HAL
open science

Étude expérimentale et numérique de la fissuration intralaminaire et de l'initiation du délaminage de bord libre dans les structures stratifiées pseudo-tissées

Yann Duplessis Kergomard

To cite this version:

Yann Duplessis Kergomard. Étude expérimentale et numérique de la fissuration intralaminaire et de l'initiation du délaminage de bord libre dans les structures stratifiées pseudo-tissées. Sciences de l'ingénieur [physics]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2007. Français. NNT : 2007ENMP1508 . pastel-00003369

HAL Id: pastel-00003369

https://pastel.hal.science/pastel-00003369

Submitted on 10 Apr 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MINES PARIS
ParisTech

Collège doctoral

ED n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

N° attribué par la bibliothèque
|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

T H E S E

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Ecole des Mines de Paris
Spécialité "Sciences et Génie des Matériaux"

présentée et soutenue publiquement par

Yann DUPLESSIS KERGOMARD

le 20 juin 2007

ETUDE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE DE LA FISSURATION INTRALAMINAIRE ET DE L'INITIATION DU DELAMINAGE DE BORD LIBRE DANS LES STRUCTURES STRATIFIEES PSEUDO-TISSEES

Directeurs de thèse : J. RENARD, A. THIONNET

Jury

M.	J. FITOUSSI	Président
M.	Y. CHEVALIER	Rapporteur
M.	C. BATHIAS	Rapporteur
M.	C. LANDRY	Examinateur
M.	J. RENARD	Directeur de thèse
M.	A. THIONNET	Directeur de thèse

Résumé

Nous avons travaillé au cours de cette étude sur des plaques stratifiées en verre/époxy fabriquées à partir de préimprégnés pseudo-tissés. Ces composites sont sujets au délaminage et à la fissuration intralaminaire. L'étude se décompose en quatre grandes étapes. Tout d'abord, une campagne d'essais a été menée, au cours de laquelle les caractéristiques des endommagements intralaminaires transverses et leur cinétique d'évolution ont été déterminées. Cet endommagement présente beaucoup de points communs avec celui observé dans les matériaux non tissés. Toutefois, la structure tissée du matériau a des conséquences sur certaines de ces caractéristiques, en particulier sur sa cinétique d'évolution. Une deuxième campagne d'essais a été réalisée afin d'étudier le phénomène d'initiation du délaminage aux voisinages des bords. Dans ce but, une méthode d'observation optique innovante a été établie afin de pouvoir visualiser durant les essais les différents mécanismes de dégradation présents. Nous avons ainsi étudié l'influence de la fissuration intralaminaire et de la structure tissée sur le début du délaminage. En parallèle, ces endommagements ont été modélisés. Ainsi, un modèle de comportement à l'échelle mésoscopique, prenant en compte les dégradations intralaminaires, a été mis en place. Les effets dus à la refermeture incomplète des fissures a également été prise en compte dans le modèle. De plus, un critère d'initiation du délaminage a été établi. Le critère est construit à partir des composantes du vecteur contrainte de l'interface, moyennés sur une distance caractéristique. Enfin, une dernière phase a permis de valider le modèle et le critère sur des structures non trouées et trouées.

Abstract

Glass / Epoxy laminated structures made with pseudo woven prepregs are studied. In this kind of materials, delamination and intralaminar damages are usually observed. The study is divived in five main parts. First, intralaminar fissuration's characteristics are experimentaly investigated. Many of this characteritics are very like the ones usually observed in non woven laminated composites. Still, the studied material's pseudo woven structure have great influence on this damage, particularly for the damages' kinetic evolution and its thickness effect. A second testing program was conducted to investigate on structures' free egdes delamination initiation. To able to detecte and observe the differents damages developping on specimen's free edges, an innovative optic method was established. A dye and a suitable lighting are used for this method. We have been able to study both effects of intralaminar damages and the material's pseudo woven structure on delamination beginning. In addition, intralaminar damages have been modeled and a delamination initiation criterion have been established. Moreover, intralaminar damages modeling could take into account incomplete closing cracks effects. Delamination criterion is a stress criterion. It's built with the delaminating interface's stress vector of whom components are averaged on a characteristic distance. At last, the model and the criterion were validated on both non holed and holed specimens.

Table des matières

I PRESENTATION DU MATERIAU DE L'ETUDE **11**

1 Définitions **13**

2 Dénomination des composants du composite **14**
2.1 La matrice époxy 14
2.2 Le renfort fibre de verre 14

3 Types de structures testées et modes d'élaboration **15**

4 Caractéristiques du matériau à réception **17**
4.1 Observations microscopiques 17
4.2 Taux de fibres 18
4.3 Propriétés du pli élémentaire 18

5 Mécanismes d'endommagement dans les composites **20**

6 Repère de référence et repère local **21**

II ANALYSE EXPERIMENTALE DE L'EVOLUTION DE LA FISSURATION INTRALAMINAIRE **22**

7 Synthèse bibliographique **24**
7.1 Quelques remarques sur la fissuration intralaminaire 24
7.1.1 hauteur et longueur des fissures 27
7.1.2 La densité de fissures et son évolution 28
7.1.3 Les effets unilatéraux de l'endommagement 29
7.1.4 Définition d'une grandeur caractéristique de l'endommagement . . . 29
7.2 Moyens d'analyse expérimentale de la fissuration 32

8 Présentation du protocole expérimental de suivi de la fissuration intralaminaire **33**

8.1 Essais mécaniques de traction 33
8.2 Méthode d'observation de l'endomagement par fissuration 35

9 Analyse de l'évolution de la fissuration intralaminaire sur des séquences $(0^\circ_2, 90^\circ_n)_s$ 38
9.1 Caractéristiques de la fissuration intralaminaire longitudinale 38
9.2 Cinétiques d'endommagement 42
9.3 Evolutions des rigidités 48

10 Conclusions 51

III MODELE UNIFIE D'ENDOMMAGEMENT INTRALAMINAIRE A L'ECHELLE MESOSCOPIQUE 53

11 Synthèse bibliographique 55

12 Principes de construction d'une loi de comportement 57

13 Modélisation de la fissuration intralaminaire dans les composites stratifiés 58
13.1 Cadre et hypothèse de la modélisation du comportement - Mécanique de l'endommagement 58
13.2 Ecriture du modèle de comportement 60
13.2.1 Définition des variables d'état 60
13.2.2 Construction de la fonction d'état - Lois d'état 64
13.2.3 Construction des lois complémentaires 67
13.3 Identifications 68
13.3.1 Identification des fonctions m et r 68
13.3.2 Identification expérimentale et numérique du tenseur de comportement 70
13.3.3 Identification du seuil d'endommagement 72

14 Adaptation du modèle d'endommagement pour le phénomène de rupture de fibres dissymétriques en traction et en compression 74
14.0.4 Variables d'état et fonctions d'état associées à la rupture de fibres . . 74
14.0.5 Potentiel d'état 75
14.0.6 Lois d'évolution 77
14.0.7 Cumul de l'endommagement par fissuration intralaminaire et par rupture de fibres 78

15 Prise en compte des déformations irréversibles dues à la présence des fissures **79**
15.1 Position du problème . . . 79
15.2 Schématisation du phénomène . . . 81
15.3 Cadre de la modélisation du comportement du matériau et hypothèses . . . 83
15.4 Ecriture du modèle de comportement - Cas sans évolution de la fissuration intralaminaire . . . 84
15.4.1 Expression de l'énergie libre dans le cas élastique, sans évolution de la fissuration transverse . . . 84
15.5 Ecriture du modèle de comportement - Cas avec évolution intralaminaire . . . 87
15.5.1 Variables d'état . . . 87
15.5.2 Lois d'état - Objectivité . . . 87
15.5.3 Constructions des lois complémentaires - Objectivité . . . 89
15.5.4 Loi d'évolution de l'endommagement . . . 89
15.5.5 Loi d'évolution de la déformation irréversible . . . 90
15.5.6 Conséquences du caractère non-dissipatif des variables m_F, r_F, m et r 92
15.6 Identifications . . . 93
15.6.1 Identification des fonctions m_F, r_F, m et r . . . 93
15.7 Simplifications . . . 94

16 Conclusions **96**

IV ANALYSES EXPERIMENTALES ET NUMERIQUES DU DELAMINAGE DE BORD LIBRE **97**

17 Synthèse bibliographique **100**

18 Mise au point d'un moyen d'observation du délaminage de bord libre **106**
18.1 Caméra optique . . . 106
18.1.1 Avec un éclairage direct . . . 106
18.1.2 Avec un éclairage indirect . . . 110
18.2 Ressuage . . . 111
18.3 Mise au point d'un moyen d'observation des fissures de délaminages de bord libre en profondeur du matériau . . . 116

19 Moyens numériques d'investigation des phénomènes **118**

20 Dimensionnement des éprouvettes **120**
20.1 Dimensionnement des éprouvettes EDT . . . 120

20.2 Dimensionnement des éprouvettes trouées 121

21 Analyse des essais effectués sur des éprouvettes planes stratifiées non trouées 126

21.1 Séquences $(0^\circ_n, \pm 20^\circ_n)_s$ et $(0^\circ_2, \pm 30^\circ_2)_s$ 126

21.2 Séquences $(10^\circ_2, 30^\circ_2, -10^\circ_2)_s$ et $(10^\circ_2, 40^\circ_2, -20^\circ_2)_s$ 135

21.3 Séquences $(0^\circ_n, \pm 45^\circ_n, 90_n{}^\circ)_s$ 139

21.4 Séquence $(10^\circ_2, 55^\circ_2, -35^\circ_2, 100^\circ_2)_s$ 148

21.5 Séquence $(90^\circ_1, 0^\circ_1, \pm 30_1{}^\circ)_s$ 151

21.6 Bilan des essais de délaminage 153

22 Analyse des essais effectués sur des éprouvettes planes stratifiées trouées 155

22.1 Séquences $(0^\circ_2, \pm 20^\circ_2)_s$ 156

22.2 Séquences $(0^\circ_2, \pm 45^\circ_2, 90_2{}^\circ)_s$ 158

23 Conclusions 163

V CRITERE D'INITIATION DU DELAMINAGE DE BORD LIBRE DANS UNE PLAQUE PLANE STRATIFIEE 165

24 Synthèse bibliographique 167

24.1 Introduction aux critères d'initiation du délaminage 167

24.2 Différents critères en terme de contraintes 169

24.3 Influence de l'orientation des fibres sur la résistance au délaminage 172

25 Proposition d'un critère 174

25.1 délaminage de l'interface en traction 174

25.2 délaminage de l'interface en cisaillement 174

25.3 effet retard 175

25.4 forme du critère 176

25.5 longueurs caractéristiques 176

25.6 repère de calcul 178

26 Identification du critère 179

26.1 Méthodologie pour l'identification du critère avec une longueur caractéristique, l_0 179

26.1.1 méthode graphique 180

26.1.2 méthode algorithmique 182

26.2 Méthodologie pour l'identification du critère avec deux longueurs caractéristiques, l_c et l_t . . . 184
26.2.1 méthode graphique . . . 184
26.2.2 méthode algorithmique . . . 186

27 Conclusions **187**

VI VALIDATION DES MODELES **188**

28 Identification et validation du modèle d'endommagement intralaminaire à l'échelle mésoscopique **190**
28.1 Identification des tenseurs de chute de raideur . . . 191
28.2 Identification des paramètres de la fonction seuil A_c . . . 191
28.3 Validation du modèle pour les séquences de type $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$ $(n = 1, 2, 3)$ . . . 191
28.4 Validation du modèle pour la séquence de type $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$ . . . 195
28.5 Validation du modèle pour les séquences trouées . . . 197
28.5.1 séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$ . . . 197
28.5.2 séquence $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$ . . . 198

29 Identification et validation du critère d'initiation du délaminage **200**
29.1 Etude de convergence . . . 200
29.2 Comparaison entre les prédictions numériques et les essais effectués sur des éprouvettes non trouées . . . 202
29.3 Comparaison entre les prédictions numériques et les essais effectués sur des éprouvettes trouées . . . 209
29.3.1 Séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$ . . . 209
29.3.2 Séquence $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90_2{}^\circ)_s$ . . . 212
29.4 Conclusions . . . 214

INTRODUCTION

Les stratifiés à plis unidirectionnels ont montré, depuis plusieurs décennies, leurs hautes performances spécifiques dans les secteurs de l'aéronautique et de l'aérospatial. Actuellement, ce type de stratifiés unidirectionnels tend à être remplacé par des stratifiés à plis tissés pour des raisons de maintien de la structure lors du transport des préimprégnés et de la fabrication des pièces composites. Ce type de tissu comporte une majorité de renforts orientés dans une direction principale, dite chaîne. La faible portion de fibres orientées suivant la direction secondaire, dite trame, sert à maintenir ces renforts en place. Ces matériaux sont appelés pseudo-unidirectionnels ou pseudo-tissus.

La réalisation de ces pièces composites reste cependant quasi artisanale et minutieuse pour des pièces de sécurité. Or, ces stratifiés sont de plus en plus utilisés pour des applications exigeantes, ce qui, corrélativement, implique une durabilité plus soutenue vis-à-vis des sollicitations extérieures. Des endommagements peuvent apparaître lors de chargements mécaniques, fissuration intra-laminaires par exemple, sans que ces endommagements soient critiques pour la tenue mécanique de la structure. L'analyse doit cependant être suffisamment fine et fiable pour pouvoir maîtriser la chute des propriétés mécaniques, les performances résiduelles devant rester dans les limites acceptables établies par le cahier des charges. D'autres phénomènes d'endommagement (rupture ou déchaussement des fibres, délaminage) sont plus critiques et ne sont pas découplés des phénomènes de fissuration intra-laminaires. Le dimensionnement de ces structures composites stratifiées nécessite donc l'étude de l'ensemble des dégradations pouvant se produire au sein du matériau.

Cette étude s'est effectuée au Centre des Matériaux de l'Ecole des Mines de Paris et en collaboration avec le Centre d'Etude Technique de l'Industrie Mécanique (CETIM) de Nantes. Les structures stratifiées en verre / époxy testées au cours de cette étude ont été fabriquées à partir de préimprégnés pseudo-unidirectionnels dont la structure tissée est de type satin 4.

Au cours de cette étude, nous nous intéresserons plus particulièrement aux phénomènes de fissuration intralaminaire et de délaminage issue de bord libre pour ce type de structures stratifiées soumises à une sollicitation plane et statique. Nous nous appliquerons à suivre et à modéliser les endommagements intralaminaires. Par ailleurs, la propagation des fissures de délaminage est un phénomène difficile à modéliser du fait des nombreux mécanismes de ruptures microscopiques qui le contrôle. Nous nous limiterons donc à détecter le début du délaminage de bord libre et à établir un critère d'initiation du phénomène. L'amorce du délaminage n'est pas forcément catastrophique dans tous les cas. L'utilisation d'un tel critère pour dimensionner une pièce peut donc se traduire par un surdimensionnement de cette dernière. Cependant, à défaut d'outil plus adapté, ce type de critère peut être d'une grande utilité pour prévoir les risques encourus.

Les contraintes industrielles demandent souvent des temps de calculs relativement courts ; la structure tissée du matériau est donc rarement modélisée ; une approche mésoscopique d'un empilement considérant ses couches homogènes est souvent plus familière à l'ingénieur. Nous chercherons donc à modèliser ces phénomènes d'endommagements, puis à identifier leurs paramètres caractéristiques dans cet esprit, i.e. en considérant des modèles de stratifiés constitués de plis équivalents à des unidirectionnels. Après identifications du modèle de comportement endommageable et du critère d'intiation du délaminage, une confrontation des prédictions numériques aux données expérimentales préalablement reccueillies, nous permettra de mettre en avant les avantages d'une telle approche, mais également de montrer ses limites.

Par ailleurs, une des difficultés actuelles est de pouvoir visualiser durant les essais les différents mécanismes de dégradation au sein des éprouvettes testés, afin de mieux appréhender l'ensemble des phénomènes présents. Aujourd'hui, l'initiation du délaminage de bord libre peut être détectée à l'aide de différentes techniques (émission accoustique, RX, ...), mais presque aucune ne permet à la fois de détecter et de visualiser l'initiation du délaminage sur les bords libres. De plus, d'autres endommagements peuvent intéragir avec le début du délaminage s'ils précèdent ce dernier. Une étape importante du processus expérimental sera donc de mettre en place une méthode innovante pour suivre tous ces phénomènes aux voisinages des bords libres, afin de permettre en partie la description de ces interactions, ainsi que l'historique exact des événements.

Pour atteindre ces objectifs, différentes étapes sont nécessaires : caractériser le comportement mécanique de ces matériaux, suivre l'évolution des endommagements au cours du chargement des spécimens testés, écrire un modèle de comportement générique pour l'ensemble des phénomènes d'endommagements intralaminaires, ainsi qu'un critère d'initiation du délaminage, puis mettre en place les procédures d'identifications respectives, réaliser enfin des essais de validation pour appréhender la pertinence du modèle, comme celle du critère.

L'ensemble de cette démarche est présentée dans ce mémoire de thèse et s'articule en six parties.

Dans la première partie sont présentés les caractéristiques du matériau étudié : ses composants, sa structure, ainsi que les caractéristiques mécaniques élastiques du pli de base après réception des plaques composites.

Dans la deuxième partie, nous nous penchons sur l'analyse expérimentale du phénomène de fissuration intralaminaire transverse. Ainsi, dans un premier chapitre, nous présenterons une synthèse bibliographique, tout d'abord sur la description de cet endommagement, à la fois dans le cas des stratifiés non tissés et dans le cas des stratifiés tissés ; puis sur les techniques expérimentales existantes pour suivre son évolution au cours des essais. Dans

un deuxième chapitre, nous présenterons le protocole expérimental retenu pour étudier la fissuration intralaminaire. Enfin dans un dernier chapitre, nous ferons l'analyse de l'évolution de ce phénomène sur des séquences de type $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$.

Dans une troisième partie, nous allons construire un modèle d'endommagement intralaminaire sous un formalisme global dans lequel tout type d'endommagement intralaminaire pourra être pris en compte à l'échelle mésoscopique. A l'aide de ce modèle, les chutes de rigidités du stratifié pourront être prédites avec l'évolution des différents endommagements intralaminaires. Dans un premier chapitre, nous présenterons une synthèse bibliographique sur la modèlisation de la fissuration intralaminaire. Nous rappelerons dans un deuxième chapitre quelques principes pour la construction d'une loi de comportement. A partir de là, nous construirons dans un troisième chapitre le modèle d'endommagement intralaminaire unifié en nous basant sur la description d'un endommagement plus spécifique : la fissuration intralaminaire transverse (qui représente l'endommagement intralaminaire le plus couramment rencontré). Dans un quatrième chapitre, nous verrons comment adapter le modèle à la description du phénomène d'endommagement de rupture de fibres (pris à l'échelle mésoscopique). Par ailleurs, ce modèle d'endommagement intralaminaire ne prend pas en compte les éventuelles déformations irréversibles dues à la présence des fissures dans le pli. Dans un dernier chapitre, nous verrons donc comment faire évoluer le modèle pour décrire ce type de phénomène.

Dans une quatrième partie, nous nous intéressons à l'étude expérimentales de l'initiation du délaminage. Pour mieux comprendre les phénomènes observés, les champs de contraintes présents dans les éprouvettes de tractions sont calculés à l'aide de calculs par éléments finis. Dans le cas des séquences présentant de la fissuration intralaminaire, le comportement mécanique des plis fissurés sont modélisés à l'aide de la loi décrite dans la partie précédente. Ainsi, dans un premier chapitre, nous exposons une synthèse bibliographique des principales méthodes expérimentales existantes pour détecter l'initiation du délaminage. Vient ensuite un deuxième chapitre où nous présentons la mise au point d'une méthode expérimentale qui nous a permis de détecter et de visualiser l'initiation des différents délaminages de bord libres sur des éprouvettes en verre / époxy non trouée et trouée. Cette méthode nous a également donné la possibilité d'observer l'évolution des différents endommagements débouchants sur le bord libre considéré, puis d'analyser leurs interactions visibles avec le début du délaminage. Dans le troisième chapitre, nous montrons succinctement les moyens numériques d'investigation des phénomènes utilisés. Un cinquième chapitre porte sur le dimensionnement des éprouvettes. Enfin, les sixième et septième chapitres sont consacrés à l'analyse des essais réalisés respectivement sur des éprouvettes EDT ("Edge Delamination Test") et sur des éprouvettes trouées, sur lesquelles la méthode d'observation mise au point a été appliquée.

Dans une cinquième partie, nous nous intéresserons à la construction d'un critère de

prédiction pour l'initiation du délaminage de bord libre, dû aux effets de bord. Dans un premier chapitre, nous exposerons une synthèse bibliographique sur les critères d'initiation du délaminage de bord libre. Puis dans un second chapitre, nous proposerons un critère d'initiation du délaminage. Enfin, dans un troisième chapitre, nous présenterons des méthodes pour identifier les différents coefficients du critère.

Enfin, dans une sixième et dernière partie, les coefficients du modèle et du critère vont être identifiés à partir d'une partie des essais expérimentaux, puis les prédictions des simulations numériques réalisées après identifications seront comparées à l'ensemble des résultats expérimentaux. Ainsi dans un premier chapitre, les paramètres du modèle d'endommagement intralaminaire seront identifiés pour le matériau de l'étude dans le cas particulier du phénomène de fissuration intralaminaire transverse. Ce modèle sera ensuite validé par la confrontation de simulations numériques aux données expérimentales. De même, une démarche identique sera réalisée dans un second chapitre pour identifier les paramètres du critère d'intitiation du délaminage et pour le valider. L'influence de la fissuration intralaminaire sur l'initiation du délaminage est prise en compte par le biais du modèle d'endommagement intralaminaire qui permet de simuler les chutes de raideurs des plis fissurés.

Première partie

PRESENTATION DU MATERIAU DE L'ETUDE

Le type de matériau testé lors de l'étude est un composite composé d'une matrice époxy renforcée par des fibres de verre (fibres continues). Les fibres de verre représentent 90% *en volume des fibres vendues, les matrices thermodurcissables* 70% *en volume de part de marché dont* 15% *pour les époxydes.*

Dans ce manuscrit n'est pas abordé le problème du vieillissement, mais celui-ci est décrit pour ce matériau dans une étude réalisée en parallèle par Julien Mercier [46]. Dans ces travaux sur le vieillissement humide du composite en verre / époxy, les propriétés du matériau y sont plus développées. Ainsi, ceux qui désirent plus de précision sur les propriétés du composite se reporteront donc à ce travail.

Dans cette partie sont présentés les caractéristiques du matériau étudié : ses composants, sa structure, ainsi que les caractéristiques mécaniques élastiques du pli de base après réception des plaques composites.

Chapitre 1

Définitions

Un matériau composite est constitué d'une matrice et d'un renfort constitué le plus souvent de fibres (fibres continues dans le cadre de l'étude) (figure 1.1) :

- les fibres, dont le rôle est de reprendre les efforts, apportent au matériau ses performances mécaniques ; cette étude se limite au cas de composites à fibres continues de verre ;
- la matrice permet d'assurer la cohésion du matériau, de protéger les fibres des agressions extérieures et de transmettre au renfort les sollicitations mécaniques extérieures ; le choix de la matrice est très important pour les propriétés hygro-thermo-mécaniques du composite ; deux grandes familles de résine polymère existent : les thermoplastiques et les thermodurcissables ; ces dernières présentent des propriétés mécaniques plus élevées mais présentent l'inconvénient de ne pouvoir être mis en oeuvre qu'une seule fois car la réaction de réticulation n'est pas réversible [6] ;
- l'interface entre les fibres et la matrice permet la cohésion de l'ensemble ; il peut avoir un rôle primordial dans le processus de vieillissement en favorisant le transport d'eau.

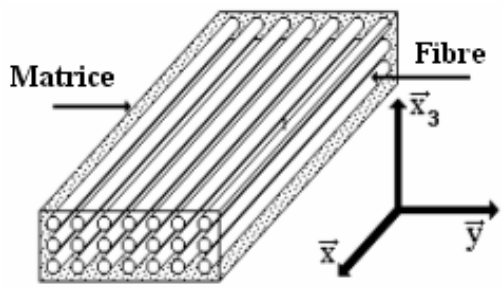


Fig. 1.1 – Schéma représentatif des éléments constitutifs d'un composite unidirectionnel à fibres continues

Chapitre 2

Dénomination des composants du composite

2.1 La matrice époxy

Les réseaux époxy appartiennent à la classe des thermodurcissables. Ces polymères sont des composés macromoléculaires formant un réseau tridimensionnel après réaction chimique. Ces réseaux époxy résultent de la réticulation d'un polymère ou résine de type époxy (prépolymère) et d'un durcisseur (agent de réticulation). La résine utilisée dans notre étude est à base de diglycidyl-éther de biphénol A (DGEBA) de type *LY5052* et le durcisseur est de type *Aradur5052* (type amine, i.e. présentant une termison amine -NH2).

2.2 Le renfort fibre de verre

Le renfort se compose de fibres de verre de type E, qui constituent la quasi totalité de la fabrication de verre textile produit actuellement. Il est fourni par la société *Hexcel Composite*.

Chapitre 3

Types de structures testées et modes d'élaboration

Les empilements composites tissés sont fabriqués par la société *Bretagne Composite*, à partir de tissus préimprégnés. Le renfort se présente sous la forme de tissu satin de 4. L'épaisseur théorique d'un pli est de $0,215mm$. Des plaques de dimensions $400mm \times 400mm$ sont fabriquées par moulage au contact par empilement de 4 plis de base. L'empilement simple de matériau unidirectionnel est donc un $(0^{\circ}{}_4)$ et présente une épaisseur de $0,86mm$. La mise en oeuvre s'effectue avec un cycle de cuisson de $90min$. à $120^{\circ}C$ sous une pression de $5bars$.

La particularité de notre matériau vient de la structure tissée du renfort. Un tissu est constitué de torons de fibres de type chaîne (torons tendus du tissage) et de toron de type trame (toron tissés), qui se croisent une fois sur quatre dans le cas du satin de 4, comme schématisé sur les figure 3.2 et 3.3. Nous n'avons donc pas un unidirectionnel pur puisqu'il y a des fibres à la fois dans le sens chaîne (direction principale du renfort) mais aussi dans le sens trame, comme illustré sur les figures 3.1 et 3.3. La répartition en masse est la suivante (fiche technique *Hexcel*) :

- 87% dans le sens chaîne ;
- 13% dans le sens trame.

Sur la photo de la figure 3.4, nous visualisons clairement la présence de chaîne et de trame dans chaque pli de base.

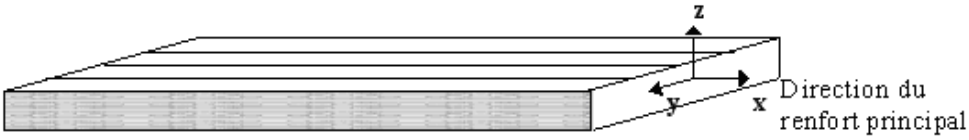


Fig. 3.1 – Schéma d'un pli composite de base (3D)

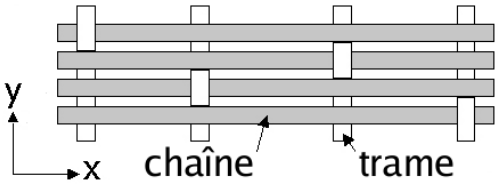


FIG. 3.2 – Schéma d'un tissu satin 4 observée suivant la direction z et dénomination des termes employés.

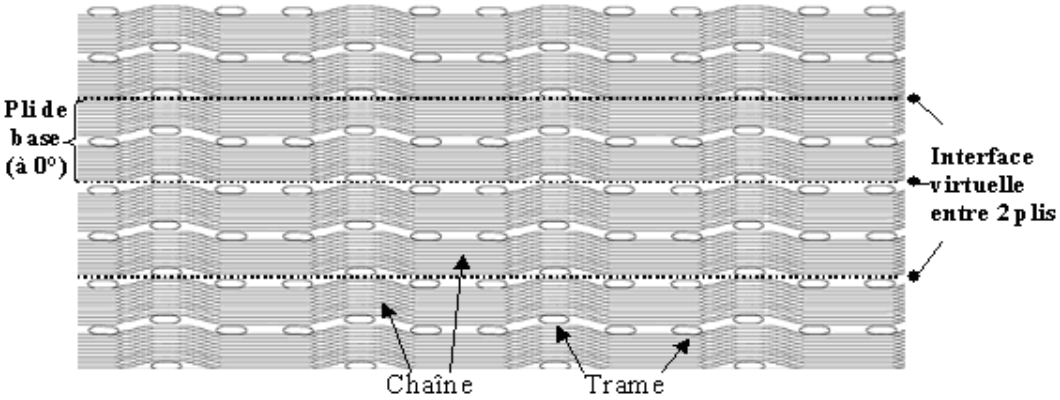


FIG. 3.3 – Schéma d'un pli composite tissé de base (séquence $(0^{\circ}{}_4)$) (suivant une section (x, z)) et dénomination des termes employés

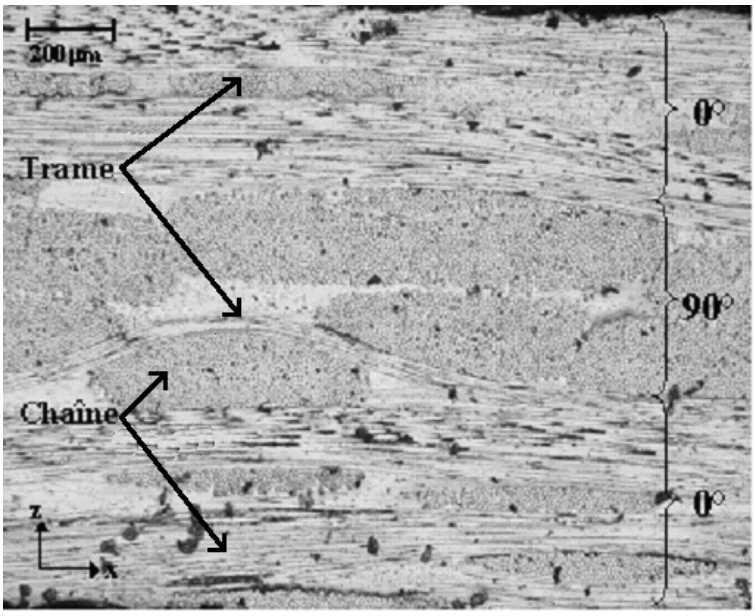


FIG. 3.4 – Séquence $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_1)_s$: section polie après élaboration - Microscopie optique (x5)

Chapitre 4

Caractéristiques du matériau à réception

4.1 Observations microscopiques

Après réception des stratifiés, des observations microscopiques ont permis de caractériser la microstructure. Un exemple est donné sur la figure 4.1 pour un stratifié $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_1)_s$.

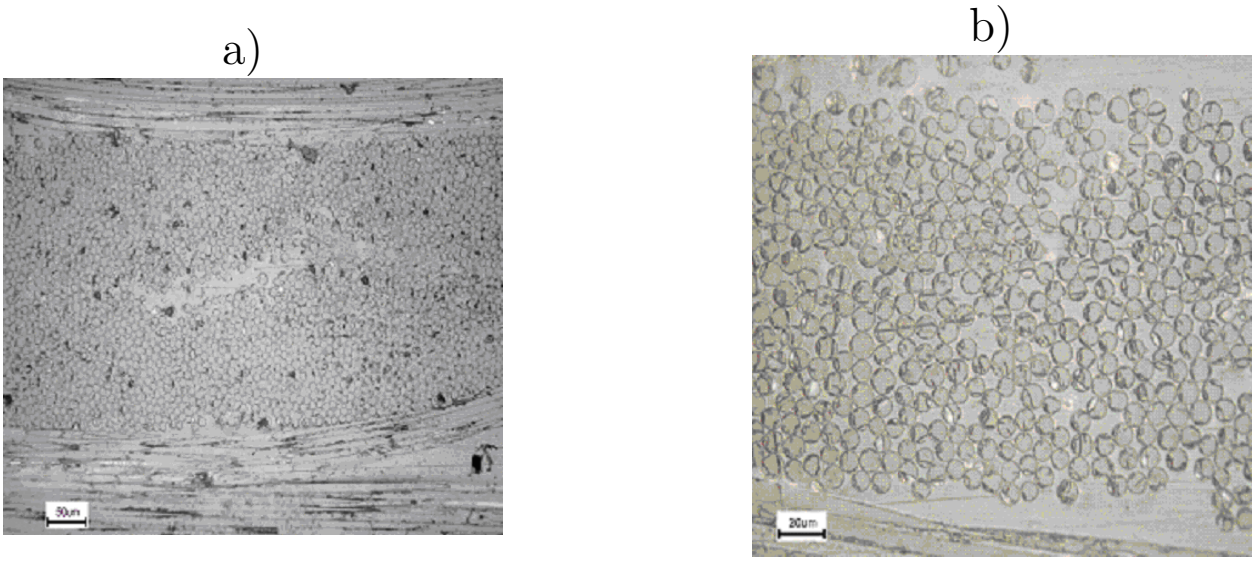


FIG. 4.1 – Observations en microscopie optique de la section polie du matériau après élaboration (séquence $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_1)_s$) : a) grossissement x10, et b)grossissement x50

Nous observons peu de défauts après élaboration. Par ailleurs, la répartition des fibres est inégale et il existe des zones riche en résine, i.e. sans fibre. A partir de photographies traitées numériquement, sur un type d'empilement semblable, Schieffer [67] a montré que le taux de fibre peut varier de 40 à 70%.

4.2 Taux de fibres

Le taux de fibres moyen a été déterminé par pyrolyse. La valeur moyenne de fraction volumique de fibre V_f ainsi obtenue est de 55%.

Cette valeur est tout à fait correcte, semblable aux valeurs observées généralement dans la littérature et en accord avec la valeur fournie par le fabricant (53%).

4.3 Propriétés du pli élémentaire

Plusieurs essais de traction sont nécessaires pour déterminer les différents modules d'élasticité du pli élémentaire d'un composite à fibres continues tel que celui de cette étude.

Le module d'Young E_{11}, ou module d'élasticité longitudinal, noté E_1 par la suite, et le coefficient de poisson μ_{12} sont mesurés par des essais de traction monotones sur des unidirectionnels de type $(0^\circ{}_4)$.

Le module d'élasticité transverse E_{22}, noté E_2 par la suite, est mesuré par des essais de traction monotones sur des unidirectionnels $(90^\circ{}_4)$. Le module de cisaillement G_{12}, noté G par la suite, est mesuré par des essais de traction monotones sur des unidirectionnels $(45^\circ{}_4)$. Nous avons G tel que :

$$G = \frac{\sigma_L}{2\left(\varepsilon_L - \varepsilon_T\right)}$$

où σ_L est la contrainte appliquée ; ε_L est la déformation longitudinale mesurée par extensomètre et jauge de déformation ; et enfin ε_T est la déformation transverse mesurée par une jauge de déformation.

Cinq essais ont été réalisés pour chaque orientation. Les propriétés élastiques planes du pli sont récapitulées dans le tableau 4.1 et les propriétés à rupture dans le tableau 4.2.

Les propriétés élastiques hors plan du pli sont difficiles à obtenir expérimentalement. Celles qui sont données dans le tableau 4.1 ont été obtenues dans la littérature sur des matériaux en verre / époxy équivalents.

Prorpiétés élastiques	
$E_{11}(GPa)$	$39 \pm 0,4$
$E_{22}(GPA)$	17 ± 1
$E_{33}(GPA)$	10
$G_{12}(GPa)$	$6,8 \pm 0,3$
$G_{13}(GPa)$	$6,1$
$G_{23}(GPa)$	$3,7$
μ_{12}	$0,21 \pm 0,02$
μ_{13}	$0,19$
μ_{23}	$0,35$

TAB. 4.1 – Propriétés élastiques du pli élémentaires

	Contrainte à rupture (MPa)	Déformation longitudinale à rupture (%)
Traction ($0^{\circ}{}_4$)	757 ± 15	$1,96 \pm 0,03$
Traction ($90^{\circ}{}_4$)	100 ± 6	$1,5 \pm 0,2$
Traction ($45^{\circ}{}_4$)	102 ± 3	$4 \pm 0,4$

TAB. 4.2 – Propriétés élastiques du pli élémentaires

Chapitre 5

Mécanismes d'endommagement dans les composites

Il existe généralement plusieurs types d'endommagement au sein d'une structure stratifiée de plis unidirectionnels ou tissés, ayant des conséquences à différentes échelles (figure 5.1).

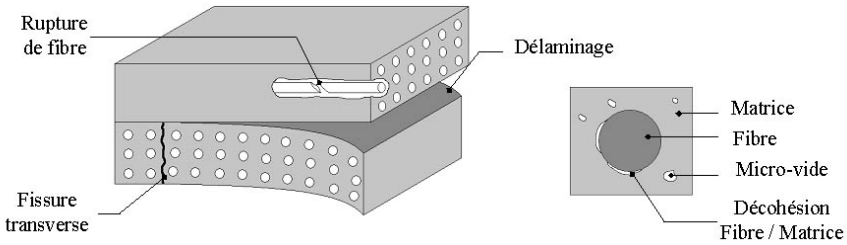


Fig. 5.1 – Principaux endommagements rencontrés dans un stratifié

Les plus significatifs sont les suivants :

- a l'échelle microscopique, apparaissent les ruptures d'adhérence entre les fibres et la matrice : c'est le phénomène de décohésion fibre / matrice ;
- a l'échelle mésoscopique, ou échelle du pli, apparaissent de nombreuses fissures intralaminaires parallèles aux fibres, mais également la rupture de fibres qui intervient généralement au stade ultime de la ruine du matériau ;
- a l'échelle macroscopique, nous observons le phénomène de décollement interpli : c'est le délaminage qui apparaît généralement dans les zones de forts gradients de contraintes comme les bords de la structure.

Chapitre 6

Repère de référence et repère local

Dans le repère de référence $(Oxyz)$, l'axe x est parallèle à la direction de traction, l'axe z est parallèle à l'épaisseur du stratifié et enfin le vecteur selon l'axe y est obtenu à partir de x et z afin d'avoir un repère orthonormé directs (figure 6.1).

Dans le repère local $(Ox_1x_2x_3)$, l'axe x_1 est parallèle au sens chaîne, l'axe x_2 est parallèle au sens trame et le vecteur selon l'axe x_3 est obtenu à partir de x_1 et x_2 afin d'avoir un repère orthonormé directs (figure 6.1).

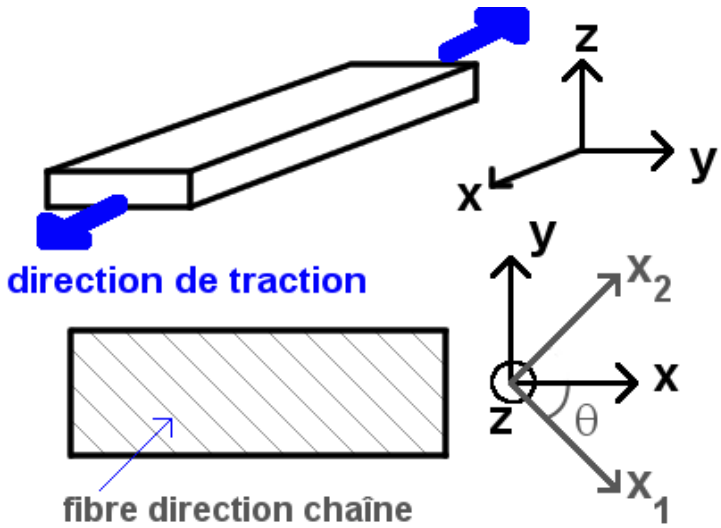


FIG. 6.1 – Schéma du repère de référence $(Oxyz)$ et du repère local $(Ox_1x_2x_3)$

Deuxième partie

ANALYSE EXPERIMENTALE DE L'EVOLUTION DE LA FISSURATION INTRALAMINAIRE

Beaucoup d'études décrivent l'évolution de l'endommagement par fissuration intralaminaire dans le cas de composites stratifiés non tissés (i.e. dont les plis de bases sont des unidirectionnels) et quelques travaux portent sur des composites tissés.

En revanche quasiment aucune étude ne se penche sur l'évolution de la fissuration intralaminaire transverse (les caractéristiques de l'endommagement et sa cinétique d'évolution) dans le cas de stratifiés dont les plis sont des pseudo-unidirectionnels (encore appelés pseudo-tissus).

Dans cette partie, nous nous penchons donc sur l'analyse expérimentale de ce phénomène. Ainsi, dans un premier chapitre, nous présenterons une synthèse bibliographique, tout d'abord sur la description de cet endommagement, à la fois dans le cas des stratifiés non tissés et dans le cas des stratifiés tissés ; puis sur les techniques expérimentales existantes pour suivre son évolution au cours des essais. Dans un deuxième chapitre, nous présenterons le protocole expérimental retenu pour étudier la fissuration intralaminaire. Enfin dans un dernier chapitre, nous ferons l'analyse de l'évolution de ce phénomène sur des séquences de type $(0^{\circ}_{2}, 90^{\circ}_{n})_{s}$.

Chapitre 7

Synthèse bibliographique

7.1 Quelques remarques sur la fissuration intralaminaire

Les matériaux composites, notamment ceux à forte anisotropie, présentent un avantage très particulier par rapport aux métaux : la direction de l'endommagement dépend, non pas du mode de chargement, mais de l'arrangement géométrique des constituants du composite.

Dans un composite stratifié dont les plis sont des unidirectionnels, les fissures intralaminaires transverses apparaissent parallèlement aux fibres (figure 7.1), dans l'épaisseur des plis les plus désorientés par rapport à l'axe de traction.

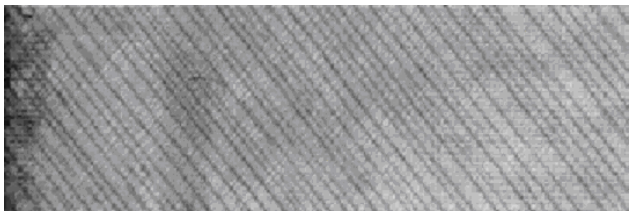


FIG. 7.1 – Composites de séquence $(0^\circ{}_2, \pm 55^\circ{}_2)_s$; photographie au rayon X (Renard [61] ; les fissures sont parallèles aux fibres des plis fissurés

Pour de tel composites dont les séquences sont de type $(0^\circ{}_n, 90^\circ{}_m)_s$, le mécanisme de multifissuration de la couche à 90° est relativement bien décrit par Garret et al. [20]. Après l'apparition d'une fissure dans ce pli, pour un certain niveau de chargement du stratifié, une partie de la charge est transferée aux plis voisins à 0°. Ces contraintes additionnelles dans les plis à 0° sont maximum au niveau du plan de la fissure et diminuent en s'éloignant de de ce plan (dans le sens longitudinal du stratifié), alors que les charges additionnelles sont retransferrées en sens inverse dans le pli à 90°. Lorsque les contraintes présentent dans le pli à 90° atteignent à nouveau un niveau critique avec l'augmentation du chargement, une nouvelle fissure peut apparaître.

Ce Mécanisme induit un endommagement qui est assez rapidement homogène dans le pli fissuré, ce qui veut dire que l'espacement interfissure est relativement homogène (figure 7.2). De plus, l'endommagement est progressif au cours du chargement imposé (figure 7.3). Plus de détails à ce sujet sont donnés à la section 7.1.2.

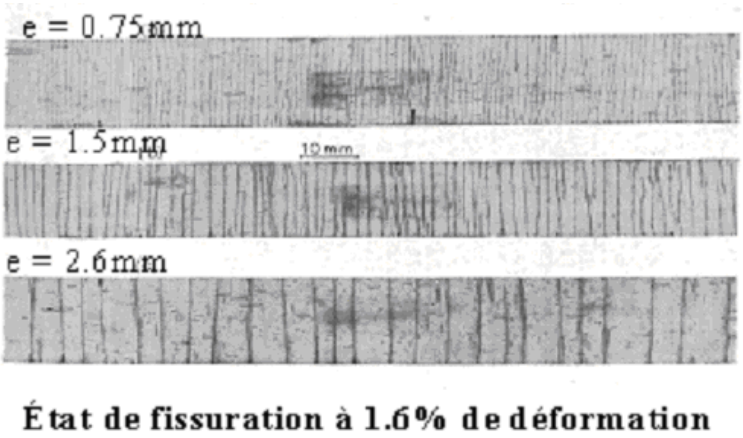


FIG. 7.2 – Répartition des fissures pour différentes épaisseurs de pli à 90° pour des séquences de type $(0^\circ, 90^\circ{}_n)_s$; *Garret, 1977* [20]

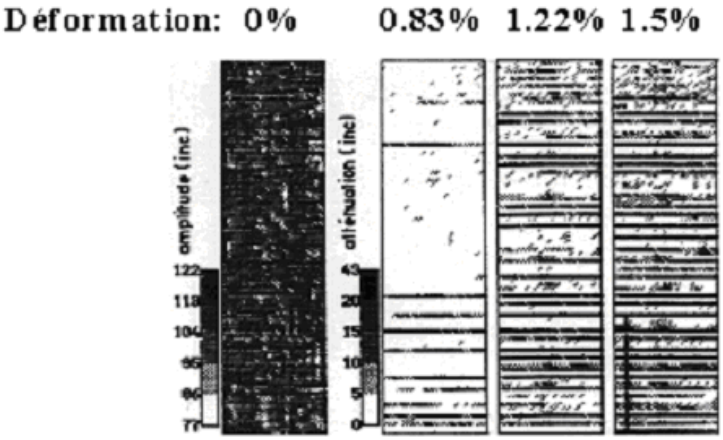


FIG. 7.3 – Evolution de la fissuration au cours du chargement imposé - suivi par méthode ultrasonore au sein du pli à 90° pour une séquence de type $(0^\circ, 90^\circ)_s$; *Kaczmarek, 1990*

Dans les tissus, qui sont composés de torons entrecroisés, les fissures intralaminaires transverses apparaissent parallèlement à l'axe des fibres et dans l'épaisseur des torons de trame et de chaine (figure 7.4).

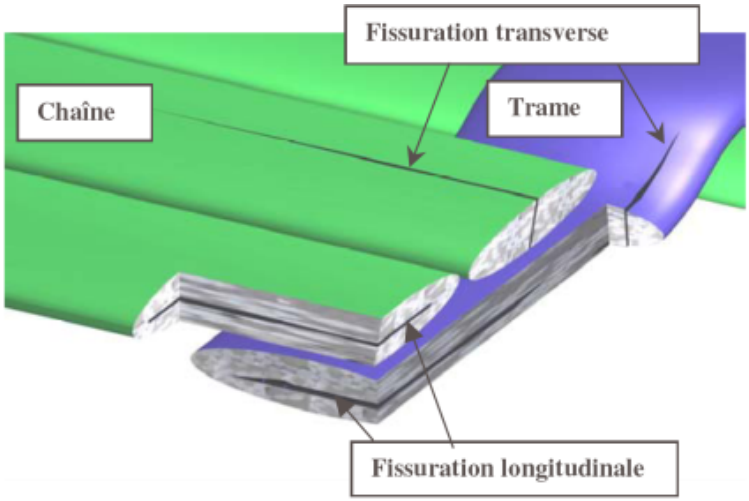


FIG. 7.4 – Types de fissuration dans un pli tissé

Les mécanismes de transferts de charge décrit par Garret sont toujours présents. Le phénomène de multi-fissuration caractérisant la fissuration intralaminaire est donc également observé dans ce type de structure. Toutefois, les champs de contraintes le long des couches sont plus complexes que dans le cas de plis unidirectionnels, du fait des entrecroisements des torons chaînes et des torons trames. Suivant la structure de ces tissus, la localisation, la nature (transverse ou longitudinale) et l'évolution des fissures intralaminaires pourront donc être influencées. Ainsi, suivant la géométrie de la structure tissée, les fissures peuvent apparaitre de manière préférentielle aux niveaux des boucles de tissages formées par les torons chaînes et les torons trames.

Ce phénomène a été décrit par Roy ([65] et [66]). Il a utilisé pour cela un modèle expérimental simplifié de composite tissé pour simuler les effets d'une boucle de tissage. Pour cela, il fabrique des stratifiés à partir de plis unidirectionnels et par l'ajout d'un insert (composé également d'un unidirectionnel) dans la direction perpendiculaire à la direction de traction. En jouant sur le nombre de pli de l'empilement et la largeur de l'insert, il fait varier un paramètre de la boucle appelé "rapport caractéristique de l'ondulation". Pour de petites valeurs de ce rapport, Roy observe que les fissures ne sont pas spécialement localisées aux niveaux des boucles et que le modèle est similaire à celui d'un stratifié à plis unidirectionnels classique. En revanche, à partir d'une certaine valeur du rapport, les fissures apparaissent aux niveaux des boucles de tissages.

Le mécanisme conduisant à l'apparition au niveau des boucles est également décrit par l'étude expérimentale d'Osada [50]. La fissure est créée dans un toron chaîne adjacent à une ondulation par un processus de traction / flexion de ce toron (figure 21.28). En effet, lorsque les plis à 90° sont mis en traction, ces ondulations peuvent imposer en supplément un moment de flexion local aux torons chaînes adjacents.

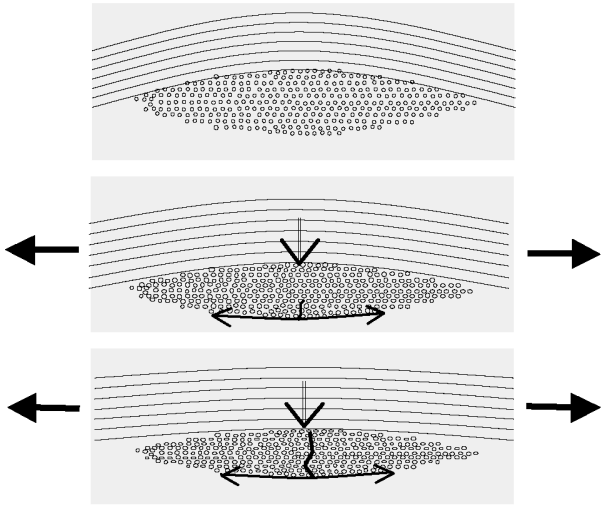


FIG. 7.5 – Mécanisme d'initiation d'une fissure intralaminaire dans un tissu composite de type taffeta ; *Osada (2003)* [50]

7.1.1 hauteur et longueur des fissures

Dans les éprouvettes stratifiées à plis unidirectionnels sous chargement quasi-statique, les phénomènes d'apparition d'une fissure et sa propagation complète sont quasi-simultanés. En outre, les fissures se propagent sur toute la hauteur du pli où elles apparaissent et traversent quasi-instantanément toute la largeur de l'échantillon. Seul un faible pourcentage de fissures s'amorçent sur les bords de l'éprouvette sans se propager vers l'intérieur (Aussedat [4]).

Dans le cas où les plis sont des tissus, la fissure se propage quasi-instantanément au moins sur toute la hauteur du toron où elle est apparue (Aussedat [4], Gao [19]). Si les fibres présents dans deux torons adjacents ont la même orientation, le plus souvent la fissure se propage à travers ces deux torons. Toutefois, lorsque la fisssure ne se propage que sur un seul toron, Gao [19] observe que la fissure reste stable et ne se propage pas au toron voisin avec l'augmentation du chargement.

De même, la géométrie de la structure tissée semble influer sur la propagation des fissures dans la largeur de l'éprouvette. Ainsi, Osada [50] observe que les dimensions et la densité des fissures dans le sens de la largeur des éprouvettes sont différentes suivant que le tissu soit de type satin ou taffeta s. Toutefois, il réalise des observations faites par radiographie qui semblent montrer que la densité de fissure mesurée aux voisinages des bords libres ne différe pas de celle mesurée au centre de l'éprouvette, pour les deux types de tissu. De son côté, Aussedat [4] travaille sur un satin de type 8 et remarque que la faible ondulation n'est pas un obstacle à la propagation de la fissure.

7.1.2 La densité de fissures et son évolution

Quand la seule dégradation du pli est la fissuration intralaminaire, comme c'est le cas pour une séquence de type $(0^\circ, 90^\circ)_s$, il est possible de comptabiliser le nombre de fissures grâce à l'une des techniques présentées à la section 7.2. La formation de nouvelles fissures, ainsi que leur évolution, peut donc être enregistrée au cours du chargement mécanique (Favre et al. [18]). Ce n'est qu'à partir de 1977 que la densité de fissures est systématiquement observée et étudiée. Ainsi Reifsnider [59] montre que la densité de fissures croît de manière monotone et atteint un état de saturation. En effet, la densité de fissures en fonction de la contrainte appliquée est un généralement un sigmoïde présentant trois phases : tout d'abord un seuil d'amorçage, puis une augmentation continue de la densité de fissures avec un chargement également continu et enfin un état de saturation où la distance inter-fissures est constante (Renard [61], Thionnet [76], Yoon [86]). Un exemple de courbe d'évolution est donné sur la figure 7.6).

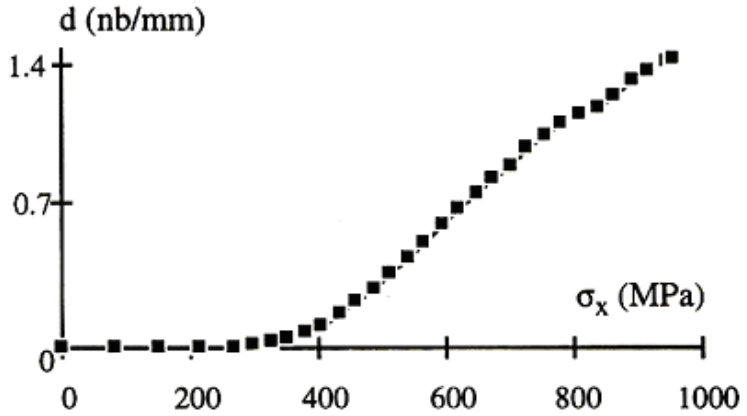


FIG. 7.6 – Evolution de la densité de fissures au sein du pli à 90° d'un stratifié carbone / époxy de séquence $(0^\circ, 90^\circ)_s$, en fonction de la contrainte de traction monotone ; *Aussedat, 1997* [4]

A partir de l'état de saturation, la densité de fissures va se stabiliser et rester constante, malgré l'augmentation du niveau de contrainte. Ce phénomène est bien observé sur les empilements de type $(0^\circ{}_n, 90^\circ{}_m)_s$. Cependant, dans de nombreux cas, la rupture du matériau survient avant que l'endommagement n'atteigne cet état. Il est alors difficile d'évaluer la valeur de densité de fissures à la saturation.

La définition d'un tel état reste d'ailleurs sujet à critique. Selon Peters et Chou [55], il semble que la saturation ne soit jamais atteinte : à la phase d'endommagement rapide succède un production lente mais continue de fissures. Ce phénomène peut être attribué a plusieurs causes. Par exemple, la nature probabiliste de l'apparition d'une nouvelle fissure fait qu'elle suit plus ou moins une loi de type Weibull. Or ce type de loi décrivant la probabilité d'apparition d'une nouvelle fissure en fonction du chargement appliqué a également une forme

sigmoïde de même type (en forme de S). Par ailleurs, la présence de nombreuses fissures créent des champs de contraintes non homogènes dans le pli fissuré, ayant pour conséquence de ralentir le régime d'apparition des fissures. Enfin, Peters et Chou attribuent une grande partie de l'apparition de cette troisième phase à l'initiation de phénomène plastique ou de délaminage au voisinage de l'interface du pli. En effet, il existe un processus de transfert de charges entre le pli fissuré et les plis adjacents qui s'opère aux niveaux des interfaces entre couches, aux voisinages des pointes de fissures (Garret [20]). Lorsque les contraintes impliquées dans ce processus dépasse le seuil de plasticité ou la résistance au délaminage de l'interface, il apparait donc l'un de ces phénomènes. Conséquence, les contraintes permettant le transfert de charge sont en parties relaxées, ralentissant ainsi l'apparition de nouvelles fissures. Ce scénario permet d'ailleurs d'expliquer pourquoi certains empilements n'atteignent jamais cet état : dans ce processus de transfert de charge, les niveaux de contraintes peuvent être plus ou moins élevés suivant le type de séquence ; ainsi pour certains empilements, ces niveaux n'atteignent pas le seuil de plasticité ou la résistance au délaminage ; il n'y a donc pas de changement de régime dans la fissuration.

Toutefois, en première approximation, le quasi-plateau est généralement considéré comme correspondre à la saturation. Bien évidemment, la cinétique de fissuration dépend de la nature des constituants du composite et du type d'empilement.

7.1.3 Les effets unilatéraux de l'endommagement

Comme nous l'avons dit précédemment : contrairement aux métaux, la direction de l'endommagement dépend, non pas du mode de chargement, mais de l'arrangement géométrique des constituants du composite. Ainsi, les fissures intralaminaires se développent dans les plis les plus désorientés par rapport à la direction de chargement en familles de fissures parallèles aux fibres du pli concerné et parallèles entre elles (figure 7.1).

Cette propriétés des fissures a une conséquence particulière sur le comportement du pli endommagé : lorsque le chargement du stratifié referme les fissures appartenant à un pli, les propriétés mécaniques de ce dernier sont restaurées, sauf celles associées au cisaillement (figure 7.7).

7.1.4 Définition d'une grandeur caractéristique de l'endommagement

Afin de quantifier le phénomène d'endommagement, certains auteurs préfèrent utiliser une autre variable que la densité de fissure d. Elle est notée α. Elle doit prendre en compte la géométrie des fissures, leur densité, mais aussi l'épaisseur du pli fissuré e. La relation $\alpha = e \cdot d$

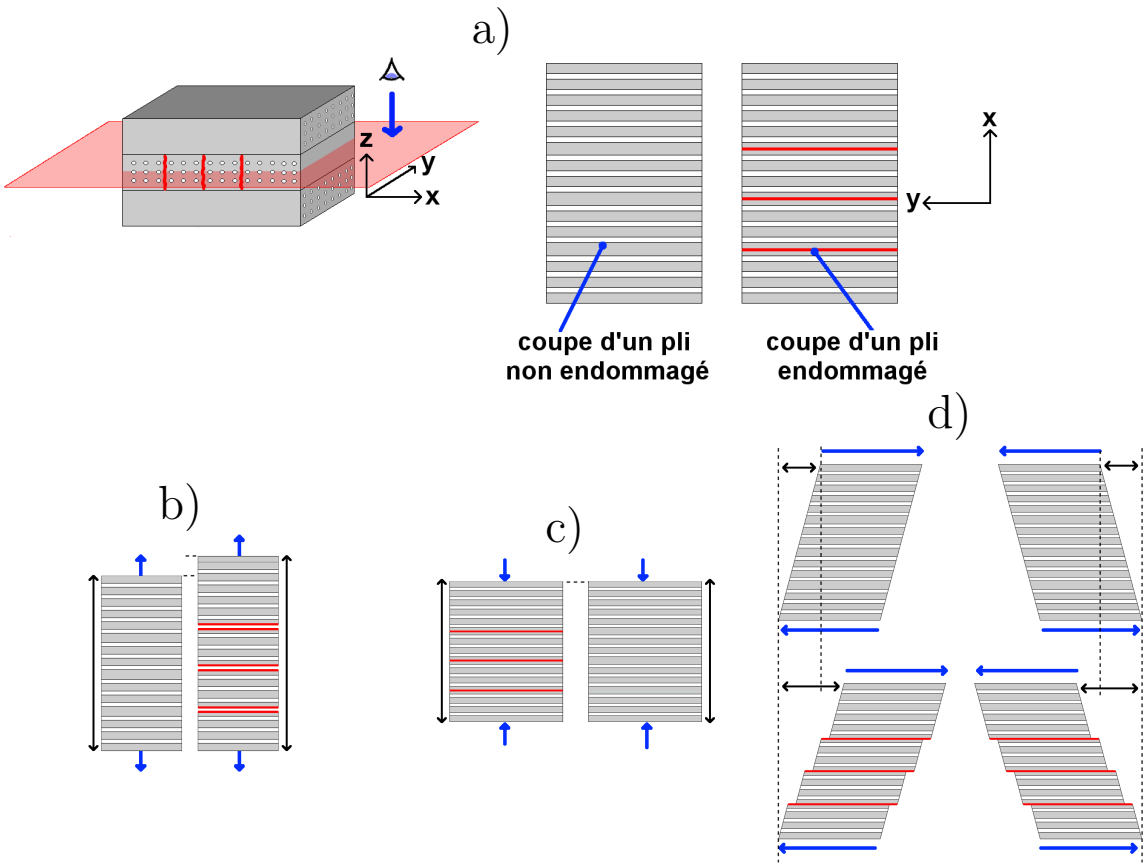


FIG. 7.7 – Schéma des effets unilatéraux de l'endommagement : lorsque le chargement du stratifié referme les fissures appartenant à un pli, les propriétés mécaniques de ce dernier sont restaurées, sauf celles associées au cisaillement

est considérée. Ce choix est motivé par le fait que, comme observé sur la figure 7.2, la densité de fissures diminue si l'épaisseur du pli fissuré, i.e. n (nombre de plis fissurés) augmente. Un exemple est donné par le tableau 7.1, où sont reportées pour différentes épaisseurs de plis fissurés, la densité de fissures à saturation et la valeur de α à saturation (Renard [62]). Alors que d diminue si e augmente, nous pouvons observer une relative stabilité de la variable α.

Le choix de α se confirme en observant les courbes de chute de rigidité transversale d'éprouvettes de séquences $(0^\circ, 90^\circ{}_n)_s$ sollicitées en traction, en fonction de d (figure 7.8) ou

n nombres de plis à 90°	e, épaisseur du pli fissuré (mm)	nombre de fissures	d $(nbfissures/mm/pli)$	α
2	0,25	313	1,56	0,4
3	0,375	258	1,29	0,48
4	0,5	201	1	0,5
8	1	97	0,48	0,48

TAB. 7.1 – Valeurs à saturation des variables d et α en fonction de l'épaisseur du pli fissuré e, de stratifiés $T300/914$ $(0^\circ, 90^\circ{}_n)_s$; *Renard, 1993* [62]

de α (figure 7.9), pour différentes épaisseurs de pli à 90°. Une relative stabilité de la courbe d'endommagement en fonction de α vis à vis de l'épaisseur est constatée (figure 7.9), alors que cette stabilité n'existe pas si cette même courbe est tracée en fonction de d. Ainsi, en prenant comme variable caractéristique de l'endommagement α, la loi d'évolution est normalisée pour toutes les courbes expérimentales, représentant une courbe maîtresse de baisse de rigidité au cours de l'endommagement.

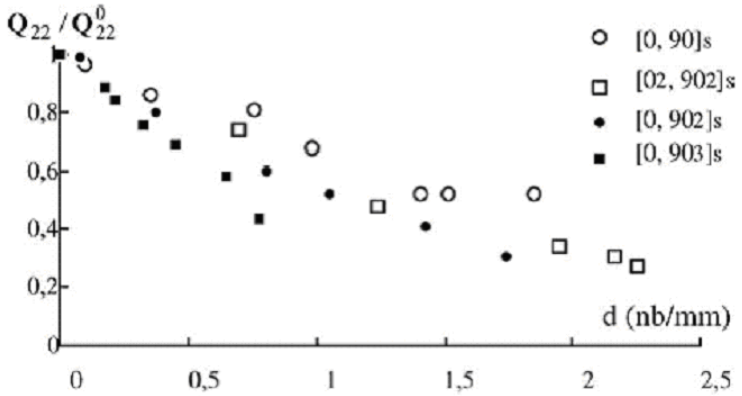


FIG. 7.8 – Chute de rigidité transversale de stratifiés de séquences $(0^\circ{}_m, 90^\circ{}_n)_s$, en fonction de la densité de fissures d ; *Renard, 1993* [62]

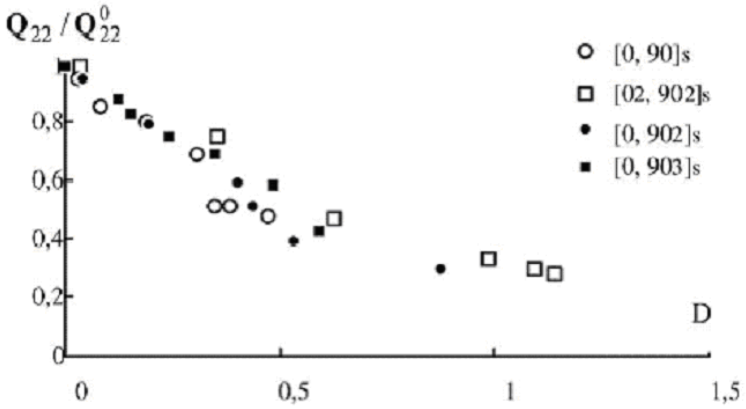


FIG. 7.9 – Chute de rigidité transversale de stratifiés de séquences $(0^\circ{}_m, 90^\circ{}_n)_s$, en fonction de la variable α (noté D sur le graphique) ; *Renard, 1993* [62]

La connaissance des courbes donnant l'évolution de l'endommagement en fonction de la charge appliquée permet de construire des lois d'évolutions de la dégradation basées sur la thermodynamique des milieux continus et d'aboutir à une prévision des courbes de traction et de l'endommagement pour divers stratifiés. La présentation de cette approche, l'écriture du modèle de comportement, notamment la prise en compte de l'endommagement par fissuration, seront introduits et exposés en détail dans la partie III.

7.2 Moyens d'analyse expérimentale de la fissuration

Le suivi de l'endommagement peut se faire par divers moyens. Sans entrer dans les détails, nous pouvons citer :

la radiographie ou RX : cette méthode consiste à tremper les éprouvettes dans un opacifiant qui s'infiltre dans les fissures débouchantes, puis de faire passer un faisceau de rayons X à travers le matériau pour réaliser un cliché ; les fissures sont alors visibles en sombre ;

l'émission accoustique : elle permet d'obtenir une évaluation globale de l'endommagement ; elle consiste à enregistrer et analyser les bruits émis par l'éprouvette au cours de l'essai ; elle permet un suivi in-situ des endommagements sans obligation de stopper l'essai ;

l'analyse par ultrason : des ultrasons sont envoyés à travers le matériau et leurs propagations dépendant des propriétés élastiques du milieu sont analysées ;

la réplique d'éprouvette : elle consiste à relever l'empreinte du chant de l'éprouvette ;

l'analyse optique in-situ : c'est le moyen le plus efficace pour suivre l'endommagement sans interrompre l'essai ; elle s'effectue par l'intermédiaire d'une caméra munie d'un microscope optique à faible grossissement ; bien que ne donnant des renseignements qu'aux bords des échantillons, cette méthode est employée dans l'étude et sera détaillée dans la section 8 ;

l'observation par microscopie optique : elle nécessite le démontage complet de l'éprouvette de la machine d'essai ; elle peut permettre d'affiner et de confirmer les observations effectuées par suivi optique in-situ.

Chapitre 8

Présentation du protocole expérimental de suivi de la fissuration intralaminaire

8.1 Essais mécaniques de traction

Pour suivre l'évolution de la fissuration intralaminaire des essais de traction ont été réalisés sur une machine Instron sur des stratifiés de séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$ (figure 8.1). Pour des stratifiés dont les plis sont des unidirectionnels, ce type d'empilement est connu pour ne développer que de la fissuration intralaminaire comme endommagement, localisée dans les plis orientés à 90°. Ils sont donc couramment employés dans l'étude de la fissuration intralaminaire.

Dans le cas présent, les plis des différents empilements sont constitués par des quasi-undirectionnels : ce sont des tissus de structures satin 4 comportant 87% de fibres dans la direction chaîne et 13% dans la direction trame. Au vu de la relativement faible portion de fibres dans la direction trame, nous avons supposé dans un premier temps que l'évolution générale de la fissuration intralaminaire dans les échantillons serait assez similaire à celle observée pour des séquences équivalentes dont les plis sont des unidirectionnels. Nous verrons au chapitre 9 que l'expérience contredit cette hypothèse.

Les éprouvettes de géométrie rectangulaire sont découpées dans des plaques reçues du fabricant, à l'aide d'une meule diamantée refroidie à l'eau. Leur longueur est de $200mm$ et leur largeur de $20mm$. Leur épaisseur dépend bien entendu du type de séquence testée.

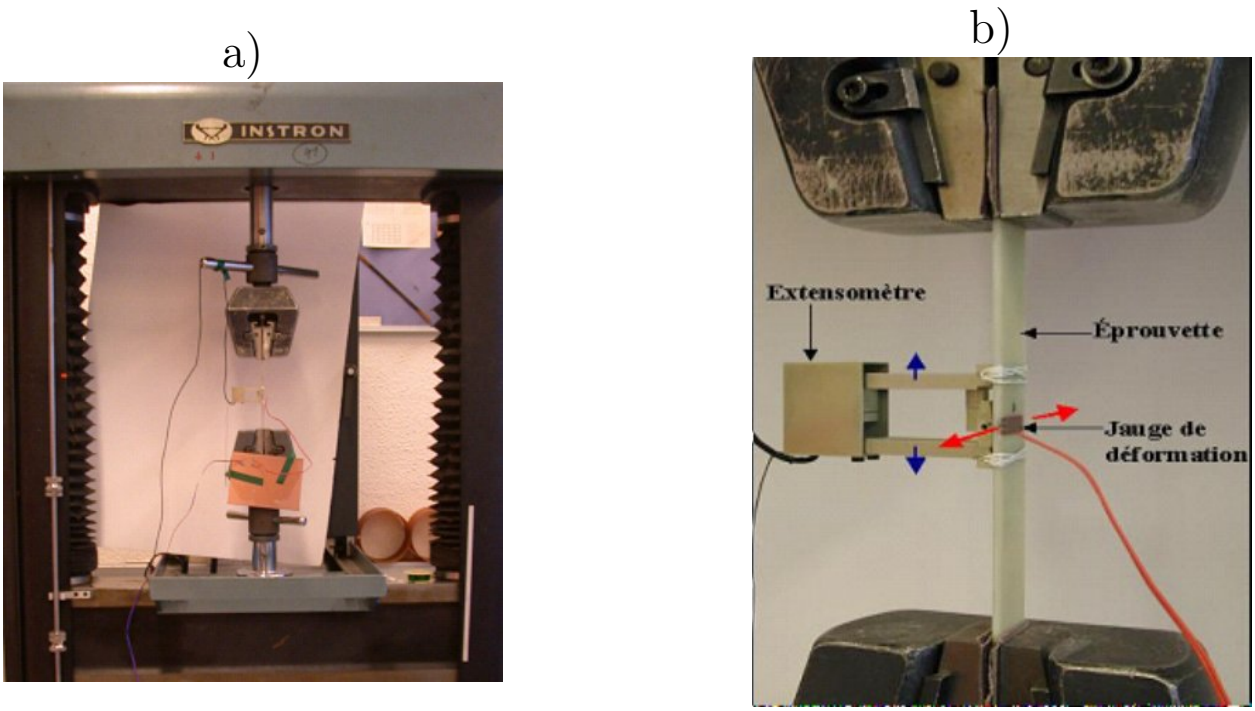


FIG. 8.1 – a) Vue générale du dispositif expérimentale de traction et b) vue précise du montage de l'éprouvette

Le pilotage des essais peut s'effectuer en force ou en déplacement. Pour plus de stabilité, nous avons choisi d'asservir ces essais en contrainte. La charge appliquée en contrainte à l'éprouvette à l'instant t est calculée comme suit :

$$\sigma = \sigma_{t_0} + \frac{\dot{F}}{S} \times (t - t_0)$$

où σ_{t_0} est la contrainte appliquée à l'éprouvette à l'instant t_0 (MPa), $\dot{F}$, la vitesse de charge appliquée par la machine de traction (en $N \cdot s^{-1}$) et S la section de l'éprouvette (en mm).

Une vitesse de charge de $0,5MPa$ a été appliquée.

Les premiers essais réalisés sont des essais de traction monotones chargés jusqu'à rupture, puis des essais de charge / décharge ont été effectués, suivant le schéma imposé sur la figure 8.2. Un extensomètre a été utilisé pour mesurer l'allongement longitudinal, ainsi qu'une jauge de déformation pour mesurer l'allongement transverse (figure 8.1). Ainsi, les évolutions de la charge, du déplacement longitudinal et du déplacement transverse ont été enregistrées et suivies au cours du temps.

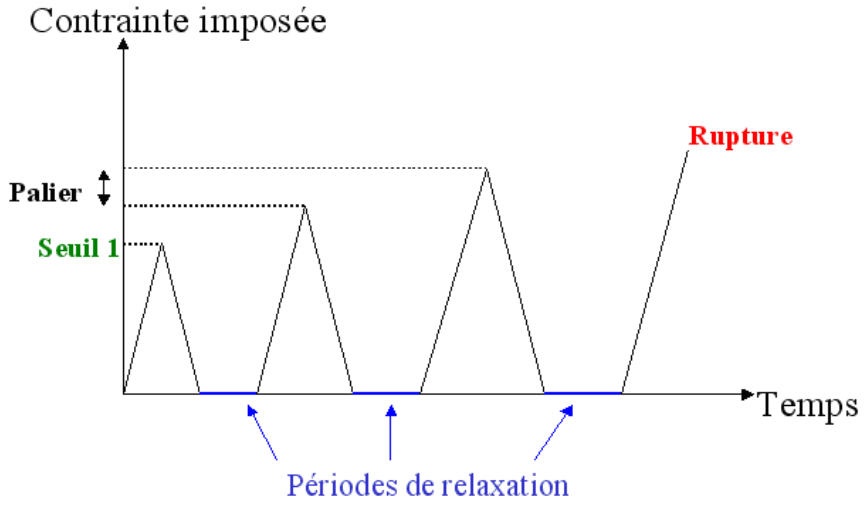


FIG. 8.2 – Schéma de chargement imposé pour les essais de charge / décharge

8.2 Méthode d'observation de l'endomagement par fissuration

L'évolution de la fissuration intralaminaire est suivie en cours d'essai à l'aide d'une caméra optique munie d'un système de grossissement optique. Au préalable, les bords libres devant être observés doivent être polis avant de débuter les essais. L'ensemble du système de grossissement et de la caméra est monté sur une colonne permettant des déplacements dans les trois directions, permettant ainsi de visualiser l'ensemble du champ de l'éprouvette. Ce dernier peut donc être observée en continu lors de l'essai de traction. Toutefois, lors de ces essais, des paliers de chargements sont programmés tous les $50MPa$ afin de mieux observer et comptabiliser les fissures. Celles-ci sont ainsi visualisées sur une zone de $50mm$ de long. Un schéma du dispositif est représenté sur la figure 8.3, ainsi qu'un exemple de fissuration sur une séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$. Lors des observations sous charge, les fissures sont ouvertes et sont assez importante pour être facilement détectées.

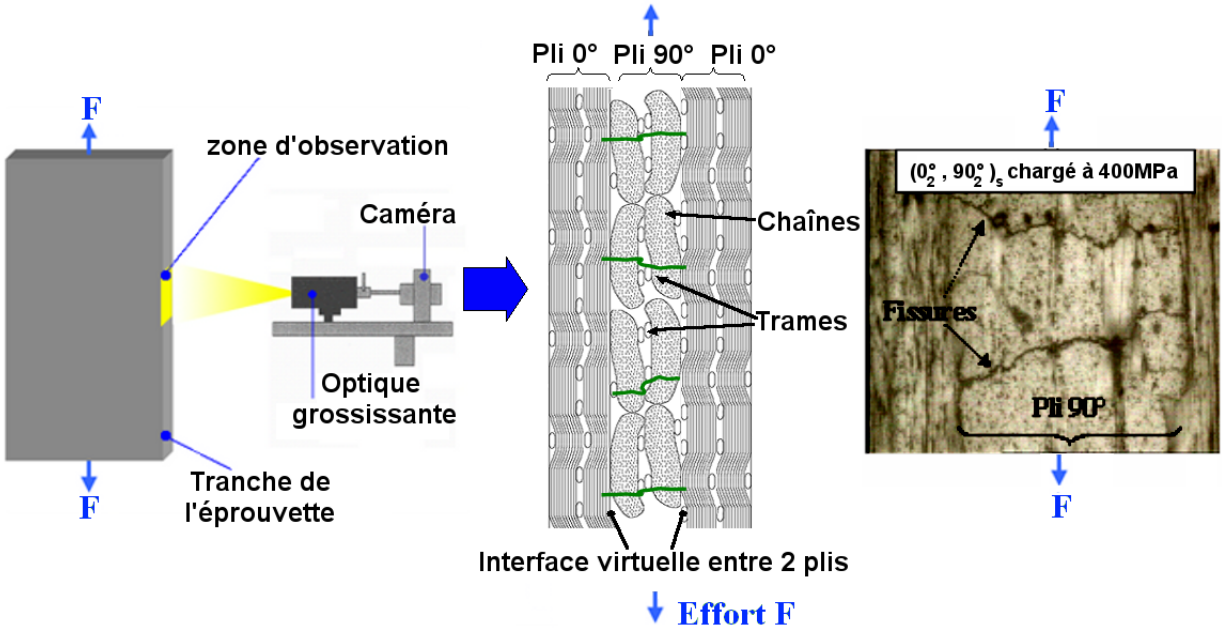


FIG. 8.3 – a) Schéma du montage pour l'observation des fissures intralaminaires ; b) exemple de fissuration sur une séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$, pour un chargement de $400MPa$

Toutefois, cette méthode ne donne de renseignement sur l'endommagement du matériau qu'aux bords des échantillons. Des auteurs comme Osada [50] et Aussedat [4] n'observent pas de réelle différence de densité de fissures entre les bords libres et le coeur du matériau pour des composites tissés (voir section 7.1.1). La portion de fibres dans le sens trame étant relativement fiable (13%), nous avons supposé qu'une telle hypothèse est raisonnable.

Par la suite, lors de l'étude du délaminage (section 21.5), les séquences $(90^\circ{}_1, 0^\circ{}_1, \pm 30^\circ{}_1)_s$ ont été testées en traction. Ces séquences présentes de la fissuration intralaminaire dans les plis à 90° pouvant facilement être observée dans la direction de l'axe des z, perpendiculaire au plan du stratifié. Ainsi, les densités de fissures aux voisinages des bords libres et au centre de l'éprouvette peuvent être comparées. Toutefois, la surface supérieure du stratifié ne peut être polie pour faciliter les observations. La méthode utilisée pour révéler les fissures intralaminaires est celle qui a été employée pour détecter le délaminage (voir section 18.2). Un pénétrant coloré rouge a été appliquée sur les surfaces à observer. Après un temps d'imprégnation au cours duquel il a pénétré dans les fissures débouchantes, les surfaces ont été lavées pour éliminer l'excédent de colorant. Un éclairage approprié permet alors de révéler le colorant ayant pénétré dans les fissures intralaminaires.

Un exemple de photos prises sur la surface supérieure d'une éprouvette de séquence $(90^\circ{}_1, 0^\circ{}_1, \pm 30^\circ{}_1)_s$ est donnée sur la figure 8.4. Cette éprouvette a été au préalable chargée en traction jusqu'à $350MPa$, puis déchargée.

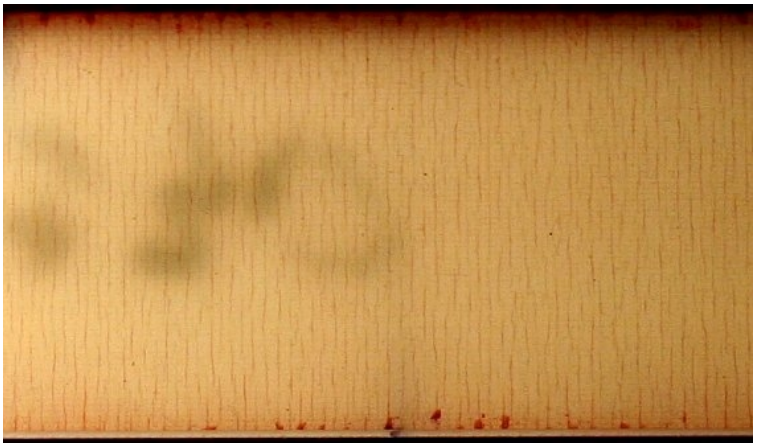


FIG. 8.4 – Photographie prise sur le dessus d'une éprouvette au repos de séquence $(90^{\circ}{}_1, 0^{\circ}{}_1, \pm 30^{\circ}{}_1)_s$, après un chargement de $350MPa$; la densité de fissure au bords de l'éprouvette est sensiblement la même qu'au centre ; les fissures intralaminaires présentes dans le pli à 90° du dessus sont révélées à l'aide d'un colorant et d'un éclairage arrière de l'éprouvette

Nous pouvons voir que les fissures intralaminaires ne sont pas tranversantes dans la largeur de l'éprouvette, elles font en moyenne entre 2 et $3mm$ de longueurs. Toutefois, sur les trois éprouvettes observées, les densités de fissures mesurées aux voisinages des bords libres et au centre de l'éprouvette sont assez proches. Cela confirme que la densité de fissures mesurée sur les champs des éprouvettes est assez représentative de l'endommagement intralaminaire du matériau. La méthode d'observation des fissures intralaminaires est donc validée.

