Economic model of forest management for even-aged, uneven-aged and in transition stands: illustrations in the case of the beech in the north -eastern of france

Seyed Mahdi/s.M. Heshmatol Vaezin

▶ **To cite this version:**

Seyed Mahdi/s.M. Heshmatol Vaezin. Economic model of forest management for even-aged, uneven-aged and in transition stands: illustrations in the case of the beech in the north -eastern of france. Humanities and Social Sciences. ENGREF (AgroParisTech), 2006. English. NNT : . pastel-00002265

HAL Id: pastel-00002265
https://pastel.hal.science/pastel-00002265v1

Submitted on 26 Mar 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ECOLE NATIONALE DU GENIE RURAL DES EAUX ET DES FORETS
ENGREF

Institut National de la Recherche Agronomique

THÈSE

Présentée à l'École Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts

pour l'obtention

du DIPLÔME DE DOCTORAT DE L'ENGREF
Spécialité Sciences Forestières
Option : Économie-Gestion

par

Seyed Mahdi HESHMATOL VAEZIN

MODELES ECONOMIQUES DE GESTION DES PEUPLEMENTS REGULIERS, IRREGULIERS OU EN TRANSITION ; ILLUSTRATIONS DANS LE CAS DU HETRE DANS LE NORD-EST DE LA FRANCE

soutenue publiquement le 21 décembre 2006
devant le jury composé de :

M. Jean-François DHÔTE, examinateur
M. Alain FRANC, rapporteur
M. Jacques HÉBERT, examinateur
M. Franck LECOCQ, examinateur
M. Jean-Luc PEYRON, directeur de thèse
M. Jean-Philippe TERREAUX, rapporteur
M. Arastou SAÏD, examinateur

A ma chère Elham

et

A mes chers Parents

REMERCIEMENTS

Le présent travail a été réalisé au sein du Laboratoire d'Economie Forestière (LEF), unité mixte de recherche ENGREF/INRA de Nancy. Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à M. Jean-luc Peyron, Directeur du Groupement d'Intérêt Public (GIP) ECOFOR (Ecosystèmes forestiers), ex-directeur du LEF, de m'avoir accueilli dans son laboratoire, d'avoir accepté d'être le directeur de ma thèse et d'avoir assuré un dialogue permanent, rigoureux et constructif tout au long de ce travail ainsi que pour les qualités scientifique et humaine qu'il a partagées avec moi.

Je remercie vivement Mme Anne Stenger, directrice du LEF, pour l'attention qu'elle a portée à mes travaux, pour avoir mobilisé des moyens humains et logistiques, pour ses soutiens, ses encouragements et ses gentillesses.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance aux rapporteurs d'accepter de juger cette thèse : M. Alain Franc, directeur de recherche à l'INRA et M. Jean-Philippe Terreaux, directeur de recherche au CEMAGREF.

Ma gratitude va également à M. Jean-François Dhôte, directeur de recherche à l'INRA, pour l'intérêt qui a accordé au sujet de la thèse, pour ses conseils avisés et précieux tout au long de ce travail, et pour avoir accepté de participer au jury.

M. Arastou Saïd, professeur émérite à l'Université de Téhéran, m'a prodigué maints conseils judicieux et essentiels tout au long de ce travail ; il a fait preuve d'une grande disponibilité, d'une écoute attentive, et d'un soutien sans faille dont je lui suis très reconnaissant.

Je remercie M. Jacques Hébert, professeur à la Faculté des Sciences Agronomiques de Gembloux en Belgique, pour l'intérêt immédiat qu'il a manifesté pour mon travail, pour nos discussions sur des sujets aussi culturels que scientifiques, et particulièrement pour ses aides très considérables et très précieux dans la confection finale du manuscrit.

Merci encore à M. Franck Lecocq, enseignant chercher à l'ENGREF, directeur adjoint du LEF, qui m'a prodigué de précieux conseils et considérablement aidé pour la confection finale de l'exposé de la thèse.

Je tiens également à exprimer toute ma reconnaissance aux personnes qui m'ont aidé et soutenu tout au long de ce travail :

M. Patrice Harou, professeur visiteur à l'ENGREF, pour le grand soutien qu'il m'a apporté dès mon arrivé à Nancy, pour ses aides très précieux et pour sa bienveillance unique.

M. Bernard Martin, ex-professeur de l'ENGREF Nancy qui a assuré une lecture attentive de la totalité de la thèse, pour ses qualités scientifique et humaine qu'il a partagées avec moi.

M. Max Bruciamacchie, enseignant-chercheur en aménagement forestier et dendrométrie à l'ENGREF, pour avoir assuré la lecture du premier chapitre de ma thèse, et pour sa disponibilité et ses conseils avisés et précieux tout au long de ce travail.

M. Jean-Christophe Hervé, directeur technique de l'Inventaire Forestier National, pour la lecture attentive du premier chapitre de ma thèse et pour ces conseils éclairés.

M. Serge Garcia, chargé de recherche à l'INRA, pour ses conseils éclairés dans le domaine de l'économétrie et pour sa lecture attentive du deuxième chapitre de ma thèse.

M. Ahmed Barkaoui, ingénieur d'étude à l'INRA, pour l'intérêt qui a accordé au sujet de la thèse et pour ses conseils très précieux dans le domaine de la statistique et notamment dans le cas du logiciel SAS.

Mme Raphaële Préget, chargé de recherche à l'INRA, pour avoir assuré une lecture rigoureuse et exigeante du deuxième chapitre de ma thèse ainsi que pour ses conseils éclairés.

Mme Sandrine Costa Migeon enseignant-chercheur à l'ENGREF, Mme Lisette Ibanez, Mme Claire Montagné et M. Jacques Laye, chargés de recherche de l'INRA, pour les soutiens, les aides et les encouragements qu'ils m'ont apportés.

M. Stéphane Couture, chargé de recherche à l'INRA, pour sa lecture attentive de la troisième chapitre de ma thèse et pour ses conseils précieux.

Je tiens également à exprimer toute ma reconnaissance et gratitude à Mme Danièle Saïd pour avoir assuré une lecture soigneuse et complète de la thèse. Je remercie vivement M. et Mme Asli, mes compatriotes, pour le soutien et la sympathie qu'ils m'ont réservé.

Finalement, je remercie vivement l'ensemble du personnel du Laboratoire d'Economie Forestière (LEF) et de l'ENGREF Nancy qui m'ont toujours aidé ; je pense en particulier à :

M. Eric Kervégant et Jean-Marc Rousselle, responsables informatiques du LEF, pour m'avoir aidé dans le domaine de l'informatique, et notamment dans la construction d'une grande base de données à partir des données de l'IFN et dans le cas du logiciel SAS.

Mme Alexandra Niedzwiedz, statisticienne au LEF, pour m'avoir fourni de nombreuses bases données et informations utiles et pour sa grande disponibilité.

M. David Gasparotto et Evelyne Lenel pour avoir mis à mon service une vaste collection documentaire.

Mme Sylvie Geller et Mme Marie Christine Maxant, pour m'avoir aidé et encouragé.

Mme Laurette Westrich pour le tirage du document.

Mes remerciements vont également à mes amis M. Patrick Vallet, M. Shahram Karimi, M. Abolghasem Alighardashi, M. Jean Bakouma, M. Cyrille Barnérias, M. Gérard Marty, M. Julien Fiquepron et Mme Marielle Brunette pour les soutiens et les aides qu'ils m'ont apportés.

Je n'aurais pas pu réaliser ce travail sans le soutien financier du Ministère des Sciences, des Recherches et de la Technologie de l'Iran (MSRT). Ainsi, je voudrais remercier à la faculté des ressources naturelles de l'Université de Téhéran (département de forêt) de m'avoir soutenu, en tant qu'enseignant d'économie forestière et que candidat à une bourse de doctorat.

RÉSUMÉ

L'analyse économique forestière repose sur des modèles d'ordres biologique, économique et social, et, en particulier, sur des modèles de dynamique de peuplement, de prix et de décision. Le couplage de ces modèles entre eux permet d'apporter des réponses à des questions économiques variées sur la gestion des peuplements forestiers. Cependant, cette démarche n'est généralement appliquée qu'à une seule structure de peuplement forestier (équienne ou inéquienne) et plus souvent à la structure équienne. Cette thèse a pour objectif de construire et de coupler des modèles intégrant ces trois aspects, de manière à simuler et optimiser la gestion des peuplements forestiers en présence de risque catastrophique, quelle que soit la structure de peuplement (équienne, inéquienne ou en transition).

Cette thèse étudie successivement les modèles de dynamique d'arbres et de peuplement, de prix et de décision en situation risquée et structure équienne ou inéquienne. Elle les articule ensuite pour constituer un modèle théorique d'ensemble susceptible de s'appliquer, moyennant une calibration appropriée, à différentes essences dans différentes régions. Un exemple de fonctionnement vient illustrer les analyses théoriques dans le cas du hêtre dans le Nord-Est de la France et donner une idée des résultats potentiels à l'échelle du peuplement et de l'arbre. Les illustrations à l'échelle du peuplement consistent à étudier le cas des peuplements régulier et irrégulier, et le cas de conversion de l'un à l'autre, en présence ou en absence de risque. Afin de montrer l'utilité de l'ensemble des modèles à l'échelle de l'arbre, une dernière illustration porte sur l'économie de l'arbre placé dans des environnements variés : productivités différentes, présence ou absence de risque et courbes prix-dimension différentes.

Une des originalités de cette démarche réside dans la volonté de ne prendre de la dendrométrie que ce qui semble véritablement nécessaire à l'économiste. Une autre originalité consiste à s'affranchir, autant que faire se peut, de la dichotomie classique des structures, régulière ou irrégulière, des peuplements forestiers. Ce travail a permis de réaliser un certain nombre d'avancées en matière d'intégration entre productions en volume et en valeur, de changement d'échelle (de l'arbre au peuplement et réciproquement), de gestion économique des peuplements à structure irrégulière ou, mieux encore, en conversion.

Mots clés :

Modèle de croissance, Modèle de prix, Relation prix-dimension, Formule de Faustmann, Age d'exploitation, Risque, Simulation, Optimisation

---

ABSTRACT

The forest economic analysis is based on the models of biologic, economic and social nature, and in particular, on three basic models which are the stand dynamic model, the price model and decision model. Theses models are often calibrated for only one stand structure (even-aged or uneven-aged). The coupling of these models makes it possible to bring answers to the various economic questions on the management of forest stands. This thesis aims to develop multiple models to optimize the management of even-aged, uneven-aged and in conversion stands, in the presence of catastrophic risk or not.

This thesis studies successively the stand dynamic model, the price model and the decision model in risky situation and even or uneven-aged stand structure. It then articulates these models to constitute an overall theoretic model, suitable for applying, with the help of an adapted calibration, for various species on diverse sites. An example comes to illustrate the theoretical analyses in the case of the beech in the North-East of France and to give an idea of the potential results on the scales of the stand and tree. The illustrations on the stand scale consist in studying the case of the even-aged and uneven-aged stands, and the case of conversion, in presence or absence of risk. In order to show the interest of these combined models at the tree scale, an illustration relates to the economy of the tree, placed in various environments : different productivities, presence or absence of risk and different price-size curves.

One of the originalities of this thesis resides in the will to take of dendrometry only what seems truly necessary to the economist. Another originality consists in being free of the classic dichotomy of the stand structure (even-aged and uneven-aged). This work made it possible to carry out a certain number of progress on integration between productions in volume and value, on change of economic management scale (of tree to stand) and on un even-aged, even-aged et in conversion stand management.

Key words :

Growth model, Price model, Price-size curve, Faustmann Formula, Rotation age, Risk, Simulation, Optimisation

---

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE ***8***

CHAPITRE I ***13***

MODELISATION DE LA DYNAMIQUE DES PEUPLEMENTS DE TOUTES STRUCTURES ***13***

CHAPITRE II ***87***

MODELISATION DU PRIX DES BOIS SUR PIED ***87***

CHAPITRE III ***147***

CRITERE ECONOMIQUE DE GESTION ***147***

CHAPITRE IV ***210***

MODELISATION DE LA GESTION DES PEUPLEMENTS DE TOUTES STRUCTURES ; COUPLAGE DES MODELES ENTRE EUX ET ILLUSTRATIONS ***210***

CONCLUSIONS GENERALES ***262***

ET PERSPECTIVES ***262***

ANNEXES ***267***

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES ***316***

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

L'analyse économique forestière, comme de manière plus générale toute décision relative aux surfaces boisées, repose sur des informations d'ordres biologique, économique et social. Lorsqu'elle est quantitative, cette trilogie peut se traduire sous la forme de trois modèles représentant :

- la production ligneuse,
- le prix des bois et, le cas échéant, d'autres biens et services,
- la décision qui intervient, dans le contexte le plus général, en situation risquée.

Modèle de production ligneuse

Les productions forestières sont le résultat de diverses structures spatio-temporelles. Depuis longtemps, ont été mis en œuvre deux grands systèmes de production : celui des peuplements équiennes et des futaies régulières ou homogènes d'une part, et, d'autre part, celui des peuplements inéquiennes et des futaies irrégulières, jardinées ou hétérogènes. Que l'on se place du point de vue économique, écologique ou social, il n'est pas possible d'affirmer qu'un système est toujours préférable à un autre. Tout au plus peut-on remarquer que, dans un contexte donné, caractérisé par son milieu naturel, sa sphère économique, son tissu social, le type de forêt considérée et les caractéristiques de son propriétaire, un système entraîne des avantages supplémentaires par rapport à un autre. D'ailleurs, aux multiples fonctions de la forêt et au maintien ou à l'augmentation de sa biodiversité, correspond logiquement une multiplicité des écosystèmes comme des systèmes de production. Plutôt que d'ériger ces systèmes les uns contre les autres, il semble donc bien préférable d'en présenter la coexistence. Celle-ci est finalement source de richesse tant au plan pratique qu'à celui de la modélisation qui sera développée dans cette thèse.

Les peuplements forestiers européens tendent de plus en plus vers l'hétérogénéité en essences et en dimensions. On est donc de plus en plus en présence de peuplements en situations intermédiaires entre

structures régulière et irrégulière, entre compositions monospécifique et plurispécifique. Par exemple, le tableau ci-dessous présente la structure des peuplements forestiers (les indicateurs de gestion durable en France, 2003).

Tableau 1 : Structure des peuplements forestiers (extrait des indicateurs de la gestion durable de la France, 2003). Données en pourcentage de l'ensemble des peuplements forestiers français.

Peuplement	Monospécifique %	Plurispécifique %	Total %
Régulier	< 28	> 36	64
Irrégulier	> 0	< 36	36
Total	28	72	100

Comme on le constate dans le tableau 1, les peuplements réguliers et monospécifiques ne constituent qu'un quart des forêts françaises alors que le reste se trouve dans les situations plus hétérogènes (intermédiaires entre structures régulière et irrégulière, entre compositions monospécifique et plurispécifique). Or, la plupart des modèles de croissance disponibles ont été élaborés pour les peuplements réguliers et monospécifiques, c'est à dire un quart des forêts françaises. On voit donc l'insuffisance des modèles existants face à la diversité des situations de terrain. Par ailleurs, en fonction du contexte socio-économique, l'objectif des propriétaires peut consister en une irrégularisation ou diversification de peuplements réguliers et monospécifiques et vice-versa. Ainsi, un besoin se fait sentir de s'extraire, autant que faire se peut, de la dichotomie des structures régulière ou irrégulière de peuplements forestiers. Il s'agit d'aller vers des modèles de production à portée générale qui s'adaptent autant que possible à la diversité des structures forestières allant des peuplements purement homogènes aux peuplements hétérogènes.

Modèles de prix

Aux côtés des modèles de production, les modèles de prix font souvent pâle figure. Pour une analyse économique complète, utiliser un modèle de croissance très précis et un modèle de prix

approximatif apparaît peu cohérent. Il faut donc rechercher l'utilisation de modèles de croissance simples et robustes et, simultanément, la construction de modèles de prix plus précis. La modélisation du prix des bois est simplement le moyen de prendre en compte le prix du bois pour l'analyse économique des peuplements forestiers. Evidemment, la façon dont on modélise le prix dépend essentiellement de l'objectif d'étude. Comme pour le modèle de production physique, l'objectif premier est de construire un modèle général du prix des bois issus de toutes structures.

Modèle de décision en situation risquée

En économie forestière, la fonction à optimiser est en général constituée par une valeur actuelle nette. Si la procédure à adopter en futaie régulière est très claire, il reste encore des zones d'ombre sur la manière de traiter les peuplements inéquiennes, notamment dans le cas où on désirerait se prononcer à la fois sur le stock optimal et sur la meilleure gestion à long terme. De même, comme pour les modèles de production et de prix, on s'intéressera au modèle de décision d'une façon qui permette de s'affranchir du type de structure, voire à traiter le cas d'une conversion d'une structure vers une autre. Le modèle de décision est en mesure de prendre en compte les changements d'échelle, par exemple entre les niveaux " arbre" et "peuplement". On étudiera particulièrement la valeur d'un arbre dans cette optique, notamment en ce qu'elle apparaît susceptible de constituer un critère facilement applicable à l'arbre issu de toutes structures forestières.

Le caractère risqué de la production forestière n'est pas nouveau. Il est lié aussi bien à la temporalité qu'à la nature biologique des productions forestières. Ces dernières se réalisent dans des périodes très longues qui font forcément intervenir des risques variés et des incertitudes d'ordres biologique et économique. Parmi différents types de risque, on s'intéresse notamment au risque catastrophique qui a peu été analysé contrairement à celui qui touche la prédictibilité des prix du bois.

* * *

Dans le contexte qui vient d'être décrit, le travail présenté ici consiste à montrer qu'il est possible de construire des modèles multiples permettant de simuler ou optimiser la gestion des peuplements forestiers de structures équienne, inéquienne ou en transition, en présence de risque catastrophique ou non. Les analyses théoriques sont illustrées dans le cas du hêtre dans le Nord-

Est de la France, sur lequel les modèles existants et la disponibilité des données facilitent une première analyse empirique conforme aux objectifs poursuivis.

Ainsi, ce document s'organise en quatre chapitres. Le premier est consacré à la modélisation de la dynamique des peuplements forestiers de toutes structures. Le deuxième porte sur la modélisation dynamique et statique du prix du bois. Le troisième aborde le critère économique de décision en futaie régulière ou irrégulière et en absence ou présence de risque. Enfin, dans le quatrième et le dernier chapitre, les modèles multiples présentés sont couplés entre eux dans le cas du hêtre dans le Nord-Est de la France.

CHAPITRE I

MODELISATION DE LA DYNAMIQUE DES PEUPLEMENTS DE TOUTES STRUCTURES

CHAPITRE I

Introduction---------- 15

I. Méthodes de modélisation des composantes de la dynamique forestière : modèles de croissance, de mortalité et de recrutement---------- 20

I.1 Accroissement potentiel ; choix d'un modèle simple et robuste---------- 21
I.2 Fonction de réducteur, composantes et forme mathématique---------- 24
I.3 Difficultés et possibilités de l'approche potentiel*réducteur---------- 29
I.4 Emploi de l'approche empirique pour modéliser le recrutement, la mortalité et la surface occupée par arbres :---------- 30

II. Principes de modélisation en futaie régulière---------- 34

II.1 Modèle de Maugé, exemple d'un modèle simple ---------- 35
II.2 Relation station-production, indice de fertilité ---------- 36
II.3 Relation densité-production, indice de densité ---------- 40

III. Principes de modélisation en futaie irrégulière---------- 44

III.1 Modèle matriciel, exemple d'un modèle simple ---------- 45
III.2 Extension de l'indice de fertilité en futaie irrégulière---------- 46
III.3 Extension de l'indice de densité en futaie irrégulière ---------- 52

IV. Croissance à l'échelle de l'arbre et structures forestières ---------- 56

IV.1 Effets de la structure sur la croissance individuelle ---------- 56
IV.2 Modélisation d'accroissement d'arbres issus de toutes structures ---------- 58

V. Proposition des modèles de dynamique des peuplements de toutes structures (appliqués dans le cas du hêtre)---------- 61

V.1 Choix de l'essence, domaine d'étude et données utilisées ---------- 62
V.2 Accroissements potentiels en hauteur et en diamètre ---------- 66
V.3 Proposition des fonctions de réducteur pour l'accroissement potentiel en hauteur et en diamètre de l'arbre---------- 67
V.4 Intégration de la productivité, de l'irrégularité et de l'effet des cycles d'inventaire ---------- 74
V.5 Modèles de recrutement, de mortalité naturelle et accidentelle et de la surface occupée par arbres -- 75
V.6 Estimation des modèles d'accroissement en diamètre, de recrutement, de mortalité et de surface occupée par arbres---------- 77
V.7 Illustrations des modèles---------- 82

Introduction

La modélisation de la croissance constitue, en principe, la première étape pour la plupart des études économiques de la forêt. Si la construction de modèles de croissance se situe évidemment dans le domaine de la dendrométrie, l'intérêt économique qui en résulte est non négligeable. Il est lié aussi bien à l'état des lieux, en matière de modélisation de la croissance, qu'aux besoins des économistes. Nous expliquerons par la suite le lien entre la modélisation économique de la gestion forestière et la modélisation de croissance. Il s'agit d'expliquer, plus précisément, pourquoi et comment dans une thèse débouchant sur un modèle économique de gestion forestière, la modélisation de croissance doit être étudiée. Ainsi, il est utile de rappeler, d'abord, l'état des connaissances actuelles en matière de modélisation de croissance. Les besoins et l'objectif économiques dans la modélisation de croissance seront ensuite présentés. Enfin, l'objectif de ce chapitre dans le cadre de l'objectif global de la thèse sera annoncé.

Etat des lieux en matière de modélisation de croissance

La modélisation vise à réduire une réalité complexe à un système structuré de relations, en vue d'un objectif donné (Bouchon, 1995). La croissance est définie comme "*l'ensemble des phénomènes biologiques qui président au développement des organismes vivants"* (Bouchon,1995). Ceci implique que la modélisation s'adresse à un processus dynamique et non statique. Dans le cas forestier, un modèle dynamique est formé par un ensemble de relations mathématiques ou logiques qui représente l'évolution d'un ensemble de variables descriptives du (des) peuplement(s) forestier(s) et / ou des arbres étudiés au cours du temps (Houllier et al. 1991).

La plupart des modèles de croissance sont construits et développés pour les futaies régulières alors que très peu de modèles ont été développés pour les futaies irrégulières. Un peuplement régulier ou équienne se définit comme un ensemble d'arbres ayant tous à peu près le même âge. Une futaie régulière est constituée d'une suite des peuplements équiennes. Elle est équilibrée lorsque les âges des différents peuplements sont régulièrement gradués (Métro, 1975, Dubois, 2000). La futaie irrégulière ou inéquienne se définit comme un "peuplement à structure mixte formé de zones inéquiennes plus ou moins étendues ou plus ou moins juxtaposées"[1](Métro, 1975, Dubois, 2000). Historiquement, les modèles de peuplement régulier sont les premières démarches modélisatrices. La table de production par essence et par région, qui se présente sous la forme de tableaux ou d'équations par classe de fertilité, en est un point de départ, un archétype. Ces modèles correspondent à une description globale de la croissance d'un peuplement forestier (Peyron et Houllier, 1997). Ils se basent sur les variations de l'état moyen des différentes variables descriptives du peuplement. Pour les dendrométriciens, l'un des défauts majeurs des modèles de peuplement provient du fait que l'appréciation fine, de la nature et de la valeur des produits selon leurs classes de dimension, n'est pas possible (Bouchon, 1991, Houllier, 1992). En outre, plus le peuplement est hétérogène, plus il est difficile de considérer l'arbre moyen représentatif du peuplement, comme on le fait pour un modèle de peuplement régulier. Enfin, les modèles de peuplements n'ont pas permis de définir des indices de compétition basés sur l'arbre. D'où, le développement de modèles de peuplement avec distribution des arbres par classes de diamètre.

[1] Selon cette définition, le terme de futaie jardinée est une situation particulière de la futaie irrégulière dans le sens où il insiste sur les peuplements de tous âges juxtaposés pied par pied.

Les recherches sur la notion de densité de peuplements ont amené les auteurs, à distinguer entre l'effet moyen et l'effet local de la densité et donc, à considérer les arbres individuellement. Zeide (1993) a également montré que l'approche la plus sûre de l'étude de croissance est la croissance individuelle. Selon lui, il faut donc éviter tout regroupement et manipulation arbitraire sur les données individuelles d'arbres comme la moyenne. Un autre avantage des modèles d'arbres, réside dans le fait que, étant données leurs caractéristiques, ils peuvent être théoriquement utilisés dans tous les types de peuplements compris entre deux extrêmes (purement homogènes et complètement hétérogènes) (Monserud et Streba, 1996). Ce genre de raisonnement a amené les chercheurs au modèle plutôt basé sur l'arbre que sur le peuplement (Dhôte, 1987, Bouchon, 1991, Houllier, 1992).

Le changement d'échelle a également permis de pallier les différentes insuffisances des modèles de peuplement, notamment l'effet de l'écart des arbres par rapport à l'arbre moyen du peuplement sur l'estimation du modèle. Enfin, le modèle d'arbres basé sur la plus petite unité de production (dans l'échelle de l'arbre, peuplement, forêt) fournit un cadre important pour intégrer la variété d'information telle que la production et la qualité du bois, l'indicateur de la fertilité, l'indicateur de la diversité spécifique, la concurrence interindividuelle, etc. (Gourlet-Fleury et Houllier, 2000).

Ainsi, les modèles de peuplement se sont reportés sur des approches plus détaillées comme les modèles d'arbres dépendant ou indépendant des distances (Peyron et Houllier, 1997). La concurrence entre arbres voisins apparaît dès que les ressources disponibles ne permettent plus la croissance optimale de l'ensemble des arbres du peuplement (Lejeune, 1994). Les différents types de modèle d'arbres ont pour principe de base d'appréhender et d'intégrer cette concurrence afin de fournir une estimation plus précise de la croissance d'un peuplement forestier.

Parmi les modèles d'arbres, il est utile de présenter la distinction classique entre modèles d'arbres dépendant et indépendant des distances. La différence vient de la manière par laquelle la concurrence est intégrée dans le modèle. Dans le modèle d'arbres, indépendant des distances, on caractérise le peuplement par ses arbres et leurs dimensions relatives, sans référence à leur localisation spatiale (Houllier, 1994). La caractéristique essentielle de ce type de modèle réside dans sa simplicité relative, sa possibilité d'application opérationnelle et son large spectre d'application (Bouchon, 1991). Ce type de modèles a été appliqué dans la variété des structures forestières. C'est pourquoi, l'utilisation du modèle d'arbres indépendant des distances s'avère très utile pour la modélisation de la gestion forestière. En revanche, dans les modèles d'arbres dépendant des distances, on caractérise le peuplement par ses arbres, leurs dimensions relatives et leurs caractéristiques spatiales. Les modèles d'arbres indépendants des distances sont donc les plus pratiques pour traiter à la fois de la gestion en futaie régulière et de la gestion en futaie irrégulière.

Besoins des économistes

En matière de modélisation de croissance, l'objectif et les besoins des économistes ne sont pas toujours en phase avec ceux des dendrométriciens. L'objectif des dendrométriciens peut être la compréhension du fonctionnement des écosystèmes alors que ce sont les applications pour la gestion qui motivent plutôt les économistes. D'une part, les économistes ont besoin des différents modèles d'ordre biologique, économique et social, intervenant dans la gestion forestière pour calculer la valeur d'un peuplement selon différents régimes sylvicoles. D'autre part, ils en ont besoin pour optimiser la gestion forestière selon les critères économiques. C'est en général dans ce contexte que les économistes utilisent les modèles de croissance et qu'ils se posent 3 grandes

questions ayant traité au type de peuplement à modéliser, à la précision ou la complexité de la modélisation et aux modèles nécessaires.

Type de peuplement à modéliser

Les économistes ont besoin de modèles de croissance pour les peuplements réguliers mais aussi pour les peuplements irréguliers. En effet, les enjeux économiques ne se limitent pas au système régulier de la gestion forestière. Si le système régulier est souvent le meilleur choix pour la production de masse et l'alimentation des grandes usines de transformation du bois, l'intérêt économique et la réflexion sur l'aménagement des peuplements irréguliers deviennent de plus en plus importants. Les valeurs environnementales, généralement estimées plus élevées, dans le cadre de la structure irrégulière viennent confirmer cette tendance. En effet, étant donné la demande croissante des biens non marchands et la demande quasiment saturée de bois (Peyron, 2001, Cinotti, 2003), l'aménagement des peuplements irréguliers a gagné en importance dans l'utilisation du territoire et dans la gestion forestière.

Les peuplements européens tendent de plus en plus vers l'hétérogénéité en essences et en dimensions[2] alors que la plupart des modèles de croissance s'appliquent à des peuplements monospécifiques et équiennes. Ainsi, en raison du passage graduel des peuplements monospécifique et équienne à des peuplements moins homogènes, surtout en Europe centrale, les modèles calibrés sur les peuplements homogènes sont de moins en moins pertinents pour les décisions d'aménagement forestier. En revanche, en raison du vieillissement, les peuplements jardinés peuvent naturellement être transformés en peuplements d'avantage réguliers et vice-versa. Par conséquent, même en conditions de forêt naturelle, il existe une gradation entre les peuplements purement homogènes et hétérogènes (Smith et al. 1996). Par ailleurs, depuis quelques décennies, la littérature de l'économie forestière s'intéresse à la question de conversion régulier-irrégulier et vice-versa (Chang,1990, Vehkamäki, 1996, Buongiorno, 2001, Hanewinkel, 2001, Knoke et al. 2001, Nyland, 2003). Ce qui, là encore, revient à rompre avec l'habitude la plus répandue d'utilisation des modèles de croissance.

Par conséquent, peu de peuplements remplissent les conditions des deux extrêmes, purement homogènes et hétérogènes, mais se trouvent entre les deux. Les économistes comme les autres forestiers ont donc besoin de modèles décrivant la réalité des situations forestières rencontrées sur le terrain. D'où, une exigence est de disposer de modèles qui s'adapte à la diversité des structures forestières allant des peuplements purement homogènes aux peuplements hétérogènes. Dans ce contexte, une utilité des modèles d'arbres pour les études économiques réside dans le fait qu'ils peuvent théoriquement être utilisés dans la variété des structures forestières (Monserud et Streba 1996). Ce qui peut faciliter les études économiques menées dans les peuplements réguliers, irréguliers, intermédiaires et en transition.

Précision et complexité de la modélisation

Les arguments des économistes à cet égard dépendent d'une part de la diversité des modèles qu'ils utilisent dans le contexte de la gestion forestière et d'autre part de l'échelle de modélisation dont ils ont besoin.

Le premier argument consiste à considérer le lien entre le modèle de gestion et le modèle de croissance. En effet, dans le cadre de la gestion forestière, les économistes empilent plusieurs modèles (qu'ils soient modèles de croissance, de prix ou de coût et modèle de décision), les uns

[2] Le rapport sur la protection des forêts en Europe, WWF- France ("*World Wildlife Fund*"), (2001).

sur les autres. Dans ce contexte, si chaque élément du modèle de gestion est complexe, le tout l'est d'autant plus, à un point qui peut devenir difficilement supportable. En outre, la précision de chacune des parties doit être en adéquation avec celle des autres parties : il ne se sert à rien d'avoir un modèle très sophistiqué pour la croissance si les modèles de prix et de coût ainsi que le critère de décision sont très frustes. C'est pourquoi les économistes cherchent souvent les modèles de croissance simples.

Le deuxième argument explique le lien entre le niveau d'agrégation des modèles et les informations nécessaires pour prendre les décisions forestières. En effet, la simplicité et la facilité d'application de modèles, résultent, pour partie, de leurs niveaux d'agrégation. Alors, les modèles de peuplements ou de l'arbre moyen apparaissent plus simples et moins détaillés que les modèles d'arbres dépendant des distances. Or, en plus de la simplicité, les économistes ont besoin de modèles qui expliquent aussi bien l'ampleur de la croissance que sa répartition par classes de diamètre, pour apprécier la nature et la valeur des produits selon leurs dimensions. C'est dans ce contexte que les études économiques ont souvent utilisé les modèles de peuplement avec distribution notamment pour les peuplements irréguliers. Cependant, les modèles de peuplement avec distribution débouchent logiquement sur des modèles d'arbres car chaque classe de dimension est, à l'extrême, constitué d'un seul arbre (Bouchon, 1991).

Modèles nécessaires

Les modèles d'arbres décrivent l'accroissement des arbres dans leurs peuplements. Or, pour simuler la croissance d'un arbre dans une période donnée, il faut savoir également l'évolution de son peuplement. L'évolution d'un peuplement s'explique souvent à partir de l'évolution des arbres qui le constituent (accroissement), du renouvellement des arbres et de la mortalité. Ainsi, la dynamique d'un peuplement forestier repose sur trois composantes essentielles : l'accroissement, la mortalité et le recrutement. L'étude d'accroissement porte souvent sur le diamètre et sur la hauteur de l'arbre car ils peuvent, en grande partie, expliquer la variation des autres caractéristiques des arbres comme volume, diamètre du houppier, proportion en volume du houppier, etc.

Une cinquième variable à modéliser est la surface occupée par arbres. Il s'agit d'une relation qui explique la surface occupée par arbres en fonction des variables de l'arbre et du peuplement. D'un point de vue économique, cette relation est nécessaire pour prendre en compte l'économie de l'arbre.

Depuis 1960, diverses raisons ont amené les chercheurs à modéliser accroissement (forme différentielle) au lieu de croissance (forme intégrale). En effet, il est plus facile d'appréhender le processus de croissance à travers des modèles différentiels que des modèles intégraux (Zeide, 1993). En plus, cette façon de faire s'adapte bien à la simulation informatique.

Objectif

Nous avons expliqué d'une part, l'état des lieux en matière de modélisation de croissance, et d'autre part, les besoins d'économie forestière. Dans ce contexte, conformément à l'objectif global poursuivi, la modélisation des trois composantes de la dynamique d'un peuplement forestier de toutes structures se place évidemment au point de départ de la thèse. Il s'agit donc d'intégrer les trois composantes de la dynamique forestière dans un seul modèle global. Cependant, plutôt que d'engager ici la construction de tous les modèles, ce qui ne correspond pas à l'objectif global poursuivi, on s'attachera davantage à analyser les principes des modèles existants. On insistera, particulièrement, sur ceux concernant les peuplements inéquiennes, mais

on s'intéressera aussi aux modèles de peuplements équiennes, entiers ou avec distribution de manière à mettre en évidence les points sur lesquels la modélisation de croissance dans les deux structures doit diverger et ceux où, au contraire, des similitudes peuvent être dégagées. Dans ce contexte, nous allons principalement aborder, le modèle d'accroissement en diamètre. Les modèles relatifs à l'accroissement en hauteur, au recrutement, à la mortalité et à la surface occupée par arbres sont abordés plus succinctement.

Afin d'aborder ce sujet, nous allons procéder en cinq sections suivantes. La première section, comprend une synthèse bibliographique sur les méthodes de modélisation, qui porte ensuite notamment sur la méthode potentiel*réducteur - le plus souvent utilisé - pour modéliser la croissance en hauteur et en diamètre. Les deuxième et troisième sections présentent, ensuite, les grands principes de modélisation de croissance en futaie régulière et irrégulière. La quatrième section, consiste à réaliser une analyse comparative de la croissance en futaie régulière et irrégulière. Cette analyse est en mesure de faire la lumière sur la possibilité de développer un modèle général de croissance. Enfin, dans la cinquième section, une étude à la fois théorique et empirique sur la possibilité et l'utilité des modèles simples et généraux d'accroissements en diamètre et en hauteur des arbres, de mortalité, de recrutement et de la surface occupée par arbres sera réalisée.

I. Méthodes de modélisation des composantes de la dynamique forestière : modèles de croissance, de mortalité et de recrutement

Il existe trois méthodes principales de modélisation qui sont les suivantes (Dhôte,1987) :

- Approche empirique
- Approche théorique
- Approche semi-empirique

L'approche empirique de la modélisation vise à la fois à chercher les variables les plus significatives et à ajuster des équations de régression qui correspondent le mieux possible à la structure des données. Cette approche néglige donc les mécanismes biologiques qui déterminent l'allure et la spécification du modèle ainsi que la forme des variables. Par sa nature, elle donne lieu à des inconvénients et des limites. Cependant, l'application de cette approche, même pour des raisons théoriques, s'impose chaque fois que la connaissance de la dynamique du système et de ses composantes n'est pas assez approfondie. Il en résulte forcément des approximations. Par exemple, les processus biologiques sont, par nature, non linéaires ; cependant, à défaut de la connaissance de ces processus, une grande partie des études sur la croissance des arbres est effectuée en faisant appel à une relation linéaire simple. L'approche empirique est aussi appelée approche descriptive dans le sens où elle essaie de proposer des modèles qui décrivent bien la croissance sans essayer d'intégrer explicitement des connaissances sur les mécanismes biologiques (Pavé, 1994). Cette approche est encore appelée modélisation dendrométrique.

L'approche théorique de la modélisation se base sur les connaissances et les considérations biologiques. Au contraire de l'approche empirique, la modélisation des phénomènes biologiques correspond aux mécanismes biologiques découverts. La validité et la possibilité de généralisation sont évidemment les avantages les plus importants de ce type de modèle. Cependant, l'inconvénient majeur de cette approche réside dans la faiblesse de la connaissance qu'on a de certains mécanismes biologiques (Dhôte, 1987). Par ailleurs, cette approche conduit souvent à des modèles assez complexes et donc peu pratiques. Ainsi, le recours à l'approche empirique pour la modélisation de la concurrence au niveau de l'arbre vient du fait que la façon dont la concurrence s'exerce n'est pas très bien connue. Les différents modèles classiques de croissance comme ceux de Chapman-Richards, Lundqvist-Matern, etc. sont des exemples de cette approche. Il s'agit des modèles de forme sigmoïde qui s'ajustent en général aux données de croissance. L'approche théorique est aussi appelée l'approche fonctionnelle, dans le sens où elle intègre au moins certains mécanismes de fonctionnements biologiques les plus importants. (Bouchon, 1995, Pavé, 1994).

L'approche semi-empirique ou mixte est un recours, adopté pour pallier les inconvénients des deux méthodes précédentes (Bouchon, 1995). Cette approche conduit souvent à des modèles beaucoup moins complexes que les modèles théoriques mais qui restent interprétables et cohérents avec les connaissances biologiques des phénomènes décrits par le modèle. Etant donné la simplicité et l'interprétation biologique de cette approche, elle s'avère efficace dans la pratique (Pavé, 1994). Une forme très connue de cette approche est la stratification de la croissance ou l'accroissement en fonction de potentiel et en fonction de réducteur (ou modificateur) où la structure du modèle correspond à une hypothèse biologique alors les fonctions potentielles et réductrices peuvent être empiriques. A la différence de l'approche

empirique, dans l'approche semi-empirique (mixte), on passe donc progressivement d'une modélisation guidée par les données (descriptive ou empirique) à une modélisation guidée aussi par les concepts (mixte) mais sans perdre de vue les données (Pavé, 1994). L'approche "potentiel*réducteur" est l'une des approches semi–empiriques qui a été largement utilisée pour la modélisation de la croissance en hauteur et en diamètre. L'avantage essentiel de cette approche réside dans sa simplicité et son interprétation biologique. C'est pourquoi nous l'avons choisie, pour modéliser les accroissements en hauteur et en diamètre. L'accroissement observé se décrit donc comme une fonction d'accroissement potentiel (POT), modulé par un réducteur (RED) qui rend compte de l'intensité de la concurrence exercée sur l'arbre. L'application de cette approche, sous forme de modèles différentiels indépendants des distances, conduit à une équation de la forme suivante :

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = POT(x,\ fertilité) * RED(densité, statut\ social) \tag{1.1}$$

avec

$\left(\frac{dx}{dt}\right)$: Accroissemet observé (en diamètre, en hauteur, en houppier etc.)

POT : Désigne l'accroissement potentiel (en diamètre, en hauteur, en houppier etc.) d'un arbre en absence de toute compétition dans un stade de développement et un niveau de fertilité donnée.

RED : Représente un facteur de réduction de la croissance en fonction de la concurrence subie par arbres.

Cependant, la modélisation de certains modèles comme le recrutement ou la mortalité causé par le chablis etc. peut se faire plus facilement par l'approche empirique. Ainsi, on présente d'abord deux composantes de l'approche semi-empirique, la croissance potentielle et le réducteur. Les limites et les possibilités de cette approche sont abordées en troisième lieu. Enfin, l'emploi de l'approche empirique pour modéliser, le recrutement et la mortalité, sera présenté.

I.1 Accroissement potentiel ; choix d'un modèle simple et robuste

L'accroissement potentiel s'explique par une fonction adaptée en absence de toute concurrence. Elle appartient en général à la catégorie des modèles sigmoïdes. Ces modèles qui s'ajustent bien aux données de croissance sont constitués d'une partie concave, suivie par une partie convexe (Zeide, 1993, Pavé, 1994, Franc et al. 2000). Depuis de nombreuses années, différents modèles descriptifs de croissance ont été proposés, tels que les modèles de Gompertz, Champman-Richards etc. Cependant, le nombre de modèles se réduit par la classification des modèles. En effet, certains d'entre eux ne sont qu'une nouvelle paramétrisation de modèles généraux (Pavé, 1994, Zeide, 1993). De ce fait, Zeide (1993) a classifié les douze modèles les plus connus en deux types de modèles généraux qui se formulent de la manière suivante[3] :

$$\ln(y') = k + p.\ln(y) + q.\ln(t) \quad ou \quad y' = k_1 y^p t^q \tag{1.2}$$

$$\ln(y') = k + p\ln(y) + q.t \qquad ou \quad y' = k_1 y^p e^{q.t} \tag{1.3}$$

[3] Il est néanmoins à noter que les modèles de croissance dans lesquels l'âge est explicite ne sont pas conseillés pour une application aux peuplements irréguliers car l'âge perd sa signification dans ce type de peuplement. Ainsi, on utilise souvent les formes différentielles autonome dans le sens où l'âge n'est plus explicite (voir annexe 1.1).

avec

$p > 0, q < 0$ et $k_1 = e^k$

y : Variable expliquée ou descriptive du peuplement (diamètre, hauteur, volume etc.)

y' : Accroissement en y

t : Age

Zeide (1993) a montré que tous les modèles d'accroissement potentiel sont constitués d'une composante d'expansion et d'une composante de déclin. Sous une forme logarithmique, la composante d'expansion pour tous les modèles est proportionnelle au logarithme de la variable expliquée (diamètre, hauteur, volume etc.). De la même façon, la composante de déclin est, pour certains modèles, proportionnelle au logarithme de l'âge et, pour certains autres modèles, proportionnelle à l'âge. Il a donc classifié les modèles d'accroissement potentiel selon la forme de la composante de déclin en deux classes. Par exemple, le modèle de Korf ou Lundqvist-Matern appartient à la classe 1 ou forme LTD[4] (la forme logarithmique pour la composante de déclin au cours du temps) alors que les modèles tels que Chapman -Richards, Gompertz, Logistique, et Bertalanffy appartiennent à la classe 2 ou forme TD[5] (la forme simple pour la composante de déclin au cours du temps). Zeid (1993) a étudié la précision de ces deux classes de modèles. Selon lui, la précision du modèle (exprimé par l'écart type résiduel) dépend du type de données. Cependant, les deux classes de modèles sont presque aussi précises pour la croissance individuelle des arbres en diamètre, en hauteur et en volume. Il a montré que l'approche la plus sûre de l'étude de croissance est la croissance individuelle. Selon lui, il faut donc éviter tous regroupements et manipulations arbitraires sur les données individuelles de l'arbre comme la moyenne. Il a cherché également si l'ajout d'autres variables dans les modèles ou d'autres combinaisons linéaires et logarithmiques des variables utilisées (l'âge et la dimension de l'arbre) pouvaient éventuellement augmenter la précision du modèle. Le résultat montre que les meilleurs modèles de croissance à deux variables sont quasiment aussi précis que les modèles à trois ou quatre variables. L'étude sur la meilleure combinaison des variables au sein du modèle montre une efficacité du logarithme de la taille de l'arbre par rapport à d'autres combinaisons. De ce fait, les deux classes de modèles ont la meilleure combinaison. En outre, Zeide (1993) a étudié les résidus des modèles de croissance individuelle dans le temps (les deux classes). Selon lui, la valeur moyenne de l'autocorrélation observée par les résidus n'est jamais supérieure à zéro.

En foresterie, les modèles de Korf et de Chapman-Richards appartenant respectivement au premier et deuxième groupe des modèles de croissance (classification de Zeide, 1993) sont les deux modèles les plus souvent utilisés. Une synthèse plus précise s'impose donc sur ces deux modèles. Les équations (1.4) et (1.5) présentent leurs formes mathématiques.

$$y(t) = \kappa . \exp\left[-\left(\frac{1}{at} \right)^m \right] \tag{1.4}$$

$$y = \kappa . [1 - \exp(-at)]^m \tag{1.5}$$

avec

Y : Variable expliquée ou descriptive du peuplement (volume, diamètre ou hauteur etc.)

[4] LTD "logarithm of time-decline"
[5] TD "time-decline"

T : Temps
k : Paramètre d'asymptote qui représente le maximum théorique vers lequel tend la variable expliquée.
A : Taux de croissance qui explique la rapidité avec laquelle la variable expliquée tend vers l'asymptote.
m : Paramètre de forme qui détermine la forme de la courbe de croissance ainsi que la place du point d'inflexion

Cependant, comme la classification de Zeide est basée sur la forme différentielle, il est utile de présenter également la forme différentielle de ces deux modèles (équations 1.4 et 1.5) en les transformant sous les deux formes générales des modèles de croissance (équations 1.2 et 1.3). Les équations (1.6) et (1.7) les présentent donc en forme différentielle.

Modèle de Korf :

$$y'(t) = \frac{m}{a^m}.y(t).t^{-(m+1)} \tag{1.6}$$

D'où, en comparant l'équation (1.6) et la première classe des modèles généraux (forme LTD), on obtient :

$\frac{m}{a^m} = k_1$, $1 = p$, $-(m+1) = q$ et on retrouve donc l'équation (1.2) : $y'(t) = k_1 y^p t^q$.

Modèle de Chapman-Richards :

$$y'(t) = ak^{\frac{1}{m}}.y^{\frac{m-1}{m}}.e^{-at} \tag{1.7}$$

D'où, en comparant l'équation (1.7) et la deuxième classe des modèles généraux (forme TD) on obtient : $ak^{\frac{1}{m}} = k_1$, $\frac{m-1}{m} = p$, $-a = q$ et on retrouve donc l'équation (1.3) : $y' = k_1 y^p e^{q.t}$.

Danjon et Hervé (1994) ont étudié plus précisément les caractéristiques statistiques des modèles de Korf et de Chapman-Richards. Ils ont réalisé leurs études avec différentes bases de données permettant de comparer les deux modèles les plus souvent utilisés. Ils ont conclu que la précision des deux modèles est quasiment identique, mais le modèle de Korf s'avère légèrement plus performant. La comparaison du comportement des modèles montre que le modèle de Chapman-Richards rejoint son asymptote plus vite par rapport à celui de Korf. En outre, son asymptote est relativement élevée mais réaliste. Le problème de convergence rapide vers l'asymptote a été rappelé également par Murphy et Shelton (1996). Selon Hervé et Danjon (1994), l'analyse des résidus des deux modèles avec l'âge montre un patron similaire ; mais il existe une tendance visible, pour les résidus de modèle Chapman-Richards, d'être positive, alors que ceci n'est pas le cas pour le modèle de Korf. En revanche, le modèle de Korf ne s'ajuste pas aussi bien au début de la croissance que celui de Chapman-Richards. Le modèle de Korf est très souvent utilisé pour la croissance en hauteur.

Dans cette étude, afin d'éviter le problème d'autocorrélation et la convergence rapide qui existent dans le modèle de Chapman-Richards ainsi que la simplicité relative du modèle de Korf, nous l'avons privilégié. Dans la pratique de la gestion courante, c'est évidemment la forme différentielle du modèle de Korf qui est visé. Cependant, dans la forme mathématique de ce

dernier (équation 1.6), l'âge est une variable difficile à estimer, surtout dans les peuplements irréguliers. Nous avons donc fait les transformations nécessaires pour éliminer cette variable (voir annexe 1). Le modèle (1.8) présente donc le modèle de Korf en forme différentielle et transformée :

$$y'(t) = a.m.y(t).\left[Ln\kappa - Lny(t)\right]^{\frac{m+1}{m}} \qquad (1.8)$$

I.2 Fonction de réducteur, composantes et forme mathématique

La fonction de réducteur (RED) rend donc compte de l'intensité de la compétition exercée sur l'arbre. Dans la littérature, la compétition se présente à chacun des trois niveaux suivants.

- Compétition au niveau du peuplement
- Compétition au niveau de l'arbre, indépendamment des distances
- Compétition au niveau de l'arbre, en fonction des distances

La compétition au niveau du peuplement montre l'intensité moyenne et générale de ce phénomène. Dans la littérature, elle est souvent mesurée en termes de densité du peuplement. La densité se définit par la mesure du matériel ligneux d'un peuplement forestier (Dubois, 2000). La densité est exprimée souvent par certaines variables descriptives du peuplement telles que le nombre de tiges et la surface terrière par hectare ou certains indices de densité comme l'indice RDI (qui mesure le rapport entre le nombre de tiges observé et le nombre maximal de tiges pour le diamètre moyen du peuplement).

Les recherches sur la compétition dans le peuplement ont amené les auteurs à considérer également la compétition entre arbres. Cette notion consiste à introduire d'autres effets que l'effet moyen ou l'intensité générale de la compétition (densité du peuplement). Les indices de compétition au niveau de l'arbre expliquent la concurrence entre arbres voisins pour les ressources disponibles par l'intermédiaire de leurs dimensions relatives (statut social) ou leur localisation spatiale. La compétition au niveau de l'arbre comprend donc les indices de concurrence, dépendant et indépendants des distances. Ainsi, le réducteur des modèles d'arbres indépendant des distances est le plus souvent une fonction de la densité du peuplement et de la position sociale de l'arbre. Dans une fonction de réducteur, la densité explique le degré de la concurrence moyenne sur toutes les ressources disponibles du peuplement et le statut social mesure de la place qu'occupe l'arbre individuel dans la hiérarchie pour l'exploitation des ressources.

A la différence d'accroissement potentiel, la fonction de réducteur se construit le plus souvent de façon empirique. Il n'existe pas un consensus sur cette fonction. Cependant, la forme mathématique du réducteur dépend de la manière dont la densité, le statut social et leur interaction affectent les accroissements en hauteur et en diamètre de l'arbre. Ainsi, la forme mathématique de réducteur dépend des éléments suivants :

- Effet de la densité sur l'accroissement en diamètre
- Effet de la densité sur l'accroissement en hauteur
- Effet du statut social sur les accroissements en diamètre et en hauteur
- Effet de l'interaction entre la densité et le statut social sur les accroissements en diamètre et en hauteur

Dans un premier temps, il est donc utile de présenter séparément, l'effet de la densité et du statut social de l'arbre, sur la croissance en hauteur et en diamètre. Les caractéristiques nécessaires d'une fonction de réducteur, qui prendre en compte l'interaction entre la densité et le statut social de l'arbre, seront ensuite présentées.

Effet de la densité sur l'accroissement en diamètre

La densité du peuplement, souvent exprimée par l'indice RDI ou la surface terrière, explique, à elle seule, une bonne partie de la variation de l'accroissement en diamètre[6]. L'accroissement en diamètre des jeunes plantes de certaines espèces d'ombre, peut être favorisée sous l'ombrage partiel. Cependant, au-delà de la phase de jeunesse, une plus grande densité s'accompagne d'une compétition interindividuelle plus grande, qui diminue de plus en plus l'accroissement en diamètre. En d'autres termes, l'augmentation de densité se traduit par la baisse des ressources disponibles pour la croissance de l'arbre. Dans de nombreuses études effectuées, tant sur les peuplements réguliers, qu'irréguliers, la relation accroissement en diamètre-densité est ressortie comme une relation linéaire décroissante. Cependant, la relation décroissante de type linéaire néglige la capacité d'adaptation de l'arbre. C'est pourquoi une bonne partie des publications dans ce domaine considère une relation non–linéaire entre densité et accroissement en diamètre. Par exemple, selon Mason (2000), dès le début de la compétition, la densité affecte, de façon non–linéaire, la croissance en diamètre. Nous citons également le travail de Czudek (1998) où il a considéré une relation décroissante de type puissance, entre l'accroissement en houppier et en diamètre et la densité du peuplement. En effet, au début de la concurrence quand la compétition est faible, une hausse de densité de Δd engendre une baisse plus large de l'accroissement en diamètre. Cependant, à mesure que l'arbre croît, en raison de l'adaptation de l'arbre à la situation concurrentielle (par exemple, pleine utilisation des ressources disponibles), la réponse négative de l'accroissement en diamètre face à la même hausse de densité (Δd) devient de plus en plus petite. Par le même genre de raisonnement, Zeide[7] a considéré une fonction décroissante de type exponentiel entre l'accroissement en diamètre et la densité du peuplement. Cependant, l'effet de la densité sur l'accroissement en diamètre dépend évidemment des facteurs de la structure des peuplements étudiés, dont le statut social des arbres. Par exemple, l'effet de la densité sur l'accroissement en diamètre d'un arbre dominé, dans une structure irrégulière est évidemment plus fort que sur un arbre dominant dans une structure régulière. Nous y reviendrons plus loin pour présenter l'interdépendance entre densité, statut social et croissance individuelle.

Effet de la densité sur l'accroissement en hauteur

La croissance en diamètre est plus sensible à la densité, que la croissance en hauteur (Mason, 2000). Cependant, beaucoup de recherches ont trouvé une relation positive entres les différents indices de densité et l'accroissement en hauteur. H.S.C Groupe[8] ont mis en expérience, l'effet de la densité (exprimée par le nombre de tiges par hectare) sur les accroissements en hauteur et en hauteur dominante. Selon eux, la densité constitue une variable explicative importante de l'accroissement en hauteur et même pour l'accroissement en hauteur dominante. L'influence de la densité sur l'accroissement en hauteur s'applique donc pour la hauteur dominante, supposée depuis longtemps comme invariante dans un large intervalle de densité (Meredieu et al. 2002).

[6] La revue de la littérature montre que l'effet de la densité sur l'accroissement individuelle en diamètre tant dans les peuplements réguliers qu'irrégulieres est relativement important. Par exemple, Czudek (1998) en étudiant les peuplements réguliers du hêtre a montré que dans les placettes de 10 m du rayon, la densité explique la moitié de la variation de l'accroissement en diamètre.

[7] Zeide, B. "Perfecting stand density index". Submitted to Canadian Journal of Forest Research, www.afrc.uamont.edu/zeideb/pdf/Model/02SDI.pdf.

[8] "Hard wood Silviculture Cooperative" Oregon State University. http://www.cof.orst.edu/coops/hsc/report/#reports

Dans de nombreuses études effectuées, tant sur les peuplements réguliers, qu'irréguliers, l'examen de la relation accroissement en hauteur-densité, montre que la densité favorise l'accroissement en hauteur. La littérature met en évidence l'existence de deux seuils de densité ; un seuil de densité minimale et un seuil de densité maximale. Le premier seuil constitue un seuil de densité minimale au-delà duquel la densité va influencer positivement la croissance en hauteur. Par exemple, selon Mason (2000), dans une peupleraie, l'effet de la densité sur l'accroissement en hauteur n'apparaît qu'à partir de l'âge de 3 ans avec un minimum de 200 tiges par hectare. Vila et al. (2001) en étudiant des peuplements irréguliers de pin sylvestre, ont distingué également un seuil de densité minimale en dessous duquel ils n'ont observé aucune (ou très peu) différence entre l'accroissement en hauteur des arbres lâches et isolés. Ce phénomène a été observé et vérifié pour différentes essences (Meredieu et al. 2002).

De même, le deuxième seuil constitue un seuil de densité maximale au-delà duquel l'accroissement en hauteur diminue ou reste constant. Par conséquent, il existe un intervalle, entre deux seuils de densité, dans lequel l'accroissement en hauteur est favorisé. La densité maximale dépend de l'essence et de la structure du peuplement. Par exemple, selon Knowe et Hibbs (1996), l'accroissement en hauteur dans la régénération naturelle d'aulne rouge culmine à une densité de 345 tiges par hectare et ne cesse ensuite de diminuer avec l'augmentation de densité. De la même façon, selon Duryea (1987), dans la régénération naturelle de pin (Pinus elliottii), l'accroissement en hauteur à trois ans diminue lorsque la densité est supérieure à 2000 tiges par hectare.

En effet, les différentes espèces ont des besoins lumineux différents. Selon Collinet (1997), pour une essence donnée, l'arbre croît préférentiellement en hauteur jusqu'au point où ce besoin est satisfait. Ce point est appelé point de libération, dans le sens où le facteur de lumière n'est plus limitant. D'une façon logique, pour le même besoin de lumière, la hauteur correspondant à ce point de libération, est d'autant plus élevé que la densité du peuplement augmente. C'est pourquoi la relation entre la densité et l'accroissement en hauteur s'avère positive. Selon Collinet (1997), la différence de hauteur entre arbres de la même espèce et de même diamètre s'explique, en grande partie, par leurs situations concurrentielles pour la lumière. Cependant, à partir d'une densité optimale, une hausse de densité peut réduire (chez certaines essences de lumière) l'accroissement en hauteur. L'existence de cet intervalle peut être liée au fait que dans cet intervalle c'est plutôt la concurrence pour la lumière qui intervient alors qu'au-delà de ce seuil la concurrence s'exerce pour les autres ressources que la lumière.

L'expérience dans les peuplements homogènes confirme également l'existence de deux seuils de densité minimale et maximale. Selon Bormann et Gordon (1984), Cole et Newton (1987) et Hibbs et al. (1989), l'accroissement maximal en hauteur s'observe à une densité intermédiaire. L'expérience danoise, obtenue sur une large gamme de sylvicultures du hêtre, a également confirmé l'effet positif de densité sur l'accroissement en hauteur dominante (Pardé, 1993 et Bastien, 1995). Dans le même but, Meredieu et al. (2002) ont étudié la relation densité-accroissement en hauteur dominante dans les peuplements homogènes de pin de Corse. Selon eux, un intervalle de densité du peuplement exprimé par l'indice de Hart-Becking[9] (RSI) favorise l'accroissement en hauteur. Dans cet intervalle, l'accroissement en hauteur dominante augmente avec la densité jusqu'à ce qu'elle arrive au seuil maximal de la densité à partir du quel on constate une baisse de l'accroissement en hauteur dominante. La relation entre l'accroissement en hauteur et la densité peut être donc considérée comme une parabole croissante. La figure 1.1 présente la forme de la fonction obtenue par Meredieu et al. (2002).

[9] L'indice de Hart-Becking (Relaive Spacing Index ; RSI) se définit par le rapport de l'espacement moyen entre les arbres et le produit de la racine carrée du nombre de tiges à l'hectare par la hauteur dominante du peuplement.

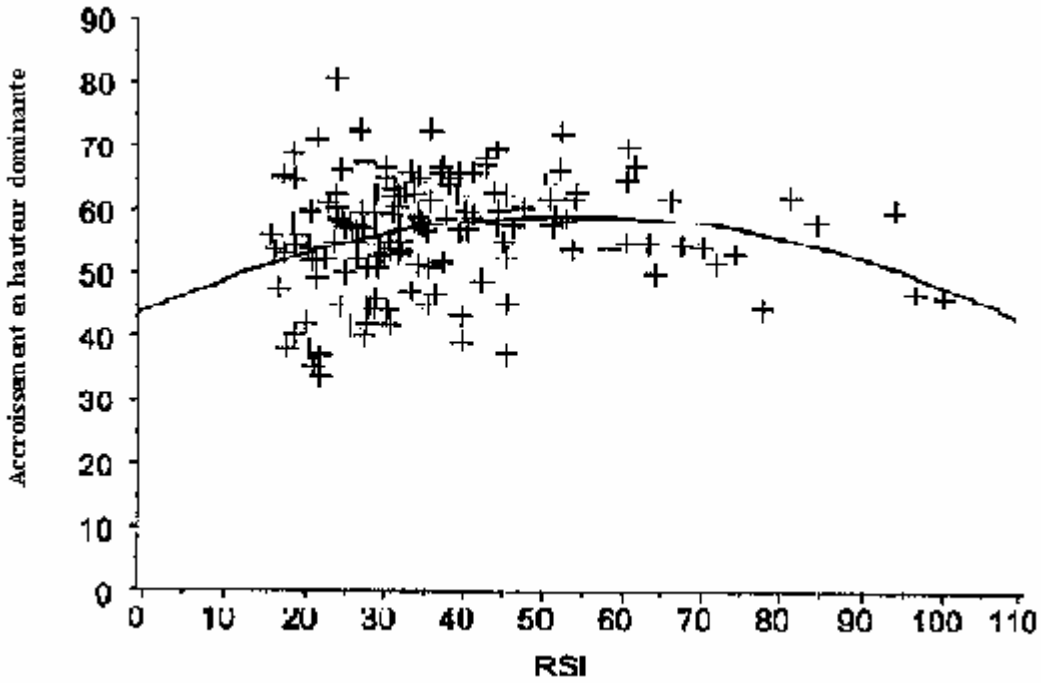

Figure 1.1 : Relation entre l'accroissement en hauteur dominante et l'indice de Hart-Becking (RSI) dans les peuplements homogènes du pin de corse (d'après Meredieu et al. 2002)

Sur la figure 1.1, on s'aperçoit que la croissance en hauteur dominante est favorisée dans l'intervalle de 17 à 62 % de densité, exprimé par l'indice de Hart-Becking. En revanche, au-delà d'un seuil de 62 % de densité, la croissance en hauteur va constamment baisser.

Le stade de développement est également important pour la relation densité- accroissement en hauteur. Meredieu et al. (2002) ont également soutenu que dans les peuplements âgés, l'effet de la densité sur l'accroissement en hauteur peut s'avérer, moins important, voire non significatif. Vila et al. (2001), en étudiant les peuplements irréguliers de pin sylvestre, ont distingué trois stades de développement : jeune, intermédiaire et vieux. Selon eux, chez les individus jeunes, on observe une réponse plus homogène de tiges tolérant de fortes densités. Il s'agit bien d'une baisse de l'accroissement en hauteur, du fait de la forte densité. Au contraire, au stade intermédiaire, la densité a une influence positive sur la croissance en hauteur, et devient très net sur les arbres âgés.

Effet du statut social sur les accroissements en diamètre et en hauteur

Les indices qui prennent en compte la taille relative de l'individu au sein de peuplement, sont appelés souvent le statut social, le rang social ou la position sociale de l'arbre. Le statut social mesure de la place qu'occupe l'arbre individuel dans la hiérarchie pour l'exploitation des ressources. Pour Gourlet-Fleury (1997), le statut social est un indice individuel qui explique, en général, l'accès du houppier de l'arbre sujet, à la lumière. En effet, les indices du statut social expliquent, entre autres, la compétition exercée sur l'arbre pour la lumière (Gourlet-Fleury, 1997). Dans le cas d'un peuplement très homogène (bien sûr théorique) où tous les arbres sont identiques et uniformément répartis dans le peuplement, l'effet moyen de la compétition exprimée par l'indice de densité, à lui seul, explique la plupart du phénomène de la compétition entre arbres. Evidemment, dès que l'on s'écarte de cet état purement homogène, la nécessité d'introduire d'autres indices de compétition, tel que les indices de statut social, s'impose. L'importance du statut social de l'arbre est d'autant plus grande que l'hétérogénéité et la densité

du peuplement augmentent. Gourlet-Fleury (1997), a montré que, dans une situation extrême (les forêts denses tropicales) pour toutes les espèces confondues, indice de compétition le plus lié à l'accroissement en diamètre est presque toujours indice de statut social. Ceci montre que, quelle que soit l'espèce étudiée, l'accès des houppiers à la lumière est une variable explicative importante de l'accroissement en diamètre.

Malgré l'importance du statut social sur le phénomène de croissance, cette notion devient problématique lorsqu'il faut la quantifier. Il n'existe pas une façon unique pour calculer le statut social de l'arbre. En effet, celui-ci se caractérise par la variété des mesures relatives à la taille de l'arbre dans le peuplement. C'est donc une grandeur continue, comprise souvent entre 0 et 1, qui se base sur le diamètre ou la hauteur. Voici, par exemple, quelques indices de statut social proposés par les auteurs : la surface terrière cumulée de l'ensemble des voisins ayant le diamètre égal ou supérieur à l'arbre sujet (BAL[10]), le rapport entre le diamètre de l'arbre et le diamètre dominant, le rapport entre la hauteur de l'arbre et le diamètre dominant ou la hauteur dominante, etc. Cependant, étant donné le problème lié à la définition de la hauteur dominante et du diamètre dominant dans les peuplements irréguliers, la plupart des indices de statut social ne peuvent pas être utilisés dans les modèles généraux de croissance, ou ceux des peuplements irréguliers. C'est d'ailleurs pourquoi certains auteurs ont utilisé l'indice de BAL dans les modèles d'accroissement. Par exemple, Hasenauer et Monserud (1996) ont utilisé l'indice de BAL dans leur modèle général d'accroissement en diamètre de l'épicéa en Australie. De la même façon, Froese et al. (2002) ont introduit l'indice de BAL dans leurs modèles généraux de l'accroissement en hauteur de l'épicéa, du pin et du mélèze au Canada.

Une revue de la littérature montre bien qu'une bonne partie des modèles d'accroissement en diamètre et en hauteur (développés dans la variété des structures forestières) ont intégré l'indice de BAL (Hilt et Teck, 1987, Fairweather, 1988, Wykoff et Monserud, 1988, Wykoff, 1990, Teck et Hilt, 1991, Biging et Dobbertin, 1995, Lejeune, 1994, Lejeune, 1996, Gourlet-Fleury, 1997, Monserud et Streba, 1996, Froese et al. 2002). Selon Wykoff (1990), l'indice de BAL est un indice individuel qui explique de manière efficace la position relative de l'arbre au sein de peuplement. Cependant, les indices de statut social semblent fortement liés entre eux. Par conséquent, le choix de ces indices ne devrait éventuellement pas influencer de manière importante la précision du modèle.

Théoriquement, la courbe qui explique la réponse de l'accroissement en diamètre ou en hauteur à l'indice de statut social est positive et non linéaire. Czudek (2003) a montré que la relation entre le statut social et l'accroissement du houppier, ainsi que l'accroissement en diamètre est une courbe sigmoïde. Ainsi, à partir d'un certain seuil de diamètre, le statut social n'influe pas sur l'accroissement de l'arbre. Selon l'étude de Gourlet-Fleury (1997) dans les forêts denses tropicales, l'effet de statut social sur l'accroissement en diamètre devient beaucoup moins important à partir de la classe 50-55 cm, puis devient non significatif au-delà de 55-60 cm de diamètre.

La relation entre le statut social et l'accroissement en diamètre est donc une courbe en S. Par conséquent, l'accroissement en diamètre est sensible, pour les statuts sociaux faibles et intermédiaires, et de moins en moins sensible, pour les statuts sociaux supérieurs. Ce type de relation peut être interprété également par le concept de la libération de la phase limitante en lumière où la compétition pour la lumière est faible (Collinet, 1997). En effet, à partir du point de libération, l'accroissement en diamètre n'est donc pas lié à la présence de la lumière.

[10] Basal area of larger trees (BAL).

La relation entre le statut social et l'accroissement hauteur doit être théoriquement de même allure. Par exemple, Czudek (1998) en étudiant les peuplements équiennes de hêtre, a montré que la relation entre statut social et accroissement en hauteur est une courbe sigmoïde. Selon lui, dans les peuplements de hêtre à la densité faible, l'accroissement en hauteur à partir du statut social de 0.6 (exprimé en circonférence de l'arbre divisé par la circonférence dominante) n'est plus sensible au statut social.

Effet de l'interaction entre la densité et le statut social sur les accroissements en diamètre et en hauteur

Une interaction évidente est envisageable entre l'indice de statut social et l'indice de densité. Ceci vient du fait qu'une forte densité affecte plus les arbres dominés que les arbres dominants. Ceci peut être du fait que pour les arbres dominés, l'accès à la lumière est d'autant plus difficile que la densité augmente. En revanche, dans les peuplements très clairs, la croissance des arbres est indépendante du statut social de l'arbre (Czudek, 1998). Selon Czudek (1998), l'analyse de matrice de corrélation linéaire des variables utilisées pour estimer l'accroissement en diamètre montre la plus forte corrélation négative (-0.59) parmi la densité du peuplement (mesurée par l'indice de RDI) et le statut social (mesuré par le rapport entre le diamètre de l'arbre et le diamètre dominant) des arbres. En étudiant les peuplements inéquiennes de hêtre, Lejeune (1994) a également trouvé cette interaction forte. Ainsi, certains auteurs ont soutenu que l'accroissement en diamètre ou en hauteur s'explique par l'interaction entre la densité et le statut social de l'arbre (Wykoff et Monserud, 1988, Gourlet-Fleury, 1997 et Collinet, 1997, Czudek, 1998 etc.).

I.3 Difficultés et possibilités de l'approche potentiel*réducteur

La principale difficulté inhérente à cette approche est liée à la définition de la fonction POT. Ceci exige théoriquement l'observation de l'arbre en croissance libre. Il existe trois techniques qui permettent d'estimer la fonction d'accroissement potentiel. La première technique consiste à choisir les arbres relativement peu influencés par la concurrence d'autres arbres. Elle est théoriquement valable pour la croissance en hauteur dominante. Cependant, le nombre des plus gros arbres par hectare, comme les arbres dominants, est évidemment arbitraire et limité aux peuplements réguliers. Par ailleurs, même en futaie régulière, la croissance en hauteur dominante n'est pas parfaitement indépendante de la concurrence (Meredieu et al. 2002). La deuxième technique consiste à choisir les arbres en croissance libre (en dehors de la couverture forestière). Elle a souvent été utilisée pour estimer l'accroissement potentiel en diamètre tandis que son application ne s'avère pas utile ou même pertinente pour estimer l'accroissement potentiel en hauteur. Cependant, même pour l'accroissement en diamètre, rien n'assure que le mode de croissance des arbres en dehors de la forêt est le même que celui de la forêt (Murphy et Shelton, 1996). En effet, aucune des deux approches n'est parfaitement pas satisfaisante.

La troisième technique, appelée ajustement simultané, a été initialement développée pour les futaies irrégulières. A la différence des deux premières, dans la troisième, les paramètres de la fonction d'accroissement potentiel, ne s'estiment pas séparément de ceux de réducteur. En effet, elle consiste à un ajustement simultané pour les deux composantes du modèle, accroissement potentiel et réducteur. Ceci nous affranchit des problèmes liés à l'estimation de la fonction d'accroissement potentiel, surtout en futaie irrégulière. Murphy et Shelton (1996) l'ont appliqué, avec un bon résultat, pour les peuplements inéquiennes de pin (*Pinus taeda*). En effet, accroissement potentiel dans la troisième approche est une notion théorique. Elle représente la croissance maximale qui peut être atteinte alors que ceci n'est pas le cas pour les deux premières (Murphy et Shelton, 1996). De ce fait, les paramètres d'accroissement potentiel dépendent largement de la fonction de réducteur. C'est pourquoi selon Wensel et al. (1987), les deux

composantes du modèle, accroissement potentiel et réducteur, sont confondues et ne sont donc pas séparables. En revanche, cette approche est applicable pour les accroissements en hauteur et en diamètre, quelle que soit la structure forestière (Wykoff et Monserud,1988, Quicke et al. 1994, Murphy et Shelton, 1996, Gourlet-Fleury, 1997 et 1998 et Gourlet-Fleury et Houllier, 2000).

I.4 Emploi de l'approche empirique pour modéliser le recrutement, la mortalité et la surface occupée par arbres :

La modélisation empirique s'avère parfois une solution simple, et néanmoins assez précise, qui évite des modèles plus compliqués, ayant le plus souvent besoin de données rarement disponibles. Trois exemples de ce type de modélisation concernent le recrutement, la mortalité accidentelle et la surface occupée par arbres.

Modèles de mortalité

En général, on peut distinguer trois types de mortalité :

- Mortalité courante naturelle
- Mortalité courante accidentelle
- Mortalité exceptionnelle et catastrophique

Les modèles de mortalité naturelle prédisent la mortalité naturelle grâce à la loi d'auto-éclaircie ou la courbe d'auto-éclaircie (II.3). En effet, le peuplement croît jusqu'à une limite naturelle qui ne peut pas être dépassée. Ainsi, le passage par cette limite définit la mortalité naturelle. La modélisation de la mortalité nécessite donc la modélisation de la droite d'auto-éclaircie. La mortalité courante en auto-éclaircie fixe les limites physiques du peuplement qui ne sont normalement pas atteintes en gestion normale et qui, lorsqu'elles le sont, dénotent une absence de gestion (donc faible probabilité de récolte de cette mortalité). Ainsi, elle devrait être absolument prise en compte dans le modèle de la dynamique des peuplements forestiers.

A côté de la mortalité naturelle des peuplements hyper denses, il existe une mortalité accidentelle, même dans les peuplements clairs, pas forcément due aux catastrophes (qui sont plutôt à prendre en compte dans le modèle économique des risques car elles touchent en général des surfaces entières ou au moins des trouées). L'intégration de la mortalité, est donc un aspect très important, permettant de bien évaluer la production courante annuelle nette[11] de la forêt. Cette mortalité courante est celle qui est diffuse et qui résulte d'accidents individuels dus au vent, à la foudre, à l'exploitation. A la différence du cas de l'auto-éclaircie qui intervient généralement par défaut de gestion, la mortalité courante est supposée pouvoir être récoltée, au moins partiellement, soit à l'occasion des coupes habituelles si les bois sont récupérables, soit à la faveur de coupes spécialement planifiées pour la récolte des chablis comme cela se passe traditionnellement au printemps dans les zones de montagne ; on pourrait donc considérer que cette mortalité ne se distingue que difficilement des coupes réalisées. Ceci permet de la négliger, car selon cette hypothèse, la mortalité est une fraction de la récolte et induit donc un prix de la récolte légèrement inférieure, cette réduction étant elle-même susceptible de résulter des données de prix. Cependant, il paraît difficile d'affirmer que toute cette mortalité est prise en compte dans la récolte, et ceci ne peut être que très approximatif. L'autre hypothèse consiste à penser que l'on peut la prendre en compte de manière distincte des coupes et il faut considérer ensuite qu'elle n'entre pas dans la récolte normale. La décision dépend de la distinction entre mortalité et coupe dans les données.

[11] Accroissement courant annuel, augmenté du recrutement et diminué de la mortalité.

La mortalité accidentelle est souvent modélisée par une approche empirique. En effet, le diamètre de l'arbre est un facteur très important, surtout pour la mortalité causée par chablis. La probabilité de chablis dépend à la fois de la hauteur totale et du diamètre de l'arbre. En effet, pour une hauteur totale donnée, les arbres les plus gros en diamètre sont aussi ceux qui ont le houppier le plus gros. Ce sont donc eux qui disposent d'une prise au vent la plus forte et donc une probabilité de chablis élevée (Bock et al. 2005). Cette remarque n'est pas toujours vérifiée en forêt où des arbres de bordure pourtant plus gros, résistent mieux aux assauts du vent grâce à un meilleur enracinement Par exemple, Buongiorno et al. (1995) ont proposé un modèle de probabilité de mortalité de forme linéaire et en fonction du diamètre et de la surface terrière du peuplement. Selon eux, la mortalité est plutôt indépendante de la densité, exprimée en surface terrière, mais augmente avec le diamètre de l'arbre.

La mortalité exceptionnelle liée aux événements catastrophiques n'est pas prise en compte au niveau du modèle dendrométrique mais dans le modèle de risque catastrophique et se traduit par l'anéantissement de surfaces entières (éventuellement petites mais qui entraînent un retour au fonds).

Modèle de recrutement

Le recrutement mesure la régénération avec un retard d'une à plusieurs décennies. La régénération se manifeste à la faveur d'une ouverture du couvert. La régénération nécessite des semenciers. Elle peut se poursuivre durant toute une période, le temps que se referme le couvert, plusieurs décennies sont en jeu (inertie du phénomène). Le nombre de semenciers d'une essence, mesuré par son nombre de tiges total ou le nombre de tiges ayant un diamètre égal ou supérieur à un certain seuil, peut être considéré comme une variable importante dans l'estimation du recrutement. Dans la littérature, plusieurs variables sont utilisées pour introduire l'effet du nombre de semenciers. Sigaud et Albrecht (1999) ont utilisé le nombre de tiges ayant un diamètre supérieur ou égal à 60 cm. Cependant, il est difficile de déterminer à partir de quel diamètre un arbre va être effectivement apte à produire des semences. Cet âge peut être différent suivant les essences et pour une essence selon les conditions stationnelles. C'est d'ailleurs pourquoi Sigaud et Albrecht (1999) n'ont pas obtenu un résultat meilleur en distinguant le nombre de tiges ayant un diamètre supérieur ou égal à 60 cm, comparé au nombre total de tiges. En outre, la relation entre le recrutement observé à la classe de 10 et le nombre de semenciers au même moment, n'est pas simultanée. En effet, l'effet du nombre de semenciers observés, sur le recrutement à la classe 10, ne peut pas être mesuré que 10, 20 ou 30 ans plus tard. La présence des gros arbres peut alors diminuer le recrutement en augmentant la mortalité des petits bois, d'une part, et en diminuant leurs accroissements, d'autre part. Ainsi, la relation simultanée entre le nombre de semenciers et le nombre de tiges recrutées peut être même négatif. Par exemple, en distinguant les petits bois et les bois moyen, d'une part, et les gros bois, d'autre part, Lönnstedt et Peyron, (1990), ont intégré l'effet de l'exploitation des gros bois sur le nombre de tige recruté à la classe 10. Ils ont montré que l'exploitation des gros bois augmente le nombre de tiges recrutées à la classe 10. En outre, le nombre de tiges de diamètre inférieur ou égal à 35 augmente le recrutement.

Le recrutement est un phénomène largement aléatoire (Buongiorno, et al. 1995). En outre, il est conditionné par le cycle d'ensemencement et la phénologie des semenciers qui dépend, entre autres, de l'essence et de sa provenance. Ainsi, toutes choses égales par ailleurs, le recrutement peut varier d'une année sur l'autre. De ce fait, le cycle d'inventaire, période pendant la quelle le recrutement est inventorié, s'avère important.

Plusieurs types de modèles ont été utilisés pour modéliser le recrutement. Lönnstedt et Peyron (1990), ont proposé un modèle de recrutement pour le chêne, issu de toutes structures, en

fonction du nombre de tiges ayant un diamètre inférieur à 40 et ceux ayant un diamètre supérieur. Selon eux, la distinction des tiges selon le diamètre permet d'intégrer l'effet de la récolte des gros bois sur la régénération. Cependant, l'intégration des deux variables souvent très corrélées (nombre de tiges ayant un diamètre inférieur à 40 et ceux ayant un diamètre supérieur) est susceptible d'engendrer certains problèmes statistiques comme problème de multicolinéarité. Buongiorno et al. (1995) ont proposé un modèle simple et linéaire pour le recrutement dans les peuplements irréguliers. Selon eux, le recrutement dépend essentiellement de la densité du peuplement (exprimé en surface terrière) et le nombre de tiges de l'essence. En estimant 3 modèles pour trois essences (hêtre, sapin et épicéa), essentiellement présentes dans les peuplements étudiés, ils ont obtenu les coefficients de détermination, R^2, entre 0,37 et 0,47. A partir de la base de données de Buongiorno et al. (1995), Sigaud et Albrecht (1990), ont essayé d'identifier les variables explicatives supplémentaires. Ils ont montré que parmi les variables liées aux conditions climatiques (l'altitude et la précipitation), l'altitude a pu améliorer le pouvoir explicatif du modèle. Certains auteurs comme McDill[12]ont soutenu que l'effet de la densité sur le recrutement est une fonction de type exponentielle négative et non pas linéaire. Ainsi, à partir d'une certaine densité, le recrutement devient nul comme on le voit dans les peuplements réguliers très denses.

Modélisation de la surface occupée par arbres

La surface occupée par arbres peut être mesurée par la surface de la projection horizontale (projection au sol) de son houppier (voir annexe 1.2). Une partie intéressante de la littérature dans ce domaine est consacrée à la modélisation du diamètre du houppier d'après sa projection au sol. L'estimation du diamètre du houppier permet ensuite de calculer la surface occupée par arbres. En effet, en supposant que la découpe horizontale du houppier est circulaire, la surface occupée par arbres (A) se calcule selon la formule suivante :

$$A = \frac{\pi}{4}.d^2_{houp} \tag{1.9}$$

avec

A : Surface occupée par arbre
d_{houp} : Diamètre du houppier

Bertrand (2001) a établi une relation parabolique entre le diamètre du houppier, d_{houp}, (ou diamètre de la surface occupée par arbres en m) et le diamètre de l'arbre à hauteur d'homme, $d_{1,3}$ (en m), pour le chêne sessile :

$$d_{houp} = 34{,}94.d_{1,3} - 16{,}03.d_{1,3}^{\ 2} \tag{1.10}$$

La précision du modèle exprimée par R^2 est égale à 0,95 et montre bien que le diamètre de l'arbre est une bonne variable explicative du diamètre du houppier. Or, une telle relation n'est pas indépendante de l'histoire sylvicole du peuplement. Comme l'environnement dans lequel la croissance s'est réalisée ne peut pas être bien décrit par le seul diamètre de l'arbre, l'emploi de ce type de modèle est bien limité aux peuplements avec une sylviculture proche de celui dans lequel il est calibré. C'est pourquoi, Bertrand (2001) a précisé que son modèle est valable pour un traitement proche de celui de la futaie régulière claire où il est calibré. Cependant, certains

[12] Le cours d'aménagement forestier de l'université de Pennsylvania, http://www.courses.psu.edu/for/for466w_mem14/.

auteurs, dans le but d'avoir des modèles plus flexibles, fondés sur des données classiques de gestion, ont introduit d'autres variables comme la hauteur de l'arbre. L'idée consiste à penser que le couple (diamètre, hauteur) de l'arbre permet de décrire une grande partie de l'histoire sylvicole du peuplement, subie par arbres. Par exemple, les arbres ayant poussé hors concurrence ont un diamètre relativement plus grand et une hauteur plus faible que ceux ayant poussé avec une concurrence forte et vice-versa. Dans ce contexte, Curtin (1970) a examiné la relation entre le diamètre de l'arbre et le diamètre du houppier de l'eucalyptus dans deux conditions différentes : en croissance libre et en croissance sous la densité maximale.

Dans la situation de croissance libre, il a montré que le seul diamètre de l'arbre à hauteur d'homme, $d_{1,3}$ (inch), explique la variation en diamètre du houppier, d_{houp} (feet), indépendamment de la hauteur, de l'âge et de la fertilité :

$$d_{houp} = 2{,}58 + 1{,}73.d_{1,3} \tag{1.11}$$

En revanche, dans un peuplement très dense, les deux variables explicatives, le diamètre à hauteur d'homme (inch) et la hauteur de l'arbre, h (feet), affectent le diamètre du houppier, quelle que soient la fertilité et l'âge du peuplement :

$$d_{houp} = 1{,}19 + 1{,}45.d_{1,3} - 0{,}00066.h^2 \tag{1.12}$$

L'équation (1.12) montre que le diamètre et la hauteur affectent de manière inverse le diamètre du houppier. En effet, étant donné le processus biologique de croissance, la croissance en diamètre correspond en même temps à une croissance en diamètre du houppier. A l'inverse, une hauteur plus grande correspond à un diamètre du houppier plus faible.

Curtin (1970) a comparé également le diamètre du houppier d'un arbre en croissance libre et en très forte densité. Selon lui, pour le même diamètre à hauteur d'homme, le diamètre du houppier d'un arbre poussé en très forte densité peut être la moitié de celui en libre développement. Cette grande différence montre le rôle de la densité du peuplement. Ainsi, Curtin (1970) a étudié une gamme des peuplements clairs, à très denses, d'eucalyptus. Selon lui, la densité (RDI : un indice compris entre 0 et 1) intervient dans le modèle par le terme de l'interaction hauteur-densité :

$$d_{houp} = 1{,}26 + 1{,}5.d_{1,3} - 0{,}0000071.h.RDI \tag{1.13}$$

L'interaction négative hauteur-densité est due au fait qu'à une hausse de la densité correspond à une augmentation de la hauteur de l'arbre, ce qui tend à abaisser le diamètre du houppier et donc la surface occupée par arbres. L'introduction de la densité du peuplement, en expliquant la partie non expliquée par la hauteur et le diamètre, a augmenté la précision du modèle (presque 2 % en termes de R^2).

Bragg (2001) a particulièrement étudié l'effet de la densité sur le diamètre du houppier de 24 espèces aux Etats Unis (Michigan, Minnesota et Wisconsin). Il a établi une relation non linéaire entre le diamètre du houppier et le diamètre de l'arbre. D'après lui, étant donné la forte corrélation entre la densité et le diamètre à hauteur d'homme, l'introduction de la densité (exprimée en surface terrière locale) ne change pas de manière importante la précision du modèle. Selon lui, pour 9 espèces, l'effet de la densité est non significatif et, pour les 15 autres espèces, la densité n'augmente, la précision (en termes de R^2) des modèles, qu'au maximum de 2,5 %.

Bechtold (2003) a également étudié la relation entre le diamètre du houppier et le diamètre à hauteur d'homme par une plus large base de données de 87 espèces forestières couvrant une grande variété des structures forestières aux Etats Unis. Il en a conclu qu'en présence des variables corrélées avec la densité, comme le diamètre et la hauteur, l'ajout de l'indice de densité ne change que peu la précision du modèle. Il a d'ailleurs montré que, pour la plupart des essences étudiées cette relation est plutôt de type linéaire et non parabolique. Ce résultat a fréquemment été confirmé dans la littérature (Minckler et al. 1970, Gering, 1995, Francis, 1998 et Bechtold, 2003).

En futaie irrégulière, la concurrence, tant pour la lumière que pour toutes les autres ressources, est généralement plus complexe qu'en futaie régulière. Ainsi, certains auteurs se sont intéressés à la relation entre, diamètre du houppier et diamètre à hauteur d'homme, en futaie irrégulière. Par exemple, Minckler et al. 1970, ont établi cette relation dans les peuplements irréguliers des feuillus au Nord des Etats-Unis. Ils ont établi trois modèles pour les trois types de houppier. Selon cette étude, pour chaque classe de houppier, il existe une relation linéaire simple entre le diamètre du houppier et le diamètre à hauteur d'homme, quels que soient l'âge et l'essence des arbres ainsi que la fertilité du peuplement. Cette étude a montré que la forme de la relation dans les peuplements réguliers et irréguliers ainsi qu'en croissance libre est essentiellement identique.

Une autre partie de la littérature consiste à modéliser directement la surface occupée par arbres. Il s'agit d'expliquer cette surface en fonction des variables descriptives de l'arbre et du peuplement, comme le diamètre l'arbre à hauteur d'homme, la hauteur et la densité du peuplement. Par exemple, Gazin (pour futaie jardinée) et Galmiche (pour taillis sous futaie) ont mis en relation la surface occupée par arbres et le diamètre de l'arbre à hauteur d'homme (Peyron, 1998). Il s'agit d'une relation générale du type :

$$A_i = k.D_i^2 \qquad (1.14)$$

avec :

A_i : Surface occupée par un arbre de la classe de diamètre i
D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i
k : Paramètre du modèle

Dans l'équation (1.14), le paramètre k est différent selon la structure du peuplement et varie souvent entre 70 à 700. Comme on l'a vu dans les modèles de diamètre du houppier, un modèle plus flexible doit permettre de faire varier le paramètre k selon certaines variables descriptives de la structure telles que la hauteur et la densité du peuplement. Les recherches ultérieures ont montré qu'une relation du type, $A_i = k.D_i^{\beta}$, avec un paramètre β de l'ordre de 1,7 correspond mieux à la réalité (Rollin, 2003). C'est donc ce type de relation qu'on va étudier par la suite.

II. Principes de modélisation en futaie régulière

La première démarche modélisatrice de la croissance en foresterie a été initialement réalisée pour les peuplements réguliers et monospécifiques dont ses acquis empiriques ont donné lieu à la théorie dendrométrique de la production ligneuse. Deux concepts fondamentaux de cette théorie méritent d'être d'abord rappelés :

- Fertilité de la station (relation station-production)
- Densité du peuplement (relation densité-production)

La fertilité rend compte du potentiel stationnel tandis que la densité intègre l'effet moyen de la sylviculture sur la production. Ces deux principes sont les points de passage obligés pour tous les modèles de croissance en futaie régulière et irrégulière (Houllier, 1992). Parmi les modèles d'accroissement développés pour les peuplements réguliers, le modèle de Maugé présente un exemple simple.

Dans ce qui suit, nous présentons d'abord le modèle de Maugé comme un exemple simple de la modélisation en futaie régulière. Nous allons ensuite présenter les deux principes fondamentaux de la théorie dendrométrique de la production ligneuse.

II.1 Modèle de Maugé, exemple d'un modèle simple

L'un des modèles de peuplement régulier (ou de l'arbre moyen), souvent pris en exemple, est celui de Maugé (1975). Pour Maugé (1975), l'accroissement en diamètre et en hauteur d'un arbre moyen se décrit selon les équations suivantes :

$$\Delta Hg(t) = a.[H_{\max} - Hg\ (t)] \tag{1.15}$$

$$\Delta Dg = b.\Delta Hg\ (t).[1 - k.N(t).Dg(t)] \tag{1.16}$$

avec

$\Delta Hg(t)$: Accroissement en hauteur de l'arbre de surface terrière moyenne au temps t

$\Delta Dg(t)$: Accroissement en diamètre de l'arbre de surface terrière moyenne au temps t

$H_g(t)$: Hauteur de l'arbre de surface terrière moyenne au temps t (désignée désormais, hauteur moyenne)

$D_g(t)$: Diamètre de l'arbre de surface terrière moyenne au temps t (désignée désormais, diamètre moyen)

a[13] : Taux de croissance traduisant la rapidité avec laquelle H tend vers H_{max}

H_{max}[14] : Hauteur maximale théorique vers laquelle H_g tend asymptotiquement. Il dépend de la fertilité de la station.

[13] Le paramètre a est un paramètre important dans ce modèle qui gouverne la concavité de la courbe. L'expression mathématique de ce paramètre est présentée dans l'équation ci-dessous.

$$a = \left(\frac{\Delta Hg\ (0)}{H_{\max}} \right)$$

Le paramètre a se définit donc comme l'accroissement ou la vitesse relative de la croissance en hauteur par rapport à H_{max}. Il dépend essentiellement de l'essence et des facteurs génétiques. L'unité de ce paramètre est donc an^{-1}.

[14] Maugé (1975) a proposé de remplacer l'indice de fertilité, estimé à un âge de référence, par la hauteur maximale atteinte (H_{max}). Il a fait l'hypothèse que le modèle admet une asymptote horizontale. Trois avantages sont à citer pour la mesure du H_{max}. L'avantage majeur est que cet indice de fertilité est unique sans référence à un âge donné. Le deuxième avantage est que H_{max} varie de façon continue d'un peuplement à l'autre. Ceci évite de définir de façon arbitraire les classes de fertilité par un faisceau de courbes étagées de croissance en hauteur. Le troisième avantage est que, comme H_{max} est un paramètre de modèle de croissance en hauteur, l'estimation de l'indice de fertilité peut s'effectuer en même temps que le modèle de croissance en hauteur. Dans la pratique, la mesure du H_{max} sur le terrain peut s'effectuer par une méthodologie assez simple (Riou-Nivert, 1989).

B : Coefficient de transformation de l'accroissement en hauteur à l'accroissement en diamètre
K : Paramètre lié à l'effet de la densité du peuplement
N : Effectif du peuplement (tiges/ha)

L'équation (1.15) présente l'évolution de l'accroissement annuel en hauteur moyenne en fonction de sa hauteur. Elle implique que l'accroissement en hauteur est proportionnel à la hauteur qui reste à parcourir jusqu'à l'asymptote **(*Hmax - Hg*).** A l'origine où *Hg* est égal à zéro, l'accroissement est maximum et ce dernier diminue progressivement à mesure que la hauteur de l'arbre moyen croît. Ainsi, dans le modèle de Maugé, le point d'inflexion (où l'accroissement annuel en hauteur atteint son maximum) se trouve à l'origine. L'accroissement annuel est supposé donc décroissant dès le début de la croissance. En effet, dans un but de simplicité du modèle, Maugé a négligé la partie croissante de l'accroissement annuel en hauteur et en diamètre. En revanche, dans les autres modèles descriptifs de croissance comme celui de Chapman-Richards et Lundqvist–Matern, le point d'inflexion est déterminé selon le paramètre de forme (m) du modèle.

Maugé (1975) a considéré l'accroissement en hauteur comme l'accroissement potentiel (loi de Eichhorn). De ce fait, dans l'équation (1.16), l'accroissement en diamètre est définit proportionnel (par le paramètre b) à l'accroissement potentiel en hauteur moyenne, modulé par une fonction de réducteur, liée à l'intensité de la concurrence. Maugé a défini un réducteur simple, négativement proportionnel au nombre de tiges et au diamètre de l'arbre moyen. Ainsi, plus le nombre de tiges et le diamètre de l'arbre moyen augmentent, plus l'accroissement en diamètre diminue.

Depuis 1984, la validité de ce modèle est vérifiée aussi bien pour le pin maritime que pour le douglas, l'épicéa commun et le pin laricio (Riou-Nivert, 1989). Malgré sa simplicité, le modèle de Maugé a permis de construire des tables de productions assez précises et robustes. En effet, il part d'une idée simplificatrice dans la modélisation de croissance, permettant une grande possibilité d'application dans la gestion courante.

II.2 Relation station-production, indice de fertilité

La prise en compte de la variabilité stationnelle dans les modèles de croissance débouche sur l'évaluation de la relation station - production. Cette dernière constitue, en principe, une partie fondamentale de la modélisation de la croissance. Dans ce qui suit, on introduit d'abord certains concepts de base tels que la qualité du milieu, la productivité, la production, la fertilité et la hauteur dominante. Ensuite, il convient d'expliquer succinctement les différentes méthodes d'évaluation de la relation station–production. Enfin, apparaîtra la méthode la plus souvent utilisée pour l'évaluation de la qualité stationnelle (l'indice de fertilité) dans les peuplements réguliers.

La qualité du milieu se définit par la capacité de la station à faire pousser les arbres ou autres végétaux. Il s'agit de la capacité de production de la station.

La production se définit comme *"la quantité de matières végétales fabriquée sur une surface et pendant une période de temps déterminée"* (Delpech et al. 1958). Cependant, la plupart du temps, une fraction de la production totale ; la production de bois, (exprimée en volume) est visée en foresterie (Franc et Houllier, 1989).

La productivité est une mesure de la capacité de production de la station. Elle se définit comme une production par unité de temps. Cependant, avec cette seule définition, elle ne serait que l'accroissement à la période actuelle (accroissement courant) ou depuis la constitution du peuplement (accroissement moyen). Dans la pratique, la productivité d'une station forestière est l'accroissement moyen en volume à un âge donné (souvent égal à 100 ans) exprimé en m3 /ha/an. Cependnat, l'accroissement périodique est généralement inférieur ou égal à la production périodique car il ne prend pas en compte le recrutement. Inversément, la production périodique est supérieure ou égale à l'accroissement périodique.

La notion de fertilité repose sur une autre possibilité de caractérisation de la production des peuplements forestiers qui n'est pas directement liée à la production mais qui se réfère à la croissance en hauteur (Franc et Houllier, 1989). Il s'agit de la hauteur dominante atteinte par le peuplement à un âge de référence (pris souvent égal à 100 ans) ou bien de la hauteur maximale atteinte. La hauteur dominante est la hauteur moyenne d'une sous-population des plus gros arbres d'un peuplement, appelée aussi dominante. Les dendrométriciens ont arbitrairement défini les arbres dominants comme étant les 100 plus gros arbres non endommagés par hectare (Houllier, 1994).

Il n'existe pas de méthode unique de l'évaluation de la relation station–production (Franc, Houllier, 1989). Evidemment, la façon dont on évalue la relation station-production dépend du choix des modes de caractérisation du milieu (synthétique ou analytique) et de la production (productivité ou fertilité) ainsi que du choix du type de relation qu'on cherche à établir. En général, il existe deux approches pour évaluer la relation station – production :

- Approche non dendrométrique
- Approche dendrométrique

La première approche, appelée non dendrométrique, consiste à chercher une caractérisation écologique du milieu pour la prédiction de production par les variables explicatives du milieu. Elle repose la plupart du temps sur une caractérisation analytique du milieu dans le sens où il s'agit de l'ensemble des variables quantitatives et qualitatives du milieu, telles que les variables liées à la topographie, à la pédologie, au climat, etc. Ce type d'approche est largement utilisé pour les peuplements irréguliers (Lejeune,1994) mais également pour les peuplements réguliers (Seynave et al. 2006). Par exemple, Seynave et al. (2006) ont étudié les facteurs du milieu qui déterminent la production potentielle du hêtre en France. Basé sur plus de 800 placettes relevées par l'Inventaire Forestier National (IFN), ils ont mis en relation les conditions climatiques et le sol, d'une part, et la production potentielle, d'autre part.

La deuxième approche, appelée dendrométrique, privilégie une caractérisation synthétique du milieu, associant à chaque type de station, un indice de productivité, ou de fertilité moyenne. La productivité est la mesure la plus pertinente de la production mais difficile à mesurer alors que la fertilité est une mesure indirecte de la production mais facile à mesurer (voir plus loin dans le fondement théorique de l'indice de fertilité). Par conséquent, l'approche dendrométrique consiste le plus souvent à attribuer à chaque station un indice de fertilité défini comme étant la hauteur dominante, atteinte par le peuplement à un âge de référence, ou bien, en admettant une asymptote horizontale, la hauteur maximale atteinte. L'indice de fertilité constitue l'approche la plus simple, la plus souvent utilisée pour les peuplements réguliers, et la plus connue en foresterie.

Indice de fertilité, fondement théorique

Idéalement, la qualité de la station doit directement être mesurée par sa productivité. Cette méthode fonctionne bien en agriculture. En revanche, en foresterie où on a des révolutions très longues, la mesure directe d'un indice de productivité n'est généralement pas possible (Franc et Houllier, 1989). A défaut de cette possibilité, la loi de Eichhorn légitime une autre approche de l'évaluation de la qualité stationnelle en foresterie. Il s'agit d'une approche largement utilisée et bien connue en foresterie ; l'indice de fertilité. Avant d'expliquer cette méthode, faisons un petit rappel sur la loi de Eichhorn :

Dans sa formulation originelle, Eichhorn a établi que le volume sur pied (et non la production totale) des peuplements normaux (hyper denses), équiennes, monospécifiques et génétiquement homogènes était corrélée à la hauteur moyenne des arbres (et non la hauteur dominante), indépendamment de l'âge et de la station (Houllier, 1994, Franc et al. 1995, Dhôte, 2002). A l'origine, cette loi est définie dans une région climatique homogène, pour une essence donnée et pour un type de sylviculture bien déterminé (peuplement hyper dense conduit avec des éclaircies faibles ou sanitaires par le bas). Divers travaux ultérieurs ont permis de constater que cette loi s'applique à d'autres peuplements réguliers ou homogènes denses, et qu'elle pouvait être étendue à d'autres variables que le volume sur pied, telles que la surface terrière, la production cumulée, le diamètre moyen, mais toujours en fonction de la hauteur moyenne, indépendamment de l'âge et de la station (Gehrardt, 1909, Mohler, 1945, Johnson, 1967 et Bartet et Pleines, 1972[15]). Divers travaux ultérieurs ont également permis de constater que la qualité de la relation production-hauteur moyenne peut être améliorée en remplaçant la hauteur moyenne par la hauteur dominante, car la hauteur dominante est moins sensible à la sylviculture du peuplement, que la hauteur moyenne. Cependant, en toute rigueur, la liaison entre production totale en volume et hauteur dominante est certes indépendante de l'âge et de la fertilité, mais non de la sylviculture.

Par extension, selon la littérature, cette loi s'applique également dans une large gamme de sylvicultures (ayant souvent une densité supérieure à 0,5 en termes de RDI) pour tous les peuplements équiennes, monospécifiques et génétiquement homogènes. La forme actuelle de cette loi se définit comme suit: "*dans une région climatique homogène, pour une essence donnée et pour une large gamme de sylvicultures (peuplements pleins), la production totale en volume d'un peuplement équienne, monospécifique et génétiquement homogène ne dépend que de la hauteur dominante du peuplement quel que soit l'âge et la station* " (Franc et Houllier, 1989). La figure 1.2 présente schématiquement la loi de Eichhorn.

[15] Les références sont tirées de Deleuze, 1992.

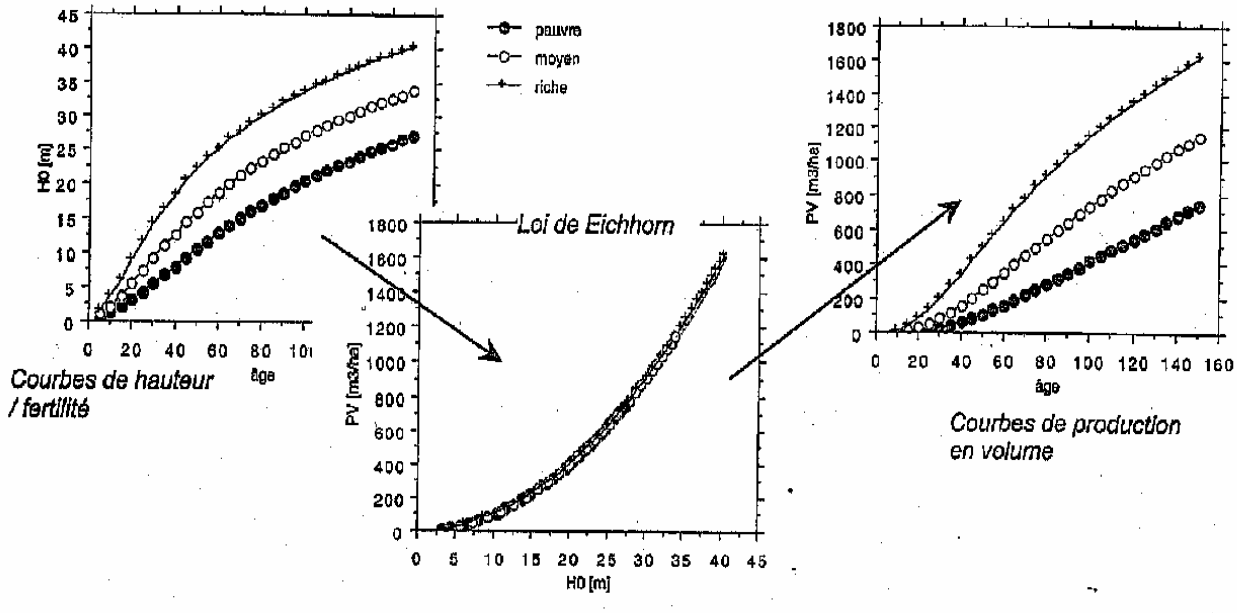

Figure 1.2 : Courbes hauteur dominante-âge, production en volume-âge et courbe schématique de la loi de Eichhorn pour trois classes de fertilité (d'après Dhôte, 2002).

Le graphique de gauche et de droite de la figure 1.2 présentent respectivement l'évaluation de la qualité stationnelle par la hauteur dominante et la production. Le graphique au centre présente la loi de Eichhorn pour trois classes de fertilités (faible, moyenne et riche). On s'aperçoit, sur le graphique au centre, que la relation entre la production du peuplement et sa hauteur dominante est indépendante de la l'âge et de la station. Ainsi, dans un large intervalle de densité, la hauteur dominante est une mesure indirecte de la production du peuplement depuis son origine (Franc et Houllier, 1989). En revanche, à la différence de la production totale en volume, la hauteur dominante est une grandeur facile à mesurer. Ainsi, il est possible d'évaluer la qualité stationnelle par la hauteur dominante, plutôt que par la production totale.

L'indice de fertilité se fonde donc sur les trois principes suivants :

- La production est la mesure la plus pertinente de la qualité de la station, mais reste difficile à mesurer.
- Dans un large intervalle de sylviculture, il est possible d'étudier séparément les effets de la sylviculture et de la station, sur la production.
- La hauteur dominante est une mesure indirecte de la production, mais facile à mesurer.

Ainsi, dans les peuplements réguliers, l'indice de fertilité constitue l'approche la plus simple et la plus souvent utilisée de l'évaluation de la qualité stationnelle. Cette approche postule que la sous-population des plus gros arbres d'un peuplement, appelée "dominantes", est invariante par rapport à la sylviculture et intègre les facteurs stationnels. C'est pourquoi les arbres dominants ont été appelés les arbres stationnels ("*site trees*") dans le sens où ils intègrent et mesurent la qualité stationnelle.

Indice de fertilité, méthodes d'estimation

L'évaluation de la qualité stationnelle par l'indice de fertilité consiste à établir des modèles de croissance en hauteur dominante en fonction de l'âge, modèles qui rendent compte de la

variabilité des courbes de croissance selon la station. Pour chaque couple espèce-région, la forme générique de ces modèles est la suivante (Houllier, 1994) :

$$H_{100} = f_h\left[t, \theta(station)\right] \quad (1.17)$$

avec

H_{100} : Hauteur moyenne des 100 plus gros arbres à l'hectare
f_h : Fonction de type sigmoïde
t : Age du peuplement
θ : Vecteur de paramètres supposés dépendre de la station, pour une essence et une région donnée

C'est le vecteur θ qui rend compte de l'effet de la station sur la croissance en hauteur. Il existe deux hypothèses sur la dimension du vecteur θ. La première consiste à considérer que l'étude de la variabilité des courbes de croissance en hauteur dominante, en fonction de la station, peut être ramenée à l'étude de variabilité d'un seul paramètre, comme l'indice de fertilité. Sous cette hypothèse, il est possible d'évaluer la qualité de toutes les stations d'une espèce quelconque, par un faisceau de courbes uniformes de croissance en hauteur, étagées suivant leurs indices de fertilité. Cette hypothèse simplificatrice est souvent appelée monomorphisme des courbes hauteur dominante-âge. Elle est largement utilisée et validée en foresterie (Franc et Houllier, 1989). Cependant, elle est parfois contredite par l'expérience (Dhôte, 1987). Par exemple, selon Houllier (1986) pour l'ensemble des peuplements résineux du Rhône, la variation stationnelle influence non seulement l'indice de fertilité mais aussi plus fortement la vitesse de croissance à l'origine, et la forme de la courbe de croissance en hauteur dominante. Ainsi, la deuxième hypothèse considère que la variabilité stationnelle affecte à la fois, le niveau (indice de fertilité) et la forme, des courbes hauteur dominante-âge. Cette hypothèse est souvent appelée polymorphisme des courbes hauteur-âge. Peu fréquente, elle complexifie et limite l'emploi de l'indice de fertilité. Par conséquent, la plupart des études sur la croissance en hauteur, et l'évaluation de la fertilité, se fonde par expérience ou par commodité, sur l'hypothèse de monomorphisme. De ce fait, on réduit la variabilité stationnelle des courbes de croissance en hauteur dominante à un seul paramètre scalaire qui est souvent un paramètre déterminant la hauteur maximale (en admettant une asymptote supérieure horizontale) ou le niveau relatif des courbes, à un âge de référence (en admettant une asymptote supérieure oblique) (Franc et Houllier, 1989). Sous les deux hypothèses de monomorphisme et de l'existence d'une asymptote horizontale pour les courbes de croissance en hauteur, les modèles classiques de croissance tels que modèle de Maugé, Chapman-Richards et celui de Lundqvist-Matern intègrent la fertilité comme le paramètre asymptotique H_{max}. Ainsi, suivant le type de données et la méthode statistique utilisée, les modèles de croissance en hauteur dominante, et donc l'indice de fertilité, peuvent être construits et ajustés par plusieurs approches (Carmean et al. 1989, Franc et Houllier, 1989).

II.3 Relation densité-production, indice de densité

La relation densité-production est l'un des principes fondamentaux de la modélisation de la croissance. Cette relation porte sur l'effet de la sylviculture (fréquence et intensité des éclaircies) sur la production. Cette question s'est posée en foresterie depuis 1930 lorsque l'éclaircie des peuplements denses a été commencée (Houllier, 1994). C'est dans ce contexte que les dendrométriciens se sont intéressés d'abord, à définir l'indice de densité, et ensuite, à le mettre en

relation avec la production du peuplement. Les fondements théoriques de l'indice de densité et la relation densité-production sont respectivement présentés par la suite.

Concept et fondements théoriques de l'indice de densité

Initialement, la densité était exprimée souvent par certaines variables descriptives du peuplement, telles que le nombre de tiges et la surface terrière par hectare. Aucune de ces deux variables n'est un indice idéal pour la densité car elles dépendent de l'âge et de la fertilité. En effet, la raison évidente de comparabilité (comparer l'indice de densité des peuplements d'âge et de fertilité variée) exige que l'indice de densité soit indépendant de l'âge et de la fertilité. Il s'agit d'un indice qui soit stable au cours du temps, lorsque la compétition est stable, indépendamment de l'âge et de la fertilité (Dhôte, 2002, Czudek, 1998). Selon la littérature, la loi d'auto-éclaircie permet de définir un indice pertinent de densité, pour les peuplements réguliers et monospécifiques. Avant d'expliquer cet indice de densité, faisons un petit rappel sur la loi d'auto-éclaircie :

Les nombreux auteurs, étudiant aussi bien les espèces forestières que d'autres espèces végétales, ont observé une limite naturelle de la croissance qui ne peut pas être dépassée. En effet, pour une essence et une région donnée, il existe une limite supérieure quant à la relation biomasse-nombre qui ne dépend ni de l'âge ni de la station. Cette relation est une fonction puissance, d'exposant proche de -3/2, qui a été appelée "loi d'auto-éclaircie" ou "loi de puissance -3/2". En foresterie, on remplace la biomasse par le diamètre moyen (*Dg*[16]). Elle s'énonce comme suit : pour une région et une espèce données, il existe une limite naturelle de croissance qui relie le nombre d'arbres et le diamètre moyen (*Dg*) indépendamment de l'âge et de la station (Dhôte, 2002).

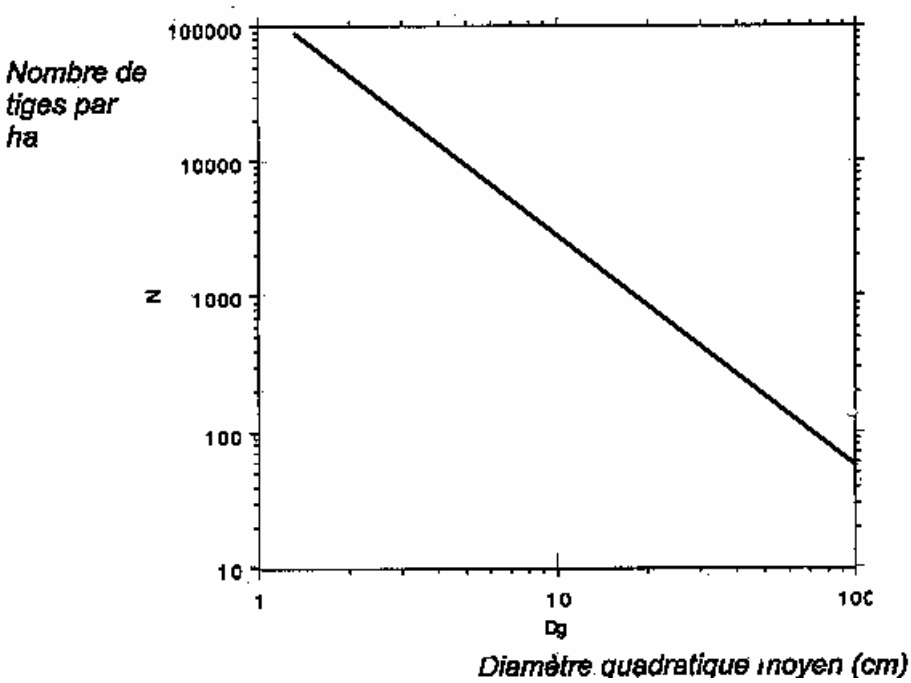

Figure 1.3 : Présentation schématique de la forme logarithmique (linéaire) de la loi d'auto-éclaircie (d'après Dhôte, 2002)

[16] Diamètre de l'arbre de surface terrière moyenne ou diamètre quadratique moyen.

Sur la figure 1.3, on constate que pour un diamètre moyen donné, il existe un nombre maximal de tiges qui ne peut pas être dépassé. Pour une essence donnée, ce nombre maximal dépend du diamètre moyen du peuplement. Une fois arrivé à cette limite naturelle, tout accroissement se traduira par la mortalité naturelle.

L'équation suivante donne la forme mathématique de la loi d'auto-éclaircie.

$$N_{Max} = \alpha.Dg^{-\beta} \tag{1.18}$$

avec

N_{Max} : Nombre maximal de tiges que le peuplement peut comporter
Dg : Diamètre moyen
$\alpha et \beta$: Paramètres du modèle

Dans l'équation (1.18), les paramètres $\alpha et \beta$ déterminent le niveau de la courbe d'auto-éclaircie et dépendent principalement de l'essence. Ils sont théoriquement plus élevés pour les espèces d'ombre que pour celles de lumière. Par exemple, selon Reineke (1933), le niveau de la courbe d'auto-éclaircie (quel que soit le diamètre) pour le sapin, est deux fois plus élevé que pour le pin. Le paramètre β est une valeur comprise entre -1.5 et -1.9 qui prend souvent une valeur de –3/2.

La densité est un concept relatif par rapport au stade de développement (diamètre) et à l'espèce en question. Pour une espèce donnée, Reineke (1933) a donc défini son indice de densité (RDI)[17] en divisant le nombre de tiges du peuplement, N, (à un diamètre donné) par le nombre maximal de tiges au même diamètre.

$$RDI = (\frac{N}{N_{Max}}) = \frac{N}{\alpha}.Dg^{\beta} \tag{1.19}$$

L'indice de densité de Reineke prend donc une valeur comprise entre 0 et 1.[18] Selon cet indice, dans chaque stade de développement, plus la densité du peuplement se rapproche de son nombre maximal, plus la concurrence pour toutes les ressources va augmenter. Selon Long (1985), la variation de l'indice de densité de 0 à 1 correspond à quatre phases différentes :

- Début de la concurrence
- Limite inférieure de l'occupation complète du terrain
- Limite inférieure de l'auto-éclaircie
- Densité maximale

Long (1985) a estimé que, pour les peuplements purs, les indices de densité correspondant à ces quatre phases sont respectivement, 0.25, 0.35, 0.6 et 1.

A la différence des indicateurs de concurrence comme la surface terrière et le nombre de tiges, l'indice RDI est comparable pour toutes les essences et tous les peuplements de différents

[17] "Relative Density Index " (RDI)
[18] Dans les peuplements non gérés, RDI est voisin de 1 et, dans les peuplements gérés, RDI est souvent nettement inférieur à 1.

âges sur différentes stations. Cependant, en raison des difficultés empiriques de l'estimation de la courbe d'auto-éclaircie, cet indice a été utilisé plutôt par les chercheurs que par les forestiers.

Relation densité-production ; effet de la sylviculture sur la production

Selon la loi de Eichhorn et le premier principe d'Assmann (1970), dans un large intervalle de densité, la densité n'a aucun effet sur la production totale. De nombreux travaux ont étudié l'accroissement relatif (par rapport à l'accroissement d'un peuplement hyper dense) et la densité relative (RDI) du peuplement (Mohler, 1945, Johnson, 1967 et Bartet et Pleines, 1972[19]). La mise en évidence de cette relation avec les différentes bases de données a montré que la réaction du peuplement à l'éclaircie peut se manifester sous l'une des formes suivantes (Dhôte, 2002) :

- Saturation exponentielle
- A optimum
- Monotone

Ces trois types de la relation densité-production sont présentés sur la figure 1.4.

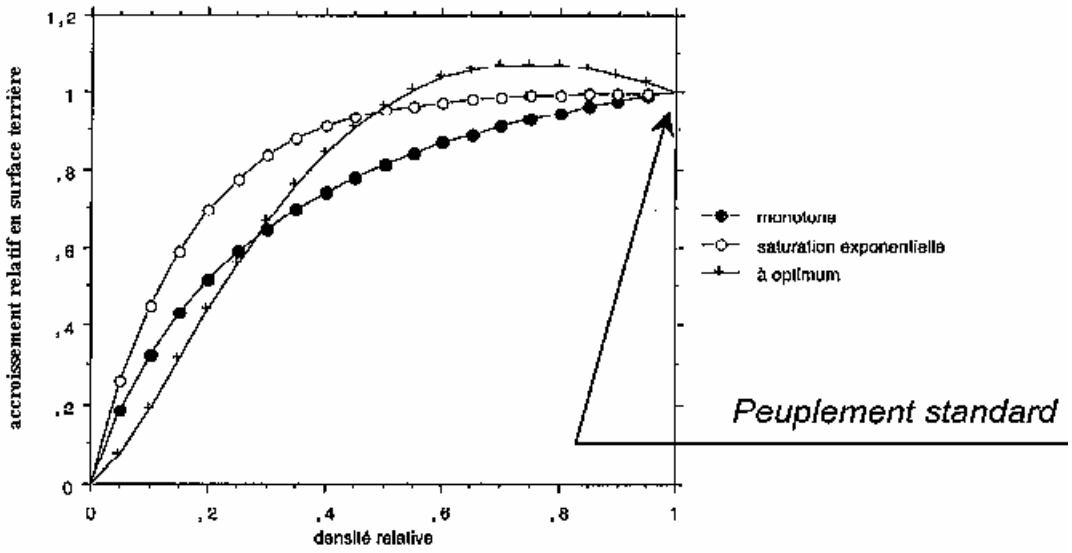

Figure 1.4 : Différentes formes de la relation densité-production (d'après Dhôte, 2000)

Sur la figure 1.4, on s'aperçoit que pour des densités de 50 à 100 % de celle d'un peuplement hyper dense (RDI=1), la production peut rester presque constante dans le cas d'une saturation exponentielle alors qu'elle peut diminuer jusqu'à 20 % (par rapport à celui d'un peuplement hyper dense) dans le cas monotone. Ainsi, dans ce dernier cas, on voit que la baisse de la densité peut entrainer une perte de production. Dans le troisième cas, l'accroissement optimal du peuplement s'obtient avec une densité relative inférieure à 1.

A la différence de la relation densité-production, l'effet de la densité sur l'accroissement individuel est l'inverse. En effet, l'effet de la densité sur la croissance individuelle est toujours limitant dans le sens où toute baisse de la densité du peuplement (baisse de la compétition) accélère la croissance radiale (Dhôte, 2002). C'est pourquoi, le diamètre moyen d'un peuplement

[19] Les références sont tirées de Deleuze, 1992.

avec éclaircie est supérieur à celui sans éclaircie. Ainsi, il faut trouver un compromis entre la perte de production liée à la baisse de densité, d'une part, et l'accélération de la croissance des arbres qui en résulte, d'autre part.

A l'issue de cet aperçu bibliographique sur la relation densité-production, on voit pourquoi l'intégration de la densité dans le modèle de croissance est un aspect fondamental.

III. Principes de modélisation en futaie irrégulière

La plupart des modèles de croissance sont construits et développés pour les peuplements réguliers. Les premières méthodes de modélisation des peuplements irréguliers ont été initialement élaborées en France et en Suisse (Changhui, 2000). Pendant les années, quelques modèles ont été développés pour les peuplements inéquiennes. Il s'agit des modèles de peuplement avec distribution ou les modèles matriciels qui ont été largement utilisés en futaie irrégulière, mais très rarement en futaie régulière (Peyron et Houllier, 1997).

La difficulté et la différence entre les principes de modélisation en futaie irrégulière par rapport à ceux de futaie régulière résident essentiellement dans le fait que certaines variables telles que l'âge, l'indice densité et l'indice de fertilité ne sont pas directement applicables en futaie irrégulière (Changhui, 2000). Par exemple, à l'échelle du peuplement, l'âge et certaines variables descriptives du peuplement comme le diamètre moyen, n'ont quasiment aucun sens pour les peuplements irréguliers. En futaie irrégulière, les évolutions respectives de l'arbre et du peuplement sont totalement différentes, alors qu'en futaie régulière, l'arbre moyen et le peuplement évoluent presque de la même façon. En outre, les composantes de la dynamique du peuplement (croissance, recrutement et mortalité) sont en général plus complexes en futaie irrégulière qu'en futaie régulière. Ces différences sont récapitulées dans le tableau 1.1.

Tableau 1.1 : Comparaison des trois variables importantes de la modélisation de la croissance en futaies régulière et irrégulière

Variables	Type de futaie	
	Futaie régulière	Futaie irrégulière
Age	Pertinent	Non pertinent
Indice de fertilité	Applicable	Non directement applicable
Indice de densité relative de Reineke (RDI)	Applicable	Non directement applicable

Ainsi, en futaie irrégulière, la plupart des modèles d'arbres, intègrent pour la fertilité, des indices non dendrométriques et, pour la densité, d'autres indices que celui de Reineke (Buongiorno et al.1995). En revanche, les modèles d'arbres construits pour les peuplements réguliers utilisent souvent l'indice de fertilité et l'indice de densité de Reineke (Murphy et Shelton, 1996 et Gourlet-Fleury et Houllier, 2000).

Dans cette synthèse, nous présenterons d'abord le principe des modèles matriciels en futaie irrégulière comme exemple d'un modèle simple. Les problèmes d'extension des indices de fertilité et de densité à la futaie irrégulière seront ensuite présentés.

III.1 Modèle matriciel, exemple d'un modèle simple

Les modèles matriciels sont des modèles relativement simples, souvent utilisés dans les peuplements irréguliers tempérés (Buongiorno et al. 1995) et tropicales (Favrichon, 1998). Ils peuvent être classés en modèles de peuplement avec distribution. Dans la classification habituelle des modèles de croissance, ils sont clairement intermédiaires entre les modèles d'arbres et les modèles de peuplement (Peyron, Houllier, 1997). Elles font partie des modèles dits démographiques. Selon Bouchon (1991), en foresterie, les modèles matriciels ont été utilisés pour décrire la dynamique d'un peuplement particulier (souvent un peuplement irrégulier) ou simuler l'évolution d'un agrégat de peuplements réguliers ou irréguliers.

