HAL
open science

Effet des hétérogénéités microstructurales sur le comportement en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles : application à l'usinage assisté laser

Huyen Nguyen Thi Thu

To cite this version:

Huyen Nguyen Thi Thu. Effet des hétérogénéités microstructurales sur le comportement en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles : application à l'usinage assisté laser. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2008. Français. NNT : 2008ENAM0018 . pastel-00004274

HAL Id: pastel-00004274

https://pastel.hal.science/pastel-00004274

Submitted on 5 Dec 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N°: 2008 ENAM 0018

Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

T H È S E

pour obtenir le grade de

Docteur

de

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité " Mécanique "

présentée et soutenue publiquement
par

NGUYEN THI THU Huyen

le 2 octobre 2008

EFFET DES HETEROGENEITES MICROSTRUCTURALES SUR LE COMPORTEMENT EN FATIGUE MULTIAXIALE A GRAND NOMBRE DE CYCLES

APPLICATION A L'USINAGE ASSISTE LASER

Directeur de thèse : ***Franck MOREL***

Jury :

M. Thierry PALIN - LUC, Professeur, LAMEFIP, ENSAM, Bordeaux	Président
M. Habibou MAITOURNAM, Professeur, LMS, Ecole Polytechnique, Palaiseau	Rapporteur
M. Gilbert HENAFF, Professeur, LMPM, ENSMA, Poitiers	Rapporteur
M. Henri – Paul LIEURADE, Docteur ès Sciences, Ingénieur, CETIM	Examinateur
M. Jean – Lou LEBRUN, Maître de Conférences, LPMI, ENSAM, Angers	Examinateur
M. Franck MOREL, Maître de Conférences, LPMI, ENSAM, Angers	Examinateur
M. Laurent FLACELIERE, Docteur, Ingénieur, ASCOMETAL	Invité

Laboratoire Procédés – Matériaux - Instrumentations
ENSAM, CER d'Angers

L'ENSAM est un Grand Etablissement dépendant du Ministère de l'Education Nationale, composé de huit centres :
AIX-EN-PROVENCE ANGERS BORDEAUX CHÂLONS-EN-CHAMPAGNE CLUNY LILLE METZ PARIS

REMERCIEMENTS

Ce travail de recherche a été réalisé au Laboratoire des Procédés, Matériaux et Instrumentations (LPMI) de l'Ecole Nationale Supérieures d'Arts et Métiers (ENSAM d'Angers). Je remercie profondément Monsieur Franck Morel, Maître de Conférences à l'ENSAM d'Angers qui a su me diriger tout au long de cette thèse avec rigueur, enthousiasme et bonne humeur. Sans lui, la rédaction de ce mémoire n'aurait pas été réalisée. Sa patience, sa disponibilité et ses approches toujours à la fois scientifique et pratique ainsi que ses qualités humaines m'ont énormément appris.

Je remercie très chaleureusement Monsieur Jean-Lou Lebrun, Maître de Conférences à l'ENSAM, pour le soutien qu'il m'a apporté durant ces années. Ses expériences, ses conseils avisés et sa bienveillance m'ont permis de mener cette étude dans des conditions optimales. Malgré un emploi du temps très chargé, il a toujours su trouver du temps pour répondre à mes questions et apporter un regard critique sur mon travail avec la grande clarté qui le caractérise.

J'exprime ma reconnaissance au Conseil Général de Maine et Loire qui a financé ce travail par l'intermédiaire d'une bourse. Mes remerciements vont également à Monsieur Marian Reszka, ancien Directeur de l'ENSAM Angers pour m'avoir autorisé à réaliser cette étude dans son établissement ; à Monsieur Jean-Pierre L'Huillier, Professeur des Universités à l'ENSAM, ancien directeur du LPMI pour m'avoir accueilli dans son service et m'avoir apporté une aide indispensable pour mes démarches administratives en début de ma thèse.

Je tiens à exprimer avec fierté ma gratitude à Monsieur Thierry Palin-Luc, Professeur à l'ENSAM Bordeaux, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury. Je me rappelle d'ailleurs toute l'aide qu'il m'a apporté au cours de l'étude expérimentale de l'UAL. Je remercie vivement mes deux rapporteurs, Monsieur Habibou Maitournam, Professeur à l'Ecole Polytechnique et Monsieur Gilbert Hénaff, Professeur à l'ENSMA, qui ont pris le temps d'examiner avec une attention bienveillante à mon travail et d'apporter quelques critiques constructives. Mes remerciements vont également à Monsieur Henry-Paul Lieurade, Docteur ès Sciences et Ingénieur du CETIM et Monsieur Laurent Flacelière, Docteur et Ingénieur de l'ASCOMETAL, qui ont accepté de participer au jury et qui ont bien voulu juger ce travail.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Dang Van Ky, Directeur de Recherche au LMS de l'Ecole Polytechnique qui m'a fait découvrir la fatigue. J'ai pu apprécier ces grandes qualités humaines, son soutien à mon égard et son dévouement.

Je voudrais exprimer toute ma gratitude envers toutes les personnes que j'ai pu rencontrer à l'ENSAM d'Angers qui m'ont aidé, d'une façon ou d'une autre, tout au long de ces années de thèses :

- *A Madame Anne Morel, Maître de Conférences à l'ENSAM, pour son aide précieuse, sa gentillesse, sa disponibilité à mon égard et pour le temps qu'elle a passé à la relecture de ce mémoire.*
- *A Messieurs Daniel Badie-Levet, Philippe Dal-Santo, Jean-Jacques Hantzpergue, Alain Potiron pour leurs encouragements, les différents conseils et suggestions qu'ils m'ont apporté.*
- *A mes collègues de bureau et stagiaires (Alexandre, Anis, Antoine, Camille, Cédric, Claire, Cyril, Danny, Eric, Etienne, Guénaël, Imade, Malek, P. Olivier, Tarek, Thibault…), l'ensemble des personnels enseignements, techniques et administratifs (Claude, Daniel, Gilles, Gino, M-Geneviève, J-Michel, Nicolas, Stéphane, Sébastien, Xavier, …) avec qui les échanges scientifiques, techniques ou amicaux ont été très formateurs pour ma vie professionnelle et ont fait de ces années une belle étape de ma vie.*

Je remercie de tout mon cœur ceux sans qui rien de tout cela n'aurait été possible :

- *Mes parents, Nhung, Thanh, Hoang et toute ma famille qui ont su me donner sans cesse leur soutien, leur patience, leur confiance et leur amour.*
- *Tous mes amis pour la motivation que leur amitié m'a apportée.*
- *Enfin, je n'ai pas trouvé les mots pour mon mari Tung qui est sans cesse à mes côtés au cours de ces années.*

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES **5**

LISTE DES TABLEAUX **9**

INTRODUCTION GENERALE ET OBJECTIFS **11**

CHAPITRE I : ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE – ENDOMMAGEMENT EN FATIGUE ET TRAITEMENTS DE SURFACE **15**

1. MODELES A DEUX ECHELLES EN FGNC: 16
   1.1. Prise en compte de la mésoplasticité : 16
      1.1.1. Généralités et définitions : 17
      1.1.2. Critère de Dang Van : 18
      1.1.3. Approche de Papadopoulos: 20
      1.1.4. Approche de Morel : 23
   1.2. Couplage plasticité et endommagement 24
      1.2.1. Modèle de Lemaitre – Sermage – Desmorat : 24
      1.2.2. Modèle de Monchiet – Charkaluk – Kondo : 26
      1.2.3. Modèle de Flacelière – Morel – Dragon: 28
      1.2.4. Modèle de Doudard – Calloch – Hild: 29
   1.3. Discussion : 32
2. TRAITEMENTS SUPERFICIELS : 33
   2.1. Généralités: 33
   2.2. Prise en compte des effets de traitements superficiels en calcul de fatigue : 36
   2.3. Deux exemples de traitement superficiel : 38
      2.3.1. Grenaillage de précontrainte (GP): 38
      2.3.2. Traitement superficiel par induction (TSI): 43
   2.4. Discussion : 48
3. CONCLUSION : 49

CHAPITRE II : APPROCHE PROBABILISTE EN FATIGUE MULTIAXIALE A GRAND NOMBRE DE CYCLES – ROLE DES HETEROGENEITES **53**

1. HETEROGENEITES MICROSTRUCTURALES A L'ORIGINE DE LA DISPERSION EN FGNC DANS LES MATERIAUX METALLIQUES 54
2. MODELE PROBABILISTE ORIENTE A DEUX ECHELLES : 55
   2.1. Hypothèses fondamentales du modèle : 55
   2.2. Description du modèle probabiliste : 57
      2.2.1. Application du concept de maillon le plus faible 57
      2.2.2. Choix du critère d'adaptation élastique – Effet du seuil d'écoulement $\tau_y^{(0)}$: 60
      2.2.3. Facteur d'hétérogénéité des systèmes de glissement activés : 61
   2.3. Influence des paramètres de chargement : 65
      2.3.1. Nécessité de prise en compte de la contrainte normale (amplitude et moyenne) : 66
      2.3.2. Prise en compte de l'effet de contrainte normale à travers la contrainte hydrostatique 67
      2.3.3. Prise en compte de l'effet de contrainte normale à travers les contraintes normales agissant sur chaque plan matériel 68
      2.3.4. De la meilleure façon de prendre en compte les effets de contrainte normale: 69
3. CRITERE D'ENDURANCE MULTIAXIALE PROBABILISTE 70
   3.1. Première proposition avec contrainte hydrostatique : 70
   3.2. Deuxième proposition avec contrainte normale: 71

3.3. Influence du choix du critère sur les prédictions : 71
3.4. Identification des paramètres du critère avec prise en compte de la contrainte hydrostatique : 73
3.5. Etude de sensibilité aux paramètres matériau: 74
3.5.1. Influence de t_{-1}/s_{-1} : 74
3.5.2. Influence de m : 75
4. CONFRONTATION AVEC DES DONNEES EXPERIMENTALES EN FATIGUE MULTIAXIALE ISSUES DE LA LITTERATURE 77
4.1. Effet du trajet de chargement pour l'acier C35 (t_{-1}/s_{-1} = 0.71 ; *m* = 17) 79
4.1.1. Effet du taux de biaxialité et du déphasage 79
4.1.2. Effet de la différence de fréquence : 81
4.2. Validation du critère pour d'autres matériaux 82
4.2.1. Effet de déphasage : 83
4.2.2. Effet de différentes fréquences : 85
4.3. Conclusion 88
5. PASSAGE DE L'ENDURANCE ILLIMITEE A L'ENDURANCE LIMITEE 88
6. CONCLUSIONS 91
CHAPITRE III : UN MODELE D'ENDOMMAGEMENT A DEUX ECHELLES 93
1. INTRODUCTION : 94
2. PROPOSITION D'UNE APPROCHE DE TYPE PLAN CRITIQUE BASEE SUR LE COUPLAGE MESOPLASTICITE - ENDOMMAGEMENT : 95
2.1. Hypothèses et choix de modélisation: 95
2.1.1. Utilisation de la thermodynamique des processus irréversibles : 96
2.1.2. Choix des modèles de plasticité et d'endommagement : 96
2.2. Un modèle couplé Plasticité-Endommagement: 98
2.2.1. Description générale du modèle: 98
2.2.2. Implémentation numérique : 102
2.2.3. Procédure d'identification des paramètres : 103
3. APPLICATION DU MODELE POUR DIFFERENTS MODES ET TRAJETS DE CHARGEMENT: 108
3.1. Effets de différents modes et trajets de chargement : 108
3.2. Effet de cumul de dommage: 112
3.2.1. Chargements simples à deux niveaux Haut-Bas, Bas-Haut : 113
3.2.2. Chargements à blocs de sollicitations différentes: 116
4. APPLICATION DU MODELE AU COMPORTEMENT EN FATIGUE DE L'ALLIAGE D'ALUMINIUM ALCU4MGSI : 117
4.1. Identification des paramètres du modèle: 118
4.2. Effet du mode de chargement sur les prédictions de la durée de vie : 119
4.2.1. Chargement Flexion-Torsion combiné d'amplitude constante : 119
4.2.2. Chargement d'amplitude variable : 120
5. LIEN AVEC L'APPROCHE PROBABILISTE : 122
5.1. Prédiction des courbes SN médianes : 122
5.2. Illustration de la prévision des courbes PSN: 124
6. CONCLUSION : 125
CHAPITRE IV : USINAGE ASSISTE LASER ET TENUE EN FATIGUE 127
1. INTRODUCTION : 128
2. CONDITIONS EXPERIMENTALES : 129
2.1. UAL et traitement thermique de surface *[Germain 2006]*: 129

2.2. Matériaux étudiés 131
2.2.1. Le 100Cr6 131
2.2.2. Le Ti-6Al-4V 132
2.3. Préparation des éprouvettes : 133
2.4. Essais de fatigue 135
2.5. Caractérisation d'intégrité de surface : 135
3. ANALYSE DES CARACTERISTIQUES D'INTEGRITE DE SURFACE EN FONCTION DE L'USINAGE REALISE 136
3.1. Cas du matériau 100Cr6 : 136
3.1.1. Rugosité : 136
3.1.2. Observations microstructurales et microdureté : 137
3.1.3. Contraintes résiduelles: 138
3.2. Cas du matériau Ti-6Al-4V : 140
3.2.1. Rugosité 140
3.2.2. Observations microstructures et microdureté 141
3.2.3. Contraintes résiduelles : 143
4. INFLUENCE DES CARACTERISTIQUES D'INTEGRITE DE SURFACE SUR LA TENUE EN FATIGUE : 144
4.1. Tenue en fatigue des pièces en 100Cr6 (état recuit) : 144
4.1.1. Traction – compression : 144
4.1.2. Torsion alternée : 146
4.2. Tenue en fatigue des pièces en Ti-6Al-4V (état recuit) : 147
4.2.1. Traction – compression : 147
4.2.2. Torsion alternée : 149
4.3. Discussions : 149
4.3.1. Rôle de l'état de surface - rugosité : 150
4.3.2. Analyse des faciès de rupture : 150
4.3.3. Rôle de contraintes résiduelles : 151
4.3.4. Récapitulatif des résultats : 156
5. PRISE EN COMPTE DE L'INTEGRITE DE SURFACE DANS UN CALCUL PREVISIONNEL DE DUREE DE VIE : 156
5.1. Analyse des résultats d'essais de fatigue à l'aide du critère de Dang Van : 157
5.2. Prise en compte des hétérogénéités microstructurales dans l'approche probabiliste orienté *[Morel, Lebrun et al. 2007]*: 160
6. CONCLUSION : 163

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES 165

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 167

ANNEXES 175

LISTE DES FIGURES

Fig. 1 – Le passage de l'échelle macroscopique à l'échelle mésoscopique....17
Fig. 2 – Diagramme de Dang Van....19
Fig. 3 – Déformation plastique accumulée en fonction du nombre de cycles dans le cas des monocristaux métalliques sollicités cycliquement *[Papadopoulos 1999]*. 20
Fig. 4 – Diagramme de comportement du grain selon trois phases successives *[Morel 1998]*. 23
Fig. 5 – Schéma du modèle à deux échelles *[Lemaitre, Sermage et al. 1999]* 25
Fig. 6 – Volume élémentaire représentatif *[Monchiet, Charkaluk et al. 2005]*....27
Fig. 7 – Traitements superficiels (selon *[Barralis et Maeder 1997]*) 34
Fig. 8 – Distributions typiques de contraintes résiduelles macroscopiques....35
Fig. 9 – Exemple de la superposition des contraintes résiduelles et des contraintes en service en flexion 36
Fig. 10 – Constante m en fonction de la dureté du matériau *[Koibuchi, Hayama et al. 1982]*....37
Fig. 11 – Effets d'un traitement superficiel sur un critère de fatigue. 38
Fig. 12 – Le grenaillage de précontrainte par ultrasons - technologie Stressonic (de SONATS). 39
Fig. 13 – L'influence du grenaillage de précontrainte. 39
Fig. 14 – Influence du traitement par le GP *[Bignonnet 1987]*....40
Fig. 15 – L'évolution des contraintes résiduelles pendant essais de fatigue (acier 35 NCD 16 grenaillé) 41
Fig. 16 – Evolution des contraintes résiduelles pour trois types de sollicitation (Données *[Bignonnet 1987]*) ... 42
Fig. 17 – Diagramme de Dang Van pour l'acier 35 NCD 16 (R_m = 1100 MPa) rectifié et grenaillé....42
Fig. 18 – Schéma de la TSI [J.Fournet]. 43
Fig. 19 – Diagramme de Dang Van pour l'acier 35MV7. 45
Fig. 20 – Surface de rupture des éprouvettes traitée TSI -2 mm (amorçage en sous couche) 45
Fig. 21 – Effets de TSI (après trempe et revenu) *[Coupard, Palin-Luc et al. 2007]*....46
Fig. 22 – L'influence de TSI sur les profils de contraintes résiduelles *[Dumas, Palin-Luc et al. 2007]*....46
Fig. 23 – Diagramme de Dang Van pour le TSI 2mm....47
Fig. 24 – Lois de localisation et schémas d'homogénéisation en FGNC....50
Fig. 25 – Courbe SN en torsion et traction – compression (acier C35) (données de *[Flacelière 2004]*) 54
Fig. 26 – Distribution de Weibull du seuil de la déformation plastique accumulée des grains et probabilité d'amorçage correspondante....57
Fig. 27 – Application de l'hypothèse du maillon le plus faible sur le volume contraint V 58
Fig. 28 – Effet de l'introduction d'un seuil $\tau_y^{(0)} = 60\ MPa$ (C35 – Torsion)....60
Fig. 29 – Distribution des contraintes dans la section transversale d'éprouvette cylindrique sous différentes sollicitations (traction, flexion rotative et flexion plane) *[Palin-Luc et Lasserre 2000; Flacelière et Morel 2004b]*....62
Fig. 30 – Evolution du facteur I_m en fonction de l'exposant m pour différents types de chargement (avec $k = \Sigma_{xy,a} / \Sigma_{xx,a}$ et $\lambda = \Sigma_{yy,a} / \Sigma_{xx,a}$)....63
Fig. 31 – Prédictions de l'amplitude de la cission maximale normalisée par la limite de fatigue en torsion en fonction de *m* pour un chargement combiné de traction-torsion (k = 0.5) avec ou sans déphasage de 90°....63
Fig. 32 – Evolution du facteur d'hétérogénéité des systèmes de glissement activés $\omega_m\ (m = 17)$ en fonction du rapport $k = \Sigma_{xya} / \Sigma_{xxa}$ pour un chargement combiné de traction-torsion avec ou sans déphasage de 90°.... 64
Fig. 33 – Répartition de l'amplitude de la cission résolue maximale $C_a(M) = \max_{\theta,\phi,\psi}\{T_a(\theta,\phi,\psi,M)\}$ en un point M de la surface d'un échantillon cylindrique soumis à trois chargements différents....65
Fig. 34 – Influence du cisaillement maximum sur la limite d'endurance en torsion pour les métaux ductiles (D'après *[Davoli, Bernasconi et al. 2003]*) 66
Fig. 35 – Courbes de Wöhler pour trois valeurs de σ_m (acier 30NCD16) – *[Dubar 1992]* 67
Fig. 36 – Comparaison entre prédictions et données expérimentales sur le C36 (m=17) pour le modèle sans et avec influence de la contrainte normale ou de la contrainte hydrostatique (Traction – Torsion alterné)....70
Fig. 37 – Courbe SN en torsion (acier C45) _ *[Marquis et Socie 2000]* 72
Fig. 38 – Influence des paramètres du matériau (m, t_{-1}/s_{-1}) sur κ....74

Fig. 39 – Influence du rapport t_{-1}/s_{-1} pour le chargement de traction-torsion combiné (m = 15) 75
Fig. 40 – Influence du rapport t_{-1}/s_{-1} sur la sensibilité au déphasage pour le chargement de traction biaxiale λ=0.5 (*m* = 10)..... 75
Fig. 41 – Influence de m sur le seuil du critère pour des chargements de traction-torsion (avec t/s=0.7). 76
Fig. 42 – Influence du paramètre *m* sur la limite d'endurance (Traction biaxiale λ=0.5)..... 76
Fig. 43 – Evolution temporelle des contraintes et trajet de chargement dans le plan $\Delta(\theta=\phi=\psi=\pi/4)$..... 78
Fig. 44 – Evolution temporelle des contraintes et trajet de charge dans le plan $\Delta(\theta=\phi=\psi=\pi/4)$ 79
Fig. 45 – Courbe prédictive pour un chargement combiné de traction-torsion alternée (β=0° ou 90°)..... 80
Fig. 46 – Effet du déphasage sur la limite de fatigue (acier C35 – *m* = 17) – Comparaisons des propositions. ..81
Fig. 47 – Effet de la différence de fréquence (acier C35 – *m* = 17) – Comparaisons des propositions 82
Fig. 48 – Comparaison entre l'expérience et la prédiction. 84
Fig. 49 – Influence de déphasage (Traction – pression interieure k_a = 1)..... 85
Fig. 50 – Comparaison entre les données expérimentales et la prédiction de quelques critères 86
Fig. 51 – Comparaison des prédictions du critère probabiliste (avec *m* = 17 et *m* = 28) avec les données expérimentales dans le cas d'un chargement de traction – torsion alternée ($k_a = 1/\sqrt{3}, \beta_{xy} = 0$), ... 86
Fig. 52 – Comparaison des prédictions du critère probabiliste (avec différents *m*) avec les données expérimentales dans le cas d'un chargement de traction – torsion alternée ($k_a = 1/\sqrt{3}, \beta_{xy} = 0$). 87
Fig. 53 – Comparaison entre les données expérimentales et la prédiction du critère proposé pour un chargement traction biaxiale alternée (k=1). 87
Fig. 54 – Schéma du passage de l'endurance illimitée à l'endurance limitée..... 88
Fig. 55 – Courbes P-S-N prédites associées à la déformation plastique accumulée et à l'énergie plastique dissipée (courbe en noir pour P_F = 0.5) et expérimentales pour les essais de fatigue (*R* = -1) en endurance limitée sur l'acier C35. 91
Fig. 56 – Schéma de modélisation *[Flacelière 2004]* 103
Fig. 57 – Organigramme de la méthode de calcul de la durée de vie à l'amorçage 103
Fig. 58 – Courbes stabilisées (simulation et expérimentale) pour la déformation totale de 0.55 % 104
Fig. 59 – Influence des paramètres de dommage *s*, *q*, k_0 et *a* utilisé dans le modèle 105
Fig. 60 – Effet de k_0 sur l'activation de l'endommagement en torsion ($\Sigma_{zy,a}$=175 MPa). 106
Fig. 61 – Courbes de Wöhler prédites en a) torsion (R=-1) et en b) traction (R=-1) (acier C35)..... 106
Fig. 62 – Evolutions en fonction du nombre de cycles pour un chargement de torsion alternée (acier C35) 107
Fig. 63 – Comparaisons entre les résultats expérimentaux et numériques pour l'acier C35 109
Fig. 64 – Orientation des fissures dans la zone d'amorçage et rosettes de distribution des dommages..... 111
Fig. 65 – Rosettes de distribution des dommages en mode II prédites par le modèle plan critique pour les sollicitations de torsion ($\Sigma_{zy,a}$=190 MPa), traction ($\Sigma_{zz,a}$=250 MPa) et traction-torsion combiné ($\Sigma_{zz,a}$=2$\Sigma_{zy,a}$=195 MPa) pour un même nombre de cycles de sollicitation..... 112
Fig. 66 – Influence de k_0 sur la prédiction de la durée de vie pour l'acier C35 sous chargement de torsion alternée 113
Fig. 67 – Non linéarité de l'endommagement fonction du niveau de charge (en torsion R=-1)..... 113
Fig. 68 – Traction ou torsion simple à deux niveaux 114
Fig. 69 – Prédiction la durée de vie en fatigue sous chargement à deux blocs (Haut-Bas et Bas-Haut) 114
Fig. 70 – Prédiction la durée de vie sous chargement à deux blocs (Haut-Bas et Bas-Haut)..... 115
Fig. 71 – Prédiction la durée de vie sous chargement à blocs Haut-Bas 115
Fig. 72 – Composition de blocs de séquence: torsion and traction *[Morel et Bastard 2003]* 116
Fig. 73 – Prédiction en fonction du nombre de cycles de :..... 117
Fig. 74 – Comparaison expérimental/prédiction pour les chargements par blocs de sollicitations..... 117
Fig. 75 – Procédure d'identification des coefficients du modèle pour l'alliage d'aluminium AlCu4MgSi à la température ambiante 119
Fig. 76 – Comparaison simulation/expérimental (Flexion-Torsion combiné) – courbe SN normalisée..... 119
Fig. 77 – Description de l'accumulation de la déformation plastique dans le cas d'un chargement d'AV..... 120
Fig. 78 – Extrait de la séquence de chargement aléatoire en torsion 121
Fig. 79 – Comparaison des durées de vie expérimentales et estimées..... 121
Fig. 80 – Comparaison entre les prédictions du modèle d'endommagement probabiliste et les résultats expérimentaux obtenus sur l'acier C35 (Traction-Torsion combinée) 123

Fig. 81 – Comparaison des prédictions de différents modèles/expérimental 123
Fig. 82 – Prédiction des courbes P-S-N en traction-torsion combinée (k = 0.5) pour l'acier C35 124
Fig. 83 – Evolution de dommage en fonction du nombre de cycles pour différentes probabilités d'amorçage. 124
Fig. 84 – Schéma du tournage assisté laser 129
Fig. 85 – Evolution des efforts de coupe en fonction de la puissance laser en UAL pour l'alliage de titane avec une avance de 0,1 mm.tr^{-1} 129
Fig. 86 – Micrographie (coupe sens long) d'une pièce usinée suivant différente configuration laser/outil.... 130
Fig. 87 – Profondeur de la ZAT pour l'alliage de titane 130
Fig. 88 – Microstructure 100Cr6 initiale (état recuit globulaire) 131
Fig. 89 – Courbe de traction monotone (100Cr6 brut) *[Bourge et Falgueyrettes 2005]*. 132
Fig. 90 – Microstructure du Ti6Al4V étudié *[Bourge et Falgueyrettes 2005]* 133
Fig. 91 – Géométrie des éprouvettes utilisées pour les essais de fatigue 134
Fig. 92 – Eprouvettes de traction en 100Cr6 (Cr, Crul, Crp ou Crulp) 136
Fig. 93 – Etat de surface des éprouvettes de 100Cr6 137
Fig. 94 – Microstructure d'une éprouvette UAL polie observée 137
Fig. 95 – Profil de dureté par essais de nanoindentation sur une éprouvette polie et traitée de 100Cr6 (Crulp5). 138
Fig. 96 – Profil en profondeur des contraintes résiduelles pour des éprouvettes UAL et UC polies du 100Cr6 140
Fig. 97 – Eprouvettes de traction en Ti-6Al-4V (respectivement Ti, Tiul, TiT). 141
Fig. 98– Résultats des mesures d'état de surface des éprouvettes pour chacun des lots. 141
Fig. 99 – Microstructures observées pour un UAL et traitement avec P = 1000 W et v = 26 m/min. 142
Fig. 100 – Evolution de la microdureté associée à différentes microstructures en fonction de la profondeur de l'échantillon pour l'alliage Ti-6Al-4V. 142
Fig. 101 – Observation de la surface de l'éprouvette Ti-6Al-4V au microscope optique et au MEB après l'UAL sans traitement thermique 143
Fig. 102 – Profondeur de la zone traitée au long d'une éprouvette Ti-6Al-4V traitée par UAL. 143
Fig. 103 – Comparaison des courbes de Wöhler dans le cas de l'acier 100Cr6 en traction purement alternée pour différentes conditions 145
Fig. 104 – Facies de rupture des éprouvettes UC et UAL avec traitement à l'état poli. 145
Fig. 105 – Observation sur la zone superficielle et de l'amorçage de l'éprouvette UAL (Crul3p) 146
Fig. 106 – Courbes S-N en torsion alternée sur les éprouvettes de 100Cr6. 146
Fig. 107 – Fissuration dans le cas d'une sollicitation de torsion 147
Fig. 108 – Courbes S-N en traction-compression alternée sur les éprouvettes de Ti-6Al-4V pour différentes conditions d'usinage. 147
Fig. 109 – Observation de la surface de l'éprouvette Ti-6Al-4V en UAL avec traitement thermique au MEB et au microscope optique. 148
Fig. 110 – Faciès de rupture des éprouvettes Ti7 (B7 - U. Conventionnel) et Tiul5 (E5 - UAL) 148
Fig. 111 – Courbes S-N en torsion alternée sur les éprouvettes de Ti-6Al-4V. 149
Fig. 112 – Influence combinée de l'UAL et du polissage sur la tenue en fatigue en traction – compression. .. 150
Fig. 113 – Spectre d'une inclusion d'Al_2O_3 à l'origine de l'amorçage en fatigue dans une éprouvette UAL du 100Cr6. 151
Fig. 114 – Relaxation des contraintes résiduelles de surface au cours des essais en traction–compression R=-1 152
Fig. 115 – Contraintes résiduelles en surface des éprouvettes de Ti-6Al-4V (UC, UAL et UAL + traitement) 153
Fig. 116 – Comparaison les profils de contraintes résiduelles sur les éprouvettes polies en 100Cr6 154
Fig. 117 – Comparaison du profil de contraintes résiduelles sur les éprouvettes UC de Ti-6Al-4V 155
Fig. 118 – Les profils de contraintes résiduelles après fatigue des éprouvettes Ti-6Al-4V 155
Fig. 119 – Droites de Dang Van établies à partir des limites de fatigue nominales pour les deux matériaux 100Cr6 et Ti-6Al-4V et les deux usinages UC et UAL 158
Fig. 120 – Diagramme de Dang Van pour l'alliage de titane Ti-6Al-4V 159
Fig. 121 – Diagramme de Dang Van pour l'acier 100Cr6 159
Fig. 122 – Modèle utilisé pour la simulation 161

Fig. 123 – Distribution des probabilités d'amorçage par élément dans le cas d'un chargement de traction - compression appliqué au 100Cr6 obtenu par UAL – Prise en compte du champ des contraintes résiduelles et du gradient de propriétéss d'amorçage des fissures tant en intensité qu'en position..... 162
Fig. A.124 – Contraintes résiduelles *[Lu 2004]* 177
Fig. A.125 – Interférences (a) constructive et (b) destructive.....179
Fig. A.126 – Géométrique de diffraction.....179
Fig. A.127 – Définition du repère de mesure et des angles **ϕ** et **ψ**..... 180
Fig. A.128 – Loi des sin²**ψ**..... 180
Fig. A.129 – Appareil d'analyse de diffraction des rayons X (PROTO) du CER ENSAM d'Angers 181
Fig. A.130 – Diffractomètre à rayon X utilisé pour l'analyse des contraintes résiduelles 181
Fig. A.131 – Direction d'analyse de contraintes résiduelles. 181
Fig. B.132 – Installation du tour assisté laser implanté au LPMI..... 183
Fig. B.133 – Evolution de la résistance à la traction en fonction de la température pour différents matériaux *[Malot 2001]* 183
Fig. B.134 – Zones de déformation lors de la formation du copeau. 184
Fig. C.135 – Représentation des résultats expérimentaux par un modèle de Weibull à deux paramètres..... 185

LISTE DES TABLEAUX

Tab. 1 – Effets comparés des traitements de surface *[Barralis, Castex et al. 1999]* 35
Tab. 2 – Paramètres de grenaillage des éprouvettes *[Bignonnet 1987]* 40
Tab. 3 – Limites d'endurance estimées pour R = -1 sur 35 NCD 16 (R_e = 1000 MPa) rectifié et grenaillé 41
Tab. 4 – Effet de la TSI sur le tenue en fatigue (d'après *[Skalli et Flavenot 1985]*) - essais de flexion plane (R=0) 44
Tab. 5 – Contraintes résiduelles sur les éprouvettes traitées en acier 35MV7 *[Niclas 1998]* 44
Tab. 6 – Coefficients de sensibilité à l'effet de la contrainte normale (amplitude et moyenne) pour l'acier C35 79
Tab. 7 – Paramètres d'identification 83
Tab. 8 – Variables thermodynamiques du modèle 98
Tab. 9 – Paramètres mécaniques du modèle élastoplastique endommageable. 101
Tab. 10 – Paramètres du modèle pour l'acier C35 107
Tab. 11 – Données expérimentales d'essais de fatigue de traction-torsion combinée (en phase et avec déphasage de 90°) sur l'acier C35 *[Flacelière 2004]* 108
Tab. 12 – Comparaison numérique/expérimental 117
Tab. 13 – Caractéristiques mécaniques statiques de l'aluminium AlCu4MgSi *[Lagoda et Ogonowski 2005]* 118
Tab. 14 – Comparaison les résultats expérimentaux/prédictions (AlCu4MgSi) 121
Tab. 15 – Valeurs de τ_{lim} (P_F=50%) expérimentals/prédites par l'approche probabiliste pour l'acier C35 (R=-1). 122
Tab. 16 – Valeurs de τ_{lim} (en MPa) prévues par l'approche probabiliste 124
Tab. 17 – Composition chimique du 100Cr6 (% massique) 131
Tab. 18 – Caractéristiques mécaniques du 100Cr6 en traction monotone *[Bourge et Falgueyrettes 2005]*. 132
Tab. 19 – Composition chimique de l'alliage de titane Ti-6Al-4V (% massique) 132
Tab. 20 – Caractéristiques mécaniques monotones de l'alliage de titane Ti-6Al-4V 133
Tab. 21 – Gammes d'usinage pour les différents échantillons 133
Tab. 22 – Désignation des campagnes d'essais réalisés 134
Tab. 23 – Résultats des mesures de rugosité sur quelques éprouvettes de chaque lot de traction en 100Cr6136
Tab. 24 – Contraintes résiduelles moyennes en surface des éprouvettes en 100Cr6. 139
Tab. 25 – Récapitulatif des valeurs de contraintes résiduelles en surface des éprouvettes Ti-6Al-4V. 143
Tab. 26 – Limites de fatigue déterminées par la méthode de l'escalier en traction-compression 144
Tab. 27 – Limites de fatigue en torsion obtenues par la méthode de l'escalier 146
Tab. 28 – Limites de fatigue en traction-compression obtenues par la méthode de l'escalier. 148
Tab. 29 – Limites de fatigue en torsion obtenues par la méthode de l'escalier. 149
Tab. 30 – Contraintes résiduelles en surface initiales et relaxées. 153
Tab. 31 – Valeurs nominales des limites de fatigue et des coefficients du critère de Dang Van pour les deux matériaux 100Cr6 et Ti-6Al-4V et les deux usinages UC et UAL 158
Tab. 32 – Contraintes résiduelles stabilisées en surface associées aux procédés d'usinage. 159
Tab. A.33 – Paramètres utilisés pour l'analyse des contraintes résiduelles. 181
Tab. A.34 – Conditions d'acquisition 182
Tab. D.35 – Propriétés mécaniques et limites d'endurance expérimentales des matériaux utilisés 187

INTRODUCTION GENERALE ET OBJECTIFS

L'expérience industrielle montre que les ruptures de pièces mécaniques ou de structures en fonctionnement normal sont le plus souvent dues à la fatigue. Ce phénomène de fatigue des matériaux métalliques est un processus complexe qui apparaît à l'échelle des grains sous les sollicitations extérieures cycliques. Considérons la très populaire courbe de Wöhler (S-N ou d'endurance) qui met en évidence une valeur critique Σ_d, limite d'endurance, en dessous de laquelle l'éprouvette sollicitée ne se rompt pas. Sur cette courbe, on peut distinguer deux domaines : la fatigue à faible nombre de cycles (oligocyclique) et la fatigue à grand nombre cycles (FGNC). La différence principale entre ces régimes réside dans la manière dont les déformations plastiques se distribuent au sein du polycristal. En FGNC, ces déformations ne sont présentes qu'à l'échelle des grains, alors qu'en fatigue oligocyclique, elles apparaissent dans une zone beaucoup plus étendue comme la partie utile d'une éprouvette.

Les principaux facteurs affectant la FGNC des métaux ont beaucoup été étudiés *[Madayag 1969; Bathias et Baïlon 1997; Suresh 1998]* : il s'agit du chargement, du couple 'procédé de fabrication – matériau', de la structure, mais aussi de l'environnement. Le chargement fait intervenir la nature de la sollicitation (uniaxiale, multiaxiale, avec ou sans déphasage), le niveau des contraintes moyennes, la forme du signal (sinus, triangle, trapèze), la variabilité des niveaux de chargement... Le couple 'procédé de fabrication – matériau' conditionne, quant à lui, la microstructure du matériau, les hétérogénéités jouant le rôle de défauts (retassures, inclusions, ségrégations...), les contraintes résiduelles, l'écrouissage, l'état de surface... La géométrie (effet d'entaille et effet d'échelle) est le paramètre essentiel intervenant dans le facteur structure. L'environnement intègre enfin les effets de température, d'humidité...

Dans ce travail de thèse, on se pose pour objectif essentiel la mise en place d'un critère d'endurance multiaxial probabiliste ainsi qu'une méthode de calcul de la durée de vie pour le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles. On se limitera dans ce cadre à l'étude des trois premiers facteurs.

Dans la littérature dédiée à la FGNC, une forte dispersion des données expérimentales, tout au moins dans le cas des polycristaux métalliques, est systématiquement observée. Il est de plus remarqué que l'amorçage des premières fissures visibles occupe une grande part de la durée de vie totale. Les mécanismes d'amorçage sont caractérisés par une forte dispersion du comportement à l'endommagement et des durées de vie résultantes. Les glissements plastiques cycliques et les microfissures résultantes distribués de manière très hétérogène interagissent fortement avec les hétérogénéités microstructurales (orientation cristalline locale, différentes phases, barrières microstructurales...). Ils dépendent fortement du mode et du trajet de chargement : caractère orienté du dommage selon certaines directions privilégiées associées au mode de chargement (Stade I/Mode II puis Stade II/Mode I), cinétiques différentes en traction et en torsion (rôle de la contrainte normale, frottement des lèvres de la fissure). Par conséquent, la modélisation de l'amorçage sous chargement multiaxial en FGNC reste un travail délicat à réaliser qui doit tenir compte, pour pouvoir refléter le caractère dispersé des données expérimentales, de l'influence des hétérogénéités microstructurales en intégrant par exemple un aspect probabiliste.

Ce travail de thèse cherche à contribuer à la réflexion dans ce domaine. Les questions principales abordées peuvent se formuler de la manière suivante :

- *Comment prendre en compte le rôle à la fois de la microplasticité, du microdommage et des hétérogénéités microstructurales sur l'amorçage dans un calcul de dimensionnement ?*
- *Quels sont les effets du mode et du trajet de chargement ?*
- *Quel est le rôle effectif de l'endommagement sous différents modes de sollicitation?*
- *Quel est le rôle des hétérogénéités microstructurales dans le cas d'un procédé d'usinage avancé?*

Avant de répondre à ces questions, une étude bibliographique est d'abord consacrée à la description et à l'analyse de différentes approches et modélisations en FGNC dans le cadre de la mécanique des milieux continus. On considère notamment les approches multi-échelles utilisant le concept de plan critique

initialement développées par Dang Van. On s'intéresse également à des modèles plus récents intégrant de manière explicite les phénomènes d'endommagement au travers d'un couplage plasticité/endommagement. Ceci nous permet d'introduire les notions et les hypothèses nécessaires à la bonne compréhension de la suite du document, où un modèle à deux échelles prenant en compte les hétérogénéités microstructurales et le couplage plasticité/endommagement pour la prédiction de la durée de vie en fatigue multiaxiale sera proposé.

On décrit ensuite différents traitements superficiels (grenaillage, trempe superficielle par induction...), leur influence sur les caractéristiques d'intégrité de surface, et leurs effets sur la tenue en fatigue. Ces informations sur les traitements superficiels serviront de point de départ à une étude ayant pour objet d'illustrer notre approche au travers de l'analyse des effets du procédé d'usinage avancé par assistance laser (UAL) sur la tenue en fatigue.

Le cadre de l'étude étant posé, le travail de thèse peut alors se développer en trois parties détaillées ci-dessous :

Approche probabiliste en FGNC: rôle des hétérogénéités microstructurales

Afin de modéliser l'effet de la nature très hétérogène du dommage, le premier volet de l'étude développe une approche probabiliste basée sur la théorie du maillon le plus faible et le concept d'adaptation élastique, associé au seuil d'amorçage des microfissures.

Le calcul de la probabilité d'amorçage est mis en place en introduisant un facteur d'hétérogénéité spatial et un facteur d'hétérogénéité directionnel. Cette approche permet en particulier de prendre en compte les effets du mode de chargement, du trajet de chargement et de la dispersion des données en fatigue multiaxiale. A partir de cette approche probabiliste, un nouveau critère d'endurance multiaxial reflétant le rôle des hétérogénéités microstructurales est proposé *[Huyen et Morel 2007b; Morel et Huyen 2008]*.

Afin de valider cette approche probabiliste, une base de données issue de la littérature est utilisée. L'application de l'approche probabiliste dans le cas de chargements multiaxiaux permet en particulier de refléter fidèlement certains effets relatifs au trajet de chargement, notamment dans les cas de sollicitations de traction-torsion ainsi que de traction biaxiale déphasées, à différentes fréquences et pour différentes contraintes moyennes *[Huyen et Morel 2007c]*.

Au cours de cette étude, le passage de l'endurance illimitée à l'endurance limitée est considéré. L'approche proposée ici tend à prouver que le concept de maillon le plus faible peut être appliqué à la fois dans les régimes infinis et finis de la FGNC. Les prévisions du modèle sont comparées à des résultats expérimentaux conduits pour différentes sollicitations et pour différents matériaux.

Modélisation de l'endommagement en FGNC

Ce deuxième volet concerne l'étude du comportement sous chargement d'amplitude variable d'un modèle d'endommagement à deux échelles déjà existant et son extension dans un cadre probabiliste. Des observations conduites dans les travaux de *[Flacelière 2004]* montrent qu'il est indispensable de prendre en compte les effets couplés d'une plasticité mésoscopique et d'un endommagement local. Un modèle élasto-plastique endommageable à l'échelle mésoscopique est donc construit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles.

En considérant la direction privilégiée du glissement au sein du système activé, cette étude aborde le cas des chargements complexes (différents modes de chargement, variabilité des niveaux de charge), avec un accent particulier sur le calcul de la plasticité cyclique et de l'endommagement à l'échelle mésoscopique. Au travers de l'étude du cumul de dommage, on montre que les effets de séquence reposant sur des blocs de sollicitations différentes ainsi que le phénomène de sur-endommagement introduit par le déphasage entre les contraintes peuvent s'interpréter aisément à partir du couplage mésoplasticité-endommagement et par la

prise en compte de la variabilité des seuils à l'amorçage. Une implémentation numérique sous MATLAB donne lieu à un outil permettant de prédire la durée de vie sous sollicitations simples et complexes *[Huyen et Morel 2007a; Huyen, Flacelière et al. 2008]*.

La comparaison des prédictions du modèle avec les données expérimentales montre, dans le cas d'un acier ferrito-perlitique C35, la capacité du modèle à décrire fidèlement l'endommagement. Parallèlement, dans le cadre d'une collaboration avec T. Lagoda (Tech. Univ. Opole – POLOGNE), la capacité du modèle à rendre compte des effets de chargements d'amplitude variable pour un alliage d'aluminium AlCu4MgSi est testée. Les premiers résultats relatés ici sont encourageants.

Une discussion sur le lien entre le modèle d'endommagement déterministe et l'approche probabiliste est également présentée. Cette réflexion donne lieu à la mise en place d'un modèle d'endommagement probabiliste.

Interaction entre procédés de fabrication et tenue en service des composants - Application au procédé de fabrication UAL :

Dans le cadre des travaux conduits au LPMI sur la compréhension des interactions entre le matériau, le procédé et la tenue mécanique, une action a été entreprise dans le cadre de cette thèse sur un usinage avancé : l'Usinage Assisté Laser (UAL). Nous avons, en particulier, étudié les effets de l'assistance laser sur l'usinabilité et la tenue en fatigue de deux alliages métalliques : le 100Cr6 et le Ti-6Al-4V. L'utilisation de ce procédé entraîne généralement au niveau des couches superficielles des gradients de propriétés résultant du durcissement par écrouissage et/ou par transformation de phase, des contraintes résiduelles et des défauts superficiels (rugosité). Tous ces paramètres, que l'on regroupe généralement sous le terme "intégrité de surface", sont les facteurs les plus influents sur la tenue des pièces à la fatigue.

Plusieurs campagnes d'essais en traction – compression et torsion purement alternée, conduites en collaboration avec le Prof. T. Palin-Luc (LAMEFIP – ENSAM Bordeaux) sur des pièces usinées par UAL ou Usinage Conventionnel (UC) permettent d'appréhender précisément l'influence d'un tel procédé. Le but de cette étude est de fournir les données et la méthodologie nécessaires pour quantifier ces facteurs dans un calcul prévisionnel de fatigue. Dans un premier temps, les résultats en fatigue obtenus permettent l'application du critère de Dang Van en prenant soin de bien intégrer le champ de contraintes résiduelles stabilisées dans le chargement appliqué. L'approche probabiliste proposée dans le deuxième chapitre est alors implémentée en post-processeur d'un code d'Eléments Finis afin de refléter les effets des caractéristiques d'intégrité de surface sur les conditions d'amorçage dans les composants obtenus par UAL.

CHAPITRE I : ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE – ENDOMMAGEMENT EN FATIGUE ET TRAITEMENTS DE SURFACE

L'étude bibliographique proposée porte sur deux aspects bien distincts de la FGNC :

La première partie concerne la description et l'analyse de différentes approches et modélisations en FGNC dans le cadre de la mécanique des milieux continus. Elle permettra d'introduire les notions et les hypothèses nécessaires à la bonne compréhension de la suite de ce document où il sera plus particulièrement question d'un modèle à deux échelles pour la prédiction de la durée de vie en fatigue multiaxiale. On laisse volontairement de côté la description de mécanismes d'endommagement propres à la FGNC et on se concentre sur des modélisations où un changement d'échelle apparaît explicitement.

Dans la deuxième partie, on présente un panorama des différentes techniques de traitement superficiel et de leurs effets en fatigue. Le rôle fondamental du procédé de fabrication sur la tenue en fatigue de composants métalliques est illustré à travers certains exemples en mettant en évidence les effets de gradient de microstructure, de contraintes résiduelles et d'état de surface… Cette analyse permettra d'aborder le plus efficacement possible les problèmes de tenue mécanique associée à l'UAL présentés dans le chapitre IV.

De très nombreuses études bibliographiques ont déjà été consacrées à la modélisation de la FGNC. Notre objectif ici n'est pas de proposer une synthèse complète de tous les travaux existants mais nous nous proposons de discuter de formulations récentes et de laisser de côté toutes les approches qui ne font pas appel explicitement à une approche à plusieurs échelles.

Un des objectifs de ce travail de thèse étant de mieux comprendre le lien entre procédé de fabrication, en particulier ici l'UAL, et tenue en fatigue, il semble également indispensable de procéder à quelques rappels liés aux traitements de surface.

Deux thèmes seront donc abordés:

- Un résumé bibliographique de certaines des approches et modélisations existantes intégrant la notion d'endommagement en FGNC et adaptées aux métaux polycristallins,
- Un aperçu de différentes techniques de traitements superficiels et leurs effets en FGNC.

1. MODELES A DEUX ECHELLES EN FGNC:

En FGNC, le rôle important de la plasticité locale sur l'apparition d'une limite de fatigue est largement admis et justifie pleinement l'utilisation d'une approche multi-échelle. Le passage des grandeurs macroscopiques aux grandeurs mésoscopiques relatives au cristal se fait habituellement par une opération de localisation (Sachs, Lin-Taylor, schéma auto-cohérent ...). Parmi les approches existantes en FGNC, la plus connue et la plus utilisée dans l'industrie est celle de Dang Van *[Dang Van, Griveau et al. 1989]*. La modélisation de la mésoplasticité est combinée au théorème d'adaptation élastique afin d'établir un critère de non amorçage de fissures. Cette approche est à l'origine de plusieurs études menées par différents auteurs *[Papadopoulos 1987; 1993a; b; Morel 1998; 2000; 2001]*.

Le mécanisme d'amorçage de fissure à l'échelle d'un grain est souvent complexe et dans tous les cas difficile à décrire. L'incorporation de l'endommagement dans les approches multi-échelles pour la prédiction de la durée de vie en endurance limitée a fait l'objet de quelques travaux assez récents. Ils tentent de décrire l'évolution du dommage à partir de constatations expérimentales plus ou moins fournies à l'échelle des grains ou des bandes de glissements. Des discussions détaillées de ces modèles peuvent être trouvées dans la bibliographie *[Flacelière 2004; Monchiet 2006]*. On se propose de rappeler brièvement ici les modèles récents utilisant les concepts et outils de la plasticité et de la mécanique de l'endommagement: *[Lemaitre, Sermage et al. 1999]* et *[Flacelière 2004; Doudard, Calloch et al. 2005; Monchiet, Charkaluk et al. 2006]*.

1.1. Prise en compte de la mésoplasticité :

Généralement, les critères développés en déformation (et parfois en énergie) sont adaptés à la fatigue oligocyclique où les essais sont réalisés à déformations imposées. La courbe de référence ε-N de Manson-Coffin-Basquin y est utilisée. Les approches en contrainte (et parfois en énergie) sont appliquées la plupart du temps dans le domaine de l'endurance où les essais sont très souvent conduits à efforts imposés. Les comportements cycliques (durcissement, adoucissement, effet de rochet,...) mis en jeu et les constatations expérimentales (influence du déphasage entre les contraintes normale et de cisaillement ou influence d'un chargement moyen) sont différents dans les deux cas. Pour le dimensionnement des structures complexes en présence de chargements multiaxiaux, il existe de nombreux critères à caractère phénoménologique *[Crossland 1956; Sines 1959]*.... Il est bien connu que ces approches purement macroscopiques ne sont pas suffisantes pour décrire correctement les phénomènes en jeu en FGNC. Suite à ce premier type de critère, l'approche de type plan critique s'est développée en recherchant le plan qui rend maximal la combinaison linéaire du cisaillement et de la contrainte normale au plan considéré *[Findley 1959]*, ou en recherchant le plan qui rend maximal l'amplitude de cisaillement et associe à cette grandeur la contrainte normale à ce plan *[McDiarmid 1991]*. Une synthèse de ces critères peut être trouvée dans la littérature *[Papadopoulos, Davoli et al.*

1997]. Nous ne détaillons ici que l'approche mésoscopique de type plan critique basée sur les travaux de *[Dang Van 1973]* qui sera utilisée dans la suite de ce travail.

1.1.1. Généralités et définitions :

Il est bien connu que l'amorçage des fissures de fatigue apparaît tout d'abord à l'échelle d'un grain (ou de quelques grains), appelée échelle mésoscopique. A cette échelle, les contraintes et déformations sont difficiles à quantifier. Il est donc très important d'utiliser une méthode de changement d'échelle pour les estimer. Pour cela, introduisons la notion de volume élémentaire représentatif (VER) qui est un volume suffisamment petit pour pouvoir distinguer les hétérogénéités et suffisamment grand pour être représentatif du comportement macroscopique global. Dans le cas de la FGNC, le comportement macroscopique du matériau reste généralement élastique, seuls quelques grains défavorablement orientés subissent une déformation plastique. Ces grains plastifiés sont noyés dans une matrice élastique. Dans le cadre de notre étude, ils sont représentés par une inclusion élasto-plastique noyée dans une matrice élastique (Fig. 1).

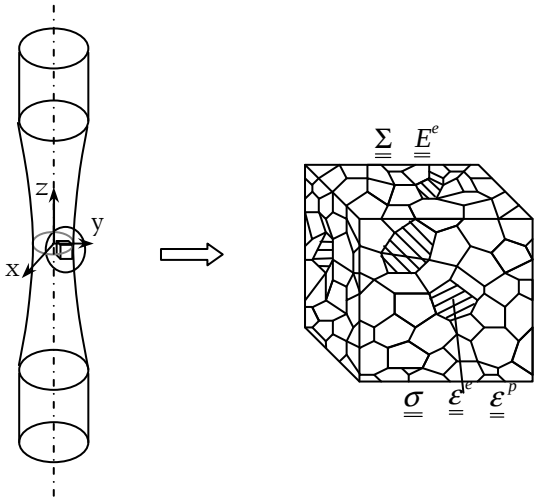


Fig. 1 – Le passage de l'échelle macroscopique à l'échelle mésoscopique

- **Passage de l'échelle macrospique à l'échelle mésoscopique :**

En toute généralité, la relation d'interaction peut se mettre sous la forme suivante (selon Hill et Mandel):

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\underline{\underline{A}}}} : \underline{\underline{\Sigma}} + \underline{\underline{\rho}} \qquad \text{(I.1)}$$

où $\underline{\underline{\underline{\underline{A}}}}$: tenseur de localisation des contraintes

$\underline{\underline{\rho}}$: contraintes résiduelles locales (à l'échelle mésoscopique).

Dans le domaine de la FGNC, aucune (ou peu de) plastification n'est détectable à l'échelle macroscopique et les déformations mésoscopiques sont élastoplastiques. En appliquant le modèle de Lin-Taylor et négligeant le terme $\underline{\underline{E}}^p$, on obtient :

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{\varepsilon}} \Rightarrow \underline{\underline{E}}^e = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \qquad \text{(I.2)}$$

En admettant également que le grain et la matrice élastique sont isotropes et possèdent les mêmes coefficients élastiques, Dang Van *[Dang Van 1973]* a montré que:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}^p \qquad \text{(I.3)}$$

où : $\underline{\underline{\Sigma}}, \underline{\underline{\sigma}}$ sont des tenseurs de contrainte macroscopique et mésoscopique respectivement,

$\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ tenseur de déformation plastique mésoscopique (en considérant que $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ se fait sans changement de volume $\varepsilon_{kk}^p = 0$, ce tenseur est déviatorique),

μ module de cisaillement macroscopique du matériau (coefficient de Lamé).

On suppose maintenant qu'un seul système de glissement est actif par grain. Ce glissement peut être défini par le tenseur d'orientation $\underline{\underline{a}}$ (par rapport à un repère fixe) défini par :

$$\underline{\underline{a}} = \frac{1}{2}\left(\underline{n} \otimes \underline{m} + \underline{m} \otimes \underline{n}\right) \tag{I.4}$$

où : $\underline{n}$ est la normale unitaire au plan de glissement,
$\underline{m}$ est la direction du glissement.

La cission résolue dans le grain est obtenue par :

$$\underline{\tau} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{a}} \tag{I.5}$$

La déformation plastique mésoscopique $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ est reliée à l'amplitude du glissement plastique mésoscopique γ^p :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \gamma^p \underline{\underline{a}} \tag{I.6}$$

La loi de localisation Lin-Taylor (I.3) devient :

$$\underline{\tau} = \underline{T} - \mu\gamma^p \underline{m} \tag{I.7}$$

où : $\underline{T}$ et $\underline{\tau}$ sont les cissions résolues macroscopique et mésoscopique selon la direction du glissement $\underline{m}$:

$$\underline{\tau} = \left(\underline{m}.\underline{\underline{\sigma}}.\underline{n}\right)\underline{m} \tag{I.8}$$

$$\underline{T} = \left(\underline{m}.\underline{\underline{\Sigma}}.\underline{n}\right)\underline{m} \tag{I.9}$$

Il est important de noter que cette loi de localisation considère le matériau purement élasto-plastique et sans présence de dommage à l'échelle mésoscopique et macroscopique.

1.1.2. Critère de Dang Van :

L'auteur propose un critère de fatigue multiaxiale de type plan critique portant sur le seuil d'amorçage des fissures de fatigue (voir paragraphe 1.1.1 et Fig. 1). La réponse adaptée du grain est une condition nécessaire pour que ne s'amorce aucune fissure au bout d'un nombre infini de cycles. L'adaptation supposée à l'échelle mésoscopique signifie qu'après un certain nombre de cycles, les déformations plastiques deviennent indépendantes de temps. Il en sera de même pour les contraintes :

$$\underline{\underline{\hat{\sigma}}}(t) = \underline{\underline{\Sigma}}(t) + \underline{\underline{\rho}}^* \tag{I.10}$$

où $\underline{\underline{\Sigma}}$: Tenseur de contrainte macroscopique,

$\underline{\underline{\hat{\sigma}}}$: Tenseur de contrainte mésoscopique au cycle adapté,

$\underline{\underline{\rho}}^*$: Contrainte résiduelle (indépendante du temps).

Et donc, la cission mésoscopique stabilisée s'écrit :

$$\hat{\underline{\tau}}(\underline{n},t) = \underline{C}(\underline{n},t) + \underline{\tau}^*(\underline{n}) \tag{I.11}$$

avec τ^* : valeur moyenne de la cission macroscopique (cission résiduelle dans l'état adapté).

En faisant l'hypothèse d'un seul système de glissement actif par grain et de l'influence de la contrainte hydrostatique sur la durée de vie à la fatigue, le dernier critère de Dang Van *[Dang Van, Papadopoulos et al. 1987]* peut s'écrire à travers une double maximisation sur toutes les directions de l'espace $\underline{n}$ et sur le temps t:

$$\max_{\underline{n}}\left\{\max_{t\in T}\left[\left\|\hat{\tau}(\underline{n},t)\right\| + \alpha.\hat{p}(t)\right]\right\} \leq \beta \tag{I.12}$$

où α, β sont des paramètres du matériau. Ces paramètres peuvent être identifiés à partir de deux limites d'endurance (par exemple en torsion t_{-1} et en flexion f_{-1} alternées symétriques) :

$$\alpha = \frac{t_{-1} - \frac{f_{-1}}{2}}{\frac{f_{-1}}{3}} \quad \text{et} \quad \beta = t_{-1} \ ;$$

$\hat{p}(t)$ et $\hat{\tau}(\underline{n},t)$ sont respectivement la pression hydrostatique et le cisaillement sur une facette de normale $\underline{n}$ instantané associé à la contrainte mésoscopique adaptée $\hat{\underline{\underline{\sigma}}}$. En effet, la pression à tout instant est :

$$p = \hat{p} = \frac{1}{3}tr\left(\hat{\underline{\underline{\sigma}}}\right) = \frac{1}{3}tr\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) = \frac{1}{3}tr\left(\underline{\underline{\Sigma}}\right) \tag{I.13}$$

La cission mésoscopique dans l'état adapté $\hat{\tau}(\underline{n},t)$ peut se déduire de la cission macroscopique $\underline{C}(\underline{n},t)$ par la détermination du centre $\underline{\tau}^*(\underline{n})$ du plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement sur un plan matériel.

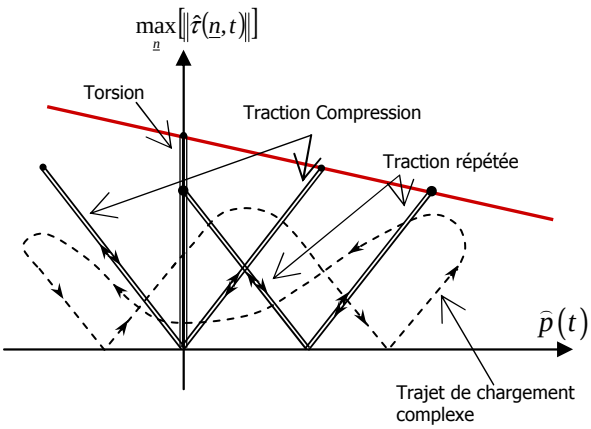


Fig. 2 – Diagramme de Dang Van

Le plan critique est déterminé par la recherche du plan dans lequel la combinaison de la cission et de la contrainte hydrostatique est maximale sur le cycle. Pour un trajet radial et des sollicitations sinusoïdales (en phase), le calcul de la cission mésoscopique maximale peut être simplifié en utilisant le critère de Tresca au cours d'un cycle:

$$\tau(t) = Tresca\left(\underline{\underline{\sigma}}(t)\right) = Tresca\left(\underline{\underline{s}}(t)\right) = \max_{I,J}\left|\sigma_I(t) - \sigma_J(t)\right| / 2 \tag{I.14}$$

où $\sigma_I(t)$ et $\sigma_J(t)$ sont les contraintes principales mésoscopiques à l'instant t.

Ce critère de fatigue permet de déterminer si la structure connaîtra une rupture en fatigue, mais en aucun cas il ne donne une information concernant la durée de vie N de la structure.

1.1.3. Approche de Papadopoulos:

En reprenant les mêmes hypothèses que Dang Van, *[Papadopoulos 1993a; b; 2001]* suppose que le matériau est constitué de cristaux parfaits (pas d'hétérogénéité entre les grains) et qu'un seul système de glissement est actif par grains. Il s'agit de décrire les mécanismes de plasticité à l'échelle locale à l'aide d'un critère de type Schmid.

A partir d'un comportement à l'écrouissage du cristal approché à l'aide d'une loi combinée isotrope et cinématique, il est possible de construire un graphe avec en ordonnée la déformation plastique accumulée et en abscisse le nombre de cycles appliqués (Fig. 3). Ce graphe permet d'illustrer le comportement des monocristaux sous chargement cyclique à déformation imposée et on distingue :

- La courbe A qui correspond aux plus fortes valeurs de déformation. Le cristal ne pouvant supporter l'accumulation indéfinie de déformation plastique, la largeur des boucles d'hystérésis diminue (écrouissage combiné isotrope et cinématique) suivi par un deuxième stade où la largeur reste constante (écrouissage cinématique seule). Dans ce cas, la rupture est atteinte.
- La courbe B qui représente la relation pour de plus faibles amplitudes. Le cristal tend à retrouver une réponse purement élastique. La largeur des boucles d'hystérésis décroît continûment jusqu'à devenir nulle, on dit alors qu'elle tend vers un état élastique adapté. La rupture est donc exclue. En fait, ce comportement relevant exclusivement du premier stade apparaît car la déformation plastique accumulée dans le cristal ne dépasse jamais une valeur critique Γ_C qui représente la transition entre un comportement combiné et un comportement avec écrouissage cinématique seul.

