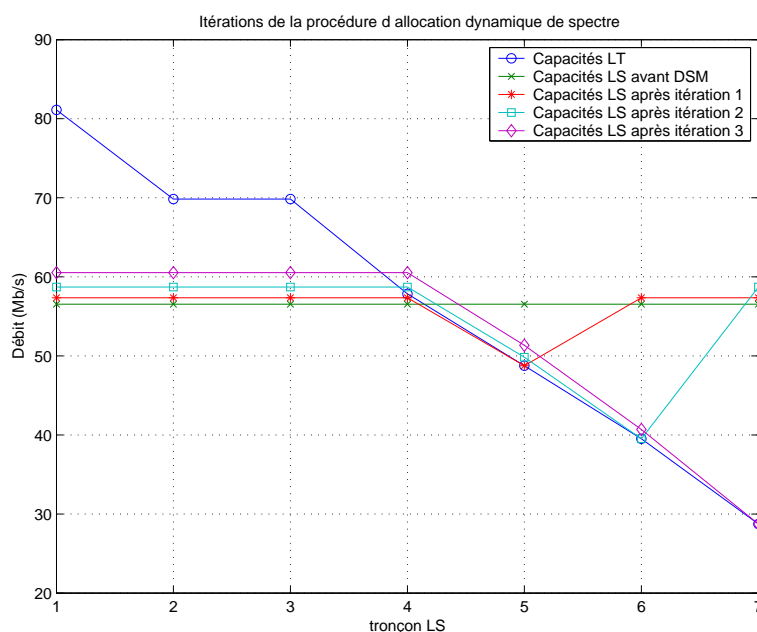


FIG. 6.14 – Optimisation par allocation dynamique de spectre : capacités des tronçons LT et LS

En résumé, les résultats de simulations présentés ci-dessus, montrent que le processus d'allocation dynamique de débit permet d'atteindre des débits supérieurs à ceux atteints par le processus d'allocation dynamique de spectre. Néanmoins, ce dernier offre l'avantage de pouvoir être implémenté sur un équipement de moindre complexité.

## 6.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé une nouvelle architecture DSL permettant de réduire l'affaiblissement de boucle, en raccourcissant la longueur des lignes. Cette architecture est caractérisée par l'introduction d'éléments actifs dans la SR, qui divisent chaque ligne en deux tronçons plus courts et séparés.

Cette architecture est, par la suite, optimisée selon un premier procédé exploitant les porteuses inutilisées des tronçons à excès de débit, se trouvant avant la SR, afin de transporter l'information des lignes pour lesquelles les capacités des tronçons situés après la SR sont supérieures à celles des tronçons se trouvant avant la SR. Puis selon un deuxième procédé dans lequel nous avons diminué les spectres des tronçons à excès de débit, se trouvant avant la SR, afin d'augmenter les capacités du reste des lignes DSL.

Une comparaison, par simulations, entre ces deux procédés proposés a été finalement réalisée. Nous avons, ainsi, montré que le premier procédé est plus performant en terme de débit

---

que le deuxième procédé, mais que, ce dernier offre l'avantage d'être associé à un équipement moins complexe.

Dans la troisième partie de ce travail, qui tient compte encore de la coordination entre les lignes DSL, nous irons plus loin pour annuler totalement l'interférence entre ces lignes.

Troisième partie

Niveau 3 de la DSM : Transmission  
Vectorielle



## Chapitre 7

# DSL MIMO et Transmission Vectorielle

La topologie actuelle des systèmes DSL est présentée dans la figure 7.1, où les paires torsadées émanent du central téléphonique (CT) et atteignent les clients potentiels DSL [STA99]. La normalisation actuelle permet pour des fournisseurs de service multiples de partager la même boucle, où chaque fournisseur a un accès physique aux paires torsadées correspondant à ses clients. Cependant, l'interférence entre ces lignes conduit au problème majeur qui limite la transmission DSL. L'approche courante pour minimiser les effets de l'interférence est de limiter tous les systèmes DSL en suivant certaines directives sur des paramètres de transmission telle que la densité spectrale de puissance (DSP) [ANSI T1-413 01].

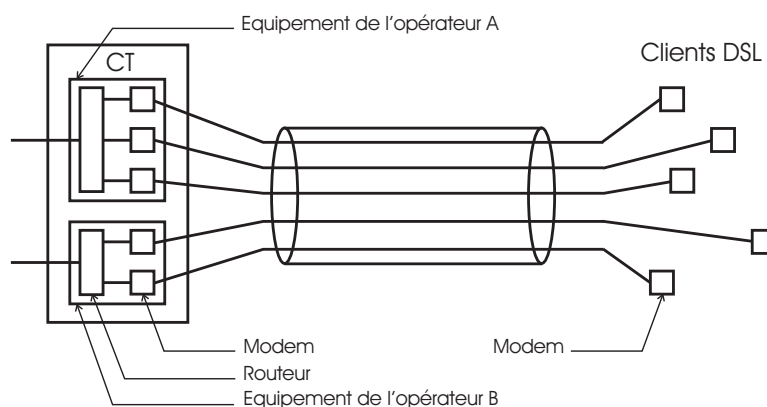


FIG. 7.1 – La topologie actuelle du système DSL

Récemment, les principales compagnies de Télécommunications ont opté pour installer des unités optiques de réseau (UOR) entre le CT et les clients. Celles-ci visent à raccourcir les longueurs des boucles paires de cuivre, de sorte que les performances du service DSL soient améliorées. L'architecture courante devient impraticable avec l'installation de l'UOR, puisqu'elle implique que chaque fournisseur de service emploie une fibre individuelle pour se raccorder à l'UOR et que l'UOR doit être assez grand pour comporter un support pour chaque fournisseur

de service [CIO01]. Pour remédier à ces problèmes, la transmission dans les systèmes DSL au niveau des boucles paires de cuivre est exclusivement commandée par une seule entité, qui implique une coordination des récepteurs dans le sens ascendant et des émetteurs dans le sens descendant (voir la figure 7.2).

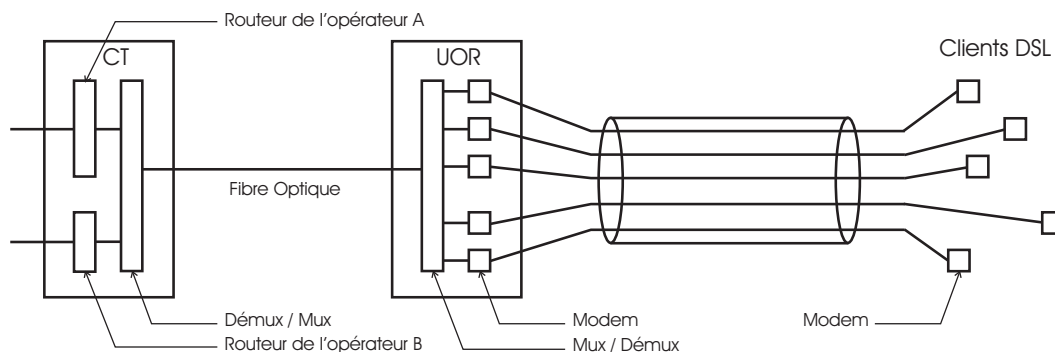


FIG. 7.2 – La topologie future du système DSL

La figure 7.3 montre l'interférence résultant du couplage électromagnétique entre les paires torsadées voisines dans un câble DSL. Le bruit FEXT décrit les signaux couplés qui proviennent de l'extrémité opposée du récepteur affecté, alors que l'interférence NEXT décrit les signaux couplés qui proviennent de la même extrémité que le récepteur affecté.

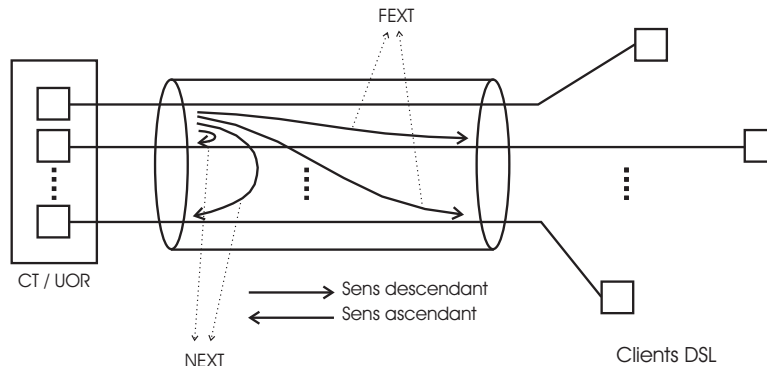


FIG. 7.3 – La diaphonie dans les systèmes DSL

Dans les systèmes ADSL et VDSL, l'impact du bruit NEXT est supprimé en utilisant le duplexage fréquentiel (FDD) pour séparer la transmission descendante et ascendante. Cependant, ce bruit existe si d'autres services xDSL tels que RNIS, HDSL, HDSL2, SDSL et SHDSL sont présents dans le même câble DSL.

L'objectif de la transmission vectorielle est d'éliminer la diaphonie en traitant le canal comme étant un système MIMO et en traitant conjointement les signaux au niveau de l'émetteur (pour la transmission descendante) et au niveau du récepteur (pour la transmission ascendante).

Ce chapitre décrit la transmission vectorielle et essaye d'aborder plusieurs des questions

pratiques liées à son exécution. La section 7.1 donne le modèle de canal et définit la transmission coordonnée multiporteuse (DMT), qui permet d'effectuer la réduction d'interférence indépendamment dans chaque tonalité. La section 7.2 décrit les méthodes d'annulation de l'interférence pour le sens descendant et ascendant de transmission. Enfin, la section 7.3 montre des résultats de simulation.

Le problème d'annulation d'interférence a été précédemment traité dans [HON90] et [HON92], où des égaliseurs MIMO MMSE linéaires ont été dérivés. La référence [TAU00] utilise la décomposition en valeurs singulières (comme c'est fait dans [RAL98] pour la radio) pour réaliser l'annulation d'interférence en supposant la co-localisation des émetteurs et des récepteurs.

## 7.1 Modèle de canal et Transmission DMT

Dans cette section, nous présentons le modèle de canal de la figure 7.3. Nous supposons que les modems dans le CT (ou dans l'UOR) et les modems clients ont exactement la même période d'échantillonnage. Cette hypothèse est justifiée par le fait que les horloges des modems du CT (ou de l'UOR) sont générées à partir d'un générateur commun. Ceci reste encore vrai pour les modems clients, car l'horloge dans ce cas peut être obtenue à partir des signaux reçus.

Pour chaque utilisateur  $i$ , le signal échantillonné reçu  $y_i$  dépend des symboles présents et passés émis au niveau de l'utilisateur lui-même, ainsi qu'au niveau des autres utilisateurs se situant dans le même câble.

Nous notons :

1.  $L$  : le nombre total des utilisateurs.
2.  $h_{ii}$  : la fonction de transfert du canal de la ligne  $i$ .
3.  $h_{ij}$  : la fonction de couplage de la ligne  $j$  avec la ligne  $i$ .
4.  $\nu$  : le maximum des mémoires de  $(h_{ij})_{1 \leq i, j \leq L}$  exprimées en terme de nombre d'échantillons.
5.  $y_i$  : le signal de taille  $N$  reçu au niveau du récepteur de la ligne  $i$ .
6.  $x_j$  : le vecteur signal émis de taille  $N + \nu$  de l'émetteur de l'utilisateur  $j$ .
7.  $n_i$  : le vecteur bruit blanc Gaussien de taille  $N$  et, sans perdre de généralité, de variance 1 au niveau du récepteur de la ligne  $i$ .

Un bloc de  $N$  échantillons pour le récepteur de l'utilisateur  $i$  satisfait :

$$y_i = h_i * x_i + \sum_{j=1, j \neq i}^L h_j * x_j + n_i \quad (7.1)$$

où, pour tout  $k \in \{1, 2, \dots, L\}$  :

$$h_k = [h_k(0) \ h_k(1) \ \dots \ h_k(\nu - 1)]^T \quad (7.2)$$

En combinant les  $L$  utilisateurs, (7.1) devient :

$$y = Hx + n \quad (7.3)$$

où  $y = [y_1^T, y_2^T, \dots, y_L^T]^T$ ,  $x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_L^T]^T$ ,  $n = [n_1^T, n_2^T, \dots, n_L^T]^T$  et  $H$  est une matrice dont le bloc  $(i, j)$  est  $h_{ij}$ . La matrice de covariance du bruit est  $R_{nn} = I$ .

En appliquant la Transformée de Fourier Discrète (TFD) dont le principe est expliqué dans [WEI71] et [PEL80], une opération de Transformée de Fourier Discrète Inverse (TFDI) est effectuée sur chaque bloc transmis de données, et une opération de TFD est effectuée sur chaque bloc reçu de données.

$$\begin{aligned} Y &= Q_{TFDm} H Q_{TFDI} X + Q_{TFDm} n \\ &= \Lambda X + N' \end{aligned} \quad (7.4)$$

où :

$$Y = [Y_1^T, Y_2^T, \dots, Y_L^T]^T = Q_{TFDm} y \quad (7.5)$$

$$x = Q_{TFDI} [X_1^T, X_2^T, \dots, X_L^T]^T = Q_{TFDI} X \quad (7.6)$$

$$N' = [N_1'^T, N_2'^T, \dots, N_L'^T]^T = Q_{TFDm} n \quad (7.7)$$

$$Q_{TFDI} = \text{diag} \left( \underbrace{Q_{TFDI}, Q_{TFDI}, \dots, Q_{TFDI}}_L \right) \quad (7.8)$$

avec  $Q_{TFDI}$  est la matrice de la TFDI de taille  $N \times N$ ,  $Q_{TFD} = Q_{TFDI}^*$  la matrice de la TFD correspondante, et  $Q_{TFDm} = Q_{TFDI}^*$ . Chacun des  $Y_k$ ,  $X_k$  et  $N_k'$  contient  $N$  échantillons associés à l'utilisateur  $k$ ,  $R_{N'N'} = I$  et  $\Lambda_{ij} = Q_{TFD} h_{ij} Q_{TFDI}$ .

Par conséquent, (7.4) donne une description de canal, où les échantillons sont empilés dans des vecteurs correspondants aux utilisateurs, et chacun des vecteurs contient des échantillons correspondants aux porteuses. Il est souhaitable de réorganiser ces échantillons, de sorte qu'ils soient empilés dans des vecteurs correspondant aux porteuses, et chacun de ces vecteurs contient des échantillons correspondant aux différents utilisateurs. À cet effet, une matrice de permutation  $P$  ayant  $NL$  lignes et  $NL$  colonnes est définie. Elle est composée de blocs  $P_{i,j}$  de tailles  $N \times N$ , où  $i, j \in \{1, 2, \dots, L\}$ . Le bloc  $P_{i,j}$  contient partout des zéros, excepté une valeur égale à 1 à la position  $(j, i)$ . Nous pouvons facilement vérifier que, quand la matrice  $P$  est multipliée à droite par un vecteur de taille  $NL$ , elle ré-ordonne ses éléments de  $L$  groupes de  $N$  composants à  $N$  groupes de  $L$  composants. En outre, nous notons que  $P^{-1} = P^* = P$ . L'application de cette opération aux échantillons émis et reçus donne :

$$\begin{aligned} Z &= P \Lambda P X + P N' \\ &= P \Lambda P U + N \\ &= T U + N \end{aligned} \quad (7.9)$$

où :

$$Z = [Z_1^T, Z_2^T, \dots, Z_N^T]^T = P Y \quad (7.10)$$

$$U = [U_1^T, U_2^T, \dots, U_N^T]^T = P X \quad (7.11)$$

$$N = [N_1^T, N_2^T, \dots, N_N^T]^T = P N' \quad (7.12)$$

$$T = P \Lambda P = \text{diag} \left( \underbrace{T_1, T_2, \dots, T_N}_N \right) \quad (7.13)$$

avec  $R_{NN} = I$ .