Dans les modèles matriciels l'état du peuplement se caractérise par la répartition de ses arbres en classes de diamètre (Bouchon, 1991). Les modèles matriciels décrivent donc séparément l'accroissement en diamètre aux différentes classes de diamètre dans une période de temps. Le principe d'un tel modèle repose sur les trois composantes de la dynamique des peuplements forestiers :

- Accroissement
- Recrutement[20]
- Mortalité

En effet, la dynamique du peuplement se décrit par les flux entre classes (croissance des arbres présents), les flux entrants (recrutement) et les flux sortants (coupe et mortalité). Ainsi, la croissance des arbres leur permet de passer d'une classe de diamètre à la suivante. Le modèle consiste donc à étudier, sur une période donnée, les transferts d'arbres entre classes de diamètre. Le transfert d'arbres, dans une classe de diamètre et une période donnée, peut se définir par trois probabilités qui sont les suivantes : la probabilité de passage à la classe suivante, la probabilité de rester dans la classe initiale et la probabilité de mortalité. Dans ce contexte, le passage à la futaie dans la première classe de diamètre assure la continuité de la dynamique du peuplement. La figure 1.5 présente la dynamique du peuplement dans les classes de diamètre.

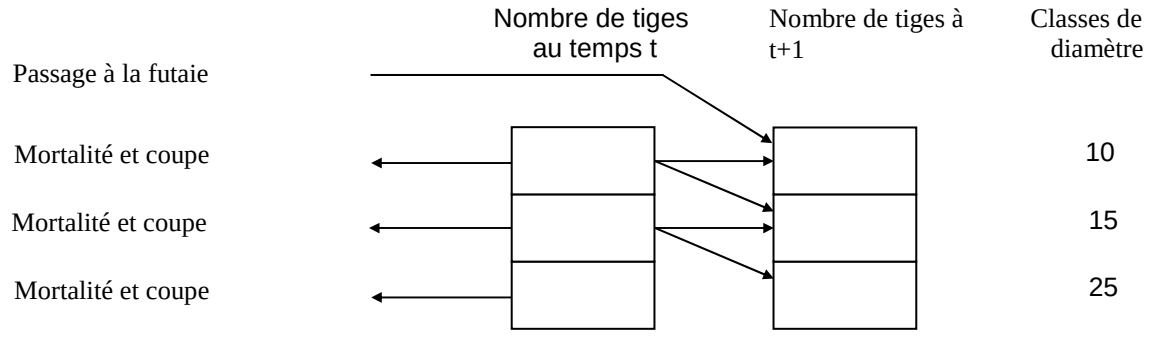

Figure 1.5 : Présentation schématique des transferts entre les classes de diamètre

Selon cette figure, le changement de l'état (la dynamique) d'une classe de diamètre de t à t+1 en nombre de tiges se résume par les proportions des arbres qui restent dans la période [t, t+1] et sortent de chaque classe de diamètre à t. Le modèle matriciel de croissance applique simplement ce principe pour toutes les classes de diamètre.

[20] Recrutement ou passage à la futaie montre le renouvellement du nombre de tiges du fait de l'apparition d'arbres qui dépassent le diamètre de précomptage.

Le modèle de croissance constitue donc un vecteur qui explique l'état initial du peuplement multiplié par une matrice de transition qui explique les proportions des arbres restant et sortant de chaque classe de diamètre dans la période [t, t+1] plus un vecteur pour le recrutement. Buongiorno et al. (1995), ont expliqué la forme mathématique des modèles matriciels. Ils l'ont appliquée pour les peuplements inéquienne du Jura.

Le premier avantage des modèles de peuplement avec distribution réside dans le fait qu'ils sont théoriquement applicables dans les peuplements réguliers et irréguliers. Le deuxième avantage est qu'ils permettent une évaluation fine de la nature des produits par catégories de dimension (Bouchon, 1991). Cependant, l'inconvénient majeur de ce type de modèles provient de son insuffisance en matière des connaissances biologiques. En effet, il s'agit plutôt d'une approche dendrométrique que fonctionnelle (Bouchon, 1991). C'est pourquoi, ce type de modèle n'a pas abouti à des résultats durablement satisfaisants (Bouchon, 1991, Houllier et al. 1991).

III.2 Extension de l'indice de fertilité en futaie irrégulière

L'application de l'indice de fertilité n'est pas directement possible dans les peuplements irréguliers. Nous expliquerons d'abord les problèmes d'application de cet indice dans les peuplements irréguliers. Nous présenterons ensuite les façons dont nous pouvons l'appliquer en futaie irrégulière.

Problèmes d'application de l'indice de fertilité en futaie irrégulière

Pour mieux présenter les problèmes qui se posent dans les peuplements inéquiennes, nous faisons référence à la définition et aux conditions nécessaires d'application de l'indice de fertilité. L'indice de fertilité ("*site index* ") se définit pour une espèce donnée, comme la moyenne de la hauteur des arbres indicateurs de la fertilité "*site tree*", c'est-à-dire les arbres dominants et co-dominants dans le peuplement, à un âge de référence. Selon cette définition, plusieurs problèmes se posent dans le cas irrégulier.

Le premier problème est lié à la diversité spécifique dans les peuplements inéquiennes. En effet, l'espèce en question peut être absente dans la voûte forestière ou exister en faible proportion. Cependant, le développement de la relation entre l'indice de fertilité des différentes espèces peut éventuellement pallier ce problème (Froese et Marshal, 1996). En outre, l'interaction des différentes espèces au sein de peuplement n'est ni claire, ni facile, à quantifier. Selon Oliver et Larson (1996), plus le nombre d'espèces présentes dans le peuplement est grand, plus l'estimation de l'indice de fertilité est difficile.

Le deuxième problème vient du fait que l'âge perd sa pertinence (en tant qu'indicateur de stade de développement) dans les peuplements inéquiennes (Monserud, 1987, Franc et Houllier, 1989, Wykoff, 1990). En l'occurrence, l'utilisation d'une relation hauteur-âge perd toute sa signification. En effet, dans la structure irrégulière, la croissance en hauteur dépend de la situation concurrentielle plutôt que l'âge. Par exemple, Huang et Titus (1994), en étudiant la relation hauteur- âge dans les peuplements mélangés d'Alberta a conclu que moins de 20 % de la variation de la hauteur des arbres peut être expliqué par l'âge.

Le troisième problème vient du fait que le concept des arbres dominants n'est en toute rigueur pas valable en futaie irrégulière. En effet, les arbres dominants, utilisés comme indicateurs de la fertilité, doivent remplir les conditions suivantes (Froese et Marshal, 1996) :

- Le peuplement doit être dominé par l'essence pour laquelle la productivité s'évalue.

- Les arbres dominants doivent être en libre développement, sans être jamais comprimés par les arbres des étages supérieurs du peuplement.
- Les arbres dominants doivent être libérés de toute contrainte ou dégât empêchant la croissance en hauteur.

Ainsi, les arbres dans les peuplements inéquiennes remplissent rarement, voire non, ces conditions. Par exemple, les arbres dominants dans les peuplements inéquiennes ont passé une période de compression plus ou moins longue avant d'arriver à la voûte forestière. Par conséquent, dans les peuplements irréguliers, la hauteur dominante n'est pas une variable pertinente. En d'autres termes, le problème de l'indice de fertilité dans les peuplements inéquiennes vient essentiellement de l'invalidité de la loi d'Eichhorn (Franc et Houllier, 1989). Par ailleurs, en ce qui concerne les peuplements irréguliers et plurispécifiques, aucune théorie, comparable (évidemment au niveau du peuplement) à celle de futaie régulière, n'existe (Franc et Houllier, 1989).

Extension de l'indice de fertilité en futaie irrégulière

Ainsi, à la différence de la futaie régulière, en futaie irrégulière, la variation de la croissance en hauteur ne reflète pas la variabilité stationnelle (invalidité de la loi de Eichhorn) mais la variabilité de l'ensemble des facteurs stationnels et concurrentiels. L'évaluation de la station par le modèle de croissance en hauteur à l'échelle de l'arbre n'est donc possible qu'en introduisant une mesure de concurrence permettant de séparer, l'effet de la fertilité, de celui de la concurrence (Franc et Houllier, 1989).

Pour appliquer l'indice de fertilité dans les peuplements irréguliers, deux approches sont envisageables. Ces deux approches consistent à comparer l'effet de la fertilité sur la croissance des arbres, dans des situations concurrentielles comparables. Par la suite, nous présentons le principe et l'exemple d'application de chacune des deux méthodes.

La première méthode vise à chercher des conditions concurrentielles homogènes pour les arbres analysés. L'étude de Le Goff et Madesclaire (1989) constitue un bon exemple de cette approche. Selon eux, l'évolution comparable des conditions concurrentielles au niveau de l'arbre avec l'âge permet d'évaluer la relation station–production sans avoir à intégrer explicitement les conditions de compétition. Pour ces auteurs, la hauteur à la base du houppier (la hauteur d'apparition des premières branches vivantes) rend bien compte des conditions concurrentielles actuelles et aussi de manière plus imparfaite des conditions concurrentielles subies antérieurement. Selon eux, pour chaque essence, dans chaque classe d'âge considérée, et dans tous les groupes de stations, les valeurs moyennes de la hauteur à la base du houppier des arbres échantillonnés, doivent être relativement homogènes. Ils ont également fait hypothèse que les arbres choisis étaient dominants pendant toute leur vie. Ils ont donc supposé que dans ces situations, l'évaluation de la fertilité des peuplements irréguliers par la courbe de croissance en hauteur (des arbres non dominés) est tout à fait possible. Ils ont donc appliqué cette approche pour les essences disséminées en taillis sous futaie des plateaux calcaires de Lorraine. Ils en ont conclu que l'hypothèse de monomorphisme semble se vérifier pour l'érable sycomore alors que, pour le merisier, c'est l'hypothèse de polymorphisme qui semble se révéler.

La deuxième méthode consiste à intégrer les indices de compétition aux modèles de croissance, par des variables adaptées (Stage 1969). Selon un grand nombre d'articles, l'intégration des indices de concurrence dans les modèles de croissances en hauteur est en mesure d'améliorer l'estimation de l'indice de fertilité dans les peuplements réguliers et irréguliers. La méthode la plus souvent utilisée pour introduire les conditions concurrentielles dans le modèle de

croissance en hauteur consiste à définir une fonction de croissance potentielle modulée par un réducteur lié à l'intensité de la concurrence exercée sur l'arbre. L'application de cette méthode pose néanmoins un problème du fait qu'on ne connaît pas souvent la première partie du modèle ; la croissance potentielle. Cependant, dans les peuplements irréguliers ou réguliers, la méthode d'ajustement simultané de la croissance observée et le réducteur de la croissance, permet théoriquement d'estimer la croissance potentielle. Cependant, il est à noter que cette fonction de croissance potentielle n'est pas observable dans la réalité. En effet, une fois que le modèle est estimé, la fonction de croissance potentielle s'obtient là où le réducteur est égal à 1. Une fois la concurrence interindividuelle est intégrée dans le modèle de croissance en hauteur, nous avons la possibilité de séparer l'effet de la fertilité de celui de la structure du peuplement. Wykoff et Monserud (1988) et Brunner (1986) ont proposé alors d'estimer l'indice de fertilité à partir de la croissance potentielle en diamètre ou en hauteur. Le modèle de la croissance potentielle en hauteur ou en diamètre obtenu par cette approche n'est fonction que de la fertilité de la station et de l'âge de l'arbre. Alors, il est possible de définir l'indice de fertilité du peuplement à un âge de référence. Cependant, la précision de cette approche est fonction du pouvoir explicatif du réducteur (Boisvenue et Marshal, 1998).

Par exemple, sous l'hypothèse de polymorphisme, Wykoff et Monserud (1988) ont défini la fertilité par la croissance potentielle en diamètre, estimée à l'aide d'un ajustement simultané avec une fonction de réducteur (RED) :

$$Ln(\frac{dD_i}{dt})^2{}_{pot} = \left[c_0 + \exp(c_1 + c_2.Ln(D_i) + c_3.D_i^{c_4}) \right]$$
$$RED = \left[\frac{c_5}{1 + \exp(c_6 + c_7.D_i + c_8.BAL + c_9.CR)} \right] \quad (1.20)$$

avec :

$Ln(\frac{dD_i}{dt})^2{}_{pot}$: Accroissement potentiel du carré du diamètre d'une tige de la classe de diamètre i

RED : Fonction de réducteur

D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i

c_0 , c_1, c_2, c_3, c_4 : Paramètres de la croissance potentielle parmi lesquels c_0 et c_4 sont les paramètres qui dépendent de la fertilité

BAL : Surface terrière des arbres plus gros que l'arbre sujet

CR : Part du houppier[21]

c_5 , c_6, c_7, c_8, c_9 : Paramètre de la fonction de réducteur

Ils ont calibré leur modèle de l'accroissement du carré du diamètre pour le douglas en différents types de structures et stations forestières, allant des peuplements purs et équiennes aux peuplements mélangés et inéquiennes. Ils ont également comparé la précision de l'indice de fertilité par cette approche, à celle de l'approche non dendrométrique. Enfin ils ont conclu que les deux approches donnent les résultats satisfaisants et quasiment identiques.

L'avantage majeur de l'approche de Wykoff et Monserud (1988), par rapport à l'indice fertilité mesuré par la hauteur dominante, réside dans le fait qu'elle détermine la fertilité selon une

[21] Crown ratio

fonction d'accroissement théoriquement potentiel, souvent applicable à toutes structures. Ainsi, si le concept de l'indice de fertilité est développé en principe pour les peuplements réguliers, il peut également être utilisé, à condition d'être correctement appliqué, pour les peuplements irréguliers (Froese et Marshall 1996 et Boisvenue et Marshall 1998). En revanche, l'inconvénient principal de cette approche réside dans le fait que la représentation de la fertilité dans le modèle se fait à travers des paramètres difficilement mesurables (voire non mesurables) sur le terrain. En plus, à la différence de la croissance en hauteur dominante, qui est observable sur le terrain, la croissance potentielle théorique ne l'est pas. Or, la représentation synthétique (ou analytique) de la qualité stationnelle doit se fait à travers des indices qui peuvent être mesuré à partir des données standard de l'inventaire (Wykoff et Monserud, 1988). C'est dans ce contexte que nous avons privilégié l'indice de productivité (basé sur l'accroissement moyen en volume) plutôt que l'indice de fertilité (basé sur une fonction potentielle théorique). En effet, à défaut d'un indice dendrométrique ou des variables descriptives de la qualité stationnelle, calculables et disponibles à partir des données habituelles de l'inventaire forestier, nous avons privilégié un indice de productivité, qui donne une première approximation de la qualité stationnelle, quelle que soit la structure du peuplement. La productivité est la mesure la plus pertinente de la qualité stationnelle, mais reste difficile à mesurer (Franc et Houllier, 1989). En effet, l'emploi de cet indice se heurte à deux problèmes :

- La productivité, telle qu'elle est définie, peut être calculée (à partir de la production totale), plus facilement et plus correctement pour un peuplement régulier qu'irrégulier.

- La productivité d'un peuplement, à un âge ou à un diamètre de référence, dépend de la structure du peuplement.

En effet, le calcul de la productivité dans les peuplements irréguliers nécessite un certain nombre d'hypothèses. Une solution possible consiste à ramener un peuplement irrégulier au cas connu d'une futaie régulière équivalente. Ce type d'estimation a déjà été expérimenté par Peyron (1998). En effet, il existe une certaines formes d'analogie au niveau global entre une forêt constituée de plusieurs peuplements équiennes (les arbres d'âge identique sont regroupés sur le terrain), et un peuplement inéquienne (les arbres de même âge sont répartis sur le terrain). C'est cette analogie qui permet de ramener un peuplement inéquienne à une futaie équienne analogue.

Pour résoudre le problème lié à l'effet de la structure du peuplement sur l'indice de productivité, on peut le calculer pour une structure donnée. Par exemple, le passage d'un peuplement de structure quelconque à une forêt virtuelle "équivalente", et équilibrée en classes d'âges, permet de calculer l'indice de productivité d'un peuplement à un diamètre ou un âge donné et avec une structure de référence (équilibrée en classes d'âges). Pour ce faire, on peut procéder en 3 étapes.

La première étape consiste à établir une correspondance âge-diamètre. Cette correspondance peut être réalisée à partir des temps de passage de chaque classe de diamètre. Le temps de passage T_i, dans la classe de diamètre i, calculé en années, est donné par l'équation ci-dessous :

$$T_i = \frac{50}{AccrtD_i} \tag{1.21}$$

Le numérateur et le dénominateur de l'équation ci-dessus correspondent respectivement à la largeur de la classe de diamètre i exprimée en mm et à l'accroissement en diamètre de cette même classe exprimé en mm/an. Dans la mesure où les données fournies par l'IFN comprennent des accroissements en diamètre pour les différentes classes, on peut calculer le temps de passage, T_i,

pour toutes les classes de diamètre. La correspondance âge-diamètre permet de reconstituer virtuellement une futaie régulière qui aurait n parcelles (n classe d'âge annuel) correspondant à l'âge du diamètre de référence.

La deuxième étape porte sur le calcul de la surface occupée de l'arbre en fonction de son diamètre et la densité dans la structure de référence. La surface occupée de l'arbre, et le temps de passage de chaque classe de diamètre, permet ensuite de calculer le nombre de tiges de référence par hectare des classes d'âges correspondant à chaque classe de diamètre. Ainsi, nous avons pour chaque classe de diamètre, le nombre de classes d'âge annuel correspondant ainsi que le nombre de tiges de référence par hectare (N_i) dans la forêt équienne équivalente.

La troisième étape consiste à calculer la productivité du peuplement par le biais de la forêt équienne équivalente :

$$\overline{P}_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} AccrtV_i . \frac{N_i}{n_i} . T_i}{\sum_{i=1}^{n} T_i} \qquad (1.22)$$

avec

$\overline{P}_n$: Productivité moyenne du peuplement calculée au diamètre de référence n (m3/an/ha)
$AccrtV_i$: Accroissement courant annuel en volume de la classe de diamètre i (m3/an/ha)
N_i : Effectif de référence par hectare des classes d'âge correspondant à la classe de diamètre i
n_i : Effectif de la classe de diamètre i
T_i : Temps de passage de la classe de diamètre i (ans)

Ainsi, la productivité du peuplement est une moyenne pondérée de l'accroissement courant annuel en volume, et par hectare, de chaque classe de diamètre, rectifié par rapport à la structure de référence (N_i/n_i), et pondéré par le temps de passage de la classe de diamètre.

L'évaluation de la productivité par cette approche nécessite d'avoir les données de l'accroissement en volume et en diamètre dans toutes les classes de diamètre ayant le diamètre inférieur ou égal au diamètre de référence auquel la productivité est calculée. A partir des données de l'Inventaire Forestier National (l'IFN), il est possible de calculer l'accroissement courant annuel (moyen sur 5 ans précédant l'année du sondage) en volume, et par classes de diamètre (i) à l'hectare, $AccrtV_i$, des peuplements de toutes structures. Selon la définition de l'IFN, l'accroissement courant annuel (au niveau du peuplement ou de la classe de diamètre) est la somme de deux composantes :

- l'accroissement des arbres sur pied, compte tenu des arbres qui ne sont devenus recensables qu'au cours de la période de 5 ans (les arbres vifs).

- l'accroissement que les arbres actuellement coupés et les chablis avaient apporté au peuplement pendant la fraction de la même période durant laquelle ils étaient encore sur pied.

Ainsi, basé sur l'accroissement en volume tel qu'il est défini, la formule (1.22) estime la productivité en divisant simplement la production totale (y compris la coupe et la mortalité) par l'âge au diamètre de référence.

Cette approche peut a priori s'appliquer aux peuplements de toutes structures, notamment avec les données agrégées (par exemple au niveau départemental). En effet, l'agrégation des données des peuplements réguliers permet d'avoir une gamme assez large de classes de diamètre dans les peuplements réguliers comme irréguliers, ce qui permet de bien calculer la productivité du peuplement. En effet, l'application dans les peuplements très clairs où il n'existe qu'une gamme très restreinte de diamètre, ne permet pas une bonne estimation de la productivité du peuplement (car on n'a pas les données relatives à toutes les classes d'âges).

Cette approche permet de calculer la productivité moyenne de l'essence principale du peuplement. Le calcul de la productivité pour une essence principale consiste à faire tous les calculs sur une fraction de la surface totale du peuplement (par exemple, le rapport de la surface terrière de l'essence principale à la surface terrière totale) où l'essence principale peut être considérée comme pure.

Sous l'hypothèse de monomorphisme des courbes de croissance, la productivité ainsi calculée peut être intégrée sous la forme d'une fonction multiplicative aux modèles d'accroissement potentiel et de réducteur. Certes, l'indice de productivité ainsi calculé ne donne pas une mesure précise de la productivité. Cependant, à défaut d'un indice dendrométrique ou des variables descriptives de la qualité stationnelle, il donne une première approximation de la productivité, qui peut être intégré dans les modèles de croissance.

Il existe une correspondance entre les indices de fertilité et de productivité car les deux indices évaluent la production potentielle de la station à un âge ou un diamètre de référence, l'un par la hauteur dominante et l'autre par la production moyenne. La correspondance fertilité (hauteur dominante à 100 ans)-productivité (la production totale moyenne à 60 cm de diamètre) peut être établie (figure 1.6) à l'aide de la plate-forme CAPSIS (Vallet, 2005). Cette plate-forme est un simulateur validé pour la croissance du hêtre dans le Nord-Est de la France.

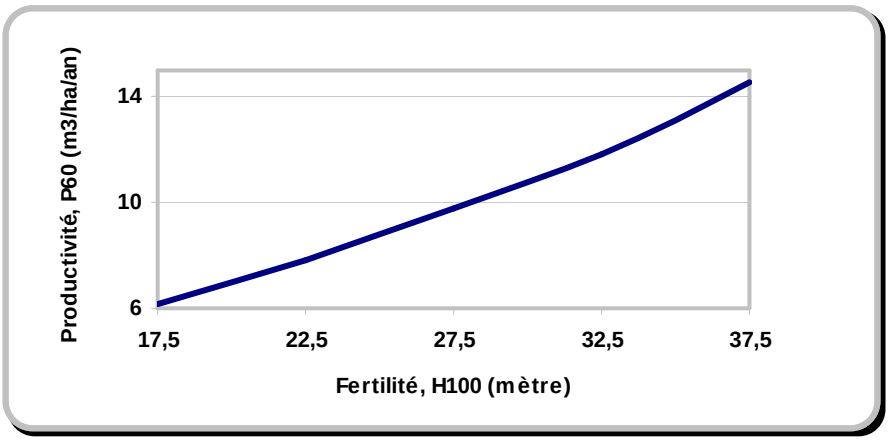

Figure 1.6 : Correspondance productivité-fertilité dans les hêtraies du Nord-Est de la France (établie à l'aide de la plate-forme CAPSIS, Vallet, 2005)

Ainsi, il est possible d'estimer l'indice de fertilité d'un peuplement irrégulier par son indice de productivité et vice-versa. Cependant, à la différence de l'indice de fertilité qui est observable sur le terrain, l'indice de productivité mesure la production potentielle ou totale moyenne (y compris

la coupe et la mortalité), ce qui est bien supérieur à la productivité observée sur le terrain. On utilisera dans les applications ultérieures cette correspondance.

III.3 Extension de l'indice de densité en futaie irrégulière

Le rôle de la concurrence (mesurée en général par la densité) a tendance à augmenter, d'autant plus que l'hétérogénéité du peuplement augmente. Par exemple, dans les modèles d'accroissement en diamètre des peuplements hétérogènes, le rôle de l'âge, comme repère naturel, ou même le rôle de la dimension initiale, diminue alors que le rôle de la concurrence a tendance à augmenter (Gourlet-Fleury et Houllier, 1998). Les indices de densité peuvent, en général, être groupés en deux classes comme suit : les indices absolus et les indices relatifs. Les indices absolus de densité comme le nombre de tiges, la surface terrière ou le volume par hectare ne sont pas des indices satisfaisants de densité, car ils sont dépendants de l'âge et de la fertilité du peuplement. Cependant, ce sont ces types d'indice qui ont été souvent utilisé dans les peuplements irréguliers (Buongiorno, et al. 1995). En revanche, les indices relatifs de densité sont plus pertinents car ils sont indépendants de l'âge et de la fertilité. Cependant, la plupart des indices relatifs de densité ont été proposée pour les peuplements homogènes (réguliers).

Les indices relatifs de densité les plus connus sont les suivants :

- Indice de densité de Reineke ("*Relative Density Index*" ; RDI)
- Indice de densité de Curtis ("*Curtis's Relative Density*" ; RD)
- Indice de compétition des houppiers ("*Crown Competition Factor*" ; CCF)
- Indice d'espacement relatif de Hart et Becking ("*Relaive Spacing Index*" ; RSI)

Par la suite, nous présentons la possibilité et la difficulté d'application des indices nommés ci-dessus dans les peuplements irréguliers.

Indice de densité de Reineke ("Relative Density Index" ; RDI)

L'indice de densité de Reineke (1933) se définit comme le rapport entre le nombre de tiges observées dans un peuplement et le nombre de tiges maximales des peuplements de même diamètre obtenues par la courbe d'auto-éclaircie :

$$RDI = \frac{N}{\alpha}.Dg^{\beta} \qquad \text{(Rappel, 1.19)}$$

Dans les peuplements réguliers, l'indice de densité de Reineke (1933) basé sur la loi d'auto-éclaircie, semble le candidat le plus légitime et le plus souvent utilisé par les chercheurs. Si à la lumière de la loi d'auto-éclaircie, le choix d'un indice pertinent de densité est bien clair pour les peuplements réguliers, le choix d'un indice de densité dans les peuplements irréguliers constitue encore une problématique de la théorie dendrométrique de la production ligneuse. En effet, cette loi est une caractéristique des peuplements équiennes et monospécifiques (Dhôte, 2002). Premièrement parce que le caractère équienne est une condition importante qui permet de définir de manière plus pertinente le diamètre moyen du peuplement. Deuxièmement, le caractère monospécifique s'impose parce que le niveau de la droite d'auto-éclaircie varie en fonction de l'espèce. En général, il est plus haut pour les espèces d'ombre. Par conséquent, les caractéristiques inhérentes des peuplements hétérogènes complexifient l'application de la loi d'auto-éclaircie. Cependant, depuis les années 60, les auteurs ont essayé de définir un indice de densité basé sur la loi d'auto-éclaircie pour les peuplements inéquiennes. La première approche utilisée par les chercheurs consiste en une justification mathématique de l'application de la loi d'auto-éclaircie et

de l'indice de densité dans les peuplements irréguliers. Stage (1968) a proposé la méthode d'addition qui permet de contourner les problèmes liés à la non-pertinence du diamètre moyen dans les peuplements inéquiennes. Méthode d'addition consiste à calculer et additionner l'indice de densité de toutes les classes de diamètre présentes dans le peuplement. En effet, elle additionne la contribution relative de chaque classe de diamètre à la densité du peuplement. Cette méthode, initialement proposée par Stage (1968), a été ensuite vérifiée et approuvée par Long et Daniel (1990), Long et Smith (1984), Long (1985), Long (1995), Fiedler et Cully (1995), Shaw (2000) et Woodall et al. (2003). L'équation (1.23) présente la forme mathématique de l'indice de densité selon la méthode d'addition (Stage, 1968, Long, 1995, Shaw, 2000).

$$RDI = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{N_i}{N\max_i}\right) = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{\alpha}.D_i^{\beta} \qquad (1.23)$$

avec

N_i : Nombre de tiges de la classe de diamètre i d'une espèce donnée
D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i
$\alpha et \beta$: Paramètres du modèle

Le paramètre β montre la pente de la droite d'auto-éclaircie. Selon Curtis (1982), Stage (1986), Long (1995) et Shaw (2000), le paramètre β prend une valeur moyenne de 1.605 qui semble raisonnable pour toutes les essences.

Woodall et al. (2003) ont aussi confirmé la possibilité d'application de l'indice RDI pour les peuplements irréguliers mais ils ont souligné qu'une justification mathématique n'était pas suffisante et qu'il fallait la compléter par une interprétation biologique. En outre, ils ont montré que la méthode d'addition attribue une part plus importante aux faibles classes qu'aux autres classes. Par conséquent, l'application de l'indice RDI dans les peuplements irréguliers peut sous- ou surestimer l'occupation réelle du peuplement. Ceci peut être du fait que l'hypothèse sous-jacente consiste à assimiler les surfaces occupées des différentes classes de diamètre, ce qui n'est sans doute pas le cas. Ainsi, il suffirait de corriger ceci par un coefficient adéquat. En plus, cette approche ne tient pas compte les difficultés liées à la diversité spécifique du peuplement.

La deuxième approche utilisée par les chercheurs porte sur la justification biologique de l'application de la loi d'auto-éclaircie et de l'indice de densité dans les peuplements irréguliers. Par exemple, Sterba et Monserud (1993) et Day (1997), en étudiant les peuplements inéquiennes de douglas (*Pseudotsuga menziensii*) ont montré que la loi d'auto-éclaircie s'applique également aux peuplements inéquiennes. L'idée consiste à penser que, malgré certaines difficultés d'application, la présence d'une limite naturelle de croissance, telle qu'elle est expliquée par la loi d'auto-éclaircie, devrait s'appliquer également aux peuplements irréguliers. Sterba et Monserud (1993) ont abordé le problème d'application de la loi d'auto-éclaircie dans les peuplements inéquiennes et plurispécifiques. Ils ont comparé la pente de la droite d'auto éclaircie (en coordonnées logarithmiques) prise normalement –3/2 dans les peuplements équiennes et monospécifiques avec celle des peuplements inéquiennes et plurispécifiques. Selon eux, cette pente est une fonction de la répartition du nombre de tiges par classe de diamètre. Ainsi, ils ont donc montré que les peuplements réguliers ont une densité maximale supérieure à celle des peuplements irréguliers.

Day (1997) a également appliqué la loi d'auto-éclaircie dans les peuplements inéquiennes de douglas. A l'inverse du résultat obtenu par Sterba et Monserud (1993), Day (1997) a obtenu le même paramètre β aussi bien pour les peuplements équiennes que pour les peuplements inéquiennes. Ainsi, cela confirme la validité de la méthode d'addition de Stage dans laquelle le même paramètre β s'applique pour les différentes structures des peuplements. Ainsi, si on néglige la variation de ce paramètre selon la structure du peuplement (Day, 1997), l'indice de densité peut facilement être estimé dans les peuplements irréguliers.

Indice de densité de Curtis ("Curtis's Relative Density" ; RD)

L'indice de densité relative de Curtis (1982) n'est qu'une transformation simplificatrice de l'indice de densité de Reineke (1933). L'idée de Curtis (1982) consiste à utiliser la courbe d'auto-éclaircie en remplaçant le nombre de tiges par la surface terrière. Par conséquent, il a défini son indice de la même façon que Reineke (1933) en divisant la surface terrière du peuplement par la surface terrière maximale. Cette définition à partir de la surface terrière, nous dispense de définir un diamètre moyen pour le peuplement, ce qui peut faciliter l'application de cet indice dans les peuplements irréguliers où le diamètre moyen n'est pas une variable pertinente.

$$N_{\max} = \alpha.Dg^{-\beta} \tag{1.24}$$

$$G_{\max} = N_{\max}.Dg^2 .\frac{\pi}{4} \tag{1.25}$$

En remplaçant l'équation (1.24) dans l'équation (1.25), on obtient :

$$G_{\max} = \alpha.Dg^{-\beta}.Dg^2.\frac{\pi}{4} \tag{1.26}$$

Si $\alpha' = \alpha.\frac{\pi}{4}$ et $\beta' = 2 - \beta$, on obtient :

$$G_{\max} = \alpha'.Dg^{\beta'} \tag{1.27}$$

Et alors :

$$RD = \frac{G_{obs}}{G_{\max}} = \frac{G_{obs}}{\alpha'.Dg^{\beta'}} \tag{1.28}$$

Où α' et β' sont les nouveaux paramètres.

En effet, comme le paramètre α' est un paramètre constant pour une essence donnée, le rang relatif attribué par cet indice ne change pas si on remplace α par 1 (Curtis, 1982). Nous obtenons donc l'équation suivante :

$$RD = \frac{G_{obs}}{Dg^{\beta'}} \tag{1.29}$$

Curtis (1982) a initialement développé son indice pour le douglas pour lequel les paramètres β et β' ($\beta' = 2 - \beta$) ont été estimés respectivement à –1,5 et 0,5. Par conséquent, il a obtenu l'indice de densité relative comme suit :

$$RD = \frac{G_{obs}}{\sqrt{Dg}} \tag{1.30}$$

avec

RD : Indice de relatif de Curtis
G_{obs} : Surface terrière
Dg : Diamètre moyen

Day (1997) a appliqué cet indice dans les peuplements inéquiennes et mélangés dominés par le douglas. Il a soutenu le fait que cet indice est applicable, avec le même paramètre, dans les peuplements réguliers et irréguliers. Ceci revient à accepter que la densité maximale ne dépende pas de la structure du peuplement. Selon Curtis (1982), β prend une valeur moyenne de 1,605 qui semble raisonnable pour toutes les espèces. Par conséquent, Curtis a proposé que la valeur moyenne de paramètre β' soit 0.4 ($\beta' = 2 - \beta$). Plus précisément, le paramètre β' prend en général une valeur comprise entre 0,3 et 0,5.

Les avantages majeurs de cet indice résident dans son indépendance vis-à-vis de l'âge et de la station, dans sa précision acceptable, sa relation étroite avec les autres indices relatifs de densité comme l'indice de densité (RDI) et dans sa facilité d'application aux diverses structures forestières. Il est d'ailleurs à noter que les données nécessaires pour calculer cet indice sont, la surface terrière et le diamètre quadratique moyen qui sont quasiment toujours fournis.

Indice de compétition en houppier ("Crown Competition Factor" ; CCF)

Idéalement, un indice de densité devrait être applicable à toute structure forestière. De ce fait, Monserud et Streba (1996) ont cherché un tel indice de densité. Les indices comme RDI et Curtis ne remplissent pas parfaitement cette condition car le paramètre de β n'est forcément pas indépendant de la structure du peuplement. En revanche, Monserud et Streba (1996) ont montré que l'indice de compétition en houppiers (CCF) remplit cette condition. Cet indice est fondé sur les surfaces des cimes dans le peuplement par rapport aux surfaces maximales des cimes en croissance libre. Cependant, le calcul de cet indice exige les données de la croissance des houppiers dans le peuplement et en croissance libre, lesquels sont rarement disponibles. Ceci limite l'emploi de cette approche dans la pratique de la gestion courante. De la même façon, les autres indices qui sont basés sur la mesure du houppier ne sont pas adaptés dans la mesure où leur application nécessite des données souvent non disponibles.

Indice d'espacement relatif de Hart et Becking ("Relaive Spacing Index" ; RSI)

L'indice de Hart-Becking se définit par le rapport de l'espacement moyen entre les arbres et le produit de la racine carrée du nombre de tiges à l'hectare par la hauteur dominante du peuplement[22]. Cependant, le calcul de cet indice exige l'estimation de la hauteur dominante du

[22] $RSI = \frac{107,5}{H_0\sqrt{N}}$, où H_0 est la hauteur dominante et N est le nombre de tiges par hectare.

peuplement. C'est pourquoi l'application de cet indice dans les peuplements irréguliers semble très limitée.

Actuellement, il nous semble que le choix d'un indice de densité simple et applicable dans les variétés des peuplements forestiers n'est pas parfaitement possible. Cependant, Froese et al. (2002) en étudiant une base importante de données couvrant la variété des structures forestières en Colombie Britannique ont conclu que la corrélation linéaire entre les indices relatifs de densité, comme l'indice de densité Reineke (1933), l'indice de densité de Curtis (1982) et l'indice de compétition en houppiers (CCF), dépasse souvent 0.95 mais reste significativement différent de zéro. Par conséquent, le choix de ces indices ne changera pas, de manière importante, la précision du modèle. Dans ce contexte, à défaut d'un indice simple et adapté de densité (indépendant de l'âge et de la station et applicable à la variété des structures forestières), l'utilisation des indices relatifs de densité qui se basent sur la loi d'auto-éclaircie comme l'indice de densité (RDI) semble plus justifié que les indices comme la surface terrière du peuplement ou les indices, difficile à calculer comme l'indice de compétition en houppiers (CCF). Cependant, plus on s'éloigne du peuplement équienne et monospécifique, plus la précision du calcul de l'indice de densité, basé sur la loi d'auto-éclaircie, est susceptible de diminuer.

IV. Croissance à l'échelle de l'arbre et structures forestières

Malgré les fortes différences structurelles entre futaies régulière et irrégulière, les croissances individuelles en diamètre ou en hauteur peuvent se manifester de façon comparable. En effet, l'enchaînement suivi ou à suivre pour la croissance individuelle (les phases de croissance[23]) reste identique, quelle que soit la structure du peuplement (Courbaud, 1991). En revanche, la façon dont pousse un arbre, ou l'allure de la croissance individuelle, dépend de l'environnement (structure) dans lequel la croissance se réalise. Ce débat comprend deux aspects importants : effets de la structure sur la croissance de l'arbre et sa modélisation.

Le premier aspect consiste à étudier la façon dont l'allure de la croissance se modifie suivant l'environnement ou la structure dans lequel un arbre pousse.

En revanche, le deuxième aspect aborde la façon dont on peut modéliser l'effet de l'environnement sur la croissance individuelle. C'est dans ce contexte que la question des modèles généraux de croissance ou d'accroissement se pose. L'idée de ce type de modèle est que, si l'on définit correctement l'environnement dans lequel la croissance de l'arbre se réalise, il est possible de l'estimer par un modèle, quelle que soit la structure du peuplement (Monserud et Streba, 1996).

Ainsi, cette section s'organise en deux étapes. La première porte sur les effets de la structure sur la croissance individuelle de l'arbre. La deuxième présente un aperçu bibliographique sur les modèles généraux d'accroissement à l'échelle de l'arbre en futaies régulière et irrégulière.

IV.1 Effets de la structure sur la croissance individuelle

La structure du peuplement se définit par l'organisation et la répartition spatiale des éléments qui composent un peuplement (Dubois, 2000). Il s'agit d'une répartition des arbres de toutes

[23] Schütz, (1969) distingue quatre phases de croissance qui sont les suivantes : 1- phase de jeunesse, 2- phase adulte, 3- phase de vieillesse, 4- phase de sénescence.

tailles et de toutes essences sur le terrain dont leurs houppiers se répartissant en différents statuts verticaux. De nombreuses variables peuvent être utilisées pour étudier l'irrégularité d'un peuplement. Cependant, les indices d'hétérogénéité en essences et en dimensions (en diamètre, en hauteur etc.) sont le plus souvent utilisés pour caractériser et évaluer la diversité horizontale et verticale du peuplement (Staudhammer et LeMay, 2001).

E*ffet de l'hétérogénéité (l'irrégularité) en dimensions sur la croissance individuelle*

Les structures régulière et irrégulière se distinguent souvent par la manière (homogène ou hétérogène) de l'organisation et de la répartition verticale des arbres, par âge, hauteur et diamètre. Les conditions de croissance sont donc fondamentalement différentes, selon les étages où l'arbre se trouve. En effet, la structure des peuplements irréguliers conditionne la répartition de la lumière, selon la position sociale des arbres. Ainsi, la croissance des arbres en futaie irrégulière se caractérise par une longue phase de jeunesse où les arbres sont déprimés et compressés par la concurrence des étages supérieurs de la forêt. Cette phase, appelée la période de compression, peut se prolonger jusqu'à 200 ans (Schütz, 1969). La durée de la phase de jeunesse (compression) dépend néanmoins de la densité du peuplement. En revanche, dans la structure des peuplements réguliers, la plupart des arbres ont presque les mêmes dimensions et croissent dans le même stade de développement. La phase de jeunesse dure alors beaucoup moins en futaie régulière. C'est là que réside l'une des principales différences de croissance individuelle des futaies régulières et irrégulières. Cependant, la croissance lente pendant la période de compression (phase de jeunesse) est suivie d'une croissance plus rapide par la suite qui peut être même plus important qu'en futaie régulière (Levy, 1997).

Selon Schütz (1969), la période de compression n'a quasiment pas d'effet ni sur la vitesse de croissance des phases ultérieures ni sur l'asymptote de la croissance en hauteur ou en diamètre. En effet, la prolongation de la durée de compression, ne fait que décaler les phénomènes de croissance de l'arbre de manière nettement marquée sur une grande partie du développement de l'arbre (Schutz 1969).

Effet de l'hétérogénéité (l'irrégularité) en essences sur la croissance individuelle

La diversité spécifique du peuplement se définit par "*la proportion relative de chacune des essences principales qui se rencontrent dans un peuplement forestier*" (Métro, 1975). L'effet de l'hétérogénéité en essences sur la croissance a été peu étudié. Il s'avère que le sens et l'importance de l'effet de l'hétérogénéité en essences sur la croissance individuelle d'une essence dépendent d'une grande variété des facteurs dont les essences en question et leurs interactions. Il s'avère donc difficile de généraliser l'effet de l'hétérogénéité en essences sur la croissance individuelle d'une essence. Par exemple, Sterba et al. (2002) ont montré que la croissance d'un peuplement résineux en mélange avec les feuillus est meilleure que celle d'un peuplement résineux pur. En général, trois rasions viennent à l'appui de la généralisation de ce résultat aux peuplements mélangés. La première raison correspond au fait que les différentes essences, avec des tolérances diverses à l'ombre, au sein d'un peuplement mélangé, peuvent éventuellement mieux utiliser tous les horizons de lumière (directe et diffuse) que les peuplements purs. La deuxième raison s'appuie sur le fait que les racines des différentes essences occupent différents horizons du sol. Ainsi, les peuplements mélangés peuvent éventuellement mieux utiliser tous les horizons du sol que les peuplements purs (Hendricks et Bianchi, 1995). La troisième raison relève du rôle des différentes essences, surtout feuillues, sur la fertilité de la station et donc sur la croissance. Malgré cela, l'effet du mélange des essences en termes de croissance n'est pas toujours positif. Par exemple, Sterba et al. (2002) ont prouvé que dans les premiers stades de développement du peuplement

(jeune âges et âges intermédiaires), l'effet du mélange avec du hêtre sur la croissance de l'épicéa est négatif.

En ce qui concerne la diversité en essences dans les hêtraies, on constate souvent qu'une diversité plus grande est accompagnée d'une densité plus faible et d'une productivité plus forte. En effet, les hêtraies quasi pures se trouvent sur les sols acides et moins productifs, avec un fort volume de bois sur pied, alors que les hêtraies diversifiées sont souvent sur les sols plus basiques avec un volume de bois sur pied plus faible. En effet, la baisse de la densité des hêtraies est un factor favorisant la diversité spécifique. Ainsi, on s'attend à ce que la diversité en essences augmente la croissance du peuplement.

Evaluation de la diversité structurelle

La diversité en essences, en diamètres et en hauteurs est le plus souvent utilisée pour évaluer la diversité horizontale et verticale du peuplement (Staudhammer et LeMay, 2001). Divers indices de diversité ont été utilisés pour l'évaluation d'irrégularité du peuplement. Parmi les indices d'irrégularité (hétérogénéité), l'indice de Shannon est souvent utilisé en foresterie (Buongiorno et al. 1995, Rollin, 2003) :

$$IREG = -\sum_{i=1}^{N} (\mathrm{Pr}_i) \ln(\mathrm{Pr}_i) \tag{1.31}$$

avec

Pr_i : Proportion des arbres de l'essence i ou de la classe de diamètre ou hauteur i

Cet indice vaut zéro quand le peuplement est purement homogène en diamètre, en essence ou en hauteur. Il augmente avec l'irrégularité.

La contrainte de cet indice est liée au fait qu'il nécessite un classement pour le diamètre et la hauteur. Ce classement plus ou moins arbitraire peut changer d'une façon importante l'indice d'irrégularité (hétérogénéité) d'un même peuplement. Afin de pallier ce problème, Staudhammer et LeMay (2001) ont proposé un autre indice basé sur le rapport entre la variance du peuplement cible et la variance d'un peuplement de distribution uniforme. En appliquant l'indice de Shannon et le nouvel indice sur les données des peuplements de toutes structures, ils ont conclu que le nouvel indice fournit des mesures de diversité similaires à celles de l'indice de Shannon. Afin d'avoir un seul indice d'irrégularité pour un peuplement, Staudhammer et LeMay (2001) ont proposé de faire la moyenne arithmétique des diversités en essence, en diamètre et en hauteur.

IV.2 Modélisation d'accroissement d'arbres issus de toutes structures

Les modèles d'arbres peuvent théoriquement être utilisés, quel que soit la structure forestière (Monserud et Streba, 1996). C'est dans ce contexte que la question des modèles généraux de croissance ou d'accroissement se pose. Cependant, très peu d'études ont été effectuées sur cet aspect.

Stage (1973) et Wykoff et al. (1982) sont parmi les premiers auteurs qui ont développé les modèles d'arbres à portée générale. Calibré au Nord de "Rocky Mountains", leur modèle, "Stand Prognosis Model", permet de simuler la croissance d'un peuplement (par les modèles de l'accroissement en diamètre et en hauteur des arbres, les modèles de recrutement et de mortalité), quelle que soit sa composition et sa structure. Afin d'éviter les problèmes liés à l'application de l'indice de fertilité dans les peuplements irréguliers, Stage (1973) et Wykoff (1982) ont évalué la

fertilité par une approche non dendrométrique. Ils spécifient donc le modèle de l'accroissement en surface terrière à l'échelle de l'arbre pour différentes essences en fonction des variables descriptives de la station (altitude, latitude, etc.), du diamètre à hauteur d'homme, de la densité relative du peuplement, de la surface terrière des arbres plus gros que l'arbre sujet (statut social de l'arbre) et de la part du houppier de l'arbre. Cependant, ils n'ont explicitement pas intégré l'effet de l'hétérogénéité quant aux essences et vis-à-vis des dimensions dans les modèles développés. Au début des années 80, "Stand Prognosis Modèle" a été adopté par le service de forêt des Etats-Unis (USDA), comme la norme nationale pour la croissance de forêt.

Par le même principe, Monserud et Streba (1996), ont appliqué les modèles de type arbre pour l'estimation de l'accroissement en surface terrière des principales essences forestières en Australie. Ils ont utilisé les données de l'inventaire national de l'Australie, sur une large gamme de structures de peuplements forestiers (compris entre purement homogènes à complètement hétérogènes) en Australie. Dans le but d'avoir un modèle général (par espèce), qui soit applicable à toutes structures, ils n'ont utilisé, ni l'âge, ni l'indice de fertilité dans les modèles. Sur le plan technique, ils ont utilisé une méthode empirique de modélisation. Il s'agit d'un modèle log - linéaire qui intègre toutes les variables susceptibles d'influencer l'accroissement en surface terrière, en particulière, les variables non dendrométriques qui caractérisent la fertilité de la station, le diamètre de l'arbre à hauteur d'homme, l'indice de compétition des houppiers et la surface terrière des arbres plus gros que l'arbre sujet. Le pouvoir explicatif (R^2) des modèles obtenus pour les principales essences forestières est compris entre 33 à 63 %. Monserud et Streba (1996) ont soutenu que ces résultats sont satisfaisants et comparables aux modèles calibrés pour une structure donnée. Ainsi, ils ont conclu à la possibilité importante d'application des modèles à portée générale. Cependant, ils n'ont explicitement pas intégré l'effet de l'hétérogénéité quant aux essences et vis-à-vis des dimensions dans les modèles développés.

Blab et al. (2000) et Sterba et al. (2002) ont étudié plus précisément la performance du modèle général développé par Monserud et Streba (1996) pour l'accroissement en surface terrière de l'épicéa (*Picea abies*). Ils ont constaté que le modèle développé par Monserud et Streba (1996), surestime l'accroissement en surface terrière dans les peuplements purs de l'épicéa alors qu'il le sous-estiment dans les peuplements mélangés de l'épicéa-hêtre (*Fagus sylvatica*). Ainsi, le modèle général estimé n'est pas adapté aux peuplements mélangés de l'épicéa. Leur étude montre qu'en raison d'une forte concurrence entre le hêtre et l'épicéa au niveau des racines, la croissance de l'épicéa au stade jeune et intermédiaire (diamètre inférieur de 50 cm) est plus rapide dans les peuplements purs que mélangés. En revanche, à partir de 50 cm de diamètre, la croissance de l'épicéa est plus rapide dans les peuplements mélangés que purs. Pour pallier ce problème, ils ont intégré plusieurs variables dans le modèle, en particulière, la proportion de l'épicéa (une variable indépendante). Selon cette étude, l'intégration de la proportion de l'épicéa au sein du modèle a nettement augmenté sa précision (de 58 à 75 %).

Schröder et al. (2002) ont développé un modèle de type arbre pour l'estimation de l'accroissement en surface terrière du pin maritime dans les peuplements purs de toutes structures. Dans le but d'avoir un modèle général, ils n'ont utilisé, ni l'âge, ni l'indice de fertilité. Sur le plan technique, ils ont utilisé une méthode semi-empirique ou une forme de potentiel * réducteur avec l'ajustement simultané. Leur modèle général se distingue des modèles proposés par Stage (1973), Wykoff (1982) et Monserud et Streba (1996) par leur approche semi-empirique. Ils ont utilisé un modèle relativement simple d'accroissement potentiel. Ce modèle avait été initialement développé par Wykoff (1990) pour décrire la relation fondamentale entre l'accroissement en surface terrière et la dimension de l'arbre.

$$\frac{dg_i}{dt} = \alpha_0 D_i^{\alpha_1}.exp(-\alpha_2.D_i^2) \quad (1.32)$$

avec

$\frac{dg_i}{dt}$: Accroissement courant en surface terrière d'une tige de la classe de diamètre i
D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i
α_0, α_1 et α_2 : Paramètres du modèle

Dans l'équation 1.32, le terme D^2_i est la composante de déclin (Zeide, 1993) qui empêche l'accroissement continu. La fonction de réducteur (RED), proposée par Schröder et al. (2002), intègre deux indices de compétition (I_1 , I_2), liés respectivement à la vigueur du houppier et à l'espacement moyen entre arbres, ainsi qu'une variable non dendrométrique (la profondeur effective du sol, I_3) qui caractérise la fertilité de la station :

$$RED = \exp(\beta_1.I_1 + \beta_2.I_2 + \beta_3.I_3) \quad (1.33)$$

avec

I_1 , I_2 : Deux indices de compétition
I_3 : Un indice non dendrométrique lié à la qualité stationnelle
β_1, β_2 et β_3 : Paramètres du modèle

Ainsi, ils ont estimé un modèle de l'accroissement en surface terrière, pour le pin maritime, qui explique plus de 78 % de la variation totale de la variable expliquée. Selon eux, le modèle estimé est en mesure de faire une prédiction fiable de l'accroissement du pin maritime dans ses peuplements purs de toutes structures.

En France, Barnérias (2005) a essayé de développer un modèle d'accroissement en diamètre de type arbre indépendant des distances dans le cas des chênaies de toutes structures. Cependant, son étude n'a pas permis une construction satisfaisante du modèle à partir des données de l'Inventaire Forestier National (l'IFN).

Notre aperçu bibliographique montre que le développement d'un modèle général de l'accroissement en diamètre pour les peuplements monospécifiques est tout à fait possible tant par l'approche empirique que par l'approche semi-empirique. Cependant, peu de modèles ont intégré à la fois l'effet de l'hétérogénéité du peuplement en dimensions (e.g. en diamètre et en hauteur) et en essence.

V. Proposition des modèles de dynamique des peuplements de toutes structures (appliqués dans le cas du hêtre)

La synthèse qui vient d'être présentée sur la modélisation de croissance en futaies, régulière et irrégulière, a essentiellement abordé les trois aspects suivants :

- Méthodes de modélisation
- Principes de modélisation
- Modèles généraux d'accroissement en diamètre

Après cette revue bibliographique, il s'agit maintenant de retenir les éléments d'un modèle simple et général d'accroissement, de recrutement et de mortalité. Pour cela, il convient d'abord de rappeler les éléments essentiels de cette synthèse qui constitue la base de cette section. Le premier aspect abordé relève des différentes méthodes de modélisation de croissance. Il est essentiellement consacré à l'emploi d'une approche semi-empirique (potentiel*réducteur) ou empirique pour construire des modèles de dynamique des peuplements forestiers (modèles de croissance en hauteur et en diamètre, modèles de recrutement, de mortalité et de la surface occupée par arbres).

Le deuxième aspect traité relève des grands principes selon lesquels un arbre croît dans un peuplement régulier ou irrégulier. Il s'agit notamment des principes de l'évaluation et de l'intégration de la fertilité et de la densité au sein de modèles de croissance en futaie régulière et leurs extensions en futaie irrégulière. A défaut d'un indice dendrométrique ou des variables descriptives de la qualité stationnelle, calculables et disponibles à partir des données habituelles de l'inventaire forestier, nous avons proposé un indice de productivité, qui donne une première approximation de la qualité stationnelle, quelle que soit la structure du peuplement. Quant à l'indice de densité de Reineke (1933), selon de nombreux auteurs, la méthode d'addition de Stage (1968), permettent d'estimer un indice de densité relative, quelle que soit la structure du peuplement.

Enfin, le troisième aspect abordé relève des possibilités et difficultés des modèles généraux de croissance.

Ainsi, afin de proposer des modèles simples et généraux de dynamique des peuplements forestiers, les sept étapes suivantes seront abordées. La première étape consiste à présenter le domaine d'étude, l'essence et les données utilisées. Dans les deux étapes suivantes, les accroissements potentiels en hauteur et en diamètre ainsi que leurs réducteurs adaptés seront étudiés. L'intégration de la productivité, d'irrégularité et de l'effet des cycles d'inventaire sera ensuite abordée. La cinquième étape est consacrée aux modèles de recrutement, de mortalité et de la surface occupée par arbres. En sixième étape, les modèles proposés seront estimés. Enfin, en septième et dernière étape, une illustration des modèles estimés sera présentée.

V.1 Choix de l'essence, domaine d'étude et données utilisées

Choix de l'essence :

Le hêtre (*Fagus sylvatica*) est l'essence caractéristique de la végétation naturelle dans la partie occidentale de l'Europe centrale (Becker et al. 2005). Avec une surface de 9,4 % du total de la ressource forestière, le hêtre est la deuxième essence feuillue en France. Il se trouve dans les peuplements à large gamme de diversité en essences et en structures. En effet, le hêtre peut se trouver aussi bien dans les hêtraies pures ou quasi pures (essence prépondérante) que dans les peuplements largement diversifiés en essence. De même, il se trouve dans une large gamme de structure allant des peuplements réguliers (futaie régulière) à différents types de peuplements irréguliers (futaie irrégulière, mélange futaie feuillue- taillis, mélange futaie résineuse-taillis). C'est ainsi que le choix du hêtre est justifié pour cette étude.

Domaine d'étude :

Il existe des découpages de massifs forestiers, tels que ceux des typologies de stations, ou de l'IFN, effectués selon les caractéristiques écologiques ou géographiques. Ces découpages regroupent en fait des forêts déjà réputées pour se ressembler, soit pour leurs compositions en essences, soit pour leur exploitation. La réflexion sur le choix du domaine d'étude a donc été menée par grandes zones : le Nord-Ouest, le Nord-Est, le Massif central, le Jura, les Alpes, les Pyrénées et les autres régions où le hêtre est disséminé. Dans ce contexte, le choix du Nord-Est se justifie, pour assurer une simple correspondance géographique entre les modèles dendrométriques et les autres modèles (existants ou estimés) ciblés pour être utilisés dans le modèle de gestion. On cite par exemple, le modèle de prix et le modèle de croissance du houppier (estimés sur les données de la Lorraine), l'accroissement potentiel en hauteur et la loi d'auto-éclaircie (estimés pour le Nord-Est de la France). En outre, dans le Nord-Est, il existe un ensemble de plateaux calcaires reconnus comme une région de provenance du hêtre.

Données utilisées :

Créé en France en 1958, l'Inventaire Forestier National (IFN), inventorie les forêts des départements français tous les 11 ans (cycles d'inventaires), à raison de 8 à 10 départements par an. La base de données dont on dispose comprend les données relatives aux forêts de tous les départements français, inventoriées dans la période 1971-1999. On a donc choisi les 18 départements appartenant à la région Nord-Est. Les données relatives aux forêts de chaque département sont classées et agrégées selon les variables suivantes :

- Cycle d'inventaire ou période au cours de laquelle les forêts sont inventoriées (3 cycles) :

- Type de propriété qui comprend les trois types suivants : forêt domaniale (propriété privée de l'Etat), autre forêt soumise au régime forestier et forêt privée.

-Structure forestière qui comprend les 6 structures : coupe rase, futaie régulière, futaie irrégulière, mélange futaie-feuillue-taillis, taillis simple, mélange futaie résineuse-taillis

- Facilité d'exploitation, en trois classes : facile, difficile et indéterminée

Ces données (38920 observations) comprennent les informations détaillées par classes de diamètre et par essence de 1204 forêts du Nord-Est. Il s'agit, entre autres, des informations

relatives aux volumes, productions annuelles, accroissements courants annuels en diamètre et en volume, recrutement courants annuels en volume et en nombre, mortalité et effectifs des peuplements forestiers de toutes structures. Les tableaux (1.2) et (1.3) présentent un sommaire des variables binaires (tableau 1.2) et continues (tableau 1.3), calculées à partir de 7801 observations sur le hêtre dans la base de données.

Tableau 1.2 : Descriptif statistique des variables binaires, calculées à partir de la base de données

Variable	Signification	Moyenne	Ecart-type
CYC1	Inventorié en 1971-1979	0,255	0,436
CYC2	Inventorié en 1980-1989	0,377	0,485
CYC3	Inventorié en 1989-1999	0,368	0,482
PL	Plantation	0,001	0,028
FR	Futaie régulière	0,426	0,495
FIR	Futaie irrégulière	0,082	0,274
FFT	Mélange futaie feuillus-taillis	0,403	0,491
TS	Taillis simple	0,047	0,212
FRT	Mélange futaie résineuse-taillis	0,041	0,198

Variable	Signification	Moyenne	Ecart-type
FD	Forêts domaniales	0,285	0,451
AF Autres	forêts soumises	0,340	0,474
FP	Forêts privées	0,375	0,484
EXPF	Exploitation facile	0,517	0,500
EXPD	Exploitation difficile	0,470	0,499
EXPI	Facilité d'exploitation indéterminée	0,013	0,113

Tableau 1.3 : Descriptif statistique des variables continues calculées à partir de la base de données

Variable	Signification	Moyenne	Ecart-type	Min	Max
AccrtD	Accroissement courant annuel en diamètre (mm/an)	4,857	2,030	0,244	13,8
Surface	Surface de la forêt (ha)	14903,89	14611,410	21	83341
N10_35	Nombre de tiges du hêtre ayant un diamètre entre 7,5 et 37,5	78,795	91,905	0	1945,230

Variable	Signification	Moyenne	Ecart-type	Min	Max
N40+	Nombre de tiges du hêtre ayant un diamètre supérieur à 40	9,754	8,412	0	70,736
RDI	Indice de densité relative de Reineke (compris entre 0 et 1)	0,44	0,106	0,006	1
Shannon	Indice de Shannon calculé sur la base de la surface terrière	1,775	0,230	0	2,167
Shannon_n	Indice de Shannon calculé sur la base du nombre de tige	1,789	0,494	0	2,599
$\overline{P}_{40}$	Productivité moyenne calculée à un diamètre de référence de 40 cm pour le hêtre (m3/ha/an)	3,47	1,62	[24]0,064	15,5
$\overline{P}_{50}$	Productivité moyenne calculée à un diamètre de référence de 50 cm pour le hêtre (m3/ha/an)	4,40	1,82	0,06	15,5
$\overline{P}_{60}$	Productivité moyenne calculée à un diamètre de référence de 60 cm pour le hêtre (m3/ha/an)	5,03	1,93	0,16	15,5
V_T	Volume bois fort total par hectare, toutes essences confondues (m3/ha)	148,914	80,165	4,506	564,841
N_T	Nombre total de tiges par hectare, toutes essences confondues	769,312	336,245	14,147	2426,620
Nrecrut	Nombre de tiges (hêtre) recrutées par hectare à la classe de 10 (diamètre compris entre 7,5 et 12,5)	2,119	3,875	0	106,103

[24] La Productivité de 0,06 m3/ha est calculée dans un peuplement de type taillis simple où le volume sur pied était de l'ordre de 4,5 m3/ha avec une gamme de diamètre très restreinte (1 classe de diamètre). En effet, l'indice de productivité proposé ne peut être appliqué que sur les données agrégées dans lesquelles une large gamme de diamètres est présente. A défaut, le calcul ne fournit pas le résultat correct.

Variable	Signification	Moyenne	Ecart-type	Min	Max
RS	Rang social (compris entre 0 et 1)	0,655	0,294	0,013	1
PH	Pureté du peuplement en hêtre (compris entre 0 et 1)	0,181	0,130	0,001	1
M	Mortalité accidentelle courante (m3/an/ha)	0,0134	0,0352	0	0,4080

Comme on le constate dans les tableaux 1.2 et 1.3, la base de données dont on dispose comprend une vaste gamme de sylvicultures et de diversités en essences et en structures.

V.2 Accroissements potentiels en hauteur et en diamètre

La synthèse de la littérature nous a montré que le modèle de Korf est très souvent utilisé pour décrire l'accroissement potentiel en hauteur. L'équation ci-dessous représente la forme mathématique de l'accroissement potentiel en hauteur.

$$\left(\frac{dh}{dt}\right) = Accrth = \left[a_0.m_0.h.\left(Lnk_0 - Lnh\right)^{\frac{m_0+1}{m_0}} \right] \quad (1.34)$$

avec

$\left(\frac{dh}{\partial t}\right)$: Accroissement potentiel en hauteur[25]

h : Hauteur initiale

k_0 : Paramètre d'asymptote

a_0 : Taux de croissance

m_0 : Paramètre de forme

Le modèle de Korf a été utilisé plutôt sous une forme reparametrée, dit Lundqvist-Matern (Bontemps et al. 2005, a) :

$$\left(\frac{dh}{dt}\right) = R \times \left(\frac{h}{K_0}\right) \times c_\alpha \times \left[\ln\left(\frac{K_0}{h}\right)\right]^{\frac{m_0+1}{m_0}} \quad (1.35)$$

[25] Accroissement en hauteur dominante

avec

$$c_a = \exp\left[\left(1+\frac{1}{a_0}\right).\left[1-LN(1+\frac{1}{a_0})\right]\right] \quad (1.36)$$

R : Paramètre de Lundqvist-Matern qui exprime la fertilité

Malheureusement, la base de données dont nous disposons ne contient pas les données de l'accroissement en hauteur. C'est pourquoi nous avons utilisé le résultat de l'estimation de ce modèle (dans le Nord-Est de la Farnce) par Bontemps et al. (2005, a), présenté dans le tableau 1.4 :

Tableau 1.4 : Paramètres estimés du modèle de l'accroissement potentiel en hauteur du hêtre dans le Nord-Est de la France (Bontemps et al. 2005, a)

Paramètres	Estimation
R Lundqvist-Matern	0,34
k_0	67,30
a_0	0,82
c_a	1,57
m_0	20

Le modèle de Korf a été également utilisé par certains auteurs comme Gourlet-Fleury et Houllier (2000) pour l'accroissement potentiel en diamètre.

$$\left(\frac{dD_i}{dt}\right) = AccrtD_i = \left[a_1.m_1.D_i.\left(Lnk_1 - LnD_i\right)^{\frac{m_1+1}{m_1}}\right] \quad (1.37)$$

avec

$\left(\frac{dD_i}{dt}\right)$: Accroissement courant en diamètre d'une tige de la classe de diamètre i

D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i

k_1 : Paramètre d'asymptote

a_1 : Taux de croissance

m_1 : Paramètre de forme

C'est le modèle d'accroissement potentiel en diamètre que nous allons estimer par la suite.

V.3 Proposition des fonctions de réducteur pour l'accroissement potentiel en hauteur et en diamètre de l'arbre

Le réducteur est une fonction qui explique la concurrence subie par arbres. La concurrence au sein du peuplement peut s'exprimer par la concurrence générale pour toutes les ressources (densité du peuplement) et le statut de l'arbre dans la hiérarchie d'exploitation des ressources.

La densité du peuplement peut s'exprimer par un indice adapté de densité (indépendant de l'âge et de la station et applicable, quelle que soit la structure forestière). A défaut de ce type d'indice, l'application de l'indice de densité relative de Reineke par la méthode d'addition, permet de donner une première estimation de la densité du peuplement.

La surface terrière des arbres plus gros que l'arbre sujet ("*Basal area of larger tree*"; BAL), ont été très souvent utilisé comme l'indice de statut social applicable dans toutes structures forestières. Cependant, il semble que cet indice tient compte également la densité du peuplement. Afin d'avoir un indice de statut social indépendant de la densité du peuplement et compris entre 0 et 1, nous l'avons normalisé (par la surface terrière du peuplement) et transformé comme suit :

$$RS = 1 - \left(\frac{BAL}{G} \right) \tag{1.38}$$

avec

RS : Rang social de l'arbre compris entre 0 et 1
BAL : Surface terrière des arbres plus gros que l'arbre sujet
G : Surface terrière totale du peuplement

Il est possible néanmoins de remplacer ces indices par les autres indices, jugés plus performants, sans changer la fonction du réducteur.

Proposition d'une fonction de réducteur pour l'accroissement potentiel en hauteur

Théoriquement, la croissance en hauteur est beaucoup moins sensible à la densité et à la sylviculture du peuplement que la croissance en diamètre. Se refondant sur la littérature, la fonction de réducteur pour la croissance en hauteur doit remplir des conditions différentes qui assurent son bon comportement. Tout d'abord, nous rappelons ces conditions nécessaires :

- La relation entre la densité du peuplement et l'accroissement en hauteur est de type parabolique avec une densité optimale. Ainsi, l'accroissement en hauteur d'un arbre en dehors de la couverture forestière (densité nulle) est toujours inférieur à son accroissement optimal en hauteur (densité optimale).

- La relation entre le statut social et l'accroissement en hauteur est une fonction croissante du type hyperbolique.

- Le réducteur varie en fonction de la densité du peuplement, quel que soit le statut social de l'arbre. Ainsi, la densité affecte non seulement les arbres dominés (statut social faible), mais également les arbres dominants (statut social proche de 1).

Etant donné les conditions présentées, nous avons construit plusieurs modèles dont le plus simple est le suivant :

$$RED = \left[1 - \exp(-b_0.RS)\right] \left[\exp\left[c_0.RDI.\exp(-d_0.RDI)\right] - \left[\exp\left(\frac{c_0}{2{,}7.d_0}\right) - 1 \right] \right] \quad c_0 \leq 1{,}9 \quad d_0 \geq 1 \text{ [26]} \tag{1.39}$$

[26] Pour que la valeur du réducteur soit comprise entre o et 1, deux conditions s'imposent :
- le paramètre d_0 ne peut pas être inférieur à 1

avec :

RED : Fonction de réducteur
RS : Indice de rang social de l'arbre qui prend une valeur comprise entre 0 et 1.
RDI : Indice de densité relative du peuplement qui prend une valeur comprise entre 0 et1.
b_0, c_0 *et* d_0 : Paramètres du réducteur

La fonction de réducteur est le produit de deux équations qui rendent compte respectivement de l'effet du rang social (partie1) de l'arbre et de la densité du peuplement (partie2).

La première partie est une fonction de type hyperbolique qui va de zéro (pour un statut social nul) à 1 (pour un statut social suffisamment grand). La fonction hyperbolique augmente rapidement au début en fonction du statut social de l'arbre, puis tend vers une asymptote de valeur 1. En effet, dépendant de la valeur du paramètre b_0, il y a un seuil de statut social à partir duquel, ce dernier n'affecte pas le réducteur.

La deuxième partie du réducteur est une fonction de type parabolique qui part d'une valeur inférieur à 1, $\left[2-\exp(\frac{c_0}{2{,}7.d_0})\right]$, pour une densité nul, et culmine à 1 pour une densité égale à $\frac{1}{d_0}$, puis descend vers les valeurs inférieures à 1. Dépendant de la valeur du paramètre d_0, la fonction peut présenter un effet dépressif pour les fortes densités[27] ($d_0>1$) ou non ($d_0=1$). En revanche, le paramètre c_0 détermine l'importance de l'effet de la densité sur la croissance en hauteur. Plus le paramètre c_0 est grand, plus l'effet de la densité sur la croissance en hauteur augmente. Pour un paramètre c_0 nul, la densité n'a aucun effet sur la croissance en hauteur.

Malheureusement, la base de données dont on dispose ne fournit pas les données de l'accroissement en hauteur. A défaut des données de l'accroissement, l'expérience danoise d'éclaircie de hêtre, sur une large gamme de sylvicultures, peut permettre de fixer d'une façon plausible les paramètres de la fonction de réducteur. Cette expérience a été obtenue par un dispositif d'éclaircies, à 6 traitements d'éclaircies (de sans éclaircie à éclaircie extrême), réparti sur 11 placettes de 15 ares chacun, installé en 1938 (Pardé, 1993 et Bastien, 1995). La figure 1.7, présente la croissance en hauteur dominante, mesurée sur les placettes très denses et très claires.

- le paramètre c_0 ne peut pas être supérieur à 1,9.

[27]Par exemple, dans le cas de certaine essence comme pin (Pinus elliottii, Duryea, 1987).

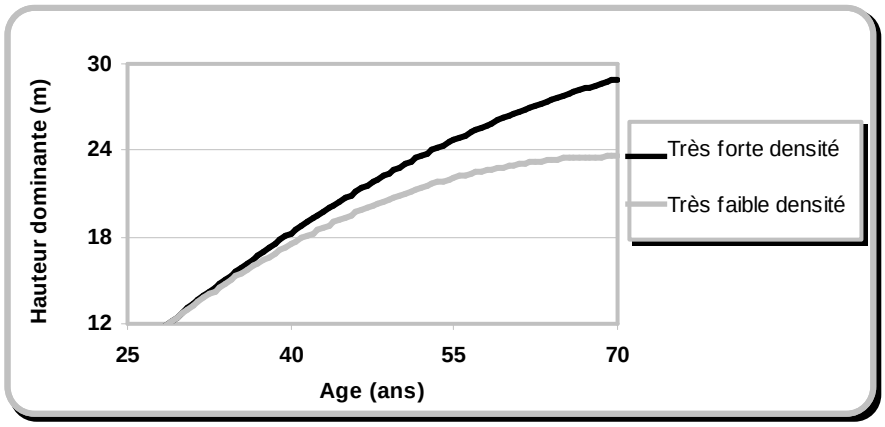

Figure 1.7 Croissance en hauteur dominante des traitements très dense (sans éclaircie) et très clair (éclaircie extrême ; 6 m² de surface terrière), adapté de Bastien, 1995.

Sur la figure 1.7 on constate bien une dépression de la croissance en hauteur aux très faibles densités. En revanche, la dépression de la croissance en hauteur (comme pour certains pins) n'a pas été observée aux très fortes densités. Ainsi, dans le réducteur proposé on peut fixer le paramètre d_0 égal à 1. A partir des données de la croissance en hauteur dominante, on constate que la hauteur dominante au traitement très dense est en moyenne 20 % plus élevé, comparé au traitement très clair. Ainsi, la hausse de densité augmente au maximum de 20 % l'accroissement courant annuel en hauteur, ce qui permet de fixer le paramètre c_0 égal à 0.5. Pour un statut social égal à 1 et en fixant les paramètres c_0=0,5 et d_0=1, la figure, 1.8 présente le comportement du réducteur en fonction de la densité de peuplement.

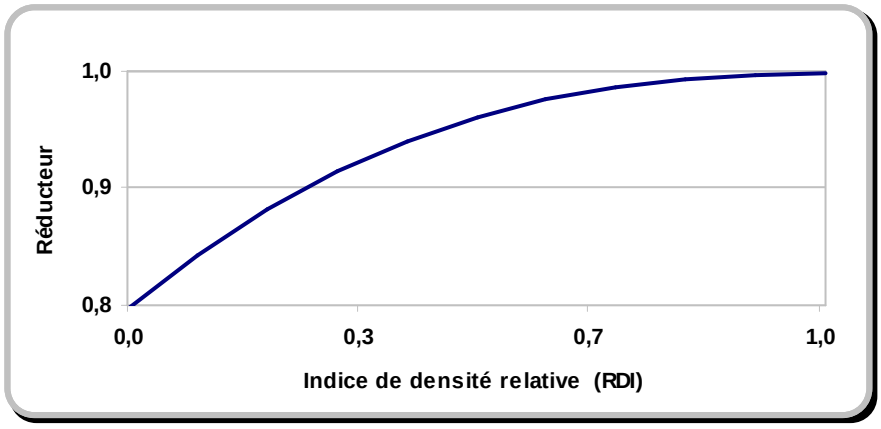

Figure 1.8 Comportement du réducteur d'accroissement en hauteur en fonction de l'indice de densité relative du peuplement

Le réducteur remplit donc les conditions présentées précédemment. Le réducteur n'est pas aussi simple que nous l'aurions désiré mais ceci est relativement simple par rapport aux conditions nécessaires à prendre en compte. A défaut des données sur la croissance en hauteur, la plate-forme de simulation CAPSIS pour le hêtre, peut être utilisée pour déterminer le paramètre b_0 et vérifier le comportement du réducteur. Cependant, comme le modèle d'accroissement en hauteur sous CAPSIS est indépendant de la densité de peuplement, on ne peut pas vérifier le comportement du réducteur via les différents scénarios d'éclaircies. La figure 1.9 présente la croissance en hauteur moyenne d'une hêtraie régulière hyper dense (sans éclaircie) de productivité

9,5 m3/ha/an (R Lundqvist-Matern de 0,34, équivalent à une fertilité de 27,5 à 100 ans) à l'aide de la plate-forme de simulation CAPSIS et du modèle de croissance en hauteur du hêtre (Bontemps et al. 2005, a) avec le réducteur proposé.

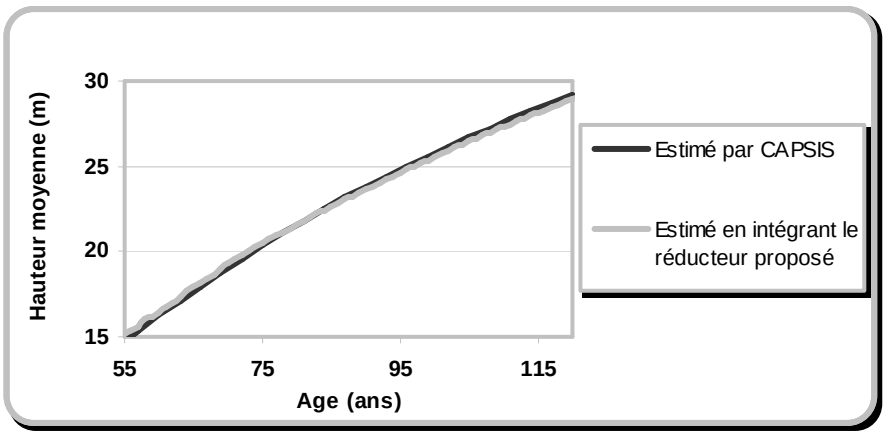

Figure 1.9 : Croissance en hauteur moyenne d'une hêtraie régulière hyper dense (sans éclaircie), de productivité moyenne, simulée à l'aide de la plate-forme CAPSIS et du modèle de croissance en hauteur du hêtre (Bontemps et al. 2005, a) avec le réducteur proposé

Avec un paramètre a_0 égal à 12, on constate un bon ajustement du réducteur proposé avec le résultat d'estimation de la plate-forme CAPSIS.

Proposition d'une fonction de réducteur pour l'accroissement potentiel en diamètre de l'arbre

Théoriquement, la croissance en diamètre est beaucoup plus sensible à la densité et à la sylviculture du peuplement que la croissance en hauteur. D'après la littérature, la fonction de réducteur pour la croissance en diamètre doit remplir certaines conditions assurant le bon comportement du modèle. Tout d'abord, nous rappelons ces conditions nécessaires :

- La relation entre la densité du peuplement et l'accroissement en diamètre est une fonction décroissante de type exponentiel. Ainsi, l'accroissement en diamètre en dehors de la couverture forestière (densité nulle) est toujours supérieur à l'accroissement en diamètre dans le peuplement.

- La relation entre le statut social et l'accroissement en diamètre est une fonction de type hyperbolique.

Les relations accroissement-densité et accroissement-statut social ont été mises en évidence à partir de la base de données présentée dans la section V.1. Dans la figure 1.10, la relation entre la densité et l'accroissement moyen en diamètre pour les trois classes de densité (RDI faible =<0,5, 0,5 < RDI moyen <0,75 et RDI fort > 0,75) est visualisée.

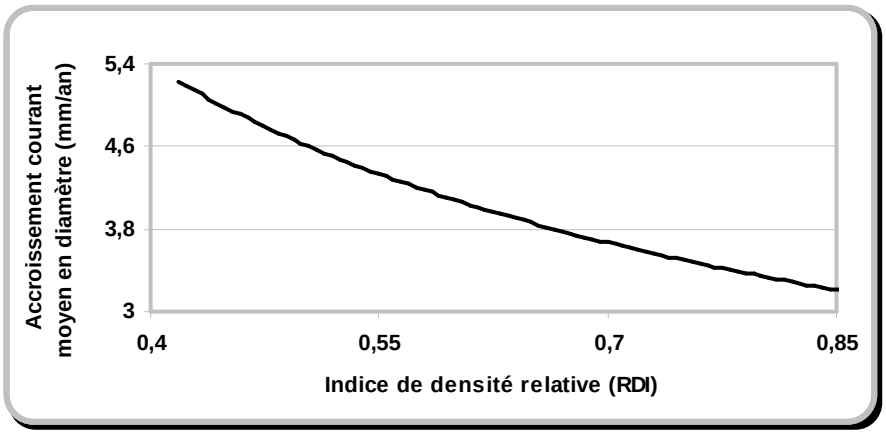

Figure 1.10 : Relation entre accroissement courant moyen en diamètre (mm/an) et indice de densité relative du peuplement (RDI) pour trois classes de densité (RDI faible, RDI moyen et RDI fort)

Dans le graphique de la figure 1.10, on s'aperçoit bien que le passage de la classe de densité faible (avec une densité moyenne de 0,42 et un accroissement moyen de 5 mm/an) à la classe de densité forte (avec une densité moyenne de 0,85 et un accroissement moyen de 3,1 mm/an) s'accompagne d'une réduction de l'accroissement moyen de l'ordre de 40 %.

A partir de la base de données présentée dans la section V.1, la relation accroissement-rang social a été visualisée pour 3 classes de densité (RDI faible =<0,5, 0,5 < RDI moyen <0,75 et RDI fort > 0,75) :

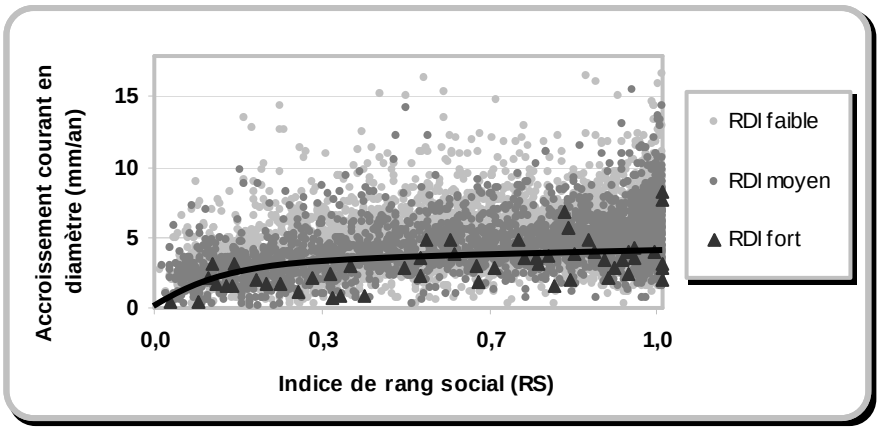

Figure 1.11 : Accroissement courant en diamètre (mm/an) du hêtre en fonction du rang social pour trois classes de densité (faible, moyen et fort)

Sur la figure 1.11, on constate bien que l'effet de statut social est très important pour les arbres dominés dont les rangs sociaux inférieurs à 0,2, puis devient presque nul.

Selon les conditions présentées pour le réducteur (RED), nous avons construit plusieurs modèles dont le plus simple est le suivant :

$$RED = \left[1 - \exp(-b_1.RS)\right].\exp\left(-c_1.RDI\right) \qquad (1.40)$$

avec

RED : Fonction de réducteur
RS : Indice de rang social de l'arbre (compris entre 0 et 1)
RDI : Indice de densité relative (compris entre 0 et1)
b_1, c_1 : Paramètres du modèle

La fonction de réducteur, proposée, est le produit de deux équations qui rendent compte respectivement de l'effet du statut social (partie 1) et de la densité (partie 2). Pour un statut social donné, plus la densité augmente, plus le réducteur se rapproche de sa valeur minimale (0). De même, pour une densité donnée, plus le statut social d'un arbre augmente, plus le réducteur se rapproche de sa valeur maximale (1).

Comme pour l'accroissement en hauteur, la première partie du réducteur est une fonction de type hyperbolique qui va de zéro (pour un statut social nul) à 1 (pour un statut social suffisamment grand). En revanche, la deuxième partie du réducteur est une fonction de type exponentiel qui part de 1 pour une densité nulle et diminue ensuite en fonction de la densité. Le paramètre c_1 détermine l'intensité de l'effet de la densité sur le réducteur.

Pour un statut social égal à 0.5 et un paramètre c_1 égal à 1, le graphique de la figure 1.12 présente le comportement du réducteur en fonction de l'indice de densité relative du peuplement.

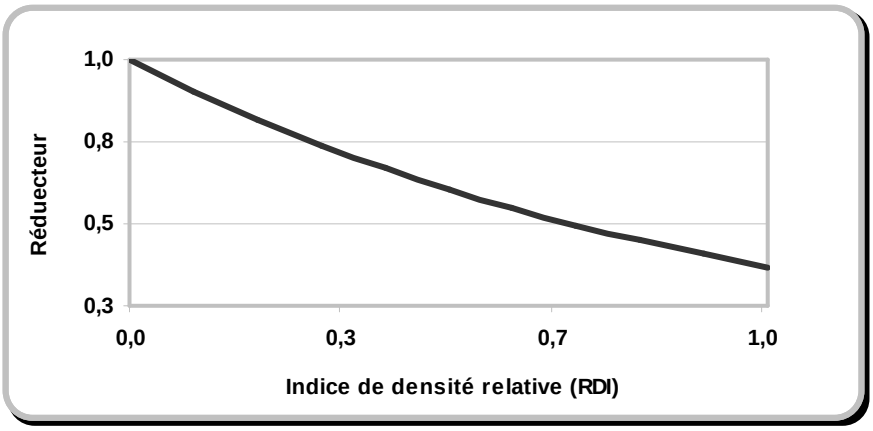

Figure 1.12 : Comportement du réducteur d'accroissement en diamètre en fonction de l'indice de densité du peuplement

La figure 1.12 montre que pour une densité locale nulle, la croissance en diamètre n'est pas réduite. Ceci est conforme au fait que la croissance en diamètre d'un arbre, en dehors de la couverture forestière, peut être considérée comme la croissance potentielle en diamètre.

Pour une densité relative de 0,5 et un paramètre b_1 égal à 15, la figure 1.13 présente le comportement du réducteur en fonction de l'indice de rang social de l'arbre.

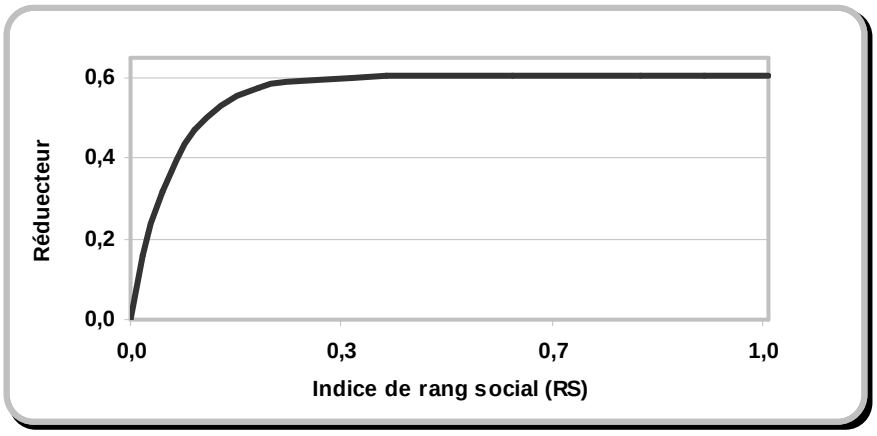

Figure 1.13: Comportement du réducteur d'accroissement en diamètre en fonction de l'indice de rang social de l'arbre

Dans la figure 1.13, comme dans le nuage de points des données (figure 1.11), on constate de nouveau un seuil de rang social de 0,2 en dessus duquel le rang social de l'arbre n'affecte plus l'accroissement de l'arbre. Ainsi, le réducteur proposé présente une allure plausible au regard des données réelles.

V.4 Intégration de la productivité, de l'irrégularité et de l'effet des cycles d'inventaire

Productivité

La recherche d'une relation station-production universelle, nous a amené à utiliser un indice de productivité ($\overline{P}_n$), exprimé en volume par hectare, pour un diamètre de référence, n. Sous l'hypothèse de monomorphisme des courbes d'accroissement, l'indice de productivité peut être spécifié par une fonction exponentielle (Schröder et al. 2002) ou linéaire et sous une forme multiplicative de l'accroissement en diamètre comme de l'accroissement en hauteur. L'intérêt de la fonction exponentielle réside dans le fait qu'elle lève le problème d'estimation du modèle lié à la forte corrélation entre la productivité et les paramètres d'accroissement potentiel.

Irrégularité

L'irrégularité du peuplement peut être mesurée par la moyenne arithmétique des indices d'irrégularité en essence, en diamètre et en hauteur, calculés selon la formule de Shannon (Irreg). Cependant, il est utile d'avoir un indice complémentaire qui explique la diversité par rapport à une essence principale. Par exemple, la proportion (en surface terrière) du hêtre (ou l'indice de pureté du peuplement en hêtre) explique la place du hêtre par rapport aux autres essences alors que l'indice d'irrégularité en essences, élucide la diversité, toutes essences confondues. L'indice de pureté du peuplement peut hêtre important, surtout pour estimer le modèle d'accroissement d'une essence donnée (Blab et al. 2000 et Sterba et al. 2002), ce qui est le plus souvent le cas. Comme pour la productivité, nous avons spécifié ces deux variables par une fonction exponentielle et sous une forme multiplicative de l'accroissement en diamètre.

Cycles d'inventaire

Nous disposons d'un échantillon de plusieurs observations sur plusieurs années (données de panel). Les modèles à estimer (accroissement en diamètre et recrutement) sont par construction non linéaires. Or, les logiciels statistiques les plus connus tels que SAS et GAUSS n'offrent pas de procédures permettant d'appliquer les méthodes des données de panel sur les modèles non linéaires. Cependant, même en linéarisant les modèles à estimer, nous ne pouvons pas utiliser des méthodes classiques appliquées aux données de panel pour deux principales raisons :

- d'abord, parce que les individus ne sont pas observés sur le même nombre d'années (Panel non cylindré),

- mais surtout, car les années d'observation ne sont pas les mêmes pour chaque individu (Pseudo-panel).

Dans ce cas-là, on aurait pu utiliser des méthodes telles que décrites dans Baltagi (1995), mais il n'est pas possible de prendre en compte un effet temporel (car les années d'observation sont différentes). Or, l'étude des chocs temporels était justement la plus intéressante. D'autant plus que les logiciels statistiques cités plus haut ne permettent pas non plus de traiter les cas très particuliers qui viennent d'être présentés. Ainsi, nous avons utilisé la méthode d'estimation des moindres carrés non linéaires pour les modèles d'accroissement en diamètre, de recrutement et de mortalité. En revanche, pour intégrer les chocs temporels, les variables binaires, liées au cycle d'inventaire, ont été testées. Le modèle à estimer est donc le suivant (équation 1.41) :

$$\left(\frac{dD_i}{dt}\right) = \left[a_1.m_1.D_i.\left(Lnk_1 - LnD_i\right)^{\frac{m_1+1}{m_1}}\right].\left[1-\exp(-b_1.RS)\right].\exp\begin{pmatrix} -c_1.RDI + d_1.\overline{P}_n + e_1.PH + f_{1.Shannon} \\ + g_1.cyc3 + h_1.cyc2 + i_1.cyc1 \end{pmatrix}$$

V.5 Modèles de recrutement, de mortalité naturelle et accidentelle et de la surface occupée par arbres

Modèle de recrutement

A l'issue de l'aperçu bibliographique de la section précédente (I.4) et des réflexions sur ce type de modèles, le recrutement ou le passage à la futaie, mesuré souvent en diamètre de précomptage de 10 cm, peut dépendre des variables suivantes :

- Nombre de semenciers potentiels
- Densité
- Productivité
- Irrégularité
- Cycles d'inventaire

En effet, le recrutement dépend avant tout du nombre de semenciers. L'effet des autres variables peut être considéré comme modulateur de recrutement, produit par les semenciers. Les variables modulateurs peuvent être spécifiées par une fonction exponentielle et sous une forme multiplicative comme suit[28] (équation 1.42) :

$$Nrecrut = \exp(a_2.RDI + b_2.PH + c_2.\overline{P}_{60} + d_2.Shannon + e_2.cyc1 + f_2.cyc2 + g_2.cyc3) \times (h_2 + i_2.N_T)$$

avec

Nrecrut : Nombre de tiges (hêtre) recruté par an
RDI : Indice de densité relative
PH : Pureté du peuplement en hêtre, mesurée par le rapport entre la surface terrière du hêtre et la surface terrière totale du peuplement
Shannon : Indice combiné de Shannon qui mesure la diversité moyenne en diamètre et en essences
$\overline{P}_n$: Indice de productivité au diamètre de référence 40, 50 ou 60 (n)
Cyc1,2 et 3 : Cycles d'inventaire forestier
N_T : Nombre total de tiges

En effet, le nombre de tiges ayant un diamètre inférieur à 40 et ceux ayant un diamètre supérieur sont très corrélés. Cette corrélation est susceptible de rendre l'une des deux variables non significatives ou de fournir des résultats aberrants. Ainsi nous avons utilisé une seule variable, le nombre total de tiges (N_T).

Une deuxième spécification, communément utilisée dans la littérature, consiste à structurer toutes les variables sous forme linéaire (le modèle hédoniste). On estime par la suite les deux spécifications.

Modèle de mortalité accidentelle

La mortalité selon l'IFN est le volume moyen annuel des bois morts pendant les cinq années qui précèdent l'inventaire. Cette définition sous-estime la mortalité dans le sens où les bois morts sortis de la forêt par l'exploitation sont exclus de la mortalité. En outre, la mortalité au sens de l'IFN n'est pas clairement dissociée de la récolte. Un arbre mort au cours des 5 dernières années précédant le passage de l'IFN est bien enregistré comme mort. Un arbre mort puis coupé moins de 5 ans avant le passage de l'IFN sera enregistré coupé par l'IFN. Ainsi, on voit que la distinction entre mortalité et récolte n'est pas claire. Par ailleurs, la mortalité accidentelle, observée dans les données, montre respectivement des valeurs moyenne et maximale assez faibles de l'ordre de 0,013 m3/ha/an et 0,45 m3/ha/a. Ainsi, il semble que cette mortalité accidentelle ne mérite, a priori pas, d'être distinguée de la mortalité naturelle.

A l'issue de l'aperçu bibliographique de la section précédente (I.4) et de la réflexion sur ce type de modèle, plusieurs variables sont susceptibles d'influer sur la mortalité :

- Classe de diamètre
- Densité
- Productivité
- Irrégularité

La sensibilité de l'arbre notamment de l'essence hêtre, connue comme sensible au vent, augmente avec le diamètre. Cependant, l'effet de la densité n'est pas évident à établir en raison de la corrélation qui existe entre diamètre moyen du peuplement et densité. Cette corrélation est susceptible de rendre l'une des deux variables non significatives ou de fournir des résultats

aberrants. L'effet d'irrégularité du peuplement et la productivité sur la mortalité, semble également intéressant à étudier. Le modèle à estimer est donc le suivant :

$$M = a_3 + b_3.D_i + c_3.PH + d_3.\overline{P}_n + e_3.RDI + f_3.Shannon + g_3.cyc2 + h_3.cyc3 \quad (1.43)$$

Modèle de surface occupée par arbres

A l'issue de l'aperçu bibliographique de la section précédente (I.4) et des réflexions sur ce type de modèles, la surface occupée par arbres peut dépendre, entre autres, de son diamètre à hauteur d'homme, et de sa hauteur ainsi que de la densité du peuplement. A défaut des données sur la hauteur, on a spécifié le modèle en fonction du diamètre et de la densité du peuplement comme suit :

$$A_i = \frac{\alpha}{RDI}.D_i^{\beta} \quad (1.44)$$

avec

A_i : Surface occupée par un arbre de la classe de diamètre i
D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i
RDI : Indice de densité relative
α et β : Paramètres du modèles

Ainsi, plus l'arbre est gros et plus la densité et faible, plus la surface occupée par arbres est grande. Cependant, l'estimation de ce modèle se heurte à une impasse, en raison de l'absence des données sur la surface occupée par les arbres. A défaut de données, une solution est néanmoins envisageable pour réaliser une estimation approximative de la surface occupée par arbres. En effet, selon Long (1985), lorsque l'indice de densité du peuplement (RDI) est supérieure ou égale à 0.35, la surface forestière est complètement occupée par les arbres. En divisant la surface d'un peuplement par le nombre de tiges qu'il comporte, N, on peut obtenir alors une mesure de la surface occupée par l'arbre moyen du peuplement de diamètre Dg. On obtient alors :

$$\overline{A} = \frac{1}{N} = \frac{\alpha}{RDI}.Dg^{\beta} \quad (1.45)$$

Avec un paramètre β égal à 2, on peut démontrer que la relation (1.45) est valable aussi bien à l'échelle de l'arbre moyen qu'à l'échelle individuelle de l'ensemble des arbres du peuplement (voir annexe 1.3). Dans la réalité, le paramètre β est de l'ordre de 1,7. L'équation (1.45) ne fournit donc qu'une approximation de la surface occupée à l'échelle d'un arbre individuel. A défaut de données sur la surface occupée par les arbres, c'est donc l'équation (1.45) qui sera estimée par la suite.

V.6 Estimation des modèles d'accroissement en diamètre, de recrutement, de mortalité et de surface occupée par arbres

Les modèles de l'accroissement en diamètre, de recrutement, de mortalité et de surface occupée par arbres sont estimés à l'aide de la base de données et de la procédure non linéaire du logiciel SAS. L'estimation d'un modèle non linéaire nécessite de définir, au préalable, le modèle, les paramètres et ses valeurs initiales. La procédure non linéaire permet d'ajuster aux données, un modèle non linéaire prédéfini selon la technique des moindres carrés non linéaires pondérés.

Pour ce faire, à partir des dérivées premières et secondes du modèle par rapport aux paramètres, la procédure utilise un algorithme d'optimisation. Par exemple, avec la méthode d'itération de Marquardt, elle calcule d'abord la somme des carrés des résidus et les dérivées partielles du modèle par rapport à tous les paramètres. En considérant ces deux critères, elle entre ensuite dans une phase d'itération jusqu'à ce que les valeurs des paramètres convergent vers ses estimations optimales.

Modèle d'accroissement en diamètre

Le résultat de l'estimation (équation 1.41) est présenté dans le tableau 1.5 (annexe 1.4) :

Tableau 1.5 : Résultat de l'estimation des paramètres du Modèle d'accroissement en diamètre

Paramètre	**Estimation**	**Statistique t-student**	**Signification des paramètres**
a_1	0,0295	6,4693**	Rapidité de convergence du modèle vers l'asymptote
m_1	1,0499	5,4654**	Déterminant du point de l'inflexion du modèle
k_1	502,8	4,5054**	Asymptote du modèle
b_1	42,4979	4,4754**	Effet de statut social de l'arbre
c_1	-1,4884	28,2429**	Effet de la densité
d_1	0,0832	31,7557**	Effet de la productivité de la station
e_1	-0,6238	18,0289**	Effet de la pureté du peuplement en hêtre
g_1	-0,0999	11,5893**	Effet de l'appartenance au troisième cycle d'inventaire

** Significatif à un niveau de 1%

Parmi les variables jugées déterminantes sur l'accroissement en diamètre, seul, l'effet de l'indice combiné de Shannon (moyenne de la diversité en essences et en diamètres) ne ressort pas significativement différent de zéro. Ceci provient de l'agrégation des données. En effet, l'application de cet indice sur les données agrégées des peuplements réguliers et irréguliers n'est pas très pertinente car, plus l'échelle d'agrégation des données est grande, plus la différence de diversité en essences et en diamètres des peuplements réguliers et irréguliers tend à diminuer. Il se peut même qu'à centaine échelle d'agrégation, les peuplements réguliers paraissent plus diversifiés que les peuplements irréguliers. Par exemple, dans la base des données utilisée, agrégée à l'échelle

départementale, l'indice moyen de Shannon (moyenne de la diversité en essences et en diamètres) pour les peuplements réguliers est un peu plus grand (1,9) que celui calculé dans le cas irrégulier (1,63). En revanche, les autres variables sont hautement significatives (à un niveau de 1 %) ayant les signes attendus. Par exemple, le signe négatif de la variable binaire liée au troisième cycle d'inventaire (1989-1999) correspond à la baisse de l'accroissement en diamètre, observée chez le hêtre, dans la période 1990-2000 (Bontemps, 2005, b).

Modèle de recrutement

Le résultat de l'estimation (équation 1.42) est présenté dans le tableau 1.6 (annexe 1.5)

Tableau 1.6 : Résultat de l'estimation des paramètres du modèle de recrutement

Paramètre	Estimation	Statistique t-student	Signification des paramètres
a_2	-4,8759	55,9805**	Effet de la densité
c_2	0,0945	19,7286**	Effet de la productivité
e_2	-0,1426	6,3946**	Effet de l'appartenance au cycle d'inventaire 1
h_2	-4,7421	17,3831**	Constante
i_2	0,22	33,8438**	Effet du nombre de tiges

** Significatif à un niveau de 1%

L'estimation en présence du nombre de tiges ayant un diamètre inférieur à 40 et du nombre de tiges ayant un diamètre supérieur à 40, produit un problème statistique. En effet, quand on intègre séparément ces deux variables, les paramètres correspondants, ressortent très significatifs et positifs. En revanche, en raison de la forte corrélation entre les deux variables, leur présence simultanée produit un paramètre négatif et très faiblement significatif pour le nombre des gros bois. Ainsi, pour éviter ce problème, on a additionné les deux variables sous forme d'une seule variable ; le nombre total de tiges.

Selon le tableau d'estimation, parmi les variables jugées déterminantes sur le recrutement, seuls le nombre total de tiges, la productivité et la variable binaire correspondant au premier cycle d'inventaire, ressortent significatives, ayant les signes prévus. Nous avons également estimé le modèle de recrutement sous forme d'une spécification linéaire. A parité du degré de liberté, la spécification proposée est apparue hautement plus performante en termes d'écart-type résiduel, de R^2 ajusté et de la statistique de Fisher (voir annexe 1.6).

Modèle de mortalité accidentelle

Ce modèle a été estimé à l'aide de la procédure REG (régression multiple) du logiciel SAS. Il y a plusieurs algorithmes de sélection des variables dont on a utilisé l'algorithme de régression pas à pas. Dans une régression pas à pas, les variables sont ajoutées tour à tour dans l'équation de régression jusqu'à ce que l'équation soit satisfaisante. À chaque pas, l'algorithme sélectionne la variable ayant la corrélation partielle la plus élevée avec la variable dépendante. Il calcule ensuite la valeur partielle de la statistique de Fisher pour la variable et cette valeur est comparée à une valeur critique fournie par l'utilisateur (pris en général à un niveau de 5%). Aussitôt que le F partiel pour la prochaine variable à entrer est inférieur à la valeur critique, l'analyse est terminée. Le résultat de l'estimation (équation 1.43) est présenté dans le tableau 1.7.

Tableau 1.7 : Résultat de l'estimation des paramètres du modèle de mortalité accidentelle

Paramètre	Estimation	Statistique t-student	Signification des paramètres
a_3	-0,04982	4,8908**	Constante
b_3	0,00314	8,3217**	Classe de diamètre
c_3	0,07358	4,0886**	Pureté du peuplement en hêtre

** Significatif à un niveau de 1%

Dans le tableau 1.7, on s'aperçoit bien que l'algorithme de régression pas à pas ne laisse que 2 variables significatives à un niveau de 1 % dans le modèle, la productivité de la station et la classe de diamètre des arbres.

Modèle de la surface occupée par arbres

A la différence des autres modèles, ce modèle a été estimé sur l'ensemble des données (toutes essences confondues), ce qui a permis d'estimer un modèle plus performant en termes d'écart-type résiduel, de R^2 ajusté et de la statistique de Fisher. Le résultat de l'estimation (équation 1.45) est présenté dans le tableau 1.8 (annexe 1.7)

Tableau 1.8 : Résultat de l'estimation des paramètres du modèle de la surface occupée par arbres

Paramètre	Estimation	Statistique t-student	Signification des paramètres
α	106,5	1241 ***	Effet de la densité
β	1,6876	2794 ***	Exposant du diamètre

*** Significatif à un niveau de 0.5 %

Les caractéristiques des modèles estimés sont récapitulées dans le tableau 1.9.

Tableau 1.9 : Résultat de l'estimation des modèles d'accroissement en diamètre, de recrutement, de mortalité et de la surface occupée par arbres

Modèle	R^2 ajusté[29]	Statistique de Fisher[30]	Ecart-type résiduel[31]	Degré de liberté
Accroissement	89,9994	522,07	1,6667	7451
Recrutement	65,8018	2535,36	2,7063	7787
Mortalité accidentelle	15,7876	37,12	0,0773	398
Surface occupée par arbres	99,85	13867	0,9015	38534

Dans le tableau 1.9, on voit bien qu'à part le modèle de mortalité accidentelle, les trois autres modèles ont des qualités d'ajustement relativement acceptables en termes de statistiques R^2, F et de l'écart-type résiduel. En revanche, pour le modèle de mortalité, la plupart des variations reste non expliquée. Ceci tient au fait que la variable expliquée, la mortalité, n'est pas bien distinguée de la coupe dans les données de l'IFN. Ainsi, étant donné que la mortalité accidentelle est de faible ampleur (de moyenne de 0,0134 et de maximum de 0,40), et qu'en plus on ne l'explique pas bien (un R^2 de 15 % et écart-type résiduel de presque 6 fois plus grand que la moyenne), elle ne mérite pas d'être distinguée de la mortalité naturelle.

L'observation des statistiques "*t student*" [32] des paramètres des modèles de l'accroissement en diamètre et de recrutement montre bien qu'ils sont, pour la plupart, hautement significatifs, ayant les signes attendus. L'étude des résidus des modèles de l'accroissement en diamètre, de recrutement et de surface occupée par arbres montre également une forme relativement groupée et centrée (notamment pour la surface occupée par arbres, pour lequel on dispose de plus de données) avec une légère hétéroscedasticité associée respectivement à des écarts-types résiduels ("standard error") de 1,67 mm/an et 2,7 tiges/an et 0,9 m²/tige et à des espérances nulles.

[29] La statistique R^2 est le rapport entre la variation expliquée par le modèle et la variation totale de la variable expliquée. Le statistique R^2 ajusté au nombre de paramètre (k) et d'observation (n) se calcule comme suit : $1 - \frac{n-1}{n-k}.(1 - R^2)$

[30] La statistique de Fisher est le rapport entre la variance expliquée du modèle (variabilité du modèle divisé par le nombre de paramètre moins un) et la variance résiduelle (variabilité résiduelle divisée par le degré de liberté du modèle). En effet, elle permet de tester si l'apport du modèle en termes de variance expliquée est significativement différent de zéro.

[31] L'écart-type résiduel est la racine carrée du rapport entre la variance résiduelle (la somme des carrés des résidus) et le degré de liberté du modèle.

[32] La statistique "*t student* " est la racine carrée du rapport entre le paramètre et son écart-type estimé. Elle teste donc si une variable du modèle a un effet significatif sur la variable expliquée. La valeur de "*t student* " correspond à une probabilité d'erreur (seuil de signification) que la variable ou le paramètre en question n'ait aucun effet sur la variation de la variable expliquée. En général, en admettant une probabilité d'erreur inférieure ou égale à 5% et un grand nombre d'observations, la valeur de la statistique t doit être supérieur ou égal à 2.

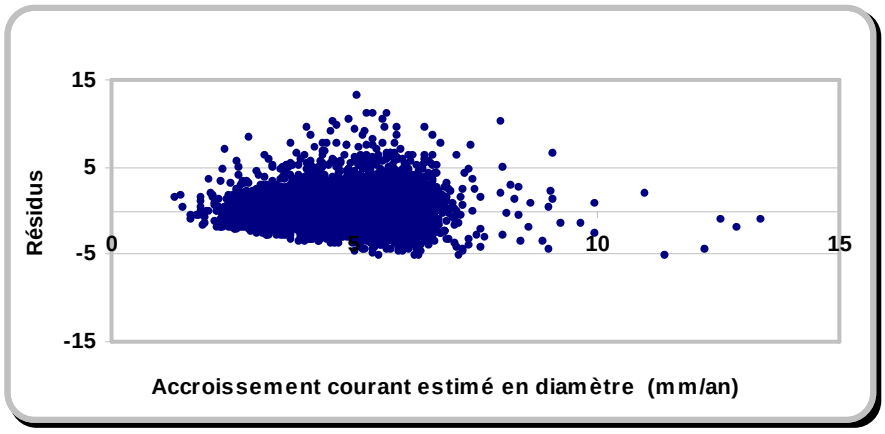

Figure 1.14 : Analyse des résidus du modèle d'accroissement en diamètre

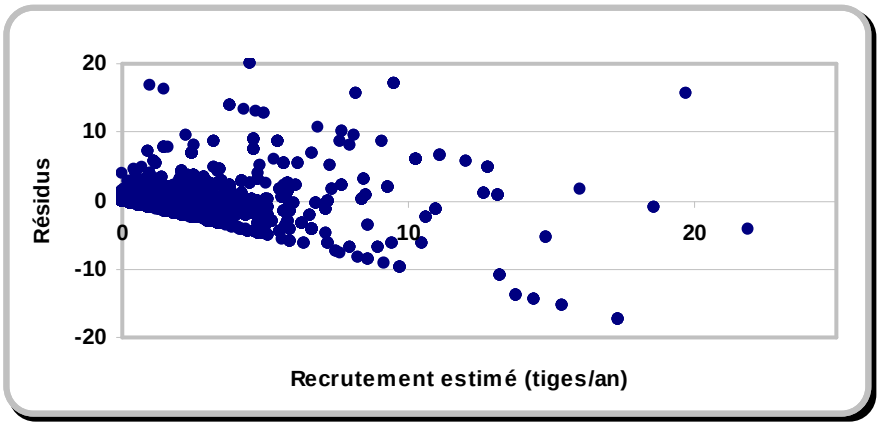

Figure 1.15 : Analyse des résidus du modèle de recrutement

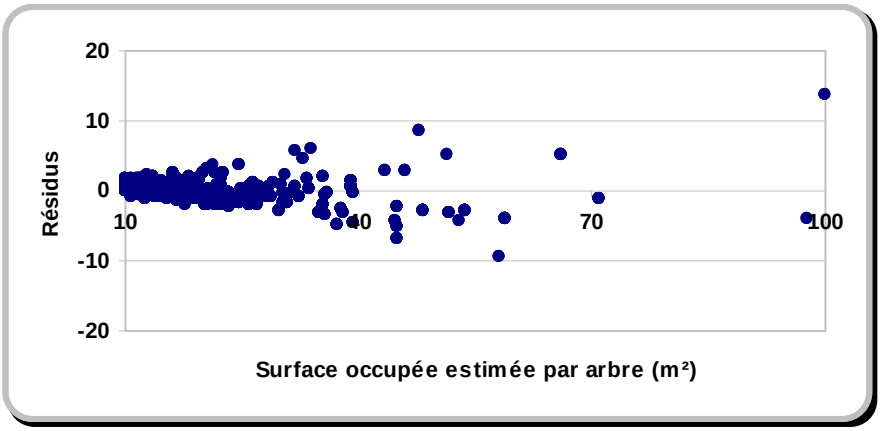

Figure 1.16 : Analyse des résidus du modèle de la surface occupée par arbres

V.7 Illustrations des modèles

Après avoir estimé les modèles de l'accroissement en diamètre, de recrutement et de la surface occupée par arbres, il s'agit maintenant de faire une démonstration de leurs comportements et de leurs aptitudes pour des applications ultérieures.

Modèle d'accroissement en diamètre

Le modèle permet d'estimer l'accroissement courant annuel en diamètre du hêtre en fonction du diamètre initial, de la productivité, du statut social, de la densité et de la pureté du peuplement en hêtre. En raison de la multiplicité des variables explicatives, il est intéressant de visualiser l'accroissement annuel en diamètre (mm/an) sur un graphique en 3 dimensions. Pour ce faire, on a visualisé l'accroissement en diamètre en fonction du diamètre initial, de la productivité et pour trois classes de la densité du peuplement (faible avec RDI=0,25, moyenne avec RDI=0,5 et forte avec RDI=0,75), tout en gardant les autres variables constantes et égales à leurs valeurs moyennes dans la base de données (rang social ; RS=0,65, et pureté du peuplement en hêtre; PH=0,18). Le résultat est présenté dans la figure 1.17.

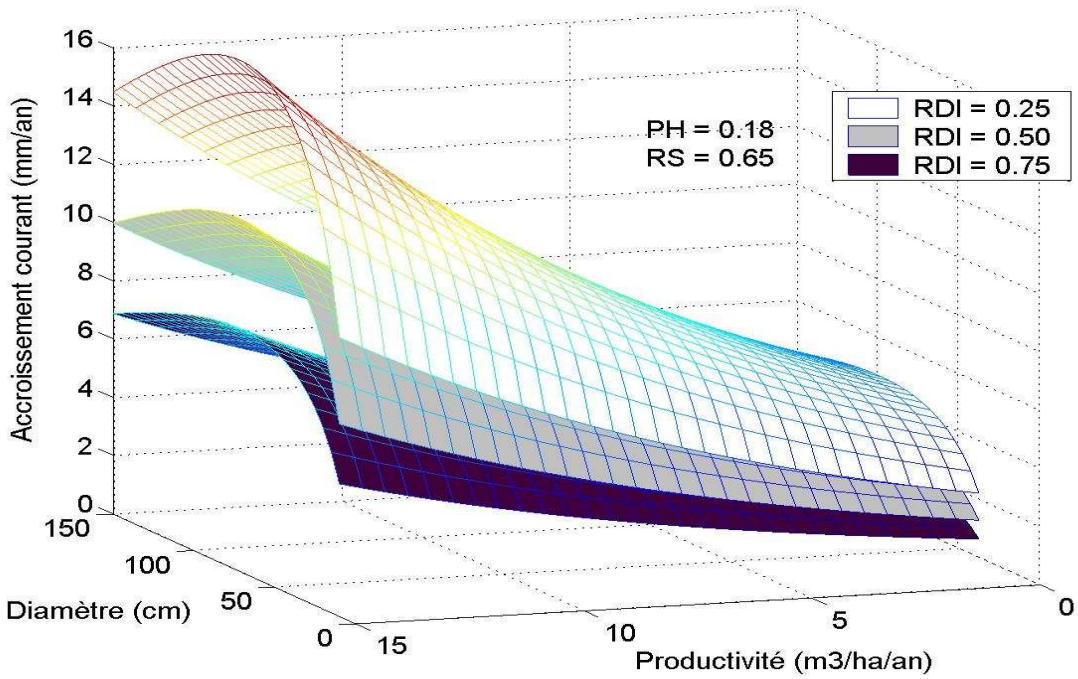

Figure 1.17 : Accroissement courant en diamètre (mm/an) en fonction du diamètre de l'arbre et de la productivité et pour trois classes de densité (RDI) ; faible, moyenne et forte

Dans la figure 1.17, on voit bien que l'accroissement en diamètre présente une allure croissante en fonction de la productivité, une forme parabolique en fonction du diamètre de l'arbre (stade de développement) et une relation décroissante en fonction de la densité du peuplement. De la même façon, nous avons reproduit la surface de l'accroissement en diamètre en fonction du diamètre initial et de la productivité, mais cette fois-ci pour trois niveaux de la pureté du peuplement en hêtre, pureté faible (PH= 25 %), pureté moyenne (PH= 50 %) et pureté forte (PH= 75 %[33]). Le résultat est présenté dans la figure 1.18.

[33] Lorsque la pureté de la hêtraie est égale ou supérieure à 75 %, on peut considérer que le hêtre est l'essence prépondérante du peuplement.

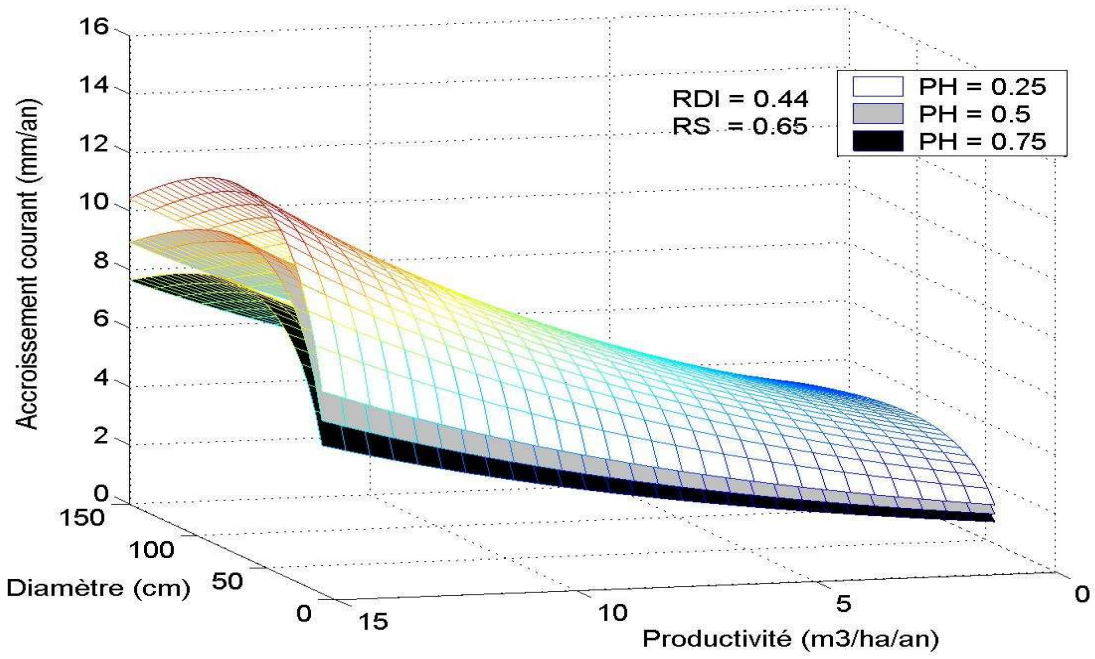

Figure 1.18 : Accroissement courant en diamètre (mm/an) en fonction du diamètre de l'arbre et de la productivité et pour trois niveaux de la pureté du peuplement en hêtre ; faible, moyen et fort.

Comme on le constate sur la figure 1.18, la pureté du peuplement en hêtre influe négativement sur l'accroissement courant en diamètre. Ceci est, entre autres, lié au fait que la hausse de la pureté du peuplement en hêtre est souvent accompagnée d'une baisse de la productivité et une hausse de la densité du peuplement.

En raison de la multiplicité des variables affectant sur l'accroissement en diamètre (productivité, statut social, densité, diamètre, irrégularité, cycle d'inventaire), il est peu lisible de visualiser la correspondance du modèle estimé avec les données utilisées même sur un graphique en trois dimensions. Ainsi, on a visualisé la surface de l'accroissement en diamètre en fonction du diamètre initial et de la productivité pour une densité (RDI) de 0,5, un rang social (RS) de 0,65 et une pureté du peuplement en hêtre (PH) de 18 %. De même, on a pris une couche de données correspondant à une densité (RDI) de 0,5, un rang social (RS) de 0,65 et une proportion du hêtre (PH) de 18 % (±0,01). Nous avons ensuite visualisé la correspondance des données ainsi sélectionnées et la surface de l'accroissement en diamètre estimé (figure, 1.19).

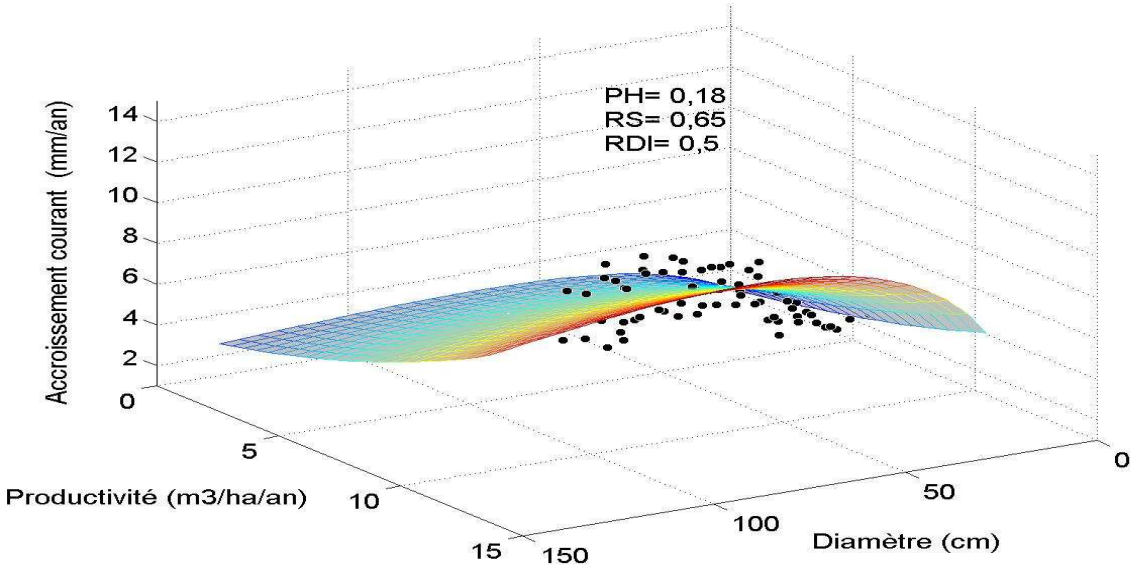

Figure 1.19 : Correspondance de la surface d'accroissement en diamètre (mm/an) estimé en fonction du diamètre de l'arbre et de la productivité avec le nuage de points des données correspondantes (pour un indice de densité relative de 0,5, un indice de pureté du peuplement en hêtre de 0,18 et un indice de rang social de 0,65)

Pour que le nuage de points en bas de la surface de l'accroissement en diamètre soit plus lisible, on a fait une rotation par rapport aux figures (1.17) et (1.18). Sur la figure 1.19, on s'aperçoit bien que la surface de l'accroissement en diamètre corresponde relativement bien au nuage de points. On constate qu'une bonne partie de points se trouve proche de ou sur la surface estimée avec un écart-type moyen de 1,68 mm.

Modèle de recrutement

Le modèle permet d'estimer le recrutement courant annuel du hêtre en fonction de la productivité, de la densité et du nombre de tige du peuplement. La figure 1.20 présente le recrutement en fonction du nombre de tiges et pour deux classes de densité (densité faible avec RDI<0,5 et densité forte avec RDI>0,5).

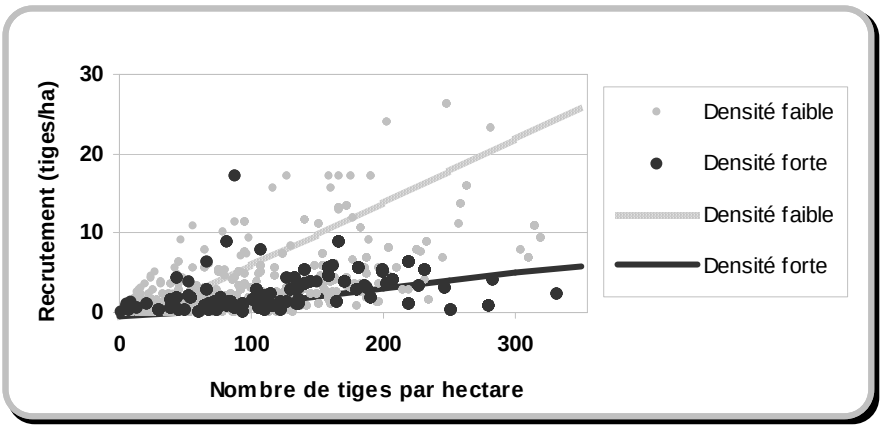

Figure 1.20 : Relation entre le recrutement et le nombre de tiges pour deux classes de densité

Sur la figure 1.20 on constate bien que la droite de recrutement passe par l'origine pour le nombre de tiges égal à zéro. Elle augmente ensuite en fonction du nombre de tiges. On s'aperçoit également d'une forte influence de la densité sur le recrutement. Par exemple, pour un nombre de tiges égal à 150, le recrutement estimé pour la densité faible, est 2,5 fois plus élevé que le recrutement estimé pour la densité moyenne et forte.

Modèle de surface occupée par arbres :

Ce modèle permet d'estimer la surface occupée par arbres en fonction du diamètre et de la densité du peuplement. La figure 1.21 permet de visualiser la relation entre la surface occupée par arbres en m², en fonction du diamètre et selon trois classes de densité, faible, moyenne et forte.

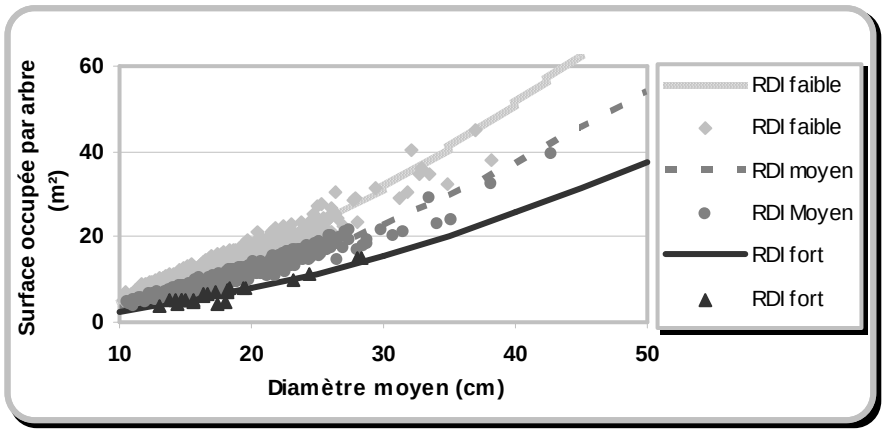

Figure 1.21 : Relation entre la surface occupée par arbre et le diamètre moyen pour trois classes de densité (0,35<=RDI faible =<0,5, 0,5 < RDI moyen < 0,75, RDI fort > 0,75)

Sur la figure 1.21 on constate que les modèles estimés, pour trois classes de densité, s'alignent parfaitement bien sur les nuages de points. On s'aperçoit également une forte influence de la densité sur la surface occupée par arbres. Par exemple, la surface occupée par un arbre passe quasiment du simple au double, lorsqu'on passe de la classe de densité forte à la classe de densité faible.