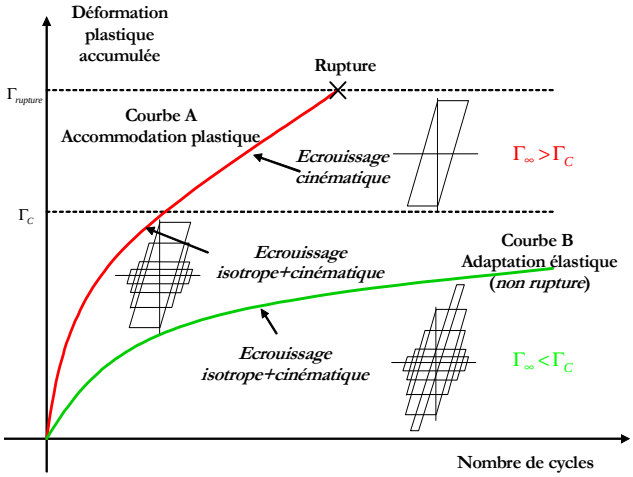


Fig. 3 – Déformation plastique accumulée en fonction du nombre de cycles dans le cas des monocristaux métalliques sollicités cycliquement *[Papadopoulos 1999]*.

L'apparition d'une limite de fatigue s'explique donc par un processus d'adaptation élastique de la mésoplasticité cyclique et peut être traduite en utilisant la valeur asymptotique de la déformation plastique accumulée à l'échelle des cristaux, notée Γ_∞, d'un aggrégat polycristallin. La Fig. 3 montre que si la valeur asymptotique Γ_∞ est plus petite que Γ_C, alors le cristal peut atteindre un état élastique adapté et la rupture est exclue.

Le critère proposé par *[Papadopoulos 1994; 1995]* repose sur un niveau critique de déformation plastique accumulée Γ dans les grains au cours du cyclage. Le calcul de la déformation plastique mésoscopique

accumulée nécessite la connaissance des lois d'écrouissage cyclique. Le critère de Schmid traduisant le critère de plasticité est utilisé sous la forme:

$$f\left(\underline{\tau},\underline{b},\tau_y\right)=\left(\underline{\tau}-\underline{b}\right).\left(\underline{\tau}-\underline{b}\right)-\tau_y^2<0 \tag{I.15}$$

où τ_y : Limite d'écoulement du cristal,

$\underline{b}$: Paramètre d'écrouissage cinématique ($\underline{b}=c\underline{\gamma}^p$; c étant le module d'écrouissage cinématique),

$\underline{\tau}$: Cission mésoscopique agissant sur un système de glissement considéré.

Le glissement plastique mésoscopique et la déformation plastique accumulée pour un nombre de cycles infini sont déduits par application de la règle de normalité associée à f :

$$\underline{\dot{\gamma}}^p=\frac{\underline{\dot{\tau}}}{c+g}=\frac{\underline{\dot{T}}}{c+g+\mu} \tag{I.16}$$

$$\dot{\Gamma}=\sqrt{\underline{\dot{\gamma}}^p.\underline{\dot{\gamma}}^p}\Rightarrow\Gamma_\infty=\frac{T_a-\tau_y^0}{g} \tag{I.17}$$

où T_a : amplitude de cission résolue macroscopique,

τ_y^0 : limite d'écoulement initiale,

g : module d'écrouissage isotrope.

Il est très important de remarquer que cette quantité ne fait pas intervenir les propriétés d'écrouissage cinématique pourtant introduites dans la modélisation. L'apparition dans l'expression du seuil d'écoulement initial provient simplement des hypothèses sur la règle d'écoulement plastique ainsi que sur les lois d'écrouissage utilisées ici. En utilisant ces lois simples, il apparaît que la déformation plastique mésoscopique accumulée après un nombre infini de cycles sur un système de glissement particulier d'un grain plastifié s'écrit en fonction de T_a , τ_y^0 et enfin g.

Cependant, la limite de fatigue ne correspond pas à une absence complète de fissures. Elle traduit plutôt l'existence de quelques fissures non propageantes que l'échantillon peut supporter indéfiniment. Dans le cadre d'une démarche de dimensionnement, il semble préférable d'introduire des valeurs moyennes de la déformation plastique accumulée par certains (ou tous les) grains déformés plastiquement du VER plutôt que de considérer la rupture d'un seul cristal. *[Papadopoulos 1993a; b]* a proposé deux expressions possibles de ces valeurs moyennes.

La première considère l'ensemble des systèmes de glissement possibles dans le VER :

$$\sqrt{\left\langle\Gamma_\infty^2\right\rangle_V}=\sqrt{5}\sqrt{\frac{1}{8\pi^2}\int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\psi=0}^{2\pi}\left(\Gamma_\infty\left(\phi,\theta,\psi\right)\right)^2 d\psi\sin\theta d\theta d\phi} \tag{I.18}$$

La seconde opère la moyenne sur un seul plan critique dont la position est déterminée à l'aide d'une maximisation sur l'ensemble des plans possibles du VER :

$$\sqrt{\left\langle\Gamma_\infty^2\right\rangle_\Delta}=\max_{\theta,\phi}\left\{\sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\psi=0}^{2\pi}\left(\Gamma_\infty\left(\phi,\theta,\psi\right)\right)^2 d\psi}\right\} \tag{I.19}$$

Le critère $\Gamma_\infty<\Gamma_C$ assurant la condition d'adaptation élastique d'un grain peut être transformé en intégrant l'utilisation des moyennes :

$$\sqrt{\left\langle \Gamma_\infty^2 \right\rangle_V} < \Gamma_S \quad ou \quad \sqrt{\left\langle \Gamma_\infty^2 \right\rangle_\Delta} < \Gamma_S \tag{I.20}$$

avec $\Gamma_S = \sqrt{\left\langle \Gamma_C^2 \right\rangle}$.

Afin de considérer l'effet des contraintes d'ouverture sur les plans matériels, la valeur moyenne de contrainte normale est également introduite :

$$\left\langle N \right\rangle = \frac{1}{4\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} N(\theta,\phi) \sin\theta d\theta d\phi \tag{I.21}$$

où N est la contrainte normale au plan orienté par θ et φ.

Cette valeur moyenne correspond en fait à la contrainte hydrostatique, c'est-à-dire :

$$\left\langle N \right\rangle = \Sigma_H = \frac{tr\left(\underline{\underline{\Sigma}}\right)}{3} = \frac{1}{3}\left(\Sigma_{xx} + \Sigma_{yy} + \Sigma_{zz}\right) \tag{I.22}$$

L'auteur suppose que l'amorçage d'une fissure de fatigue se produit quand $\sqrt{\left\langle \Gamma_\infty^2 \right\rangle}$ atteint un seuil $\Gamma_s = \beta' - \alpha' \Sigma_H$, propre au matériau. Il est clair que Γ_s doit atteindre sa valeur minimale et donc Σ_H atteint la valeur maximale ($\Sigma_{H,\max}$) au cours d'un cycle de charge de période *P*.

$$\Sigma_{H,\max} = \max_{t \in P} \left[\frac{1}{3}\left(\Sigma_{xx}(t) + \Sigma_{yy}(t) + \Sigma_{zz}(t)\right) \right] \tag{I.23}$$

En utilisant l'amplitude de la cission résolue macroscopique selon toutes les directions du plan orienté par $\underline{n}(\phi,\theta)$, deux critères ont pu être établis :

$$\sqrt{\left\langle \Gamma_\infty^2 \right\rangle}_{V\ ou\ \Delta} < \beta' - \alpha' \Sigma_{H,\max} \Rightarrow \frac{1}{g}\sqrt{\left\langle \left[T_a(\theta,\phi,\psi) - \tau_y^{(0)} \right]^2 \right\rangle} < \beta' - \alpha' \Sigma_{H,\max} \tag{I.24}$$

Pour des applications de dimensionnement et parce que sa valeur est généralement petite, $\tau_y^{(0)}$ a été considérée égale à zéro, ce qui conduit de toute façon à des prédictions conservatives. Après une simple transformation, on obtient :

$$\sqrt{\left\langle \left[T_a(\theta,\phi,\psi) \right]^2 \right\rangle} < \beta - \alpha \Sigma_{H,\max} \tag{I.25}$$

où $\beta = g\beta'$ et $\alpha = g\alpha'$

avec :

$$\sqrt{\left\langle T_a^2 \right\rangle_V} = \sqrt{5}\sqrt{\frac{1}{8\pi^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left(T_a(\phi,\theta,\psi)\right)^2 d\psi \sin\theta d\theta d\phi} \tag{I.26}$$

et

$$\sqrt{\left\langle T_a^2 \right\rangle_\Delta} = \max_{\theta,\phi} \left\{ \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left(T_a(\phi,\theta,\psi)\right)^2 d\psi} \right\} \tag{I.27}$$

Les coefficients α et β peuvent être identifiés à l'aide par exemple de limites de fatigue en torsion et en traction purement alternées, t_{-1} et s_{-1} :

- critère pour le volume V: $\beta = t_{-1}$ et $\alpha = \frac{3t_{-1}}{s_{-1}} - \sqrt{3}$,

- critère pour le plan Δ: $\beta = t_{-1}$ et $\alpha = \dfrac{t_{-1} - \dfrac{s_{-1}}{2}}{\dfrac{s_{-1}}{3}}$.

1.1.4. Approche de Morel :

En poursuivant les travaux sur l'approche mésoscopique de type plan critique de *[Dang Van 1973]* et de *[Papadopoulos 1987; Papadopoulos, Davoli et al. 1997]*, *[Morel 1996; 2000]* essaie de prévoir l'amorçage d'une mésofissure en estimant la déformation plastique accumulée à l'échelle des grains. L'auteur suppose, comme Dang Van et Papadopoulos que le matériau est constitué de cristaux parfaits et qu'un seul système de glissement est actif par grain. Le passage de l'échelle mésoscopique (le grain) à l'échelle macroscopique est réalisé à l'aide des hypothèses de Lin-Taylor. Morel emploie ensuite le concept d'adaptation élastique pour expliquer le non-amorçage de fissures de fatigue à des niveaux de contrainte inférieurs à la limite d'endurance. La modélisation du comportement du grain est réalisée selon trois phases successives (Fig. 4) (une phase de durcissement suivie d'une phase de saturation puis enfin une phase d'adoucissement) avant l'amorçage d'une fissure. La déformation plastique mésoscopique accumulée Γ est considérée comme paramètre d'endommagement et l'amorçage d'une fissure de fatigue se produit quand cette dernière atteint une valeur critique.

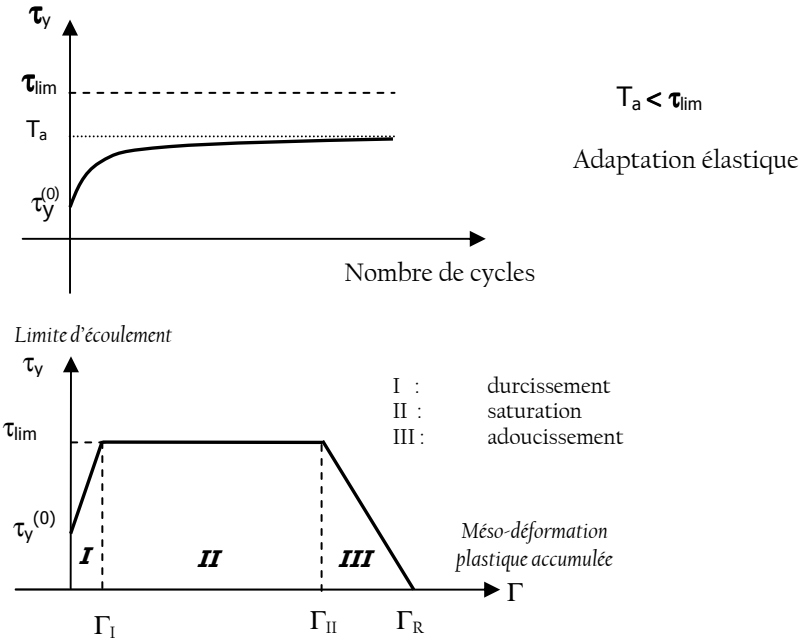


Fig. 4 – Diagramme de comportement du grain selon trois phases successives *[Morel 1998]*.

Le critère de plasticité utilisé par Morel est de type Schmid avec écrouissage isotrope et cinématique (I.15). En considérant l'amplitude de la cission résolue macroscopique T_a comme la seule grandeur active dans le glissement, l'évolution du dommage du matériau, qui se déroule en trois phases, se fait donc à travers le cumul des déformations plastiques mésoscopiques :

Durcissement: $$\dot{\tau}_y = g\dot{\Gamma} \Rightarrow \dot{D} = \dot{\Gamma} = \frac{1}{c+\mu+g}\sqrt{\underline{\dot{T}}.\underline{\dot{T}}} \qquad \text{(I.28)}$$

Saturation: $$\dot{\tau}_y = 0\ \left(\tau_y = \tau_{\lim}\right) \Rightarrow \dot{D} = \dot{\Gamma} = \frac{1}{c+\mu}\sqrt{\underline{\dot{T}}.\underline{\dot{T}}} \qquad \text{(I.29)}$$

Adoucissement: $$\dot{\tau}_y = -h\dot{\Gamma} \Rightarrow \dot{D} = \dot{\Gamma} = \frac{1}{c+\mu-h}\sqrt{\underline{\dot{T}}.\underline{\dot{T}}} \tag{I.30}$$

où c est le paramètre d'écrouissage cinématique,
g et h sont les paramètres d'écrouissage isotrope dans les phases de durcissement et d'adoucissement,
Γ est la méso-déformation plastique accumulée considérée comme la variable de dommage.

Le critère d'endurance multiaxial s'écrit :

$$\max_{\theta,\phi}\left(T_\sigma\left(\theta,\phi\right)\right) + \alpha\Sigma_{H,\max} \leq \beta \tag{I.31}$$

avec $\Sigma_{H,\max}$ la contrainte hydrostatique maximale,
$T_\sigma\left(\theta,\phi\right) = \sqrt{\left\langle T_a^2 \right\rangle}$.

De plus, en suivant la description du dommage selon les trois phases du comportement du cristal, l'auteur arrive à estimer la durée de vie à l'amorçage N_a dans le cas des chargements sinusoïdaux:

$$N_a = \frac{c+\mu}{4}\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{h}\right)\ln\left(\frac{\tau_a}{\tau_a-\tau_s}\right) + \frac{c+\mu}{4l}\left(\frac{\tau_a}{\tau_a-\tau_s}\right) - \frac{\tau_y^0}{\tau_s}\frac{\left(c+\mu\right)}{4g} \tag{I.32}$$

L'approche de Morel dans le cadre des chargements multiaxiaux d'amplitude variable est un prolongement de la méthode qu'il préconise lorsque les chargements sont multiaxiaux et d'amplitude constante.

1.2. Couplage plasticité et endommagement

Parmi les travaux relatifs à la modélisation de l'endommagement à partir de la thermodynamique des processus irréversibles et de la mécanique des milieux continus (*[Lemaitre 1978]*, *[Lemaitre et Chaboche 1978; Chaboche 1987; Chaboche et Lesne 1988]* ou *[Murakami et Kamiya 1996; Hayakawa, Murakami et al. 1998]*...), certains concernent la description de la nucléation du dommage et son développement dans le régime de la FGNC.

Dans le cadre d'un couplage plasticité-endommagement, on se propose de rappeler ici les principes des approches à deux échelles de Lemaitre-Sermage-Desmorat, de Doudard-Calloch-Hild, de Monchiet-Charkaluk-Kondo et de Flacelière-Morel-Dragon. Ces modèles ont été retenus pour la diversité des approches utilisées, ainsi que leur cohérence face au phénomène étudié.

1.2.1. Modèle de Lemaitre – Sermage – Desmorat :

Les auteurs *[Lemaitre, Sermage et al. 1999]* proposent de prendre en compte le fait que les phénomènes d'endommagement ont lieu à une échelle inférieure à celle du VER. Pour cela, ils considèrent un agrégat de grains au sein du VER; chaque grain est modélisé par une inclusion sphérique plastique et endommageable au sein d'une matrice élastique ou élasto-plastique non endommageable. Le schéma du modèle est décrit sur la Fig. 5 où la matrice a les propriétés élastiques E et ν du VER. Elle entoure une inclusion ou un défaut qui ont les mêmes propriétés élastiques. Cette inclusion est en état plastique avec la limite d'écoulement prise égale à la limite de fatigue du matériau σ_f. L'écrouissage cinématique linéaire seul est considéré.

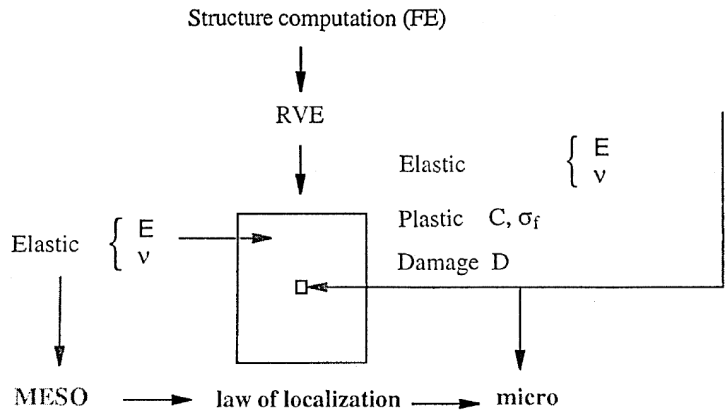


Fig. 5 – Schéma du modèle à deux échelles *[Lemaitre, Sermage et al. 1999]*

L'endommagement (à l'échelle microscopique) est considéré par un paramètre scalaire, noté D, et basé sur le concept de la contrainte effective *[Kachanov 1958]*. La contrainte effective microscopique $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$ est liée à la contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ et à D:

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} = \frac{\underline{\underline{\sigma}}}{1-D} \tag{I.33}$$

Les contraintes microscopiques sont évaluées à partir des contraintes mésoscopiques à l'aide d'une loi de localisation des contraintes de type auto-cohérent:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - aE\underline{\underline{\varepsilon}}^p \tag{I.34}$$

où $\underline{\underline{\Sigma}}$ et $\underline{\underline{\sigma}}$ sont les tenseurs de contraintes mésoscopiques et microscopique,

a est obtenue par l'analyse de *[Eshelby 1957]* pour une inclusion sphérique:

$$a = \frac{1-\beta}{1+\nu} \; ; \; \beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)}$$

ν étant le coefficient de Poisson.

Une fissure mésoscopique apparait pour $D=D_c$, où D_c est la valeur critique de l'endommagement.

L'hypothèse de partition de la déformation microscopique induit :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \tag{I.35}$$

Le concept de contrainte effective pour la partie élastique donne :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1+\nu}{E}\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \frac{\nu}{E}tr(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}})\underline{\underline{I}} \tag{I.36}$$

La fonction de charge de l'inclusion (micro-plasticité) est définie au sens de Von Mises et fait intervenir la contrainte effective, une limite de fatigue et une variable d'écrouissage cinématique effective:

$$f = \left(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D - \underline{\underline{\tilde{X}}}^D\right)_{eq} - \sigma_f \tag{I.37}$$

La modélisation du durcissement de l'inclusion est effectuée par un écrouissage cinématique linéaire qui est formulé par :

$$\underline{\underline{\dot{\tilde{X}}}}^D = \frac{2}{3}C\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p(1-D) \tag{I.38}$$

La loi d'évolution de la plasticité est directement déduite de *f* par une loi de normalité et est gouvernée par :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} d\lambda \tag{I.39}$$

Le multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$ est obtenu par la condition de cohérence :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p \neq 0 \ si \ f = 0 \ et \ df = 0 \Rightarrow \dot{p} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \qquad \text{avec} \qquad \dot{\lambda} = \frac{\dot{p}}{1-D} \tag{I.40}$$

p étant la déformation plastique accumulée.

L'endommagement est gouverné par la plasticité. Le taux de dommage est une fonction du taux de restitution de l'énergie élastique Y et de la déformation plastique accumulée *p [Lemaitre et Desmorat 2005]* :

$$dD = \left(\frac{Y}{S}\right)^s dp \ ; \ p \geq p_D \ : \qquad \text{loi d'endommagement} \tag{I.41}$$

$D \approx D_c$: nucléation de fissure

où p_D est le seuil d'endommagement lié à l'énergie stockée dans le matériau,
S et s : des coefficients caractéristiques du matériau.

La mise en œuvre du problème posé par le modèle à deux échelles peut être faite de façon numérique. Pour cela, il est nécessaire d'identifier 10 paramètres intervenant dans ce modèle:

- deux coefficients d'élasticité : E, ν
- deux coefficients de micro-plasticité : σ_f, C
- cinq coefficients d'endommagement : S, s, ε^{pD}, h, D_c
- un coefficient de la loi de localisation : a

Les quatre premiers paramètres (E, ν, σ_f, C) sont identifiés facilement par les essais de traction classique en supposant le même écrouissage cinématique à l'échelle microscopique et mésoscopique. Selon l'analyse d'Eshelby, le paramètre de localisation a une valeur proche de 0.4 pour ν = 0.3. Les cinq autres peuvent être déterminés à partir d'essais de fatigue : une courbe de Wöhler en chargement alterné pour évaluer *S* et *s*, essais en compression de fatigue pour le paramètre *h* de fermeture de fissure, et quelques essais à deux niveaux de fatigue pour ε^{pD} et D_c. Généralement, une technique d'optimisation doit être utilisée.

Ce modèle s'avère représenter correctement des comportements spécifiques à la FGNC tels que l'effet de contrainte moyenne, l'accumulation non-linéaire du dommage et l'effet de chargement non-proportionnel en fatigue biaxiale.

1.2.2. Modèle de Monchiet – Charkaluk – Kondo :

Les auteurs proposent de prendre en compte les mécanismes de plasticité et d'endommagement apparaissant à l'échelle des Bandes de Glissement Persistantes (BGP). L'endommagement le long des bandes de glissement est le résultat de la nucléation et de la croissance de microcavités à l'intérieur des murs de dislocation. La proposition d'un critère de non nucléation de fissures de fatigue est basée sur la combinaison, à l'échelle des grains, d'une condition d'adaptation élastique (proposée par Dang Van et Papadopoulos) et de la définition d'un endommagement critique.

En effet, le comportement plastique polycyclique des monocristaux est caractérisé par la formation de bandes de glissement persistantes (BGP), reconnues comme le site privilégié de la nucléation des fissures. En plus de l'activité plastique, des variations de volume irréversibles sont observées aux endroits où les BGP

émergent en surface (formation d'extrusions) et sont le résultat de mécanismes d'endommagement au sein de ces bandes (Fig. 6).

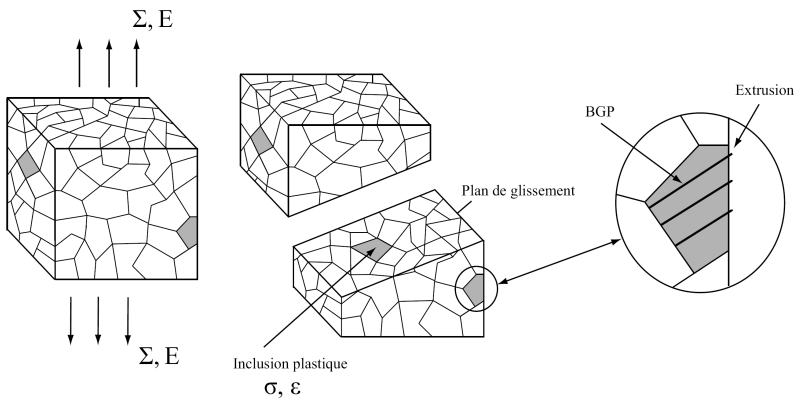


Fig. 6 – Volume élémentaire représentatif *[Monchiet, Charkaluk et al. 2005]*

Plasticité cristalline :

Le comportement plastique des grains sollicités en fatigue polycyclique, se caractérise souvent par l'activation d'un système de glissement favorablement orienté par rapport aux axes de chargements. Il est régi par la loi de Schmid :

$$f = |\tau - x| - \tau_0 - R \leq 0 \tag{I.42}$$

où x et R sont respectivement les variables d'écrouissage cinématique et isotrope, supposées linéaires par simplicité ($x = c\gamma$ *et* $R = R_0\gamma_{cum}$ où $\gamma_{cum} = \int_0^t |\dot{\gamma}^p| dt$ désigne le glissement plastique cumulé). La cission, agissant sur le système de glissement ($\underline{n}$, $\underline{m}$) à l'échelle du grain, est définie comme à l'Eq.(I.5).

Endommagement dans les bandes de glissement:

Cet endommagement résulte de la contribution de deux mécanismes : la création de lacunes par annihilation de dislocations, responsable de variations de volumes irréversibles dans la direction du glissement et la croissance de ces vides comme le résultat de l'action combinée de l'activité plastique et des efforts de pression. En tenant compte de ces deux mécanismes, à l'échelle du grain, la porosité totale f est composée d'un terme de nucléation f_a et d'un terme de croissance f_g:

$$f = f_a(\gamma_{cum}) + f_g(\varepsilon_h^p) \tag{I.43}$$

où ε_h^p est la déformation plastique de volume due à la croissance de défauts.

Une approche locale de la nucléation d'une fissure à l'interface BGP-matrice a été adoptée et consiste à considérer une valeur critique du dommage accumulé le long des BGP :

$$f(\gamma_{cum}, \varepsilon_h^p) \leq f_c \tag{I.44}$$

avec f_c : porosité critique.

Afin d'écrire ce critère de fatigue à l'échelle macroscopique, la loi de comportement couplant plasticité et endommagement doit être utilisée à l'échelle des grains sollicités.

Couplage plasticité et endommagement à l'échelle des grains sollicités :

La croissance de cavités dans un milieu plastique représentant une BGP est considérée dans le cadre de l'analyse limite de type Gurson. Étant menée dans le cas particulier d'un matériau rigide parfaitement plastique, pour son application à la fatigue, la surface de charge obtenue nécessite d'être étendue à la prise en compte de l'écrouissage cinématique et isotrope. L'adaptation pour le cas du monocristal d'une telle analyse, conduit à un critère de plasticité de la forme :

$$F = \left(\frac{\tau - x_d}{\tau_d}\right)^2 + 2f\cosh\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sigma_h - x_h}{\tau_h}\right\} - 1 - f^2 \qquad \text{(I.45)}$$

où σ_h désignant la contrainte hydrostatique locale,
f étant la porosité,
x_d et x_h : variables d'écrouissage cinématique,
$\tau_d = \tau_0 + R_d$ et $\tau_h = \tau_0 + R_h$ avec R_d et R_h étant les variables d'écrouissage isotrope.

Les lois d'évolution des variables γ_{cum} et ε_h^p, qui interviennent explicitement dans l'expression du critère de fatigue (I.44), sont obtenue via la loi de normalité associée à F (Eq.(I.45)) :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \dot{\gamma}_{cum} = 2\dot{\lambda}\dfrac{|\tau - x_d|}{\tau_d^2} \\ \dot{\varepsilon}_h^p = \dot{\lambda}\dfrac{f}{\sqrt{3}\tau_h}\sinh\left\{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\dfrac{\sigma_h - x_h}{\tau_h}\right\} \end{cases} \qquad \text{(I.46)}$$

où $\dot{\lambda}$ désigne le multiplicateur plastique.

La relation (I.46) permet de prendre en compte explicitement l'influence de la contrainte locale (plus précisément τ et σ_h) sur l'amorçage de fissures, à l'échelle microscopique. La transition au niveau macroscopique est obtenue en utilisant trois schémas d'homogénéisation : Kröner, Lin-Taylor et Sachs. Par exemple, le schéma de type Kröner donne :

$$\tau = \Sigma : \Delta - \mu^* \gamma \; ; \qquad \sigma_h = \Sigma_h - 3k^* \varepsilon_h^p \qquad \text{(I.47)}$$

avec $\mu^* = \mu(1-b); k^* = k(1-a)$.

Finalement, une expression analytique du critère macroscopique de fatigue, qui couple la plasticité et l'endommagement au niveau microscopique, s'écrit :

$$f(\Sigma, \Delta) \leq f_c \qquad \text{(I.48)}$$

Notons que ce modèle, associé à un passage micro-macro, permet de tenir compte explicitement de l'influence de la contrainte moyenne sur l'amorçage de fissures, à l'échelle macroscopique. A titre d'illustration, il propose une application dans le cas des trajets de chargement affine macroscopique.

1.2.3. Modèle de Flacelière – Morel – Dragon:

Le modèle proposé par *[Flacelière 2004; Flacelière et Morel 2004a]* considère le comportement du matériau à l'échelle mésoscopique et fait apparaitre un couplage entre la plasticité due au glissement dans des bandes de glissement et l'endommagement se produisant quand la déformation plastique accumulée à l'échelle du grain atteint une valeur seuil. Le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, utilisant un certain nombre de variables internes indépendantes du temps, pour des transformations isothermes, et de petites déformations, est utilisé pour construire un modèle tentant de rendre compte des phénomènes

d'endommagement observés expérimentalement. La modélisation présentée suppose l'existence d'un potentiel d'état, l'énergie libre, puis celle de potentiels de dissipation, respectivement pour la plasticité et l'endommagement.

Les auteurs ont introduit une approche similaire à celle de Lemaitre mais s'appuyant sur le modèle multiéchelle de Dang Van et Papadopoulos. La loi d'interaction est à nouveau celle de Lin-Taylor. Un écrouissage cinématique linéaire et un écrouissage isotrope non linéaire ont été introduits. La plasticité est couplée à l'endommagement qui fait, quant à lui, intervenir deux variables. La première, *d*, correspond à une variable d'effet du dommage. Elle dépend de la pression hydrostatique σ_h et son évolution est déduite d'une fonction *H*, postulée, par une loi de normalité :

$$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(1 + b\sigma_h\right) \tag{I.49}$$

où $\dot{\lambda}^d$ est le multiplicateur « dommage ».

On notera, au passage, que dans l'approche proposée, l'effet de la pression hydrostatique est obtenu en postulant une dépendance linéaire en pression de la loi d'évolution de la variable de dommage d. La seconde variable, notée β, joue le rôle de mesure de l'accumulation de l'endommagement: $\dot{\beta} = \dot{\lambda}^d$.

Enfin, il faut noter que la fonction seuil d'endommagement, *h*, dépend également de la pression hydrostatique mais est prise différente de *H*. Les auteurs justifient l'introduction des deux variables *d*, β et de ces deux fonctions *h* et *H* par la nécessaire séparation entre l'effet du dommage sur les propriétés du matériau représenté par *d* et la mesure du dommage cumulé représenté par β. Ils soulignent également la différence entre l'amorçage d'une micro-fissure au sein du VER, associée à *h*, et la micro-propagation de celle-ci, associée à *H*. Les auteurs ont ensuite proposé deux extensions de ce modèle afin de prendre en compte les branchements éventuels de fissure. Ce type de modélisation est à rapprocher de l'approche proposée par Murakami *[Murakami et Kamiya 1996]*.

L'effet de la contrainte hydrostatique influence différemment le seuil d'activation du dommage et son évolution. Cette propriété est intéressante, et a priori nouvelle dans le domaine de la modélisation de la fatigue polycyclique.

Ce modèle sera utilisé et détaillé dans la suite de cette thèse (voir chapitre III) et nous nous pencherons plus particulièrement sur son implémentation numérique ainsi que sur son application aux chargements les plus divers.

1.2.4. Modèle de Doudard – Calloch – Hild:

Le modèle développé par *[Doudard 2004; Doudard, Calloch et al. 2005]* permet de tenir compte à la fois de la signature thermique du matériau, de sa résistance à la fatigue et de l'effet de l'histoire de chargement multiaxial et proportionnel en FGNC. Ce modèle conduit également à une méthode d'identification la dispersion des résultats de fatigue à partir d'essais d'auto-échauffement.

Il est postulé ici que la microplasticité est le phénomène dissipatif majeur qui explique les effets thermiques et qu'elle est à l'origine de l'endommagement du matériau. Pour modéliser cette microplasticité, un modèle déterministe à deux échelles a été utilisé dans la mesure où l'apparition de la microplasticité est générée à l'aide d'un seuil unique. Le fait que le modèle de fatigue soit déterministe n'est donc que la conséquence du choix de la présentation de la microplasticité. C'est pourquoi, ce modèle est enrichi en adoptant une description probabiliste (basée sur un processus ponctuel de Poisson) de l'activation de la micro-plasticité dans l'élément de volume *[Doudard, Hild et al. 2007; Doudard, Poncelet et al. 2007]*.

Modèle à deux échelles déterministe :

Ce modèle à deux échelles a été initialement développé par *[Lemaitre et Doghri 1994]* et ensuite étendu par *[Lemaitre, Sermage et al. 1999]* d'une manière déterministe (décrite au paragraphe 1.2.2). Il est basé sur l'hypothèse qu'en fatigue polycyclique, la plasticité et l'endommagement sont localisés à une échelle inférieure à celle de l'élément de volume représentatif. Ainsi deux phases sont introduites dans le modèle (Fig. 5). La première, l'inclusion de volume V_0, représente l'ensemble des grains affecté par la micro-plasticité. La seconde phase, la matrice à comportement purement élastique, entoure la première.

A la différence du modèle de Lemaitre, les concepts classiques de la thermodynamique des processus irréversibles sont utilisés ici pour analyser l'évolution de la température moyenne lors d'un essai d'auto-échauffement *[Doudard, Calloch et al. 2005]*. L'énergie libre de Helmholtz *[Lemaitre et Chaboche 1985]* du VER, Ψ_{VER}, est définie à partir des énergies libres de la matrice, Ψ_{mat}, et celle de l'inclusion, Ψ_{inc} par la relation :

$$\Psi = \frac{1}{V}\int_{VER} \Psi(M)dV = (1-f_v)\Psi_{mat} + f_v\Psi_{in} \tag{I.50}$$

où $f_v = \dfrac{V_0}{V_{VER}}$ est la fraction volumique de l'inclusion dans le VER.

La puissance dissipée volumique dans un VER peut être écrite sous la forme suivante:

$$\Delta = f_v\left(\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\partial\Psi}{\partial\underline{\underline{\varepsilon}}^p}\right):\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p - f_v\frac{\partial\Psi}{\partial p}\dot{p} = \frac{f_v\sigma_y^\mu H(f)}{h}\frac{\partial f}{\partial\underline{\underline{\sigma}}}:\dot{\underline{\underline{\Sigma}}} \tag{I.51}$$

où $H(f)$: fonction d'Heaviside de f.

L'énergie dissipée intrinsèque au cours d'un cycle de chargement est donnée par :

$$D = \int_{cycle}\frac{f_v\sigma_y^\mu H(f)}{h}\dot{\Sigma}dt = \frac{4f_v\sigma_y^\mu}{h}\left\langle\Sigma_0 - \sigma_y^\mu\right\rangle \tag{I.52}$$

où $\langle . \rangle$ désigne la fonction d'Heaviside,

$h = C+3\mu(1-\beta)$ est le module d'écrouissage cinématique,

Σ_0 est l'amplitude du chargement mécanique,

σ_y^μ est la limite d'élasticité microscopique.

Avec ce modèle, l'énergie dissipée cyclique est nulle en dessous du seuil (la limite d'élasticité microscopique) et une fonction linéaire de l'amplitude des contraintes au dessus de cette limite.

L'évolution de la température moyenne par cycle est déterminée à travers la valeur stabilisée moyenne, $\overline{\theta}$:

$$\overline{\theta} = \eta f_v\sigma_y^\mu\left\langle\Sigma_0 - \sigma_y^\mu\right\rangle. \tag{I.53}$$

Cette équation représente la courbe d'auto-échauffement prévue par le modèle déterministe à deux échelles. Elle prévoit que pour une amplitude de chargement inférieure à la limite d'élasticité microscopique, σ_y^μ, la température moyenne n'évolue pas. Pour une amplitude de chargement supérieure à σ_y^μ, on obtient une réponse linéaire en fonction de Σ_0.

Afin de modéliser des essais de fatigue, un critère énergétique est choisi en supposant l'existence d'une énergie dissipée critique E_c au dessus de laquelle la ruine a lieu. En faisant l'hypothèse que l'énergie dissipée volumique est constante par cycle, l'auteur détermine le nombre de cycles à rupture N_f par la relation (I.54):

$$N = \frac{E_c}{D} = \frac{hE_c}{4f_v\overline{\Sigma}_\infty\left\langle\Sigma_0 - \overline{\Sigma}_\infty\right\rangle} = \frac{A}{\overline{\Sigma}_\infty\left\langle\Sigma_0 - \overline{\Sigma}_\infty\right\rangle} \tag{I.54}$$

où $A = \dfrac{hE_c}{4f_v}$ est un paramètre dépendant du matériau.

Ce modèle permet de prendre en compte des effets thermiques sous chargement cyclique et des résultats de fatigue. Néanmoins la micro-plasticité en fatigue qui génère une dissipation responsable de l'échauffement du matériau, apparaît de façon multi-site et progressivement dans le VER. L'apparition de l'activité plastique est introduite en considérant la limite d'élasticité microscopique comme une variable aléatoire.

Modèle probabiliste à deux échelles :

Ce modèle suppose que l'activation des sites de micro-plasticité suit un processus ponctuel de Poisson. Donc, le nombre moyen de sites actifs, $N(\Omega)$, dans un domaine Ω de volume V est donné par la relation :

$$N(\Omega) = \lambda V \tag{I.55}$$

où λ est l'intensité du processus et représente la densité moyenne de sites actifs. Elle est définie par l'équation suivante :

$$\lambda = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\Sigma}{S_0}\right)^m \tag{I.56}$$

où m et $V_0 S_0^m$ sont deux paramètres dépendants du matériau (respectivement le module de Weibull et le paramètre d'échelle).

La probabilité de trouver k sites actifs dans le domaine Ω est donnée par :

$$P_k(V) = \frac{(\lambda V)^k}{k!}\exp(-\lambda V) \tag{I.57}$$

La probabilité de rupture d'un domaine Ω de volume V_Ω soumis à un état de contrainte homogène est trouvée facilement à l'aide de l'hypothèse du maillon le plus faible :

$$P_F = P_{k\geq 1}(V_\Omega) = 1 - \exp(-\lambda V_\Omega) = 1 - \exp\left[-\frac{V_\Omega}{V_0}\left(\frac{\Sigma}{S_0}\right)^m\right] \tag{I.58}$$

La probabilité de rupture au cas des états de contraintes homogènes s'écrit :

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{V_\Omega H_m}{V_0}\left(\frac{\Sigma_F}{S_0}\right)^m\right] \tag{I.59}$$

avec $H_m = \dfrac{1}{V_0}\displaystyle\int_V \left(\frac{\Sigma}{\Sigma_F}\right)^m dV$ représente le facteur d'hétérogénéité des contraintes et $\Sigma_F = \max_\Omega(\Sigma)$.

La limite d'endurance moyenne, $\overline{\Sigma}_\infty$, et son écart type, $\overline{\overline{\Sigma}}^2_\infty$, peuvent être définis par :

$$\begin{cases} \overline{\Sigma}_\infty = S_0\left(\dfrac{V_0}{V_\Omega}\right)^{1/m}\Gamma\left(1+\dfrac{1}{m}\right) \\ \overline{\overline{\Sigma}}^2_\infty = S_0^2\left(\dfrac{V_0}{V_\Omega}\right)^{2/m}\left[\Gamma\left(1+\dfrac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1+\dfrac{1}{m}\right)\right] \end{cases} \tag{I.60}$$

avec la fonction $\Gamma(p)$ définie par : $\Gamma(p)=\int_0^{\infty} t^{p-1}\exp(-t)\,dt$.

La description des essais d'auto-échauffement cette fois-ci est redéfinie par la température moyenne stabilisée :

$$\bar{\theta}=\eta V_0 \frac{m}{(m+1)(m+2)}\frac{\Sigma_0^{m+2}}{\left(V_0 S_0^m\right)} \tag{I.61}$$

Le nombre de cycles à rupture est calculé en se basant sur le concept d'énergie dissipée critique :

$$N=\frac{A}{\Sigma_\infty(P_F)\left\langle\Sigma_0-\Sigma_\infty(P_F)\right\rangle} \tag{I.62}$$

où $\Sigma_\infty(P_F)$ est défini par : $\dfrac{\ln(1-P_F)}{\ln(1-0.5)}=\left[\dfrac{\Sigma_\infty(P_F)}{\Sigma_\infty(0.5)}\right]^m$

L'identification des paramètres (m, A, η/S_0^m et $\bar{\Sigma}_\infty$) s'effectue à partir de deux courbes expérimentales : la courbe S-N du matériau et la courbe d'échauffement obtenue à partir d'essais d'échauffement. Ce modèle permet de prévoir la courbe de Wöhler à 50% et la dispersion par l'intermédiaire des courbes à 10% et 90%. Récemment, une amélioration de ce modèle a été proposée *[Doudard, Hild et al. 2007; Doudard, Poncelet et al. 2007]* afin de tenir compte d'effets de chargement multiaxial. On remarquera que l'avantage de ce modèle est l'identification des paramètres à l'aide de seulement 10 éprouvettes et la dispersion des résultats d'une campagne d'essais de fatigue à partir d'un seul essai d'auto-échauffement.

1.3. Discussion :

Dang Van a été le premier à considérer et à intégrer dans une modélisation le fait que l'amorçage d'une fissure est un phénomène qui se produit à l'échelle des grains de métal. Il suppose que la fissure s'initiera au niveau d'un grain défavorablement orienté si ce dernier ne s'est pas adapté durant le chargement appliqué. D'autres modèles *[Papadopoulos 1994; 1995]* et *[Morel 1996; 2000]*, proches de celui de Dang Van, étendent ce type d'analyse en utilisant un comportement du cristal décomposé en trois phases successives (durcissement, saturation puis adoucissement) ainsi que des comportements à l'écrouissage combiné isotrope et cinématique. En utilisant la déformation plastique accumulée comme variable d'endommagement, ils permettent la prédiction de la durée de vie d'une structure sous sollicitations multiaxiales pour des trajets de chargement les plus complexes. Ce qui les démarque le plus de l'approche de Dang Van est le fait qu'ils s'attachent à considérer toutes les directions de glissement possibles au sein de l'agrégat polycristallin. Cette caractéristique semble être d'importance quand les chargements ne sont plus simplement proportionnels. Il faut noter également que, tant dans l'approche de Dang Van que dans les développements effectués par Papadopoulos ou par Morel, la prise en compte des phénomènes de méso-endommagement n'est pas explicite.

Le modèle de *[Lemaitre 1985; Lemaitre, Sermage et al. 1999]* est également à deux échelles mais il fait apparaître explicitement le couplage plasticité/endommagement à l'échelle appropriée. L'amorçage d'une fissure se produit lorsque la variable de dommage atteint une valeur critique. L'une des principales limitations demeure une modélisation isotrope de l'endommagement, au travers d'une unique variable scalaire. Ce choix interdit complètement la maîtrise de l'orientation du dommage qui reste une force des approches de type Dang Van. De plus, l'hypothèse qu'aucune plasticité à l'échelle des grains ne se développe sous la limite d'endurance macroscopique est en désaccord avec les observations expérimentales et le principe de l'adaptation élastique à la base des approches de type Dang Van.

En se basant sur l'approche multiéchelle de Dang Van et Papadopoulos, l'objectif des travaux de Monchiet a été d'introduire des micromécanismes d'endommagement au sein des bandes de glissement afin de simuler l'amorçage et la croissance de micro-fissures le long de ces bandes. La construction de ce modèle débouche sur la proposition d'un critère de non nucléation de fissures de fatigue, basé sur la combinaison, à l'échelle des grains, d'une condition d'adaptation élastique et de définition d'un endommagement critique. On peut souligner que la démarche consistant à introduire l'endommagement permet de rendre compte explicitement, à l'échelle macroscopique, de l'influence de la contrainte moyenne sur l'amorçage de fissures. De plus, l'activation des systèmes de glissement cristallographiques sur lesquels les bandes de glissement et les microfissures se produisent dépendent du mode de chargement macroscopique. Ce modèle permet de rendre compte de ces orientations préférentielles.

Flacelière *[Flacelière 2004; Flacelière et Morel 2004a]* utilise également les approches de Dang Van et de Papadopoulos et tente d'introduire explicitement l'endommagement. L'apparition d'une limite de fatigue s'explique toujours par un processus d'adaptation élastique de la méso-plasticité cyclique mais cette adaptation peut avoir lieu en présence de dommage. Cette modélisation semble plus adaptée pour traiter de l'amorçage et de la méso-propagation de fissures en mode II, avec éventuellement des mécanismes de frottement des lèvres de fissures. L'amorçage du dommage et son développement sont en particulier pilotés par des lois différentes. La contrainte hydrostatique (ou la contrainte normale) joue le rôle de paramètre qui modifie la force motrice permettant le franchissement de certaines barrières et favorisant l'ouverture et la décohésion par cisaillement en pointe des microfissures. L'évolution du dommage dépend du couple (déformation plastique accumulée mésocopique, contrainte hydrostatique) alors que le glissement cristallographique est gouverné par une loi de type Schmid.

La grande dispersion des données expérimentales est une caractéristique fondamentale de la FGNC et des mécanismes d'endommagement associés. Pour en tenir compte, *[Doudard, Calloch et al. 2005]* proposent de construire un modèle probabiliste à deux échelles dont la finalité est de déduire certaines caractéristiques statistiques propres aux phénomènes de fatigue à partir d'essais d'auto-échauffement. Le modèle explique les effets thermiques observés au cours de chargements cycliques en associant l'apparition de la microplasticité à la dissipation responsable de l'échauffement du matériau. Il semble, d'après les premiers résultats publiés, que la dispersion des résultats de fatigue est bien prévue alors qu'elle n'a été identifiée qu'à partir de la courbe d'auto-échauffement.

Pour finir, il est important de préciser que parmi les approches multi-échelles présentées ci-dessus, aucune ne combine encore dans un seul modèle le volet endommagement et l'aspect statistique. C'est le travail que nous nous proposons de réaliser dans les chapitres II et III. Avant cela et afin d'anticiper la problématique relative à l'UAL abordée au chapitre IV, la prochaine partie va être consacrée à certains aspects des traitements superficiels avec un accent particulier sur leurs effets sur la tenue en fatigue

2. TRAITEMENTS SUPERFICIELS :

2.1. Généralités:

Les traitements superficiels sont largement utilisés dans la conception des composants mécaniques afin d'améliorer la résistance à l'usure, à la corrosion et à la fatigue de pièces métalliques soumises à des sollicitations mécaniques globales, en particulier cycliques, ou à des actions de contact locales, associées éventuellement à un environnement hostile *[Barralis et Maeder 1997; Barralis, Castex et al. 1999; Lu 2006]*. L'amélioration des propriétés des zones superficielles des pièces réside dans le choix du procédé de fabrication le mieux adapté et le plus efficace à long terme face aux sollicitations et au milieu environnant. Deux approches peuvent être envisagées selon les cas :

- modification d'une couche superficielle de la pièce originale sur une épaisseur suffisante par traitement superficiel mécanique ou thermique ;
- réalisation d'un revêtement extérieur d'épaisseur suffisante.

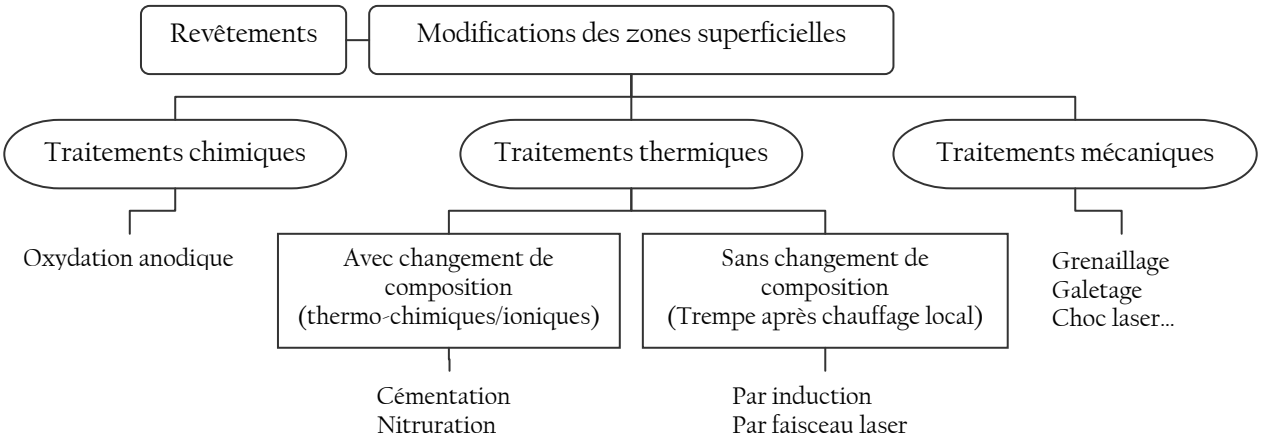


Fig. 7 – Traitements superficiels (selon *[Barralis et Maeder 1997]*)

L'emploi d'un revêtement a plutôt comme objectif l'amélioration de la résistance à l'usure car la plupart des revêtements et des dépôts électrolytiques sont souvent néfastes à la résistance en fatigue de la pièce mécanique *[Guillais, Leroux et al. 1989]*. Dans cette étude, seules les techniques de modification des couches superficielles, sans matériau d'apport, seront abordées. Ces couches peuvent être créées par deux voies (Fig. 7):

- Les traitements thermiques ou thermochimiques superficiels:
  - avec changement de composition (thermochimiques ou thermo-ioniques (cémentation, carburation, nitruration - *[Castex, Barralis et al. 1987]...*),
  - sans changement de composition (trempe après chauffage local par induction *([Lieurade, Merrien et al. 1987; Niclas 1998]...)* ou par faisceau laser...).
- Les traitements mécaniques par écrouissage superficiel (grenaillage de précontrainte *[Bignonnet 1987]*, galetage, choc laser, les usinages de finition ...).

Pour tous les traitements de surface normalement réalisés, l'état de surface est modifié et des contraintes résiduelles sont introduites. La distribution de ces dernières dépend des conditions de réalisation du traitement et de l'état initial des contraintes résiduelles (Fig. 8). De manière générale, ces macrocontraintes résiduelles sont le résultat de : déformation plastique hétérogène (entre différentes zones d'une pièce soumise à : des sollicitations mécaniques externes à charge imposée ou à déformation imposée; des sollicitations thermiques), variation de volume hétérogène et/ou phénomènes de pseudoplasticité dus à des transformations de phase à l'état solide.

Généralement, les traitements thermiques superficiels des aciers sont destinés à améliorer leur résistance à la fatigue ou/et à l'usure en durcissant les zones critiques superficielles par des apports thermiques suffisamment brefs et localisés pour confiner les effets structuraux. La famille de traitement thermochimique ou thermo-ionique généralement utilisée pour améliorer la résistance mécanique des couches superficielles des pièces soumises au frottement ou à la fatigue de contact introduit des contraintes résiduelles élevées et de nouveaux composants chimiques avec une variation de volume associée *[Castex, Barralis et al. 1987; Ghiglione, Leroux et al. 1997]...)*. Des traitements thermiques (trempe après chauffage local par induction, par faisceau laser...) permettent d'améliorer non seulement la résistance à l'usure grâce au durcissement superficiel mais également la limite d'endurance par création de contraintes résiduelles de compression très élevées dues au gradient de température et par création en surface d'une structure martensitique avec un changement de volume *[Desalos et Le Strat 1996]*. Les traitements par voie mécanique génèrent des gradients de contraintes résiduelles dus à une déformation plastique hétérogène entre la surface et la sous-couche du matériau. Cette hétérogénéité provient d'interactions complexes entre les effets mécaniques, thermiques et métallurgiques tels que la rugosité superficielle et la modification de l'état microstructural par un écrouissage ou par une transformation de phase du matériau traité. Ils sont plus ou moins complexes et influencent un ensemble de propriétés de matériaux tels que la fatigue, l'amorçage et la propagation de fissure, la résistance à l'usure, la résistance à la corrosion et à la corrosion sous contrainte, etc (Tab. 1). Il est prouvé que ces facteurs peuvent

jouer un rôle bénéfique ou néfaste sur la tenue en FGNC, bien qu'il soit difficile de séparer leurs effets sur l'amélioration de la limite d'endurance d'une pièce traitée.

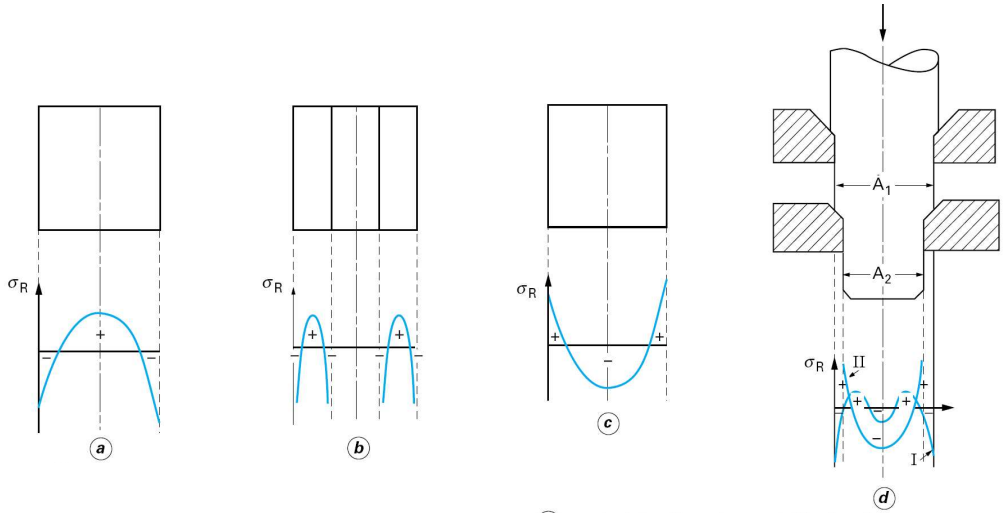


Fig. 8 – Distributions typiques de contraintes résiduelles macroscopiques *[Barralis, Castex et al. 1999]*

a, b : contraintes thermiques résiduelles de trempe sans changement de phase (diamètre grand et petit),

c: contraintes thermiques résiduelles de trempe avec changement de phase,

d : contraintes mécaniques résiduelles de mise en forme où I et II correspondent respectivement à la coupe A1 faible réduction de diamètre et la coupe A2 forte réduction de diamètre.

Traitement	Effet microstructural	Effet macrostructural	Effet géométrique	Domaine d'application	Effets secondaires
Thermique					
Trempe sans transformation de phase	≈ 0	+	0	F	Tapures
Trempe avec transformation de phase	++	+	0	F/FC	Tapures
Trempe superficielle	++	++	0	F/FC	
Thermochimique					
Cémentation	+++	++	0/–	F/FC	Variations dimensionnelles
Nitruration	+++	++	0	F/FC	Couche de combinaison
Carbonitruration	+++	++	0	F/FC	
Mécanique					
Usinage	+/–	+/–	+	F	Brûlures
Tribofinition	+	++	+++	FC	
Grenaillage	+	+++	+/–	F	Microfissures, incrustations
Martelage	+	+++	+/–	F	
Ondes de choc	++	+++	0	F/FC	
Préconformage	0/+	++	+/0	F	
Glissement superficiel	+	++	0	FC	
Galetage	+	+++	–	F	

0 sans effet — F fatigue
– effet négatif — FC fatigue de contact
+ effet positif

Tab. 1 – Effets comparés des traitements de surface *[Barralis, Castex et al. 1999]*

En général, l'amélioration des propriétés locales du matériau par mise en précontrainte de compression des zones les plus sollicitées (le plus souvent, les couches superficielles de la pièce) augmente la résistance à la FGNC. En outre, dans plusieurs cas, l'introduction de contraintes résiduelles de compression superficielles est associée à une augmentation de la dureté et de la limite d'endurance du matériau. En conséquent, l'amorçage sur les aciers traités se produit en sous-couche et un traitement superficiel peut être considéré comme réussi si l'amorçage se produit hors de la zone traitée.

La connaissance des caractéristiques mécaniques des couches à la surface est alors très importante pour estimer le comportement mécanique des pièces traitées. Quelques méthodes indirectes sont utilisées afin d'appréhender ces grandeurs :

- Les contraintes résiduelles peuvent être mesurées expérimentalement à l'aide de la technique de diffraction des rayons X, de la méthode du trou incrémental et des techniques de contrôle non destructif (ultrasons, magnétiques et optiques...) *[Lu 1996]*. L'écrouissage peut être également mesuré par la largeur du pic de diffraction X.
- La dureté peut être obtenue au moyen d'essai de nano-indentation ou de microdureté.
- La rugosité de surface est souvent représentée par les quantités R_a et R_t.
- Des observations et des mesures de la couche traitée peuvent être conduites au microscope optique et au MEB afin de qualifier la transformation de microstructure et de quantifier les profondeurs traitées.

2.2. Prise en compte des effets de traitements superficiels en calcul de fatigue :

Il est nécessaire d'introduire ces différentes quantités dans un calcul à la fatigue pour prévoir l'amélioration de limite d'endurance des pièces traitées. Cependant, il n'est possible d'en tenir compte lors d'un calcul de la structure en fatigue que si elles sont connues précisément, ce qui est rare dans la pratique. Les approches visant à prendre en compte les effets de traitements superficiels sur la tenue en fatigue sont actuellement peu nombreuses. On peut citer pour exemple celle de *[Dang Van, Cailleteau et al. 1984; Skalli et Flavenot 1985]* qui proposent d'ajouter les contraintes résiduelles à la sollicitation de service, et d'introduire ce chargement dans le critère de fatigue. Ces contraintes résiduelles peuvent être considérées comme une contrainte moyenne ou statique superposée à la contrainte cyclique (Fig. 9). Cet effet de la contrainte moyenne se traduit par une diminution de la tenue à la fatigue lorsque la pièce se trouve localement surchargée du fait des contraintes résiduelles.

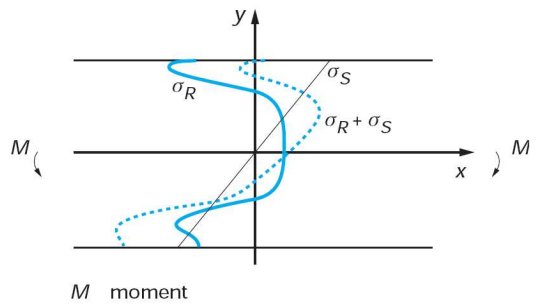


Fig. 9 – Exemple de la superposition des contraintes résiduelles et des contraintes en service en flexion *[Lu 2006]*.

Une démarche globale sur l'intégration des contraintes résiduelles dans un calcul prévisionnel de durée de vie en fatigue des composants mécaniques sollicités à grands nombres de cycles a été développée en se limitant au stade d'amorçage et en supposant que les effets de rugosité et de durcissement ne sauraient être négligés dans le calcul d'une limite d'endurance *[Koibuchi, Hayama et al. 1982]*. Une relation linéaire de type Goodman a été proposée :

$$\sigma'_w = \sigma_w - m\left(\sigma_m + \sigma_R\right) \tag{I.63}$$

où σ_m : contrainte moyenne de la sollicitation en fatigue,
σ'_w : limite de fatigue,
σ_w : limite de fatigue du chargement purement alterné,
σ_R : contrainte résiduelle mesurée dans le sens de la contrainte de service appliquée,
m : constante qui dépend de la résistance de la fatigue à travers du rapport d'endurance (σ_D/R_m). Ce paramètre décroît lorsque la résistance à rupture des aciers augmente. Si on le traduit en fonction du durcissement, il varie entre 0.2 et 0.6 (Fig. 10).

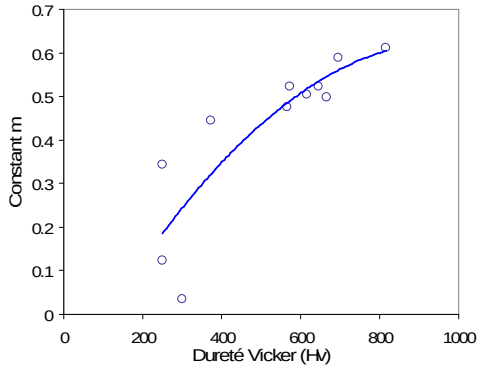


Fig. 10 – Constante m en fonction de la dureté du matériau *[Koibuchi, Hayama et al. 1982]*

Cette démarche ne peut permettre une estimation de l'évolution de la tenue en fatigue en fonction des contraintes résiduelles que dans le cas des chargements uniaxiaux. Cependant, les contraintes résiduelles induites par les différents traitements de surface sont toujours multiaxiales. Un critère de fatigue multiaxiale doit donc être utilisé. *[Skalli et Flavenot 1985]* montrent que l'utilisation des critères de Crossland ou Dang Van permet de prendre en compte parfaitement l'évolution de la tenue en fatigue en flexion plane, en fonction des contraintes résiduelles introduites par divers traitements de surface. Globalement, les contraintes résiduelles sont considérées comme un tenseur moyen dans les calculs en fatigue. Leurs valeurs ne doivent être estimées et introduites dans les critères qu'après les processus de relaxation et de stabilisation.