Finalement, (7.9) devient :

$$Z_i = T_i U_i + N_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7.14)$$

Ainsi,  $Z_i$ ,  $U_i$  et  $N_i$  contiennent les échantillons reçus, les échantillons transmis et les échantillons de bruit de tous les utilisateurs correspondant à la porteuse  $i$ .  $T_i$  caractérise la transmission MIMO dans la porteuse  $i$ . Dans ce qui suit, une distinction entre sens descendant et sens ascendant est faite en adoptant les notations respectives  $T_{i,down}$  et  $T_{i,up}$ .

L'équation (7.14) montre que l'annulation d'interférence peut être exécutée indépendamment dans chaque porteuse. Par conséquent, comme montré dans la prochaine section, un choix de blocs d'annulateurs peut être utilisé au CT/UOR pour enlever l'interférence dans chaque porteuse pour la communication ascendante. De même, des blocs de précodeurs peuvent être employés au CT/UOR sur les signaux transmis dans chaque porteuse, de sorte que les signaux reçus soient libres d'interférence.

## 7.2 Annulation d'interférence par décomposition QR

En se basant sur l'équation (7.14), les méthodes pour enlever l'interférence dans chaque porteuse sont décrites pour le sens descendant puis pour le sens ascendant de transmission.

### 7.2.1 Annulation de l'interférence dans le canal descendant de transmission

Pour le sens descendant de transmission, le traitement conjoint des signaux à l'émission est permis. La décomposition QR de  $T_{i,down}$  donne :

$$T_{i,down} = Q_i R_i \quad (7.15)$$

où  $Q_i$  est une matrice unitaire et  $R_i$  est une matrice triangulaire supérieure.

Avec cette méthode nous faisons en sorte que les symboles soient multipliés par  $Q_i^{T*}$  avant d'être transmis.

$$U_i = Q_i^{T*} U'_i \quad (7.16)$$

Puis, la réception sans interférence est réalisée grâce à un choix de  $U'_i$  tel que :

$$U'_i = R_i^{-T} \text{diag}(R_i^T) \tilde{U}_i \quad (7.17)$$

où les symboles émis dans la porteuse  $i$  sont les éléments de  $\tilde{U}_i$ .

Par contre, cette opération peut causer des augmentations indésirables d'énergie. Ainsi, en utilisant le principe de précodage de Tomlinson-Harashima ([TOM71] et [HAR72]),  $U'_i$  est remplacée par :

$$(U'_i)_k = \Gamma_{M_{i,k}} \left[ (\tilde{U}_i)_k - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{r_{j,k}^i}{r_{k,k}^i} (U'_i)_j \right], \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (7.18)$$

où pour tout  $j, k \in \{1, 2, \dots, L\}$ ,  $r_{j,k}^i$  est le coefficient  $(j, k)$  de la matrice  $R_i$ .

Au niveau du récepteur, l'opération suivante est réalisée :

$$(\hat{Z}_i)_k = \Gamma_{M_{i,k}} \left[ \frac{(Z_i)_k}{r_{k,k}^i} \right], \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (7.19)$$

où  $\Gamma_{M_{i,k}}$  est définie par :

$$\Gamma_{M_{i,k}}[x] = x - M_{i,k}d \left\lfloor \frac{x + \frac{M_{i,k}d}{2}}{M_{i,k}d} \right\rfloor \quad (7.20)$$

avec  $M_{i,k}$  est la taille de constellation de l'utilisateur  $k$  dans la porteuse  $i$ , et  $d$  est l'espacement entre les points de cette constellation.

Il est montré dans [GIN00] que ces opérations donnent :

$$\hat{Z}_i = \tilde{U}_i + [\text{diag}(R_i^T)]^{-1} N_i \quad (7.21)$$

qui implique bien une réception sans interférences.

Le précodeur MIMO décrit ci-dessus correspond à une seule porteuse et est représenté dans la figure 7.4.

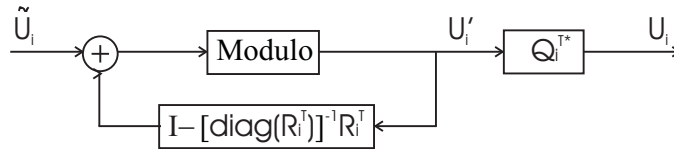


FIG. 7.4 – Sens descendant de transmission : Bloc précodeur pour la porteuse  $i$

En combinant les précodeurs des différentes porteuses et incluant les émetteurs et récepteurs DMT, nous obtenons le système de transmission vectorielle DMT pour le sens descendant de transmission de la figure 7.5.

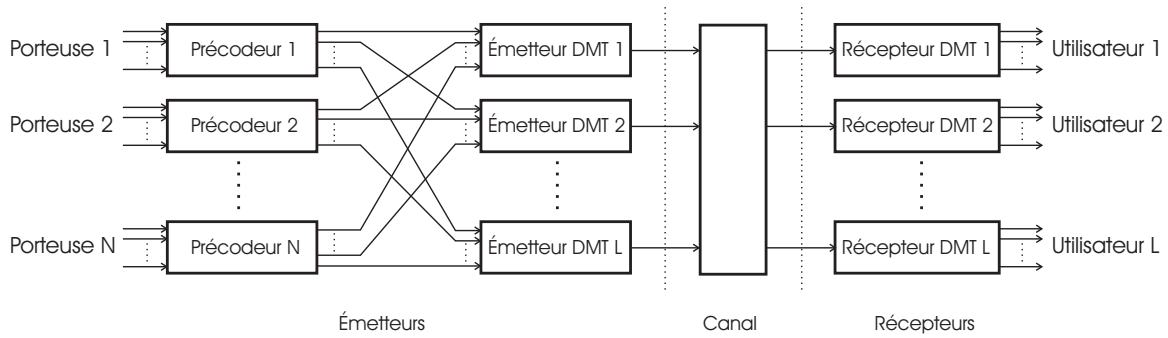


FIG. 7.5 – Système de transmission vectorielle DMT pour le sens descendant de transmission

### 7.2.2 Annulation de l'interférence dans le canal ascendant de transmission

Dans le sens ascendant de transmission, la colocation des émetteurs dans le CT/UOR donne la possibilité de traiter conjointement les échantillons reçus. La décomposition QR de  $T_{i,up}$  donne :

$$T_{i,up} = Q_i R_i \quad (7.22)$$

où, encore,  $Q_i$  est une matrice unitaire et  $R_i$  est une matrice triangulaire supérieure.

Si les échantillons reçus sont multipliés par  $Q_i^*$ , alors (7.14) devient :

$$\tilde{Z}_i = Q_i^* Z_i \quad (7.23)$$

$$= R_i U_i + \tilde{N}_i \quad (7.24)$$

où  $\tilde{N}_i = Q_i^* N_i$  est tel que  $R_{\tilde{N}_i} \tilde{N}_i = I$ .

Puisque  $R_i$  est triangulaire supérieure et  $\tilde{N}_i$  a les composants non-corrélés, les symboles émis  $U_i$  peuvent être récupérés par retour de décision combinée avec une détection symbole par symbole. Ainsi, une structure de retour de décision est dérivée avec comme matrice directe  $Q_i^*$  et comme matrice de rétroaction  $I - R_i$ . La détection de l'élément  $k$  de  $U_i$  est exprimée par :

$$(\hat{U}_i)_k = \text{decode} \left[ \frac{1}{r_{k,k}^i} (\tilde{Z}_i)_k - \sum_{j=k+1}^L \frac{r_{k,j}^i}{r_{k,k}^i} (\tilde{U}_i)_j \right], \quad k = L, L-1, \dots, 1 \quad (7.25)$$

où  $r_{k,j}^i$  est l'élément  $(k, j)$  de  $R_i$ . Si ces décisions sont correctes, l'interférence est ainsi annulée.

Le décodeur MIMO décrit ci-dessus correspond à une seule porteuse et est représenté dans la figure 7.6.

En combinant les décodeurs des différentes porteuses et incluant les émetteurs et récepteurs DMT, nous obtenons le système de transmission vectorielle DMT pour le sens ascendant de transmission de la figure 7.7.

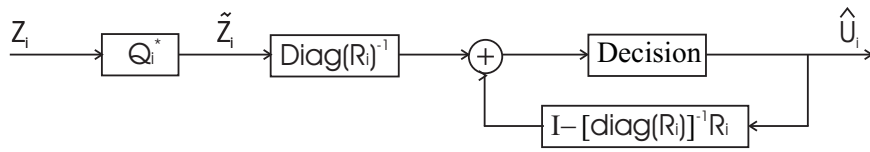


FIG. 7.6 – Sens ascendant de transmission : Bloc décodeur pour la porteuse  $i$

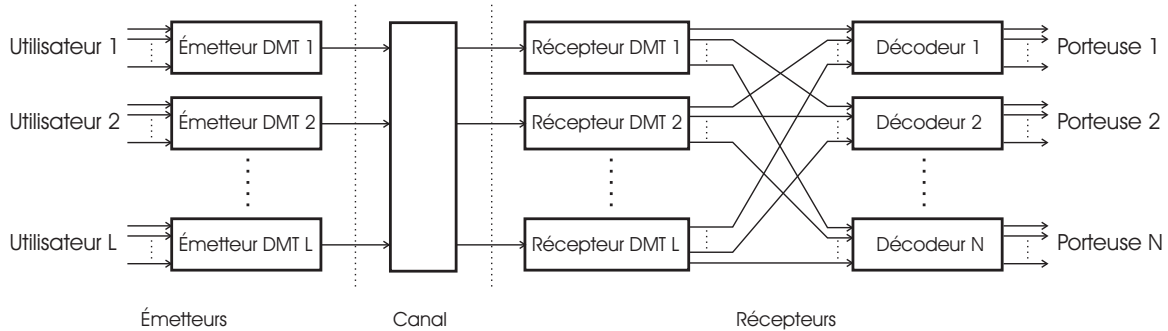


FIG. 7.7 – Système de transmission vectorielle DMT pour le sens ascendant de transmission

### 7.3 Résultats de simulation

Les résultats de simulation présentés ci-dessous se rapportent à l’environnement VDSL. Les paramètres considérés et les caractéristiques DMT (montrés dans la table 7.1) sont extraits respectivement de [WAN00], [ETSIv121] et [SCH00], [ETSIv111]. Le gain de codage, la marge de bruit, et la probabilité d’erreur mènent à un Gap de transmission égal à 12.3 dB. La granularité du nombre de bits de chaque porteuse est supposée infinie, et les effets de propagation d’erreur du sens ascendant de transmission sont ignorés. Délibérément, aucune capacité maximale en bits par porteuse n’est prise en considération, puisque le but des simulations est de démontrer les capacités maximales réalisables.

TAB. 7.1 – Paramètres de simulation

Nombre de porteuses DMT	4096
Largeur de porteuse	4.3125 KHz
Taux symbole	4 KHz
Gain de codage	3.5 dB
Marge de bruit	6 dB
Probabilité d’erreur	$< 10^{-7}$
Puissance maximale	12 dBm
Résistance de charge	100 Ohm
Bandes radio amateurs	spécifiés dans [WAN00]

L’allocation de fréquence des canaux ascendant et descendant est choisie comme montré dans la table 7.2, et le modèle A de bruit utilisé est indiqué dans [OKS99]. Une topologie de 20



TAB. 7.2 – Bandes de fréquence du canal ascendant et descendant

Bandes du canal ascendant	Bandes du canal descendant
0.03 - 0.138	0.138 - 2.5
2.5 - 3.75	3.75 - 8.5
8.5 - 12	12 - 17.7

utilisateurs, à paires torsadées longueurs égales, est assumée. Les figures 7.8 et 7.9 comparent les débits réalisables par la transmission DMT conventionnelle et par la transmission DMT vectorielle pour la transmission descendante et ascendante, et ce pour des longueurs différentes de boucle VDSL.

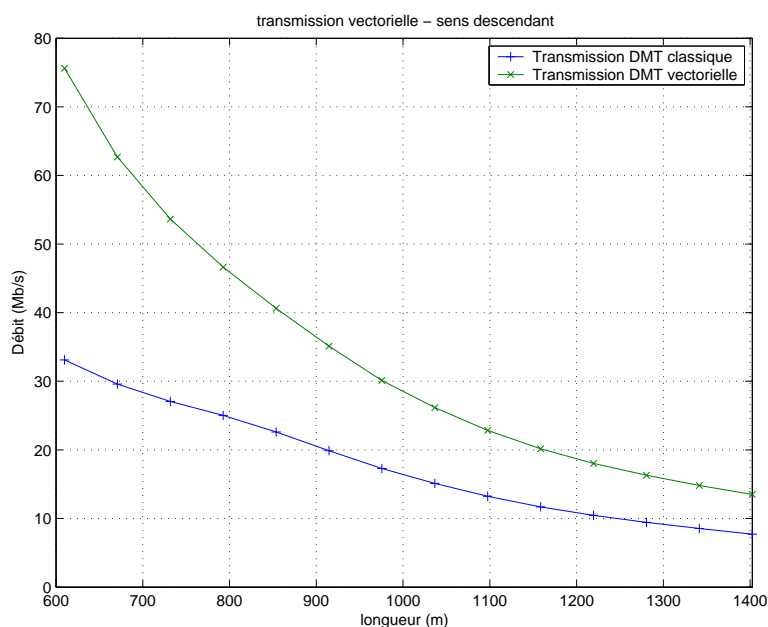


FIG. 7.8 – Débits réalisables dans le sens descendant de transmission

Évidemment, la transmission vectorielle améliore les performances de manière significative, et ceci peut être vu de deux manières distinctes. Pour une longueur de boucle VDSL donnée, la transmission vectorielle permet l'accomplissement de débits beaucoup plus élevés pour toutes les longueurs. Les gains sont plus importants dans les boucles courtes, où évidemment la transmission est très limitée par la télé-diaphonie. En outre, nous voyons qu'avec la transmission vectorielle nous augmentons la longueur maximale de boucle VDSL sous contrainte de débit fixe. Par exemple, dans la figure 7.8, une contrainte de débit descendant de 30 Mb/s limite le système DMT conventionnel aux boucles de longueurs inférieures à 650m, alors qu'en utilisant la transmission vectorielle, nous prolongeons la limite de longueur de boucle à 980m.

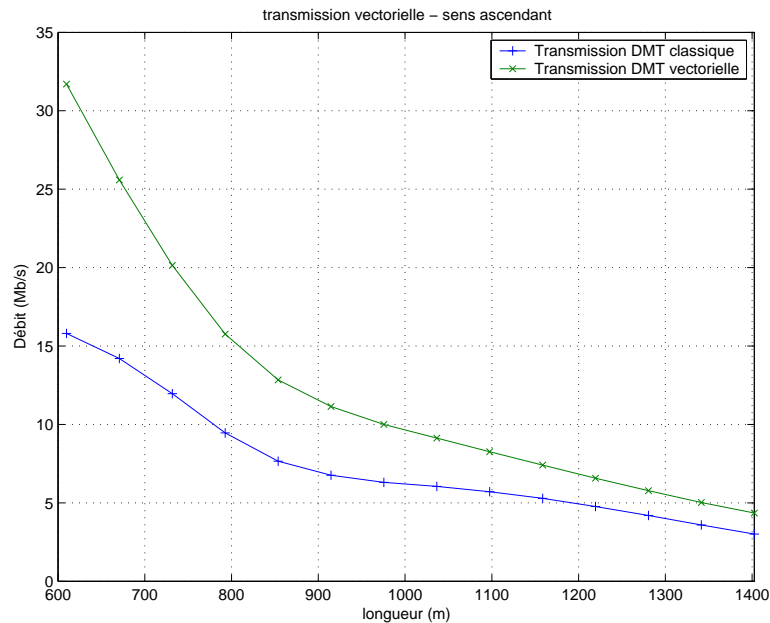


FIG. 7.9 – Débits réalisables dans le sens ascendant de transmission

## 7.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le concept de la transmission vectorielle appliquée aux systèmes DSL. Cette technique peut être résumée en tant que traitement conjoint des signaux au CT/UOR, tirant profit de la coordination des utilisateurs à ce niveau pour annuler l'interférence. Des méthodes ont été présentées, où l'interférence est annulée indépendamment dans chaque porteuse.