CONCLUSION

Après avoir étudié les grands types de modèles de croissance, leurs intérêts et leurs limites, un modèle d'arbres indépendant des distances, de type potentiel réducteur, est développé dans le cas du hêtre et à partir des données de toutes structures de l'IFN dans le Nord-Est de la France. Basé sur les données des peuplements de toutes structures, le modèle estimé dans ce chapitre peut être utilisé comme un modèle général de l'accroissement en diamètre du hêtre.

Afin de pouvoir simuler la dynamique des peuplements de toutes structures, outre le modèle estimé de l'accroissement en diamètre (et le Modèle d'accroissement en hauteur, issu de l'analyse bibliographique), un modèle de recrutement courant annuel est estimé à partir des données de peuplements de toutes structures. Le couplage des modèles estimés et utilisés permettra de construire un outil préliminaire et simple de simulation pour les hêtraies de toutes structures.

Afin d'appliquer un modèle de décison à l'échelle de l'arbre, un dernier modèle, la surface occupée par arbres, est également estimée à partir des données de toutes strutures de l'IFN et pour le Nord-Est de France.

CHAPITRE II

MODELISATION DU PRIX DES BOIS SUR PIED

CHAPITRE II

Introduction ---------- **89**

I. Principaux types de modèles de prix ---------- **90**
I.1 En fonction de quoi varie le prix des bois? ---------- 92
I.2 Comment varie le prix des bois en fonction de la dimension ? ---------- 95
I.3 Prix des bois sur pied comme valeur résiduelle ---------- 100
I.4 Prix des bois sur pied en tant qu'intégrateur des déterminants du prix (modèle des prix hédonistes) - 101
I.5 Prix des bois sur pied en tant que prix d'équilibre entre offre et demande ---------- 103
I.6 Prix des bois sur pied en tant qu'intégrateur des processus chronologiques ---------- 105
I.7 Principales conclusions, synthèse et réflexions ---------- 107

II. Proposition d'un modèle de prix ---------- **109**
II.1 Données utilisées ---------- 110
II.2 Effets possibles de la structure et de la sylviculture du peuplement sur le prix des bois sur pied ---- 114
II.2.1 Effets de la structure et de la sylviculture sur la qualité du bois ---------- 114
II.2.2 Effets de la structure et de la sylviculture sur le coût d'exploitation ---------- 125
II.3 Spécification du modèle statique de prix ---------- 127
II.4 Estimation du modèle statique de prix ---------- 131
II.5 Analyse de la dynamique du prix des bois sur pied ---------- 137
II.6 Illustration du modèle statique de prix ---------- 143

Introduction

Les forestiers ont le plus souvent fondé leurs décisions de coupe sur le seul examen des volumes et des grosseurs. Ces derniers jouent mais ne suffisent pas à apprécier la valeur des produits. En effet, le modèle de prix est le point de liaison entre le modèle de croissance et le critère économique à optimiser. De nombreuses études ont souligné une grande sensibilité de l'optimisation de la sylviculture des peuplements forestiers au prix des bois sur pied (Norstrom, 1975, Chang, 1983, Dennis et al. 1985, Lohmander, 1987, Brazee et Mendelsohn, 1988, Haight 1990 b et c, Teeter et Caulified, 1991, Thomson, 1992, Haight, 1993 a et b, Haight et Smith, 1991, Brazee et al. 1999, Knoke et al. 2001, Lu et Gong, 2003 et 2005).

Chang (1983) a étudié l'impact des changements de prix sur l'âge optimal d'exploitation. Il a montré que le résultat n'est pas prévisible d'une manière générale. Cependant, on observe souvent que la hausse du prix des bois sur pied diminue l'âge d'exploitation. Le prix des bois est susceptible d'influencer non seulement l'âge d'exploitation mais aussi la densité du peuplement, le scénario d'éclaircies et la stratégie de production (Maugé, 1969, Peyron et al, 1995). D'où la nécessité, après s'être intéressé à la croissance, de s'occuper des prix. Evidemment, la façon dont on modélise le prix dépend de l'objectif de recherche. Comme pour la modélisation de croissance, l'objectif premier consiste à s'affranchir, autant que faire se peut, de la dichotomie des structures forestières, régulière et irrégulière, en intégrant l'effet des variables liées à la structure et à la sylviculture du peuplement sur le prix des bois sur pied. Il s'agit de construire un modèle de prix, applicable à diverses essences, et adapté à différentes structures. La modélisation du prix des bois consiste, d'une part, à connaître les origines de la variabilité et, d'autre part, à faire le lien entre celles-ci et le prix. La modélisation du prix repose donc sur les deux questions suivantes :

- Comment et en fonction de quoi varie le prix des bois ?
- Comment modéliser le prix des bois ? (Quelle méthode utiliser ?)

Ce chapitre s'organise en deux sections. La première section consiste à analyser la littérature, et à voir comment elle se place par rapport à ces deux questions. Les solutions proposées dans la littérature, d'une part, et les lacunes, d'autre part, seront mises en évidence. La revue bibliographique sera suivie d'une synthèse et des conclusions vis-à-vis de l'objectif de cette étude. La seconde section consiste à proposer un modèle du prix des bois sur pied adapté à différentes structures. Il sera ensuite appliqué dans le cas du hêtre dans la région Lorraine.

I. Principaux types de modèles de prix

Depuis longtemps, notamment à partir des années 1950, dans une large gamme d'objectifs et de situations, divers types de modèles de prix ont été développés. Ils ont mis en évidence un grand nombre de variables statiques et dynamiques susceptibles d'influencer le prix des bois sur pied. Pour les modèles statiques basés sur les données d'une année donnée (série transversale), les variables conjoncturelles ne sont pas utilisées. De même pour les modèles dynamiques basés sur la variation annuelle de prix d'une catégorie de bois (série temporelle), les déterminants statiques sont constants et donc écartés des modèles. Ainsi, dans une revue générale, la modélisation du prix peut donc être classée en modélisation statique et dynamique. On peut distinguer également les modèles mixtes, basés sur les données de panel, pour lesquelles tous les déterminants statiques et dynamiques de prix interviennent dans le modèle. Or, ce type de modèle n'a été que très rarement utilisé du fait du manque de ce type de données, surtout pour le bois sur pied sur une longue période.

De nombreuses méthodes ont été développées pour traiter l'aspect statique du prix des bois sur pied. Si la revue et l'analyse de toutes les techniques utilisées semblent difficile du fait de l'ampleur de la tâche, il est possible de regrouper celles-ci en deux classes : la méthode par l'aval ou méthode classique de la valeur résiduelle et la méthode par l'amont ou des prix hédonistes (Schuster et Niccolucci, 1990).

La première se base sur le prix des produits transformés et sur les coûts d'exploitation et de transformation, considérés comme dépendant des caractéristiques des bois et des situations. Elle explique le comportement des acheteurs qui raisonnent plutôt sur le prix auquel ils espèrent vendre les produits transformés, après avoir dépensé les coûts d'exploitation et de transformation.

Dans le cas de ventes aux enchères, la seconde met l'accent sur le prix que les acheteurs les plus offrants ont payé en fonction des déterminants statiques du prix des bois, dont les caractéristiques du bois et de la coupe. Elle explique plutôt le raisonnement des vendeurs (Schuster et Niccolucci, 1990).

Evidemment, les deux types de modèles sont deux techniques différentes pour estimer la même valeur, une par l'aval et l'autre par l'amont. Le prix est toujours celui issu d'un équilibre instantané de l'offre et de la demande des bois sur pied que l'on explique par ses déterminants (essence, dimension, qualité etc.). Que le modèle soit estimé par l'aval ou par l'amont, de nombreux auteurs s'accordent à penser que la dimension des arbres d'une essence donnée, surtout si celle-ci est résineuse, est un facteur prépondérant dans l'estimation du prix des bois. C'est pourquoi les modèles de prix ont le plus souvent pour objectif d'établir la relation prix-dimension. L'estimation de la relation prix-dimension nécessite évidemment d'intégrer d'autres déterminants du prix des bois sur pied. Cette relation permet de quantifier la valeur des arbres de différentes essences et de différentes classes de diamètre, ce qui est indispensable pour l'économie et la gestion des peuplements forestiers. C'est donc ce type de relation que l'on cherche à établir. Pour ce faire, l'utilité de ces deux types de modèle sera étudiée.

Dans la réalité, le prix des bois est sujet à des variations permanentes. Le prix d'une année donnée n'est donc pas un bon indicateur pour évaluer une récolte qui interviendra dans le futur

(Mitlin, 1988). Pour tenir compte les fluctuations permanentes du prix des bois sur pied dans l'optimisation de la gestion forestière, deux grands types d'approches sont envisageables :

- Première approche (déterministe) consiste à indexer la relation prix-dimension sur le prix moyen à long terme (Mitlin,1988, Whiteman et al. 1991, Rollin, 2003).

- Deuxième approche (stochastique) consiste à intégrer directement les variations stochastiques du prix des bois sur pied dans le modèle de gestion (maximisation de l'espérance du bénéfice actualisé à l'infini). C'est dans ce contexte que la nécessité de modéliser la dynamique du prix des bois s'impose. Pour ce faire, à défaut d'informations sur le prix futur des bois, la prévision de prix repose le plus souvent sur les prix passés plutôt que sur les changements espérés dans les produits finaux et dans les technologies d'exploitation et de transformation des bois (Norstrom, 1975, Chang, 1983, Dennis et al. 1985, Lohmander, 1987, Brazee et Mendelsohn, 1988, Haight 1990 b et c, Teeter et Caulified, 1991, Thomson, 1992, Haight, 1993 a et b, Haight et Smith, 1991, Brazee et al. 1999, Knoke et al. 2001, Lu et Gong, 2003 et 2005).

Pour modéliser la dynamique du prix des bois, de très nombreuses méthodes ont été développées. Les approches le plus souvent utilisées dans la littérature sont : les modèles d'offre et de demande (modèles à variables exogènes) et les modèles linéaires de séries chronologiques univariées (modèles autorégressifs). Basé sur les séries temporelles du prix et des variables exogènes, le premier explique le prix par l'équilibre entre l'offre et la demande des bois. En revanche, le second procède différemment en expliquant la série temporelle par sa corrélation avec ses valeurs passées et des chocs aléatoires (processus chronologiques). Evidemment, les deux types de modèles peuvent expliquer la même série temporelle de prix, l'un par des variables exogènes et l'autre par des processus chronologiques.

Dans cette étude, on se concentre sur une approche déterministe. L'étude de la dynamique du prix des bois sur pied ne correspond donc pas à l'objectif de ce chapitre (qui est de développer une relation prix-dimension en intégrant les variables liées à la structure et à la sylviculture du peuplement). Cependant, on s'intéresse particulièrement à analyser la série temporelle du prix des bois sur pied en France pour vérifier statistiquement si elle suit une quelconque tendance ou variation cyclique (hypothèse de stationnarité). Même pour une approche déterministe, cette analyse est très importante car la relation prix-dimension indexée sur le prix moyen à long terme est pertinente lorsque le prix ne fait l'objet d'aucunes tendance et variations cycliques dans le temps.

Cette section s'organise en sept sous-sections. Dans la première sous-section, les principaux déterminants du prix des bois seront présentés. La deuxième sous-section fera l'objet d'une revue bibliographique sur la relation prix-dimension, qui est souvent le déterminant prépondérant du prix des bois sur pied. Dans les quatre sous-sections qui suivent, les divers types de modèles de prix présentés succinctement ci-dessus seront abordés. Il s'agit, pour mémoire, des modèles statiques et dynamiques de prix : le prix des bois sur pied comme valeur résiduelle, le prix des bois sur pied en tant qu'intégrateur des déterminants du prix (modèles des prix hédonistes), le prix des bois sur pied en tant que prix d'équilibre entre offre et demande et enfin le prix des bois sur pied en tant qu'intégrateur des processus chronologiques. Dans la dernière sous-section, en fonction de l'objectif poursuivi, la synthèse et les réflexions sur ces modèles permettront, d'une part, de rappeler les grandes lignes à prendre en compte dans le modèle à établir en termes de variables et de méthode, et d'autre part, d'en souligner les lacunes à combler.

I.1 En fonction de quoi varie le prix des bois?

Depuis longtemps, notamment à partir des années 1950 (Guttenberg, 1950, Anderson, 1976 a et b, Jackson et McQuillan, 1979, Busby et Grayson, 1981, Aldhous, 1986), la recherche des déterminants du prix des bois sur pied a été l'objet de nombreuses études. Il s'agit d'étudier comment et en fonction de quoi varie le prix des bois. Dans une large gamme d'objectifs et de situations, elles ont mis en évidence un grand nombre de variables susceptibles d'influencer le prix des bois sur pied. Il est donc utile d'en présenter une classification permettant de mieux les connaître. D'une manière générale, on distingue deux grands types de variables, certaines liées à l'offre, et d'autres à la demande des bois sur pied. Par exemple, les caractéristiques de peuplement, des bois, de la coupe et de la station ainsi que le volume de bois mis sur le marché peuvent être classés comme étant liés à l'offre. En revanche, la concentration des industries du bois, la localisation de la coupe et les variations saisonnières ou cycliques de la demande peuvent être classées du côté de la demande. D'une manière plus détaillée, l'analyse bibliographique nous permet de distinguer neuf types de déterminants du prix des bois sur pied :

- La catégorie de bois est une combinaison d'essence et des classes de diamètre et de qualité du bois.

- Le type de peuplement peut correspondre à la structure du peuplement dans laquelle le bois sur pied croît. Elle est susceptible d'influer, entre autres, sur la forme, sur la qualité et sur la vitesse de croissance des arbres. Elle est également en mesure d'influencer le coût d'exploitation via le volume et la densité des coupes.

- La nature de propriété (public ou privé) est également un élément important dans la détermination du prix. Elle résume un ensemble de différences qui peuvent exister entre ces deux types de propriété. Par exemple, l'offre des bois sur pied des forêts privées est souvent plus sensible au prix que l'offre des forêts publiques. En outre, la procédure (mode) de vente, l'adaptation de l'offre à la demande, peuvent différer entre forêts privée et publique.

- Les conditions d'exploitation comprennent toutes les variables qui expliquent la facilité et la difficulté d'exploitation des bois.

- La localisation d'une coupe (lot) est constituée des variables expliquant la station (les conditions de production, notamment la qualité des sols) qui affectent l'offre (la qualité et le volume), d'une part, et la position de la parcelle vis-à-vis de la vidange des bois (proximité d'une route et des industries susceptibles de valoriser les bois) qui influe sur la demande, d'autre part. Par ailleurs, la différence régionale ou entre les pays explique une partie de l'effet de la localisation. Cet effet résulte, entre autres, de la variation régionale de l'aménagement, de l'inventaire forestier, de la capacité et de la concentration industrielle.

- Les caractéristiques de la coupe (lot) comprennent des variables descriptives de la coupe comme les variables binaires liées au type de coupe (susceptible d'influer sur le volume et la densité de la coupe, d'une part, et la qualité des bois, d'autre part), l'ampleur du chantier ou la densité de la coupe (susceptible de créer des économies d'échelle), l'homogénéité du lot (susceptible d'influer sur les acheteurs et donc sur le degré de la concurrence).

- L'état concurrentiel du marché peut être apprécié par le nombre de soumissions ou la concentration des industries du bois, susceptible d'influer sur le pouvoir de marché des acheteurs.

- L'aspect conjoncturel vient de l'équilibre d'offre et de demande qui est en permanence sujet à des changements prévisibles et non prévisibles. Par exemple, il s'agit des changements de disponibilité des différentes catégories de bois et de la capacité future de production des industries correspondantes. Ce qui entraîne des variations de prix d'une année à l'autre.

Les principaux facteurs relevés dans la littérature, jugés comme les plus importants dans la formation et dans la variation du prix des bois sur pied, sont récapitulés dans le tableau 2.1.

Tableau 2.1 : Tableau récapitulatif des principaux déterminants statiques et dynamiques du prix des bois sur pied

Classe de variables	**Variables utilisées**
Catégorie du bois sur pied	Essence
	Qualité (classes de qualité du bois de sciage, Aldhous, 1986, pourcentage du bois de qualité A et B, Brock et al. 1986 et Berck, 1997, qualité moyenne du lot, Levy, 1997)
	Diamètre moyen (Darr, 1973, Busby et Grayson, 1981, Price, 1985), diamètre moyen pour les arbres destinés au sciage (Guttenberg, 1950, Anderson, 1976, Aldhous, 1986), diamètre moyen pondéré par volume des arbres destinés au sciage (McQuillan, 1988)
	Volume de l'arbre moyen ou volume moyen par arbre (Mitlin, 1987,Guo, 1994, Levy, 1997, Calvet, 1998), Volume moyen des arbres destinés au sciage (Anderson, 1976, Huebschmann et al. 2004)
	Produit du diamètre moyen et du volume moyen (Nautiyal, 1982, Nautiyal et al. 1995,a et b)
	Classe de diamètre (Jackson et McQuillan, 1979, Nautiyal, 1982, Bakouma, 2002),
	Volume des bois à pâte et à sciage (Anderson, 1976),
Type de peuplement	Variables binaires : TSF (Taillis sous futaie) et FR (Futaie Régulière) (Levy, 1997)

Classe de variables	Variables utilisées
Nature de la propriété	Variables binaires : forêt publique et privée (Nautiyal et al. 1995,a)
Localisation	Variables binaires : qualité des sols et de la station (Levy, 1997)
	Variables binaires : pays et région (Bare et L.Smith, 1999, Anderson, 1976, Mitlin, 1987)
	Distance de transport (Aldhous, 1986, Brock, 1986, McQuillan, 1988, Nautiyal et al. 1995,b)
Conditions d'exploitation	Degré de la pente, classe d'humidité et de rugosité des sols (Levy, 1997), classes d'accès (Nautiyal et al, 1995,a), distance de débusquage (Guttenberg, 1950)
Caractéristique de la coupe	Variables binaires : coupe partielle ou totale (Whiteman, 1991, Levy, 1997)
	Ampleur du chantier : la surface (Anderson, 1976, Mitlin, 1987), le volume du lot (Guttenberg, 1950, Anderson, 1976, Nautiyal et al, 1995 a, et Berck, 1997), la densité du prélèvement (Guttenberg, 1950, Anderson, 1976, McQuillan, 1988, Nautiyal et al, 1995, a)
	Homogénéité du lot par classes de qualité : variance de la qualité du lot (Cavaignac et al. 2005)
	Homogénéité du lot par produit : proportion du volume du bois de sciage (Anderson, 1976 , McQuillan, 1988 et Huebschmann et al, 2004), proportion du volume du bois de pâte (Huebschmann et al, 2004), proportion du volume des feuillus (Guttenberg, 1950).
	Homogénéité du lot par essence (l'indice de Herfindahl), Préget et Waelbroeck[34]

[34] Préget, R. and Waelbroeck, P. Timber appraisal from French public auctions: How to set the reserve price when there are unsold lots?
http://gemini.econ.umd.edu/cgi-bin/conference/download.cgi?db_name=IIOC2006&paper_id=549

Classe de variables	Variables utilisées
Procédure de vente (mode de vente)	Caractéristiques de l'adjudication : choix de prix de réserve ou de retrait[35] (Carter et al, 1998), soumission orale ou écrite (Schuster et Niccolucci, 1994).
Concurrence	Nombre de soumissions (Guttenberg, 1950, Anderson, 1976 a et b, Préget et Waelbroeck, 2006), concentration des industries du bois (Heshmatol Vaezin, 2003)
Conjoncture	Année de vente (Anderson, 1976, Mitlin, 1987, Holmes et al. 1990, Nautiyal et al. 1995, b), La tendance de la demande (Brock, 1986) et des cycles économiques (Nautiyal et al. 1995 b), prix du bois sur pied de l'année t-1 (Teeter et Caulfield, 1991, Brazee et al. 1999, Rollin, 2003), chocs aléatoires gaussiens de moyenne nulle et d'écarte-type constant (Brazee et Mendelsohn, 1988, Haight, 1990 a, b et c, Haight et Smith, 1991), paramètres économiques comme le taux d'intérêt et coût de régénération (Chang, 1983), prix de charpente (Guttenberg, 1950, Brock, 1986, Huebschmann et al, 2004), taux de change (Nadeau, 1995), prix des matières premières, coût de main d'œuvre et prix de l'énergie comme électricité (Buongiorno et Gillesse, 1980, Brock, 1986). paramètres politiques et sociaux comme les élections provinciales, la loi sur la forêt et le crédit forestier et la loi des marchés agricoles (Nadeau, 1995).

Il semble enfin important de souligner que les déterminants statiques du prix et leurs importances relatives sont susceptibles d'être différents selon le temps, le pays, la région, le groupe d'essences et la catégorie de dimension. En effet, ils dépendent de l'environnement écologique et économique dans lequel s'inscrit la vente des bois sur pied. Par exemple, la facilité d'accès peut être un facteur déterminant de prix en montagne, alors que ceci ne l'est pas pour autant en plaine. Il en est de même pour la gamme de qualité qui est plus importante et plus variable pour les feuillus que pour les résineux. Ainsi, malgré le nombre important des déterminants statiques de prix, la plus grande part de la variation de prix s'explique souvent par un petit nombre de variables. En effet, certaines variables comme la catégorie du bois (essence, dimension, qualité), la localité et les caractéristiques de coupes semblent présenter souvent une variabilité et un rôle important dans la formation de prix. Or, parmi ces variables, la qualité du bois, la localisation des coupes (la distance de transport, de débardage et de débusquage), ne sont pas, ou très grossièrement, fournies dans les données de vente. En revanche, d'autres groupes de variables comme le diamètre moyen de la coupe et les principales caractéristiques de coupes sont disponibles dans les données de vente.

I.2 Comment varie le prix des bois en fonction de la dimension ?

La dimension des arbres d'une essence donnée, surtout si celle-ci est résineuse, est un facteur prépondérant dans l'estimation du prix des bois sur pied. L'estimation de la relation prix-

[35] Le prix en dessus duquel le lot est retiré de la vente.

dimension par l'approche des prix hédonistes ou l'approche de la valeur résiduelle, consiste le plus souvent à ajuster un modèle prédéfini à des données. Ainsi, il est nécessaire de présenter d'abord un aperçu bibliographique sur les propriétés mathématiques de la relation prix-dimension. La valeur résiduelle est une approche permettant de présumer la forme mathématique de cette relation. Selon cette approche, le prix des bois sur pied reflète la différence entre la valeur des produits qui peuvent être fabriqués à partir de ce bois et les coûts d'exploitation et de production. Raisonnant selon cette approche, la relation prix-dimension résume la variation de la valeur de l'ensemble des produits fabriqués à partir des bois sur pied et des coûts en fonction de la dimension moyenne (e.g. diamètre moyen) du lot ou de l'arbre. Par conséquent, la forme de cette relation résulte des trois relations suivantes :

- Relation entre le diamètre et l'usage du bois
- Relation entre le diamètre et le coût d'exploitation
- Relation entre le diamètre et le coût de production

Avant de présenter ces trois relations, il est utile de rappeler que la dimension dans la relation prix-dimension, a été souvent mesurée par le diamètre ou le volume. Cependant, le premier facteur qui détermine l'usage du bois est le diamètre (Peyron, 1998) qui correspond évidemment à un volume. Or, pour un arbre d'un volume donné, selon le type de peuplement, on peut avoir une gamme de diamètres acceptables ou non pour un usage donné. Le diamètre semble alors plus pertinent que le volume, surtout pour les arbres venant de différents types de peuplement. Ce genre de raisonnement nous amène à utiliser le diamètre au lieu du volume dans la relation prix-dimension.

Relation entre le diamètre et l'usage du bois

La variation du prix des bois en fonction du diamètre peut être attribuée en grande partie aux industries qui les valorisent. En effet, les exigences des industries sur la qualité, sur le diamètre et sur l'essence entraînent une classification des bois sur pied (catégorie de bois) selon leur meilleur usage (trituration, sciage, tranchage etc.). Par exemple, dans l'ordre croissant en valeur, on peut distinguer trois grands usages du bois : trituration, sciage, déroulage et tranchage. Pour une essence et une qualité donnée, l'usage et donc le prix du bois est déterminé par le diamètre de l'arbre. Dans la pratique, le seuil de diamètre qui se distingue le plus, correspond au passage du bois de trituration (destiné à la pâte à papier et à la fabrication des panneaux en bois reconstitué) au bois d'œuvre (destiné au sciage et au tranchage etc.). Par exemple, selon l'Office National des Forêts (2005), le prix moyen national du hêtre de diamètre compris entre 30 à 35 cm (13,9 euros/m^3) est 2 fois plus élevé que celui du hêtre de diamètre inférieur à 25 cm (6,7 euros/m^3).

L'effet du diamètre sur l'usage et donc sur le prix de bois ne se résume pas à l'effet de seuil. La hausse du diamètre moyen du lot (de coupe) ou diamètre de l'arbre est souvent accompagnée d'une augmentation de la part relative des catégories plus précieuses du bois (bois d'œuvre : sciage et tranchage) par rapport à celle du bois de trituration (Nautiyal, 1982). Ainsi, le prix au mètre cube du lot ou de l'arbre augmente avec le diamètre. En revanche, pour les feuillus de diamètre compris entre 12,5 et 25 cm, il est souvent possible de ne produire que du bois de trituration. En plus, l'effet de l'essence et de la qualité est nettement moins important pour les bois de trituration que pour les bois d'œuvre (Caulfield et al. 1991). Ainsi, le prix au mètre cube du bois de trituration reste souvent constant, quel que soit le diamètre et la qualité du bois. En effet, le prix du bois de trituration dépend souvent de la densité du bois (corrélée à des groupes d'essences comme feuillus et résineux).

Par ailleurs, plus les capacités, les possibilités et les technologies industrielles sont développées, plus les usages de bois sont diversifiés, plus la demande des bois est importante et donc plus l'utilisation du bois est valorisante. Par exemple, depuis la fin des années 1960, la nouvelle technologie de sciage des petits bois résineux (technologie du canter ou "Small Log Technology") a introduit une nouvelle catégorie du bois appelée plaquette et sciage ("Chip-N-Saw") ou petits bois de sciage. Cette technologie a permis donc de valoriser par le sciage, des petits bois d'un diamètre de 20 à 30 cm qui n'avaient auparavant d'autres débouchés que la trituration ou le chauffage (Badré, 1984). En revanche, en l'absence d'une technologie équivalente pour les feuillus, les bois feuillus d'un diamètre de 20 à 25 cm peuvent être encore classés comme des bois de trituration.

Relation entre le diamètre et le coût d'exploitation

Le coût d'exploitation (abattage et débardage) des bois sur pied dépend, entre autres, des conditions de terrain, de la structure du peuplement, de la densité et du diamètre moyen du lot et du système d'exploitation. Pour un système d'exploitation donné, le coût moyen d'exploitation diminue d'une façon exponentielle en fonction du diamètre des arbres (Aldhous, 1986, Cubbage et al. 1989). Cette allure peut être, entre autres, liée à la hausse de la productivité d'exploitation des bois (e.g. hausse du volume exploité par unité de temps et de surface) en fonction du diamètre moyen du lot. Cependant, à partir d'un certain seuil, la hausse du diamètre ne diminue plus le coût moyen d'exploitation. L'effet du diamètre sur le coût moyen d'exploitation, influe donc sur la forme de la courbe prix-dimension dans son ensemble et notamment dans son extrémité supérieure où le prix rejoint son asymptote horizontale ou décroît (Whiteman et al. 1991). Pour les petits arbres, le coût d'exploitation représente une grande partie du prix des produits dérivés comme la pâte à papier alors que c'est plutôt l'inverse pour les gros bois. Par conséquent, l'effet du coût d'exploitation sur le prix est également déterminant pour l'extrémité inférieure de la courbe prix-dimension où la valeur résiduelle du bois est faible, nulle ou même négative.

Relation entre le diamètre et le coût de production

Le bois est un facteur hétérogène de production. Alors, la production du produit i (q_i) dépend des différentes caractéristiques du bois (v_j) dont sa dimension.

$$q_i = f(v_1 .... v_j .... v_n) \qquad (2.1)$$

avec

q_i : Quantité de la production du produit i
v_j : Caractéristique j du facteur de production (bois)

Par exemple, dans une scierie, la production de sciage à partir des bois utilisés dépend essentiellement du diamètre, de la qualité, de l'essence et du volume des bois de sciage. L'effet du diamètre sur la production se calcule souvent par le rendement de production. Le rendement de production est en général le rapport entre la quantité de produit et la quantité de facteur de production utilisée. Par exemple, la relation entre le rendement du sciage et le diamètre des grumes est souvent de forme hyperbolique (Steele, 1984). La figure 2.1 présente la relation entre le rendement du sciage des petits bois résineux en fonction du diamètre.

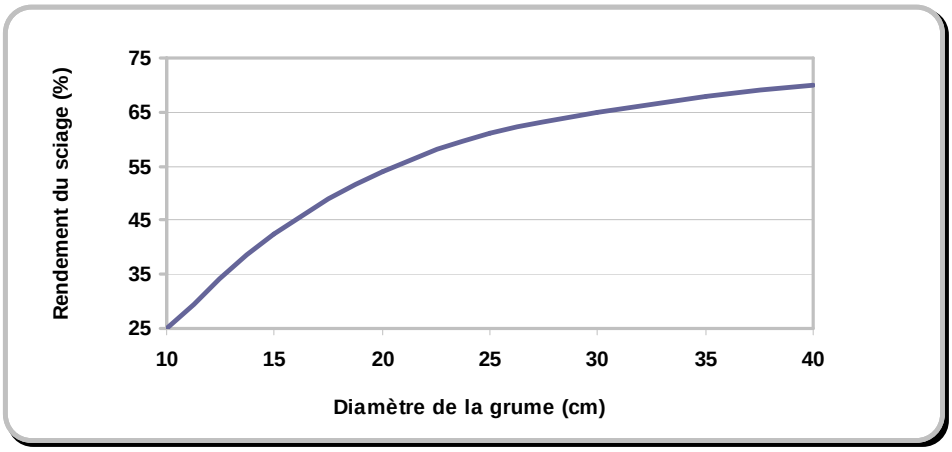

Figure 2.1 : Relation entre le rendement du sciage des petits bois résineux et le diamètre de la grume (adapté de Dramm[36])

La relation croissante entre le rendement du sciage et le diamètre de la grume est due à la baisse de pertes au sciage. En outre, notamment pour le sciage, l'augmentation de la qualité, appréciée par le diamètre, permet de fabriquer des sciages de dimensions, de qualités et donc de prix plus élevés (Nautiyal, 1982, Whiteman et al. 1991).

L'effet du diamètre sur le rendement dépend essentiellement de la fonction de production. Par exemple, pour le bois de trituration, destiné à la production de plaquettes pour les industries de panneaux de particules et de fibre, le rendement de production n'est guère dépendant du diamètre du bois. En revanche, pour le bois d'œuvre, la hausse du diamètre entraîne une hausse du rendement, une baisse du coût moyen de production, une hausse éventuelle de la valeur des produits et donc une hausse du prix du bois sur pied. Cependant, selon la figure 2.1, à partir d'un certain seuil de diamètre, la hausse du diamètre n'augmente plus le rendement de production. La relation diamètre-rendement influe donc sur la forme de la courbe prix-dimension dans son ensemble comme dans son extrémité supérieure où le prix reste constant, quel que soit le diamètre.

Une fois arrivé à l'asymptote, le prix peut même baisser car les bois de diamètre élevé sont aujourd'hui moins demandés (Aldhous, 1983, Mitlin, 1987, Haaz, 2003). En effet, ils cachent souvent de gros défauts (e.g. cœur rouge dans le cas du hêtre) accompagnés d'une hétérogénéité importante dans le bois. Ils peuvent être également au-dessus du seuil optimal de diamètre pour avoir le meilleur rendement du sciage, surtout pour les scieries axées sur les petits bois et les bois moyens. Cependant, la baisse de prix depuis l'asymptote est très rarement prouvée en France par les données empiriques. En revanche, la baisse de prix depuis l'asymptote est vérifiée pour deux essences (hêtre et épicéa[37]) en Belgique. En effet, les gros hêtres s'altèrent (cœur rouge) tandis que les gros épicéas ne sont pas adaptés au sciage standard développé en Belgique. L'analyse des prix montre clairement un passage par un prix au mètre cube maximum. Cependant, la baisse de prix depuis l'asymptote n'est plus exclusivement imputée au diamètre mais à la corrélation avec la structure de la demande, à la qualité du bois ou à l'essence (e.g. hêtre). Alors, la baisse de prix

[36] Dramm, J.R, Small log Sawmilling, USDA Forest service, state & private forestry, Madison, Wisconsin, http://www.forestprod.org/smallwood02_dramm.pdf

[37] Ceci n'est pas observé chez le chêne.

depuis l'asymptote doit être expliquée par l'intégration des autres variables (e.g. qualité et essence) que le diamètre.

En résumé, le prix du bois sur pied est une valeur résiduelle du prix des produits dérivés du bois, en soustrayant le coût de production et le coût d'exploitation. La forme de la relation du prix en fonction du diamètre est donc en premier lieu déterminée par les produits dérivés, puis par les coûts d'exploitation et de production. Dans le cas des feuillus, le prix des arbres (ou des lots) de diamètre inférieur ou égal à 25 cm (petits bois) est souvent constant, quel que soit le diamètre (Nautiyal, 1982, Caulfield et al. 19991 et 1992). En revanche, le prix des arbres (ou des lots) de diamètre supérieur à 25 cm (bois moyen et gros bois) présente le plus souvent une allure hyperbolique en fonction du diamètre (Darr, 1973, Busby et Grayson, 1981, Price, 1985, Stumbles, 1985, Mitlin, 1987, Aldhous, 1983 et 1986 et Whiteman et al., 1991, Calvet, 1998). En négligeant la partie constante de la relation prix-dimension, celle-ci est souvent considérée d'une forme hyperbolique. Le taux de croissance du prix diminue donc progressivement avec la hausse du diamètre et devient nul à l'asymptote horizontale. Cependant, peu d'études ont intégré la partie constante du modèle prix-dimension (Nautiyal, 1982, Caulfield et al. 19991 et 1992).

De nombreux modèles à deux ou trois paramètres ont été proposés pour la forme hyperbolique. On cite les trois modèles suivants :

Modèle le plus simple à deux paramètres (Price, 1985) :

$$PU_i = p_{\max}.\left(\frac{D_i - dm}{D_i}\right) \tag{2.2}$$

Modèle monomoléculaire (ou de Mitscherlich) à trois paramètres (Calvet, 1998) :

$$PU_i = P_{\max}.[1 - \exp[-a.(D_i - dm)]] \tag{2.3}$$

Modèle logistique ou de Verhulst à trois paramètres (Calvet, 1998) :

$$PU_i = \frac{p_{\max}}{1 + \exp[-a.(D_i - dm)]} \tag{2.4}$$

avec :

PU_i : Prix au mètre cube d'une tige de la classe de diamètre i
p_{max} : Prix maximal (asymptote)
D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i
dm : Diamètre marginal pour lequel le prix des bois sur pied est égal à zéro.
a : Rapidité avec laquelle PU_i tend vers P_{max}

Le modèle le plus simple ne donne en général pas un bon ajustement car il manque un paramètre (a) pour expliquer la rapidité avec laquelle la courbe tend vers l'asymptote. En revanche, les deux autres modèles ont le même nombre et le même type de paramètres. Calvet (1998) a comparé la qualité d'ajustement de ces deux modèles sur les données de prix du pin maritime dans les Landes de Gascogne. Selon lui, comparé au modèle logistique, le modèle de Mitscherlich s'ajuste mieux aux données de prix-dimension.

Cependant, comme l'étendue des données ne comprend le plus souvent pas la partie supérieure de la courbe prix-dimension (où la courbe rejoint son asymptote horizontale), le modèle hyperbolique reste souvent difficile à estimer (Mitlin, 1987, Whiteman, 1991). En l'occurrence, il est fort probable que le processus non linéaire échoue à converger[38]. Ainsi, certains auteurs ont utilisé les formes puissance et semi-logarithmiques pour la courbe prix-dimension (Jackson et Mc Quillan, 1979, Mitlin, 1987, Whiteman, 1991, Levy, 1997). Cependant, malgré leur simplicité, l'emploi de ces formes peut entraîner des résultats aberrants, surtout pour les gros bois. En effet, du fait du manque de comportement asymptotique, la forme puissance peut produire une surestimation de prix, surtout pour les très gros bois. En revanche, les propriétés mathématiques de la fonction semi-logarithmique font qu'il y a une très forte sensibilité de prix au diamètre au début et une saturation relativement rapide de prix pour les gros arbres. Ceci peut entraîner une sous-estimation de prix, surtout pour les gros bois.

I.3 Prix des bois sur pied comme valeur résiduelle

La méthode de la valeur résiduelle est l'approche la plus ancienne pour estimer le prix des bois sur pied (Nautiyal et al. 1995, b). Elle repose sur le principe économique selon lequel la demande de facteurs de production dérive des produits finaux. Par conséquent, le prix du bois sur pied s'obtient en soustrayant, du prix des produits transformés, l'ensemble des coûts d'exploitation, de transport et de transformation, ainsi que la marge de profit ajustée au risque. L'équation ci-dessous présente la forme générale de cette approche :

$$PU = \left(\frac{R - MP - CP}{V} \right) \tag{2.5}$$

avec

PU : Prix au mètre cube du bois sur pied
R : Valeur du produit transformé obtenu
MP : Marge du profit ajusté au risque
CP : Coût de production
V : Volume du bois sur pied utilisé

Parce qu'elle se base sur le marché des produits transformés, c'est donc une approche indirecte par rapport aux approches qui se basent directement sur le marché du bois sur pied. En revanche, elle est très utile pour l'estimation du prix par catégories de bois, surtout en l'absence de marchés concurrentiels du bois sur pied (Nautiyal et al. 1995, a, Hotvedt et Straka, 1995, Saïd et Heshmatol Vaezin, 2000). Par exemple, Saïd et Heshmatol Vaezin (2000) ont utilisé cette technique pour estimer le prix du bois de trituration et celui du bois de tranchage en l'absence de marché concurrentiel en Iran. Cependant, l'hypothèse sous-jacente est qu'il existe des marchés concurrentiels pour tous les produits concernés à l'exception de celui du bois sur pied. La méthode de la valeur résiduelle est également utilisée pour estimer la relation prix-dimension. Cependant, l'établissement de cette relation par cette approche est souvent très difficile du fait de l'ampleur des données nécessaires. Considérons un peuplement régulier de résineux destiné à

[38] L'autre raison pour laquelle le modèle de prix et surtout le modèle hyperbolique reste difficile à estimer réside dans l'hétérogénéité importante des données, d'une part, et le manque de connaissance ou de données sur les sources d'hétérogénéité, d'autre part. En l'occurrence, on peut avoir une forte variance de prix dans le plan prix-dimension, surtout pour les gros arbres, et ceci peut entraîner une forte surestimation de certains paramètres comme l'asymptote, voire, un problème de convergence du modèle. D'où, la nécessité d'introduire les principaux déterminants du prix des bois sur pied.

produire seulement du bois de sciage. Même dans ce cas simple, une variété de produits de scieries destinés à des industries de seconde transformation (ébénisterie, menuiserie, charpenterie et coffrage) interviennent pour déterminer le prix en fonction du diamètre du bois sur pied (Badré, 1984). Il est possible cependant de déterminer le prix des bois sur pied à partir du produit qui dispose du poids le plus important dans l'ensemble des produits de scieries. L'étude de Bourcet (1994) est un bon exemple de l'application de cette approche pour les peuplements de résineux destinés aux scieries. Basé sur le prix de la charpente ordinaire, d'une part, et le coût de production en fonction du diamètre de l'arbre, et le coût d'exploitation, d'autre part, il a estimé la relation prix-dimension du sapin sur pied en France. Il a ensuite montré qu'il y a une bonne concordance avec les relations prix-dimension obtenues par le modèle des prix hédonistes. Cependant, en basant sur des conditions moyennes d'exploitation et de production, Schuster et Niccolucci.(1990) expliquent que cette méthode ne donne qu'une valeur moyenne qui ne prend pas en compte le degré de la concurrence exercée sur le marché. Ils ont donc utilisé une fonction supplémentaire qui explique les aspects non pris en compte par le prix résiduel. Cette fonction explique la différence entre le prix résiduel et le prix observé sur le marché, en fonction des caractéristiques de la coupe. En outre, étant donné les divers produits qui dérivent des bois sur pied, notamment pour les feuillus, son application nécessite une base de données importante et coûteuse pour l'ensemble des produits transformés ainsi que pour les coûts d'exploitation et de transport du bois. C'est pourquoi, l'emploi de cette approche reste limité.

I.4 Prix des bois sur pied en tant qu'intégrateur des déterminants du prix (modèle des prix hédonistes)

Depuis 1950, une approche économétrique standard appelée "méthode des prix hédonistes" ou "méthode de mise en évidence de transactions"[39], a été appliquée pour estimer le prix du bois sur pied (Guttenberg, 1950). Néanmoins, ce n'est qu'à partir de 1980 qu'elle a été largement utilisée. Le modèle des prix hédonistes est une méthodologie de détermination du prix d'un bien différencié à partir de ses caractéristiques. Cette méthode a été développée pour estimer le prix d'un bien hétérogène pour lequel il est difficile d'appréhender la demande par une fonction d'utilité classique. Elle a été également appliquée à la demande des facteurs hétérogènes de production (Prescott et Puttock, 1999 et Puttock et al. 1990). La méthode des prix hédonistes suppose que le différentiel de prix entre biens de même type constitue une information sur le prix implicite de chaque caractéristique.

Le bois sur pied, en raison de la grande diversité de sa qualité, elle-même liée aux conditions de production, est considéré par beaucoup d'économistes comme un bien différencié auquel la méthode des prix hédonistes se prête bien. S'appliquant aux marchés des bois sur pied, la méthode des prix hédonistes cherche à définir les prix implicites que les acheteurs attribuent aux caractéristiques de chaque lot vendu. Si un lot est décrit par le vecteur de ses caractéristiques $L = (l_1, l_2, \ldots l_n)$, le prix auquel il sera vendu est une fonction hédoniste $PT(L)$ telle que (Jackson et McQuillan, 1979, Prescott et al.1999 et Puttock et al. 1990) :

$$PT(L) = f(l_1, l_2, l_3, \ldots l_j, \ldots l_n) \qquad (2.6)$$

avec

$PT(L)$: Prix total du lot
l_j : Caractéristique j du lot

[39] "Hedonic Price Model" et "Transaction Evidence Appraisal"

Les lots de bois sur pied sont souvent très hétérogènes en essence, en dimension et en qualité. Si on considère 15 classes de diamètre, 4 classes de qualité et 10 classes d'essence, le nombre de variables nécessaires pour expliquer le prix des lots s'élève alors à 600, ce qui nécessite une immense base de données. Face à ce problème, certains auteurs comme Levy (1997) et Bakouma (2002) se sont concentrés sur des lots plus homogènes en essences. A partir des données homogènes, Bakouma (2002) a regroupé les classes de diamètres en trois catégories (cm): les petits bois (25 et moins), les bois moyens (30 et 35) et les gros bois (40 et plus), tout en négligeant la qualité du bois. Cependant, dans son approche le prix des arbres de dimensions différentes a été supposé identique dans chacune des 3 catégories. En revanche, Levy (1997) a réduit le nombre de variables en intégrant une fonction prix-dimension pour le volume de l'arbre moyen du lot :

$$PT_0 = g(\overline{V}).V_T + \sum_{j=1}^{p} e_j l_j \qquad (2.7)$$

avec

$g(\overline{V})$: Fonction prix-dimension qui donne le prix au mètre cube de l'arbre moyen du lot
$\overline{V}$: Volume de l'arbre moyen du lot
V_T : Volume total du lot
l_j : Caractéristique j du lot
e_j $j=1$ à P : Paramètres du modèle

En général, la solution la plus souvent utilisée pour réduire le nombre de variables consiste à introduire une fonction prix-dimension pour le diamètre ou le volume moyen du lot (Darr, 1973, Busby et Grayson, 1981 Price, 1987). Cependant, l'application de la dimension moyenne est pertinente quand la distribution du volume de tige par catégorie de diamètre est gaussienne ou quasi-symétrique dans tous les lots (Jackson et McQuillan, 1979). Or, le plus souvent les lots sont très hétérogènes, et l'application des modèles basés sur la dimension moyenne est donc de moins en moins pertinente pour expliquer le prix total des lots.

Pour pallier ce problème, Jackson et McQuillan (1979) ont proposé d'introduire toutes les classes de diamètre dans le modèle, sans trop augmenter le nombre de variables. Ils supposent que le prix au mètre cube de chaque classe de diamètre peut être estimé par une fonction prix-dimension $h(D_i)$. Ils calculent alors le prix de toutes les classes de diamètre par la somme des produits du prix par le volume correspondant. Ils obtiennent alors :

$$PT = \sum_{i=1}^{n} h(D_i).V_i + \sum_{j=1}^{p} e_j l_j \qquad (2.8)$$

avec

PT : Prix total du lot
$h(D_i)$: Fonction prix-dimension qui donne le prix au mètre cube de la classe de diamètre i
D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i
V_i : Volume de la classe de diamètre i
l_j : Caractéristique j du lot

e_j $j=1$ à P : Paramètres du modèle

L'avantage premier du modèle de Jakson et McQuillan, par rapport aux modèles fondés sur la dimension moyenne du lot (équation 2.8), est évidemment une excellente précision sur la relation prix-dimension.

Afin d'améliorer la précision de la méthode des prix hédonistes, certains auteurs ont essayé de mieux présenter les relations qui déterminent le prix. En effet, selon certains auteurs, il existe un ensemble d'équations simultanées qui déterminent le prix. Par exemple, le prix du lot est une fonction des caractéristiques du lot et de la concurrence exercée sur le marché. Or, la concurrence, elle-même, est une fonction qui dépend des caractéristiques des bois et de la densité des routes forestières. De la même façon, la densité des routes forestières est déterminée, simultanément, par les caractéristiques de la forêt. Le résultat est un système d'équations simultanées qui peuvent être réécrites sous une forme réduite. Cependant, Schuster et Niccolucci (1990), dans une analyse comparative des méthodes d'élaboration de prix, ont montré que les spécifications plus complexes, comme celle des systèmes d'équations simultanées, diminuent légèrement la qualité d'ajustement du modèle de prix en comparaison avec la spécification classique (équation 2.6).

Certains modèles de prix basés sur des données de panel, intègrent aussi bien l'aspect statique que l'aspect dynamique des prix (Anderson, 1976, Brock, 1986, Mitlin, 1987, Nautiyal et al, 1995, b, Whiteman, 1991). Il s'agit des modèles du type prix hédonistes qui intègrent également les variables dynamiques. L'étude de Nautiyal et al. (1995, b) constitue un bon exemple de cette approche. Dans un modèle linéaire, ils ont intégré à la fois des variables statiques comme la dimension des bois et la distance de débardage et des variables dynamiques comme la tendance et les cycles économiques de prix. D'une façon plus simple, Huebschmann et al (2004) ont spécifié le prix du pin sur pied en fonction du volume de bois de sciage et de bois de trituration ainsi que l'indice de prix de la charpente. Ce dernier a été introduit dans le modèle pour rendre compte de l'effet de la fluctuation du prix de la charpente (l'usage principal) sur le prix des bois sur pied. Cette approche est intéressante en ce qu'elle permet une prévision sur le prix des bois sur pied à court terme dans une variété de situations économiques et forestières. Cependant, les données nécessaires pour estimer ce type de modèle sont très rarement disponibles.

I.5 Prix des bois sur pied en tant que prix d'équilibre entre offre et demande

L'analyse traditionnelle de l'offre et de la demande des bois sur pied est une approche fondamentale qui permet d'analyser les aspects statiques et dynamiques de la formation du prix du bois sur pied. Sur le plan économique, le bois est un produit hétérogène. Les utilisations du bois sont très variées et pour chaque usage, il y a une exigence particulière notamment sur l'essence, sur le diamètre et sur la qualité. La combinaison des classes d'essence, de diamètre et de qualité, produit un grand nombre de catégories de bois dans un marché plus ou moins segmenté. Le nombre de catégories de bois est souvent très varié dans les lots sur pied. S'ajoute à cela, une forte variabilité de l'offre et de la demande en fonction des peuplements, de la localisation, de l'exploitation, de la concurrence et de la conjoncture. Par conséquent, dans le marché plus ou moins segmenté et localisé du bois, c'est l'ensemble des variables de l'offre et de la demande qui expliquent les variations statiques et dynamiques des prix.

L'offre des bois sur pied étant composée d'un ensemble de lots, dépend, entre autres, des prix de retrait et des stocks du bois sur pied. Le prix de réserve (ou de retrait) est un prix minimum auquel les propriétaires sont disposées à vendre le bois. En dessous de ce prix, le lot en question sera donc retiré de la vente. Dans le cas de la forêt publique, les quantités offertes à la

vente sont souvent fixées par des considérations techniques qu'économiques. Alors, au-delà des prix de retrait toutes les coupes prévues seront mises en vente de façon quasi-inélastique par rapport au prix. En revanche, dans le cas de la forêt privée, l'offre est souvent plus sensible au prix que dans le secteur public.

Contrairement à l'offre, la demande des bois sur pied semble déterminée non seulement par des exigences techniques (e.g. essence, qualité, diamètre minimal) mais également par des considérations économiques. Selon la théorie néoclassique, la demande d'un facteur hétérogène de production (e.g. le bois), pour produire un produit donné, est théoriquement déterminé par la maximisation du profit de chacune des entreprises qui le consomment (Prescott et Puttock, 1990). Alors, la demande de bois sur pied dépend des usages et donc des caractéristiques du bois y compris son prix. La demande est le plus souvent inversement liée au prix de bois. Le prix des différentes catégories de bois sur pied est donc déterminé d'une manière endogène par les équilibres entre leurs offres et leurs demandes.

Comme le volume total des lots mis en vente est souvent déterminé à l'avance, le prix de retrait fixé par le vendeur, constitue la seule contrainte de l'offre au-delà duquel tous les lots seront mis en vente. Alors, tant que l'offre est constante (pas de chablis ou tempête etc.) c'est plutôt la demande (i.e. les variables explicatives qui déplacent la demande ou modifient l'élasticité) qui détermine le prix des lots.

Dans la réalité, la demande et l'offre dépendent d'un ensemble complexe de variables et d'interactions entre les variables, dont le schéma de la figure 2.2 présente un résumé simplifié.

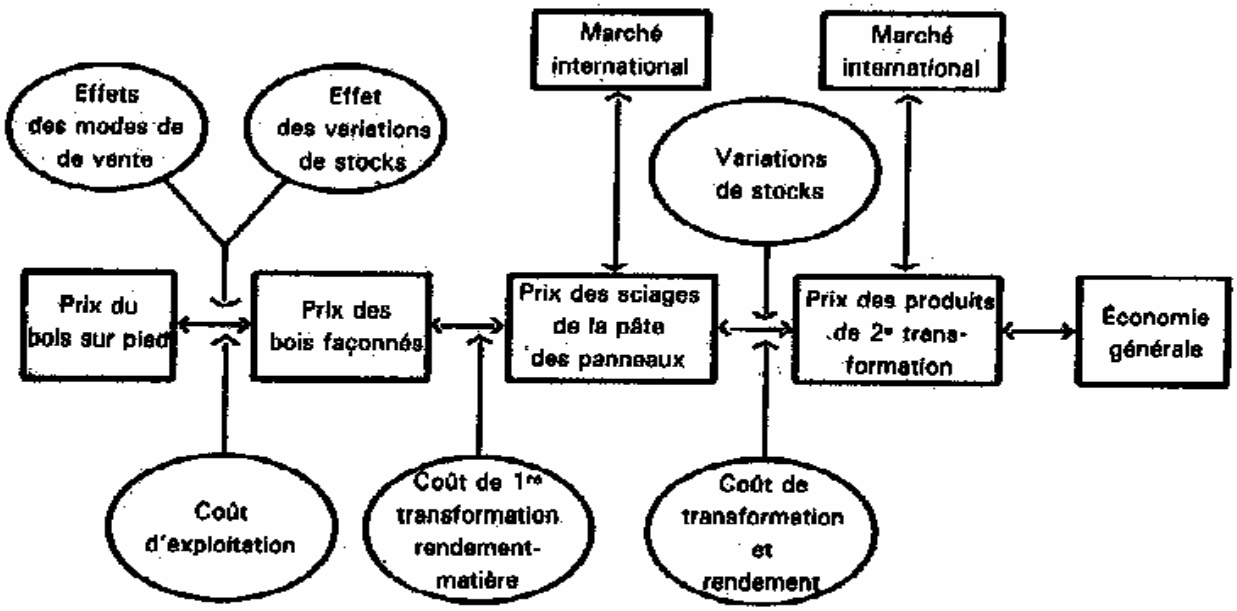

Figure 2.2 : Le schéma simplifié de l'ensemble des relations qui affectent la demande et l'offre des bois sur pied (d'après Badré, 1984)

Cependant, les liens assez nombreux du marché des bois en France ne sont que peu analysés dans un modèle global pour chaque essence et chaque type de produit.

Les modèles d'offre et de demande sont donc adaptés pour décrire l'effet des différentes variables économiques comme le prix des produits transformés, le prix des produits de substitution et les prix d'importation et d'exportation. Par exemple, Ibrahim (2004) a estimé le prix du bois d'œuvre en France par un système d'équations simultanées de l'offre et de la demande sur la période 1974-2001. Il a spécifié l'offre du bois d'œuvre comme une fonction linéaire du prix de bois d'œuvre, de l'accroissement en volume et d'une variable binaire liée à la tempête. De même, la demande du bois d'œuvre est structurée par une fonction linéaire du prix de bois d'œuvre, du prix des sciages et du prix de l'énergie. L'estimation de prix par les modèles d'offre et de demande se heurte souvent à des difficultés liées à la connaissance des déterminants des prix et notamment à l'acquisition des données correspondantes. Cependant, les résultats qu'ils fournissent sont intéressants et ils permettent sans doute, en faisant des hypothèses sur la variabilité des variables exogènes, d'apprécier la variabilité du prix. Ils concernent donc plutôt des études ayant pour objectif d'expliquer le prix par ces déterminants, de mieux comprendre le fonctionnement du marché et de mener les politiques économiques dans le cadre de la filière forêt-bois au niveau régional, national ou international.

I.6 Prix des bois sur pied en tant qu'intégrateur des processus chronologiques

Les variables qui influencent le prix dans le temps sont le plus souvent très nombreux et d'ailleurs, pour partie, mal connue. A la différence des modèles d'offre et de demande, les modèles de séries chronologiques ont souvent pour objectif de faire des prévisions sur les valeurs futures d'une série temporelle sans les expliquer par des variables exogènes. En d'autres termes, dans le cas des modèles autorégressifs, on ne fait que constater la variabilité alors que dans le cas de modèle d'offre et de demande, on l'explique. Les modèles de séries chronologiques sont basés sur les processus qui forment une série chronologique. Ces processus résument donc la multitude de variables exogènes qui produisent la variation de la série (Benavent, 1999). Plus précisément, ils permettent de faire des prévisions sur des valeurs futures d'une série temporelle à l'aide d'un processus autorégressif (combinaison linéaire de ces valeurs passées de différent ordre) et d'un processus de chocs aléatoires (séquence d'erreurs ou de perturbations aléatoires) ε (t). Ce type de modèle est connu sous la forme générale des modèles univariés ARIMA[40]. Selon le jeu d'hypothèses, notamment celle de la stationnarité et de l'ordre d'autocorrélation des séries temporelles, on distingue plusieurs types des modèles ARIMA.

Stationnarité de la série temporelle

La vérification de cette hypothèse est la première étape de la modélisation des séries temporelles. Une série est stationnaire si elle n'est l'objet d'aucune tendance et variation cyclique dans le temps (cycles économiques et variations saisonnières), ce qui est assez rare dans la réalité. L'hypothèse de stationnarité d'une série temporelle signifie que les processus qui la génèrent sont constants dans le temps. On considère alors que la moyenne et la variance des chocs aléatoires, d'une part, et la structure d'autocorrélation d'observations, d'autre part, restent constants et sont donc indépendants du temps. Plus précisément, la stationnarité d'une série nécessite donc les conditions suivantes :

- la fonction d'autocorrélation (la covariance) dépend seulement du pas de temps ;
- les résidus sont indépendants ;
- les résidus suivent une distribution normale de moyenne nulle et de variance constante.

[40] "Autoregressive integrated moving-average".

Parmi ces conditions, celle de l'indépendance temporelle de la fonction d'autocorrélation présente le critère le plus important pour vérifier la stationnarité de la série. La vérification de la stationnarité d'une série consiste à identifier la structure d'autocorrélation et à examiner l'indépendance des résidus.

Ordre d'autocorrélation

L'ordre d'autocorrélation est le deuxième facteur qui détermine la façon dont on modélise une série temporelle. En général, les mesures répétées dans le temps comme dans l'espace ne sont pas indépendantes. Elles présentent une sorte de corrélation qui est appelée autocorrélation. L'autocorrélation d'ordre k se définit comme la corrélation entre une série temporelle et elle-même avec un retard de k périodes (Benavent, 1999). Un certain nombre d'outils statistiques comme le diagramme d'autocorrélation ou corrélogramme (le graphique des coefficients d'autocorrélation de différent ordre) donne l'information sur la signification et l'ordre d'autocorrélation d'une série temporelle (Box et Jenkins, 1970). Ceci permet ensuite de trouver le meilleur modèle ARIMA correspondant.

Le cas le plus simple est celui d'une série stationnaire pour laquelle l'autocorrélation d'observations n'est pas significative. Alors, une séquence de perturbations aléatoires ε (t), à elle seule, génère la série temporelle. Le terme de perturbation ε(t) est souvent considéré comme une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et de variance constante σ^2. En l'occurrence, le prix à la période t s'explique par l'espérance du prix à long terme E(P) augmenté par ε(t) (Brazee et Mendelsohn, 1988, Haight, 1990 c, Haight et Smith, 1991, Brazee et al. 1999).

$$P_t = a.E(P) + \varepsilon_t \tag{2.9}$$

$E(P)$: Espérance de prix à long terme
P_t , P_{t-1} : Prix des bois sur pied au temps t et t-1
a : Paramètre du modèle
ε : Variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et de variance σ^2

Cependant, l'hypothèse d'indépendance d'observations (ou des résidus) de séries temporelles est le plus souvent rejetée car les résidus sont autocorrélés. Alors, à l'équation (2.9) s'ajoute une partie autoregréssive d'ordre k. On obtient donc un modèle autorégressif d'ordre k, AR (k) :

$$P_t = a.E(P) + b_1.P_{t-1} + b_2.P_{t-2} + ... + b_k.P_{t-k} + \varepsilon_t \tag{2.10}$$

Dans le cas le plus simple, on peut considérer un modèle autorégressif d'ordre 1 de la forme suivante :

$$P_t = a.E(P) + b.P_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.11}$$

Le prix à la période t est expliqué par l'espérance de prix, le prix au temps t-1 et une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et de variance σ (Teeter et Caulfield, 1991, Brazee et al. 1999, Rollin, 2003). En remplaçant le terme "a.E(P)" par le paramètre a', on retrouve la forme standard des modèles auto-regressifs d'ordre 1, AR (1), comme suit (Brazee et al. 1999):

$$P_t = a' + b.P_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.12}$$

avec

a' et b : Paramètres du modèle

Le modèle (2.12) est suffisant pour simuler les valeurs futures d'une série temporelle si les résidus sont non autocorrélés (bruit blanc[41]). La dépendance des résidus montre en effet qu'il y a encore certaines informations à intégrer dans le modèle. En l'occurrence, on passe des modèles AR (K) à des modèles plus complexes, comme les modèles autorégressifs intégrés (qui expliquent le nombre de différenciations de la série) et à moyenne mobile (qui expliquent dans quelle mesure les chocs aléatoires des périodes précédentes interviennent dans le modèle) d'ordre p , d et q ou les modèles ARIMA(p,d,q). Cependant, comme les séries temporelles du prix des bois sur pied sont le plus souvent identifiées à des séries autorégressives d'ordre p, AR (P), les modèles plus complexes ARIMA basés sur les séries de différent ordre d'intégration (d) et de moyenne mobile (q) ne sont pas présentés.

Le choix entre ces types de modèles de prix dépend entièrement de la vérification des deux hypothèses sous-jacentes : la stationnarité et l'ordre d'autocorrélation.

L'avantage majeur des modèles en question réside dans leur simplicité liée au petit nombre de variables explicatives et dans leur précision acceptable. Selon certains auteurs un modèle autorégressif simple peut produire d'aussi bonnes prévisions que les modèles économétriques plus complexes (Dufour, 2003). Ces modèles paraissent donc mieux adaptés aux objectifs opérationnels du fait de leur facilité d'application. C'est pourquoi, ils ont souvent été utilisés pour l'optimisation économique de la gestion forestière en présence de prix stochastiques (Brazee et Mendelsohn, 1988, Haight, 1990 a b et c, Haight et Smith, 1991, Teeter et Caulfield, 1991, Brazee et al. 1999, Rollin, 2003).

I.7 Principales conclusions, synthèse et réflexions

L'analyse bibliographique nous a permis d'étudier les divers types de modèles de prix. Dans un aperçu général, ils peuvent être classés en modèles statiques, dynamiques et mixtes. Nous avons également récapitulé les divers groupes de déterminants du prix des bois sur pied (Tableau 2.1) de type physique (comme les caractéristiques des coupes) et économique (comme le prix d'importation). Maintenant, il s'agit, d'une part, de synthétiser autant que possible ce qui précède, d'en tirer ce qui nous intéresse pour la suite, et notamment les grandes lignes à prendre en compte dans le modèle à établir, en termes de variables et de méthode, et d'autre part, de souligner les lacunes qui méritent d'être approfondies.

Il faut distinguer les variations dynamique et statique du prix des bois sur pied. Le mélange de ces deux aspects peut vouer l'analyse à l'échec du fait du manque de données, surtout pour le bois sur pied, sur une longue période. En effet, on ne peut pas directement observer le prix total d'un même lot dans le temps parce qu'il n'est simplement vendu qu'une fois. En outre, la méthode d'estimation des modèles linéaires à partir des données de panel est complexe pour les périodes de plus de 10 ans (Arellano, 2003). D'autant plus que l'estimation des modèles non-linéaires comme celui de prix-dimension à partir des données de panel n'est actuellement pas possible par les logiciels statistiques. C'est pourquoi, la plupart des auteurs ont étudié séparément ces deux aspects. En effet, ils utilisent souvent les données transversales pour l'aspect statique, et les séries temporelles pour l'aspect dynamique. En outre, l'analyse de déterminants de prix et l'établissement de la relation prix-dimension est plus précise (moins de variation de prix associée

[41] "White noise"

à un nombre plus petit de variables) quand on se concentre sur les données de vente d'une année donnée (Nautiyal, 1982).

Quant à l'aspect statique du prix des bois sur pied, on peut citer un grand nombre de déterminants de prix. Cependant, dans la réalité, la plupart des variations de prix s'expliquent par un petit nombre de variables. De nombreux auteurs s'accordent à penser que la catégorie du bois étant caractérisée essentiellement par l'essence, la dimension et la qualité, détermine en grande partie l'usage et donc le prix des bois (Darr, 1973, Busby et al, 1981, Nautiyal, 1982, Stumbles, 1985, Price, 1985, Aldhous, 1986, Mitlin, 1987, Hotvedt, 1987, Whiteman, 1991, Caulfield et 1992, Calvet, 1998, Huebchmann et al. 2004). De ce fait, le modèle statique de prix d'une essence donnée est souvent désigné par une relation prix-dimension qui intègre également d'autres déterminants de prix dont, la qualité, les caractéristiques et la localisation du lot et la structure du peuplement. Or, parmi ces variables, la qualité du bois et la localisation des coupes (la distance de transport, de débardage et de débusquage) sont non, ou très grossièrement, fournies dans les données (Whiteman et al, 1991, Calvet, 1998). En revanche, la dimension moyenne et les principales caractéristiques des lots sont disponibles dans les données. C'est pourquoi elles figurent le plus souvent dans les modèles de prix.

La relation prix-dimension est souvent estimée par une forme hyperbolique. Cependant, cette forme correspond très souvent aux prix des bois moyens (diamètre à hauteur d'homme compris entre 30 à 35 cm) et des gros bois (diamètre à hauteur d'homme supérieur à 40 cm) et non aux prix des petits bois (diamètre à hauteur d'homme inférieur ou égal à 25 cm) (Caulfield et al. 19991 et 1992, Nautiyal, 1982). En effet, le passage des petits bois (bois de trituration) aux bois moyens et aux gros bois (bois trituration et bois d'œuvre) se distingue très nettement par un saut de prix et un changement de forme de la courbe prix-dimension. En résumé, la relation prix-dimension peut être représentée par une courbe qui prend une valeur constante au deçà d'un diamètre minimal puis une forme hyperbolique limitée par une asymptote horizontale. Cette relation a une incidence importante sur la spécification et l'estimation du modèle hédoniste puisqu'elle nécessite une modélisation non linéaire beaucoup plus délicate à mettre en œuvre. Ceci fera l'objet de la section suivante.

La structure et la sylviculture du peuplement affectent les éléments qualitatifs des bois (proportion en volume du houppier, hauteur à la base du houppier, élagage naturel de la grume etc.), d'une part, et les déterminants du coût d'exploitation (volume, densité et homogénéité en essence et en diamètre de coupe), d'autre part. Or, l'effet de la structure et de la sylviculture du peuplement sur le prix est très peu étudié et intégré dans les modèles de prix. En outre, les études existantes ont souvent étudié l'effet de la structure et de la sylviculture sur le prix du bois à travers des variables binaires comme le type de coupe et le type de peuplement (Whiteman, 1991, Levy, 1997). Ce type de variable englobe l'effet de plusieurs facteurs sous forme d'une variable binaire. Par exemple, Whiteman (1991) en étudiant la relation prix-dimension de diverses espèces de feuillus conclut que, pour le même volume moyen, le prix des arbres issus d'une coupe d'amélioration est de 27 % inférieur à celui des arbres de la coupe définitive. Selon lui, ceci est principalement dû au fait que le coût d'exploitation pour la coupe d'amélioration est plus élevé. En effet, une coupe définitive comporte souvent des gros bois, à forte densité du prélèvement, comparée à une coupe d'amélioration composée d'arbres de diamètre assez hétérogène, à faible densité du prélèvement. En étudiants le prix des bois sur pied pour le hêtre, Levy (1997) a montré que, toutes choses égale par ailleurs, le prix au mètre cube des bois issus des peuplements taillis sous futaies est en moyenne de l'ordre de 19 euros plus élevé par rapport à ceux issus des peuplements réguliers. Selon Levy (1997) cette différence de prix s'explique par le fait que les arbres issus des taillis sous futaies ont souvent des cernes plus larges que ceux issus des

peuplements réguliers. Cependant, dans cette thèse, des variables continues (e.g. densité du prélèvement et largeur moyenne de cerne) ont été privilégié parce qu'elles :

- sont plus précises que des variables binaires ;

- donnent un caractère général au modèle de prix pour qu'il puisse être appliqué aux peuplements réguliers, irréguliers et en conversion ;

- sont de bons indicateurs de la qualité en l'absence d'informations sur la qualité du bois ;

- permettent de mieux rendre compte de l'impact des actions sylvicoles sur le prix et autorisent donc une optimisation plus appropriée de la gestion forestière.

Ainsi, les effets de la structure et de la sylviculture sur le prix des bois sur pied seront identifié, quantifié et intégré dans la section suivante.

Quant aux méthodes de modélisation de l'aspect statique du prix, on a distingué deux grands types de méthodes : la méthode des prix hédonistes et la méthode de la valeur résiduelle. La première, en se basant directement sur le marché des bois sur pied, constitue une approche directe et fiable de modélisation des prix, qui correspond à la structure des données issues de vente (Cahier de ventes). C'est pourquoi l'approche des prix hédonistes a été largement utilisée pour étudier le prix des bois sur pied. En revanche, l'approche de la valeur résiduelle peut être considérée comme une approche indirecte du fait qu'elle ne repose pas directement sur le marché des bois sur pied mais sur l'ensemble des produits dérivés du bois. Or, étant donné les divers produits qui dérivent du bois sur pied, elle nécessite d'avoir une importante et coûteuse base de données comptables, ce qui la rend difficilement applicable. Elle est donc mieux adaptée pour appréhender le fonctionnement de la filière forêt-bois et pour tenir compte de l'imperfection de la concurrence dans l'estimation du prix du bois. Ainsi, dans la perspective d'établir un modèle de prix destiné à des objectifs opérationnels, l'approche des prix hédonistes s'avère plus pertinente compte tenu de nos objectifs.

En ce qui concerne l'aspect dynamique du prix, on s'intéresse particulièrement à analyser la série temporelle du prix des bois sur pied en France pour vérifier statistiquement si elle suit une quelconque tendance ou variation cyclique (hypothèse de stationnarité). Cette analyse nous permettra de vérifier la pertinence de la relation prix-dimension indexée sur le prix moyen de long terme pour les applications ultérieures (chapitre 4). Dans ce contexte, les modèles autoregressifs s'avèrent particulièrement adaptés car ils permettent de vérifier statistiquement l'hypothèse de stationnarité d'une série chronologique.

II. Proposition d'un modèle de prix

On rappelle que l'objectif de ce chapitre est de construire un modèle statique de prix, applicable à diverses essences, et volontairement général pour qu'il puisse être utilisé aussi bien dans les peuplements réguliers qu'irréguliers. Les acquis et les lacunes de la littérature par rapport à cet objectif sont présentés dans la section précédente. A partir de ce qui précède, il s'agit maintenant de proposer une spécification améliorée du modèle des prix hédonistes. Cette nouvelle spécification introduit une nouvelle forme fonctionnelle pour la relation prix-dimension, et prend en compte de nouvelles variables liées à la structure et à la sylviculture du peuplement. La nouvelle spécification sera ensuite estimée à partir des données des ventes d'automne de l'ONF.

Dans une approche déterministe, la relation prix-dimension ainsi estimée peut être indexée sur le prix moyen de long terme des bois sur pied afin d'être utilisée dans les applications ultérieures. Dans ce contexte, on étudie également l'aspect dynamique du prix des bois sur pied.

Cette section s'organise donc en six sous-sections. La première présente les données sur les prix des bois sur pied dont on dispose. La deuxième sous-section consiste à identifier certains effets possibles de la structure et de la sylviculture sur le prix. La troisième et la quatrième sous-section portent respectivement sur la nouvelle spécification et sur l'estimation du prix des bois sur pied. En cinquième sous-section, l'aspect dynamique du prix des bois sur pied sera étudié. La dernière sous-section porte sur une illustration du modèle estimé et les conclusions de ce chapitre.

II.1 Données utilisées

Parmi les pays forestiers en Europe, la vente de bois sur pied n'est manifestement dominante qu'en France et en Belgique (Badré, 1984). Selon Dassonville (1991), 80 % du volume commercialisé du bois par l'Office National des Forêts (ONF) se vendent en bloc et sur pied. Selon Office National des Forêts (2006), 75 % du volume de bois commercialisé par l'Office National des Forêts (ONF) en 2005 s'est vendu en bloc et sur pied.

La part des bois commercialisés en ventes publiques par appel à la concurrence (appel d'offres ou adjudication) représente une partie importante du volume commercialisé du bois par l'Office National des Forêts (ONF). Selon ONF (2006), ce mode de vente (adjudication) en 2005 représente 59 % du volume. La base de données dont on dispose s'inscrit dans ce mode de vente. Elle est composée d'une série transversale issue des grandes ventes de bois sur pied d'automne (1996) en Lorraine. Concernant l'aspect dynamique du prix des bois sur pied, on dispose de plusieurs séries temporelles du prix moyen et national des bois sur pied pour 3 grandes catégories du bois (petits bois, bois moyen, et gros bois). Les séries temporelles du prix moyen national des trois grandes catégories de bois (petits bois, bois moyen, et gros bois) sont construites à partir des données annuelles (publiées dans la Revue Forestière Française, RFF) du département travaux et produits forestiers de l'Office National des Forêts (ONF) depuis 1967. Pour les gros bois, la série temporelle remonte jusqu'à 1920.

Les données transversales sont majoritairement des lots vendus[42] de hêtre (le hêtre y constitue en moyenne plus de 86 % du volume), issus des catalogues de vente des bois sur pied de l'ONF à l'automne 1996 dans la région Lorraine. Cette base de données a été construite, puis complétée par les mesures supplémentaires sur le terrain (données dendrométriques et stationnelles) par Levy (1997). Levy (1997) et Bakouma (2002) ont utilisé cette base de données pour établir la relation prix-dimension. Les informations fournies sont issues de 111 lots et correspondent aux variables descriptives suivantes :

- Distribution du volume grume et du nombre de tiges par classes de diamètre
- Volume total du houppier du hêtre et des autres résineux et feuillus, par lot
- Nombre de tiges et le volume des grumes pour les autres essences, par lot
- Prix de vente du lot
- Type de coupe[43]

[42] Malheureusement, nous n'avons pas les données relatives aux lots invendus. Cependant, si on réfère aux travaux de Préget et Waelbroeck (2006), il n'existe pas toujours un biais de sélection liée à la présence des lots invendus.

[43] Ils s'agit des coupes d'ensemencement, secondaire, définitive et d'amélioration

- Type de peuplement (peuplement régulier, peuplement irrégulier de type taillis sous futaie)
Les tableaux (2.2) et (2.3) présentent un sommaire des variables continues (tableau 2.2) et binaires (tableau 2.3) utilisées dans cette étude.

Tableau 2.2 : Descriptif statistique des variables continues calculées à partir de la base de données

Variable	Signification	Moyenne	Ecart-type	Min	Max
Dg	Diamètre moyen (cm)	49,03	12,23	16,75	75,91
H	Hauteur moyenne (m)	24,82	4,93	12,29	42,72
H/Dg	Rapport hauteur moyenne-diamètre moyen du lot (m/cm)	0,52	0,10	0,33	0,93
DP	Densité du prélèvement (m3/ha)	56,51	41,31	5,67	299,68
HF	Hauteur de forme (m) (coefficient de forme multiplié par hauteur)	9,91	1,23	7,10	13,49
LC	Largeur moyenne de cerne (cm)	0,30	0,05	0,16	0,42
PH	Proportion en volume du hêtre dans le lot	0,85	0,12	0,56	1,00
Debard	Distance de débardage (m)	254,17	156,79	100,00	1000,00
HD	Homogénéité en diamètre (indice de Herfindahl[44])	0,13	0,06	0,00	0,33

[44] L'indice de Hirschman-Herfindahl mesure l'homogénéité d'un lot en dimension (HD) et en essence (HE) : $H = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Pr}_i^{\,2}$

avec Pr_i : Proportion des arbres de l'essence i ou de la classe de diamètre *i*. Plus le nombre de classes de diamètre ou le nombre d'essences augmente, plus l'indice tend vers zéro. L'autre extrême est le cas où le lot est constitué des arbres appartenant à une seule classe de diamètre ou à une seule essence, pour lequel l'indice tend vers 1. Il est donc compris entre 0 et 1. (Heshmatol vaezin, 2003).

Variable	Signification	Moyenne	Ecart-type	Min	Max
HE	Homogénéité en essence (indice de Herfindahl)	0,74	0,18	0,37	1,00
SHD	Homogénéité en diamètre (indice de Shannon)	2,11	0,24	1,27	2,55
SHE	Homogénéité en essence (indice de Shannon)	0,47	0,29	0,00	1,04
PBTige10-25	Proportion en volume du bois de tige de diamètre 10-25 dans le lot	0,050	0,12	0	0,78
PBTige30-35	Proportion en volume du bois de tige de diamètre 30-35 dans le lot	0,090	0,12	0	0,49
PBTige40+	Proportion en volume du bois de tige de diamètre 40 et plus dans le lot	0,51	0,16	0,03	0,71
PBTige (S_g)	Proportion en volume du bois de tige dans le lot	0,65	0,11	0,36	0,94
PBHoup (S_h)	Proportion en volume du houppier dans le lot	0,35	0,11	0,06	0,64

Tableau 2.3 : Descriptif statistique des variables binaires calculées à partir de la base de données

Variable	Signification si la variable vaut 1	Moyen	Ecart-type
AMEL	Coupe d'amélioration	0,39	0,49
SEC	Coupe secondaire	0,42	0,49
ENS	Coupe d'ensemencement	0,05	0,22
DEF	Coupe définitive	0,14	0,34

Variable	Signification si la variable vaut 1	Moyen	Ecart-type
FR	Peuplement régulier	0,56	0,50
FIR	Peuplement irrégulier	0,44	0,50
BQ	Bonne qualité	0,83	0,38
DC	Division Commercy-Vaucouleurs	0,11	0,32
DV	Division Vittel	0,14	0,34
DB	Division Bar-Ligny	0,14	0,35
DN	Division Nancy-Haye	0,14	0,34
DNE	Division Neufchâteau	0,21	0,41
DE	Division Epinal-Arches	0,26	0,44

La localisation des lots est définie par les 6 régions suivantes : Epinal-Arches (DE), Vittel (DV), Neufchâteau (DNE), Nancy Haye (DN), Commercy-Vaucouleurs (DC) et Bar-Ligny (DB). Les lots issus de la Division Bar-Ligny (DB) et Commercy-Vaucouleurs (DC) sont majoritairement de type taillis sous futaie (44 % des lots) et ceux issus des autres régions sont de type futaie régulière (56 % des lots). La figure 2.3 présente le nuage de points prix-dimension de l'ensemble des données.

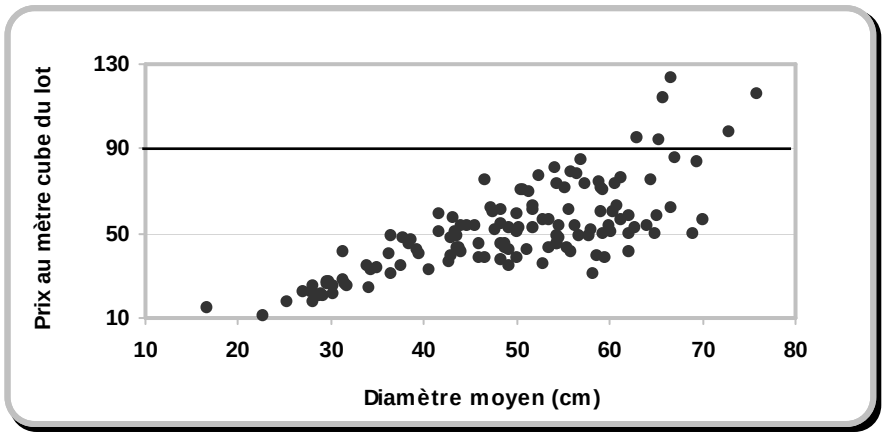

Figure 2.3 : Nuage de points prix-dimension des données des ventes du bois sur pied de Lorraine en 1996 (en euro constant de 2003).

Sur le graphique de la figure 2.3, on aperçoit certains points aberrants écartés de l'ensemble du nuage de points (au niveau du prix au mètre cube supérieur à 90 euros) qui sont susceptibles de changer l'allure du modèle et de poser un problème d'estimation, surtout quand les sources de cette variabilité sont absentes de la base de données (par exemple, la qualité des bois). Ainsi, les

points jugés aberrants seront écartés de l'ensemble des données. Le choix des points aberrants n'est pas très arbitraire car en présence de ces points la procédure non linéaire échoue à converger vers un modèle de prix à paramètres significatifs. Pour un diamètre moyen supérieur à un seuil de l'ordre de 25 cm, il semble que le choix d'une forme hyperbolique pour la relation prix-dimension soit compatible avec le comportement du prix des bois en fonction du diamètre.

II.2 Effets possibles de la structure et de la sylviculture du peuplement sur le prix des bois sur pied

D'une manière générale, il semble que la structure et la sylviculture du peuplement soit susceptible d'influer sur les éléments qualitatifs des bois (la proportion en volume du houppier, la hauteur à la base du houppier, l'élagage naturel de la grume etc.), d'une part, et les déterminants du coût d'exploitation (volume, densité et homogénéité en essence et en diamètre de coupe), d'autre part (figure 2.4).

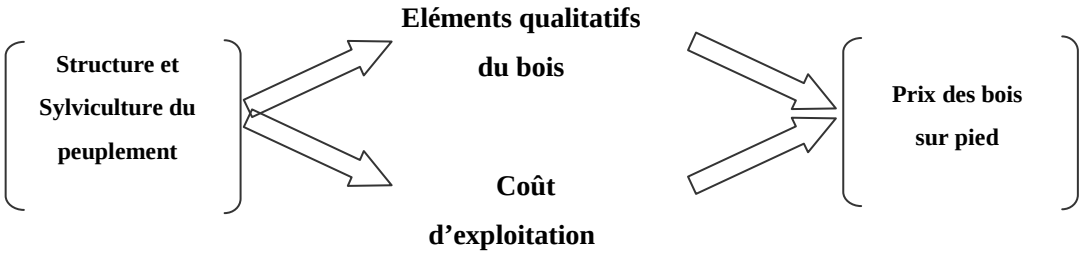

Figure 2.4 : Relations entre la structure du peuplement et le prix des bois sur pied

La structure comprend la répartition horizontale (e.g. mesurée par l'indice de densité du peuplement) et verticale (e.g. mesurée par les indices de l'irrégularité en dimensions, en essences et en hauteurs) du peuplement. La sylviculture est l'ensemble des soins qui représentent la culture des arbres. Une réflexion et un bref aperçu bibliographique sont présentés sur chacun de ces deux aspects afin d'identifier certains effets possibles de la structure et de la sylviculture du peuplement sur le prix des bois sur pied.

II.2.1 Effets de la structure et de la sylviculture sur la qualité du bois

La variation et la gamme de qualités sont plus importantes pour les feuillus que pour les résineux. En effet, les peuplements de résineux présentent relativement une certaine homogénéité en qualité alors que la qualité des feuillus est très hétérogène d'un arbre à l'autre et même pour un arbre donné (Whiteman, 1991). Les feuillus peuvent être décomposés en très différentes classes de qualité (de la bille de pied de très bonne qualité au bois de houppier de très faible qualité), alors qu'à un certain stade de développement, les résineux produisent principalement une gamme très restreinte de qualité (e.g. bois de sciage de qualités B et C). Il est donc indispensable, notamment pour les feuillus, de prendre en cet aspect important de la formation de prix. Or, la qualité du bois sur pied (mis en vente) n'a pas été souvent introduite dans les modèles de prix car les données sur la qualité sont trop imprécises et incomplètes (Whiteman et al, 1991, Calvet, 1998). Certains auteurs ont signalé qu'il existe une corrélation positive entre la dimension de l'arbre et les éléments qualitatifs des bois. Or, selon certaines études, comme celle de Whiteman (1991), il n'y a qu'une faible corrélation entre la dimension et la qualité du bois. Alors, il ne semble pas que la dimension des arbres puisse intégrer une bonne partie de l'effet de la qualité sur le prix.

La structure et la sylviculture sont susceptibles d'influer sur la qualité du bois. De nombreuses études ont prouvé que la qualité du bois dépend de l'environnement dans lequel l'arbre croît (Godman, 1971, Kellogg, 1990, Saucier, 1990, Cubbage, 1990, Dean,1999, Groom et al, 2002, Bastien et al. 2005). La figure ci-après présente une première réflexion sur les relations envisageables entre la structure et la sylviculture et les éléments qualitatifs du bois.

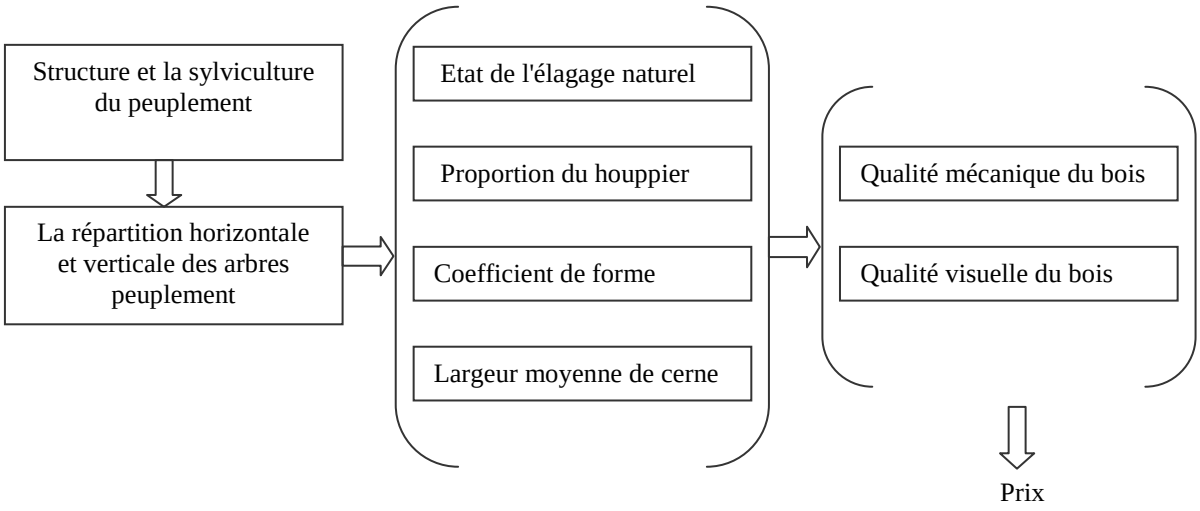

Figure 2.5 : Relations entre la structure et la sylviculture du peuplement et les éléments qualitatifs du bois

Sur le schéma 2.5, on s'aperçoit bien qu'il y a une corrélation, voire une relation causale, entre la structure et la sylviculture du peuplement, d'une part, et la proportion en volume du houppier, l'état de l'élagage naturel, le coefficient de forme et la larguer de cerne, d'autre part. Ces éléments, à leur tour, déterminent la qualité visuelle (par exemple, le nombre et la grosseur de nœuds) et les propriétés mécaniques (par exemple, le pourcentage de bois final et de bois juvénile, la teinte, la densité etc.) du bois. Cependant, comme ces éléments sont corrélés entre eux. Par exemple, pour un arbre de diamètre donné, une proportion plus faible du bois de houppier, correspond souvent à un coefficient de forme et un élagage naturel plus important, d'une part, et à une largeur moyenne de cerne plus mince, d'autre part.

A défaut d'informations sur la qualité du bois, certaines variables liées à la structure et à la sylviculture (e.g. proportion en volume du houppier, largeur moyenne de cerne etc.) peuvent être des bons indicateurs de la qualité du bois de l'arbre ou du lot. En outre, elles traduisent d'une certaine façon et au moins partiellement, l'effet des interventions sylvicole sur la qualité du bois dans le peuplement dont chaque lot est issu. Ceci permet de prendre en compte l'impact des actions sylvicoles sur le prix. Or, les variables liées à la structure et à la sylviculture comme les divers indices d'irrégularité, la densité, l'indice de robustesse, largeur moyenne de cerne etc. nécessitent les données du peuplement d'où les lots sont issus, ce qui n'est généralement pas disponible. Heureusement, la base de données de vente des lots sur pied de la région Lorraine en 1996 dont on dispose, a été complétée par certaines mesures complémentaires effectuées sur le terrain (Levy, 1997). Ceci nous a permis d'analyser certains effets de la sylviculture et de la structure sur le prix. Par la suite nous abordons ces différents aspects.

Proportion en volume du houppier

La part des différentes catégories de bois, dans un arbre comme dans un lot, dépend, entre autres, de la structure et de la sylviculture du peuplement (Dhôte et al. 2000). Dans ce qui suit, on s'intéresse à la proportion en volume du houppier et à celle de tige hors houppier car ses informations sont souvent disponibles dans les catalogues de vente. La grume ou la tige hors houppier comprend le tronc de l'arbre situé entre les racines et la première couronne de grosses branches au-dessus de laquelle le bois est entièrement classé comme bois de houppier.

La proportion en volume du houppier est, entre autres, déterminée par deux facteurs : stade de développement et densité de peuplement. Elle évolue en fonction du diamètre ou de l'âge. Elle est nulle jusqu'à un certain seuil de diamètre entraînant une faible branchaison de diamètre de moins de7 cm (par convention pour le bois fort). A partir d'un certain seuil de diamètre, la proportion en volume du houppier augmente (par rapport à la part du bois de tige hors houppier) en fonction du diamètre, puis se stabilise progressivement. En revanche, la forme de cette relation et la proportion en volume du houppier dans un stade de développement donné dépendent de la densité du peuplement. Plus la densité augmente, plus la proportion en volume du houppier diminue (Dean, 1999). Nous l'avons mis en évidence à partir des données agrégées[45] sur des chênaies âgées de 200 ans (échantillonnées dans 5 Régions de France), avec des régimes sylvicoles variés (Dhôte et al, 2000). Le résultat est présenté dans la figure 2.6.

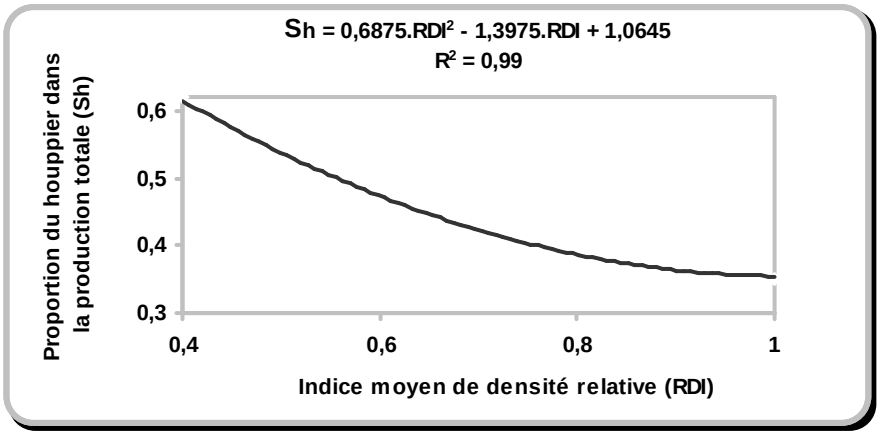

Figure 2.6 : Relation entre la proportion en volume du houppier dans la production totale du chêne à 200 ans et l'indice moyen de densité relative (RDI), estimée à partir des données issues de l'article de Dhôte et al. (2000)

Dans la figure 2.6, on voit bien que la proportion en volume du houppier va du simple au double quand l'indice moyen[46] de densité relative (RDI)[47] va de 0.4 à 1. Cependant, la densité est un état instantané alors que la proportion en volume du houppier est le résultat de l'histoire sylvicole du peuplement et de l'arbre. Or, les données sur l'histoire sylvicole des densités de peuplements n'est que très rarement disponible. En revanche, le rapport de hauteur sur diamètre (indice de robustesse ou coefficient d'élancement) est un indicateur connu et facilement calculable qui

[45] En effet, la base de données dont on dispose comprend la valeur moyenne des caractéristiques dendrométriques des chênaies âgées de 200 ans pour les régimes sylvicoles clairs à denses (indice moyen de densité relative varie entre 0,4 à 1). Le manque de variabilité explique pourquoi des modèles estimés disposent des R^2 trop élevés.

[46] Indices de densité relative des chênaies âgées de 200 ans avec des régimes sylvicoles variés ont été considérés comme des indices moyens de densité depuis la constitution des peuplements.

[47] RDI : " Relative Density Index" cf. chapitre 1.

présente une forte corrélation avec l'histoire de la densité de peuplement. D'après les données des chênaies âgées de 200 ans et échantillonnées dans les régimes sylvicoles variés en France (Dhôte et al. 2000), le coefficient de corrélation entre l'indice moyen de densité relative (RDI) et le rapport hauteur dominante-diamètre dominant (H_0/D_0) est très proche de 1 (figure 2.7). Ceci est parce que la croissance en hauteur et en diamètre rend compte la plupart des conditions de croissance d'un arbre y compris la densité du peuplement.

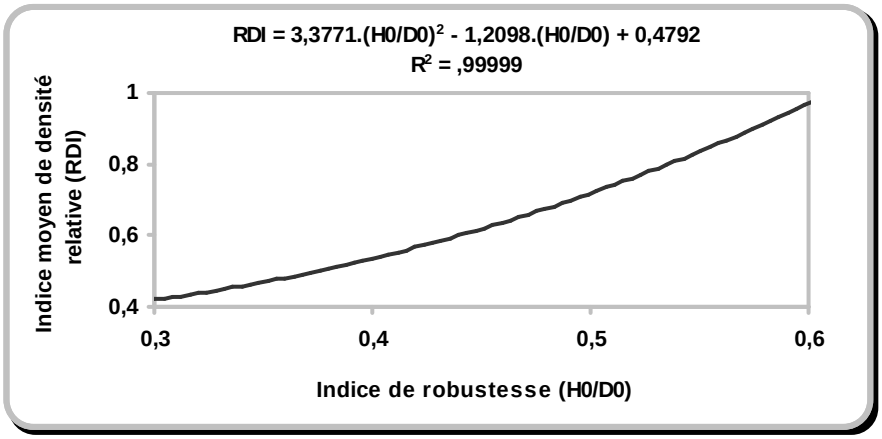

Figure 2.7 : Relation entre l'indice moyen de robustesse des arbres dominants (H_0/D_0) et l'indice moyen de densité relative (RDI) dans les chênaies âgées de 200 ans, estimée à partir des données issues de l'article de Dhôte et al. (2000)

Comme on le constate dans la figure 2.7, plus la densité moyenne du peuplement est faible, plus l'indice de robustesse est faible et donc plus la proportion en volume du houppier est forte. Les données de ventes des lots sur pied de la région Lorraine en 1996 dont on dispose (Levy, 1997) fournissent certaines informations dont la proportion en volume du houppier, le diamètre moyen et la hauteur moyenne du lot. A partir de cette base de données, nous avons essayé de mettre en évidence la relation entre la proportion en volume du bois de houppier et le rapport entre hauteur moyenne et diamètre moyen (indice de robustesse) des lots (figure 2.8).

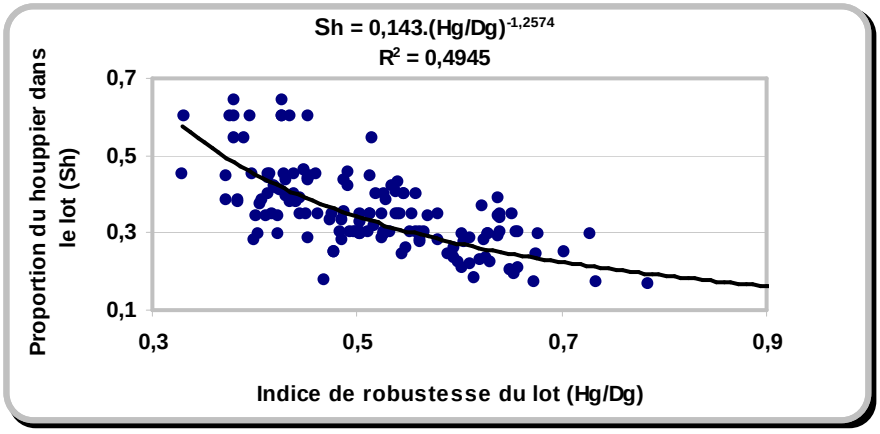

Figure 2.8 : Relation entre la proportion en volume du bois de houppier et le rapport entre hauteur moyenne et diamètre moyen (indice de robustesse) des lots du hêtre issus de peuplements clairs et denses, établie à partir des données de Levy (1997)

Comme on le constate sur la figure 2.8, la proportion en volume du houppier dans les lots diminue d'une façon exponentielle en fonction de l'indice de robustesse (rapport H/D). Nous

pouvons ainsi spécifier l'évolution de la proportion en volume du houppier sous la forme potentiel*réducteur. L'évolution potentielle de la proportion en volume du houppier est une fonction hyperbolique du diamètre de l'arbre, $a.[1-\exp[-c.(D_i - d_m)]]$ et la composante réductrice est une fonction exponentielle de l'indice de robustesse de l'arbre :

$$S_h = a.\exp(-b.\frac{Hg}{Dg}).[1-\exp(-c.(Dg - d_{\min}))] \qquad (2.13)$$

avec

S_h : Proportion en volume du houppier dans le lot
Dg : Diamètre moyen du lot (cm)
Hg : Hauteur moyenne du lot (m)
d_{min} : Diamètre minimal en dessous duquel la proportion en volume du houppier est nulle

Comme on le constate dans l'équation 2.13, plus le diamètre de l'arbre est grand, plus la proportion en volume du houppier est importante. Le modèle (2.13) a été estimé à partir des données des ventes des lots sur pied de la région Lorraine en 1996 (la proportion en volume du houppier et le diamètre moyen des lots) et les mesures complémentaires (hauteur moyenne des lots) effectuées par Levy (1997). Les paramètres estimés du modèle figurent dans le tableau 2.4.

Tableau 2.4 : Résultat de l'estimation du modèle de la part du bois de houppier

Paramètre	**Estimation**	**Statistique t-student**	**Signification des paramètres**
a	0,810	8,740**	Part maximale du bois de houppier
b	1,258	5,089**	Effet du rapport h/d
c	0,048	2,50*	Rapidité de convergence vers l'asymptote
d_{min}	11, 026	2,030*	Diamètre minimal

* Significatif à un niveau de 5%
** Significatif à un niveau de 1%

Le résultat de l'estimation présente un R^2 de 97 %, et une statistique de Fisher égale à 64,21. L'étude des résidus du modèle estimé montre une forme groupée et centrée avec une légère hétéroscedasticité associée à un écart-type résiduel de 0,067 et une espérance nulle. L'ajustement du modèle est assez satisfaisant. La figure 2.9 présente l'ajustement du modèle par rapport aux données.

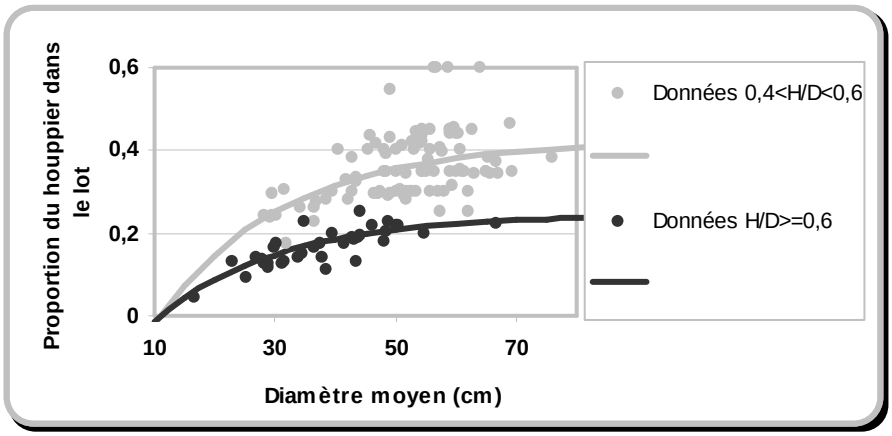

Figure 2.9 : Relation entre le diamètre moyen et la proportion en volume du houppier dans les lots du hêtre issus de peuplements clairs et denses (densité exprimée par le rapport entre hauteur moyenne et diamètre moyen du lot)

Dans la figure 2.9, on voit bien que pour les gros bois, la proportion en volume du houppier passe presque du simple au double quand l'indice de robustesse du lot va de 0,8 à 0,5.

Sur le plan économique, la partie hors houppier de l'arbre (tige hors houppier) de diamètre à hauteur d'homme supérieur à un seuil critique (compris en général entre 20 et 30 cm), est constitué, en bonne partie, du bois d'œuvre, apte à des usages nobles, comme le sciage et le placage. Elle comprend le bois de qualité à prix élevé qui constitue souvent plus de 80 % de la valeur d'un arbre sur pied. Tous les acteurs de la filière forêt-bois considèrent le bois d'œuvre comme la meilleure valorisation de la forêt (Peyron et Guo, 1995).

En revanche, la partie houppier de l'arbre et la totalité d'un arbre de diamètre à hauteur d'homme inférieur ou égal à un seuil critique (compris en général entre 20 et 30 cm), sont assimilables au bois de trituration (destiné à la pâte à papier, aux panneaux de particules et de fibres) et au bois de feu. En effet, même si on arrive à en tirer une petite partie destinée à d'autres usages que la trituration ou le chauffage (e.g. emballage, bois de mine etc.), la valeur moyenne restera toujours basse. Par conséquent, on peut distinguer deux sous-ensembles dans le lot comme dans l'arbre : la part du bois tige hors houppier à prix élevé et celle du bois de houppier à prix faible.

Afin de comparer les prix correspondants à chacune des deux parties à partir des données de l'Office National des Forêts (l'ONF), on peut se baser sur le rapport entre le prix moyen d'une essence donnée, toutes dimensions confondues et le prix des petits bois. Ce rapport est systématiquement inférieur à celui qui comparait directement bois d'œuvre et bois de trituration, mais il donne une idée de l'écart relatif du prix des deux catégories. Selon Peyron et Guo (1995) pendant, ces dernières décennies, le rapport entre le prix moyen du bois et le prix des petits bois était entre 8 à 12 pour chêne, entre 7 à 9 pour le hêtre et entre 2 à 5 pour les résineux. D'après les données des prix moyens des bois sur pied aux ventes d'automne 2005 de l'Office National des Forêts (2006), ce rapport a été fortement baissé à 3,5 pour le hêtre. A partir de ces chiffres parlants, on voit que l'écart relatif du prix du bois de houppier (bois de trituration) et du prix du bois de tige hors houppier (bois d'œuvre) reste très important.

Le prix au mètre cube de l'arbre ou celui du lot peut être calculé alors comme la somme des produits de la proportion en volume de chacun des deux sous-ensembles par le prix

correspondant. Ainsi, la part du bois de tige hors houppier à prix élevé est un facteur qui affecte fortement le prix des bois sur pied et donc la relation prix-dimension. La sylviculture et la structure du peuplement en influant sur la proportion en volume du houppier (et donc sur la proportion du bois de tige hors houppier) affectent d'une façon importante le prix au mètre cube d'un arbre comme celui d'un lot. Des feuillus ont souvent une part plus importante du bois de houppier que les résineux. Ainsi, il semble que l'effet de la sylviculture sur la proportion en volume du houppier et donc sur le prix de l'arbre (ou du lot) soit plus important chez les feuillus que chez les résineux.

Ce genre de raisonnement inspire une nouvelle spécification pour le modèle de prix. Elle consiste à distinguer entre la proportion en volume du houppier à prix faible et celle du bois de tige hors houppier à prix fort dans le modèle de prix. Ceci est faisable avec les données de vente de bois où les données sur le volume de tige hors houppier par classes de diamètre et le volume de houppier sont fournies séparément. La distinction entre bois d'œuvre et bois de trituration semble plus pertinente, mais elle serait difficile à mettre en œuvre car les données correspondantes ne sont pas fournies. Cependant, la proportion en volume du houppier dans un lot est assimilable au bois de trituration et la proportion en volume du bois de tige hors houppier (de diamètre à hauteur d'homme supérieur à un seuil critique compris en général entre 20 et 30 cm) est constituée, en bonne partie, du bois d'œuvre.

Etat de l'élagage naturel

Le nombre de branches vivantes et de nœuds est souvent un facteur important dans l'appréciation de la qualité du bois destiné à des usages nobles. De nombreuses études (Godman, 1971, Kellogg et al. 1988, Saucier, 1989, Dean,1999, Groom et al. 2002) ont montré que la structure et la sylviculture du peuplement influent sur les éléments de qualité des bois, surtout sur le nombre et sur la grosseur des nœuds et des branches vivantes. Groom et al. (2002) ont évalué la qualité des grumes de pin (*Pinus taeda*), destinées au déroulage et au tranchage, issues des peuplements irréguliers et réguliers (à régénération naturelle et à plantation) avec des densités différentes. Ils ont conclu que malgré l'élagage artificiel dès les jeunes âges, des plantations intensives produisent des grumes de mauvaise qualité, en raison du nombre important de nœuds développés en début de croissance. En revanche, en raison d'un recouvrement permanent du sol, les grumes issues des peuplements irréguliers sont de meilleure qualité en termes de nombre et de grosseur des nœuds. Parmi les peuplements réguliers, ceux issus d'une régénération naturelle ont une qualité bien meilleure que ceux issus de plantations, alors que dans les plantations, la meilleure qualité appartient aux peuplements plus denses. En effet, plus la densité augmente, plus l'ombrage inter-arbres croît, plus l'élagage naturel s'effectue et donc plus le nombre et la grosseur de nœuds diminuent. Godman et al (1971) ont montré que les défauts liés à l'élagage étaient 4 fois moins fréquents dans les peuplements très denses que dans ceux très clairs.

Largeur moyenne de cerne (accroissement moyen en diamètre)

La largeur moyenne de cerne d'un arbre est l'un des indicateurs qui a souvent été utilisé pour étudier l'effet de la structure et de la sylviculture du peuplement sur les propriétés mécaniques du bois (Narimani, 1983). Elle dépend fortement des différentes variables de taille, comme l'ampleur du houppier, la densité du peuplement et le statut social de l'arbre (Czudek, 1998). L'effet de la largeur moyenne de cerne sur la qualité du bois est très différent selon l'essence. Pour les résineux, les bois à cernes minces sont plus denses, plus résistants et généralement plus recherchés. En effet, plus la croissance est rapide et plus l'âge d'exploitation est faible, plus le pourcentage de bois de jeunesse sera élevé. Ceci correspond à des mauvaises propriétés mécaniques du bois. Ainsi, les bois de qualités A et B des résineux devraient avoir

respectivement un accroissement moyen inférieur à 8 mm et 15 mm[48]. De même, chez le chêne destiné au tranchage, le bois à cernes minces et réguliers est fortement recherché. Par exemple, le chêne issu de la réserve du taillis sous futaie possède moins de valeur que le chêne de futaie car les coupes périodiques du taillis induisent des vitesses de croissance contrastées alors que l'industrie préfère des cernes réguliers et minces. En effet, la croissance lente et régulière chez le chêne correspond à un élagage naturel plus marqué, à faible pourcentage de bois final et donc à teinte relativement claire et à densité plus faible, ce qui correspond aux exigences des industries. En revanche, chez le hêtre, le bois à croissance rapide et régulière est fortement recherché (Narimani, 1983, Levy, 1997, Bastien et al. 2005, Becker et al. 2005, Nepveu et al. 1995). Selon la norme européenne de classement du bois de hêtre (AFNOR, 1997), la largeur moyenne de cerne (4 mm minimum) est l'une des conditions de classement du bois de meilleure qualité (A). Ceci est dû au fait que le hêtre à croissance rapide, présente les bonnes propriétés industrielles qui sont, entre autres, les suivantes :

Moins de nervosité et de déformation dans la production
Moins de pourcentage de bois de tension[49] (ou de traction)
Moins de risque d'apparition de cœur rouge[50]

En ce qui concerne le hêtre, les acheteurs n'apprécient pas directement la largeur moyenne de cerne (alors que c'est souvent le cas chez le chêne). En revanche, il semble que cet aspect soit pris en compte par la densité et la structure des peuplements d'où les bois proviennent. Pour les futaies régulières comme irrégulières, Bastien et al. (2005) ont montré que la largeur moyenne de cerne diminue très fortement avec la densité du peuplement (exprimée en surface terrière). Les peuplements irréguliers sont en général moins denses que les peuplements réguliers. Par conséquent, les bois issus d'un peuplement irrégulier devraient avoir des cernes plus larges que ceux issus d'un peuplement régulier. Pour Levy (1997), c'est la raison pour laquelle le prix des bois issus d'un peuplement irrégulier (taillis sous futaie) est nettement supérieur au prix des bois provenant d'un peuplement régulier.

En général, la relation entre la largeur moyenne de cerne et le prix est de type polynomial. Quant à la fonction mathématique de la relation prix-largeur moyenne de cerne, elle devrait avoir une forme générale permettant de l'appliquer pour toutes les essences. En effet, dépendant des paramètres du modèle, le prix peut augmenter avec la largeur moyenne de cerne jusqu'à un certain seuil, puis se stabiliser comme pour le hêtre ou bien augmenter jusqu'à un certain seuil et diminuer sans cesse, par la suite, comme dans le cas du chêne ou bien diminuer sans cesse dans le cas des résineux. L'effet de la largeur moyenne de cerne sur le prix est en général d'autant plus fort que le diamètre de l'arbre augmente. En plus, le diamètre de l'arbre et la largeur moyenne de cerne sont corrélés entre eux. Ainsi, la largeur moyenne de cerne n'agit pas de façon autonome sur le prix des lots, mais plutôt en combinaison avec le diamètre moyen. D'où, il résulte que l'effet croisé de la largeur moyenne de cerne et du diamètre moyen peut être une variable plus pertinente que la seule largeur moyenne de cerne. Le graphique 2.10 présente le nuage de points de la relation entre le produit de la largeur moyenne de cerne par le diamètre moyen et le prix au mètre cube du lot.

[48] ONF, 1996, cahier des clauses communes des ventes de bois façonnés, région Lorraine.
[49] Il s'agit des bois sombres à vocation mécanique, formés sur la partie supérieure des tiges penchées ou recourbées afin de maintenir leur verticalité.
[50] Le cœur rouge est un phénomène de vieillissement qui se constate chez les gros bois surtout lorsque la croissance est lente.

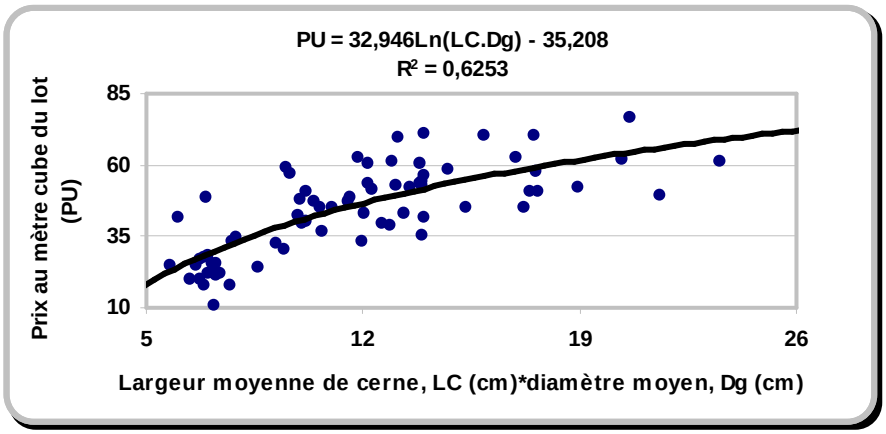

Figure 2.10 : Nuage de points de la relation entre le prix au mètre cube et le produit de la largeur moyenne de cerne (LC) par le diamètre moyen (Dg) du lot

Sur la figure 2.10, on s'aperçoit que le prix au mètre cube du lot augmente avec le produit de la largeur moyenne de cerne par le diamètre moyen, mais avec un taux décroissant, représenté par une fonction logarithmique :

$$g(LC, Dg) = Ln(LC.Dg) \tag{2.14}$$

Cependant, étant donné la forte corrélation entre le produit des variables, largeur moyenne de cerne et diamètre moyen, d'une part, et diamètre moyen, d'autre part (coefficient de corrélation, r^2 =0,95), la spécification de cette variable sous une forme additive avec une forme linéaire ou polynomiale peut entraîner un problème de multicolinéarité. En partant de la même base de données, Bakouma (2002) a signalé ce problème, ce qui l'a empêché d'utiliser la largeur moyenne de cerne comme une variable explicative du prix des lots. La solution possible pour pallier le problème de multicolinéarité consiste à spécifier la largeur moyenne de cerne sous une forme multiplicative (au lieu de la spécifier sous forme d'une variable croisée de la largeur moyenne de cerne et du diamètre moyen) de la fonction prix-dimension. En l'occurrence, la fonction mathématique ci-dessous, à deux paramètres, est plus avantageuse en termes de nombre de paramètres par rapport à une forme polynomiale à trois paramètres.

$$g_1(LC) = \exp(\gamma_1.LC.\exp(-\gamma_2.LC)) \tag{2.15}$$

Cette fonction peut être appliquée comme un coefficient de modèle de prix. Pour les paramètres γ_1 et γ_2 positifs, elle part de 1 pour une largeur moyenne de cerne (théorique) égale à zéro et culmine à $\exp\left(\frac{\gamma_1}{2{,}7.\gamma_2}\right)$, avec une largeur moyenne de cerne égale à $\frac{1}{\gamma_2}$, puis descend vers 1. Ainsi, pour une largeur moyenne de cerne très mince, le coefficient du modèle de prix est proche de 1, puis il change selon les paramètres du modèle. Avec un paramètre γ_1 négatif et un paramètre γ_2 assez petit, la fonction diminue quasiment dès le début avec la largeur moyenne de cerne (le cas de chêne ou de résineux) alors qu'avec les paramètres γ_1 positif et γ_2 assez petits (e.g. inférieurs à 1), elle augmente sans cesse avant de se stabiliser pour des cernes larges (cas du hêtre).

Les spécialistes estiment que la hausse de la largeur moyenne de cerne du hêtre jusqu'à 0,5 à 0,6 cm est susceptible d'augmenter le prix[51]. Or, d'après la table de production du hêtre dans le Nord-Est de la France, la largeur moyenne de cerne d'un arbre aux diamètres d'exploitation de 40, 50, 60 et 70 cm dans les milieux les plus fertiles est respectivement aux alentours de 0,4, 0,42, 0,44 et 0,45 cm. En général, la largeur moyenne de cerne des arbres au diamètre d'exploitation ne dépasse 0,6 cm que rarement. Dans la base de données utilisée, la largeur moyenne de cerne varie entre 0,15 et 0,45 cm, selon le diamètre moyen et la densité du peuplement. Ainsi, on s'attend à ce que la largeur moyenne de cerne augmente quasiment sans cesse le prix du bois, ce qui revient à annuler le paramètre γ_2. Le graphique 2.11 présente le nuage de points de la relation entre la largeur moyenne de cerne et le prix au mètre cube du lot.

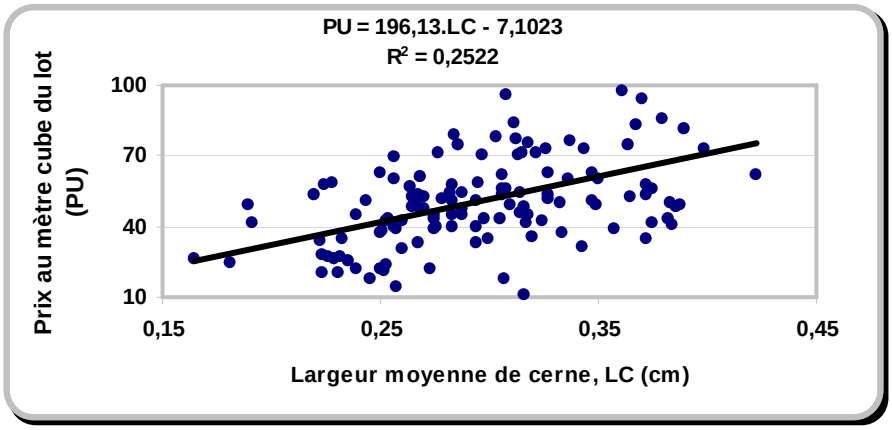

Figure 2.11 : Nuage de points de la relation entre le prix au mètre cube et la largeur moyenne de cerne du lot

Coefficient de forme

La forme d'un arbre est également susceptible d'être influencée par la structure et par la sylviculture du peuplement. Elle caractérise l'axe principal de l'arbre allant de la souche à une certaine découpe (Peyron, 1995). Ceci s'apprécie selon divers coefficients basés sur la mesure du diamètre et de la hauteur à différentes découpes. L'un des plus simples est le coefficient de forme, comme étant le rapport entre le diamètre à mi-hauteur $d_{0.5}$ et le diamètre à la hauteur d'homme $d_{1.3}$. Le coefficient de forme est compris entre 0 et 1. Plus il s'approche de 1, plus la décroissance moyenne métrique en diamètre tend vers zéro et donc plus la forme de l'arbre est cylindrique. Théoriquement, plus la densité du peuplement diminue, plus la croissance est rapide, plus la forme de l'arbre est conique, plus le défilement de l'arbre est important, et donc plus le coefficient de forme diminue. Pour mettre en évidence l'effet de la sylviculture et la structure du peuplement sur le coefficient de forme des tiges, nous avons utilisé les données de la hauteur totale, le diamètre et le volume grume moyen[52] des chênaies âgées de 200 ans (échantillonnées dans 5 régions de France), avec des régimes sylvicoles différents (Dhôte et al, 2000). A partir de cette base de données, nous avons mis en relation le coefficient de forme des arbres dominants et l'indice moyen de densité relative du peuplement (RDI). Le résultat est présenté dans la figure 2.12.

[51] Communications personnelles auprès des experts.
[52] Les moyennes sont calculées sur la population des 70 plus gros arbres par hectare.

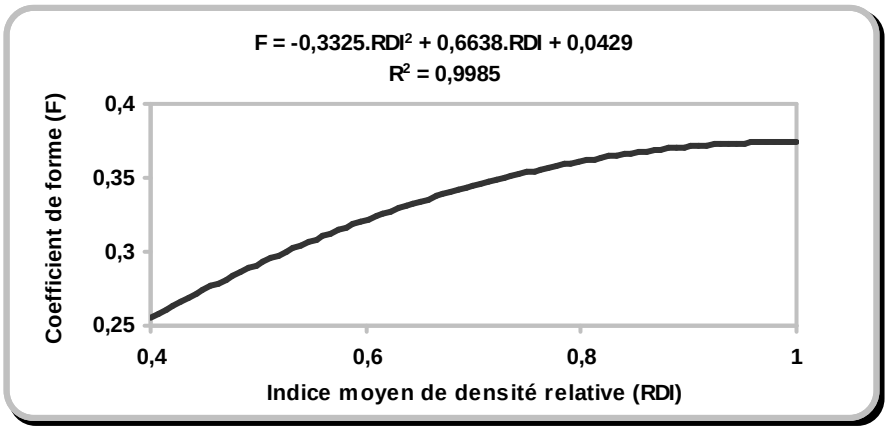

Figure 2.12 : Relation entre le coefficient moyen de forme (F) et l'indice moyen de densité relative (RDI) des arbres dominants dans les chênaies âgées de 200 ans, estimée à partir des données issues de l'article de Dhôte et al. (2000)

Comme attendu, sur la figure 2.12, on voit bien qu'une hausse de la densité entraîne une augmentation du coefficient de forme. Comme la hauteur et le coefficient de forme ont tendance à augmenter quand la densité augmente, la hauteur de forme (rapport entre le volume et la surface terrière d'un arbre) augment d'autant plus (figure 2.13).

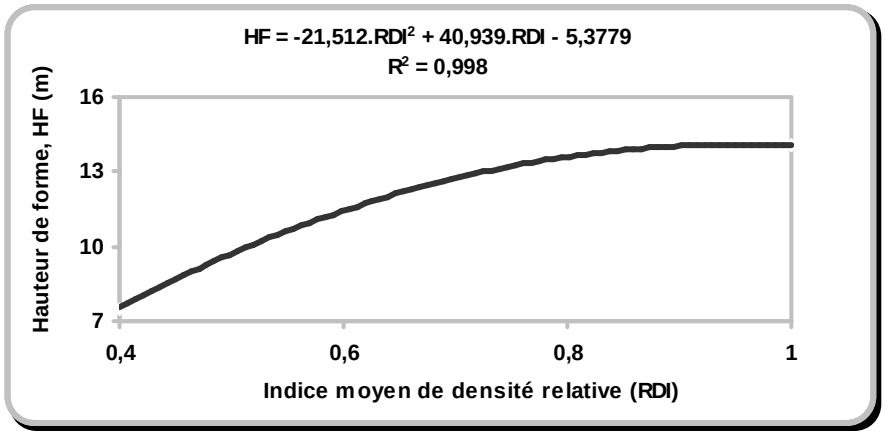

Figure 2.13 : Relation entre la hauteur de forme moyenne (HF) et l'indice moyen de densité relative (RDI) des arbres dominants dans les chênaies âgées de 200 ans, estimée à partir des données issues de l'article de Dhôte et al. (2000)

Sur la figure 2.13, on s'aperçoit bien qu'une hausse de densité entraîne une augmentation importante de la hauteur de forme.

Sur le plan économique, la forme d'un arbre est un facteur important dans la formation de prix. Pour un arbre de diamètre et de qualité donnés, plus le coefficient de forme, ou la hauteur de forme, augmente, plus la décroissance moyenne métrique en diamètre diminue et donc plus la longueur des grumes, le rendement de transformation et le prix des produits transformés augmentent (Guttenberg, 1950, Steele, 1984). C'est pourquoi le prix de l'arbre (ou du lot) est susceptible d'augmenter avec la hausse du coefficient de forme.

II.2.2 Effets de la structure et de la sylviculture sur le coût d'exploitation

Le coût d'un système d'exploitation dépend de la dimension des arbres, d'une part, et des éléments qui résultent de la structure et de la sylviculture du peuplement (e.g. densité du prélèvement), d'autre part (Cubbage et al. 1989, Levy, 1997, South, 2003). La figure 2.14 présente une première réflexion sur les relations envisageables entre la structure et la sylviculture du peuplement et les déterminants du coût d'exploitation.