Il est en outre important de prendre en compte des effets de durcissement local de la pièce dans ces calculs. Par exemple *[Deperrois 1991; Guechichi et Castex 2006]* imposent une évolution avec le taux d'écrouissage du seuil β dans la critère de Dang Van :

$$\tau_{\lim} = \beta - \alpha p_{\max} . \tag{I.64}$$

Plus exactement β est supposé dépendre de l'élargissement de la largeur de corde à mi-hauteur du pic de diffraction X à l'aide d'une loi puissance:

$$\beta = \beta_0 \left(\frac{B}{B_0} \right)^n \tag{I.65}$$

où B désigne la largeur de corde au point considéré et B_0 la largeur de corde au cœur du matériau,
n est un coefficient à ajuster expérimentalement,
β_0 est un coefficient du matériau de base (β_0 = limite de fatigue en torsion).

En supposant que le critère utilisé pour la prédiction des amorçages de surface est encore valable pour décrire ceux en sous-couche, on obtient dans un diagramme (pression hydrostatique, cisaillement), un trajet de chargement déplacé vers le domaine des pressions négatives et une droite limite du critère déplacée vers le domaine des cisaillements positifs (Fig. 11). Ces deux effets conduisent à une estimation de limite d'endurance supérieure pour le matériau traité.

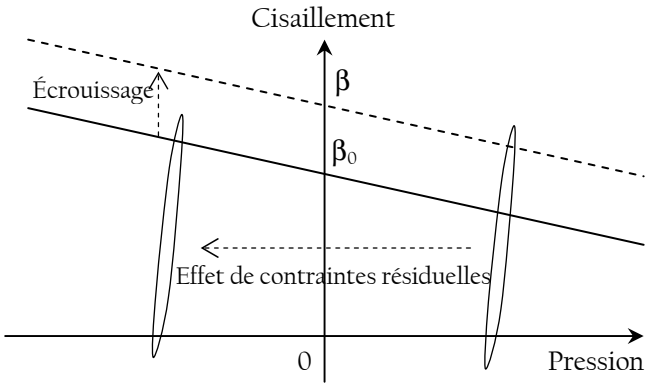


Fig. 11 – Effets d'un traitement superficiel sur un critère de fatigue.

2.3. Deux exemples de traitement superficiel :

A la différence des procédés de traitement superficiel usuels, l'UAL dont il sera question dans le chapitre IV conduit à une combinaison de deux modes de modification des couches de surface – mécanique et structurale. L'impact mécanique est caractérisé par des déformations plastiques, un écrouissage et des contraintes résiduelles de compression. L'impact thermique conduit à des transformations microstructurales, un durcissement de surface par apparition de phases dures, la création de contraintes résiduelles de traction.

Pour dissocier (autant que possible) les effets attendus par chacun des modes de modification, nous avons choisi de considérer deux exemples très différents de traitement de surface: le traitement mécanique de grenaillage (couches de surface modifiées mécaniquement) et le traitement thermique de trempe après chauffage local par induction (couches de surface modifiées structuralement). Une meilleure connaissance de ces procédés utilisés fréquemment dans l'industrie pour améliorer la tenue en service vis-à-vis des risques de rupture par fatigue va permettre d'aborder avantageusement les couplages qui ne vont pas manquer d'apparaître en UAL.

2.3.1. Grenaillage de précontrainte (GP):

Comme tous les autres procédés de fabrication et de mise en forme (forgeage, soudage, usinage…), lors de l'application du grenaillage, les couches superficielles des pièces sont déformées plastiquement par action mécanique. Le grenaillage peut être utilisé pour des aciers à l'état recuit ou des aciers à l'état trempé et revenu ou cémenté et trempé. Les applications du grenaillage se sont étendues largement aux pièces critiques et aux zones de concentration de contrainte des structures aéronautiques, des turboréacteurs, des installations de production d'énergie électrique ou encore des vilebrequins, des bielles. Le grenaillage peut être utilisé pour le nettoyage des surfaces, pour la mise en forme des pièces minces et pour la mise en contrainte de compression des couches superficielles d'une pièce. Cette dernière utilisation est appelée grenaillage de précontrainte. Ce procédé est une technique d'écrouissage superficiel largement utilisé dans l'industrie et permet d'améliorer la tenue en service de pièces métalliques ou céramique qui sont soumises à des sollicitations de fatigue ou à l'usure principalement.

Le procédé consiste à projeter des petites billes d'acier, de verre ou de céramique de très grande dureté à très grande vitesse et en continu sur la surface des pièces à traiter (Fig. 12). Plusieurs conséquences majeures en découlent :

- la modification de la rugosité, le «gommage » des défauts superficiels mais également un fort écrouissage local du matériau qui altère plus ou moins fortement sa capacité de déformation ultérieure et sa dureté ;

- la génération d'un champ de contraintes résiduelles de compression qui constitue l'atout majeur du traitement.

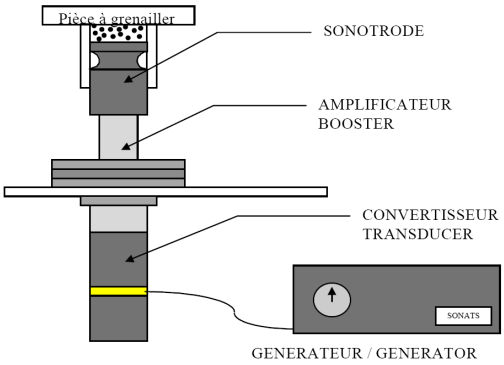


Fig. 12 – Le grenaillage de précontrainte par ultrasons - technologie Stressonic (de SONATS).

Le résultat dépend essentiellement des paramètres opératoires du grenaillage qui modifient l'énergie absorbée par le matériau, tels que l'efficacité du projectile (dureté et propreté des billes, granulométrie, forme), la vitesse de projection (choix du procédé), l'angle d'attaque (compris entre 85° et 45°), le débit de la grenaille, le taux de couverture, le temps d'exposition. La profondeur atteinte pour la compression lors du grenaillage de précontrainte est de l'ordre de 0.1 mm à 0.6 mm suivant le matériau et les conditions de grenaillage.

- ***Influence de l'état métallurgique du matériau :***

Afin de montrer l'impact de l'état métallurgique initial du matériau sur le résultat du grenaillage de précontrainte, un exemple sur un acier 35CrMo4 grenaillé issu de l'étude de *[Barralis, Castex et al. 1999]* est utilisé. Deux états métallurgiques initiaux sont considérés : durcissement par trempe (dureté 640 HV) et trempe suivi d'un revenu (dureté 400 HV) :

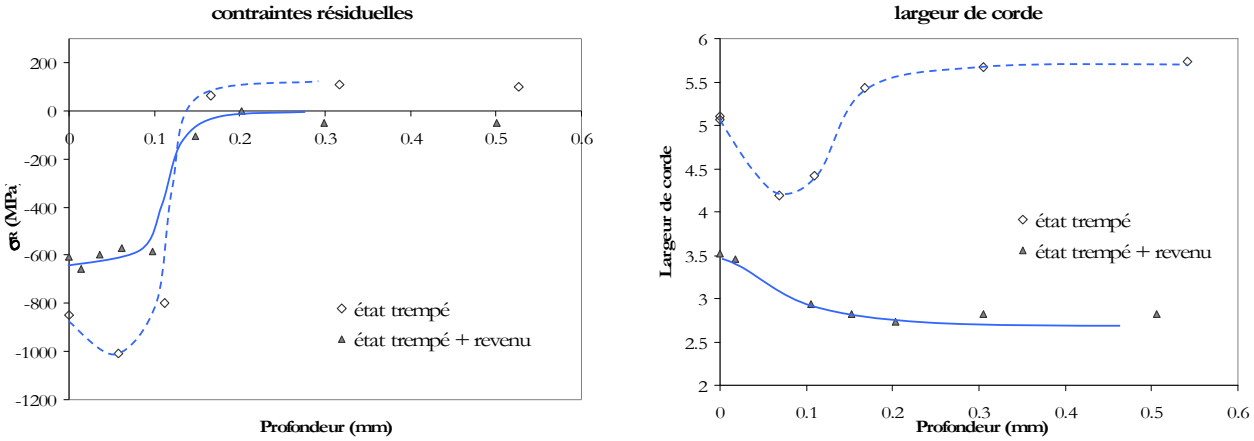


Fig. 13 – L'influence du grenaillage de précontrainte.

La Fig. 13 rassemble les résultats qui montrent l'influence de l'état métallurgique du matériau sur les profils de distribution des contraintes résiduelles et sur les microdéformations (pour un grenaillage par des billes de calibre S 110 et une intensité Almen 10 A) :

- Les valeurs maximales de la contrainte de compression sont plus élevées pour l'acier de plus forte dureté initiale : environ 1000 MPa pour l'acier traité de dureté initiale de 640 HV et 600 MPa pour l'acier traité de dureté initiale de 400 HV.

- Pour l'évolution de la largeur de corde en fonction de la profondeur, des effets très différents sont observés :
  - Dans le cas d'un durcissement par trempe, la largeur de corde, importante à cœur, diminue dans la couche grenaillée. Cela peut traduire la variation des microdéformations dans cette couche. Il est à relier à une diminution de la densité des dislocations à partir d'une densité initiale relativement élevée et à leur réarrangement.
  - Dans le cas d'un durcissement par trempe, suivi d'un revenu, la largeur de corde plus faible à cœur augmente dans la couche grenaillée et il en est de même de la variation des microdéformations. Cet effet est à relier à une augmentation de la densité des dislocations à partir d'une densité initiale relativement faible.

  Dans les deux cas, l'augmentation forte de la largeur de corde au voisinage de la surface peut être justifiée par le fort écrouissage dû au grenaillage qui entraîne une augmentation locale importante de la densité des défauts.

- ***Influence du GP sur la tenue en fatigue :***

Plusieurs auteurs ont montré l'influence positive d'un tel traitement sur la tenue en fatigue *[Bergstrom 1986; Bignonnet 1987; Barralis, Castex et al. 1999]*... Ces études montrent que les contraintes résiduelles de compression, dues au grenaillage, en réduisant les contraintes moyennes dans la zone affectée retardent l'amorçage mais surtout les premiers stades de propagation des fissures superficielles. La résistance à la fatigue et à la corrosion sous contrainte sont ainsi fortement augmentées. Par contre, la dureté des couches grenaillées étant peu élevée, ces dernières ne procurent pas d'amélioration notable de la résistance à l'usure. Afin de prendre en compte correctement l'influence des contraintes résiduelles sur la tenue en fatigue dans un calcul prévisionnel, il est nécessaire de pouvoir quantifier le phénomène de relaxation de ces contraintes.

[Bignonnet 1987] a étudié l'influence du GP sur la tenue à la fatigue de l'acier 35 NCD 16 (R_m = 1100 MPa et R_e = 1000 MPa) soumis à différents modes de sollicitation (flexion rotative, traction-compression, torsion et flexion-torsion). Les paramètres de grenaillage sont reportés au Tab. 2:

Grenaillage		Intensité ALMEN	Taux de recouvrement
Norme	Φ_{moyen}		
S230	0.57 mm	0.3-0.35 mA ou 12-14 A (norme US)	200%

Tab. 2 – Paramètres de grenaillage des éprouvettes *[Bignonnet 1987]*.

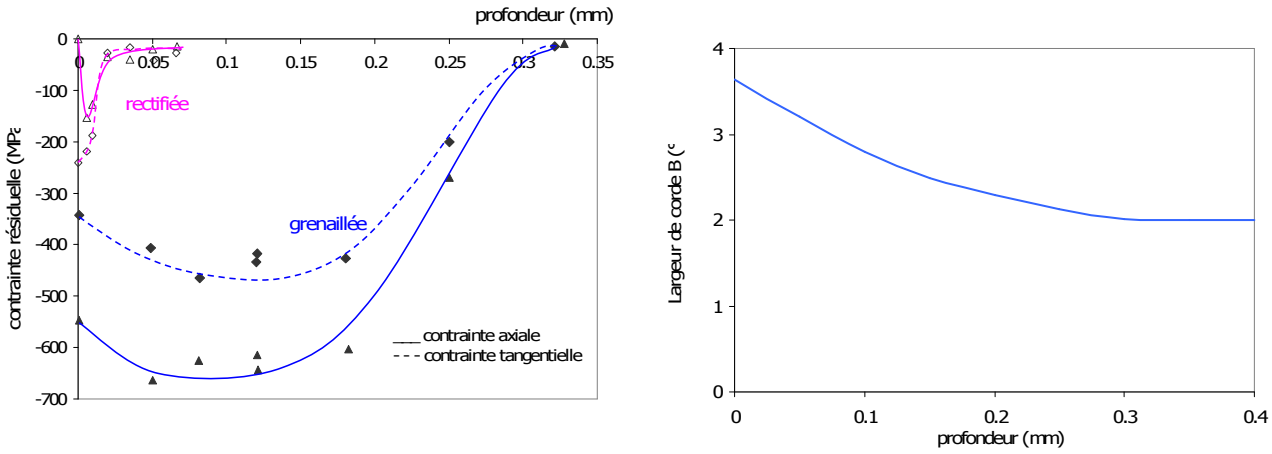
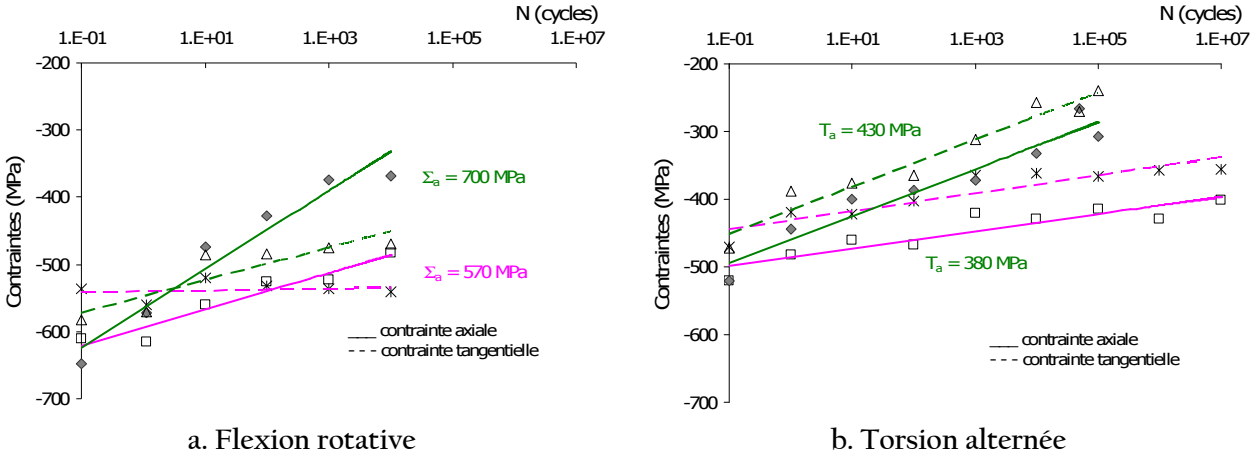


Fig. 14 – Influence du traitement par le GP *[Bignonnet 1987]*.
a. champ de contraintes résiduelles introduit par la rectification et par le grenaillage.
b. Largeur de corde mesurée après traitement de grenaillage.

Afin d'estimer les contraintes résiduelles induites par grenaillage, des distributions initiales en profondeur des contraintes résiduelles dues au grenaillage et dues à une rectification douce sont comparées à la ci-dessus (Fig. 14a). La microdéformation, qui est caractérisée par la largeur de corde (Fig. 14b), est plus grande dans la zone traitée qu'à cœur.

Afin d'analyser plus en détail le comportement des pièces grenaillées, des essais de fatigue interrompus et des mesures de l'évolution des contraintes en surface et en profondeur ont été réalisés. L'auteur a montré que :

- En surface, après un nombre de cycle suffisant, les contraintes résiduelles se relâchent et atteignent la stabilisation. La relaxation des contraintes est plus importante dans la direction des efforts appliqués pour la flexion rotative (et aussi la traction-compression) mais identique dans les deux directions (axiale et circonférentielle) pour la torsion alternée (Fig. 15).



a. Flexion rotative

b. Torsion alternée

Fig. 15 – L'évolution des contraintes résiduelles pendant essais de fatigue (acier 35 NCD 16 grenaillé) (essais de flexion rotative et de torsion alternée) *[Bignonnet 1987]*.

Pour des sollicitations supérieures à la limite d'endurance mais inférieures à la limite d'élasticité, les contraintes évoluent de manière continue (courbes vertes). Aux alentours de la limite d'endurance, on constate souvent une diminution brusque des contraintes résiduelles de grenaillage dès le premier cycle, l'évolution antérieure étant nettement moins marquée (courbes roses). Cette relaxation en fatigue dépend de nombreux facteurs (parmi lesquels on peut citer : le type et le niveau de sollicitation, le nombre de cycles de la sollicitation, la température…), mais elle dépend surtout du profil initial de distribution des contraintes résiduelles, de la nature et des caractéristiques mécaniques du matériau considéré.

- En profondeur, les profils de contraintes résiduelles mesurés par diffraction X avant et après cyclage de fatigue sont représentés en Fig. 16. On remarque que si la profondeur affectée (0.3 mm) ne change pas, le champ de contraintes en profondeur chute dans tous les cas. Les valeurs en profondeur de contraintes axiales et circonférentielles sont assez proches.

Les résultats des essais d'endurance pour les états rectifiés et grenaillés sont reportés au Tab. 3. La profondeur affectée par le grenaillage est de l'ordre de 0.3 mm dans tous les cas.

Sollicitation	Acier Rectifié	Acier Grenaillé	Gain
Flexion rotative : f_{-1} (MPa)	525	570	7%
Traction-compression : s_{-1} (MPa)	490	550	12%
Torsion : t_{-1} (MPa)	310	380	23%
Torsion-flexion ($\sigma = \sqrt{3}\tau$): s_d MPa)	360	380	6%

Tab. 3 – Limites d'endurance estimées pour R = -1 sur 35 NCD 16 (R_e = 1000 MPa) rectifié et grenaillé (intensité 0.30 – 0.35 mA)

Une augmentation de la limite d'endurance par le grenaillage est observée d'environ 10 à 20% selon le type de sollicitation.

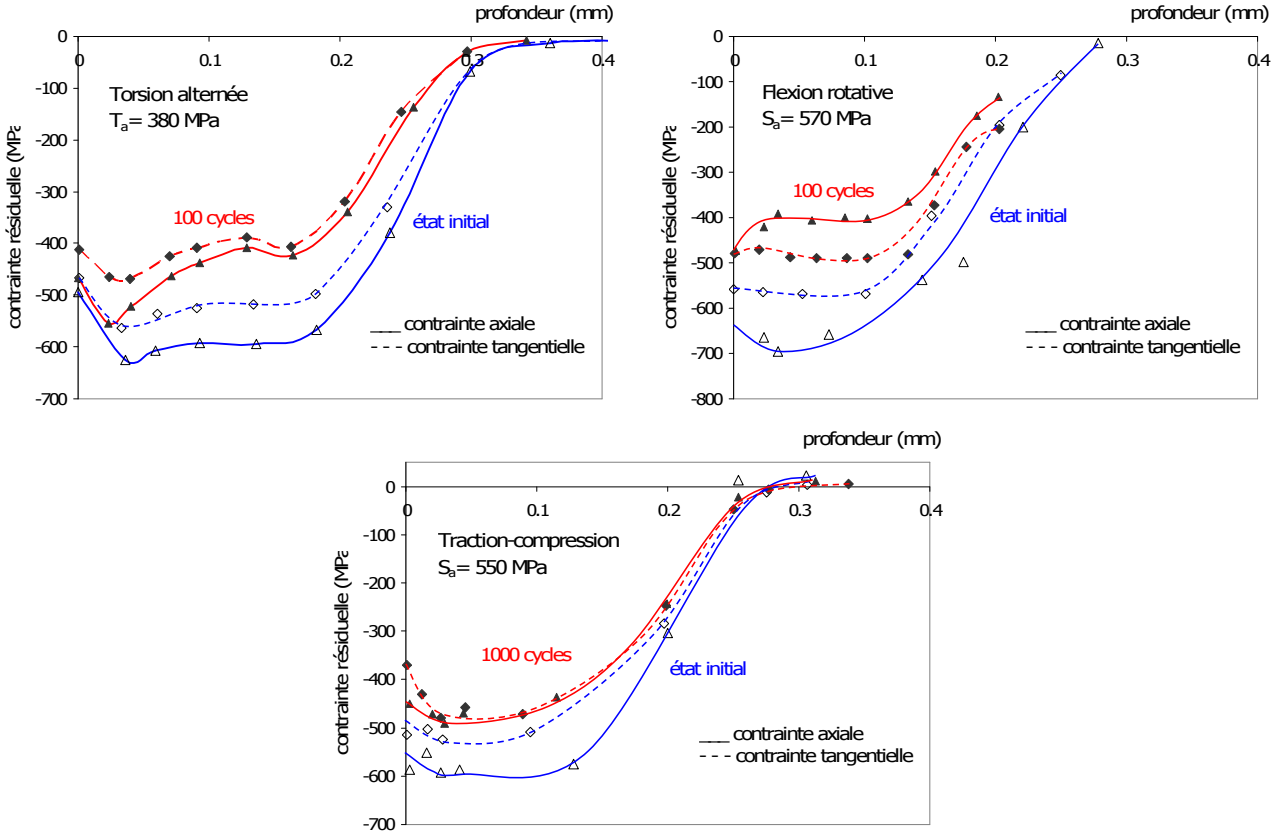


Fig. 16 – Evolution des contraintes résiduelles pour trois types de sollicitation (Données *[Bignonnet 1987]*)

Si on essaie d'intégrer ces données dans un calcul prévisionnel en fatigue, il faut introduire les valeurs de contraintes résiduelles stabilisées pour les deux états de surfaces étudiés (rectifié et grenaillé). La Fig. 17 représente les courbes de résistance en fatigue et les données expérimentales associées en utilisant le critère de Dang Van:

à l'état rectifié :

$$\tau = -0.38\,p + 310$$

à l'état grenaillé :

$$\tau = -0.53\,p + 380$$

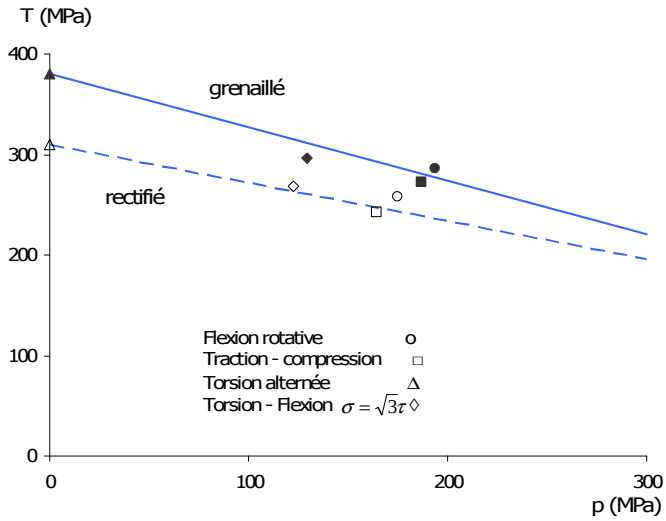


Fig. 17 – Diagramme de Dang Van pour l'acier 35 NCD 16 (R_m = 1100 MPa) rectifié et grenaillé

Ce diagramme qui permet d'estimer la limite d'endurance pour différents types de sollicitation et pour les deux états de surfaces rectifié et grenaillé met en évidence l'intérêt du GP sur la tenue à la fatigue de l'acier 35 NCD 16.

2.3.2. Traitement superficiel par induction (TSI):

Les traitements sans changement de composition pour lesquels seule une couche superficielle de la pièce est soumise à un cycle thermique de chauffage et de refroidissement sont largement répandus notamment dans l'industrie automobile. Ils consistent à chauffer très rapidement les couches extérieures d'une pièce pour y créer une microstructure austénitique, avant de les refroidir à vitesse suffisamment élevée pour obtenir la formation de martensite. Deux techniques sont souvent utilisées : l'utilisation de courants électriques (trempe par induction haute fréquence) et celle de laser de puissance (trempe superficielle laser). Les techniques de traitement superficiel par faisceau laser et faisceau d'électrons restent limitées à des cas de traitements en faibles épaisseurs, très localisés, pour lesquels peuvent être économiquement valorisés modulation de puissance surfacique et balayage automatisé du faisceau. Le TSI consiste lui au chauffage de la couche superficielle en plaçant la pièce dans le champ magnétique généré par un courant haute fréquence circulant dans un inducteur (Fig. 18).

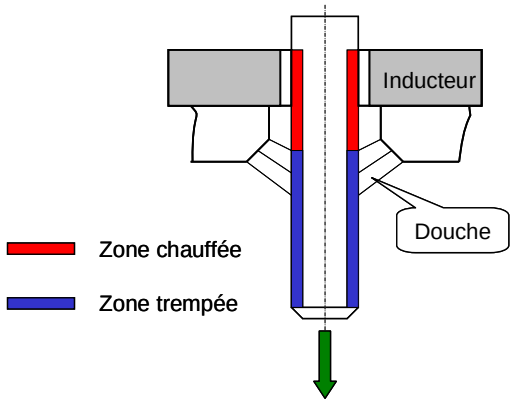


Fig. 18 – Schéma de la TSI [J.Fournet].

La profondeur δ de pénétration des courants varie avec la température en même temps que la résistivité électrique ρ, la perméabilité magnétique μ du matériau et la fréquence des courants f:

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu f}} .$$

Plusieurs études ont été menées sur le traitement de trempe après chauffage par induction *[Lieurade, Merrien et al. 1987; Coupard, Palin-Luc et al. 2007; Dumas, Palin-Luc et al. 2007]*. Par rapport aux autres traitements superficiels, le durcissement superficiel par induction des aciers au carbone et faiblement alliés est de plus en plus utilisé pour les pièces soumises à une contrainte élevée, particulièrement dans l'industrie automobile. L'influence bénéfique de ce traitement thermique superficiel par induction sur la tenue en fatigue de pièces en acier peut s'expliquer essentiellement par la modification de la structure du matériau et par la création de contraintes résiduelles. La localisation de la transformation martensitique dans une couche superficielle d'épaisseur limitée génère un état de contraintes résiduelles de compression, conséquence directe de l'augmentation de volume inhérente à cette transformation. La distribution des contraintes dans le composant et la relaxation des contraintes pendant la sollicitation en service sont affectées par la géométrie du composant, le comportement du matériau et les paramètres de TSI.

Dans une étude *[Lieurade, Merrien et al. 1987]* menée sur des barreaux cylindriques en acier 40CrMo4 avec quatre traitements d'induction différents, l'influence de la profondeur traitée est mise en évidence en

comparant les performances des traitements. Dans tous les cas, les amorçages sont observés en peau et la limite d'endurance croît avec la profondeur de trempe.

D'autres travaux *[Skalli et Flavenot 1985]* conduits sur des barreaux cylindriques en acier C45 (de 36 mm de diamètre) à l'état recuit montrent que l'état de contrainte résiduelle obtenu en surface conduit généralement à une contrainte résiduelle tangentielle égale ou légèrement supérieure à la contrainte longitudinale. Les résultats des essais de fatigue réalisés au CETIM en flexion plane répétée sont présentés dans le Tab. 4. Ils montrent que plus les contraintes résiduelles de compression sont importantes, plus la résistance à la fatigue augmente. Le gain dû aux contraintes résiduelles peut atteindre environ 50% de la limite d'endurance du matériau de base traité.

Nature et profondeur du traitement à 45 HRC	**Dureté superficielle** (HRC)	**Limite de fatigue à 5 · 10^6 cycles** (MPa)		**Contraintes résiduelles stabilisées à la limite de fatigue** (MPa)	
		σ_m	σ_a	$\sigma_{R\ell}$	σ_{Rt}
Induction ; 2,7 mm	55 à 56	596	584	– 128 – 243	– 468 – 571
Induction ; 4,2 mm	55 à 56	623	610	– 273 – 341	– 583 – 676
Induction ; 4,7 mm	54 à 59	670	660	– 655	– 603
Trempe à l'eau après chauffage dans la masse sans revenu de détente ; 3,5 mm	60 à 61	780	750	– 863 – 777	– 1 132 – 1 156

$\sigma_{R\ell}$: contraintes résiduelles longitudinales, σ_{Rt} : contraintes résiduelles transversales

Tab. 4 – Effet de la TSI sur le tenue en fatigue (d'après *[Skalli et Flavenot 1985]*) - essais de flexion plane (R=0)

Plus récemment, *[Niclas 1998]* a proposé une méthode de prise en compte des gradients de propriétés liés au TSI sur l'acier bainitique 35MV7 (Hv=300). Deux séries d'éprouvettes ont été considérées : une traitée avec profondeur de trempe peu importante pour laquelle les problèmes d'amorçage en sous-couche peuvent apparaître (~3 mm) ; une autre non traitée. Les limites de fatigue sont déterminées par thermographie IR pour des essais de torsion alternée et flexion 4 points sur les éprouvettes traitées et ensuite comparés aux données de PSA sur les éprouvettes non traitées. Les contraintes résiduelles en surface avant et après l'essai de fatigue sont relevées et exposées dans le tableau ci-dessous :

	Flexion 4 points		Torsion	
	σ_l (MPa)	σ_t (MPa)	σ_l (MPa)	σ_t (MPa)
Avant fatigue	-792	-653	-730	-745
Après fatigue	-667	-520	-695	-725

Tab. 5 – Contraintes résiduelles sur les éprouvettes traitées en acier 35MV7 *[Niclas 1998]*

Pour tracer le diagramme de Dang Van, le cisaillement maximum et la pression hydrostatique ont été calculés en utilisant les résultats des essais de torsion et de flexion 4 points. Les effets prédominants des σ_r sont présentés sur la Fig. 19:

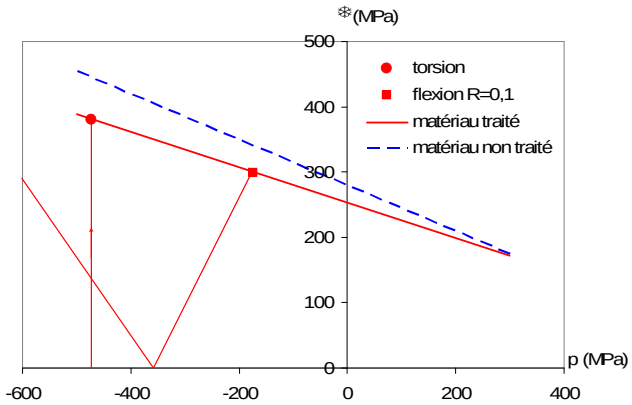


Fig. 19 – Diagramme de Dang Van pour l'acier 35MV7.

Les contraintes résiduelles ont un effet majeur sur la position des trajets de chargement du matériau traité qui sont nettement décalés vers la droite du graphe dans le domaine des contraintes hydrostatiques négatives. Si la courbe seuil d'endurance du matériau traité est construite à l'aide des points extrêmes de ces deux trajets, on remarque que la droite obtenue est proche de la courbe de seuil du matériau non traité et ceci même si les deux droites n'ont pas été déterminées avec les mêmes moyens expérimentaux. Pour le matériau non traité les résultats sont issus de courbes de Wöhler où le critère d'arrêt est la rupture totale de l'éprouvette. Avec la thermofatigue utilisée pour le matériau traité, c'est plutôt la microplasticité à l'origine des premiers amorçages qui est détectée. La thermofatigue aurait donc tendance à indiquer une limite de fatigue inférieure à celle provenant des courbes de Wöhler, ce qui pourrait expliquer l'écart entre les deux courbes. En conclusion, les différences de limites de fatigue résultent d'effets combinés entre les contraintes résiduelles, les contraintes dues aux chargements cycliques et les caractéristiques des matériaux de base et traités.

Pour mieux discerner le rôle respectif de chacun des facteurs, une étude a été conduite par *[Coupard, Palin-Luc et al. 2007; Dumas, Palin-Luc et al. 2007]* sur des éprouvettes lisses en acier ferrito-perlitique D38MnV5S pour deux profondeurs de traitement (environ de 2 mm et 3 mm). En fonction du champ de contrainte résiduelle et du chargement cyclique appliqué, les fissures sont apparues à proximité de la surface ou sous la couche durcie. D'après ces auteurs, l'évolution du champ de contrainte résiduelle et de la microstructure permet de comprendre ce changement de site d'amorçage.

- ***Microstructure et profil de dureté :***

Les deux traitements appliqués conduisent à des microstructures différentes entre la surface durcie de l'éprouvette et le matériau de base (Fig. 20). Les profils de dureté (Fig. 21) permettent d'estimer la taille des zones concernées par le changement de microstructure pour chaque traitement.

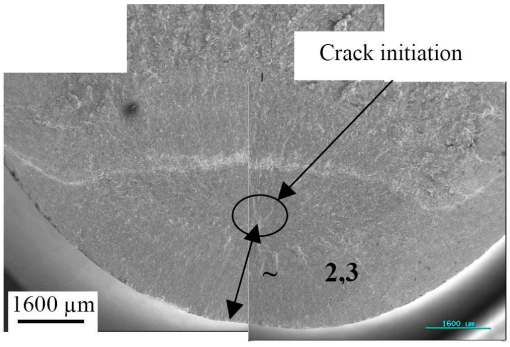
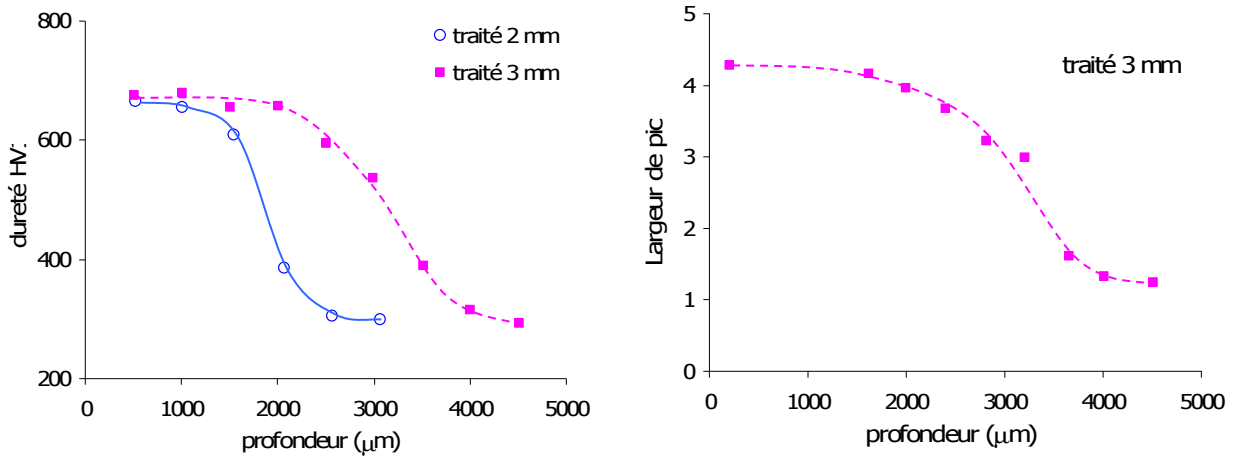


Fig. 20 – Surface de rupture des éprouvettes traitée TSI -2 mm (amorçage en sous couche) *[Dumas, Palin-Luc et al. 2007]*

La Fig. 21a illustre les distributions de dureté des pièces en acier 38MnV5S après durcissement par trempe localisée du TSI. Les zones superficielles traitées sont d'environ 2 mm et 3 mm. Dans les deux cas, on constate une augmentation très importante de la dureté en surface. L'examen de la surface de rupture montre en effet une couche traitée de martensite et un amorçage en dehors de cette couche très dure.

La Fig. 21b montre l'évolution de la largeur de pic moyenne en profondeur du matériau qualifiant l'état d'écrouissage dans l'éprouvette traitée TSI 3 mm. Cette courbe est en parfait accord avec les profils de microdureté et traduit donc l'étendue des transformations microstructurales en profondeur.



a. Profil de dureté

b. Evolution de la largeur de corde (couche traitée ~3mm)

Fig. 21 – Effets de TSI (après trempe et revenu) *[Coupard, Palin-Luc et al. 2007]*

- ***Influence du TSI sur des contraintes résiduelles:***

Afin de comprendre les effets de durcissement par TSI, il est nécessaire de connaître l'évolution des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur. Les profils de contraintes résiduelles sur une éprouvette (diamètre 16 mm) non traitée et traitée par TSI sur une profondeur de 2 mm sont représentés sur la Fig. 22.

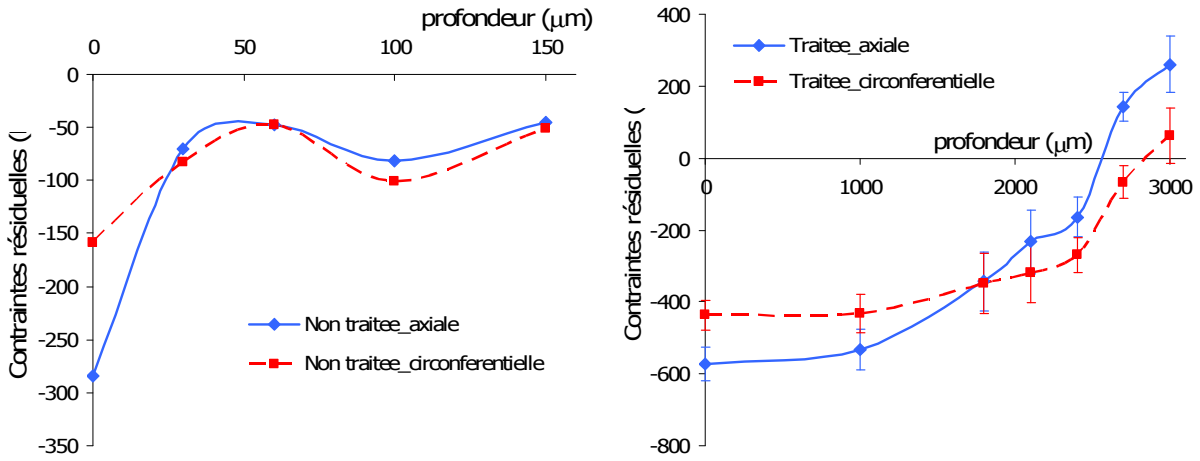


Fig. 22 – L'influence de TSI sur les profils de contraintes résiduelles *[Dumas, Palin-Luc et al. 2007]*

a. l'éprouvette non traitée
b. l'éprouvette traitée TSI 2 mm

Pour l'éprouvette traitée, les contraintes axiales et tangentielles sont d'abord de compression puis passent en traction en allant vers le cœur du matériau (Fig. 8a, b). L'épaisseur soumise à des contraintes résiduelles de compression est de l'ordre de grandeur de la couche transformée (2 mm). On constate donc que la TSI introduit un champ de contraintes résiduelles multiaxiales en compression avec un profil de la largeur de corde clairement corrélé au profil des duretés (Fig. 21).

- ***Influence de la TSI sur la tenue en fatigue :***

Des essais de fatigue en flexion plane ont été conduits avec un rapport de charge R=-1 et des limites de fatigue à 2.10^6 cycles pour les éprouvettes non traitées et traitées TSI 2 mm ont été déterminées par la méthode de l'escalier, à respectivement 410 MPa et de 527 MPa.

Pour valider l'utilisation du critère de Dang Van dans le cas de ce TSI, les auteurs proposent de considérer les éprouvettes comme une structure composée de deux matériaux (matériau de base et martensite issue du traitement thermique). De plus, ils introduisent les contraintes résiduelles stabilisées après la relaxation due au chargement cyclique dans le calcul du critère.

Les coefficients α et β du critère sont identifiés pour le matériau de base à partir de deux limites de fatigue en flexion plane 4 points (410 MPa pour R=-1 et 370 MPa pour R ≈ 0.1). En raison de la haute fragilité de la martensite, l'essai de fatigue sur éprouvette purement martensitique a été impossible. Par conséquent, les limites de fatigue en torsion et flexion plane de la martensite ont été estimées à partir de la résistance à la rupture R_m de la martensite en utilisant les relations empiriques du CETIM *[Brand, Flavenot et al. 1999]*.

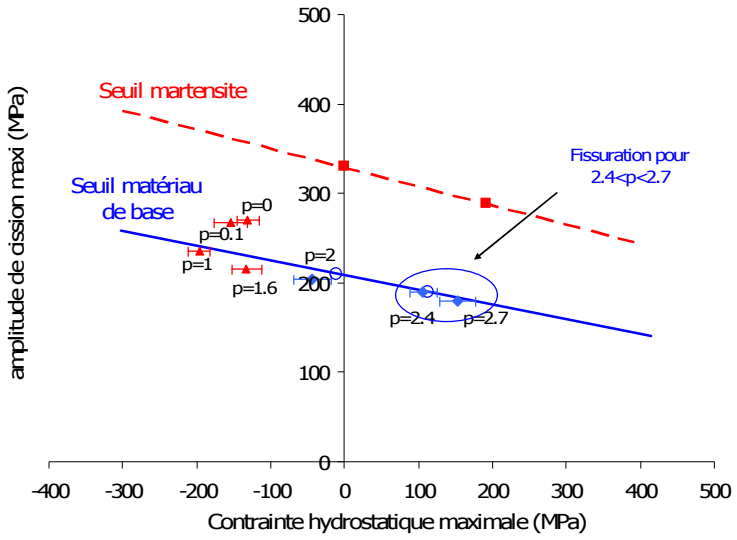


Fig. 23 – Diagramme de Dang Van pour le TSI 2mm
(données de *[Dumas, Palin-Luc et al. 2007]*)

La Fig. 23 illustre l'application du critère de Dang Van pour différentes profondeurs (d en mm) avec la prise en compte effective du profil des contraintes résiduelles en profondeur. Il est clair que la proposition ne prévoit aucun amorçage de fissure en fatigue dans le matériau traité puisque tous les points rouges se trouvent au-dessous de la droite discontinue représentant la limite de fatigue de la martensite à 2.10^6 cycles. Cependant les points bleus, aux profondeurs supérieures à 2 mm, doivent être comparés à la droite continue correspondant à la limite de fatigue du matériau de base (non traité). D'après le diagramme, l'amorçage doit apparaître pour des profondeurs entre 2.4 et 2.7 mm. Cette évaluation est en bon accord avec l'observation de la surface de rupture sur toutes les éprouvettes (Fig. 20).

2.4. Discussion :

Ces quelques éléments bibliographiques sur les traitements de surface et leurs effets en fatigue ont permis de discerner certaines caractéristiques fondamentales qu'il nous faudra considérer lorsque nous aborderons la problématique relative à l'UAL.

A travers les travaux conduits sur le procédé de GP, nous avons découvert l'intérêt d'un traitement de surface mécanique dont le rôle est de redistribuer les contraintes résiduelles dans la pièce en effaçant les contraintes résiduelles de traction en surface (dues à la mise en forme) et en les remplaçant par des contraintes résiduelles en compression équilibrées par des contraintes de traction au cœur de la pièce.

L'effet du GP en FGNC ne peut cependant s'interpréter à l'aide des seules valeurs de contraintes résiduelles de compression mais doit aussi s'analyser en termes de profil de contraintes depuis la surface du matériau et de relaxation des contraintes due au chargement cyclique appliqué.

- D'une façon générale, les trois éléments qui caractérisent le profil de contraintes résiduelles sont : contrainte en surface, contrainte maximale (elle est habituellement en sous-couche), et profondeur affectée par les contraintes résiduelles. Ces dernières varient, en pratique, en fonction de l'état microstructural du matériau et des paramètres de grenaillage.
- Pour ce qui est de la relaxation, il semble qu'elle opère dès les premiers cycles (avant de se stabiliser) pour des niveaux de chargement proche de la limite de fatigue. Cependant, selon le niveau de chargement appliqué, la relaxation n'aboutit pas nécessairement à une perte importante en termes de contraintes résiduelles en surface.

En conclusion, grâce à l'écrouissage et aux contraintes résiduelles de compression qu'il engendre dans les couches superficielles, ce procédé améliore en général la durée de vie des pièces traitées à condition bien entendu que l'endommagement superficiel généré par les grenailles ne soit pas trop important.

Avec le TSI, l'action n'est plus mécanique mais bien thermique ou plus exactement microstructurale, une couche transformée structuralement étant introduite. Les comportements du matériau de base et du matériau traité peuvent être analysés à travers d'une part l'influence des transformations métallurgiques et d'autre part les effets de contraintes résiduelles stabilisées.

En effet, le TSI introduit dans la couche durcie des contraintes résiduelles de compression très élevées qui résultent de l'augmentation de volume de la structure martensitique due au fort gradient thermique. Cette augmentation dépend de l'état microstructural du matériau : faible pour une transformation métallurgique de bainite en martensite et sensible pour une transformation de structure ferrito-perlitique à martensitique. L'épaisseur soumise à des contraintes résiduelles de compression est de l'ordre de grandeur de la couche transformée lors du traitement. La limite d'endurance croissant avec la profondeur de trempe et les ruptures de fatigue s'amorçant à la surface des éprouvettes ou en sous-couche peuvent être contrôlées par le choix des paramètres du traitement et le matériau considéré.

Néanmoins, des séquences de chauffage trop rapides, de l'ordre de quelques millisecondes peuvent générer des gradients thermiques très élevés conduisant à la mise en compression à haute température des couches les plus voisines de la surface. Après refroidissement à la température ambiante, ces couches peuvent présenter un état de contrainte résiduelle en traction évidemment dommageable pour la tenue en fatigue de la pièce. En outre, il est à noter qu'une épaisseur trop élevée de la couche austénitisée risque de conduire à un état de contraintes résiduelles de traction dans les couches traitées. On se rapproche, en effet dans ce cas, d'une opération de durcissement dans la masse.

Après l'application du traitement, les couches transformées en surface vont posséder des caractéristiques en fatigue très différentes de celles du matériau non-traité, ce qui va singulièrement compliquer l'analyse en fatigue. Les limites de fatigue résultantes seront donc dues aux contraintes résiduelles présentes dans la structure traitée mais également à l'état microstructural local. L'utilisation d'un critère de fatigue de type Dang Van peut permettre de rendre compte à la fois du rôle des contraintes résiduelles et de celui du changement de microstructure. Cependant, l'utilisateur se heurte toujours à la difficulté de l'estimation des contraintes résiduelles stabilisées ainsi qu'à la connaissance des caractéristiques en fatigue des différentes couches traitées.

3. CONCLUSION :

L'objectif de ce chapitre bibliographique a été double. Il s'agissait d'une part de faire le bilan d'une catégorie de modélisation en FGNC faisant intervenir explicitement un changement d'échelle et d'autre part de mieux comprendre les effets de certains traitements de surface sur la tenue en FGNC.

Après certains rappels des notions élémentaires relatives à la FGNC, l'analyse a donc d'abord porté sur les modèles construits à partir d'une approche multi-échelle. On a pu constater que les européens et plus exactement les français étaient les plus actifs dans le domaine. L'utilisation de ce type de démarche est justifiée par les nombreuses observations de mécanismes qui montrent que la plasticité et l'endommagement en FGNC est un phénomène très localisé. A partir des modèles existants, les constatations suivantes ont pu être établies:

- Les premières approches en FGNC utilisant un changement d'échelle sont toutes liées de près ou de loin aux travaux de K. Dang Van. Pour ce dernier, la modélisation de la plasticité combinée à une condition d'adaptation élastique permet d'établir un critère local de non nucléation de fissures de fatigue. La loi de passage micro-macro utilisée permet en particulier d'appliquer le critère à partir de grandeurs macroscopiques. Aucune des approches proposées dans ce cadre ne fait intervenir la notion d'endommagement.
- L'endommagement est apparu plus tard dans les modèles à deux échelles avec des travaux qui s'inscrivaient dans le cadre du formalisme thermodynamique de la mécanique continue de l'endommagement *[Lemaitre, Sermage et al. 1999]*. Ce type de modèle utilise un certain nombre de variables internes pour modéliser à la fois les mécanismes de plasticité et d'endommagement en faisant l'hypothèse qu'aucune plasticité à l'échelle des grains ne se développe sous la limite d'endurance macroscopique.
- Plus récemment, les modèles à deux échelles de *[Flacelière 2004]*, de *[Doudard 2004]* et de *[Monchiet 2006]*, se sont inspirés des approches à deux échelles précédentes en apportant chacun un éclairage différent sur la notion de dommage localisé.
- Les problèmes de dispersion en FGNC ont également été abordés par *[Doudard 2004; Doudard, Hild et al. 2007]* qui ont introduit un modèle probabiliste à deux échelles permettant de quantifier le risque de fissuration en FGNC à partir d'essais d'auto-échauffement.

Dans les deux prochains chapitres et en s'inspirant des approches décrites ci-dessus, nous avons donc l'intention de construire une modélisation qui permette de répondre à différentes interrogations relatives au bon choix des lois de changement d'échelle et aux effets de l'endommagement sous différents modes de chargement.

Dans le cadre des approches à deux échelles (Fig. 24), les lois de localisation utilisées sont soit de type Lin-Taylor soit de type auto-cohérente (Kröner). La phase de description du phénomène à l'échelle locale dépend ensuite du modèle utilisé. Pour ce qui est de la phase d'homogénéisation qui doit permettre de retrouver la limite de fatigue à l'échelle macroscopique, les choses sont beaucoup moins claires. Dang Van ainsi que Lemaître s'affranchissent complètement de cette phase. Papadopoulos propose lui de procéder à une moyenne quadratique sur l'ensemble des systèmes de glissement possibles. Il ne justifie pas complètement ce choix mais il s'avère que le critère ainsi construit est très performant notamment pour la prise en compte des chargements déphasés.

Dans le chapitre II consacré à la mise en place d'une approche probabiliste orientée, nous essaierons donc de répondre à la question :

- *Quelle doit être la loi d'homogénéisation à utiliser pour rendre compte le plus efficacement possible du comportement macroscopique à la fatigue ?*
- *Existe-t-il un lien entre la dispersion des données en fatigue et la sensibilité aux effets de chargement ?*

Cette première partie du travail qui constitue le chapitre II s'effectuera uniquement dans le cadre d'une analyse en microplasticité. La prise en compte de l'endommagement sera conduite dans le chapitre III à

travers le modèle de Flacelière-Morel-Dragon. Une formulation de type plan critique sera plus particulièrement utilisée et il s'agira d'apporter quelques réponses aux questions :

- *Quel est le rôle de la contrainte normale sur l'apparition et l'évolution de l'endommagement ?*
- *Quelle est la manière la plus appropriée de rendre compte de la dispersion des données en fatigue dans une loi d'endommagement dédiée à la fatigue ?*

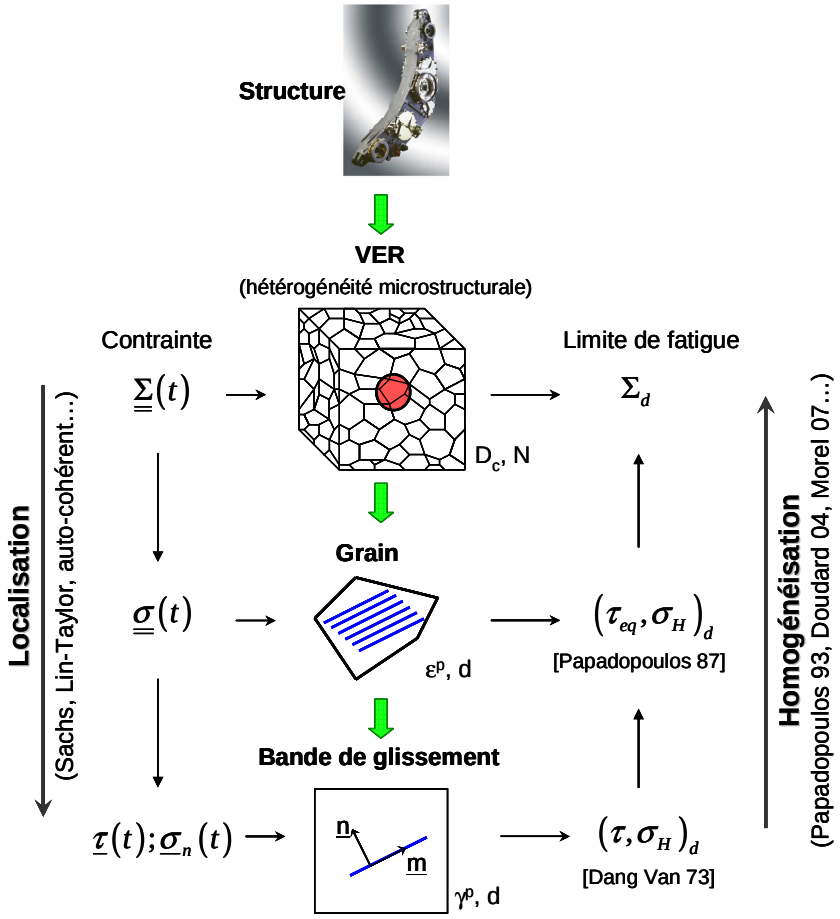


Fig. 24 – Lois de localisation et schémas d'homogénéisation en FGNC

Le deuxième volet de cette étude bibliographique a concerné le rôle de certaines hétérogénéités introduites par les procédés de traitement de surface sur la tenue en FGNC. Ce choix peut sembler étrange puisque l'étude portera finalement sur un procédé d'usinage avancé dans le chapitre IV. Il se justifiera néanmoins pleinement notamment quand il s'agira de considérer les transformations introduites par le chauffage laser au cours de l'usinage.

Quoiqu'il en soit et à travers les exemples du GP et du TSI, nous avons pu mettre en évidence des liens clairs entre contraintes résiduelles, transformation microstructurale et tenue en fatigue. Plus précisément, le rôle des traitements superficiels décrits est de mettre en compression des contraintes résiduelles multiaxiales et de durcir la couche superficielle afin d'améliorer la limite de fatigue.

Pour ce qui est de la modélisation de la tenue en fatigue associée à ces procédés, et en considérant que les contraintes résiduelles ont une origine purement mécanique (champ de déformation incompatible), les constantes de fatigue du matériau ne sont pas été affectées par la déformation plastique (hypothèse forte). On peut donc se contenter d'ajouter les contraintes résiduelles au cycle de contrainte locale calculée et effectuer le calcul du critère de fatigue sur le nouveau cycle ainsi déterminé. Par contre, dans le cas de traitements superficiels thermique ou thermo-chimique, le traitement change la microstructure et donc les constantes de fatigue du matériau.

A partir des démarches existantes dans la littérature (mais appliquées à d'autres procédés), l'objectif du dernier chapitre consacré au procédé d'UAL sera de mieux cerner les effets des contraintes résiduelles et de l'état d'écrouissage sur le comportement en FGNC pour différents modes de sollicitation. En particulier :

- *Quels sont les paramètres optimaux de l'UAL à appliquer pour obtenir la meilleure tenue en fatigue ?*
- *Quel est le rôle de l'assistance laser sur l'intensité et la distribution des contraintes résiduelles ?*
- *Faut-il ou ne faut-il pas privilégier les transformations microstructurales au cours de l'UAL ?*

CHAPITRE II : APPROCHE PROBABILISTE EN FATIGUE MULTIAXIALE A GRAND NOMBRE DE CYCLES – ROLE DES HETEROGENEITES

Résumé :

L'endommagement lié à la FGNC des matériaux métalliques est à la fois très localisé et orienté selon certaines directions privilégiées associées au mode de chargement et à la microstructure locale. L'approche développée dans cette étude vise à modéliser l'effet, sur les capacités de résistance en fatigue, de la nature très hétérogène du microdommage à travers le concept d'adaptation élastique associé au seuil d'amorçage des microfissures, et la théorie du maillon le plus faible. Elle permet en particulier de prendre en compte le mode de chargement, le trajet de chargement et la dispersion des données en fatigue multiaxiale.

Un calcul probabiliste mené, en introduisant un facteur d'hétérogénéité spatial et un facteur d'hétérogénéité directionnel, conduit à la proposition d'un nouveau critère d'endurance en fatigue. L'application du modèle dans le cas de chargements multiaxiaux permet de refléter fidèlement certains effets relatifs au trajet de chargement notamment dans les cas de chargement de traction-torsion ainsi que de traction biaxiale. Les effets de déphasage ainsi que de différence de fréquence sont en particulier analysés à travers cette approche.

1. HETEROGENEITES MICROSTRUCTURALES A L'ORIGINE DE LA DISPERSION EN FGNC DANS LES MATERIAUX METALLIQUES

En FGNC, le rôle de la microstructure (structure cristalline, défauts,...) et les effets de chargement (mode et trajet) restent des problèmes très actuels notamment pour les calculs en fatigue dans le monde industriel.

La microstructure est en particulier responsable de fortes dispersions observées sur les données en FGNC. Ces dispersions ont été observées par exemple sur un acier ferrito-perlitique C35 à travers des essais de fatigue en torsion et en traction - compression dans *[Flacelière 2004]*. Pour ce matériau, la limite de fatigue moyenne en torsion est de 169 MPa avec un écart type de 9 MPa alors qu'en traction on trouve respectivement 236 MPa et 12 MPa (Fig. 25).

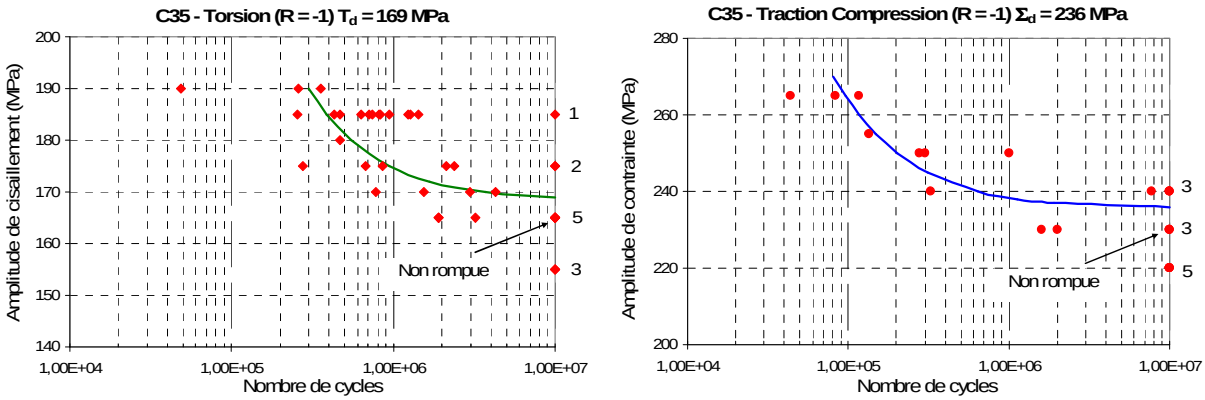


Fig. 25 – Courbe SN en torsion et traction – compression (acier C35) (données de *[Flacelière 2004]*)

Pour les niveaux d'amplitude de contrainte autour de la limite de fatigue, on assiste très souvent à une dispersion très importante (plusieurs ordres de grandeur) sur les durées de vie. Cette dispersion résulte de la nature du matériau et du procédé associé (inclusions, retassures, précipités...), de la préparation des éprouvettes (le traitement thermique ou les opérations de mise en forme comme le tournage, le fraisage, la rectification...), des conditions de l'essai...

Pour conduire une estimation correcte de la tenue en fatigue, il est très important de considérer cette dispersion mais surtout de bien comprendre son origine et son effet sur les capacités de résistance pour les modes de sollicitation les plus divers :

- **Les hétérogénéités microstructurales comme principale source de la dispersion :**

Si on suppose, par souci de simplicité, que le matériau et le procédé associé sont les principales sources de dispersion, il semble naturel d'essayer de discerner dans la microstructure considérée les hétérogénéités microstructurales responsables des écarts observés sur la tenue en fatigue.

Dans le cas des alliages de fonderie, la tâche est souvent aisée car on constate que les nombreux défauts de fonderie (inclusion, retassure, soufflure...) constituent des sites privilégiés à l'amorçage des fissures de fatigue. Dans ce cadre, plusieurs études récentes portant sur la fonte GS (*[Yaacoub Agha, Béranger et al. 1998; Chantier 2000; Chantier, Bobet et al. 2000; Flacelière, Morel et al. 2002; Morel et Flacelière 2005]*) ont eu pour ambition de lier les populations de défaut à la dispersion en fatigue à travers une approche probabiliste.

Pour les alliages corroyés, les sources de dispersion sont souvent moins faciles à identifier. Si on reprend l'exemple de l'acier ferrito-perlitique C35, il est plus difficile de parler de défauts (les inclusions présentes ne semblant pas jouer un rôle important dans la dispersion). Pourtant la dispersion autour de la limite de

fatigue est conséquente. Il semble alors plus judicieux de se pencher sur le rôle de la plasticité cristalline et des barrières microstructurales (joint de grain, phase dure perlitique) sur l'amorçage et la propagation des microfissures et indirectement sur les variations des résistances en fatigue macroscopiques.