Chapitre 9

Analyse de l'évolution de la fissuration intralaminaire sur des séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$

9.1 Caractéristiques de la fissuration intralaminaire longitudinale

Les caractéristiques propres à cet d'endommagement sont mises en évidence pour le cas du matériau de l'étude. Ce type de dégradation apparaît comme un réseau de fissures intra-torons parallèles aux fibres. Il se développe dans les plis les plus désorientés par rapport à l'axe de sollicitation (par exemple, les plis à 90° dans le cas des séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$ de cette étude). Aucune fissure n'est observée dans les torons chaînes des plis à 0°. En revanche, des fissures apparaissent dans les torons trames des plis à 0°. Toutefois, la portion représentée par ces torons dans les plis est faible. De plus, les essais de traction réalisés sur des quasi-unidirectionnels dans le sens chaîne montrent que leur comportement est linéaire quasiment jusqu'à rupture, alors même qu'il existe de la fissuration dans les torons trames. Ainsi, l'influence de cette fissuration peut être considérée comme négligeable et ne sera pas comptabilisée par la suite.

Les photographies montrées sur les figures 9.1 et 9.2 sont des illustrations de la fissuration prises pour les différentes séquences. Au moment de ces observations, le chargement est de $400MPa$.

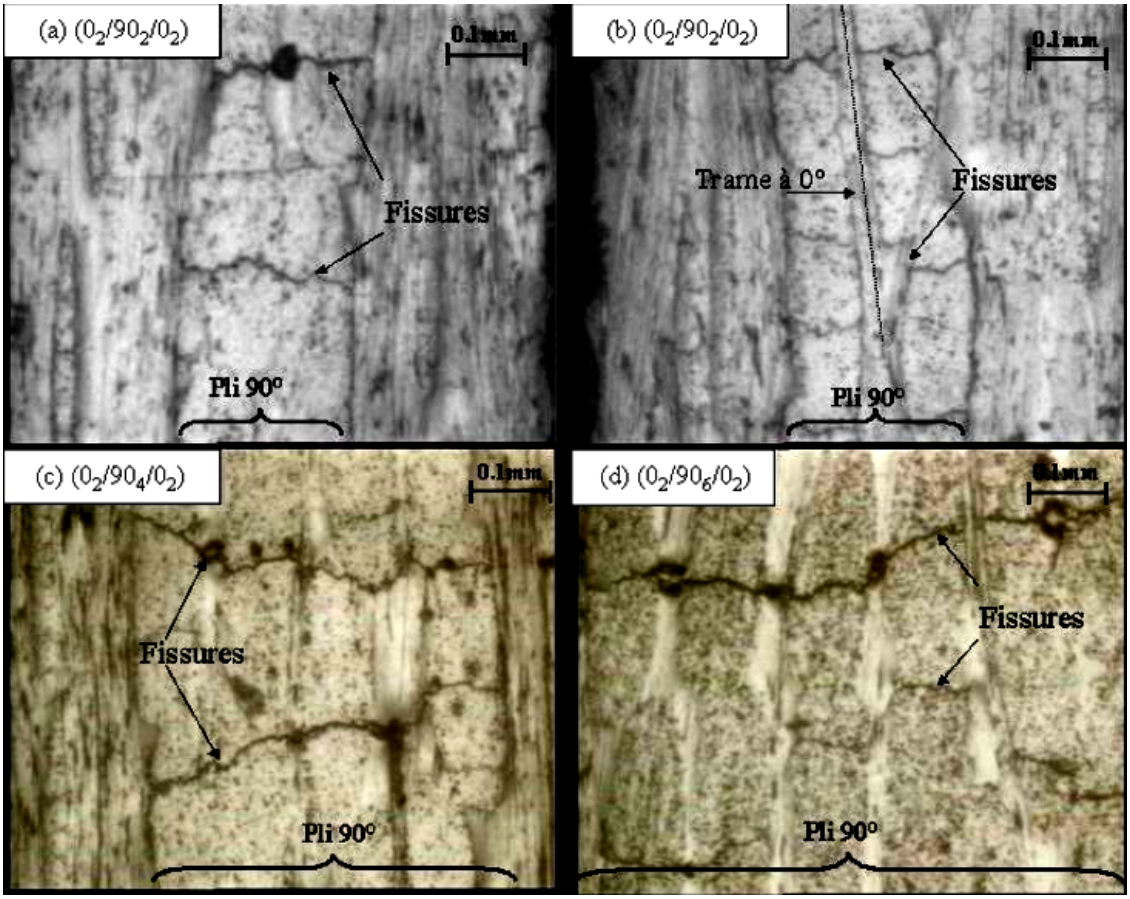


FIG. 9.1 – Exemples de fissuration intralaminaire pour un chargement longitudinal en traction de $400Mpa$, pour des séquences de type $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$ $(n = 1, 2, 3)$

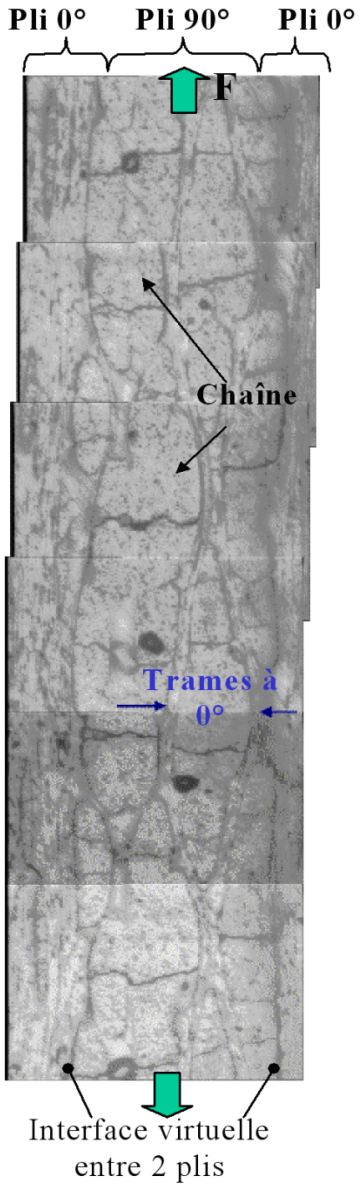


FIG. 9.2 – Exemple de fissuration intralaminaire pour un chargement longitudinal en traction de $400Mpa$, pour une séquences de type $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_1)_s$

Les fissures peuvent être traversantes sur toute l'épaisseur du pli à 90° comme sur les figures 9.1 (a), 9.1 (c) ou 9.1 (d). Dans ce cas là, la fissure débute dans un toron, se propage sur toute l'épaisseur du toron et quasiment instantanément se propage aux torons de mêmes orientations voisins. Sur la figure 9.1 (b), des fissures ne se sont pas propagées sur toute l'épaisseur du pli. Ce dernier cas de figure est également visible sur la figure 9.2 Leur propagation semble avoir été génée par la présence des trames dont les fibres sont orientées à 0°, reprenant localement les efforts. Ces fissures semblent rester stables par la suite avec l'augmentation de la charge, sans évoluer pour tranverser complétement le pli. Tous les cas de figures ont pu être observés, par exemple pour la séquence $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_2)_s$, nous avons visualisé des fissures qui se sont propagées sur 1, 2, 3 ou 4 torons chaînes adjacents.

La densité de fissure dans les plis à 90° a donc été mesurée comme suit : tout d'abord dans chaque pli de base orienté à 90°, le nombre de fissure est comptabilisé ; ainsi, lorsqu'une fissure a traversé un toron, la fissure est comptée pour une ; en revanche si elle a traversée tous les torons adjacents orientés à 90°, elle est compté comme quatre fissures distinctes ; puis une fois le décompte des fissures effectués, ce nombre est divisé par le celui des plis de base de l'empilement orientés à 90° ($n = 1, 2 ou 3$) et par la longueur d'éprouvette sur laquelle ce décompte a été effectué.

L'endommagement est par ailleurs relativement uniforme, avec des fissures régulièrement espacées. Sur la figure 9.3, un histogramme représentant la répartition en pourcentage des distances inter-fissures a été tracé pour les séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$ et $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$ (celui se base sur environ 50 mesures).

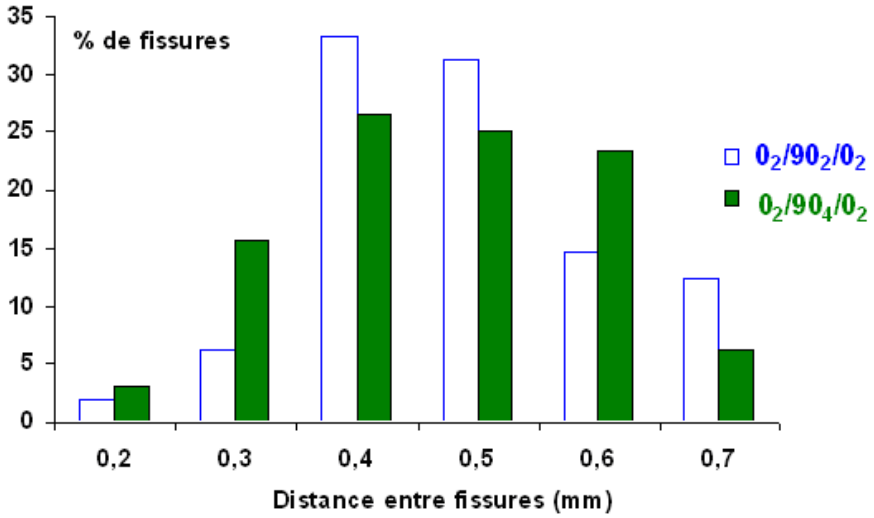


FIG. 9.3 – Histogramme des distances entre deux fissures consécutives pour les séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$ et $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$

La distance entre deux fissures consécutives peut varier de $0,2$ à $0,7mm$, avec une distance moyenne de $0,45mm$. Nous pouvons également constater que l'espacement moyen entre fissures est équivalent pour les deux épaisseurs du pli fissuré. C'est en contradiction avec les effets d'épaisseurs observés pour des séquences équivalentes. Toutefois, ces précédentes observations ont été réalisées sur des stratifiés dont les plis sont des unidirectionnels et non des pseudo-tissus comme c'est le cas dans cette étude. Ce point sera plus approfondie dans la partie suivante (section 9.2).

Enfin, cet endommagement est bien progressif : pour les empilements $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$, aucune fissure n'est observée avant d'atteindre un seuil en charge de $150MPa$ environ ; la densité de fissure augmente ensuite rapidement jusqu'à une limite de saturation, située environ à $350MPa$ (voir paragraphe suivant pour plus de détails).

9.2 Cinétiques d'endommagement

Comme présentée à la section 8.2, l'évolution de l'endommagement est suivi en cours d'essai en comptabilisant les fissures à différents paliers de chargement.

La densité de fissures (nombre de fissures / mm) en fonction de la contrainte appliquée est représentée sur le figure 9.4 pour la séquence $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_1)_s$; puis sur la figure 9.4, les trois empilements testés, $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_1)_s$, $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_2)_s$ et $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_3)_s$, sont comparés.

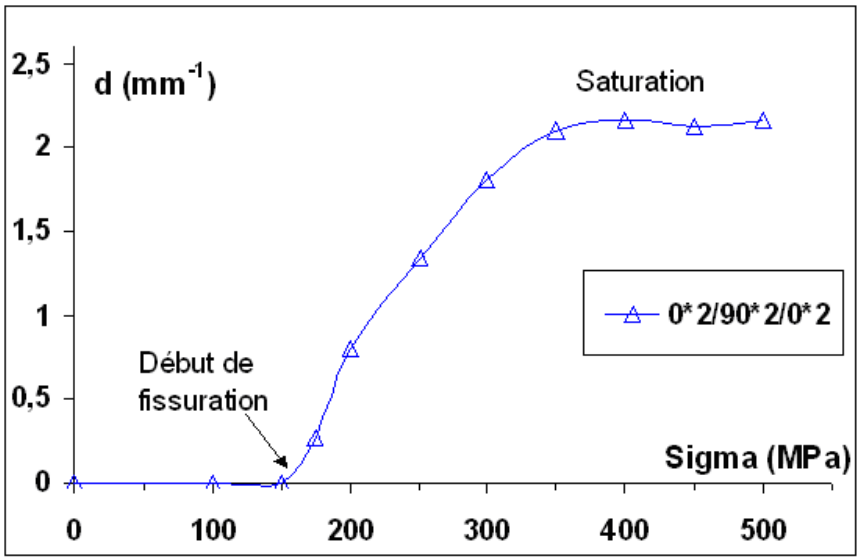


FIG. 9.4 – Courbe expérimentale de densité de fissures d (nombre de $fissures/mm$ au cours du chargement imposé pour la séquence $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_1)_s$ - moyenne de quatre essais

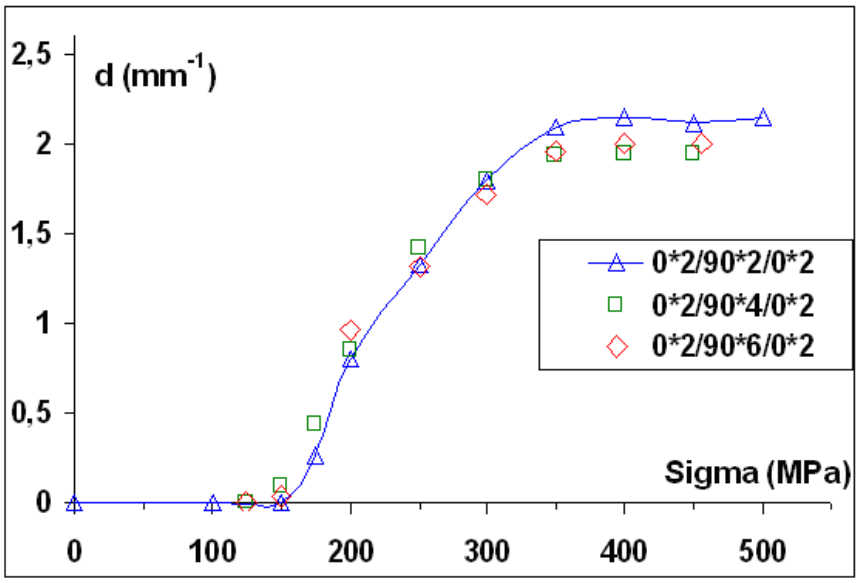


FIG. 9.5 – Courbe expérimentale de densité de fissures d (nombre de $fissures/mm$ au cours du chargement imposé pour les séquences $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_1)_s$, $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_2)_s$ et $(0^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_3)_s$ - moyenne de quatre essais

Tout d'abord, nous pouvons constater que la forme générale de la courbe de cinétique d'endommagement est identique pour les trois séquences et peut se découper en trois étapes :

- un seuil de chargement compris entre $125Mpa$ et $150MPa$ à partir duquel vont commencer à apparaitre les fissures ;
- vient ensuite une augmentation rapide et continue de la densité de fissures ;
- et enfin, une stabilisation de l'état de fissuration à partir de $350MPa$ environ, jusqu'à la rupture du composite.

Cette cinétique est en accord avec de précédentes observations réalisées par d'autres qui mentionnent cette forme sigmoïdale (Renard [61], Thionnet [76], Yoon [86]).

Par ailleurs, nous pouvons remarquer que l'évolution de la densité de fissures au cours du chargement ($d = f(\sigma)$, est similaire dans la phase d'évolution rapide, quelle que soit l'épaisseur du pli total à 90° (figure 9.5). La valeur de saturation pour la densité de fissure diminue tout de même légèrement avec l'augmentation de l'épaisseur du pli à 90°. Malgré tout, l'influence de l'épaisseur du pli n'est pas très marquée. C'est en désaccord avec les conclusions de nombreuses études réalisées sur des séquences similaires qui avaient justement pointées le rôle de l'épaisseur du pli à 90° sur la densité de fissures. Toutefois, toutes ces études ont été effectuées sur des empilements non tissés. Ainsi, Thionnet et Renard montrent sur un composite en carbone / époxy non tissé que la densité de fissures à saturation est inversement proportionnelle à l'épaisseur du pli à 90° (voir section 7.1.4). Or ce n'est pas la cas ici, malgré de légers écarts. Ainsi, entre les séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$ et $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_3)_s$, il existe entre les densités de fissures à saturation une différence maximum de 10%, alors que le rapport des épaisseurs des plis fissurés est de trois. Nous n'avons donc pas la même correspondance que celle évoquée par Thionnet qui prévoirait plutôt un écart de 200% dans ce cas présent.

Pour expliquer ce phénomène, nous allons tout d'abord faire un rappel sur les mécanismes de fissuration multiple dans le cas des stratifiés non tissés. Sur la figure 9.6, nous pouvons voir le schéma de deux empilement de type $(0^\circ, 90^\circ)_s$, dont l'épaisseur du pli à 90° du second stratifié est deux fois plus importante que celle du premier. Ces deux séquences sont chargés en traction jusqu'à un même niveau de contrainte. L'expérience montre alors que la densité de fissures mesurées dans le pli à 90° du second stratifié est deux fois moins importante que celle mesurée dans le pli à 90° du premier stratifié.

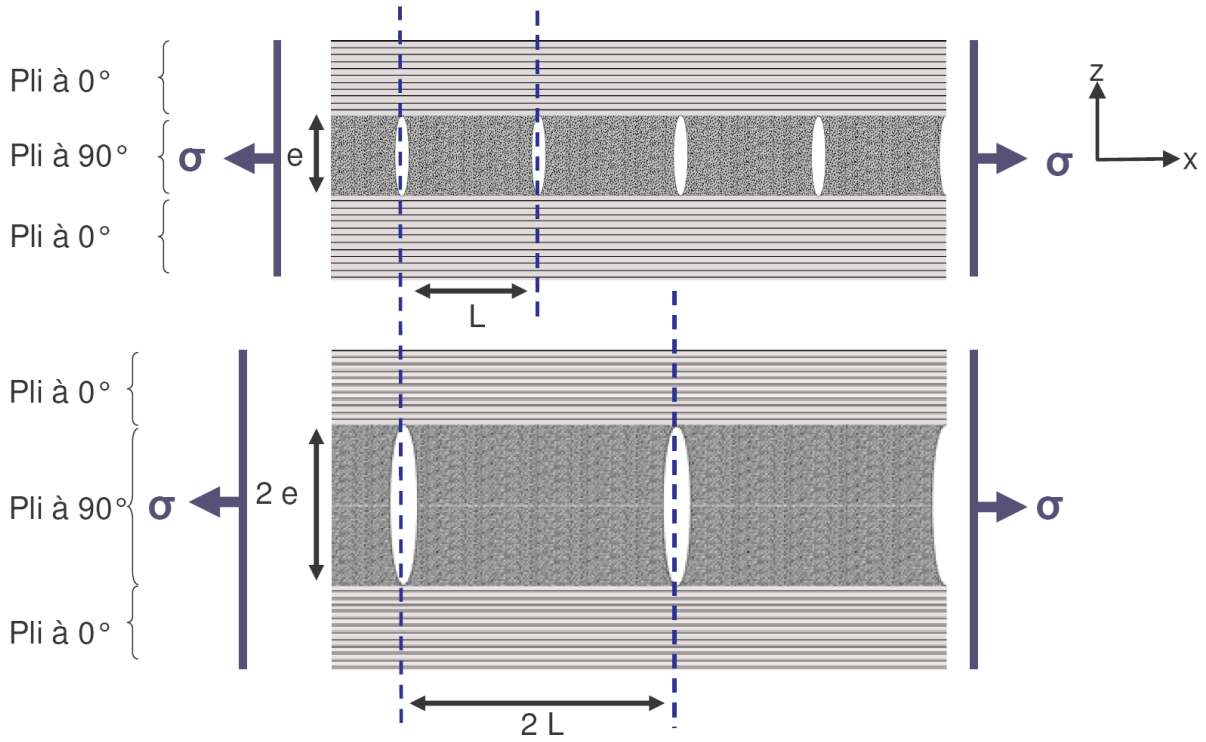


FIG. 9.6 – Schéma de deux empilement non tissés de type $(0^\circ, 90^\circ)$, dont l'épaisseur du pli à 90° du second stratifié est deux fois plus importante que celle du premier ; les deux séquences sont chargés en traction jusqu'à un même niveau de contrainte

Ce phénomène a été expliqué par des auteurs comme Garret [20], ainsi que Peters et Chou [55]. Ainsi, lorsqu'une fissure intralaminaire se créée, la force de traction imposée au pli fissurée n'est plus transmise à travers la fissure. Sur la figure 9.7, nous avons schématisé le tracé, le long de l'axe des x et aux niveaux des plis à 90°, des courbes de contraintes de traction théoriques, notées σ_{xx} . Ces contraintes de traction σ_{xx} sont nulles aux niveaux des fissures. Toutefois, ces efforts sont localement repris par les plis adjacents orientés à 0°. En s'éloignant de la fissure suivant l'axe des x, un mécanisme de transfert de charge essentiellement localisé aux niveaux des interfaces permet au pli à 90° de reprendre peu à peu les efforts. Ainsi, les contraintes σ_{xx} augmentent peu jusqu'à atteindre un niveau maximum au loin de la fissure.

Toutefois, plus l'épaisseur du pli est grande, plus les efforts repris par les plis adjacents sont importants. Dans le cas élastique, en supposant que le mécanisme de transfert de charge est identique entre les deux stratifiés et ne dépend pas de l'épaisseur des plis, les contraintes σ_{xx} reviendrons à leur maximum pour une distance en avant de la fissure deux fois plus importante dans le second stratifié par rapport au premier. Ainsi, grâce à l'influence de l'épaisseur du pli fissuré sur l'allure de ces courbes de contraintes, Peters et Chou [55] explique de manière statistique pourquoi il existe cet effet d'épaisseur sur la densité de fissures.

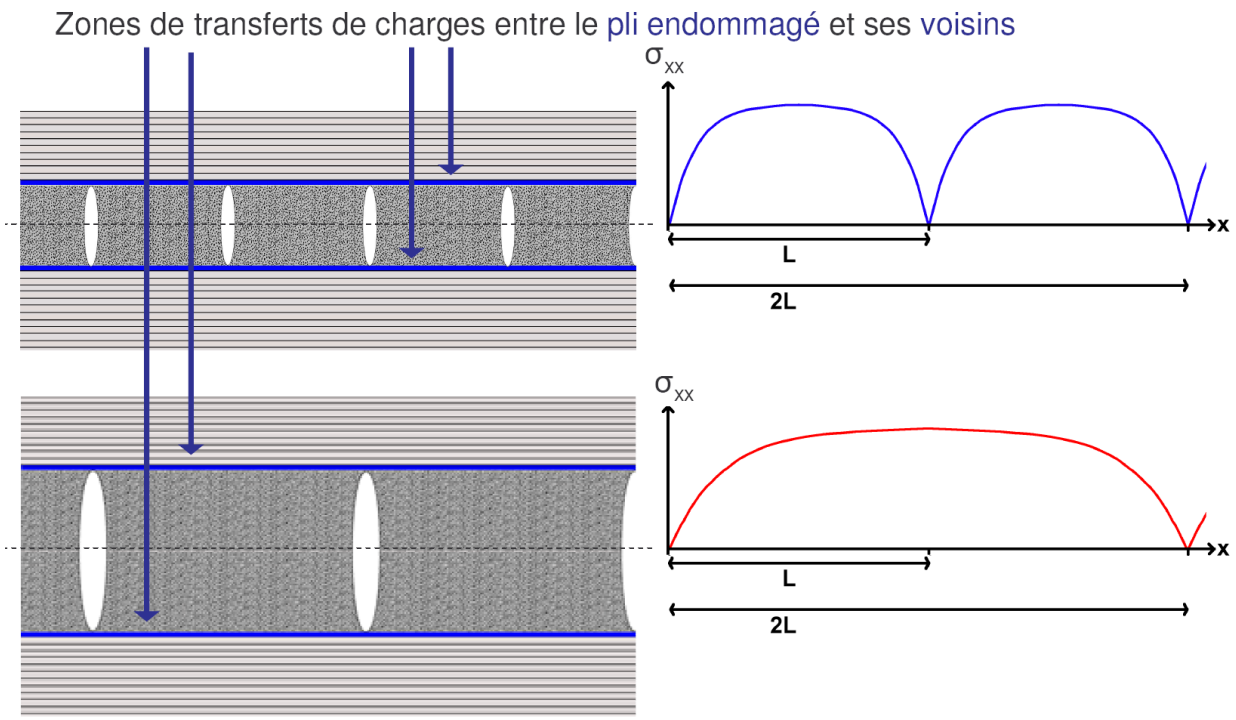


FIG. 9.7 – Schéma des tracés des courbes de contraintes de traction théoriques le long de l'axe des x, aux niveaux des plis à 90° ; zones de transfert de charges

Revenons maintenant à notre matériaux pseudo-tissés. Dans le même esprit, nous considérons sur la figure 9.8 deux empilements de type $(0^\circ, 90^\circ)_s$, dont l'épaisseur du pli global à 90° du second stratifié est deux fois plus importante que celle du premier. A nouveau, ces deux séquences sont chargés en traction jusqu'à un même niveau de contrainte. En revanche, l'expérience montre ici que la densité de fissures mesurées dans le pli à 90° du second stratifié est équivanlente à celle mesurée dans le pli à 90° du premier stratifié.

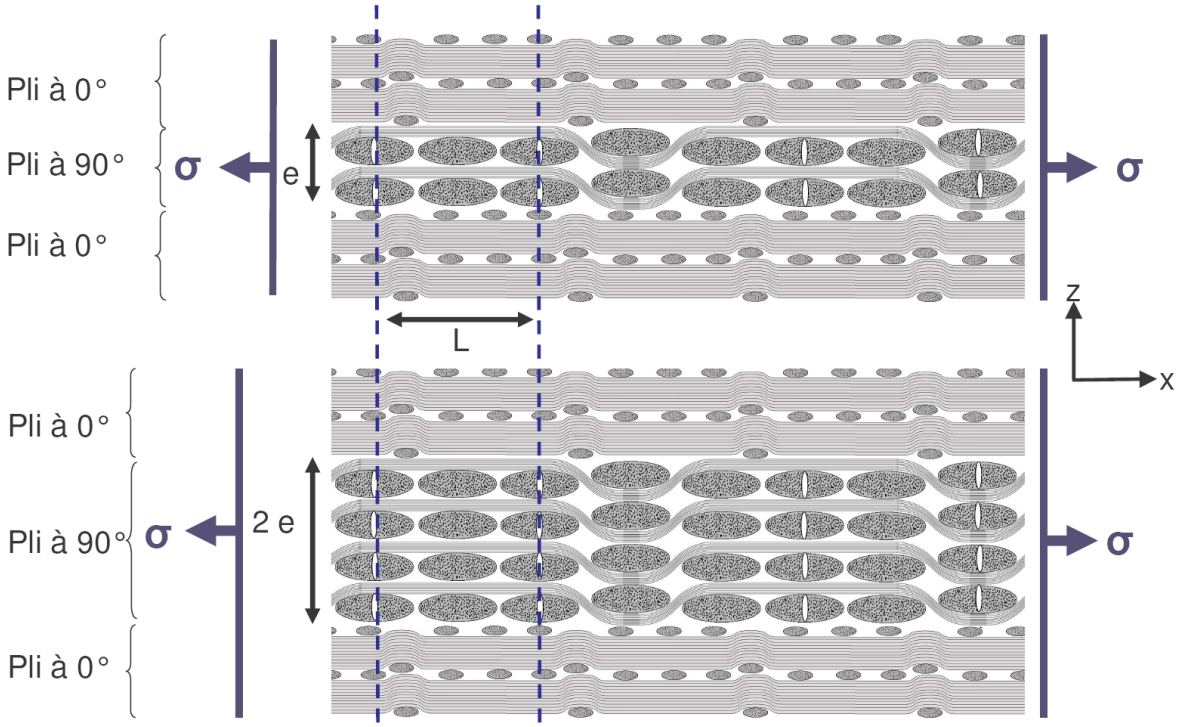


FIG. 9.8 – Schéma de deux empilement pseudo-tissés de type $(0^\circ, 90^\circ)$, dont l'épaisseur du pli à 90° du second stratifié est deux fois plus importante que celle du premier ; les deux séquences sont chargés en traction jusqu'à un même niveau de contrainte

Pour expliquer ce phénomène, nous avons proposé de dénombrer sur la figure 9.9 tous les renforts orientés à 0° qui peuvent participer aux mécanismes de transfert de charges. Ainsi, dans les plis à 0°, ce sont les torons chaînes qui reprendrons localement les efforts aux niveaux des fissures. Mais, ce ne sont pas les seuls renforts ; dans les plis à à 90°, nous avons en effet la présence des trames qui sont également orientées à 0° et qui participent très certainement à ces mécanismes de transfert de charges. Ces trames sont régulièrement espacées dans le pli à 90°, le transfert de charge au voisinage d'une fissure n'est donc pas uniquement localisé sur les plis à 0° voisins, mais se répartit plus équitablement et de manière plus uniforme dans la zone fissurée du pli à 90°. Comme le nombre de trame augmente proportionnellement à lŠépaisseur totale du pli, en moyenne les efforts repris par chacun de ces torons ne devraient pas beaucoup varier avec lŠépaisseur des plis. Ainsi, la distance en avant des fissures (décrite au-dessus pour les stratifiés non-tissés) à laquelle les contraintes de tractions reviennent à leur niveau maximal dans les différents plis unitaires orientés à 90°, ne devrait pas non plus énormément varier avec lŠépaisseur du pli global à 90°. Dans ces conditions, en faisant tout de même l'hypothèse que la partie des efforts reprise par les trames n'est pas négligeable devant celle reprise par les plis à 0° voisins, il parait logique de ne pas observer d'effet d'épaisseur marqué pour ce matériau. Il est tout de même remarquable de constater qu'une proportion relativement faible de fibres dans le sens trame (13%) soit suffisante pour masquer quasi

complétement l'effet d'épaisseur.

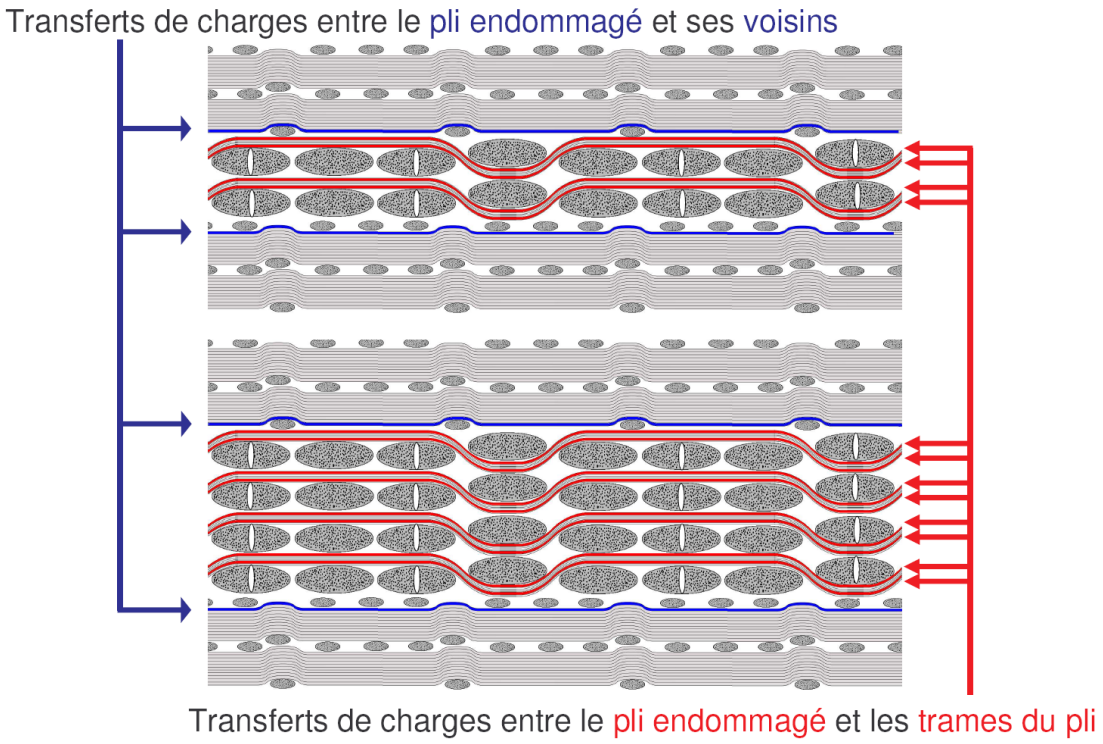


FIG. 9.9 – Schéma de deux empilement pseudo-tissés de type $(0^\circ, 90^\circ)$; les différents renforts orientés à 0° pouvant participer aux mécanismes de transfert de charges

Habituellement dans les stratifiés dont les plis sont des unidirectionnels, la variable caractéristique de l'endommagement est appelée $\alpha = e \times d$. Cette variable permet de tenir compte des effets d'épaisseur observés. Dans le cas de notre matériau, du fait de la présence des trames, cet effet est masqué, la variable α n'est donc plus représentative de l'endommagement (figure 9.10). Il n'est pas prévu dans cette étude de modéliser la structure du tissu dans les plis pour prendre en compte ce phénomène. Afin de palier ce problème, nous avons décider de prendre la variable d comme variable caractéristique de l'endommagement, celle-ci étant égale à la densité de fissures moyenne mesurée dans le pli fissuré. En revanche, cette solution ne permettra pas de rendre compte de la légère diminution de la valeur de saturation de la densité avec l'augmentation de l'épaisseur du pli.

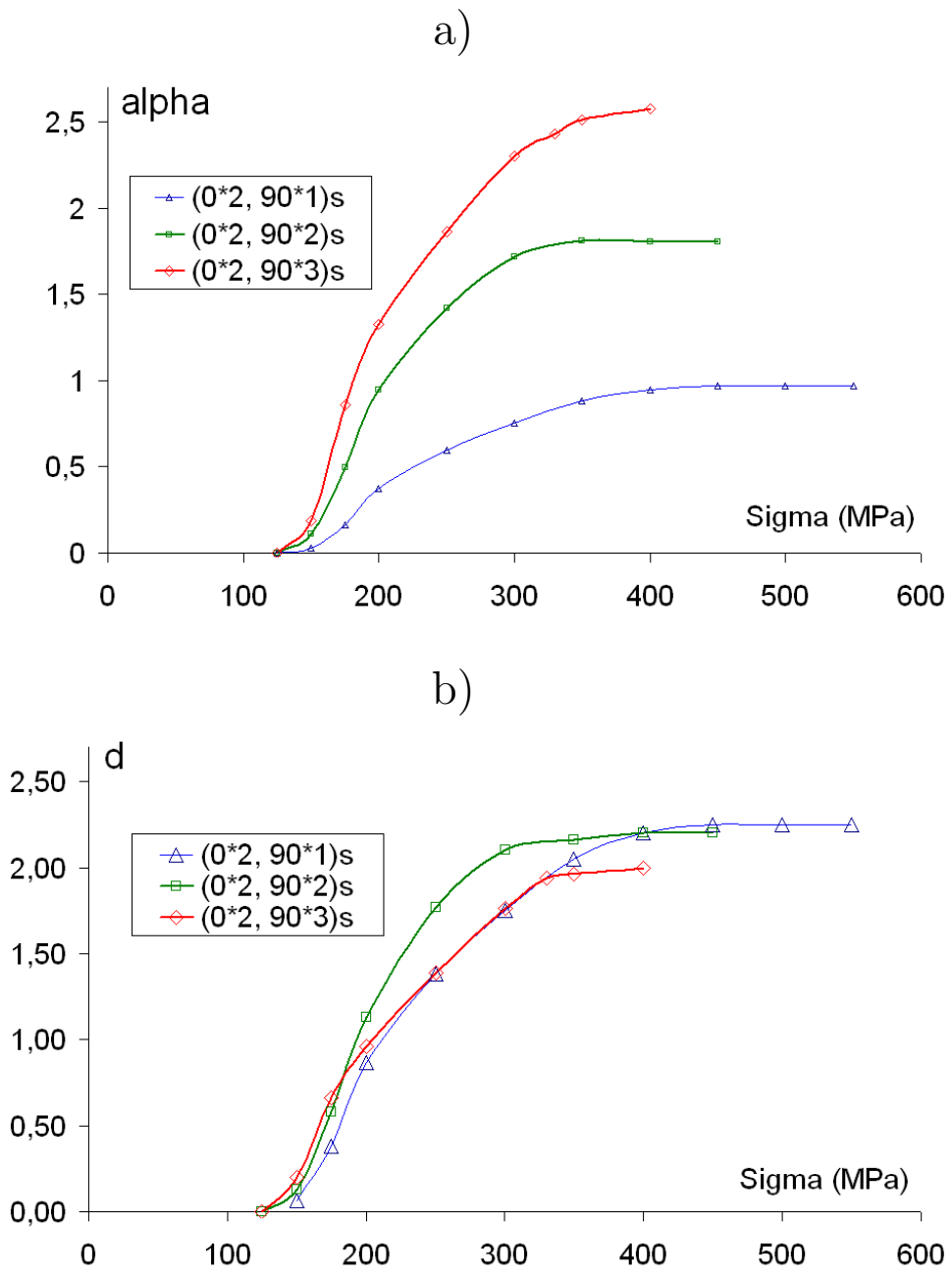


FIG. 9.10 – Courbes expérimentales pour les séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$, $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$ et $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_3)_s$ - moyenne de quatre essais ; a) densité de fissures d en fonction du chargement imposé ; b) variable α (égale à $d \times e$) en fonction du chargement imposé

9.3 Evolutions des rigidités

Pour la modélisation du phénomène d'endommagement à l'échelle mésoscopique, il est important de pouvoir mettre en relation la charge appliquée avec les évolutions des endommagements et des rigidités des plis fissurés. Ainsi, parallèlement au suivi des densités

de fissures dans les plis, l'évolution des rigidités est déterminé en fonction du chargement mécanique imposé, noté Σ, ainsi qu'en fonction de la variable d'endommagement d. La variable E considérée par la suite est le module élastique du stratifié dans le sens longitudinal. E_0 est le module longitudinal du matériau non endommagé. La figure 9.11 représente l'évolution du rapport $\frac{E}{E_0}$ pour le stratifié $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$ en fonction de la valeur de chargement, tandis que ce rapport est décrit en fonction de la densité de fissure, d, sur la figure 9.12. Enfin, sur la figure 9.11, les baisses de rigidité tracées en fonction de la charge imposée sont comparées pour les trois séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$, $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$ et $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_3)_s$.

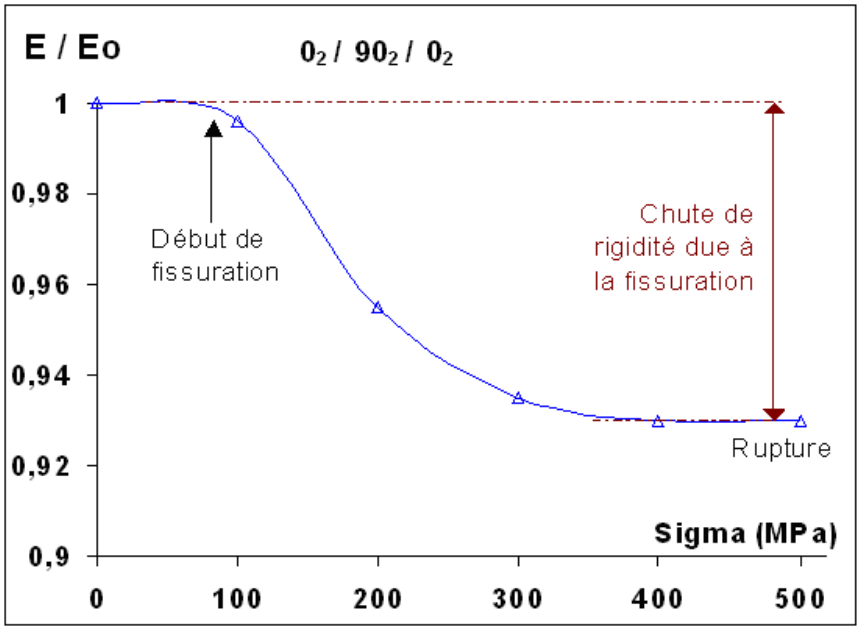


FIG. 9.11 – Evolution du rapport des modules $\frac{E}{E_0}$ dans le sens longitudinal (E_0 est le module longitudinal du matériau non endommagé) d'une éprouvette de séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$, en fonction du chargement appliqué en traction

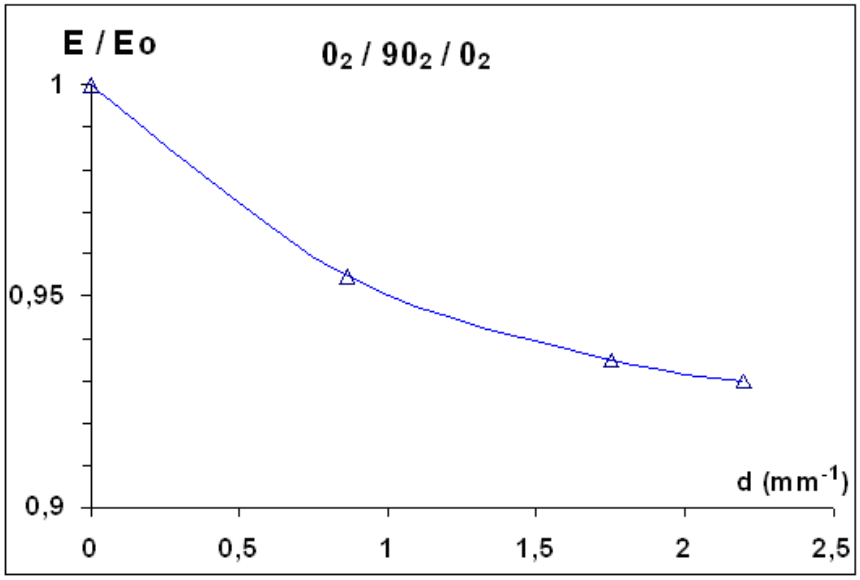


FIG. 9.12 – Evolution du rapport des modules $\frac{E}{E_0}$ dans le sens longitudinal (E_0 est le module longitudinal du matériau non endommagé) d'une éprouvette de séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$, en fonction de la densité de fissures d

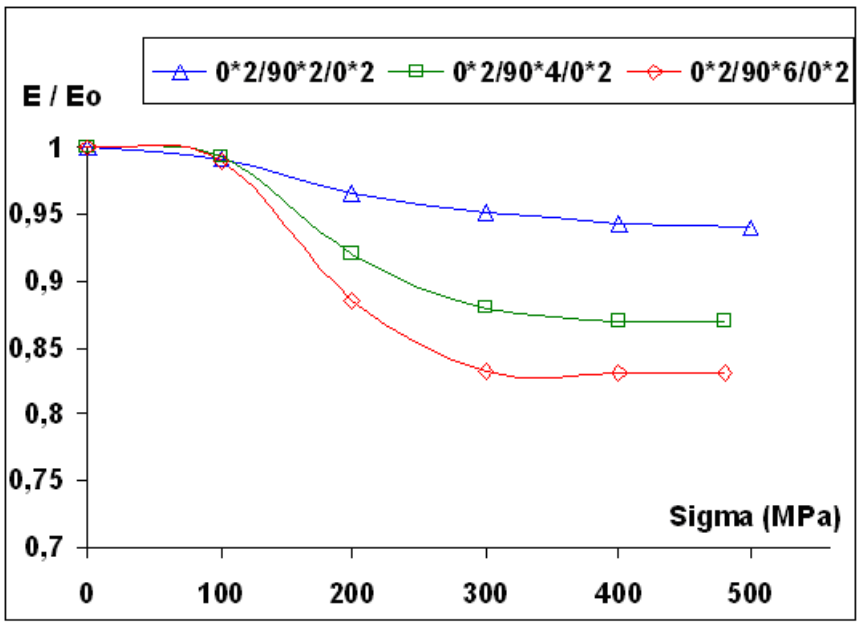


FIG. 9.13 – Comparaison des évolutions du rapport des modules $\frac{E}{E_0}$ dans le sens longitudinal (E_0 est le module longitudinal du matériau non endommagé) entre les séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$, $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$ et $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_3)_s$, en fonction du chargement appliqué en traction

Le module élastique longitudinal des stratifiés commencent effectivement à baisser dès l'apparition des premières fissures, i.e. dès que la variable d commence à augmenter. Nous pouvons remarquer que l'effet de la densité de fissures sur les chutes du module longitudinal ne sont pas linéaires. Cette forme de courbe est bien décrit par l'équation suivante :

$$\frac{E}{E_0} = 1 - \frac{\frac{d}{d_0}}{\frac{d}{d_0} + 1} \cdot Cste$$

où d_0 est une constante exprimée en $nbre\ fissure \cdot mm^{-1}$. Il n'y a pas a priori de condition particulière sur cette constante, nous lui fixons donc une valeur égale à 1.

Une fois que l'endommagement intralaminaire a débuté, les baisses de modules évoluent régulièrement lorsque la charge augmente, à mesure que les fissures se multiplient. Enfin, le rapport $\frac{E}{E_0}$ atteint un seuil quand la densité de fissure atteint la valeur de saturation. Ainsi pour la séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$, la chute de module peut atteindre un maximum de 7% lorsque la saturation est atteinte.

Chapitre 10

Conclusions

Dans cette partie, nous avons effectué l'analyse expérimentale de la fissuration intralaminaire transverse dans le cas d'un composite stratifié dont les plis de bases sont des pseudo-unidirectionnels de type tissu satin 4, avec 13% de fibres orientées dans la direction trame.

Pour cela des essais de traction ont été réalisés sur des éprouvettes de géométrie plane et de séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$ $(n = 1, 2, 3)$. L'évolution de cet endommagement a été suivi en cours d'essai à l'aide d'une caméra optique munie d'un système de grossissement. Nous avons par ailleurs montré par des observations expérimentales que les densités de fissures mesurées au centre de l'éprouvette et aux voisinages des ses bords étaient comparables, avalisant ainsi la méthode optique pour le suivi quantitatif de l'endommagement sur les tranches des éprouvettes.

La fissuration intralaminaire qui se développe dans le matériau de l'étude présente beaucoup de points commun avec celle observée dans les matériaux non tissés :

- les fissures sont parallèles aux fibres dans les torons où elles apparaissent ;
- elles se développent dans les plis dont les fibres principales (sens chaîne) sont les plus désorientées par rapport à l'axe de traction ;
- la propagation des fissures est quasi-instantanée ;
- la répartition de l'endommagement est homogène dans les plis fissurés ;
- l'endommagement est progressif au cours du chargement ;
- la cinétique d'endommagement présente une phase de début de fissuration ; une phase d'accélération rapide de l'endommagement et enfin une phase de saturation de la densité de fissures ;
- l'apparition de fissures dans les torons chaînes se traduit par une baisse de rigidité du pli fissuré.

En revanche, la structure tissée du matériau a tout de même une grande influence sur certaines caractéristiques de la fissuration intralaminaire, bien que la proportion de trames

dans les plis ne soit pas trop élevée :

- les fissures font pour la plupart 2 à $3mm$ de longueur dans le sens de la largeur des couches et ne se propagent pas toujours sur toute l'épaisseur du pli (celles-ci pouvant être arrêtées par la présence de trames) ;
- les fissures peuvent également se développer dans les torons trames dans les plis dont les fibres principales (sens chaîne) sont le moins désorientées par rapport à l'axe de traction ;
- toutefois, l'apparition de fissures dans les torons trames n'induit pas de baisse de rigidité visible dans les plis concernés ;
- enfin, la plus importante des différences : il n'y a pas d'influence de l'épaisseur du pli mesuré sur la cinétique d'évolution de la densité moyenne de fissures.

Habituellement dans les stratifiés dont les plis sont des unidirectionnels, la variable caractéristique de l'endommagement est égale à la densité de fissures multiplié par son épaisseur. Cette variable permet de tenir compte des effets d'épaisseur observés. Dans le cas de notre matériau, du fait de la présence des trames, cet effet est masqué. Afin de palier ce problème, nous avons décider de prendre simplement la densité de fissures comme variable caractéristique de l'endommagement.

Troisième partie

MODELE UNIFIE D'ENDOMMAGEMENT INTRALAMINAIRE A L'ECHELLE MESOSCOPIQUE

Les fissurations intralaminaires sont des endommagements qui ne sont pas forcément critiques pour la tenue de la structure : ils font certes chuter les propriétés mécaniques des plis dans lesquels ils se développent, mais relaxent également certaines surcontraintes. En revanche, ce type de phénomène, peut accélérer ou provoquer l'apparition d'autres endommagements beaucoup plus critiques car ils peuvent mener à une ruine rapide de la structure (c'est le cas pour les phénomènes de rupture de fibres ou de délaminage).

Le but de cette partie est de construire un modèle d'endommagement intralaminaire spécifiquement pour ce type de matériau sous un formalisme global dans lequel tout type d'endommagement intralaminaire pourra être pris en compte à l'échelle mésoscopique. A l'aide de ce modèle, les chutes de rigidités du stratifié pourront être prédites avec l'évolution des différents endommagements intralaminaires.

Dans un premier chapitre, nous présenterons une synthèse bibliographique sur la modélisation de la fissuration intralaminaire. Nous rappelerons dans un deuxième chapitre quelques principes pour la construction d'une loi de comportement. A partir de là, nous construirons dans un troisième chapitre le modèle d'endommagement intralaminaire unifié en nous basant sur la description d'un endommagement plus spécifique : la fissuration intralaminaire transverse (qui représente l'endommagement intralaminaire le plus couramment rencontré). Dans un quatrième chapitre, nous verrons comment adapter le modèle à la description du phénomène d'endommagement de rupture de fibres (pris à l'échelle mésoscopique).

Par ailleurs, ce modèle d'endommagement intralaminaire ne prend pas en compte les éventuelles déformations irréversibles dues à la présence des fissures dans le pli. Dans un dernier chapitre, nous verrons donc comment faire évoluer le modèle pour décrire ce type de phénomène.

Enfin, il faut noter que ce modèle est initialement écrit pour les matériaux composites stratifiés non tissés. Or les stratifiés de l'étude sont fabriqués à partir de préimprégnés de type pseudo-tissus. Nous avons toutefois vu dans la partie 9 que les caractéristiques de l'endommagement intralaminaire transverse présent dans ce type de matériau sont assez proches de celui présent dans les stratifiés non tissés, à quelques différences près. Nous verrons alors qu'il est possible de décrire l'évolution de la densité de fissures et les chutes de raideurs du stratifié à partir de ce modèle d'endommagement intralaminaire, en ne modifiant que la définition de la variable quantitative de l'endommagement.

Chapitre 11

Synthèse bibliographique

Nous nous plaçons dans le cadre de la mécanique de l'endommagement (Lemaître [41]). Dans ce cadre, les fissures ont une taille de l'ordre de celle de l'élément de volume représentatif du matériau dans lequel elles se développent et les modèles traduisent la conséquence de ce phénomène au niveau des propriétés mécaniques du matériau. Lorsque les fissures ont une taille de l'ordre de celle de la structure dans laquelle elles se développent, les auteurs se placent dans le cadre de la mécanique de la rupture et ils s'attachent à l'étude de leur amorçage et de leur propagation.

Beaucoup d'études portant sur la modélisation de la fissuration intralaminaire se place dans le cadre de la mécanique de l'endommagement et utilisent la notion de variables internes d'endommagements. Ces dernières peuvent être scalaires (Ladevèze [31]), vectorielles (Talreja [75]) ou tensorielles (Chaboche [11]).

L'échelle choisie pour décrire les phénomènes et construire le modèle d'endommagement détermine le type des variables associées. Ainsi, un modèle écrit à l'échelle mésoscopique comportera des variables rendant compte des phénomènes observés à cette échelle ; elles représentent globalement l'état d'endommagement du matériau à l'échelle mésoscopique (ou macroscopique si le modèle est écrit à cette échelle) Elles peuvent s'appuyer sur une description phénoménologique de l'endommagement liées à la notion de contraintes effectives ou à celle des chutes de rigidités. Dans un formulation unidirectionnelle, elles évoluent généralement entre 0 et 1, représentant respectivement l'état vierge d'endommagement et l'état rompu du matériau ; les valeurs comprises entre ces deux extrémités correspondent aux états d'endommagement intermédiaires. Toutefois, la plupart de ces modèles ne sont pas capables de rendre compte simultanément de l'anisotropie induite, de l'effet unilatéral de l'endommagement et de la continuité de la relation de comportement. Certaines approches tendent toutefois à conjuguer toutes ces exigences. C'est le cas du modèle de Chaboche ([11] et [12]). Celui-ci découle des ceux écrits pour les matériaux métalliques isotropes. Or, pour ces matériaux, la géométrie de l'endommagement dépende de la sollicitation. Pour palier ce problème, il lui est nécessaire de définir des directions "principales

d'endommagement" dont la définition arbitraire conduit à des résultats différents suivant les choix effectués. Ladevèze et al. [31], proposent un modèle où des potentiels énergétiques distincts sont utilisées suivant que le matériau est en état de traction ou de compression. Pour distinguer ces deux états, il est nécessaire de se placer dans le repère principal de contraintes et d'examiner le signe des contraintes principales. Le caractère unilatéral de l'endommagement est bien rendu par ce modèle. En revanche, les effets de l'endommagement sur le coefficient de Poisson lors d'un essai de traction ne sont pas pas ressentis, contrairement à ce que donnent les mesures expérimentales.

Pour obtenir un modèle plus cohérent, certains auteurs utilisent des variables qui s'appuient sur une description microscopique des phénomènes de fissuration. Ainsi, l'approche vectorielle proposée par Thionnet et Renard [79] issue de celle de Talreja [75] permet de tenir compte de l'aspect géométrique de l'endommagement. Ce modèle a été développé pour modéliser l'endommagement au sein d'un pli unidirectionnel appartenant à un stratifié.

Initialement, un vecteur à direction fixe a été employé par Taljera [75] pour caractériser l'endommagement. Toutefois, ce vecteur ne permet pas de modéliser complétement les effets unilatéraux de l'endommagement (ces effets unilatéraux sont décrits dans la section 7.1.3). Ce sont surtout les aspects directionnels de l'endommagement qui sont pris en compte dans cette modélisation.

Afin de prendre en compte de manière plus fine les aspects unilatéraux de l'endommagement, une seconde modélisation utilise un vecteur dont la direction n'est pas fixe. Cette modélisation permet non seulement de tenir compte des aspects directionnels des fissures, mais également du mode de sollicitation du réseau de fissures identiques entre elles, qui peut ou non refermer ces dernières, induisant le caractère unilatéral de l'endommagement intralaminaire. Deux scalaires sont utilisées comme variables internes pour décrire la directionnalité du vecteur. Ces deux variables jouent le rôle d'indicateur de l'état des lèvres de fissures (ouvertes, fermées, cisaillées...). Elles seront décritent plus en détail dans la section 13.2.1.

Par la suite, nous allons nous placer dans le cadre de cette approche.

Chapitre 12

Principes de construction d'une loi de comportement

Dans le cadre de la mécanique des milieux continus, la loi de comportement d'un matériau traduit la réponse de son volume élémentaire représentatif (VER) à une excitation. Les phénomènes dissipatifs ayant été identifiés au cours de l'analyse expérimentale, il convient de statuer sur leur conceptualisation, c'est-à-dire sur la forme mathématique la plus adéquate pour modéliser chacun d'eux. Il faut ensuite écrire l'ensemble des relations fonctionnelles de comportement en cohérence avec les grands principes de la Mécanique et de la Physique. Pour ce faire, il faut vérifier différents critères (Thionnet [77]) :

- un critère de cohérence universelle, i.e. l'indépendance vis-à-vis de l'observateur ; cela sous-entend l'indépendance de la loi vis-à-vis du référentiel d'observation mais également celle des variables utilisées vis-à-vis du système de coordonnées utilisé ;
- un critère de cohérence géométrique, i.e. le respect des symétries matérielles du matériau dictées par sa microstructure ; en d'autres termes, l'écriture de la loi de comportement doit non seulement prendre en compte mais également respecter les éventuelles symétries matérielles qui traduisent l'arrangement de la matière au sein du VER ;
- un critère de cohérence thermodynamique, i.e. devant conduire à des évolutions qui respectent le Second Principe de la Thermodynamique.

Pour respecter ce dernier critère, nous nous plaçons implicitement dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus associée à la méthode de l'état local. Dans ce contexte, pour respecter le critère de cohérence universelle, nous nous attacherons à utiliser des variables d'état tensorielles objectives. Les lois d'état et complémentaires seront écrites en dérivant les fonctions d'état scalaires. Enfin, dans le but de vérifier le critère de cohérence géométrique, les fonctions d'état scalaires seront écrites pour être invariantes sous le groupe de symétries matérielles du matériau.

Chapitre 13

Modélisation de la fissuration intralaminaire dans les composites stratifiés

13.1 Cadre et hypothèse de la modélisation du comportement - Mécanique de l'endommagement

Comme il n'est pas concevable de prendre en compte tous les phénomènes présents dans un matériau et de réaliser une modélisation dans le cadre le plus général, nous allons donc maintenant définir ce celui dans lequel nous allons travailler pour construire un modèle de comportement mécanique incluant le phénomène de fissuration intralaminaire. Nous posons ainsi un certain nombre d'hypothèses.

En tout premier lieu, il convient de choisir l'échelle d'écriture du modèle. Ce modèle a été écrit à l'échelle mésoscopique. Il permet de décrire les modifications des propriétés mécaniques d'un pli fissuré en fonction du chargement appliqué sur ce dernier et de l'évolution de la densité de fissure. Au préalable, Thionnet [76] a vérifié par simulation numérique que la présence d'une fissure au sein de la stratification sollicitée ne perturbe que très localement les couches voisines, même pour des densités de fissures supérieures à la valeur de saturation. Ainsi, il suppose raisonnablement que seules les propriétés mécaniques du pli fissurés sont modifiées par la présence des fissures intralaminaires. La démarche consistant à réaliser un modèle du pli ayant un comportement mécanique endommageable est donc valable. Le comportement du pli de base étant établi, le passage de la couche au stratifié conduit à prédire le comportement global du stratifié. Ce passage peut se faire par exemple par éléments finis ou par une méthode d'homogénéisation comme la théorie des plaques pour ne citer que la plus connue.

Entre autres hypothèses, les matériaux étudiés étant faiblement conducteurs de la chaleur,

nous estimons pour les vitesses de chargements étudiées que les variations de température au sein du milieu (dues aux phénomènes internes ou quelle qu'en soit la cause) sont suffisamment faibles pour n'induire aucune modification notable des propriétés du milieu. La température y est donc finalement supposée constante et uniforme.

De plus, aux vitesses de chargement quasi-statiques utilisés pour cette étude, il a été observé que le phénomène de fissuration est peu sensible aux vitesses de sollicitations, nous le considérons donc comme indépendant du temps.

Par ailleurs, nous avons pu vérifier expérimentalement que l'apparition des fissures et leur propagation complète sont des phénomènes quasi-simultanés. Pour cette raison, nous ne nous intéresserons pas au problème de la propagation des fissures, mais seulement à leur multiplication. De plus, dans le pli fissuré, les fissures présentes dans les torons chaînes sont toutes parallèles entre elles et de dimensions relativement identiques. Par ces deux remarques, nous supposerons que toutes les fissures sont identiques. En outre, la fissuration intralaminaire est un phénomène diffus. En nous plaçant dans le cadre de la mécanique de l'endommagement, la fissuration intralaminaire est modélisée comme un phénomène interne : au milieu réel fissuré, nous substituerons un milieu fictif continu et homogène dont le VER est caractérisé par un ensemble de variables internes traduisant l'état d'endommagement.

Nous postulons également qu'en dehors du phénomène de fissuration, aucun autre phénomène dissipatif n'existe dans le matériau :

- il n'y a pas de viscoplasticité de la matrice ; ce qui est une hypothèse forte ; toutefois, tous les essais réalisés par la suite ont été effectués avec la même vitesse de sollicitation (contrôlés en terme de contraintes) ;
- il n'y a pas de frottement entre les lèvres des fissures si celles-ci sont en contact ; encore une fois, c'est une hypothèse forte, mais importante car elle permet de simplifier grandement non seulement l'écriture du modèle, mais surtout l'identification de ses paramètres ;
- l'apparition de fissures de génère pas de champ résiduel de contraintes susceptible de bloquer de l'énergie dans le matériau.

La conséquence importante déduite de ces hypothèse est que nous considérons le comportement du milieu comme élastique endommageable : pour un état d'endommagement donné et stable, le comportement du milieu est élastique.

Par la suite, nous adopterons la notation de Voigt et nous travaillerons dans le repère de référence local du pli $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$, dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ (figure 6.1). Nous rappelons que dans le repère local du pli, le vecteur $\vec{x}_1$ est parallèle à la direction chaîne du pli, le vecteur $\vec{x}_2$ est parallèle à la direction trame et le vecteur $\vec{x}_3$ est perpendiculaire au plan $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ de manière à former un repère orthonormé.

Compte tenu de la géométrie des structures testées, de faibles épaisseurs, nous nous limitons à l'écriture du modèle dans le cadre des contraintes planes, qui se traduit avec les

notations de Voigt par :

$$\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$$

Enfin, nous faisons l'Hypothèse des Petites Perturbations.

Les hypothèses étant posées, nous proposons de construire une modélisation du comportement mécanique du milieu endommageable avec une prise en compte de la géométrie évolutive de l'endommagement. Dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus, le modèle du pli sera basé sur un potentiel d'état. Les fissures seront représentées par un vecteur ayant deux composantes non nulles qui va nous permettre de rendre compte des aspects directionnels de l'endommagement, ainsi que des effets unilatéraux.

13.2 Ecriture du modèle de comportement

Notons que les paragraphes suivants s'inspirent très largement de la Partie 1 du Tome 2 du livre "Mécanique et comportements des milieux continus" de Thionnet et al [78].

13.2.1 Définition des variables d'état

Rappelons que nous avons fait le choix du repère local suivant : $\vec{x}_1$ parallèle aux torons de chaîne, $\vec{x}_2$ parallèle aux torons de trame et $\vec{x}_3$ perpendiculaire au plan du pli. En nous basant sur le modèle de Thionnet [79], les fissures sont décrites à l'aide d'un vecteur de direction non fixe :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_T \\ V_N \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ce vecteur possède deux composantes susceptibles d'être non nulles, égales aux deux degrés de libertés des lèvres dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$. En effet, comme nous pouvons le voir sur la figure 13.1, suivant le type de sollicitation appliqué au pli fissuré, les lèvres de fissure peuvent se comporter différemment :

- elles peuvent s'écarter : pour faire un parallèle avec la mécanique de la rupture, nous disons qu'elles sont en mode d'ouverture 1 ; dans ce cas, le déplacement de leurs lèvres est colinéaire à l'axe $\vec{x}_2$;
- elles peuvent rester collées et glisser l'une par rapport à l'autre : elles sont alors en mode d'ouverture 2 ; dans ce cas, le déplacement de leurs lèvres est schématiquement colinéaire à l'axe $\vec{x}_1$;
- enfin, elles peuvent se trouver dans une configuration mixte des deux précédentes ; ainsi, les fissures sont dans un mode d'ouverture intermédiaire entre les modes 1 et 2 ;

dans ce cas, le déplacement de leurs lèvres comporte une composante colinéaire à l'axe $\vec{x}_1$ et une colinéaire à l'axe $\vec{x}_2$.

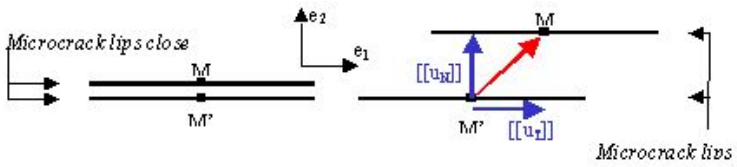


FIG. 13.1 – Schématisation du saut de déplacement sur les lèvres d'une fissure

L'endommagement est caractérisé par trois variables internes dans cette modélisation. Les trois variables sont scalaires ; la variable α quantifie le phénomène et deux autres variables m et r décrivent ses aspects géométriques. Nous présentons plus amplement ces variables par la suite. Leurs variables conjuguées sont respectivement notées A, M et R. Nous utiliserons également le tenseur des déformations élastiques endommageables $\underset{\sim}{\varepsilon}$ dont la variable duale est le tenseur des contraintes $\underset{\sim}{\sigma}$. En effet, si aucun phénomène dissipatif autre que l'endommagement n'existe dans le matériau, alors le comportement du milieu est de type élastique endommageable : pour un état d'endommagement donné et stable, le comportement du milieu est élastique.

La variable ε

Elle correspond à la déformation mesurée à l'échelle mésoscopique.

La variable α

Dans un stratifié dont les plis sont des unidirectionnels, le phénomène d'endommagement est habituellement décrit par la variable scalaire α (voir section 7.1.4) égale à la densité de fissures multipliée par l'épaisseur du pli fissuré :

$$\alpha = d \cdot e \text{ pour les stratifiés dont les plis sont des unidirectionnels}$$

Toutefois, pour notre matériau dont les plis sont des pseudo-tissus, l'analyse des résultats expérimentaux montre qu'il est judicieux de le décrire quantitativement seulement par la densité de fissures au sein du pli endommagé. Ainsi nous poserons :

$$\alpha = d \text{ pour le matériau de l'étude dont les plis sont des pseudo-tissus}$$

Ainsi, lorsque $\alpha = 0$, le pli est considéré sans aucune fissure. A l'opposé, lorsque $\alpha = \infty$, la distance interfissure nulle, le pli n'existe plus. Sa variable associée est notée A. Cette variable est bien caractéristique du phénomène de fissuration intralaminaire transverse, car les résultats trouvés sont indépendants de la position de la couche fissurée dans la séquence

d'empilement du composite, de l'épaisseur de la couche et de l'orientation des couches adjacentes.

Les variables m et r

La variable α permet de définir quantitativement l'état d'endommagement du matériau, mais ne nous renseigne pas sa géométrie.

Afin de traduire cette géométrie évolutive des fissures en décrivant les discontinuités de déplacement tangentiel $[[u_T]]$ et normal $[[u_N]]$ de leurs lèvres, des auteurs comme Allen [1] introduisent deux variables d'état internes indépendantes g et o, scalaires, caractérisant respectivement le glissement et l'ouverture des fissures 13.1 :

$$\begin{cases} g = \frac{1}{mesure\,VER} \int_{fissures} [u_T] \\ o = \frac{1}{mesure\,VER} \int_{fissures} [u_N] \end{cases}$$

Ces deux variables ont l'avantage d'être théoriquement proches d'une bonne description physique du phénomène. Toutefois, en pratique, elles sont très difficiles (voir impossible) à utiliser (par exemple, pour les besoins d'une identification) : ces deux variables impliquent en effet de pouvoir suivre les sauts de déplacements le long des lèvres des fissures.

Nous préférons donc introduire deux autres variables, m et r (voir figures 13.2 et 13.3) :

m : mode d'ouveture de la famille de fissures parallèles ;

r : amplitude d'ouverture des fissues dans le mode de sollicitation.

Ces deux nouvelles variables sont supposées êtes des fonctions de g et o :

$$\begin{cases} m = m\,(g, o) \\ r = r\,(g, o) \end{cases}$$

Par analogie avec la notion de mode de sollicitation d'une fissure en Mécanique de la Rupture, nous allons spécifier la notion de mode d'ouverture d'une famille de fissures. Nous sommes en contraintes planes et la normale aux plans des fissures est comprises dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$. Les sollicitations pour l'ouverture ou la fermeture des fissures seront donc comprises dans ce plan. Toutefois, nous supposerons que les fissures ne pourront s'ouvrir lorsque nous solliciterons le matériau dans le sens des fibres (axe local $\vec{x}_1$; reste les sollicitations dans le sens $\vec{x}_2$ et le cisaillement dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$. Les modes d'ouverture d'une famille de fissures seront donc :

- mode I : les fissures sont ouvertes en traction dans le sens normal aux plans des fissures ; nous posons alors $m = 1$;
- mode II : les lèvres des fissures sont en contact, mais peuvent glisser l'une sur l'autre lors d'un cisaillement dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$; nous posons alors $m = 2$;
- mode mixte : les fissures subissent une traction et un cisaillement ; m est alors compris entre 1 et 2.

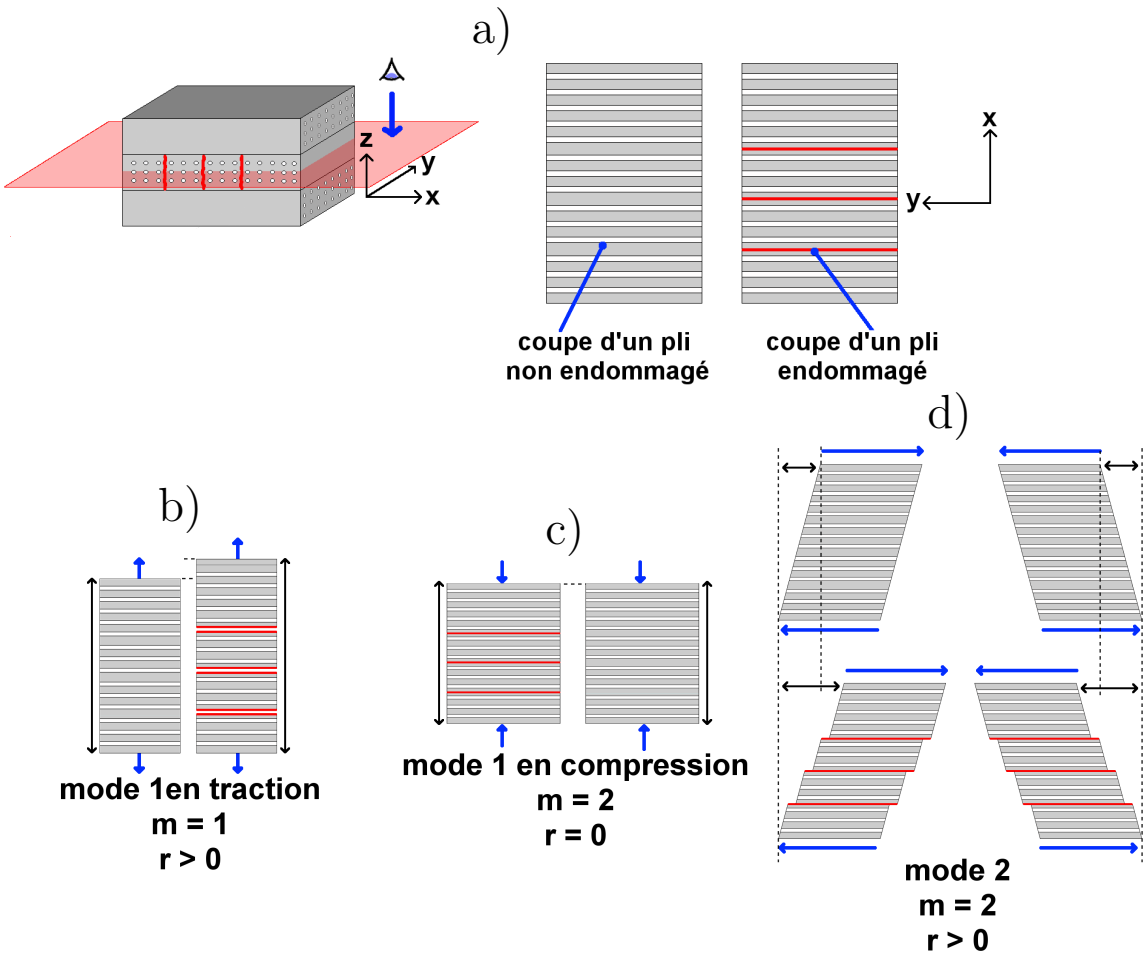


FIG. 13.2 – Relation entre les variables m, r et la sollicitation d'une fissure parallèles aux fibres

La variable r quantifie l'ouverture des fissures : lorsque $r = 0$, les fissures sont dans un état libre ; lorsque $r > 0$, les fissures sont ouvertes (en cisaillement, en traction ou les deux).

Nous verrons dans la section 13.3.1 que r peut être choisi comme étant une fonction du tenseur des déformations. Par cette relation, nous mettons en évidence le lien existant entre l'intensité du chargement défini à l'échelle mésoscopique et l'amplitude d'ouverture tel qu'elle est définie avec les variables o et g. Grâce à ces deux scalaires, nous allons pouvoir rendre compte des aspects géométrique de l'endommagement, comme son caractère directionnel ou les aspects unilatéraux (figures 13.2 et 13.3).

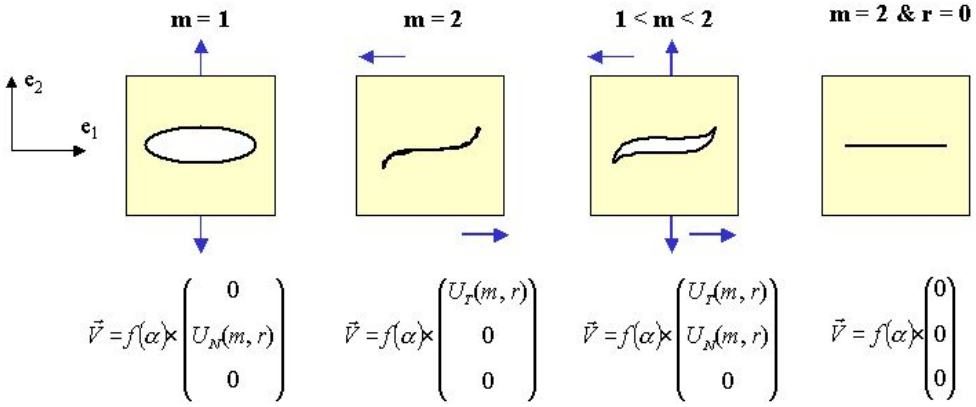


FIG. 13.3 – Relation entre les variables m, r et l'unilatéralité de l'endommagement

Variables d'état		Variables duales
Externes	Internes	
$\underset{\sim}{\varepsilon}$		$\underset{\sim}{\sigma}$
	α	A
	m	M
	r	R

TAB. 13.1 – Variables d'état et variables duales du système

Bilan sur les variables d'état

Au final, les variables d'état, caractéristique de l'état du système, et leurs variables duales sont données dans le tableau 13.1

13.2.2 Construction de la fonction d'état - Lois d'état

Le modèle retenu est généralement basé sur une partition de la déformation totale en trois déformations distinctes : élastique endommageable, viscoélastique et viscoplastique.

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{\varepsilon}^{end} + \underset{\sim}{\varepsilon}^{ve} + \underset{\sim}{\varepsilon}^{p}$$

De même, nous faisons l'hypothèse d'une partition du potentiel d'état en trois parties, sur le même schéma que celui de la déformation :

$$\rho\Psi = \rho\Psi^{end} + \rho\Psi^{ve} + \rho\Psi^{p}$$

En supposant que les phénomènes peuvent être découplés, chaque potentiel d'état peut alors dépendre des seuls variables d'état associées au phénomène dissipatif qui lui correspond.

Au final, comme nous l'avons expliqué précédemment, nous ne nous intéressons qu'à la composante élastique endommageable du comportement du pli. Le potentiel

thermodynamique auquel nous allons nous intéresser se réduit donc à la forme suivante :

$$\rho\Psi = \rho\Psi^{end}$$

Et la partion de la déformation se résume également à la forme :

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{\varepsilon}^{end}$$

Pour simplifier l'écriture par la suite, nous omettrons l'indice *"end"*.

A l'échelle mésoscopique, le réseau des fissures, supposées toutes identiques, est schématisé par un vecteur. Toutefois, ce vecteur n'est pas une variable d'état mais seulement une variable intermédiaire qui va aider à l'écriture de la fonction d'état.

A l'aide du vecteur $\vec{V}$ et de ses deux composantes V_N et V_T, nous allons pouvoir prendre en compte non seulement le caractère directionnel de l'endommagement intralaminaire, mais également ses autres aspects du à sa géométrie comme les effets unilatéraux. Le nombre de fissures ne devant pas influer explicitement sur la direction du vecteur caractéristique de l'endommagment, il est nécessaire (et suffisant) de prendre :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_T(\alpha, m, r) = f(\alpha) \times U_T(m, r) \\ V_N(\alpha, m, r) = f(\alpha) \times U_N(m, r) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ainsi, nous écrivons au niveau mésoscopique la fonction énergie libre sous la forme :

$$\rho\Psi(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r) = \varphi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \vec{V}(\alpha, m, r)\right)$$

où $\underset{\sim}{\varepsilon}$, α, m et r sont les variables d'état du modèle.

Dans le cas des matériaux monocliniques dont l'axe de symétrie est l'axe $\vec{x}_3$, les quantités scalaires polynômiales invariantes (sous leur groupe de symétries matérielles) que nous pouvons construire avec les composantes du tenseur des déformations (en se limitant aux composantes planes) et celles du vecteur d'endommagement sont engendrées par les 5 invariants élémentaires suivants (en notation de Voigt et en posant $V_T = V_1$, $V_N = V_2$) : $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_6, V_1, V_2$.

Nous pouvons alors écrire φ comme un polynôme de ces invariants en les combinant pour obtenir une expression compatible avec l'élasticité endommageable.

Les détails de la construction de la fonction d'état sont donnés en Annexe A.

Au final, la fonction d'état peut être écrite sous la forme :

$$\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right) = \frac{1}{2} \cdot \underset{\sim}{\varepsilon} : \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha, m, r\right) : \underset{\sim}{\varepsilon}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right) = \frac{1}{2} \cdot \underset{\sim}{\varepsilon} : \left[\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{0} - \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{end}\left(\alpha, m, r\right)\right] : \underset{\sim}{\varepsilon}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right) = \frac{1}{2} \cdot \underset{\sim}{\varepsilon} : \left(\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{0} - f^{2}\left(\alpha\right) \cdot \left\{\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{N} \cdot U_{N}^{2}\left(m, r\right) + \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{T} \cdot U_{T}^{2}\left(m, r\right) + \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{NT} \cdot U_{NT}^{2}\left(m, r\right)\right\}\right) : \underset{\sim}{\varepsilon}$$

où les différents termes sont définis comme suit :

le tenseur $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha, m, r\right)$ est le tenseur des modules du pli pour une densité de fissuration donnée, avec une configuration géométrique des fissures données ;

le tenseur $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{0}$ est le tenseur des modules du pli non endommagé ;

le tenseur $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{N}$ correspond à la perte de raideur due à la composante V_N de l'endommagement, i.e. lorsque les fissures sont en mode d'ouverture 1 ;

le tenseur $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{T}$ correspond à la perte de raideur due à la composante V_T de l'endommagement, i.e. lorsque les lèvres de chaque fissures glissent l'une sur l'autre, sans pour autant s'écarter (mode d'ouverture 2) ;

le tenseur $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{NT}$ correspond à la perte de raideur due au couplage des effets des deux composantes V_N et V_T ;

le fonction $f(\alpha)$ est la fonction de lissage des chutes de modules en fonction de la variable d ; nous l'avons choisi telle que :

$$f(\alpha)^2 = \frac{\alpha}{1+\alpha}$$

Lorsque $\alpha = 0$, le matériau est sain et il n'y a pas de chute de rigidité. Nous pouvons vérifier que $f(0)$ est bien égale à 0. De plus $f(\alpha)^2$ est bien une fonction croissante : plus le matériau est endommagé, plus la chute de rigidité est importante. Enfin, sa valeur maximale est 1. Cette fonction a pour avantage de lisser correctement les chutes de rigidité au sein de matériaux stratifiés endommagés par de la fissuration intralaminaire.