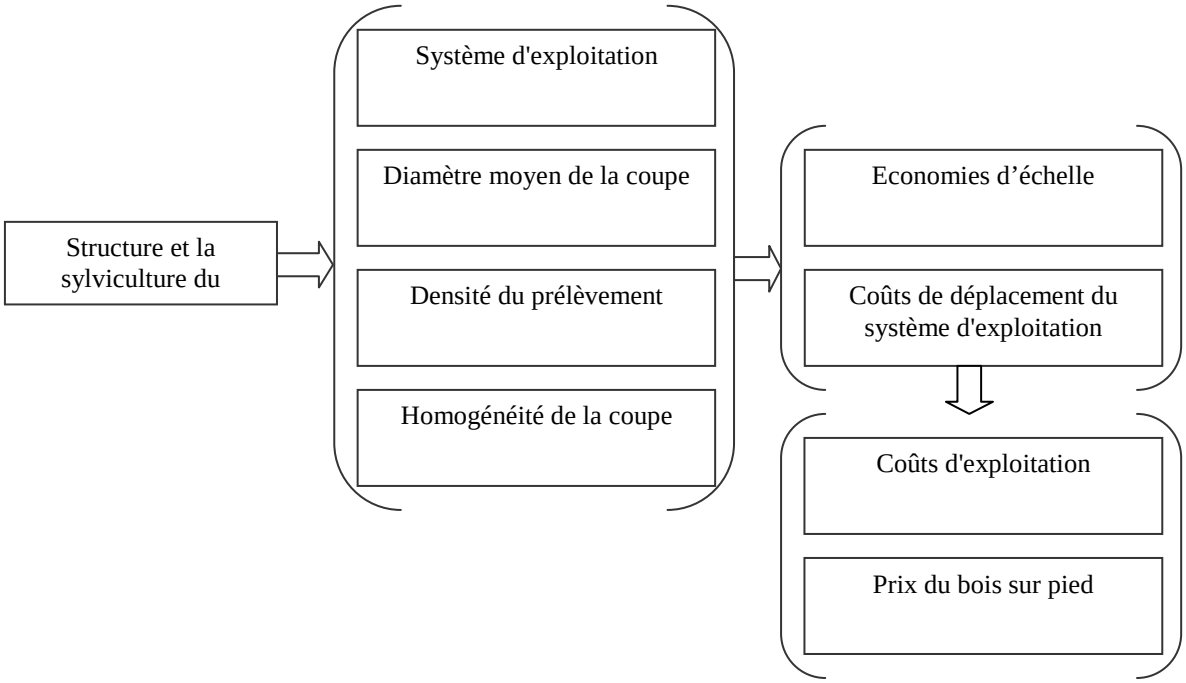

Figure 2.14 : Relations envisageables entre la structure et la sylviculture du peuplement et les déterminants du coût d'exploitation

La figure 2.14 indique que la structure du peuplement et la sylviculture est susceptible d'influer sur le système d'exploitation d'une forêt et donc sur le prix des coupes (lots). Cubbage et al. (1989) ont estimé le coût moyen (au mètre cube) des différents systèmes d'exploitation et dans une large variété des structures forestières. Selon eux, la structure du peuplement influe sur la densité du peuplement (volume sur pied par hectare), le diamètre moyen de la coupe et la répartition des tiges par classes de diamètre et par essence. Ainsi, la structure affecte la productivité et le coût moyen (au mètre cube) des systèmes d'exploitation. Ils ont montré que la densité du prélèvement affecte largement le choix du système et donc le coût moyen d'exploitation. En revanche, pour un système d'exploitation donné, le coût moyen d'exploitation s'explique par les variables liées à la structure du peuplement et à la coupe, et notamment par l'homogénéité de la coupe (e.g. proportion des feuillus), par la densité du prélèvement et par le diamètre moyenne de la coupe. Comme la base de données dont on dispose comporte des lots majoritairement composés du hêtre, nous n'avons pas pu établir aucune relation significative entre l'hétérogénéité de la coupe (exprimé par l'indice de Shannon) et le prix du lot[53]. Nous allons alors détailler l'effet de la densité du prélèvement et le diamètre moyen du lot sur le coût d'exploitation et sur le prix.

[53] Selon l'étude de Préget et Waelbroeck (2006) dans la région Lorraine, l'hétérogénéité des lots est inversement liée au prix des lots.

Densité du prélèvement et diamètre moyen du lot

La densité du prélèvement mesure le volume des bois sur pied à exploiter par hectare. Il détermine, entre autres, le système d'exploitation, le coût fixe, le coût de déplacement[54]et la productivité du système. Avec un coût fixe donné (coûts financier et de dépréciation du système d'exploitation), plus la densité du prélèvement est grande, plus la productivité d'exploitation augmente, et donc, plus le coût fixe moyen diminue. En outre, quand la production est répartie en surface, la densité du prélèvement est également un indicateur du coût de déplacement. De ce fait, elle est susceptible d'expliquer, pour une grande partie, la différence des coûts d'exploitation des coupes partielle (amélioration), définitive (régénération) et jardinée. Le graphique 2.15 présente le nuage de points de la relation entre le prix au mètre cube et la densité du prélèvement du lot.

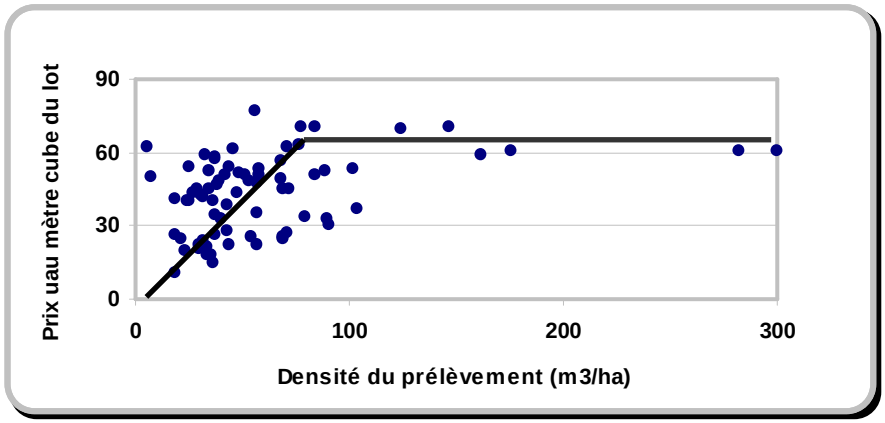

Figure 2.15 : Nuage de points de la relation entre le prix au mètre cube et la densité du prélèvement du lot

Sur la figure 2.15, on s'aperçoit qu'il y a une relation positive et croissante entre la densité du prélèvement et le prix au mètre cube du lot. Cependant, à partir d'un certain seuil (100 m3/ha), la densité du prélèvement n'influe pas sur le prix au mètre cube du lot. Ce comportement peut être exprimé par une fonction minimum :

$$g_2(DP) = Min\left[g_2(DP), \beta_2\right] \tag{2.16}$$

avec

$\beta_1 et\ \beta_2$: Paramètres du modèle

Selon la base de données dont on dispose, la fonction, $g_2(DP)$, la mieux adaptée pour la relation densité du prélèvement-prix est linéaire :

$$g_2(DP) = Min\left[\beta_1.DP, \beta_2\right] \tag{2.17}$$

Cependant, étant donné l'hétérogénéité des coupes, notamment en diamètres, il semble que la densité du prélèvement ne présente qu'une spécification partielle car il y a également une interaction entre le diamètre moyen et la densité du prélèvement du lot. Selon Cubbage et al.

[54] Il s'agit des coûts liés au déplacement et à réinstallation d'un système d'exploitation d'une parcelle à l'autre.

(1989), le coût moyen d'exploitation diminue d'une façon exponentielle en fonction du produit de la densité du prélèvement par le diamètre moyen. Plus le diamètre est grand, plus le volume par grume est important, plus l'efficacité de l'exploitation en termes de volume exploité par unité de temps augmente et donc plus le coût d'exploitation diminue. En outre, pour un diamètre moyen donné, plus la proportion (en volume) du bois de tige de diamètre 30 et plus est importante (PBTige30p), plus l'effet de la densité du prélèvement sur le coût d'exploitation est important. Ceci peut correspondre à la différence entre le système d'exploitation des petits bois (de diamètre 25 et plus) ou des bois de trituration, d'une part, et celui des bois de tige de diamètre 30 et plus, constitués en bonne partie du bois d'œuvre, d'autre part. Ils agissent donc différemment sur le coût d'exploitation. Ainsi, le coût d'exploitation dépend, entres autres, de la dimension moyenne des bois (Dg), de la densité du prélèvement (DP), et de la proportion (en volume) du bois de tige de diamètre 30 et plus (PBTige30P) et de leurs interactions. Selon la base de données dont on dispose, l'effet croisé de la densité du prélèvement, du diamètre moyen et de la part du bois de tige de diamètre 30 et plus sur le prix ressort le plus significatif. Evidemment, plus la dimension du bois, la proportion en volume de la tige de diamètre 30 et plus (avec un rendement d'exploitation plus élevé qu'avec les bois de houppier) et la densité du prélèvement sont importantes, plus le prix au mètre cube du lot est élevé.

II.3 Spécification du modèle statique de prix

Etant donnée la non pertinence du diamètre moyen dans l'estimation de la relation prix-dimension, on adapte la spécification proposée par Jakson et McQuillan (1979) visant à intégrer toutes les classes de diamètre (généralement par classe de 5 cm) dans le modèle de prix :

$$PT = \sum_{i=1}^{n} h(D_i).V_i + \sum_{j=1}^{p} e_j l_j \qquad \text{(Rappel, 2.8)}$$

La spécification proposée par Jakson et McQuillan (1979) peut être améliorée sur trois points :

- Premièrement, Jakson et McQuillan (1979) ont supposé une relation linéaire entre les caractéristiques (l_j) et le prix du lot. Or, l'effet de certaines caractéristiques sur le prix du lot n'est pas linéaire (e.g. densité du prélèvement). Ainsi, on remplace les variables l_j par les fonctions L_j :

$$L_j = g_j(l_j) \qquad (2.18)$$

On obtient alors :

$$PT_m = \sum_{i=1}^{n} h(D_i).V_i + \sum_{j=1}^{p} e_j L_j \qquad (2.19)$$

- Deuxièmement, Jakson et McQuillan (1979) ont supposé que la fonction prix-dimension, $h(D_i)$, est de forme logarithmique. Or, selon de nombreux auteurs, pour un diamètre à hauteur d'homme supérieur à un seuil de l'ordre de 25 cm, la forme hyperbolique correspond mieux à la relation prix-dimension.

- Troisièmement, la spécification de la relation prix-dimension est susceptible d'être améliorée en intégrant la proportion en volume du bois de tige hors houppier et celle du bois de houppier du lot dans le modèle.

Les deux derniers points sont développés par la suite.

Quelle spécification pour la courbe prix dimension, $h(D_i)$?

Le prix d'un arbre de diamètre à hauteur d'homme supérieur au seuil critique du diamètre d_m comprend d'une façon pondérée le prix du bois de tige hors houppier à prix élevé (constitué en bonne partie du bois d'œuvre) et le prix du bois de houppier (assimilable au bois de trituration). Le prix d'un arbre de diamètre à hauteur d'homme inférieur ou égal au seuil critique du diamètre d_m comprend uniquement un prix assimilable au prix du bois de houppier.

Le prix du bois de tige hors houppier de diamètre à hauteur d'homme supérieur à d_m est sensible au diamètre de l'arbre et évolue souvent selon le modèle hyperbolique (modèle de Mitscherlich cf. équation 2.3) :

$$PU_{gi} = P_{\max}.[1-\exp[-c.(D_i - dm)]] \quad \text{pour} \quad D_i \geq d_m \tag{2.20}$$

avec

PU_{gi} : Prix au mètre cube du bois de tige hors houppier de la classe de diamètre i
D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i
dm : Seuil critique de diamètre compris en général entre 20 et 30 cm.

En revanche, le prix au mètre cube du bois de houppier et le prix d'un arbre de diamètre à hauteur d'homme inférieur ou égal au seuil critique du diamètre dm est indépendant du diamètre.

$$PU_h = p_h \tag{2.21}$$

Supposons un lot de bois sur pied. Pour chaque classe de diamètre, nous avons le volume du bois de houppier et celui de tige hors houppier. Le prix de l'ensemble des arbres de la classe de diamètre i s'écrit alors comme la somme du produit du prix au mètre cube du bois de houppier (p_h) et du prix au mètre cube du bois de tige hors houppier, par les volumes correspondants :

$$Pi = f(D_i) = PU_h.V_{hi} + PU_{gi}.V_{gi} \tag{2.22}$$

avec

P_i : Prix de l'ensemble des arbres de la classe de diamètre i
V_{hi} : Volume du bois de houppier de la classe de diamètre i
V_{gi} : Volume du bois de tige hors houppier de la classe de diamètre i, $D_i > d_m$
V_i : Volume du bois de la classe de diamètre i (somme des volumes du bois de houppier et du bois de tige hors houppier, $V_{hi} + V_{gi}$)

Dans l'équation (2.22), en remplaçant les prix du bois de tiges hors houppier et celui du bois de houppier par leurs équations (2.20, 2.21), on obtient :

$$P_i = f(D_i) = p_h.(V_i - V_{gi}) + V_{gi}.p_{\max}.[1-\exp[-c.(D_i - dm)]] \tag{2.23}$$

Dans le modèle (2.23), le prix du bois de houppier n'est pas directement multiplié par le volume de bois de houppier V_{hi} mais par son équivalent, $(V_i - V_{gi})$. Ainsi, on a évité le problème de

multicolinéarité entre V_{hi} et V_{gi}. Par définition présentée plus haut, le volume du bois de tige hors houppier V_{gi} est nul quand le diamètre de la classe (D_i) est inférieur ou égal au seuil critique du diamètre d_m. Ainsi, dans le modèle (2.27), si le diamètre de la classe est inférieur ou égal à d_m la classe ne comprend pas du bois de tiges hors houppier, $V_{gi} = 0$ (elle comporte uniquement du bois de houppier, $V_i = V_{hi}$). En l'occurrence, le prix des arbres de la classe de diamètre est égal au prix du bois de trituration ($p_h.Vi$). En revanche, dès que le diamètre de la classe dépasse le diamètre marginal d_m la classe comporte du bois de tige hors houppier et du bois de houppier.

En divisant l'équation (2.23) par le volume total de la classe de diamètre i, V_i, on obtient le prix au mètre cube de la classe ou la relation prix-dimension, $h(D_i)$:

$$PU_i = h(D_i) = p_h.\left(1 - \frac{V_{gi}}{V_i}\right) + \frac{V_{gi}}{V_i}.[p_{\max}.[1 - \exp[-c.(D_i - dm)]]] \qquad (2.24)$$

PU_i : Prix au mètre cube de la classe de diamètre i

De la même façon, le prix d'un lot, ayant n classes de diamètre, peut s'écrire comme la somme du produit du prix au mètre cube des n classes de diamètre par le volume correspondant.

$$\sum_{i=1}^{n} PU_i.V_i = \sum_{i=1}^{n} h(D_i).V_i = p_h.(\sum_{i=1}^{n} V_i - \sum_{i=1}^{n} V_{gi}) + \sum_{i=1}^{n} V_{gi}.[p_{\max}.[1 - \exp[-c.(D_i - dm)]]] \qquad (2.25)$$

avec

$$\sum_{i=1}^{n} V_i = \sum_{i=1}^{n} V_{hi} + \sum_{i=1}^{n} V_{gi}$$

En remplaçant le prix de tous les arbres du lot (équation 2.25) dans le modèle des prix hédonistes (équation 2.19, adapté de Jakson et McQuillan, 1979), on obtient un modèle pour évaluer le prix total d'un lot en fonction de ces caractéristiques :

$$PT_m = p_h.(\sum_{i=1}^{n} V_i - \sum_{i=1}^{n} V_{gi}) + \sum_{i=1}^{n} V_{gi}.[p_{\max}.[1 - \exp[-c.(D_i - dm)]]] + \sum_{j=1}^{p} e_j.L_J \qquad (2.26)$$

$$L_j = g_j(l_j)$$

Afin d'expliquer le prix au mètre cube d'un lot, en divisant les deux côtés de l'égalité par le volume total du lot $\sum_{i=1}^{n} V_i$ ou V_L, on obtient :

$$PU_L = \frac{PT_m}{V_L} = p_h.\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} V_{gi}}{V_L}\right) + \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{V_{gi}}{V_L}.[p_{\max}.[1 - \exp[-c.(D_i - dm)]]]\right] + \left(\frac{1}{V_L}\right)\left[\sum_{j=1}^{p} e_j.L_J\right] \qquad (2.27)$$

avec

PU_L : Prix au mètre cube du lot en euro (prix total divisé par le volume du lot)

$\frac{V_{gi}}{V_L}$: Proportion en volume du bois de tige hors houppier de la classe de diamètre i ($D_i > d_m$) dans le lot

$$\sum_{i=1}^{n} S_{gi} + \sum_{i=1}^{n} S_{hi} = 1$$

En posant, $S_{gi} = \left(\frac{V_{gi}}{V_L}\right)$, $a = p_h$, $b = p_{max}$, $f_j = \left(\frac{e_j}{V_L}\right)$ dans l'équation précédente, on obtient :

$$PU_L = \left[a.\left(1 - \sum_{i=1}^{n} S_{gi}\right) + \sum_{i=1}^{n} S_{gi}.[b.[1 - \exp[-c.(D_i - dm)]]] \right] + \sum_{j=1}^{p} f_j.L_j \qquad (2.28)$$

Dans l'équation (2.28), le prix au mètre cube d'un lot se calcule par la somme du produit du prix de chacune des deux catégories de bois (bois de houppier et bois de tige hors houppier) par la proportion correspondante, augmenté des prix implicites des autres caractéristiques du lot.

A la différence de l'approche de Jakson et McQuillan (1979) qui explique le prix du lot comme une fonction additive des caractéristiques des bois sur pied, il semble que certaines caractéristiques du peuplement ou du lot, comme la qualité et la largeur moyenne de cerne (X_j , $j=m+1$ à p), se démarquent des autres variables par le fait que leurs effets sur le prix sont d'autant plus importants que l'arbre est grand. Dans son article, Whiteman et al. (1991) ont spécifié ce type de variables (type de coupe) sous une forme multiplicative de la fonction prix-dimension. Bien que leur spécification sous forme additive (effet croisé de la variable et du diamètre moyen) soit possible, elle peut entraîner une surestimation du prix, notamment pour les gros diamètres. Ceci est risqué, surtout quand on utilise le modèle dans un processus d'optimisation, car ce modèle déplace incorrectement l'optimum vers l'extrême. En revanche, la spécification multiplicative reste assez cohérente même pour les très gros diamètres, car l'effet de la variable en question (e.g. largeur moyenne de cerne) s'explique par un coefficient qui s'applique d'une façon identique sur la courbe prix-dimension. Dans ce contexte, Whitement et al. (1991) ont utilisé une fonction exponentielle multipliée par la fonction prix-dimension. La fonction exponentielle joue le rôle d'un coefficient qui vaut 1 si la valeur de toutes les variables multiplicatives est nulle, et augmente ou diminue selon les variables utilisées. Evidemment, le coefficient multiplié par la fonction, $h(Di)$, peut affecter uniquement le prix du bois de tige hors houppier ou le prix total. Ainsi, selon que les variables affectent uniquement le prix du bois de tige hors houppier ou le prix total, on obtient :

$$PU_L = a.\left(1 - \sum_{i=1}^{n} S_{gi}\right) + \exp\left(\sum_{j=m+1}^{p} f_j L_j\right).\left[\sum_{i=1}^{n} S_{gi}.[b.[1 - \exp[-c.(D_i - dm)]]]\right] + \sum_{j=1}^{m} f_j.L_j \qquad (2.29)$$

$$PU'_L = \exp\left(\sum_{j=m+1}^{p} f'_j.L_j\right).\left[a'.\left(1 - \sum_{i=1}^{n} S_{gi}\right) + \sum_{i=1}^{n} S_{gi}.[b'.[1 - \exp[-c'.(D_i - dm')]]]\right] + \sum_{j=1}^{m} f'_j.L_j \qquad (2.30)$$

Ainsi, les modèles (2.29) et (2.30) correspondent à des faisceaux ou des réseaux de courbes prix-dimension selon les variables comme l'essence, la qualité, la proportion en volume de la tige hors houppier, la largeur moyenne de cerne du lot et la densité du prélèvement. Les équations (2.29) et (2.30) présentent deux spécifications relativement adaptées à des données de vente des bois sur

pied avec n'importe quel degré des hétérogénéités en essences et en dimensions ou venant de n'importe quelle structure.

Nous avons déjà présenté des variables, le plus souvent utilisées dans les modèles de prix, ainsi que notre réflexion sur les effets de la structure et la sylviculture du peuplement sur le prix. Dans le tableau 2.5, nous avons récapitulé les variables, supposées importantes dans la formation de prix, et calculable à partir de la base de données.

Tableau 2.5 : Récapitulatif des variables supposées importantes dans la formation de prix et calculables à partir de la base de données

Catégorie de variables	Variables
Catégorie de bois	Diamètre moyen (Dg)
Effet de la structure du peuplement sur la qualité	Part du bois de tige hors houppier (Sg), hauteur de forme (HF) et largeur moyenne de cerne (LC)
Effet de la structure du peuplement et de la constitution des lots sur le coût d'exploitation	Densité du prélèvement (DP), produit de la densité du prélèvement par le diamètre moyen (DP*Dg) et la part du bois de tige de diamètre 30 et plus (DP*Dg*PBTige30p), proportion en volume du hêtre dans le lot (PH)
Autres variables	Distance de débardage (Debard), bonne qualité (BQ), effet "site" exprimé par 6 variables binaires correspondantes aux divisons présentées dans la base de données (DB, DC, DE, DNE, DN, DV)

II.4 Estimation du modèle statique de prix

A l'aide de la base de données et de la procédure non linéaire du logiciel SAS (méthode d'itération de Marquardt), plusieurs modèles de prix ont été estimés[55], dont on présente le modèle préliminaire avec toutes les variables et le modèle retenu.

Estimation du modèle préliminaire

Tout d'abord, un modèle a été estimé en intégrant toutes les variables présentées dans le tableau (2.5) sous une forme linéaire et additive (annexe 2.1). Afin de garder un maximum de variables explicatives, on s'est d'abord fixé un niveau de 10 %. Parmi les différentes variables présentées dans le tableau 2.5, seuls les deux variables ci-dessous ressortent significativement différentes de zéro :

[55] Dans cette étude, on n'a pas intégré la pondération qu'il conviendrait dans le processus d'ajustement pour éviter le poids excessif des lots importants qui donne l'illusion que ces lots sont mieux estimés.

- Croisement de la densité du prélèvement, du diamètre moyen et de la proportion du bois de tige hors houppier de diamètre 30 et plus (DP*PBTige30P*Dg)
- Croisement de la largeur moyenne de cerne et du diamètre moyen (LC*Dg)

Ainsi, la présence de la part du bois de tige hors houppier et la largeur moyenne de cerne permettent d'expliquer l'effet de la structure et de la sylviculture sur les éléments qualitatifs. En revanche, concernant des déterminants du coût d'exploitation, la seule variable significative est la densité du prélèvement. La distance de débardage reste non significative. En ce qui concerne l'effet "localité" des six divisions utilisées dans la base de données, aucun ne ressort significativement différent de zéro.

Estimation du modèle proposé

Nous procédons par la suite en intégrant les deux variables significatives, largeur moyenne de cerne et densité du prélèvement, dans les deux modèles proposés (2.29 et 2.30). Pour chaque variable, on peut supposer une forme additive ou multiplicative de la relation prix-dimension. Quand la forme de la variable est multiplicative, on peut également distinguer deux spécifications selon que la variable affecte le prix au mètre cube du lot ou uniquement le prix au mètre cube du bois de tige hors houppier du lot. Ainsi, en supposant 3 spécifications possibles pour chaque variable, nous avons obtenu 9 modèles de prix. Seuls les paramètres significatifs à un niveau de 5 % sont retenus dans les modèles. A parité du degré de liberté, la comparaison des modèles ainsi obtenus a été effectuée à l'aide des trois critères suivants : le R^2 ajusté, l'écart-type résiduel et la statistique de Fisher. Comme attendu, la spécification additive de la largeur moyenne de cerne est moins performante que les spécifications multiplicatives. En revanche, la spécification de la largeur moyenne de cerne sous une forme multiplicative du prix de la tige hors houppier a paru la plus performante (les annexe 2.2, 2.3 et 2.4). De la même façon, la spécification additive de la densité du prélèvement (DP.Dg.PBTige30+) est parue statistiquement plus performante que les spécifications multiplicatives (les annexes 2.5 et 2.6). C'est donc le résultat de l'estimation du modèle le plus performant (2.31) qui est présenté par la suite. A partir de l'équation (2.29), on obtient alors le modèle final comme suit :

$$PU_{Lf} = a_f.\left(1-\sum_{i=1}^{n} S_{gi}\right) + \exp\left[k_f.LC.\exp(n_f.LC)\right]\left[\sum_{i=1}^{n} S_{gi}.\left[b_f.\left[1-\exp\left[-c_f.(D_i - dm_f)\right]\right]\right]\right] \quad (2.31)$$
$$+ Min\left[o_f.(DP.Dg.PBTige30+), q_f\right]$$

avec

a_f : a
k_f : γ_1
n_f : γ_2
b_f : $b.f_{m+1}$
c_f : c
dm_f : dm
o_f : $f_1.\beta_1$
q_f : $f_1.\beta_2$

Le résultat de l'estimation de la partie statique relève un fort coefficient de détermination[56] R^2 égal à 97,33 % (annexe 2.3). Il montre donc que le modèle explique[57] 97,33 % de la variation du

[56] La statistique R^2 est le rapport entre la variation expliquée par le modèle et la variation totale de la variable expliquée.

prix des bois sur pied[58]. A partir du même jeu de données, le pouvoir explicatif du modèle est supérieur à celui obtenu par Levy (1997, R^2= 85 %). L'autre indicateur qui apprécie la qualité d'ajustement du modèle est la statistique de Fisher[59]. Elle mesure la correspondance globale du modèle avec les données utilisées. La statistique F, en présence d'une constante, est égale à 55,19, ce qui correspond à une probabilité d'erreur de 0.0001. Enfin, l'écart-type résiduel[60] du modèle est égal à 8,82 euros. Il montre donc l'erreur moyenne d'estimation du modèle. Pour le modèle en question, cette erreur est liée au manque de certaines variables comme la qualité des bois. Cependant, à partir du même jeu de données, l'écart-type résiduel du modèle estimé est presque 40 % inférieure à celle obtenu par Levy (1997) à 12,3 euros. Cette amélioration provient de l'application d'une forme plus adaptée pour la relation prix dimension (une forme hyperbolique au lieu d'une forme puissance), d'une meilleure précision du modèle sur la dimension des arbres (intégration de toutes les classes de diamètre des coupes dans le modèle) et d'une spécification sensible à la part du bois de tige hors houppier et du bois de houppier. Cependant, il semble que pour augmenter davantage la précision du modèle, il faille intégrer certaines variables, notamment la qualité du bois. On rappelle, encore une fois, que la gamme et la variation de la qualité chez les feuillus sont très importantes et donc la qualité du bois est un facteur principal de formation du prix. Dans l'équation (2.31), le seul paramètre non significatif est le paramètre n_f. Vu le nuage de points de la relation entre la largeur moyenne de cerne et le prix, ce résultat est attendu car le champ de données laisse observer plutôt une relation linéaire que parabolique. Le résultat de l'estimation est présenté dans le tableau 2.6.

[57] La statistique de Fisher est le rapport entre la variance expliquée du modèle (variabilité du modèle divisé par le nombre de paramètre moins un) et la variance résiduelle (variabilité résiduelle divisée par le degré de liberté du modèle). En effet, elle permet de tester si l'apport du modèle en termes de variance expliquée est significativement différent de zéro.

[58] Comme le R^2 augmente mécaniquement avec le nombre de variables, le R^2 est interprétable lorsque tous les paramètres du modèle sont significatifs.

[59] La statistique F et le résultat de l'analyse de variance ne sont interprétables qu'en présence d'une constante dans le modèle (même non significative).

[60] L'écart-type résiduel est la racine carrée de la variance expliquée (variabilité du modèle divisé par le nombre de paramètre moins un) et la variance résiduelle (rapport entre la somme des carrés des résidus et le degré de liberté) du modèle.

Tableau 2.6 : Résultat de l'estimation du modèle de prix

Paramètre	Estimation	Statistique t-student	Signification des paramètres
a_f	14,3763	2.1825*	Coordonné à l'origine (constante) correspondant au prix du bois de houppier
b_f	76,5581	3,5428**	Prix maximal du bois de tige hors houppier
c_f	0,0397	2.4356**	Rapidité avec laquelle le prix tend vers le prix maximal
dm_f	26,4656	14,2143**	Diamètre marginal en dessous duquel l'arbre est classé comme le bois de trituration
k_f	1,0914	2,1357*	Effet de la largeur moyenne de cerne
o_f	0,0035	2,6516*	Effet de l'interaction entre densité du prélèvement, diamètre moyen et part du bois de tige de diamètre supérieur ou égal à 30
q_f	14,4667	3,432**	Effet maximal de l'interaction entre densité du prélèvement, diamètre moyen et part du bois de tige de diamètre supérieur ou égal à 30

* Significatif à un niveau de 5 %
** Significatif à un niveau de 1%

Après avoir présenté les statistiques globales du modèle, nous avons procédé à l'observation des statistiques "*t student* " des paramètres dans le tableau 2.6. Les statistiques "*t student* " [61] figurant dans le tableau ci-dessus montrent qu'elles sont toutes significatives à niveau de 5 %.

[61] La statistique *"t student "* est la racine carrée du rapport entre le paramètre et l'écart-type estimé. Elle teste donc si une variable du modèle a un effet significatif sur la variable expliquée. La valeur de "*t student* "correspond à une probabilité d'erreur (seuil de signification) que la variable ou le paramètre en question n'ait aucun effet sur la variation de la variable expliquée. En général, en admettant une probabilité d'erreur inférieure ou égale à 5 % et un grand nombre d'observations, la valeur de la statistique t doit être supérieur ou égal à 2.

L'étude des résidus du modèle estimé montre une forme groupée et centrée avec une légère hétéroscedasticité associée à un écart-type résiduel de 8,82 euros et une espérance nulle (figure 2.16). Ceci peut être est lié à l'absence de certaines variables comme la qualité du bois dans le modèle.

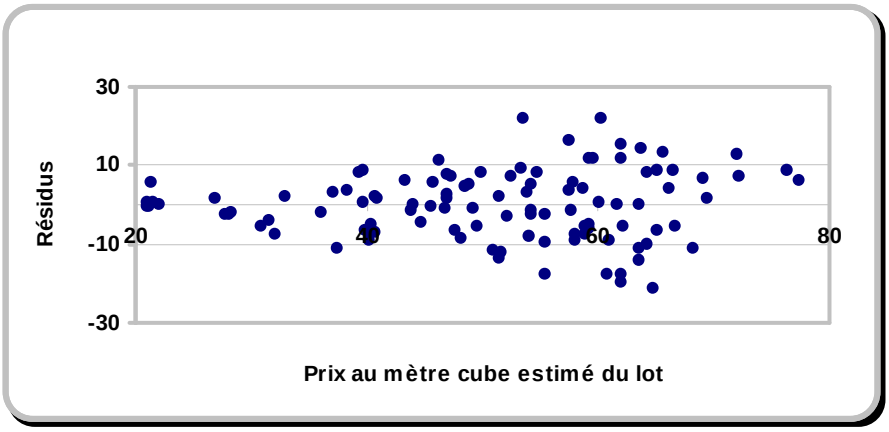

Figure 2.16 : Analyse des résidus du modèle statique du prix des bois sur pied

Le modèle proposé a pour particularité d'intégrer toutes les classes de diamètre des lots, au lieu du diamètre ou du volume moyen. En plus, afin d'avoir une certaine généralité vis-à-vis des diverses situations possibles de coupe et de peuplement, le modèle intègre la part du bois de tige hors houppier et de bois de houppier. Afin d'étudier l'effet de chacune des particularités du modèle proposé en termes de qualité d'ajustement, 3 modèles ont été également estimés.

Modèle de référence 1

En se basant sur le diamètre moyen, le premier modèle (équation 2.32) fournit une référence permettant d'évaluer l'avantage relatif (en termes de qualité d'ajustement) lié à l'intégration de toutes les classes de diamètre.

$$PU_{LR1} = a_{r1}.(1 - S_g) + \exp[k_{r1}.LC.\exp(-n_{r1}.LC)].[S_g.b_{r1}.[1 - \exp[-c_{r1}.(Dg - dm_{r1})]]] + Min[o_{r1}.(DP.Dg.PBTige30+), q_{r1}] \quad (2.32)$$

avec

S_g : Proportion en volume du bois de tige hors houppier dans le lot
Dg : Diamètre moyen

Modèle de référence 2

Le deuxième modèle (équation 2.33) intègre toutes les classes de diamètre et variables utilisés par le modèle proposé, sauf la part du bois de tige hors houppier du lot.

$$PU_{LR2} = \exp[k_{r2}.LC.\exp(-n_{r2}.LC)].\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{v_i}{V_L}.[b_{r2}.[1 - \exp[-c_{r2}.(D_i - dm_{r2})]]]\right] + Min[o_{r2}.(DP.Dg.PBTige\ 30+), q_{r2}] \quad (2.33)$$

avec

v_i : Volume du bois de la classe de diamètre i
V_L : Volume du lot

Modèle de référence 3

Basé sur le diamètre moyen et sans intégrer la part du bois de tige hors houppier, le troisième modèle (équation 2.34) constitue la référence pour évaluer l'effet combiné des deux particularités du modèle proposé.

$$PU_{Lr3} = \exp\left[k_{r3}.LC.\exp(-n_{r3}.LC)\right].\left[b_{r3}.\left[1-\exp\left[-c_{r3}.(Dg-dm_{r3})\right]\right]\right]+ Min\left[o_{r3}.(DP.Dg.PBTige\ 30+), q_{r3}\right] \quad (2.34)$$

Les détails de l'estimation de ces quatre modèles sont présentés dans les annexes 2.3 et 2.7 à 2.9. Le tableau 2.7 récapitule les statistiques des modèles estimés :

Tableau 2.7 : Comparaison des statistiques des différents modèles estimés

Modèles	**Ecart-type résiduel**	**Statistique F**	**Degré de liberté**
Modèle proposé	8,82	55,19	104
Modèle 1	9,20	49,35	104
Modèle 2	9,84	40,91	104
Modèle 3	10,43	34,48	104

Dans le tableau ci-dessus, en comparant les statistiques du modèle 1 (annexe 2.7) avec le modèle proposé (annexe 2.3), on s'aperçoit bien que, toutes choses égales par ailleurs, l'intégration de toutes les classes de diamètre au lieu du diamètre moyen, Dg, a bien augmenté la qualité d'ajustement, soit une baisse d'écart-type résiduel de 4,13 % et une hausse de la *statistique F* de 12 %. Ce résultat est logique car le diamètre moyen diminue l'étendue des données en dimension (à savoir dans notre base de données Dg va de 20 à 80 alors que D_i va de 10 à 110) et augmente la variance du modèle. La comparaison des statistiques du modèle 2 (annexe 2.8) et du

modèle proposé laisse clairement apparaître, toutes choses égales par ailleurs, l'effet important de l'intégration de la part du bois de tige hors houppier sur la qualité d'ajustement. Elle diminue l'écart-type du modèle de 10,4 % et augmente la statistique de Fisher de 35 %. Effectivement, plus la part du bois de tige hors houppier est importante, plus le prix du lot sera important. Il est donc attendu que cette variable affecte d'une manière importante la qualité d'ajustement du modèle. Il s'avère également que la part du bois de tige hors houppier explique une partie des éléments qualitatifs du bois. Enfin, la comparaison du troisième modèle (annexe 2.9) et du modèle proposé montre l'effet combiné des deux particularités du modèle. On voit bien que la spécification proposée diminue l'écart type résiduel de 15,4 % et augmente la statistique de F de 60 %. Ainsi, selon le tableau ci-dessus, le modèle proposé (équation 2.31) présente la meilleure qualité d'ajustement parmi les autres alternatives.

II.5 Analyse de la dynamique du prix des bois sur pied

Dans un contexte déterministe, la relation prix-dimension estimée dans cette section sur les données du prix en 1996, doit être indexée sur le prix moyen à long terme des bois sur pied afin d'être utilisé dans les applications ultérieures. Dans ce contexte, l'analyse de l'aspect dynamique du prix des bois sur pied se fait pour répondre à deux questions :

- Est-ce que la série temporelle du prix des bois sur pied est l'objet d'une quelconque tendance ou des variations cycliques ?

- Est-ce que les écarts relatifs de prix entre les classes de diamètre sont constants dans le temps ?

Les réponses à ces deux questions sont nécessaires pour voir si l'indexation de la relation prix-dimension sur le prix moyen à long terme est pertinente ou non. Si la série temporelle de prix ne fait l'objet d'aucunes tendances ou variations cycliques, on peut supposer que le prix moyen à long terme est un bon indicateur de la valeur du bois sur pied dans le futur (Mitlin, 1988, Whiteman, 1991). En l'occurrence, la question consiste à savoir comment indexer la relation prix-dimension sur le prix moyen de long terme ? Par un seul ou plusieurs indices ?

Est-ce que la série temporelle du prix des bois sur pied est l'objet d'une quelconque tendance ou des variations cycliques ?

L'espérance à long terme de la relation prix-dimension est un bon indicateur de la valeur des bois sur pied lorsque les séries temporelles du prix ne présentent aucune tendance significative. C'est dans ce contexte qu'on étudie les séries temporelles du prix des bois sur pied, de manière à vérifier s'il y a une tendance significative sur la série temporelle du prix des bois sur pied. Nous avons étudié les trois séries correspondant au prix des petits bois (1967-2003), des bois moyen (1967-2003) et des gros bois (1920-2003). Le prix des gros bois est celui pour lequel on dispose de la plus longue période (1920 à 2003). Par la suite, on présente seulement le résultat de l'analyse sur le prix des gros bois. L'analyse de la série a été réalisée par la procédure ARIMA du logiciel SAS.

La procédure ARIMA permet d'identifier les séries temporelles et d'ajuster des modèles du type ARIMA selon certaines techniques dont celle des moindres carrés non linéaires et du maximum de vraisemblance. Pour ce faire, la procédure passe par les trois étapes :

- Identification de séries
- Estimation et vérification des hypothèses
- Prévision

Identification de séries

La première étape consiste à identifier si la série est stationnaire et si, c'est le cas, à quel type de modèle ARIMA (p,d,q), la série en question correspond-elle. Par le biais d'un diagramme d'autocorrélation (graphique des coefficients d'autocorrélation de la série avec ces valeurs passées de différents délais), elle vérifie, d'abord, si la série est stationnaire. Une série est stationnaire quand la fonction d'autocorrélation dépend seulement du délai et non pas du temps. Dans ce cas-là, la fonction d'autocorrélation diminue rapidement quand le pas de temps augmente. Au contraire, pour une série non stationnaire, elle présente une tendance ou une variabilité temporelle qui diminue très doucement quand le délai augmente. Si une série est non stationnaire, il faut la rendre stationnaire car sinon il n'est évidemment pas possible d'estimer un modèle dynamique (section I.6). Les diagrammes d'autocorrélation (corrélogramme) de la série du prix des gros bois de hêtre montre qu'elle est stationnaire (annexe 2.10). Cependant, le corrélogramme présente de façon non significative une variation cyclique de formes sinusoïdes de période de 11 ans qui pourrait être liée à la variation du prix d'énergie[62]. Une fois que la série est stationnaire, on peut procéder à l'observation des diagrammes d'autocorrélation afin de détecter l'ordre (p et q) du modèle ARIMA qui pourrait engendrer la série en question. Pour ce faire, il suffit de vérifier la signification des coefficients d'autocorrélation des différents délais. Par exemple, si les deux premiers coefficients d'autocorrélation sont significatifs, la série correspond à un modèle autorégressif d'ordre 2. Comme pour les gros bois, les trois premiers coefficients sont respectivement, significativement différents de zéro, et les modèles autorégressifs 3 lui correspondent.

Estimation et vérification des hypothèses

La deuxième étape consiste à estimer le modèle identifié, par exemple AR(3), par la méthode du maximum de vraisemblance. Le tableau 2.8 présentent les résultats de l'estimation du modèle en question. Nous avons ensuite vérifié l'hypothèse de l'indépendance des résidus (test de "bruit blanc"). La statistique du χ^2 permet de tester si les résidus sont indépendants ou non. L'indépendance des résidus montre qu'il n'y a pas d'informations supplémentaires à intégrer dans le modèle et que le modèle identifié correspond bien à la série. Dans notre cas, la statistique du χ^2 montre qu'avec un seuil fixé de significativité à 5 %, on ne peut pas rejeter l'hypothèse de l'indépendance des résidus. Cela confirme que les modèles AR estimés correspondent bien aux séries temporelles en question. En outre, sur les tableaux d'estimation, on s'aperçoit que toutes les variables sont significatives. On peut donc procéder à l'étape de prévision.

[62] Rappelons que les industries du bois consument moins d'énergie par rapport à des industries qui produisent les produits de substitution comme PVC ou aluminium. De ce fait, la hausse ou baisse de prix d'énergie est susceptible d'augmenter ou diminuer le prix des bois.

Tableau 2.8 : Résultat de l'estimation du modèle dynamique du prix des gros bois

Paramètre	Estimation	Statistique de t-student	Signification des paramètres
a	14.307	9,992**	Constante
b1	0,916	8,273**	Paramètre du prix de l'année t-1
b2	-0,352	-2,411*	Paramètre du prix de l'année t-2
b3	0,235	2,148*	Paramètre du prix de l'année t-3

* Significatif à un niveau de 5 %
** Significatif à un niveau de 1%

Sur le tableau d'estimation, on s'aperçoit que les statistiques "*t student* " sont toutes supérieures à 2. L'étude des résidus des deux modèles montre une forme groupée et centrée. Ceux-ci sont visualisés dans le graphique de la figure 2.17.

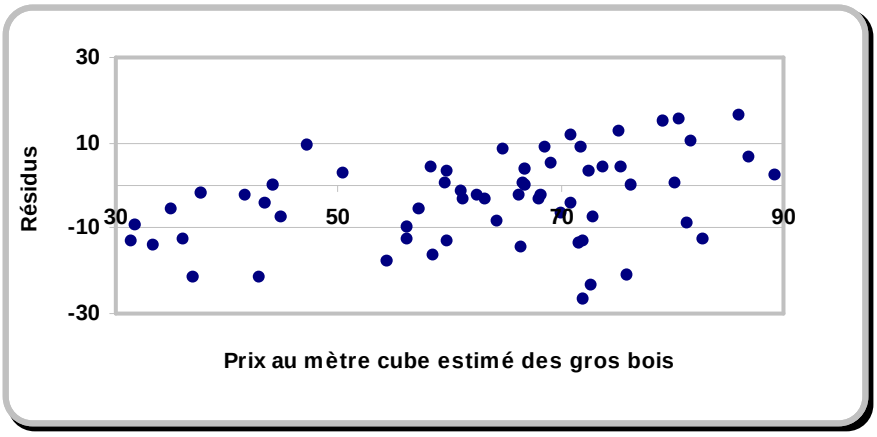

Figure 2.17 : Analyse des résidus du modèle dynamique du prix des gros bois

Prévision

Dans cette étape, à l'aide du modèle estimé, on fait des prévisions aussi bien sur les périodes dont les modèles sont estimés que sur les valeurs futures des séries en question. Pour ce faire, le logiciel lance un processus récursif où les valeurs futures d'une série dépendent des valeurs passées.

Nous avons étudié la correspondance du modèle estimé à la série temporelle utilisé. Nous avons ensuite fait la prévision sur le prix des gros bois dans les prochaines années (2003-2020).

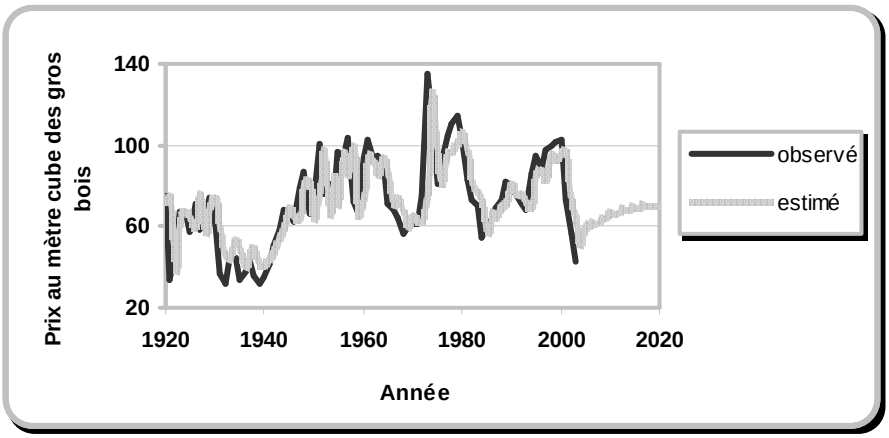

Figure 2.18 : Evolution estimée et observée du prix des gros bois dans la période 1920-2003 et sa prévision jusqu'en 2020

Selon les prévisions faites sur les 15 prochaines années (figures 2.18), la baisse de prix depuis 1995 sera remplacée par une tendance haussière dans les 15 années d'avenir.

A l'issue de cette analyse, on s'aperçoit bien que le prix des gros bois ne présente aucune tendance ou variation cyclique significatif. De la même façon nous avons obtenu le même résultat pour les petits bois et les bois moyens. Les tests de "bruit blanc" des résidus des modèles estimés, confirment, encore une fois, que les séries temporelles étudiées ne font l'objet d'aucune tendance significative.

Est-ce que des écarts relatifs de prix entre les classes de diamètre sont constants dans le temps ?

Dans un contexte déterministe, la relation prix-dimension est souvent indexé sur le prix moyen de long terme en le multipliant par le rapport entre le prix moyen du bois (toutes dimensions confondues) et celui de la courbe prix-dimension (Teeter et Caulfield, 1991, Brazee et al. 1999, Rollin, 2003). Alors, on fait implicitement l'hypothèse sur la stabilité des écarts relatifs de prix entre les classes de diamètre[63]. Or, le changement des écarts relatifs de prix entre les classes de diamètre peut fortement influer sur la gestion et sur la sylviculture optimale des peuplements forestiers. En comparant la sylviculture optimale du pin maritime dans un cas extrême où l'écart de prix entre bois d'œuvre et bois de trituration tend à s'annuler, Peyron et Guo (1995) ont montré que ce changement de forme de la relation prix-dimension a nettement diminué l'âge d'exploitation du pin maritime. De ce fait, il est nécessaire de vérifier dans quelle mesure cette hypothèse simplificatrice correspond à la réalité du marché des bois au cours de ces dernières décennies. Certains auteurs ont montré que les évolutions majeures du marché des bois influencent d'une façon comparable et simultanée le prix des bois de toutes les catégories de dimensions et d'essences (Badré, 1984, Peyron et Guo, 1995, Terreaux et Chavet, 2001). Les figures 2.190 et 2.20 présentent l'évolution du prix des trois grandes catégories du bois de hêtre (petits bois, bois moyens et gros bois) et celle du prix moyen du bois de hêtre (toutes dimensions confondues) dans la période 1967-2003.

[63] Cette hypothèse est valable si du côté de la demande, l'état technologique des industries du bois et les industries qui produisent les produits de substitution restent constants, et du côté de l'offre, la disponibilité d'exploitation présente la même composition en dimensions dans le futur.

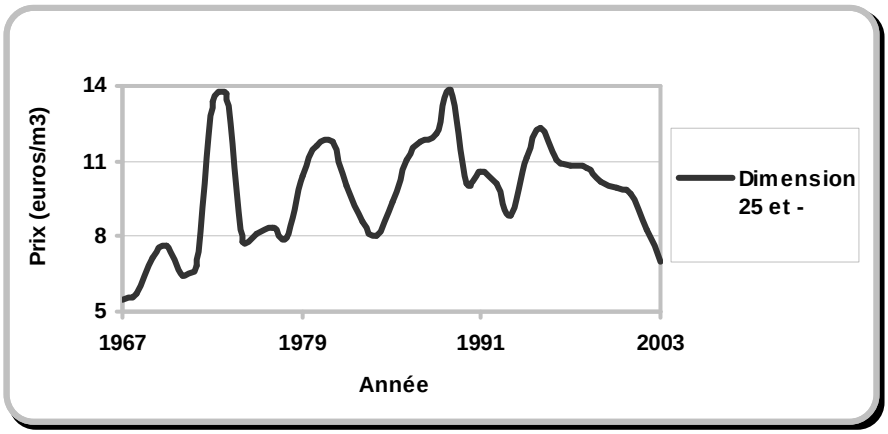

Figure 2.19 : Evolution du prix des petits bois de hêtre (en euro constant 2003) dans la période 1967-2003.

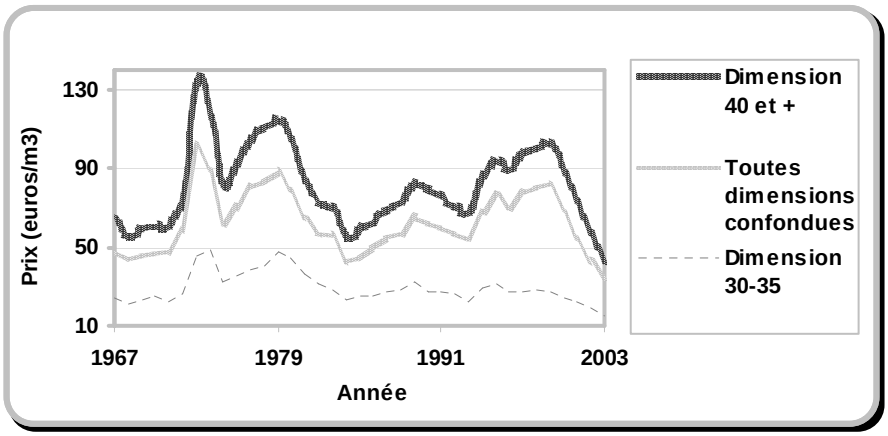

Figure 2.20 : Evolution du prix des bois moyens et des gros bois ainsi que du prix moyen du bois de hêtre (toutes dimensions confondues) dans la période 1967-2003 (en euro constant 2003).

Comme on voit bien dans les deux figures 2.19 et 2.20, les évolutions majeures du marché des bois influencent d'une façon presque comparable et simultanée le prix des bois de toutes les catégories de dimensions (Badré, 1984, Peyron et Guo, 1995, Terreaux et Chavet, 2001). Cependant, la concordance entre les évolutions du prix des bois de différentes dimensions ne signifie pas qu'ils sont influencés de manière identique dans le temps. En d'autres termes, l'évolution des écarts relatifs entre le bois de différentes dimensions, est susceptible de changer dans le temps. L'évolution du rapport entre le prix des bois est un bon indicateur pour vérifier le changement des écarts relatifs au cours de ces dernières décennies. Pour ce faire, nous avons calculé le rapport entre le prix moyen des bois (toutes dimensions confondues) et celui des petits bois, des bois moyens et des gros bois.

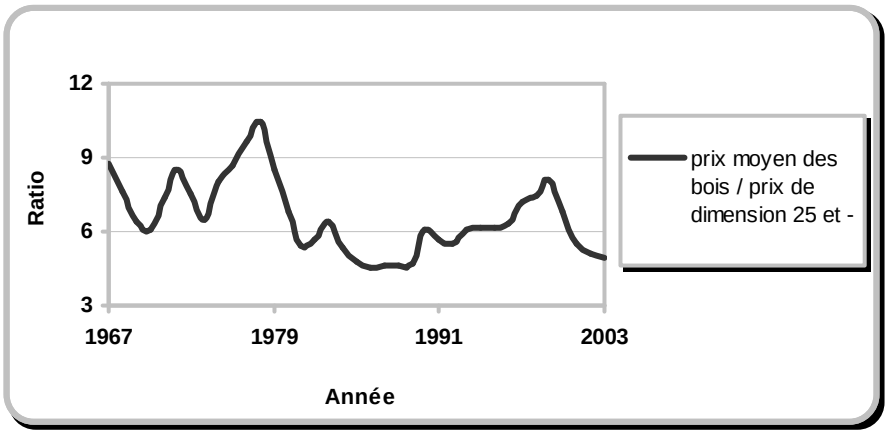

Figure 2.21 : Evolution du rapport entre le prix moyen des bois (toutes dimensions confondues) et celui des petits bois (25 cm et moins) de hêtre

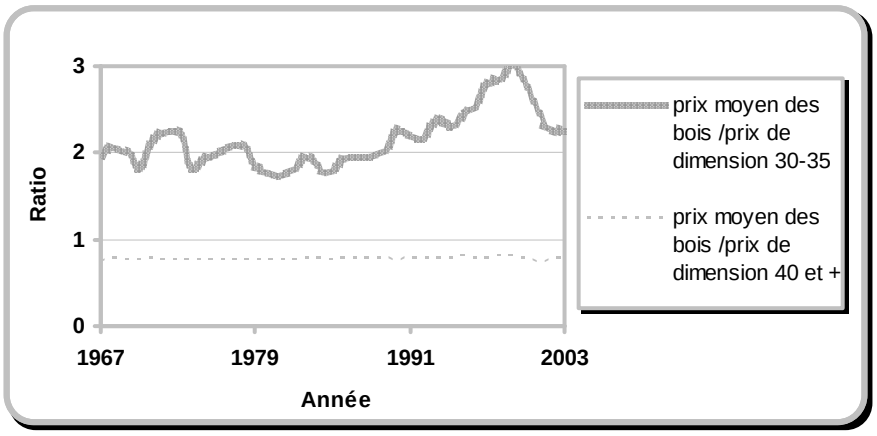

Figure 2.22 : Evolution du rapport entre le prix moyen des bois (toutes dimensions confondues) et celui des bois moyens (30-35) et des gros bois (40 cm et plus) de hêtre.

Sur les figures 2.21 et 2.22, on s'aperçoit que, pendant ces dernières années, le rapport entre le prix moyen des bois et celui des gros bois est resté quasiment stable. En revanche, le rapport entre le prix moyen des bois, et celui des petits bois et des bois moyens sont restés variable. Ainsi, à l'exception des gros bois, les évolutions majeures de marchés des bois ont influé d'une façon différente le prix des bois moyens et surtout celui des petits bois. En toute rigueur, l'hypothèse de la stabilité des écarts relatifs ne peut pas être donc confirmée. Par conséquent, la dynamique de la relation prix-dimension ne peut pas être simulée simplement par la dynamique du prix d'un seul indice de prix. Nous avons alors calculé le prix moyen de long terme des trois grandes catégories du bois de hêtre (petits bois, bois moyens et gros bois) dans la période 1967-2003 (le tableau 2.9).

Tableau 2.9 : Prix moyen national du bois de hêtre sur pied pour trois grandes catégories de bois dans la période 1967-2003 (en euro constant de 2003)

Catégorie du bois	Prix moyen à long terme en euro constant 2003
Petits bois	10,05
Bois moyen	30,59
Gros bois	83,97

En comparant les prix moyens nationaux à long terme des petits bois, des bois moyens et des gros bois, d'une part, et ceux obtenus par la relation prix-dimension, d'autre part, on a obtenu les coefficients adaptés pour transformer la relation prix-dimension en prix à long terme (en euro constant 2003).

II.6 Illustration du modèle statique de prix

Après avoir estimé le modèle statique de prix (relation prix-dimension), il s'agit maintenant de faire une démonstration de leurs comportements et de leurs aptitudes pour les applications ultérieures.

Le modèle estimé permet de simuler l'évolution du prix des bois sur pied en fonction du diamètre, de la part du bois de tige hors houppier, de la densité du prélèvement et de la largeur moyenne de cerne. Le modèle calcule le prix au mètre cube du lot, décomposé par classes de diamètre, par la somme du produit du prix de bois de tige hors houppier et du bois de houppier par leurs proportions (en volume) correspondantes. Il est composé de deux parties correspondant respectivement au prix du bois de houppier (bois de trituration) et au prix du bois de tige hors houppier. Le prix du bois de trituration suit une droite indépendante du diamètre. En revanche, le prix du bois de tige hors houppier suit une forme hyperbolique hautement croissante en fonction du diamètre. Il y a un seuil critique du diamètre en dessous duquel l'arbre ne produit que du bois de trituration. D'après l'estimation du modèle, ce seuil correspond à 27 cm de diamètre. Les observations sur le prix des arbres ayant un diamètre inférieur ou égal à 27 cm, représentent donc une droite constante. A partir du point de jonction entre la droite et la courbe, l'arbre commence à produire à la fois du bois de trituration et du bois d'œuvre. Ainsi, le prix au mètre cube de l'arbre ou du lot augmente donc rapidement en fonction du diamètre Dans la figure 2.23, la courbe prix-dimension estimée à partir de l'ensemble des données, et le nuage de points sont visualisés.

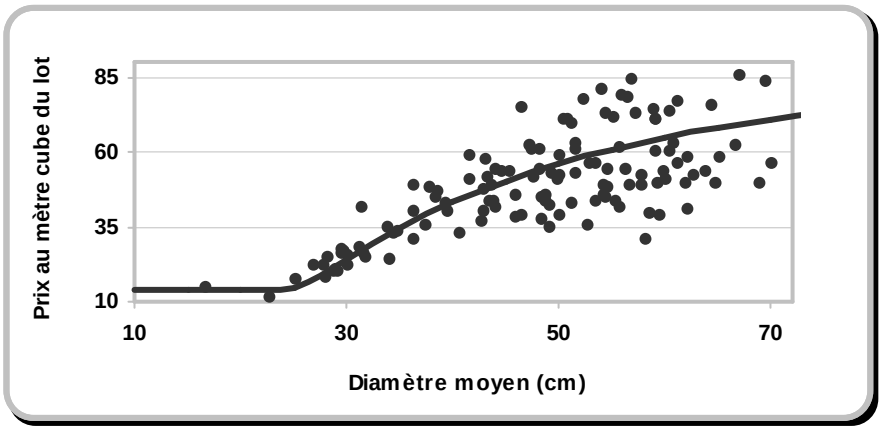

Figure 2.23 : Relation entre le prix au mètre cube et le diamètre moyen du lot, estimée à partir de l'ensemble des données

Sur la figure 2.23, on voit que la courbe estimée correspond bien au nuage de points des données utilisées. Les prix estimés par le modèle sont également comparables aux prix moyens nationaux estimés en France par l'Office National des Forêt (l'ONF). Par exemple, le prix moyen du bois de trituration en Lorraine a été estimé à 14,4 euros (en euro constant de 2003) qui est comparable au prix moyen national des petits bois (de diamètre égal ou inférieur à 25 cm), calculé par l'ONF en 1995-96 à 12 euros (en euro constant de 2003). En outre, le diamètre marginal, en dessous duquel l'arbre est classé comme bois de trituration, est estimé à 27 cm (à un niveau inférieur à 1 %) qui correspond bien au nuage de points des données utilisées. Le diamètre marginal est absolument compatible avec la classification des feuillus par catégorie de diamètre, appliquée par l'ONF où les petits bois (en négligeant le bois de feu, on l'a considéré comme le bois de trituration) ont un diamètre inférieur ou égal à 27,5 cm.

La courbe prix-dimension dans le graphique 2.24 est obtenue en faisant varier le diamètre et en gardant les autres variables constantes, dont la part moyenne du bois de tige hors houppier, à 65 % et la densité du prélèvement à 68 m3 par hectare. Cependant, afin de mieux visualiser la correspondance du modèle avec le nuage de points, deux courbes de prix-dimension ont été tracées en fonction de la variation de la proportion en volume du bois de tige hors houppier dans la base de données (de 20 % à 80 %).

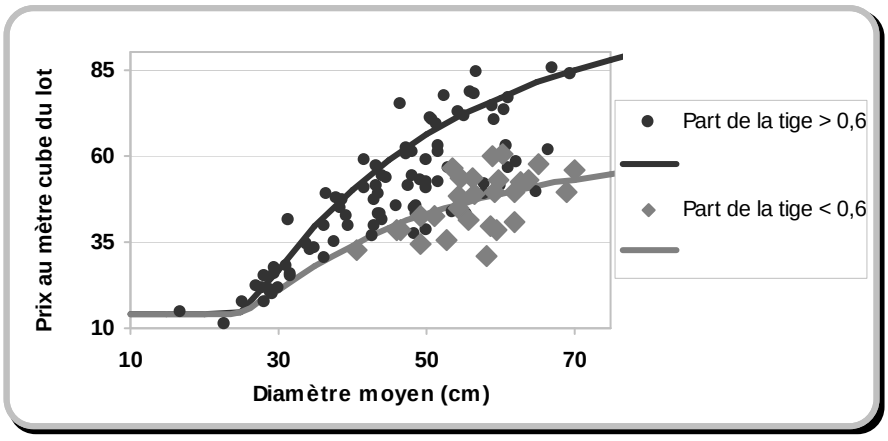

Figure 2.24 : Relation entre le prix au mètre cube et le diamètre moyen du lot pour deux proportions du bois de tige (hors houppier)

Sur la figure 2.24, on voit que l'introduction de la part du bois de tige hors houppier a permis de mieux couvrir le nuage de points dans le plan prix-dimension. De ce fait, une grande partie de la variabilité résiduelle semble expliquée. Cependant, il y a évidemment des différences qualitatives interindividuelles et inter-peuplement qui jouent, surtout pour les gros arbres, et qui ne peuvent pas être prédites. Afin de mieux visualiser la correspondance du modèle estimé avec les données utilisées, on compare le prix au mètre cube observé et prédit pour chaque lot étudié (figure, 2.25).

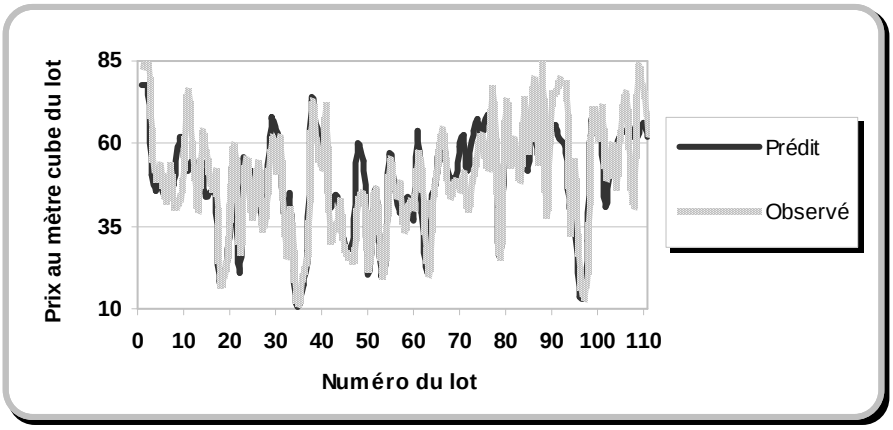

Figure 2.25 : Comparaison des prix (au mètre cube) prédits et observés de 111 lots du bois sur pied

Sur la figure 2.25, on s'aperçoit que les prix estimés et observés sont souvent superposés. En revanche, là où ils s'écartent, l'écarte type moyen ne dépasse pas de 8,82 euros/m3.

Afin de visualiser l'effet des autres variables sur le prix, trois courbes ont été obtenues en faisant varier la largeur moyenne de cerne de 25 à 45 mm (figure 2.26).

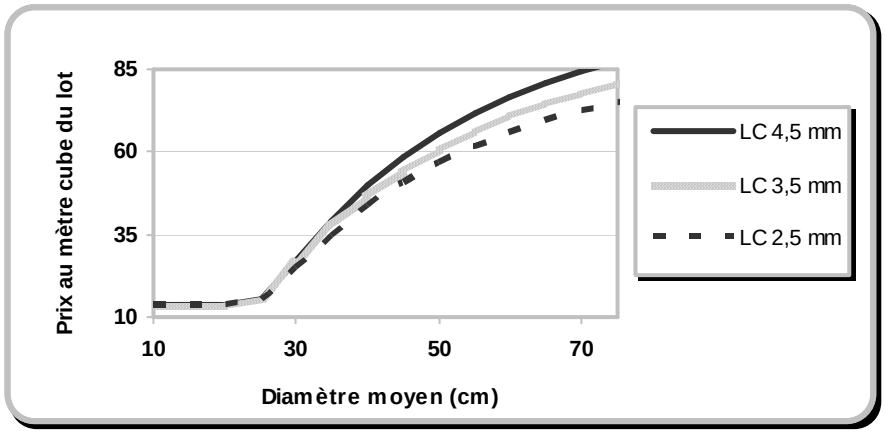

Figure 2.26: Relation entre le prix au mètre cube et le diamètre moyen du lot pour différentes largeurs de cerne

Sur la figure 2.26, on constate qu'à un diamètre de 60 cm, le prix augmente de 19 % lorsque la largeur moyenne de cerne passe de 0,25 (62 euros/m3) à 0,45 (74 euros/m3).

Le modèle de prix estimé intègre également l'effet combiné de la densité du prélèvement, du diamètre moyen, et de la part du bois tige hors houppier de diamètre 30 et plus. Cette variable croisée est susceptible de refléter la différence entre le prix des bois sur pied issus d'une coupe de

régénération (ayant une forte densité du prélèvement composé de gros bois) et ceux issus d'une coupe d'amélioration (à faible densité du prélèvement composé de bois moyens et petit bois) ainsi que la différence de la densité de coupe suivant différents régimes sylvicoles. Dans la figure 2.27, nous avons comparé les courbes prix-dimension de coupes très intensives et extensives (200 contre 50 m3/ha).

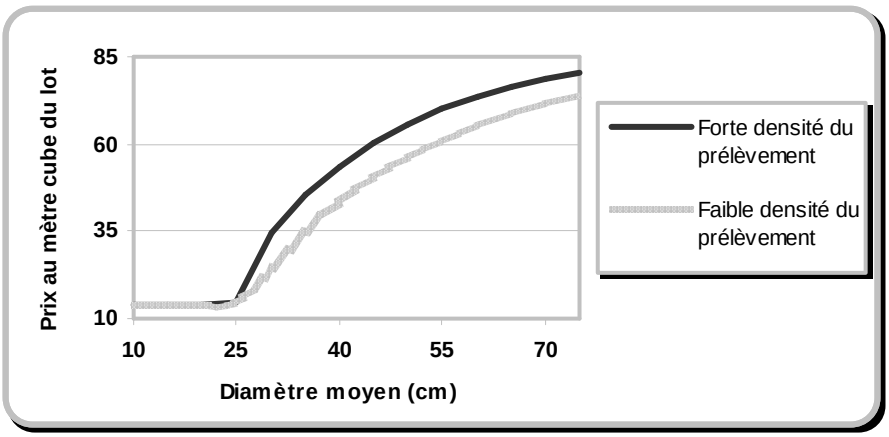

Figure 2.27 : Relation entre le prix au mètre cube et le diamètre moyen du lot pour des coupes à faible et à forte densités du prélèvement

Sur la figure 2.27, on s'aperçoit que l'effet de la hausse de la densité du prélèvement sur le prix dépend du diamètre moyen. Cet effet est d'autant plus net que l'arbre est gros et ceci jusqu'à un seuil critique. En effet, l'effet de la densité du prélèvement sur le prix au mètre cube ne dépasse pas 15 euros par mètre cube. Sur le graphique de la figure 2.27, pour un diamètre d'exploitation de 50 cm, la hausse de la densité du prélèvement augmente de l'ordre de 10 euros le prix au mètre cube de bois sur pied.

Le modèle estimé dispose d'une flexibilité de forme suivant les parts du bois de tige hors houppier et du bois de houppier, d'une part, et les prix correspondants, d'autre part. Ainsi, on peut obtenir différente forme de relation prix-dimension en considérant différents scénarios d'évolution de la part et de prix du bois de tige hors houppier et du bois de houppier. Le modèle proposé présente alors une flexibilité importante pour simuler différents types de relation prix-dimension issue des différentes structures et différentes situations de prix.

CONCLUSION

Après avoirs étudié les grands types de modèles de prix, leurs intérêts et leurs limites, deux types de modèles sont développés dans ce chapitre : le modèle statique et le modèle dynamique.

Le modèle statique de prix est développé d'une façon générale, permettant une facilité d'application dans les différentes structures forestières. Ceci est réalisé à l'aide de la proportion du bois de tige hors houppier, d'une part, de la densité du prélèvement et de la largeur moyenne de cerne, d'autre part. Ces trois élements permettent de rendre compte de certains aspects importants de l'effet de la structure et de la sylviculture sur le prix. Ce modèle peut être couplé avec le modèle estimé pout l'evolution du bois de houppier en fonction de la densité du peuplement (introduit par le rapport entre hauteur moyenne et diamètre moyen du lot) et du diamètre de l'arbre. Les modèles développés seront ultérieurement couplés avec le modèle de croissance pour construire le modèle de gestion forestière dans le chapitre 4.

CHAPITRE III

CRITERE ECONOMIQUE DE GESTION

CHAPITRE III

Introduction 149

I. Revue historique du développement des critères économiques de gestion forestière 150
I.1 Maximisation de la production moyenne annuelle en volume ou valeur 150
I.2 Maximisation du Bénéfice Actualisé à Séquence Infinie (BASI) 152
I.3 Trois débats sur le Bénéfice Actualisé à Séquence Infinie (BASI) 156

II. Limites du critère de Faustmann (BASI) 172
II.1 Problème du choix du taux d'actualisation 173
II.2 Intégration du risque 179

III. Critère de décision et structures forestières 186
III.1 Application du Critère de Duerr dans le cas des peuplements irréguliers 190
III.2 Application du Critère de Faustmann dans le cas des peuplements réguliers, irrégulier et en conversion 193
III.3 Décomposition du critère de Faustmann à l'échelle de l'arbre ; du peuplement régulier à l'arbre 203

Introduction

On entend par critère de gestion la façon dont l'objectif d'un propriétaire forestier peut être formulé et intégré dans un programme d'optimisation soit, dans la fonction à optimiser, soit sous forme de contrainte. Ces critères sont de nature économique, écologique, ou sociale. Ils peuvent aussi combiner plusieurs de ces aspects, voire tous. Il s'agit dans ce chapitre de se concentrer sur les critères économiques de gestion. Historiquement, les premiers critères de ce type ont été formulés en unités physiques (volume ou masse de bois). Ils pourraient donc être calculés sur la base du seul premier chapitre de cette thèse. Ils ont été aussi formulés en valeur monétaire. Initialement, la valeur monétaire était simplement une unité commode qui se différenciait peu d'une référence en volume ou en masse, en ce sens que le prix était un simple paramètre indépendant de la qualité du bois. Cependant, ce prix a intégré par la suite le fait que la valeur d'un gros bois est différente de celle d'une jeune tige. Les critères de gestion en valeur se sont alors démarqués des critères physiques de gestion. Ils pourraient être calculés sur la base des deux premiers chapitres de cette thèse. Cependant, comme l'a écrit Varenne de Fenille (1791), "*il entre une donnée de plus, savoir l'intérêt pécuniaire qu'eut rapporté le prix du [bois] vendu, et dont on est privé lorsqu'on diffère la vente*". Comme on vient de le voir, les considérations historiques ne sont pas sans importance en la matière, d'autant plus que des enseignements anciens ont encore parfois du mal à passer dans les faits. C'est donc à partir d'une analyse historique faite dans la première section que commencera ce chapitre de manière à introduire correctement le critère du bénéfice actualisé à l'infini qui a été proposé par Faustmann (1849) il y a plus d'un siècle et demi.

Après maintes utilisations, vérifications, confirmations et critiques depuis sa détermination en 1849, le critère de Faustmann reste le critère de base qui fait l'unanimité parmi les économistes, dans un contexte déterministe (Johanssonn et Löfgren, 1985, Samuelson, 1976, Peyron et al, 1998, Newman, 1988, Peyron et Maheut, 1999, Newmann, 2002, et Viitala, 2006). Cependant, les hypothèses de base de la théorie de Faustmann ne sont pas toutes adaptées à la réalité. Ainsi, son emploi sous sa forme classique est souvent rejeté pour l'optimisation de la gestion forestière (Dieter, 2001). Depuis quelques décennies, la littérature s'est consacrée à lever certaines hypothèses les moins réalistes du critère de Faustmann. C'est donc l'objet de la deuxième section qui portera sur les intérêts et les limites du critère de Faustmann et donnera également un aperçu des moyens de le prolonger pour résoudre des problèmes pour lequel sa formulation initiale n'était pas adaptée notamment dans un contexte risqué.

Comme partout en foresterie, les modèles de décision diffèrent souvent selon la structure des peuplements forestiers. Il s'agit de distinguer entre deux grands types de structure, équienne et inéquienne ou bien régulière et irrégulière. Le modèle de décision de Faustmann s'est développé autour des modèles de peuplements équiennes et monospécifiques. La simplicité du raisonnement, l'enjeu économique, en général plus fort pour les forêts artificielles, le fait que le facteur temps puisse être aisément appréhendé à travers l'âge des arbres, viennent à l'appui de cette réalité, et expliquent que ce modèle reste, aujourd'hui encore, le plus souvent pris en exemple. En revanche, si la procédure à adopter en futaie régulière est très claire, il reste encore des zones d'ombre sur la manière de traiter les peuplements inéquiennes, dans le cas où on désire se prononcer à la fois sur le stock et la gestion optimale à long terme, ou encore dans un contexte risqué. Par ailleurs, un modèle de décision limité à une structure (régulière ou irrégulière) peut être sous-optimal par rapport à la solution optimale d'un modèle général d'investissement (Haight, 1990 a et b). Par conséquent, comme pour les modèles de croissance et de prix, on a

besoin de développer un modèle économique de décision qui puisse s'affranchir de la dichotomie classique des structures forestières, régulière et irrégulière. C'est donc l'objet de la troisième section qui porte sur la formulation d'un modèle général d'investissement dans un contexte déterministe et risqué.

Ainsi, la première section porte sur la revue historique du développement des critères économiques de gestion forestière. Ensuite, dans la deuxième section, on abordera certaines limites du critère de Faustmann. Enfin, la troisième section porte sur le lien entre les critères de décision et les structures forestières.

I. Revue historique du développement des critères économiques de gestion forestière

Les bases de la théorie économique forestière, reposant sur la question de l'âge optimal d'exploitation d'un peuplement forestier, d'une part, et sur celle de la valeur des forêts, d'autre part, se sont constituées progressivement pour prendre corps définitivement en 1849 par l'article fondateur de Faustmann. C'est cette progression détaillée dans les deux premiers paragraphes qui distinguent la maximisation de la production moyenne en volume ou en valeur (critères technique et technico-économique), de celle du bénéfice actualisé à l'infini (critère économique et financier, critère de Faustmann). Mais ces bases ont été longuement discutées depuis et ont fait l'objet de trois grands débats qui sont analysés ensuite. Les études réalisées dans cette section s'appuient sur des exemples simples qui ont pour objet, parallèlement aux formulations mathématiques, d'illustrer, par des résultats chiffrés, les différentes conclusions issues des analyses théoriques.

I.1 Maximisation de la production moyenne annuelle en volume ou valeur

Historiquement, la productivité physique exprimée sous la forme d'une production moyenne de bois, constitue la première règle de décision en foresterie. Elle se définit comme une production par unité de temps depuis la constitution du peuplement jusqu'à sa récolte (accroissement moyen). Soit n l'âge, $V(n)$, la production totale en volume, la production moyenne annuelle, $\overline{V}(n)$, s'écrit alors :

$$\overline{V}(n) = \frac{V(n)}{n} \tag{3.1}$$

Optimiser ce critère, revient à maximiser la quantité de bois produit, ou à minimiser la surface consacrée à la foresterie pour une quantité donnée de bois à produire (Newman, 1988, Newmann, 2002, Peyron, 1998). En dépit de sa nature purement technique et des objections qui lui sont attribuées, il a été reconnu, depuis de nombreuses années, par les forestiers dont on cite les plus connus comme Duhamel du Monceau (1764), Varenne de Fenille (1791), Hartig (1796), Baudrillart (1825). Selon Peyron (1998), ce critère est encore reconnu par l'Office National des Forêts (ONF) comme une valeur de référence. Pour rendre maximale la production moyenne annuelle, il suffit d'annuler la dérivée de son expression par rapport à l'âge n. On obtient alors :

$$\left(\frac{dV(n)}{dn}\right) = \frac{V(n)}{n} = \overline{V}(n) \tag{3.2}$$

avec

$\frac{dV(n)}{dn}$: Dérivée de la production totale en volume par rapport à l'âge (ou accroissement courant[64])

Ce critère est maximisé quand les accroissements moyens et courants s'égalisent. en d'autres termes, l'accroissement moyen est maximisé lorsque la tangente de la courbe de production totale (l'accroissement courant) passe par l'origine (l'accroissement moyen). Malgré la facilité d'application et la nature concrète de ce critère, sa pertinence est d'autant moindre que le capital productif (le peuplement sur pied) est hétérogène. En effet, le revenu R_n qu'on peut tirer de la production dépend aussi bien de sa quantité, exprimée en volume V_n que de sa qualité, exprimée par le prix au mètre cube, PU_n. Etant une fonction de l'âge du peuplement (évidemment en futaie régulière) ou bien, d'une façon plus générale, en fonction de la dimension de l'arbre, ce prix intègre le fait que la valeur d'un gros bois est différente de celle d'une jeune tige. Il apparaît alors nécessaire que le critère de gestion intègre, d'une façon multiplicative, la qualité et la quantité des bois produits. Les critères de productivité en valeur se sont démarqués ainsi des critères de productivité physique. En s'appuyant sur la productivité en valeur, il est possible de tenir compte également des coûts de production et du coût de régénération. Ainsi, le bénéfice B_n se calcule en soustrayant du revenu total R_n le coût de régénération D_0. Le critère de productivité en valeur ou bénéfice moyen annuel BM ou la rente forestière est simplement le bénéfice total par unité de temps :

$$BM(n) = \frac{B_n}{n} = \frac{PU_n.V_n - D_0}{n} = \frac{R_n - D_0}{n} \tag{3.3}$$

Duhamel du Monceau, 1764 et Hartig, 1796 ont été les premiers à utiliser ce critère. En annulant la dérivée de l'expression (3.3) par rapport à l'âge n, la condition d'optimalité du premier ordre est la suivante :

$$\frac{dB_n}{dn} = \frac{dR_n}{dn} = BM \tag{3.4}$$

avec

$\frac{dB_n}{dn}$: Dérivée du bénéfice ou du revenu total par rapport à l'âge (bénéfice marginal)

Ce critère est donc maximal lorsque le bénéfice annuel moyen et le bénéfice marginal s'égalisent. Cette condition rappelle le résultat classique de la théorie de production en économie comme en foresterie. Le bénéfice moyen est maximisé lorsque la tangente de la courbe de bénéfice total (bénéfice marginal) passe par l'origine (bénéfice moyen). En effet, aucun des deux critères (productivité en volume ou en valeur) ne semble utile comme règle de décision. La productivité en volume est un critère purement technique qui ne tient absolument pas compte de variables économiques comme le prix des bois et le coût d'immobilisation des capitaux (le fonds et le peuplement). En revanche, comme dans une parcelle isolée les revenus et les dépenses ne vont pas avoir lieu en même temps, la rente forestière néglige ainsi l'aspect financier de

[64] L'accroissement courant en volume est le volume du bois produit dans un temps donné de t. Il est souvent estimé par l'accroissement moyen annuel au cours de cinq dernières années qui précède l'inventaire.

l'investissement forestier. En effet, certes, elle prend en compte le revenu et donc l'effet de la hausse des prix avec l'âge du peuplement mais elle néglige le coût d'opportunité[65] lié à l'immobilisation des capitaux (60 à 95 % du coût total de production selon Chapman, 1931) qui est nécessaire pour engendrer ce revenu. Ainsi, elle intègre les variables économiques (coût et revenu) mais de façon très incomplète et incorrecte, ce qui donne lieu à des résultats aberrants et biaisés. Ainsi, l'emploi de ce critère tend à déplacer l'âge optimal d'exploitation au-delà du revenu moyen maximum.

I.2 Maximisation du Bénéfice Actualisé à Séquence Infinie (BASI)

Basé sur la théorie de la valeur de la forêt, Faustmann (1849) propose le bénéfice actualisé à l'infini comme le critère économique le plus adapté pour la gestion forestière. Même si Faustmann n'avait pas perçu la portée de sa théorie, celle-ci en acquérant un caractère plus général (valeur d'un capital), dépasse largement le monde forestier. Elle précède de plus d'un demi siècle son développement complet en économie sous la théorie positive du capital (Chang, 2001, Peyron, 1999, O'laughlin, 1990). D'un point de vue micro-économique, le critère du bénéfice actualisé à l'infini de Faustmann correspond au choix optimal d'investissement (voir annexe 3.1). Dans ce qui suit, on rappelle tout d'abord la théorie de la valeur de la forêt, puis on se concentre sur l'intérêt de la valeur de la forêt comme le critère de décision.

Rappel sur la théorie de la valeur de la forêt

König (1835)[66] a essayé pour la première fois de calculer la valeur du fonds forestier par le bénéfice actualisé de toutes les révolutions à l'infini [67](voir annexe 3.2). Le modèle présenté par König reste cependant une méthode théorique de l'estimation de la valeur du fonds et non pas un critère de gestion forestière.

Dans son article fondateur, Faustmann (1849 b) explique bien que le bénéfice actualisé à l'infini, correspond à la valeur d'avenir de la forêt et comprend la valeur du sol, d'une part, et celle du peuplement qui y pousse, d'autre part :

$$W_n(a) = BASI_n(a) = F_n + S_n(a) \tag{3.5}$$

avec

$W_n(a)$: Valeur d'avenir de la forêt à l'âge initial a (valeur en bloc) à une révolution de n années
F_n : Valeur d'avenir du fonds forestier à une révolution optimale de n années
$S_n(a)$: Valeur d'avenir du peuplement d'âge a à une révolution optimale de n années

Hypothèses de base de Faustmann

La théorie de Faustmann s'articule autour d'un peuplement régulier isolé, généré par un coût initial de plantation, D_0, qui pousse selon une fonction de croissance en volume, $V(t)$, et qui peut être vendu à l'âge n à un prix au mètre cube constant et net de tous les coûts, PU, ce qui produit

[65] C'est le coût lié au renoncement à des placements à un taux r pendant l'immobilisation des capitaux
[66] Un extrait de cet article se trouve dans Peyron, 1998.
[67] A la différence des autres actifs immobiliers, les fonds forestiers ne s'échangent pas souvent sur le marché. En outre, ils sont souvent accompagnés d'un peuplement, ce qui rend difficile l'estimation de la valeur du fonds. Pour ces raisons, le calcul de la valeur du fonds forestier par la somme infinie des revenus nets actualisée semblait la meilleure méthode.

le revenu R_n. Cette révolution de n années se répète à l'identique jusqu'à l'infini (régime stationnaire). Faustmann a supposé que la productivité, le prix, le coût et le taux d'actualisation sont constants au cours du temps. Il a émis également l'hypothèse que les marchés des capitaux sont parfaits et donc que le taux d'actualisation est bien connu. Ainsi, l'âge optimal d'exploitation est identique pour toutes les révolutions. Le problème qu'étudie Faustmann consiste à choisir la sylviculture (l'âge d'exploitation) qui maximise le bénéfice actualisé net de toutes les révolutions d'un peuplement jusqu'à l'infini. En d'autres termes, le modèle de Faustmann est basé sur une sylviculture stationnaire dans le sens où on répète toujours une même gestion sylvicole optimale dans le temps.

On considère un peuplement régulier, traité en un seul bloc de surface unitaire et en régime stationnaire. Ce dernier correspond à l'application d'une sylviculture optimale (définie par un ensemble de règles dont l'âge d'exploitation et le calendrier optimal d'éclaircie) qui se répète de façon identique jusqu'à l'infini. Ainsi, on ne désigne un état stationnaire que par sa révolution (n). On néglige par ailleurs toutes les recettes et dépenses intermédiaires. Les seuls revenus, R_n, et dépenses, D_0, d'un sol nu peuvent être répétées jusqu'à l'infini. Pour ce peuplement, la valeur de la forêt à l'âge a, se calcule selon la définition donnée auparavant par le bénéfice actualisé de toutes les révolutions à l'infini (voir annexe 3.2, équation 3.2.12):

$$BASI_n(a) = W_n(a) = \frac{(R_n - D_0)(1+r)^a}{(1+r)^n - 1} = (F_n + D_0)(1+r)^a \qquad 0 < a \leq n \tag{3.6}$$

avec

$BASI_n(a)$: Bénéfice actualisé à l'infini de la forêt (valeur de la forêt) à l'âge initial a à une révolution de n années
R_n : Revenu à l'âge n
D_0 : Coût de plantation
r : Taux d'actualisation

Dans l'équation 3.6, l'âge zéro (sol nu) peut être considéré comme un cas particulier où le peuplement est absent (la valeur du peuplement est nulle, $S_n(0)=0$) et donc la valeur de la forêt coïncide exactement avec la valeur du fonds. Ainsi, en calculant la valeur de la forêt à la date zéro, on obtient la valeur du fonds (voir l'annexe 3.2, équation 3.2.7):

$$BASI_n(0) = W_n(0) = F_n = -D_0 + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n - 1} = \frac{R_n - D_0(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \tag{3.7}$$

avec

$BASI_n(0)$: Valeur du fonds

Pour simplifier les notations, la valeur du fonds, $BASI_n(0)$, sera désormais notée BASI (F_n). De même, la valeur d'avenir de la forêt d'un peuplement isolé à l'âge initial a, $BASI_n(a)$, sera désignée par $W_n(a)$, sauf mention contraire. Dans le cas d'une forêt équilibrée de n parcelles d'âges échelonnés, le bénéfice actualisé à l'infini, correspondant à la valeur de la forêt, sera noté W_n, sauf mention contraire.

De la valeur de la forêt au critère de décision ; apport de Faustmann

Faustmann est le premier à avoir expliqué le fait que le problème de l'estimation de la valeur de la forêt et celui de l'optimisation de la gestion n'ont qu'une solution unique. Dans cet article fondateur, Faustmann (1849) déclare nettement l'intérêt du bénéfice actualisé net à l'infini comme le critère de la gestion forestière. Il explique bien que le bénéfice actualisé à l'infini présente certains intérêts pratiques, en particulier son emploi pour juger des avantages que présentent une durée de révolution et un type de gestion. En effet, la gestion la plus avantageuse est celle qui possède la plus forte valeur actualisée nette possible. C'est pourquoi le bénéfice actualisé à l'infini est souvent appelé le critère de Faustmann.

Avec ses connaissances en finance et foresterie, Pressler en 1860 a réaffirmé la validité de la théorie de König-Faustmann et son intérêt pour l'optimisation de la gestion forestière (O'laughlin, 1990). Indépendamment de la littérature de König-Faustmann-Pressler, Ohlin (1921) résout correctement et avec un résultat similaire le problème de l'âge d'exploitation.

La condition d'optimalité du critère de Faustmann peut être obtenue en maximisant la valeur de la forêt ou celle du fonds d'un peuplement isolé [68](annexe 3.2, équation 3.2.21) :

$$\frac{dR_n}{dn} = r.(BASI + R_n) \tag{3.8}$$

Cette condition d'optimalité correspond au résultat classique en économie, c'est-à-dire à l'égalité entre coût et revenu marginal. L'optimum est atteint lorsque le coût marginal d'immobilisation du fonds et du peuplement sur pied, $r.(BASI + R_n)$, et le revenu marginal, dR_n/dn, s'égalisent. Une deuxième interprétation intéressante de la condition d'optimalité du critère de Faustmann consiste à définir le coût marginal, en termes du coût d'attente de l'âge d'exploitation, et du coût de report dans le temps de toutes les révolutions ultérieures. Pour ce faire, il suffit de décomposer le BASI en bénéfice lié à la première révolution à celui de toutes les révolutions ultérieures. Dans l'équation (3.8), en remplaçant BASI par son équivalent, $-R_n + \frac{R_n - D_0}{1-(1+r)^{-nr}}$, on obtient :

$$\frac{dR_n}{dn} = r.\left[\frac{R_n - D_0}{1-(1+r)^{-nr}}\right] \tag{3.9}$$

En développant le terme, $\frac{1}{1-(1+r)^{-nr}}$, comme la somme infinie d'une série géométrique, on obtient :

[68] Il est facile à démontrer que la maximisation de la valeur de la forêt revient à maximiser la valeur du fonds :

$\frac{dW_n(a)}{dn} = \frac{dF_n}{dn}.(1+r)^a = 0 \Rightarrow \frac{dW_n(a)}{dn} = \frac{dF_n}{dn} = 0$. En d'autres termes, il n'y a qu'une seule révolution unique qui maximise la valeur de la forêt à l'âge a ; c'est celle du fonds. Alors, le bénéfice actualisé à l'infini peut être appliqué, d'une façon cohérente dans le temps, quel que soit l'âge initial du peuplement (*a*). C'est d'ailleurs l'une des propriétés importantes du critère de Faustmann, celle de la cohérence temporelle.

$$\frac{dR_n}{dn} = r(R_n - D_0) + r(R_n - D_0)\sum_{n=1}^{\infty}(1+r)^{-n} \tag{3.10}$$

La condition d'optimalité du premier ordre du BASI, présenté dans l'équation ci-dessus, est identique à celle présentée par Routledge (1980) et Reed (1984 et 1986). Selon cette condition, l'optimum est atteint lorsque la hausse marginale du revenu d'un peuplement sur la période n à $n+1$ est égale à l'intérêt qui aurait pu être gagné pendant cette période sur le bénéfice perçu de la coupe du peuplement au temps n, ainsi que sur la valeur actuelle de toutes les révolutions ultérieures du peuplement planté au temps n. Autrement dit, à l'optimum, le revenu marginal est égal au coût marginal d'opportunité de l'attente à l'âge d'exploitation (intégré dans le bénéfice actualisé sur une seule révolution), plus, le coût marginal d'opportunité du report dans le temps de toutes les révolutions ultérieures (intégré dans le bénéfice actualisé à l'infini ou la valeur du fonds, F_n).

Une troisième interprétation de la condition d'optimalité du critère de Faustmann peut être présentée en termes de taux marginal de rentabilité des investissements forestiers. Partant de l'équation (3.8), on obtient :

$$\frac{\left(\frac{dR_n}{dn}\right)}{(BASI + R_n)} = r \tag{3.11}$$

Ainsi, l'optimum est atteint lorsque le taux d'accroissement de la valeur de la forêt (peuplement plus fonds) est égal au taux d'actualisation r. Autrement dit, à l'optimum, le taux de rentabilité des investissements permanents (fonds et peuplement sur pied) sera égal au taux d'actualisation r.

Pour avoir une représentation graphique de l'optimum correspondant au BASI dans le plan revenu-âge, Peyron et al. (1998) ont réécrit la formule mathématique du BASI comme suit :

$$R_n = (F_n + D_0)\left[1 - (1+r)^{-n}\right] + D_0 \tag{3.12}$$

Selon eux, l'optimum du BASI peut être illustré par la tangence entre la courbe R_n et une courbe fondée sur le membre de droite de l'égalité (3.12). Le point de tangence correspond donc au maximum du BASI (Figure 3.1). Basé sur la condition d'optimalité du bénéfice moyen annuel (BM), on représente également l'optimum du BM dans le plan âge-revenu. La figure 3.1 présente les optimums correspondant au BM et au BASI.

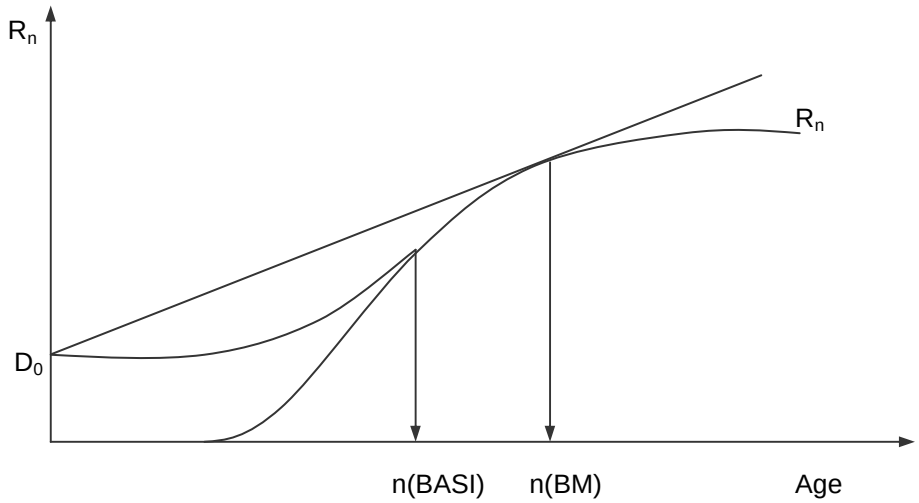

Figure 3.1 : Représentation schématique de l'âge d'exploitation optimal préconisé selon le BASI (bénéfice actualisé à l'infini) et selon le BM (bénéfice moyen)

Sur la figure 3.1, on voit bien que l'âge d'exploitation optimal préconisé selon le BASI est plus court que celui donné par le BM. En effet, à la différence du BM, le BASI tient compte du coût d'immobilisation des capitaux (fonds et peuplement), ce qui explique la baisse de l'âge d'exploitation optimal du BASI par rapport au BM.

I.3 Trois débats sur le Bénéfice Actualisé à Séquence Infinie (BASI)

Depuis sa détermination en 1849, le critère de Faustmann est passé par beaucoup de débats qui sont essentiellement les trois suivants :

- Bénéfice actualisé sur une infinité de révolutions (BASI) ou sur une seule révolution (BAS) ?
- Bénéfice Actualisé à Séquence Infinie (BASI) contre Taux Interne de Rentabilité (TIR) ?
- Critère de Duerr versus critère de Faustmann ?

Une revue de ces débats permet d'examiner la robustesse et l'utilité de ce critère pour l'optimisation de la gestion forestière.

Bénéfice actualisé sur une infinité de révolutions (BASI) ou sur une seule révolution (BAS) ?

Si Faustmann a bien expliqué en 1849 l'unicité de la solution du problème de l'optimisation de la gestion forestière et celui du bénéfice actualisé à l'infini ou de la valeur du fonds, cependant, les grands économistes comme Fisher et Wicksel (Newman, 1988), ont proposé d'utiliser le bénéfice actualisé sur une seule révolution (BAS) comme le critère d'optimisation. L'expression mathématique et la condition d'optimalité du premier ordre du BAS s'écrivent sous les formes mathématiques suivantes :

$$BAS = R_n.(1+r)^{-n} - D_0 \tag{3.13}$$

$$\frac{dR_n}{dn} = r.R_n \qquad \text{ou} \qquad \frac{dR_n}{dn}.\frac{1}{R_n} = r \tag{3.14}$$

$$\frac{dR_n}{dn} = r.(BASI + R_n) \qquad \text{(Rappel, 3.8)}$$

L'équation (3.14) montre que l'optimum est atteint lorsque le revenu marginal dR_n/dn, et le coût marginal d'immobilisation du peuplement sur pied $r.R_n$, s'égalisent. En comparant la condition d'optimalité du premier ordre de ce critère (équation 3.14) avec celle de Faustmann (3.8, Rappel), on remarque que le critère du BAS ne tient pas compte du coût d'immobilisation du fonds forestier. C'est ainsi que Samuelson (1976) a critiqué le bénéfice actualisé sur une seule révolution du fait qu'il ne tient pas compte du coût d'immobilisation du fonds. Samuelson (1976) a également formulé une autre critique à son encontre. Il critique le fait que le changement du coût de constitution du peuplement (plantation ou régénération) ne change absolument pas l'optimum prévu pour le BAS (l'équation 3.13) tandis qu'il change de façon importante celui du BASI. Cependant, Duerr et al. (1956) ont jugé une légère baisse de précision du BAS par rapport au BASI en termes d'âge optimal d'exploitation. En revanche, Gaffney (1957) montre que la perte de précision du BAS par rapport au BASI en termes d'âge optimale d'exploitation est variable, dépendant de certains facteurs dont l'âge d'exploitation, le taux d'actualisation et le prix.

Afin de corriger ces critiques, certains auteurs comme Samuelson (1976) et Peyron et al. (1998), ont utilisé le BAS tout en intégrant, de façon exogène, le coût d'immobilisation du fonds forestier C_{IF}. Celui-ci est simplement la différence entre la valeur actualisée du fonds après n années, $F(1+r)^{-n}$, et sa valeur initiale F :

$$C_{IF} = -F.(1+r)^{-n} + F = F.\left[1-(1+r)^{-n}\right] \qquad (3.15)$$

avec

F : Valeur exogène du fonds

La valeur du fonds investi à l'année zéro ne peut être récupérée qu'à la fin de la révolution. Ainsi, plus l'âge d'exploitation est grand, plus l'équivalent actuel du fonds libéré est petit et plus le coût d'immobilisation du fonds sera élevé. A l'extrême, quand la révolution tend vers l'infini le coût d'immobilisation du fond est égal à F. Le BAS est noté BASF lorsque l'immobilisation du fonds est considérée comme un coût. Le BASI s'obtient ainsi en retranchant du BAS, le coût d'immobilisation du fond. On obtient alors :

$$BASF = BASI - C_{IF} = R_n.(1+r)^{-n} - D_0 - F.\left[1-(1+r)^{-n}\right] \qquad (3.16)$$

En annulant la dérivée de l'équation ci-dessus, on retrouve donc la même condition d'optimalité que celle du BASI, à part que la valeur du fonds F est exogène pour le BASF, alors qu'elle est endogène pour le BASI.

$$\frac{dR_n}{dn} = r.(F + R_n) \quad \text{ou} \quad \frac{dR_n}{dn}.\frac{1}{(F+R_n)} = r \qquad (3.17)$$

Par la suite on essaie de comparer les trois critères BAS, BASF et BASI. La comparaison entre le BAS et le BASF montre que le BAS est toujours supérieur ou égal au BASF.

$$BAS - BASF = F.\left[1-(1+r)^{-n}\right] \geq 0 \qquad (3.18)$$

La différence entre les deux critères s'explique simplement par le coût d'immobilisation du fonds, $F.\left[1-(1+r)^{-n}\right]$, qui dépend de la valeur exogène du fonds et du taux d'actualisation. Plus la valeur exogène du fonds et le taux d'actualisation sont grands, plus le BAS sera supérieur au BASF. Quant à l'âge optimal d'exploitation, il résulte de l'égalité entre le revenu et le coût marginal. Alors, plus la valeur exogène du fonds et le taux d'actualisation sont grands, plus le coût marginal d'immobilisation du fonds augmente et donc plus l'âge d'exploitation préconisé par le BASF sera inférieur à celui obtenu par le BAS. A l'extrême, pour un taux d'actualisation nul, le BASF et le BAS seront identiques en termes de valeur.

La comparaison entre les conditions d'optimalité du premier ordre du BASI (3.8) et du BASF (3.18) montre que ces deux critères sont différents sur les deux points suivants :

- Relation entre BASI (F_n) et F
- Réaction par rapport au taux d'actualisation

Relation entre BASI (F_n) et F

Pour un taux d'actualisation non nul, si les valeurs exogène et endogène du fonds sont identiques ($F=F_n$), le BASI et le BASF fournissent le même résultat en termes d'âge d'exploitation.

$$\frac{dR_n}{dn} = r(BASI + R_n) \qquad \text{(Rappel, 3.8)}$$

$$\frac{dR_n}{dn} = r\left(F + R_n\right) \qquad \text{(Rappel, 3.17)}$$

Plus la différence entre les valeurs exogène et endogène du fonds augmente, plus les deux critères s'écartent en termes d'âge d'exploitation. Cependant, on ne peut pas conclure définitivement sur l'ordre dans lequel se présenteront les optimums correspondant. Si la valeur optimale du BASI est positive, elle va dépendre de l'ordre dans lequel se situe BASI (F_n) par rapport à la valeur exogène du fonds (F). Trois cas de figure peuvent être envisagés.

Le premier est le cas où la valeur optimale et endogène du fonds, BASI (F_n), est positive et supérieure à la valeur exogène du fond ($F_n > F$). Ainsi le coût marginal du BASI est supérieur à celui du BASF et du BAS. A parité de revenu marginal, le BASI préconise donc un âge d'exploitation inférieur à celui du BASF et du BAS.

$$nBASI_{OPT} < nBASF_{OPT} < nBAS_{OPT} \qquad (3.19)$$

Le deuxième cas correspond à celui où BASI (F_n) et F sont égaux. Ce cas a été abordé précédemment. Enfin, le troisième est le cas où la valeur optimale du BASI est positive et la valeur endogène du fonds, BASI (F_n), est inférieure à la valeur exogène du fonds ($F_n < F$). En l'occurrence, le coût marginal du BASF est supérieur à celui du BASI et du BAS. A parité de revenu marginal, le BASF préconise donc un âge d'exploitation inférieur à celui du BASI et du BAS.

$$nBASF_{OPT} < nBASI_{OPT} < nBAS_{OPT} \qquad (3.20)$$

En revanche, si le BASI optimal est négatif, les optimums du BAS et du BASF (avec une valeur exogène du fonds positive) sont également négatifs. Ainsi, la valeur endogène et optimale du fonds, BASI (F_n), est forcément inférieure à la valeur positive et exogène du fond ($F_n < F$). Le coût marginal du BASI est inférieur à celui du BASF et du BAS. A parité de revenu marginal, le BASF préconise donc un âge d'exploitation inférieur à celui du BAS et du BASI.

$$nBASF_{OPT} < nBAS_{OPT} < nBASI_{OPT} \tag{3.21}$$

Réaction par rapport au taux d'actualisation

On insiste également sur la différence entre la nature du BASI, d'une part, et du BASF et du BAS, d'autre part. Ceci est plus concret lorsque le taux d'actualisation tend vers zéro. En l'occurrence, l'optimum, correspondant au BASI, tend vers celui du BM (bénéfice moyen annuel) ou rente forestière :

$$\frac{dR_n}{dn} = Lim\ r(BASI + R_n) = Lim\ r.\frac{R_n - D_0}{1 - e^{-nr}} = Lim\frac{R_n - D_0}{ne^{-nr}} = \frac{R_n - D_0}{n} \tag{3.22}$$
$$r \to 0$$

En revanche, lorsque le taux d'actualisation tend vers zéro, l'optimum correspondant au BASF, tend vers l'âge qui maximise le bénéfice total (BT) :

$$\frac{dR_n}{dn} = Lim\, r(F + R_n) = 0 \tag{3.23}$$
$$r \to 0$$

De même, lorsque le taux d'actualisation tend vers zéro, l'optimum correspondant au BAS tend vers l'âge qui maximise le bénéfice total (BT) :

$$\frac{dR_n}{dn} = Lim\, r(R_n) = 0 \tag{3.24}$$
$$r \to 0$$

En effet, lorsque le taux d'actualisation est nul, le coût marginal d'immobilisation du fonds et du peuplement sur pied pour le BAS et le BASF est également nul et donc l'optimum est atteint lorsque le revenu marginal est nul (la pente de la tangence à la courbe de revenu total, R_n, est nul). En revanche, comme le montre l'équation (3.22), pour un taux d'actualisation nul, l'optimum du BASI est équivalent à la rente forestière (BM). A l'optimum, le coût marginal et le revenu marginal se croisent. La figure ci-dessous présente les optimums correspondants.

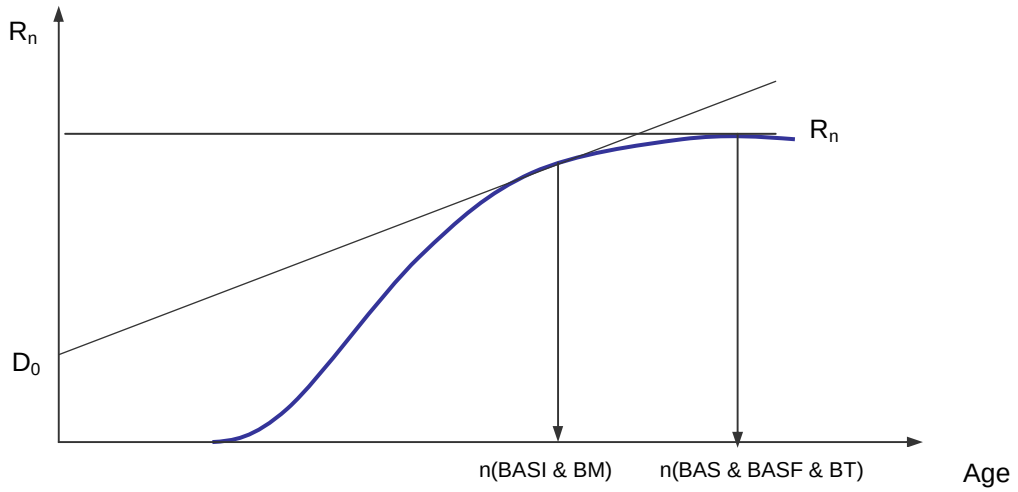

Figure 3.2 : Représentation schématique de l'âge d'exploitation optimal conseillé selon le BASI, le BM, le BAS, le BASF et le BT avec un taux d'actualisation nul.

Optimiser le BAS et le BASF, surtout quand le taux d'actualisation tend vers zéro est donc susceptible d'engendrer une forte erreur dans l'optimisation de l'âge d'exploitation.

Cependant, dans sa synthèse sur les critères de décision, Samuelson (1976) explique qu'en assurant l'égalité entre valeur exogène et endogène du fonds, les deux critères fournissent le même résultat. L'égalité entre valeur endogène et exogène du fonds s'obtient en imposant une contrainte qui annule le BASF optimal à l'âge zéro (Samuelson, 1976)[69].

$$BASF_n(0) = 0 \;\Leftrightarrow\; BASI_n(0) = F \qquad (3.25)$$

Basé sur la condition (3.25), Samuelson (1976) a soutenu le fait que le BASI et le BASF reposent sur la même méthode[70]. En effet, le BASI optimise la valeur du fonds alors que le BASF optimise le profit actualisé qui en résulte tout en soustrayant les charges financières liées à

[69] En effet, le critère de Faustmann attribue tous les revenus actualisés nets à l'âge zéro au fonds forestier, le bénéfice net, une fois retranchée la valeur du fonds est donc nul.

[70] Pour mieux s'en convaincre, il suffit de résoudre la relation générale entre le capital (la valeur du fonds plus le coût de plantation) et le revenu périodique, une première fois pour la valeur du fonds BASI(0) ou F_n et une deuxième fois pour le profit net actualisé BASF(0). Supposons que n est l'âge optimal d'exploitation, partant de cette relation générale on obtient donc :

$$(BASI_n(0) + D_0) = [BASI_n(0) + R_n]e^{-nr} \qquad (1)$$

$$BASI_n(0) = F_n = \frac{R_n e^{-nr} - D_0}{1 - e^{-nr}} \qquad (2)$$

$$BASF_n(0) = R_n e^{-nr} - D_0 - BASI_n(0).(1 - e^{-nr}) = 0 \qquad (3)$$

On retrouve donc la formule mathématique du BASI et du BASF qui sont strictement identiques à ceux présentés auparavant. Le point critique tient dans le fait que selon l'équation (3), la valeur optimale du BASF(0) est forcément égale à zéro. En d'autres termes, le bénéfice actualisé à l'infini à l'âge zéro après avoir retranché le coût d'immobilisation du fonds et du peuplement sera nul. Cette condition implique naturellement l'égalité entre la valeur endogène du fonds obtenue par BASI(0) ou F_n et celle exogène, F, utilisée par BASF :

$$BASF_n(0) = 0 \;\Leftrightarrow\; BASI_n(0) = F_n = F \qquad (4)$$

Ceci revient à remplacer dans la condition d'optimalité la valeur exogène du fonds (*F*) par son équivalent BASI. On retrouve ainsi la même condition d'optimalité pour le BASI et BASF.

son immobilisation appréciée de façon exogène. Ce sont deux façons différentes d'optimiser le profit actualisé, l'une de façon indirecte par la valeur du fonds et l'autre de façon directe par le profit net. Cependant, en utilisant le BASF on compare des projets de durée différente alors que le BASI permet la comparaison de tous les projets à une durée commune, c'est-à-dire sur un horizon infini. En outre, dans le BASF, la valeur du fonds est définie d'une façon exogène. Or, la valeur exogène du fonds ne rend pas compte de l'effet de changement du coût de constitution du peuplement (plantation ou régénération) ou celui de différentes gestions forestières, tandis que le BASI les intègre. Enfin, correspondant à la valeur du fonds ou à celle de la forêt, le BASI a une signification plus intéressante que le BASF.

Bénéfice Actualisé à Séquence Infinie (BASI) contre Taux Interne de Rentabilité (TIR) ?

Malgré le succès du BASI comme critère de comparaison pour les investisseurs, il reste néanmoins très sensible au choix du taux d'actualisation. Depuis de nombreuses années, les économistes rappelaient que le choix du taux d'actualisation est susceptible de changer la priorité des projets d'investissement. En effet, selon le taux d'actualisation utilisé, le BASI donne différentes classifications des projets selon leurs valeurs nettes actuelles. Plus la durée et l'investissement du projet augmentent, plus la sensibilité du projet par rapport au taux d'actualisation est grande. Ainsi, quand le taux d'actualisation augmente, les investissements à court terme (comme projet B) seront favorisés au détriment de ceux à long terme (Projet A). La sensibilité importante du BASI au choix du taux d'actualisation est considérée comme une source d'erreurs dans le choix de projets d'investissement. Ce raisonnement plaide en faveur du taux interne de rentabilité. Ce critère a été développé pour la première fois par Fisher en 1907, puis préconisé par Chapman en 1931 (Peyron et al. 1998).

Le Taux Interne de Rentabilité (TIR) est celui qui égalise les recettes et les dépenses actualisés d'un projet. Il représente le taux de rendement du flux de tous les investissements réalisés pour produire un bien ou un service. En d'autres termes, il est le taux d'intérêt maximal qu'un investisseur puisse payer pour financer un projet. Le principal avantage du TIR réside dans le fait qu'il se base sur un taux calculable et non pas fixé (taux d'actualisation) par les investisseurs. Ainsi, à la différence du BASI qui donne différentes classifications des projets selon le taux d'actualisation utilisé, le taux interne de rentabilité (TIR) fournit toujours la même classification des projets d'investissement (Figure 3.3).

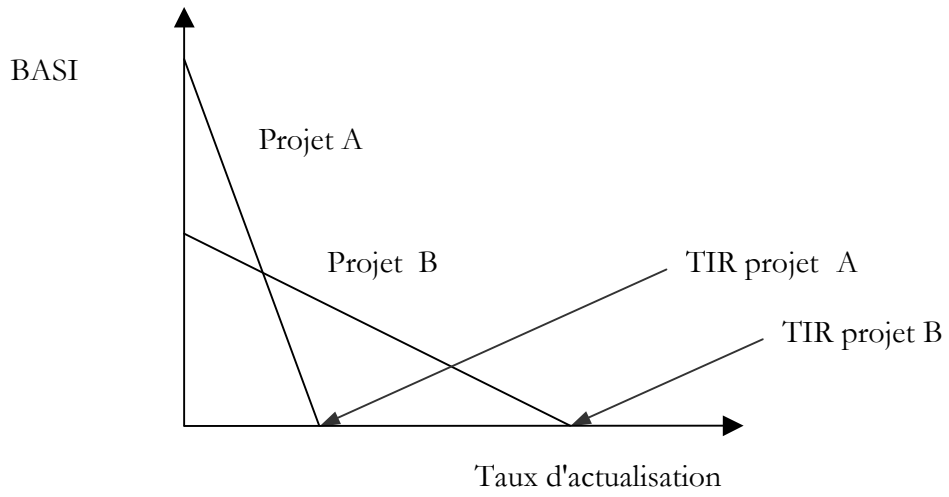

Figure 3.3 : Priorité des projets d'investissement selon le taux d'actualisation

Chapman (1931) est parmi les premiers à préconiser ce taux comme un critère pour la gestion forestière. Il explique que, pour les investisseurs, le taux interne de rentabilité est plus concret que le bénéfice actualisé à l'infini. Cependant, il pensait que le taux interne de rentabilité et le bénéfice actualisé à l'infini ne sont différents que dans la forme de la présentation du problème. En effet, le BASI calcule la valeur du fonds en fixant un taux exogène d'actualisation, tandis que le taux interne de rentabilité calcule le rendement de l'investissement (fonds et peuplement sur pied) en fixant la valeur du fonds de façon exogène. Ainsi, à la différence de certains auteurs qui avaient négligé la valeur du fonds forestier[71], Chapman (1931) applique correctement la notion de taux interne de rentabilité dans la gestion des peuplements forestiers. Le taux interne de rentabilité, en intégrant la valeur du fonds, désigné désormais TIRF, est celui qui égalise le bénéfice actualisé à l'infini (BASI) et la valeur exogène du fond (F). Dans le cas simplifié où les recettes et dépenses intermédiaires sont nulles, on peut donc calculer le TIRF comme suit [72] :

$$BASI - F = 0 \tag{3.26}$$

$$\frac{R_n - D_0.e^{n.TIRF}}{e^{nTIRF} - 1} - F = 0 \tag{3.27}$$

Soit :

$$e^{n.TIRF} = \left(\frac{F + R_n}{F + D_0} \right) \tag{3.28}$$

En appliquant le logarithme népérien aux deux côtés de l'égalité, et en réécrivant l'équation (3.28) pour le TIRF, on obtient :

$$TIRF = \frac{1}{n}.Ln\left(\frac{F + R_n}{F + D_0} \right) \tag{3.29}$$

La maximisation du TIRF s'obtient en annulant sa dérivée première par rapport à l'âge, n :

$$n.\frac{dR_n}{dn}.\frac{1}{(F + R_n)} - Ln\left(\frac{F + R_n}{F + D_0} \right) = 0 \tag{3.30}$$

Selon l'équation (3.29), le terme $Ln\left(\frac{F + R_n}{F + D_0} \right)$, peut être remplacé par $n.TIRF$, on obtient alors :

[71] Il s'agit d'un taux qui annule le BASI tout en négligeant la valeur du fonds (TIR, selon la notation employée par Peyron et al, 1998). Ce qui peut être considéré comme une application incorrecte du taux interne de rentabilité en foresterie. Il revient donc à attribuer une valeur nulle au fonds forestier. C'est pourquoi la maximisation de ce critère ne revient pas à maximiser un profit.

[72] Rappelons que la situation où les recettes et les dépenses intermédiaires sont nulles est l'un des rares cas où le taux interne de rentabilité peut être explicité.

$$TIRF = \frac{\frac{dR_n}{dn}}{F + R_n} \tag{3.31}$$

Soit encore :

$$\frac{dR_n}{dn} = TIRF.(F + R) \tag{3.32}$$

Dans l'équation (3.32), on retrouve la même condition d'optimalité que pour le BASI, à part que le taux d'actualisation est remplacé par le taux interne de rentabilité et que la valeur du fonds est exogène. L'optimum est donc atteint lorsque le capital investi (le fonds plus le peuplement sur pied) croît au taux maximal du TIRF. Cependant, comme Peyron et al. (1998) l'a expliqué, si $\frac{dR_n}{dn}$ est toujours le revenu marginal, $TIRF(R_n + F)$ n'est pas le coût marginal d'immobilisation des capitaux car le TIRF n'est pas le taux d'actualisation. On ne raisonne donc plus en termes de coûts et revenus marginaux. Alors, selon l'équation (3.31), le TIRF ou le taux de croissance du capital (selon la terminologie utilisée par Newman, 1988) est maximal lorsque le taux d'accroissement de la valeur de la forêt (accroissement du revenu rapporté au capital investi dans le fonds et dans le peuplement sur pied) est maximal.

A parité des autres variables dans la condition d'optimalité (équation 3.32), le TIRF et l'âge optimal qui en découlent, dépendent de la valeur exogène du fonds. Plus la valeur exogène du fonds est grande, plus le TIRF est petit et plus son âge optimal d'exploitation est grand. Comparé au BASI, on ne peut pas conclure quant à l'ordre de leurs âges optimaux. Si la valeur optimale et endogène du fonds (F_n ou BASI) est positive, le TIRF dépend de la différence entre les valeurs exogène (F) et endogène (F_n) du fonds. Trois cas de figure peuvent être envisagés :

$$F = \mathrm{B}ASI \Leftrightarrow TIRF_{opt} = r$$
$$F < \mathrm{B}ASI \Leftrightarrow TIRF_{opt} > r$$
$$F > \mathrm{BASI} \Leftrightarrow TIRF_{opt} < r$$

Avec un taux d'actualisation constant, l'âge optimal du BASI demeure stable quel que soit la valeur exogène du fonds. Il suffit donc de faire varier la valeur exogène du fonds pour étudier comment l'optimum correspondant au TIRF se situe par rapport à celui du BASI. Ceci est l'objet des graphiques de la figure 3.4.

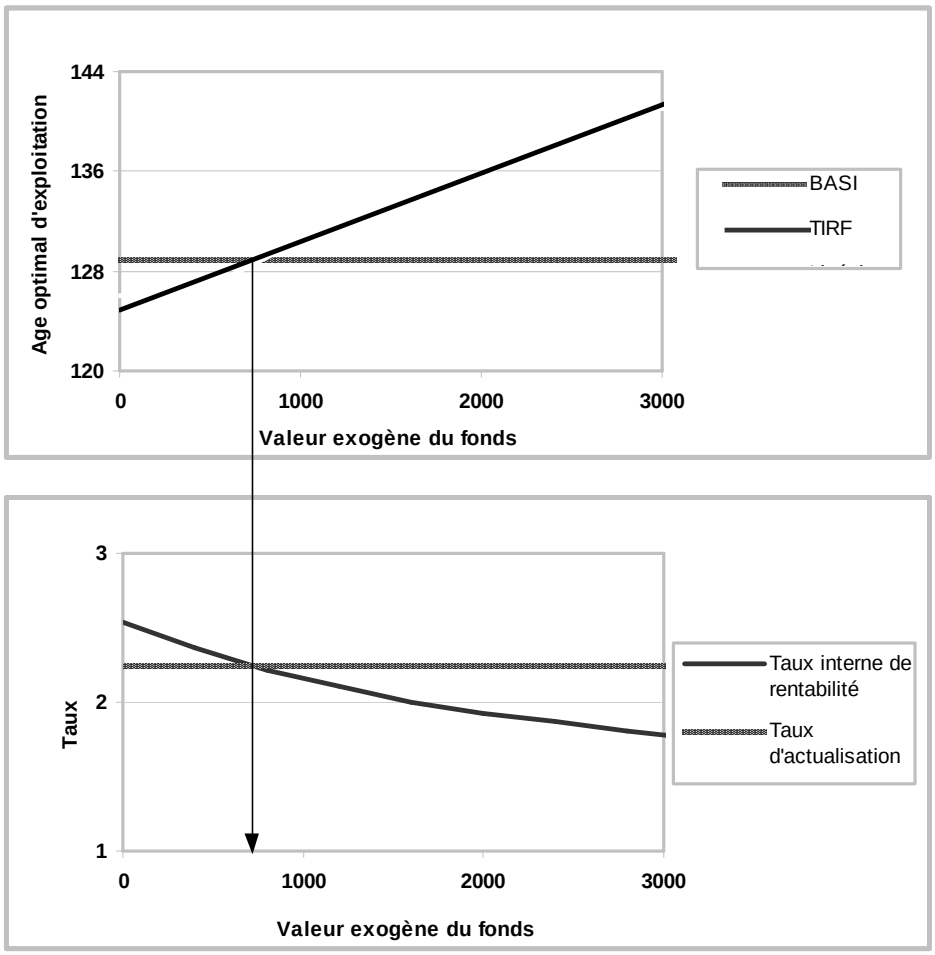

Figure 3.4 : Relation entre le TIRF et le BASI pour différentes valeurs exogènes du fonds lorsque le BASI est positif, d'après la simulation du modèle de croissance développé au chapitre 1 (avec l'indice de densité relative 0,7, l'indice de fertilité de 27,5 m à 100 ans et le taux d'actualisation 2,25 %)

Sur la figure 3.4, on peut facilement distinguer les trois cas de figure mentionnés ci-dessus. Le premier est le cas où les valeurs exogène et endogène du fonds sont égales (F= BASI). Dans ce cas-là, la figure 3.4 montre bien que le TIRF est strictement équivalent au taux d'actualisation (r) utilisé pour calculer le BASI. Dans la condition d'optimalité du TIRF, si on remplace F et TIRF par leurs équivalents, BASI (F_n) et r, on arrive à la condition d'optimalité du BASI. Comme le montre le graphique ci-dessus, les deux critères préconisent donc exactement le même âge d'exploitation, soit à 129 ans. C'est d'ailleurs un résultat qui fait l'unanimité entre les économistes forestiers (Samuelson, 1976, Peyron et al. 1998). En revanche, plus la différence entre les valeurs exogène et endogène du fonds (F et F_n) est grande, plus leurs résultats, en termes d'âge d'exploitation, s'écartent. Cependant l'ordre de position des optimums du BASI et du TIRF est différent selon les deux derniers cas de figures. Sur le graphique ci-dessus, on voit clairement que si la valeur exogène du fonds est inférieure à BASI (F_n), alors l'âge optimal d'exploitation du TIRF est inférieur à celui du BASI.

$$n_{OPT}\,(TIRF) < n_{OPT}\,(BASI) \tag{3.33}$$

Dans le cas contraire, ce qui correspond au troisième cas de figure, l'âge optimal d'exploitation du TIRF est supérieur à celui du BASI.

$$n_{OPT}\,(TIRF) > n_{OPT}\,(BASI) \tag{3.34}$$

Alors, en augmentant la valeur exogène du fonds, l'âge d'exploitation relatif au TIRF est tout d'abord inférieur puis devient égal et ensuite supérieur à celui du BASI. On peut procéder de la même façon en faisant varier le taux d'actualisation tout en gardant la valeur exogène constante.

Dans le cas où la valeur optimale du BASI est négative, le TIRF optimal (avec F > 0) est forcément inférieur à r. Peyron et al. (1998) ont étudié ce cas particulier comme le cas non rentable et ont montré mathématiquement que l'âge optimal d'exploitation du TIRF reste inférieur au BASI. Par conséquent, à la différence de Chapman (1931) qui considérait le TIRF et le BASI comme équivalents, les deux critères sont susceptibles de fournir des résultats assez différents en termes d'âge d'exploitation.

Même si le TIRF ne dépend pas du choix du taux d'actualisation, son intérêt est compensé par son défaut de dépendance du choix de la valeur exogène du fonds. En effet, il ne résout véritablement pas le problème lié au choix du taux d'actualisation du BASI. En revanche, de nombreuses objections d'ordres conceptuel et méthodologique ont été adressées à son égard. L'objection conceptuelle destinée au TIRF est liée à son hypothèse sous-jacente selon laquelle les revenus engendrés par l'investissement peuvent être réinvesti de façon perpétuelle à un taux maximal de rendement (Newman, 1988). Or, les forces de marché vont intervenir de telle façon que le taux interne de rentabilité tende vers le taux d'intérêt à long terme[73]. Chapman (1931) insiste également sur le fait que plus la durée est longue plus il est difficile d'avoir un taux interne de rentabilité plus élevé que le taux d'intérêt dans le marché financier. En outre, il n'est pas réaliste de penser que l'investisseur continue à investir perpétuellement toutes les recettes engendrées par l'investissement sans consommer. L'objection méthodologique du TIRF vient de son mauvais fonctionnement dans certaines situations fréquentes. Par exemple, en raison des coûts et des recettes intermédiaires, le TIRF est susceptible de fournir plusieurs taux internes de rentabilité (Bieman, 1968, la référence citée par Newman, 1988). En outre, en utilisant le TIRF, on compare des projets de durée différente alors que le BASI permet la comparaison de tous les projets à une durée commune, c'est-à-dire sur un horizon infini. Par ailleurs, la valeur du fonds est définie d'une façon exogène, alors que la valeur exogène du fonds ne rend pas compte l'effet de changement du coût de constitution du peuplement (plantation ou régénération) ou celui de différentes gestions forestières tandis que le BASI les intègre.