- **Effet d'échelle:**

Même si certains auteurs *[Papadopoulos et Panoskaltsis 1996]* semblent montrer que l'effet du gradient de contrainte est plus important que l'effet d'échelle, ce dernier existe bien en FGNC. *[Papadopoulos et Panoskaltsis 1994]* a montré par exemple que l'augmentation à rayon constant de la longueur utile d'une éprouvette cylindrique conduisait à une chute de la résistance en fatigue. Cet effet d'échelle est souvent attribué à la plus grande probabilité de trouver des défauts dans un composant de grande taille. Il s'agit donc d'un effet indirect des hétérogénéités présentes dans le matériau.

- **Influence du mode et du trajet de chargement :**

Il n'y a pas de fait clairement établi dans la littérature scientifique sur l'effet des hétérogénéités microstructurales sur la résistance en fatigue pour différents modes et trajets de chargement. Si on réutilise l'exemple du C35, la dispersion représentée par l'écart type ne semble pas être sensiblement modifiée en passant de la traction à la torsion. La valeur moyenne bien entendu l'est mais c'est le mécanisme d'amorçage en jeu qui est alors responsable de cette variation.

Une des particularités des travaux présentés dans ce chapitre est de tenter d'établir un lien clair entre certains paramètres représentatifs des variations des caractéristiques de la microstructure et des effets connus de trajet de chargement. Plus exactement, dans la première partie de ce chapitre, une distribution de Weibull des capacités d'adaptation élastique des grains plastifiés sera associée à l'hypothèse du maillon le plus faible pour obtenir une approche probabiliste adaptée au cas de la fatigue polycyclique. Puis, l'application du critère probabiliste sera proposée pour des chargements multiaxiaux proportionnels ou non. La qualité des prévisions sera ensuite évaluée par comparaison aux résultats de la littérature sur différents matériaux. Enfin, le modèle sera étendu au cas de l'endurance limitée.

2. MODELE PROBABILISTE ORIENTE A DEUX ECHELLES :

2.1. Hypothèses fondamentales du modèle :

Dans le chapitre I consacré à l'analyse bibliographique, nous avons insisté sur le fait que le rôle important de la plasticité locale sur l'apparition d'une limite de fatigue justifiait pleinement l'utilisation d'une approche multi-échelle. Dans certaines approches, les mécanismes de plasticité sont modélisés à l'échelle des grains à l'aide d'un critère d'écoulement de type Schmid et d'un écrouissage combiné isotrope et cinématique. C'est le cas dans les travaux de *[Papadopoulos 1993a; 1994]* qui applique un seuil sur la déformation plastique accumulée asymptotique Γ_∞ pour établir une condition nécessaire d'adaptation élastique à l'échelle locale :

$$\Gamma_\infty = \frac{\left\langle T_a - \tau_y^{(0)} \right\rangle}{g} < \Gamma_C \qquad \text{(II.1)}$$

où : Γ_C : la déformation plastique mésoscopique accumulée critique,

T_a : l'amplitude de la cission résolue macroscopique,

$\tau_y^{(0)}$: la limite d'élasticité initiale du cristal (seuil initial d'écoulement mésoscopique),

g : le paramètre d'écrouissage isotrope,

avec $\langle x \rangle$: la partie positive de x ($\langle x \rangle = x \ si \ x > 0$ et $\langle x \rangle = 0 \ si \ x \leq 0$).

Ce seuil d'adaptation élastique est lié à la déformation plastique accumulée asymptotique sur un système de glissement activé dans un grain soumis à un glissement simple. Il est sensé représenter les possibilités d'amorçage et ceci à partir du comportement élasto-plastique à l'échelle mésoscopique.

Cependant, pour des niveaux de contrainte au voisinage de la limite de fatigue conventionnelle et pour différents types de sollicitation, la méso-plasticité et le méso-dommage sont distribués d'une façon très hétérogène. Des observations ont montré, dans un agrégat polycristallin, que les conditions locales d'amorçage, pour une même orientation de glissement, peuvent varier de manière considérable et ceci en lien avec le caractère hétérogène de la microstructure. L'influence de l'environnement immédiat du grain (premiers grains voisins, barrières microstructurales) siège de l'amorçage est en particulier prépondérante.

L'approche déterministe et locale précédente (ainsi que tout autre critère de ce type) est incapable de refléter toutes les conséquences de cette hétérogénéité. Elle présente en outre l'inconvénient de ne concerner qu'un système de glissement, de ne donner qu'un caractère déterministe à la tenue en fatigue et d'exclure le rôle joué par les contraintes normales locales sur l'amorçage des microfissures. Pour sortir de ce cadre déterministe, on se propose donc de faire varier le seuil d'adaptation élastique mésoscopique Γ_C suivant une loi de distribution particulière et d'analyser les effets de cette variation sur la limite de fatigue macroscopique.

- **Distribution du seuil d'adaptation élastique :**

Pour refléter cette hétérogénéité microstructurale, on peut par exemple faire l'hypothèse d'une distribution de Weibull *[Weibull 1939; 1951]* du seuil d'adaptation élastique associé au seuil d'amorçage des microfissures. La fonction densité de probabilité f_0 associée à la déformation plastique mésoscopique accumulée critique Γ_C sur un système de glissement donné s'écrit alors :

$$f_0(\Gamma_C) = \frac{m}{\Gamma_0}\left(\frac{\Gamma_C}{\Gamma_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{\Gamma_C}{\Gamma_0}\right)^m\right] \qquad \text{(II.2)}$$

où l'exposant m module la dispersion de la distribution (paramètre de Weibull ou paramètre de forme) alors que le paramètre d'échelle, Γ_0, caractérise la moyenne de la distribution (paramètre d'échelle de la distribution).

Ces deux coefficients dépendant du matériau suffisent à caractériser la dispersion sur les caractéristiques de résistance locale en fatigue.

Pour estimer la probabilité de trouver une inclusion où le seuil d'adaptation élastique a été dépassé, il nous faut calculer la probabilité de trouver une valeur critique Γ_C inférieure à la valeur appliquée Γ_∞, alors:

$$P_0\left(\Gamma_C < \Gamma_\infty\right) = \int_{\Gamma_\infty}^{+\infty} f_0(\Gamma_C)\, d\Gamma_C \qquad \text{(II.3)}$$

En utilisant (II.2) dans (II.3), P_0 devient (II.4) :

$$P_0(\Gamma_\infty) = 1 - exp\left[-\left(\frac{\Gamma_\infty}{\Gamma_0}\right)^m\right] \qquad \text{(II.4)}$$

Les courbes (Fig. 26) montrent que plus le module de Weibull *m* est faible, plus la dispersion sur les déformations plastiques accumulées est grande.

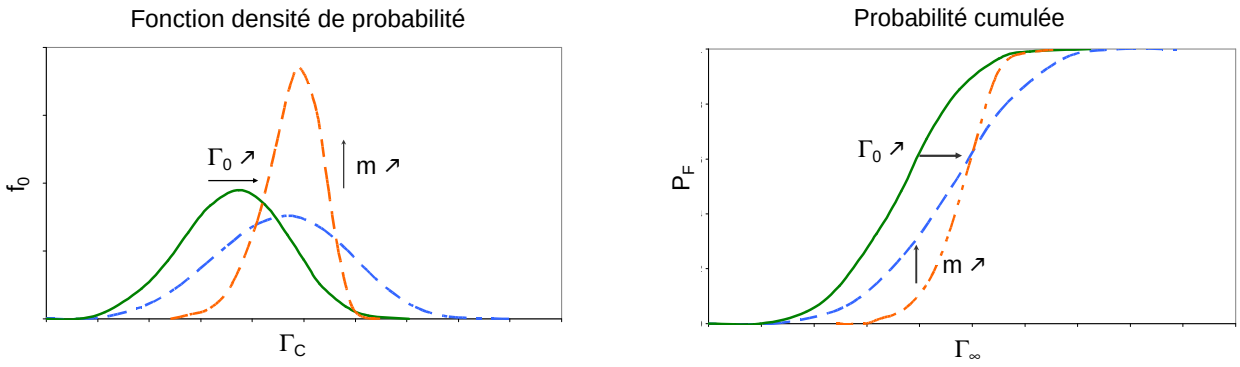


Fig. 26 – Distribution de Weibull du seuil de la déformation plastique accumulée des grains et probabilité d'amorçage correspondante.

Remarque :

Le choix d'appliquer une distribution sur la déformation plastique accumulée seuil Γ_C (mais pas sur la quantité τ_y^0 seule) conduit à une expression en parfait accord avec des observations expérimentales réalisées sur de nombreux matériaux métalliques pour des niveaux de sollicitation sous la limite de fatigue. Pour des charges légèrement inférieures à la limite de fatigue, il apparaît en effet quelques traces de glissement plastique dans certains grains (la limite d'écoulement τ_y^0 est donc franchie) alors que le nombre de cycles atteint est très grand (quasi-infini). Si le niveau de charge est encore diminué, ces glissements plastiques locaux disparaissent complètement et bien entendu l'amorçage est totalement exclu. Ces constatations expérimentales traduisent donc le fait qu'il existe bien un seuil lié à l'absence complète de mésoplasticité et donc de possibilité d'amorçage d'une microfissure. Ce seuil est néanmoins bien inférieur à la limite de fatigue pour la plupart des matériaux métalliques.

- **Le concept du maillon le plus faible:**

Dans le cadre de l'hypothèse du maillon le plus faible (i.e. la rupture du maillon le plus faible entraîne la rupture de la chaîne) introduite par *[Weibull 1939; 1951]*, étendue à la fatigue par *[Freudenthal 1968]* et largement utilisée par différents auteurs (*[Bomas, Linkewitz et al. 1999]*, *[Hild, Billardon et al. 1992]*, *[Chantier, Bobet et al. 2000]*, *[Flacelière et Morel 2003]*, *[Delahay 2004]*, *[Doudard 2004; Doudard, Calloch et al. 2005]...*), la probabilité de rupture globale peut être reliée à la probabilité de rupture locale de chaque lien élémentaire. Cette théorie va être utilisée dans notre analyse en mésoplasticité en supposant que dès que la condition d'accommodation plastique est atteinte dans un (ou quelques) grain(s), la rupture survient. La probabilité de non-amorçage (ou de survie) d'un composant, en utilisant l'hypothèse de la non-interaction des amorçages, s'exprimera en fonction des probabilités de survie des liens élémentaires. Reste maintenant à définir ce qui se cache derrière cette notion de liens élémentaires.

2.2. Description du modèle probabiliste :

Afin de tenir compte de l'ensemble des systèmes de glissement potentiellement actifs ainsi que de l'ensemble du volume sollicité, le calcul des probabilités de survie va devoir se faire de deux manières différentes et successives mais toujours dans le cadre de l'hypothèse du maillon le plus faible.

2.2.1. Application du concept de maillon le plus faible

Rappelons que le terme représentatif du niveau de chargement intervenant dans l'expression (II.1) de Γ_∞ est l'amplitude de la cission résolue macroscopique T_a qui, par définition, est fonction du système de glissement étudié (caractérisé par une normale au plan de glissement $\underline{n}$ et une direction dans ce plan $\underline{m}$). Cette relation peut être réécrite sous la forme:

$$\Gamma_\infty(\underline{n},\underline{m}) = \frac{\left\langle T_a(\underline{n},\underline{m}) - \tau_y^{(0)} \right\rangle}{g} \quad ou \quad \Gamma_\infty(\theta,\varphi,\psi) = \frac{\left\langle T_a(\theta,\varphi,\psi) - \tau_y^{(0)} \right\rangle}{g} \tag{II.5}$$

avec θ, φ, ψ: les angles de repérage du système de glissement considéré.

Par conséquent, la probabilité P_o d'amorçage dans le volume élémentaire au point M est également fonction de la direction du système de glissement et devient :

$$P_0(\theta,\varphi,\psi) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\Gamma_\infty(\theta,\varphi,\psi)}{\Gamma_0} \right)^m \right] \tag{II.6}$$

Comme l'a proposé *[Weibull 1939]* pour des matériaux fragiles et plus récemment *[Doudard 2004; Doudard, Calloch et al. 2005]*, chaque système de glissement potentiel est considéré comme un lien élémentaire. L'hypothèse du maillon le plus faible est alors appliquée à l'ensemble des directions possibles du volume de référence en supposant qu'aucune interaction n'intervienne entre les systèmes de glissement :

$$1 - P_{F0} = \prod_{\theta,\varphi,\psi} \left(1 - P_0(\theta,\varphi,\psi) \right) \tag{II.7}$$

Après quelques transformations, l'expression de P_{F0} au point M est déduite :

$$P_{F0} = 1 - \exp\left[-\frac{1}{D_0} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left(\frac{\Gamma_\infty(\varphi,\theta,\psi)}{\Gamma_0} \right)^m \sin\theta d\psi d\theta d\varphi \right] \tag{II.8}$$

où D_0 permet de définir la référence en terme de distribution des directions sollicitées. ($D_0 = 8\pi^2$ dans le cas où tous les systèmes possibles sont considérés)

La dernière relation n'est valable que pour le volume de référence V_0. Il est nécessaire d'appliquer à nouveau l'hypothèse du maillon le plus faible sur, cette fois, l'ensemble du volume sollicité du composant Ω considéré. La probabilité de non-amorçage (ou de survie) s'écrit (Fig. 27) :

$$1 - P_F = \prod_{M \in \Omega} \left(1 - P_{F0}(M) \right) \tag{II.9}$$

où P_F est la probabilité cumulée de trouver une mésofissure dans V.

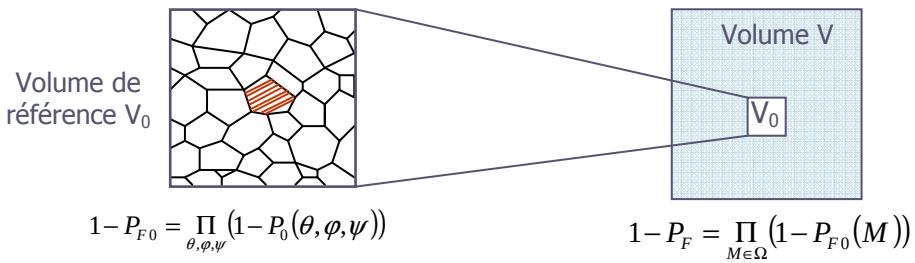


Fig. 27 – Application de l'hypothèse du maillon le plus faible sur le volume contraint V

L'expression finale de P_F est :

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0} \int_\Omega \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left(\frac{\Gamma_\infty(\theta,\phi,\psi)}{\Gamma_0} \right)^m \sin\theta d\psi d\theta d\phi \right\} dV \right] \tag{II.10}$$

où : $V_0 = D_0 \mathrm{V}_0$

En remplaçant Γ_∞ par son expression (II.5), P_F devient :

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0} \int_\Omega \left\{ \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left\langle \frac{T_a(\theta,\varphi,\psi) - \tau_y^{(0)}}{T_0} \right\rangle^m \sin\theta d\psi d\theta d\varphi \right\} dV \right] \quad \text{(II.11)}$$

où $V_0 (T_0)^{(1/m)}$: le paramètre d'échelle

T_0 : nouveau paramètre d'échelle de la loi qui est lié à Γ_0 par la relation $T_0 = g\Gamma_0$.

Cette relation correspond à un modèle de Weibull à trois paramètres, la limite d'élasticité initiale du cristal $\tau_y^{(0)}$ jouant le rôle d'une contrainte seuil au-delà de laquelle les microfissures de fatigue s'amorcent dans un matériau polycristallin et ceci sous l'effet de déformations plastiques mésoscopiques accumulées dans les grains.

Si on suppose que le mode de chargement est partout le même dans le volume sollicité, cette dernière relation peut s'exprimer sous la forme d'une expression analytique simple après quelques manipulations *[Hild, Billardon et al. 1992]*:

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{V I_m^{To}}{V_0 (T_0)^m} \omega_m H_m \left\langle \mathcal{T}_a - \tau_y^{(0)} \right\rangle^m \right] \quad \text{(II.12)}$$

où les facteurs d'hétérogénéité directionnel ω_m et spatial H_m sont définis par :

$$\omega_m = \frac{I_m}{I_m^{To}} \text{ et } H_m = \frac{1}{V} \int_V \left\langle \frac{C_a(M) - \tau_y^{(0)}}{\mathcal{T}_a - \tau_y^{(0)}} \right\rangle^m dV \quad \text{(II.13)}$$

$$I_m = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left\langle \frac{T_a(\theta,\varphi,\psi) - \tau_y^{(0)}}{C_a - \tau_y^{(0)}} \right\rangle^m \sin\theta d\psi d\theta d\varphi \quad \text{(II.14)}$$

I_m^{To} est la valeur de I_m pour un chargement de torsion.

Les amplitudes de cission résolue maximale C_a et $\mathcal{T}_a$ sont définies par:

$$C_a(M) = \max_{\theta,\varphi,\psi} \{T_a(\theta,\varphi,\psi,M)\} \quad \text{et} \quad \mathcal{T}_a = \max_{\theta,\varphi,\psi,M\in\Omega} \{T_a(\theta,\varphi,\psi,M)\} \quad \text{(II.15)}$$

Cette modélisation ne fait pas apparaître un facteur d'hétérogénéité mais deux. En effet, l'amplitude de la cission résolue T_a qui apparaît dans les différentes expressions dépend du point considéré mais également du système de glissement (normale au plan et direction de ce plan) sur lequel elle est calculée. De ce fait, l'hétérogénéité de chargement n'est pas uniquement spatiale, elle est également directionnelle. Par exemple, un chargement de traction ne conduit en aucun cas à la même distribution de T_a sur l'ensemble des systèmes possibles qu'un chargement de torsion.

Ces deux facteurs d'hétérogénéités directionnel ω_m et spatial H_m dépendent du niveau de chargement (ce qui est habituel quand on a affaire à une loi de Weibull à trois paramètres). Ils caractérisent uniquement l'effet des chargements imposés sur la probabilité de rupture. En effet, pour un volume et une distribution donnée, plus le champ de contraintes est homogène, plus la probabilité d'amorçage dans le volume chargé est faible et plus le facteur d'hétérogénéité des contraintes est important (il tend vers 1).

Le facteur d'hétérogénéité « spatial » H_m, le plus habituellement rencontré, est un indicateur de la manière dont les contraintes sont distribuées spatialement dans un composant. Le facteur d'hétérogénéité « directionnel » ω_m permet lui de traduire un plus ou moins grand nombre de systèmes de glissement potentiellement actifs. C'est un facteur qui est beaucoup moins courant et qui provient de l'utilisation d'un paramètre orienté représentatif de la sévérité du chargement.

2.2.2. Choix du critère d'adaptation élastique – Effet du seuil d'écoulement $\tau_y^{(0)}$:

Afin d'illustrer la construction de l'approche probabiliste, un seuil portant sur la déformation plastique accumulée calculée sur un système de glissement a été choisi. Il y a bien entendu différents types de critère d'adaptation élastique possibles: le seuil peut porter sur la contrainte de cisaillement mésoscopique asymptotique T_a (critère de type Dang Van), sur la déformation plastique mésoscopique accumulée asymptotique Γ_∞ (critère de type Papadopoulos) mais on peut très bien imaginer faire porter la condition d'adaptation mésocopique sur l'énergie plastique mésoscopique dissipée asymptotique qui avec les mêmes hypothèses que celles utilisées par Papadopoulos s'écrit d'après Morel:

$$D_\infty = \frac{\tau_y^{(0)}}{g}\left\langle T_a - \tau_y^{(0)} \right\rangle < D_C \tag{II.16}$$

Pour les trois critères locaux et orientés évoqués, l'application du concept de maillon le plus faible sur les directions et dans le volume conduit à trois expressions possibles de la probabilité cumulée de rupture :

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0}\int_\Omega \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\psi=0}^{2\pi} \left\langle \frac{T_a(\theta,\phi,\psi)}{T_0} \right\rangle^m \sin\theta d\psi d\theta d\phi \right\} dV \right] \tag{II.17}$$

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0}\int_\Omega \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\psi=0}^{2\pi} \left\langle \frac{T_a(\theta,\phi,\psi) - \tau_y^{(0)}}{g\Gamma_0} \right\rangle^m \sin\theta d\psi d\theta d\phi \right\} dV \right] \tag{II.18}$$

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0}\int_\Omega \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\psi=0}^{2\pi} \left\langle \frac{\tau_y^{(0)}\left(T_a(\theta,\phi,\psi) - \tau_y^{(0)}\right)}{gD_0} \right\rangle^m \sin\theta d\psi d\theta d\phi \right\} dV \right] \tag{II.19}$$

On reconnaît pour le premier cas (critère type Dang Van) un modèle de Weibull à 2 paramètres, pour le deuxième que l'on a déjà décrit un modèle de Weibull à 3 paramètres et pour le dernier également un modèle avec seuil.

Si on conduit l'identification des coefficients dans le cas des trois formulations possibles en utilisant les données en torsion sur l'acier C35 et en fixant la limite d'écoulement initiale à 60 MPa, on obtient :

$\tau_y^{(0)} = 0\ MPa$: m = 16.8 (Dang Van)

$\tau_y^{(0)} = 60\ MPa$: m = 10 (Papadopoulos) et (Morel)

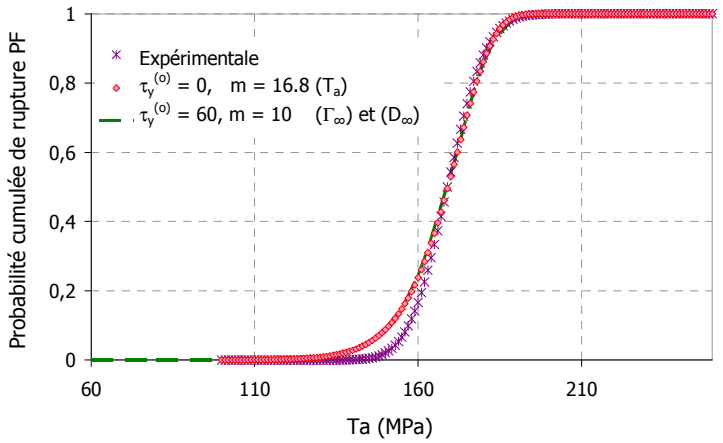


Fig. 28 – Effet de l'introduction d'un seuil $\tau_y^{(0)} = 60\ MPa$ (C35 – Torsion)

La Fig. 28 illustre, pour les trois types de loi, l'évolution de la probabilité cumulée de rupture en fonction de l'amplitude de la contrainte de cisaillement pour un chargement de torsion. Il apparaît clairement que les trois lois conduisent à des prédictions très proches et ceci quelle que soit la probabilité de rupture. Lors de l'identification des paramètres du modèle, le fait de négliger $\tau_y^{(0)}$ entraîne une augmentation de l'exposant de Weibull (pour l'acier ferrito-perlitique étudié ici m passe de 10 à 17). Cette augmentation compense en quelque sorte l'absence du seuil $\tau_y^{(0)}$.

Par souci de simplicité et même si nous nous éloignons légèrement de la physique des mécanismes, la quantité $\tau_y^{(0)}$ sera considérée négligeable dans la suite de cette étude. Nous obtenons alors un modèle qui dépend de deux paramètres *m* et $V_0(T_0)^{(1/m)}$. Une conséquence intéressante de ce choix est que le modèle de Weibull à deux paramètres (au contraire des modèles à trois paramètres) conduit à des facteurs d'hétérogénéité qui ne dépendent pas du niveau de charge mais uniquement de l'exposant *m*.

Avec cette loi à deux paramètres, la moyenne de la limite de fatigue s'écrit alors:

$$t_{-1} = T_0 \left(\frac{V_0}{V I_m^{To}} \right)^{1/m} G\left(1 + \frac{1}{m}\right) \tag{II.20}$$

$$\frac{s_{-1}}{2} = T_0 \left(\frac{V_0}{V \omega_m^{Tr} I_m^{To}} \right)^{1/m} G\left(1 + \frac{1}{m}\right) \tag{II.21}$$

où la fonction Gamma est définie par : $G(t) = \int_0^\infty x^{t-1} e^{-x} dx$

Il est intéressant de remarquer que plus le volume sollicité est grand, plus la limite de fatigue moyenne est petite. Dans la suite, on va s'intéresser plutôt à la limite de fatigue moyenne associée à un volume sollicité donné.

2.2.3. Facteur d'hétérogénéité des systèmes de glissement activés :

- **Facteur d'hétérogénéité spatial** *[Hild, Billardon et al. 1992; Hild 2002; Morel et Palin-Luc 2002; Flacelière et Morel 2004b]*:

Afin d'illustrer l'implication de la distribution des contraintes dans l'approche probabiliste proposée, prenons l'exemple de chargements uniaxiaux appliqués à des éprouvettes d'essai en fatigue. Dans le cas d'un chargement non uniforme en volume, d'après la définition du facteur d'hétérogénéité des contraintes (II.13) :

$$H_m = \frac{1}{V} \int_V \left(\frac{C_a(M)}{\mathcal{T}_a} \right)^m dV \tag{II.22}$$

Ce facteur vaut 1 dans le cas d'une distribution homogène des contraintes (cas de la traction) et il est fonction à la fois du type de chargement (flexion plane, flexion rotative, flexion 3 points ou 4 points) et de la géométrie du composant sollicité (éprouvette de section circulaire, rectangulaire...).

Le gradient de contrainte introduit par le type de chargement conduit donc à un facteur d'hétérogénéité inférieur ou égal à 1 (Fig. 29). D'après la relation (II.12), la résistance en fatigue est d'autant plus grande que la valeur de H_m est petite. L'effet bénéfique du gradient spatial des contraintes sur la limite de fatigue est donc correctement modélisé et il est possible d'expliquer la raison pour laquelle la limite de fatigue en flexion plane est supérieure à celle en flexion rotative, elle-même supérieure à celle en traction.

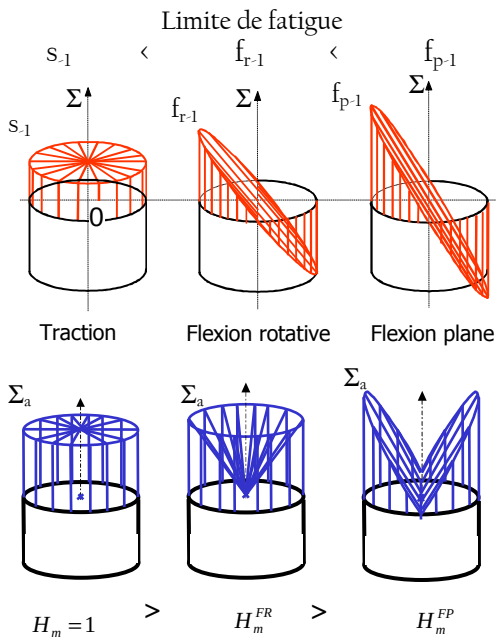


Fig. 29 – Distribution des contraintes dans la section transversale d'éprouvette cylindrique sous différentes sollicitations (traction, flexion rotative et flexion plane) *[Palin-Luc et Lasserre 2000; Flacelière et Morel 2004b]*

- ***Facteur d'hétérogénéité directionnel*** *[Huyen et Morel 2007b; Morel et Huyen 2008]* :

En choisissant de considérer $\tau_y^{(0)}$ comme négligeable et un chargement homogène ($H_m = 1$), l'inconvénient du modèle à 3 paramètres disparaît puisque les facteurs d'hétérogénéité sont alors indépendants du niveau de charge. D'après (II.11), on obtient une loi de Weibull à deux paramètres:

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0} \int_\Omega \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left\langle \frac{T_a(\theta,\phi,\psi)}{T_0} \right\rangle^m \sin\theta d\psi d\theta d\phi \right\} dV \right] \tag{II.23}$$

ou

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{V}{V_0 T_0^m} \mathcal{T}_a^m \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left\langle \frac{T_a(\theta,\phi,\psi)}{\mathcal{T}_a} \right\rangle^m \sin\theta d\psi d\theta d\phi \right] \tag{II.24}$$

avec

$$\mathcal{T}_a = \max_{\theta,\varphi,\psi} \{ T_a(\theta,\varphi,\psi) \} \tag{II.25}$$

$$I_m = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left\langle \frac{T_a(\theta,\phi,\psi)}{\mathcal{T}_a} \right\rangle^m \sin\theta d\psi d\theta d\phi \tag{II.26}$$

→

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{V}{V_0} \frac{\mathcal{T}_a^m}{T_0^m} I_m \right] \tag{II.27}$$

L'intégrale I_m dépend fortement de l'exposant m et du mode de chargement (Fig. 30) mais il est indépendant de la géométrie et de la taille du composant sollicité. En particulier, on constate que la sensibilité au mode de chargement est d'autant plus grande que la valeur de l'exposant m est faible.

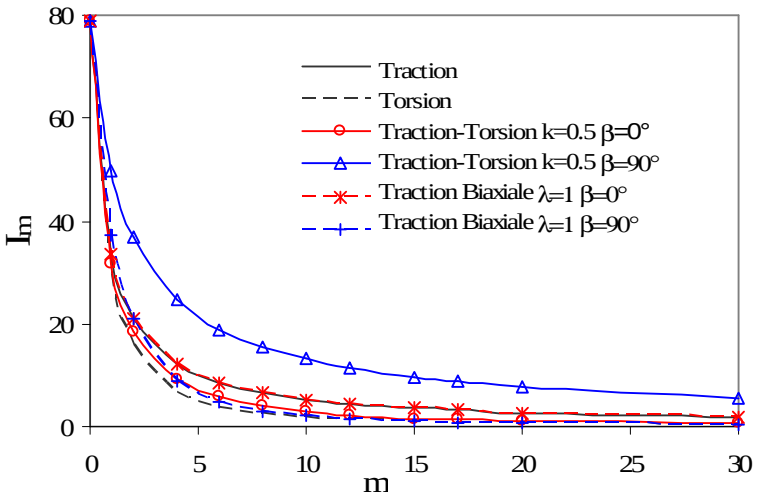


Fig. 30 – Evolution du facteur I_m en fonction de l'exposant m pour différents types de chargement (avec $k=\Sigma_{xy,a}/\Sigma_{xx,a}$ et $\lambda=\Sigma_{yy,a}/\Sigma_{xx,a}$)

En utilisant la sollicitation de torsion comme référence, le facteur d'hétérogénéité ω_m défini à l'équation (II.13) est égal à 1 en torsion et ceci quelle que soit la valeur de m (le terme I_m^{To} lui varie en fonction de m). Ce facteur reflète la répartition de l'intensité de la cission sur l'ensemble des systèmes de glissement (mais par rapport à un état de cisaillement). Le facteur d'hétérogénéité directionnel en traction permet simplement de traduire le fait qu'un plus grand nombre de systèmes de glissement est potentiellement actif pour ce chargement que pour un chargement de torsion par exemple. Cette plus grande probabilité d'amorçage conduit alors à une résistance en fatigue moindre en traction qu'en torsion (et ceci indépendamment des effets de contrainte normale).

Pour illustrer la manière dont le mode de chargement (et donc le facteur d'hétérogénéité directionnel) influe sur les prédictions du critère, l'amplitude de la cission résolue maximale normalisée par sa valeur en torsion pure est calculée dans le cas d'un chargement quelconque de traction-torsion combinées.

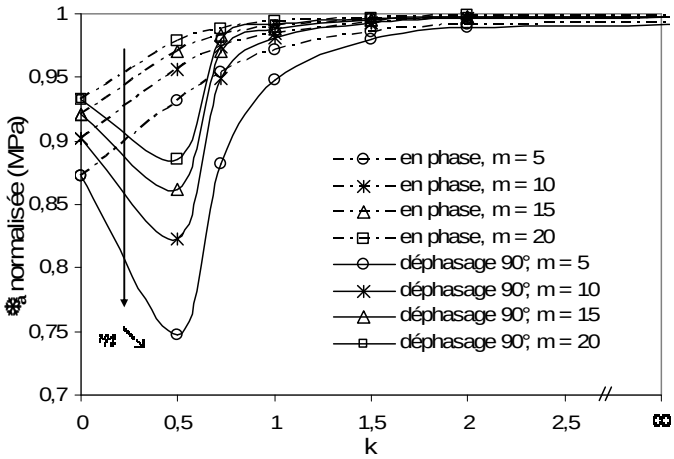


Fig. 31 – Prédictions de l'amplitude de la cission maximale normalisée par la limite de fatigue en torsion en fonction de m pour un chargement combiné de traction-torsion (k = 0.5) avec ou sans déphasage de 90°.

La Fig. 31 montre, pour les rapports de contrainte $k=\Sigma_{xya}/\Sigma_{xa}$ compris entre 0 (traction) et ∞ (torsion), l'évolution des valeurs prédites de T_a normalisées par la limite de fatigue en torsion t_{-1}. On constate que l'augmentation de l'exposant m tend à gommer les effets de la biaxialité et que le changement de trajet de chargement (passage d'un déphasage de 0° à un déphasage de 90°) conduit à une chute locale des valeurs

prédites au passage de k = 0.5. Ce cas « pathologique » de chargement, bien connu en fatigue, engendre un nombre de plans critiques (où l'amplitude de cission est maximale) particulièrement important (voir Fig. 33). La probabilité d'amorçage résultante étant plus grande, les valeurs de résistance en fatigue prédites chutent.

Plaçons-nous maintenant dans le cas de l'acier ferrito-perlitique C35 en utilisant la valeur de m identifiée précédemment (m = 17). On obtient l'évolution de ω_m en fonction du rapport $k=\Sigma_{xy,a}/\Sigma_{xx,a}$ et du déphasage (Fig. 32).

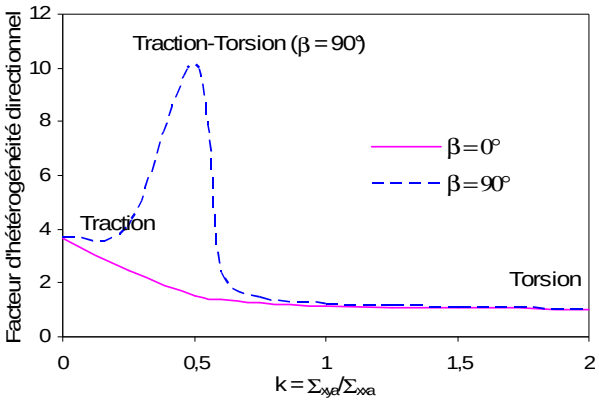


Fig. 32 – Evolution du facteur d'hétérogénéité des systèmes de glissement activés ω_m $(m=17)$ en fonction du rapport $k=\Sigma_{xya}/\Sigma_{xxa}$ pour un chargement combiné de traction-torsion avec ou sans déphasage de 90°.

Il est clair que les chargements de traction–torsion en phase correspondant aux valeurs de $k=\Sigma_{xya}/\Sigma_{xxa}$ variant de 0 (traction) à ∞ (torsion) conduisent à des valeurs de ω_m comprises entre les deux valeurs extrêmes (c.à.d. entre ~ 4 et 1). On vérifie bien le fait que plus de systèmes sont activés en traction qu'en torsion. Cependant, dans le cas du chargement de traction – torsion avec un déphasage de 90°, cette évolution change complètement, en particulier, une valeur maximale de ω_m proche de 10 est atteinte au passage de k=0.5.

Il est aisé d'illustrer ces différentes valeurs en construisant un graphe représentatif de la distribution de l'amplitude de cission résolue maximale sur chaque plan de glissement possible (Fig. 33). Dans un repère (x,y,z) relatif au volume de matière sollicité, toutes les directions issues de l'origine sont associées à une normale à un plan de glissement. Sur cette direction, on reporte un point dont la distance à l'origine correspond à la valeur de l'amplitude de cission résolue maximale sur le plan considéré. En scrutant toutes les directions possibles de l'espace, on construit une surface représentative de la sévérité du chargement en terme de direction. A l'aide de trois sollicitations différentes : traction, torsion et traction-torsion combinées (avec un rapport de biaxialité $k=\Sigma_{xya}/\Sigma_{xxa}$ de 0.5 et un déphasage entre les composantes des contraintes de 0° et 90°), on montre clairement que cette surface dépend du mode et du trajet de chargement.

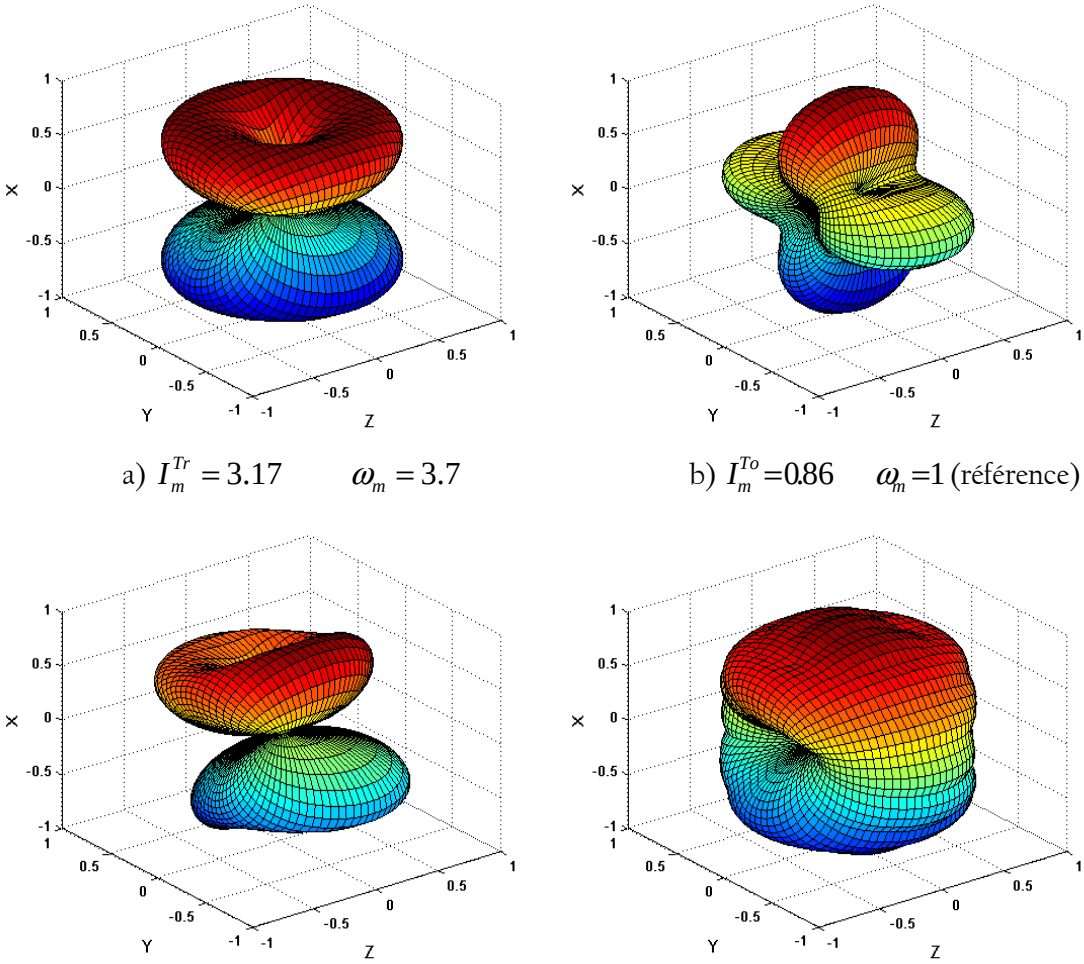
Les facteurs d'hétérogénéités directionnels relatifs à ces trois chargements valent :

Traction : ω_m = 3.7

Torsion : ω_m = 1 (chargement de référence)

Traction – torsion combiné (k=0.5, β=90°) : ω_m = 10.1

Le cas du chargement de traction – torsion combiné avec un déphasage de 90° et un rapport de biaxialité k=0.5 se démarque singulièrement des trois autres chargements en cela que la surface est distribuée de manière beaucoup plus isotrope. La valeur de ω_m = 10.1 reflète parfaitement le plus grand nombre de plans fortement sollicités pour le chargement combiné avec déphasage que pour les autres chargements. Comme pour les hétérogénéités spatiales, ce facteur d'hétérogénéité directionnelle conduira, si sa valeur est élevée, à des résistances en fatigue moindres.



a) $I_m^{Tr} = 3.17$ $\omega_m = 3.7$

b) $I_m^{To} = 0.86$ $\omega_m = 1$ (référence)

c) $I_m^{Tr} = 1.33$ $\omega_m = 1.54$

d) $I_m^{Tr} = 8.71$ $\omega_m = 10.1$

Fig. 33 – Répartition de l'amplitude de la cission résolue maximale $C_a(M) = \max_{\theta,\phi,\psi}\{T_a(\theta,\phi,\psi,M)\}$ en un point M de la surface d'un échantillon cylindrique soumis à trois chargements différents
a) traction,
b) torsion (chargement de référence),
c) traction+torsion (k=0.5, β=0°),
d) traction+torsion (k=0.5, β=90°).

2.3. Influence des paramètres de chargement :

L'influence des paramètres du chargement mécanique sur la distribution des capacités d'adaptation élastique des grains f_0 (Eq.(II.2)) peut apparaître soit à travers le module de Weibull m, soit à travers le facteur d'échelle T_0 (Eq.(II.23)) (ou de manière équivalente à travers Γ_0). Le travail réalisé par *[Flacelière et Morel 2004b]* sur l'acier C35 a montré que les dispersions expérimentales estimées en torsion et en traction conduisent à des valeurs de m proches, mais les limites de fatigue (à 50%) sont nettement différentes. Cette constatation semble indiquer que la dispersion ne dépend pas (ou peu) du mode de chargement. Pour cette raison seul le facteur d'échelle T_0 sera modifié pour prendre en compte ces effets de chargement.

Remarque sur l'effet d'une contrainte moyenne de cisaillement:

Les études de *[Froustey 1987; Papadopoulos, Davoli et al. 1997; Davoli, Bernasconi et al. 2003]* ont abouti à la même conclusion: le cisaillement moyen n'intervient ni sur la limite de fatigue en traction (ou en flexion) ni sur la limite de fatigue en torsion (si la contrainte de cisaillement maximale ne dépasse pas environ 0.8 fois la limite d'élasticité en cisaillement du matériau). La Fig. 34 regroupe un grand nombre de résultats expérimentaux illustrant cette caractéristique.

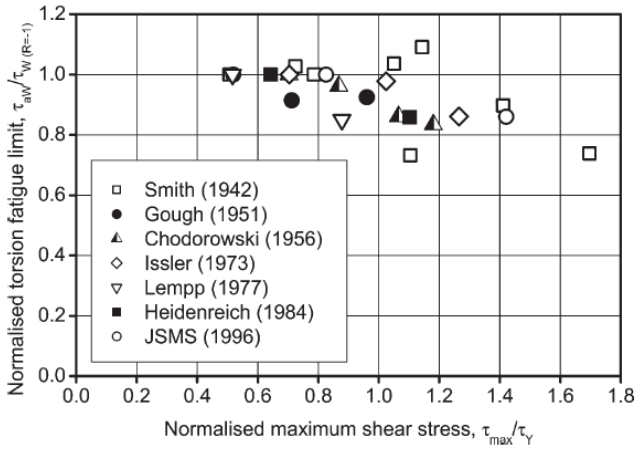


Fig. 34 – Influence du cisaillement maximum sur la limite d'endurance en torsion pour les métaux ductiles (D'après *[Davoli, Bernasconi et al. 2003]*)

Cette indépendance vis-à-vis d'une cission moyenne est parfaitement prise en compte dans l'approche probabiliste proposée simplement par le fait que seule l'amplitude de la cission résolue représente l'intensité du chargement.

2.3.1. Nécessité de prise en compte de la contrainte normale (amplitude et moyenne) :

Si nous continuons, comme nous l'avons fait jusqu'à maintenant, à supposer que seul un mécanisme de cisaillement est à l'origine de l'apparition de microfissures, pour une même probabilité de rupture de 50%, les valeurs maximales de l'amplitude de cission résolue pour des chargements de traction et de torsion peuvent se déduire de (II.23) et (II.27):

$$\tau_a^{Tr} = \left(\frac{\omega_m^{To}}{\omega_m^{Tr}} \right)^{1/m} \tau_a^{To} \qquad \text{(II.28)}$$

En appliquant (II.26), le rapport entre les facteurs d'hétérogénéité en traction et en torsion conduit à :

$$\frac{\tau_a^{Tr}}{\tau_a^{To}} = \left(\frac{\omega_m^{To}}{\omega_m^{Tr}} \right)^{1/m} = 0.93 \qquad \text{(II.29)}$$

Dans le cas de l'acier C35, à partir des valeurs moyennes de la limite de fatigue en traction (s_{-1} = 236 MPa) et en torsion (t_{-1} = 169 MPa), on déduit :

$$\tau_a^{To} = t_{-1} = 169\ MPa \qquad \text{(II.30)}$$

$$\tau_a^{Tr} = \frac{s_{-1}}{2} = 118\ MPa \qquad \text{(II.31)}$$

Soit $$\frac{\tau_a^{Tr}}{\tau_a^{To}} = 0.7 \qquad \text{(II.32)}$$

La relation (II.29) issue de l'approche probabiliste et ne faisant intervenir que le module de Weibull *m*, ne suffit donc pas à expliquer la différence des limites de fatigue expérimentales obtenues sur cet acier. Il devient indispensable de prendre en compte l'influence de la contrainte normale, qu'elle soit statique ou alternée.

+ **Effet d'une contrainte normale moyenne:**

Au contraire du cisaillement moyen, la contrainte moyenne de traction (ou de flexion) a un effet important sur la limite de fatigue en traction (ou en flexion) *[Liu et Zenner 2003]*). Il apparaît qu'une contrainte moyenne de traction (positive) réduit la limite de fatigue alors qu'une contrainte moyenne de compression (négative) conduit à une augmentation significative de la durée de vie.

Il existe plusieurs lois empiriques (Soderberg, Goodmann, Gerber...) qui décrivent l'influence d'une contrainte moyenne sur la limite d'endurance pour des essais uniaxiaux (caractérisés par l'amplitude et la moyenne de la sollicitation appliquée) du type traction-compression ou flexion.

Par exemple *[Dubar 1992]*, sur un acier 30NCD16, montre un affaiblissement très net de la limite de fatigue quand la contrainte moyenne σ_m augmente pour un chargement de flexion plane (Fig. 35a). Par contre, en torsion, la contrainte moyenne de flexion (Fig. 35b) a moins d'influence sur les amplitudes de cisaillement admissible.

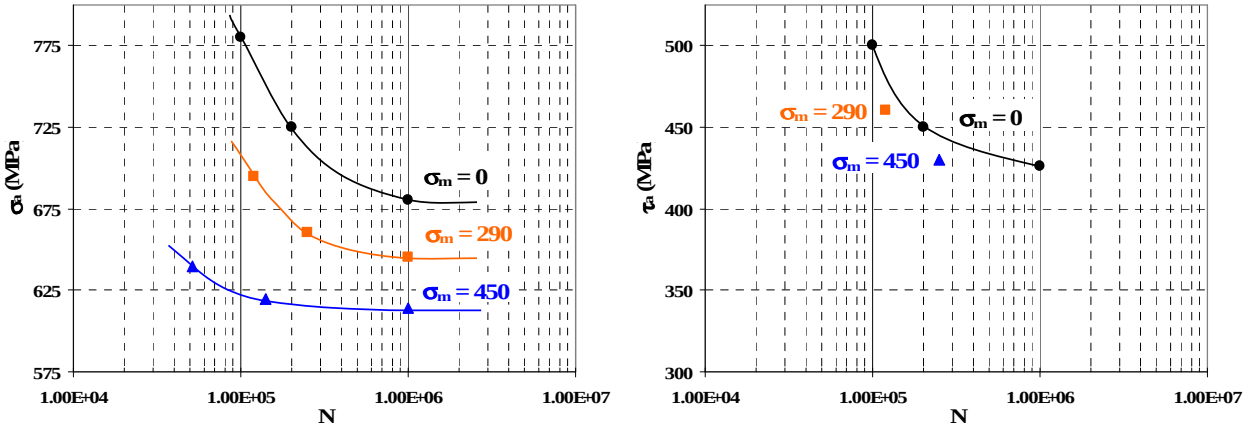


Fig. 35 – Courbes de Wöhler pour trois valeurs de σ_m (acier 30NCD16) – *[Dubar 1992]*
a) en flexion plane et b) en torsion avec une contrainte moyenne de flexion.

2.3.2. Prise en compte de l'effet de contrainte normale à travers la contrainte hydrostatique

Une manière simple de prendre en compte l'effet des contraintes normales est d'utiliser le premier invariant du tenseur des contraintes et plus précisément la contrainte hydrostatique, notée Σ_H. Pour le modèle à deux échelles utilisé, cette quantité est intégralement transmise de l'échelle macroscopique à l'échelle mésoscopique :

$$\Sigma_H(t) = \frac{1}{3} tr(\Sigma) = \frac{1}{3} tr(\sigma) \qquad \text{(II.33)}$$

En utilisant deux coefficients différents de sensibilité à la contrainte hydrostatique (amplitude et moyenne) κ et γ' et en partant du concept de limite d'endurance généralisée pour un chargement multiaxial quelconque *[Morel 2001]*, on peut proposer une expression du facteur d'échelle T_0 de la forme :

$$T_0 = T_0' \frac{1-\gamma'\Sigma_{H,m}}{1+\kappa\dfrac{\Sigma_{H,a}}{\mathcal{T}_a}} \tag{II.34}$$

où κ et γ' sont des paramètres matériau. $\Sigma_{H,m}$ et $\Sigma_{H,a}$ sont la moyenne et l'amplitude de la contrainte hydrostatique respectivement.

La probabilité cumulée devient :

$$P_F = 1-\exp\left[-\frac{V}{V_0\left(T_0'\right)^m} I_m \left\langle \frac{\mathcal{T}_a + \kappa\Sigma_{H,a}}{1-\gamma'\Sigma_{H,m}} \right\rangle^m\right] \tag{II.35}$$

Si on se restreint au seul cas des chargements alternés, il vient :

$$P_F = 1-\exp\left[-\frac{VI_m^{To}}{V_0\left(T_0'\right)^m} \omega_m \left\langle \mathcal{T}_a + \kappa\Sigma_{H,a} \right\rangle^m\right] \tag{II.36}$$

Le grand intérêt de cette formulation utilisant la contrainte hydrostatique est que le facteur I_m (ou le facteur d'hétérogénéité ω_m) et l'amplitude maximale de la cission résolue macroscopique $\mathcal{T}_a$ sont les mêmes que ceux définis par (II.25) et (II.26).

2.3.3. Prise en compte de l'effet de contrainte normale à travers les contraintes normales agissant sur chaque plan matériel

Une autre manière plus coûteuse (en temps de calcul) mais mieux justifiée de tenir compte de l'influence de la contrainte normale sur la tenue en fatigue est d'utiliser les contraintes normales $\Sigma_n(\varphi,\theta)$ agissant sur l'ensemble des plans matériels possibles. Comme pour la contrainte hydrostatique, on peut choisir deux coefficients de sensibilité différents pour les effets de moyenne et d'amplitude. T_0 peut par exemple s'écrire :

$$T_0\left(\theta,\phi,\psi\right) = T_0' \frac{1-\gamma\Sigma_{n,m}\left(\theta,\phi\right)}{1+\alpha\dfrac{\Sigma_{n,a}\left(\theta,\phi\right)}{T_a\left(\theta,\phi,\psi\right)}} \tag{II.37}$$

où $\Sigma_{n,m}\left(\theta,\phi\right)$ et $\Sigma_{n,a}\left(\theta,\phi\right)$ sont la moyenne et l'amplitude de la contrainte normale,

α et γ sont les coefficients de la sensibilité à la contrainte normale,

Le rapport $\dfrac{\Sigma_{n,a}\left(\theta,\phi\right)}{T_a\left(\theta,\phi,\psi\right)}$ est associé à un taux de triaxialité particulier.

A partir des Eqs. (II.23) et (II.27), l'expression de la probabilité cumulée devient :

$$P_F = 1-\exp\left[-\frac{V}{V_0\left(T_0'\right)^m} \bar{I}_m \mathrm{X}_a^m\right] \tag{II.38}$$

où :

$$\bar{I}_m = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\psi=0}^{2\pi}\left(\frac{\chi_a\left(\theta,\phi,\psi\right)}{\left(1-\gamma\Sigma_{n,m}\left(\theta,\phi\right)\right)\mathrm{X}_a}\right)^m \sin\theta d\theta d\phi d\psi \tag{II.39}$$

$$\chi_a\left(\theta,\phi,\psi\right) = T_a\left(\theta,\phi,\psi\right) + \alpha\Sigma_{n,a}\left(\theta,\phi\right) \tag{II.40}$$

$$X_a = \max_{\theta,\phi,\psi}\left\{\chi_a\left(\theta,\phi,\psi\right)\right\} \tag{II.41}$$

Un nouveau facteur d'hétérogénéité $\overline{\omega}_m$ dépendant du chargement est défini de la même façon que dans l'expression (II.13):

$$\overline{\omega}_m = \frac{\overline{I}_m}{\overline{I}_m^{To}} \tag{II.42}$$

Remarquons que la contrainte normale est fonction des angles θ et ϕ alors que la contrainte hydrostatique précédente n'est pas associée au plan de glissement. De plus, il faut rappeler que l'hypothèse d'un chargement homogène a été choisie pour expliciter les deux facteurs d'hétérogénéités des systèmes de glissement activés ω_m (sans influence de la contrainte normale) et $\overline{\omega}_m$ (avec l'influence de la contrainte normale). Si ce n'est pas les cas, le facteur d'hétérogénéité spatial doit intervenir.

2.3.4. De la meilleure façon de prendre en compte les effets de contrainte normale:

Les essais de fatigue en torsion et en traction alternés (pour une même probabilité de rupture de 50%) de l'acier C35 *[Flacelière 2004]* sont repris comme point de départ pour identifier les coefficients de sensibilité à la contrainte normale α et à la contrainte hydrostatique κ.

En appliquant (II.36) et (II.38), on obtient les égalités suivant :

Contrainte hydrostatique : $$\left\langle \mathcal{T}_a + \kappa\Sigma_{H,a}\right\rangle^{Tr} = \left(\frac{\omega_m^{To}}{\omega_m^{Tr}}\right)^{1/m}\left\langle \mathcal{T}_a + \kappa\Sigma_{H,a}\right\rangle^{To} \tag{II.43}$$

Contrainte normale : $$\mathrm{X}_a^{Tr} = \left(\frac{\overline{\omega}_m^{To}}{\overline{\omega}_m^{Tr}}\right)^{1/m}\mathrm{X}_a^{To} \tag{II.44}$$

Dans le cas de l'acier C35 (m=17) et des chargements alternés, les coefficients de sensibilité sont des paramètres du matériau:

Contrainte hydrostatique : $\kappa = 0.49$
Contrainte normale : $\alpha = 0.4$

Les valeurs maximales d'amplitude de cission résolue, en fonction du rapport *k* entre les composantes de cisaillement et normale des contraintes, sont présentées sur la Fig. 36. Ces courbes montrent l'intérêt de la prise en compte de la contrainte normale agissant sur tous les systèmes de glissement. On constate que les erreurs de prédiction grandissent quand la part des contraintes normales augmente, c'est-à-dire quand k diminue (Fig. 36a). L'erreur la plus importante apparaît en traction pure quand k=0.

En effet, dans le cas où l'effet de contrainte normale ou de contrainte hydrostatique n'est pas introduit (courbe verte), les résultats numériques sont très éloignés des résultats expérimentaux. Par contre, les deux cas avec prise en compte de la contrainte hydrostatique (courbe rouge) et de la contrainte normale (courbe bleu) donnent des résultats assez proches. Pour les sollicitations de traction-torsion en phase ou hors phase, les prédictions sont de bonne qualité même pour le cas très particulier où le déphasage vaut 90° et le rapport entre les contraintes k = 0.5. Cette comparaison prouve la nécessité et l'efficacité de la prise en compte des effets de contrainte normale (et ceci même à travers la contrainte hydrostatique).

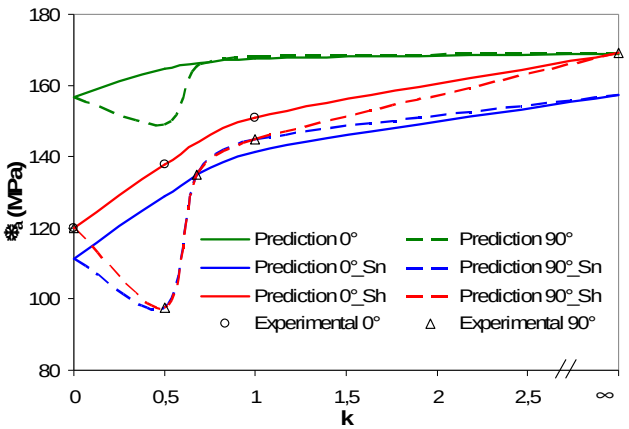


Fig. 36 – Comparaison entre prédictions et données expérimentales sur le C36 (m=17) pour le modèle sans et avec influence de la contrainte normale ou de la contrainte hydrostatique (Traction – Torsion alterné).

L'influence de la contrainte hydrostatique ou de la contrainte normale peut s'expliquer en partie par l'effet néfaste d'une contrainte d'ouverture sur la propagation cristallographique des fissures courtes et par une plus grande facilité au franchissement des barrières microstructurales.

Pour les exemples de chargement choisis, les deux types de correction, avec contrainte hydrostatique ou contrainte normale, conduisent à des prédictions très proches même si l'emploi de la contrainte normale semble être plus justifié physiquement. Ceci explique sans doute le bon comportement de certains critères d'endurance multiaxiaux basés sur l'utilisation de la contrainte hydrostatique comme les critères de Dang Van et de Papadopoulos.

3. CRITERE D'ENDURANCE MULTIAXIALE PROBABILISTE

Il a été prouvé précédemment que les limites de fatigue moyennes en traction pour plusieurs matériaux métalliques ne peuvent être prédites correctement à l'aide de la seule relation (II.28) à partir de limites de fatigue en torsion. En d'autres termes, le nombre de systèmes de glissement fortement sollicités ne suffit pas seul à expliquer la différence entre ces deux modes de chargement. On a montré qu'il fallait d'une manière ou d'une autre prendre en compte les effets de contrainte normale.

La plupart des critères d'endurance ne font intervenir que deux paramètres mécaniques (un paramètre lié au cisaillement et un paramètre associé à la contrainte normale) et nécessitent l'identification de deux coefficients matériaux. A partir de l'approche présentée dans la partie précédente, nous allons introduire un critère d'endurance faisant apparaître un troisième coefficient lié à la distribution des hétérogénéités microstructurales.

Signalons à nouveau que ces critères établis dans l'hypothèse où le mode de chargement est le même dans l'ensemble du composant considéré.

3.1. Première proposition avec contrainte hydrostatique :

A partir de l'expression (II.35) et en introduisant l'effet des contraintes normales par le biais de la contrainte hydrostatique, il est aisé de déduire un critère d'endurance multiaxiale probabiliste d'expression proche de celle d'un critère classique d'endurance multiaxiale (Dang Van ou Papadopoulos):

$$H_m^{1/m}\omega_m^{1/m}\left(\tau_a + \kappa\Sigma_{H,a}\right) = q\left(P_F, V\right)\left(1-\gamma'\Sigma_{H,m}\right) \qquad \text{(II.45)}$$

où : $$q\left(P_F,V\right)=\left(\frac{V_0\left(T_0'\right)^m \ln\left(\frac{1}{1-P_F}\right)}{I_m^{To}V}\right)^{1/m} \tag{II.46}$$

κ et γ sont des paramètres du matériau nécessairement positifs
$\Sigma_{H,a}$ et $\Sigma_{H,m}$ sont respectivement l'amplitude et la moyenne de la contrainte hydrostatique

L'équation (II.45) est très similaire à celle de Dang Van à l'exception de la pondération du terme $\left(\tau_a+\kappa\Sigma_{H,a}\right)$ par les deux facteurs d'hétérogénéité $H_m^{1/m}$, $\omega_m^{1/m}$ et par $\left(1-\gamma'\Sigma_{H,m}\right)$. Dans le cas de chargements purement alternés, le critère proposé équivaut à celui de *[Dang Van 1973]* quand *m* tend vers l'infini et à celui de *[Papadopoulos 1993a]* quand *m* est égal à 2. Il est très intéressant de remarquer que l'ordonnée à l'origine *q* dépend à la fois de la probabilité de rupture et du volume du composant sollicité.

3.2. Deuxième proposition avec contrainte normale:

Si maintenant on fait intervenir explicitement les contraintes normales associées à chaque plan, on déduit un critère de la forme:

$$H_m^{1/m}\overline{\omega}_m^{1/m}X_a=q\left(P_F,V\right) \tag{II.47}$$

où : $$q\left(P_F,V\right)=\left(\frac{V_0\left(T_0'\right)^m \ln\left(\frac{1}{1-P_F}\right)}{\overline{I}_m^{To}V}\right)^{1/m} \tag{II.48}$$

X_a est défini par les Eqs. (II.40) et (II.41),
$\overline{\omega}_m$ est le facteur d'hétérogénéité défini par l'Eq. (II.42).

On remarque ici la similitude entre le critère proposé et celui de *[Robert 1992]* établi à l'échelle macroscopique. Ces deux critères se distinguent des autres critères de type plan critique de la littérature par la prise en compte des influences des parties moyenne et alternée de la contrainte normale plutôt que de la pression hydrostatique. Dans (II.47), l'influence de l'amplitude de contrainte normale est traduite par le coefficient de sensibilité α dans X_a. L'influence de la moyenne de la contrainte normale est prise en compte implicitement dans le facteur d'hétérogénéité $\overline{\omega}_m^{1/m}$ à travers le coefficient γ (voir (II.42) et (II.48)).