Néanmoins, la transmission vectorielle améliore considérablement les systèmes xDSL, au coût de synchronisation de tous les utilisateurs, de traitement supplémentaire des signaux au CT/UOR et surtout de l'identification de la matrice de canal MIMO. En effet, la détermination des paramètres des blocs de décodeurs et précodeurs se fonde sur la connaissance parfaite de cette matrice de canal MIMO. Les canaux paires torsadés sont stationnaires, nous proposons dans le chapitre suivant des méthodes d'identification de la matrice de canal MIMO pendant la phase d'initialisation.

## Chapitre 8

# Identification de la diaphonie entre paires d'un système DSL MIMO

L'approche courante pour réduire l'interférence entre utilisateurs est de limiter tous les systèmes DSL en suivant certaines directives sur des paramètres de transmission tel que le niveau de DSP. Malheureusement, même avec l'allocation dynamique de spectre, les systèmes DSL sont toujours loin de leur pleine capacité.

Dans ce chapitre, l'interférence entre les utilisateurs est annulée. La transmission multi-utilisateurs pour les lignes DSL est modélisée comme étant une transmission "vectorielle", qui repose sur la coordination des utilisateurs au niveau du central téléphonique (CT) ou de l'unité optique de réseau (UOR) : colocalisation des émetteurs du sens descendant de transmission (downstream) et des récepteurs du sens ascendant (Upstream).

Comme montré dans le chapitre précédent, afin de réaliser l'annulation de la diaphonie et d'optimiser la transmission à utilisateurs multiples (MIMO), une connaissance des fonctions de couplage diaphonique entre chaque paire d'utilisateurs est indispensable. Nous proposons un modèle qui permet de déterminer les fonctions de transfert de couplage FEXT et NEXT entre n'importe quel utilisateur  $j$  rayonnant sur n'importe quel utilisateur  $i$ . Trois méthodes principales sont utilisées pour réaliser cette détermination : une première méthode reposant sur le critère des moindres carrées, une deuxième sur la décomposition en valeurs singulières et une troisième sur un critère d'erreur quadratique moyenne que nous proposons.

La première section décrit le modèle de canal MIMO considéré afin d'identifier les fonctions de couplage entre les lignes. Dans la deuxième section sont identifiées les inconnues du problème mathématique à résoudre. Ensuite, dans la troisième section, sont présentées les trois méthodes citées plus haut pour déterminer les fonctions de couplage FEXT et NEXT entre n'importe quelle paire de lignes. Des résultats de simulations avec des séquences d'apprentissage quelconques sont présentées dans cette section, afin de comparer les trois estimateurs MC, EQM et DVS. Enfin, dans la quatrième section, est considéré le cas où les séquences d'apprentissage sont périodiques et de période supérieure ou égale au nombre de coefficients des fonctions

de couplage à identifier. Les performances des trois estimateurs sont de nouveau présentées.

## 8.1 Canal DSL MIMO du modèle proposé

Dans cette section, nous présentons le modèle du canal de la figure 7.3 tel que nous allons le traiter. Nous supposons que les modems dans le CT (ou dans l'UOR) et les modems clients ont exactement la même période d'échantillonnage. Cette hypothèse est justifiée par le fait que les horloges des modems du CT (ou de l'UOR) sont générées à partir d'un générateur commun. Ceci reste encore vrai pour les modems clients, car l'horloge dans ce cas peut être obtenue à partir des signaux reçus.

Pour chaque utilisateur  $i$ , le signal échantillonné reçu  $y_i$  dépend des symboles présents et passés émis au niveau de l'utilisateur lui-même, ainsi qu'au niveau des autres utilisateurs se situant dans le même câble. Chaque émetteur  $j$  admet une différence de temps  $d_{ij}$  non-négative par rapport aux instants d'échantillonnage des signaux reçus dans le récepteur  $i$  (voir figure 8.1).

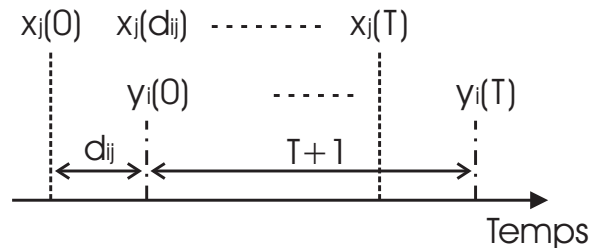


FIG. 8.1 – La différence de temps  $d_{ij}$  entre l'émetteur  $j$  et le récepteur  $i$ ,  $T$  est une période pré-définie

Dans tout ce qui suit, nous considérons uniquement le bruit de diaphonie généré par les émetteurs du CT/UOR. L'estimation du bruit de diaphonie généré par les émetteurs du côté client peut être effectué de la même façon. Chaque fonction de couplage FEXT ou NEXT à estimer est associée à un émetteur  $j$  et à un récepteur  $i$ . Pour simplifier les écritures, la fonction de transfert du canal de la ligne  $i$  est notée  $h_i$ , la fonction de couplage de la ligne  $j$  avec la ligne  $i$  est notée  $h_j$  et la différence de temps  $d_{ij}$  entre ces deux lignes est, désormais, notée  $d_j$ . Nous notons aussi :

1.  $L$ , le nombre total des utilisateurs.
2.  $\nu_i$ , la mémoire de  $h_i$  exprimée en terme de nombre d'échantillons.
3.  $\nu_j (j \neq i)$ , la mémoire de  $h_j$ .
4.  $y_i(m)$ , l'échantillon  $m$  du signal reçu au niveau du récepteur de la ligne  $i$ .
5.  $x_j(l)$ , le symbole  $l$  de l'émetteur de l'utilisateur  $j$ .
6.  $n_i(m)$ , l'échantillon  $m$  du bruit blanc Gaussien de variance  $\sigma_{n_i}^2$  au niveau du récepteur de la ligne  $i$ .

7.  $N$ , le nombre total d'échantillons considérés.

La figure 8.2 montre le modèle de canal DSL MIMO pour le récepteur  $i$ . Par opposition à l'émetteur  $i$ , ce récepteur se trouve du côté client dans le cas d'une transmission descendante et du côté CT/UOR dans le cas d'une transmission ascendante. Les émetteurs  $j \neq i$  se trouvent, par contre, du côté CT/UOR, puisque nous considérons la diaphonie générée par les émetteurs CT/UOR. Ces émetteurs sont les origines du FEXT dans la transmission descendante et du NEXT dans la transmission ascendante. La fonction de transfert  $h_j(j \neq i)$  désigne la fonction de couplage entre l'émetteur  $j$  et le récepteur  $i$ .

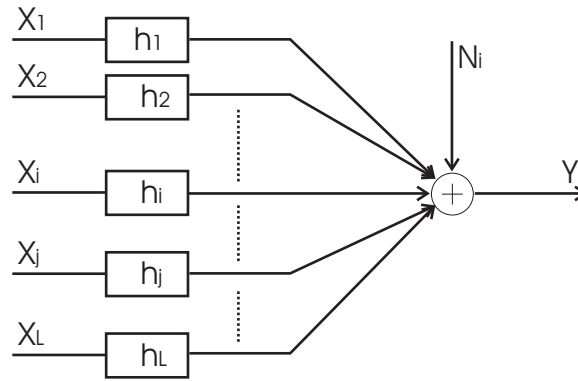


FIG. 8.2 – FEXT : Modèle de canal DSL MIMO pour le récepteur  $i$

L'échantillon  $m \in \{1, 2, \dots, N\}$  reçu au niveau du récepteur  $i$  s'écrit donc :

$$y_i(m) = h_i * x_i(m + d_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^L h_j * x_j(m + d_j) + n_i(m) \quad (8.1)$$

où, pour tout  $k \in \{1, 2, \dots, L\}$  :

$$h_k = [h_k(0) \ h_k(1) \ \dots \ h_k(\nu_k - 1)]^T \quad (8.2)$$

Plus précisément,

$$y_i(m) = \sum_{t=0}^{\nu_i-1} h_i(t) \times x_i(m + d_i - t) + \sum_{j=1, j \neq i}^L \sum_{t=0}^{\nu_j-1} h_j(t) \times x_j(m + d_j - t) + n_i(m) \quad (8.3)$$

## 8.2 Identification des inconnues du modèle

La mise en oeuvre du processus d'annulation de diaphonie entre les paires d'un système DSL MIMO nécessite la connaissance de sa matrice de canal MIMO. Les fonctions de transfert directes des lignes sont connues, il nous reste donc à identifier les fonctions de transfert de couplage diaphonique entre les différentes paires.

Dans le cas général d'une ligne  $i$ , ceci revient à trouver les fonctions de couplage FEXT et NEXT ( $h_j$ ) $_{j \neq i}$  avec les lignes interférentes et ce, connaissant les séquences d'apprentissage émises ( $x_j$ ) $_{1 \leq j \leq L}$ , les échantillons reçus  $y_i(m)$  et les statistiques du bruit blanc  $n_i$ .

La fonction de transfert  $h_i$  étant connue, nous notons, en plus, que la différence de temps  $d_i$  est égale à zéro car l'émetteur  $i$  et le récepteur  $i$  de l'autre bout de la ligne sont synchronisés.

Plusieurs travaux ont été effectués pour estimer les différences de temps entre les émetteurs et récepteurs d'un système DSL MIMO ([KNA76], [PAN99], [HER86] et [ZEN01]), nous considérons ainsi connues les quantités ( $d_j$ ) $_{1 \leq j \leq L, j \neq i}$ . Et nous notons, pour tout  $m \in \{1, 2, \dots, N\}$  et pour tout  $j \neq i$ ,

$$z_j(m) = x_j(m + d_j) \quad (8.4)$$

Le modèle de l'équation (8.1) s'écrit donc :

$$y_i(m) = h_i * x_i(m) + \sum_{j=1, j \neq i}^L h_j * z_j(m) + n_i(m) \quad (8.5)$$

où les seules inconnues sont les fonctions de couplage  $h_j$  ( $1 \leq j \leq L, j \neq i$ ).

### 8.3 Identification des fonctions de couplage

Pour une ligne  $j$  donnée, nous proposons d'identifier simultanément les fonctions de couplage FEXT et NEXT du rayonnement de cette ligne sur le reste des lignes partageant le même câble de transmission. L'idée est d'émettre une séquence d'apprentissage  $x_j$  sur cette ligne, de ne rien émettre sur les autres lignes et de récupérer les informations reçues sur ces dernières par les récepteurs se trouvant du même côté que l'émetteur  $j$ , pour estimer les fonctions de couplage NEXT (voir figure 8.3), et se trouvant du côté opposé de l'émetteur  $j$  pour estimer les fonctions de couplage FEXT (voir figure 8.4).

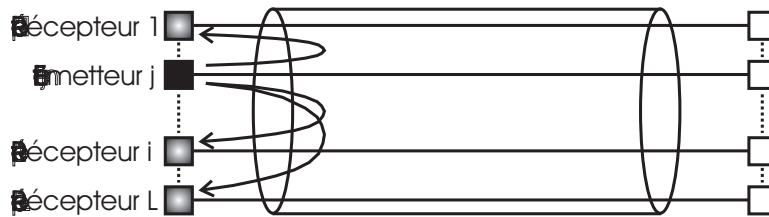


FIG. 8.3 – Modèle d'identification des fonctions de couplage NEXT

Dans les deux cas, suite à l'émission du signal  $x_j$  par l'émetteur  $j$ , le signal reçu par le récepteur  $i$  s'écrit pour l'échantillon  $m$  :

$$y_i(m) = h_j * z_j(m) + n_i(m) = \sum_{t=0}^{\nu_j-1} h_j(t) \times z_j(m-t) + n_i(m) \quad (8.6)$$

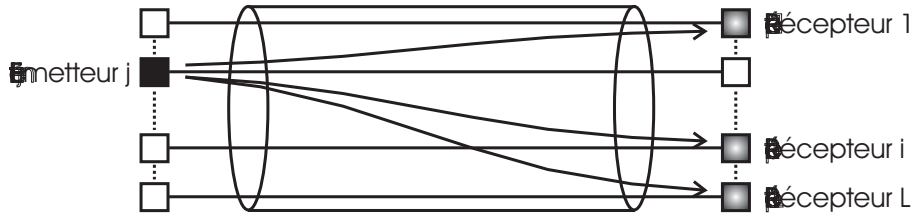


FIG. 8.4 – Modèle d'identification des fonctions de couplage FEXT

Où  $n_i$  est un bruit blanc Gaussien de variance  $\sigma_{n_i}^2$ .

La fonction de couplage diaphonique  $h_j$ , est un vecteur à  $\nu_j$  coefficients. Estimer  $h_j$  revient donc à estimer ses  $\nu_j$  composantes. L'échantillon reçu  $y_i(m)$  est une équation à  $\nu_j$  inconnus ( $h_j(0), h_j(1), \dots, h_j(\nu_j - 1)$ ). Dans la pratique, nous disposons de  $N$  échantillons reçus. Nous nous ramenons, ainsi, au système de  $N$  équations et  $\nu_j$  inconnues suivant :

$$\begin{cases} y_i(0) = h_j(0) \times z_j(0) + h_j(1) \times z_j(-1) + \dots + h_j(\nu_j - 1) \times z_j(-\nu_j + 1) + n_i(0) \\ y_i(1) = h_j(0) \times z_j(1) + h_j(1) \times z_j(0) + \dots + h_j(\nu_j - 1) \times z_j(-\nu_j + 2) + n_i(1) \\ y_i(2) = h_j(0) \times z_j(2) + h_j(1) \times z_j(1) + \dots + h_j(\nu_j - 1) \times z_j(-\nu_j + 3) + n_i(2) \\ \vdots \\ y_i(N - 1) = h_j(0) \times z_j(N - 1) + \dots + h_j(\nu_j - 1) \times z_j(-\nu_j + N) + n_i(N - 1) \end{cases} \quad (8.7)$$

La représentation matricielle de ce système s'écrit :

$$y_i = Z_j h_j + n_i \quad (8.8)$$

où  $y_i \in C^{N \times 1}$  est le vecteur signal reçu :

$$y_i = [y_i(0) \ y_i(1) \ \dots \ y_i(N - 1)]^T \quad (8.9)$$

$Z_j \in C^{N \times \nu_j}$  est la matrice de Toeplitz des données transmises :

$$Z_j = \begin{bmatrix} z_j(0) & z_j(-1) & \dots & z_j(-\nu_j + 1) \\ z_j(1) & z_j(0) & \dots & z_j(-\nu_j + 2) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ z_j(N - 1) & z_j(N - 2) & \dots & z_j(N - \nu_j) \end{bmatrix} \quad (8.10)$$

$h_j \in C^{\nu_j \times 1}$  est le vecteur fonctions de couplage de la formule (8.2).  $n_i \in C^{N \times 1}$  est le vecteur bruit blanc Gaussien de variance  $\sigma_{n_i}^2$  :

$$n_i = [n_i(0) \ n_i(1) \ \dots \ n_i(N - 1)]^T \quad (8.11)$$

Pour identifier les  $\nu_j$  composantes de la fonction de couplage  $h_j$ , nous proposons trois méthodes différentes : une estimation par la méthode des Moindres Carrées (MC), une estimation par Décomposition en Valeurs Singulières (DVS) et une estimation par la méthode de l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM). Nous nous plaçons dans le cas où la séquence d'apprentissage  $x_j$  est quelconque.

### 8.3.1 Estimation par la méthode des Moindres Carrées (MC)

D'après l'équation (8.8) :

$$y_i = Z_j h_j + n_i$$

Avec la méthode des MC, la valeur de  $h_j$  optimale, notée  $h_j^{opt}$ , est celle qui minimise la quantité  $J(h_j)$  définie par :

$$J(h_j) = \sum_{m=0}^{N-1} \left( y_i(m) - \sum_{t=0}^{\nu_j-1} h_j(t) \times z_j(m-t) \right)^2 = \sum_{m=0}^{N-1} n_i^2(m) \quad (8.12)$$

Le problème à résoudre est donc :

$$\min_{h_j} J(h_j) \quad (8.13)$$

On a :

$$J(h_j) = \| n_i \|^2 = \| y_i - Z_j h_j \|^2 \quad (8.14)$$

D'où :

$$J'(h_j) = -2Z_j^*(y_i - Z_j h_j) \quad (8.15)$$

Nous en déduisons que :

$$J'(h_j^{opt}) = 0 \iff (Z_j^* Z_j) h_j^{opt} = Z_j^* y_i \quad (8.16)$$

Et nous nous ramenons à un système à  $\nu_j$  équations et  $\nu_j$  inconnues. L'optimum selon le critère MC est :

$$h_j^{opt} = (Z_j^* Z_j)^{-1} Z_j^* y_i \quad (8.17)$$

La figure 8.5 présente le modèle d'estimation de la fonction de couplage  $h_j$  selon la méthode des Moindres Carrées.