De plus, dans le cas où seules les composantes planes des tenseurs sont écrites, nous avons les expressions des tenseurs $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{0}$, $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{N}$, $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{T}$ et $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{NT}$ suivantes :

$$\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{0} = \begin{pmatrix} 2A_1 & A_3 & A_5 \\ A_3 & 2A_2 & A_6 \\ A_5 & A_6 & 2A_4 \end{pmatrix} \quad \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{N} = \begin{pmatrix} 2B_1 & B_3 & B_5 \\ B_3 & 2B_2 & B_6 \\ B_5 & B_6 & 2B_4 \end{pmatrix}$$

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}^T = \begin{pmatrix} 2C_1 & C_3 & C_5 \\ C_3 & 2C_2 & C_6 \\ C_5 & C_6 & 2C_4 \end{pmatrix} \quad \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}^{NT} = \begin{pmatrix} 2D_1 & D_3 & D_5 \\ D_3 & 2D_2 & D_6 \\ D_5 & D_6 & 2D_4 \end{pmatrix}$$

Puisque Ψ est une fonction d'état des variables ϵ, α, m et r dont les variables duales sont respectivement σ, A, M et R, nous avons :

$$\rho \frac{d\Psi}{dt} = \underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} : \frac{d\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}}{dt} + A\frac{d\alpha}{dt} + M\frac{dm}{dt} + R\frac{dr}{dt}$$

et d'autres part :

$$\rho \frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial \underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}} : \frac{d\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial m}\frac{dm}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial r}\frac{dr}{dt}$$

En identifiant terme à terme les deux égalités précédentes, nous obtenons les lois d'état :

$$\begin{aligned} \underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} &= \frac{\partial \Psi\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha, m, r\right)}{\partial \underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}} \\ A &= \frac{\partial \Psi\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha, m, r\right)}{\partial \alpha} \\ M &= \frac{\partial \Psi\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha, m, r\right)}{\partial m} \\ R &= \frac{\partial \Psi\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha, m, r\right)}{\partial r} \end{aligned}$$

13.2.3 Construction des lois complémentaires

L'Inégalité Fondamentale exprimée à l'aide de l'énergie libre, s'écrit :

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\epsilon} - \rho\dot{\Psi} \geq 0 \text{ pour toute transformation du système}$$

A priori, aucune restriction particulière n'est à imposer sur l'évolution des variables d'état sauf pour celle décrivant quantitativement l'endommagement, c'est-à-dire α. En effet, compte tenu de la nature irréversible du phénomène qu'elle modélise (au sens où une fissure qui est apparue ne peut plus disparaître), nous devons imposer $\dot{\alpha} \geq 0$. Par suite, "toute transformation du système" signifie donc : $\forall \dot{\epsilon}$, $\forall \dot{\alpha} \geq 0$, $\forall \dot{m}$, $\forall \dot{r}$. En prenant en compte les lois d'état, nous obtenons finalement :

$$-A\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha, m, r\right)\dot{\alpha} - M\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha, m, r\right)\dot{m} - R\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha, m, r\right)\dot{r} \geq 0 \quad \forall \dot{\alpha} \geq 0, \forall \dot{m}, \forall \dot{r}$$

Puisque nous nous plaçons dans le cas où les fissures sont ouvertes ou que les frottements entre leurs lèvres sont nuls, les variables m et r sont non dissipatives. Ceci se traduit par $M = 0$ et $R = 0$. Finalement, l'Inégalité Fondamentale se réduit à :

$$-A\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right)\dot{\alpha} \geq 0 \quad \forall \dot{\alpha} \geq 0$$

Loi d'évolution de l'endommagement

Le phénomène d'endommagement étant supposé indépendant du temps, écrire l'évolution de la variable α en tenant compte de l'inégalité précédente peut se faire à l'aide d'une loi à seuil qui utilise un critère convexe $c\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right)$ puis par l'écriture des hypothèse de cohérences. Ainsi, nous avons choisi un critère de la forme :

$$c\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right) = A^c\left(\alpha, m, r\right) - A\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right) \leq 0$$

$A^c\left(\alpha, m, r\right)$ représente la fonction appelée seuil d'endommagement. C'est une propriété du milieu qui est donc à identifier. En écrivant les hypothèses de cohérence lors du processus d'endommagement, $c\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right) = 0$ et $dc\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right) = 0$, nous trouvons :

$$d\alpha = \frac{-\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\alpha\partial\underset{\sim}{\varepsilon}} : d\underset{\sim}{\varepsilon} + \left(\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\alpha\partial m} - \dfrac{\partial A^c}{\partial m}\right)dm + \left(\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\alpha\partial r} - \dfrac{\partial A^c}{\partial r}\right)dr}{\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial^2\alpha} - \dfrac{\partial A^c}{\partial\alpha}}$$

Conséquences du caractère non-dissipatif des variables m et r

Dans un premier temps, les équations $M = 0$ et $R = 0$ et les expressions obtenues permettent d'affirmer, en invoquant le théorème des fonctions implicites, que nous pouvons écrire au moins localement : $m = m\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha\right)$ et $r = r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha\right)$. Ceci traduit finalement le fait que la géométrie des fissures, définie au niveau mésoscopique par les variables m et r, dépend notamment de la sollicitation, au travers de la variable $\underset{\sim}{\varepsilon}$. La forme de ces fonctions fait partie de l'identification du modèle.

13.3 Identifications

13.3.1 Identification des fonctions m et r

Pour identifier les fonctions $m\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha\right)$ et $r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha\right)$ deux solutions sont possibles :

- soit nous connaissons les fonctions de saut $[[u_N]]$ et $[[u_T]]$, i.e. nous avons accès à une description et une identification au niveau microscopique. Nous sommes alors capable

de calculer $m(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ et $r(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ par une procédure multi-échelle ; c'est par exemple le cas si nous nous plaçons dans le cadre de la théorie des milieux infinis ;

– soit nous ne connaissons pas les fonctions de saut $[u_N]$ et $[u_T]$, i.e. nous n'avons pas accès à une description et une identification au niveau microscopique ; nous sommes alors incapable de calculer $m(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ et $r(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ par une procédure multi-échelle.

C'est cette dernière situation qui correspond à notre étude. Les identifications de $m(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ et $r(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ doivent donc être réalisées au niveau mésoscopique (c'est cette préoccupation qui a motivé l'abandon des fonctions g et o au profit de m et r).

L'identification de $m(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ est fondée sur le sens que nous souhaitons donner à cette quantité. Comme nous l'avons vu à la section 13.2.1, c'est une fonction scalaire qui décrit de manière mésoscopique le mode d'ouverture des fissures en représentant pour la Mécanique de l'Endommagement, la notion connue de mode en Mécanique de la Rupture. Par référence au langage habituel, elle doit donc être construite de telle sorte :

– m doit être égale à 1 dans le cas où la sollicitation sur le réseau de fissures est telle qu'elle induise un saut de déplacement tangentiel nul entre les lèvres des fissures (mode 1) ;
– m doit être égale à 2 dans le cas où la sollicitation sur le réseau de fissures est telle qu'elle induise un saut de déplacement normal nul (mode 2) ;
– m doit prendre toutes valeurs intermédiaires dans les configurations mixtes.

Celle de $r(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ est fondée également sur le sens que nous souhaitons donner à cette quantité : c'est une fonction scalaire représentative de l'écart entre les lèvres des fissures. Le vecteur $\vec{V}$ modélisant l'endommagement doit répondre également aux impératifs suivant : posséder une composante unique en mode 1 et en mode 2, et deux composantes en mode mixte (voir section 13.2.1, figure 13.3). Cela impose donc :

$$\forall r, \begin{cases} U_T(m=1, r) = 0 \\ U_N(m=2, r) = 0 \end{cases}$$

Par ailleurs, la fonction m n'est pas a priori définie pour un état de déformation nulle. De manière à assurer la continuité du tenseur de rigidité du comportement au passage des états de contraintes de traction à ceux de compression (et réciproquement), nous choisissons :

$$\forall m, \begin{cases} U_T(m, r=0) = 0 \\ U_N(m, r=0) = 0 \end{cases}$$

Ces remarques sont générales au modèle et tout choix de $m(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ et de $r(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$ respectant ces conditions est acceptable. Ici, nous nous inspirons de l'équation d'un critère classique d'apparition de première fissure pour écrire la fonction $m(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha)$. Pour simplifier le problème, du fait de la forte anisotropie du matériau, nous supposerons que la déformation ε_1 n'a pas d'influence sur la géométrie de l'endommagement (mais peut éventuellement en avoir sur sa cinétique d'appartition). Au final, cela signifie que :

– la frontière entre l'état de traction et l'état de compression des lèvres des fissures est décrite par l'équation $\varepsilon_2 = 0$;
– la rupture en mode 1 (i.e. conduisant à l'apparition de fissures dont les lèvres s'écartent) est due exclusivement à ε_2 ;
– la rupture en mode 2, (i.e. conduisant à l'apparition de fissures dont les lèvres sont cisaillées) est due exclusivement à ε_6.

L'équation du critère dont nous allons nous inspirer est de la forme suivante :

$$\xi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha\right) = \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2^c\left(\alpha\right)}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_6}{\varepsilon_6^c\left(\alpha\right)}\right)^2$$

Les quantités $\varepsilon_2^c\left(\alpha\right)$ et $\varepsilon_6^c\left(\alpha\right)$ sont les déformations à rupture du matériau équivalent, dépendantes a priori de l'endommagement.

En posant $n\left(\alpha\right) = \frac{\varepsilon_2^c(\alpha)}{\varepsilon_6^c(\alpha)}$, nous écrivons la variable mode m et la définition de r apparaît d'elle-même :

$$\text{Si } \varepsilon_2 > 0 \quad : \quad \left\{ \begin{array}{rcl} m\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha\right) & = & \dfrac{2\varepsilon_6^2 + \dfrac{\varepsilon_2^2}{n^2\left(\alpha\right)}}{\varepsilon_6^2 + \dfrac{\varepsilon_2^2}{n^2\left(\alpha\right)}} \\ \\ r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha\right) & = & r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_6^2} \end{array} \right.$$

$$\text{Si } \varepsilon_2 \leq 0 \quad : \quad \left\{ \begin{array}{rcl} m\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha\right) & = & 2 \\ r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha\right) & = & r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) = \sqrt{\varepsilon_6^2} \end{array} \right.$$

Lorsque les fissures sont sollicitées en cisaillement pure ($m = 2$) ou en compression, leurs lèvres sont fermées. Ainsi, m = 2 caractérise un réseau de fissures cisaillé ($r \neq 0$), comprimé ($r = 0$), ou encore simultanément cisaillé et comprimé ($r \neq 0$). En ce qui concerne la variable r, elle traduit l'intensité d'ouverture des lèvres des fissures.

13.3.2 Identification expérimentale et numérique du tenseur de comportement

Le tenseur C^N visualise la perte de raideur due à la composante V_N de l'endommagement, lorsque les fissures sont ouvertes mais non en cisaillement. En conséquence :

$$B_4 = B_5 = B_6 = 0$$

Le tenseur C^T est la perte de raideur due à la composante V_T de l'endommagement,

lorsque les fissures sont soumises à un cisaillement mais non ouvertes. En conséquence :

$$C_1 = C_2 = C_3 = 0$$

Le tenseur C^{NT} visualise la perte de raideur due au couplage des effets des deux composantes V_N et V_T. Dans le cas de notre matériau, nous supposerons ces effets négligeables et prendrons le tenseur C^{NT} nul.

Le tenseur de comportement s'écrit donc :

$$\underset{\approx}{\boldsymbol{C}} = \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^0 + f^2(\alpha) \cdots$$
$$\cdots \times \left(\begin{array}{c|c|c} 2B_1 U_N^2(m,r) & B_3 U_N^2(m,r) & C_5 U_T^2(m,r) \\ \hline B_3 U_N^2(m,r) & 2B_2 U_N^2(m,r) & C_6 U_T^2(m,r) \\ \hline C_5 U_T^2(m,r) & C_6 U_T^2(m,r) & 2C_4 U_T^2(m,r) \end{array} \right)$$

Nous pouvons maintenant remarquer comment se traduit le caractère unilatéral de l'endommagement au sein de cette modélisation. Il suffit pour cela de procéder à la fermeture des fissures, i.e. d'évaluer la relation précédente pour $m = 2$. Ainsi :

$$Pour\ m = 2,\ \underset{\approx}{\boldsymbol{C}} = \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^0 + f^2(\alpha) \times \left(\begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & C_5 U_T^2(m=2,r) \\ \hline 0 & 0 & C_6 U_T^2(m=2,r) \\ \hline C_5 U_T^2(m=2,r) & C_6 U_T^2(m=2,r) & 2C_4 U_T^2(m=2,r) \end{array} \right)$$

Elle est tout à fait conforme au sens physique du phénomène : les coefficients du tenseur de rigidité associés aux effets de traction/compression se restaurent, tandis que ceux associées aux effets de cisaillement ne se restaurent pas (sauf si nous décidons de prendre $C_4 = C_5 = C6 = 0$).

Maintenant que les variables m et r sont clairement définies, nous pouvons faire une autre remarque qui va nous aider dans la suite de l'identification du modèle. La théorie de l'homogénéisation des milieux fissurés montre que le comportement du matériau équivalent au matériau endommagé :

- doit dépendre de la direction du tenseur des contraintes ; la dépendance vis-à-vis de cette grandeur apparaît ici avec m ;
- ne doit pas dépendre de l'amplitude des contraintes ; or, une dépendance vis-à-vis de cette grandeur apparaît ici de manière explicite avec r.

En fait, dire que des fissures sont ouvertes ou fermées n'a pas physiquement de sens réel. En effet, les aspérités locales ou les déchets qui peuvent combler l'intérieur des fissures fait qu'en réalité, le phénomène de restauration des propriétés du matériau est progressif. En particulier, le comportement tangent doit être continu au passage de la frontière traction/compression. C'est la variable r qui le permet. En conclusion, l'effet de

r est important au voisinage d'un état où $\varepsilon_2 = 0$, mais doit être faible pour les autres états. Ces considérations permettent de justifier un choix particulier des fonctions $U_N(m,r)$ et $U_T(m,r)$. Par exemple, nous pouvons prendre :

$$\begin{cases} U_N(m,r) = h_N(m)\, j_N(r) \\ U_T(m,r) = h_T(m)\, j_T(r) \\ j_N(r) = j_T(r) = j(r) = 1 - e^{-xr}, \text{avec x réel positif "grand"} \end{cases}$$

Nous retrouvons ainsi le fait qu'en dehors de l'état de déformation nulle, le comportement dépend de l'orientation du tenseur des contraintes (i.e. ici de m), et quasiment pas de son amplitude (i.e. ici de r). Donc, au final, le comportement peut s'écrire comme suit :

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{C}} = \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}^0 + \left(1 - e^{-xr}\right)^2 \times f^2(\alpha) \cdots$$
$$\cdots \times \left(\begin{array}{c|c|c} 2B_1 h_N^2(m) & B_3 h_N^2(m) & C_5 h_T^2(m) \\ \hline B_3 h_N^2(m) & 2B_2 h_N^2(m) & C_6 h_T^2(m) \\ \hline C_5 h_T^2(m) & C_6 h_T^2(m) & 2C_4 h_T^2(m) \end{array}\right)$$

Enfin, l'identification complète des fonctions $h_T(m)$, $h_N(m)$ et $f(\alpha)$ ainsi que des coefficients $B_1, B_2, B_3, C_4, C_5, C6$ peut être réalisée par lissage des résultats de calculs d'homogénéisation réalisés sur une cellule représentative du matériau endommagé (Thionnet [76]). Toutefois, afin de limiter ce long travail qui n'est pas forcément nécessaire pour l'étude du matériau, nous limitons également l'influence de m. Cela n'exclut évidemment pas le fait que les effets unilatéraux soient correctement rendus.

Nous choisissons donc les fonctions h_N et h_T sous les formes :

$$h_N(m) = 1 - e^{-x_f(2-m)} \text{ et } h_T(m) = 1 - e^{-x_f(m-1)}$$

Par ailleurs, en réalisant les essais expérimentaux adéquats, il est également possible d'identifier les coefficients $B_1, B_2, B_3, C_4, C_5, C6$ à partir des courbes décrivant les chutes de modules du pli (ou même du stratifié complet, à condition que le pli fissuré considéré soit le seul comportant de la fissuration), en fonction de la variable d'endommagement α (égal à la densité de fissures moyenne pour notre matériau).

Les coefficients de la matrice $\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}^0$ sont quant à eux des données : ce sont les caractéristiques du matériau vierge d'endommagement.

13.3.3 Identification du seuil d'endommagement

Le processus d'identification de la fonction A_c nécessite d'avoir accès à la courbe de densité de fissures en fonction de la charge appliquée sur un stratifié bien choisi, i.e. où le comptage des fissures est aisé. Si nous souhaitons prendre en compte le fait que l'énergie nécessaire à la création d'une fissure dépend du mode de chargement, i.e. de m, nous

avons besoin de renseignements expérimentaux où la densité de fissures est relevée pour des plis soumis à des valeurs différentes de m : par exemple pour des séquences $(0^{\circ}, 90^{\circ})_s$, $(0^{\circ}, \pm 45^{\circ})_s$ et $(0^{\circ}, \pm 60^{\circ})_s$. Ensuite, par une procédure inverse, en donnant l'évolution des densités de fissures expérimentale, nous calculons la variable A et nous écrivons qu'au cours du processus d'endommagement : $A = Ac$. Un lissage de ces résultats nous donne alors la fonction $A_c(\alpha, m)$. L'expression à identifier est de la forme suivante (Thionnet [76] :

$$A^c(\alpha, m) = -b(m) \cdot e^{\frac{1}{a(m)} ln\left(-ln\left[1 - \frac{\alpha}{c(m)}\right]\right)}$$

où a, b, et c sont des paramètres matériaux à identifier.

Chapitre 14

Adaptation du modèle d'endommagement pour le phénomène de rupture de fibres dissymétriques en traction et en compression

Le modèle d'endommagement écrit précédemment est un assez général et peut facilement être adapté à bien d'autres endommagements dont les effets sont observés à l'échelle mésoscopique. Nous allons donc dans ce chapitre donner un exemple d'extension du modèle au phénomène de rupture de fibres.

Dans le cas d'un stratifié tissé, le phénomène de rupture de fibre se crée dans la direction chaîne ou dans la direction trame. Cet endommagement apparait sous des sollicitations uniaxiales de traction et de compression dans la direction des fibres, mais de manière non symétrique. En revanche, il n'apparaît pas sous des sollicitations de cisaillement. Enfin, il n'y a a pas de phénomène de resturation des propriétés mécaniques.

14.0.4 Variables d'état et fonctions d'état associées à la rupture de fibres

L'endommagement par rupture de fibres dans la direction de la chaîne (respectivement de la trame) est décrit quantitativement par une variable scalaire α_{rfc} (respectivement α_{rft}). Les variables associées sont notées A_{rfc} (respectivement A_{rfc}). Sur le même schéma que celui de la modélisation de la fissuration intralaminaire, nous définissons les variables m_{rfc} et r_{rfc} (m_{rft} et r_{rft}) avec leurs variables associées M_{rfc} et R_{rfc} (M_{rft} et R_{rft}). En réalité, les

variables m_{rfc} et r_{rfc} (m_{rft} et r_{rft}) ne sont nécessaires que dans le but de prendre en compte le caractère non-symétrique de la loi d'évolution.

Nous pouvons alors écrire pour la rupture de fibres dans la chaîne :

$$\text{Si } \varepsilon_1 > 0 \quad : \quad \begin{cases} m\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha\right) & = & \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1^T} \\ r\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha\right) & = & r\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}\right) = |\varepsilon_1| \end{cases}$$

$$\text{Si } \varepsilon_1 \leq 0 \quad : \quad \begin{cases} m\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha\right) & = & \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1^C} \\ r\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha\right) & = & r\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}\right) = |\varepsilon_1| \end{cases}$$

où ε_1^T et ε_1^C correspondent respectivement aux valeurs à rupture en traction et en compression dans le sens chaîne.

De même, dans le sens trame, nous pouvons écrire :

$$\text{Si } \varepsilon_2 > 0 \quad : \quad \begin{cases} m\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha\right) & = & \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2^T} \\ r\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha\right) & = & r\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}\right) = |\varepsilon_2| \end{cases}$$

$$\text{Si } \varepsilon_2 \leq 0 \quad : \quad \begin{cases} m\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha\right) & = & \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2^C} \\ r\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}, \alpha\right) & = & r\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}\right) = |\varepsilon_2| \end{cases}$$

où ε_2^T et ε_2^C correspondent respectivement aux valeurs à rupture en traction et en compression dans le sens trame.

14.0.5 Potentiel d'état

Nous allons écrire les potentiels φ_{rfc}^{end} et φ_{rfc}^{end} en nous inspirant de l'écriture obtenue de φ^{end} lors de la modélisation de la fissuration intralaminaire. Toutefois, l'endommagement par rupture de fibres n'affectant que les caractéristiques dans la direction des fibres, nous observons les simplifications suivantes :

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}_{rfc}^N = \begin{pmatrix} 2B_{rfc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}_{rfc}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}^N T_{rfc} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{N}_{rft} = \begin{pmatrix} 2B_{rft} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{T}_{rft} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{N} T_{rft} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les potentiels d'états φ^{end}_{rfc} et φ^{end}_{rfc} s'écrivent alors :

$$\varphi^{end}_{rfc} = \frac{1}{2}\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{end} : \left(f^2\left(\alpha_{rfc}\right) \cdot \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{N}_{rfc} \cdot U^2_{Nrfc}\left(m_{rfc}, r_{rfc}\right) \right) : \underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{end} = \frac{1}{2}\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{end} : \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}_{rfc} : \underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{end}$$

$$\varphi^{end}_{rft} = \frac{1}{2}\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{end} : \left(f^2\left(\alpha_{rft}\right) \cdot \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{N}_{rft} \cdot U^2_{Nrft}\left(m_{rft}, r_{rft}\right) \right) : \underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{end} = \frac{1}{2}\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{end} : \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}_{rft} : \underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{end}$$

Les fonctions de lissage f_{rfc} et f_{rft} sont identiques à la fonction f de la fissuration intralaminaire et donc telles que :

$$f^2_{rfc}\left(\alpha_{rfc}\right) = \frac{\alpha_{rfc}}{1+\alpha_{rfc}} \text{ et } f^2_{rft}\left(\alpha_{rft}\right) = \frac{\alpha_{rft}}{1+\alpha_{rfc}}$$

L'évolution de la variable α_{rfc} étant très rapide pour la rupture de fibre, la fonction f^2_{rfc} (respectivment f^2_{rft}) ne prendra essentiellement que deux valeurs :

- 0 lorsque α_{rfc} (resp. α_{rft}) vaudra 0 ;
- $\frac{1}{2}$ lorsque α_{rfc} (resp. α_{rft}) vaudra 1 ;

Les propriétés ne se restaurent pas. Toutefois, les chutes de rigidité induites par le phénomène sont différentes suivant que le matériau est dans un état de compression ou de traction. Nous choisissons donc d'écrire :

$$h_N\left(m_{rfc}\right) = 1 - e^{-x_{rfc}\left(m_{rfc}+1\right)}$$

$$h_N\left(m_{rft}\right) = 1 - e^{-x_{rft}\left(m_{rft}+1\right)}$$

avec x_{rfc} et x_{rft} réels positifs grands. Avec une telle forme de fonctions, la rupture de fibres en compression n'affectera pas la rigidité du matériau. Toutefois, les fibres étant rompues en compression, si l'état de contraintes repasse en traction, la chute de rigidité sera effective. En réalité, la rupture de fibres affecte la rigidité du matériau en compression mais ces données expérimentales peuvent être difficiles à évaluer. En revanche, en disposant de cette information, nous aurions pu faire un autre choix de fonctions.

Finalement les tenseur des modules peut être écrit comme suit :

$$\underset{\approx}{C}_{rfc} = f_{rfc}^2(\alpha_{rfc}) \times \left(1 - e^{-x_{rft} \times r_{rfc}}\right) \times \begin{pmatrix} 2B_{rfc}h_N^2(m_{rfc}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underset{\approx}{C}_{rft} = f_{rft}^2(\alpha_{rft}) \times \left(1 - e^{-x_{rft} \times r_{rft}}\right) \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2B_{rft}h_N^2(m_{rft}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

14.0.6 Lois d'évolution

Comme dans le cas de la fissuration, les différentes hypothèses conduisent à écrire une loi d'évolution des variables α_{rfc} et α_{rft} à l'aide de deux lois seuil qui utilisent des critères convexes $c_{rfc} = c_{rfc}\left(\underset{\approx}{\varepsilon}^{end}, \alpha_{rfc}, m_{rfc}, r_{rfc}\right)$ et $c_{rfc} = c_{rft}\left(\underset{\approx}{\varepsilon}^{end}, \alpha_{rft}, m_{rft}, r_{rft}\right)$ puis par l'écriture des hypothèses de cohérences :

$$c_{rfc}\left(\underset{\approx}{\varepsilon}^{end}, \alpha_{rfc}, m_{rfc}, r_{rfc}\right) = A_{rfc}^c(\alpha_{rfc}, m_{rfc}, r_{rfc}) - A_{rfc}\left(\underset{\approx}{\varepsilon}^{end}, \alpha_{rfc}, m_{rfc}, r_{rfc}\right) \leq 0$$

$$c_{rft}\left(\underset{\approx}{\varepsilon}^{end}, \alpha_{rft}, m_{rft}, r_{rft}\right) = A_{rft}^c(\alpha_{rft}, m_{rft}, r_{rft}) - A_{rft}\left(\underset{\approx}{\varepsilon}^{end}, \alpha_{rft}, m_{rft}, r_{rft}\right) \leq 0$$

où $A_{rfc}^c(\alpha_{rfc}, m_{rfc}, r_{rfc})$ et $A_{rft}^c(\alpha_{rft}, m_{rft}, r_{rft})$ sont les fonctions seuils d'endommagements.

Le phénomène de rupture de fibres étant dissymétrique en traction et en compression, nous écrirons :

$$A_{rfc}^c = \begin{cases} A_{rfc}^{cT} \text{ si } m_{rfc} > 0 \\ A_{rfc}^{cC} \text{ si } m_{rfc} \leq 0 \end{cases} \quad \text{et } A_{rft}^c = \begin{cases} A_{rft}^{cT} \text{ si } m_{rft} > 0 \\ A_{rft}^{cC} \text{ si } m_{rft} \leq 0 \end{cases}$$

En utilisant l'hypothèse de cohérence, nous obtenons les lois d'évolution de α_{rfc} et α_{rft} . Toutefois, le phénomène de rupture de fibres est assez brutal. L'identification des différentes fonctions et coefficients du modèle de comportement doit être faite de telle sorte que la modélisation rende compte de ce caractère brutal. Enfin, plutôt que d'identifier très précisément les fonctions seuils A_{rfc}^c et A_{rft}^c, nous invoquons le Théorème des Fonctions Implicites pour justifier le fait qu'en choisissant judicieusement ces fonctions, il est toujours possible de faire en sorte que la fonction solution de l'équation différentielle donnant l'évolution de la variable d'endommagement s'écrive, au moins localement, sous la forme :

$$\alpha_{rfc} = \begin{cases} 1 \text{ si } m_{rfc} \geq 1 \\ 1 \text{ si } m_{rfc} \leq -1 \\ 0 \text{ pour les autres valeurs de } m_{rfc} \end{cases} \quad \text{et } \alpha_{rft} = \begin{cases} 1 \text{ si } m_{rft} \geq 1 \\ 1 \text{ si } m_{rft} \leq -1 \\ 0 \text{ pour les autres valeurs de } m_{rft} \end{cases}$$

Une fois que les variables α_{rfc} et α_{rft} ont atteint la valeur 1, elles n'évoluent plus : les fibres sont cassées et ce phénomène est irréversible. Autre point important, nous considèrerons que le caractère brutal de la rupture de fibres porte à saturation l'endommagement par fissuration.

14.0.7 Cumul de l'endommagement par fissuration intralaminaire et par rupture de fibres

Rappelons que le potentiel d'état pour la modélisation de l'endommagement à la forme suivante :

$$\rho\Psi^{end} = \varphi^{end}\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^{end}, \vec{V}\left(\alpha, m, r\right), \vec{V}_{rfc}\left(\alpha_{rfc}, m_{rfc}, r_{rfc}\right), \vec{V}_{rft}\left(\alpha_{rft}, m_{rft}, r_{rft}\right)\right)$$

De plus, en supposant que les différents endommagements sont découplés, nous pouvons écire :

$$\varphi^{end} = \varphi_0\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^{end}\right) + \varphi_{fissuration}\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^{end}, V_T, V_N\right) + \varphi_{rfc}\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^{end}, V_{Trfc}, V_{Nrfc}\right) + \varphi_{rft}\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^{end}, V_{Trft}, V_{Nrft}\right)$$

Lorsque le matériau subit à la fois de la fissuration et de l'endommagement par rupture de fibres dans les sens chaîne et trame, le potentiel d'endommagement s'écrit donc :

$$\varphi^{end} = \frac{1}{2}\underset{\sim}{\varepsilon}^{end} : \left\{\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}_0 + \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}_{fissuration} + \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}_{rfc} + \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}_{rft}\right\} : \underset{\sim}{\varepsilon}^{end}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\varphi^{end} = \frac{1}{2}\underset{\sim}{\varepsilon}^{end} : \underset{\sim}{\boldsymbol{C}} : \underset{\sim}{\varepsilon}^{end}$$

L'expression de la contrainte s'obtient par les lois d'état :

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} = \rho\frac{\partial\Psi}{\partial\underset{\sim}{\varepsilon}^{end}} = \rho\frac{\partial\Psi^{end}}{\partial\underset{\sim}{\varepsilon}^{end}} = \frac{\partial\varphi^{end}}{\partial\underset{\sim}{\varepsilon}^{end}}$$

Nous trouvons alors :

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} = \underset{\sim}{\boldsymbol{C}} : \underset{\sim}{\varepsilon}^{end}$$

Chapitre 15

Prise en compte des déformations irréversibles dues à la présence des fissures

15.1 Position du problème

Nous reprenons la base du modèle précédent de fissuration intralaminaire.

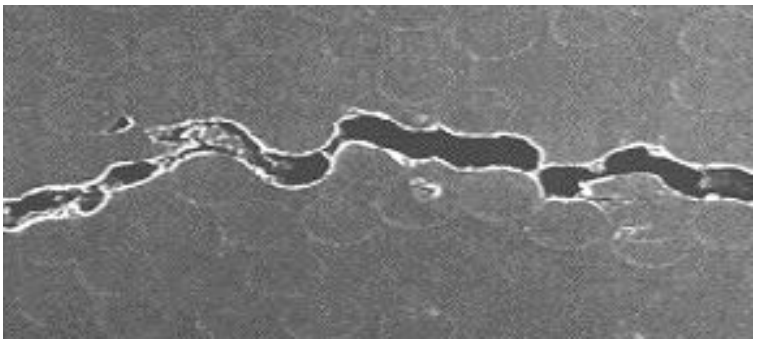


FIG. 15.1 – Photographie au MEB d'une fissure intralaminaire ; Aussedat [4]

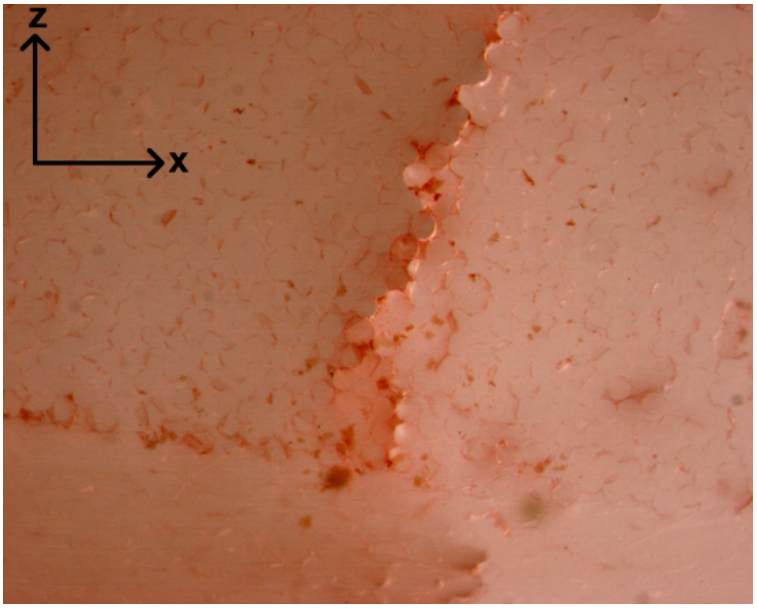


FIG. 15.2 – Photo prise sur la tranche d'une éprouvette de séquence $(0^\circ{}_n, \pm 45^\circ{}_n, 90^\circ{}_n)_s$ dont les plis à 90° sont fissurés, à l'aide de la technique de détection des fissures débouchantes décrites dans la section 18.2 ; déformations locales aux niveaux des fissures visibles

Dans la partie précédente, les fissures modélisées sont supposées ne pas engendrer de déformations irréversibles. Ainsi, lorsque le chargement est nul, nous avons supposé que celles-ci se referment totalement. La réalité peut être différente. En effet, sur la figure 15.1, une photographie prise au MEB par Aussedat [4] montre des débris présents entre les lèvres des fissures. Conséquence de ces débris, les fissures ne pourront totalement se refermer, induisant des contraintes et déformations locales aux niveaux des fissures lorsque le chargement macroscopique est nul. Ces déformations locales aux niveaux des fissures sont visibles pour le matériau de notre étude sur la figure 15.2. La photographie a été prise sur la tranche d'une éprouvette de séquence $(0^\circ{}_n, \pm 45^\circ{}_n, 90^\circ{}_n)_s$ dont les plis à 90° sont fissurés, à l'aide de la technique de détection des fissures débouchantes décrites dans la section 18.2. Elle a été prise sur l'éprouvette au repos et montre une fissure qui est refermée. Toutefois,nous pouvons effectivement observer des déformations localisées au voisinage de la fissure. Mais bien que ces déformations peuvent être induites par des débris présents dans les fissures, d'autres phénomènes pourraient en être la cause. Toutefois, l'important est que ces déformations microscopiques observées aux voisinages des fissures lorsque l'éprouvette est au repos peuvent se répercuter sur l'échelle mésoscopique lorsque le nombre de fissures est suffisant. A cette échelle, des déformations irréversibles induites par les fissures peuvent donc être observées. Nous supposerons par la suite que les débris présents dans les fissures sont la principale cause de ce phénomène.

15.2 Schématisation du phénomène

Afin de mieux comprendre le phénomène et la modélisation que nous allons en faire par la suite, nous allons schématiser les débris contenus dans fissure comme un supplément de matière présent entre les lèvres de la fissure occupant un certain volume (figure 15.3). Ce supplément de matière peut donc être vu comme une inclusion apparaissant dans la fissure au moment de sa création. Toutefois, le terme d'inclusion que nous allons utiliser par la suite est surtout une commodité de langage pour analyser et comprendre la schématisation du phénomène. En aucun cas, nous allons directement utiliser cette schématisation dans un but de faire de l'homogénéisation au sens strict du terme. Par ailleurs, le terme de débris laisse imaginer un certain frottement entre les lèvres des fissures. Bien que certainement plus réaliste, cette hypothèse complique pour l'instant sensiblement le phénomène à étudier. Pour simplier la modélisation, nous supposerons donc qu'il n'existe pas de frottement entre les lèvres des fissures et les débris présents dans celles-ci ; ainsi, lorsque la fissure subira un cisaillement, les lèvres pourront glisser sans frottement.

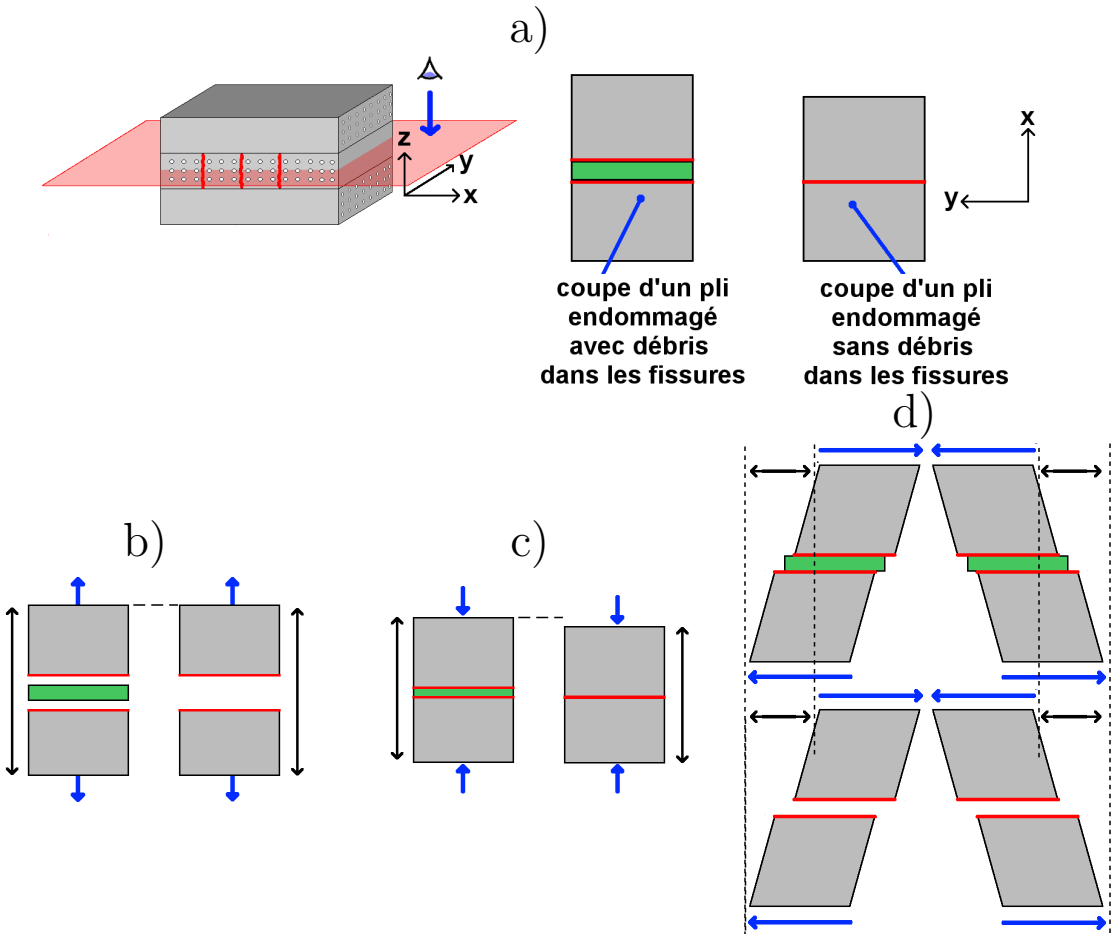


FIG. 15.3 – Schématisation des conséquences à l'échelle mésoscopique dues à la présence de débris entre les lèvres des fissures

Ainsi, à l'aide de la figure 15.3, nous pouvons comprendre les effets des débris présents dans les fissures sur le comportement mésocopique. Lorsque la charge imposée au pli fissuré induit un saut de déplacement normal aux lèvres des fissures supérieur à l'épaisseur des inclusions présentes dans les fissures, les fissures sont bien ouvertes et les débris sont libres (figure 15.3 : cas b). Les chutes de modules dues à la présence des fissures sont alors bien observées à l'échelle mésoscopique et le comportement du pli est identique à celui modélisé à la section 13.2 lorsque les fissures sont ouvertes en mode 1 ou en mode mixte. Nous avons vu dans cette même section 13.2 la correspondance qui pouvait exister entre la déformation du pli et la forme géométrique des fissures. Sur cette remarque, nous pouvons dire que nous sommes dans cette configuration (où les débris sont libres dans les fissures) lorsque la déformation du pli suivant la direction $\vec{x}_2$ (i.e. $\vec{x}_2 \cdot \underset{\sim}{\varepsilon} \cdot \vec{x}_2$) est supérieure à une certaine valeur, notée ε_{22}^F :

$$\varepsilon_{22} \geq \varepsilon_{22}^F \Rightarrow \text{ chutes de modules observées}$$

En revanche, lorsque la charge appliquée au pli provoque un saut de déplacement entre les lèvres inférieur à l'épaisseur des inclusions, les lèvres des fissures sont en contact avec celles-ci. Les efforts sont alors transmis à travers les lèvres des fissures. Conséquence, nous observons à l'échelle mésoscopique une restauration de certaines propriétés mécaniques. Nous pourrons être dans cette configuration lorsque la déformation du pli dans la direction $\vec{x}_2$ sera inférieure à la valeur ε_{22}^F :

$$\varepsilon_{22} < \varepsilon_{22}^F \Rightarrow \text{ propriétés mécaniques restaurées, sauf celles liées au cisaillement}$$

Entre les deux cas de figures, il existe un état de transition du comportement du matériau lorsque les lèvres sont sur le point de venir en contact avec les débris. Cet état n'est pas unique, à l'échelle mésoscopique il est décrit par le lieu des déformations élastiques du pli tel que $\vec{x}_2 \cdot \underset{\sim}{\varepsilon} \cdot \vec{x}_2 = \varepsilon_{22}^F$, les autres composantes du tenseur de déformation étant quelconque (figure 15.3 : cas b et d). Nous appellerons cet état, l'Etat de Refermeture.

Nous définissons une variable $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$ dépendant du tenseur des déformations et du scalaire ε_{22}^F, tel que :

$$\begin{aligned} &\text{si } \varepsilon_{22} \geq \varepsilon_{22}^f \Rightarrow \varepsilon_{ij}^f = \varepsilon_{ij} \forall i, j \\ &\text{si } \varepsilon_{22} \leq \varepsilon_{22}^f \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_{ij}^f = \varepsilon_{ij} \text{ pour } ij \neq 22 \\ \varepsilon_{22}^f = \varepsilon_{22}^F \text{ sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

Ainsi, lorsque l'état de déformation du pli est tel que les débris sont libres dans les fissures, cette variable est égale à la variable de déformation du pli. En revanche, lorsque les lèvres des fissures sont refermées sur les débris, celle-ci décrit l'Etat de Refermeture.

La contrainte associée à la déformation $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$ est noté $\underset{\sim}{\sigma}^f$.

Nous venons donc de voir qu'à l'échelle mésoscopique, la présence de débris dans les fissures modifient l'écriture du caractère unilatéral de l'endommagement : pour un état d'endommagement donné, nous observons par rapport au modèle précédent une translation de ces propriétés unilatérales vers l'Etat de Refermeture, suivant la direction $\vec{x}_2$. Dans un cas en uniaxial (dans la direction $\vec{x}_2$), nous pouvons ainsi voir sur la figure 15.4 à l'aide d'un schéma les effets de ce phénomène sur une courbe de contrainte / déformation.

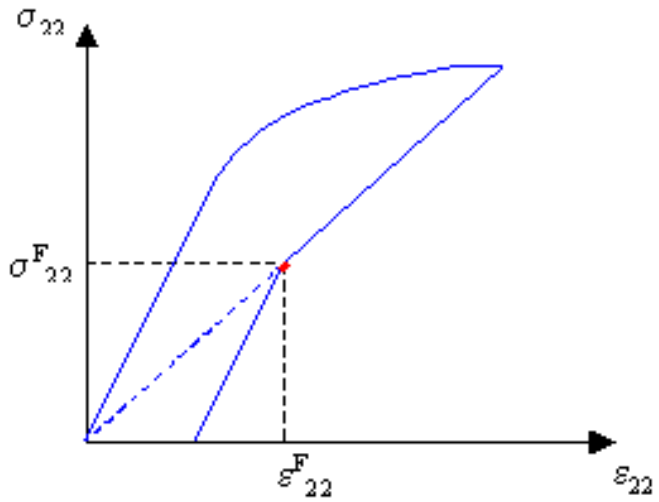


FIG. 15.4 – Dans le cas uniaxial, à l'échelle mésoscopique, schématisation de l'Etat de Refermeture sur une courbe contrainte / déformation

Nous allons donc modifier le modèle du pli décrit précédemment dans la section 13.2 pour prendre en compte ces phénomènes.

15.3 Cadre de la modélisation du comportement du matériau et hypothèses

Le cadre de la modélisation est identique au cas sans irréversibilité. De même les hypothèses du modèles sont semblables, à l'exception du champ résiduel de contraintes bloquant de l'énergie dans le matériau qui est susceptible d'être généré par l'apparition des fissures. Finalement, compte tenu de l'explication associée au phénomène de ces déformations irréversibles, nous comprenons que le milieu endommagé hors de toutes sollicitations ne revient pas à son état initial : les fissures bloquées par les débris de matière empêchent ce retour et conduisent à l'existence de contrainte résiduelles. Le milieu se comporte donc comme un milieu élastique précontraint.

Précisons également que l'hypothèse d'absence de frottement est gardée ici, mais se formalise comme suit : les fissures sont ouvertes ou bien, s'il existe, le contact entre leurs lèvres et les débris de matière est sans frottement.

15.4 Ecriture du modèle de comportement - Cas sans évolution de la fissuration intralaminaire

15.4.1 Expression de l'énergie libre dans le cas élastique, sans évolution de la fissuration transverse

Cas uniaxial

Nous nous trouvons dans le cas uniaxial, dans la direction $\vec{x}_2$.

L'Etat de Refermeture est alors définie par la déformation $\varepsilon = \varepsilon_{22}^F$ et la contrainte associée $\sigma = \sigma_{22}^f$.

A cet état, l'énergie libre élastique emmagasinée dans le matériau est alors égale à $\frac{1}{2} \cdot \left(\varepsilon_{22}^F \cdot \sigma_{22}^f\right)$ (aire OAD comprise sous la courbe élastique décrit sur la figure 15.5).

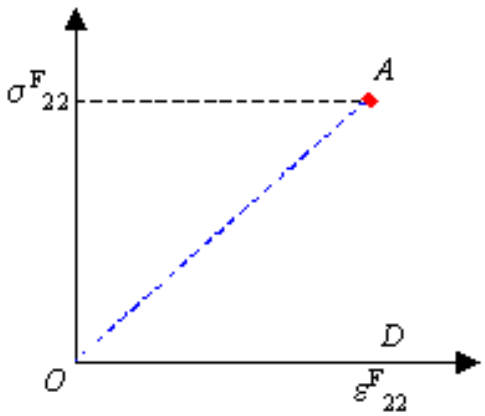


FIG. 15.5 – Etat de Refermeture et énergie élastique dans le cas uniaxial : Aire OAD

A partir de l'état de refermeture du matériau, nous pouvons diminuer ou augmenter la déformation ε_{22} du pli. Plusieurs cas de figure peuvent alors survenir : soit la nouvelle déformation du pli est inférieure à ε_{22}^F, les fissures se referment alors sur les débris et des propriétés du pli sont restaurées ; soit celle-ci est supérieure à ε_{22}^F, les débris sont libres dans les fissures et le comportement du pli n'est plus influencé par ces débris. Ces deux cas de figures sont schématisés sur la figure 15.6. Nous pouvons déduire de ces schémas que dans le cas uniaxial, l'énergie élastique apportée ou supprimée au système sera alors égale à l'aire ABCD (aire définie sur ces schémas).

L'énergie libre du système sera donc égale à :

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\varepsilon_{22}^{F}\cdot\sigma_{22}^{f}\right)+\sigma_{22}^{f}\cdot\left(\varepsilon_{22}-\varepsilon_{22}^{F}\right)+\frac{1}{2}\left(\sigma_{22}-\sigma_{22}^{f}\right)\cdot\left(\varepsilon_{22}-\varepsilon_{22}^{F}\right)$$

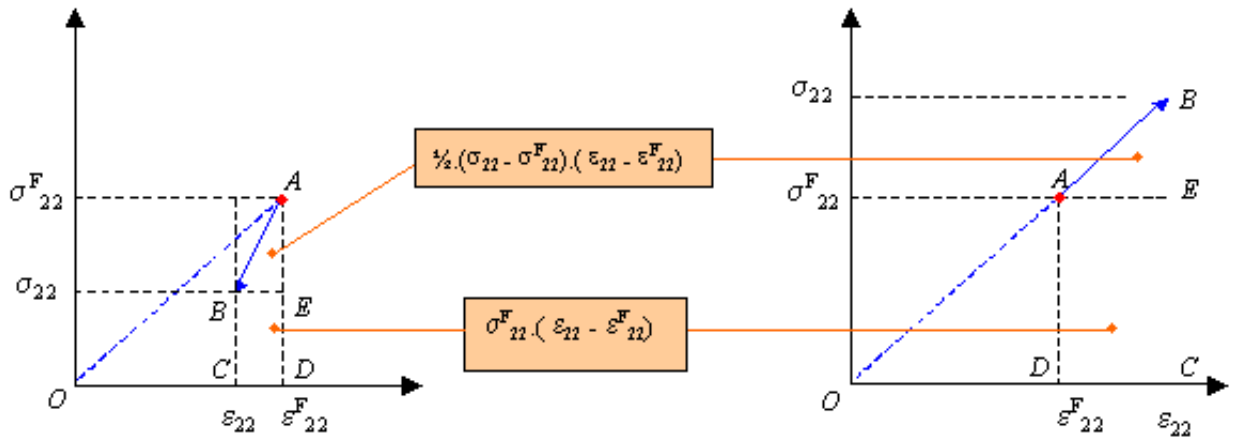


FIG. 15.6 – Energie élastique emmagasinée ou perdue par rapport à l'Etat de Refermeture dans le cas uniaxial : Aire ABCD

Cas général

A partir de la forme uniaxial trouvé précédemment, nous pouvons facilement l'étendre au cas plus général. Ainsi, pour un état de fissuration donné, l'énergie libre élastique du système complet est donc égale à :

$$\Psi=\frac{1}{2}\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^{f}:\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}^{f}\right)+\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}^{f}:\left(\underset{\sim}{\varepsilon}-\underset{\sim}{\varepsilon}^{f}\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}-\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}^{f}\right):\left(\underset{\sim}{\varepsilon}-\underset{\sim}{\varepsilon}^{f}\right)$$

Expression de σ^f :

Pour une déformation égale à $\underset{\sim}{\varepsilon}^{f}$, les débris contenus dans les fissures sont libres. Même dans le cas où la composante ε_{22} du tenseur de déformation est égale à ε_{22}^{f}, les lèvres des fissures sont sur le point de se refermer sur les débris, mais pas encore tout à fait. Ces derniers sont donc bien libres. Les chutes de modules dues à la présence des fissures sont alors bien observées à l'échelle mésoscopique et le comportement du pli est identique à celui modélisé à la section 13.2 lorsque les fissures sont ouvertes en mode 1 ou en mode mixte. De plus, comme dans le modèle précédent, la géométrie des fissures est décrite par deux variables que nous noterons, m_F et r_F. La contrainte $\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}^{f}$ associée à la déformation $\underset{\sim}{\varepsilon}^{f}$ est donc de la forme :

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}^{f}=\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha,m_F,r_F\right):\underset{\sim}{\varepsilon}^{f}$$

où $\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha,m_F,r_F\right)$ est le tenseur des modules équivalent au matériau endommagé sans inclusions (voir section 13.2), pour une déformation élastique égale à $\underset{\sim}{\varepsilon}^{f}$.

Expression de $\left(\sigma - \sigma^f\right)$:

$\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} - \underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}^f\right)$ correspond à la différence de contrainte élastique entre l'état de système lorsqu'il se situe à l'Etat de Refermeture et l'état actuel du système. Lorsque l'état du système est tel que $\left(\varepsilon_{22} > \varepsilon_{22}^F\right)$ (figure 15.3 : cas b et d), le comportement du matériau est identique à celui modélisé dans la section 13.2, lorsque les fissures sont modélisées sans débris entre leurs lèvres. En revanche, dans le cas où $\left(\varepsilon_{22} \leq \varepsilon_{22}^F\right)$ (figure 15.3 : cas c), les lèvres de la fissure sont en contact avec l'inclusion et transmettent les efforts. Le matériau recouvre alors certaines propriétés mécaniques. $\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} - \underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}^f\right)$ sera donc de la forme :

$$\left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} - \underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}^f\right) = \left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}} - \underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f\right) : \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^* \left(\alpha, m^*, r^*\right)$$

où $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^* \left(\alpha, m^*, r^*\right)$ est le tenseur des modules du pli, sur le chemin menant de l'état de déformation $\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f$ à celui égal à $\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}$; les variables m^* et r^* permettent de décrire l'ouverture des fissures par rapport aux débris présents dans celles-ci.

Ainsi :

- pour $\left(\varepsilon_2 > \varepsilon_2^F\right)$, $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^* \left(\alpha, m^*, r^*\right)$ sera une loi de comportement du matériau fissuré sans inclusion, dont les fissures sont ouvertes ;
- pour $\left(\varepsilon_2 \leq \varepsilon_2^F\right)$, $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^* \left(\alpha, m^*, r^*\right)$ sera une loi de comportement du matériau fissuré avec inclusion, dont les fissures sont fermées.

Toutefois, par souci de simplification, lorsque les fissures sont refermées sur les débris, nous considérerons que le matériau sera alors équivalent au comportement d'un matériau fissuré sans inclusion, dont les fissures sont fermées. Nous mettons ainsi de côté l'homogénéisation du matériau avec des inclusions. Ainsi par la suite, nous omettrons l'exposant * dans l'écriture de la loi de comportement. Nous posons donc :

$$\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^* \left(\alpha, m^*, r^*\right) = \underset{\approx}{\boldsymbol{C}} \left(\alpha, m, r\right)$$

Expression finale de Ψ :

Au final, nous pouvons réécrire Ψ sous la forme :

$$\Psi = \frac{1}{2} \cdot \underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f : \underset{\approx}{\boldsymbol{C}} \left(\alpha, m_F, r_F\right) : \underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f + \underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f : \underset{\approx}{\boldsymbol{C}} \left(\alpha, m_F, r_F\right) : \left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}} - \underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f\right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}} - \underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f\right) : \underset{\approx}{\boldsymbol{C}} \left(\alpha, m, r\right) : \left(\underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}} - \underset{\sim}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f\right)$$

15.5 Ecriture du modèle de comportement - Cas avec évolution intralaminaire

15.5.1 Variables d'état

Les variables d'état du modèle sont les suivantes :

Variables d'état		Variables duales
Externes	Internes	
$\underset{\sim}{\varepsilon}$		$\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}$
	$\underset{\sim}{\varepsilon}^f$	$\underset{\sim}{\boldsymbol{\Sigma}}^f$
	α	A
	m_F	M_F
	r_F	R_F
	m	M
	r	R

où :

$\underset{\sim}{\varepsilon}$: correspond à la déformation mesurée à l'échelle mésoscopique ;

$\underset{\sim}{\varepsilon}^f$: lorsque l'état de déformation du pli est tel que les débris sont libres dans les fissures, cette variable est égale à la variable de déformation du pli ; lorsque les lèvres des fissures sont refermées sur les débris, celle-ci décrit l'Etat de Refermeture ;

α : correspond à la variable quantitative de l'endommagement

m_F **et** r_F : lorsque l'état de déformation du pli est tel que les débris sont libres dans les fissures, ces variables décrivent la géométrie des fissures de la même manière que dans le cas où il n'y aurait pas de débris dans celles-ci ; lorsque les lèvres des fissures sont refermées sur les débris, ces variables décrivent la géométrie des fissures à l'Etat de Refermeture ;

m **et** r : permettent de décrire l'ouverture des fissures par rapport aux débris présents dans les fissures.

15.5.2 Lois d'état - Objectivité

Puisque Ψ est une fonction d'état des variables $\underset{\sim}{\varepsilon}$, $\underset{\sim}{\varepsilon}^F$, α, m_F, r_F, m et r dont les variables duales sont respectivement $\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}$, $\underset{\sim}{\boldsymbol{\Sigma}}^F$, A, M_F, R_F, M et R, nous avons :

$$
\begin{aligned}
d\Psi &= \frac{\partial\Psi}{\partial\underset{\sim}{\varepsilon}} : d\underset{\sim}{\varepsilon} + \frac{\partial\Psi}{\partial\underset{\sim}{\varepsilon}^f} : d\underset{\sim}{\varepsilon}^f + \frac{\partial\Psi}{\partial\alpha}d\alpha + \frac{\partial\Psi}{\partial m_F}dm_F + \frac{\partial\Psi}{\partial r_F}dr_F + \frac{\partial\Psi}{\partial m}dm + \frac{\partial\Psi}{\partial r}dr \\
&\Longleftrightarrow \\
d\Psi &= \underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} : d\underset{\sim}{\varepsilon} + \underset{\sim}{\boldsymbol{\Sigma}}^f : d\underset{\sim}{\varepsilon}^f + Ad\alpha + M_F dm_F + R_F dr_F + Mdm + Rdr
\end{aligned}
$$

En identifiant terme à terme les deux égalités précédentes, nous obtenons les lois d'état :

$$
\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)}{\partial\underset{\sim}{\varepsilon}}
$$

$$
A = \frac{\partial\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)}{\partial\alpha}
$$

$$
M_F = \frac{\partial\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)}{\partial m_F}
$$

$$
R_F = \frac{\partial\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)}{\partial r_F}
$$

$$
M = \frac{\partial\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)}{\partial m}
$$

$$
R = \frac{\partial\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)}{\partial r}
$$

A partir de la première équation, nous pouvons déduire la forme de $\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}}$:

$$
\underset{\sim}{\boldsymbol{\sigma}} = \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha, m_F, r_F\right) : \underset{\sim}{\varepsilon}^f + \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha, m, r\right) : \left(\underset{\sim}{\varepsilon} - \underset{\sim}{\varepsilon}^f\right)
$$

Nous pouvons remarquer que lorsque $\left(\varepsilon_{22} > \varepsilon_{22}^F\right)$, $\left(\underset{\sim}{\varepsilon} - \underset{\sim}{\varepsilon}^f\right)$ est égal à zéro d'après la définition que nous avons fait de $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$:

$$
\text{Si } \varepsilon_{22} \geq \varepsilon_{22}^F \ , \ \left(\underset{\sim}{\varepsilon} - \underset{\sim}{\varepsilon}^f\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
$$

Ainsi, lorsque les fissures sont ouvertes et que les débris sont libres, le tenseur des contraintes est égal à $\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha, m_F, r_F\right) : \underset{\sim}{\varepsilon}^f$, où la variable $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$ est égale au tenseur de déformation et le tenseur $\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha, m_F, r_F\right)$ est celui de la loi de comportement du matériau fissuré sans inclusion, dont les fissures sont ouvertes. La contrainte calculée est donc bien égale à celle qui aurait été obtenue pour ce niveau de déformation avec le modèle de comportement décrit dans la section 13.2.

En revanche, lorsque les fissures sont refermées sur les débris, la variable $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$ décrit l'Etat de refermeture et le tenseur $\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha, m_F, r_F\right)$ est celui du comportement du matériau lorsque la géométrie des fissures est celle de l'Etat de Refermeture. L'état de contrainte

donné par $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}(\alpha, m_F, r_F)$: $\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f$ est donc égal à celui calculé à l'Etat de refermeture. La différence de contrainte entre cet état et l'état de contrainte réel est donnée par le second membre $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}(\alpha, m, r)$: $\left(\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}} - \underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f\right)$, où $\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}(\alpha, m, r)$ est le tenseur des modules du pli, sur le chemin menant de l'état de déformation $\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f$ à celui égal à $\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Les fissures étant refermée sur les débris, le comportement décrit par ce tenseur est celui d'un matériau ayant recouvert certaines propriétés mécaniques et $\left(\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}} - \underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f\right)$ est la différence de déformations entre l'Etat de Refermeture et l'état de déformation réel :

$$\text{Si } \varepsilon_{22} < \varepsilon_{22}^F \ , \ \left(\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}} - \underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}^f\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^F & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

15.5.3 Constructions des lois complémentaires - Objectivité

L'inégalité Fondamentale exprimée à l'aide de l'énergie libre, s'écrit :

$$\underset{\approx}{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}} - \dot{\Psi} \geq 0 \text{ pour toute transformation du système}$$

A priori, aucune restriction particulière n'est à imposer sur l'évolution des variables d'état sauf pour celle décrivant quantitativement l'endommagement, i.e. α. En effet, compte tenu de la nature irréversible du phénomène qu'elle modélise (au sens où une fissure qui est apparue ne peut plus disparaître), il doit être imposer $\dot{\alpha} \geq 0$. Par suite, "pour toute transformation du système" signifie : $\forall \dot{\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}}$, $\forall \dot{\alpha} \geq 0$, $\forall \dot{\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}}^f$, $\forall \dot{m}_F$, $\forall \dot{r}_F$, $\forall \dot{m}$ et $\forall \dot{r}$. En prenant en compte les lois d'état, nous obtienons au final :

$$-A\dot{\alpha} - M\dot{m} - R\dot{r} - \underset{\approx}{\boldsymbol{\Sigma}}^f : \dot{\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}}^f \geq 0 \text{ , pour toute transformation du système}$$

Puisque nous nous plaçons dans le cas où les fissures sont ouvertes ou que les frottements entre leurs lèvres sont nuls, les variables m_F, r_F, m et r sont non dissipatives. Ceci se traduit par $M_F = 0$, $R_F = 0$, $M = 0$ et $R = 0$. Finalement, l'Inégalité Fondamentale se réduit à :

$$-A\dot{\alpha} - \underset{\approx}{\boldsymbol{\Sigma}}^f : \dot{\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}}^f \geq 0 \quad \forall \dot{\alpha} \geq 0, \forall \dot{\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}}^f$$

Nous choisissons de dissocier les phénomènes de dissipations en écrivant :

$$\begin{cases} -A\dot{\alpha} \geq 0 \text{ , pour toute transformation du système} \\ -\underset{\approx}{\boldsymbol{\Sigma}}^f : \dot{\underset{\approx}{\boldsymbol{\varepsilon}}}^f \geq 0 \text{ , pour toute transformation du système} \end{cases}$$

15.5.4 Loi d'évolution de l'endommagement

Le phénomène d'endommagement étant supposé indépendant du temps, écrire l'évolution de la variable α en tenant compte de l'inégalité précédente peut se faire à l'aide d'une loi à

seuil qui utilise un critère convexe $c\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)$ puis par l'écriture de l'hypothèse de cohérence. Ainsi, nous choisissons le critère suivant :

$$c\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right) = A^c\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right) - A\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)$$

$A^c\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)$ représente la fonction appelée seuil d'endommagement. C'est une propriété du milieu qui est donc à identifier. En écrivant la condition de cohérence lors du processus d'endommagement, $c\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right) = 0$ et $dc\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right) = 0$, nous trouvons :

$$d\alpha = \frac{-\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\alpha\partial\underset{\sim}{\varepsilon}} : d\underset{\sim}{\varepsilon} + \left(\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\alpha\partial\underset{\sim}{\varepsilon}^f} - \dfrac{\partial A^c}{\partial\underset{\sim}{\varepsilon}^f}\right) d\underset{\sim}{\varepsilon}^f}{\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial^2\alpha} - \dfrac{\partial A^c}{\partial\alpha}}$$
$$+\frac{\left(\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\alpha\partial m_F} - \dfrac{\partial A^c}{\partial m_F}\right) dm_F + \left(\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\alpha\partial r_F} - \dfrac{\partial A^c}{\partial r_F}\right) dr_F}{\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial^2\alpha} - \dfrac{\partial A^c}{\partial\alpha}}$$
$$+\frac{\left(\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\alpha\partial m} - \dfrac{\partial A^c}{\partial m}\right) dm + \left(\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial\alpha\partial r} - \dfrac{\partial A^c}{\partial r}\right) dr}{\rho\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial^2\alpha} - \dfrac{\partial A^c}{\partial\alpha}}$$

Remarque - L'ensemble des quantités apparaissant dans cette relation étant scalaires (donc objectives), la loi d'évolution de la variable α est objective.

15.5.5 Loi d'évolution de la déformation irréversible

Le phénomène d'endommagement étant supposé indépendant du temps, écrire l'évolution de la variable $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$ en tenant compte de l'inégalité précédente peut se faire à l'aide d'une loi à seuil qui utilise un critère convexe $f\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)$ puis par l'écriture de l'hypothèse de cohérence. Ainsi, nous choisissons décrire le critère comme suit :

$$f\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right) = k^c(\alpha) - \underset{\sim}{\Sigma}(\alpha) : \underset{\sim}{\Sigma}^f\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right) \leq 0$$

$k^c(\alpha)$ et $\underset{\sim}{\Sigma}(\alpha)$ représentent des fonctions caractéristiques du matériau. Ce sont des propriétés du milieu qui sont donc à identifier. Nous avons alors :

$$d\underset{\sim}{\varepsilon}^f = \lambda\frac{\partial f\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right)}{\partial\underset{\sim}{\Sigma}^f} = -\lambda\underset{\sim}{\Sigma}(\alpha)$$

En écrivant $f\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right) = 0$ et $df\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha, m_F, r_F, m, r\right) = 0$ lors du processus d'endommagement, nous trouvons la valeur de la grandeur λ. En effet :

$$\left\{\begin{array}{rcl}
df & = & \dfrac{\partial f}{\partial \alpha} \cdot d\alpha + \dfrac{\partial f}{\partial \Sigma_i^f} \cdot d\Sigma_i^f \\
\dfrac{\partial f}{\partial \alpha} & = & \dfrac{\partial k^c(\alpha)}{\partial \alpha} - \dfrac{\partial \Sigma_i(\alpha)}{\partial \alpha} \cdot \Sigma_i^f - \Sigma_i(\alpha) \cdot \dfrac{\partial \Sigma_i^f}{\partial \alpha} \\
 & = & \dfrac{\partial k^c(\alpha)}{\partial \alpha} - \dfrac{\partial \Sigma_i(\alpha)}{\partial \alpha} \cdot \dfrac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_i^f} - \Sigma_i(\alpha) \cdot \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \alpha} \\
\dfrac{\partial f}{\partial \Sigma_i^f} & = & \Sigma_i(\alpha) \\
d\Sigma_i^f & = & \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j} \cdot d\varepsilon_j + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j^f} \cdot d\varepsilon_j^f + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \alpha} \cdot d\alpha \cdots \\
 & & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial m_F} \cdot dm_F + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial r_F} \cdot dr_F + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial m} \cdot dm + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial r} \cdot dr
\end{array}\right.$$

Par suite :

$$\begin{array}{rcl}
df & = & \left(\dfrac{\partial k^c(\alpha)}{\partial \alpha} - \dfrac{\partial \Sigma_i(\alpha)}{\partial \alpha} \cdot \dfrac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_i^f}\right) \cdot d\alpha \cdots \\
 & & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot d\varepsilon_j + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j^f} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot d\varepsilon_j^f \cdots \\
 & & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial m_F} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dm_F + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial r_F} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dr_F \\
 & & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial m} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dm + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial r} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dr
\end{array}$$

Puis, en utilisant la loi d'évolution :

$$\begin{array}{rcl}
df & = & \left(\dfrac{\partial k^c(\alpha)}{\partial \alpha} - \dfrac{\partial \Sigma_i(\alpha)}{\partial \alpha} \cdot \dfrac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_i^f}\right) \cdot d\alpha \cdots \\
 & & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot d\varepsilon_j - \lambda \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j^f} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot \Sigma_j(\alpha) \cdots \\
 & & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial m_F} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dm_F + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial r_F} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dr_F \\
 & & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial m} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dm + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial r} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dr
\end{array}$$

En appliquant la condition de cohérence ($df = 0$), nous en déduisons :

$$
\left\{
\begin{array}{rcl}
d\varepsilon_i^f & = & -\lambda \Sigma_i(\alpha) \\
\lambda & = & \dfrac{N}{\dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j^f} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot \Sigma_j(\alpha)} \\
N & = & \left(\dfrac{\partial k^c(\alpha)}{\partial \alpha} - \dfrac{\partial \Sigma_i(\alpha)}{\partial \alpha} \cdot \dfrac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_i^f} \right) \cdot d\alpha \cdots \\
& & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot d\varepsilon_j + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial m_F} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dm_F \cdots \\
& & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial r_F} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dr_F \\
& & \cdots + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial m} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dm + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial r} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot dr
\end{array}
\right.
$$

15.5.6 Conséquences du caractère non-dissipatif des variables m_F, r_F, m et r

Dans un premier temps, les équations $M_F = 0$, $R_F = 0$, $M = 0$ et $R = 0$, ainsi que les expressions obtenues permettent d'affirmer, en invoquant le théorème des fonctions implicites, que nous pouvons écrire au moins localement :

$$
\left\{
\begin{array}{rcl}
m_F & = & m_F\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) \\
r_F & = & r_F\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) \\
m & = & m\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) \\
r & = & r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right)
\end{array}
\right.
$$

Ceci traduit finalement le fait que la géométrie des fissures (définie au niveau mésoscopique par les variables m_F et r_F), ainsi que de la géométrie des fissures par rapport aux débris de matières induisant les irréversibilités (définie au niveau mésoscopique par les variables m et r), dépend notamment de la sollicitation, au travers de la variable $\underset{\sim}{\varepsilon}$ et des débris de matière induisant les irréversibilités, au travers de la variable $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$. La donnée de la forme de ces fonctions fait partie de l'identification du modèle.

De plus, $M_F = 0$, $R_F = 0$, $M = 0$ et $R = 0$, va nous permettre de simplifier les lois d'évolution précédentes :

$$
d\alpha = \frac{-\rho \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha \partial \underset{\sim}{\varepsilon}} : d\underset{\sim}{\varepsilon} + \left(\rho \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha \partial \underset{\sim}{\varepsilon}^f} - \dfrac{\partial A^c}{\partial \underset{\sim}{\varepsilon}^f} \right) d\underset{\sim}{\varepsilon}^f}{\rho \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial^2 \alpha} - \dfrac{\partial A^c}{\partial \alpha}} + \frac{-\dfrac{\partial A^c}{\partial m_F} dm_F - \dfrac{\partial A^c}{\partial r_F} dr_F - \dfrac{\partial A^c}{\partial m} dm - \dfrac{\partial A^c}{\partial r} dr}{\rho \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial^2 \alpha} - \dfrac{\partial A^c}{\partial \alpha}}
$$

et

$$d\varepsilon_i^f = -\lambda \Sigma_i(\alpha)$$

où,

$$\lambda = \frac{N}{\dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j^f} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot \Sigma_j(\alpha)}$$

$$N = \left(\frac{\partial k^c(\alpha)}{\partial \alpha} - \frac{\partial \Sigma_i(\alpha)}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_i^f} \right) \cdot d\alpha + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_i^f \partial \varepsilon_j} \cdot \Sigma_i(\alpha) \cdot d\varepsilon_j$$

15.6 Identifications

15.6.1 Identification des fonctions m_F, r_F, m et r

Pour identifier la forme des fonctions correspondant aux varibles m_F, r_F, m et r, nous nous basons sur la celles identifiées pour les varaibles m et r décrites dans la section 13.3.1, en rapport avec les significations respectives des fonctions m_F, r_F, m et r.

Nous rappelons que :

$$\begin{array}{l} \text{si } \varepsilon_{22} \geq \varepsilon_{22}^F \Rightarrow \varepsilon_{ij}^f = \varepsilon_{ij} \forall i,j \\ \text{si } \varepsilon_{22} \leq \varepsilon_{22}^F \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_{ij}^f = \varepsilon_{ij} \text{ pour } ij \neq 22 \\ \varepsilon_{22}^f = \varepsilon_{22}^F \text{ sinon} \end{cases} \end{array}$$

Ainsi, les fonctions $m_F\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right)$ et $r_F\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right)$ peuvent être écrites sous la forme suivante (en notation de Voigt) :

$$Si\ \varepsilon_2^f > 0 \quad \begin{cases} m_F\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) = m\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) = \dfrac{2\left(\varepsilon_6^f\right)^2 + \dfrac{\left(\varepsilon_2^f\right)^2}{n^2(\alpha)}}{\left(\varepsilon_6^f\right)^2 + \dfrac{\left(\left(\varepsilon_2^f\right)\right)^2}{n^2(\alpha)}} \\ r_F\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) = r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^f\right) = \sqrt{\left(\varepsilon_2^f\right)^2 + \left(\varepsilon_6^f\right)^2} \end{cases}$$

$$Si\ \varepsilon_2^f = 0 \quad \begin{cases} m_F\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) = 2 \\ r_F\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) = r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^f\right) = \sqrt{\left(\varepsilon_6^f\right)^2} \end{cases}$$

Par ailleurs, nous rappelons que le tenseur $\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}(\alpha, m, r)$ n'agit sur le comportement global

du pli qu'à partir du moment où les fissures se sont refermées sur les débris. Nous pourrions donc nous passer de la variable m dans l'expression du tenseur. Nous rappelons par ailleurs que la variable r va nous permettre d'assurer la continuité de la fonction d'état au moment de la restauration des propriétés mécaniques. Nous choisissons donc décrire, m et r sous la forme :

$$Si\ \varepsilon_2 > \varepsilon_2^F \quad \begin{cases} m\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) quelconque \\ r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) = 0 \end{cases}$$

$$Si\ \varepsilon_2 \leq \varepsilon_2^F \quad \begin{cases} m\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) quelconque \\ r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f, \alpha\right) = r\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^f\right) = \sqrt{\left(\varepsilon_2 - \varepsilon_2^F\right)^2} \end{cases}$$

15.7 Simplifications

En nous basant sur la forme du modèle décrit à la section 13.2.2, nous écrivons $\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}(\alpha, m, r)$ sous la forme :

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}(\alpha, m, r) = \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}^0 - f^2(\alpha) \cdot \left\{\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}^N \cdot U_N^{*2}(m, r) + \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}^T \cdot U_T^{*2}(m, r) + \underset{\sim}{\boldsymbol{C}}^{NT} \cdot U_N^* \cdot U_T^*(m, r)\right\}$$

Le tenseur $\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}(\alpha, m, r)$ n'agit sur le comportement du pli qu'à partir du moment où les fissures se sont refermées sur les débris. Seul le mode de cisaillement des fissures par rapport aux débris importe donc dans l'expression du tenseur lorsque celles-ci se sont refermées.

Nous fixons alors la valeur de la fonction $U_T^*(m, r)$ et la forme de $U_N^*(m, r)$ comme suit :

$$\begin{cases} U_T^*(m, r) = 1 \\ U_N^*(m, r) = j_N^*(r) = e^{-x_r \times r} \end{cases}$$

Par ailleurs, physiquement, nous pouvons estimer que l'influence de r, $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$ et des dérivés de m_F, r_F, m, r et $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$ sur l'évolution de la variable d'endommagement est négligeable. Ainsi, nous estimons que le seuil A_c ne dépend ni de r, ni de $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$. Compte tenu de ses remarques, nous pouvons écrire :

$$d\alpha = \frac{\dfrac{\partial^2 \Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^F, \alpha, m, r\right)}{\partial \alpha \partial \varepsilon_i} d\varepsilon_i}{\dfrac{\partial A^c\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^F, \alpha, m, r\right)}{\partial \alpha} - \dfrac{\partial^2 \Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \underset{\sim}{\varepsilon}^F, \alpha, m, r\right)}{\partial \alpha^2}}$$

Enfin, nous pouvons estimer que l'intégration de la loi d'évolution de la variable $\underset{\sim}{\varepsilon}^f$ conduit à la forme suivante du coefficient ε_{22}^F :

$$\varepsilon_{22}^{F}(\alpha) = \varepsilon_{22c}^{F}(\alpha)$$

Par exemple,

$$\varepsilon_{22}^{F}(\alpha) = \varepsilon^{Fc} \times \alpha$$

où ε^{Fc} est une caractéristique du matériau.

L'identification de ce coefficient n'est pas forcément le plus simple. En effet, une identifiaction numérique à l'aide d'une cellule élémentaire représentative supposerait de définir a priori la géométrie d'une inclusion représentant les débris, ce qui ne semble pas envisageable. L'identification suppose donc d'être expérimentale. Aucune identification de cette fonction n'a été faite au cours de cette étude, mais quelques pistes peuvent être données.

L'identification de cette fonction peut passer par l'identification de l'Etat de Refermeture en fonction de différentes valeurs de α, à l'aide d'essai de traction sur des éprouvettes de type $(0^{\circ}{}_{m}, 90^{\circ}{}_{n})_{s}$.

Dans ce but, nous pouvons nous rappeler que les débris présents dans les fissures induisent des déformations locales aux niveaux des fissures lorsqu'elles se referment sur ceux-ci. Ces déformations locales sont visibles pour le matériau de notre étude sur la figure 15.2. L'identification de l'Etat de Refermeture pour une valeur de α pourrait donc revenir à détecter le moment où ces déformations microscopiques, dues à la présence des débris, et localisées autour de la fissure apparaissent. Si ce champ de déformation n'est pas trop localisé, son suivi par corrélation d'images pourrait par exemple être envisagé.

Chapitre 16

Conclusions

Nous avons présenté dans cette partie un modèle cohérent et générique de loi de comportement élastique endommageable pouvant prendre en compte les effets mécaniques à l'échelle mésoscopique des différents phénomènes d'endommagements intralaminaires, ainsi que leurs évolutions respectives. Ce modèle, écrit à l'échelle mésoscopique, s'appuie sur une description microscopique des phénomènes d'endommagement. Il permet par une approche vectorielle de tenir compte de leurs aspects géométriques pouvant induire une anisotropie des propriétés ou des effets unilatéraux des endommagements.

Tout d'abord appliqué à la description de la fissuration intralaminaire transverse, le modèle a ensuite été adapté à la description du phénomène de rupture de fibres (toujours à l'échelle mésoscopique).

Par ailleurs, le modèle a pu être adapté afin de prendre en compte des déformations irréversibles pouvant apparaître avec l'augmentation des fissures. Physiquement, ce phénomène est en autre relié à la présence de débris de matière dans celles-ci. C'est une modification plus importante du modèle qui a été nécessaire, car elle a notamment nécessitée l'introduction de nouvelles variables.

Enfin, nous avons montré comment adapter ce modèle initialement écrit pour les composites stratifiés non tissés au cas d'un stratifié dont les plis de bases sont des pseudo-unidirectionnels. Comme nous l'avons vu dans la partie 9, la seule différence réellement importante pour le modèle entre le premier type de matériaux et celui de l'étude est l'abscence d'effet d'épaisseur du matériau tissé vis-à-vis de la cinétique d'endommagement. Comme simple modification, nous avons choisi que la variable variable d'endommagement soit égale à la densité de fissures moyennes dans les plis fissurés, alors que les stratifiés non tissés, la variable habituellement utilisée est égale à la densité moyenne de fissures multiplié par l'épaisseur du pli.

Quatrième partie

ANALYSES EXPERIMENTALES ET NUMERIQUES DU DELAMINAGE DE BORD LIBRE

Les composites à matrice organique renforcée par des fibres longues sont sont sujets à différents endommagements dont le délaminage et le fissuration intralaminaire. Le délaminage est un endommagement qui peut être critique et rapidement conduire à la rupture du matériau.

Ce dernier peut être du à différents mécanismes (impact, vieillissement humide...), mais nous intéressons surtout aux délaminages de bords libres.

En effet, au voisinage du bord libre d'un stratifié, l'équilibre local entre les différentes couches, dont les propriétés ou les directions d'anisotropies sont différentes, est assuré par une évolution rapide des différentes composantes du tenseur des contraintes. C'est ce que nous appelerons "effet de bord" par la suite. Ainsi, dans le cas d'une plaque mince stratifié en traction dans son plan, l'état de contrainte est plan en tout point, excepté au voisinage des bords libres où il devient fortement tridimensionnel. Ces concentrations de contraintes aux bords libres peuvent provoquer l'apparition de nombreux endommagements dont le délaminage de bord libre.

Une des difficultés actuelles est de pouvoir visualiser durant les essais les différents mécanismes de dégradation au sein des éprouvettes testés, afin de mieux appréhender l'ensemble des phénomènes présents.

Aujourd'hui, l'initiation du délaminage de bord libre peut être détectée à l'aide de différentes techniques (émission accoustique, RX, ...), mais presque aucune ne permet à la fois de détecter et de visualiser l'initiation du délaminage sur les bords libres.

La difficulté est encore plus grande lorsqu'il s'agit de visualiser l'initiation du délaminage au niveau d'une interface sollicitée en mode III pur. En effet, pour ce mode de sollicitation, les lèvres d'une fissure de délaminage glissent l'une sur l'autre, mais ne s'ouvrent pas, rendant plus difficile sa détection. Or de nombreux empilements, sollicités en traction, présentent des délaminages dont les interfaces délaminantes sont sollicités en mode III quasiment pur. Pouvoir visualiser ce type d'initiation est donc un enjeu important.

Par ailleurs, lorsque les plis de base du stratifié considéré sont des quasi-unidirectionnels (encore appelés pseudo-tissus), l'interface où s'initie le délaminage peut être de nature variée : cela peut être une interface entre deux chaînes, entre une trame et une chaîne ou entre deux trames. Afin de mieux appréhender et différencier les phénomènes, il est important de pouvoir localiser visuellement l'amorce du délaminage.

Enfin, dans certains stratifiés, d'autres endommagements telle que la fissuration intralaminaire se développent avant l'apparition du délaminage dans les plis les plus désorientés par rapport à l'axe de traction. Ces endommagements peuvent intéragir avec l'initiation du délaminage s'ils précèdent ce dernier. Le suivi visuel de tous ces phénomènes permet donc de décrire en partie ces intéractions et d'établir l'historique exact des événements.