Remarque :

Depuis le début de ce chapitre, il a été question du volume sollicité et il n'a été nullement question du fait que les fissures apparaissent la plupart du temps en fatigue à la surface libre des échantillons. Au lieu d'utiliser le volume contraint, il est donc tout à fait envisageable d'avoir recours à la surface du composant sollicité. Si on opère de la sorte, toutes les relations précédentes restent valables, le volume V étant remplacé par la surface S.

Pour des raisons de simplicité et de cohérence avec les observations, nous supposerons que tous les chargements considérés dans la suite engendrent à la surface des échantillons un chargement suffisamment homogène pour considérer que le facteur d'hétérogénéité spatial est proche de 1.

3.3. Influence du choix du critère sur les prédictions :

Il semble, d'après la Fig. 36, que les essais combinés de flexion-torsion ou de traction-torsion disponibles dans la littérature ne soient pas suffisamment discriminants pour mettre en évidence la nécessité d'utiliser la contrainte normale plutôt que la contrainte hydrostatique dans l'expression du critère.

Afin de montrer que l'utilisation de la contrainte hydrostatique dans les critères de fatigue n'est pas toujours justifiée, *[Marquis et Socie 2000]* ont soumis des éprouvettes tubulaires minces d'acier C45 à de la torsion simple alternée et à de la torsion alternée avec pression interne et contrainte axiale statiques ($\Sigma_{Am} = -90\ MPa$, $\Sigma_{Hm} = 90\ MPa$). Les résultats des essais de fatigue pour ces conditions de chargement sont représentés sur la Fig. 37. Même si le nombre de données est réduit, il semble que le chargement statique diminue la résistance en fatigue.

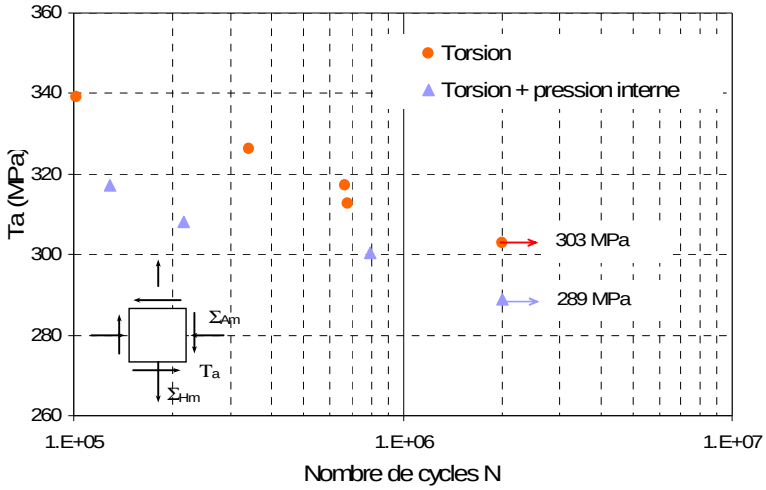


Fig. 37 – Courbe SN en torsion (acier C45) _ *[Marquis et Socie 2000]*

Pour ces essais, la contrainte circonférentielle statique due à la pression interne et la contrainte axiale statique sont prises égales mais de signes opposés ($\Sigma_{Hm} = -\Sigma_{Am}$). De la sorte, la contrainte hydrostatique vaut zéro. Tous les critères d'endurance utilisant la contrainte hydrostatique, et en particulier celui de notre première proposition, ne peuvent donc pas rendre compte de la chute de résistance en fatigue observée avec ce chargement particulier.

Reste maintenant à vérifier si le critère issu de la deuxième proposition avec la correction utilisant les contraintes normales permet de rendre compte de ces données. Ne possédant pas toutes les données nécessaires à l'identification des paramètres du critère probabiliste, il nous faut choisir des valeurs de coefficient cohérentes pour ce type d'acier. Le C45 étant un alliage proche du C35, il ne semble pas totalement irréaliste de réutiliser les données déjà identifiées sur le C35, à savoir $m = 17$ et $t_{-1}/s_{-1} = 0.7$, conduisant à : α = 0.36. Afin d'obtenir le paramètre γ, il faut un critère de correction de la moyenne. L'utilisation de la formulation empirique de Goodman pour un chargement de traction répétée (R=0) est choisie. Cela conduit à une limite de fatigue en traction répétée :

$$\frac{\Sigma_a}{s_{-1}} + \frac{\Sigma_m}{R_m} = 1 \quad \xrightarrow[(R=0)]{\Sigma_a = \Sigma_m = s_0} \quad s_o = \frac{s_{-1} R_m}{R_m + s_{-1}} \tag{II.49}$$

avec : R_m = 700 MPa et t_{-1} = 0.7s_{-1} = 303 MPa.

En appliquant (II.47) pour ce chargement, le paramètre de sensibilité à l'effet de la contrainte normale moyenne γ est ensuite estimé, γ = 0.0019.

Le critère utilisant la correction avec les contraintes normales (Eq. (II.47)) conduit à une prédiction de 270 MPa (pour une limite de fatigue expérimentale de 289 MPa) pour le chargement de torsion avec pression interne et contrainte axiale statiques. Notre choix pour la valeur de γ conduit donc à une prédiction conservative. Plus que la valeur prédite (elle dépend fortement de la valeur de γ et nous n'avions pas les

données nécessaires à une meilleure identification), c'est la capacité de ce type de critère à rendre compte de la baisse de la résistance en fatigue, même pour des contraintes hydrostatiques statiques nulles, qui est intéressante. Cette possibilité n'existe que si la correction porte sur les contraintes normales plutôt que sur la contrainte hydrostatique.

Néanmoins, l'utilisation de la contrainte hydrostatique ne conduit pas à des erreurs trop importantes même pour le chargement très particulier discuté dans cette partie. Pour cette raison et par souci de simplicité, la première proposition faisant apparaître la contrainte hydrostatique sera souvent utilisée dans la suite de ce document.

3.4. Identification des paramètres du critère avec prise en compte de la contrainte hydrostatique :

L'application du critère probabiliste nécessite en particulier d'identifier le module de Weibull *m* ainsi que les coefficients de sensibilité à la contrainte hydrostatique. L'identification de *m* est décrite en annexe C. Il reste donc à déterminer les coefficients de sensibilité à la contrainte hydrostatique à l'aide des limites de fatigue à $P_F = 0.5$ issues d'essais en torsion, en traction ($R = -1$) et en traction avec $R \neq -1$. La procédure d'identification des paramètres du critère suit trois étapes :

- Application du critère à la limite de fatigue moyenne en torsion purement alternée (t_{-1}) ;
- Identification du paramètre κ à l'aide de la limite de fatigue moyenne en traction purement alternée (s_{-1}) ;
- Identification du paramètre γ' à l'aide de la limite de fatigue moyenne en traction avec $R \neq -1$ (s_R).

A l'aide des relations (II.45) et (II.46), il vient:

- Torsion alternée:

$$t_{-1} = q\left(P_F = 0.5, V\right) \tag{II.50}$$

Il est très important de faire remarquer que *q* est fonction du volume du composant sollicité. Pour un composant d'une autre taille et après identification, une nouvelle limite de fatigue peut être prédite.

- Traction alternée:

$$\left(\omega_m^{Tr}\right)^{1/m}\left(\frac{s_{-1}}{2} + \kappa\frac{s_{-1}}{3}\right) = t_{-1} \quad \rightarrow \quad \kappa = \frac{\dfrac{t_{-1}}{\left(\omega_m^{Tr}\right)^{1/m}} - \dfrac{s_{-1}}{2}}{\dfrac{s_{-1}}{3}} \tag{II.51}$$

où ω_m^{Tr} correspond au facteur d'hétérogénéité de la sollicitation de traction

- Traction avec $R \neq -1$:

$$\omega_m^{1/m}\left(\max(T_a) + \kappa\Sigma_{H,a}\right) = t_{-1}\left(1 - \gamma'\Sigma_{H,m}\right)$$

$$\rightarrow \quad \gamma' = \frac{3(1-R)}{(1+R)}\left[\frac{1}{s_R} - \frac{\left(\omega_m^{Tr}\right)^{1/m}\left(\frac{1}{2} + \frac{\kappa}{3}\right)}{t_{-1}}\right] \tag{II.52}$$

Les deux paramètres intrinsèques du matériau κ et γ' dépendent donc du paramètre *m* et des limites de fatigue en torsion t_{-1} et en traction s_{-1} et s_R.

Le domaine de validité du critère est donné par : $\dfrac{\left(\omega_m^{Tr}\right)^{1/m}}{2} < \dfrac{t_{-1}}{s_{-1}} < 1$

3.5. Etude de sensibilité aux paramètres matériau:

Le paragraphe II.3.4 ayant déjà été consacré aux effets des contraintes hydrostatiques statiques et donc au coefficient γ, il sera uniquement question dans cette partie des effets de l'exposant m et du coefficient de sensibilité à la contrainte hydrostatique κ.

Comme illustré à la Fig. 38, κ dépend à la fois du coefficient m et du rapport t_{-1}/s_{-1}. En particulier κ augmente avec le rapport t_{-1}/s_{-1} (caractéristique du type de matériau) et avec l'exposant m (caractéristique de la dispersion dans le matériau). De plus, le critère ne peut s'appliquer que pour des matériaux présentant un rapport t_{-1}/s_{-1} supérieur à une valeur fonction de l'exposant m.

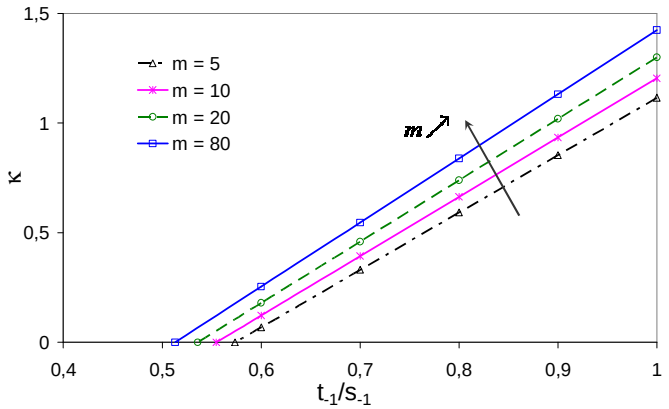


Fig. 38 – Influence des paramètres du matériau (m, t_{-1}/s_{-1}) sur κ

Pour mieux comprendre les effets respectifs du rapport t_{-1}/s_{-1} et du coefficient m sur les limites en fatigue associées à différents modes et trajets de chargement, des exemples de chargements de traction-torsion et traction biaxiale en phase et hors phase vont être considérés ci-dessous.

3.5.1. Influence de t_{-1}/s_{-1} :

Plusieurs études ont montré qu'un seul critère ne suffit pas à représenter le comportement en fatigue de tous les métaux. Parfois une distinction est faite en utilisant le rapport entre la limite d'endurance en torsion t_{-1} et la limite d'endurance en traction-compression s_{-1}. Les métaux « doux » correspondent à un rapport compris entre 0.5 et 0.6. Pour les métaux « durs », le rapport est compris entre 0.6 et 0.8. Enfin les métaux fragiles possèdent un rapport t_{-1}/s_{-1} proche de 1.

Considérons maintenant un chargement de traction-torsion avec et sans déphasage et imposons un exposant de Weibull m égal à 15. Dans le domaine de validité du critère, les trois types de matériaux doux, dur et fragile vont correspondre à trois valeurs de t_{-1}/s_{-1} = 0.54, 0.7 et 1 choisies arbitrairement. Les deux graphes de la Fig. 39 représentent dans deux plans différents les courbes seuils du critère.

Sur la Fig. 39a) illustrant la relation entre Σ_{xaD}/s_{-1} et Σ_{xyaD}/t_{-1}, on constate que l'augmentation du rapport t_{-1}/s_{-1} réduit la limite de fatigue et ceci quel que soit le déphasage. Ce dernier déplace l'ensemble des courbes vers la droite et accentue les différences entre les courbes. Il apparaît également que l'effet du déphasage est moindre pour les rapports t_{-1}/s_{-1} les plus élevés.

La Fig. 39b) représente elle l'évolution de la limite de fatigue exprimée à travers la contrainte normale et de manière normalisée par rapport à la limite pour un déphasage nul. Dans ce plan, on constate également que le type de matériau a un effet direct sur la sensibilité au déphasage, l'effet pour un déphasage de 90° étant le plus marqué.

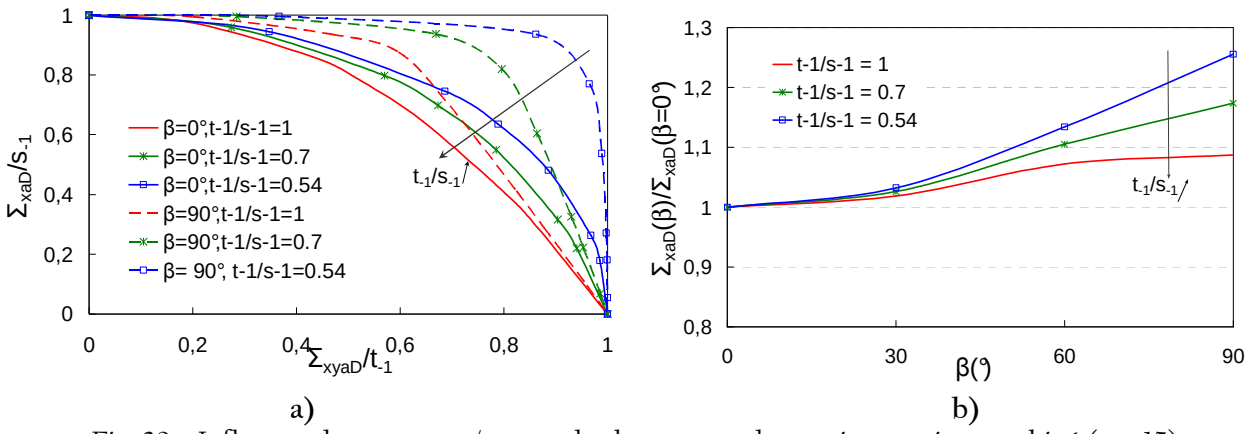


Fig. 39 – Influence du rapport t_{-1}/s_{-1} pour le chargement de traction-torsion combiné (m = 15)
a) sur la sensibilité à la biaxialité
b) sur la sensibilité au déphasage (avec k = 0.5)

Dans le cas de la traction biaxiale avec un rapport de biaxialité de $\lambda = 0.5$, il apparaît clairement que le rapport t_{-1}/s_{-1} représentatif du type de matériau a également un impact important (en passant de 0.54 à 1) sur les valeurs prédites. Ces différences sont uniquement marquées après $\beta = 90°$.

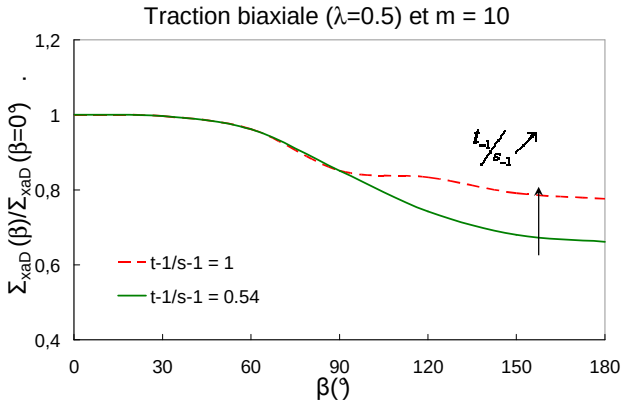


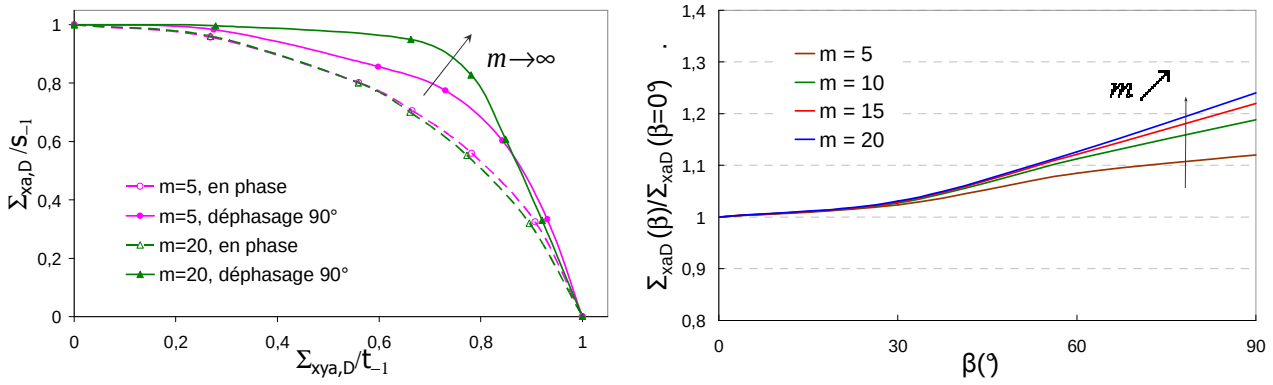
Fig. 40 – Influence du rapport t_{-1}/s_{-1} sur la sensibilité au déphasage pour le chargement de traction biaxiale λ=0.5 (m = 10)

3.5.2. Influence de m :

Etudions maintenant l'influence de l'exposant m sur la résistance en fatigue pour des chargements alternés de traction-torsion combiné et de traction biaxiale. Dans ce contexte, il est intéressant de comparer les prédictions du critère proposé pour différentes valeurs de m. Pour cela, un même rapport t_{-1}/s_{-1} de 0.7 sera utilisé.

La Fig. 41a) illustre la sensibilité du critère à l'exposant m dans le cas du chargement de traction-torsion combiné. Pour un déphasage nul, les prédictions dépendent relativement peu du coefficient m. Quant au cas des sollicitations sinusoïdales avec un déphasage de 90°, on assiste à une différence plus marquée entre les

courbes. Pour ce qui est de la représentation de la Fig. 41b), on constate que l'effet de déphasage est d'autant plus important que la valeur de m est élevée.



a) b)

Fig. 41 – Influence de m sur le seuil du critère pour des chargements de traction-torsion (avec t/s=0.7).
a) sensibilité au taux de biaxialité
b) sensibilité au déphasage (avec un rapport de biaxialité k = 0.5)

Pour ce qui est de la traction biaxiale avec un rapport de biaxialité de $\lambda = 0.5$ (Fig. 42), la valeur du coefficient m n'a pas une influence très marquée sur les prédictions. On observe dans tous les cas une diminution de la résistance au passage à $\beta = 60°$ puis une décroissance continue jusqu'au cas $\beta = 180°$.

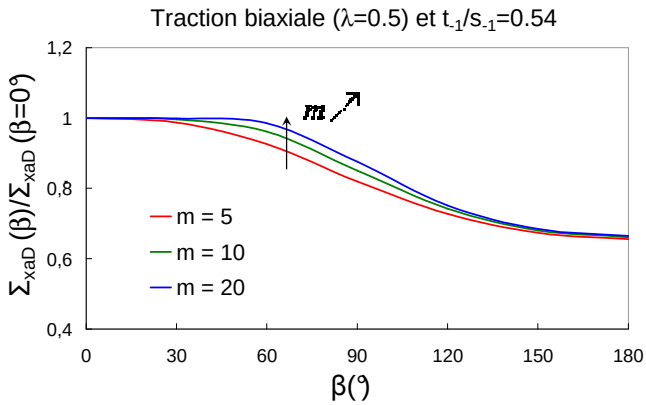


Fig. 42 – Influence du paramètre *m* sur la limite d'endurance (Traction biaxiale λ=0.5)

En conclusion, les prédictions du nouveau critère dépendent d'une part de l'exposant m qui traduit la dispersion de la résistance locale à l'amorçage et d'autre part du rapport t_{-1}/s_{-1} qui reflète le type de matériau. Cette analyse paramétrique détaillée dans le cas de chargements multiaxiaux sinusoïdaux synchrones a permis de montrer que le critère de type « plan critique » proposé pouvait être appliqué pour une grande gamme de métaux caractérisée par le paramètre *m* et le rapport des limites d'endurance alternées en torsion t_{-1} et en traction s_{-1}. L'introduction de l'exposant *m* est la caractéristique qui distingue ce critère des autres critères « méso-macro » proposés par Dang Van et Papadopoulos *[Dang Van 1973; Papadopoulos 1993a; 1994]*.

Ce critère, malgré sa forme simple, présente un lien direct avec les hétérogénéités microstructurales qui gouvernent à la fois la tenue et la dispersion en fatigue. Il prend en particulier compte de l'effet de distribution des contraintes ainsi que du mode de sollicitation. L'exposant *m* qui traduit la dispersion de la résistance à l'amorçage est une donnée intrinsèque du matériau et, comme nous allons le montrer dans la suite, il gouverne les effets dus au trajet de chargement.

4. CONFRONTATION AVEC DES DONNEES EXPERIMENTALES EN FATIGUE MULTIAXIALE ISSUES DE LA LITTERATURE

Contrairement à l'étude paramétrique précédente, il va s'agir, dans cette partie, d'utiliser des données expérimentales en fatigue multiaxiale de la littérature afin d'analyser la qualité des prédictions du critère proposé. Les effets du taux de biaxialité, de déphasage, ou encore de la différence de fréquence entre composantes des contraintes seront en particulier analysés.

Plus précisément, les chargements multiaxiaux suivants seront considérés:

- Chargement de flexion (traction)-torsion combiné sinusoïdal avec le rapport de biaxialité $k = \Sigma_{xya} / \Sigma_{xa}$, le déphasage β_{xy} et la différence de fréquence $\lambda = \omega_{xy} / \omega_x$ entre les composantes des contraintes:

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} & 0 \\ \Sigma_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \Sigma_{xa}\sin(\omega_x t) + \Sigma_{xm} & \Sigma_{xya}\sin(\omega_{xy} t + \beta_{xy}) + \Sigma_{xym} & 0 \\ \Sigma_{xya}\sin(\omega_{xy} t + \beta_{xy}) + \Sigma_{xym} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Chargement de traction biaxiale avec le rapport de biaxialité $k = \Sigma_{ya} / \Sigma_{xa}$, le déphasage β_y et la différence de fréquence $\lambda = \omega_{xy} / \omega_x$ entre les composantes des contraintes:

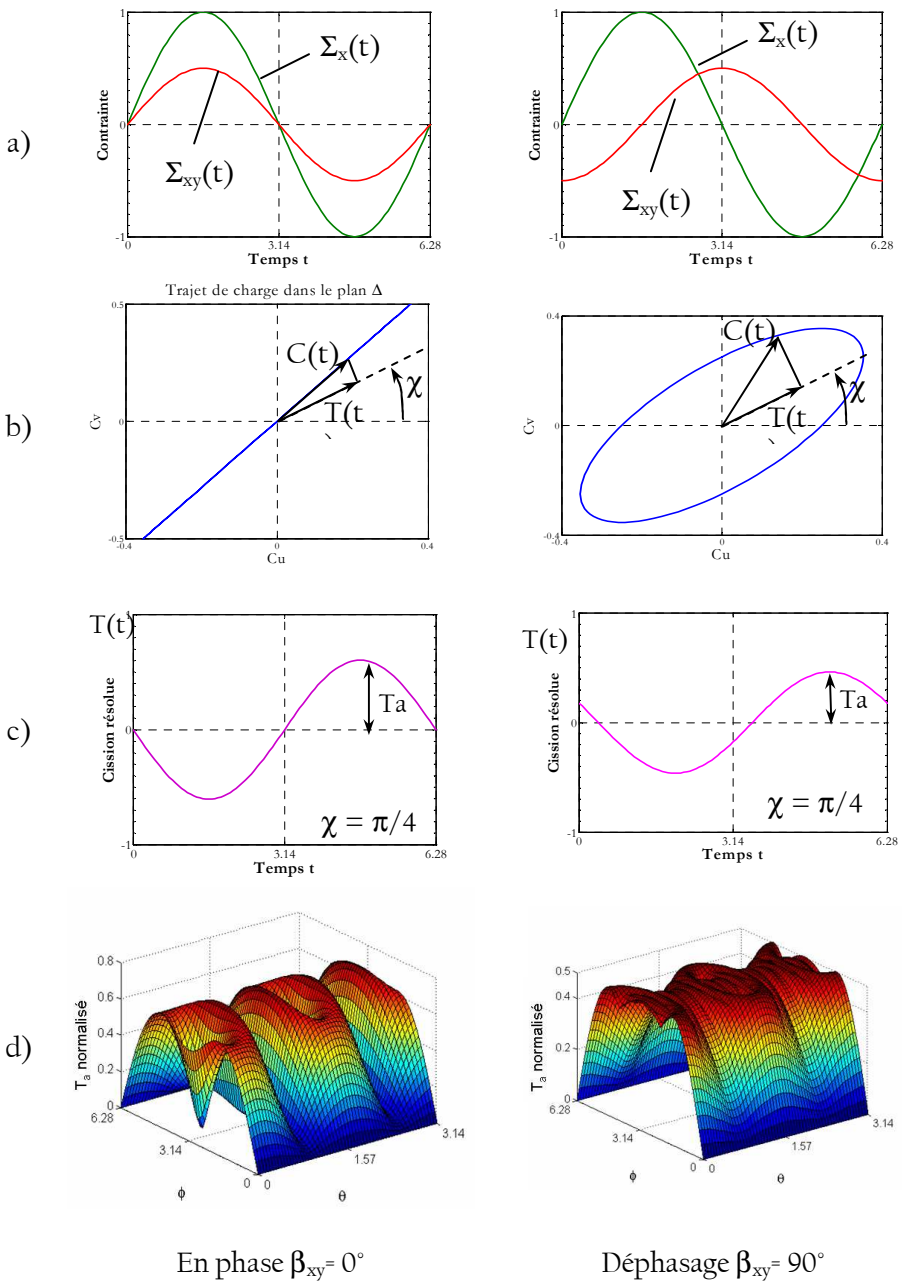
$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \Sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \Sigma_{xa}\sin(\omega_x t) + \Sigma_{xm} & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{ya}\sin(\omega_y t + \beta_y) + \Sigma_{ym} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Influence du déphasage :**

Pour illustrer les effets d'un déphasage sur les évolutions de différents paramètres de chargement, l'exemple d'un chargement de traction-torsion combinée est utilisé. Dans le premier exemple, un déphasage de 90° entre la composante normale et la composante de cisaillement est appliqué et on compare ce cas à l'exemple où les deux composantes Σ_x et Σ_{xy} varient de manière proportionnelle. On retrouve sur la Fig. 43 :

- les évolutions de Σ_x et Σ_{xy} en fonction du temps (Fig. 43a),
- le trajet de l'extrémité du vecteur cission $C(t)$ dans le plan matériel Δ associé aux angles $\theta = \varphi = \pi/4$ (Fig. 43b),
- l'évolution de la cission résolue T en fonction du temps sur une direction de glissement définie à l'aide d'un angle de repérage arbitrairement choisi $\psi = \pi/4$ sur le plan Δ (Fig. 43c),
- la valeur normalisée de l'amplitude maximale de la cission résolue $T_{a,max}$ sur les différents plans repérés par leurs normales $\underline{n}(\theta, \varphi)$ (Fig. 43d).

L'évolution de l'extrémité du vecteur cission sur un plan matériel (choisi arbitrairement ici) prend la forme d'une ellipse pour un trajet déphasé et d'une droite pour un trajet en phase. On trouve plusieurs plans sur lesquels le cisaillement atteint un maximum. Mais ils sont bien plus nombreux dans le cas de chargement hors phase que dans celui en phase. Cette caractéristique est celle qui conduit à des facteurs d'hétérogénéités directionnels plus importants pour les cas de déphasage.



En phase β_{xy}= 0° Déphasage β_{xy}= 90°

Fig. 43 – Evolution temporelle des contraintes et trajet de chargement dans le plan $\Delta(\theta = \phi = \psi = \pi/4)$ (essais de traction-torsion k = Σ_{xya}/Σ_{xa} = 0.5 ; Σ_m = 0 ; $\lambda = \omega_{xy}/\omega_x$ = 1)

- **Influence de la différence de fréquence** :

Une manière différente et beaucoup moins commune d'étudier l'influence des trajets de chargement est d'appliquer une différence de fréquence entre deux composantes du tenseur des contraintes. On réutilise l'exemple du chargement de traction – torsion combiné en appliquant une différence de fréquence entre la composante normale et la composante de cisaillement $\lambda = \omega_{xy}/\omega_x = 2$ (Fig. 44). Contrairement au cas du chargement déphasé qui conduit à une variation d'amplitude constante de la cission résolue, la différence de fréquence mène à une évolution variable de l'amplitude de la cission résolue.

Contrairement au cas précédent, le trajet de chargement *C(t)* n'est plus une droite ou une ellipse dans le repére (u,v) associé au plan matériel.

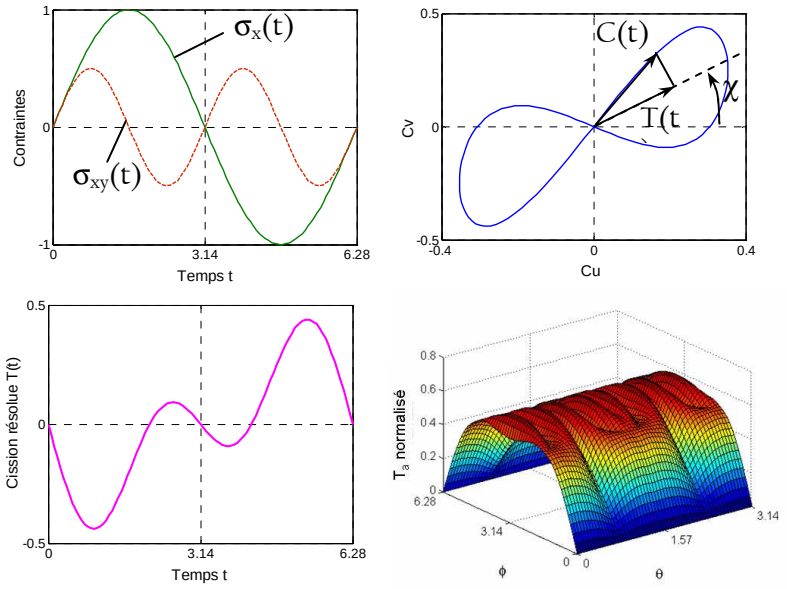


Fig. 44 – Evolution temporelle des contraintes et trajet de charge dans le plan $\Delta(\theta = \phi = \psi = \pi/4)$ ($k = \Sigma_{xya}/\Sigma_{xxa} = 0.5$; $\Sigma_m = 0$; fréquence $\lambda = \omega_{xy}/\omega_x = 2$, déphasage $\beta = 0°$)

4.1. Effet du trajet de chargement pour l'acier C35 ($t_{-1}/s_{-1} = 0.71$; $m = 17$)

Dans un premier temps, le critère d'endurance probabiliste est appliqué à l'acier C35 dans le cas de différents modes et trajets de chargement. L'effet des contraintes normales sera considéré soit à travers une correction sur la contrainte hydrostatique soit par une correction sur les contraintes normales agissant sur chaque plan matériel.

Le Tab. 6 regroupe l'ensemble des valeurs des coefficients pour les deux expressions possibles du critère : avec correction de la contrainte hydrostatique (κ) ou des contraintes normales (α) identifiés par les Eqs. (II.50), (II.51) ou (II.44), avec correction de la contrainte normale moyenne (γ' et γ) déterminés à l'aide de l'Eq. (II.52).

Matériau	m	α	κ	γ	γ'
C35	17	0.4	0.49	0.0024	0.0052

Tab. 6 – Coefficients de sensibilité à l'effet de la contrainte normale (amplitude et moyenne) pour l'acier C35

Les prédictions sont proposées pour différents rapports de biaxialité $k_a = \Sigma_{xya}/\Sigma_{xa}$ (ou Σ_{ya}/Σ_{xa}).

4.1.1. Effet du taux de biaxialité et du déphasage

La Fig. 45 représente le seuil du critère d'endurance dans un diagramme (Σ_{xaD},Σ_{xyaD}) pour différents chargements de traction – torsion (en phase et déphasage 90°) purement alterné ou avec une valeur moyenne de Σ_{xm} (supposée de 100 MPa).

Pour ce qui est des chargements en phase, le choix de l'un ou l'autre des types de correction de la contrainte normale ne semble pas affecter les prédictions. La correction joue un rôle beaucoup plus important quand le déphasage passe à 90°. Dans ce cas, l'utilisation de la contrainte hydrostatique est celle qui se rapproche le plus des données expérimentales alors que la correction par les contraintes normales

rend compte d'une sensibilité plus faible au déphasage. Pour ce qui est des effets de la moyenne, une contrainte moyenne supposée de traction positive de 100 MPa réduit la limite de fatigue (Fig. 45a). Malheureusement, nous ne disposions de données expérimentales relatives aux effets de moyenne sur l'acier C35.

Les prédictions du critère de Dang Van sont comparées sur la Fig. 45b à celles du critère proposé. Dans le cas du chargement de traction torsion en phase, les prédictions du critère de Dang Van se distinguent assez peu de celles du critère probabiliste et restent proches des données expérimentales. Par contre, pour un chargement avec un déphasage de 90°, les prédictions du critère de Dang Van sont plus éloignées des résultats expérimentaux que les prédictions du critère probabiliste.

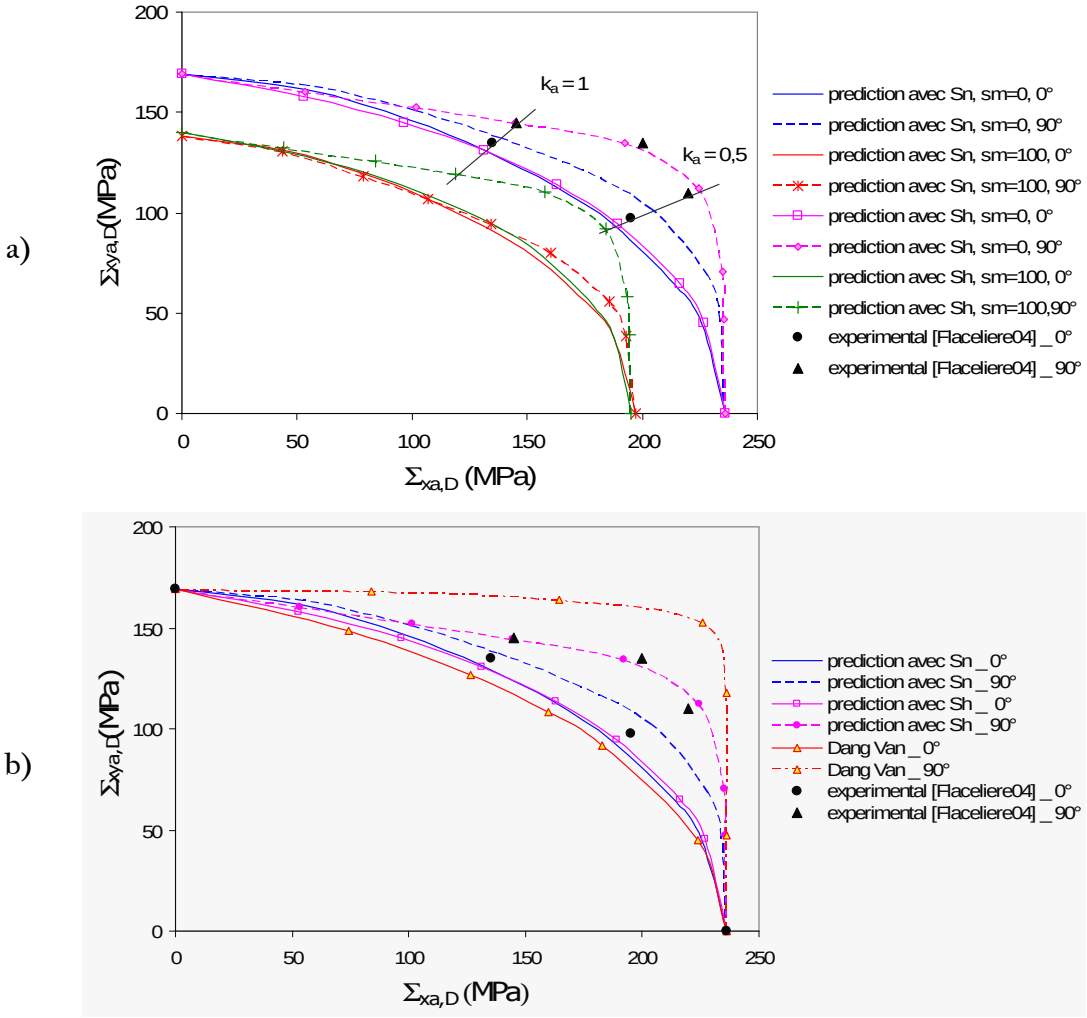


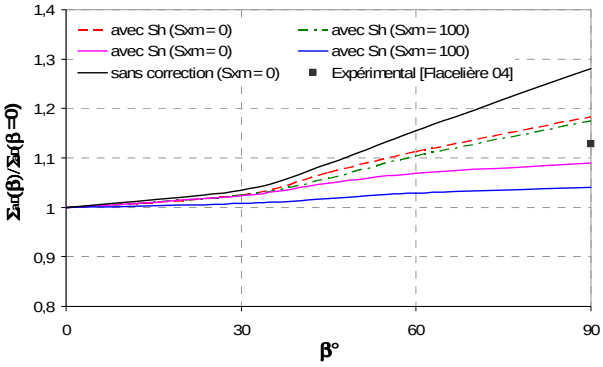
Fig. 45 – Courbe prédictive pour un chargement combiné de traction-torsion alternée (β=0° ou 90°) dans le cas de l'acier C35 (*m*= 17).
a) comparaison des deux prédictions (avec la prise en compte de Σ_{xm})
b) comparaison avec la prédiction du critère de Dang Van.

Rappelons que l'utilisation du critère de Dang Van équivaut à choisir un exposant *m* infini. Le même type de critère avec un exposant de 17 rend donc bien mieux compte des effets de déphasage pour cet acier.

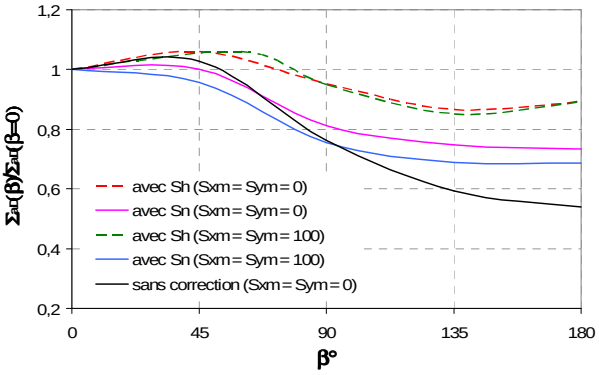
On s'intéresse maintenant à une gamme plus étendue d'angle de déphasage et on adopte une représentation différente de l'évolution de la limite de fatigue en fonction du déphasage. La Fig. 46 illustre

les variations de la limite de fatigue à travers sa composante axiale Σ_{xaD} et plus exactement sa valeur normalisée par rapport à $\Sigma_{xaD}(\beta=0°)$: $\Sigma_{xaD}(\beta)/\Sigma_{xaD}(\beta=0°)$.

Il apparaît qu'un déphasage entre la contrainte normale cyclique et la contrainte de cisaillement introduit une très légère augmentation de la limite de fatigue représentée par le rapport $\Sigma_{xaD}(\beta)/\Sigma_{xaD}(\beta=0°)$ (Fig. 46a). La valeur maximale de la limite de fatigue est atteinte lorsque le déphasage vaut 90°. On compare les résultats de prédiction dans le cas sans correction, correction avec la contrainte hydrostatique Σ_h et correction avec la contrainte normale Σ_n. Une décroissance de la limite de fatigue estimée est constatée dans cet ordre.



a) Traction-Torsion combiné (k = 0.5)



b) Traction biaxiale ($R_x = R_y$, k = 1)

Fig. 46 – Effet du déphasage sur la limite de fatigue (acier C35 – m = 17) – Comparaisons des propositions.

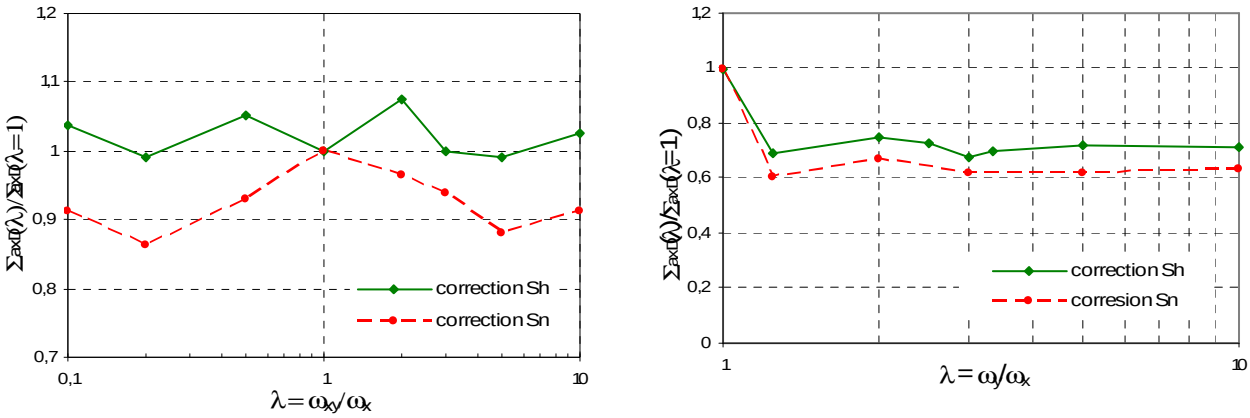
La variation constatée en fonction du déphasage n'est plus la même dans le cas de traction biaxiale (Fig. 46b). Les évolutions en fonction du déphasage (de 0° à 180°) entre les deux contraintes normales associées montrent que la résistance prévue en fatigue diminue progressivement (mais parfois on observe une très légère hausse). La correction par la contrainte normale conduit à des variations de contrainte plus grandes que dans le cas de la correction avec la contrainte hydrostatique.

La prédiction avec la contrainte hydrostatique donne des résultats proches de la valeur de limite de fatigue pour β = 0°. La Fig. 46 présente également un affaiblissement dû à la moyenne positive de la contrainte normale dans les deux cas de chargement de traction – torsion combiné et de traction biaxiale.

4.1.2. Effet de la différence de fréquence :

Comme pour les effets de déphasage en traction biaxiale, nous ne possédons malheureusement pas de données expérimentales concernant les effets de différence de fréquence dans le cas du C35. Nous considérerons pourtant deux types de chargement avec différence de fréquence : traction - torsion (k=0.5) et

traction biaxiale (k=1). La différence de fréquence est généralement traduite à l'aide d'un facteur λ qui est le rapport entre la fréquence de la composante de cisaillement et la fréquence de la contrainte normale (ω_{xy}/ω_x) dans le cas de la traction-torsion combinée ou entre les fréquences des deux contraintes normales (ω_y/ω_x) dans le cas de la traction biaxiale. Des valeurs entières de ces rapports sont utilisées pour la simulation.



a) Traction-Torsion combinée ($R_x = R_{xy} = -1$, k = 0.5)

b) Traction biaxiale ($R_x = R_y = -1$, k = 1)

Fig. 47 – Effet de la différence de fréquence (acier C35 – *m* = 17) – Comparaisons des propositions

La Fig. 47 représente la limite de fatigue à l'aide du rapport $\Sigma_{xaD}(\lambda)/\Sigma_{xaD}(\lambda=1)$ en fonction de la différence de fréquence. On remarque que la correction du critère avec la contrainte hydrostatique conduit à une limite plus élevée que celle avec la contrainte normale.

Au voisinage de la référence $\Sigma_{xaD}(\lambda=1)$, on constate une influence importante du type de correction de la contrainte normale pour le chargement de traction – torsion combinée (Fig. 47a). La limite de fatigue diminue légèrement lorsque la contrainte normale par plan est prise en compte. Les valeurs de la limite calculées en utilisant la contrainte hydrostatique varient autour de la valeur référence à λ = 1.

Au contraire, dans le cas du chargement de traction biaxiale (Fig. 47b), les prédictions des deux critères présentent la même tendance avec un léger écart. La valeur maximale de la limite de fatigue se produit au chargement synchrone caractérisé par λ = 1. Pour les autres chargements asynchrones (λ ≠ 1), les limites calculées se stabilisent après une chute très importante dès λ = 1.

4.2. Validation du critère pour d'autres matériaux

Nous ne possédons pas suffisamment de données expérimentales sur le C35 pour valider le critère proposé dans n'importe quelle situation de trajet de chargement. Pour aller plus loin dans la comparaison et la validation, il est nécessaire d'utiliser des résultats d'essais de la littérature concernant les effets du taux de biaxialité, du déphasage, de la différence de fréquence.

Comme montré précédemment, l'identification des paramètres du critère nécessite des limites d'endurance :

s_{-1} : limite de fatigue moyenne en traction alternée (R = -1),
t_{-1} : limite de fatigue moyenne en torsion alternée (R = -1),
s_R : limite de fatigue moyenne en traction pour rapport R quelconque.

Nous résumons, ci-après, les paramètres identifiés de quelques matériaux utilisés sous la forme d'un tableau récapitulatif (Tab. 7).

Matériau	m	α	κ	γ	γ'	Sources
C35*	17	0.4	0.49	0.0024	0.0052	*[Flacelière 2004]*
XC18 recuit (C20)	19	0.32	0.4036			*[Palin-Luc 2004]*
TA6V	20	0.207	0.2653			*[Delahay 2004]*
30NCD16 (30NiCrMo16)	28	0.199	0.2638			*[Froustey et Lasserre 1988; Dubar 1992]*
35CD4 (35CrMo4)	32	0.2	0.2671			*[Palin-Luc 2004]*
Fonte EN GJS 800 - 2	80	0.55	0.7061			*[Banvillet 2001; Banvillet, Palin-Luc et al. 2003]*

* γ, γ' sont identifiés avec s_o qui dépend de s_{-1} et R_m selon la formule empirique de Goodman

Tab. 7 – Paramètres d'identification

Des chargements de traction – torsion, de flexion – torsion et de traction biaxiale sont à nouveau considérés. Aucun traitement spécifique n'est introduit pour différencier la flexion et la traction (pas de correction de l'effet du gradient). La grande variété des matériaux ne permet pas d'utiliser une seule valeur de l'exposant *m* ou un seul rapport t_{-1}/f_{-1} (ou t_{-1}/s_{-1}). Parfois suffisamment de données sont disponibles pour identifier *m* mais la plupart du temps ce coefficient reste inconnu. Par contre le rapport t_{-1}/f_{-1} (ou t_{-1}/s_{-1}) est toujours accessible. Afin de regrouper toutes les données et de les comparer aux prédictions du modèle, trois courbes sont construites pour trois valeurs de *m* (17, 28 et 80) et trois valeurs du rapport t_{-1}/f_{-1} (ou t_{-1}/s_{-1}) (0.62, 0.71, 0.75). Nous n'avons pas estimé utile de faire apparaître d'autres simulations pour assurer l'ensemble des comparaisons même si d'autres rapports apparaissaient.

On s'intéresse à la seule variation de la limite d'endurance du matériau en fonction du déphasage, des fréquences différentes et de la moyenne des contraintes appliquées.

4.2.1. Effet de déphasage :

Comme observé par beaucoup d'auteurs *[Simbürger 1975; Heidenreich, Richter et al. 1984; Froustey et Lasserre 1989; Dubar 1992] [Froustey 1987]*, l'effet de la différence de phase sur la limite de fatigue est peu significatif pour la combinaison des contraintes normale et de cisaillement (Fig. 48 a). En utilisant l'amplitude de contrainte normale pour représenter la limite de fatigue, une augmentation de la différente de phase β conduit à un léger accroissement de la limite de fatigue. Cette tendance est plutôt bien retranscrite à l'aide des différentes simulations. Il apparaît également que le critère de Dang Van surestime nettement l'effet de la différence de phase.

La Fig. 48b est elle consacrée aux effets du rapport de biaxialité et ceci pour deux déphasages (0° et 90°). Toutes les données expérimentales disponibles concernent des aciers. Les principales tendances relatives aux effets du rapport de biaxialité et du déphasage sont globalement bien respectées par les simulations si on excepte certains comportements anormaux comme celui associé au 42CrMo4 qui montre un effet du déphasage dans le sens opposé à celui des autres matériaux.

Pour les chargements combinés de traction biaxiale (obtenus en réalisant des essais de traction – pression intérieure), les variations de la limite d'endurance (contrainte normale) normalisée par la limite de fatigue à déphasage nul sont représentées sur la Fig. 49. En gardant les valeurs m = 28 et 17 et en prenant en compte le fait que ces essais ne sont pas purement alternés (R = 0 ; 0.05 ou 0.1), les simulations conduisent à des résultats très raisonnables par rapport aux données expérimentales. Pour le cas de chargement de traction biaxiale considéré ($k_a = 1$), une augmentation du déphasage diminue globalement la résistance en fatigue. On observe toutefois une valeur maximale pour un déphasage compris entre β = 45° et β = 60°, la valeur minimale apparaissant elle généralement pour β = 180° (chargement de torsion).

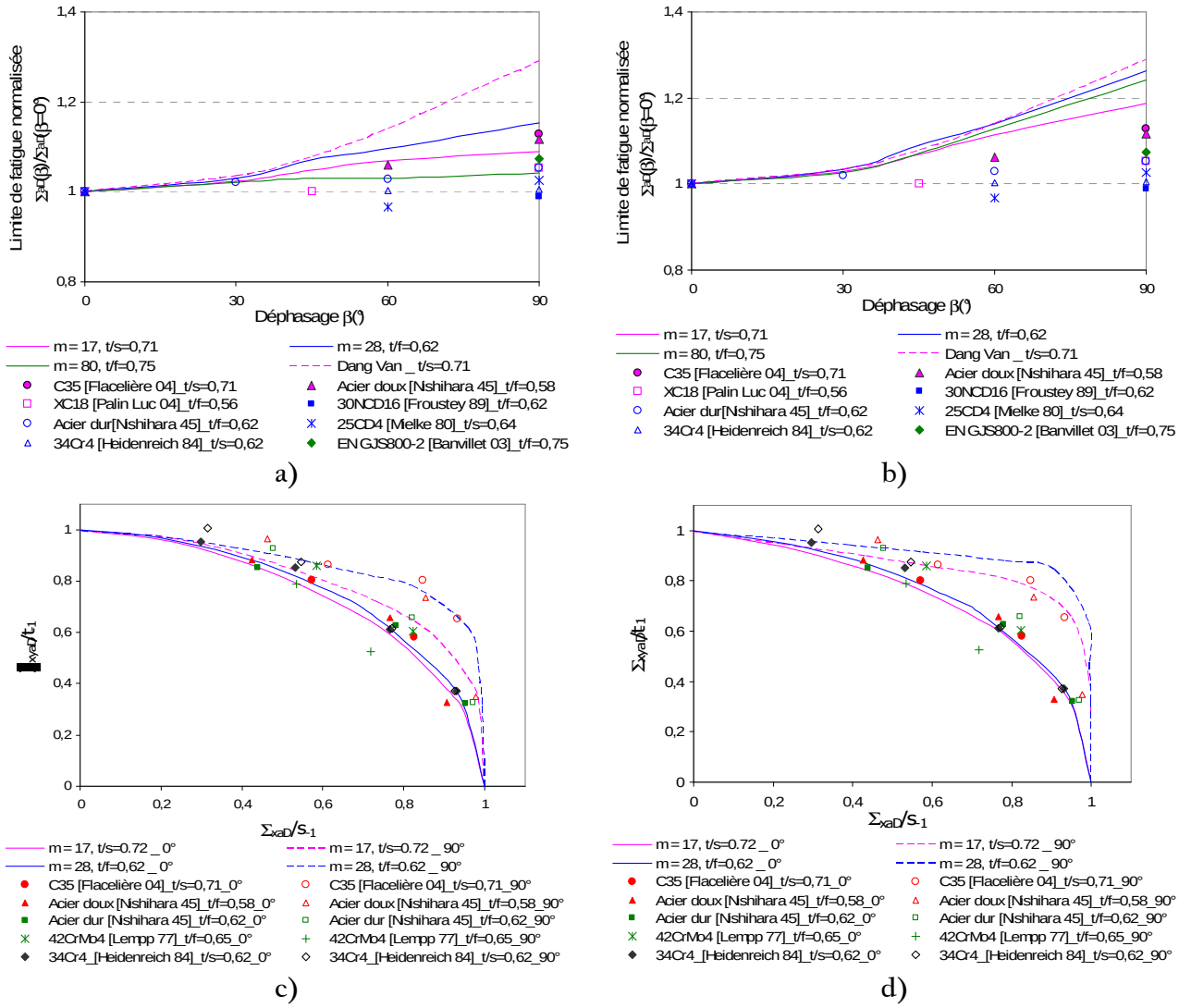


Fig. 48 – Comparaison entre l'expérience et la prédiction.

a) Influence de déphasage (avec $k_a \approx 0.5$) _ correction avec Sn
b) Influence de déphasage (avec $k_a \approx 0.5$) _ correction avec Sh
c) Effet de taux de biaxialité _ correction avec Sn
d) Effet de taux de biaxialité _ correction avec Sh

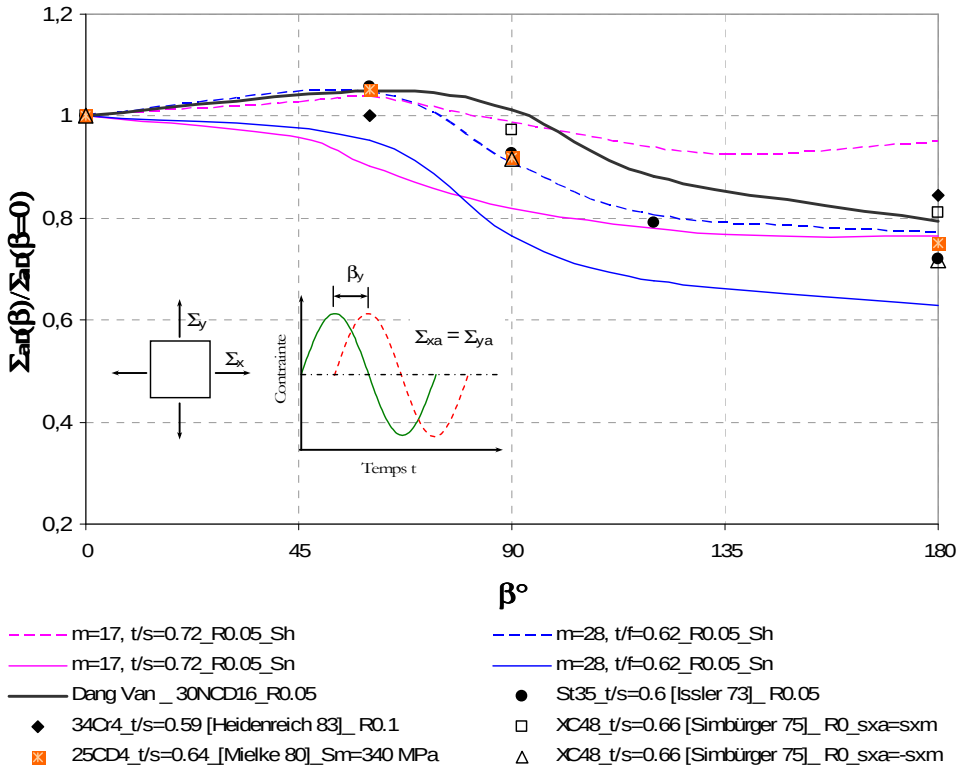


Fig. 49 – Influence de déphasage (Traction – pression interieure $k_a = 1$)

4.2.2. Effet de différentes fréquences :

A notre connaissance, seulement un nombre limité de données expérimentales relatives à des essais avec différence de fréquence existe dans la littérature. Parmi celles disponibles, deux types de chargement avec différence de fréquence entre les composantes des contraintes ont été choisis : traction biaxiale (k = 1) *[McDiarmid 1985; 1991; Liu et Zenner 2003]* et traction – torsion combiné *[Mielke 1980; Heidenreich, Richter et al. 1984; Bernasconi, Foletti et al. 2005]*. Les limites de fatigue obtenues expérimentalement pour les différents matériaux sont rapportées au Tab. D.35 (Annexe D).

+ **Chargement Traction – Torsion combiné :**

[Bernasconi, Foletti et al. 2005] ont comparé les résultats expérimentaux obtenus sur l'acier 39NiCrMo3 aux prédictions de quelques critères multiaxiaux classiques basés sur l'approche plan critique (*[Dang Van, Griveau et al. 1989]*; *[Findley 1959]*) et l'approche intégrale (*[Papadopoulos 1995]*,*[Liu et Zenner 2003]*). Les résultats pour certains de ces critères sont représentés sur la Fig. 50 à travers la variation de l'amplitude de contrainte normale Σ_{xaD} (associée à la limite de fatigue) normalisée par rapport à la limite de fatigue sans différence de fréquence λ=1.

La Fig. 50 montre bien que le critère de Dang Van ne peut pas rendre compte de la diminution de la limite de fatigue. Les valeurs prédites sont constantes pour des valeurs impaires du rapport de fréquence λ et diminuent quand λ est paire. Dans ce dernier cas, toutes les valeurs sont supérieures au cas λ =1 (chargement proportionnel). Le critère de Papadopoulos donne les meilleures prédictions. Cependant, ce dernier critère ne peut prévoir la légère augmentation de la limite de fatigue quand le rapport de fréquence augmente de λ = 2 à λ = 3.

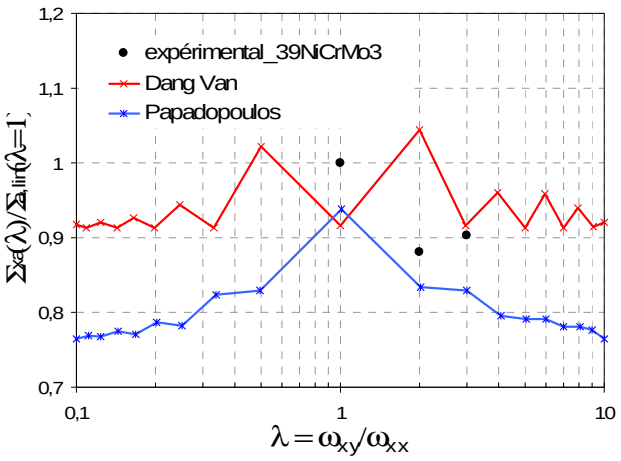


Fig. 50 – Comparaison entre les données expérimentales et la prédiction de quelques critères (Axial – Torsion alternée ($k_a = 1/\sqrt{3}, \beta_{xy} = 0$), Acier 39NiCrMo3) *[Bernasconi, Foletti et al. 2005]*

Nous ne connaissons malheureusement pas, dans le cas de l'acier 39NiCrMo3, la valeur de l'exposant *m*. Dans la suite, on utilisera arbitrairement deux valeurs 17 et 28. Les prédictions du critère utilisant soit la correction de la contrainte hydrostatique soit celle de la contrainte normale ainsi que les données expérimentales de Bernasconi et al. *[Bernasconi, Foletti et al. 2005]* sont reportées sur la Fig. 51. Les résultats obtenus avec la correction de la contrainte normale semblent plus représentatifs des résultats expérimentaux et se rapprochent des prédictions de Papadopoulos. Comme attendu, l'utilisation de la contrainte hydrostatique conduit elle à des prédictions proches de celles de Dang Van.

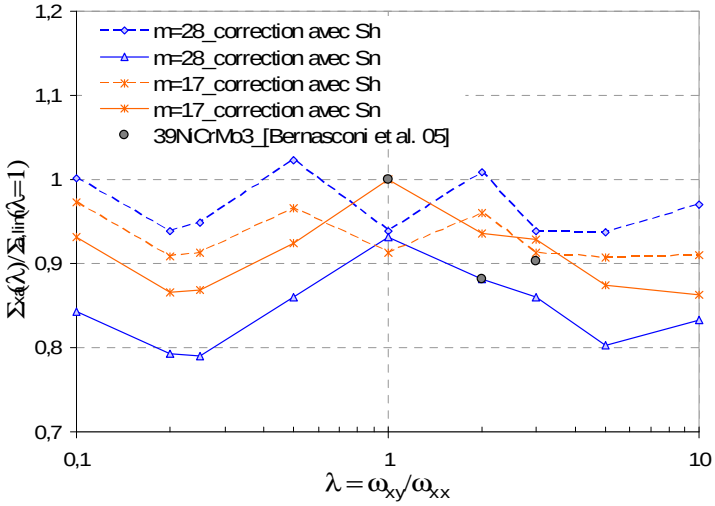


Fig. 51 – Comparaison des prédictions du critère probabiliste (avec *m* = 17 et *m* = 28) avec les données expérimentales dans le cas d'un chargement de traction – torsion alternée ($k_a = 1/\sqrt{3}, \beta_{xy} = 0$), acier 39NiCrMo3.

Pour les autres données recueillies dans la littérature, la Fig. 52 présente à nouveau la limite de fatigue de manière normalisée $\Sigma_{xaD}(\lambda)/\Sigma_{xaD}(\lambda=1)$ en fonction de la différence de fréquence. Les prédictions ont été effectuées pour trois valeurs de *m* (2, 17 et 28). Il est clair que les limites de fatigue expérimentales diminuent légèrement par rapport à la référence $\Sigma_{xaD}(\lambda=1)$ du chargement proportionnel quand le rapport de fréquence λ est différent de 1.