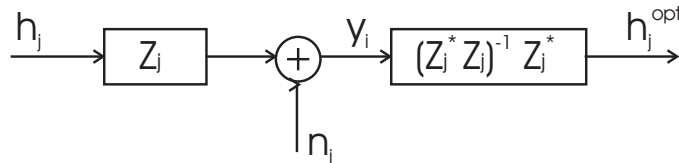


FIG. 8.5 – Modèle d'estimation de la fonction de couplage  $h_j$  selon le critère MC

### 8.3.2 Estimation par Décomposition en Valeurs Singulières (DVS)

L'estimation de  $h_j$  par la méthode des Moindres Carrées, présentée ci-dessus, donne selon l'équation (8.17) :

$$h_j^{opt} = (Z_j^* Z_j)^{-1} Z_j^* y_i$$



Dans cette expression, l'estimation de  $h_j$ , passe par le calcul de l'inverse de la matrice carrée  $Z_j^* Z_j$ . Nous savons que :

$$\text{rang}(Z_j^* Z_j) = \text{rang}(Z_j)$$

Dans la pratique, il arrive très souvent que la matrice  $Z_j$  ne soit pas de rang plein. Dans ce cas, la matrice  $Z_j^* Z_j$  n'est pas inversible et le système a une infinité de solutions. Nous savons aussi que :

$$\text{cond}(Z_j^* Z_j) = \text{cond}(Z_j) \times \text{cond}(Z_j) \quad (8.18)$$

Le conditionnement d'une matrice est une valeur entre 0 et 1. D'où :

$$\text{cond}(Z_j^* Z_j) < \text{cond}(Z_j) \quad (8.19)$$

La supériorité du conditionnement de  $Z_j$  par rapport à celui de  $Z_j^* Z_j$  se veut plus concrète lorsque  $N < \nu_j$ . Dans ce cas, et comme c'est montré ci-dessous, la méthode MC reposant sur l'inversion de la matrice  $Z_j^* Z_j$  se trouve non performante.

Ici, nous présentons une méthode par Décomposition en Valeurs Singulières (DVS) qui permet d'agir sur la matrice  $Z_j$  plutôt que sur la matrice  $Z_j^* Z_j$ .

Notons :

$$Z_j^+ = (Z_j^* Z_j)^{-1} Z_j^* \quad (8.20)$$

l'équation (8.17) peut alors s'écrire :

$$h_j^{\text{opt}} = Z_j^+ y_i \quad (8.21)$$

La matrice  $Z_j^+$  est la pseudo-inverse [AND99] ou l'inverse généralisée de Moore-Penrose ([CAM91], [LAW74], [PÉN55], [BRI04] et [RAO71]) de la matrice  $Z_j$ .

**Théorème 4.** *Nous considérons le système d'équations linéaires suivant :*

$$Z_j h_j^{\text{opt}} = y_i \quad (8.22)$$

où la matrice  $Z_j$  est de taille  $N \times \nu_j$ ,  $y_i$  est un vecteur de longueur  $N$ , et  $h_j^{\text{opt}}$  est un vecteur de dimension  $\nu_j$ .

Étant donnée la matrice  $Z_j$ , il existe deux matrices orthogonales  $V$  (de taille  $\nu_j \times \nu_j$ ) et  $U$  (de taille  $N \times N$ ) telles que :

$$U^* Z_j V = \begin{bmatrix} \Sigma & 0_{W \times (\nu_j - W)} \\ 0_{(N-W) \times W} & 0_{(N-W) \times (\nu_j - W)} \end{bmatrix} \quad (8.23)$$

où  $W$  représente le rang de la matrice  $Z_j$  et :

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_W) \quad (8.24)$$

est une matrice diagonale et  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_W > 0$ . L'expression (8.23) est le théorème de la DVS.

Une autre manière d'écrire la DVS est la suivante : puisque  $UU^* = I_N$ , on a :

$$Z_j V = U \begin{bmatrix} \Sigma & 0_{W \times (\nu_j - W)} \\ 0_{(N-W) \times W} & 0_{(N-W) \times (\nu_j - W)} \end{bmatrix} \quad (8.25)$$

Ainsi, pour tout  $k \in \{1, 2, \dots, W\}$  :

$$Z_j v_k = \sigma_k u_k \quad (8.26)$$

et pour tout  $k \in \{W+1, W+2, \dots, N\}$  :

$$Z_j v_k = 0 \quad (8.27)$$

D'où la forme :

$$Z_j = \sum_{k=1}^W \sigma_k u_k v_k^* \quad (8.28)$$

**Relation avec les valeurs propres.** En multipliant  $(U^* Z_j V)^*$  par  $(U^* Z_j V)$ , nous obtenons :

$$V^* Z_j^* Z_j V = \begin{bmatrix} \Sigma^2 & 0_{W \times (\nu_j - W)} \\ 0_{(\nu_j - W) \times W} & 0_{(\nu_j - W) \times (\nu_j - W)} \end{bmatrix} \quad (8.29)$$

Les vecteurs  $v_1, v_2, \dots, v_{\nu_j}$  de la matrice  $V$  sont les vecteurs propres de la matrice  $Z_j^* Z_j$ , et  $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \geq \dots \geq \sigma_W^2 > 0, \sigma_{W+1}^2 = \dots = \sigma_{\nu_j}^2 = 0$  sont les valeurs propres correspondantes.

De la même manière, en multipliant  $(U^* Z_j V)$  par  $(U^* Z_j V)^*$ , nous obtenons :

$$U^* Z_j Z_j^* U = \begin{bmatrix} \Sigma^2 & 0_{W \times (N-W)} \\ 0_{(N-W) \times W} & 0_{(N-W) \times (N-W)} \end{bmatrix} \quad (8.30)$$

Les vecteurs  $u_1, u_2, \dots, u_N$  de la matrice  $U$  sont les vecteurs propres de la matrice  $Z_j Z_j^*$ , et  $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \geq \dots \geq \sigma_W^2 > 0, \sigma_{W+1}^2 = \dots = \sigma_N^2 = 0$  sont les valeurs propres correspondantes.

**Pseudo inverse.** L'intérêt de la DVS est de formuler une définition générale pour la pseudo-inverse. Nous définissons la pseudo-inverse de la matrice  $Z_j$  par :

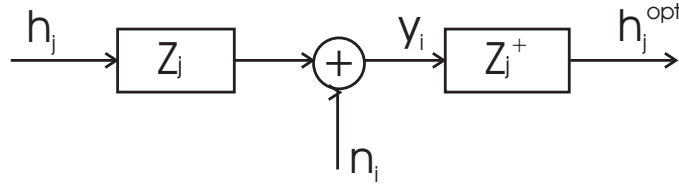
$$Z_j^+ = V \begin{bmatrix} \Sigma^{-1} & 0_{W \times (N-W)} \\ 0_{(\nu_j - W) \times W} & 0_{(\nu_j - W) \times (N-W)} \end{bmatrix} U^* \quad (8.31)$$

où  $W$  est le rang de la matrice  $Z_j$  et :

$$\Sigma^{-1} = \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \sigma_2^{-1}, \dots, \sigma_W^{-1}) \quad (8.32)$$

Cette pseudo-inverse peut encore s'écrire :

$$Z_j^+ = \sum_{k=1}^W \frac{1}{\sigma_k} v_k u_k^* \quad (8.33)$$


 FIG. 8.6 – Modèle d'estimation de la fonction de couplage  $h_j$  par DVS

La figure 8.6 présente le modèle d'estimation de la fonction de couplage  $h_j$  par DVS.

Ainsi, l'expression de  $Z_j^+$  se calcule facilement à partir de la DVS de  $Z_j$ , et nous ne passons en aucun cas par le calcul de  $(Z_j^* Z_j)^{-1}$ . Les résultats de simulation de la section 8.4 montrent que cette méthode est surtout très performante lorsque le système est sous-déterminé ( $N < \nu_j$ ).

### 8.3.3 Estimation par la méthode de l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM)

Il s'agit ici d'estimer la fonction de couplage  $h_j$  selon un critère EQM que nous proposons. Appelons  $\hat{h}_j$  l'estimée de  $h_j$ .

Soient  $w \in C^{\nu_j \times N}$  la fonction de transfert de l'égaliseur EQM à calculer,  $e \in C^{\nu_j \times 1}$  la différence entre la vraie fonction de couplage  $h_j$  et la fonction de couplage estimée  $\hat{h}_j$  et  $EQM$  l'erreur quadratique moyenne entre ces deux fonctions. On a :

$$e = h_j - w y_i \quad (8.34)$$

Et :

$$EQM = E[e e^*] \quad (8.35)$$

$$\begin{aligned} &= E[(h_j - w y_i)(h_j - w y_i)^*] \\ &= R_{h_j h_j} - R_{h_j y_i} w^* - w R_{y_i h_j} + w R_{y_i y_i} w^* \end{aligned} \quad (8.36)$$

Nous supposons que les composantes de  $h_j$  sont décorrélées et qu'elles ont une puissance moyenne  $\epsilon_j$  :

$$R_{h_j h_j}(k) = \epsilon_j \delta(k) \quad (8.37)$$

$\epsilon_j$  est définie par :

$$\epsilon_j = \frac{1}{\nu_j} \sum_{t=0}^{\nu_j-1} (h_j(t))^2 \quad (8.38)$$

$$R_{y_i h_j} = E[y_i h_j^*] = R_{h_j y_i}^* \quad (8.39)$$

Le meilleur égaliseur  $w_{opt}$  est celui qui annule  $\frac{dEQM(w)}{dw}$  :

$$w_{opt} = R_{h_j y_i} R_{y_i y_i}^{-1} \quad (8.40)$$

Notre modèle est Gaussien,  $h_j$  et  $n_i$  sont donc orthogonaux, et on a :

$$\begin{aligned} R_{y_i y_i} &= E[y_i y_i^*] \\ &= E[(Z_j h_j + n_i)(Z_j h_j + n_i)^*] \\ &= \epsilon_j (Z_j Z_j^*) + \sigma_{n_i}^2 I_N \end{aligned} \quad (8.41)$$

et :

$$\begin{aligned} R_{h_j y_i} &= E[h_j y_i^*] \\ &= E[h_j (Z_j h_j + n_i)^*] \\ &= \epsilon_j Z_j^* \end{aligned} \quad (8.42)$$

Nous obtenons finalement :

$$w_{opt} = \epsilon_j Z_j^* [\epsilon_j (Z_j Z_j^*) + \sigma_{n_i}^2 I_N]^{-1} \quad (8.43)$$

et :

$$\hat{h}_j = \epsilon_j Z_j^* [\epsilon_j (Z_j Z_j^*) + \sigma_{n_i}^2 I_N]^{-1} y_i \quad (8.44)$$

La figure 8.7 présente le modèle d'estimation de la fonction de couplage  $h_j$  selon la méthode EQM.

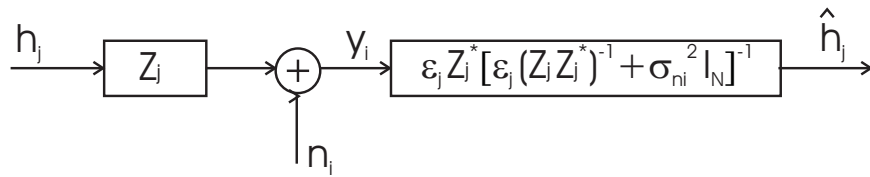


FIG. 8.7 – Modèle d'estimation de la fonction de couplage  $h_j$  selon le critère EQM

La seule inconnue de l'expression de  $w_{opt}$  est la valeur de  $\epsilon_j$ , la puissance moyenne de la fonction de couplage  $h_j$  à estimer. Dans le paragraphe suivant est décrit un algorithme itératif que nous avons mis au point et qui permet d'estimer avec précision  $\epsilon_j$ .

#### Algorithme d'estimation de $\epsilon_j$ :

Cet algorithme consiste à déterminer itérativement  $\epsilon_j$  selon le processus suivant :

1. Initialisation :

- (a)  $\epsilon_j^1$  est une valeur initiale de  $\epsilon_j$  quelconque.
  - (b)  $\lambda$  est une constante très petite pour la condition d'arrêt de l'algorithme.
  - (c)  $k$  est un entier fixé à 1.
2. Calculer  $\hat{h}_j^k$  à la sortie de l'égaliseur EQM en utilisant l'équation (8.47) avec  $\epsilon_j = \epsilon_j^k$ .
  3. Calculer  $\epsilon_j^{k+1}$  l'énergie de  $\hat{h}_j^k$  estimée dans l'étape précédente :

$$\epsilon_j^{k+1} = \frac{1}{\nu_j} \sum_{t=0}^{\nu_j-1} \left( \hat{h}_j^k(m) \right)^2 \quad (8.45)$$

4. Si  $\left| \frac{\epsilon_j^k - \epsilon_j^{k+1}}{\epsilon_j^k} \right| > \lambda$ , alors nous faisons  $k \leftarrow k + 1$  et nous revenons à l'étape 2.
5. Si non, nous arrêtons le processus et nous associons à  $\epsilon_j$  la valeur de  $\epsilon_j^k$ .

Les résultats de simulation montrent que cet algorithme converge toujours et très rapidement vers une valeur  $\epsilon_j^k$  très proche de  $\epsilon_j$ .

### 8.3.4 Résultats de simulations

Dans cette section, nous nous intéressons au cas où  $N \gg \nu_j$ . En effet, des résultats de simulations réalisées sur les trois estimateurs proposés ci-dessus avec des valeurs faibles de  $N$ , voire légèrement supérieures à  $\nu_j$ , montrent qu'avec une séquence d'apprentissage  $x_j$  aléatoire et quelconque, ces trois estimateurs ne sont pas performants.

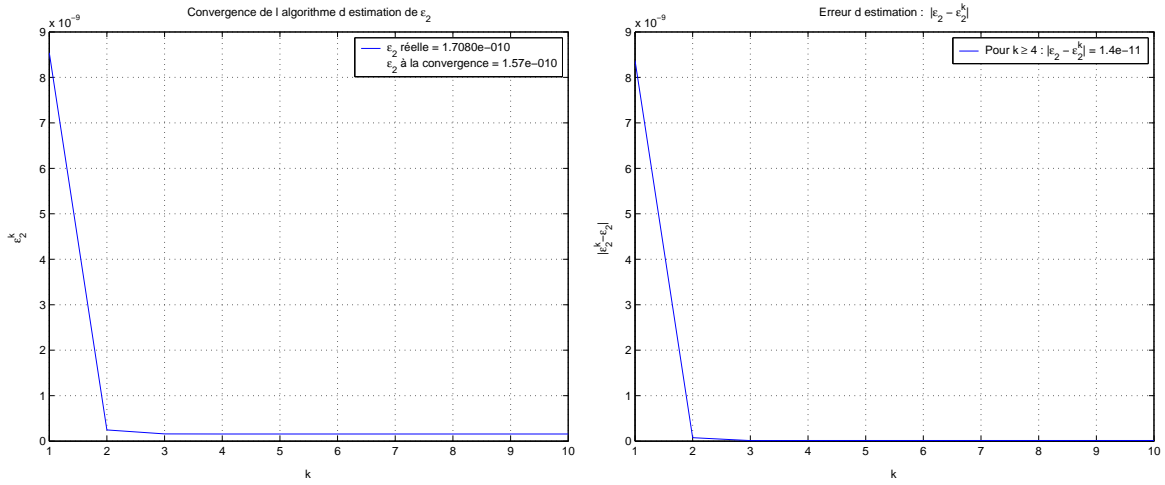
Dans ce qui suit, nous présentons des résultats de simulations de la détermination des fonctions de couplage dans le sens descendant de transmission. Nous considérons, par ailleurs, le câble à 28 paires à quarts de la figure A.1 de l'annexe A. 12 utilisateurs VDSL y sont connectés et toutes les paires torsadées sont de même longueur (600m).

