



**HAL**  
open science

# Approche énergétique non locale du calcul de durée de vie de structures en fatigue multiaxiale sous chargements d'amplitude variable : application à une roue de train ferroviaire

Jérôme Benabes

► **To cite this version:**

Jérôme Benabes. Approche énergétique non locale du calcul de durée de vie de structures en fatigue multiaxiale sous chargements d'amplitude variable : application à une roue de train ferroviaire. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2006. Français. NNT : 2006ENAM0069 . pastel-00002960

**HAL Id: pastel-00002960**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00002960>**

Submitted on 28 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

# THÈSE

pour obtenir le grade de

## Docteur

de

### **l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers** Spécialité "Mécanique"

*présentée et soutenue publiquement  
par*

**Jérôme BENABES**

le 18 décembre 2006

**APPROCHE ENERGETIQUE NON LOCALE DU CALCUL DE  
DUREE DE VIE DE STRUCTURES EN FATIGUE MULTIAXIALE  
SOUS CHARGEMENTS D'AMPLITUDE VARIABLE  
APPLICATION A UNE ROUE DE TRAIN FERROVIAIRE**

*Directeur de thèse : Thierry PALIN-LUC*

*Codirecteur de thèse : Nicolas SAINTIER*

Jury :

<b>M. Cetin Morris SONSINO</b> , Professeur, FhG-LBF, Darmstadt, Allemengne .....	Président
<b>Mme. Suzanne DEGALLAIX</b> , Professeur, LML, Ecole Centrale de Lille .....	Rapporteur
<b>M. Habibou MAITOURNAM</b> , Professeur, LMS, Ecole Polytechnique de Paris.....	Rapporteur
<b>M. Francis COCHETEUX</b> , Ingénieur, AEF, SNCF de Vitry/Seine .....	Examinateur
<b>M. Gérard MESMACQUE</b> , Professeur, LML, IUT de Lille.....	Examinateur
<b>M. Franck MOREL</b> , Maître de conférence HDR, LPMI, ENSAM d'Angers.....	Examinateur
<b>M. Thierry PALIN-LUC</b> , Maître de conférence HDR, LAMEFIP, ENSAM de Bordeaux..	Examinateur
<b>M. Nicolas SAINTIER</b> , Maître de conférence, LAMEFIP, ENSAM de Bordeaux	Examinateur

**Laboratoire Matériaux Endommagement Fiabilité et Ingénierie des Procédés**  
*ENSAM, CER de Bordeaux*

---

A Audrey,  
mes parents, ma famille,  
mes amis ...



---

Ce travail a été réalisé au Laboratoire Matériaux Endommagement Fiabilité et Ingénierie des Procédés (LAMEFIP) de l'ENSAM CER de Bordeaux, dans le cadre d'un partenariat avec la SNCF (AEF). Je remercie Monsieur le Professeur Jean-Luc Lataillade, directeur du laboratoire pour m'avoir permis d'effectuer ce travail dans de bonnes conditions. Je remercie également Monsieur Francis Cochetoux qui a impulsé et orienté avec tact mes travaux pour qu'ils répondent autant que possible aux besoins exprimés par la SNCF.

Je remercie tout particulièrement Thierry Palin-Luc et Nicolas Saintier qui m'ont encadré tout au long de l'étude, m'inspirant la rigueur nécessaire et le goût de la recherche. Ils se sont fortement impliqués dans ce travail et je leur en suis reconnaissant.

Madame le Professeur S. Degallaix et Monsieur le Professeur H. Maitournam m'ont fait le plaisir et l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse, je les remercie vivement pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Leur recul scientifique et leurs compétences techniques sont des sources d'inspiration.

Je remercie également sincèrement Messieurs les Professeurs C. Sonsino et G. Mesmacque et Monsieur Franck Morel qui m'ont fait le plaisir de participer à mon jury de thèse et ont examiné mon travail avec soin. L'honneur que m'a fait C. Sonsino d'être président de mon jury de thèse est un beau cadeau.

J'ai eu aussi le plaisir de travailler avec l'ensemble de l'équipe AEF-S qui a facilité le déroulement de mes séjours à la SNCF et m'a fait partager sa bonne humeur et son enthousiasme.

Un grand merci à vous tous permanents ou non, qui êtes intervenus de près ou de loin dans ce travail. Vos remarques, critiques et conseils m'ont été forts utiles tant pour l'aboutissement de ce projet que pour ma propre construction.

Jean-Luc Charles, Laurent Tournié et Mathieu Lasserre ont été des collègues précieux, voire indispensables, tant d'un point de vue technique qu'humain, je les félicite car ils ont grandement participé à la réalisation ce travail.

Je n'oublie pas de remercier Madame E. Sellier (C.R.E.M.E.M.- Université r Bordeaux 1) et Messieurs J. Hunter (Alliance Automation) et R. Gadou (ENSAM) qui ont participé à la bonne réalisation de mes investigations expérimentales.

Je remercie particulièrement Jean-Marie, Christophe, Jonathan, Marinette, Annie, Francis et Francis pour leur disponibilité et l'ensemble des nombreux services rendus.

Enfin, et ce ne sont pas les moindres, je remercie chaleureusement mes collègues doctorants et amis du laboratoire que j'ai cotoyé au cours de ces trois années : Zouz, Tom, Mat, Ludo, Bibix, Egu, M. Pelissier, Hadrien, Hocine, Farouk, Rami, Mahuampy et Madalina. Ils ont ma reconnaissance pour l'ambiance conviviale qu'ils ont mis au laboratoire.

Il est sûr que j'oublie certaines personnes... qu'ils m'en excusent. Trois années m'ont permis de rencontrer beaucoup de personnes, qui ont toutes eu un rôle dans ma vie et par conséquent dans la construction de ce travail. Ils se reconnaîtront.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 Bibliographie</b>	<b>11</b>
1.1 Méthode de calcul de durée de vie : généralités . . . . .	11
1.2 Les méthodes de comptage . . . . .	13
1.2.1 Différentes méthodes de comptage . . . . .	13
1.2.2 Discussion sur les méthodes de comptage . . . . .	16
1.3 Critères de fatigue multiaxiale . . . . .	17
1.3.1 Généralités et définitions . . . . .	17
1.3.2 Les différents types de critère de fatigue . . . . .	19
-Approche ponctuelle . . . . .	19
-Approche volumique . . . . .	21
1.3.3 Constatations expérimentales en fatigue multiaxiale . . . . .	22
1.3.4 Analyse des critères . . . . .	25
1.4 Les lois de cumul d'endommagement en fatigue . . . . .	27
1.4.1 Classification des lois de cumul d'endommagement . . . . .	27
1.4.2 Analyse des lois d'endommagement . . . . .	29
1.5 Méthodes de calcul de durée de vie avec comptage de cycles . . . . .	32
1.5.1 Approche en déformation . . . . .	32
-Méthode de Wang et Brown . . . . .	32
1.5.2 Approche en contrainte . . . . .	34
-Méthode de Robert . . . . .	34
1.5.3 Approche en énergie . . . . .	36
-Méthode de Lagoda et Macha . . . . .	36
1.6 Méthodes de calcul de durée de vie sans comptage de cycles . . . . .	38
1.6.1 Approche en contrainte . . . . .	38
-Méthode de Morel . . . . .	38
1.6.2 Approche en énergie . . . . .	40
-Méthode de Tchankov et Vesselinov . . . . .	40
1.7 Analyse et discussion . . . . .	45
1.8 Conclusion . . . . .	47
<b>2 Caractérisation du matériau et essais de fatigue</b>	<b>49</b>
2.1 Matériau de l'étude . . . . .	50
2.1.1 Composition chimique . . . . .	50
2.1.2 Elaboration des roues de train . . . . .	50
2.1.3 Microstructure . . . . .	53
2.2 Caractéristiques mécaniques . . . . .	55
2.2.1 Sollicitation monotone . . . . .	55
2.2.2 Sollicitations cycliques . . . . .	57

2.2.3	Adaptation cyclique et limite d'endurance . . . . .	64
2.2.4	Conclusion . . . . .	69
2.3	Essais de fatigue . . . . .	71
2.3.1	Eprouvettes . . . . .	71
2.3.2	Machines d'essai de fatigue utilisées . . . . .	74
2.3.3	Essais de fatigue à grande durée de vie . . . . .	75
2.4	Conclusion . . . . .	86
<b>3</b>	<b>Proposition d'une méthode de calcul de durée de vie</b>	<b>89</b>
3.1	Hypothèse d'un seuil de non fissuration et volume d'influence . . . . .	90
3.1.1	Mise en évidence expérimentale du seuil . . . . .	90
3.1.2	Base physique associée à la notion de seuil . . . . .	91
3.1.3	Concept du volume influençant l'amorçage de méso-fissure de fatigue	93
3.2	Présentation d'une méthode de calcul de durée de vie . . . . .	94
3.2.1	Paramètre énergétique . . . . .	94
3.2.2	Paramètre d'endommagement . . . . .	100
3.2.3	Méthode de calcul de durée de vie . . . . .	116
3.3	Confrontations prévisions / expériences . . . . .	126
3.3.1	Critère de fatigue multiaxiale . . . . .	126
3.3.2	Méthode de calcul de durée de vie . . . . .	131
3.4	Conclusion . . . . .	144
<b>4</b>	<b>Application à un cas industriel</b>	<b>147</b>
4.1	Problématique ferroviaire . . . . .	147
4.1.1	Méthode UIC . . . . .	148
4.1.2	Enregistrement des signaux en ligne . . . . .	152
4.2	Essais sur roue . . . . .	157
4.2.1	Essais sous chargement d'amplitude constante . . . . .	158
4.2.2	Essais sous chargements d'amplitude variable . . . . .	161
4.3	Calculs par éléments finis . . . . .	162
4.3.1	Matériau . . . . .	162
4.3.2	Loi de comportement . . . . .	163
4.3.3	Maillage de la roue . . . . .	163
4.3.4	Conditions aux limites . . . . .	163
4.3.5	Résultats et comparaison calculs / essais . . . . .	164
4.4	Conclusion . . . . .	170
	<b>Conclusion</b>	<b>171</b>
	<b>Références Bibliographiques</b>	<b>173</b>
	<b>Annexes</b>	<b>181</b>
	Annexe 1 : Les critères de fatigue multiaxiale . . . . .	182
	Annexe 2 : Les lois de cumul d'endommagement . . . . .	194
	Annexe 3 : Les machines d'essais de fatigue du LAMEFIP . . . . .	209
	Annexe 4 : Essais d'amplitude variable de traction-torsion réalisés au LFM . . . . .	213
	Annexe 5 : Comparaison du paramètre proposé avec celui de Banvillet . . . . .	214
	Annexe 6 : Caractère intrinsèque du paramètre d'endommagement $W_f$ . . . . .	217
	Annexe 7 : Calcul du travail endommageant pour des sollicitations multiaxiales . . . . .	219
	Annexe 8 : Tableaux de coefficients de sécurité pour différents chargements . . . . .	222



Annexe 9 : Présentation succincte de l'acier 42CrMo4, de la fonte EN-GJS800-2 et  
de l'acier 10HNAP . . . . . 225

Liste des tableaux **229**



# INTRODUCTION

Pour répondre à des exigences de fiabilité de plus en plus élevées, les industriels doivent aujourd'hui prévoir au mieux le comportement en fatigue des structures dans leurs conditions réelles de fonctionnement. Dans une optique de performances accrues des systèmes, la validation des prototypes est un enjeu important. Dans le domaine ferroviaire par exemple, les évolutions croissantes des trains modernes conduisent les constructeurs à rechercher une conception optimisée des matériels roulants aussi bien en terme de masse que de comportement vibratoire.

Pour cela, les bureaux d'études doivent se munir d'outils de simulation fiables et robustes pour dimensionner leurs structures avant la fabrication des prototypes. Comme les pièces industrielles possèdent souvent des géométries complexes et subissent des chargements d'amplitude variable, les méthodes de dimensionnement utilisées doivent prévoir au mieux les effets des accidents géométriques sur la tenue en fatigue des pièces quels que soient les chargements aléatoires appliqués. Ainsi, toujours dans le contexte ferroviaire, la forme des roues de train se complexifiant, la prévision de leur durée de vie sous chargements multiaxiaux d'amplitude variable apparaît comme une étape incontournable du processus de conception. Etudier la résistance à la fatigue ou l'endurance des pièces dans ces conditions, relève du domaine de la fatigue multiaxiale d'amplitude variable à grande durée de vie, cadre de ce travail.

En effet, au cours de son existence, une roue de train parcourt entre  $7 \cdot 10^5$  et  $2,5 \cdot 10^6$  kilomètres, ce qui correspond approximativement à un nombre de tours de roue compris entre  $2,4 \cdot 10^8$  et  $8,7 \cdot 10^8$ . Une roue circule également sur de multiples types de voie, et chacune d'entre elles constitue une condition de service particulière. La durée de vie de cet organe de roulement peut être définie comme la répétition d'une séquence de chargement représentative de ces conditions de service un nombre important de fois. Nous ne nous intéresserons pas à la fatigue à faible nombre de cycles, ni aux interactions entre les domaines des faibles et grandes durées de vie (comme l'effet de fortes surcharges).

Cette étude, réalisée en collaboration avec l'Agence d'Essai Ferroviaire (AEF), laboratoire au sein du domaine Matériel de la SNCF, s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre l'AEF et le LAMEFIP-E.N.S.A.M. CER de Bordeaux. Les objectifs de ce travail sont multiples. Il s'agit tout d'abord de recenser et d'évaluer la qualité de différents critères et méthodes de calcul de durée de vie en fatigue multiaxiale présentées dans la littérature. Puis de réaliser des essais de caractérisation du comportement en fatigue de l'acier utilisé pour fabriquer les roues de train. L'objectif final étant de proposer une méthode de calcul de durée de vie applicable à la toile de roue de train sous des chargements réels multiaxiaux tout en tenant compte de l'effet, sur la durée de vie, de la répartition spatiale des contraintes et des déformations dans la pièce.

Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique des méthodes de calcul de durée de vie de pièces soumises à des chargements aléatoires. Au préalable, une analyse critique des différents éléments de ces méthodes est présentée. Cinq méthodes de prévision de

durée de vie sont détaillées et classées en deux familles : les approches composées d'une méthode de comptage de cycle, et celles sans algorithme de comptage. Une distinction entre les approches en déformation, en contraintes ou utilisant des quantités homogènes à des énergies est également faite. On précisera également dans quel domaine de la fatigue (oligocyclique, endurance) ces méthodes ont été validées par leurs auteurs.

Le matériau au centre de cette étude est présenté au chapitre 2. Il s'agit d'un acier désignée à la SNCF par ER7, dont les caractéristiques mécaniques sont proches de l'acier C45 (anciennement XC 48) selon la désignation AFNOR. Les conditions expérimentales relatives aux essais sous chargements monotones et cycliques effectués dans le cadre de ce travail sont également présentées. La suite de ce chapitre est consacrée aux essais de fatigue réalisés au LAMEFIP. Une première partie décrit les éprouvettes utilisées et les machines employées pour mener la campagne d'essais. La suite décrit les conditions et les résultats des essais sous sollicitations uniaxiales et multiaxiales d'amplitude constante utilisées comme données d'entrée des méthodes de calcul de durée de vie. Une présentation des essais discriminants, notamment pilotés avec des chargements d'amplitude variable inspirés de sollicitations réelles du domaine ferroviaire, constitue le dernier paragraphe de ce chapitre.

Le chapitre 3 présente une nouvelle méthode de calcul de durée de vie sous chargements multiaxiaux d'amplitude variable. En conservant une base énergétique et la notion de seuil de "non endommagement" inférieur à la limite d'endurance conventionnelle du matériau définie au cours des précédents travaux menés au LAMEFIP [96, 9], cette proposition prend en compte la répartition spatiale des contraintes dans la pièce. Elle prévoit ainsi les effets des types de chargements sur la tenue en fatigue des pièces même sous sollicitations simples (traction, flexion plane, flexion rotative) et les effets des accidents géométriques pour tous les chargements d'amplitude constante. Basée sur une définition incrémentale du travail de déformation fourni au matériau, notre proposition s'affranchit de toute méthode de comptage de cycle et est apte à prévoir la durée de vie d'une structure soumise à une sollicitation quelconque. Les prévisions de cette méthode sont confrontées à des résultats de différents essais de la littérature, notamment sur éprouvettes entaillées, mais également aux résultats expérimentaux du second chapitre.

Le dernier chapitre de ce document est consacré à une application de l'approche développée sur une structure industrielle sous sollicitations proches de celles vues en service. Nous nous intéressons à la tenue en fatigue de roues de train à grande vitesse, sous chargements d'amplitude constante ou variable par blocs. Le contexte de cette application est détaillé dans une première partie. La présentation des conditions d'essais réalisés sur deux roues de train et des simulations numériques effectuées constitue la suite de ce chapitre. Une confrontation des prévisions de la méthode de calcul de durée de vie proposée avec les résultats expérimentaux obtenus sur roue clôture ces travaux.

Nous terminons ce document en présentant une synthèse de l'étude et quelques perspectives.

# Chapitre 1

## Bibliographie

Cette analyse bibliographique consacrée à la prévision de la durée de vie des métaux en fatigue multiaxiale d'amplitude variable se décompose en quatre parties. La première partie présente la philosophie générale de construction d'une méthode de calcul de durée de vie. Cette première étape permettra d'introduire les différentes notions nécessaires à la compréhension de ce document.

La seconde partie est consacrée à une description des principales composantes d'une méthode de calcul de durée de vie, en particulier les méthodes de comptage de cycles, les critères de fatigue et les lois de cumul d'endommagement.

La partie suivante présente différentes méthodes de calcul de durée de vie en fatigue multiaxiale d'amplitude variable, en distinguant les méthodes avec comptage et sans comptage de cycle.

Une analyse critique des différentes méthodes est présentée sur la base de constatations expérimentales de la littérature.

### 1.1 Méthode de calcul de durée de vie : généralités

Les différentes méthodes de calcul utilisées pour prévoir la durée de vie de pièces métalliques soumises à des chargements d'amplitude variable peuvent être classées en deux grandes familles :

- celles utilisant un algorithme de comptage de cycle,
- celles n'utilisant pas de méthode de comptage de cycle, dites incrémentales.

La plupart des méthodes d'estimation de la durée de vie en fatigue appartiennent à la première famille. Elles se composent généralement de trois éléments caractéristiques :

- une méthode de comptage de cycle,
- un critère de fatigue,
- une loi de cumul d'endommagement.

Les modèles s'affranchissant de toute technique de comptage de cycles sont les plus récents et encore minoritaires dans la littérature. Leurs auteurs proposent d'incrémenter un paramètre d'endommagement directement calculé à partir de l'évolution temporelle des tenseurs des contraintes et des déformations.

Avant de dresser un panorama des méthodes de comptages de cycles, nous définissons les différentes composantes des méthodes de prévision de durée de vie avec comptage de cycle.

## Définitions

**Une méthode de comptage** est une méthode permettant de recenser un “évènement statistique” dans une histoire “aléatoire” de chargement. Cet évènement peut être, par exemple, des extrema, des étendues ou des “cycles” du signal. Une méthode de comptage de cycles de contrainte détermine donc le nombre ou la densité de présence des cycles de contrainte dans le signal de chargement. Ces cycles recensés sont généralement répartis par niveaux d’amplitude (on parle de cumulatif de charge) représentables dans un tableau ou une matrice. Ce dernier sert aussi bien à calculer des niveaux d’endommagement, qu’à générer des essais de fatigue (méthode des blocs programmés par exemple). Les différentes méthodes de comptage de cycles sont présentées au paragraphe 1.2.

**Un critère de fatigue** est un seuil, défini par un formalisme mathématique pour une durée de vie fixée et un matériau donné, séparant l’état où la pièce est non fissurée de l’état où elle est fissurée par fatigue. Il est calculé en un point  $M$  de la pièce.

Pour traiter les problèmes de fissuration à grande durée de vie, il est important de différencier les domaines d’application respectifs des critères de fatigue multiaxiale et des méthodes de calcul de durée de vie. Les critères de fatigue déterministes sont applicables aux grandes durées de vie (au delà d’environ 50000 cycles) pour des chargements d’amplitude constante, déphasés ou non, générant des états de contraintes multiaxiaux. Les méthodes de calcul de durée de vie sont le plus fréquemment des extensions de critères de fatigue. Dans sa forme la moins restrictive, une méthode de calcul de durée de vie doit être applicable pour des chargements multiaxiaux, proportionnels ou non, d’amplitude variable.

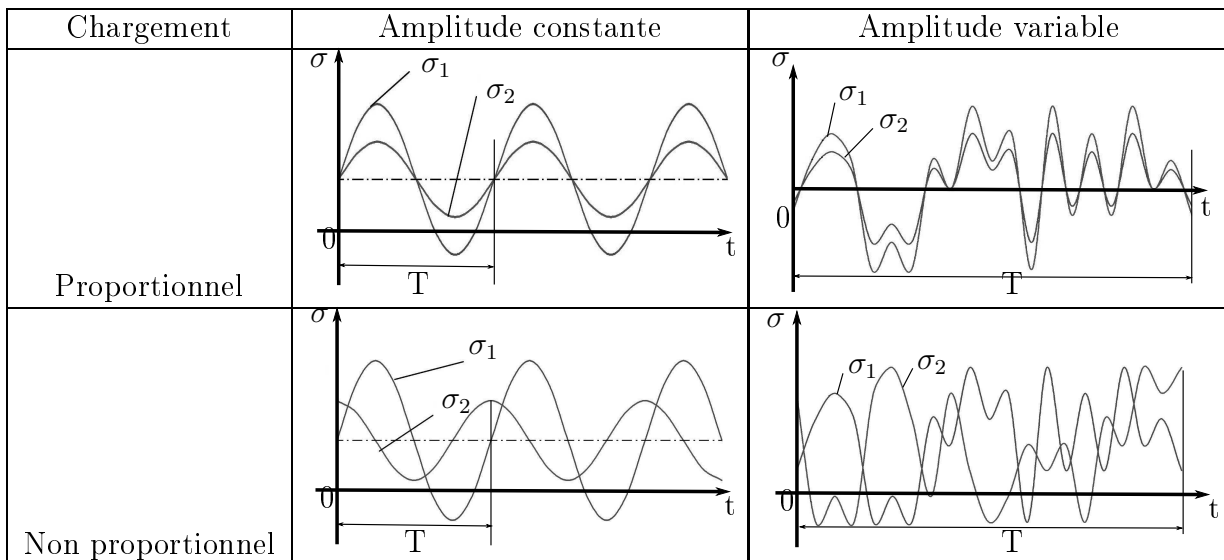
Les différentes approches des critères de fatigue multiaxiale sont décrites au paragraphe 1.3.

*Nota : on distingue deux types de trajet de chargement : proportionnel ou non proportionnel (tableau 1.1). Le trajet de chargement est la courbe décrite dans le repère principal des contraintes, par l’extrémité  $Q$  du vecteur contrainte de coordonnées  $(\Sigma_I(t), \Sigma_{II}(t), \Sigma_{III}(t))$  où les  $\Sigma_i(t)$  sont les contraintes principales à chaque instant. Dans le cas d’un trajet de chargement proportionnel (flexion torsion combinées en phase par exemple), les directions principales restent fixes par rapport à la matière et les contraintes principales varient homothétiquement les unes par rapport aux autres au cours du temps ;  $Q$  décrit alors un segment de droite. Dans tous les autres cas, le trajet de chargement est non proportionnel (le trajet n’est pas un segment de droite<sup>1</sup> et/ou le repère principal des contraintes tourne par rapport à la matière).*

**Une loi de cumul d’endommagement** est une règle permettant d’accumuler une variable d’endommagement  $D$ , elle-même définie par une loi d’endommagement. Pour les chargements cycliques, la variable d’endommagement  $D$  est généralement calculée grâce aux caractéristiques d’un cycle de chargement (amplitude de contrainte, contrainte moyenne, contrainte maximum, etc...). Fatemi et Yang [40] ont recensé dans la littérature plus d’une cinquantaine de lois de cumul d’endommagement. La plus utilisée aujourd’hui est la loi de cumul d’endommagement linéaire de Palmgren-Miner [85] (1945) qui reste le meilleur compromis entre la simplicité d’application et la qualité des prévisions pour de grandes durées de vie [94] malgré une grande variabilité de sa valeur seuil (ou limite). Une étude des différentes approches des lois de cumul d’endommagement est présentée au paragraphe 1.4.

**Une courbe de Wöhler** est une courbe représentant pour une probabilité d’amorçage de fissure donnée (généralement 50 %), l’amplitude de la sollicitation cyclique acceptable (pour un rapport  $R_\sigma = \sigma_{min}/\sigma_{max}$  fixé ou une contrainte moyenne fixée) en fonction de la

<sup>1</sup>C’est une courbe fermée si le chargement est périodique.



TAB. 1.1 – Représentations de chargements d'amplitude constant et variable, proportionnels et non proportionnels.

durée de vie  $N_r$ . Cette courbe est obtenue par des essais de fatigue sur éprouvettes sous un chargement cyclique d'amplitude constante.

## 1.2 Les méthodes de comptage

Les techniques de comptage s'appliquent sur une variable scalaire. Lorsque les six termes d'un tenseur des contraintes ou des déformations évoluent de façon non proportionnelle, il faut réduire l'évolution temporelle d'un tenseur d'ordre 2 (6 composantes) à l'évolution temporelle d'une seule variable scalaire. Les auteurs des méthodes de calcul choisissent alors une **variable dite de comptage**. A chaque cycle de cette variable, les auteurs prélèvent les paramètres faisant partie de leur critère de fatigue multiaxiale (amplitude de la cission résolue macroscopique, pression hydrostatique moyenne, etc...). Il existe six grandes techniques de comptage usuelles [2, 5, 60] :

- le comptage des temps de maintien,
- le comptage des extrema,
- le comptage des dépassements d'un niveau donné,
- le comptage des étendues,
- le comptage des étendues appariées,
- le comptage de cycles Rainflow .

Ces différentes techniques sont brièvement décrites dans le paragraphe suivant. Une analyse critique de leur application dans le cadre d'une méthode de calcul de durée de vie clôturera cette partie.

### 1.2.1 Différentes méthodes de comptage

#### - Comptage des temps de maintien (Time Counting) [60]

La méthode de comptage des temps de maintien est basée sur l'estimation de la densité de probabilité du signal. La notion de cycle n'est pas utilisée. Le nombre de passages du signal à un niveau donné est considéré comme l'évènement statistique. Pour appliquer cette méthode, il ne faut pas réduire le signal à une succession de pics et de vallées. Si  $T$  est

la durée d'une séquence d'amplitude variable, la densité de probabilité d'un niveau  $A_i$  est exprimée par (1.1).

$$p(A_i) = \lim_{A_i \rightarrow 0} \left( \frac{1}{A_i} \frac{\sum_j \Delta t_j}{T} \right) \quad (1.1)$$

où  $A_i$  représente une tranche d'amplitude et  $\Delta t_j$  les incréments de temps pendant lesquels le signal a traversé la tranche d'amplitude  $A_i$ .

#### - Comptage des extrema (Peak Counting) [5]

Pour appliquer la méthode de comptage des extrema, il faut enregistrer les maxima et les minima d'un signal de chargement séparément. D'après la succession d'un pic et d'une vallée, on reconstruit un cycle de chargement. Le cycle le plus endommageant est issu de l'alternance du pic le plus élevé à la vallée la plus basse quelle que soit leur position respective dans la séquence. Les cycles comptés proviennent de l'extraction des pics par ordre décroissant respectivement associés aux vallées extraites par ordre croissant.

#### - Comptage du nombre de dépassements d'un niveau donné (Level Crossing Counting) [5]

Deux techniques de comptage du nombre de dépassements d'un niveau donné existent dans la littérature ([5, 60]). Il est à noter que cet algorithme de comptage dérive du comptage des temps de maintien. Nous décrivons succinctement la technique présentée dans la norme ASTM [5]. Lorsque le chargement est situé au dessus d'un niveau de référence (correspondant à la classe d'amplitude), le comptage de cycles est effectué chaque fois que le chargement dépasse la classe d'amplitude avec une pente positive. Lorsque le chargement est en dessous de ce même niveau, le comptage est déclenché chaque fois que le chargement dépasse la classe d'amplitude avec une pente négative.

#### - Comptage des étendues (Simple range counting) [5, 60]

Pour appliquer cet algorithme de comptage, on définit une étendue comme la différence entre deux extrema locaux. Toutes les étendues du signal sont comptées. Deux cas de figure se présente :

- le premier extremum est une vallée : l'étendue sera positive,
- le premier extremum est un pic, l'étendue sera négative.

En fonction de ces cas, on peut compter les étendues positives ou négatives, ou les deux. Si seules les étendues positives (ou négatives) sont comptées, alors chaque étendue définit un cycle. Si les étendues positives et négatives sont comptées, alors chaque étendue définit un demi-cycle.

#### - Comptage des étendues appariées (Range-Pair Counting) [5, 60]

Seuls les pics et les vallées du signal sont nécessaires pour appliquer la méthode de comptage des étendues appariées. Un cycle est défini comme une paire d'étendues consécutives, de même taille et de signes opposés. Le comptage s'effectue si l'étendue  $e_{i+1}$  est supérieure ou égale à l'étendue  $e_i$  ( $e_{i+1} \geq e_i$ ), alors les points formant l'étendue  $e_i$  sont enlevés de la séquence de chargement et un nouveau comptage reprend à partir du premier point de la séquence.



### - Comptage par les méthodes RAINFLOW

Les méthodes Rainflow sont de loin les algorithmes de comptage les plus utilisés aujourd'hui et ont fait l'objet d'une norme française [2]. Ils existent plusieurs méthodes de comptage baptisées Rainflow issues de la méthode des étendues appariées (Endo [38], Richards [111], Nelson [90], Downing et Socie [32], Glinka et Kam [52], Hong [66]). Les différences algorithmiques caractérisent ces différentes versions. Leur point commun est la définition du cycle de contrainte comme une boucle d'hystérésis fermée dans un diagramme contrainte/déformation. On compare souvent cette boucle d'hystérésis fermée et le chemin que parcourt une goutte sur une séquence matérialisée (figure 1.1), d'où l'appellation de "méthode de la goutte d'eau" (rain flow) ou des "étendues en cascade".

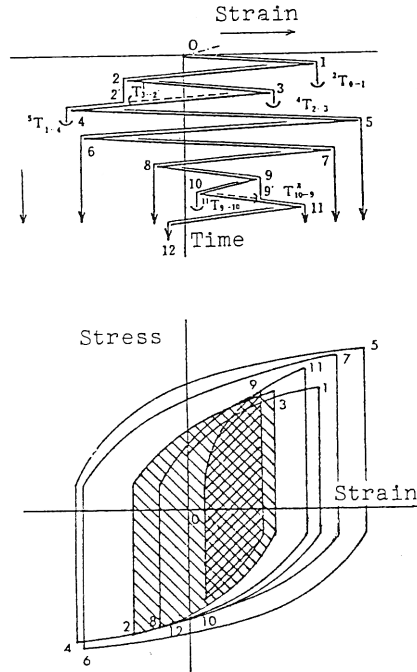


FIG. 1.1 – Illustration du processus Rainflow, d'après Endo [38]

### - Comptage par la méthode "RAINFLOW multiaxiale"

En faisant l'hypothèse que la plasticité joue un rôle moteur dans l'amorçage de fissure, Wang et Brown [129, 131] ont proposé d'appliquer la version de la méthode Rainflow proposée par Downing et Socie sur la déformation équivalente de Von Mises. Ces auteurs ont appelé cette technique : "multiaxial rainflow cycle counting method".

Sur l'ensemble d'une séquence de chargement aléatoire, l'instant où la déformation équivalente de Von Mises est maximum, définit l'instant de référence  $T_{ref}$ . A cet instant, l'extremum de chargement représente l'écoulement plastique maximum. Les déformations  $\varepsilon_{ij}^*$  et les contraintes  $\sigma_{ij}^*$  relativement à ce instant sont ensuite calculées d'après les relations (1.2).

$$\sigma_{ij}^*(t) = \sigma_{ij}(t) - \sigma_{ij}(T_{ref}) \quad \text{et} \quad \varepsilon_{ij}^*(t) = \varepsilon_{ij}(t) - \varepsilon_{ij}(T_{ref}) \quad (1.2)$$

L'évolution temporelle des contraintes et des déformations relatives équivalentes au sens de Von Mises sont déduites des relations (1.3) et (1.4).

$$\sigma_{eqVM}^*(t) = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij}^*(t) S_{ij}^*(t)} \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_{eqVM}^*(t) = \frac{1}{1 + \nu'} \sqrt{\frac{3}{2} e_{ij}^*(t) e_{ij}^*(t)} \quad (1.4)$$

$S_{ij}$  et  $e_{ij}$  sont respectivement les composantes des tenseurs déviateurs des contraintes et des déformations.  $\nu'$  est le coefficient de Poisson effectif, défini par la relation (1.5).

$$\nu' = \nu_p - (\nu_p - \nu_e) \frac{\sigma_{eqVM}^*}{E \varepsilon_{eqVM}^*} \quad (1.5)$$

où  $\nu_e$  est le coefficient de Poisson élastique et  $\nu_p$  le coefficient de Poisson plastique égal à 0,5.

Dans le cas de chargements proportionnels, le comportement cyclique du matériau peut être exprimé à l'aide de la relation (1.6) de type Ramberg-Osgood.

$$\varepsilon_{eqVM}^* = \frac{\sigma_{eqVM}^*}{E} + \left( \frac{\sigma_{eqVM}^*}{K'} \right)^{1/n'} \quad (1.6)$$

Pour tous les métaux qui obéissent à la règle de Masing (comportement cyclique neutre : ni adoucissement, ni durcissement cyclique) [77], le coefficient  $K'$  et l'exposant  $n'$  d'écrouissage cyclique sont identiques au coefficient  $K$  et à l'exposant  $n$  d'écrouissage monotone. Dans le cas de chargements non-proportionnels pour lesquels le comportement cyclique du matériau est différent, l'utilisation d'un modèle de plasticité incrémental adapté est nécessaire. Les auteurs conseillent le modèle de Mróz [89] modifié par Garud [51].

Chaque boucle formée par la déformation équivalente de Von Mises (toujours positive) correspond à un demi-cycle équivalent de contrainte.

## 1.2.2 Discussion sur les méthodes de comptage

Pour résumer, une méthode de comptage a pour seul objectif de discrétiser le signal temporel d'un chargement aléatoire en évènements statistiques. Le but étant de reconstruire des cycles de contraintes à partir de l'évènement compté pour s'en servir dans le calcul de la durée de vie d'une structure sous ce chargement d'amplitude variable. Par exemple, si on compte des extrema, le plus grand cycle de contrainte est composé du plus grand extremum suivi du plus petit extremum, extraits du signal de contrainte.

Plusieurs études [31, 60] ont été menés pour comparer les étendues cumulées de cycles de chargement reconstruits à partir des différents algorithmes de comptage. Par exemple, les résultats des méthodes des dépassements de niveaux et des étendues appariées ont été comparées par Grégoire. Pour un chargement issu du secteur automobile, la figure 1.2 illustre que le comptage des dépassements de niveaux a permis de reconstruire des cycles de plus grande amplitude que le comptage des étendues appariées.

Il est important de souligner que comme les différentes méthodes ne comptent pas le même évènement statistique, il paraît évident qu'elles n'enregistrent pas le même nombre d'évènements. Selon les algorithmes, la définition du cycle de contrainte est différente. Comme nous l'avons déjà noté au paragraphe précédent, les méthodes de comptage Rainflow sont les plus utilisées par les industriels [42]. Leur définition du cycle de contrainte fait donc l'unanimité. La principale différence entre les diverses versions des méthodes Rainflow est leur manière de traiter le résidu. Le résidu constitue la suite des points à partir desquels aucun cycle ne peut plus être extrait. Si ce résidu contient les plus grandes étendues du signal, donc les cycles les plus endommageants, cette différence peut avoir un effet non négligeable sur la durée de vie calculée. Par contre, si la séquence de chargement commence et finit par le plus grand pic

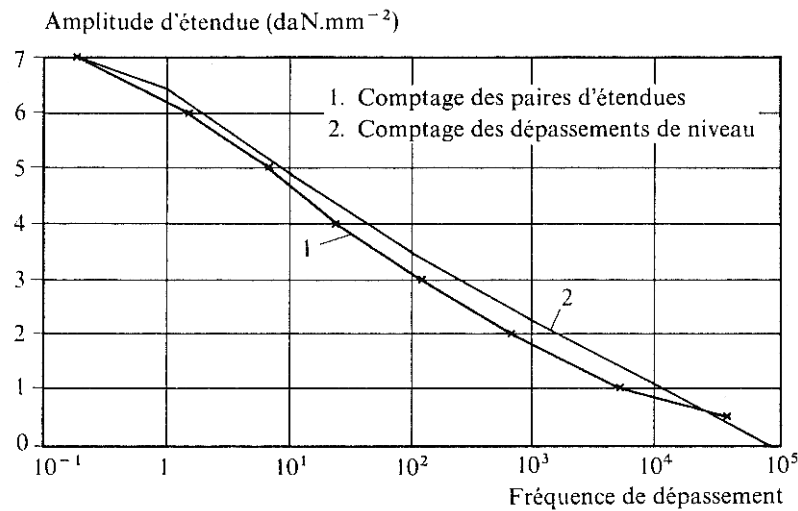


FIG. 1.2 – Comparaison de la méthode des étendues appariées (1) et de la méthode des dépassements de niveaux (2) d'après [60].

ou la plus petite vallée, il n'y a pas de résidu et toutes les méthodes Rainflow comptent les mêmes cycles [5].

Pour certains métaux, l'ordre d'application des cycles peut avoir une influence sur l'endommagement cumulé [5], mais aucun algorithme de comptage ne tient compte de l'ordre d'apparition des événements. Dans le domaine de la fatigue oligocyclique, la consolidation cyclique du matériau peut être différente en fonction de l'ordre d'apparition des niveaux. Par contre, dans le domaine de l'endurance et de l'endurance limitée, Bennebach [12] et Palin-Luc [94] ont montré par des essais par blocs à deux niveaux sur une fonte que l'effet sur la durée de vie de l'ordre d'apparition des blocs reste négligeable.

A part la méthode de comptage des temps de maintien, la forme du cycle de chargement (sinus, triangle, trapèze) n'est prise en compte par aucune méthode car le chargement est réduite à une succession de pics et vallées. Nous verrons dans le paragraphe 1.3.3 que l'influence de la forme du cycle de chargement sur la durée de vie en fatigue est souvent discuté dans la littérature, notamment par Mielke [84], Dietmann et *al.* [30] et Mc Diarmind [83]. Ces auteurs ont abouti à différentes conclusions qui laissent penser que des précautions doivent donc être prises sur le choix de la variable de comptage en fatigue multiaxiale.

Enfin, à notre connaissance, il n'existe aujourd'hui qu'une seule méthode de comptage pour essayer de traiter des états de contraintes multiaxiaux [129, 131]. La proposition de Wang et Brown est basée sur la déformation équivalente de Von Mises. Dans la plupart des méthodes de prévision de durée de vie en fatigue multiaxiale, les auteurs effectue un comptage sur une seule variable "significative", à leur avis, de la multiaxialité du tenseur des contraintes. Le choix de cette variable reste délicat et peut masquer le sens physique de la méthode.

## 1.3 Critères de fatigue multiaxiale

### 1.3.1 Généralités et définitions

Un critère de fatigue est un formalisme mathématique définissant un seuil séparant l'état où la pièce est non fissurée de l'état où elle est fissurée par fatigue. Ce seuil est défini pour une durée de vie, une probabilité de fissuration et un matériau donnés. Un critère ponctuel

s'applique en tout point  $P$  de la pièce considérée. Si dans l'espace du critère, le point  $P$  a pour image un point  $M$  situé sous le seuil, il n'y a pas fissuration par fatigue avant le nombre de cycles considéré. Si l'image de  $P$  est au delà du seuil, il y a risque de fissuration par fatigue. Il est important de préciser que le seuil du critère est défini par référence à des résultats d'essais de fatigue sur éprouvettes "lisses" (sans entaille) avec un état de surface de référence (généralement rectifié ou poli) sans contraintes résiduelles<sup>2</sup>. La prise en compte de l'effet des contraintes résiduelles et de l'état de surface sur la résistance à la fatigue fait partie de la prise en compte des facteurs, dits extérieurs, tels que : la fréquence de chargement, la corrosion, la température, ... Dans le cadre de cette étude, on se limitera à des fréquences de chargement inférieures à 150 Hz, sans effet de la corrosion ni de la température (température ambiante proche de 20°C).

Les variables reconnues influentes sur le processus de fissuration par fatigue peuvent être regroupées selon quatre familles.

- $\vartheta_{soll}$  qui englobe les variables traduisant l'effet, aux points étudiés, des sollicitations extérieures :

- invariants des tenseurs des contraintes ou des déformations,
- invariants des déviateurs correspondants,
- contraintes (ou déformations) attachées à une facette de normale  $\underline{n}$ ,
- énergie élastique, plastique ou somme de ces deux dernières.

- Les caractéristiques intrinsèques du matériau :

- sous chargement monotone notées  $\vartheta_{mat_m}$  ( $R_e$ ,  $R_m$ ,  $R_u$  soient respectivement la limite d'élasticité, la résistance maximale et la résistance ultime du matériau en traction monotone quasi-statique),
- en fatigue sous sollicitations simples  $\vartheta_{mat_f}$  ( $\sigma_{-1}^D$ ,  $\sigma_0^D$ ,  $f_{-1}^D$ ,  $f_0^D$ ,  $\tau_{-1}^D$  soient respectivement les limites d'endurance en traction alternée symétrique, traction répétée, flexion plane alternée symétrique, flexion plane répétée, torsion alternée symétrique); ces limites sont des valeurs expérimentales identifiées pour une probabilité de fissuration donnée, généralement 50%, sur des éprouvettes lisses avec un état de surface de référence.

- Les variables d'influence  $\vartheta_{infl}$  sont toutes les variables liées au dessin et à l'élaboration de la pièce étudiée (état et nature de la surface, dimensions, effet d'échelle, contraintes résiduelles et accidents géométriques, ...).

- Les coefficients de service  $\vartheta_{serv}$  qui traduisent les caractéristiques du fonctionnement (température, agressivité du milieu, ...).

Le formalisme sera alors :

$$F(\vartheta_{soll}, \vartheta_{mat_m}, \vartheta_{mat_f}, \vartheta_{infl}, \vartheta_{serv}, ) \leq 0 \quad (1.7)$$

Un critère de fatigue traduit, par la valeur de la fonction  $F$ , le caractère "plus ou moins endommageant" du cycle de chargement appliqué. On parle de critère déterministe puisque le résultat est binaire : fissuration ou non fissuration. La plupart des critères de fatigue considèrent deux variables  $X_1$  et  $X_2$  (ils se représentent dans le plan  $(X_1, X_2)$ ), issues de  $\vartheta_{soll}$ , caractéristiques, selon les auteurs du critère, du phénomène de fissuration par fatigue (figure 1.3). Les variables d'influence  $\vartheta_{infl}$  et de service  $\vartheta_{serv}$  sont le plus souvent "gelées", alors que les variables matériaux  $\vartheta_{mat_m}$  et  $\vartheta_{mat_f}$  sont naturellement fixées dès lors que le matériau est choisi.

---

<sup>2</sup>Les plus faibles possibles, les éprouvettes sont généralement "détensionnées" par un traitement thermique approprié

Dans le plan  $(X_1, X_2)$ , le domaine de non fissuration selon le critère peut être délimité par une courbe simple : souvent une droite. L'équation de cette droite est le plus souvent identifiée par deux résultats d'essais sous sollicitations simples. Ces résultats correspondent généralement aux valeurs expérimentales médianes (probabilité de fissuration = 50%). L'état contraint cyclique au point  $P$  considéré sur la pièce a pour image, dans l'espace  $(X_1, X_2)$  du critère, le point  $M$ . Si ce point se situe dans le domaine de sécurité (figure 1.3 (a)), la pièce résistera à la sollicitation, avec un coefficient dit de sécurité  $C_S = \frac{ON}{OM} > 1$ ,  $N$  représentant l'intersection de la droite  $OM$  avec le seuil du critère. Si le point  $M$  est dans le domaine de fissuration,  $C_S < 1$  (figure 1.3 (b)).

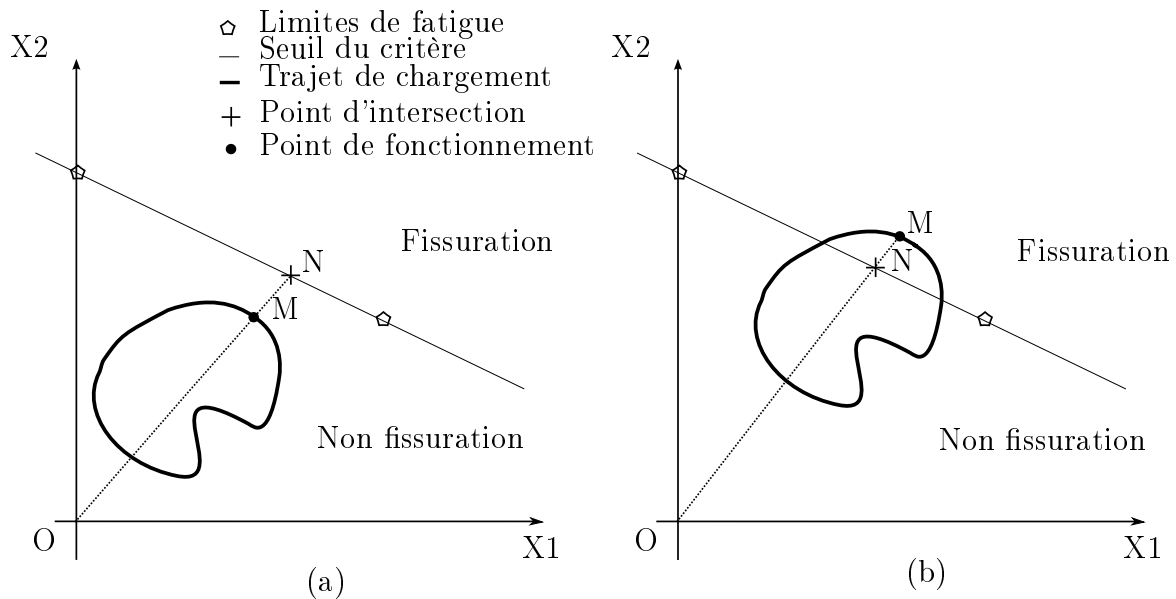


FIG. 1.3 – Principe de représentation plane d'un critère à 2 variables  $(X_1, X_2)$ .

Depuis les années 1930 et les travaux de Gough et Pollard [56], de nombreux auteurs se sont attachés à proposer des critères d'endurance renseignant sur la résistance d'un matériau pour un chargement périodique d'amplitude constante (sinus, triangle, trapèze). Il existe aujourd'hui plus d'une cinquantaine de critères dans la littérature [113]. L'ensemble de ces critères peut être divisé en deux types d'approches : ponctuelle et volumique, elles même constituées de différentes familles. Pour l'approche ponctuelle, on distingue les formulations empiriques, de type "plan critique" (macroscopique et mésoscopique) et celles "globales" (macroscopique et énergétique). Dans l'approche "volumique", on différencie les formulations en contraintes, en énergie et celles utilisant le changement d'échelle mésoscopique-macroscopique.

Les spécificités de ces différentes catégories sont présentées ci-après. A titre d'exemple, un critère de fatigue multiaxiale de chaque famille est détaillé en annexe 1.

### 1.3.2 Les différents types de critère de fatigue

#### Approche ponctuelle

##### Formulations empiriques

Ces critères ont été formulés à partir de l'analyse de résultats d'essais. Ils corrént de façon précise un ensemble de résultats expérimentaux obtenus pour des sollicitations multiaxiales particulières (traction ou flexion combinées à la torsion). Leur domaine de validité est donc restreint. Ces différents critères ne sont -a priori- valables que pour des états de contraintes

identiques à ceux utilisés dans les essais qui ont permis leur élaboration. Par ailleurs, ces formulations dépendent du système de coordonnées choisi, ce qui s'avère être un défaut majeur. Cependant, ces approches empiriques ont le mérite de faire ressortir d'importantes constations expérimentales, qui n'ont à notre connaissance, pas été remises en cause jusqu'à présent.

Le critère empirique de Gough et Pollard [56], [57] proposé à partir d'un très vaste programme d'essais en flexion-torsion combinées alternées symétriques, complété par des expériences avec contrainte moyenne non nulle est présenté en annexe 1.

### **Formulations de type "plan critique"**

Les critères de ce groupe reposent sur une constatation expérimentale commune : le premier stade d'apparition d'une fissure de fatigue s'effectue le plus souvent sur un plan supportant le cisaillement maximum (stade I). C'est pour cette raison que plusieurs auteurs en ont conclu que le paramètre mécanique qui gouverne l'amorçage d'une fissure mésoscopique<sup>3</sup> est la contrainte de cisaillement sur un plan particulier. Par ailleurs, la contrainte normale sur ce plan de cisaillement maximum a également une influence sur l'amorçage des fissures de fatigue. Les critères formulés dans le cadre de cette approche sont donc une combinaison des contraintes normale et de cisaillement sur un même plan. Les deux points principaux qui différencient les formulations sont les suivants :

- le choix du plan critique,
- la contrainte utilisée pour rendre compte de l'effet d'une contrainte normale au plan critique.

Le critère de Dang-Van [26], [25] peut être classé dans cette catégorie. Son auteur fait l'hypothèse qu'un seul système de glissement est actif par grain et postule qu'il n'y a pas amorçage de fissure en fatigue en un point si en ce point les contraintes mésoscopiques, dans l'état adapté, ne violent pas un critère de plasticité. En plus de la cission mésoscopique, Dang-Van suppose que l'amorçage d'une fissure de fatigue à la limite d'endurance est influencée par la contrainte hydrostatique mésoscopique. Une description détaillée de ce critère, ainsi que la formulation de Papadopoulos [101, 103], qui en découle, est présenté en annexe 1.

### **Formulations "globale"**

Les critères formulés selon une approche globale ne reposent pas sur une base physique commune. Certaines formulations font intervenir des invariants du tenseur des contraintes ou du tenseur déviateur des contraintes, d'autres utilisent la moyenne quadratique d'un paramètre d'endommagement qui leur est propre. La partie commune à ces formulations qui leur confère un caractère "global" est qu'elles prennent en compte les paramètres d'endommagement relatifs à tous les plans matériels possibles et non à un seul, dit "plan critique". Certains auteurs utilisent le qualificatif d'approche "intégrale".

Le critère de Crossland [24], détaillé en annexe 1, a été formulé à la suite d'une grande campagne d'essais mettant en évidence l'influence notable de la contrainte hydrostatique sur la tenue en fatigue des métaux. Sa formulation fait intervenir une combinaison linéaire de l'amplitude de la cission octaédrale et du maximum sur une période de chargement de la contrainte hydrostatique.

**Formulations énergétiques** Comme proposé par Macha et Sonsino [78], les critères énergétiques peuvent être divisés en trois groupes, selon le type de densité volumique d'énergie de déformation considérée par cycle :

---

<sup>3</sup>De la taille du grain ou de quelques grains.

- critères basés sur l'énergie élastique,
- critères basés sur l'énergie plastique,
- critères basés sur une somme des énergies élastiques et plastiques.

Les critères basés sur l'énergie de déformation élastique peuvent être utilisés en fatigue à grand nombre de cycles  $N \gtrsim 5 \cdot 10^4$  ou  $10^5$  cycles alors que les critères basés sur l'énergie de déformation plastique sont plus appropriés à la fatigue oligocyclique (faible nombre de cycles,  $N \lesssim 10^4$  à  $5 \cdot 10^4$  cycles). Les critères basés sur la somme des énergies élastiques et plastiques peuvent, a priori, s'appliquer aussi bien sur des nombres de cycles faibles ou grands.

Le critère d'Ellyin [76], [37] a été élaboré dans le cadre de travaux sur la fatigue oligocyclique avant que son auteur en propose une extension à la fatigue à grand nombre de cycles. Ellyin postule que l'endommagement est induit par l'énergie de déformation plastique sur un cycle de chargement et propose la construction d'une courbe maîtresse en faisant coïncider les parties supérieures des boucles contrainte-déformation stabilisées. Une présentation de ce critère est donné en annexe 1.

## Approche volumique

Toutes les approches présentées rapidement jusqu'ici considèrent uniquement l'état de contrainte et de déformation en un point. L'effet, sur la limite d'endurance, des gradients de contraintes et de déformations, ou plus précisément de la répartition volumique des contraintes et déformations, n'est pas pris en compte. Ces critères ne peuvent donc pas prévoir, par exemple, les différences de limite d'endurance bien connues expérimentalement entre les chargements de traction, flexion rotative et flexion plane [8, 9, 94]. Les différents critères basés sur une approche volumique tentent de remédier à ces défauts.

Pour l'approche "volumique", on différencie les formulations en contraintes, proposés par exemple par Kuguel [70], puis Sonsino [120], en énergie, comme le critère du LAMEFIP [49, 94, 97, 98, 8], et celle utilisant le changement d'échelle mésoscopique-macroscopique, développée par Palin-Luc et Morel [88]. La version du critère du LAMEFIP proposée par Banvillet [8] est présentée en annexe 1.

Les différents types de critères de fatigue multiaxiale présentés précédemment sont récapitulés sur la figure 1.4.

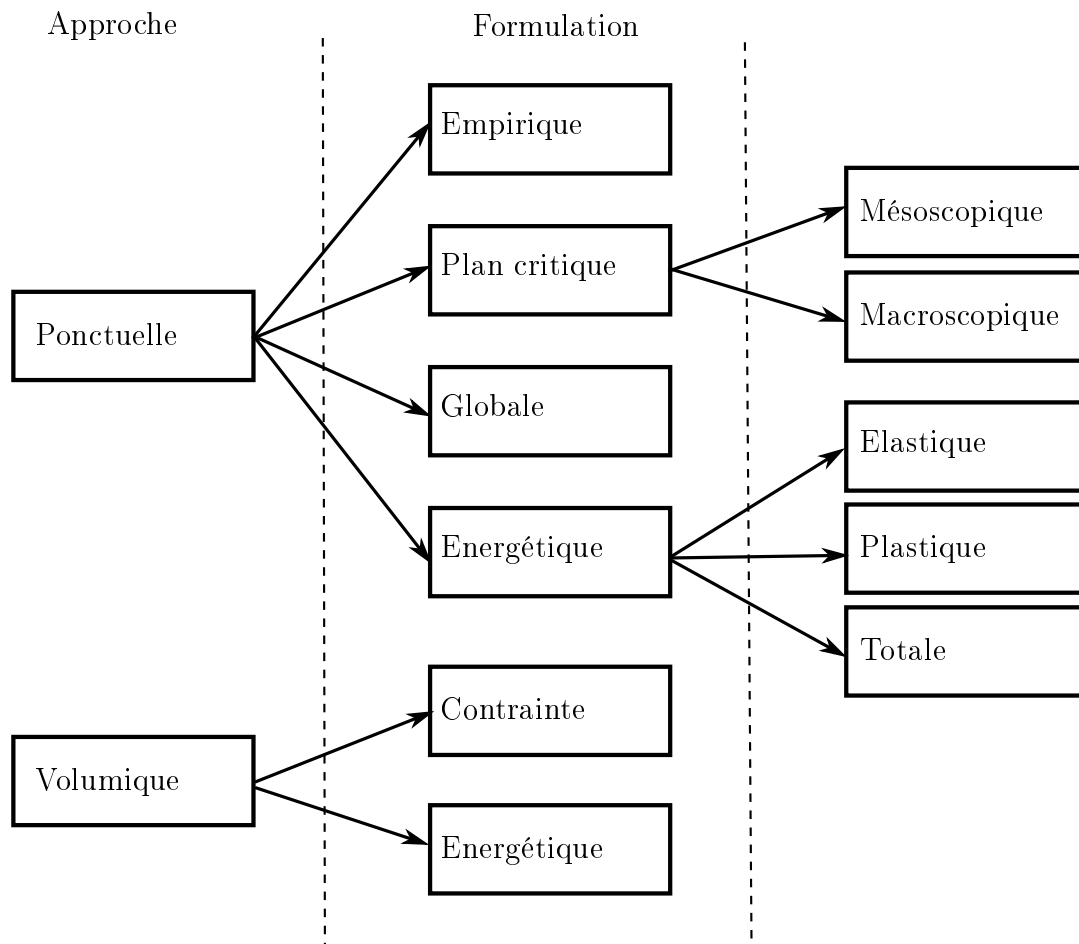


FIG. 1.4 – Différents niveaux de classification des critères de fatigue multiaxiale.

### 1.3.3 Constatations expérimentales en fatigue multiaxiale

Cette partie présente les principales constatations expérimentales citées dans la littérature et généralement admises en fatigue multiaxiale à grande durée de vie (au delà d'environ  $5 \cdot 10^4$  cycles) pour les métaux. Celles-ci sont classées en fonction du ou des paramètres influents (ou non influents selon le cas) sur la limite de fatigue. Un critère pertinent doit donc vérifier ces observations.

#### Contrainte hydrostatique

Plusieurs auteurs dont Sines [116] et Crossland [24] constatent une **influence non négligeable de la contrainte hydrostatique moyenne** sur la limite d'endurance des matériaux métalliques. En effet, une contrainte hydrostatique moyenne positive (traction) a une influence néfaste sur la durée de vie des matériaux alors qu'une contrainte hydrostatique moyenne négative (compression) augmente la résistance en fatigue (jusqu'à un certain point difficile à définir et à déterminer expérimentalement).

#### Cisaillement moyen

Sines [116] observe également sur de nombreux aciers ductiles, aluminium, cuivres et bronzes qu'un **chargement moyen de torsion a une influence négligeable** sur la limite



d'endurance en torsion lorsque le cisaillement maximum reste inférieur à environ 80% de la limite d'élasticité en torsion du matériau (figure 1.5). Lorsque  $\tau_{max}^D/\tau_y > 0.8$ , l'amplitude du cisaillement admissible diminue (figure 1.5). Plus récemment, Wang et Miller [132] soulignent que ce cisaillement moyen ne doit pas être négligé dans un calcul prévisionnel de durée de vie. Enfin Davoli [28] arrive aux mêmes conclusions, après avoir recensés de nombreux essais avec un chargement moyen de torsion sur différents matériaux (figure 1.6).

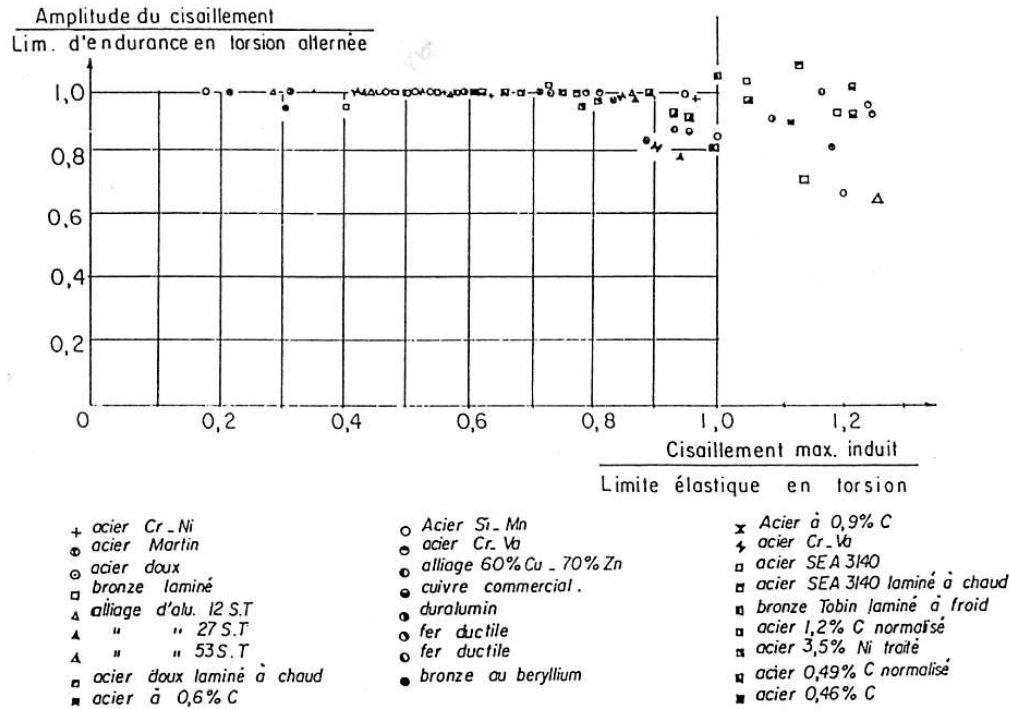


FIG. 1.5 – Influence du cisaillement maximum sur la limite d'endurance en torsion pour des métaux ductiles, d'après Sines [116].

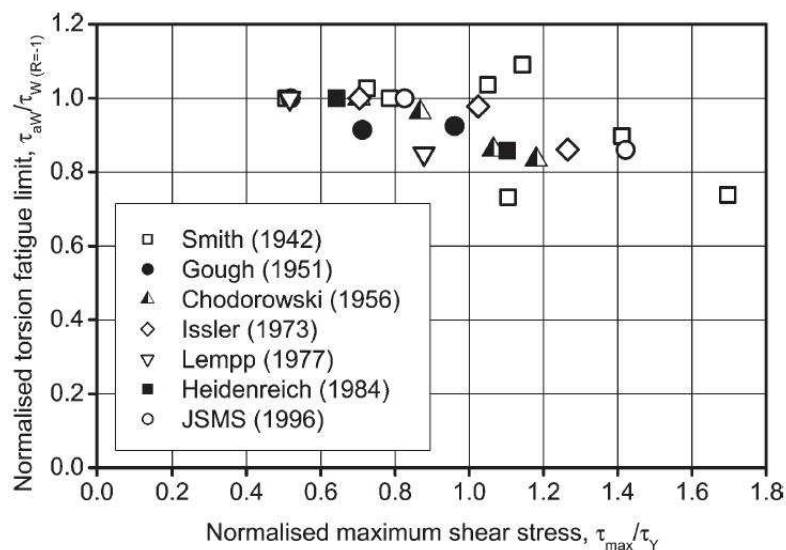


FIG. 1.6 – Influence du cisaillement maximum sur la limite d'endurance en torsion pour des métaux ductiles, d'après Davoli [28]

## Déphasage en flexion-torsion

En flexion et torsion combinées à grande durée de vie, Simbürger [115] et Froustey [47], entre autres, observent une **influence négligeable sur la limite d'endurance du déphasage entre les contraintes de flexion et de torsion**. Récemment, Sonsino [119] a mis en évidence une sensibilité au déphasage des limites de fatigue, en fonction du mode d'asservissement des essais (efforts imposés ou déformations imposées) mais en endurance limitée. Selon lui, l'influence du déphasage semble être liée au travail de déformation plastique dissipé. Une méthode de prévision de durée de vie applicable en fatigue oligocyclique, doit nécessairement relater son effet. Cependant ce point reste hors de notre domaine d'étude (nous considérons des durées de vie,  $N \gtrsim 5 \cdot 10^4$  cycles).

## Déphasage en traction biaxiale

Pour des essais de traction et pression interne sur tubes minces (i.e. : pour un état de traction biaxiale), Mc Diarmind [83] et Dietmann [30] constatent un **effet variable du déphasage entre les contraintes principales sur les limites d'endurance, plus ou moins marqué en fonction de la ductilité du métal**. Pour un acier ductile, une augmentation du déphasage diminuera la résistance en fatigue ; alors que pour un matériau fragile, cette même augmentation engendrera un accroissement de la tenue en fatigue. Cette constatation a été vérifiée par de nombreux résultats expérimentaux [30], [83].

## Forme du chargement

En traction uniaxiale les essais de Mielke [84], montrent qu'il n'y a pas d'influence de la forme du cycle de chargement (sinus, trapèze, triangle) sur la limite d'endurance. Des essais de traction compression ( $R_\sigma = -1$ ) réalisés par Banvillet [8] sur des éprouvettes lisses en fonte mettent en évidence qu'à des niveaux de contraintes menant à des durées de vie voisines de  $10^5$  cycles, l'effet de la forme du cycle de chargement sur la durée de vie n'est pas significatif. Par contre, si l'état de contrainte est non proportionnel, Dietmann et al [30] mettent en évidence une influence notable, sur les limites de fatigue, de la forme du chargement. C'est plus précisément la forme du trajet de chargement qui a alors probablement un effet sur la durée de vie.

## Chargement moyen

D'après Gough et Pollard [56], un chargement moyen de torsion sans chargement alterné de torsion, n'aura pas d'influence sur la limite d'endurance en flexion plane alternée symétrique. Selon les résultats d'essais de Froustey [47] sur l'acier 30NiCrMo16, un chargement moyen de flexion plane sans chargement alterné de même nature, n'aura pas d'influence sur la limite d'endurance en torsion alternée symétrique. Cependant, cette constatation expérimentale est contredite par des essais réalisés par Gough [56] sur l'acier S65. Cet auteur note une chute de plus de 20 % de la limite d'endurance de torsion. Hohenemser [65] a noté l'influence notable d'un chargement moyen de traction, sans chargement alterné du même type, sur la limite d'endurance en torsion alternée symétrique.

## Type de sollicitation

La différence entre les limites d'endurance des différentes sollicitations a été mise en évidence par Massonnet [80] dès 1955 sur un acier mi-dur à 0,35% de carbone. Barrault et Lasserre [10], Froustey [47] et Bennebach [12] ont également mis en évidence un écart de 6 à 7% entre les limites d'endurance en flexion plane et flexion rotative alternées symétriques selon les matériaux testés (acier 35CrMo4 et 30NiCrMo16, fonte EN-GJS800-2). Papadopoulos et Panoskaltsis [105] ont également montré la différence entre les limites d'endurance en traction et flexion plane pour les métaux. Ces auteurs en concluent que la limite d'endurance dépend de la répartition des contraintes dans le matériau [8, 9, 94, 105].

## Effet d'échelle et de gradient de contraintes

En analysant les données expérimentales de Pogoretskii et Karpenko, Phillips et Heywood [107], Papadopoulos et al. [105] montrent que l'effet du gradient de contrainte pur (i.e. l'effet de distribution volumique des contraintes) est plus important que l'effet d'échelle seul [105, 15]. De plus, il n'est pas suffisant de caractériser une entaille avec son facteur théorique de concentration de contrainte  $K_t$  [106] et son facteur effectif de concentration de contrainte  $K_f$  [14]. En effet, pour deux pièces avec des géométries différentes, ces facteurs peuvent être identiques même si les limites de fatigue expérimentales sont différentes [108]. Il est donc important que les critères de fatigue prennent en compte l'effet de la répartition volumique des contraintes sur la résistance à la fatigue.

## Cycles de contraintes d'une amplitude inférieure à la limite d'endurance

Plusieurs auteurs [94], [99], [114], [123] soulignent que les cycles de contraintes alternées symétriques ayant une amplitude inférieure à la limite d'endurance du matériau peuvent participer à une diminution notable de la durée de vie de la pièce. Ces auteurs parlent d'un seuil empirique généralement situé entre 50% et 80% (selon les matériaux) de la limite d'endurance conventionnelle en traction  $\sigma_{-1}^D$ . Mais cette constatation ne concerne pas directement les critères de fatigue dont le but est essentiellement de prévoir la résistance à la fatigue d'une pièce pour un nombre de cycles fixé (au delà d'environ  $5 \cdot 10^4$  à  $10^5$  cycles); elle concerne le calcul de durée de vie sous chargements d'amplitude variable. Nous y reviendrons dans la suite de ce chapitre.

### 1.3.4 Analyse des critères

De nombreuses études bibliographiques ont déjà été réalisées et publiées. Papadopoulos [104, 102] a réalisé une analyse théorique critique d'un grand nombre de formulations. Robert [112], Fogue [45] et Weber [135] ont testé la qualité des prévisions de certains critères en les comparant à un ensemble important de résultats expérimentaux. On peut aussi citer les analyses de Dubar [33], Galtier [50], Bennebach [12].

Dans un souci de synthèse, le tableau 1.2 regroupe les sensibilités de quelques critères à des caractéristiques observées expérimentalement et reconnues dans la littérature.

Critères	Non influence de $\phi$ entre $\sigma$ et $\tau$	Sensible à $\Sigma_{Hmoy}$	Non influence de $\tau_{moy}$	distinction des sollicitations mécaniques (trac, flex pl, rot)
Crossland	Non	Oui	Oui	Non
Dang-Van	Non	Oui	Oui	Non
Papadopoulos	Oui	Oui	Oui	Non
Morel	Oui (*)	Oui	Oui	Non
LAMEFIP	Oui	Oui	Oui (**)	Oui

TAB. 1.2 – Caractéristiques des critères.

(\*) Analytiquement, pour le critère de Morel, il y a une influence du déphasage entre traction (ou flexion) et torsion mais numériquement cette influence est faible et en accord avec les résultats d'essais compte-tenu des dispersions expérimentales [8].

(\*\*) Négligeable si  $\tau_{max}^D \lesssim 0,8\tau_y$  mais influence si  $\tau_{max} \gtrsim 0,8\tau_y$  [9] ce qui est cohérent avec les constatations de Sines [116].

Papadopoulos [104, 102] s'est intéressé à la prévision par différents critères de l'effet d'un déphasage entre des sollicitations de flexion et torsion combinées. A l'aide de confrontations prévision/expérience, il montre que les critères de Dang-Van, Crossland et Sines sont sensibles à ce déphasage contrairement aux résultats d'essais pour les grandes durées de vie [47]. Son critère, par contre, n'y est pas sensible tout comme celui du LAMEFIP.

Fogue [45] et Weber [135] ont cherché à distinguer les critères suivant le trajet de chargement (proportionnel ou non proportionnel). Pour les trajets proportionnels, les prévisions des critères sont assez satisfaisantes avec des degrés de performance variable. Ce sont les trajets de chargement non proportionnels les plus discriminants. Dans ces cas, l'évolution des directions principales au cours du temps doit être prise en compte ; généralement les plans d'amorçage sont alors multiples. Les auteurs constatent que pour des trajets non proportionnels aucun des critères testés (dont Crossland, Sines, Papadopoulos, Dang-Van) n'est satisfaisant.

D'autre part, pour une application en bureau d'études, le nombre de paramètres à identifier et le nombre de données expérimentales de référence pour appliquer un critère de fatigue est un paramètre important. Ce nombre rend souvent compte de la complexité des différentes méthodes.

Critères	Données nécessaires
Crossland	$\sigma_{Trac-1}^D$ ou $\sigma_{FP,-1}^D$ ou $\sigma_{FR,-1}^D$ , $\tau_{-1}^D$
Dang-Van	$\sigma_{Trac-1}^D$ ou $\sigma_{FP,-1}^D$ ou $\sigma_{FR,-1}^D$ , $\tau_{-1}^D$
Papadopoulos	$\sigma_{Trac-1}^D$ ou $\sigma_{FP,-1}^D$ ou $\sigma_{FR,-1}^D$ , $\tau_{-1}^D$
Morel	1 courbe S-N + $\sigma_{Trac-1}^D$ ou $\sigma_{FP,-1}^D$ , $\tau_{-1}^D$
LAMEFIP	$\sigma_{Trac-1}^D$ , $\sigma_{FR,-1}^D$ , $\tau_{-1}^D$

TAB. 1.3 – Données nécessaires à l'identification des paramètres de quelques critères.

Comme cela est expliqué en annexe 1, le critère du LAMEFIP permet de différencier les chargements. Pour appliquer un critère basé sur une approche ponctuelle, un choix entre les limites d'endurance de traction, flexion plane ou flexion rotative est obligatoire pour déterminer son seuil. Ce choix peut sensiblement modifier le seuil de non fissuration des critères étant donné les différences notables entre les limites d'endurances uniaxiales (voir paragraphe 1.3.3).

## 1.4 Les lois de cumul d'endommagement en fatigue

Malgré l'abondance des travaux de recherche sur le sujet, aucune loi de cumul d'endommagement, à notre connaissance, ne fait l'unanimité. La loi de Miner [85] est d'une utilisation très répandue en raison de sa simplicité et de sa facilité de mise en œuvre afin de traiter le cas des séquences de chargement d'amplitude variable. Pourtant, elle présente un certain nombre d'inconvénients (voir annexe 2). Les insuffisances de la loi de Miner ont conduit à la création de nouvelles lois d'endommagement, la plupart non linéaires, comme l'approche de l'ONERA [21, 77].

Dans la suite de cette partie, une attention sera apportée à la classification des différentes lois d'endommagement.

### 1.4.1 Classification des lois de cumul d'endommagement

Nous avons choisi de classer les lois de cumul d'endommagement selon leurs bases physiques et les concepts utilisés. Pour cela trois niveaux de classement ont été définis : le type d'approche, l'échelle du dommage par fatigue et la base physique de la loi.

#### Différents types d'approche

Les lois d'endommagement en fatigue appartiennent à l'une ou l'autre des quatre approches suivantes, qui caractérisent la démarche utilisée pour décrire l'endommagement par fatigue :

- L'approche empirique : les lois relevant de cette approche reposent sur des résultats expérimentaux obtenus pour des sollicitations et des matériaux spécifiques. C'est principalement le cas des lois développées avant 1970.
- L'approche phénoménologique : ces lois se sont développées avec les progrès techniques qui permettent d'observer et de quantifier avec une grande précision certains paramètres indicateurs du dommage tels que les extrusions, les bandes de glissement, la longueur de fissure, etc ... Elles tentent d'expliquer au mieux le mécanisme d'endommagement du matériau à l'aide de l'évolution de ces paramètres.
- L'approche dite "conceptuelle" : les lois de cette catégorie ont la particularité d'émettre des postulats (couche superficielle durcie du métal (Kamer [69]), notion de contrainte interne inférieure à la contrainte réellement appliquée (Matsuda et Ikai [81]), déformation plastique cumulée représentative du dommage du matériau (Azari [7]), etc ...).

#### Différentes échelles

L'endommagement par fatigue d'un métal est, par définition, l'altération progressive de ses propriétés physiques et mécaniques pouvant conduire à sa rupture suite à l'application d'une sollicitation fluctuante. Ce phénomène est quantifié le plus souvent par la mesure de la longueur de la fissure amorcée qui se propage. Deux niveaux de mesure sont utilisés par les auteurs pour traduire les dommages à l'échelle mésoscopique (fissures courtes de l'ordre de la dizaine de micromètres) et à l'échelle macroscopique (fissure dite longue de l'ordre du millimètre). Selon nous, ces deux échelles constituent un niveau de classement des lois de cumul d'endommagement.

## Bases physiques

Quelles que soient l'approche et l'échelle retenue, chaque loi d'endommagement en fatigue a une base (ou une justification) physique spécifique. Parmi l'ensemble des lois recensées, nous distinguons cinq types ou modèles de bases physiques :

- Les modèles décrivant la propagation de fissure : ils permettent notamment de décrire les phénomènes de retard de propagation et revêtent un intérêt marqué dès lors que la croissance du dommage est directement liée à l'évolution des paramètres physiques de la propagation, comme l'accroissement de la longueur de fissure par exemple. Ils relèvent en général de la mécanique linéaire de la rupture et sont pour l'essentiel basés sur l'intégration d'une expression de la vitesse de propagation de la fissure.
- Les modèles de variation de la limite d'endurance du matériau : ces modèles postulent une évolution de la limite d'endurance du matériau au cours de sa vie, en fonction des niveaux successifs du chargement et de leur interaction.
- Les modèles d'évolution de courbe S-N du matériau : ces modèles sont également basés sur une interaction des niveaux successifs du chargement. Ils introduisent une modification des courbes S-N du matériau, cette modification étant liée aux niveaux de contrainte rencontrés et à leur ordre d'apparition (effet de séquence). La différence avec la catégorie précédente est que la limite d'endurance du matériau n'est pas la seule donnée de fatigue affectée, c'est toute la courbe S-N qui est ici modifiée.
- Les modèles d'endommagement continu, lesquels sont souvent associés à une déformation plastique cumulée. Initiés au départ pour décrire le phénomène du fluage, ils ont été étendus au dommage par fatigue.
- Les modèles basés sur l'énergie de déformation souvent élaborés en fatigue oligocyclique, puis étendus en fatigue à grande durée de vie.

## Synthèse

La figure 1.7 récapitule la classification proposée pour des lois d'endommagement en fatigue.

Il faut toutefois remarquer qu'il n'existe guère de frontière stricte entre ces différentes catégories. Certains modèles, comme celui de l'ONERA, sont hybrides d'une certaine façon, c'est à dire qu'ils peuvent être rattachés par certains aspects à plusieurs des catégories répertoriées ci-dessus.

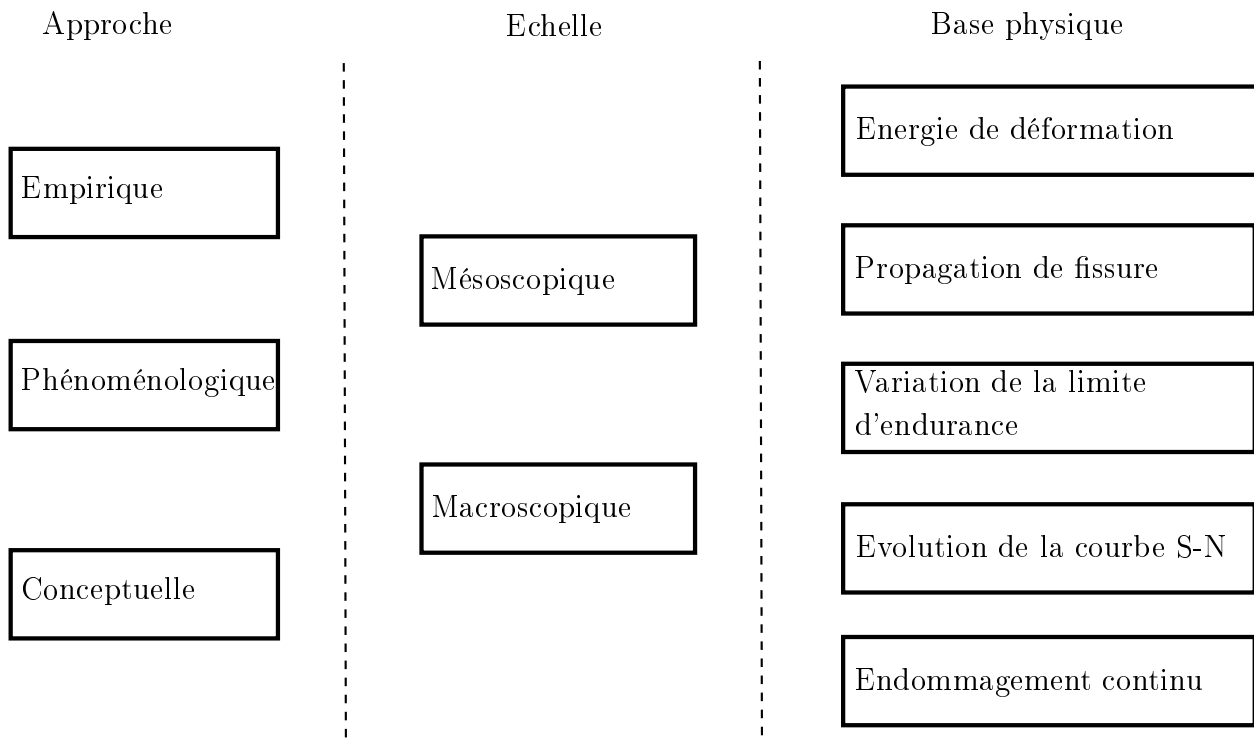


FIG. 1.7 – Différents niveaux de classification des lois de cumul d'endommagement.

### 1.4.2 Analyse des lois d'endommagement

Fatemi et Yang [40] ont recensé un nombre considérable de loi de cumul d'endommagement dans la littérature. Dans cette partie, nous avons choisi de présenter une analyse critique de lois de cumul d'endommagement en fatigue, en fonction de leur base physique. A titre d'exemple, une voire deux lois de chaque catégorie est discuté :

- énergie de déformation : loi de Miner [85] et d'Ellyin [76],
- propagation de fissure : loi de Manson et al. [121],
- variation de la limite d'endurance : loi de Henry [63],
- évolution de la courbe de Wöhler : loi de Subramanyan [122],
- endommagement continu : loi de l'ONERA [21, 77].

La formulation de chacune de ces lois est détaillée en annexe 2.

Pour construire notre analyse, une attention particulière est portée sur les points suivants :

- le caractère linéaire ou non de la fonction du dommage en fatigue et de son cumul,
- la contribution au dommage des petits cycles de contraintes, c'est-à-dire des cycles dont le niveau de contrainte est inférieur ou égal à la limite d'endurance du matériau,
- l'effet de l'ordre d'application des niveaux de contrainte des différents blocs (effet de séquence ou effet d'histoire),
- la prise en compte de la contrainte moyenne,
- la nature de la sollicitation,
- la détermination des principaux paramètres de la loi, c'est-à-dire l'identification de ses paramètres d'après les propriétés de base du matériau en fatigue.

La synthèse que nous proposons ci-après doit permettre d'évaluer l'applicabilité des lois de cumul d'endommagement pour prévoir la durée de vie en fatigue d'un matériau.

### Principaux paramètres des lois

Le tableau 1.4 regroupent les caractéristiques mécaniques (aussi bien monotones que cycliques) nécessaires à l'identification des paramètres nécessaires à l'utilisation des différentes lois de cumul d'endommagement traitées.

Lois de cumul d'endommagement	Caractéristiques monotones	Caractéristiques en fatigue	Paramètres particuliers
Miner		Courbe S-N	
Ellyin		Courbe S-N	Limite d'endurance $N^*$
Manson		Courbe S-N	Constantes : p et b
Henry		Courbe S-N Limite d'endurance	
Subramanyan		Courbe S-N Limite d'endurance	
ONERA	Résistance ultime à la traction : $R_u$	Courbe S-N Limite d'endurance	Paramètres : $\alpha$ , $\beta$ , $M_0$

TAB. 1.4 – Récapitulatif des paramètres nécessaires à l'utilisation des lois d'endommagement pour la prévision des durées de vie en fatigue.

### Domaine d'application

Nous avons constaté au cours de cette étude que les bases physiques diffèrent d'une loi à une autre. Aussi, la plupart de ces lois ne sont pas applicables à tout type de chargement. Les configurations des chargements pour lesquelles ces lois sont a priori applicables sont cochées dans les tableaux 1.5 et 1.6.

Lois de cumul d'endommagement	Evolution non linéaire du dommage	Histoire du chargement	Contrainte moyenne
Miner			
Ellyin	X	X	X
Manson	X	X	
Henry	X	X	X
Subramanyan	X	X	X
ONERA	X	X	X

TAB. 1.5 – Limites d'application des lois (premiers critères)



Lois de cumul d'endommagement	Un seul type de solicitation simple		Un seul type de solicitation composée		Mixité de plusieurs solicitations	
	Tous les blocs $i$ $\sigma_i > \sigma^D$	Certains blocs $i$ $\sigma_i < \sigma^D$	Tous les blocs $i$ $\sigma_i > \sigma^D$	Certains blocs $i$ $\sigma_i < \sigma^D$	Tous les blocs $i$ $\sigma_i > \sigma^D$	Certains blocs $i$ $\sigma_i < \sigma^D$
Miner	X	X	X	X	X	X
Ellyin	X	X	X	X		
Manson	X	X	X	X	X	X
Henry	X		X		X	
Subramanyan	X		X			
ONERA	X	X	X	X	X	X

TAB. 1.6 – Limites d'application des lois sous chargements d'amplitude variable par blocs (seconds critères)

Ces deux tableaux rassemblent les informations nécessaires à l'utilisation des lois présentées. La détermination de certains paramètres n'est pas aisée, voire impossible, parce que les auteurs ne donnent pas toujours les informations suffisantes sur la méthode d'identification requise.

Le tableau 1.6 indique que, parmi les lois étudiées, seules les lois de Miner, de Manson et de l'ONERA sont applicables à tout type de sollicitations par blocs, quel que soit le niveau des amplitudes des cycles de contraintes.

Toutes les lois qui intègrent la limite d'endurance dans leur formulation ont l'avantage de prendre en compte la nature de la sollicitation ainsi que les effets de la contrainte moyenne. Les lois qui utilisent la variation de la limite d'endurance (loi de Henry) et les courbes d'endommagement (loi de Subramanyan) ne sont pas applicables aux chargements comportant certains blocs de sollicitations d'amplitude inférieure ou égale à la limite d'endurance. Bien qu'initialement limitée par hypothèse aux contraintes supérieures à la limite d'endurance, les bureaux d'études peuvent appliquer la loi de Miner si un ou plusieurs niveaux de contraintes sont inférieurs ou égaux à cette limite. Pour cette loi, l'influence d'un niveau de contrainte  $\sigma_i$  inférieure à  $\sigma^D$  sera considérée nulle (voir annexe 2).

## Conclusions

Il n'y a pas à ce jour de modèle d'endommagement universel, c'est à dire permettant de prendre correctement en compte l'ensemble des facteurs phénoménologiques reconnus tels que, les étapes successives de la dégradation par fatigue, les effets des contraintes statiques superposées, la nature non linéaire de l'accroissement du dommage à l'échelle mésoscopique ou macroscopique, etc...

La complexité des modèles augmente sans commune mesure avec le nombre de facteurs que le modèle souhaite prendre en compte. Aussi on constate que le modèle le plus utilisé aujourd'hui dans l'industrie pour le dimensionnement en fatigue reste le plus simple et le plus ancien (Miner) malgré ses imperfections.

## 1.5 Méthodes de calcul de durée de vie avec comptage de cycles

Après cette description des différents composants d'une méthode de calcul de durée de vie, nous présentons ci-après quelques méthodes de prévision de durée de vie dans leur globalité. Une méthode de chaque type d'approche est décrite :

- approche en déformation : méthode de Wang et Brown,
- approche en contrainte : méthode de Robert,
- approche en énergie : méthode de Lagoda et Macha.

### 1.5.1 Approche en déformation

#### 1.5.1.1 Méthode de Wang et Brown (1992) [128], [130], [131]

En 1973, Brown et Miller [16] ont proposé un critère de fatigue à partir d'observations microscopiques d'orientation de fissure. Ils supposent que le cisaillement maximum est à l'origine du processus de plasticité et de l'amorçage d'une fissure de fatigue. Selon ces auteurs, une fissure se propage grâce la déformation normale  $\varepsilon_n$  au plan de cisaillement maximum. Cela correspond au mode I de la mécanique de la rupture. Ils postulent ainsi un critère de fatigue, fonction de l'amplitude de déformation de cisaillement  $\gamma_a$  et de l'amplitude de la déformation  $\varepsilon_{n_a}$  normale au plan de cisaillement maximum (1.8).

$$\gamma_a^\alpha + S.\varepsilon_{n_a}^\alpha \leq C \quad (1.8)$$

où  $\alpha$ ,  $S$  et  $C$  sont des constantes propres à un matériau donné. Pour  $\alpha=1$ , cette proposition est similaire au critère en contrainte de Findley [41].

Plus tard, Wang et Brown proposent d'utiliser ce critère dans une méthode de prévision de durée de vie, en prenant  $\alpha$  égal à l'unité [128]. En utilisant comme référence la courbe de Manson-Coffin-Basquin en traction ( $R_\sigma=-1$ ) couplée à la correction de Morrow, les auteurs proposent la relation (1.9).

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\gamma_a + S\Delta\varepsilon_n}{1 + \nu' + S(1 - \nu')} = \frac{\sigma'_f - 2\bar{\sigma}_n}{E}(2N_r)^b + \varepsilon'_f(2N_r)^c \quad (1.9)$$

où  $\bar{\sigma}_n$  est la contrainte moyenne normale au plan de cisaillement maximum,  $\Delta\varepsilon_n$  l'étendue de la déformation normale au plan de cisaillement maximum,  $E$  le module de Young et  $\nu'$  le coefficient de Poisson effectif exprimé sous la forme (1.10) [127].  $\sigma'_f$  est la résistance maximale en traction sous chargement cyclique et  $\varepsilon'_f$  est le coefficient de ductilité en traction cyclique.

$$\nu' = \frac{\nu_e\varepsilon_e + \nu_p\varepsilon_p}{\varepsilon_e + \varepsilon_p} \quad (1.10)$$

En faisant l'hypothèse d'incompressibilité du matériau dans son domaine plastique,  $\nu_p$  est égal à 0,5.  $\varepsilon_p$  et  $\varepsilon_e$  sont respectivement les parties plastique et élastique de la déformation. Les auteurs préconisent de calculer les contraintes (pour calculer  $\bar{\sigma}_n$ ) en utilisant le modèle de comportement du matériau à écrouissage cinématique "multi-plan" de Mróz-Garud [89].

Pour une durée de vie  $N_r$  fixée, le paramètre  $S$  est une constante du matériau. Il peut être obtenu à l'aide des limites de fatigue en traction  $\varepsilon_{-1}(N_r)$  et torsion  $\gamma_{-1}(N_r)$  (1.11). Malgré

la variation de sa valeur en fonction de la durée de vie, les auteurs considèrent ce paramètre constant.

$$\frac{\gamma_{-1}(N_r)}{1 + \nu' + S(1 - \nu')} = \varepsilon_{-1}(N_r) \Rightarrow S(N_r) = \frac{1}{1 - \nu'} \left( \frac{\gamma_{-1}(N_r)}{\varepsilon_{-1}(N_r)} - 1 - \nu' \right) \quad (1.11)$$

Comme cela a été décrit au paragraphe 1.2, Wang et Brown ont proposé d'appliquer une méthode de comptage de cycles (dite "comptage multiaxial") sur la déformation équivalente de Von Mises  $\varepsilon_{eqVM}$ . Le plan de cisaillement maximum est identifié et le paramètre  $\hat{\varepsilon}_i$  est calculé à chaque cycle  $i$  parcouru par cette variable.

En cherchant  $N_{r_i}$  solution de l'équation (1.9), l'endommagement relatif à chaque cycle  $i$  est  $D_i = 1/(2N_{r_i})$ . Les auteurs considèrent qu'une fissure est amorcée quand

$$D = \sum_{i=1}^{2N_r} D_i = 1 \quad (1.12)$$

L'organigramme de la méthode est présenté sur la figure 1.8.

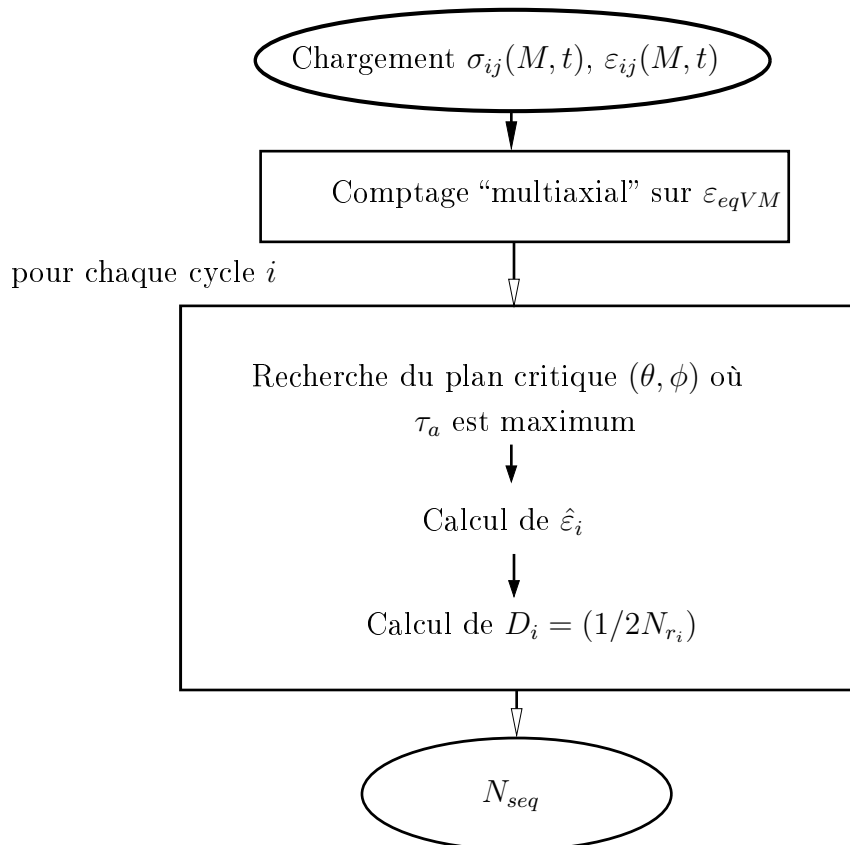


FIG. 1.8 – Organigramme de la méthode de prévision de durée de vie de Wang et Brown.

## Remarques

Etant donné que cette méthode suppose un changement de plan critique à chaque "cycle" lorsque le trajet de chargement est non proportionnel, l'endommagement se cumule globalement et non pas sur un seul plan. Pour ces types de sollicitations, différents plans peuvent

être successivement critiques et donc la méthode prévoit une participation éventuelle de plusieurs plans à l'amorçage d'une fissure. Cet aspect est singulier dans les approches de type "plan critique", comme noté par Banvillet [8].

D'après la formulation du critère choisi, l'influence d'une contrainte de cisaillement moyenne sur les résultats d'un essai de fatigue en torsion pure n'est jamais prise en compte, alors que, lorsque la limite d'élasticité conventionnelle du matériau en torsion est dépassée, le cisaillement moyen est à prendre en considération [116, 132].

## 1.5.2 Approche en contrainte

### 1.5.2.1 Méthode de Robert (1996) [44], [133], [134]

La méthode de prévision de durée de vie de Robert a subi plusieurs évolutions depuis sa première formulation [112]. Les derniers travaux sur cette méthode ont été réalisés par Weber [133], [134].

Robert définit pour chaque plan matériel de normale  $\vec{n}$  une fonction d'endommagement  $E_{\vec{n}}$  (critère de fatigue défini pour une durée de vie fixée  $N_r$ ), par la combinaison linéaire de l'amplitude du cisaillement  $C_a$ , de l'amplitude  $\sigma_{na}$  et de la valeur moyenne  $\bar{\sigma}_n$  de la contrainte normale au plan considéré. La fonction  $E_{\vec{n}}$ , décrite par la relation (1.13), est comprise entre 0 et 1 ; elle est égale à 1 à l'amorçage d'une fissure. La figure 1.9 donne une représentation graphique des termes qui interviennent dans la formulation de la fonction d'endommagement  $E_{\vec{n}}$ .

$$E_{\vec{n}}(N_r) = \frac{C_a + \alpha(N_r) \cdot \sigma_{na} + \beta(N_r) \cdot \bar{\sigma}_n}{\gamma(N_r)} \leq 1 \quad (1.13)$$

Les paramètres  $\alpha(N_r)$ ,  $\beta(N_r)$  et  $\gamma(N_r)$  sont identifiés à l'aide des limites de fatigue en traction alternée symétrique  $\sigma_{-1}(N_r)$ , en traction répétée  $\sigma_0(N_r)$  et en torsion alternée symétrique  $\tau_{-1}(N_r)$  sur éprouvettes lisses.

$$\begin{aligned} \gamma(N_r) &= \tau_{-1}(N_r) \sqrt{(\alpha(N_r))^2 + 1} \\ \alpha(N_r) &= \frac{2 \frac{\tau_{-1}(N_r)}{\sigma_{-1}(N_r)} - 1}{\sqrt{2 \frac{\tau_{-1}(N_r)}{\sigma_{-1}(N_r)} \left( 2 - 2 \frac{\tau_{-1}(N_r)}{\sigma_{-1}(N_r)} \right)}} \\ \beta(N_r) &= 2 \frac{\gamma(N_r)}{\sigma_0} - \frac{\sigma_0}{8\gamma(N_r)} - \alpha(N_r) \end{aligned} \quad (1.14)$$

Les conditions d'application du critère sont  $1 < \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} < 2$  et  $1 < \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_0} < 2$ .