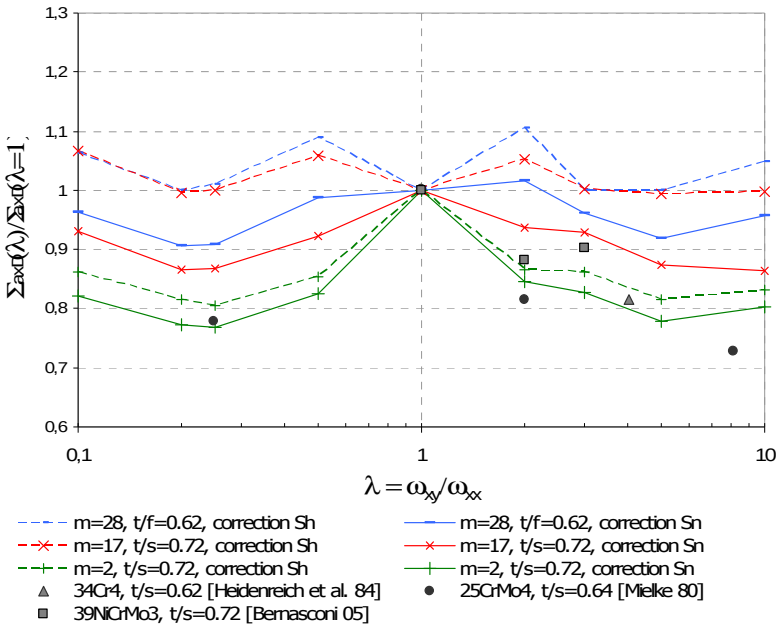


Fig. 52 – Comparaison des prédictions du critère probabiliste (avec différents m) avec les données expérimentales dans le cas d'un chargement de traction – torsion alternée ($k_a = 1/\sqrt{3}, \beta_{xy} = 0$).

L'utilisation de la correction par la contrainte normale semble être la plus adaptée et ceci indépendamment de l'exposant m. Dans le cas du critère formulé avec la contrainte hydrostatique, les prédictions s'approchent de celles du critère de Dang Van pour la valeur de m la plus élevée et correspondent à celles du critère de Papadopoulos quand m=2 (Fig. 50).

+ **Chargement de traction biaxiale :**

Les cas de chargement de traction biaxiale considérés sont caractérisés par des amplitudes des composantes des contraintes égales $\Sigma_{xa} = \Sigma_{ya}$ et différents rapports de fréquence $\lambda = \omega_y / \omega_x$. On choisit arbitrairement des valeurs du paramètre m de 17 et 28. L'amplitude de contrainte normale normalisée fonction des différents rapports de fréquence est représentée sur la Fig. 53. Ces résultats montrent une décroissance des limites de fatigue pour des rapports de fréquence croissants.

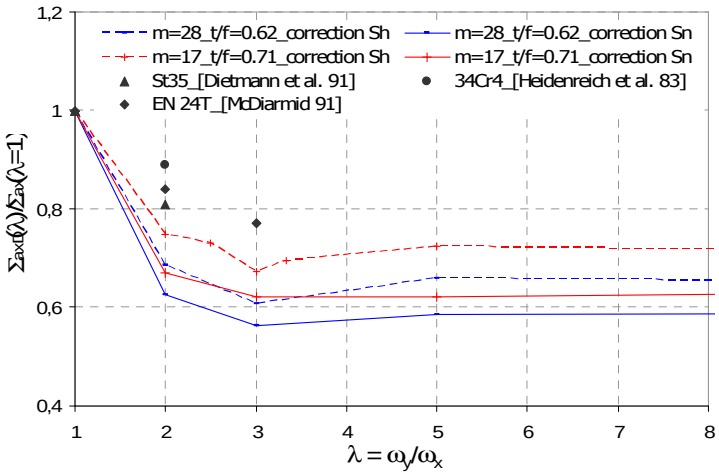


Fig. 53 – Comparaison entre les données expérimentales et la prédiction du critère proposé pour un chargement traction biaxiale alternée (k=1).

Les critères avec les deux corrections prévoient une chute importante de la limite de fatigue dès qu'on s'éloigne de la référence $\lambda = 1$ qui caractérise le chargement synchrone. Les limites calculées sont quasiment constantes pour les rapports λ élevés. La correction par la contrainte hydrostatique conduit à des effets moindres de la différence de fréquence.

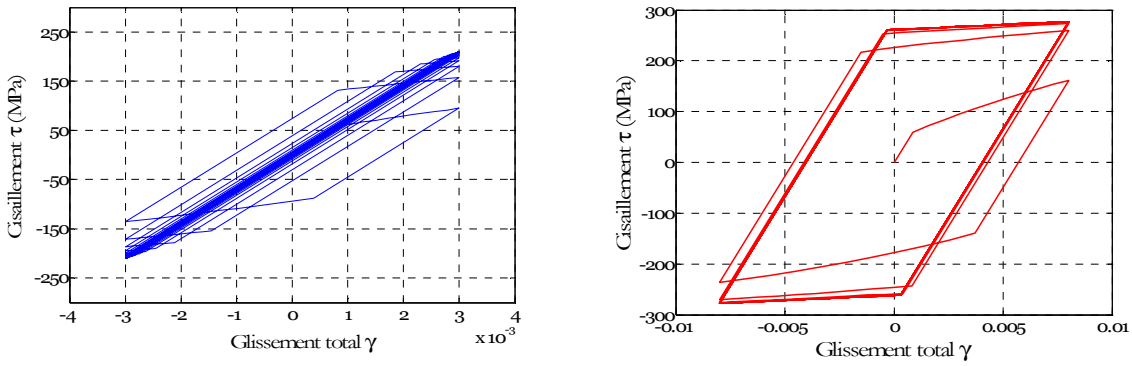
4.3. Conclusion

L'application du critère probabiliste à un grand ensemble de données expérimentales a permis de mettre en évidence les points suivants :

a. La prédiction des effets de mode et de trajet de chargement dépend fortement à la fois de l'exposant m et de la méthode de correction de l'effet des contraintes normales.
b. Même si l'utilisation des contraintes normales par plan est la plus justifiée physiquement, la correction par la contrainte hydrostatique conduit souvent à des prédictions de qualité notamment dans les cas des chargements déphasés.
c. On constate les limites de ce type de correction pour des essais très particuliers comme ceux de Marquis et Socie où des contraintes axiale et circonférentielle (provoqués par de la pression interne) statiques telles que $\Sigma_{Hm} = -\Sigma_{Am}$ sont associées à de la torsion alternée. Les données avec différence de fréquence montrent également un comportement meilleur avec les corrections par les contraintes normales par plan.
d. De manière générale, la correction du critère avec la contrainte hydrostatique donne des limites plus élevées que celles avec la contrainte normale.
e. Les effets de moyenne peuvent être modélisés à l'aide des deux types de critère.

5. PASSAGE DE L'ENDURANCE ILLIMITEE A L'ENDURANCE LIMITEE

Jusqu'à maintenant, l'approche probabiliste proposée n'a concerné que le domaine de l'endurance illimitée. Pour passer aux durées de vie finies, il est nécessaire de disposer d'un critère de ruine et donc d'un paramètre de dommage. Certains utilisent l'énergie dissipée critique *[Charkaluk, Bignonnet et al. 2002; Doudard 2004]*, d'autres la déformation plastique accumulée critique *[Papadopoulos 1987; Morel 1998; Morel et Flacelière 2005]* et quelques-uns ont recours à des formulations empiriques *[Papadopoulos 2001]*.



a) Adaptation élastique b) Accommodation plastique

Fig. 54 – Schéma du passage de l'endurance illimitée à l'endurance limitée

Pour établir le critère d'endurance probabiliste précédent, on a supposé que le matériau atteint un état limite adapté aux deux échelles macroscopique et mésoscopique. Dans le cas de cette « adaptation élastique », la déformation plastique tend progressivement vers une valeur nulle (Fig. 54a).

Quand le chargement appliqué est au dessus de la limite de fatigue, donc dans le domaine de l'endurance limitée, l'adaptation élastique n'est plus possible à l'une ou aux deux échelles. Nous faisons l'hypothèse

qu'un état limite stabilisé est atteint à l'échelle mésoscopique (Fig. 54b). Cet état d'« accommodation plastique » est caractérisé par une accumulation continue de la déformation plastique au cours de l'application des cycles de charge. Bien entendu, cette accumulation ne peut être infinie. Une microfissure apparaît fatalement. Pour en rendre compte, il n'est pas illogique de placer un seuil sur des quantités comme la déformation plastique mésocopique accumulée ou l'énergie plastique mésoscopique dissipée au cours des cycles appliqués.

Pour rappel, signalons que la plupart des critères classiques (par exemple : Manson – Coffin) en fatigue oligocyclique isotherme prennent la forme suivante :

$$\Phi\left(\varepsilon, \varepsilon^{p}, \sigma, \ldots\right) N_{r}^{\beta} = c \tag{II.53}$$

où N_r désigne le nombre de cycle à rupture et β et c sont des constantes dépendant du matériau. ε, ε^p,σ sont les valeurs des champs mécaniques appliquées au cours d'un cycle stabilisé.

La densité d'énergie dissipée par cycle en un point M($\underline{x}$) est définie par :

$$\Delta\omega\left(\underline{x}\right) = \int_{cycle} \sigma\left(\underline{x}\right) : \dot{\varepsilon}\left(\underline{x}\right) dt \tag{II.54}$$

Basé sur ces concepts, les travaux de *[Charkaluk, Bignonnet et al. 2002; Charkaluk 2006]* optent par exemple pour l'utilisation d'un critère énergétique reliant l'énergie plastique dissipée durant le cycle stabilisé au nombre de cycles à la rupture :

$$\Delta\omega_{sat} N_{r}^{\lambda} = C \tag{II.55}$$

Récemment, en utilisant le même type d'hypothèse, *[Doudard 2004]* considère une énergie dissipée volumique Δ constante pour chaque cycle (voir I.1.2.4). Le nombre de cycle à l'amorçage est donc atteint quand l'énergie dissipée D au cours d'un cycle de chargement atteint une valeur critique E_c (Eq (II.56)):

$$ND = E_c \tag{II.56}$$

D'autres études récentes en FGNC *[Morel 1998; Papadopoulos 1999]* ont choisi la déformation plastique mésoscopique accumulée critique comme paramètre de dommage. Ces auteurs ont montré qu'il était possible de prévoir les courbes S-N (pour P_F = 0.5) pour n'importe quel type de chargement à partir d'une courbe SN expérimentale médiane quelconque prise comme référence. De la même manière, *[Jabbado 2006]* considère également la déformation plastique mésoscopique cumulée mais sur le cycle stabilisé ε_s^{pc} comme paramètre du dommage. Selon lui, la rupture n'est pas liée à une valeur critique, elle est définie par une relation à l'échelle mésoscopique entre la déformation plastique accumulée du cycle stabilisé et la durée de vie à l'amorçage N_R (Eq. (II.57)) :

$$N_R = A\left(\varepsilon_s^{pc}\right)^{-\xi} \tag{II.57}$$

où ξ et A sont deux paramètres intrinsèques au matériau.

Pour traiter le cas de l'endurance limitée et par souci de simplicité, les hypothèses suivantes seront faites dans cette étude:

- Comme dans les travaux de Papadopoulos, le matériau suit à l'échelle mésoscopique une loi de plasticité de type Schmid à écrouissage combiné isotrope et cinématique ;
- Le comportement élastoplastique mésoscopique atteint rapidement un état limite accommodé. De la sorte, seule la part cinématique de l'écrouissage reste actif et est à considérer ;
- Deux types de critères différents portant soit sur la déformation plastique accumulée, soit sur l'énergie plastique dissipée mésoscopique sont introduits et comparés.

Les courbes SN associées à chacun des deux critères s'écrivent :

Pour l'énergie dissipée critique E_c de *[Doudard, Hild et al. 2007]*:

$$N = \frac{A}{\tau_y^{\lim}(P_F)\left\langle \mathcal{T}_a - \tau_y^{\lim}(P_F)\right\rangle} \tag{II.58}$$

Pour la déformation plastique accumulée critique:

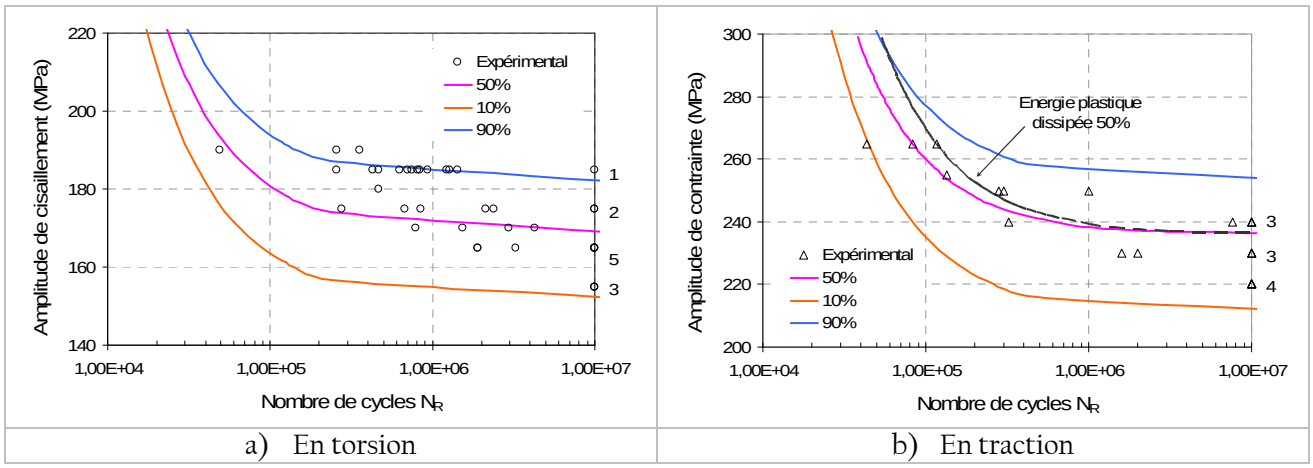
$$N = \frac{B}{\left\langle \mathcal{T}_a - \tau_y^{\lim}(P_F)\right\rangle} \tag{II.59}$$

où A et B sont des paramètres dépendant du matériau,
N le nombre de cycles à rupture,
$\tau_y^{\lim}(P_F)$ est la limite de fatigue pour une probabilité de rupture P_F définie par le critère probabiliste précédent. Pour un chargement et une géométrie quelconque donnés, la probabilité de fissuration dépend du chargement. Cette limite est estimée à partir de l'expression (II.36).

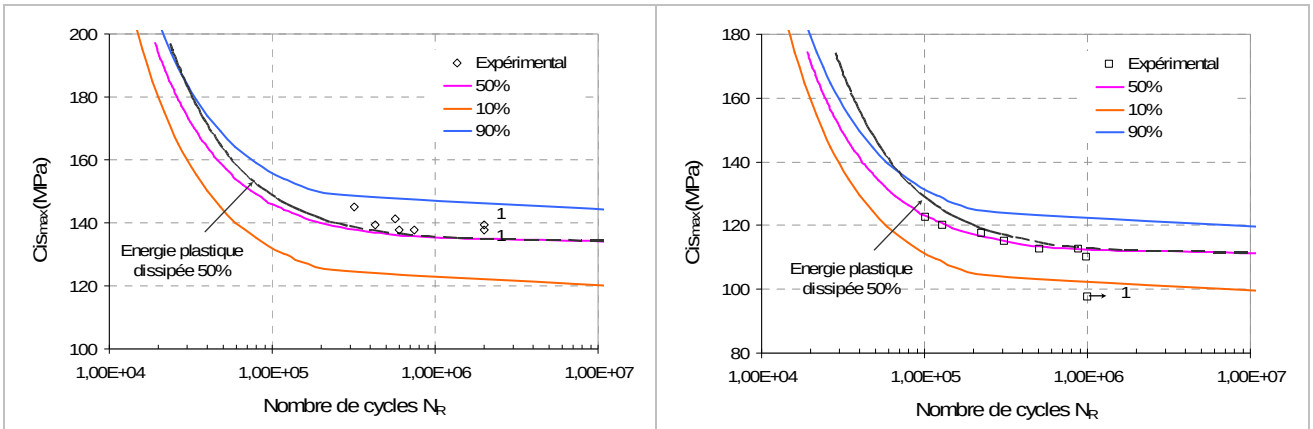
Les expressions des deux courbes S-N (II.58) et (II.59) sont valides pour n'importe quel type de chargement multiaxial d'amplitude constante. En plus de l'estimation des coefficients nécessaires au traitement du cas de l'endurance illimitée, l'identification ne nécessite que l'estimation d'un coefficient A (ou B) supplémentaire. Elle peut être conduite par exemple avec une courbe de S-N en torsion. On obtient finalement des courbes isoprobabilités de rupture (P-S-N) quels que soient le mode et le trajet chargement, le rapport de charge R, le type de matériau.

Pour illustrer cette procédure et les résultats obtenus, reprenons l'exemple de l'application du critère sur l'acier ferrito-perlitique C35. En torsion alternée (R = -1), la limite de fatigue vaut $\tau_y^{\lim} = 169\,MPa$ pour $P_F = 0.5$. Lors du traitement de l'endurance illimitée, on avait trouvé pour cet acier $m \approx 17$ et $V_0(T_0)^m / VI_m^{To} = 4.7E+37$. L'identification de A et B avec la courbe S-N en torsion expérimentale (P_F = 0.5) conduit à $A \square 2E+8$ et $B \square 1.2E+6$.

Les courbes P-S-N (Fig. 55) pour les deux types de critères sont ensuite déduites en estimant les limites de fatigue $\tau_y^{\lim}$ pour les probabilités de fissuration souhaitées et les différents chargements considérés. Le chargement de torsion (P_F = 0.5) a été utilisé pour identifier les coefficients associés aux deux expressions (II.58) et (II.59). Pour cette raison, les deux courbes S-N (avec déformation plastique accumulée critique ou énergie dissipée critique) sur la Fig. 55a sont confondues.



a) En torsion | b) En traction



c) En traction – torsion combinée (k=0.5) en phase

d) En traction – torsion combinée (k=0.5) hors phase 90°

Fig. 55 – Courbes P-S-N prédites associées à la déformation plastique accumulée et à l'énergie plastique dissipée (courbe en noir pour $P_F = 0.5$) et expérimentales pour les essais de fatigue ($R = -1$) en endurance limitée sur l'acier C35.

La Fig. 55 montre la comparaison entre les prévisions pour trois probabilités différentes de fissuration et les résultats expérimentaux obtenus pour des chargements de torsion, de traction – compression et traction – torsion combinée. Les prévisions sont en bon accord avec les résultats expérimentaux en traction et en traction – torsion. Globalement, la tendance générale est bien décrite et la dispersion est correctement prédite par l'intermédiaire des courbes à 10% et 90%.

Les deux critères (déformation plastique accumulée ou énergie plastique dissipée) conduisent à des prédictions très proches en comparant les courbes à 50%, et il est très difficile de les départager.

6. CONCLUSIONS

Dans le cadre du concept du maillon le plus faible, nous avons proposé un nouveau critère d'endurance multiaxial de type « plan critique » issu d'une approche probabiliste à deux échelles, où la limite de fatigue est associée à un seuil d'adaptation élastique locale. Le nouveau critère, malgré une forme simple, présente un lien direct avec les hétérogénéités microstructurales qui gouvernent à la fois la tenue et la dispersion en fatigue. Il tient en particulier compte de l'effet de distribution des contraintes ainsi que du mode de sollicitation. L'originalité de ce modèle probabiliste se trouve dans la prise en compte des hétérogénéités microstructurales à travers des facteurs d'hétérogénéité (spatial et directionnel). L'introduction de ces paramètres est le point important qui distingue ce critère des autres critères « méso-macro ».

A travers ce modèle, on montre l'intérêt des corrections utilisant les contraintes normales par plan plutôt que les corrections par la contrainte hydrostatique. Un autre point important est la mise en place d'un cadre général dans lequel peut s'insérer beaucoup de critères d'endurance multiaxiaux disponibles dans la litérature (par exemple : le critère de Papadopoulos pour m=2 ou celui de Dang Van pour m tend vers l'infini). La procédure d'identification des paramètres de ce critère est également présentée en détail. Il faut noter que l'exposant m, qui traduit la dispersion de la résistance à l'amorçage, est une donnée intrinsèque du matériau, qui comme nous l'avons montré, gouverne la sensibilité au trajet de chargement.

A travers cette approche probabiliste, on a montré que certains effets relatifs aux chargements multiaxiaux en FGNC (mode et trajet de chargement) peuvent être reflétés fidèlement (comme les effets de déphasage, de différence de fréquence ainsi que l'effet du taux de biaxialité) notamment dans le cas de traction-torsion ainsi que de traction biaxiale. Cette approche montre clairement que les tendances expérimentales habituellement rencontrées sont correctement retranscrites à l'aide de l'application du concept de maillon le plus faible.

Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes limités au cas d'un matériau isotrope (au niveau des propriétés mécaniques). Aucune distribution de défauts internes responsable de l'amorçage des fissures de fatigue n'a également été prise en considération. Les effets d'échelle, de gradient et d'anisotropie ont été laissés volontairement de côté mais ils peuvent également être reflétés avec l'approche proposée.

L'extension de l'approche probabiliste au cas de l'endurance limitée a permis de prévoir la résistance à la fatigue des métaux pour tout type de chargement cyclique d'amplitude constante. Des courbes P-S-N ont été construites pour des chargements de traction, torsion et traction-torsion puis comparées avec des données sur le C35.

La prochaine étape de ce travail est maintenant d'utiliser un modèle basé sur un couplage plasticité/endommagement, de l'appliquer à des chargements d'amplitude variable et de le coupler à l'approche probabiliste proposée.

CHAPITRE III : UN MODELE D'ENDOMMAGEMENT A DEUX ECHELLES

Résumé :

Cette partie est dédiée à l'étude du comportement d'un modèle d'endommagement à deux échelles appliqué au cas de chargements multiaxiaux et d'amplitude variable. On décrit en particulier la construction, dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, de ce modèle basé sur un couplage plasticité cyclique – endommagement à l'échelle mésoscopique. Ce modèle s'appuie sur une distribution isotrope du dommage observé pendant le stade I d'amorçage et de micropropagation des fissures courtes. Son implémentation numérique conduit à un outil permettant de prédire la durée de vie pour des chargements les plus divers. Ce modèle permet en particulier d'expliquer les effets complexes de cumul de dommage sous sollicitations simples et complexes (variabilité des niveaux de charge et des modes de chargement).

Les confrontations quantitatives des résultats du modèle proposé aux résultats des essais expérimentaux sur l'acier ferrito-perlitique C35 et sur l'alliage d'aluminium AlCu4Mg1 montrent clairement sa capacité à décrire fidèlement certains comportements à l'endommagement caractéristiques de la FGNC. Enfin, l'approche probabiliste du chapitre II est combinée au modèle d'endommagement proposé afin de proposer une vision statistique des phénomènes d'endommagement.

1. INTRODUCTION :

Le critère d'endurance probabiliste discuté au chapitre précédant, a surtout été appliqué dans les domaines de contrainte pour lesquels il n'y a pas de rupture par fatigue. Certes, il a été étendu au II.5 au domaine de l'endurance limité mais aucune mention explicite n'a été faite à l'endommagement ; nous nous sommes restreints à une approche en mésoplasticité cyclique. Pour des sollicitations cycliques périodiques correspondant à un état de contrainte situé hors du domaine d'endurance illimitée, on observe généralement une durée de vie d'autant plus faible que le niveau de contrainte est plus grand (les résultats expérimentaux peuvent être interprétés dans un diagramme de Wöhler). Lors de chargements non périodiques, on observe de plus des effets de cumul non linéaire dont la prise en compte impose l'introduction de la notion d'endommagement.

Plusieurs modèles d'endommagement ont été développés, ces vingt dernières années, afin de décrire l'évolution du dommage des matériaux métalliques sous sollicitation cyclique thermomécanique, à la fois pour des chargements uniaxiaux et multiaxiaux. En FGNC, l'endommagement peut être considéré comme un processus de détérioration progressive de la matière suivant des phénomènes physiques intervenant à l'échelle microscopique, ou mésoscopique *[Lemaitre 1978; Lemaitre et Chaboche 1985]*. Le chargement appliqué, la microstructure ou le processus d'élaboration ont bien entendu de fortes influences sur le développement du dommage. Parmi les propositions existantes, on peut citer le modèle phénoménologique de Chaboche (dommage isotrope) *[Lemaitre et Chaboche 1985]*, le modèle à deux échelles de Lemaitre (dommage isotrope localisé à l'échelle mésoscopique) *[Lemaitre, Sermage et al. 1999]*, le modèle de Mroz (description de la distribution du dommage à l'échelle macroscopique) *[Seweryn et Mroz 1998]*, ou le travail d'Abdul Latif (utilisation de trois échelles, dommage associé au système de glissement dans les grains) *[Abdul-Latif et Saanouni 1994]*.

En FGNC, l'effet de la localisation de la déformation plastique ainsi que le rôle prépondérant du couplage plasticité-endommagement à l'échelle mésoscopique ont maintes fois été observés. L'endommagement en FGNC dans les matériaux métalliques est en effet très localisé et orienté selon certaines directions privilégiées. La plasticité locale, contrôlée par les hétérogénéités microstructurales, joue un rôle fondamental dans la nucléation des fissures. L'orientation du dommage est lui souvent lié au mode de chargement appliqué. Lors du mécanisme d'amorçage, le glissement plastique et la propagation des microfissures se produisent selon des systèmes de glissement cristallographique favorablement orientés *[Suresh 1998]*. L'activation de ces systèmes de glissement dépend de l'orientation de chargement macroscopique.

Sur la base des travaux de *[Flacelière 2004]*, ce chapitre présente un modèle d'endommagement à deux échelles mais surtout son comportement lors de l'application de sollicitations mécaniques complexes.

Ce modèle déterministe de prévision de durée de vie à l'amorçage utilise le concept d'accumulation de la déformation plastique microscopique pour expliquer la naissance des premières fissures. Une méthode de passage de l'échelle macroscopique à l'échelle mésoscopique et une loi de plasticité cristalline sont utilisées (voir I.1.1). Une des hypothèses fondamentales du modèle consiste à supposer que l'endommagement, une fois créé, modifie les conditions d'accumulation de la déformation plastique. Le modèle d'endommagement résultant est de type plan critique et l'existence d'un lien entre la plasticité et endommagement est supposée apparaître à l'échelle mésoscopique. Pour sa mise en place, le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles est employé avec des variables internes indépendantes du temps, un processus isotherme et de petites déformations. L'intérêt de cette approche vis-à-vis d'autres approches macroscopiques est la possibilité de représenter des effets physiques liés à une échelle donnée (V.E.R., grain, bande de glissement). Le calcul de l'endommagement nécessite la connaissance de l'expression d'une variable de dommage et de sa loi d'évolution.

Au cours du chapitre, la formulation, l'identification de cette modélisation et plusieurs confrontations expérimentales seront détaillées. Une implémentation numérique sous MATLAB donnera lieu à un outil capable de prédire la durée de vie sous sollicitations simples et complexes *[Huyen et Morel 2007a; Huyen, Flacelière et al. 2008]*. On s'intéressera principalement aux effets du mode de sollicitation (traction, torsion,

traction-torsion combinée en phase et hors phase) et de variabilité des niveaux de charge sur l'accumulation de l'endommagement. Les premiers chargements considérés sont les sollicitations sinusoïdales. A travers l'étude du cumul de dommage, on veut montrer que les effets de séquence associés à des blocs de sollicitations différentes ainsi que le phénomène de sur-endommagement introduit par le déphasage entre les contraintes, peuvent s'interpréter aisément à partir du couplage mésoplasticité - dommage et par la prise en compte de la variabilité des seuils à l'amorçage.

2. PROPOSITION D'UNE APPROCHE DE TYPE PLAN CRITIQUE BASEE SUR LE COUPLAGE MESOPLASTICITE - ENDOMMAGEMENT :

Contrairement à la fatigue oligocyclique où les grains subissent une déformation homogène et où l'amorçage des fissures de fatigue dans les bandes de glissement intervient tôt, en FGNC, la phase de propagation occupe une place peu importante dans la durée de vie totale. De plus, une très grande hétérogénéité de déformation plastique est observée d'un grain à l'autre ; seulement certains grains « mal orientés » subissent un glissement plastique. Ainsi une distribution très hétérogène des microfissures peut être observée et ceci même si le chargement macroscopique est parfaitement homogène. L'amorçage et la micropropagation des premières fissures visibles occupent une grande partie de la durée de vie. Pour cette raison, il est primordial d'étudier les conditions gouvernant l'amorçage des fissures. Dans un premier temps, un bref rappel sur un modèle de comportement élasto-plastique endommageable relatif au stade I (Mode II) et construit pour des applications en FGNC de *[Huyen, Flacelière et al. 2008]* est présenté. On aborde la formulation générale des lois d'écoulement plastique et d'endommagement en introduisant les aspects thermodynamiques et les variables internes en particulier la variable d'endommagement.

2.1. Hypothèses et choix de modélisation:

Le modèle utilisé considère l'évolution du matériau à l'échelle mésoscopique, en particulier la plasticité locale, et est basé sur une approche micromécanique, où la plasticité et le dommage sont définis et couplés à l'échelle des grains *[Flacelière 2004; Flacelière, Morel et al. 2007]*. Les hypothèses générales ci-après sont adoptées:

- Le cadre de mécanique d'endommagement est utilisé pour définir le dommage à chaque instant et pour tous les points de la structure. Comme indiqué par McDowell *[McDowell 1999]*, au cours de la phase d'initiation, le dommage peut être considéré de manière homogène dans le volume élémentaire représentatif (VER).
- Le choix de travailler à l'échelle macro/méso est justifié par la nature des mécanismes physiques de microfissuration en FGNC. La transition par une loi de localisation (de l'échelle macroscopique à l'échelle mésoscopique) nous permet d'estimer les quantités mécaniques mésoscopiques à partir de leurs homologues macroscopiques. Pour des raisons de simplicité (et d'efficacité), la relation de type Lin – Taylor permettant le passage de l'échelle macroscopique à l'échelle mésoscopique est utilisée. Il est important de noter que cette loi de localisation considère le matériau purement élasto-plastique et en absence de tout dommage, aux échelles mésoscopique et macroscopique. Lors de l'amorçage de la fissure, un seul système de glissement actif est considéré par grain.

  L'expression (I.3) permet d'estimer le tenseur de contrainte mésoscopique à partir du tenseur de contrainte macroscopique :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}^p$$

  Pour un système de glissement particulier, la loi de localisation de Taylor-Lin devient:

$$\begin{aligned} \underline{\tau} &= \underline{T} - \mu \underline{\gamma}^p \\ \underline{\sigma}_n &= (\underline{n}.\underline{\underline{\sigma}}.\underline{n})\underline{n} = [\underline{n}.(\underline{\underline{\Sigma}} - 2\mu\gamma^p \underline{\underline{a}}).\underline{n}]\underline{n} = (\underline{n}.\underline{\underline{\Sigma}}.\underline{n})\underline{n} = \underline{\Sigma}_n \end{aligned} \qquad \text{(III.1)}$$

- Une fois amorcé, le dommage peut se développer même pour des niveaux de charge inférieurs à la limite de fatigue. L'évolution de dommage est non linéaire et dépend du niveau de contrainte.

- L'orientation du dommage peut jouer un rôle fondamental en particulier lorsqu'on étudie l'effet du mode de chargement sur la résistance en fatigue. Pour cette raison, le modèle d'endommagement choisi est orienté et une variable scalaire est associée à chaque système de glissement possible.

2.1.1. Utilisation de la thermodynamique des processus irréversibles :

Afin de décrire la dégradation du cristal lors de la phase nucléation, le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles avec variables internes est utilisé. Il permet une analyse qualitative et quantitative des mécanismes physiques observés. Le modèle est construit en supposant l'existence d'un potentiel thermodynamique, l'énergie libre qui dépend des variables d'état et qui caractérise le système mécanique, ainsi que l'existence d'un potentiel de dissipation. L'énergie libre est la somme de l'énergie récupérable et de l'énergie stockée par unité de volume. La dissipation est postulée pour chaque mécanisme (plasticité, endommagement) tandis que des lois d'évolution relatives à la plasticité sont gouvernées par des règles associées.

On suppose le couplage d'état entre plasticité et endommagement (III.2) et le découplage de dissipation entre plasticité et endommagement (III.3). Le choix de dissipations non couplées plasticité - dommage permet de distinguer facilement les mécanismes concernés et les critères correspondants. Ce choix conduit à une indépendance de l'évolution de ces deux mécanismes et permet de tenir compte de l'existence de déformations plastiques locales avant l'apparition du dommage.

Energie libre mésoscopique (Gibbs) :

$$\omega(\underline{n},\underline{m}) = \rho\psi(\underline{n},\underline{m}) = \omega^e(\underline{\gamma}^e) + \omega^p(\underline{\gamma}^p, p, d) + \omega^d(d,\beta) \qquad \text{(III.2)}$$

avec ω^e est la densité d'énergie de déformation élastique
ω^p est la densité d'énergie liée à la plasticité
ω^d est la densité d'énergie liée à l'endommagement

Processus thermodynamiquement admissible :

$$\Phi(\underline{n},\underline{m}) = \Phi_p + \Phi_d \geq 0 \qquad \text{(III.3)}$$

avec Φ_p potentiel de dissipation de plasticité
Φ_d potentiel de dissipation d'endommagement

Afin d'obtenir un lien dans l'évolution de ces mécanismes et assurer la positivité de la dissipation, un modèle non standard doit être utilisé. L'introduction d'une loi non-associée pour l'évolution du dommage est donc une caractéristique très importante de ce modèle.

2.1.2. Choix des modèles de plasticité et d'endommagement :

Le choix de la loi de comportement du matériau doit représenter de façon fidèle les mécanismes physiques observés avec la plus grande simplicité possible. Une tâche très importante et difficile est le choix de l'ensemble des variables d'état (internes) qui représente au niveau de l'élément de volume de la mécanique des milieux continus, une moyenne de l'influence des mécanismes microscopiques sur le comportement. Ces variables dépendent du matériau, mais aussi des mécanismes qui seront mis en jeu par les sollicitations envisagées.

Tous les phénomènes de plasticité et d'endommagement ont une influence directe sur les propriétés élastiques du cristal. En effet, l'endommagement est considéré comme une conséquence d'un processus de décohésion au sein du cristal et diminue les propriétés élastiques de ce dernier. Dans un premier temps, par souci de simplicité, la variable scalaire d'endommagement d a été choisie de manière à ne pas prendre en

compte des effets du dommage sur le comportement élastique. Ce choix entraîne une surestimation de l'énergie élastique du matériau.

En FGNC, la nucléation des fissures de fatigue de métaux peut être considérée comme la conséquence de l'accumulation de la plasticité dans certaines bandes de cisaillement favorablement orientées. La mésodéformation plastique cumulée y est considérée comme la cause principale du dommage accumulé. Pour représenter le glissement plastique qui s'accumule puis le dommage qui progresse (mode II) dans une direction particulière, le comportement plastique est décrit par une loi de type Schmid. La surface de seuil d'écoulement à l'échelle mésoscopique s'écrit:

$$f(\underline{\tau},\underline{b},\tilde{\tau}) = \sqrt{(\underline{\tau}-\underline{b}).(\underline{\tau}-\underline{b})} - (\tilde{\tau}+\tilde{\tau}_0) \leq 0 \qquad \text{(III.4)}$$

où $\underline{\tau}$ est le cisaillement résolu mésoscopique agissant sur le système de glissement considéré,

$\tilde{\tau}_0$ est la limite d'élasticité initiale de cisaillement,

$\underline{b}$ et $\tilde{\tau}$ sont les variables d'écrouissage cinématique et isotrope définies par :

- Ecrouissage cinématique linéaire :

$$\underline{b} = c\underline{\gamma}^p \qquad \text{(III.5)}$$

où c est le module d'écrouissage cinématique,
$\underline{\gamma}^p$ est le glissement plastique associé au système de glissement considéré,
$\underline{b}$ donne la position du centre de la surface seuil d'écoulement.

- Ecrouissage isotrope non linéaire qui représente la modification de la taille du domaine d'élasticité:

$$\tilde{\tau} = \tilde{\tau}_\infty\left(1-e^{-gp}\right)e^{-sd} \qquad \text{(III.6)}$$

où : p est la déformation plastique cumulée ($\dot{p} = \sqrt{\dot{\underline{\gamma}}^p.\dot{\underline{\gamma}}^p}$),
$\tilde{\tau}_\infty$ désigne la valeur à saturation de la force motrice $\tilde{\tau}$,
g est le paramètre d'écrouissage isotrope (paramètre de durcissement),
s est un paramètre de sensibilité au dommage.

Cette formulation est choisie pour prendre en compte un couplage particulier entre plasticité et endommagement. Elle fait apparaître une limite d'écoulement à saturation, $\tilde{\tau}_\infty$, atteinte après une phase de durcissement liée par une forme exponentielle à la déformation plastique cumulée p. Le dommage diminue la valeur de $\tilde{\tau}$, grâce également à une forme exponentielle décroissante. Le choix de cette forme pour la force thermodynamique, établissant une compétition entre ces deux phénomènes, a été principalement retenu pour sa stabilité numérique. En effet, la valeur de $\tilde{\tau}$ est bornée par $[\tilde{\tau}_0, \tilde{\tau}_\infty]$, et présente, grâce aux fonctions exponentielles, des évolutions continues suivant l'évolution des variables p et d.

L'utilisation d'un modèle non-associé représentant l'endommagement en fatigue polycyclique est nécessaire afin de prendre en compte des effets des contraintes d'ouverture sur l'amorçage mais aussi sur la propagation de la mésofissuration. Deux variables d'endommagement distinctes (d et β) sont introduites pour refléter à la fois l'effet de dommage sur l'écrouissage et l'évolution de l'endommagement. Le formalisme du modèle est proche des travaux de *[Marquis 1989]* et de celui proposé par Murakami *[Murakami et Kamiya 1996; Hayakawa, Murakami et al. 1998]*. Il permet de rendre compte de certains phénomènes dissipatifs, mais également de prendre en compte d'autres phénomènes stockant de l'énergie. La première variable d est une variable d'effet du dommage qui règle l'effet du dommage sur les propriétés du matériau, en particulier sur l'écrouissage isotrope. Elle conduit à une dissipation d'énergie et traduit les mécanismes de décohésion pouvant subvenir dans les bandes de glissement. La deuxième variable β conduit elle à un stockage d'énergie (par exemple par frottement des lèvres de la fissure) et joue le rôle de mesure scalaire de dommage cumulé, par analogie avec la déformation plastique accumulée p. La force conjuguée à cette variable est notée k, et joue le rôle de seuil pour la surface d'endommagement. La forme retenue pour la surface seuil d'endommagement est :

$$h(F_d, k; \sigma_n) = F_d(1 + a\sigma_n) - (k + k_0) \leq 0 \qquad \text{(III.7)}$$

où a est le coefficient de sensibilité à la contrainte normale mésoscopique σ_n sur l'amorçage,
k_0 est le seuil initial d'endommagement,
k est la force gouvernant l'évolution du seuil d'endommagement,
F_d est la force conjuguée correspondant à la variable d'effet du dommage d.

Le modèle développé ici essaie de refléter la **phase d'amorçage** (et au maximum, la première étape de la propagation des microfissures) en modélisant le comportement moyen d'un grain. Il est fondé sur une totale indépendance entre les directions de glissement activées. L'endommagement est supposé apparaître quand la déformation plastique accumulée atteint un seuil qui est identique sur tous les systèmes dans cette version isotrope du modèle. Au-delà de ce seuil, la plasticité et l'endommagement agissent simultanément. Cela entraîne une diminution des propriétés mécaniques du cristal, en particulier en terme de limite d'écoulement plastique. Dans ce modèle, il est supposé que le premier glissement plastique n'implique pas nécessairement une initiation de fissure et par conséquent la rupture.

2.2. Un modèle couplé Plasticité-Endommagement:

2.2.1. Description générale du modèle:

Le Tab. 8 récapitule l'ensemble des variables d'état et les forces associées considérées. Il convient de noter que toutes ces quantités sont attachées à un système de glissement spécifique (défini par un plan de normale $\underline{n}$ et une direction de glissement $\underline{m}$ de ce plan).

Flux thermodynamique	*Description*	*Forces associées*	*Description*
$\dot{\underline{\gamma}}^e$	Taux de déformation élastique mésoscopique	$\underline{\tau}$	Tenseur de cisaillement résolu mésoscopique
$\dot{\underline{\gamma}}^p$	Taux de déformation plastique mésoscopique	$\underline{b}$	Tenseur d'écrouissage cinématique
$\dot{p}$	Taux de déformation plastique cumulée	$\tilde{\tau}$	Ecrouissage isotrope
$\dot{d}$	Taux d'effet du dommage pour l'orientation considérée à l'échelle mésoscopique	F_d	Force motrice du dommage pour l'orientation considérée à l'échelle mésoscopique
$\dot{\beta}$	Taux de dommage cumulée pour l'orientation considérée	k	Seuil d'endommagement

Tab. 8 – Variables thermodynamiques du modèle

- **Potentiel thermodynamique :**

L'énergie libre spécifique (Gibbs) peut s'écrire en fonction des variables internes, **pour un système de glissement actif dans un grain,** et se compose de deux parties, élastique et inélastique:

$$\omega(\underline{n}, \underline{m}) = \frac{G}{2}\underline{\gamma}^e.\underline{\gamma}^e + \frac{1}{2}c\underline{\gamma}^p.\underline{\gamma}^p + \tilde{\tau}_\infty p e^{-sd} + \frac{\tilde{\tau}_\infty}{g}e^{-gp}e^{-sd} + \frac{1}{2}q\beta^2 \qquad \text{(III.8)}$$

où les paramètres sont définis dans le Tab. 8.

La dissipation intrinsèque **pour un système de glissement actif** est donnée par la formule (III.9) sous forme du découplage de dissipation entre plasticité et endommagement:

$$\Phi(\underline{n},\underline{m}) = \underline{\tau}.\dot{\underline{\gamma}}^p - \underline{b}.\dot{\underline{\gamma}}^p - \tilde{\tau}\dot{p} + F_d\dot{d} - k\dot{\beta} \geq 0 \qquad \text{(III.9)}$$

Il faut noter que le couplage fort impose que la somme de ces termes satisfasse l'inégalité de Clausius-Duhem. Dans cette expression, le 1er terme traduit l'énergie irréversible ; les 2e et 3e termes correspondent à l'énergie stockée due à l'écrouissage cinématique et isotrope tandis que les 4e et 5e termes représentent respectivement la dissipation et le stockage d'énergie par dommage local.

- **Lois d'état :**

  - Comportement élastique :

Le comportement élastique linéaire isotrope est obtenu à l'aide de la dérivée de l'énergie libre :

$$\underline{\tau} = \frac{\partial\omega}{\partial\underline{\gamma}^e} = G\underline{\gamma}^e \qquad \text{(III.10)}$$

Dans la dernière expression (III.10), le dommage n'affecte pas le comportement élastique à travers, par exemple, une dépendance au module d'élasticité *G*. Cet effet est considéré négligeable comparé au rôle de la plasticité dans l'initiation d'une fissure dans un grain. L'influence du dommage sur le comportement plastique cyclique semble plus importante et le couplage entre plasticité et endommagement au niveau de l'énergie libre se retrouve au niveau des lois d'état.

  - Méso - plasticité :

Les forces thermodynamiques, associées aux mécanismes locaux d'écrouissage cinématique et isotrope valent:

$$\underline{b} = \frac{\partial\omega}{\partial\underline{\gamma}^p} = c\underline{\gamma}^p \qquad \text{(III.11)}$$

$$\tilde{\tau} = \frac{\partial\omega}{\partial p} = \tilde{\tau}_\infty\left(1 - e^{-gp}\right)e^{-sd} \qquad \text{(III.12)}$$

Ces relations montrent le couplage entre la plasticité et le dommage à l'échelle locale. Comme l'écrouissage cinématique linéaire n'est pas affecté par le dommage, le couplage ne concerne que l'écrouissage isotrope. Ce choix implique que, lorsque le dommage devient actif, un état d'adaptation élastique devient impossible à atteindre (l'écrouissage isotrope disparaît progressivement). Un état d'accommodation plastique est alors seul actif et le dommage croît jusqu'à une valeur critique. La perte de ductilité dans le grain se produit principalement par une baisse du niveau de contrainte reflétée ici par une dépendance de la limite d'élasticité au dommage.

  - Méso – dommage :

La force conjuguée correspondant à la variable d'effet du dommage *d* est notée F_d. Cette force, qui est obtenue par dérivée de l'énergie libre (III.8) par rapport à *d*, dépend à la fois de la déformation plastique cumulée *p* et de la variable *d*:

$$F_d = -\frac{\partial\omega}{\partial d} = \tilde{\tau}_\infty s e^{-sd}\left(p + \frac{e^{-gp}}{g}\right) \qquad \text{(III.13)}$$

La deuxième variable scalaire β est une mesure de "dommage cumulé". La force conjuguée à cette variable *k* dépend linéairement de β:

$$k = -\frac{\partial\omega}{\partial\beta} = q\beta \qquad \text{(III.14)}$$

- **Lois complémentaires (Normalité – lois d'évolution) :**

La fonction seuil de dommage h est distincte du potentiel de dissipation de dommage H qui gère l'évolution de l'endommagement :

$$H(F_d, k; \sigma_n) = F_d(1 + b\sigma_n) - (k + k_1) \qquad \text{(III.15)}$$

La fonction H (III.15) possède une expression similaire à la fonction seuil h (III.7) mais un autre paramètre *b* de sensibilité à la contrainte normale σ_n est introduit pour gérer l'évolution de l'endommagement. Cette caractéristique est propre à un modèle non associé.

Les variables flux associés permettent de connaître l'évolution du glissement plastique, de la déformation plastique accumulée et de l'endommagement. A partir des relations, (III.4) et (III.7), il est possible d'obtenir les lois complémentaires décrivant les cinétiques de la plasticité et de l'endommagement :

$$\dot{\underline{\gamma}}^p = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{b}} \right) = \dot{\lambda}^p \frac{(\underline{\tau} - \underline{b})}{\tilde{\tau} + \tilde{\tau}_0} \qquad \text{(III.16)}$$

$$\dot{p} = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{\tau}} \right) = \dot{\lambda}^p \qquad \text{(III.17)}$$

$$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H}{\partial F_d} \right) = \dot{\lambda}^d (1 + b\sigma_n) \qquad \text{(III.18)}$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H}{\partial k} \right) = \dot{\lambda}^d \qquad \text{(III.19)}$$

Les relations (III.16) à (III.19) traduisent les relations de normalité de l'écoulement plastique et de l'endommagement.

Il est à noter que si les règles de plasticité utilisées sont classiques, le traitment de l'évolution de l'endommagement local est lui plus rare. Comme la plasticité est liée aux glissements, le dommage est lié à la décohésion dans les bandes de glissement. Ces décohésions peuvent être des microcavités ou des microfissures. Nous nous limitons dans cette étude au cas de l'endommagement isotrope pour lequel la densité relative des défauts de surface ne dépend pas de l'orientation. Cet endommagement est modélisé par un scalaire *d*.

La variable de dommage cumulée β et la variable d'effet du dommage *d* évoluent de manière convergente ou divergente selon le mode de sollicitation :

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{d}}{(1 + b\sigma_n)} \qquad \text{(III.20)}$$

Pour un chargement de torsion pure, la contrainte normale associée au système de glissement critique est nulle et donc $\dot{\beta} = \dot{d}$. Pour tous les autres chargements impliquant la contrainte normale, les deux évolutions sont différentes.

Les conditions de cohérence, appliquées respectivement sur le seuil de plasticité *f* ($\dot{f} = 0$) et le seuil d'endommagement *h* ($\dot{h} = 0$), conduisent à l'estimation du multiplicateur plastique $\dot{\lambda}^p$ et du multiplicateur d'endommagement $\dot{\lambda}^d$.

$$\dot{f} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial \underline{\tau}} : \dot{\underline{\tau}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{b}} : \dot{\underline{b}} + \frac{\partial f}{\partial \tilde{\tau}} \dot{\tilde{\tau}} = 0 \qquad \text{(III.21)}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{p} = \dot{\lambda}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\tau}} . \dot{\underline{\tau}} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial p \partial d} \dot{d}}{c + \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2}} \qquad \text{(III.22)}$$

De la même façon pour le dommage :

$$\dot{h} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial h}{\partial F_d} \dot{F}_d + \frac{\partial h}{\partial k} \dot{k} = 0 \qquad \text{(III.23)}$$

$$\Rightarrow \qquad \dot{d} = \frac{-\dfrac{\partial^2 \omega}{\partial d \partial p}\dot{p}}{\dfrac{q}{(1+\mathrm{a}\sigma_n)(1+b\sigma_n)} + \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial d^2}} \tag{III.24}$$

où :

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial p \partial d} = -\tilde{\tau}_\infty s\left(1-e^{-gp}\right)e^{-sd} \leq 0 \tag{III.25}$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = \frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial p} = \tilde{\tau}_\infty g e^{-gp} e^{-sd} \tag{III.26}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \underline{\tau}} = \frac{(\underline{\tau} - \underline{b})}{\tilde{\tau} + \tilde{\tau}_0} \tag{III.27}$$

Et finalement, on obtient :

$$\dot{p} = \frac{\dfrac{\partial f}{\partial \underline{\tau}}.\dot{\underline{\tau}}}{c + \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} - \left(\dfrac{\partial^2 \omega}{\partial p \partial d}\right)^2 \dfrac{1}{\dfrac{q}{(1+\mathrm{a}\sigma_n)(1+b\sigma_n)} + \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial d^2}}} = \frac{\dfrac{\partial f}{\partial \underline{\tau}}.\dot{\underline{\tau}}}{A} \tag{III.28}$$

avec

$$A = c + \tilde{\tau}_\infty g e^{-gp} e^{-sd} - \frac{\left[\tilde{\tau}_\infty s\left(1-e^{-gp}\right)e^{-sd}\right]^2}{\dfrac{q}{(1+\mathrm{a}\sigma_n)(1+b\sigma_n)} + \tilde{\tau}_\infty s^2 e^{-sd}\left(p + \dfrac{e^{-gp}}{g}\right)} \tag{III.29}$$

Cette dernière équation (III.28) fait apparaître une partie des effets du couplage entre plasticité et endommagement. L'évolution de la déformation plastique accumulée p est liée à l'évolution des contraintes de cisaillement et à celle du dommage d. Par ailleurs, l'évolution du dommage n'est possible que pour des niveaux de contraintes entraînant l'activation de plasticité.

La ruine du cristal est définie par une valeur critique d_c de la variable d'effet du dommage d. Ce seuil est appliqué sur la variable d'effet du dommage d (responsable de l'énergie dissipée qui entraîne la ruine par une diminution des propriétés locales du matériau) et non sur la variable de dommage cumulé β (qui conduit au stockage d'énergie).

Toutes les constantes matériau utilisées dans le modèle sont rappelées dans le Tab. 9:

Paramètre d'élasticité

μ	Coefficient de Lamé (relation de localisation)

Paramètres d'écrouissage

c	Module d'écrouissage cinématique
$\tilde{\tau}_0$	Limite d'écoulement mésoscopique initiale
$\tilde{\tau}_\infty + \tilde{\tau}_0$	Limite d'écoulement mésoscopique à saturation du domaine plastique
g	Module de durcissement

Paramètres d'endommagement

k_0	Seuil initial d'endommagement
s	Module de sensibilité de l'écrouissage isotrope au dommage
q	Module d'évolution du seuil d'endommagement
a	Coefficient de sensibilité du seuil d'endommagement à la contrainte normale
b	Coefficient de sensibilité de la cinétique de dommage à la contrainte normale
d_c	Valeur critique de la variable d'effet du dommage

Tab. 9 – Paramètres mécaniques du modèle élastoplastique endommageable.

La modélisation de la plasticité et de l'endommagement conduit à un nombre important de coefficients (11 au total dans le Tab. 9). L'identification de ces paramètres est très délicate car les données relatives à l'échelle mésoscopique sont très difficilement accessibles.

* Un commentaire sur l'influence de la contrainte normale agissant sur le plan de glissement :

Il est bien connu que la contrainte normale peut avoir une forte influence sur le développement d'une fissure. Pour le comportement du mode II considéré ici, la contrainte normale appliquée sur le système de glissement actif peut favoriser ou retarder l'amorçage et la propagation d'une mésofissure. En particulier, la contrainte normale peut avoir une forte influence sur les mécanismes de friction agissant sur les lèvres de la fissure, et ainsi modifier l'équilibre entre la partie d'énergie dissipée et la partie d'énergie stockée.

Le modèle proposé considère la contrainte normale résolue, agissant sur le système de glissement sollicité, comme un paramètre de chargement et non pas comme une force thermodynamique. Si σ_n avait été considérée comme une force motrice dans les expressions (III.7) et (III.15) des fonctions h et H, la condition de cohérence appliquée à la fonction de seuil du dommage aurait contenu le taux $\dot{\sigma}_n$.

2.2.2. Implémentation numérique :

Dans cette approche, on a supposé que la force motrice principale est la déformation plastique accumulée locale assistée par la contrainte normale agissant sur le plan de glissement associé. La cission résolue et la contrainte normale associée doivent donc être calculées sur des plans et des directions particulières. A partir des évolutions de ces deux contraintes avec le temps, un calcul numérique est nécessaire afin d'estimer le taux $\dot{p}$ et $\dot{d}$, à chaque instant du cycle de chargement.

Avant de décrire l'accumulation pas à pas de la déformation plastique, il est nécessaire d'établir précisément le lien entre le chargement appliqué à l'échelle macroscopique et les déformations plastiques subies par certains grains du métal polycristallin. En utilisant les relations (III.16), (III.22), (III.24) et (III.28) on obtient :

$$\underline{\dot{\gamma}}^p = \frac{\underline{\dot{\tau}}}{A} = \frac{\underline{\dot{T}} - \mu \underline{\dot{\gamma}}^p}{A} \Rightarrow \underline{\dot{\gamma}}^p = \frac{\underline{\dot{T}}}{\mu + A} \qquad \text{(III.30)}$$

Le taux de la déformation plastique accumulée est directement proportionnel au taux de cission résolue macroscopique:

$$\dot{p} = \sqrt{\underline{\dot{\gamma}}^p . \underline{\dot{\gamma}}^p} = \frac{\underline{\dot{T}}}{\mu + A} \qquad \text{(III.31)}$$

où A n'est pas une constante mais dépend de σ_n, d, et p (voir (III.29)).

Il est à noter que ce modèle, bien que construit à partir d'une théorie à variables thermodynamiques indépendantes du temps, dépend du temps par l'intermédiaire des sollicitations cycliques. Du fait de la complexité des équations de ce modèle, les réponses obtenues pour divers chargements imposés ne peuvent être déterminées qu'en ayant recours à des méthodes numériques appropriées.

Les phases successives du comportement de cristal à partir du premier cycle vérifient les conditions:

✧ Tant que les deux conditions (III.4) et (III.7) sont remplies : $\begin{cases} f(\underline{\tau}, \underline{b}, \tilde{\tau}) = \sqrt{(\underline{\tau} - \underline{b}).(\underline{\tau} - \underline{b})} - (\tilde{\tau} + \tilde{\tau}_0) < 0 \\ h(F_d, k; \sigma_{\underline{n}}) = F_d(1 + a\sigma_{\underline{n}}) - (k + k_0) < 0 \end{cases}$. Il n'y a ni déformation plastique accumulée, ni dommage.

- Lorsque $h < 0$ et $f = 0$ avec $d\tau > 0$: certains glissements plastiques sont accumulés, mais le dommage n'apparaît pas encore.
- Lorsque $h = 0$, $f = 0$ avec $d\tau > 0$ et $dF_d > 0$: F_d a atteint le seuil k_0 et le dommage d commence à augmenter avec la déformation plastique accumulée p.

Les effets combinés de la plasticité et de l'endommagement sont modélisés selon le schéma de la Fig. 56.

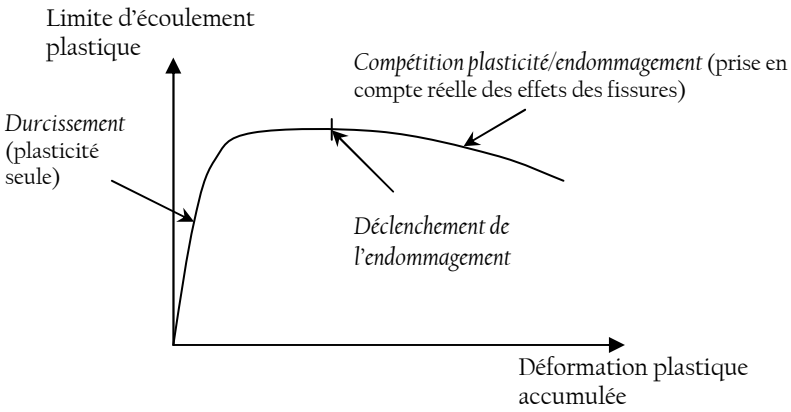


Fig. 56 – Schéma de modélisation *[Flacelière 2004]*

A partir de (III.31), il est possible de déterminer l'ensemble des évolutions liées à la plasticité, ainsi que celles de d et β, à tout instant du cycle de chargement. L'intégration de l'équation constitutive non-linéaire, pour les deux inconnues p et d, est implémentée dans MATLAB. Les équations différentielles sont résolues numériquement par une formule explicite Runge-Kutta d'ordres 4 et 5 pour une plus grande précision. Dans ce cas, à partir d'une série de variables p_i, d_i à l'itération i, la procédure commence à rechercher la valeur de Δp_i. Toutes les variables ne sont mises à jour qu'à la fin du pas d'incrément choisi (Fig. 57).

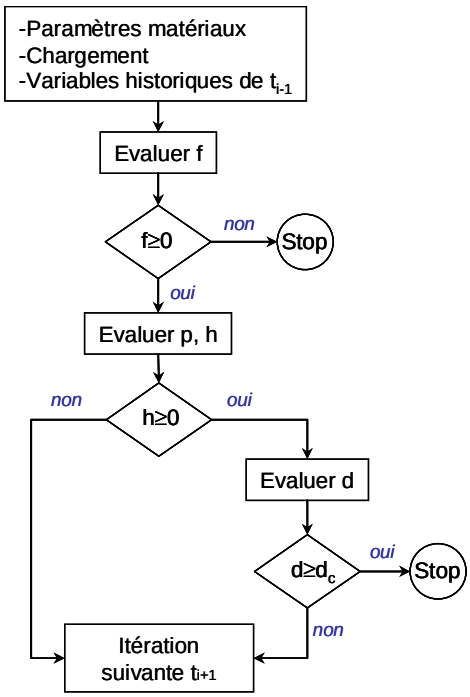


Fig. 57 – Organigramme de la méthode de calcul de la durée de vie à l'amorçage

2.2.3. Procédure d'identification des paramètres :

Afin d'illustrer la procédure d'identification, les coefficients du modèle ont été estimés grâce à l'ensemble des données expérimentales relatives au comportement en plasticité et à l'endommagement recueillies sur l'acier C35 *[Billaudeau 2002; Flacelière 2004]*. D'une façon générale, chaque phénomène ne peut pas être identifié indépendamment. Cependant on peut estimer ces phénomènes par approximations successives. Dans une application en FGNC, il semble judicieux de supposer que la procédure d'identification doit être basée sur le comportement en régime stabilisé.

A propos du comportement élastique, le seul module d'élasticité qui apparaît dans le modèle est le coefficient de Lamé μ (comportement isotrope) dont la valeur pour l'acier est 70000 MPa ($E = 2\mu(1+\upsilon)$).

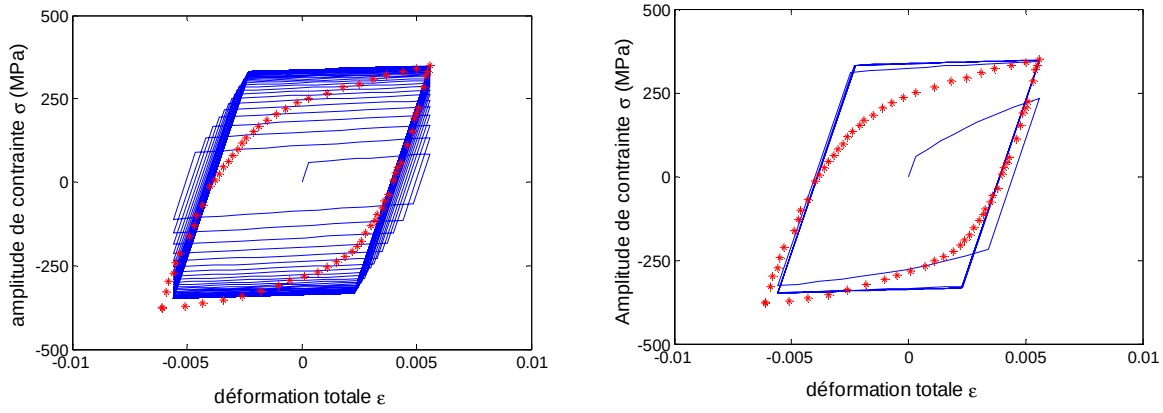
Les autres paramètres sont liés au comportement mésocopique, à savoir soit la plasticité cyclique, soit le seuil et l'évolution du dommage. Leurs valeurs sont identifiées indirectement, par l'intermédiaire de certaines données macroscopiques. Afin d'appréhender l'influence de ces coefficients sur le comportement plastique ou à l'endommagement à l'échelle mésoscopique, on distingue deux groupes de paramètres:

1. La limite d'élasticité ($\tilde{\tau}_0, \tilde{\tau}_\infty$) et les paramètres d'écrouissage (c, g),
2. Les paramètres de dommage (s, q, k_0, a) et d_c, la valeur critique de d.