Cependant, en dépit de ses objections, le TIRF peut être considéré comme un taux d'actualisation qui égalise la valeur calculée, BASI (F_n), et observée (F) du fonds lorsque celui-ci s'échange sur le marché. Comme il devrait avoir une sorte de cohérence et égalité entre la valeur calculée et observée d'un actif, le TIRF peut servir comme un révélateur du taux d'actualisation utilisé ou à utiliser pour l'optimisation, à condition que la valeur observée du fonds soit réaliste. Cependant, comme on l'a déjà rappelé, la valeur observée du fonds ne rend en général pas compte l'effet de la sylviculture qui lui est appliquée (Peyron et al, 1998 et Peyron, 1998).

[73] Ceci est évidemment vrai dans le cadre des marchés concurrentiels ou contestables.

Critère de Duerr versus critère de Faustmann ?

Dans son article fondateur, Faustmann (1849) a développé sa théorie en distinguant la gestion à revenu périodique ou intermittent ("intermittent yield") de la gestion à revenu permanent ou soutenu ("sustained yield"), correspondant respectivement à un peuplement régulier isolé et à une forêt équilibrée en classe d'âge. En 1990, Oderwald et Duerr ont étudié l'application de la théorie de Faustmann en distinguant les mêmes cas de figure ; le capital forestier indivisible correspondant à un peuplement isolé et le capital forestier divisible relatif à une forêt équilibrée. Supposons un peuplement régulier isolé (de 1 hectare) qui produit tous les n années un revenu R_n et un coût de constitution du peuplement de D_0. Dans ce cas, ils ont confirmé, encore une fois, la validité du critère de Faustmann. En revanche, dans le cas d'une forêt équilibrée, ils ont objecté que l'application directe du critère de Faustmann (maximisation du bénéfice actualisé à l'infini d'une forêt équilibré sans tenir compte des frais financiers liés à l'immobilisation permanente d'un capital sur pied, correspondant à une forêt équilibrée en classes d'âge) donne un résultat aberrant. Supposons une forêt équilibrée composée de n peuplements d'âges échelonnés de 1 à n (correspondant à n parcelles de 1 à n). Cette forêt se récolte tous les ans par la coupe du peuplement le plus âgé, l'équivalent de 1/n de la surface totale (supposée 1 ha) qui produit un revenu R_n/n et un coût de constitution du peuplement de D_0/n. A l'échelle de cette forêt équilibrée de n parcelles, l'application directe du critère de Faustmann donne, quant à elle, le résultat suivant :

$$W_n = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{R_n - D_0}{n(1+r)^t} = \frac{R_n - D_0}{nr} \tag{3.35}$$

W_n : Bénéfice actualisé à l'infini d'une forêt équilibrée en classes d'âge (valeur en bloc de la forêt) avec n parcelles d'âges échelonnés

La condition d'optimalité du premier ordre est la suivante :

$$\frac{dR_n}{dn} = \frac{R_n - D_0}{n} \tag{3.36}$$

La condition d'optimalité (équation 3.36) est strictement équivalente à celle de la rente forestière ou productivité en valeur à l'échelle d'un peuplement isolé. Selon cette condition d'optimalité, l'application directe du critère de Faustmann pour un capital divisible est équivalente à maximiser les revenus annuels, tout en négligeant les frais financiers liés à l'immobilisation permanente d'un capital sur pied, correspondant à une forêt équilibrée en classes d'âge. Ainsi, l'application directe du critère de Faustmann dans le cas d'un capital divisible revient à maximiser la rente forestière et non pas la valeur d'avenir du fonds[74]. Plus l'âge d'exploitation (n) d'un état stationnaire est grand, plus l'ampleur du capital immobilisé en permanence sera importante et donc plus l'application directe sera illégitime. Face à ce problème, deux approches sont essentiellement proposées dans la littérature.

[74] En revanche, dans le cas d'un capital indivisible (un peuplement isolé), la maximisation de la valeur de la forêt revient à la maximisation de la valeur du fonds.

Approche de Faustmann

Faustmann avait lui-même reconnu le problème lié à l'application directe de son critère dans le cas d'un capital divisible. Pour lui, une forêt régulière équilibrée à n années, n'est d'autre qu'une composition de n peuplements réguliers d'âges échelonnés, traités isolément. Dans ce contexte, il montre mathématiquement que la valeur du fonds, de la forêt et de la superficie sont identiques, que le calcul se base sur les revenus périodiques de n peuplements individualisés, d'âges échelonnés de 1 à n, ou bien sur le revenu constant correspondant à la forêt dans son ensemble (n peuplements intégrés). Ainsi, son raisonnement repose sur le fait que le tout est la somme des parties et que, si l'on obtient l'optimum de chacun des n peuplements d'âges échelonnés, on atteindra l'optimum global au niveau de la forêt. Afin de mieux s'en convaincre, supposons une forêt équilibrée de n parcelles d'âges échelonnés de 1 à n. La valeur du fonds d'une parcelle (un peuplement isolé) se calcule alors comme suit :

$$BASI_n(0) = \frac{1}{n}.\left(-D_0 + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n - 1}\right) \qquad (3.37)$$

$BASI_n(0)$: Bénéfice actualisé de la parcelle à l'âge zéro (valeur du fonds)

La valeur du fonds au niveau de l'ensemble de la forêt se calcule alors en multipliant la valeur du fonds à l'échelle d'une parcelle par n, du fait qu'il y a n parcelles dans la forêt. Ainsi, on retrouve la valeur du fonds d'une forêt équilibrée qui est bien celle de la formule classique de Faustmann :

$$BASI_n(0) = F_n = -D_0 + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n - 1} \qquad \text{(Rappel, 3.7)}$$

Ainsi, l'âge optimal d'exploitation d'une forêt équilibrée est équivalent à l'âge optimal et unique d'exploitation de chacun des n peuplements qui la composent. Faustmann a ainsi soutenu que son critère est valable, aussi bien pour un capital indivisible, que pour un capital divisible.

Approche de Duerr

L'objection essentielle à l'application directe du critère de Faustmann dans le cas d'un capital divisible, réside dans le fait qu'elle néglige le coût lié à l'immobilisation permanente du stock de bois sur pied. C'est dans ce contexte que Oderwald et Duerr (1990) ont critiqué l'application directe du critère de Faustmann. L'objectif d'Oderwald et Duerr était simplement d'intégrer le coût d'immobilisation du stock de bois sur pied dans le calcul de la valeur de la forêt (équation 3.35) pour en arriver à la valeur du fonds. Selon eux, le coût d'immobilisation permanente du stock de bois sur pied peut être apprécié par sa valeur de liquidation immédiate ou son coût d'opportunité (C). Il s'agit de la valeur marchande d'une vente effective des arbres, souvent appelé la valeur de consommation. Cette dernière est nulle, voire négative, pour les très petits bois car la grosseur du bois est au-dessous du seuil acceptable demandé par les acheteurs ou parce que, dans le cas d'une exploitation effective, le coût d'exploitation dépasse son prix. Elle augmente ensuite rapidement avec la taille des arbres du peuplement. La valeur de consommation du bois sur pied (C) d'un peuplement de surface unitaire à l'âge n est donc le produit du prix au mètre cube des bois issus de cette classe d'âge (PU_n) par le volume correspondant (V_n).

$$C = PU_n V_n \tag{3.38}$$

Dans une forêt équilibrée à n classes d'âge (échelonnées de 1 à n) correspondant à n parcelles (échelonnées de 1 à n) et de surface unitaire (1 ha), la valeur de consommation du bois sur pied à l'hectare (C_n) se calcule par la somme du produit de la valeur de consommation de toutes les k parcelles (C_k) par la fraction de la surface occupée de chaque parcelle ($1/n$).

$$C_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n}.C_k = \sum_{k=s}^{n} \frac{1}{n}.C_k \tag{3.39}$$

Comme le prix des très petits bois peut être considéré comme nul ou non commercialisable, dans l'équation (3.39), la valeur du bois sur pied (C_n) peut être calculée à partir des classes d'âge commercialisables (commencé par s). En intégrant le coût d'immobilisation du stock (équation 3.39) dans le modèle de la valeur en bloc (équation 3.35), Oderwald et Duerr ont obtenu une grandeur nette permettant de comparer des états stationnaires d'une forêt équilibrée. Ils ont donc proposé le critère suivant :

$$W_n - C_n = \frac{R_n - D_0}{nr} - C_n \tag{3.40}$$

En dérivant l'équation (3.40) par rapport à n, la condition d'optimalité du premier ordre est la suivante :

$$\frac{dR_n}{dn} - \frac{dC_n}{dn} = \frac{R_n - D_0}{n} \tag{3.41}$$

Selon l'équation (3.35), le terme, $\frac{R_n - D_0}{n}$, est strictement équivalent à $r.W_n$, on obtient alors :

$$\frac{dR_n}{dn} - \frac{dC_n}{dn} = r.W_n \tag{3.42}$$

Ainsi, l'optimum est atteint lorsque le revenu marginal diminué du changement marginal de la valeur de consommation du stock de bois sur pied, d'une part, et le coût marginal d'immobilisation de la valeur de la forêt (valeurs du fonds et du peuplement), d'autre part, s'égalisent. Pour Oderwald et Duerr (1990), le terme, $\frac{dC_n}{dn}$, de la condition d'optimalité permet de corriger l'erreur due à l'application directe du critère de Faustmann dans le cas d'un capital divisible. En appliquant la condition d'optimalité ci-dessus, Oderwald et Duerr (1990) ont montré que l'emploi de ce nouveau critère corrige le retard occasionné par l'application directe du critère de Faustmann. Dans l'exemple d'une forêt équilibrée du hêtre au Nord-Est de la France, l'application du critère de Duerr donne une révolution de 126 ans. Cependant, l'âge optimal qui maximise le critère de Duerr est différent de celui qui maximise la valeur du fonds forestier à 129 ans (application directe du critère de Faustmann pour un peuplement isolé). Ceci est visualisé dans le graphique de la figure 3.5.

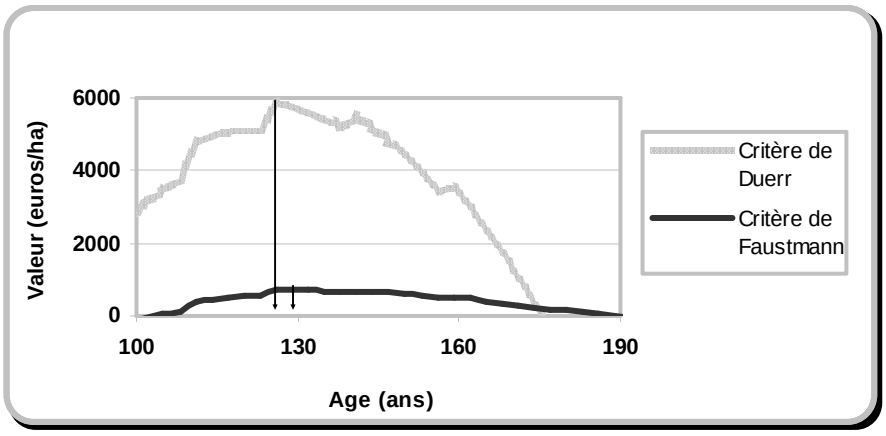

Figure 3.5 : Comparaison entre l'application directe du critère de Faustmann à l'échelle d'un peuplement isolé et l'application du critère de Duerr à l'échelle d'une forêt équilibrée en classes d'âge, d'après la simulation du modèle de croissance développé au chapitre 1 (avec l'indice de densité relative 0,7, l'indice de fertilité de 27,5 m à 100 ans et le taux d'actualisation 2,25 %)

Sur le graphique (3.5) on voit bien le critère de Faustmann ou la valeur du fonds forestier culmine à 704 euros par hectare qui correspond à une révolution optimale de 129 ans. En revanche, le critère de Duerr est maximum à 5874 euros par hectare avec une révolution de 126 ans. Comme l'a également confirmé Rollin (2003), on s'aperçoit bien que le critère de Duerr estime très mal la valeur du fonds forestier comparée à celle estimée par le critère de Faustmann (qui correspond à sa valeur rencontrée sur le marché). Par conséquent, l'une des deux approches semble non adaptée pour optimiser la valeur du fonds forestier. La réponse à cette question a été apportée par Chang (1990).

Critique de Chang (1990) ; retour au critère de Faustmann

L'approche proposée par Oderwald et Duerr (1990) suscite certaines critiques notamment celle de Chang (1990). Il a approuvé l'idée de Duerr d'intégrer le coût d'immobilisation permanente du stock de bois mais il critique le fait que ce dernier ne peut être parfaitement apprécié que par la valeur d'avenir du peuplement $S_n(a)$.

La valeur d'avenir est un concept issu de la théorie de Faustmann (1849) pour qui la valeur d'avenir de la forêt à l'âge a, $W_n(a)$, inclut logiquement la valeur d'avenir du fonds F_n, d'une part, et celle du peuplement ou de la superficie $S_n(a)$ qui y pousse, d'autre part.

$$W_n(a) = F_n + S_n(a) \qquad \text{(Rappel, 3.5)}$$

Par conséquent, la valeur d'avenir de la superficie est simplement la valeur d'avenir de la forêt diminuée de la valeur du fonds. Ainsi, la valeur d'avenir de la superficie d'un peuplement isolé de surface unitaire à l'âge n, se formule comme suit (pour le détail des calculs voir annexe 3.2, équation 3.2.17) :

$$S_n(a) = D_0 + (R_n - D_0)\left[\frac{(1+r)^a - 1}{(1+r)^n - 1}\right] \qquad (3.43)$$

La valeur d'avenir du peuplement est une quantité potentielle nette, du fait qu'il est porteur de sa valeur future en pleine maturité, diminuée du coût d'immobilisation du sol. Selon l'équation

(3.43), un peuplement ou un arbre venant d'être planté (à l'âge zéro) qui a une valeur de consommation nulle, possède néanmoins une valeur d'avenir non nulle (égale à D_0) du fait de sa valeur future en maturité. De la même façon, la valeur d'avenir d'un peuplement ou d'un arbre, non mature, domine sa valeur de consommation jusqu'à ce qu'il arrive à la maturité. Ainsi, comme l'a bien expliqué Faustmann (1849), la coupe d'un peuplement non mature entraîne une perte d'avenir équivalente à la différence entre la valeur d'avenir et celle de consommation. En maturité ($a = n$), la valeur d'avenir S_n sera égale à la valeur de consommation (R_n) et donc la perte d'avenir est nulle. Dans l'équation (3.43), ce résultat peut être obtenu en mettant l'âge du peuplement (a) égal à l'âge optimal d'exploitation (n). Selon Peyron (1998), la relation générale entre la valeur d'avenir, la valeur de consommation et la perte d'avenir est la suivante :

$$VA = VC + PA \tag{3.44}$$

avec

VA : Valeur d'avenir
VC : Valeur de Consommation
PA : Perte d'avenir

Ainsi, en remplaçant la valeur de consommation (C_n) par la somme de la valeur d'avenir de la superficie des n parcelles de la forêt (S_n) dans le critère de Duerr (équation 3.40), Chang (1990) le corrige comme suit :

$$W_n - S_n = F_n = \frac{R_n - D_0}{n\,r} - S_n \tag{3.45}$$

Le critère corrigé de Duerr, qui est égal à la valeur de la forêt diminuée de la valeur d'avenir du peuplement, est strictement équivalent à la valeur du fonds (voir la démonstration dans l'annexe 3.3). Ainsi, le critère corrigé de Duerr maximise logiquement la valeur d'avenir du fonds.

$$W_n - S_n = F_n = -D_0 + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n - 1} \tag{Rappel, 3.7}$$

L'approche de Chang (1990) peut être considérée comme une application indirecte du critère de Faustmann ($F_n = W_n - S_n$) par rapport à son application directe à l'échelle d'un peuplement isolé qui maximise directement la valeur du fonds. Ainsi, comme Faustmann l'avait bien montré en 1849, sa théorie est valable aussi bien pour un capital indivisible (via l'application directe) que divisible (via l'application indirecte à la manière de Chang, 1990).

En dérivant l'équation (3.45) par rapport à n, la condition d'optimalité du premier ordre de l'application indirecte du critère de Faustmann est la suivante[75] :

$$\frac{dR_n}{dn} - \frac{dS_n}{dn} = r.W_n \tag{3.46}$$

[75] Il est facile à démontrer que cette condition d'optimalité est strictement équivalente de la condition d'optimalité de la maximisation de la valeur du fonds. Pour cela il suffit de remplacer la dérivée de la valeur d'avenir de la superficie par rapport à n dans l'équation (3.45).

Ainsi, l'optimum est atteint lorsque le revenu marginal diminué du changement marginal de la valeur d'avenir du stock des bois, d'une part, et le coût marginal d'immobilisation de la valeur de la forêt (valeur du fonds et valeur du peuplement), d'autre part, s'égalisent. Ainsi, la différence entre l'âge d'exploitation conseillé par le critère de Duerr et le critère de Faustmann (comme dans l'exemple présenté plus haut), s'explique par la différence entre le changement marginal de la valeur de consommation, $\frac{dC_n}{dn}$, et de la valeur d'avenir du stock de bois sur pied, $\frac{dS_n}{dn}$, par rapport à l'âge d'exploitation.

Afin de visualiser la différence entre la valeur de consommation et la valeur d'avenir d'un peuplement, nous avons repris l'exemple d'une hêtraie régulière à la révolution optimale de 129 ans. Au fil de croissance, nous avons calculé les valeurs d'avenir et de consommation du peuplement. Le résultat est présenté à figure 3.6.

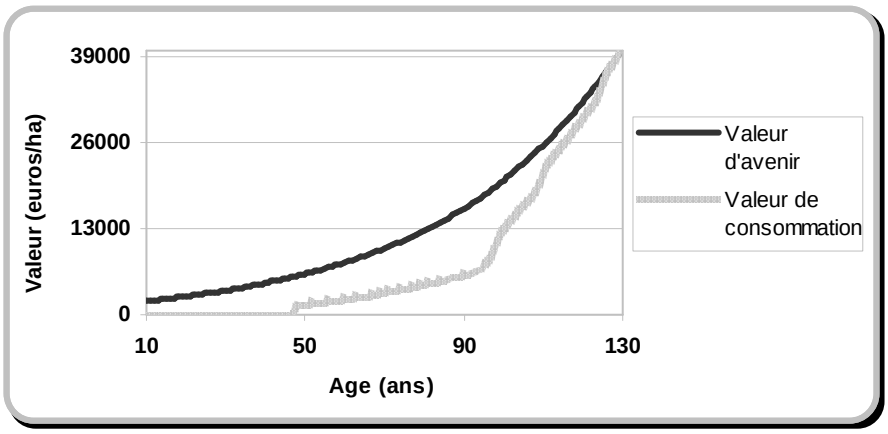

Figure 3.6 : Comparaison entre valeur d'avenir de la superficie et valeur de consommation d'une hêtraie régulière, d'après la simulation du modèle de croissance développé au chapitre 1 (avec l'indice de densité relative 0,7, l'indice de fertilité 27,5 m à 100 ans et le aux d'actualisation 2,25 %)

Sur la figure 3.6, on constate que la valeur d'avenir du peuplement dépasse la valeur de consommation tant que le peuplement n'a pas atteint l'âge d'exploitation (n=129 ans). Pour pouvoir comparer les critères de Faustmann et de Duerr, on visualise la relation entre le changement marginal des valeurs d'avenir et de consommation en fonction de l'âge d'exploitation (figure 3.7).

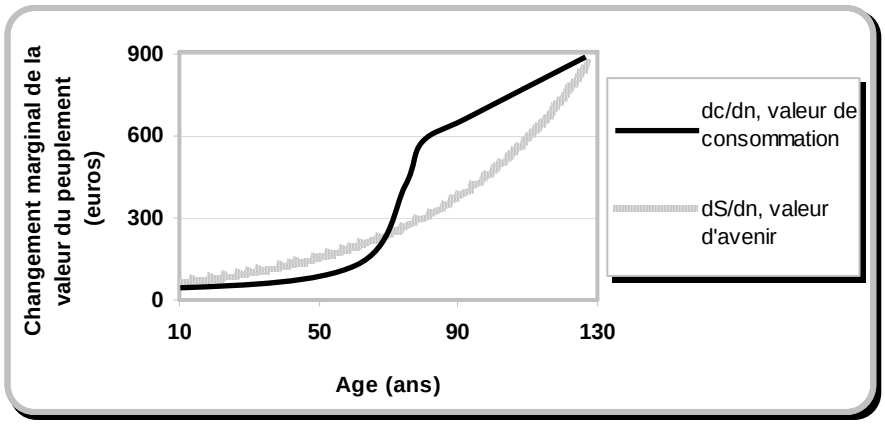

Figure 3.7 : Relation entre le changement marginal des valeurs d'avenir et de consommation avec l'âge d'une hêtraie régulière, d'après la simulation du modèle de croissance développé au chapitre 1 (avec l'indice de densité relative 0,7, l'indice de fertilité 27,5 m à 100 ans et le taux d'actualisation 2,25 %)

Sur la figure 3.7, on s'aperçoit d'un saut dans la courbe du changement marginal de la valeur de consommation, lié au passage du prix de bois de houppier au prix du bois de tige hors houppier. On constate également qu'à l'âge d'exploitation optimal (129 ans), le changement marginal de la valeur de consommation est très légèrement plus important que celui de la valeur d'avenir du stock de bois sur pied.

A parité du coût marginal, le revenu marginal diminué du changement marginal de la valeur de consommation du stock pour le critère Duerr (équation 3.41) est donc moins important que le revenu marginal diminué du changement marginal de la valeur d'avenir du stock pour le critère de Faustmann (équation 3.46). Ainsi, le critère de Duerr préconise un âge d'exploitation légèrement plus précoce (par rapport au critère de Faustmann). Cependant, le changement marginal de la valeur de consommation du stock en fonction de l'âge dépend du modèle de prix utilisé. Ainsi, l'amplitude et le sens de différence des deux critères en termes de l'âge d'exploitation sont susceptibles d'être changés selon le modèle de prix (Haight, 1999,b).

II. Limites du critère de Faustmann (BASI)

Les hypothèses de base de la théorie de Faustmann ne sont pas toutes adaptées à la réalité. C'est pourquoi depuis quelques décennies, la littérature s'est consacrée à lever certaines hypothèses les moins réalistes du critère de Faustmann. La littérature dans ce domaine est très vaste et relève de très nombreux aspects du critère Faustmann, dont certains majeurs aspects seront rappelés par la suite.

Dans la réalité, le prix, le coût et le taux d'actualisation ne sont pas constants dans le temps. En outre, le marché financier n'est pas parfait et donc le taux d'actualisation n'est forcément pas connu. Or, le critère du Faustmann dépend énormément du taux d'actualisation utilisé. Le choix du taux d'actualisation est donc primordial pour le critère de Faustmann. Une partie de la littérature se concentre donc sur la question du taux d'actualisation.

Depuis les années 70, la littérature est marquée par les recherches en vue de l'intégration explicite des aménités, et du risque, dans le critère de décision (Hartman, 1976, Routledge, 1980,

Strang, 1983, Reed, 1984 et 1986, Terreaux, 2000, Meilby et al. 2001, Dieter, 2001, Koskela et Ollikainen, 2001, McCarney et la. 2006, Coutur, 2006).

Récemment certains autres aspects du critère de Faustmann ont été également étudiés. Par exemple, certains auteurs ont intégré la fonction non linéaire d'utilité du propriétaire des peuplements de différentes classes d'âge ou classes de productivité afin d'optimiser la gestion forestière à l'échelle de la forêt (Salo et Tahvonen, 2002). Un autre aspect étudié consiste à lever l'hypothèse implicite du critère de Faustmann selon laquelle (dans les peuplements forestiers) la valeur du fonds sous la foresterie est plus importante que ses autres usages comme l'agriculture (Salo et Tahvonen. 2004). Un dernier exemple des travaux récents sur le critère de Faustmann, porte sur l'étude de Khazri (2006). Il a intégré une fonction du coût de régénération dans le modèle de Faustmann qui varie en fonction du taux de prélèvement des petits arbres. Il a ainsi montré qu'un modèle de double rotation qui consiste à couper à chaque rotation les gros arbres et seulement une fraction des petits arbres est dans certaines situations plus avantageux par rapport au modèle classique de Faustmann à rotation unique.

Dans ce contexte, on s'est d'abord intéressé au choix du taux d'actualisation ainsi qu'à l'intégration du risque et des aménités dans le critère de Faustmann. Ces trois aspects ont fait, dans un premier temps, l'objet d'une étude bibliographique. Or, en raison de l'ampleur de la thèse et de la contrainte liée au temps, la partie liée à l'intégration des aménités n'a finalement pas été utilisée dans la suite du travail (illustrations du quatrième chapitre). Ainsi, dans cette section, on s'attache plutôt à présenter un aperçu bibliographique sur le choix du taux d'actualisation et sur l'intégration du risque. Cette section porte d'abord sur le problème lié au choix du taux d'actualisation, puis sur l'intégration du risque.

II.1 Problème du choix du taux d'actualisation

L'utilisation du concept d'actualisation en gestion forestière semble toujours gêner certains forestiers. Comme l'ont bien expliqué Frayssé et al. (1990), "*spécialistes mondiaux de la théorie du capital et de l'investissement essayaient de convaincre certains forestiers américains de ne pas maximiser le revenu annuel moyen, mais la valeur actualisée. Il n'est pas évident qu'ils y soient parvenus* ".

Sur le plan économique, l'actualisation se justifie souvent par la préférence naturelle des individus pour le présent. Il postule qu'indépendamment de l'inflation, une somme quelconque, gagnée aujourd'hui, apporte plus d'utilité que la même somme dans un an. Selon Kant (2003), la préférence pure pour le présent est liée à l'impatience du consommateur vis-à-vis de la consommation immédiate ainsi qu'à l'incertitude sur la consommation future. De ce fait, selon le degré de préférence des individus pour le présent, 1 euro décalé d'un an devrait être augmenté avec un taux r pour qu'il soit considéré financièrement équivalent à 1 euro actuel. Le taux qui donne intérêt à l'attente, pour une somme ou une consommation décalée dans le temps plutôt qu'au présent, est souvent appelé taux d'actualisation ou taux de capitalisation. C'est en utilisant ce taux qu'on peut ramener la valeur d'une somme quelconque de l'année n, à l'année zéro (actualisation) ou à l'inverse (capitalisation). Soit SM_n et SM_0 les sommes au temps n et 0, expressions mathématiques de l'actualisation et capitalisation sont respectivement les suivantes :

$$SM_0 = \frac{SM_n}{(1+r)^n} \qquad \text{soit en temps continu} \qquad SM_0 = SM_n.e^{-nr} \tag{3.47}$$

$SM_n = SM_0.(1+r)^n$ soit en temps continu $SM_n = SM_0.e^{nr}$ (3.48)

L'actualisation des recettes et des dépenses réalisée à des dates différentes permet de les ramener à une date de référence (d'habitude l'année zéro) où toutes les valeurs sont financièrement comparables. Elle permet également d'intégrer dans l'analyse, le coût d'opportunité ou les charges financières de l'investissement (des capitaux immobilisés). Cependant, la plupart du temps, le problème n'est pas l'actualisation elle-même, mais plutôt le choix du taux d'actualisation. Dans la littérature économique, plusieurs solutions ont été proposées distinguant les secteurs privé et public.

Secteur privé

L'économie classique justifie le choix du taux d'actualisation par la théorie de l'intérêt et de l'équilibre intertemporel du consommateur. Basé sur l'analyse de l'équilibre intertemporel du consommateur (voir annexe 3.4) et dans le cadre d'un marché financier parfait, le taux d'actualisation, r, est le taux d'intérêt du marché, indépendamment des préférences intertemporelles de l'individu (Frayssé et al. 1990). En effet, comme l'ont bien expliqué Duerr (1960) et Peyron (1998), le taux d'actualisation peut être interprété comme le coût d'opportunité de l'investissement, ou l'intérêt qui aurait pu être gagné sur le marché financier. Cependant, dans la réalité, il n'existe pas de marché financier parfait. Le taux d'intérêt est ajusté au risque inhérent aux projets et varie selon le montant et la période d'emprunt (Frayssé et al.1990). Il n'est donc pas possible de réaliser toute opération de prêt ou d'emprunt au même taux d'intérêt r. La différence entre le taux de prêt et le taux d'emprunt (placement) s'explique par le fait que l'organisme prêteur doit couvrir le risque inhérent à l'opération de prêt et les frais de gestion et d'en dégager un profit (Peyron, 1998). La différence des deux taux peut être encore plus marquée lorsque les règles fiscales ne traitent pas de la même façon l'autofinancement et le financement par l'emprunt. Contrairement au cas du marché financier parfait, dans le cas imparfait, le taux d'actualisation optimal dépend de la préférence de l'individu pour le présent. A l'équilibre, le taux de préférence intertemporelle du consommateur (pente de la tangente à la courbe d'indifférence) est égal au taux de placement (r_{min}) ou au taux d'emprunt (r_{max}) sur le marché financier (voir annexe 3.4). Ainsi, Peyron (1998) a soutenu que les calculs d'actualisation peuvent être faits pratiquement en utilisant le taux r_{min} et r_{max} lorsque le bilan financier prévisionnel de l'année est respectivement positif et négatif. Il a conclu que les critères de gestion doivent être appliqués à l'ensemble de la forêt ou à un plan de gestion plutôt qu'à un peuplement isolé. Alors, le taux d'actualisation est plus faible quand le bilan financier du plan de gestion est positif, tandis qu'il est plus fort dans le cas contraire.

Secteur public

Dans le secteur public, plusieurs courants se sont formés et plusieurs taux ont été proposés. Selon Arrow (1995), le choix du taux d'actualisation, dans le secteur public, peut être fondé sur deux approches : la première repose sur le concept du coût d'opportunité d'investissement alors que la deuxième se base sur la valorisation de l'avenir et prend en compte la préférence pure des individus pour le présent ainsi que leurs situations dans le futur. Arrow (1995) a soutenu également une troisième approche, appelée composite, permettant de combiner les approches du coût d'opportunité et de la valorisation du futur.

Dans la première approche, le taux d'actualisation est alors interprété comme le coût d'opportunité d'investissement correspondant à l'intérêt qui aurait pu être gagné dans le secteur privé. Plusieurs applications de ce type de taux ont été citées dans la littérature dont le taux de

profit de l'investissement privé (Bakouma, 2002), le taux d'intérêt du marché et le taux d'emprunt d'Etat à long terme (Peyron, 1998). En revanche, le second type de taux d'actualisation repose sur la théorie du taux social de préférence intertemporelle (Arrow, 1995, Kant, 2003). Dans cette théorie, toutes les dépenses et recettes sont transformées en consommation équivalente. Basée sur deux périodes, la théorie conceptualise le taux d'intérêt du consommateur comme le taux marginal de substitution entre la consommation immédiate et la consommation future. Le taux d'intérêt du consommateur est considéré comme le taux social de préférence intertemporelle. Les principales hypothèses de cette théorie sont les suivantes :

- Comme il y a une préférence pure pour le présent contre le futur, l'utilité de la consommation en période t+1 est inférieure à la même utilité en période t. En effet, l'utilité de la consommation future devrait être actualisée au taux p, représentant la préférence temporelle pure.

- Supposant que dans le futur on sera plus riche (représenté par la croissance de la consommation) et que l'utilité marginale est décroissante, une consommation future apporte une utilité moindre que la même consommation au présent. Ainsi, outre l'actualisation de l'utilité, la consommation, elle-même, devrait être également actualisée au taux u représentant l'élasticité de l'utilité marginale de la consommation.

Supposons que l'utilité de consommateur s'écrit comme suit :

$$U(t) = \frac{C(t)^{1-u}}{1-u} e^{-pt} \tag{3.49}$$

avec

$U(t)$: Utilité de l'individu en période t
$C(t)$: Consommation en période t
u : Elasticité de l'utilité marginale de la consommation
p : Taux de préférence temporelle pure

L'idée du taux social de préférence intertemporelle (TSPI[76]) consiste à penser que l'investissement augmente la consommation future, seulement s'il est capable de compenser la diminution de l'utilité marginale et de la consommation dans le temps. En effet, l'utilité future et l'utilité marginale, correspondant à chaque unité supplémentaire de consommation dans le futur, vaudront moins par rapport à ceux du présent. Le taux social de préférence intertemporelle (TSPI) se définit ainsi comme le taux de diminution de l'utilité marginale de la consommation dans le temps.

L'utilité marginale de la consommation de l'individu se calcule comme suit :

$$\frac{dU(t)}{dC(t)} = C(t)^{-u}.e^{-pt} \tag{3.50}$$

On constate que l'utilité marginale de la consommation est décroissante dans le temps car l'utilité et la consommation future s'actualisent respectivement aux taux p et u.

[76] SRTP "The Social Rate of Time Preference".

Le taux social de préférence intertemporelle (TSPI) se calcule par le rapport entre la dérivée de l'utilité marginale par rapport au t et l'utilité marginale (Peyron, 1998) :

$$TSPI = \frac{-d\left[\frac{dU(t)}{dC(t)}\right]}{\frac{dt}{\frac{dU(t)}{dC(t)}}} = p + \frac{\frac{dC(t)}{dt}}{C(t)}.u = p + u.c \qquad (3.51)$$

avec

c : Taux de croissance de la consommation

Comme on le constate dans l'équation (3.51), le taux social de préférence intertemporelle est égal à la somme d'une préférence pure pour le présent (p) et du terme dit effet de richesse (u.c).

Basé sur ce principe, Arrow (1995) a obtenu comme valeur pour la préférence pure pour le présent : 1 % et pour effet de richesse autour 2 à 3 %. Il a donc obtenu un taux social de préférence intertemporelle de 4 %. Selon Kant (2003), même si, en raison de l'égalité inter-génération, on assigne une préférence nulle pour le présent, le taux d'actualisation n'est pas nul car on sera plus riche dans le futur. Cette théorie a également été critiquée par Kant (2003). Ce dernier dénombre certaines limites d'ordre général et spécifique au taux social de préférence intertemporelle. Les limites générales formulées concernent son cadre théorique alors que celles spécifiques sont liées à son emploi pour les capitaux écologique. D'une manière générale, il ressort quatre limites liées à l'usage du taux social de préférence intertemporelle qui sont les suivantes :

Paradoxe de consommation–croissance

Comme on l'a déjà expliqué, le futur devrait être actualisé car chaque unité supplémentaire de consommation future dispose d'une utilité marginale moindre que celle présente. Or, le taux d'actualisation ainsi calculé s'applique à l'ensemble de la consommation future et non pas à la consommation supplémentaire. Ainsi, Price (1999) l'a soulevé comme une erreur énorme de la littérature économique. Cette erreur donne lieu à une contradiction dite paradoxe de consommation-croissance selon laquelle, plus le taux positif de la croissance de la consommation est élevé, plus le bien-être dans le futur sera bas (annexe 3.5).

Utilité absolue et relative

La fonction d'utilité utilisée dans la théorie du taux de préférence intertemporelle est insensible aux attentes de l'individu vis-à-vis du présent et de l'avenir. Or, le degré de satisfaction est un concept relatif et non pas absolu. Selon Kant (2003), l'utilité dépend de la consommation réalisée, relative à des attentes de l'individu en termes de consommation, étant elles-mêmes une fonction du temps (voir annexe 3.5).

Période de temps : court terme et long terme

La théorie du taux social, de préférence intertemporelle, repose sur une décision de consommation en deux périodes ou sur une décision typique de court terme (Kant, 2003). Cependant, dans la réalité, la décision du consommateur s'étend à plusieurs périodes de temps, permettant de choisir entre plusieurs séquences de consommations, ou de résultats. Comme l'a

bien expliqué Kant (2003), dès que le taux de préférence intertemporelle s'insère dans une séquence de consommation à plusieurs périodes (long terme), les individus deviennent de plus en plus prévoyants. De ce fait, on ne peut pas appliquer le même taux pour le court terme et le long terme. De nombreuses études ont confirmé que le taux de préférence intertemporelle du consommateur à long terme est beaucoup moins élevé que le taux de court terme. Or, l'investissement dans les capitaux écologiques correspond souvent à un investissent de long terme. En foresterie, le concept de court terme, dans le sens où un facteur de production est au moins constant, correspond à des durées longues, voire très longues qui vont de 40 ans, dans le cas de certaines essences à croissance rapide comme le pin, jusqu'à 200 ans, par exemple pour le chêne. On s'aperçoit bien que le court terme en foresterie dépasse largement non seulement celui des autres activités économiques mais également leurs durées de long terme.

Comme l'a bien expliqué Chapman (1931), quelle que soit l'industrie, un taux de rendement élevé à long terme n'est que très rarement, voire jamais, possible. Le taux d'actualisation de court terme est donc forcément supérieur à celui du long terme. De la même façon, de nombreuses études ont confirmé que le taux de préférence intertemporelle de consommateur à long terme est beaucoup moins important que le taux de court terme (Kant, 2003). Selon Kant (2003), la plupart des individus ont tendance à choisir une séquence de résultat uniforme dans une période, la plus longue possible, ou des résultats meilleurs vers la fin d'une période de temps. Ainsi, certains auteurs ont même soutenu la présence d'un taux négatif à long terme (Loewenstein et Prelec, 1991). Finalement, l'emploi du taux social de préférence intertemporelle n'est justifié que pour les décisions de court terme (Kant, 2003).

Capitaux économiques et écologiques

En 1990, les issues environnementales viennent enrichir le débat sur le taux social de préférence intertemporelle. De nombreux auteurs ont distingué le capital écologique au sein de l'ensemble des capitaux économiques. Le capital écologique, ou le capital d'écosystème, correspond à des ressources renouvelables et à l'ensemble d'actifs écologiques. Même si certains auteurs ont soutenu l'utilisation du taux social de préférence intertemporelle dans le cadre des capitaux écologiques, la plupart des économistes reconnaissent le fait qu'ils sont calculés sans faire référence aux caractéristiques de ces actifs (Kant, 2003). Ainsi, les différents taux d'actualisation ainsi calculés présentent peu, voire aucun avantage, les uns par rapport aux autres, dans le cadre de capitaux écologiques. Kant (2003) dénombre trois grandes limites du taux social de préférence intertemporelle dans le cadre des capitaux écologiques.

La première limite est liée à l'hypothèse sous-jacente et implicite de l'évaluation et de l'actualisation des capitaux écologiques, selon laquelle ils peuvent être désagrégés en composantes ou en fonctions indépendantes, permettant de leur assigner un prix. Or, la désagrégation va à l'encontre du concept de système. En raison des relations fonctionnelles entre les composantes d'un système, les propriétés de ce dernier ne peuvent pas être déterminées ou expliquées par la somme de ses seules composantes. Kant (2003) explique que, dans un système pleinement fonctionnel, chaque partie a la même valeur que l'ensemble du système, et donc la valeur d'une seule composante ne peut pas être étudiée séparément selon sa contribution dans le système.

La deuxième limite vient du fait que la préservation des capitaux écologiques (e.g. animaux sauvages, forêts) est dominée par les dimensions morale et éthique, appelé souvent "dimension orthogonale". Selon Etzioni (1988), il n'existe pas une seule fonction d'utilité mais plutôt deux fonctions irréductibles, celle du plaisir et celle de la morale. Ainsi, le taux social de préférence intertemporelle calculé sur la base d'une fonction d'utilité de plaisir (consommation) n'est pas

adapté dans le cadre des capitaux écologiques qui répondent à une variété de besoins y compris ceux moraux.

La troisième limite est liée à la contradiction entre le concept d'actualisation et la nature de certaines valeurs forestières. Pour un taux d'actualisation positif et non nul, la valeur actualisée des fonctions comme la régulation des changements climatiques (séquestration du carbone), les fonctions scientifiques et récréatives etc. tend asymptotiquement vers zéro en fonction du temps. Or, cette tendance va à l'encontre des conventions internationales comme celles portant sur les changements climatiques (Kyoto) ou sur la biodiversité, qui soulignent un rôle encore plus important, pour les fonctions environnementales des écosystèmes, dans le futur.

En effet, l'école néoclassique n'a pas une théorie adaptée pour l'analyse des décisions concernant les capitaux écologiques (Kant, 2003). Il n'existe pas une réponse simple face à la complexité des écosystèmes. En revanche, parmi les autres écoles économiques, les postkeynésiens soutiennent un taux d'actualisation nul pour les décisions stratégiques dont celle des capitaux écologiques. Selon Kant (2003), les décisions liées à la nature peuvent concerner des dangers très importants pour l'humanité. Il dénombre, entre autres, les effets dangereux de la destruction de la couche d'ozone, le changement climatique et la désertification, qui sont évidents dans le monde d'aujourd'hui. Ainsi, les décisions sur le capital écologique peuvent être considérées comme issues de la sécurité internationale, et assimilables à des décisions stratégiques militaires.

La multiplicité des méthodes d'estimation du taux d'actualisation, et leurs insuffisances dans le cadre des capitaux écologiques, montrent clairement le manque de crédibilité qui leur est associé par bon nombre de forestiers (Peyron, 1998). Ceci est d'autant plus important que le taux d'actualisation choisi, peut changer radicalement le choix optimal d'investissements.

Ainsi, certains forestiers ont été amenés à faire révéler le taux d'actualisation à long terme qui a été réellement appliqué pour les investissements forestiers (Peyron, 1998). La valeur d'un actif peut être estimée soit, selon la théorie du capital, par la somme des bénéfices actualisés à l'infini qui en est issue, soit par le marché de l'actif lorsque ce dernier s'échange sur un marché. Le taux d'actualisation à long terme réellement appliqué pour les investissements forestiers est celui qui égalise la valeur du fonds forestier constatée sur le marché et celle estimée par le bénéfice actualisé à l'infini [77](Peyron, 1998, Bakouma, 2002). Cette approche semble pratiquement justifiée car il devrait y avoir une certaine cohérence entre la valeur du fonds forestier constatée sur le marché et celle estimée par le bénéfice actualisé à l'infini. Comme l'a bien expliqué Peyron (1998), cette approche a été généralement utilisée pour l'estimation de la valeur des forêts publiques mais également pour les forêts privées. Ainsi, le taux nul d'actualisation proposé par Kant (2003) correspond à une valeur du fond, issue de la production de bois, beaucoup plus élevée que celle rencontrée sur le marché. L'application d'un taux d'actualisation nul pour la production de bois n'est évidemment pas envisageable.

La révélation du taux d'actualisation quant à elle suscite certaines critiques. La première critique est que la valeur exogène du fonds (observée sur le marché) ne laisse pas apparaître, en général, l'effet de la productivité de peuplement, l'efficacité de la gestion sylvicole et les autres revenus non marchands et non ligneux. En effet, la valeur observée sur le marché ne tient, en général, que des recettes issues de la vente du bois augmentées dans certains cas par les revenus non ligneux et non marchand comme celui issu des permis de chasse. En outre, les fonds forestiers nus, s'échangent très peu, voire jamais, sur le marché. En toute rigueur, il est difficile de

[77] Le taux d'intérêt ainsi obtenu est égal au taux interne de rentabilité en intégrant la valeur du fonds, désigné TIRF, qui égalise le bénéfice actualisé à l'infini (BASI) et la valeur exogène du fonds (F).

trouver la valeur d'un fonds forestier car ceux échangés sur le marché n'ont forcément pas des situations comparables. Malgré ces limites, si la valeur exogène du fonds est adéquate, le taux révélé d'actualisation devrait être également suffisant. Par exemple, Bakouma (2002) dans son étude sur l'optimisation de la gestion sylvicole des hêtraies de Lorraine, trouve qu'un taux d'actualisation de 2,75 est assez réaliste car il correspond à une valeur du fonds de 750 euros/ha qui est de l'ordre de celle rencontrée sur le marché. On procède donc à une estimation du taux d'actualisation à long terme, par une approche similaire.

II.2 Intégration du risque

Une situation risquée se définit par une distribution objective de probabilité pour représenter le risque. En revanche, si la distribution de probabilité est subjective, la situation est incertaine. Face à une distribution aléatoire, objective ou subjective, de résultats, le risque peut être interprété comme l'arrivée de résultats indésirables ou négatifs (Terreaux, 2000).

Le caractère risqué de la production forestière n'est pas nouveau. La gestion forestière se trouve toujours face à plusieurs types de risques qui sont souvent classés en deux groupes : catastrophique et économique. Le risque catastrophique comme celui de tempête ou d'incendie met en danger la forêt, elle-même, alors que le risque économique affecte plutôt le niveau de revenu issu de la forêt comme les fortes fluctuations des prix du bois qui ont souvent été étudiées par les économistes forestiers (Teeter et Caulfield, 1991, Haight et Smith, 1991, Brazee et al. 1999 et Knoke et al, 2001). Le risque catastrophique ne s'accompagne de lourdes conséquences économiques que de manière très épisodique, si bien que sa réalité se trouve relancée après chaque catastrophe pour être progressivement oubliée par la suite. Comme l'ont indiqué Englehard et Anderson (1983), malgré le fait que les forestiers sont conscients du risque depuis longtemps, il n'a souvent pas été intégré dans leurs modèles, ce qui revient implicitement ou explicitement à considérer un avenir certain, et sans risque, comme dans le critère de Faustmann. Ceci a été vivement reproché dans la littérature du fait de son irréalisme, notamment depuis ces dernières décennies.

La plupart des études sur l'intégration du risque en foresterie sont basées sur la neutralité face au risque (Brumelle et al, 1990). Un décideur neutre face au risque est indifférent, entre le choix qui fournit un résultat certain, et l'autre qui produit en moyenne le même niveau de résultat à la suite de décisions répétées.

Dans le cas forestier, la neutralité face au risque, correspond au cas où la forêt n'est qu'une partie du patrimoine du propriétaire. Dans ce cas-là, notamment quand le propriétaire est public, en raison du nombre important des investissements et selon la loi des grands nombres en Statistiques, la moyenne des bénéfices réalisés tend vers l'espérance des bénéfices[78]. C'est pourquoi (dans le cas de neutralité face au risque), l'espérance mathématique du bénéfice actualisé à l'infini a été le plus souvent utilisée comme critère de décision (Brumelle et al, 1990). Dans le cadre d'une application ultérieure en Iran, où les forêts sont publiques, le seul cas étudié ici sera celui de la neutralité face au risque.

[78] Cependant, certains auteurs comme Brumelle et al (1990), ont critiqué ce raisonnement car les risques à faible amplitude peuvent avoir des conséquences non acceptables même pour un propriétaire public. En plus, le risque associé à une action devrait être non corrélé ou négativement corrélé aux autres. Par exemple, le risque d'incendie d'un peuplement dans une condition donnée peut être positivement corrélé avec les autres. Alors, l'idée de convergence vers moyen par l'annulation des variations n'est forcément pas valide. En outre, selon Brumelle et al (1990), la plupart des décideurs sont averses au risque.

Les années 80 sont marquées par les recherches en vue de l'intégration explicite du risque dans le critère de décision. Lorsque le peuplement est soumis à un risque catastrophique, il y a une probabilité p de destruction dans l'année. L'occurrence d'un risque catastrophique entraîne l'exploitation d'arbres de dimension trop faible, le coût très élevé d'exploitation et la dégradation de la qualité des arbres. En plus, la plupart du temps, la partie exploitable sera vendue à un prix plus faible du fait de la hausse du coût d'exploitation et de la surproduction de bois. L'occurrence d'un risque correspond à une perte partielle de la valeur des bois sur pied. Le pourcentage récupéré de la valeur des bois sur pied, après l'arrivée de la catastrophe est appelé taux de sauvetage, K %. Dans un modèle à temps discret, Routledge (1980) est selon Reed (1984), le premier à avoir étendu le critère classique de Faustmann dans les situations risquées. Basé sur la probabilité d'une catastrophe naturelle comme l'incendie ou la tempête, q, et le taux de sauvetage, K, il a supposé que le nombre d'années nécessaires (Z) dans cet exemple (ou le nombre de lancers dans un jeu pile ou face) avant l'arrivée d'un premier sinistre est une variable aléatoire qui suit une distribution géométrique de paramètres q et $1\text{-}q$. Ainsi, la probabilité de survenance de sinistre se calcule selon le temps (intervalle) entre sinistres successifs ou le temps d'attente (t = 0 à n) :

$$\text{Prob}\{Z_i = t\} = q(1-q)^{t-1} \tag{3.52}$$

Il a supposé un cas très simple où le peuplement ne nécessite aucune éclaircie et ne fait l'objet que d'un revenu, R_n, lié à la récolte à l'âge n, sans tenir compte du coût de constitution du peuplement, D_0.

Afin de procéder d'une façon identique pour le calcul de la valeur du fonds En absence (section précédente) et en présence de risque, les calculs qui suivent sont refaits, afin d'intégrer également le coût de constitution du peuplement, Do, dans le modèle de Routledge (1980). En corrigeant le modèle de Routledge (1980), l'espérance du BASI, E(BASI), s'obtient comme suit (pour les calculs, voir annexe 3.6, équation 3.6.7) :

$$E(BASI) = \frac{-D_0 + R_n \dfrac{(1-q)^n}{(1+r)^n} + \dfrac{q}{1-q}\displaystyle\sum_{t=1}^{n} K.R_t \dfrac{(1-q)^t}{(1+r)^t}}{\dfrac{r}{r+q}.\left[1-\left(\dfrac{1-q}{1+r}\right)^n\right]} \tag{3.53}$$

En annulant la probabilité q dans l'équation 3.53, on retrouve la formule classique de Faustmann sous sa forme simplifiée relative au cas où toutes dépenses et recettes intermédiaires (entre les âges 0 et n) sont négligées :

$$BASI = \frac{-D_0 + R_n.(1+r)^{-n}}{1-(1+r)^{-n}} \tag{Rappel, 3.7}$$

Dans son article, Routledge (1980) décrit également l'effet de l'intégration du risque sur la condition d'optimalité (pour les calculs, voir annexe 3.6, équation 3.6.12) :

$$R_{n+1} - R_n = r.[E(BASI) + Rn] + q.(1-k).R_{n+1} \tag{3.54}$$

avec

q : Probabilité de perte liée au passage d'un sinistre

k : Sauvetage
$E(BASI)$: Espérance de la valeur du fonds

On rappelle que la condition d'optimalité du critère de Faustmann en absence de risque est la suivante :

$$\frac{dR_n}{dn} = r.(BASI + R_n) \qquad \text{(Rappel, 3.8)}$$

En comparant les conditions d'optimalité en absence et présence de risque, on s'aperçoit bien que la condition d'optimalité en présence de risque, est différente de celle En absence de risque, par le terme, $q(1-k)R_{n+1}$ (l'espérance de perte), et par l'espérance de la valeur du fonds, $E(BASI)$. En effet, le risque de destruction du peuplement entre l'âge n et n+1 impose une perte potentielle, équivalente à la valeur récupérée du peuplement en cas d'occurrence de risque, $q(1-k)R_{n+1}$. Ainsi, le revenu marginal espéré est diminué de cette perte. A l'optimum, la hausse marginale du revenu diminué de cette perte sera égale à la somme des coûts marginaux d'immobilisations du fonds et du peuplement. Routledge (1980) explique bien que l'effet du risque de destruction du peuplement sur l'âge d'exploitation s'avère complexe car il diminue la valeur du fonds et donc le coût marginal d'immobilisation du fonds d'une part, et le revenu marginal lié à la perte potentielle du revenu futur, d'autre part. Le risque catastrophique diminue donc l'âge d'exploitation, seulement sous la condition que la baisse (liée au risque) du coût marginal soit inférieure à celle du revenu marginal. Dans le cas où le taux de sauvetage est nul et la probabilité de destruction est constante, Routledge (1980) a prouvé que la présence d'un risque diminue l'âge d'exploitation.

Dans son article fondateur, Reed (1984) reprend le travail de Routledge (1980) dans un modèle à temps continu. Il a essayé d'abord de voir selon quel processus surviennent les risques naturels. Il suppose que le nombre d'occurrence d'un sinistre, dans une période de temps donnée, suit une distribution de Poisson. Cette dernière est la limite de la loi géométrique lorsque le nombre de répétitions (occurrence et non occurrence d'un phénomène) tend vers l'infini.

Avant de présenter le travail de Reed (1984 et 1986), nous allons d'abord présenter un aperçu synthétique du cadre théorique dans lequel s'inscrit son travail. Il pose l'hypothèse standard du processus de Poisson, Z_i, où le temps entre des occurrences successives d'un sinistre sont les variables aléatoires, indépendantes et identiquement distribuées selon une loi exponentielle (voir annexe 3.6). Basé sur les mêmes hypothèses, l'une des généralisations du processus de Poisson, dit processus de renouvellement[79], correspond au cas où la loi de distribution de Z_i, pourrait être une distribution autre qu'une loi exponentielle. Ainsi, Reed (1984 et 1986) adapte le processus de poisson sous forme d'un processus de renouvellement pour le cas forestier (voir annexe 3.6). Il a supposé dans premier temps un taux de sauvetage nul, une probabilité de risque, λ, un coût de dégagement et de plantation D_1, en cas de sinistre, ainsi qu'un revenu de R_n et un coût de constitution du peuplement de D_0 pour le peuplement arrivé à l'âge d'exploitation, n. Ainsi, Reed (1984) démontre que l'espérance du bénéfice actualisé à l'infini (BASI) se calcule comme suit (pour les calculs voir annexe 3.6, équation 3.6.29) :

[79] " Renewal Process"

$$E(BASI) = \frac{E(e^{-rZ}.Y)}{\left[1 - E(e^{-rZ})\right]} \tag{3.55}$$

avec

Z : Intervalle entre des destructions du peuplement (par un sinistre ou une coupe définitive)
Y : Revenu net associé à chaque intervalle, $R_n - D_0$
r : Taux d'actualisation

L'espérance du BASI est donc égale à l'espérance du revenu actualisé net sur un intervalle de Z, divisée par l'espérance du terme d'extension à l'infini. Reed (1984) calcule donc l'espérance du BASI comme suit :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)(R_n - D_0)e^{-(r+\lambda)n}}{r\left(1 - e^{-(r+\lambda)n}\right)} - \frac{\lambda D_1}{r} \tag{3.56}$$

avec

λ : Probabilité moyenne d'occurrence de risque

Les équations ci-dessus ne sont pas tout à fait comparables avec celles obtenues en absence de risque car dans son modèle, Reed (1984 et 1986) a négligé le coût de constitution du peuplement, D_0, de la première révolution. Ainsi, si on annule la probabilité d'occurrence du risque, λ, dans l'équation (3.56), on trouve BASI+D_0 au lieu de BASI. Afin de procéder d'une façon identique pour le calcul de la valeur du fonds En absence (section précédente) et présence de risque, les calculs qui suivent sont refaits (Annexes 3.6) afin d'intégrer également le coût de constitution du peuplement, Do, de la première révolution dans le modèle de Reed (1984). En corrigeant la formule présentée par Reed (1984), l'espérance du BASI s'écrit comme suit :

$$E(BASI) = \frac{E(e^{-rZ}.Y)}{\left[1 - E(e^{-rZ})\right]} - D_0 \tag{3.57}$$

L'espérance du BASI se calcule donc comme suit (pour les calculs voir annexe 3.6, équation 3.6.40) :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)}{r}\left(-D_0 + \frac{R_n - D_0}{e^{n(r+\lambda)} - 1}\right) - \frac{\lambda(D_1 - D_0)}{r} \tag{3.58}$$

L'équation (3.58) est comparable avec celle obtenue En absence de risque :

$$BASI = -D_0 + \frac{R_n - D_0}{e^{nr} - 1} \tag{Rappel, 3.7}$$

En comparant les équations (3.7) et (3.58), on retrouve la fameuse conclusion de Reed (1984) selon laquelle l'intégration du risque se traduit strictement par une augmentation du taux d'actualisation égale à la probabilité annuelle de survenue d'un sinistre, λ. Ainsi, quand le taux moyen d'occurrence de risque, λ, tend vers zéro, l'espérance du BASI en présence de risque tend vers le BASI en absence de risque. Par conséquent, plus la probabilité d'un risque augmente, plus

le taux d'actualisation sera élevé et plus l'âge d'exploitation diminuera. Ainsi, Reed (1984 et 1986) conclut que l'intégration du risque entraîne une baisse de l'âge d'exploitation. Cette conclusion ne peut se concevoir néanmoins que dans le cas où, à la fois, la probabilité de sinistre est constante avec l'âge du peuplement, et le sauvetage inexistant.

En annulant la dérivée première de l'équation (3.58), on obtient la condition d'optimalité du premier ordre de l'âge d'exploitation en présence de risque (voir annexe 3.6, équation 3.6.47) :

$$\frac{dR_n}{dn} - \lambda(R_n + D_1 - D_0) = r.[E(BASI) + R_n] \qquad (3.59)$$

Le terme de gauche de l'équation ci-dessus correspond à la hausse marginale de la valeur espérée des bois sur pied, diminuée du produit de la perte potentielle (R_n+D_1-D_0) et de la probabilité correspondante. La perte potentielle comprend ici la valeur totale du peuplement, R_n, (en raison d'un taux de sauvetage nul) plus le coût supplémentaire de dégagement en cas d'occurrence de risque (D_1-D_0). En revanche, le terme de droite de l'équation, présente le coût marginal d'opportunité des investissements immobilisés du fonds et du peuplement sur pied $r.(BASI + R_n)$.L'âge optimal d'exploitation est atteint lorsque la hausse marginale de la valeur espérée du bois sur pied et le coût marginal d'opportunité des investissements du fonds et du peuplement sur pied s'égalisent. La condition d'optimalité, en présence de risque, s'avère comparable à celle, en absence de risque :

$$\frac{dR_n}{dn} = r.(BASI + R_n) \qquad \text{(Rappel, 3.8)}$$

Dans l'équation (3.59), on voit que la présence de risque se traduit par l'ajout du terme $\lambda(R_n + D_1 - D_0)$ ou espérance de perte ainsi que l'espérance du BASI dans la condition d'optimalité.

Reed (1984) présente quelques extensions à son modèle. Il a d'abord essayé de lever l'hypothèse de destruction totale de peuplement après le passage d'un risque catastrophique. Il a supposé une proportion moyenne de $\overline{K}$ qui peut être récupérée après l'occurrence d'une catastrophe. L'espérance mathématique du BASI se calcule donc comme suit (pour les calculs, voir annexe 3.6, équation 3.6.54) :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)}{r}\left[-R_n + \frac{R_n - D_0 + \Phi(n)}{1 - e^{-(r+\lambda)n}}\right] - \frac{\lambda(D_0 + D_1)}{r} \qquad (3.60)$$

avec

$\Phi(n) = \int_0^n e^{-(r+\lambda)t}\lambda\overline{K}R_n dx$: Espérance de la valeur récupérée du bois sur pied entre l'âge 0 à n

En comparant l'espérance du BASI avec le BASI en absence de risque, on voit bien que l'intégration du risque ne se traduit plus seulement par une augmentation du taux d'actualisation égal à la probabilité annuelle de survenue d'un sinistre, λ, en raison du terme, $\Phi(n)$.

La condition d'optimalité est donc modifiée comme suit (pour les calculs voir annexe 3.6, équation 3.6.57):

$$\frac{dR_n}{dn} - \lambda\left[\left(1-\overline{K}\right)R_n + (D_1 - D_0)\right] = r(BASI + R_n) \tag{3.61}$$

Le terme de gauche de l'équation ci-dessus correspond à la hausse marginale de la valeur espérée des bois sur pied, $\frac{dR_n}{dn}$, diminuée de l'espérance de perte, $\lambda\left[\left(1-\overline{K}\right)R_n + (D_1 - D_0)\right]$. Cette dernière est égale au produit de la perte potentielle qui regroupe la proportion non récupérée de la valeur du peuplement $\left(1-\overline{K}\right)R_n$ et le coût de dégagement en cas d'occurrence de risque (D_1-D_0), avec la probabilité correspondante. En revanche, le terme de droit de la condition d'optimalité, présente le coût marginal d'opportunité des investissements immobilisés du fonds et du peuplement sur pied, $r.(BASI + R_n)$. L'âge optimal d'exploitation est atteint lorsque la hausse marginale de la valeur espérée des bois sur pied et le coût marginal d'opportunité des investissements du fonds et du peuplement sur pied s'égalisent. La condition d'optimalité ci-dessus (équation 3.61) peut être considérée comme une généralisation de la situation précédente où le taux de sauvetage, K, n'est plus nul.

Dans la réalité, la sensibilité des peuplements au risque, évolue en fonction de l'état du peuplement et notamment l'âge. Afin d'intégrer la situation où le risque dépend de l'âge du peuplement, Reed (1984 et 1986) a également fait une deuxième extension à son modèle. Dans cette situation, l'intensité ou la probabilité du processus de Poisson (λ) n'est plus un paramètre constant mais une variable dépendante de l'âge. Le processus qui explique cette situation est appelé processus de Poisson non homogène. Ce dernier est une généralisation du processus de Poisson permettant de définir une intensité instantanée de risque, $\lambda(t)$, en fonction de l'âge du peuplement. Après avoir évalué $E(e^{-r.Z}.Y)$ et $\left[1-E(e^{-r.Z})\right]$, l'espérance du BASI se calcule comme suit (voir annexe 3.6, équation 3.6.61) :

$$E(BASI) = \frac{(R_n - D_0).e^{-(m(Z)+r.Z)} - D_1.(1-e^{-(m(Z)+r.Z)})}{r\int_0^n e^{-(m(Z)+r.Z)}dZ} + D_1 - D_0 \tag{3.62}$$

$m(Z)$: Probabilité espérée du risque catastrophique

En l'occurrence, la condition d'optimalité est donc la suivante (voir annexe 3.6, équation 3.6.63) :

$$\frac{dR_n}{dn} - \lambda(t)(R_n + D_1 - D_0) = r\left(BASI + R_n\right) \tag{3.63}$$

On retrouve donc la condition d'optimalité similaire à celle de probabilité constante excepté le fait que λ est remplacé par $\lambda(t)$. En effet, via l'âge d'exploitation, n, on peut contrôler la probabilité moyenne d'occurrence de risque, ce qui n'est pas le cas, si la probabilité est constante. Ainsi, selon que le risque augmente ou diminue en fonction de l'âge, l'âge optimal d'exploitation peut être diminué ou augmenté par rapport au cas à probabilité constante. Par exemple, supposons le risque de tempête dans une futaie régulière, a priori le risque augmente avec l'âge du peuplement. En l'occurrence, il sera optimal de diminuer l'âge d'exploitation, afin de se placer moins souvent dans les situations risquées. De même, plus le coût de dégagement, D_1, est élevé, plus les conséquences du risque en question seront élevées et donc plus l'effet de risque sur la révolution optimale sera grand.

Reed (1984 et 1986) a également fait une troisième extension à son modèle en considérant un risque dépendant de l'âge du peuplement mais cette fois-ci avec un taux moyen de sauvetage, $\overline{K}$. Par la même démarche que précédemment, il a obtenu la condition d'optimalité suivante :

$$\frac{dR_n}{dn} - \lambda(t)\left[(1-\overline{K})R_n + D_1 - D_0\right] = r(BASI + R_n) \tag{3.64}$$

Comme prévu, le taux moyen de sauvetage, $\overline{K}$, et l'intensité instantanée de risque, $\lambda(t)$, interviennent dans la condition d'optimalité. Dans la réalité, la valeur de sauvetage diffère évidemment selon la nature du phénomène mais également en fonction de certaines variables dont l'âge du peuplement ou la dimension des arbres. Par exemple, lors d'un incendie de forêt, elle est d'autant moins grande que le feu s'est attardé dans le peuplement. Lors d'un ouragan, elle diminue avec la taille de la zone couverte, qui apparaît alors comme un facteur aggravant. Dans ce contexte, Haight et al. (1995) étendent encore le modèle de Reed (1984 et 1986) en supposant que le risque et le taux de sauvetage dépendent, tous les deux, de l'âge du peuplement (sur une seule période et une infinité de révolution). En étudiant le risque de tempête, ils ont montré que le risque et le taux de sauvetage augmentent avec l'âge selon une courbe discontinue en palier.

Basé sur une approche analytique, Thorsen et Helles (1998), ont étudié l'effet du risque de tempête lorsque celui-ci dépend non seulement de l'âge mais également de la gestion sylvicole par le biais de certaines variables dont, la hauteur, le diamètre, le drainage, l'espèce et le nombre d'éclaircies. Ils ont conclu que la présence de risque endogène de tempête augmente le nombre d'éclaircies mais en diminuant leur intensité. Ils ont soutenu également que l'effet négatif du risque sur l'âge d'exploitation peut être largement diminué quand la stratégie d'éclaircie est optimisée vis-à-vis du risque. En effet, comparé à un risque exogène, la présence d'un risque endogène permet d'optimiser la gestion sylvicole, ce qui diminue le risque et donc son effet sur l'âge d'exploitation. En revanche, comme l'a bien expliqué Haight et al (1995), la résolution analytique du problème, surtout avec des hypothèses plus réalistes, va devenir de plus en plus compliquée, ce qui est très peu, voire non envisagé dans la pratique. C'est pourquoi une bonne partie des études sur l'intégration du risque dans le modèle de décision en foresterie est basée sur les méthodes numériques dont celle de Monte-Carlo (Brumelle et al. 1990). La méthode de Monte-Carlo est une méthode de simulation numérique visant à calculer les caractéristiques d'une distribution de probabilités comme l'espérance, l'écart-type et l'erreur, en faisant un grand nombre de simulations par les procédés aléatoires. Ainsi, elle se distingue d'une approche analytique qui calcule les caractéristiques d'une distribution par les procédés mathématiques. Le principe de cette méthode réside dans le fait que, selon la loi des grands nombres en Statistiques, les valeurs moyennes des statistiques, calculées à partir d'un nombre suffisant de simulations, tendent vers leurs espérances mathématiques. Par exemple, Terreaux (2000) a utilisé la méthode de Monte-Carlo pour déterminer certaines caractéristiques économiques (e.g. espérance de revenu, écart-type) des plantations de deux essences d'eucalyptus sous le risque de gel en fonction de l'âge d'exploitation et la probabilité de sinistre. Dieter (2001) a calculé l'espérance et l'écart-type du bénéfice actualisé à l'infini des peuplements réguliers du hêtre et de l'épicéa. Selon cette étude, étant donné la probabilité de survie très forte du hêtre (plus de 99 % à 120 ans), la présence du risque diminue l'espérance du bénéfice actualisé à l'infini de 2 % tandis que l'âge optimal d'exploitation reste quasiment identique par rapport à celui obtenu sans risque (120 ans). En revanche, l'épicéa est confronté à une probabilité de survie beaucoup plus faible que le hêtre (moins de 80 % à 120 ans). Pour cette essence, la présence du risque diminue l'espérance du bénéfice actualisé à l'infini de 4 % et celle de l'âge optimal d'exploitation de 90 à 80 ans (soit une baisse de 11 %). De la même façon, la valeur du fonds du hêtre représente un écart-type beaucoup plus faible que celui de l'épicéa.

III. Critère de décision et structures forestières

Les modèles de décision sont souvent différents selon la structure des peuplements forestiers. Le modèle de décision de Faustmann s'est développé à l'origine pour les peuplements équiennes et monospécifiques. Grâce au critère de Faustmann, la procédure à adopter en futaie régulière est très claire. En revanche, plusieurs solutions et critères sont possibles pour les peuplements irréguliers.

Cette situation soulève deux questions importantes :

Quelle solution ou quel critère faut-il utiliser dans les peuplements irréguliers ?

Est-il possible de s'affranchir de cette dichotomie classique des modèles de décision selon les structures forestières (régulière ou irrégulière) ?

Dans ce qui suit, ces deux questions seront abordées.

Première solution

Elle consiste à comparer directement différents états stationnaires obtenus par des états initiaux différents et de choisir celui qui maximise la valeur du fonds forestier (figure 3.8). L'idée sous-jacente de ce type de raisonnement est qu'une fois déterminé l'état stationnaire optimal, on peut ramener tout peuplement existant vers cet état optimal dans une période de transition finie (Adams, 1975). Par exemple, en traitant la question du stock optimal d'un peuplement irrégulier, Duerr et al. (1956) ont comparé différents états stationnaires d'un peuplement irrégulier. De la même façon, Duerr et Oderwald (1990), en traitant la question de l'âge d'exploitation d'une forêt équilibrée, ont tenté implicitement de comparer différents états stationnaires.

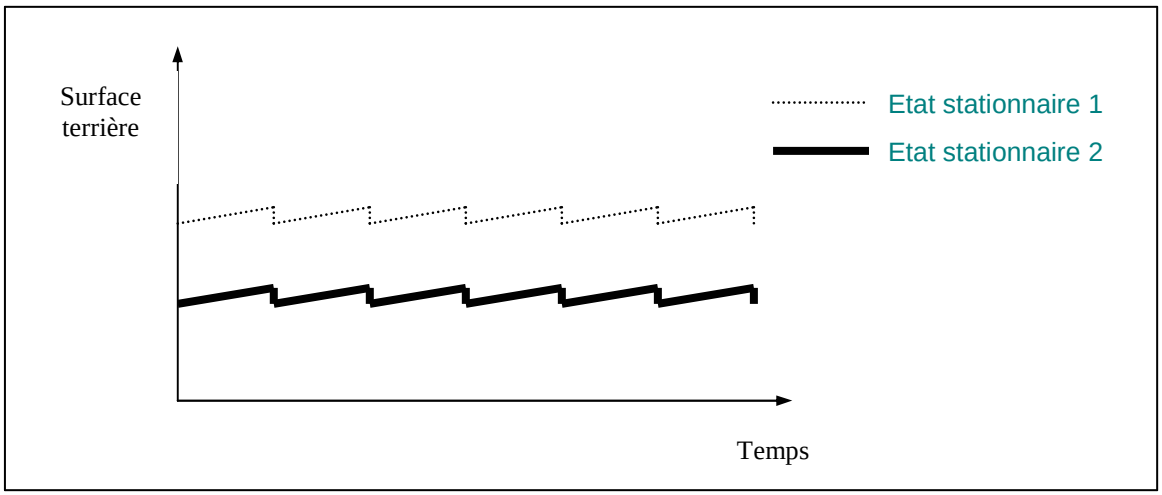

Figure 3.8 : Comparaison entre différents états stationnaires

Ce type de raisonnement repose sur une hypothèse implicite selon laquelle on dispose d'un critère économique permettant de déterminer l'optimum au sein de l'ensemble des régimes stationnaires

possibles. Or, les critères présentés dans la littérature sont généralement inadaptés dans le cas des peuplements inéquiennes.

L'application directe du critère de Faustmann est inadaptée car il dépend par construction de l'état initial du peuplement alors que les peuplements qui évoluent dans des états stationnaires diffèrent par leurs états initiaux.

L'application indirecte du critère de Faustmann (W-S) ou la maximisation de la valeur du fonds, telle qu'elle est utilisée par Chang (1990) pour les forêts régulières équilibrées en classe d'âge, est difficile à mettre en œuvre pour les peuplements irréguliers. Chang (1990) calcule la valeur d'avenir du fonds en calculant la valeur d'avenir de la forêt, V, puis en lui retranchant la valeur d'avenir du peuplement, S, F_n=W-S. Cependant, la valeur d'avenir du peuplement est un concept issu de la théorie des peuplements réguliers qui semble difficilement applicable pour les peuplements irréguliers. En outre, le calcul de la valeur de la superficie *S* est délicat pour les peuplements irréguliers. Pour estimer la valeur de la superficie, *S,* il est nécessaire de prendre en compte le temps pour l'actualisation, donc d'établir la relation entre l'âge et le diamètre des arbres. Or, comme l'a expliqué Peyron (1998), une connaissance précise de l'âge dans les peuplements inéquiennes nécessiterait un échantillonnage assez conséquent qui n'est jamais envisagé dans la pratique. Peyron (1998), a proposé une approche permettant de calculer la valeur d'avenir de peuplement en ramenant un peuplement irrégulier à un ensemble de peuplements réguliers homologues. Cependant, cette approche a pour particularité un caractère très théorique, fondé sur l'analogie qui existe entre une forêt constituée de plusieurs peuplements équiennes, et un peuplement inéquienne, ce qui n'est pas toujours évident. En outre, comme l'a expliqué Rollin (2003), "*sa définition sous forme d'une expression mathématique simple n'est pas possible, ce qui limite l'utilisation d'algorithmes standards pour le maximiser*". C'est pourquoi, son application dans la pratique tant pour le calcul de la valeur du fonds, que comme le critère de décision, semble assez difficile.

Le critère de Duerr, F_n=W-C, proposé par Duerr et Bond (1952) et Duerr et al. (1956), puis réaffirmé par Oderwald et Duerr (1990), consiste à calculer la valeur du fonds en retranchant la valeur de consommation des bois sur pied de la valeur de la forêt. La différence entre le critère de Duerr et le critère de Faustmann réside dans le fait que le critère de Duerr ne prend pas en compte la valeur d'avenir des arbres non matures (la différence entre la valeur de consommation et la valeur d'avenir du stock de bois sur pied). La justification du critère de Duerr semble donc fragile (voir la section I.3). Néanmoins, il est simple à mettre en oeuvre, et son application peut être considérée dans certains cas comme une approximation du critère de Faustmann (Rollins, 2003). C'est pourquoi, il a été souvent préconisé par certains économistes (Duerr et Bond, 1952, Duerr et al. 1956, Adams, 1976, Chang, 1981, Nautiyal, 1983, Hall, 1983, Buongiorno et al. 1995, et Buongiorno et Gilless, 2003) comme le critère économique pour les peuplements irréguliers.

Ainsi, on s'aperçoit qu'aucun des critères ne s'impose vraiment. Comme l'a bien expliqué Rollin (2003), "*la recherche directe du meilleur état constant en futaie irrégulière semble voué à l'échec*". Haight (1990 a et b), Peyron (1998) et Rollin (2003) ont montré que, même si le critère de Duerr rend maximal le bénéfice actualisé à l'infini d'un peuplement déjà à l'équilibre, rien n'assure qu'il maximise également la valeur des peuplements réels, éventuellement très éloignés du régime stationnaire objectif. En effet, l'actualisation rend négligeables les bénéfices attendus à long terme par rapport aux sacrifices consentis à court terme. La période de conversion peut ainsi présenter un poids très important qui annule l'avantage qu'on attend de l'état stationnaire objectif (Rollin, 2003). Ainsi, ce type de modèle de décision ne considère pas le problème dans son ensemble car il ne tient compte, ni de l'état initial d'une forêt existante, ni du régime de transition nécessaire, pour ramener le peuplement à l'état optimal.

Deuxième solution

Elle consiste à utiliser directement le critère de Faustmann. En effet, le critère de Faustmann est, par construction, adapté pour comparer plusieurs états stationnaires partant d'un état initial commun. L'application directe du critère de Faustmann consiste donc à imaginer plusieurs échéanciers possibles pour un même peuplement, puis de choisir celui qui maximise la valeur de la forêt. Le critère de Faustmann est absolument adapté pour répondre à des interrogations d'un propriétaire forestier bien réel : partant d'un état initial parfaitement défini, quel sera l'optimum à long terme d'une forêt, tel qu'on n'a pas intérêt à le modifier ? Quel scénario de gestion est le meilleur ? etc. Dans ce contexte, le critère de Faustmann trouve un caractère général qui dépasse largement celui du monde forestier. Parmi les différents choix d'investissement, on choisit celui qui fournit la plus forte valeur actualisée nette possible. Dans la quête de l'optimum, le graphique ci-dessous visualise la différence entre la nature de ces deux questions.

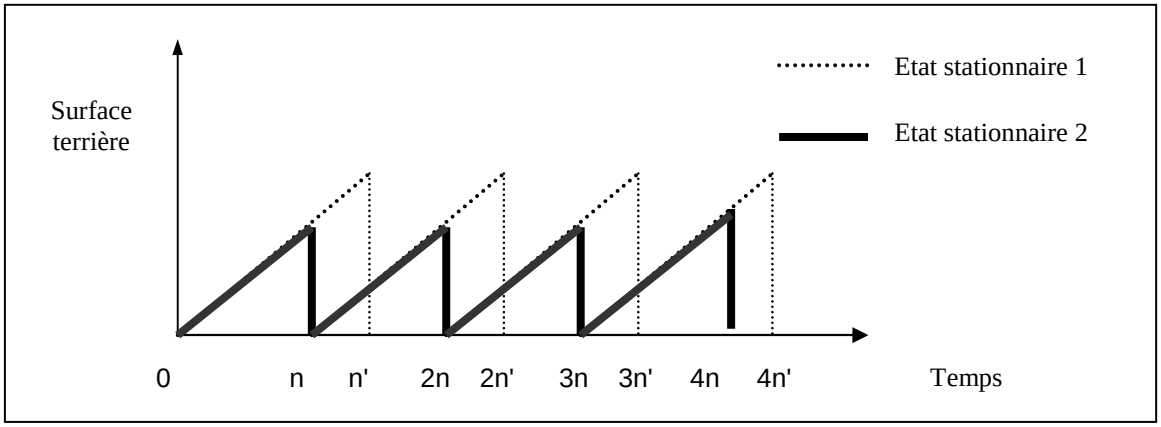

Figure 3.9 : Comparaison entre différents états stationnaires à partir d'un sol nu

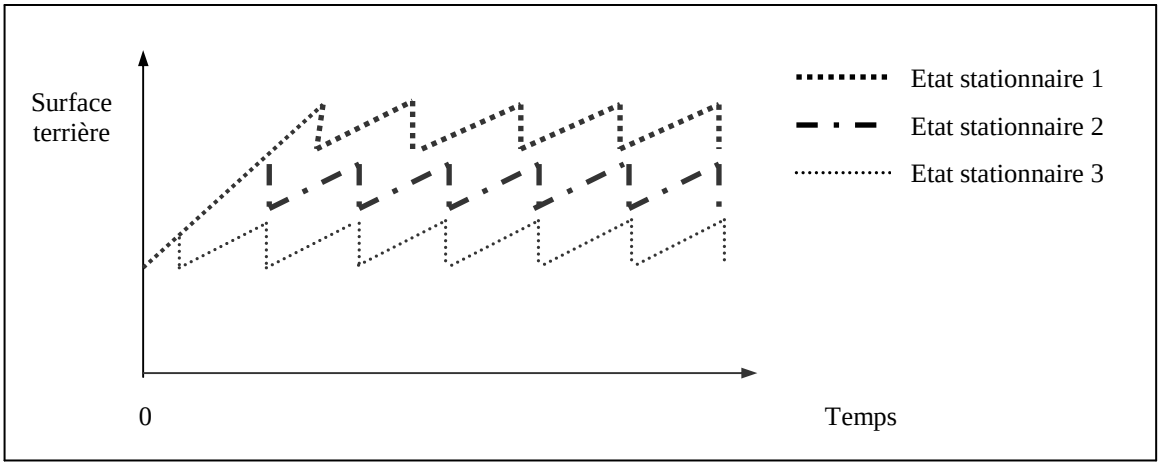

Figure 3.10 : Comparaison entre différents états stationnaires à partir d'un peuplement irrégulier

Peyron et al. (1998) indiquent que *"dans son principe qui consiste à maximiser la somme actualisée des revenus nets futurs, le bénéfice actualisé à l'infini peut être appliqué directement à tout peuplement ou ensemble de peuplements, en cours de croissance, à condition que les revenus nets futurs correspondants, puissent être anticipés"*. L'application directe du critère de Faustmann consiste à maximiser la valeur de la forêt comme la somme des revenus nets réalisés pendant la

période de transition ou de conversion et ceux issus de l'état stationnaire permanent. L'intérêt de la valeur de la forêt comme critère de décision réside dans le fait qu'il est applicable aux peuplements aussi bien réguliers, qu'irréguliers. En outre, à la différence de la première solution (comparaison des états stationnaires), l'application directe du critère de Faustmann, résout le problème dans son ensemble car il permet d'optimiser la gestion d'un peuplement avec un état initial parfaitement défini vers l'état stationnaire optimal. Cependant, comme l'a expliqué Rollin (2003), partant d'un état initial défini, il existe une infinité de choix de gestion possible, et si le modèle est complexe, l'optimisation peut nécessiter à elle seule, de lourds moyens. De la même façon, Haight (1987) a souligné que l'optimisation de ce type de modèle de décision nécessite un outil assez puissant.

Troisième solution

Elle consiste à développer un critère de décision à l'échelle de l'arbre. Pourquoi un modèle de décision à l'échelle de l'arbre ? L'arbre peut être considéré comme un capital indivisible pour lequel le modèle de Faustmann peut être facilement appliqué. En effet, un arbre est comparable à un peuplement isolé qui se constitue et se récolte en totalité. A l'échelle de l'arbre, la notion d'âge trouve son sens, ce qui n'est forcément pas le cas à l'échelle du peuplement, notamment pour les peuplements irréguliers. Le modèle de décision à l'échelle de l'arbre peut être appliqué facilement pour toutes les situations possibles, de structures et de peuplements. En d'autres termes, comme un modèle d'accroissement d'arbres, un modèle de décision à l'échelle de l'arbre est applicable aux arbres issus de toutes structures.

Un modèle de décision à l'échelle de l'arbre doit permettre de faire une articulation entre la valeur d'avenir de l'arbre et du fonds qu'il occupe, d'une part, et la valeur d'avenir du fond, du peuplement et de la forêt, d'autre part. Le point d'articulation réside évidemment dans le fait que le peuplement et la forêt sont constitués d'un ensemble d'arbres. La gestion d'un peuplement forestier peut être donc optimisée en maximisant la valeur d'avenir des arbres sur pied qu'il comporte, quelle que soit la structure du peuplement. On ne cherche pas ici à établir l'articulation entre l'échelle de l'arbre et l'échelle du peuplement (qui nécessite un travail à part), mais à définir un critère de décision à l'échelle de l'arbre par la décomposition du critère de Faustmann. Par conséquent, en décomposant le critère de Faustmann à l'échelle de l'arbre, on obtient un critère qui peut être utilisé pour optimiser la gestion des peuplements de toutes structures. Cette solution présente une bonne perspective parce que :

- Sa définition, sous forme d'une expression mathématique simple, semble être possible aussi bien pour un arbre, qu'un ensemble d'arbres. De même, sa maximisation avec les algorithmes d'optimisation semble être possible.

- Elle est applicable à tous types de peuplement.

- Elle traite le problème forestier à une échelle très fine et très concrète.

- Elle apparaît susceptible de constituer un élément intéressant de comparaison entre le cas équien et le cas inéquien.

En résumé, la première solution (recherche directe de l'état stationnaire optimal par le critère de Duerr) est simple à mettre en œuvre mais sa justification est limitée. En outre, il ne résout pas le problème dans son ensemble car il néglige l'état initial du peuplement. En revanche, la deuxième solution (l'application directe du critère de Faustmann) résout le problème de la gestion forestière dans son ensemble mais elle est beaucoup plus difficile à mettre en œuvre, notamment

dans un processus d'optimisation. En outre, elle est applicable pour les peuplements aussi bien réguliers qu'irréguliers. La troisième solution (décision à l'échelle de l'arbre) présente une bonne perspective notamment parce qu'elle est applicable à tous type de peuplement et que son optimisation semble être plus facile que la deuxième solution.

Dans ce qui suit, nous présenterons dans un premier temps l'application du critère de Duerr dans les peuplements irréguliers, puis dans un deuxième temps, le bénéfice actualisé à l'infini, à l'échelle du peuplement (le critère de Faustmann) et à l'échelle de l'arbre. En ce qui concerne le critère de Faustmann, on s'intéresse particulièrement à la possibilité de son application à différentes structures forestières (régulier, irrégulier et en conversion). Le bénéfice actualisé à l'infini à l'échelle du peuplement et de l'arbre sera également étudié dans un contexte risqué.

III.1 Application du Critère de Duerr dans le cas des peuplements irréguliers

Tout d'abord, on définit à chaque instant t, les variables dendrométriques et économiques du peuplement par les vecteurs à n dimensions qui correspondent à n classe de diamètre. Ainsi, au temps t, la distribution du nombre de tiges par classes de diamètre, X(t), le nombre exploitées par classes de diamètre, H(t), le volume de tiges par classes de diamètre, V, le prix au mètre cube de tiges par classes de diamètre, PU(t), se définissent par les vecteurs à n dimensions qui suivent :

$$V = [V_1, V_2, ...V_i .....V_n] \quad (3.65)$$

$$X(t) = [X_1(t), X_2(t), ...X_i(t) .....X_n(t)] \quad (3.66)$$

$$H(t) = [H_1(t), H_2(t), ...H_i(t) .....H_n(t)] \quad (3.67)$$

$$PU(t) = [PU_1(t), PU_2(t), ...PU_i(t) .....PU_n(t)] \quad (3.68)$$

avec

V_i	: Volume d'une tige de la classe de diamètre i
$X_i(t)$	: Nombre des tiges de la classe de diamètre i au temps t
$H_i(t)$	: Nombre des tiges exploitées au temps t
$PU_i(t)$	: Prix au mètre cube d'une tige de la classe de diamètre i au temps t

Le critère de Duerr correspond à la somme des bénéfices actualisés à l'infini d'un peuplement irrégulier en état stationnaire diminuée du coût d'opportunité ou de la valeur de consommation du capital. Cette dernière correspond au revenu qui aurait pu être gagné en coupant le stock de bois sur pied. L'état stationnaire produit en permanence toutes les n années (intervalle des coupes) une production définie par un vecteur de dimension n, donnant le nombre des tiges exploitées de chaque classe de diamètre i, $H(t) = [H_1(t), H_2(t), ...H_i(t) .....H_n(t)]$. La production est valorisée par un vecteur de prix, $PU(t) = [PU_1(t), PU_2(t), ...PU_i(t) .....PU_n(t)]$, donnant le prix au mètre cube des tiges par classes de diamètre au temps t. Cet état engendre un revenu R_t et un coût D_t par unité de surface. Dans un contexte déterministe ($PU(t)=PU$, $D_t=D$, taux d'actualisation, r, et productivité sont constants dans le temps) et pour un peuplement en état stationnaire ($X(t)=X$ et $H(t)=H$ sont constants dans le temps), le revenu net est constant dans le temps (B_t =B) et peut s'écrire comme suit :

$$B[H, PU, D] = R - D = \sum_{i=1}^{n} H_i . PU_i . V_i - D \quad (3.69)$$

Le revenu B est assuré en permanence par l'immobilisation du stock de bois sur pied (X). La valeur de consommation du stock est égal à la somme du produit du nombre de tiges, du volume par tiges et du prix au mètre cube de toutes les classes de diamètre :

$$C\ [H, PU] = C = \sum_{i=1}^{n} X_i . PU_i . V_i \tag{3.70}$$

Le critère de Duerr ou le Bénéfice Actualisé Net du matériel sur pied à l'Equilibre (BANE) se calcule en soustrayant la valeur de consommation du bois sur pied, C, de la valeur en bloc de peuplement irrégulier en état stationnaire, W :

$$BANE = W - C = \frac{B[H, PU, D]}{(1+r)^n - 1} - C \tag{3.71}$$

Ainsi, selon le critère de Duerr, un état stationnaire est optimal lorsque l'écart entre le capital investi (stock du bois) et la valeur de l'état stationnaire est maximale. On représente un état stationnaire optimal par les vecteurs d'inventaire et d'exploitation optimaux, $(X_D{}^*, H_D{}^*)$. Pour une valeur de la forêt donnée, la maximisation du critère revient à minimiser la valeur de consommation du stock immobilisé et donc le volume du bois sur pied. A l'inverse, pour une valeur du bois sur pied donnée, ce critère maximise la valeur de la forêt. En supposant une rotation des coupes d'un an (n=1), l'équation (3.71) se simplifie comme suit :

$$BANE = \frac{B[H, PU, D]}{r} - C \tag{3.72}$$

D'où, la condition d'optimalité suivante :

$$\frac{dB}{dC} = \frac{dR}{dC} = r \tag{3.73}$$

Ainsi, le stockage du bois est optimal lorsque le taux d'accroissement en valeur du peuplement est égal au taux d'actualisation. En d'autres termes, on continue à stocker le bois jusqu'à ce que le taux d'accroissement en valeur du peuplement soit supérieur ou égal au taux d'actualisation.

Comme l'ont expliqué Chang (1981), Hall (1983) et Haight (1990), si la valeur de consommation du stock de bois sur pied est considérée comme la valeur du capital investi, alors la maximisation du critère de Duerr est équivalente à la maximisation de la valeur du fonds, comme dans le critère de Faustmann. La valeur optimale du fonds ainsi obtenue est donc comparable à celle obtenue dans les peuplements réguliers. Or, Chang (1990) prouve que la valeur du peuplement, prise en compte par Duerr (la valeur de consommation ou d'une vente effective des bois) sous-estime le coût d'opportunité du stock de bois sur pied, car elle néglige la valeur d'avenir des arbres non matures.

L'application du critère de Duerr a été néanmoins validée dans les cas où la conversion instantanée (période de transition T=0) entre les états stationnaires est possible. Cette hypothèse permet de comparer plusieurs états stationnaires, à partir d'un même point de départ ; dans ce cas, le critère de Faustmann est parfaitement adapté. Dans cette situation, il est facile de démontrer que le critère de Duerr est valable car il est une formulation particulière et exacte du critère de Faustmann (voir Chang, 1981 et Haight, 1985). Supposons que la valeur de

consommation de l'état initial du peuplement et celle de l'état stationnaire optimal soient respectivement égales à C_1 et C^*_1 (Figure 3.11).

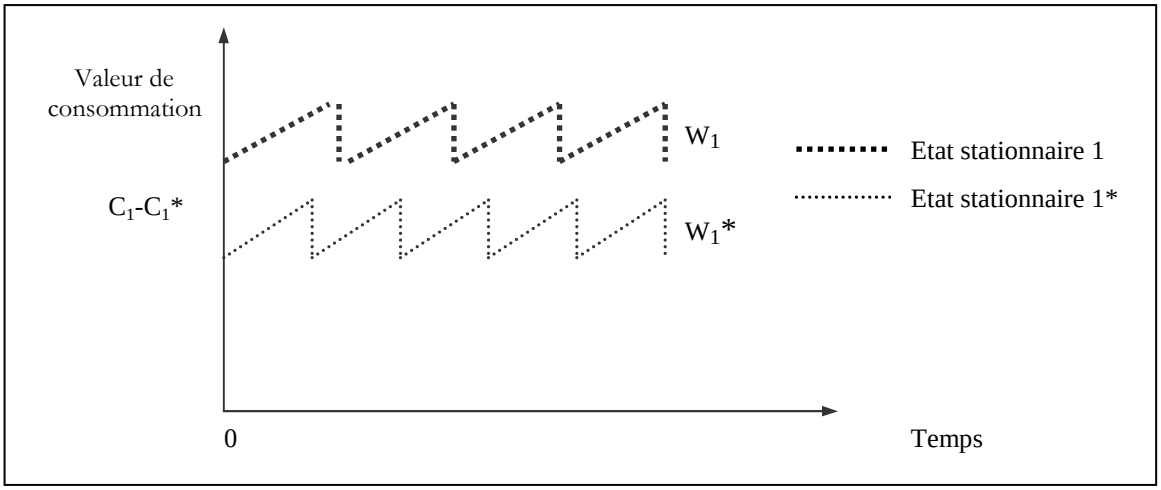

Figure 3.11 : Conversion instantanée de l'état stationnaire 1 à l'état stationnaire 1* (état stationnaire optimal)

Le bénéfice actualisé à l'infini, ou la valeur en bloc de la forêt à l'état stationnaire 1, est le suivant :

$$W_1 = \frac{B_1}{(1+r)^n - 1} \tag{3.74}$$

En revanche, le bénéfice actualisé à l'infini de la forêt, sous conversion instantanée vers l'état stationnaire 1*, est égal à la valeur en bloc de la forêt à l'état stationnaire 1* (V^*_1) plus le revenu réalisé par la conversion instantanée de l'état 1 à l'état optimal[80] :

$$W_1 * + C_1 - C_1^* = C_1 + \frac{B_1^*}{(1+r)^n - 1} - C_1^* \tag{3.75}$$

Selon le critère de Faustmann, l'état stationnaire 1* est meilleur que l'état 1, si le bénéfice actualisé à l'infini de cet état, $BASI_1*$ est supérieur à celui de l'état 1, $BASI_1$:

$$W_1^* + (C_1 - C_1^*) > W_1 \Leftrightarrow W_1^* - C_1^* > W_1 - C_1 \Leftrightarrow BANE_1^* > BANE_1 \tag{3.76}$$

Comme on le constate dans l'équation (3.76), dans les situations où la conversion instantanée est possible, le bénéfice actualisé à l'infini (BASI) ou le critère de Faustmann est strictement équivalent au bénéfice actualisé net du matériel sur pied à l'équilibre (BANE) ou critère de Duerr. Le critère de Duerr est donc valide tant que la conversion instantanée est possible. L'hypothèse

[80] Comme l'a bien démontré Chang (1981), quand la conversion instantanée est possible, le bénéfice actualisé à l'infini d'un état stationnaire peut être décomposé en valeurs du peuplement initial (C_1) et du fonds forestier (les deux derniers termes) selon la définition de Faustmann[80] . Ainsi, comme la valeur du peuplement initial est constante, la maximisation de la valeur de la forêt revient à la maximisation de la valeur du fonds, $W_1^* = C_1 + \frac{B_1^*}{(1+r)^n - 1} - C_1^*$.

de la conversion instantanée peut être possible pour les peuplements irréguliers ayant un surstockage de bois sur pied par rapport à l'état stationnaire optimal ($X(0) > X_D^*$) permettant de diminuer le capital sur pied au moyen de coupes. En l'occurrence, le problème d'optimisation devient beaucoup plus facile. Il consiste à déterminer l'état stationnaire et la rotation des coupes qui maximise la valeur de la forêt. Une conversion instantanée n'est généralement pas possible. Il existe en principe une période de conversion qui dure T années. Ainsi, le critère de Duerr n'est qu'une approximation de l'état stationnaire optimal (Rollin, 2003).

III.2 Application du Critère de Faustmann dans le cas des peuplements réguliers, irrégulier et en conversion

L'intérêt d'avoir un modèle de décision général a été rappelé par certains auteurs dont Haight (1990 a et b). Il s'agit d'un modèle général d'investissement applicable pour tous les peuplements forestiers, quelles que soient leurs structures. Comme pour les modèles de croissance et de prix, l'intérêt de ce type de modèles s'explique par les raisons suivantes :

- Meilleure Adaptation à la diversité des situations de terrains (structure, composition des peuplements)

- Recherche d'une solution globalement optimale

En effet, le modèle de décision limité à une gestion régulière ou irrégulière de peuplements forestiers, peut être sous-optimal par rapport à la solution optimale d'un modèle général d'investissement (Haight, 1990 a et b). En d'autres termes, les solutions qui maximisent la valeur actualisée d'un peuplement donné, converti en un état stationnaire irrégulier ou régulier, sont obtenues sous contrainte d'un système régulier ou irrégulier et ont donc une valeur inférieure ou égale à celle obtenue dans un modèle général d'investissement. Par exemple, dans son étude sur le pin du Sud, Chang (1990) a soutenu que, sous certaines conditions, la gestion inéquienne peut fournir une valeur plus forte que celle obtenue dans le cas d'une gestion équienne

- Estimation de l'efficacité relative de l'aménagement des peuplements réguliers et irréguliers et le coût de conversion vers l'un ou l'autre

Ainsi, la recherche d'une meilleure gestion sylvicole devrait se faire par un modèle général d'investissement. Comme on l'a déjà expliqué, dans son principe qui consiste à maximiser la somme actualisée des revenus nets futurs, le bénéfice actualisé à l'infini (valeur de la forêt), est le critère économique qui peut être appliqué directement à des peuplements de toutes structures (Peyron, 1998, Haight, 1987, 1990 a et b).

Dans un contexte déterministe (PU(t)=PU, D_t=D, taux d'actualisation et productivité sont constants dans le temps), le bénéfice actualisé à l'infini peut s'écrire comme suit :

$$W = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{R_t[H(t), PU] - D}{(1+r)^t} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{B_t[H(t), PU, D]}{(1+r)^t} \qquad (3.77)$$

avec

W : Valeur de la forêt

$R_t[H(t), PU] = \sum_{i=1}^{n} PU_i(t) H_i(t) V_i$: Revenu brut réalisé au temps t ; égal à la somme de tous les produits du nombre des tiges exploitées, du volume par tiges et du prix au mètre cube de toutes les classes de diamètre.

D : Somme des frais de la réalisation d'une coupe, D_{coupe} , des coûts fixes actualisés pendant un intervalle des coupes, D_{fixe} , et d'autres coûts comme les coûts de constitution du peuplement, D_0 ; $D = D_{fixe} + D_{coupe} + D_0$

$B_t[H(t), PU, D]$: Revenu net au temps t qui correspond au revenu brut au temps t diminué des frais de la réalisation d'une coupe (D_{coupe}), des coûts fixes annuels (D_{fixe}) et des coûts de constitution du peuplement, D_0

Dans la pratique, la valeur actualisée à l'infini, telle qu'elle est présentée dans l'équation (3.77), peut être rapprochée en faisant le calcul sur un horizon suffisamment grand de h années (W_h). Autrement dit, comme h est suffisamment grand, les revenus actualisés réalisés jusqu'à l'année h peuvent être considérés comme représentatifs de ceux qui auront lieu dans l'avenir. On fait donc l'hypothèse que les revenus futurs se produisent à l'identique dans l'avenir comme dans les h années précédentes. Le problème consiste donc à calculer la valeur de la forêt dans un horizon fini assez long, pour donner une approximation assez précise d'un horizon infini. Pour déterminer cet horizon, Terreaux (2000) a proposé un horizon fini suffisamment grand pour que la valeur actualisée du peuplement à cet horizon soit inférieure à 1% au bénéfice actualisé entre le présent et cet horizon. On obtient alors :

$$W_h = \sum_{t=1}^{h} \frac{B_t[H(t), PU, D]}{(1+r)^t} \tag{3.78}$$

avec

W_h : Valeur de la forêt calculée dans un horizon fini h

Une fois la valeur calculée sur un horizon fini, h, on peut l'étendre à l'infini comme suit :

$$W \approx W_h \cdot \frac{(1+r)^h}{(1+r)^h - 1} = \sum_{t=1}^{h} \frac{B_t[H(t), PU, D]}{(1+r)^t} \cdot \frac{(1+r)^h}{(1+r)^h - 1} = W_{ih} \tag{3.79}$$

Le problème d'optimisation de la gestion d'un peuplement dans un état initial parfaitement défini, consiste à chercher les séquences d'exploitation optimales dans un horizon h telles que la valeur de la forêt soit maximisée sous certaines contraintes.

En faisant les contraintes supplémentaires sur le modèle, on peut faire correspondre le modèle aux cas, régulier et irrégulier, ou au cas d'une conversion.

Modèle de décision en futaie régulière, représentation déterministe

Un cas particulier du modèle général d'investissement correspond au cas d'un peuplement régulier d'âge a. En imposant certaines contraintes, comme la possibilité d'une coupe rase (plantation), ou une coupe définitive (coupes progressives), on peut limiter la quête de l'optimum

dans le cadre d'un peuplement régulier. Dans un contexte déterministe, le problème d'un peuplement régulier consiste donc à faire varier la sylviculture pour maximiser le bénéfice actualisé à l'infini (BASI) des révolutions identiques et successives. Supposons que le peuplement existant soit exploité dans T années, puis soit replanté avec une révolution de n années en permanence. La valeur de la forêt peut être réécrite comme la somme des bénéfices actualisés dans la période de transition, plus celle de plantation jusqu'à l'infini :

$$W_n(a) = \sum_{t=a}^{T} \frac{B_t[H(t), PU, D]}{(1+r)^{t-a}} + \left[\sum_{t=T}^{t=T+n} \frac{B_t[H(t), PU, D]}{(1+r)^{t}} \right] \frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \tag{3.80}$$

Dans l'équation (3.80), le premier terme correspond à la période de conversion et le deuxième représente la valeur du fonds qui va se libérer dans T années. On retrouve donc la définition de Faustmann (1849, b) de la valeur de la forêt d'un peuplement régulier comme la valeur actualisée du peuplement en cours de conversion plus la valeur du fonds qui se trouve après la conversion. Basées sur les hypothèses de Faustmann, les deux phases de conversion, et toutes les révolutions ultérieures, peuvent être optimisées indépendamment l'une de l'autre car des révolutions complètes commencées par un sol nu au temps T jusqu'à l'infini (la valeur optimale du fond) sont indépendantes de la phase de conversion de T année (Haight, 1990, a). En outre, selon la cohérence temporelle du critère de Faustmann, l'âge optimal d'exploitation reste identique dans la période de conversion, comme dans la période de plantation[81]. En supposant un peuplement juste après la plantation, la période de conversion, T, est donc nulle. L'équation (3.80) se simplifie alors comme suit :

$$BASI = \left[\sum_{t=0}^{n} \frac{B_t[H(t), PU, D](1+r)^{n-t}}{(1+r)^n - 1} \right] \tag{3.81}$$

Le bénéfice actualisé à l'infini d'un sol nu correspond à la valeur du fonds.

Modèle de décision en futaie régulière ; contexte risqué avec recettes et dépenses intermédiaires

La littérature en économie forestière sur l'intégration du risque dans le modèle de décision traite le cas simple où les dépenses et les recettes intervenant entre la constitution du peuplement et sa récolte finale, ont été supposées négligeables. Or, le poids des revenus intermédiaires peut être important, surtout lorsque le taux d'actualisation est élevé (Calvet et al. 1997). Afin d'intégrer le risque dans un cas plus réel où les dépenses et les recettes intermédiaires existent, on suppose un risque catastrophique exogène qui suit une distribution géométrique de paramètres q et 1-q avec un taux de sauvetage K. Supposons un peuplement juste après la régénération, le bénéfice actualisé à l'infini (équation 3.80) peut être également écrit comme le bénéfice actualisé de la première révolution, plus la valeur du fonds (le bénéfice actualisé à l'infini des toutes les révolutions ultérieures) libéré juste après la première révolution. En d'autres termes, on décrit le bénéfice actualisé à l'infini comme la somme de la valeur actualisée de la première révolution et de celle de toutes les révolutions ultérieures. On obtient alors :

[81] En revanche, dès lors que les hypothèses de stabilité temporelle de prix, de coût et de taux d'actualisation sont levées, la révolution optimale change selon le temps et dépend de la période dans laquelle se trouve la conversion ou la plantation. Ainsi, les problèmes de conversion, et de toutes les révolutions ultérieures, ne sont pas séparables. De même, avec les hypothèses de Faustmann, si la régénération de la révolution suivante repose sur la coupe progressive du peuplement, alors les problèmes de conversion, et de toutes les révolutions ultérieures, ne sont pas complètement indépendants.

$$BASI = \sum_{t=0}^{n} B_t\left[H(t), PU, D\right].(1+r)^{-t} + BASI.(1+r)^{-n} \tag{3.82}$$

$BASI$: Bénéfice actualisé à l'infini d'un sol nu qui correspond à la valeur du fonds

Supposons un risque catastrophique qui suit une distribution géométrique de paramètres q et 1-q. A partir de l'équation (3.82), l'espérance du BASI se calcule comme suit :

$$E(BASI) = \sum_{t=0}^{n} E\left[B_t\left[H(t), PU, D\right].(1+r)^{-t}\right] + E(BASI).E(1+r)^{-n} \tag{3.83}$$

E : Représente espérance d'un terme

Que l'on peut réécrire de la façon suivante :

$$E(BASI) = \frac{\sum_{t=0}^{n} E\left[B_t\left[H(t), PU, D\right].(1+r)^{-t}\right]}{\left[1 - E(1+r)^{-n}\right]} \tag{3.84}$$

L'espérance du bénéfice actualisé jusqu'à l'âge n, $\sum_{t=0}^{n} E\left[B_t(1+r)^{-t}\right]$, est la suivante :

$$\sum_{t=0}^{n} E\left[B_t\left[H(t), PU, D\right].(1+r)^{-t}\right] = \sum_{t=0}^{n} B_t.\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t} + \frac{q}{1-q}\sum_{t=0}^{n}\left(K.R_t - D_0\right).\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t} \tag{3.85}$$

Dans l'équation (3.85), l'espérance des bénéfices actualisés jusqu'à l'âge n est composée des deux termes ; le premier est l'espérance des bénéfices actualisés en cas de non-survenance de sinistre alors que le deuxième porte sur l'espérance des bénéfices actualisés en tenant compte le fait qu'un sinistre peut survenir dans chacune des années 0 à n. L'espérance des bénéfices actualisés en cas de non-survenance de sinistre est égale à la somme de tous les produits des bénéfices actualisés de l'âge 0 à l'âge n par les probabilités de ne pas avoir de sinistre. En revanche, l'espérance des bénéfices actualisés en tenant la survenance de risque est égale à la somme de tous les produits des valeurs de consommation récupérées en cas de catastrophe ($K.R_t$) de l'âge 0 à l'âge n, diminuée du coût de constitution d'un nouveau peuplement (D_0), par les probabilités correspondantes[82].De la même façon, l'espérance du dénominateur, $\left[E(1+r)^{-n}\right]$ est la suivante :

$$E(1+r)^{-n} = \sum_{t=0}^{n} q\frac{(1-q)^{t-1}}{(1+r)^t} + \frac{(1-q)^n}{(1+r)^n} \tag{3.86}$$

Le terme, $\sum_{t=0}^{n} q\frac{(1-q)^{t-1}}{(1+r)^t}$, est la somme finie d'une suite géométrique de premier terme de q/(1-q) et raison (1-q)/(1+r). D'où on obtient :

[82] La probabilité de survenance de sinistre se calcule selon le temps entre sinistres successifs (t=0 à n) ou le temps d'attente. Il s'agit donc de la probabilités de survenance de sinistre avec un temps d'attente de 0 à n

$$E(1+r)^{-n} = \frac{\frac{(1+r).q}{1-q}\left[(1+r)^n - (1-q)^n\right] + (1-q)^n(r+q)}{(1+r)^n(r+q)} \tag{3.87}$$

En supposant, une probabilité q égale à zéro (absence de risque), on retrouve que l'espérance de, $\left[(1+r)^{-n}\right]$, est identique à sa formule initiale. Pour simplifier un peu les notations et pour un risque catastrophique réduit, adoptons la convention selon laquelle le terme, $\sum_{t=0}^{n} q\frac{(1-q)^{t-1}}{(1+r)^t}$, est nul pour $t=0$. Alors, après les calculs et les simplifications, l'espérance du terme, $E(1+r)^{-n}$, se simplifie comme suit :

$$E(1+r)^{-n} = \frac{q(1+r)^n + r(1-q)^n}{(r+q)(1+r)^n} \tag{3.88}$$

Dans l'équation (3.84), en remplaçant l'espérance du bénéfice actualisé de l'âge 0 à n (équation 3.85) et l'espérance du terme, $(1+r)^{-n}$ (équation 3.88), on peut donc calculer l'espérance du bénéfice actualisé à l'infini en présence de risque.

$$E(BASI) = \frac{\sum_{i=0}^{n} B_t\left[H(t), PU, D\right].\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t} + \frac{q}{1-q}\sum_{t=0}^{n}\left(K.R_t - D_0\right).\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t}}{\frac{r}{r+q}\left[1-\left(\frac{1-q}{1+r}\right)^n\right]} \tag{3.89}$$

En supposant un taux nul de sauvetage, l'espérance du bénéfice actualisé à l'infini en présence de risque est alors :

$$E(BASI) = \frac{\sum_{i=0}^{n} B_t\left[H(t), PU, D\right].\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t}}{\frac{r}{r+q}\left[1-\left(\frac{1-q}{1+r}\right)^n\right]} \tag{3.90}$$

Pour une probabilité q de faible valeur, l'équation ci-dessus peut être réécrite sous la forme approximative suivante :

$$E(BASI) \approx \frac{\sum_{i=0}^{n} B_t\left[H(t), PU, D\right].\left(\frac{1}{1+r+q}\right)^t}{\frac{r}{r+q}\left[1-\left(\frac{1}{1+r+q}\right)^n\right]} = \frac{\sum_{t=0}^{n} B_t\left[H(t), PU, D\right].(1+r+q)^{n-t}}{\frac{r}{r+q}\left[(1+r+q)^n - 1\right]} \tag{3.91}$$

Une précaution indispensable consiste ensuite à vérifier que l'absence de risque permet bien de retrouver la formule de Faustmann sous sa forme relative au cas où toutes dépenses et recettes intermédiaires (entre les âges 0 et n) sont présentes. Effectivement, en annulant les probabilités q

et en se fondant sur l'une quelconque des deux équations 3.90 et 3.91, on obtient la formule attendue :

$$E(BASI) = \frac{\sum_{t=0}^{n} B_t[H(t), PU, D].\frac{1}{(1+r)^t}}{\left[1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right]} = \frac{\sum_{t=0}^{n} B_t[H(t), PU, D].(1+r)^{n-t}}{(1+r)^n - 1} \qquad (3.92)$$

En comparant les formules (3.91) et (3.92), on remarque que la différence entre les formules de Faustmann (en présence et en absence de risque) s'explique presque par une augmentation du taux d'actualisation égale à la probabilité annuelle de survenue d'un sinistre. L'intégration du risque se traduit par une augmentation du taux d'actualisation équivalente à la probabilité d'occurrence d'un sinistre ; on retrouve ainsi le résultat classique de Reed (1984). Cependant, on voit que l'analogie n'est pas complète en raison du terme $\frac{r}{r+q}$ présent au dénominateur de l'équation (3.91) et strictement inférieur à 1, dès lors que la probabilité q est strictement positive. Par ailleurs, une telle approximation ne peut se concevoir que dans le cas où, à la fois, la probabilité de sinistre est constante avec l'âge du peuplement, faible, et le taux de sauvetage nul.

Modèle de décision en futaie irrégulière ; représentation déterministe

En imposant certaines contraintes spécifiques sur l'exploitation et sur le stock de bois sur pied, le modèle général d'investissement se transforme en un modèle particulier correspondant au cas des futaies irrégulières. Dans un contexte déterministe, le problème consiste d'une manière générale à trouver les séquences d'exploitation et donc les bénéfices (B_t) qui maximise la valeur de la forêt dans un horizon infini ou suffisamment grand (h) pour rapprocher à l'infini.

$$w_{ih} = \sum_{t=1}^{h} \frac{B_t[H(t), PU, D]}{(1+r)^t}.\frac{(1+r)^h}{(1+r)^h - 1} \qquad \text{(Rappel, 3.79)}$$

Comme les séquences d'exploitations sont souvent espacées de c années chacune, on peut réécrire la valeur de la forêt (équation 3.79) comme la somme des revenus actualisés nets des p intervalles des coupes, soit sur une période de h années (P fois c années). Soit, $W_j = \frac{B_{j.c}[H(t), PU, D]}{(1+r)^{j.c}}$, le revenu actualisé net de l'intervalle des coupes j, la somme des revenus actualisés nets des p intervalles des coupes dans un horizon de h années, se calcule comme suit :

$$W_{ih} = \sum_{j=1}^{p} W_j.\frac{(1+r)^h}{(1+r)^h - 1} = \sum_{j=1}^{p} \frac{B_{j.c}[H(t), PU, D]}{(1+r)^{j.c}}.\frac{(1+r)^h}{(1+r)^h - 1} \qquad (3.93)$$

avec

W_{ih} : Valeur de la forêt étendue vers l'infini (à partir de l'horizon h)
$j.c$: Période de temps écoulé jusqu'à l'intervalle des coupes j
$P.c$: Horizon suffisamment grand de h années

$$B_{i.c} = R_t[H(t), PU] - D_t$$

Comme l'a expliqué Peyron *"L'objet de la gestion de peuplements irréguliers est de rechercher une structure telle que le matériel sur pied soit suffisant pour assurer une bonne production de bois, donc d'argent, et que, d'autre part, la croissance individuelle des tiges et la régénération ne soient pas freinées par une trop grande quantité de matériel sur pied. Ainsi, doit être définie une fourchette de valeurs de surface terrière dans laquelle le gestionnaire doit contenir le peuplement qui verra sa structure équilibrée"* [83]. Ainsi, dans un contexte déterministe, on cherche le plus souvent un état stationnaire, défini par deux vecteurs X(t) et H(t), qui maximise la valeur de la forêt. La valeur de la forêt peut s'écrire alors sous contrainte d'atteindre un état stationnaire prédéfini ou non prédéfini dans T années, soit m intervalles des coupes, espacés chacun de c année ($T = m.c$). On obtient alors :

$$W_T = \sum_{j=1}^{m} \frac{B_{j.c}[H(t), PU, D]}{(1+r)^{j.c}} + \frac{B_T[H(t), PU, D]}{(1+r)^T[(1+r)^c - 1]} \qquad (3.94)$$

Le premier terme correspond à la période de transition vers l'état stationnaire et le deuxième terme représente la répétition de l'état stationnaire jusqu'à l'infini. L'état stationnaire non prédéfini ainsi obtenu est désigné par deux vecteurs $X(T)$ et $H(T)$ qui représentent le nombre des tiges présentes et exploitées par classe de diamètre. Cependant, on peut imposer une contrainte pour faire évoluer le peuplement vers un état stationnaire prédéfini comme celui proposé par le critère de Duerr, désigné par $X_D(T)$ et $H_D(T)$. Dans l'équation (3.79), même s'il n'y pas d'obligation d'atteindre un état stationnaire, comme la croissance est non linéaire, l'exploitation des arbres atteignant le diamètre d'exploitation peut converger vers un état stationnaire, dit extrême (Haight, 1987, 1990 et 1990b), indépendant de l'état initial mais dépendant du taux d'actualisation (Haight, 1987 et 1990 a et b), du modèle de croissance et du recrutement. L'état stationnaire extrême ainsi obtenu est désigné par deux vecteurs $X_e(T)$ *et* $H_e(T)$.

En général, l'état stationnaire optimal selon le critère de Duerr, ou celui non prédéfini obtenu au temps T, n' est pas identique à l'état stationnaire extrême, obtenu sans contrainte d'atteindre un état stationnaire. Lorsque la période de transition, T, tend vers l'infini, l'état stationnaire non prédéfini tend asymptotiquement vers celui, dit extrême. Selon Haight (1987, 1990a, 1990,b), lorsque la période transition, T, tend vers l'infini, la valeur optimale de la forêt sous contrainte d'atteindre un état stationnaire non prédéfini, converge vers la valeur optimale obtenue sans contrainte d'atteindre un état stationnaire. La différence de ces deux valeurs correspond au coût d'équilibre nécessaire pour ramener le peuplement à l'état stationnaire en T années.

Basé sur les optimisations numériques, Haight (1990 a) a étudié la gestion optimale d'un peuplement irrégulier du pin ponderosa au Wisconsin, sous contrainte d'atteindre différents types d'état stationnaire. Les optimisations ont été réalisées dans un horizon suffisamment grand de 200 ans, avec un taux d'actualisation de 3 %. Comme attendu, il a conclu que la valeur de la forêt sous contrainte d'atteindre un état stationnaire non prédéfini est nettement supérieure à celle soumise à un état stationnaire prédéfini. La raison en est simple : un état stationnaire non prédéfini impose moins de contrainte qu'un état stationnaire prédéfini. Haight (1990,a) a montré

[83] Cours intitulé : La valeur en tant que critère de gestion : http://www.engref.fr/coursenligne/Economie/chap5.pdf

que, pour les périodes de transition courtes, le coût lié à la contrainte d'atteindre un état stationnaire non prédéfini peut s'élever à plus de 10 % de la valeur de la forêt sans contrainte, mais il diminue rapidement lorsque la longueur de la période augmente. A la limite, quand la période de transition tend vers l'infini, l'état stationnaire obtenu tend vers celui dit d'état stationnaire extrême et le coût d'équilibre tend vers zéro.

Le coût lié à la contrainte d'atteindre un état stationnaire prédéfini, dépend du critère utilisé pour déterminer ce dernier, ainsi que de la longueur de la période de transition. Haight (1990, a) a montré que, pour les périodes de transition courtes, le coût lié à la contrainte d'atteindre un état stationnaire extrême ou celui préconisé par le critère de Duerr peut s'élever à 60 % de la valeur de la forêt sans contrainte, mais il diminue rapidement lorsque la longueur de la période de transition augmente. En effet, la maximisation de la valeur actualisée de la forêt peut être plus efficacement effectuée en lui imposant un état stationnaire non prédéfini. En d'autres termes, la conversion progressive d'un peuplement irrégulier vers n'importe quel état stationnaire prédéfini, comme celui conseillé par le critère de Duerr, ne correspond pas à la maximisation de la valeur de la forêt.

Modèle de décision en futaie irrégulière ; contexte risqué

La littérature en économie forestière dans un contexte risqué est largement axée sur un cas forestier simple, c'est à dire la plantation et par extension les peuplements réguliers (1976, Routledge, 1980 et Reed 1984 et 1986). Dans le cas régulier les révolutions sont toutes démarquées par le passage au sol nu. Toutes les révolutions du peuplement jusqu'à l'infini, ainsi que les risques correspondants, sont indépendants les uns des autres. Cette particularité permet de limiter l'étude du risque à une révolution de n années, puis de passer de l'espérance du bénéfice actualisé d'une révolution, à l'espérance du bénéfice actualisé à l'infini (annexe 3.6, équation 3.6.29). Dans le cas irrégulier, la période d'une révolution correspond à l'intervalle des coupes. A la différence d'un peuplement régulier, la coupe intervenant à chaque intervalle, n'enlève qu'une partie du stock. Ainsi, tous les intervalles des coupes du peuplement sont dépendants jusqu'à l'infini. De même, la probabilité de non-survenance d'un risque catastrophique diminue tant que le peuplement est en place, c'est-à-dire jusqu'à l'infini. Par conséquent, à la différence du modèle régulier, l'étude du risque dans les peuplements irréguliers devrait se baser sur tous les intervalles des coupes (de c années) dans une période infinie, approximée par un horizon suffisamment grand de durée h :

$$W_{ih} = \sum_{j=1}^{p} W_j \cdot \frac{(1+r)^h}{(1+r)^h - 1} = \sum_{j=1}^{p} \frac{B_{j.c}\left[H(t), PU, D\right]}{(1+r)^{j.c}} \cdot \frac{(1+r)^h}{(1+r)^h - 1} \qquad \text{(Rappel, 3.93)}$$

En outre, le passage d'un sinistre nécessite souvent la conversion d'un peuplement irrégulier en un peuplement régulier (plantation), ce qui complexifie les calculs. Dans un premier temps, on néglige ce dernier aspect. Supposons un risque catastrophique qui suit une distribution géométrique de paramètres q et $1\text{-}q$. A partir de l'équation (3.93), l'espérance de W_{ih} se calcule comme suit :

$$E(W_{ih}) = \left[\sum_{j=1}^{p} E\left[B_{j.c}\left[E(t), PU, D\right]\right](1+r)^{-j.c}\right]\left[\frac{(1+r)^h}{(1+r)^h - 1}\right] \qquad (3.95)$$

E : Représente espérance d'un terme

Le terme, $\frac{(1+r)^h}{(1+r)^h-1}$, est un coefficient constant pour passer d'un horizon fini à l'infini. En effet, la période de h années est constante quel que soit le risque. Ainsi, l'espérance d'un coefficient constant est égale à lui-même. Ainsi, l'espérance de la valeur de la forêt peut être calculée en évaluant l'espérance du bénéfice actualisé de tous les p intervalles des coupes :

$$\sum_{j=1}^{p} E\left[B_{j.c}[H(t),PU,D].(1+r)^{-j.c}\right] = \sum_{j=1}^{P} B_{j.c}\frac{(1-q)^{j.c}}{(1+r)^{j.c}} + \frac{q}{1-q}\sum_{t=1}^{h}(K.R_t - D_0).\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t} \qquad (3.96)$$

Dans l'équation (3.96), l'espérance du bénéfice actualisé dans la période h est composée des deux termes ; le premier est l'espérance du bénéfice actualisé dans la période h en cas de non-survenance de sinistre alors que le deuxième porte sur l'espérance du bénéfice actualisé en tenant compte le fait qu'un sinistre peut survenir dans chacune des années de 1 à h. L'espérance des bénéfices actualisés en cas de non-survenance de sinistre est égale à la somme de tous les produits des bénéfices actualisés de l'intervalle 1 à p par les probabilités correspondantes de ne pas avoir de sinistre. En revanche, l'espérance des bénéfices actualisés en tenant la survenance de risque est égale à la somme de tous les produits des valeurs de consommation récupérées en cas d'occurrence de catastrophe ($K.R_t$) dans chacune des années 1 à h, diminuée du coût de constitution d'un nouveau peuplement (D_0), par les probabilités correspondantes[84].

Dans l'équation (3.95), en remplaçant l'espérance du bénéfice actualisé de tous les p intervalles des coupes (équation 3.96), on peut calculer l'espérance de la valeur de la forêt en présence de risque :

$$E(W_{ih}) = \left[\sum_{j=1}^{p} B_{j.c}[H(t),PU,D]\frac{(1-q)^{j.c}}{(1+r)^{j.c}} + \frac{q}{1-q}\sum_{t=1}^{h}(K.R_t - D_0)\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t}\right].\left[\frac{(1+r)^h(1-q)^h}{(1+r)^h-1}\right] \qquad (3.97)$$

En supposant un taux nul de sauvetage, K, l'espérance de la valeur de la forêt se simplifie comme suit :

$$E(W_{ih}) = \left[\sum_{j=1}^{p} B_{j.c}[H(t),PU,D].\frac{(1-q)^{j.c}}{(1+r)^{j.c}}\right].\left[\frac{(1+r)^h(1-q)^h}{(1+r)^h-1}\right] \qquad (3.98)$$

Pour une probabilité q de faible valeur, l'équation (3.98) peut être réécrite sous la forme approximative suivante :

$$E(W_{ih}) \approx \left[\sum_{j=1}^{p} \frac{B_{j.c}[H(t),PU,D]}{(1+r+q)^{j.c}}\right].\left[\frac{(1+r)^h(1-q)^h}{(1+r)^h-1}\right] \qquad (3.99)$$

Une précaution indispensable consiste ensuite à vérifier si l'absence de risque permet bien de retrouver la formule de Faustmann sous sa forme déterministe présentée dans l'équation (3.93). Effectivement, en annulant les probabilités q et en se fondant sur l'une quelconque des trois équations (3.97), (3.98) et (3.99), on obtient la formule attendue :

[84] La probabilité de survenance de sinistre se calcule selon le temps entre sinistres successifs (t=0 à n) ou le temps d'attente. Il s'agit donc de la probabilités de survenance de sinistre avec un temps d'attente de 0 à n

$$W_{ih} = \left[\sum_{j=1}^{p} \frac{B_{j.c}\left[H(t), PU, D\right]}{(1+r)^{j.c}}\right] \cdot \left[\frac{(1+r)^{h}}{(1+r)^{h}-1}\right] \tag{3.100}$$

En comparant les formules (3.99) et (3.100), on remarque que la différence entre les formules de Faustmann, en présence et en absence de risque, s'explique par une augmentation du taux d'actualisation égal à la probabilité annuelle de survenue d'un sinistre. L'intégration du risque se traduit par une augmentation du taux d'actualisation, équivalente à la probabilité d'occurrence d'un sinistre. On retrouve ainsi encore une fois le résultat classique de Reed (1984) obtenu sur les peuplements réguliers. Cependant, on rappelle que l'analogie n'est pas complète car une telle approximation ne peut se concevoir que dans le cas où, à la fois, la probabilité de sinistre est constante avec l'âge du peuplement, la probabilité faible, et le taux de sauvetage nul. On peut également enlever l'hypothèse de risque exogène par une approche similaire.