L'algorithme simplifié de la méthode est présenté sur la figure 1.10.

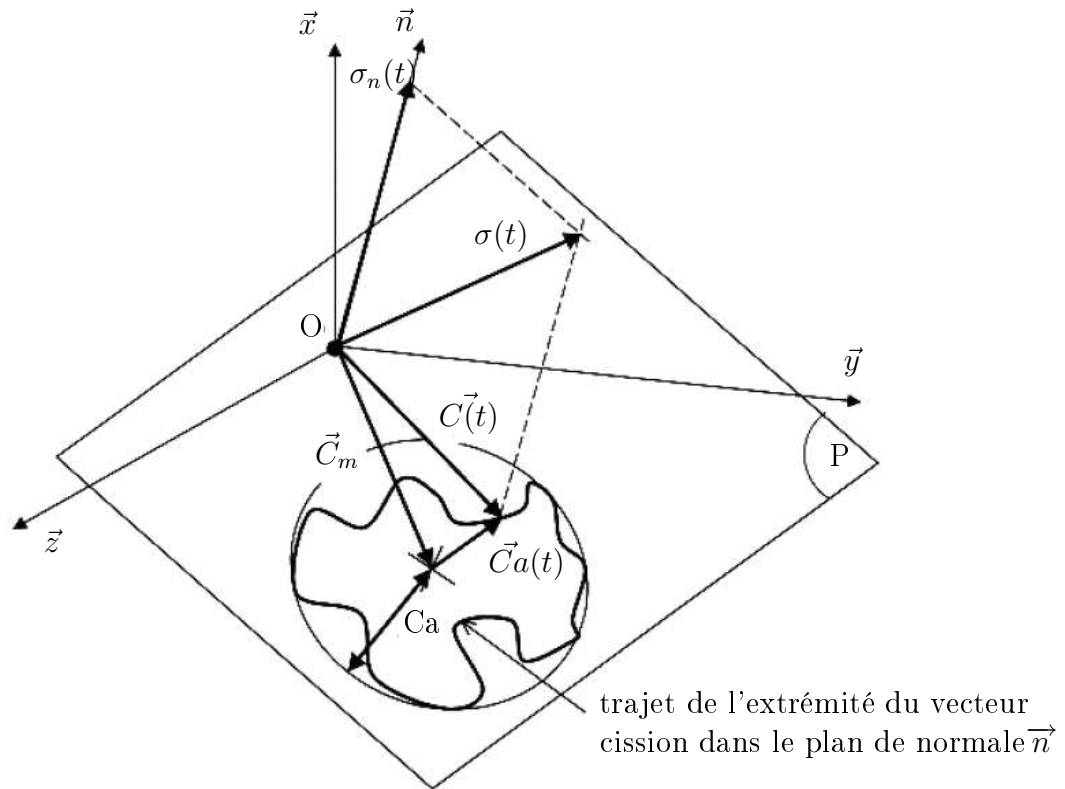


FIG. 1.9 – Définition des différents termes relatifs à la contrainte de cission dans le cas de la méthode de Robert.

### Remarques

Les auteurs choisissent (sans justification particulière) d'utiliser comme variable de comptage particulière [134] la contrainte normale au plan défini par les angles  $\left(\theta_0 = \frac{\pi}{\sqrt{19}}, \phi_0 = \frac{\pi}{\sqrt{7}}\right)$ , en déclarant que la partie décimale illimitée de ces angles permet de s'écarter des cas singuliers. Pour chacun des cycles  $i$  extraits par la méthode de comptage Rainflow sur cette variable, les auteurs calculent les grandeurs  $C_{a_i}$ ,  $\sigma_{na_i}$  et  $\bar{\sigma}_{n_i}$ , et cherchent  $N_{r,i}$  solution de l'équation implicite  $E_{\vec{n}}(N_{r,i})=1$ . L'endommagement  $D_i$  est calculé pour chaque cycle  $i$  et chaque plan de normale  $\vec{n}$  par la règle de Miner.  $D = 1$  lorsque la fissuration est atteinte.

L'endommagement  $D_T$  issu de l'ensemble des cycles extraits sur la période  $T$  de la séquence de chargement est calculé sur toutes les facettes décrites par  $\vec{n}(\theta, \phi)$  telles que  $\theta = [0^\circ, 180^\circ]$  et  $\phi = [0^\circ, 180^\circ]$ . Le plan le plus endommagé constitue le plan critique [133]. L'auteur envisage aussi l'utilisation de la règle de Lemaître et Chaboche comme une alternative éventuelle si la règle de Miner n'est pas adéquate. Lors de confrontations des prévisions de la méthode avec des résultats d'essais de traction biaxiale effectués sur des éprouvettes cruciformes en acier 10HNAP provenant de l'équipe du professeur Macha, la règle de Miner donne les meilleurs résultats [133].

Pour caler les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , trois courbes de Wöhler sont nécessaires. La sensibilité du matériau à une contrainte normale moyenne est ajusté linéairement (critère de type Goodman) à l'aide d'une courbe de Wöhler obtenue à traction répétée ( $R_\sigma=0$ ).

Dans la littérature, les auteurs utilisent les courbes de Basquin tronquées à la limite d'endurance ( $10^7$  cycles) pour représenter le comportement en fatigue du matériau, ce qui

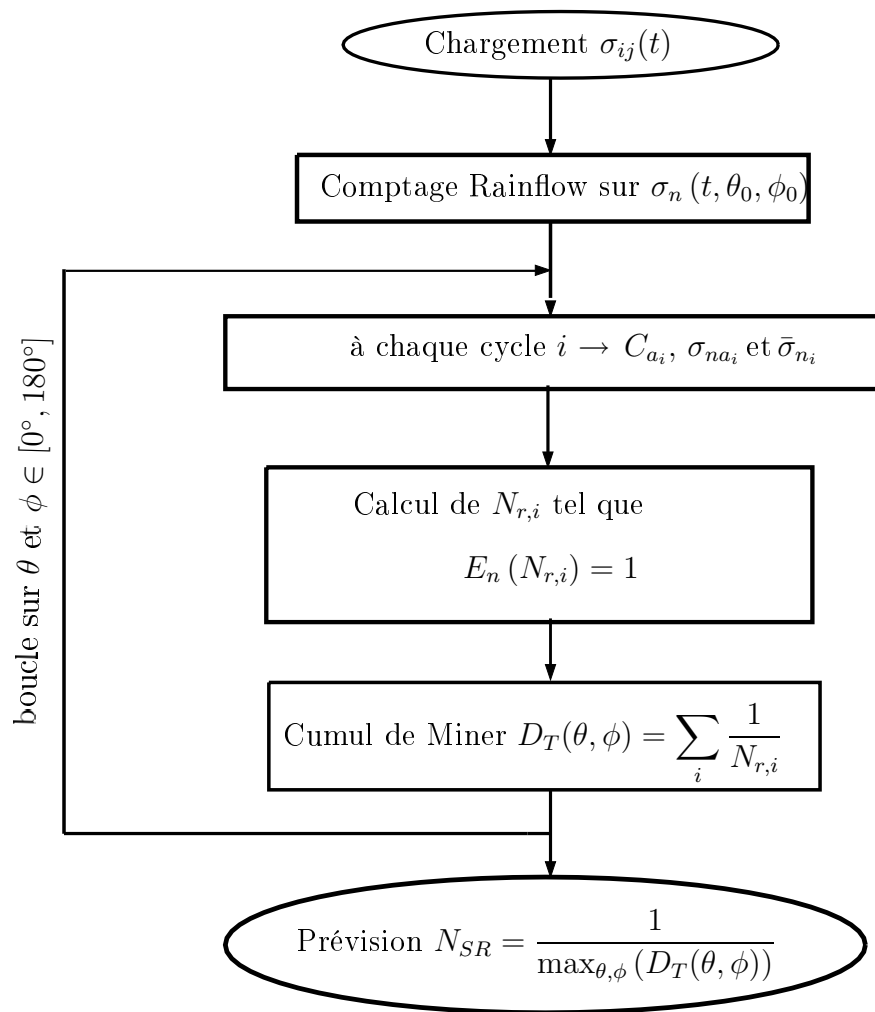


FIG. 1.10 – Organigramme simplifié de la méthode de Robert.

signifie que des cycles d'amplitude inférieure à cette limite ne participent pas au calcul de l'endommagement. Ce point est en désaccord avec de nombreux résultats expérimentaux [94], [114], [117] et [123] qui mettent en évidence une influence significative des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance sur la durée de vie de la pièce.

### 1.5.3 Approche en énergie

#### 1.5.3.1 Méthode de Lagoda et Macha (1999) [73], [74]

Sur la base des travaux de Smith, Watson, Topper [118] et de Glinka [53], les auteurs choisissent comme paramètre d'endommagement la grandeur  $W_n$  homogène à une densité volumique d'énergie de déformation (1.15) sur le plan de normale unitaire  $\vec{n}$ .

$$W_n(t) = \frac{\varepsilon_n(t) \cdot \sigma_n(t)}{2} \cdot \frac{\text{sign}[\varepsilon_n(t), \sigma_n(t)]}{2} \quad (1.15)$$

où

$$\frac{\text{sign}[\varepsilon_n(t), \sigma_n(t)]}{2} = 1 \text{ quand } \varepsilon_n(t) > 0 \text{ et } \sigma_n(t) > 0,$$

$$\frac{\text{sign}[\varepsilon_n(t), \sigma_n(t)]}{2} = -1 \text{ quand } \varepsilon_n(t) < 0 \text{ et } \sigma_n(t) < 0,$$

$$\frac{\text{sign}[\varepsilon_n(t), \sigma_n(t)]}{2} = 0 \text{ quand } \varepsilon_n(t) \text{ et } \sigma_n(t) \text{ sont nuls ou de signes différents,}$$

$$\frac{\text{sign}[\varepsilon_n(t), \sigma_n(t)]}{2} = 0.5 \text{ quand } (\varepsilon_n(t) \neq 0 \text{ et } \sigma_n(t)=0) \text{ ou } (\varepsilon_n(t)=0 \text{ et } \sigma_n(t) \neq 0).$$

L'utilisation de la fonction "signe" permet de distinguer les états de traction, des états de compression. En effet la variable  $W_n(t)$  ne forme qu'un seul cycle quand la densité d'énergie de déformation  $\frac{1}{2}\varepsilon_n(t)\sigma_n(t)$  (qui évolue comme le carré de la contrainte en élasticité) en forme deux (figure 1.11).

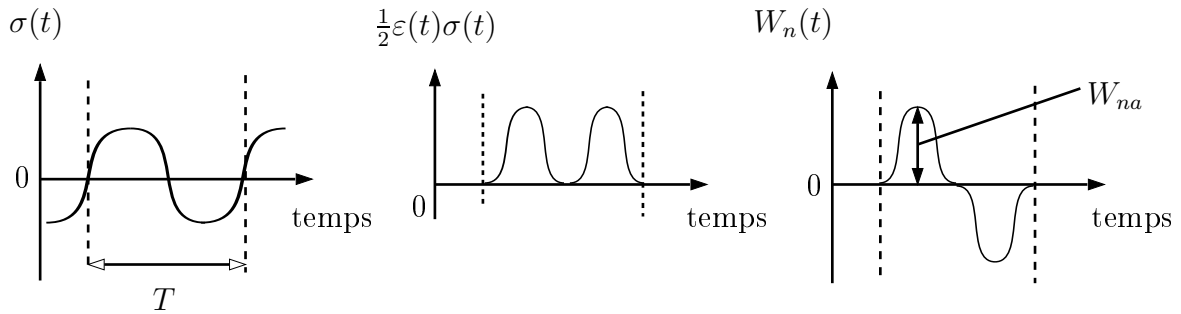


FIG. 1.11 – Comparaison de l'évolution du paramètre d'endommagement  $W_n(t)$  par rapport à l'évolution de  $\frac{1}{2}\varepsilon(t)\sigma(t)$  pour un cycle alterné symétrique de traction.

Les auteurs proposent d'effectuer un comptage de cycles Rainflow sur  $W_n(t)$ . Pour chaque cycle  $i$ , ils utilisent une relation entre l'amplitude de  $W_n$ , notée  $W_{na,i}$ , et la durée de vie associée  $N_{r,i}$  similaire à la proposition de Smith, Watson et Topper (1.16).

$$W_{na,i} = \frac{\sigma_f'^2}{2E} (2N_{r,i})^{2b} + \frac{\sigma_f' \varepsilon_f'}{2} (2N_{r,i})^{b+c} \quad (1.16)$$

L'endommagement  $D_i$  généré par chaque cycle est calculé avec la règle de Miner.  $D$  est supposé égal à 1 quand l'amorçage d'une fissure se produit. Ce calcul est effectué sur tous les plans matériels. Le plan critique est le plan sur lequel l'endommagement  $D$  est maximum.

### Remarques :

Dans leur méthode, à partir de constatations expérimentales, Lagoda et Macha décident de ne pas compter les cycles ayant une amplitude de contrainte inférieure à 50% de la limite d'endurance. Sous une forme énergétique, cela revient à ne compter que les cycles pour lesquels  $W_{na,i} > 0.25.W_{na}^D$ , où  $W_{na}^D$  est la limite d'endurance en énergie.

Cette proposition ne prévoit pas de correction particulière pour traiter les chargements moyens. Les auteurs affirment que dans le cas d'un chargement à valeur moyenne globale nulle, l'influence sur la durée de vie de la valeur moyenne relative à chacun des cycles extraits est négligeable. Dans ce cas précis, leur méthode est utilisable.

Nous faisons remarquer que le paramètre  $W_{na}$  semble prendre implicitement en compte un chargement moyen, même si les auteurs ne le stipulent pas. Pour un essai de traction-compression d'amplitude de contrainte  $\sigma_a$  et de valeur moyenne  $\bar{\sigma}$ , l'étendue relative à chacun des cycles extraits correspond, en élasticité, à une variation d'énergie égale à  $\frac{1}{2}(\sigma_a^2 + \bar{\sigma}^2)$ .

## 1.6 Méthodes de calcul de durée de vie sans comptage de cycles

Cette partie présente deux méthodes de calcul de durée de vie, dites incrémentales, qui ne nécessitent pas d’algorithme de comptage de cycles. Ces méthodes sont encore minoritaires et souvent plus délicates à mettre en oeuvre, mais présente l’avantage de s’affranchir du choix d’une variable de comptage qui peut s’avérer “dangereux” comme nous l’avons décrit précédemment.

Les deux méthodes présentées sont les suivantes :

- approche en contrainte : méthode de Morel,
- approche en énergie : méthode de Tchankov et Vesselinov.

### 1.6.1 Approche en contrainte

#### 1.6.1.1 Méthode de Morel (1996) [86], [87]

La proposition de Morel a été développée à partir d’une approche mésoscopique de type plan critique introduite par Papadopoulos pour les matériaux polycristallins [100], [101], [105]. Comme le fait ce dernier, Morel restreint sa proposition aux matériaux métalliques (dits “mous”) dont le rapport de la limite d’endurance en torsion ( $R_\sigma=-1$ ) sur celle en traction ( $R_\sigma=-1$ ) est tel que  $0.5 < \tau_{-1}^D/\sigma_{-1}^D < 0.6$ .

Pour ces matériaux, l’auteur recherche l’amorçage des fissures de fatigue à l’échelle de quelques grains. Pendant un essai de fatigue à grand nombre de cycles, les contraintes à l’échelle macroscopique ne dépassent pas le seuil de plasticité, alors que certains grains défavorablement orientés peuvent subir un écoulement plastique. Morel suppose que le matériau est constitué de polycristaux parfaits (pas d’hétérogénéités dans les grains) et qu’un seul système de glissement est actif par grain.

Le passage de l’échelle mésoscopique (le grain) à l’échelle macroscopique est réalisé à l’aide des hypothèses de Lyn-Taylor. Morel emploie ensuite le concept d’adaptation élastique pour expliquer le non-amorçage de fissures de fatigue à des niveaux de contrainte inférieurs à la limite d’endurance. Pour cela, il modélise le comportement du matériau selon trois phases distinctes (durcissement, saturation, adoucissement), où la déformation plastique accumulée à l’échelle mésoscopique  $\Gamma$  est choisie comme paramètre d’endommagement (figure 1.12).

Le calcul de la déformation plastique mésoscopique accumulée  $\Gamma$  nécessite la connaissance des lois d’écrouissage cyclique. Morel suppose que le comportement de chaque grain suit un critère de plasticité découlant de loi de Schmid avec écrouissage isotrope et cinématique. Enfin l’auteur suppose que l’amorçage d’une fissure de fatigue se produit quand la déformation mésoscopique accumulée atteint un seuil  $\Gamma_R$ , propre au matériau. En considérant l’amplitude de la cission résolue macroscopique  $\tau_a$  comme la seule grandeur motrice dans le glissement, il identifie trois phases de comportement des grains (figure 1.12), et l’équation d’une courbe de Wöhler à l’amorçage (1.17).

$$N_a = \frac{c + \mu}{4} \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) \ln \left( \frac{\tau_a}{\tau_a - \tau_s} \right) + \frac{c + \mu}{4\ell} \left( \frac{\tau_s}{\tau_a - \tau_s} \right) - \frac{\tau_y^0 (c + \mu)}{\tau_a 4g} \quad (1.17)$$

Dans cette expression,



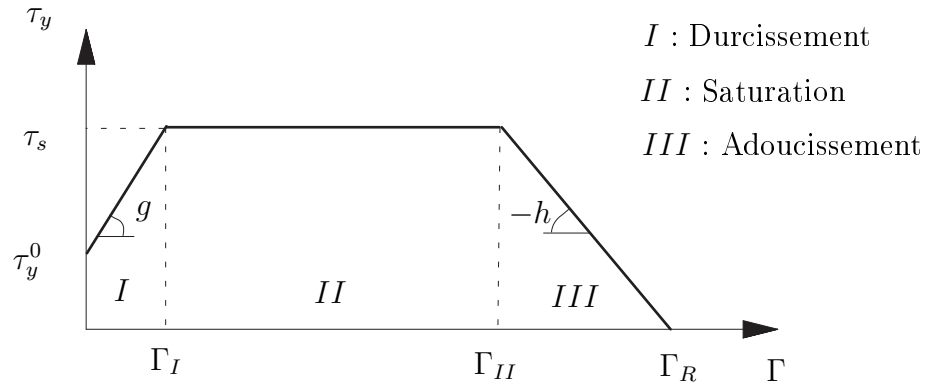


FIG. 1.12 – Modélisation de l'évolution de la limite d'élasticité mésoscopique  $\tau_y$  en fonction de la déformation plastique mésoscopique accumulée  $\Gamma$ .

- $N_a$  représente le nombre de cycles à l'amorçage d'une fissure,
- $\tau_s$  est la limite d'élasticité du cristal pendant la phase de saturation,
- $g, \ell, h$  sont respectivement les paramètres d'écrouissage relatifs aux phases de durcissement, saturation et adoucissement du matériau,
- $c$  et  $\mu$  sont le module d'écrouissage cinématique et le module de cisaillement macroscopique du matériau,
- $\tau_y^0$  est la limite d'élasticité initiale du cristal.

Morel simplifie l'expression de la courbe S-N à l'amorçage de fissure en effectuant un changement de variable (1.18).

$$N_a = p \ln \left( \frac{\tau_a}{\tau_a - \tau_s} \right) + q \left( \frac{\tau_s}{\tau_a - \tau_s} \right) - \frac{r}{\tau_a} \quad \text{où} \quad \begin{cases} p = \frac{c + \mu}{4} \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) \\ q = \frac{c + \mu}{4\ell} \\ r = \frac{c + \mu}{4g} \tau_y^0 \end{cases} \quad (1.18)$$

$p, q, r$  sont des paramètres identifiables à l'aide d'une seule courbe de Wöhler expérimentale.  $\tau_s$  est la combinaison rationnelle de la pression hydrostatique moyenne  $\bar{P}$ , de l'amplitude de la pression hydrostatique  $P_a$  et de l'amplitude de la contrainte de cisaillement  $C_a$  (1.19). Cette grandeur peut s'apparenter à une limite d'endurance.

$$\tau_s = \frac{-\alpha \bar{P} + \beta}{\alpha \frac{P_a}{C_a} + H} \quad (1.19)$$

où  $\alpha = \sqrt{\pi} \left( 3 \frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} - \frac{3}{2} \right)$  et  $\beta = \tau_{-1}^D \sqrt{\pi}$ .

Pour les chargements à amplitude variable, le seuil  $\tau_s$  est obtenu en faisant la moyenne des seuils calculés à chaque transition du signal. L'auteur définit une transition par deux extrema successifs de  $\tau(t)$  notés  $\tau_i$  et  $\tau_{i+1}$ , conformément à l'équation (1.20).

$$\tau_s = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (\tau_s)_i \quad (1.20)$$

$(N - 1)$  est le nombre de transitions et  $N$  le nombre d'extrema de la cission résolue macroscopique pendant une séquence de chargement aléatoire.

Dans l'équation (1.19),  $H$  est un coefficient de déphasage compris entre  $\sqrt{\pi}$  et  $\sqrt{2\pi}$  défini par la relation (1.21).

$$H = \frac{T_{\Sigma_{RMS}}}{C_{RMS}} \quad (1.21)$$

Les valeurs  $T_{\Sigma_{RMS}}$  et  $C_{RMS}$  sont calculées à l'aide des équations (1.22) et (1.23). Les angles  $\theta_0$  et  $\phi_0$  définissent le plan sur lequel  $T_{\sigma_{RMS}}$  est maximum : le plan critique.

$$\tau_{RMS}(\theta, \phi, \psi) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tau_i - \bar{\tau})^2} \quad \text{et} \quad T_{\sigma_{RMS}}(\theta, \phi) = \sqrt{\int_0^{2\pi} \tau_{RMS}^2(\theta, \phi, \psi) d\psi} \quad (1.22)$$

$$T_{\Sigma_{RMS}} = T_{\sigma_{RMS}}(\theta_0, \phi_0) \quad \text{et} \quad C_{RMS} = \max_{\psi} [\tau_{RMS}(\theta_0, \phi_0, \psi)] \quad (1.23)$$

Sur le plan critique, l'auteur effectue un calcul du nombre de séquences à l'amorçage de fissure suivant chacune des directions  $\vec{m}(\psi)$ . La plus courte durée de vie calculée représente le nombre de séquences que peut supporter la pièce au point considéré avant l'amorçage d'une fissure.

L'algorithme de la méthode de prévision de durée de vie de Morel est présenté sur la figure 1.13. Banvillet [8] fait remarquer qu'en écrivant que le rapport  $\frac{\tau_a}{\tau_s}$  est constant pour une durée de vie fixée, on déduit le seuil du critère de Morel pour un chargement sinusoïdal de traction avec valeur moyenne  $\bar{\sigma}$ . Ce seuil est une droite dans un diagramme de Haigh d'équation (1.24).

$$\sigma_a = \bar{\sigma} \left( \frac{\sigma_{-1}^D}{2\tau_{-1}^D} - 1 \right) + \sigma_{-1}^D \quad (1.24)$$

A l'endurance, la contrainte moyenne admissible sans contrainte alternée est  $\frac{\sigma_{-1}^D \tau_{-1}^D}{\tau_{-1}^D - 0.5\sigma_{-1}^D} = cste.$

Pour une sollicitation de traction, le seuil défini par Morel est identique à celui prévu par le critère de fatigue de Dang-Van [26].

## 1.6.2 Approche en énergie

### 1.6.2.1 Méthode de Tchankov et Vesselinov (1998) [124]

Vesselinov et al. [124] ont proposé une méthode de calcul de durée de vie incrémentale basée sur une approche énergétique. Sous un chargement d'amplitude variable, une déformation non-élastique, principalement plastique, peut apparaître aux sites d'amorçage, et une boucle d'hystérésis (contrainte-déformation) peut-être observée. Selon ces auteurs, l'aire de

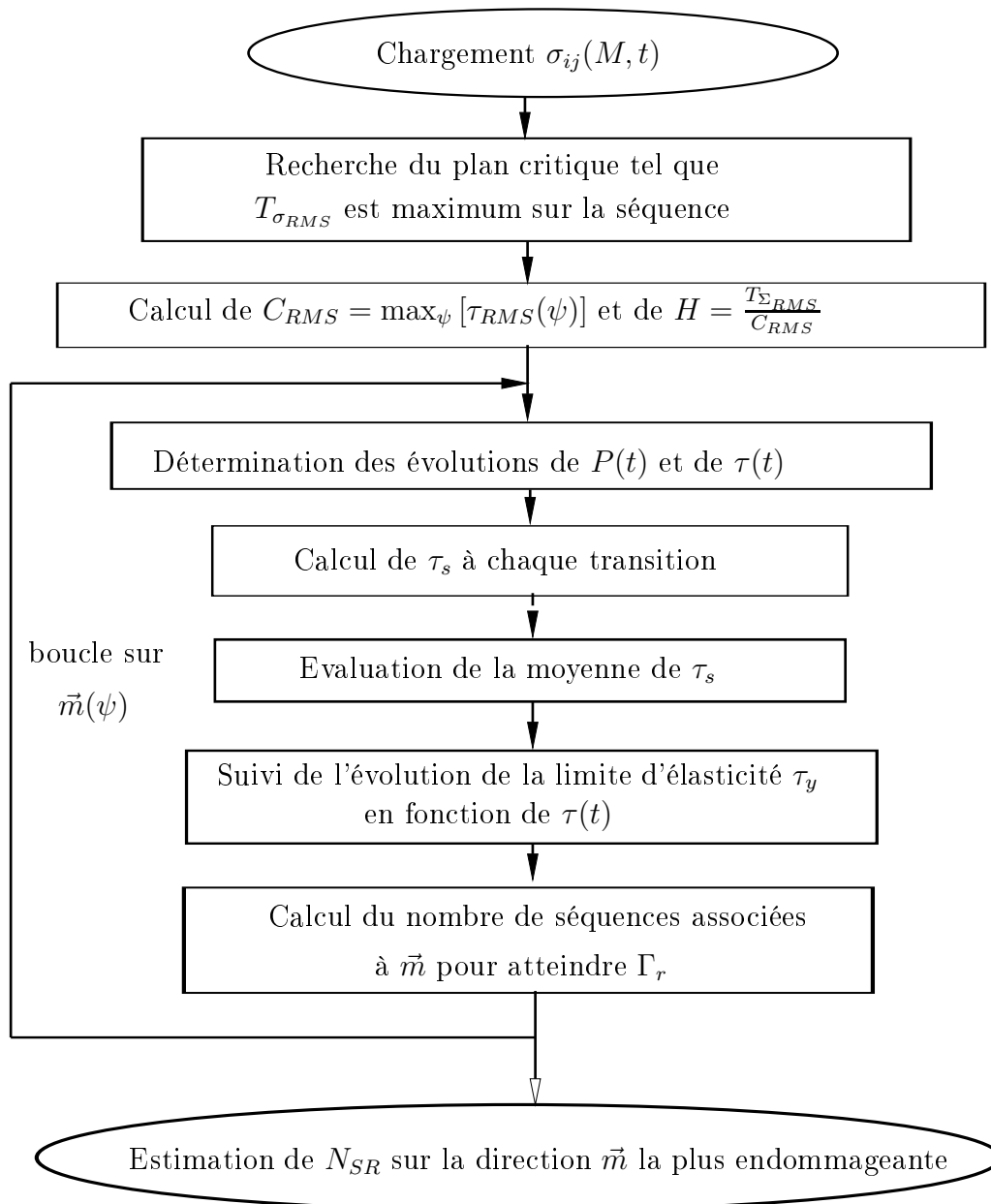


FIG. 1.13 – Organigramme de la méthode de prévision de durée de vie de Morel [86]

cette boucle d'hystérésis, aussi appelée, énergie d'hystérésis, peut-être considérée comme paramètre d'endommagement en fatigue.

La déformation totale,  $\varepsilon$ , est supposée partitionnée en une somme d'une déformation élastique,  $\varepsilon_e$ , et plastique  $\varepsilon_p$  :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (1.25)$$

Les auteurs préconisent différents modèles de comportement du matériau, notamment celui proposé par Garud [51], pour calculer la déformation plastique pour un état de contrainte multiaxial.

Pour des chargements uniaxiaux d'amplitude constante, l'énergie d'hystérésis par cycle est calculée grâce à la relation 1.26 :

$$\Delta W = \int_T \sigma d\varepsilon = \int_T \sigma d\varepsilon_e + \int_T \sigma d\varepsilon_p \quad (1.26)$$

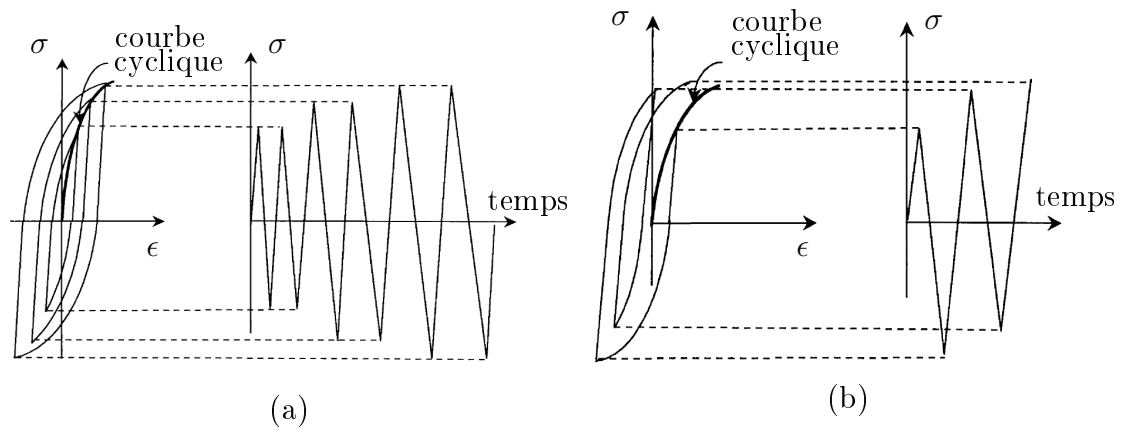


FIG. 1.14 – Courbes d’hystérésis sous chargement uniaxial d’amplitude constante et variable

Dans le cas de chargements d’amplitude variable, il n’existe pas en général de boucles d’hystérésis fermées, mais les auteurs proposent d’estimer l’énergie d’hystérésis de manière incrémentale au cours du chargement. L’aire hachurée de la figure 1.15 illustre cet incrément. Lorsque la déformation plastique augmente de  $d\varepsilon_p = \varepsilon_{p,i+1} - \varepsilon_{p,i}$ , l’incrément d’énergie d’hystérésis est :

$$dW = \sigma d\varepsilon_p \quad (1.27)$$

Il est donc nécessaire de connaître les paramètres de la courbe cyclique du matériau pour estimer  $dW$ . Toutefois une approximation linéaire de la courbe d’écrouissage cyclique peut être utilisée pour un faible incrément de déformation plastique et l’incrément d’énergie d’hystérésis dissipée peut être simplement calculé par 1.28 :

$$dW = \frac{1}{2} (\sigma_{i+1} + \sigma_i) (\varepsilon_{p,i+1} - \varepsilon_{p,i}) \quad (1.28)$$

Il est important de souligner que l’énergie d’hystérésis totale ne peut être négative ou décroître, mais peut seulement croître ou rester constante dans les cas de décharge. Vesselinov et Tchankov supposent que le comportement du matériau est élastique pendant la décharge.

Pour déterminer la durée de vie d’une structure sous chargement d’amplitude constante, les auteurs tiennent compte du fait que l’énergie d’hystérésis totale nécessaire à l’amorçage de fissure de fatigue,  $W_t$ , n’est pas une valeur constante, mais est une fonction d’un nombre de cycles à fissuration  $N_f$  (1.29) :

$$W_t = f(N_f) \quad (1.29)$$

Le paramètre d’endommagement  $W_t$  est donc relié à la durée de vie pour chaque amplitude de contrainte avec  $\sigma_a$  par la relation (1.30) :

$$W_t(\sigma_a) = \Delta W(\sigma_a) \cdot N_f(\sigma_a) \quad (1.30)$$

Vesselinov et al. utilisent une loi puissance pour identifier la relation liant l’énergie d’hystérésis par cycle,  $\Delta W$ , et la durée de vie  $N_f$  :

$$\Delta W = D \cdot N_f^d \quad (1.31)$$

où  $D$  et  $d$  sont des constantes dépendantes du matériau.

Pour un chargement d’amplitude constante, la durée de vie prévue est donnée par (1.32) :

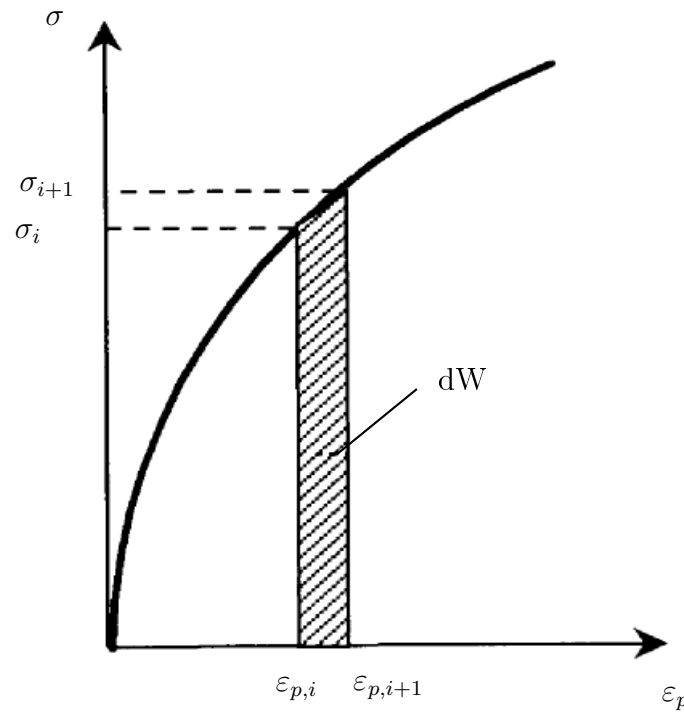


FIG. 1.15 – Estimation de l'incrément d'énergie dissipée

$$N_{pr} = \left( \frac{\Delta W}{D} \right)^{\frac{1}{d}} \quad (1.32)$$

Les auteurs proposent, pour des chargements d'amplitude variable, de calculer l'énergie d'hystérésis totale grâce à la relation (1.33) :

$$W_t = \sum_0^{fissuration} (dW) \quad (1.33)$$

Avec cette équation, les auteurs supposent que l'amorçage d'une fissure de fatigue sous un chargement d'amplitude variable pourra se déclencher lorsque le paramètre d'endommagement  $W_t$  aura atteint une valeur seuil. Le chargement est divisé en  $N^*$  parties égales représentatives. Pour une durée de vie estimée, l'énergie d'hystérésis calculée pour une durée représentative est utilisée pour chaque partie. L'intensité de la dissipation d'énergie d'hystérésis  $\Delta W^*$  pour une partie représentative est définie par 1.34 :

$$\Delta W^* = \frac{W_t}{N^*} \quad (1.34)$$

Pour calculer la durée de vie, il est nécessaire de déterminer  $\Delta W^*$  pour une durée représentative du chargement. Pour un chargement d'amplitude variable, une estimation numérique de la durée de vie en nombre de partie du chargement  $N_{pr}^*$  peut être obtenue par 1.35 :

$$N_{pr}^* = \left( \frac{\Delta W^*}{D} \right)^{\frac{1}{d}} \quad (1.35)$$

La prévision de durée de vie sous chargement d'amplitude constante est illustrée par la figure 1.16.

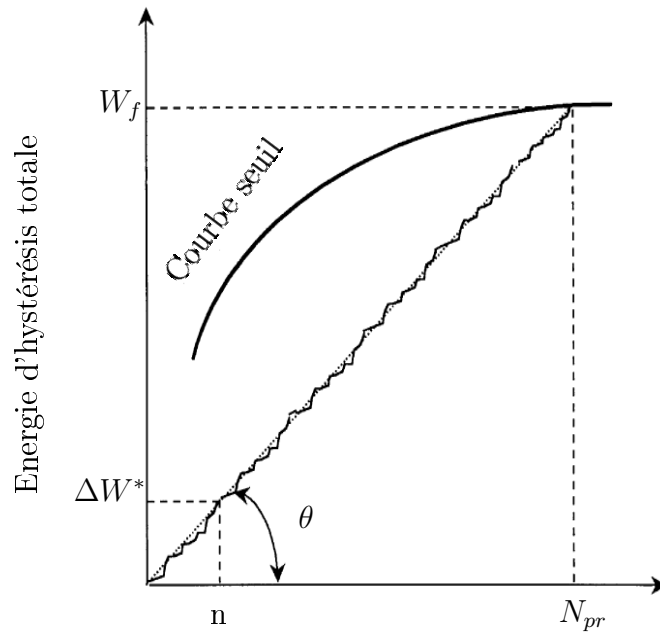


FIG. 1.16 – Prédiction de durée de vie sous chargement d’amplitude constante (en pointillé) et variable (en ligne brisée).

Dans le repère énergie d’hystérésis totale - nombre de cycles à fissuration, l’angle  $\theta$  entre la ligne en pointillé et l’axe des abscisses est égal à l’intensité de dissipation d’énergie d’hystérésis  $\Delta W^*$  pour ce régime de service :

$$\tan \theta = \frac{\Delta W^*}{n} \quad (1.36)$$

L’abscisse du point d’intersection entre la courbe seuil et cette ligne correspond au nombre de cycles à fissuration,  $N_{pr}$ .

La prédiction de durée de vie sous chargements d’amplitude variable est illustrée sur la figure 1.16, où le processus de dissipation d’énergie est représenté par la ligne brisée. En estimant l’énergie dissipée  $\Delta W^*$  pour un nombre de transitions  $n$ , appelé "bloc de chargement variable", il est possible de prévoir le nombre de répétitions de tels blocs en utilisant l’équation 1.35. Si des régimes différents sont appliqués, le début de chaque nouvelle ligne suit la fin de la précédente. Par exemple, pour un chargement à deux blocs bas-haut (illustré par la figure 1.17), l’intersection de la seconde ligne avec la courbe seuil correspond à la durée de vie prévue (figure 1.18).

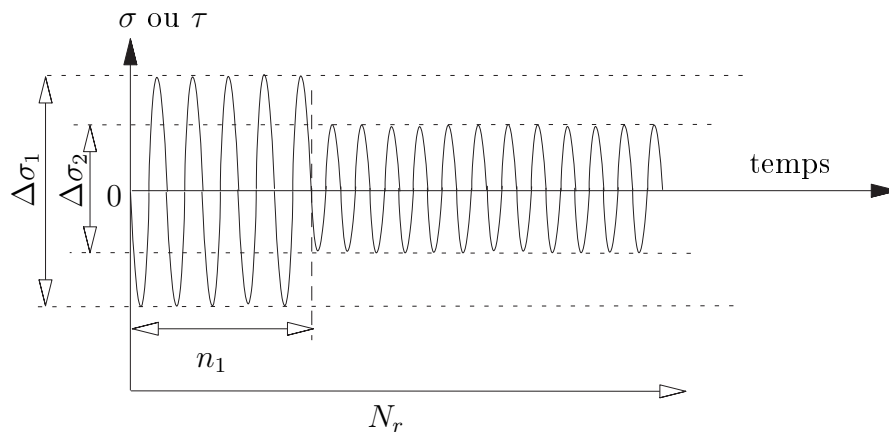


FIG. 1.17 – Exemple de chargement à deux blocs haut/bas.

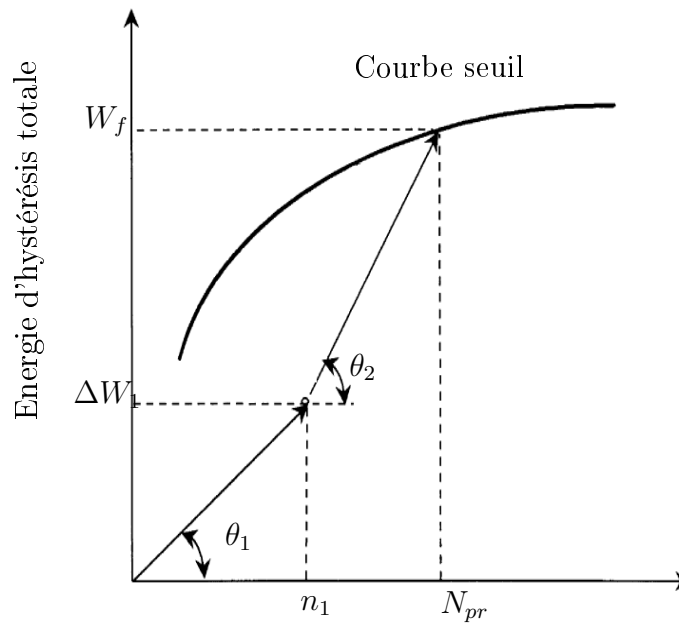


FIG. 1.18 – Prédiction de durée de vie sous chargement à deux blocs

## 1.7 Analyse et discussion

### Analyse des méthodes de calcul

Le respect des constatations expérimentales en fatigue (voir paragraphe 1.3.3) par les méthodes de calcul de durée de vie que nous venons de présenter est discuté dans ce paragraphe.

#### Prise en compte du chargement moyen

Aucune des méthodes décrites n'est sensible au cisaillement moyen pour un essai cyclique de torsion. Toutes les méthodes de calcul présentées sont sensibles à la pression hydrostatique induite par le chargement. Expérimentalement, lorsque  $\tau_{max}^D/\tau_y \gtrsim 0.8$ , l'amplitude du cisaillement admissible diminue. Cet aspect n'est pris en compte par aucune méthode. Tous les critères sont sensibles à un chargement moyen de traction, ce qui est également le cas expérimentalement.

#### Prise en compte du déphasage entre deux contraintes

Mis à part la méthode de Morel, toutes les méthodes citées prévoient un effet notable d'un déphasage entre des sollicitations de traction (ou flexion) et torsion. Toutes les méthodes sont sensibles à un déphasage des contraintes principales en traction biaxiale. Expérimentalement, les travaux de plusieurs auteurs [47, 119] ne permettent pas de trancher sur l'effet du déphasage (voir paragraphe 1.3.3).

Méthodes	Influence de	Influence de	Sensible	Sensible
	$\phi$ entre $\sigma_I$ et $\sigma_{II}$	$\phi$ entre $\sigma$ et $\tau$	à $\bar{\sigma}_n$	à $\bar{\tau}$
Wang et Brown	Oui	Oui	Oui	Non
Robert	Oui	Oui	Oui	Non
Lagoda et Macha	Oui	Oui	Oui	Non
Morel	Oui	Oui*	Oui	Non
Tchankov et Vesselinov	Oui	Oui	Oui	Non

\* les calculs analytiques prévoient une influence du déphasage entre  $\sigma$  et  $\tau$ , mais les applications numériques sur divers matériaux montrent que cette influence est faible.

### Prise en compte des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance

La prise en compte des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance du matériau par les méthodes de calcul de durée de vie est directement liée au modèle de courbe S-N utilisée. Seule la méthode de Robert s'affranchit de l'endommagement éventuellement généré par des "petits cycles" (courbe de Basquin tronquée). Lagoda et Macha ne considèrent pas les cycles correspondant en traction aux amplitudes inférieures à 50% de la limite d'endurance, ce qui est conforme aux constatations expérimentales [94, 114, 123]. La méthode de Wang et Brown qui utilise le modèle de courbe de Manson-Coffin-Basquin (modèle sans asymptote) prend en compte une influence de tous les cycles extraits d'un comptage. Toutefois, il faut relativiser la prise en compte de cette influence par les méthodes, car la courbe de Manson-Coffin-Basquin (MCB) est logarithmique : les effets "petits" des cycles sur l'endommagement calculé, décroissent donc très rapidement avec leur amplitude.

### Données nécessaires à l'utilisation des méthodes et domaine de validité

Méthodes	Matériaux	Domaine	Données nécessaires
Wang et Brown	ductiles, semi-ductiles	oligocyclique	1 courbe MCB en traction + $\tau_{-1}^D + K'$ et $n'$
Robert	ductiles, semi-ductiles	endurance	3 courbes S-N : $\sigma_{-1}(N_f)$ , $\sigma_0(N_f)$ et $\tau_{-1}(N_f)$
Lagoda et Macha	fragiles	endurance limitée, endurance	1 courbe MCB en traction, $K'$ et $n'$
Morel	ductiles semi-ductiles	endurance	1 courbe S-N + 1 essai à 2 niveaux
Tchankov et Vesselinov	ductiles	oligocyclique, endurance	1 courbe S-N, $D$ et $d$

TAB. 1.7 – Données nécessaires et domaine préconisé pour l'utilisation des méthodes de prévision de durée de vie étudiées.

Pour une application en bureau d'études, le nombre de paramètres à identifier est un élément important afin de déterminer si le modèle peut être utilisé (tableau 1.7). Il rend aussi souvent compte de la complexité de la méthode. De ce point de vue, de toutes les méthodes étudiées, la méthode de Robert est la plus difficile à utiliser.

Le domaine de la fatigue et le type de matériau pour lesquels l'utilisation des méthodes est préconisée par leurs auteurs sont précisés dans le tableau 1.7. Les métaux sont classés d'après Sonsino et Kueppers [119], en trois grandes classes :

- matériaux fragiles : fontes, aluminiums de fonderie (moulés), aciers frittés.
- matériaux semi-ductiles : aluminiums de corroyage ou forgés, aciers moulés.
- matériaux ductiles : aciers de construction.

On peut souligner qu'aucune des méthodes décrites n'est applicable à tous les matériaux.



## Remarques diverses et discussion

Toutes les méthodes qui utilisent une technique de comptage de cycles ont adopté la technique Rainflow, mais aucune n'emploie cette technique sur la même variable. Seule la méthode Rainflow proposée par Wang et Brown conserve un sens physique, à savoir compter des boucles d'hystérésis dans un diagramme contrainte-déformation équivalente de Von Mises. Cette méthode couplée à une loi de comportement peut donc être utilisée si l'on considère le phénomène de plasticité comme la seule composante qui conduit à l'amorçage d'une fissure. Par contre, extraire à chaque boucle d'hystérésis des amplitudes ou des valeurs moyennes de contraintes ou de déformations liées à un plan critique particulier, reste discutable d'un point de vue physique puisque le paramètre d'endommagement est différent du paramètre de comptage.

En ce qui concerne les méthodes incrémentales, la méthode de Morel se base sur une accumulation pas à pas de la déformation plastique mésoscopique. Cette méthode bien qu'étant la plus compliquée, possède la démarche la mieux justifiée physiquement. L'auteur précise qu'un comptage de cycles Rainflow sur la cission résolue, suivi d'une accumulation linéaire de l'endommagement selon Miner conduit à une durée de vie équivalente à celle calculée avec sa méthode pour des matériaux ayant une phase de saturation prédominante. Cet aspect est en accord avec de nombreux résultats expérimentaux sous chargements simples (traction ou torsion) d'amplitude variable, comme précisé dans la partie 1.3.3.

## 1.8 Conclusion

De nombreux auteurs de critère de fatigue multiaxiale n'ayant pas préconisé de méthode complète de prévision de durée de vie (loi de cumul et méthode de comptage de cycles) n'ont pas été cités dans ce chapitre. Seules les méthodes de comptage et les méthodes de prévision de durée de vie les plus référencées dans la littérature ont été présentées.

Actuellement, il existe à notre connaissance une seule proposition de comptage de cycles pour traiter les états de contrainte multiaxiaux. Cette méthode proposée par Wang et Brown s'appuie sur l'évolution temporelle de la déformation équivalente de Von Mises et suppose par conséquent que la plasticité joue le rôle essentiel dans le processus d'endommagement. Elle s'inscrit dans les hypothèses des méthodes Rainflow. D'une manière générale, toutes les méthodes de comptage ne s'appliquent que sur une seule variable scalaire. Leur utilisation dans le cadre des chargements complexes (multiaxiaux proportionnels ou non) est le point le plus discutable. Mais une méthode de comptage n'est pas un pré-requis pour prévoir la durée de vie d'une pièce, la méthode de Morel en est un bon exemple.

On peut noter que la méthode de Robert qui nécessite le plus d'informations sur le matériau (3 courbes de Wöhler) et est la plus difficile d'emploi. La méthode de Morel ne s'applique qu'aux matériaux vérifiant  $0.5 < \tau_{-1}^D / \sigma_{-1}^D < 0.6$ , elle est relativement compliquée à utiliser, mais semble la mieux justifiée physiquement.

Au regard de l'ensemble des méthodes étudiées, les approches de type "plan critique" sont de loin les plus utilisées, malgré la complexité des algorithmes de calcul. Pour les trajets de chargement proportionnels, les confrontations des prévisions de ces méthodes aux résultats d'essais publiés dans la littérature sont satisfaisantes. Néanmoins, les prévisions des approches de types plan critique sont souvent moins bonnes lorsque les chargements sont non proportionnels [8].

Enfin, les méthodes ponctuelles (appliquées en un point) recensées ne distinguent pas les sollicitations. Elles ne sont pas non plus sensibles aux effets liés aux accidents géométriques dans une pièce (gradients de contraintes et de déformations). Pourtant, de nombreux auteurs [105, 15, 98] ont montré l'importance de prendre cet aspect en considération.

# Chapitre 2

## Caractérisation du matériau et essais de fatigue

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Méthode de calcul de durée de vie : généralités</b>	<b>11</b>
<b>1.2</b>	<b>Les méthodes de comptage</b>	<b>13</b>
1.2.1	Différentes méthodes de comptage	13
1.2.2	Discussion sur les méthodes de comptage	16
<b>1.3</b>	<b>Critères de fatigue multiaxiale</b>	<b>17</b>
1.3.1	Généralités et définitions	17
1.3.2	Les différents types de critère de fatigue	19
	-Approche ponctuelle	19
	-Approche volumique	21
1.3.3	Constatations expérimentales en fatigue multiaxiale	22
1.3.4	Analyse des critères	25
<b>1.4</b>	<b>Les lois de cumul d'endommagement en fatigue</b>	<b>27</b>
1.4.1	Classification des lois de cumul d'endommagement	27
1.4.2	Analyse des lois d'endommagement	29
<b>1.5</b>	<b>Méthodes de calcul de durée de vie avec comptage de cycles</b>	<b>32</b>
1.5.1	Approche en déformation	32
	-Méthode de Wang et Brown	32
1.5.2	Approche en contrainte	34
	-Méthode de Robert	34
1.5.3	Approche en énergie	36
	-Méthode de Lagoda et Macha	36
<b>1.6</b>	<b>Méthodes de calcul de durée de vie sans comptage de cycles</b>	<b>38</b>
1.6.1	Approche en contrainte	38
	-Méthode de Morel	38
1.6.2	Approche en énergie	40
	-Méthode de Tchankov et Vesselinov	40
<b>1.7</b>	<b>Analyse et discussion</b>	<b>45</b>
<b>1.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>47</b>

---

Ce chapitre est consacré au matériau de l'étude : l'acier à roue ER7 et à son comportement en fatigue. Une première partie présente les caractéristiques métallographiques de cet acier. La seconde partie s'attache à décrire ses caractéristiques mécaniques monotones et

cycliques. Les conditions expérimentales et les résultats d’essais de caractérisation effectués au LAMEFIP et au LMT Cachan y sont décrits.

La fin de ce chapitre présente les essais de fatigue réalisés au LAMEFIP. Les éprouvettes utilisées et les machines employées pour mener la campagne d’essais y sont décrites. Les conditions et les résultats des essais sous sollicitations uniaxiales et multiaxiales d’amplitude constante sont ensuite détaillés. Une présentation des essais de fatigue discriminants, notamment pilotés avec des chargements d’amplitude variable inspirés de sollicitations réelles du domaine ferroviaire, constituera le dernier paragraphe de ce chapitre.

## 2.1 Matériau de l’étude

### 2.1.1 Composition chimique

La composition chimique typique de l’acier ER7 étudié est donnée dans le tableau 2.1 [39].

Eléments	Fe	C	Mn	Si	P	S
% massique	Base	0,52	0,73	0,33	0,013	0,009
Eléments	Ni	Cr	Cu	Mo	V	Al
% massique	0,08	0,25	0,12	0,03	<0,01	0,02

TAB. 2.1 – Composition chimique de l’acier ER7 (données AEF)[39].

Les pourcentages massiques des différents éléments sont proches de ceux de l’acier C45 (anciennement XC 48) selon la désignation AFNOR.

### 2.1.2 Elaboration des roues de train

Les roues sont issues de blocs cylindriques tronçonnés. Chacun de ces blocs est chauffé puis décalaminé. Le forgeage à chaud constitue l’opération principale de mise en forme de la roue. Il est réalisé, sur une presse de 6000 tonnes, en trois phases : ébauche, préformage puis “perçage” du moyeu. La pièce est “laminée” verticalement, puis subie un “ondulage” sous une seconde presse de 5000 tonnes. La roue est enfin soumise à plusieurs traitements thermiques. Tout d’abord une austénisation à environ 880°C, puis une trempe par jets d’eau pendant 100 à 400 secondes selon sa géométrie et enfin un revenu à 500°C pendant deux heures. Ces différentes opérations, représentées sur la figure 2.2, confèrent au matériau sa microstructure et son comportement mécanique, aspects traités dans les prochains paragraphes.

Les éprouvettes utilisées dans ces travaux sont prélevées dans une seule et même roue de train, et dans deux directions (radiale ou circonférentielle), comme indiqué sur la figure 2.1. La direction de prélèvement des bruts sera spécifiée lors de la présentation de la géométrie des éprouvettes utilisées pour chaque type d’essais, la direction de prélèvement des bruts est spécifiée.

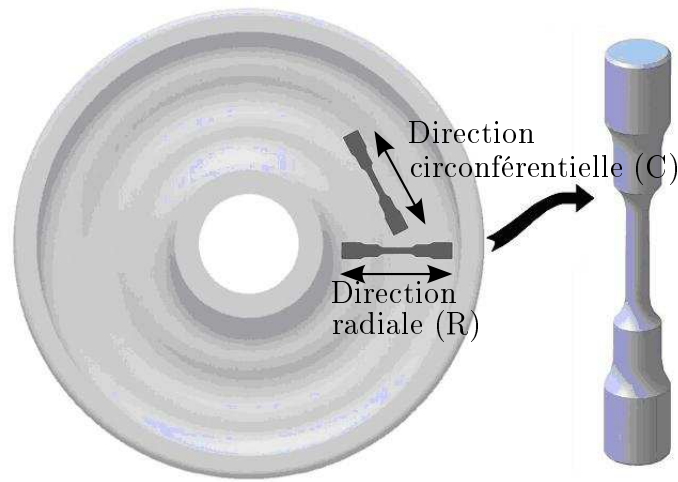


FIG. 2.1 – Illustration des directions de prélèvement des éprouvettes dans la roue.

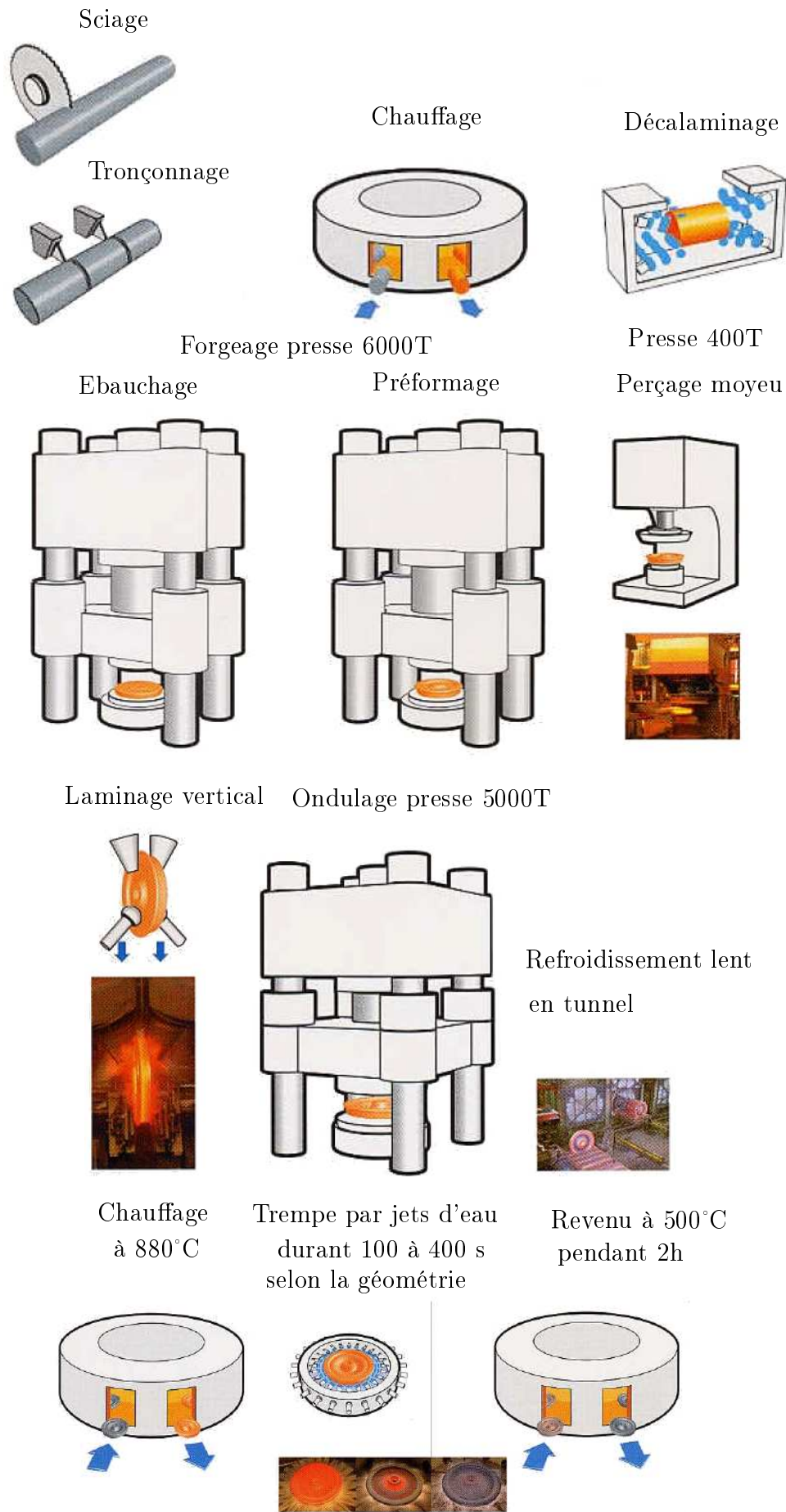


FIG. 2.2 – Différentes étapes de la fabrication d'une roue de train (document Valdunes).

### 2.1.3 Microstructure

#### 2.1.3.1 Préparation des échantillons

Pour observer la microstructure de l'acier ER7, les échantillons sont prélevés dans les queues d'éprouvettes de fatigue testées à l'AEF, elles mêmes issues de la roue étudiée. Après polissages successifs au papier abrasif jusqu'au grade 4000, les échantillons sont polis à la pâte diamantée jusqu'à la granulométrie  $3 \mu\text{m}$ . Des attaques au nital d'une durée de 15 secondes ont été effectuées afin de révéler la microstructure de l'acier.

#### 2.1.3.2 Observations

Les micrographies optiques (figure 2.3) et électroniques à balayage (figure 2.4) montrent une microstructure ferrito-perlitique, avec perlite lamellaire. La morphologie de cette microstructure est anisotrope avec une variation locale du taux de ferrite. Dans le plan  $(C,R)^1$ , on peut noter qu'il n'y a pas d'orientation privilégiée des grains, alors que dans les plans  $(C,T)^2$  et  $(R,T)^3$ , les grains sont allongés perpendiculairement à la direction transverse. Ce sens privilégié de la microstructure correspond à la direction de forgeage de la roue.

On observe enfin au microscope électronique à balayage la présence de deux populations d'inclusions : sulfure de manganèse ( $\text{MnS}$ , figure 2.5) de taille comprise entre  $50$  et  $100 \mu\text{m}$  et alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) inférieure à  $10 \mu\text{m}$ . Leur composition est identifiée par analyse EDS (spectrométrie X par dispersion en énergie). On peut remarquer que les inclusions sont systématiquement localisées dans la ferrite.

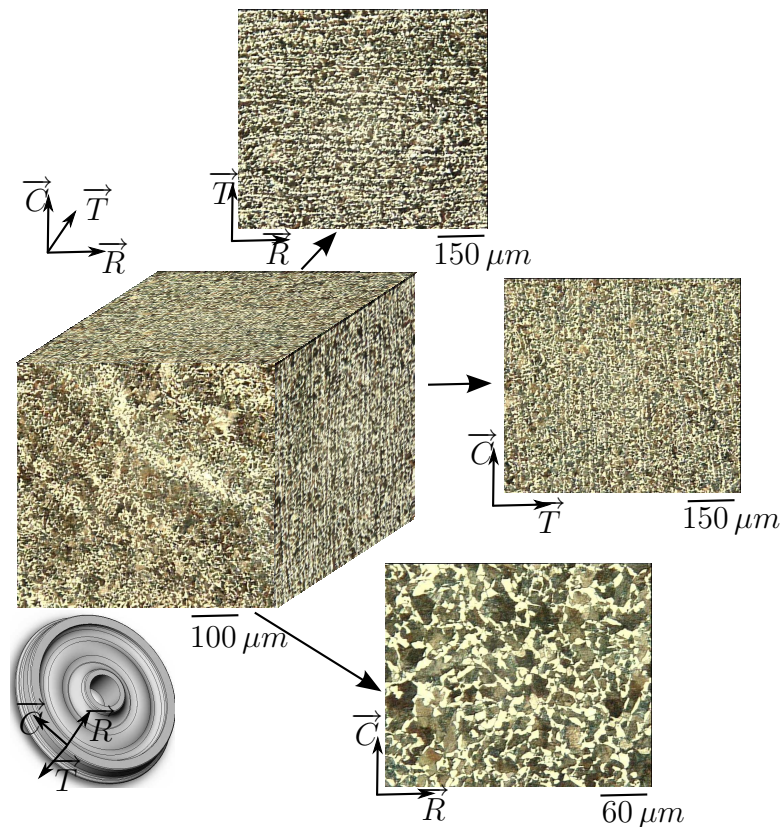


FIG. 2.3 – Microstructure de l'acier ER7 (microscopie optique après attaque au nital)

<sup>1</sup>(C,R) : plan contenant les directions circonférentielle et radiale de la roue.

<sup>2</sup>(C,T) : plan contenant les directions circonférentielle et transverse.

<sup>3</sup>(R,T) : plan contenant les directions radiale et transverse.

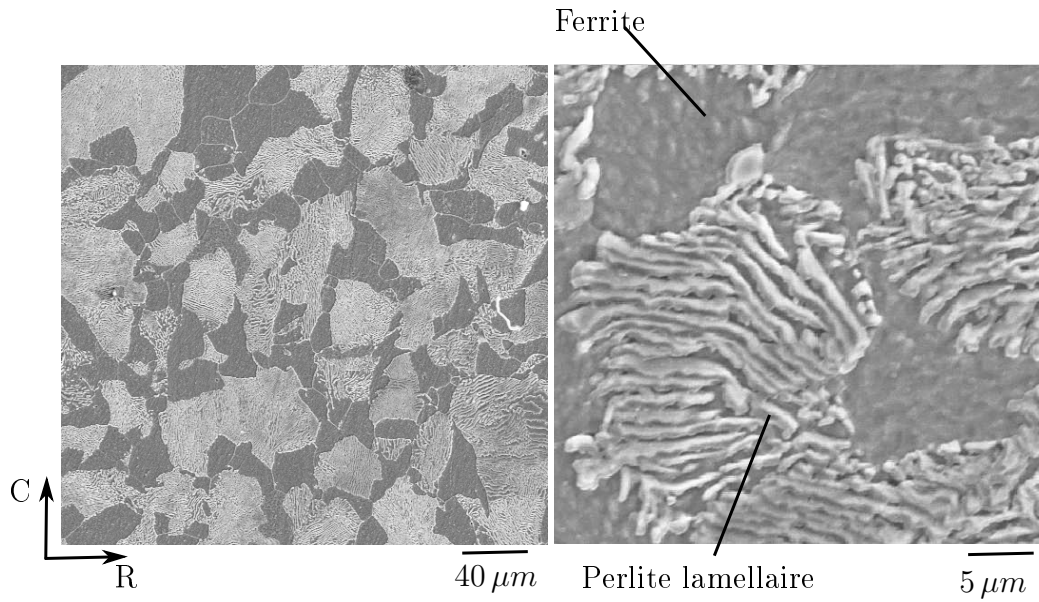


FIG. 2.4 – Microstructure de l'acier ER7 (microscopie à balayage électronique après attaque au nital)

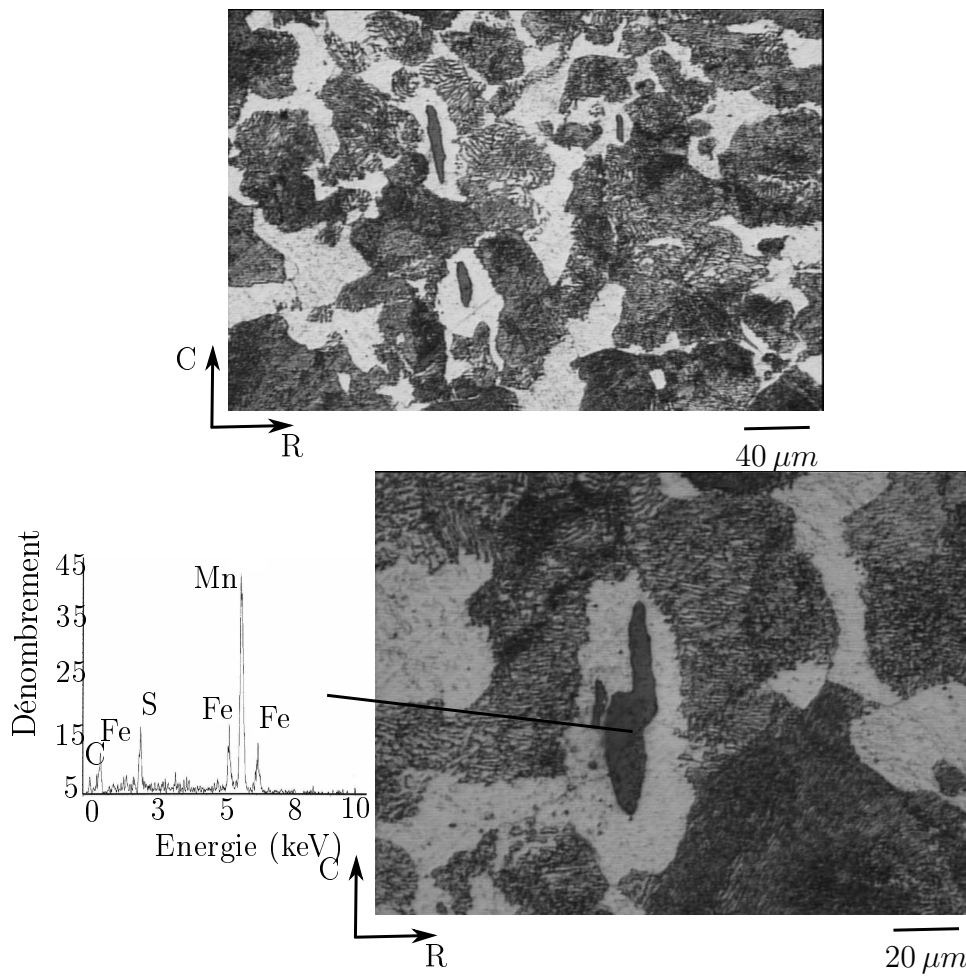


FIG. 2.5 – Inclusions de sulfure de manganèse et spectre en dispersion d'énergie sur une inclusion de MnS



## 2.2 Caractéristiques mécaniques

### 2.2.1 Sollicitation monotone

Les caractéristiques mécaniques en traction monotone à température ambiante de l'acier ER7 sont rassemblées dans le tableau 2.2. Les différentes grandeurs ont été déterminées d'après deux essais réalisés à l'AEF et un essai réalisé au LAMEFIP sur une machine servo-hydraulique Instron 8500 (capacité  $\pm 100$  kN). La géométrie des éprouvettes lisses cylindriques de révolution utilisées pour ces deux essais est présentée figures 2.6 et 2.7.

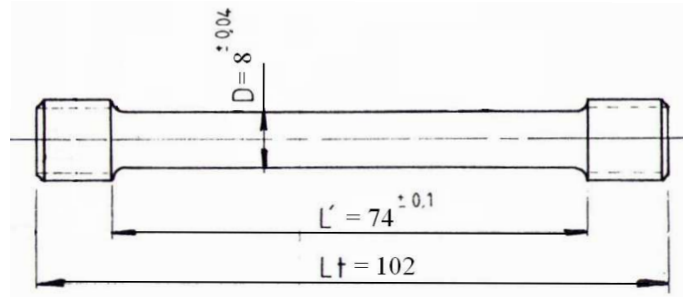


FIG. 2.6 – Géométrie des éprouvettes en acier ER7 utilisées par l'AEF pour les essais de traction monotone.

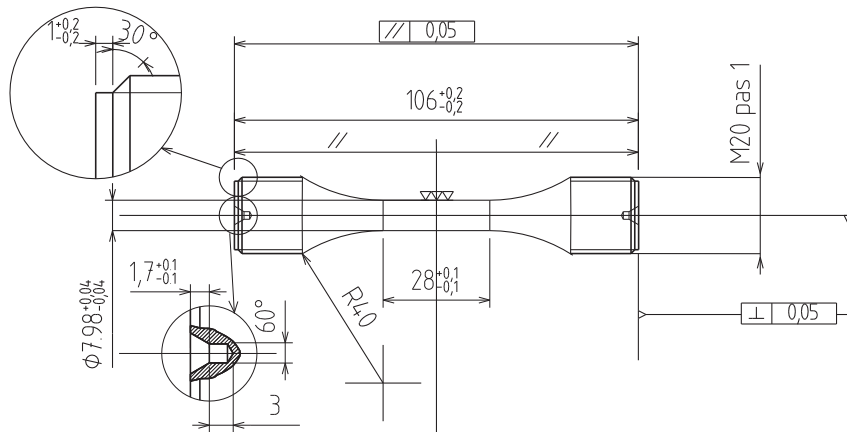


FIG. 2.7 – Géométrie des éprouvettes en acier ER7 utilisées au LAMEFIP pour les essais de traction monotone.

L'essai réalisé au LAMEFIP (2.2) a été effectué à vitesse de déplacement fixée, 0,05 m/s, soit 5000 fois plus rapide que la vitesse d'un essai normalisé. Cet essai à vitesse de déplacement élevée nous permet d'obtenir les caractéristiques mécaniques du matériau dans une gamme de vitesse de déformation (de l'ordre de  $1 \text{ s}^{-1}$ ), proche de celle atteinte lors des essais de fatigue présentés au paragraphe 2.3. Les résultats de cette expérience nous serviront dans la prochaine partie où nous nous sommes intéressés à l'influence de la fréquence d'essais sur le comportement cyclique du matériau.

Ces caractéristiques sont comparées à celles données par l'AEF pour deux vitesses de déplacement (0,0005 m/s et 0,05 m/s).

	LAMEFIP	AEF n°1	AEF n°2
Vitesse de déplacement (m/s)	$4,7 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-2}$
Module d'Young, $E$ (MPa)	210 000	218 000	186 000
Coefficient de Poisson, $\nu$		0,29	0,29
Limite d'élasticité, $R_{eH}$ (MPa)	509	427	480
Limite d'élasticité à 0.2%, $R_{p0.2}$ (MPa)	499	401	428
Résistance maximal en traction, $R_m$ (MPa)		678	605
Allongement total après rupture, $A$ (%)		17,2	15,4

TAB. 2.2 – Caractéristiques mécaniques de l'acier ER7

Les courbes d'érouissage monotone contrainte vraie-déformation conventionnelle sont représentées sur la figure 2.8.

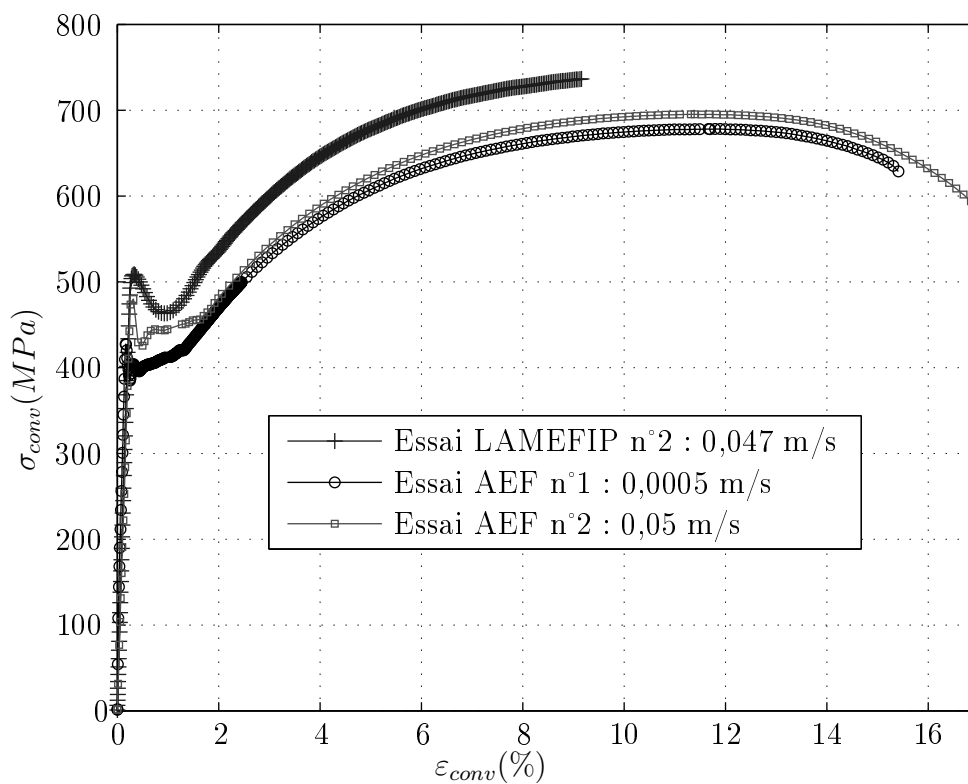


FIG. 2.8 – Courbes d'érouissage monotone en contrainte-déformation conventionnelle de l'acier ER7 pour différentes vitesses de déplacement.

*Nota : pour l'essai "LAMEFIP", un démontage de l'extensomètre a été nécessaire avant rupture de l'éprouvette afin de ne pas l'endommager du fait de l'allongement important de ce matériau. Ceci explique que la courbe figure 2.8 soit incomplète.*

On note sur ces courbes que l'augmentation de la vitesse de déplacement a pour effet d'augmenter la limite d'élasticité du matériau. Cette constatation est classiquement admise dans la littérature [59]. Pour des vitesses de déplacement quasiment identiques, les niveaux de contrainte atteints lors des essais notés "Essai LAMEFIP" et "Essai AEF n°2" sur la figure 2.8 sont assez différents (10% d'écart). Le changement de géométrie entre les éprouvettes explique

le fait que sur les courbes contrainte-déformation les paliers dus à la propagation des bandes de Piobert-Lüders dans la partie calibrée des éprouvettes soient également différents.

## 2.2.2 Sollicitations cycliques

Une des principales hypothèses du phénomène de fatigue à grand nombre de cycles ( $> 10^5$  cycles) réside dans le fait que le matériau doit se trouver dans un état adapté à l'échelle macroscopique. Pour déterminer cet état, Dang Van et Maitournam [27] ont proposé une approche de calcul du cycle stabilisé sous chargements périodiques surtout pour des durées de vie supérieures à  $10^6$  cycles). Différents états caractérisent ce cycle stabilisé : élastique, adapté élastiquement, accommodé plastiquement. La connaissance du comportement cyclique d'un matériau s'avère un passage obligé dans une méthode de dimensionnement en fatigue. Les investigations expérimentales pour analyser le comportement cyclique de l'acier ER7 vont être présentées dans les prochains paragraphes.

Dans les conditions de service, la question de savoir si le chargement de fatigue est imposé en contrainte ou en déformation est souvent soulevée. D'un point de vue "matériau", la réponse est assez sémantique, puisque les contraintes et les déformations sont liées. Il nous est donc apparu intéressant de comparer le comportement cyclique du matériau à déformation et à contrainte imposée.

Il existe plusieurs méthodes pour conduire des essais d'écrouissage cyclique : à niveaux de déformation ou contrainte constants, par paliers successifs ou par incréments [93]. En raison du nombre limité d'éprouvettes à notre disposition, la méthode des paliers successifs a été employée. Cette dernière utilise une seule éprouvette qui est sollicitée à différents paliers croissants de déformation ou de contrainte. A chaque palier, on attend qu'il y ait stabilisation de la contrainte ou de la déformation avant d'enregistrer le cycle stabilisé puis de passer au palier suivant. C'est la méthode que nous avons choisi.

### 2.2.2.1 Essais d'écrouissage cyclique à déformation imposée

Les essais de fatigue oligocyclique à déformation totale imposée ont été réalisés au LMT Cachan [61] en traction-compression alternée symétrique sur une machine servo-hydraulique équipée d'une cellule de force de  $\pm 100$  kN. Ils ont été effectués sur deux éprouvettes lisses cylindriques de révolution avec une partie calibrée (figure 2.9) : l'une prélevée dans le sens radial et l'autre dans le sens circonférentiel des roues.

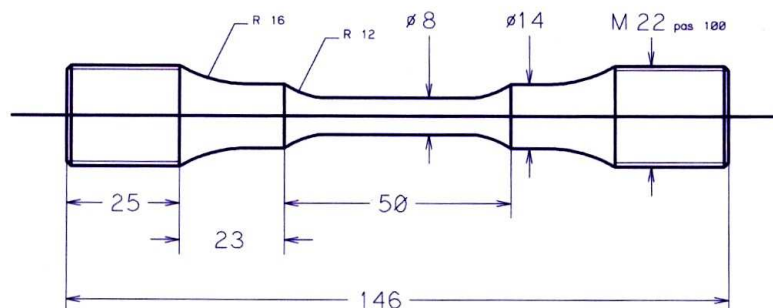


FIG. 2.9 – Géométrie des éprouvettes en acier ER7 utilisées pour les essais d'écrouissage cycliques à déformation imposée.

La déformation a été mesurée par un extensomètre à couteaux de base de mesure 5 mm. Les essais ont été effectués à déformation totale imposée,  $R_\epsilon = \frac{\epsilon_{min}}{\epsilon_{max}} = -1$ , à la fréquence

de 0,3 Hz avec des cycles sinusoïdaux, par palier croissant de déformation (30 cycles sont réalisés à chaque niveaux).

La figure 2.10 illustre l'évolution de la contrainte en fonction du nombre de cycles lors d'un essai à déformation totale imposée (essai par blocs sur une seule et même éprouvette). Les différentes boucles contrainte conventionnelle - déformation conventionnelle totale après 30 cycles sont représentées sur la figure 2.11. Trois phénomènes apparaissent :

- pour des amplitudes de déformations totales de l'ordre de 0,02 à 0,1 %, le comportement de l'acier ER7 reste purement élastique,
- pour des amplitudes de déformations totales de l'ordre de 0,2 à 0,3 %, un adoucissement cyclique du matériau est observable,
- pour des amplitudes de déformations plus élevées (comprises entre 0,4 à 1,3 %), le matériau est dans un état accommodé et n'est donc plus soumis à ces phénomènes d'adoucissement cyclique.

Cependant, on notera que des blocs de 30 cycles ne semblent pas suffire pour atteindre le cycle stabilisé, notamment au début de la phase d'adoucissement (pour  $\Delta\varepsilon/2 = 0,2\%$ ).

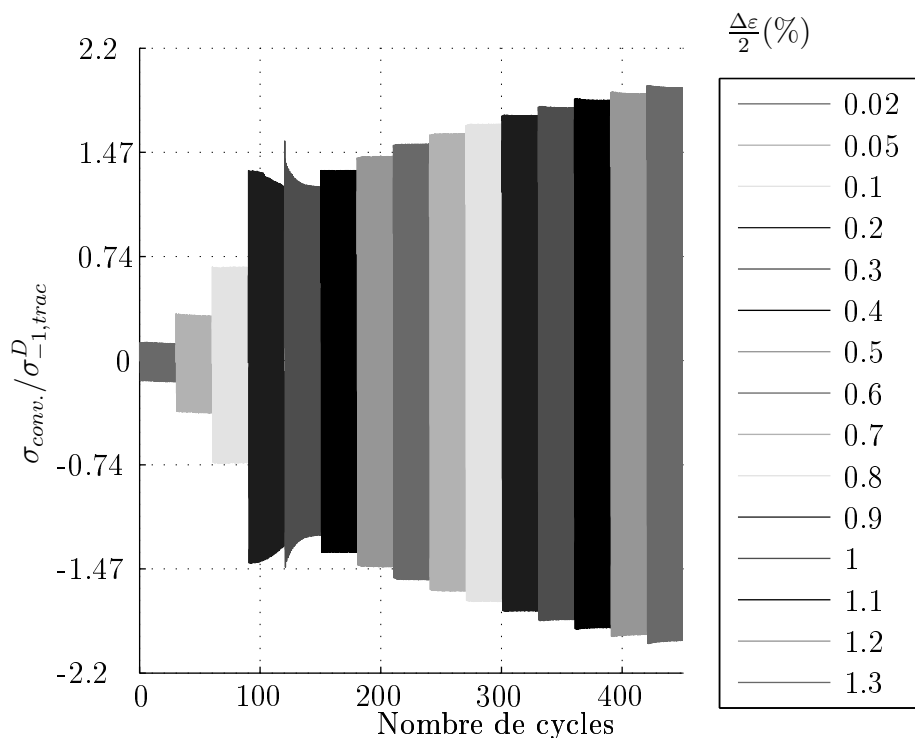


FIG. 2.10 – Evolution de la contrainte conventionnelle en fonction du nombre de cycles lors d'un essai de traction cyclique à déformation totale imposée pour différentes valeurs de l'amplitude de déformation  $\frac{\Delta\varepsilon}{2}$  (déformation conventionnelle).

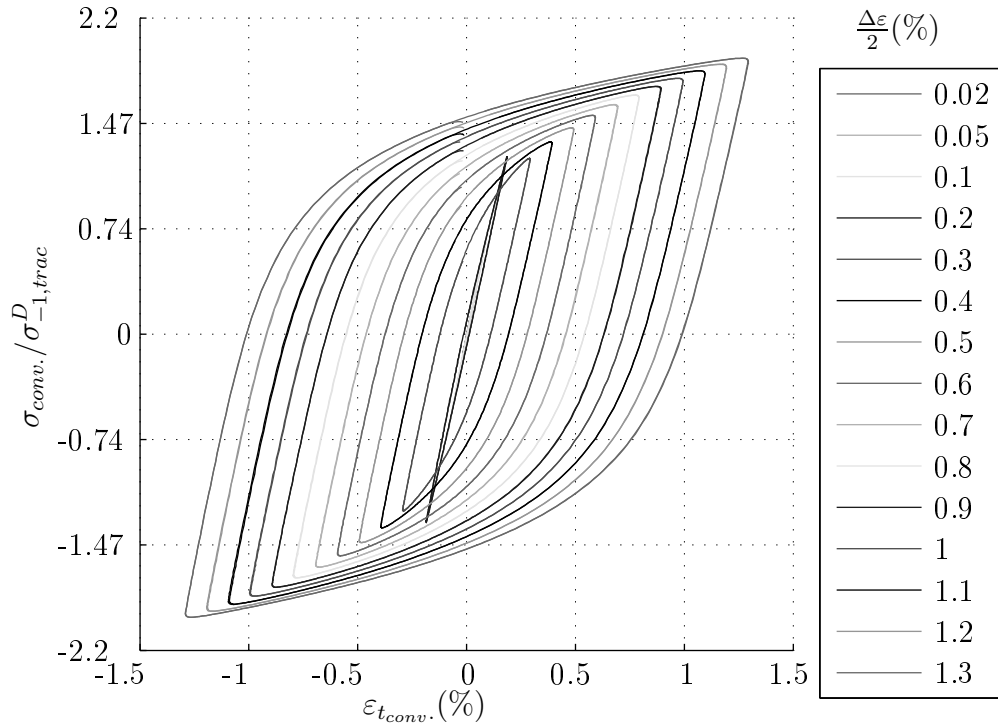


FIG. 2.11 – Courbes contrainte-déformation conventionnelles après 30 cycles obtenues lors d'un essai de traction-compression cyclique, à déformation totale imposée, sur une seule et même éprouvette prélevée dans la direction circonférentielle de la roue.

A partir de ces essais, les courbes de traction cyclique (figure 2.12) ont été tracées. Le graphique 2.12 représente ces évolutions pour deux éprouvettes : l'une prélevée dans le sens radial et l'autre dans le sens circonférentiel de la roue. Le palier observé sur les courbes est expliqué par le fait que le cycle stabilisé n'a pas été atteint pour le palier de déformation de 0,2% de déformation totale. Les courbes illustrées figure 2.12 ne sont donc pas tout à fait les courbes d'écroutissage cyclique qui sont normalement construites avec le sommet des cycles stabilisés [93].

La figure 2.12 montre que le matériau présente un comportement quasi-identique suivant les deux directions radiale et circonférentielle. On peut souligner qu'à l'échelle macroscopique, l'acier ER7 présente un comportement mécanique quasiment isotrope, alors que les observations microscopiques ont mis en évidence une morphologie anisotrope de la microstructure (allongement privilégié des grains perpendiculairement à la direction de forgeage).

*Nota : du fait de la difficulté de prélèvement dans la direction transverse de la roue, nous ne disposons d'aucune éprouvette dans cette direction. Nous aurions pu nous attendre à des différences de comportement dans cette direction.*

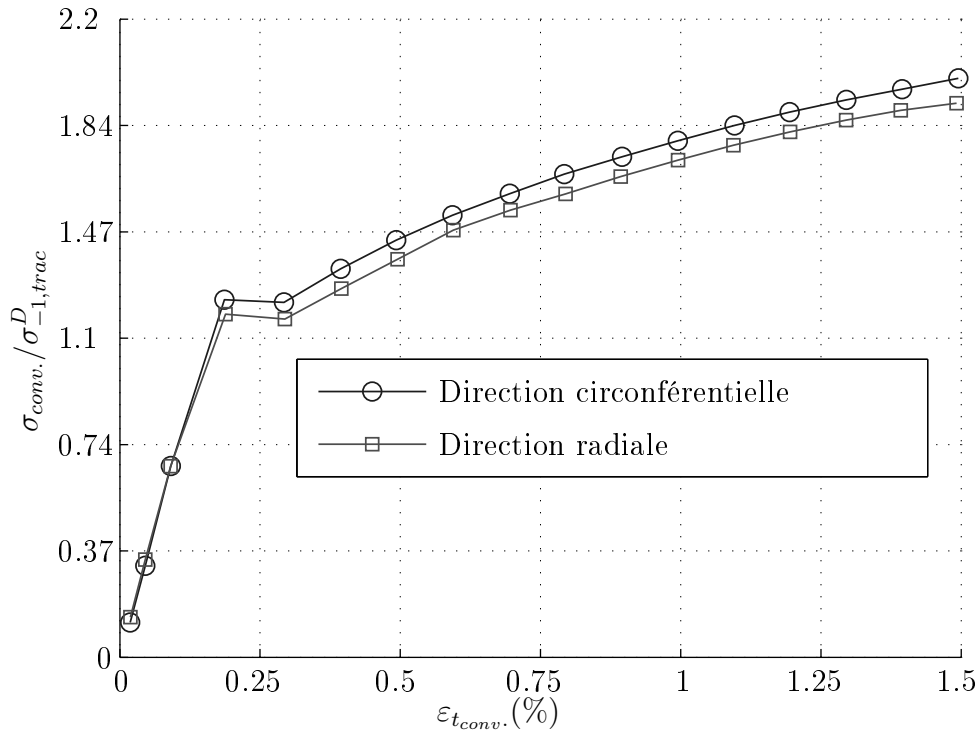


FIG. 2.12 – Courbes de traction cyclique obtenues lors d’essais de traction compression cyclique à déformation totale imposée sur deux éprouvettes prélevées respectivement selon les sens radial et circonférentiel de la roue.

### 2.2.2.2 Essais d’érouissage cyclique à contrainte imposée

Afin de caractériser le comportement cyclique à contrainte imposée de l’acier ER7, des essais de fatigue oligocyclique ont été réalisés au LAMEFIP en traction-compression alternée symétrique sur une machine servo-hydraulique INSTRON 8500 équipée d’une cellule de charge de  $\pm 100\text{kN}$ . Les essais d’érouissage cycliques à contraintes imposées ont été effectués sur des éprouvettes lisses cylindriques de révolution avec une partie calibrée de longueur réduite afin d’éviter les risques de flambement (figure 2.13).

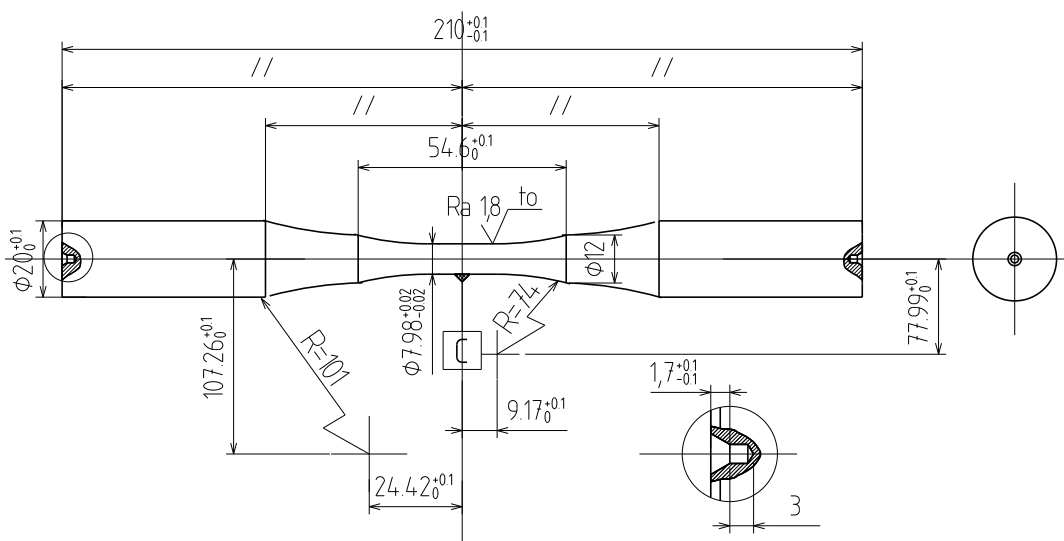


FIG. 2.13 – Géométrie des éprouvettes en acier ER7 utilisées pour les essais d’érouissage cyclique à contrainte imposée ( $R_\sigma = -1$ ).

Tous les essais ont été réalisés à contrainte imposée,  $R_\sigma = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = -1$ , à une fréquence de

0,3 Hz sous cycles sinusoïdaux, par blocs de 100 cycles d'amplitude croissante. La déformation a été mesurée à l'aide d'un extensomètre à couteaux de longueur de base 12,5 mm.

L'évolution de la déformation en fonction du nombre de cycles lors d'un essai à contrainte imposée (fig 2.14) met en évidence un adoucissement cyclique du matériau. Ce phénomène apparaît pour des amplitudes de contrainte de l'ordre de  $0,88 \sigma_{-1, trac}^D$  à  $0,96 \sigma_{-1, trac}^D$ .

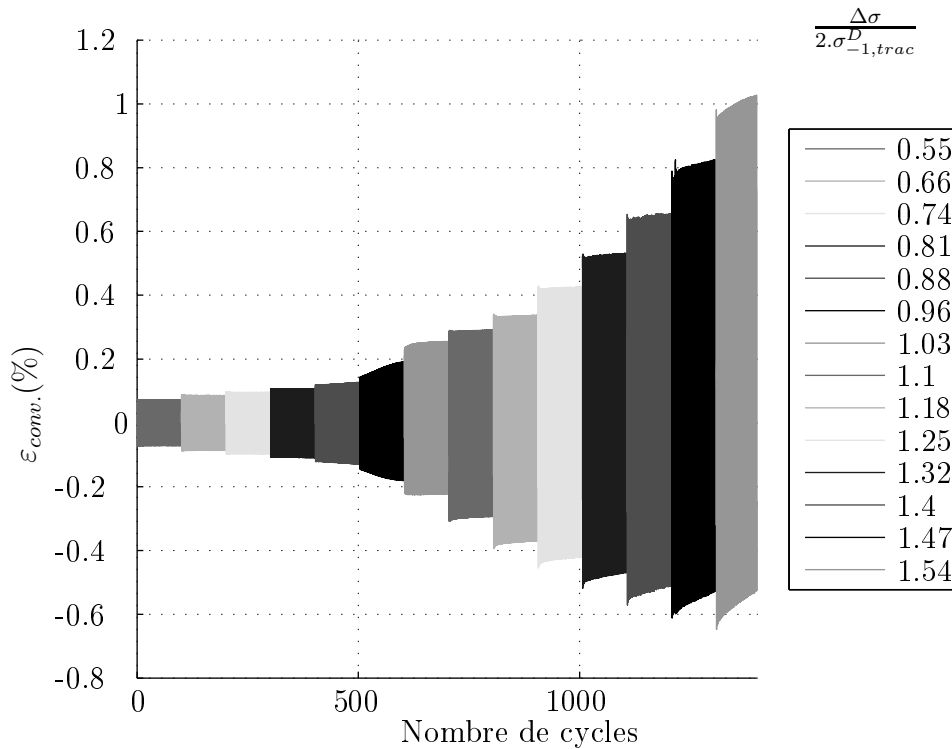


FIG. 2.14 – Evolution de la déformation conventionnelle en fonction du nombre de cycles lors d'un essai d'écrouissage cyclique à contrainte imposée ( $R_\sigma = -1$ ) pour différentes valeurs de l'amplitude de contrainte.

On peut noter sur la figure 2.15 que des paliers de 100 cycles de contraintes ne suffisent pas à atteindre l'état stabilisé. En effet, pour un niveau de contrainte de  $0,81 \sigma_{-1, trac}^D$ , les boucles contraintes-déformations restent complètement fermées. Les boucles commencent à s'ouvrir au palier suivant ( $0,88 \sigma_{-1, trac}^D$ ) et ne se stabilisent pas après 100 cycles. Cette observation correspond à l'effet rochet. Ce phénomène est couramment observé lors d'essais cycliques à contraintes imposées. Yang [136] a notamment analysé son importance sur l'acier C45, proche du matériau étudié. Il conclut que l'effet rochet est d'autant plus prononcé que le niveau de contrainte est élevé. Notre essai d'écrouissage cyclique va dans le sens de cette conclusion puisque le matériau n'est jamais dans un état stable (ni adapté, ni accommodé après 100 cycles) pour les blocs d'amplitude de contrainte les plus élevées. Enfin, les boucles contraintes-déformations présentées figure 2.16 montrent une importante dissymétrie de la déformation pour des amplitudes de contrainte élevées .