Dans cette partie, nous nous intéressons donc à l'étude expérimentales de l'initiation du délaminage. Pour mieux comprendre les phénomènes observés, les champs de contraintes présents dans les éprouvettes de tractions sont calculés à l'aide de calculs par éléments finis. Dans le cas des séquences présentant de la fissuration intralaminaire, le comportement mécanique des plis fissurés sont modélisés à l'aide de la loi décrite dans la partie III.

Ainsi, dans un premier chapitre, nous exposons une synthèse bibliographique des principales méthodes expérimentales existantes pour détecter l'initiation du délaminage. Vient ensuite un deuxième chapitre où nous présentons la mise au point d'une méthode expérimentale qui nous a permis de détecter et de visualiser l'initiation des différents délaminages de bord libres sur des éprouvettes en verre / époxy. Cette méthode nous a également donné la possibilité d'observer l'évolution des différents endommagements débouchant sur le bord libre considéré, puis d'analyser leurs interactions visibles. Dans le troisième chapitre, nous montrons succinctement les moyens numériques d'investigation des phénomènes utilisés. Tandis qu'un cinquième chapitre porte sur le dimensionnement des éprouvettes. Enfin, les sixième et septième chapitres sont consacrés à l'analyse des essais réalisés respectivement sur des éprouvettes EDT ("Edge Delamination Test") et sur des éprouvettes trouées, sur lesquelles la méthode d'observation mise au point a été appliquée.

Chapitre 17

Synthèse bibliographique

Pour étudier l'initiation du délaminage de bord libre, de nombreux auteurs ([64], [63], [14], [48], [26], [27], [32], [72], [3], [22], [34], [15]) ont réalisé des essais sur des éprouvettes de type EDT ("Edge Delamination Test"). Avant de débuter les essais, ces éprouvettes sont exemptes de délaminage. La principale difficulté rencontrée sur ce type d'essai est donc de détecter l'amorce du délaminage.

Les techniques de détection varient suivant les auteurs ; plusieurs d'entre elles sont d'ailleurs souvent utilisées dans une même étude, soit pour corroborer les résultats, soit pour diminuer le risque de rater le début du délaminage.

Ainsi, dans les composites en carbone / époxy, le premier indice donné par l'initiation du délaminage est souvent audible ([63], [26], [44], [34], [15]) : au moment de l'amorce, un claquement sec se fait entendre. Toutefois, il ne se produit pas toujours et peut dépendre du matériau. Par exemple, si le matériau est ductile ou si l'endommagement de l'interface lié au délaminage est progressif, il se peut que ce dernier soit trop atténué pour se faire entendre.

Plusieurs auteurs proposent une observation visuelle pour détecter le délaminage. Ainsi, Rodini et Eisenmann [63] utilisent un miroir afin de surveiller en même temps les deux bords de l'éprouvette. Lee [38] peint les bords libres avec du blanc correcteur pour machine à écrire afin d'augmenter le contraste avec les fissures de délaminages. De leur côté, Sun et Zhou [72] démonte l'éprouvette de la machine de traction après chaque incrément de charge pour inspecter les bords libres à l'aide d'observations réalisées au microscope optique et par radiographie. Enfin, Diaz Diaz [15] utilise un microscope optique équipé d'une caméra noir et blanc à haute résolution pour réaliser des observations in-situ sur les tranches des éprouvettes. Le microscope est monté sur une colonne autorisant des déplacements dans les trois directions, permettant ainsi d'inspecter tout le bord libre.

Lorsque l'apparition du délaminage est brutale et suffisamment conséquente, il entraîne une brusque chute de rigidité du composite. Sous certaines conditions, cette chute peut induire une baisse brutale de la charge, visible sur la courbe force / déplacement ([63]). Toutefois, cette courbe n'est pas toujours assez précise pour détecter ce saut. Afin d'améliorer

la précision, Brewer et Lagace ([8]) utilisent une jauge de déformation. Pour ne pas manquer le saut de chargement, ils recommandent également d'adapter les vitesses de chargement et d'acquisition.

Une des techniques les plus couramment utilisée est l'analyse des émissions accoustiques émisent en cours d'essais ([26], [27], [5], [22], [44], [34]). En effet, les mécanismes de ruptures liés aux différents endommagements produisent des ondes acoustiques caractéristiques. Le signal est donc analysé suivant ses différentes composantes (amplitude maximale, durée, nombre de coups, fréquence, ...) afin de décrire l'histoire des endommagements apparus dans l'éprouvette. Ainsi, l'amorçage du délaminage est souvent accompagné d'une augmentation notable du nombre et de l'amplitude des coups (figure 17.1). Toutefois, cette augmentation n'a pas toujours lieu, elle peut dépendre du type de séquence ou de la nature du matériau. Ajoutée à la complexité du signal, l'interprétation des émission accoustiques peut donc être difficile. C'est pourquoi, cette technique est souvent associée à d'autres moyens de détection. Assez souvent, les auteurs cumulent l'analyse des émissions accoustiques, la lecture des courbes de contrainte / déformation, ainsi que l'écoute d'un son audible, couplés pour finir à des observations des bords libres faites par microscopie optique (parfois par radiographie) après avoir démontées les éprouvettes de la machine de traction.

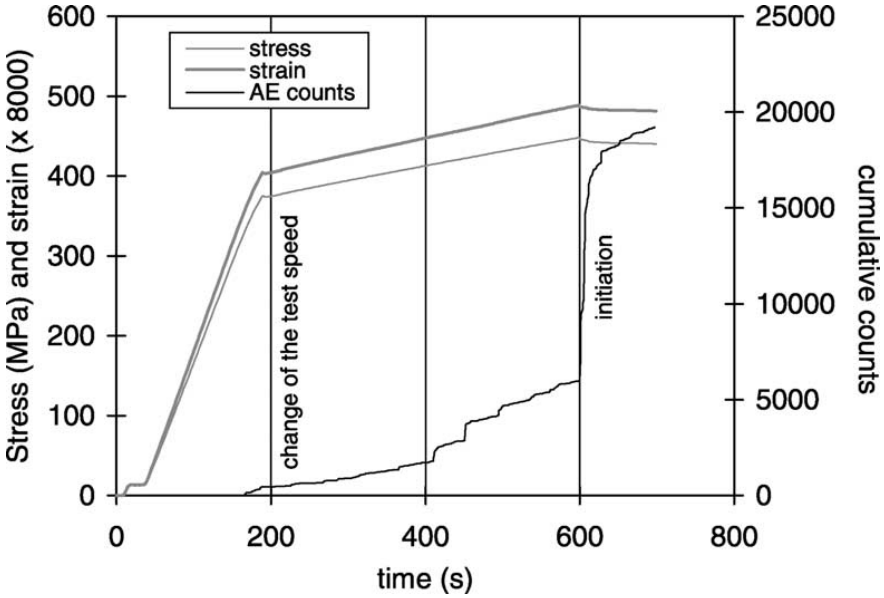


FIG. 17.1 – Détection de l'initiation du délaminage par l'augmentation du nombre d'émissions accoustiques émis pour une séquence $(\pm 25^{\circ}{}_2, 90^{\circ})_s$ en carbone /époxy ; *Lorriot et al., 2003* [42]

Il existe encore d'autres méthodes pour le suivi des endommagements (analyse par ultrason, thermographie, interférométrie, corrélation d'images,...). Nous ne citerons que deux exemples supplémentaires : celui de Lin Ye qui utilise une technique d'interférométrie basé sur l'analyse de franges de Moiré ([85]) et celui de Takeda et al. ([74] et [73]) basé sur l'analyse

par ultrason à l'aide d'une sonde consistant en une fibre optique rainurée, dite sonde FBG ("Fiber Bragg Grating").

La technique utilisée par Lin Ye repose sur l'interférence produite entre les ondes lumineuses réfléchies par une grille de référence et les ondes lumineuses réfléchies par la surface du composite se trouvant sous la grille (figure 17.2). La distance entre les franges d'interférence est alors une fonction de la distance entre la grille de référence et la surface du composite. Ainsi, cette méthode permet de détecter localement un faible changement de l'épaisseur du composite, pouvant traduire l'éventuelle apparition d'un délaminage.

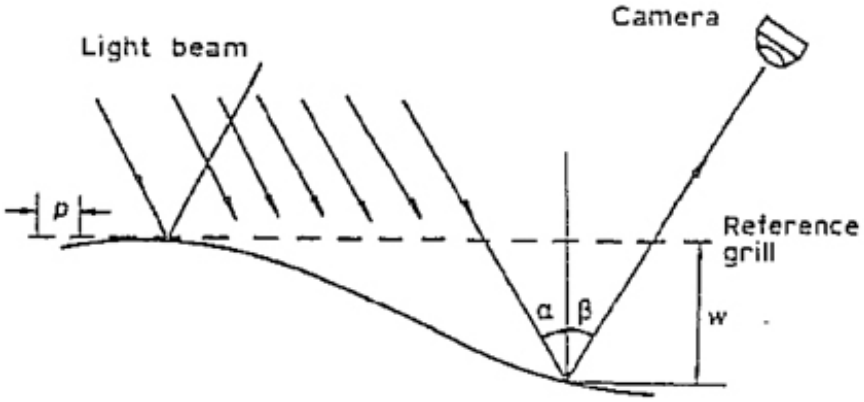


FIG. 17.2 – Distance entre un point appartenant à la surface du composite et la grille de référence - *Lin Ye, 1988* [85]

Enfin, Takeda et al. ont aidé à développer une sonde FBG de faible diamètre pour l'analyse par ultrason des endommagements. La fibre optique est directement introduite dans le composite lors de sa fabrication, orientée suivant la direction des fibres du pli où elle se trouve. D'après ses auteurs, elle ne modifie pas ou peu les propiétés locales du composite. La technique de détection comporte deux étapes. Tout d'abord, des ondes de plaques, dites ondes de Lamb, sont envoyées à travers le composite, créant une déformation au moment de leur passage (du composite, comme de la sonde). Cette déformation dépend des propriétés locales et de la présence éventuelle de défauts. Dans un même temps, cette dernière est mesurée à l'aide de la sonde FBG : une onde lumineuse est cette fois-ci envoyée à travers la fibre optique et une partie est réfléchie du fait de la présence des rainures. Le spectre obtenu à partir de ces ondes réfléchies dépend de la distance entre les rainures et donc de la déformation longitudinale de la fibre optique. Ainsi toute modification locale des propriétés du composite modifiera en retour ce spectre. Cette méthode permet de détecter des défauts microscopiques dans le matériau (figure 17.3).

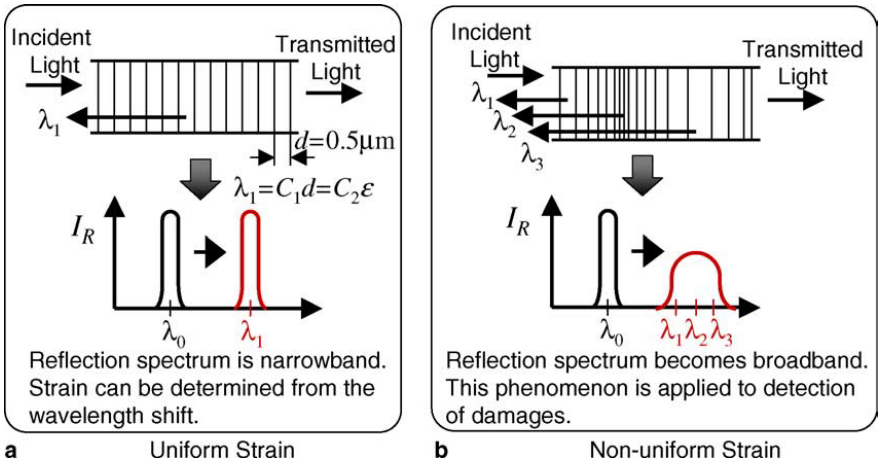


FIG. 17.3 – Réponse de la sonde FBG sous : a) une répartition de la déformation uniforme ; b) une répartition de la déformation non uniforme - *Takeda et al., 2005* [73]

En parallèle des observations expérimentales, la compréhension des mécanismes d'initiation du délaminage nécessite de pouvoir accéder aux grandeurs caractéristiques de l'état du système. La mise en commun des analyses théoriques et expérimentales du problème permet par la suite de construire un critère d'initiation du délaminage à partir de ces grandeurs caractéristique, puis de l'identifier. Ces grandeurs correspondent pour la présente étude aux composantes du vecteur contrainte aux interfaces considérées.

Avant leur calcul, il faut tout d'abord de se positionner à une échelle convenable pour décrire le stratifié et le phénomène d'initiation du délaminage.

Une description du problème à une échelle microscopique permettrait une description plus proche des mécanismes élémentaires de ce dernier qui est connu pour être un phénomène assez local. Toutefois, prendre en compte toute la microstructure induirait des calculs longs.

Sans se situer tout à fait à une échelle microscopique, certains travaux ont toutefois considérés des plis homogènes séparés les uns des autres par des interphases. Cette échelle de description est appelée par Billoet "échelle semi-mésoscopique". Ces dernières sont des couches de faible épaisseur dont les propriétés mécaniques varient suivant leur épaisseur de manière à assurer la continuité entre les caractéristiques des plis adjacents. Parmis ces auteurs, Billoet [7], puis Haboussi [21] se basent sur des analyses de la distribution des fractions volumique de fibres sur des micrographiques pour décrire la variation des propriétés mécaniques dans l'épaisseur de l'interphase.Ces modèles sont ensuite exploités dans un traitement du problème par la méthode des éléments finis.

A l'échelle supérieure, dite échelle mésoscopique ou échelle du pli, les phénomènes d'endommagement à l'échelle microscopique conduisant à l'initiation d'une fissure de délaminage peuvent être globalisés et être implicitement intégrés dans les grandeurs utilisées pour construire le critère à l'échelle mésoscopique dans des notions de statistiques. Ainsi, l'initiation du délaminage dépend d'une succession de décohésions fibres/matrice et de microfissuration de la matrice qui débutent sur des défauts microscopiques présents dans

le matériau, pour ensuite coalescer et créer une fissure visible à l'échelle du pli. A l'échelle microscopique, cette suite d'événements dépend de certaines notions statistiques, mais à l'échelle mésoscopique celles-ci sont implicitement prises en compte et conduisent à des critères plus déterministes.

A cette échelle, les plis sont considérés homogènes et les interfaces ont généralement des épaisseurs nulles. Les interfaces peuvent être "parfaites" avec une raideur infinie afin d'assurer les conditions de continuité en contrainte et en déplacement de l'interface. Les critères sont construits à partir des grandeurs calculées au niveau de ces interfaces. La plupart des auteurs travaillant sur un critère basé sur la moyenne des contraintes utilisent un tel modèle du stratifié.

D'autres études se basent sur le calcul du vecteur contrainte en fonction du saut de déplacement introduit au niveau de l'interface considérée. Une loi de comportement est alors associée à cette interface reliant le vecteur contrainte au saut de déplacement. Suivant le modèle utilisé pour cette loi, le saut de déplacement peut être dû à un comportement élasto-plastique ou à de l'endommagement. Ainsi, Allix et Ladeveze [2] décrivent la dégradation de l'interface à l'aide des principes de la mécanique de l'endommagement. De leur côté, Caron et al. [9] étudient un critère basé sur le saut de déplacement de l'interface dû à une déformation plastique par cisaillement de la résine interfaciale. Il est intéressant de noter que pour ce type de modélisation de l'interface, avec une épaisseur a priori nulle, l'introduction d'une raideur élastique finie suppose de manière implicite une épaisseur non nulle de l'interface.

Ces types de modèles sont couramment utilisés et ont maintes fois démontrés leur efficacité. Toutefois, les interprétations physiques des prédictions ainsi obtenues doivent être faites avec certaines précautions sachant que l'influence locale de la microsctructure n'est pas prise en compte.

Une fois le modèle du stratifié défini, les grandeurs caractéristiques telles que les contraintes doivent pouvoir être calculer. La théorie classique des stratifiés est une méthode très couramment employée pour le calcul des contraintes dans une plaque stratifiée. Toutefois, cette théorie n'est plus valide au voisinage des bords libres où les contraintes deviennent fortement tridimensionnelles. De nombreuses approches ont alors été proposées pour accéder à ce champ de contraintes. Certaines sont analytiques ([57], [51] ...) , tandis que d'autres sont numériques (méthodes par Eléments Finis, méthodes par Différences Finies, modèle Multiparticulaires de Matériaux Multi-couches, modèle Global-Local, modèle de Couche Limite ...)

Parmis les méthodes numériques, plusieurs sont des évolutions de la théorie des stratifiés. Ainsi, en se basant sur une extension du principe variationnel de Reissner [60], Pagano [51] propose un modèle local où le stratifié est décrit comme un empilement de plaques dont la cohésion est assurée par des efforts d'interfaces (effort de cisaillement et d'arrachement).

Celui-ci sera repris par la suite pour le modèle "Multiparticulaire de Matériaux Multicouches à cinq champs cinématiques" (M4-5n), utilisé par Caron [9] pour construire son critère d'initiation du délaminage.

Pagano et Soni [51] formule une autre évolution vers un modèle "Global-local". Dans ce modèle, le stratifié est décrit comme un assemblage de plusieurs domaines : des domaines dits globaux, modélisés de manière globale par homogénéisation ; et des domaines dits locaux où les champ locaux nous intéressants sont accessibles. Chaque domaine délimite un sous-stratifié et leur cohésion est à nouveau assurée par des efforts d'interfaces. Un principe variationnel est encore utilisé pour résoudre le problème. Ainsi, un potentiel énergétique est attribué aux domaines globaux et le principe variationnel de Reissner est utilisé pour les domaines locaux. Ce type de modèle a été utilisé par Kim et et Soni [26] pour l'étude de leur critère d'initiation du délaminage.

D'après l'analyse des résultats de leur travaux, Pagano et Soni [51] proposent également de découper le domaine d'étude en deux parties :

- une zone centrale dans laquelle les contraintes calculées à l'aide de la théorie des plaques représentent une bonne approximation de l'état de contrainte ;
- une zone proche des bords où un calcul local est effectué pour accéder au champ de contrainte.

Engrand [17] reprend ce principe général et propose un modèle de "Couche Limite", complété par Lecuyer [35]. Ce modèle sera utilisé dans l'étude des critères d'initiation du délaminage construit par Lecuyer [36], puis Marion et al. ([44], [42], [34]).

Nous terminerons cette énumération rapide des méthodes de calcul des champ de contraintes de bord libre par la méthode des "Différences Finies" utilisée par Pipes et Pagano [56]. Ils ont été les premiers à proposer une approche du problème de bord libre à l'aide de la théorie élastique anisotrope à l'échelle mésoscopique sans ajout d'hypothèses simplificatrices. Dans ce modèle, ils décrivent un stratifié symétrique de quatre couches, $(\theta, -\theta)_s$, soumi à une extension axiale uniforme. Dans ces conditons, le champ de contrainte résultant est indépendant de l'axe des x (axe de traction) et les équations d'équilibre se simplifient en conséquence. au final, le problème est décrit par un système d'équations partielles du second ordre, elliptiques et couplées. Pour résoudre ce système, ils utilisent une méthode numérique par "Différences Finies". Les champs de contraintes étant indépendant de l'axe des x et considérant les symétries du problème, seul le quart d'une section du stratifié est modélisée.

Chapitre 18

Mise au point d'un moyen d'observation du délaminage de bord libre

18.1 Caméra optique

L'utilisation d'une caméra optique a été utilisée dans de précédentes études au Centre des Matériaux P.M Fourt [4] pour suivre l'évolution de la fissuration intralaminaire. Nous avons donc réalisé des essais pour tester l'aptitude de cette méthode à détecter l'initiation du délaminage sur des composites en verre / époxy.

Le principe est de filmer la surface à observer (un des bords libres de l'éprouvette dans notre cas) à l'aide d'une caméra optique montée sur une colonne permettant des déplacements dans les trois directions. Avec la caméra, un système optique grossissant lui est couplé, ce qui permet d'obtenir des détails sur la microstructure et les endommagements. Un tel système permet un suivi in-situ des endommagements lors du chargement.

Dans le cas d'un composite en carbone / époxy, le matériau étant opaque, seuls les endommagements débouchants pourront être détectés.

Enfin, suivant la position de l'éclairage par rapport à la surface à observer, les images obtenues peuvent être très différentes et apporter des informations distinctes. Dans le cas d'un composite en verre / époxy, deux types de position d'éclairage peuvent être intéressants : un éclairage direct de la surface à observer ou un éclairage arrière (ou sur le côté), également nommé éclairage indirect, pour jouer avec la transparence du matériau.

18.1.1 Avec un éclairage direct

C'est une méthode optique couramment utilisée pour observer des endommagements débouchant en surface. La lumière provient directement du système optique grossissant, se

réfléchie sur la surface à observer et revient vers la caméra (figure 18.1).

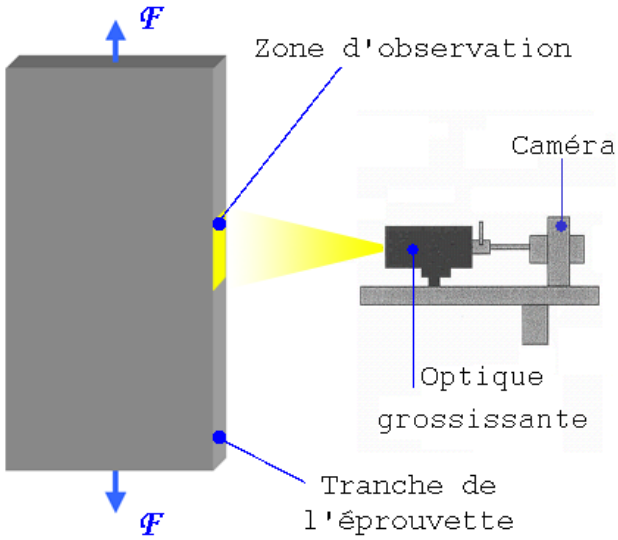


FIG. 18.1 – Schéma d'une observation de la tranche d'une éprouvette à l'aide d'une caméra optique, d'un système grossissant et d'un éclairage direct de la surface à observer

Toutefois, un bon polissage des bords libres est nécessaire avant de débuter les essais et les observations. Pour vérifier que ce polissage ne modifient pas les résultats, Marion [44] et Lagunegrand [34] ont réalisé des essais de traction sur des séquences délaminantes avec des bords libres bruts et avec des bords libres polis. En utilisant les émissions accoustiques pour détecter le début du délaminage, ils n'ont trouvé aucune influence du polissage.
Une fois les bords libres polis, l'observation d'endommagements tel que la fissuration intralaminaire donne de bons à très bons résultats (cela dépend de la qualité du polissage et de la caméra), que ce soit pour un composite en carbone / époxy ou en verre / époxy. En effet, les dimensions de ce type de fissure sont suffisamment importantes pour être facilement observées, sans compter qu'il existe la possibilité de réaliser les observations sous charge de l'échantillon, ouvrant ainsi les fissures.
Toutefois, nous avons constaté que les observations sont plus aisées sur un composite de type carbone / époxy que sur un composite en verre / époxy. Deux raisons à cette constatation. La première vient de la différence de propriétés optiques de ces matériaux : la surface du carbone / époxy est mate et opaque, alors que celle du verre / époxy est brillante et diffuse la lumière ; de plus, le contraste entre les fibres et la matrice est important dans le cas d'un composite en carbone / époxy, mais il est très faible dans le cas d'un composite en verre / époxy. Résultat, une image provenant d'un composite en carbone / époxy a un contraste et une netteté supérieures par rapport à une image prise sur un composite en verre / époxy. La deuxième raison vient de la qualité du polissage réalisé sur la surface à observer : le carbone / époxy se poli bien ; un polissage miroir est facile à obtenir ; en revanche, le verre / époxy se

poli mal, les fibres de verre ayant tendance à s'endommager en surface et à s'écailler au cours du polissage ; cela créé une multitude de zones sombres lors des observations qui rend difficile la détection de fissures de petites tailles, ce qui peut être le cas des fissures de délaminage au moment de leur initiation.

Les observations réalisées sur des composites en verre / époxy peuvent donc être difficile avec cette méthode, ce qui complique la tâche de détection du délaminage lorsque l'interface est sollicitée en mode III quasiment pur (les fissures de délaminage ne s'ouvrant que très peu dans ce cas-là).

Lors des essais de traction réalisés, les photos prises in-situ à l'aide de la caméra montrent des lignes sombres qui apparaissent aux interfaces délaminantes à partir de certains niveaux de sollicitation (figure 18.2).

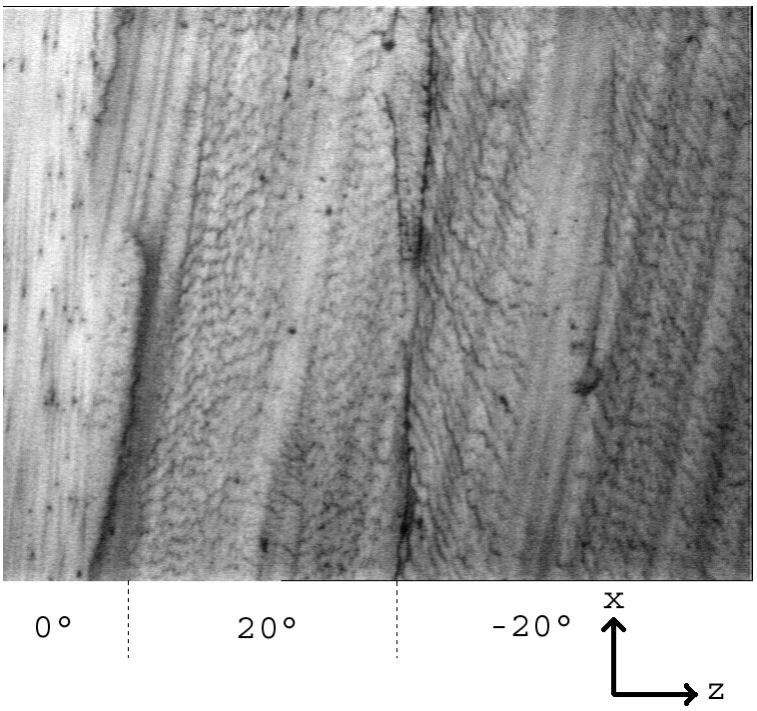


FIG. 18.2 – Photo prise en cours d'essai de traction à l'aide de la caméra et de son système optique grossissant sur la tranche d'une éprouvette de séquence $(0^{\circ}{}_2, \pm 20^{\circ}{}_2)_s$, chargée à $300MPa$

Après avoir démontées ces éprouvettes de la machine de traction, des observations réalisées au microscope optique à faible grossissement (inférieur à x20) montrent également des lignes sombres (figure 18.3).

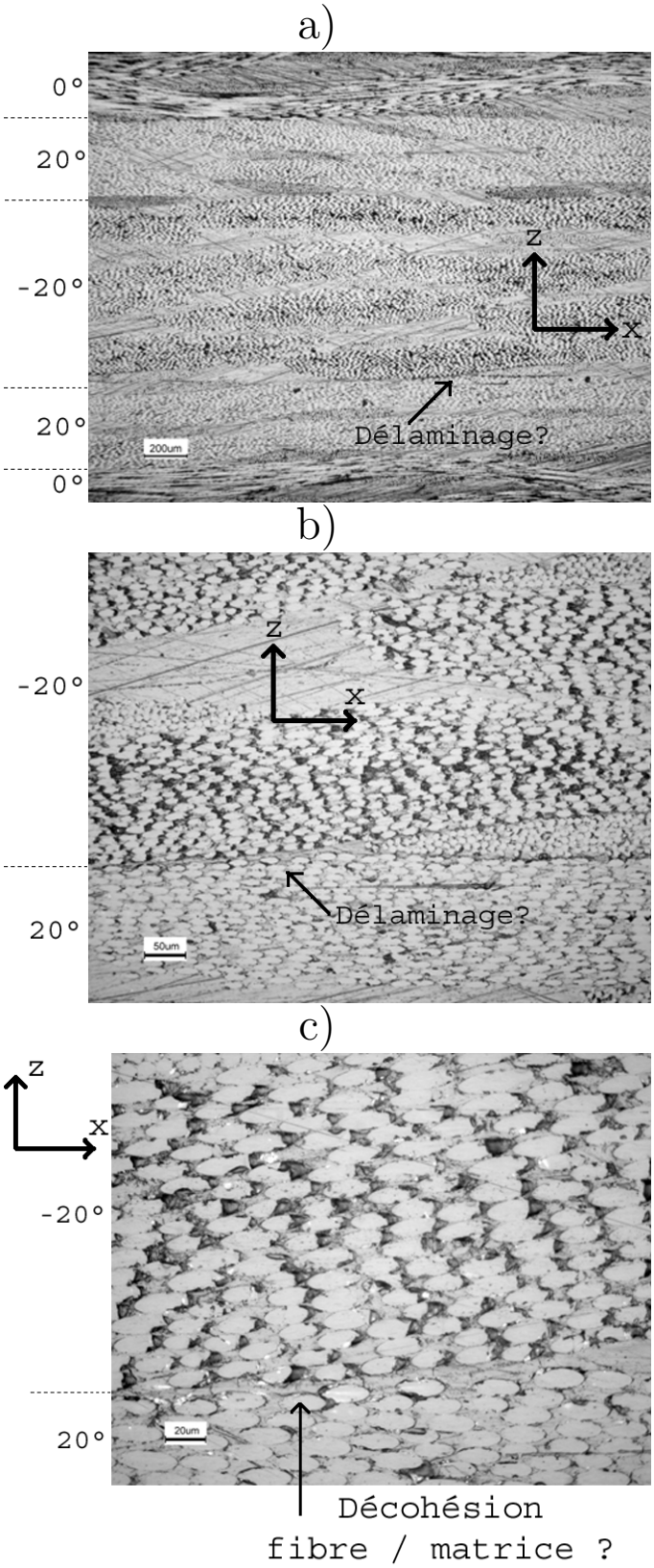


FIG. 18.3 – Photos prises au microscope optique sur la tranche d'une éprouvette de séquence $(0^{\circ}{}_2, \pm 20^{\circ}{}_2)_s$, auparavant chargée jusqu'à $300MPa$; a) grossissement x5 ; b) grossissement x20 ; c) grossissement x50

Toutefois, pour des grossisements plus importants, il n'y a pas de fissure de délaminage visible. Il est même difficile de dire si des décohésions entre les fibres et la matrice sont apparues le long de ces lignes sombres, du fait de l'endommagement des fibres lors du polissage initial (figure 18.3). Il est donc difficile de dire si ces lignes sombres indiquent l'existence de décohésions et de micro fissures ; ou alors si elles ne correspondent pas à une localisation de la déformation, créant des ombres visibles à faible grossissement, mais disparaissant aux plus forts grossissements. Leur détection ne semble donc pas être un indicateur fiable pour statuer sur l'initation du délaminage. Une preuve est donnée sur la figure 18.2 : nous pouvons voir une photo prise in-situ sur la tranche d'une éprouvette de séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$, chargée à $300MPa$. D'après les zones sombres observées aux interfaces $0^\circ/20^\circ$ et $20^\circ/-20^\circ$, nous pouvons supposer que ces deux interfaces sont délaminantes. Or, nous verrons plus loin que seule l'interface $20^\circ/-20^\circ$ est délaminante. Quelques délaminages locaux entre chaines et trames sont bien observés à l'interface $0^\circ/20^\circ$, mais à une faible fréquence, contrairement à ce que laisse penser les observations faites avec la présente méthode.

Enfin, à l'aide d'un miroir orienté à 45° par rapport à l'axe du trou, nous avons tenté d'observer le bord d'un trou appartenant à une éprouvette trouée. Au cours du parcours de la lumière, la perte de luminosité est énorme. Conséquence, les images obtenues sont inexploitables.

Cette technique n'a donc pas été utilisée pour détecter l'initiation du délaminage. Toutefois, celle-ci permettant d'avoir des observations de la géométrie de la microstructure sur le bord libre, elle a été utilisée pour obtenir des compléments d'information sur les bords libres des éprouvettes non trouées, après détection du délaminage.

18.1.2 Avec un éclairage indirect

Dans une étude faite au Centre des Matériaux, l'évolution de la fissuration intralaminaire a été suivie sur des tubes en verre / époxy mis en traction. Puisque les tubes n'ont pas de bord libre sur lequel la fissuration intralaminaire peut être observée, la solution retenue a consisté à fortement éclairer l'intérieur du tube testé. Ainsi, par transparence, les fissures sont vues comme des zones d'ombres induites par les ruptures des indices de réfractions aux niveaux des fissures.

Nous avons testé cette méthode pour détecter le délaminage en appliquant une lumière dans des directions plus ou moins perpendiculaires au plan de l'éprouvette, mais les résultats n'ont pas été concluants (figure 18.4).

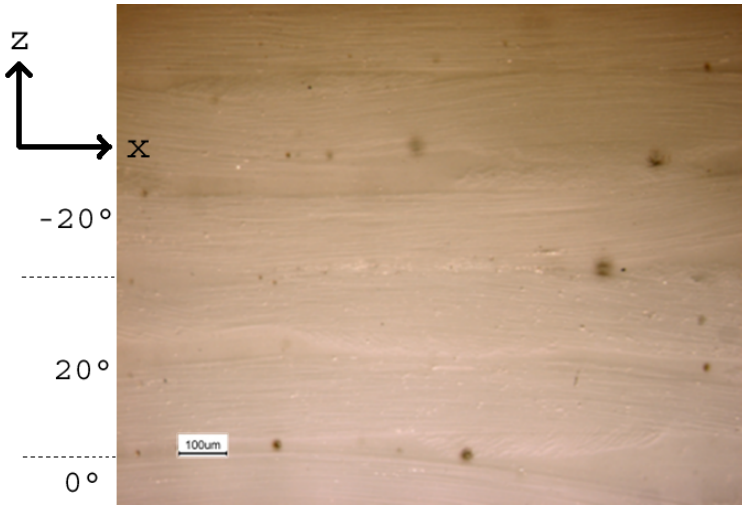


FIG. 18.4 – Photo prise au microscope optique sur la tranche d'une éprouvette de séquence $(0^{\circ}{}_2, \pm 20^{\circ}{}_2)_s$, auparavant chargée jusqu'à $300MPa$; grossissement x5 ; l'éclairage est indirect (l'éprouvette est éclairée de côté) ; le rendu est uniforme, sans constraste, avec très peu de détails sur la microsctructure

Le matériau étudié diffuse beaucoup la lumière. Conséquence, les images observées sont assez uniformes, la microstructure n'est pas visible (ou à peine devinée) et le début du délaminage n'est pas détectable. En contrepartie, les petites rayures qui n'ont pas pu être éliminées par le polissage ou autres petits défauts sont également masquées.

18.2 Ressuage

Le ressuage est une technique datant du siècle dernier, toujours améliorée et qui reste très performante sur un grand nombre d'application. Elle est par exemple couramment employée dans les matériaux métalliques pour la détection de défauts ou de fissures débouchantes, notamment dans le cas du soudage. La technique est la suivante :

- un pénétrant coloré ou fluorescent est appliqué sur une surface à contrôler préalablement nettoyée et va pénétrer par capillarité dans les défauts débouchants ;
- après un temps d'imprégnation de 15 à 20mn à température ambiante, l'excès de pénétrant est éliminé par lavage ;
- après séchage, un révélateur blanc est appliqué sur la surface à contrôler ;
- le pénétrant contenu dans les défauts éventuels ressue alors dans le révélateur ;
- les images de défauts apparaissent immédiatement ou jusqu'à 30 mn après l'application des révélateurs ;

Deux modes opératoires sont principalement utilisés : les pénétrants colorés lavables à l'eau avec un révélateur à support organique et les pénétrant fluorescents pré-émulsionnés avec un révélateur sec, ce dernier mode étant le plus sensible.

Les fissures de délaminage de bord libre étant débouchantes, nous avons donc voulu savoir si cette technique pouvait être adaptée à la détection de l'amorce du délaminage. Rappelons que les principales difficultés sont de repérer des fissures de petites dimensions, qui débouchent sur le bord libre du composite, tout en ayant la possibilité de faire d'autres observations sur ce dernier. Des essais de traction ont été réalisés sur des éprouvettes EDT jusqu'à 80% de la rupture, puis un pénétrant de couleur rouge a été appliqué (pénétrant de ressuage - REF : Crick 120 - CRC Industries France) (figure 18.5). Après un temps d'attente raisonnable pour que le colorant ait bien pénétré dans les fissures, la surface à observer a été nettoyée (figure 18.6), puis nous avons testé différentes techniques pour révéler le colorant et observer au mieux le délaminage.

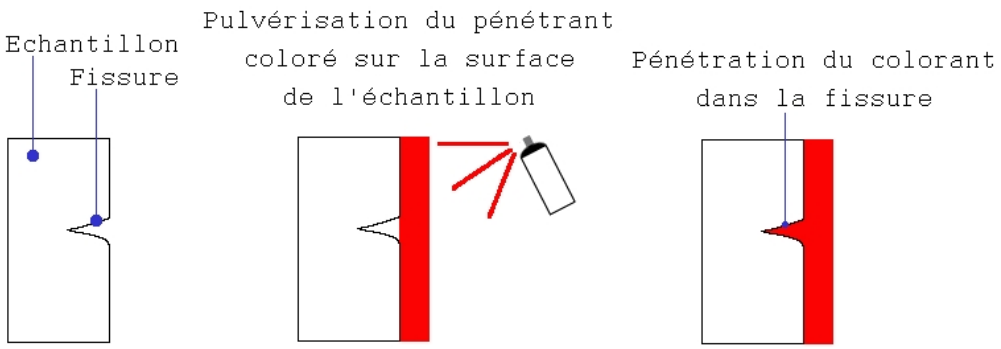


FIG. 18.5 – Application du colorant - pénétration dans les fissures débouchantes après un temps donné

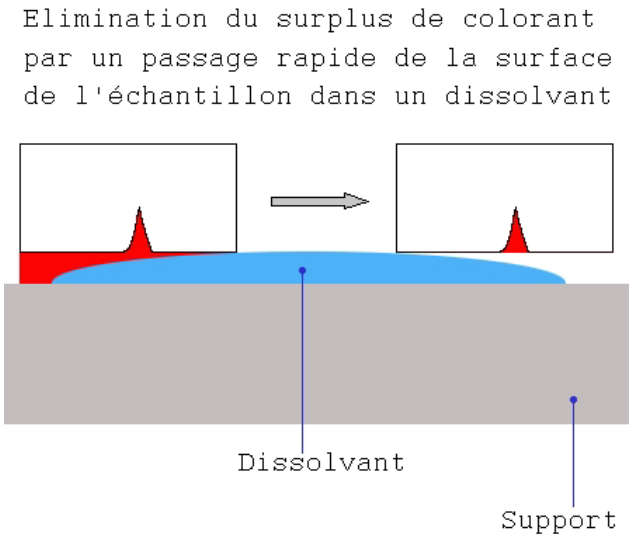


FIG. 18.6 – Elimination du surplus de colorant en surface

Tout d'abord, nous avons appliqué le révélateur associé au pénétrant de ressuage (Crick 130). C'est un type de peinture blanche à évaporation rapide, mais son emploi s'est révélé avoir plusieurs inconvénients :

– tout d'abord, il masque la microstructure du bord libre ; si une tâche rouge y est repérée, son interprétation reste difficile : est-ce un défaut préexistant (par exemple un pore) ? Est-ce un délaminage ? Est-ce une fissuration intralaminaire longitudinale ? Etc.
– lorsque le colorant contenu dans les défauts ressu, il diffuse à travers le révélateur, ce qui veut dire que les contours du défauts à observer ne sont pas net et cette netteté diminue au cours du temps (les observations doivent être faites après un temps indiqué, mais pas trop longtemps après).

Par la suite, nous avons donc chercher un moyen de détecter le colorant contenu dans les fissures sans utiliser ce révélateur. Pour cela, nous avons tout d'abord chercher à révéler le colorant contenu dans les fissures simplement à l'aide de la caméra optique et d'un éclairage direct ; puis dans un deuxième temps, nous avons éclairé l'arrière de la surface observée en faisant diffuser la lumière à travers le matériaux (éclairage indirect). Pour avoir la maximum de luminosité sur cette dernière, le plus efficace est de placer l'éclairage en position trois-quart arrière par rapport au bord libre considéré (figure 18.7).

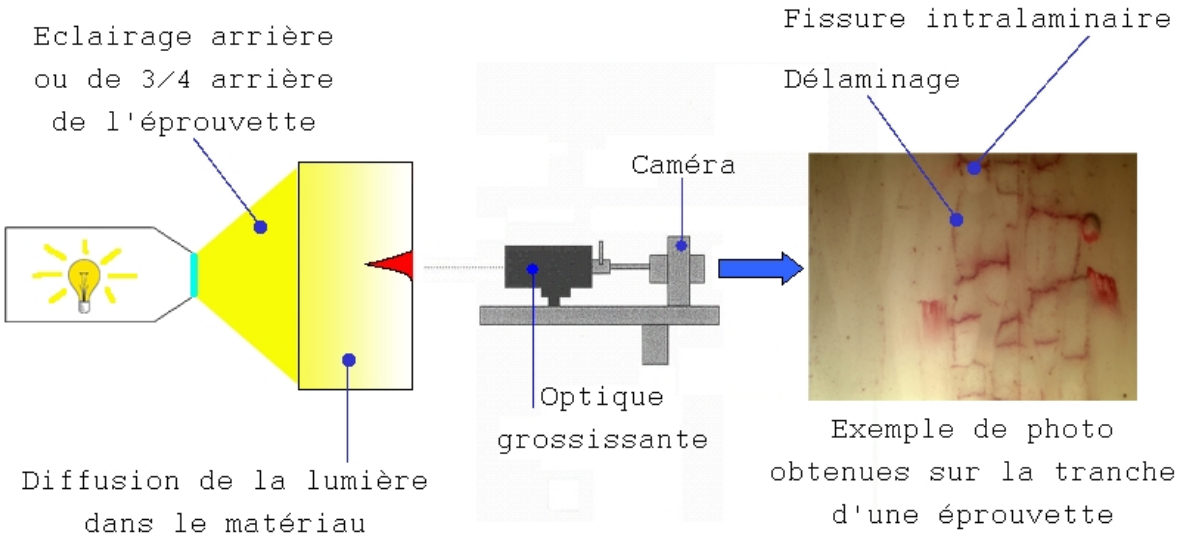


FIG. 18.7 – Observation des fissures à l'aide d'une caméra CCD et d'un éclairage indirect

Avec un éclairage frontal, le colorant n'est pas visible et le résultat est identique au cas sans ajout de colorant (fig 18.8). En revanche, en éclairant de manière appropriée l'éprouvette, la lumière vient diffuser à travers le matériau pour venir éclairer la surface à observer par l'arrière ; dans ces conditions, le colorant contenu dans les fissures est très nettement visible (fig 18.8).

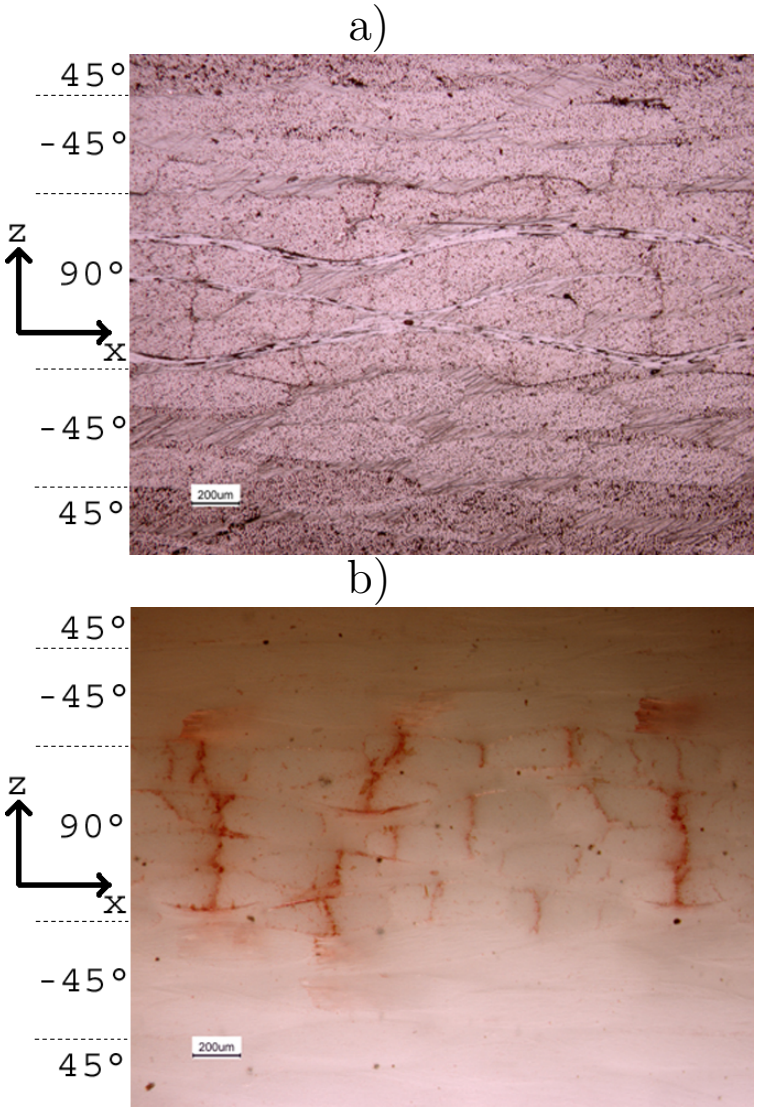


FIG. 18.8 – Photos prises au microscope optique (grossissement x5) sur la tranche d'une éprouvette de séquence $(0^\circ_2, \pm 45^\circ_2, 90^\circ_2)_s$, auparavant chargée jusqu'à $300MPa$; les endommagements débouchants contiennent un pénétrant de couleur rouge utilisé pour le ressuage ; a) éclairage direct provenant du système grossissant ; b) éclairage arrière de la surface observée en faisant diffuser de la lumière à travers le matériau

De plus, nous avons vu au paragraphe 18.1 que l'éclairage par diffusion à tendance à masquer la microstructure et les éventuels petites rayures. C'est un gros avantage pour la détection des endommagements : en effet, la microstructure, lorsqu'elle est visible sur l'image fournie une multitude d'informations parasites qui peuvent géner la détection. Une fois un endommagement observé, il suffira de rajouter un éclairage frontal pour obtenir des informations supplémentaires sur la microstructure environnante. Par ailleurs, nous avons constaté que le polissage des bords libres avec des papiers de polissage de grains successifs 600, 1200, puis 2400 est dans la plupart des cas suffisant pour observer les endommagements.

A ce stade, nous avons une technique expérimentale assez précise pour détecter les endommagements de type fissuration intralaminaire et délaminage dont les fissures sont débouchantes sur la tranche d'une éprouvette.

Après avoir mis en traction des éprouvettes trouées, nous avons alors tenté d'observer les endommagements sur le bord libre des trous à l'aide d'un miroir orienté à 45° par rapport à leur axe (figure 18.9). Contrairement aux images obtenues avec un éclairage direct, les images obtenues sont de qualité quasiment équivalente à celles obtenues sur les bords libres des éprouvettes non trouées.

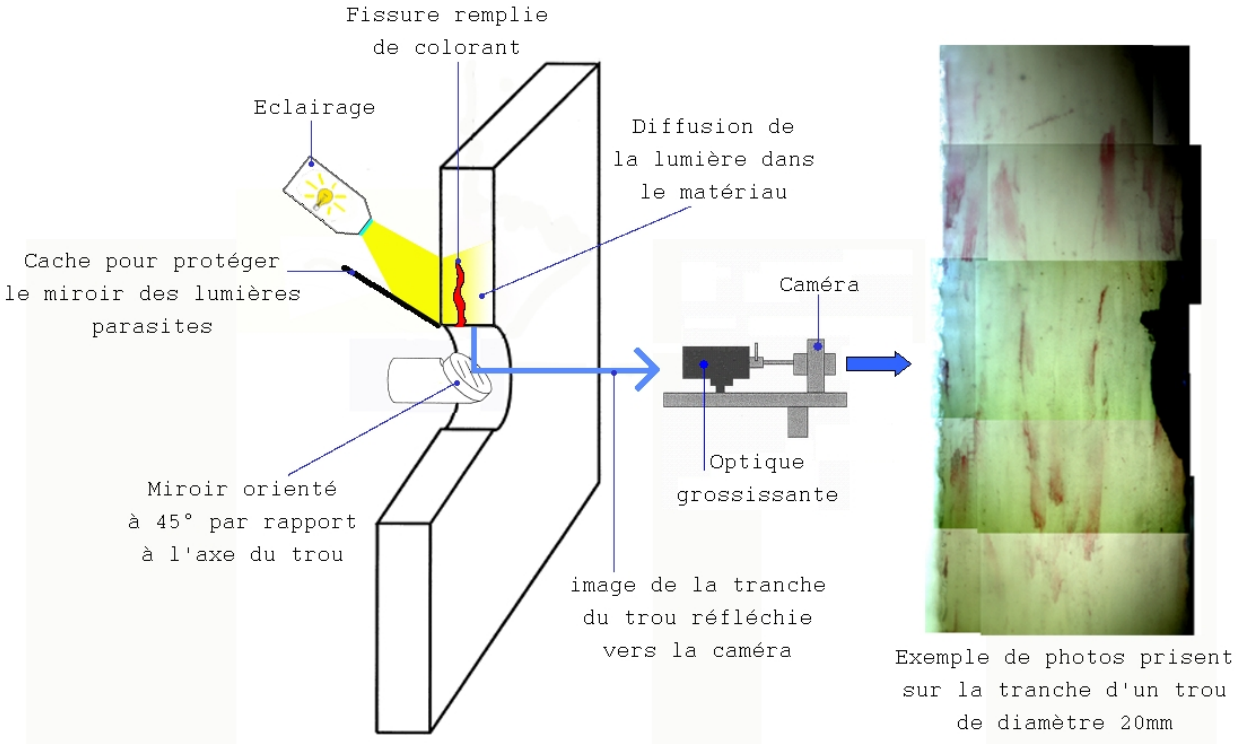


FIG. 18.9 – Observation de l'endommagement sur la tranche d'un trou circulaire fait dans une éprouvette

Ici encore, le polissage du bord libre est nécessaire, sans quoi il est difficile d'observer les endommagements. Le polissage est obtenu à l'aide d'un cylindre sur lequel est collé du papier de polissage (de grains 600, 1200, puis 2400), monté sur une machine tournante (par exemple une machine de perçage dont la vitesse de rotation est réglée quasiment au minimum). Le diamètre du cylindre est inférieur à celui du trou, mais pas trop pour éviter de déformer le trou. Ainsi, pour un trou dont le diamètre est de $20mm$, nous avons utilisé un cylindre dont le diamètre est de $18mm$. Tout en tournant sur lui-même, le cylindre effectue un mouvement circulaire autour du trou pour un polissage le plus uniforme possible. Pour éviter que la surface du trou ne soit brûlée lors de l'opération, l'éprouvette est immergée dans de l'eau.

La durée du processus étant assez courte (au maximum $1mn$ par grade de papier), il n'y a pas de risque de vieillissement humide.

Enfin, ce polissage présente un autre avantage pour les éprouvettes trouées. Lors du perçage des trous, des endommagements en général superficiels sont créés autour du trou. En éliminant un peu de matière, le polissage permet donc de supprimer en grande partie ces endommagements.

18.3 Mise au point d'un moyen d'observation des fissures de délaminages de bord libre en profondeur du matériau

L'observation du bord libre ne donne d'informations sur le délaminage qu'en surface de celui-ci. Afin de relier en partie ces observations superficielles avec ce qui s'est passé un peu plus en profondeur du matériau, deux méthodes ont été testées.

Tout d'abord, pour rester dans une méthode non destructive, nous avons voulu savoir s'il était possible de détecter le colorant contenu dans les fissures de délaminage en éclairant fortement une face du composite suivant la direction z (direction perpendiculaire au plan du composite) et en observant par transparence l'intérieur du matériau depuis le côté opposé. Afin de tester la faisabilité de cette technique, plusieurs trous de diamètre $200\mu m$ ont été perçés perpendiculairement au bord libre, avec une distance entre le point de point de perçage et la surface supérieure du stratifié différente pour chaque trou. Au delà de l'épaisseur d'un pli de base (environ $200\mu m$), le trou percé n'est plus assez visible. Cette méthode ne peut donc être retenue.

En parallèle, nous avons mis au point une méthode qui est destructive cette fois-ci. Dans ce but, des éprouvettes ont été chargées en traction jusqu'à la détection de l'initiation du délaminage. Puis, après avoir soigneusement repéré un délaminage sur la tranche de chaque éprouvette, ces dernières ont été découpées suivant leur section (figure 21.9). Les observations se font au microscope optique suivant l'axe des x du repère de référence. Ici encore, les éprouvettes ont été éclairées de côté pour faire ressortir sur les images le colorant contenu dans les endommagements débouchants. En outre, un polissage a été effectué entre chaque observation afin d'éliminer de la matière (tout en permettant de rendre les images lisibles). Ainsi, des essais préalables ont montré qu'un polissage de $30s$ au grain 1200 élimine entre 30 à $100\mu m$ de matière (environ) suivant l'axe des x.

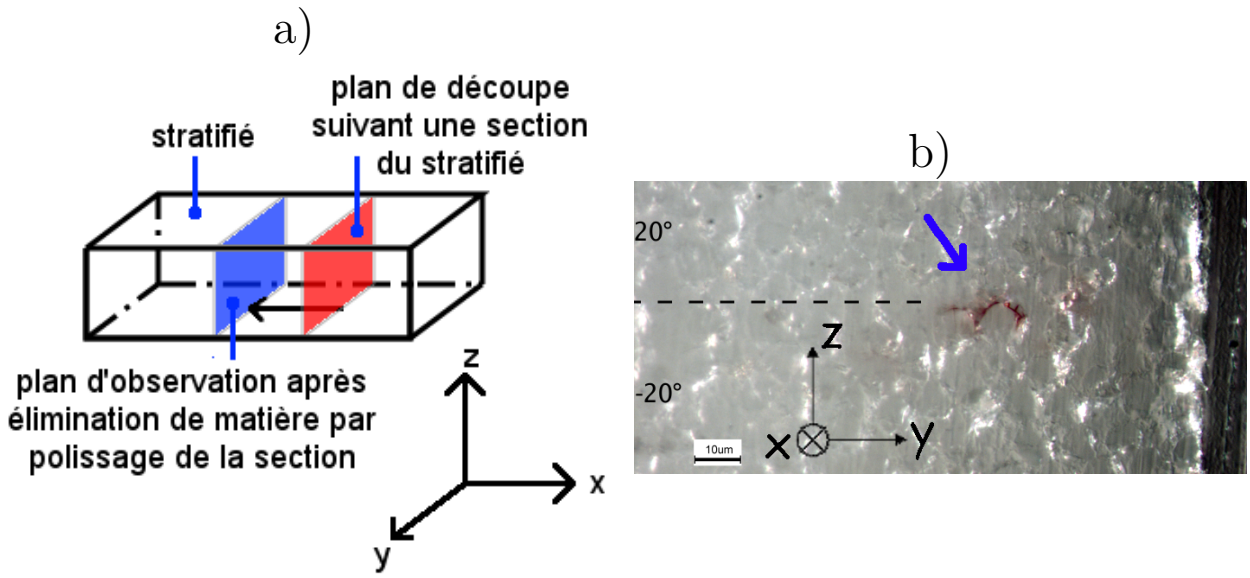


FIG. 18.10 – Observation du délaminage en profondeur du matériau - observation au microscope optique suivant l'axe x d'une séquence $(0_3^\circ, \pm 20_3^\circ)$ préalablement découpée suivant sa section

Chapitre 19

Moyens numériques d'investigation des phénomènes

Pour le modèle que nous avons choisi, le stratifié est décrit à l'échelle mésoscopique. Les plis sont homogènes et orthotropes ; les interfaces sont "parfaites" avec une rigidité infinie et les bords libres sont droits. Le comportement des plis est élastique endommageable ; le modèle de comportement utilisé celui établi dans la section 13.2. La loi d'endommagment décrit les chutes de rigidités des plis avec l'augmentation des fissures intralaminaires.

Le but de ce modèle est de pouvoir accéder aux grandeurs carctéristiques de l'état du système qui conduiront à l'initiation du délaminage. La loi de comportement est implémenté dans le logiciel par Eléments Finis Zébulon. De même, des modèles par éléments finis sont construits à l'aide de ce logiciel pour les diffirents stratifiés. Lors du maillage des éprouvettes, deux types de domaines ont été distingués :

- le voisinage des singularités numériques situées aux intersections des interfaces et des bords libres, où les gradients de contraintes sont importants ; dans ces domaines, l'analyse nécessite un maillage raffinée ;
- les domaines loin des bords libres où l'état de contrainte est homogène ; dans ces domaines, le maillage n'a pas besoin d'être très raffiné.

Pour les éprouvettes de type EDT, nous pouvons facilement vérifier que l'état de contraintes dans le matériaux est indépendant de la position x le long de l'axe de traction, lorsque nous nous situons dans des régions loin des mords. Du fait des symétries de l'éprouvette et de cette indépendance, il est possible de simplifier le problème dans le but de réduire considérablement les temps de calculs. Pour le modéle numérique des éprouvettes de traction EDT, nous appliquons donc un principe assez voisin du modèle en extension uniforme du stratifié établi par Pipes et Pagano [56] et résolu par de la méthode des "Différences Finies". Dans le cas présent, une hypothèse de déformation plane généralisée est faite. Du fait de la symétrie par rapport au plan médian des éprouvettes, pour chaque

séquence, seule une demie-section est modélisée et maillée à l'aide d'éléments finis pseudo-3D, nommés éléments éléments $2D\frac{1}{2}$ (figure 19.1). Le principe général du modèle est donné en Annexe B.

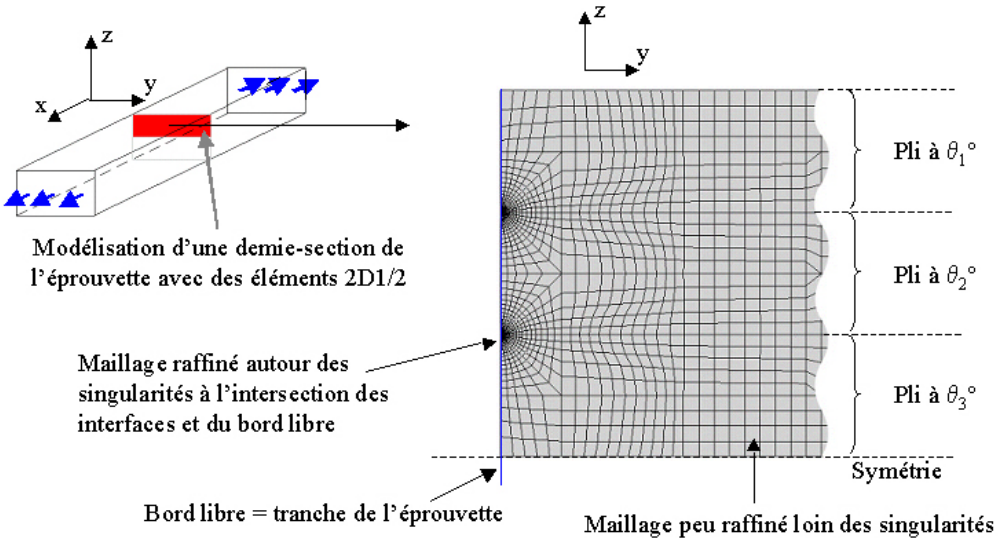


FIG. 19.1 – Maillage de la demie-section d'une éprouvette sans trou à l'aide d'éléments finis pseudo 3D

En revanche, le champ de contrainte n'est plus indépendant de l'axe des x dans le cas des éprouvettes trouées (du moins pas dans le voisinage du trou). Il n'est donc plus possible d'utiliser les éléments $2D\frac{1}{2}$ dans ce cas. De plus, des calculs préalables montrent que dans chaque pli de ces éprouvettes, la seule symétrie plane existante est celle du plan médian. Dans ces conditions, nous avons modélisé les demies éprouvettes en trois dimensions à l'aide d'éléments finis trois dimensions de type brique à vingt noeuds - éléments finis nommés C3D20 dans le logiciel Zebulon - (figure 19.2). Par ailleurs, le trou étant un concentrateur de contraintes, les endommagements vont tout d'abord débuter dans son voisinage. C'est pourquoi seuls les domaines situés au voisinage du trou ont un maillage très raffiné. Sur chaque bord droit situé aux deux extrémités des éprouvettes, un champ de contrainte de traction uniforme y est appliqué.

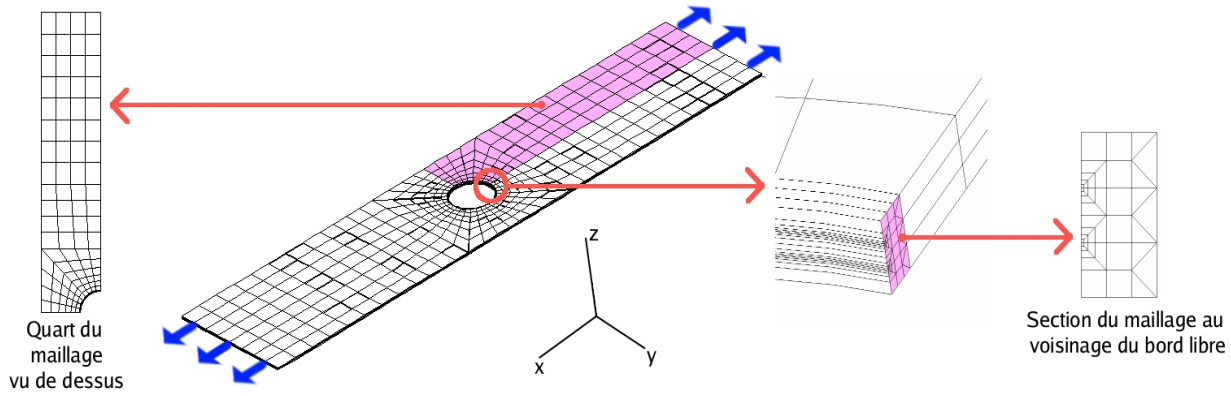


FIG. 19.2 – Maillage avec des éléments finis 3D d'une demie éprouvette comportant un trou

Chapitre 20

Dimensionnement des éprouvettes

20.1 Dimensionnement des éprouvettes EDT

Les éprouvettes EDT sont des plaques rectangulaires de longueur L, de largeur l et d'épaisseur e. Des talons en verre / époxy sont collés aux bouts des éprouvettes pour éviter que celle-ci ne soient endommagées dans les mords auto-serrants lors de la traction.

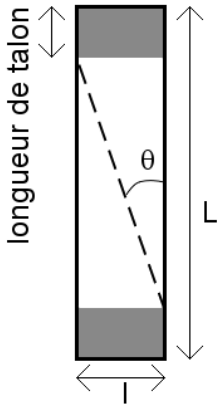


Fig. 20.1 – Schéma d'une éprouvette EDT - L : longueur de l'éprouvette ; l : largeur de l'éprouvette ; θ : orientation du pli par rapport à l'axe de traction

Il est déconseillé d'avoir des fibres continues qui passent à la fois dans les deux régions de l'éprouvette prises dans les mords car cela induirait des sollicitations internes supplémentaires via ces fibres qui sont non désirées. La longueur et la largeur doivent donc être choisies en conséquence et respecter la relation suivante (figure 20.1) :

$$\frac{l}{L} < tan\theta$$

où θ est l'angle d'orientation des torons de type chaîne par rapport à l'axe de traction.

Par ailleurs, afin d'éviter d'éventuelle interactions entre les champs de contraintes situés au voisinage des bords libres définis par les plan $y = -\frac{l}{2}$ et $y = +\frac{l}{2}$, il est préférable de choisir une largeur de l'éprouvette grande devant son épaisseur : $l >> e$. Comme les effets de bords s'évanouissent assez vite lorsque nous nous éloignons des bords, choisir une largeur supérieure à cinq fois l'épaisseur est suffisant :

$$\frac{l}{e} > 5$$

Suivant les empilements, les plaques ont différentes épaisseurs : $1,3mm$, $1,7mm$, $2,6mm$, $3,4mm$, $3,9mm$ et $5,2mm$. Ainsi, la largeur des éprouvettes à découper dot être respectivement supérieure à : $6,5mm$, $8,5mm$, $13mm$, $17mm$, $19,6mm$, et $26mm$.

Enfin, les éprouvettes sont découpées dans des plaques stratifiées de dimension $400mm \times 400mm$. Afin d'optimiser le nombre d'éprouvettes pouvant être découpées dans une même plaque, la longueur des éprouvettes est fixée à $200mm$. Sachant que la longueur d'un talon est de $40mm$, il reste $120mm$ de longueur utile. D'après la première relation, il faut donc que la largeur des éprouvettes soit inférieure à $43mm$.

Au final, pour les plaques dont l'épaisseur est inférieure à $3,9mm$, nous avons choisi de découper des éprouvettes de dimensions $200mm \times 20mm$; pour les éprouvettes d'épaisseur supérieure, les dimensions sont de $200mm \times 25mm$.

20.2 Dimensionnement des éprouvettes trouées

L'épaisseur de la plaque étant fixée par la séquence, les dimensions de l'éprouvette à déterminer sont sa longueur L, sa largeur l et le diamètre du trou ϕ (figure 20.2).

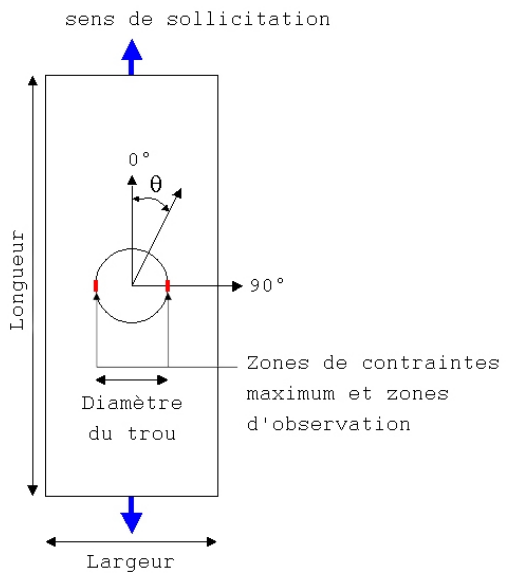


FIG. 20.2 – Schéma d'une éprouvette trouée

Les remarques émises pour le dimensionnement des éprouvettes EDT restent valides ici.

Le trou réalisé dans l'éprouvette est un concentrateur de contraintes. A priori, les endommagements devraient donc s'initier au voisinage de celui-ci. Toutefois, il y a des chances pour que plus le diamètre du trou soit petit, plus les endommagements soient concentrés dans une même région. Or, plus les endroits où vont apparaître les endommagements sont proches les uns des autres, plus il y a de chance pour que ces endommagements interagissent entre eux, ce que nous désirons limiter car cela compliquerait grandement les prédictions.

Ainsi, pour déterminer un diamètre de trou, des essais de traction ont été réalisés sur des éprouvettes trouées de séquence $(0^{\circ}{}_2, \pm 20^{\circ}{}_2)_s$, avec trois différents diamètres : $\phi = 5$, 10 et $20mm$ (figure 20.3 et figure 20.4). Sur ces éprouvettes, les endommagements apparaissent au niveau du bord libre délimintant le trou, en deux régions localisées à 90° par rapport à l'axe de traction. Plusieurs types d'endommagements sont détectés : fissuration intralaminaire transverse et longitudinale, délaminage intéragissant avec une fissure intralaminaire, délaminage ne semblant pas avoir d'intéraction avec les autres endommagements... Pour les éprouvettes ayant des trous de diamètre 5 et $10mm$, il semble y avoir une très forte interaction entre le délaminage et les fissures intralaminaires. Par contre, pour les éprouvettes contenant un trou de diamètre $20mm$, le délaminage est le premier endommagement qui apparaît et ne semble pas ou peu intéragir avec les autres endommagements. Nous pouvons d'ailleurs remarquer que le délaminage est le premier et pratiquement le seul endommagement observé sur le bord libre des éprouvettes EDT. Or le bord libre des éprouvettes non trouées peut être vu comme le bord d'un trou de rayon infini. En augmentant encore le diamètre du trou, nous devrions donc tendre vers cette évolution d'endommagement. Toutefois, il faut faire attention car ce diamètre va influer sur les autres dimensions de l'éprouvette et il n'est pas possible d'avoir une longueur d'éprouvette supérieure à la longueur de la plaque où elle va être découpée. D'après les observations expérimentales, un diamètre de trou égal à $20mm$ nous a donc paru acceptable.

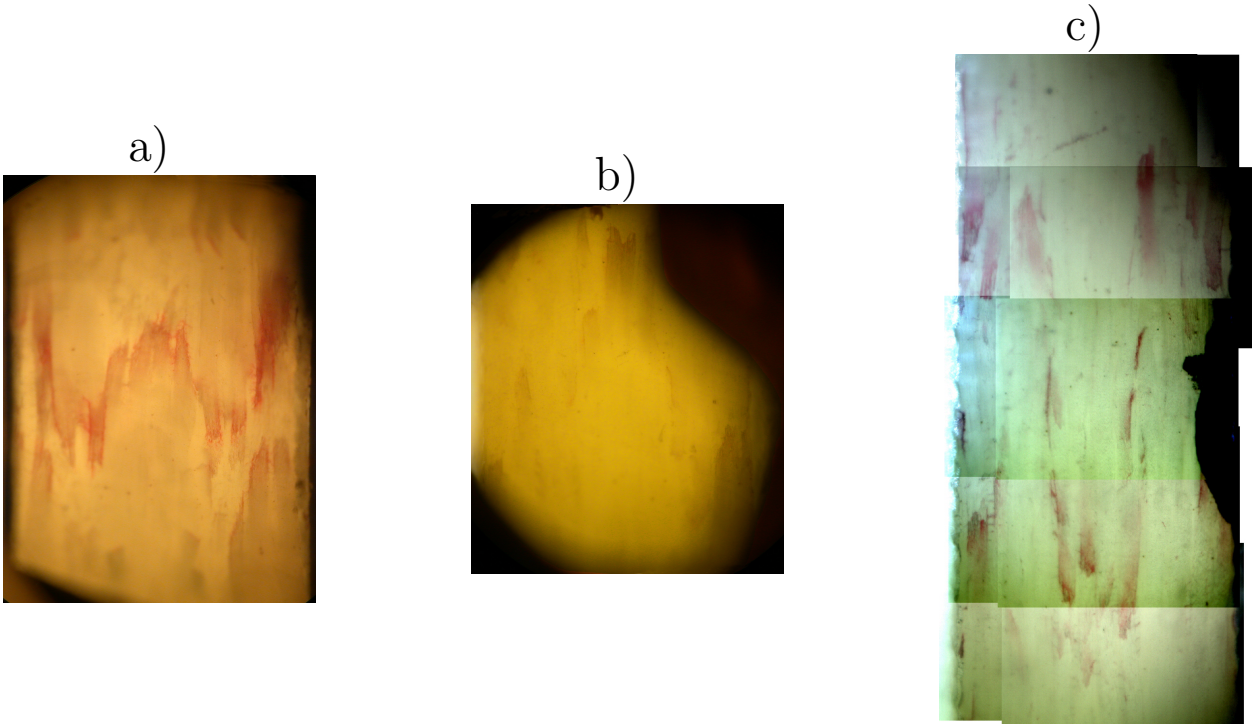


FIG. 20.3 – a) Photo prise sur la tranche d'un trou de diamètre $\Phi = 5mm$; b) photo prise sur la tranche d'un trou de diamètre $\Phi = 10mm$ (NB : les zones d'ombres sont dues au miroir qui a été cassé lors du précédent essai) ; c) photo prise sur la tranche d'un trou de diamètre $\Phi = 20mm$

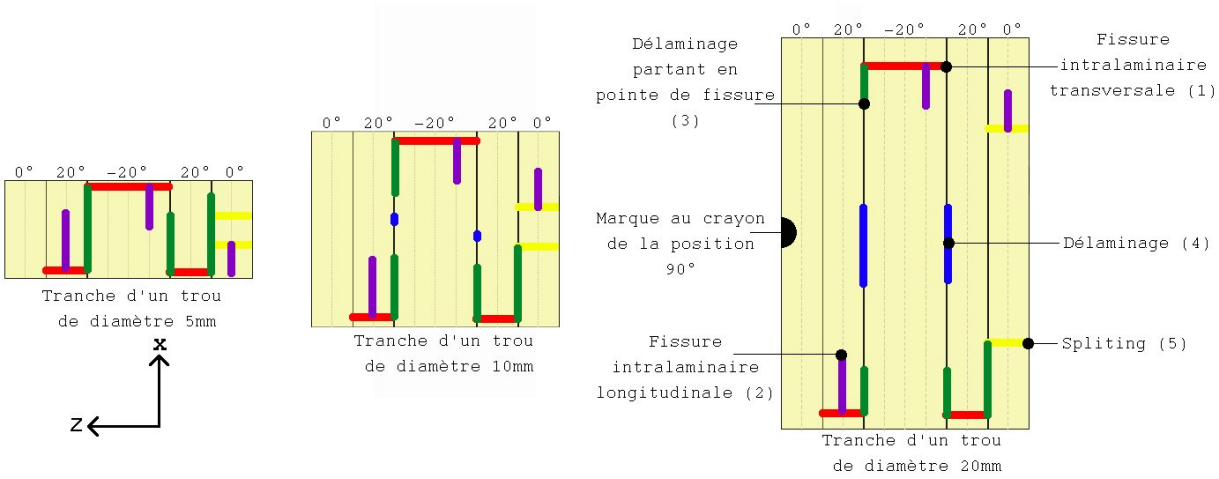


FIG. 20.4 – Schéma de l'évolution des endommagements suivant le diamètre du trou

Une fois le diamètre du trou fixé, la longueur et la largeur des éprouvettes doivent être choisies de manière à ce que le champ de contraintes au voisinage du trou ne soit perturbé, ni par la présence des autres bords libres induisant leurs propres effets de bords, ni par les zones sur lesquelles les mords appliquent leur effort. Les dimensions de l'éprouvette étant ici déduites de celle du trou, celles-ci sont exprimées en muliple du diamètre Φ :

– $L = \Phi \times a$;

– $l = \Phi \times b$.

Des simulations d'essais de traction ont été réalisées par Eléments Finis. Les conditions aux limites imposées sur les bords droits haut et bas de l'éprouvette est une densité d'effort de traction uniformes. Afin de limiter les temps de calcul, dans un premier temps, les simulations ont porté sur des unidirectionnels orientés à 20°, en faisant varier les dimensions L et l. Ainsi, les dimensions suivantes ont été testées (figure 20.5) :

– $L = \Phi \times 14/l = \Phi \times 3$,
– $L = \Phi \times 34/l = \Phi \times 6$,
– $L = \Phi \times 18/l = \Phi \times 3$,
– $L = \Phi \times 9/l = \Phi \times 3$,
– $L = \Phi \times 12/l = \Phi \times 4$

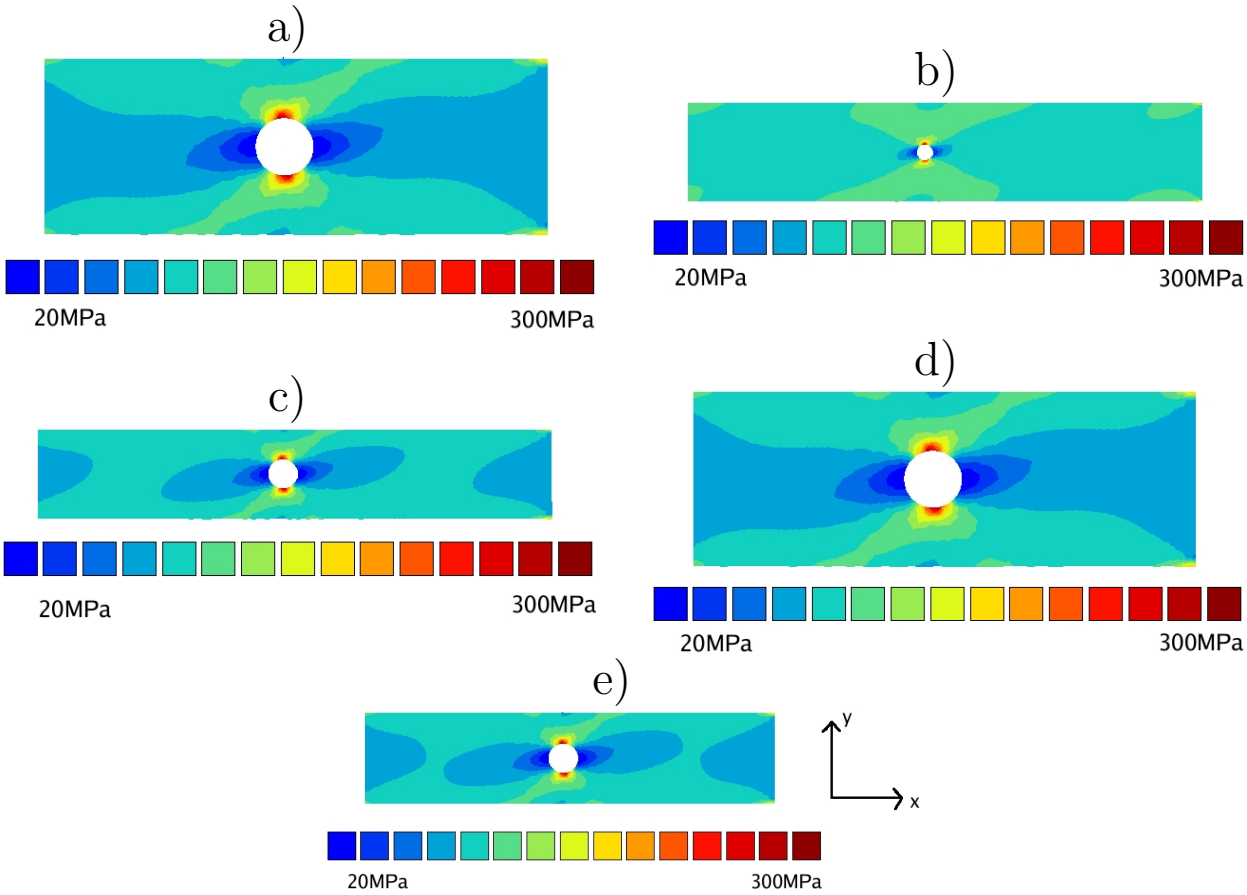


FIG. 20.5 – Eprouvettes avec un trou de 20mm mises en traction, visualisation de la contrainte σ_{xx} ; a) $L = \Phi \times 9/l = \Phi \times 3$; b) $L = \Phi \times 34/l = \Phi \times 6$; c) $L = \Phi \times 18/l = \Phi \times 3$; d) $L = \Phi \times 12/l = \Phi \times 4$; e) $L = \Phi \times 14/l = \Phi \times 3$

Par rapport aux critères de sélection, l'éprouvette de dimensions $L = \Phi \times 18/l = \Phi \times 3$ semble être une bonne candidate. En considérant ces mêmes dimensions, une simulation d'un essai de traction a été réalisée sur une éprouvette trouée de séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$. Celle-ci

nous a confirmé que ces dimensions d'éprouvettes correspondent bien aux critères que nous nous étions fixés.

En considérant une longueur supplémentaire pour pouvois placer les mords, au final les éprouvettes découpées ont un diamètre de trou Φ de $20mm$, une longueur L de $400mm$ et une largeur l de $60mm$.

Chapitre 21

Analyse des essais effectués sur des éprouvettes planes stratifiées non trouées

21.1 Séquences $(0^\circ{}_n, \pm 20^\circ{}_n)_s$ et $(0^\circ{}_2, \pm 30^\circ{}_2)_s$

Jusqu'à l'apparition du délaminage, le comportement de ces séquences est linéaire et aucune fissure intralaminaire n'est observée en dehors de quelques unes détectées dans les trames.

Le délaminage débute aux interfaces $20^\circ/-20^\circ$ (figure 21.1) pour un chargement de 325 à 350MPa pour la séquence $(0^\circ{}_1, \pm 20^\circ{}_1)_s$, d'environ 325MPa pour la séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$ et enfin de 250 à 300MPa pour la séquence $(0^\circ{}_3, \pm 20^\circ{}_3)_s$ (voir tableau 21.1). L'effet d'épaisseur habituellement remarqué dans les stratifiés pour l'initiation du délaminage est bien observé ici, mais il est faible.