❖ Identification des paramètres liés au comportement plastique cyclique

Afin d'obtenir la valeur asymptotique $\tilde{\tau}_0 + \tilde{\tau}_\infty$, le concept d'adaptation élastique est utilisé. Plus précisément, on considère que le comportement des grains tend vers une réponse purement élastique lorsque les chargements extérieurs approchent la limite de fatigue macroscopique. Par exemple, la limite de fatigue en torsion purement alternée de l'acier C35, obtenue par la méthode de l'escalier à 10^7 cycles, est t_{-1} = 169 MPa.

Les paramètres d'écrouissage du premier groupe sont les plus difficiles à identifier car ils ne sont pas responsables directement de l'amorçage. On peut les estimer à partir des courbes cycliques contrainte – déformation obtenues par des essais en contrôle de déformation pour le même acier C35 *[Billaudeau 2002]*. La Fig. 58 présente une étude de sensibilité au paramètre d'écrouissage g pour une déformation totale imposée de 0.55%.



c = 2000 MPa ; g = 5 → N_s = 109 cycles

c = 2000 MPa; g = 100 → N_s = 6 cycles

Fig. 58 – Courbes stabilisées (simulation et expérimentale) pour la déformation totale de 0.55 %

Les paramètres g et c du modèle règlent respectivement la vitesse avec laquelle le régime stabilisé est atteint et la forme du cycle à la stabilisation. On suppose que le nombre de cycles appliqué est suffisamment grand pour que le régime stabilisé représente la majeure partie de la durée de vie et donc que la première phase d'écrouissage n'a pas d'influence sur la durée de vie en fatigue. Plus exactement, la phase où la limite

d'élasticité mésoscopique (III.6) augmente de la limite d'élasticité initiale $\tilde{\tau}_0$ à l'état stabilisé $\tilde{\tau}_0 + \tilde{\tau}_\infty$ peut être considérée comme négligeable dans notre calcul. Cela implique également que le paramètre d'écrouissage isotrope g est très élevé.

Puisque dans la première phase, l'écrouissage isotrope est supposé atteindre l'état stabilisé très rapidement, le paramètre d'écrouissage cinématique mésoscopique c ne peut pas être négligé, car il est actif tout au long de la durée de vie en fatigue. Il se déduit du comportement cyclique macroscopique de l'acier C35. Sa valeur identifiée est aux alentours de 2000 MPa.

❖ **Paramètres d'endommagement (en mode II) :**

Les paramètres du deuxième groupe gouvernent la manière dont le dommage apparaît et évolue à l'échelle mésoscopique. Après avoir atteint un seuil de la déformation plastique accumulée, la variable de dommage d croît et quand elle atteint la valeur critique d_c, on suppose que le stade I est achevé. Les quatre paramètres qui gouvernent le seuil et l'évolution du dommage sont:

s qui reflète l'influence du dommage sur l'écrouissage isotrope,
q qui gouverne la cinétique du dommage
k_0 qui est le seuil de nucléation appliqué sur la force motrice du dommage F_d
a qui est le coefficient de sensibilité du seuil d'endommagement à la contrainte normale.

Le paramètre s, module de sensibilité au dommage, règle la décroissance de τ_y avec l'évolution de la variable d'effet du dommage d (Eq.(III.6)). L'augmentation de ce paramètre entraîne donc une vitesse d'endommagement supérieure, et induit des durées de vie plus faibles. Le paramètre q pilote la vitesse d'évolution du dommage, les expressions (III.20) et (III.24) le font apparaître au dénominateur des expressions de $\dot{d}$ et $\dot{\beta}$.

- Une étude paramétrique de ces paramètres est nécessaire afin de préciser leurs effets sur la prédiction de la durée de vie en fatigue.

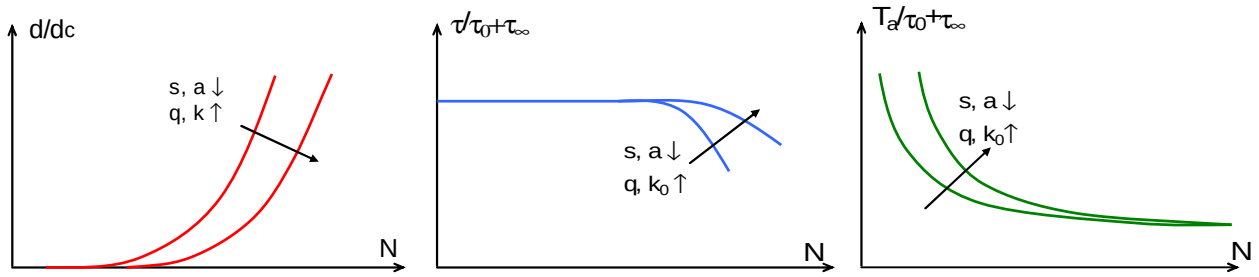


Fig. 59 – Influence des paramètres de dommage s, q, k_0 et a utilisé dans le modèle
a) sur l'effet du dommage b) sur la limite d'écoulement c) sur la courbe SN

La Fig. 59 illustre les évolutions schématiques de la variable d'effet de dommage normalisée d/d_c et de la limite d'élasticité normalisée du cristal $\tilde{\tau}/(\tilde{\tau}_0 + \tilde{\tau}_\infty)$ en fonction du nombre de cycles N pour l'ensemble des paramètres d'endommagement q, k_0, s *et* a. Les courbes S-N prédites sont également présentées.

La Fig. 59a montre que la forme de la courbe du dommage (et donc la non-linéarité de l'évolution des dommages) change avec les valeurs des quatre paramètres s, q, k_0 et a. s et a ont la même tendance tandis que q et k_0 (ayant la même influence) agissent dans le sens inverse.

Le même type de remarque est valable pour la Fig. 59b. La limite d'élasticité locale est affectée de différentes façons en fonction des valeurs s, q, k_0 et a. Il est important de rappeler que la caractéristique principale de ce modèle est le couplage entre la plasticité et l'endommagement à l'échelle mésoscopique. Par

conséquent, il n'est pas surprenant de constater que les paramètres du modèle ont un effet à la fois sur les courbes des Fig. 59a et b. Par souci de simplicité, la phase d'écrouissage a été omise sur la Fig. 59b.

La Fig. 59c représente la courbe d'amorçage (fin du stade I) due au glissement plastique et à l'accumulation du dommage. Il s'agit plus exactement d'une courbe S-N normalisée exprimée en fonction de l'amplitude de la cission résolue rapportée sur la limite de fatigue correspondante. Pour un niveau donné d'amplitude de contrainte, lorsque a et s augmentent ou q et k_0 diminuent on constate que le nombre de cycles augmente.

On peut également montrer que k_0 qui règle le retard à l'activation du dommage influe sur la forme de la courbe représentant l'évolution du dommage (Fig. 60) tandis que q et s (dont les effets sont opposés) agissent sur la partie relative à l'évolution des dommages.

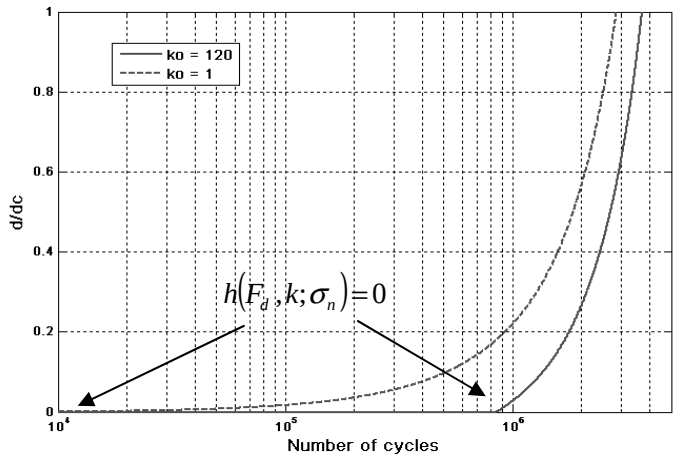


Fig. 60 – Effet de k_0 sur l'activation de l'endommagement en torsion ($\Sigma_{zy,a}$=175 MPa).

- L'identification de ce deuxième groupe de paramètres peut être réalisée à l'aide d'une courbe S-N de torsion et de la limite de fatigue correspondante. Afin de tenir compte de l'effet de contrainte normale, les paramètres a et b, apparaissant dans la fonction du seuil h et de l'évolution de dommage H, sont nécessaires. Par souci de simplicité, ces deux coefficients seront considérés comme égaux (a=b). Une courbe S-N sous chargement de traction-compression est utilisée pour identifier cette valeur.

Les courbes de Wöhler prédites pour des sollicitations en torsion et en traction purement alternée sont présentées sur la Fig. 61. Sur ces courbes, on a pris soin de distinguer le début d'apparition du dommage (courbe en bleu) et le nombre de cycles nécessaire pour atteindre la valeur critique de dommage d_c.

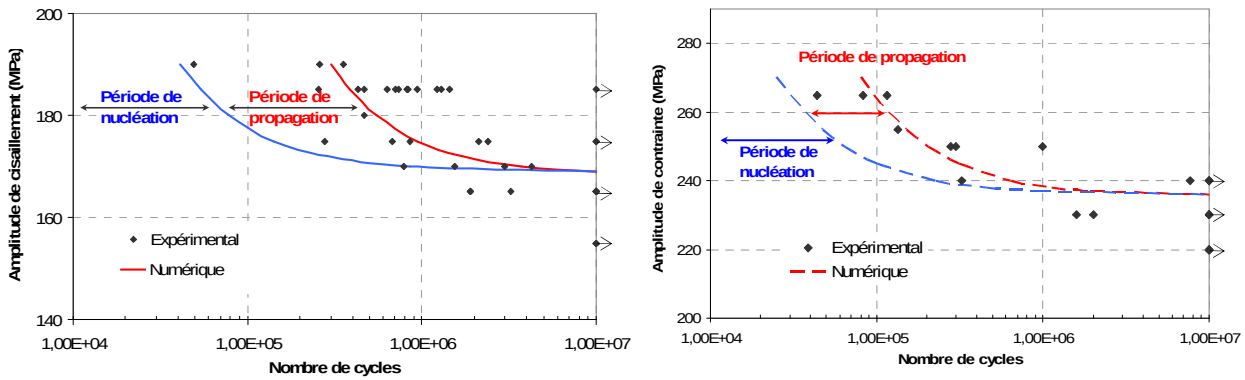


Fig. 61 – Courbes de Wöhler prédites en a) torsion (R=-1) et en b) traction (R=-1) (acier C35).

L'ensemble des valeurs numériques identifiées pour l'acier C35 est résumé dans le Tab. 10:

Elasticité	$\mu = 70000\,MPa$
Ecrouissage	$c = 2000\,MPa$ $\tau_0 + \tau_\infty = 169\,MPa\,(Torsion)$
Dommage	$s = 0.015$ $q = 800\,MPa$ $k_0 = 120\,MPa$ $d_c = 1$ $a = b = 0.014$

Tab. 10 – Paramètres du modèle pour l'acier C35

Avec les paramètres identifiés précédemment, le couplage entre plasticité et endommagement peut être illustré à l'aide des évolutions de la surface d'écoulement plastique, de la déformation plastique accumulée et de la variable d'effet de dommage en fonction du nombre de cycles.

Deux amplitudes de contraintes différentes ont été appliquées pour un chargement de torsion ($\Sigma_{zy,a}$=170MPa et $\Sigma_{zy,a}$=190MPa soit des durées de vie prédites respectives de 3.10^5 et $3{,}73.10^6$ cycles). Pour ce chargement de torsion, n'induisant pas de contraintes normales, la relation $\dot{\beta} = \dot{d}$ est vérifiée à tout instant (III.20). En considérant que la phase de durcissement du matériau est négligeable par rapport à la durée de vie totale, l'endommagement, une fois amorcé, croît progressivement jusqu'à la fin de la durée de vie. Cette augmentation de la cinétique de dommage provoque une diminution nette des capacités de résistance à l'écoulement plastique représenté par le seuil de plasticité.

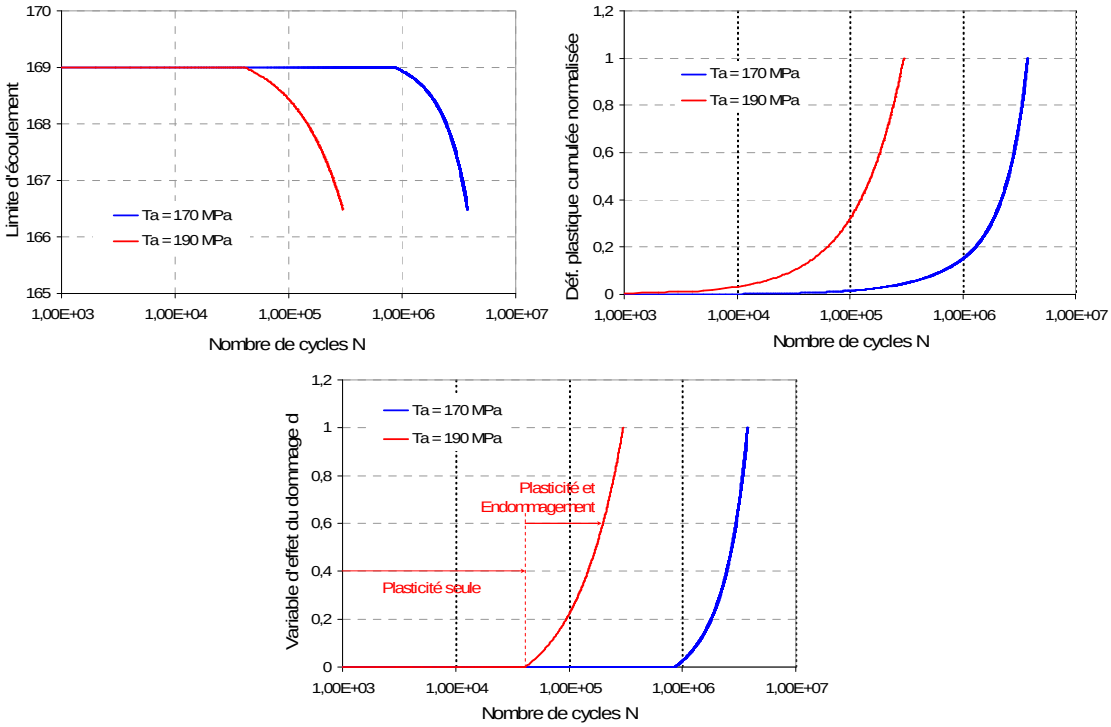


Fig. 62 – Evolutions en fonction du nombre de cycles pour un chargement de torsion alternée (acier C35)
a) la limite d'écoulement,
b) la déformation plastique accumulée *p*,
c) la variable de dommage.

La distinction entre deux types de phénomènes (plasticité et endommagement) est mise en évidence sur la Fig. 62. Pour les deux niveaux de chargement appliqués, les nombres de cycles pour atteindre le seuil à l'apparition du dommage diffèrent de manière conséquente.

3. APPLICATION DU MODELE POUR DIFFERENTS MODES ET TRAJETS DE CHARGEMENT:

Même si le modèle présenté a été construit à partir d'observations fines des mécanismes d'endommagement local en FGNC, il est nécessaire de vérifier ses prédictions pour différents types de chargement. Il est applicable dans le cas de chargement multiaxial d'amplitude variable quelconque. Néanmoins dans un premier temps, ce travail est limité à l'étude d'effet du mode de chargement et l'influence du trajet de chargement par la construction de plusieurs courbes S-N normalisées et des effets de séquences pour un chargement à deux blocs d'amplitude constante avec deux niveaux de charge, haut et bas. Ensuite, l'accumulation non linéaire de dommages induite par cette approche originale sera analysée. On veut démontrer simplement à travers cette application, la capacité de la modélisation à représenter des effets de séquence bien connus en FGNC.

3.1. Effets de différents modes et trajets de chargement :

Les données expérimentales en traction-compression, torsion et traction-torsion combinée (en phase ou avec déphasage de 90°) relatives à l'acier ferrito-perlitique C35 sont utilisées comme références pour la comparaison (Tab. 11). Tous ces chargements sont purement alternés (R=-1) et nous supposerons que le nombre de cycles à l'amorçage (fin du stade I) est proche du nombre de cycles à la rupture. Le déphasage est noté β et le rapport de biaxialité k est défini comme le rapport de l'amplitude de la contrainte de cisaillement sur l'amplitude de la contrainte normale.

N°	k	β (°)	Sa (MPa)	Ta (MPa)	Nombre de cycles
1			195	97,5	742000
2			195	97,5	2000000
3			195	97,5	600000
4	0,5	0	205	102,5	317000
5			200	100	565000
6			197	98,5	2000000
7			197	98,5	430000
1			150	150	203000
2			145	145	311000
3			140	140	562000
4	1	0	135	135	2000000
5			137,5	137,5	2000000
6			155	155	147000
7			140	140	546000
1			195	97,5	1000000
2			225	112,5	880104
3			235	117,5	223572
4	0,5	90	230	115	310503
5			240	120	128973
6			245	122,5	102046
7			220	110	987340
8			225	112,5	505640

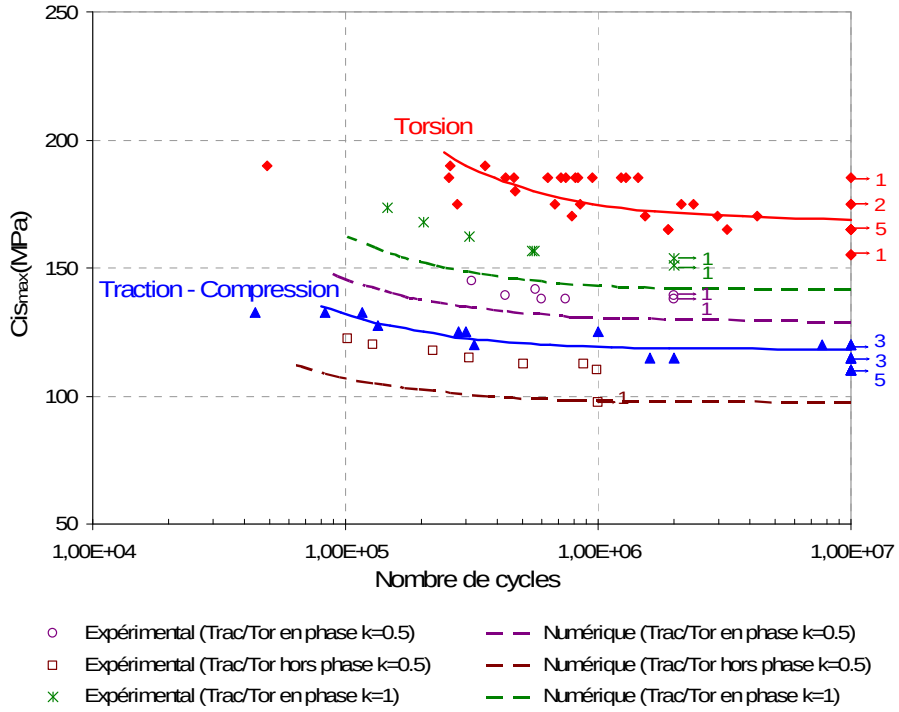
Tab. 11 – Données expérimentales d'essais de fatigue de traction-torsion combinée (en phase et avec déphasage de 90°) sur l'acier C35 *[Flacelière 2004]*.

Pour réaliser la simulation pour les différents types de chargement, on suppose que la microfissure associée au stade I apparaît sur le plan de cission maximale (mode II). Les valeurs de l'amplitude de cisaillement résolue maximum T_a (sur ce plan) et de l'amplitude de la contrainte normale correspondante sont utilisées dans la simulation.

Pour chaque condition de chargement multiaxial, les courbes S-N prédites sont reportées sur la Fig. 63a en utilisant $\tau_{lim} = \tilde{\tau}_0 + \tilde{\tau}_\infty$ qui représente la limite de fatigue expérimentale exprimée en terme d'amplitude de cisaillement résolue maximale :

- traction-torsion en phase k=0.5 : τ_{lim} = 129 MPa;
- traction-torsion hors phase k=0.5 : τ_{lim} = 98 MPa;
- traction-torsion en phase k=1 : τ_{lim} = 141 MPa.

a)



b)

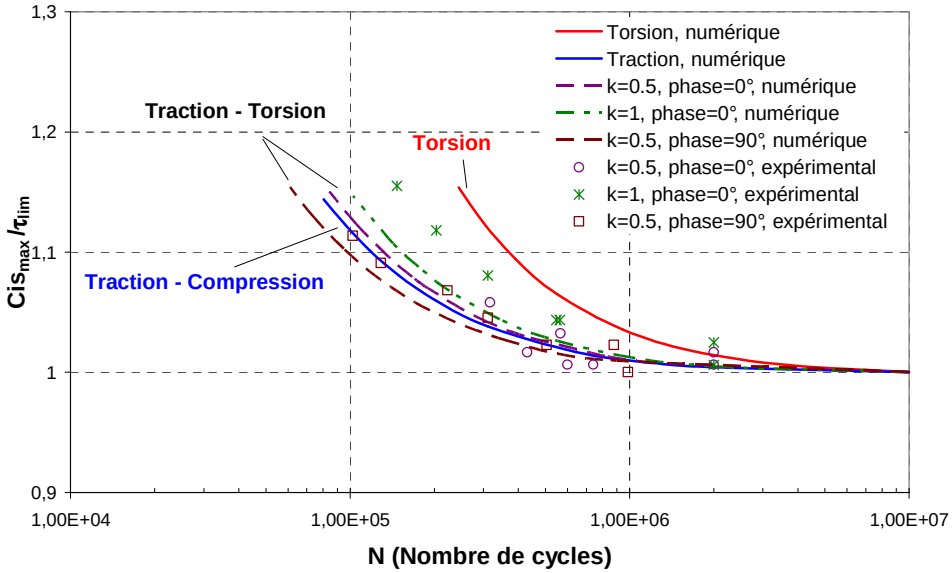


Fig. 63 – Comparaisons entre les résultats expérimentaux et numériques pour l'acier C35 (traction, torsion et traction – torsion combines pour différents facteurs k = T_a/Σ_a).
a) Courbes SN b) Courbes normalisées SN

Bien entendu, la valeur de τ_{lim} a une importance capitale sur les prédictions du modèle. En utilisant les valeurs expérimentales de τ_{lim} dans la simulation, on choisit de n'étudier le comportement du modèle que dans le domaine de l'endurance limitée en supposant qu'on dispose par ailleurs d'un critère suffisamment

précis pour nous fournir cette valeur de τ_{lim}. Ce critère est celui présenté au chapitre II précédent et nous l'utiliserons à nouveau à la fin de ce chapitre au paragraphe 5.

Pour simplifier la représentation et la comparaison entre les résultats dans le domaine de l'endurance limitée, les prédictions et les données expérimentales sont réunies sur la Fig. 63b sur une courbe normalisée S-N où l'axe vertical représente le rapport Cis_{max}/τ_{lim}. Ce choix permet de comparer toutes les données sur une seule figure indépendamment des différentes valeurs de limite de fatigue liées aux différents modes de chargement.

La Fig. 63b montre que:

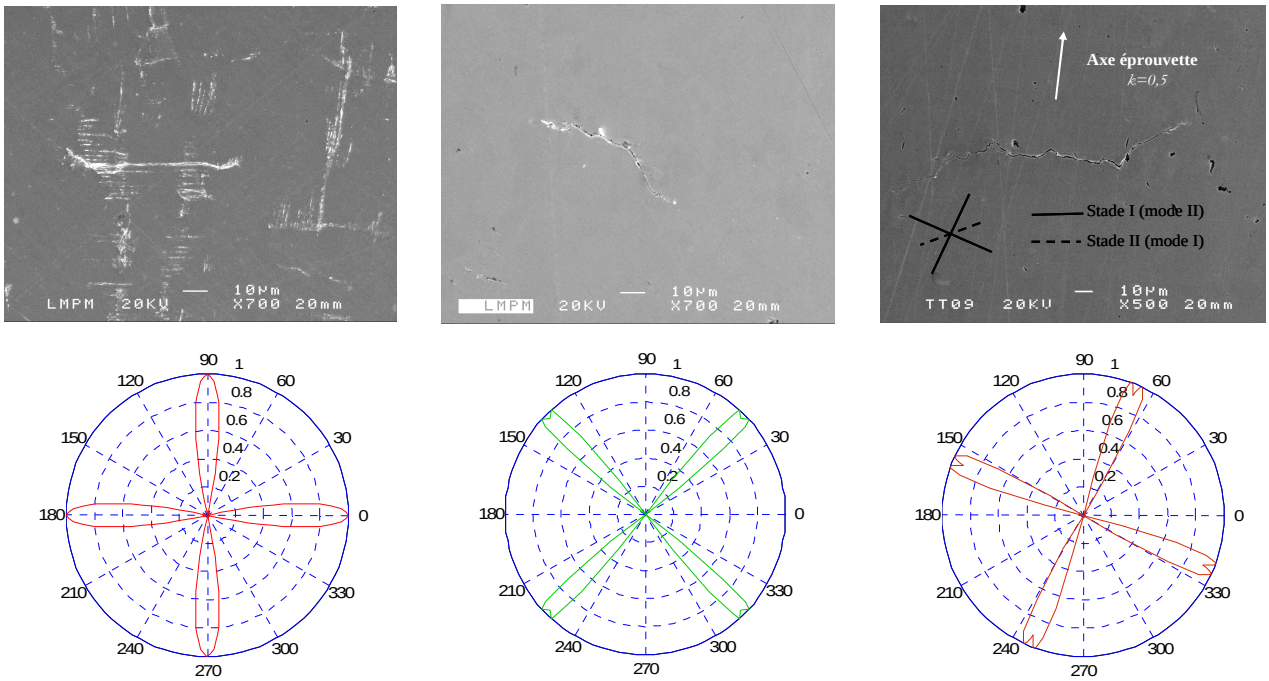
- Pour le même rapport Cis_{max}/τ_{lim}, la sollicitation de traction-compression conduit à un nombre de cycles plus petit que la sollicitation de torsion. On attribue ce comportement à l'effet de la contrainte normale.
- Les données en fatigue multiaxiale (traction-torsion combinée) se situent bien entre les deux courbes S-N normalisées extrêmes de torsion et de traction-compression. Des modifications du déphasage ou du facteur de biaxialité entraînent un déplacement de la courbe vers la droite (vers la courbe de torsion) ou vers la gauche (vers la courbe de traction-compression).
- Pour des valeurs du facteur de biaxialité *k* comprises entre 0 (traction-compression) à ∞ (torsion) et pour un déphasage nul, le chargement de traction-torsion combinée correspondant conduit à une courbe située entre les deux chargements de référence de traction-compression et de torsion. Pour k=0.5 et un chargement proportionnel, la courbe est proche du cas limite de traction-compression. Pour k=1, les prévisions sont décalées vers le cas limite de torsion.
- L'effet néfaste du chargement hors phase est observé pour une valeur de k=0.5 et un déphasage de 90°. Ce cas est représenté par la courbe à gauche de la courbe de traction-compression. Pour les chargements en phase, toutes les prédictions et les données se situent entre la courbe de traction-compression et celle de torsion, les prédictions avec un déphasage de 90° peuvent se situer en dehors de cette zone traduisant un cas de sur-endommagement particulier. Cette observation est en parfait accord avec les observations conduites dans le chapitre II où nous avons clairement établi dans le domaine de l'endurance illimitée le rôle néfaste du déphasage.

En résumé, un bon accord a été trouvé entre les prévisions et les résultats expérimentaux pour des chargements sinusoïdaux d'amplitude constante, en et hors phase. Ces résultats montrent l'influence du mode de chargement, notamment l'effet de la contrainte normale ainsi que celui du déphasage sur la durée de vie dans le domaine de l'endurance limitée.

✧ **Discussion sur la distribution du dommage:**

Si on ne considère que les plans dont la normale est perpendiculaire à la normale à la surface libre, il est aisé, avec ce modèle de type plan critique, d'accéder à des représentations polaires des variables d'état et des forces associées pour un chargement quelconque. En particulier, la représentation polaire de la variable d'endommagement *d* permet de quantifier les intensités ainsi que les répartitions du dommage en mode II.

La Fig. 64 représente les plans privilégiés (plans de cisaillement maximal) sur lesquels le modèle prévoit l'apparition de l'endommagement ainsi que les fissures observées sur la surface libre des éprouvettes pour des sollicitations de torsion, de traction et de traction-torsion. Les rosettes de dommage issues du modèle plan critique sont obtenues pour les amplitudes de chargement valant pour la torsion $\Sigma_{zy,a}$=175MPa, pour la traction $\Sigma_{zz,a}$=250MPa et pour la traction-torsion ($\Sigma_{zz,a}$=195MPa, $\Sigma_{zy,a}$=97MPa) soit des durées de vie prédites respectivement de 300400 , 203300 et 192000 cycles.



Torsion | Traction | Traction et torsion combinée (k=0.5)

Fig. 64 – Orientation des fissures dans la zone d'amorçage et rosettes de distribution des dommages (en mode II) associées prévues par le modèle plan critique (acier C35, R=-1).

Pour la torsion, l'orientation la plus critique se situe parallèlement ou perpendiculairement à l'axe de l'éprouvette. Le nombre important de sites d'accumulation de glissement plastique donne lieu à l'amorçage de nombreuses fissures pour ce chargement de torsion alternée pure. Toute autre direction induit des durées de vie plus grandes ou des valeurs de dommage plus faibles. Pour la sollicitation de traction, l'amorçage apparaît sur les plans de cisaillement orientés à 45° par rapport à l'axe de l'éprouvette. Dans le cas du chargement de traction-torsion proportionnel, l'ensemble des directions comprises entre les deux cas extrêmes de torsion (à 90°) et de traction (à 45°) est possible. En particulier, pour le chargement caractérisé par k=0.5, l'amorçage apparaît de façon privilégiée sur le plan de cisaillement maximal orienté à 67.5° de l'axe de l'éprouvette. Les éprouvettes sollicitées avec ce chargement montrent un nombre limité de marques d'endommagement et donc une forte localisation des microfissures. Les contraintes normales agissant sur les différents systèmes et d'intensité relativement importante pour ce chargement avec k=0.5 ont pour effet de favoriser l'ouverture des fissures et donc de les rendre plus néfastes que celles induites par la torsion pure par exemple. La présence de contrainte normale importante peut donc être une explication à une tendance à la localisation de l'endommagement. Pour être plus précis, pour une même taille apparente en surface, une fissure « de torsion » (type A) est beaucoup moins néfaste qu'une fissure « de traction » (type B). Pour une durée de vie finale identique, on peut donc observer à mi-durée de vie un plus grand nombre de microfissures en torsion qu'en traction. C'est précisément cette différence qui nous fait dire que la localisation est plus importante en présence de contraintes normales.

Afin de comparer les sollicitations, on propose de faire une simulation pour un même niveau de cisaillement maximal normalisé (par rapport à la limite de fatigue correspondant au mode de chargement) et de représenter la distribution du dommage après l'application d'un nombre de cycles défini N = 90000 cycles (Fig. 65). Dans ce cas, la rosette de distribution plane du dommage en traction montre un endommagement supérieur à celui obtenu en torsion et en traction – torsion combiné (k=0.5 et en phase). Le faible niveau de contrainte normale en torsion est à l'origine du peu de dommage observé. La sollicitation de traction-torsion illustre un cas intermédiaire.

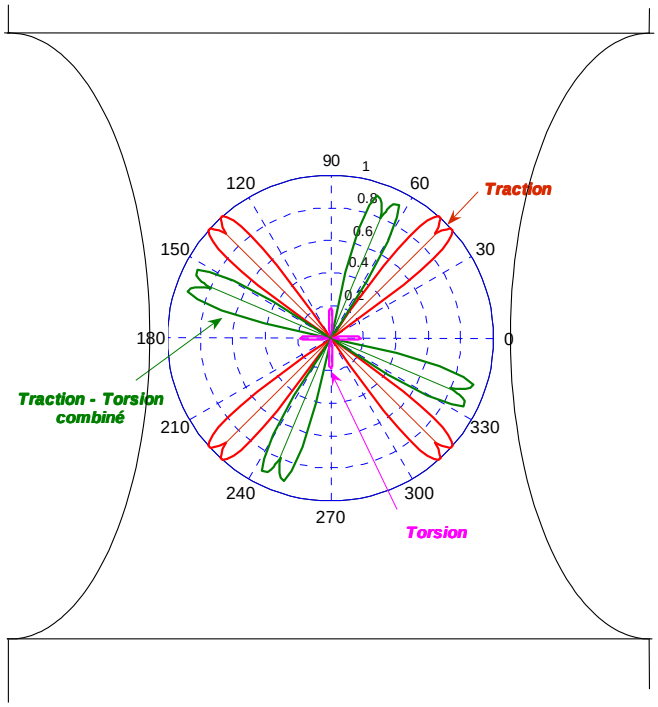


Fig. 65 – Rosettes de distribution des dommages en mode II prédites par le modèle plan critique pour les sollicitations de torsion ($\Sigma_{zy,a}$=190 MPa), traction ($\Sigma_{zz,a}$=250 MPa) et traction-torsion combiné ($\Sigma_{zz,a}$=2$\Sigma_{zy,a}$=195 MPa) pour un même nombre de cycles de sollicitation.

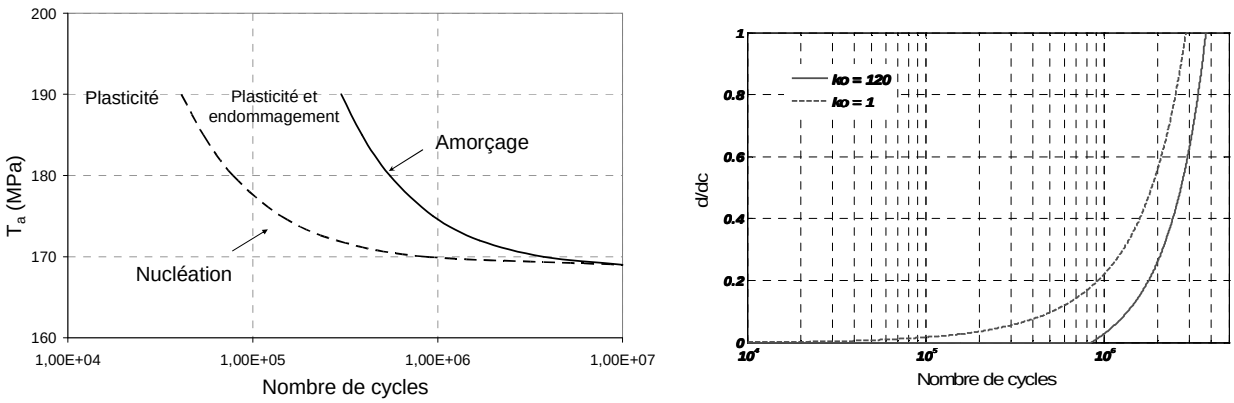
3.2. Effet de cumul de dommage:

Le propre d'un modèle d'endommagement dédié à la fatigue est de pouvoir refléter les effets de séquence observés habituellement. Pour l'approche proposée, la non-linéarité du cumul a deux origines:

- Les deux phases différentes dans l'étape d'amorçage des fissures (Fig. 66a). La première phase est gouvernée par le glissement plastique seul, la deuxième phase elle combine le glissement plastique et le dommage. La Fig. 66b montre que, pour un chargement de torsion avec Ta = 170 MPa, la deuxième phase a lieu plus tôt avec k_0 = 1 MPa qu'avec k_0 = 120 MPa.
- L'effet du niveau et de l'état de contrainte sur la courbe d'évolution des dommages pour la deuxième phase (Fig. 67). On constate en effet, dans un diagramme normalisé, que le degré de non linéarité dans la deuxième phase croît avec la baisse du niveau de charge.

Chacune de ces deux caractéristiques assure indépendamment l'une de l'autre la non linéarité du cumul de l'endommagement. Puisqu'elles sont combinées, on obtiendra à la fois une évolution non linéaire et un cumul non linéaire de l'endommagement.

Sur la courbe S-N de la Fig. 66a, on constate également que le rapport entre les périodes d'apparition de l'endommagement et d'amorçage final, traduit par le nombre de cycles, dépend du niveau de contrainte. Pour des niveaux légèrement supérieurs à la limite de fatigue, une grande partie de la durée de vie est utilisée pour faire apparaître l'endommagement. Par contre, quand le niveau de charge croît, le dommage apparaît rapidement et son évolution jusqu'à la valeur critique occupe la majeure partie de la durée de vie. Cette tendance est également observée sur la courbe d'évolution de l'endommagement de la Fig. 67.



a) b)

Fig. 66 – Influence de k_0 sur la prédiction de la durée de vie pour l'acier C35 sous chargement de torsion alternée

a) Deux différentes phases de la durée de vie (k_0 = 120 MPa)

b) Evolution du dommage en fonction du nombre de cycles pour k_0=1 MPa et k_0=120 MPa (T_a=170 MPa)

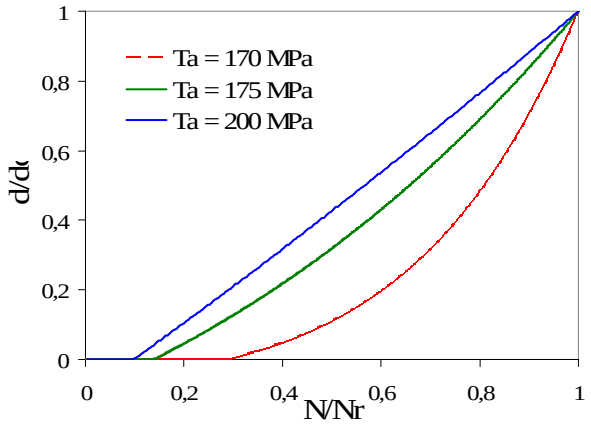


Fig. 67 – Non linéarité de l'endommagement fonction du niveau de charge (en torsion R=-1)

Il apparaît également que la linéarité de l'évolution du dommage dans la deuxième phase (plasticité + endommagement) croît avec l'augmentation de l'intensité du chargement. La linéarité des évolutions est une hypothèse déjà utilisée dans certains travaux *[Miller 1993]*.

3.2.1. Chargements simples à deux niveaux Haut-Bas, Bas-Haut :

De nombreux résultats expérimentaux et certains développements théoriques montrent que les effets de séquence en fatigue sont la conséquence d'un cumul non linéaire du dommage. Ce type de cumul doit être clairement analysé, car même si l'évolution du dommage est non linéaire, l'accumulation du dommage peut être linéaire. Cela se produit lorsque les courbes d'endommagement ne dépendent pas du niveau de chargement.

Pour illustrer le phénomène de cumul non linéaire du dommage, l'application de différentes séquences de chargement à deux blocs d'amplitude constante avec deux niveaux de charge (Haut – Bas, Bas – Haut) est analysée. Les cas de sollicitation de traction et de torsion sont considérés.

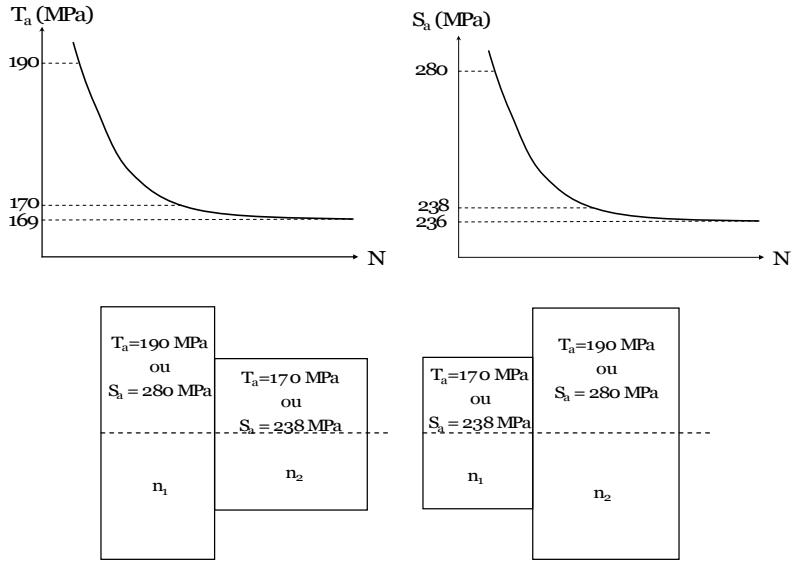


Fig. 68 – Traction ou torsion simple à deux niveaux

Comme indiqué à la Fig. 68, on note n_1 le nombre de cycles appliqués dans le premier bloc de chargement tandis que n_2 est la vie résiduelle dans le deuxième bloc. N_{r1} et N_{r2} correspondent aux durées de vie respectivement associées au chargement du bloc 1 et au chargement du bloc 2. Sur la Fig. 69, les simulations montrent que, par rapport à la règle de cumul linéaire du dommage $(n_1/N_1+n_2/N_2=1)$, une séquence type Haut – Bas induit une somme des fractions de durée de vie inférieure à 1 $(n_1/N_1+n_2/N_2<1)$. Une séquence Bas – Haut a un effet contraire $(n_1/N_1+n_2/N_2>1)$.Cet effet de séquence est celui habituellement observé expérimentalement.

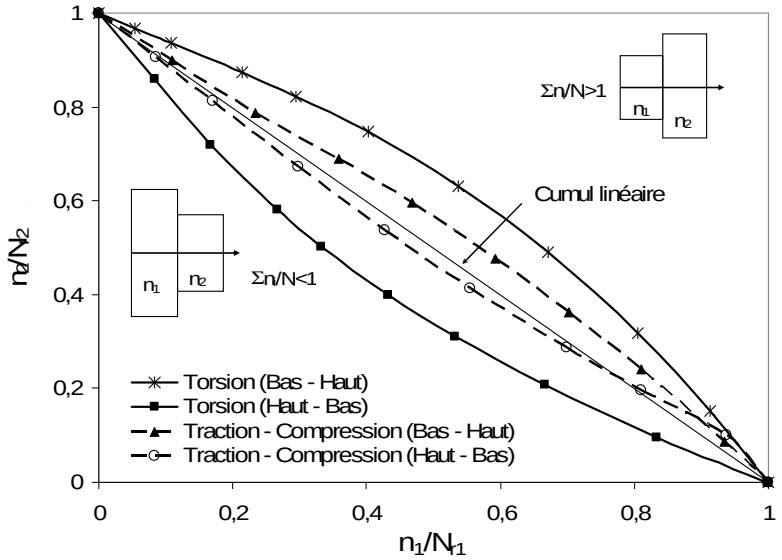


Fig. 69 – Prédiction la durée de vie en fatigue sous chargement à deux blocs (Haut-Bas et Bas-Haut) en torsion et traction simple pour l'acier C35.

Les effets de séquences Haut – Bas et Bas – Haut sont très différents suivant le mode de chargement (traction ou torsion). Une sollicitation de traction présente un effet de séquence moindre qu'une sollicitation de torsion. Pour passer du chargement de torsion à celui de traction, on applique en fait une diminution de la cission et une augmentation de la contrainte normale. Comme le montre la Fig. 69, la contrainte normale a pour effet de « linéariser » le cumul du dommage.

Si on s'intéresse à l'évolution de l'endommagement en torsion pour ces séquences Haut-Bas et Bas-Haut (Fig. 70), on constate pour n_1 = 200000 cycles que la forme des courbes pour les séquences Haut-Bas et Bas-Haut sont radicalement différentes. Avec le premier niveau (courbe rose) à T_a = 170 MPa, le passage au deuxième niveau à T_a = 190 MPa (courbe orange) se fait avant l'apparition du dommage (et donc avant d'atteindre le seuil k_0). L'effet du premier niveau bas est donc de retarder le seuil (en terme de nombre de cycles) d'apparition du dommage. On assiste alors à une diminution de la durée de vie. Avec le premier niveau de T_a = 190 MPa (courbe bleue), le seuil d'apparition de l'endommagement est franchi bien avant l'application du second niveau à T_a = 170 MPa (courbe verte). Ce dernier a pour effet de diminuer la vitesse d'évolution du dommage et donc d'accroître la durée de vie.

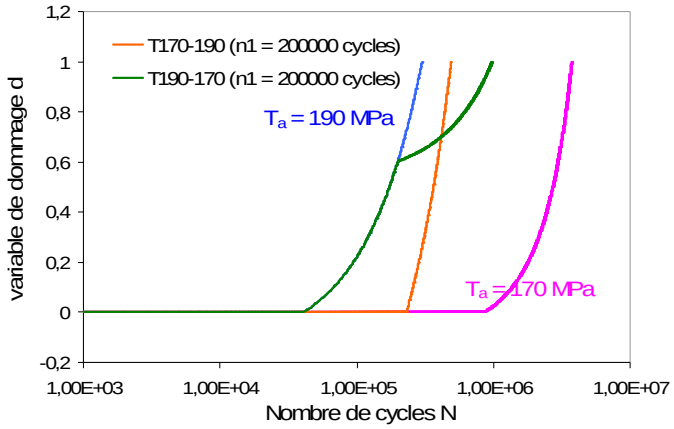


Fig. 70 – Prédiction la durée de vie sous chargement à deux blocs (Haut-Bas et Bas-Haut) en torsion simple pour l'acier C35.

Plaçons-nous maintenant dans un cas très particulier de séquence Haut-Bas observé en traction où le nombre de cycles appliqué dans le premier bloc (Haut) est grand par rapport à la durée de vie (par exemple n_1 = 110000 cycles et N_{r1} = 117268 cycles) et où la somme $\Sigma n_i/N_i$ est supérieure à 1 (alors que pour des valeurs de n_1 plus petite elle est généralement inférieure à 1). Le niveau de chargement au premier bloc est de 260 MPa et de 240 MPa au deuxième. Les durées de vie correspondantes valent respectivement 117268 et 641482 cycles. La Fig. 71 montre clairement pour n_1 = 110000 cycles et n_1 = 82000 cycles que l'endommagement généré dans le premier bloc n'est pas suffisant pour atteindre le seuil d'endommagement associé au deuxième bloc. Des cycles supplémentaires sont nécessaires au deuxième niveau pour voir réapparaître une évolution de l'endommagement. Pour une valeur plus petite du nombre de cycles, par exemple n1=35000 cycles, ce problème n'apparaît plus et l'évolution de l'endommagement ne présente plus de discontinuités.

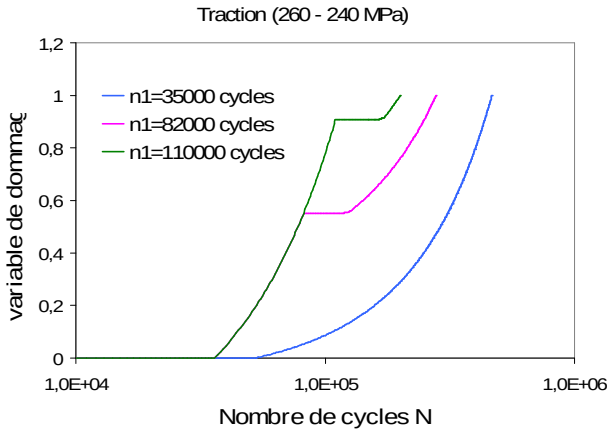


Fig. 71 – Prédiction la durée de vie sous chargement à blocs Haut-Bas en traction simple pour l'acier C35.

Pour comparer ces effets de séquence, nous ne disposons malheureusement pas de données expérimentales sur le C35 relatives à des essais à deux blocs avec le même chargement. Par contre, certains essais ont été conduits avec des blocs de sollicitations différentes. Ces essais vont être utilisés dans le prochain paragraphe.

3.2.2. Chargements à blocs de sollicitations différentes:

La première séquence analysée concerne une succession de blocs de chargements de nature différente (traction ou torsion) alternés tous les 10^5 cycles, et commençant soit par la traction (Σ_a = 250 MPa) soit par la torsion (T_a = 175 MPa) (Fig. 72). Les trajets de chargement sont proportionnels pour chaque bloc mais non proportionnels sur l'ensemble du chargement.

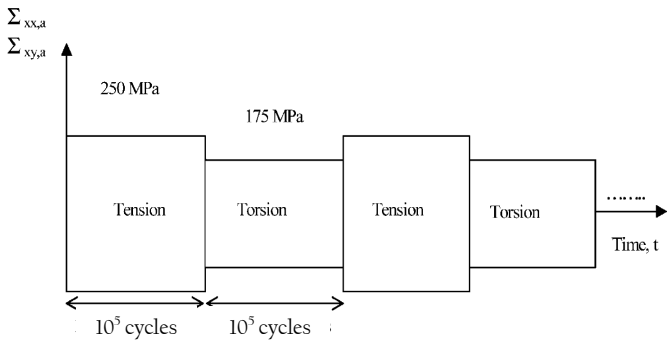


Fig. 72 – Composition de blocs de séquence: torsion and traction *[Morel et Bastard 2003]*

La traction et la torsion sont considérées comme des chargements différents car elles ne conduisent pas à la même limite de fatigue exprimée en terme de cission résolue maximale τ_{lim} ($\tau_{lim}=t_{-1}$ en torsion et $\tau_{lim}=s_{-1}/2$ en traction) et par conséquent n'entraînent pas le même comportement mésocopique. Le plan critique (de cisaillement maximal) où les dommages s'accumulent est différent pour ces deux chargements. Quand la traction et la torsion sont appliquées successivement jusqu'à la rupture, on peut voir que les évolutions de dommage sont fonctions de la contrainte normale et que la dernière phase montre une diminution de la limite d'écoulement.

Dans la suite, on va supposer qu'il n'y a pas d'interaction entre les endommagements dus aux chargements de torsion et de traction. Rappelons en particulier que le plan critique en traction n'est pas affecté par un chargement de torsion et vice-versa.

La Fig. 73 permet de comparer les prédictions d'évolution de l'endommagement et de la limite d'écoulement en fonction du nombre de cycles. Il apparait en particulier des arrêts de l'évolution du dommage liés à des changements de blocs. De plus, il est possible d'observer une évolution du dommage et une diminution de la limite d'écoulement plus rapide pour le bloc de traction que pour le bloc de torsion.

Si le premier bloc appliqué pendant N = 10^5 cycles est celui de traction avec un niveau de contrainte (Σ_a = 250 MPa) supérieur à la limite de fatigue (s_{-1} = 236 MPa), l'endommagement commence à apparaître sur un plan orienté à 45°. Dans le deuxième bloc de torsion aussi appliqué pendant N = 10^5 cycles, la contrainte de cisaillement appliquée(T_a = 175 MPa), supérieure à la limite de fatigue (t_{-1} = 169 MPa) ne mène pas encore aux dommages sur les plans longitudinaux ou transversaux. Pour cet état de contrainte, il est facile de montrer qu'il n'y a aucune contrainte de cisaillement sur les plans orientés à 45°. Au cours du troisième bloc où la traction est à nouveau appliquée (Σ_a = 250 MPa), il n'y a aucune contrainte de cisaillement agissant sur les plans transversaux ou longitudinaux. Cependant, le dommage, qui est apparu au cours du premier bloc sur le plan orienté à 45°, croît à nouveau sous l'action de ce nouveau chargement de traction.

L'hypothèse de non-interaction entre la plasticité et l'endommagement sur les différents systèmes activés conduit à de l'endommagement sur deux plans critiques associés à chacun des deux chargements. Aucun

mécanisme d'interaction n'est pris en compte. Les deux chargements sont considérés comme agissant séparément sur l'accumulation de dommage.

Si maintenant le premier bloc appliqué est en torsion, l'endommagement n'apparaît qu'au cours du deuxième bloc (en traction). A partir du troisième bloc (en torsion), l'endommagement arrête de croître pendant la moitié de la durée du bloc. Ceci est la conséquence de l'augmentation du seuil d'écoulement plastique induit par le bloc de torsion précédent.

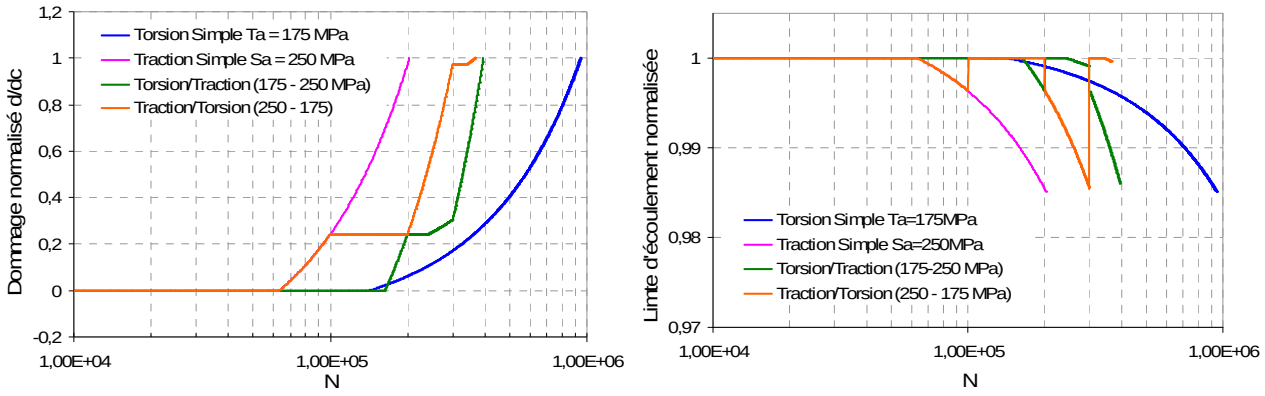


Fig. 73 – Prédiction en fonction du nombre de cycles de :
a) l'évolution de la variable d'effet du dommage
b) l'évolution de la limite d'écoulement

Les prévisions sont comparées aux données expérimentales sur la Fig. 74. Le modèle prévoit des durées de vie de 370000 et de 395000 cycles, respectivement pour le chargement de blocs alternés Tr/To et To/Tr (Tab. 12). Malgré l'activation de plusieurs directions d'endommagement, ces résultats prouvent que les durées de vie prévues par le modèle sont inférieures aux résultats expérimentaux. Il existerait donc une interaction entre les dommages orientés. Le nombre très limité d'essai ne permet cependant pas de tirer une conclusion définitive sur cette confrontation.

Descriptif	N_F expérimentale	N_F numérique
To/Tr/To/Tr	484000 559000 954000	395000
Tr/To/Tr/To	627000 621000	370000

Tab. 12 – Comparaison numérique/expérimental

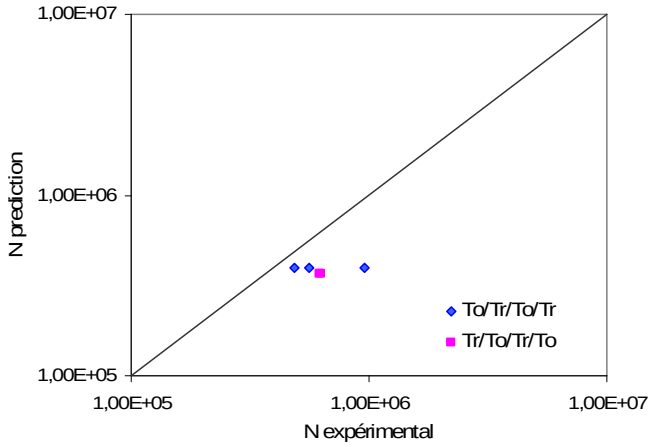


Fig. 74 – Comparaison expérimental/prédiction pour les chargements par blocs de sollicitations.

4. APPLICATION DU MODELE AU COMPORTEMENT EN FATIGUE DE L'ALLIAGE D'ALUMINIUM ALCU4MGSI :

Avant de valider le modèle proposé sur d'autres matériaux métalliques, des résultats d'essais conduits sur un alliage d'aluminium AlCu4MgSi et provenant du Technical Institute of Opole vont être utilisés. Les

chargements testés sont de deux types : chargements cycliques d'amplitude constante avec sollicitation multiaxiale proportionnelle et non proportionnelle et séquences répétées de sollicitation uniaxiale d'amplitude variable. Dans un premier temps, on procède à l'identification des paramètres du modèle à l'aide d'une courbe cyclique contrainte – déformation et de deux courbes de Wöhler (en flexion et en torsion purement alternées R=-1).

4.1. Identification des paramètres du modèle:

Les résultats expérimentaux proviennent de *[Kardas, Kluger et al. 2004; Lagoda et Ogonowski 2005]*. Les caractéristiques mécaniques monotones de l'alliage d'aluminium AlCu4MgSi sont rassemblées dans le Tab. 13:

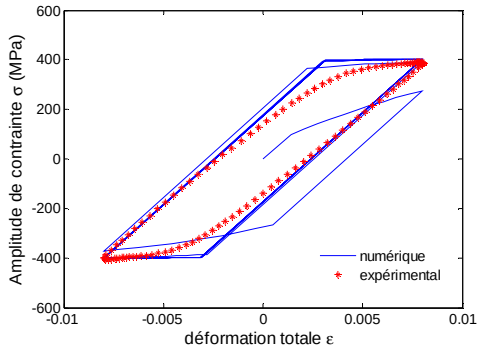
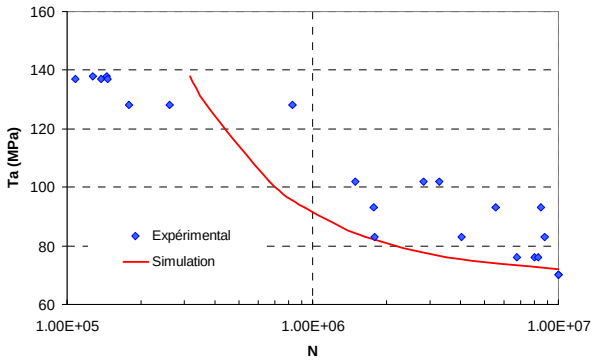
E, GPa	$R_{0.2}$, MPa	R_m, MPa	ν
72.06	395	545	0.32

Tab. 13 – Caractéristiques mécaniques statiques de l'aluminium AlCu4MgSi *[Lagoda et Ogonowski 2005]*

Les étapes d'identification du modèle sont les suivantes :

+ Identification des paramètres liés à l'élasticité et au comportement cyclique :
  La loi de comportement mésoscopique est élasto-plastique avec écrouissage isotrope et cinématique combinés et les paramètres d'écrouissage du modèle sont identifiés à l'aide de la courbe cyclique stabilisée (contrainte – déformation). La Fig. 75b montre le résultat de l'identification. On constate que la stabilisation est atteinte très rapidement ce qui justifie l'emploi d'une valeur très importante pour *g*.
+ Paramètres d'endommagement :
  Les constantes *s*, *q*, *ko* sont déterminées à l'aide de la courbe SN en torsion. L'identification de *a* est conduite à l'aide de la courbe SN en traction.

Après identification, les valeurs numériques des coefficients du modèle pour l'alliage d'aluminium AlCu4MgSi considéré apparaissent sur la Fig. 75 avec les courbes de Wöhler simulées:

a)	Elasticité $E = 72500 MPa \rightarrow \mu = 27500 MPa$	
b)	Boucle d'hystérésis (essais de traction-compression pilotés en déformation Δε=0.8%) $c = 1000\, MPa$ (on suppose que g est très grand) → accommodation plastique (Cycle stabilisé à N = 9 cycles)	
c)	Torsion $(\tau_0 + \tau_\infty = 70\, MPa)$ $s = 0.004$ $q = 800\, MPa$ $k_0 = 40\, MPa$	

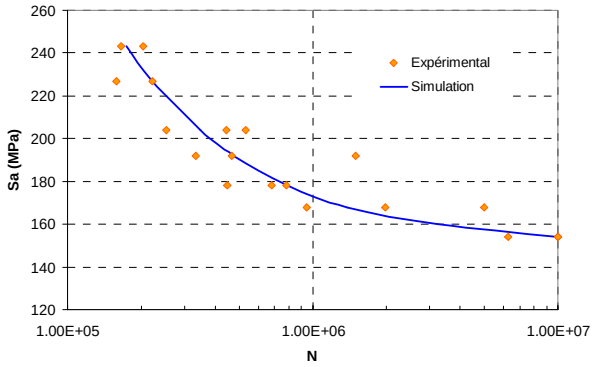
d)	Traction $d_c = 1$ $a = b = 0.005$ (effet de contrainte normale)	

Fig. 75 – Procédure d'identification des coefficients du modèle pour l'alliage d'aluminium AlCu4MgSi à la température ambiante

4.2. Effet du mode de chargement sur les prédictions de la durée de vie :

Les essais examinés sont de deux types :

- Chargement de flexion-torsion d'amplitude constante en phase et hors-phase avec deux rapports de biaxialité, $k = \Sigma_{yz,a} / \Sigma_{zz,a}$ ($k = 0.5$ et $k = 1$)
- Chargement de torsion pure d'amplitude variable.

4.2.1. Chargement Flexion-Torsion combiné d'amplitude constante :

Les essais examinés ont été menés avec des sollicitations alternées symétriques, c'est-à-dire à valeur moyenne nulle. Les sollicitations sont du type :

$S = S_a \sin(\omega t)$ pour la flexion.

$T = T_a \sin(\omega t + \beta)$ pour la torsion.