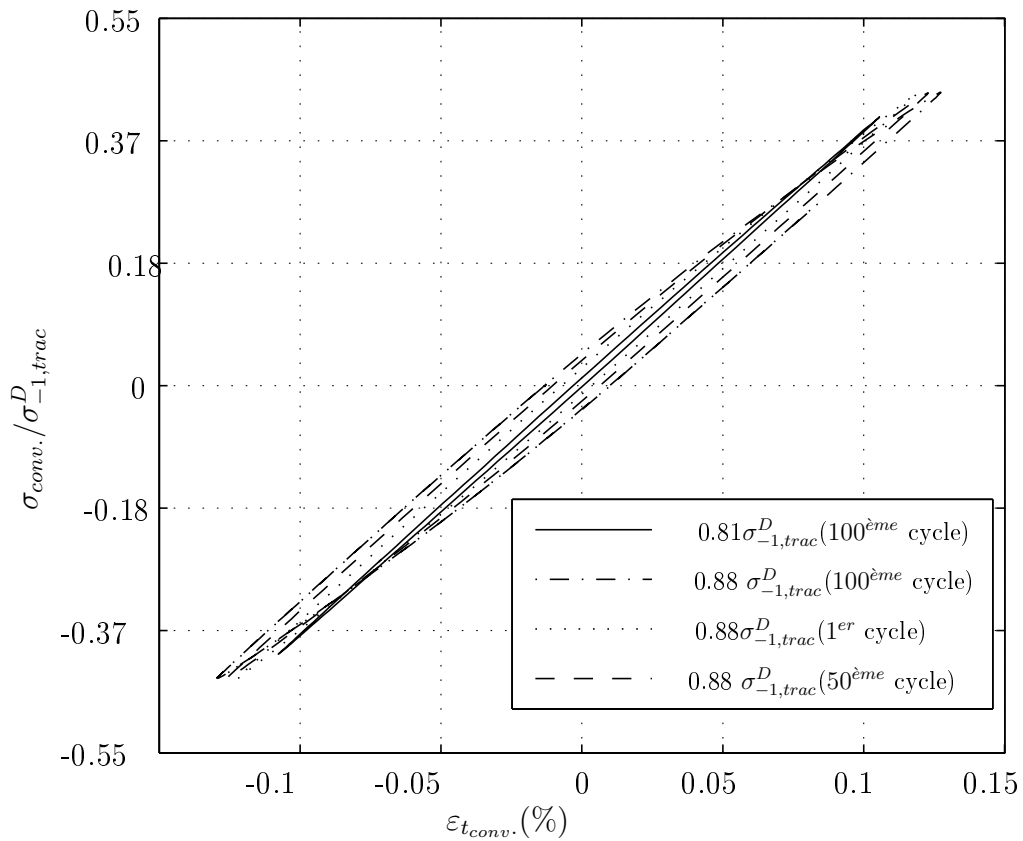


FIG. 2.15 – Courbes après 1, 50 et 100 cycles obtenues lors d'un essai de traction-compression cyclique, à contrainte imposée de 0.81 et 0.88  $\sigma_{-1, trac}^D$ , sur une éprouvette en acier ER7.

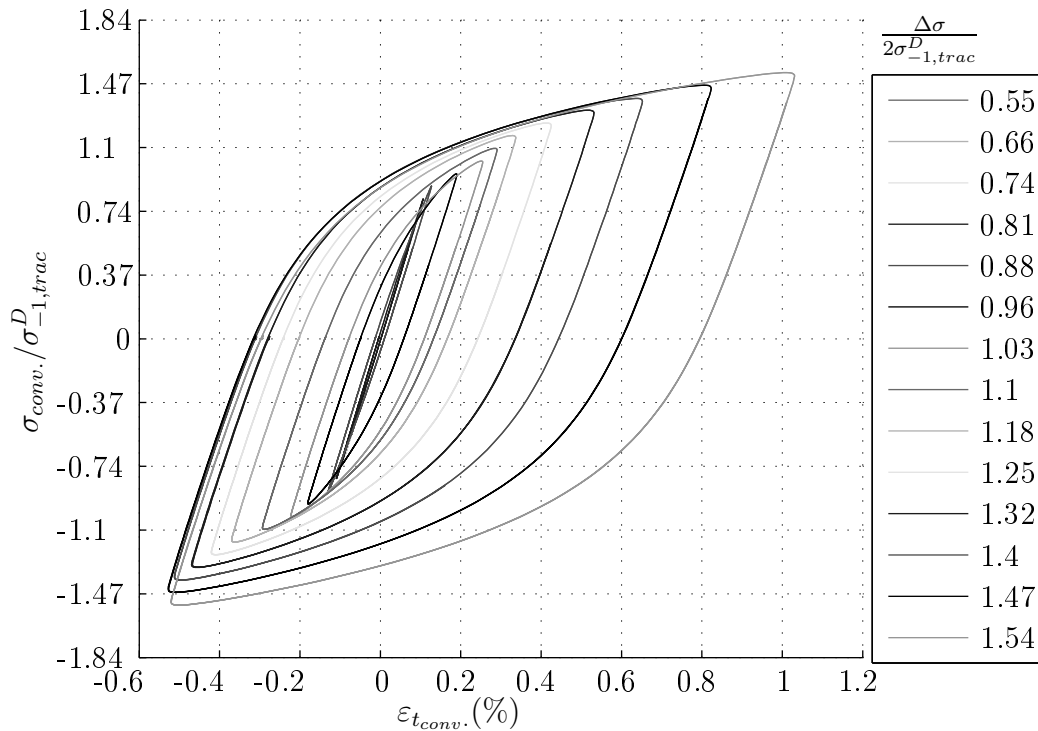


FIG. 2.16 – Courbes après 100 cycles obtenues lors d'un essai de traction-compression cyclique, à contrainte imposée, sur une éprouvette.



La courbe de traction cyclique a également été tracée pour les essais à contrainte imposée. La figure 2.17 permet de comparer les courbes de traction cyclique à déformation et contrainte imposée ainsi que la courbe de traction statique. Deux aspects sont à relever :

- l'adoucissement cyclique de l'acier ER7 est surtout important pour les faibles niveaux de déformations, correspondant au domaine de la fatigue à grand nombre de cycles,
- l'écart entre les courbes d'érouissage cyclique à déformations et contraintes imposées est relativement faible. Nous pensons que cet écart aurait pu être nul si les cycles stabilisés avaient été atteints.

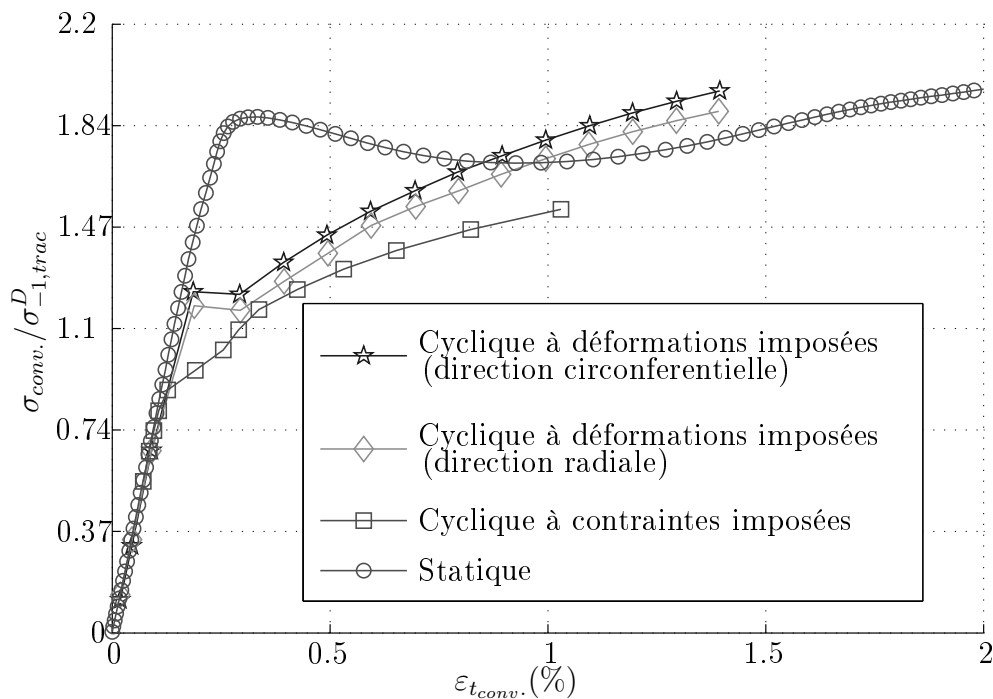


FIG. 2.17 – Courbes de traction cyclique obtenues lors d'essais de traction compression cyclique sur 4 éprouvettes en acier ER7 prélevées dans les sens radial et circonférentiel, à déformation ou contrainte imposées, et courbe de traction statique.

Ahlström et al. [4] ont obtenu des résultats similaires sur un acier utilisé pour fabriquer les rails. Ils montrent que les courbes d'érouissage cyclique à déformations et contraintes imposées construites à mi-durée de vie peuvent être superposées (figure 2.18).

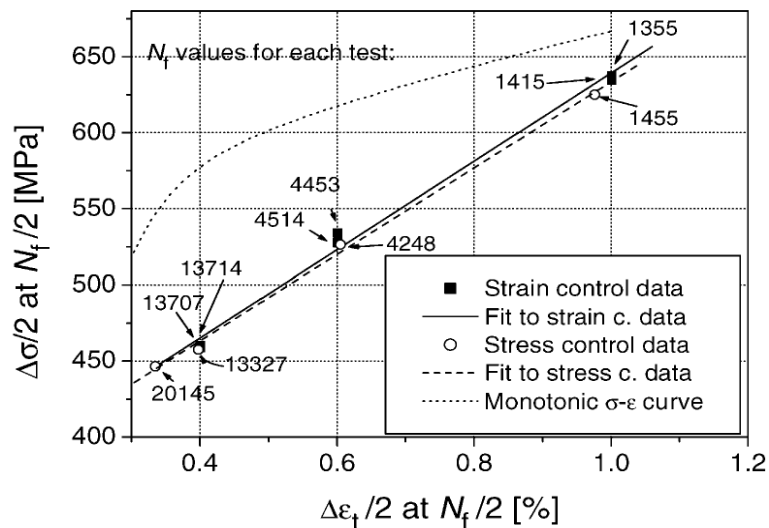


FIG. 2.18 – Courbes de traction cyclique obtenues lors d’essais de traction compression cyclique à déformation et contrainte imposées, et courbe de traction statique (d’après Ahlström [4]).

### 2.2.2.3 Conclusion

Les essais cycliques présentés dans cette partie (aussi bien à déformation imposée qu’à contrainte imposée) montrent que le matériau n’est pas dans un état élastique adapté à des niveaux de contrainte voisins de la limite d’endurance en traction,  $\sigma_{-1}^D$  (obtenue lors des essais de fatigue présentés au paragraphe 2.3). Ceci paraît a priori surprenant si l’on considère les hypothèses classiques des critères de fatigue à grande durée de vie [26, 101, 97]. La principale différence entre ces essais et les essais de fatigue à proprement parlé est la fréquence de sollicitation. Aussi, en complément des essais d’érouissage cyclique à contrainte imposée, nous nous sommes intéressés à l’influence de la fréquence de cyclage sur le comportement du matériau.

## 2.2.3 Adaptation cyclique et limite d’endurance

### 2.2.3.1 Ecrouissage cyclique à différentes fréquences

La norme NF A 03-403 définissant la pratique des essais de fatigue oligocyclique préconise une fréquence de sollicitation comprise entre 0,01 et 1 Hz. Une partie des essais présentés dans cette partie ont été réalisés à des fréquences hors de cette gamme (3 et 10 Hz) pour étudier leur influence sur le comportement cyclique de l’acier ER7.

Deux éprouvettes (figure 2.13) ont été cyclées au LAMEFIP pendant 100 cycles à un niveau de contrainte correspondant au début de plastification observé lors des essais d’érouissage cyclique à contrainte imposée ( $0.96 \sigma_{-1, trac}^D$ ). Les deux essais ont été réalisés à différentes fréquences, 0,3 Hz et 3 Hz (rapport d’une décade en fréquence). La figure 2.19 représente les 100<sup>ème</sup> boucles pour ces deux essais. On observe une nette différence de comportement entre l’essai réalisé à 3 Hz et celui à 0,3 Hz. La boucle contrainte-déformation à 3Hz reste quasiment fermée au bout de 100 cycles, contrairement à celle obtenue à 0,3 Hz qui est largement ouverte.

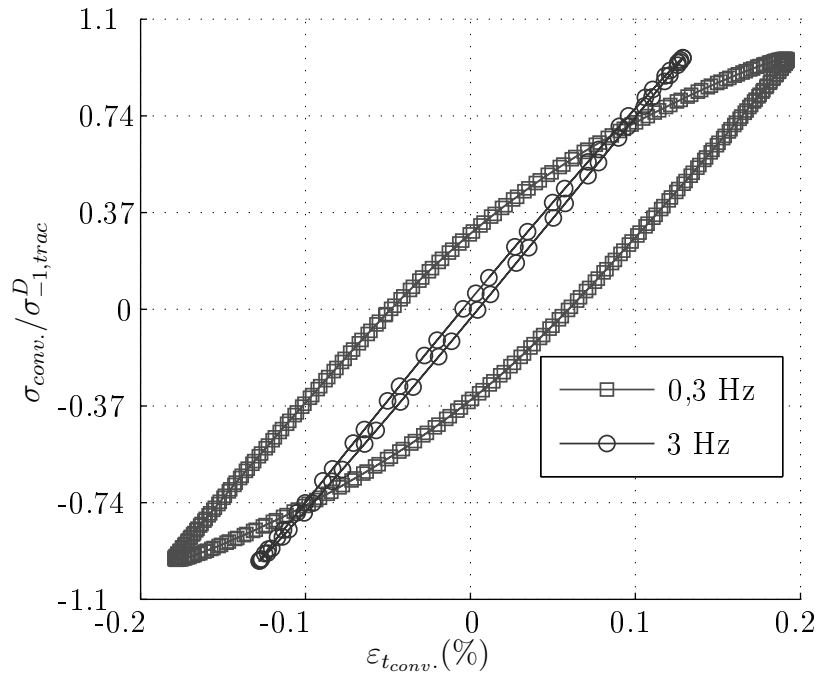


FIG. 2.19 – Centièmes cycles contrainte-déformation obtenus lors d’essais de traction compression cyclique à contrainte imposée ( $R_\sigma = -1$ ) à 0,3 Hz et à 3 Hz sur deux éprouvettes en acier ER7.

Par contre, la comparaison des boucles stabilisées pour ces deux fréquences, respectivement obtenue après 350 cycles et 850 cycles (figure 2.20), nous montrent que l’effet de la fréquence peut être considéré comme négligeable si on attend “assez de cycles”. Ces essais montrent qu’à ce niveau de contrainte ( $0.96 \sigma_{-1, trac}^D$ ), un état accommodé plastiquement du matériau peut être atteint après un certain nombre de cycles. Par contre, l’état adapté (élastique) n’est jamais atteint.

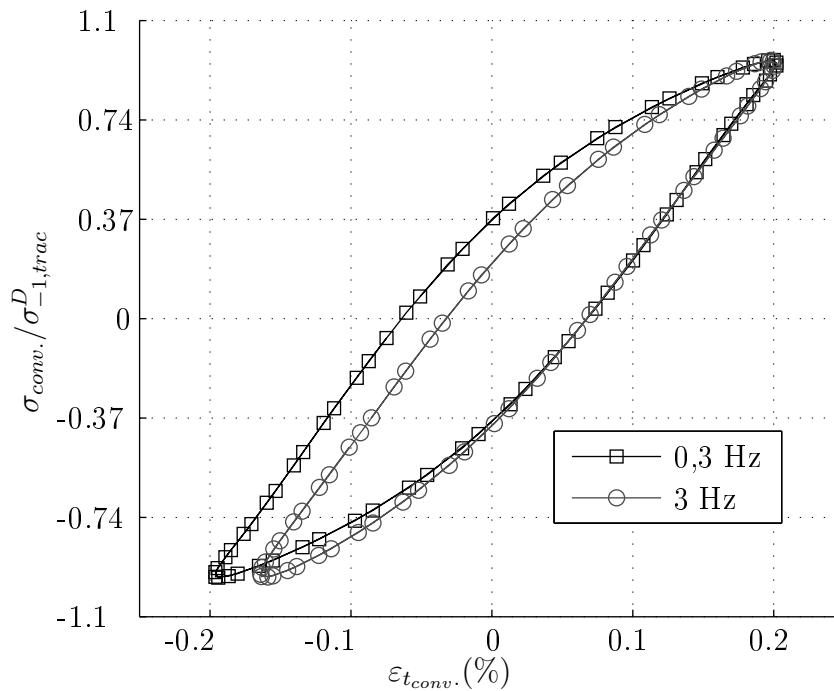


FIG. 2.20 – Courbes de traction cyclique obtenues lors d’essais de traction compression cyclique à contrainte imposée ( $R_\sigma = -1$ ) après stabilisation du comportement du matériau à 0,3 Hz ( $350^{me}$  cycle) et 3 Hz ( $850^{me}$  cycle).

Pour poursuivre les investigations, l'éprouvette cyclée à une amplitude de  $0.96 \sigma_{-1, trac}^D$  et 0,3 Hz a été cyclée au même niveau de contrainte mais à des fréquences de 3, puis 10 Hz jusqu'à la stabilisation du comportement du matériau. La figure 2.21 illustre les quatre boucles stabilisées lors des essais réalisés aux trois fréquences : 0,3 Hz, 3 Hz (sur une éprouvette vierge et une autre éprouvette déjà cyclée à 0,3 Hz, notée "3Hz(2)") et 10 Hz. Dans cette gamme de fréquence (0,3 à 10 Hz), les diverses boucles diffèrent peu, ce qui semble justifier l'influence négligeable de la fréquence sur le comportement stabilisé de l'acier ER7. La fréquence semble principalement affecter le temps d'apparition de la dissipation liée à la plasticité, nécessaire à l'ouverture des boucles.

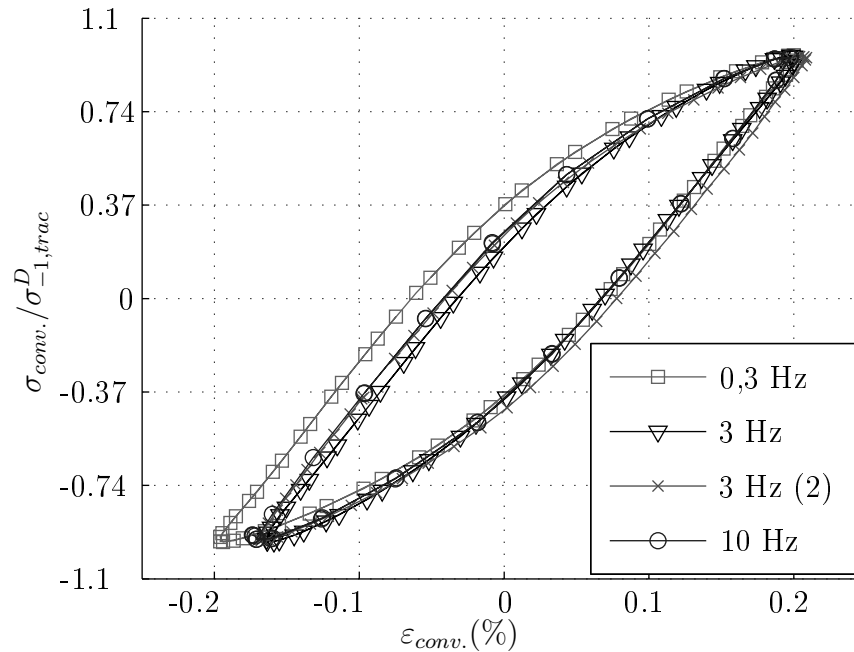


FIG. 2.21 – Courbes de traction cyclique obtenues lors d'essais de traction compression cyclique à contrainte imposée ( $R_\sigma = -1$ ) pour une amplitude de contrainte de  $0.96 \sigma_{-1, trac}^D$  après stabilisation du comportement du matériau à différentes fréquences.

## Discussions

Nous avons très peu de publications sur l'influence de la fréquence sur le comportement cyclique des matériaux métalliques. Mayer et Laird [82] ont montré, à partir d'essais sur des éprouvettes en cuivre polycristallin à 0,2 Hz, 0,5 Hz et 8 Hz, que la courbe d'écroutissage cyclique obtenue à contrainte imposée est plus dépendante de la fréquence de sollicitation que celle obtenue à déformation imposée. L'explication proposée par ces auteurs est liée à l'instabilité des bandes persistantes de glissement à contrainte imposée. Selon les auteurs, plus la fréquence est élevée, plus les déformations plastiques sont faibles, toujours pour des raisons microstructurales.

D'après Zhang et al. [137], pour un matériau présentant le phénomène de bandes de Lüders lors de chargements monotones, des déformations "atypiques" peuvent apparaître au cours du chargement cyclique. Quand la contrainte maximale du cycle de chargement est inférieure à la limite d'élasticité du matériau, la déformation est macroscopiquement élastique en dessous d'un nombre de cycles donné, caractéristique du matériau. La déformation plastique se développe lorsque le nombre de cycles dépasse ce seuil et le matériau affiche alors un adoucissement cyclique. Selon les auteurs, ce phénomène provient de déformations

plastiques cycliques inhomogènes dans la section utile de l'éprouvette. Des jauges extensométriques collées à la surface d'une éprouvette en acier proche du matériau étudié (C45) (voir figure 2.22), permettent d'observer que la déformation plastique cyclique est initiée localement sur l'éprouvette puis se propage avec le nombre croissant de cycles de chargement. La déformation plastique inhomogène est persistante dans la phase de saturation (figure 2.22). Cette conclusion pourrait expliquer les déformations plastiques observées à des niveaux de contrainte voisins de la limite d'endurance en traction lors des essais d'écroutissage cyclique.

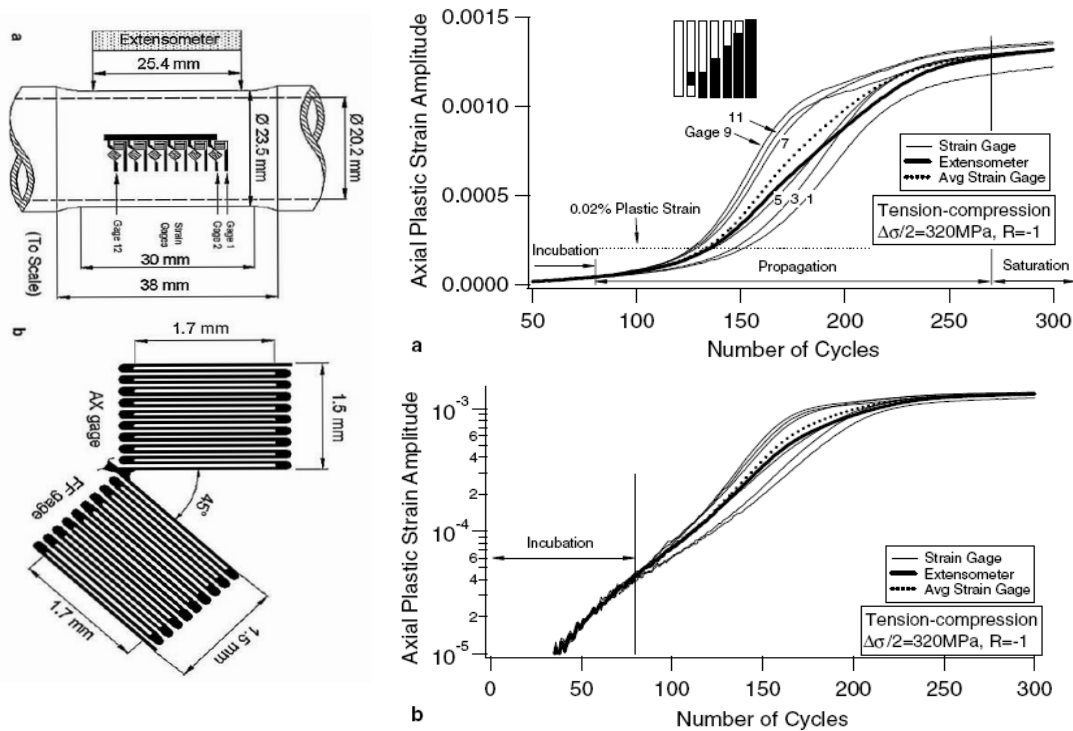


FIG. 2.22 – Evolutions de l'amplitude de la déformation plastique mesurée sur une éprouvette en acier C45 instrumentée de jauges extensométriques, lors d'essais de traction compression cyclique à contrainte imposée, d'après [137].

### 2.2.3.2 Enregistrements des premiers cycles lors des essais de fatigue

Nous avons souhaité enregistrer l'évolution des déformations lors des premiers cycles des essais en fatigue à grand nombre de cycles (présentés au paragraphe 2.3) pour les comparer à celles obtenues lors des essais d'écroutissage cyclique. Ce paragraphe présente le dépouillement des enregistrements des efforts imposés (force de traction et moment de flexion) et des déformations pour les sollicitations de flexion plane et de traction.

#### Flexion plane ( $R_\sigma = -1$ )

L'enregistrement des premiers cycles contrainte-déformation lors des essais de flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) a été réalisé sur une éprouvette instrumentée pour une amplitude de contrainte correspondant à la limite d'endurance, à une fréquence de  $50 \text{ Hz}$  (essai sur machine hydraulique, voir paragraphe 2.3.2.2). La géométrie des éprouvettes est présentée figure 2.26 au paragraphe 2.3. La figure 2.23 illustre les boucles contrainte-déformation pour cette amplitude de contrainte. Ces boucles sont toutes assez fermées après  $5000$  cycles ce qui porte à croire que le phénomène de plasticité n'est pas apparu lors de ces deux essais. Par ailleurs, l'ouverture des boucles peut s'expliquer par un léger désynchronisme (environ  $280 \mu\text{s}$ ) entre

le signal des déformations et celui des contraintes calculées d'après le moment asservi (figure 2.24). La contrainte (imposée) étant en retard par rapport à la déformation, ce désynchronisme est dû à un faible défaut de synchronisme dans le système d'acquisition entre les deux voies.

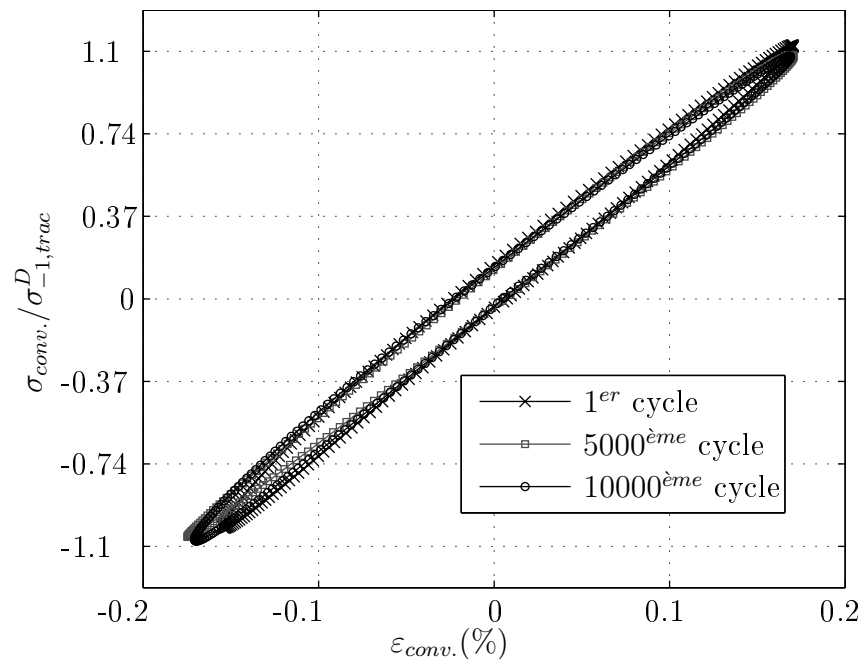


FIG. 2.23 – Courbes contrainte-déformation conventionnelles obtenues lors d'essais de fatigue de flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) à une amplitude de contrainte proche de l'endurance et une fréquence de 50 Hz.

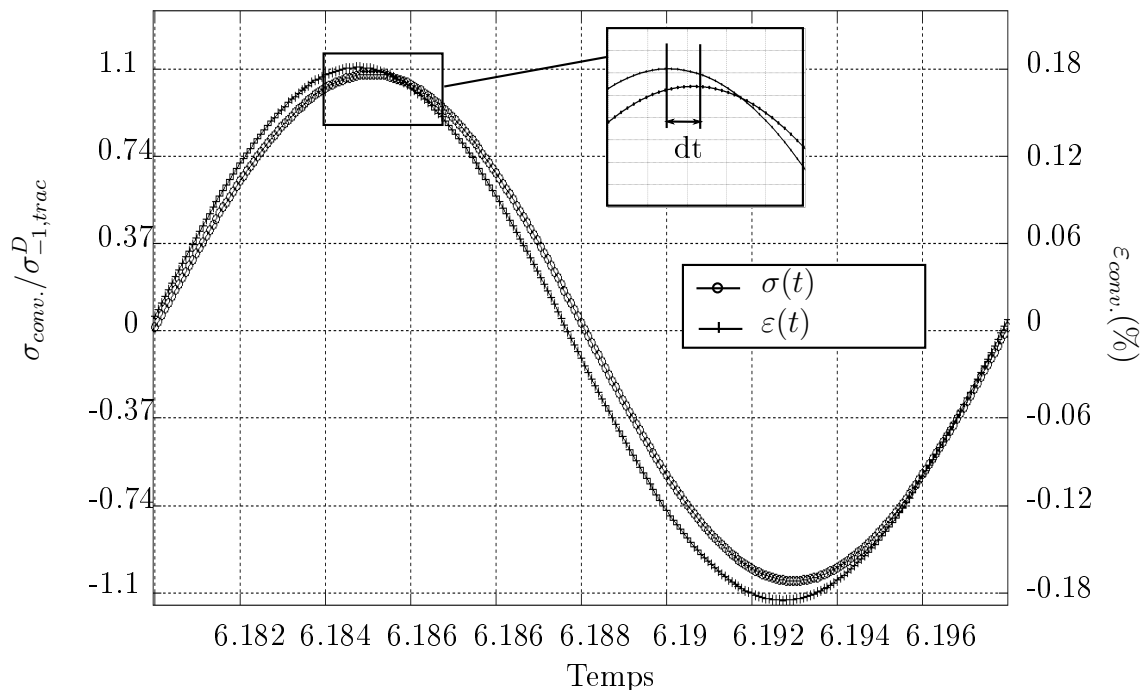


FIG. 2.24 – Désynchronisme entre l'acquisition des contraintes de flexion et des déformations lors d'essais de fatigue en flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) à une amplitude de contrainte proche de l'endurance et une fréquence de 50 Hz.

### Traction ( $R_\sigma = -1$ )

La même procédure a été utilisée en traction à une fréquence d'environ 95 Hz (essai sur vibrophore, voir paragraphe 2.3.2.1) et une amplitude de contrainte correspondant à la limite d'endurance à  $2.10^6$  cycles en traction ( $R_\sigma = -1$ ) sur éprouvettes lisses pour l'acier étudié. Les différentes boucles tracées figure 2.25 restent également assez nettement fermées après 4000 cycles. Ceci est alors en contradiction avec les essais d'érouissage cycliques en traction réalisés à des niveaux de contraintes semblables mais à des fréquences nettement inférieures (pour ces essais, une nette ouverture des boucles contrainte-déformation a été observée).

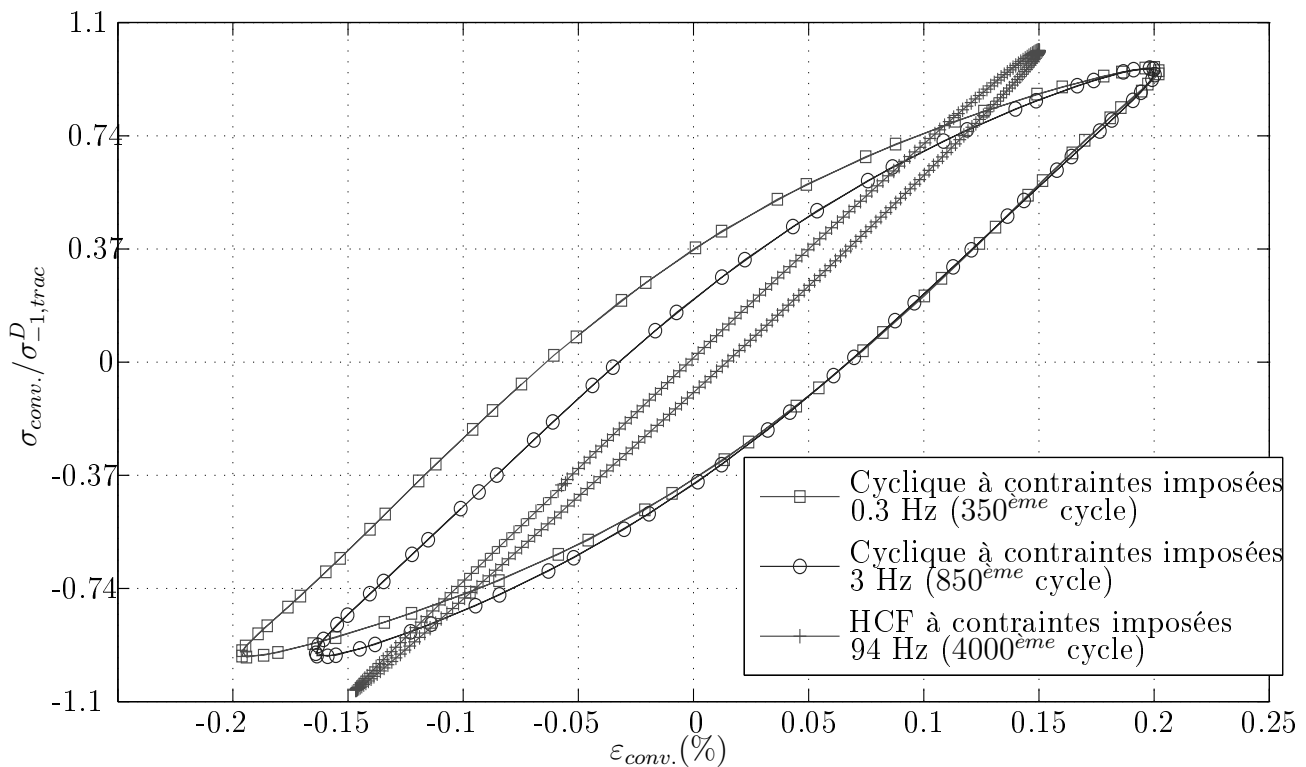


FIG. 2.25 – Courbes contrainte-déformation conventionnelles obtenues lors d'essais de fatigue de traction ( $R_\sigma = -1$ ) à une amplitude de  $0.98 \sigma_{-1, trac}^D$  et une fréquence de 94 Hz, et courbes de traction cyclique obtenues lors d'essais de traction compression cyclique à contrainte imposée après stabilisation du comportement du matériau à 0,3 Hz et 3 Hz.

### Conclusion

Les enregistrements des premiers cycles des essais en fatigue permettent de conforter l'hypothèse selon laquelle le matériau reste dans un état macroscopiquement élastique (ou quasi élastique) lors des essais de fatigue à grand nombre de cycles (à des fréquences de 50 Hz et 95 Hz). Par contre, le comportement du matériau dans ces conditions est nettement différent de son comportement lors des essais d'érouissage cyclique à fréquence plus faible (0,3 Hz, 3 Hz et 10 Hz).

#### 2.2.4 Conclusion

La caractérisation du comportement cyclique d'un matériau subissant des chargements en fatigue est importante pour espérer pouvoir ensuite prévoir sa durée de vie par calcul. Le comportement de l'acier ER7 semble assez complexe et demande donc une attention particulière. Dans l'état actuel des travaux, une loi de comportement pourrait être identifiée à partir

des essais réalisés à déformations ou contraintes imposées, mais cette dernière conduirait à calculer un niveau de plasticité important dans une structure, alors que celle-ci est sollicitée pour atteindre sa limite d'endurance à grand nombre de cycles.

Ceci paraît donc incohérent avec l'hypothèse d'adaptation élastique macroscopique [25, 26]. L'aspect loi de comportement mériterait des investigations complémentaires mais qui sortent du cadre de cette étude dont le but essentiel est de proposer une méthode de calcul de durée de vie.

Pour conclure, il semblerait que le phénomène de plasticité ne se déclenche pas lors des essais de fatigue à des fréquences élevées ( $> 50$  Hz), ce qui est cohérent avec les hypothèses de la fatigue à grande durée de vie (matériau dans un état élastique adapté à l'échelle macroscopique).



## 2.3 Essais de fatigue

### 2.3.1 Eprouvettes

Pour réaliser les essais de fatigue de flexion plane, flexion rotative et torsion, deux lots d'éprouvettes en acier ER7 ont été utilisés. La direction de prélèvement des éprouvettes de ces lots est radiale. Le premier lot de 150 éprouvettes a été usiné par la société SEIV Aquitaine à partir de bruts fournis par l'AEF, puis rectifiés au LAMEFIP. Cette procédure de fabrication garantit un état de surface rectifié de rugosité faible (voir paragraphe suivant), influençant a priori peu l'amorçage des fissures de fatigue. De plus, la rectification douce à la meule n'engendre que peu de contraintes résiduelles (voir paragraphe 2.3.1.2). Ces éprouvettes ont été numérotées de 1 à 150 suivi du numéro du lot (I). Ainsi l'éprouvette N°15-I désigne l'éprouvette 15 du lot I. Le deuxième lot (80 éprouvettes) a été entièrement réalisé par une autre société sous-traitante de l'AEF, les éprouvettes ont été repérées avec le même type de numérotation (lot II).

Les essais de fatigue présentés dans ce chapitre ont été réalisés au LAMEFIP sur des éprouvettes qualifiées de "lisses" étant donné leur faible coefficient théorique de concentration de contraintes,  $K_t$  [106]. La figure 2.26 illustre la géométrie des éprouvettes utilisées pour les essais de flexion rotative, torsion et pour les essais combinés de flexion plane et torsion.

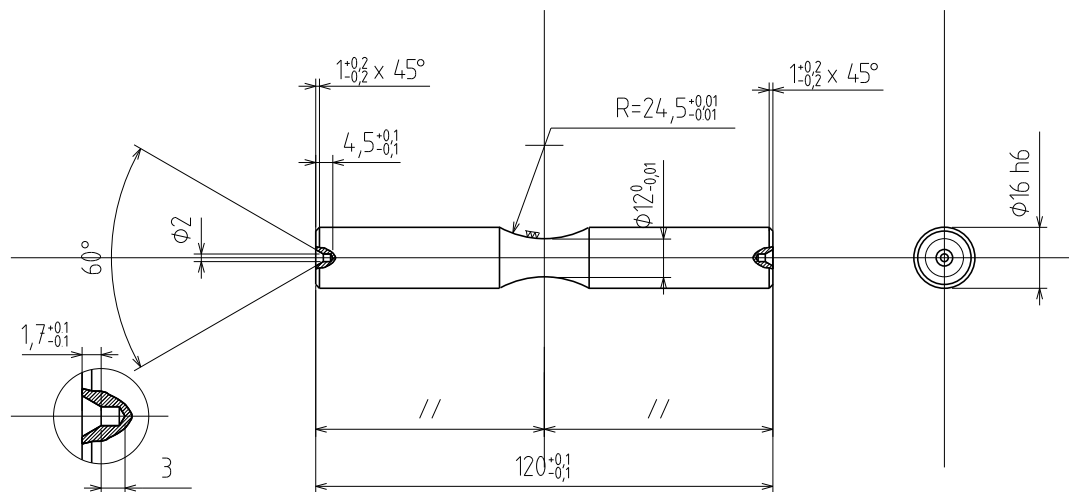


FIG. 2.26 – Géométrie des éprouvettes en acier ER7 utilisées pour les essais de flexion, torsion et flexion-torsion combinées ( $k_t(\text{flexion}) = 1.07$  et  $k_t(\text{torsion}) = 1.04$ ).

Les 18 éprouvettes « lisses » utilisées pour les essais de traction ont une géométrie particulière définie figure 2.27. Ces éprouvettes ont entièrement été usinées et rectifiées au LAMEFIP.

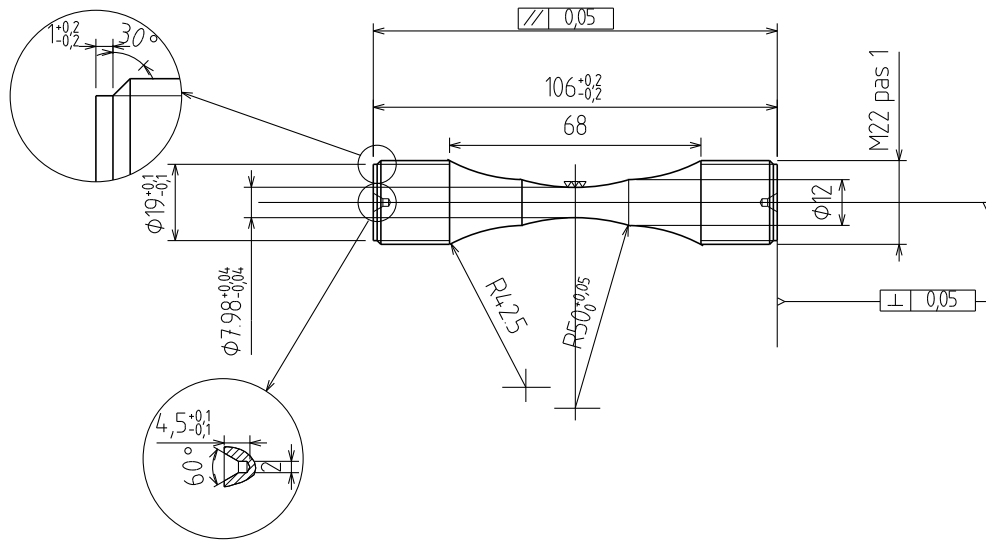


FIG. 2.27 – Géométrie des éprouvettes en acier ER7 utilisées pour les essais de fatigue en traction ( $k_t(\text{traction}) = 1.05$ ).

### 2.3.1.1 Etat de surface

L'état de surface des éprouvettes de flexion-torsion a été contrôlé au LAMEFIP sur 23 éprouvettes pour le lot I et 10 pour le lot II tirées au hasard. Les mesures ont été réalisées avec un rugosimètre Rotary Talysurf, équipé d'un palpeur de type aiguille (pyramide de rayon au sommet de  $25 \mu\text{m}$ ), sans filtrage mécanique. Le dépouillement des enregistrements a été fait conformément à la norme NF EN ISO 4287 [3]. Les résultats sont rassemblés dans le tableau 2.3. La valeur du paramètre  $R_t$  (amplitude totale du profil mesurée sur toute la longueur d'évaluation) est très différentes entre les 2 lots d'éprouvettes (lot I :  $R_t = 2,73 \mu\text{m}$ ; lot II :  $R_t = 6,79 \mu\text{m}$ ). La valeur du paramètre  $R_a$ , représentant la moyenne arithmétique des surfaces comprises entre le profil et la ligne moyenne sur la longueur de mesure, est assez différente entre les deux lots (lot I :  $R_a = 0,15 \mu\text{m}$ ; lot II :  $R_a = 0,54 \mu\text{m}$ ).

lot	ER7-I	ER7-II
$R_a$ moyen ( $\mu\text{m}$ )	0,148	0,54
$R_t$ moyen ( $\mu\text{m}$ )	2,725	6,791
Écarts-type $s(R_a)$ ( $\mu\text{m}$ )	0,029	0,222
Écarts-type $s(R_t)$ ( $\mu\text{m}$ )	0,529	0,948

TAB. 2.3 – Résultats des mesures d'état de surface sur des éprouvettes "lisses" de chaque lot de flexion-torsion en acier ER7 (longueur palpée 6 mm, cut-off = 0,25 mm).

### 2.3.1.2 Contraintes résiduelles

Deux éprouvettes de chaque lot ont été analysées par DRX en surface à l'AEF. L'éprouvette du premier lot a été analysée à l'état de demi-finition et après avoir subi la rectification de finition. Les deux éprouvettes finies ont été sollicitées en torsion alternée symétrique à 190 MPa pendant  $10^5$  cycles et à nouveau analysées par DRX. Le tableau 2.4 regroupe l'ensemble des analyses de contraintes résiduelles effectuées à l'AEF. L'incertitude sur les valeurs de contraintes résiduelles analysées est de  $\pm 50$  MPa.

	Contraintes normales longitudinales lot I (MPa)	Contraintes normales circonférentielles lot I (MPa)	Contraintes normales longitudinales lot II (MPa)	Contraintes normales circonférentielles lot II (MPa)
Demi-finition	-156	-100	-	-
Finition (avant cyclage)	-137	-98	-184	-118
Finition (après cyclage)	-50	-48	-82	-76

TAB. 2.4 – Contraintes résiduelles analysées par DRX à la surface d’une éprouvette de chaque lot avant et après cyclage en fatigue.

D’après ces analyses et compte-tenu des incertitudes, nous avons considéré que les contraintes résiduelles issues du procédé de fabrication des éprouvettes se relaxaient suffisamment après cyclage pour ne pas influencer les limites de fatigue obtenues lors des essais. On peut toutefois noter le niveau de contraintes résiduelles plus important sur l’éprouvette du lot II.

### 2.3.1.3 Essais de comparaison des lots

Des essais de fatigue pour comparer des deux lots ont été réalisés sur la machine de flexion-torsion du laboratoire (voir 2.3.2.2) en flexion torsion combinées ( $R_\sigma = 1,6$ ) déphasées ( $\varphi = \pi/2$ ) (voir le paragraphe 2.3.3.3 pour la présentation de cet essai). A l’aide de résultats obtenus sur 6 éprouvettes, une droite de Henry (méthode des fréquences cumulées [13]) est tracée pour une durée de vie voisine de  $10^5$  cycles. Cette droite est représentée sur la figure 2.28.

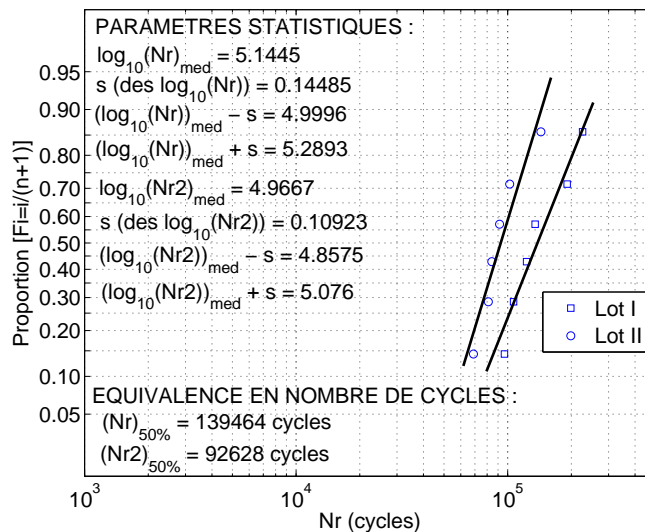


FIG. 2.28 – Droite de Henry en flexion torsion combinées ( $R_\sigma = 1,6$ ) déphasées ( $\varphi = \pi/2$ ) sur 6 éprouvettes lisses de chaque lot en acier ER7 pour  $\sigma_a = 1.08 \sigma_{-1, trac}^D$ .

Pour cette sollicitation de flexion torsion combinées ( $R_\sigma = 1,6$ ) déphasées ( $\varphi = \pi/2$ ), les droites de Henry tracées pour les deux lots sont assez différentes. Le nombre de cycles pour une probabilité de fissuration de 50% varie de 34 %.

Ces différentes constatations (état de surface, contraintes résiduelles, essais de comparaison) nous laissent penser qu’il ne faudra pas comparer directement les résultats des essais de fatigue obtenus sur ces deux lots.

## 2.3.2 Machines d'essai de fatigue utilisées

### 2.3.2.1 Vibrophore Amsler

Il s'agit d'une machine électromagnétique à résonance, asservie en force (fig. 2.29). L'asservissement (numérique sur la machine du laboratoire) s'effectue sur l'amplitude et sur la valeur moyenne de la force, mesurée à l'aide d'un dynamomètre d'une capacité de 100 kN (il est possible d'utiliser si nécessaire un autre dynamomètre d'une capacité de 20kN).



FIG. 2.29 – Vibrophore Amsler.

La fréquence de fonctionnement dépend des raideurs de l'éprouvette, du dynamomètre, du ressort mais également des masses additionnelles [29]. La fréquence de fonctionnement est comprise entre 60 et 300 Hz suivant les utilisations (raideur de l'éprouvette et masses additionnelles). Ces fréquences élevées permettent des essais à longue durée de vie ( $> 10^6$  cycles) dans des temps raisonnables. Dans le cadre de nos essais, la fréquence est environ de 95 Hz. Pour tous les essais, le critère d'arrêt des essais était le nombre de cycles maximum ( $2 \cdot 10^6$  cycles), soit une fissure macroscopique (d'environ 1 mm) générant une baisse de la fréquence de 0,5 Hz.

### 2.3.2.2 Machine d'essai de fatigue en flexion - torsion combinées

Les essais de flexion plane ou rotative, torsion et flexion-torsion combinées ont été réalisés à l'aide d'une machine servo-hydraulique conçue et réalisée au LAMFIP [95] (Fig. 2.30). Cette machine, décrite en annexe 3, peut appliquer à l'éprouvette testée une sollicitation de flexion, qui peut être de la flexion plane ou de la flexion rotative, et simultanément ou non une sollicitation de torsion. Pour les essais de flexion et de torsion, le critère d'arrêt des essais était soit un nombre de cycles maximum fixé ( $2 \cdot 10^6$  cycles), soit une perte de raideur de l'éprouvette de 10% correspondant à une fissure macroscopique (d'environ 1 mm).



FIG. 2.30 – Machine de flexion et torsion combinées du LAMEFIP.

### 2.3.3 Essais de fatigue à grande durée de vie

#### 2.3.3.1 Sollicitations d'amplitude constante uniaxiales

Chaque série d'essais de fatigue sous chargement d'amplitude constante a été réalisée sur 25 éprouvettes réparties de la façon suivante :

- 14 à 16 éprouvettes pour déterminer la limite d'endurance à  $2 \cdot 10^6$  cycles par la méthode de l'escalier,
- 7 à 10 éprouvettes pour la détermination de la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^5$  cycles par la méthode de l'escalier,
- le reste des éprouvettes a été sollicité à des niveaux de contrainte plus élevés conduisant à des durées de vie voisines de  $10^5$  cycles.

L'ensemble des résultats d'essais obtenus sur les 25 éprouvettes testées pour chaque chargement a été dépouillé à l'aide du logiciel ESOPE [125] afin d'identifier les constantes A, B, C et E de l'équation de Bastenaire (2.1) et les constantes A et B de l'équation de Basquin (2.2) pour modéliser les courbes S-N associées.

$$N = \frac{A}{S - E} \cdot \exp \left[ - \left( \frac{S - E}{B} \right)^c \right] \quad (2.1)$$

$$\ln(N) = A \ln(S) + B \quad (2.2)$$

#### **Traction** ( $R_\sigma = -1$ )

Les essais de traction alternée symétrique ( $R_\sigma = -1$ ) ont été réalisés à force imposée sur vibrophore Amsler (voir 2.3.2.1) à une fréquence voisine de 95 Hz.

Lors des essais à plus haut niveau, des phénomènes d'échauffement important sont apparus pour des amplitudes de contraintes correspondant à des durées de vie voisines de  $2 \cdot 10^5$  cycles. Ces élévations de température ont rendu difficile l'asservissement du vibrophore. Les problèmes d'asservissement et le phénomène d'échauffement laissent penser à une transition du comportement vers un état élastoplastique marqué pour ces niveaux d'effort. Nous avons montré au paragraphe 2.2.2.2 que l'effet rochet était important pour ces niveaux de contrainte. La limite de fatigue pour cette durée de vie n'a pas pu être obtenue.

Des phénomènes semblables à des fréquences moins importantes (30 Hz) ont également été observées lors d'essais de fatigue réalisés à l'AEF (en dehors de cette étude). Il faut de plus noter que les essais de traction monotone en température, effectués à l'AEF, indiquent une forte sensibilité de la limite d'élasticité à la température avec une chute de l'ordre de 15 % de celle-ci lorsque l'on passe de 20°C à 150°C.

Pour ces raisons, la courbe de Wöhler de traction n'a pas pu être tracée. On se contentera de la limite d'endurance à  $2.10^6$  cycles (obtenue par la méthode de l'escalier), indispensable pour déterminer les seuils des critères de fatigue et des méthodes de calcul de durée de vie étudiées.

Nota : il aurait été intéressant d'étudier le comportement en fatigue en traction de l'acier ER7 à des fréquences élevées, comme cela a été remarqué au paragraphe 2.2.3 lors des essais d'érouissage cyclique. Ceci n'a pas pu être réalisé dans le cadre de ce travail par manque de temps.

### Flexion plane ( $R_\sigma = -1$ )

Les essais de flexion plane ont été réalisés à 50 Hz sur la machine de flexion-torsion du laboratoire (voir paragraphe 2.3.2.2). Le tableau 2.5 regroupe les limites de fatigue estimées par la méthode de l'escalier (24 éprouvettes testées). L'écart-type n'est pas estimable. Il est probablement inférieur au pas de l'escalier utilisé (15 MPa). La faible dispersion est illustrée par le tracé des courbes S-N et le nuage de points expérimentaux (figure 2.31).

Durée de vie visée (cycles)	$\sigma_{-1}^D / \sigma_{-1, trac}^D$	$s$ (MPa)
$2.10^5$	1.28	non estimable
$2.10^6$	1.09	non estimable

TAB. 2.5 – Limites de fatigue expérimentales obtenues en flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) par la méthode de l'escalier sur éprouvettes lisses en acier ER7.

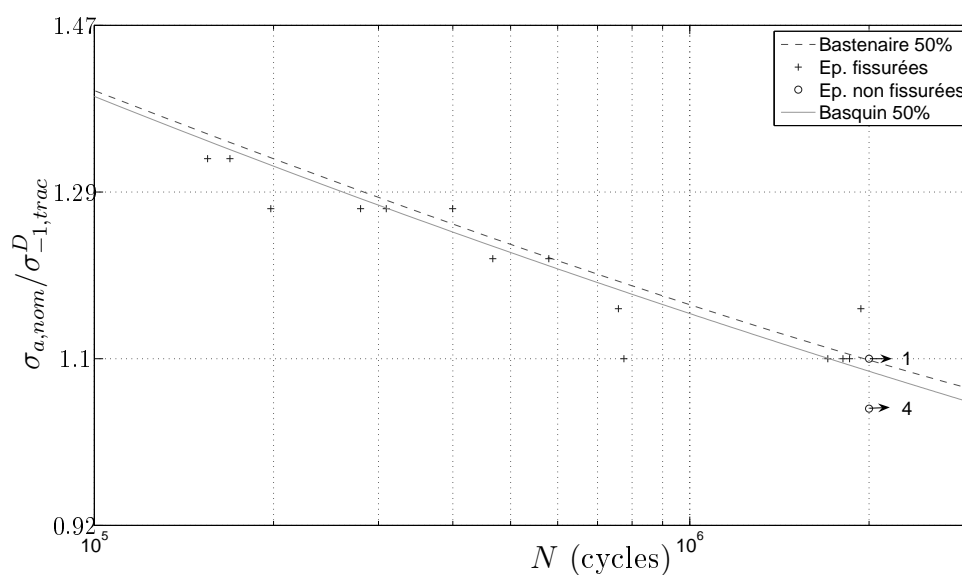


FIG. 2.31 – Courbes S-N en flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) sur éprouvettes lisses en acier ER7. Résultats expérimentaux et modèles de courbe S-N selon les équations de Bastenaire et Basquin.

### 2.3.3.2 Flexion rotative ( $R_\sigma = -1$ )

Les essais de flexion rotative ont été réalisés à 50 Hz sur la machine de flexion-torsion du laboratoire (voir 2.3.2.2). Le tableau 2.6 regroupe les limites de fatigue estimées par la méthode de l'escalier avec 24 éprouvettes testées).

Durée de vie visée (cycles)	$\sigma_{-1}^D / \sigma_{-1, trac}^D$	$s$ (MPa)
$2.10^5$	1.19	non estimable
$2.10^6$	1.04	non estimable

TAB. 2.6 – Limites de fatigue expérimentales obtenues en flexion rotative ( $R_\sigma = -1$ ) par la méthode de l'escalier sur éprouvettes lisses en acier ER7.

L'écart-type n'est pas estimable. On peut raisonnablement penser qu'il est inférieur au pas de l'escalier utilisé (15 MPa). La faible dispersion est illustrée par le tracé des courbes S-N et le nuage de points expérimentaux (figure 2.32).

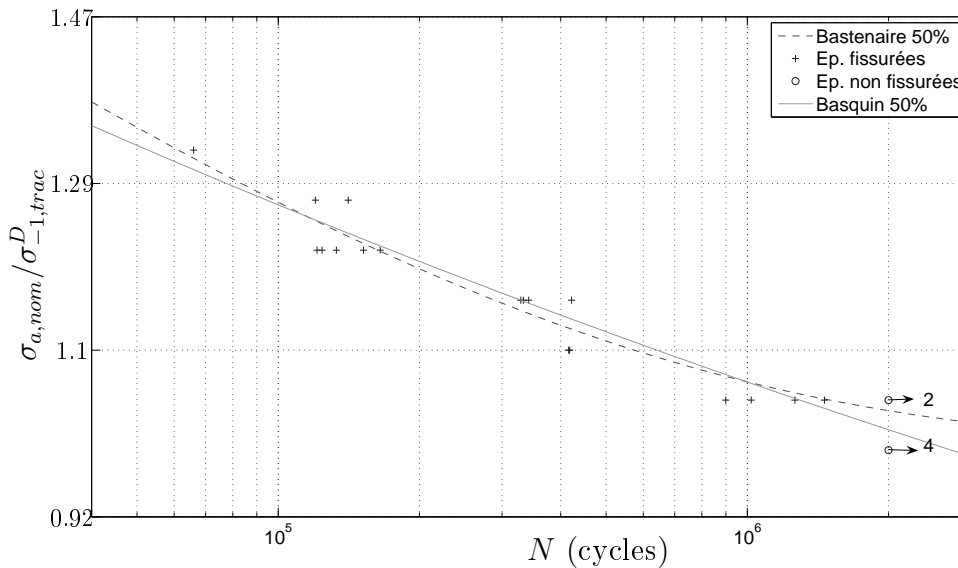


FIG. 2.32 – Courbes S-N en flexion rotative ( $R_\sigma = -1$ ) sur éprouvettes lisses en acier ER7. Résultats expérimentaux et modèles de courbe S-N selon les équations de Bastenaire et Basquin.

### 2.3.3.3 Sollicitations multiaxiales d'amplitude constante

#### Torsion ( $R_\tau = -1$ )

Les essais de torsion ont été réalisés à 50 Hz sur la machine de flexion-torsion du laboratoire sur 24 éprouvettes. Les limites de fatigue médiane et les écarts-types estimés par la méthode de l'escalier sont regroupés dans le tableau 2.7. De plus, à l'aide de résultats obtenus sur 6 éprouvettes, une droite de Henry est tracée pour une durée de vie voisine de  $10^5$  cycles. Cette droite est représentée sur la figure 2.37.

Durée de vie visée (cycles)	$\tau_{-1}^D / \sigma_{-1, trac}^D$	$s$ (MPa)
$2 \cdot 10^5$	0.79	non estimable
$2 \cdot 10^6$	0.73	non estimable

TAB. 2.7 – Limites de fatigue en torsion ( $R_\tau = -1$ ) obtenues par la méthode de l'escalier sur éprouvettes lisses en acier ER7.

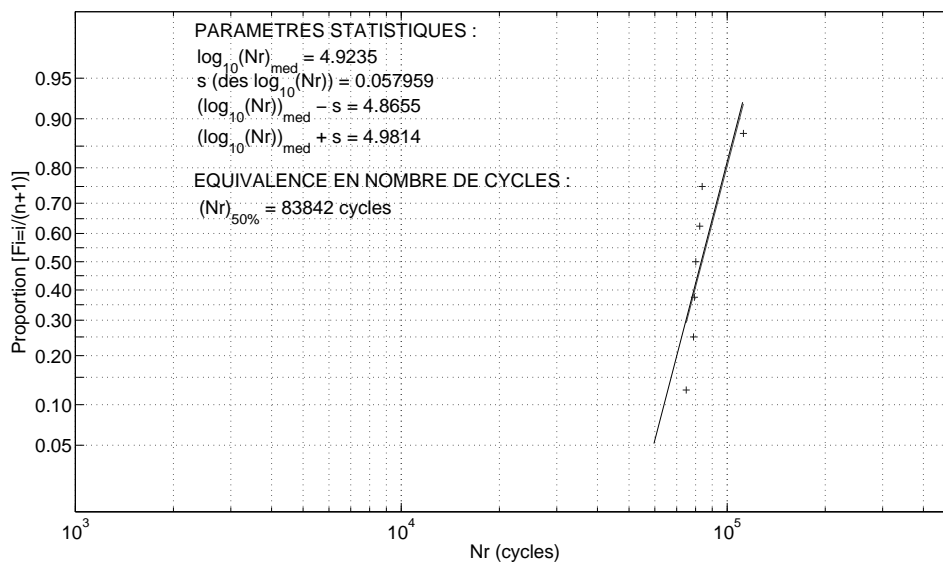


FIG. 2.33 – Droite de Henry en torsion ( $R_\tau = -1$ ) sur éprouvettes lisses en acier ER7 pour  $\tau_a = 0.875 \sigma_{-1, trac}^D$ .

Les courbes S-N en torsion ( $R_\tau = -1$ ) sur éprouvettes lisses modélisées par les formulations de Bastenaire et de Basquin ainsi que les résultats d'essais sont représentés sur la figure 2.34. L'écart-type en contrainte n'est pas estimable. Il est probablement inférieur au pas de l'escalier utilisé (15 MPa), il aurait fallu tester un plus grand nombre d'éprouvettes pour l'estimer.



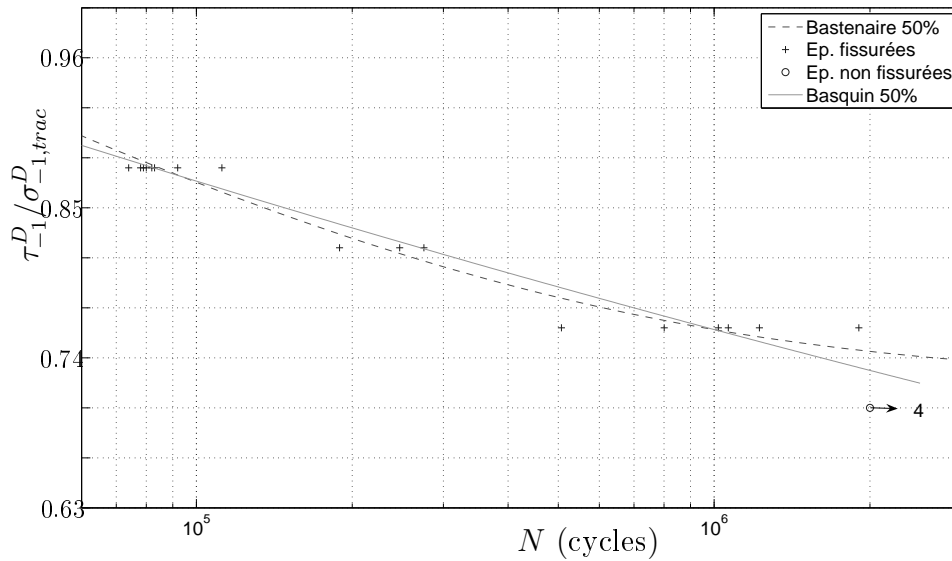


FIG. 2.34 – Courbes S-N en torsion ( $R_\sigma = -1$ ) sur éprouvettes lisses en acier ER7. Résultats expérimentaux et modèle de Bastenaire et de Basquin.

### Observation des fissures

L'orientation des fissures macroscopiques a été déterminée par observation au microscope électronique à balayage sur des éprouvettes sollicitées en torsion, les fissures présentent toutes des orientations semblables à celle illustrée par la figure 2.35. La fissure s'amorce, puis commence à se propager dans le plan de cisaillement maximum le long de l'axe longitudinal de l'éprouvette ( $\simeq 150\mu\text{m}$  de propagation longitudinale) pour finalement bifurquer à  $45^\circ$  de cet axe (perpendiculairement aux directions principales de contraintes).

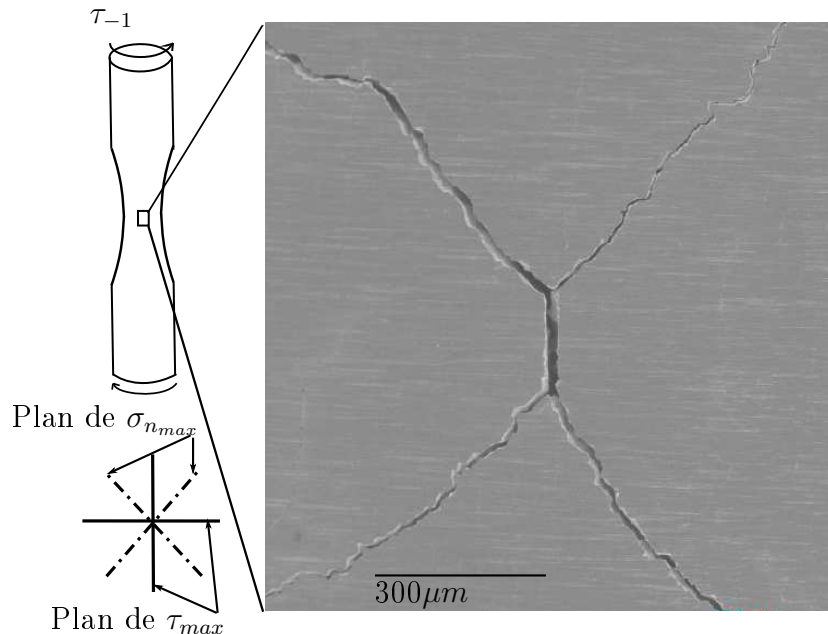


FIG. 2.35 – Orientation de la fissure macroscopique à la surface d'une éprouvette après essai de torsion ( $R_\tau = -1$ ) à  $0.78 \sigma_{-1, trac}^D$ .

Un examen minutieux du faciès de rupture a été réalisé au microscope électronique à balayage après fragilisation de l'éprouvette à l'azote liquide et ouverture de la fissure en

torsion.

Le faciès de rupture est illustré sur la figure 2.36. La taille de la macrofissure de fatigue est de 9 mm dans le sens longitudinal et entre 3 et 4 mm de profondeur. Cette éprouvette a subi 1223784 cycles sous une amplitude  $\tau_a = 0.78 \sigma_{-1, trac}^D$ . En observant à plus fort grossissement le faciès de rupture, une inclusion de sulfure de manganèse, de  $90 \mu m$  de longueur, à l'origine de l'amorçage est visible. Des inclusions de sulfure de manganèse ont été systématiquement observées dans les zones d'amorçage sur toutes les éprouvettes ouvertes en torsion.

Nota : d'autres observations microscopiques, notamment sur le parcours du chemin de fissuration, sur des éprouvettes fissurées et non fissurées ont également été effectuées. Elles seront présentées au chapitre 3 pour discuter les hypothèses de notre proposition de méthode de calcul de durée de vie.

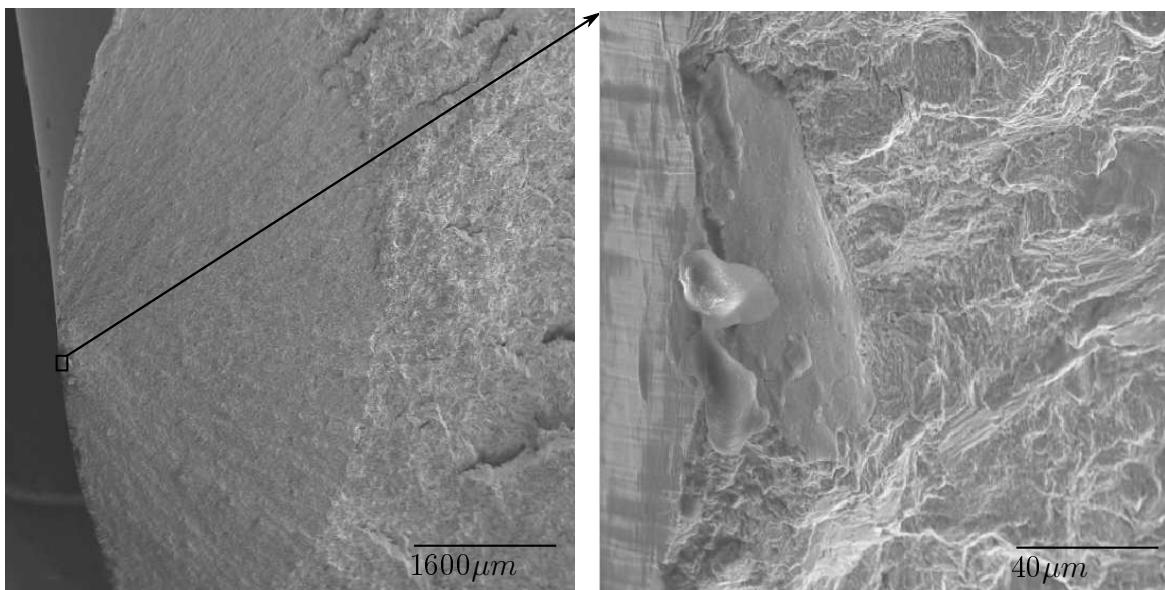


FIG. 2.36 – Photographie MEB du faciès de rupture d'une éprouvette lisse en acier ER7 après essai de torsion ( $R_\sigma = -1$ ) (éprouvette n°95ER7\_I)

L'amorçage de fissure de fatigue sur des inclusions de sulfure de manganèse a déjà été observé par de nombreux auteurs (voir par exemple Ekberg [34]). Pour notre matériau, la taille caractéristique de ces inclusions étant inférieure à la taille de la microstructure (voir paragraphe 2.1.3), nous pouvons considérer que nous traitons un problème d'amorçage sur micro-défauts et qu'il ne s'agit pas d'un problème de propagation de fissure macroscopique.

### Flexion plane et torsion combinées déphasées ( $\phi = 90^\circ$ )

Cet essai de fatigue particulier nous servira au chapitre 3 pour tester les prévisions de la méthode de calcul de durée de vie proposée. Le tableau 2.8 regroupe les conditions des essais de flexion-torsion combinées réalisés hors phase ( $\phi = 90^\circ$ ) avec  $\frac{\sigma_a}{\tau_a} = \sqrt{2(1 + \nu)} = 1,61$  ( $R_\sigma = R_\tau = -1$ ). Les limites de fatigue médiane et les écarts-types estimés par la méthode de l'escalier sont regroupés dans le tableau (2.9). A l'aide de résultats obtenus sur 6 éprouvettes, une droite de Henry (méthode des fréquences cumulées [13]) a aussi été tracée pour une durée de vie voisine de  $10^5$  cycles. Cette droite est représentée sur la figure 2.37.

Sollicitations combinées	R	Rapport $\sigma_a/\tau_a$	Déphasage	Fréquence (Hz)
Flexion plane - Torsion	-1	$\sqrt{2(1+\nu)}=1,61$	$\frac{\pi}{2}$	50

TAB. 2.8 – Conditions de l’essai de fatigue de flexion-torsion combinées déphasées réalisé sur éprouvettes lisses en acier ER7.

Durée de vie visée (cycles)	$\sigma_{-1}^D/\sigma_{-1,trac}^D$	$\tau_{-1}^D/\sigma_{-1,trac}^D$	$s$ (MPa)
$2 \cdot 10^5$	1.04	0.64	non estimable
$2 \cdot 10^6$	0.93	0.58	non estimable

TAB. 2.9 – Limites de fatigue expérimentales obtenues en flexion-torsion combinées déphasées ( $R_\sigma = -1$ ) par la méthode de l’escalier sur éprouvettes lisses en acier ER7.

Une nouvelle fois, l’écart-type n’est pas estimable (probablement inférieur au pas de l’escalier : 15 MPa). La faible dispersion est illustrée par le tracé des courbes S-N et du nuage de points expérimentaux (figure 2.38).

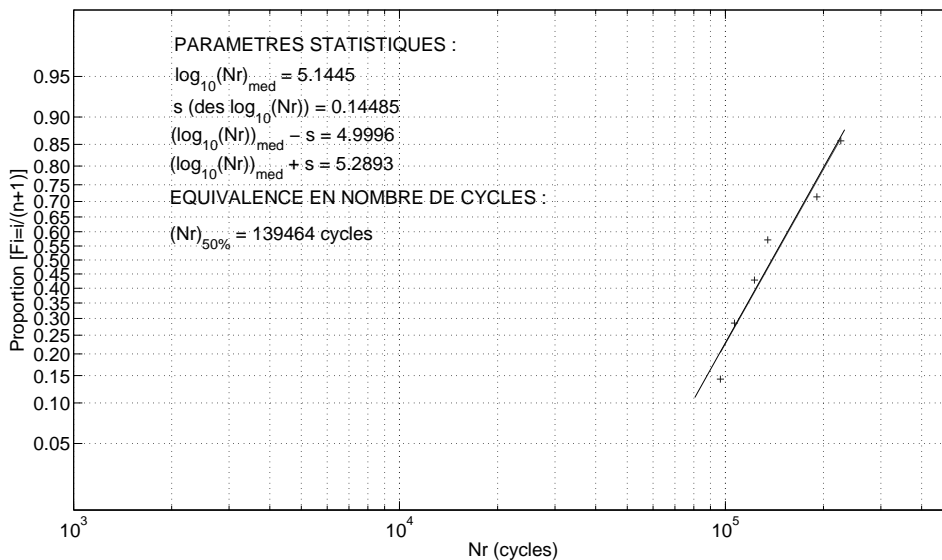


FIG. 2.37 – Droite de Henry en flexion-torsion combinées déphasées ( $\phi = 90^\circ$ ) ( $R_\sigma = -1$ ) sur éprouvettes lisses en acier ER7 pour  $\sigma_a = 1.08 \sigma_{-1,trac}^D$  et  $\tau_a = 0.67 \sigma_{-1,trac}^D$ .

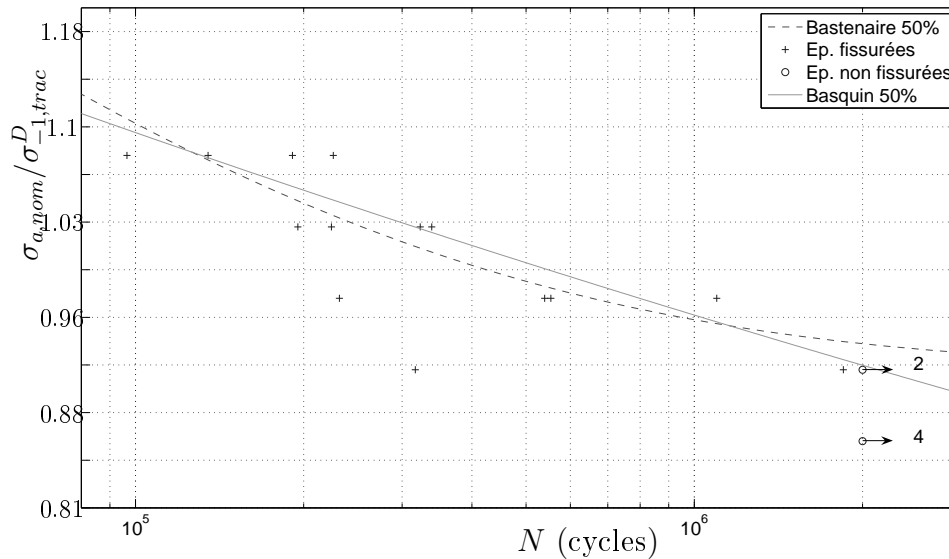


FIG. 2.38 – Courbes S-N en flexion-torsion combinées ( $R_\sigma = -1$ ) hors phase ( $\phi = 90^\circ$ ) avec  $\frac{\sigma_a}{\tau_a} = \sqrt{2(1+\nu)} = 1,61$  sur éprouvettes lisses en acier ER7. Points expérimentaux et modèles de courbe S-N selon Bastenaire et Basquin.

### Essais de flexion plane et torsion combinées déphasées ( $\phi = 90^\circ$ ) à fréquences différentes

#### Objectifs des essais à fréquences différentes

Lors d'essais de flexion torsion combinées en phase et à même fréquence, le repère principal des contraintes est fixe par rapport à la matière ; sa position dépend du rapport  $k_\sigma = \sigma_a/\tau_a$ . Lorsque les sollicitations sont déphasées, le repère principal varie au cours du temps. Le chargement est non proportionnel. Pour discriminer les méthodes de calcul de durée de vie vis-à-vis de ces chargements à fréquence différentes, Banvillet [8] a réalisé des essais sinusoïdaux alternés symétriques de flexion-torsion à fréquences différentes sur la fonte EN-GJS800-2. Dans ce cas, le repère principal varie au cours du temps et, pour les méthodes basées sur le concept de plan critique, la variable de comptage associée au plan critique évolue. Plusieurs cycles peuvent être extraits de la séquence de chargement. Par exemple, on remarque sur la figure 2.39 que la norme du vecteur cission  $C(t)$  (calculée sur le plan de cisaillement maximum) varie différemment au cours d'une période de chargement, en fonction du rapport  $k_\sigma = \sigma_a/\tau_a$ . Le nombre de cycles extraits par les méthodes de comptage (qui comptent sur  $C(t)$ ) sera donc sensible au rapport  $k_\sigma$ .

Pour un rapport  $\sigma_a/\tau_a$  inférieur à 1, un comptage rainflow [5] sur la cission résolue macroscopique ne prévoira qu'un seul cycle "endommageant". Si le rapport est supérieur à un, 5 cycles seront comptés sur cette variable. Pour évaluer la sensibilité du comptage au rapport  $\sigma_a/\tau_a$  nous avons réalisé des essais particuliers dans ces deux configurations différentes ( $\sigma_a/\tau_a = 0,61 < 1$  et  $\sigma_a/\tau_a = 1,61 > 1$ ) sur l'acier ER7.

#### Conditions et résultats d'essais

Les essais de flexion plane et de torsion combinées alternées symétriques ( $R_\sigma = -1$ ) à fréquences différentes sont illustrés par la figure 2.40. La durée de la séquence de chargement est la plus grande période des deux sollicitations (ici la torsion). Les essais sont réalisés à moments imposés.

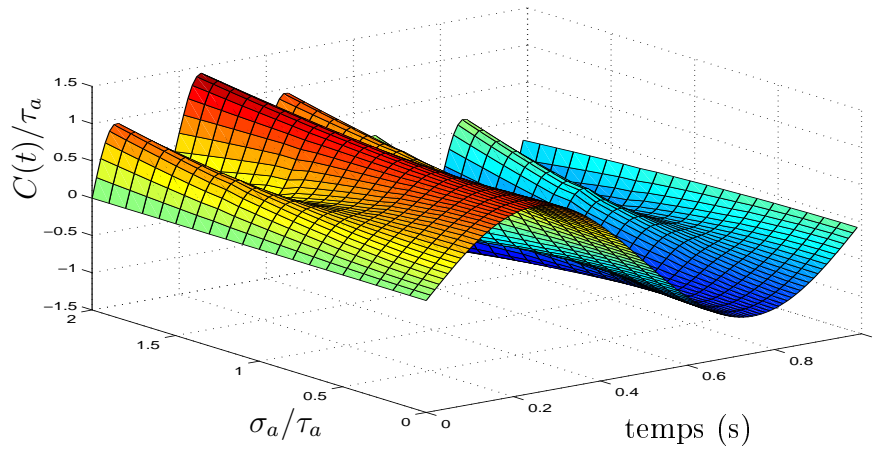


FIG. 2.39 – Évolution temporelle, sur le plan de cisaillement maximum, de  $C(t)$  lors d'un essai de flexion-torsion combinées à fréquences différentes ( $f_\tau = 1 \text{ Hz}$ ,  $f_\sigma = 5 \text{ Hz}$ ), en fonction de  $k_\sigma = \sigma_a/\tau_a$ , d'après Banvillet [8].

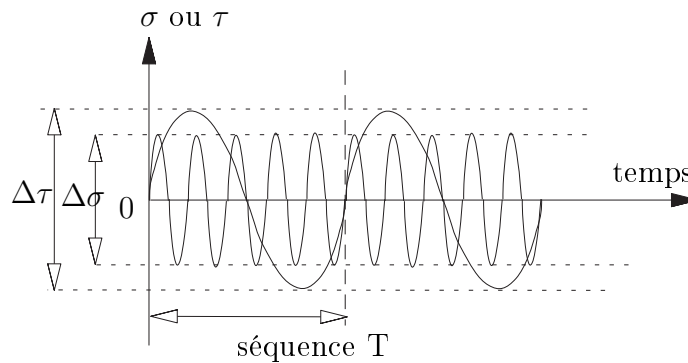


FIG. 2.40 – Chargement de flexion plane et de torsion combinées ( $R_\sigma = -1$ ) à fréquences différentes.

La figure 2.41, représentant l'évolution de la contrainte principale  $\sigma_{II}$  en fonction de la contrainte principale  $\sigma_I$ , illustre la très forte non proportionnalité de ce type de chargement à fréquences différentes.

Les conditions de chargement sont rappelées dans le tableau 2.10, où  $f_\sigma/f_\tau$  désigne le rapport des fréquences entre la sollicitation de flexion et celle de torsion ; la fréquence de la sollicitation de flexion,  $f_\sigma$ , est de 48 Hz. Huit éprouvettes ont été testées pour chaque série d'essais. On peut remarquer, dans la dernière colonne du tableau 2.10 que la contrainte équivalent de Von Mises n'atteint pas la limite d'élasticité ( $R_{p0.2} = 499 \text{ MPa}$ ) du matériau.

$\sigma_a/\sigma_{-1, trac}^D$	$\tau_a/\sigma_{-1, trac}^D$	$f_\sigma/f_\tau$	$k_\sigma$	$N_{r50\%}$	$\sigma_{VMmax}$
1.08	0.67	8	1.61	11036	425
1.08	0.67	1/8	1.61	10695	425
0.5	0.8	8	0.61	34793	395
0.5	0.8	1/8	0.61	11529	395

TAB. 2.10 – Conditions de chargement et résultats des essais sinusoïdaux de flexion plane et de torsion ( $R_\sigma = -1$ ) combinées à fréquences différentes.

Dans le tableau 3.8, on peut noter l'influence non négligeable du rapport de chargement  $k_\sigma = \sigma_a/\tau_a$  sur la durée de vie des essais à fréquences différentes. Lorsque  $k_\sigma$  est supérieur à un, il ne semble pas y avoir d'influence notable du rapport de fréquence  $k_f = f_\sigma/f_\tau$  sur le

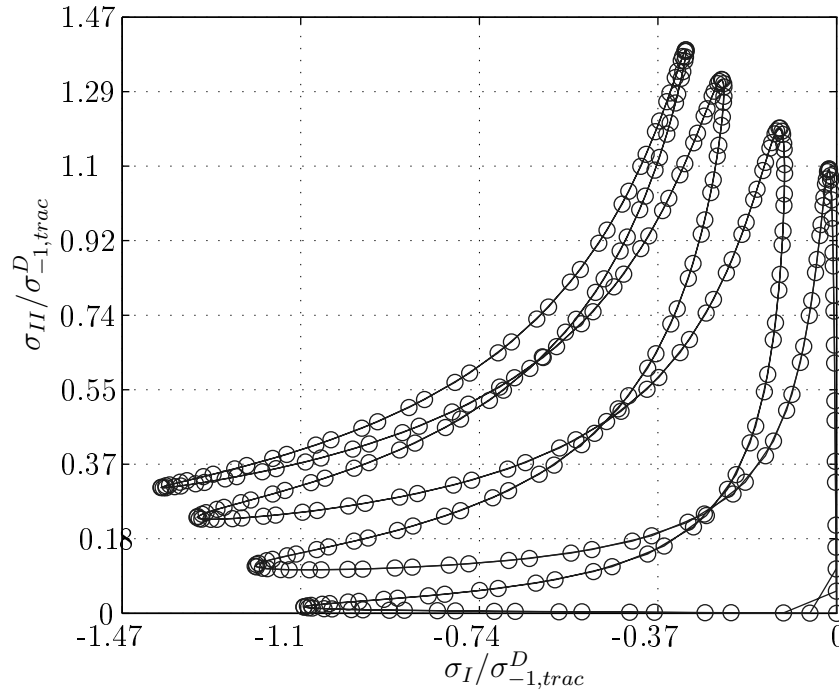


FIG. 2.41 – Evolution de la contrainte principale  $\sigma_{II}$  en fonction de la contrainte principale  $\sigma_I$  lors d'un essai sous chargement de flexion plane et de torsion combinées ( $R_\sigma = -1$ ) à fréquences différentes ( $f_\sigma = 8$  Hz et  $\sigma_a = 1.08 \sigma_{-1, trac}^D$ ).

nombre de séquences à fissuration. Dans le cas contraire ( $k_\sigma < 1$ ), l'influence de la fréquence des sollicitations est nettement plus prononcée sur la durée de vie.

Froustey [47] avec des essais en endurance ( $10^6$  cycles) de flexion plane et de torsion combinées sur des éprouvettes lisses en acier 30NiCrMo16 trempé revenu, constate que pour un rapport de chargement ( $\sigma_a/\tau_a = 1$ ) l'influence de la fréquence des sollicitations (deux essais  $f_\sigma/f_\tau = 4$  et  $f_\sigma/f_\tau = \frac{1}{4}$ ) est négligeable sur les limites d'endurance (contenu dans la dispersion expérimentale). Banvillet [8] avec des essais réalisés sur la fonte EN-GJS800-2 montre l'influence sur la durée de vie du rapport  $k_\sigma = \sigma_a/\tau_a$  pour des essais de flexion-torsion à fréquences différentes. Cette influence semble d'autant plus importante que  $k_\sigma$  est supérieur à 1.

Nous reviendrons sur ces essais au chapitre 3 dans la partie présentant les confrontations des prévisions de notre proposition de calcul de durée de vie à des résultats expérimentaux.

## Bilan des essais de fatigue à amplitude constante

Ces essais de fatigue à amplitude constante ont permis de déterminer l'ensemble des limites d'endurance de l'acier ER7 sous sollicitations simples et une sous sollicitations combinées de flexion plane et torsion.

### 2.3.3.4 Sollicitation d'amplitude variable

#### Objectifs et conditions d'essais

Afin de tester les prévisions des méthodes de calcul de durée de vie sous une sollicitation multiaxiale d'amplitude variable représentative du domaine ferroviaire, l'AEF a construit un chargement particulier.

Deux efforts, notés  $F_Q$  et  $F_Y$ , sont appliqués à une roue montée sur le banc d'étalonnage

des essieux de mesures de l'AEF (figure 2.42). L'amplitude des efforts est déterminée à partir d'une norme ferroviaire (fiche UIC 510-5), et correspond à un des trois cas de charge conventionnels appliqués à une roue de train. Il est important de souligner que la roue tourne à une vitesse constante dans le banc d'essai. Des rosettes (3 jauges de déformations), sont collées sur la roue dans des zones considérées comme critiques : congés de raccordement et bord de perçage.

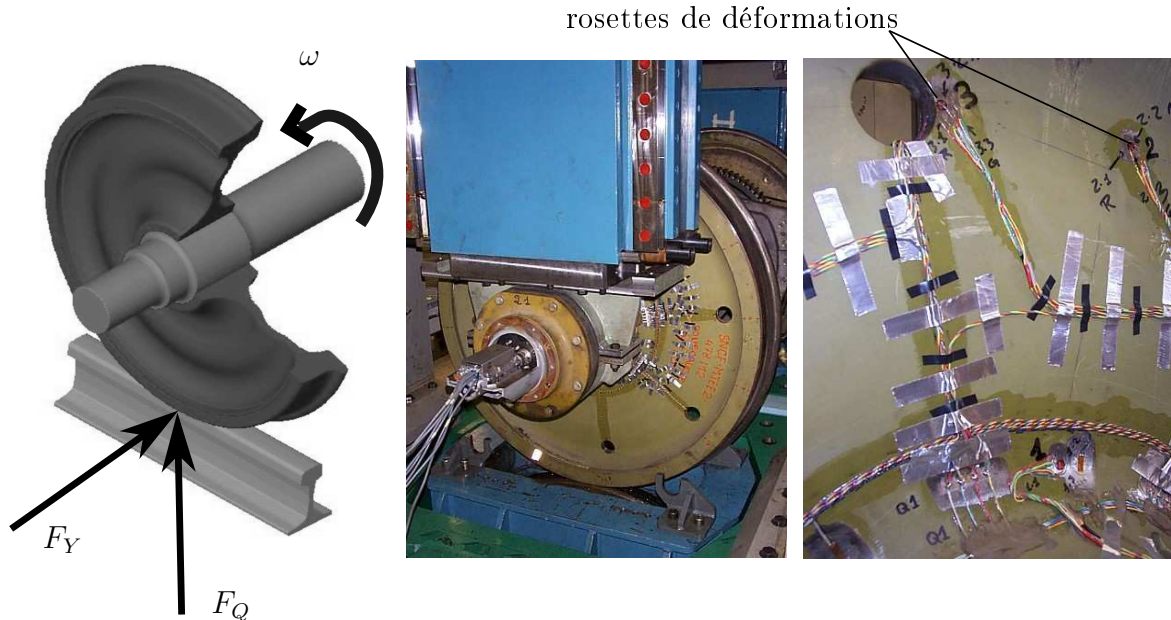


FIG. 2.42 – Chargement exercé sur une roue au banc d'essai de l'AEF.

Elles permettent de connaître l'évolution des contraintes (calculées en élasticité linéaire) sur un tour de roue en un point, au bord d'un perçage comme l'illustre la figure 2.43. Le trajet de chargement est ensuite restitué sur des éprouvettes lisses avec un chargement équivalent sous sollicitations combinées.

Afin de tester la méthode de calcul de durée de vie proposée au chapitre 3, nous avons souhaité enrichir la base de résultats d'essais d'amplitude variable. Le trajet de chargement a été restitué sur les éprouvettes lisses de fatigue au laboratoire avec un chargement équivalent en flexion-torsion combinées. Afin d'obtenir différentes durées de vie, ce chargement est amplifié par un facteur multiplicatif  $k$ . Plusieurs facteurs d'amplification ont été appliqués sur les éprouvettes. Les chargements d'amplitude variable souhaités et réellement appliqués pour  $k = 4$  sont illustrés sur la figure 2.44. L'asservissement réalisé est de bonne qualité. La période de chargement de 0,2 s (fréquence équivalente 5 Hz) a permis de réaliser les essais jusqu'à  $2 \cdot 10^6$  cycles en un temps raisonnable (4 à 6 jours par éprouvettes).

Sur la figure 2.45, on peut remarquer que pour l'essai réalisé avec le facteur d'amplification le plus important ( $k=6$ ), la contrainte équivalente de Von Mises ne dépasse pas la limite d'élasticité ( $R_{p0.2} = 499$  MPa) du matériau au cours du chargement. Les nombres de cycles expérimentaux à fissuration obtenus sur 10 éprouvettes sont répertoriés dans le tableau 2.11.

En plus des essais réalisés au laboratoire, des essais similaires en traction-torsion combinées avaient été réalisés au LFM de Metz sur des éprouvettes lisses (illustrées en annexe 4). Les chargements d'amplitude variable souhaités et réellement appliqués sont présentés en annexe 4. Les nombres de cycles expérimentaux à fissuration sont répertoriés dans le tableau 2.12.

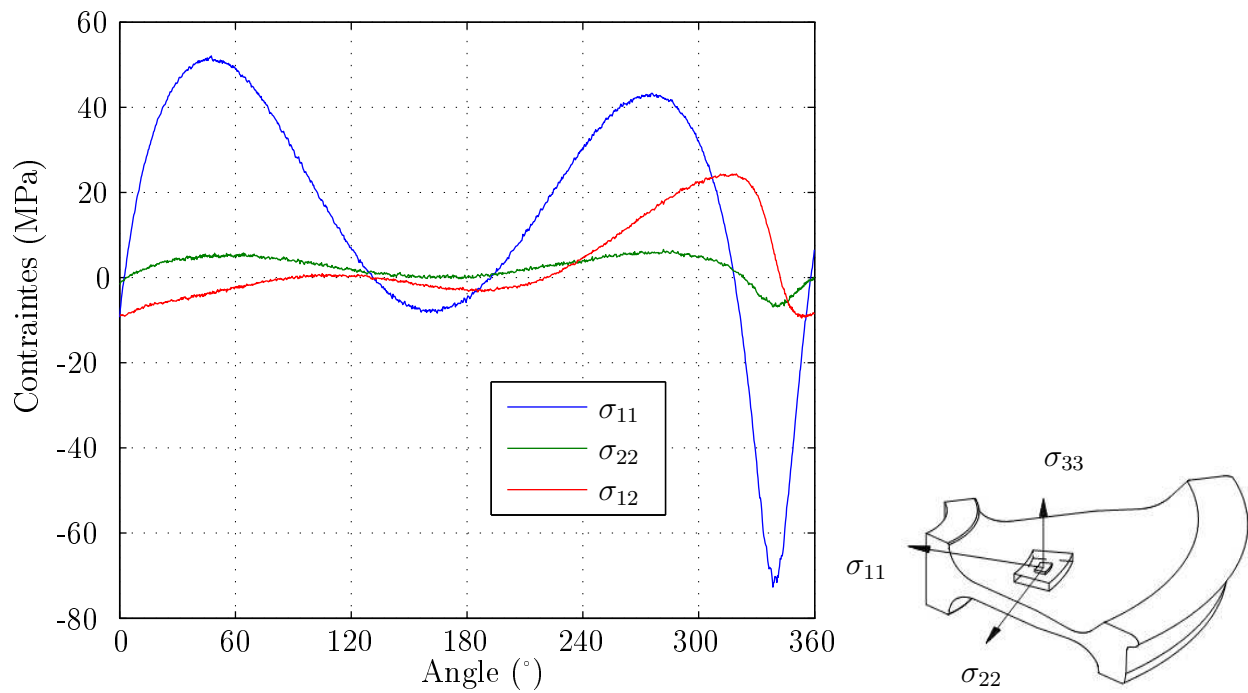


FIG. 2.43 – Chargement exercé sur une roue au banc d’essai de l’AEF et repère associé à la roue.

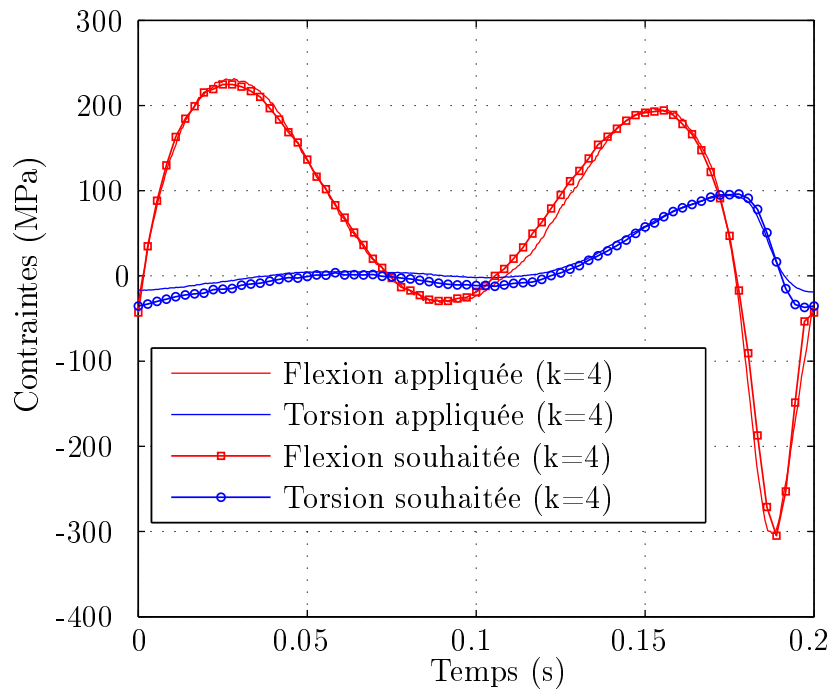


FIG. 2.44 – Comparatif des signaux de contraintes en fond de tore souhaités et réellement appliqués lors des essais de flexion-torsion d’amplitude variable réalisés au laboratoire sur éprouvettes lisses en acier ER7.