Pour la séquence $(0^\circ{}_2, \pm 30^\circ{}_2)_s$, le délaminage s'initie aux interfaces $30^\circ/-30^\circ$ (figure 21.2) pour un chargement de 275MPa à 290MPa.

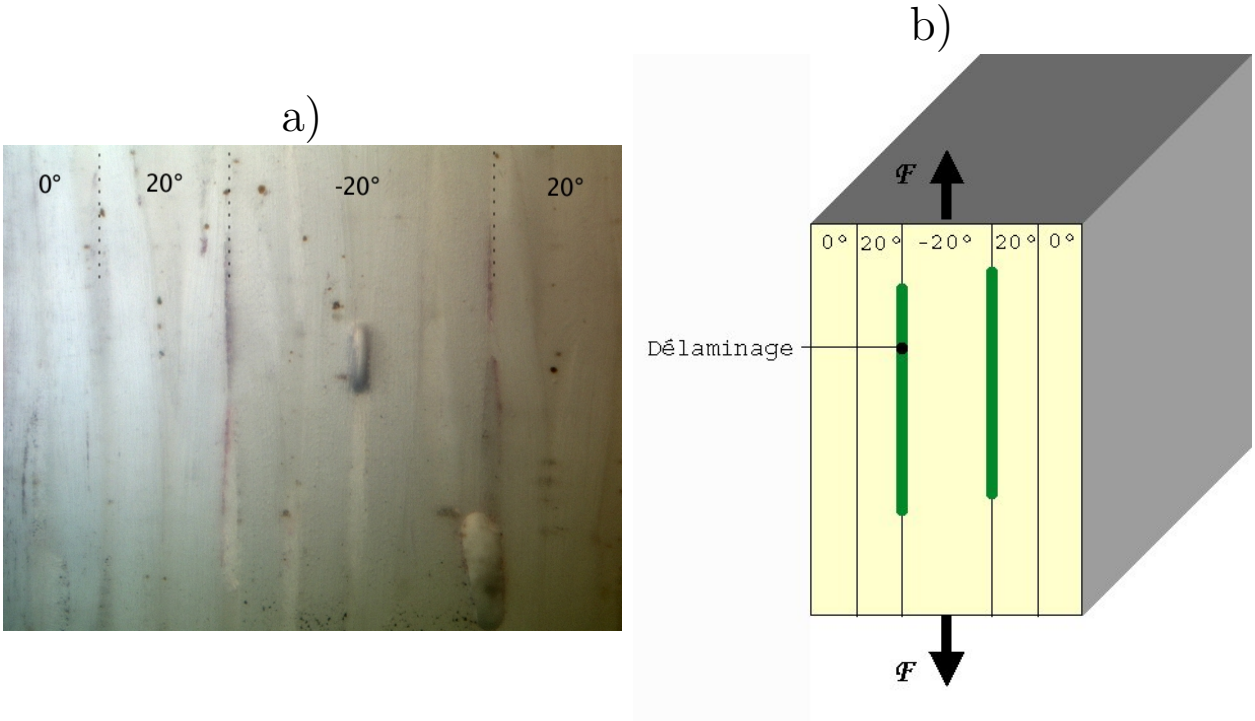


FIG. 21.1 – a) Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 20_2{}^\circ)_s$ chargée à 350MPa ; b) schéma des endommagements visibles sur la tranche

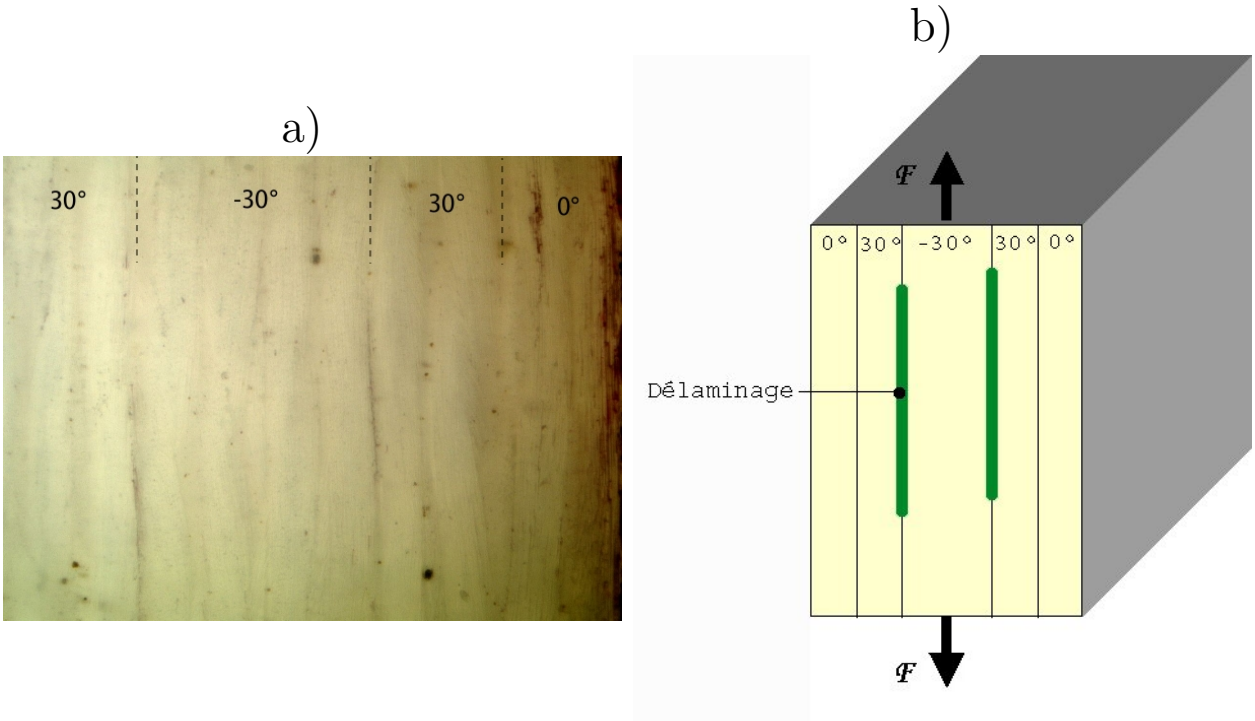


FIG. 21.2 – a) Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 30_2{}^\circ)_s$ chargée à 275MPa ; b) schéma des endommagements visibles sur la tranche

Pour toutes ces séquences, le délaminage n'est pas localisé en quelques endroits isolés, mais se répète assez régulièrement tout du long des bords libres (figure 21.3).

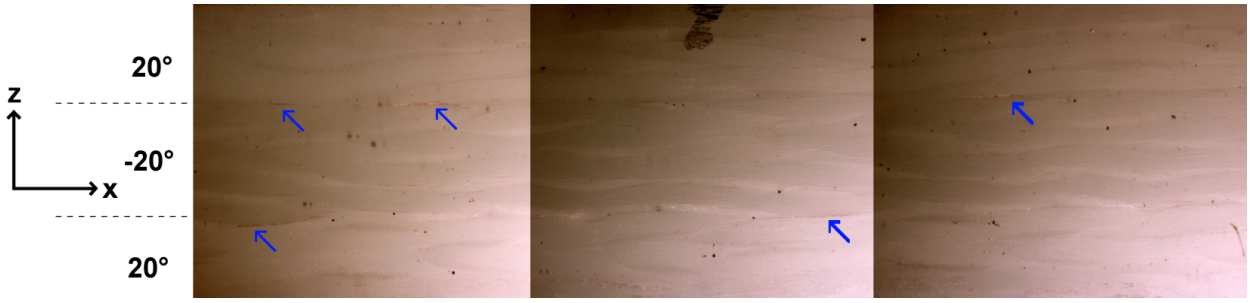


FIG. 21.3 – Photos de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0^\circ, \pm 30^\circ)_s$ chargée à 300MPa ; le délaminage est indiqué par les flêches ; il se répète de manière quasi périodique le long du bord libre

Par ailleurs, du fait que le pli de base soit un pseudo-tissu, le long des interfaces $20^\circ/-20^\circ$ et $30^\circ/-30^\circ$ il n'existe non pas un mais plusieurs types de délaminage qui s'initient aux niveaux d'interfaces localement différentes. En effet, lorsque les surfaces inférieures ou supérieures des couches sont observées, nous pouvons noter la présence des chaînes, mais également celle des trames, ainsi que de zones riches en résines. Les interfaces entre plis sont donc complexes puisqu'elles résultent de la juxtaposition de deux de ces surfaces. Selon la position où nous nous plaçons sur une interface, la nature réelle de l'interface est donc une combinaison de deux de ces trois éléments : chaîne, trame et résine. De plus, le pseudo-tissu a un motif périodique. Dans le cas d'un tissu satin 4, il est composé par l'arrangement de quatres chaînes, d'une trame et de la résine comblant les vides. De ce fait, une interface donnée possède également un motif périodique qui est induit par la juxtaposition des deux plis adjacents. C'est pourquoi le délaminage apparaît de manière quasi périodique tout du long des bords libres. Toutefois, ce motif peut différer d'une interface à l'autre, même si les plis adjacents sont orientés de manières identiques. En effet, lors de la fabrication de ces stratifiés, seule l'orientation des plis est réellement prise en compte et non le positionnement exact d'un motif par rapport au pli adjacent. Sur les figures 21.4 et 21.5, nous pouvons voir sur une séquence $(0_2^\circ, \pm 30_2^\circ)_s$ que le délaminage s'est initié entre deux chaînes, chacun appartenant à un des plis adjacents.

Localement, l'interface est bien de type $30^\circ/-30^\circ$. En revanche, sur la figure 21.6, le délaminage a débuté entre une chaîne et une trame. Localement, l'interface est alors de type $-70^\circ/-20^\circ$. Sur la figure 21.7, la chaîne et la trame appartiennent au même pli, ce n'est donc pas un délaminage au sens ou nous l'entendons, bien qu'il soit apparu dans le voisinage proche de l'interface $30^\circ/-30^\circ$. Or, il est assez souvent difficile de dire à quel pli appartient exactement une trame située au voisinage d'une interface. Toutefois, il semble

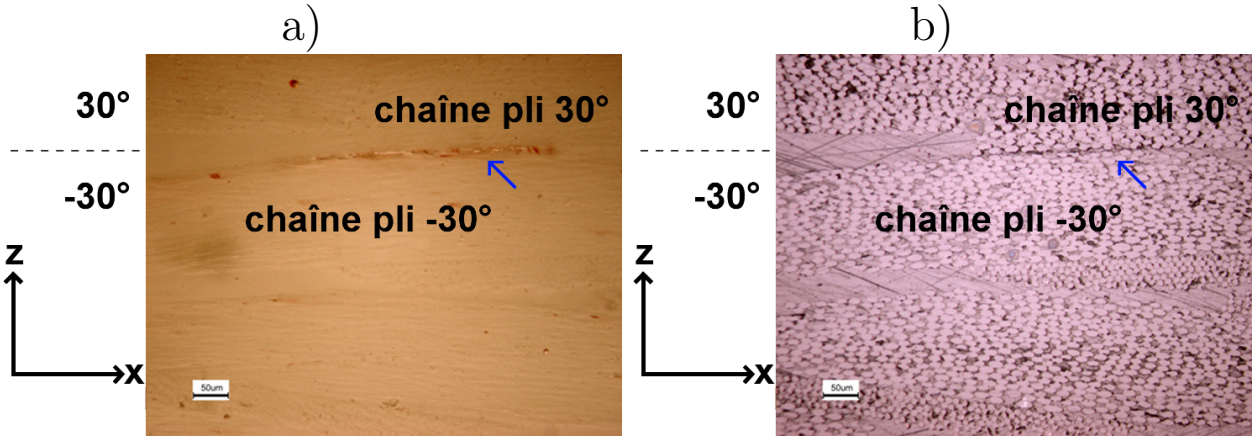


FIG. 21.4 – Photos de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 30_2{}^\circ)_s$ chargée à 300MPa ; le délaminage est indiqué par une flèche ; il est apparue entre deux torons chaînes, respectivement orientées à 30° et -30°

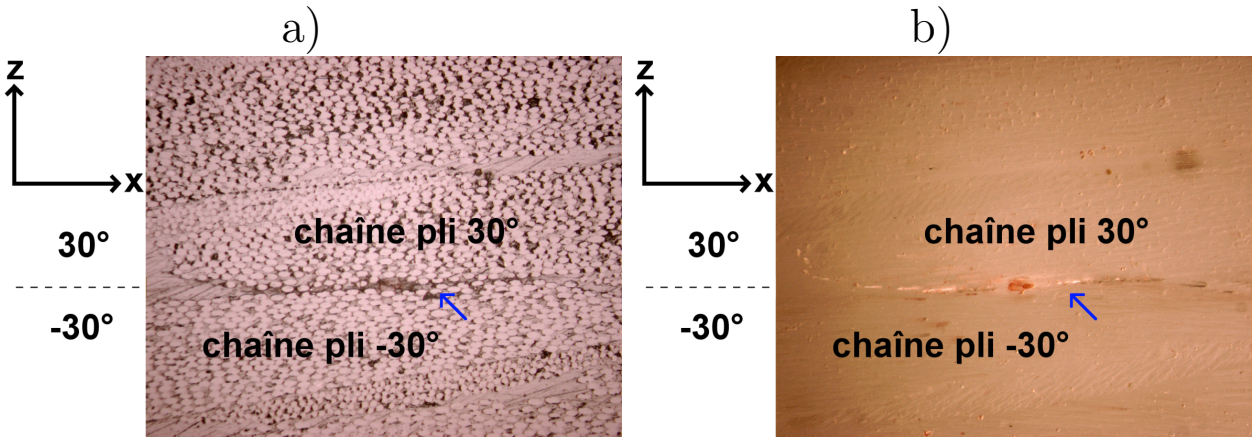


FIG. 21.5 – Photos de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 30_2{}^\circ)_s$ chargée à 300MPa ; le délaminage est indiqué par une flèche ; il est apparue entre deux torons chaînes, respectivement orientées à 30° et -30°

que le délaminage entre deux chaînes soit le premier type d'endommagement qui apparaisse. Pour ces séquences, nous avons donc ignoré les délaminages s'initiant à l'interface d'une trame pour nous focaliser sur l'initiation du délaminage entre deux chaînes.

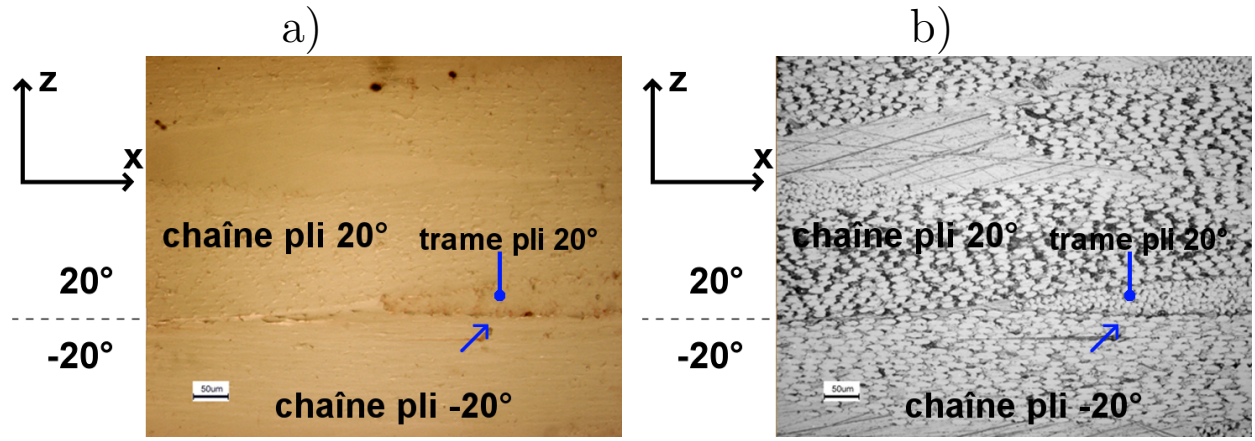


FIG. 21.6 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 20_2{}^\circ)_s$ chargée à 325MPa ; le délaminage est indiqué par une flèche ; il est apparue entre une chaîne orientée à -20° et une trame orientée à -70°

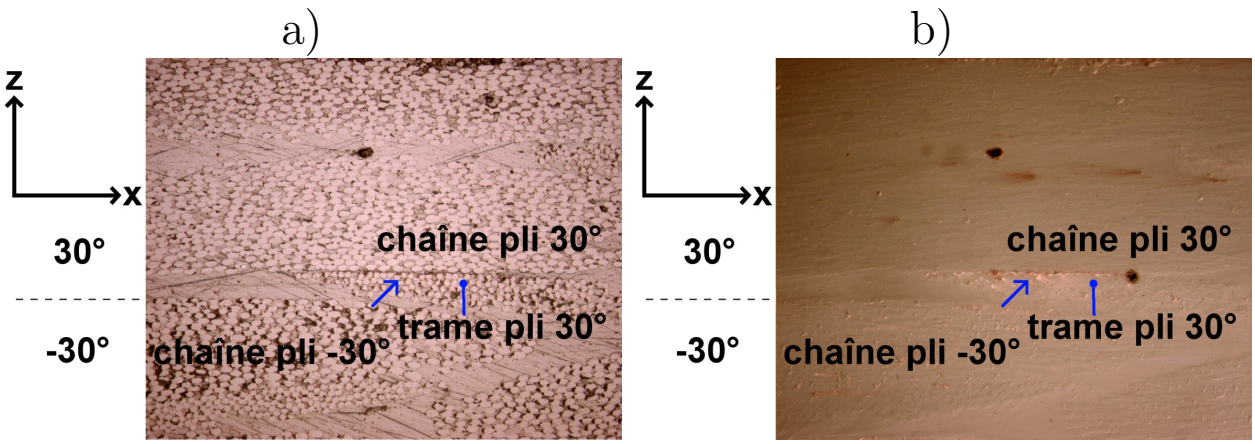


FIG. 21.7 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 30_2{}^\circ)_s$ chargée à 300MPa ; un délaminage local intrapli est apparue entre une chaîne et une trame (respectivement orientées à 30° et -60°) au voisinage de l'interface $30^\circ/-30^\circ$

Quelques délaminages locaux sont égalements observés aux niveaux des trames aux voisinages des interfaces $0^\circ/\theta^\circ$, mais ces endommagements restent localisés. En effet, le délaminage a été suivi jusqu'à la rupture pour quelques éprouvettes et nous avons eu la confirmation que les interfaces $20^\circ/-20^\circ$ (resp. $30^\circ/-30^\circ$) sont bien les principales interfaces délaminantes (figure 21.8).

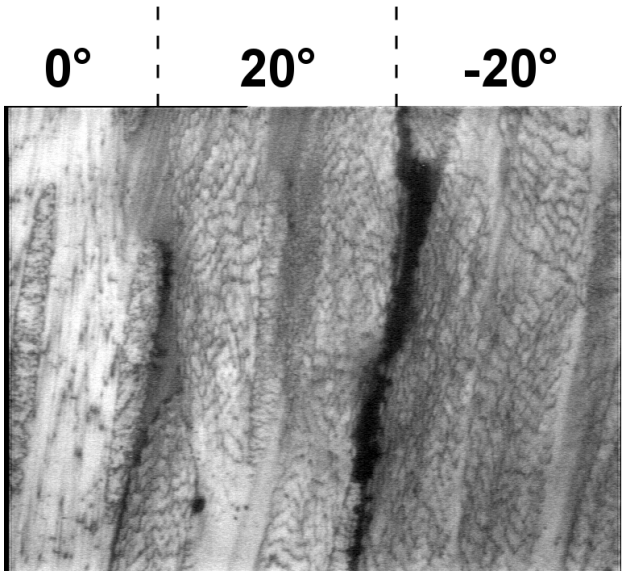


FIG. 21.8 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 20_2{}^\circ)_s$ prise en charge à 85% de la rupture avec une lumière directe ; l'interface $20^\circ/-20^\circ$ est la principale interface délaminante

Par ailleurs, des analyses expérimentales sur la profondeur des fissures de délaminage ont été réalisées pour les séquences $(0_1{}^\circ, \pm 20_1{}^\circ)_s$ et $(0_3{}^\circ, \pm 20_3{}^\circ)_s$. Dans cette optique, trois éprouvettes de chaque séquence ont été mises en traction jusqu'à une charge que nous supposons correspondre au début du délaminage, d'après les essais précédents. Ainsi, les éprouvettes de séquence $(0_1{}^\circ, \pm 20_1{}^\circ)_s$ ont été chargées jusqu'à $304MPa$ et celles de la séquence $(0_3{}^\circ, \pm 20_3{}^\circ)_s$, jusqu'à $275MPa$. Les observations ont été faites au microscope optique suivant la direction de l'axe des x. Un exemple de photo de délaminage pris au grossissement $\times 100$ est présenté sur la figure 21.9, celle-ci ayant été prise sur une séquence $(0_3{}^\circ, \pm 20_3{}^\circ)$. Pour chaque section observée au voisinage du délaminage pour les deux types de séquences, seule la décohésion de quelques fibres a été détectée (1 à 3 fibres la plupart du temps). Ces décohésions ont débuté au niveau du bord libre et se sont propagées le long des fibres sur quelques dizaines ou centaines de μm. Aucune différence notable n'a été relevée entre les longueurs de décohésion fibres / matrice des deux séquences.

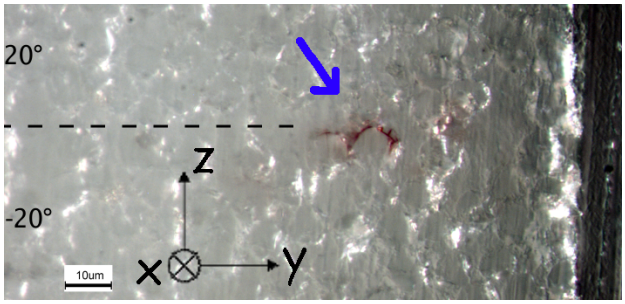


FIG. 21.9 – Observation du délaminage en profondeur du matériau - observation au microscope optique suivant l'axe x d'une séquence $(0_3{}^\circ, \pm 20_3{}^\circ)$ préalablement chargée jusqu'à $275MPa$, puis découpée suivant sa section au voisinage d'un délaminage

Enfin, sur la figure 21.10, le bord libre d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 20_2{}^\circ)_s$, chargée à $325MPa$, a été observé au microscope optique au grossissement x100, suivant la direction de l'axe y. Des décohésions fibres / matrice sont visibles à l'interface $20^\circ / -20^\circ$, confirmant les conclusions précédentes : le délaminage débute pour ce matériau par des décohésions fibres / matrice. Celles-ci qui vont certainement coalescer par la suite pour former une fissure qui se propagera vers le coeur du matériau. Nous pouvons également remarquer que ces décohésions provoque une localisation de la déformation au niveau de la résine présente à l'interface $20^\circ / -20^\circ$ (figure 21.10 a)).

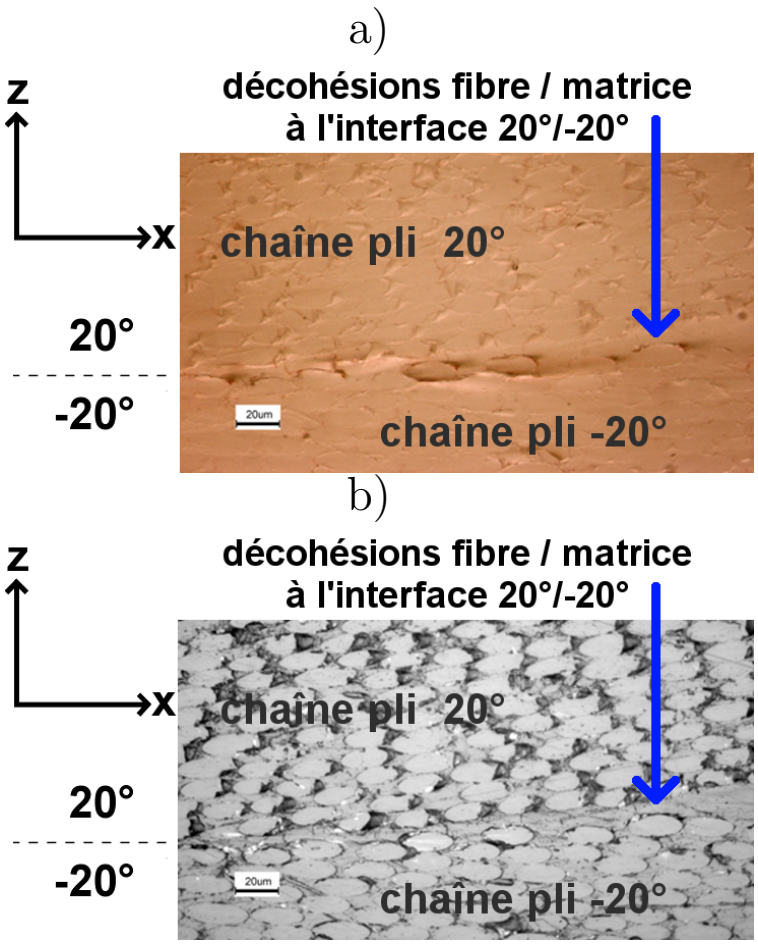


FIG. 21.10 – Photos de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2^\circ, \pm 20_2^\circ)_s$ chargée à 325MPa (grossissement x100) ; décohésions fibres / matrice visibles à lŠinterface $20^\circ/-20^\circ$

Ces séquences ont été simulées en traction avec une charge de $200MPa$ (figures 21.11 à 21.14). Ces calculs montrent que les contraintes σ_{zz}, σ_{yz} et σ_{xz} sont effectivement plus élevées aux interfaces délaminantes $20^\circ/-20^\circ$ (resp. $30^\circ/-30^\circ$). De plus, les contraintes σ_{zz} et σ_{yz} sont négligeables par rapport aux contraintes σ_{xz}. Ces interfaces sont donc majoritairement sollicitées en mode III.

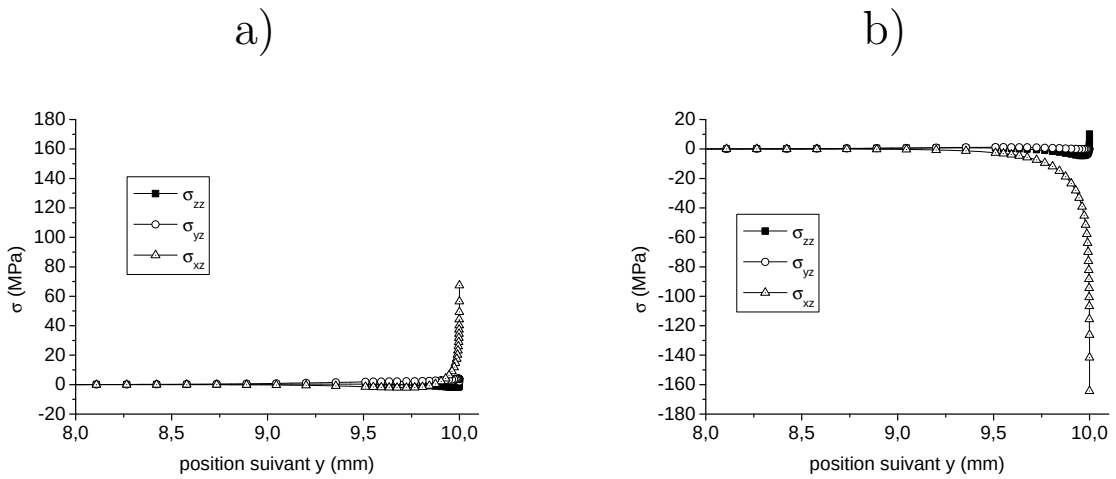


FIG. 21.11 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $0^\circ/20^\circ$ et b) $20^\circ/-20^\circ$, pour la séquence $(0_1{}^\circ, \pm 20_1{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$

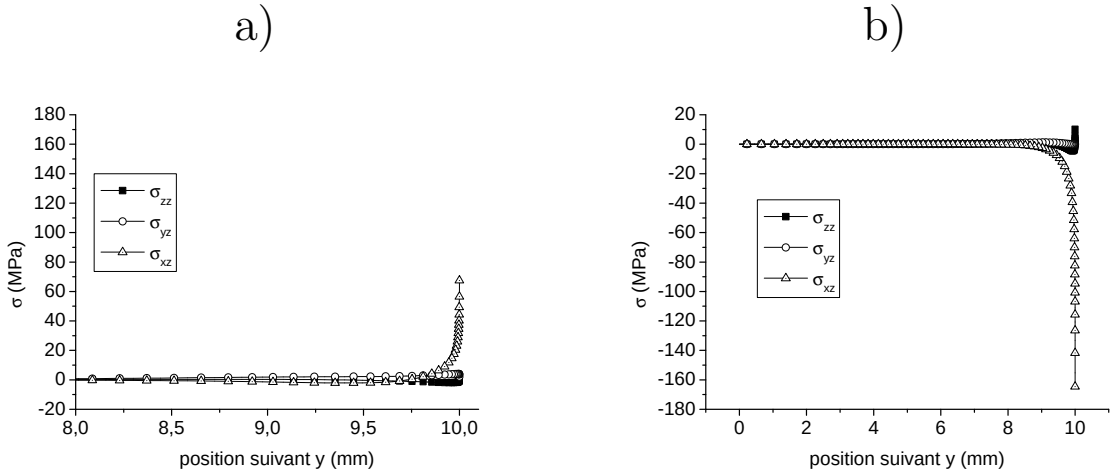


FIG. 21.12 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $0^\circ/20^\circ$ et b) $20^\circ/-20^\circ$, pour la séquence $(0_2{}^\circ, \pm 20_2{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$

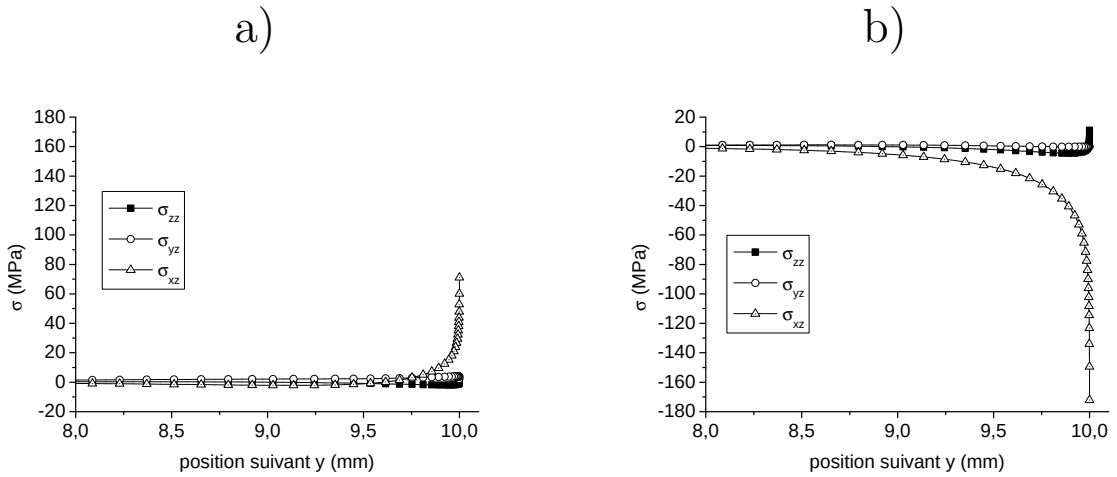


FIG. 21.13 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $0^\circ/20^\circ$ et b) $20^\circ/-20^\circ$, pour la séquence $(0_3{}^\circ, \pm 20_3{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$

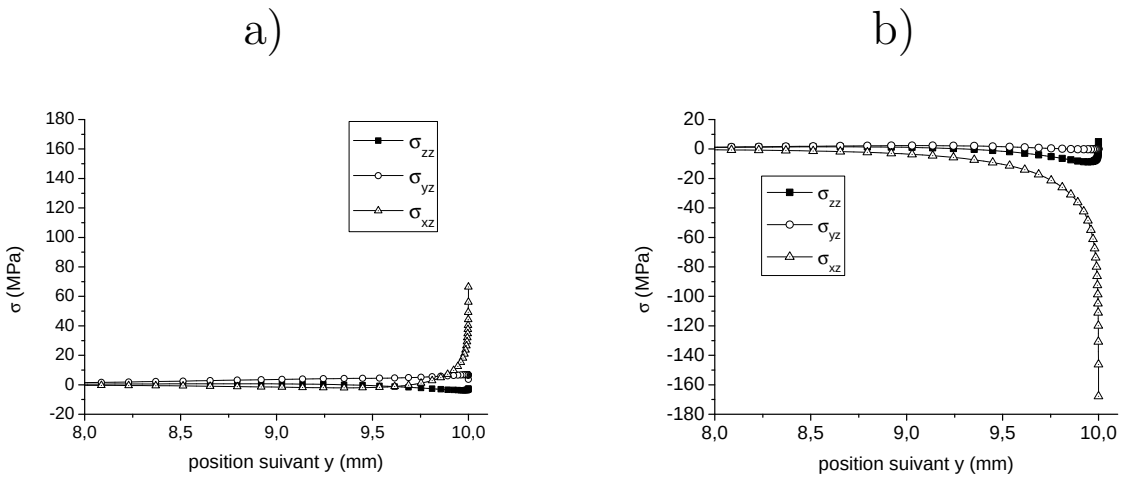


FIG. 21.14 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $0^\circ/30^\circ$ et b) $20^\circ/-30^\circ$, pour la séquence $(0_2{}^\circ, \pm 30_2{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$

Par ailleurs, sur la figure 21.15, l'évolution des contraintes σ_{xz} a été calculée le long des interfaces $20^\circ/-20^\circ$ en fonction de l'épaisseur des plis, pour les séquences $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)_s$ $(n = 1, 2, 3)$, avec une même charge de traction de $300MPa$. Cette charge est de l'ordre de grandeur de celles auxquelles apparait le délaminage pour ces trois séquences. Lorsque l'épaisseur du pli augmente, la distance à laquelle les contraintes hors plan tendent vers 0 augmente d'un d'un même ordre de grandeur. En effet, lorsque nous traçons les contraintes σ_{xz} non plus en fonction de y, mais en fonction de y normée par n $(\sigma_{xz}\left(\frac{y_0-y}{n}\right))$, les trois courbes se superposent (figure 21.16). Ainsi, en moyenne les contraintes hors plan au voisinage du bord libre augmentent avec l'épaisseur, conduisant plus rapidement à la rupture de l'interface, en accord avec l'effet d'épaisseur observé (voir section 24). Toutefois pour une charge de $300MPa$, la différence de contraintes entre ces trois séquences est assez faible en un point donné de l'interface (entre entre les épaisseurs $n = 1$ et $n = 3$, la différence de contrainte σ_{xz} est inférieure à $15MPa$), ce qui peut expliquer que l'effet d'épaisseur soit peu important pour ce matériau.

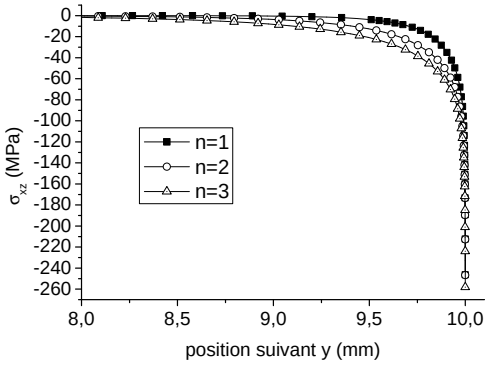


FIG. 21.15 – Evolution des contraintes calculées σ_{xz} le long des interfaces $20^\circ/-20^\circ$ en fonction de l'épaisseur des plis, pour les séquences $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)_s$ $(n = 1, 2, 3)$, avec une charge de traction simulée de $300MPa$

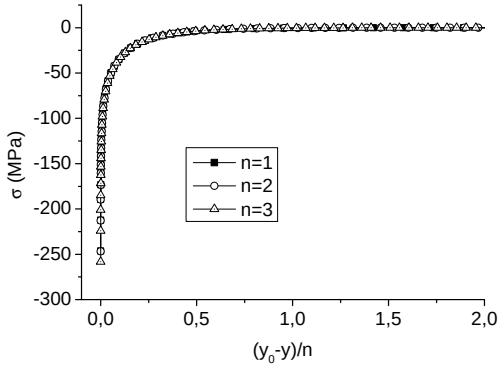


FIG. 21.16 – Evolution des contraintes calculées σ_{xz} le long des interfaces $20^\circ/-20^\circ$ traçées en fonction de y normé par l'épaisseur des plis, pour les séquences $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)_s$ $(n = 1, 2, 3)$, avec une charge de traction simulée de $300MPa$

21.2 Séquences $(10^\circ{}_2, 30^\circ{}_2, -10^\circ{}_2)_s$ et $(10^\circ{}_2, 40^\circ{}_2, -20^\circ{}_2)_s$

Ces empilements ont été obtenus en découpant des éprouvettes dans des plaques respectivement de séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$ et $(0^\circ{}_2, \pm 30^\circ{}_2)_s$, décalées d'un angle de 10°.

Comme pour les séquences précédentes, leur comportement est linéaire jusqu'à l'apparition du délaminage et aucune fissure intralaminaire n'est observée dans les chaînes. Quelques fissures intralaminaires sont toutefois détectées dans les trames, principalement dans les plis à 10°. Pour les mêmes raisons que précédemment, la nature du délaminage peut être varié (entre deux chaînes, entre une chaîne et une trame, ...) et celui-ci est visible tout du long des bords libres de manière quasi périodique.

Mais contrairement aux précédentes séquences, il n'y pas qu'une seule paire d'interfaces délaminantes, mais deux (figure 21.17) : pour l'empilement $(10^\circ{}_2, 30^\circ{}_2, -10^\circ{}_2)_s$, le délaminage

débute tout d'abord à l'interface $10^\circ/30^\circ$ entre 300 et $325MPa$, puis il apparait aux interfaces $30^\circ/-10^\circ$ entre 325 et $350MPa$. De même, le délaminage débute pour la séquence $(10^\circ{}_2, 40^\circ{}_2, -20^\circ{}_2)_s$ en premier aux interfaces $10^\circ/40^\circ$ entre 275 et $290MPa$, pour ensuite s'initier aux interfaces $40^\circ/-20^\circ$ entre 300 et $325MPa$ (voir tableau 21.1).

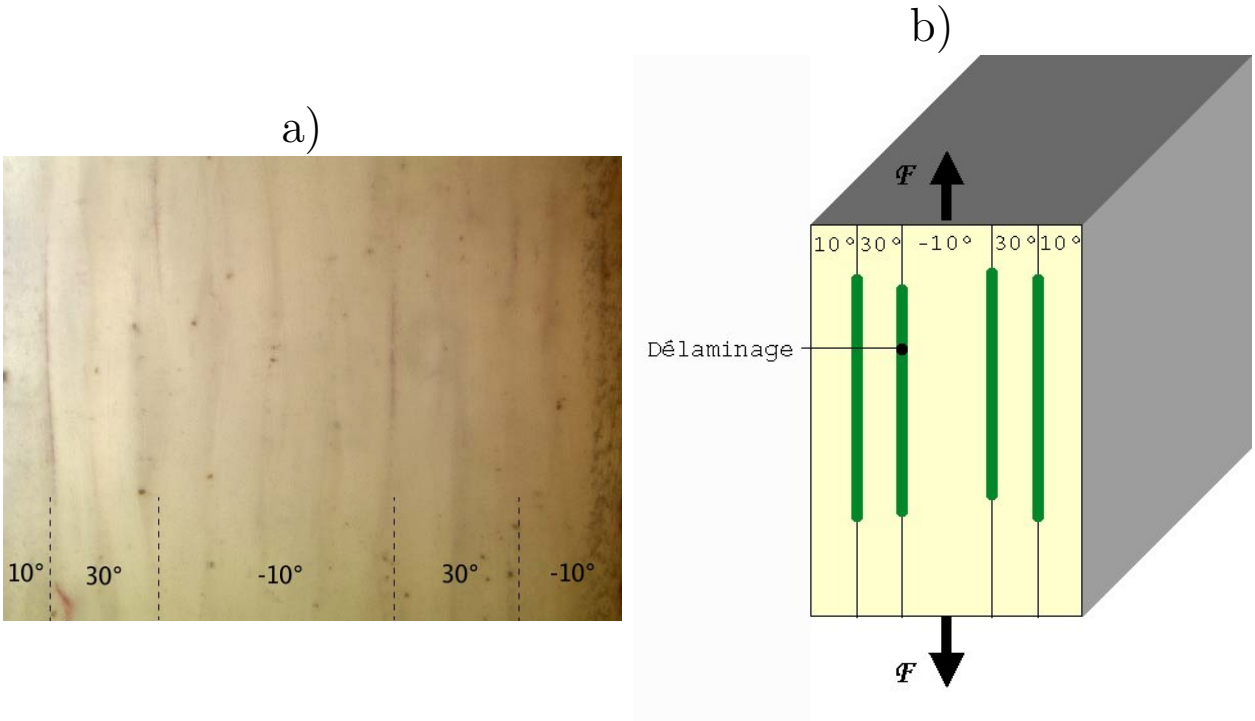


FIG. 21.17 – a) Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(10_2{}^\circ, 30_2{}^\circ, -10_2{}^\circ)_s$ chargée à 325MPa ; b) schéma des endommagements visibles sur la tranche

Or, ces observations expérimentales ne concordent pas du tout avec l'analyse des contraintes calculées aux interfaces (figures 21.20 et 21.21). En effet, les contraintes calculées le long des interfaces $10^\circ/30^\circ$ (resp. $10^\circ/40^\circ$) sont très inférieures à celles calculées le long des interfaces $30^\circ/-10^\circ$ (resp. $40^\circ/-20^\circ$). Le délaminage ne devrait donc pas apparaître aux interfaces $10^\circ/30^\circ$ et $10^\circ/40^\circ$ pour ces niveaux de charges.

Une éprouvette de séquence $(10_2{}^\circ, 30_2{}^\circ, -10_2{}^\circ)_s$ a été découpée selon sa section pour réaliser des observations en profondeur suivant la direction de l'axe x (figures 21.18).

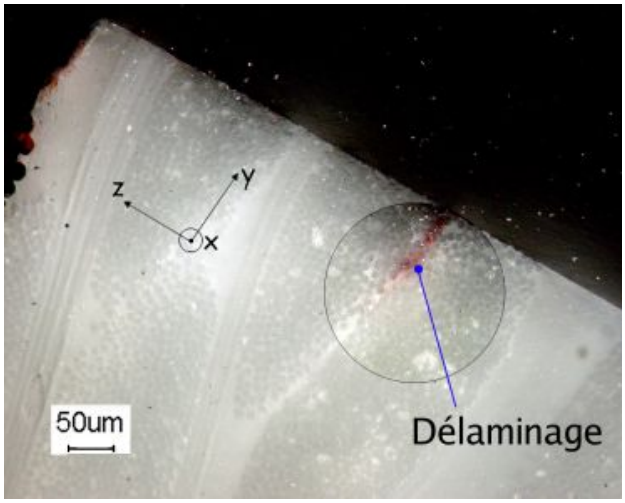


FIG. 21.18 – Séquence $(10^\circ, 30^\circ, -10^\circ)_s$ chargée jusqu'à $350MP$; puis découpée suivant une section ; délaminage observé à l'interface $10^\circ/30^\circ$

Celles-ci montrent que le délaminage s'est bien développé suivant l'interface $10^\circ/30^\circ$. De même, le suivi du délaminage jusqu'à la rupture du matériau confirme qu'il se développe aux niveaux des deux types d'interface (figure 21.19).

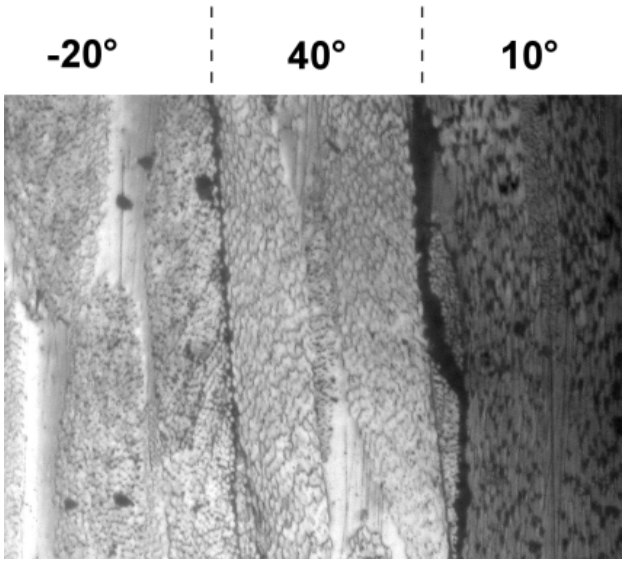


FIG. 21.19 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(10_2{}^\circ, 40_2{}^\circ, -20_2{}^\circ)_s$ prise en charge un peu avant rupture ; les interfaces $10^\circ/40^\circ$ et $40^\circ/-20^\circ$ sont les principales interfaces délaminantes

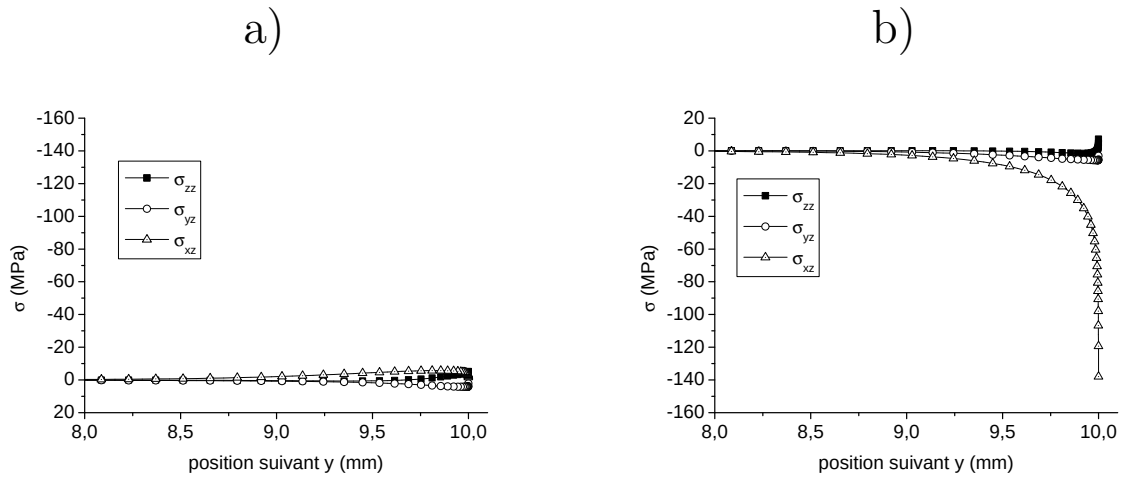


FIG. 21.20 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $10^{\circ}/30^{\circ}$ et b) $30^{\circ}/-10^{\circ}$, pour la séquence $(10_2{}^{\circ}, 30_2{}^{\circ}, -10_2{}^{\circ})_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$

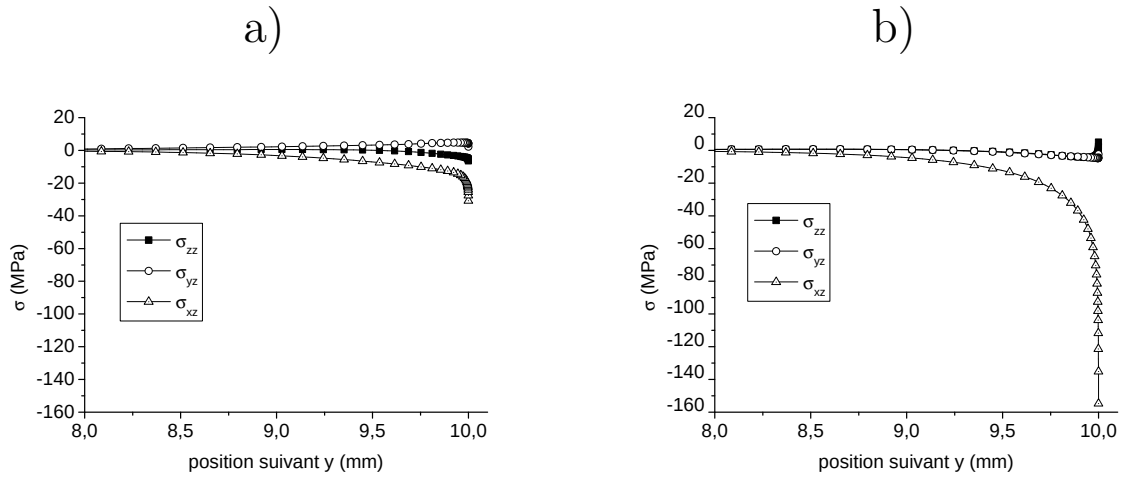


FIG. 21.21 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $10^{\circ}/40^{\circ}$ et b) $40^{\circ}/-20^{\circ}$, pour la séquence $(10_2{}^{\circ}, 40_2{}^{\circ}, -20_2{}^{\circ})_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$

Des observations plus approfondies de la tranche des éprouvettes pour les deux séquences concernées laissent supposées que ce phénomène est dû à l'ondulation des chaînes dans le tissu du pli de base. Sur la figure 21.22, nous avons observé la tranche d'une séquence $(10_2{}^{\circ}, 40_2{}^{\circ}, -20_2{}^{\circ})_s$. Deux délaminages locaux intraplis apparaissent entre les trames et les chaines du pli à 10°, ainsi que deux délaminages qui débutent entre les chaines orientées à 10° et celles orientées à 40°. Le délaminage entre chaînes semble s'initier dans des zones bien précises, à l'intersection de trois phases : une chaîne orientée à 10°, une chaîne orientée à 40° et une zone riche en résine. Dans une étude sur la modélisation du champ de contrainte en trois dimensions d'une cellule d'un tissu composite de type taffeta, Sihn et Roy [68] révèlent un comportement singulier à l'intersection d'une chaîne, d'une trame et de la résine. A la place de la trame, nous avons ici une deuxième chaîne orientée différemment par rapport à la première, mais le résultat est très certainement équivalent : le champ de contrainte doit

être singulier à l'interface de ces trois phases. Ce champ au voisinage de cette singularité nous est inconnu car le modèle du stratifié que nous avons réalisé ne prend pas en compte le caractère "tissu" du pli ; toutefois, celui-ci doit être suffisamment important dans cette région pour initier le délaminage avant celui des interfaces $40^\circ/-20^\circ$. Par ailleurs, nous pouvons noter que la séquence $(0^\circ{}_2, \pm 30^\circ{}_2)_s$ ne délamine pas aux interfaces $0^\circ/30^\circ$, alors qu'elle ne diffère de la séquence $(10^\circ{}_2, 40^\circ{}_2, -20^\circ{}_2)_s$ que d'un décalage de 10°. Ce phénomène est donc sensible à l'orientation de la structure du tissu par rapport à l'axe de traction.

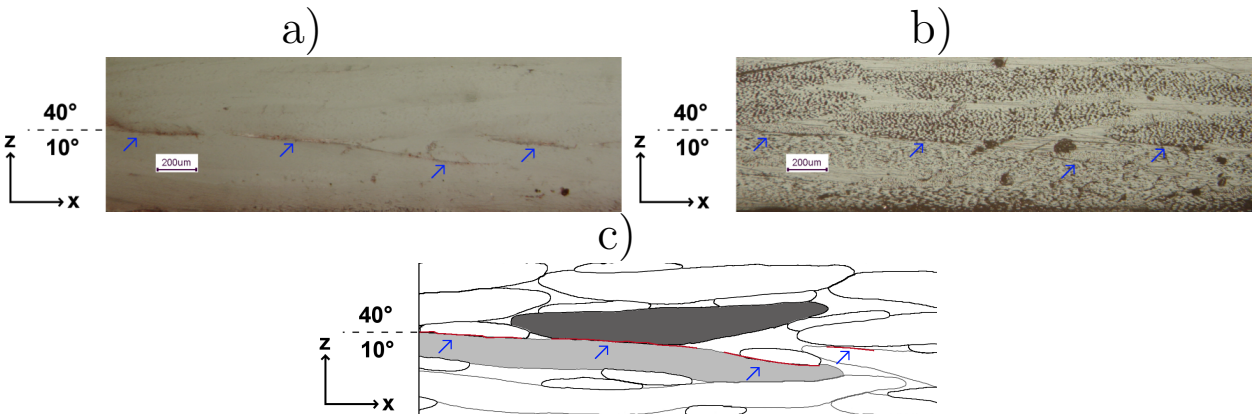


FIG. 21.22 – Séquence $(10_2{}^\circ, 40_2{}^\circ, -20_2{}^\circ)_s$ chargée à $350MPa$; a) photo prise avec un éclairage indirecte ; b) photo prise avec un éclairage directe ; c) shéma des endommagements observés ; deux délaminages locaux intrapli sont apparus entre trames et chaines du pli à 10°, ainsi que deux délaminages ont débuté entre les chaines orientées à 10° et celles orientées à 40°

21.3 Séquences $(0^\circ{}_n, \pm 45^\circ{}_n, 90_n{}^\circ)_s$

L'endommagement de cette famille de séquences est plus complexe que celui vu jusqu'alors pour les autres empilements (figure 21.23).

Tout d'abord, de la fissuration intralaminaire transverse se développe largement dans les plis à 90°, avant que s'initie le délaminage aux interfaces $-45^\circ/90^\circ$. Quelques fissures sont également observées dans les plis à -45°. Elles n'apparaissent pas sur toute l'épaisseur de la couche, mais restent localisées dans les chaînes orientées à -45° adjacentes aux plis à 90° (figure 21.25).

De plus, de nombreuses fissures longitudinales sont observées dans les plis à 90°. Celles-ci peuvent s'initier à l'interface d'une chaîne et d'une zone riche en résine (figure 21.24), mais le plus souvent, ces fissures sont en réalité des délaminages locaux entre une chaîne et une trame appartenant aux plis à 90° (figures 21.25 et 21.26).

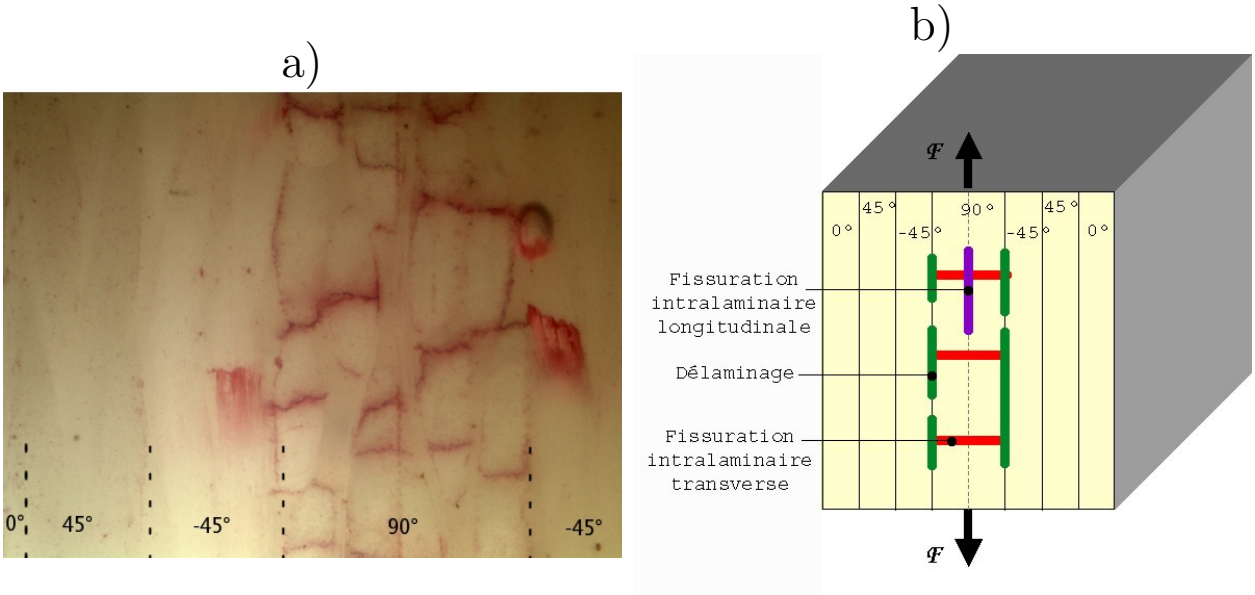


FIG. 21.23 – a) Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ)_s$ chargée à $250MPa$; b) schéma des endommagements visibles sur la tranche

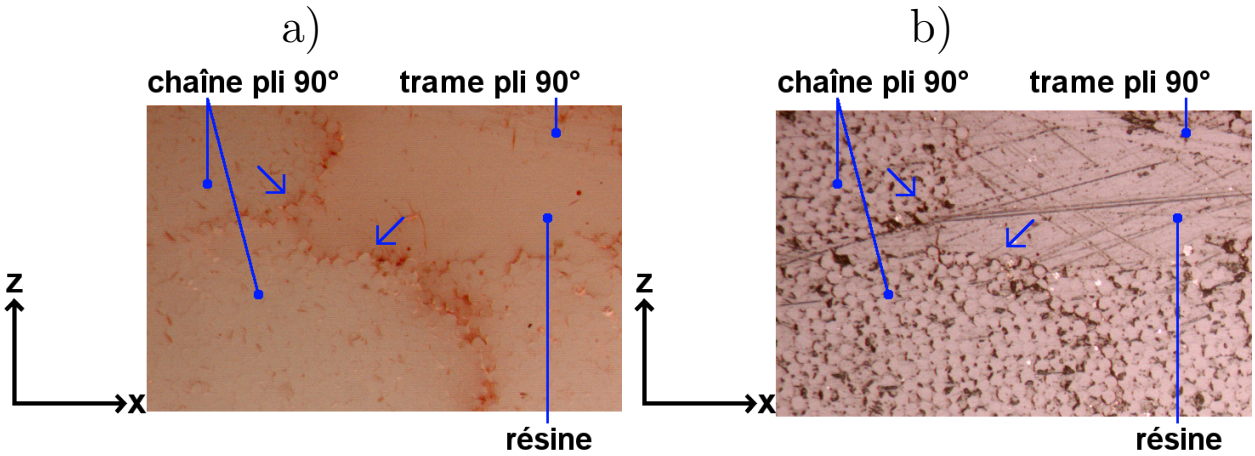


FIG. 21.24 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 45_2{}^\circ, 90_2{}^\circ)_s$ chargée à $250MPa$; des délaminages locaux sont apparus à l'interface de torons chaînes et d'une zone riche en résine du pli à 90°

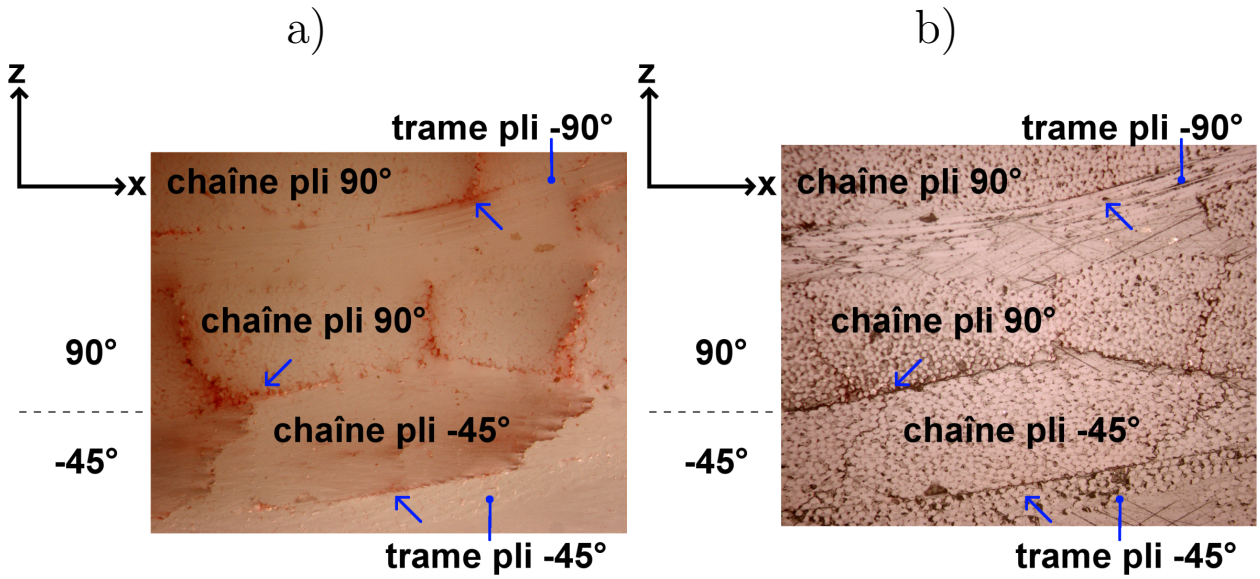


FIG. 21.25 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2^\circ, \pm 45_2^\circ, 90_2^\circ)_s$ chargée à $250MPa$; des fissures intralaminaires du pli à 90° ont induit un délaminage suivant l'interface entre une chaîne orientée à 90° et une chaîne orientée à -45° ; un délaminage local a débuté à l'interface d'une trame et d'une chaîne appartenant au pli à 90°

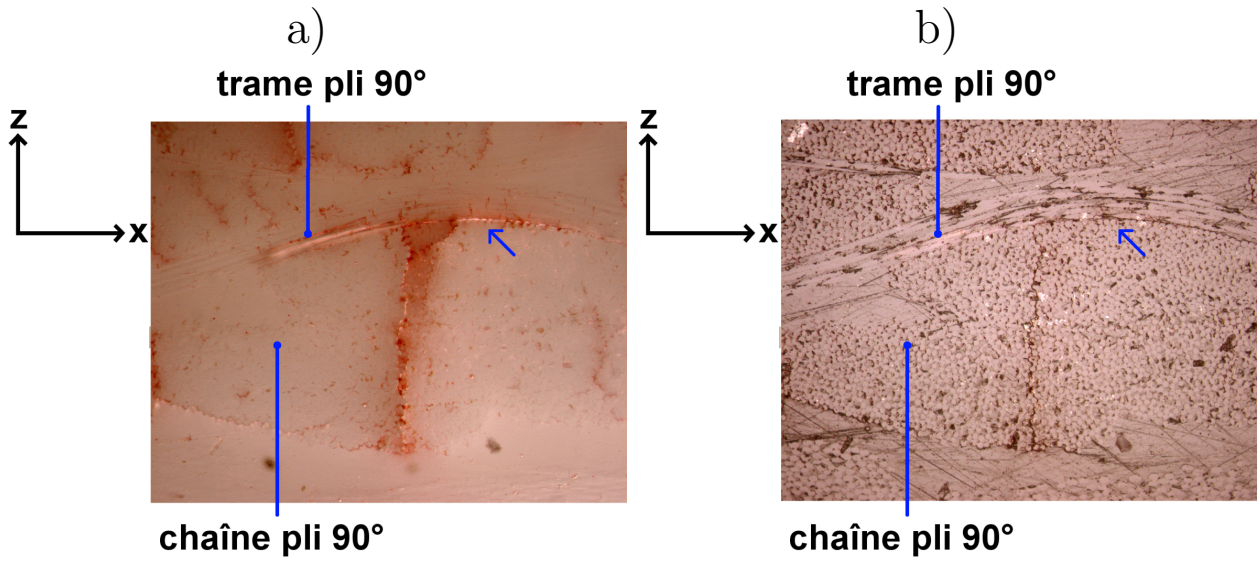


FIG. 21.26 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2^\circ, \pm 45_2^\circ, 90_2^\circ)_s$ chargée à $250MPa$; délaminage créé par une fissure intralaminaire suivant l'interface $-45^\circ/90^\circ$

Ce dernier type d'endommagement est souvent associé à la présence d'une fissure intralaminaire transverse. Ce mécanisme est bien décrit par l'étude expérimentale de Osada [50]. Dans le cas d'un tissu satin 4, les trames passent au-dessous, puis au-dessus des torons de chaîne, tous les quatre torons (figure 21.27). Dans les régions de ces changement de plan des torons de trames, ces dernières forment une ondulation. Celles-ci peuvent jouer un rôle important dans ce mécanisme d'endommagement. Il se déroule en deux temps. Tout

d'abord une fissure est créée dans un toron chaîne adjacent à une ondulation par un processus de traction / flexion de ce toron (figure 21.28). En effet, lorsque les plis à 90° sont mis en traction, ces ondulations imposent en supplément un moment de flexion local aux torons chaînes adjacents. Dans un deuxième temps, lorsque la pointe de fissure atteint la trame, l'action de traction / flexion toujours imposée au toron chaîne fissuré va créer un délaminage local entre la chaîne et la trame.

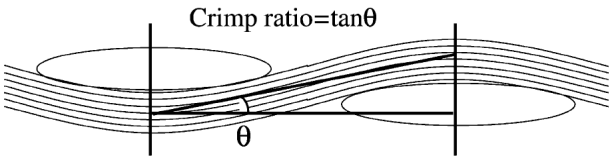


FIG. 21.27 – Schéma de la structure ondulée du tissu de type taffeta ; *Toshiko Osada, 2003* [50]

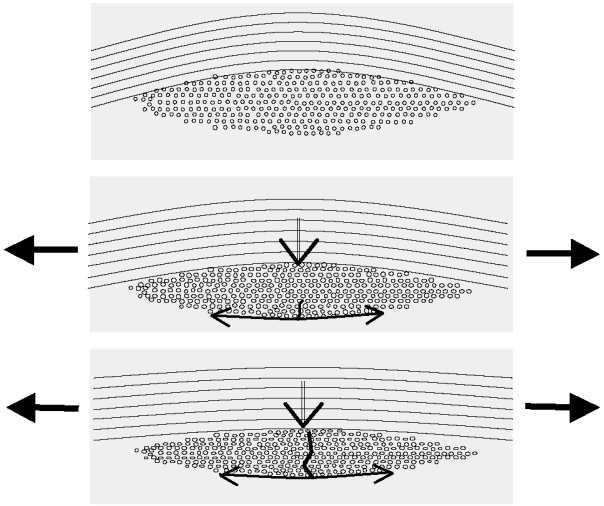


FIG. 21.28 – Mécanisme d'initiation d'une fissure intralaminaire dans un tissu composite de type taffeta ; *Toshiko Osada, 2003* [50]

Sur la figure 21.29, un délaminage local tel que décrit précédemment s'initie entre une trame et une chaîne d'un pli à 90°. la partie de trame concernée est adjacent à l'interface $-45°/90°$. Il faut donc faire attention, car si les observations des endommagements ne sont pas suffisamment attentives, ce type de délaminage local peut être confondu avec un délaminage de l'interface $-45°/90°$. Même si cet endommagement peut conduire à l'amorce d'un véritable délaminage à cette interface, les mécanismes menant à cette initiation sont différents. Il ne sera donc pas comptabilisé comme une initiation du délaminage à l'interface $-45°/90°$ bien que cet endommagement apparaisse le plus souvent avant le début du délaminage pour ces séquences.

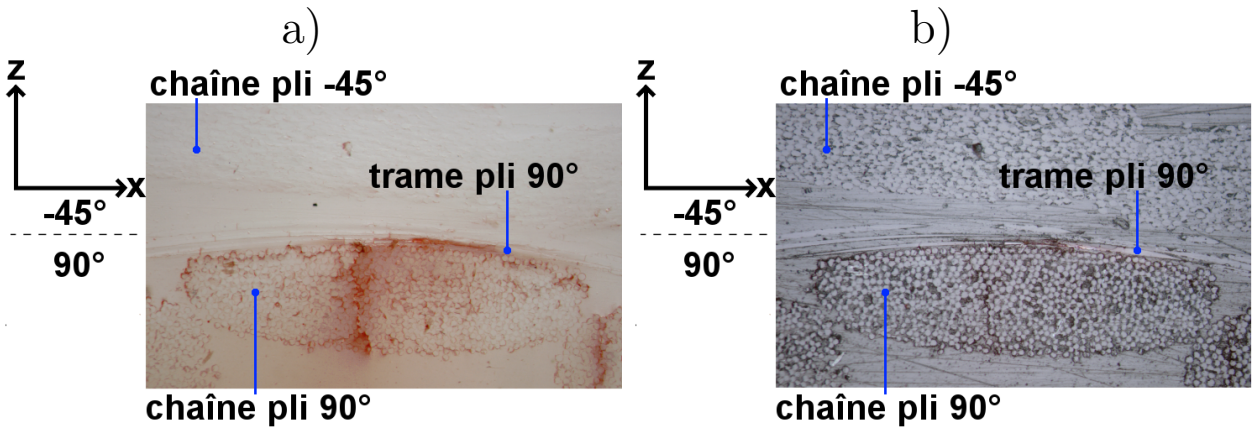


FIG. 21.29 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 45_2{}^\circ, 90_2{}^\circ)_s$ chargée à $250MPa$; délaminage local au voisinage de l'une des interfaces $-45^\circ/90^\circ$ débutant à l'interface d'une chaîne et d'une trame appartenant à un pli à 90°

Sur la figure 21.26, nous pouvons également remarquer que des ruptures de fibres sont présentes dans la trame au voisinage du délaminage local.

Quelques délaminages intrapli entre des chaînes et des trames ont également été observés dans les plis à -45° (figure 21.26). Ils s'initient en pointes des fissures intralaminaires apparus dans les plis à -45°.

De même, le délaminage interpli s'amorce aux interfaces $-45^\circ/90^\circ$ le plus souvent en pointe d'une fissure intralaminaire (figures 21.25 et 21.30) et semble créé par ces fissures. Nous pouvons remarquer sur la figure 21.30 que les fissures peuvent commencer à bifurquer avant d'atteindre l'interface délaminante. Une fourche en forme de Y caractéristique de la bifurcation est ainsi souvent observée en pointes de ces fissures.

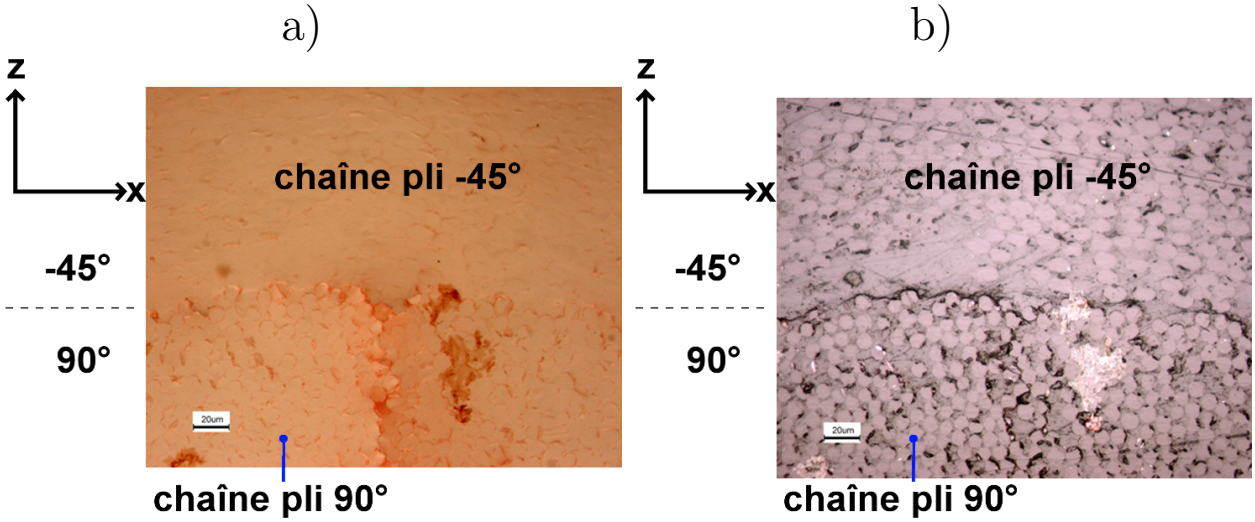


FIG. 21.30 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(0_2{}^\circ, \pm 45_2{}^\circ, 90_2{}^\circ)_s$ chargée à $250MPa$; délaminage local entre une trame et une chaîne du pli à 90° ayant débuté en pointe d'une fissure intralaminaire

Ces séquences ont été simulées en traction jusqu'à une charge de $200MPa$ (figures 21.31 à 21.33) avec un comportement du pli élastique endommageable. Au niveau du bord libre, les contraintes calculées σ_{xz} sont plus importantes au niveau de l'interface $45^\circ/-45^\circ$. Toutefois, les contraintes calculées σ_{yz} sont négligeables à cette interface et celles de σ_{zz} y sont négatives au voisinage du bord libre (mettant l'interface $45^\circ/-45^\circ$ en compression au voisinage du bord libre). En revanche, à l'interface $-45^\circ/90^\circ$, les trois contraintes σ_{zz}, σ_{yz} et σ_{xz} sont du même ordre de grandeur, avec σ_{zz} positif cette fois-ci. L'interface délaminante est donc sollicitée en mode mixte au voisinage du bord libre (traction et cisaillement).

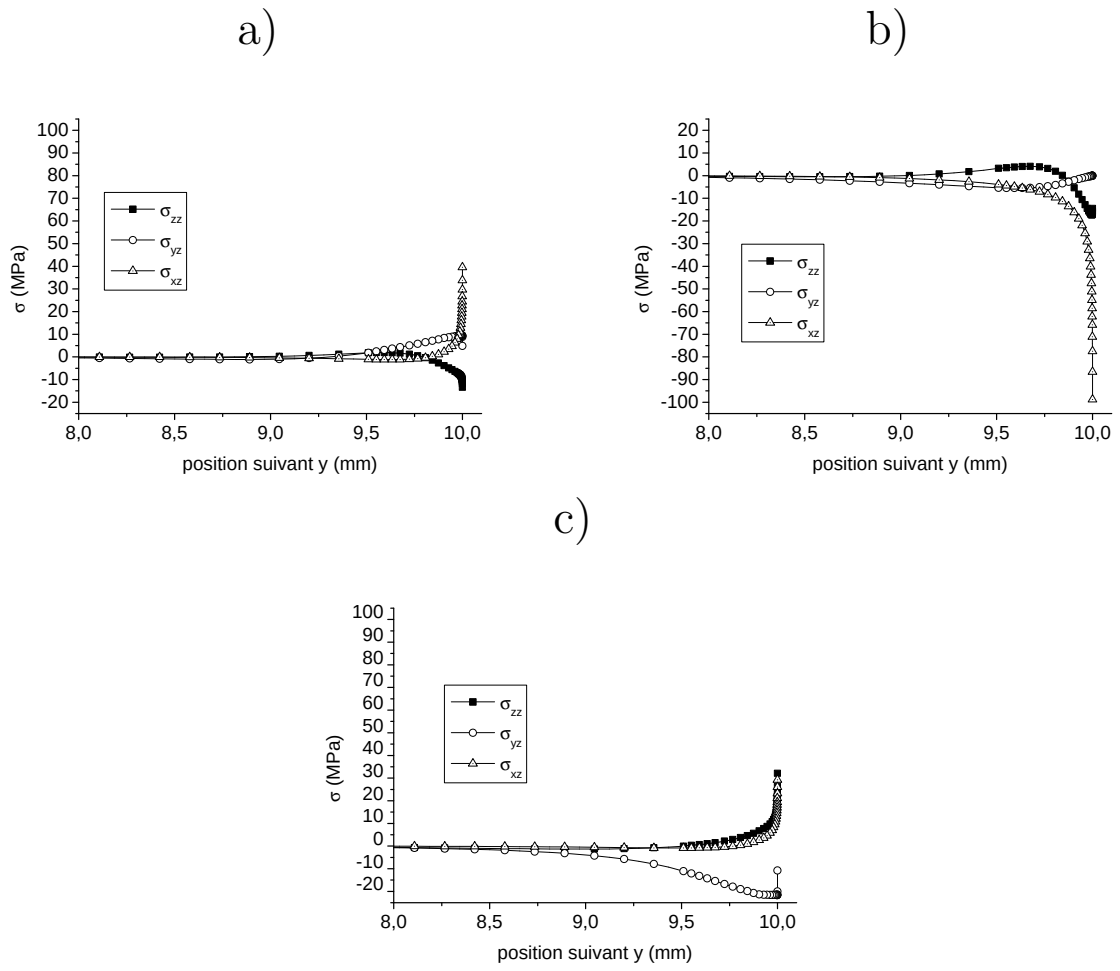


FIG. 21.31 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $0^\circ/45^\circ$, b) $45^\circ/-45^\circ$ et c) $-45^\circ/90^\circ$ pour la séquence $(0_1{}^\circ, \pm 45_1{}^\circ, 90_1{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$; le comportement simulé du pli à 90° est élastique endommageable

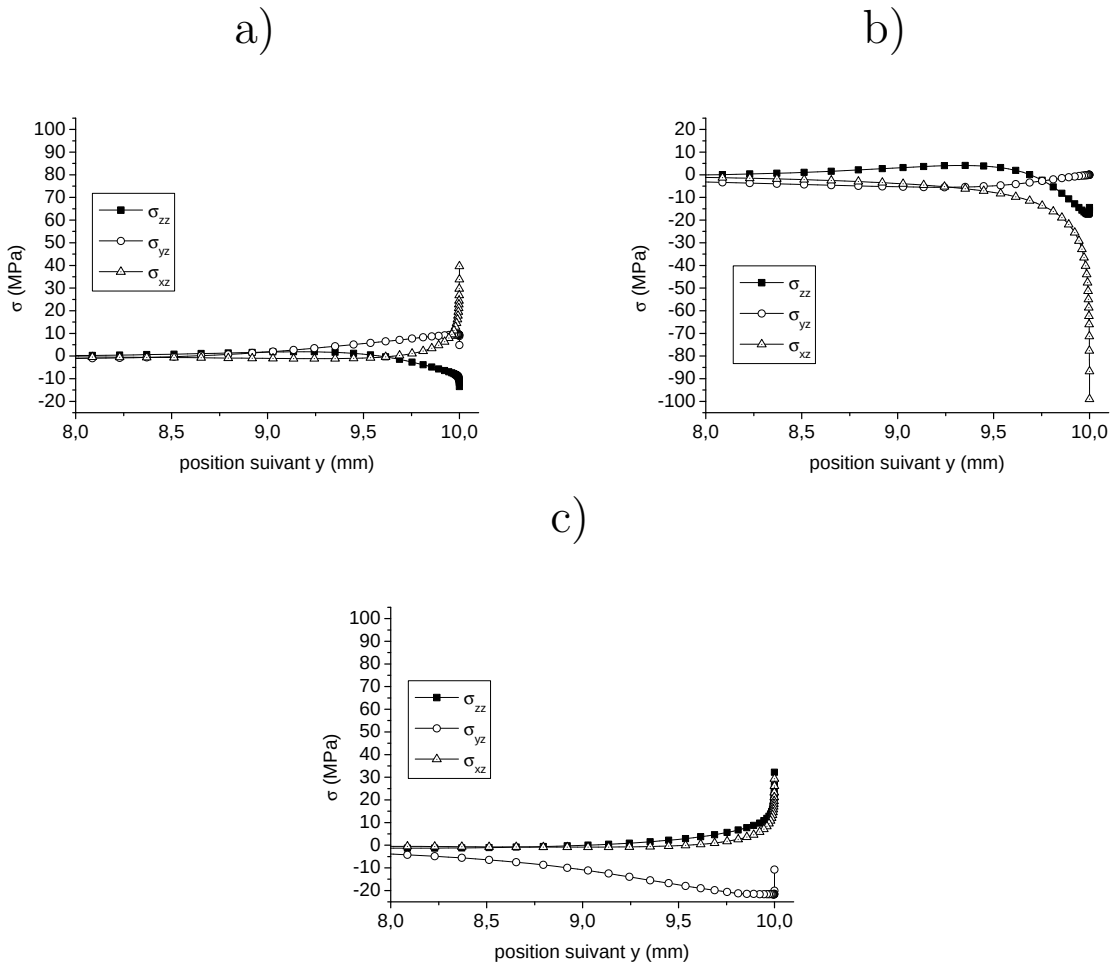


FIG. 21.32 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $0^\circ/45^\circ$, b) $45^\circ/-45^\circ$ et c) $-45^\circ/90^\circ$ pour la séquence $(0_2{}^\circ, \pm 45_2{}^\circ, 90_2{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$; le comportement simulé du pli à 90° est élastique endommageable

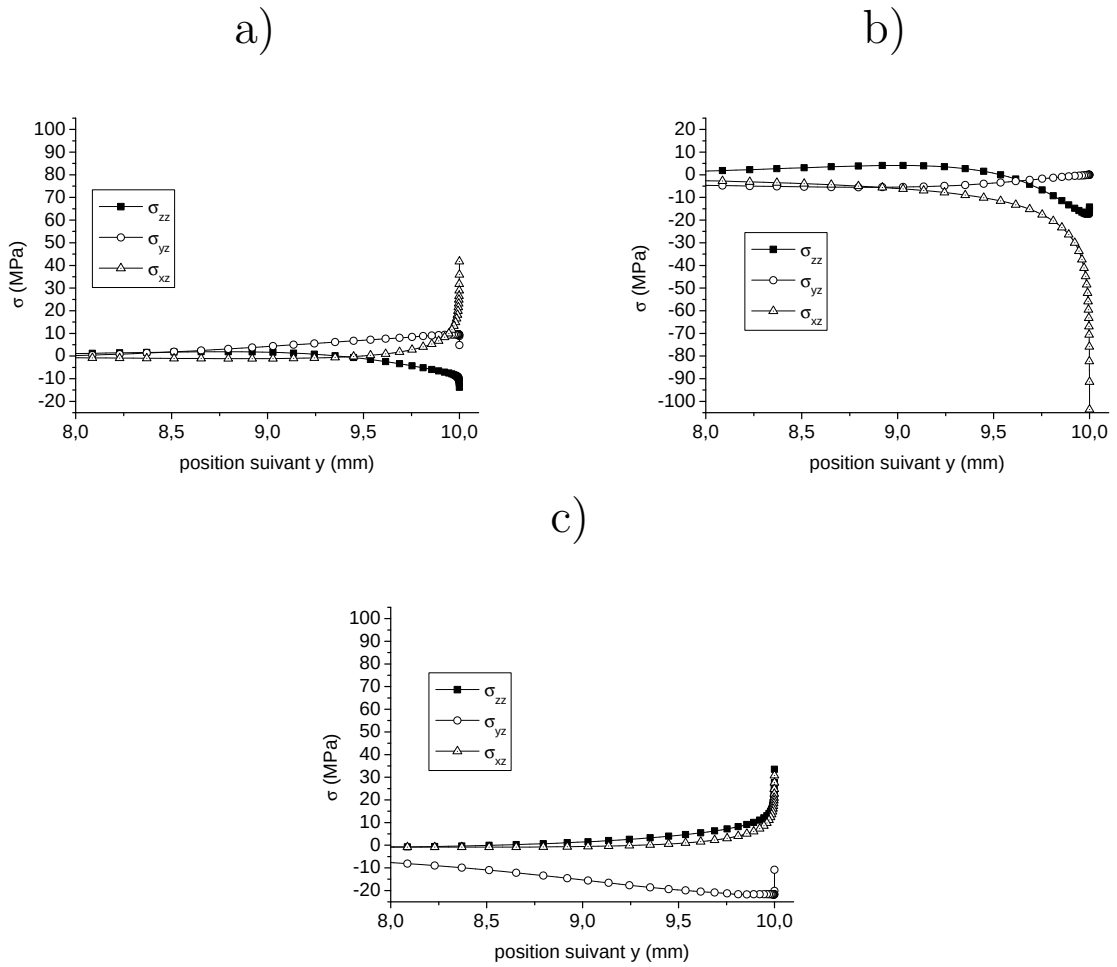


FIG. 21.33 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $0^\circ/45^\circ$, b) $45^\circ/-45^\circ$ et c) $-45^\circ/90^\circ$ pour la séquence $(0_3{}^\circ, \pm 45_3{}^\circ, 90_3{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$; le comportement simulé du pli à 90° est élastique endommageable

La séquence $(0_2{}^\circ, \pm 45_2{}^\circ, 90_2{}^\circ)_s$ a également été simulée avec un comportement du pli élastique linéaire. La charge simulée est toujours de $200MPa$. Sur la figure 21.34, les profils de contraintes ont été calculés le long de l'interface $-45^\circ/90^\circ$ avec les deux types de comportements (élastique linéaire et élastique endommageable). Les contraintes calculées σ_{xz} se superposent quasi parfaitement. En revanche, les contraintes σ_{zz} et σ_{yz} sont en moyennes légèrement supérieures au voisinage du bord libre lorsqu'elles sont calculées à partir d'un modèle de comportement endommageable pour le pli à 90° ; ce qui laisse penser que l'endommagement intralaminaire se développant dans les plis à 90° abaisse légèrement la charge macroscopique à laquelle le délaminage pourrait s'initier aux interfaces $-45^\circ/90^\circ$.