Modèle de décision dans le cas d'une conversion ; représentation déterministe

Le cas d'une conversion régulier-irrégulier, et vice-versa, se définit par l'état initial, ***X(0),*** l'état objectif, ***X(T)*** et la période de transition pour arriver à l'état objectif, ***T***. Pour la conversion vers un peuplement irrégulier, l'état objectif peut correspondre à une répartition donnée du nombre de tiges par classes de diamètre. En revanche, la conversion vers un peuplement régulier, se fait par le passage à des révolutions identiques, d'un peuplement régulier objectif, via une régénération naturelle, ou une plantation, au temps ***T***.

Conversion régulier-irrégulier

La valeur d'un peuplement régulier en transition vers un peuplement irrégulier, $W_{convRIR}$, est égale à la somme du bénéfice actualisé de tous les intervalles des coupes (espacés chacun de c années) jusqu'à l'équilibre, plus la valeur de la forêt à l'équilibre.

$$W_{ConvRIR} = \sum_{j=1}^{m} \frac{B_{j.c}\left[H(t), PU, D\right]}{(1+r)^{j.c}} + \frac{B_{T}\left[H(t), PU, D\right]}{(1+r)^{T}\left[(1+r)^{c}-1\right]} \tag{3.101}$$

avec

$T = m.c$: Période de transition
c : Intervalle des coupes

Conversion irrégulier-régulier

La valeur de la forêt d'un peuplement irrégulier en transition vers un peuplement régulier, $W_{convRIR}$, est égale à la somme du bénéfice actualisé de tous les intervalles des coupes (espacés chacun de c années) jusqu'au passage au sol nu au temps ***T***, plus la valeur optimale de toutes les révolutions du peuplement régulier objectif, à l'infini, estimée par la valeur optimale du fonds.

$$W_{convIRR} = \sum_{j=1}^{m} \frac{B_{j.c}\left[H(t), PU, D\right]}{(1+r)^{j.c}} + \frac{BASI}{(1+r)^{T}} \tag{3.102}$$

Modèle de décision dans le cas d'une conversion ; contexte risqué

Dans un contexte risqué comme dans un environnement déterministe, on distingue deux grands types de conversion, "régulier-irrégulier" et inversement. La conversion "régulier-irrégulier" a pour particularité de maintenir en permanence un stock de bois sur pied. Par conséquent, comme dans les peuplements irréguliers, l'étude du risque devrait se baser sur tous les intervalles des coupes (espacés chacun de c années) dans une période infinie, approximée par un horizon suffisamment grand de durée h. Ce faisant, on retrouve donc la formule obtenue pour les peuplements irréguliers (équation, 3.97).

En revanche, en aboutissant en un peuplement régulier au temps *T*, la conversion irrégulier-régulier permet d'étudier le risque différemment pour le peuplement irrégulier jusqu'au temps *T*, et pour toutes les révolutions du peuplement régulier objectif, à partir du temps *T*. Ainsi, l'espérance de la valeur de la forêt, se calcule comme l'espérance de la somme des bénéfices actualisés de tous intervalles des coupes jusqu'au temps *T*, plus l'espérance de la valeur du fonds obtenue au temps *T* (actualisé au temps zéro).

$$E(W_{convIRR}) = \left[\sum_{j=1}^{m} B_{j.c}[H(t), PU, D] \frac{(1-q)^{j.c}}{(1+r)^{j.c}} + \frac{q}{1-q} \sum_{t=1}^{T} (K.R_t - D_0) \frac{(1-q)^t}{(1+r)^t} \right] + \frac{E(BASI)}{(1+r)^T} \quad (3.103)$$

avec

$$E(BASI) = \frac{\sum_{i=0}^{n} B_t[H(t), PU, D]. \frac{(1-q)^t}{(1+r)^t} + \frac{q}{1-q} \sum_{t=0}^{n} (K.R_t - D_0). \frac{(1-q)^t}{(1+r)^t}}{\frac{r}{r+q}\left[1 - \left(\frac{1-q}{1+r}\right)^n\right]} \quad \text{(Rappel, 3.89)}$$

III.3 Décomposition du critère de Faustmann à l'échelle de l'arbre ; du peuplement régulier à l'arbre

La littérature fait peu état d'un critère de décision qui soit à la fois applicable à un arbre individuel et fondé sur les principes économiques dérivés de la théorie de Faustmann. Mize (1987), a soutenu qu'un critère de décision à l'échelle de l'arbre est nécessaire pour permettre une exécution rationnelle des opérations de martelage. Pour un objectif pratique, il développe une règle appelée "taux de rendement de l'arbre" reposant simplement sur le taux d'accroissement en valeur de l'arbre au cours des 20 prochaines années. Il suppose que les gestionnaires de la forêt attendent un taux minimal de rendement en dessous duquel l'arbre sera coupé. Or, Mize (1987) n'explique pas le fondement théorique de sa règle pratique. Cependant, il semble que le critère de Mize (1987) soit une application du critère du bénéfice actualisé sur une seule révolution (BAS) à l'échelle de l'arbre. Supposons que le coût de plantation de l'arbre soit d_0 et que l'arbre soit destiné à être coupé au temps T pour une valeur de r_t, le BAS se calcule alors comme suit :

$$BAS_{arbre} = \frac{r_t}{(1+r)^t} - d_0 \quad (3.104)$$

En maximisant le BAS_{arbre}, on obtient une règle de décision semblable à celle de Mize (1987) :

$$r = \frac{\frac{dr_t}{dt}}{r_t} \tag{3.105}$$

La condition d'optimalité obtenue est le rapport entre l'accroissement marginal de la valeur de consommation de l'arbre et sa valeur de consommation. Ce rapport est appelé taux de fonctionnement de l'arbre par De Turckheim et Bruciamacchie (2005). Or, ce critère ne tient pas compte du coût d'immobilisation du sol forestier. Pour pallier ce défaut, Fiat (1997) et Peyron[85] ont essayé d'appliquer le bénéfice actualisé à l'infini à l'échelle de l'arbre :

$$BASI_{arbre} = \frac{r_t.(1+r)^{-t} - d_0}{(1+r)^{-t} - 1} \tag{3.106}$$

En maximisant le $BASI_{arbre}$, on obtient :

$$r = \frac{\frac{dr_t}{dt}}{(r_t + BASI_{arbre})} \tag{3.107}$$

En effet, l'optimum est atteint lorsque le revenu marginal de l'arbre rapporté aux capitaux investis dans le sol et dans l'arbre (le taux de l'accroissement en valeur) est égal au taux d'actualisation. Or, rien ne garantit que le BASI à l'échelle du peuplement puisse être appliqué de la même façon à l'échelle de l'arbre. En effet, à la différence de l'échelle du peuplement où la surface occupée par le peuplement est constante au cours du temps, à l'échelle de l'arbre cette surface est absolument variable. Ainsi, le bénéfice actualisé à l'infini de l'arbre à l'âge zéro ne peut pas correspondre à la valeur de la surface occupée par arbres car cette surface n'est pas constante dans le temps. Ainsi, le calcul du BASI de l'arbre consiste implicitement à faire l'hypothèse que la surface occupée de l'arbre est constant, ce qui est absolument incorrecte.

Pour tenter d'y voir plus clair, il s'avère utile de partir de la valeur d'un peuplement entier calculée selon la théorie économique des ressources forestières (d'après Faustmann) et de décomposer cette valeur en la somme de la valeur des arbres selon l'avenir de chacun. Pour simplifier, il s'agit de travailler dans un premier temps sur un peuplement dans lequel tous les arbres, au nombre de N, sont considérés comme étant identiques, et d'âge i ; ***M*** d'entre eux sont en outre supposés subir une éclaircie à l'âge a tandis que les ***N-M*** autres seront exploités à l'âge d'exploitation n. Il sera ensuite possible de généraliser les résultats obtenus dans ce cas simple pour donner l'expression de la valeur d'un arbre. Cette dernière pourra alors être aussi bien appliquée dans le cas d'un peuplement régulier que dans celui d'une structure forestière irrégulière. La valeur en bloc de la forêt à l'âge i est égale à ***W(i)*** qui comprend à la fois la valeur du fonds et la valeur de la superficie ou du peuplement sur pied, comme l'illustre la figure 3.12 :

[85] Cours intitulé : La valeur en tant que critère de gestion : http://www.engref.fr/coursenligne/Economie/chap5.pdf

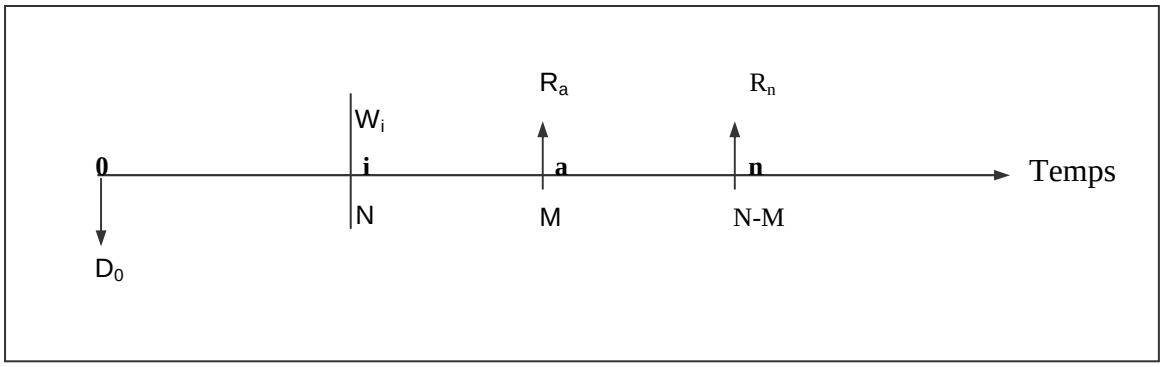

Figure 3.12 : Calendrier des recettes et dépenses des arbres d'un peuplement destinés à être éclairci à l'âge a et récolté à l'âge n.

La valeur en bloc de la forêt à l'âge i s'écrit de la façon suivante :

$$W(i) = \frac{R_a}{(1+r)^{a-i}} + \frac{R_n}{(1+r)^{n-i}} + \frac{F}{(1+r)^{n-i}} \tag{3.108}$$

avec

R_a : Valeur de la récolte en éclaircie de M tiges à l'âge a
R_n : Valeur de la récolte finale des N-M tiges restant à l'âge n
F : Valeur du fonds
r : Taux d'actualisation.

On en déduit que la valeur du peuplement, résultant de la différence entre cette valeur en bloc et la valeur du fonds, s'écrit :

$$W(i) - F = \frac{R_a}{(1+r)^{a-i}} + \frac{R_n}{(1+r)^{n-i}} + \frac{F}{(1+r)^{n-i}} - F \tag{3.109}$$

$$W(i) - F = \frac{R_a}{(1+r)^{a-i}} + \frac{R_n}{(1+r)^{n-i}} - F\left[\frac{(1+r)^{n-i} - 1}{(1+r)^{n-i}}\right] \tag{3.110}$$

Mais, la partie entre crochets peut être réécrite de la façon suivante :

$$\left[\frac{(1+r)^{n-i} - 1}{(1+r)^{n-i}}\right] = \left[\frac{(1+r)^{n-i} - (1+r)^{n-a} + (1+r)^{n-a} - 1}{(1+r)^{n-i}}\right]$$

$$= \left[(1+r)^{n-a}\frac{(1+r)^{a-i} - 1}{(1+r)^{n-i}} + \frac{(1+r)^{n-a} - 1}{(1+r)^{n-i}}\right]$$

$$= \left[\frac{(1+r)^{a-i} - 1}{(1+r)^{a-i}} + \frac{(1+r)^{n-a} - 1}{(1+r)^{n-i}}\right]$$

On obtient ainsi :

$$W(i) - F = \frac{R_a}{(1+r)^{a-i}} + \frac{R_n}{(1+r)^{n-i}} - F\left[\frac{(1+r)^{a-i}-1}{(1+r)^{a-i}}\right] - F\left[\frac{(1+r)^{n-a}-1}{(1+r)^{n-i}}\right] \quad (3.111)$$

Dans cette expression, le premier terme représente la valeur actualisée de la récolte en éclaircie. Le deuxième terme est la valeur actualisée de la récolte finale. Le troisième terme traduit le coût d'immobilisation du fonds entre les âges i et a, c'est-à-dire la somme actualisée sur cette période du coût d'immobilisation annuel rF (soit $rF\sum_{t=1}^{t=a-i}\frac{1}{(1+r)^t}$). Quant au quatrième terme, il correspond à la somme actualisée du coût d'immobilisation du fonds entre les âges a et n (soit $rF\sum_{t=a-i+1}^{t=n-i}\frac{1}{(1+r)^t}$). Ainsi, ce dernier terme concerne les seuls *N-M* arbres qui iront jusqu'à la récolte finale, tandis que le troisième terme concerne aussi bien les M arbres partant en éclaircie à l'âge a que les *N-M* arbres allant jusqu'à la coupe finale. Réécrivant l'expression (3.111) de manière à distinguer ce qui concerne les *M* arbres susceptibles de partir en éclaircie à l'âge a des *N-M* arbres destinés à être récoltés à l'âge n, on a :

$$W(i) - F = \frac{R_a}{(1+r)^{a-i}} - F\left[\frac{M}{N}\frac{(1+r)^{a-i}-1}{(1+r)^{a-i}}\right] + \frac{R_n}{(1+r)^{n-i}} - F\left[\frac{N-M}{N}\frac{(1+r)^{a-i}-1}{(1+r)^{a-i}}\right] - F\left[\frac{(1+r)^{n-a}-1}{(1+r)^{n-i}}\right] \quad (3.112)$$

En divisant par M les deux premiers termes du membre de droite, on en déduit la valeur d'un arbre destiné à partir en éclaircie à l'âge a $\frac{R_a}{N(1+r)^{a-i}} - \frac{F}{N}\frac{(1+r)^{a-i}-1}{(1+r)^{a-i}}$. (3.113)

Divisant de même par N-M les trois derniers termes de droite, on obtient la valeur d'un arbre destiné à récolté à l'âge n : $\frac{R_n}{(N-M)(1+r)^{n-i}} - \frac{F}{N}\frac{(1+r)^{a-i}-1}{(1+r)^{a-i}} - \frac{F}{N-M}\frac{(1+r)^{n-a}-1}{(1+r)^{n-i}}$ (3.114)

A l'issue de ces simples déductions calculatoires, on aboutit aux conclusions suivantes :

- si une sylviculture d'arbres d'avenir est pratiquée, consistant à désigner *N-M* tiges destinées à aller jusqu'à la récolte finale, alors il est possible de distinguer la valeur de ces arbres d'avenir de celle des arbres de « bourrage » (elle est donnée par une expression du type (3.114)) ;

- sinon, la valeur d'un arbre est simplement donnée par la valeur du peuplement divisée par le nombre de tiges ;

- dans les expressions (3.113) et (3.114), R_a / N et $R_n /(N-M)$ représentent la valeur de consommation d'un arbre respectivement enlevé en éclaircie à l'âge a et récolté à l'âge n ; le premier terme de chacune des deux expressions est donc la valeur actualisée de chacune des ces deux expressions à l'âge actuel des arbres, soit i ; par ailleurs, *1/N* et *1/(N-M)* ne sont rien d'autre que la surface, exprimée en fraction d'hectare, occupée par les arbres durant les périodes allant respectivement des âges i à a (il y a alors *N* arbres) et a à n (il n'y a plus alors que *N-M* arbres).

- finalement, on peut assez facilement généraliser le résultat obtenu en disant que la valeur en bloc d'un arbre s'obtient en actualisant la valeur qu'aura atteinte cet arbre au moment de sa récolte (en éclaircie ou non, T) et en soustrayant le coût d'immobilisation du fonds jusqu'à la coupe, qui varie au cours du temps avec la surface successivement occupée :

$$s_T = \frac{r_T}{(1+r)^T} - r.F.\sum_{t=0}^{T}\frac{A_t}{(1+r)^t} \tag{3.115}$$

Ou en temps continu :

$$s_T = r_T.e^{-rT} - rF\int_0^T A_t\, e^{-rt}dt \tag{3.116}$$

avec :

s_T : Valeur d'avenir de l'arbre
r_T : Revenu qui sera issu de la coupe d'un arbre destiné à être coupé au temps T
A_t : Surface occupée par l'arbre à l'âge t (en unité de surface, m² ou ha)
F : Valeur exogène du fonds par unité de surface.

Dans les équations (3.115) et (3.116), pour un arbre atteint au temps T est nul et donc la valeur d'avenir de l'arbre est égale à sa valeur de consommation r_T.

Dans la pratique, on calcule la surface occupée par l'arbre en fonction de son diamètre et de la densité du peuplement (chapitre 1, V.5), par exemple, dans le cas du hêtre dans le Nord-Est de la France :

$$A_i = \frac{106{,}5}{RDI}.d_i^{\,1{,}6876} \tag{3.117}$$

Valeur d'avenir de l'arbre dans un contexte risqué

Supposons un risque catastrophique de probabilité q, avec un taux de sauvetage de K, qui suit une loi géométrique. L'espérance mathématique de la valeur d'avenir de l'arbre se calcule comme suit :

$$E[s_T] = E\left[\frac{r_T}{(1+r)^T}\right] - F.E\left[\sum_{t=0}^{T}\frac{A_t}{(1+r)^t}\right] \tag{3.118}$$

Comme on le constate dans l'équation (3.118), l'espérance de la valeur d'avenir de l'arbre est égale à la somme de l'espérance du revenu actualisé lié à sa récolte au temps T et de l'espérance du coût d'immobilisation du fonds jusqu'au temps T. L'espérance du revenu actualisé de l'arbre se calcule comme suit :

$$E\left[r_T(1+r)^{-n}\right] = r_T\frac{(1-q)^T}{(1+r)^T} + \frac{q}{1-q}\sum_{t=0}^{T}(K.r_t - d_0).\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t} \tag{3.119}$$

Comme on le constate dans l'équation (3.119), l'espérance du revenu actualisé de l'arbre est composée des deux termes : le premier est l'espérance du revenu en cas de non-survenance de sinistre, alors que le deuxième porte sur l'espérance du revenu en tenant compte qu'un sinistre peut survenir dans chacune des années de 0 à *T*. Ainsi, l'espérance du revenu actualisé de l'arbre est égale au produit du revenu actualisé par la probabilité de ne pas avoir du risque jusqu'au temps *T*, plus la somme du produit des revenus actualisés et récupérés, r_t, en cas d'occurrence de risque dans chacune des années 0 et *T,* diminuée du coût de régénération d'une nouvelle tige (d_0), par les probabilités correspondantes[86],. De la même façon, l'espérance du coût d'immobilisation du fonds jusqu'au temps *T* se calcule comme suit :

$$E\left[\sum_{t=0}^{T} a_t (1+r)^{-t}\right] = \sum_{t=0}^{T} \frac{(1-q)^t}{(1+r)^t}.A_t \tag{3.120}$$

Comme on le voit dans l'équation (3.120), l'espérance du coût d'immobilisation du fonds est égale à la somme des coûts d'immobilisation du fonds des années entre 0 et *T* par la probabilité de ne pas avoir de catastrophe jusqu'au temps T. En revanche, l'espérance du coût d'immobilisation du fonds en cas d'occurrence d'un sinistre est nulle car l'arbre n'est plus sur pied.

En remplaçant les espérances du revenu actualisé et du coût actualisé d'immobilisation du fonds, dans l'équation (3.118), l'espérance de la valeur d'avenir de l'arbre se calcule comme suit :

$$E[s_t] = r_T \frac{(1-q)^T}{(1+r)^T} + \frac{q}{1-q}\sum_{t=0}^{T}(K.r_t - d_0)\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t} - F.\sum_{t=0}^{T}\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t}.A_t \tag{3.121}$$

En supposant un taux de sauvetage nul, l'espérance de la valeur d'avenir de l'arbre en présence de risque se calcule donc ainsi :

$$E[s_t] = r_T \frac{(1-q)^T}{(1+r)^T} - F.\sum_{t=0}^{T}\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t}.A_t \tag{3.122}$$

Pour une probabilité q de faible valeur, l'équation ci-dessus peut être réécrite sous la forme approximative suivante :

$$E[s_t] = \frac{r_T}{(1+r+q)^T} - F.\sum_{t=0}^{T}\frac{A_t}{(1+r+q)^t} \tag{3.123}$$

Une précaution indispensable consiste ensuite à vérifier que l'absence du risque permet bien de retrouver la formule de la valeur d'avenir de l'arbre en absence de risque. Effectivement, annulant les probabilités q et se fondant sur l'une quelconque des trois équations 3.121, 3.122 et 3.123, on obtient la formule attendue :

$$s_T = \frac{r_T}{(1+r)^T} - F.\sum_{t=0}^{T}\frac{A_t}{(1+r)^t} \tag{3.124}$$

[86] La probabilité de survenance de sinistre se calcule selon le temps entre sinistres successifs (t=0 à n) ou le temps d'attente. Il s'agit donc de la probabilités de survenance de sinistre avec un temps d'attente de 0 à n

En comparant les formules (3.124) et (3.123), on remarque que la différence entre les formules de la valeur d'avenir de l'arbre (en présence et en absence de risque) s'explique presque par une augmentation du taux d'actualisation égale à la probabilité annuelle de survenue d'un sinistre. Ainsi, on retrouve le résultat classique de Reed (1984) pour qui l'intégration du risque se traduit par une augmentation du taux d'actualisation équivalente à la probabilité d'occurrence d'un sinistre. Cependant, on voit que l'analogie n'est pas complète car une telle approximation ne peut se concevoir que dans le cas où, à la fois, la probabilité de sinistre est constante avec l'âge du peuplement, probabilité faible, et le taux de sauvetage nul.

CONCLUSION

Le Bénéfice Actualisé à Séquence Infinie (BASI) ou le critère de Faustmann a été introduit dans ce chapitre à partir d'un aperçu bibliographique sur le développement des critères de gestion forestière. Après maintes utilisations, vérifications, confirmations et critiques, le critère de Faustmann reste le critère de base qui fait l'unanimité parmi les économistes dans un contexte déterministe (Johanssonn et Löfgren, 1985, Samuelson, 1976, Peyron et al, 1998, Newman, 1988, Peyron et Maheut, 1999, Newmann, 2002, et Viitala, 2006). Le BASI dont le principe consiste à maximiser la somme actualisée des revenus nets futurs, peut être appliqué à tout type de peuplements. Ainsi, conformément à l'objectif global poursuivi, plusieurs formulations du critère de Faustmann pour les peuplements réguliers, irréguliers ou en conversion, en absence et en présence de risque, ont été développées. Un changement d'échelle du BASI, du peuplement à l'arbre, a également été analysé dans ce chapitre. Les modèles présentés seront ultérieurement utilisés pour construire un modèle de gestion forestière.

CHAPITRE IV

MODELISATION DE LA GESTION DES PEUPLEMENTS DE TOUTES STRUCTURES ; COUPLAGE DES MODELES ENTRE EUX ET ILLUSTRATIONS

CHAPITRE IV

Introduction : ---------- **212**

I. Couplage des modèles de gestion forestière entre eux ---------- **213**
I.1 Couplage des modèles dendrométriques entre eux : ----------213
I.2 Intégration des modèles économiques aux modèles dendrométriques : ----------219
I.3 Méthode d'optimisation ou de simulation ----------226

II. Illustrations dans le cas des hêtraies du Nord-Est de la France ---------- **227**
II.1 Cas d'un peuplement régulier ----------231
II.2 Cas d'un peuplement irrégulier ----------236
II.3 Cas d'une conversion ----------244
II.4 Cas d'un arbre: décision à l'échelle de l'arbre ----------254

Introduction :

La modélisation de la gestion forestière consiste à intégrer des divers modèles intervenant dans la gestion forestière. A partir des modèles développés dans les trois derniers chapitres, des modèles existants et des données disponibles, l'objectif de ce chapitre consiste à construire un modèle simple et préliminaire de gestion pour les hêtraies du Nord-Est de la France. Pour ce faire, les modèles dont on dispose sont les suivants :

1- Accroissement en diamètre
2- Accroissement en hauteur
3- Mortalité naturelle
4- Recrutement
5- Croissance du houppier
6- Prix des bois sur pied
7- Tarif de cubage à deux entrées
8- Coûts de gestion
9- Modèle de décision en présence de risque

Si l'ampleur de ce travail, ne nous a pas laissé assez de temps pour faire une plate-forme performante de simulation comme celui de CAPSIS, on se contente néanmoins de coupler ces modèles au sein d'une feuille de calcul de Microsoft Excel®. Ce choix est justifié en raison de sa simplicité relative à mettre en œuvre. En outre, on dispose d'un programme puissant d'optimisation pour Microsoft Excel®, ce qui permet d'utiliser la feuille construite pour faire des optimisations. Il s'agit d'un solveur industriel, dit What's Best!7.0® (Lindo Systems), capable de trouver une solution assez rapidement pour des problèmes complexes de types linéaires et non linéaires.

Les illustrations à l'échelle du peuplement consistent à optimiser la gestion des peuplements forestiers de structure équienne et inéquienne ainsi qu'à comparer certains scénarios de conversion régulier-irrégulier et vice-versa, en présence et en absence de risque. Afin de montrer l'utilité de l'ensemble des modèles à l'échelle de l'arbre, une dernière illustration porte sur l'optimisation de la valeur de l'arbre placé dans des environnements variés : productivités différentes, présence ou absence de risque et courbes prix-dimension différentes.

Ainsi, ce chapitre s'organise en deux sections. La première section porte sur le couplage des modèles entre eux pour construire un modèle de gestion dans le cas du hêtre (Modèle de Gestion du hêtre, MGH). La deuxième section sera entièrement consacrée à l'illustration de la capacité du modèle de gestion élaboré (MGH) dans le cas des peuplements régulier, irrégulier ou en conversion ainsi que dans le cas d'un arbre individuel placé dans des environnements variés, en présence et en absence de risque. On conclut enfin ce chapitre.

I. Couplage des modèles de gestion forestière entre eux

Le couplage des modèles consiste à les incorporer et les automatiser au sein d'une ou plusieurs feuilles de calcul sous Microsoft Excel®. Il s'agit d'un ensemble de relations, liées les unes aux autres, permettant de simuler les caractéristiques dendrométriques (e.g. croissance en hauteur, en diamètre et en volume) et économiques (valeur de consommation, valeur de la forêt) d'un peuplement dans le temps à partir d'un état initial donné et selon la sylviculture qui lui est appliqué (éclaircies). Les modèles à intégrer peuvent être regroupés en deux modules :

1- Module dendrométrique
2- Module économique

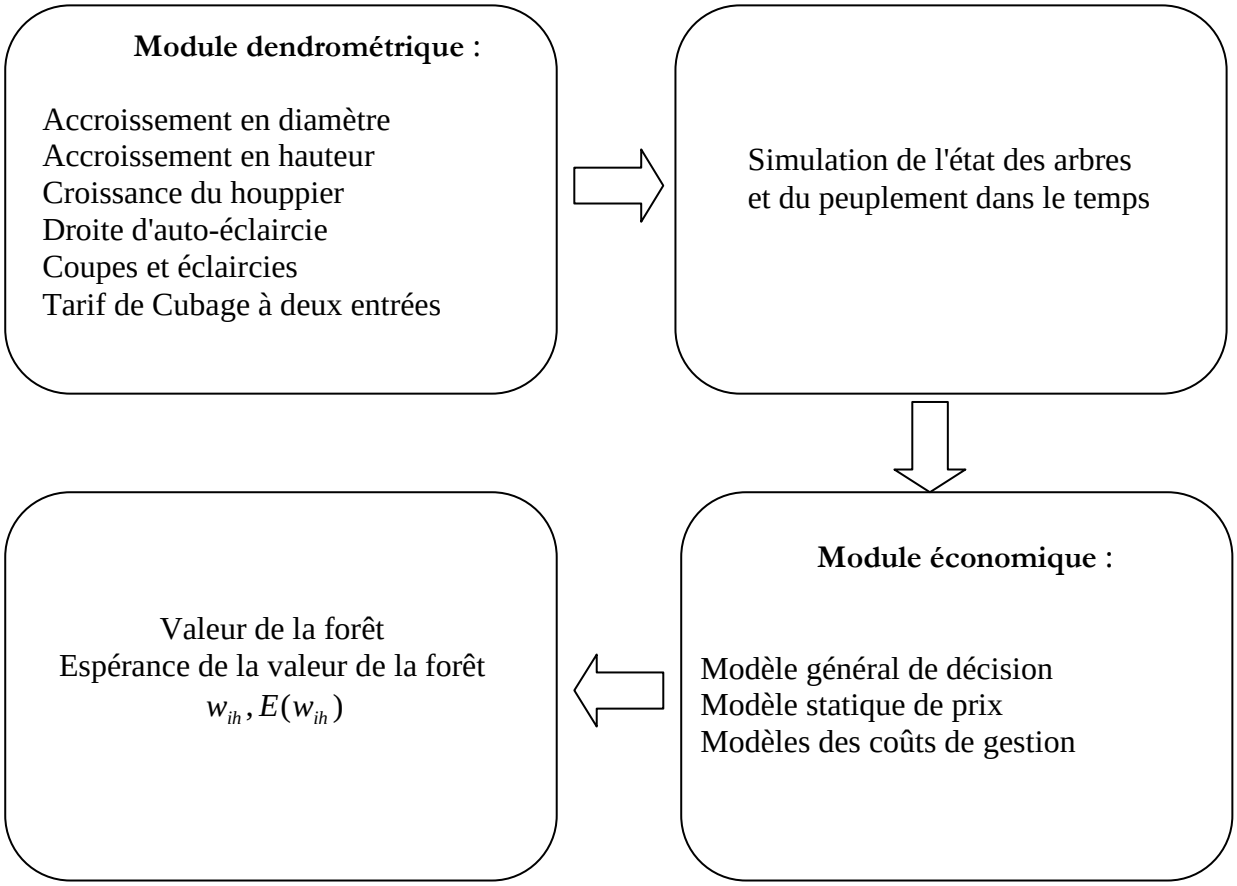

Figure 4.1 : Représentation des modèles dendrométrique et économique

Par la suite, on présente séparément le couplage des modèles dendrométriques et économiques.

I.1 Couplage des modèles dendrométriques entre eux :

Les modèles dendrométriques regroupent les modèles qui décrivent les différentes caractéristiques, de l'arbre et du peuplement :

- Accroissement en diamètre et en hauteur

- Mortalité naturelle
- Recrutement
- Croissance du houppier
- Surface occupée par arbres
et Tarif de cubage

Le couplage des modèles dendrométriques permettra de simuler l'évolution des différentes caractéristiques de l'arbre et du peuplement dans le temps. Les modèles d'arbres décrivent l'accroissement des arbres dans leur peuplement. De ce fait, pour simuler la croissance d'un arbre dans une période donnée, il faut connaître également l'évolution de son peuplement. C'est d'ailleurs la relation envisageable entre les modèles de peuplement et d'arbres. L'évolution du peuplement peut être simulée à partir de l'évolution de ses arbres (accroissement), du renouvellement des arbres et de la mortalité. Par conséquent, si on suppose au temps t un peuplement régulier ou irrégulier de l'espèce s, de productivité, $\overline{P}_n$, et de densité, RDI, avec une répartition donnée de tiges par classes de diamètre, R_{Tiges}, l'état du peuplement au temps t+1 peut être estimé par l'accroissement des arbres de t à t+1, plus la valeur nette de la mortalité et du renouvellement d'arbres. Bien sûr, l'accroissement, la mortalité et le recrutement ne sont pas constants mais dépendent de l'état du peuplement. Il existe donc une relation réciproque entre ces trois composantes de la dynamique forestière et l'état du peuplement. Ils dépendent de l'état du peuplement à l'instant t et déterminent ensemble l'état du peuplement à l'instant t+1 et ainsi de suite (figure 4.2) .

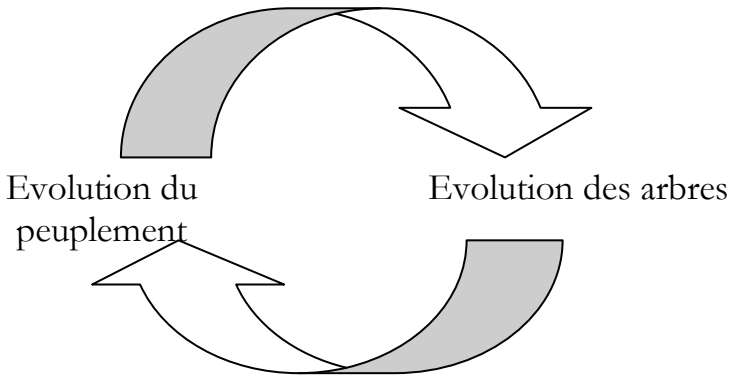

Figure 4.2 : Relation entre l'évolution des arbres et l'évolution du peuplement

Ainsi, l'évolution des arbres et du peuplement peut être programmée de façon successive, la productivité, la densité du peuplement et le rang social des arbres déterminant l'évolution des tiges et donc celle du peuplement et ainsi de suite. Afin de simuler l'évolution des arbres et du peuplement on procède donc selon la figure 4.3 :

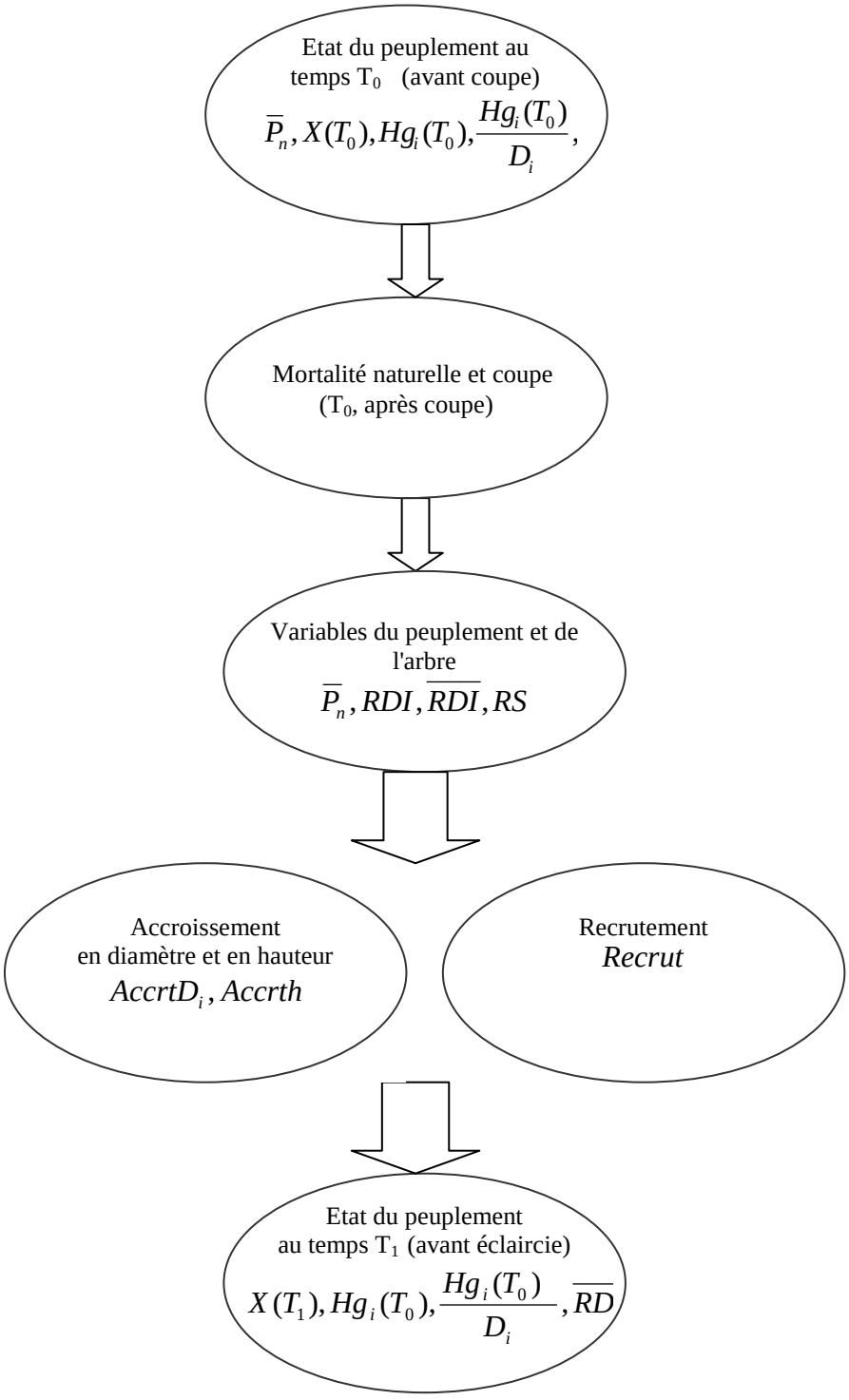

Figure 4.3 : Evolution des arbres et des variables du peuplement du T_0 au T_1

avec

$X(T_0)$: Répartition du nombre de tiges par classes de diamètre au temps 0
$X(T_1)$: Répartition du nombre de tiges par classes de diamètre au temps 1
$\overline{P_n}$: Productivité
$Hg_i(T_0)$: Hauteur moyenne de la classe de diamètre i au temps 0
$Hg_i(T_0)$: Hauteur moyenne de la classe de diamètre i au temps 1
RDI : Indice de densité relative du peuplement
$\overline{RDI}$: Densité moyenne du peuplement depuis T_0
RS : Rang social
$\frac{Hg_i}{Di}$: Coefficient d'élancement (indice de robustesse) d'une tige de la classe de diamètre i

Comme on le constate dans la figure4.3, l'état du peuplement au temps t_0 est soumis à une mortalité naturelle ou à une éclaircie, ce qui conduit à l'état du peuplement après éclaircie. Dans la situation sans éclaircie, le peuplement croît jusqu'à une limite naturelle qui ne peut pas être dépassée. Le dépassement de cette limite naturelle se traduit donc par une mortalité naturelle. L'état du peuplement après éclaircie permet ensuite d'estimer l'accroissement en diamètre et en hauteur de l'arbre moyen par classe de diamètre, et donc du peuplement. L'état du peuplement après éclaircie, modifié par l'accroissement et le recrutement, donne ensuite l'état du peuplement avant éclaircie à l'âge T_1. Ce dernier se décrit essentiellement par ses variables descriptives telles que la répartition de tiges par classes de diamètre, la hauteur moyenne par classes de diamètre, et le RDI. De la même façon, l'état du peuplement peut être simulé dans le temps. On détaille par la suite les éléments qui permettent de simuler l'évolution des arbres et du peuplement.

Accroissements en diamètre et en hauteur

L'accroissement en diamètre est simulé par un modèle d'arbres indépendant des distances et du type potentiel réducteur, estimé à partir des données de l'IFN et pour le Nord-Est de la France. Il estime l'accroissement courant en diamètre (mm/an) du hêtre en fonction du diamètre et du statut social de l'arbre, d'une part, et de la productivité, de la densité et de la pureté du peuplement en hêtre, d'autre part. Ainsi, dans le tableau 4.1, les variables du peuplement et de l'arbre permettent d'estimer l'accroissement en diamètre.

L'accroissement en hauteur est simulé par un modèle d'arbres indépendant des distances et du type potentiel réducteur dont le modèle potentiel est estimé par Bontemps et al. (2005, a) pour le Nord-Est de la France. En revanche, le réducteur du modèle est ajusté par les données tirées de l'étude de Bastien (1995). Il estime l'accroissement courant en hauteur (m/an) du hêtre en fonction du diamètre et du statut social de l'arbre, d'une part, et de la productivité et de la densité du peuplement (hêtre dans le peuplement), d'autre part. Ainsi, dans le tableau 4.1, les variables du peuplement et de l'arbre permettent d'estimer l'accroissement en diamètre

Mortalité naturelle au temps T_0

Le modèle de mortalité naturelle prédit la mortalité naturelle grâce à la loi d'auto-éclaircie ou la courbe d'auto-éclaircie. En effet, le peuplement croît jusqu'à une limite naturelle qui ne peut pas être dépassée. Ainsi, le passage par cette limite se traduit par la mortalité naturelle. La modélisation de la mortalité nécessite donc la modélisation de la droite d'auto-éclaircie. Dans cette étude, nous allons utiliser la droite d'auto-éclaircie, estimé par Dhôte (1995)[87] :

$$N_{\max} = 145219{,}2574.Dg^{-1{,}574} \quad (4.1)$$

avec

N_{max} : Nombre maximal de tiges que le peuplement peut comporter
Dg : Diamètre moyen du peuplement (cm)

Cette droite est validée par plusieurs jeux de données, confirmant assez bien son niveau et sa pente[88]. D'un point de vue théorique, on ne s'attend pas à ce que l'irrégularité en âge ou en dimension modifie d'une façon importante la droite d'auto-éclaircie (Day, 1996). Cependant, il est possible que l'irrégularité en essence puisse changer cette droite. Cependant, afin de simplifier la démarche, on fait l'hypothèse que la droite d'auto-éclaircie présente le même niveau et la même pente dans des peuplements de structures différentes.

En termes de densité, cette limite s'exprime par RDI égale à 1. Alors, si le RDI du peuplement dépasse de 1, la mortalité naturelle intervient pour ramener le peuplement à sa limite naturelle de croissance, en commençant par les tiges les plus petites (Dhôte, 1995). Un algorithme simple nous a permis d'enlever les tiges en commençant par les plus petits, jusqu'à ce que le RDI du peuplement soit égal à 1 (voir annexe 4.1). Ainsi, en faisant croître un peuplement sans aucune intervention sylvicole, le RDI du peuplement ne dépasse jamais 1.

Répartition des tiges par classes de diamètre au temps T_1

L'accroissement en diamètre des arbres des classes de diamètre en T_0 engendre un flux net de tiges entrant et sortant, FL, ce qui détermine un nouveaux nombre de tiges au temps T_1 :

$$X(T_1) = X(T_0) + FL \quad (4.2)$$

Dans la première classe de diamètre (10), le flux des arbres sortant est compensé par le flux des arbres entrant qui sont devenus recensables dans la période T_0-T_1(recrutement).

Hauteur moyenne par classes de diamètre en T_1

L'idée de calculer la hauteur moyenne par classe de diamètre, se justifie, par la recherche d'une relation hauteur-diamètre aux peuplements de toutes structures. Cette relation permet de calculer l'indice d'élancement de toutes les classes de diamètre (H/D), indispensable à l'estimation de la proportion en volume du houppier. La dynamique de cette relation allométrique dépend de l'évolution du peuplement. En effet, plus le peuplement est dense, plus l'accroissement

[87] Cette équation est spécifiée initialement en fonction de la circonférence quadratique moyenne et sous une forme logarithmique. L'équation présentée est donc adaptée de l'équation originale, présentée par Dhôte (1995).
[88] Communication personnelle avec l'auteur.

en diamètre est faible, plus le temps de séjour de l'arbre dans une classe de diamètre est grand, plus l'accroissement en hauteur est fort et donc plus la hauteur moyenne de la classe augmente. Ainsi, dans la période T_0 à T_1, la hauteur moyenne de la classe de diamètre peut être calculée par la somme du produit de la hauteur des arbres, restant et entrant, par les surfaces terrières correspondantes, divisée par la surface terrière de la classe :

$$Hg_i = \frac{n_{ie}.g_{ie}.H_{ie} + n_{ir}.g_{ir}.H_{ir}}{g} \qquad (4.3)$$

avec :

n_{ie} : Nombre entrant dans la classe i ayant la hauteur moyenne de h_{ie}
n_{ir} : Nombre restant dans la classe i [89] ayant la hauteur moyenne de h_{ir}
g_{ie} : Surface terrière des arbres entrants
g_{ir} : Surface terrière des arbres restants
g : Surface terrière de la classe, $g_{ie} + g_{ir}$

Croissance du houppier :

Ce modèle permet d'estimer la proportion en volume du houppier en fonction du diamètre de l'arbre, d'une part, et du coefficient d'élancement (ou l'indice de robustesse, H/D), d'autre part.

Tarifs de cubage à deux entrées pour le hêtre

Construit à partir de 1066 cubages par billons de 1 m de dix forêts françaises, les tarifs de cubage de Bouchon (1982) pour le hêtre, sont des tarifs souvent utilisés. Par exemple, la plate-forme de CAPSIS-FAGACEAE, utilise ce tarif pour le hêtre. Bouchon (1982) développe 3 tarifs de cubage à deux entrées, permettant de calculer le volume bois fort[90] de tige, de branches, et de l'arbre dans son ensemble. C'est donc le tarif de cubage de volume bois fort de l'arbre que nous allons utiliser dans le couplage des modèles pour calculer le volume d'une tige de la classe de diamètre i . La formule mathématique de ce tarif est la suivante : (équation 4.4)

$$V\,ARBRE(D_i, Hg_i) = \frac{\pi.D_i^{\,2} \times Hg_i}{4\times 10^6} \times \left(\begin{array}{l} 0{,}444907 - \dfrac{0{,}107345\times 10^3}{D_i^{\,3}} + 0{,}610582\times 10^{-5} \times D_i^{\,2} \\ + \dfrac{0{,}467061}{Hg_i} + 0{,}126815\times 10^{-2} \times Hg_i \end{array} \right) \times$$

$$\left(0{,}114460\times 10^3 + 0{,}314282\times D_i - 0{,}808045\times Hg_i\right)$$

avec

$V\,ARBRE\,(D_i,Hg_i)$: Volume (volume de la tige augmenté du volume des branches) bois fort d'une tige de la classe de diamètre i (m3)
D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i (cm)
Hg_i : Hauteur moyenne d'une tige de la classe de diamètre i (m)

[89] Nombre de la classe i dans la période T_0 moins le nombre sortant de la classe pendant la période T_0 à T_1.
[90] Le volume bois fort est le volume arrêté à la découpe 7 cm de diamètre.

I.2 Intégration des modèles économiques aux modèles dendrométriques :

Les modèles et données économiques comprennent le modèle de décision, en absence et présence de risque, ainsi que les modèles et les données liés aux prix, aux coûts de gestion, au taux d'actualisation et aux risques. Les sorties des modèles dendrométriques, d'une part, et les données et les modèles économiques, d'autre part, permettent de calculer le critère de décision, la valeur de la forêt, pour une infinité de situations possibles. La figure 4.4 présente l'articulation entre les modèles dendrométriques, les données et les modèles économiques.

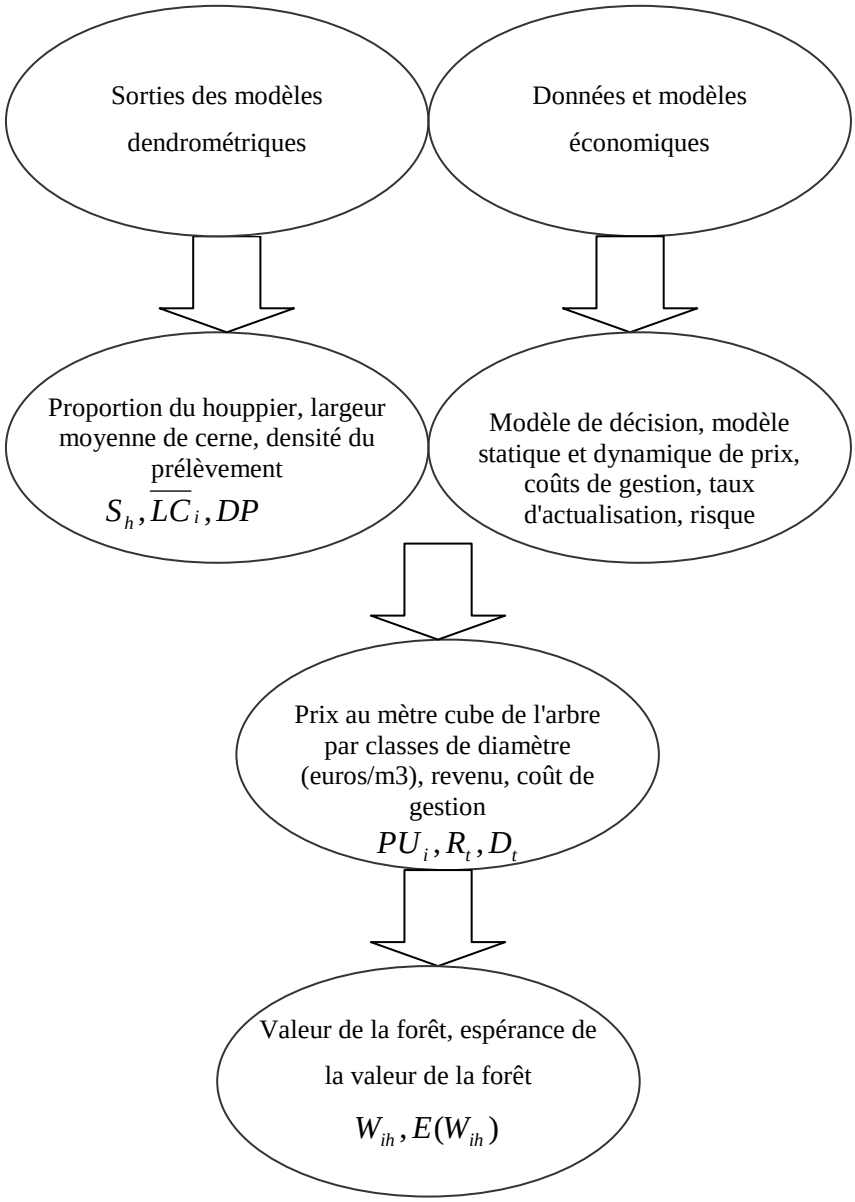

Figure 4.4 : Articulation entre les modèles dendrométriques et les données et les modèles économiques

avec :

S_h : Proportion en volume du houppier
$\overline{LC_i}$: Largeur moyenne de cerne d'une tige de la classe de diamètre i (mm)
DP : Densité du prélèvement ou de la coupe (m3/ha)
PU_i : Prix au mètre cube d'une tige sur pied de la classe de diamètre i (euros/m3)
R_t : Revenu au temps t
D_t : Coûts de gestion au temps t
W_{ih} : Valeur de la forêt sur une période assez longue de h, étendue à l'infini

Modèle de décision en absence et présence de risque

Le modèle de décision le plus général est celui de la valeur de la forêt. Partant d'un état initial parfaitement défini et avec un état objectif éventuel, on compare donc différents scénarios possibles et on choisit celui qui rend la valeur de la forêt maximale. La valeur de la forêt se calcule sur une période suffisamment longue de h, puis sera étendue à l'infini. Dans ce modèle général de décision, pour limiter la quête de l'optimum dans un système régulier ou irrégulier, on impose des contraintes, comme le passage au sol nu à l'âge d'exploitation, ou la plantation à l'âge zéro. En présence de risque, on suppose que le propriétaire est neutre au risque. Le critère de décision utilisé est donc l'espérance de la valeur de la forêt.

Modèle statique de prix

La relation prix-dimension (modèle statique de prix) est estimée par un modèle hyperbolique basé sur les données de vente des bois sur pied de Lorraine en 1996, indexée sur le prix moyen à long terme (en euro constant 2003). Il simule le prix au mètre cube de l'arbre sur pied (euros/m3) en fonction du diamètre, de la part du bois de tige hors houppier, de la densité du prélèvement et de la largeur moyenne de cerne. Comme on le constate dans le tableau 4.1, le couplage des modèles dendrométrqiues avec les données sur les coupes réalisées, permet de calculer à chaque instant T, la part du bois de tige hors houppier, la largeur moyenne de cerne et la densité du prélèvement.

Le modèle de croissance du houppier permet de déterminer la proportion en volume du houppier et donc la part du bois de tige hors houppier.

La densité du prélèvement est simplement le volume de la coupe par hectare. La largeur moyenne de cerne au temps T et par classe de diamètre, peut être calculée en se basant sur les accroissements courants calculés selon la RDI moyenne du peuplement. Le temps de passage de chaque classe de diamètre se calcule en divisant la largeur de la classe par l'accroissement courant en diamètre de la classe. Ainsi, pour la classe de diamètre i, la largeur moyenne de cerne se calcule selon la fomule suivante :

$$\overline{LC_i} = \frac{D_i}{T} \tag{4.5}$$

avec

D_i : Diamètre médian de la classe de diamètre i
T : Somme des temps de passage des classes de diamètre jusqu'à la classe i

Ainsi, à chaque instant T, on peut estimer le prix selon le diamètre, la part du bois de tige hors houppier, la largeur moyenne de cerne et la densité du prélèvement.

Coûts de gestion

Les modèles des coûts de gestion comprennent, le modèle du coût de constitution du peuplement, le modèle du coût de réalisation d'une coupe, et le coût fixe moyen annuel par hectare. Les coûts de gestion se répartissent en général de la façon suivante :

Coût de constitution du peuplement ou le coût de régénération

Les dépenses initiales trouvent un sens plutôt dans les peuplements réguliers où la constitution du peuplement se fait soit par plantation, soit par régénération naturelle engendrée par les coupes progressives. On peut suggérer un modèle général de type :

$$D_0 = aX + b \tag{4.6}$$

avec

D_0 : Coût de constitution du peuplement (euros/ha)
X : Nombre de plants à l'hectare (densité de plantation)
a : Coût unitaire par plants
b : Coûts fixes à l'hectare comme le coût des opérations de préparation du terrain

Dans le cas d'une plantation, son coût dépend des coûts fixes et de la densité de plantation. En revanche, dans le cas d'une régénération naturelle, comme pour le hêtre, il faudrait plutôt considérer que le paramètre a est nul. Quant au facteur b, il devrait être compris entre 200 et 2500 euros. En effet, dans le cas d'une régénération naturelle, le coût de régénération commence quelques années après la coupe d'ensemencement par une série de dégagements et de dépressages qui ont pour but d'enlever la concurrence indésirable faite aux jeunes tiges. Pour être efficaces, ces dégagements sont généralement effectués tous les un à trois ans, selon l'essence, la station, la qualité de la régénération et la structure du peuplement. Une façon de procéder peut consister à ramener le coût de ces opérations en une seule fois au début sous forme du paramètre b. La valeur du paramètre b dépend de ce qu'on y compte comme opérations et la structure du peuplement. Par exemple, le coût de la préparation du sol (labour), des dégagements et des dépressages (qui vont intervenir durant une dizaine d'années après la régénération naturelle et quelques années après la plantation). Pour le système des coupes progressives, si on englobe l'ensemble des coûts, 2500 euros/ha semblent un coût raisonnable correspondant à la norme utilisée par Bakouma (2002) pour les hêtraies régulières du Nord-Est de la France. En revanche, pour les futaies irrégulières, le nombre et la fréquence des interventions nécessaires (par hectare et par an) sont très nettement moins conséquent car la structure du peuplement installe la régénération au fur et à mesure et souvent par trouées pour remplacer les arbres morts et exploités. Ainsi, les experts estiment que les interventions nécessaires à la régénération nécessitent en moyenne 0,25 heures par hectare et par an et représentent un coût annuel de 5 euros/ha (coût de main d'œuvre 20 euros/heure). Ainsi, en ramenant le coût de ces opérations répétées à l'infini en une seule fois au début (sous forme du paramètre b), on arrive à 200 euros/ha.

Coûts fixes annuels

Cette catégorie de dépenses regroupe tous les frais fixes annuels, comme ceux de garderie en forêt, ainsi que les impôts fonciers. Selon Bakouma (2002), les frais annuels de gestion et les impôts, s'élèvent à 30 euros par hectare et par an. La somme actualisée des coûts fixes dans un intervalle des coupes de t années se calcule comme suit :

$$D_{fixe} = D_{an}.\frac{(1+r)^t - 1}{r.(1+r)^t} \quad (4.7)$$

avec :

D_{fixe} : Somme actualisée des coûts fixes annuels pour un intervalle des coupes de t années
D_{an} : Coûts fixes annuels
t : Période sur laquelle la somme actualisée des coûts fixes annuels est calculée

Coûts de réalisation d'une coupe

Cette catégorie de coûts représente l'ensemble des frais occasionnés pour la réalisation des coupes, comme les frais de martelage (hors le coût d'exploitation). Les frais de coupe ont été souvent distingués selon le type de coupe. Par exemple, Calvet (1998) a distingué entre le coût d'une éclaircie (de l'ordre de 50 euros par coupe) et le coût d'une coupe rase (de l'ordre de 70 euros par coupe) pour le pin maritime. Dans un modèle général de décision, il vaudrait mieux prendre une formule convenant aussi bien dans le cas régulier que jardiné. Il semble que les coûts de la réalisation d'une coupe dépendent à la fois du volume, et de la surface sur laquelle la coupe est répartie. Les coûts de réalisation d'une coupe par hectare doivent être donc du type :

$$D_{coupe} = c.V_{coupe} + d \quad (4.8)$$

avec

D_{coupe} : Coûts de réalisation d'une coupe par hectare
V_{coupe} : Volume de la coupe
c et d : Paramètres du modèle

Pour les paramètres c et d, égaux à 0,5 euros/m3 et 50 euros/ ha, on trouve des résultats plausibles pour différents types de coupe. Par exemple, pour une éclaircie de 50 m3, le coût d'éclaircie serait de 75 euros, alors que pour une coupe rase de 200 m3, le coût d'éclaircie serait de 150 euros.

Taux d'actualisation

Le taux d'actualisation de référence sera pris, tel que le taux qui égalise la valeur du fond calculée selon la formule de Faustmann, et la valeur observée sur le marché, soient égalisées[91] (figure 4.5).

[91] On rappelle cependant que la valeur selon Faustmann n'intègre que les revenus (et les dépenses) liés à la production de bois alors que la valeur observée sur le marché intègre en plus les revenus de la chasse (de plus en plus importants) mais

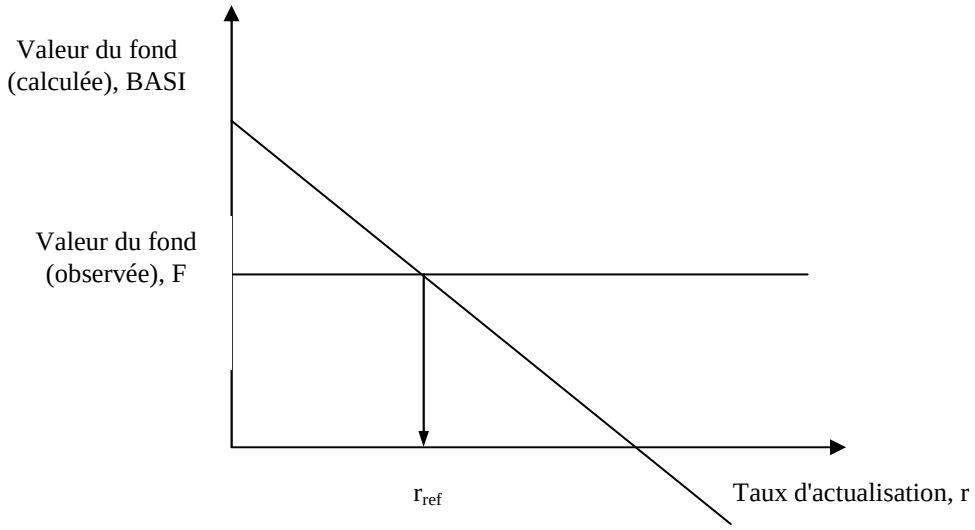

Figure 4.5 : Relation entre la valeur du fonds estimé par le BASI, la valeur du fonds observée sur le marché, et le taux d'actualisation.

Comme il doit y avoir une sorte de cohérence et d'égalité entre les valeurs, calculée et observée, d'un actif, le taux d'actualisation de référence peut être utilisé dans les calculs économiques, à condition que la valeur observée du fonds soit réaliste. En revanche, la valeur observée du fonds ne rend en général pas compte l'effet de la sylviculture qui lui est appliquée (Peyron et al, 1998 et Peyron, 1998). En outre, il n'existe malheureusement pas de suivi régulier de la valeur des fonds forestiers. Seule la valeur moyenne des forêts sur le marché fait l'objet d'un suivi avec une estimation globale des peuplements et du fonds qui les porte (SCAFER[92] et SFCDC[93]). Puisque cette information ne couvre pas le prix du fonds nu, une enquête spécifique a été réalisée par le Laboratoire d'Économie Forestière (LEF) en 1996 auprès du service départementale des domaines des DGI (Direction Générale d'Impôt). Elle a permis d'établir une valeur moyenne des fonds nus (ou terrains à reboiser) de l'ordre de 800 euros à l'hectare. Cette valeur était de l'ordre du tiers de la valeur moyenne des forêts sur le marché. Elle a été calculée sur la base des valeurs moyennes issues des données de la Direction Générale des Impôts, qui ne sont plus publiées aujourd'hui. Afin d'éviter de recommencer chaque année une telle enquête, la valeur du fonds a été indexée sur celle du marché des forêts (SCAFER). La valeur du fonds est donc supposée suivre celle de la forêt tout entière et n'a été effectivement estimée que sur l'année 1996[94]. Les valeurs du fonds ainsi obtenues sont ensuite transformées en euro constant de 2003[95]. Le graphique ci-dessus permet de visualiser la variation de la valeur du fonds forestier en euro constant 2003 dans la période 1980-1998.

aussi les biens et services non marchands de la forêt. Or, la valeur du fonds observée sur le marché est une grandeur moyenne à l'échelle nationale, ce qui rend très difficile toutes pondérations nécessaires pour écarter l'impact des bénéfices non bois.

[92] Le Service central d'aménagement foncier et rural (SCAFR).

[93] Société Forestière de la Caisse des Dépôts et Consignations (SFCDC).

[94]Voir : Note de méthode des comptes de la Forêt, publiée par l'IFEN (août 2005). http://www.ifen.fr/publications/nm/notemeth.htm

[95]Pour ce faire, nous avons utilisé les indices du pouvoir d'achat de l'Euro, pubié par l'INSEE http://www.insee.fr/fr/indicateur/achatfranc.htm.

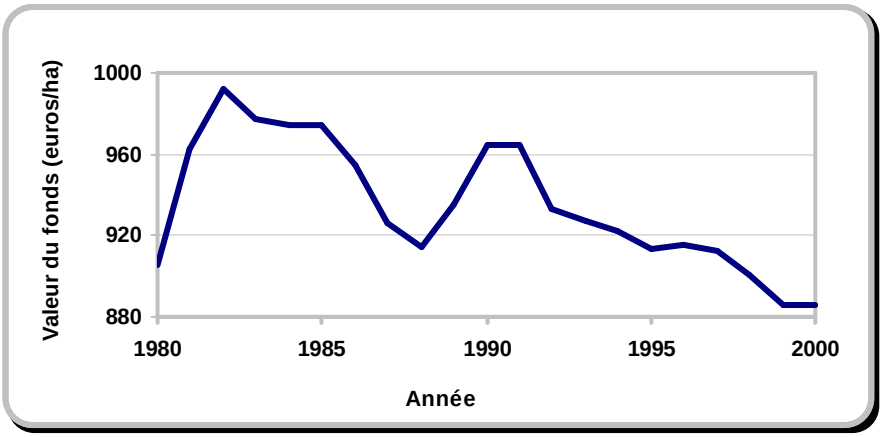

Figure 4.6 : Variation de la valeur du fonds dans la période 1980-2000 (en euro constant 2003)

Ainsi, la moyenne de la valeur du fonds observée dans les 20 dernières années en euro constant 2003 s'élève à 935 euros. C'est donc cette valeur moyenne qui sera utilisée par la suite pour révéler le taux d'actualisation de référence. On suppose que le taux d'actualisation ainsi calculé, est un taux moyen, unique et constant dans le temps.

Risque

Le risque catastrophique est lié aux événements catastrophiques : il n'est pas pris en compte au niveau du modèle dendrométrique mais dans le modèle de décision et se traduit par l'anéantissement de surfaces entières (éventuellement petites mais qui entraînent un retour au fonds). On distingue donc essentiellement les risques de tempête, d'incendie et des événements exceptionnels.

Tempêtes exceptionnelles

Selon Doll et Riou-Nivert (1991), les premiers renseignements fiables sur les grands chablis ne remontent qu'au milieu du XIXe siècle. Basé sur les données temporelles de tempête depuis 1990, Doll et Riou-Nivert (1991) ont expliqué que "le phénomène de chablis paraît s'intensifier en importance et en fréquence ces cinquante dernières années, quoique le spectre soit très irrégulier et l'espace-temps considéré faible pour un processus qui devrait s'observer à l'échelle temporelle des phénomènes climatiques" (Figure 4.7).

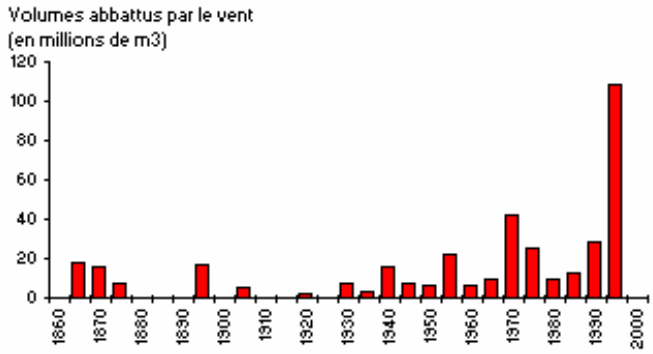

Figure 4.7 : Les volumes abattus par le vent depuis 1900 en France (d'après Doll et Riou-Nivert, 1991)

Comme l'a bien indiqué Doll et Riou-Nivert (1991), la figure 4.7 fait penser que le phénomène de chablis paraît s'intensifier en importance et en fréquence ces cinquante dernières années. Or, il ne semble pas qu'il y ait une quelconque évidence permettant d'affirmer que nous assistons à une augmentation de la tempétuosité. En effet, on ne peut pas affirmer la hausse de la tempétuosité en se fondant sur les cent dernières années et en y intégrant des phénomènes comme la tempête de 1999 qui ont une période de retour très longue. En revanche, à phénomène météorologique équivalent, les dommages forestiers augmentent au cours du temps en raison de l'évolution forestière : les surfaces boisées ont quasiment doublé en France en deux siècles, les volumes de bois ont été multipliés au moins par quatre et la hauteur d'arbres est aujourd'hui bien plus grande, rendant la futaie plus sensible aux intempéries que ne l'était le taillis. Une tempête cause donc aujourd'hui en forêt des dégâts bien plus considérables que la même tempête l'aurait fait, il y a quelques décennies.

Basé sur les tempêtes enregistrées dans le Nord-Est de la France depuis 1900, selon les bases de données de Doll et Riou-Nivert (1991), du Service Central des Enquêtes et des Etudes Statistiques (SCEES) du ministère de l'agriculture (1999) et le rapport de l'IFEN (Institut Français de l'Environnement, 2004), nous avons calculé le pourcentage de bois sur pied affecté par les chablis dans le Nord-Est de la France depuis 1900. A défaut des informations (relatives à la tempête) sur une période assez longue pour intégrer le temps de retour des phénomènes très exceptionnels comme la tempête de 1999, la probabilité moyenne de grands chablis dans les 100 dernières années (en pourcentage) peut être calculée simplement en divisant, la somme des pourcentages du volume du bois sur pied affecté dans la période 1900-2000, par l00 ans. Ainsi, on obtient une probabilité moyenne de 0,134 %.

Incendie

En ce qui concerne les incendies, la réponse dépend beaucoup de la région et de l'essence. Dans le Midi méditerranéen où la forêt occupe environ 2,7 millions d'hectares, les surfaces incendiées chaque année sont en moyenne de 20000 ha soit une probabilité annuelle d'incendie de 0,7 à 0,8 %. Dans certaines zones de ce même Midi, la période de retour des incendies est de 25 ans (soit une probabilité de 4 %). De manière générale en France, pour une surface boisée de l'ordre de 15 millions d'hectares, les surfaces incendiées annuellement sont de 30 000 hectares/an environ, soit une probabilité de 0,2 % (dont deux-tiers du fait du midi méditerranéen). En revanche, pour le hêtre et dans le Nord-Est de la France, cette probabilité est très basse. Basé sur les données des Statistiques Forestières, le rapport surfaces incendiées sur surfaces boisées totales, dans le Nord-Est de la France pour la période (1981-2003) est de l'ordre de 0,006 %.

Evénements exceptionnels (sécheresse exceptionnelle ou autres événements climatiques et diverses maladies possibles)

Les étés 2003-2005 comme ceux de 1976 et 1989-1991 étaient marqués par un déficit pluviométrique plus ou moins important, accentué par une canicule intense et prolongée. Le Département de la Santé des Forêts (DSF) fournit une base de données sur les conséquences catastrophiques et non catastrophiques des événements climatiques exceptionnels. Selon cette base de données, la période de sécheresse 2003-2005 a touché plus fortement les feuillus en termes d'incidence visuelle (par exemple, dessèchement, altération de couleur et chute de feuilles) que les résineux, plus affectés en termes de taux de mortalité (Belrose et al. 2006). La hausse du taux de mortalité peut être non seulement due à la sécheresse mais également aux attaques d'insectes ravageurs et aux pathogènes, comme effets indirects de la sécheresse (Piou, 2006 et Belrose et al. 2006). Selon Belrose et al. (2006), excepté la mortalité due aux tempêtes, la hausse

de la mortalité observée dans la période 2003-2005 est la plus forte mortalité observée depuis la création du réseau DSF en 1989. Selon les données du DSF, la hausse moyenne du pourcentage d'arbres morts dû à la sécheresse et à des maladies dans la période 2003-2005 est de l'ordre de 0,45 % avec un temps de retour de 13 à 14 ans. La probabilité moyenne peut être calculée donc à 0,033 %. Cependant, le temps de retour et le niveau de mortalité dans l'avenir dépendra essentiellement des conditions climatiques et du développement éventuel de divers parasites.

La probabilité moyenne du risque catastrophique s'élève à 0,17 %. Cette probabilité calculée est compatible avec l'avis des experts qui estiment, dans un domaine réaliste, une probabilité moyenne catastrophique de 0,2 % pour les conditions actuelles.

Ainsi, en couplant les modules dendrométrique et économique, développés dans les trois derniers chapitres, nous avons élaboré un outil préliminaire et simple de simulation (modèle de gestion), applicable à différentes essences et adapté à différentes structures forestières.

I.3 Méthode d'optimisation ou de simulation

La littérature sur l'optimisation de la gestion forestière relève d'une diversité d'approches méthodologiques, utilisées dans l'optimisation de la sylviculture et de l'âge d'exploitation. En général, on peut distinguer deux types d'approches : les méthodes de simulation et les méthodes d'optimisation. Les méthodes de simulation sont utilisées plutôt pour décrire le monde réel que pour trouver une solution optimale. En sylviculture, elles consistent à simuler un ensemble de scénarios d'éclaircie, selon l'âge d'exploitation, le calendrier, l'intensité et la nature des éclaircies afin d'analyser les conséquences possibles de différents scénarios de gestion. La plupart des études sur les modèles de croissance est basées sur ce type d'approches (Maugé, 1975). Ainsi, comparant les différents scénarios possibles, le décideur peut choisir le meilleur d'entre eux. Par exemple, dans une étude économique sur la sylviculture optimale des futaies régulières du hêtre, Bakouma (2002) a comparé l'efficacité des différents scénarios d'éclaircie selon les densités, initiale et finale. Or, les solutions trouvées par ces méthodes ne sont pas forcément optimales. En revanche, la recherche d'une solution approchée de l'optimum nécessite le balayage coûteux d'une quantité immense de scénarios possibles. Cependant, l'emploi des méthodes de simulation est utile notamment là où le nombre de scénarios admissibles est assez limité.

A la différence des méthodes de simulation, les méthodes d'optimisation cherchent à déterminer l'optimum d'une fonction objectif par rapport à un ensemble de contraintes. Dans notre cas, il s'agit du critère économique de décision c'est-à-dire le bénéfice actualisé à l'infini, supposé être poursuivi par le décideur. L'hypothèse sous-jacente consiste à penser que la fonction mathématique accompagnée des contraintes peut être résolue mathématiquement via une approche analytique ou numérique. Ainsi, on cherche le meilleur niveau pour un critère donné, sous certaines contraintes. On distingue, entre autres, 3 grands types de méthodes d'optimisation qui sont : dynamique, linéaire et non linéaire.

L'optimisation dynamique est une technique d'optimisation séquentielle pour les problèmes caractérisés par les étapes distinctes de décision. Cette approche peut être utilisée pour les problèmes non linéaires, surtout quand la garantie de l'optimum général est impossible, ou bien quand la fonction objectif n'est pas différentiable (Guo, 1994, Bakouma, 2002). Cependant, lorsque le peuplement est défini par plusieurs classes de diamètre (et pas par le diamètre de l'arbre moyen) l'optimisation dynamique n'est pas conseillée, du fait de la taille du problème (Guo, 1994). Ainsi, lorsque l'optimisation prend en compte la distribution des diamètres, ce sont les méthodes d'optimisation linéaire et non linéaire qui sont utilisées.

L'optimisation linéaire peut être utilisée lorsque la fonction objectif et les contraintes sont linéaires. L'optimisation non linéaire est une généralisation de l'optimisation linéaire dans laquelle la fonction objectif et les contraintes ne sont pas forcément linéaires. Cependant, l'optimisation non linéaire n'assure pas que l'optimum trouvé soit l'optimum général du problème. En effet, en raison de la non-convexité (ou la non-concavité) des problèmes, les optimums trouvés par l'optimisation ne sont que des optimums locaux. Or, les problèmes liés à la gestion optimale des peuplements forestiers sont le plus souvent non-convexes (Haight et Monserud, 1990 a, 1990 b, Guo, 1994). En effet, les effets de la non linéarité de la croissance de l'arbre et du peuplement et du critère de décision (terme d'actualisation de nature exponentielle) rendent improbable la convexité du problème (Guo, 1994). Ainsi, la solution trouvée par l'optimisation non linéaire dépend considérablement des valeurs initiales des variables de décisions (Haight et Monserud, 1990, a).

Le solveur, dit What'sBest!7.0® (Lindo Systems), est capable de trouver une solution assez rapidement pour des problèmes complexes du type linéaire et non linéaire (par plusieurs approches dont méthode de gradient) avec une capacité illimitée en termes de nombre de variables de décision (variables à optimiser) et de contraintes. Il s'agit d'une macro complémentaire de Microsoft Excel® qui peut être facilement intégrée dans la feuille de simulation déjà établie.

L'algorithme d'optimisation (technique de gradient) commence avec une estimation des variables de contrôle, l'exploitation et la plantation, puis il essaie d'améliorer la fonction objectif (la valeur de la forêt) en modifiant successivement les variables de contrôle. L'approximation des variables de contrôle se fait à l'aide de leurs dérivées partielles permettant de déterminer la direction et la magnitude du changement des variables (le gradient) jusqu'à ce que l'amélioration de la fonction objectif soit inférieure au seuil de tolérance préfixé. Cependant, pour les problèmes non convexes, l'optimum trouvé ne peut être qu'un optimum local.

Couplé avec ce solveur puissant, la feuille de simulation présentée dans la section précédente peut être considérée comme un outil préliminaire et simple de simulation et d'optimisation, calibré dans le cas du hêtre dans le Nord-Est de la France (Modèle de Gestion du hêtre, MGH). C'est donc cet outil qui sera utilisé dans les exemples d'applications.

II. Illustrations dans le cas des hêtraies du Nord-Est de la France

Outre les capacités propres à chaque modèle (qui ont été mises en évidence à la fin de chaque chapitre correspondant), les illustrations ont pour objet de montrer les capacités de l'ensemble des modèles calibrés sur les peuplements de toutes structures ; par rapport aux modèles existants, calibrés uniquement sur une seule structure. Partant d'un peuplement à un état initial défini, l'outil simple développé dans la section précédente, permet de définir, d'optimiser et de comparer les divers scénarios possibles (y compris la conversion vers un peuplement régulier ou irrégulier), ce qui n'est pas faisable à partir des modèles calibrés uniquement sur une seule structure. On rappelle encore une fois que les illustrations sont abordées à titre d'exemple afin de montrer l'utilité de ces ensembles de modèles (Modèle de Gestion du Hêtre, MGH) pour étudier l'économie des hêtraies de toutes structures dans différents contextes économiques. Les applications plus précises et plus détaillées nécessitent évidemment un travail à part qui sortent de l'objectif de cette thèse.

Formulation générale du problème et des contraintes

Sous les hypothèses standards de Faustmann (prix, coût, taux d'actualisation et productivité constante), la valeur du peuplement se définit comme la somme des revenus nets actualisés jusqu'à l'infini. Comme on l'a déjà indiqué, la valeur de la forêt est le modèle général de décision qui permet de s'affranchir de la dichotomie classique des peuplements forestiers, réguliers et irréguliers. Il s'agit d'un modèle en temps discret de décision pour un peuplement isolé sans aucune contrainte sur la structure ou l'âge du peuplement :

$$W_{ih} = \sum_{t=1}^{h} \frac{B_t[H(t), PU, D]}{(1+r)^t} \cdot \frac{(1+r)^h}{(1+r)^h - 1} \qquad \text{(Rappel, 3.79)}$$

Le problème général d'optimisation de la gestion d'un peuplement à un état initial parfaitement défini, consiste à chercher les séquences d'exploitation optimale, H(t), telle que la valeur de la forêt soit maximisée sous certaines contraintes et dans une période suffisamment longue de h. Evidemment, en imposant des contraintes sur la façon dont le peuplement est constitué (par plantation, par coupes progressives ou par maintien du stock de bois sur pied) et sur l'exploitation, on peut limiter la quête de l'optimum dans un contexte régulier, irrégulier ou celui plus général correspondant à la conversion régulier-irrégulier et vice-versa. Par la suite, les contraintes générales et spécifiques à la structure du peuplement, seront présentées.

Contraintes générales du modèle de décision

Le problème d'optimisation d'un peuplement existant consiste à optimiser les vecteurs H(t) dans un horizon de h années, la valeur de la forêt est maximisée sous les contraintes de faisabilité, de croissance et de prix. Les contraintes de faisabilité comprennent deux contraintes selon lesquelles l'exploitation au temps 0 et au temps t sont respectivement égales ou inférieures au stock initial, au temps 0, X(0), et au stock au temps t, X(t).

$$0 \le H(0) \le X(0) \qquad (4.9)$$

$$0 \le H(t) \le X(t) \quad t = 1,2,.... \qquad (4.10)$$

L'évolution et les revenus futurs du peuplement au cours du temps sont conditionnés par un modèle de croissance, d'une part, et des séquences d'exploitation et du prix, d'autre part. Le modèle de croissance simule l'état du peuplement au temps t, $X(t)$, selon les variables du peuplement au temps t-1, tel que (Haight, 1990, Buongiorno et al. 1995):

$$X(t) = M[RDI(t-1)].C[RDI(t-1)].[X(t-1) - H(t-1)] + F[RDI(t-1)] \qquad (4.11)$$

avec

$M[RDI(t-1)], C[RDI(t-1)]$ *et* $F[RDI(t-1)]$: Respectivement les matrices de mortalité (proportions des arbres qui survivent entre t-1 et t , t=1 à n) et de croissance (proportions des arbres qui sortent de chaque classe à t, t=1 à n) ainsi que le vecteur de passage à la futaie, dans la plus petite classe de diamètre (le nombre de tiges qui entre dans la classe 10 cm)

RDI (t) : Densité relative du peuplement au temps t

La matrice de transition (de dimension n), $M[RDI(t-1)].C[RDI(t-1)] = G[RDI(t-1)]$, comprend les proportions des arbres qui restent dans la période [(t-1), t] et sortent de chaque classe de diamètre à t, t = 1 à n. Ainsi, le produit de la matrice de transition, $G[RDI(t-1)]$, et le vecteur de l'état du peuplement après l'exploitation, $[X(t-1) - H(t-1)]$, plus le vecteur de recrutement dans la période [(t-1), t], permet de simuler l'état du peuplement au temps t. On peut supposer dans un premier temps, que les paramètres des modèles de prix et de croissance sont constants dans le temps. Ainsi, les contraintes de croissance et de prix sont les suivantes :

$$X(t) = M[RDI(t-1)].C[RDI(t-1)].[X(t-1) - H(t)] + F[RDI(t-1)] \quad t = 1,2,.....n \tag{4.12}$$

$$P(t+1) = P(t), \quad t = 1,2,..... \tag{4.13}$$

Une autre contrainte générale du modèle consiste à respecter certaines règles sylvicoles dont le pourcentage maximal du volume total des bois sur pied au temps t, V_T(t), qui peut être enlevé à chaque coupe. A part des coupes définitives ou de coupe rase, ce pourcentage maximal dépend de la périodicité des coupes. Plus l'intervalle des coupes est grand, plus le pourcentage du stock qui part en coupe est important. Cependant, quelle que soit la périodicité des coupes, les experts déconseillent les taux de coupe supérieurs à 30 %. Néanmoins, le taux de coupe peut aller exceptionnellement jusqu'à 50 % du volume des bois sur pied.

$$H(t) \leq 0.5.V_T(t) \tag{4.14}$$

Selon le contexte, le gestionnaire peut imposer plusieurs contraintes supplémentaires.

Contraintes spécifiques à la structure du peuplement

Dans le cas d'un peuplement régulier ou irrégulier on peut imposer plusieurs contraintes spécifiques. Par exemple, en imposant la contrainte d'exploitation de la totalité du peuplement à un âge n prédéfini la quête de l'optimum se délimite dans le cadre d'une plantation ou d'un système de coupes progressives :

$$H(n) = X(n) \tag{4.15}$$

Dans ce cas, on impose également un coût de constitution du peuplement ou de régénération naturelle de l'ordre de 2500 euros/ha.

De même, en imposant certaines contraintes spécifiques, on peut délimiter la quête de l'optimum dans le cadre d'une futaie irrégulière. Par exemple, les contraintes de vraisemblance servent à exclure des scénarios non admissibles pour une futaie irrégulière. Par exemple, les coupes devraient laisser un volume minimal des bois sur pied car, sinon, la quête de l'optimum sort du domaine admissible de la futaie irrégulière. En général, trois contraintes peuvent être définies :

1- La première contrainte sert à assurer le maintien permanent d'un volume minimal de bois sur pied, V_{min}. En général, les experts déconseillent de diminuer le volume d'un peuplement irrégulier en dessous de 100 m3/ha.

$$V_T(t) \geq V_{\min} \quad t = 1,2..... \tag{4.16}$$

2- La deuxième contrainte consiste à définir un volume maximal de bois sur pied en dessus duquel, la régénération naturelle peut être insuffisante pour garantir un état stationnaire de production. Ce volume maximal est en général fixé à 250 m3/ha ou une surface terrière de 20 à 25 m2.

$$V_T(t) \leq V_{\max} \quad t = 1,2..... \tag{4.17}$$

3- La troisième contrainte vise à maintenir une certaine égalité entre les volumes récoltés à chaque coupe. Cette contrainte s'impose pour garantir une utilisation efficace des possibilités mises à disposition du gestionnaire de la forêt, comme les machines d'exploitations et les employés. Dans la pratique, les gestionnaires souhaitent que l'écart des deux récoltes successives ne dépasse pas 25 à 30 %. Pour un intervalle des coupes de 10 ans, la contrainte peut s'écrire comme suit :

$$\left| \frac{H(t+10) - H(t)}{H(t)} \right| \leq 0.3 \tag{4.18}$$

Cependant, cette contrainte peut être respectée en imposant la contrainte d'atteindre un état stationnaire. Un autre groupe de contraintes spécifiques à la futaie irrégulière est lié à l'état stationnaire. Par exemple, la contrainte d'arriver à un état stationnaire non prédéfini dans T années, garantie que l'état du peuplement après coupe, X(T), reste constante à partir de l'année T (c'est-à-dire après la période de transition).

$$X(T) = X(T+1) \tag{4.19}$$

En revanche, la contrainte d'arriver à un état stationnaire prédéfini de X* dans T année peut s'écrire comme suit :

$$X(T) = X^* \tag{4.20}$$

Dans ce cas, on impose également un coût de constitution du peuplement (par trouée) ou de régénération naturelle de l'ordre de 200 euros/ha ou un coût annuel de 5 euros/ha par an.

Basé sur le critère général de décision, on peut étudier 3 situations possibles dans la gestion des peuplements forestiers, selon leurs structures objectives :

- Gestion d'un peuplement régulier
- Gestion d'un peuplement irrégulier
- Gestion de la conversion régulier-irrégulier et inversement.

Les exemples d'applications portent tous sur les peuplements de productivité potentielle moyenne (9,5 m3/ha/an, volume bois fort) correspondant à une fertilité moyenne (H_{100}) de 27,5 m à 100 ans. Ils se situent d'abord dans un contexte sans risque, puis dans un environnement risqué. En raison de l'ampleur de ce travail, les autres cas de figures comme le contexte stochastique (prix), multifonctionnel, multifonctionnel-risqué etc. ne sont pas abordés. Le contexte risqué se définit par une probabilité cumulée des événements catastrophiques, q, tels que la tempête et l'incendie ou autres événements climatiques et diverses maladies possibles. Quant au taux de sauvetage, 3 modalités ont été prises en compte, sauvetage intégral, sauvetage partiel (50 %) et sauvetage nul.

II.1 Cas d'un peuplement régulier

Contexte sans risque et sans aménités

Supposons une hêtraie régulière de productivité moyenne qui vient d'être régénérée dans le Nord-Est de la France. Quant au choix du taux d'actualisation, on a choisit le taux qui égalise la valeur optimale du fonds d'un peuplement de productivité moyenne avec la valeur moyenne observée sur le marché (935 euros/ha en euro constant 2003). Ce faisant, on trouve un taux d'actualisation de l'ordre de 2,5 %. Le problème consiste à déterminer l'âge d'exploitation et la sylviculture optimale du peuplement, exprimés par les séquences d'éclaircies par classes de diamètre d'un cycle de 10 ans. Pour ce faire nous comparons le bénéfice actualisé à l'infini du peuplement avec et sans éclaircie, pour une gamme de l'âge d'exploitation entre 80 ans à 140 ans d'intervalle de 20 ans. On suppose que les éclaircies peuvent se produire avec un cycle de 10 ans, à partir de 40 ans. Cependant, le nombre d'éclaircies se détermine par l'optimiseur, dans le sens où il propose les éclaircies seulement lorsqu'elles sont profitables. Plus les éclaircies sont espacées dans le temps, plus l'intensité des éclaircies augmente et vice-versa. La recherche de la sylviculture optimale du peuplement (l'intensité et le type d'éclaircie) est difficile car les algorithmes d'optimisation non linéaire ne peuvent pas garantir que l'optimum trouvé soit l'optimum général du problème. Ainsi, l'optimum trouvé peut dépendre des valeurs initiales définies (les éclaircies des classes de diamètre jusqu'à l'âge d'exploitation). Une solution pour se rapprocher de l'optimum général, consiste à balayer les optimums locaux en imposant une contrainte sur les indices de densité, initiale et finale, puis à choisir le plus grand d'entre eux. Les optimisations nous ont montré que l'optimum correspondant aux densités, initiale et finale (après éclaircie) de 0,35 et 0,3, dispose du BASI le plus grand. Les résultats de l'optimisation pour le taux d'actualisation de 2,5 %, avec et sans éclaircie, sont présentés dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1 : Comparaison du bénéfice actualisé à l'infini d'une hêtraie régulière pure de productivité moyenne, avec et sans éclaircie, selon l'âge d'exploitation (le taux d'actualisation de 2.5 %)

Situation d'éclaircie	Age d'exploitation				
	60	80	100	120	140
Avec éclaircie	-2240	-156	558	935	800
Sans éclaircie	-3199	-2443	-1863	-1755	-2003

Comme on le constate dans le tableau 4.1, les peuplements sans éclaircie sont considérablement moins rentables que les peuplements avec éclaircie. Le gain en bénéfice actualisé à l'infini du peuplement avec éclaircies vient d'éclaircies, régulières et assez fortes commencées depuis l'âge de

45 ans. Comme on le constate dans le tableau 4.1, le bénéfice actualisé d'une hêtraie sans éclaircie reste toujours négatif, et largement inférieur à celui d'une hêtraie avec éclaircie.

Les figures 4.8 et 4.9 présentent la relation entre la valeur du fonds (BASI) et l'âge d'exploitation, pour la hêtraie régulière avec et sans éclaircie.

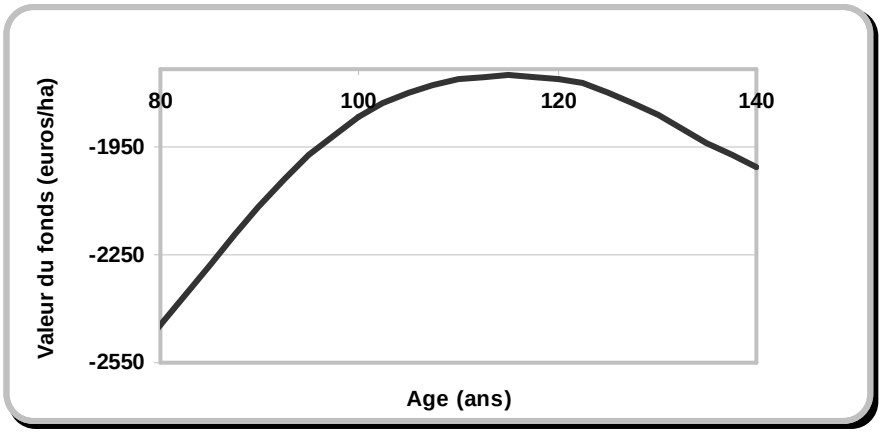

Figure 4.8 : Relation entre la valeur du fonds (BASI) et l'âge d'une hêtraie pure de productivité moyenne, sans éclaircie (taux d'actualisation 2.5 %)

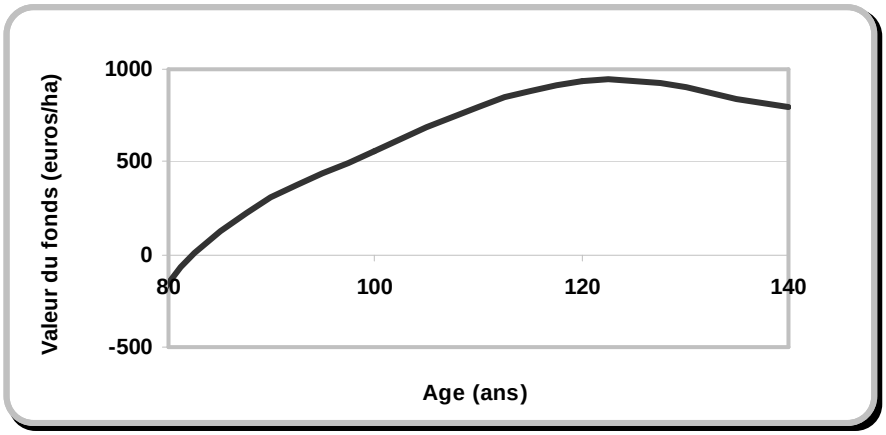

Figure 4.9 : Relation entre la valeur du fonds (BASI) et l'âge d'une hêtraie pure de productivité moyenne avec éclaircie (taux d'actualisation 2.5 %)

Comme on le constate sur la figure 4.8, le BASI de la hêtraie sans éclaircie culmine à un âge d'exploitation de 115 ans pour une valeur du fonds de -1755 euros/ha. En revanche, le bénéfice actualisé à l'infini d'une hêtraie avec éclaircie est positif à partir de l'âge 85 ans et atteint sa valeur maximale de 935 euros/ha à l'âge de 120 ans. En comparant les deux figures 4.8 et 4.9, on remarque que le BASI, sous régime sans éclaircie, présente une plus grande sensibilité en fonction de l'âge d'exploitation, par rapport au BASI sous régime avec éclaircie. Cette sensibilité se traduit par un coût d'opportunité important en cas d'erreur sur l'âge d'exploitation lié à l'actualisation des revenus futurs. L'effet de l'actualisation est néanmoins d'autant plus élevé que la totalité du revenu sera réalisée à la coupe finale, comme dans le cas sans éclaircie. En revanche, dans le régime avec éclaircie où les revenus sont issus de différentes coupes intermédiaires, la sensibilité du BASI à l'âge, a donc nettement diminué. Le régime optimal d'éclaircie en termes d'indice de densité relative (RDI) est visualisé dans la figure 4.10.

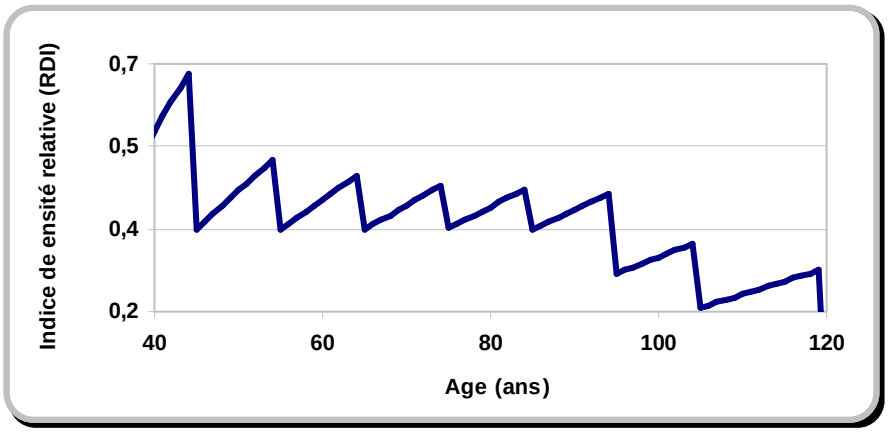

Figure 4.10 : Evolution de l'indice de densité relative après éclaircie d'une hêtraie pure de productivité moyenne, avec un taux d'actualisation de 2.5 % à 120 ans

Le régime optimal d'éclaircie commence par de fortes éclaircies à l'âge de 40 ans en ramenant la densité relative du peuplement (RDI) à 0,35, puis il tend à garder le RDI entre 0,35 et 0,45 jusqu'à 95 ans. A partir de l'âge de 95 ans jusqu'à 120 ans, le régime optimal d'éclaircie consiste à rabaisser progressivement le RDI vers une densité optimale de 0,3 à 120 ans, suivi par une coupe définitive. Afin de mieux comprendre la règle de décision de l'optimiseur, on distingue l'éclaircie par le haut et l'éclaircie par le bas.

L'éclaircie par le bas consiste à éclaircir les petits bois (éclaircie par le bas) afin de diminuer la densité du peuplement et donc d'accroître la croissance des arbres restants. La hausse de la croissance des arbres est susceptible d'augmenter le bénéfice actualisé à l'infini car cela réduit l'âge nécessaire pour arriver à un diamètre d'exploitation donné. En outre, la hausse de la croissance des arbres entraîne un prix plus élevé car le bois à croissance rapide est mieux apprécié par les industries du bois. En revanche, la hausse de la croissance via la baisse de la densité du peuplement entraîne une perte de production (du fait de la coupe d'une partie du stock producteur de bois, loi de Eichhorn) traduit par une baisse du bénéfice actualisé à l'infini en fonction de l'intensité de l'éclaircie. En outre, la baisse de la densité du peuplement peut favoriser la croissance du bois de houppier (à faible valeur) et donc diminuer la part du bois de tige hors houppier (à forte valeur) ainsi que la qualité visuelle du bois. Par conséquent, à partir d'un certain seuil, la baisse de la densité du peuplement peut entraîner une perte nette du bénéfice actualisé à l'infini. Selon le résultat obtenu de l'optimisation de la sylviculture du hêtre, ce seuil optimal de densité varie entre 0,35 à 0,45 en termes de densité relative du peuplement (jusqu'à 90 ans).

On remarque que la sensibilité du bénéfice actualisé à l'infini sur les premières éclaircies est beaucoup plus importante que sur les éclaircies suivantes. Ceci est lié au fait que les bénéfices immédiats obtenus par les premières éclaircies, sont forcément moins réduits par l'actualisation que les bénéfices des éclaircies plus tardives. Par ailleurs, l'impact des premières éclaircies sur la croissance des arbres peut s'étendre sur un horizon plus long (jusqu'à l'âge d'exploitation).

L'éclaircie par le haut commence dès 75 ans et consiste essentiellement à éclaircir les gros bois ayant un diamètre compris entre 50 à 55 cm (éclaircie par le haut)[96]. En effet, les gros bois

[96] Au plan financier, ce scénario est justifiable, mais au plan sylvicole, on enlève les sujets les plus dynamiques, les meilleurs dans le cas du hêtre, laissant les autres, moins bons, se reproduire. Ceci est parce que l'on n'a pas intégré les contraintes sylvicoles destinées à garder certaines tiges de bonnes qualités pour la régénération naturelle, ce qui est facilement intégrable dans les applications plus précises qui dépassent l'objectif de cette thèse.

partent en éclaircie si le taux de son accroissement en valeur dans les 10 prochaines années est moins important que le taux d'actualisation (condition d'optimalité du premier ordre du critère de Faustmann). La baisse progressive de la densité jusqu'à 120 ans, vient du fait qu'il y a de plus en plus d'arbres ayant atteint le diamètre exploitable de 50 à 55 cm. La baisse progressive de la densité de peuplement notamment à partir de l'âge de 95 à 120 ans, peut correspondre à la période de régénération naturelle du hêtre[97] pendant laquelle les semis s'installent et se développent avant la coupe définitive du peuplement. Enfin, à 120 ans, la coupe définitive enlève la totalité du peuplement d'un volume total de 315 m3/ha avec un diamètre moyen de 55 cm. Les deux figures ci-dessous présentent le régime optimal d'éclaircie par le bas et par le haut d'une hêtraie d'âge 60 et 100 ans ainsi que la répartition des tiges par classes de diamètre de la coupe finale à l'âge de 120 ans.

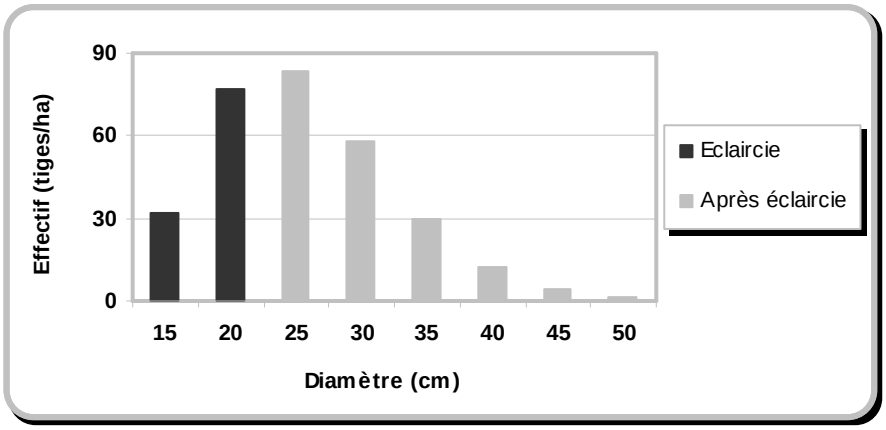

Figure 4.11 : Régime optimal d'éclaircie et répartition du nombre de tiges par classes de diamètre d'une hêtraie régulière de productivité moyenne à 60 ans

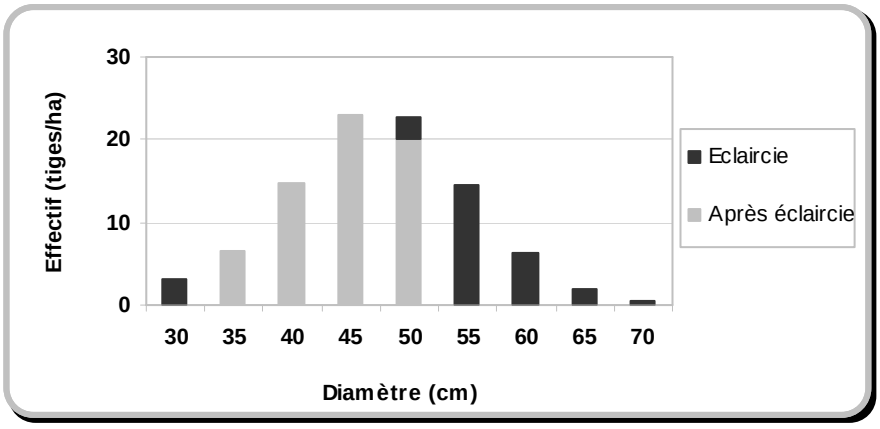

Figure 4.12 : Régime optimal d'éclaircie et répartition du nombre de tiges par classes de diamètre d'une hêtraie régulière de productivité moyenne à 100 ans

[97] La période de régénération naturelle commence par une coupe d'ensemencement qui introduit de la lumière au sol et facilite la germination des graines puis le développement de semis, et se poursuit par une à trois coupes dites secondaires avant la coupe définitive du reste du peuplement. En réalité, le peuplement suivant commence donc au moment de la coupe d'ensemencement qui, quant à elle, intervient au moment de l'âge d'exploitabilité du peuplement précédent. Les deux peuplements se chevauchent donc durant la durée de la régénération qui est en général de 10 à 15 ans pour le chêne, de 20 à 25 ans pour le hêtre et de 20 à 40 ans pour le sapin.

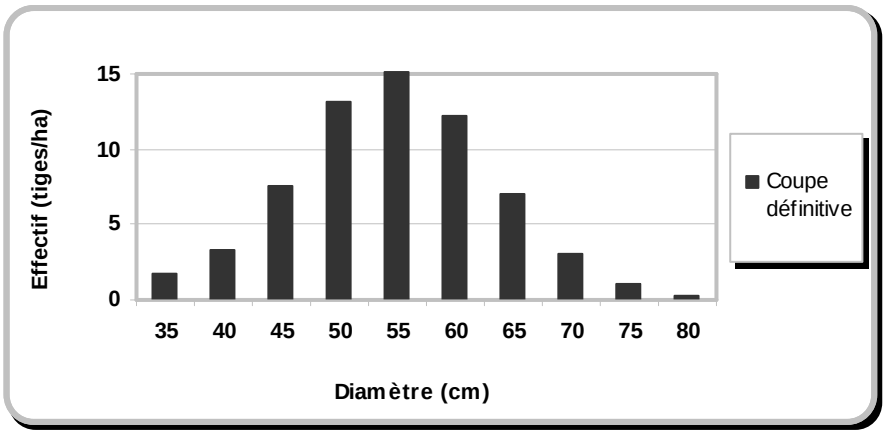

Figure 4.13 : Répartition du nombre de tiges par classes de diamètre de la coupe finale d'une hêtraie régulière avec éclaircie et de productivité moyenne à 120 ans

L'état du peuplement à 120 ans avec un itinéraire optimal d'éclaircie peut être comparé avec l'état du même peuplement à 120 ans sans éclaircie.

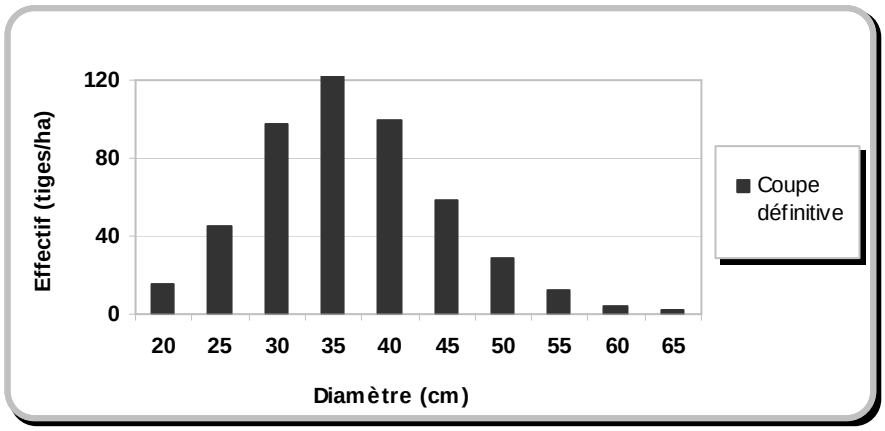

Figure 4.14 : Répartition du nombre de tiges par classes de diamètre de la coupe finale d'une hêtraie régulière sans éclaircie de productivité moyenne à 120 ans

En comparant les figures 4.14 et 4.13, on constate que l'itinéraire optimal d'éclaircie a augmenté le diamètre moyen du peuplement de 37 à 55 cm. En effet, la baisse de la densité du peuplement dans le scénario avec éclaircie produit une perte de production liée à la coupe des tiges (ou unités de production), d'une part, et un gain lié à la hausse de croissance des arbres restants et donc un diamètre moyen et un prix moyen des bois produits, d'autre part. L'optimisation a donc permis de choisir un itinéraire optimal pour maximiser le BASI.

Contexte risqué

Dans un contexte risqué on intègre la probabilité cumulée des risques catastrophiques dans l'approche de Faustmann selon le modèle développé en troisième chapitre (équation 3.90). L'optimisation de la gestion du peuplement a été réalisée pour 3 modalités de sauvetage (sauvetage inexistant, sauvetage partiel, sauvetage intégral). Les résultats d'optimisation sont présentés par la relation entre la valeur de la forêt et l'âge d'exploitation pour 3 modalités de sauvetage (figure 4.15).

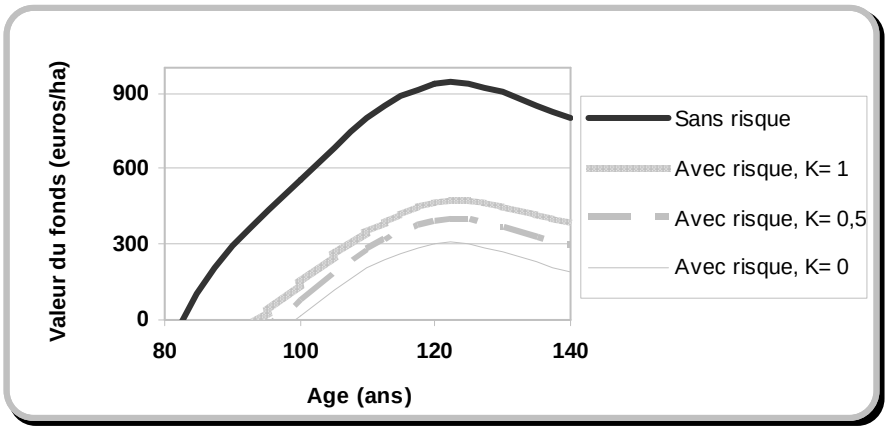

Figure 4.15 : Relation entre la valeur du fonds (BASI) et l'âge d'une hêtraie pure de productivité moyenne avec éclaircie (taux d'actualisation 2.5 %) en présence et en absence de risque

Comme on le constate sur la figure 4.15, la valeur du fonds forestier est très sensible au risque catastrophique et au taux de sauvetage. En comparant la valeur du fonds forestier en présence et en absence du risque à 120 ans, on s'aperçoit que l'intégration d'une probabilité assez faible du risque catastrophique (0,17 %) diminue la valeur du fonds de 50, 59 et de 67 % respectivement pour les modalités sauvetage intégral, sauvetage partiel (50%) et sans sauvetage. En effet, plus les revenus attendus se réalisent à long terme, plus la probabilité de passage d'un sinistre avant la récolte du peuplement augmente, plus la perte potentille liée à ces revenus est importante et donc plus l'espérance de la valeur du fonds diminue. L'effet du risque est d'autant plus élevé que la part des revenus attendus à long terme est importante. Ainsi, même si la probabilité de risque est faible, dans un horizon de 120 ans, la probabilité d'avoir au moins un seul sinistre avant la récolte du peuplement rapproche de 1, et donc l'espérance de la valeur du fonds diminue d'une façon importante.

En revanche, vu que le la probabilité du risque catastrophique (tempête et incendie) pour le hêtre (0,17 %) est assez faible et supposée exogène, son effet sur la sylviculture optimale est apparu minime, surtout avec les modalités de sauvetage intégral et partiel. Ainsi, comme on le constate sur la figure 4.15, l'âge d'exploitation du peuplement reste quasiment inchangé.

II.2 Cas d'un peuplement irrégulier

Contexte sans risque et sans aménités

Pour traiter le cas irrégulier, on doit considérer d'abord un peuplement de l'état initial parfaitement défini. L'état moyen des futaies irrégulières pures du hêtre dans le Nord-Est de la France peut être considéré comme l'état initial de cette étude du fait de sa représentativité pour les futaies irrégulière du hêtre dans cette région. L'état moyen étudié comporte un stock de bois sur pied de 103 m3/ha à une productivité moyenne. La répartition de l'effectif par classes de diamètre du peuplement est présentée dans la figure 4.16.

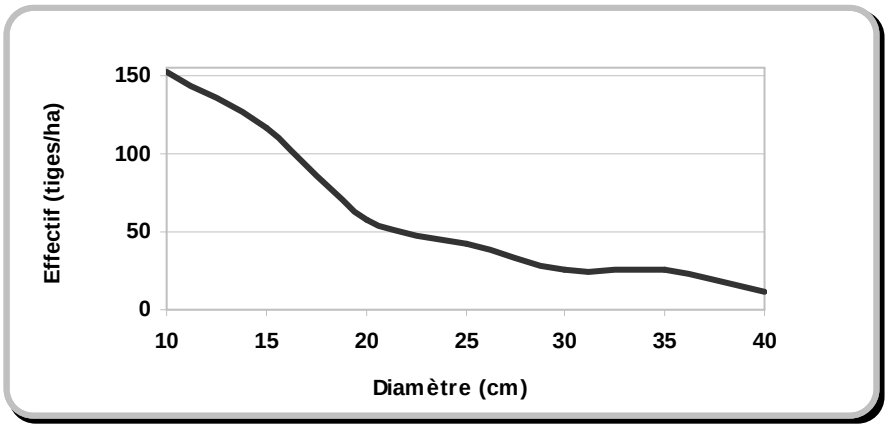

Figure 4.16 : Etat moyen des futaies irrégulières du hêtre au Nord-Est de la France

Dans un contexte déterministe, le problème des peuplements irréguliers consiste, entre autres, à répondre aux questions suivantes :

- Quel sont l'état stationnaire et le volume optimal des bois sur pied (quelle est la structure optimale) ?
- Quelle est la meilleure période de transition vers l'état stationnaire ? ou bien quelle est la gestion optimale du peuplement permettant d'arriver un état stationnaire optimale ?

Pour ce faire, on procède par deux approches :

- Approche marginaliste ou l'application directe du critère de Faustmann
- Approche de comparaison entre les états stationnaires ou le critère de Duerr

Approche marginaliste ou l'application directe du critère de Faustmann

Partant d'un état initial parfaitement défini, quel sera l'état stationnaire d'un peuplement irrégulier tel qu'on n'a pas intérêt à le modifier ? C'est cet état stationnaire qui est considéré comme l'optimum. Or, pour chaque état initial et chaque période de transition, il y a un état stationnaire optimal. Ainsi, on voit clairement que les questions, de l'état stationnaire et de la période de transition, sont associées. Afin de trouver l'état stationnaire de la forêt, on répète donc l'optimisation de la gestion du peuplement pour différente période de transition allant de 0 à 200 ans. Ainsi, on calcule pour chaque période de transition, la valeur de la forêt sous l'hypothèse du maintien de l'état stationnaire obtenu. On continue donc la conversion marginale du peuplement jusqu'à ce que la valeur d'avenir de la forêt sous l'hypothèse du maintien à l'état stationnaire obtenu soit supérieure ou égale à la valeur qu'il aura dans le cas d'une conversion marginale en changeant la période de transition. Le problème inhérent de cette approche est lié au fait qu'il existe une infinité des états stationnaires possibles à partir d'un état initial et donc on risque toujours de ne pas trouver l'optimum général. Rien ne garantit que l'optimum ainsi trouvé soit l'optimum général du problème. Pour pallier à ce problème, on a répété les optimisations sur une large gamme de valeurs initiales. En ce faisant, on est confiant que sous les contraintes imposées, l'optimum trouvé pour chaque période de transition est l'optimum général ou en est assez proche (Haight, 1990, a et b).

La transition la plus rapide consiste à passer instantanément à un état stationnaire qui se répète à l'identique jusqu'à l'infini. Sous contrainte de maintenir un volume minimal de 100 m3

par hectare, il n'est pas possible d'arriver instantanément à l'état stationnaire car le stock du bois est à 103 m3/ha. En revanche, en baissant la contrainte du volume minimal à 80 m3/ha, l'algorithme trouve un état stationnaire optimal. L'état initial et l'état stationnaire optimal de la transition instantanée après la coupe ont été présentés dans la figure ci-dessus :

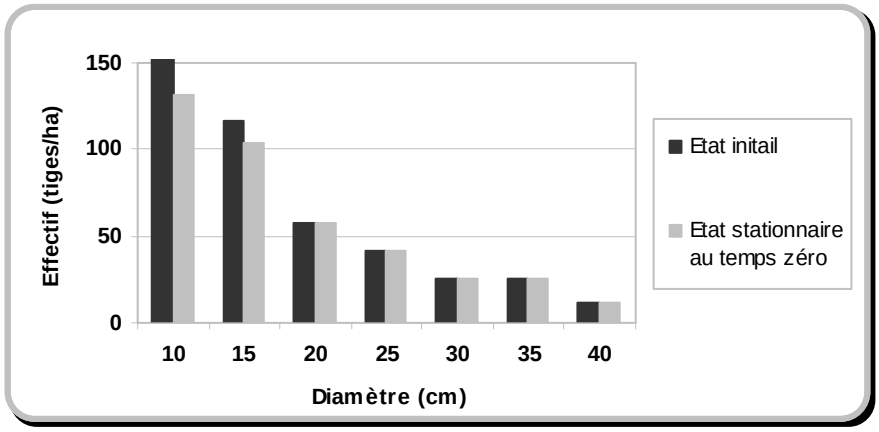

Figure 4.17 : Etat initial et état stationnaire optimal après la coupe dans le cas d'une transition instantanée vers un état stationnaire

Comme on le constate dans la figure 4.17, la transition instantanée vers un état stationnaire non spécifique consiste simplement à maintenir quasiment l'état initial du peuplement en coupant seulement une fraction des petits bois. La récolte des petits bois est réalisée pour satisfaire la contrainte d'arriver à l'état stationnaire. En revanche, comme aucune tiges n'est pas atteinte le diamètre d'exploitation, il n'y pas de récolte sur gros bois. Ainsi, on arrive à l'état stationnaire présenté dans la figure 4.17. La valeur de la forêt sous ce régime s'élève à 6807 euros /ha. De la même façon, nous avons optimisé la gestion du peuplement en changeant la période de transition. La simulation et l'optimisation de la gestion du peuplement a été réalisé sur un horizon de 200 avec un intervalle de 40 ans. La relation entre la valeur d'avenir de la forêt et la période de transition est visualisée dans la figure 4.18.

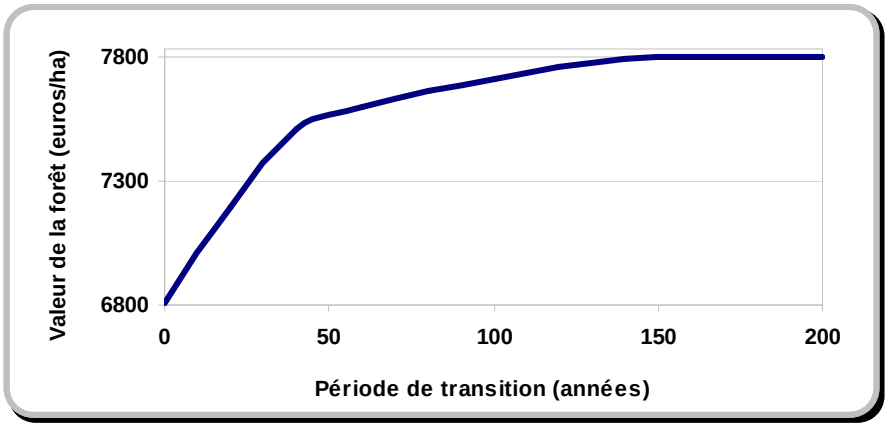

Figure 4.18 : Relation entre la valeur d'avenir de la forêt et la période de transition

Sur la courbe de la figure 4.18, on peut distinguer 3 parties :

- Première partie fortement croissante de la courbe jusqu'à 50 ans
- Deuxième partie croissante

- Troisième partie stabilisée

L'allure de la courbe semble être marquée par l'effet de la contrainte d'atteindre à un état stationnaire et sa période ainsi que l'état initial du peuplement[98]. Pour un état initial donné, afin de garantir le meilleur état stationnaire possible et donc des meilleurs bénéfices attendus à court et à long terme, l'algorithme d'optimisation n'enlève pas tous les arbres ayant atteint le diamètre d'exploitation. Ainsi, la contrainte d'atteindre un état stationnaire impose certains sacrifices en termes de valeur de la forêt. Le sacrifice pendant la période de transition se fait pour réaliser les bénéfices plus importants à partir de l'année de l'obtention de l'état stationnaire. Or, l'actualisation diminue d'une façon exponentielle les bénéfices attendus à long terme par rapport aux sacrifices à court terme. Ainsi, avec un taux d'actualisation de 2,5 %, la valeur de la forêt augmente très fortement avec la période de transition jusqu'à 50 ans, puis il augmente moins vite jusqu'à 140 ans et enfin il se stabilise autour d'une valeur de la forêt de 7800 euros par hectare.

Dans ce contexte, l'interprétation de l'état stationnaire optimal peut se faire de deux façons différentes :

- La hausse marginale de la période de transition à partir de 60 ans augmente de moins de 1 % la valeur de la forêt. Ainsi, il n'y a pratiquement pas intérêt à allonger la période de transition au-delà de 60 ans. L'état stationnaire obtenu à la période de transition de 60 ans à la valeur de 7600 euros/ha peut être considéré comme l'état stationnaire optimal.

- En faisant tendre la période de transition vers l'infini le coût lié à la contrainte d'équilibre tend vers zéro et le peuplement converge progressivement vers un état stationnaire indépendant de l'état initial, dit extrême, (Haight, 1990 a, b), qui dépend du taux d'actualisation, de la forme du modèle d'accroissement en diamètre et du modèle de recrutement. Cet état stationnaire correspond à la valeur maximale de la forêt et peut être considéré comme optimal. Autrement dit, les séquences d'exploitation optimales sur un horizon assez long (200 ans dans cet exemple), ramènent progressivement le peuplement vers un état stationnaire qui rend maximale la valeur de la forêt (Haight, 1988, 1990 a, b). La figure 4.19 présente l'état initial du peuplement, l'état stationnaire optimal à 60 ans et à 200 ans.

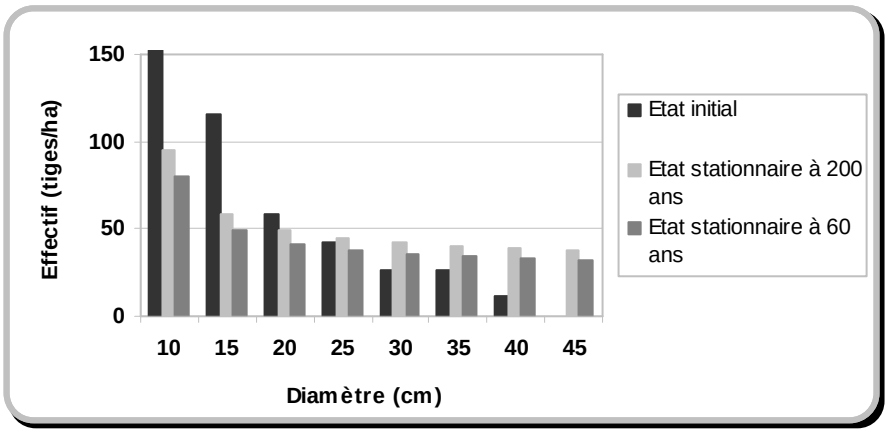

Figure 4.19 : Répartition du nombre de tiges par classes de diamètre de l'état initial, de l'état stationnaire extrême et de l'état stationnaire optimal après la coupe

[98] Plus le peuplement est surexploité et à faible stock du bois sur pied, plus le sacrifice nécessaire est important.

Comme on le constate dans la figure 4.19, l'algorithme d'optimisation enlève tous les arbres de diamètre égal ou supérieur à 50 cm. Comme le modèle de prix donne le prix d'un arbre de qualité moyenne, le diamètre d'exploitation estimé n'est valable que pour un arbre de qualité moyenne. Evidemment, le diamètre d'exploitation des tiges de qualité peut être supérieur au diamètre d'exploitation calculé. On revient sur cet aspect dans l'application du critère de décision à l'échelle de l'arbre. En comparant l'état initial et les états stationnaires obtenus à 60 ans et à 200 ans, on s'aperçoit que la conversion optimale vers les états stationnaires à 60 ans et 120 ans produit trois changements importants dans l'état initial du peuplement :

- Le premier consiste à faire tendre le volume initial des bois sur pied de 103 m3/ha au temps zéro à 170 m3/ha à 60 ans et à 195 m3/ha à 200 ans. La hausse du volume se fait pour garantir un stock et donc une production optimale en permanence.

- Le deuxième est de concentrer le volume et donc l'accroissement du peuplement sur les gros bois à croissance rapide et à forts prix. Par exemple, si les gros bois constituent seulement 15 % du volume du bois à l'état initial, ce pourcentage augmente à 55 % à partir de 60 ans. Ainsi, le nombre de tiges atteintes le diamètre d'exploitation (50 cm) à chaque intervalle des coupes augmente dans l'état stationnaire optimal par rapport à l'état initial du peuplement.

- Le troisième consiste à diminuer la part relative des petits bois à croissance et prix faibles dans le volume du bois sur pied. Par exemple, si les petits bois constituent 45 % du volume du bois à l'état initial, ce pourcentage baisse à 17 % à partir de 60 ans. En effet, ce pourcentage semble un minimum pour garantir la production permanente des gros bois car à partir de ce seuil une baisse marginale des petits bois diminue également les gros bois.