## 2.4 Conclusion

Le comportement cyclique de l’acier ER7 est mieux connu même s’il mériterait d’être étudié de façon plus approfondie. Dans le domaine de contraintes et de déformations où



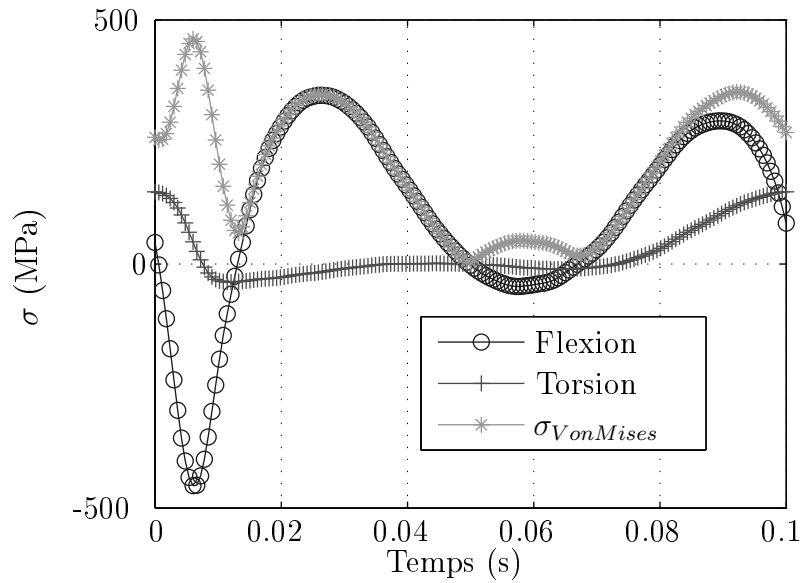


FIG. 2.45 – Evolution des signaux de contraintes en fond de tore appliqués et de la contrainte équivalente de Von Mises lors d'un essai de flexion-torsion d'amplitude variable avec un facteur d'amplification de 6 sur éprouvettes lisses en acier ER7.

$\sigma_{max}$	$\tau_{max}$	$k_{\sigma}$	$N_{r50\%}$	Remarques
102	25	1	-	Pas de fissure à $2.10^6$ séquences
359	86	4	-	Pas de fissure à $2.10^6$ séquences
402	96	4.5	1 454 800	
402	96	4.5	1 282 600	
415	99	4.65	258 950	
424	102	4.75	346 750	
424	102	4.75	242 500	
445	107	5	155 350	
488	117	5.5	50 950	
531	127	6	41 250	

TAB. 2.11 – Conditions de chargement et résultats des essais de flexion-torsion d'amplitude variable réalisés au laboratoire sur éprouvettes lisses en acier ER7.

$\sigma_{max}$	$\tau_{max}$	$k_{\sigma}$	$N_{r50\%}$	Remarques
224	54	2.5	-	Pas de fissure à $2.10^6$ séquences
359	86	4	894 766	
445	107	5	57 843	
445	107	5	67 731	

TAB. 2.12 – Conditions de chargement et résultats des essais de traction-torsion d'amplitude variable réalisés au LFM de Metz sur éprouvettes lisses en acier ER7.

les essais de fatigue ont été réalisés, et aux fréquences relativement élevées (50 et 95 Hz) étudiées, nous considérons que le matériau s'adapte.

Nous disposons d'une base de résultats d'essais de fatigue permettant d'identifier les divers paramètres de méthodes de calcul de durée de vie et de critères de fatigue.

Nous disposons également de résultats d'essais discriminants sous chargements combinés non proportionnels pour tester la qualité des prévisions de la méthode de calcul de durée de

vie que nous proposons au chapitre 3.

# Chapitre 3

## Proposition d'une méthode de calcul de durée de vie

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Matériau de l'étude</b> . . . . .	<b>50</b>
2.1.1	Composition chimique . . . . .	50
2.1.2	Elaboration des roues de train . . . . .	50
2.1.3	Microstructure . . . . .	53
<b>2.2</b>	<b>Caractéristiques mécaniques</b> . . . . .	<b>55</b>
2.2.1	Sollicitation monotone . . . . .	55
2.2.2	Sollicitations cycliques . . . . .	57
2.2.3	Adaptation cyclique et limite d'endurance . . . . .	64
2.2.4	Conclusion . . . . .	69
<b>2.3</b>	<b>Essais de fatigue</b> . . . . .	<b>71</b>
2.3.1	Eprouvettes . . . . .	71
2.3.2	Machines d'essai de fatigue utilisées . . . . .	74
2.3.3	Essais de fatigue à grande durée de vie . . . . .	75
<b>2.4</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>86</b>

---

La première partie de ce chapitre consiste en un rappel des hypothèses du critère de fatigue du LAMEFIP, présenté en annexe 1, et réprecise la notion de seuil de non fissuration, base de l'approche volumique introduite par Palin-Luc [94, 97].

Nous présentons dans la deuxième partie un paramètre d'endommagement énergétique sur la base des travaux antérieurs du laboratoire [94, 8, 9]. Le paramètre proposé permet de développer une méthode de calcul de durée de vie applicable à des chargements d'amplitude variable générant des états de contraintes multiaxiaux tout en tenant compte des gradients de contraintes et de déformations.

Dans une dernière partie, la qualité de notre proposition est évaluée en confrontant ses prévisions à des résultats d'essais réalisés dans le cadre de cette étude et issus de la littérature.

## 3.1 Hypothèse d'un seuil de non fissuration et volume d'influence

### 3.1.1 Mise en évidence expérimentale du seuil

Lors de précédentes collaborations entre le LAMEFIP et des partenaires industriels (Renault et Ratier Figeac), Palin-Luc [94], Banvillet [8] et Delahay [29] ont réalisé des essais de fatigue sur éprouvettes lisses en fonte EN-GJS800-2 et en titane Ti-6Al-4V. La base de données regroupe des essais de fatigue sous sollicitation de flexion plane et torsion alternées symétriques à deux blocs (bas/haut) répétés alternativement jusqu'à fissuration. Pour ces deux matériaux, pour une amplitude de contrainte du bloc haut fixée, l'amplitude du bloc bas affecte la durée de vie de l'éprouvette lorsque le niveau de ce dernier est inférieur à une contrainte seuil. Cette limite, notée  $\sigma^*$ , est inférieure à la limite d'endurance conventionnelle du matériau  $\sigma_{-1}^D$ . Il faut noter que le niveau du bloc haut n'a pas d'influence sur la valeur de ce seuil en contrainte  $\sigma^*$  tant que les sollicitations restent dans le domaine de l'endurance limitée.

**Pour des sollicitations uniaxiales alternées symétriques, des cycles d'amplitude comprise entre  $\sigma^*$  et  $\sigma_{-1}^D$ , mélangés à des cycles d'amplitude de contrainte supérieure à  $\sigma_{-1}^D$ , participent à l'endommagement du matériau de manière significative.**

Le tableau 3.1 répertorie les conditions des différents essais mettant en évidence l'existence du seuil  $\sigma^*$ . Le nombre de cycles indique la durée de vie correspondant à l'amplitude de contrainte du bloc haut. Les amplitudes de contraintes du bloc haut et les limites d'endurance conventionnelles des matériaux y sont également indiqués.

Matériaux	Sollicitations	$\sigma_a$ ou $\tau_a$ bloc haut (MPa)	Nr (cycles)	$\sigma_{-1}^D$ (MPa)	$\sigma^*$ ou $\tau^*$ (MPa)
Fonte EN-GJS800-2	Flexion plane ( $R_\sigma = -1$ )	317	$3 \cdot 10^5$	282	210
Fonte EN-GJS800-2	Flexion plane ( $R_\sigma = -1$ )	347	$10^5$	282	210
Fonte EN-GJS800-2	Torsion ( $R_\sigma = -1$ )	250	$1,4 \cdot 10^5$	212	180
Titane Ti-6Al-4V	Flexion plane ( $R_\sigma = -1$ )	700	$10^5$	652	563

TAB. 3.1 – Conditions des différents essais mettant en évidence l'existence du seuil  $\sigma^*$  [94, 8, 29].

La notion de contrainte seuil est illustrée sur la figure 3.1. Cette figure compare la durée de vie prévue à l'aide d'une courbe de Basquin (tronquée à la limite d'endurance) et d'une loi de cumul d'endommagement linéaire de Miner et les résultats d'essais de Banvillet [8] (flexion plane alternée symétrique sur éprouvettes lisses). Il apparaît clairement que les cycles ayant une amplitude supérieure à environ 210 MPa ont une influence sur la durée de vie alors que la limite d'endurance de la fonte EN-GJS800-2,  $\sigma_{-1}^D$ , est égale à 282 MPa. Ceci met en évidence le caractère non conservatif d'une approche de type Basquin lorsque des cycles d'amplitudes comprises entre la limite d'endurance et le seuil  $\sigma^*$  apparaissent au cours du chargement. Le même phénomène est observé en torsion par blocs sur cette fonte : les cycles

ayant une amplitude supérieure à environ 180 MPa ont une influence sur la durée de vie alors que la limite d'endurance  $\tau_{-1}^D$  est égale à 212 MPa. Seki et *al.* [114] ont obtenu des résultats similaires en flexion rotative sur un acier à faible teneur en carbone.

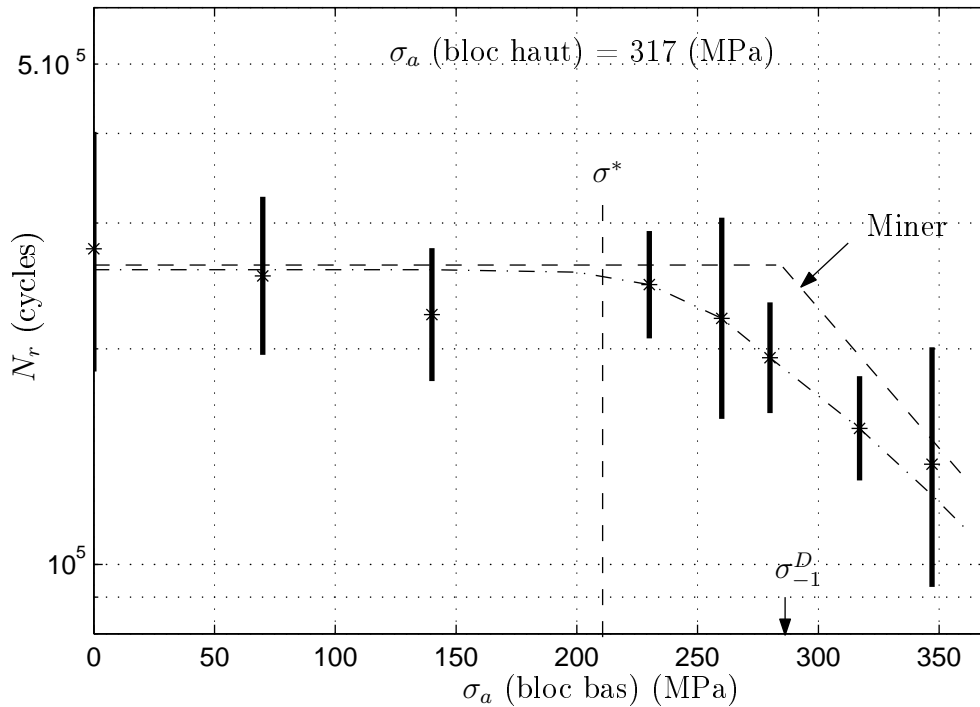


FIG. 3.1 – Influence de l'amplitude de contrainte des blocs bas sur la durée de vie pour des essais de flexion plane à deux blocs (bas/haut/etc...) répétés alternativement jusqu'à fissuration sur éprouvettes en fonte EN-GJS800-2 (les lignes verticales représentent  $\pm 1$  écart type) [8].

### 3.1.2 Base physique associée à la notion de seuil

Des observations microscopiques faites par Banvillet [8] sur la fonte EN-GJS800-2, ont permis de comprendre la signification physique de la contrainte seuil  $\sigma^*$ .

Ces observations ont été réalisées sur des éprouvettes lisses à section rectangulaire sollicitées en flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ). En observant la surface de la zone critique de l'éprouvette (zone la plus fortement contrainte) à plusieurs stades de sa vie, cet auteur constate que pour des niveaux d'amplitude de contrainte situés en dessous du seuil  $\sigma^*$  la matrice perlitique de cette fonte <sup>1</sup> ne se fissure pas, et ce même après  $10^6$  cycles. Les microfissures amorcées aux niveaux des nodules de graphite restent confinées dans la zone de ferrite entourant les nodules (pas de propagation) lorsque l'amplitude des sollicitations est comprise entre  $\sigma^*$  et  $\sigma_{-1}^D$ .

#### Observations des éprouvettes en acier ER7

Nous avons souhaité voir si les bases physiques associées à la notion de seuil  $\sigma^*$  pouvaient être observables sur l'acier étudié. Des observations microscopiques ont été réalisées sur

<sup>1</sup>Microstructure de type "oeil de boeuf" : nodules entourés de ferrite noyés dans une matrice perlitique

éprouvettes lisses fissurées et non fissurées sollicitées en torsion ( $R_\tau=-1$ ) et utilisées pour bâtir l'escalier nécessaire à la détermination de la limite d'endurance.

La figure 3.2 illustre la surface d'une éprouvette chargée en torsion à une amplitude de contrainte supérieure à la limite d'endurance conventionnelle  $\tau_{-1}^D$ . Nous pouvons observer une macrofissure permettant de considérer l'éprouvette comme fissurée (10% de perte de raideur). Cette macrofissure s'amorce en stade I (dans le plan de cisaillement maximal), puis, lorsque sa longueur est supérieure à environ  $150 \mu m$ , se propage en stade II (dans le plan de contrainte principale maximale). On peut également remarquer sur cette figure que la fissure se propage principalement à  $45^\circ$  dans la perlite lamellaire, mais dévie en présence de ferrite. Les grains de ferrite sont fissurés sur le plan de cisaillement maximum. Ceci semble cohérent avec le caractère ductile de la ferrite.

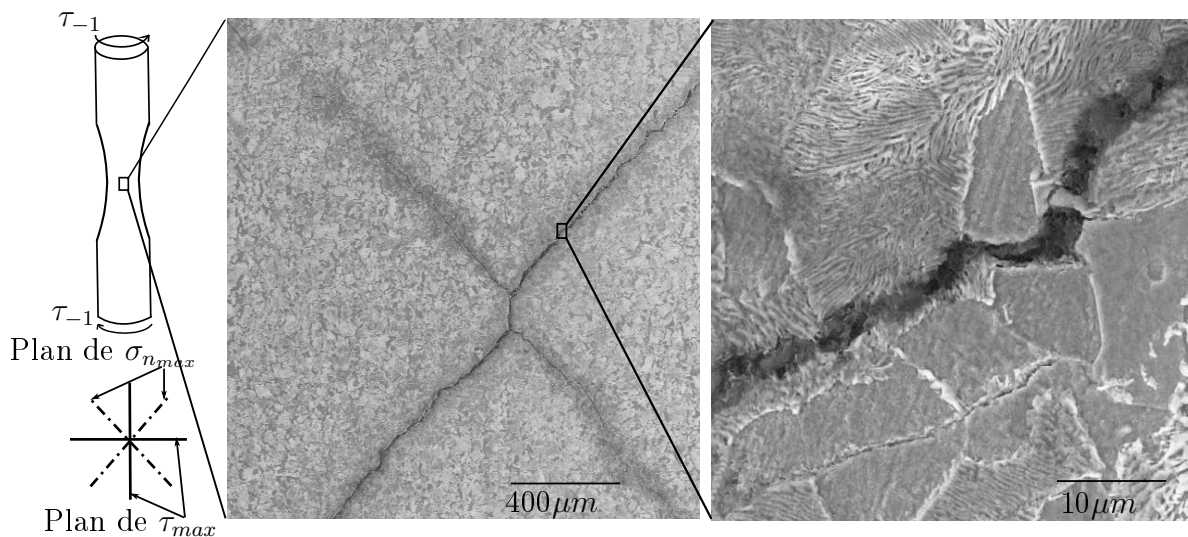


FIG. 3.2 – Macrofissure à la surface d'une éprouvette en acier ER7 sollicitée à  $1.04 \tau_{-1}^D$  en torsion ( $R_\tau=-1$ ) pendant  $10^6$  cycles.

En observant la surface d'éprouvettes non fissurées macroscopiquement sollicitées à un niveau de contraintes entre  $\tau_{-1}^D$  et une contrainte d'environ  $0.91 \tau_{-1}^D$ , nous constatons des microfissures (figure 3.3). Ces microfissures ont été observées le plus fréquemment dans un des plans de cisaillement maximal. L'amorçage se situe toujours dans la ferrite. Dans certains cas, la fissure est arrêtée dans les lamelles de perlite (figure 3.3 à gauche) et dans d'autres elle reste confinée dans un grain de ferrite (figure 3.3 à droite).

Les observations de la surface des éprouvettes sollicitées en dessous de  $0.91 \tau_{-1}^D$  n'ont pas permis de déceler de microfissure.

Ces différentes observations sont en accord avec les travaux de Banvillet [8].

On peut donc conclure que le concept de contrainte seuil peut s'appliquer à l'acier ER7. Les observations réalisées permettent de montrer que la notion de seuil  $\sigma^*$  est applicable sur un matériau présentant des barrières microstructurales différentes de la fonte à graphite sphéroïdale.

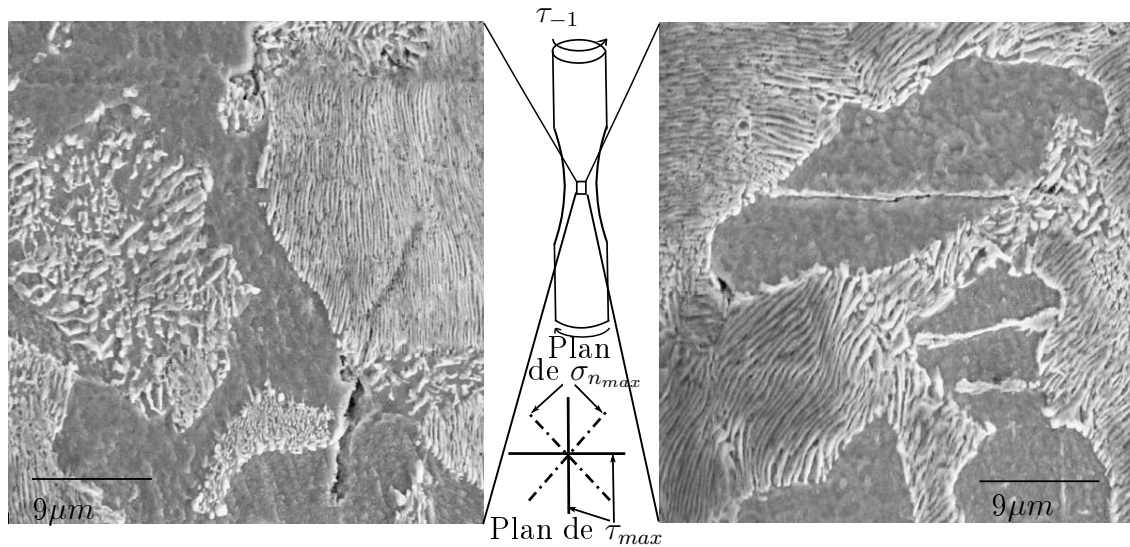


FIG. 3.3 – Microfissures à la surface d'une éprouvette en acier ER7 sollicitée à  $0.92 \tau_{-1}^D$  en torsion ( $R_\tau=-1$ ) pendant  $2.10^6$  cycles.

### 3.1.3 Concept du volume influençant l'amorçage de méso-fissure de fatigue

La notion de volume d'influence découle naturellement de celle de contrainte seuil. Considérons pour cela une éprouvette présentant un gradient de contrainte et sollicitée en son point le plus chargé (au sens du critère) à sa limite d'endurance,  $M(\sigma^D)$ . Il existe autour de ce point  $M(\sigma^D)$  une zone sollicitée entre  $\sigma^*$  et  $\sigma^D$  dans laquelle des microfissures peuvent s'amorcer. L'ensemble des points tels que  $\sigma^* < \sigma_a < \sigma^D$  constituent le volume d'influence.

Des observations microscopiques sur la fonte EN-GJS800-2 menées par Banvillet et al. [8] confirme que la zone concernée par l'endommagement de fatigue est limitée en présence de gradients. Pour cela, les auteurs ont observé les faces latérales des éprouvettes sollicitées en flexion plane ( $R_\sigma=-1$ ) (Fig. 3.4).

Les observations ont été effectuées sur des éprouvettes sollicitées à des amplitudes de contraintes réparties comme suit : au dessus de  $\sigma_{-1}^D$ , à  $\sigma_{-1}^D$ , entre  $\sigma_{-1}^D$  et  $\sigma^*$ , et au dessous de  $\sigma^*$ .

Sur chaque éprouvette, les auteurs ont repéré les zones géométriques chargées par des contraintes d'amplitude inférieure, supérieure ou égale à la limite  $\sigma^*$ . A plusieurs étapes de la vie de chaque éprouvette (technique des essais interrompus), Banvillet a observé ces zones au microscope électronique à balayage (MEB), en cherchant l'amorçage d'éventuelles fissures de fatigue. Ils ont constaté que :

- dans les zones sollicitées à des niveaux de contraintes inférieures à  $\sigma^*$ , aucune microfissure n'apparaît, et ce même autour des nodules de graphite de forme très dégénérée (sites préférentiels d'amorçage des fissures).
- Dans les zones de l'éprouvette chargées à des amplitudes de contrainte comprises entre  $\sigma^*$  et la limite d'endurance  $\sigma_{-1}^D$ , des microfissures se forment dès les premiers cycles de contrainte mais ces dernières restent confinées dans la "coquille" de ferrite entourant les nodules de graphite.
- Dans les endroits sollicités à des amplitudes de contraintes supérieures à  $\sigma_{-1}^D$  les microfissures se propagent et pénètrent dans la matrice perlitique pour éventuellement coalescer et donner naissance à la macrofissure.

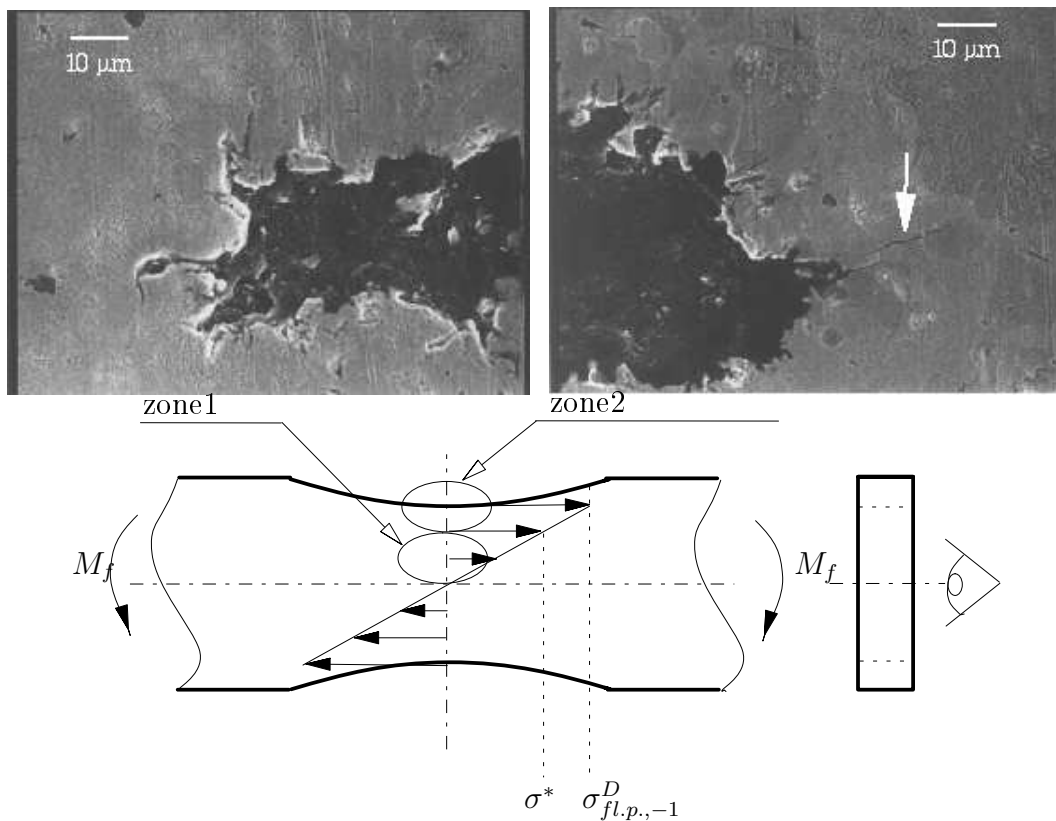


FIG. 3.4 – Observations de l'endommagement surfacique sur une éprouvette lisse ( $k_t = 1,05$ ) en fonte EN-GJS800-2 sollicitée en flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) [8].

La conclusion principale des travaux de Banvillet est que dans le cas de chargements avec gradients de contrainte, la zone concernée par l'endommagement de fatigue correspond aux lieux géométriques où le niveau de contrainte est supérieur à une valeur seuil,  $\sigma^*$ , caractéristique du matériau et inférieure à sa limite d'endurance conventionnelle  $\sigma_{-1}^D$ .

Bien que les observations réalisées aient été effectuées à la surface de la pièce, on peut raisonnablement penser que ce seuil délimite un volume endommagé dans la pièce, et que ce volume participe à l'amorçage de la macro-fissure de fatigue [8, 9, 99]. Les expériences réalisées par blocs de chargement montrent que ce seuil définit également une amplitude de contrainte en dessous de laquelle, les cycles ont une influence négligeable sur la durée de vie de la pièce .

## 3.2 Présentation d'une méthode de calcul de durée de vie

Cette partie présente une proposition de méthode de calcul de durée de vie sous chargements d'amplitude variable générant des états de contraintes multiaxiaux au sein d'une structure. L'approche proposée s'appuie sur les bases du critère de fatigue multiaxiale du LAMEFIP [9].

### 3.2.1 Paramètre énergétique

Ellyin [35, 36] a montré que l'utilisation couplée du travail de déformation plastique et du travail de déformation élastique peut constituer un paramètre d'endommagement en fatigue. Dans la mesure où nous nous plaçons dans le domaine de l'endurance ou de l'endurance



limitée (faibles déformations plastiques macroscopiques) nous avons choisi d'utiliser un paramètre d'endommagement ayant pour base le travail de déformation fourni à la pièce après adaptation élastique supposée atteinte après quelques cycles de chargement dans le domaine de durée de vie étudié [77]. Jasper [67] en 1923 utilise déjà une quantité homogène à de l'énergie pour traiter les chargements de traction et a également étendu son application à la fatigue thermique. Par ailleurs, on peut noter que la loi de cumul d'endommagement de Miner [85] est aussi fondée sur le travail de déformation.

Tous ces éléments ont encouragé les auteurs du critère de fatigue multiaxiale du LAMEFIP [49, 94, 8] à travailler dans ce sens. La première version du critère du LAMEFIP, développée par Froustey et Lasserre [49] était une approche énergétique ponctuelle permettant de prendre en compte le peu d'influence du déphasage en flexion et torsion combinées sur la tenue en fatigue. Tout en conservant l'approche énergétique, une autre version du critère du LAMEFIP a été élaborée par Palin-Luc [94] et Banvillet [8] de façon à distinguer tous les types de chargement et à prendre en compte les gradients de contraintes. Cette approche repose sur la notion de volume d'influence autour du "point critique" en utilisant comme paramètre d'endommagement la densité volumique d'énergie de déformation fournie au matériau par cycle de chargement. Nous avons utilisé ces hypothèses comme bases de nos travaux.

### 3.2.1.1 Etats de contraintes uniaxiaux

Le paramètre d'endommagement retenu repose sur trois hypothèses principales :

- i. les grandeurs nécessaires au calcul du paramètre d'endommagement doivent être déterminées après adaptation élastique macroscopique du matériau. Cette hypothèse est implicite à la définition de notre proposition, qui s'inscrit dans le cadre de la fatigue à grands nombres de cycles. Dans ce domaine, l'adaptation est supposée atteinte après quelques milliers de cycles [77].
- ii. le travail de déformation fourni au matériau à chaque cycle de chargement est considéré comme la force motrice de l'endommagement.
- iii. les travaux de déformation fournis, liés à chacun des termes des tenseurs contraintes et déformations sont sommés indépendamment pour calculer le travail de déformation fourni total.

Dans le premier chapitre de ce document, nous avons montré les limites des méthodes de calcul de durée de vie nécessitant un algorithme de comptage de cycles. En effet de nombreux auteurs ont recours à une technique de comptage de cycles afin d'extraire de l'évolution non cyclique du tenseur des contraintes des cycles clairement identifiés sur lesquels l'endommagement pourra être estimé. Bien que les techniques de comptage existent en nombre, aucune n'est unanimement reconnue. D'autre part, le choix de la technique de comptage n'est pas anodin puisqu'il influence le résultat de la durée de vie calculée. Pour les états de contraintes multiaxiaux non proportionnels, le choix de la variable de comptage est controversé.

Pour nous affranchir du choix préalable d'une méthode de comptage, nous avons donc choisi de nous orienter vers une définition incrémentale du paramètre d'endommagement retenu. Pour prévoir la durée de vie d'une pièce en fatigue multiaxiale sous chargement

d'amplitude variable, la part endommageante de la densité volumique du travail de déformation fourni en un point  $M$  du matériau est choisie comme paramètre de notre proposition. La définition incrémentale du travail de déformation entre 2 instants  $t$  et  $t + dt$  est la suivante :

$$dW_f(M, t) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij}(M, t) \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}(M, t) \cdot H(\sigma_{ij}(M, t) \cdot \dot{\sigma}_{ij}(M, t)) dt \quad (3.1)$$

- où  $\dot{\varepsilon}_{ij}(M, t)$  sont les composantes du tenseur des vitesses de déformation,
- $\sigma_{ij}(M, t)$  et  $\dot{\sigma}_{ij}(M, t)$  les composantes du tenseur des contraintes et dérivées temporelles des contraintes au point  $M$  à l'instant  $t$ ,
- $H()$  représente la fonction Heaviside :  $H(A) = 1$  si  $A \geq 0$  et  $H(A) = 0$  si  $A < 0$ .

Comme l'a souligné Ellyin [35], le travail de déformation peut être calculé comme la somme des travaux de déformation plastique et élastique. Cette hypothèse peut être appliquée à notre définition du travail :

$$dW_f(M, t) = dW_f^e(M, t) + dW_f^p(M, t) \quad (3.2)$$

Le cadre de la présente étude étant la fatigue à grande durée de vie, nous choisissons dans la suite de ce document de nous limiter qu'à la partie élastique du travail de déformation (éq. 3.3) dans l'état adapté. Nous rappelons que conformément aux hypothèses de notre proposition, les déformations élastiques sont calculées après adaptation macroscopique du matériau.

$$dW_f^e(M, t) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij}(M, t) \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}^e(M, t) \cdot H(\sigma_{ij}(M, t) \cdot \dot{\sigma}_{ij}(M, t)) dt \quad (3.3)$$

- où  $\dot{\varepsilon}_{ij}^e(M, t)$  sont les composantes du tenseur des vitesses de déformation élastiques adaptées.

*Nota : pour simplifier les notations, nous noterons le travail de déformation élastique  $dW_f(M, t)$ .*

Le travail de déformation sur une séquence de durée  $T$  est équivalent à l'intégrale de  $dW_f(M, t)$  sur  $T$  :

$$W_f(M, t) = \int_T dW_f(M, t) \quad (3.4)$$

Pour un cycle alterné symétrique de traction-compression, après adaptation élastique, ce travail est illustré sur la figure 4.33. Il est équivalent à la somme des parties positives de la puissance de déformation ou encore à la somme des variations d'énergie potentielle.

La comparaison du paramètre proposé avec celui de Banvillet est détaillé en annexe 5.

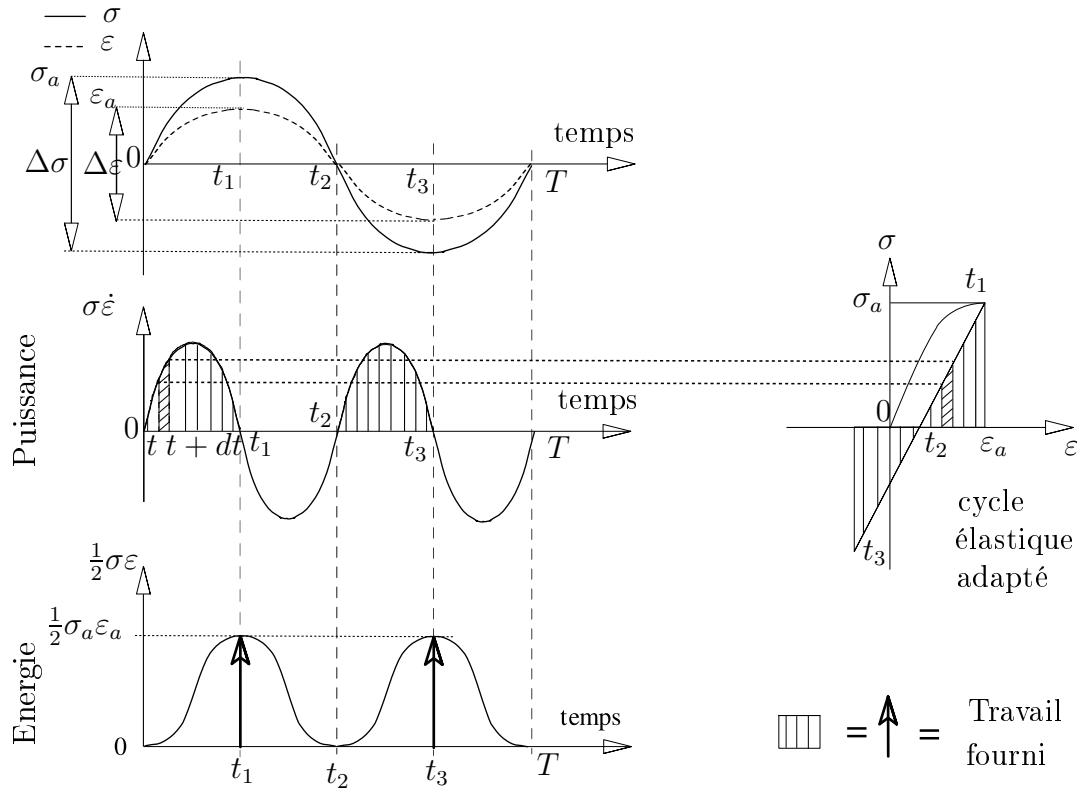


FIG. 3.5 – Illustration du travail et de la puissance de déformation élastique fournis à un élément de volume élémentaire, au cours d'un cycle de période  $T$  (avec l'hypothèse d'adaptation élastique) : cas de la traction uniaxiale.

### 3.2.1.2 Etats de contraintes multiaxiaux

Par analogie avec ce qui a été proposé par Palin-Luc et Banvillet [94, 8], nous définissons en un point  $M$  de la pièce, le degré de triaxialité comme le rapport du travail de changement de volume (du à la partie sphérique du tenseur des contraintes) sur le travail total fourni, mais de manière incrémentale :

$$dT(M, t) = \frac{dW_f^{Sph}(M, t)}{dW_f(M, t)} \text{ si } dW_f(M, t) \neq 0 \text{ sinon } dT(M, t) = 0 \quad (3.5)$$

avec :

$$dW_f^{Sph}(M, t) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 \sigma_{kk}(M, t) \cdot \sum_{l=1}^3 \dot{\epsilon}_{ll}^e(M, t) \cdot H \left( \sum_{k=1}^3 \sigma_{kk}(M, t) \cdot \sum_{l=1}^3 \dot{\sigma}_{ll}(M, t) \right) dt \quad (3.6)$$

Le degré de triaxialité est nul pour un état de torsion car la partie sphérique du travail fourni est nulle. Pour une sollicitation de traction, il est constant et vaut :

$$dT_{uniax} = \frac{1 - 2\nu}{3} \quad (3.7)$$

La sensibilité d'un matériau à la triaxialité des contraintes est prise en compte grâce à la fonction  $F(dT(M), \beta)$  dépendant du paramètre matériau  $\beta$ . Cette fonction empirique a été identifiée à l'aide de nombreux résultats expérimentaux [48]. Elle permet de relier la valeur

de  $W_f^D$  d'une sollicitation quelconque à celle d'une sollicitation de torsion  $W_{f,tors}^D$  lorsque le matériau est chargé à sa limite d'endurance.  $F(dT(M), \beta)$  est définie par :

$$F(dT(M, t), \beta) = \frac{1}{1 - dT(M, t)} \left[ 1 - \frac{1}{\beta} \ln [1 + dT(M, t)(e^\beta - 1)] \right] \quad (3.8)$$

Contrairement à la proposition de Lasserre, Palin-Luc [94, 97] et Banvillet [8], nous faisons l'hypothèse que le seuil du critère ne varie pas en fonction de  $dT$ . A chaque instant, pour un état de contrainte multiaxial, nous calculons la densité volumique du travail de déformation fourni  $dW_f(M, t)$ . Comme cela est illustré sur la figure 3.6, on applique alors une correction de triaxialité de sorte à obtenir le travail fourni équivalent uniaxial  $dW_{f_{eq}}(M, t)$  :

$$dW_{f_{eq}}(M, t) = dW_f(M, t) \cdot \frac{F(dT_{uniax}, \beta)}{F(dT_{soll}(M, t), \beta)} \quad (3.9)$$

Dans le cas uniaxial on retrouve bien  $dW_f(M, t) = dW_{f_{eq}}(M, t)$ .

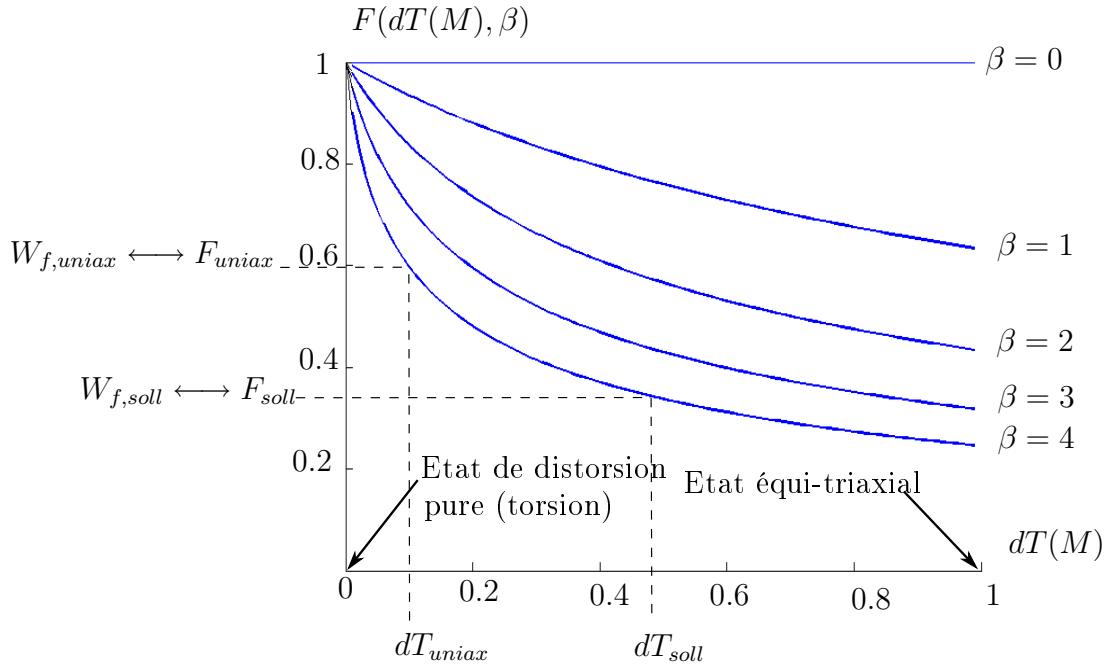


FIG. 3.6 – Illustration de l'évolution de  $F$  en fonction du degré de triaxialité  $dT(M)$  et du paramètre matériau  $\beta$ .

Le travail de déformation fourni (équivalent à un état de contrainte uniaxial) au matériau pendant une durée  $T$ ,  $W_{f_{eq}}(M)$ , s'écrit :

$$W_{f_{eq}}(M) = \int_0^T dW_{f_{eq}}(M, t) \quad (3.10)$$

La figure 3.7 illustre les évolutions temporelles de  $W_f$  et  $W_f^{Sph}$  (travail fourni associé à la partie sphérique du tenseur des contraintes) pour un chargement de traction-torsion combinées déphasées de  $90^\circ$ . Les évolutions temporelles du degré de triaxialité des contraintes  $dT(M, t)$  et de la fonction  $F(dT(M, t), \beta)$  sont également représentées sur cette figure. Le paramètre équivalent  $W_{f_{eq}}(M, t)$  est illustré sur la dernière ligne. On peut remarquer que le degré de triaxialité est nul lorsque du travail est fourni en torsion seulement et change de

valeur lorsque le travail est fourni par la traction. Cette constatation est en accord avec la définition de  $dT$  (la partie sphérique du travail fourni en torsion est nulle).

On peut également souligner que pour cette configuration de chargement, du travail de déformation est fourni au matériau tout au long du cycle.

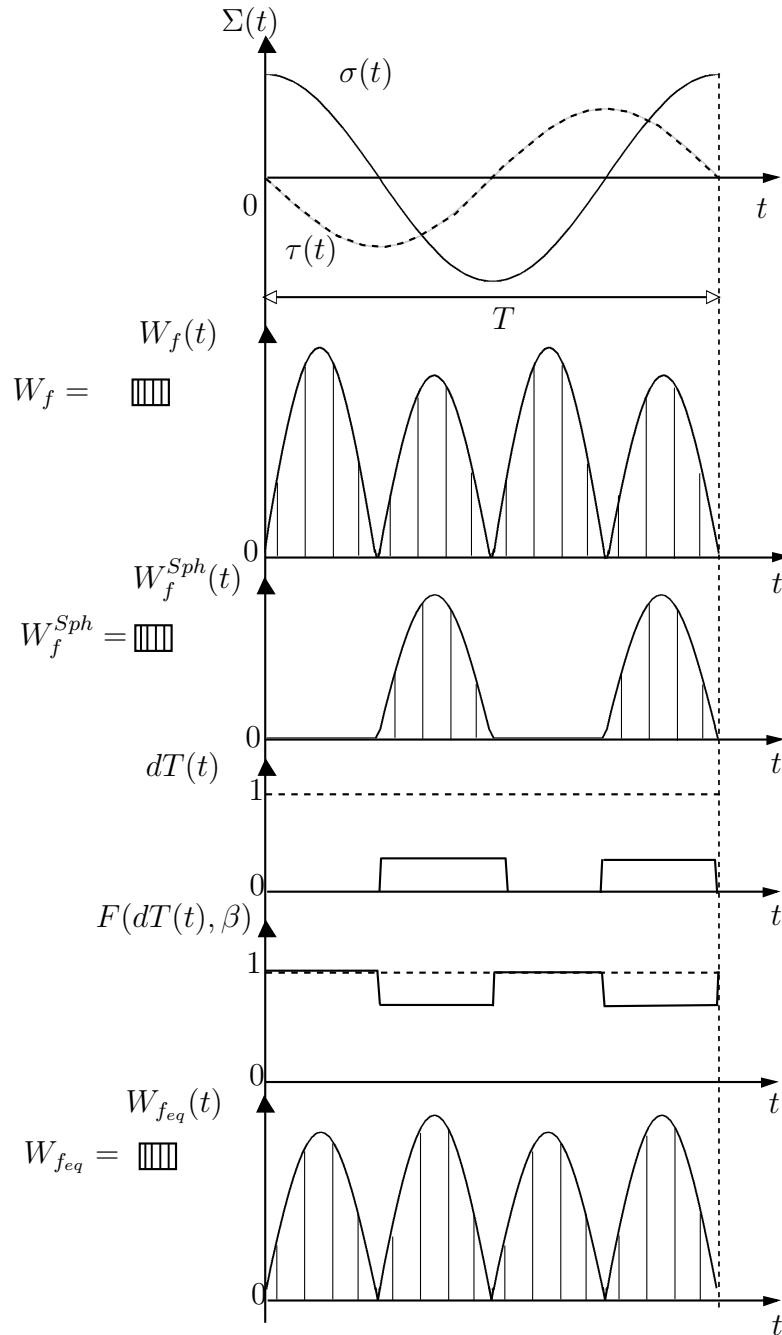


FIG. 3.7 – Evolutions temporelles de  $dW_f$ ,  $W_f^s$ ,  $dT$ ,  $F(dT(t), \beta)$  et  $f_{eq}$  pour un chargement de traction-torsion combinées déphasées de  $90^\circ$ .

### Comparaison avec la proposition de Banvillet

Dans la proposition de Banvillet [8, 9], le degré de triaxialité des contraintes est calculé aux points critiques,  $C_i$ , de la pièce. Les points  $C_i$  sont des points de la structure où le paramètre d'endommagement présente des maxima locaux. Pour des pièces sollicitées en

fatigue, où le degré de triaxialité est le même en tout point de la structure (éprouvettes lisses en traction, en flexion, en torsion), les deux écritures de la fonction  $F$  sont alors équivalentes.

Pour prendre en compte la multiaxialité des contraintes, Banvillet choisit de corriger le seuil du critère et non le travail de déformation comme nous le proposons afin de définir un travail fourni équivalent à celui fourni en traction uniaxiale. Si les fonctions  $F(dT_{soll}(M), \beta)$  et  $F(dT_{soll}(C_i), \beta)$  sont égales, les critères, définis par (3.11) et (3.12) sont équivalents.

$$\text{Proposition : } W_f(M) \cdot \frac{F(dT_{uniax}, \beta)}{F(dT_{soll}(M), \beta)} < \text{Seuil uniaxial} \quad (3.11)$$

$$\text{Banvillet : } W_f(M) < \text{Seuil uniaxial} \cdot \frac{F(dT_{soll}(C_i), \beta)}{F(dT_{uniax}, \beta)} \quad (3.12)$$

En présence d'entailles ou de chargements non proportionnels, le degré de triaxialité calculé aux points  $M$  autour de  $C_i$  peut différer de celui déterminé en  $C_i$ . Nous avons préféré corriger le travail de déformation calculé en tout point par le degré de triaxialité calculé au même point. Cette démarche nous semble plus cohérente, que celle consistant à corriger le travail de déformation fourni déterminé en un point  $M$  par la fonction  $F$  calculée au point critique  $C_i$ , qui peut être situé loin du point considéré.

### 3.2.1.3 Caractère intrinsèque du travail de déformation fourni

Un point essentiel pour construire un critère de fatigue est de démontrer son caractère intrinsèque. En effet, ses prévisions ne doivent pas être influencées par le choix du repère de calcul. Cette propriété a été vérifiée (en annexe 6) pour le paramètre énergétique  $W_f$  proposé.

## 3.2.2 Paramètre d'endommagement

Banvillet [8] traduit la limite  $\sigma^*$ , présentée au paragraphe 3.1, par une **limite énergétique  $W_f^*$  représentant la densité volumique du travail de déformation élastique minimum (seuil) à fournir en un point du matériau pendant un cycle de contrainte, de période  $T$ , pour créer après un grand nombre de cycles ( $\gtrsim 5.10^4$ ), un endommagement irréversible dans un volume élémentaire représentatif (VER).**

Par analogie, nous choisissons de considérer **la part endommageante du travail de déformation fourni au matériau comme paramètre d'endommagement en fatigue.** Cette part endommageante,  $W_{feq_{endo}}(M)$ , correspond à la différence par excès entre le travail de déformation fourni au matériau pendant une durée  $T$ ,  $W_{feq}(M)$ , et le seuil énergétique  $W_f^*$  :

$$W_{feq_{endo}}(M) = \langle W_{feq}(M) - W_f^* \rangle \quad (3.13)$$

où le symbole  $\langle A \rangle$  signifie  $\langle A \rangle = A$  si  $A \geq 0$  et  $A = 0$  si  $A < 0$ , avec  $W_f^* = (\sigma^*)^2 / E$ .

### 3.2.2.1 Calcul du travail endommageant sous chargements d'amplitude variable

Si le chargement est d'amplitude variable, la difficulté réside essentiellement dans le calcul de la partie considérée comme endommageante du travail de déformation fourni, et plus particulièrement sur la notion de seuil énergétique. En effet, lors de chargements d'amplitude constante, le seuil  $W_f^*$ , défini au paragraphe 3.2.2, est intrinsèquement lié à la notion de cycle ( $W_f^*$  correspond à un niveau seuil par cycle).

En amplitude variable, il s'agit de déterminer comment transposer la notion de seuil par cycle dans le cas où la notion de cycle disparaît puisque nous avons vu que le choix d'une technique de comptage influence les calculs de durée de vie. Pour cela, nous allons traiter un cas de chargement simple (traction uniaxiale) en prenant le point de vue de l'amplitude variable, c'est-à-dire en "oubliant" la notion de cycle.

#### Calcul du travail fourni en traction

En traction, deux expressions simples du travail de déformation fourni pendant un cycle de contrainte peuvent être écrites, en fonction du rapport de charge  $R_\sigma = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$  :

$$W_f(M) = \begin{cases} \frac{\bar{\sigma}^2 + \sigma_a^2}{E} = \frac{\sigma_{min}^2 + \sigma_{max}^2}{2E} \text{ si } R_\sigma \leq 0 \text{ (ie : } \sigma_a \geq |\bar{\sigma}|) \\ \frac{2\bar{\sigma}\sigma_a}{E} = \frac{|\sigma_{min}^2 - \sigma_{max}^2|}{2E} \text{ si } R_\sigma \geq 0 \text{ (ie : } \sigma_a \leq |\bar{\sigma}|) \end{cases} \quad (3.14)$$

Ce travail  $W_f$  s'exprime aussi quel que soit le signe de  $R_\sigma$  sous la forme condensée (3.15).

$$\begin{aligned} W_f(M) &= \text{sign}(\sigma_{max}) \frac{\sigma_{max}^2}{2E} - \text{sign}(\sigma_{min}) \frac{\sigma_{min}^2}{2E} \\ &= \left( \frac{\sigma_{max}\varepsilon_{max}}{2} \text{sign}(\sigma_{max}) - \frac{\sigma_{min}\varepsilon_{min}}{2} \text{sign}(\sigma_{min}) \right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

où  $\text{sign}(a) = \frac{a}{|a|}$ .

Ainsi l'étendue de variation de la fonction  $\xi(M, t) = \frac{1}{2}\sigma(M, t)\varepsilon(M, t).\text{sign}(\sigma(M, t))$  entre deux extrema du chargement (pic et vallée) représente le travail de déformation fourni pendant un cycle de traction de période  $T$ , quel que soit le signe de  $R_\sigma$  [8].

Les figures 3.8 à 3.12 présentent les différents cas possibles de traction cyclique selon la valeur du rapport de charge  $R_\sigma$ . Pour chacun de ces cas, le travail de déformation fourni  $W_f(M)$  et sa quantité cumulée  $W_{f_{eqc}}(M, t)$  (définie par 3.16) et la "fonction d'énergie"  $\xi(M, t)$  (voir équation 3.17) sont illustrés.

$$W_{f_{eqc}}(M, t) = \int_0^t dW_{f_{eq}}(M, t) \quad (3.16)$$

$$\xi(M, t) = \frac{\sigma(M, t)\varepsilon(M, t)}{2} \text{sign}(\sigma(M, t)) \quad (3.17)$$

**Traction alternée symétrique ( $R_\sigma = -1$ )**

Sur la figure 3.8, l'évolution de la valeur cumulée du travail de déformation présente 2 variations (ou transitions) pendant un cycle de chargement, représentant le travail fourni en compression et celui en traction.

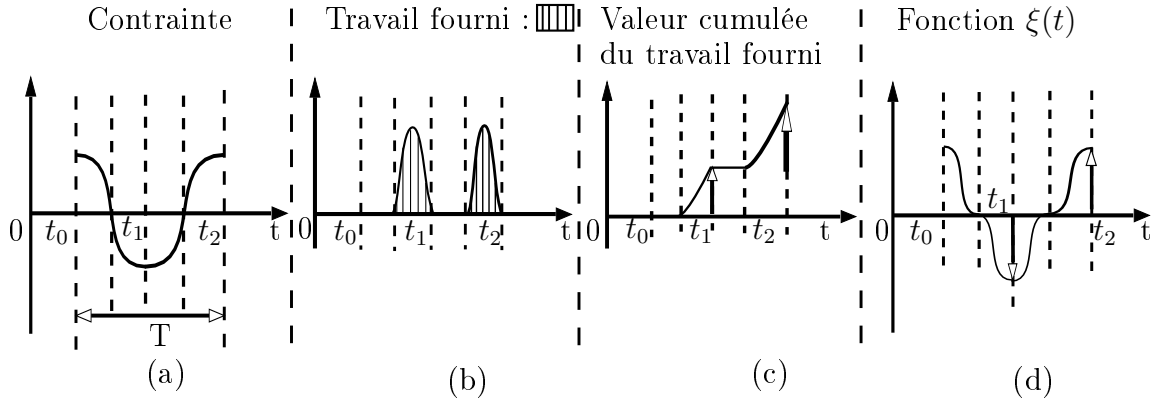


FIG. 3.8 – Evolution du travail de déformation et de la fonction  $\xi(t)$  au cours d'un cycle de traction alternée symétrique de période  $T$ .

Si maintenant on souhaite déterminer la partie endommageante associée à chacune de ces transitions, il est nécessaire de retrancher un seuil  $W_f^*(comp)$  (resp.  $W_f^*(trac)$ ) au travail fourni en compression (resp. traction), soit :

$$W_{f_{eq_{endo,comp}}}(M) = \langle W_{f_{comp}}(M) - W_f^*(comp) \rangle \quad (3.18)$$

$$W_{f_{eq_{endo,trac}}}(M) = \langle W_{f_{trac}}(M) - W_f^*(trac) \rangle \quad (3.19)$$

La seule condition connue est que :

$$W_f^* = W_f^*(comp) + W_f^*(Trac) \quad (3.20)$$

de sorte que l'on retrouve la valeur seuil  $W_f^*$  connue sur la période. Etant donné que dans le cas de la traction alternée symétrique  $W_{f_{comp}}(M) = W_{f_{trac}}(M)$ , on supposera que :

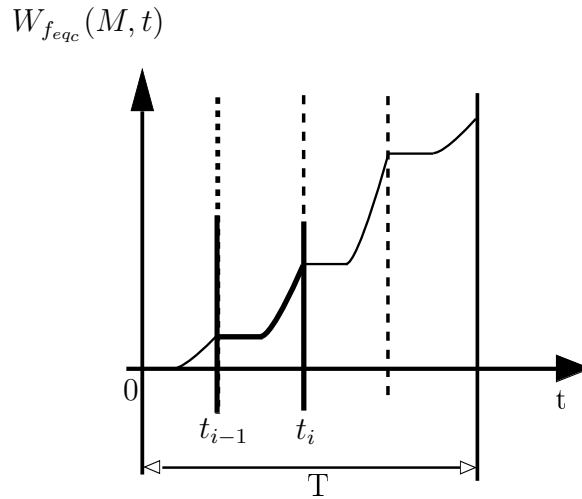
$$W_f^*(comp) = W_f^*(Trac) = \frac{1}{2}W_f^* \quad (3.21)$$

La part endommageante du travail fourni peut donc s'écrire de la façon suivante :

$$W_{f_{eq_{endo}}}(M) = \langle W_{f_{eq}}(M) - W_f^* \rangle = \langle (W_{f_{comp}}(M) - W_f^*(comp)) + (W_{f_{trac}}(M) - W_f^*(trac)) \rangle \quad (3.22)$$

La figure 3.8 met en évidence que la fonction  $\xi(M, t)$  est directement liée au travail de déformation fourni. Sur la figure 3.8(c), on peut définir des instants  $t_i$  tels que : entre  $t_{i-1}$  et  $t_i$ , l'évolution de  $W_{f_{eq}}(M, t)$ , soit constituée d'une phase "plateau" (ie.  $W_{f_{eq}}(M, t)$  est constant) et d'une phase de variation positive. **La période de temps  $[t_{i-1} - t_i]$  sera appelée transition. Les instants  $t_{i-1}$  et  $t_i$  sont définis tels que présentés sur la figure 3.9.**




 FIG. 3.9 – Définition des instants  $t_{i-1}$  et  $t_i$  sur l'évolution de  $W_{f_{eq,c}}(M, t)$ 

Au cours de la transition entre  $t_0$  et  $t_1$  (figure 3.8), la fonction énergie  $\xi(M, t)$  change de signe. L'élément de volume passe d'un état chargé en traction vers un état chargé en compression. Pendant cette transition, l'énergie est dans un premier temps restituée (phase correspondant au plateau sur l'évolution de  $W_{f_{eq,c}}$ ), puis fournie (phase de croissance de  $W_{f_{eq,c}}$ ). La proportion,  $\alpha(M, t_0 \rightarrow t_1)$ , de l'énergie fournie en compression par rapport à la variation d'énergie totale pendant la transition peut être calculée comme suit :

$$\alpha(M, t_0 \rightarrow t_1) = \frac{|\xi(M, t_1)|}{|\xi(M, t_0)| + |\xi(M, t_1)|} \quad (3.23)$$

*Nota : pour simplifier les notations, nous noterons  $\alpha(M, t_i)$  la proportion calculée entre les instants  $t_{i-1}$  et  $t_i$ .*

Comme le chargement considéré ici est alterné symétrique (cas de la figure 3.8), la proportion de l'énergie fournie en compression  $\alpha(M, t_1)$  vaut  $\frac{1}{2}$ .

Au cours de la transition entre les instants  $t_1$  et  $t_2$ , la pièce passe d'un état chargé en compression vers un état chargé en traction. De la même manière que pour la transition précédente, la proportion  $\alpha(M, t_2)$  de l'énergie fournie en traction par rapport à la variation d'énergie totale pendant la transition est :

$$\alpha(M, t_2) = \frac{|\xi(M, t_2)|}{|\xi(M, t_1)| + |\xi(M, t_2)|} \quad (3.24)$$

Comme le chargement est alterné symétrique, la part de l'énergie fournie en traction  $\alpha(M, t_2)$  vaut  $\frac{1}{2}$ .

**Pour un chargement d'amplitude constante, d'après l'hypothèse (3.21), nous supposons que la part du seuil énergétique  $W_f^*$  à comparer au travail fourni au cours d'une transition est proportionnelle à l'énergie échangée durant cette transition.** Au cours d'un cycle, la part endommageante du travail fourni peut alors s'écrire :

$$W_{f_{eq,endo}}(M) = \langle (W_{f_{comp}}(M) - \alpha(M, t_1) \cdot W_f^*) + (W_{f_{trac}}(M) - \alpha(M, t_2) \cdot W_f^*) \rangle \quad (3.25)$$

soit :

$$W_{f_{eqendo}}(M) = \langle W_f(M) - (\alpha(M, t_1) + \alpha(M, t_2)) \cdot W_f^* \rangle \quad (3.26)$$

Etant donné que  $\alpha(M, t_1)$  et  $\alpha(M, t_2)$  valent chacune  $\frac{1}{2}$ , les équations (3.22) et (3.26) sont équivalentes.

### Traction alternée dissymétrique ( $R_\sigma \neq -1$ )

En traction alternée symétrique (figures 3.10 et 3.11), l'évolution de la valeur cumulée du travail de déformation présente 2 variations pendant un cycle. Ces dernières représentent le travail fourni en compression et celui en traction. Dans ce cas de chargement, le travail fourni en compression est différent de celui en traction. Comme pour la traction alternée symétrique, il faut connaître le seuil en compression  $W_f^*(comp)$  et celui en traction  $W_f^*(trac)$  : dans ce cas, la contribution à l'endommagement de la transition en compression est différente de celle en traction puisque le cycle n'est pas à valeur moyenne nulle.

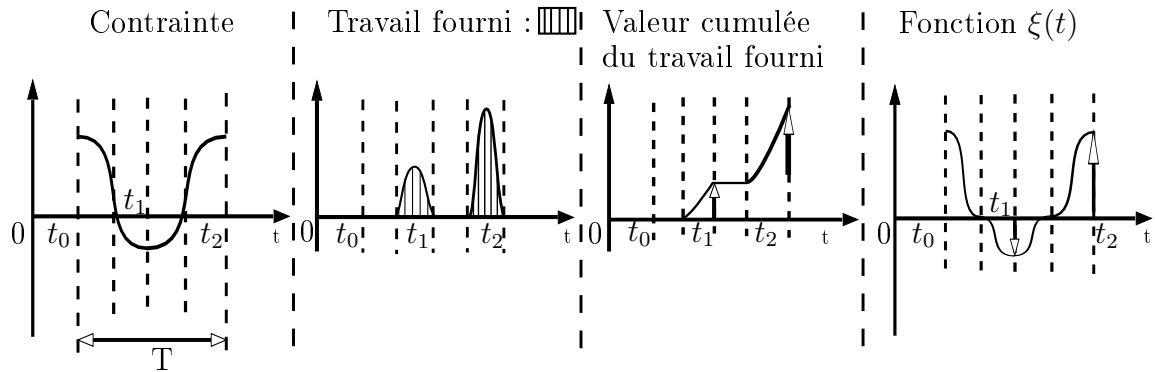


FIG. 3.10 – Evolution du travail de déformation et de la fonction  $\xi(t)$  au cours d'un cycle de traction alternée dissymétrique ( $\bar{\sigma} > 0$ ) de période  $T$ .

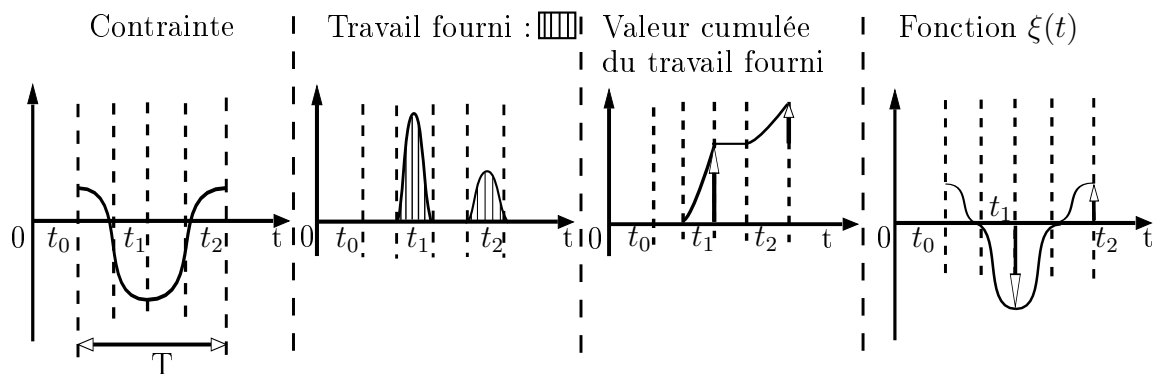


FIG. 3.11 – Evolution du travail de déformation et de la fonction  $\xi(t)$  au cours d'un cycle de traction alternée symétrique ( $\bar{\sigma} < 0$ ) de période  $T$ .

Par exemple, sur la figure 3.10, au cours de la transition entre  $t_0$  et  $t_1$ , la fonction énergie  $\xi(M, t)$  change de signe : l'élément de volume passe d'un état chargé en traction vers un état chargé en compression. D'après la relation (3.23), la part  $\alpha(M, t_1)$  de l'énergie fournie en compression sur la variation d'énergie pendant la transition est inférieure à  $\frac{1}{2}$ . De la même manière, selon l'équation (3.24), la proportion de l'énergie fournie en traction  $\alpha(M, t_2)$  est

supérieure à  $\frac{1}{2}$ . Pour les chargements illustrés sur les figures 3.10 et 3.11, la part endommageante du travail de déformation fourni peut être calculée par :

$$W_{f_{eq_{endo}}}(M) = \langle W_f(M) - (\alpha(M, t_1) + \alpha(M, t_2)) \cdot W_f^* \rangle \quad (3.27)$$

Pour ces deux configurations ( $\bar{\sigma} > 0$  et  $\bar{\sigma} < 0$ ),  $\alpha(M, t_1) + \alpha(M, t_2) = 1$ , d'où l'égalité entre les équations 3.22 et 3.27.

### **Traction ou compression ondulée ( $R_\sigma > 0$ )**

Pour ces chargements (figure 3.12), l'évolution de la valeur cumulée du travail de déformation présente une seule variation pendant un cycle de sollicitation, représentant soit un travail fourni en traction (cas de la figure 3.12 (a)), soit un travail fourni en compression (cas de la figure 3.12 (b)). Dans le cas de la traction ondulée, la fonction énergie  $\xi(M, t)$  ne change pas de signe au cours de la transition entre les instants  $t_0$  et  $t_1$ . La totalité du travail fourni pendant le cycle est fourni pendant cette transition :  $\alpha(M, t_1) = 1$ . Pour des sollicitations ondulées, la seule comparaison du travail fourni avec le seuil énergétique  $W_f^*$  permet donc de déterminer la part endommageante du travail apporté. Ce qui revient à écrire en traction ondulée :

$$\alpha(M, t_1) = 1 \quad (3.28)$$

Il en est de même en compression ondulée :

$$\alpha(M, t_1) = 1 \quad (3.29)$$

### **Conclusion**

Ces cas de traction uniaxiale mettent en évidence que la fonction  $\xi(M, t)$  est directement reliée au travail de déformation fourni comme noté par Banvillet [8]. Cette fonction est intéressante car elle permet d'établir le lien entre le travail fourni au cours d'une transition et sa contribution à l'endommagement au sens de notre proposition. Au cours d'une transition, deux évolutions possibles de la fonction  $\xi(M, t)$  existent :

- si  $\xi(M, t)$  change de signe entre  $t_{i-1}$  et  $t_i$ , la contribution (au travail équivalent endommageant) de la transition entre ces deux instants est :

$$W_{f_{eq_{endo}, t_i}}(M) = W_{f_{eq}}(M, t_{i-1} \rightarrow t_i) - \alpha(M, t_i) \cdot W_f^* \quad (3.30)$$

où  $W_{f_{eq}}(M, t_{i-1} \rightarrow t_i)$  est le travail fourni entre les instants  $t_{i-1}$  et  $t_i$ . La proportion  $\alpha(M, t_i)$  vaut :

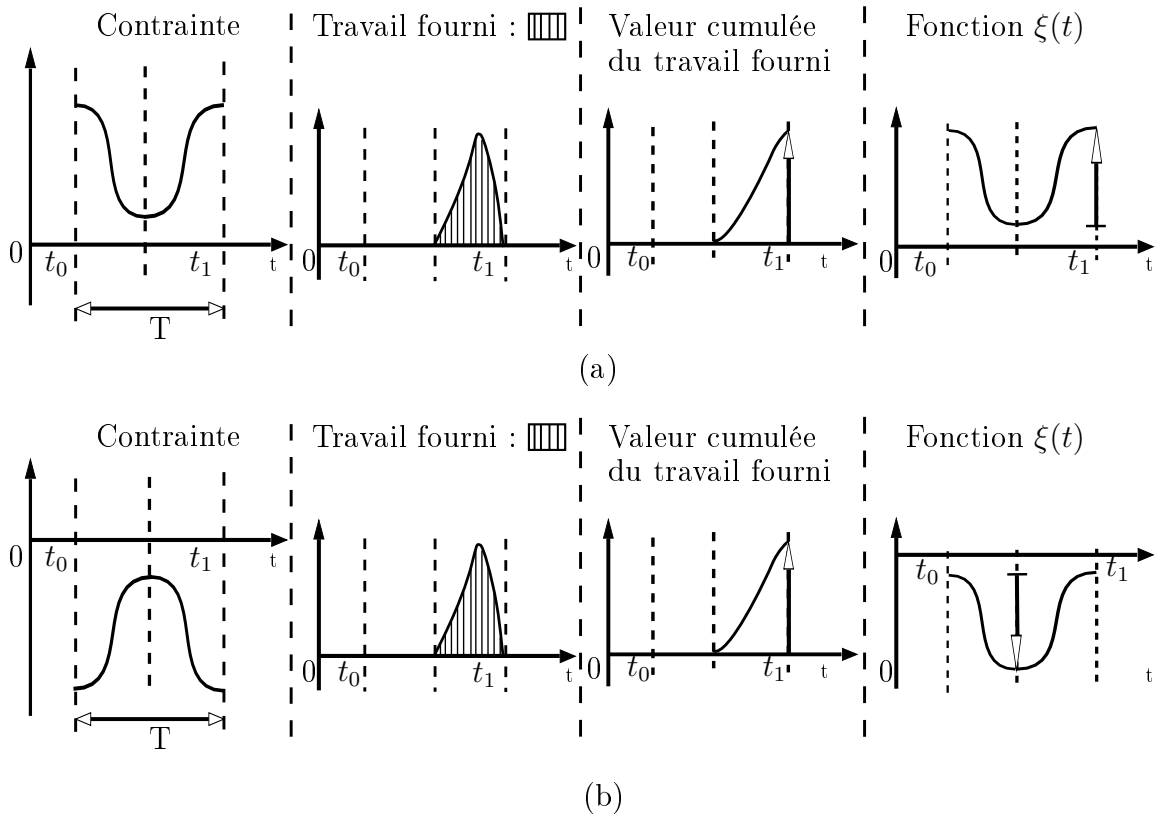


FIG. 3.12 – Evolution du travail de déformation et de la fonction  $\xi(t)$  au cours d'un cycle de période  $T$ , (a) : traction ondulée, (b) : compression ondulée.

$$\alpha(M, t_i) = \frac{|\xi(M, t_i)|}{|\xi(M, t_{i-1})| + |\xi(M, t_i)|} \quad (3.31)$$

– si  $\xi(M, t)$  ne change pas de signe, le seuil énergétique à considérer au cours de la transition est la totalité de  $W_f^*$ , alors :

$$\alpha(M, t_i) = 1 \quad (3.32)$$

Pour éviter de discuter les deux cas d'évolution de  $\xi(M, t)$ ,  $\alpha(M, t_i)$  peut s'écrire sous forme condensée :

$$\alpha(M, t_i) = \frac{|\xi(M, t_i)|}{\left(\frac{1 - \text{sign}(\xi(M, t_{i-1}) \cdot \xi(M, t_i))}{2}\right) \cdot (|\xi(M, t_{i-1})| + |\xi(M, t_i)|)} \quad (3.33)$$

**La part endommageante du travail de déformation fourni durant un cycle de chargement correspond à la différence entre le travail fourni et la somme des contributions à l'endommagement de chaque transition :**

$$W_{f_{eqendo}}(M) = \langle W_f(M) - \alpha(M) \cdot W_f^* \rangle \quad (3.34)$$

avec :

$$\alpha(M) = \sum_i \alpha(M, t_{i+1}) \quad (3.35)$$

### Sollicitation uniaxiale d'amplitude variable

La définition incrémentale du travail fourni permet de transposer les relations établies pour les chargements d'amplitude constante à des sollicitations uniaxiales d'amplitude variable. Dans ce cas, la notion de période sera remplacée par celle de séquence.

Sur la figure 3.13, l'évolution de la valeur cumulée du travail de déformation présente plusieurs variations représentatives de l'évolution aléatoire du travail fourni en compression et en traction pendant la séquence de chargement. Par exemple, au cours de la transition, entre les instants  $t_0$  et  $t_1$ , le travail est fourni en traction. La contribution au travail endommageant de la transition entre ces instants est :

$$W_{feq_{endo}}(M, t_1) = W_{feq}(M, t_0 \rightarrow t_1) - \alpha(M, t_1) \cdot W_f^* \quad (3.36)$$

$$\alpha(M, t_1) = \frac{|\xi(M, t_1)|}{\left(\frac{1 - \text{sign}(\xi(M, t_0) \cdot \xi(M, t_1))}{2}\right) \cdot (|\xi(M, t_0)| + |\xi(M, t_1)|)} \quad (3.37)$$

La séquence de chargement uniaxiale illustrée sur la figure 3.13 présente la majorité des diverses transitions identifiées en amplitude constante. A titre d'exemples, le tableau 3.2 répertorie quelques valeurs  $\alpha(M, t_i)$  déterminées au cours de la séquence illustrée par la figure 3.13.

Transitions	Travail fourni	$\alpha(M, t)$
$t_0 \rightarrow t_1$	traction	0,6
$t_3 \rightarrow t_4$	compression	0,5
$t_5 \rightarrow t_6$	traction	1
$t_8 \rightarrow t_9$	compression	1

TAB. 3.2 – Exemples de valeurs de  $\alpha(M, t)$  au cours d'une séquence de chargement uniaxiale d'amplitude variable.

Pour cet exemple de sollicitation uniaxiale d'amplitude variable de durée  $T$ ,  $\alpha(M)$  vaut 6,55. Le travail endommageant calculé sur la séquence est donc de :

$$W_{feq_{endo}}(M) = \langle W_f(M) - 6,55 \cdot W_f^* \rangle \quad (3.38)$$

On peut remarquer que la quantité retranchée à  $W_f(M)$  est supérieure à la valeur seuil  $W_f^*$  caractéristique du matériau (par cycle de chargement). Effectivement, ceci sera vérifié dans le cas général pour les chargements d'amplitude variable. En effet, dans ce cas, la quantité  $W_f(M)$  n'est plus associée à la notion de cycle mais concerne toute la séquence (qui peut contenir plusieurs cycles). De la même manière la quantité à lui retrancher pour déterminer la partie endommageante  $W_{feq_{endo}}(M)$  (ici  $6,55 \cdot W_f^*$ ) est associée à la notion de séquence et peut par conséquent être supérieure à  $W_f^*$ .

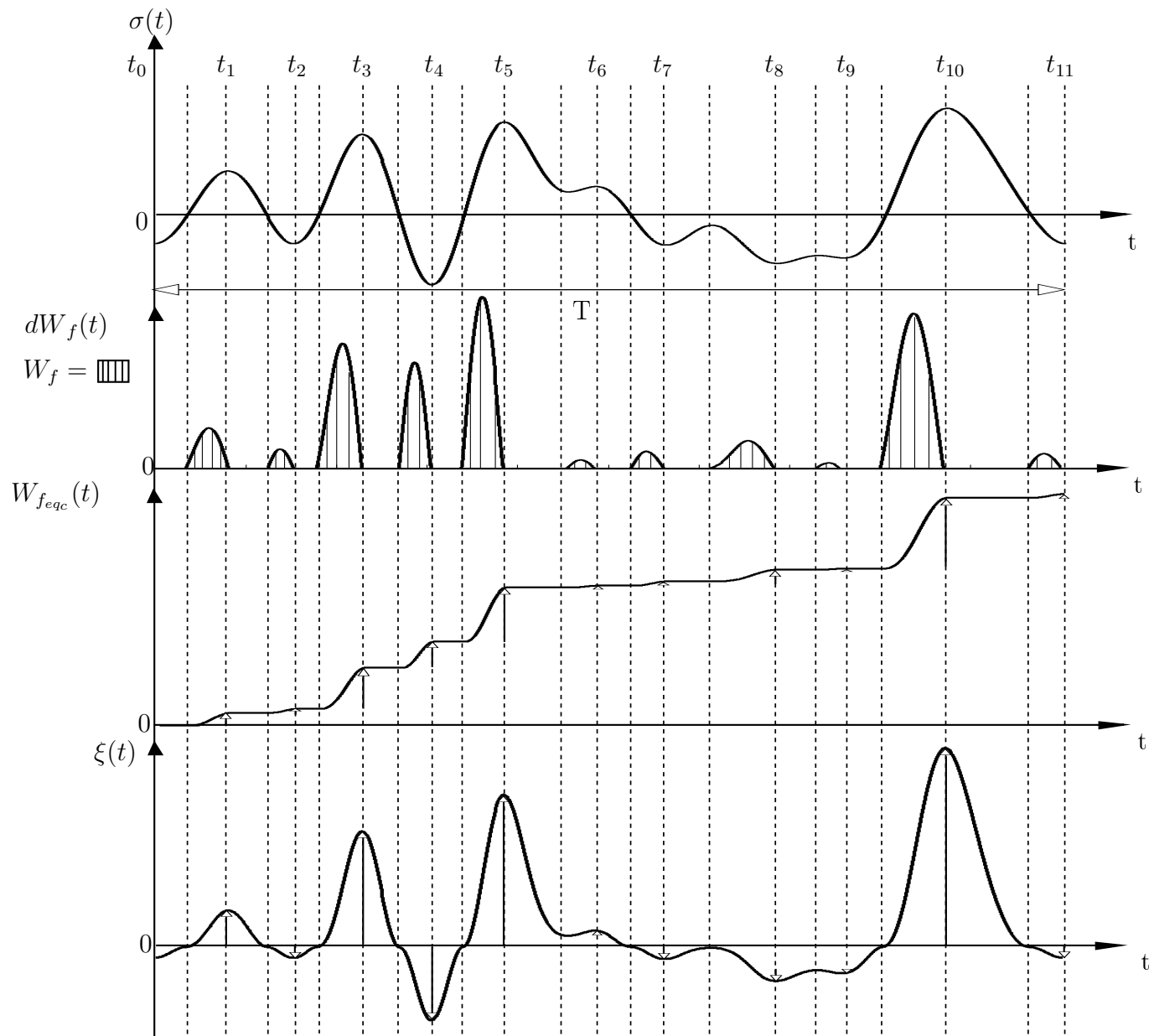


FIG. 3.13 – Evolution du travail de déformation et de la fonction  $\xi(t)$  au cours d'une séquence de contrainte uniaxiale d'amplitude variable de durée  $T$ .

### Chargements multiaxiaux d'amplitude constante

Au paragraphe précédent, une méthode de transposition de la notion de seuil par cycle a été présentée dans le cas de sollicitations uniaxiales d'amplitude variable où la notion de cycle disparaît. Nous nous intéresserons maintenant aux chargements multiaxiaux. Pour cela, nous allons traiter un cas simple de chargement multiaxial (chargement alterné symétrique proportionnel de traction-torsion) toujours en prenant le point de vue de l'amplitude variable.

Pour simplifier l'écriture des équations à venir, utilisons les notations de l'ingénieur :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} = 2\varepsilon_{23} \\ \gamma_{13} = 2\varepsilon_{13} \\ \gamma_{12} = 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

soit pour l'écriture de la "fonction énergie"  $\xi(M, t)$  :

$$\xi_k(M, t) = \frac{\sigma_k(M, t)\varepsilon_k(M, t)}{2} \text{sign}(\sigma_k(M, t)) \quad (3.40)$$

La figure 3.14 présente l'évolution cyclique des contraintes  $\sigma_1(M, t)$  et  $\sigma_6(M, t)$ . Les travaux de déformation fournis  $W_{f_{eq},k}$  dus à chacun des couples  $(\sigma_k, \varepsilon_k)$ , leur quantité cumulée  $W_{f_{eq},k}(M, t)$  et la fonction  $\xi_k(M, t)$  sont illustrés. La dernière ligne indique les évolutions du travail de déformation total fourni  $W_{f_{eq}}$ , de sa quantité cumulée  $W_{f_{eq}}$  et de  $\xi(M, t)$  correspondant à la somme des fonctions  $\xi_k(M, t)$ .

$$\xi(M, t) = \sum_{k=1}^6 \xi_k(M, t) \quad (3.41)$$

**Par définition (voir éq. 3.30), pour calculer le travail de déformation fourni, les travaux de déformation fournis, dus à chacun des termes du tenseur des contraintes, sont sommés indépendamment. Le passage aux états de contrainte multiaxiaux de la méthode incrémentale proposée au paragraphe précédent consiste à appliquer la démarche à chacun des termes des tenseurs contraintes et déformations.**

Ainsi, d'après les relations développées au paragraphe 3.2.2.1, pour une sollicitation multiaxiale de traction-torsion combinées le travail de déformation fourni peut s'écrire :

$$W_{f_{eq_{endo}}}(M) = \langle (W_{f_{eq},1}(M) - \alpha_1(M).W_f^*) + (W_{f_{eq},6}(M) - \alpha_6(M).W_f^*) \rangle \quad (3.42)$$

Pour le chargement de traction-torsion combinées sans contrainte moyenne et sans déphasage illustré sur la figure 3.14, en appliquant les équations 3.31 et 3.35, les proportions  $\alpha_1$  et  $\alpha_6$  du seuil énergétique  $W_f^*$  valent respectivement pour la traction et la torsion :

$$\alpha_1(M) = \alpha_1(M, t_1) + \alpha_1(M, t_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad (3.43)$$

$$\alpha_6(M) = \alpha_6(M, t_1) + \alpha_6(M, t_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad (3.44)$$

La relation 3.45 est alors obtenue pour le calcul de la part endommageante du travail fourni :

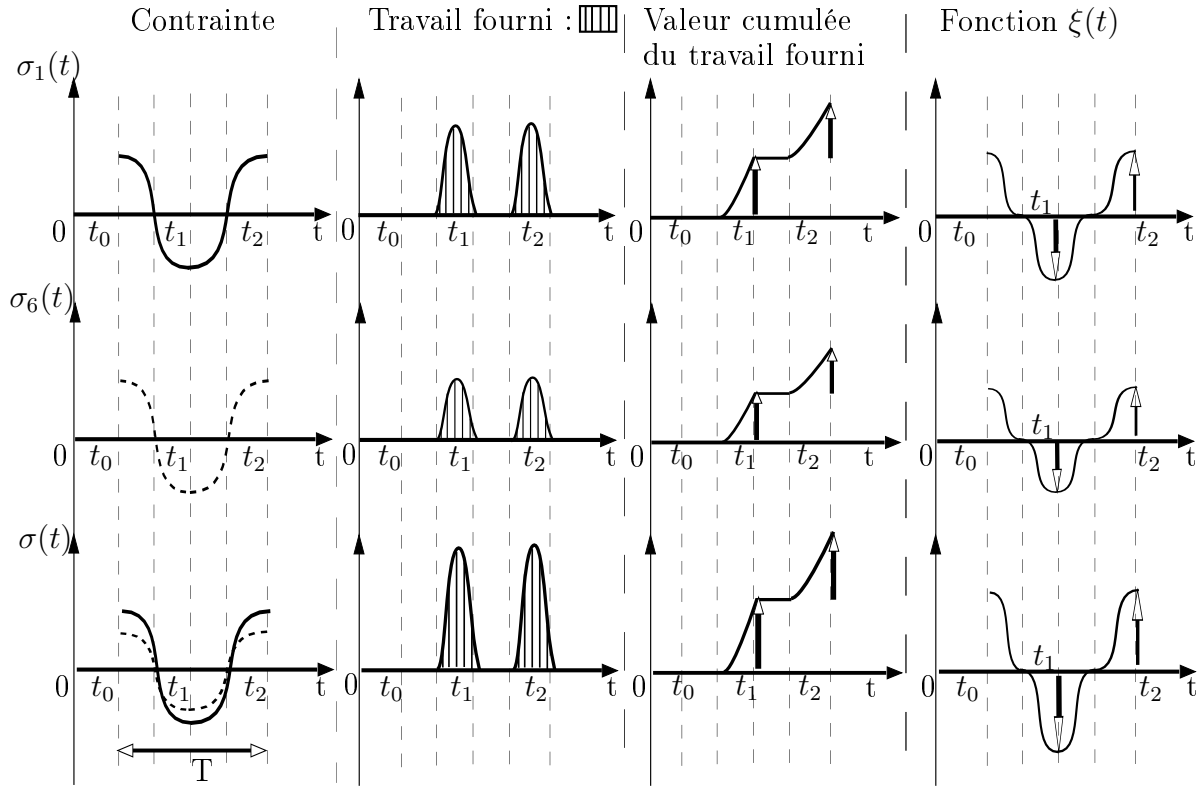


FIG. 3.14 – Evolution des travaux de déformation fournis et des fonctions  $\xi_i(t)$  au cours d'un cycle de traction-torsion alternée symétrique proportionnel de période  $T$ .

$$W_{f_{eq_{endo}}}(M) = \langle W_{f_{eq}}(M) - 2.W_f^* \rangle \quad (3.45)$$

L'équation 3.45 est en désaccord avec la définition du seuil énergétique  $W_f^*$  puisque en amplitude constante, on doit avoir :

$$W_{f_{eq_{endo}}}(M) = \langle W_{f_{eq}}(M) - W_f^* \rangle \quad (3.46)$$

Nous rappelons que  $W_f^*$  représente la densité volumique du travail de déformation élastique minimum à fournir **pendant un cycle de contrainte** de période  $T$ , pour créer un endommagement irréversible. La démarche adoptée pour des sollicitations uniaxiales d'amplitude variable ne peut se transposer directement aux chargements multiaxiaux.

Pour supprimer cette incohérence, nous choisissons de pondérer la contribution à l'endommagement des travaux fournis par chaque terme des tenseurs contraintes et déformations. Chaque pondération est définie comme le rapport entre le travail fourni  $W_{f_{eq,k}}(M, t)$  lié au  $k^{\text{ème}}$  terme du tenseur des contraintes et le travail de déformation fourni total  $W_{f_{eq}}(M, t)$ , soit :

$$P_k(M) = \frac{W_{f_{eq,k}}(M, t)}{W_{f_{eq}}(M, t)} \quad (3.47)$$

La part endommageante du travail de déformation fourni s'écrit alors :



$$W_{feq_{endo}}(M) = \langle (W_{feq,1}(M) - \alpha_1(M).P_1(M).W_f^*) + (W_{feq,6}(M) - \alpha_6(M).P_6(M).W_f^*) \rangle \quad (3.48)$$

soit :

$$W_{feq_{endo}}(M) = \langle W_{feq}(M) - (\alpha_1(M).P_1(M) + \alpha_6(M).P_6(M)) . W_f^* \rangle \quad (3.49)$$

**Sous chargement d'amplitude constante** et quel que soit le chargement, nous rappelons que **les proportions  $\alpha_k(M)$  sont égales à 1**. D'autre part :

$$\sum_{i=1}^6 P_k(M) = 1 \quad (3.50)$$

La part endommageante de chacun des travaux fournis  $W_{f,k}(M, t)$  liés à la contrainte  $\sigma_k$  est donc proportionnelle à sa contribution au travail fourni total. Pour la sollicitation illustrée figure 3.14, on obtient par exemple :

$$\alpha_1(M) = \alpha_1(M, t_1) + \alpha_1(M, t_2) = 1 \quad (3.51)$$

$$\alpha_6(M) = \alpha_6(M, t_1) + \alpha_6(M, t_2) = 1 \quad (3.52)$$

et étant donné que l'amplitude de la contrainte de traction est supérieure à celle de torsion, on peut écrire que :

$$P_1(M) > \frac{1}{2} \text{ et } P_6(M) < \frac{1}{2} \text{ et } P_1(M) + P_6(M) = 1 \quad (3.53)$$

Dans l'équation 3.49, le terme  $(\alpha_1(M).P_1(M) + \alpha_6(M).P_6(M))$  vaut donc 1, ce qui devient cohérent avec la définition du seuil énergétique en amplitude constante.

Les contributions de chacun des travaux étant, par construction, calculées séparément, la démarche présentée dans ce paragraphe est applicable à tous types de sollicitations avec contraintes moyennes et déphasage. On remarquera qu'en traction (ou flexion), torsion combinées le déphasage n'influence pas le calcul des contributions à l'endommagement de chaque transition. L'application du calcul du travail endommageant aux cas de traction-torsion combinées dissymétriques déphasées est présentés en annexe 7.

## Conclusion

Pour calculer le travail endommageant sous une sollicitation multiaxiale, nous avons choisi de distribuer le seuil énergétique  $W_f^*$  sur chaque travail fourni  $W_{feq,k}$  lié au couple  $(\sigma_k, \varepsilon_k)$ . Nous postulons que la distribution de  $W_f^*$  s'effectue proportionnellement à la contribution à l'endommagement de chacun des travaux fournis  $W_{feq,k}$ . Cette opération se traduit par la pondération de chaque proportion  $\alpha_k$  du seuil  $W_f^*$ . **Chaque pondération  $P_k$  est définie comme le rapport entre le travail fourni  $W_{feq,k}$  (associé au terme  $\sigma_k$  du tenseur des contraintes) et le travail de déformation fourni total,  $W_{feq}$ .**

Au final, la part endommageante du travail de déformation fourni en un point  $M$  correspond à la différence entre le travail fourni total  $W_{feq}(M)$  et la somme des proportions pondérées  $\lambda(M)$  du seuil énergétique  $W_f^*$  :

$$W_{feq_{endo}}(M) = \langle W_{feq}(M) - \lambda(M).W_f^* \rangle \quad (3.54)$$

avec :

$$\lambda(M) = \sum_{i=1}^6 \alpha_k(M).P_k(M) \quad (3.55)$$

## Chargements multiaxiaux quelconques d'amplitude variable

La figure 3.15 illustre un exemple de chargement non proportionnel d'amplitude variable de traction-torsion combinées. Au cours de l'évolution temporelle de cette sollicitation, les différents cas identifiés en amplitude constante apparaissent. A titre d'exemples, le tableau 3.3 répertorie les valeurs des proportions  $\alpha_1(M, t)$  et  $\alpha_6(M, t)$  déterminées au cours de la séquence de durée T.

Transitions	Travail fourni	$\alpha_1(M, t_{i+1}^1)$	$\alpha_6(M, t_{i+1}^6)$
$t_0 \rightarrow t_1^1$	compression	1	-
$t_0 \rightarrow t_1^6$	torsion	-	0, 25
$t_1^1 \rightarrow t_2^1$	traction	0, 45	-
$t_1^6 \rightarrow t_2^6$	torsion	-	0, 7
$t_2^1 \rightarrow t_3^1$	traction	1	-
$t_2^6 \rightarrow t_3^6$	torsion	-	0, 3
$t_3^1 \rightarrow t_4^1$	compression	0, 75	-
$t_3^6 \rightarrow t_4^6$	torsion	-	1
$t_4^1 \rightarrow t_5^1$	traction	0, 52	-
$t_4^6 \rightarrow t_5^6$	torsion	-	1
$t_5^1 \rightarrow t_6^1$	traction	1	-
$t_5^6 \rightarrow t_6^6$	torsion	-	0, 5
$t_6^1 \rightarrow t_7^1$	compression	0, 2	-
$t_6^6 \rightarrow t_7^6$	torsion	-	0, 8
$t_7^6 \rightarrow t_8^6$	torsion	-	1

TAB. 3.3 – Exemples de valeur de  $\alpha_1(M, t)$  et  $\alpha_6(M, t)$  au cours d'une séquence de chargement multiaxiale d'amplitude variable de la figure 3.15.

Pour cette sollicitation multiaxiale d'amplitude variable, nous obtenons donc :

$$\alpha_1(M).P_1(M) = \sum_{t_i^1} \alpha_1(M, t_i^1) \cdot \frac{W_{feq}^1}{W_{feq}} = 3,92 * 0,63 \quad (3.56)$$

$$\alpha_6(M).P_6(M) = \sum_{t_i^6} \alpha_6(M, t_i^6) \cdot \frac{W_{feq}^6}{W_{feq}} = 5,55 * 0,37 \quad (3.57)$$

Le travail endommageant calculé sur la séquence est donc de :

$$W_{feq_{endo}}(M) = \langle W_{feq}(M) - 4,52.W_f^* \rangle \quad (3.58)$$

On peut remarquer que, comme pour la sollicitation uniaxiale d'amplitude variable, la quantité retranchée à  $W_f(M)$  est supérieure à la valeur seuil  $W_f^*$  caractéristique du matériau. Ceci résulte des multiples oscillations (ou cycles) des contraintes  $\sigma_1(t)$  et  $\sigma_6(t)$ .

## Conclusion

Afin de calculer l'endommagement en fatigue sous chargements multiaxiaux d'amplitude variable, nous venons de détailler le calcul de la part endommageante du travail de déformation fourni au matériau, force motrice de l'endommagement en fatigue selon notre proposition. Dans la suite de ce chapitre, nous utilisons la notion de volume d'influence (présentée au paragraphe 3.1), afin de prendre en compte l'effet de la répartition volumique des contraintes au sein d'une structure sur sa durée de vie en fatigue.

### 3.2.2.2 Volume d'influence

En présence de gradients de contraintes, Banvillet [8] et Palin-Luc [94, 97] ont supposé que le seuil en contrainte  $\sigma^*$  délimite un volume influençant l'amorçage de la macro-fissure de fatigue. Nous reprenons cette hypothèse et considérons que **les points potentiellement critiques  $C_i$  (où une fissure de fatigue peut s'amorcer) sont les points de la pièce où la part endommageante de la densité volumique du travail de déformation fourni  $W_{feq_{endo}}$  présente des maxima locaux. Autour de chacun de ces points potentiellement critiques  $C_i$ , le volume d'influence  $V^*(C_i)$  est défini par l'ensemble des points où le travail endommageant est non nul (3.59).**

$$V^*(C_i) = \{ \text{points } M(x,y,z) \text{ autour du point } C_i \text{ tels que } W_{feq_{endo}}(M) \neq 0 \} \quad (3.59)$$

La figure 3.16 illustre schématiquement en 2 dimensions le travail fourni endommageant (au sens de notre proposition). On y retrouve les points critiques correspondant aux maxima locaux de  $W_{feq_{endo}}$ , et les volumes d'influence construits autour de ces points. La frontière de ces volumes est définie par la ligne de transition entre  $W_{feq_{endo}}(M) \neq 0$  et  $W_{feq_{endo}}(M) = 0$ .