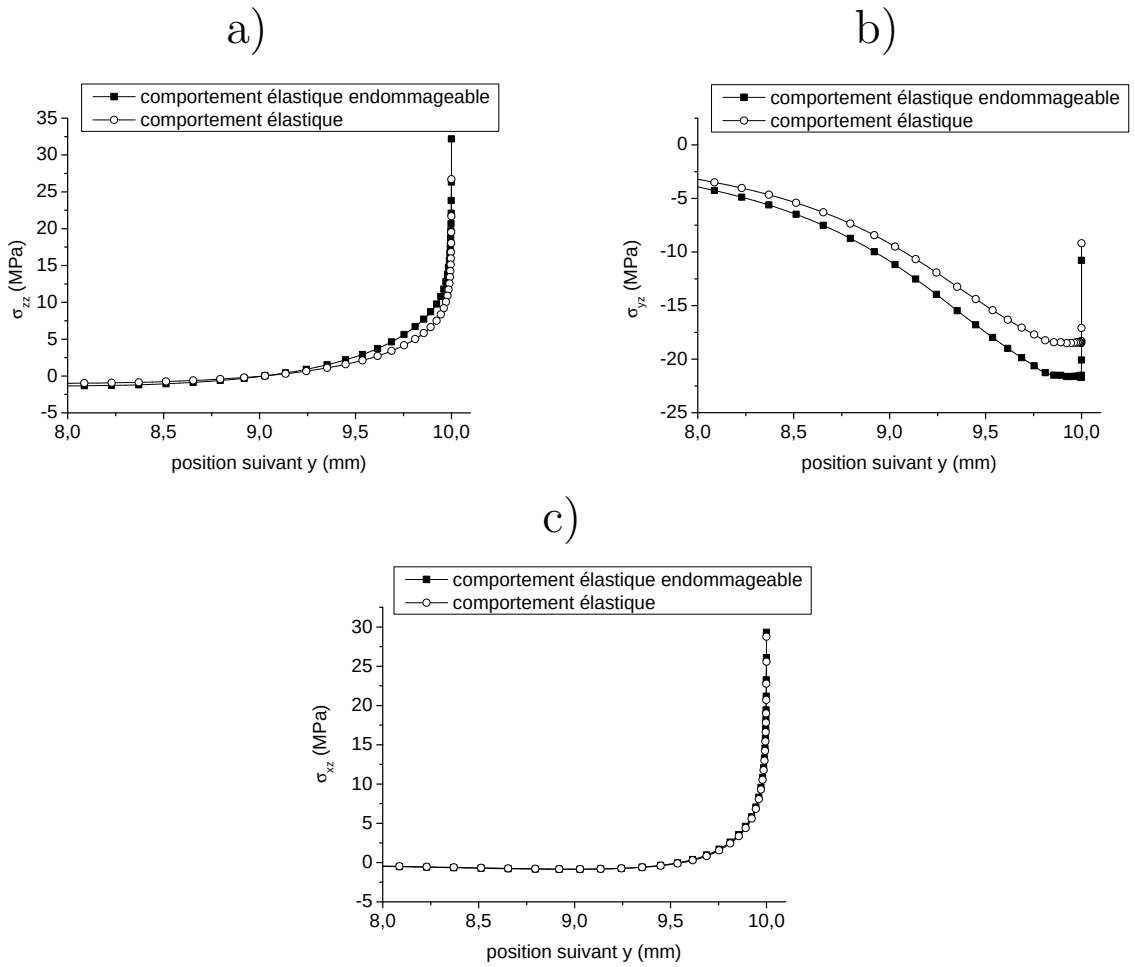


FIG. 21.34 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $0^\circ/45^\circ$, b) $45^\circ/-45^\circ$ et c) $-45^\circ/90^\circ$ pour la séquence $(0_2{}^\circ, \pm 45_2{}^\circ, 90_2{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$; le comportement simulé du pli à 90° est élastique

Par ailleurs, sur la figure 21.35, l'évolution des contraintes σ_{zz} a été calculée le long des interfaces $-45^\circ/-90^\circ$ en fonction de l'épaisseur des plis ($n = 1, 2, 3$), tout d'abord avec un comportement des plis élastique linéaire (figure 21.35 a)), puis avec un comportement des plis élastique endommageable (figure 21.35 b)). La charge de traction simulée est de $200MPa$ dans les deux cas, correspondant à peu près à l'ordre de grandeur de la charge au moment du délaminage pour ces trois séquences. Avec les deux types de comportement des plis, le profil des contraintes évolue avec l'épaisseur, mais celle-ci est faible, plus faible encore que dans le cas de la famille de séquence $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)_s$. Toutefois, l'évolution du profil de contrainte est légèrement plus important dans le cas où les calculs ont été menés avec un comportement élastique endommageable des plis. Les chutes de propriétés dans le plan des plis à 90° dues à l'évolution de la fissuration intralaminaire ne semblent donc pas diminuer cet effet d'épaisseur, bien au contraire.

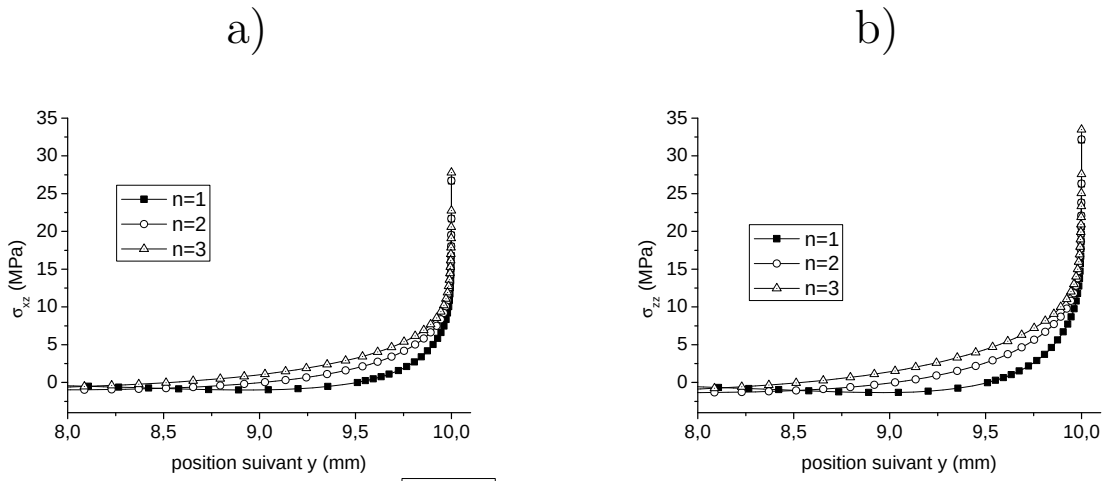


FIG. 21.35 – Evolution des contraintes calculées σ_{zz} le long des interfaces $-45^\circ/90^\circ$ en fonction de l'épaisseur des plis, pour les séquences $(0_n{}^\circ, \pm 45_n{}^\circ, 90_n{}^\circ)_s$ $(n = 1, 2, 3)$, avec une charge de traction simulée de $200MPa$; a) calculs avec un comportement élastique des plis ; b) calculs avec un comportement élastique endommageable des plis

21.4 Séquence $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ{}_2, 100^\circ{}_2)_s$

Cet empilement a été obtenu en découpant des éprouvettes dans des plaques de séquence $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90_2{}^\circ)_s$, décalées d'un angle de 10°.

Cette séquence est la plus complexe au point de vue de l'évolution des endommagements (figure 21.36). La fissuration intralaminaire se développe à la fois dans les plis à 55° et 100°.

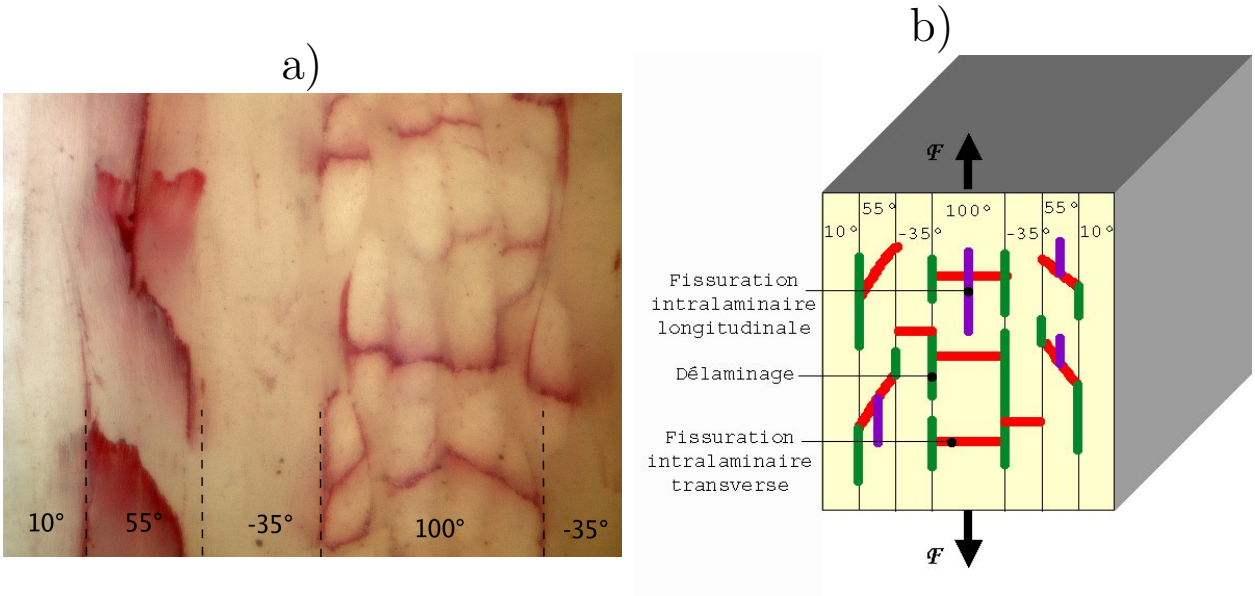


FIG. 21.36 – a) Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(10^\circ, 55^\circ, -35^\circ, 100^\circ)_s$ chargée à 350MPa ; b) schéma des endommagements visibles sur la tranche

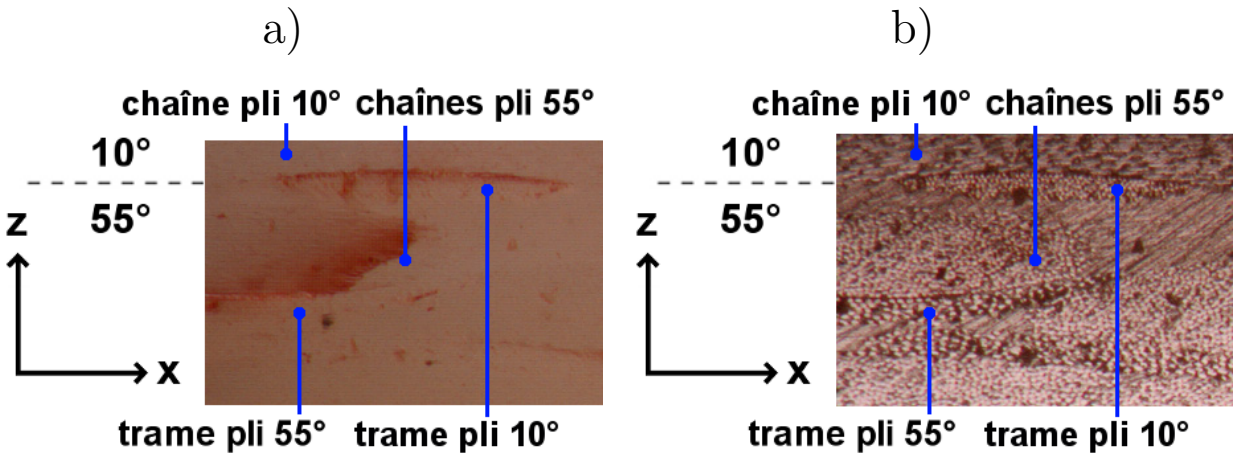


FIG. 21.37 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$ chargée à $250MPa$; délaminages locaux apparaissant entre les chaînes et les trames

Dans les plis à orientés à 100°, les phénomènes observés sont à peu près identiques à ceux décrits dans le paragraphe précédent pour les plis à 90°. Dans les plis à 55° en revanche, les endommagements différent sur quelques points. En effet, comme nous pouvons le voir sur les figures 21.38 à 21.37, les fissures intralaminaires ne sont pas perpendiculaires au plan des plis à 55°, contrairement à celles observées dans les plis à 100°. Sur le bord libre, elles font grossièrement un angle de 30° avec le plan des plis.

Le délaminage s'initie aux interfaces $10^\circ/55^\circ$ et $-35^\circ/100^\circ$ pour un chargement de 225 à $250MPa$ (voir tableau 21.1). Il s'initie également aux interfaces $55^\circ/-35^\circ$, mais pour des niveaux de charge plus élevés (supérieurs à $250MP$).

Dans ces plis, des délaminages locaux apparaissent également aux interfaces entre les chaînes et les trames (figure 21.37) ou entre les chaînes et des zones riches en résine (figure 21.38), tandis que le délaminage aux interfaces semble induit par les fissures intralaminaires (figure 21.39).

Nous montrons dans la section 28.4 que les simulations des essais pour la séquence $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$ rendent pas très bien compte de l'évolution de la fissuration intralaminaire dans les plis orientés à 55°. Toutefois, la densité de fissures reste assez faible dans ces plis ($d = 0,3FI/mm$ pour une charge de $225MPa$). Dans ces conditions, nous choisissons de réaliser les simulations pour cet empilement avec un comportement effectivement élastique endommageable pour les plis à 100°, mais un comportement seulement élastique pour les autres plis. Le résultat est alors plus proche de la réalité.

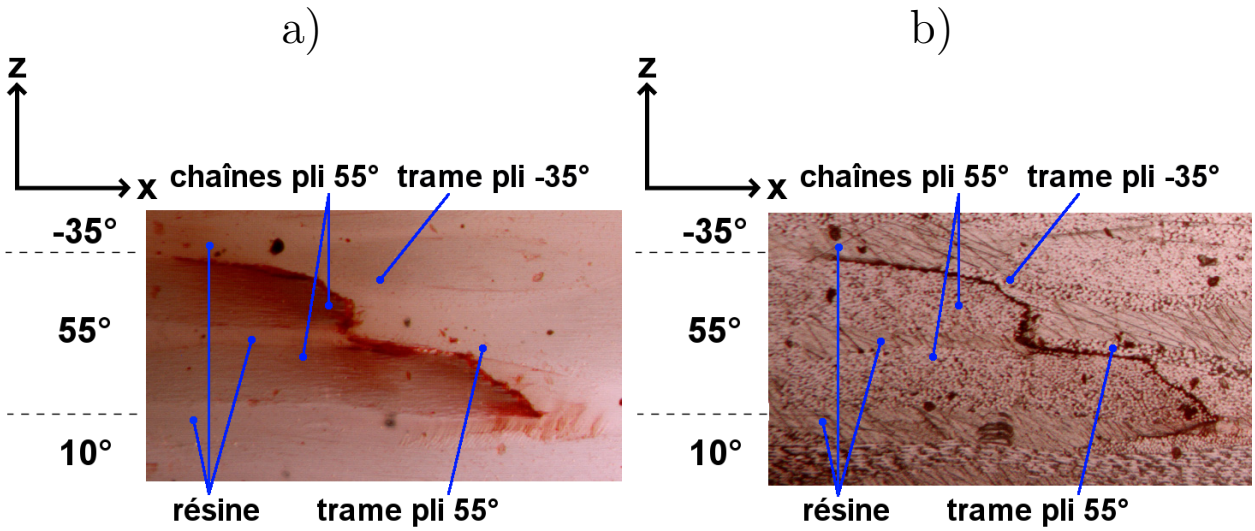


FIG. 21.38 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(10^{\circ}{}_2, 55^{\circ}{}_2, -35^{\circ}, 100^{\circ})_s$ chargée à $250MPa$; délaminages locaux apparaissant entre les chaînes et les trames

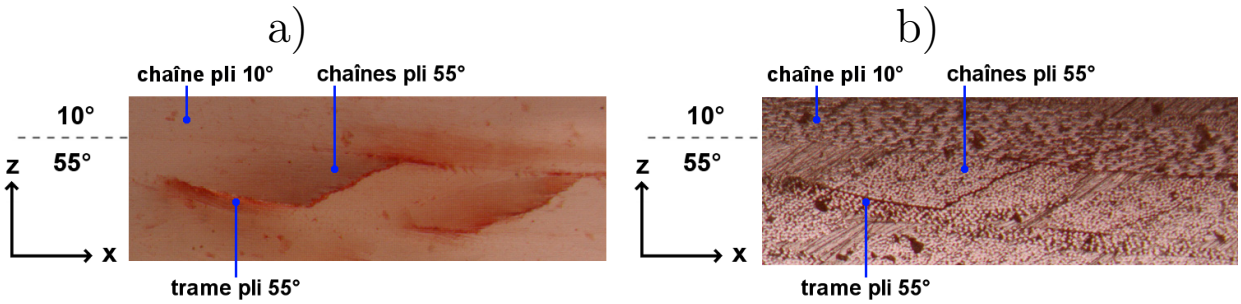


FIG. 21.39 – Photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(10^{\circ}{}_2, 55^{\circ}{}_2, -35^{\circ}, 100^{\circ})_s$ chargée à $250MPa$; délaminages locaux apparaissant entre les chaînes et les trames

D'après la figure 21.40, les contraintes σ_{xz} sont prépondérantes aux trois interfaces et du même ordre de grandeur, mais seules les contraintes σ_{zz} et σ_{yz} calculées le long de l'interface $-35^{\circ}/100^{\circ}$ sont non négligeables (σ_{zz} étant de plus positives). Théoriquement, le délaminage devrait donc s'initier tout d'abord aux interfaces $-35^{\circ}/100^{\circ}$, ce qui n'est pas le cas expérimentalement. Du fait des géométries particulières des fissures intralaminaires des plis à 55°, l'apparition du délaminage induit par celles-ci aux interface $10^{\circ}/55^{\circ}$ sera certainement plus aisé que celui s'initiant aux interface $-35^{\circ}/100^{\circ}$, en pointe des fissures intralaminaires des plis à 100°. Ce phénomène n'est pas pris en compte dans la modélisation, ce qui peut expliquer les écarts observés entre les simulations et les résultats expérimentaux.

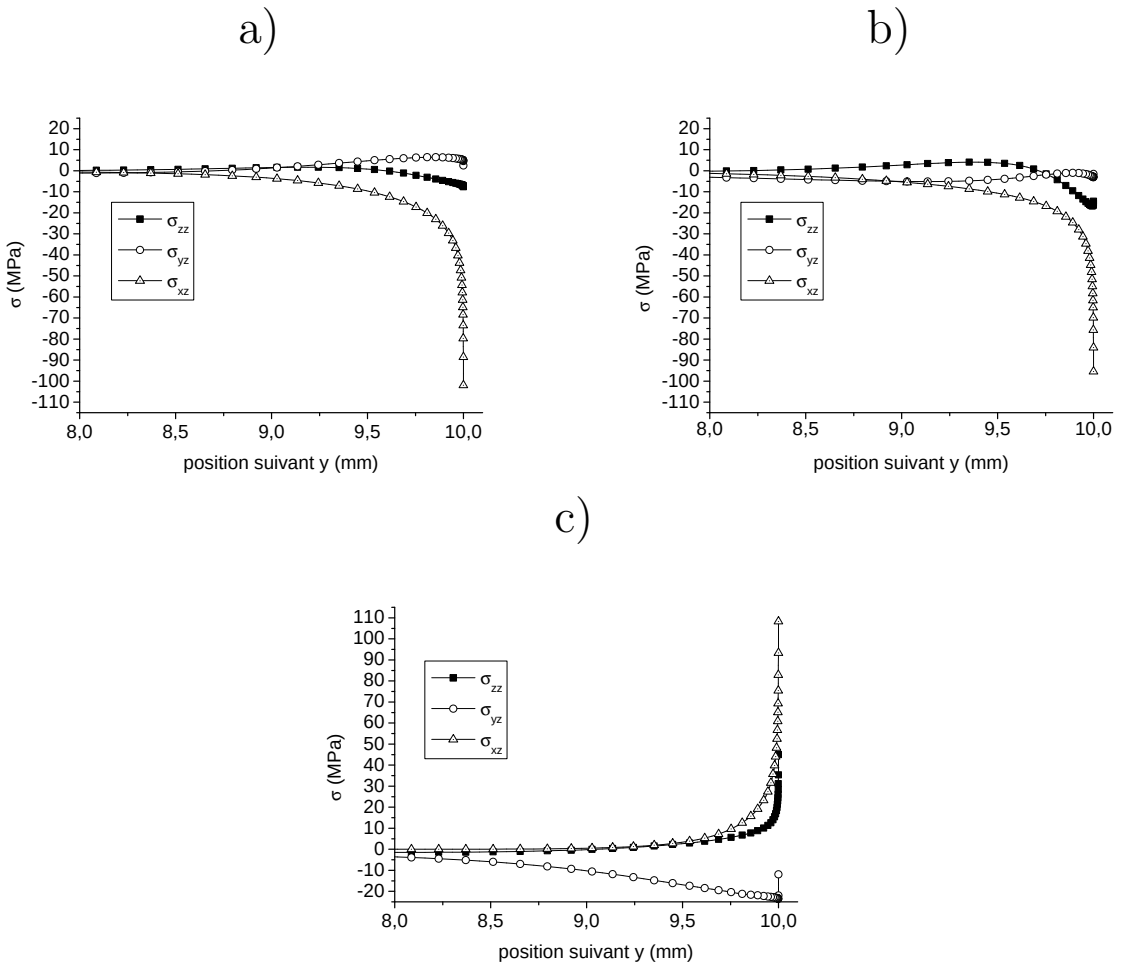


FIG. 21.40 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $10^\circ/55^\circ$, b) $55^\circ/-35^\circ$ et c) $-35^\circ/100^\circ$ pour la séquence $(10_2{}^\circ, 55_2{}^\circ, -35_2{}^\circ, 100_2{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$; le comportement simulé des plis à 55° et 100° est élastique endommageable

21.5 Séquence $(90^\circ{}_1, 0^\circ{}_1, \pm 30_1{}^\circ)_s$

Le délaminage débute pour cette séquence aux interfaces $30^\circ/-30^\circ$ (figure 21.41). Par ailleurs, de la fissuration intralaminaire se développe dans les plis à 90°, mais seul quelques délaminages locaux ont été détectés aux voisinages des interfaces $90^\circ/0^\circ$. Ainsi, ces deux endommagements n'interagissent pas directement entre eux. Certe, la fissuration intralaminaire fera chuter la rigidité des plis à 90°, modifiant par la même les contraintes agissant à l'interface $30^\circ/-30^\circ$, mais cet effet (faible par ailleurs) est facilement pris en compte par le modèle de comportement élastique endommageable du pli.

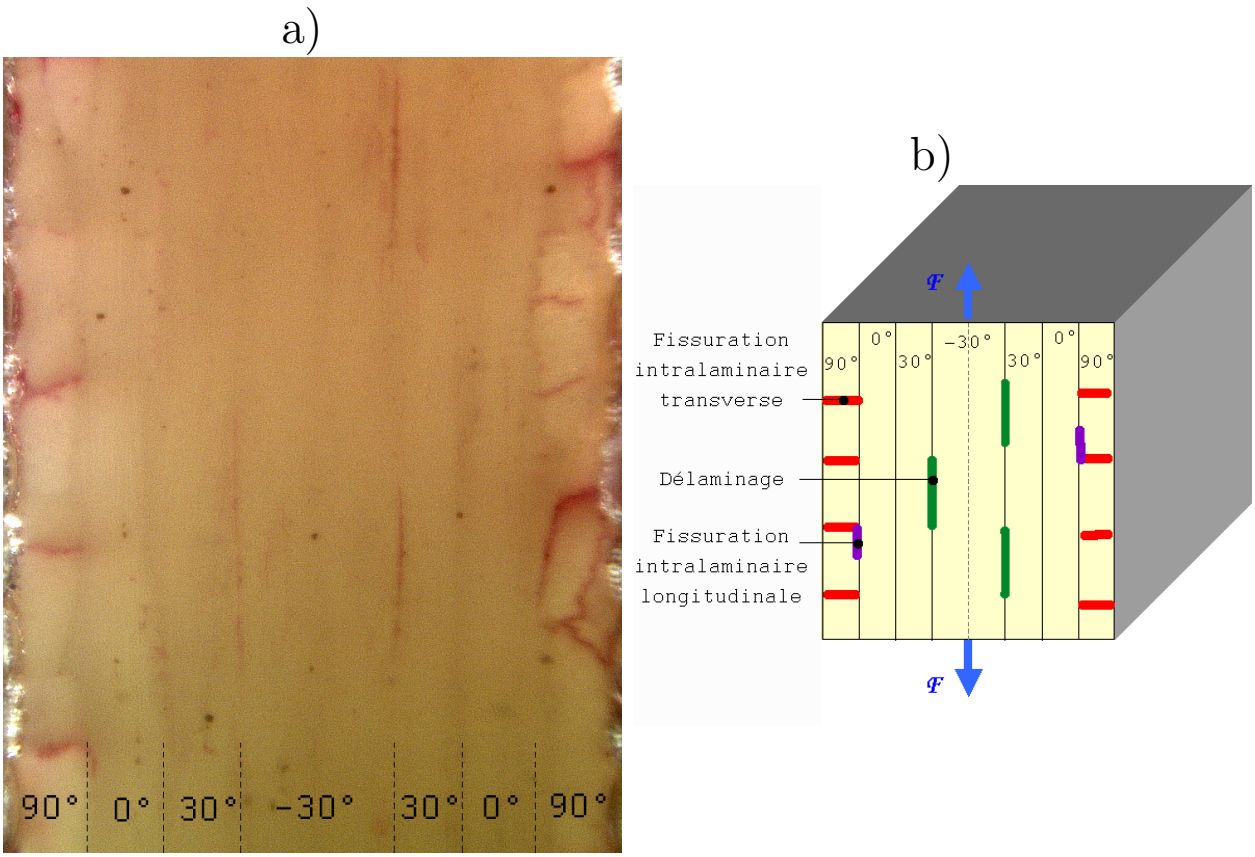


FIG. 21.41 – a) photo de la tranche d'une éprouvette de séquence $(90_1{}^\circ, 0_1{}^\circ, \pm 30^\circ)_s$ chargée à 325MPa ; b) Schéma des endommagements visibles sur la tranche

D'après la figure 21.42, les contraintes σ_{xz} sont prépondérantes aux interfaces $30^\circ/-30^\circ$. Toutefois, nous pouvons remarquer que les contraintes σ_{zz} ne sont pas non plus négligeables et qu'elles sont négatives au voisinage du bord libre. Les interfaces délaminantes sont donc majoritairement sollicitées en cisaillement, mais elles sont également en compression au voisinage du bord libre.

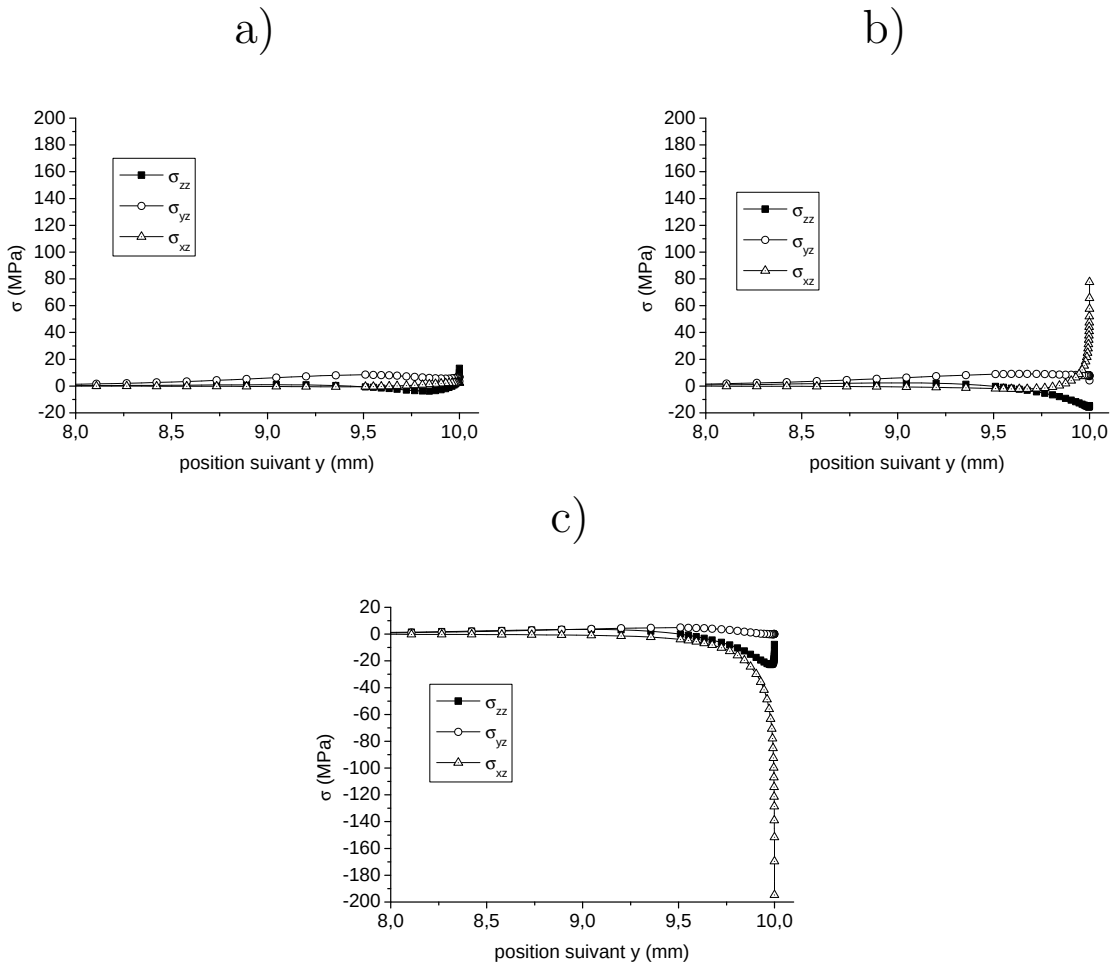


FIG. 21.42 – Contraintes hors-plan calculées le long des interfaces : a) $90^\circ/0^\circ$, b) $0^\circ/30^\circ$ et c) $30^\circ/-30^\circ$ pour la séquence $(90^\circ{}_1, 0^\circ{}_1, pm30_1{}^\circ)_s$ avec une charge de traction simulée de $200MPa$; le comportement simulé du pli à 90° est élastique endommageable

21.6 Bilan des essais de délaminage

Le bilan des essais de délaminage est donné dans le tableau 21.1

Tab. 21.1 – Bilan des résultats obtenus sur des éprouvettes non trouées pour la détection de l'initiation du délaminage

Séquences	Interfaces	Σ_{macro} pour 3 essais (en MPa)			fissuration intralaminaire
$(0_1{}^\circ, \pm 20_1{}^\circ)_s$	$20^\circ/-20^\circ$	325	350	350	
$(0_2{}^\circ, \pm 20_2{}^\circ)_s$	$20^\circ/-20^\circ$	325	325	325	
$(0_3{}^\circ, \pm 20_3{}^\circ)_s$	$20^\circ/-20^\circ$	250	300	275	
$(0_2{}^\circ, \pm 30_2{}^\circ)_s$	$30^\circ/-30^\circ$	275	275	287.5	
$(10_2{}^\circ, 30_2{}^\circ, -10_2{}^\circ)_s$	$10^\circ/30^\circ$	300	325	325	
	$30^\circ/-10^\circ$	350	325	325	
$(10_2{}^\circ, 40_2{}^\circ, -20_2{}^\circ)_s$	$10^\circ/40^\circ$	287.5	275	275	
	$40^\circ/-20^\circ$	300	325	300	
$(0_1{}^\circ, \pm 45_1{}^\circ, 90_1{}^\circ)_s$	$-45^\circ/90^\circ$	237.5	225	250	dans le pli à 90°
$(0_2{}^\circ, \pm 45_2{}^\circ, 90_2{}^\circ)_s$	$-45^\circ/90^\circ$	225	250	250	dans le pli à 90°
$(0_3{}^\circ, \pm 45_3{}^\circ, 90_3{}^\circ)_s$	$-45^\circ/90^\circ$	250	237.5	225	dans le pli à 90°
$(10_2{}^\circ, 55_2{}^\circ, -35_2{}^\circ, 100_2{}^\circ)_s$	$10^\circ/55^\circ$	250	225	225	dans les plis à 55° et 100°
	$55^\circ/-35^\circ$	250	262.5	262.5	
	$-35^\circ/100^\circ$	250	237.5	225	
$(90_1{}^\circ, 0_1{}^\circ, \pm 30_1{}^\circ)_s$	$30^\circ/-30^\circ$	300	300	275	dans le pli à 90°

Chapitre 22

Analyse des essais effectués sur des éprouvettes planes stratifiées trouées

Les endommagements sont observés sur le bord libre du trou. La direction selon laquelle les observations sont faites est définie par un angle, nommé θ (figure 22.1), avec la direction 0° parallèle à la direction de traction.

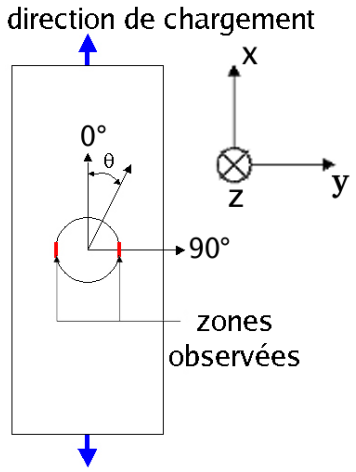


FIG. 22.1 – La direction selon laquelle les observations sont faites est définie par un angle θ

A l'état initial, les éprouvettes sont exemptes d'endommagement visible, en dehors de quelques délaminages intraplis présents dans les plis à 0° créés lors du perçage des trous.En effet, c'est un phénomène assez connu et difficile à éviter : lors du perçage, le foret exerce une pression suivant la direction de son axe, pouvant provoquer des délaminages au voisinage du trou. Pour les éprouvettes testées, il semble cependant que ces endommagements ait été limités grâce à une vitesse de forage assez lente et à une bonne qualité du matériau.

22.1 Séquences $(0^{\circ}{}_2, \pm 20^{\circ}{}_2)_s$

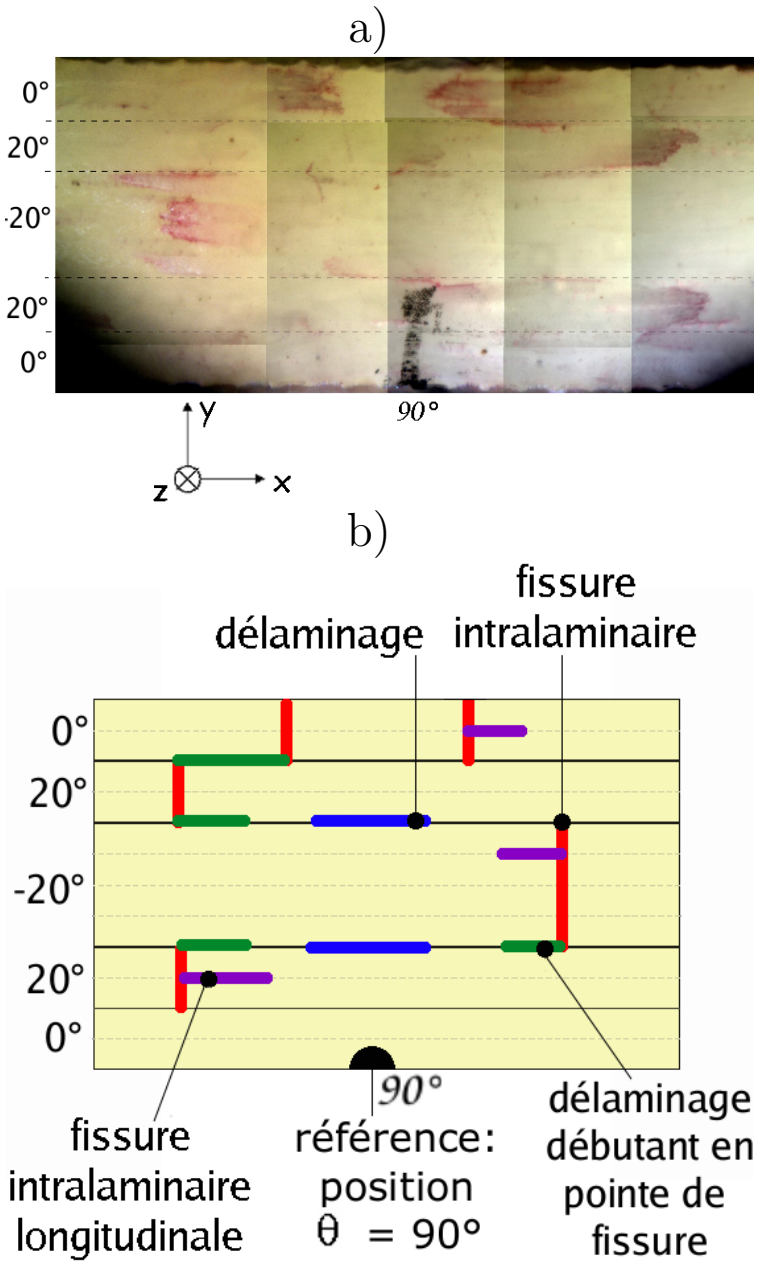


FIG. 22.2 – Eprouvette trouée de séquence $(0^{\circ}{}_2, \pm 20^{\circ}{}_2)$ chargée jusqu'à 165MPa ; a) images prises sur le bord libre du trou ; b) schéma des endommagements observés sur le bord libre du trou

Pour la séquence $(0^{\circ}{}_2, \pm 20^{\circ}{}_2)$ (figure 22.2), le délaminage est le premier endommagement à apparaître aux interfaces $20^{\circ}/-20^{\circ}$ pour des niveaux de charges compris entre $120MPa$ et $135MPa$. Il est localisé sur le bord du trou au voisinage de l'angle θ égal à 90°.

Les bords libres des éprouvettes ont également été inspectés, nous donnant la confirmation qu'aucun autre endommagement n'étaient apparus avant le délaminage.

Nous pouvons remarquer que localement, parler d'interface $20^\circ/-20^\circ$ peut être un abus de langage. En effet, l'orientation relative des fibres par rapport au plan tangent du bord libre du trou varie avec l'angle d'observation θ. Ainsi, pour un angle d'observation θ égal à 90°, les interfaces délaminantes sont bien du type $20^\circ/-20^\circ$, en revanche, pour un angle θ égal à 0°, localement, l'interface serait plutôt de type $-70^\circ/70^\circ$. Il est donc intéressant de noter que le début du délaminage est localisé dans la région de θ égal à 90°, autour duquel l'interface est proche ou égale à $20^\circ/-20^\circ$. Dans ces conditions, il est en effet plus simple de faire un parallèle entre ce qu'il se passe sur les bords libres d'une éprouvette de type EDT et ce qui est observée dans cette région du trou.

En augmentant la charge de l'éprouvette, d'autres endommagements apparaissent. Tout d'abord, le délaminage continue à s'initier aux interfaces $20^\circ/-20^\circ$. Ainsi, entre $135MPa$ et $150MPa$, il apparait au voisinage des angles 80° et 100°.

Pour ces mêmes niveaux de charge, des fissures se crééent dans les plis à 0° de part et d'autre de la direction d'observation 90°. Quasiment simultanément apparaissent des délaminages aux interfaces $0^\circ/20^\circ$ en pointe de ces fissures. Il est probable que ce soit l'apparition brusque de ces fissures qui ait provoquer ces derniers. Par ailleurs, ces fissures étant débouchantes sur la surface supérieure du stratifié, il est possible de les observer sur celle-ci suivant la direction de l'axe z. Ainsi, sur la figure 22.3, nous pouvons constater qu'elles se propagent sur quelques centaines de microns. Elles provoquent des délaminages qui tendent à former des aires endommagées plus ou moins triangulaires, comprises entre les fissures et le bord libre du trou.

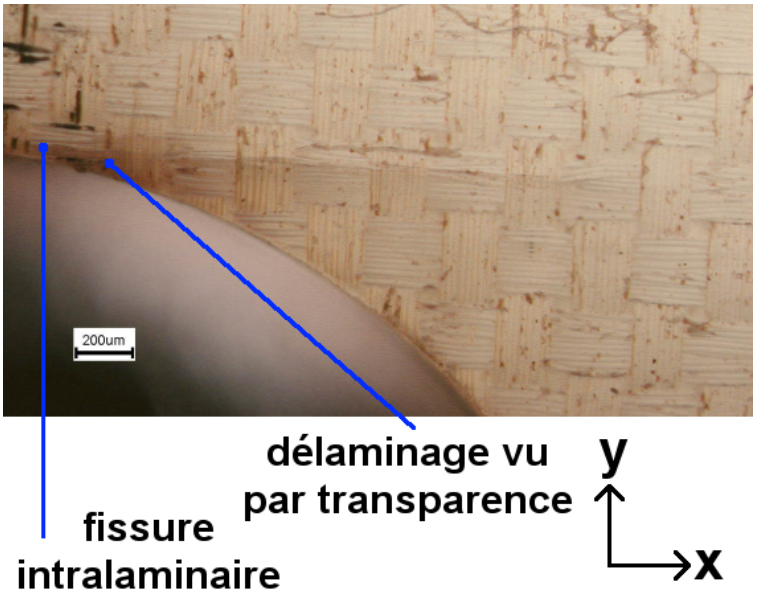


FIG. 22.3 – Eprouvette trouée de séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)$ chargée jusqu'à 135MPa ; observation au voisinage du trou, suivant la direction de l'axe z ; fissure se propageant depuis le trou sur quelques centaines de microns et provoquant un décollement des plis

Enfin, quelques fissures intralaminaires apparaissent assez rapidement en pointe des fissures de délaminage ; elles-mêmes pouvant provoquer l'initiation de fissures intralaminaires longitudinales.

22.2 Séquences $\left(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90_2{}^\circ\right)_s$

Pour la séquence $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)$ (figure 22.4), de la fissuration intralaminaire est observée sur le bord du trou avant l'apparition du délaminage. Dans le pli à 90°, elle s'initie avant la charge macroscopique de $70MPa$; dans les plis à -45° et 45°, elle débute pour une charge de $85MPa$. Enfin, quelques fissures apparaissent également dans les plis à 0° entre $100MPa$ et $115MPa$.

Dans les plis à 45° (resp. -45°), la fissuration intralaminaire est principalement comprise entre les angles θ de allant 80° à 50° (resp. de 100° à 130°).

Entre les angles 75° et 50° (resp. 105° et 130°), les fissures ne sont pas perpendiculaires aux plans des plis à 45° (resp. -45°). Autour de la direction d'observation 70°, les fissures font un angle d'environ 40° à 60° avec le plan de ces plis. Comme les fissures présentes dans les plis à 55° pour les éprouvettes de type EDT de séquence $\left(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ{}_2, 100_2{}^\circ\right)_s$, celles-ci de part leurs géométries particulières sont plus susceptibles de provoquer des délaminages.

Le délaminage débute aux deux interfaces $0^\circ/45^\circ$ et $-45^\circ/90^\circ$, en plusieurs endroits différents, pour une charge de traction allant de $110MPa$ à $120MPa$.

A l'interface $-45^\circ/90^\circ$, il s'initie en deux zones : la première est comprise entre les angles allant de 70° à 80°, la seconde entre 100° à 115°. Comme pour les éprouvettes non trouées de séquence $(0^\circ{}_n, \pm 45^\circ{}_n, 90^\circ{}_n)$, le délaminage a tendance à débuter en pointe des fissures intralaminaires. Egalement, les trames présentes dans ces plis provoquent l'apparition de différents types d'endommagements déjà observés dans ces mêmes éprouvettes non trouées, comme par exemple, la présence de délaminage intrapli pouvant survenir à l'interface de torons chaînes et de trames. Enfin, à plusieurs reprises, il semble que l'intéraction de deux fissures assez proches l'une de l'autre, appartenant respectivement aux deux plis adjacents 90° et -45°, soit à l'origine de la présence de délaminage entre les deux pointes des fissures (figure 22.5). Toutefois, ces derniers semblent rester localisés sans se développer.

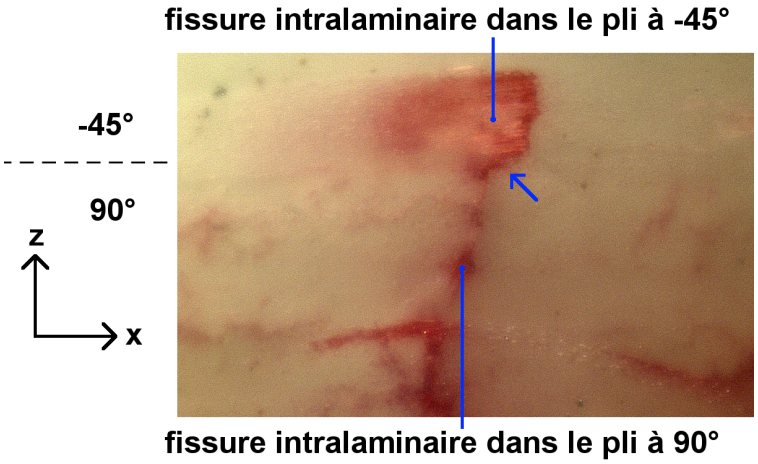


FIG. 22.5 – Eprouvette trouée de séquence $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$; photo prise sur le bord du trou suivant une direction θ comprise entre 100° à 115° ; intéraction de deux fissures assez proches l'une de l'autre, appartenant respectivement aux deux plis adjacents 90° et -45°

Aux interfaces $0^\circ/45^\circ$, le délaminage débute également en deux régions différentes : entre les angles 70° et 80°, ainsi qu'entre 100° et 110°. Entre les directions d'observation 100° et 110°, l'initiation du délaminage ne semble pas causée par d'autres endommagements : il apparait seul au voisinage de cette interface. Toutefois, ne pouvant observer précisément la microsctructure du bord libre à l'aide d'un éclairage direct, il difficile de dire si ce dernier a effectivement débuté entre une chaîne orientée à 0° et une autre orientée à 45°. Cet endommagement pourrait très bien s'être initié à l'interface d'une trame. Nous supposerons tout de même que ce dernier correspond au premier cas de figure. En revanche, le délaminage débutant entre 70° et 80° semble principalement induit par des fissures intralaminaires présentes dans le pli à 45° (figure 22.6), qui sont pour la plupart non perpendiculaires au plan du pli dans cette zone d'observation. Or, nous avons déjà observé ce phénomène sur les éprouvettes de type EDT de séquence $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ{}_2, 100^\circ{}_2)_s$: ce type de fissure est assez susceptible de provoquer l'apparition d'un délaminage.

Enfin, comme pour les éprouvettes trouées de séquences $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$, des fissures apparaissent brusquement dans les plis à 0° provoquant l'apparition de délaminage de pointes des fissures aux interfaces $0^\circ/45^\circ$.

Ces fissures étant débouchantes sur la surface supérieure du stratifié, il est possible de les observées sur celle-ci suivant la direction de l'axe z (figure 22.7). A nouveau, nous pouvons constater qu'elles se propagent sur quelques centaines de microns et provoquent des délaminages de forme plus ou moins triangulaires, comprises entre les fissures et le bord libre du trou.

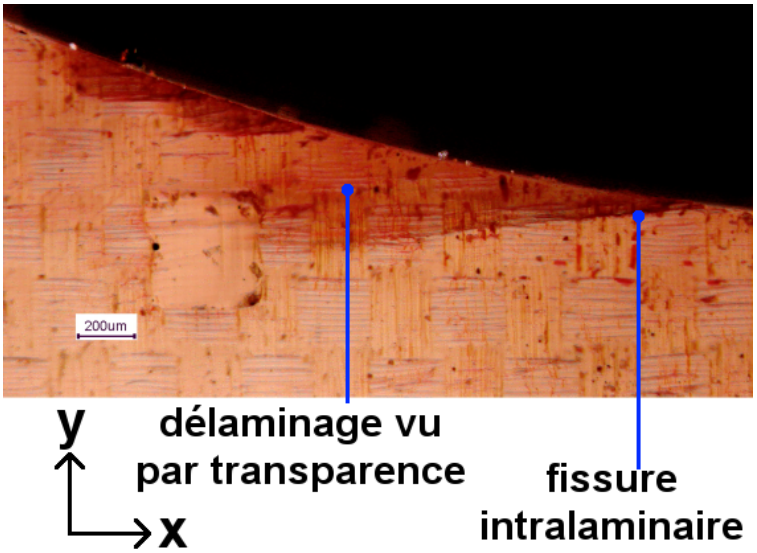


FIG. 22.7 – Eprouvette trouée de séquence $(0^{\circ}{}_2, \pm 45^{\circ}{}_2, 90^{\circ}{}_2)_s$ chargée jusqu'à 115MPa ; observation au voisinage du trou, suivant la direction de l'axe z ; fissures se propageant depuis le trou sur quelques centaines de microns et provoquant un décollement des plis

Pour finir, nous pouvons noter que la fissuration intralaminaire se développe également sur les tranches des éprouvettes pour des angles θ allant de 45° à 65°, mais de manière bien moindre ; de plus, elle apparaît après que le phénomène ait débuté au niveau du trou. Ainsi pour une charge de $115MPa$, la densité moyenne de fissure calculée sur cet intervale est d'environ $0,8FI/mm$.

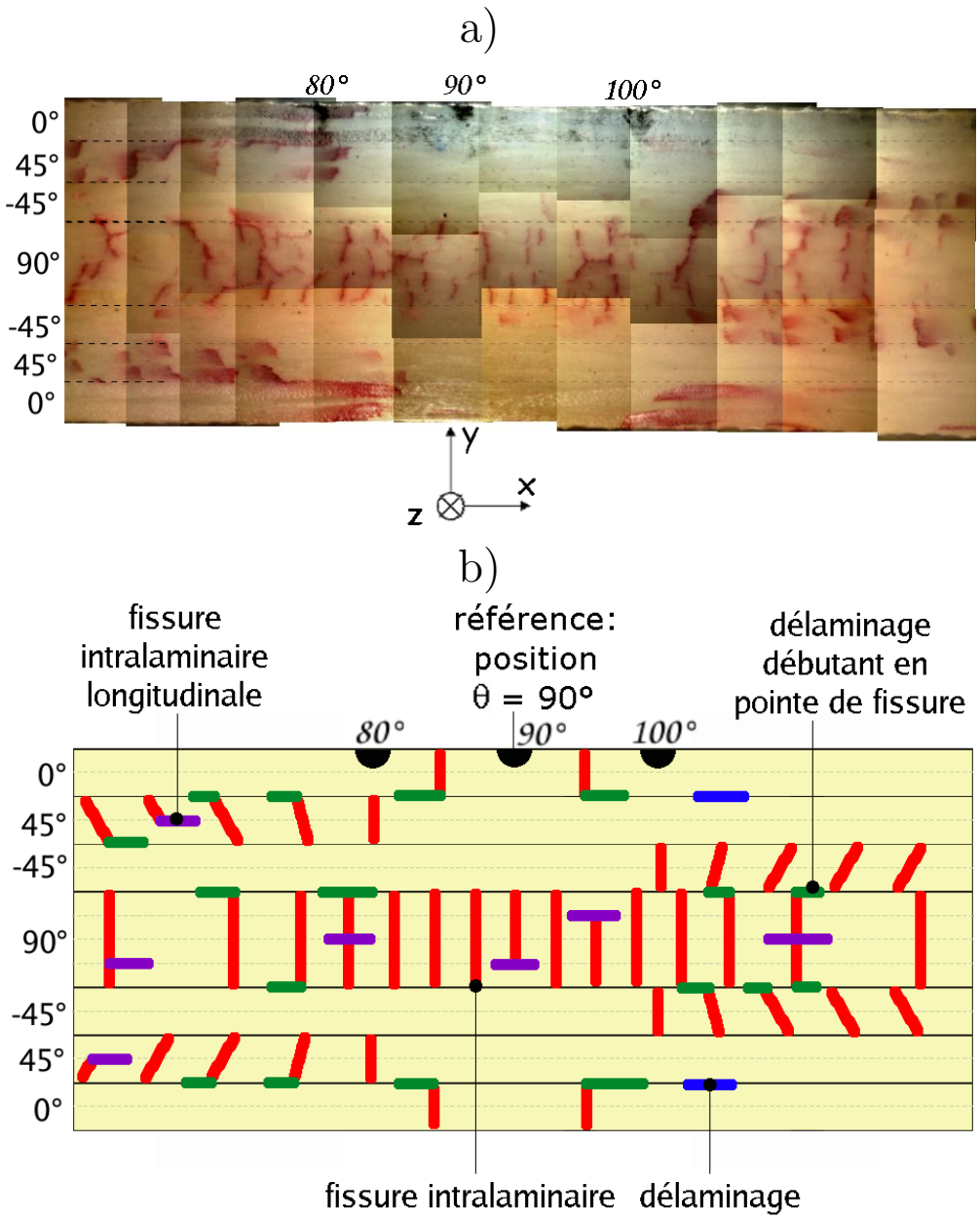


FIG. 22.4 – Eprouvette trouée de séquence $(0^\circ_2, \pm 45^\circ_2, 90^\circ_2)$ chargée jusqu'à 115MPa ; a) images prises sur le bord libre du trou ; b) schéma des endommagements observés sur le bord libre du trou

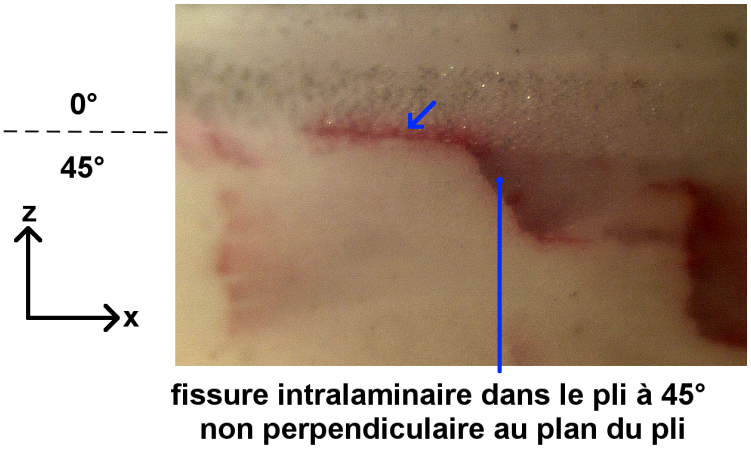


FIG. 22.6 – Eprouvette trouée de séquence $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$; photo prise sur le bord du trou suivant une direction θ comprise entre 70° à 80° ; fissure intralaminaire dans le pli à 45° non perpendiculaire au plan du pli

Chapitre 23

Conclusions

Nous avons établi une méthode d'observation des endommagements débouchants sur des bords libres tel que la tranche d'une éprouvette ou la tranche d'un trou fait dans une éprouvette. Pour révéler ces endommagements, nous avons utilisé un colorant pénétrant habituellement utilisé pour le ressuage dans les matériaux métallique ; nous avons éclairé l'arrière des surfaces à observer en faisant diffuser la lumière à travers le matériau semi-transparent ; puis, nous avons fait des observations à l'aide d'une caméra CCD équipée d'un système optique grossissant, après avoir effectué des essais de traction sur des éprouvettes jusqu'à des paliers de contraintes. Cette technique a été utilisée avec succés pour détecter l'initiation du délaminage pour les éprouvettes non trouées $(0^\circ{}_n, \pm 20^\circ{}_n)_s$ $(n = 1, 2, 3)$, $(0^\circ{}_2, \pm 30^\circ{}_2)_s$, $(10^\circ{}_2, 30^\circ{}_2, -10^\circ{}_2)_s$, $(10^\circ{}_2, 40^\circ{}_2, -20^\circ{}_2)_s$, $(0^\circ{}_n, \pm 45^\circ{}_n, 90^\circ{}_n)_s$ $(n = 1, 2, 3)$, $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ{}_2, 100^\circ{}_2)_s$ et $(90^\circ{}_1, 0^\circ{}_1, \pm 30^\circ{}_1)_s$, ainsi que sur des éprouvettes trouées de séquences $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$ et $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$.

En découpant des éprouvettes après traction, nous avons également appliquée cette méthode avec succés pour effectuer des observations sur les endommagements en profondeur du matériau.

Nous avons par ailleurs vérifié s'il y avait d'autres types d'endommagements présents aux voisinages des bords libres et quelles pouvaient être leurs influences sur le début du délaminage. Certaines séquences présentent ainsi de la fissuration intralaminaire qui s'est déjà largement développée au moment l'apparition du délaminage. Pour plusieurs de ces empilements, une majorité des débuts de délaminage observés semblent créés par des fissures intralaminaires. Nous avons également observés que dans certains plis, les fissures intralaminaires ne sont pas perpendiculaires aux plans de ces derniers. Or le délaminage induit par ces fissures semble plus aisé à s'initier.

Par ailleurs, même si la proportion de fibres dans le sens trame est relativement faible, l'influence de la structure tissée du matériau a pu être constatée à maintes reprises. Ainsi, nous avons souvent détecté des délaminages locaux intraplis qui débutent entre autres à l'interface de torons trames et de torons chaînes. Autre exemple, alors que le délaminage

semble s'initier en quelques endroits isolés dans le cas de stratifiés non tissés, il se répète assez régulièrement tout du long des bords libres dans le cas du matériau de l'étude. Enfin, pour les séquences $(10^\circ{}_2, 30^\circ{}_2, -10^\circ{}_2)_s$ et $(10^\circ{}_2, 40^\circ{}_2, -20^\circ{}_2)_s$, l'effet de la structure tissée des plis se fait assez fortement ressentir. En effet, une analyse des contraintes calculées a été effectuée le long des interfaces délaminantes $10^\circ/30^\circ$ et $10^\circ/30^\circ$ à l'aide d'un maillage éléments finis et d'une loi de comportement élastique. Le caractère tissé des plis n'a pas été pris en compte dans cette analyse. Les résultats montrent que ces contraintes calculées sont bien trop faibles pour provoquer un délaminage.

Enfin pour les séquences non trouées $(0^\circ{}_n, \pm 45^\circ{}_n, 90^\circ{}_n)_s$, nous avons montré par simulation que la diminution de la raideur du pli à 90°, due à l'évolution des fissures intralaminaires, abaisse légèrement la charge macroscopique à laquelle le délaminage pourrait s'initier aux interfaces $-45^\circ/90^\circ$. C'est un résultat étonnant qui peut aller à l'encontre d'une intuition première. Toutefois, ce résultat reste logique : en abaissant la raideur du pli à 90°, la fissuration augmente la différence de module avec ses plis voisins, orientés à 45°. Cette augmentation accentue les gradients de contraintes existant au voisinage du bord libre. De même, nous avons montré que la baisse de modules dans ce pli ne diminue pas l'effet d'épaisseur pour l'initiation du délaminage, bien au contraire.

Les données expérimentales recueillies sur ces séquences vont ensuite nous permettre de construire, d'identifier et de valider le critère d'initiation du délaminage (partie V et VI).

Cinquième partie

CRITERE D'INITIATION DU DELAMINAGE DE BORD LIBRE DANS UNE PLAQUE PLANE STRATIFIEE

Dans cette partie, nous nous intéresserons à la construction d'un critère de prédiction pour l'initiation du délaminage de bord libre, du aux effets de bord.

L'amorce du délaminage n'est pas forcément catastrophique dans tous les cas. L'utilisation d'un tel critère pour dimensionner une pièce peut donc se traduire par un surdimensionnement de cette dernière. Cependant, à défaut d'outil plus adapté, ce type de critère peut être d'une grande utilité pour prévoir les risques encourus par un stratifié.

Nombre d'études considérent que l'amorçage du délaminage est dû à la présence d'un état de contraintes hors plan important au voisinage des bords libres. Si les effets du cisaillement hors plan sont généralement bien pris en compte (dans le cas de stratifiés non tissés), ceux de la contrainte normale interlaminaire entraînent des traitements différents (et parfois contradictoires) suivant les auteurs, en particulier pour ce qui concerne le cas d'une interface soumise à une sollicitation de compression au voisinage du bord. Nous nous proposerons donc d'établir une forme du critère basée sur une explication "plus physique" en effectuant une analogie avec la loi de Coulomb. En effet, nous supposerons que plus l'interface est en compression, plus la résistance en cisaillement de l'interface sera augmentée.

Ainsi, dans un premier chapitre, nous exposerons une synthèse bibliographique sur les critères d'initiation du délaminage de bord libre. Puis dans un second chapitre, nous proposerons un critère d'initiation du délaminage. Enfin, dans un troisième chapitre, nous présenterons des méthodes pour identifier les différents coefficients du critère. L'originalité des méthodes que nous allons proposer est de pouvoir identifier les paramètres du critère à partir d'essais de traction dont le comportement peut être non linéaire.

Dans le repère de référence $(Oxyz)$*, l'axe* x *est parallèle à la direction de traction, l'axe* z *est parallèle à l'épaisseur du stratifié et enfin le vecteur selon l'axe* y *est obtenu à partir de* x *et* z *afin d'avoir un repère orthonormé directs.*

Chapitre 24

Synthèse bibliographique

24.1 Introduction aux critères d'initiation du délaminage

De nombreuses études ont été menées dans le but de développer des critères de délaminage pour les composites. En fonction des grandeurs représentatives de l'état mécanique utilisées dans leur formulation, ils peuvent être classés en termes de contraintes ([83], [26], [27], [8], [36], [9], [44], [34]), de fonction d'intensité de contrainte ([84], [45], [82], [24], [39]) ou de taux de restitution d'énergie ([81], [24], [39], [40]). Les différentes approches proposées sont en réalité assez proches les unes des autres. Selon les modèles utilisés, les taux de restitution d'énergie s'avèrent être proportionnels au carré des facteurs d'intensité de contrainte et ces deux grandeurs sont reliées au champ de contrainte présent dans le matériau. Par la suite, nous avons choisi une approche du critère en termes de contrainte, plus simple d'emploi et plus familière pour un ingénieur.

Suivant les modèles utilisés pour calculer les contraintes, celles-ci peuvent être singulières à l'intersection d'un bord libre et d'une interface. Les critères basés sur la recherche du maximum de contrainte au niveau du bord libre sont alors inadaptés. Pour s'affranchir de ce problème, la plupart des formulations introduisent une longueur caractéristique de la rupture de l'interface. Cette longueur est inspirée des travaux de Whitney et Nuismer [83] sur la rupture de plaques stratifiés trouées où ils utilisent ce type de critères non locaux appliqués aux contraintes planes.

Dans cette approche non locale, la résistance à la rupture de l'interface ne dépend plus de la valeur de contrainte calculée en un unique point, mais également de l'état de contrainte au voisinage de ce point. Il existe plusieurs classes de critères de rupture utilisant une longueur caractéristique. Isupov et Mikhailov [25] font une analyse comparative de trois des plus populaires critères non locaux, appliquées à des problèmes plans de plaques contenant différents concentrateurs de contraintes (trou circulaire, trou en forme de losange

ou fissure). Les deux premiers critères, nommés *ASFC* ("Average Stress Fracture Criterion") et *MSFC* ("Minimum Stress Fracture Criterion"), ont également été testés par Whitney et Nuismer. Ils sont formulés en terme de contrainte, alors que le troisième critère, nommés *FCFC* ("Fictitious Crack Fracture Criterion") est exprimé en terme de facteur d'intensité de contrainte. La conclusion de l'étude rejoint celle de Whitney et Nuismer, à savoir que la meilleur description expérimentale a été obtenue grâce au critère de de type *ASFC*. Le critère que nous allons présenté sera basé sur ce principe : les composantes du vecteur contrainte de l'interface, utilisées pour construire le critère, seront moyennées sur une longueur caractéristique du matériau.

D'après Whitney et Nuismer [83], l'argument physique pour cette approche du critère en contraintes moyennes réside sur l'hypothèse que le matériau a la capacité de redistribuer localement les concentrations de contraintes. Dans une autre approche du critère en terme de taux de restitution d'énergie, Leguillon [39] introduit la notion de longueur de fissure instantanée a_i traduisant l'idée que l'amorçage du délaminage a lieu de façon brutale et se stabilise pour une certaine longueur de fissure. Du point de vue du critère en terme de contrainte moyenne, la longueur caractéristique peut alors être vu comme la zone de contraintes effectives pour l'initiation du délaminage dans laquelle va apparaître cette "fissure instantanée".

Par abus de langage, la notion de modes de fissuration appliquée à l'initiation du délaminage est souvent utilisée dans les études portant sur les critères en contraintes. Cette notion est habituellement utilisée en mécanique de la rupture pour des grandeurs telles que le taux de restitution d'énergie et le facteur d'intensité de contrainte. En effet, son emploi suppose l'étude de la propagation d'une fissure pré-existante dans un milieu ou une structure (figure 24.1).

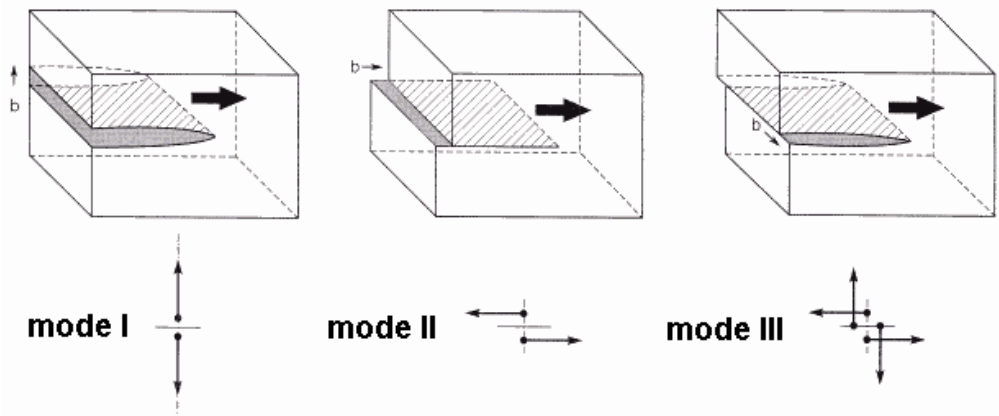


Fig. 24.1 – Mécanique de la rupture : modes de fissuration I, II et III

Or les critères en contraintes sont souvent calculés à partir de modèles de stratifié sain, i.e. exempt de défaut ou de fissure interlaminaire pré-existante ([26], [27], [8]...). Dans un souci de clarté, les différents modes de délaminage sont redéfinis comme suit : les mode I, II

et III sont respectivement les modes de sollicitation de l'interface susceptibles de créer une fissure de délaminage se propageant en mode I, II ou III de la mécanique de la rupture. Le mode I est associé à la composante normale du vecteur contrainte de l'interface ; lorsque cette contrainte est positive en un point de l'interface, l'interface est dite sollicitée en traction en ce point ; inversement, lorsque celle-ci est négative, l'interface est dite en compression en ce point. De même, les modes II et III sont associés aux deux composantes de cisaillement de l'interface. Ces deux derniers modes peuvent entrer sous une dénomination plus large de *mode de sollicitation de l'interface en cisaillement* ou encore de *mode de cisaillement*. Exprimés dans le repère de référence $(Oxyz)$ (voir section 6) d'une éprouvette EDT ("Edge Delamination Test"), ces différents modes sont liés respectivement aux contraintes σ_{zz}, σ_{yz} et σ_{xz}.

24.2 Différents critères en terme de contraintes

A la suite des travaux de Whitney et Nuismer sur le problème plan de rupture d'éprouvettes trouées, Kim et Soni ([26]) s'inspirent du critère en contrainte moyenne proposé pour l'adapter au problème d'initiation du délaminage. Ils étudient tout d'abord le critère ci-dessous décrivant les phénomènes d'arrachement hors plan à partir des séquences $(\pm 30^\circ, 90^\circ)_s$ et $(0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ)_s$ où la contrainte σ_{zz} est majoritaire et maximum au niveau du plan médian :

$$\frac{1}{h_0}\int_{h-h_0}^{h} \sigma_{zz}(y,0)dy = S_1$$

où S_1 est la résistance interlaminaire en traction et h_0, la longueur caractéristique. Comme la taille de la zone d'influence de l'effet de bord dépend de l'épaisseur du pli, la longueur h_0 est choisie sans autre justification comme étant égale à celle-ci. De même, du fait des difficultés pour identifier directement la valeur de résistance de l'interface, S_1 est supposée égale à la résistance d'un unidirectionnel suivant sa direction transverse.

Par la suite, les critères d'initiation du délaminage exprimés en termes de contraintes dérivent pour la plupart du critère de Tsaï-Wu [80] appliqués au délaminage. Le critère complet de Tsaï-Wu est de la forme :

$$B_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} + K_{ij}\sigma_{ij} = 1$$

Le premier terme correspond au critère de Hill et le deuxième terme linéaire a été ajouté pour prendre en compte la différence de résistance en traction et en compression observée dans les composites. Dans le cas orthotrope, les tenseurs $\underset{\sim}{\boldsymbol{B}}$ et $\underset{\sim}{\boldsymbol{K}}$, en notation de Voigt, sont

de la forme :

$$\underset{\approx}{\boldsymbol{B}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^t \sigma_1^c} & \chi_{12} & chi_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \chi_{12} & \frac{1}{\sigma_2^t \sigma_2^c} & \chi_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \chi_{13} & \chi_{23} & \frac{1}{\sigma_3^t \sigma_3^c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\tau_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & \frac{1}{2\tau_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\tau_6} \end{bmatrix} \quad \underset{\sim}{\boldsymbol{K}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^t} - \frac{1}{\sigma_1^c} \\ \frac{1}{\sigma_2^t} - \frac{1}{\sigma_2^c} \\ \frac{1}{\sigma_3^t} - \frac{1}{\sigma_3^c} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

où les exposants t et c indiquent les résistances respectives en traction et en compression.

Ainsi, Kim et Soni [27] abordent la combinaison des modes de fissuration et appliquent le critère de Tsaï-Wu en ne faisant intervenir que les trois composantes du vecteur contrainte de l'interface :

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{xz}}{\sigma_{xz}^D}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{yz}}{\sigma_{yz}^D}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{zz}^2}{\sigma_{zz}^{DT}\sigma_{zz}^{DC}}\right) + \bar{\sigma}_{zz}\left(\frac{1}{\sigma_{zz}^{DT}} - \frac{1}{\sigma_{zz}^{DC}}\right) = 1$$

où σ_{zz}^{DT}, σ_{zz}^{DC}, σ_{yz}^D et σ_{xz}^D sont respectivement les résistances de l'interface à la traction, à la compression, au cisaillement en mode II et au cisaillement en mode III. Ce critère utilise un même jeu de paramètres pour décrire les effets sur le délaminage de la traction et de la compression de l'interface. Le terme linéaire $\bar{\sigma}_{zz}$ permet de prendre en compte le retard du délaminage lorsque l'interface est en compression ($\bar{\sigma}_{zz} < 0$).

Brewer et Lagace [8] considère que le retard du délaminage du à la sollicitation de l'interface en compression n'est pas bien établie et ne doit pas être de toute façon un effet de premier ordre. Ils proposent donc un critère totalement quadratique dont la formulation est adapter au signe de la contrainte $\bar{\sigma}_{zz}$:

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{xz}}{\sigma_{xz}^D}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{yz}}{\sigma_{yz}^D}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{zz}}{\sigma_{zz}^{DT}}\right)^2 = 1 \quad \text{si} \quad \bar{\sigma}_{zz} > 0$$

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{xz}}{\sigma_{xz}^D}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{yz}}{\sigma_{yz}^D}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{zz}}{\sigma_{zz}^{DC}}\right)^2 = 1 \quad \text{si} \quad \bar{\sigma}_{zz} < 0$$

Dans ce critère, quelque soit le signe de $\bar{\sigma}_{zz}$, cette contrainte favorise le délaminage. Contrairement aux critères précédents, la distance caractéristique n'est plus un multiple de l'épaisseur du pli, mais elle est à identifier. Par ailleurs, pour le calcul de $\bar{\sigma}_{zz}$, l'intégrale est évaluée soit du bord libre jusqu'à la longueur caractéristique, soit du bord libre jusqu'au

changement de signe de σ_{zz} si celui-ci survient à l'intérieur de la longueur d'intégration. Les auteurs supposent ainsi que les contraintes σ_{zz} présentes au-delà du changement de signe ne peuvent contrebalancer les effets des contraintes σ_{zz} présentes au niveau du bord libre. Ils testent les familles de séquences $(\pm 15^{\circ}{}_n)_s$, $(0_n{}^{\circ}, \pm 15^{\circ}{}_n)_s$ et $(\pm 15^{\circ}{}_n, 0^{\circ}{}_n)_s$ où les contraintes $\bar{\sigma}_{zz}$ négatives et $\bar{\sigma}_{yz}$ sont négligeables devant les autres contraintes. Le critère est donc simplifié :

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{xz}}{\sigma_{xz}^{D}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{zz}}{\sigma_{zz}^{DT}}\right)^2 = 1 \quad \text{avec} \quad \bar{\sigma}_{zz} \geq 0$$

Du fait du manque de données expérimentales, σ_{zz}^{DT} est de nouveau estimée égale à la résistance en traction de l'unidirectionnel suivant sa direction transverse. Ils identifient alors le couple σ_{xz}^{D} et l_0 qui optimise le coefficient de variation du rapport entre la valeur prédite par le critère et la valeur expériementale. Brewer et Lagace trouve une valeur de σ_{zz}^{DT} égale à la résistance au cisaillement plan de l'unidirectionnel. Toutefois, les valeurs identifiées pour d'autres composites stratifiés dans des études ultérieures ne généraliseront pas cette constatation.

Lecuyer et al. propose une méthode d'identification des paramètres du critère en mode III basé sur la dépendance du délaminage vis-à-vis de l'épaisseur des couches ([36]). Ce phénomène, appelé *effet d'épaisseur*, a été mainte fois observé expérimentalement : pour un empilement donné, plus les couches sont épaisses, plus le stratifié est susceptible de délaminer. Il ne faut pas forcément voir ce phénomène comme un effet de volume : les caractéristiques de l'interface sont en effet considérées comme indépendantes de l'épaisseur ; en revanche, l'épaisseur agit sur l'état de contrainte au bord des stratifié et par conséquent sur le chargement de ces stratifié au moment de l'initiation du délaminage. Il étudie des séquences de type $(\pm\theta)$ $(10^{\circ} < \theta < 30^{\circ})$ et simplifie la critère sous la forme :

$$\frac{|\bar{\sigma}_{xz}|}{\sigma_{xz}^{D}} = 1 \quad \text{soit} \quad \frac{\dfrac{1}{y_{0xz}} \displaystyle\int_0^{y_{0xz}} |\sigma_{xz}|\, dy}{\sigma_{xz}^{D}} = 1$$

Lecuyer et al. définit le couple de paramètres à identifier comme le point d'intersection des courbes $\bar{\sigma}_{xz}\,(y_{0xz})$ calculées à l'amorçage du délaminage pour les différentes épaisseurs testées. Toutefois, cette technique est assez sensible à la dispersion expérimentale et les courbes ainsi tracées ne se coupent pas en un point unique. Le point d'intersection s'avère dans ce cas difficile à déterminer.

Marion améliore ce procédé d'identification ([44]) et propose une optimisation par la méthode des moindres carrés. Le critère qu'il propose se base sur celui de Kim et Soni. Il considère que la résistance en compression σ_{zz}^{DC} est très élevée par rapport à la résistance à

l'arrachement σ_{zz}^{DT}. Le critère se simplifie donc comme suit :

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{xz}}{\sigma_{xz}^{D}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{yz}}{\sigma_{yz}^{D}}\right)^2 + \frac{\bar{\sigma}_{zz}}{\sigma_{zz}^{DT}} = 1$$

L'effet retard du délaminage par une contrainte interlaminaire de compression est simulé à l'aide du terme linéaire $\bar{\sigma}_{zz}$. Le coefficient utilisé pour rendre compte de l'effet retard est à nouveau identique au coefficient de la résistance à la rupture en traction de l'interface, ce qui est a priori une hypothèse assez forte qui ne peut rendre compte de la réalité. Par ailleurs, tout comme Lecuyer, Marion postule a priori deux distances caractéristiques intrinséques de l'interface, y_{0xz} et y_{0zz}, correspondant aux modes de délaminage de l'interface par cisaillement et par arrachement/compression.