L'état stationnaire obtenu à 60 ans consiste à maintenir un stock optimal des bois sur pied (après coup) de 170 m3/ha correspondant à une valeur de 7600 euros/ha. En revanche, l'état stationnaire à 200 ans consiste à maintenir un stock optimal des bois sur pied de 195 m3/ha correspondant à une valeur de 7800 euros/ha. On s'aperçoit que l'état stationnaire à 200 ans dispose nettement plus de bois dans toutes les classes de diamètre par rapport à l'état obtenu à 60 ans. En effet, même si l'état stationnaire à 200 ans est économiquement plus intéressant que l'état stationnaire à 60 ans, l'actualisation rend négligeable ces bénéfices attendus à long terme (à 200 ans) par rapport aux sacrifices consentis permettant d'y arriver notamment à court terme. Ainsi, la valeur de la forêt n'augmente que légèrement à partir de 60 ans et reste constante à partir de 140 ans. En d'autres termes, même si l'état stationnaire à 60 ans procure une valeur moins importante par rapport à l'état stationnaire à 200 ans, ce manque à gagner est presque compensé par le coût inférieur d'y arriver par rapport à l'état stationnaire à 200 ans. En effet, en influant sur le coût d'arriver à un état stationnaire, l'état initial du peuplement joue un rôle important sur l'état stationnaire optimal du peuplement. Par conséquent, on n'a pas intérêt à faire tendre le peuplement vers l'état stationnaire à 200 ans. Ainsi, on considère l'état stationnaire obtenu à 60 ans comme l'état optimal du peuplement considéré.

La différence entre la valeur d'avenir de la forêt sous l'hypothèse du maintien de l'état initial et celle dans le cas d'une conversion vers l'état stationnaire optimal (état stationnaire à 60 ans) correspond à un manque à gagner qui peut être obtenu en faisant tendre le peuplement vers l'état stationnaire optimal. Dans le cas étudié, le manque à gagner s'élève à 850 euros/ha, soit 12,5 % de la valeur d'avenir de la forêt à l'état initial. En général, le manque à gagner dépend largement de l'état initial du peuplement. Plus le peuplement est surexploité et éloigné de l'état optimal, plus le manque à gagner est fort (Haight, 1990 a, b).

Du fait du non convexité (ou non-concavité) du problème, l'algorithme d'optimisation utilisé ne peut pas garantir que l'optimum trouvé soit l'optimum général du problème. Ainsi, en respectant les contraintes imposées au modèle, nous avons répété l'optimisation en affectant plusieurs valeurs initiales aux variables de contrôle (exploitation par classe de diamètre). Le résultat des optimisations réalisées est apparu stable quelles que soient les valeurs initiales de variables de contrôle. Une autre vérification consiste à comparer l'état stationnaire obtenu par l'optimisation à 200 ans et l'état stationnaire extrême obtenu par simulation avec un diamètre d'exploitation de 50 cm. En effet, toutes choses égales par ailleurs (par exemple, diamètre d'exploitation identique), en faisant tendre l'horizon de temps vers l'infini, le peuplement tend progressivement vers un état stationnaire extrême et unique indépendamment de l'état initial. L'état stationnaire obtenu à 200 ans doit être donc proche de cet état extrême. La figure 4.20 présente l'évolution du peuplement à l'état initial étudié vers l'état stationnaire extrême avec un diamètre d'exploitation de 50 cm.

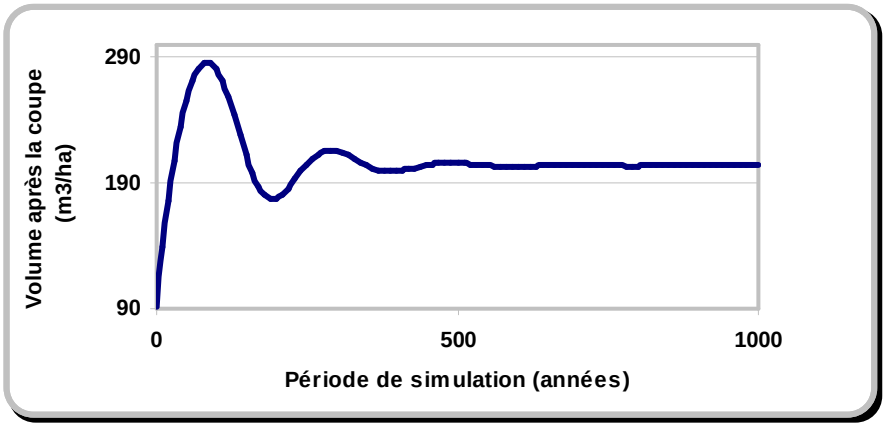

Figure 4.20 : Evolution de la hêtraie irrégulière à l'état initial étudié vers l'état stationnaire extrême avec un diamètre d'exploitation de 50 cm.

Dans la figure 4.20, on constate que le peuplement converge sous forme d'une sinusoïde amortie vers un état stationnaire unique à un volume de 203 m3/ha. En comparant l'état stationnaire extrême et l'état stationnaire obtenu à 200 ans, on s'aperçoit qu'ils sont très proches (figure 4.21). On est donc confiant quant aux résultats obtenus.

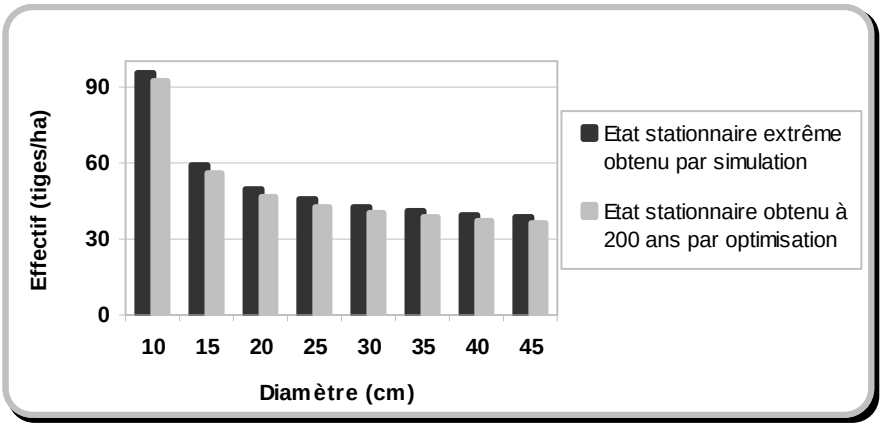

Figure 4.21 : Comparaison de l'état stationnaire extrême (obtenu par simulation) et l'état stationnaire optimal à 200 ans (obtenu par simulation)

- Approche de comparaison entre les états stationnaires ou le critère de Duerr :

A la différence du critère de Faustmann, le critère de Duerr sert à déterminer directement l'état stationnaire optimal au sein d'un ensemble d'états stationnaires possibles (voir chapitre III). L'état stationnaire préconisé par le critère de Duerr est indépendant de l'état initial du peuplement. Il dépend du taux d'actualisation, de la forme du modèle d'accroissement en diamètre, du modèle de prix (Haight, 1990 a, b) et du modèle de recrutement. L'état stationnaire conseillé par le critère de Duerr est pris ici comme exemple du fait qu'il donne une approximation du diamètre optimal d'exploitation (Rollins, 2003) ainsi qu'en raison de sa simplicité relative à mettre en œuvre. L'optimisation consiste à trouver la répartition optimale de l'effectif sur pied et du nombre de tiges à exploiter à chaque intervalle des coupes de 10 ans sous les contraintes de faisabilité, de vraisemblance, de croissance et d'atteindre un état stationnaire. Le résultat de l'optimisation est visualisé dans la figure 4.22.

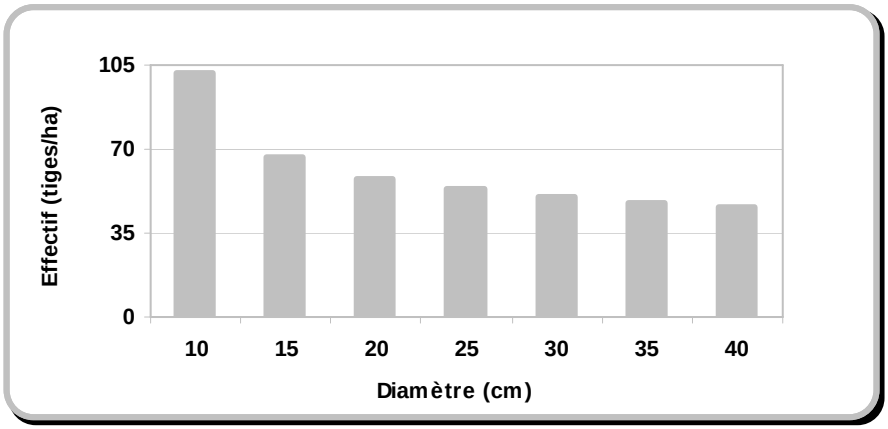

Figure 4.22 : Etat stationnaire optimal après la coupe selon le critère de Duerr

L'état stationnaire optimal conseillé par le critère de Duerr consiste à maintenir un stock optimal des bois sur pied de 165 m3/ha. L'exploitation optimale consiste seulement à couper les arbres ayant le diamètre d'exploitation de 45 cm et plus à chaque intervalle des coupes de 10 ans.

Ainsi, on peut comparer l'état stationnaire préconisé par le critère de Duerr, et les états stationnaires à 80 ans et à 200 ans selon le critère de Faustmann. Cette comparaison est l'objet de la figure 4.23.

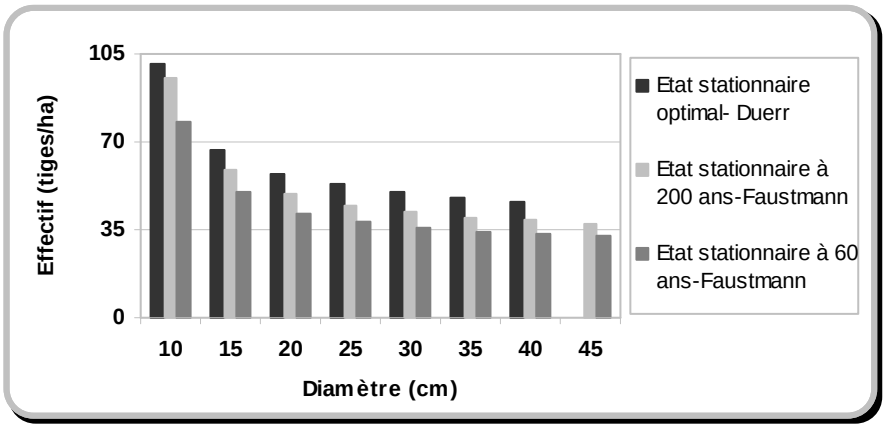

Figure 4.23 : Comparaison de l'état stationnaire de Duerr et les états stationnaires préconisés par le critère de Faustmann avec des périodes de transition de 60 et 200 ans (après la coupe)

Comme on le constate dans la figure 4.23, l'état stationnaire optimal du critère de Duerr préconise un diamètre d'exploitation plus faible (45 cm) par rapport à celui obtenu par le critère de Faustmann (50). Comme on l'a déjà évoqué, la raison réside dans le fait que le critère de Duerr ne tient pas compte de la valeur d'avenir des arbres non matures, et donc il sous-estime l'âge et donc le diamètre d'exploitation (chapitre III, section I.3). En outre, l'état stationnaire optimal du critère de Duerr ne rend pas compte ni de l'état initial ni de la conversion (gestion) nécessaire pour y arriver. Par conséquent, on voit clairement que malgré sa simplicité, le critère de Duerr ne résout vraiment pas le problème de la gestion optimale d'un peuplement irrégulier.

Contexte risqué

Dans un contexte risqué on intègre la probabilité cumulée des risques catastrophiques dans l'approche de Faustmann selon le modèle développé dans le troisième chapitre (équation 3.90). L'optimisation de la gestion du peuplement a été réalisée sous contrainte de plusieurs périodes de transition vers un état stationnaire non spécifique et pour 3 modalités de sauvetage (sauvetage inexistant, sauvetage partiel, sauvetage intégral). Les résultats d'optimisation sont présentés par la relation entre la valeur de la forêt et la période de transition pour 3 modalités de sauvetage.

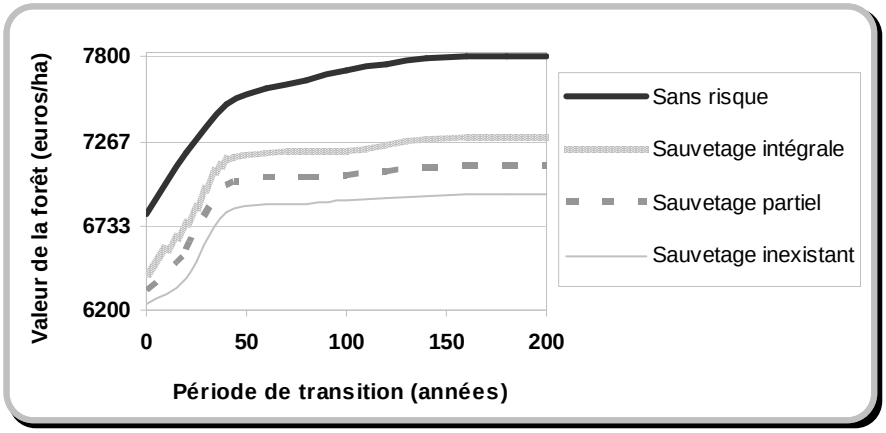

Figure 4.24 : Comparaison de la relation entre la valeur de la forêt et la période de transition en absence et présence du risque catastrophique avec trois modalités de sauvetage

Comme on le constate dans la figure 4.24, l'effet du risque sur la valeur de la forêt est d'autant plus important que le sauvetage est faible. En comparant la valeur maximale de la forêt (valeur correspondant à la période de transition 160 et plus) on s'aperçoit que l'intégration d'une probabilité assez faible du risque (0,17 %) diminue la valeur de la forêt en absence de risque de 6,5, 8,8 et 11 % respectivement dans le cas des modalités sauvetage intégral, sauvetage partiel (50 %) et sans sauvetage. Comparé au cas régulier où la baisse moyenne du BASI en présence du risque est de l'ordre de 60 %, on constate que la sensibilité du BASI au risque dans le cas irrégulier est beaucoup moins importante. Cette baisse de sensibilité s'explique par les revenus plus faibles et plus réguliers dans le cas des peuplements irréguliers par rapport aux revenus plus forts mais beaucoup plus espacés dans le temps dans le cas des peuplements réguliers.

Sur la figure 4.24, on constate également que la valeur de la forêt en présence de risque augmente très fortement au début (jusqu'à 40 ans), puis tend à se stabiliser. Comparée avec la courbe en absence de risque, la valeur de la forêt augmente plus fortement au début mais se stabilise plus vite. Ainsi, la période de transition à partir de laquelle la valeur de la forêt augmente de moins de 1 % est de 60 ans dans le cas non risqué et de 40 à 50 ans pour les modalités sauvetage nul à sauvetage intégral. En d'autres termes, la perte potentielle liée au risque tend à annuler la hausse de la valeur de la forêt entre 40 et 50 ans dans le cas risqué et 60 ans dans le cas non risqué. En revanche, vu que la probabilité cumulée du risque pour le hêtre (0,17 %) est assez faible, son effet sur la sylviculture optimale est apparu minime, surtout avec les modalités de sauvetages intégral et partiel. Ainsi, la comparaison des états stationnaires en absence et présence de risque ne sera présentée que pour la modalité sans sauvetage. On présente par exemple l'état stationnaire obtenu à 200 ans en absence et en présence de risque.

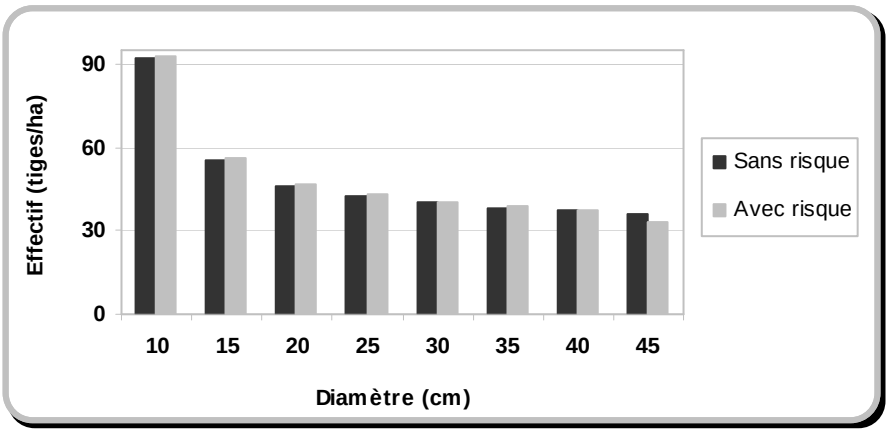

Figure 4.25 : Comparaison de la répartition optimale du nombre de tiges par classes de diamètre obtenu avec une période de transition de 200 ans, en absence et présence de risque

Comme on le constate dans la figure 4.25, la présence de risque a diminué légèrement le nombre de tiges à la classe de 45 cm de diamètre. Ainsi, le volume du bois sur pied en absence de risque est de 7 m3/ha en moins par rapport au cas en présence de risque. La légère baisse en présence de risque se fait par l'algorithme d'optimisation pour diminuer l'espérance de la perte potentielle, d'une part, et augmenter l'espérance de la valeur de la forêt, d'autre part.

II.3 Cas d'une conversion

Depuis quelques décennies, la littérature de l'économie forestière s'intéresse à la question de conversion (Chang, 1990, Vehkamäki, 1996, Buongiorno, 2001, Hanewinkel, 2001, Knoke et al.

2001, Nyland, 2003) qui a un aspect à la fois économique et écologique. Par exemple, dans son étude sur le pin du sud, Chang (1990) a soutenu que sous certaines conditions telles qu'une surface de forêt limitée, une fertilité médiocre, un prix peu élevé des bois sur pied, un taux d'actualisation élevé ainsi qu'un coût fixe faible, la gestion inéquienne peut fournir une valeur actualisée plus forte que celle équienne. Sur le plan écologique, la conversion vers les peuplements irréguliers est susceptible d'améliorer les critères écologiques comme l'indice de diversité de la forêt.

Dans ce qui suit, l'objectif est de montrer la capacité de l'ensemble des modèles développés dans la simulation et l'optimisation des scénarios de conversion régulier-irrégulier et vice-versa. Les exemples d'application consistent à construire et à comparer différents scénarios de conversion. La première question est de savoir comment construire des scénarios permettant de passer d'une futaie régulière vers la futaie irrégulière. Les scénarios se construisent selon les variables suivantes :

- Structure initiale du peuplement : elle se définit par la répartition initiale du nombre de tiges par classe de diamètre.

- Structure objective de peuplement : elle se définit par la répartition du nombre de tiges par classes de diamètre avant et après la coupe. L'état objectif du peuplement implique souvent les dimensions économique et écologique qui peuvent se quantifier par les critères économiques comme la valeur d'avenir de la forêt ou les critères écologiques comme l'indice de diversité.

- Dynamique du peuplement (croissance, recrutement, exploitation et mortalité)

La dynamique du peuplement est le cœur de la quantification des scénarios. Le modèle de la dynamique de peuplement permet de déterminer les scénarios admissibles pour arriver de l'état initial à l'état objectif. Pour ce faire, plusieurs techniques et règles de gestion peuvent être utilisées. Les règles de gestion dépendent, entre autres, de la tolérance d'ombre et de la capacité de régénération des essences du peuplement (Nyland, 2001). Par exemple, comme l'a expliqué Vinkler (1995), dans le cas du hêtre, "*un abri léger (25 à 50 % du plein éclairement) est particulièrement favorable sur un plan sylvicole car il offre un très bon compromis entre croissance et forme des tiges : la croissance faiblement réduite en comparaison du plein découvert, Le hêtre est une essence sensible qui ne supporte pas le plein découvert tandis que la forme des tiges est très nettement améliorée*". Buongiorno (2001), propose de quantifier les règles de conversion sous forme de contraintes, puis d'optimiser les régimes de conversion. En revanche, Chang (1990) et Hanewinkel (2001) ont utilisé des techniques de simulations pour construire des scénarios de conversion. Dans un premier temps, il semble préférable de construire les scénarios de conversion à l'aide de l'outil simple de simulation développé dans ce chapitre et une règle de gestion.

Une règle simple de gestion consiste à exploiter les arbres au-delà de distribution objective du nombre de tiges par classe de diamètre, tout en respectant certaines contraintes sylvicoles. Ces dernières garantissent par exemple un volume minimal des bois sur pied (en général >100 m3/ha) ainsi que des coupes à densité du prélèvement acceptable (en général <= 30 % quand l'intervalle des coupes est de 10 ans). Dépendant de l'état initial du peuplement, la conversion vers l'état objectif peut durer plusieurs décennies. Si la période de conversion est très courte, elle peut entraîner beaucoup de sacrifices d'exploitation, surtout si le peuplement initial est jeune. En outre, une période très courte de conversion peut produire une perte nette de production si le volume après coupe est faible. Par ailleurs, pour les périodes de transition relativement courtes, il peut être impossible d'arriver à l'état objectif. Cependant, en appliquant la règle de gestion choisie

et sous les contraintes imposées, on peut trouver le peuplement le plus proche possible de l'état objectif dans la période de conversion choisie.

La période de transition est une variable importante de décision dans le sens où elle détermine dans quelle mesure l'état objectif est atteint. Plus on est loin de l'état objectif, plus la période de conversion est important et vice-versa. En effet, la période de conversion permet de diminuer le sacrifice des arbres non matures en leur laissant le temps d'arriver à la maturité. Elle permet également de favoriser, d'installer et de protéger la régénération naturelle par les arbres matures. Ainsi, à partir d'une certaine période de conversion, le peuplement dispose de suffisamment de tiges dans toutes les classes de diamètre pour atteindre la distribution objective.

Enfin, le choix du meilleur scénario est guidé par la comparaison de la valeur d'avenir des scénarios pour choisir celui qui rend maximale la valeur d'avenir de la forêt. Rappelons néanmoins que la règle choisie, pour simuler les conversions, influe beaucoup sur les résultats. Ainsi, la pertinence des résultats obtenus est sujette à celle de la règle utilisée. Or, la règle simple choisie n'est sans doute pas la meilleure, mais permet de faire des scénarios assez réalistes. Dans cette étude, nous avons considéré que les coûts directs d'une conversion sont négligeables car l'irrégularisation change la façon dont on coupe le peuplement mais elle n'impose souvent pas des coûts supplémentaires. Les exemples d'application qui suivent portent d'abord sur la conversion régulier vers irrégulier, puis sur le cas contraire en présence et absence de risque. Dans le cas risqué nous avons considéré un risque catastrophique et exogène de probabilité de 0,17 % avec trois modalités de sauvetage. Cependant, vu que le changement de la modalité de sauvetage n'affectait pas le choix optimal dans aucun cas, nous ne présentons que la modalité de sauvetage partiel (50 %) qui nous semble réaliste.

Conversion régulier vers irrégulier

Pour la conversion régulier vers irrégulier, on peut envisager trois peuplements réguliers possibles au départ, le premier jeune (35 ans), le deuxième à la moitié de l'âge d'exploitation (60 ans) et le troisième à l'âge d'exploitation (120 ans) afin d'analyser la différence entre ces trois cas. En revanche, pour l'état objectif, on considère l'état stationnaire préconisé par le critère de Faustmann. La conversion vers l'état objectif peut se réaliser sous contrainte de plusieurs périodes de transition. Pour chacun des trois peuplements initiaux, on a alors plusieurs scénarios selon la période de transition vers l'objectif qui peut faire l'objet d'une comparaison économique avec le scénario de référence qui consiste à maintenir le régime régulier du peuplement.

Irrégularisation d'un peuplement âgé de 120 ans

L'état initial du peuplement comporte 315 m3 de gros bois. Pour passer du peuplement régulier au peuplement irrégulier, on envisage plusieurs scénarios selon la période de conversion qui varie entre 20 à 150. Les conversions se réalisent simplement en coupant les tiges en excès par rapport à l'état objectif, toutes en respectant les contraintes sylvicoles. Comme dans l'état objectif le diamètre d'exploitation est de 50 cm, alors la plupart des tiges sur pied partent dans les coupes pendant les 30 premières années. La conversion se poursuit ainsi en rapprochant progressivement de l'état objectif. La figure 4.26 présente la relation entre la valeur de la forêt du peuplement régulier en conversion et la période de conversion en présence et en absence de risque.

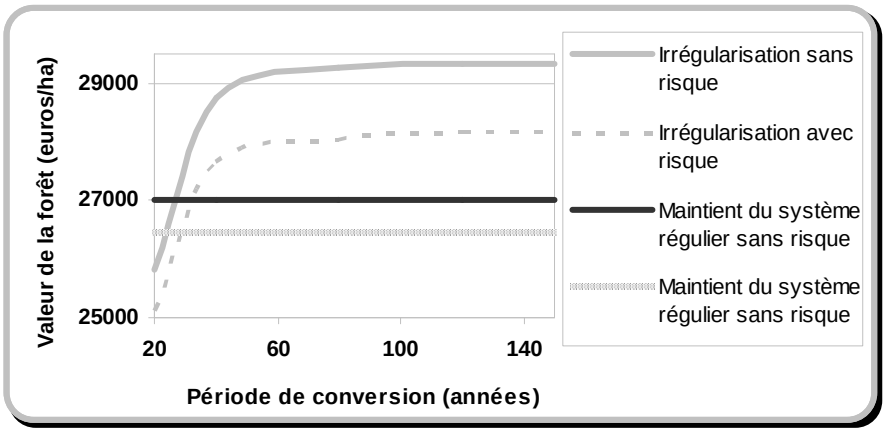

Figure 4.26 : Relation entre la valeur de la forêt et la période de transition d'une hêtraie régulière âgée de 120 ans vers une hêtraie irrégulière à l'état optimal en absence et présence du risque (modalité sauvetage partiel de 50%)

La figure 4.26 correspond à une progression graduelle vers l'état stationnaire objectif. On s'aperçoit que l'état du peuplement ne change que très peu à partir de 50 ans, ce qui explique le fait qu'à partir de 50 ans, la hausse de la période de transition n'augmente que très peu la valeur de la forêt (< 1 %).

Le scénario de référence consiste à maintenir le système régulier par la répétition des révolutions identiques de 120 ans jusqu'à l'infini. La valeur du scénario de référence se calcule par la somme des revenus nets réalisés par une coupe définitive à 120 ans (l'âge d'exploitation est considéré 120 ans) plus la valeur de toutes les révolutions futures (égales à la valeur du fonds). En ce faisant, on arrive à une valeur de l'ordre de 27000 euros par hectare. Ainsi, comme on le constate dans la figure 4.26, pour toute période de conversion supérieure à 30 ans, la valeur de la forêt sous régime de conversion est supérieure au maintien du peuplement régulier. En comparant la valeur maximale de la forêt dans le cas d'une conversion en un peuplement irrégulier (29000 euros/ha) et celle dans le cas du maintien du régime régulier (27000), la conversion d'une hêtraie régulière âgée de 120 ans en une hêtraie irrégulière peut être financièrement justifiable. On s'aperçoit que la valeur de la forêt sous la conversion en peuplement irrégulier est au maximum 8,6 % plus élevée par rapport au maintien du régime régulier.

La présence du risque catastrophique avec une modalité de sauvetage partielle diminue respectivement la valeur de la forêt en conversion et la valeur du maintient du régime régulier de 4 % et 2 %. En effet, vu que le peuplement régulier de 120 ans est exploité dans la même année, seule la valeur des révolutions ultérieures est affectée par le risque. Ainsi, le risque a très peu diminué la valeur du peuplement régulier. Dans le cas de la conversion, plus de 60 % de la valeur de la forêt sont réalisés au cours des 30 premières années de la conversion. Ainsi, le risque catastrophique a faiblement diminué la valeur de la forêt. Même si le risque a diminué d'une façon plus importante la valeur de la forêt en conversion (4%) par rapport à la valeur de la forêt en régime régulier (2%), la valeur de la forêt sous conversion dépasse au maximum celle du régime régulier de 7 %.

Face à ce résultat on peut présenter plusieurs explications :

- Le coût de renoncer à une coupe immédiate et définitive du peuplement dans le cas d'une conversion n'est pas très important car la plupart des tiges ayant atteint le diamètre d'exploitation de 50 cm à 55 cm (85 %) seront coupées dans les 30 premières années de la conversion. Cependant, le risque d'apparition du cœur rouge est réel. Le coût peut être plus élevé que prévu.

- La conversion a diminué les sacrifices d'exploitation car les arbres n'ayant pas atteint le diamètre d'exploitation à 120 ans ont le temps d'arriver à leur maturité financière.

- La conversion produit progressivement des revenus réguliers et faibles (à l'intervalle de 10 ans) alors que le maintien du système régulier assure des revenus irréguliers et plus forts mais dans un horizon assez long (dans 100 à 120 ans pour les coupes d'ensemencement, secondaire et définitive)

- La densité moyenne du peuplement dans la période de conversion et celle du peuplement irrégulier objectif (170 m3/ha, RDI= 0,3) est inférieure à la densité moyenne du peuplement régulier (230 m3/ha, RDI moyenne = 0,44). Par conséquent, les bois à croissance rapide issus des peuplements irréguliers (moins dense) peuvent être valorisés jusqu'à 20 % plus que ceux issus des peuplements réguliers (plus dense).

- Etant donné l'état initial du peuplement, la période de transition n'est relativement pas très longue (50 ans)

Cependant, les valeurs de la forêt sous le régime régulier et sous la conversion en irrégulier sont relativement proches, l'estimation précise des coûts directs de conversion peut être un facteur déterminant du choix optimal. En outre, faire un changement aussi radical de sylviculture pour augmenter la valeur au maximum 8,6 % après 50 ans n'est pas forcément justifié. Il faut alors une étude plus poussée pour conduire à un résultat décisif.

Irrégularisation d'un peuplement âgé de 60 ans

L'état initial du peuplement comporte 205 m3 du bois. Pour passer du peuplement régulier au peuplement irrégulier, on envisage plusieurs scénarios selon la période de conversion qui varie entre 20 à 150. La conversion se poursuit ainsi en rapprochant progressivement de l'état objectif. La figure 4.27 présente la relation entre la valeur de la forêt du peuplement régulier en conversion et la période de conversion en présence et en absence de risque.

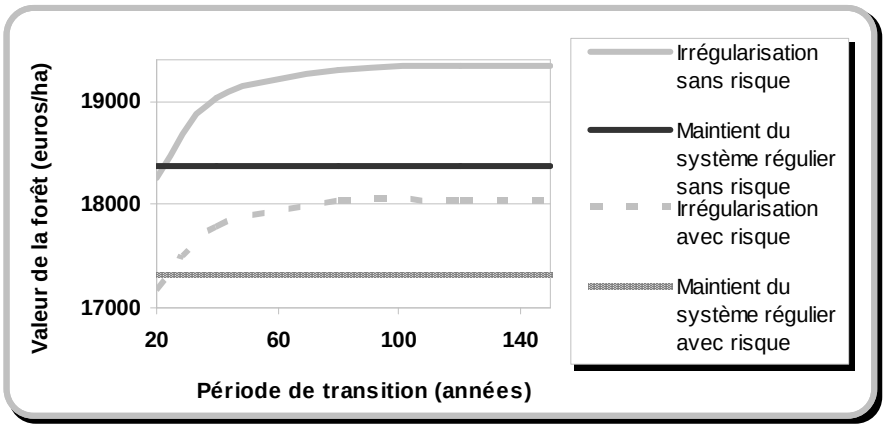

Figure 4.27 : Relation entre la valeur de la forêt et la période de transition d'une hêtraie régulière âgée de 60 ans vers une hêtraie irrégulière à l'état optimal en absence et présence du risque (modalité sauvetage partiel de 50%)

La figure 4.27 correspond à une progression graduelle vers l'état stationnaire objectif. On s'aperçoit que l'état du peuplement ne change que très peu à partir de 70 ans, ce qui explique le fait qu'à partir de 70 ans, la hausse de la période de transition n'augmente que très peu la valeur de la forêt (< 1 %).

Le scénario de référence consiste à maintenir le système régulier par la répétition des révolutions identiques de 120 ans jusqu'à l'infini. La valeur du scénario de référence se calcule par la somme des revenus nets réalisés par une coupe définitive à 120 ans (soit 60 ans à partir de l'âge du peuplement) plus la valeur de toutes les révolutions futures (égales à la valeur du fonds). En ce faisant, on arrive à une valeur de l'ordre de 18400 euros par hectare. Ainsi, comme on le constate dans la figure 4.27, pour toute période de conversion supérieure à 25 ans, la valeur de la forêt sous régime de conversion est supérieure au maintient du peuplement régulier. En comparant la valeur maximale de la forêt dans le cas d'une conversion en un peuplement irrégulier (19350 euros/ha) et celle dans le cas du maintien du régime régulier (18400), la conversion d'une hêtraie régulière âgée de 60 ans en une hêtraie irrégulière peut être financièrement justifiable. On s'aperçoit que la valeur de la forêt sous la conversion en peuplement irrégulier est au maximum 5,3 % plus élevée par rapport au maintien du régime régulier.

La présence du risque catastrophique avec une modalité de sauvetage partielle diminue respectivement la valeur de la forêt en conversion et la valeur du maintient du régime régulier de 6,8 % et 5,7 %. En effet, vu que le peuplement régulier de 60 ans sera exploité dans 60 ans, la valeur de la forêt est plus affectée par le risque (5,7 %) par rapport à la valeur d'un peuplement âgé de 120 ans (2%). Même si le risque a diminué d'une façon plus importante la valeur de la forêt en conversion (6,8 %) par rapport à la valeur de la forêt en régime régulier (5,7 %), la valeur de la forêt sous conversion dépasse au maximum celle du régime régulier de 4 %.

Irrégularisation d'un peuplement âgé de 35 ans

L'état initial du peuplement comporte 100 m3 des petits bois. Pour passer du peuplement régulier au peuplement irrégulier, on envisage plusieurs scénarios selon la période de conversion qui varie entre 20 à 150 en absence et présence de risque. La figure 4.28 présente la relation entre

la valeur de la forêt du peuplement régulier en conversion et la période de conversion en absence et en présence de risque.

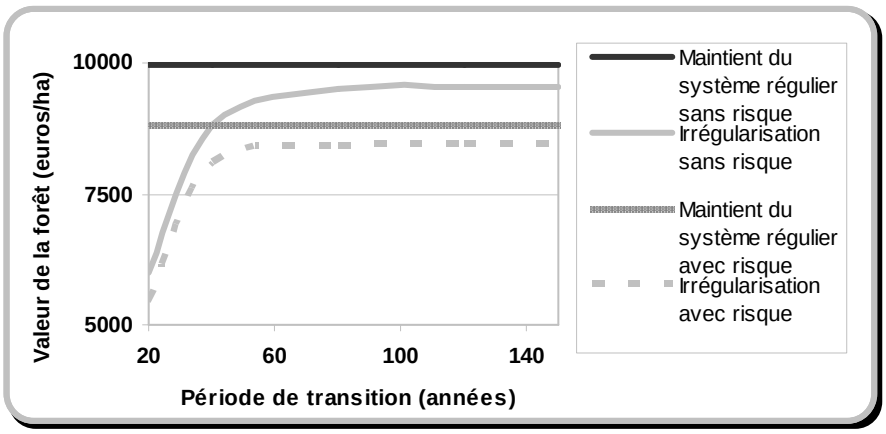

Figure 4.28 : Relation entre la valeur de la forêt et la période de transition d'une hêtraie régulière âgée de 35 ans vers une hêtraie irrégulière à l'état optimal en absence et présence du risque (modalité sauvetage partiel de 50%)

La figure 4.28 correspond à une progression graduelle vers l'état stationnaire objectif. On s'aperçoit que l'état du peuplement ne change que très peu à partir de 70 ans, ce qui explique le fait qu'à partir de 70 ans, la hausse de la période de transition n'augmente que très peu la valeur de la forêt (<1 %).

Le scénario de référence consiste à maintenir le système régulier par la répétition des révolutions identiques de 120 ans jusqu'à l'infini. Elle se calcule par la somme des revenus nets réalisés par une sylviculture optimale jusqu'à l'âge d'exploitation optimal de 120 ans (soit 85 ans à partir de l'âge du peuplement) plus la valeur de toutes les révolutions futures qui commencent dans 85 ans (égal à la valeur du fonds). Ce faisant, on arrive à une valeur de l'ordre de 10000 euros.

Ainsi, en comparant la valeur maximale de la forêt dans le cas d'une conversion en un peuplement irrégulier (9500 euros/ha) et celle dans le cas du maintien du régime régulier (10000), la conversion d'une hêtraie régulière jeune (âgée de 35 ans) de productivité moyenne en un peuplement irrégulier n'est financièrement pas justifiable. On s'aperçoit que la valeur de la forêt sous la conversion au peuplement irrégulier produit une perte nette de l'ordre de 4 % par rapport au maintien au régime régulier.

La présence du risque catastrophique avec une modalité de sauvetage partielle diminue respectivement la valeur de la forêt en conversion et la valeur du maintient du régime régulier de 11,5 % et 11,2 %. En effet, vu que le peuplement régulier de 35 ans sera exploité dans 85 ans, la valeur de la forêt est plus affectée par le risque (11,2 %) par rapport à la valeur d'un peuplement âgé de 60 ans (5,7 %). En présence de risque, la valeur de la forêt sous la conversion au peuplement irrégulier produit une perte nette de l'ordre de 4 % par rapport au maintien au régime régulier.

Face à ce résultat on peut présenter, entre autres, plusieurs explications :

- Comme le peuplement ne comporte que des petits bois la conversion vers l'état objectif est relativement lente (70 ans)

- Comme le peuplement ne comporte que des petits bois, la conversion n'apporte pas des revenus importants dans les premières décennies de la conversion

- A horizon de 70 ans, la conversion consiste à remplacer des revenus importants liés aux coupes d'ensemencement, secondaire et définitive (à forte densité du prélèvement) par des revenus réguliers et faibles (à faible densité du prélèvement) d'un peuplement régulier à l'état objectif.

- Comme le peuplement ne comporte que des petits bois, en coupant un grand nombre, la conversion engendre une perte liée à la différence entre leurs valeurs d'avenir et leurs faibles valeurs de consommation.

En effet, les experts estiment que le meilleur moment pour convertir un peuplement régulier en irrégulier est à partir de la moitié de son âge d'exploitation. Parce que la conversion d'un jeune peuplement régulier peut être longue et coûteuse. Ce qui confirme le résultat obtenu. En revanche, la conversion d'un peuplement âgé nécessite de garder les arbres ayant atteint le diamètre d'exploitation pour favoriser et protéger la régénération naturelle. Dans le cas du hêtre, le coût d'opportunité du maintien des arbres matures peut être important car ces derniers sont de plus en plus sujets au risque de cœur rouge et de chablis qui nuit largement à leur qualité et donc à leur prix. En outre, dans le cas du hêtre, le problème lié à la durée de survie est susceptible de se poser.

Conversion irrégulier vers régulier

La conversion d'un peuplement irrégulier vers un peuplement régulier peut se réaliser via diverses méthodes sylvicoles par exemple en favorisant une régénération naturelle sur l'ensemble de la parcelle ou par la plantation au temps T. Dans le cas du hêtre, le cas le plus simple consiste au passage au peuplement régulier objectif via d'une coupe définitive du peuplement au temps T (révolutions identiques jusqu'à l'infini). Pour cette conversion, on peut envisager deux peuplements irréguliers au départ, l'un à un état non optimal comme l'initial choisi pour cette étude (la section précédente) et l'autre à l'état optimal d'un peuplement irrégulier de productivité moyenne obtenu dans la section précédente par le critère de Faustmann. Quant à l'état objectif, on considère une hêtraie régulière pure de productivité moyenne et à sylviculture optimale obtenue dans la section précédente par le critère de Faustmann. La conversion vers l'état objectif peut se réaliser sous contrainte de plusieurs périodes de transition. Pour chacun des deux peuplements initiaux, on a alors plusieurs scénarios selon la période de transition vers l'objectif qui peut faire l'objet d'une comparaison économique avec le scénario de référence qui consiste à maintenir les régimes irréguliers de départ.

Pour chacun des peuplements irréguliers de départ, la période de conversion la plus rapide est instantanée, ce qui n'est généralement pas possible à moins d'avoir suffisamment de régénération. On envisage donc plusieurs scénarios selon la période de conversion qui varie entre 0 à 150 ans pour passer du peuplement irrégulier de départ à la hêtraie régulière. Les valeurs de référence consistent à maintenir le régime irrégulier en permanence pour le peuplement à l'état optimal ou en le convertissant en un état optimal (approche de Faustmann) pour le peuplement irrégulier à l'état initial. Ainsi, on calcule les valeurs des deux scénarios de référence.

La valeur de la forêt sous la conversion est égale à la somme du bénéfice actualisé de tous les intervalles des coupes (de c années) avant le passage au sol nu augmentée de la valeur de consommation de l'ensemble du peuplement lors du passage au sol plus la valeur optimale de toutes les révolutions du peuplement régulier objectif à l'infini (estimée par sa valeur optimale du

fonds). Pour le peuplement à l'état optimal, les bénéfices actualisés avant le passage au sol nu sont obtenus en faisant les coupes qui ramènent le peuplement à l'état optimal après coupe. En revanche, les bénéfices actualisés avant le passage au sol nu du peuplement à l'état initial sont obtenus en le convertissant vers l'état stationnaire optimal (voir section précédente).

Conversion de la hêtraie irrégulière à l'état optimal en régulier

La hêtraie irrégulière à l'état optimal comporte 170 m3/ha des bois sur pied après coupe et produit en moyenne 68 m3/ha à l'intervalle de 10 ans qui comporte essentiellement des bois ayant un diamètre égal ou supérieur à 50 cm. La figure 4.29 présente la valeur du maintien et de la conversion de la hêtraie irrégulière en fonction de la période de conversion (en présence et en absence de risque).

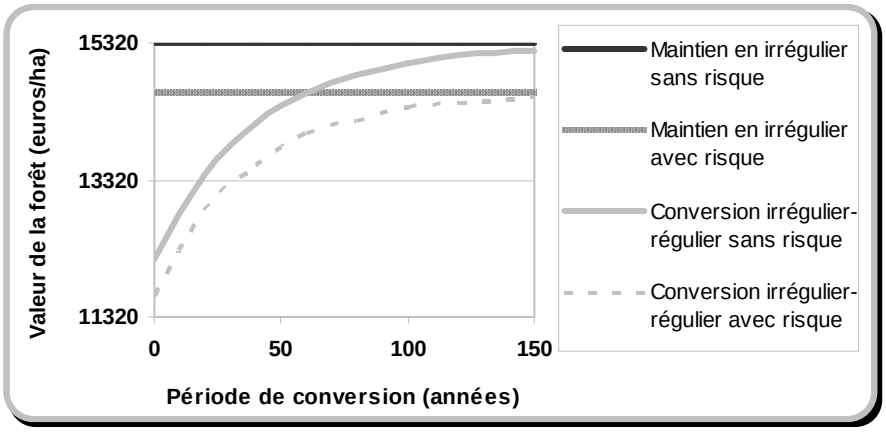

Figure 4.29 : Valeur du maintien et de la conversion de la hêtraie irrégulière vers une hêtraie régulière en fonction de la période de conversion en présence et en absence de risque

Comme on le constate dans la figure 4.29, la conversion de la hêtraie irrégulière à l'état optimal en une hêtraie régulière optimale représente une valeur inférieure par rapport au maintien du peuplement irrégulier. Comme on le voit dans la figure 4.29, la perte liée à la conversion dépend de la période de conversion et donc de la date du passage au sol nu. Plus la période de conversion est courte, plus la date du passage au sol nu est proche et donc plus la perte de la valeur de la forêt liée à la conversion est forte. Par exemple, la conversion instantanée de la hêtraie irrégulière en une hêtraie régulière diminue la valeur de la forêt de 20,6 % avec et sans risque. En revanche, en raison de l'actualisation, la perte liée à la conversion irrégulier-régulier diminue dans le temps. La présence de risque avec une modalité de sauvetage partiel diminue en moyenne la valeur de la forêt sous l'hypothèse du maintien du peuplement irrégulier de l'ordre de 5 %. En revanche, la valeur de la forêt en conversion est d'autant plus affectée par le risque que la période de conversion est à long terme. En effet, ceci s'explique par le fait que plus l'échéancier de revenus est reporté dans le temps, plus le risque diminue la valeur de la forêt.

Conversion de la hêtraie irrégulière à l'état initial en régulier

La hêtraie irrégulière à l'état non optimal comporte 100 m3/ha essentiellement des petits bois et des bois moyens. La figure 4.30 présente la valeur de la hêtraie irrégulière à l'état non optimal en transition vers un état irrégulier optimal et en conversion vers une hêtraie régulière optimale en fonction de la période de conversion en présence et en absence de risque.

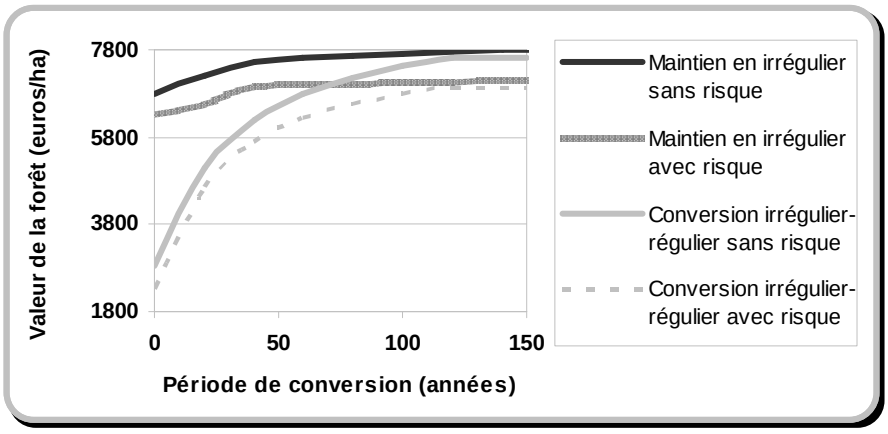

Figure 4.30 : Valeur d'une hêtraie irrégulière à l'état non optimal en transition vers un état irrégulier optimal et en conversion vers une hêtraie régulière optimale en fonction de la période de conversion en présence et en absence de risque

Sur la figure 4.30, on s'aperçoit que la conversion irrégulier-régulier dans le cas d'une hêtraie irrégulière à l'état non optimal n'est financièrement pas justifiable. Comme on le voit dans la figure 4.30, la perte liée à la conversion dépend de la période de conversion et donc de la date du passage au sol nu et diminue dans le temps. Par exemple, la conversion instantanée de la hêtraie irrégulière en une hêtraie régulière diminue la valeur de la forêt de 57,9 % sans risque et de 63,3 % avec risque. On constate que le pourcentage de la perte lié à la conversion de la hêtraie irrégulière à l'état non optimal (57,9 à 63,3) est presque 2,5 fois plus important que celui de la hêtraie irrégulière à l'état optimal (20,7 %). Alors, dans les cas étudiés, la perte liée à la conversion de la hêtraie irrégulière en une hêtraie régulière est susceptible d'augmenter lorsque la hêtraie irrégulière est loin de son état optimal. Face à ce résultat, plusieurs explications peuvent être envisagées :

- La hêtraie irrégulière à l'état initial comporte essentiellement des petits bois et des bois moyens (85% du volume) alors que la hêtraie irrégulière à l'état optimal en comporte beaucoup moins (55 % du volume). La conversion irrégulier-régulier de la hêtraie irrégulière à l'état initial produit donc une perte nette liée aux sacrifices d'exploitation, notamment à court terme.

- Comparé à la hêtraie irrégulière à l'état optimal, la conversion de la hêtraie irrégulière à l'état initial produit un coût supplémentaire d'opportunité lié à la valeur plus importante qu'elle aurait dans le cas d'une transition vers l'état optimal. Ce coût d'opportunité est d'autant plus important que la coupe définitive du peuplement se fait à court terme.

La présence de risque avec une modalité de sauvetage partiel diminue en moyenne la valeur de la forêt en transition vers une hêtraie irrégulière optimale de l'ordre de 8,5 %. On constate que l'effet du risque sur un peuplement irrégulier à l'état non optimal est plus fort (8,5 %) par rapport à un peuplement irrégulier déjà à l'état optimal. A la différence du peuplement à l'état optimal, le peuplement à l'état non optimal comporte un faible stock de bois sur pied qui n'est pas en mesure de garantir des revenus réguliers dans l'immédiat. Ainsi, l'absence de revenus à court terme et des revenus reportés dans le temps entraîne une sensibilité plus forte par rapport au risque dans le cas non optimal par rapport au cas optimal. En revanche, comme dans le cas précédent, la valeur de la forêt en conversion est d'autant plus affectée par le risque que la période de conversion est à long terme.

II.4 Cas d'un arbre: décision à l'échelle de l'arbre

L'homologue de l'âge d'exploitation pour la futaie régulière peut être le diamètre d'exploitation auquel l'arbre doit être coupé pour maximiser le critère choisi (accumulation, productivité ou rentabilité). A l'échelle du peuplement les calculs sont souvent menés sur une seule courbe de prix-dimension correspondant à une qualité moyenne du bois. Or, dans la réalité, notamment pour les feuillus, il existe une gamme importante de qualité et donc de prix. La coupe au diamètre d'exploitation est ainsi adaptée aux peuplements feuillus de plaine lorsque les qualités et les essences (donc les courbes prix-dimension) sont diversifiées[99]. Basé sur le modèle de décision à l'échelle de l'arbre présenté dans le chapitre précédent, on s'attachera à analyser le diamètre d'exploitation optimal à l'échelle de l'arbre selon le diamètre initial de l'arbre et les environnements variés (prix, productivité, densité, etc.). Supposons par exemple une tige de diamètre de 10 cm d'une qualité moyenne placée dans une hêtraie irrégulière à l'état stationnaire de productivité moyenne (9,5 m3/ha/an) avec une densité relative de 0,4 et un nombre total et moyen de tiges de 350 (/ha). La question est de savoir quel est le diamètre d'exploitation optimal de cet arbre. Pour y répondre, nous avons couplé les modèles dendrométriques et économiques à l'échelle de l'arbre. Ainsi, on simule les variables économiques (e.g. valeur d'avenir) et dendrométrique (e.g. croissance en diamètre, surface occupée, largeur moyenne de cerne etc.) de l'arbre dans le temps[100]. La relation entre la valeur d'avenir d'une tige de diamètre 10 et le diamètre d'exploitation est présentée dans la figure 4.31.

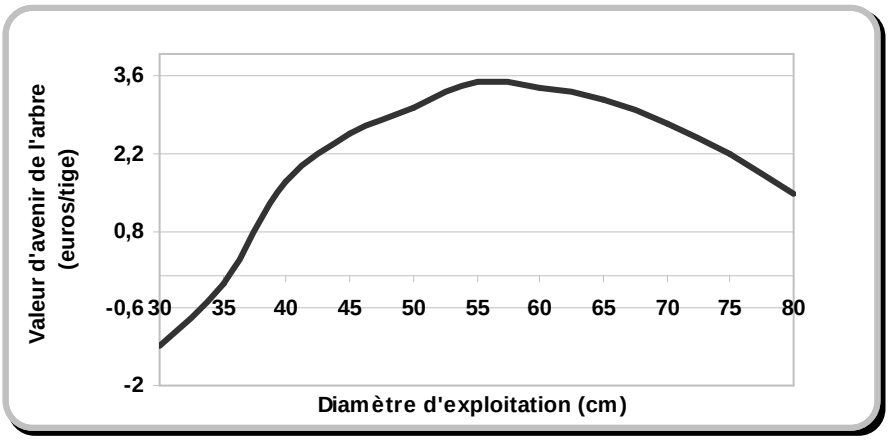

Figure 4.31 : Relation entre la valeur d'avenir d'une tige de 10 cm de diamètre en fonction du diamètre d'exploitation (productivité et qualité moyenne, indice de densité relative du peuplement (RDI) 0,45, taux d'actualisation 2,5 %)

Comme on le constate dans la figure 4.31, la valeur d'avenir de l'arbre est d'abord négative jusqu'au diamètre d'exploitation de 37 cm, puis culmine à 55 cm de diamètre et enfin elle diminue progressivement. On peut également voir comment évolue les valeurs d'avenir et de consommation de l'arbre entre 10 cm et 55 cm de diamètre (figure 4.32).

[99] Max BRUCIAMACCHIE, cours FIF.
[100] La relation diamètre-âge nécessaire pour les calculs économiques est obtenue en se basant sur l'accroissement en diamètre de l'arbre et donc son temps de séjour dans chaque classe de diamètre.

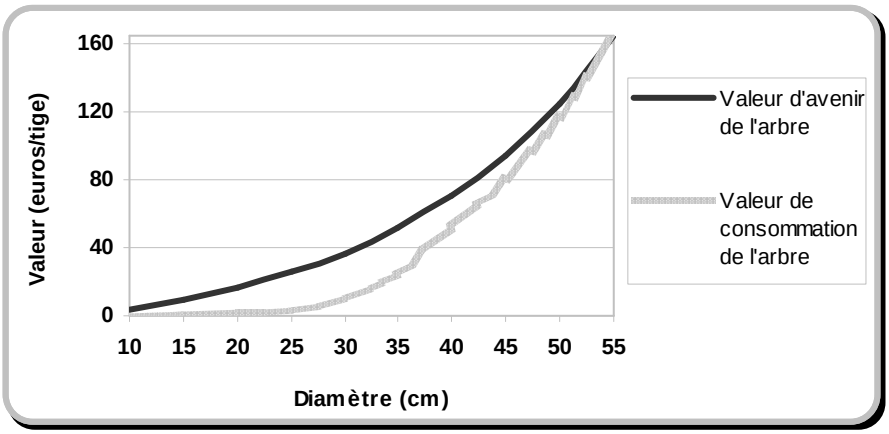

Figure 4.32 : Evolution des valeurs d'avenir et de consommation d'une tige de 10 cm de diamètre, destiné à être coupée au diamètre d'exploitation de 55 cm (productivité et qualité moyenne, indice de densité relative du peuplement (RDI) 0,45, taux d'actualisation 2,5 %)

Sur la figure 4.32 on constate que la valeur d'avenir de la tige domine sa valeur de consommation jusqu'à ce qu'elle arrive à maturité financière (55 cm de diamètre). Au diamètre d'exploitation, la valeur d'avenir est strictement identique à la valeur de consommation.

Un autre point qu'on peut étudier à l'échelle de l'arbre, c'est la cohérence temporelle du critère de Faustmann. En effet, toutes choses égales par ailleurs, l'âge ou le diamètre optimal d'exploitation d'une tige est indépendant de son âge ou diamètre initial. Supposons que le diamètre initial d'une tige varie entre 10 à 80 cm et que le diamètre d'exploitation aille de 30 à 80. Par un tableau croisé, on peut analyser toutes les combinaisons possibles des diamètres initiaux et d'exploitation (tableau 4.2).

Tableau 4.2 : Valeur d'avenir d'une tige selon le diamètre initial et le diamètre d'exploitation (tige est placée dans une hêtraie de productivité et qualité moyenne. L'indice de densité relative (RDI) et le taux d'actualisation sont respectivement égals à 0,45 et 2,5%)

Diamètre initial	**Diamètre d'exploitation**										
	30	**35**	**40**	**45**	**50**	**55**	**60**	**65**	**70**	**75**	**80**
10	-1,3	-0,1	1,7	2,5	3,0	**3,5**	3,2	3,2	2,7	2,2	1,5
15	1,1	3,2	6,5	8,0	9,0	**9,8**	9,5	9,4	8,8	7,8	6,9
20	3,7	6,8	11,7	14,1	15,6	**16,9**	16,4	16,4	15,5	14,2	12,8
25	6,9	11,4	18,3	21,8	23,9	**25,8**	25,2	25,2	23,9	22,1	20,2
30	10,9	17,2	26,8	31,5	34,5	**37,1**	36,3	36,4	34,6	32,3	29,6
35		24,6	37,6	44,0	48,0	**51,6**	50,6	50,7	48,4	45,3	41,7
40			51,4	60,0	65,4	**70,3**	69,0	69,2	66,1	62,0	57,2
45				80,6	87,8	**94,3**	92,6	92,9	88,8	83,5	77,2
50					116,6	**125,2**	122,9	123,3	118,0	111,1	102,8
55						**165,0**	162,1	162,6	155,7	146,7	135,8
60							212,6	210,0	204,4	192,7	178,5
65								279,0	267,4	252,1	233,6
70									349,0	329,2	305,1
75										429,4	398,0
80											519,0

Dans le tableau 4.2, on voit bien que la valeur d'avenir de tous les arbres ayant un diamètre initial inférieur ou égal à 55 cm culmine à 55 cm. En revanche, pour tous les arbres ayant dépassé le diamètre d'exploitation optimal, la valeur d'avenir maximale correspond à une coupe immédiate. Ainsi, on retrouve la cohérence temporelle du critère de Faustmann à l'échelle de l'arbre. Le diamètre d'exploitation optimal de l'arbre est donc indépendant du diamètre initial.

Une question souvent étudiée à l'échelle du peuplement consiste à analyser l'effet de certaines variables dendrométriques et économiques sur l'âge ou le diamètre d'exploitation. Dans ce qui suit, on s'intéresse à étudier l'effet de la productivité, du taux d'actualisation et du risque et la forme de la courbe prix-dimension sur le diamètre d'exploitation à l'échelle de l'arbre.

Effet de la productivité sur le diamètre d'exploitation

Dans l'exemple présenté précédemment on considère trois classes de productivité : faible, moyenne et forte. Les relations entre la valeur d'avenir de l'arbre de diamètre 10 et le diamètre d'exploitation pour trois classes de productivité sont présentées dans la figure 4.33.

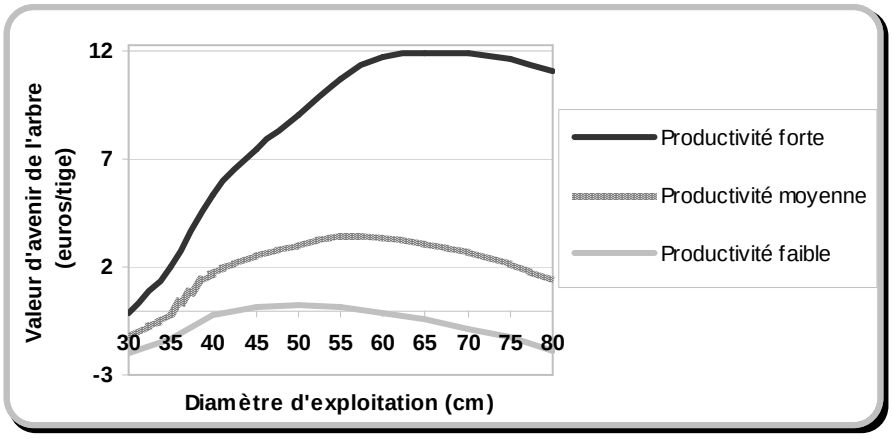

Figure 4.33 : Relation entre la valeur d'avenir d'une tige de 10 cm de diamètre et le diamètre d'exploitation pour trois classes de productivité (qualité moyenne, indice de densité relative du peuplement (RDI) 0,45, taux d'actualisation 2,5 %)

Comme on le constate dans la figure 4.33, le diamètre optimal d'exploitation pour les classes de productivité faible, moyenne et forte sont respectivement 50, 55 et 70. Ainsi, plus la productivité augmente, plus le diamètre d'exploitation optimal augmente. En effet, ce résultat s'explique, entre autres, par deux raisons principales :

- D'abord, parce que la hausse de la productivité augmente l'accroissement et donc le revenu marginal de la tige ;

- et ensuite car l'augmentation de la productivité diminue le temps de séjour de la tige dans chaque classe de diamètre et donc son coût marginal d'immobilisation du fonds.

Vu que le diamètre optimal d'exploitation est au croisement des coûts et revenu marginaux, la hausse de la productivité augmente donc le diamètre d'exploitation. En revanche, si on raisonne en termes d'âge de tige ou de temps écoulé jusqu'au diamètre optimal d'exploitation, on obtient un résultat différent. Le temps écoulé jusqu'au diamètre d'exploitation pour les classes de productivité faible, moyenne et forte est respectivement 137, 118 et 117. La hausse de la

productivité augmente l'accroissement en diamètre et donc diminue le temps nécessaire pour arriver au diamètre optimal d'exploitation.

Effet du risque sur le diamètre d'exploitation

Supposons un risque catastrophique et exogène de probabilité 0,17 % avec trois modalités de sauvetage. En utilisant le modèle de l'espérance de la valeur d'avenir de l'arbre présenté dans le chapitre 3, on intègre le risque dans l'exemple présenté précédemment. Les relations entre la valeur d'avenir de l'arbre de diamètre 10 et le diamètre d'exploitation pour trois modalités de sauvetage sont présentées dans la figure 4.34.

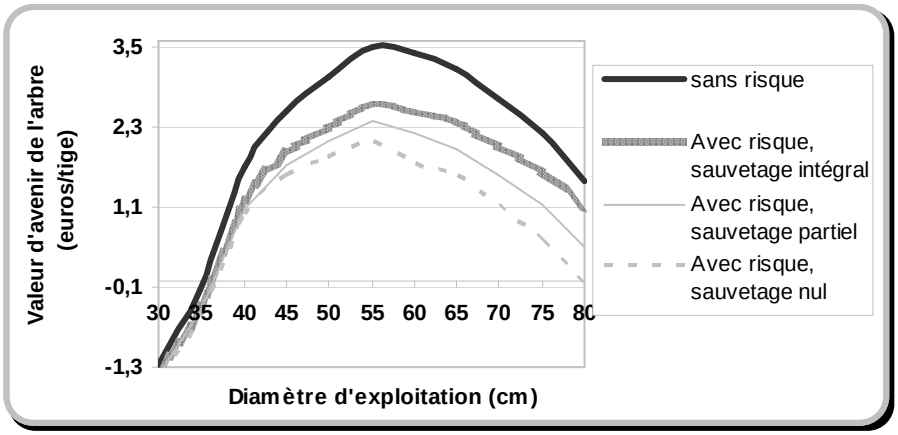

Figure 4.34 : Relation entre la valeur d'avenir d'une tige de 10 cm de diamètre et le diamètre d'exploitation en présence et absence de risque (qualité moyenne, indice de densité relative du peuplement (RDI) 0,45, taux d'actualisation 2,5 %)

Sur la figure 4.34, on s'aperçoit que l'intégration d'une probabilité assez faible du risque (0,17 %) diminue la valeur de la forêt en absence de risque de 24, 32 et 40 % respectivement dans le cas des modalités sauvetage intégral, partiel (50 %) et sans sauvetage. Comme on le constate dans la figure 4.34, l'intégration du risque a fortement diminué la valeur d'avenir de l'arbre. En revanche, comme la probabilité de sinistre est faible, le diamètre optimal d'exploitation reste inchangé.

Effet du taux d'actualisation sur le diamètre d'exploitation

Le taux d'actualisation est l'un des facteurs les plus déterminants du critère de Faustmann. Or, la détermination du taux d'actualisation est délicate. Il y a lieu alors de regarder l'influence de la variation du taux d'actualisation sur le diamètre d'exploitation. Quatre différents taux d'actualisation 2, 2,5, 3 et 3,5 % sont utilisés dans l'analyse suivante. Les relations entre la valeur d'avenir de l'arbre de diamètre 10 et le diamètre d'exploitation pour les quatre taux d'actualisation, sont présentées dans la figure 4.35.

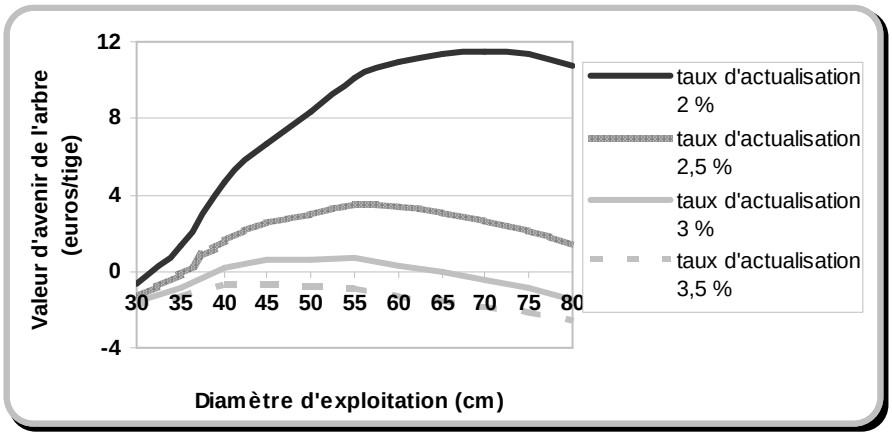

Figure 4.35 : Relation entre la valeur d'avenir d'une tige de 10 cm de diamètre et le diamètre d'exploitation pour différents taux d'actualisation (qualité moyenne et indice de densité relative du peuplement (RDI) 0,45)

Sur la figure 4.35, on remarque que le diamètre optimal d'exploitation est 70, 55 et 55 et 45 cm respectivement pour les taux d'actualisation 2, 2,5, 3 et 4 %. Ainsi, la hausse du taux d'actualisation diminue à la fois la valeur d'avenir et le diamètre optimal d'exploitation.

L'augmentation du taux d'actualisation diminue d'une façon exponentielle la valeur actualisée du revenu net futur lié à la récolte de l'arbre.

La hausse du taux d'actualisation augmente le coût marginal d'immobilisation des capitaux investis dans le fonds et dans l'arbre. En d'autres termes, la hausse du taux d'actualisation se traduit par l'augmentation de l'intérêt qu'on aurait pu gagner sur les capitaux immobilisés, en coupant l'arbre et libérant immédiatement le fonds. Ainsi, à parité du revenu marginal, la hausse du coût marginal entraîne une baisse de l'âge d'exploitation (Löfgren, 1985, Newman, 1988, Guo, 1994).

Effet de la forme de la courbe prix-dimension sur le prix

Un modèle de décision à l'échelle de l'arbre est très utile lorsque la qualité des arbres et donc la courbe prix-dimension sont diversifiés. L'effet de la qualité sur le diamètre d'exploitation s'exerce par l'intermédiaire de la courbe prix-dimension. La courbe prix-dimension utilisée dans les exemples précédents peut être interprétée comme valable pour une qualité moyenne dans le sens où elle a été estimée sur base de données toutes qualités confondues. A titre d'exemple, nous avons supposé deux autres courbes prix-dimension pour la qualité faible et forte (figure 4.36).

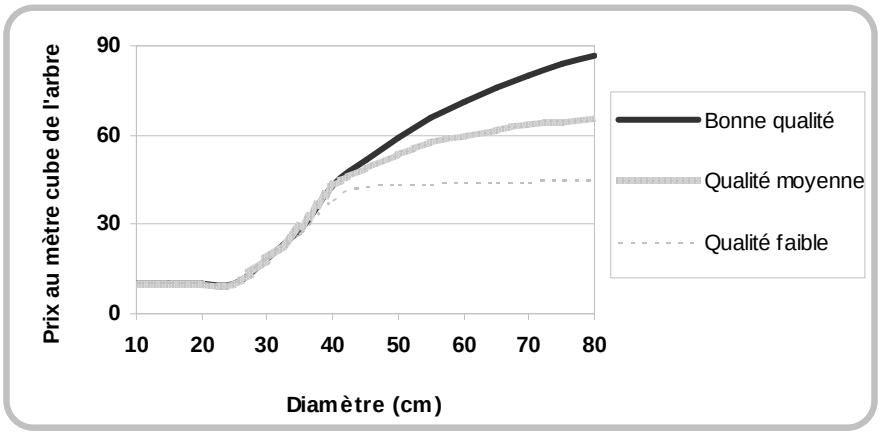

Figure 4.36 : Courbes prix-dimension pour trois classes de qualité

Comme on le voit dans la figure 4.36, les courbes prix-dimension sont presque identiques jusqu'au diamètre de 35. En effet, la qualité du bois influe plutôt sur les usages nobles (e.g. sciage, tranchage) du bois. Ainsi, la qualité joue souvent un rôle faible pour les bois destinés à la trituration ou au sciage des petits bois (e.g. emballage).

Sur la figure 4.36, on constate que le prix au mètre cube du bois de faible qualité n'augmente que très peu à partir de 45 cm de diamètre. Ceci peut être du fait que le bois n'a pas la qualité nécessaire pour être utilisé dans les usages les plus valorisants (e.g. tranchage, placage ou ébénisterie). Quant au prix au mètre cube du bois de qualité moyenne, il commence à s'infléchir à partir de 50 à 55 cm de diamètre. En revanche, le prix au mètre cube du bois de bonne qualité augmente d'une façon importante à partir de 45 cm de diamètre. En effet, pour un niveau de prix donné, on voit que plus le bois est de bonne qualité, plus sa courbe prix-dimension s'infléchit tardivement. Ainsi, à partir de 45 cm de diamètre, la pente de la courbe prix-dimension est d'autant plus importante que la qualité est meilleure.

Les relations entre la valeur d'avenir de l'arbre de diamètre 10 et le diamètre d'exploitation pour les classes de qualité du bois sont présentées dans la figure 4.37.

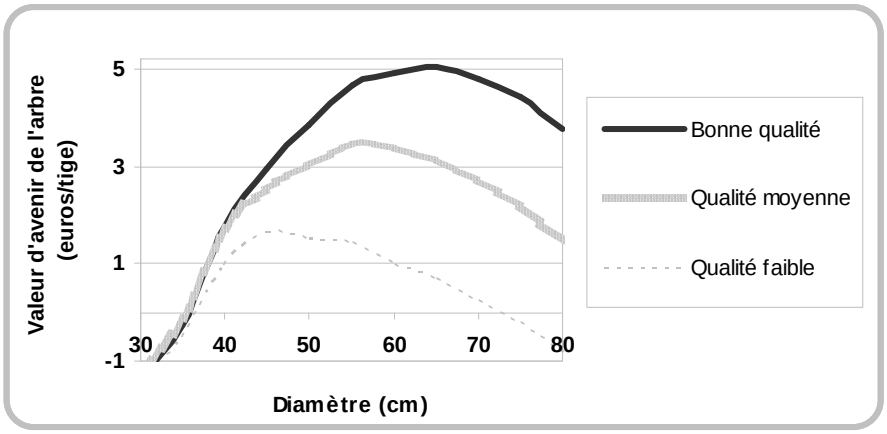

Figure 4.37 : Relation entre la valeur d'avenir d'une tige de 10 cm de diamètre et le diamètre d'exploitation pour trois classes de la qualité du bois (indice de densité relative du peuplement (RDI) 0,45, taux d'actualisation 2,5 %)

Comme on le constate dans la figure 4.37, le diamètre d'exploitation optimal est 45, 55 et 65 respectivement pour le bois de qualités faible, moyenne et bonne. Ainsi, on s'aperçoit que le diamètre optimal d'exploitation de l'arbre change d'une façon considérable selon la qualité du bois.

Le diamètre optimal d'exploitation correspond au croisement du taux de l'accroissement en valeur et du taux d'actualisation. En effet, comme la pente de la courbe prix-dimension est supposée plus importante pour le bois de bonne qualité, le taux de l'accroissement en valeur de l'arbre de bonne qualité est supérieur à ceux de qualités moyenne et faible. Ainsi, pour un taux d'actualisation donné, le diamètre optimal d'exploitation de l'arbre de bonne qualité est plus grand que celui de qualités faible et moyenne.

CONCLUSION

Les modèles développés dans les trois derniers chapitres, les modèles existants et les données disponibles ont permis de construire un modèle simple et préliminaire de gestion pour les hêtraies du Nord-Est de la France. Couplé avce un programme d'optimisation, l'outil simple ainsi développé, a été utilisé pour réaliser une première analyse empirique conforme aux objectifs poursuivis. Il s'agit de simuler et d'optimiser la gestion des peuplements forestiers de structure équienne, inéquienne ou en conversion, en présence et en absence de risque. Afin de montrer l'utilité de l'ensemble des modèles à l'échelle de l'arbre, une dernière illustration a été portée sur l'optimisation de la valeur de l'arbre placé dans des environnements variés : productivités différentes, présence ou absence de risque et courbes prix-dimension différentes.

CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES

Conclusions générales et perspectives

Ce travail est fondé sur une analyse détaillée de modèles multiples qui sont utilisés pour simuler et, le cas échéant, optimiser la gestion des peuplements forestiers. Il s'agit de modèles de croissance, de prix et de décision en situation risquée qui sont successivement étudiés dans les chapitres 1 à 3. Enfin au quatrième chapitre, ces modèles sont articulés les uns aux autres pour constituer un modèle de gestion, adapté à différentes structures, susceptible de s'appliquer, moyennant une calibration appropriée, à divers cas de figure. Ces derniers sont représentés dans la thèse sur le seul exemple du hêtre dans le Nord-Est de la France qui vient illustrer les analyses théoriques et donner une idée des résultats potentiels. Ainsi, plusieurs cas de figure ont été étudiés en présence et en absence de risque, à savoir le cas régulier, le cas irrégulier, le cas d'une conversion en structure irrégulière d'un peuplement de structure régulière et vice versa, ainsi que le cas de l'arbre individuel. Dans un aperçu général, on peut résumer les apports de la thèse comme suit :

- Estompage des barrières quelque peu artificielles apposées entre peuplements réguliers et irréguliers :

Il s'agit de s'extraire, autant que faire se peut, de la dichotomie des structures régulière ou irrégulière de peuplements forestiers en s'intéressant notamment à la croissance des arbres dans leur environnement quel qu'il soit. Il s'agit également d'un premier travail sur l'effet des variables de structure du peuplement (e.g. largeur moyenne de cerne, part du bois de tige hors houppier etc.) sur le prix des bois.

- Possibilité d'étude des peuplements en conversion :

En effet, des changements d'objectif peuvent survenir ou être envisagés dans la vie d'un peuplement, d'autant plus que le contexte environnemental, social et économique forestier évolue fortement.

- Elaboration d'un critère économique de décision à l'échelle de l'arbre dans les situations risquées

- Prise en compte du risque dans le cas d'un propriétaire neutre au risque :
Le cas de la neutralité au risque est particulier mais néanmoins important dans la mesure où il s'adresse aux propriétaires qui sont assurés ou pour lesquels le peuplement étudié ne constitue qu'une petite part du patrimoine total, forestier ou non.

- Conséquences directes sur le rapprochement entre modélisation théorique et situation pratique

- Caractère générique de l'approche conçue pour se prêter a priori à toutes les essences et toutes les régions, sous réserve d'une estimation des paramètres des modèles dans chaque cas considéré.

Cependant, il s'agit là d'un premier travail qui présente, entre autres, les limites suivantes :

- Le modèle générique peut ne pas convenir à certaines essences pour certaines régions (par exemple, il ne prend pas en compte les effets de l'altitude en montagne)

- Effet date non pris en compte directement dans le modèle de croissance (ce qui permettrait de mieux composer avec les changements de productivité)

- A défaut des informations sur la qualité des bois, le modèle prix-dimension utilisé repose sur une qualité moyenne. Or, l'analyse de la façon dont la qualité affecte la courbe prix-dimension est très importante notamment pour les feuillus. Les analyses théoriques à l'échelle de l'arbre ont montré que la qualité du bois peut fortement changer le diamètre d'exploitation.

D'une façon générale, il semble intéressent d'élargir par la suite ce travail, en intégrant notamment les aspects suivants :

1- Adaptation de la démarche de la thèse aux peuplements plurispécifiques :

Dans un premier temps, cette étude porte sur le cas des peuplements purs de toutes structures, illustré par l'exemple des hêtraies. Cependant, la plupart des peuplements sont plurispécifiques.

2- Intégration du critère de décision à l'échelle de l'arbre dans le modèle de gestion :

En effet, la simulation de la gestion à l'échelle du peuplement repose souvent sur une qualité moyenne du bois. Or, dans les peuplements feuillus, les qualités (donc les courbes prix-dimension) sont souvent diversifiées. En revanche, la gestion d'un peuplement forestier peut être optimisée en maximisant la valeur d'avenir des arbres sur pied qu'il comporte, quelle que soit la structure du peuplement. Ainsi, une optimisation fine et pratique de la gestion forestière serait permise.

3- Intégration de l'aspect stochastique du prix des bois et la gestion adaptative

De nombreux auteurs ont souligné que le coût d'ignorer la variation de prix est très important (Norstrom, 1975, Lohmander, 1987, Brazee et Mendelsohn, 1988 et Haight 1990 a,b). Bien que l'estimation des variations de prix s'avère pour partie incertaine, la stratégie déterministe d'exploitation peut être considérée comme peu réaliste et non adaptative dans le sens où il y a la possibilité de surveiller et d'adapter la stratégie d'exploitation en fonction du prix observée sur le marché. L'adaptation de la stratégie d'exploitation au prix de marché procède également d'un sens économique car elle correspond à la théorie de l'offre. Elle est également nécessaire dans le sens où l'adaptation de l'exploitation au prix permet de réguler les prix sur le marché. Ainsi, il est intéressant de simuler ou optimiser la gestion du peuplement dans un environnement stochastique.

4- Intégration du risque endogène

Plusieurs études ont montré que le risque catastrophique et le taux sauvetage d'un peuplement forestier possèdent une composante endogène (Bock et al. 2005). L'intégration du risque catastrophique endogène permettra ainsi d'améliorer encore la gestion des peuplements vis-à-vis de risque.

5- Prise en compte des biens et services non marchands

Longtemps considérées comme annexes et dérivées, les productions autres que le bois intervenaient peu dans les modèles économiques. Depuis quelques années, conscience a été prise de leur importance croissante pour la société ainsi que de l'intérêt de mieux les prendre en compte dans la gestion et, bien sûr, dans les modèles. Mais l'intégration de l'ensemble des productions forestières ou, à titre expérimental, d'au moins deux d'entre elles dans un modèle de

calcul économique reste encore assez rare. Et pourtant il serait aujourd'hui difficile de se limiter, pour gérer une forêt, à la seule production de bois, non seulement du fait de la variété des biens et services produits mais encore en raison de la rentabilité de plus en plus difficile à assurer de la seule production de bois. Un besoin important de recherche se fait donc sentir dans ce domaine de la multifonctionnalité des forêts, notamment pour mieux intégrer des fonctions telles que la récréation, la lutte contre l'effet de serre ou l'amélioration de la biodiversité.

* * *

En dépit de ses limites, ce travail a permis de réaliser un certain nombre d'avancées en matière d'intégration entre productions en volume et en valeur, de changement d'échelle (de l'arbre au peuplement et réciproquement), de gestion économique des peuplements à structure irrégulière ou, mieux encore, en conversion. Il constitue par ailleurs un point de départ à partir duquel des compléments ou des précisions pourront ultérieurement être apportées. Enfin, le grand espoir que suscite ce travail est qu'il apparaisse, à l'usage, particulièrement adapté à la formation supérieure forestière, notamment à celle des ingénieurs et chercheurs forestiers iraniens.

ANNEXES

ANNEXES

Annexes 1 : 269
Annexes 1.1 : Transformations nécessaires pour éliminer l'âge de la forme différentielle du modèle de Korf. 269
Annexe 1.2 : Calcul de la surface occupée par un arbre : 270
Annexe 1.3 : Surface occupée par l'arbre moyen et les arbres individuels d'un peuplement : 271
Annexe 1.4 : Modèle d'accroissement en diamètre du hêtre 272
Annexe 1.5 : Modèle de recrutement du hêtre avec la spécification non linéaire 274
Annexe 1.6 : Modèle de recrutement du hêtre avec la spécification linéaire 275
Annexe 1.7 : Modèle de surface occupée par arbres 276

Annexe 2 : 277
Annexe 2.1 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ; 277
Annexe 2.2 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix 279
Annexe 2.3 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix; 280
Annexe 2.4 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ; 281
Annexe 2.5 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ; 282
Annexe 2.6 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix; 283
Annexe 2.7 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ; 284
Annexe 2.8 : Résultat de l'estimation du modèle statistique de prix ; 285
Annexe 2.9 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ; 286
Annexe 2.10 : Résultat de l'estimation du modèle dynamique de prix pour les gros bois ; 287

Annexe 3 : 290
Annexe 3.1 : Rappel sur la théorie micro-économique du choix optimal d'investissement en deux périodes 290
Annexe 3.2 : Calculs de la valeur d'avenir du fonds forestier, de la superficie et de la forêt, adaptés du modèle de König-Faustmann 292
Annexe 3.3 : Calculs concernant la correction du critère de Duerr : 297
Annexe 3.4 : Rappel sur la théorie de l'équilibre intertemporelle du consommateur dans le marché financier parfait et imparfait 298
Annexe 3.5 : Quelques calculs sur le taux social de préférence intertemporel, adaptés de l'article de Kant (2003) 301
Annexe 3.6 : Cadre théorique et les calculs du bénéfice actualisé à l'infini en présence de risque, adapté des travaux de Reed (1984 et 1986) et Rouledge (1980) : 303

Annexe 4 : 314
Annexe 4.1 : Algorithme de la mortalité naturelle : 314

Annexes 1 :

Annexes 1.1 : Transformations nécessaires pour éliminer l'âge de la forme différentielle du modèle de Korf.

Modèle de Korf sous forme intégrée :

$$y(t) = k.\exp\left[-\left(\frac{1}{at}\right)^{m}\right] \tag{1.1}$$

En appliquant le logarithme népérien des deux côtés de l'égalité, on obtient :

$$Ln\,y(t) = Lnk - \left(\frac{1}{at}\right)^{m} \tag{1.2}$$

La dérivée de l'égalité par rapport à t :

$$\frac{y'(t)}{y(t)} = am\left(\frac{1}{at}\right)^{m+1} \tag{1.3}$$

$$y'(t) = y(t).a.m.\left(\frac{1}{at}\right)^{m+1} \tag{1.4}$$

De l'équation (1.2), on a :

$$Ln\,y(t) - Lnk = -\left(\frac{1}{at}\right)^{m} \tag{1.5}$$

En remplaçant l'équation (1.5) dans l'équation (1.4), on obtient le modèle de Korf sous forme différentielle et autonome (âge non explicite) :

$$y'(t) = a.m.y(t).\left[Lnk - Lny(t)\right]^{\frac{m+1}{m}} \tag{1.6}$$

Annexe 1.2 : Calcul de la surface occupée par un arbre :

La surface occupée par un arbre peut être mesurée par la surface de la projection horizontale (projection au sol) de son houppier. Ceci est schématiquement présenté sur la figure 1.1.

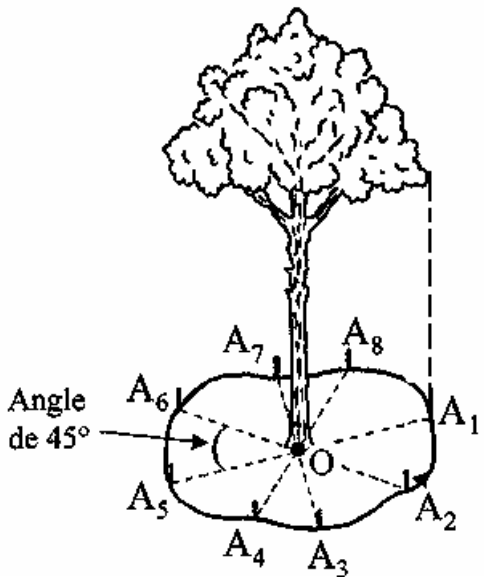

Figure 1.1 : La surface occupée par un arbre correspondant à la projection au sol des houppiers (d'après Bertrand, 2001).

Sur la figure 1.1, on s'aperçoit que la surface occupée par un arbre est directement liée au diamètre et à la forme du houppier. Si on fait l'hypothèse que la projection du houppier se compose de la juxtaposition de 8 huitièmes de cercle de rayons OA_i, la surface occupée par un arbre se calcule par le rayon moyen du houppier projeté au sol :

$$A = \frac{\pi}{8} * \sum_{i=1}^{8} \left(OA_i\right)^2 \qquad (1.1)$$

avec

A : Surface occupée par arbres
OA_i : Rayons du houppier issus du point O et décalés de 45°

Ainsi, le diamètre moyen du houppier d'après sa projection au sol se calcule selon la formule suivante :

$$d_{houp} = \sqrt{\frac{4.s}{\pi}} \qquad (1.2)$$

d_{houp} : Diamètre du houppier

Annexe 1.3 : Surface occupée par l'arbre moyen et les arbres individuels d'un peuplement :

Supposons un peuplement composé de N arbres regroupés en n classes de diamètre. Supposons également que la relation entre la surface occupée par un arbre de la classe de diamètre i (D_i), le diamètre de l'arbre et la densité de peuplement soit du type, $A_i = \frac{\alpha}{RDI}.D_i^{\beta}$. La surface occupée par l'arbre moyen du peuplement de diamètre Dg se calcule comme suit :

$$\overline{A_1} = \frac{1}{N} = \frac{\alpha}{RDI}.Dg^{\beta} \qquad (1.3.1)$$

avec

$$Dg = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{n_i.D_i^{2}}{N}}$$

L'application individuelle de l'équation (1.3.1) consiste à répartir l'unité de la surface du peuplement entre les différentes classes de diamètre :

$$1 = \frac{\alpha}{RDI}.\sum_{i=1}^{n} n_i.D_i^{\beta} \qquad (1.3.2)$$

En divisant l'unité de la surface par le nombre total des arbres, N, on obtient la surface occupée par l'arbre moyen :

$$\overline{A_2} = \frac{1}{N} = \frac{\alpha}{RDI}.\sum_{i=1}^{n} \frac{n_i.D_i^{\beta}}{N} \qquad (1.3.3)$$

Ainsi, en supposant un paramètre β égal à 2, le modèle (1.3.1) est strictement équivalent au modèle (1.3.3). Par conséquent, avec un paramètre β égal à 2, le modèle 1.3.1 est applicable aussi bien à l'échelle de l'arbre moyen qu'à l'échelle de l'arbre individuel.

Annexe 1.4 : Modèle d'accroissement en diamètre du hêtre

$$\left(\frac{dD_i}{dt}\right) = \left[a_1.m_1.D_i.\left(Lnk_1 - LnD_i\right)^{\frac{m_1+1}{m_1}} \right].\left[1-\exp(-b_1.RS)\right].\exp\left(-c_1.RDI + d_1.\overline{P}_n + e_1.PH + g_1.cyc3\right)$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable Accrtd
Method: Marquardt

NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	9
R	8.867E-6
PPC(b1)	0.00017
RPC(b1)	0.000226
Object	2.42E-10
Objective	20699
Observations Read	7460
Observations Used	7459
Observations Missing	1

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	8	186279	23284.9	522.07	<.0001
Residual	7451	20699.0	2.7780		
Uncorrected Total	7459	206978			
Corrected Total	7458	30851.2			

The SAS System
The NLIN Procedure
Approx

Parameter	Estimate	Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_1	0.0295	0.00456	0.0206	0.0385
m_1	1.0499	0.1921	0.6733	1.4265
K_1	502.8	111.6	284.1	721.5
b_1	42.4979	9.4958	23.8831	61.1126
c_1	-1.4884	0.0527	-1.5916	-1.3852
d_1	0.0832	0.00262	0.0781	0.0884
e_1	-0.6238	0.0346	-0.6916	-0.5561
g_1	-0.0999	0.00862	-0.1168	-0.0830

Approximate Correlation Matrix

	a_1	m_1	K_1	b_1
a_1	1.0000000	0.9847089	-0.9930782	0.2981143
m_1	0.9847089	1.0000000	-0.9930896	0.3264938
K_1	-0.9930782	-0.9930896	1.0000000	-0.2978196
b_1	0.2981143	0.3264938	-0.2978196	1.0000000
c_1	-0.0812463	0.0069191	-0.0059246	-0.0468753
d_1	-0.0138836	-0.0269100	0.0228800	-0.0136366
e_1	0.0162033	0.0239863	-0.0408006	-0.0559368

g_1	0.0274289	0.0327527	-0.0358644	-0.0014685

Approximate Correlation Matrix

	c_1	d_1	e_1	g_1
a_1	-0.0812463	-0.0138836	0.0162033	0.0274289
m_1	0.0069191	-0.0269100	0.0239863	0.0327527
K_1	-0.0059246	0.0228800	-0.0408006	-0.0358644
b_1	-0.0468753	-0.0136366	-0.0559368	-0.0014685
c_1	1.0000000	-0.6390089	-0.0991244	0.1304596
d_1	-0.6390089	1.0000000	0.0571992	-0.3416108
e_1	-0.0991244	0.0571992	1.0000000	0.0025653
g_1	0.1304596	-0.3416108	0.0025653	1.0000000

Annexe 1.5 : Modèle de recrutement du hêtre avec la spécification non linéaire

$$Trecrut = \exp(a_2.RDI + c_2.\overline{P}_{60} + e_2.cyc1).(h_2 + i_2.N_T)$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable Nrecrut_1_10h
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	8
R	6.708E-6
PPC(c)	0.000059
RPC(b)	0.000085
Object	1.224E-9
Objective	59326.7
Observations Read	7801
Observations Used	7792
Observations Missing	9

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	5	114153	22830.6	2535.36	<.0001
Residual	7787	59326.7	7.6187		
Uncorrected Total	7792	173480			
Corrected Total	7791	136591			

The SAS System
The NLIN Procedure
Approx

Parameter	Estimate	Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_2	-4.8759	0.0871	-5.0467	-4.7051
c_2	0.0945	0.00479	0.0851	0.1039
e_2	-0.1426	0.0223	-0.1863	-0.0989
h_2	-4.7421	0.2728	-5.2769	-4.2074
i_2	0.2221	0.00653	0.2093	0.2349

Approximate Correlation Matrix

	a_2	c_2	e_2	h_2	i_2
a_2	1.0000000	-0.5969624	-0.2770466	0.3753958	-0.7512982
c_2	-0.5969624	1.0000000	0.2819750	-0.0726791	0.0046475
e_2	-0.2770466	0.2819750	1.0000000	-0.0428481	0.0095540
h_2	0.3753958	-0.0726791	-0.0428481	1.0000000	-0.6022227
i_2	-0.7512982	0.0046475	0.0095540	-0.6022227	1.0000000

Annexe 1.6 : Modèle de recrutement du hêtre avec la spécification linéaire

$$Trecrut = \exp(a_2.RDI + b_2.PH + c_2.\overline{P}_{60} + i_2.N_T)$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable Nrecrut_1_10h
Method: Marquardt

NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	1
R	0
PPC	0
RPC(a)	5147674
Object	0.487465
Objective	88914.46
Observations Read	7801
Observations Used	7792
Observations Missing	9

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	4	84565.3	21141.3	1392.00	<.0001
Residual	7788	88914.5	11.4169		
Uncorrected Total	7792	173480			
Corrected Total	7791	136591			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_2	-5.1477	0.2607	-5.6587	-4.6367
b_2	2.8346	0.3911	2.0678	3.6013
c_2	0.4237	0.0236	0.3775	0.4700
i_2	0.0226	0.000546	0.0215	0.0237

The SAS System
The NLIN Procedure
Approximate Correlation Matrix

	a_2	b_2	c_2	i_2
a_2	1.0000000	-0.1788136	-0.8646324	-0.1432002
b_2	-0.1788136	1.0000000	-0.1018530	-0.6935414
c_2	-0.8646324	-0.1018530	1.0000000	0.1329097
i_2	-0.1432002	-0.6935414	0.1329097	1.0000000

Annexe 1.7 : Modèle de surface occupée par arbres

$$A_i = \frac{\alpha}{RDI}.D_i^{\beta}$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable Sa
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.
Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	4
R	2.001E-7
PPC(a)	3.065E-8
RPC(a)	1.569E-6
Object	1.08E-10
Objective	31315.38
Observations Read	38536
Observations Used	38536
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	2	20356689	10178344	1.386E7	<.0001
Residual	38534	31315.4	0.8127		
Uncorrected Total	38536	20388004			
Corrected Total	38535	11291663			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
α	106.5	0.0858	106.3	106.6
β	1.6876	0.000604	1.6864	1.6887

The SAS System
The NLIN Procedure
Approximate Correlation Matrix

	α	β
α	1.0000000	0.9687417
β	0.9687417	1.0000000

Annexe 2 :

Annexe 2.1 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ;
toutes les variables intégrées

$$PU_1 = a_1.\left(1-\sum_{i=1}^{n} S_{gi}\right) + \sum_{i=1}^{n} S_{gi}.b_1.[1-\exp[-c_1.(D_i - dm_1)]] + e_1.(LC.Dg) + e_2.(DP.Dg.PBTige30+)$$
$$+ e_3.DB + e_4.DNE + e_5.DN + e_6.DV + e_7.HE + e_8.HD + e_9.SHE + e_{10}.HF + e_{11}.PH + e_{12}.BQ + e_{13}.Debard$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable y
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	9
R	8.186E-6
PPC(e8)	0.000063
RPC(e8)	0.000171
Object	3.19E-10
Objective	7991.838
Observations Read	111
Observations Used	111
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Regression	17	294707	17335.7	18.99	<.0001
Residual	94	7991.8	85.0196		
Uncorrected Total	111	302699			
Corrected Total	110	33826.8			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_1	42.1545	43.6390	-44.4922	128.8
b_1	168.5	59.4369	50.4787	286.5
c_1	0.0299	0.0140	0.00209	0.0578
dm_1	8.7080	10.4260	-11.9931	29.4092
e1	0.8064	0.4235	-0.0345	1.6473
e2	0.00147	0.000723	0.000029	0.00290
e3	3.0056	5.6690	-8.2504	14.2616
e4	1.0342	3.3333	-5.5842	7.6525
e5	-0.8481	3.0112	-6.8270	5.1307
e6	4.8710	3.2647	-1.6113	11.3532
e7	-83.3137	64.6115	-211.6	44.9747
e8	4.9929	30.7778	-56.1175	66.1034
e9	-33.6713	27.1870	-87.6520	20.3095
e10	-0.5315	1.3870	-3.2854	2.2223
e11	35.5826	48.6894	-61.0920	132.3
e12	-2.1090	2.5596	-7.1911	2.9732
e13	-0.0118	0.00661	-0.0249	0.00133

The SAS System
The NLIN Procedure
Approximate Correlation Matrix

	a_1	b_1	c_1	dm_1	e1	e2
a_1	1.0000000	0.7219810	-0.1502511	-0.8785407	-0.0868024	-0.1623629
b_1	0.7219810	1.0000000	-0.4909618	-0.8283824	-0.3169396	-0.1616498
c_1	-0.1502511	-0.4909618	1.0000000	0.4091311	0.4541101	0.0505081
dm_1	-0.8785407	-0.8283824	0.4091311	1.0000000	-0.0202814	0.0669374
e1	-0.0868024	-0.3169396	0.4541101	-0.0202814	1.0000000	0.0934664
e2	-0.1623629	-0.1616498	0.0505081	0.0669374	0.0934664	1.0000000
e3	-0.1466226	0.0902079	0.1603361	0.1199768	-0.2973173	-0.0415402
e4	0.1635238	-0.1583994	0.1985025	-0.0610477	-0.0752434	0.1272034
e5	0.2583270	0.1035795	-0.1186734	-0.2475824	-0.0114757	0.1393179
e6	0.0487318	-0.0810844	0.0834385	0.0948763	-0.2928298	-0.0575315
e7	-0.5532525	-0.5645707	-0.0307443	0.5346091	0.0133905	0.0754809
e8	-0.1421899	0.0666156	-0.1278776	0.2479070	-0.4194290	-0.0865337
e9	-0.8475694	-0.7503764	0.0531611	0.8021902	0.0180892	0.1735972
e10	0.0600009	-0.3402066	-0.1677246	0.0465031	-0.0218549	-0.1977509
e11	-0.0684110	0.1246801	0.0888418	0.0277143	-0.0496645	0.0386578
e12	-0.2593530	-0.1121424	-0.0487406	0.1803903	-0.1177858	0.1977758
e13	-0.0831008	-0.0438418	-0.0155111	0.1086819	-0.1198451	-0.0084382

Approximate Correlation Matrix

	e3	e4	e5	e6	e7	e8
a_1	-0.1466226	0.1635238	0.2583270	0.0487318	-0.5532525	-0.1421899
b_1	0.0902079	-0.1583994	0.1035795	-0.0810844	-0.5645707	0.0666156
c_1	0.1603361	0.1985025	-0.1186734	0.0834385	-0.0307443	-0.1278776
dm_1	0.1199768	-0.0610477	-0.2475824	0.0948763	0.5346091	0.2479070
e1	-0.2973173	-0.0752434	-0.0114757	-0.2928298	0.0133905	-0.4194290
e2	-0.0415402	0.1272034	0.1393179	-0.0575315	0.0754809	-0.0865337
e3	1.0000000	0.3297615	0.0693825	0.3380775	0.0608319	0.1098254
e4	0.3297615	1.0000000	0.4297210	0.5041209	-0.0356691	-0.1430582
e5	0.0693825	0.4297210	1.0000000	0.3420886	-0.0972934	-0.1052147
e6	0.3380775	0.5041209	0.3420886	1.0000000	-0.0494575	0.1877850
e7	0.0608319	-0.0356691	-0.0972934	-0.0494575	1.0000000	-0.0555263
e8	0.1098254	-0.1430582	-0.1052147	0.1877850	-0.0555263	1.0000000
e9	0.0115897	-0.1216109	-0.1935474	-0.0601370	0.8826303	0.0328088
e10	-0.3339442	0.2468012	0.1922717	0.1779020	0.1593703	-0.1074771
e11	-0.0048200	-0.0617319	-0.0699438	0.0445247	-0.7730580	0.1691969
e12	0.0912895	-0.1085228	-0.1527358	-0.0240080	0.1433533	-0.0240158
e13	-0.0417575	-0.0834492	-0.1654158	-0.2337326	0.1534153	0.0409892

Approximate Correlation Matrix

	e9	e10	e11	e12	e13
a_1	-0.8475694	0.0600009	-0.0684110	-0.2593530	-0.0831008
b_1	-0.7503764	-0.3402066	0.1246801	-0.1121424	-0.0438418
c_1	0.0531611	-0.1677246	0.0888418	-0.0487406	-0.0155111
dm_1	0.8021902	0.0465031	0.0277143	0.1803903	0.1086819
e1	0.0180892	-0.0218549	-0.0496645	-0.1177858	-0.1198451
e2	0.1735972	-0.1977509	0.0386578	0.1977758	-0.0084382
e3	0.0115897	-0.3339442	-0.0048200	0.0912895	-0.0417575
e4	-0.1216109	0.2468012	-0.0617319	-0.1085228	-0.0834492
e5	-0.1935474	0.1922717	-0.0699438	-0.1527358	-0.1654158
e6	-0.0601370	0.1779020	0.0445247	-0.0240080	-0.2337326
e7	0.8826303	0.1593703	-0.7730580	0.1433533	0.1534153
e8	0.0328088	-0.1074771	0.1691969	-0.0240158	0.0409892
e9	1.0000000	0.0903458	-0.4016869	0.2324116	0.1227671
e10	0.0903458	1.0000000	-0.2321230	-0.2287952	-0.0125148
e11	-0.4016869	-0.2321230	1.0000000	0.0406597	-0.1321644
e12	0.2324116	-0.2287952	0.0406597	1.0000000	-0.0865329
e13	0.1227671	-0.0125148	-0.1321644	-0.0865329	1.0000000

Annexe 2.2 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix

la largeur moyenne de cerne et la densité du prélèvement ont été spécifiées sous une forme additive

$$PU_2 = a_2.\left(1-\sum_{i=1}^{n} S_{gi}\right)+\sum_{i=1}^{n} S_{gi}.b_2.[1-\exp[-c_2.(D_i-dm_2)]]+k_1.\log(LC.Dg)+$$
$$Min[o_2.(DP.Dg.PBTige30p), q_2]$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable y
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	3
R	6.678E-6
PPC(c)	0.000026
RPC(dm)	0.001286
Object	0.00002
Objective	8129.799
Observations Read	111
Observations Used	111
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	7	294570	42081.4	54.79	<.0001
Residual	104	8129.8	78.1711		
Uncorrected Total	111	302699			
Corrected Total	110	33826.8			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_2	-8.1487	10.5903	-29.1498	12.8524
b_2	74.7366	26.5604	22.0659	127.4
c_2	0.0443	0.0276	-0.0104	0.0990
dm_2	31.5561	2.9138	25.7779	37.3342
k_2	8.8654	3.8985	1.1345	16.5964
o_2	0.00322	0.00134	0.000556	0.00589
q_2	13.1359	4.5635	4.0863	22.1855

The SAS System
The NLIN Procedure
Approximate Correlation Matrix

	a_2	b_2	c_2	dm_2	k_2	o_2	q_2
a_2	1.0000000	0.3214569	0.1665129	-0.0880062	-0.8545853	0.0789216	-0.0303979
b_2	0.3214569	1.0000000	-0.7869013	-0.8236195	-0.6378091	0.0629367	0.1034187
c_2	0.1665129	-0.7869013	1.0000000	0.7494356	0.0916633	-0.1715975	-0.2881675
dm_2	-0.0880062	-0.8236195	0.7494356	1.0000000	0.4660798	-0.1054216	-0.1191560
k_2	-0.8545853	-0.6378091	0.0916633	0.4660798	1.0000000	-0.1762955	-0.0049257
o_2	0.0789216	0.0629367	-0.1715975	-0.1054216	-0.1762955	1.0000000	0.5111347
q_2	-0.0303979	0.1034187	-0.2881675	-0.1191560	-0.0049257	0.5111347	1.0000000

Annexe 2.3 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix;

la largeur moyenne de cerne a été spécifiée sous une forme multiplicative du prix de la tige hors houppier :

$$PU_{Lf} = a_f.\left(1-\sum_{i=1}^{n} S_{gi}\right) + \exp(k_f.LC)\left[\sum_{i=1}^{n} S_{gi}.b_f.\left[1-\exp\left[-c_f.(D_i - dm_f)\right]\right]\right] + Min\left[o_f.(DP.Dg.PBTige30P), q_f\right]$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable y
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	4
R	6.089E-6
PPC(f1)	0.000025
RPC(f1)	0.00029
Object	6.572E-9
Objective	8085.208
Observations Read	111
Observations Used	111
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	7	294614	42087.7	55.19	<.0001
Residual	104	8085.2	77.7424		
Uncorrected Total	111	302699			
Corrected Total	110	33826.8			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_f	14.3763	6.5872	1.3136	27.4390
b_f	76.5581	21.6095	33.7054	119.4
c_f	0.0397	0.0163	0.00742	0.0721
dm_f	26.4654	1.8619	22.7732	30.1575
k_f	1.0914	0.5104	0.0793	2.1035
o_f	0.00350	0.00132	0.000880	0.00613
q_f	14.4667	4.4941	5.5547	23.3787

The SAS System
The NLIN Procedure
Approximate Correlation Matrix

	a_f	b_f	c_f	dm_f	k_f	o_f	q_f
a_f	1.0000000	-0.3251044	0.3606299	0.5396214	-0.0190625	-0.1482730	-0.0525357
b_f	-0.3251044	1.0000000	-0.7918965	-0.4249670	-0.7835137	-0.0581083	-0.0703974
c_f	0.3606299	-0.7918965	1.0000000	0.7577507	0.3093977	-0.1589877	-0.1961875
dm	0.5396214	-0.4249670	0.7577507	1.0000000	-0.0595467	-0.1027757	-0.1774951
k_f	-0.0190625	-0.7835137	0.3093977	-0.0595467	1.0000000	0.0222984	0.1576390
o_f	-0.1482730	-0.0581083	-0.1589877	-0.1027757	0.0222984	1.0000000	0.5027327
q_f	-0.0525357	-0.0703974	-0.1961875	-0.1774951	0.1576390	0.5027327	1.0000000

Annexe 2.4 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ;

la largeur moyenne de cerne a été spécifiée sous une forme multiplicative du prix au mètre cube du lot

$$PU_3 = \exp(k_3.LC)\left[a_3.\left(1-\sum_{i=1}^{n} S_{gi}\right)+\sum_{i=1}^{n} S_{gi}.b_3.[1-\exp[-c_3.(D_i-dm_3)]]\right]+ Min[o_3.(DP.dg.PBTige30P), q_3]$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable y
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	4
R	5.125E-6
PPC(f1)	0.000021
RPC(f1)	0.00025
Object	5.354E-9
Objective	8087.873
Observations Read	111
Observations Used	111
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	7	294611	42087.3	55.16	<.0001
Residual	104	8087.9	77.7680		
Uncorrected Total	111	302699			
Corrected Total	110	33826.8			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_3	10.6103	5.2961	0.1079	21.1128
b_3	79.5076	20.9399	37.9828	121.0
c_3	0.0397	0.0163	0.00741	0.0719
dm_3	26.4053	1.8591	22.7186	30.0919
k_3	0.9702	0.4587	0.0606	1.8798
o_3	0.00350	0.00132	0.000870	0.00612
q_3	14.4061	4.4933	5.4957	23.3164

The SAS System
The NLIN Procedure
Approximate Correlation Matrix

	a_3	b_3	c_3	dm_3	k_3	o_3	q_3
a_3	1.0000000	-0.0529650	0.2529593	0.5238142	-0.4112285	-0.1459111	-0.0956700
b_3	-0.0529650	1.0000000	-0.8047550	-0.4159658	-0.7322907	-0.0610078	-0.0586050
c_3	0.2529593	-0.8047550	1.0000000	0.7562263	0.2632980	-0.1611208	-0.2012776
dm_3	0.5238142	-0.4159658	0.7562263	1.0000000	-0.1334001	-0.1049910	-0.1846446
k_3	-0.4112285	-0.7322907	0.2632980	-0.1334001	1.0000000	0.0258691	0.1511640
o_3	-0.1459111	-0.0610078	-0.1611208	-0.1049910	0.0258691	1.0000000	0.5032010
q_3	-0.0956700	-0.0586050	-0.2012776	-0.1846446	0.1511640	0.5032010	1.0000000

Annexe 2.5 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ;

la largeur moyenne de cerne et la densité du prélèvement ont été spécifiées sous une forme multiplicative du prix de la tige hors houppier :

$$PU_4 = a_4.\left(1-\sum_{i=1}^{n} S_{gi}\right)+\left[k_4.(LC)+Min\left[o_4.(DP),k_4\right]\right].\left[\sum_{i=1}^{n} S_{gi}b_4.\left[1-\exp\left[-c_4.(D_i-dm_4)\right]\right]\right]$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable y
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	11
Subiterations	10
Average Subiterations	0.909091
R	3.914E-6
PPC(c)	0.00002
RPC(c)	0.000091
Object	2.64E-10
Objective	8676.423
Observations Read	111
Observations Used	111
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	7	294023	42003.3	50.24	<.0001
Residual	104	8676.4	83.4271		
Uncorrected Total	111	302699			
Corrected Total	110	33826.8			

The SAS System
The NLIN Procedure

Approx

Parameter	Estimate	Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_4	13.0562	7.5306	-1.8774	27.9897
b_4	112.2	44.8023	23.3127	201.0
c_4	0.0182	0.00896	0.000454	0.0360
dm_4	21.1839	1.8780	17.4597	24.9080
k_4	1.0141	0.4619	0.0980	1.9301
o_4	0.00218	0.000790	0.000612	0.00375
q_4	0.2702	0.0869	0.0979	0.4425

Approximate Correlation Matrix

	a_4	b_4	c_4	dm_4	k_4	o_4	q_4
a_4	1.0000000	-0.2021015	0.1237246	0.2170380	-0.0361236	0.0062247	0.1473376
b_4	-0.2021015	1.0000000	-0.9141157	-0.4588748	-0.6871075	-0.0914468	-0.0587154
c_4	0.1237246	-0.9141157	1.0000000	0.6757405	0.3867420	-0.0490638	-0.1042692
dm_4	0.2170380	-0.4588748	0.6757405	1.0000000	-0.0564155	-0.0793509	-0.1284491
k_4	-0.0361236	-0.6871075	0.3867420	-0.0564155	1.0000000	0.0536063	0.1407086
o_4	0.0062247	-0.0914468	-0.0490638	-0.0793509	0.0536063	1.0000000	0.4982393
q_4	0.1473376	-0.0587154	-0.1042692	-0.1284491	0.1407086	0.4982393	1.0000000

Annexe 2.6 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix;

La densité du prélèvement et la largeur moyenne de cerne ont été spécifiées respectivement sous une forme multiplicative des prix au mètre cube du lot et de la tige hors houppier

$$PU_5 = \exp[Min(o_5.DP, q_5)].\left[a_5.(1-\sum_{i=1}^{n} S_{gi}) + \exp(k_5.LC).\sum_{i=1}^{n} S_{gi}.b_5.[1-\exp[-c_5.(D_i - d_m)]] \right]$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable y
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.
Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	5
R	5.535E-6
PPC(c)	0.00002
RPC(c)	0.000147
Object	1.449E-9
Objective	8359.521
Observations Read	111
Observations Used	111
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	7	294340	42048.5	52.81	<.0001
Residual	104	8359.5	80.3800		
Uncorrected Total	111	302699			
Corrected Total	110	33826.8			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_5	13.5699	6.6101	0.4617	26.6781
b_5	88.0105	25.4156	37.6100	138.4
c_5	0.0300	0.0113	0.00748	0.0524
dm_5	23.8814	1.5960	20.7165	27.0463
k_5	1.0167	0.4600	0.1045	1.9288
o_5	0.00184	0.000717	0.000415	0.00326
q_5	0.2280	0.0788	0.0719	0.3842

The SAS System
The NLIN Procedure

Approximate Correlation Matrix

	a_5	b_5	c_5	dm_5	k_5	o_5	q_5
a_5	1.0000000	-0.2703874	0.2615350	0.3897126	-0.0359452	-0.2364633	-0.0707752
b_5	-0.2703874	1.0000000	-0.8458202	-0.3995460	-0.7622401	-0.0784295	-0.0628404
c_5	0.2615350	-0.8458202	1.0000000	0.7008599	0.3618498	-0.0974019	-0.1483064
dm_5	0.3897126	-0.3995460	0.7008599	1.0000000	-0.0633449	-0.1472067	-0.1867904
k_5	-0.0359452	-0.7622401	0.3618498	-0.0633449	1.0000000	0.0595286	0.1507483
o_5	-0.2364633	-0.0784295	-0.0974019	-0.1472067	0.0595286	1.0000000	0.4921311
q_5	-0.0707752	-0.0628404	-0.1483064	-0.1867904	0.1507483	0.4921311	1.0000000

Annexe 2.7 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ;

basé sur le diamètre moyen-la proportion en volume de la tige hors houppier intégrée
(modèle de référence 1)

$$PU_{Lr1} = a_{r1}.(1 - S_g) + \exp(k_{r1}.LC)\left[S_g.b_{r1}.\left[1 - \exp\left[-c_{r1}.(Dg - dm_{r1})\right]\right]\right] + Min\left[o_{r1}.(DP.Dg.PBTige30P), q_{r1}\right]$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable y
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	7
Subiterations	7
Average Subiterations	1
R	8.563E-6
PPC(c)	0.000092
RPC(c)	0.000456
Object	1.813E-9
Objective	8792.681
Observations Read	111
Observations Used	111
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	7	293907	41986.7	49.35	<.0001
Residual	104	8792.7	84.5450		
Uncorrected Total	111	302699			
Corrected Total	110	33826.8			

The SAS System
The NLIN Procedure

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_{r1}	18.1735	7.3722	3.5541	32.7929
b_{r1}	206.9	197.3	-184.4	598.1
c_{r1}	0.00994	0.0106	-0.0110	0.0309
dm_{r1}	17.4728	2.5933	12.3302	22.6155
k_{r1}	0.4471	0.6381	-0.8183	1.7126
o_{r1}	0.00345	0.00138	0.000709	0.00620
q_{r1}	13.6510	4.6685	4.3932	22.9089

Approximate Correlation Matrix

	a_{r1}	b_{r1}	c_{r1}	dm_{r1}	k_{r1}	o_{r1}	q_{r1}
a_{r1}	1.0000000	-0.0142514	-0.0119558	0.1377014	-0.0993307	-0.1571613	0.0091979
b_{r1}	-0.0142514	1.0000000	-0.9752607	-0.6205729	-0.6695124	0.0229779	-0.0619288
c_{r1}	-0.0119558	-0.9752607	1.0000000	0.7296715	0.5058141	-0.0894112	-0.0253140
dm_{r1}	0.1377014	-0.6205729	0.7296715	1.0000000	0.0552027	-0.0889626	-0.1025876
k_{r1}	-0.0993307	-0.6695124	0.5058141	0.0552027	1.0000000	0.0483872	0.2194732
o_{r1}	-0.1571613	0.0229779	-0.0894112	-0.0889626	0.0483872	1.0000000	0.4966085
q_{r1}	0.0091979	-0.0619288	-0.0253140	-0.1025876	0.2194732	0.4966085	1.0000000

Annexe 2.8 : Résultat de l'estimation du modèle statistique de prix ;

toutes les classes de diamètre intégrées, la proportion en volume de la tige hors houppier exclue (modèle de référence 2)

$$PU_{Lr2} = a_{r2} + \exp[k_{r2}.LC)].\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{v_i}{V_L}.[b_{r2}.[1-\exp[-c_{r2}.(D_i - dm_{r2})]]]\right] + Min[o_{r2}.(LC.Dg.PBTige30P), q_{r2}]$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable y
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.
Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	7
R	3.635E-6
PPC(f1)	0.000023
RPC(f1)	0.000164
Object	2.75E-10
Objective	10066.67
Observations Read	111
Observations Used	111
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	7	292633	41804.7	40.91	<.0001
Residual	104	10066.7	96.7949		
Uncorrected Total	111	302699			
Corrected Total	110	33826.8			

The SAS System

The NLIN Procedure

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_{r2}	17.1464	15.5579	-13.7058	47.9986
b_{r2}	32.9057	20.9138	-8.5675	74.3789
c_{r2}	0.0780	0.0313	0.0159	0.1400
dm_{r2}	31.1651	5.8129	19.6378	42.6924
k_{r2}	0.6655	0.9156	1.1502	2.4811
o_{r2}	0.00421	0.00147	0.00129	0.00713
q_{r2}	16.9472	4.9466	7.1380	26.7565

Approximate Correlation Matrix

	a_{r2}	b_{r2}	c_{r2}	dm_{r2}	k_{r2}	o_{r2}	q_{r2}
a_{r2}	1.0000000	-0.8536922	0.4597146	0.9864415	0.4283199	0.0096161	-0.0529686
b_{r2}	-0.8536922	1.0000000	-0.6751211	-0.8166700	-0.8105788	-0.1233435	-0.0764102
c_{r2}	0.4597146	-0.6751211	1.0000000	0.4206482	0.5394449	-0.0829655	-0.1431806
dm_{r2}	0.9864415	-0.8166700	0.4206482	1.0000000	0.3746431	0.0697665	-0.0283607
k_{r2}	0.4283199	-0.8105788	0.5394449	0.3746431	1.0000000	0.0560632	0.1464825
o_{r2}	0.0096161	-0.1233435	-0.0829655	0.0697665	0.0560632	1.0000000	0.4899382
q_{r2}	-0.0529686	-0.0764102	-0.1431806	-0.0283607	0.1464825	0.4899382	1.0000000

Annexe 2.9 : Résultat de l'estimation du modèle statique de prix ;

basé sur le diamètre moyen, la proportion en volume de la tige hors houppier exclue (modèle de référence 3)

$$PU_{Lr3} = a_{r3} + \exp(k_{r31}.LC).b_{r3}.[[1-\exp[-c_{r3}(Dg - dm_{r3})]]] + Min[o_{r3}.(DP.Dg.PBTige30P), q_{r3}]$$

The SAS System
The NLIN Procedure
Iterative Phase
Dependent Variable y
Method: Marquardt
NOTE: Convergence criterion met.

Estimation Summary

Method	Marquardt
Iterations	6
R	5.331E-6
PPC(a)	0.002221
RPC(a)	0.00712
Object	1.94E-10
Objective	11316.68
Observations Read	111
Observations Used	111
Observations Missing	0

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Approx F Value	Pr > F
Regression	7	291383	41626.1	34.48	<.0001
Residual	104	11316.7	108.8		
Uncorrected Total	111	302699			
Corrected Total	110	33826.8			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a_{r3}	1.2357	191.7	-379.0	381.5
b_{r3}	98.3848	160.0	-219.0	415.8
c_{r3}	0.0205	0.0166	-0.0124	0.0534
dm_{r3}	17.8414	105.2	-190.8	226.5
k_{r3}	-0.4132	2.0495	-4.4775	3.6511
o_{r3}	0.00923	0.00510	-0.00088	0.0194
q_{r3}	12.8432	5.2690	2.3946	23.2919

Approximate Correlation Matrix

	a_{r3}	b_{r3}	c_{r3}	dm_{r3}	k_{r3}	o_{r3}	q_{r3}
a_{r3}	1.0000000	-0.9280178	-0.2964376	0.9995278	-0.9345300	0.0420197	-0.0124645
b_{r3}	-0.9280178	1.0000000	-0.0491632	-0.9333394	0.7610188	0.0386654	0.0683251
c_{r3}	-0.2964376	-0.0491632	1.0000000	-0.2764099	0.4547272	-0.3856217	-0.3507325
dm_{r3}	0.9995278	-0.9333394	-0.2764099	1.0000000	-0.9332506	0.0434630	-0.0128909
k_{r3}	-0.9345300	0.7610188	0.4547272	-0.9332506	1.0000000	-0.0855396	-0.0074815
o_{r3}	0.0420197	0.0386654	-0.3856217	0.0434630	-0.0855396	1.0000000	0.9080107
q_{r3}	-0.0124645	0.0683251	-0.3507325	-0.0128909	-0.0074815	0.9080107	1.0000000

Annexe 2.10 : Résultat de l'estimation du modèle dynamique de prix pour les gros bois ;

$$P_t = a + b_1.P_{t-1} + b_2.P_{t-2} + ... + b_3.P_{t-3}$$

The SAS System
The ARIMA Procedure
Name of Variable = PCH4Op
Mean of Working Series 72.42221
Standard Deviation 22.19353
Number of Observations 84

Autocorrelations

Lag	Covariance	Correlation	-1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1	Std Error
0	492.553	1.00000	|********************|	0
1	377.789	0.76700	|*************** . |	0.109109
2	267.798	0.54369	|*********** . |	0.160971
3	229.140	0.46521	|********* . |	0.181521
4	204.979	0.41616	|******** . |	0.195199
5	157.850	0.32047	|****** . |	0.205490
6	133.294	0.27062	|***** . |	0.211357
7	87.593597	0.17784	|**** . |	0.215442
8	52.178049	0.10593	|** . |	0.217183
9	67.626338	0.13730	|*** . |	0.217797
10	66.661101	0.13534	|*** . |	0.218825
11	31.817642	0.06460	|* . |	0.219819
12	26.978987	0.05477	|* . |	0.220045
13	36.169487	0.07343	|* . |	0.220207
14	26.823958	0.05446	|* . |	0.220498
15	35.568506	0.07221	|* . |	0.220658
16	78.563028	0.15950	|*** . |	0.220940
17	100.729	0.20450	|**** . |	0.222306
18	95.344008	0.19357	|**** . |	0.224535
19	58.410296	0.11859	|** . |	0.226513
20	25.903481	0.05259	|* . |	0.227250

"." marks two standard errors

Inverse Autocorrelations

Lag	Correlation	-1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1
1	-0.57509	| *********** . |
2	0.11294	| . |** . |
3	0.08123	| . |** . |
4	-0.23622	| ***** . |
5	0.19766	| . |**** |
6	-0.11031	| . **| . |
7	-0.02688	| . *| . |
8	0.16967	| . |***. |
9	-0.09900	| . **| . |
10	-0.06705	| . *| . |
11	0.06345	| . |* . |

The ARIMA Procedure

Inverse Autocorrelations

Lag	Correlation	-1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1
12	0.01370	| . | . |
13	-0.04037	| . *| . |
14	0.03786	| . |* . |
15	0.04767	| . |* . |
16	-0.06429	| . *| . |

| | | |

18	15.27	15	0.4323	0.034	-0.064	-0.114	0.142	0.069	0.154
24	19.88	21	0.5289	0.019	-0.029	-0.027	0.138	-0.046	-0.126

The SAS System 09:07 Thursday, March 16, 2006 17

The ARIMA Procedure

Model for variable PCH4Op

Estimated Mean 71.31474

Autoregressive Factors

Factor 1: 1 - 0.91648 B**(1) + 0.3523 B**(2) - 0.23521 B**(3)

Annexe 3 :

Annexe 3.1 : Rappel sur la théorie micro-économique du choix optimal d'investissement en deux périodes

Intéressons-nous à la décision d'investissement d'un individu sur deux périodes. En première période, l'individu a le choix entre consommer ou investir afin d'avoir une consommation plus grande en deuxième période. L'individu doit choisir entre plusieurs revenus alternatifs liés à sa décision d'investissement. On désigne par exemple ces revenus par Y_1 et Y_0 correspondant respectivement à ceux de la période en cours et de la période suivante. Il existe donc un ensemble d'alternatives représenté en général par une courbe convexe appelée souvent la frontière des possibilités d'investissement (frontière de production). Le problème de l'individu consiste donc à déterminer Y_0 et Y_1 à partir de la frontière des possibilités d'investissement qui maximise sa contrainte budgétaire, Y_1Y_0 (CB), pour une valeur donnée de r, le taux d'actualisation[101]. Dans la figure ci-dessus, on s'aperçoit bien que si l'individu consomme son revenu Y_0 (point B), il n'aura pas de revenu dans la période suivante. En revanche, s'il investit tout le revenu (consommation zéro) de la période zéro (Point 0), son revenu futur est égal au montant maximal de A. En effet, le revenu et donc la consommation de l'individu dans la période 1 dépend de son investissement en période zéro. La frontière de possibilités d'investissement exprime donc la fonction suivante :

$$Y_1 = f(Y_0) \qquad (3.1.1)$$

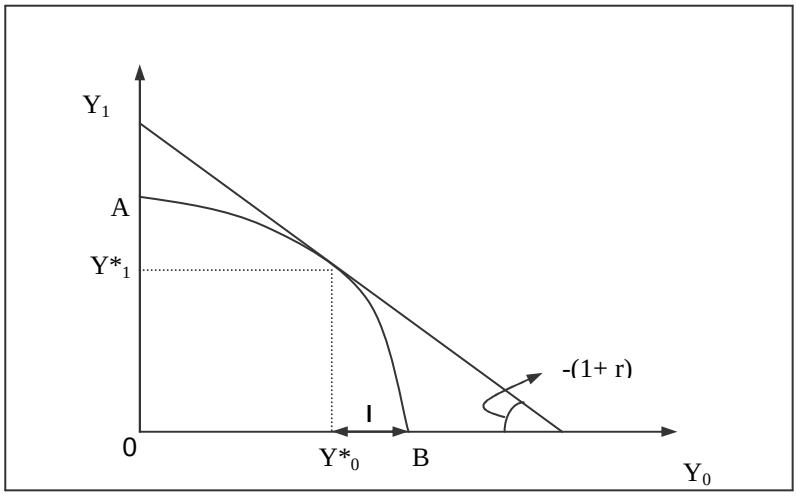

Figure 3.1.1 : Choix de l'investissement optimal

La pente de cette fonction correspond à la hausse de revenu dans la période 1 contre chaque unité de l'investissement dans la période zéro. On voit bien que la frontière des possibilités d'investissement, AB, est très pentue aux alentours du point B. En effet, les premières unités de revenu (Y_0) investi a un rendement très élevé. Cependant, le rendement de l'investissement diminue progressivement vers le point A. Le montant optimal de l'investissement maximise son budget B. On a alors :

$$Max\, CB = Y_0 + \frac{Y_1(Y_0)}{1+r}$$
$$Y_0 \qquad (3.1.2)$$
$$SLC\ Y_1 = f(Y_0)$$

La condition d'optimalité du premier ordre est donc la suivante :

$$\frac{dY_1}{dY_0} = -(1+r) \qquad (3.1.3)$$

Alors, à l'optimum, la contrainte budgétaire est tangente à la frontière de production et le taux d'actualisation est égal au taux d'intérêt sur le marché financier. L'individu continue donc à investir jusqu'à ce que le taux de rendement de l'investissement (la pente de la frontière de production) et le taux d'intérêt (la pente de la droite de budget) s'égalisent. En effet, l'individu continue à investir son revenu Y_0 seulement si chaque unité investie augmente son revenu Y_1 par un coefficient supérieur ou égal à (1+ r). En d'autres termes, l'investissement augmente le budget et donc l'utilité du consommateur si et seulement si le bénéfice actualisé est supérieur ou égal à zéro.

$$CB = Y_0 + \frac{Y_1(Y_0)}{(1+r)} \geq 0 \qquad (3.1.4)$$

En effet, le choix qui maximise le bénéfice actualisé (la contrainte budgétaire) correspond au choix optimal d'investissement au taux r :

$$Max\ CB = Y_0 + \frac{Y_1(Y_0)}{(1+r)} \qquad (3.1.5)$$

En annulant la dérivée première du bénéfice actualisé (CB), on retrouve la condition d'optimalité de la décision d'investissement :

$$\frac{dY_1}{dY_0} = -(1+r) \qquad (3.1.6)$$

De la même façon, lorsqu'on raisonne sur un investissement portant sur n période, le choix optimal d'investissement correspond à la maximisation du bénéfice actualisé au taux r.