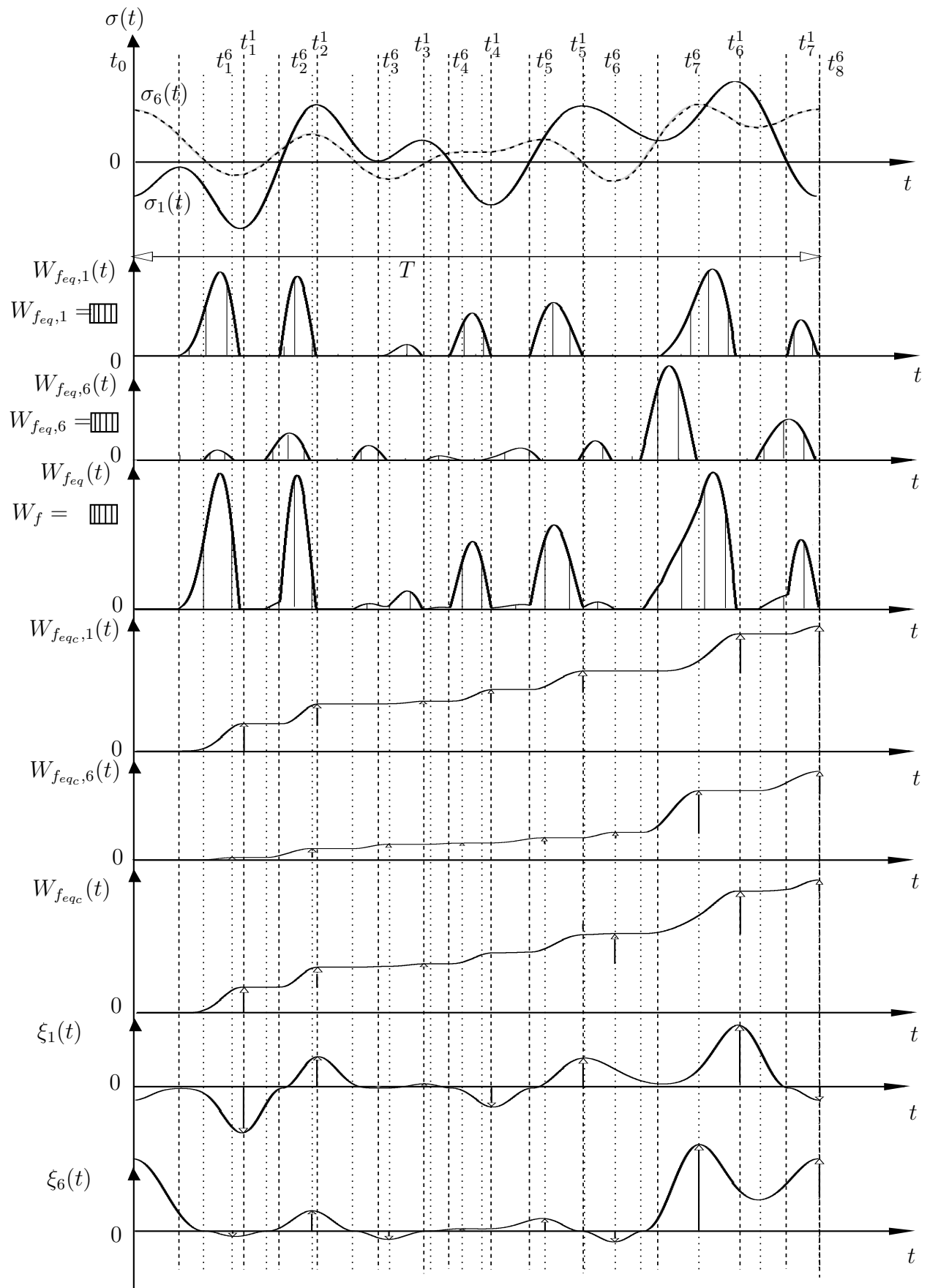


FIG. 3.15 – Evolution des travaux de déformation fournis et des fonctions  $\xi_i(t)$  au cours d'une séquence de traction-torsion d'amplitude variable non proportionnelle de durée T.

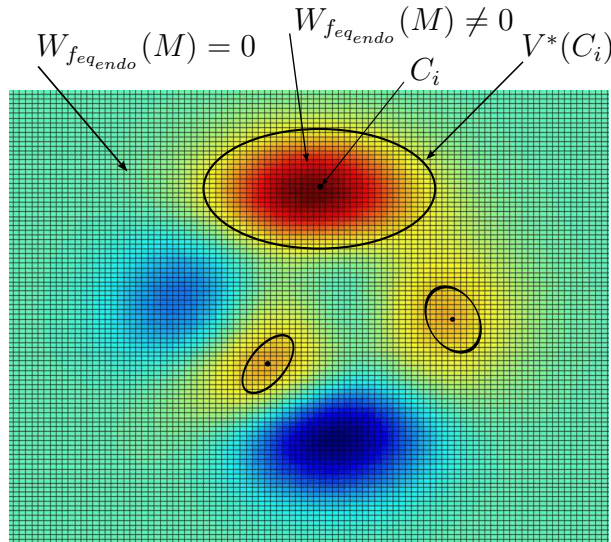


FIG. 3.16 – Illustration schématique 2D du paramètre d'endommagement  $W_{feq_{endo}}$ . Représentation des points critiques et des volumes d'influence.

### Paramètre d'endommagement volumique

Ayant supposé que l'ensemble des points du volume  $V^*(C_i)$  joue un rôle significatif dans l'endommagement de la structure, la quantité  $\varpi_f(C_i)$  est définie comme la moyenne volumique du travail de déformation endommageant (3.68) sur la séquence considérée.

$$\varpi_{feq_{endo}}(C_i) = \frac{1}{V^*(C_i)} \int_{V^*(C_i)} W_{feq_{endo}} dv \quad (3.60)$$

#### 3.2.2.3 Critère de fatigue

Nous proposons dans ce paragraphe un critère de fatigue multiaxiale basé sur le paramètre d'endommagement présenté ci-dessus et destiné à prévoir la fissuration de pièce sous sollicitations d'amplitude constante.

Pour des états de contraintes uniaxiaux, à la limite d'endurance, Banvillet [8] postule que la quantité  $\varpi_f(C_i)$  est une grandeur intrinsèque du matériau (noté  $\varpi_{f_{uniax}}^D$ ) : elle ne dépend donc pas de la sollicitation si l'état de contrainte est identique, d'où l'équation (3.61) (pour un état de contrainte uniaxial).

$$\varpi_{f_{uniax}}^D = \varpi_{f_{Trac}}^D = \varpi_{f_{Fl,R}}^D = \varpi_{f_{Fp}}^D \quad (3.61)$$

Comme proposé par Palin-Luc et Lasserre [94], [97] l'identification de la grandeur  $\sigma^*$  est obtenue à partir des limites d'endurance alternées symétriques pour des sollicitations de traction et de flexion rotative sur éprouvettes lisses. Ces deux cas de chargement sont choisis car la répartition des travaux fournis à chaque VER pendant un cycle de contrainte présente une symétrie de révolution autour de l'axe longitudinal d'une éprouvette cylindrique de révolution.

Pour des sollicitations cycliques uniaxiales sur éprouvettes lisses,  $W_f^*$  peut être identifié pour une sollicitation de traction ( $R_\sigma = -1$ ) puisque dans ce cas la densité volumique d'énergie

de déformation se répartit de manière homogène sur une section droite de l'éprouvette [94], [97].

$$W_f^* = \frac{(\sigma^*)^2}{E} \quad (3.62)$$

Les valeurs de  $\sigma^*$ ,  $W_f^*$  et  $w_{f_{uniax}}^D$  peuvent être respectivement déduites des équations (3.61) et (3.62). Elles s'expriment par :

$$\sigma^* = \sqrt{2 \cdot (\sigma_{-1,Trac}^D)^2 - (\sigma_{-1,Fl.R}^D)^2} \quad (3.63)$$

$$W_f^* = \frac{2 \cdot (\sigma_{-1,Trac}^D)^2 - (\sigma_{-1,Fl.R}^D)^2}{E} \quad (3.64)$$

$$\varpi_{f_{uniax}}^D = \frac{(\sigma_{-1,Fl.R}^D)^2 - (\sigma_{-1,Trac}^D)^2}{E} \quad (3.65)$$

*Nota : comme noté par Palin-Luc [97], l'équation (3.64) n'est valable que dans le cas où  $\sigma_{-1,Fl.R}^D / \sigma_{-1,Trac}^D \leq \sqrt{2}$ , ce qui, d'après la littérature, est vérifié pour tous les matériaux métalliques en général [14]; ce rapport atteint au plus 1,3 [105].*

Pour des états de contraintes multiaxiaux, le critère de fatigue s'exprime par la relation 3.66 :

$$\boxed{\varpi_{f_{q_{endo}}} (C_i) \leq \varpi_{f_{uniax}}^D} \quad (3.66)$$

Sous cette forme, le critère de fatigue proposé est équivalent à la proposition de Banvillet [8] pour des pièces sollicitées en fatigue où le degré de triaxialité est le même en tout point.

Cette formulation conserve donc l'avantage de prendre en compte l'effet sur la limite de fatigue de la distribution volumique des contraintes et des déformations, ce qui permet de différencier les types de chargements (traction, flexion plane et flexion rotative). De plus, la valeur de  $W_f$  ne dépend pas de la forme du cycle de chargement (triangle, sinus, carré).

### 3.2.3 Méthode de calcul de durée de vie

Dans le premier chapitre de ce document, nous avons montré qu'une méthode de calcul de durée de vie est la plus part du temps une extension d'un critère de fatigue, lui-même basé sur un paramètre d'endommagement. Dans un critère de fatigue, le seuil du paramètre d'endommagement est fixé pour une durée de vie. Celle-ci correspond le plus généralement à la limite d'endurance du matériau à  $10^6$  ou  $10^7$  cycles par exemple.

On peut étendre un critère à une méthode de calcul de durée de vie en reliant la valeur du seuil du paramètre d'endommagement non plus pour une durée de vie donnée, mais pour n'importe quelle durée de vie comprise dans le domaine de validité de l'approche développée. Dans la suite de ce paragraphe, une proposition de relation entre la part endommageante du travail fourni et la durée de vie est exposée.

### 3.2.3.1 Principe de la courbe “maîtresse”

Le paramètre énergétique volumique choisi  $\varpi_{feq_{endo}}$  distingue les types de sollicitations simples et combinées. Les prévisions de notre proposition pour estimer les limites d'endurance étant correctes pour de nombreux types de sollicitations et de matériau [17, 18, 19], nous montrons dans cette partie qu'il peut aussi être étendue à l'endurance limitée ( $N \geq 5.10^4$  séquences). Cette extension est possible à partir d'une courbe de Wöhler expérimentale médiane (50% de probabilité de rupture) utilisée comme référence et établie sous un chargement quelconque.

Sur la figure 3.17, nous avons représenté les évolutions de  $\varpi_{feq_{endo}}$  en fonction de la durée de vie médiane  $N_{r_{50\%}}$ , déterminées à partir des résultats expérimentaux en :

- flexion plane ( $R_\sigma=-1$ ),
- flexion rotative ( $R_\sigma=-1$ ),
- torsion ( $R_\sigma=-1$ ),
- flexion plane et torsion combinées ( $R_\sigma=-1$ ).

sur des éprouvettes lisses en fonte ER7. Un modèle de Basquin a été identifié sur chaque série d'essais.

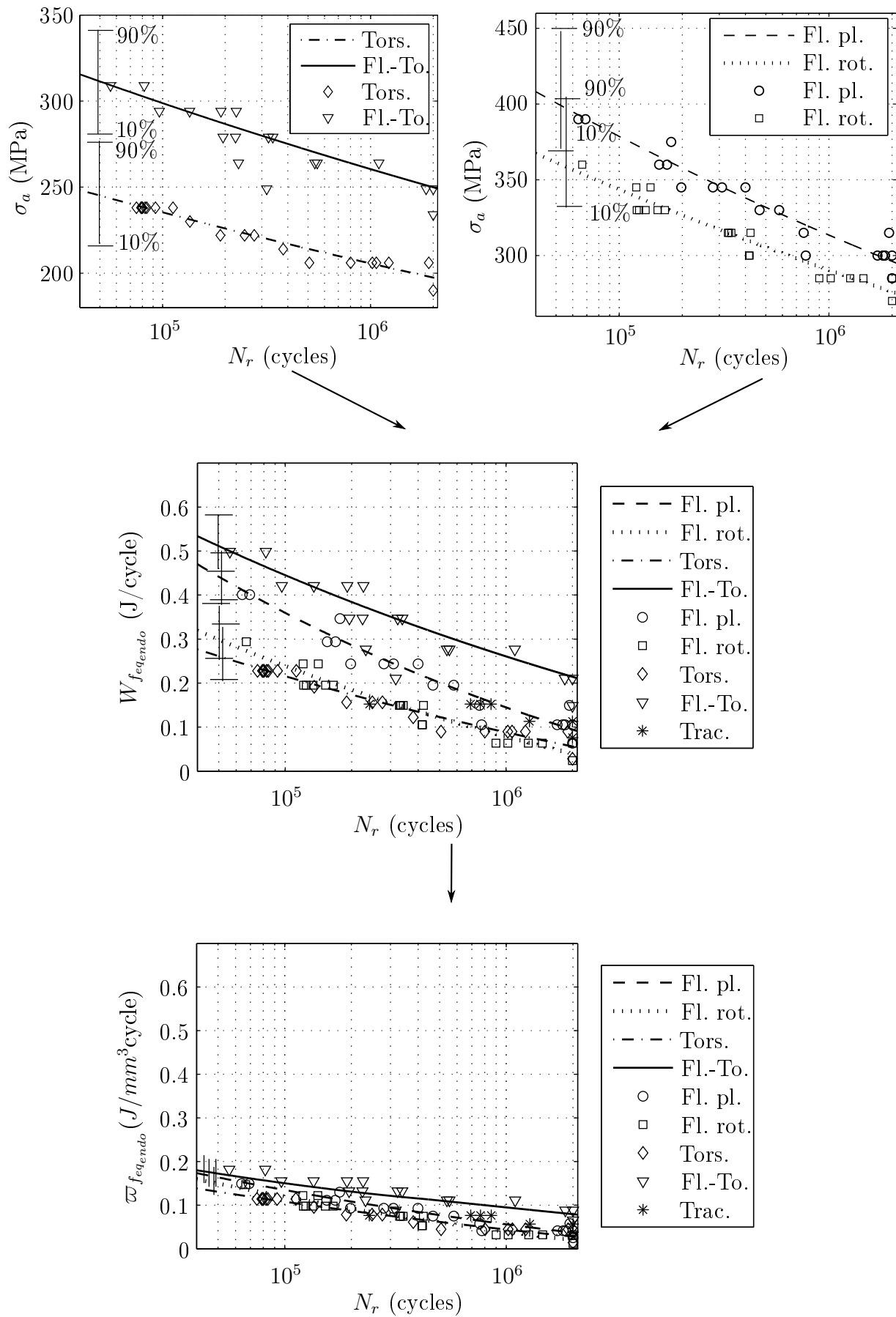


FIG. 3.17 – Evolutions de  $W_{f_{eq_{endo}}}$  et  $\varpi_{f_{eq_{endo}}}$  en fonction de la durée de vie médiane  $N_r$  pour différentes sollicitations pour l'acier ER7.



En prenant comme référence la courbe de flexion rotative, on remarque sur la figure 3.17 que pour un niveau donné, l'écart maximum des durées de vie entre les diverses courbes  $\varpi_{feq_{endo}} = g(N_{r_{50\%}})$  est contenu dans l'intervalle  $[\frac{1}{2}N_{r_{50\%}}, 2N_{r_{50\%}}]$ . L'écart maximum entre les courbes  $\varpi_{feq_{endo}}(N)$  est d'environ  $0.05 \text{ J}/(\text{mm}^3 \cdot \text{cycle})$ .

**Compte-tenu des dispersions expérimentales, on peut considérer la courbe  $\varpi_{feq_{endo}} = g(N_{r_{50\%}})$  comme une courbe unique ou maîtresse sur laquelle tous les résultats d'essais de fatigue se rassemblent.**

Comme le paramètre proposé distingue les sollicitations, il est possible, à l'aide des relations développées dans ce chapitre, de déterminer la courbe de référence (ou maîtresse) de type  $\varpi_{feq_{endo}} = g(N_{r_{50\%}})$  à partir de n'importe quel chargement. Pour simplifier les écritures, nous traitons ci-dessous le cas de la traction simple avec le modèle de courbe S-N de Basquin. La durée de vie à 50% de probabilité de rupture sera notée N.

Connaissant l'équation de la courbe S-N selon Basquin qui peut s'écrire :

$$\sigma_a(N) = \frac{C}{N^\beta} \quad (3.67)$$

et sachant que  $\varpi_{feq_{endo}}$  s'écrit :

$$\varpi_{feq_{endo}} = \frac{1}{V^*} \int_{V^*(C_i)} W_{feq_{endo}} dv = \frac{1}{V^*} \int_{V^*(C_i)} \langle W_{feq}(M) - \lambda(M) \cdot W_f^* \rangle dv \quad (3.68)$$

soit en traction simple :

$$\varpi_{feq_{endo}}(N) = \frac{(\sigma_a(N))^2 - (\sigma^*)^2}{E} \quad (3.69)$$

L'équation de la courbe maîtresse en énergie s'exprimera alors sous la forme (3.70) :

$$\boxed{\varpi_{feq_{endo}}(N) = \frac{\left(\frac{C}{N^\beta}\right)^2 - (\sigma^*)^2}{E}} \quad (3.70)$$

**Remarque :** les résultats présentés dans la suite du document ont été obtenus en prenant l'expression de Basquin comme modèle de référence des courbes S-N. Il est important de souligner que la courbe S-N modélisée n'est pas tronquée à la limite d'endurance  $\sigma^D$  (figure 3.18), ce qui implique la prise en compte des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance du matériau.

Par ailleurs aucune correction de contrainte moyenne est faite a priori puisque le paramètre d'endommagement utilisé  $W_{feq_{endo}}$  est intrinsèquement sensible à la contrainte moyenne [9].

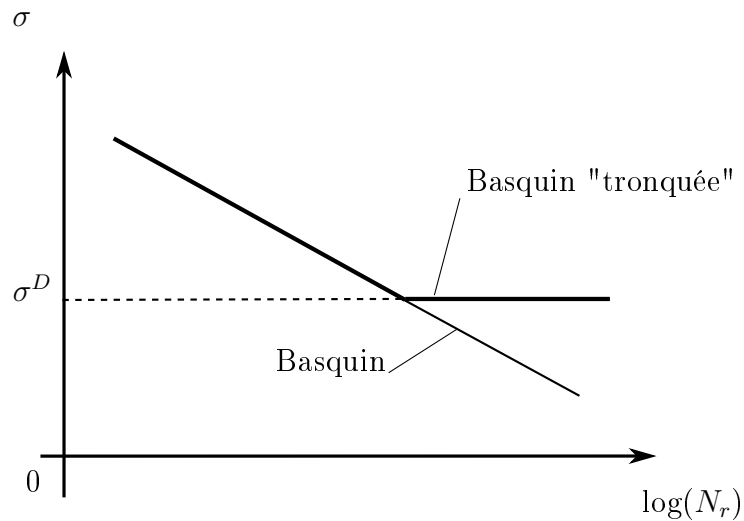
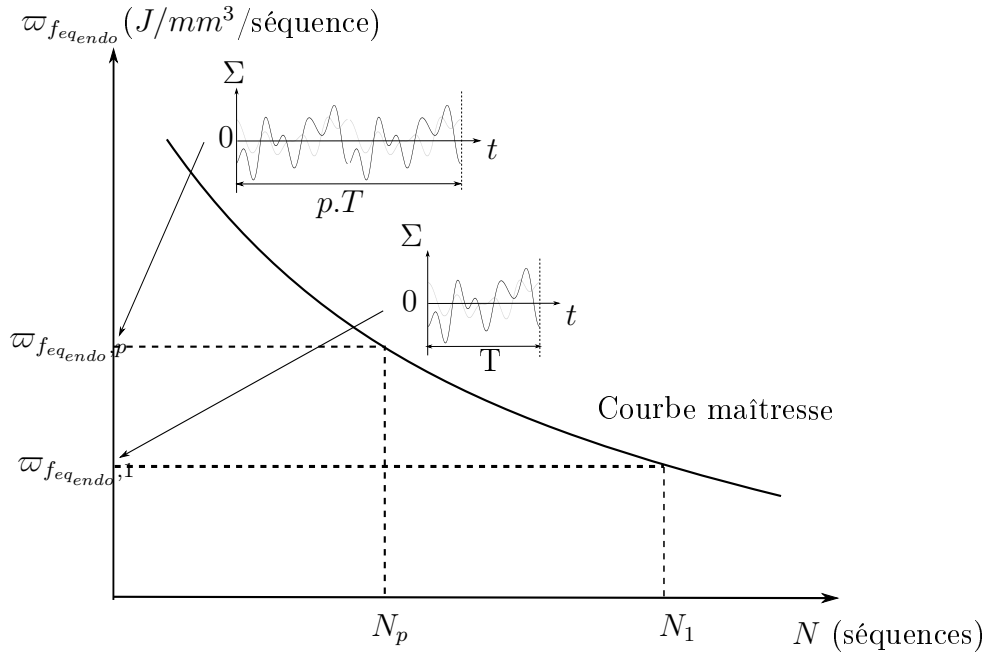


FIG. 3.18 – Illustration d'une courbe S-N (modèle de Basquin) tronquée ou non à la limite d'endurance  $\sigma^D$ .

### 3.2.3.2 Calcul de durée de vie

Considérons une séquence de chargement  $S_1$  de durée  $T_1$  dont le nombre de séquences à fissuration associée est  $N_1$ . Si on considère une séquence  $S_2$  de durée  $p.T_1$  ( $p > 0$ ) obtenue par juxtaposition de  $p$  séquences  $S_1$ , alors le nombre de séquences à fissuration prévu par une méthode de calcul de durée de vie doit être  $N_1/p$ .

Sur la figure 3.19, si l'on reporte sur la courbe unique le travail fourni considéré comme endommageant  $\varpi_{f_{eq_{endo},1}}$ , associé à la séquence  $S_1$ , nous obtenons le nombre de répétitions  $N_1$  de ce chargement jusqu'à l'amorçage. En calculant la part endommageante du travail fourni de ce même chargement dupliqué  $p$  fois, nous obtenons  $\varpi_{f_{eq_{endo},p}} = p.\varpi_{f_{eq_{endo},1}}$ . D'après ce travail  $\varpi_{f_{eq_{endo},p}}$  sur la courbe unique, le nombre de séquences à fissuration vaut  $N_p$ . Etant donné que la relation entre  $\varpi_{f_{eq_{endo},p}}$  et  $N_{r_{50\%}}$  (décrite à l'aide du modèle de Basquin) n'est pas linéaire, nous obtenons :  $N_p \neq (N_1/p)$ , ce qui est incohérent. L'utilisation de la courbe unique sous cette forme ne nous permet pas de répondre à l'une des règles fondamentales d'une méthode de calcul de durée de vie.


 FIG. 3.19 – Représentation de la courbe maîtresse  $\varpi_{feq_{endo}} = g(N_{r_{50\%}})$ 

Pour résoudre cette difficulté, nous écrivons que, quel que soit le nombre de répétitions  $p$  de la séquence à traiter, le travail fourni endommageant est proportionnel au nombre de répétitions (éq. 3.71). Cela signifie que le travail fourni total, mais également la quantité du seuil énergétique  $W_f^*$  à retrancher à ce travail, sont aussi proportionnels à  $p$  (éq. 3.72 et 3.73).

$$\varpi_{feq_{endo},p} = p \cdot \varpi_{feq_{endo},1} \quad (3.71)$$

$$W_{feq_{endo},p} = p \cdot W_{feq_{endo},1} \quad (3.72)$$

$$\lambda_p = p \cdot \lambda_1 \quad (3.73)$$

où  $\varpi_{feq_{endo},1}$ ,  $\varpi_{feq_{endo},p}$  sont respectivement les parts endommageantes du travail fourni d'une séquence de chargement élémentaire (une séquence élémentaire étant la séquence représentative du chargement la plus courte possible) et d'une séquence répétée  $p$  fois.  $W_{feq_{endo},p}$  et  $W_{feq_{endo},1}$  sont les travaux fournis,  $\lambda_p$  et  $\lambda_1$  les proportions de  $W_f^*$  associés à ces parts endommageantes.

En utilisant les relations 3.71, 3.72 et 3.73, nous pouvons définir une grandeur constante quel que soit le nombre de duplication :

$$\frac{\varpi_{feq_{endo},p}}{\lambda_p} = \frac{\varpi_{feq_{endo},1}}{\lambda_1} \quad (3.74)$$

D'autre part, on peut remarquer que :

$$\lambda_p \cdot N_p = \lambda_1 \cdot N_1 \quad (3.75)$$

En modifiant la représentation classique de la courbe maîtresse  $\varpi_{feq_{endo}} = g(N_{r_{50\%}})$  en une représentation de type  $\varpi_{feq_{endo}}/\lambda = g(\lambda \cdot N_{r_{50\%}})$ , il est alors possible de rendre compte du

fait que la durée de vie associée à la séquence  $p.S_1$  est  $(1/p)$  fois celle associée à la séquence  $S_1$  (figure 3.20).

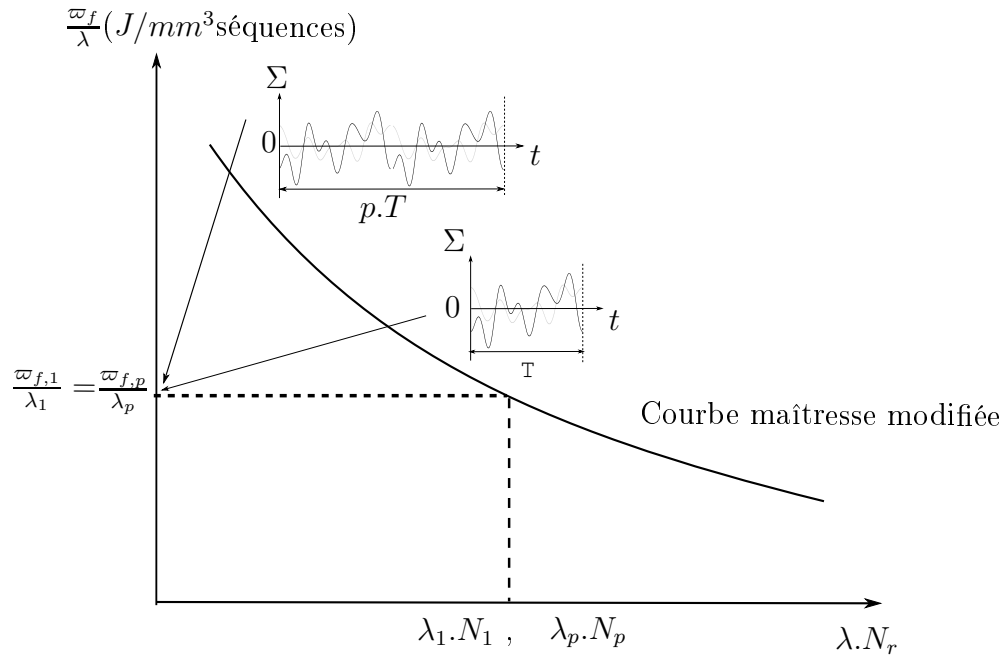


FIG. 3.20 – Représentation de la courbe maîtresse  $\varpi_{f_{eq_{endo}}}/\lambda = g(\lambda.N_{r_{50\%}})$

Remarque : la courbe maîtresse de la figure 3.20 n'en est pas moins facile à identifier d'après une courbe S-N usuelle sous chargement simple (traction ou flexion plane  $R_\sigma = -1$ , par exemple) sinusoïdal d'amplitude constante. En effet, sous sollicitation sinusoïdal d'amplitude constante,  $\lambda = 1$ .

### 3.2.3.3 Synoptique de la méthode de calcul de durée de vie

La méthode de calcul de durée de vie proposée revient à relier la partie endommageante du travail de déformation fourni sur une séquence à un nombre de séquences à fissuration à l'aide d'une courbe unique (ou maîtresse) à l'amorçage. Outre la connaissance de la séquence de chargement, la proposition nécessite la connaissance du seuil énergétique  $W_f^*$  (donc de trois limites d'endurance alternées symétriques sur éprouvettes lisses  $\sigma_{trac,-1}^D$ ,  $\sigma_{Fr,-1}^D$  et  $\tau_{-1}^D$ ). Elle est applicable à tout type de chargement : proportionnel et non proportionnel.

L'organigramme de cette méthode de calcul de durée de vie sous chargements multiaxiaux d'amplitude variable est présenté ci-dessous et illustré par la figure 3.21.

#### 1) Calcul des déformations dans l'état adapté à l'échelle macroscopique

Si les niveaux de chargements appliqués à la pièce atteignent des valeurs proches ou supérieures à la limite d'élasticité du matériau, il est nécessaire de déterminer les déformations après adaptation élastique. Cette démarche est importante pour s'assurer que le domaine de calcul de la pièce rentre dans les domaines de l'endurance limitée et illimitée, cadre de notre proposition.

**2) Calcul des travaux cumulés équivalents  $W_{f_{eq},k}(t)$  et identification de transitions.**

On calcule les évolutions temporelles des travaux de déformation fournis cumulés liés à chaque couple  $(\sigma_k(t), \varepsilon_k(t))$  en utilisant l'équation (3.16). Sur chaque évolution temporelle, on identifie des transitions, comme définies au paragraphe 3.2.2.1, sur l'évolution de  $W_{f_{eq}}(t)$ .

**3) Calcul des évolutions de  $\xi_k(t)$**

On calcule les évolutions temporelles des fonctions  $\xi_k(t)$  relatives à chaque couple  $(\sigma_k(t), \varepsilon_k(t))$  en utilisant l'équation (3.17).

**4) Calcul de la contribution à l'endommagement d'une transition**

A l'aide de l'équation 3.33, on détermine la contribution à l'endommagement d'une transition par rapport à l'évolution de  $\xi_k(M, t)$  :

- si  $\xi_k(M, t)$  change de signe au cours d'une transition, alors la proportion  $\alpha_k(M, t_i^k)$  du seuil  $W_f^*$  est proportionnelle à l'énergie fournie sur la variation d'énergie totale échangé pendant la transition,
- si  $\xi_{ij}(M, t)$  ne change pas de signe au cours d'une transition, alors  $\alpha_k(M, t_i^k)$  vaut 1.

**5) Calcul de la contribution à l'endommagement de chacun des travaux fournis**

Pour des chargements multiaxiaux, on pondère chacune des proportions  $\alpha_k(M)$  liées aux travaux fournis  $W_{f_{eq},k}(M)$  afin de déterminer leur contribution à l'endommagement.

**6) Calcul de  $W_{f_{eq_{endo}}}(M)$**

Finalement, on calcule la part endommageante de travail de déformation fourni en un point M,  $W_{f_{eq_{endo}}}(M)$ , correspondant à la différence entre le travail fourni total  $W_{f_{eq}}(M)$  et la somme des proportions pondérées  $\lambda(M)$  du seuil énergétique  $W_f^*$ .

$$W_{f_{eq_{endo}}}(M) = \langle W_{f_{eq}}(M) - \lambda(M).W_f^* \rangle \quad (3.76)$$

avec :

$$\lambda(M) = \sum_{i=1}^6 \alpha_k(M).P_k(M) \quad (3.77)$$

**7) Détermination de  $V^*$**

Le volume d'influence  $V^*$  est construit autour de chaque point critique, où  $W_{f_{eq_{endo}}}(M)$  présente un maximum local.

**8) Calcul de  $\varpi_{f_{eq_{endo}}}(C_i)$**

Sur  $V^*$ , on calcule la moyenne volumique du travail de déformation endommageant,  $\varpi_{f_{eq_{endo}}}(C_i)$ .

**8) Construction de la courbe maîtresse de  $f_{eq_{endo}}/\lambda = g(\lambda.N_{r_{50\%}})$**

A partir d'une courbe S-N de référence, on construit une courbe unique de la forme  $f_{eq_{endo}}/\lambda = g(\lambda.N_{r_{50\%}})$  reliant le paramètre d'endommagement et le nombre de séquence à l'amorçage de fissure de fatigue.

**8) Détermination de la durée de vie**

On reporte  $(\varpi_{f_{eq_{endo}}}/\lambda)$  sur la courbe maîtresse pour obtenir la durée de vie de la pièce.

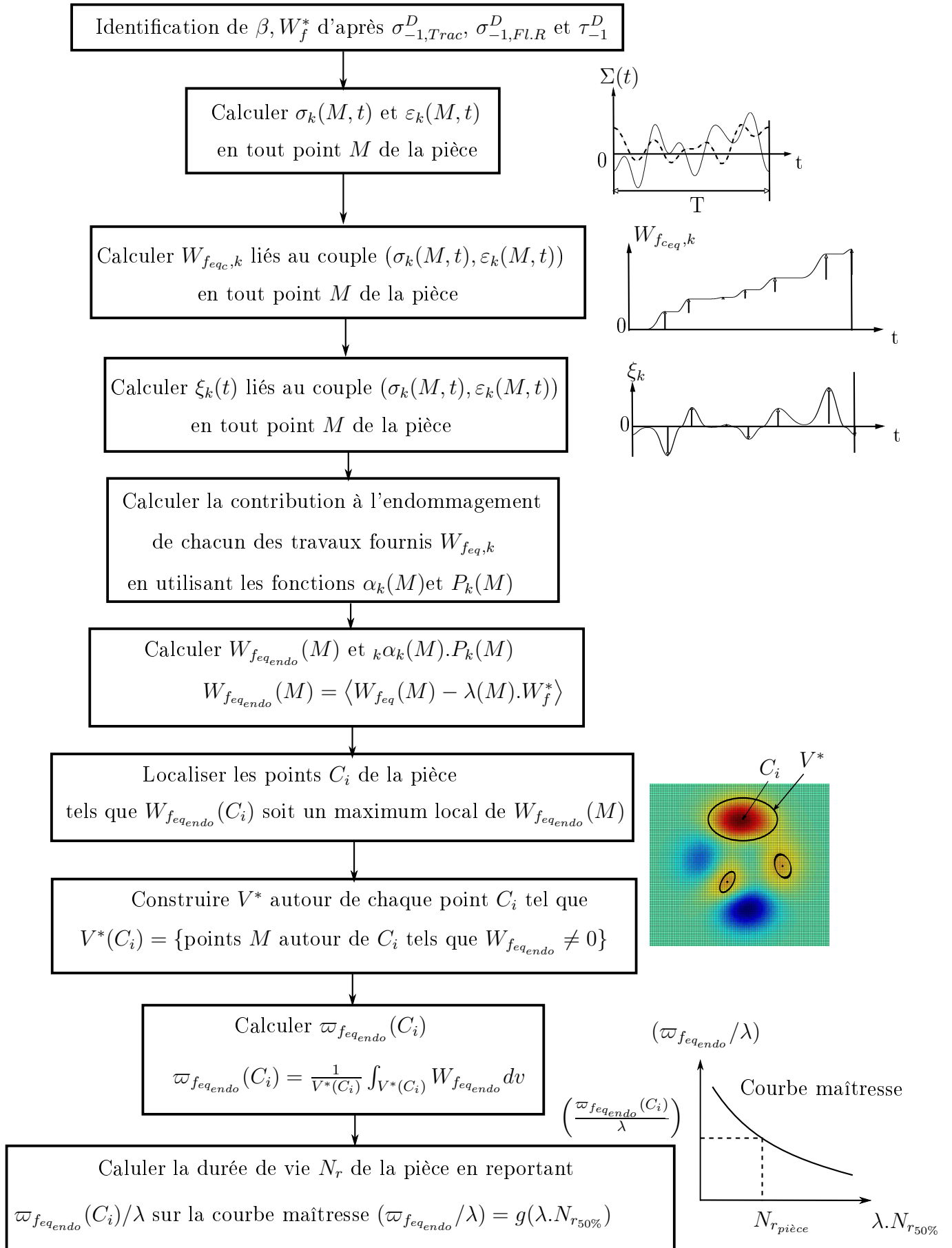


FIG. 3.21 – Organigramme d'application de la méthode de calcul de durée de vie proposée.

### 3.3 Confrontations prévisions / expériences

Cette partie est consacrée aux confrontations des prévisions des approches volumiques du critère de fatigue multiaxiale et de la méthode de calcul de durée de vie proposés par rapport à des résultats d'essais issus de la littérature et de cette étude. Plusieurs matériaux ainsi que différents types de sollicitation constituent la banque de données d'essais.

#### 3.3.1 Critère de fatigue multiaxiale

Nous ferons une distinction entre les essais réalisés sur éprouvettes lisses et ceux effectués sur éprouvettes entaillées. Sur ces dernières, la présence de gradients de contraintes et de déformations doit être correctement prise en compte pour prévoir l'amorçage de fissure de fatigue. Nous avons choisi de comparer les prévisions de notre approche à trois autres critères de la littérature. Les critères de Dang Van [26], Papadopoulos [101] et Crossland [24] ont été choisis. Ces approches sont très largement connues et utilisées dans le secteur industriel.

##### 3.3.1.1 Eprouvettes lisses

Pour juger de la qualité des critères testés, nous utilisons le coefficient de sécurité  $C_s$  défini au chapitre 1. En fonction du résultat de l'essai et de la prévision, il existe trois possibilités selon la valeur de  $C_s$  :

- **lorsque**  $C_s = 1$ , le point représentatif de l'essai considéré coïncide avec le seuil d'endurance : la prévision du critère est **exacte**.
- **Quand**  $C_s > 1$ , le point représentatif du résultat d'essai est situé sous le seuil donc dans la zone de non nucléation des fissures de fatigue selon le critère. La prévision est **non conservative** puisqu'alors le critère prévoit un seuil supérieur à l'essai.
- **Quand**  $C_s < 1$ , la prévision est **conservative**.

Les matériaux considérés sont les aciers ER7, SAE1045, C35N et St35. Les caractéristiques mécaniques statiques de ces matériaux sont regroupées dans le tableau 3.4.

Matériau	Re <sub>0.2</sub> (MPa)	Rm (MPa)	Référence
ER7	400	678	cette étude
SAE1045	-	624	[56]
C35N	313	550	[91]
St35	-	395	[62]

TAB. 3.4 – Caractéristiques mécaniques statiques des matériaux testés.

Les limites d'endurance expérimentales de ces différents matériaux sont données dans le tableau 3.5. Les valeurs des limites de fatigue marquées d'un astérisque, n'étant pas disponible dans la référence bibliographique associé, ont été estimées à l'aide des relations empiriques du CETIM [14], avec :  $\sigma_{Fr-1}^D = \sigma_{Fp-1}^D / 1,05$ .

Les confrontations prévisions/essais sont classées ci-après par chargement. Quatre types de sollicitations ont été testées : flexion plane et torsion combinées, flexion rotative et torsion combinées, traction et torsion combinées, traction-torsion et pression interne



Matériau	$\sigma_{Fp,-1}^D$ (MPa)	$\sigma_{Fr,-1}^D$ (MPa)	$\tau_{-1}^D$ (MPa)	Référence
ER7	296	284	198	-
SAE1045	584	560	371	[56]
C35N	205	190	150	[91]
St35	206	205*	123	[62]

TAB. 3.5 – Limites d'endurance expérimentales des matériaux testés pour  $10^6$  cycles, sauf pour l'acier ER7 ( $2.10^6$  cycles).

### Flexion plane et torsion combinées ( $R_\sigma = R_\tau = -1$ ) non proportionnelles

Pour tester la pertinence des prévisions des critères de fatigue appliqués à l'acier ER7, un essai de flexion plane et torsion combinées a été réalisé. Les conditions de cet essai sont détaillées au chapitre 2. Dans le tableau 3.6, l'ensemble des prévisions des critères sont satisfaisantes. On peut toutefois souligner que contrairement aux prévisions de notre proposition et de celle de Papadopoulos, les prévisions des critères de Dang Van et Crossland sont légèrement non conservatives ce qui peut s'avérer ennuyeux dans le cadre d'une application industrielle.

$\sigma_a$ (MPa)	$\tau_a$ (MPa)	$\varphi$	$Cs$ <i>Pro</i>	$Cs$ <i>DV</i>	$Cs$ <i>Pa</i>	$Cs$ <i>Cr</i>
257	153	$\pi/2$	0,92	1,14	0,83	1,1

TAB. 3.6 – Résultats d'essais de flexion plane et torsion combinées réalisés à  $2.10^6$  cycles sur des éprouvettes lisses en acier ER7. Coefficients de sécurité des critères étudiés.

### Flexion rotative et torsion combinées proportionnelles

Plusieurs essais à  $10^6$  cycles en flexion rotative et torsion combinées sur éprouvettes lisses cylindriques de révolution en acier SAE1045 ont été réalisés par Gough [56]. Pour ces essais, les limites d'endurance utilisées pour identifier les paramètres des critères de Dang Van, Papadopoulos, Crossland sont les limites en flexion rotative ( $R_\sigma = -1$ ) et en torsion ( $R_\tau = -1$ ) sur éprouvettes lisses.

En annexe 8, un tableau rassemble les conditions expérimentales de chargement et les coefficients de sécurité des critères. La figure 3.22 illustre la répartition des coefficients de sécurité par classe de largeur 0, 1. Elle montre que les prévisions de notre proposition sont souvent conservatives pour ces essais. Ceci peut s'expliquer par le fait que le niveau de contrainte équivalente atteint lors de certains de ces essais dépasse la limite d'élasticité du matériau. Il aurait fallu réaliser des calculs élastoplastiques pour connaître l'état de contrainte réel, mais les données nécessaires (loi de comportement) n'était pas dans la littérature. La proposition de Dang Van se comporte bien pour ces essais.

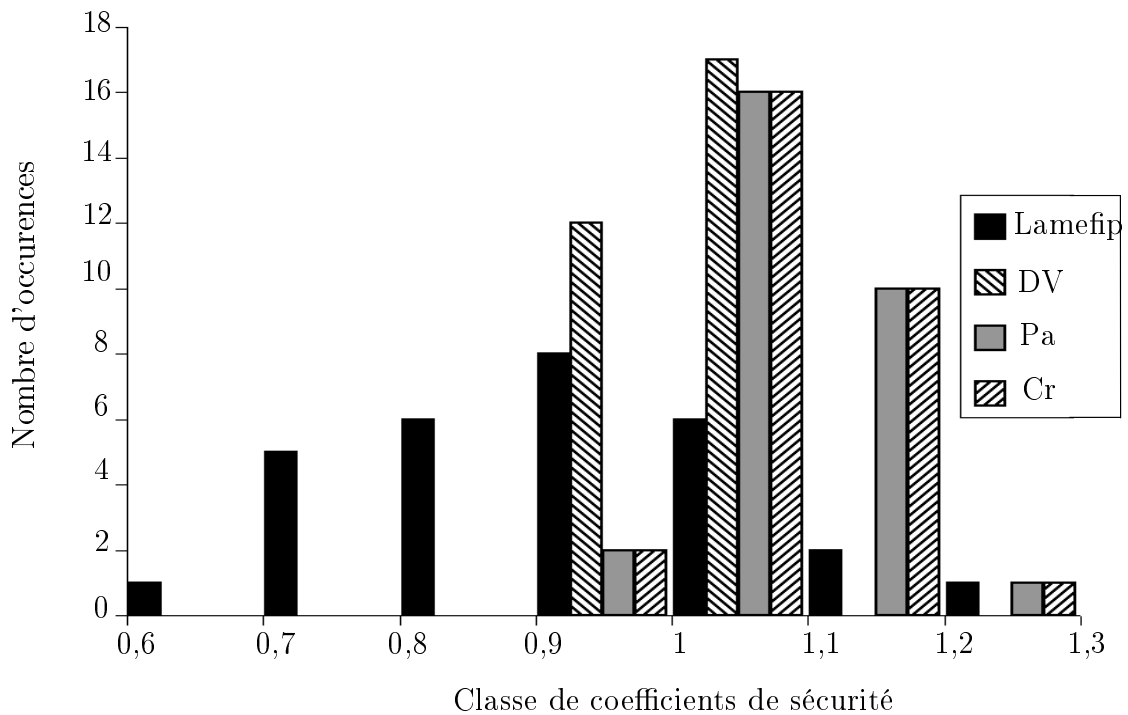


FIG. 3.22 – Histogramme des coefficients de sécurité des critères étudiés pour les essais de flexion rotative et torsion combinés sur des éprouvettes lisses en acier SAE1045[56].

### Traction et torsion combinées proportionnelles

Nous avons confronté pour des sollicitations de traction - torsion combinées les prévisions des critères avec des résultats d'essais réalisés par Nolte et Paysan [91] sur éprouvettes lisses en acier C35N à  $10^6$  cycles. L'ensemble des coefficients de sécurité calculés figure dans le tableau présenté en annexe 8. On remarque que l'ensemble des critères donnent de bonnes prévisions pour ce type de sollicitation. Toutefois, on peut noter que seule notre proposition reste conservatrice ce qui est rassurant dans le cadre d'un dimensionnement en fatigue.

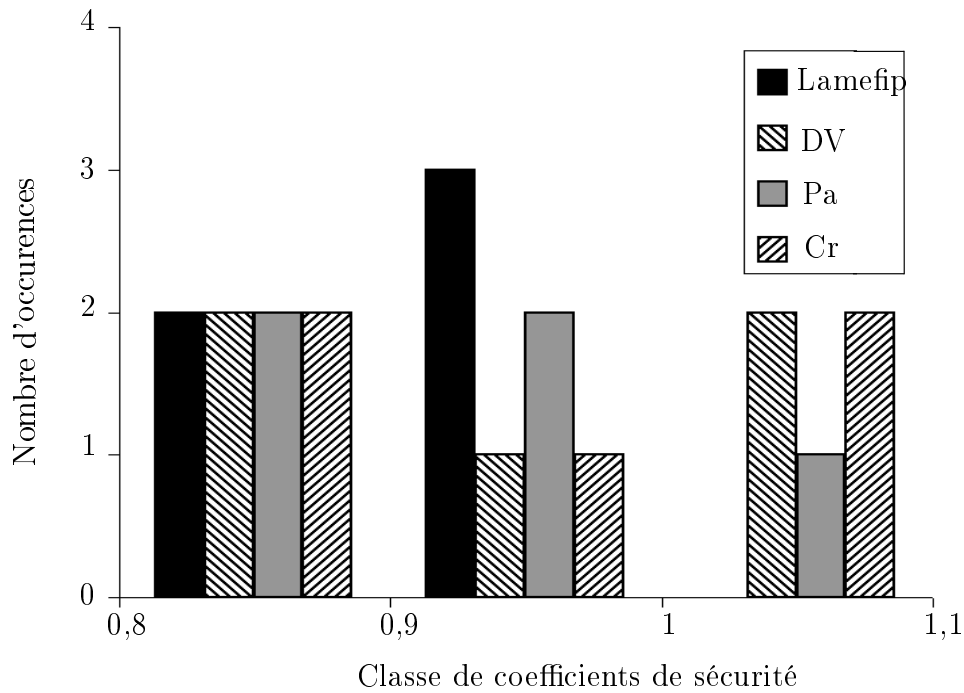


FIG. 3.23 – Histogramme des coefficients de sécurité des critères étudiés pour les essais de traction et torsion combinées sur des éprouvettes lisses en acier C35N [91].

### Traction-torsion et pression interne proportionnelles

Ces résultats d'essais de traction-torsion et pression interne proviennent des travaux d'Issler et al [62]. Tous les essais ont été réalisés à  $10^6$  cycles sur des éprouvettes lisses en acier St35. L'annexe 8 rassemble les conditions d'essais et les coefficients de sécurité des différents critères évalués. Mis à part le critère de Crossland, les prévisions des critères pour ces essais multiaxiaux sont relativement bonnes et les coefficients de sécurité sont souvent dans l'intervalle  $[-0,8; +1, 2]$ .

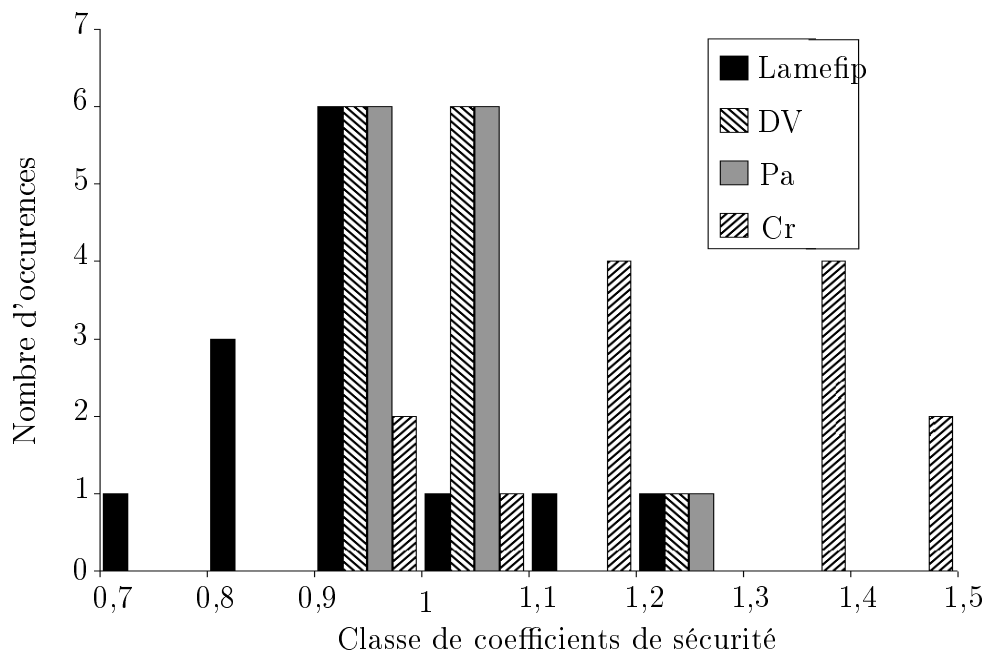


FIG. 3.24 – Comparaison des coefficients de sécurité des critères étudiés pour les essais de traction-torsion et pression interne sur des éprouvettes lisses en acier St35 [62].

### 3.3.1.2 Eprouvettes entaillées

Les résultats des essais utilisés dans cette partie sont issus des travaux de collaboration entre le LAMEFIP et le CETIM [22]. Des essais de traction et de flexion rotative sur des éprouvettes entaillées en acier 42CrMo4 ont été réalisés jusqu'à  $10^7$  cycles par le CETIM [43]. Les caractéristiques mécaniques monotone et cyclique de ce matériau, ainsi que la géométrie des éprouvettes de fatigue utilisées sont détaillées en annexe 9.

Etant donnée la géométrie entaillée des éprouvettes et les niveaux de contrainte appliqués à ces dernières, des calculs par éléments finis ont permis de constater un niveau important de plasticité en fond d'entaille. Deux types de comportements du matériau ont été introduit dans les modélisations numériques des essais de fatigue :

- comportement élastique,
- comportement élastoplastique prenant en compte l'écroutissage isotrope et cinématique et permettant de calculer les contraintes et les déformations dans l'état adapté (ou accommodé).

Le tableau 3.7 recense les conditions expérimentales des essais de fatigue réalisés et les prévisions du critère proposé suivant les deux types de modélisation. Les contraintes indiquées sont les contraintes nominales.

Sollicitation	$K_t$	$\bar{\sigma}$ (MPa)	$\sigma_a$ (MPa)	$C_s$ élasticité	$C_s$ élastoplasticité	Etat cyclique
Traction	1	400	467,5	0,61	0,69	adapté
Traction	2	500	252	0,47	0,93	adapté
Traction	3	0	220	0,69	0,81	accommodé
Traction	3	500	165	0,43	0,76	adapté
Flexion rotative	2	0	267	1,15	1,15	élastique
Flexion rotative	3	0	180	0,86	0,99	accommodé

TAB. 3.7 – Résultats d'essais de traction et flexion rotative réalisés par le CETIM à  $10^7$  cycles sur éprouvettes lisses et entaillées en acier 42CrMo4. Coefficient de sécurité de la proposition.

On peut noter la bonne qualité des prévisions lorsque le comportement élastoplastique du matériau est modélisé. Par exemple, pour l'essai de traction sur une éprouvette entaillé ( $Kt \approx 2$ ) le critère est très conservatif et ce que entraîne un surdimensionnement dans le cadre d'une application en bureau d'études ; par contre, en calculant les contraintes et les déformations dans leur état adapté, la prévision du critère est nettement meilleure. Cette amélioration est notable aussi bien pour des concentrations de contraintes assez élevées que pour des contraintes moyennes importantes.

Cette confrontation sur des éprouvettes entaillées nous montre l'importance de prendre en considération la loi de comportement cyclique dans les calculs de fatigue à grande durée de vie en présence d'entailles. Il serait intéressant d'ajouter à ces résultats les prévisions d'autres critères de fatigue multiaxiale comme Dang Van, Dang Van ou Papdopoulos (ceci n'a pas pu être réalisé par manque de temps).

Nous tenons à remercier ici le CETIM pour le financement de ces calculs et pour avoir accepté la publication de ces résultats dans le cadre de cette thèse.

### 3.3.1.3 Conclusion

Cette confrontation prévision/expérience permet de montrer que les prévisions du critère proposé sont satisfaisantes aussi bien pour les trajets de chargement proportionnels que non

proportionnels. Ses prévisions sont le plus souvent conservatives contrairement aux autres critères testés dont les prévisions non conservatives peuvent rendre leur utilisation dangereuse pour les bureaux d'études. La proposition est apte à prévoir les effets, sur la limite de fatigue, des différents types de chargement (traction, flexion rotative, flexion plane) et à prendre en compte la répartition volumique des contraintes.

De plus, pour les critères ponctuels, les prévisions peuvent varier de façon importante selon la limite d'endurance uniaxiale utilisée pour identifier les paramètres (traction  $\sigma_{Trac,-1}^D$  ou flexion plane  $\sigma_{FP,-1}^D$  avec la limite en torsion). Par exemple, pour un chargement de traction, utiliser la limite de flexion plane peut faire varier la prévision d'un critère ponctuel de plus de 75%. La proposition n'a pas cet inconvénient.

### 3.3.2 Méthode de calcul de durée de vie

Nous allons maintenant comparer les prévisions de la méthode de calcul de durée de vie proposée à des résultats d'essais réalisés sur trois matériaux différents : la fonte à graphite sphéroïdale EN-GJS800-2 pour les essais réalisés au LAMEFIP, l'acier 10HNAP pour ceux de l'Université Technique d'Opole et l'acier ER7, matériau de cette étude. Pour l'ensemble de cette partie, nous soulignons que les durées de vie expérimentales et calculées par notre proposition, respectivement notée  $N_{exp}$  et  $N_{prev}$ , sont déterminées avec une probabilité de fissuration de 50%.

#### 3.3.2.1 Essai du LAMEFIP sur la fonte EN-GJS800-2

Ces données de fatigue utilisées sont extraites des travaux de Bennebach [12], Palin-Luc [94] et Banvillet [8] sur une fonte EN-GJS800-2. Les caractéristiques mécaniques de ce matériau ainsi que la géométrie des éprouvettes sont présentés en annexe 9. Les prévisions de notre proposition sont confrontées aux résultats des essais suivants :

- essais de flexion plane et de torsion combinées ( $R_\sigma = R_\tau = -1$ ) à fréquences différentes,
- chargements à deux blocs sous sollicitation simples (flexion plane ou torsion,  $R = -1$ ),
- chargements à deux blocs de sollicitations différentes ( $R_\sigma = -1$ ,  $R_\tau = -1$ ),
- essais par blocs bas/haut ( $R_\sigma = -1$ ), sous sollicitations simples,
- chargements de flexion plane par blocs à contrainte maximum constante,
- chargements de flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) avec surcharge,
- essais simples et combinés sous séquences de chargements réels.

L'ensemble des conditions de chargements de ces essais ainsi que les durées de vie expérimentales obtenues sont détaillés dans les paragraphes suivants. Les prévisions de la méthode de calcul de durée de vie y seront également indiquées. Pour réaliser les calculs, la courbe maîtresse de référence est celle obtenue à partir de la courbe S-N en flexion plane ( $R_\sigma = 1$ ) modélisée par l'équation de Basquin sans asymptote. A titre d'informations, pour la fonte EN-GJS800-2, le seuil en contrainte  $\sigma^*$  est égal à 210 MPa et le paramètre matériau  $\beta$  vaut 3,1. A la fin de ce descriptif, un récapitulatif des confrontations prévisions / expériences pour ce matériau sera commenté et discuté.

### Essais de flexion plane et de torsion combinées ( $R_\sigma = R_\tau = -1$ ) à fréquences différentes

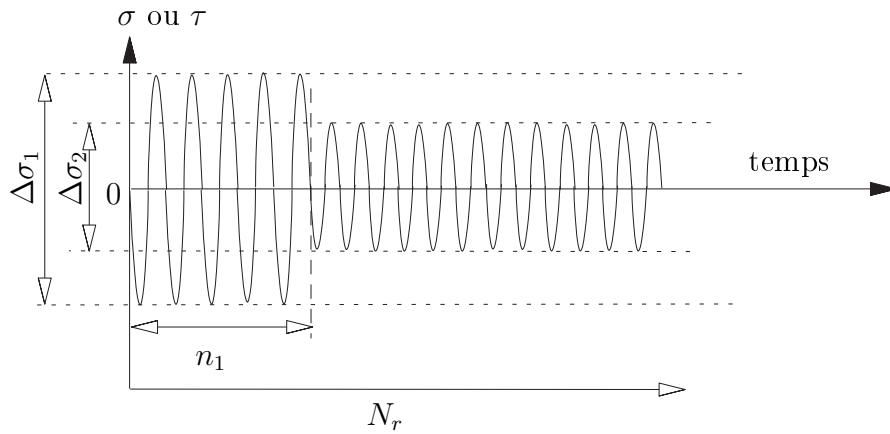
Des essais de flexion plane et torsion combinées alternées symétriques avec des fréquences différentes (du même type que ceux présentés au chapitre 2) ont été réalisés. Ces essais génèrent un trajet de chargement non proportionnel. Les conditions d'essais sont rassemblées dans le tableau 3.8, où  $f_\sigma/f_\tau$  représente le rapport des fréquences des sollicitations de flexion et de torsion, la fréquence du chargement de flexion  $f_\sigma$  étant de 50 Hz. Les essais ont été asservis en contrainte. Dix éprouvettes ont été utilisées pour chaque série d'essais. Le tableau 3.8 récapitule les conditions de chargements, les résultats ( $N_{exp}$ ) des essais et les prévisions ( $N_{prev}$ ) de notre proposition. Pour ces essais à fréquences différentes, les durées de vie sont exprimées en nombre de séquences à fissuration, une séquence contenant 5 cycles de flexion et un cycle de torsion.

$\sigma_a$ (MPa)	$\tau_a$ (MPa)	$f_\sigma/f_\tau$	$N_{exp}$ (séquences)	$N_{prev.}$ (séquences)
225	167	1	122 191	235 000
225	167	5	9893	7513
155	204	1	119 911	106 000
155	204	5	17 357	13 047

TAB. 3.8 – Conditions de chargement, résultats ( $N_{exp}$ ) des essais sinusoïdaux de flexion plane et de torsion ( $R_\sigma=-1$ ) combinées à même fréquence et à fréquences différentes [8] et prévisions ( $N_{prev}$ ) par la méthode proposée.

### Chargements à deux blocs sous sollicitation simples ( $R_\sigma = -1$ )

Deux types d'essais par blocs ont été effectués par Bennebach [12]. Le premier consiste à réaliser un essai à deux blocs de même chargement, flexion plane ou torsion (figure 3.25) ; pour le second, le type de sollicitation diffère entre les blocs, flexion plane puis torsion (figure 3.26) ou inversement. Dans la première configuration, seuls les niveaux de contrainte changent :  $\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$  et  $\frac{1}{2}\Delta\sigma_2$  représentent les amplitudes des contraintes du premier et du second blocs,  $n_1$  indique le nombre de cycles imposés pendant le premier bloc et  $N_{exp}$  le nombre total de cycles pour une probabilité de fissuration de 50%. Les conditions de ce premier type d'essais par blocs, les durées de vie expérimentales et prévues par notre proposition sont listées dans le tableau 3.9.


 FIG. 3.25 – Chargements à deux blocs successifs sous sollicitations simples ( $R_\sigma = -1$ ) jusqu'à fissuration.

Sollicitation	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$ (MPa)	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_2$ (MPa)	$n_1$ (cycles)	$N_{exp}$ (cycles)	$N_{prev}$ (cycles)
Flex. Pl.	320	352	110 000	194 070	167 356
Flex. Pl.	352	320	50 000	181 550	141 898
Flex. Pl.	352	303	50 000	258 040	178 067
Flex. Pl.	303	352	160 000	278 420	246 741
Torsion	249	233	50 000	204 970	341 355
Torsion	233	249	160 000	210 300	296 521

 TAB. 3.9 – Conditions, résultats ( $N_{exp}$ ) et prévisions ( $N_{prev}$ ) pour les essais de cumul à deux blocs sous sollicitations simples [12].

### Chargements à deux blocs de sollicitations différentes ( $R_\sigma = -1$ )

Dans la seconde configuration d'essais par blocs, les sollicitations changent d'un bloc à un autre (flexion plane puis torsion et inversement). Quatre séries d'essais de ce type ont été réalisées par Bennebach [12] sur des éprouvettes lisses. Le trajet de chargement est proportionnel sur chaque bloc mais non proportionnel sur l'ensemble de l'essai. Les conditions de cette deuxième configuration d'essais par blocs sont récapitulés dans le tableau 3.10. Les nombres de cycles expérimentaux à fissuration et les prévisions de la méthode de calcul de durée de vie y sont indiqués.

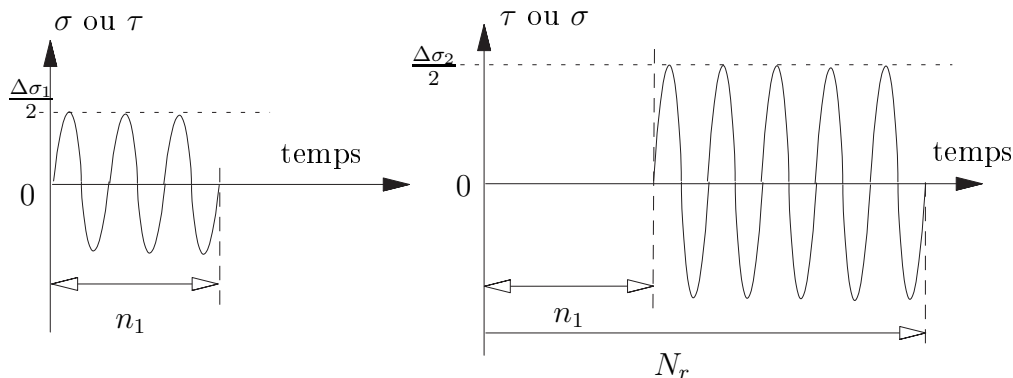


FIG. 3.26 – Chargement à 2 blocs de sollicitations différentes, appliquées successivement jusqu'à fissuration.

Sollicitations	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$ (MPa)	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_2$ (MPa)	$n_1$ (cycles)	$N_{exp}$ (cycles)	$N_{prev}$ (cycles)
Tors./Flex.pl.	233	352	160 000	239 180	251 994
Tors./Flex.pl.	249	303	50 000	265 580	467 580
Flex.pl./Tors.	352	233	50 000	296 330	468 373
Flex.pl./Tors.	303	249	160 000	265 740	279 086

TAB. 3.10 – Conditions, résultats ( $N_{exp}$ ) et prévisions ( $N_{prev}$ ) pour les essais de cumul à deux blocs de sollicitations différentes [12].

### Essais par blocs bas/haut ( $R_\sigma=-1$ ), sous sollicitations simples

Lors des essais réalisés par Bennebach [12], Palin-Luc [94] et Banvillet [8], le chargement est constitué de 2 types de blocs de 5 000 cycles : deux niveaux d'amplitude  $\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$  et  $\frac{1}{2}\Delta\sigma_2$ , appliqués alternativement jusqu'à fissuration du matériau. Les chargements appliqués sont simples (flexion plane ( $R_\sigma=-1$ ) ou torsion ( $R_\tau=-1$ )) et identiques tout au long de l'essai, ainsi le trajet de chargement est proportionnel (figure 3.27).

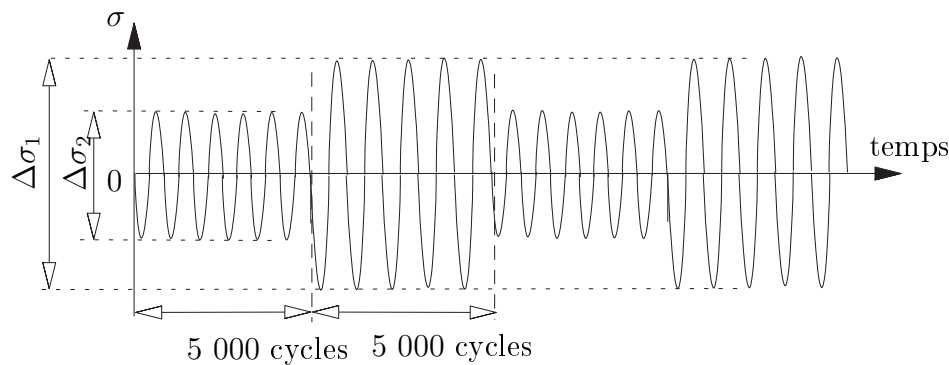


FIG. 3.27 – Chargement par blocs répétés à 2 niveaux ( $R_\sigma=-1$ ).

Les tableaux 3.11 et 3.12 présentent les conditions de chargement des essais de flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) et des essais de torsion ( $R_\tau = -1$ ). Les durées de vie expérimentales ainsi que les nombres de cycles à fissuration estimés sont également listés dans ces tableaux.

Sollicitation	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$ (MPa)	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_2$ (MPa)	$N_{exp}$ (cycles)	$N_{prev}$ (cycles)
Flex. Pl.	230	317	452 898	318 512
Flex. Pl.	317	347	154 921	127 346
Flex. Pl.	260	317	479 192	396 718
Flex. Pl.	230	317	451 305	408 549
Flex. Pl.	140	317	458 606	368 217
Flex. Pl.	140	347	223 357	179 673
Flex. Pl.	230	347	245 980	210 218
Flex. Pl.	260	347	220 675	185 856
Flex. Pl.	280	347	194 421	251 578
Flex. Pl.	70	347	253 000	324 521

TAB. 3.11 – Conditions de chargement, durées de vie expérimentales ( $N_{exp}$ ) et simulées ( $N_{prev}$ ) pour les essais par blocs (bas/haut/bas/etc...) de 5 000 cycles alternés symétriques en flexion plane ( $R_\sigma=-1$ ) [12], [94].



Sollicitation	$\frac{1}{2}\Delta\tau_1$ (MPa)	$\frac{1}{2}\Delta\tau_2$ (MPa)	$N_{exp}$ (cycles)	$N_{prev}$ (cycles)
Torsion	250	100	291 645	346 217
Torsion	250	130	266 450	318 491
Torsion	250	180	266 451	271 359
Torsion	250	200	227 396	248 873
Torsion	250	230	168 153	201 392

TAB. 3.12 – Conditions de chargement, durées de vie expérimentales ( $N_{exp}$ ) et simulées ( $N_{prev}$ ) pour les essais par blocs (bas/haut/bas/etc...) de 5 000 cycles alternés symétriques en torsion ( $R_\tau=-1$ ) [8].

### Chargements de flexion plane par blocs à contrainte maximale constante

D'autres séries d'essais par blocs à contrainte maximale  $\sigma_{max}$  fixée ont été réalisées par Banvillet [8]. Ces essais sont composés de blocs de flexion plane de 5 000 cycles à deux niveaux d'amplitude  $\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$  et  $\frac{1}{2}\Delta\sigma_2$  apparaissant successivement jusqu'à fissuration, mais avec les mêmes maximums (valeur moyenne non nulle) (figure 3.28).

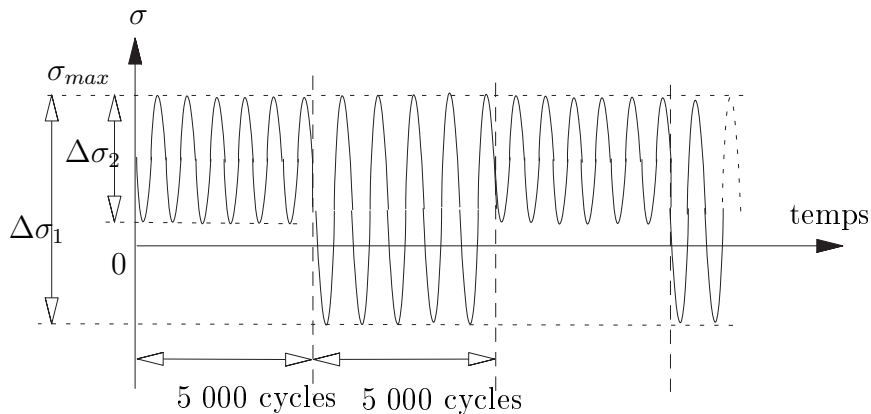


FIG. 3.28 – Chargement par blocs répétés de flexion plane, à contrainte maximale fixée.

Dans le tableaux 3.13, les conditions de chargement des essais de flexion plane à contrainte maximale fixée sont présentées. Les durées de vie expérimentales et calculées par notre proposition y sont indiquées.

Sollicitations	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$ (MPa)	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_2$ (MPa)	$N_{exp}$ (cycles)	$N_{prev}$ (cycles)
Fl. Pl. (max. fixé)	410	295	100	392 460	296 735
Fl. Pl. (max. fixé)	410	295	160	352 774	232 517
Fl. Pl. (max. fixé)	410	295	325	164 718	131 542
Fl. Pl. (max. fixé)	410	295	190	317 472	187 936

TAB. 3.13 – Conditions de chargement, durées de vie expérimentales ( $N_{exp}$ ) et simulées ( $N_{prev}$ ) pour les essais par blocs de 5 000 cycles de flexion plane à contrainte maximale constante [8].

### Chargements de flexion plane ( $R_\sigma=-1$ ) avec 1 cycle de surcharge sur 5

Ces essais de flexion plane ( $R_\sigma=-1$ ) avec surcharge ont été réalisés par Palin-Luc [94]. La période du chargement est composée de 4 cycles avec une amplitude  $\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$  et d'une surcharge (restant dans le domaine de l'endurance limitée) constituée d'un cycle d'amplitude  $\frac{1}{2}\Delta\sigma_2$  (Fig. 3.29). Pour ces essais, les durées de vie sont exprimées en nombre de séquences à fissuration, une séquence contenant 5 cycles.

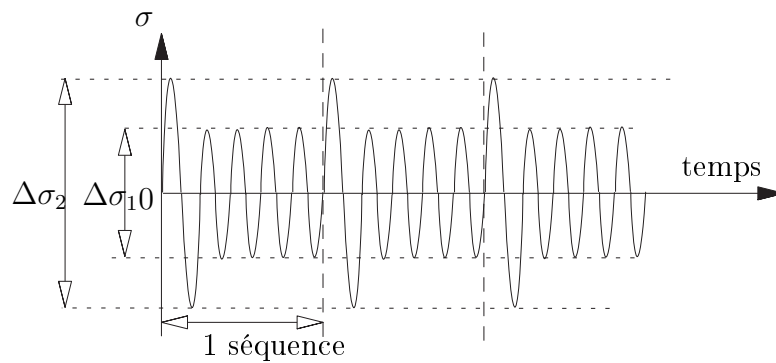


FIG. 3.29 – Chargement de flexion plane avec 1 cycle de surcharge sur 5 ( $R_\sigma=-1$ ).

Le tableau 3.14 récapitule les conditions de chargements, les résultats ( $N_{exp}$ ) des essais et les prévisions ( $N_{prev}$ ) de la méthode de calcul de durée de vie proposée.

Sollicitations	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$ (MPa)	$\frac{1}{2}\Delta\sigma_2$ (MPa)	$N_{exp}$ (séquences)	$N_{prev}$ (séquences)
Flex. pl. (surch)	230	317	220 943	392 761
Flex. pl. (surch)	180	317	238 190	459 483

TAB. 3.14 – Conditions de chargement, résultats expérimentaux ( $N_{exp}$ ) et calculés  $N_{prev}$  pour les essais de flexion plane ( $R_\sigma=-1$ ) avec surcharge (1 cycle sur 5) [94].

### Essais simples et combinés sous séquences de chargements réels

Dans le cadre de sa thèse, Banvillet [8] a réalisé des essais avec des signaux de chargement inspirés d'enregistrements effectués sur une pièce de véhicule automobile. La figure 3.30 représente les deux évolutions temporelles, notées S1(t) et S2(t), utilisées comme chargements de référence pour les essais. Une homothétie a été faite sur les signaux de manière à ce que l'amplitude du plus grand cycle de contrainte extrait d'un comptage Rainflow corresponde à la limite de fatigue pour  $10^5$  cycles du matériau afin d'obtenir des durées d'essai raisonnables. Les séquences de chargement ont été reproduites (et asservies) jusqu'à fissuration du matériau.

Nous tenons à remercier ici Renault pour nous avoir permis d'utiliser les résultats et les conditions de ces essais.

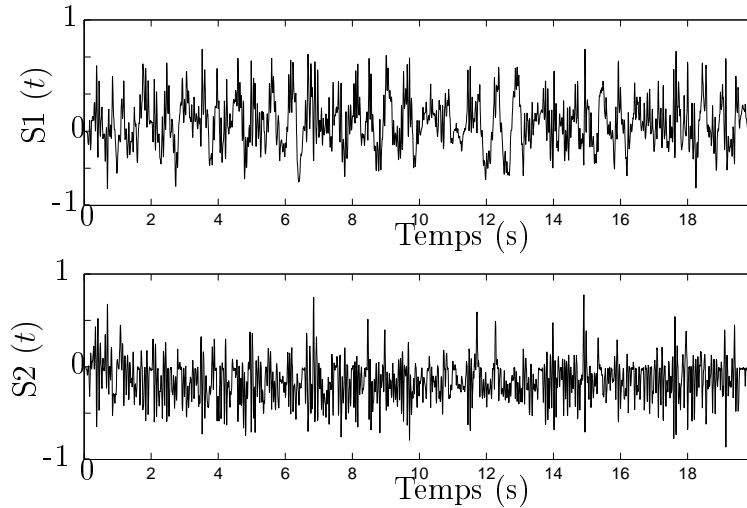


FIG. 3.30 – Évolutions temporelles normées des contraintes  $S1(t)$  et  $S2(t)$ , issues d'un enregistrement sur piste, d'après Banvillet [8].

Deux séries d'essais sous chargement simple de flexion plane et de torsion puis quatre séries d'essais de flexion plane et de torsion combinées ont été réalisées.

Afin de pouvoir comparer les résultats, tous les essais sous sollicitations combinées ont été réalisés avec les mêmes moments ; seul le déphasage entre les signaux change. En effet, comme cela a été souligné dans le premier chapitre de ce document, l'influence du trajet de chargement sur la durée de vie d'une pièce est souvent discuté dans la littérature. Pour des essais cycliques, l'influence sur les limites d'endurance d'un déphasage entre des sollicitations de flexion et de torsion est généralement négligeable. Par contre, pour des durées de vie plus faibles (autour de  $10^5$  cycles), ce déphasage peut avoir un effet significatif : augmentation des contraintes admissibles pour des essais à contraintes imposées, et diminution de ces seuils pour des essais à déformations imposées [119]. Sonsino constate que cet effet semble être relié à l'énergie dissipée en plasticité (aire de la boucle d'hystérésis dans un diagramme contrainte-déformation)[119].

Pour les essais cycliques on quantifie le désynchronisme entre deux sollicitations par la notion de phase. Pour des chargements aléatoires, on peut "quantifier" le désynchronisme entre deux sollicitations par le "coefficient de corrélation". Pour deux variables aléatoires continues  $X$  et  $Y$ , le coefficient de corrélation  $r_{XY}$  est défini par la relation (3.78) à l'aide de la covariance  $cov(X, Y)$  et des écarts-types respectifs  $S_X$ ,  $S_Y$  [71].

$$r_{XY} = \frac{cov(X, Y)}{S_X S_Y} \quad (3.78)$$

Pour des variables discrètes  $x$  et  $y$ , un estimateur  $\rho_{xy}$ , du coefficient de corrélation  $r_{XY}$  est obtenu par la relation (3.79).

$$\rho_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3.79)$$

où  $x_i$  et  $y_i$  sont des échantillons de  $N$  individus, des variables  $X$  et  $Y$  ;  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$  sont respectivement les estimateurs de leur valeur moyenne ( $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ ).

Cette définition implique que  $-1 \leq \rho_{xy} \leq 1$ , quand  $\rho_{xy} = 0$  les signaux sont complètement décorrélés (les extrema des signaux n'interviennent pas aux mêmes instants). Quand  $\rho_{xy} = 1$

les signaux sont homothétiques et synchrones (trajet de chargement proportionnel). Quand  $\rho_{xy} = -1$  les signaux sont "en opposition de phase".

Le tableau 3.15 rassemble les conditions d'essais, les durées de vie expérimentales ( $N_{exp}$ ) exprimées en nombre de séquences et les durées de vie prévues par notre proposition ( $N_{prev}$ ). Le coefficient de corrélation  $\rho_{\sigma\tau}$  entre les sollicitations est précisé. L'essai, numéroté 6 dans le tableau 3.15, est un essai pour lequel le trajet de chargement est quasi-proportionnel. Pour l'essai n°3, les sollicitations de flexion plane et de torsion sont presque totalement décorrélées [8].

N°	Sollicitations	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\tau_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\tau_{min}$ (MPa)	$\rho_{\sigma\tau}$	$N_{exp}$ (séquences)	$N_{prev}$ (séquences)
1	Tor.	0	254	0	-231	-	19 020	32 403
2	Fl. Pl.	363	0	-313	0	-	11 268	19 617
3	Fl.pl. + Tor.	240	186	-248	-172	0.04	9 587	21 658
4	Fl.pl. + T.	240	186	-248	-172	0.62	57 174	24 031
5	Fl.pl. + Tor.	225	167	-188	-147	0.51	16 496	37 862
6	Fl.pl.+ Tor.	225	167	-233	-147	0.94	49 760	40 828

TAB. 3.15 – Conditions de chargements pour les essais sous spectres de chargement réels sur la fonte EN-GJS800-2. Durées de vie expérimentales ( $N_{exp}$  en nombre de séquences) et estimées ( $N_{prev}$ ) par notre proposition des essais sous séquences de chargements réels d'après Banvillet [8].

## Discussions

La figure 3.31 présente une comparaison entre les durées de vie obtenues expérimentalement sur éprouvettes lisses en fonte EN-GJS800-2 pour des différents cas de chargements et celles prévues par la méthode de calcul de durée de vie proposée. Cette figure montre que les quasi-totalité des prévisions de la méthode restent dans un intervalle de plus ou moins deux fois les résultats expérimentaux. Ces prévisions sont donc correctes, que les chargements soient proportionnels ou non. La méthode fournit également de bonnes prévisions pour des essais connus pour être discriminants comme les chargements combinées avec des fréquences différentes ou des chargements par blocs avec des sollicitations différentes.

On peut s'apercevoir que deux prévisions s'écartent de la bande de dispersion pour les cas de chargements réels. Cela peut s'expliquer par le fait que notre proposition n'est pas sensible au désynchronisme entre les sollicitations. Comme cela a été discuté au précédent paragraphe, pour des durées relativement courtes ( $\simeq 10^4$ ), un déphasage entre les contraintes influence la durée de vie. Notre proposition, construite selon les principales hypothèses de la fatigue à grande durée de vie ne prend pas en considération cette influence.

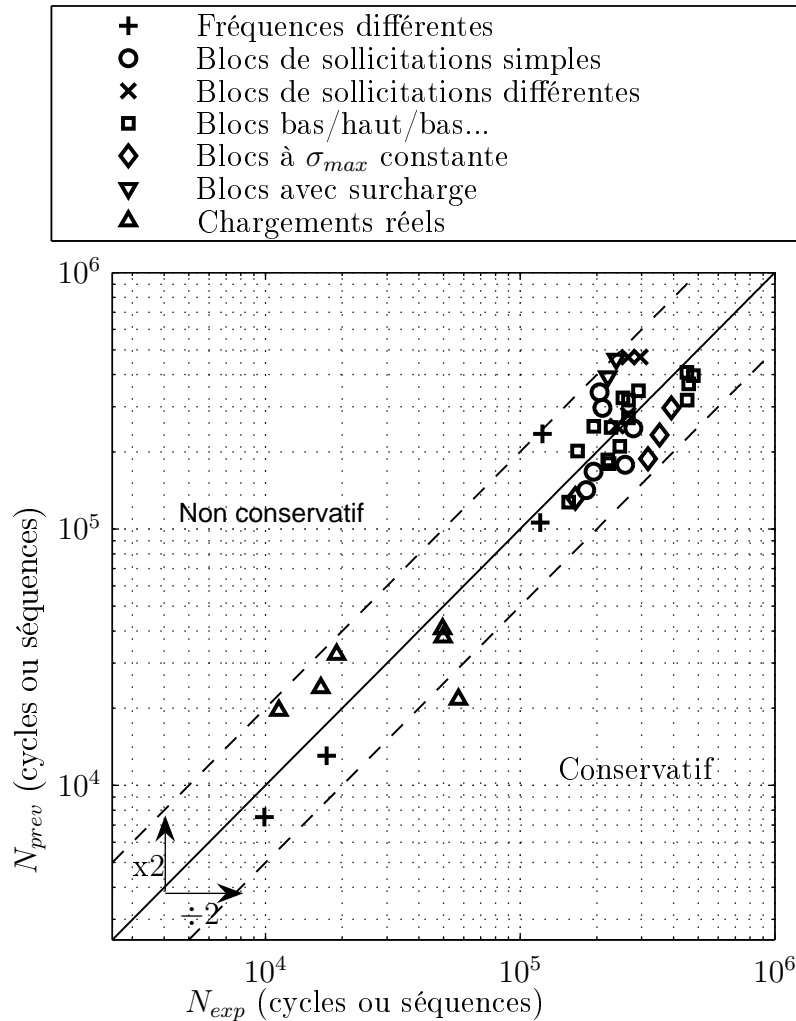


FIG. 3.31 – Comparaison entre les durées de vie expérimentales et prévues par la méthode de calcul pour les différents essais de fatigue sur éprouvettes lisses en fonte EN-GJS800-2.

### 3.3.2.2 Essais de l'Université Technique d'Opole sur l'acier 10HNAP

Ces essais ont été réalisés sur l'acier 10HNAP, présenté succinctement en annexe 9 (d'après [11], [72], [74] et [75]). Pour calculer les durées de vie de ces essais, la courbe maîtresse de référence est celle obtenue à partir d'une courbe S-N en flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) modélisé par l'équation de Basquin. A titre d'informations, pour cet acier, le seuil en contrainte  $\sigma^*$  est égal à 207 MPa et le paramètre matériau  $\beta$  vaut 2,4.

Nous tenons à remercier ici le Professeur Macha (Technical University of Opole) pour nous avoir permis d'utiliser les résultats et les conditions de ces essais.

### Essais aléatoires de traction uniaxiale

Ces essais de traction aléatoire ont été effectués sur des éprouvettes plates dont la géométrie est illustrée en annexe 9. Pour chacun des essais, le chargement moyen est quasiment nul. Neuf niveaux d'amplitude de chargement ont été effectués. Chaque série d'essais est constituée de 4 éprouvettes. L'histoire de chargement (valeurs extrêmes) est générée par ordinateur et respecte une matrice de répartition contenant les valeurs extrêmes du chargement. Le chargement est stationnaire et s'étend sur une large bande spectrale (de 0 à 40

Hz). Les signaux de chargements nous ont été fournis sous la forme de séquences, chacune d'une durée  $T_o$  de 649 secondes. La figure 3.32 illustre la première seconde de l'un de ces chargements.

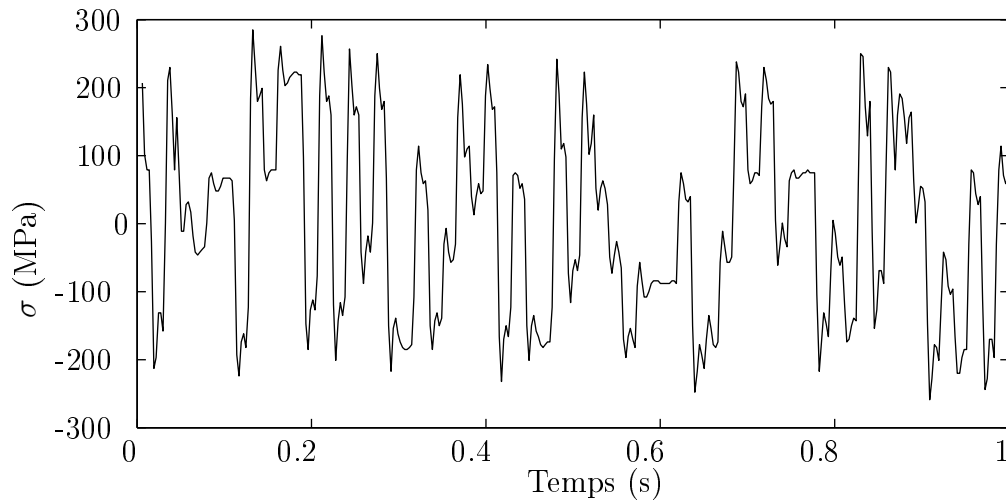


FIG. 3.32 – Première seconde d'un chargement uniaxial effectué sur une éprouvette en acier 10HNAP.

Les conditions de chargements, les durées de vie moyenne expérimentales des essais et prévues par la méthode de calcul de durée de vie proposée, exprimée en secondes sont rappelés dans le tableau 3.16.

$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\bar{\sigma}$ (MPa)	$N_{exp}$ (s)	$N_{prev}$ (s)
292	-302	-7	111 954	85 249
312	-310	-1	90 839	53 227
320	-325	-13	70 325	45 203
343	-33	11	47 937	38 432
351	-349	-6	34 109	32 858
362	-360	7	23 364	27 649
370	-384	-13	18 051	22 675
386	-380	1	16 976	21 984
399	-398	-3	10 629	18 310

TAB. 3.16 – Conditions de chargement, durées de vie prévues et expérimentales moyennes (en secondes) des essais aléatoires de traction sur éprouvettes plates en acier 10HNAP [72].

### Essais de traction biaxiale sur éprouvettes cruciformes

Ces essais ont été réalisés sur des éprouvettes cruciformes dont la géométrie est illustrée en annexe 9. Selon Bedkowsky [11], les chargements appliqués sont stationnaires et ergodiques avec des distributions normales centrées sur une valeur moyenne nulle. Ces chargements sont issus d'un générateur de signal aléatoire, ils ne sont donc pas asservis en temps réel. Le coefficient de corrélation des chargements de traction (dans les deux directions) pour chacun des essais est proche de -1 (entre - 0.95 et - 0.99) : les sollicitations sont en "opposition" (Fig. 3.33). Le tableau 3.17 présente les durées de vie expérimentales et prévues par notre proposition. Les conditions de chargement n'y sont pas mentionnées car les enregistrements fournis ne contiennent pas forcément les valeurs maximum et minimum du chargement complet.

$N_{exp}$ (s)	$N_{prev}$ (s)
1 165 700	2 245 639
70 500	58 227
58 800	31 530
102 200	267 390
188 000	289 536
141 800	112 063
309 600	138 277
298 800	174 923
462 200	256 028

TAB. 3.17 – Durées de vie moyennes prévues et expérimentales (en secondes) pour les essais de traction biaxiale aléatoires sur des éprouvettes cruciformes en acier 10HNAP.

Neuf essais nous ont été fournis avec, pour chacun des essais, plusieurs enregistrements temporels du chargement (de 3 à 7 temporels par essais). Le calcul des durées de vie a été effectué sur chaque enregistrement, seule la valeur moyenne obtenue (exprimée en secondes) est présentée dans le tableau 3.17.

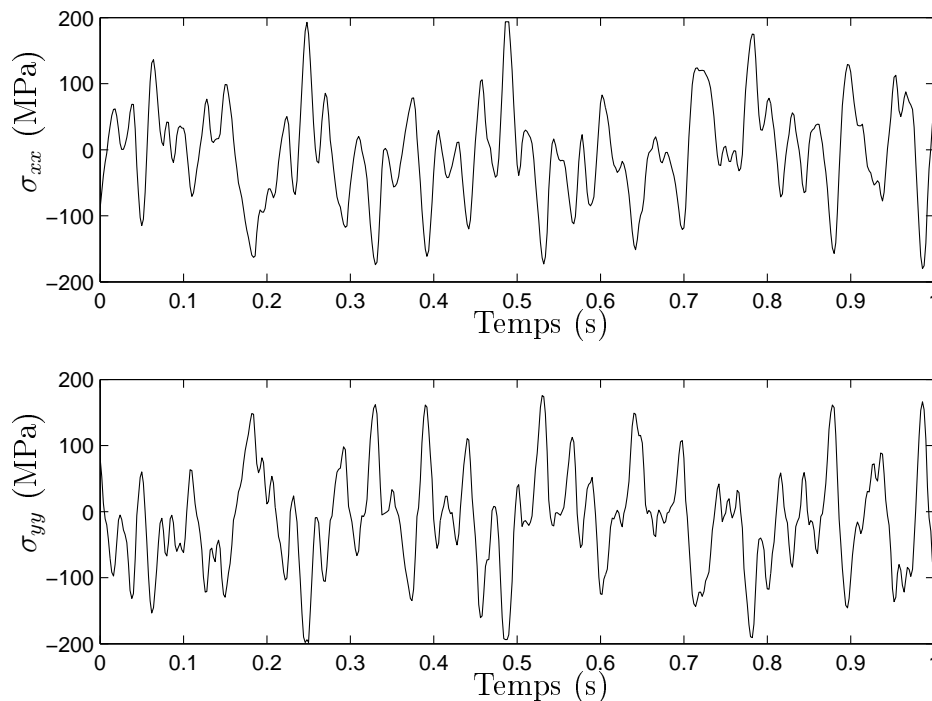


FIG. 3.33 – Première seconde d'un chargement effectué sur une éprouvette cruciforme en acier 10HNAP.

## Discussions

La confrontation des prévisions avec les résultats d'essais sur l'acier 10HNAP est illustrée sur la figure 3.34. On remarque que la plupart des prévisions de la méthode restent dans un intervalle de plus ou moins deux fois les résultats expérimentaux. Ces prévisions sont donc correctes pour des chargements de traction uniaxiale ou biaxiale.

On peut s'apercevoir que deux prévisions sont un peu non conservative pour les durées de vie plus courtes.

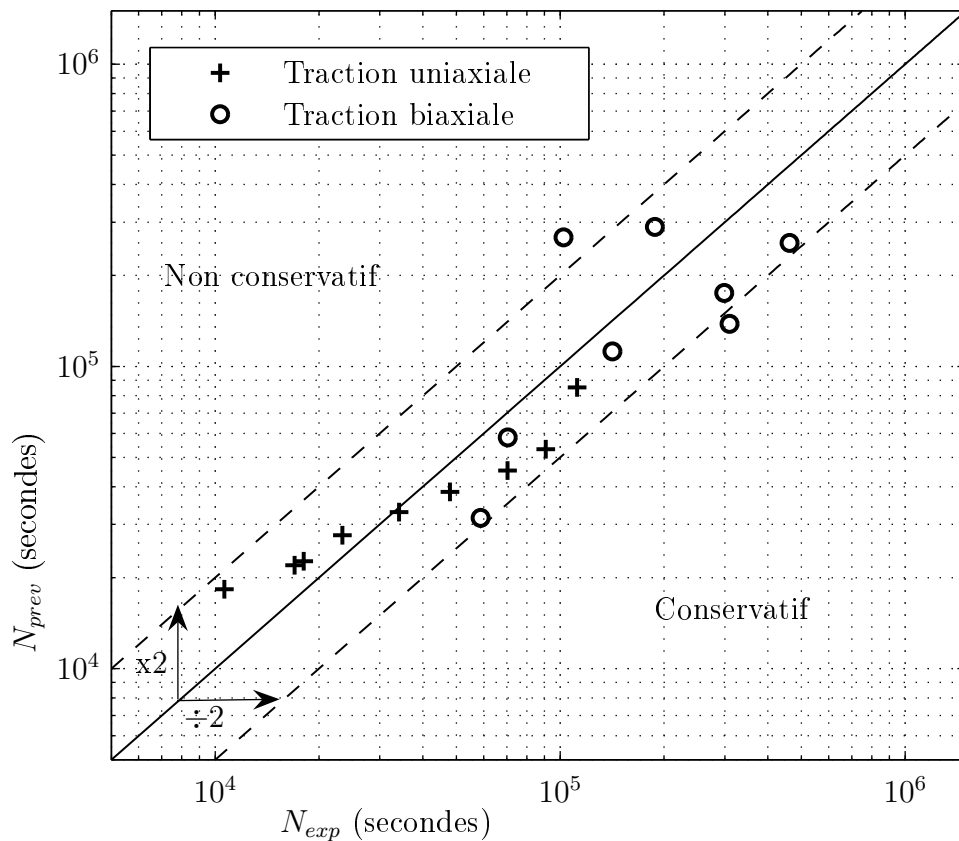


FIG. 3.34 – Comparaison entre les durées de vie expérimentales et prévues (en secondes) par la méthode de calcul pour les essais de traction uniaxiale et biaxiale sur l'acier 10HNAP.

### 3.3.2.3 Essais de l'étude sur l'acier ER7

Dans cette partie, les prévisions de la méthode de calcul de durée de vie proposée sont confrontées aux résultats expérimentaux obtenus au cours de cette étude. La courbe maîtresse de référence est celle obtenue à partir d'une courbe S-N en flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) modélisé par l'équation de Basquin (voir chapitre 2). A titre d'informations, pour cet acier, le seuil en contrainte  $\sigma^*$  est égal à 258 MPa et le paramètre matériau  $\beta$  vaut 2.

#### Essais de flexion plane et de torsion combinées ( $R_\sigma = -1$ ) à fréquences différentes

Les conditions d'essai sont détaillées au chapitre 2. Le tableau 3.18 les rappelle et indique les prévisions de notre proposition. Pour ces essais, les durées de vie sont exprimées en nombre de séquences à fissuration, une séquence contenant par exemple 8 cycles de flexion et un cycle de torsion.

$\sigma_a$ (MPa)	$\tau_a$ (MPa)	$f_\sigma/f_\tau$	$k_\sigma$	$N_{exp}$ (séquences)	$N_{prev}$ (séquences)
294	182	8	1.61	11 036	10 598
294	182	1/8	1.61	10 695	15 702
135	218	8	0.61	34 793	18 211
135	218	1/8	0.61	11 529	17 436

TAB. 3.18 – Conditions de chargement, résultats expérimentaux et prévisions des durées de vie des essais de flexion plane et de torsion ( $R_\sigma = -1$ ) combinées à fréquences différentes.



### Sollicitations d'amplitude variable propres au domaine ferroviaire

Ces essais, présentés au chapitre 2, consistent en des chargements de traction-torsion combinées (LFM de Metz) et de flexion-torsion combinées (LAMEFIP) d'amplitude variable. Nous rappelons que ces chargements sont représentatifs de l'évolution du tenseur des contraintes sur un tour de roue soumise à un chargement biaxiale. Les tableaux 3.19 et 3.20 récapitulent les conditions de chargements de ces essais. Les durées de vie estimées par notre proposition y sont également listées.

$\sigma_{max}$ (MPa)	$\tau_{max}$ (MPa)	$k_{\sigma}$	$N_{exp}$ (séquences)	$N_{prev}$ (séquences)	Remarques
224	54	2.5	>1 000 000	2 384 258	Pas de fissure
359	86	4	894 766	715 276	
445	107	5	57 843	52 935	
445	107	5	67 731	52 925	

TAB. 3.19 – Conditions de chargement et résultats des essais de traction-torsion d'amplitude variable réalisés au LFM de Metz sur éprouvettes lisses en acier ER7.

$\sigma_{max}$ (MPa)	$\tau_{max}$ (MPa)	$k_{\sigma}$	$N_{exp}$ (séquences)	$N_{pred}$ (séquences)	Remarques
102	25	1	>1 000 000	-	Pas de fissure
359	86	4	>1 000 000	2 074 376	Pas de fissure
402	96	4.5	1 454 800	1 157 201	
402	96	4.5	1 282 600	1 157 201	
415	99	4.65	258 950	592 417	
424	102	4.75	346 750	284 366	
424	102	4.75	242 500	284 366	
445	107	5	155 350	177 053	
488	117	5.5	50 950	74 194	
531	127	6	41 250	40 698	

TAB. 3.20 – Conditions de chargement et résultats des essais de flexion-torsion d'amplitude variable réalisés au laboratoire sur éprouvettes lisses en acier ER7..