Bien entendu, tous les utilisateurs étant associés au service VDSL, l'impact du NEXT est supprimé par duplexage fréquentiel (FDD). Nous nous intéressons donc à l'impact du FEXT entre les paires considérées, plus précisément à l'impact de la paire 2 sur la paire 1. Nous notons  $h_2$  la fonction de couplage FEXT à estimer. Le nombre de coefficients  $\nu_2$  de  $h_2$  est pris égal à 500.

#### 8.3.4.1 Convergence de l'algorithme d'estimation de $\epsilon_j$

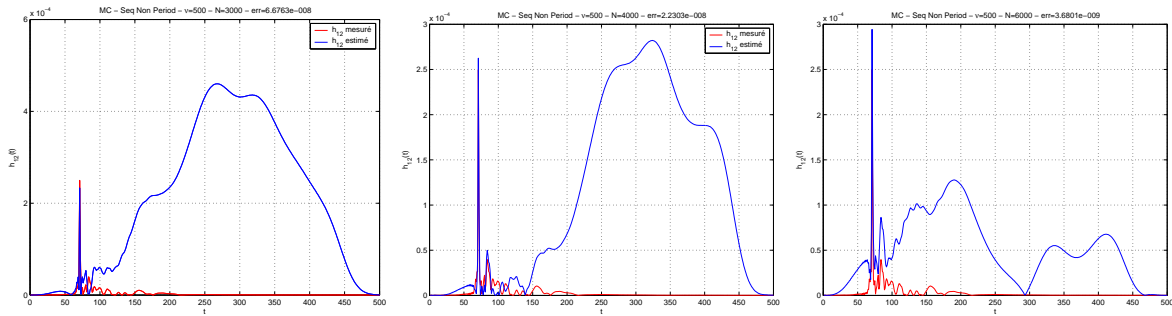
Pour  $N = 3000$ , la figure 8.8.a montre les valeurs de  $\epsilon_2^k$  en fonction de  $k$ . A l'itération  $k$ ,  $\epsilon_2^k$  est la puissance moyenne de  $\hat{h}_2$ , l'estimée de la fonction de couplage  $h_2$  considérée. Pour la même configuration, la figure 8.8.b montre les valeurs des erreurs d'estimation  $|\epsilon_2^k - \epsilon_2|$  en fonction de  $k$ .  $\epsilon_2$  est la puissance moyenne de  $h_2$  mesurée réellement.

Nous notons que l'algorithme proposé pour estimer  $\epsilon_2$  converge très rapidement, au bout de 3 itérations, vers une valeur  $\epsilon_2^4$  à seulement  $1.4 \times 10^{-11}$  de  $\epsilon_2$ .


 FIG. 8.8 – (a) Convergence de l'algorithme d'estimation de  $\epsilon_2$ , (b) Erreur d'estimation  $|\epsilon_2^k - \epsilon_2|$ 

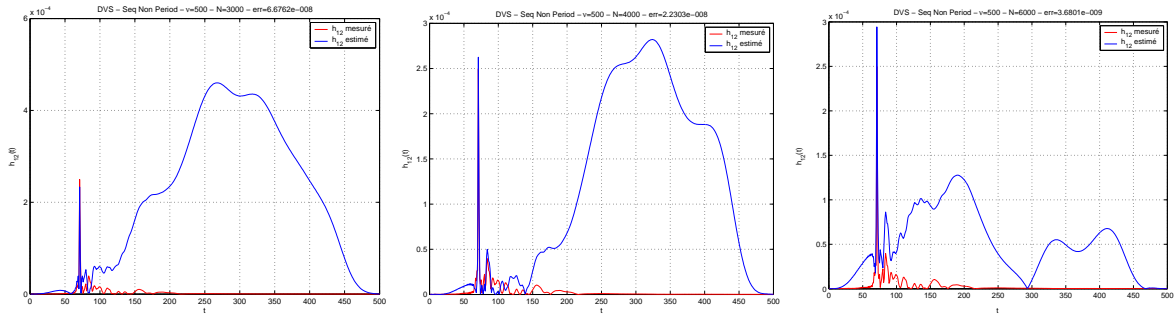
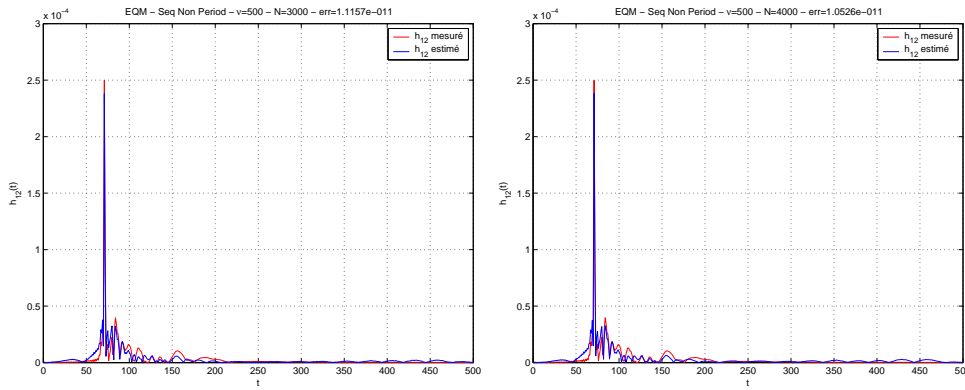
### 8.3.4.2 Comparaison des estimateurs

Sur les trois figures 8.9, 8.10 et 8.11, les courbes rouges désignent la fonction de couplage  $h_2$  réellement mesurée sur le câble considéré. Quant aux courbes bleues, elles représentent l'estimation de  $h_2$ . La figure 8.9 est celle d'une estimation par la méthode MC, la figure 8.10 est associée à l'estimation par DVS, et la figure 8.11 à l'estimation par la méthode EQM. A chacune de ces trois figures, sont associées des sous-figures, désignant les cas où  $N = 3000$ ,  $N = 4000$  et  $N = 6000$  pour l'estimation par MC et DVS, et les cas où  $N = 3000$  et  $N = 4000$  pour l'estimation par EQM.


 FIG. 8.9 – Estimation de  $h_2$  par l'estimateur MC : (a)  $N = 3000$ , (b)  $N = 4000$ , (c)  $N = 6000$ 

La table 8.1 donne, pour les trois méthodes proposées pour estimer  $h_{12}$ , les erreurs quadratiques moyennes d'estimation :

$$e = \frac{1}{\nu_2} \sum_{t=0}^{\nu_2-1} (\hat{h}_2(t) - h_2(t))^2 \quad (8.46)$$


 FIG. 8.10 – Estimation de  $h_2$  par DVS : (a)  $N = 3000$ , (b)  $N = 4000$ , (c)  $N = 6000$ 

 FIG. 8.11 – Estimation de  $h_2$  par l'estimateur EQM : (a)  $N = 3000$ , (b)  $N = 4000$ 

et ce pour les différentes valeurs de  $N$  considérées.

TAB. 8.1 – Comparaison des erreurs d'estimation par les trois méthodes proposées

	$N = 3000$	$N = 4000$	$N = 6000$
MC	$6.6763 \times 10^{-8}$	$2.2302 \times 10^{-8}$	$3.6801 \times 10^{-9}$
DVS	$6.6763 \times 10^{-8}$	$2.2302 \times 10^{-8}$	$3.6801 \times 10^{-9}$
EQM	$1.1157 \times 10^{-11}$	$1.0526 \times 10^{-11}$	-

Les trois figures 8.9, 8.10 et 8.11 et la table 8.1 montrent que l'estimation de  $h_{12}$  est meilleure lorsque  $N$  augmente. Ces figures montrent aussi que dans le cas où  $N > \nu_2$ , les méthodes MC et DVS convergent vers la même estimée de  $h_2$ , et que pour les mêmes valeurs de  $N$ , l'estimation par la méthode EQM est meilleure que celle obtenus par les méthodes MC et DVS.

## 8.4 Augmentation des performances des estimateurs : Séquence d'apprentissage périodique

Dans cette section, nous montrons par simulations que pour estimer avec beaucoup plus de précision la fonction de couplage  $h_j$  de la ligne  $j$  sur la ligne  $i$ , il suffit de prendre une séquence d'apprentissage  $x_j$  périodique de période  $P_j$  supérieure ou égale à  $\nu_j$ .  $x_j$  s'écrit :

$$x_j = \underbrace{[x_j(0) \ x_j(1) \ \cdots \ x_j(P_j)]}_{P_j \geq \nu_j} \underbrace{[x_j(0) \ x_j(1) \ \cdots \ x_j(P_j)]}_{P_j \geq \nu_j} \cdots \quad (8.47)$$

Dans ce cas, nous arrivons à estimer les fonctions de couplage avec plus de précision tout en utilisant beaucoup moins d'échantillons. Comme montré ci-dessous, avec les méthodes EQM et DVS, ces estimées restent encore valables même lorsque nous disposons de moins d'échantillons que d'inconnus ( $N < \nu_j$ ).

En plus, dans la méthode EQM, l'algorithme d'estimation de la puissance moyenne  $\epsilon_j$  de  $h_j$ , converge en une seule itération avec une erreur d'estimation presque nulle.

Nous nous plaçons dans les mêmes conditions expérimentales de la section précédente avec un nombre de coefficients  $\nu_2$  de  $h_2$  encore pris égal à 500, et nous considérons une séquence d'apprentissage  $x_2$  aléatoire et périodique de période  $P_2 = 500$ .

La figure 8.12.a, où sont représentées les valeurs de  $\epsilon_2^k$  en fonction de  $k$ , montre que l'algorithme d'estimation de  $\epsilon_2$ , converge en une seule itération. La figure 8.12.b montre que pour le cas où  $N = 500$ , considéré pour cette figure, l'erreur d'estimation  $|\epsilon_2^k - \epsilon_2|$  est seulement égale à  $3.1 \times 10^{-13}$ .

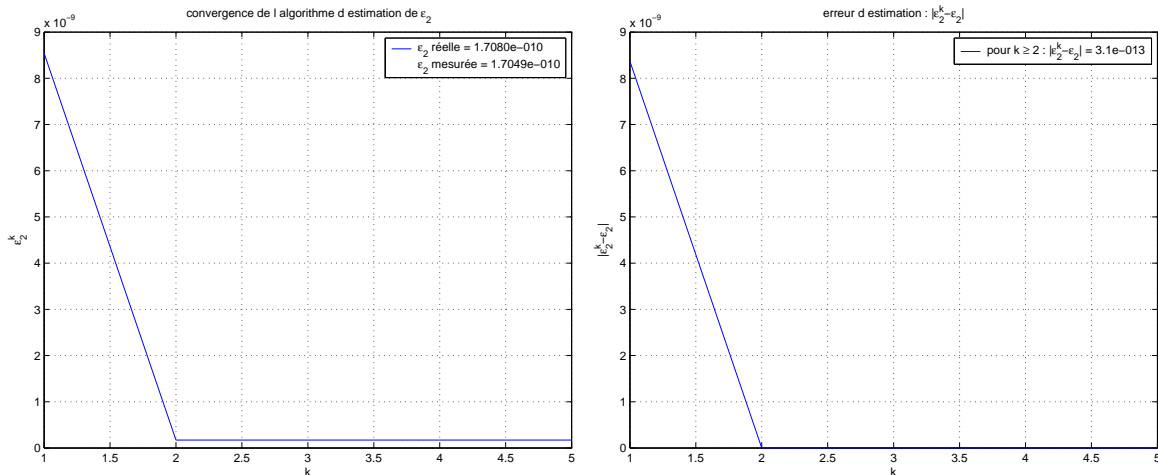


FIG. 8.12 – (a) Convergence de l'algorithme d'estimation de  $\epsilon_2$  lorsque la séquence d'apprentissage est périodique, (b) Erreur d'estimation  $|\epsilon_2^k - \epsilon_2|$



Les trois figures 8.13, 8.14 et 8.15 représentent les mêmes quantités représentées respectivement par les figures 8.9, 8.10 et 8.11, à la différence que les sous-figures sont maintenant associées aux cas où  $N = 300$ ,  $N = 400$  et  $N = 500$ . La figure 8.13 est celle d'une estimation par la méthode MC, la figure 8.14 est associée à l'estimation par DVS, et la figure 8.15 à l'estimation par la méthode EQM.

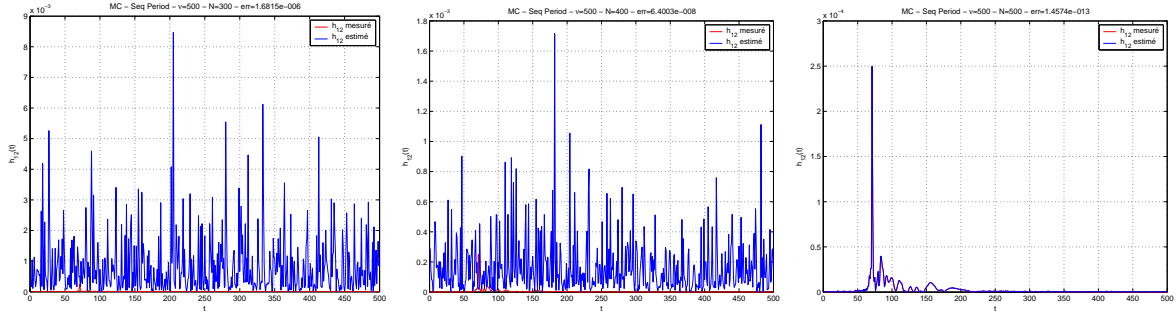


FIG. 8.13 – Estimation de  $h_2$  par l'estimateur MC lorsque la séquence d'apprentissage est périodique : (a)  $N = 300$ , (b)  $N = 400$ , (c)  $N = 500$

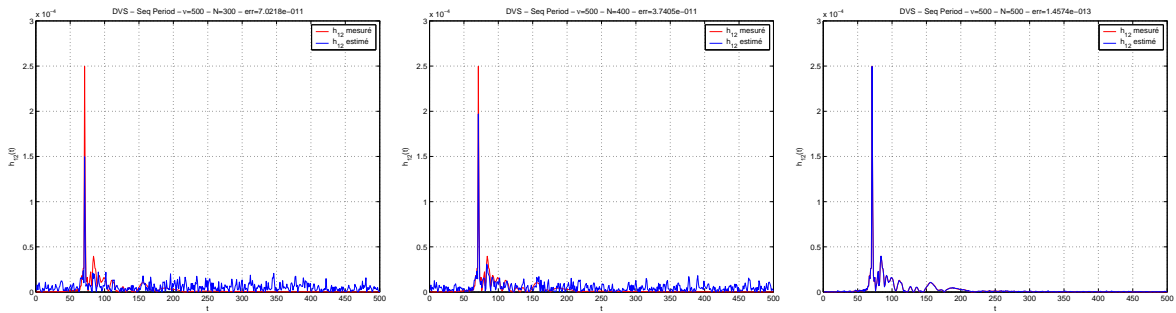


FIG. 8.14 – Estimation de  $h_2$  par DVS lorsque la séquence d'apprentissage est périodique : (a)  $N = 300$ , (b)  $N = 400$ , (c)  $N = 500$

La table 8.2 donne, pour les trois méthodes proposées pour estimer  $h_2$ , les erreurs quadratiques moyennes d'estimation  $e$  désignées par l'équation (8.46) et ce, encore pour  $N = 300$ ,  $N = 400$  et  $N = 500$ .