24.3 Influence de l'orientation des fibres sur la résistance au délaminage

Les auteurs précédents posent généralement σ_{xz}^{D} et σ_{yz}^{D} égaux. Cela suppose que la résistance au délaminage est indépendante de l'orientation des plis adjacents et du mode de cisaillement (résistances au mode II et III identiques).

Plusieurs auteurs ont travaillé sur l'influence de l'orientation des plis adjacents sur les taux de restitution d'énergie relatifs aux différents modes de fissuration (encore appelés modes I, II et III de la mécanique de la rupture). Parmis ces travaux, nous pouvons citer ceux de Chaï [13], Hwu et al. [24], ainsi qu' Allix et Levèque [3]. Chaï mesure le taux de restitution d'énergie critique en mode I à partir d'éprouvettes DCB (Double Cantilever Beam) pour des séquences variées. Par analyse de fractographies, il montre l'influence qu'ont les différents endommagements (ponts de fibres, rupture de fibres, fissures intralaminaires,...) sur la mesure du taux de restitution d'énergie critique. Malgré tout, en définissant la rupture interlaminaire comme la stricte séparation interlaminaire des plis, n'incluant aucun des autres endommagements, il montre que le taux de restitution d'énergie critique G_{Ic} est à peu près indépendant des orientations des plis adjacents. Hwu et al. réalisent des essais en mode I à partir d'éprouvettes DCB, en mode II sur des éprouvettes ENF (End Notched Flexural) et en mode mixte (I et II) sur des éprouvettes CLS (Cracked-Lap Shear), ainsi que MENF (Modified End-Notched Flexural). De même, ils ne semblent pas observer d'influence de l'orientation des plis sur la mesure des taux de restitution critiques relatifs à ces deux modes. Enfin, Allix et Levèque mesurent également sur les mêmes principes les taux de restitution en mode I, II et mixte. Ils observent que le taux de restitution d'énergie critique mesuré à partir du délaminage d'une interface de type $0^\circ/0^\circ$ et toujours inférieur à celui d'une interface de type $\theta/-\theta$. La mesure du taux de restitution d'énergie sur ces dernières semblent toutefois

indépendant de l'orientation des plis adjacents. Physiquement, au niveau de l'interface $\theta/-\theta$, les auteurs révèlent une mince couche de résine entre les deux plis. Les endommagements dûs au délaminage y restent localisés, ce qui n'est pas le cas des ruptures aux voisinages des interfaces $0^\circ/0^\circ$. De plus, les fractographies faites sur les interfaces $\theta/-\theta$ montrent pour le matériau étudié un endommagement de la couche de résine interlaminaire jouant un rôle majeur dans le processus de délaminage. En revanche, ils observent d'importantes décohésion fibres / matrices dans le cas des interfaces $0^\circ/0^\circ$, pouvant expliquer leur comportement plus fragile.

Nous définirons par la suite le délaminage comme la rupture interlaminaire de plis ayant des orientations différentes. Le cas de la rupture d'une interface θ/θ ne sera donc pas pris en compte. De plus, nous étudions l'initiation du délaminage à partir du matériau sain, c'est-à-dire l'apparition d'une fissure dont les dimensions correspondent à quelques fibres. Dans ces conditions, l'hypothèse d'indépedance vis-à-vis de l'orientation des plis adjacents semblent tout à fait raisonnable.

Enfin, par expérience, les taux de restitution d'énergie critiques en mode II et III dans les matériaux homogènes sont à peu près identiques. En considérant en plus l'hypothèse d'indépendance précédente, il semble à nouveau raisonnable de supposer que les résistances de l'interface en mode II et III sont identiques.

Chapitre 25

Proposition d'un critère

Nous proposons un critère non local exprimé en terme de contraintes moyennes. Il se décompose en trois parties : la première partie est liée à la résistance de l'interface en traction ; la deuxième partie est liée à la résistance de l'interface en cisaillement hors plan ; enfin, la troisième partie est liée au retard du délaminage lorsque l'interface est en compression au voisinage du bord libre.

25.1 délaminage de l'interface en traction

Dans le repère de référence $(Oxyz)$, le critère de délaminage de l'interface en traction va dépendre de la troisième composante du vecteur contrainte σ_{zz}, à l'interface, et de sa répartition sur la longueur caractéristique du délaminage en traction de l'interface. Sur cette longueur, l'interface peut avoir des parties en compression et des parties en traction. Nous supposerons que les parties voisines en compression n'influent pas sur les mécanismes de rupture de l'interface, opérant dans les parties en traction. C'est pourquoi, pour construire le terme du critère lié à la résistance de l'interface en traction, nous ne prendrons que la partie positive de σ_{zz}.

De plus, nous supposons que la résistance de l'interface en traction ne dépend pas de l'orientation des fibres dans les plis adjacents.

25.2 délaminage de l'interface en cisaillement

Nous faisons l'hypothèse que la résistance de l'interface à l'initiation du délaminage en mode II ne diffère pas de la résistance en mode III. Nous supposons également que la résistance de l'interface au cisaillement ne dépend pas de l'orientation des fibres dans les plis adjacents. Nous choisissons donc un unique coefficient S qui caractérise la résistance au délaminage d'une interface sollicitée en cisaillement.

Enfin, cette résistance ne doit pas dépendre du signe des contraintes σ_{xz} et σ_{yz}. Les moyennes de ces dernières se feront donc à partir des valeurs absolues.

25.3 effet retard

Par analogie avec la loi de Coulomb, nous supposerons que plus l'interface est en compression, plus la résistance en cisaillement de l'interface sera augmentée.
La loi de Coulomb exprime sous une forme très simplifiée l'intensité des forces de frottement qui s'exercent entre deux solides. Les actions réciproques qui s'exercent entre ces solides comportent une composante tangentielle T et une composante normale N qui les presse l'un contre l'autre, s'opposant, ou tendant à s'opposer, au glissement (figure 25.1). Tant que la relation suivante est vraie, les deux solides ne glissent pas :

$T - f \cdot N \leq 0$, où f est une constante dépendant des deux matériaux en présence

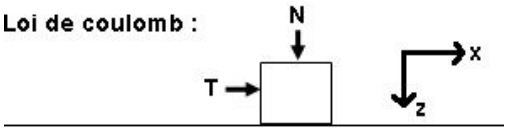


FIG. 25.1 –

Ainsi, par analogie avec la loi de Coulomb, la force tangentielle T devient la norme de la composante tangentielle de la moyenne du vecteur contrainte $\sqrt{\bar{\sigma}_{yz}^2 + \bar{\sigma}_{xz}^2}$ et la force normale devient la moyenne de la composante de compression du vecteur contrainte $\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle^-$ (figure 25.2). Nous obtenons alors une relation nécessaire (mais non suffisante) pour qu'apparaissent le délaminage par cisaillement de l'interface :

$$\sqrt{\bar{\sigma}_{yz}^2 + \bar{\sigma}_{xz}^2} + k \cdot \langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle^- > 0$$

où k est un coefficient positif du matériau lié à l'effet retard ($\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle^-$ étant toujours négative).

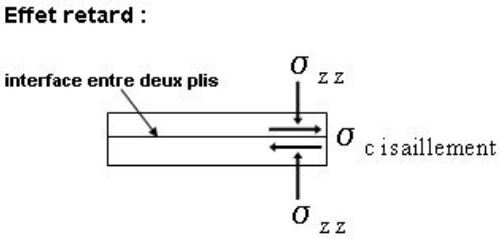


FIG. 25.2 –

NB : dans cette expression, nous avons une relation linéaire de $\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle^-$, mais rien n'empêche d'avoir une relation plus complexe. Par exemple, nous pourrions introduire un

seuil au-delà duquel, quelle que soit la contrainte de compression, le cisaillement de l'interface serait suffisamment fort pour provoquer le délaminage. Nous pourrions également choisir une fonction de $\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-$ assurant la continuité du critère avec la partie relative à la traction, fonction de $\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^+$. La relation précédente peut donc être écrite de manière plus générale :

$$\sqrt{\bar{\sigma}_{yz}^2+\bar{\sigma}_{xz}^2}+h\left(\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-\right)>0$$

où $h\left(\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-\right)$ est une fonction négative.

Comme l'effet retard du délaminage est lié à la rupture en cisaillement de l'interface, $\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-$ sera moyennée sur une longueur équivalente à la celle caractéristique de l'initiation du délaminage pour une interface sollicitée en cisaillement.

25.4 forme du critère

L'expression de notre critère est la suivante :

$$\left(\frac{\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^+}{Y_t}\right)^2+\left(\frac{\left\langle\sqrt{\bar{\sigma}_{yz}^2+\bar{\sigma}_{xz}^2}+f\left(\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-\right)\right\rangle^+}{S}\right)^2=1$$

$$\text{avec } \langle x\rangle^+=\begin{cases} x \text{ avec } x>0 \\ 0 \text{ avec } x\leq 0\end{cases} \quad \text{et } \langle x\rangle^-=\begin{cases} 0 \text{ avec } x>0 \\ x \text{ avec } x\leq 0\end{cases}$$

où Y_t est le coefficient caractéristique de rupture de l'interface en traction, S est le coefficient caractéristique de rupture de l'interface en cisaillement et $f\left(\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-\right)$ est une fonction négative caractéristique de l'effet retard du délaminage du à $\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-$. Pour simplifier le problème, nous avons supposé que :

$$f\left(\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-\right)=k\times\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-$$

où k est une constante caractéristique du matériau.

25.5 longueurs caractéristiques

Des auteurs comme Lecuyer et al. [36], utilisent dans leur critère deux longueurs caractéristiques, y_{0xz} et y_{0zz} pour le calcul des contraintes moyennes :

$$\bar{\sigma}_{xz}=\frac{1}{y_{0xz}}\times\int_0^{y_{0xz}}\sigma_{xz}dy$$

$$\bar{\sigma}_{yz} = \frac{1}{y_{0xz}} \times \int_0^{y_{0xz}} \sigma_{yz} dy$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{1}{y_{0zz}} \times \int_0^{y_{0zz}} \sigma_{zz} dy$$

Par la suite, nous allons tester deux formes du critère :

- une première forme simplifiée, où les contraintes sont moyennées selon une seule longueur caractéristique, notée l_0 ; les contraintes moyennes sont alors calculées comme suit :

$$\bar{\sigma}_{xz} = \frac{1}{l_0} \times \int_0^{l_0} \sigma_{xz} dl$$

$$\bar{\sigma}_{yz} = \frac{1}{l_0} \times \int_0^{l_0} \sigma_{yz} dl$$

$$\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle^- = \frac{1}{l_0} \times \int_0^{l_0} \langle \sigma_{zz} \rangle^- \, dl$$

$$\langle \bar{\sigma_{zz}} \rangle^+ = \frac{1}{l_0} \times \int_0^{l_0} \langle \sigma_{zz} \rangle^+ \, dl$$

  La longueur l_0 est contenue dans le plan de l'interface et perpendiculaire au plan tangent du bord libre, où le délaminage doit s'initier ;

- puis une deuxième forme du critère, où les contraintes σyz, σxz et $\langle \sigma zz \rangle^-$ sont moyennées sur une longueur caractéristique, notée l_c et la contrainte $\langle \sigma zz \rangle^-$, sur une autre longueur, notée l_t ; l_c est la longueur caractéristique liée à la résistace en cisaillement de l'interface et l_t est la longueur caractéristique liée à la résistance en traction de l'interface ; les contraintes moyennes sont alors calculées comme suit :

$$\bar{\sigma}_{xz} = \frac{1}{l_c} \times \int_0^{l_c} \sigma_{xz} dl$$

$$\bar{\sigma}_{yz} = \frac{1}{l_c} \times \int_0^{l_c} \sigma_{yz} dl$$

$$\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle^- = \frac{1}{l_c} \times \int_0^{l_c} \langle \sigma_{zz} \rangle^- \, dl$$

$$\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle^+ = \frac{1}{l_t} \times \int_0^{l_t} \langle \sigma_{zz} \rangle^+ \, dl$$

  Comme pour l_0, les longueurs l_c et l_t sont contenues dans le plan de l'interface et perpendiculaires au plan tangent du bord libre, où le délaminage doit s'initier.

25.6 repère de calcul

Nous montrons que les calculs du critère dans différents repères dont les axes z sont tous normaux à l'interface considérée donnent des résultats identiques.

<u>*Démonstration :*</u> Soient deux repères $(Oxyz)$ et $(Ox'y'z')$; les directions z et z' sont parallèles à la normale de l'interface ; les directions x et x' font un angle θ. Alors :

$$\begin{cases} \sigma_{z'z'} & = & \sigma_{zz} \\ \sigma_{y'z'} & = & cos\theta \cdot \sigma_{yz} - sin\theta \cdot \sigma_{xz} \\ \sigma_{x'z'} & = & sin\theta \cdot \sigma_{yz} + cos\theta \cdot \sigma_{xz} \end{cases}$$

d'où,

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^2_{y'z'} &= cos^2\theta \cdot \bar{\sigma}^2_{yz} - 2sin\theta \cdot cos\theta \cdot \bar{\sigma}_{yz} \cdot \bar{\sigma}_{xz} + sin^2\theta \cdot \bar{\sigma}^2_{xz} \quad + \\ \bar{\sigma}^2_{x'z'} &= sin^2\theta \cdot \bar{\sigma}^2_{yz} + 2sin\theta \cdot cos\theta \cdot \bar{\sigma}_{yz} \cdot \bar{\sigma}_{xz} + cos^2\theta \cdot \bar{\sigma}^2_{xz} \end{aligned}$$

$$\bar{\sigma}^2_{y'z'} + \bar{\sigma}^2_{x'z'} = \bar{\sigma}^2_{yz} + \bar{\sigma}^2_{xz}$$

et

$$\begin{cases} \left(\langle\bar{\sigma}_{z'z'}\rangle^+\right)^2 & = & \left(\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^+\right)^2 \\ \left(\langle\bar{\sigma}_{z'z'}\rangle^-\right)^2 & = & \left(\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-\right)^2 \end{cases}$$

alors,

$$\left(\frac{\langle\bar{\sigma}_{z'z'}\rangle^+}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{y'z'}}{S}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{x'z'}}{S}\right)^2 + \left(k^2 \cdot \langle\bar{\sigma}_{z'z'}\rangle^- + 2 \cdot k \cdot \langle\sigma_{z'z'}\rangle^- \cdot \sqrt{\bar{\sigma}^2_{y'z'} + \bar{\sigma}^2_{x'z'}}\right) =$$

$$\left(\frac{\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^+}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{yz}}{S}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{xz}}{S}\right)^2 + \left(k^2 \cdot \langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^- + 2 \cdot k \cdot \langle\sigma_{zz}\rangle^- \cdot \sqrt{\bar{\sigma}^2_{yz} + \bar{\sigma}^2_{xz}}\right)$$

soit

$$\left(\frac{\langle\bar{\sigma}_{z'z'}\rangle^+}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\left\langle\sqrt{\bar{\sigma}^2_{y'z'} + \bar{\sigma}^2_{x'z'}} + f\left(\langle\bar{\sigma}_{z'z'}\rangle^-\right)\right\rangle^+}{S}\right)^2 = \left(\frac{\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^+}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\left\langle\sqrt{\bar{\sigma}^2_{yz} + \bar{\sigma}^2_{xz}} + f\left(\langle\bar{\sigma}_{zz}\rangle^-\right)\right\rangle^+}{S}\right)^2$$

$$cqfd$$

Ainsi, par la suite, nous choisirons de faire tous les calculs de critère dans le repère de référence $(0xyz)$ (que les éprouvettes plates soient non trouées ou trouées).

Chapitre 26

Identification du critère

Comme d'autres auteurs ([8], [36], [44], [34]...), l'identification des coefficients du critère se base sur l'effet d'épaisseur : plus l'épaisseur des plis est grande, plus la séquence est susceptible de délaminer.

Ce n'est pas un effet de volume. Cet effet n'est du qu'aux variations des contraintes aux voisinages des bords libres. Il a donc déjà été démontré que l'identification des paramètes du critère peut utiliser cet effet d'épaisseur.

Ainsi, nous avons dans un premier temps testé les séquences $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)_s$, $(0_n{}^\circ, \pm 45_n{}^\circ, 90_n{}^\circ)_s$ $(n = 1, 2, 3)$ et $(90_1{}^\circ, 0_1{}^\circ, \pm 30_1{}^\circ)_s$.

Par calcul, nous pouvons montrer que la famille de séquence $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)_s$ délamine par cisaillement des interfaces $20^\circ/-20^\circ$, alors que la famille $(0_n{}^\circ, \pm 45_n{}^\circ, 90_n{}^\circ)_s$ délamine suivant un mode mixte aux interfaces $-45^\circ/90^\circ$(voir section 21). la première famille est idéale pour identifier le coefficient S et la longueur caractéristique l_c (ou l_0). L'autre famille de séquences est alors utilisée pour identifier le coefficient Y_t (ainsi que la longueur l_t si besoin). La dernière séquence a été dimensionnée pour délaminer aux interface $30^\circ/-30^\circ$ par cisaillement, mais avec une contrainte de compression $\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle^-$ non négligeable.

26.1 Méthodologie pour l'identification du critère avec une longueur caractéristique, l_0

En partant de la proposition suivante : "quelle que soit la séquence, au moment de l'initiation du délaminage, le critère calculé pour l'interface délaminante doit être égal à 1", nous allons rechercher les coefficients (S, Y_t, k, l_0) qui permettent de satisfaire au mieux cette proposition.

Tout d'abord, nous allons définir quelques grandeurs et fonctions qui nous serons utiles pour l'identification :

– séquence i : séquence utilisée pour l'identification du critère ; i peut-être égale, soit à

l'une des séquences $(0_2{}^\circ, \pm 20_2{}^\circ)_s$, $(0_2{}^\circ, \pm 30_2{}^\circ)_s$, $(10_2{}^\circ, 30_2{}^\circ, -10_2{}^\circ)_s$, $(0_2{}^\circ, \pm 45_2{}^\circ, 90_2{}^\circ)_s$ ou $(10_2{}^\circ, 55_2{}^\circ, -35_2{}^\circ, 100_2{}^\circ)_s$, soit à l'une de ces autres séquences, $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)_s$, $(0_n{}^\circ, \pm 45_n{}^\circ, 90_n{}^\circ)_s$ $(n = 1, 2, 3)$ ou $(90_1{}^\circ, 0_1{}^\circ, \pm 30_1{}^\circ)_s$;

- séquence i : séquence utilisée pour l'identification du critère ; i peut-être égale, soit à l'une des séquences $(0_2{}^\circ, \pm 20_2{}^\circ)_s$, $(0_2{}^\circ, \pm 30_2{}^\circ)_s$, $(10_2{}^\circ, 30_2{}^\circ, -10_2{}^\circ)_s$, $(0_2{}^\circ, \pm 45_2{}^\circ, 90_2{}^\circ)_s$ ou $(10_2{}^\circ, 55_2{}^\circ, -35_2{}^\circ, 100_2{}^\circ)_s$, soit à l'une de ces autres séquences, $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)_s$, $(0_n{}^\circ, \pm 45_n{}^\circ, 90_n{}^\circ)_s$ $(n = 1, 2, 3)$ ou $(90_1{}^\circ, 0_1{}^\circ, \pm 30_1{}^\circ)_s$;
- Σ^{ij}_{exp} : contrainte expérimentale macroscopique de traction, mesurée au moment de l'apparition du délaminage pour la séquence i et l'essai n$^\circ j$;
- Σ^{i}_{simu} : contrainte macroscopique imposée comme condition au limite dans la simulation de l'essai de traction sur la séquence i ;
- $e_{ij} = \dfrac{\left|\Sigma^{ij}_{exp} - \Sigma^{i}_{simu}\right|}{\Sigma^{ij}_{exp}}$: erreur entre la contrainte macroscopique simulée et mesurée pour la séquence i et l'essai n$^\circ j$;
- $e = \frac{1}{N_{seq}} \sum_{i=1}^{N_{seq}} \frac{1}{N^i_{essai}} \sum_{j=1}^{N^i_{essai}} e_{ij}$: erreur moyenne totale ;
- $c_i^{(Y_t,S,k)}(l_0)$: fonction de l_0 ; l_0 est égale à la longueur d'intégration utilisée pour le calcul des contraintes moyennes ; pour une longueur l_0 donnée et des paramètres (S, Y_t, k) donnés, $c_i(l_0)$ est égale à la valeur du critère calculé pour la séquence i, au niveau de l'interface délaminante ; le critère est calculé pour une contrainte macroscopique imposée lors de la simulation de l'essai de traction, égale à Σ^{i}_{simu}.

Du fait de l'incertitude expérimentale et des différents phénomènes locaux non pris en compte lors du calcul du critère, les contraintes macroscopiques expérimentales, mesurées lors de l'initiation du délaminage pour les différentes séquences, ne permettent pas d'identifier directement une solution "exacte" du critère. Nous allons utiliser deux méthodes d'optimisation pour identifier le critère. La première est une méthode itérative graphique, la seconde est basée sur la recherche algorithmique d'un minimum d'une fonction écart, nommée Γ, représentant l'écart moyen entre les prédictions du critère et les résultats expérimentaux.

26.1.1 méthode graphique

Pour identifier ce critère, nous allons non seulement faire varier les paramètres (S, Y_t, k, l_0), mais également les contraintes macroscopiques simulées, Σ^{i}_{simu}, au voisinage des contraintes expérimentales mesurées, Σ^{ij}_{exp} (respectivement pour chaque séquence i). Ainsi, nous allons rechercher les paramètres $(S, Y_t, l_0, \Sigma^{i}_{simu})$ offrant le meilleur compromis entre la condition $c_i(l_0) - 1 < \epsilon$, $\forall i$ (ϵ petit) et la condition d'une erreur moyenne e minimum.

Le principe est le suivant : sur un même graphique, pour chaque séquence i, la fonction $c_i^{(Y_t,S,k)}(l_0)$ est tracée en fonction de l_0 (l_0 variant de 0 à $\frac{W}{2}$, W étant la largeur de l'éprouvette).

Trouver ces paramètres revient à rechercher l'intersection de toutes les courbes $c_i(l_0)$ au point de coordonnées $(l_0, 1)$.

La méthodologie est la suivante :

1. les essais expérimentaux sont simulés en imposant la contrainte de traction Σ^i_{simu} (lors de la première itération, $\Sigma^i_{simu} = \dfrac{1}{N^i_{essai}} \sum_{j=1}^{N^i_{essai}} \Sigma^{ij}_{exp}$) ;
2. pour toutes les séquences i, les contraintes σ_{zz}, σ_{yz} et σ_{xz} sont calculées au noeuds de l'interface délaminante, suivant une ligne perpendiculaire au plan tangent du bord libre (direction y pour les éprouvettes lisses) et contenue dans le plan de l'interface ;
3. les contraintes moyennes sont calculées en fonction de l_0 :

$$\overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{l_0} \times \int_0^{l_0} \sigma_{ij} dl, \ (ij = zz, yz, xz)$$

   NB : pour le calcul de la moyenne, nous utiliserons la formule suivante :

$$\overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{l_0} \times \left[\sum_{k=0}^{k=n} \frac{1}{2} \left(\sigma_{ij}\Big|_{l_{k+1}} - \sigma_{ij}\Big|_{l_k} \right) \times (l_{k+1} - l_k) + \frac{1}{2} \left(\sigma_{ij}\Big|_{l_0} - \sigma_{ij}\Big|_{l_n} \right) \times (l_0 - l_n) \right]$$

   où $\sigma_{ij}\Big|_{l_k}$ est la contrainte σ_{ij} calculée au noeud k de l'interface, le long de la ligne d'intégration et l_k est la distance du bord libre au noeud k ; lorsque la distance l_0 est comprise entre deux noeuds, la contrainte $\sigma_{ij}\Big|_{l_0}$ est interpolée de manière linéaire entre les deux noeuds n et $n+1$;
4. pour les coefficients (S, Y_t, k) donnés, les fonctions $c_i(l_0)$ sont calculées en fonction de l_0, puis tracées sur un même graphique ;
5. sur ce graphique, il faut vérifier que les courbes se recoupent en un même point ; si ce n'est pas le cas, alors il faut revenir à l'étape 1 en modifiant les contraintes macroscopiques Σ^i_{simu} en procédant par itération jusqu'à ce que les courbes se recoupent en un même point ; il faut bien sur également s'assurer que l'erreur moyenne e soit minimum ; cette étape revient à rechercher le point vérifiant les condition $c_i - a < \epsilon$ (où a est une constante et ϵ est petit) ;
6. une fois ce point d'intersection trouvé, les coefficients (S, y_t, k) sont modifiés afin de ramener ce point d'intersection au point d'ordonné 1 et d'abscisse l_0 ; toutefois, lorsque ces coefficients sont modifiés, les écarts entre courbes peuvent être amplifiés, les décalant les unes par rapport aux autres ; dans ce cas, il faut à nouveau procéder par itération en revenant autant de fois que nécessaire à l'étape 5 ;
7. la longueur caractéristique l_0 est alors identifiée et égale à l'abscisse du point d'intersection sur le graphique $c_i(l_0)$.

26.1.2 méthode algorithmique

L'identification peut être faite en minimisant la fonction Γ, représentant l'écart moyen entre les prédictions du critère et les résultats expérimentaux :

$$\Gamma\left(Y_t, S, k, l_0\right) = \frac{1}{N_{seq}} \sum_{i=1}^{N_{seq}} \left[\frac{1}{N_{essai}^i} \sum_{j=1}^{N_{essai}^i} \left(1 - \frac{\Sigma_{theorique}^i}{\Sigma_{exp}^{ij}} \right)^2 \right]$$

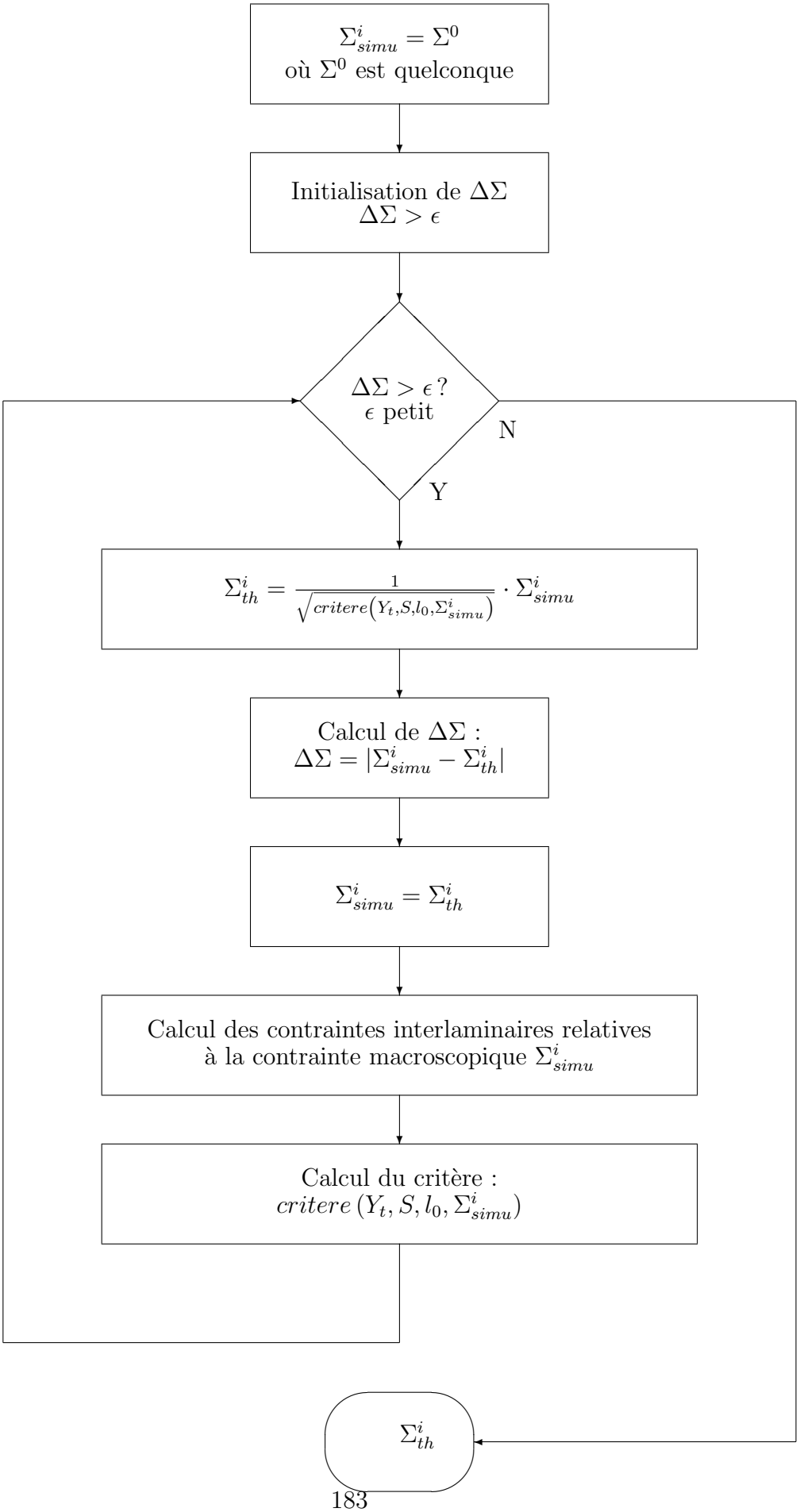
où Σ_{th}^i est la contrainte théorique de délaminage prévue par le critère pour la séquence i. Lorsque le comportement de la séquence est élastique linéaire, le critère peut s'écrire sous la forme :

$$\left(\frac{\Sigma_{th}^i}{\Sigma_{simu}^i} \right)^2 \times critere\left(Y_t, S, l_0, \Sigma_{simu}^i\right) = 1$$

où $critere\left(Y_t, S, l_0, \Sigma_{simu}^i\right)$ est égale à la valeur du critère calculé à partir de la simulation de l'essai de traction de la séquence i avec une charge de Σ_{simu}^i ; Σ_{simu}^i peut être quelconque ; Ainsi la contrainte théorique peut facilement être calculé en une seule itération de la simulation :

$$\Sigma_{th}^i = \frac{1}{\sqrt{critere\left(Y_t, S, l_0, \Sigma_{simu}^i\right)}} \cdot \Sigma_{simu}^i$$

En revanche, dans le cas où le comportement de la séquence prend en compte les endommagements intralaminaires et n'est donc pas linéaire, le calcul directe de la contrainte théorique n'est plus si simple. Nous passons alors par un algorithme itératif pour la calculer, dont le principe est donné dans l'organigramme suivant :


$\Sigma^i_{simu} = \Sigma^0$
où Σ^0 est quelconque
Initialisation de $\Delta\Sigma$
$\Delta\Sigma > \epsilon$
$\Delta\Sigma > \epsilon$?
ϵ petit
N
Y
$\Sigma^i_{th} = \frac{1}{\sqrt{critere\left(Y_t, S, l_0, \Sigma^i_{simu}\right)}} \cdot \Sigma^i_{simu}$
Calcul de $\Delta\Sigma$:
$\Delta\Sigma = |\Sigma^i_{simu} - \Sigma^i_{th}|$
$\Sigma^i_{simu} = \Sigma^i_{th}$
Calcul des contraintes interlaminaires relatives
à la contrainte macroscopique Σ^i_{simu}
Calcul du critère :
$critere\,(Y_t, S, l_0, \Sigma^i_{simu})$
Σ^i_{th}

Cet algorithme présente l'avantage de converger rapidement, sans avoir à calculer le critère pour chaque valeur de charge de la courbe de traction.

Tout comme Marion [44], nous avons utilisé la méthode des gradients conjugués pour minimiser la fonction Γ.

26.2 Méthodologie pour l'identification du critère avec deux longueurs caractéristiques, l_c et l_t

26.2.1 méthode graphique

Contrairement à précédemment, nous ne pouvons plus identifier le critère à partir d'un seul graphique. Nous allons donc procéder à quelques modifications de la méthodologie précédente. Tout d'abord redéfinissont les fonctions c_i :

- $c_i^{(Y_t,S,k,l_t)}(l_c)$: fonction de l_c ; l_c est égale à la longueur d'intégration utilisée pour le calcul des contraintes moyennes $\overline{\sigma_{yz}}$, $\overline{\sigma_{xz}}$ et $\langle\overline{\sigma_{zz}}\rangle^-$; pour une longueur l_c donnée et des paramètres (S, Y_t, k, l_t) donnés, $c_i(l_c)$ est égale à la valeur du critère calculé pour la séquence i, au niveau de l'interface délaminante ; le critère est calculé pour une contrainte macroscopique imposée lors de la simulation de l'essai de tractioni, égale à Σ^i_{simu} ;
- $c_i^{(Y_t,S,k,l_c)}(l_t)$: fonction de l_t ; l_t est égale à la longueur d'intégration utilisée pour le calcul des contraintes moyennes $\langle\overline{\sigma_{zz}}\rangle^+$; pour une longueur l_t donnée et des paramètres (S, Y_t, k, l_c) donnés, $c_i(l_t)$ est égale à la valeur du critère calculé pour la séquence i, au niveau de l'interface délaminante ; le critère est calculé pour une contrainte macroscopique imposée lors de la simulation de l'essai de traction, égale à Σ^i_{simu}.

Comme précédemment (mais avec un paramètre en plus), nous allons rechercher les paramètres $(S, Y_t, l_c, l_t, \Sigma^i_{simu})$ offrant le meilleur compromis entre les conditions $c_i^{(Y_t,S,k,l_t)}(l_c) - 1 < \epsilon$, $\forall i$, $c(Y_t, S, k, l_c)_i(l_t) - 1 < \epsilon'$, $\forall i$ (ϵ et ϵ' petits) et la condition d'une erreur moyenne e minimum.

A nouveau, la méthode utilisée pour trouver les paramètres est une méthode graphique. Nous utilisons cette fois-ci deux graphiques :

- sur le premier graphique, pour chaque séquence i, la fonction $c_i(l_c)$ est tracé en fonction de l_c (l_c variant de 0 à $\frac{W}{2}$, W étant la largeur de l'éprouvette) ;
- sur le deuxième graphique, pour chaque séquence i, la fonction $c_i(l_t)$ est tracé en fonction de l_t (l_t variant de 0 à $\frac{W}{2}$, W étant la largeur de l'éprouvette) ;

Trouver les paramètres $(S, Y_t, l_c, l_t, \Sigma^i_{simu})$ revient à rechercher sur chaque graphique l'intersection de toutes les courbes $c_i(l_c)$ (resp. $c_i(l_t)$) au point de coordonnées $(l_c, 1)$ (resp.

$(l_t, 1))$;

La méthodologie est la suivante :

1. les essais expérimentaux sont simulés en imposant la contrainte de traction Σ^i_{simu} (lors de la première itération, $\Sigma^i_{simu} = \Sigma^i_{simu} = \dfrac{1}{N^i_{essai}} \sum_{j=1}^{N^i_{essai}} \Sigma^{ij}_{exp}$) ;
2. pour toutes les séquences i, les contraintes σ_{zz}, σ_{yz} et σ_{xz} sont calculées au noeuds de l'interface délaminante, suivant une ligne perpendiculaire au plan tangent du bord libre (direction y pour les éprouvettes lisses) et contenue dans le plan de l'interface ;
3. les contraintes moyennes sont calculées en fonction de l_c et l_t :

$$\overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{l_c} \times \int_0^{l_c} \sigma_{ij} dl, \ (ij = yz, xz)$$

$$\langle \overline{\sigma_{zz}} \rangle^- = \frac{1}{l_c} \times \int_0^{l_c} \langle \sigma_{zz} \rangle^- dl$$

$$\langle \overline{\sigma_{zz}} \rangle^+ = \frac{1}{l_t} \times \int_0^{l_t} \langle \sigma_{zz} \rangle^+ dl$$

4. pour les coefficients (S, Y_t, k, l_t) donnés, les fonctions $c_i(l_c)$ sont calculées en fonction de l_c, puis tracées sur un même graphique ;
5. pour les coefficients (S, Y_t, k, l_c) donnés, les fonctions $c_i(l_t)$ sont calculées en fonction de l_t, puis tracées sur un même graphique ;
6. sur le graphique $c_i(l_c)$ (resp. $c_i(l_t)$), il faut vérifier que les courbes se recoupent en un même point ; si ce n'est pas le cas, alors il faut revenir à l'étape 1 en modifiant les contraintes macroscopiques Σ^i_{simu} par itération jusqu'à ce que les courbes se recoupent en un même point ; il faut bien sur également s'assurer que l'erreur moyenne e soit minimum ; cette étape revient à rechercher le point vérifiant les condition $c_i(l_c) - a < \epsilon$ (resp. $c_i(l_t) - b < \epsilon'$) (où a et b sont des constantes ; ϵ et ϵ' sont petits) ;
7. une fois ces point d'intersection trouvés, les coefficients (S, y_t, k) sont modifiés afin de ramener ces point d'intersection aux points d'ordonné 1 et d'abscisse l_c (resp. l_t) ; toutefois, lorsque ces coefficients sont modifiés, les écarts entre courbes peuvent être amplifiés et les décaler les unes par rapport aux autres ; dans ce cas, il faut procéder par itération en revenant autant de fois que nécessaire à l'étape 5 ;
8. les longueurs caractéristiques l_c et l_t sont alors identifiées et égales aux abscisses des points d'intersection sur les graphique $c_i(l_c)$ et $c_i(l_t)$.

26.2.2 méthode algorithmique

L'identification peut être faite en minimisant la fonction Γ, représentant l'écart moyen entre les prédictions du critère et les résultats expérimentaux :

$$\Gamma\left(Y_t, S, k, l_c, l_t\right) = \frac{1}{N_{seq}} \sum_{i=1}^{N_{seq}} \left[\frac{1}{N_{essai}^{i}} \sum_{j=1}^{N_{essai}^{i}} \left(1 - \frac{\Sigma_{theorique}^{i}}{\Sigma_{exp}^{ij}} \right)^2 \right]$$

où $\Sigma_{theorique}^{i}$ est la contrainte théorique de délaminage prévue par le critère pour la séquence i.

Les mêmes remarques que la section 26.1.2 peuvent être faites.

Chapitre 27

Conclusions

Dans cette partie, nous avons construit un critère de prédiction de l'initiation du délaminage de bord libre, du aux effets de bord. Nous avons choisi une approche du critère en termes de contrainte, plus simple d'emploi et plus familière pour un ingénieur.

Suivant les modèles utilisés pour calculer les contraintes, celles-ci peuvent être singulières à l'intersection d'un bord libre et d'une interface. Pour s'affranchir de ce problème, nous avons choisi un critère non local en introduisant la notion de longueur(s) caractéristique(s) : les composantes du vecteur contrainte de l'interface, utilisées pour construire le critère, sont moyennées sur une longueur caractéristique du matériau. Des arguments physiques en faveur de cette approche ont également été exposés dans le synthèse bibliographique.

La formulation retenue pour le critère permet de tenir compte, non seulement, des modes de sollicitation des interfaces délaminantes (en traction ou en cisaillement), mais également d'un phénomène de retard du délaminage : par analogie avec la loi de Coulomb, nous avons supposé que plus l'interface est en compression, plus la résistance en cisaillement de l'interface sera augmentée.

Deux formes du critère ont été écrites : une première simplifiée, où les contraintes sont moyennées selon une seule longueur caractéristique et une deuxième forme, où deux types de longueurs sont utilisées. Dans les deux cas, nous montrons qu'il est possible d'effectuer tous les calculs de critère dans le repère de référence dans le cas d'éprouvettes plates (non trouées ou trouées).

Enfin, une méthode graphique et une méthode algorithmique ont été proposées pour les deux formes du critère. Les deux types de méthodes ont été écrites de manière à pouvoir prendre en compte un comportement endommageable du stratifié avant que ne survienne le délaminage.

Sixième partie

VALIDATION DES MODELES

Dans les parties précédentes, nous avons effectués des analyses expérimentales des phénomènes de fissuration intralaminaire (partie 9) et de délaminage (partie IV) ; puis nous avons construit un modèle unifié d'endommagement intralaminaire du pli (partie III), ainsi qu'un critère d'initiation du délaminage (partie V).

Dans cette partie, les coefficients du modèle et du critère vont être identifiés à partir d'une partie des essais expérimentaux, puis les prédictions des simulations numériques réalisées après identifications seront comparées à l'ensemble des résultats expérimentaux.

Ainsi dans un premier chapitre, les paramètres du modèle d'endommagement intralaminaire seront identifiés pour le matériau de l'étude dans le cas particulier du phénomène de fissuration intralaminaire transverse. Ce modèle sera ensuite validé par la confrontation de simulations numériques aux données expérimentales. De même, une démarche identique sera réalisée dans un second chapitre pour identifier les paramètres du critère d'intitiation du délaminage et pour le valider.

Dans l'industrie, la structure tissée de stratifiés est rarement modélisée ; une approche mésoscopique d'un empilement considérant ses couches homogènes est souvent plus familière à l'ingénieur. Nous avons modèliser ces phénomènes d'endommagements, puis identifier leur paramètres caractéristiques dans cet esprit, i.e. en considérant des modèles de stratifiés constitués de plis équivalents à des unidirectionnels. Après identifications du modèle de comportement endommageable et du critère d'intiation du délaminage, une confrontation des prédictions numériques aux données expérimentales préalablement reccueillies nous permettra de mettre en avant les avantages d'une telle approche, mais également de montrer ses limites.

Il faut par ailleurs noter que l'initiation du délaminage peut être influencée par l'évolution de la fissuration intralaminaire dans les plis avant son apparition. Dans la démarche retenue, cette influence est prise en compte par le biais du modèle d'endommagement intralaminaire qui permet de simuler les chutes de raideurs des plis fissurés. L'étape de validation du critère nous permettra également de savoir si cette hypothèse est suffisante pour rende compte de l'influence de la fissuration intralaminaire sur le début du délaminage.

Chapitre 28

Identification et validation du modèle d'endommagement intralaminaire à l'échelle mésoscopique

L'objet de ce chapitre est tout d'abord d'identifier les différents coefficients du modèle d'endommagement intralaminaire appliqué à la fissuration intralaminaire transverse, puis dans un deuxième temps de valider cette identification en comparant l'ensemble des résultats expérimentaux avec les prédictions des simulations numériques.

Bien que le modèle ait été implémenté en trois dimensions, nous nous intéressons au comportement plan du matériau. L'ensemble des paramètres à identifier pour l'écriture de la loi de comportement sont listés dans le tableau 28.1.

Dans cette étude, les essais expérimentaux utilisés pour l'identification du modèle sont les essais de traction sur la séquence de type $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$. La confrontation des données expérimentales obtenues sur autres séquences non trouées et trouées nous permettra de valider le modèle et le jeu de coefficients identifiés.

Nous supposons ainsi que l'évolution des endommagements ne dépend pas du mode de sollicitation. C'est une hypothèse forte, mais qui permet de réduire grandement le nombre d'essais à réaliser. Dans un premier temps, cette identification devrait suffire pour les types de séquences testées au cours de cette étude. En effet, pour tous ces empilements, la plupart des plis fissurés sont orientés à 90° et sont majoritairement sollicité en mode 1 d'ouverture des fissures. Seules les stratifiés non troués de séquence $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$ ainsi que ceux troués de séquences $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$ peuvent éventuellement poser un problème. En effet, pour l'empilement $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$, les fissures appartenant aux plis fissurés orientés à 55° sont sollicités en mode mixte (traction et cisaillement). De même, les champs de contraintes et de déformation situés dans le voisinage du trou pour les stratifiés de séquences $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$ sont complexes ; les fissures sont donc en grande partie sollicitées en mode

mixte autour de ce trou, pouvant mettre en difficulter le modèle identifié de cette manière.

Par ailleurs, les simulations numériques des essais de traction sont réalisés sous le logiciel de calcul par Eléments Finis Zébulon. Les éprouvettes numériques sont de géométries simples, identiques aux éprouvettes expérimentales, et de mêmes dimensions. Le maillage est régulié et réalisé à l'aide d'éléments linéaires de type brique, nommé *c3d8* sous Zébulon. Ainsi, pour la séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$, l'éprouvette a été maillée à l'aide de 640 éléments.

Enfin, nous rappelons que les résultats expérimentaux ont montré une quasi-absence d'effet d'épaisseur sur la densité de fissures, d (voir section 9.2). La variable quantifiant l'endommagement α a donc été choisi égale à la densité de fissures.

28.1 Identification des tenseurs de chute de raideur

L'identification des coefficients B_2, B_3, et C_4 a tout d'abord été réalisée par par lissage des résultats de calculs d'homogénéisation réalisés sur une cellule représentative du matériau endommagé (Thionnet [76]).

Puis, dans un second temps, la valeur des coefficient B_2 et B_3 a pu être ajustée à l'expérience par méthode inverse en comparant les courbes expérimentales des chutes de modules en fonction de la variable d'endommagement α (égal à la densité de fissures moyenne pour notre matériau) aux prédictions de ces courbes fournies par des simulations numériques de ces essais. Les données expérimentales ont été obtenues sur des éprouvettes de traction de séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$. Les résultats sont donnés dans le tableau 28.2.

28.2 Identification des paramètres de la fonction seuil A_c

Comme nous l'avons dit, l'évolution des endommagements est supposée ne pas dépendre du mode de sollicitation. Les paramètres de la fonction seuil à identifier sont donc les seuls coefficients a_0, b_0 et c_0. Leurs valeurs sont données dans le tableau 28.3.

28.3 Validation du modèle pour les séquences de type $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$ $(n = 1, 2, 3)$

Tout d'abord, nous avons vérifié que la répartition des endommagements dans les stratifiés est bien rendue par les simulations. Comme observé expérimentalement, nous retrouvons bien le fait que les plis orientés à 0° par rapport à l'axe de traction ne s'endommage pas (la variable

Paramètres	Nombres de coefficients dans le cas de l'orthotropie plane	Nature mathématique	Méthode(s) d'identification
$\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}_0$	4	Tenseur d'ordre 4	Tenseur des modules élastique pour le pli non endommagé ; identifié à partir d'essais de traction
$\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}_N$	2 : seuls les coefficients B_2 et B_3 sont non nuls	Tenseur d'ordre 4	Tenseur quantifiant la perte de raideur lorsque les fissures sont sollicitées uniquement en mode d'ouverture de type 1 (ouvertes, mais non cisaillées) ; il est identifié soit par simulation numérique à l'aide d'une cellule repésentative ; soit par méthode inverse à l'aide d'essais de charges / décharges réalisés en traction sur des éprouvettes de séquence(s) appropriée(s) (par exemple de type $(0^\circ{}_n, 90^\circ{}_m)_s$)
$\underset{\sim}{\boldsymbol{C}}_T$	1 : seul le coefficient C_4 est non nul	Tenseur d'ordre 4	Tenseur quantifiant la perte de raideur lorsque les fissures sont sollicitées uniquement en mode d'ouverture de type 2 (cisaillées, mais non ouvertes) ; il est identifié soit par simulation numérique à l'aide d'une cellule repésentative ; soit par méthode inverse à l'aide des essais de charges / décharges réalisés sur des éprouvettes de séquence(s) appropriée(s)
$(a_0, a_1, \cdots)$ $(b_0, b_1, \cdots)$ $(c_0, c_1, \cdots)$	3 minimum : a_0, b_0 et c_0	scalaires	Ce sont les coefficients de la fonction seuil de l'endommagement, A_c ; elle est identifiée par méthode inverse en comparant les courbes d'évolution expérimentales de l'endommagement à celles prédites par la simulation des essais
ε_2^c et ε_6^c	2	scalaires	Ces valeurs correspondent aux déformations à rupture du matériaux en traction et en cisaillement

TAB. 28.1 – Paramètres à identifier pour la loi de comportement élastique endommageable par fissuration intralaminaire transverse

$B_2(MPa)$	$B_3(MPa)$	$C_4(MPa)$
11000	2500	6700

TAB. 28.2 – Résultats de l'identification des coefficients B_2, B_3 et C_4, appartenant aux tenseurs de chutes de raideur

a_0	b_0	c_0
20	0,06	2,2

TAB. 28.3 – Identification des coefficients de la fonction seuil A_c

d'endommagement restant à 0). Seul le pli à 90° s'endommage et α augmente progressivement au cours du chargement.

Puis, les cinétiques d'endommagement sont simulées pour les séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$ et $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_3)_s$. Les résultats sont données sur la figure 28.1 et comparés aux données expérimentales.

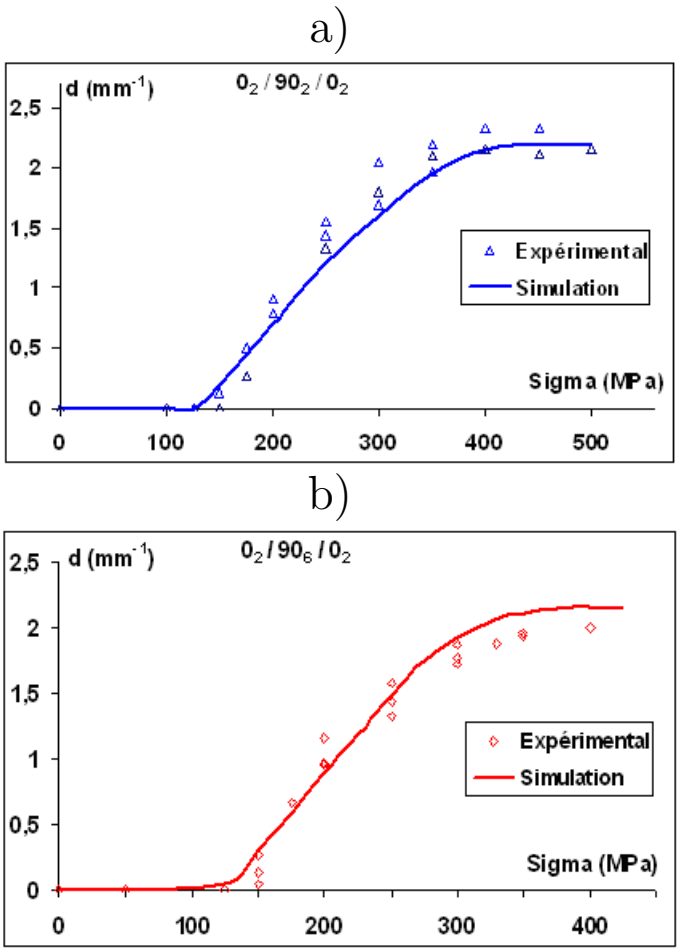


FIG. 28.1 – Comparaison des cinétiques d'endommagement expérimentale et numérique, pour les séquences $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_1)_s$ (a) et $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_3)_s$ (b), sollicitées en traction uniaxiale jusqu'à rupture

Nous obtenons un bon accord entre les courbes simulées et expérimentales.

Par ailleurs, lors des essais expérimentaux, le module longitudinal global du stratifié, noté E, est facilement déterminé. Numériquement, E est le rapport entre la moyenne des

contraintes dans le sens longitudinal (σ_{11}) et la moyenne des déformations dans cette même direction (ε_{11}), soit $E = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}}$. Ce paramètre est donc simple à comparer entre résultats expérimentaux et simulation numériques.

Nous représentons ainsi les courbes $E = f(\sigma)$ et $\frac{E}{E_0} = f(\sigma)$ sur la figure 28.4 pour les trois séquences, où E est le module global du stratifié dans le sens longitudinal et E_0 le même module pour le matériau non endommagé.

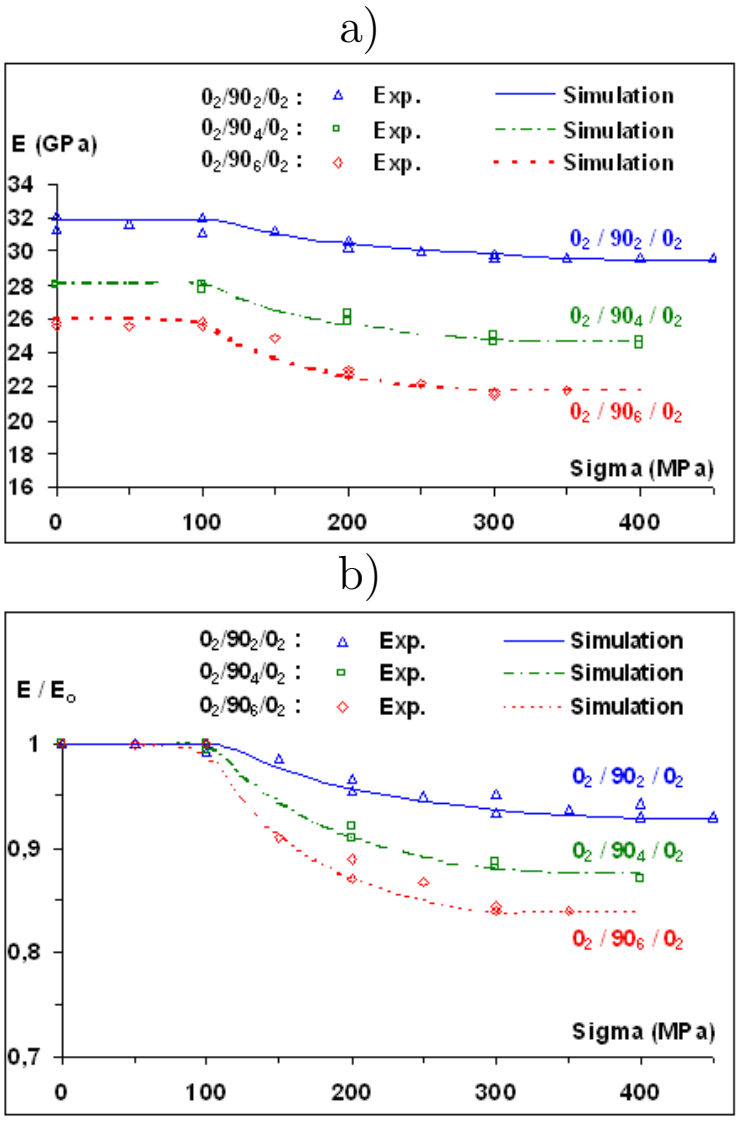


FIG. 28.2 – Evolutions de la raideur global du stratifié dans le sens longitudinal, non normée E (a), et normée $\frac{E}{E_0}$ (b), en fonction du chargement imposé en traction, pour les empilements $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s$ $(n = 1, 2, 3)$, sollicitées en traction uniaxiale jusqu'à rupture - comparaison entre simulations numériques et résultats expérimentaux

Il apparaît une très bonne corrélation entre les résultats et simulations numériques, pour les trois séquences considérées.

Enfin, sur la figure 28.3, pour chaque pli p de la séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$, le module

longitudinal E_p a été calculé (où E_p est la moyenne de la grandeur $\frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}}$ calculée en chaque point de Gauss du pli p).

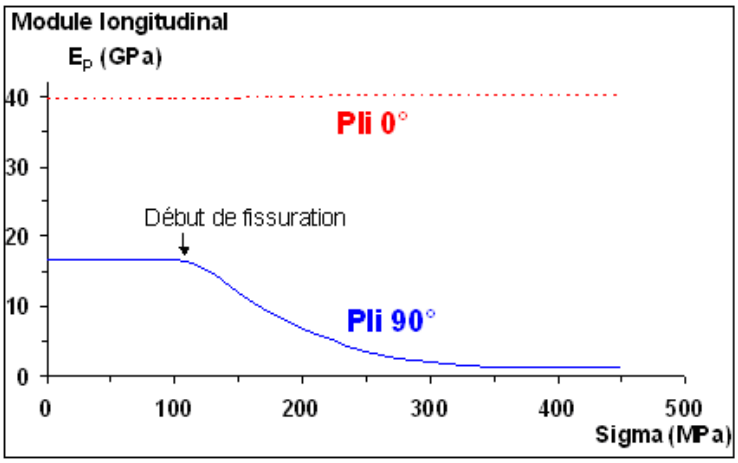


FIG. 28.3 – Evolution du module longitudinal E_p pour chaque pli au cours du chargement, pour la séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$, sollicitée en traction uniaxiale jusqu'à rupture

Nous pouvons noter que le module longitudinal du pli à 90° (dans le repère du stratifié) qui est initialement de $17GPa$ chute progressivement à partir du niveau de chargement égal à $152MPa$ (début de la fissuration) pour enfin atteindre une valeur quasiment nulle (autour de $1GPa$) à saturation de la densité de fissures.

Nous pouvons donc dire que pour le matériau de l'étude, la simulation du comportement élastique endommageable de ce type de séquence $((0^\circ{}_2, 90^\circ{}_n)_s)$ est correctement rendue par le choix de la variable d'endommagement (égale à la densité de fissures) et par le choix du lot de paramètres identifiés.

28.4 Validation du modèle pour la séquence de type $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$

La séquence $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$ a été utilisée dans ce travail pour l'étude du délaminage. La description de ses endommagements est décrite dans la section 21.4. La fissuration intralaminaire apparaît avant le délaminage et se développe à la fois dans les plis à 55° et dans les plis à 100°. Or dans les essais de traction, les fissures appartenant aux plis fissurés orientés à 55° sont sollicités en mode mixte (traction et cisaillement). Les simulations des cinétiques d'endommagement réalisées à partir des paramètres identifiés précédemment pourraît donc être mises en défauts face aux résultats expérimentaux. Afin de le vérifier, la densité de fissures a été calculée pour deux niveaux de chargement et comparée aux résultats expérimentaux obtenus sur une éprouvette (une seule éprouvette suffit pour vérifier si les

	pli 55°		pli 100°	
Chargement (MPa)	d exp. (nb fissures/mm)	d simu. (nb. fissures/mm)	d exp. (nb. fissures/mm)	d simu. (nb. fissures/mm)
200	0,08	2	2,25	2
225	0,3	2,1	2,8	2,1

TAB. 28.4 – Comparaison de la densité de fissures dans les plis orientés à 55° et 100° pour la séquence $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$ testée en traction provenant de données expérimentales et de simulations - paramètres du modèle donnés dans le tableau 28.3

ordres de grandeurs des densités de fissures sont correctes ou non). Le résultat est donné dans le tableau 28.4.

Dans le pli à 100°, les données expérimentales et les résultats de simulation sont comparables pour le niveau de chargement égal à $200MPa$. Pour le niveau supérieur de contrainte égal à $225MPa$, il y a une légère différence. Toutefois, sachant que la valeur du seuil de saturation de fissures identifiée pour le modèle est de $2,1 fissures/mm$, il est normal que la densité simulée ne soit allée plus haut que cette valeur, alors qu'expérimentalement, elle puissent monter jusqu'à $2,8 fissures/mm$.

En revanche, dans les plis à 55°, la différence entre la simulation et les données expérimentales sont assez importantes. Nous pouvons en effet remarquer que le densité de fissures dans les plis à 55° est expérimentalement faible pour un chargement de $225MPa$, alors que la densité calculée par simulation atteint la valeur à saturation.

Nous pouvons donc nous demander si l'augmentation des fissures par cisaillement plan du pli est possible pour ce matériau. Nous avons donc cherché à identifier un nouveau lot de paramètres pour la loi d'évolution qui puisse rendre compte de la différence d'évolution des fissures suivant le mode de sollicitation m. Toutefois, pour ne pas avoir à faire de nouveaux essais fastidieux, nous avons choisi sans autre justification la forme des fonction $a(m)$, $b(m)$ et $c(m)$ telles qu'elles répondent aux conditions suivantes :

$$\left\{ a(m) = a_0 \forall m \right. \quad \left\{ \begin{array}{lcl} b(m) & = & b'_0 + b_1 \times m \\ b(m=1) & = & b_0 \\ b(m=2) & = & grand \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{lcl} c(m) & = & c'_0 + c_1 \times m \\ c(m=1) & = & c_0 \\ c(m=2) & = & petit \end{array} \right.$$

où b_0 et c_0 sont les valeurs des coefficients identifiés à l'aide de la séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$.

De tels fonctions de $a(m)$, $b(m)$ et $c(m)$ permettent de limiter l'évolution de la fissuration en mode d'ouverture 2, tout d'abord en diminuant la valeur à saturation grâce à une petite valeur de $c(m=2)$, ensuite par l'action d'une grande valeur de $b(m=2)$ qui va "étaler" la courbe de cinétique d'évolution de α en fonction de σ.

a_0	b_0	b_1	c_0	c_1
20	-0,54	0,6	4,3	-2,3

TAB. 28.5 – Deuxième identification des coefficients de la fonction seuil A_c

	pli 55°		pli 100°	
Chargement (MPa)	d exp. (nb fissures/mm)	d simu. (nb. fissures/mm)	d exp. (nb. fissures/mm)	d simu. (nb. fissures/mm)
200	0,08	0,72	2,25	1,5
225	0,3	0,9	2,8	1,8

TAB. 28.6 – Comparaison de la densité de fissures dans les plis orientés à 55° et 100° pour la séquence $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$ testée en traction provenant de données expérimentales et de simulations - paramètres du modèle donnés dans le tableau 28.5

Les nouveaux paramètres identifiés sont données dans le tableau 28.5.

De nouvelles simulations ont été réalisées avec ces nouveaux paramètres et la densité de fissure a été recalculée dans les plis à 55° et 100°. Les résultats sont donnés dans le tableau 28.6.

Nous pouvons voir que les résultats ont été sensiblement améliorés dans les plis à 55°, mais la densité de fissures simulée reste tout de même supérieure à la réalité (encore trois fois plus élevée pour une charge de $225MPa$). Par contre, les prédictions des densités obtenues dans le pli à 100° sont un peu plus éloignés des données expérimentales que précédemment, mais elles restent tout de même raisonnables.

28.5 Validation du modèle pour les séquences trouées

Nous rappelons que la direction selon laquelle les observations sont faites autour du trou est définie par un angle θ (figure 29.7), où la direction 0° est parallèle à la direction de traction.

28.5.1 séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$

Pour ces éprouvettes, quelques fissures apparaissent après l'apparition du délaminage, mais celles-ci restent très limitées autour du trou.

Ainsi expérimentalement dans les plis à 0°, pour des niveaux de charge compris entre $135MPa$ et $150MPa$, des fissures se crééent de part et d'autre de la direction d'observation 90°. Ces fissures étant débouchantes sur la surface supérieure du stratifié, il est possible de les observer suivant la direction de l'axe z. Ainsi, sur la figure 22.3 de la section 22.1, nous

pouvons constater qu'elles se propagent sur quelques centaines de microns dans des directions parallèles à la celle de traction.

Nous avons effectué des simulations de ces essais avec une loi de comportement élastique endommageable des plis jusqu'à une charge de $165MPa$.

Sur la figure 28.4, nous pouvons observer deux cartographies numériques de la variable d'endommagement α dans le pli 0°, tracée dans la région autour du trou et visualisée suivant la direction de l'axe z. Sur la première figure, la simulation a été réalisée à partir de la première identification des coefficients (tableau 28.3), tandis que la seconde simulation a été effectuée à partir de la deuxième identification (tableau 28.5).

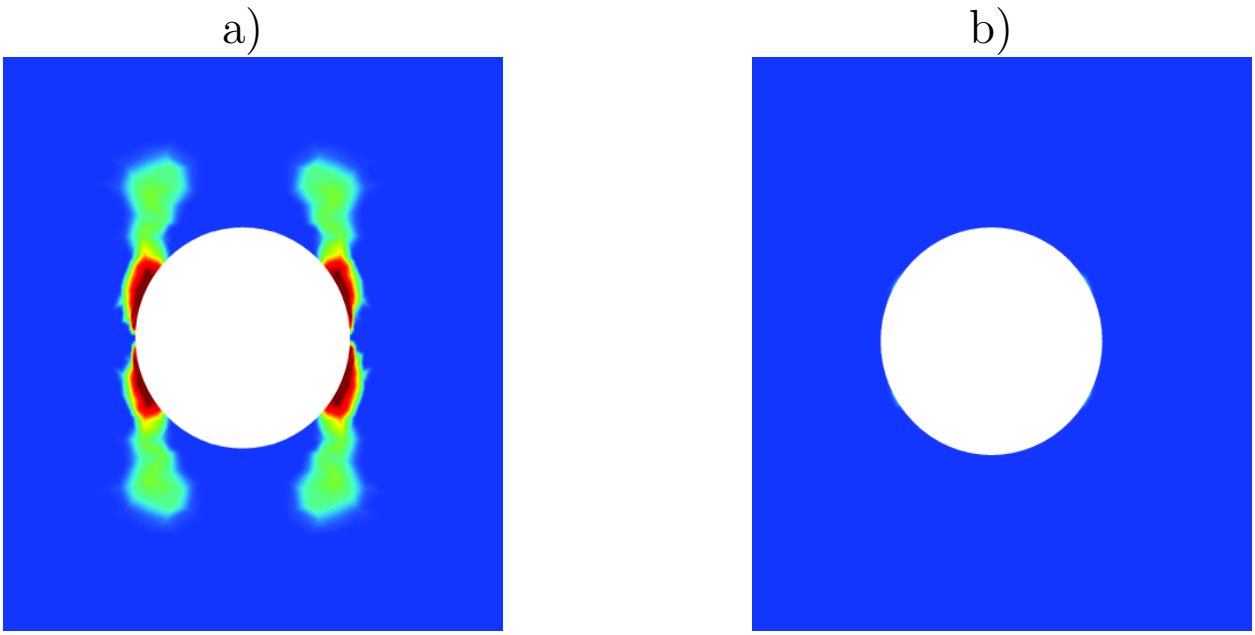


FIG. 28.4 – Cartographies numériques de la variable d'endommagement α dans le pli 0°, tracée dans la région autour du trou de la séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$ et visualisée suivant la direction de l'axe z

Dans le premier cas, la localisation de la fissuration autour du trou est assez bien prédite dans les plis à 0°. Toutefois, nous pouvons voir que celle-ci s'est bien trop étendue dans le pli par rapport à la réalité. La seconde simulation semble en revanche être bien plus proche des observations expérimentales car le phénomène de fissuration reste quasiment nulle au voisinage du trou.

28.5.2 séquence $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$

Pour cette séquence, de la fissuration intralaminaire se développe autour du trou avant que n'apparaisse le délaminage (voir section 22). Nous allons comparer les densités de fissures prédites par le modèle à celles déduites des observations effectuées sur le bord libre du trou. Commes les modes de sollicitation des fissures sont complexes dans cette région, nous

choississons d'effectuer les simulations à l'aide des paramètres de la fonction seuil A_c donnés dans le tableau 28.5.

La charge de traction finale choisie pour la simulation, égale à $115MPa$, correspond à peu près celle où débute expérimentalement le délaminage.

Après une charge de $115MPa$, les observations montrent que la fissuration intralaminaire s'est développée dans les plis à orientés à 90° entre les angles (θ) 65° et 115°. La densité moyenne des fissures mesurée entre les angles 80° et 100° est d'environ de 2 $fissures/mm$ à $2,5$ $fissures/mm$. C'est en bon accord avec les simulations qui prédisent une densité moyenne de 2 $fissures/mm$ dans cette zone.

Dans les plis à 45° (resp. -45°), la densité moyenne de fissures mesurée entre les angles 45° et 65° (resp. 115° et 135° dans les plis à -45°) est d'environ de 1 à $1,4$ $fissure/mm$. Ici encore, les simulations sont en bon accord avec l'expérience puisqu'elles prévoient une densité moyenne de $1,3$ $fissure/mm$ dans ces zones.

Par ailleurs, expérimentalement, la fissuration intralaminaire se développe également sur les tranches des éprouvettes pour des angles θ allant de 45° à 65°, mais de manière bien moindre. Ainsi pour une charge de $115MPa$, la densité moyenne de fissure calculée sur cet intervale est d'environ $0,9fissures/mm$. Par simulation, nous avons pu vérifier que la localisation de la fissuration sur les tranches est correctement prédites. De plus, la densité moyenne calculée y est de $1,3fissures/mm$ environ. Bien que supérieure à la densité réelle de fissures, la valeur simulée reste dans un ordre de grandeur raisonnable.

Au niveau des bords libres, les densités moyennes de fissures sont donc correctement simulées par les paramètres identifiés dans les tableaux 28.5 et 28.2.

Chapitre 29

Identification et validation du critère d'initiation du délaminage

29.1 Etude de convergence

Une étude de convergence par rapport aux différents maillages a été réalisé. Plusieurs calculs par éléments finis ont été réalisés avec des maillages de plus en plus raffinés au voisinage des bords libre (tandis que les domaines hors de ce voisinage gardent les mêmes tailles de mailles). Des résultats obtenus sur les séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$ et $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$ sont respectivement présentés dans les figures 29.1 et 29.2 : pour chaque maillage, le critère d'initiation du délaminage défini dans la section 25 a été calculé en fonction de la longueur carctéristique. Les coefficients du critère ne sont pas encore identifiés, mais nous pouvons nous inspirer des différentes valeurs de coefficients trouvés dans la littérature pour fixer nos coefficients. Ainsi les valeurs des coefficients Y_t et S qui correspondent respectivement aux résistances de l'interface aux efforts de traction et de cisaillement sont choisis pour être de l'ordre de grandeur des résistances à rupture d'un unidirectionnel sollicité en traction ou en cisaillement ; pour l'analyse de convergence, Y_t est donc égal à $50MPa$ et S à $100MPa$. Le coefficient k (voir section 25) est quand à lui fixé à zéro.

Le critère calculé avec les différents types de maillage converge assez rapidement (figure 29.1 et 29.2). Sur une longueur égale $11\mu m$, correspondant à l'ordre de grandeur du diamètre d'une fibre (dimension caractéristique de la microstructure), la différence entre les valeurs du critère calculées avec les maillages $n°3$ et 4 est inférieur à 5% pour la séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$ et $6,5\%$ pour l'autre. Pour cette étude, nous considérerons ainsi que le critère a raisonnablement convergé avec les maillages $n°4$ et nous considérerons que cette finesse de maille sera suffisante pour les analyses qui suivront.

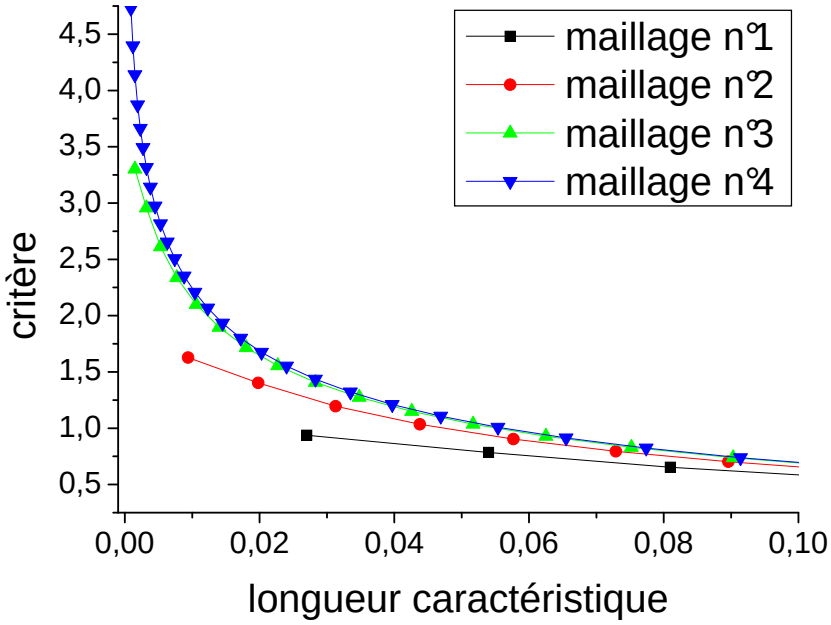


FIG. 29.1 – Etude de convergence du critère en fonction de la finesse du maillage au voisinage du bord libre pour une séquence de type $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$

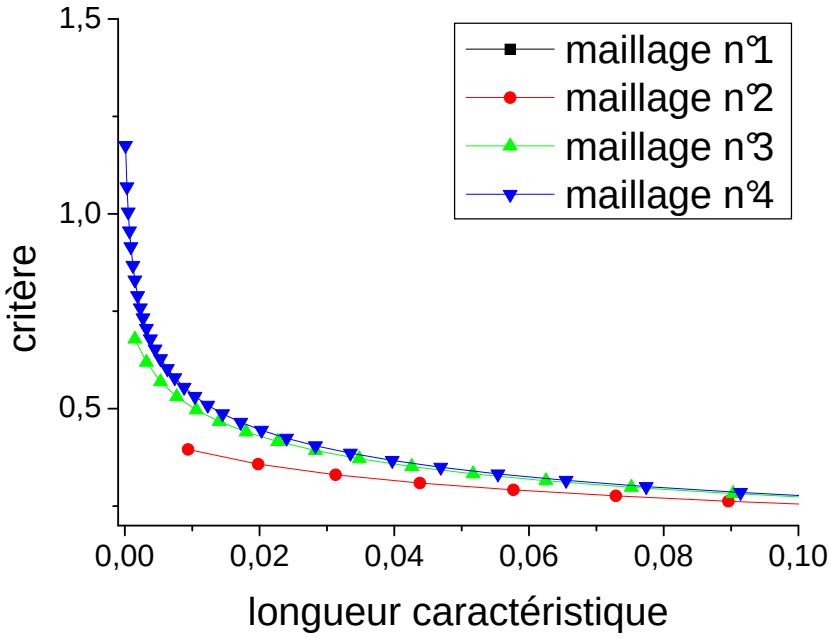


FIG. 29.2 – Etude de convergence du critère en fonction de la finesse du maillage au voisinage du bord libre pour une séquence de type $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$

29.2 Comparaison entre les prédictions numériques et les essais effectués sur des éprouvettes non trouées

Pour identifier les coefficients du critère Y_t, S, k et la longueur caractéristique l_0, les séquences $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)$ $(n = 1, 2, 3)$, $(0_n{}^\circ, \pm 45_n{}^\circ, 90_n{}^\circ)$ $(n = 1, 3)$ et $(90_1{}^\circ, 0_1{}^\circ, \pm 30_1{}^\circ)$ ont été testés en traction. Les résultats expérimentaux obtenus ont ensuite été utilisés pour optimiser le critère à l'aide de la méthode des gradients conjugués (voir section 21 et section 26).

Dans un premier temps, les paramètres sont tous identifiés dans un seul processus d'optimisation. Les résultats de l'identification sont donnés dans le tableau 29.1.

Y_t	S	k	l_0
$25,2MPa$	$164,7MPa$	$0,163$	$0,005mm$

Tab. 29.1 – Identification des coefficients du critère par la méthode du gradient conjugué où tous les coefficients sont recherchés dans un même processus

La longueur caractéristique ainsi identifiée est très faible, inférieure au diamètre d'une fibre qui est de $11\mu m$. Or le modèle utilisé pour le calcul des contraintes considère des plis homogènes. La longueur caractéristique ne peut être plus petite que le plus petit côté du Volume Elementaire Représentatif (VER) ; celui-ci est généralement de l'ordre de quelques fibres. Nous nous trouvons donc en dessous des limites du modèle et les contraintes moyennes calculées sur cette longueur ne peuvent avoir de signification physique en rapport avec la microstructure. D'un autre côté, en se basant sur la notion de fissure instantanée introduite par Leguillon [39] (voir section 24), la longueur caractéristique devrait être l'équivalent de la longueur de décollement apparu au niveau de l'interface délaminante. Pour une longueur égale au plus petit côté du VER, cela correspondrait donc à une fissure de délaminage dont la dimension moyenne le long du bord libre est de l'ordre de plusieurs fois le diamètre d'une fibre. Or expérimentalement, nous avons vu dans la section 21 que le délaminage détecté n'est pas continu le long du bord libre et que celui-ci équivaut aux endroits où il est apparu à la décohésion de quelques fibres sur quelques centaines de micron le long de celles-ci. Au final, il est fort probable que nous n'ayons pas l'équivalent d'un décollement continu le long du bord libre égale au diamètre d'une fibre et que ce soit la raison pour laquelle nous trouvions une longueur caractéristique si petite. Toutefois, puisque nous nous trouvons au-delà des limites du modèle, cette dernière ne peut pas être validée.

Par ailleurs, la valeur identifiée pour Y_t, résistance au délaminage lorsque l'interface est sollicitée en traction, est bien inférieure à celles habituellement données pour la résistance en traction d'un unidirectionnel dans le sens perpendiculaire à la direction des fibres (tournant généralement aux environs de $50MPa$). Toutefois, ce coefficient a été identifié à l'aide des

séquences $(0_1{}^\circ, \pm 45_1{}^\circ, 90_1{}^\circ)$ et $(0_3{}^\circ, \pm 45_3{}^\circ, 90_3{}^\circ)$. Le délaminage débutant pour ces séquences aux interfaces $-45^\circ/90^\circ$ est créé par des fissures intralaminaires qui se développent dans les plis à 90°. Or, bien que les chutes de rigidités de ces plis dues à l'évolution des fissures intralaminaires sont bien prises en compte, le champ de contrainte local en pointes des fissures n'est pas modélisé. L'ordre de grandeur de la longueur caractéristique identifiée montre que l'initiation du délaminage de bord libre est un phénomène local. Les champs de contraintes calculés pour l'identification de Y_t ne traduirait donc pas la véritable résistance au délaminage de l'interface sollicitée en traction.

Pour avoir une idée du phénomène, un calcul par éléments finis en trois dimensions a été effectué pour une cellule de séquence $(0_1{}^\circ, \pm 45_1{}^\circ, 90_1{}^\circ)$ contenant une fissure dans le pli à 90°.Le maillage réalisé est assez grossié pour des temps de calcul assez court. Le but de ce calcul n'est donc pas de quantifier les concentrations de contraintes, il faudrait pour cela faire une étude plus approfondie du problème, mais simplement de vérifier qu'il existe bien une forte augmentation de la contrainte σ_{zz} en pointe de la fissure. Les calculs confirment un accroissement de plusieurs centaines de MPa en pointe de la fissure de cette composante.

A l'aide du critère et des coefficients identifiés, les charges de traction théoriques au moment du délaminage ont été calculées. Elles ont été comparées ensuite aux données expérimentales afin d'évaluer l'erreur de prédiction pour chaque séquence, ainsi que l'erreur moyenne globale (figure 29.3). Les interfaces délaminantes $10^\circ/30^\circ$, $10^\circ/40^\circ$ et $10^\circ/55^\circ$ ne sont pas prisent en compte dans l'analyse de ces prédictions car le délaminage débutant à ces interfaces est induit par des phénomènes complexes (créé par des fissures intralaminaires non perpendiculaires aux plan des plis, influence de la structure du tissu...) qui ne sont pas pris en compte dans le modèle. Les erreurs de prédictions calculées pour ces interfaces sont alors bien trop importantes pour que ces résultats soient comptabilisés.

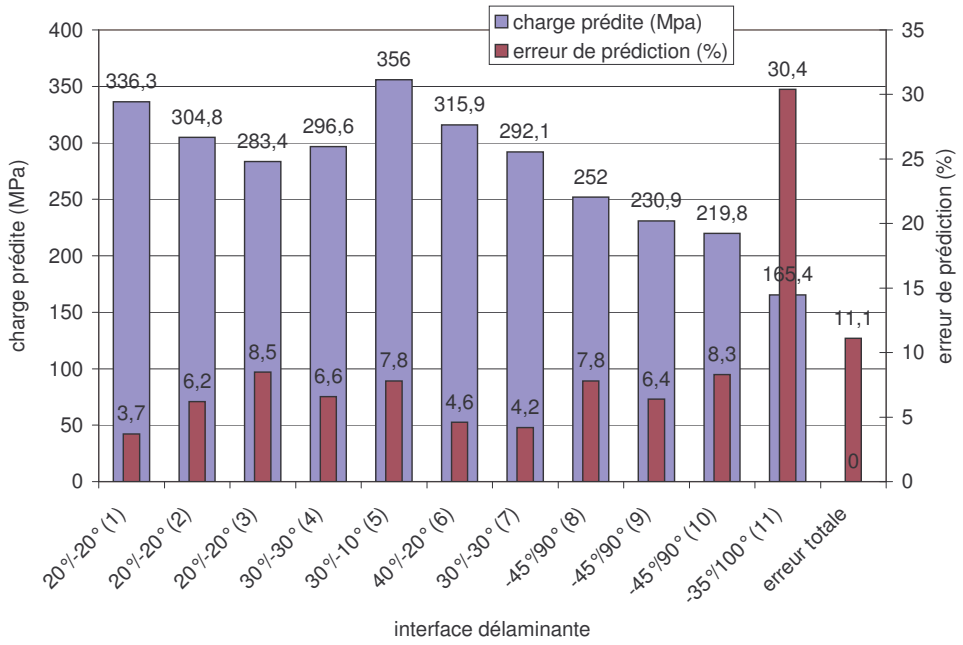


FIG. 29.3 – Charge de traction théorique et erreur de prédiction calculée pour chaque séquence au moment du délaminage avec les coefficients identifiés dans le tableau 29.1

Rappel (voir section 26) :

– l'erreur de prédiction pour une séquence est calculée comme suit :

$$\text{erreur sur la séquence } (\%) = \sqrt{e_{ij}} \times 100 = \sqrt{\frac{\left|\Sigma^{ij}_{exp} - \Sigma^{i}_{simu}\right|}{\Sigma^{ij}_{exp}}} \times 100$$

– et l'erreur moyenne globale est calculée comme suit :

$$\text{erreur moyenne globale } (\%) = \sqrt{e} \times 100 = \sqrt{\frac{1}{N_{seq}} \sum_{i=1}^{N_{seq}} \frac{1}{N^{i}_{essai}} \sum_{j=1}^{N^{i}_{essai}} e_{ij}} \times 100$$

En dehors de la séquence $(10^{\circ}{}_2, 55^{\circ}{}_2, -35^{\circ}, 100^{\circ})_s$ dont l'erreur de prédiction est importante, celles calculées pour les autres empilements sont inférieures à $8,5\%$. Or, les interactions entre les différents endommagements observés pour la séquence $(10^{\circ}{}_2, 55^{\circ}{}_2, -35^{\circ}, 100^{\circ})_s$ sont complexes ; ainsi, les deux interfaces $10^{\circ}/55^{\circ}$ et $-35^{\circ}/100^{\circ}$ délaminent à la suite des interactions avec les fissures intralaminaires. C'est donc un argument supplémentaire en faveur de la conclusion précédente : une meilleur prédiction du critère

nécessiterait une prise en compte du champ de contraintes existant en pointes des fissures intralaminaires.