### Discussions

La figure 3.35 présente une comparaison entre les durées de vie obtenues expérimentalement sur éprouvettes lisses en acier ER7 pour des chargements à fréquences différentes et des sollicitations d'amplitude variable, et celles prévus par la méthode de calcul de durée de vie proposée. Cette figure montre que les prédictions de la méthode restent quasiment toutes dans un intervalle de plus ou moins deux fois les résultats expérimentaux. Ces prédictions sont tout à fait correctes pour ces types de chargements.

Pour les essais sous sollicitations d'amplitude variable, on peut souligner que la différence entre les durées de vie en traction-torsion et en flexion-torsion, pour un même niveau de contrainte équivalente, est correctement pris en compte grâce à l'approche volumique de notre proposition. Pour la plupart des méthodes de la littérature, si l'on conserve le même seuil, la durée de vie prévue pour ces deux chargements sera identique.

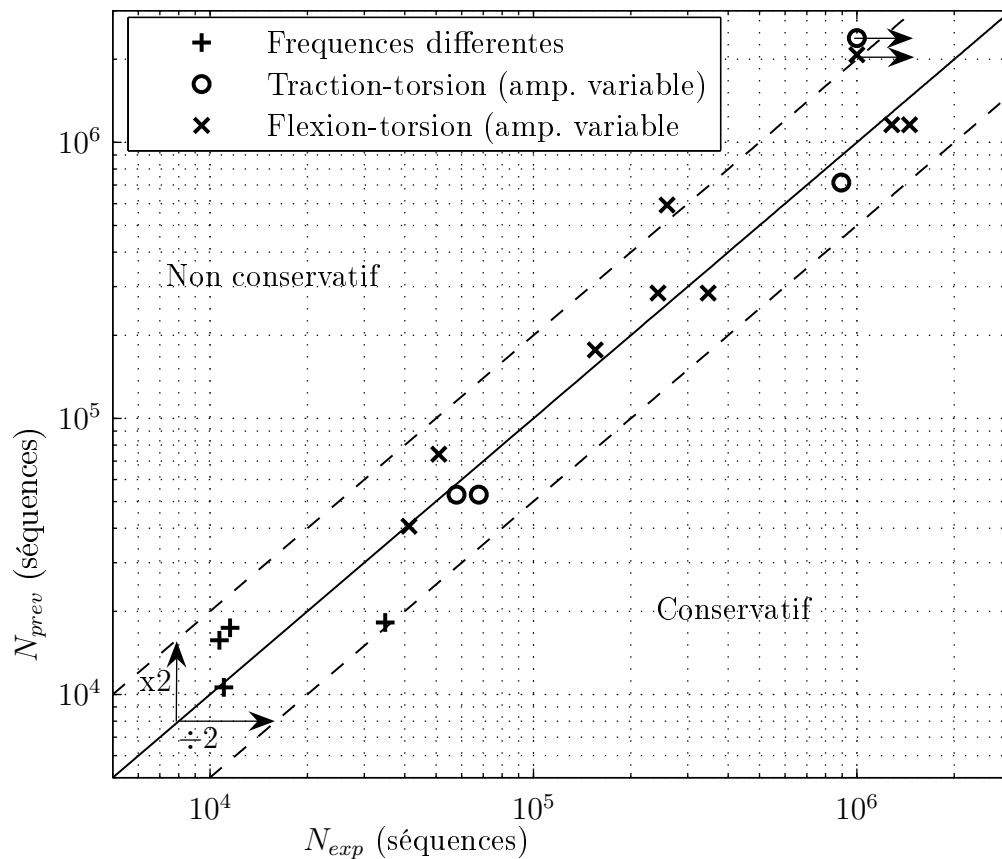


FIG. 3.35 – Comparaison entre les durées de vie expérimentales et prévues par la méthode de calcul de durée de vie pour les essais réalisés sur éprouvettes lisses en acier ER7.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle méthode de calcul à grande durée de vie a été présentée.

En faisant évoluer la formulation du critère de fatigue proposé par Palin-Luc [94] et Banvillet [8] basé sur l'hypothèse qu'une partie du travail de déformation fourni au matériau participe à l'amorçage d'une microfissure, notre proposition est apte à déterminer la durée de vie d'une structure soumise à un chargement multiaxial d'amplitude variable.

La proposition conserve les avantages de la précédente formulation du paramètre d'endommagement, à savoir :

- Le paramètre d'endommagement étant sensible à la distribution volumique des contraintes et des déformations dans la pièce, la proposition distingue les sollicitations générant au point critique un même état de contrainte (par exemple : flexion plane, flexion rotative et traction). La prise en compte d'un volume d'influence permet également au critère de rendre compte de l'effet d'entaille.
- La résistance en fatigue prévue par le critère, dépend du matériau : les matériaux sont distingués selon leur sensibilité à la triaxialité des contraintes.
- La proposition traduit l'effet du déphasage des contraintes en traction biaxiale. Cette sensibilité qui dépend du matériau, traduit bien les constatations expérimentales : la résistance en fatigue des matériaux fragiles augmente avec le déphasage, et diminue pour les matériaux ductiles [9].

- Le seuil du critère proposé en traction (ou flexion) et torsion combinées est insensible au déphasage entre les sollicitations [9].

La méthode de calcul de durée de vie a été confrontée à différents types d'essais sur plusieurs matériaux. Les confrontations des prévisions de notre proposition avec les résultats expérimentaux donnent des résultats satisfaisants.

Cependant certaines insuffisances de la proposition peuvent être signalées :

- L'hypothèse selon laquelle le seuil énergétique  $W_f^*$  est indépendant du chargement moyen mériterait d'être vérifiée à l'aide de nouvelles investigations expérimentales.
- Comme toutes les approches volumiques, il est indispensable de programmer le critère dans un post-processeur de calcul par éléments finis pour pouvoir l'appliquer sur des pièces à géométrie complexe (éprouvettes entaillées, pièces réelles). Ceci a été fait au LAMEFIP en post-traitement du code Zébulon (Ecole des Mines de Paris).
- Il serait intéressant de confronter les prévisions de la méthode proposée avec de multiples résultats d'essais sur éprouvettes entaillées pour la valider. Ceci reste difficile d'après les résultats de la littérature car la loi de comportement élastoplastique du matériau décrite dans les articles est souvent incomplète. Sa connaissance est pourtant indispensable pour réaliser les modélisations par éléments finis nécessaires au calcul en fatigue sur structures entaillées.



# Chapitre 4

## Application à un cas industriel

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Hypothèse d'un seuil de non fissuration et volume d'influence</b>	<b>90</b>
3.1.1	Mise en évidence expérimentale du seuil . . . . .	90
3.1.2	Base physique associée à la notion de seuil . . . . .	91
3.1.3	Concept du volume influençant l'amorçage de méso-fissure de fatigue	93
<b>3.2</b>	<b>Présentation d'une méthode de calcul de durée de vie</b> . . . . .	<b>94</b>
3.2.1	Paramètre énergétique . . . . .	94
3.2.2	Paramètre d'endommagement . . . . .	100
3.2.3	Méthode de calcul de durée de vie . . . . .	116
<b>3.3</b>	<b>Confrontations prévisions / expériences</b> . . . . .	<b>126</b>
3.3.1	Critère de fatigue multiaxiale . . . . .	126
3.3.2	Méthode de calcul de durée de vie . . . . .	131
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>144</b>

---

### Introduction

Ce chapitre présente l'application de la méthode de calcul de durée de vie (proposée au chapitre 3) à une pièce industrielle du domaine ferroviaire : une roue de train.

La première partie de ce chapitre décrit la problématique liée à cette étude. La seconde présente les essais de validation sur roue à l'échelle 1 destinés à tester notre méthode de calcul de durée de vie. Les conditions et les résultats des essais expérimentaux sont présentées, puis les conditions de modélisation par éléments finis des essais sur roue sont décrites. La confrontation de ces résultats avec les prévisions de la méthode constitue le dernier paragraphe de cette partie.

### 4.1 Problématique ferroviaire

Pour dimensionner les roues de train vis-à-vis de leur tenue en fatigue, la SNCF dispose jusqu'à présent d'une approche, décrite dans la fiche UIC 510-5 [126], basée sur le critère de fatigue uniaxiale de Goodman. Selon les normes ferroviaires, cette méthode n'est applicable qu'à des roues monoblocs et axisymétriques, c'est-à-dire sans perçage ni autre accident géométrique. Comme cela a été évoqué en introduction de ce document, les évolutions croissantes des trains modernes conduisent les constructeurs à rechercher une conception optimisée des

matériels roulants aussi bien en terme de masse que de comportement vibratoire. Cette optimisation s’applique notamment aux roues, amenées à recevoir des flasques d’absorption de bruit ou des systèmes de freinage. La SNCF souhaite donc se doter de nouveaux outils de dimensionnement capables de prendre en compte la multiaxialité et les gradients de contraintes au bord de ces accidents géométriques [23, 39].

Afin de vérifier le dimensionnement de ses futures générations de roues, la SNCF désire par ailleurs disposer de collectifs de chargements, comme il en existe dans le domaine de l’automobile avec les spectres CARLOS. En effet, compte-tenu du retour d’expérience, le calcul d’une roue se fait en considérant trois cas de chargements distincts avec des amplitudes de forces normalisées. Pour faire évoluer cette démarche, une campagne d’enregistrement de signaux en lignes a été réalisée en définissant différentes configurations de circulation de wagon.

La suite de cette partie présente dans un premier temps “la méthode UIC (Union Internationale des Chemins de fer” actuellement utilisée à la SNCF pour dimensionner les roues, puis décrit et analyse les enregistrements en ligne des signaux.

### 4.1.1 Méthode UIC

La méthode décrite dans la norme UIC 510-5 établit les règles de dimensionnement en fatigue à grande durée de vie de la toile des roues monoblocs axisymétriques. La toile est la partie centrale de la roue, située entre la jante et le moyeu (figure 4.1). La jante et le moyeu ne répondent pas aux mêmes règles de calculs, car les champs de contraintes présents dans ces zones sont respectivement affectés par le contact entre la roue et le rail (présence de plasticité et de fatigue de contact), et le frettage de la roue sur l’essieu.

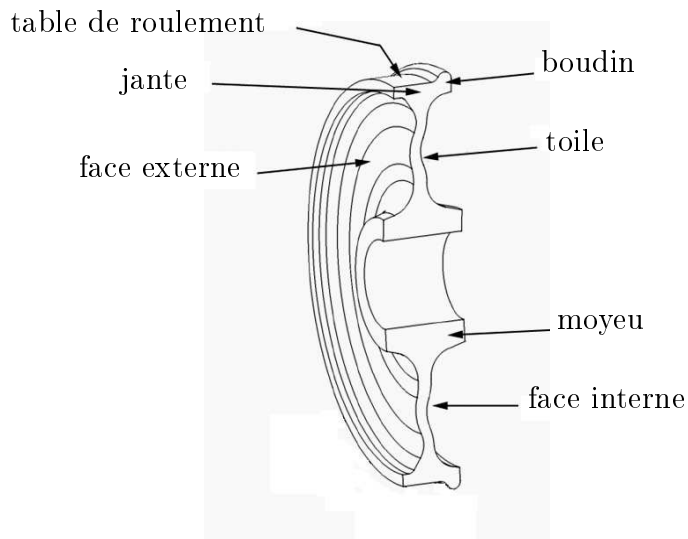


FIG. 4.1 – Différentes parties d’une roue

#### Chargement conventionnel

Les roues subissent en service commercial des sollicitations dynamiques multiaxiales de natures différentes. Il s’agit principalement des forces extérieures verticales et transversales dues à la circulation du véhicule sur la voie, et de la force centrifuge. Pour faire des calculs de dimensionnement, ces sollicitations d’amplitude variable doivent être réduites en un nombre limité de cas de chargements multiaxiaux typiques (ou conventionnels). Il s’agira de simuler

des zones de circulation les plus endommageantes (notamment en courbes et contre-courbes). Les amplitudes des sollicitations principales à prendre en compte pour le dimensionnement sont calculées à partir de la charge par essieu sur rail du véhicule pour les forces verticales et transversales. Il est à noter que ces forces sont indépendantes - ou presque - de la vitesse de circulation (à l'exception des contraintes dues à la force centrifuge).

La figure 4.2 reprend les trois cas de charge principaux. Ils simulent les zones les plus caractéristiques des circulations en service, à savoir les zones d'alignement (1), de courbe (2) et contre-courbe (3).

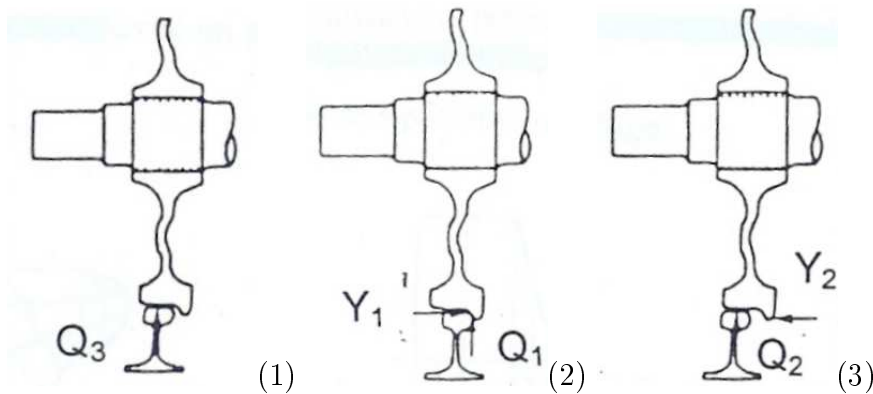


FIG. 4.2 – Trois cas de charge conventionnels (courbe, contre-courbe, alignement).

Le chargement à introduire dans les codes de calcul est dit "conventionnel" car il est déterminé :

- à partir de la charge statique du véhicule sur rails pour les forces verticales et transversales (notées  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$ ),
- à partir de la vitesse pour la force centrifuge.

De plus, il est tenu compte des contraintes résultant du frettage de la roue sur l'essieu.

### Calcul des contraintes

La géométrie d'une roue monobloc étant axisymétrique, le maillage de la roue est réalisé en général sur une demi-section méridienne avec des éléments plans axisymétriques acceptant un chargement non axisymétrique. La figure 4.3 présente un exemple de maillage.

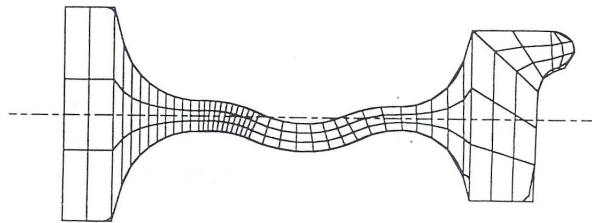


FIG. 4.3 – Exemple de maillage 2D de la roue

Seul le calcul des contraintes radiales dans la toile est réalisé. Les calculs montrent que, lorsque la roue est soumise à un chargement de forces  $Y$  et  $Q$ , les contraintes principales sont radiale et circonférentielle à la verticale du point de contact rail roue. De plus, les contraintes radiales sont grandes devant les contraintes circonférentielles. Ce calcul nous donne des contraintes en tous points de la roue que l'on compare à des contraintes admissibles :

- si les contraintes calculées sont inférieures aux contraintes admissibles, c'est-à-dire situées à l'intérieur du domaine de fatigue, alors le dimensionnement est correct : la toile de roue ne devrait pas fissurer en service,
- si les contraintes calculées se situent à l'extérieur de ce domaine, il faut reprendre le "design" de la toile, puis refaire le calcul jusqu'à ce que la condition soit remplie.

Selon ces hypothèses, le critère de fatigue retenu peut être uniaxial alors que le champ de contraintes est biaxial. Ce critère utilisé est celui de Goodman [55].

Pour chaque cas de chargement conventionnel, les contraintes principales et les directions principales des contraintes sont calculées en chaque noeud du maillage. Pour un chargement, la configuration qui donne la plus grande contrainte principale de traction, appelée  $\sigma_{max}$  est recherchée ainsi que la direction  $\vec{n}_{\sigma_{max}}$  de celle-ci par rapport au repère de référence - ici direction radiale -. Ensuite la composante normale de la contrainte qui s'exerce sur l'élément de matière de direction  $\vec{n}_{\sigma_{max}}$  est calculée dans les autres configurations de chargement. La plus petite des valeurs ainsi obtenue est appelée  $\sigma_{min}$ . Un exemple d'application de la méthode est traité ci-après.

Soit la matrice des contraintes principales en un noeud et pour les trois cas de charge "ch<sub>i</sub>" :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I_i} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II_i} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III_i} \end{bmatrix}^{ch_i} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

On conserve le cas de charge, noté  $ch_{max}$ , correspondant au cas où la contrainte principale  $\sigma_{I_i}$  est maximale. Le vecteur unitaire de la direction  $\vec{n}_{\sigma_{max}}$  associé à cette contrainte principale maximale  $\sigma_{I_{max}}$  est conservé pour la suite du calcul :

$$\begin{bmatrix} n_X \\ n_Y \\ n_Z \end{bmatrix}^{ch_{max}} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

Sur tous les cas de charge "ch<sub>i</sub>", on calcule la contrainte normale ( $\sigma_{N_{ch}}$ ) au plan matériel orienté par  $\vec{n}_{\sigma_{max}}$  :

$$\sigma_{N_{ch_i}} = \begin{bmatrix} \sigma_{XX} & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{XY} & \sigma_{YY} & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{YZ} & \sigma_{ZZ} \end{bmatrix}^{ch} \begin{bmatrix} n_X \\ n_Y \\ n_Z \end{bmatrix}^{ch_{max}} \bullet \begin{bmatrix} n_X \\ n_Y \\ n_Z \end{bmatrix}^{ch_{max}}$$

On considère alors  $\sigma_{min}$  comme étant la plus petite des contraintes normales  $\sigma_{N_{ch}}$  parmi les trois cas de charge. Puis sont calculées :

- une contrainte moyenne fictive :

$$\sigma_{moy} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

- une amplitude de contrainte fictive :

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$



L'ensemble des couples  $(\sigma_{moy}, \frac{\Delta\sigma}{2})$  est alors reporté dans le diagramme de Goodman correspondant aux toiles de roue (figure 4.4).

Tant que certains points sont à l'extérieur de ce diagramme (cas 2 de la figure 4.4), le concepteur revoit la forme de la toile de la roue. Dans le cas contraire, la géométrie de la toile est validée.

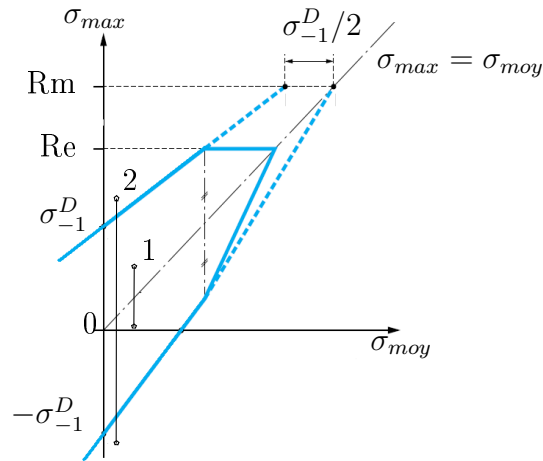


FIG. 4.4 – Diagramme de Goodman

### Seuils du critère

Pour obtenir les contraintes seuils nécessaires à la construction du diagramme, une campagne d'essais sur roue à échelle 1 a été menée. Au moment de la conception de la méthode, les essais sur roue ont été considérés comme les plus représentatifs, permettant de prendre en considération l'épaisseur de la toile, l'effet de peau (l'étude couvrait en effet les toiles de roues usinées et brutes de forgeage) et les gradients de contraintes dans l'épaisseur de la toile.

Le banc d'essai disponible à la SNCF-AEF permet de simuler de la flexion dans la toile des roues en essai. La roue est frettée sur un faux essieu, solidaire d'un marbre. Ce frettage a des caractéristiques identiques à celui réalisés sur les essieux en service. Un vérin hydraulique, fixé perpendiculairement à la jante, impose des sollicitations dynamiques uniaxiales (figure 4.5).

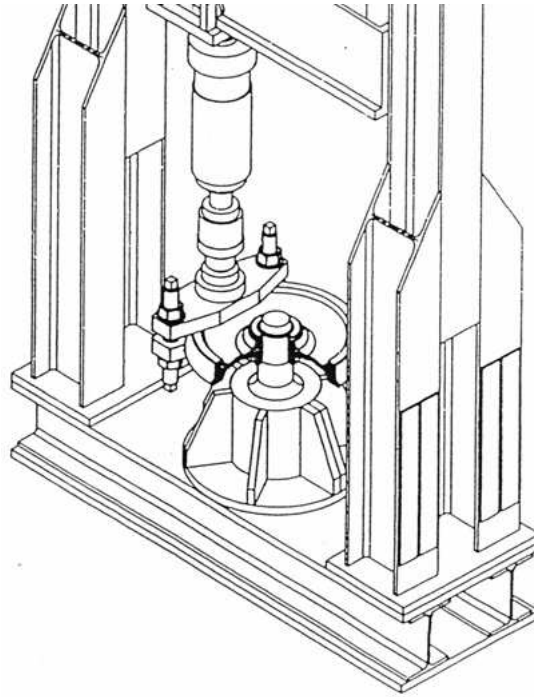


FIG. 4.5 – Banc d’essais des roues

### 4.1.2 Enregistrement des signaux en ligne

Dans le paragraphe précédent, la présentation des chargements “conventionnels” nous a montré que la SNCF ne considère jusqu’à présent que trois cas de chargements élémentaires. La campagne d’enregistrement des signaux en ligne vise donc à mieux connaître les sollicitations (forces et contraintes) issues du service commercial européen sur différents types de matériels roulants ferroviaires en vue d’établir des collectifs de charge pour les roues [1]. Dans cette étude, à titre d’exemple seules les mesures de sollicitations en ligne sur wagon circulant en France entre Vitry Sur Seine et Saint André le Gaz (voir la carte de la figure 4.6) sont présentées.



FIG. 4.6 – Trajet de la rame d’essai de mesures sur wagon

La rame d'essai, schématisée sur la figure 4.7, est composée d'une voiture de mesure, d'un wagon porte-container, d'un fourgon et d'une locomotive. Le wagon peut être chargé ou vide (figure 4.6) ; les deux configurations ont été réalisées.

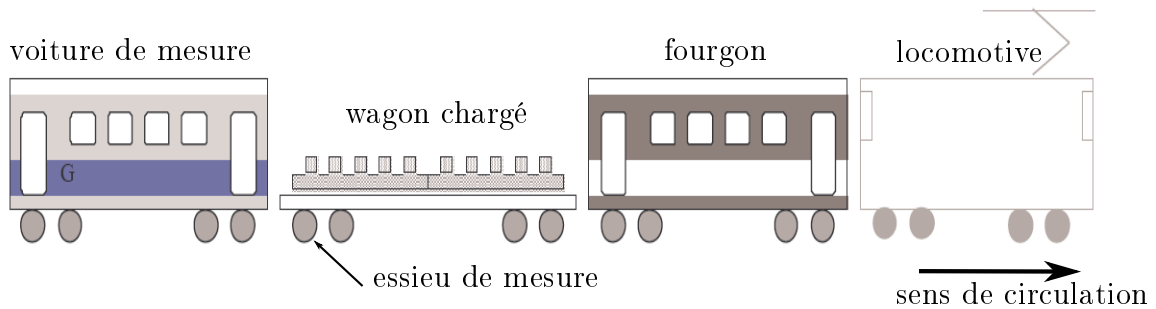


FIG. 4.7 – Rame d'essai de mesures en ligne

Ce wagon a été équipé d'un essieu instrumenté (position schématisés sur la figure 4.7), permettant de mesurer les forces d'interaction roue-rail et les déformations des toiles de roue au moyen de rosettes de jauges extensométriques (figure 4.8). Les roues montées sur l'essieu de mesure ont été spécialement percées pour cette campagne de mesure en ligne, afin d'obtenir les niveaux de contraintes au bord d'un accident géométrique. Nous rappelons que les roues seront prochainement percées pour recevoir, par exemple, des absorbeurs de bruit. Huit trous équidistants de 50 mm de diamètre ont été réalisés en pleine toile.

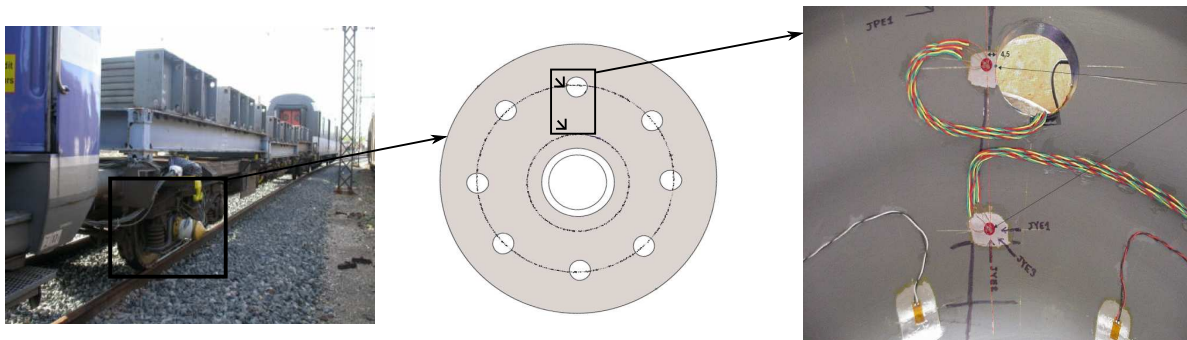


FIG. 4.8 – Essieu instrumenté et rosettes extensométriques collées sur la roue percée.

L'essieu instrumenté est situé soit en queue (figure 4.7) soit en tête de wagon. Un capteur d'accélération transversale a été monté sur le wagon afin de disposer d'une information sur la configuration de circulation (figure 4.9 : alignement (cas 1), courbe (cas 2) ou contre courbe(cas 3)).

Au total, seize configurations élémentaires ont été identifiées en fonction de la charge du wagon, de la position de l'essieu et des configurations de circulation du wagon. Ces seize configurations sont répertoriées dans le tableau 4.1. La configuration de circulation, dénommée "120 km/h", correspond globalement à un wagon circulant à pleine vitesse en alignement, en courbe et contre courbe de grand rayon. Le second cas, désigné par "80 km/h", représente la circulation sur voie sinueuse en courbe et contre courbe de faible rayon. Les configurations référencées "gare" et "service" correspondent au passage du wagon en gare ou dans des voies de service : il s'agit des trajets les plus "chahutés".

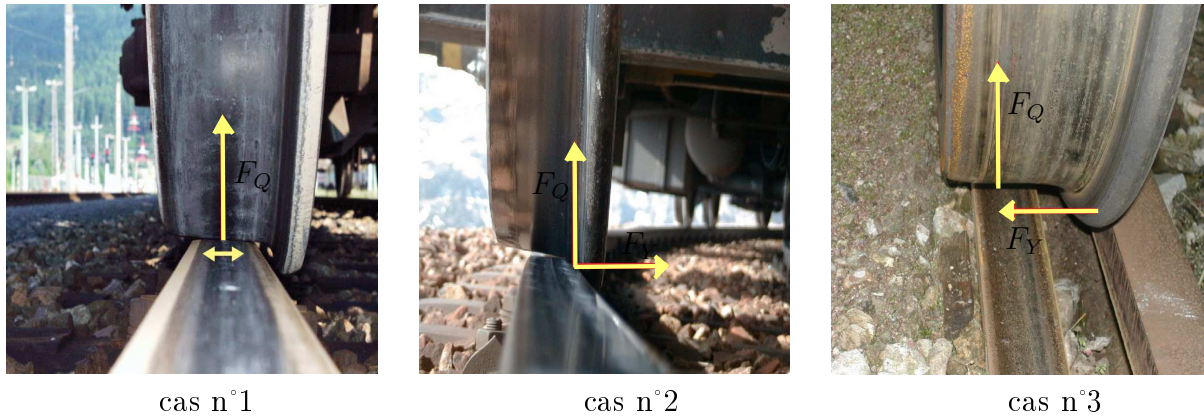
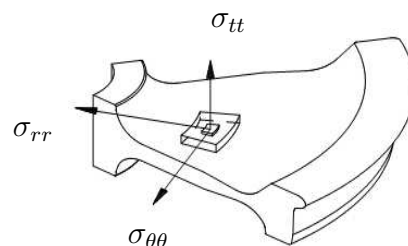


FIG. 4.9 – Différentes configurations de circulation du matériel ferroviaire roulant.

Wagon chargé	Position essieu	Circulation	N° config.
Oui	Attaque	120 km/h	1
		80 km/h	2
		Gare	3
		Service	4
	Queue	120 km/h	5
		80 km/h	6
		Gare	7
		Service	8
Non	Attaque	120 km/h	9
		80 km/h	10
		Gare	11
		Service	12
	Queue	120 km/h	13
		80 km/h	14
		Gare	15
		Service	16

TAB. 4.1 – Seize configurations de circulation du wagon.

La figure 4.11 représente l'évolution temporelle des forces longitudinale  $F_Q$  et transversale  $F_Y$  du rail sur la roue, ainsi que celles des contraintes radiale,  $\sigma_{rr}$ , circonférentielle,  $\sigma_{\theta\theta}$  (figure 4.10), et de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$ , calculées à partir des déformations mesurées à l'aide des rosettes collées sur la roue. Les forces ont été obtenues en appliquant une méthode de dépouillement utilisée à la SNCF sur les signaux de jauges extensométriques collées sur les roues et l'essieu. Les contraintes  $\sigma_{\theta\theta}$ ,  $\sigma_{rr}$  et  $\sigma_{r\theta}$  sont calculées en élasticité à partir des déformations mesurées.


 FIG. 4.10 – Repère des contraintes radiale  $\sigma_{rr}$ , circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$  et transverse  $\sigma_{tt}$  dans la roue.

La fréquence d'échantillonnage des signaux est de 2 kHz. Les mesures ont ensuite été filtrées avec un filtre passe bas à une fréquence de coupure de 200 Hz. Il est important de souligner que le temps indiqué correspond à la durée d'acquisition des fichiers et ne donne en aucun cas une mesure de la distance parcourue lors de ces enregistrements. En effet, les variations de vitesse sont assez importantes lors de la circulation du wagon.

Le graphique de la figure 4.11 montre clairement que les configurations dans lesquelles le wagon est chargé sont nettement plus sévères, en terme de sollicitations mécaniques, que celles où le wagon est vide. On peut également noter que les niveaux de contraintes pour ces différentes configurations de circulation et cette géométrie de roue sont relativement faible par rapport aux différentes limites de fatigue de l'acier ER7 (chapitre 2).

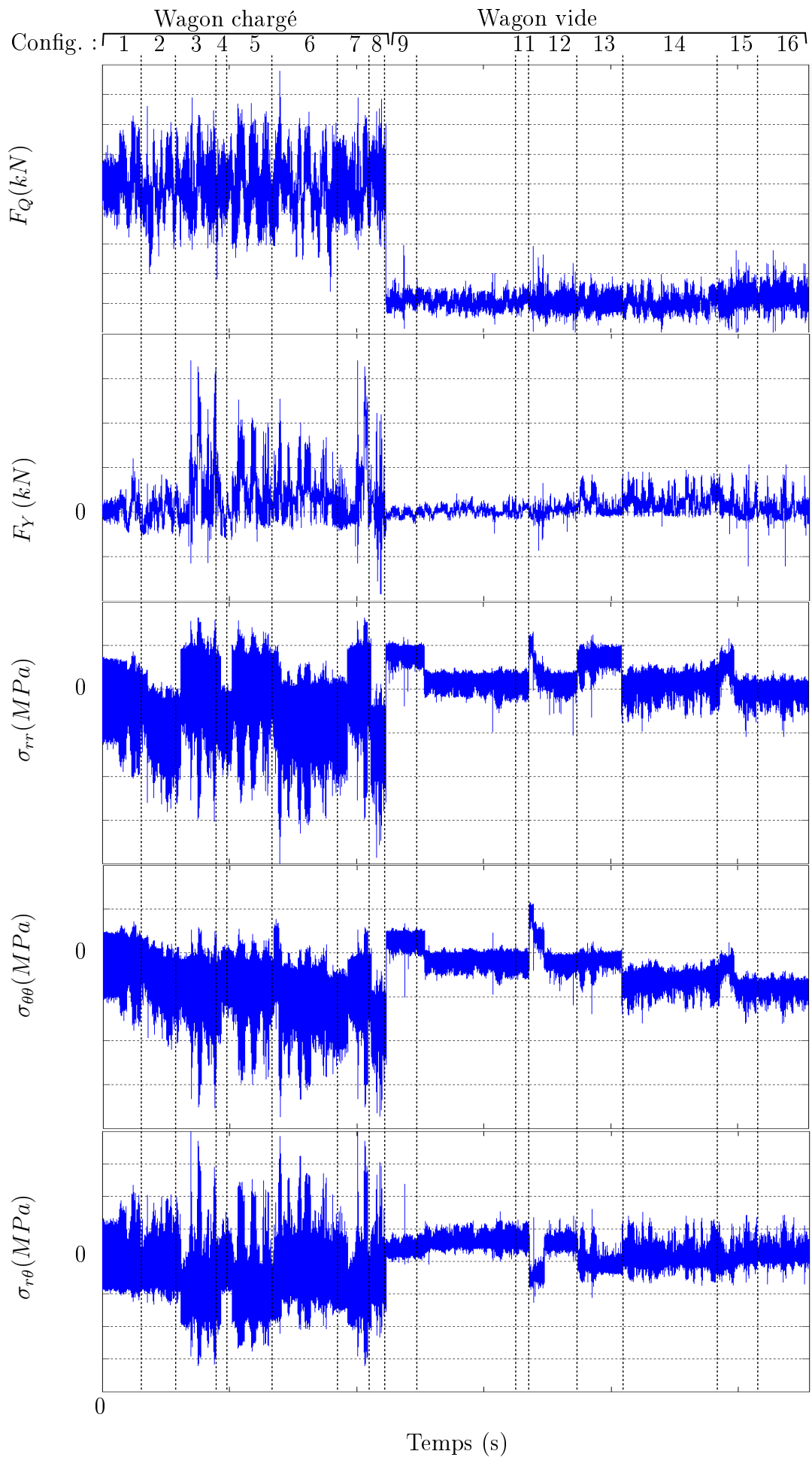


FIG. 4.11 – Evolution temporelle des forces et des contraintes lors du trajet du wagon dans les seize configurations

A partir de ces mesures, l'AEF a considéré que la configuration la plus sévère est celle de l'essieu en queue d'un wagon chargé circulant en voies de service : configuration n°6.

Nous nous sommes intéressés à l'évolution de la proportionnalité entre les différentes contraintes dans cette configuration. L'importance de prendre correctement en compte cet aspect dans un calcul de fatigue a été soulignée aux chapitres 1 et 3. Les trois graphiques de la figure 4.12 mettent en évidence que, dans cette configuration et pour cette géométrie de roue, le chargement est nettement non proportionnel.

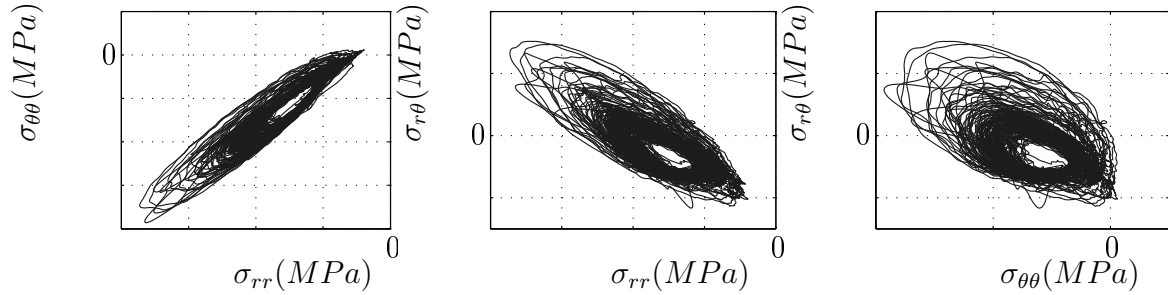


FIG. 4.12 – Evolution de la contrainte  $\sigma_{\theta\theta}$  en fonction de  $\sigma_{rr}$ , de  $\sigma_{r\theta}$  en fonction de  $\sigma_{rr}$  et  $\sigma_{\theta\theta}$  pour la configuration n°6.

## 4.2 Essais sur roue

Cette partie présente les essais de validation réalisés sur roue à échelle 1. Ces essais ont deux buts principaux :

- tester la méthode de dimensionnement actuellement utilisée à la SNCF sur des roues percées,
- tester la méthode de calcul de durée de vie proposée.

Pour atteindre ces objectifs, nous nous sommes orientés vers deux types d'essais : le premier sous chargement d'amplitude constante, le second sous sollicitation d'amplitude variable.

Les essais sur roues ont été réalisés sur le banc disponible à l'AEF, dont les principales caractéristiques sont données ci-après :

- la grandeur asservie peut être la force ou le déplacement de la tige du vérin,
- capacité maximale de 200 kN pour simuler la force  $F_Y$ ,
- capacité maximale de 100 kN pour simuler la force  $F_Q$ ,
- la forme de la sollicitation peut être quelconque (sinus, triangle, ...) mais la fréquence de sollicitation dépend de son choix,
- la fréquence de sollicitation ne peut dépasser 10 Hz sous une sollicitation d'amplitude constante de forme sinus avec un seul vérin et 2 Hz avec deux vérins.

Nous avons à notre disposition deux roues de train à grande vitesse. Comme nous l'avons souligné dans la présentation des objectifs, ces roues ont été percées pour tester la méthode actuellement utilisée (recommandation UIC) et tester la pertinence de notre proposition pour le calcul de durée de vie. Chaque roue a été percée de manière identique. Le positionnement dans la toile et la taille des trous a fait l'objet d'un pré-dimensionnement par calculs aux

éléments finis. Le maillage, les calculs et le post-traitement ont été réalisés au LAMEFIP à l'aide du code de calcul ZébuLon 8.4, développé par l'Ecole des Mines de Paris (France).

Pour s'assurer de ne pas fissurer dans le congé de raccordement entre le moyeu et la toile, et pour générer des niveaux de contraintes suffisamment élevés au bord de l'accident géométrique pour amorcer une fissure de fatigue à la durée de vie fixée (environ  $10^6$  cycles), nous avons opté pour une roue percée de deux trous de 50 mm de diamètre. Ces trous sont situés au droit de la force  $F_Y$  appliquée et placés sur une droite à  $45^\circ$  de l'axe  $\vec{y}$ . La distance minimale entre les bords des trous est de 6,5 mm. Cette géométrie permet de générer un état de contraintes multiaxial au bord des perçages, mais également d'obtenir d'importants gradients de contraintes et de déformations. La figure 4.13 présente la géométrie de la roue choisie pour réaliser les essais.

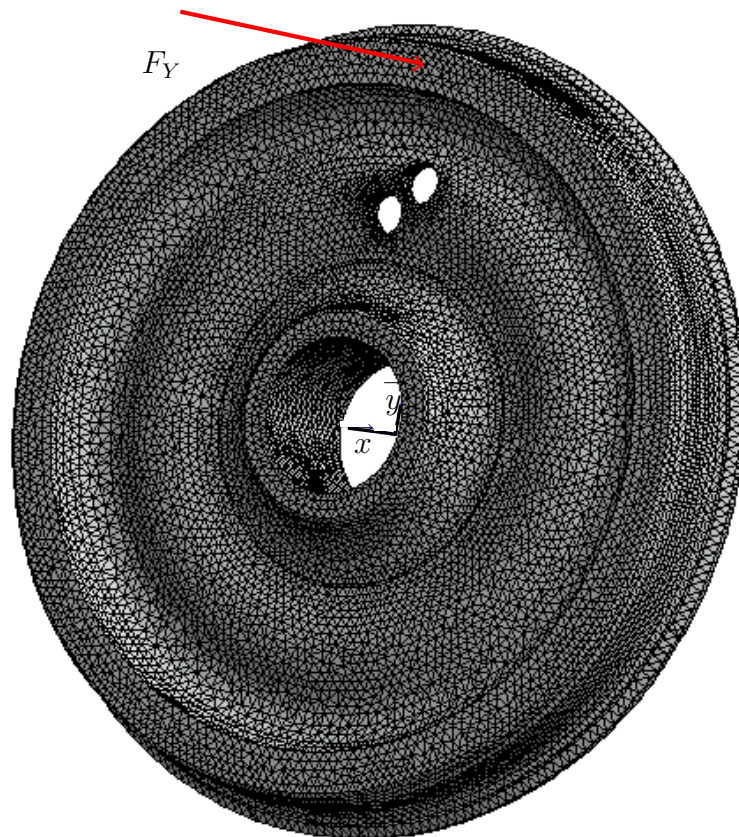


FIG. 4.13 – Géométrie de la roue percée

Les prochains paragraphes présentent les essais sous chargement d'amplitude constante et sous sollicitation d'amplitude variable.

#### 4.2.1 Essais sous chargement d'amplitude constante

Pour réaliser les essais, la roue est calée sur un essieu, lui même solidaire du bâti du banc (voir la figure 4.14). La jante de la roue est maintenue entre deux poutres de charge par l'intermédiaire de grains d'appui avec un serrage de  $\pm 125$  kN afin de transmettre l'effort  $F_Y$ . Nous rappelons que la roue ne tourne pas dans le banc. Une roue comporte quatre trous au total : deux trous paires diamétralement opposés. La partie diamétralement opposée au chargement n'étant quasiment pas sollicitée lors d'un essai, deux essais peuvent donc être réalisés sur une seule roue (après rotation de celle-ci de  $180^\circ$ ).



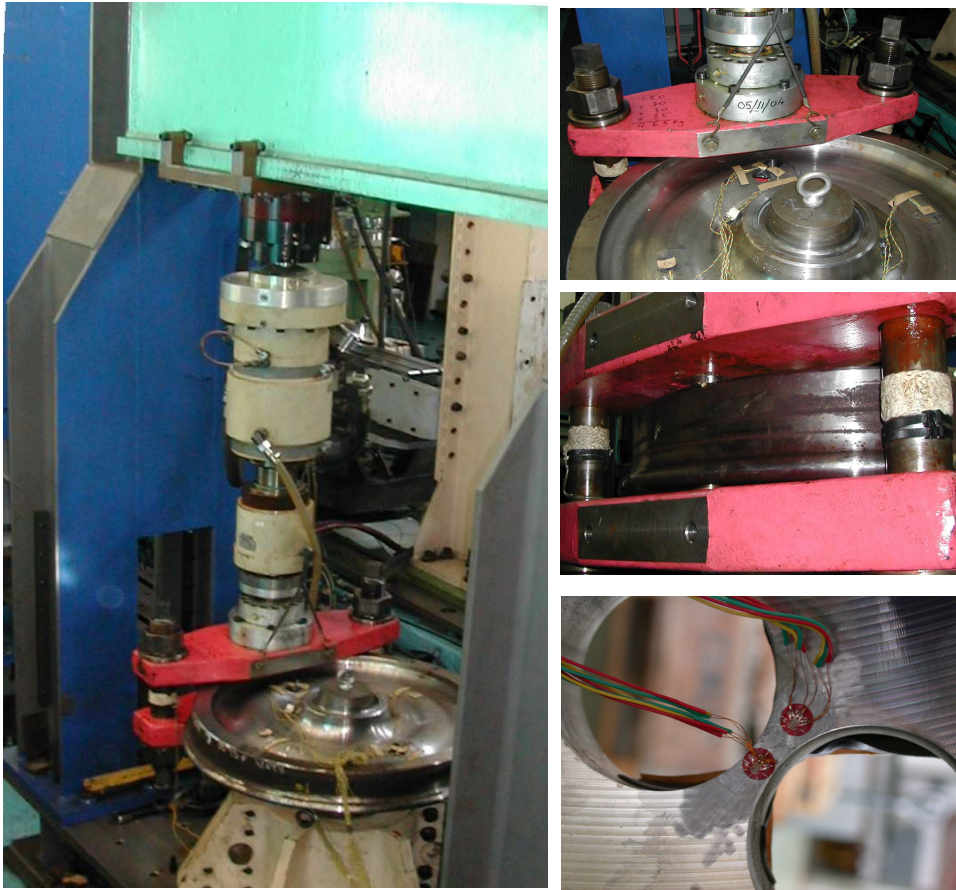


FIG. 4.14 – Roue percée sur le banc d'essai

Pour conserver des durées d'essais raisonnables, la durée de vie à atteindre sous chargements d'amplitude constante a été fixée à  $10^6$  cycles. Les simulations par éléments finis ont permis de déterminer la valeur des efforts à appliquer pour atteindre cette durée de vie. Différentes configurations de chargement ont également été testées. Les simulations numériques réalisées sur cette géométrie de roue nous ont montrés que l'influence de la force radiale,  $F_Q$ , est très faible sur le champ de contrainte généré dans la toile. Il nous est donc apparu judicieux de réaliser l'essai avec un seul vérin simulant la force  $F_Y$ . Tout en conservant un champ de contrainte multiaxial, la mise en œuvre de l'essai est plus simple et surtout la fréquence de sollicitation reste élevée (10 Hz). Deux niveaux de force  $F_Y$  différents ont été appliqués : 120 kN et 80 kN.

Quatre rosettes extensométriques ont été collées au bord des percages sur les deux faces de la roue (figure 4.14). La localisation des rosettes correspond à des nœuds du maillage du calcul par éléments finis, ce qui permet de comparer les déformations et les contraintes calculées et mesurées. L'intérêt de ces jauges est également de pouvoir détecter l'amorçage de la fissure de fatigue. Une des rosettes est collée au lieu d'amorçage prévu en simulation, et donc lorsque cette dernière ne produit plus de signal, l'arrêt de l'essai est déclenché.

Avec le chargement  $\pm 120$  kN, un amorçage de fissure a été détecté entre les deux trous après 225 000 cycles. La figure 4.15 illustre la détection d'amorçage de fissure de fatigue par le suivi du signal des rosettes extensométriques. En suivant la branche radiale de la rosette située au lieu d'amorçage prévu, on obtient une indication relativement précise du nombre de cycles à fissuration. Ce premier essai a été poursuivi pour observer les lieux d'amorçage des autres fissures après ce premier amorçage (figure 4.16). La technique de révélation des fissures de fatigue employée est la ressuage (figure 4.16).

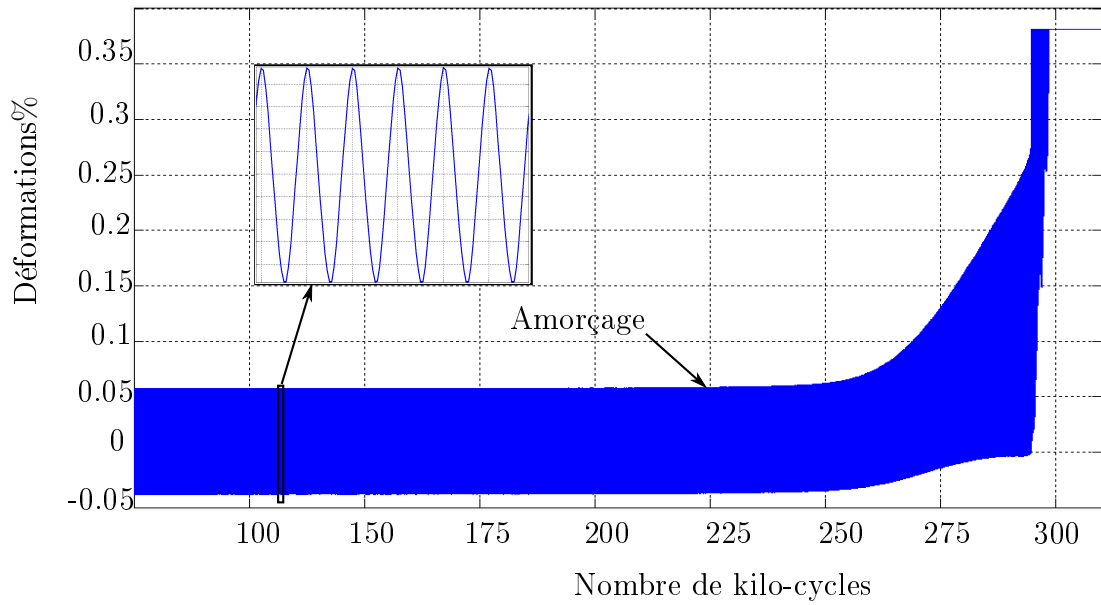


FIG. 4.15 – Détection de l’amorçage de fissure de fatigue lors du premier essai à partir du signal de déformation d’une branche de la rosette .

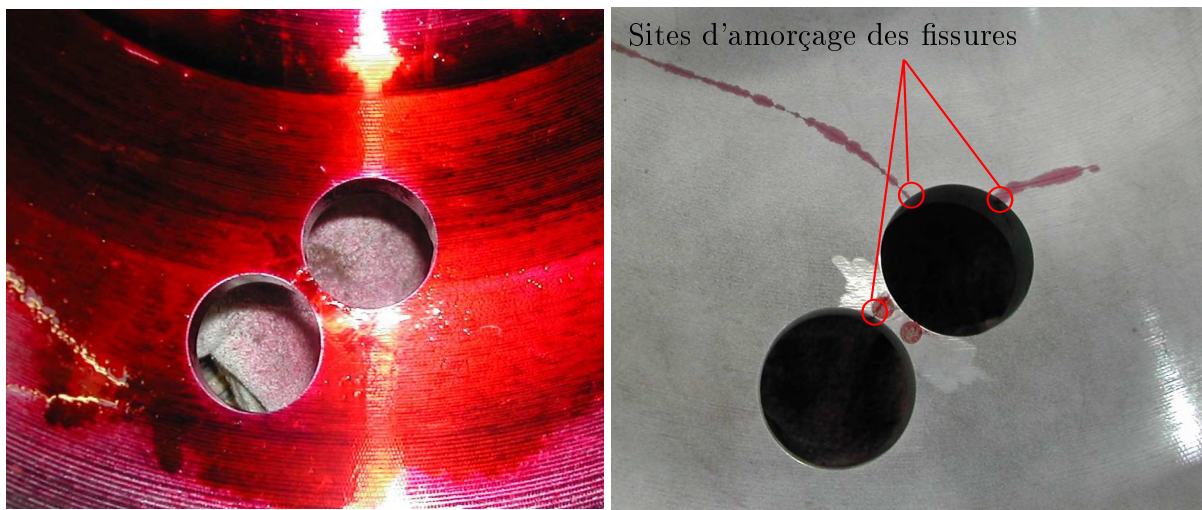


FIG. 4.16 – Détection des sites d’amorçage de fissures par ressuage lors du premier essai sous chargement d’amplitude constante.

Un deuxième essai a été réalisé avec une force appliquée de  $\pm 80$  kN. Lors de cet essai, la fissuration est apparue après 980 000 cycles.

Pour ces deux essais, l’examen des faciès de rupture n’a pas permis de mettre en évidence la présence de défaut géométrique ou inclusionnaire dans la zone d’amorçage. La figure 4.17 illustre un faciès de fissure de fatigue amorcée entre les deux perçages.

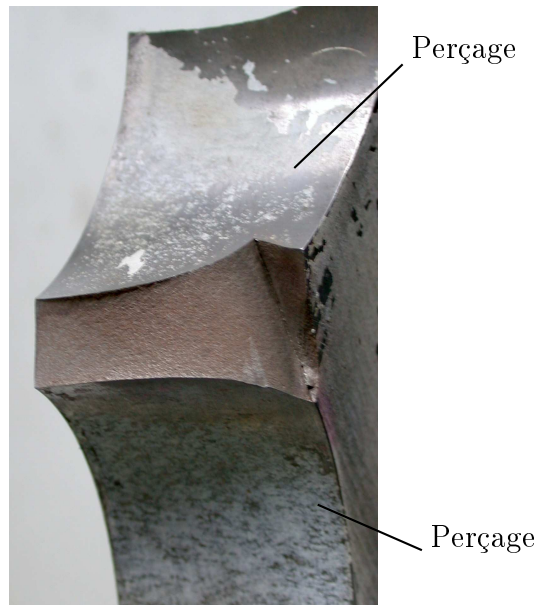


FIG. 4.17 – Faciès de rupture entre les deux trous pour le premier essai

Le tableau 4.2 récapitule les conditions expérimentales ainsi que les durées de vie obtenues.

N° essai	$F_Y$ (kN)	Fréquence (Hz)	Nr (cycles)
1	120	10	225 000
2	80	10	980 000

TAB. 4.2 – Conditions expérimentales et durées de vie des essais sur roue sous chargements d'amplitude constante.

#### 4.2.2 Essais sous chargements d'amplitude variable

L'objectif de cet essai est de tester la méthode de calcul de durée de vie proposée (chapitre 3). En ce qui concerne le chargement à appliquer à la structure, le premier souhait était d'extraire, des sollicitations enregistrées en ligne, une séquence caractéristique et de l'appliquer au banc d'essai. Ceci n'a pu être réalisé, la difficulté majeure étant de piloter le vérin avec de fortes variations des niveaux d'efforts tout en conservant des temps d'essais raisonnables (compatible avec le présent travail). La bande passante du banc d'essai n'était pas adaptée au spectre fréquentiel du signal à asservir.

La solution adoptée est de réaliser un essai par blocs, les niveaux des différents blocs étant représentatifs du chargement en service. Nous avons choisi d'extraire les huit plus grandes amplitudes de la force  $F_Y$  sur la configuration n°6 en leur associant leur valeur moyenne respective. La répétition de 5 cycles d'un couple (amplitude - valeur moyenne) constitue un bloc. En s'inspirant de la méthode des blocs programmés [14], la séquence de chargement se compose de 16 blocs, 8 blocs avec les amplitudes décroissantes, puis 8 blocs avec les amplitudes croissantes (figure 4.18). Le chargement initial subit une homothétie afin d'atteindre la fissuration de la roue pour des durées d'essai de 12 500 séquences (équivalent à  $10^6$  cycles). La durée de passage de la séquence au banc d'essai est de 50 secondes (soit 7,2 jours d'essais).

Le chargement lors du premier essai est illustré sur la figure 4.18.

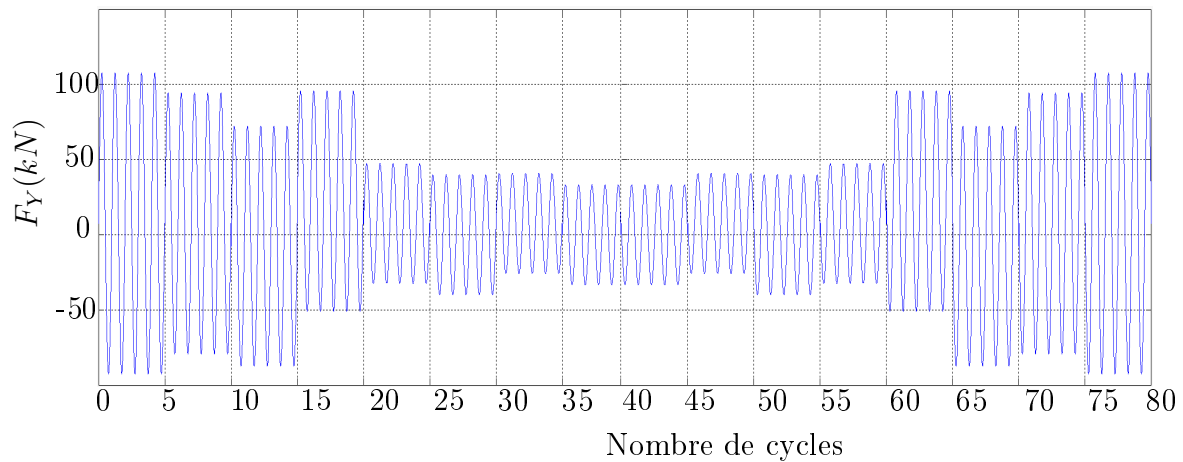


FIG. 4.18 – Chargement appliqué pour le premier essai par blocs.

Les efforts des différents blocs (amplitude et moyenne) pour les deux essais réalisés sont listés dans le tableau 4.3

N° bloc	Essai n°1		Essai n°2	
	$F_{Y,a}$ (kN)	$F_{Y,m}$ (kN)	$F_{Y,a}$ (kN)	$F_{Y,m}$ (kN)
1	100	7,5	70	7,5
2	87	7,5	61	7,5
3	80	-7,5	56	-7,5
4	73	22,5	51	22,5
5	40	7,5	28	7,5
6	40	0	28	0
7	33	7,5	23	7,5
8	33	0	23	0

TAB. 4.3 – Conditions expérimentales des essais par blocs sur roue sous chargements d'amplitude variable.

Le premier essai a conduit à une durée de vie de 10 625 séquences et aucun amorçage de fissure n'a été détecté après 12 500 séquences lors du second essai.

### 4.3 Calculs par éléments finis

Etant donné que la méthode de calcul de durée de vie proposée est basée sur une approche volumique, il est nécessaire de réaliser un calcul par éléments finis de la roue pour déterminer les gradients de contraintes et de déformations au bord des perçages. Nous présentons ici les différentes simulations réalisées et les confrontations des prévisions de la méthode de calcul de durée de vie avec les résultats d'essais sur roue.

Comme cela a été dit au paragraphe 4.2, le maillage, les calculs et le post-traitement ont été réalisés à l'aide du code de calcul ZébuLon 8.4.

#### 4.3.1 Matériau

Toutes les caractéristiques mécaniques de l'acier ER7 constituant la roue sur laquelle nous avons fait les calculs par éléments finis ont été présentées au chapitre 2.

En ce qui concerne les limites de fatigue utilisées dans les confrontations, elles ont été déterminées à partir des courbes de Wöhler identifiées au cours de ces travaux. Nous faisons remarquer que l'état de surface de la roue est différent de l'état de surface des éprouvettes qui ont servies à identifier ces courbes. Toutefois, on peut voir sur la photographie illustrant le positionnement des rosettes de déformations entre les deux perçages (figure 4.26) que la surface a été "polie" (ponçage) pour coller ces rosettes. Nous n'avons fait aucun abattement des limites de fatigue pour prendre en compte un quelconque changement d'état de surface.

### 4.3.2 Loi de comportement

D'après les essais de caractérisation mécanique statique réalisés, nous avons considéré le comportement du matériau homogène et isotrope sur l'ensemble de la roue. Il faut toutefois souligner que la jante est traitée thermiquement pour acquérir des caractéristiques mécaniques supérieures. Du point de vue du calcul, le comportement sera considéré comme élastique linéaire isotrope.

### 4.3.3 Maillage de la roue

Le maillage a été réalisé avec le mailleur automatique de ZébuLon. La zone au bord des perçages a été raffinée afin de calculer de manière plus fine les contraintes dans cette zone. Le maillage contient au total 32 579 nœuds et 140 056 éléments tétraédriques. Pour réduire les temps de calcul importants pour une telle structure, nous avons choisi une interpolation linéaire sur ces éléments. Le nombre de degrés de liberté du calcul est de 97 737. Ce maillage est illustré sur figure 4.19.

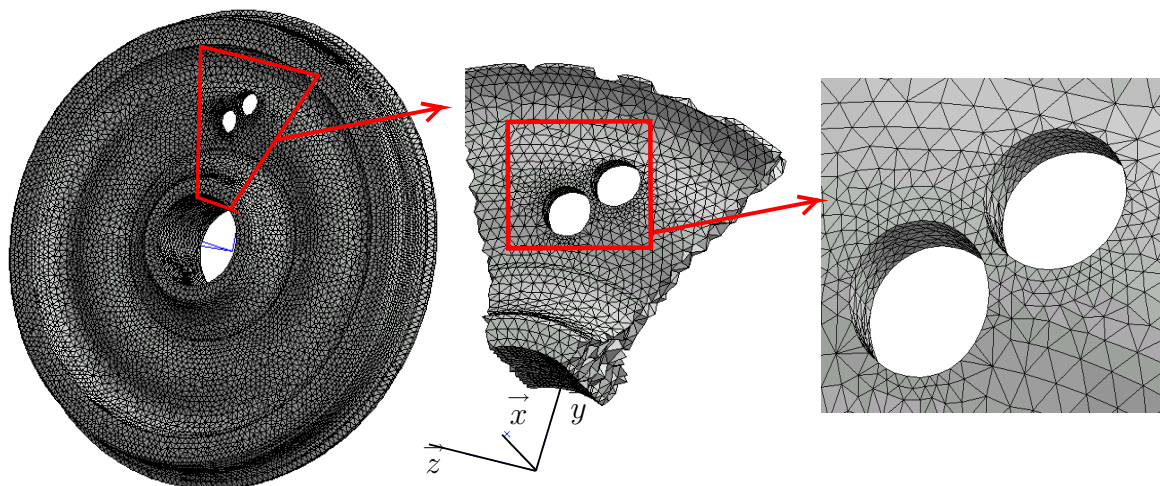


FIG. 4.19 – Maillage de la roue percée

### 4.3.4 Conditions aux limites

Deux types de conditions aux limites sont appliqués afin de rendre compte aussi fidèlement que possible des conditions d'essais. Ces conditions sont regroupées sous deux catégories : conditions aux limites en déplacement et en effort.

#### 4.3.4.1 Conditions aux limites en déplacement

Pour modéliser le frettage de la roue sur l'essieu, l'ensemble des nœuds situés sur le rayon intérieur de la roue voient un déplacement radial initial de 0,2 mm et sont bloqués dans la direction transverse. Ces conditions sont maintenues constantes pour le reste du calcul.

#### 4.3.4.2 Conditions aux limites en effort

Pour introduire l'effort  $F_Y$  du vérin, nous avons comparé les résultats des calculs entre l'application d'une force ponctuelle sur la jante de la roue et l'application d'une force uniformément répartie sur une surface correspondant au grain d'appui des poutres de charges. L'influence de l'effort de serrage des poutres sur la jante a également été introduit. Ces différentes conditions limites sont illustrées sur la figure 4.20.

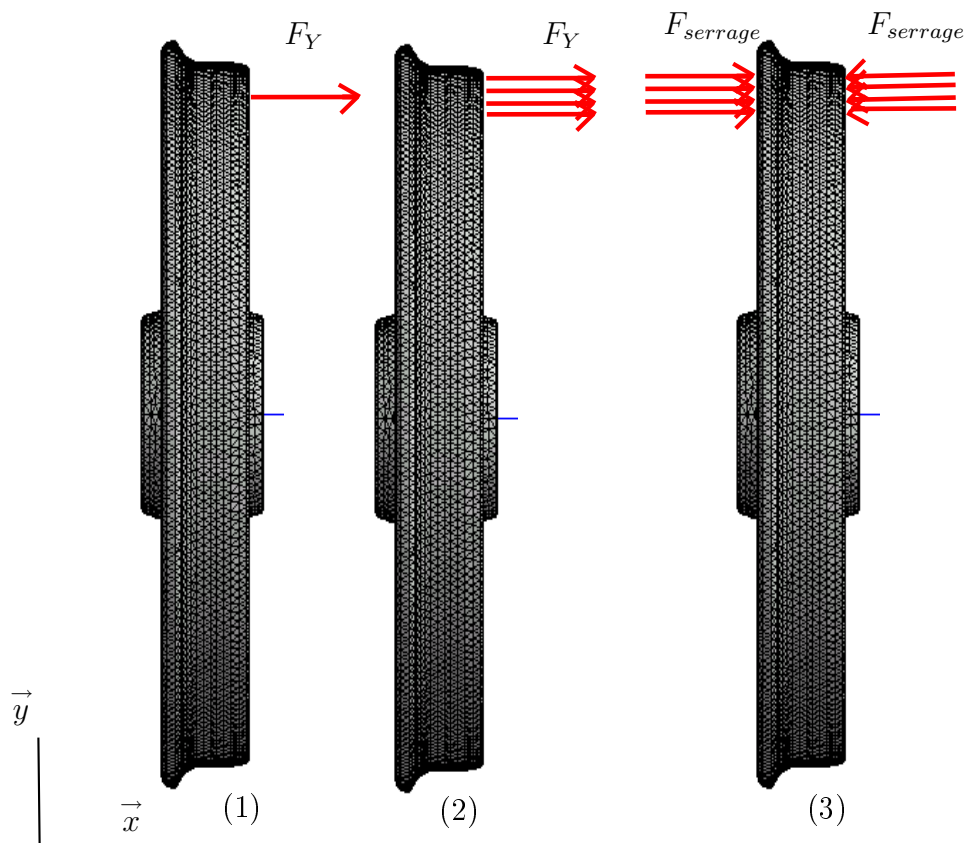


FIG. 4.20 – Conditions aux limites en effort.

### 4.3.5 Résultats et comparaison calculs / essais

Pour le dépouillement, toutes les contraintes calculées ont été reportées dans le repère de la roue (radial-circumférentiel).

#### 4.3.5.1 Effet du frettage

Les figures 4.21 et 4.22 illustrent les champs de contraintes radiale et circumférentielle induits par le frettage. Elles indiquent que si le frettage induit de fortes contraintes au niveau du moyeu (supérieure à 250 MPa), les contraintes induites au bord du trou sont comprises entre -50 et 100 MPa (figure 4.22). On remarquera qu'entre les deux perçages, le frettage a pour effet d'introduire des contraintes de traction, ce qui a une influence négative, du point de vue de la durée de vie en fatigue.

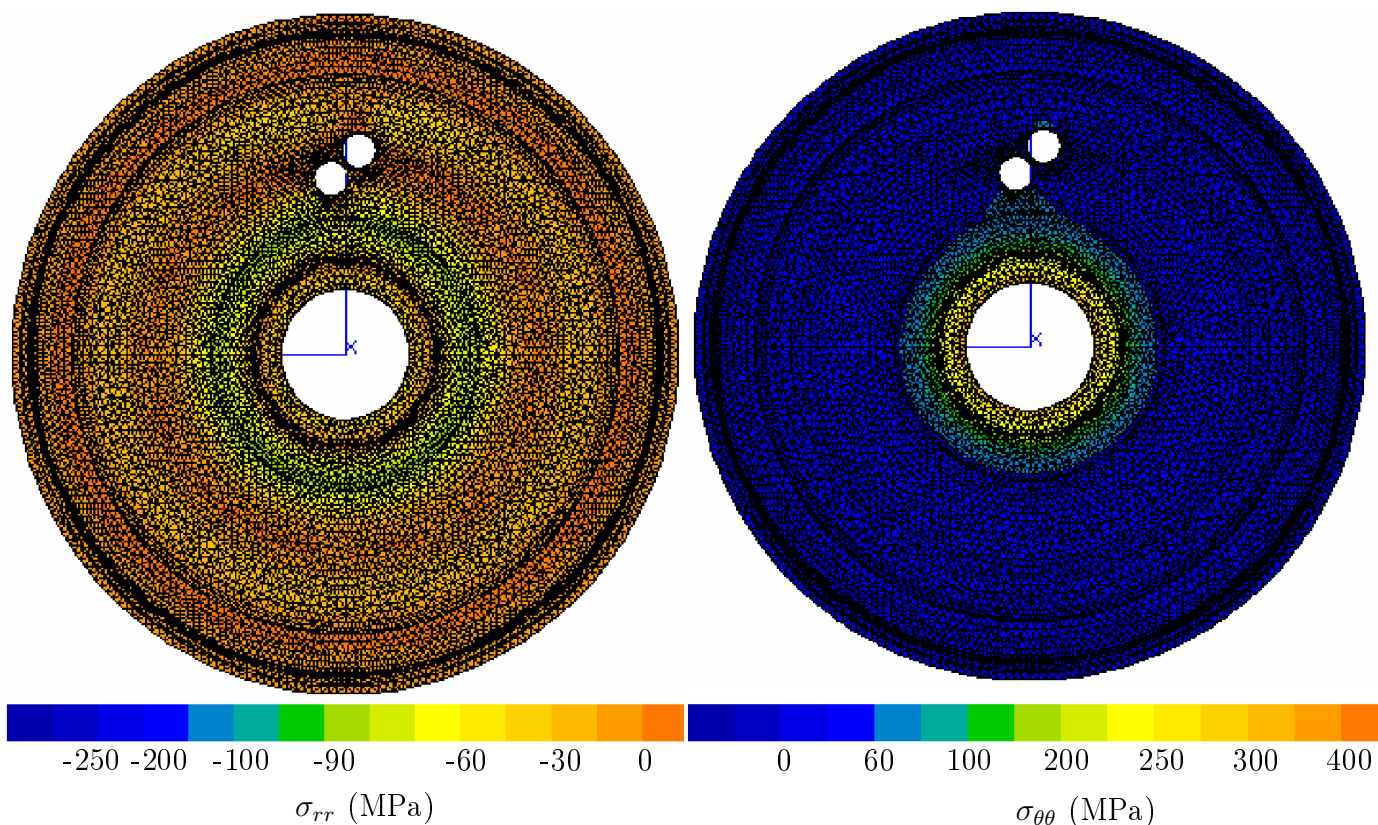


FIG. 4.21 – Effet du frettage : contrainte radiale  $\sigma_{rr}$  et circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$ .

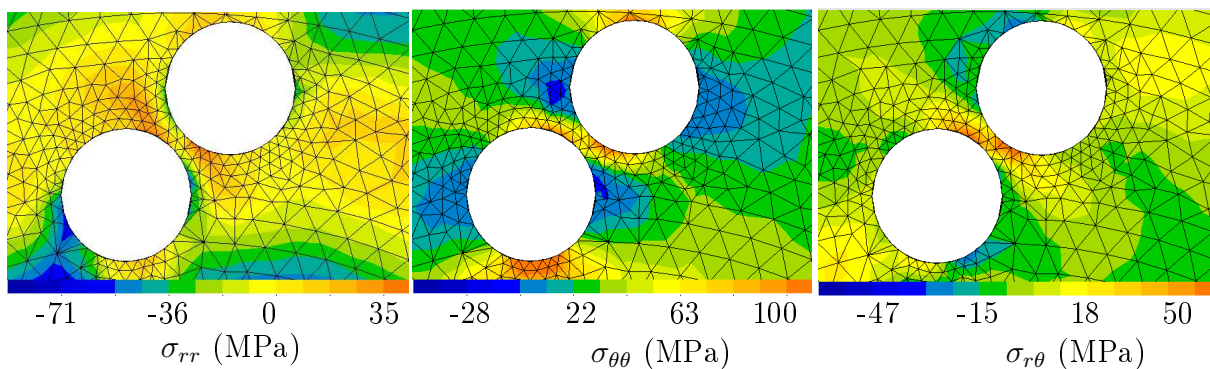


FIG. 4.22 – Effet du frettage : contrainte radiale  $\sigma_{rr}$ , circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$  et de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$ .

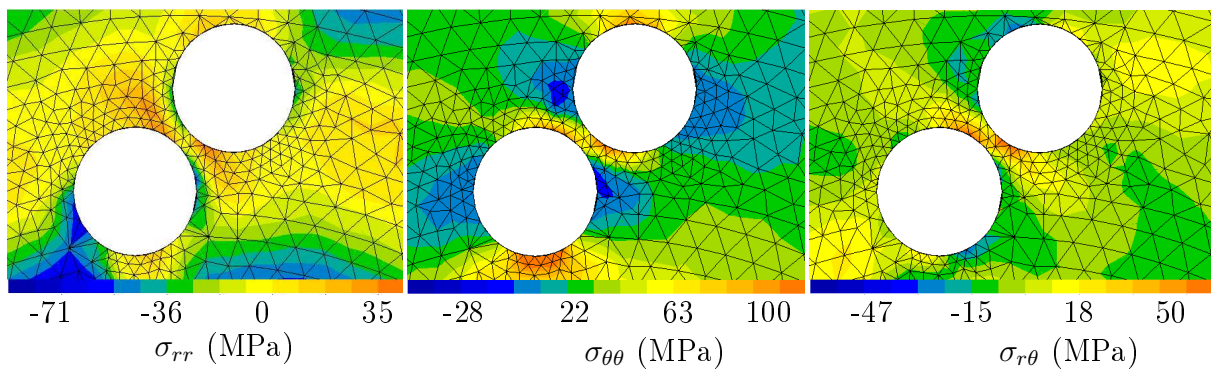
Le tableau 4.4 liste les contraintes dues au frettage calculées à partir des déformations mesurées avec une rosette collée entre les deux trous lors du calage de la roue sur l'essieu et les contraintes calculées par éléments finis. On peut souligner sur la cartographie de la figure 4.22 la présence de forts gradients de contrainte au bord des perçages. Les contraintes peuvent passer d'un état de traction à un état de compression entre deux éléments. Il aurait fallu raffiner encore plus le maillage dans cette zone afin d'obtenir une répartition plus fine des champs de contraintes. En ce qui concerne les contraintes de cisaillement, elles sont négatives d'un point de vue expérimental, mais leur valeur est positive par calcul. Ceci peut s'expliquer par la différence entre le repère de calcul et le sens de collage de la rosette.

	$\sigma_{rr}$ (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
Essai	35	25	-26
Calcul	40	32	5

TAB. 4.4 – Comparaison des contraintes issus des mesures et du calcul dues au frettage.

#### 4.3.5.2 Effet du serrage

La figure 4.23 illustre les champs de contrainte induits par le serrage des poutres de charge sur la jante combiné au frettage. Les cartographies sont quasiment identiques à celles illustrées sur la figure 4.22, ce qui montre que le serrage des poutres sur la jante par l'intermédiaire des grains n'influence pas le champ de contrainte au bord des perçage. Ceci paraît assez logique étant donné que la zone d'application de l'effort se situe relativement loin de la zone de dépouillement des contraintes.


 FIG. 4.23 – Effet du serrage : contrainte radiale  $\sigma_{rr}$ , circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$  et de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$ .

Le tableau 4.4 montre les faibles différences entre les contraintes dues au frettage calculées et les contraintes dues au serrage combiné au frettage.

	$\sigma_{rr}$ (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{r\theta}$ (MPa)
Sans serrage	40	32	5
Avec serrage	44	34	2

TAB. 4.5 – Comparaison des contraintes calculées dues au frettage et à la combinaison serrage - frettage.

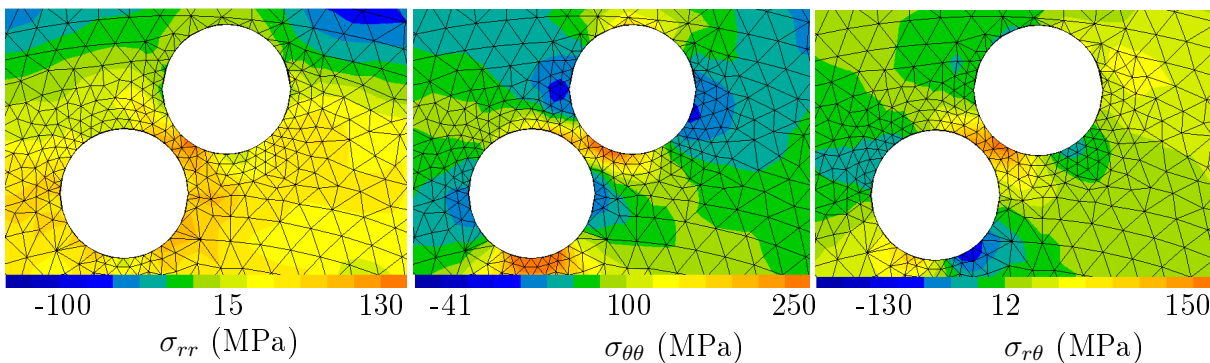
#### 4.3.5.3 Effet des conditions d'introduction de l'effort $F_Y$

Nous nous sommes également intéressés à l'influence de la manière d'introduire la sollicitation imposée par le vérin. Deux possibilités ont été testées : introduction d'un effort ponctuel en un nœud ou répartir cet effort uniformément sur un groupe de nœuds correspondant à la surface du grain.

La figure 4.24 illustre les faibles différences entre les champs de contraintes générés par ces deux configurations d'introduction de l'effort. En effet, comme cela a été expliqué pour l'effet du serrage, étant donné que la zone d'application de l'effort se situe loin de la zone de dépouillement, la manière d'introduire les conditions aux limites en effort n'influence que très peu le champ de contraintes au bord des trous. Nous avons choisi de garder la configuration avec la force répartie sur la surface du grain, car cela reste plus proche de la réalité.



Force ponctuelle



Force répartie

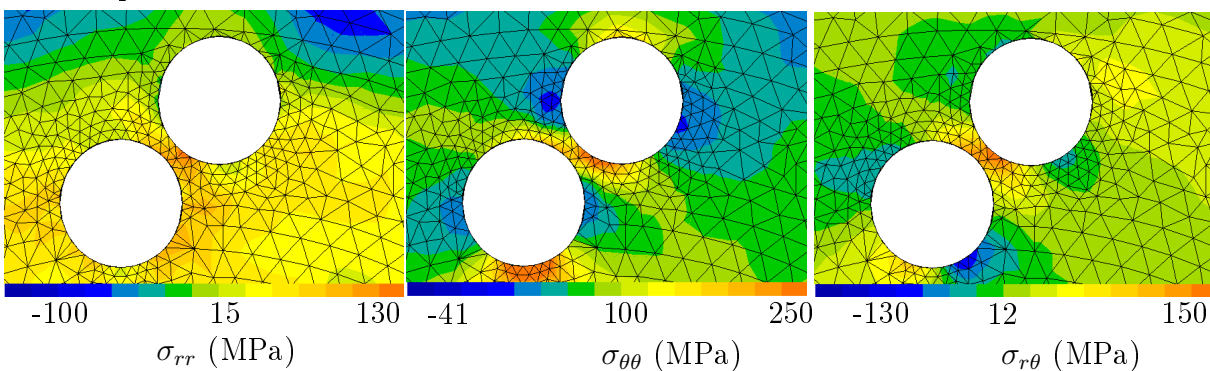


FIG. 4.24 – Effet du modèle d'introduction de l'effort : contrainte radiale  $\sigma_{rr}$ , circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$  et de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$ .

Un comparatif des niveaux de contraintes obtenues par calcul pour un effort de 120 kN combinés au frettage, et des contraintes calculées à partir des déformations mesurées en essai est illustrée sur la figure 4.25. On note une différence d'environ 15% sur les amplitudes des contraintes  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$  et  $\sigma_{r\theta}$ . Par calcul, on peut également noter que le chargement est proportionnel. Par contre, en essai, un déphasage de  $180^\circ$  entre la contrainte de cisaillement et les autres contraintes est a relevé. Ceci peut s'expliquer par la différence entre le repère de calcul et le sens de collage de la rosette.

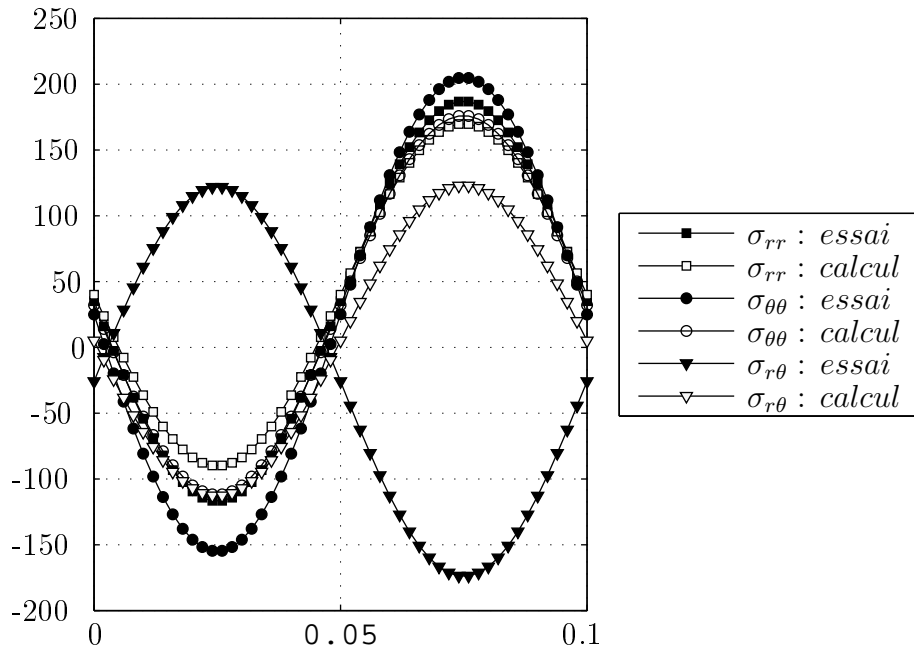


FIG. 4.25 – Comparatif des signaux de contraintes mesurées et calculées

Nous pensons que cette différence provient essentiellement du manque de raffinement du maillage. En effet, comme cela est illustré sur la figure 4.26, le positionnement d'une rosette collée sur la roue ne coïncide pas exactement avec un nœud du maillage. Cette zone entre les trous générant de forts gradients de déformations et de contraintes, l'amplitude des contraintes est certainement différente à quelques dixièmes de millimètre du lieu du collage des rosettes.

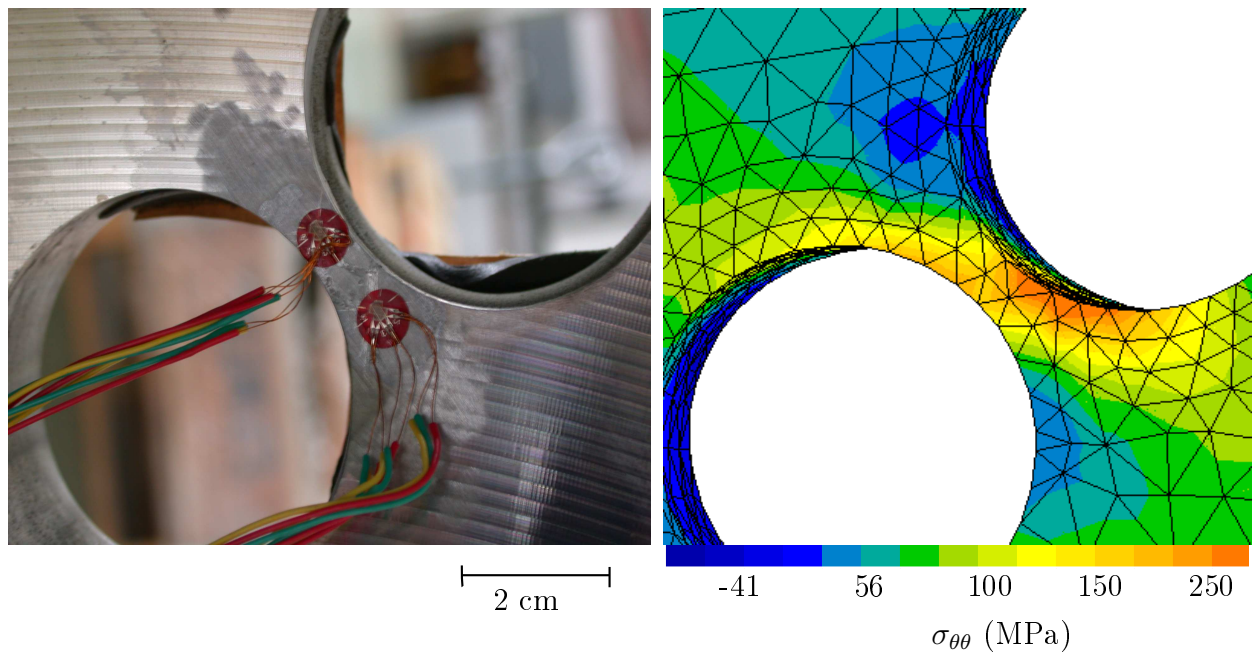


FIG. 4.26 – Positionnement des rosettes et contrainte circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$ .

#### 4.3.5.4 Confrontations calculs / essais

##### Essais sous chargement d'amplitude constante

Les deux premiers essais étant menés sous un chargement d'amplitude constante, nous pouvons comparer leurs résultats aux prévisions des critères de fatigue, et notamment la méthode actuellement utilisée à la SNCF.

Pour confronter le résultat du premier essai qui a duré 225 000 cycles, nous avons utilisé les durées de vie obtenues à  $3.10^5$  à partir des courbes de Wöhler identifiées sur éprouvettes lisses et présentées au chapitre 2. Le tableau liste les conditions expérimentales et les coefficients de sécurité données par notre proposition et la méthode SNCF.

	Effort (kN)	$N_r$ (cycles)	N (cycles) pour les seuils	$C_{SLamefip}$	$C_{SSNCF}$
Essai n°1	120	225 000	$3.10^5$	0,74	1,04
Essai n°2	80	980 000	$10^6$	0,92	1,12

TAB. 4.6 – Résultats d'essais sur roue sous chargement d'amplitude constante, et coefficient de sécurité de la “méthode UIC” et de notre proposition .

*Rappel :  $C_s$  = coefficient de sécurité (voir chapitre 3). Si  $C_s > 1$ , la méthode est non conservative ; Si  $C_s < 1$ , la méthode est conservative.*

Notre proposition est sécuritaire et prévoit la fissuration pour ces chargements sur la roue. Le dépouillement avec la méthode SNCF nous donne des coefficients de sécurité légèrement supérieur à 1. Selon cette méthode, la roue ne devrait pas fissurer ce qui est contraire à l'essai. Toutefois, les limites de fatigue utilisées à  $3.10^5$  et  $10^6$  sont données pour des probabilités de fissuration de 50%, ce qui signifie que pour ces états de contrainte au bord des trous, la méthode actuellement utilisée à la SNCF donne des résultats satisfaisants.

Pour notre proposition, un post-traitement par éléments finis nous permet d'obtenir une cartographie des volumes  $V^*$  influençant l'amorçage de fissure de fatigue. La figure 4.27 illustre la position de ces volumes au bord des perçages. La figure 4.28 nous montre également la très bonne corrélation entre la localisation des sites d'amorçage expérimentaux et les points critiques révélés numériquement par le dépouillement avec notre proposition.

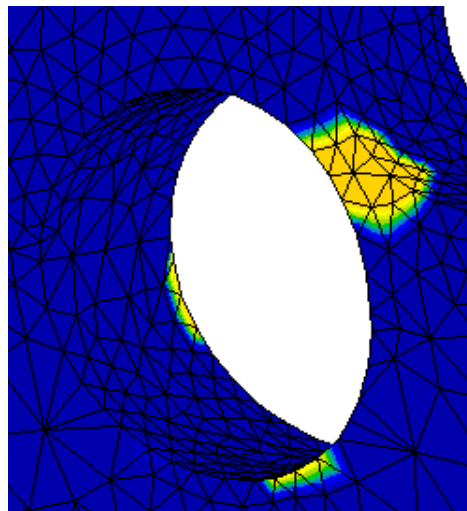


FIG. 4.27 – Volume d'influence  $V^*$  au bord des perçages.

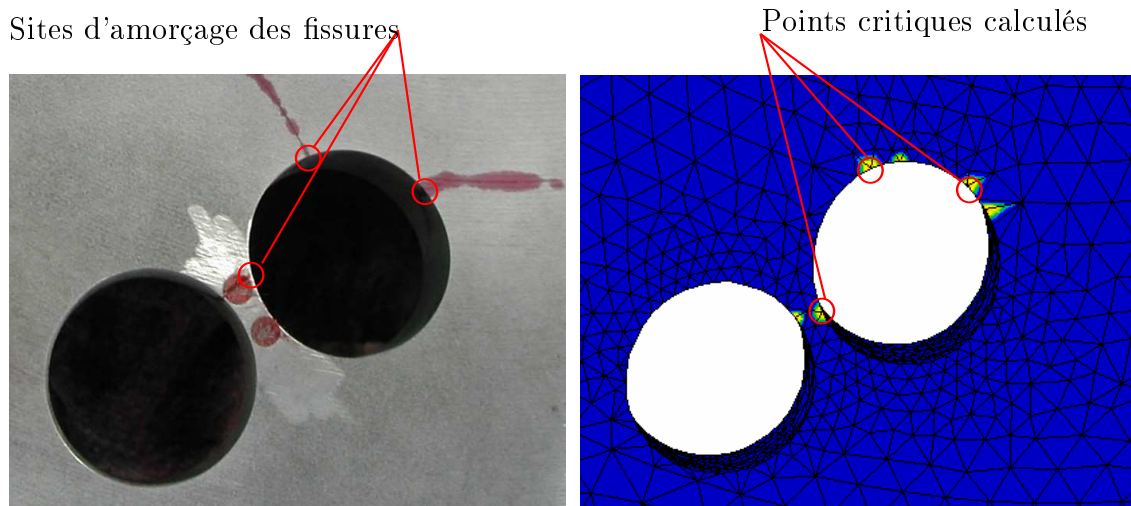


FIG. 4.28 – Comparatif des sites d’amorçage de fissures expérimentales et des points critiques calculés par la méthode proposée.

### Essais sous chargement d’amplitude variable

Nous avons confronté les prévisions de la méthode de calcul de durée de vie (chapitre 3) et les durées de vie expérimentales des essais par blocs. Le tableau 4.7 regroupe les durées de vie obtenues par essais et estimées par notre proposition. Les prévisions sont en bon accord avec les résultats expérimentaux.

	$N_{exp}$ (séquences)	$N_{prev}$ (séquences)	Remarques
Essai n°1	10 625	12 500	
Essai n°2	> 12 500	31 250	Pas de fissure à 12500 séquences

TAB. 4.7 – Durées de vie expérimentales et prévues par la méthode de calcul de durée de vie.

## 4.4 Conclusion

La méthode de calcul proposée donne des prévisions tout à fait en accord avec les essais réalisés sur roue réelle. Il faudra poursuivre ces essais, en particulier sous chargements multiaxiaux d’amplitude variable (enregistrements du service) afin de confirmer ces premiers résultats très encourageants.

# Conclusion et perspectives

Cette étude a porté sur trois axes principaux :

- une analyse critique des méthodes de prévision de durée de vie en fatigue multiaxiale de pièces métalliques soumises à des chargements d'amplitude variable,
- la caractérisation en fatigue du matériau utilisé dans l'élaboration des roues de train,
- le développement d'une méthode de calcul de durée de vie en fatigue sous chargements multiaxiaux d'amplitude variable.

Les méthodes de prévision de durée de vie en fatigue sous chargements multiaxiaux d'amplitude variable peuvent être classées en deux grandes familles :

- les méthodes utilisant un algorithme de comptage de cycles,
- les approches incrémentales.

L'analyse critique des méthodes étudiées (issues des deux familles précédentes) a permis de mettre en évidence certaines insuffisances que l'on peut synthétiser ainsi :

- le choix de la méthode de comptage influence le résultat de la durée de vie calculée par les approches nécessitant un algorithme de comptage des cycles,
- le choix de la variable de comptage est souvent effectuée sans justification physique,
- une seule approche (Wang et Brown) définit la notion de cycle en fatigue multiaxiale,
- les méthodes incrémentales s'affranchissent du choix, fait souvent a priori, d'un algorithme de comptage de cycles, mais sont souvent plus complexes à utiliser,
- le paramètre d'endommagement accumulé dans les approches incrémentales est basé sur une observation physique.

Les nombreux essais réalisés sur l'acier ER7 ont permis de mieux appréhender son comportement mécanique. L'attention particulière portée sur le comportement cyclique a mis en évidence des phénomènes singuliers. Sur cet acier, le déclenchement de la plasticité semble étroitement liée à la fréquence des essais. Même si l'hypothèse d'adaptation élastique en fatigue polycyclique semble se vérifier à des fréquences de sollicitation de l'ordre de 50 Hz, des approfondissements seraient sans doute nécessaires pour mieux comprendre le comportement cyclique de l'acier ER7 à de plus faibles fréquences (de 0,1 à 10 Hz).

Outre la constitution d'une base de données conséquente d'essais de fatigue sur éprouvettes lisses permettant d'identifier les divers paramètres de méthodes de calcul de durée de vie et de critères de fatigue, des essais discriminants sous chargements combinés non proportionnels et propres au domaine ferroviaire ont été réalisés pour tester la qualité des prévisions de la méthode de calcul de durée de vie proposée.

Une nouvelle méthode de calcul de durée de vie en fatigue à grandes durées de vie en prenant en compte les effets de la répartition volumique des contraintes est proposée. Elle est fondée sur l'hypothèse qu'une partie du travail de déformation fourni au matériau

au cours d'un cycle de chargement participe à l'amorçage d'une fissure de fatigue. La partie supposée endommageante est définie à l'aide d'un seuil énergétique, intrinsèque au matériau. Ce seuil est corrélé, sur l'acier ER7 étudié, à un micromécanisme particulier. Des observations microscopiques ont permis de mettre en évidence le blocage, dans la perlite, de microfissures de fatigue amorcées dans la ferrite.

Basée sur une définition incrémentale du paramètre d'endommagement, la méthode proposée corrige l'inconvénient du choix arbitraire d'un algorithme de comptage et s'affranchit d'une quelconque correction de contrainte moyenne. Elle s'applique aux chargements multiaxiaux d'amplitude variable. En conservant le concept du volume d'influence proposé par le LAMEFIP, la proposition distingue les chargements et prend en compte l'effet des gradients de contraintes et de déformations sur la durée de vie en fatigue d'une pièce.

La méthode proposée a été validée sur un grand nombre de résultats d'essais de fatigue multiaxiale d'amplitude constante et variable obtenus sur trois matériaux différents (une fonte et deux aciers). La quasi-totalité des prévisions reste dans une bande de dispersion comprise entre 0,5 et 2 fois la durée de vie expérimentale. Ces prévisions sont satisfaisantes. Pour évaluer la qualité de la prise en compte des distributions volumiques des contraintes (et des déformations), une confrontation des prévisions de cette approche avec des résultats d'essais de fatigue sur des éprouvettes entaillées a été effectuée avec succès.

Enfin, une application de la proposition au calcul en fatigue de la toile de roues de train soumises à des sollicitations d'amplitude constante et à des chargements d'amplitude variable par blocs a été faite. La confrontation entre les durées de vie expérimentales obtenues sur deux roues à l'échelle 1 :1 (testées au banc d'essai de l'AEF) et les durées de vie prévues est satisfaisante. Les lieux d'amorçage de fissure simulés sont en très bon accord avec les sites d'amorçage des fissures observées sur les roues.

Dans l'avenir, il serait intéressant de comparer les prévisions de la méthode proposée avec d'autres résultats d'essais sur éprouvettes entaillées, sous chargements non proportionnels, et sur d'autres matériaux. D'un point de vue ferroviaire, il faudrait tester la proposition sur d'autres enregistrements du service et avec d'autres géométries de roue présentant des accidents géométriques.

Il reste un certain nombre de points auxquels cette étude n'a pas répondu, comme par exemple l'hypothèse selon laquelle le seuil de travail fourni endommageant  $W_f^*$  est indépendant d'un chargement moyen. Il serait intéressant de réaliser des essais complémentaires pour vérifier cette supposition. L'étude de la prise en compte des contraintes résiduelles dans la méthode de calcul proposée permettrait d'étendre la proposition à d'autres applications. Il conviendrait également d'essayer d'élargir le domaine de validité de la proposition vers la fatigue oligocyclique. Ceci pourrait, peut-être, être réalisé en utilisant la déformation totale (élastique et plastique) dans la définition du travail de déformation fourni au matériau, et ainsi prendre en compte les cycles dont l'amplitude appartient au domaine de la fatigue oligocyclique. La difficulté essentielle réside sans doute dans le calcul du travail de déformation lorsque la plasticité n'est plus localisée et que le matériau ne s'adapte pas.