TAB. 8.2 – Comparaison des erreurs d'estimation par les trois méthodes lorsque la séquence d'apprentissage est périodique

	$N = 300$	$N = 400$	$N = 500$
MC	$1.6815 \times 10^{-6}$	$6.4003 \times 10^{-8}$	$1.4574 \times 10^{-13}$
DVS	$7.0218 \times 10^{-11}$	$3.7405 \times 10^{-11}$	$1.4574 \times 10^{-13}$
EQM	$7.0218 \times 10^{-11}$	$3.7405 \times 10^{-11}$	$1.6690 \times 10^{-13}$

Les trois figures 8.13, 8.14 et 8.15 et la table 8.2 montrent que dans le cas où  $N < \nu_2$ , l'estimation de  $h_2$  par la méthode MC présente des mauvaises performances avec des erreurs

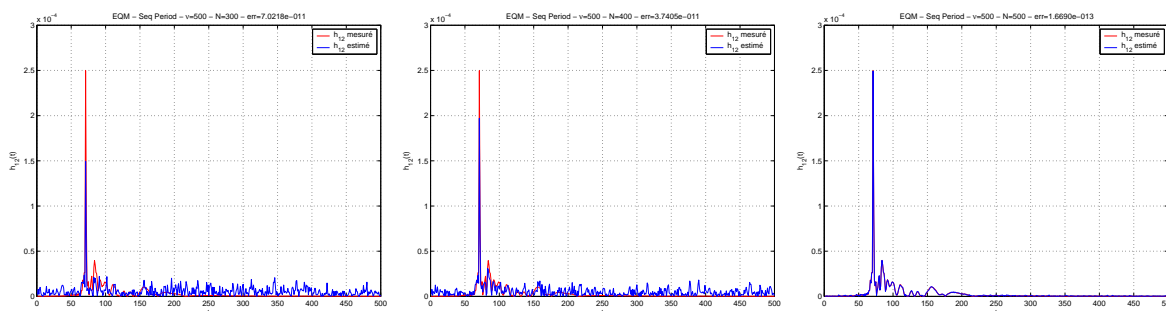


FIG. 8.15 – Estimation de  $h_2$  par l'estimateur EQM lorsque la séquence d'apprentissage est périodique : (a)  $N = 300$ , (b)  $N = 400$ , (c)  $N = 500$

d'estimation importantes. Les performances des estimations par DVS et EQM sont, par contre, meilleures et équivalentes. Elles présentent de très faibles erreurs d'estimations, bien que le nombre des échantillons  $N$  soit assez faible.

Pour  $N = \nu_2$ , la méthode MC présente des performances équivalentes à celles de la méthode DVS, comme c'est montré précédemment.

## 8.5 Conclusion

Dans la nouvelle architecture des systèmes DSL, la transmission est exclusivement commandée par une seule entité, ce qui implique une coordination des récepteurs dans le sens ascendant et des émetteurs dans le sens descendant. Ceci a donné naissance au concept de transmission vectorielle dont l'objectif est d'éliminer la diaphonie en traitant le canal comme étant un système MIMO. Pour réaliser ceci, une connaissance des fonctions de couplage diaphonique entre les différentes paires est indispensable.

Dans ce chapitre nous avons présenté un modèle d'identification de ces fonctions de couplage NEXT et FEXT selon trois méthodes différentes : la méthode MC, la méthode par DVS et la méthode EQM. Dans le cadre de l'estimation d'une fonction de couplage donnée, deux cas de figures ont été traités : le cas où la séquence d'apprentissage de l'émetteur rayonnant est quelconque et le cas où elle est périodique de période supérieure ou égale à la mémoire de la fonction de couplage considérée.

Les résultats de simulations ont montré que dans le premier cas, l'estimation par EQM présente de meilleures performances que l'estimation par MC et DVS. Ces deux dernières présentent, dans ce cas, des performances équivalentes. Dans le deuxième cas, l'estimation par EQM présente encore les meilleures performances mais se trouve, dans le cas où le nombre d'échantillons considérés  $N$  est inférieur à la mémoire de la fonction de couplage considérée, égalée par l'estimation par DVS. L'estimation par la méthode MC présente, dans ce dernier

cas, des erreurs d'estimation assez grandes.

Il reste à signaler que l'identification des fonctions de couplage par apprentissage de canal est bien adaptée pour les systèmes DSL. En effet, ces fonctions varient très lentement dans le temps. Leur mise à jour peut être effectuée régulièrement avec des intervalles de temps assez espacés.

# Conclusion et perspectives

Les systèmes DSL sont soumis à plusieurs phénomènes perturbateurs inhérents à la transmission sur la paire téléphonique. Ces limitations sont principalement dues à l'affaiblissement ainsi qu'à des problèmes de compatibilité électromagnétique. Pour remédier aux distorsions subies, plusieurs solutions sont proposées. Parmi ces solutions figure la DSM qui permet d'augmenter les performances marge de bruit/débit/portée des systèmes DSL par amélioration de la technologie de transmission (niveau 0), ou en atténuant l'interférence entre les paires d'un câble DSL par allocation autonome (niveau 1) ou coordonnée (niveau 2) de spectre, ou en annulant cette interférence par des méthodes de transmission MIMO (niveau 3).

Dans ce travail nous avons étudié, à plusieurs niveaux, les concepts de l'allocation dynamique de spectre et la coordination pour les systèmes DSL multi-utilisateurs. Ces niveaux comprennent l'augmentation des performances des lignes DSL par dérivation d'algorithmes d'attribution optimale de ressources de communication (niveau 0 de la DSM), le développement de techniques coordonnées de communication (niveau 2 de la DSM) et la caractérisation du canal multi-utilisateurs (niveau 3 de la DSM).

Pour le premier niveau de la DSM, nous avons développé trois algorithmes d'allocation discrète de bits entre les porteuses d'un système DSL à modulation multiporteuse (DMT).

Le premier est un algorithme d'allocation binaire, à distribution plate d'énergie et de faible complexité. Cet algorithme est une simplification importante de l'algorithme de P.S. Chow, et constitue la meilleure solution initiale, à distribution plate d'énergie, de l'algorithme optimal de Hughes-Hartogs.

Nous avons, ensuite, montré que le processus de Hughes-Hartogs est équivalent à un processus plus simple qui nous ramène à la distribution optimale d'énergie entre les porteuses, et que nous avons nommé "remplissage par Gammas croissants". Par ailleurs, un deuxième algorithme d'allocation binaire est proposé. Il présente les avantages d'être optimal, de complexité  $\mathcal{O}(N)$  et accompagné par une version "quasi-optimale" de moindre complexité.

Nous nous sommes ensuite intéressés à un aspect sous-optimal des algorithmes d'allocation binaire classiques qui imposent une même valeur de marge de bruit quelque soit le service et la QOS requise. Nous avons donc développé un troisième algorithme d'allocation binaire qui permet d'attribuer des marges de bruit distinctes aux différents flux d'une même liaison DSL. Nous avons prouvé, par des résultats de simulations, que la méthode proposée augmente

considérablement les performances marge de bruit/débit des différents flux.

Dans le niveau 2 de la DSM, nous avons proposé deux procédés d'allocation coordonnée de spectre entre les lignes d'un câble DSL.

En premier lieu, une distinction a été faite entre des lignes DSL à excès de débit et d'autres à défaut de débit, et un procédé de réglage dynamique des DSP s'appliquant aux porteuses les unes indépendamment des autres a été proposé. Ce procédé augmente le débit des lignes à défaut de débit en réduisant l'interférence provenant des liaisons à excès de débit. Pour mettre en oeuvre ce procédé, un dispositif d'extinction et de rétablissement des spectres d'un nombre quelconque de porteuses sans interrompre la liaison ni générer d'erreurs de transmission, a été mis au point.

En deuxième lieu, nous avons proposé une nouvelle architecture DSL permettant de réduire l'affaiblissement des lignes par l'introduction d'éléments actifs dans la sous-répartition. Les performances des lignes, divisées en deux tronçons plus courts et séparés, sont ainsi améliorées. Cette architecture a été ensuite optimisée par DSM de niveau 2.

Dans le niveau 3 de la DSM, nous avons considéré la transmission vectorielle qui tire profit de la colocalisation des émetteurs du sens descendant et des récepteurs du sens remontant de transmission et, dont le but est d'annuler l'interférence entre les lignes d'un câble DSL en traitant conjointement leurs signaux.

Nous avons, par ailleurs, détaillé le modèle de canal MIMO, ainsi que la transmission DMT dans le contexte multi-utilisateurs. Nous avons, ensuite, montré qu'avec la modulation DMT, le système est capable d'effectuer l'annulation d'interférence indépendamment dans chaque porteuse, et nous avons présenté la méthode d'annulation par décomposition QR.

Finalement, nous avons élaboré un modèle de détermination de la matrice de canal MIMO, dont la connaissance est indispensable pour réaliser l'annulation d'interférence entre les lignes d'un câble DSL. Trois méthodes ont été proposées : une première méthode utilisant les moindres carrés (MC), une deuxième reposant sur la décomposition en valeurs singulières (DVS) et une troisième sur un critère d'erreur quadratique moyenne (EQM) que nous avons développé. Les résultats de simulations ont montré que l'estimation par la méthode EQM est plus performante que l'estimation par les méthodes MC et DVS.

Une des perspectives de ce travail de thèse consiste en l'amélioration des performances des blocs modulo des précodeurs décrits dans le chapitre 7 pour annuler l'interférence dans le sens descendant de transmission. Pour ce faire, il serait pertinent d'étudier l'apport du précodage par les réseaux de points (voir [ZAM02] et [ZAM]) par rapport au précodage sous-optimal de Tomlinson-Harashima. En effet, la capacité maximale que ce dernier permet d'atteindre dans chaque porteuse  $i$  est :

$$C_i = \log_2(RSB_i)$$

Alors que la limite de Shannon est :

$$C_i^{Sha} = \log_2(1 + RSB_i)$$

---

Le précodage par réseaux de points admet l'avantage de pouvoir atteindre la capacité de Shannon. Les performances de cette technique sont, certes, plus intéressantes pour les faibles RSB. Ce système, pourrait ensuite être amélioré par un schéma mixte entre la décomposition QR de la fonction du canal DSL MIMO et le précodage/décodage par réseaux de points.

Finalement, les méthodes proposées peuvent être adaptées à d'autres modes de transmission multiporteuses telles que les PLC (Power Line Communications) dont le principe est de transmettre des données sur les lignes électriques en utilisant la modulation DMT. Elles peuvent également être adaptées afin d'être mises en place pour des transmissions en environnement sans fil utilisant la modulation OFDM.

# Appendices

## Annexe A

# Variation de l'interférence entre paires DSL avec la distance

La figure A.1 montre la numérotation des paires dans le câble 28 paires à quarts série 88 utilisé dans nos mesures pour étudier le comportement de la perturbation rayonnée avec la distance.

Par ailleurs, nous avons effectué des tests avec des perturbateurs réels VDSL. La liaison testée est la paire 1 de la figure A.1, et le nombre des perturbateurs est égal à 8.

### A.1 Effet prédominant de la paire du même quart et effet de distance

La figure A.2 montre, pour différentes longueurs de lignes VDSL, le débit de la paire testée avec tous les perturbateurs en marche (plus basse courbe), puis pour chaque courbe est associé le cas où une paire perturbatrice est désynchronisée et que toutes les autres sont synchronisées.

Comme le montre la plus haute courbe associée au cas de désynchronisation de la paire 2, nous remarquons que l'extinction de la paire se trouvant dans le même quart rapporte le plus de débit à la paire de test. Cet apport est de loin plus important que l'apport des autres paires. Nous notons, aussi, que l'apport en débit est une fonction décroissante de la distance de la paire désynchronisée de la paire de test.

Dans la figure A.3, on distingue l'effet prédominant qu'exerce la paire 2 sur la paire de test. En effet, nous remarquons que l'apport en débit de l'extinction de  $n$  paires n'est pas égal à  $n$  fois l'apport de l'extinction d'une paire. Après extinction de la paire 2 (courbe rouge), l'extinction davantage de paires se veut de moins en moins influant. L'augmentation de débit de la paire de test après extinction des 5 paires perturbatrices les plus proches est, en effet, inférieure au double de l'apport de l'extinction de la paire 2 seule. D'où l'appellation effet de



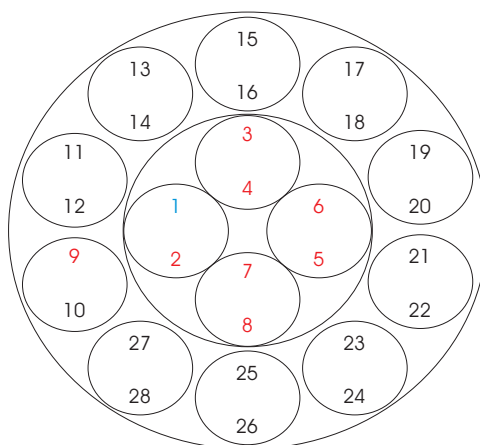


FIG. A.1 – Structure du câble 28 paires à quarts série 88

masque associée à la paire se trouvant dans le même quart que la paire de test.

Nous notons aussi, dans la figure A.3, que le rayonnement des paires voisines décroît avec la distance. En effet, l'effet de la paire éloignée, en l'occurrence la paire 9, est négligeable devant l'effet de la paire la plus proche 2.

## A.2 Schéma à paire par quart et effet de bord

Compte tenu du fait que la perturbation majeure d'une paire xDSL vient de sa paire voisine se trouvant dans le même quart, dans cette section nous proposons un schéma de transmission à paire VDSL unique par quart. Ce schéma est démontré être plus performant qu'un schéma de transmission classique (figure A.1). Ensuite, en plaçant les paires sur les bords du toron, nous remarquons que les performances débit de toutes les lignes de test sont augmentées davantage.

Considérons la configuration de la figure A.4.a où chacune des 9 paires de test VDSL est placée seule dans un quart. Puis celle de la figure A.4.b où, de plus, les paires VDSL sont placées sur le bord du toron.

La figure A.5 montre, pour chaque paire, les débits dans la configuration classique de la figure A.1, dans la configuration de la figure A.4.a et dans la configuration de la figure A.4.b, et ce pour deux longueurs des paires : 75m et 750m.

Nous retenons que, pour les deux longueurs de lignes VDSL considérées, les performances en terme de débit de toutes la paires sont augmentées en plaçant une paire par quart (courbe verte). Ces performances sont plus importantes lorsque les paires sont sur les bords (courbe rouge). En effet, dans ce dernier cas, les paires sont plus éloignées les unes des autres.