L'identification des coefficients pourrait donc être faussée par l'utilisation des deux séquences $(0_1{}^\circ, \pm 45_1{}^\circ, 90_1{}^\circ)$ et $(0_3{}^\circ, \pm 45_3{}^\circ, 90_3{}^\circ)$. Des auteurs comme Marion et al. [44] procèdent en découpant l'identification en plusieurs étapes. Ainsi, pour la longueur caractéristique en particulier, il serait plus intéressant de l'identifier à partir des séquences $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)$ seules dont le délaminage s'initie sans intéraction avec d'autres endommagments. Le nouveau processus d'identification est donc le suivant : tout d'abord est identifié les coefficients S et l_0 à partir des séquences $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)$ $(n = 1, 2, 3)$, puis le coefficient Y_t est obtenu à partir des séquences $(0_n{}^\circ, \pm 45_n{}^\circ, 90_n{}^\circ)$ $(n = 1, 3)$, connaissant la réserve qu'il peut exister sur la valeur de celui-ci, et enfin la séquence $(90_1{}^\circ, 0_1{}^\circ, \pm 30_1{}^\circ)$ est utilisée pour le coefficient k. Ce dernier est également identifié séparement des coefficients S et l_0 car nous n'avons à notre disposition qu'une seule séquence pour l'identification de k. En effet, seule cet empilement présente des contraintes de compression non négligeables au voisinage du bord libre. L'identification de k comporte donc également quelques incertitudes quand à la validité des résultats obtenus. Ainsi, dans l'éventualité où les trois coefficients S, l_0 et k seraient identifiés en même temps, l'erreur sur k sera directement reporté sur les deux premiers paramètres.

Avant de commencer à identifier seuls S et l_0, les autres termes du critère ne dépendant pas de ces deux paramètres doivent être négligés. Marion et al. choississent de simplifier le critère et de ne garder que le terme lié au mode III. Sur un principe équivalent, nous négligeons les termes du critères non liés au cisaillement pur de l'interface : k est donc fixé à zéro et Y_t est choisi très grand.

Toutefois, les contraintes σ_{zz} n'étant pas nulles aux interfaces $20^\circ/-20^\circ$ (voir section 21), l'identification de S et l_0 peut ainsi subir un biais, qui sera ensuite reporté sur les autres coefficients. Afin de minimiser celui-ci, le processus d'identification est répété une deuxième fois ; les paramètres sont alors initialisés à l'aide des valeurs de coefficients identifés au tour précédent.

Une fois S et l_0 identifié, Y_t est à nouveau initialisé avec une valeur plus raisonnable, car les contraintes de cisaillement ne sont pas nulles aux interfaces $-45^\circ/90^\circ$. Une trop grande valeur de Y_t choisi avant le processus de minimisation donnerait un poids trop important aux termes de cisaillement du critère et fausserait les résultats.

Les résultats de l'identification du premier et du deuxième tour sont donnés dans le tableau 29.2. Les charges de traction calculées au moment du délaminage à partir du critère, ainsi que l'erreur de prédiction pour chaque séquence et l'erreur moyenne globale sont présentées dans la figure 29.4.

	Y_t	S	k	l_0
1re identification	$23,4MPa$	$154MPa$	$0,136$	$0,007mm$
2me identification	$23,5MPa$	$166,3MPa$	$0,072$	$0,005mm$

TAB. 29.2 – Identification des coefficients du critère par la méthode du gradient conjugué où S et l_0 sont tout d'abord identifiés, puis Y_t et enfin k ; deux processus d'identification sont réalisés à suivre pour minimiser l'erreur d'identification ; les paramètres initiaux utilisés lors du deuxième processus sont ceux identifiés au premier tour

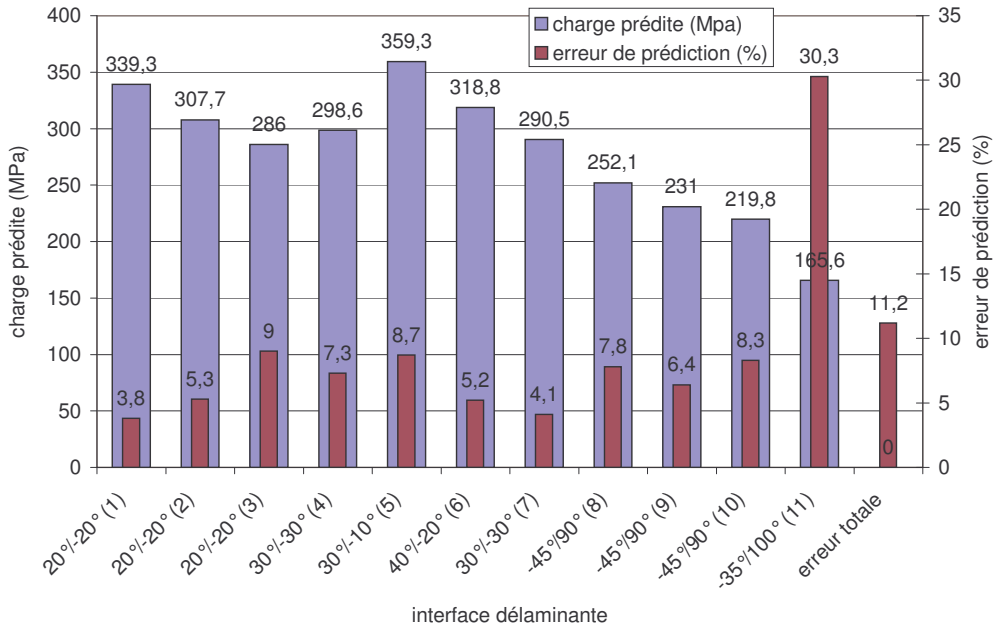


FIG. 29.4 – Charge de traction théorique et erreur de prédiction calculée pour chaque séquence au moment du délaminage avec les coefficients identifiés dans le tableau 29.2

A nouveau la longueur caractéristique identifiée l_0 est égale à $5\mu m$. Pour les mêmes raisons que précédemment, cette dernière ne peut pas être acceptée. Nous pouvons remarquer que les nouveaux critères ne sont guères différents des précédents. De plus, globalement, il n'y a pas eu d'amélioration. Au contraire, dans l'ensemble, il y a une légère augmentation des erreurs de prédictions.

Afin de résoudre le problème de la longueur caractéristique, une autre série d'identification a été réalisée en ajoutant une contrainte supplémentaire sur la longueur caractéristique : son minimum possible doit être supérieur ou égal au diamètre d'une fibre, soit $11\mu m$. Le résultat de l'identification est donné dans le tableau 29.3. Les charges de traction calculées au moment

du délaminage à partir du critère, ainsi que l'erreur de prédiction pour chaque séquence et l'erreur moyenne globale sont présentées dans la figure 29.5

	Y_t	S	k	l_0
1re identification	$21,6MPa$	$142,6MPa$	0	$0,011mm$
2me identification	$20,9MPa$	$142,8MPa$	$0,037$	$0,011mm$

TAB. 29.3 – Identification des coefficients du critère par la méthode du gradient conjugué où S et l_0 sont tout d'abord identifiés en imposant $l_0 \geq 11\mu m$, puis Y_t et enfin k ; deux processus d'identification sont réalisés à suivre pour minimiser l'erreur d'identification ; les paramètres initiaux utilisés lors du deuxième processus sont ceux identifiés au premier tour

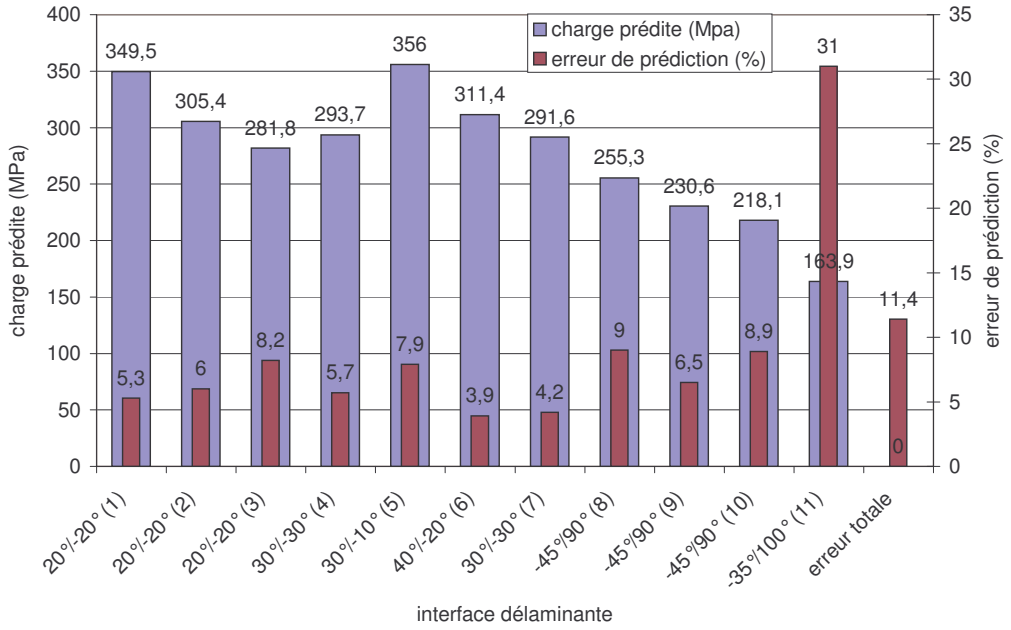


FIG. 29.5 – Charge de traction théorique et erreur de prédiction calculée pour chaque séquence au moment du délaminage avec les coefficients identifiés dans le tableau 29.3

La longueur caractéristique identifiée cette fois-ci est donc bien égale à$11\mu m$. Globalement, nous remarquons une légère amélioration des prédictions pour les séquences dont le délaminage s'initie par cisaillement de l'interface. En revanche, les erreurs de prédictions ont augmentés pour les séquence dont le délaminage est induit par des fissures intralaminaires. Dans un sens, ce résultat est rassurant car il va dans le sens des conclusions précédentes.

Enfin, certains auteurs parmis lesquels Lecuyer [36] et Marion [44] utilisent deux longueurs caractéristiques : une longueur est associée au début de délaminage lorsque l'interface est soumise à une traction au voisinage de son bord libre, tandis que l'autre longueur dépend de son initiation lorsque l'interface est sollicitée en cisaillement. Le critère a donc également été identifié en considérant ces deux longueurs caractéristiques. Ici encore, nous avons imposé un minimum de $11\mu m$ aux longueurs caractéristiques. Le résultat de l'identification est donné dans le tableau 29.4.

Y_t	l_t	S	k	l_c
$18,3MPa$	$0,027mm$	$139MPa$	$0,16$	$0,011mm$

TAB. 29.4 – Identification des coefficients du critère par la méthode du gradient conjugué où S et l_c sont tout d'abord identifiés, puis Y_t et l_t, puis enfin k ; deux longueurs caractéristiques sont considérées, l_c et l_t, respectivement pour les phénomènes d'initiation du délaminage par cisaillement et de traction de l'interface

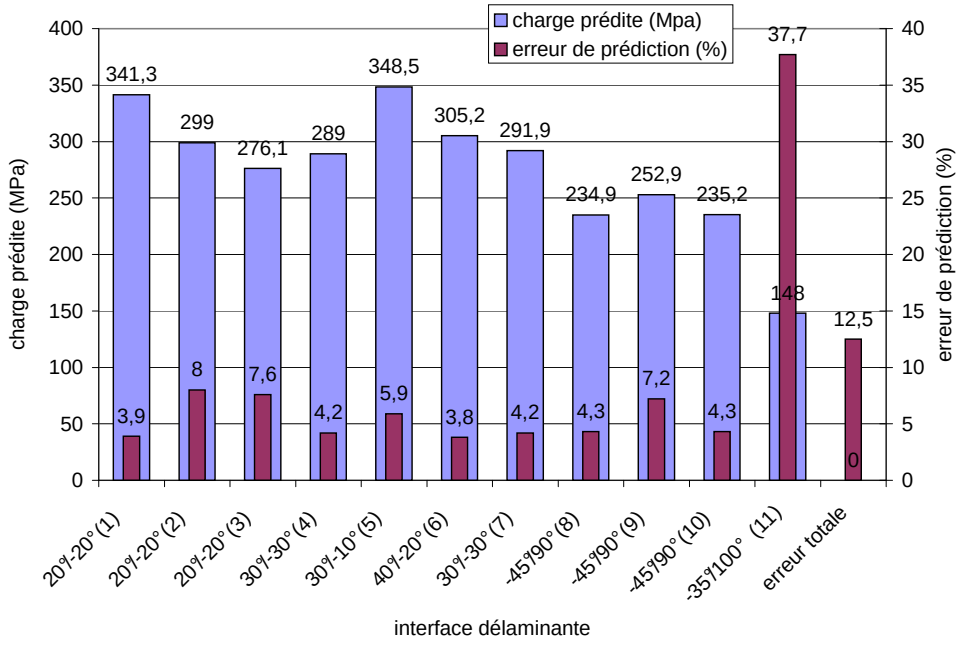


FIG. 29.6 – Charge de traction théorique et erreur de prédiction calculée pour chaque séquence au moment du délaminage avec les coefficients identifiés dans le tableau 29.4

L'erreur moyenne calculé à partir de ces coefficients et de toutes les séquences donne un résultat supérieur aux précédent (figure 29.6). Toutefois, l'erreur sur la séquence

$(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ{}_2, 100^\circ{}_2)_s$ a également fortement augmentée. Sans tenir compte de cet empilement, l'erreur moyenne est rabaissée à $5,6\%$. C'est le meilleur résultat obtenu jusqu'à présent, mais ce n'est pas spectaculaire et ne justifie pas forcément l'emploi d'un paramètre supplémentaire pour le critère. De plus, l'identification des coefficients Y_t et l_t a été réalisée à l'aide des séquences délaminant en mode de sollicitation mixte, traction et cisaillement, qui correspondent dans cette étude aux séquences $(0^\circ{}_n, \pm 45^\circ{}_n, 90^\circ{}_n)_s$. Or, nous avons vu que ces séquences soulèvent quelques questions. Dans ces conditions, nous pouvons nous demander si les meilleurs résultats obtenus proviennent d'une meilleur modélisation du phénomène ou d'une meilleur accomodation du critère pour ces séquences permise par l'emploi d'un paramètre supplémentaire. D'ailleurs, les auteurs n'ont pas de justification physique très claire à propos de cette deuxième longueur caractéristique. N'ayant pas les séquences nécessaires pour trancher ce problème, nous n'utiliserons qu'une seule longueur caractéristique par la suite.

29.3 Comparaison entre les prédictions numériques et les essais effectués sur des éprouvettes trouées

Nous rappelons que la direction selon laquelle les observations sont faites est définie par un angle θ (figure 29.7). La direction 0° est parallèle à la direction de traction.

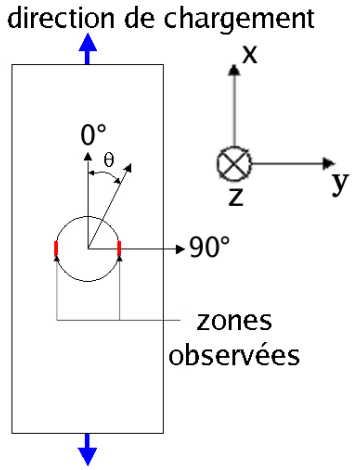


FIG. 29.7 – La direction selon laquelle les observations sont faites est définie par un angle θ

29.3.1 Séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$

Le premier endommagement observé pour cette séquence est le délaminage, localisé aux interfaces $20/-20^{\circ\circ}$ aux voisinage de l'angle θ égal à 90°.

Sur la figure 29.8, les chargements théoriques de traction au moment du délaminage ont été calculés à l'aide du critère en fonction de l'angle θ aux deux interfaces $0^\circ/20^\circ$ et

$20/-20^\circ$. Le chargement minimum est atteint à l'interface $20/-20^\circ$ pour un angle θ de 90°. La localisation du début du premier délaminage est donc bien prédit par le critère.

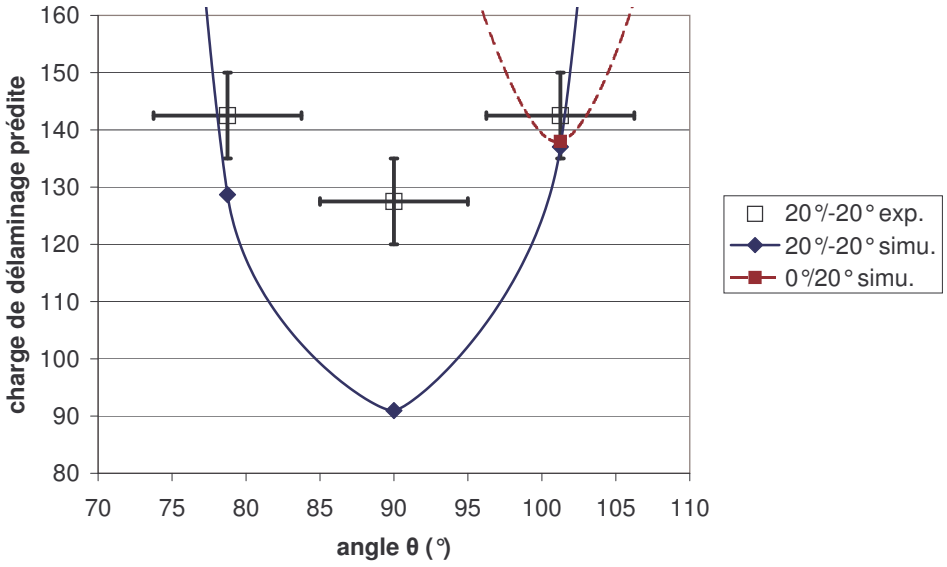


FIG. 29.8 – Chargements théoriques de traction calculés au moment du délaminage à l'aide du critère en fonction de l'angle θ, aux deux interfaces $0^\circ/20^\circ$ et $20/-20^\circ$ de la séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$

En revanche, les calculs prédisent une charge d'initiation du délaminage de $90MPa$, ce qui sous-estime largement celle mesurée expérimentalement (celle-ci se situant entre 120 et $135MPa$).

Plusieurs hypothèses peuvent être faites pour expliquer cette différence. Ainsi, nous pouvons remarquer que le concept de longueur caractéristique a été formulé à partir des analyses réalisées sur des éprouvettes EDT, pour lesquelles les contraintes sont supposées indépendantes de la position x le long de l'éprouvette (en dehors des régions proches des mords). Or pour les éprouvettes trouées, cette hypothèse d'indépendance n'est plus valide, les gradients de contraintes au voisinage du bord libre du trou n'étant plus indépendant de l'axe des x. Le phénomène d'apparition du délaminage ne peut donc pas dépendre des seuls gradients de contraintes calculés dans la direction perpendiculaire au plan tangent du bord libre du trou. Sans pour autant modifier tout le critère, ce problème pourrait être amélioré en subtituant à la longueur carctéristique le concept d'une surface caractéristique sur laquelle les contraintes seraient de la même manière moyennées. Nous ne possédons pas assez de données pour définir la géométrie de celle-ci : il faudrait pour cela d'autres études plus approndies

du sujet. Toutefois, sans justification, nous pouvons choisir une formulation particulière de la moyenne des contraintes sur une surface comme ci-dessous :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \frac{1}{S_0} \int \int_{S_0} \sigma dS \Leftrightarrow \bar{\bar{\sigma}} = \frac{1}{2 \cdot \Delta\theta \cdot l_0} \int_{\theta_0 - \Delta\theta}^{\theta_0 + \Delta\theta} \int_0^{l_0} \sigma d\theta dl$$

où S_0 est la surface caractéristique ; soit,

$$\bar{\bar{\sigma}} = \frac{1}{2 \cdot \Delta\theta} \int_{\theta_0 - \Delta\theta}^{\theta_0 + \Delta\theta} \bar{\sigma}(\theta) \, d\theta$$

De plus, $\Delta\theta$ est choisi de manière à ce que l'arc de cercle décrit par cet angle soit de l'ordre de grandeur de la longueur caractéristique afin de rester cohérent avec la longueur caractéristique identifiée :

$$R\Delta\theta = l_0 \Rightarrow \Delta\theta = \frac{l_0}{R} \Rightarrow l_0 = \frac{0,011}{20} = 0,00055 grad \text{ soit } 0,032^\circ$$

où R est le rayon du trou.

En nous positionnant sur le cercle décrit par le trou, en θ_0 égale à 90°, les noeuds voisins du maillage se situe de part et d'autre aux angles θ_1 égal à $78,75^\circ$ et θ_2 égal à $101,25^\circ$; $|\theta_0 - \theta_1|$ et $|\theta_0 - \theta_2|$ sont donc largement supérieur à $\Delta\theta$. Pour calculer les moyennes $\bar{\sigma}(\theta)$ en fonction de θ, nous procédons donc par interpolation :

$$\bar{\sigma}(\theta) = \bar{\sigma}(\theta_0) + \left(\frac{\bar{\sigma}(\theta_1) - \bar{\sigma}(\theta_0)}{\theta_1 - \theta_0} \times (\theta - \theta_0) \right) \text{ si } \theta \epsilon (\theta_0 - \Delta\theta, \theta_0)$$

ou

$$\bar{\sigma}(\theta) = \bar{\sigma}(\theta_0) + \left(\frac{\bar{\sigma}(\theta_2) - \bar{\sigma}(\theta_0)}{\theta_2 - \theta_0} \times (\theta - \theta_0) \right) \text{ si } \theta \epsilon (\theta_0 + \Delta\theta, \theta_0)$$

Après intégration, la moyenne des contraintes sur la surface caractéristique devient donc :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \bar{\sigma}(\theta_0) + \frac{1}{4} \cdot \Delta\theta \cdot \left(\frac{\bar{\sigma}(\theta_1) - \bar{\sigma}(\theta_0)}{\theta_1 - \theta_0} + \frac{\bar{\sigma}(\theta_2) - \bar{\sigma}(\theta_0)}{\theta_2 - \theta_0} \right)$$

Pour la composante σ_{xz}, $\bar{\sigma}_{xz}(\theta_0)$, $\bar{\sigma}_{xz}(\theta_1)$ et $\bar{\sigma}_{xz}(\theta_2)$ sont respectivement égales à $245,53MPa$, $174,7MPa$ et $165,3MPa$. La moyenne de cette composante calculée sur la surface S_0, $\bar{\bar{\sigma}}_{xz}$, est donc égale à $245,52MPa$. La différence entre $\bar{\sigma}_{xz}(\theta_0)$ et $\bar{\bar{\sigma}}_{xz}$ est donc négligeable. Pour les moyennes des autres composantes, $\bar{\bar{\sigma}}_{yz}(\theta_0)$ et $\bar{\bar{\sigma}}_{zz}(\theta_0)$, les résultats sont identiques. Même si la surface caractéristique n'a pas cette géométrie, ni ces dimensions, il peut probable que les conclusions d'une étude plus approfondie soient très différentes. Il ne faut donc pas chercher l'explication de la différence entre les charges prédites et les charges expérimentales dans cette direction.

En nous remémorant l'influence de la structure des plis en tissu satin 4 sur l'apparition du délaminage aux interfaces $10^\circ/30^\circ$ ou $10^\circ/40^\circ$ pour les séquences $(10^\circ{}_2, 30^\circ{}_2, -10^\circ{}_2)_s$ et

$(10^\circ{}_2, 40^\circ{}_2, -20^\circ{}_2)_s$ (section 21), nous pouvons supposer qu'ici encore, cette structure en soit la cause. Toutefois, il n'a pas été possible de creuser cette hypothèse car cela aurait nécessité la modélisation du pseudo-tissu, ce qui n'était pas a priori l'objet de cette étude.

29.3.2 Séquence $(0^\circ{}_2, \pm 45^\circ{}_2, 90_2{}^\circ)_s$

Pour cette séquence, de la fissuration intralaminaire se développe autour du trou avant que n'apparaisse le délaminage (voir section 22). De plus, dans la plupart des cas, le délaminage est créé par des fissures intralaminaires aux niveaux des interfaces délaminantes. Avant d'analyser les prédictions du critère sur l'initiation du délaminage, nous avons vérifié dans la section 28.5.2 que les résultats des simulations réalisées avec une loi de comportement des plis élastique endommageable correspondent bien aux observations experimentales. Pour cela, nous avons comparer les densités de fissures prédites par le modèle à celles déduites des observations effectuées sur le bord libre du trou. Nous avons ainsi pu vérifier qu'au niveau des bords libres, les densités moyennes de fissures sont donc correctement simulées.

Cette étape validée, nous allons pouvoir nous concentrer sur l'analyse des prédictions de l'initiation du délaminage

Sur la figure 29.9, les charges théoriques pour lesquelles le délaminage devrait apparaitre en un point donné sur le bord libre du trou ont été calculées aux niveaux des trois interfaces $0^\circ/45^\circ$, $45/-45^{\circ\circ}$ et $-45/90^\circ$, en fonction de l'angle θ.

Les simulations avec un comportement élastique endommageable des plis ont été menées jusqu'à une charge de $160MPa$, mais pas au-delà pour ne pas prolonger indéfiniment les temps de calculs. Les charges théoriques qui sont supérieures à $160MPa$ ne sont donc pas affichées sur la figure 29.9.

D'après le critère, le délaminage devrait débuter aux deux interfaces $-45^\circ/90^\circ$ et $0^\circ/45^\circ$.

Aux interfaces $-45^\circ/90^\circ$, la courbe de la charge théorique prédite par le critère en fonction de l'angle θ est minimum entre 65° et 90°. Dans cette zone, la charge théorique est comprise entre $85MPa$ et $92MPa$, avec un minimum en θ égal à 90°. Expérimentalement, il apparait effectivement entre les angles 70° à 80° à l'interface $-45^\circ/90^\circ$, mais pour une charge de 110 à $120MPa$. De plus, il s'initie également entre les angles 100° à 115°.

Entre θ égal à 70° et 80°, le début du délaminage est assez donc bien localisé par le critère, bien qu'encore une fois, le critère sous-estime la charge. En revanche, la charge prédite par le critère au moment où s'initie le délaminage entre les angles 100° à 115° est bien supérieure à $120MPa$.

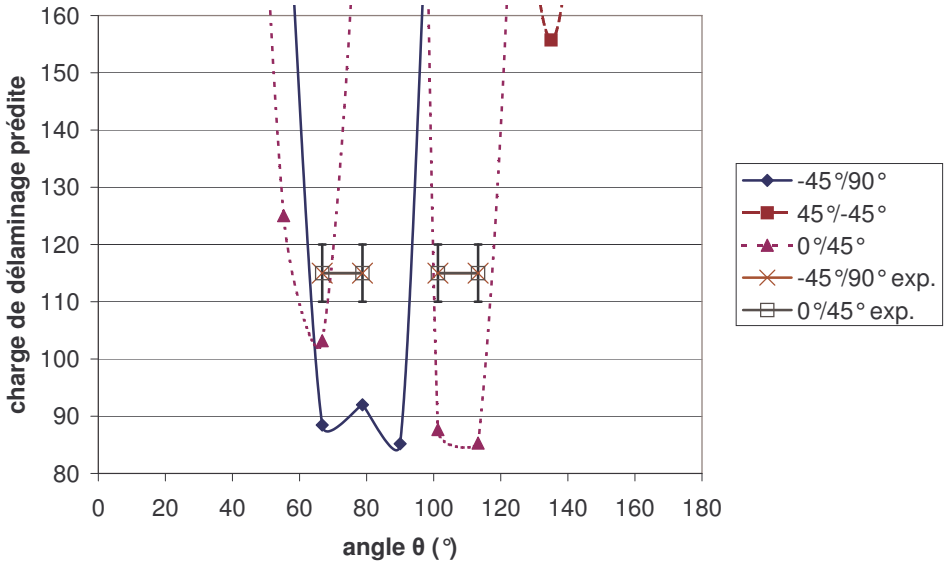


FIG. 29.9 – Chargements théoriques de traction calculés au moment du délaminage à l'aide du critère en fonction de l'angle θ, aux trois interfaces $0^\circ/45^\circ$, $45/-45^\circ$ et $-45/90^\circ$ de la séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$

Toutefois, d'après la section 22, nous pouvons remarquer plusieurs facteurs pouvant expliquer ce résultat. Tout d'abord, entre les directions d'observation 100° à 115°, les fissures intralaminaires sont présentes non seulement dans les plis à 90°, mais également dans les plis à -45°. De plus, ces fissures intralaminaires appartenant à la couche à -45° ne sont pas forcément perpendiculaires aux plan des plis. Or ce type de fissure est plus facilement susceptible d'induire un délaminage que des fissures perpendiculaires aux plans des plis. L'apparition du délaminage dans cette région dépend donc des interactions entre les différentes fissures de chaque pli, rendant le phénomène difficile à prédire ; d'autant plus que le délaminage débutant en pointe d'une fissure intralaminaire nécessiterait de prendre en compte le champ de contraintes local au voisinage de la fissure (voir section 21 et 29.2).

Aux interfaces $0^\circ/45^\circ$, la courbe de la charge théorique calculée en fonction de l'angle θ comporte un minimum entre 100° et 110°, ainsi qu'un minima en θ égal à 65°. Entre 100° et 110°, la charge calculée est comprise entre $85MPa$ et $88MPa$, alors qu'en θ égal à 65°, elle est égal à $103MPa$.

Entre θ égal à 100° et 110°, l'initiation du délaminage ne semble pas causée par d'autres endommagements. La charge d'initiation expérimentale comprise entre $110MPa$ et $120MPa$ est encore une fois sous-estimée, toutefois l'erreur de prédiction semble être d'un même ordre

de grandeur que celle obtenue pour les prédictions du délaminage sur les éprouvettes trouées de séquence $(0^\circ{}_2, \pm 20^\circ{}_2)_s$, pour lesquelles le délaminage est le premier endommagement. D'ailleurs, le calcul des contraintes à cette interface dans la direction θ égal à 113° montre que cette zone est majoritairement sollicitée en cisaillement.

Aux voisinage de l'angle 65°, des délaminages sont effectivement observés aux interfaces $0^\circ/45^\circ$ et débutent également entre 110° et 120°. L'erreur de prédiction semble dans ce cas inférieure aux précédentes, toutefois, comme le délaminage est induit par des fissures intralaminaires présentes dans le pli à 45°, ce résultat peut être sujet à caution.

Enfin, pour les autres délaminages détectés aux interfaces $0^\circ/45^\circ$, les prédictions s'éloignent grandement des résultats expérimentaux. Ces délaminages résultent soit de l'intéraction des interfaces avec les fissures intralaminaires non perpendiculaires aux plans des plis présentes dans les plis à 45°, soit de l'apparition des fissures intralaminaires dans les plis à 0°.

29.4 Conclusions

Dans le premier chapitre, nous avons tout d'abord identifier les différents coefficients du modèle d'endommagement intralaminaire appliqué à la fissuration intralaminaire transverse, puis dans un deuxième temps nous avons valider cette identification en comparant l'ensemble des résultats expérimentaux avec les prédictions des simulations numériques. Afin de limiter le nombre d'essais pour l'identification de la fonction seuil A_c, seuls les coefficients a_0, b_0 et c_0 ont été identifiés à partir de l'évolution de la densité de fissures mesurées pour la séquence $(0^\circ{}_2, 90^\circ{}_2)_s$. De même, les coefficients B_2, B_3 et C_4 appartenant aux tenseurs de chute de raideur ont tout d'abord été identifiés numériquement ; puis les paramètres B_2 et B_3 ont été ajustés par rapport aux essais de cette même séquence.

Cette identification donne de bonnes corrélations entre les données expérimentales et numériques pour quasiment l'ensemble des empilements testés, en dehors de la séquence non trouée $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$ et des deux séquences trouées. En effet, les régions fissurées pour ces spécimens ont des modes de sollicitations complexes. Ils mettent en cause l'hypothèse implicite réalisée lors du choix de ce jeu de coefficient selon laquelle l'évolution des endommagements ne dépend pas du mode de sollicitation. Nous observons en effet que l'augmentation des fissures par un cisaillement plan du pli est limitée pour ce matériau. Nous choisissons alors sans justification des formes des fonctions $a(m)$, $b(m)$ et $c(m)$ qui puissent rendre compte de ce phénomène et réalisons une deuxième identification de la fonction seuil A_c avec le jeu de coefficient suivant : a_0, a_1, b_0, b_1, c_0 et c_1. Cette nouvelle identification donne de bons résultats pour l'ensemble des prédictions réalisées sur les différentes séquences testées, non trouées et trouées.

Dans ce premier chapitre, nous avons donc montré l'efficacité du modèle unifié d'endommagement intralaminaire appliqué à la fissuration intralaminaire transverse pour simuler les évolutions des densités de fissures et les chutes de raideur dans les plis.

Dans le deuxième chapitre, nous avons dans un premier temps identifié les paramètres du critère d'initiation du délaminage à partir des éprouvettes non trouées de séquences $(0_n{}^\circ, \pm 20_n{}^\circ)$ $(n = 1, 2, 3)$, $(0_n{}^\circ, \pm 45_n{}^\circ, 90_n{}^\circ)$ $(n = 1, 3)$ et $(90_1{}^\circ, 0_1{}^\circ, \pm 30_1{}^\circ)$, testées en traction. Celui-ci est exprimé en terme de contraintes moyennées une longueur caractéristique et décrit dans la partie V . Puis dans un deuxième temps, nous avons validé le critère identifié en confrontant les simulations à l'ensemble des données expérimentales obtenues sur les épouvettes non trouées et trouées.

Lors de l'identification, plusieurs méthodes ont été utilisées : un premier processus a consisté à identifier les paramètres dans un seul processus d'optimisation ; puis une deuxième méthode a consisté à découper l'identification en plusieurs étapes afin de séparer celle des coefficients relatifs au délaminage de l'interface sollicitée en traction, de celle des coefficients liées au délaminage de l'interface sollicitée en cisaillement.

Dans les deux cas, les résultats des prédictions obtenues sont assez proches l'un de l'autre.

La longueur caractéristique identifiée est assez faible (inférieure au diamètre d'une fibre), en dessous des limites du modèle. Nous avons donc du choisir un minimum égal au diamètre d'une fibre pour la longueur caractéristique.

L'erreur sur les prédictions reste inférieure à 8% pour l'ensemble des interfaces délaminantes en dehors de celles de la séquences $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$, ainsi que des interfaces $10^\circ/30^\circ$ et $10^\circ/30^\circ$. Dans le premier cas, les endommagements dus à la fissuration intralaminaire sont complexes pour cette séquence. Leur influence sur l'initiation du délaminage semble être la cause des mauvaises prédictions du critère. Pour les deux autres interfaces, nous avons vu dans la section 21 que c'est l'influence du caractère tissé des plis qui semble en être la cause.

Enfin, la valeur identifiée pour Y_t, résistance au délaminage lorsque l'interface est sollicitée en traction, est bien inférieure à celles habituellement données pour la résistance en traction d'un unidirectionnel dans le sens perpendiculaire à la direction des fibres. C'est un résultat qui peut être surprenant, mais qui n'est pas inhabituel dans les études travaillant sur ce type de critère. Toutefois, ce coefficient est identifié à partir de séquences fissurées où le délaminage s'initie en pointes des fissures intralaminaires. Nous supposons donc que les champs de contraintes calculés pour l'identification de Y_t ne traduisent pas la véritable résistance au délaminage de l'interface sollicitée en traction. Nous montrons en effet que les champs de contraintes locaux en pointe de fissure, dont la composante normale à l'interface, peuvent être assez élevés, mais ne sont pas pris en compte dans la modélisation actuelle.

Appliquée à la prédiction du début de délaminage pour les essais de tractions des

éprouvettes trouées, le critère donne une bonne localisation de l'apparition du délaminage, en dehors de quelques cas. Encore une fois, ces derniers semblent être imputés à l'influence complexe des fissures intralaminaires. En revanche, dans tous les cas, les calculs prédisent une charge d'initiation du délaminage qui sous-estime celle mesurée expérimentalement. Plusieurs hypothèses ont été formulées pour expliquer ce phénomène, mais aucune ne s'est révélée satisfaisante ou alors n'a pu être démontrée.

Enfin, nous pouvons noter que les délaminages locaux apparaissant expérimentalement dans les plis ne peuvent être prédits par le critère.

A partir de ces résultats, nous pouvons donc dire que l'intéraction qui peut exister avec la présence de fissures intralaminaires semble non négligeable. En effet, le critère donne des prédictions relativement correctes lorsque le délaminage n'est pas induit par un autre endommagement ; mais le critère peut penner à prédire l'initiation du délaminage lorsqu'il débute en pointe d'une fissure intralaminaire. Le modèle d'endommagement intralaminaire ne décrit pas de fissures réelles, juste des chutes de rigidités du pli à une échelle mésoscopique. Il ne peut donc pas rendre compte des champs locaux en pointe d'une fissure intralaminaire qui peuvent être la cause du délaminage. La prise en compte des chutes de raideur des plis dues à l'évolution de la fissuration n'est donc pas suffisante pour décrire l'influence de ce phénomène sur l'apparition du délaminage. Par ailleurs, les observations effectuées laissent penser que la présence des trames dans le pli de base peut également jouer un rôle non négligeable dans les endommagements.

Ainsi, pour améliorer la prédiction de l'initiation du délaminage, l'intéraction avec les champs de contraintes en pointe de fissures intralaminaires et l'influence des trames sur l'initiation du délaminage doivent être étudié.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Conclusion

Aujourd'hui, les composites à matrice organique renforcée par des fibres continues sont des matériaux de plus en plus utilisés dans de nombreux domaines (aéronautique, automobile, industrie pétrolière...). Ces composites sont toutefois sujets à différents endommagements dont le délaminage de bord libre et les endommagements intralaminaires. En se développant, ces dégradations peuvent nuire à la tenue de la structure, et conduire à sa rupture dans certains cas. Pour dimensionner une pièce composite, le concepteur a donc besoin de prévoir son comportement mécanique en fonctionnement et de déterminer des coefficients de sécurité.

Ce travail a tout d'abord eu pour objectif d'apporter une contribution aux recherches actuelles afin de mieux comprendre et modéliser ces phénomènes d'endommagements pour des structures stratifiées soumises à une sollicitation plane et statique.

Par ailleurs, nous avons travaillé au cours de cette étude sur des plaques stratifiées en verre / époxy, fabriquées par Bretagne Composites à partir de préimprégnés tissés pseudo-unidirectionnels. Ce type de structure est de plus en plus employée en industrie. Toufefois, les exigances industrielles demandent des modèles relativement simples, ce qui peut exclure une description fine de la structure tissée du composite. Dans l'approche que nous avons adoptée, les plis ont donc été considérés comme homogènes, équivalents à des unidirirectionnels de mêmes propriétés mécaniques. Ainsi, ce travail nous a également permis de mettre en avant les avantages et les inconvénients d'une telle méthodologie.

Plusieurs étapes ont été nécessaire pour atteindre ces objectifs.

1. Une campagne d'essais a été menées afin de déterminer les caractéristiques des endommagements intralaminaires tranverses et leur cinétique d'évolution.

2. Un modèle de comportement prenant en compte les dégradations intralaminaires a été implémenté dans le logiciel de calcul par éléments finis Zébulon ; basé sur une modélisation de la fissuration intralaminaire transverse proposée par Thionnet [78], celui-ci a été écrit sous un formalisme global dans lequel tout type d'endommagement intralaminaire pourra être pris en compte à l'échelle mésoscopique ; nous avons par la

suite montré comment l'adapté au phénomène de rupture de fibres, pris à l'échelle mésoscopique ; enfin, le modèle tel qu'il est formulé ne prend pas en compte les éventuelles déformations irréversibles dues à la présence des fissures dans le pli ; nous l'avons donc fait évoluer pour décrire ce type de phénomène ; le modèle est identifié par simulation numérique à l'aide d'une cellule repésentative et par méthode inverse à l'aide des essais de charges / décharges réalisés sur des éprouvettes de séquence(s) appropriée(s).

3. Une deuxième campagne d'essais a été menée afin d'étudier le phénomène d'initiation du délaminage aux voisinages des bords ; les effets des autres endommagements et de la microstructure sur son apparition ont également été analysés ; dans ce but, une méthode d'observation innovante a été établie afin de pouvoir visualiser durant les essais les différents mécanismes de dégradation présents ; les observations se font sur la tranche des éprouvettes ou sur le bord du trou ; cette méthode est basée sur l'utilisation d'un colorant pénétrant et d'une source lumineuse qui diffuse la lumière à travers le matériau : la surface observée est éclairée par l'arrière, révélant très nettement le colorant ayant pénétré dans les fissures débouchantes ; elle a été utilisée avec succès pour ce composite en verre / époxy afin de suivre l'évolution des endommagements sur de nombreuses séquences, non trouées et trouées.

4. Un critère de prédiction du début de délaminage du aux effets de bord a été construit ; nous avons choisi une expression du critère en termes de contraintes, plus simple d'emploi et plus familière pour un ingénieur ; par ailleurs, avec le modèle utilisé pour calculer les contrainte, celles-ci sont numériquement singulières à l'intersection d'un bord libre et d'une interface ; pour s'affranchir de ce problème, nous avons choisi un critère non local en introduisant une longueur caractéristique : les composantes du vecteur contrainte de l'interface, utilisées pour construire le critère, sont moyennées sur une longueur caractéristique du matériau ; la formulation retenue pour le critère permet de tenir compte, non seulement, des modes de sollicitation des interfaces délaminantes (en traction ou en cisaillement), mais également d'un phénomène de retard du délaminage : par analogie avec la loi de Coulomb, nous avons supposé que plus l'interface est en compression, plus la résistance en cisaillement de l'interface sera augmentée ; enfin, nous proposons une méthode graphique et une méthode algorithmique pour identifier le critère ; les deux types de méthodes ont été écrites de manière à pouvoir prendre en compte un comportement endommageable du stratifié, si de la fissuration intralaminaire survient avant l'apparition du délaminage.

5. Enfin, le modèle et le critère ont été identifiés, puis valider en comparant leurs prédictions numériques à l'ensemble des résultats expérimentaux.

L'analyse expérimentale des essais a permis de mettre en évidence les nombreux types d'endommagements apparaissant dans le matériau, ainsi que leurs caractéristiques. Les principaux observés sont la fissuration intralaminaire transverse, les délaminages locaux intraplis, le délaminage et la rupture de fibres.

La fissuration intralaminaire transverse qui se développe dans le matériau de l'étude présente beaucoup de points commun avec celle observée dans les matériaux non tissés ; toutefois, la structure tissée du matériau a une grande influence sur certaines de ses caractéristiques, bien que la proportion de trames dans les plis ne soit pas trop élevée (13%). Comme les stratifiés non tissés, elle a une répartition assez homogène dans le matériau et une évolution continue au cours du chargement. En revanche, les fissures ne font pour la plupart que 2 à $3mm$ de longueur dans le sens de la largeur des couches et ne se propagent pas toujours sur toute l'épaisseur du pli (celles-ci pouvant être arrêtées par la présence de trames). Dans les couches dont les fibres sens chaines sont le moins désorientées par rapport à l'axe de traction, les fissures peuvent également se développer dans les torons trames. Toutefois, l'apparition de fissures dans ces torons n'induit pas de baisse de rigidité visible dans les plis concernés. Mais surtout, la plus importante des différences par rapport aux études réalisées sur des stratifiés non tissés est qu'il n'y a pas d'influence de l'épaisseur du pli mesuré sur la cinétique d'évolution de la densité moyenne de fissures.

De même, la structure tissée joue sur l'apparition des autres endommagements. Ainsi, nous avons souvent détecté des délaminages locaux intraplis qui débutent aux niveaux d'interfaces de torons trames et de torons chaînes, mais également aux interfaces de torons et de zones riches en résine. Autre exemple, alors que le délaminage semble s'initier en quelques endroits isolés dans le cas de stratifiés non tissés, il se répète assez régulièrement tout du long des bords libres dans le cas du matériau de l'étude. De même, pour les séquences $(10^\circ{}_2, 30^\circ{}_2, -10^\circ{}_2)_s$ et $(10^\circ{}_2, 40^\circ{}_2, -20^\circ{}_2)_s$, l'effet de la structure tissée se fait assez fortement ressentir. En effet, une analyse des contraintes calculées a été effectuée le long des interfaces délaminantes $10^\circ/30^\circ$ et $10^\circ/30^\circ$. Le caractère tissé des plis n'a pas été pris en compte dans le calcul des contraintes. Les résultats montrent qu'elles sont alors bien trop faibles pour provoquer le délaminage observé expérimentalement.

Nous avons par ailleurs pu vérifier l'influence de la fissuration intralaminaire sur le début du délaminage. Certaines séquences présentent en effet de la fissuration qui s'est déjà largement développée au moment l'apparition du délaminage. Pour plusieurs de ces empilements, une majorité des débuts de délaminage observés semble être créée par des fissures intralaminaires. Nous avons également noté que dans certains plis, les fissures intralaminaires ne sont pas perpendiculaires aux plans des couches. Or le délaminage qui

est induit par ces fissures semble plus aisé à s'initier. Nous avons par ailleurs montré par simulation pour les séquences non trouées $(0^\circ{}_n, \pm 45^\circ{}_n, 90^\circ{}_n)_s$ que la diminution de la raideur du pli à 90°, due à l'évolution des fissures intralaminaires, abaisse légèrement la charge macroscopique à laquelle le délaminage pourrait s'initier aux interfaces $-45^\circ/90^\circ$. C'est un résultat étonnant qui peut aller à l'encontre d'une intuition première. Toutefois, ce résultat reste logique : en abaissant la raideur du pli à 90°, la fissuration augmente la différence de module avec ses plis voisins, orientés à 45°. Cette augmentation accentue les gradients de contraintes existant au voisinage du bord libre. De même, nous avons montré que la baisse de modules dans ce pli ne diminue pas l'effet d'épaisseur pour l'initiation du délaminage, bien au contraire.

A partir des observations expérimentales, nous avons montré comment adapter le modèle d'endommagement initialement écrit pour les composites stratifiés non tissés au cas d'un stratifié dont les plis de bases sont des pseudo-unidirectionnels. Nous avons pu vérifier pour ce matériau qu'une simple modification de la variable variable d'endommagement est suffisante pour simuler les chutes de rigidités et l'évolution de la densité de fissures. La forme de la variable choisie est égale à la densité de fissures moyennes dans les plis fissurés pour le matériau de l'étude, alors que dans les stratifiés non tissés, la variable habituellement utilisée est égale à la densité moyenne de fissures multiplié par l'épaisseur du pli. La comparaison entre les prédictions du modèles et les données expérimentales obtenues sur les éprouvettes non trouées, comme les éprouvettes trouées, donne des résultats très satisfaisants.

Par ailleurs, après identificatin du critère d'initiation du délaminage, l'erreur sur ses prédictions pour les séquences non trouées reste inférieure à 8% pour l'ensemble des interfaces délaminantes en dehors de celles de la séquences $(10^\circ{}_2, 55^\circ{}_2, -35^\circ, 100^\circ)_s$, ainsi que des interfaces $10^\circ/30^\circ$ et $10^\circ/30^\circ$. Dans le premier cas, les endommagements dus à la fissuration intralaminaire sont complexes (la fissuration est observée à la fois dans les plis à 55° et 100°, de plus, les fissures sont non perpendiculaires aux plans des plis dans les couches à 55°). Leur influence sur l'initiation du délaminage semble être la cause des mauvaises prédictions du critère. Pour les deux autres interfaces, nous avons vu que c'est l'influence du caractère tissé des plis qui semble en être la cause.

Appliquée à la prédiction du début de délaminage pour les essais de tractions sur des éprouvettes trouées, le critère donne une bonne localisation de l'apparition du délaminage, en dehors de quelques cas. Encore une fois, ces derniers semblent être imputés à l'influence complexe des fissures intralaminaires (dans certaines régions, nous pouvons observer des fissures non perpendiculaires aux plan des plis ou de la fissuration présente dans les deux plis adjacent à l'interface délaminante...). En revanche, dans tous les cas, les calculs prédisent une charge d'initiation du délaminage qui sous-estime celle mesurée expérimentalement. Plusieurs

hypothèses ont été formulées pour expliquer ce phénomène, mais aucune ne s'est révélée satisfaisante ou alors n'a pu être démontrée.

Nous avons ainsi pu montrer que l'intéraction entre le début du délaminage et les fissures intralaminaires semble non négligeable. Le modèle d'endommagement intralaminaire ne décrit pas de fissures réelles, juste des chutes de rigidités du pli à une échelle mésoscopique. Il ne peut donc pas rendre compte des champs locaux en pointe d'une fissure intralaminaire qui peuvent être la cause du délaminage. Il apparait donc que la seule prise en compte des chutes de raideur des plis dues à l'évolution de la fissuration ne semble pas suffisante pour décrire l'influence de ce phénomène sur l'apparition du délaminage.

Enfin, nous pouvons noter que les délaminages locaux apparaissant expérimentalement dans les plis ne peuvent être prédits par le critère.

Ainsi, pour améliorer la prédiction de l'initiation du délaminage, l'intéraction avec les champs de contraintes en pointe de fissures intralaminaires et l'influence de la structure tissé des plis sur l'initiation du délaminage doivent être étudié.

Perspectives

Nous avons montré qu'une représentation homogène des plis du stratifié, associé au modèle de comportement endommageable des couches permet de simuler avec succès les chutes de rigidité dans le plan du composite et de décrire les évolutions des dégradation intralaminaire avec le chargement.

En revanche, cette méthodologie ne permet d'accéder ni aux champs locaux de contraintes engendrés par la structure tissés des plis, ni aux champs locaux situés en pointes des fissures intralaminaires. Or nous avons vu que ces champs pouvaient être à l'origine de début de délaminage. Pour y remédier, des procédures multiéchelles peuvent être mises en place.

Une première procédure permettrait de déterminer les champs existant dans le pli tissé à l'aide d'une cellule représentative. Tandis qu'un deuxième processus multiéchelle permettrait d'évaluer les champs situés en pointes de fissures. Par ailleurs, l'ajout de singularités dans le modèle du stratifié pourrait également être envisagé pour simuler ces effets locaux induits par la présence des fissures.

Dans tous les cas, les grandes difficultés seront tout d'abord de prendre en compte l'apparition de fissures qui sont, aux voisinages des bords libres, non perpendiculaires aux plans des plis, puis de simuler les effets induits sur le début du délaminage.

L'étude des champs locaux pouvant induire des débuts de délaminage doit également passer par un travail expérimental plus approfondie. Par exemple, une méthode de corrélation d'images pourrait être envisagé : en effet, l'exploitation quantitative de différentes images correspondant à un état de référence et un état déformé permet par des techniques de corrélation d'effectuer des mesures de champs de déplacement, ainsi il est possible en chaque point de l'image d'accéder au déplacement de celui-ci entre les deux états, référence et déformé.

Aujourd'hui, les caméras CCD ou d'appareils photos numériques présents sur le marché permet l'acquisition d'images de hautes qualités, tant en terme de définition spatiale, qu'en terme de dynamique de niveau de gris. De plus, une optique adaptée permet d'accéder à une échelle très fine allant jusqu'au micromètre.

Hors matériel, la seule réelle difficulté est d'obtenir sur les images un motif suffisamment fin, hétérogène et contrasté pour arriver à localiser un même point de la structure à la

fois sur l'image référente et l'image déformée. Si ce motif ne rempli pas ces conditions, il existe plusieurs techniques pour y remédier, les plus courantes étant la dépose de grille micromètrique qui se fait généralement au MEB (technique souvent inadapté aux composites à matrice organique) ou la pulvérisation successive de goutelette de peinture noire et blanche. Cette dernière est bien adapté à ce type de composite, mais ne permet pas un motif suffisamment fin pour le cas présent. Dans ce cas, l'emploi d'une peinture déjà pailleté pourrait être testée, avec un grain très fin des paillettes et une proportion suffisante dans la peinture.

Enfin, une validation plus approfondie du modèle d'endommagement pourrait être réalisé sur des structures plus complexes. De même, une technique de corrélation d'image permettrait une comparaison fines des données expérimentales et des simulations pour les champs de déformation en surface des structures.

Bibliographie

[1] D.H. Allen, C.E. Harris, and S.E. Groves. A thermomechanical constitutive theory for elastic composites with distributed damage. *Int. J. Solids Structures*, 23(9) :1301–1338, 1987.

[2] O. Allix and P. Ladevèze. Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination. *Composite Structures*, 22 :235–242, 1992.

[3] O. Allix, D. Lévêque, and L. Perret. Identification and forecast of delamination in composite laminates by an interlaminar interface model. *Composites Science and Technology*, 58 :671–678, 1998.

[4] E. Aussedat-Yahia. *Comportement et endommagement du composite tissé Carbone/PMR15 soumis à des chargements mécaniques et thermiques.* PhD thesis, Ecole Nationale Superieure des Mines de Paris, 1997.

[5] M. L. Benzeggagh. Détection et identification des endommagements lors d'un processus de délaminage. In *Délaminage : bilan et perspectives, journées AMAC/CSMA*, pages 49–83, 1995.

[6] J. M. Berthelot. *Matériaux Composites - Comportement mécanique et analyse des structures.* Masson, 3èmes edition, 1995.

[7] J.L. Billoet, T. Ben Zineb, and B. Ben Lazreg. Approche semi-mésoscopique et effet de bord libre des plaques stratifiés. In *Dans le délaminage : bilan et perspectives, Journée AMAC/CSMA*, pages 129–138, 1995.

[8] J. C. Brewer and P. A. Lagace. Quadratic stress criterion for initiation of delamination. *Journal of Composite Materials*, 22 :1141–1155, December 1988.

[9] J. F. Caron, R. P. Carreira, and A. Diaz Diaz. Critère d'initiation de délaminage dans les stratifiés. *Comptes REndus de l'Académie des Sciences*, pages 1291–1296, 1999.

[10] J. F. Caron, A. Diaz Diaz, R. P. Carreira, A. Chabot, and A. Ehrlacher. Multi-particle modelling for the prediction of delamination in multi-layered materials. *Composites Science and Technology*, 66 :755–765, 2006.

[11] J.L Chaboche. Le concept de contrainte effective appliqué à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope. In J.-P. Bochler, editor,

Mechanical behavior of anisotropic solids, Colloque Euromech 115, Grenoble, pages 737–760. Editions du CRNS, 1982.

[12] J.L Chaboche. Damage induced anisotropy : on the difficulties associated with the active / passive unilateral condition. *International Journal of Damage Mechanics*, pages 148–171, April 1992.

[13] H. Chai. The characterization of mode i delamination failure in non-woven, multidirectional laminates. *Composites*, 15 :277–290, october 1984.

[14] F.W. Crossman and A.S.D. Wang. The dependence of transverse cracking and delamination on ply thickness in graphite/epoxy laminates. *Damage in Composite Materials*, pages 118–139, 1980.

[15] A. Diaz Diaz and J.-F. Caron. Prediction of the onset of mode iii delamination in carbones-epoxy laminates. *Composite Structures*, 72 :438–445, April 2006.

[16] A. D. Diaz Diaz and J. F. Caron. Prediction of the onset of mode iii delamination in carbon-epoxy laminates. *Composite Structures*, 72 :438–445, 2006.

[17] D. Engrand. A boundary layer approach to the calculation of transverse stresses along free-edges of a symmetric laminated plate of arbitrary width under in-plane loading. *Composite Structures*, pages 198–247, 1981.

[18] J.-P. Favre and J.-C. Laizet. Amplitude and counts per event analysis of the acoustic emission generated by the transverse cracking of cross-ply cfrp. *Composites Science and Technology*, 1989.

[19] F. Gao, L. Boniface, S.L. Ogin, P.A. Smith, and R.P. Greaves. Damage accumulation in woven-fabric cfrp laminates under tensile loading : Part 1. observations of damage accumulation. *Composites science and technology*, 59 :123–136, december 1997.

[20] K. W. Garret and J. E. Bailey. Multiple transverse fracture in 90ř cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester. *Journal of Materials Science*, 12 :157–168, 1977.

[21] M. Haboussi, H. Dumontet, and J. L . Billoet. Interlayers in laminates : modelling and influence on the free-edge effects. In *ICCM 12 Paris*, 1998.

[22] R. Harry, E. Lecuyer, and G. Marion. Détection expérimentale de l'amorçage du délaminage de stratifiés à l'aide de l'émission accoustique. In *Comptes rendus des onzièmes journées nationales sur les composites*, pages 787–795, November 1998.

[23] Chyanbin Hwu and Jian S. Hu. Stress intensity factors and energy release rates of delaminations in composite laminates. *Engineering Fracture Mechanics*, 42 :977–988, 1992.

[24] Chyanbin Hwu, C.J. Kao, and L.E. Chang. Delamination fracture criteria for composite laminates. *Journal of composites Materials*, 29 :1962–1987, 1995.

[25] L. P. Isupov and S. E. Mikhailov. A comparative analysis of several nonlocal fracture criteria. *Archive of applied mechanics*, 68 :597–612, 1998.

[26] R. Y. Kim and S. R. Soni. Experimental and analytical studies on the onset of delamination in laminated composites. *Journal of Composite Materials*, 18 :70–80, January 1984.

[27] R. Y. Kim and S. R. Soni. Failure of composite laminates due to combined interlaminar normal and shear stresses. *Composites*, pages 341–350, 1986.

[28] .Y. Kim. *Interlaminar response of composite materials*, volume 5, chapter Experimental observations of free-edge delamination. Elsevier Science Ltd, 1989.

[29] P. Ladevèze. Sur la modélisation et le calcul des structures composites. In *Comptes Rendus des Sixièmes Journées Nationales sur les Composites*, pages 697–712. AMAC, octobre 1988.

[30] P. Ladevèze. Sur la modélisation et le calcul des structures composites. In *Comptes Rendus des Sixièmes Journées Nationales sur les Composites*, pages 697–712, October 1988.

[31] P. Ladevèze, A. Gasser, and O. Allix. Damage mechanisms modeling for ceramic composites. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 116 :331–336, July 1994.

[32] P. Lagace, J. Brewer, and C. Kassapoglou. The effect of thickness on interlaminar stresses and delamination in straight-edged laminates. *Journal of Composites Technology and Research*, 9(3) :81–87, 1987.

[33] L. Lagnunegrand. *Mise en évidence expériementale et prise en compte dans la formulation d'un critère d'amorçage du délaminage, de l'influence des contraintes normales inter plis au sein d'un matériau composite.* PhD thesis, Université de Bordeaux I, décembre 2004.

[34] L. Lagunegrand, T. Lorriot, R. Harry, H. Wargnier, and J. M. Quenisset. Initiation of free-edge delamination in composite laminates. *Composites Science and Technology*, pages 1–13, 2005.

[35] F. Lecuyer. *Etudes des effets de bords dans les structures minces multicouches.* PhD thesis, Université de Pierre et Marie Curie, 1991.

[36] F. Lécuyer and D. Engrand. Présentation d'une méthodologie d'identification d'un critère d'initiation du délaminage. In *Comptes rendus des huitièmes journées nationales sur les composites*, pages 751–761, Novembre 1992.

[37] J.W. Lee and D.H. Allen. Internal state variable approach for predicting stiffness reductions in fibrous laminated composites with matrix cracks. *Journal of Composite Materials*, 23 :1273–1291, december 1989.

[38] S. M. Lee. Failure mechanisms of edge delamination of composites. *Journal of Composites Materials*, 24 :1200–1212, november 1990.

[39] D. Leguillon. A method based on singularity theory to predict edge delamination of laminates. *International Journal of Fracture*, 100 :105–120, 1999.

[40] D. Leguillon, G. Marion, R. Harry, and F. Lécuyer. The onset of delamination at stress-free edges in angle-ply laminates - analysis of two criteria. *Composites Science and Technology*, 61 :377–382, 2001.

[41] J. Lemaître and J.L. Chaboche. *Mécanique des Matériaux Solides*. Dunod, 2ème édition edition, 1988.

[42] T. Lorriot, G. Marion, R. Harry, and H. Wargnier. Onset of free-edge delamination in composites laminates under tensile loading. *Composites*, 34 :459–471, 2003.

[43] B. Macquaire and J. Renard. Kinetic of tranverse matrix cracking in (0n, 90m)s composites under tension or shear static loading. In *6th European Conference on Composite Materials*, pages 693–701. EACM, september 1993.

[44] G. Marion. *Etude expériementale et théorique de l'amorçage du délaminage au bord de matériaux composites stratifiés*. PhD thesis, Université de Bordeaux I, Novembre 2000.

[45] J.M. McKinney. Mixed-mode fracture of unidirectional graphite / epoxy composites. *Journal of Composite Materials*, 6, 1972.

[46] J. Mercier. *Prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, November 2006.

[47] G. Nicoletto and E. Riva. Failure mechanisms in twill-weave laminates : Fem predictions vs. experiments. *Composites*, 35, 2004.

[48] T.K. O'Brien. *Characterization of delamination onset and growth in a composite laminate*, pages 140–167. ASTM STP 775, 1982.

[49] Y. Okabe, T. Mizutani, S. Yashiro, and N. Takeda. Detection of microscopic damages in composite laminates with embedded small-diameter fiber bragg grating sensors. *Composites Science and Technology*, 62 :951–958, 2002.

[50] T. Osada, A. Nakai, and H. Hamada. Initial fracture behavior of satin woven fabric composites. *Composite Structures*, 61 :333–339, 2003.

[51] N. J. Pagano and S. R. Soni. *Interlaminar response of composite materials*, volume 5, chapter Fracture analysis of interlaminar cracking, pages 1–68. Elsevier Science Ltd, 1989.

[52] N.J. Pagano and E.F. Rybicki. On the significance of effective modulus solutions for fibrous composites. *Journal of Composite Materials*, 8 :214, 1974.

[53] A. B. Pereira and A. B. de Morais. Mode i interlaminar fracture of carbon/epoxy multidirectional laminates. *Composites Science and Technology*, 64 :2261–2270, 2004.

[54] A. B. Pereira, A. B. de Morais, A. T. Marques, and P. T. de Castro. Mode ii interlaminar fracture of carbon/epoxy multidirectional laminates. *Composites Science and Technology*, 64 :1653–1659, 2004.

[55] P.W.M. Peters and T.-W. Chou. On cross-ply cracking in glass and carbon fibre-reinforced epoxy laminates. *Composites*, 18 :40–46, january 1987.

[56] R. B. Pipes and N. J. Pagano. Interlaminar stresses in composite laminates under uniform axial extension. *Journal Composite Materials*, pages 538–548, october 1970.

[57] A. H. Puppo and H. A. Evensen. Interlaminar shear in laminated composites under generalized plane stress. *Journal of Composites Materials*, 4 :204–220, 1970.

[58] D. Purslow. Matrix fractography of fibre-reinforced epoxy composites. *Composites*, 17 :289–303, 1986.

[59] K.L. Reifsnider. Some fundamental aspects of fatigue and fracture response of composite materials. In *Proceedings of 14th Meeting of Society of Engineering Science*, pages 373–384, 1977.

[60] E. Reissner. On variational theorem in elasticity. *J Math. Phys.*, 29, 1950.

[61] J. Renard, J.-P. Favre, and T. Jeggy. Modélisation de la fissuration transverse dans les stratifiés carbone-résine à lŠaide dŠune description physique du défaut. In *Comptes rendus des septièmes journées nationales sur les composites*, pages 643–653, 1990.

[62] J. Renard, J.-P. Favre, and T. Jeggy. Influence of transverse cracking on ply behavior : introduction of a characteristic damage variable. *Composites Science and Technology*, 46 :29–37, 1993.

[63] B. T. Rodini and J. R. Eisenmann. An analytical and experimental investigation of edge delamination in composite laminates. In *Proceedings of the 4th conference on fibrous composites*, pages 441–457, 1978.

[64] Assa Rotem and Zvi Hashin. Failure modes of angle ply laminates. *Journal of Composite Materials*, 9 :191–206, 1975.

[65] A. K. Roy. In situ damage observation and failure in model laminates containing planar yarn crimping of woven composites. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 3 :101–117, 1996.

[66] A. K. Roy. Comparison of in situ damage assessment in unbalanced fabric composite and model laminate of planar (one-directional) crimping. *Composites Science and Technology*, 58 :1793–1801, 1998.

[67] A. Schieffer, J.-F. Maire, and D. Lévèque. A coupled analysis of mechanical behaviour and ageing for polymer-matrix composites. *Composites Science and Technology*, 62 :543–549, 2002.

[68] S. Sihn, E. V. Larve, and A. K. Roy. Three-dimensional stress analysis of textile composites part i : Numerical analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 41 :1377–1393, 2004.

[69] S. Sihn, E. V. Larve, and A. K. Roy. Three-dimensional stress analysis of textile composites part ii : Asymptotic analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 41 :1395–1410, 2004.

[70] S. Sihn and A. K. Roy. Development of a three-dimensional mixed variational model for woven composites. ii. numerical solution and validation. *International Journal of Solids and Structures*, 38 :5949–5962, 2001.

[71] I. Solodov, K. Pfleiderer, H. Gerhard, S. Predak, and G. Busse. New opportunities for nde with air-coupled ultrasound. *NDT and E International*, 39 :367–373, 2006.

[72] C. T. Sun and S. G. Zhou. Failure of quasi-isotropic composite laminates with free edges. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 7 :515–557, 1988.

[73] N. Takeda, Y. Okabe, J. Kuwahara, S. Kojima, and T. Ogisu. Development of smart composite structures with small-diameter fiber bragg grating sensors for damage detection : Quantitative evaluation of delamination length in cfrp laminates using lamb wave sensing. *Composites Science and Technology*, 65 :2575–2587, 2006.

[74] S. Takeda, Y. Okabe, and N. Takeda. Delamination detection in cfrp laminates with embedded small-diameter fiber bragg grating sensors. *Composites Part A : Applied science and manufacturing*, 33 :971–980, 2002.

[75] R. Talreja. A continuum mechanics characterization of damage in composite materials. *Proccedinggs of the Royal Society of London*, pages 195–216, 1985.

[76] A. Thionnet. *Prévision d'endommagement sous chargements quasi-statiques et cycliques des structures composites stratifiées.* PhD thesis, Université Paris 6, 1991.

[77] A. Thionnet and C. Martin. *Mecanique et comportements des milieux continus. Tome 1 : Concepts généraux.* Ellipses, 2003.

[78] A. Thionnet, C. Martin, and S. Barradas. *Mecanique et comportements des milieux continus. Tome 2 : Applications et théorie des invariants.* Ellipses, 2003.

[79] A. Thionnet and J. Renard. Modelling unilateral damage effect in strongly anisotropic materials by the introduction of the loading mode in damage mechanics. *Int. J. of Solids and Structures*, 36 :4269–4287, June 1999.

[80] S.W. Tsaï and E.M. Wu. A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of Composite Materials*, 1 :58–80, 1971.

[81] A.S.D. Wang. An overview of the delamination problem in structural composites. *Key Engineering Materials*, 37 :1–20, 1989.

[82] S.S. Wang. An analysis of delamination in angle-ply fiber-reinforced composites. *Journal of Applied Mechanics*, 47 :64–70, 1980.

[83] J. M. Whitney and R. J. Nuismer. Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations. *Journal Composite Materials*, 8 :253–265, July 1974.

[84] E.M. Wu. Application of fracture mechanics to anisotropic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 34 :967–974, 1967.

[85] L. Ye. Role of matrix resin in delamination onset and growth in composite laminates. *Composites Science and Technology*, 33 :257–277, 1988.

[86] B.I Yoon, K. Kamimura, and F.X. De Charentenay. Accumulation de l'endommagement dans les matériaux composites sous sollicitations de fatigue et de fluage. In *Comptes Rendus des Quatrièmes Journées Nationales sur les Composites*, pages 353–369. AMAC, septembre 1984.

[87] A. Yu and V. Gupta. Measurement of in situ fiber / matrix interface strength in graphite / epoxy composites. *Composites Science and Technology*, 58 :1827–1837, 1998.

ANNEXES

Annexe A : Elément pseudo-tridimensionnel

L'élément $2D\frac{1}{2}$ (ou pseudo-tridimensionnel) est un élément dont la cinematique est proche de celle d'un élément de déformation plane qui permet le gauchissement (hors de son plan) de la section droite d'une structure élancée. Plus précisement, chacune des sections de la structure (élancée) est identique à ses voisines à un mouvement de corps rigide près. Les calculs sont ainsi réalises sur un maillage plan pour lequel chaque élément du maillage possède en plus des degrés de liberté usuels (le déplacement de chaque noeud) des degrés de liberté communs qui modèlisent le mouvement de corps solide de la section.

Soit une partie (P) de la structure considérée (figure 29.10). Il est supposé que les points d'application des forces ou des déplacements sont suffisamment éloignés de (P) afin d'éviter toute distorsion locale due au mode de chargement. Les états de contraintes et de déformations ne sont alors fonctions que des variables y et z dans le repère de référence $Oxyz$.

Néanmoins, le souci de connaître l'état de la structure dans son ensemble nous conduit à faire l'hypothèse cinématique suivante : si S_0 et S sont deux sections droites, nous supposons qu'après déformation S_0 et S sont identiques à un mouvement de corps solide près (figure 29.10). Dans ces conditions, le champs cinématique de la structure peut s'écrire de la façon suivante :

$$U\left(\vec{M}\right) = \begin{pmatrix} \varepsilon_x^g \cdot x & + & \omega_y^g \cdot x \cdot z - \omega_z^g \cdot x \cdot y & + & u_x^0\left(y,z\right) \\ \varepsilon_{xy}^g \cdot x & - & \omega_x^g \cdot x \cdot z & + & u_y^0\left(y,z\right) \\ \varepsilon_{xz}^g \cdot x & + & \omega_x^g \cdot x \cdot y & + & u_z^0\left(y,z\right) \end{pmatrix}$$

où :

- ε_x^g, ε_{xz}^g et ε_{xy}^g caractérisent les déformations d'ensemble de la section droite ;
- ω_y^g, ω_y^g et ω_y^g caractérisent les courbures d'ensemble de la section droite ;
- u_x^0, u_y^0 et u_y^0 caractérisent les déplacements locaux de la section droite.

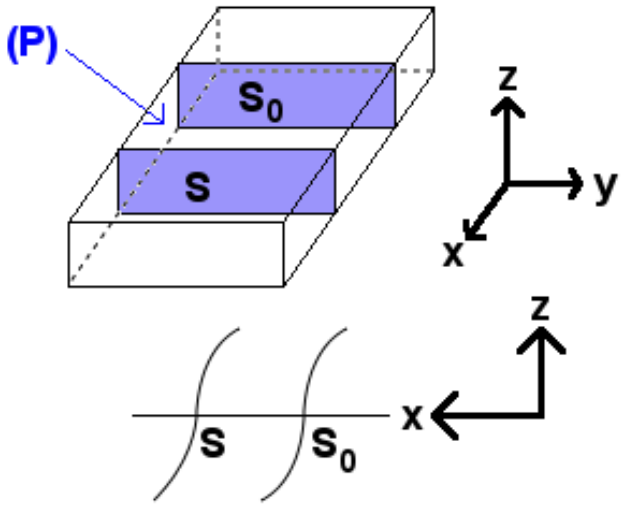


FIG. 29.10 – Schématisation de la structure

ε_i^g et ω_i^g sont appelés les degrés de liberté généralisés. Ces grandeurs sont introduites dans une modélisation éléments finis par l'intermédiaire d'un élément bidimensionnel isoparamétrique utilisé pour discrétiser la section droite. Les degrés de liberté de cet élément sont répartis de la manière suivante :

- 1 degré de liberté pour chacune des composantes u_x^0, u_y^0 et u_y^0 du déplacement d'un noeud de l'élément, soit un total de $3 \times$ *noeuds* de degrés de liberté ;
- 6 degré de liberté commun à tous les éléments de la section, modélisant les 6 degrés de liberté généralisés.

Ainsi, à partir d'un champ cinématiquement admissible établi sur la section droite, nous avons accés à l'ensemble des renseignements (contraintes, déplacements) qui caractérisent la structure dans sa totalité. Cet élément est habituellement qualifié d'élément *pseudo-tridimensionnel* ou élément $2D\frac{1}{2}$

Annexe B : Construction de la fonction d'état

Le modèle retenu est généralement basé sur une partition de la déformation totale en trois déformations distinctes : élastique endommageable, viscoélastique et viscoplastique.

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{\varepsilon}^{end} + \underset{\sim}{\varepsilon}^{ve} + \underset{\sim}{\varepsilon}^{p}$$

De même, nous faisons l'hypothèse d'une partition du potentiel d'état en trois parties, sur le même schéma que celui de la déformation :

$$\rho\Psi = \rho\Psi^{end} + \rho\Psi^{ve} + \rho\Psi^{p}$$

En supposant que les phénomènes peuvent être découplés, chaque potentiel d'état peut alors dépendre des seuls variables d'état associées au phénomène dissipatif qui lui correspond.

Au final, nous ne nous intéressons qu'à la composante élastique endommageable du comportement du pli. Le potentiel thermodynamique auquel nous allons nous intéresser se réduit donc à la forme suivante :

$$\rho\Psi = \rho\Psi^{end}$$

Et la partion de la déformation se résume également à la forme :

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{\varepsilon}^{end}$$

Pour simplifier l'écriture par la suite, nous omettrons l'indice *"end"*.

A l'échelle mésoscopique, le réseau des fissures, supposées toutes identiques, est schématisé par un vecteur. Toutefois, ce vecteur n'est pas une variable d'état mais seulement une variable intermédiaire qui va aider à l'écriture de la fonction d'état.

A l'aide du vecteur $\vec{V}$ et de ses deux composantes V_N et V_T, nous allons pouvoir prendre en compte non seulement le caractère directionnel de l'endommagement intralaminaire, mais également ses autres aspects du à sa géométrie comme les effets unilatéraux. Le nombre de

fissures ne devant pas influer explicitement sur la direction du vecteur caractéristique de l'endommagment, il est nécessaire (et suffisant) de prendre :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_T(\alpha, m, r) = f(\alpha) \times U_T(m, r) \\ V_N(\alpha, m, r) = f(\alpha) \times U_N(m, r) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ainsi, nous écrivons au niveau mésoscopique la fonction énergie libre sous la forme :

$$\rho\Psi(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r) = \varphi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \vec{V}(\alpha, m, r)\right)$$

où $\underset{\sim}{\varepsilon}$, α, m et r sont les variables d'état du modèle.

Dans le cas des matériaux monocliniques d'axe $(\vec{x_3})$, les quantités scalaires polynômiales invariantes (sous leur groupe de symétries matérielles) que nous pouvons construire avec les composantes du tenseur des déformations (en se limitant aux composantes planes) et celles du vecteur d'endommagement sont engendrées par les 5 invariants élémentaires suivants (en notation de Voigt et en posant $V_T = V_1$, $V_N = V_2$) : $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_6, V_1, V_2$.

Nous pouvons alors écrire φ comme un polynôme de ces invariants en les combinant pour obtenir une expression compatible avec l'élasticité endommageable.

Ainsi, nous montrons que φ s'écrit :

$$\varphi = \varphi^0(\underset{\sim}{\varepsilon}) + \varphi^N(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_N) + \varphi^T(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_T) + \varphi^{NT}(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_{NT})$$

Où :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \varphi^0(\underset{\sim}{\varepsilon}) & = & A_1\varepsilon_1^2 + A_2\varepsilon_2^2 + A_3\varepsilon_1\varepsilon_2 + A_4\varepsilon_6^2 + A_5\varepsilon_1\varepsilon_6 + A_6\varepsilon_2\varepsilon_6 \\ \varphi^N(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_N) & = & (B_1\varepsilon_1^2 + B_2\varepsilon_2^2 + B_3\varepsilon_1\varepsilon_2 + B_4\varepsilon_6^2 + B_5\varepsilon_1\varepsilon_6 + B_6\varepsilon_2\varepsilon_6*) \times V_N^2 \\ \varphi^T(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_T) & = & (C_1\varepsilon_1^2 + C_2\varepsilon_2^2 + C_3\varepsilon_1\varepsilon_2 + C_4\varepsilon_6^2 + C_5\varepsilon_1\varepsilon_6 + C_6\varepsilon_2\varepsilon_6*) \times V_T^2 \\ \varphi^{NT}(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_{NT}) & = & (D_1\varepsilon_1^2 + D_2\varepsilon_2^2 + D_3\varepsilon_1\varepsilon_2 + D_4\varepsilon_6^2 + D_5\varepsilon_1\varepsilon_6 + D_6\varepsilon_2\varepsilon_6*) \times V_{NT}^2 \end{array}\right.$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} \varphi^0(\underset{\sim}{\varepsilon}) & = & F_0(\underset{\sim}{\varepsilon}) \\ \varphi^N(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_N) & = & F_N(\underset{\sim}{\varepsilon}) \times V_N^2 \\ \varphi^T(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_T) & = & F_T(\underset{\sim}{\varepsilon}) \times V_T^2 \\ \varphi^{NT}(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_{NT}) & = & F_{NT}(\underset{\sim}{\varepsilon}) \times V_{NT}^2 \end{array}\right.$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{rcl}\varphi^0\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) & = & F_0\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) \\ \varphi^N\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_N\right) & = & F_N\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) \times f^2\left(\alpha\right) \times U_N^2\left(m, r\right) \\ \varphi^T\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_T\right) & = & F_T\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) \times f^2\left(\alpha\right) \times U_T^2\left(m, r\right) \\ \varphi^{NT}\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, V_{NT}\right) & = & F_{NT}\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right) \times f^2\left(\alpha\right) \times U_{NT}^2\left(m, r\right)\end{array}\right.$$

Si nous notons[1] :

$$\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^0 = \begin{pmatrix} 2A_1 & A_3 & A_5 \\ A_3 & 2A_2 & A_6 \\ A_5 & A_6 & 2A_4 \end{pmatrix} \quad \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^N = \begin{pmatrix} 2B_1 & B_3 & B_5 \\ B_3 & 2B_2 & B_6 \\ B_5 & B_6 & 2B_4 \end{pmatrix}$$

$$\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^T = \begin{pmatrix} 2C_1 & C_3 & C_5 \\ C_3 & 2C_2 & C_6 \\ C_5 & C_6 & 2C_4 \end{pmatrix} \quad \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{NT} = \begin{pmatrix} 2D_1 & D_3 & D_5 \\ D_3 & 2D_2 & D_6 \\ D_5 & D_6 & 2D_4 \end{pmatrix}$$

Nous pouvons écrire :

$$\begin{array}{rcl}\Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right) & = & \dfrac{1}{2} \cdot \underset{\sim}{\varepsilon} : \left(\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^0 + f^2\left(\alpha\right) \cdot \left\{\underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^N \cdot U_N^2\left(m, r\right) + \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^T \cdot U_T^2\left(m, r\right) + \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}^{NT} \cdot U_{NT}^2\left(m, r\right)\right\}\right) : \underset{\sim}{\varepsilon} \\ \Psi\left(\underset{\sim}{\varepsilon}, \alpha, m, r\right) & = & \dfrac{1}{2} \cdot \underset{\sim}{\varepsilon} : \underset{\approx}{\boldsymbol{C}}\left(\alpha, m, r\right) : \underset{\sim}{\varepsilon}\end{array}$$

[1] Seules les composantes planes des tenseurs sont écrites