# Bibliographie

- [1] AEF. Mesures de sollicitation en ligne sur essieu de wagon. Tech. rep., AEF-SNCF, novembre 2004. DOC00026/04S00171.
- [2] AFNOR. *Fatigue sous sollicitations d'amplitude variable. Méthode Rainflow de comptage. A 03-406*. AFNOR, 1993, pp. 1–32.
- [3] AFNOR. *NF EN ISO 4287 : Spécification géométrique des produits (GPS) - État de surface : méthode du profil - Termes, définitions et paramètres d'état de surface*. 1998.
- [4] AHLSTRÖM, J., AND KARLSSON, B. Fatigue behaviour of rail steel - a comparison between strain and stress controlled loading. *Wear* 258 (November 2004), 1187–1193.
- [5] ASTM. *Standard practices for cycle fatigue counting in fatigue analysis. Designation E 1049-85*, vol. 03.01 of *Metal Test Methods and Analytical procedure*. ASTM, 1985, pp. 836–848.
- [6] AUTOMATION, A. *Logiciel de pilotage de machine d'essais*. Talence, France, 1994.
- [7] AZARIN, Z., BIENVENU, M., AND PLUVINAGE, G. Function of damage in low-cycle fatigue. In *Advanced in Fracture Research (ICF 6)* (Oxford, 1984), pp. 1815–1821.
- [8] BANVILLET, A. *Prévision de la durée de vie en fatigue multiaxiale sous spectre de chargement réel : vers des essais accélérés*. PhD thesis, ENSAM CER de Bordeaux,, 2001.
- [9] BANVILLET, A., PALIN-LUC, T., AND LASSERRE, S. A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion. *Int. J. Fatigue*, 26, 8 (August 2003), 755–769.
- [10] BARRAULT, J., AND LASSERRE, S. Limites de fatigue de l'acier 35CD4 en flexion rotative et en flexion plane. *Rev. Mécanique Matériaux et Electricité*, (Sept. 1980), 275–278.
- [11] BEDKOWSKY, W. Determination of the critical plane and effort criterium in fatigue life evaluation for material under multiaxial random loading. Experimental verification based on fatigue test of cruciform specimens. In *4th Int. Conf. on Biaxial and Multiaxial Fatigue* (France, 1994), ESIS, pp. 435–447.
- [12] BENNEBACH, M. *Fatigue multiaxiale d'une fonte GS, influence de l'entaille et d'un traitement thermique*. PhD thesis, ENSAM CER de Bordeaux,, 1993.
- [13] BRAND, A., FLAVENOT, J., GRÉGOIRE, R., AND TOURNIER, C. *Données technologiques sur la fatigue*. Publications du CETIM, 1992.
- [14] BRAND, A., FLAVENOT, J.-F., GRÉGOIRE, R., AND TOURNIER, C. *Recueil de données technologiques sur la fatigue*. CETIM, Senlis, France, 1980.
- [15] BRAND, A., AND SUTTERLIN, R. *Calcul des pièces à la fatigue. La méthode du gradient*. CETIM, Senlis, France, 1980. (383 p.).
- [16] BROWN, M., AND MILLER, K. A theory for fatigue under multiaxial stress-strain conditions. In *Proc. of Inst. Mech. Engrs.* (1973), vol. 187, pp. 745–755.

- [17] BÉNABÈS, J., PALIN-LUC, T., AND SAINTIER, N. Fatigue multiaxiale de la toile d'une roue de train ferroviaire sous chargements de service. Tech. rep., LAMEFIP-ENSAM/AEF-SNCF, novembre 2004. Convention CIFRE No 449/2003, Contrat de recherche AEF S Y 03003.
- [18] BÉNABÈS, J., PALIN-LUC, T., SAINTIER, N., CHARLES, J.-L., AND COCHETEUX, F. A volumetric energy based multiaxial fatigue life calculation method. In *Fatigue Design 2005* (Senlis, 2005).
- [19] BÉNABÈS, J., SAINTIER, N., PALIN-LUC, T., CHARLES, J.-L., AND COCHETEUX, F. An energy based multiaxial fatigue life calculation method taking into account the stress-strain gradient effect. In *Fatigue 2006* (Atlanta, 2006).
- [20] CHABOCHE, J.-L. Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cummulation non linéaire. *Revue Française de Mécanique* 50-51 (1974).
- [21] CHABOCHE, J.-L. Continuous damage mechanics - A tool to describe phenomena before crack initiation. *Nuclear Engineering and Design* 64 (1981), 233–247.
- [22] CHARLES, J.-L., AND PALIN-LUC, T. Dépouillement d'essais de fatigue selon le critère énergétique et volumique de fatigue multiaxiale du lamefip. Tech. rep., LAMEFIP - CETIM, 2005.
- [23] COCHETEUX, F. Critère de fatigue multiaxiale pour le dimensionnement des roues. Tech. rep., AEF-SNCF, décembre 2003. AEF S-R03169/01S-169.
- [24] CROSSLAND, B. Effect of a large hydrostatic pressure on the torsional fatigue strength of an alloy steel. In *Int. Conf. Fatigue of Metals* (London, 1959), Inst. of Mech. Eng., pp. 138–149.
- [25] DANG-VAN, K. Sur la résistance à la fatigue des métaux. In *Sciences et techniques de l'Armement*, no. 47. 1973, pp. 641–722.
- [26] DANG-VAN, K., CAILLETAUD, G., FLAVENOT, J.-F., DOUARON, L., AND LIEURADE, H.-P. Criterion for high-cycle fatigue failure under multiaxial loading. In *Biaxial and Multiaxial Fatigue* (Sheffield, 1989), M. Brown and K. Miller, Eds., pp. 459–478.
- [27] DANG-VAN, K., AND MAITOURNAM, H. On some recent trends in modelling of contact fatigue and wear in rail. *Int. J. Fatigue*, 253 (2002), 219–227.
- [28] DAVOLI, P., BERNASCONI, A., FILIPPINI, M., FOLETI, S., AND PAPADOPOULOS, I. Independence of the torsional fatigue limit upon a mean shear stress. *I. J. of fatigue*, Ed., pp. 471–480.
- [29] DELAHAY, T. *Développement d'une méthode probabiliste de calcul en fatigue multiaxiale prenant en compte la répartition volumique des contraintes*. PhD thesis, ENSAM CER de Bordeaux, 2004.
- [30] DIETMANN, H., BONGHIBHAT, T., AND SCHMID, A. Multiaxial fatigue behavior of steels under in-phase and out-of-phase loading including different wave forms and frequencies. In *3rd Int. Conf. on Biaxial/Multiaxial Fatigue* (Stuttgart, April 1989), pp. (61) 1–17.
- [31] DOWLING, N. Fatigue life prediction for complex load versus time histories. *Transactions of the ASME*, 105 (July 1983), 206–214.
- [32] DOWNING, S., AND SOCIE, D. Simple rainflow counting algorithms. *Int. J. Fatigue*, 4, 1 (1982), 31–40.
- [33] DUBAR, L. *Fatigue multiaxiale des aciers, passage de l'endurance à l'endurance limitée, prise en compte des accidents géométriques*. PhD thesis, ENSAM CER de Bordeaux, 1992.



- [34] EKBERG, A., AND MARAIS, J. Effects of imperfections on fatigue initiation in railway wheels. *J. Rail Rapid Trans* 214 (2000), 45–54.
- [35] ELLYIN, F. Cyclic strain energy density as a criterion for multiaxial fatigue failure. In *Biaxial and Multiaxial Fatigue* (London, 1989), Brown and Miller, Eds., EGF Publication 3, pp. 571–583.
- [36] ELLYIN, F. *Fatigue damage, crack growth and life prediction*. Chapman and Hall, Edmonton, Canada, 1997. (469 p.).
- [37] ELLYIN, F., GOLOS, K., AND XIA, Z. In-phase and out-of-phase multiaxial fatigue. *Transaction of the American Society of Mechanical Engineers* 113 (1991), 112–118.
- [38] ENDO, T., MITSUNAGA, K., TAKAHASHI, K., KOBAYASHI, K., AND MATSUISHI, M. Damage evolution of metals for random or varying loading : three aspects of rainflow method. In *Symposium on Mechanical Behaviour of Materials* (Japan, 1974), Society of Material Science, pp. 371–380.
- [39] ERRI. Dimensionnement des roues - critères de fatigue multiaxiale. Tech. rep., ERRI, octobre 2004. B169/RP19.
- [40] FATEMI, A., AND YANG, Y. Cumulative fatigue damage and life prediction theories : a survey of state of the art for homogeneous materials. *Int. J. Fatigue*, 20, 1 (1998), 9–34.
- [41] FINDLEY, W. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* 81 (1959).
- [42] FLAVENOT, J.-F. Predicting of the fatigue life of mechanical structure. In *Automation in Fatigue and Fracture : Testing and Analysis* (Philadelphia, 1994), C. Amzallag, Ed., ASTM STP 1231, pp. 493–507.
- [43] FLAVENOT, J.-F., AND STEPHAN, P. Calcul des arbres en fatigue pour des durées de vie limitées (prévisions de la durée de vie en fatigue des pièces mécaniques présentant des concentrations de contraintes. Tech. rep., CETIM, 2004.
- [44] FOGUE, M., KENMEUGNE, B., WEBER, B., AND ROBERT, J.-L. Compteur de cycles et calcul de durée de vie en fatigue multiaxiale d’amplitude variable. *Mécanique Industrielle et Matériaux*, 51, 3 (1998), 140–144.
- [45] FOGUE, M., ROBERT, J., AND BAHUAUD, J. Contribution à l’analyse de critères de fatigue multiaxiaux périodiques. *Mécanique Industrielle et Matériaux* 48, 3 (septembre 1995), 136–140.
- [46] FRENCH, H. J. Fatigue and hardening of steels. *Trans. American Society of Steel Testing* 21 (1933), 899–946.
- [47] FROUSTEY, C. *Fatigue multiaxiale en endurance de l’Acier 30NCD16*. PhD thesis, ENSAM CER de Bordeaux,, France, 1987. (131 p.).
- [48] FROUSTEY, C., AND LASSERRE, S. Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel. *Int. J. Fatigue*, 11, 3 (1989), 169–175.
- [49] FROUSTEY, C., LASSERRE, S., AND DUBAR, L. Essais de fatigue multiaxiaux et par blocs. Validité d’un critère pour les matériaux métalliques. *Mat-Tech* 92 (1992), 79–85. IITT-International.
- [50] GALTIER, A. *Contribution à l’étude de l’endommagement des aciers sous sollicitations uni ou multiaxiales*. PhD thesis, ENSAM CER de Bordeaux,, 1993.
- [51] GARUD, Y. A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings. *Trans. of the ASME*, 103 (1981), 118–125.

- [52] GLINKA, G., AND KAM, J. Rainflow counting algorithm for very long stress histories. *Int. J. Fatigue*, 9, 3 (1987), 223–228.
- [53] GLINKA, G., SHEN, G., AND PLUMTREE, A. A multiaxial fatigue strain energy density parameter related to the critical fracture plane. *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, 18, 1 (1995), 37–46.
- [54] GOLOS, K., AND ELLYIN, F. A total strain energy density theory for cumulative fatigue damage. *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, 110 (1988), 36–41.
- [55] GOODMAN, J. *Mechanics applied to engineering (1st ed.)*. Longmans, Green and Co, 1899.
- [56] GOUGH, H., AND POLLARD, H. The strength of metals under combined alternating stresses. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* (London, November 1935), vol. 131, pp. 1–103.
- [57] GOUGH, H., POLLARD, H., AND GLENSHAW, W. *Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses*. Aeronaut. research council reports and memoranda, 1951. (141 p).
- [58] GROVER, H. J. An observation concerning the cycle ratio in cumulative damage. In *Symposium on Fatigue of Aircraft Structures* (Philadelphia, 1960), pp. 120–124.
- [59] GRUMBACH, M. *L'essai de traction*. Collection IRSID-OTU, 1974.
- [60] GRÉGOIRE, R. La prévision de durée de vie en service des structures travaillant en fatigue. *Rev. Française Mécanique*, 1 (1988), 29–41. Bulletin SFM.
- [61] HAMAM, R. *Simulation de la propagation des fissures par fatigue dans les toiles des roues de train sous chargement à amplitude variable*. PhD thesis, ENS Cachan, 2006.
- [62] HEIDENREICH R., R. I. Z. H. Bewertung von festigkeitshypothesen für kombinierte statische und schwingendesowie synchrone schwingende beanspruchung. In *Werkstoffen* (1983), vol. 14.
- [63] HENRY, D. A theory of fatigue damage accumulation in steel. *Transactions of the ASME*, 77 (1955), 913–918.
- [64] HILL, R. The essential structure of constitutive laws for metals composites and polycristals. *J. Mech. Phys. Solids* 15 (1967).
- [65] HOHENEMSER K., P. W. The problem of fatigue strength under complex stresses. In *Proceedings of the institution of Mechanical Engineers* (1933), vol. XII.
- [66] HONG, N. A modified rainflow counting method. *Int. J. Fatigue*, 13, 6 (1991), 465–469.
- [67] JASPER, T. The value of the energy relation in the testing of ferrous metals at varying ranges and at intermediate and high temperature. *Philos. Magazine* 46, 274 (1923), 609–627.
- [68] KACHANOV, L. M. *Introduction to Continuum Damage Mechanics*. Amsterdam, 1986.
- [69] KRAMER, I. A mechanism of fatigue failure. *Metallurgical transaction*, 5 (1974), 1735–1742.
- [70] KUGUEL, R. A relation between theoretical stress concentration factor and fatigue notch factor deduced from the concept of highly stressed volume. In *ASTM Proceedings 61* (1961), ASTM, Ed., pp. 732–748.
- [71] KUNT, M. *Traitement numérique des signaux*, vol. 20 of *Traité d'électricité*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1996.
- [72] LACHOWICZ, C., LAGODA, T., MACHA, E., DRAGON, A., AND PETIT, J. Selection of algorithms for fatigue life calculation of elements made of 10HNAP steel under uniaxial random loadings. *Studia Geotechnica et Mechanica* 18, 1-2 (1996), 19–43.

- [73] LAGODA, T. Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Part I and Part II. *Int. J. Fatigue*, 23 (2001), 467–489.
- [74] LAGODA, T., MACHA, E., AND BEDKOWSKI, W. A critical based approach on energy concept : application to biaxial random tension-compression high cycle fatigue regime. *Int. J. Fatigue*, 21 (1999), 431–443.
- [75] LAGODA, T., MACHA, E., AND PAWLICZEK, R. The influence of mean stress on fatigue life of 10HNAP steel under random loading. *Int. J. Fatigue*, 23 (2001), 283–291.
- [76] LEFEBVRE, D., AND ELLYIN, F. Cyclic response and inelastic strain energy in low cycle fatigue. *Int. J. Fatigue*, 6 (1984), 9–15.
- [77] LEMAITRE, J., AND CHABOCHE, J.-L. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, Paris, 1988. (544 p.).
- [78] MACHA, E., AND SONSINO, C. Energy criteria of multiaxial fatigue failure. *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, 22 (1999), 1053–1070.
- [79] MANDEL, J. Plasticité classique et viscoplasticité. In *Courses and lectures of CISM* (New-York, 1971), no. 97, Springer-Verlag Publishers.
- [80] MASSONNET, C. Le dimensionnement des pièces de machines soumises à la fatigue. Contribution expérimentale à l'étude de l'effet de l'échelle et des entailles. *Rev. Univ. Mines 9, T. XI*, 6 (1955), 204–222.
- [81] MATSUDA, M., AND IKAI, Y. Fatigue life from viewpoint of internal stress and effective stress. *Int. J. Fatigue*, 11, 3 (1989), 187–192.
- [82] MAYER, H., AND LAIRD, C. Frequency effects on cyclic plastic strain of polycrystalline copper under variable loading. *Materials Science and Engineering A* 194 (1994), 137–145.
- [83] MCDIARMIND, D. The effect of mean stress on biaxial fatigue where the stresses are out of phase and at different frequencies . In *Biaxial and Multiaxial Fatigue* (London, 1989), Brown and Miller, Eds., Mechanical Engineering Publications, EGF 3, pp. 605–619.
- [84] MIELKE, S. *Festigkeitsverhalten metallischer werkstoffe unter zweiachsig-schwingender beanspruchung mit verschiedenen spannungszeitverlaufen*. PhD thesis, Aachen, 1980. (89 p.).
- [85] MINER, M. Cumulative damage in fatigue. *J. of Applied Mechanics* (September 1945), 159–164.
- [86] MOREL, F. *Fatigue multiaxiale sous chargement d'amplitude variable*. PhD thesis, ENSMA de Poitiers, France, 1996. (210 p.).
- [87] MOREL, F. A critical plane approach for life prediction of high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading. *Int. J. Fatigue*, 22 (2000), 101–119.
- [88] MOREL, F., AND PALIN-LUC, T. A non-local theory applied to high cycle multiaxial fatigue. *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, (2002).
- [89] MRÓZ, Z. An attempt to describe the behavior of metals under cyclic loads using a more general workhardening model. *Acta Mechanica* 7 (1969), 199–212.
- [90] NELSON, D., AND FUCHS, H. Predictions of cumulative fatigue damage using condensed load histories. In *Fatigue under Complex loading : Analysis and Experiments* (1977), vol. AE-6, SAE, pp. 163–187.
- [91] NOLTE, F., AND PAYSAN, B. Dauerfestigkeitsuntersuchungen an stahlwellen bei umlaufender biege. *Verdrehbeanspruchung* (1973).

- [92] OROWAN, E. *Theory of the fatigue metals*. Proceedings of the Royal Academy, London, 1939.
- [93] P. RABBE, H.-P. L., AND GALTIER, A. Essai de fatigue - partie ii. *Techniques de l'ingénieur*, M4171 (2000).
- [94] PALIN-LUC, T. *Fatigue multiaxiale d'une fonte GS sous sollicitations combinées d'amplitude variable*. PhD thesis, ENSAM CER de Bordeaux, France, 1996. (261 p.).
- [95] PALIN-LUC, T., AND LASSERRE, S. Multiaxial fatigue testing machine under variable amplitude loading of bending and torsion. In *Recent Advances in Experimental Mechanics* (Rotterdam, 1994), J. Gomes and al., Eds., A.A. Balkema, pp. 965–970.
- [96] PALIN-LUC, T., AND LASSERRE, S. High cycle multiaxial fatigue energetic criterion taking into account the volumic distribution of stresses. In *Proc. 5th Int. Conf. on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture* (Opole, Poland, 1997), E. Macha and Z. Mróz, Eds., vol. 1, Tech. Univ. Opole, pp. 63–79.
- [97] PALIN-LUC, T., AND LASSERRE, S. An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue. *Eur. J. Mechanics, A/Solids*, 17, 2 (1998), 237–251.
- [98] PALIN-LUC, T., AND LASSERRE, S. Prise en compte des concentrations de contraintes par un critère énergétique de tenue en fatigue. *Rev. Française Mécanique*, 2000-1 (2000), 41–48.
- [99] PALIN-LUC, T., LASSERRE, S., AND BÉRARD, J.-Y. Experimental investigation on the significance of the conventional endurance limit of a spheroidal graphite cast iron. *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, 21, 3 (1998), 192–200.
- [100] PAPADOPOULOS, I. *Fatigue polycyclique des métaux : Une nouvelle approche*. PhD thesis, Ecole Nat. des Ponts et Chaussées, Décembre 1987. (443 p.).
- [101] PAPADOPOULOS, I. A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals. *Int. J. Fatigue*, 16, 6 (1994), 377–384.
- [102] PAPADOPOULOS, I. A selective review of high-cycle fatigue criteria with application in out-of-phase bending and torsion. *Engineering Against Fatigue* (1999), 399–406.
- [103] PAPADOPOULOS, I. Long life fatigue under multiaxial loading. *Int. J. Fatigue*, 23 (2001), 839–849.
- [104] PAPADOPOULOS, I., DAVOLI, P., GORLA, C., FILIPPINI, M., AND BERNASCONI, A. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *Int. J. Fatigue*, 19, 3 (1997), 219–235.
- [105] PAPADOPOULOS, I., AND PANOSKALTSIS, V. Gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion. In *Proc. 4th Int. Conf. Biaxial/Multiaxial Fatigue* (St Germain en Laye, France, 1994), vol. 1, SF2M, pp. 461–476.
- [106] PETERSON, R. *Stress concentration factors*. J. Wiley and Sons-Interscience, New-York, 1974.
- [107] PHILLIPS CE, H. R. *The size effect in fatigue of plain and notched steel specimens loaded under reversed direct stress*. Proc I Mech E, 1951.
- [108] QYLAFKU, G., AZARI, Z., KADI, N., GJONAJ, M., AND PLUVINAGE, G. Application of a new model proposal for fatigue life prediction on notches and key-seats. *Int. J. Fatigue*, 21 (1999), 753–760.
- [109] RABOTNOV, Y. N. *Creep Problems in Structural Members*. Amsterdam, 1999.
- [110] RAMBERG, W., AND OSGOODG, W. Description of stress-strain curves by three parameters. *NACA Technical 902* (1943).

- [111] RICHARD, F., LAPOINTE, N., AND WETZEL, R. A cycle counting algorithm for fatigue damage analysis. In *Automotive Engineering Congress* (Detroit, 1974), SAE. paper n° 740278.
- [112] ROBERT, J. *Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations périodiques ou aléatoires*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon, janvier 1992.
- [113] SCHIJVE, J. Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art. *Int. J. Fatigue*, 23, 8 (2003), 679–702.
- [114] SEKI, M., TANAKA, T., AND DENO, S. Estimation of the fatigue life under program load including the stresses lower than endurance limit. *Bulletin of the J. S. M. E.* 14, 69 (1971), 183–190.
- [115] SIMBURGER, A. Festigkeitsverhalten zäher werkstoffe bei einer mehrachsigen, phasenverschobenen schwingbeanspruchung mit korperfesten und veranderlichen hauptspannungsrichtungen. Tech. Rep. FB-121, Laboratorium fur betriebsfestigkeit, Darmstadt, Germany, 1975. (89 p.).
- [116] SINES, G. *Behavior of metals under complex static and alternating stresses*. Mc Graw-Hill, New-York, 1959, pp. 145–169.
- [117] SKORUPA, M. Load interaction effects during fatigue crack growth under variable amplitude loading- A literature review. *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, (1998), 987–1006.
- [118] SMITH, R., WATSON, P., AND TOPPER, T. A stress strain function for the fatigue of metals. *Journal of Materials (JMLSA)* 5, 4 (1970), 293–298.
- [119] SONSINO, C. Influence of load and deformation-controlled multiaxial tests on fatigue life to crack initiation. *Int. J. Fatigue*, 23 (2001), 159–167.
- [120] SONSINO, C., KAUFMANN, H., AND GRUBISIC, V. Transferability of material data for the example of a randomly loaded forged truck stub axle. In *SAE Tech. Paper Series* (Detroit, February 1997), S. International, Ed., no. 970708 in SAE technical paper, SAE, pp. 1–22.
- [121] S.S. MANSON, J. F., AND ENSIGN, S. Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue. In *Fatigue Crack Propagation* (Philadelphia, 1967), ASTM STP 415, pp. 120–124.
- [122] SUBRAMANYAN, S. A cumulative damage rule based on the knee point of S-N curve. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 98 (1976), 316–321.
- [123] TANAKA, T., AND FUJII, T. Studies on fatigue damage caused by stresses below the endurance limit. *Bulletin of the JSME* 20, 143 (1977), 505–512.
- [124] TCHANKOV, D., AND VESSELINOV, K. Fatigue life prediction under random loading using total hysteresis energy. *The International Journal of Pressure Vessels and Piping* 75, 13 (1998), 955–960.
- [125] TECHLAB. LogicielESOPE : Estimation statistique par ordinateur des paramètres de l'endurance, 1995.
- [126] UIC. *UIC code 510-5 : Homologation technique des roues monoblocs*. 2002.
- [127] VARVANI-FARAHANI, A. A new energy-critical plane parameter for fatigue life assessment of various metallic materials subjected to in-phase and out-of-phase multiaxial fatigue loading conditions. *Int. J. Fatigue*, 22 (2000), 295–305.
- [128] WANG, C., AND BROWN, M. A study of the deformation behavior under multiaxial loading. *Eur. J. Mechanics, A/Solids*, 13, 2 (1994), 175–188.

- [129] WANG, C., AND BROWN, M. Fatigue under multiaxial variable amplitude loading. *Nuclear Eng. and Design*, 162, 1 (1996), 75–84.
- [130] WANG, C., AND BROWN, M. Life prediction techniques for variable amplitude multiaxial fatigue. Part 2 : Comparison with experimental results. *J. of Eng. Mater. and Tech.*, 118 (July 1996), 371–374.
- [131] WANG, C., AND BROWN, M. Multiaxial random load fatigue : life predictions techniques and experiments. In *Multiaxial Fatigue and Design* (1996), T. L. A. Pineau, G.Cailletaud, Ed., Mechanical Engineering Publications, pp. 513–527. ESIS 21.
- [132] WANG, C., AND MILLER, K. The effect of mean shear stress on torsional fatigue behaviour. *FFEMS 14*, 2/3 (1991), 293–307.
- [133] WEBER, B., CARMET, A., KENMEUGNE, B., AND ROBERT, J.-L. On a global stress based approach for fatigue assessment under multiaxial random loading. In *Engineering Against Fatigue* (1999), J. Beynon, M. Brown, R. Smith, T. Lindley, and B. Tomkins, Eds., pp. 407–414.
- [134] WEBER, B., CARMET, A., KENMEUGNE, B., AND ROBERT, J.-L. A stress based approach for fatigue assessment under multiaxial variable amplitude loading. In *Multiaxial Fatigue and Fracture*, ESIS 25 (1999), E. Macha, W. Bedkowski, and T. Lagoda, Eds., pp. 218–233.
- [135] WEBER, B., LABESSE-JIED, F., AND J.L.ROBERT. Comparison of multiaxial high cycle fatigue criteria and their application to fatigue design of structures. In *Sixth International Conference on Biaxial and multiaxial Fatigue and Fracture* (Lisboa, june 2001).
- [136] YANG, X. Low cycle fatigue and cyclic stress ratcheting failure behaviour of carbon steel 45 under uniaxial cyclic loading. *Int. J. Fatigue*, 27 (2005), 1124–1132.
- [137] ZHANG, J., AND JIANG, Y. An experimental study of inhomogeneous cyclic plastic deformation of 1045 steel under multiaxial cyclic loading. *International Journal of Plasticity* 21 (2005), 2174–2190.

# Annexes

## Annexe 1 : Les critères de fatigue multiaxiale

### Approche empirique

#### Critère de Gough et Pollard (1951) [56], [57]

A partir d'un très vaste programme d'essais en flexion-torsion combinées alternées symétriques, complété par des expériences avec un état de contrainte moyen deux courbes d'endurance ont été proposées dans le plan ("amplitude de la contrainte de flexion", "amplitude de la contrainte de torsion") :

- pour les matériaux ductiles (quadrant d'ellipse) :

$$\frac{\Sigma_a^2}{(\sigma_{-1}^D)^2} + \frac{\tau_a^2}{(\tau_{-1}^D)^2} \leq 1 \quad (4.1)$$

- pour les matériaux fragiles (arc d'ellipse) :

$$\frac{\tau_a^2}{(\tau_{-1}^D)^2} + \left( \frac{(\sigma_{-1}^D)}{\tau_{-1}^D} - 1 \right) \frac{\Sigma_a^2}{(\sigma_{-1}^D)^2} + \left( 2 - \frac{\sigma_{-1}^D}{\tau_{-1}^D} \right) \frac{\Sigma_a}{\sigma_{-1}^D} \leq 1 \quad (4.2)$$

où  $\Sigma_a$  et  $\sigma_{-1}^D$  sont respectivement l'amplitude de la contrainte normale de flexion et la limite d'endurance en flexion alternée symétrique.  $\tau_a$  et  $\tau_{-1}^D$  sont respectivement l'amplitude de la contrainte de cisaillement et la limite d'endurance en torsion alternée symétrique sur éprouvettes lisses.

### Approche de type "plan critique"

#### Echelle mésoscopique

A la fin des années 1930, Orowan [92] a introduit le concept d'approche mésoscopique dans l'étude de la fatigue des métaux polycristallins. Ce concept consiste à étudier les sollicitations mécaniques subies par un grain de matière. En effet, l'amorçage des fissures de fatigue apparaît à une échelle qui est de l'ordre d'un grain (ou de quelques grains). A cette échelle, le matériau composé de grains d'orientations diverses n'est ni isotrope, ni homogène. Même si à l'échelle macroscopique, les contraintes appliquées ne franchissent pas le seuil de plasticité, certains grains, à l'échelle mésoscopique, peuvent subir un écoulement plastique conduisant à terme à la création d'une microfissure. Si le grain n'atteint pas un état élastique adapté, il y a formation de microfissures qui peuvent coalescer pour former une fissure macroscopique.

#### Passage de l'échelle mésoscopique à l'échelle macroscopique

Les conditions de changement d'échelle ont été détaillées par Hill [64] et Mandel [79]. Ces auteurs expriment les contraintes à l'échelle mésoscopique en fonction des contraintes macroscopiques de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{\underline{A}}}(x) : \underline{\underline{\underline{\Sigma}}} + \underline{\underline{\underline{\rho}}} \quad (4.3)$$

où  $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}$  est le tenseur des contraintes,  $\underline{\underline{\underline{A}}}(x)$  le tenseur de localisation des contraintes et  $\underline{\underline{\underline{\rho}}}$  le champ local de contraintes résiduelles. Quelques hypothèses simplificatrices sont nécessaires pour déterminer de ces deux grandeurs.



### Hypothèses de Lin-Taylor

A l'échelle du grain, les contraintes et déformations sont difficiles à quantifier. C'est pour cette raison que l'on utilise les hypothèses de Lin-Taylor, qui rendent possible le calcul des contraintes mésoscopiques relatives à l'état adapté. Dans le cas d'un cyclage en fatigue à grand nombre de cycles, le comportement macroscopique de l'éprouvette (ou de la pièce) reste élastique. Seuls quelques grains défavorablement orientés subissent une déformation plastique. On considère que ces grains plastifiés sont noyés dans une matrice supposée élastique.

- La déformation totale  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  du grain est supposée égale à la déformation totale macroscopique  $\underline{\underline{E}}$  (la matrice impose sa déformation) et on suppose qu'il y a découplage entre déformations élastiques et plastiques :

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{\varepsilon}} \Rightarrow \underline{\underline{E}}^e + \underline{\underline{E}}^p = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (4.4)$$

- En restant dans le domaine élastique à l'échelle macroscopique (cas de la fatigue à grande durée de vie), le terme  $\underline{\underline{E}}^p$  peut être négligé devant  $\underline{\underline{E}}^e$  :

$$\underline{\underline{E}}^e \approx \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (4.5)$$

Le grain et la matrice sont supposés avoir les mêmes caractéristiques élastiques ce qui permet d'écrire l'égalité entre les tenseurs d'élasticité macroscopiques et microscopiques :

$$\underline{\underline{L}} = \underline{\underline{l}} \quad (4.6)$$

où  $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{l}}\underline{\underline{\varepsilon}}$  et  $\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{L}}\underline{\underline{E}}$ . On déduit alors de (4.5) et (4.6) :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{L}}(\underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (4.7)$$

en remarquant que  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  est un tenseur déviatorique, on obtient la relation (4.8) reliant les échelles mésoscopique et macroscopique :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (4.8)$$

où  $\mu$  est le coefficient de Lamé du matériau à l'échelle macroscopique (supposé identique à celui mésoscopique).

D'après (4.3), le tenseur des contraintes résiduelles a pour expression :

$$\underline{\underline{\rho}} = -2\mu\underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (4.9)$$

on peut donc écrire :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} + \underline{\underline{\rho}} \quad (4.10)$$

De ces relations on déduit que :

- Le tenseur de localisation  $\underline{\underline{A}}(x)$  est le tenseur unité d'ordre 4.
- Le tenseur des contraintes résiduelles mésoscopiques  $\underline{\underline{\rho}}$  est un tenseur déviateur.
- D'après (4.8), il apparaît que la contrainte hydrostatique mésoscopique est égale à la contrainte hydrostatique macroscopique.
- Le calcul des contraintes mésoscopiques revient à évaluer les déformations plastiques mésoscopiques (détermination du tenseur  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ ).

**Critère de Dang-Van (1984, 1985) [25, 26]**

Il a fallu attendre plus de quarante ans avant que le concept proposé par Orowan ne soit utilisé pour formulé un critère de fatigue. L'un des premiers à avoir repris l'idée est Dang-Van. Nous nous intéressons ici à la dernière formulation de ce critère [26]. Cette approche mésoscopique de type plan critique est destinée aux matériaux polycristallins sollicités dans le domaine de l'endurance. L'auteur fait l'hypothèse qu'un seul système de glissement est actif par grain et postule qu'il n'y a pas amorçage de fissure en fatigue en un point si en ce point les contraintes mésoscopiques, dans l'état adapté, ne violent pas le critère de plasticité suivant :

$$\| \underline{\tau}(\underline{n}) \| - \tau_y \leq 0 \quad (4.11)$$

où  $\tau_y$  est la cission critique du matériau à l'état adapté et  $\underline{n}$  la normale à une facette matérielle quelconque. En plus de la cission mésoscopique, Dang-Van suppose que l'amorçage d'une fissure de fatigue à la limite d'endurance est influencée par la contrainte hydrostatique mésoscopique  $\sigma_H$  (égale à la même quantité macroscopique). La formulation du critère nécessite une double maximisation sur  $\underline{n}$  et sur le temps  $t$  :

$$\max_{\underline{n}} \left\{ \max_t [\| \underline{\tau}(\underline{n}, t) \| + \alpha \sigma_H(t)] \right\} \leq \beta \quad (4.12)$$

où  $\sigma_H(t) = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\underline{\sigma}}(t)) = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\underline{\Sigma}}(t))$ .

La cission mésoscopique  $\underline{\tau}(\underline{n}, t)$  se déduit de la cission macroscopique  $\underline{C}(\underline{n}, t)$  par la détermination du plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement sur le plan orienté par  $\underline{n}$  (voir figure 4.29). La cission résiduelle  $\underline{\tau}^*$  peut être représentée par  $\underline{\tau}^*(\underline{n}) = \underline{\rho}^* \cdot \underline{n}$ . Elle est estimée à l'aide du centre du cercle précédent et permet de déterminer  $\underline{\tau}(\underline{n}, t)$  :

$$\underline{\tau}(\underline{n}, t) = \underline{C}(\underline{n}, t) + \underline{\tau}^*(\underline{n}) \quad (4.13)$$

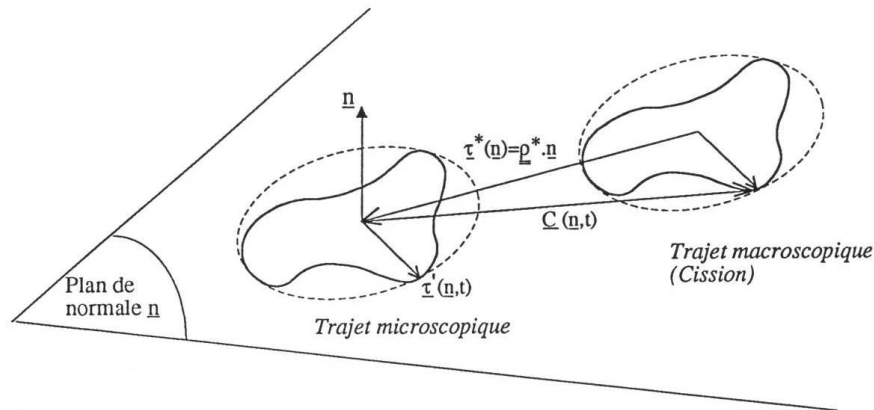


FIG. 4.29 – Représentation du trajet de l'extrémité du vecteur cission sur une facette, d'après Morel [86].

Les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  peuvent être identifiées à partir des limites d'endurance expérimentales sur éprouvettes lisses en torsion  $\tau_{-1}^D$  et en flexion  $f_{-1}^D$  alternées symétriques (par exemple) et s'écrivent :

$$\alpha = \frac{\tau_{-1}^D - \frac{f_{-1}^D}{2}}{\frac{f_{-1}^D}{3}} \quad (4.14)$$

$$\beta = \tau_{-1}^D \quad (4.15)$$

Dans sa dernière formulation (1985) [26], Dang Van définit le plan critique par la recherche du plan où la combinaison de la cission et de la contrainte hydrostatique est maximale.

$$P_c : \max_{\underline{n}} \left\{ \max_t [|\underline{\tau}(\underline{n}, t)| + \alpha \sigma_H(t)] \right\} \quad (4.16)$$

Nota : La première formulation du critère [25] détermine le plan critique par la recherche du plan où la cission mésoscopique est maximale :

$$P_c : \max_{\underline{n}} [\underline{\tau}(\underline{n}, t)] \quad (4.17)$$

Puis sur ce plan critique, la combinaison de la cission et de la contrainte hydrostatique telle qu'exprimée dans l'équation (4.12) est calculée.

### Critère de Papadopoulos (1987, 1993) [101, 103]

L'application du critère de Dang-Van n'est pas des plus aisées car la construction du cercle circonscrit n'est pas immédiate et la double maximisation sur  $\underline{n}$  et sur  $t$  peut s'avérer très longue en temps de calcul. Par ailleurs, certains auteurs [8, 102] ont montré que, contrairement à l'expérience, les prévisions du critère de Dang Van sont très sensibles au déphasage en traction et torsion combinées ou en flexion et torsion combinées. C'est pourquoi Papadopoulos propose un critère proche de celui de Dang Van mais mieux adapté aux moyens de calcul. Le critère se compose de deux expressions, l'une pour les métaux "doux" et l'autre pour les métaux "durs", la distinction s'effectuant en fonction du rapport des limites d'endurance en traction et en torsion alternées symétriques :  $\tau_{-1}^D / \sigma_{-1}^D$ . L'auteur suppose que le matériau est constitué de cristaux parfaits (pas d'hétérogénéité entre les grains) et qu'un seul système de glissement est actif par grain. Pour expliquer le non amorçage de fissures de fatigue à des niveaux de contrainte inférieurs à la limite d'élasticité, il utilise le concept d'adaptation élastique. Ainsi le comportement du cristal est modélisé par trois phases distinctes (durcissement, saturation et adoucissement, voir figure 4.30), où la déformation plastique accumulée à l'échelle mésoscopique  $\Gamma$  est choisie comme paramètre d'endommagement.  $\tau_s$  représente la valeur seuil de la limite d'élasticité mésoscopique  $\tau_y$  du cristal pendant la phase de saturation.

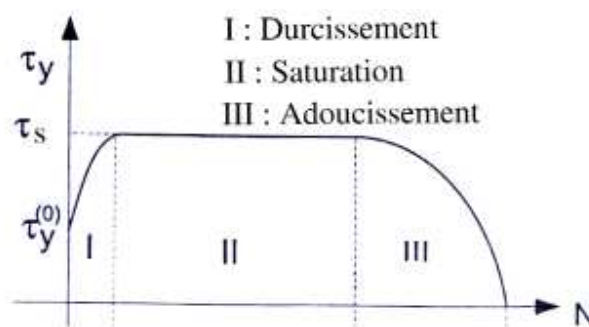


FIG. 4.30 – Evolution de la limite d'élasticité mésoscopique pour un cristal à trois phases de comportement en fonction de la déformation plastique mésoscopique accumulée  $\Gamma$ , d'après Morel [86].

– **cas des métaux "doux"**  $\left(0,5 < \frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} < 0,6\right)$

Dans le cas des métaux "doux", l'auteur suppose que la microdéformation plastique conduisant à l'amorçage d'une fissure de fatigue se fait principalement sur un plan critique à cause de la contrainte de cission. Le critère est une combinaison linéaire de la moyenne quadratique

$T_\sigma$  de l'amplitude de la cission résolue  $T_a$  sur toutes les directions d'un plan matériel, et de la valeur maximale de la contrainte hydrostatique mésoscopique (égale à la même quantité macroscopique)  $\Sigma_{H,max}$  durant un cycle de chargement :

$$\max_{\varphi,\theta} [T_\sigma(\varphi,\theta)] + \alpha \Sigma_{H,max} \leq \beta \quad (4.18)$$

où  $T_\sigma$  est une fonction de l'orientation d'un plan matériel  $P_{\underline{n}}$  de normale  $\underline{n}$ .  $\underline{n}$  a pour composantes :

$$\underline{n} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{pmatrix}_{\underline{x},\underline{y},\underline{z}} \quad (4.19)$$

$T_\sigma(\varphi,\theta)$  est défini par la moyenne quadratique de  $T_a$  sur toutes les directions  $\psi$  de la surface du plan matériel considéré :

$$T_\sigma(\varphi,\theta) = \sqrt{\int_{\psi=0}^{2\pi} T_a^2(\theta,\varphi,\psi) d\psi} \quad (4.20)$$

où  $T_a$  est l'amplitude de la cission résolue macroscopique agissant sur une direction de glissement repérée à l'aide d'un angle  $\Psi$  sur le plan P (voir figure 4.31) dans la base  $(\underline{u}, \underline{v})$  du plan considéré. Papadopoulos [101] a établi l'expression analytique de  $T_\sigma(\varphi,\theta)$  dans le cas de sollicitations sinusoïdales quelconques.

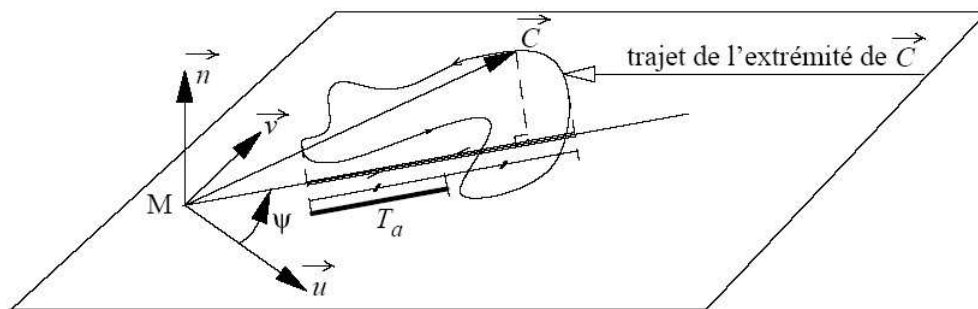


FIG. 4.31 – Définition de l'amplitude de la cission résolue sur un plan matériel de normal  $\underline{n}$  dans le repère  $(\underline{u}, \underline{v}, \underline{n})$  lié au plan considéré.

L'application du critère (4.18) à des éprouvettes lisses chargées à leur limite d'endurance en traction et en torsion alternée symétrique permet d'identifier les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\alpha = \sqrt{\pi} \frac{\left( \tau_{-1}^D - \frac{\sigma_{-1}^D}{2} \right)}{\frac{\sigma_{-1}^D}{3}} \quad (4.21)$$

$$\beta = \tau_{-1}^D \sqrt{\pi} \quad (4.22)$$

– **Cas des métaux “durs”**  $\left( 0,6 \leq \frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} < 0,8 \right)$

Pour les métaux durs, l'auteur suppose que l'amorçage d'une fissure de fatigue résulte à la fois de la contrainte hydrostatique maximale sur un cycle de chargement et de la microdéformation plastique cumulée selon toutes les orientations possibles d'un grain. Papadopoulos montre qu'une borne supérieure de cette microdéformation est associée à  $M_\sigma$ . Cette dernière grandeur représente la moyenne quadratique de l'amplitude de la cission résolue  $T_a$  (sur tous les plans matériels) dans le volume élémentaire autour du point considéré (éq. 4.24).

Le critère s'écrit alors :

$$M_\sigma + p\Sigma_{H,max} \leq q \quad (4.23)$$

$$M_\sigma(\varphi, \theta) = \sqrt{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} T_\sigma^2(\varphi, \theta) \sin \theta d\theta d\varphi} \quad (4.24)$$

Les expressions des constantes p et q s'identifient d'après deux limites d'endurance ( $\tau_{-1}^D$  et  $\sigma_{-1}^D$ ) obtenues expérimentalement sur éprouvettes lisses :

$$p = \pi \sqrt{\frac{8}{5} \frac{\left(\tau_{-1}^D - \frac{\sigma_{-1}^D}{\sqrt{3}}\right)}{\frac{\sigma_{-1}^D}{3}}} \quad \text{et} \quad q = \pi \sqrt{\frac{8}{5}} \tau_{-1}^D \quad (4.25)$$

## Approche "globale"

### Echelle macroscopique

#### Critères liés à la facette octaédrale

Les auteurs de ces critères supposent que, pour des trajets de chargement proportionnels, le plan d'amorçage d'une fissure de fatigue est le plan octaédral, c'est-à-dire la facette matérielle orientée par la normale  $\vec{n}(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})_{RPC}$  également inclinée sur les trois axes du repère principal des contraintes (RPC) au point considéré. On s'intéresse ci-après aux extensions des critères basés sur la facette octaédrale pour des trajets de chargement non proportionnels.

#### Critère de Crossland (1955) [24]

Ce critère a été formulé à la suite d'une grande campagne d'essais mettant en évidence l'influence notable de la contrainte hydrostatique sur la tenue en fatigue des métaux. La première formulation de ce critère fait intervenir une combinaison linéaire de l'amplitude de la cission octaédrale  $\tau_{oct,a}$  et du maximum sur une période de chargement de la contrainte hydrostatique  $\Sigma_{Hmax}$  :

$$\tau_{oct,a}(t) = \frac{1}{3} \sqrt{(\Sigma_1(t) - \Sigma_2(t))^2 + (\Sigma_1(t) - \Sigma_3(t))^2 + (\Sigma_2(t) - \Sigma_3(t))^2} \quad (4.26)$$

$$\Sigma_{Hmax}(M) = \max_{t \in T} (\Sigma_H(M, t)) \quad \text{et} \quad \Sigma_H(M, t) = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\underline{\Sigma}}(M, t)) \quad (4.27)$$

Cette formulation a l'inconvénient majeur de ne pas être intrinsèque. Lorsque le chargement est non proportionnel, l'amplitude de la cission octaédrale n'est pas défini correctement, en particulier si les directions principales des contraintes tournent par rapport à la pièce. Pour remédier à ce défaut, une seconde version de ce critère a été développé par la suite.  $\tau_{oct,a}$  est alors remplacée par une quantité homogène à une amplitude de cisaillement, mais sans signification physique particulière :  $T_{a,J_2}$  (4.28).

$$T_{a,J_2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \max_{t_1 \in T} \left\{ \max_{t_2 \in T} \left[ \sqrt{[(\underline{\underline{S}}(M, t_1) - \underline{\underline{S}}(M, t_2))] : [\underline{\underline{S}}(M, t_1) - \underline{\underline{S}}(M, t_2)]} \right] \right\} \quad (4.28)$$

où  $\underline{\underline{S}}(M)$  représente le tenseur déviateur des contraintes en M :

$$\Sigma_{ij}(M) = \frac{1}{3} \Sigma_{kk}(M) \delta_{ij} + S_{ij}(M) \quad (4.29)$$

avec

$$\delta_{ij} = 1 \text{ si } i = j, \delta_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j \quad (4.30)$$

Le critère s'exprime alors par la relation suivante :

$$T_{a,J_2}(M) + \alpha \Sigma_{Hmax}(M) \leq \beta \quad (4.31)$$

L'identification des constantes  $\alpha, \beta$ , à partir des limites d'endurance alternées symétriques en torsion  $\tau_{-1}^D$  et selon un état de contrainte uniaxial (traction, flexion plane ou rotative)  $\sigma_{uniax,-1}^D$  sur éprouvettes lisses, donne les valeurs suivantes :

$$\alpha = \frac{3\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} - \sqrt{3} \quad (4.32)$$

$$\beta = \tau_{-1}^D \quad (4.33)$$

Pour appliquer ce critère, la condition  $\alpha > 0$  doit être vérifiée afin de traduire correctement l'effet néfaste d'une contrainte hydrostatique positive sur la tenue en fatigue des métaux.

## Approches énergétiques

### Critère d'Ellyin (1984) [76], [37]

Ce critère a été élaboré dans le cadre de travaux sur la fatigue oligocyclique avant que son auteur propose une extension à la fatigue à grand nombre de cycles. Ellyin postule que l'endommagement est induit par l'énergie de déformation plastique sur un cycle de chargement. Pour bien comprendre le concept, nous allons dans un premier temps nous intéresser à un état de contrainte uniaxial. Ellyin, Kujawsky et Lefebvre [76] proposent la construction d'une courbe maîtresse en faisant coïncider les parties supérieures des boucles contrainte-déformation stabilisées (figure 4.32).

L'équation de cette courbe, issue de la modélisation classique (de type Ramberg-Osgood [110]) de la courbe de comportement cyclique du matériau, est donnée par :

$$\Delta \varepsilon^* = \frac{\Delta \sigma^*}{E} + 2 \left( \frac{\Delta \sigma^*}{2k^*} \right)^{\frac{1}{n^*}} \quad (4.34)$$

où  $\Delta \varepsilon^*$  est l'étendue de variation de la déformation plastique ( $\Delta \varepsilon^* = \Delta \varepsilon_{max}^* - \Delta \varepsilon_{min}^*$ ) sur un cycle de sollicitation,  $\Delta \sigma^*$  représente l'étendue de variation de la contrainte sur un cycle,  $n^*$  est un exposant caractérisant le durcissement du matériau dans l'équation de la courbe maîtresse et  $k^*$  une constante homogène à un module d'écrouissage. Grâce à la courbe maîtresse, le calcul des énergies mises en jeu devient facile. Une extension de la courbe maîtresse dans le cas de contraintes multiaxiales a été proposée par Golos et Ellyin [37] sous la forme :

$$\Delta \varepsilon_{ij}^* = \frac{(1 + \nu) \Delta \sigma_{ij}^*}{E} - \frac{\nu}{E} \Delta \sigma_{kk}^* \delta_{ij} + \frac{3(\Delta \sigma_{eq}^*)^{\frac{1-n^*}{n^*}}}{(2k^*)^{\frac{1}{n^*}}} \Delta s_{ij}$$

avec  $\Delta \sigma_{eq}^* = \Delta \sigma_{eq} - (\delta \sigma_0)_{eq}$ ,  $\sigma_{eq}$  est la contrainte équivalente au sens de Von Mises.

Afin de prendre en compte l'effet défavorable des contraintes de tension positives sur la tenue en fatigue, les auteurs proposent de ne considérer que l'énergie de déformation élastique en tension donnée par :

$$\Delta W^{e+} = \frac{1 - 2\nu}{6E} \left( (I_1^{max})^2 - (I_1^{min})^2 \right) - \frac{1 + \nu}{E} (J_2^{max} - J_2^{min}) \quad (4.35)$$

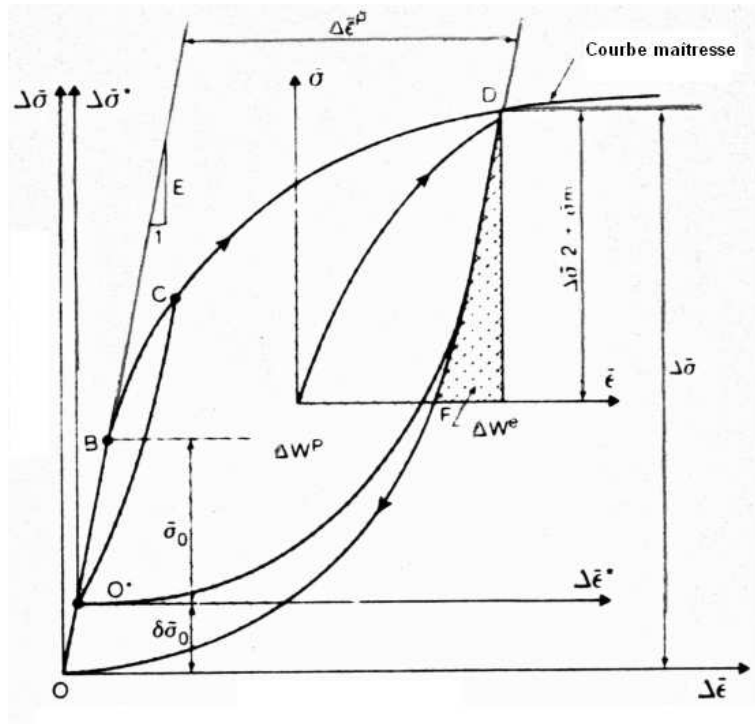


FIG. 4.32 – Construction de la courbe maîtresse

avec

$$I_1^{max} = \sum_{i=1}^3 \sigma_i^{max} H(\sigma_i^{max}) \quad (4.36)$$

$$J_2^{max} = \sum_{i=1}^3 (\sigma_i^{max} H(\sigma_i^{max}))^2 - \sum_{i,j=1}^3 (\sigma_i^{max} \sigma_j^{max} H(\sigma_i^{max}) H(\sigma_j^{max})) \quad (4.37)$$

$H(x)$  est la fonction d'Heaviside, telle que :

$$H(x) = 1 \text{ si } x > 0 \text{ et } H(x) = 0 \text{ si } x \leq 0 \quad (4.38)$$

L'énergie de déformation élastique en tension peut s'écrire :

$$\Delta W^{e+} = \int_{cycle} H(\Sigma_i) H(d\varepsilon_i^e) \Sigma_i d\varepsilon_i^e \quad (4.39)$$

où  $\Sigma_i (i = 1, 2, 3)$  sont les contraintes principales,  $\varepsilon_i^e$  est la partie élastique des déformations principales. L'énergie de déformation plastique est donnée par :

$$W^p = \int_{cycle} \Sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \frac{2(1-n^*)(2K^*)^{-\frac{1}{n^*}}}{1+n^*} (\Delta\sigma_{eq}^*)^{\frac{1+n^*}{n^*}} + 2(2K^*)^{\frac{-1}{n^*}} \delta\sigma_{0eq} (\Delta\sigma_{eq}^*)^{\frac{1}{n^*}} \quad (4.40)$$

où

$$\delta\sigma_{0eq}^* = \Delta\sigma_{eq} - 2K^* \left( \frac{\Delta\varepsilon_{eq}^p}{2} \right)^{n^*} \quad (4.41)$$

Ce critère lie l'énergie totale de déformation par cycle de chargement au nombre de cycles à fissuration par la relation suivante :

$$\Delta W_t = K.N_f^\alpha + C \quad (4.42)$$

Dans l'équation précédente,  $K$  et  $\alpha$  sont des constantes dépendantes du matériau.  $C$  représente l'énergie élastique non endommageante et  $N_f$  est le nombre de cycles à fissuration, l'énergie totale étant la somme de l'énergie élastique de tension et de l'énergie plastique (4.43).

$$\Delta W_t = \Delta W^e + \Delta W^p \quad (4.43)$$

Ellyin ne propose pas un critère en tant que tel mais une méthode de calcul de durée de vie. Pour l'utiliser comme un critère, il faut figer le nombre de cycles  $N_f$  dans l'expression suivante :

$$\Delta W_t(J_2, I_1^{max}) \leq K.N_f^\alpha + C \quad (4.44)$$

L'utilisation de ce critère nécessite une courbe-maîtresse et des résultats d'essais uniaxiaux pour déterminer toutes les constantes.

## Approche volumique

### Critère du LAMEFIP

La première version du critère du LAMEFIP, développée par Froustey et Lasserre [49] était une approche énergétique ponctuelle permettant de prendre en compte le peu d'influence du déphasage en flexion et torsion combinées sur la tenue en fatigue. Tout en conservant l'approche énergétique, une seconde version du critère du LAMEFIP a été élaborée par Palin-Luc [94] et Banvillet [8] de façon à distinguer tous les types de chargement et à prendre en compte les gradients de contraintes. Cette approche repose sur la notion de volume d'influence autour du "point critique" en utilisant comme paramètre la densité volumique d'énergie de déformation fournie au matériau par cycle de chargement.

### Etats de contraintes uniaxiaux

Banvillet [8] traduit la limite  $\sigma^*$  par une limite énergétique  $W_f^*$  représentant la densité volumique du travail de déformation élastique minimum (seuil) à fournir en un point du matériau pendant un cycle de contrainte alterné symétrique, de période  $T$ , pour créer après un grand nombre de cycles ( $\gtrsim 5.10^4$ ) un endommagement irréversible dans un volume élémentaire représentatif (VER).

Le critère de fatigue se construit sur trois hypothèses principales :

- le travail de déformation élastique fourni au matériau est considéré comme la force motrice de l'initiation de l'endommagement,
- le travail de déformation élastique est calculé comme la somme de la contribution de chacun des termes des tenseurs de contraintes et de déformations,
- le travail de déformation élastique est obtenu après adaptation élastique du matériau.

Cette dernière hypothèse est implicite à la fatigue à grands nombres de cycles. Dans ce domaine, l'adaptation est supposée atteinte après quelques milliers de cycles.

La densité volumique du travail de déformation élastique fourni au cours d'un cycle de chargement (de durée  $T$ ) en un point  $M$  du matériau est définie par :

$$W_f(M) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \int_T \langle \sigma_{ij}(M, t) \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}^e(M, t) \rangle dt \quad (4.45)$$



où  $\dot{\varepsilon}_{ij}^e(M, t)$  sont les composantes du tenseur des vitesses de déformation élastique après adaptation du matériau [77],

$\sigma_{ij}(M, t)$  les composantes du tenseur des contraintes au point  $M$  à l'instant  $t$ ,

le symbole  $\langle A \rangle$  signifie  $\langle A \rangle = A$  si  $A \geq 0$  et  $\langle A \rangle = 0$  si  $A < 0$ .

Pour un cycle alterné symétrique de traction-compression, après adaptation élastique, ce travail est illustré sur la Figure 4.33.

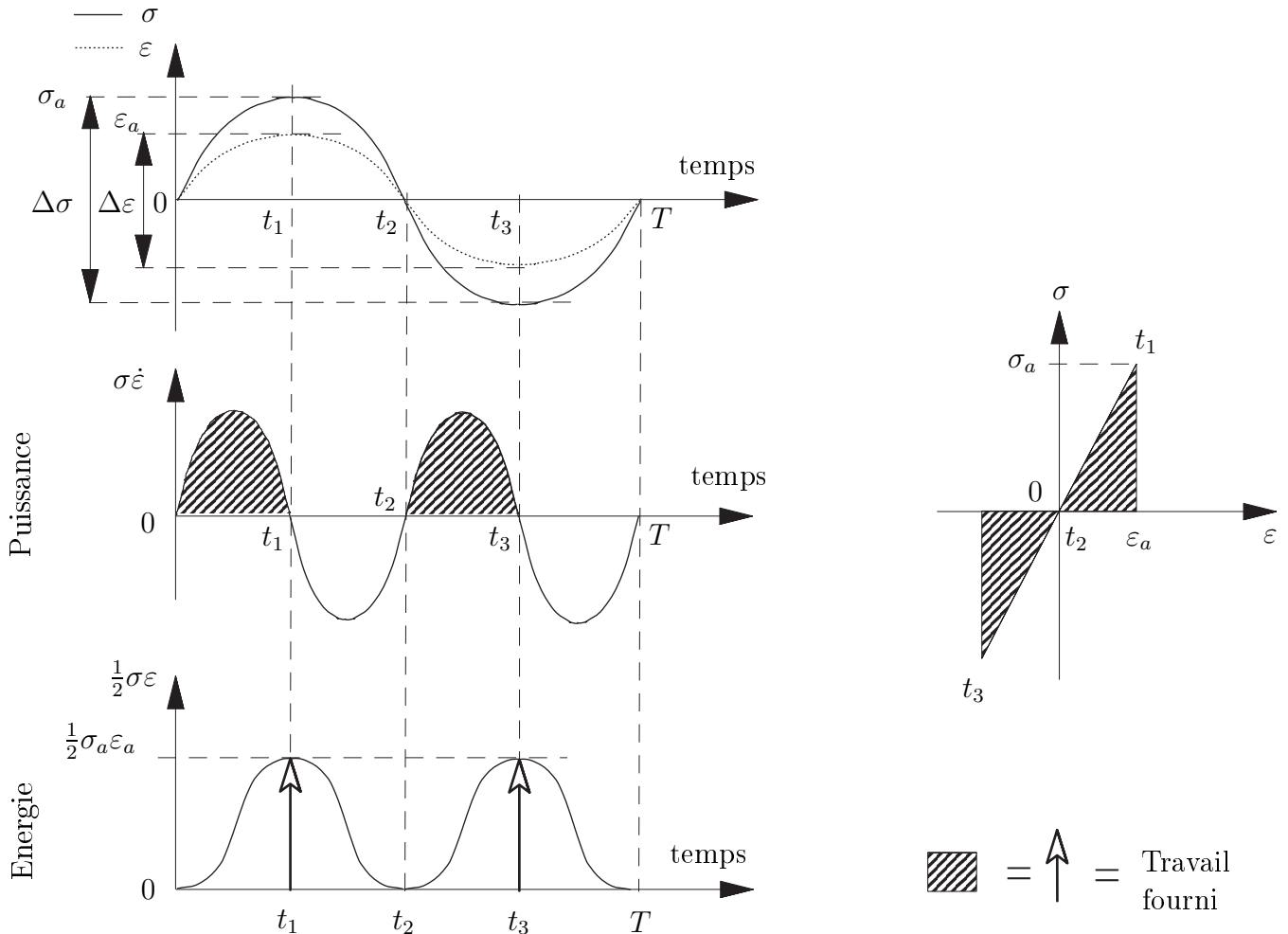


FIG. 4.33 – Illustration du travail et de la puissance de déformation élastique fournis en un point  $M$ , au cours d'un cycle de période  $T$ . Cas de la traction uniaxiale.

Ce travail est égal à la somme des variations d'énergie<sup>1</sup> de l'état initial ( $t = 0$ ) à l'état le plus chargé en traction ( $t = t_1$ ) et de l'état au repos ( $t = t_2$ ) à l'état le plus chargé en compression. **Pour un état de contraintes uniaxial, ce travail de déformation est le même quelle que soit la forme du cycle de chargement** (triangle, sinus, trapèze, etc...).

Banvillet [8] reprend la proposition de Palin-luc [94] qui considère que les points potentiellement critiques  $C_i$  (où une fissure de fatigue peut s'amorcer) sont les points de la pièce où la densité volumique des travaux de déformation élastique fournis  $W_f$  présente des maxima locaux. Pour tenir compte de l'effet, sur la limite de fatigue, des zones de la pièce chargées à des amplitudes de contraintes supérieures à  $\sigma^*$ , l'auteur définit un volume d'influence [94]. Autour de chacun des points critiques  $C_i$ , ce volume d'influence  $V^*(C_i)$  représente l'ensemble

<sup>1</sup>L'énergie est la primitive sur le temps de la puissance, elle représente un potentiel à un instant.

Le travail est l'intégrale bornée sur le temps de la puissance, le travail est une variation d'énergie.

des points où le travail fourni est supérieur au travail minimum  $W_f^*$  nécessaire à l'apparition d'un endommagement (4.46).

$$V^*(C_i) = \{ \text{points } M(x, y, z) \text{ autour du point } C_i \text{ tels que } W_f(M) \geq W_f^*(C_i) \} \quad (4.46)$$

Banvillet définit alors son paramètre d'endommagement par la quantité  $\varpi_f(C_i)$ ; il s'agit de la moyenne volumique de la part du travail de déformation élastique fourni, considérée comme endommageante au cours d'un cycle de chargement (4.47).

$$\varpi_f(C_i) = \frac{1}{V^*(C_i)} \int_{V^*(C_i)} [W_f(M) - W_f^*] dv \quad (4.47)$$

Pour des états de contraintes uniaxiaux, à la limite d'endurance, l'auteur postule que la quantité  $\varpi_f(C_i)$  est une grandeur intrinsèque du matériau (noté  $\varpi_{f_{uniax}}^D$ ) : elle ne dépend donc pas de la sollicitation (traction, flexion rotative, flexion plane) si l'état de contrainte est identique : ici uniaxial, d'où l'équation (4.48).

$$\varpi_{f_{uniax}}^D = \varpi_{f_{Trac}}^D = \varpi_{f_{Fl,R}}^D = \varpi_{f_{FP}}^D \quad (4.48)$$

Les valeurs de  $\sigma^*$ ,  $W_f^*$  et  $\varpi_{f_{uniax}}^D$  peuvent être déduites à partir de cette équation et des limites d'endurance, elles s'expriment par :

$$\sigma^* = \sqrt{2 \cdot (\sigma_{trac,-1}^D)^2 - (f_{rot,-1}^D)^2} \quad (4.49)$$

$$W_f^* = \frac{2 \cdot (\sigma_{trac,-1}^D)^2 - (f_{rot,-1}^D)^2}{E} \quad (4.50)$$

$$\varpi_{f_{uniax}}^D = \frac{(f_{rot,-1}^D)^2 - (\sigma_{trac,-1}^D)^2}{E} \quad (4.51)$$

où  $\sigma_{trac,-1}^D$  et  $f_{rot,-1}^D$  désignent les limites d'endurance en traction et flexion rotative alternées symétriques sur éprouvettes lisses.

### Etats de contraintes multiaxiaux

L'auteur définit, en un point M de la pièce, le degré de triaxialité  $dT(M)$  comme le rapport du travail fourni responsable du changement de volume  $W_f^v(M)$  sur le travail total fourni  $W_f(M)$ . Cette quantité varie entre 0 (état de distorsion pure) et 1 (état triaxial pur).

$$dT(M) = \frac{W_f^v(M)}{W_f(M)} \quad (4.52)$$

A la limite de fatigue, comme proposé par Froustey et Lasserre [47], la densité volumique du travail de déformation élastique fournie  $W_f^D(C_i)_{soll}$  pour une sollicitation quelconque est reliée à celle fournie pour une sollicitation de torsion  $W_f^D(C_i)_{tors}$  :

$$W_f^D(C_i)_{soll} = F(dT(C_i)_{soll}, \beta) \cdot W_f^D(C_i)_{tors} \quad (4.53)$$

La fonction empirique  $F$  dépend du paramètre matériau  $\beta$ , qui caractérise la sensibilité du matériau à la triaxialité des contraintes. Elle est donnée par :

$$F(dT(C_i), \beta) = \frac{1}{1 - dT(C_i)} \left[ 1 - \frac{1}{\beta} \ln [1 + dT(C_i)(e^\beta - 1)] \right] \quad (4.54)$$

Le seuil  $W_{fsoll}^*$  est supposé varier en fonction de  $dT$  selon la même fonction  $F$  :

$$W_{fsoll}^* = F(dT(C_i)_{soll}, \beta) \cdot W_{ftors} = W_{funiax}^*(C_i) \frac{F(dT_{soll}(C_i), \beta)}{F(dT_{uniax}, \beta)} \quad (4.55)$$

Le volume d'influence  $V^*$  est ainsi défini autour de chaque point critique  $C_i$  par la relation (4.56) quel que soit l'état de contraintes.

$$V^*(C_i) = \{\text{points } M(x, y, z) \text{ autour du point } C_i \text{ tels que } W_{fsoll}(M) \geq W_{fsoll}^*(C_i)\} \quad (4.56)$$

En supposant que l'ensemble des points du volume d'influence joue un rôle significatif dans l'amorçage d'une fissure de fatigue au point critique  $C_i$ , la moyenne volumique du travail endommageant fourni dans le volume d'influence s'écrit :

$$\varpi_f(C_i) = \frac{1}{V^*(C_i)} \int_{V^*(C_i)} [W_f(M) - W_f^*(C_i)] dv \quad (4.57)$$

Le critère proposé par Banvillet s'exprime alors par la relation (4.58) pour une durée de vie fixée.

$$\varpi_f(C_i) < \varpi_f^D(C_i) \quad (4.58)$$

où  $\varpi_f^D(C_i)$  est la valeur limite admissible de  $\varpi_f(C_i)$  à la limite de fatigue. Cette valeur est calculée quel que soit le chargement avec la relation (4.59).

$$\varpi_f^D(C_i) = \frac{F(dT_{soll}(C_i), \beta)}{F(dT_{uniax}, \beta)} \varpi_{funiax}^D \quad (4.59)$$

Cette proposition présente l'avantage de prendre en compte l'effet sur la limite de fatigue de la distribution volumique des contraintes et des déformations, ce qui permet de différencier les types de chargements ce qu'aucun des autres critères présentés ne peut faire. De plus, la valeur de  $W_f$  ne dépend pas de la forme du cycle de chargement (triangle, sinus, carré).

## Annexe 2 : Les lois de cumul d'endommagement

Cette annexe décrit une (ou deux) lois de cumul d'endommagement en fatigue, en fonction de leur base physique :

- énergie de déformation : loi de Miner [85] et d'Ellyin [76],
- propagation de fissure : loi de Manson et al. [121],
- variation de la limite d'endurance : loi de Henry [63],
- évolution de la courbe de Wöhler : loi de Subramanyan [122],
- endommagement continu : loi de l'ONERA [21, 77].

### Modèles basés sur l'énergie de déformation

#### Loi de Miner (1945) [85]

Miner est pratiquement le premier auteur ayant donné une formulation mathématique d'une loi d'endommagement en fatigue [85]. Les hypothèses de base (datant de 1945), sont les suivantes :

- le chargement est une fonction sinusoïdale du temps,
- c'est la totalité du travail absorbé par le matériau qui engendre sa rupture par fatigue,
- l'amorçage d'une fissure macroscopique est l'indicateur de la ruine du matériau.

Il faut noter que Miner souligne les restrictions supplémentaires suivantes à l'utilisation de sa loi :

- des alliages d'aluminium seuls ont été utilisés pour valider la loi,
- seuls les cycles dont la contrainte maximale est supérieure à celle qui provoque la ruine par fatigue (amorçage de fissure) à  $10^7$  cycles sont à prendre en compte.

En se basant sur la seconde hypothèse, Miner choisit, pour établir le dommage  $D_i$  du matériau après application de  $n_i$  cycles identiques (figure 4.34), la fraction du travail total absorbé par le matériau.

$$D_i = \frac{u_i}{W} = \frac{n_i}{N_{ri}} \quad (4.60)$$

où  $u_i$  est l'énergie absorbée par le matériau (transmise par  $n_i$  cycles),  $W$  est le travail total absorbé par le matériau à la ruine par fatigue,  $N_{ri}$  est le nombre de cycles considérés à la ruine.

Ce concept conduit à une sommation linéaire des fractions de vie  $r_i = n_i/N_{ri}$  propres à chaque type de cycles appliqués :

$$D = \sum_{i=1}^p \frac{u_i}{N_{ri}} = \sum_{i=1}^p r_i \quad (4.61)$$

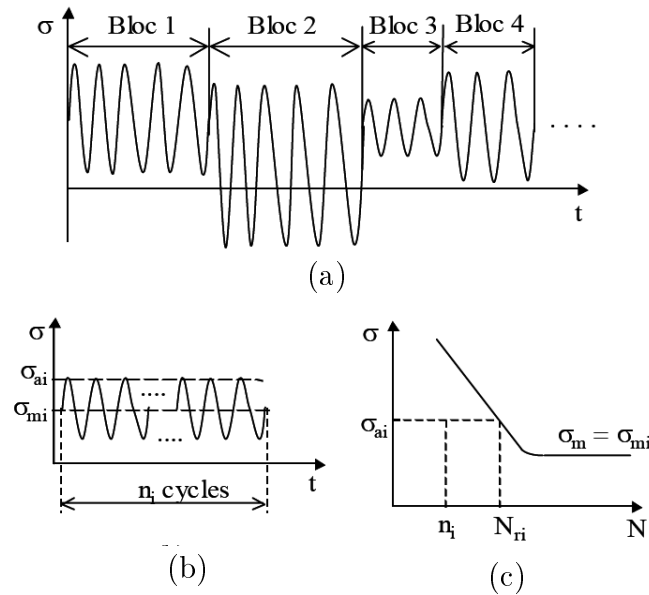


FIG. 4.34 – Description d'un type de chargement. (a) Séquence composée de plusieurs blocs de sollicitations, (b) nombre de cycles  $n_i$  du  $i^{\text{ème}}$  bloc, (c) courbe S-N (amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles)

La ruine du matériau se produit quand la somme  $D$  vaut l'unité. Il s'ensuit l'expression suivante de la fraction de vie résiduelle  $r_p$  au niveau  $p$ , après application de  $(p - 1)$  blocs de cycles de contrainte :

$$r_p = \frac{n_p}{N_{rp}} = 1 - \sum_{i=1}^{p-1} r_i \quad (4.62)$$

$n_p$  et  $N_{rp}$  sont respectivement le nombre de cycles appliqués au niveau  $p$  et le nombre de cycles à la ruine par fatigue du matériau sous ce type de chargement. L'application de l'équation (4.62) au cas d'un chargement à deux niveaux de contrainte donne :

$$r_2 = 1 - r_1 \quad (4.63)$$

$r_1$  et  $r_2$  sont les fractions de vie aux niveaux 1 et 2 respectivement.

La représentation graphique de la loi de Miner, dans le repère des fractions de vie ( $r_1$ ,  $r_2$ ), est une droite diagonale (dite droite de Miner) indépendante du niveau de la sollicitation (figure 4.35).

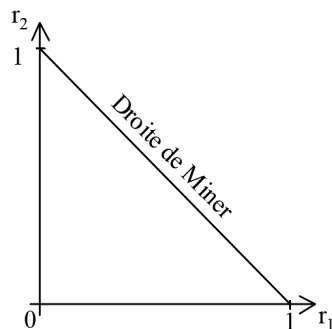


FIG. 4.35 – Courbe des fractions de vie de la loi de Miner (chargements à deux niveaux)

## Avantages et inconvénients

### Avantages

La loi de Miner est simple d'application. Elle reste de ce fait la loi la plus utilisée industriellement. Cette loi n'a aucun paramètre particulier à déterminer : elle nécessite simplement la connaissance de la courbe S-N du matériau.

### Inconvénients

La loi de Miner ne prend pas en compte le niveau d'endommagement du matériau déjà atteint pour la description du dommage engendré par un cycle. Elle ne tient pas compte de l'ordre d'apparition des cycles (histoire du chargement). Elle ne prend pas en compte l'effet endommageant des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance du matériau ("petits" cycles) même si ceux-ci sont appliqués après que l'endommagement du matériau soit initié (par un ou plusieurs cycles d'amplitude supérieure à la limite d'endurance) sauf si le modèle de courbe S-N utilisée n'a pas d'asymptote : on parle alors de loi de Miner modifiée.

## Loi d'Ellyin et al. (1988) [54]

Golos et Ellyin estiment que la méthode classique de dimensionnement en fatigue des composants mécaniques basée sur l'utilisation des courbes S-N ne permet pas de décrire convenablement le processus d'endommagement des matériaux. La raison évoquée est liée au fait que, pour des zones fortement déformées, l'amplitude de contrainte utilisée comme donnée d'entrée dans les calculs est une contrainte élastique fictive du fait des déformations plastiques rencontrées localement [54]. Une approche plus réaliste aux yeux des auteurs consiste à relier l'énergie de déformation totale par cycle à la durée de vie totale du matériau ; l'endommagement du matériau par fatigue, en particulier pour les faibles durées de vie, étant supposé causé par la déformation plastique cyclique.

Aussi la courbe S-N est transformée en une relation qui lie l'énergie de déformation totale au nombre de cycles à rupture  $N_r$  (courbe de vie) :

$$\Delta W_t = k \cdot N_r^\alpha \text{ pour } N_r < N_D \text{ (zone d'endurance limitée)}$$

$$\Delta W_t = \Delta W_D \text{ pour } N_r > N_D \text{ (zone d'endurance illimitée)}$$

$k$ ,  $\alpha$ ,  $\Delta W_D$  et  $N_D$  sont des constantes du matériau.  $\Delta W_D$  est l'énergie de déformation en traction du matériau correspondant à une sollicitation qui n'occasionne pas de dommage perceptible et qui correspond en fait à la limite de fatigue du matériau. La figure 4.36 présente cette "courbe de vie".

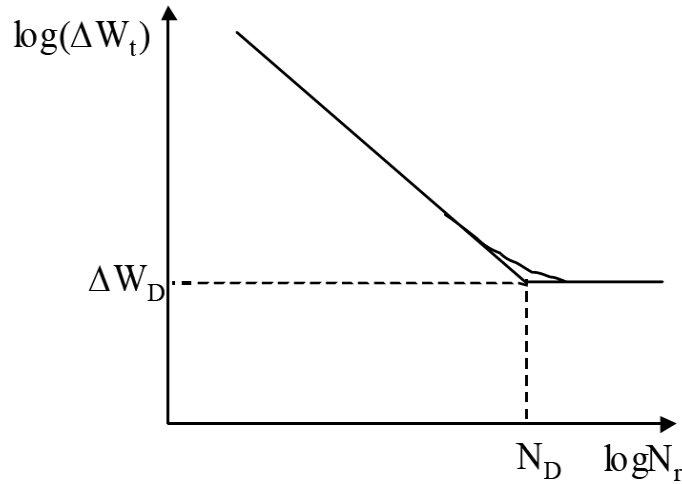


FIG. 4.36 – Définition de la courbe de vie du matériau

Les hypothèses utilisées par les auteurs sont les suivantes :

- l'endommagement provenant d'une sollicitation cyclique est une fonction de l'énergie mécanique totale transmise au matériau. La densité volumique de cette énergie de déformation par cycle de sollicitation  $\Delta W_t$  est la somme de la densité volumique d'énergie de déformation plastique par cycle  $\Delta W_p$  et de la densité volumique d'énergie de déformation élastique  $\Delta W_e$  :

$$\Delta W_t = \Delta W_e + \Delta W_p \quad (4.64)$$

- si le matériau a un comportement de type Masing, sa limite de fatigue est définie par la densité de l'énergie de déformation plastique suivante :

$$\Delta W_p = \frac{1 - n'}{1 + n'} \Delta \sigma \Delta \varepsilon_p \quad (4.65)$$

où  $\Delta \sigma$  est l'étendue de contrainte sur un cycle de sollicitation,  $n'$  est un coefficient de durcissement en déformation cyclique du matériau,  $\Delta \varepsilon_p$  est l'étendue de la déformation plastique par cycle :

$$\Delta \varepsilon_p = 2 \cdot \left( \frac{\Delta \sigma}{2k'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (4.66)$$

où  $k'$  est un coefficient de résistance du matériau.

Remarque : un matériau a un comportement de type Masing lorsque l'étendue de son domaine d'élasticité demeure constante quand l'étendue de déformation plastique imposée augmente. Sa réponse cyclique est alors décrite par :

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} + 2 \cdot \left( \frac{\Delta \sigma}{2k'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (4.67)$$

où  $E$  est le module d'élasticité longitudinale du matériau.

Le comportement n'est pas de type Masing lorsque, à l'inverse, le domaine d'élasticité varie avec l'étendue de la déformation plastique. Sa réponse cyclique s'écrit alors :

$$\Delta \varepsilon^* = \frac{\Delta \sigma^*}{E} + 2 \cdot \left( \frac{\Delta \sigma^*}{2k^*} \right)^{\frac{1}{n^*}} \quad (4.68)$$

- Si le matériau a un comportement qui n'est pas de type Masing, sa limite de fatigue est définie par la densité d'énergie de déformation plastique suivante :

$$\Delta W_p = \frac{1 - n'}{1 + n'} (\Delta\sigma - \delta\sigma_0) \Delta\varepsilon_p + \delta\sigma_0 \Delta\varepsilon_p \quad (4.69)$$

où  $\delta\sigma_0$  est la variation du domaine élastique du matériau,  $k^*$  et  $n^*$  sont des coefficients d'écroutissement du matériau.

L'énergie de déformation totale absorbée par le matériau dont le comportement n'est pas de type Masing est, pour un cycle d'étendue de contrainte  $\Delta\sigma$  et de valeur moyenne  $\sigma_m$  :

$$\Delta W_t = \frac{1}{2E} \cdot \left( \frac{\Delta\sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 + \frac{1 - n^*}{1 + n^*} (\Delta\sigma - \delta\sigma_0) \Delta\varepsilon_p + \delta\sigma_0 \Delta\varepsilon_p \quad (4.70)$$

Il faut noter que, lorsque le matériau a un comportement de type Masing, l'expression précédente se simplifie du fait de :  $n^* = n'$  et  $\delta\sigma_0 = 0$ .

La loi de dommage et celle de son cumul, proposées par Ellyin, précisent le processus d'endommagement du matériau en distinguant la phase d'amorçage de fissure de la phase de propagation. Les hypothèses retenues par les auteurs sont les suivantes :

- la limite d'endurance du matériau est définie par le couple  $(N_D, \Delta W_D)$  de la courbe de vie, qui représente les coordonnées du point d'intersection de ses deux asymptotes oblique (endurance limitée) et horizontale (endurance illimitée) décrites par la figure 4.36.

Le cumul de dommage est réalisé à l'aide d'une courbe d'isodommage inspirée du diagramme de French [46]. Cette courbe d'isodommage est une droite passant par un point de la limite d'endurance réduite, de coordonnées  $(N_D^*, \Delta W_D^*)$  et situé sur l'asymptote oblique de la courbe de vie (figure 4.37).

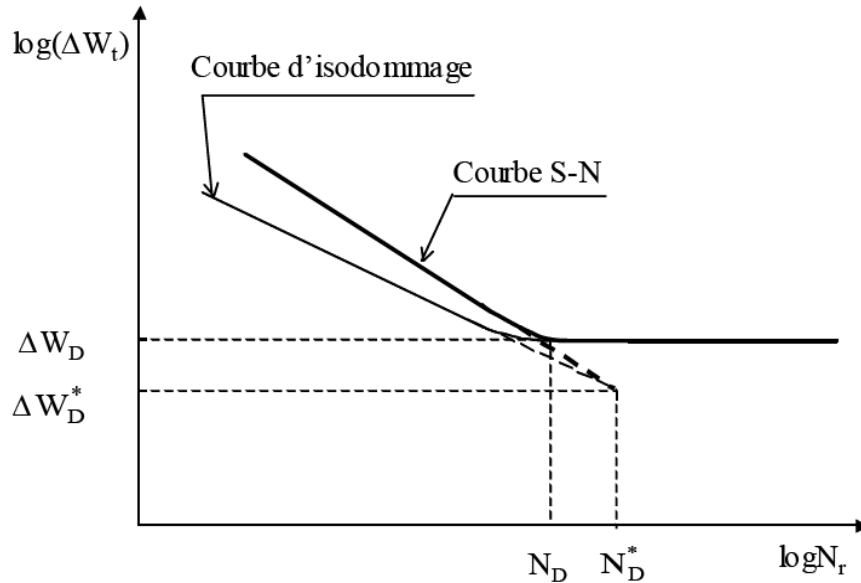


FIG. 4.37 – Définition de la courbe de vie et d'isodommage du matériau selon Ellyin [54].

L'expression du dommage par fatigue du matériau engendré par  $n_1$  cycles identiques est donnée par :

$$\frac{\Delta W_{t1}}{\Delta W_D^*} = \left( \frac{n_1}{N_D^*} \right)^{\frac{\log\left(\frac{\Delta W_{t1}}{\Delta W_D^*}\right)}{\log\left(\frac{n_1}{N_D^*}\right)}} \quad (4.71)$$

où  $\Delta W_{t1}$  est la densité d'énergie de déformation totale correspondant aux cycles considérés.



L'exposant de  $n_1/N_D^*$  est la pente de la courbe d'isodommage passant par le point représentatif des  $n_1$  cycles appliqués (figure 4.38).

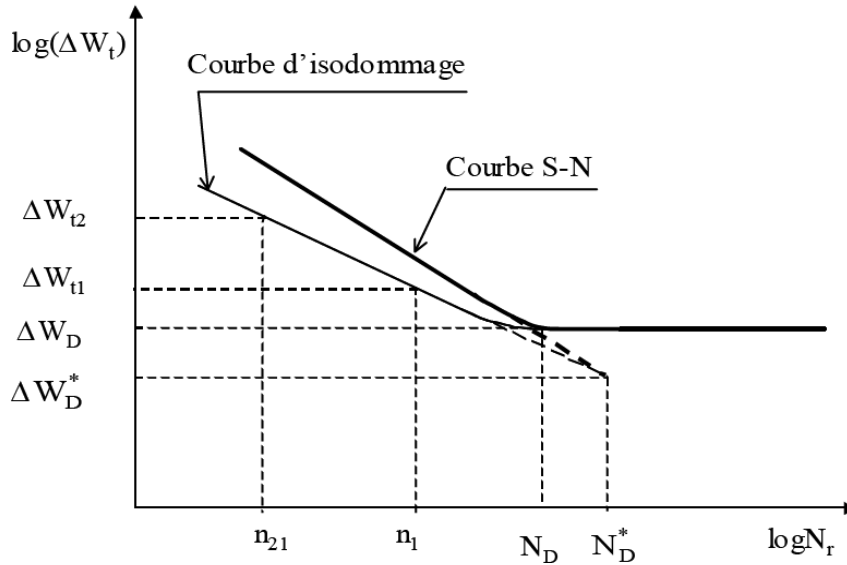


FIG. 4.38 – Principe d'utilisation de la courbe d'isodommage

Soit  $\Delta W_{t2}$  la densité d'énergie de déformation totale correspondant à un niveau de contrainte  $\sigma_2$ . Le nombre  $n_{21}$  de cycles conduisant au même dommage que le premier bloc de  $n_1$  cycles correspond au point situé sur la même courbe d'isodommage et d'ordonnée  $\Delta W_{t2}$  (figure 4.38).

Les deux points  $(n_{21}, \Delta W_{t2})$  et  $(n_1, \Delta W_{t1})$  étant situés sur la même courbe de dommage, on a :

$$\frac{\log(\Delta W_{t1}/\Delta W_D^*)}{\log(n_1/N_D^*)} = \frac{\log(\Delta W_{t2}/\Delta W_D^*)}{\log(n_{21}/N_D^*)} \quad (4.72)$$

d'où :

$$\frac{n_{21}}{N_D^*} = \left( \frac{n_1}{N_D^*} \right)^{\frac{\log\left(\frac{\Delta W_{t2}}{\Delta W_D^*}\right)}{\log\left(\frac{\Delta W_{t1}}{\Delta W_D^*}\right)}} \quad (4.73)$$

La règle de cumul du dommage de la loi s'appuie sur l'expression de la courbe de vie (dans le domaine de l'endurance limitée) et sur l'expression précédente de  $n_{21}$ . En notant  $n_2$  le nombre de cycles du second niveau qu'il faut appliquer au-delà des  $n_{21}$  cycles pour obtenir la fissuration du matériau ( $n_{21} + n_2 = N_{r2}$ ), on a :

$$\frac{n_{21}}{N_{r2}} + \frac{n_2}{N_{r2}} = 1 \quad (4.74)$$

De plus, à l'aide de l'expression de la courbe de vie du matériau, la loi de cumul de dommage à deux niveaux de contrainte s'écrit ainsi :

$$\frac{n_1}{N_{r1}} \frac{\log\left(\frac{N_{r2}}{N_D^*}\right)}{\log\left(\frac{N_{r1}}{N_D^*}\right)} + \frac{n_2}{N_{r2}} = 1 \quad (4.75)$$

## Détermination des paramètres

La mise en pratique de la loi d'endommagement proposée par Ellyin et al. suppose la connaissance de la courbe de vie (obtenue à partir d'une courbe S-N classique) et d'une courbe d'isodommage pour déterminer le point  $(N_D^*, \Delta W_D^*)$ .

La courbe d'isodommage est obtenue en effectuant des essais à deux niveaux de contraintes, le second niveau correspondant à la limite de fatigue du matériau. Le dommage apporté par les cycles du premier niveau est considéré comme "perceptible" lorsque  $10^6$  à  $10^7$  cycles du second niveau entraînent la rupture.

L'intersection de la courbe d'isodommage ainsi obtenue avec l'asymptote oblique de la courbe de vie permet d'obtenir le point correspondant à la limite de fatigue réduite  $(N_D^*, \Delta W_D^*)$ .

Les paramètres  $k$  et  $\alpha$  sont obtenus à l'aide d'un essai d'érouissage cyclique.

## Avantages et inconvénients

### Avantages

La loi de Ellyin et al. prend en compte l'histoire du chargement, mais seulement pour des niveaux de contraintes supérieurs à la limite d'endurance du matériau (asymptote de la courbe S-N). La contrainte moyenne, ainsi que la nature de la sollicitation, peuvent être prises en compte au travers de la limite d'endurance. La loi peut s'appliquer à des chargements par blocs de plusieurs types de sollicitations.

### Inconvénients

La loi proposée considère que les chargements dont le niveau est inférieur à la limite d'endurance du matériau ne sont pas endommageants. La détermination de la limite d'endurance réduite, de par sa procédure et la dispersion habituelle des résultats d'essais de fatigue, ne semble pas aisée à mettre en oeuvre.

## Modèles décrivant la propagation de fissure

### Loi de Manson et al. (1967) [121]

Le formalisme de la loi d'endommagement proposée par Manson et al. est basé sur la prise en compte de deux phases dans le processus d'endommagement. La première est une phase d'amorçage de fissure (phase I), la seconde une phase de propagation de fissure (phase II) [121]. Chacune des deux phases comprend sa propre fonction de dommage linéaire. En cela, la loi de Manson conserve le concept de la loi de Grover [58], la distinction entre les deux phases se voulant simplement plus rationnelle et plus clairement explicite. L'objectif principal de la loi proposé est de corriger l'insuffisance de la loi de Miner vis-à-vis de l'effet de l'ordre d'apparition des cycles (effet de séquence). Les hypothèses retenues par Manson pour l'élaboration de la loi sont les suivantes :

- La durée  $\Delta N_{ri}$  de la période de propagation de fissure jusqu'à rupture s'exprime en fonction de la durée de vie totale  $N_{ri}$  (nombre total de cycles, pour la phase d'amorçage et de propagation, sous le niveau  $\sigma_i$  de contrainte ou  $\varepsilon_i$  de déformation) selon l'auteur :
- si  $N_{ri} > 730$  cycles,

$$\Delta N_{ri} = p \cdot N_{ri}^b \quad (4.76)$$

- si  $N_{ri} < 730$  cycles,

$$\Delta N_{ri} = N_{ri} \quad (4.77)$$

où  $b$  et  $p$ , ainsi que le seuil de 730 cycles, sont des constantes de la loi propres au matériau. Les valeurs expérimentales de ces constantes, pour les catégories d'acier étudiées par les auteurs, sont :  $b = 0,6$  et  $p = 14$ .

– Le nombre de cycles à l'amorçage  $N_{0i}$  est donc :

$$N_{0i} = N_{ri} - \Delta N_{ri} \quad (4.78)$$

Dans le cas d'une durée de vie totale très courte (inférieure à 730 cycles, cas de la fatigue oligocyclique), la phase d'amorçage est négligée. L'apparition d'une fissure est supposée immédiate dès le premier cycle :  $N_{0i} \approx 0$ . En particulier pour une séquence d'amplitude variable, la fissure est considérée comme amorcée dès lors qu'un cycle pour lequel la durée de vie du matériau est inférieure à 730 cycles est rencontrée.

– Les expressions de la fonction de cumul de dommage de la loi bilinéaire de Manson distinguent les phases d'amorçage et de propagation :

- pour la phase I :  $D_I = \sum(n_i/N_{0i}) = 1$  à l'amorçage d'une fissure, dans le cas où  $N_{ri} > 730$  cycles

- pour la phase II :  $D_{II} = \sum(n_i/\Delta N_{ri}) = 1$  à la rupture

### Application de la loi de Manson à un chargement à deux niveaux de contraintes

La figure 4.39 illustre l'évolution des fractions de vie  $r_1$  et  $r_2$  à la rupture enregistrées pour un chargement à deux niveaux de contraintes, le premier étant d'amplitude plus élevée que le second (chargement " haut-bas ").

Le segment de droite AB correspond à un nombre de cycles au premier niveau inférieur à celui correspondant à l'amorçage d'une fissure à ce niveau ( $n_i < N_{0i}$ ). Le bloc de cycles du second niveau comprend alors une partie qui permet d'atteindre l'amorçage puis d'engendrer la propagation de la fissure jusqu'à rupture. Le segment de droite BC correspond au cas où le nombre de cycles  $n_1$  du premier niveau est supérieur au nombre de cycles à l'amorçage de ce niveau ( $n_i > N_{0i}$ ). La fraction de vie du second niveau correspond donc uniquement à une phase de propagation. Le point B intersection des deux parties linéaires du diagramme, est le point particulier pour lequel le bloc de cycles du premier niveau a permis de réaliser l'amorçage de la fissure uniquement et le second bloc (second niveau) celle de la propagation. Sur la figure 4.39, l'évolution bilinéaire du cumul de dommage dans le cas d'un chargement bas-haut (traits pointillés) est également décrite. Elle se situe au-dessus de la droite de Miner.

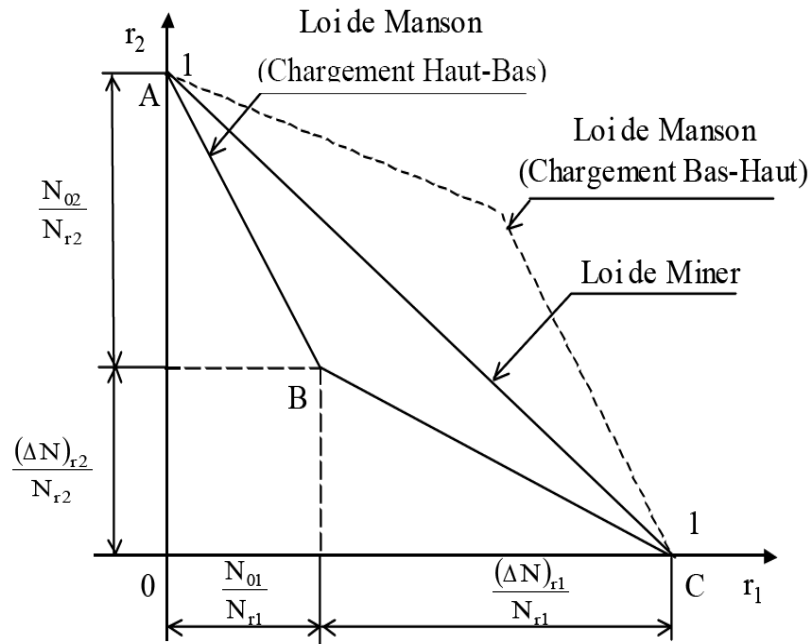


FIG. 4.39 – Cumul du dommage selon la loi de Manson

Les expressions analytiques de la fraction de vie  $r_2$  sont les suivantes :

– pour  $N_{r1} > 730$  cycles :

si  $n_1 < N_{01}$  :

$$n_2 = \left(1 - \frac{n_1}{N_{01}}\right) N_{02} + \Delta N_{r2} \quad (4.79)$$

si  $n_1 = N_{01}$  :

$$n_2 = \Delta N_{r2} \quad (4.80)$$

si  $n_1 > N_{01}$  :

$$n_2 = \left(1 - \frac{n_1 - N_{01}}{\Delta N_{r1}}\right) \Delta N_{r2} \quad (4.81)$$

– pour  $N_{r1} < 730$  cycles :

$$n_2 = \left(1 - \frac{n_1}{N_{r1}}\right) \Delta N_{r2} \quad (4.82)$$

### Avantages et inconvénients

#### Avantages

La loi de Manson est simple du point de vue de sa mise en application. Elle prend en compte l'effet de séquence, c'est à dire l'histoire du chargement. Elle peut s'appliquer à tout type de chargement, à priori, à condition de connaître les courbes S-N caractéristiques du comportement en fatigue du matériau  $\Delta N_{ri} = f(N_{ri})$  et  $N_{ri} = g(\sigma_i)$  pour chaque type de chargement.

#### Inconvénients

L'effet en fatigue des cycles de contrainte d'amplitude inférieure à la limite d'endurance n'est pas pris en compte. La détermination précise de la frontière entre l'amorçage et la propagation de fissure est un peu la faiblesse de la caractérisation expérimentale nécessaire en fatigue.

L'auteur reconnaît par ailleurs que la distinction optimale à prendre en considération entre les deux phases ne coïncide pas forcément avec l'amorçage effectif d'une fissure.