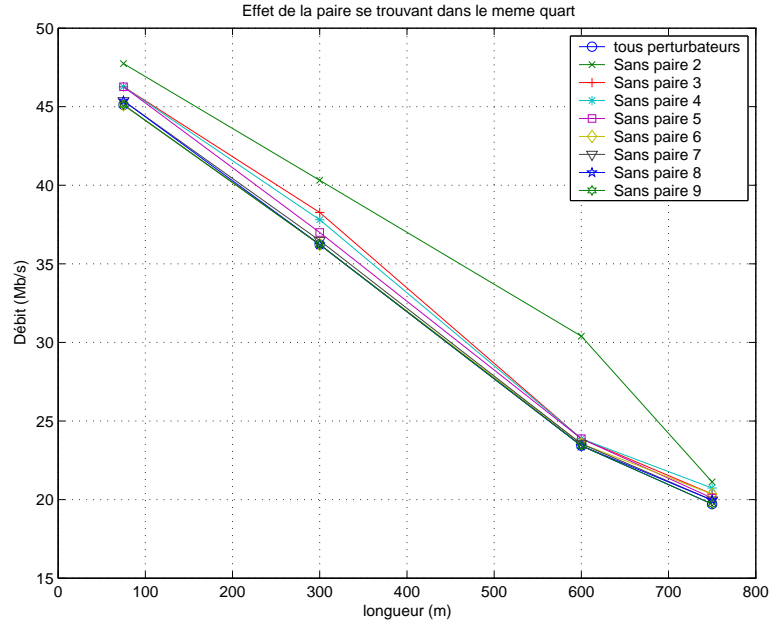


FIG. A.2 – Effet de la paire se trouvant dans le même quart

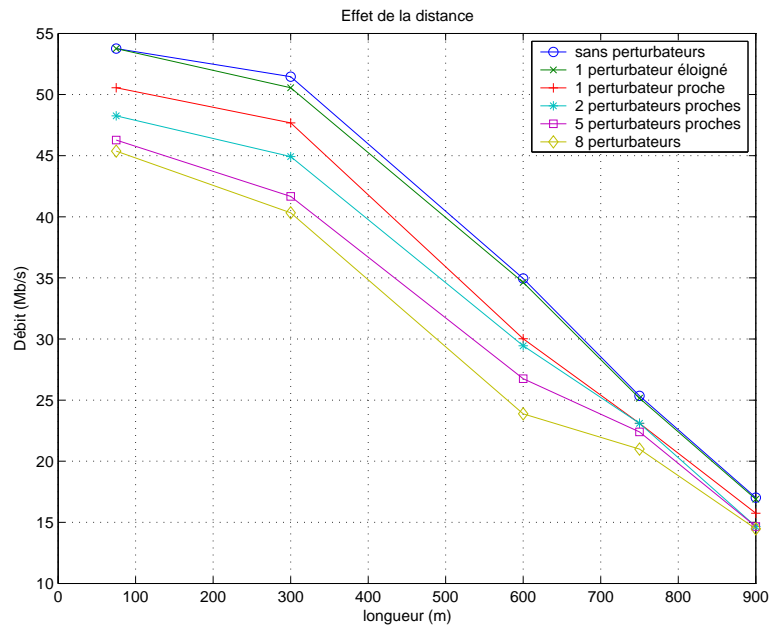


FIG. A.3 – Effet de la distance entre les paires perturbatrices et la paire de test

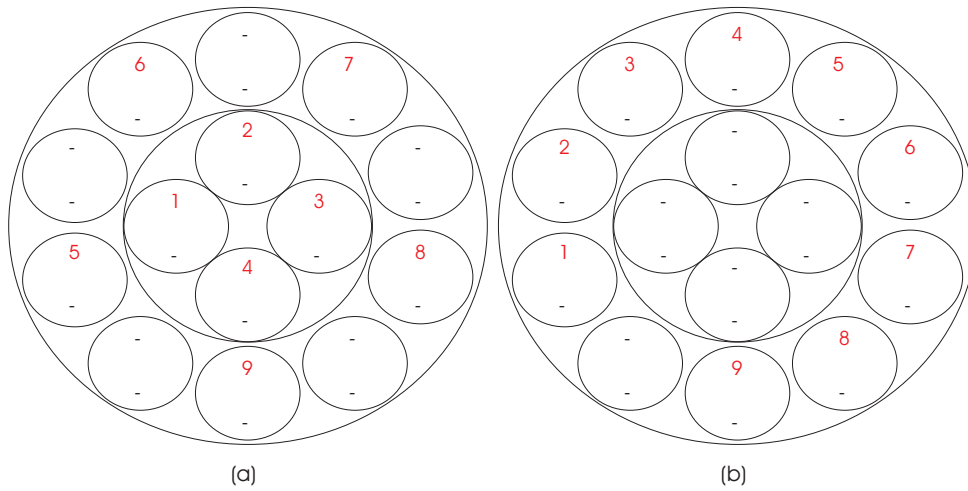


FIG. A.4 – (a) Schéma à paire par quart, (b) Effet de bord

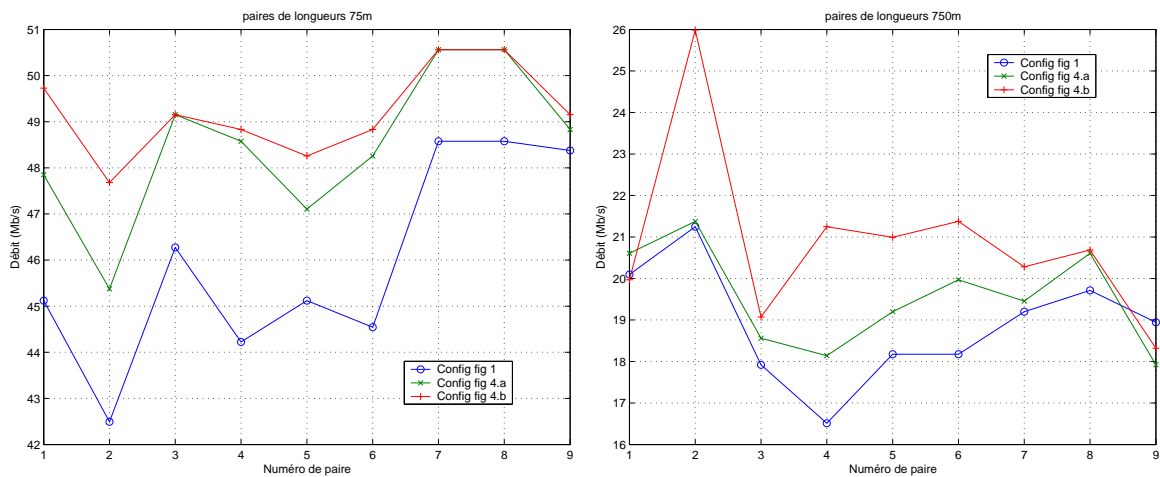


FIG. A.5 – Schéma à paire par quart et effet de bord. (a) paires de longueurs 75m, (b) paires de longueurs 750m

## Annexe B

# Démonstration du Théorème 1

Montrons que :

$$\delta(i, j) = \left| E \left( j \times \frac{Nlign}{Ncol} \right) - i \right|$$

$$\delta(i, j) = \min_{(i_0, j_0) \in \Delta} (d((i, j), (i_0, j_0)))$$

$$\delta(i, j) = \left| E \left( j \times \frac{Nlign}{Ncol} \right) - i \right| \iff \min_{(i_0, j_0) \in \Delta} (d((i, j), (i_0, j_0))) \text{ est atteint pour } j = j_0.$$

En effet,

$$\begin{aligned} d((i, j), (i_0, j_0)) &= |i - i_0| + |j - j_0| \\ (i_0, j_0) \in \Delta &\iff i_0 = E(j_0 \times \frac{Nlign}{Ncol}) \end{aligned}$$

Pour  $j = j_0$ ,

$$\begin{aligned} d((i, j), (i_0, j_0)) &= |i - i_0| \\ &= \left| E \left( j \times \frac{Nlign}{Ncol} \right) - i \right| \\ &= \delta(i, j) \end{aligned}$$

Ainsi, pour montrer que la distance  $\delta(i, j)$  d'un élément  $(i, j)$  par rapport à  $\Delta$  est égale à  $|E(j \times \frac{Nlign}{Ncol}) - i|$ , il suffit de montrer que le point de  $\Delta$  le plus proche du point  $(i, j)$ , selon la distance de Manhattan, est le point se trouvant sur la même colonne  $j$ .

Appelons  $P_1$  et  $P_2$  les deux points  $(i, j_1)$  et  $(i_2, j)$  de  $\Delta$  se trouvant respectivement sur la même ligne  $i$  et la même colonne  $j$  que le point  $(i, j)$ .

Soit  $H^T$  l'ensemble des points de  $\Delta$  se trouvant entre  $P_1$  et  $P_2$ .

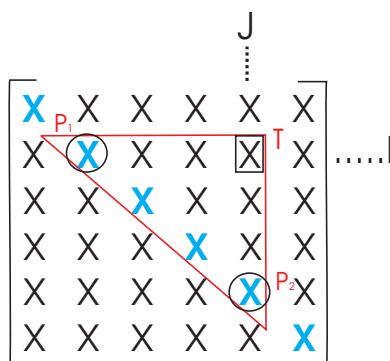


FIG. B.1 – Théorème 1 : cas d'une matrice carrée

- Dans la cas d'une matrice carrée, il est facile de remarquer que :

$$\begin{aligned}
 d((i, j), (i_0, j_0))_{\forall (i_0, j_0) \in H^T} &= d((i, j), P_1) \\
 &= d((i, j), P_2) \\
 &= |j - j_1| \\
 &= |i - i_2|
 \end{aligned}$$

et que,

$$d((i, j), (i_0, j_0))_{\forall (i_0, j_0) \in H^T} < d((i, j), (i_0, j_0))_{\forall (i_0, j_0) \in \Delta \setminus H^T}$$

D'où,

$$\begin{aligned}
 \delta(i, j) &= \min_{(i_0, j_0) \in \Delta} (d((i, j), (i_0, j_0))) \\
 &= d((i, j), P_2) \\
 &= |i - i_2| \\
 &= \left| i - E \left( j \times \frac{N_{lign}}{N_{col}} \right) \right|
 \end{aligned}$$

- Dans la cas d'une matrice rectangulaire, lorsque  $(i_0, j_0)$  parcourt  $H^T$  de  $P_2$  vers  $P_1$ .

$$d((i, j), P_2) \leq d((i, j), (i_0, j_0)) \leq \dots \leq d((i, j), P_1)$$

En effet, lorsque  $(i_0, j_0)$  parcourt  $H^T$  de  $P_2$  vers  $P_1$ ,  $|j - j_0|$  augmente d'une unité chaque fois que nous passons d'un point à l'autre. Mais, telle que la diagonale  $\Delta$  est construite, la valeur de  $|i - i_0|$  peut rester la même et ne pas diminuer d'une unité lors du passage par certains points de  $H^T$ .

D'où,

$$\min_{(i_0, j_0) \in H^T} (d((i, j), (i_0, j_0))) = d((i, j), P_2)$$

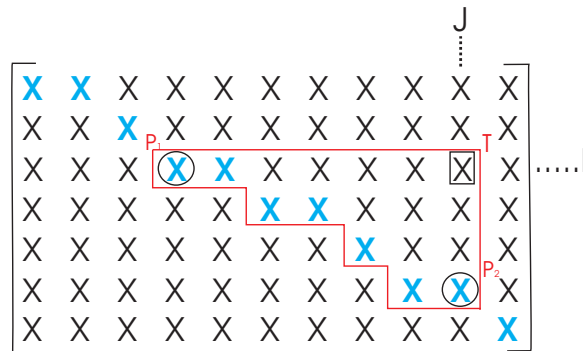


FIG. B.2 – Théorème 1 : cas d'une matrice rectangulaire

Or,

$$d((i, j), (i_0, j_0))_{\forall (i_0, j_0) \in H^T} < d((i, j), (i_0, j_0))_{\forall (i_0, j_0) \in \Delta \setminus H^T}$$

Ainsi,

$$\min_{(i_0, j_0) \in \Delta} (d((i, j), (i_0, j_0))) = d((i, j), P_2)$$

Donc,

$$\delta(i, j) = \left| E \left( j \times \frac{N_{lign}}{N_{col}} \right) - i \right|$$

## Annexe C

# Démonstration du Théorème 3

Si  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  n'appartiennent pas à  $\Delta$ , Montrons que :

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2) \quad (1)$$

si et seulement si  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  appartiennent tous au triangle supérieur (resp. inférieur) ou deux de ces quatre éléments appartiennent au triangle supérieur (resp. inférieur) et les deux autres au triangle inférieur (resp. supérieur) tels que leurs deux projetés sur  $\Delta$  ont le même indice de ligne (cas 3 de la figure B.1). Pour cela,

- Montrons que si  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  appartiennent tous au triangle supérieur (cas 1 de la figure B.1), alors :

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)$$

si  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  appartiennent tous au triangle supérieur, alors :

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = i' - i_1 + i - i_2$$

et,

$$\delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2) = i - i_1 + i' - i_2$$

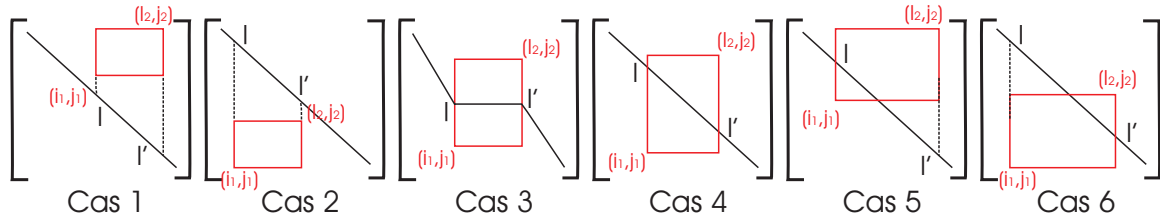


FIG. C.1 – Différentes positions possibles de  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$

d'où,

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)$$

Le raisonnement reste le même si  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  appartiennent tous au triangle inférieur (cas 2 de la figure B.1), ou que nous changeons les positions des éléments  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  par permutations circulaires.

- Montrons que si  $(i_2, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  appartiennent au triangle supérieur et que  $(i_1, j_1)$  et  $(i_1, j_2)$  appartiennent au triangle inférieur tels que leurs deux projetés sur  $\Delta$  ont le même indice de ligne  $i = i'$  (cas 3 de la figure B.1), alors :

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)$$

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = i_1 - i' + i - i_2$$

et,

$$\delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2) = i_1 - i + i' - i_2$$

d'où

$$i = i' \implies \delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)$$

- Montrons que si,

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)$$

alors  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  appartiennent tous au triangle supérieur (ou inférieur) ou  $(i_2, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  appartiennent au triangle supérieur et  $(i_1, j_1)$  et  $(i_1, j_2)$  appartiennent au triangle inférieur tels que  $i = i'$ .

Pour cela, montrons que l'égalité (1) n'est pas vraie si nous nous trouvons dans l'un des trois cas 4, 5 ou 6 de la figure B.1.

- + Cas 4 ( $i \neq i'$ ) :

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = i_1 - i' + i - i_2$$

et,

$$\delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2) = i_1 - i + i' - i_2$$

d'où

$$(1) \iff i = i' \quad : \textit{Absurde}$$

- + Cas 5 ( $i \neq i'$ ) :

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = i' - i_1 + i - i_2$$

et,

$$\delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2) = i_1 - i + i' - i_2$$

d'où

$$(1) \iff i = i_1 \quad : \textit{Absurde}$$

car  $(i_1, j_1)$  appartient au triangle inférieur.



---

+ Cas 6 ( $i \neq i'$ ) :

$$\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) = i_1 - i' + i_2 - i$$

et,

$$\delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2) = i_1 - i + i' - i_2$$

d'où

$$(1) \iff i' = i_2 \quad : \textit{Absurde}$$

car  $(i_2, j_2)$  appartient au triangle supérieur.

Ce raisonnement reste le même si nous changeons les positions des éléments  $(i_1, j_1)$ ,  $(i_2, j_2)$ ,  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  par permutations circulaires.

## Annexe D

# Démonstration du Corollaire

Montrons que si  $(i_1, j_2) + (i_2, j_1) < (i_1, j_1) + (i_2, j_2)$ , alors  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  se trouvent de part et d'autre de la diagonale  $\Delta$ .

Pour cela montrons que si  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  se trouvent dans le même triangle (supérieur ou inférieur), alors  $(i_1, j_2) + (i_2, j_1) \geq (i_1, j_1) + (i_2, j_2)$ .

Supposons par exemple que  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  se trouvent dans le triangle supérieur. Nous ne pouvons, donc, jamais avoir  $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  dans l'autre triangle (ici le triangle inférieur). Deux cas de figure se présentent :

- $(i_1, j_2)$  et  $(i_2, j_1)$  appartiennent au même triangle que  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  (cas 1 de la figure C.1). Dans ce cas,

$$(i_1, j_2) + (i_2, j_1) = (i_1, j_1) + (i_2, j_2)$$

- $(i_1, j_2)$  appartient au triangle supérieur et  $(i_2, j_1)$  appartient au triangle inférieur (cas 2 de la figure C.1). Dans ce cas la droite formée par les éléments  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  est nécessairement "parallèle" à la diagonale  $\Delta$ , car dans le cas contraire, les quatre éléments se trouveront du même côté de  $\Delta$  (voir cas 1 de la figure B.1).