Annexe 3.2 : Calculs de la valeur d'avenir du fonds forestier, de la superficie et de la forêt, adaptés du modèle de König-Faustmann

Depuis de très nombreuses années, la valeur d'un actif était reliée à un revenu annuel (Peyron, 1998). En introduisant l'actualisation dans la relation valeur-revenu annuelle, les romains (1er siècle après J.C) déterminaient la valeur de terrains à vignes (Fiat, 1997, Peyron, 1998). Le calcul était simple, il suffisait de relier la valeur de l'actif productif (le capital), F, au temps 0 et le revenu annuel R qui en résulte au temps 1 :

$$F(1+r) = R + F \tag{3.2.1}$$

La valeur de l'actif est simplement égale à :

$$F = \frac{R}{r} \tag{3.2.2}$$

De ce fait, la valeur d'un actif était considérée égale à son revenu annuel multiplié par un coefficient qui dépendait de r. Malgré la simplicité de l'équation (3.2.2), sa signification est la base de la théorie de la valeur de capital. Cette signification peut être appréhendée à travers d'une série géométrique et sa limite vers l'infini. Il suffit de considérer que le capital F va produire tous les ans un revenu annuel R.

Figure 3.2.1 : Positionnement des recettes d'un actif à revenu permanent dans le temps

La somme actualisée des revenus annuels en séquence infinie est alors la somme d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{1+r}$, soit :

$$F = \frac{R}{(1+r)} \cdot \frac{(1+r)}{r} = \frac{R}{r} \tag{3.2.3}$$

On obtient donc à nouveau l'équation (3.2.2). On peut alors mieux appréhender la nature de la liaison entre la valeur d'un capital et le revenu. La valeur d'un actif est donc équivalente à la somme actualisée des recettes nettes engendrées sur une période infinie. Dans ce contexte König, 1813 (la référence citée par Peyron, 1988 et Oderwald et Duerr, 1990) a essayé de calculer la valeur du fonds forestier. Il considère un peuplement régulier, traité en un seul bloc de surface unitaire et en régime stationnaire. Ce dernier correspond à l'application d'une sylviculture optimale (définie par un ensemble de règles dont l'âge d'exploitation et le calendrier optimal d'éclaircies) qui se répète de façon identique jusqu'à l'infini. Désormais pour simplifier, on ne

désigne un état stationnaire que par sa révolution (n). Ainsi, des revenus et dépenses futurs d'un sol

nu peuvent être définis d'une façon périodique jusqu'à l'infini. Dans ce régime stationnaire, König néglige également toutes les recettes et dépenses intermédiaires. Dans ce cas simplifié, il n'y a qu'une seule dépense de constitution du peuplement (D_0) au début et un seul revenu de récolte (R_n) à la fin de la révolution (n) qui se répètent toutes les n années. Le bénéfice actualisé sur une seule révolution se calcule donc comme suit :

$$BAS = -D_0 + \frac{R_n}{(1+r)^n} \tag{3.2.4}$$

Le bénéfice actualisé de toutes les révolutions à l'infini est donc la somme d'une série géométrique de raison $(1+r)^{-n}$ et de premier terme BAS :

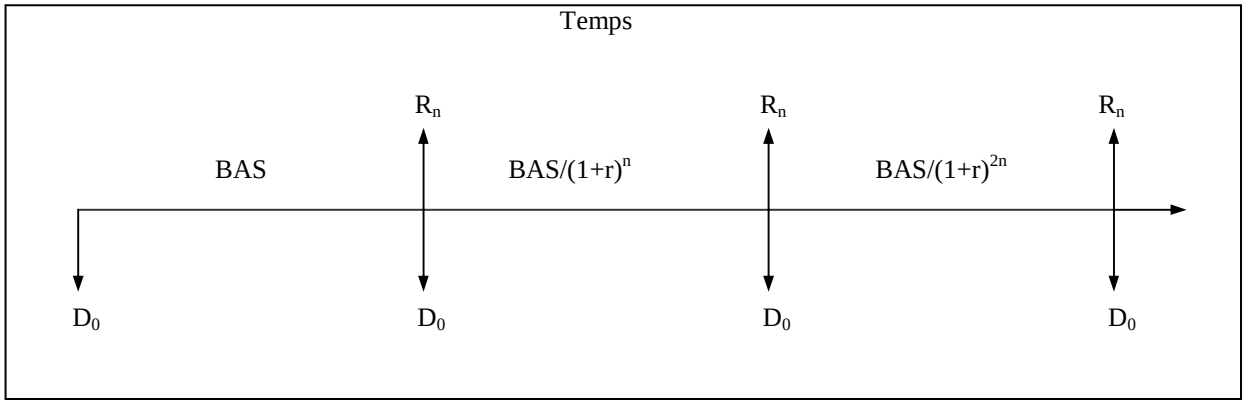

Figure 3.2.2 : Positionnement des recettes et dépenses d'un peuplement à revenu périodique dans le temps, commencé par le sol nu

$$BASI = BAS + \frac{BAS}{(1+r)^n} + \frac{BAS}{(1+r)^{2n}} + ... = BAS.(1 + \frac{1}{(1+r)^n} + \frac{1}{(1+r)^{2n}} + ...) \tag{3.2.5}$$

Basé sur la somme infinie de cette série géométrique, il calcule la valeur du fonds forestier (F) ou le bénéfice actualisé à l'infini BASI à l'âge zéro comme suit :

$$Somme = \frac{1}{1-\left(\frac{1}{(1+r)^n}\right)} \tag{3.2.6}$$

$$F_n = BASI = \frac{R_n(1+r)^{-n} - D_0}{1-(1+r)^{-n}} = -D_0 + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n - 1} = \frac{R_n - D_0(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = -R_n + \frac{R_n - D_0}{1-(1+r)^n} \tag{3.2.7}$$

Soit en temps continu

$$F_n = BASI = \frac{R_n e^{-nr} - D_0}{1-e^{-nr}} = -D_0 + \frac{R_n - D_0}{e^{nr} - 1} = \frac{R_n - D_0 e^{nr}}{e^{nr} - 1} = -R_n + \frac{R_n - D_0}{1-e^{-nr}}$$

Le même résultat peut être naturellement obtenu par l'extension de la relation générale entre le capital et le revenu annuel à revenu périodique. Il suffit de relier la valeur du capital comme la somme de la valeur du fonds forestier et le coût de constitution du peuplement au temps 0, d'une part, et le fonds et le revenu périodique qui en résulte au temps n, d'autre part :

$$(F_n + D_0)(1+r)^n = F_n + R_n \quad ou \quad F_n + D_0 = (F_n + R_n)(1+r)^{-n} \tag{3.2.8}$$

soit en temps continu

$$(F_n + D_0)e^{nr} = F_n + R_n \quad ou \quad F_n + D_0 = (F_n + R_n)e^{-nr}$$

En résolvant l'équation (3.16) pour le F, on obtient :

$$BASI = F_n = \frac{R_n - D_0(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \tag{3.2.9}$$

L'équation (3.2.9) est donc strictement équivalente à celle obtenue par la limite infinie de la suite géométrique (3.2.7). Ainsi, la théorie de König peut être considérée comme l'extension de la relation capital-revenu annuel à revenu périodique.

Basé sur une infinité de révolutions, on peut également développer le modèle mathématique de la valeur d'avenir de la forêt et du peuplement ou de la superficie à l'âge a.

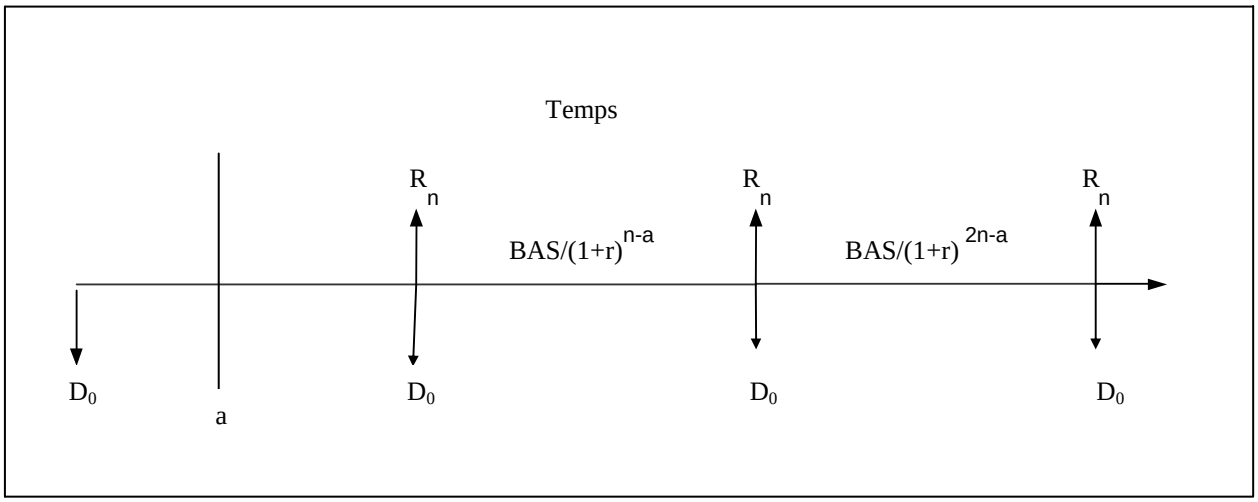

Figure 3.2.3 : Positionnement des recettes et dépenses d'un peuplement à revenu périodique dans le temps, commencé par le sol boisé

Dans la figure ci-dessus, on s'aperçoit bien qu'à l'âge initial zéro (a=0), le bénéfice actualisé à l'infini correspond logiquement à la valeur du fonds telle qu'elle est présentée plus haut. En revanche, à l'âge initial a différent de 0, le $BASI_n(a)$ calcule la valeur de la forêt comme la somme infinie de toutes les révolutions futures. Comme le montre la figure 3.2.3, à l'âge a, la valeur de la première révolution est différente de celle des autres. Ainsi la valeur de la forêt à l'âge a est la suivante :

$$BASI_n(a) = W_n(a) = \frac{R_n - D_0}{(1+r)^{n-a}} + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^{2n-a}} + \frac{R_n - D_0}{(1+r)^{3n-a}} + ... \tag{3.2.10}$$

En remplaçant le BAS par son équivalent et après simplification on obtient :

$$W_n(a) = (1+r)^a . \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n}\left[1 + \frac{1}{(1+r)^n} + \frac{1}{(1+r)^{2n}} ....\right] \qquad a>0 \qquad (3.2.11)$$

L'équation (3.2.11) est la somme d'une suite géométrique de raison $(1+r)^{-n}$ et de premier terme $\frac{R_n - D_0}{(1+r)^n}.(1+r)^a$. D'où, la valeur de la forêt ou le bénéfice actualisé à l'infini d'un peuplement en cours de croissance ($BASI_c$ (a)) se calcule comme suit :

$$W_n(a) = BASI_n(a) = \frac{(R_n - D_0)(1+r)^a}{(1+r)^n - 1} = (F_n + D_0)(1+r)^a \qquad (3.2.12)$$

Selon l'équation (3.2.12), la valeur d'avenir de la forêt à l'âge a est la somme des investissements dans le fonds (F_n) et dans le peuplement (D_0) capitalisée à l'âge a. On peut également spécifier la valeur de la forêt en termes de revenu du peuplement ainsi que la valeur du fonds disponible à l'âge n. Partant de l'équation (3.2.11), on obtient alors :

$$W_n(a) = \frac{R_n}{(1+r)^{n-a}} + \frac{1}{(1+r)^{n-a}}.\left[BAS + \frac{BAS}{(1+r)^{2n}} + ...\right] \qquad (3.2.13)$$

Soit après simplification :

$$W_n(a) = \frac{R_n + BASI}{(1+r)^{n-a}} \qquad 0 \subset a \subseteq n \qquad (3.2.14)$$

Selon l'équation (3.2.14), la valeur de la forêt à l'âge a est égale au revenu actualisé (à l'âge a) de la première révolution du peuplement augmenté de la valeur actualisée du fonds ou la valeur de toutes les révolutions ultérieures du peuplement. Basé sur la relation générale entre les valeurs de la forêt et du fonds, Faustmann a développé également le modèle mathématique de la valeur d'avenir du peuplement. Cette dernière est égale à la valeur d'avenir de la forêt diminuée de la valeur du fonds :

$$S_n(a) = W_n(a) - F_n \qquad (3.2.15)$$

En remplaçant l'expression mathématique de la valeur du fonds et celle de la valeur d'avenir de la forêt, on obtient :

$$S_n(a) = \frac{(R_n - D_0)(1+r)^a}{(1+r)^n - 1} - \frac{R_n - D_0}{(1+r)^n - 1} + D_0 \qquad (3.2.16)$$

Soit après simplification :

$$S_n(a) = D_0 + (R_n - D_0)\left[\frac{(1+r)^a - 1}{(1+r)^n - 1}\right] \qquad n \subseteq a \subset 0 \qquad (3.2.17)$$

La valeur ainsi obtenue est une valeur immobilière qui a souvent été appelée la valeur d'avenir du peuplement ou de la superficie. Ainsi, Fasutmann explique bien la relation entre les valeurs du fonds, du peuplement et de la forêt. En annulant la dérivée première du bénéfice actualisé à l'infini (sous forme de la valeur du fonds ou de la valeur de la forêt à l'âge a), on obtient la condition d'optimalité du premier ordre comme suit :

$$Max\ BASI = -D_0 + \frac{R_n - D_0}{e^{nr} - 1} \qquad \text{(Rappel, 3.2.7)}$$

$$\frac{dBASI}{dn} = \frac{\frac{dR_n}{dn}.(e^{nr} - 1) - re^{nr}.(Rn - D_0)}{\left(e^{nr} - 1\right)^2} = 0 \qquad (3.2.18)$$

On obtient alors :

$$\frac{dR_n}{dn} = r.e^{nr}.\frac{R_n - D_0}{e^{nr} - 1} = \frac{r(R_n - D_0)}{1 - e^{-nr}} \qquad (3.2.19)$$

Selon l'équation (3.2.7), le terme $\frac{R_n - D_0}{e^{nr} - 1}$ est égal à $BASI + D_0$, on obtient alors :

$$\frac{dR_n}{dn} = r.e^{nr}(BASI + D_0) \qquad (3.2.20)$$

En utilisant l'équation (3.2.20), si on remplace $e^{nr}.(BASI + D_0)$ par son équivalent, $BASI + R_n$, on obtient :

$$\frac{dR_n}{dn} = r.(BASI + R_n) \qquad (3.2.21)$$

Le même résultat peut être obtenu en dérivant l'équation (3.2.14) qui correspond à la valeur de la forêt à l'âge a :

$$Max\ W_n(a) = \frac{R_n + BASI}{e^{r(n-a)}} \qquad \text{(Rappel, 3.2.14)}$$

$$\frac{dW_n(a)}{dn} = \frac{e^{r(n-a)}\left(\frac{dR_n}{dn} - r(R_n + BASI)\right)}{e^{2r(n-a)}} = 0 \qquad (3.2.22)$$

On retrouve donc, encore une fois, la condition d'optimalité du BASI qui est équivalente à celle de la valeur de la forêt :

$$\frac{dR_n}{dn} = r.(BASI + R_n) \qquad (3.2.23)$$

Annexe 3.3 : Calculs concernant la correction du critère de Duerr :

Change (1990) corrige le critère de Duerr en remplaçant la valeur de consommation par la valeur d'avenir du peuplement. En ce faisant, il a conclut d'avoir retrouvé le critère de Faustmann. Les calculs qui suivent permettent de vérifier le résultat obtenu par Change :

Supposons une forêt équilibrée de surface unitaire composée de n peuplements d'âges échelonnés de 0 à n-1. La valeur d'avenir du peuplement est simplement la somme de la valeur d'avenir du peuplement de toutes les classes d'âge, soit :

$$S_n = \sum_{a=0}^{n-1} \frac{1}{n} . \left[D_0 + (R_n - D_0) . \frac{(1+r)^a - 1}{(1+r)^n - 1} \right] \tag{3.3.1}$$

En séparant la partie variable et constante de l'équation ci-dessous on obtient :

$$S_n = \frac{R_n - D_0}{n\left[(1+r)^n - 1\right]} . \sum_{a=0}^{n-1} (1+r)^a - \left[\frac{R_n - D_0(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \right] \tag{3.3.2}$$

Dans l'équation ci-dessus, le terme $\sum_{a=0}^{n-1} (1+r)^a$ est la somme d'une suite géométrique de raison (1+r), de premier terme 1 et de nombre a. D'où :

$$S_n = \frac{R_n - D_0}{nr} - \left[\frac{R_n - D_0(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \right] = W_n - F_n \tag{3.3.3}$$

On retrouve donc logiquement que la valeur d'avenir de la superficie d'une forêt équilibrée à n années est égale la valeur d'avenir de la forêt diminuée de la valeur du fonds. En remplaçant la valeur de consommation par la valeur d'avenir de la superficie, on obtient :

$$V_n - S_n = V_n - (V_n - F_n) = \frac{R_n - D_0}{nr} - \frac{R_n - D_0}{nr} + \left[\frac{R_n - D_0(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \right] = F_n \tag{3.3.4}$$

En ce faisant, Change (1990) retrouve donc logiquement le critère de Faustmann, c'est-à-dire la valeur d'avenir du fonds :

$$V_n - S_n = F_n = \left[\frac{R_n - D_0(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \right] \tag{3.3.5}$$

Par conséquent, il a conclu que le critère corrigé de Duerr est strictement équivalent au critère de Faustmann.

Annexe 3.4 : Rappel sur la théorie de l'équilibre intertemporelle du consommateur dans le marché financier parfait et imparfait

L'équilibre intertemporelle du consommateur dans le marché financier parfait

Supposons que la fonction d'utilité du consommateur s'écrit comme suit :

$$U(C_0, C_1) = C_0^{\alpha} C_1^{\beta} \tag{3.4.1}$$

avec

C_0 *et* C_1 : Consommations du consommateur dans les périodes 0 et 1

α *et* β : Poids respectifs accordés à la consommation des périodes 0 et 1 qui sont susceptibles d'être changées d'une période à l'autre.

Dans l'équation ci-dessus, plus α est grand par rapport à β, plus la préférence de l'individu pour le présent est forte. Pour une utilité donnée, U, la courbe d'indifférence représente l'ensemble des combinaisons de C_0 et C_1, pour lesquels l'individu a le même niveau de satisfaction. Supposons que cet individu dispose des revenus Y_0 et Y_1 aux périodes 0 et 1. Supposons aussi que cet individu est confronté à un marché où chaque unité monétaire actuelle s'échange contre 1+r unité future. La consommation maximale de l'individu dans la période en cours est de $Y_0 + Y_1/(1+r)$. Inversement, sa consommation maximale à la période suivante est de $Y_0(1+r) + Y_1$. Il est évident que la consommation de l'individu dans une période n'est forcément pas égale à son budget. Sa contrainte budgétaire peut s'écrire comme le revenu diminué de la consommation :

$$CB = (1+r)Y_0 + Y_1 - (1+r)C_0 - C_1 \tag{3.4.2}$$

L'individu détermine donc C_0 et C_1 dans le but de maximiser son utilité.

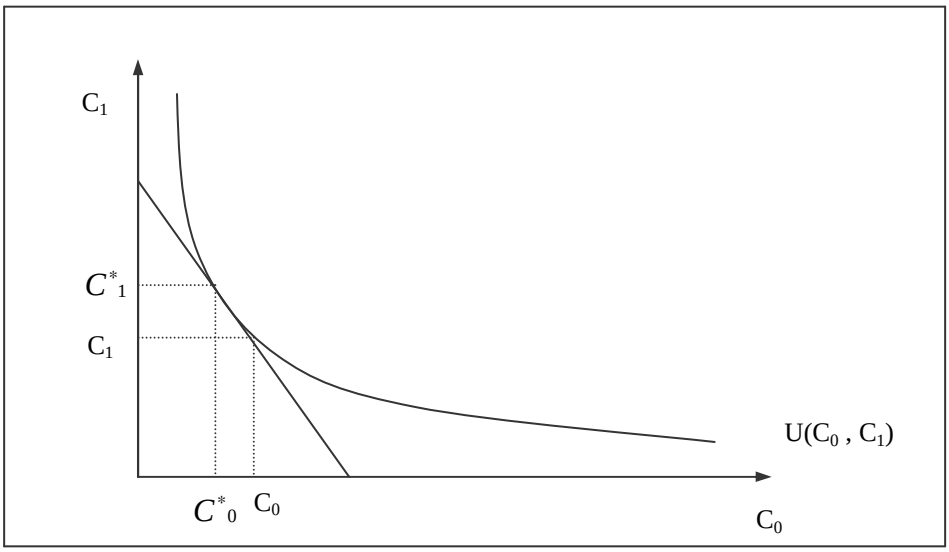

Figure 3.4.1 : Equilibre intertemporel du consommateur dans le cas d'un marché financier parfait sur deux périodes de temps

Sur la figure (3.4.1), on s'aperçoit bien que la pente de la courbe d'indifférence augmente quand C_0 diminue. Ceci signifie que plus la consommation présente diminue plus sa valeur subjective augmente par rapport à celle de la consommation future. Ainsi, plus la consommation présente diminue, plus la compensation nécessaire en termes de consommation future augmente. En effet, la pente de la courbe d'indifférence exprime le taux de préférence intertemporel du consommateur. Il correspond au taux avec lequel il est prêt à échanger la consommation future contre la consommation actuelle. Le problème consiste donc à maximiser l'utilité de l'agent sous sa contrainte budgétaire :

$$\begin{aligned} &MAX\ U(C_0, C_1) \\ &\quad C_0 \\ &SLC\ (1+r)Y_0 + Y_1 - (1+r)C_0 - C = 0 \end{aligned} \qquad (3.4.3)$$

La condition d'optimalité est donc la suivante :

$$\frac{dC_1}{dC_0} = -(1+r) \qquad (3.4.4)$$

A l'optimum la baisse d'une unité de la consommation actuelle doit être compensée par une hausse de (1+ r) unité de consommation future. En d'autres termes, à l'optimum, le taux de préférence intertemporel du consommateur (pente de la tangente à la courbe d'indifférence) est égal au taux d'intérêt sur le marché financier (pente de la droite de budget). Plus r est élevé, plus l'individu va renoncer à sa consommation immédiate en faveur de sa consommation future.

Comment se détermine le taux d'intérêt ?

L'économie classique présente une vision simplificatrice mais facilement visualisable du taux d'intérêt. Toute la théorie de l'intérêt s'articule autour de l'idée que les individus sont sensibles au facteur du temps. En économie classique, la détermination du taux d'intérêt repose sur les préférences des consommateurs vis-à-vis du temps. En effet, pour un r donné, l'individu en fonction de ses préférences pour le présent trouve son équilibre intertemporel qui détermine sa consommation actuelle et future sur la droite budgétaire. Si cet individu consomme la totalité de son revenu à la période 0 et 1, il peut consommer au maximum C_0 et C_1. Considérons maintenant le choix de l'individu dans la période en cours, il dispose d'un revenu de Y_0 qui permet une consommation maximale C_1, mais il n'en dépense que C_0^* (r). Il forme donc une sorte d'épargne qui augmente en fonction de r et qui peut être négative, nul ou positive ($C_0 - C_0^*$). Dans ce dernier cas, l'individu dispose d'une partie de son revenu qu'il ne souhaite pas consommer. Il devient ainsi un offreur net d'épargne. Supposons que l'économie est constituée de N individus, il existe donc une offre et une demande agrégée qui déterminent le taux d'intérêt sur le marché financier. A l'équilibre général, la valeur correspondante de r est telle que l'offre et la demande s'égalisent. En économie classique, ce marché financier est supposé parfait dans le sens où il est possible de réaliser toutes opérations de prêt et d'emprunt au taux d'intérêt, r, indépendamment du montant de l'opération. Basé sur l'analyse de l'équilibre intertemporel du consommateur et dans le cadre d'un marché financier parfait, le taux d'actualisation, r, est le taux d'intérêt du marché indépendamment des préférences intertemporelles de l'individu.

L'équilibre intertemporel du consommateur dans le marché financier imparfait

Lorsque le marché financier n'est pas parfait, la figure 3.4.1 se transforme en la figure 3.4.2.

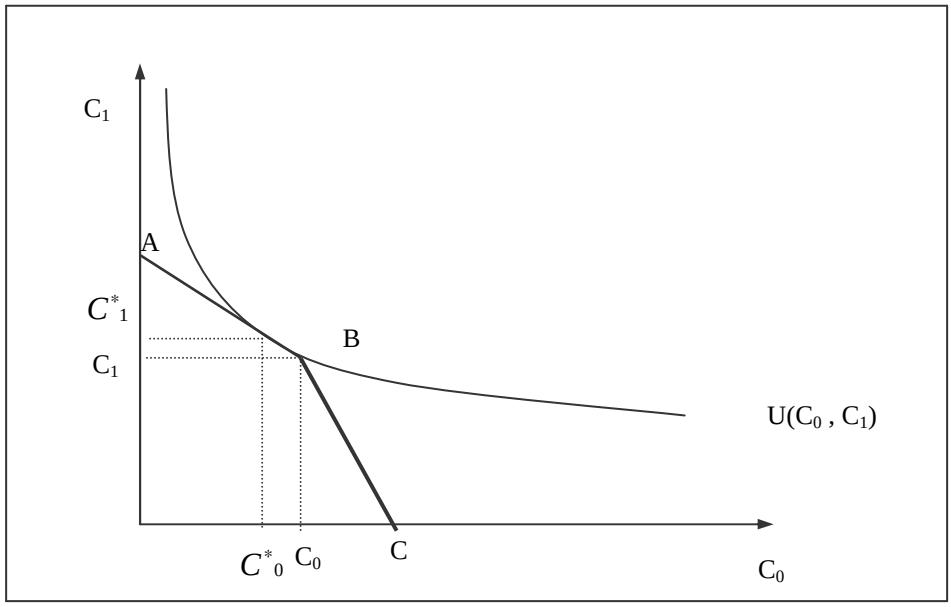

Figure 3.4.2 : Equilibre intertemporel du consommateur dans le cas d'un marché financier imparfait sur deux périodes de temps

Sur la figure 3.4.2, on s'aperçoit bien que la pente de la droite de budget, ABC, est différente selon que la consommation de chaque période est inférieure et égale (partie AB) ou supérieure (partie BC) au revenu de la même période (C_0, C_1). Ainsi, la pente de la partie AB et BC est respectivement égale au taux de placement (r_{min}) et au taux d'emprunt (r_{max}) sur le marché financier. Compte tenu des préférences pour le présent et les possibilités de financement de l'individu, l'équilibre intertemporel du consommateur peut se situer sur la partie AB ou BC de la droite budgétaire

Annexe 3.5 : Quelques calculs sur le taux social de préférence intertemporel, adaptés de l'article de Kant (2003)

Paradoxe de consommation-croissance du taux social de préférence intertemporel :

Pour démontrer ce paradoxe, on considère la consommation par tête d'un pays au temps 0, C(0) qui croît avec un taux de croissance c. La consommation au temps n se calcule donc comme suit :

$$C(n) = C(0).(1+c)^n \tag{3.5.1}$$

Si la préférence pure pour le présent est nul, on peut actualiser la consommation au temps n avec un taux de u.c, on obtient :

$$C(n_0) = C(0)\left[\frac{(1+c)}{(1+u.c)}\right]^n \tag{3.5.2}$$

Si le paramètre u est supérieur à 1 et le taux de croissance de la consommation (c) est positif, la valeur actualisée de la consommation au temps n est inférieure à la consommation au présent. A l'inverse, quand le taux de croissance de la consommation est négatif, la valeur actualisée de la consommation au temps n est supérieure à la consommation au présent. Ce résultat est un paradoxe car plus le taux positif de croissance de la consommation est élevé, plus il entraîne une baisse du bien-être dans le futur alors que plus le taux négatif est grand, plus le bien-être se trouve augmenté. Ce paradoxe peut être considéré comme la première limite de la théorie du taux social de préférence intertemporelle. Kant (2003) insiste sur le fait que la solution de ce paradoxe correspond à utiliser le taux d'actualisation ainsi obtenu pour la consommation supplémentaire ($C(n_0)$-C(0)) et non pas la consommation totale ($C(n_0)$).

C*oncept de l'utilité relative du taux social de préférence intertemporel, adapté de l'article de Kant (2003)*

Selon Kant (2003), l'utilité dépend de la consommation réalisée au temps t, C(t), relative à des attentes de l'individu en termes de consommation,$C_E(t)$, étant eux-mêmes une fonction du temps (préférence pure pour le présent, p, est supposé nul) :

$$U(t) = \frac{\left(\frac{C(t)}{C_E(t)}\right)^{1-u}}{1-u} \tag{3.5.3}$$

Ce concept est important parce que si la hausse de la consommation future diminue l'utilité marginale, l'espérance d'une richesse plus importante dans l'avenir peut ralentir la baisse de l'utilité marginale car l'échelle d'utilité va changer dans l'avenir. Cet effet est d'autant plus important lorsque les attentes de l'individu augmentent d'une façon plus forte que la hausse réelle de la consommation future.

L'utilité marginale se calcule donc ainsi :

$$\frac{dU(t)}{dC(t)} = \frac{C(t)^{-u}}{C_E(t)^{1-u}} \tag{3.5.4}$$

Comme avant, le taux social de préférence intertemporelle (TSPI[102]) se définit comme le taux de diminution de l'utilité marginale de la consommation dans le temps :

$$TSPI = \frac{-d\left[\frac{dU(t)}{dC(t)}\right]}{\frac{dt}{\frac{dU(t)}{dC(t)}}} = u.\frac{\frac{dC(t)}{dt}}{C(t)} + (1-u)\frac{\frac{dC_E(t)}{dt}}{C_E(t)} = u[c - c_E] + c_E \tag{3.5.5}$$

avec

c_E : Taux attendu de croissance de la consommation
c : Taux de croissance de la consommation

On s'aperçoit donc que le taux social de préférence intertemporelle dépend de la différence entre les taux réel et espéré et de croissance de la consommation ainsi que le taux de préférence pure pour le présent. Dans l'équation (3.5.5), comme la valeur absolue de l'élasticité de l'utilité marginale de la consommation, u, est toujours supérieur à 1 (Kant, 2003), l'introduction du taux attendu de croissance de consommation, c_E, ayant un signe négatif dans l'équation ci-dessus, diminue le taux social de préférence intertemporelle par rapport à la formule précédente. Cependant, l'emploi de cette théorie reste limité car elle dépend de la forme de la fonction d'utilité ainsi que de l'estimation de certains paramètres dont le taux attendu de croissance de la consommation est assez subjectif. En outre, le taux social de préférence intertemporelle ainsi calculé peut être interprété comme le taux d'actualisation pour les unités supplémentaires de la consommation dans la période n et non pas pour toutes les consommations au temps n.

[102] Soit en anglais SRTP "The Social Rate of Time Preference".

Annexe 3.6 : Cadre théorique et les calculs du bénéfice actualisé à l'infini en présence de risque, adapté des travaux de Reed (1984 et 1986) et Rouledge (1980) :

E*spérance du bénéfice actualisé à l'infini adaptée du modèle de Rouledge (1980)*

On suppose un cas simple où le peuplement ne nécessite aucune éclaircie et ne fait l'objet que d'une récolte à l'âge *n*, R_n (par unité de surface, soit ici égale à un hectare). Cependant, les calculs qui suivent sont refaits afin d'intégrer également le coût de constitution du peuplement, Do, dans le modèle de Rouledge (1980). Il s'agit de déterminer l'âge optimal (*n)* selon le critère de Faustmann en présence de risque. Afin de faire apparaître la valeur du fonds, on développe le bénéfice actualisé à l'infini comme la somme de la valeur actualisée de la première révolution et celle de toutes les révolutions ultérieures :

$$BASI = R_n(1+r)^{-n} - D_0 + BASI.(1+r)^{-n} \tag{3.6.1}$$

L'espérance (E) du BASI se calcule alors comme suit :

$$E(BASI) = E\left[R_n(1+r)^{-n}\right] - D_0 + E(BASI).E(1+r)^{-n} \tag{3.6.2}$$

Soit encore :

$$E(BASI) = \frac{-D_0 + E\left[R_n(1+r)^{-n}\right]}{\left[1 - E(1+r)^{-n}\right]} \tag{3.6.3}$$

Dans l'équation (3.6.3), l'espérance du BASI est calculé à partir de l'espérance du revenu actualisé à l'âge n, $E\left[R_n(1+r)^{-n}\right]$ et l'espérance du terme d'actualisation, $\left[E(1+r)^{-n}\right]$. L'espérance du revenu actualisé à l'âge n, $E\left[R_n(1+r)^{-n}\right]$, est la suivante :

$$E\left[R_n(1+r)^{-n}\right] = R_n\frac{(1-q)^n}{(1+r)^n} + \frac{q}{1-q}\sum_{t=1}^{n} KR_t\frac{(1-q)^t}{(1+r)^t} \tag{3.6.4}$$

Dans l'équation (3.6.4), l'espérance du revenu actualisé de l'âge n est composée des deux termes ; le premier est l'espérance du revenu en cas de non-survenance d'un sinistre alors que le deuxième porte sur l'espérance du revenu en tenant compte le fait qu'un sinistre peut intervenir dans chacune des années de 1 à n. Ainsi, l'espérance du revenu actualisé de l'âge n est égale au produit du revenu actualisé à l'âge n par la probabilité de ne pas avoir du risque jusqu'à l'âge n plus la somme du produit des revenus actualisés et récupérés en cas d'occurrence du risque entre les âges 1 et n par les probabilités correspondantes.

De la même façon, l'espérance du dénominateur, $\left[E(1+r)^{-n}\right]$ est la suivante :

$$E(1+r)^{-n} = \sum_{t=1}^{n} q\frac{(1-q)^{t-1}}{(1+r)^t} + \frac{(1-q)^n}{(1+r)^n} \tag{3.6.5}$$

Le premier terme est la somme finie d'une suite géométrique de premier terme de q/(1+ r) et raison (1-q)/(1+r). D'où on obtient :

$$E(1+r)^n = \frac{q(1+r)^n + r(1-q)^n}{(r+q)(1+r)^n} \qquad (3.6.6)$$

En remplaçant les équations (3.6.4) et (3.6.6) dans l'équation (3.6.3), l'espérance du BASI se calcule comme suit :

$$E(BASI) = \frac{-D_0 + R_n \frac{(1-q)^n}{(1+r)^n} + \frac{q}{1-q}\sum_{t=1}^{n} KR_t \frac{(1-q)^t}{(1+r)^t}}{\frac{r}{r+q}.\left[1-\left(\frac{1-q}{1+r}\right)^n\right]} \qquad (3.6.7)$$

Condition d'optimalité de l'âge d'exploitation en présence de risque dans le modèle de Rouledge (1980)

La condition d'optimalité du critère de Faustmann, peut s'obtenir en prenant l'espérance mathématique de la condition d'optimalité (3.8) en absence de risque.

$$\frac{dR_n}{dn} = r.(BASI + R_n) \qquad \text{(Rappel, 3.8)}$$

Soit en temps discret :

$$(R_{n+1} - R_n) = r.(BASI + R_n)$$

En appliquant l'espérance mathématique des deux côtés de l'égalité, on obtient :

$$E(R_{n+1} - R_n) = E[r.(BASI + R_n)] \qquad (3.6.8)$$

Dans ce raisonnement marginal, la valeur du peuplement à l'âge n est certaine alors que la valeur de peuplement l'âge n+1 et la valeur du fonds sont incertaines. On obtient donc :

$$E(R_{n+1}) - R_n = r.E(BASI) + r.R_n \qquad (3.6.9)$$

La valeur du peuplement à l'âge n+1, avec une probabilité de perte (q) et de non perte (1-q), sera respectivement $K.q.R_{n+1}$ et $(1-q).R_{n+1}$. L'espérance de la valeur du peuplement à l'âge n+1 est donc comme suit :

$$E(R_{n+1}) = K.q.R_{n+1} + (1-q).R_{n+1} \qquad (3.6.10)$$

Soit après simplification :

$$E(R_{n+1}) = R_{n+1} - q.R_{n+1}(1-K) \qquad (3.6.11)$$

Admettons que l'espérance mathématique du BASI sont égale à $E(BASI)$. En remplaçant l'espérance du BASI et celle de la valeur du peuplement à l'âge n+1 dans l'équation (3.6.8), la condition d'optimalité en présence de risque est la suivante :

$$R_{n+1} - R_n = r\left[E\left(BASI\right) + Rn\right] + q.(1-k).R_{n+1} \qquad (3.6.12)$$

Processus de Poisson, l'occurrence de risque et les révolutions forestières

Dans un intervalle de temps $[0,t[$, le cas le plus simple est la situation où les sinistres surviennent avec une intensité moyenne de λ et qui sont indépendants entre eux[103]. Le nombre d'occurrences k dans cet intervalle suit une distribution de Poisson d'intensité λ :

$$f(\kappa,\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{\kappa!} \qquad (3.6.13)$$

À la limite, lorsque l'intervalle de temps, T, tend vers 0, l'intensité moyenne d'occurrence, λ, se définit par unité de temps. Le nombre d'occurrences (k) jusqu'à t, se décrit alors par un processus de Poisson.

$$P(N_t = k) = f(k,\lambda t) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^{k}}{k!} \qquad t \geq 0 \qquad (3.6.14)$$

Comme les occurrences sont aléatoires et indépendantes entre elles, les temps entre les occurrences successives, Z_i, ou les temps d'attente sont les variables aléatoires et indépendantes. La probabilité de ne pas avoir de sinistre pendant un intervalle de t années est égale à la probabilité de réalisation d'une variable aléatoire de Poisson dont le paramètre k est nul. On obtient donc :

$$P(N_t = 0) = P(Z_i > t) = e^{-\lambda t} \qquad t \geq 0 \qquad (3.6.15)$$

Basé sur l'équation (3.6.15), la fonction de répartition de Z_i se définit comme la somme des probabilités jusqu'à t. on obtient alors :

$$F_{z_i}(t) = P(Z_i \leq t) = 1 - P(Z_i > t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad t \geq 0 \qquad (3.6.16)$$

$F_{Z_i}(t)$ présente la probabilité que la variable aléatoire correspondante à Zi soit inférieure ou égale à t. En dérivant cette fonction de répartition, on obtient la densité de probabilité de Z_i comme suit :

$$f_{Z_i}(t) = P(Z_i = t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad t \geq 0 \qquad (3.6.17)$$

$f_{Z_i}(t)$ présente la probabilité que la variable aléatoire correspondante à Z_i soit égale à t. Comme on s'aperçoit dans l'équation (3.6.17) et selon l'hypothèse standard de processus de Poisson, la probabilité que la variable aléatoire correspondante à Z_i soit égale à t Z_i suit une loi exponentielle.

[103] Il peut être assimilé aux tirages indépendants que représente la loi binomiale.

Basé sur les mêmes hypothèses, l'une des généralisations de processus de poisson, dit processus de renouvellement[104], correspond au cas où la loi de distribution de Z_i, pourrait être une distribution arbitraire. C'est dans le contexte que Reed (1984 et 1986) a utilisé un processus de renouvellement dans le cas forestier. Prenons un peuplement régulier à révolution de n années. Le peuplement sera détruit soit par un risque naturel (incendie ou tempête) soit par la coupe finale. Si le temps entre les occurrences successives est égal à t, et que ce dernier soit inférieur de n, le risque survient au moins une fois pendant la révolution. En revanche, si le temps entre les occurrences successives est égal ou supérieur à n, le peuplement sera coupé comme prévu à l'âge *n*. Basé sur la fonction de répartition de Z_i, et le raisonnement qui vient d'être présenté, Reed (1984 et 1986) a décrit une nouvelle fonction de répartition adaptée au cas forestier :

$$F_{Z_i}(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & t < n \\ 1, & t \geq n \end{cases} \qquad (3.6.18)$$

La fonction de densité de probabilité est donc :

$$f_{Z_i}(t) = \begin{cases} \dfrac{dF_{Z_n}(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}, & t < n \\ e^{-\lambda t}, & t \geq n \end{cases} \qquad (3.6.19)$$

Selon l'équation (3.6.19), jusqu'au temps n, la fonction de répartition de Z_i , et donc sa fonction de densité de probabilité sont identiques à ceux du processus de Poisson. En revanche au temps n, comme le peuplement sera sûrement coupé par la coupe finale, la fonction de répartition saute d'une probabilité de $e^{-\lambda t}$ pour atteindre à une probabilité de 1. La fonction de répartition ou de densité de probabilité (3.6.18, 3.6.19) est donc un processus de renouvellement. Ceci signifie qu'après chaque intervalle de n ou chaque destruction, le processus se renouvelle selon un processus identique.

Processus de renouvellement dans le cas d'un peuplement régulier

En basant son étude sur le risque d'incendie, Reed (1984 et 1986) a supposé dans un premier temps un taux de sauvetage (K) nul et les coûts de dégagement et de constitution du peuplement de D_1. En revanche, la coupe finale à l'âge n, rapport un revenu de R_n et implique un coût de constitution du peuplement de D_0. Basé sur la fonction de répartition (3.6.18), Reed (1984 et 1986) a décrit le revenu net associé à chaque intervalle de Z_i, désigné par Y_i. Pour simplifier, Reed (1984 et 1986) a supposé que le revenu et la dépense vont avoir lieu en même temps. D'où il a défini la fonction de revenu net comme suit :

$$Y_n = \begin{cases} -D_1 & Z_i < n \\ R_n - D_0 & Z_i = n \end{cases} \qquad (3.6.20)$$

Nous avons donc deux variables Z_i et Y_i (i =1, 2 …..) dont la première correspond aux intervalles (i=1, 2) entre sinistres successifs et la deuxième est le revenu net réalisé à chaque intervalle. Sur la figure ci-dessous, le pair (Z_i ,Y_i) a été positionné dans le temps.

[104] " Renewal Process"

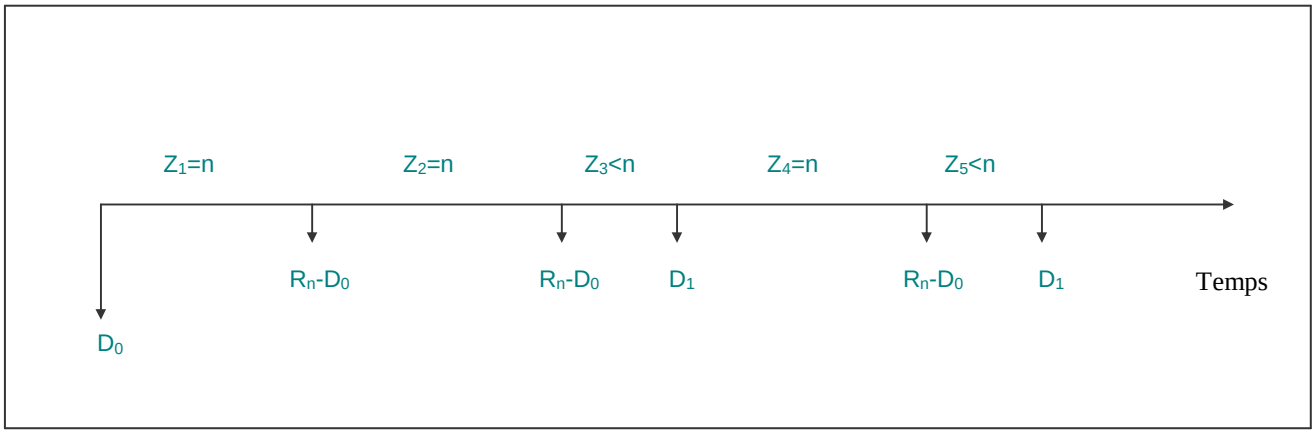

Figure 3.6.1 : Positionnement des intervalles entre les destructions successives d'un peuplement (soit par incendie, soit par la coupe finale) et les recettes nettes correspondantes

L'espérance du ABSI (F_n) lorsque le risque suit un processus de renouvellement se calcule alors comme suit :

$$E(BASI) = E\left\{\sum_{i=1}^{\infty} e^{-r(Z_1+Z_2+.....Z_i)} Y_i\right\} \qquad (3.6.21)$$

ou :

$$E(BASI) = \sum_{i=1}^{\infty} E(e^{-r(Z_1+Z_2+.....Z_i)}) Y_i \qquad (3.6.22)$$

Ainsi, l'espérance du bénéfice actualisé à l'infini est égale à l'espérance du bénéfice actualisé dans une infinité des intervalles de Z_i. Comme ces derniers sont indépendants, alors :

$$E\left(e^{-rZ_i} Y_i\right) = E(e^{-rZ} Y) \qquad (3.6.23)$$

D'où :

$$E(BASI) = \sum_{i=1}^{\infty} E(e^{-i.rZ}) Y \qquad (3.6.24)$$

Soit encore :

$$E(BASI) = E(e^{-rZ}\ Y\ ) + \sum_{i=2}^{\infty} E(e^{-i.rZ}) Y \qquad (3.6.25)$$

En prenant le facteur de $E(e^{-rZ})$ du deuxième terme de l'équation (3.6.25), on obtient :

$$E(BASI) = E(e^{-rZ}\ Y\ ) + E(e^{-rZ})\left(\sum_{i=1}^{\infty} E(e^{-i.rZ}) Y\right) \qquad (3.6.26)$$

Selon l'équation (3.6.24), le terme $\sum_{n=1}^{\infty} E(e^{-i.rX})Y$ est égal à E(BASI), on obtient alors :

$$E(BASI) = E(e^{-rZ}Y) + E(BASI)E(e^{-rZ}) = E(BASI)\left[1 - E(e^{-rZ})\right] \quad (3.6.27)$$

L'espérance du BASI est donc égale à :

$$E(BASI) = \frac{E(e^{-rZ}.Y)}{\left[1 - E(e^{-rZ})\right]} \quad (3.6.28)$$

Après avoir intégré le coût de constitution de la première révolution du peuplement, on obtient :

$$E(BASI) = \frac{E(e^{-rZ}.Y)}{\left[1 - E(e^{-rZ})\right]} - D_0 \quad (3.6.29)$$

Z : Intervalle entre des destructions successives du peuplement (par un sinistre ou une coupe définitive)
Y : Revenu net associé à chaque intervalle, $R_n - D_0$
r : Taux d'actualisation

Calcul de l'espérance du BASI, basé sur un processus de renouvellement

Selon l'équation (3.6.29), l'espérance du BASI se calcule à partir de l'espérance des deux termes $E(e^{-rZ}.Y)$ et $E(e^{-rZ})$. L'espérance mathématique du terme $E(e^{-rZ})$, est égale à l'intégrale du zéro à l'infini du produit de ce terme et la fonction de densité de probabilité correspondante :

$$E(e^{-rZ}) = \int_0^n e^{-rt}\lambda e^{-\lambda t}dt + e^{-rn}.e^{-\lambda n} \quad (3.6.30)$$

En supposant $f(x) = \lambda e^{-rt}$ et $g'(x) = e^{-\lambda t}$, le terme $\int_0^n e^{-rt}\lambda e^{-\lambda t}dt$ peut s'écrire ainsi :

$$\int_0^n f(x)g'(x)dt = f(x).g(x) - \int_0^n f'(x)g(x)dx \quad (3.6.31)$$

En remplaçant les fonctions on obtient :

$$\int_0^n e^{-rt}\lambda e^{-\lambda t}dt = -e^{-(r+\lambda)t} + \frac{r}{(r+\lambda)}e^{-(r+\lambda)t} \quad (3.6.32)$$

Soit encore :

$$\int_0^n e^{-rt}\lambda e^{-\lambda t}dt = \frac{\lambda(1-e^{-(r+\lambda)t})}{(r+\lambda)} \tag{3.6.33}$$

En remplaçant l'équation ci-dessus dans l'équation (3.6.30), on obtient :

$$E(e^{-rZ}) = \frac{\lambda(1-e^{-(r+\lambda)n})}{(r+\lambda)} + e^{-rn}.e^{-\lambda n} = \frac{\lambda + re^{-(r+\lambda)n}}{(r+\lambda)} \tag{3.6.34}$$

De la même façon, l'espérance mathématique du revenu actualisé net d'une révolution, $E(e^{-rZ}.Y)$, se calcule comme suit :

$$E(e^{-rZ}Y) = \int_0^n e^{-rt}\lambda e^{-\lambda t}(-D_1)dt + e^{-rn}(R_n - D_0)e^{-\lambda n} \tag{3.6.35}$$

En faisant l'intégrale de $\int_0^n e^{-rt}\lambda e^{-\lambda t}(-D_1)dt$ de 0 à n, on obtient :

$$E(e^{-rZ}Y) = \frac{e^{-(r+\lambda)n}\lambda D_1 - \lambda D_1}{(r+\lambda)} + (R_n - D_0)e^{-(r+\lambda)n} \tag{3.6.36}$$

Soit après simplification :

$$E(e^{-rZ}Y) = \frac{(r+\lambda)(R_n - D_0)e^{-(r+\lambda)n} - \lambda D_1(1-e^{-(r+\lambda)n})}{(r+\lambda)} \tag{3.6.37}$$

Basé sur les équations (3.6.29), (3.6.34), (3.6.37), l'espérance du BASI se calcule suit :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)(R_n - D_0)e^{-n(r+\lambda)}}{r(1-e^{-n(r+\lambda)})} - \frac{\lambda D_1}{r} - D_0 \tag{3.6.38}$$

L'espérance du BASI peut être également réécrite comme la suivante :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)(R_n e^{-n(r+\lambda)} - D_0)}{r(1-e^{-n(r+\lambda)})} - \frac{\lambda D_1}{r} + \frac{(r+\lambda)D_0}{r} - D_0 \tag{3.6.39}$$

Soit après simplification :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)}{r}\left(\frac{R_n e^{-n(r+\lambda)} - D_0}{1-e^{-n(r+\lambda)}}\right) - \frac{\lambda(D_1 - D_0)}{r} \tag{3.6.40}$$

Ou :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)}{r}\left(\frac{R_n - D_0}{1-e^{-n(r+\lambda)}} - R_n\right) - \frac{\lambda(D_1 - D_0)}{r} \tag{3.6.41}$$

Ou bien :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)}{r}\left(\frac{R_n - D_0 e^{n(r+\lambda)}}{e^{n(r+\lambda)} - 1}\right) - \frac{\lambda(D_1 - D_0)}{r} \quad (3.6.42)$$

Ou bien encore :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)}{r}\left(-D_0 + \frac{R_n - D_0}{e^{n(r+\lambda)} - 1}\right) - \frac{\lambda(D_1 - D_0)}{r} \quad (3.6.43)$$

Les équations (3.6.38 à 3.6.43) sont comparables avec celles obtenues en absence de risque :

$$BASI = \frac{R_n e^{-nr} - D_0}{1 - e^{-nr}} = \frac{R_n - D_0}{1 - e^{-nr}} - R_n = -D_0 + \frac{R_n - D_0}{e^{nr} - 1} = \frac{R_n - D_0 e^{nr}}{e^{nr} - 1} \quad \text{(Annexe 3.2, 3.2.7)}$$

Calcule de la dérivée première de l'espérance du BASI

$$\frac{d[E(BASI)]}{dn} = \frac{r(r+\lambda)e^{-(r+\lambda)n}\left[\left[\frac{dR_n}{dn} - (r+\lambda)R_n\right]\left(1 - e^{-(r+\lambda)n}\right) - \left[(R_n e^{-(r+\lambda)n} - D_0)(r+\lambda)\right]\right]}{\left[r(1 - e^{-(r+\lambda)n})\right]^2} = 0 \quad (3.6.44)$$

Soit :

$$\frac{dR_n}{dn} = \frac{\left(R_n e^{-n(r+\lambda)} - D_0\right)(r+\lambda) + (1 - e^{-n(r+\lambda)})R_n(r+\lambda)}{(1 - e^{-n(r+\lambda)})} \quad (3.6.45)$$

Soit après simplification :

$$\frac{dR_n}{dn} = \frac{(r+\lambda)\left(R_n - D_0\right)}{1 - e^{-n(\lambda+r)}} \quad (3.6.46)$$

Il s'avère que l'équation ci-dessus est comparable à celle obtenue en absence de risque :

$$\frac{dR_n}{dn} = \frac{r(R_n - D_0)}{1 - e^{-nr}} \quad \text{(Annexe 3.2, 3.2.19)}$$

La seule différence réside dans le taux d'actualisation. En effet, en présence de risque, la probabilité moyenne de destruction (λ) augmente le taux d'actualisation(r). Par conséquent, plus la probabilité de risque catastrophique augmente, plus le taux d'actualisation sera élevé et plus l'âge d'exploitation diminuera. Ainsi, Reed (1984 et 1986) conclut que l'intégration du risque entraîne une baisse de l'âge d'exploitation.

En utilisant l'équation (3.6.43) et (3.6.46), on obtient une interprétation marginale de la condition d'optimalité :

$$\frac{dR_n}{dn} - \lambda(R_n + D_1 - D_0) = r.[E(BASI) + R_n] \quad (3.6.47)$$

Calcul de l'espérance et la condition d'optimalité du BASI, avec un taux de sauvetage de K

Comme Routledge (1980), Reed (1984) a supposé une proportion aléatoire, K_t, de moyenne de $\overline{K}$ (t), qui peut être récupérée après l'occurrence d'une catastrophe. La fonction de revenu net Y_n, de n ème révolution est la suivante :

$$Y_n = \begin{cases} \overline{K}R_n - D_1 & X_n < n \\ R_n - D_0 & X_n = n \end{cases} \qquad (3.\ 6.48)$$

L'espérance du BASI se calcule selon l'équation ci-dessous :

$$E(BASI) = \frac{E(e^{-rZ}.Y)}{\left[1 - E(e^{-rZ})\right]} - D_0 \qquad \text{(Rappel, 3.6.29)}$$

Avec la nouvelle hypothèse, l'espérance mathématique du revenu actualisé net se calcule donc comme suit :

$$E(e^{-rZ}Y) = \int_0^n e^{-(r+\lambda)t}\lambda(\overline{K}R_n - D_1)\,dt + (R_n - D_0)e^{-(r+\lambda)n} \qquad (3.6.49)$$

Soit :

$$E(e^{-rZ}Y) = \int_0^n e^{-(r+\lambda)t}\lambda\overline{K}R_n dt + \int_0^n - e^{-(r+\lambda)t}\lambda D_1 dt + (R_n - D_0)e^{-(r+\lambda)n} \qquad (3.6.50)$$

Soit encore :

$$E(e^{-rZ}Y) = \Phi(n) - \frac{\lambda D_1(1 - e^{-(r+\lambda)n})}{(r+\lambda)} + (R_n - D_0).e^{-(r+\lambda)n} \qquad (3.6.51)$$

Où :

$$\Phi(n) = \int_0^n e^{-(r+\lambda)t}\lambda\overline{K}R_n dx \qquad (3.6.52)$$

Basé sur les équations 3.6.29, 3.6.34, 3.6.51, l'espérances du BASI est la suivante :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)}{r}\left[\frac{R_n e^{-n(r+\lambda)} - D_0 + \Phi(n)}{1 - e^{-n(r+\lambda)}}\right] - \frac{\lambda(D_1 - D_0)}{r} \qquad (3.6.53)$$

Soit :

$$E(BASI) = \frac{(r+\lambda)}{r}\left[-R_n + \frac{R_n - D_0 + \Phi(n)}{1-e^{-(r+\lambda)n}}\right] - \frac{\lambda(D_1 - D_0)}{r} \qquad (3.6.54)$$

La condition d'optimalité est donc modifiée comme suit :

$$\frac{dR_n}{dt} + e^{n(\lambda+r)}\Phi'(n) = \frac{(\lambda+r)\left[R_n - D_0 + \Phi(n)\right]}{1-e^{-(\lambda+r)n}} \qquad (3.6.55)$$

En utilisant l'espérance du BASI (équation 3.6.53), on obtient une interprétation marginale de la condition d'optimalité :

$$\frac{dR_n}{dn} + \left[e^{n(\lambda+r)}\Phi'(n) - \lambda R_n\right] + \lambda(D_1 - D_0) = r(BASI + R_n) \qquad (3.6.56)$$

En remplaçant $\Phi'(n)$ par son équivalent, $e^{-n(r+\lambda)}\lambda\overline{K}R_n$, la condition d'optimalité se simplifie en :

$$\frac{dR_n}{dn} - \lambda\left[(1-\overline{K})R_n + (D_1 - D_0)\right] = r(BASI + R_n) \qquad (3.6.57)$$

Calcul de l'espérance du BASI avec une probabilité de risque dépendante de l'âge, $\lambda(t)$

Le processus qui explique cette situation est appelé processus de Poisson non homogène. Ce dernier est une généralisation du processus de Poisson permettant de définir une intensité instantanée de risque, λ(t), en fonction de l'âge du peuplement. Ainsi, pour un temps entre des occurrences successives, Z, l'intensité espérée du risque, m(Z), se calcule comme suit :

$$m(Z) = \int_0^Z \lambda(t)dt \qquad t \geq 0 \qquad (3.6.58)$$

Basée sur le processus de Poisson non homogène, la probabilité que la variable aléatoire Z soit inférieure ou égale à n peut s'écrire comme suit :

$$F_Z(z) = \begin{cases} 1-e^{-m.Z}, & Z < n \\ 1, & Z \geq n \end{cases} \qquad (3.6.59)$$

En procédant de la même façon qu'avant, on obtient encore une fois :

$$E(BASI) = \frac{E(e^{-rZ}.Y)}{\left[1-E(e^{-rZ})\right]} - D_0 \qquad \text{(Rappel, 3.6.29)}$$

Après avoir évalué $E(e^{-rZ}.Y)$ et $\left[1-E(e^{-rZ})\right]$, l'espérance du BASI se calcule comme suit :

$$E(BASI) = \frac{(R_n - D_0)e^{-(m(Z)+r.Z)} - D_1\int_0^n \lambda(t)e^{-(m(Z)+r.Z)}dZ}{1 - e^{-(m(Z)+r.Z)} - \int_0^n \lambda(t)e^{-(m(Z)+r.Z)}dZ} - D_0 \quad (3.6.60)$$

Soit après simplification :

$$E(BASI) = \frac{(R_n - D_0)e^{-(m(Z)+r.Z)} - D_1(1 - e^{-(m(Z)+r.Z)})}{r\int_0^n e^{-(m(Z)+r.Z)}dZ} + D_1 - D_0 \quad (3.6.61)$$

La condition d'optimalité est donc la suivante :

$$\frac{dR_n}{dn} = (\lambda(t) + r)(R_n - D_0) + \lambda(t)D_1 + rBASI + rD_0 \quad (3.6.62)$$

Soit après simplification :

$$\frac{dR_n}{dn} - \lambda(t)(R_n + D_1 - D_0) = r(BASI + R_n) \quad (3.6.63)$$

Annexe 4 :

Annexe 4.1 : Algorithme de la mortalité naturelle :

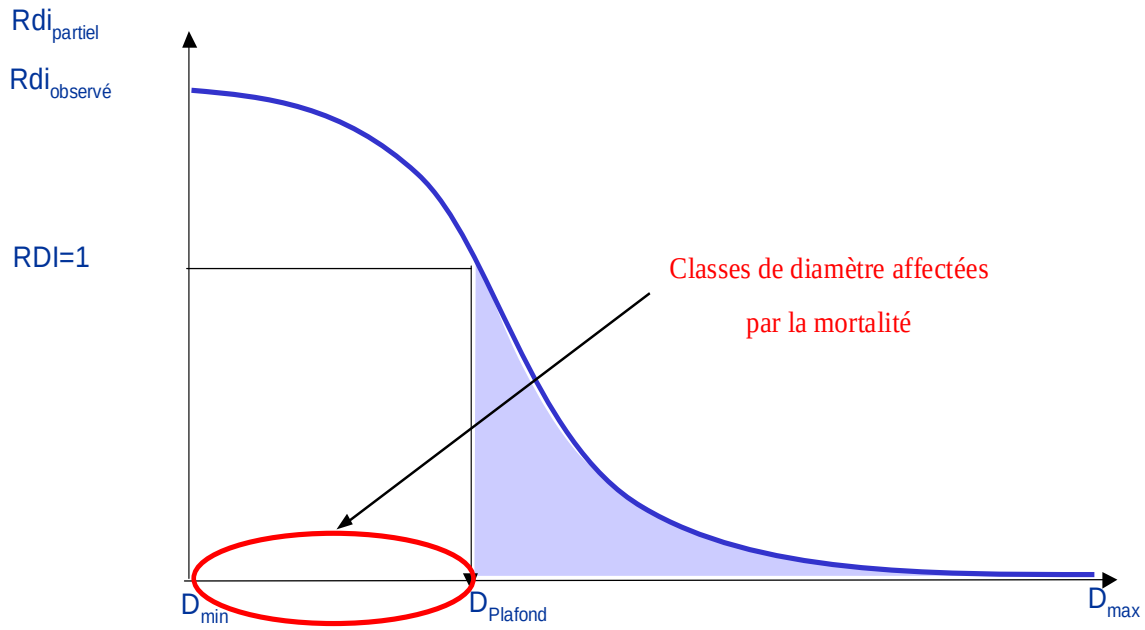

Figure 4.1.1 : Répartition des RDI partiels par classes de diamètre

Pour intégrer la mortalité naturelle dans la feuille de calcul, on a procédé en deux étapes :

- La première étape consiste à déterminer les classes de diamètre susceptibles d'être affectées par la mortalité :

Inspiré par l'approche utilisée dans le plate-forme CAPSIS, nous avons utilisé la fonction de répartition de la densité (RDI) par classes de diamètre (figure 4.1.2) :

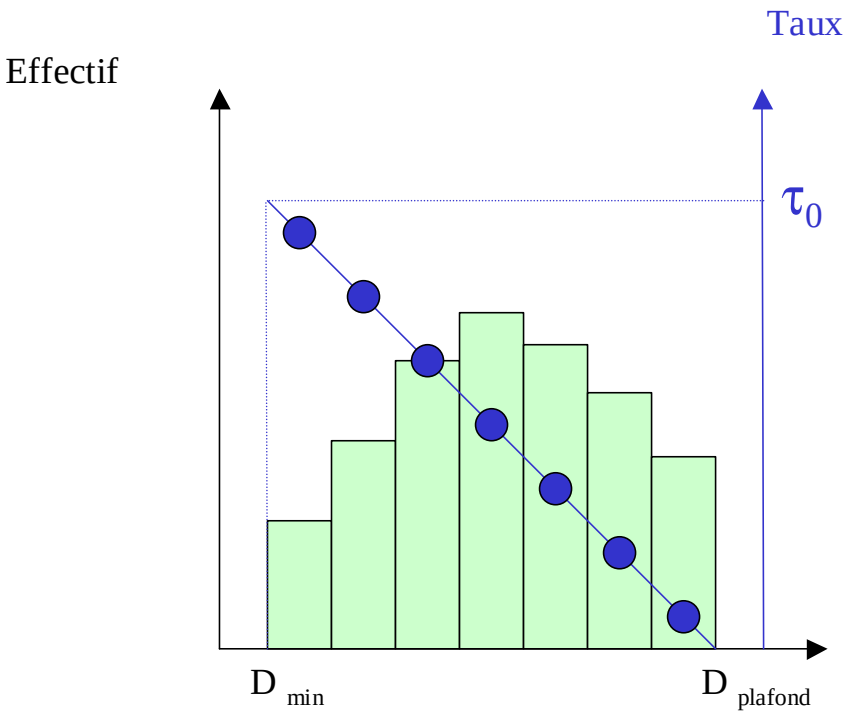

Figure 4.1.2 : Représentation graphique de la mortalité par classe de diamètre et le taux de mortalité

Ainsi, la courbe de la fonction de répartition permet d'identifier les classes de diamètre affectées par la mortalité pour ramener le peuplement à sa limite naturelle (représentée par un RDI=1). Dans la figure 4.1.2, on voit bien que les classes de diamètre susceptible de partir en mortalité sont délimitées par un diamètre minimum et plafond.

- La deuxième étape consiste à déterminer la mortalité par classes de diamètre permettant de ramener le peuplement à un RDI égal à 1. Cette mortalité est logiquement beaucoup plus élevée dans les classes de faible diamètre que de gros diamètre. En effet, plus l'écart entre le diamètre médian de la classe et le diamètre plafond est grand, plus la mortalité de la classe augmente. En outre, plus la différence entre le RDI observé et le RDI maximal (RDI=1) augmente, plus la mortalité va à la hausse :

$$M_i = \tau_0 . (RDI - 1) . (D_{Plafond} - D_{\min}) . N_i$$

avec

M_i : Mortalité en nombre de tige par classes de diamètre
τ_0 : Taux élémentaire de mortalité
N_i : Nombre de tiges de chaque classe de diamètre

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

-Abebe, T., and Holm, S. 2003. Estimation of wood residues from small-scale commercial selective logging and sawmilling in tropical rain forests of south-western Ethiopia. International forestry review. 5(1) : 45-52.

-Adams, D.M. 1975. A note on the interdependence of stand structure and best stocking in a selection forest. Forest science. 22 : 180-184.

-AFNOR. 1997. Norme européenne de classement des bois ronds feuillus. Partie 1 : Chêne et Hêtre. Association française de Normalisation.

-Aldhous, J.R. 1983. Timber prices in South West England and their implications for plantation management. Forestry.56 (2) : 185-194.

-Aldhous, J.R. 1986. The effect of specification on selling prices of conifer sawlogs in south west England. Forestry. 59(1) : 85-96.

-Anderson, W.C. 1976 a. Appraising southern pine pulp wood stumpage. Research paper SO-129. New Orleans : USDA Forest Service, Southern Forest Experiment Station.

-Anderson, W.C. 1976 b. A method for appraising multiple-product sales of southern pine stumpage. Research paper SO-129. New Orleans : USDA Forest Service, Southern Forest Experiment Station.

-Arellano. 2003. Panel Data Econometrics (Advance texts in économetrics). Oxford University Press. New York. 244 P.

-Arrow, K.J. 1995. Effet de serre et actualisation. Revue de l'énergie, n°471. repris dans Problèmes Economiques. 2456 : 23-28.

-Assmann, E. 1970. The principles of forest yield study. Pergamon press, Toronto. 506 P.

-Badré, M. 1984. Forêts et marché du bois. Hatier Paris. 80 P.

-Bare, B.B., and Opalach, D. 1988. Determining investment-efficient diameter distributions for uneven-aged northern hardwoods. Forest science. 34(1) : 243-249.

-Bare, B.B., and Smith, R.L. 1999. Estimating stumpage values from transaction evidence using multiple regression. Journal of forestry. 32-39.

-Bastien, Y. 1995. L'expérience danoise d'éclaircie de hêtre de totterup. Rev.For.Fr.XLVII-2 : 133-136.

-Bakouma, J. 2002. Recherche et évaluation économique d'itinéraires sylvicoles pour des peuplements équiennes de hêtre. Rapport final, Convention DERF/ENGREF, n° 01.40.35/96.

-Baltagi, B. H. 2005. Econometric analysis of panel data, Wiley and Sons Ltd,
(Wiley & sons Ltd), 270 P.

-Barnérias, C. Rapport de stage, Modélisation de la croissance des chênaies de toutes structures à partir des données de l'Inventaire Forestier National. LERFOB, Nancy, Août. 2005, 22 p.

-Bastien, Y., Hein, S., et Chavane, A. 2005. Sylviculture du Hêtre : contraintes, enjeux, orientations de gestion. Rev.For.Fr.LVII-2 : 111-122.

-Baudrillart, J.J. 1825. Traité général des eaux et forêts, chasses et pêches ; dictionnaire général raisonné et historique des eaux et forêts, Arthus Bertrand et Mme Huzard, Paris. Tome 1, 816 p., tome 2 : 1006 p.

-Bechtold, W.A. 2003. Crown-diameter prediction models for 87 species of stand-grown trees in the eastern United States. Southern Journal of Applied forestry. 27(4) : 269-278.

-Becker, G., Seeling, U., et Wernsdörfer, H. 2005. Relation entre la sylviculture et la qualité du bois de hêtre : l'expérience allemande. Rev.For.Fr.LVII-2 : 227-238.

-Belrose, V., Pauly, H., et Caroulle, F. 2006. Conséquences visibles de l'été 2003 sur les forêts : des réactions immédiates contrastées, des incertitudes sur les conséquences à long terme. Rendez-Vous Techniques, ONF, N°11-hiver 2006 : 24-27.

-Benavent, C. 1999. Cours : Séries chronologiques, http : //christophe.benavent.free.fr/cours/dea/dea5.PDF

-Berck, P. 1997. Constructing a price series for old-growth redwood by parametric and nonparametric methods : dose sale volume matter? Journal of forest economics. 3(1) : 35-51.

-Bertrand, T. 2001. Contribution à l'étude de la sylviculture du chêne sessile en futaie régulière claire, en Sologne bourbonnaise. Rapport de stage de fin d'études, Ecole National du Génie Rural des Eaux et des Forêt (ENGREF).

-Biging, G. S., Dobbertin, M. 1995. Evaluation of competition indices in individual tree growth models. Forest Science. 41 (2) : 360-377.

-Blab, A., Katzensteiner, K., and Sterba, H. 2000. Adapting an Individual Tree Growth Model for Pure and Mixed Species Stands. In : Hasenauer, H. (ed.). Proc. Int. Conference on Forest Ecosystem Restoration FER 2000. Vienna, Austria. 206-214.

-Bock, J., Vinkler, I., Duplat, P., Renau, J.P., Badeau, V., et Dupouey, J.L. 2005. Stabilité au vent des hêtraies : les enseignements de la tempête de 1999. Rev.For.Fr.LVII-2 : 143-158.

-Boisvenue, C., and Marshall, P.L. 1998. Site Index, site index adjustments, and complex stands : A review of the literature. Contract report prepared for Ian Moss, Pacific Forest Products, Ltd. 28 pp.

-Bontemps J.D., Duplat P., Hervé J.C.,et Dhôte J.F. 2005, a. Croissance en hauteur dominante du Hêtre dans le Nord de la France – Des courbes de référence qui intègrent les tendances à long terme. Rendez-Vous Techniques, ONF, Fontainebleau (France), 10p.

-Bontemps, J.D., Vallet, P., Hervé, J.C., Rittié, D., Dupouey, J.L., et Dhôte, J.F. 2005, b. Des hêtraies qui poussent de plus en plus vite : vers une forte diminution de leur âge d'exploitabilité ? Rev.For.Fr.LVII-2 : 123-142.

-Bormann, B.T., Gordon, J.C. 1984. Stand density effects in young red alder plantations : productivity, photosynthate partitioning, and nitrogen fixation. Ecology 65(2) : 394- 402.

-Bouchon, J. 1982. Tarifs de cubage à deux entrées pour le Hêtre (Fagus sylvatica) en France. Rev.For.Fr.34 : 225-236.

-Bouchon, J. 1991. Modélisation de la croissance et de la qualité des bois en fonction de la sylviculture et de l'hérédité. Rapport de synthèse (et rapport des 6 projets). INRA-Centre de recherches forestières.

-Bouchon, J. 1995. Concepts et caractéristiques des divers modèles de croissance. Rev.For.Fr.XLVII-n° sp : 23-34.

-Bourcet, J. 1994. Le prix du sapin sur pied.Rev.For.Fr.XLVI.2 : 167-176.

-Box, G.E.P., et Jenkins, G.M. 1970. Time series analysis, forecasting and control. Molden-Day, Sans Francisco (chapitre 1).

-Bragg, D. C .2001. A local basal area adjustment for crown width prediction. North. J. Appl. For. 18(1) : 22-28

-Brazee, R., and Mendelsohn, R. 1988. Timber harvesting with fluctuating prices. Forest science. 34(2) : 359-372.

-Brazee, R.J., Amacher, G.S., and Conway, M.C. 1999. Optimal harvesting with auto-correlated stumpage prices. Journal of forest economics. 5(2) : 201-216.

-Brock, S.M., Anderson, B.R., and Ruan, J.O. 1986. Developing and testing models for predicting hardwood stumpage prices in West Virginia.W.Va.Forestry notes.12 : 7-10.

-Brukas, V., Thorsen, B.J., Helles, F., and Tarp, P. 2001. Discount rate and harvest policy : implications for Baltic forestry. Forest policy and economics.2 : 143-156.

-Brumelle, S., Stanbury, W.T., Thompson, W.A., Vertinsky, I., and Wehrung, D. 1990. Framework for the analysis of risks in forest management and silvicultural investments? Forest ecology and management.35 : 279-299.

-Brunner, A. 1986. A light model for spatially explicit forest stands models. University of British Columbia For. Sci. Dept. Seminar, Wednesday February 21, 1986.

-Buongiorno, J. 2001, a. Generalization of faustmanrfs formula for stochastic forest growth and prices with markov decision process models. Forest science. 47(4) : 466-474.

-Buongiorno, J. 2001, b. Quantifying the implications of transformation from even to uneven-aged forest stands. Forest ecology and management.151 : 121-132.

-Buongiorno, J., Bark, S.I., and Brannman, L. 1985. Volume offered and wood prices : A causality test for national forests. Forest science. 31(2) : 405-414.

-Buongiorno J., and Gilless J.K. 1980. Effects of input costs, economics of scale and technological change on international pulp and paper price. Forest Science. 26(2) : 261-275.

-Buongiorno, J., Gilless, J.K. 2003. Decision methods for forest resource management. Academic Press.439 P.

-Busby, R.J.N and Grayson, A.J. 1981. Investment appraisal in forestry. Forestry Commission Booklet, 47HMSO, London.

-Buongiorno, J., Peyron, J.L., Houllier, F., and Bruciamacchie, M. 1995. Growth and management of mixed-species, uneven-aged forests in the French Jura : implications for economic returns and tree diversity. Forest science. 41(3) : 397-429.

-Buongiorno, J., Peyron, J.L., Valdenaire, J.M., et Bruciamacchie, M. 1996. Croissance et aménagement de la futaie jardinée du Jura : stratégies de gestion et structure des peuplements.Rev.For.Fr.XLVIII.1 : 49-61.

-Camous. 1980, a. La Formation du prix du Chêne en France : une étude économétrique. Office national des forêts (ONF).

-Camous. 1980, b. Méthode pour l'étude de la formation du prix du bois et sa prévision à court et moyen terme. Office national des forêts (ONF).

-Calvet, B. 1994. Recherche d'une sylviculture optimale à long terme pour les peuplements forestiers équiennes. Formulation, résolution, applications.
Thèse Doct., ENGREF, 266 P.

-Calvet, P., Lemoine, B., et Peyron, J.L. 1997. Taux d'actualisation et conduite sylvicole des peuplements forestiers : un exemple dans le cas du pin maritime en France.Can.J.For.Res.27 : 1268-1275.

-Cardellichio, P.A., and Binkley, C.S. 1988. The effects of overrun improvements on stumpage price inflation. Can.J.For.Res.18 : 981-985.

-Carmean, W. H., Hahn, J. T., and Jacobs, R. D. Site index curves for forest tree species in the astern united states. General Technical Report NC-128, USDA Forest Service, North Central Forest Experiment Station, 1989.

-Carter, D.R., and Newman, D.H. 1998. The impact of reserve prices in sealed bid federal timber sale auctions. Forest science. 44(4) : 485-495.

-Caulfield, J.P, South, D.B., and Somers, G.L. 1991. The influence of the price-size curve on planting density decisions. pp. 801-810. In Proc., 6th Biennial S. Silv. Res. Conf. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. SE-70.

-Caulfield, J.P., South, D.B., and Somers, G.L. 1992. The price-size curve and planting density decisions.South.J.Appl.For.16 (1) : 24-29.

-Cavaignac, S., Le Moguédec, G., Préget, R., et Ibanez, L. 2005. Prix du bois de chêne et hétérogénéité des lots. Rev.For.Fr.LVII-5 : 431-442.

-Chang, S.J. 1981. Determination of the optimal growing stock and cutting cycle for an uneven-aged stand. Forest science. 27(4) : 739-744.

-Chang, S.J. 1983. Rotation age, management intensity, and the economic factors of timber production : do changes in stumpage price, interest rate, regeneration cost, and forest taxation matter? Forest science. 29(2) : 267-277.

-Chang, S.J. 1984. Determination of the optimal rotation age : a theoretical analysis. Forest ecology and management.8 : 137-147.

-Chang, S.J. 1990, a. Discussion paper comments : comment II. Forest science. 36(1) : 177-179.

-Chang, S.J. 1990, b. An economic comparison of even-aged and uneven-aged management of southern pines in the mid-South. In : Hickman, C. A., (ed.). Proceeding of the Southern Forest Economics Workshop on Evaluating Even- and All-Aged Timber Management Options for Southern Forest Lands, March 29-30, 1990, Monroe, LA. GTR SO-79.

-Chang, S.J. 1998. A generalized faustmann model for the determination of optimal harvest age.Can.J.For.Res.28 : 652-659.

-Chang, S.J. 2001. One formula, myriad conclusions, 150 years of practicing the faustmann formula in central Europe and the USA. Forest policy and economics.2 : 97-99.

-Changhui, P. 2000. Growth and yield models for uneven-aged stands : past, present and future. Forest ecology and management. 132 : 259-279

-Chapman, H.H. 1931. Forest management. J. B. Lyon, Albany, N. Y.544p.

-Chen, C.M., Rose, D.W., and Leary, R.A. 1980. Derivation of optimal stand density over time- A discrete stage, continuous state dynamic programming solution. Forest science. 26(2) : 217-227.

-Cinotti, B. 2003. Une gestion non rentable peut-elle être durable ?, Rev.For.Fr.LV.1 : 7-24.

-Cole, E.C., and Newton, M. 1987. Fifth-year responses of Douglas-fir to crowding and nonconiferous competition.Can.J.For.Res.17 : 181-186.

-Collinet, F. 1997. Essai de regroupements des principales espèces structurantes d'une forêt dense humide d'après l'analyse de leur répartition spatiale. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I.

-Courbaud, B. 1991. Modélisation de la croissance en forêt irrégulière de montagne. Rapport de D.E.A, université Nancy 1.

-Coutur, S. 2006. Risque, Aversion au risque, bénéfices non marchands et gestion forestière : une revue de la littérature. Third World Congress of Environmental and resource economics, Kyoto, japan, July 3-7, 2006.

-Cubbage, F.W., Greene, D.W., and Lyon, J.P. 1989. Tree size and species, stand volume, and tract size : effects on southern harvesting costs.SJAF.13 : 145-152.

-Cubbage, F.W. 1990. Economic impacts of southern pine wood quality changes. USDA For Serv Southeast For Exp Sta Gen Tech Rep SE-63 : 57–70.

-Curtin, R. A. 1970. Dynamics of tree and crown structure in eucalyptus obliqua. Forest science. 16 : 3 321-328.

-Curtis, R. O. 1982. A simple index of stand density for douglas-fir. Forest Science. 28 : 1 92-94.

-Cusset, G. 1980. Sur des paramètres intervenant dans la croissance des arbres. La relation hauteur /diamètre de l'axe primaire aérien. Candol., 35(1) : 231-255.

-Czudek, R. 1998. Modélisation de la croissance individuelle du hêtre (Fagus silvatica L.) dans différentes conditions de densité locale et de milieu. Application à la sylviculture sélective par détourage. Thèse de doctorat, Ecole National du Génie Rural des Eaux et des Forêt (ENGREF).

-Daniels, B.J., and Hyde, W.F. 1986. Estimation of supply and demand for North Carolina's timber. Forest ecology management. 14 : 59-67.

-Danjon, F. and Hervé, J.C. 1994. Choice of a model for height growth curves in maritime pine. Annal. Sci. For., 51, 589-598.

-Darr, D.R. 1973. Stumpage price…dose it vary by tree diameter? Forest products journal. 23(10) : 58-60.

-Dassonville, L.1991. Méthodes de détermination des prix unitaires des bois vendus en bloc et sur pied. ONF. Bulletin technique.21 : 235-242.

-Day, K. 1997. Stocking standards for uneven-aged interior Douglas-fir. From Dry Douglas-fir workshop, Kamloops, BC, April 29-30. Sept. 97.

-De Turckheim, B. et Bruciamacchie, M. 2005. La futaie irrégulière : Théorie et pratique de la sylviculture irrégulière, continue et proche de la nature. Edisud, Avignon, 286p.

-Dean, T.J. 1999. Using Live-Crown Ratio to Control Wood Quality : An Example of Quantitative Silviculture. Paper presented at the Tenth Biennial Southern Silvicultural Research Conference, Shreveport, LA, February 16-16.

-Deleuze, C. 1992. Modélisation de la croissance des arbres : approche dendrométrique ou approche physiologique ? Rapport de D.E.A, université Claude Bernard - Lyon 1.

-Delpech, R., Dume, G., et Galmiche, P. 1985. Typologie des stations forestières, vocabulaire, Ministère de l'Agriculture, Direction des forêts, Institut pour le développement forestier.

-Dennis D.F., and Remington, S.B. 1985. The influence of price expectations on forestry decisions. Northern Journal of applied forestry. 2(3) : 81-83.

-De Turckheim, B. 2002. Le cas de la futaie irrégulière et continue. La forêt privée.264 : 30-43.

-Dhôte, J.F. 1987. Modèles de croissance des peuplements forestiers. Rapport de D.E.A, université Claude Bernard - Lyon 1.

-Dhôte, J-F. 1995. Définition de scénarios d'éclaircie pour le Hêtre et le Chêne. Rev.For.Fr. XLVII-n°sp : 106-115.

-Dhôte, J.F. 1997. Effets des éclaircies sur le diamètre dominant dans des futaies régulières de hêtre ou de chêne sessile.Rev.For.Fr.XLIX.6 : 557-578.

-Dhôte, J.F. 1999. Compétition entre classes sociales chez les chênes sessile et le hêtre.Rev.For.Fr.LI.2 : 309-324.

-Dhôte, J.F., Hatsch, E., et Rittié, D. 2000. Forme de la tige, tarifs de cubage et ventilation de la production en volume chez le Chêne sessile. Ann. For. Sci. 57 : 121-142.

-Dhôte, J.F. 2002. Support de cours : Les modèles de croissance. Laboratoire d'étude des ressources forêts - bois, UMR INRA-ENGREF 1092, Nancy.

-Dieter, M. 2001. Land expectation values for spruce and beech calculated with Monte Carlo modelling techniques. Forest policy and economics.2 : 157-166.

-Doll, D.,et Riou-Nivert, P. Dossier spécial tempêtes. Forêt-entreprise no77. Paris, 1991.

-Dreyfus, P. 2003. Support de cours : Modèles de croissance pour peuplements homogènes (mono spécifique, équienne), Princips, objectifs, méthode. ENGREF Nancy-FIF 3ème année Module « Méthodes Quantitatives de Gestion Forestière ».

-Dubois, H. 2000. Petit dictionnaire d'un Forestier.

-Duerr, W.A., and Bond, W.E. 1952. Optimum stocking of selection forest. Jour. Forestry. 50 : 12-16.

-Duerr, W.A., Fedkiw, J., and Guttenburg, S. 1956. Financial Maturity : A Guide to Profitable Timber Growing. USDA Agricultural Technical Bulletin 1146, 75 p.

-Dufour, J.M. 2003. Histoire de l'analyse des séries chronologiques. Document pédagogique de l'Université de Montréal (version 2003). http : //www.fas.umontreal.ca/SCECO/dufour/dufour2.html.

-Duhamel du Monceau, H-L. 1764. Traité complet des bois et des forêts ; seconde partie de l'exploitation des bois, ou moyens de tirer un parti avantageux des taillis, demi-futaies et haute futtaies, et d'en faire une juste estimation avec la description des arts qui se pratiquent dans les forêts. Paris : H.L. Guérin et L.F. Delatour. 1ère partie : 430 p. +planches ; 2ème partie : 708 P. + planches.

-Duplat, P. et Tran-ha, M.. 1986. Modèles de croissance en hauteur dominante pour le hêtre, le sapin pectiné et le pin sylvestre (dans le massif de l'Aigoual). Office National des Forêt (ONF), document n° 86.1.

-Duryea, M.L. 1987. Forest regeneration methods : natural regeneration, direct seedling and planting. Cir.759.Cooperative Extension Service, University of Florida, Institute of Food and Agriculture Sceince.10 P.

-Englehard, R. J. and Anderson W. C. 1983. A method of assessing risk in forestry investment. USDA For. Serv. Southern For. Exp. Sta., Res. Paper SO-189, New Orleans, LA. 13 p.

-Englin, J., Boxall, P., and Hauer, G. 2000. An empirical examination of optimal rotations in a multiple-use forest in the presence of fire risk. Journal of agricultural and resource economics. 25(1) : 14-27.

-Etzioni, A. 1988. The Moral Dimension : Toward a New Economics, New York, Free Press.300p.

-Fairweather, S. E. 1988. Development of an individual tree growth model for Pennsylvania. United States Departement of Agriculture Forest Service, General Technical Report NC-120 61-67.

-Faustmann, M. 1849, a. "Berechnung des Werthes welchen Waldböden... " Allgemeine Forst- und Jagdzeitung. Calcul de la valeur pour l'économie forestière, des sols forestiers, ainsi que des peuplements non encore parvenus à l'âge d'exploitation. Traduction de Jacques Maheut. Ecole nationale du génie rural, des eaux et des forêts, (ENGREF).
Nancy.

-Faustmann, M. 1849, b. "On the determination of the value which forest land and immature stands possess for forestry" Journal of Forest Economics (Reprinted) 1(1995) : 7-44.

-Favrichon, V. 1998. Un modèle de dynamique de peuplement pour l'aménagement de la forêt naturelle en Guyane française. ONF Bulletin Technique.36 : 67-74.

-Fiat, J.B. 1997. Quelques apports d'un nouvel ouvrage de micro-économie. Mémoire de fin d'étude. Ecole nationale du génie rural, des eaux et des forêts, (ENGREF).
Nancy.

-Fiedler, C. E. and Cully, J. E. 1995. A silvicultural approach to develop Mexican spotted owl habitat in southwest forests. West. J. Appl. For. 10 : 144-148.

-Franc, A., Bernard, J., et Klein, E. 1995. Simulation de la dynamique des peuplements forestiers hénérogènes : quelques pistes à l'aide de modèles simples. Rev.For.Fr.XLVII-n° sp : 183-190.

-Franc A. and Houllier, F. 1989. Etude des relations entre milieu et production : quelque critère de choix des méthodes. In M. Buffet & D. Girault (Eds) : Station forestière, production et qualité des bois : éléments méthodologiques, CEMAGREF (Nogent /Vernisson), 13-49.

-Franc, A., Gourlet-Fleury, S. and Picard, N. 2000. Une introduction à la modélisation des forêts hétérogènes. ENGREF

-Francis, J. K. 1998. The relationship of bole diameters and crown widths of seven bottomland hardwood species. United States Department of Agriculture Forest Service, Research Note SO.328.3 P.

-Frayssé, J., Moreaux, M., et Terreaux, J.P. 1990. Actualisation et gestion forestière. Cahiers d'économie et sociologie rurales.15-16 : 112-125.

-Froese, K., Lemay, V., Marshal, P., et Zumrawi, A. A. 2002. Small tree height increment models for Prognosis, IDF dm2 subzone Variant, Invermere forest district. Report of university of British Columbia. www.forestry.ubc.ca/prognosis/documents.

-Froese, R.E. and Marshall, P.L. 1996. Site quality and height development in mixed-species stands : a review of the literature. Contract Report to the B.C. Ministry of Forests. 35 pp.

-Gaffney, M.M. 1957. Concepts of financial maturity of timber and other assets. Raleigh : North Carolina State University Agricultural economics Informations series, 62.105p.

-Gallet, F. 1998. La production du sapin pectiné dans les vosges. Mémoire de 3ème année, Ecole National du Génie Rural des Eaux et des Forêt (ENGREF).

-Gering, L. R. 1995. The relationship of diameter at breaste height and crown diameter for four species groups in Hardin County, Tennessee. South. J. Appl. For. 19 : 4 177-181.

-Gering, L. R., May, D. M. 1995. The Relationship of diameter at breast height and crown diameter for four species groups in Hardin County, Tennessee. South. J. Appl. For. 19(4) : 177-181.

-Godman, R. M., and Books, D.J. 1971. Influence of stand density on stem quality in pole-size northern hardwoods. Research Paper NC-54. St. Paul, MN : U.S. Dept. of Agriculture, Forest Service, North Central Forest Experiment Station.

-Goff, N. L. et A. Madesclaire. 1989. Productivité des stations pour des essences disséminées en peuplement irrégulier- le cas de l'erable sycomore et du merisier en taillis sous futaie sur les stations forestières des plateaux calcaires de Lorraine. In M. Buffet & D. Girault (Eds) : Station forestière, production et qualité des bois : éléments méthodologiques, CEMAGREF (Nogent /Vernisson), 119-135.

-Gourlet-Fleury, S. 1997. Modélisation individuelle spatialement explicite de la dynamique d'un peuplement de forêt dense tropicale humide (dispositif de Paracou - Guyane française). Thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I, 2 volumes.

-Gourlet-Fleury, S. 1998. Indices de compétition en forêt dense tropicale humide : étude de cas sur le dispositif sylvicole expérimental de Paracou (Guyane française). Ann. Sci. For. 55 : 623-654.

-Gourlet-Fleury, S. and Houllier, F. 2000. Modelling diameter increment in a lowland evergreen rain forest in French Guiana. Forest Ecology and Management. 131 : 269-289.

-Gove, J.H., and Fairweather, S.E. 1992. Optimizing the management of uneven-aged forest stands : a stochastic approach. Forest science. 38(3) : 623-640.

-Groom, L., Newbold, R., and Guldin, J. 2002. Effect of sylviculture on the yield and quality of veneers. In Proceedings of the Eleventh Biennial Southern Silvicutural Research Conference. Knoxville, Tennessee. March 20-22, 2002. pp. 176-180.

-Guo, P. 1998. Analyse quantitative en vue de l'aménagement des futaies de pin maritime dans les Landes de Gascogne. Thèse Doct., ENGREF, 217 P.

-Guttenberg, S. 1950, a. The rate of interest in forest management. J. For. 48 : 3-7.

-Guttenberg, S. 1950, b. Influence of timber caracteristics upon stumpage prices. Occasional paper 146. New Orleans : USDA Forest Service, Southern Forest Experiment Station.

-Haaz, A. 2003. Principales caractéristiques et perspectives de développement des outils de sciages en Lorraine. Approche de l'équilibre ressources-emplois des bois d'oeuvre à court et moyen terme. Stage de fin d'étude, Engref, Nancy.

-Haight, R.G. 1987. Evaluating the efficiency of even-aged and uneven-aged stand management. Forest science. 33(1) : 116-134.

-Haight, R.G. 1990, a. Economic models for evaluating plantation and uneven-aged forestry. Proceeding of the Southern Forest Economics Workshop on Evaluating Even- and All-Aged Timber Management. Options for Southern Forest Lands, March 29-30, 1990, Monroe, LA. GTR SO-79.

-Haight, R.G., and Monserud, R.A. 1990, b. Optimizing any-aged management of mixed-species stands : II. effects of decision criteria. Forest science. 36(1) : 125-144.

-Haight, R.G. 1990, c. Feedback thinning policies for uneven-aged stand management with stochastic prices. Forest science. 36(4) : 1015-1031.

-Haight, R.G., and Smith, W.D. 1991. Harvesting loblolly pine plantations with hardwood competition and stochastic prices. Forest science. 37(5) : 1266-1282.

-Haight, R.G., and Monserud, R.A., and Chew, J.D. 1992. Optimal harvesting with stand density targets : managing rocky mountain conifer stands for multiple forest outputs. Forest science. 38(3) : 554-574.

-Haight, R.G. 1993, a. The economics of Douglas-fir and red alder management with stochastic price trends.Can.J.For.Res.23 : 1695-1703.

-Haight, R.G. 1993, b. Optimal management of loblolly pine plantations with stochastic price trends.Can.J.For.Res.23 : 41-48.

-Haight, R.G., Smith, W.D., and Straka, T.J. 1995. Hurricanes and the economics of loblolly pine plantations. Forest science. 41(4) : 675-688.

-Hall, D.O. 1983. Financial maturity for even-aged and all-aged stands. Forest science. 29(4) : 833-836.

-Hanewinkel, M. 2001. Economic aspects of the transformation from even-aged pure stands of Norway spruce (Picea abies L. Karst) to uneven-aged mixed stands of Norway spruce and beech (Fagus sylvatica L.). Forest Ecology and Management.151 : 181-193.

-Hard wood Silviculture Cooperative (HSC), Annual report and publications. Oregon State University. http : //www.cof.orst.edu/coops/hsc/report/#reports

-Hartig, G.L. 1796. Anweisung zur holzzucht für förster. Marburg. [Traduit en français par Baudrillart, sous le titre : instruction sur la culture des bois à l'usage des forestiers. Paris, 1805.172 p.

-Hartman, R. 1976. The Harvesting Decision When a Standing Forest Has Value, Economic Inquiry, 14 : 52-58.

-Hasenauer, H., and R.A. Monserud. 1997. Biased predictions for tree height increment models developed from smoothed "data". Ecological Modelling. 98 : 13-22.

-Hendricks, C.M.A., and Bianchi, F.J.J.A. 1995. Root density and root biomass in pure and mixed forest stands of Douglas-fir and beech. Neth. J. Agric. Sci. 43, 321-331.

-Heshmatol Vaezin, S.M. 2003. Organisation des industries du bois ; apports de l'analyse SCP, mémoire pour le DEA d'Economie des Institutions et Politiques Publiques, Université Nancy 2, 77 p.

-Hibbs, D.E., W.H. Emmingham, and M.C. Bondi. 1989. Thinning red alder : Effects of method and spacing. Forest Science. 35 : 16-29.

-Hilt, D. E. and R. M. Teck. 1988. Individual-tree diameter growth model for northern New England. United States Department of Agriculture Forest Service, General Technical Report. NC-120 : 86-93.

-Holmes, T.P., Bentley, W.R., Broderick, S.H., and Hobson, T. 1990. Hardwood stumpage price trends and characteristics in Connecticut. North. J. Appl. For..7 : 13-16.

-Hotvedt, J.E., and Straka, T.J. 1987. Using residual values to analyze the economics of southern pine thinning. South. J. Appl. For. 11 : 99-106.

-Houllier F. 1986. Echantillonnage et modélisation de la dynamique des peuplements forestiers. Application à l'Inventaire Forestier National. Lyon, Thèse Doct., Univ. Claude Bernard, 267 p.

-Houllier, F., J. Bouchon et Y. Birot. 1991. Modélisation de la dynamique des peuplements forestiers : état et perspectives. Rev.For.Fr. XLIII : 2 87-108.

-Houllier, F. 1992._Analyse et modélisation de la dynamique des peuplements forestiers : applications à la gestion des ressources forestières. Dossier de demande d'habilitation à diriger des recherches. Ecole nationale du génie rural, des eaux et des forêts (ENGREF).

-Houllier, F. 1994. Support de cours : Théorie dendrométrique de la production ligneuse d'un peuplement homogène. Unité Dynamique des Systèmes Forestières associée à l'Institue National des Recherches Agronomiques (Non publié).

-Howard, T.E. 1990. Discussion paper comments : comment I. Forest science. 36(1) : 175-176.

-Huang, S. and Titus, S.J. 1994. An age-independent individual tree height prediction model for boreal spruce-aspen stands in Alberta. Can.J.For.Res. 24 : 1295-1301.

-Huebschmann, M.M., Lynch, T.B., Lewis, D.K., Tilley, D.S., and Guldin, J.M. 2004. A bid price equation for national forest timber sales in western Arkansas and south astern Oklahoma. South. J. Appl. For.28(2) : 100-108.

-Hultkrantz, L. 1991. A note on the optimal rotation period in a synchronized normal forest. Forest science. 37(4) : 1201-1206.

-Ibrahim, A.N. 2003. Reestimation des fonctions d'offre et de demande des bois d'œuvre en France. Rapport de stage de DEA, université de Bordeaux 1.

-Jackson, D.H., Mc Quillan, A.G. 1979. A technique for estimating timber value based on tree size, management variables, and market conditions. Forest science. 25(4) : 620-626.

-Johanssonn, P.Q. and Löfgren K.G. 1985. The economics of forestry &natural resources. New york, Basil Black well Inc. 292 P.

-Kant, S. 2003. Choices of ecosystem capital without discounting and prices. Environmental monitoring and assessment.86 : 105-127.

-Kaya, I., and Buongiorno, J. 1989. A harvesting guide for uneven-aged northern hardwood stands.North.J.Appl.For.6 : 9-14.

-Kellogg, R.M. 1990. An integrated forest management and resource quality research effort for coastal Douglas-fir in Canada. General Technical Report SE-63. Asheville, NC : U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Southeastern Forest Experiment Station.

-Khazri, O. 2006. Forest Management : When and why are Double
Rotations Desirable? Third World Congress of Environmental and resource economics, Kyoto, japan, July 3-7, 2006.

-Knoke, T., Moog, M., and Plusczyk, N. 2001. On the effect of volatile stumpage prices on the economic attractiveness of a silvicultural transformation strategy. Forest policy and economics.2 : 229-240.

-Knoke, T., Plusczyk, N. 2001. On economic consequences of transformation of a spruce (Picea abies (L.) Karst.) dominated stand from regular into irregular age structure. Forest ecology and management.151 : 163-179.

-Knowe, S.A., and Hibbs, D.E. 1996. Stand structure and dynamics of young red alder as affected by planting density. Forest Ecology and Management. 82 : 69–85.

-Koskela, E., and Ollikainen, M. 2001, a. Forest taxation and rotation age under private amenity valuation : new results. Journal of environmental economics and management.42 : 374-384.

-Koskela, E., and Ollikainen, M. 2001, b. Optimal harvesting and public harvesting under spatial and temporal interdependence. Forest Science. 47(4) : 484-496.

-Le Goff N., et Madesclaire A. 1989. Productivité des stations pour des essences disséminées en peuplement irrégulier. Le cas de l'Erable sycomore et du Merisier en taillis sous futaie sur les stations forestières des Plateaux calcaires de Lorraine. Station forestière, production et qualité des bois; éléments Méthodologiques. Cemagref. 120- 135.

-Lejeune, P. 1994. Modélisation de la croissance et du développement de peuplements forestiers d'ages multiples : application a la hêtraie wallonne. Thèse de doctorat. Fac. univ. Sci. Agron. Gembloux, 210 p.

-Lejeune, P. 1996. Développement d'un modèle de type arbre appliqué à la croissance des peuplements feuillus irréguliers du sud de la Belgique. Can.J.For.Res. 26 : 1838-1848.

-Levy. 1997. Recherche et évaluation économique d'itinéraires sylvicoles pour des peuplements équiennes de hêtre. Convention DERF/ENGREF.1.40.35/96.

-Loewenstein, G. and Prelec, D. 1991. Negative time preference, AEA Papers and Proceedings.81(2) : 347-351.

-Lohmander, P. 1987. The economics of forest management under risk, Swedish University of Agricultural Sciences, Dept. of Forest Economics, Report 79, (Doctoral dissertation) (Doktorsavhandling), 311p.

-Long, J. N., and F. W. Smith. 1984. Relation between size and density in developing stands : a description of possible mechanisms. Forest Ecology and Management 7 : 191-206.

-Long, J.N. 1985. A practical approach to density management. Forestry Chronicle. 61 : 23-27

-Long, J.N., and T.W. Daniel. 1990. Assessment of growing stock in uneven-aged stands. West.J.Appl.For. 5 : 93-96.

-Long, J.N. 1995. Using stand density index to regulate stocking in uneven-aged stands. IN : K.L. O'Hara (ed.). Uneven-aged management : opportunities, constraints and methodologies. Mont. For. & Conserv. Exp. Sta. Misc. Publ. No. 56. p.110-122.

-Lonnstedt, L., et Peyron, J.L. 1990. Une modélisation de l'offre et de la demande de bois bruts. Cahiers d'économie et sociologie rurales, I.N.R.A.15, 16 : 168-184.

-Lu, F., and Gong, P. 2003. Optimal stocking level and final harvest age with stochastic prices. Journal of forest economics.9 : 119-136.

-Lu, F., and Gong, P. 2005. Adaptive thinning strategies for mixed-species stand management with stochastic prices. Journal of forest economics.11 : 53-71.

-Luppold, W.G., Prestemon, J.P., and Baumgras, J.E. 1998. An examination of the relationships between hardwood lumber and stumpage prices in Ohio. Wood and fiber science. 30(3) : 281-292.

-Martell, D.L. 1980. The optimal rotation of a flammable forest stand.Can.J.For.Res.10 : 30-34.

-Mason, E.G. 2000. A brief review of the impact of stand density on variables affecting radiata pine stand value. http : //www.fore.canterbury.ac.nz/euan/spacing/density3.htm

-Maugé, J.P. 1975. Modèle de croissance et de production des peuplements modernes de pin maritime C.R annuel de l'AFOCEL. 1975 : 227-249.

-McCarney, G.R. Armstrong, G.W. and Adamowicz, W.L. 2006. Implication of market for carbon on timber and non-timber values in an uncertain World. Third World Congress of Environmental and resource economics, Kyoto, japan, July 3-7, 2006.

-McDill, Le cours d'aménagement forestier de l'université de Pennsylvania, http : //www.courses.psu.edu/for/for466w_mem14/.

-McQuillan, A.G., and Johnson-True, C. 1988. Quantifying marketplace characteristics for use in timber stumpage appraisal. West.J.Appl.For. 3(3) : 66-69.

-Meilby, H., Strange, N., and Thorsen, B.J. 2001. Optimal spatial harvest planning under risk of windthrow. Forest ecology and management.149 : 15-31.

-Meredieu C., Perret S., Dreyfus, Ph. 2002. Modelling dominant height growth : effect of stand density. IUFRO Workshop «Reality, Models and Parameters Estimation» organisé par l'Institut Supérieur de Gestion de Lisbonne à Sesimbra (Portugal, 2-5 juin 2002).

-Métro, A. 1975. Terminologie forestière. Sciences forestières, technologie, pratique et produits forestiers. Version française. Collection de terminologie forestière multilingue No. 2. France : Conseil international de la langue française (CILF), 431 p. ISBN 2-85319-018-8. IUFRO Ter

-Minckler, L.S., Gingrich, S.F. Relation of Crown Width to Tree Diameter in Some Upland Hardwood Stands of Southern Illinois. Research Note NC-99. St. Paul, MN : U.S. Dept. of Agriculture, Forest Service, North Central Forest Experiment Station.

-Ministère de forêt de Colombie Britannique. 1999. Evaluate and propose improvements to a new site index estimator developed for uneven-aged Interior Douglas-fir. Report of Timberline Forest Inventory Consultants. www.for.gov.bc.ca/hre/spwg/pdf/siewkpln.pdf.

-Mitlin, D.C. 1987. Price-size curves for conifers. Forestry commission bulletin 68. 14 p.

-Mize, C.W. 1987. The rate of return of individual, forest-grown black walnut trees. Paper presented at the IUFRO Forest growth modeling and prediction confernace, Minneapolis, MN, August 23-27, 1987.

-Monserud, R.A. 1987. Variation on a theme of site indexe. Paper presented at the IUFRO Forest growth modelling and prediction confernace, Minneapolis, MN, August 23-27, 1987.

-Monserud, R.A., and Sterba, H. 1996. A basal area increment model for individual trees growing in even- and uneven- aged forest stands in Austria. Forest ecology and management. 80 : 57-80.
-Moser, J.W.1976. Specification of density for the inverse J-shaped diameter distribution. Forest science. 22 : 177-180.

-Murphy, P.A., Shelton, M.G. 1996. An individual-tree basal area growth model for loblolly pine stands.Can.J.For.Res. 26 : 327-331.

-Nadeau, S., et Bouthillier, L. 1995. Modélisation du mouvement du prix du bois à pâte issu de la forêt privée québécoise entre 1943 et 1990.Can.J.For.Res.25 : 1519-1527.

-Narimani, A.A. 1983. Influence du climat et de la concurrence sur les caractéristiques du bois de Hêtre dans trois stations du massif vosgien. UER-Physique-chimie-biologie. Université Nancy 1.

-Nautiyal, J.C. 1982. Stumpage price function for hardwoods in the Niagara district of Ontario.Can.J.For.Res.12 : 210-214.

-Nautiyal, J.C. 1983. Towards a method of uneven-aged forest management based on the theory of financial maturity. Forest science. 29(1) : 47-58.

-Nautiyal, J.C., Kant, S., and Williams, J.S. 1995, a. A transaction evidence based estimate of the stumpage value of some southern Ontario forest species.Can.J.For.Res.25 : 649-658.

-Nautiyal, J.C., Kant, S., and Williams, J.S. 1995, b. A mechanism for tracking the value of standing timber in an imperfect market.Can.J.For.Res.25 : 638-648.

-Nepveu, G., Constant., T., et Wernsdörfer, H. 2005. La qualité du bois de hêtre : vingt ans après, quoi de neuf depuis la monographie INRA. Rev.For.Fr.LVII.2 : 239-248.

-Newman, D. H. 1988. The Optimal Forest Rotation : A Discussion and Annotated Bibliography. Gen. Tech. Rep. SE-48. Asheville, NC : U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Southeastern Forest Experiment Station. 47 p.

-Newman, D. H. 2002. Forestry's golden rule and the development of the optimal forest rotation literature. Journal of Forest Economics, 8 : 5-27.

-Norstrom, C. 1975. A stochastic model for the growth period decision in forestry. Swedish journal of economics.77 : 329–337.

-Nyland, R.D. 2003. Even-to uneven-aged : the challenges of conversion. Forest ecology and management. 172 : 291-300.

-Oderwald, R.G., and Duerr, W.A. 1990. Konig-faustmannism : a critique. Forest science. 36(1) : 169-174.

-Office National des Forêts (ONF). 2005. La mobilisation des bois en forêts publiques en 2004 et les prix obtenus aux grandes ventes de l'automne 2004. Rev.For.Fr.LVII.1 : 63-84.

-Office National des Forêts (ONF). 2006. La mobilisation des bois en forêts publiques en 2005 et les prix obtenus aux grandes ventes de l'automne 2005. Rev.For.Fr.LVIII-3 : 195-212.

-Ohlin, B. 1921.Concerning the question of rotation period in forestry. Journal of Forest Economics, 1(1,1995) : 89-114.

-O'laughlin, J. 1990. Discussion paper comments : comment III. Forest science. 36(1) : 180-184.

-Olivier, C.D. and Larson, B.C. 1996. Forest stands dynamiques. John Wiley & Sons, Inc., New York. 520 P.

-Orois, S.S., Chang, S.J., and Gadow, K.V. 2004. Optimal residual growing stock and cutting cycle in mixed uneven-aged maritime pine stands in northwestern Spain. Forest policy and economics.6 : 145-152.

-Pardé, J., Bryndum, H., et les places d'expériences danoises de sylviculture. Rev.For.Fr.XLV.6 : 703.

-Paredes, G.L., and Brodie, J.D. 1987. Efficient specification and solution of the even-aged rotation and thinning problem. Forest science. 33(1) : 14-29.

-Pavé, A. 1994. Modélisation en biologie et en écologie. Lyon : Aléas.

-Peyron, J.L. 1995. Cours d'aménagement forestier. Ecole nationale du génie rural, des eaux et des forêts (ENGREF). 250 P.

-Peyron, J.L., et Guo, B. 1995. Bois d'œuvre et bois de trituration, quelle stratégie de production? Rev.For.Fr.XLVII.5 : 559-571.

-Peyron, J-L. et Houllier, F. 1997. Modélisation de la croissance des peuplements forestiers : les modèles de peuplements. Forêt – Entreprise. 114 : 38-42.

-Peyron, J.L. 1998, a. Elaboration d'un système de comptes économiques articulés de la forêt au niveau national. thèse de doctorat de l'université de Nancy II en sciences économiques. 368 p.

-Peyron, J.L., Terreaux, J.P., Calvet, P., et Guo, B. 1998, b. Principaux critères économiques de gestion des forêts : analyse critique et comparative.Ann.Sci.For.55 : 523-551.

-Peyron, J.L., et Maheut, J. 1999. Les fondements de l'économie forestière moderne : le rôle capital de Faustmann, il y a 150 ans, et celui de quelques-uns de ses précurseurs et successeurs. Rev.For. Fr. LI-6 : 679-698.

-Peyron, J.L. 2001. Economie du bois et aménagement forestier : une approche considérée comme privilégiée et pourtant encore à étoffer. Colloque du GIP ECOFOR sur l'Aménagement forestier. Tours, décembre 2001.

-Peyron, J.L., et Heshmatol Vaezin, S.M. 2003. La modélisation de la forêt landaise : portées et limites, Actes du VII^{ième} colloque ARBORA, Pessac, décembre 2003.

-Piou, D. 2006. Les risques sanitaires consécutifs à la canicule de 2003 à la lumière de la littérature. Rendez-Vous Techniques, ONF.11 : 28-34.

-Préget, R. and Waelbroeck, P. Timber appraisal from French public auctions : How to set the reserve price when there are unsold lots?
http//gemini.econ.umd.edu/cgibin/conference/download.cgi?db_name=IIOC2006&paper_id=549

-Préget R., and Waelbroeck, P. 2006. «Sample Selection with Binary Endogenous Variable : A Bayesian Analysis of Participation to Timber Auctions», working paper Telecom Paris, ESS-06-08, septembre 2006.

-Prescott, D.M., and Puttock, G.D. 1990. Hedonic price functions for multi-product timber sales in southern Ontario. Canadian journal of agricultural economics.38 : 333-344.

-Price, C. 1985. The distribution of increment and economic theory of thinning. Quarterly journal of forestry. 79 (4) : 159-168.

-Price, C. 1999. Discounting in the context of multiple objectives, in Helles, F., Holten-Andersen P. and Wichmann L., Multiple Use of Forests and Other Natural Resources : Aspects of Theory and Application, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers. 34-45.

-Puttock, G.D., Prescott, D.M., and Meilke, K.D. 1990. Stumpage prices in south western Ontario : a hedonic function approach. Forest science. 36(4) : 1119-1132.

-Quicke, H.E., Meldahl, R.S., and Kush, J.S. 1994. Basal area growth of individual trees : a model derived from a regional longleaf pine growth study. Forest science 40(3) : 528-542.

-Rebottaro, S., Cabrelli, D., Winckler, C., Rezzano, C., and Torres A. 2002. Management of the density in young stand of slash pine natural regeneration in Argentina : precommercial thinning effects on growth. General Technical Report. SRS-48. United.States. Department of Agriculture, Forest Service, Southern research station : 157-161.

-Reed, W.J. 1984. The effects of the risk of fire on the optimal rotation of a forest. Journal of environmental economics and management.11 : 180-190.

-Reed, W.J., and Errico, D. 1985. Assessing the long-run yield of a forest stand subject to the risk of fire.Can.J.For.Res.15 : 680-687.

-Reed, W.J., and Errico, D. 1986. Optimal harvest scheduling at the forest level in the presence of the risk of fire.Can.J.For.Res.16 : 266-278.

-Reineke, L.H. 1933. Perfecting a stand density index for even-aged forests. Journal of agricultural research. 46(7) : 627-638.

-Riou-Nivert, P. 1989. Utilisation du modèle de croissance en hauteur de J.P. Maugé pour la recherche d'une liaison station - production. In M. Buffet & D. Girault (Eds) : Station forestière, production et qualité des bois : éléments méthodologiques, CEMAGREF (Nogent /Vernisson), 98-104.

-Rollin, F., 2003. Rapport de stage, Critères économiques pour la gestion des peuplements forestiers inéquiennes. LEF Nancy. 81 p.

-Routledge, R.D. 1980. The effect of potential catastrophic mortality and other unpredictable events on optimal forest rotation policy. Forest science. 26(3) : 389-399.

-Saïd, A., et Heshmatol Vaezin, S.M. 2000. Le rôle des forêts dans l'économie nationale (en persan), l'Université de Téhéran, l'Office National des Forêts et des pâturages, Iran.

-Salo, S., and Tahvonen, O. 2002. On the Optimality of a Normal Forest with Multiple Land Classes. Forest Science.48(3) : 530-542.

-Salo, S., and Tahvonen O. 2004. Renewable Resources with Endogenous Age Classes and Allocation of Land. Amer.J.Agr.Econ. 86(2) : 513-530.

-Samuelson, P. 1976. Economics of forestry in an evolving society. Economic inquiry. 14 : 466-492

-Saucier, J.R., 1990. Forest Management and Wood Quality. General Technical Report SE-63. Asheville, NC : U.S. Department of Agriculture, Forest
Service, Southeastern Forest Experiment Station.

-Schroder J., Soalleiro, R.R., and Alonso, G.V. 2002. An age-independent basal area increment model for maritime pine trees in northwestern Spain. Forest Ecology and Management. 157 : 1 55-64.

-Schuster, E.G., and Niccolucci, M.J. 1990. Comparative accuracy of six timber appraisal methods. The appraisal journal. 96-108.

-Schütz, J.Ph. 1969. Etude des phénomènes de la croissance en hauteur et en diamètre du sapin (Abies alba Mill.) et de l'épicéa (Picea abies, Karst.) dans deux peuplements jardinés et une forêt vierge. Thèse de doctorat. L'école polytechnique fédérale Zürich.

-Seynave, I., Gégout, J.C., Hervé, J.C., et Dhôte, J.F. 2006. Facteurs écologiques et production du Hêtre en France. Forêt-Entreprise. 167 : 41-45.

-Shaw, J.D. 2000. Application of stand density index to irregularly structured stands. West.J.Appl.For. 15(1) : 40-42.

-Sigaud, N., Albrecht. 1999. Analyse de la croissance de peuplements jardinés du Jura. Rapport de stage de l'option méthode quantitative de gestion forestière, FIF3, ENGREF, Nancy.

-Smith, D.M., Larson, B.C., Kelty, M.J., and Ashton, P. 1996. The practice of sylviculture. Applied Forest Ecology, 9th ed. Wiley.

-South, D.B. 2003. «Correct» planting density for loblolly pine depends on your objectives and who you ask. Forest landowner manual.34 : 46-51.

-Stage, A.R. 1968. A tree-by-tree measure of site utilization for grand fir related to stand density index. Resour. Note INT-77. Ogden, UT : U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Intermountain forest and range experiment station.

-Stage, A.R. 1969. Computing procedure for grand fir site evaluation and productivity estimation. USDA Forest Service, Research Note INT-98.

-Stage, A.R. 1973. Prognosis model for stand development. Res. Pap. INT-137. Ogden, Utah : U.S. Dept. of Agriculture, Forest Service, Intermountain forest and range experiment station. 32 p.

-Stainback, G.A., and Alavalapati, J.R. 2004. Modelling catastrophic risk in economic analysis of forest carbon sequestration. Natural resource modelling. 17(3) : 299-317.

-Staudhammer, C. L., LeMay V. M. Introduction and evaluation of possible indices of stand structural diversity. Can. J. For. Res. 31 (7) : 1105-1115.

-Steele, P.H. 1984. Factors determining lumber recovery in sawmilling. Gen. Tech. Rep. FPL-39. Madison, WI : U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest products laboratory. 8 P.

-Sterba, H., and Monserud, R.A. 1993. The maximum density concept applied to uneven-aged mixed species stands. Forest science. 39 : 432-452

-Sterba, H., Blab, A., and Katzensteiner, K. 2002. Adapting an individual tree growth model for Norway spruce (Picea abies L. Karst.) in pure and mixed species stands. Forest ecology and management. 159(1-2) : 101-110.

-Strang, W.J. 1983. On the Optimal Forest Harvesting Decision, Economic Inquiry. 21 : 576-583.

-Stumbles, R.E. 1985. Forestry as an investment. Quarterly journal of forestry. 79(4) : 237-242.

-Tarp, P., Helles, F., Holten-Andersen, P., Larsen, J.B, and Strange, N. 2000. Modelling near-natural silvicultural regimes for beeche – an economic sensitivity analysis. Forest ecology and management. 130 : 187-198.

-Teck, R. M. and Hilt, D. E. 1991. Individual-tree diameter growth model for the northeastern United States. United. States. Department of Agriculture, Forest Service, Research paper NE-649.

-Teeter, L.D., and Caulfield, J.P. 1991. Stand density management strategies under risk : effects of stochastic prices.Can.J.For.Res.21 : 1373-1379.

-Terreaux, J.P. 2002. Réflexions sur la rentabilité forestière, à propos de l'article de Brice De Turckheim : «Le cas de la futaie irrégulière et continue». La forêt privée.268 : 84-87.

-Terreaux, J.P. 2000. Estimation de la rentabilité de la culture de certains eucalyptus dans le sud-ouest de la France.Ann.For.Sci.57 : 379-387.

-Terreaux, J.P., et Chavet, M. 2001. Evolution des prix du bois de peuplier entre 1960 et 1999.La forêt privée.257 : 46-55.

-Thomson, T.A. 1992. Optimal forest rotation when stumpage prices follow a diffusion process. Land economics. 68(3) : 329-342.

-Thorsen, B.J., and Helles, F. 1998. Optimal stand management with endogenous risk of sudden destruction. Forest ecology and management.108 : 287-299.

-Trasobares, A., and Pukkala, T. 2004. Optimising the management of uneven-aged pinus sylvestris-L. and pinus nigra Arn. mixed stands in Catalonia, north-east Spain.Ann.For.Sci.61 : 747-758.

-USDA forest service. 1997. Relation of crown width to tree diameter in somme upland hardwood stand of Southern Illinois. Research note NC- 99.

-Vallet, P. 2005. Impact de différentes stratégies sylvicoles sur la fonction "puits de carbone" des peuplements forestiers : modélisation et simulation à l'échelle de la parcelle. Thèse de doctorat, Ecole National du Génie Rural des Eaux et des Forêt (ENGREF).

-Varenne de fenille, P. 1791. Observation sur l'aménagement des forêts, et particulièrement des forêts nationales (présentés à l'assemblée nationale par la Société Royale d'Agriculture, le 9 juin 1791). Société Royale d'Agriculture, Paris, 88 P.

-Vehkamäki, S. 1996. Economic comparison of forest management methods. Forest ecology and management.82 : 159-169.

-Viitala, E-J. 2006. An early contribution of Martin Faustmann to natural resource economics. Journal of Forest Economics. 12 : 131-144.

-Vila B., Nicault, A., et Vennetier, M. 2001. Influence de la densité des peuplements sur la croissance en hauteur et radiale de Pinus sylvestris L. en région méditerranéenne française. Forêt méditerranéenne, Journées pin sylvestre, Tome XXII, numéro 1.

-Wagner, J.E., and Rideout, D.B. 1991. Evaluating forest management investments : the capital asset pricing model and the income growth model. Forest science. 37(6) : 1591-1604.

-Wagner, F.G., Fiedler, C.E., and Keegan, C.E. 2000. Processing value of small-diameter sawtimber at conventional stud sawmills and modern high-speed, small-log sawmills in the western United States- A comparaison.West.J.Appl.For.15 (4) : 208-212.

-Wensel, L. C., Meerschaert, W., and Biging, G.S. 1987. Tree height and diameter growth models for northern California conifers. Hilgardia. 55(8) : 1-16.

-Whiteman, H.I., and Watt, G. 1991. Price-size curves for broadleaves. Forestry commission occasional paper. 32. 34P.

-Woodall, C. W., Fiedler, C. E., and Milner, K. S. 2003. Stand density index in uneven-aged ponderosa pine stands. Can.j.for.res. 33 : 96-100.

-Wykoff, W.R., Crookston, N.L. and Stage, A.R. 1982. User's guide to the stand prognosis model. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. INT-133. 112 p.

-Wykoff, W.R., and Monserud, R. A. 1988. Representing site quality in increment models : a comparison of methods. United States Department of Agriculture Forest Service, General technical report NC-120 184-191.

-Wykoff, W.R. 1990. A basal area increment model for individual conifers in northern Rocky Mountains. Forest science, 36(4) : 1077-1104.

-Zeide, B. 1993. Analysis of growth equations. Forest Science, 39 : 3 596-616.

-Zeide, B. Perfecting stand density index. Submitted to Canadian Journal of Forest Research. www.afrc.uamont.edu/zeideb/pdf/Model/02SDI.pdf.

-Zeide, B. In the search of optimal density. www.afrc.uamont.edu/zeideb/pdf/model/02