## Modèles de variation de la limite d'endurance du matériau

### Loi de Henry (1955) [63]

À la différence des autres lois d'endommagement en fatigue, la loi de Henry lie l'évolution du dommage du matériau à la variation de sa limite d'endurance : le dommage par fatigue est ainsi directement relié à une caractéristique de fatigue du matériau [63]. Les principales hypothèses de Henry sont :

- la courbe de Wöhler d'un matériau pour un type sollicitation peut être représentée, dans le domaine des contraintes d'amplitude  $\sigma_a$  supérieure à la limite d'endurance  $\sigma_D$ , par une équation empirique :  $N_r = \frac{K}{\sigma_a - \sigma_D}$ . Si le matériau est vierge, elle est donnée par :

$$N_r = \frac{K_0}{\sigma_a - \sigma_D} \quad (4.83)$$

avec la condition de Weibull :  $\sigma_{D0} < \sigma_a < 1,5 \cdot \sigma_{D0}$

où  $\sigma_D$  est la limite d'endurance du matériau après  $n$  cycles de sollicitation,  $\sigma_{D0}$  est la limite d'endurance du matériau vierge,  $K$  et  $K_0$  sont des coefficients empiriques dépendant du matériau mais aussi de l'état de surface et de la géométrie de l'éprouvette.

- la limite d'endurance  $\sigma_D$  est proportionnelle à la constante  $K$  ; elle évolue avec l'état d'endommagement du matériau.
- le point critique de la pièce où se produit un endommagement peut être considéré comme une entaille de coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  ; l'équation empirique de Henry devient :

$$N_r = \frac{K_0}{K_t(\sigma_a - \sigma_{D0})} = \frac{K}{\sigma_a - \sigma_D} \quad (4.84)$$

D'après l'auteur, le coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  est défini par :

$$K_t = \frac{K_0}{K} = \frac{\sigma_{D0}}{\sigma_D} \quad (4.85)$$

La fonction du dommage peut être exprimée comme la variation de la limite d'endurance du matériau par :

$$D = \frac{\sigma_{D0} - \sigma_D}{\sigma_{D0}} \quad (4.86)$$

L'expression de la limite d'endurance "instantanée", proposée par Henry, est :

$$D = \frac{\sigma(1-r)}{\left(\frac{\sigma_{D0}-\sigma_D}{\sigma_{D0}}\right) + (1+r)} = \frac{\sigma(1-r)}{\gamma-r} \quad (4.87)$$

où  $r = n/N_r$  est la fraction de vie sous l'amplitude de contrainte  $\sigma_a$ ,  $\gamma = \sigma_a/\sigma_{D0}$  est le facteur de surcharge sous le niveau  $\sigma_a$ .

En insérant l'équation (4.86) dans la relation (4.87), l'expression du dommage créé par  $n_i$  cycles d'amplitude  $\sigma_{ai}$  s'écrit :

$$D_i = \frac{r_i(\gamma_i - 1)}{\gamma_i - r_i} \quad (4.88)$$

Selon Henry, à la rupture de l'éprouvette le dommage total vaut l'unité. Dans le cas d'un chargement à plusieurs blocs successifs, Henry applique la méthode des cycles équivalents. Pour un chargement à deux amplitudes de contrainte  $\sigma_{a1}$  et  $\sigma_{a2}$ , où on applique d'abord  $n_1$  cycles puis  $n_2$  cycles, la fraction de vie équivalente  $r_{12}$  sous le second niveau a pour expression :

$$r_{12} = \frac{D_1 \gamma_2}{D_{12} - 1} \quad (4.89)$$

où  $D_1 = \frac{r_1(\gamma_1 - 1)}{\gamma_1 - r_1}$  est le dommage sous la première amplitude.

La fraction de vie résiduelle  $r_2$  au second niveau de la sollicitation avant la rupture est donnée par :

$$r_2 = 1 - \frac{D_1 \gamma_2}{D_{12} - 1} = \frac{\gamma_1(\gamma_2 - 1)(1 - r_1)}{\gamma_1(\gamma_2 - 1) - r_1(\gamma_2 - \gamma_1)} \quad (4.90)$$

Cette méthode des cycles équivalents s'applique aussi aux cas de chargement à  $p$  blocs de sollicitations. Mais l'auteur suggère d'utiliser un calcul par récurrence pour le dommage total  $D_p$ . L'expression obtenue est :

$$D_p = \frac{r_p \gamma_p (D_{p-1} + \gamma_p) + D_{p-1} \cdot \gamma_p (1 - \gamma_p)}{(D_{p-1} + \gamma_p)(1 - r_p + \gamma_p) - D_{p-1}(1 + \gamma_p)} \quad (4.91)$$

avec  $\gamma_p = (\sigma_p - \sigma_{D0}) / \sigma_{D0}$ .

## Avantages et inconvénients

### Avantages

La loi de Henry exprime le caractère non linéaire de l'évolution du dommage du matériau. L'application de cette loi est simple car il n'y a pas de paramètre particulier à déterminer. Cette loi prend en compte la nature de la sollicitation par l'intermédiaire de la limite de durée du matériau vierge et est valable pour des chargements par blocs avec des niveaux de sollicitations différents. Ces chargements peuvent être symétriques ou dissymétriques.

### Inconvénients

La loi de Henry ne s'applique pas aux chargements comportant des contraintes de niveau inférieur à celui de la limite de durée du matériau.

## Modèles d'évolution de courbe S-N du matériau

### Loi de Subramanyan (1976) [122]

Les hypothèses utilisées par Subramanyan sont [122] :

- toutes les lignes d'isodommage convergent vers la limite de durée du matériau (figure 4.40). La courbe S-N du matériau vierge (ou courbe de durée de vie) délimite le domaine de fatigue utilisable.

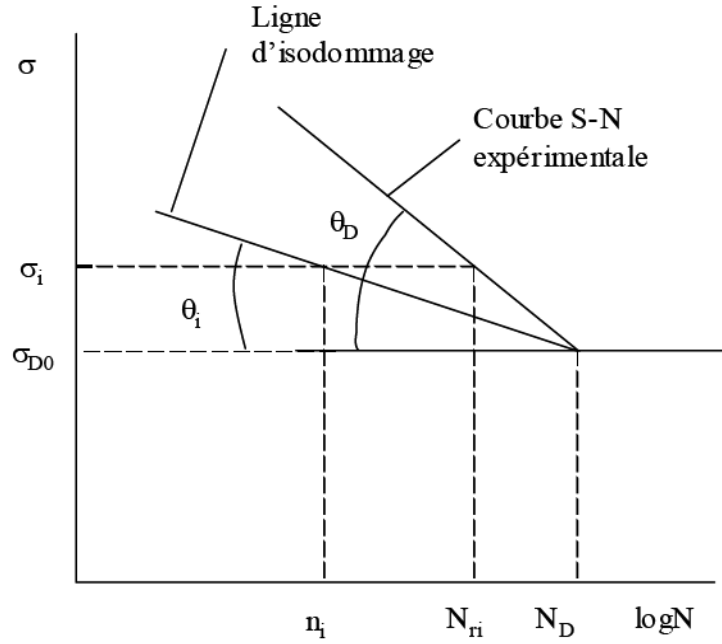


FIG. 4.40 – Position d'une courbe d'isodommagement par rapport à la courbe S-N expérimentale

- pour des contraintes de niveau  $\sigma_i$  ( $\sigma_i > \sigma_{D0}$ ), le dommage élémentaire  $D_i$  peut être mesuré à l'aide de la pente de la ligne d'isodommagement considérée et de celle de la courbe de durée de vie :

$$D_i(\sigma_i, n_i) = \frac{\tan(\theta_i)}{\tan(\theta_D)} = \frac{\left(\frac{\sigma_i - \sigma_{D0}}{\log(N_D) - \log(n_i)}\right)}{\left(\frac{\sigma_i - \sigma_{D0}}{\log(N_D) - \log(N_{ri})}\right)} = \frac{\log(N_D) - \log(N_{ri})}{\log(N_D) - \log(n_i)} \quad (4.92)$$

où  $n_i$  est le nombre de cycles appliqués sous le niveau de contrainte  $\sigma_i$ ,  $N_{ri}$  est le nombre de cycles à rupture pour ce niveau de contrainte.

Cette hypothèse suppose que la limite d'endurance reste constante à tous les stades de l'endommagement. C'est un postulat qui permet d'obtenir une expression mathématique linéarisée du dommage au point anguleux de la courbe S-N, de coordonnées  $(N_D, \sigma_{D0})$ .

Pour un chargement comprenant deux niveaux de contrainte  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ , Subramanyan utilise la méthode des cycles équivalents décrite précédemment, en posant :

$$D_i(\sigma_i, n_i) = \frac{\log(N_D) - \log(N_{r1})}{\log(N_D) - \log(n_1)} = \frac{\log(N_D) - \log(N_{r2})}{\log(N_D) - \log(n_2)} \quad (4.93)$$

où  $N_{r1}$  et  $N_{r2}$  sont les nombres de cycles à rupture aux niveaux  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  respectivement,  $n_{12}$  est le nombre de cycles qu'il faut appliquer au second niveau pour obtenir le même dommage qu'avec  $n_1$  cycles du premier niveau. L'équation (4.93) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\log(N_D) - \log(N_{r2})}{\log(N_D) - \log(N_{r1})} = \alpha = \frac{\log(n_{12}/N_{r2})}{\log(n_1/N_{r1})} \quad (4.94)$$

En posant  $r_1 = n_1/N_{r1}$  et  $r_2 = n_2/N_{r2}$  et sachant que  $n_{12} = N_{r2} - n_2$ , l'expression de la fraction de vie résiduelle sous le second niveau  $\sigma_2$ , déduite de l'équation (4.94) est :

$$r_2 = 1 - r_1^\alpha \quad (4.95)$$

Pour les cas de chargement comportant plus de deux niveaux de contrainte, et en utilisant le même principe de cycle équivalent, la fraction de vie résiduelle au  $i^{\text{ème}}$  niveau a l'expression suivante :

$$r_i = 1 - \{r_{i-1} + [r_{i-2} + \dots + (r_2 + r_1^{\alpha_1})^{\alpha_2} \dots]^{\alpha_{i-2}}\}^{\alpha_{i-1}} \quad (4.96)$$

### Avantages et inconvénients

#### Avantages

La loi de Subramanyan est simple d'application et ne nécessite que la connaissance d'une courbe de Wöhler comme données matériau. Elle prend en compte les effets de séquence du chargement. Elle tient compte de la nature de la sollicitation ainsi que des effets de la contrainte moyenne à travers la limite d'endurance du matériau.

#### Inconvénients

Cette approche n'est pas valable pour des niveaux de contraintes proches de la limite d'endurance du matériau, pour les deux raisons suivantes :

- le point anguleux est un point singulier pour toutes les lignes d'isodommage qui passent par ce point,
- la courbe S-N expérimentale n'est pas linéaire au voisinage de la limite de fatigue.

La loi ne prend pas en compte l'effet des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance.

## Modèles d'endommagement continu

### Loi de l'ONERA (1981) [20, 21, 77]

Les premières théories de l'endommagement continu ont été élaborées par Rabotnov [109] et Kachanov [68] pour expliquer le processus de détérioration continue d'un matériau soumis à un essai de fluage. Le succès de cette modélisation de l'endommagement par fluage a suscité son extension à l'endommagement par fatigue. Chaboche [20] a proposé en 1974 le premier modèle. Depuis lors, de nombreuses tentatives d'amélioration ont été développées. Nous ne nous intéressons qu'aux derniers développements [21, 77]. Les hypothèses fondamentales de cette loi sont :

- les sollicitations sont supposées périodiques.
- pour des essais de fatigue à amplitude de contrainte constante dans le domaine des faibles nombres de cycles à rupture (moins de  $10^4$  cycles) il existe une loi cyclique liant les paramètres mécaniques au cycle stabilisé de la forme  $\Delta\varepsilon_p = f(\Delta\sigma)$ . Cette relation est applicable quand la fréquence de la sollicitation est suffisamment élevée pour éliminer les effets de viscosité.
- la loi cyclique reste valable durant tout l'essai, à condition de remplacer l'amplitude de la contrainte nominale par une amplitude effective  $\Delta\sigma_{eff} = \frac{\Delta\sigma}{1-D}$ .
- les paramètres de chargement dont dépend l'état d'endommagement du matériau sont la contrainte maximale  $\sigma_{max}$  et la contrainte moyenne  $\sigma_m$  de chaque cycle. D'autres paramètres tels que la fréquence de la sollicitation, la température et un paramètre décrivant l'histoire du chargement sont supposés constants et connus. Ces derniers définissent les conditions initiales et finales du problème.
- l'amorçage et la propagation des microfissures se manifestent par une évolution continue du dommage, traduite par l'équation différentielle de la variable de dommage  $D$  qui vaut zéro à l'état initial (matériau vierge) et 1 à la rupture (quand une fissure macroscopique est amorcée) :

$$dD = D^{\alpha(\sigma_{max}, \sigma_m)} \left( \frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)} \right)^\beta dn \quad (4.97)$$



où  $\beta$  est un coefficient positif,  $\alpha$  est une fonction définie par :  $\alpha = 1 - a \left\langle \frac{\sigma_{max} - \sigma_D(\sigma_m)}{R_u - \sigma_{max}} \right\rangle$ .

La notation  $\langle X \rangle$  signifie :

$\langle X \rangle = 0$  si  $X \leq 0$  et  $\langle X \rangle = X$  si  $X > 0$  (finalement  $0 \leq \alpha \leq 1$ ).

$\sigma_D$  est la limite d'endurance du matériau,  $M$  est un coefficient dépendant de la contrainte moyenne  $M(\sigma_m) = M_0(1 - b\sigma_m)$ , avec  $M_0 = B[a(\beta + 1)]^{1/\beta}$ .  $a$  et  $B$  sont des constantes du matériau dépendant de la température.  $b$  est un paramètre matériau qu'on peut déterminer à partir de la pente du diagramme de Haigh en traction, modélisé par :  $\sigma_D = \sigma_m + \sigma_{D0}(1 - b\sigma_m)$  (ou  $b = 1/R_u$  d'après [21]).

L'intégration de l'équation (4.97), pour  $\sigma_{max}$  et  $\sigma_m$  constantes, donne l'expression suivante de la durée de vie en fatigue :

$$N_r = \frac{1}{1 - \alpha} \left( \frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)} \right)^\beta \quad (4.98)$$

Dans le cas d'une sollicitation à deux niveaux de contrainte, la fraction de vie au second niveau est donnée par :

$$\frac{n_2}{N_{r2}} = 1 - \left( \frac{n_1}{N_{r1}} \right)^p \quad (4.99)$$

avec  $p = \frac{1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1} = \frac{1 - \alpha(\sigma_{max,2} - \sigma_{m,2})}{1 - \alpha(\sigma_{max,1} - \sigma_{m,1})}$

Afin de prendre en compte les interactions des différents types d'endommagement, les auteurs ont remplacé la variable  $D$  par la fonction  $1 - (1 - D)^{\beta+1}$  dans l'équation (4.97) et obtiennent [77] :

$$dD = [1 - (1 - D)^{\beta+1}]^{\alpha(\sigma_{max}, \sigma_m)} \left[ \frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)(1 - D)} \right] dn \quad (4.100)$$

L'expression de la durée de vie en fatigue à la rupture devient :

$$N_r = \frac{1}{(\beta + 1)(1 - \alpha(\sigma_{max}, \sigma_m))} \left( \frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)} \right)^{-\beta} \quad (4.101)$$

Finalement, l'évaluation du dommage est établie par :

$$D = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{n}{N_r} \right)^{\frac{1}{1 - \alpha}} \right]^{\frac{1}{\beta + 1}} \quad (4.102)$$

Pour des essais à deux niveaux de contraintes, la fraction de vie  $r_2$  restant au second niveau peut être calculée en tenant compte des situations suivantes :

- 1<sup>er</sup> cas :  $\sigma_2 > \sigma_D$  ( $\alpha < 1$ ) :

$$\frac{n_2}{N_{r2}} = 1 - \left( \frac{n_1}{N_{r1}} \right)^\eta \quad (4.103)$$

avec  $\eta = \frac{1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1} = \left( \frac{\sigma_{max,2} - \sigma_D(\sigma_{m,2})}{\sigma_{max,1} - \sigma_D(\sigma_{m,1})} \right) \left( \frac{R_u - \sigma_{max,1}}{R_u - \sigma_{max,2}} \right) = \frac{N_{r1}}{N_{r2}} \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^\beta$

où  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont les amplitudes des cycles de contrainte aux niveaux correspondants.

- 2<sup>ème</sup> cas :  $\sigma_2 \leq \sigma_D$  ( $\alpha = 1$ )

Ce cas inclut les sollicitations de niveau inférieur à la limite de fatigue. L'équation (4.97) s'écrit :

$$\frac{(1 - D)^\beta}{1 - (1 - D)^{\beta+1}} dD = \left( \frac{\sigma_{max,2} - \sigma_m}{M(\sigma_{m,2})} \right)^{-\beta} dn \quad (4.104)$$

Le nombre  $n_2$  de cycles résiduels est issu de l'intégration de l'équation (4.104) ; il a pour expression :

$$n_2 = -N_{r2} \left( \frac{\sigma_{max,1} - \sigma_{m,1}}{\sigma_{max,2} - \sigma_{m,2}} \right) \ln \left( \frac{n_1}{N_{r1}} \right) \quad (4.105)$$

### Généralisation à plusieurs niveaux de contrainte

Pour une succession de blocs de sollicitations de niveau  $\sigma_i$ , de durée  $n_i$  et de nombre de cycles à rupture  $N_{ri}$ , les auteurs proposent de distinguer deux cas.

- 1<sup>er</sup> cas : pour les cycles d'amplitude supérieure à la limite d'endurance, la relation établie est :

$$\left[ 1 - (1 - D)^{\beta+1} \right]^{1-\alpha_i} = \left[ 1 - (1 - D)^{\beta+1} \right]^{1-\alpha_{i-1}} + \frac{n_i}{N_{ri}} \quad (4.106)$$

Si avec  $n_i$  cycles le second membre de cette relation est supérieur à 1, la rupture a lieu au cours du bloc  $i$ . Le nombre de cycles à rupture est alors :

$$N_r = n_1 + n_2 + \dots + n_{i-1} + N_{ri} \left[ 1 - \left[ 1 - \left[ 1 - D_{i-1} \right]^{\beta+1} \right]^{1-\alpha_i} \right] \quad (4.107)$$

- 2<sup>ème</sup> cas : pour les cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance, les auteurs obtiennent :

$$(1 - D)^{\beta+1} = \left[ 1 - (1 - D)^{\beta+1} \right] \cdot \exp^{(\beta+1) \left( \frac{\sigma_{max,i} - \sigma_{m,i}}{M(\sigma_{m,i})} \right)^\beta} \quad (4.108)$$

### Avantages et inconvénients

#### Avantages

La loi de Lemaitre et Chaboche prend en compte l'histoire du chargement. Elle prend en compte également l'effet de la contrainte moyenne pour tout rapport de contrainte. Elle décrit la non linéarité du cumul de dommage. Dès que le dommage est initié, l'effet des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance est pris en compte. Une extension de cette loi a été proposée pour des chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels [77].

#### Inconvénient

Pour appliquer la loi de Lemaitre et Chaboche, il faut identifier 4 paramètres et l'ajustement de ces paramètres s'avère souvent difficile [94].

## Annexe 3 : Les machines d'essais de fatigue du LAMEFIP

Cette annexe présente les machines du LAMEFIP utilisées pour réaliser les essais de fatigue.

### Vibrophore Amsler

#### Principe mécanique

La figure 4.41 présente schématiquement le dispositif d'essai. Son principe de fonctionnement est simple. Un système mécanique composé d'une chaîne d'éléments constituée de deux masses ( $m_1$  et  $m_2$ ), de l'éprouvette (de raideur  $k_1$ ), d'un dynamomètre de grande raideur ( $k_2$ ) par rapport à l'éprouvette et d'un ressort de faible raideur ( $k_3$ ) par rapport à l'éprouvette et à  $k_2$  est mis en résonance par excitation électromagnétique.

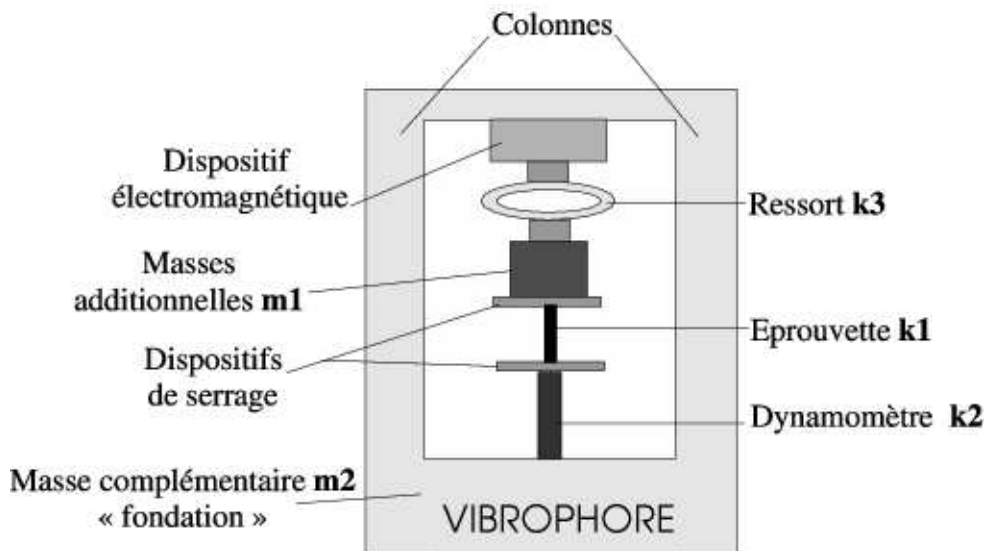


FIG. 4.41 – Schéma de principe mécanique du vibrophore.

La fréquence de fonctionnement dépend des raideurs de l'éprouvette, du dynamomètre, du ressort mais également des masses additionnelles. La raideur  $k_3$  du ressort est faible devant la raideur  $k$  équivalente aux raideurs en série du dynamomètre  $k_2$  et de l'éprouvette  $k_1$ . La masse  $m_2$  de la fondation est environ 100 fois plus importante que celle des masses additionnelles  $m_1$ . La fréquence de fonctionnement  $f$  du système est exprimée par l'équation (4.109), équation pouvant être simplifiée compte-tenu du rapport  $m_1/m_2 \ll 1$  et  $k \gg k_3$  (4.110).

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k + k_3}{\frac{m_1}{1+m_1/m_2}}} \text{ avec : } k = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \quad (4.109)$$

$$f \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}} \quad (4.110)$$

La fréquence de fonctionnement est comprise entre 60 et 300 Hz suivant les utilisations (raideur de l'éprouvette et masses additionnelles). Ces fréquences élevées permettent des essais à longue durée de vie ( $> 10^6$  cycles) dans des temps raisonnables. Dans le cadre de nos essais, la fréquence est environ de 95 Hz.

## Critères d'arrêt et détection de fissure

L'arrêt d'un essai survient lorsque l'un des trois critères programmables est atteint. Indépendants les uns des autres, ces critères restent actifs simultanément tout au long de l'essai :

- *Arrêt sur dérive d'amplitude ou de valeur moyenne de la force* : consiste à arrêter l'essai lorsque l'amplitude ou la valeur moyenne de la force mesurée dépassent une valeur seuil définie avant le début de l'essai. Ce critère stoppe l'essai lorsque les variations de force sont trop importantes. La cause des dérives est généralement un endommagement diffus de l'éprouvette rendant le système d'asservissement inefficace.
- *Arrêt sur compteur de cycles* : l'essai est arrêté lorsque le nombre de cycles programmé est atteint.
- *Arrêt sur dérive de fréquence* : l'apparition d'une macrofissure modifie la raideur de l'éprouvette, donc la fréquence de fonctionnement du système. En contrôlant la dérive de la fréquence, on peut choisir la taille de fissure détectée. Une dérive de 0,6 Hz a été choisie (pour une fréquence d'essais de 95 Hz environ). Ce qui correspond à des fissures de taille  $\simeq 1$  à 2mm pour les éprouvettes utilisées (diamètre utile = 7,98mm).

## Machine d'essai de fatigue en flexion - torsion combinées

### Principe mécanique

L'architecture mécanique de la machine d'essai de fatigue en flexion - torsion combinées est schématisée par la figure 4.42. L'ensemble mécanique est conçu autour d'une poutre centrale formée par l'éprouvette (1) liée complètement à deux pièces tubulaires (2) et (2') instrumentées par des capteurs de moments dans deux plans perpendiculaires (jauges de déformations). Cette poutre est encastrée à ses extrémités dans deux voiles souples composés de tôles minces (3) et (3'). Ces liaisons par voiles déformables constituent des rotules sans jeux vis-à-vis de la flexion et des encastremets vis-à-vis de la torsion. Les efforts de flexion  $FA(t)$  et  $FB(t)$  sont appliqués à la poutre centrale par l'intermédiaire des tôles souples (5) et (5'). Le moment de torsion est généré par un effort  $FT(t)$  appliqué à la pièce (4) guidée en rotation par rapport au bâti par deux roulements à contacts obliques précontraints. La poutre centrale (1+2+2') est sollicitée en flexion pure (sans effort tranchant).

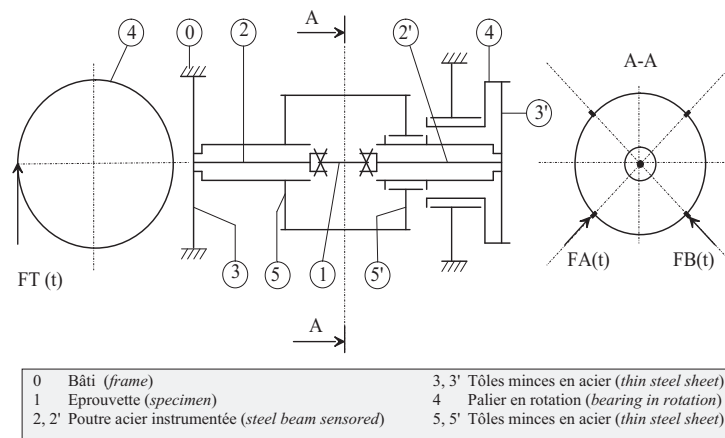


FIG. 4.42 – Schéma du principe mécanique de la machine de flexion et torsion combinées.

L'originalité de cette machine réside dans l'application des moments de flexion. Elle utilise le principe mécanique des "champs tournants" (Fig. 4.43). Lors de l'application des efforts,

l'éprouvette reste fixe par rapport au bâti de la machine. Les deux efforts  $FA(t)$  et  $FB(t)$  sont imposés dans deux plans perpendiculaires par deux vérins servo-hydrauliques.

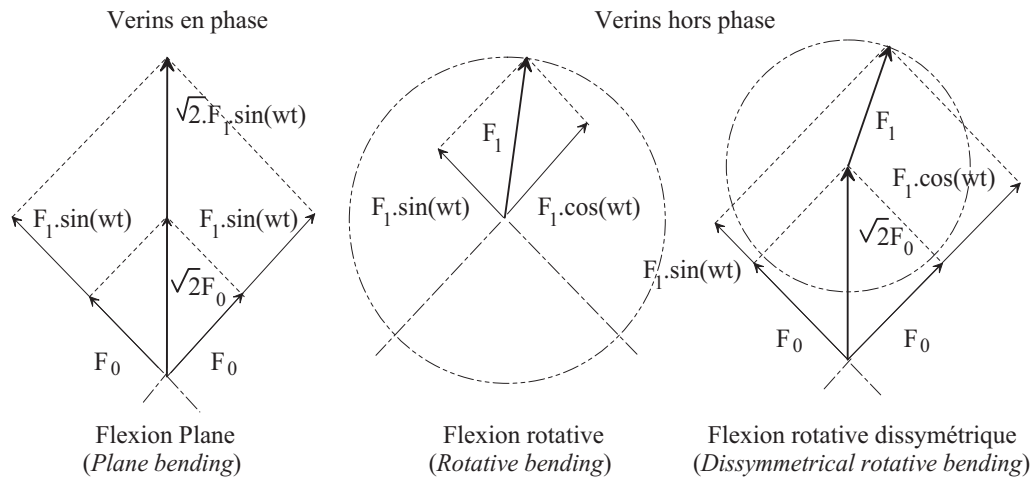


FIG. 4.43 – Composition des efforts de flexion, principe des champs tournants.

Ainsi

- lorsque les vérins sont en phase à fréquence identique (ou lorsqu'un seul vérin est actif), la sollicitation résultante est de la flexion plane,
- lorsque les moments générés par les vérins sont déphasés de  $90^\circ$  et à même fréquence, la sollicitation engendrée est de la flexion rotative, celle-ci peut être symétrique ou dissymétrique (les moments ont une même valeur moyenne non nulle).

La machine peut réaliser des essais monotones, des essais sinusoïdaux ou aléatoires<sup>2</sup> asservis. Les principales spécifications techniques de la machine de flexion-torsion du LAMEFIP sont regroupées dans [94].

## Principe de l'asservissement [94]

Le pilotage de chaque vérin servo-hydraulique est réalisé par deux boucles imbriquées représentées figure 4.44. Une première boucle analogique relative à la position de la tige du vérin est incluse dans une boucle numérique pilotée par un micro-ordinateur. Pour chaque vérin, le logiciel de pilotage considère que le système à asservir est l'ensemble mécanique complet {hydraulique + mécanique + sa boucle analogique}. Avec ce système les vérins ne sont jamais en boucle ouverte ce qui permet un montage et démontage de l'éprouvette sans danger. Un logiciel de pilotage développé par la société Alliance Automation [6] propose une interface homme-machine conviviale.

L'utilisateur a le choix entre deux gammes de capteurs : 0-90 N.m ou 0-165 N.m.

Pour les essais sinusoïdaux, l'amplitude, la valeur moyenne et le déphasage de chacun des moments sont asservis. Pour les essais "aléatoires", la valeur maximum et la forme des signaux sont asservis.

Les moments sont mesurés et asservis au niveau des capteurs, inclus dans les deux demi-poutres 2 et 2' (Fig. 4.42). Or les masses (en particulier les mors de la machine) mises en mouvement entre les capteurs de moments et le milieu de l'éprouvette (Fig. 4.42) entraînent des effets inertiels dont il faut tenir compte. En faisant l'hypothèse qu'au cours de l'essai, il n'y a ni variation de masse, ni perte de raideur de l'ensemble mécanique situé entre les capteurs et la zone utile de l'éprouvette, une correction du signal de commande permet l'asservissement

<sup>2</sup>Nous qualifions ici d'aléatoires des essais sous séquences de chargements réels issus d'enregistrement en service sur pièces instrumentées.

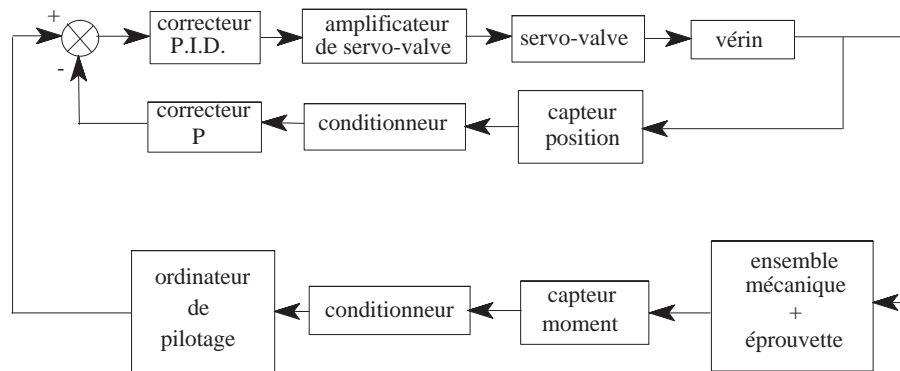


FIG. 4.44 – Principe de l'asservissement d'un vérin

des moments réellement appliqués à l'éprouvette au cours de l'essai. Pour les chargements cycliques, la correction à apporter (qui dépend de la fréquence) est un facteur d'amplitude (un gain pur). Pour les chargements "aléatoires" qui recouvrent une bande de fréquence large (large bande spectrale), la correction est plus délicate, elle nécessite l'identification de la fonction de transfert de la machine.

### Détection de fissure

Les essais de fatigue en endurance ou en endurance limitée s'effectuant à force imposée (i.e. asservie), les grandeurs contrôlées sont les déplacements. L'apparition d'une fissure est détectée en contrôlant la perte de raideur de l'éprouvette. Le seuil de perte de raideur engendrant l'arrêt de l'essai est fixé par l'utilisateur. Pour les essais, le seuil de perte de raideur a été fixé à 10 %. A chaque arrêt de la machine, une observation de la surface de l'éprouvette au microscope optique permet de confirmer l'existence d'une fissure et d'en évaluer la taille en surface. Pour les essais sinusoïdaux, la rupture de l'éprouvette par choc (après fragilisation à l'azote liquide) à la fin d'un essai de fatigue, permet de constater une profondeur de fissure de l'ordre du millimètre sur des éprouvettes de diamètre utile 12 mm. Pour les essais aléatoires, cette profondeur est plus importante (environ 2 à 3 mm sur les mêmes éprouvettes).

## Annexe 4 : Essais d'amplitude variable de traction-torsion réalisés au LFM

Les éprouvettes en acier ER7 pour réaliser les essais sous les chargements de traction-torsion combinées d'amplitude variable sont illustrées sur la figure 4.45.

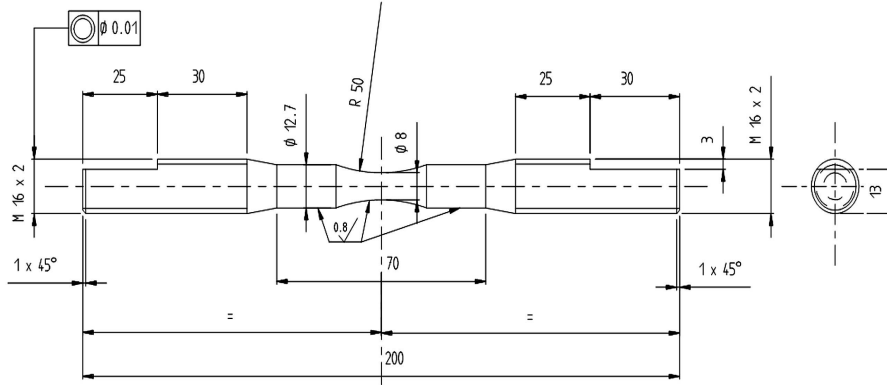


FIG. 4.45 – Éprouvettes lisses de traction-torsion utilisées au LFM de Metz

Le comparatif des signaux de contraintes souhaités et réellement appliqués lors des essais de traction-torsion d'amplitude variable réalisés au LFM de Metz est illustré sur la figure 4.46 pour un facteur d'amplification de 2,5.

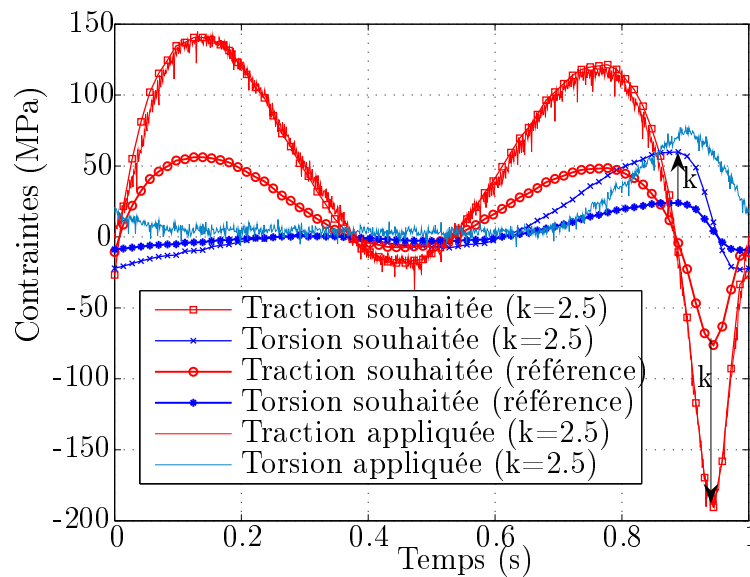


FIG. 4.46 – Comparatif des signaux de contraintes souhaités et réellement appliqués lors des essais de traction-torsion d'amplitude variable réalisés au LFM de Metz.

## Annexe 5 : Comparaison du paramètre proposé avec celui de Banvillet

Banvillet a proposé de calculer la densité volumique du travail de déformation élastique fourni en un point M du matériau au cours d'un cycle de période T de la façon suivante :

$$W_f(M) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \int_T \langle \sigma_{ij}(M, t) \cdot \varepsilon_{ij}^e(M, t) \rangle dt \quad (4.111)$$

où le symbole  $\langle A \rangle$  signifie  $\langle A \rangle = A$  si  $A \geq 0$  et  $A = 0$  si  $A < 0$ .

Pour un état de traction biaxiale, les tenseurs des contraintes et des déformations peuvent s'écrire :

$$\underline{\underline{\Sigma}}(M, t) = \begin{pmatrix} \sigma_{11}(t) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \quad (4.112)$$

$$\underline{\underline{E}}(M, t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}(t) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}(t) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}(t) \end{pmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \quad (4.113)$$

avec en élasticité linéaire :

$$\varepsilon_{11}(t) = \frac{1}{E} (\sigma_{11}(t) - \nu \sigma_{22}(t)) \quad (4.114)$$

$$\varepsilon_{22}(t) = \frac{1}{E} (\sigma_{22}(t) - \nu \sigma_{11}(t)) \quad (4.115)$$

$$\varepsilon_{33}(t) = \frac{-\nu}{E} (\sigma_{11}(t) + \sigma_{22}(t)) \quad (4.116)$$

Pour cette sollicitation, l'énergie potentielle de déformation  $\varphi(t)$  peut s'écrire :

$$\varphi(t) = \frac{1}{2} \sigma_{ij}(t) \varepsilon_{ij}(t) = \frac{1}{2} [\sigma_{11}(t) \varepsilon_{11}(t) + \sigma_{22}(t) \varepsilon_{22}(t)] \quad (4.117)$$

soit :

$$\varphi(t) = \underbrace{\frac{\sigma_{11}}{2} \left( \frac{\sigma_{11}}{E} - \nu \frac{\sigma_{22}}{E} \right)}_{\varphi_{11}(t)} + \underbrace{\frac{\sigma_{22}}{2} \left( \frac{\sigma_{22}}{E} - \nu \frac{\sigma_{11}}{E} \right)}_{\varphi_{22}(t)} \quad (4.118)$$

où  $\varphi_{11}(t)$  et  $\varphi_{22}(t)$  sont les travaux fournis liés respectivement aux contraintes  $\sigma_{11}(t)$  et  $\sigma_{22}(t)$ .

On remarque qu'en traction biaxiale proportionnelle, si  $\sigma_{22}(t) < \sigma_{11}(t) \cdot \nu$ , le terme  $\varphi_{22}(t)$  est négatif alors que l'énergie potentielle de déformation élastique  $\varphi(t)$  est positive<sup>3</sup>. Donc en état de traction biaxiale, pour passer de l'état  $\underline{\underline{\Sigma}}(t=0) = 0$  (déchargé) à l'état chargé



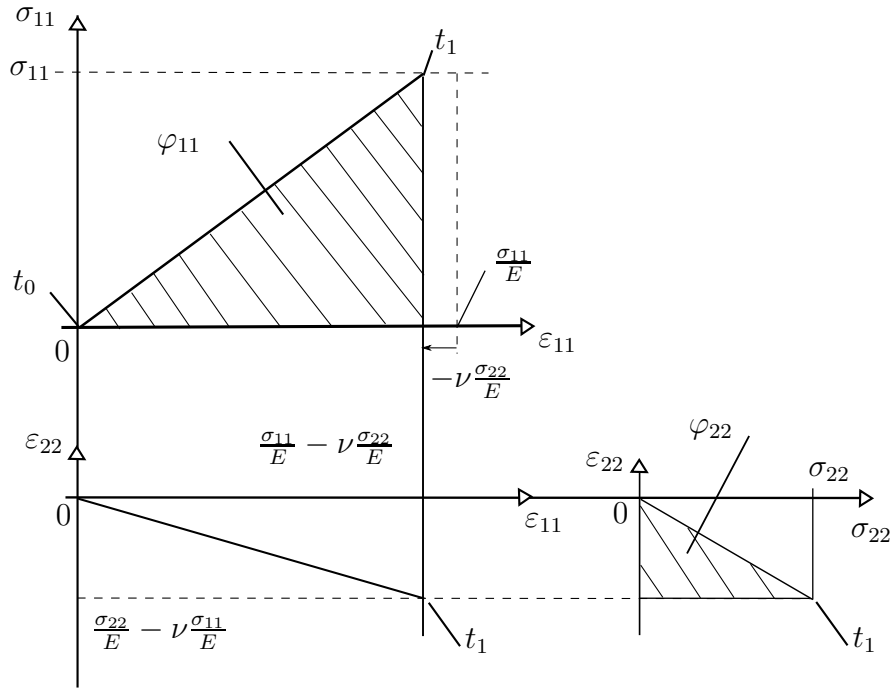


FIG. 4.47 – Illustration de la variation d'énergie potentielle de déformation dans le cas de la traction biaxiale.

avec  $\sigma_{22} < \sigma_{11} \cdot \nu$ , la densité volumique de l'énergie potentielle de déformation élastique passe de  $\varphi(t_0) = 0$  à  $\varphi(t_1)$  comme illustrée par la figure (4.47).

La version du critère proposé par Banvillet considère que la contribution de  $\varphi_{22}$  à l'énergie totale  $\varphi$  est nulle. Nous considérons ici que cette contribution doit être non nulle ce qui revient à intégrer  $\sigma_{ij} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}^e$  quand  $\sigma_{ij}$  et  $\dot{\sigma}_{ij}$  sont de même signe, soit :

$$W_f(M) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \int_T \sigma_{ij}(M, t) \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}^e(M, t) < \text{sign}(\sigma_{ij}(M, t)) \cdot \text{sign}(\dot{\sigma}_{ij}(M, t)) > dt \quad (4.119)$$

$$\text{où } \text{sign}(a) = \frac{a}{|a|}.$$

Mathématiquement, la partie positive de la fonction "sign" correspond à la fonction Heaviside. Le travail de déformation fourni pendant un cycle de période T peut donc s'écrire :

$$W_f(M) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \int_T \sigma_{ij}(M, t) \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}^e(M, t) H(\sigma_{ij}(M, t) \cdot \dot{\sigma}_{ij}(M, t)) \cdot dt \quad (4.120)$$

<sup>3</sup> $\varphi(t)$  est une forme quadratique définie positive

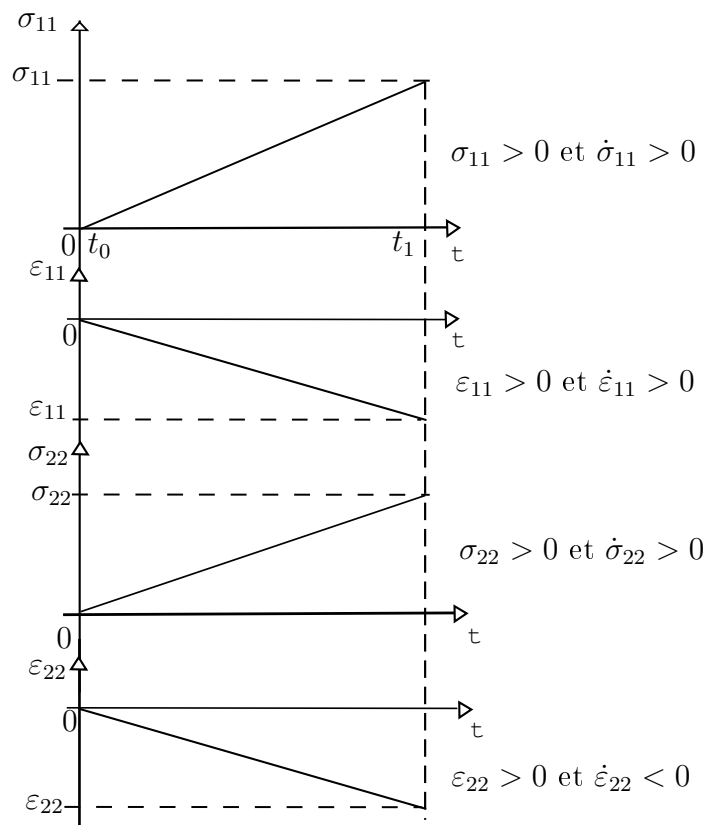


FIG. 4.48 – Exemple d'évolutions temporelles linéaires en fonction du temps (rampe) de  $\sigma_{11}$ ,  $\epsilon_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  et  $\epsilon_{22}$  si  $\sigma_{22}(t) < \sigma_{11}(t) \cdot \nu$

## Annexe 6 : Caractère intrinsèque du paramètre d'endommagement $W_f$

Nous vérifions ici la caractère intrinsèque du paramètre énergétique  $W_f$  proposé.

Un point dans l'espace peut être défini par des coordonnées cartésiennes, cylindriques ou sphériques. Le système choisi ici est le système de coordonnées cartésiennes dans lequel une rotation est définie par trois angles :  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  ( $0 < \alpha, \beta, \gamma < 2\pi$ ), appelés angles d'Euler.

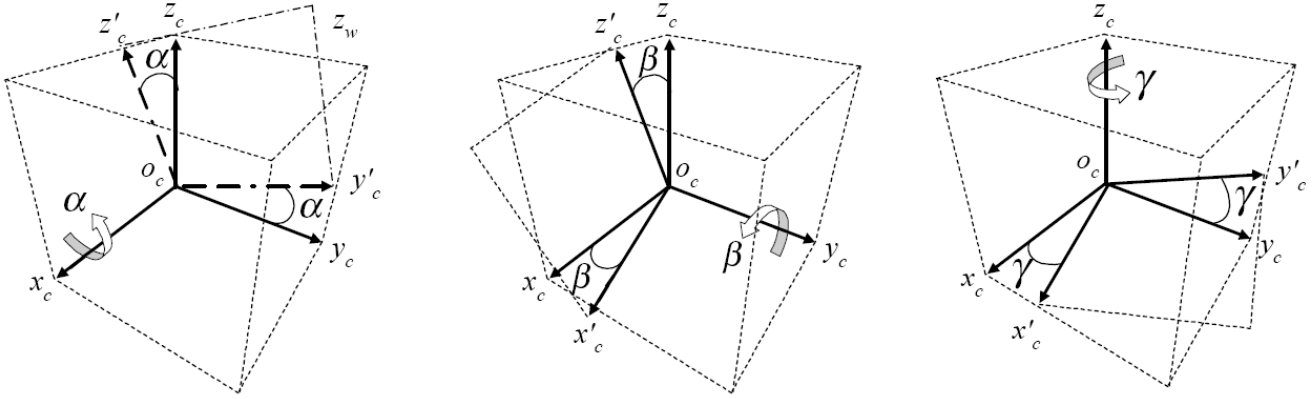


FIG. 4.49 – Représentation des rotations possibles dans un système cartésien avec la base initiale  $B_1(O, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$  et une nouvelle base  $B_2(O, \vec{x}'_c, \vec{y}'_c, \vec{z}'_c)$ .

On peut donc définir trois matrices de rotation, autour de chaque axe du repère, dans la base  $B_1(O, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$  :

$$R_{(\vec{x}_c, \alpha)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (4.121)$$

$$R_{(\vec{y}_c, \beta)} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

$$R_{(\vec{z}_c, \gamma)} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.123)$$

et la matrice d'orientation globale obtenue par la multiplication de celles-ci :

$$R_{(\alpha, \beta, \gamma)} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \\ \cos \beta \sin \gamma & \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma \\ -\sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \quad (4.124)$$

Pour démontrer le caractère intrinsèque du travail de déformation fourni, les tenseurs des contraintes et des déformations sont calculés après un changement de base quelconque grâce

aux équations (4.125) et (4.126). Puis, le travail de déformation fourni  $W_{f,B_2}$  est comparé à  $W_{f,B_1}$  calculé dans la base initiale. Si les formulations sont identiques, cela signifie que le critère est intrinsèque, dans le cas contraire, le paramètre est dépendant de la base de calcul.

$$\sigma_{ij,B_2} = R_{(\alpha,\beta,\gamma)}^T \cdot \sigma_{ij,B_1} \cdot R_{(\alpha,\beta,\gamma)} \quad (4.125)$$

$$\varepsilon_{ij,B_2} = R_{(\alpha,\beta,\gamma)}^T \cdot \varepsilon_{ij,B_1} \cdot R_{(\alpha,\beta,\gamma)} \quad (4.126)$$

où  $\sigma_{ij,B_2}$  et  $\varepsilon_{ij,B_2}$  sont respectivement les composantes des tenseurs de contraintes et de déformations calculées dans une nouvelle base  $B_2$ ,  $\sigma_{ij,B_1}$  et  $\varepsilon_{ij,B_1}$  les composantes des tenseurs de contraintes et des déformations calculés dans la base de référence  $B_1$  et  $R_{(\alpha,\beta,\gamma)}^T$  est la transposée de la matrice globale d'orientation.

Dans la plupart des sollicitations (traction, traction et torsion combinées, traction biaxiale sans déphasage), une résolution analytique à l'aide d'un logiciel de calcul formel (Mathematica 5.2) a permis de "démontrer" l'égalité entre les travaux de déformation calculés dans les bases  $B_1$  et  $B_2$ . Pour certains chargements (traction biaxiale avec déphasage), aucune solution analytique n'ayant été trouvée, l'égalité a été démontrée de manière numérique (Matlab 7) dans de multiples configurations. Ceci nous permet de conclure que le travail de déformation calculé est intrinsèque (sa valeur ne dépend pas de la base de calcul).

## Annexe 7 : Calcul du travail endommageant pour des sollicitations multiaxiales

Nous présentons ici le calcul de  $W_{feq_{endo}}$  pour différents cas de chargements multiaxiaux. La démarche est en tout point similaire à celle présentée au chapitre 3.

**Traction-torsion combinées dissymétriques proportionnelles** Dans le cas de la sollicitation illustrée sur la figure 4.50, la part endommageante du travail de déformation fourni peut s'écrire :

$$W_{feq_{endo}}(M) = \langle (W_{feq,1}(M) - \alpha_1(M).P_1(M).W_f^*) + (W_{feq,6}(M) - \alpha_6(M).P_6(M).W_f^*) \rangle \quad (4.127)$$

avec :

$$\alpha_1(M) = \alpha_1(M, t_1^1) + \alpha_1(M, t_2^1) = 0,3 + 0,7 \text{ et } P_1(M) = 0,6 \quad (4.128)$$

$$\alpha_6(M) = \alpha_6(M, t_1^6) + \alpha_6(M, t_2^6) = 0,8 + 0,2 \text{ et } P_6(M) = 0,4 \quad (4.129)$$

Le terme  $(\alpha_1(M).P_1(M) + \alpha_6(M).P_6(M))$  vaut 1 pour ce chargement avec des contraintes moyennes, ce qui est en accord avec la définition du seuil énergétique  $W_f^*$ .

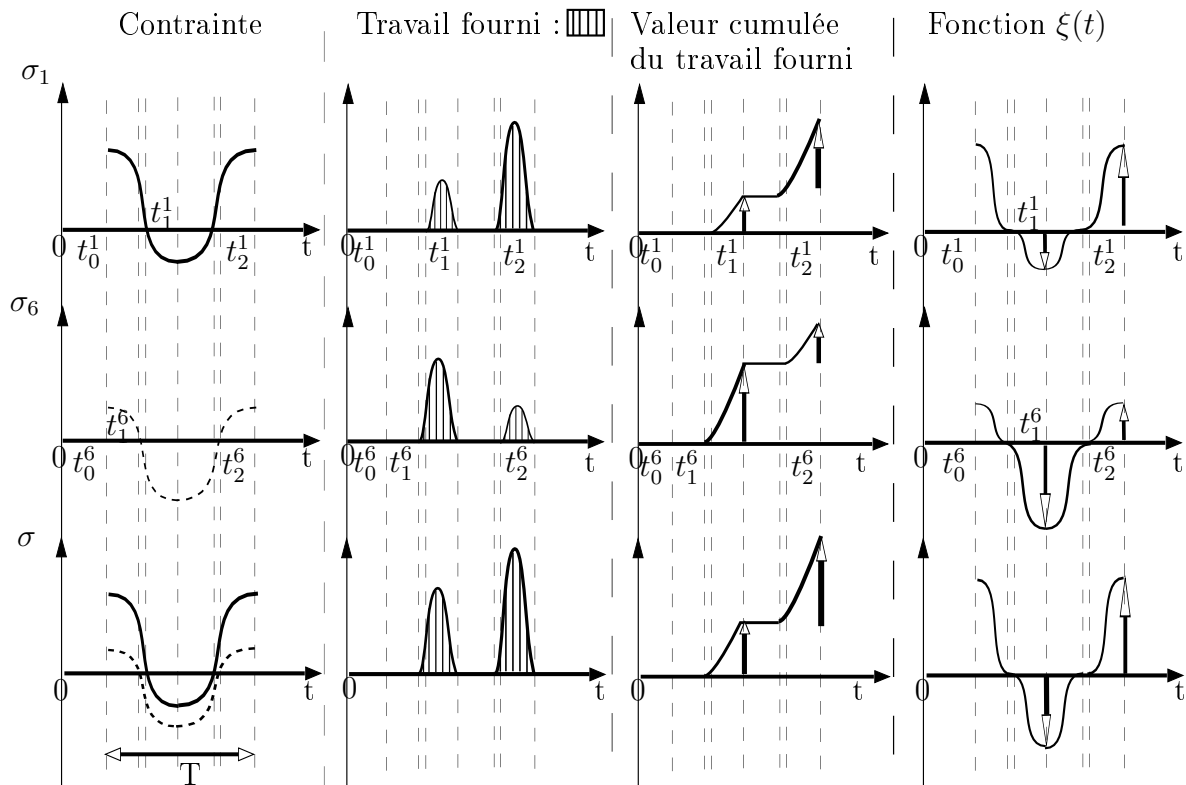


FIG. 4.50 – Evolutions des travaux de déformation fournis et des fonctions  $\xi_i(t)$  au cours d'un cycle de traction-torsion dissymétrique proportionnel de période  $T$ .

**Traction-torsion combinées alternées symétriques non proportionnelles**

Dans le cas de la sollicitation illustrée sur la figure 4.51, la part endommageante du travail de déformation fourni peut s'écrire :

$$W_{f_{eq_{endo}}}(M) = \langle (W_{f_{eq,1}}(M) - \alpha_1(M) \cdot P_1(M) \cdot W_f^*) + (W_{f_{eq,6}}(M) - \alpha_6(M) \cdot P_6(M) \cdot W_f^*) \rangle \quad (4.130)$$

$$\alpha_1(M) = \alpha_1(M, t_1^1) + \alpha_1(M, t_2^1) = 0,5 + 0,5 \text{ et } P_1(M) = 0,6 \quad (4.131)$$

$$\alpha_6(M) = \alpha_6(M, t_1^6) + \alpha_6(M, t_2^6) = 0,5 + 0,5 \text{ et } P_6(M) = 0,4 \quad (4.132)$$

Le terme  $(\alpha_1(M) \cdot P_1(M) + \alpha_6(M) \cdot P_6(M))$  vaut 1 pour ce chargement avec des contraintes moyennes, ce qui est en accord avec la définition du seuil énergétique  $W_f^*$ .

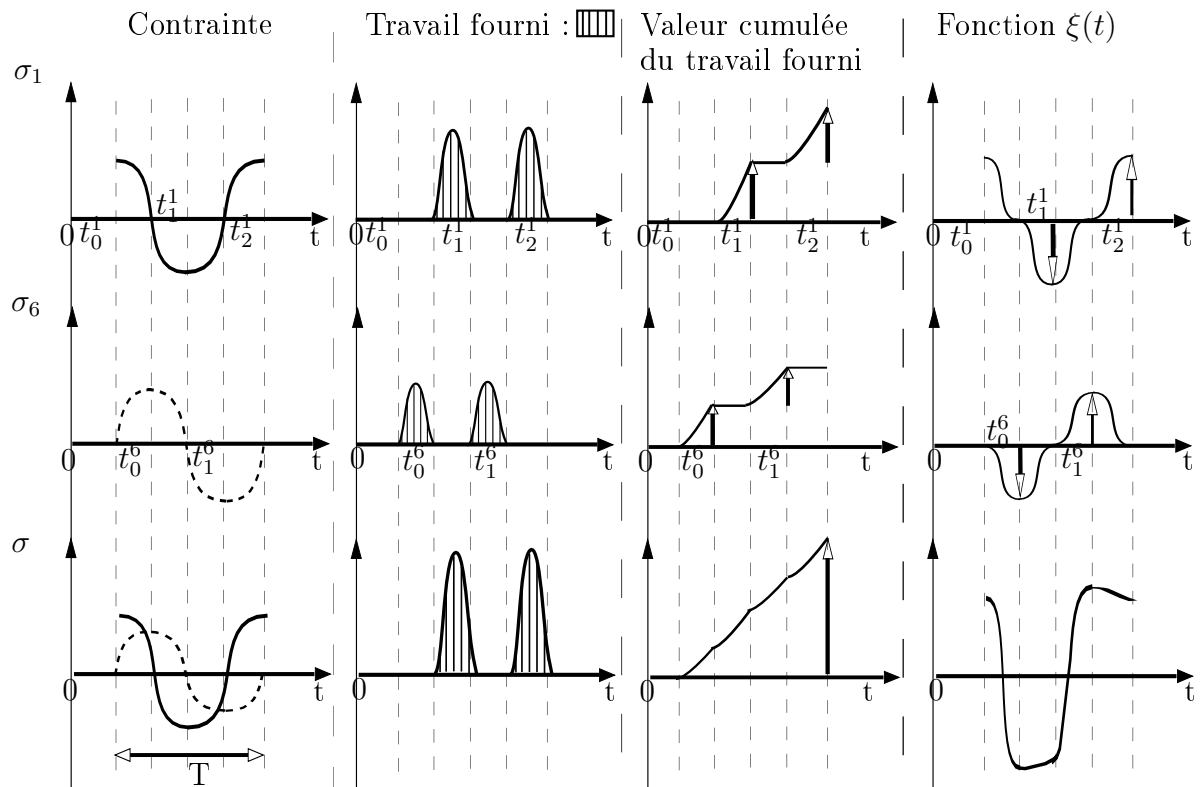


FIG. 4.51 – Evolutions des travaux de déformation fournis et des fonctions  $\xi_i(t)$  au cours d'un cycle de traction-torsion alternée symétrique non proportionnel de période  $T$ .

**Traction-torsion combinées dissymétriques non proportionnelles**

Dans le cas de la sollicitation illustrée sur la figure 4.52, la part endommageante du travail de déformation fourni peut s'écrire :

$$W_{f_{eq_{endo}}}(M) = \langle (W_{f_{eq,1}}(M) - \alpha_1(M) \cdot P_1(M) \cdot W_f^*) + (W_{f_{eq,6}}(M) - \alpha_6(M) \cdot P_6(M) \cdot W_f^*) \rangle \quad (4.133)$$

$$\alpha_1(M) = \alpha_1(M, t_1^1) + \alpha_1(M, t_2^1) = 0,2 + 0,8 \quad \text{et} \quad P_1(M) = 0,6 \quad (4.134)$$

$$\alpha_6(M) = \alpha_6(M, t_0^6) + \alpha_6(M, t_1^6) = 0,6 + 0,4 \quad \text{et} \quad P_6(M) = 0,4 \quad (4.135)$$

Le terme  $(\alpha_1(M) \cdot P_1(M) + \alpha_6(M) \cdot P_6(M))$  vaut 1 pour ce chargement avec des contraintes moyennes, ce qui est en accord avec la définition du seuil énergétique  $W_f^*$ .

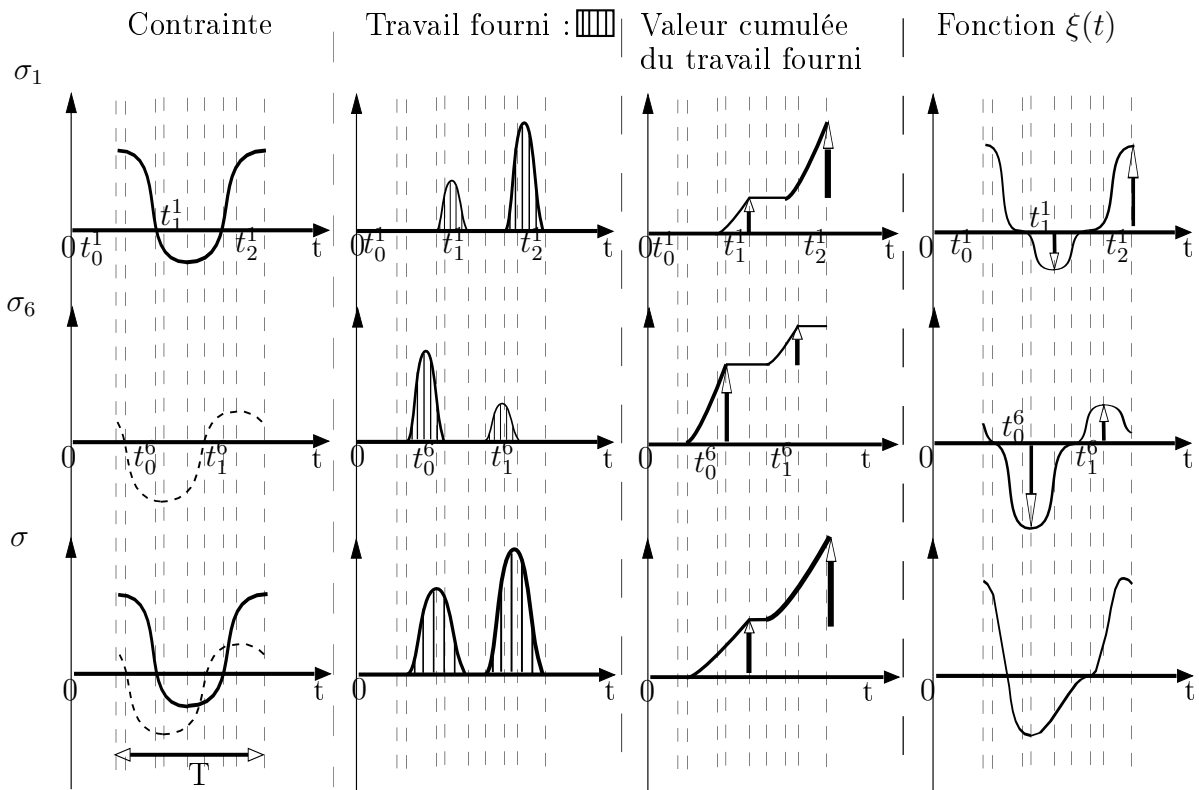


FIG. 4.52 – Evolutions des travaux de déformation fournis et des fonctions  $\xi_i(t)$  au cours d'un cycle de traction-torsion dissymétrique non proportionnel de période  $T$ .

## Annexe 8 : Tableaux de coefficients de sécurité pour différents chargements

Les tableaux de comparaison de prévisions des critères de fatigue testés (notre proposition (LAMEFIP), Dang Van (DV), Papadopoulos (Pa) et Crossland (Cr)) pour différents essais de la littérature sont présentés dans cette annexe. Les coefficients de sécurité hors de l'intervalle  $[-0, 8; +1, 2]$  sont surlignées en gras

### Flexion plane et torsion combinées

Plusieurs essais à  $10^6$  cycles en flexion rotative et torsion combinées sur éprouvettes lisses cylindriques de révolution en acier SAE1045 ont été réalisés par Gough [56]. Pour ces essais, les limites d'endurance utilisées pour calculer les paramètres des critères de Dang Van, Papadopoulos, Crossland sont les limites en flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) et en torsion ( $R_\tau = -1$ ) sur éprouvettes lisses (tableau 4.8).

Le Tableau 4.8 rassemble les conditions expérimentales de chargement et les coefficients de sécurité des critères.

### Traction et torsion combinées

Nous avons confronté pour des sollicitations de traction - torsion combinées les prévisions des critères avec des résultats d'essais réalisés à  $10^6$  cycles par Nolte et Paysan [91] sur éprouvettes lisses en acier C35N. L'ensemble des coefficients de sécurité calculés figure dans le tableau 4.9.

### Traction-torsion et pression interne

Les résultats d'essais de traction-torsion et pression interne proviennent de l'article d'Issler et al [62]. Tous les essais ont été réalisés à  $10^6$  cycles sur des éprouvettes lisses en acier St35. Le tableau 4.10 rassemble les conditions d'essais et les coefficients de sécurité des différents critères évalués.



$\sigma_a$	$\bar{\sigma}$	$\tau_a$	$\bar{\tau}$	$C_s$ <i>Lamefip</i>	$C_s$ <i>DV</i>	$C_s$ <i>Pa</i>	$C_s$ <i>Cr</i>
584	0	0	0	1	1	1	1
553	266	0	0	0,95	0,96	1,01	1,01
533	533	0	0	<b>0,78</b>	0,9	1	1
0	0	371	0	0,98	1	1	1
0	0	339	170	0,96	1,09	1,09	1,09
0	0	343	344	<b>0,75</b>	1,08	1,08	1,08
550	0	0	170	1,06	1,06	1,06	1,06
540	0	0	344	1,08	1,08	1,08	1,08
556	266	0	170	0,95	0,95	1,01	1,01
556	266	0	344	0,95	0,95	1,01	1,01
469	533	0	170	0,83	1	1,13	1,13
473	533	0	344	0,82	1	1,12	1,12
0	266	312	0	1,16	1,07	1,13	1,13
0	533	284	0	<b>1,28</b>	1,04	1,18	1,18
0	266	304	170	1,04	1,09	1,16	1,16
0	533	281	170	1,1	1,05	1,19	1,19
0	266	309	344	<b>0,79</b>	1,08	1,14	1,14
0	533	293	344	0,81	1,02	1,15	1,15
547	0	156	0	0,97	0,95	0,97	0,97
389	0	260	0	1,02	0,98	1,01	1,01
168	0	335	0	1,03	1,01	1,04	1,04
496	266	141	170	0,88	0,96	1,02	1,02
374	266	249	170	0,87	0,93	1,01	1,01
161	266	321	170	0,89	0,96	1,03	1,03
429	533	121	344	<b>0,71</b>	0,99	1,12	1,12
315	533	210	344	<b>0,69</b>	0,98	1,13	1,13
126	533	252	344	<b>0,76</b>	1,07	<b>1,23</b>	<b>1,23</b>
386	266	256	0	0,94	0,91	0,98	0,98
384	0	255	161	0,94	1	1,03	1,03

TAB. 4.8 – Résultats d'essais de flexion rotative et torsion combinées réalisés par Gough à  $10^6$  cycles sur éprouvettes lisses en acier SAE1045 : coefficients de sécurité des critères étudiés.

$\sigma_a$	$\bar{\tau}$	$C_s$ <i>Lamefip</i>	$C_s$ <i>DV</i>	$C_s$ <i>Pa</i>	$C_s$ <i>Cr</i>
208	69	0,84	0,86	0,87	0,87
209	137	0,87	0,89	0,89	0,88
180	49	0,92	0,96	0,98	1,99
176	98	0,93	0,99	1,03	1,03
180	128	0,98	1,04	1,07	1,09

TAB. 4.9 – Résultats d'essais de traction et torsion combinées réalisés par Nolte et Paysan à  $10^6$  cycles sur des éprouvettes lisses en acier C35N : coefficients de sécurité des critères étudiés.

$\sigma_{1a}$	$\bar{\sigma}_1$	$\sigma_{2a}$	$\bar{\sigma}_2$	$\tau_a$	$\bar{\tau}$	$C_s$ <i>Lamefip</i>	$C_s$ <i>DV</i>	$C_s$ <i>Pa</i>	$C_s$ <i>Cr</i>
206	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	123	0	1,04	1	1	1
169	169	0	0	0	0	0,86	1,05	1,05	1,18
0	169	169	0	0	0	0,96	1,05	1,05	1,18
143	156	0	0	0	0	0,98	<b>1,22</b>	<b>1,22</b>	<b>1,39</b>
143	156	0	143	0	0	0,86	1,08	1,08	<b>1,35</b>
143	156	0	286	0	0	<b>0,78</b>	0,96	0,96	<b>1,31</b>
139	153	139	153	0	0	0,84	0,97	0,97	<b>1,34</b>
0	0	0	0	115	59	0,99	1,07	1,07	1,07
0	54	0	54	108	0	1,18	1,04	1,04	1,12
0	103	0	103	103	0	<b>1,24</b>	1	1	1,15
154	169	77	92	0	0	0,92	0,99	0,99	<b>1,42</b>
157	173	79	0	0	0	0,93	1,04	1,04	<b>1,42</b>

TAB. 4.10 – Résultats d'essais de traction-torsion et pression interne réalisés par Issler sur des éprouvettes en acier St35 à  $10^6$  cycles : coefficients de sécurité des critères étudiés.

## Annexe 9 : Présentation succincte de l'acier 42CrMo4, de la fonte EN-GJS800-2 et de l'acier 10HNAP et de la géométrie des éprouvettes d'essais.

### Acier 42CrMo4

Nous tenons à remercier ici J. F. Flavenot du CETIM qui a accepté la publication de ces résultats dans le cadre de cette thèse.

Les caractéristiques mécaniques en traction monotone de ce matériau sont rassemblées dans le tableau 4.11.

E (MPa)	Re <sub>0.2</sub> (MPa)	Rm (MPa)	Référence [43]
207 000	928	1024	

TAB. 4.11 – Caractéristiques mécaniques de l'acier 42CrMo4 en traction monotone.

Les caractéristiques mécaniques cycliques de l'acier 42CrMo4 ont été déterminées par des essais de traction-compression en fatigue oligocyclique à déformation totale imposée. La courbe d'écrouissage cyclique obtenue a été modélisée par une équation de type Ramberg-Osgood (??) illustrée figure .

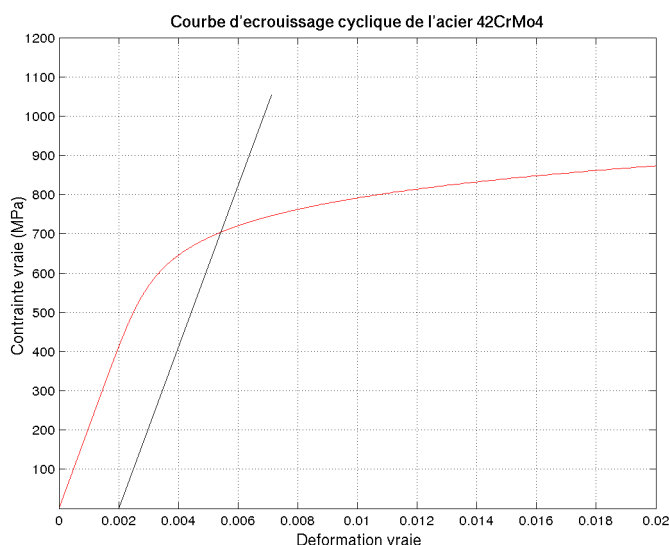


FIG. 4.53 – Géométrie des éprouvettes pour les essais de traction et flexion rotative sur l'acier 42Crmo4 ( $k_t(\text{flexion}) = 1.07$  et  $k_t(\text{torsion}) = 1.05$ ).

Les résultats obtenus montrent que ce matériau s'adoucit sous un chargement cyclique. La limite d'élasticité cyclique  $Re'_{0.2}$  (égale à 700 MPa) est nettement inférieure à celle obtenue en traction monotone (égale à 928 MPa). Ces essais d'écrouissage cyclique ont permis d'identifier un comportement cyclique élastoplastique isotrope à écrouissage isotrope constant et cinématique non linéaire.

Les limites de fatigue de ce matériau obtenues à  $10^7$  cycles sur éprouvettes lisses sont répertoriées dans le tableau 4.12.

$\sigma_{Trac,-1}^D$ (MPa)	$\sigma_{Fl.rot,-1}^D$ (MPa)	$\tau_{-1}^D$ (MPa)	Référence
508	540	320	

TAB. 4.12 – Limites d'endurance expérimentales de l'acier 42CrMo4 à  $10^7$  cycles.

### Géométrie des éprouvettes d'essais

Les essais de fatigue en traction et en flexion rotative sur l'acier 42CrMo4 ont été réalisés avec six géométries d'éprouvette différentes, représentées sur la Figure 4.54. Certaines éprouvettes ont été qualifiées de "lisses" (figure 4.54 (a) et (d)) pour leurs faibles coefficients théoriques de concentration de contraintes ( $Kt \approx 1$ ) [106], et d'autres d'entailées (figure 4.54 (b), (c), (e) et (f)) avec des coefficients de concentration de contraintes plus élevés ( $Kt \approx 2$  et  $Kt \approx 3$ ).

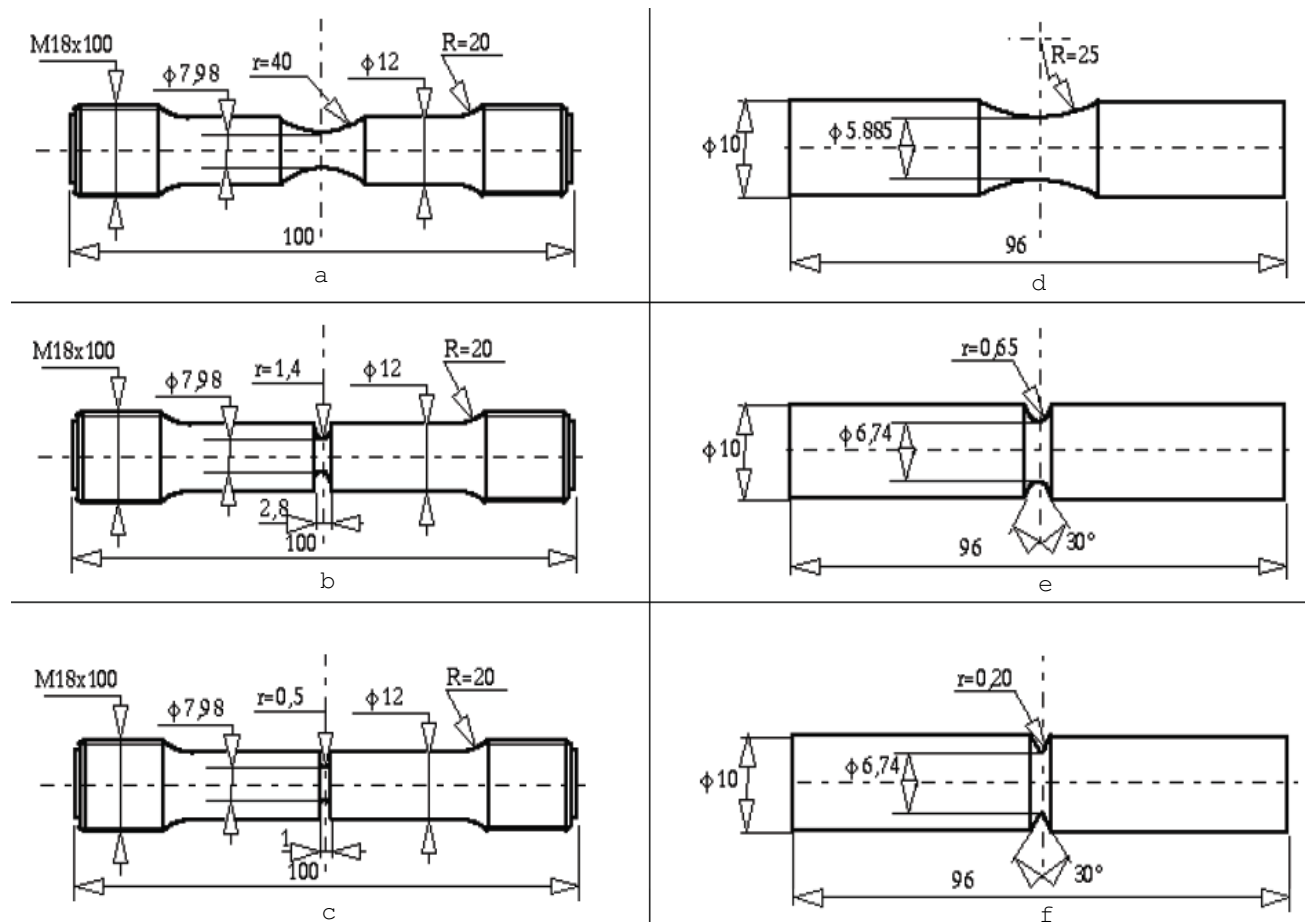


FIG. 4.54 – Géométrie des éprouvettes pour les essais de traction et flexion rotative sur l'acier 42Crmo4 ( $k_t(\text{flexion}) = 1.07$  et  $k_t(\text{torsion}) = 1.05$ ).

## Fonte GS EN-GJS800-2

### Caratéristiques du matériau

Les caractéristiques mécaniques de cette fonte sont rappelées dans les tableaux 4.13 et 4.14.

Matériau	E (MPa)	$\nu$	Re <sub>0,02</sub> (MPa)	Re <sub>0,2</sub> (MPa)	Rm (MPa)	A (%)	Réf.
Fonte EN-GJS800-2	164900	0,275	320	462	795	9	[94]

TAB. 4.13 – Caractéristiques mécaniques statiques de la fonte EN-GJS800-2.

Matériau	$\sigma_{Trac,-1}^D$ (MPa)	$\sigma_{Fp-cyl,-1}^D$ (MPa)	$\sigma_{Fr,-1}^D$ (MPa)	$\tau_{-1}^D$ (MPa)	Réf.
Fonte EN-GJS800-2	245	294	280	220	[94]

TAB. 4.14 – Limites d'endurance expérimentales à  $10^6$  cycles sur éprouvettes lisses cylindriques de révolution ( $R_\sigma = -1$ ) en fonte EN-GJS800-2.

## Géométrie des éprouvettes d'essais

Tous les essais de fatigue sur la fonte GS EN-GJS800-2 ont été réalisés avec la même géométrie d'éprouvette, représentée sur la figure 4.55. Ces éprouvettes ont été qualifiées de "lisses" pour leurs faibles coefficients théoriques de concentration de contraintes ( $K_t$  (flexion)=1,07 et  $K_t$  (torsion)=1,05) [106].

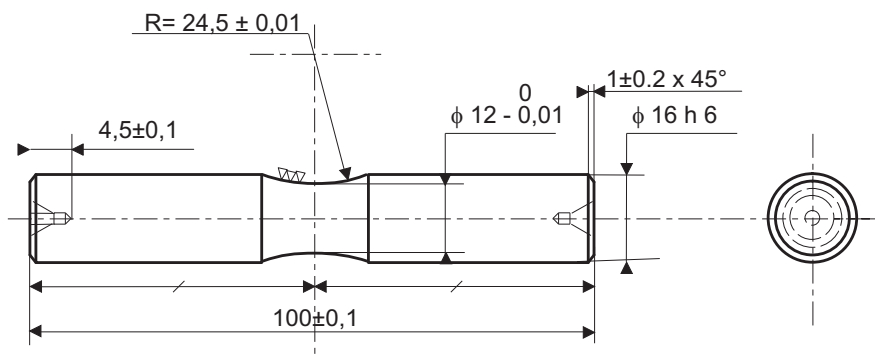


FIG. 4.55 – Géométrie de l'éprouvette pour les essais de flexion, torsion et flexion-torsion sur la fonte GS EN-GJS800-2 ( $k_t$ (flexion) = 1.07 et  $k_t$ (torsion) = 1.05).

## Acier 10HNAP

### Caractéristiques du matériau

La composition chimique de cet acier est spécifiée dans le tableau 4.16. [72]. Ces caractéristiques mécaniques en traction monotone sont rassemblées dans le tableau 4.15.

$R_{p0.2}$ (MPa)	$R_m$ (MPa)	$\nu$	$E$ (MPa)	$A$ (%)
418	566	0.29	215	30

TAB. 4.15 – Caractéristiques mécaniques en traction monotone de l'acier 10HNAP.

Éléments	C	Mn	Si	P	S	Cr	Cu	Ni
% massique	0.115	0.71	0.41	0.28	0.28	0.81	0.3	0.5

TAB. 4.16 – Composition chimique de l'acier 10HNAP, d'après [11].

D'après [72] la micro-structure de cet acier est ferrito-perlitique avec une prédominance de ferrite. Les éprouvettes ont été usinées dans des tôles laminées à chaud ce qui confère une légère anisotropie au matériau : les grains sont allongés dans la direction du laminage. Les tests étant effectués suivant la direction du laminage, les caractéristiques en traction monotone citées précédemment sont relatives à cette direction.

### Géométrie des éprouvettes d'essais

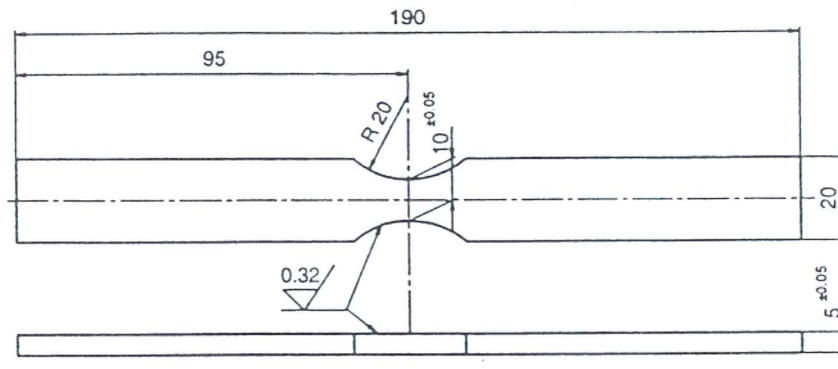


FIG. 4.56 – Géométrie des éprouvettes utilisées pour les essais aléatoires de traction sur l'acier 10HNAP, d'après [72].

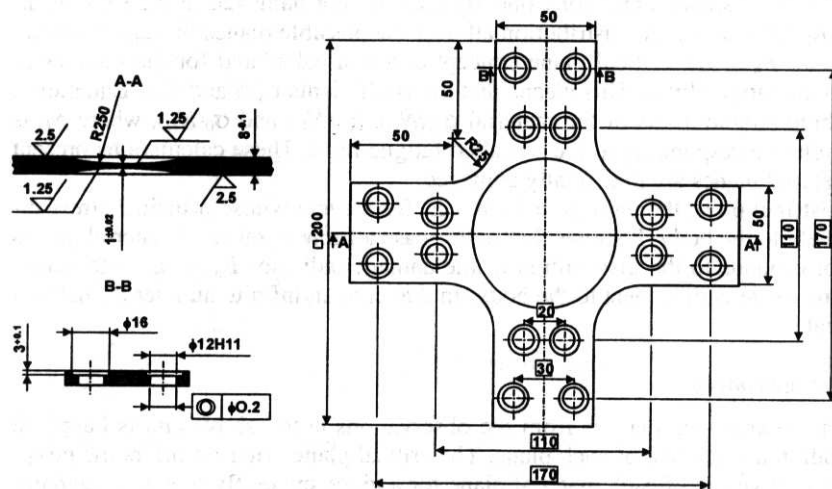


FIG. 4.57 – Géométrie des éprouvettes cruciformes pour les essais aléatoires de traction biaxiale sur l'acier 10HNAP, d'après [11].

# Liste des tableaux

1.1	Représentations de chargements d'amplitude constant et variable, proportionnels et non proportionnels. . . . .	13
1.2	Caractéristiques des critères. . . . .	26
1.3	Données nécessaires à l'identification des paramètres de quelques critères. . .	26
1.4	Récapitulatif des paramètres nécessaires à l'utilisation des lois d'endommagement pour la prévision des durées de vie en fatigue. . . . .	30
1.5	Limites d'application des lois (premiers critères) . . . . .	30
1.6	Limites d'application des lois sous chargements d'amplitude variable par blocs (seconds critères) . . . . .	31
1.7	Données nécessaires et domaine préconisé pour l'utilisation des méthodes de prévision de durée de vie étudiées. . . . .	46
2.1	Composition chimique de l'acier ER7 (données AEF)[39]. . . . .	50
2.2	Caractéristiques mécaniques de l'acier ER7 . . . . .	56
2.3	Résultats des mesures d'état de surface sur des éprouvettes "lisses" de chaque lot de flexion-torsion en acier ER7 (longueur palpée 6 mm, cut-off = 0,25 mm). . . . .	72
2.4	Contraintes résiduelles analysées par DRX à la surface d'une éprouvette de chaque lot avant et après cyclage en fatigue. . . . .	73
2.5	Limites de fatigue expérimentales obtenues en flexion plane ( $R_\sigma = -1$ ) par la méthode de l'escalier sur éprouvettes lisses en acier ER7. . . . .	76
2.6	Limites de fatigue expérimentales obtenues en flexion rotative ( $R_\sigma = -1$ ) par la méthode de l'escalier sur éprouvettes lisses en acier ER7. . . . .	77
2.7	Limites de fatigue en torsion ( $R_\tau = -1$ ) obtenues par la méthode de l'escalier sur éprouvettes lisses en acier ER7. . . . .	78
2.8	Conditions de l'essai de fatigue de flexion-torsion combinées déphasées réalisé sur éprouvettes lisses en acier ER7. . . . .	81
2.9	Limites de fatigue expérimentales obtenues en flexion-torsion combinées déphasées ( $R_\sigma = -1$ ) par la méthode de l'escalier sur éprouvettes lisses en acier ER7. . . . .	81
2.10	Conditions de chargement et résultats des essais sinusoïdaux de flexion plane et de torsion ( $R_\sigma = -1$ ) combinées à fréquences différentes. . . . .	83
2.11	Conditions de chargement et résultats des essais de flexion-torsion d'amplitude variable réalisés au laboratoire sur éprouvettes lisses en acier ER7. . . . .	87
2.12	Conditions de chargement et résultats des essais de traction-torsion d'amplitude variable réalisés au LFM de Metz sur éprouvettes lisses en acier ER7. . . . .	87
3.1	Conditions des différents essais mettant en évidence l'existence du seuil $\sigma^*$ [94, 8, 29]. . . . .	90
3.2	Exemples de valeurs de $\alpha(M, t)$ au cours d'une séquence de chargement uniaxiale d'amplitude variable. . . . .	107

3.3	Exemples de valeur de $\alpha_1(M, t)$ et $\alpha_6(M, t)$ au cours d'une séquence de chargement multiaxiale d'amplitude variable de la figure 3.15. . . . .	112
3.4	Caractéristiques mécaniques statiques des matériaux testés. . . . .	126
3.5	Limites d'endurance expérimentales des matériaux testés pour $10^6$ cycles, sauf pour l'acier ER7 ( $2.10^6$ cycles). . . . .	127
3.6	Résultats d'essais de flexion plane et torsion combinées réalisés à $2.10^6$ cycles sur des éprouvettes lisses en acier ER7. Coefficients de sécurité des critères étudiés. . . . .	127
3.7	Résultats d'essais de traction et flexion rotative réalisés par le CETIM à $10^7$ cycles sur éprouvettes lisses et entaillées en acier 42CrMo4. Coefficient de sécurité de la proposition. . . . .	130
3.8	Conditions de chargement, résultats ( $N_{exp}$ ) des essais sinusoïdaux de flexion plane et de torsion ( $R_\sigma=-1$ ) combinées à même fréquence et à fréquences différentes [8] et prévisions ( $N_{prev}$ ) par la méthode proposée. . . . .	132
3.9	Conditions, résultats ( $N_{exp}$ ) et prévisions ( $N_{prev}$ ) pour les essais de cumul à deux blocs sous sollicitations simples [12]. . . . .	133
3.10	Conditions, résultats ( $N_{exp}$ ) et prévisions ( $N_{prev}$ ) pour les essais de cumul à deux blocs de sollicitations différentes [12]. . . . .	134
3.11	Conditions de chargement, durées de vie expérimentales ( $N_{exp}$ ) et simulées ( $N_{prev}$ ) pour les essais par blocs (bas/haut/bas/etc...) de 5 000 cycles alternés symétriques en flexion plane ( $R_\sigma=-1$ ) [12], [94]. . . . .	134
3.12	Conditions de chargement, durées de vie expérimentales ( $N_{exp}$ ) et simulées ( $N_{prev}$ ) pour les essais par blocs (bas/haut/bas/etc...) de 5 000 cycles alternés symétriques en torsion ( $R_\tau=-1$ ) [8]. . . . .	135
3.13	Conditions de chargement, durées de vie expérimentales ( $N_{exp}$ ) et simulées ( $N_{prev}$ ) pour les essais par blocs de 5 000 cycles de flexion plane à contrainte maximale constante [8]. . . . .	135
3.14	Conditions de chargement, résultats expérimentaux ( $N_{exp}$ ) et calculés $N_{prev}$ pour les essais de flexion plane ( $R_\sigma=-1$ ) avec surcharge (1 cycle sur 5) [94]. . . . .	136
3.15	Conditions de chargements pour les essais sous spectres de chargement réels sur la fonte EN-GJS800-2. Durées de vie expérimentales ( $N_{exp}$ en nombre de séquences) et estimées ( $N_{prev}$ ) par notre proposition des essais sous séquences de chargements réels d'après Banvillet [8]. . . . .	138
3.16	Conditions de chargement, durées de vie prévues et expérimentales moyennes (en secondes) des essais aléatoires de traction sur éprouvettes plates en acier 10HNAP [72]. . . . .	140
3.17	Durées de vie moyennes prévues et expérimentales (en secondes) pour les essais de traction biaxiale aléatoires sur des éprouvettes cruciformes en acier 10HNAP. . . . .	141
3.18	Conditions de chargement, résultats expérimentaux et prévisions des durées de vie des essais de flexion plane et de torsion ( $R_\sigma=-1$ ) combinées à fréquences différentes. . . . .	142
3.19	Conditions de chargement et résultats des essais de traction-torsion d'amplitude variable réalisés au LFM de Metz sur éprouvettes lisses en acier ER7. . . . .	143
3.20	Conditions de chargement et résultats des essais de flexion-torsion d'amplitude variable réalisés au laboratoire sur éprouvettes lisses en acier ER7.. . . .	143
4.1	Seize configurations de circulation du wagon. . . . .	154
4.2	Conditions expérimentales et durées de vie des essais sur roue sous chargements d'amplitude constante. . . . .	161



---

4.3	Conditions expérimentales des essais par blocs sur roue sous chargements d'amplitude variable. . . . .	162
4.4	Comparaison des contraintes issus des mesures et du calcul dues au frettage. . . . .	166
4.5	Comparaison des contraintes calculées dues au frettage et à la combinaison serrage - frettage. . . . .	166
4.6	Résultats d'essais sur roue sous chargement d'amplitude constante, et coefficient de sécurité de la "méthode UIC" et de notre proposition . . . . .	169
4.7	Durées de vie expérimentales et prévues par la méthode de calcul de durée de vie. . . . .	170
4.8	Résultats d'essais de flexion rotative et torsion combinées réalisés par Gough à $10^6$ cycles sur éprouvettes lisses en acier SAE1045 : coefficients de sécurité des critères étudiés. . . . .	223
4.9	Résultats d'essais de traction et torsion combinées réalisés par Nolte et Paysan à $10^6$ cycles sur des éprouvettes lisses en acier C35N : coefficients de sécurité des critères étudiés. . . . .	223
4.10	Résultats d'essais de traction-torsion et pression interne réalisés par Issler sur des éprouvettes en acier St35 à $10^6$ cycles : coefficients de sécurité des critères étudiés. . . . .	224
4.11	Caractéristiques mécaniques de l'acier 42CrMo4 en traction monotone. . . . .	225
4.12	Limites d'endurance expérimentales de l'acier 42CrMo4 à $10^7$ cycles. . . . .	226
4.13	Caractéristiques mécaniques statiques de la fonte EN-GJS800-2. . . . .	227
4.14	Limites d'endurance expérimentales à $10^6$ cycles sur éprouvettes lisses cylindriques de révolution ( $R_\sigma=-1$ ) en fonte EN-GJS800-2. . . . .	227
4.15	Caractéristiques mécaniques en traction monotone de l'acier 10HNAP. . . . .	227
4.16	Composition chimique de l'acier 10HNAP, d'après [11]. . . . .	227

# Approche énergétique non locale du calcul de durée de vie de structures en fatigue multiaxiale sous chargements d'amplitude variable

---

## Application à une roue de train ferroviaire

**Résumé :** L'objectif de cette étude, réalisée en collaboration avec l'Agence d'Essais Ferroviaire (AEF) de la SNCF, est de proposer une méthode de calcul de durée de vie sous chargements complexes (chargements multiaxiaux d'amplitude variable) en fatigue à grande durée de vie. La première partie du document présente une analyse critique de différentes méthodes de la littérature dans ce domaine. La seconde partie du document présente la base de données expérimentales établie en vue de l'identification et de l'évaluation de la méthode proposée. Cette base de données est constituée d'essais sur éprouvettes lisses sous une large gamme de sollicitations à complexité croissante (les essais vont de la traction d'amplitude constante à des essais de flexion-torsion hors phase d'amplitude variable) mais également sur roue de TGV à échelle 1 (essais réalisés à l'AEF, sous chargements d'amplitude variable inspirés d'enregistrements en service).

La suite du document présente une nouvelle méthode de calcul de durée de vie sous chargements multiaxiaux d'amplitude variable. En conservant une base énergétique et la notion de seuil de "non endommagement" définies au cours des précédents travaux menés au LAMEFIP, cette proposition prend en compte l'effet, sur la durée de vie, de la répartition spatiale des contraintes dans la pièce. Basée sur une définition incrémentale du travail de déformation fourni au matériau, cette proposition s'affranchit de toute méthode de comptage de cycle et est apte à prévoir la durée de vie d'une structure soumise à une sollicitation quelconque d'amplitude variable. Les prévisions de cette méthode sont confrontées à des résultats de différents essais de la littérature, notamment obtenus sur des éprouvettes entaillées, et aux résultats expérimentaux de l'étude.

Enfin la méthode proposée est appliquée à un cas industriel : la prévision de la tenue en fatigue de la toile d'une roue de train à grande vitesse sous chargements d'amplitude constante ou par blocs. Les prévisions de la méthode, appliquée en post-processeur des résultats de calculs éléments finis sur la roue, sont en bon accord avec les résultats d'essais.

**Mots clés :** fatigue, durée de vie, chargements multiaxiaux, amplitude variable, gradients, non local

## Non local energy fatigue life calculation approach of structures in multiaxial fatigue under variable amplitude loadings

---

### Application to a railway wheel

**Abstract:** The objective of this study, carried out in collaboration with the Agence d'Essai Ferroviaire (AEF) of the SNCF, is to propose a fatigue life calculation method under complex loadings (variable amplitude multiaxial loadings) in high cycle fatigue. The first part of the document presents a critical analysis of various methods of the literature. The second part presents the experimental data base established for the identification and evaluation of the proposed method. This data base consists of tests on smooth specimens under a large range of stresses with an increasing complexity (the tests go from constant amplitude tension tests to variable amplitude combined out-of-phase bending-torsion) but also on a scale 1 TGV wheel (tests carried out at AEF, under variable amplitude loadings inspired by service recordings).

The continuation of the document presents a new fatigue life calculation method under variable amplitude multiaxial loadings. By using an energy based model and the "no damage" threshold concept defined during previous works carried out at the LAMEFIP, this proposal takes into account the effect, over the fatigue life, of the stresses distribution in the part. Based on an incremental definition of the deformation work given to the material, this proposal is free from any cycle counting method and is ready to assess the fatigue life of a structure subjected to any multiaxial variable amplitude loadings. The predictions of this method are compared with various tests results of literature, in particular obtained on notched specimens, and with the experimental results of the study.

Finally, the proposal is applied to an industrial case: the fatigue strength prediction of a high-speed train wheel under constant amplitude or blocks loadings. The predictions of the method, applied as post-processor finite elements results on the wheel, are in good agreement with the test results.

**Keywords:** fatigue life, multiaxial loadings, variable amplitude, gradients, non local