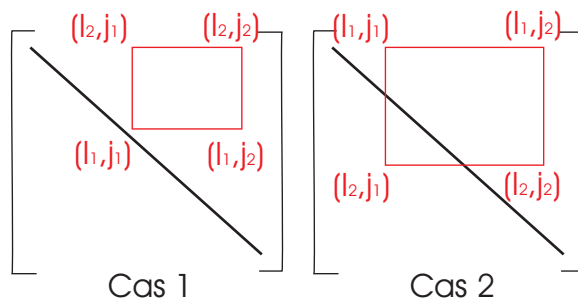


FIG. D.1 – Les deux positions possibles de  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  s'ils se trouvent dans le triangle supérieur

Soient,

$$(i, j_1) = \min_{(i_0, j_0) \in \Delta} (d((i_1, j_1), (i_0, j_0)))$$

$$(i', j_2) = \min_{(i_0, j_0) \in \Delta} (d((i_2, j_2), (i_0, j_0)))$$

on a,

$$\begin{aligned} \delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2) &= |i_1 - i| + |i_2 - i'| \\ &= i - i_1 + i' - i_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1) &= |i_1 - i'| + |i_2 - i| \\ &= i' - i_1 + i_2 - i \end{aligned}$$

d'où,

$$(\delta(i_1, j_1) + \delta(i_2, j_2)) - (\delta(i_1, j_2) + \delta(i_2, j_1)) = 2(i - i_2) \leq 0$$

d'où notre résultat.

Ce raisonnement reste le même si  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  appartiennent au triangle inférieur.

# Bibliographie

- [AND99] E. Anderson, Z. Bai, C. Bischof, S. Blackford, J. Demmel, J. Dongarra, J. Du Croz, A. Greenbaum, S. Hammarling, A. McKenney, D. Sorensen, *LAPACK User's Guide*, ([http://www.netlib.org/lapack/lug/lapack\\_lug.html](http://www.netlib.org/lapack/lug/lapack_lug.html)), Third Edition, SIAM, Philadelphia, 1999.
- [ANSI T1-413 01] ANSI standard, T1.417-2001, committee T1E1, Jan. 2001. *Spectrum Management for Loop Transmission Systems*.
- [ANSI T1-413 04] ANSI standard, T1 413, 2004, *Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL) Metallic Interface*.
- [ANSI T1-94] ANSI standard, T1, Technical report 28, 1994, *A Technical Report on High-Bit-Rate Digital Subscriber Lines (HDSL)*.
- [ANSI T1-413 98] ANSI standard, T1.413-1998, *Network and Customer Installation Interfaces - Asymmetrical Digital Subscriber Line (ADSL) Metallic Interface*.
- [BER58] C.Berge, *Sur le couplage maximum d'un graphe*, C.R.Acad.Sci.Paris 1958.
- [BER62] C.Berge, A.Ghouila Hourii, *Programmes, jeux et réseaux de transport*, Ed.Dunod 1962.
- [BIN90] J.A.C. Bingham, *Multicarrier Modulation for Data Transmission : An Idea Whose Time Has Come*. IEEE Communications Magazine, Pages 5-14, vol. 28, May 1990.
- [BIN95] P.S. Chow, J.M. Cioffi, J.A.C. Bingham, *A Practical Discrete Multitone Transceiver Loading Algorithm for Data Transmission over Spectrally Shaped Channels*. IEEE Transactions on Communications, Vol. 43, NO. 2/3/4, February/March/April 1995.

- [BOU96] Université de Bourgogne, *Résolution pratique de problèmes NP-complets*, Actes de conférences organisées par le CRID, 1996.
- [BRI04] T. Britz, D.D. Olesky, P. van den Driessche, *The Moore-Penrose inverse of matrices with an acyclic bipartite graph*, Pacific Institute for the Mathematical Sciences, (<http://www.pims.math.ca/publications/preprints/>), Preprint number : PIMS-04-10, June 2004.
- [CAM91] S.L. Campbell, C.D.Jr. Meyer, *Generalized Inverses of Linear Transformations*, New York : Dover, 1991.
- [CHO93] Peter S. Chow, *Bandwidth Optimized Digital Transmission Techniques for Spectrally Shaped Channels with Impulse Noise*. PhD Thesis, Stanford University, May 1993.
- [CIO] J.M. Cioffi, *Multi-channel Modulation*. Class Reader, Available : <http://www.stanford.edu/class/ee379c/>
- [CIO01] J. M. Cioffi, *Unbundled DSL evolution*. T1E1.4 Contribution 2001-088, Feb. 2001, Los Angeles, CA. [Online]. Available : <http://www.t1.org/>
- [CIO02] J.M Cioffi, *Advanced digital communications*, Stanford university, (<http://www.stanford.edu/class/ee379c/>), Class reader, 2002.
- [DEM79] R.W. Deming, *Independence numbers of graphs-an extension of the KonigEgervary theorem*, Annals of Discrete Mathematics 27, Pages 23-33, 1979.
- [ETSIv101-135] ETSI TS. 101 135, *Transmission and Multiplexing, High bit-rate Digital Subscriber Line (HDSL) transmission systems on metallic local lines; HDSL core specification and applications for combined ISDN-BA and 2048 kbits/s transmission*, Available : <http://www.etsi.org/>
- [ETSIv101-388] [2] ETSI Technical specification TS 101 388. *Transmission and Multiplexing; Access transmission systems on metallic access cables; Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL) Coexistence of ADSL and ISDN-BA on the same pair*.
- [ETSIv101-524] ETSI TS 101 524-2 V1.1.1 (2000-06), *Symmetrical single pair high bit rate Digital Subscriber Line (SDSL); Part 2 : Transceiver requirements*.

- [ETSIv111] ETSI Doc. Nb. TS 101 270-2, Ver. 1.1.1. *Transmission and multiplexing (TM); Access transmission systems on metallic access cables; Very high speed digital subscriber line (VDSL); Part 2 : Transceiver specification*. [Online]. Available : <http://www.etsi.org/>
- [ETSIv121] ETSI Doc. Nb. TS 101 270-1, Ver. 1.2.1. *Transmission and multiplexing (TM); Access transmission systems on metallic access cables; Very high speed digital subscriber line (VDSL); Part 1 : Functional requirements*. [Online]. Available : <http://www.etsi.org/>
- [ETSIv203] ETSI TS 101 270-2 v2.0.3 (2002-10), *Transmission and Multiplexing (TM); Access transmission systems on metallic access cables; Very high speed Digital Subscriber Line (VDSL); Part 2 : Transceiver Specification*.
- [ETSIv206] ETSI TS 101 270-1 v2.0.6 (2002-11), *Transmission and Multiplexing (TM); Access transmission systems on metallic access cables; Very high speed Digital Subscriber Line (VDSL); Part 1 : Functional requirements*.
- [FAB01] F. Moulin, *Etude de l'impact des bruits impulsifs sur la qualité de transmission d'une ligne ADSL*, Thèse, INSA Rennes, 2001.
- [GIN00] G. Ginis, J. M. Cioffi, *A multi-user precoding scheme achieving crosstalk cancellation with applications to DSL systems*, in Proc. 34th Asilomar Conf. Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, CA, pp. 1627-1631, Oct. 2000.
- [GIN02] G. Ginis, J.M. Cioffi, *Vectored Transmission for Digital Subscriber Line Systems*, IEEE Journal On Selected Areas In Communications, vol. 20, No. 5, June 2002.
- [GOL95] G. D. Golden, J. E. Mazo, J. Salz, *Transmitter design for data transmission in the presence of a data-like interferer*, IEEE Trans. Commun., pt. 2/3/4, vol. 43, pp. 837-850, Feb./Mar./Apr. 1995.
- [HAR72] H. Harashima, H. Miyakawa, *Matched-transmission technique for channels with intersymbol interference*, IEEE Trans. Commun., vol. COM-20, pp. 774-780, Aug. 1972.
- [HER86] Hertz. D, *Time delay estimation by combining efficient algorithms and generalized cross-correlation methods*, Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 34, Issue 1, Feb 1986.

- [HON90] M. L. Honig, K. Steiglitz, B. Gopinath, *Multichannel signal processing for data communications in the presence of crosstalk*, IEEE Trans. Commun., pt. 4, vol. 38, pp. 551-558, Apr. 1990.
- [HON92] M. L. Honig, P. Crespo, K. Steiglitz, *Suppression of near- and far-end crosstalk by linear pre- and post-filtering*, IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 10, pp. 614-629, Apr. 1992.
- [HOO99] L. Hoo, A. Salvekar, C. Aldana, J.M. Cioffi, *Analysis of Express Swapping Speeds and Reliability*, T1E1.4 : ADSL, pp. 99-119, March 8, 1999.
- [HOP73] J.E.Hopcroft, R.M.Karp, *An  $n^5/2$  algorithm for maximum matching in bipartite graphs*, SIAM J. Comput. 2. pp. 225-231, 1973.
- [HUG89] D. Hughes-Hartogs, *Ensemble modem structure for imperfect transmission media*, U.S. Patents Nos. 4,679,227 (July 1987), 4,731,816 (March 1988) and 4,833,796 (May 1989).
- [KAL98] Kalet, *The Multitone Channel*, IEEE Transactions on Communications, vol. 37, no. 2, pp. 119-124, Feb. 1989.
- [KNA76] C. H. Knapp, G. C. Carter, *The generalized correlation method for estimation of time delay*, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-24, pp. 320-327, Aug. 1976.
- [LAW74] C. Cawson, R. Hanson, *Solving Least Squares Problems*, Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1974.
- [MIC97] Michael Eisenberg, Gerhard Fischer, *Generate and Test, Means-Ends Analysis, and Problem Reduction*, Winston, Chapter 3, Fall 1997.
- [OKS00] V. Oksman, Ed., *Very-high-speed digital subscriber lines (VDSL)metallic interface, Part 2 : Technical specification of a single-carrier modulation (SCM) transceiver*, T1E1.4 Contribution 2000-011R3. [Online]. Available : <http://www.t1.org/>
- [OKS99] V. Oksman, J. M. Cioffi. (1999, December) *Noise models for VDSL performance verification*, T1E1.4 Contribution 99-438R2, Clearwater, FL. [Online]. Available : <http://www.t1.org/>.

- [PAN99] Panayiotis G. Georgiou, Panagiotis Tsakalides, *Alpha-Stable Modeling of Noise and Robust Time- Delay Estimation in the Presence of Impulsive Noise*, IEEE Trans. on Multimedia, vol. 1, no. 3, Sep. 1999.
- [PAU] Paul E. Black, *Dictionary of Algorithms and Data Structures*, Ed.NIST.  
<http://www.nist.gov/dads/HTML/manhattanDistance.html>
- [PEL80] A. Peled, A. Ruiz, *Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms*, in Proc. IEEE ICASSP, Denver, CO, pp. 964-967, Apr. 1980.
- [PEN55] Penrose, R. *A Generalized Inverse for Matrices*, Proc. Cambridge Phil. Soc. 51, pp. 406-413, 1955.
- [PIE01] Pierre Wolper, *Introduction à la calculabilité*, Ed.Dunod, 2001.
- [RAL98] G. G. Raleigh, J. M. Cioffi, *Spatio-temporal coding for wireless communication*, IEEE Trans. Comm., vol. 46, pp. 357-366, Mar. 1998.
- [RAO71] C.R. Rao, S.K. Mitra, *Generalized Inverse of Matrices and Its Applications*, New York : Wiley, 1971.
- [RIC96] R. Lassaigne, M. de Rougemont, *Logique et Complexité*, Hermes, 1996.
- [RUI92] A. Ruiz, J.M. Cioffi, S. Kasturia, *Discrete Multiple Tone Modulation with Coset Coding for the Spectrally Shaped Channel*, IEEE Transactions on Communications, vol. 40, no. 6, pp. 1012-1029, June 1992.
- [SCH00] S. Schelstraete, Ed., *Very-high-speed digital subscriber lines(VDSL) metallic interface, Part 3 : Technical specification of a multicarrier modulation transceiver*. T1E1.4 Contribution 2000-013R4. [Online]. Available : [Online]. Available : <http://www.t1.org/>
- [SJO99] F. Jjoberg, M. Issaksson, R. Nilsson, P. Odling, S.K. Wilson et P.O. Borjesson, *Zipper, Duplex method for VDSL based on DMT*, IEEE Trans. Commun., vol. 47, pp. 1245-1252, Aout 1999.
- [SOR03] T. Starr, M. Sorbara, J.M. Cioffi, P.J. Silverman, *DSL Advances*. Prentice Hall Inc., New Jersey, 2003.



- [STA] T. Starr, J. M. Cioffi, P. J. Silverman, *Understanding Digital Subscriber Line Technology*. Prentice-Hall, Inc. N.J., 2000.
- [STA99] T. Starr, J. M. Cioffi, P. J. Silverman, *Twisted pair transmission*, in Understanding Digital Subscriber Line Technology. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, ch. 3, 1999.
- [TAU00] G. Tauböck, W. Henkel, *MIMO systems in the subscriber-linework*, in Proc. 5th Int. OFDM Workshop, Hamburg, Germany, pp. 18.1-18.3, Sep. 2000
- [TOM71] M. Tomlinson, *New automatic equaliser employing modulo arithmetic*, Electron. Lett., vol. 7, pp. 138-139, Mars 1971.
- [TLI01] M. Tlich, *Procédé d'optimisation de la répartition d'une puissance d'émission entre des sous-canaux, pour une transmission DMT*, Numéro de dépôt : WOFR04001061, Mars 2004.
- [TLI02] M. Tlich, *Algorithme optimal d'allocation binaire de complexité  $o(N)$* , Numéro de dépôt : FR0553765, 2005.
- [TLI03] M. Tlich, F.Moulin, B. Lamer, E. Debeau, *Méthode optimisée d'attribution de QOS différentes aux flux d'une même liaison xDSL ou sans fil*, Numéro de dépôt : WOFR06/050245, 2006.
- [TLI04] M. Tlich, F.Moulin, A.Zeddou, *Dispositif et procédé de réglage dynamique de densités spectrales de puissance de plusieurs lignes XDSL en cours de fonctionnement*, Numéro de dépôt : WOFR05/02436, 2005.
- [TLI05] M. Tlich, F.Moulin, A.Zeddou, *Processus de réduction et de rétablissement de la densité spectrale de puissance de sous bandes d'une ligne xDSL en cours de fonctionnement*, Numéro de dépôt : WOFR05/02437, 2005.
- [TLI06] M. Tlich, E. Lassalle, H. Mariotte, *Maximisation de la capacité par allocation dynamique de débit*, Numéro de dépôt : FR0506708, 2005.
- [TLI07] M. Tlich, A.Zeddou, *Modèle d'identification des fonctions de couplage diaphonique entre paires téléphoniques*, Numéro de dépôt : WOFR2005/003075, 2005.

- [TLI08] M. Tlich, A.Zeddami, J.C. Belfiore, *Optimization Process of Power Distribution for a Frequency Multiplexing DMT Transmission*, IEEE ICECS 2005, Tunis.
- [UIT] UIT-T G 992.2, *Emetteurs-récepteurs de ligne d'abonné numérique asymétrique sans filtre séparateur*.
- [WAN00] Q. Wang, Ed., *Very-high-speed digital subscriber lines (VDSL)metallic interface, Part 1 : Functional requirements and common specification*. T1E1.4 Contribution 2000-009R3. [Online]. Available : <http://www.t1.org/>
- [WEI71] S.B. Weinstein, P.M. Ebert, *Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform*, IEEE Trans. Comm. Technol., vol. CT-19, pp. 626-634, Oct. 1971.
- [WEI87] L. Wei, *Trellis-coded modulation with multi-dimensional constellations*, IEEE Trans. Comm. Inform. Theory, vol. IT-33, pp. 483-501, July 1987.
- [ZAM] R. Zamir, U. Erez, *Lattice decoding can achieve  $0.5\log(1+SNR)$  on the AWGN channel using nested codes*.
- [ZAM02] R. Zamir, S. Shamai, U. Erez, *Nested Linear/Lattice codes for structured multiterminal binning*, IEEE Transactions on information theory., vol. 48, no. 6, June 2002.
- [ZEN01] C. Zeng, C. Aldana, A.A. Salvekar, J.M. Cioffi, *Crosstalk Identification in xDSL Systems*, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 19, no. 8, Aug. 2001.