Le rapport des amplitudes de contraintes entre la torsion et la flexion ($k = T_a/S_a$) est fixé à 0.5 ou à 1.

Sur la Fig. 76 représentant l'amplitude de la contrainte de cisaillement maximale (normalisée par rapport à la limite de fatigue expérimentale correspondante) en fonction du nombre de cycles sont reportées les durées de vie observées expérimentalement et celles calculées.

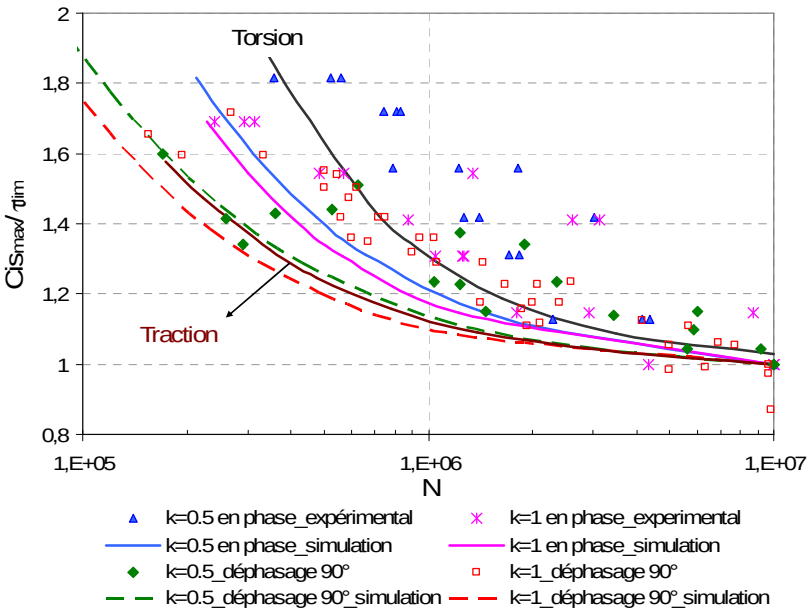


Fig. 76 – Comparaison simulation/expérimental (Flexion-Torsion combiné) – courbe SN normalisée

Tous les résultats d'essais en flexion-torsion (avec k = 0.5 et k = 1) sans et avec déphasage de 90° sont regroupés sur cette figure. On a également fait figurer les courbes expérimentales en traction simple et torsion simple. Cette représentation normalisée permet d'étudier le comportement du modèle dans le seul domaine de l'endurance limitée. Pour ce qui est de l'endurance illimitée, le lecteur peut se référer au chapitre II et à la fin de ce chapitre où il sera question de l'utilisation de l'approche probabiliste pour accéder aux valeurs de τ_{lim}.

Même si les valeurs de durées de vie prédites sont conservatives par rapport aux données expérimentales, il apparaît, comme nous l'avions vu pour l'acier C35 (Fig. 63) que le déphasage de 90 ° a systématiquement un effet néfaste qu'il s'agisse des données expérimentales ou prédites. Cet effet semble plus important pour le rapport k = 0.5. Cette constatation est en accord avec les résultats obtenus dans le chapitre II consacré au domaine de l'endurance illimitée. On a en particulier montré que le rapport de biaxialité k = 0.5 et le déphasage de 90° conduisaient au plus grand nombre de systèmes de glissement potentiellement actifs.

Pour une même valeur de déphasage, l'effet du rapport de biaxialité est par contre moins significatif. Cette tendance est à nouveau vérifiée à travers les résultats d'essais et les prédictions.

4.2.2. Chargement d'amplitude variable :

Dans le cas des chargements d'amplitude variable, on procède à l'accumulation de la déformation plastique et de l'endommagement mésoscopiques à chaque transition et ceci conformément à la méthode utilisée par Morel *[Morel 2000]* (Fig. 77a et b) .

La limite d'écoulement joue le rôle d'un filtre donc la taille évolue au fur et à mesure de l'accumulation de la déformation plastique. Lorsque le nombre de répétitions de la séquence est suffisant pour atteindre le dommage critique, l'amorçage est atteint.

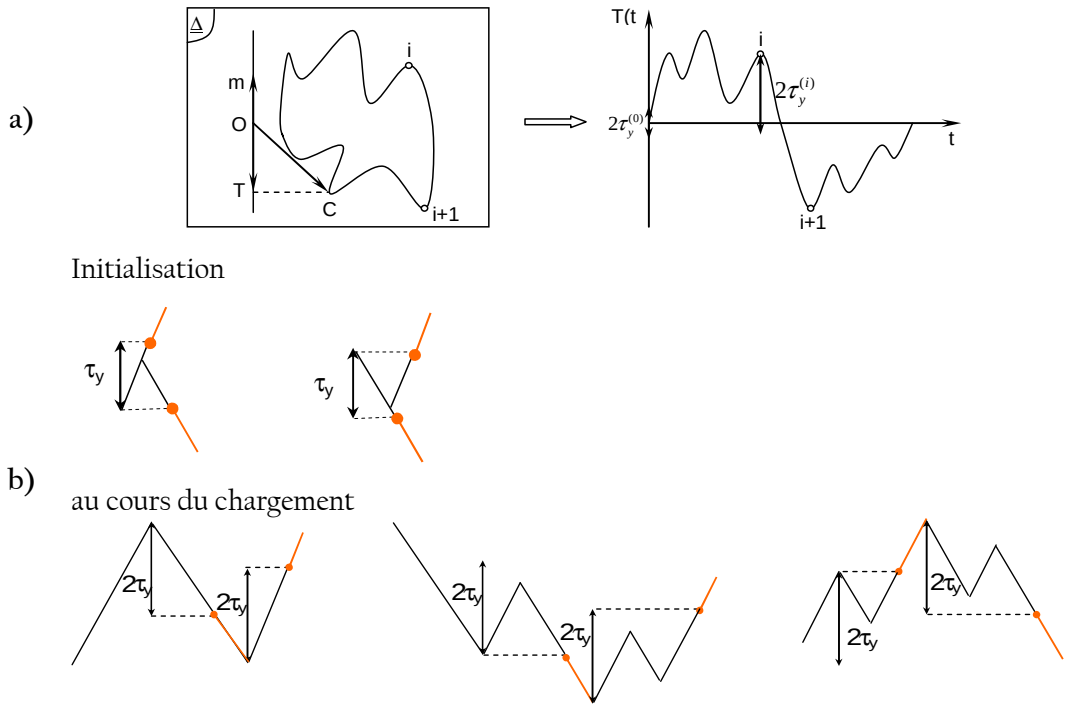


Fig. 77 – Description de l'accumulation de la déformation plastique dans le cas d'un chargement d'AV

a) l'évolution temporelle de la cission résolue *T(t)* sur un système de glissement *(m, n)* donné et la limite d'écoulement $\tau_y^{(i)}$ *[Morel 2000]*.

b) Distinction les types d'accumulation de déformation plastique.

Pour tester les possibilités du modèle développé dans le cas de sollicitations cycliques d'amplitude variable, quelques données expérimentales issues de la littérature *[Kardas, Kluger et al. 2004; Lagoda et Ogonowski 2005]* ont été utilisées.

✧ Essais de fatigue sous chargement uniaxial d'amplitude variable :

Les résultats expérimentaux utilisés sont relatifs à des essais conduits au sein du laboratoire du Prof Lagoda (TU Opole – Pologne) sur le même alliage d'aluminium AlCu4MgSi. Le chargement considéré est aléatoire et en torsion. La séquence aléatoire contient 80082 valeurs et est caractérisée par un signal aléatoire à bande étroite (distribution normale). Elle est représentée sur la Fig. 78.

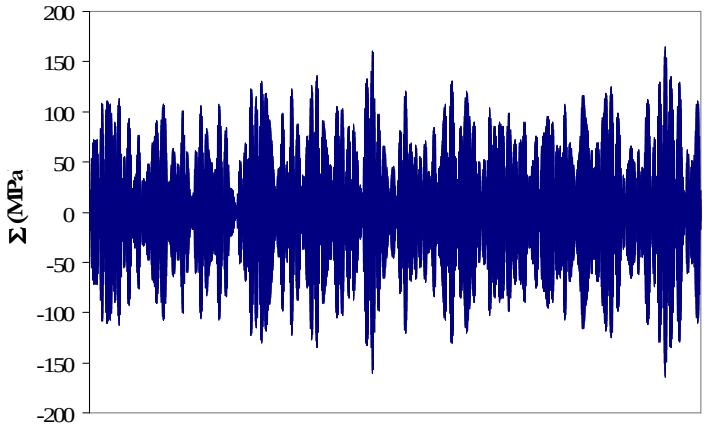


Fig. 78 – Extrait de la séquence de chargement aléatoire en torsion

Le Tab. 14 et la Fig. 79 réunissent l'ensemble des prédictions pour les essais réalisés en torsion. La diagonale, synonyme d'une prédiction parfaite, scinde le graphe en deux parties. Les points sont proches de cette diagonale et situés de part et d'autre. Une bonne corrélation avec les durées de vie expérimentales est donc obtenue.

T_{amax} (MPa)	N_R exp. (cycles)	N_R nume. (cycles)
167	3189000	3984009
165	4142000	4174211
160	3978000	4704738
	5379000	
152	4534000	5785831
	5379000	
143	5544000	7537613
	9165000	
135	13570000	9829922

Tab. 14 – Comparaison les résultats expérimentaux/prédictions (AlCu4MgSi)

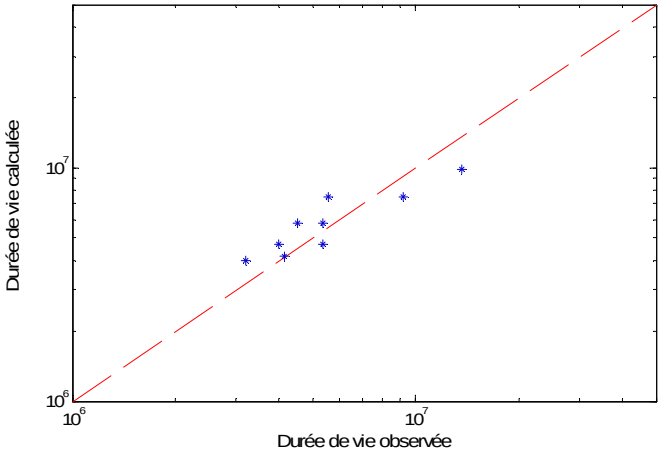


Fig. 79 – Comparaison des durées de vie expérimentales et estimées

En conclusion, les résultats de prédiction du modèle pour les essais simulés sous chargements périodiques d'amplitude constante proportionnels ou non proportionnels restent acceptables (même s'ils sont conservatifs). Ceux pour les essais sous chargement d'amplitude variable sont en bon accord avec les durées de vie expérimentales. Par rapport aux résultats des prédictions pour l'alliage d'aluminium, ceux

obtenus pour l'acier C35 sont meilleurs. Ceci s'explique par le fait que les paramètres du modèle sont précisément identifiés pour cet acier. Malgré des résultats encourageants, d'autres tests sont à entreprendre pour d'autres types de matériau, mais également pour des chargements multiaxiaux aléatoires. Notons que la précision des prédictions est fortement dépendante de la qualité et donc de la quantité (forte dispersion dans le domaine de la FGNC) des résultats expérimentaux à disposition. Ce point sera l'objet de la prochaine partie consacrée à la mise en place d'une approche probabiliste associée au modèle d'endommagement.

5. LIEN AVEC L'APPROCHE PROBABILISTE :

On a montré jusqu'à maintenant que le modèle d'endommagement à deux échelles de type plan critique proposé peut être applicable à n'importe quel type de chargement multiaxial en utilisant la limite de fatigue expérimentale τ_{lim}. Cette limite est exprimée en termes d'amplitude de cisaillement résolue maximale. Cependant, les résultats expérimentaux présentent souvent une très grande dispersion autour de cette limite de fatigue. Le chapitre II a montré clairement la dépendance de τ_{lim} à la probabilité d'amorçage. Une approche probabiliste a permis d'estimer précisément cette grandeur en prenant en compte les hétérogénéités microstructurales qui gouvernent la dispersion.

L'objectif de cette partie du travail est de proposer une extension du modèle d'endommagement afin de prévoir l'amorçage en fatigue et la probabilité de rupture associée. On propose donc d'utiliser la valeur de τ_{lim} évaluée par l'approche probabiliste à la place de celle obtenue expérimentalement. On commence par la prédiction de courbe SN médiane afin de vérifier le bon comportement du « modèle d'endommagement probabiliste ». Ensuite on procède à une évaluation des courbes P-S-N. Le travail dans cette partie est réalisé à partir des données obtenues sur l'acier ferrito-perlitique C35 soumis à des chargements de traction-torsion combinée (k = 0.5, R = -1).

5.1. Prédiction des courbes SN médianes :

Les limites de fatigue expérimentales et prédites pour une probabilité d'amorçage de 50% et pour différents chargements d'amplitude constante sont reportées dans le Tab. 15.

Sollicitation	$k = T_a / S_a$	Expérimental (MPa)	App. probabiliste (MPa)
Torsion	∞	169	
Traction	0	118	
Traction – Torsion	0.5		
En phase		129	133.8
Déphasage 90°		97.5	112.2
Traction – Torsion	1		
En phase		141.3	146.4

Tab. 15 – Valeurs de τ_{lim} (P_F=50%) expérimentals/prédites par l'approche probabiliste pour l'acier C35 (R=-1).

La Fig. 80 représente les courbes SN prévues à l'amorçage pour la probabilité cumulée de 50% ainsi que toutes les données expérimentales disponibles. Les courbes de traction et de torsion sont utilisées pour l'identification. On constate que les prédictions du modèle d'endommagement probabiliste proposé sont très proches des résultats expérimentaux. Ce bon comportement est dû à la fois à la prédiction fidèle de la limite de fatigue (domaine de l'endurance illimitée) par le critère d'endurance probabiliste et à une estimation précise des durées de vie (endurance limitée) associée à cette limite de fatigue grâce au modèle d'endommagement.

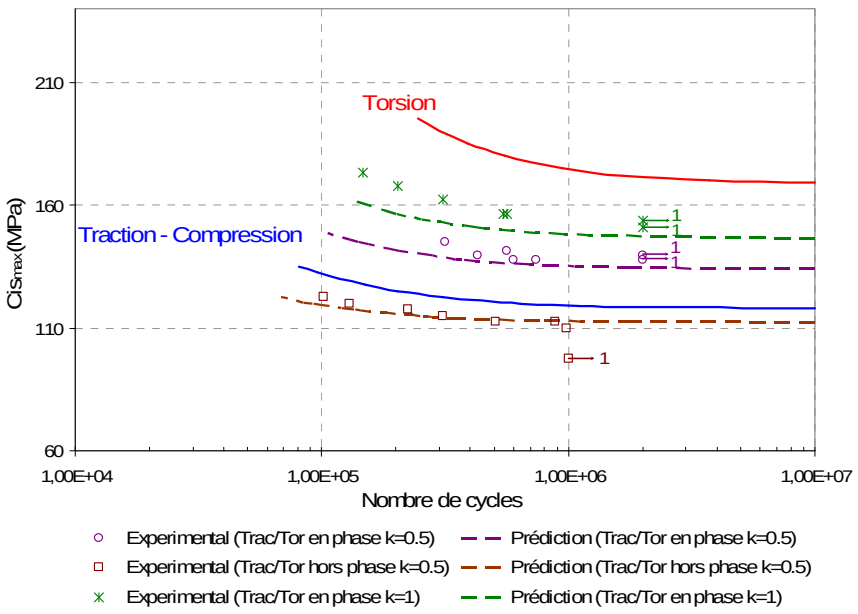


Fig. 80 – Comparaison entre les prédictions du modèle d'endommagement probabiliste et les résultats expérimentaux obtenus sur l'acier C35 (Traction-Torsion combinée)

A la fin du chapitre II, nous avions proposé une extension du critère d'endurance probabiliste au domaine de l'endurance limitée en appliquant un seuil sur l'énergie plastique dissipée ou sur la déformation plastique accumulée. La Fig. 81 présente une comparaison entre les courbes de Wöhler obtenues avec cette approche (en traits pleins) et celles déduites du modèle d'endommagement (en pointillés). Dans le cas du chargement en phase, les résultats de ces deux modèles sont presque identiques. Dans le cas du déphasage de 90°, l'approche simplifiée semble surestimer les résultats expérimentaux pour des nombres de cycles inférieurs à 5.10^5 cycles. Au contraire, les prédictions du modèle d'endommagement restent toujours très proches des résultats expérimentaux. Il faut bien entendu nuancer les conclusions tirées de cette comparaison car le nombre de données expérimentales est faible. Par contre, il apparaît sans ambigüité que la loi d'endommagement prévoit des durées de vie plus faibles que la méthode simplifiée et ceci d'autant plus que le niveau de sollicitation est élevé.

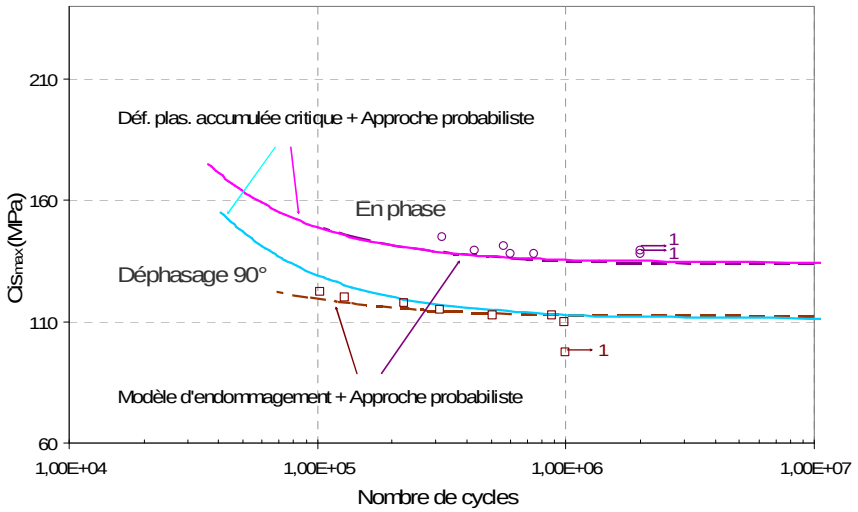


Fig. 81 – Comparaison des prédictions de différents modèles/expérimental (Traction-Torsion combiné k = 0.5, déphasage 90°) pour l'acier C35

5.2. Illustration de la prévision des courbes PSN:

Une fois les coefficients de Weibull identifiés pour l'acier C35 (m = 16.8 et $V_0\left(T_0\right)^m / VI_m^{To} = 4.7E+37$), l'évolution de la limite de fatigue peut être déduite facilement en fonction de la probabilité cumulée de rupture P_F. Les probabilités de 10 et de 90% sont des valeurs choisies pour illustrer la dispersion. Les limites de fatigue correspondantes sont reportées dans le Tab. 16.

Traction-Torsion (k=0.5)	Pf = 10%	Pf = 50%	Pf = 90%
En phase	120.2	133.8	144
Déphasage 90°	99.4	112.2	119.4

Tab. 16 – Valeurs de τ_{lim} (en MPa) prévues par l'approche probabiliste

Les courbes P-S-N sont tracées sur la Fig. 82 en utilisant les limites de fatigue du Tab. 16. La tendance générale est bien décrite et la dispersion est correctement prédite à l'aide des courbes à 10% et 90%.

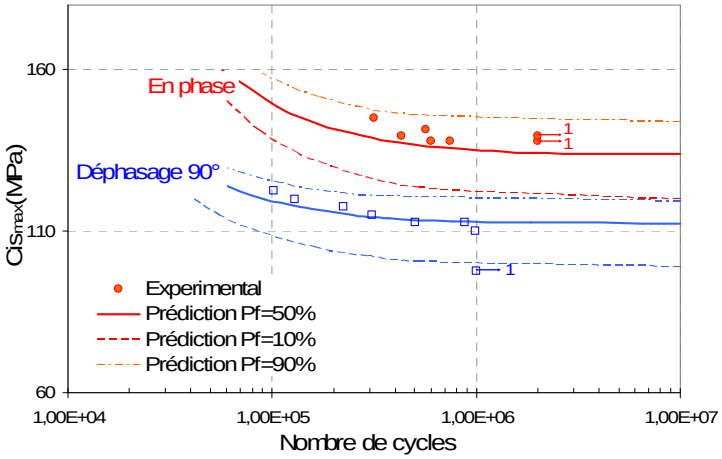


Fig. 82 – Prédiction des courbes P-S-N en traction-torsion combinée (k = 0.5) pour l'acier C35

Un autre intérêt de l'utilisation du modèle d'endommagement probabilisé est la possibilité de définir l'évolution du dommage en fonction du nombre de cycle pour différentes probabilités d'amorçage. La Fig. 83 illustre, pour un chargement de traction-torsion en phase correspondant à la cission maximale de 141.4 MPa ($\Sigma_a = 2T_a$ = 200 MPa), l'évolution du dommage normalisé en fonction du nombre de cycles.

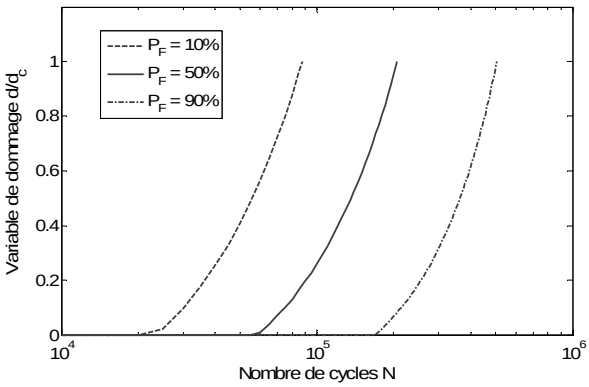


Fig. 83 – Evolution de dommage en fonction du nombre de cycles pour différentes probabilités d'amorçage. (traction-torsion en phase k=0.5)

L'introduction de ce volet probabiliste dans la loi d'endommagement permet en particulier de traiter le cas des chargements d'amplitude variable et des dispersions associées sans un effort supplémentaire particulier.

6. CONCLUSION :

Le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles a été utilisé pour construire un modèle d'endommagement de type plan critique en supposant l'existence d'un lien entre plasticité et endommagement à l'échelle mésoscopique. Cette proposition est capable de refléter l'accumulation non linéaire de dommages sous différentes conditions de chargement.

Plus précisément, lors de l'amorçage de la fissure, un seul système de glissement actif est considéré par grain. Les évolutions de la plasticité et de l'endommagement ainsi que leurs liens sont décrits à travers un couplage fort. Ceci permet de tenir compte de la spécificité du mode de ruine sous chargement cyclique où le microdommage n'existe et ne se propage que grâce au cumul de déformation plastique dans les grains. Pour représenter le glissement plastique qui s'accumule, puis le dommage qui progresse (mode II) dans une direction particulière, un critère de type Schmid et une localisation de type Taylor-Lin qui permet le passage de l'échelle macroscopique à l'échelle mésoscopique sont employés. L'écrouissage est composé de deux parties : cinématique linéaire et isotrope non linéaire. Une variable d'effet du dommage influe sur l'écrouissage isotrope qui conduit à une diminution continue de l'écoulement plastique. Cette diminution induit un taux de déformation plastique accumulée plus élevé et donc un taux plus élevé de l'accumulation du dommage. Le taux et le seuil du dommage sont également influencés par la contrainte normale agissant sur le système de glissement actif.

Cette proposition est capable de refléter l'accumulation non-linéaire du dommage sous des chargements d'amplitude variable. Il est prouvé que l'évolution du dommage, en fonction du nombre de cycles normalisé, change avec le niveau de contrainte appliqué. Cette caractéristique particulière est suffisante pour assurer un effet de séquences lors d'un changement du niveau pour le même mode de chargement. Des séquences de deux blocs de torsion ou traction-compression sont utilisées pour montrer que lorsque le premier bloc correspond au niveau « haut », l'effet sur la durée de vie totale devient néfaste. Si le premier niveau est « bas », il y a une augmentation de la durée de vie totale en fatigue par rapport à la règle linéaire de Miner.

Pour des séquences de chargement d'amplitude variable où les niveaux de sollicitation changent à chaque nouvelle transition, ce modèle permet une modélisation complète du comportement à l'échelle mésoscopique mais pas à pas en vérifiant les conditions de la plasticité (et d'endommagement) à chaque transition.

Malgré de nombreuses qualités, ce modèle nécessite l'identification de certains coefficients difficilement accessibles dans un contexte industriel. Dans ce dernier cas, il est parfaitement envisageable de ne plus faire apparaître explicitement une variable d'endommagement d mais de procéder à un calcul simplifié de la déformation plastique accumulée asymptotique. L'amorçage apparaît alors pour une valeur critique de cette quantité et la démarche présentée dans ce chapitre reste tout à fait valable.

CHAPITRE IV : USINAGE ASSISTE LASER ET TENUE EN FATIGUE

Résumé :

Ce dernier chapitre aborde les effets de différents types d'hétérogénéités induites par un procédé d'usinage sur la tenue en fatigue. Plus exactement il s'agit d'analyser le comportement en FGNC à partir de résultats d'essais sur composants usinés conventionnellement ou avec assistance laser (avec ou sans traitement laser superficiel). Deux matériaux métalliques bien distincts sont utilisés pour l'étude expérimentale : un acier au chrome (100Cr6) et un alliage de titane (Ti-6Al-4V). Afin de mieux comprendre l'influence de l'intégrité de surface induite par le procédé d'usinage choisi sur la tenue en fatigue, le niveau des contraintes résiduelles, les gradients de microstructure en surface et l'état de surface sont analysés. Finalement, la base de données expérimentales constituée permet de renseigner l'approche probabiliste en fatigue présentée précédemment.

1. INTRODUCTION :

Certains matériaux industriels, comme les alliages de titane, les alliages de nickel, les céramiques présentent des caractéristiques thermo-physiques et mécaniques particulièrement intéressantes pour de nombreuses applications et plus particulièrement celles liées à l'aéronautique. Cependant, l'utilisation de ces matériaux présente de nombreux problèmes lors des opérations d'usinage. En raison de leurs propriétés spécifiques, ces matériaux sont en général considérés comme difficiles et onéreux à usiner. De plus, une modification des paramètres d'usinage peut entraîner une variation des caractéristiques d'intégrité de surface et donc influer sur la tenue en service des pièces.

Comme déjà présenté au chapitre I, les opérations d'usinage et de traitement superficiels, couramment appliquées aux pièces mécaniques sollicitées en fatigue, créent au niveau des couches superficielles des gradients de propriétés résultant du durcissement par écrouissage et/ou par transformation de phase mais aussi des contraintes résiduelles. Des défauts superficiels spécifiques au procédé (arrachement, fissuration) peuvent également apparaître et jouer un rôle important.

Dans le cadre de travaux sur la compréhension de la tenue mécanique des pièces en fonction des interactions entre le matériau, le procédé et le mode de chargement, le procédé d'UAL a été retenu. Ce procédé peut associer à l'usinage un traitement superficiel par laser de la surface finie. Il a été étudié par G. Germain *[Germain 2006]* au cours de sa thèse conduite au sein du LPMI de l'ENSAM d'Angers, l'école disposant d'une installation propre. L'étude de Germain a porté sur la compréhension et l'optimisation de ce procédé pour des matériaux posant des difficultés d'usinage comme l'acier à roulement 100Cr6 traité (57 HRc) et l'alliage de titane Ti-6Al-4V. Ces deux matériaux ont été considérés dans leur état recuit pour étudier l'intérêt de l'UAL sur le comportement en fatigue.

Ce chapitre se décompose donc en trois parties :

- La première partie décrit le dispositif expérimental de l'UAL, les matériaux considérés, les conditions des essais de fatigue réalisés puis présente les moyens utilisés pour évaluer expérimentalement les gradients de propriétés de surface induits par le procédé d'UAL pour les deux matériaux considérés. Généralement, l'UAL crée au niveau des couches superficielles des gradients de propriétés qui résultent d'un durcissement par écrouissage (quantifiable par essai de nanoidentation) et/ou par transformation de phase (observable en microscopie optique ou à balayage), ou de contraintes résiduelles (mesurées par diffraction des rayons X). La rugosité du matériau peut également évoluer.

- Dans la deuxième partie, on s'intéresse au couplage entre la tenue en fatigue et l'intégrité de surface des pièces après usinage sous assistance laser. Plusieurs campagnes d'essais de fatigue en traction – compression et torsion purement alternée, sont conduites en collaboration avec T. Palin-Luc, professeur au LAMEFIP (ENSAM Bordeaux) sur des pièces usinées par UAL ou en usinage conventionnel (UC). Il faut noter que tous les procédés génèrent des contraintes résiduelles qui sont souvent accompagnées d'autres modifications qui influencent la tenue en fatigue (par exemple : une nouvelle rugosité qui peut changer la concentration de contraintes locales, un nouvel état d'écrouissage superficiel dû à la plastification ou une nouvelle structure métallurgique des couches superficielles). Les résultats des essais de fatigue permettent de mettre en évidence cette influence du procédé UAL sur la tenue en service des pièces.

- La dernière partie traite des modalités de prise en compte d'un état initial issu du procédé de fabrication ou d'un traitement de renforcement de résistance (mécanique, thermique, chimique) dans le calcul de résistance en fatigue. Les résultats des essais expérimentaux sont intégrés dans le critère de Dang Van en utilisant le champ de contraintes résiduelles stabilisées comme contraintes moyennes. La modélisation basée sur l'analyse des tests de fatigue réalisés sur des éprouvettes obtenues en UAL et sur l'approche probabiliste développée au LPMI par F. Morel *[Morel, Lebrun et al. 2007]* sera brièvement reprise.

2. CONDITIONS EXPERIMENTALES :

Ce paragraphe décrit le principe de l'UAL, les matériaux considérés, les conditions expérimentales relatives aux essais de fatigue effectués au LPMI et en collaboration avec le LAMEFIP et les moyens techniques utilisés pour accéder aux caractéristiques d'intégrité de surface des échantillons.

2.1. UAL et traitement thermique de surface *[Germain 2006]*:

Le procédé d'UAL fait partie de la famille des usinages avancés tels que l'usinage assisté jet d'eau haute pression et l'usinage à grande vitesse, très utilisés dans l'industrie aéronautique. Dans ce procédé, une source laser est ajoutée au procédé d'UC (Usinage Conventionnel) afin de 'préparer' la pièce au passage de l'outil via un échauffement localisé au voisinage de l'arête de coupe de l'outil (Fig. 84). Toute la partie chauffée est ensuite enlevée par l'opération d'usinage. Cette assistance thermique présente l'avantage de diminuer l'effort de coupe sans dégradation de la surface et de potentiellement pouvoir effectuer simultanément plusieurs opérations (traitement thermique en surface, ébavurage...). Le descriptif du dispositif expérimental est reporté en annexe B.

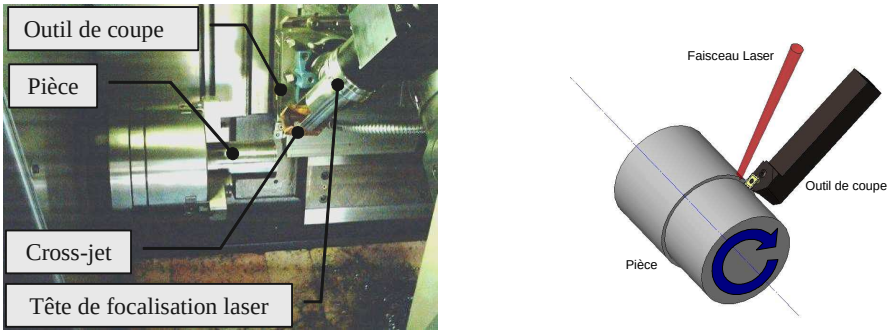


Fig. 84 – Schéma du tournage assisté laser

Les travaux effectués au LPMI par G. Germain *[Germain 2006]* ont montré une diminution de l'effort de coupe sur plusieurs matériaux comme l'alliage de titane Ti-6Al-4V. Dans certaines conditions, l'effort de coupe peut être divisé par deux, comme le montre la Fig. 85. Cette diminution est d'autant plus importante que la vitesse de coupe V_c et la profondeur de passe a_p sont faibles.

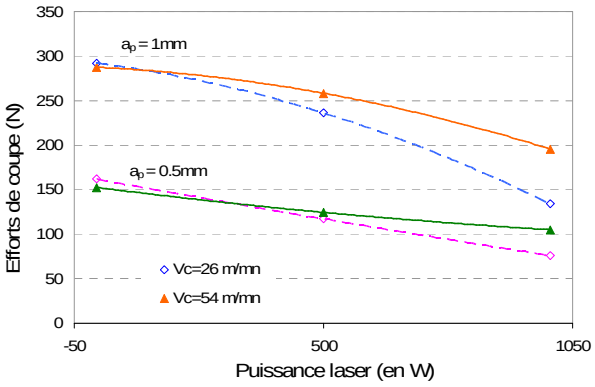
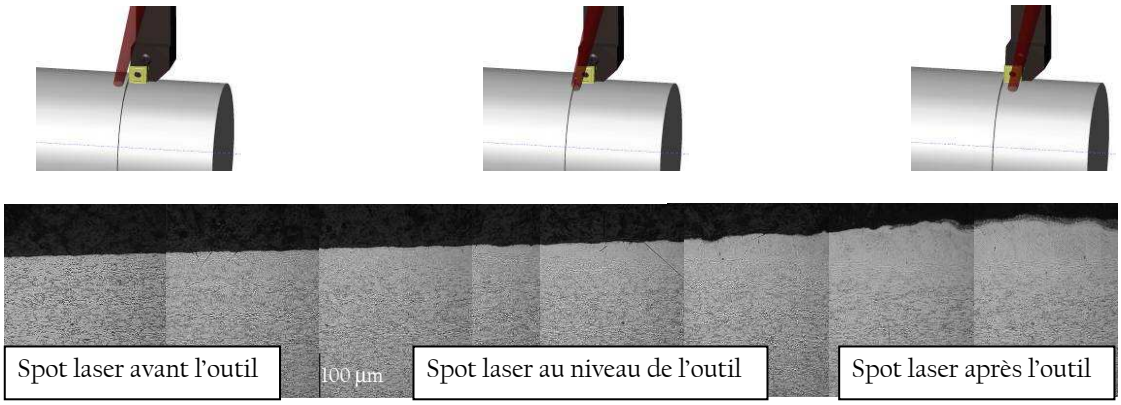


Fig. 85 – Evolution des efforts de coupe en fonction de la puissance laser en UAL pour l'alliage de titane avec une avance de 0,1 mm.tr^{-1}

Des essais complémentaires effectués sur des barreaux de ϕ 20 mm montrent la possibilité d'effectuer des traitements thermiques laser superficiels avec des densités de puissance et des vitesses de déplacement beaucoup plus importantes que celles utilisées communément *[Germain, Morel et al. 2006]*. Un traitement thermique de surface pendant l'usinage de la pièce en UAL en modifiant légèrement la position du spot du

laser par rapport à l'outil est également possible. Il est donc envisageable de réaliser un UAL sans traitement thermique de la surface, ou réaliser un traitement thermique par le faisceau laser sans avoir d'assistance à l'usinage, ou encore faire une association des deux (UAL + traitement thermique de surface).

La Fig. 86 montre la variation de la microstructure du Ti-6Al-4V suivant différentes configurations d'UAL. Dans le cas de l'UAL pur (Fig. 86a), le principe consiste à chauffer localement la pièce en amont de l'outil de coupe (environ 3 mm). Dans cette configuration, toute la matière chauffée est enlevée par l'opération d'usinage. Dans ce cas, aucun changement de microstructure n'apparaît en surface de la pièce. Les paramètres de finition (la puissance du laser P, la vitesse de coupe v_c, l'avance f et la profondeur de passe a_p) ont été choisis afin de chauffer la section de matière destinée à être usinée, ensuite assurer la stabilité thermique du processus en enlevant la section chauffée ce qui évite une diffusion thermique importante dans la pièce.



(a) UAL (b) UAL + Traitement thermique (c) UC + Traitement thermique

Fig. 86 – Micrographie (coupe sens long) d'une pièce usinée suivant différente configuration laser/outil (P=1000W, a_p=0.15mm, v_c=26 m/min, f_{outil}=0.1 mm/tr, f_{laser}=0.17mm/tr, départ du laser 5 mm après l'outil)

En décalant le spot laser vers l'arrière de l'outil (Fig. 86b), le faisceau laser va aussi chauffer la surface usinée ce qui permet d'effectuer un traitement thermique de la surface finale en même temps que l'usinage. Cela conduit à une transformation de phase en surface plus au moins importante en fonction des paramètres utilisés et de l'importance du décalage du faisceau laser par rapport à l'outil. Si le décalage est très important (Fig. 86c), il n'y a plus d'UAL mais seulement un UC de la pièce suivi d'un traitement thermique laser sur la surface fraichement usinée.

La Fig. 87 présente la profondeur de la zone affectée thermiquement (ZAT) mesurée par observation microscopique, en fonction de la puissance laser et de la vitesse de déplacement pour une opération d'usinage suivie d'un traitement thermique laser. Elle permet de mettre en évidence l'augmentation de la ZAT avec la puissance laser et avec la réduction de la vitesse de déplacement.

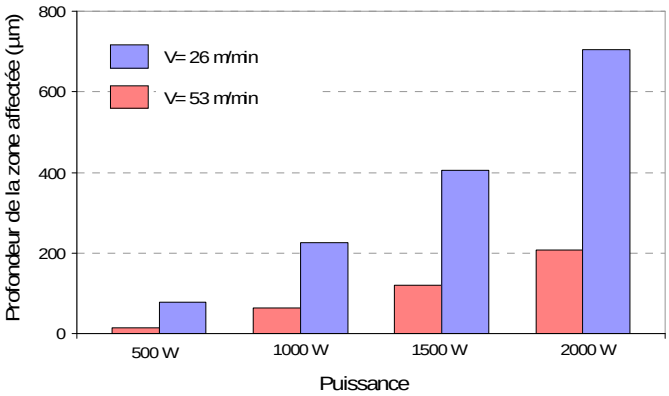


Fig. 87 – Profondeur de la ZAT pour l'alliage de titane

Ce travail a permis de mettre en évidence les paramètres influants sur le champ de température induit par le laser et les traitements thermiques possibles. Les zones chauffées et les changements de microstructure sont fonctions des paramètres du procédé : vitesse de coupe V_c, avance f, profondeur de passe a_p, puissance de l'assistance P, diamètre du spot, angles d'incidences, positionnement du spot par rapport à l'outil de coupe, plaquette utilisée.

2.2. Matériaux étudiés

Les deux matériaux utilisés pour les travaux en fatigue relatifs à l'UAL sont dans un état recuit : l'acier à roulement 100Cr6 et l'alliage de titane Ti-6Al-4V. L'alliage de titane Ti-6Al-4V est notamment très utilisé en aéronautique en raison d'un certain nombre de caractères spécifiques comme sa faible masse volumique, une résistance à la corrosion intéressante et une bonne résistance mécanique même à haute température... *[Gélas, Armand et al. 1976; Barralis et Maeder 1997; Combres 1999]*. Il est néanmoins un matériau difficile à usiner comme tous les matériaux réfractaires. La température générée lors de la formation du copeau n'est pas suffisante pour diminuer ses caractéristiques mécaniques. De plus, sa conductibilité thermique est très faible. Les hautes températures générées par le frottement copeau/outil restent très localisées au niveau de la face de coupe ce qui conduit à une dégradation rapide de l'outil.

2.2.1. Le 100Cr6

Le 100Cr6 est un acier allié souvent utilisé pour la fabrication de roulements à billes. Les éprouvettes en 100Cr6 sont extraites de barres de diamètre 18 mm (livré par Thyssen France S.A. et fabriqué en sous-traitance par l'entreprise espagnole Sidenor). Le matériau est considéré ici dans son état recuit, avec une structure de base globulaire.

- *Composition chimique :*

La composition chimique de l'acier 100Cr6, fournie par la société Thyssen France S.A., est donnée dans leTab. **17** :

C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Al	Cu	Ti
0.97	0.27	0.29	0.012	0.006	1.4	0.16	0.03	0.035	0.17	0.001

Tab. 17 – Composition chimique du 100Cr6 (% massique)

- *Microstructure de l'acier 100Cr6 à l'état recuit :*

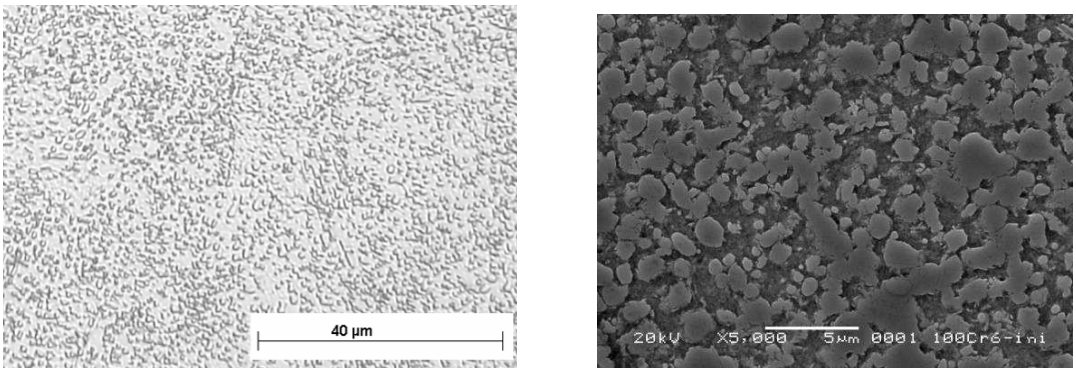


Fig. 88 – Microstructure 100Cr6 initiale (état recuit globulaire)
a) au Microscope Optique (Attaque au Nital 4% pendant 10 sec)
b) au Microscope Electronique à Balayage (MEB)

En principe, le recuit est un traitement thermique qui a pour but d'amener le métal dans un état proche de l'équilibre *[Barralis et Maeder 1997]*. Des micrographies de cet acier traité thermiquement dans la masse révèlent que sa microstructure très homogène se compose de deux phases : une matrice ferritique (α-Fe) contenant les particules globulaires fines de cémentite (Fe_3C) (Fig. 88).

- *Caractéristiques mécaniques monotones :*

Les caractéristiques mécaniques en traction monotone de l'acier 100Cr6, rassemblées dans le Tab. 18, ont été déterminées à température ambiante par des essais réalisés au LPMI (Fig. 89) :

Re0.2% MPa	Rm MPa	A %
630	753	26

Tab. 18 – Caractéristiques mécaniques du 100Cr6 en traction monotone *[Bourge et Falgueyrettes 2005]*.

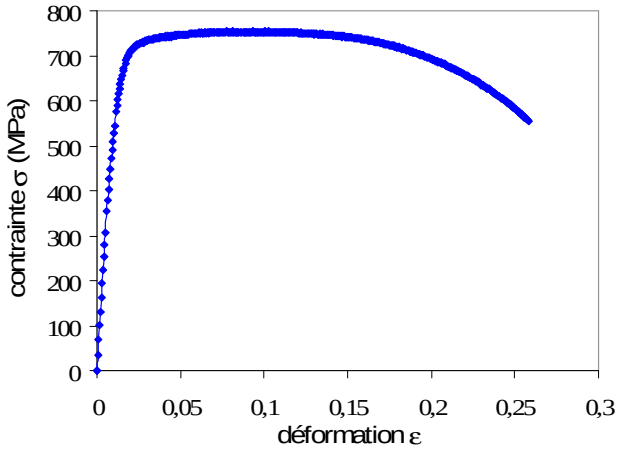


Fig. 89 – Courbe de traction monotone (100Cr6 brut) *[Bourge et Falgueyrettes 2005]*.

La dureté Rockwell a été évaluée à 22 HRc.

2.2.2. Le Ti-6Al-4V

Les éprouvettes de Ti-6Al-4V sont usinées à partir de barres de diamètre 25mm, livrées par Timet à l'état recuit avec une structure de base équiaxe.

- *Composition chimique :*

La composition chimique de l'alliage de titane Ti-6Al-4V étudiée est donnée, par la fiche de réception du matériau, dans le Tab. 19:

Ti	Al	V	Fe	O	C	N
Base	6.38	4.17	0.175	0.165	0.01	0.0055

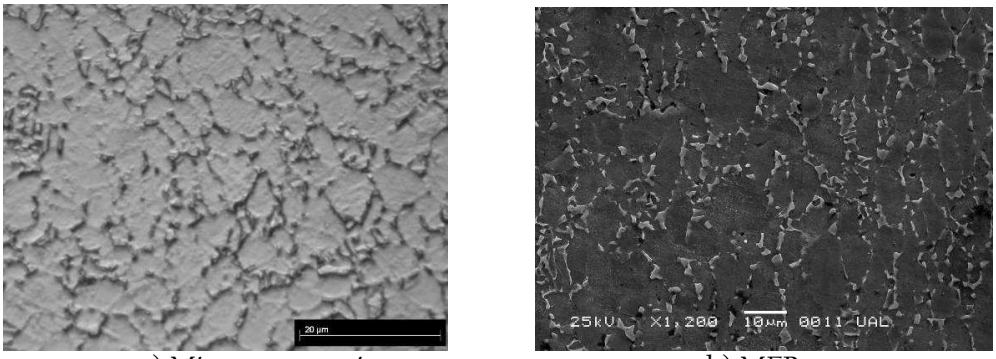
Tab. 19 – Composition chimique de l'alliage de titane Ti-6Al-4V (% massique) d'après la fiche de réception.

Il faut remarquer que les éléments d'addition autres que l'aluminium et le vanadium dans le Ti-6Al-4V sont considérés comme des impuretés qui dégradent les propriétés ou le comportement du matériau.

- *Microstructure de l'alliage de titane:*

Le Ti-6Al-4V initial a une microstructure biphasée $\alpha + \beta$. L'analyse de la microstructure a été effectuée avec un microscope optique et avec un microscope électronique à balayage (Fig. 90) en collaboration avec B. Huneau (GeM-Ecole Centrale de Nantes). La microstructure observée est de type équiaxe avec une taille de grain d'environ 10 µm.

A l'état recuit, l'alliage de Ti-6Al-4V est composé d'une matrice de titane hexagonal dans laquelle les atomes Al et V sont inclus. La phase α est de structure hexagonale, stable en dessous de 882°C, et la phase β est cubique centrée, stable au-dessus de cette température.



a) Microscope optique b) MEB

Fig. 90 – Microstructure du Ti6Al4V étudié *[Bourge et Falgueyrettes 2005]*

- *Caractéristiques mécaniques monotones :*

Les propriétés mécaniques du Ti-6Al-4V à température ambiante sont fournies dans la même fiche de réception (Tab. 20).

Re0.2% MPa	Rm MPa	A %	Dureté Vickers
906	983	18	355

Tab. 20 – Caractéristiques mécaniques monotones de l'alliage de titane Ti-6Al-4V

2.3. Préparation des éprouvettes :

L'optimisation des paramètres du procédé d'UAL pour la réalisation des éprouvettes de fatigue a été réalisée par G. Germain *[Germain 2006]*. Selon les choix effectués, il est possible de réaliser ou non un traitement thermique de la surface de l'échantillon. Cette étape de préparation des éprouvettes est fondamentale car les effets de rugosité et de contraintes résiduelles dues à l'usinage interagissent fortement avec la tenue en fatigue des pièces. Pour cette raison, l'état de surface des éprouvettes doit être particulièrement soigné tout en étant obtenu de manière répétable pour un même lot d'éprouvettes.

- **Paramètres d'usinage :**

Les éprouvettes ont été ébauchées en UC. Puis elles ont été finies soit conventionnellement soit avec l'assistance laser. Les paramètres de finition comme l'avance de l'outil f, la vitesse de coupe v_c, la profondeur de passe a_p et la puissance *P* du laser ont été choisis de manière à obtenir les caractéristiques de surface souhaitées (état de surface, présence ou non de traitement thermique, profondeur de la ZAT) (voir Tab. 21). Les différents usinages ont été réalisés avec un outil PCLNL 2020 K12 et une plaquette CNMA 12 04 08 - AC700G (carbure revêtu Al_2O_3-TiCN) fournis par la société Sumitomo.

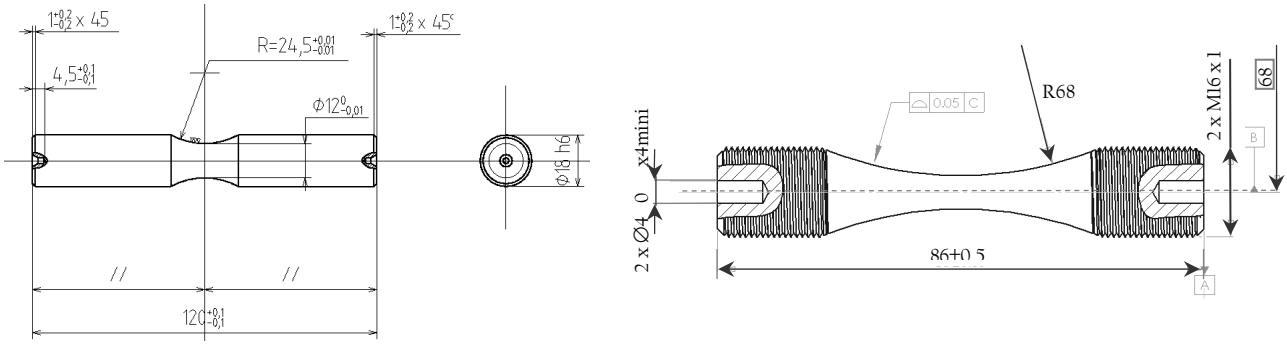
Matériau	**Paramètres d'usinage**				**Traitement**
	v_c (m/min)	f (mm/tr)	a_p (mm)	P (W)	
100Cr6	50	0.1	0.2		UC
100Cr6_UAL	50	0.1	0.2	500	UAL + traitement thermique
Ti-6Al-4V	54	0.1	0.15		UC
Ti-6Al-4V_UAL	20	0.1	0.15	400	UAL

Tab. 21 – Gammes d'usinage pour les différents échantillons

Pour l'étude sur le matériau 100Cr6, nous avons réalisé un UAL ainsi qu'un traitement laser afin d'associer le changement de microstructure et l'amélioration de l'usinabilité. La puissance du laser a été fixée à 500 W de manière à obtenir une transformation martensitique en surface. Au dessus de cette puissance, la pièce présente une surface fondue. Quant au matériau Ti-6Al-4V, un UAL avec traitement a été testé mais celui-ci fait apparaître une microstructure aiguillée en surface, ainsi que des microfissures. Cette présence de microfissure s'est avérée très défavorable à la tenue en fatigue des pièces. Pour ce matériau, l'UAL seul sans aucun changement de microstructure a donc, par la suite, été expérimenté.

- **Géométrie des éprouvettes :**

Les deux géométries d'éprouvettes utilisées pour les essais de torsion purement alternée (Fig. 91a) et de traction-compression alternée (Fig. 91b) présentent des zones utiles avec des rayons de raccordement relativement importants limitant les effets de concentration de contrainte.



(a) en torsion (b) en traction

Fig. 91 – Géométrie des éprouvettes utilisées pour les essais de fatigue

- **Campagnes d'essais :**

La désignation des éprouvettes en acier et en alliage de titane pour les différents types d'essais est présentée dans le Tab. 22 :

Matériau	Essai	Désignation	
100Cr6	Traction	Cr	UC
		Crul	UAL + traitement thermique
		Crp	UC - polissage
		Crulp	UAL + traitement thermique - polissage
	Torsion	TCr	UC
		TCrul	UAL + traitement thermique
Ti-6Al-4V	Traction	Ti	UC
		Tiul	UAL
	Torsion	TTi	UC
		TTiul	UAL

Tab. 22 – Désignation des campagnes d'essais réalisés

Certaines éprouvettes de 100Cr6, réalisées en UAL et en UC, ont été polies après usinage pour s'affranchir des effets de rugosité de surface et notamment de la difficulté de reproduire les mêmes états de surface pour chaque éprouvette. En effet, l'influence de la rugosité peut alors masquer l'effet de la microstructure sur la limite de fatigue. Pour découpler l'ensemble des paramètres, il est nécessaire de mettre en évidence l'influence du polissage sur la tenue en fatigue. Pour cela, des éprouvettes usinées non polies ont aussi été testées.

Les éprouvettes 100Cr6 polies ont été préparées manuellement sur l'ensemble de la zone utile à l'aide de papiers abrasifs à grains fins (500, 1000, 2400 et 4000).

Contrairement aux éprouvettes en 100Cr6, aucune éprouvette en Ti-6Al-4V n'a été polie.

2.4. Essais de fatigue

Plusieurs campagnes d'essais ont été réalisées au LPMI et au LAMEFIP sur les éprouvettes (Fig. 91) en acier 100Cr6 et en alliage de titane Ti-6Al-4V usinées avec ou sans UAL. Chaque matériau a été testé en fatigue pour des sollicitations en traction-compression et en torsion. Pour ces deux matériaux, une première série d'éprouvettes usinées conventionnellement est utilisée afin d'évaluer les caractéristiques en fatigue du matériau par l'intermédiaire de la méthode de l'escalier. Une deuxième série obtenue par UAL a été testée et comparée avec la précédente.

Tous les essais de fatigue en traction-compression et en torsion alternée ont été réalisés à température ambiante, sous air, avec les contraintes nominales mesurées à partir du diamètre critique de la zone utile de chaque éprouvette. Les essais de traction alternée ont été conduits, à force imposée sur une machine INSTRON, avec un rapport de charge R=-1 et à une fréquence voisine de 10Hz ce qui permet de rendre négligeables l'échauffement des éprouvettes en cours d'essai. Les essais de torsion alternée ont été réalisés au LAMEFIP à couple imposé à une fréquence voisine de 50Hz avec le même rapport de charge. La détection de fin vie est différente pour les deux modes de chargement : en traction la rupture de l'éprouvette est atteinte alors qu'en torsion, la perte de raideur est mesurée et l'arrêt de l'essai intervient pour une valeur particulière de perte de raideur (20%). Le dépouillement est réalisé pour chaque lot d'essais correspondant aux états usinés différents.

Quelques éprouvettes rompues ont été observées en microscopie électronique à balayage afin de rechercher sur les surfaces de rupture la position des sites d'amorçage des fissures.

Notons que des essais en traction alternée (R = -1) sur éprouvettes en alliage de titane Ti-6Al-4V usinées conventionnellement ont été réalisés parallèlement au LPMI et au LAMEFIP *[Delahay 2004]*. Sur la base de comparaisons entre les caractéristiques mécaniques, les compositions chimiques et les microstructures des matériaux testés, ces essais ne font pas apparaître de différences significatives entre les résultats obtenus par les deux laboratoires.

2.5. Caractérisation d'intégrité de surface :

Lors de l'opération d'usinage, des stries circonférentielles apparaissent en surface du matériau ; ce sont des zones privilégiées pour l'amorce de fissures qui vont diminuer la limite de fatigue. Les états de surface des éprouvettes de chaque lot, caractérisés par la rugosité, ont été contrôlés au LPMI sur plusieurs éprouvettes pour chaque lot. Les mesures ont été réalisées avec un rugosimètre Mitutoyo Surftest SJ-400.

Mais la seule connaissance de l'état de surface est insuffisante. Il faut également qualifier les transformations métallurgiques à l'échelle microstructurale qui peuvent apparaître en surface. Ces transformations peuvent entraîner des modifications macroscopiques des caractéristiques mécaniques de la pièce, du fait, par exemple, d'un durcissement important de la couche superficielle. Des observations de la microstructure des éprouvettes coupées ont été réalisées après polissage et attaque chimique. Pour qualifier la microstructure, des essais de dureté sous faible charge ont également été effectués en utilisant un nanoindenteur NanoXP MTS, équipé d'un indent Berkovitch.

Les procédés d'usinage introduisent également des contraintes résiduelles dans la pièce qui peuvent modifier la tenue en fatigue (voir chapitre I). La détermination de contraintes résiduelles est réalisée par diffraction des rayons X (machine PROTO) sur les éprouvettes usinées (Annexe A). Les profils de contraintes dans l'épaisseur des éprouvettes sont réalisés après un enlèvement de matière par polissage électrochimique entre chaque point de mesure.

3. ANALYSE DES CARACTERISTIQUES D'INTEGRITE DE SURFACE EN FONCTION DE L'USINAGE REALISE

Cette partie rend compte et discute des caractéristiques d'intégrité de surface (rugosité, niveau de contraintes résiduelles et structure métallurgique des surfaces usinées) des deux matériaux considérés : l'acier à roulement 100Cr6 et l'alliage de titane Ti-6Al-4V.

3.1. Cas du matériau 100Cr6 :

Les conditions d'UAL sur ce matériau sont choisies de telle sorte que l'usinage s'associe simultanément à un traitement thermique. Une transformation de phase martensitique apparaît alors en surface du matériau.

3.1.1. Rugosité :

Les états de surface des éprouvettes de traction-compression usinées conventionnellement et assistées laser (avec traitement thermique), avant et après polissage sont comparés (Fig. 92).

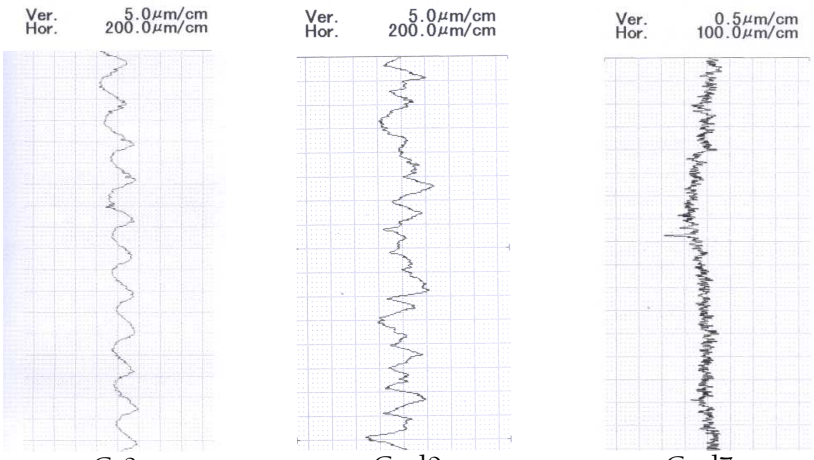
Les états de surface observés selon que l'on considère les éprouvettes usinées de manière conventionnelle ou avec traitement laser sont très différents. La valeur du paramètre R_a, représentant la moyenne arithmétique des surfaces comprises entre le profil et la ligne moyenne sur la longueur de mesure, peut varier de manière importante. Cependant, R_a est souvent considéré comme une mesure insuffisante pour qualifier correctement les effets de surface en fatigue. Deux autres paramètres R_t (amplitude totale du profil mesurée sur toute la longueur d'évaluation) et R_{max} (valeur maximale du profil) semblent plus adaptés.

Fig. 92 – Eprouvettes de traction en 100Cr6 (Cr, Crul, Crp ou Crulp).

Les profils de rugosité sont représentés sur la Fig. 93. Les résultats moyens des mesures sur quelques éprouvettes par lot sont rassemblés dans le Tab. 23. Ils montrent que les éprouvettes non polies usinées conventionnellement présentent des stries d'usinage assez régulières par rapport à celles usinées avec assistance laser. Les valeurs obtenues montrent une diminution importante de la rugosité après le polissage mais aussi, une augmentation de la rugosité en surface avec l'UAL par rapport à un UC. Cette augmentation peut être associée à la transformation martensitique et en particulier à la variation de volume associée.

Eprouvette	Cr	Crp	Crul	Crulp
Ecart-moyen du profil de rugosité R_a (µm)	0.89	0.07	1.03	0.06
Hauteur totale du profil R_t (µm)	5.24	0.96	7.36	0.77
Hauteur maximale du profil R_{max} (µm)	4.56	0.63	6.04	0.5

Tab. 23 – Résultats des mesures de rugosité sur quelques éprouvettes de chaque lot de traction en 100Cr6



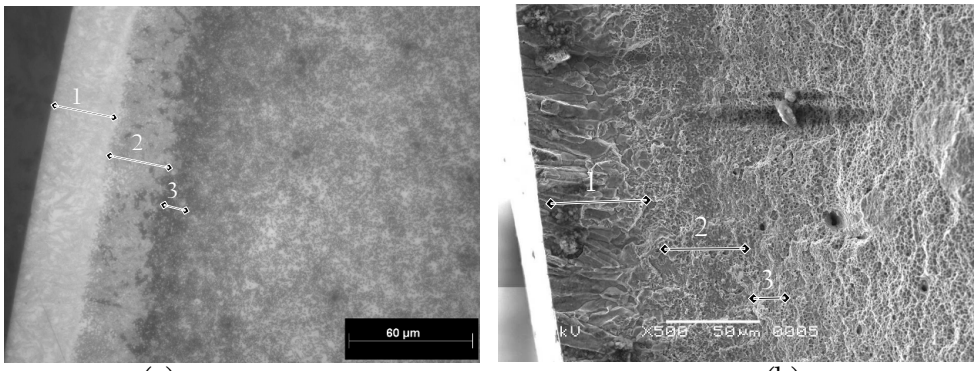
Cr8 Crul9 Crul7p

Fig. 93 – Etat de surface des éprouvettes de 100Cr6

Il faut noter que les états de surface obtenus après polissage mécanique sont très fins ; l'influence du paramètre rugosité sur la tenue en fatigue peut alors être considéré comme peu importante. En revanche, dans ce cas, on doit tenir compte de l'introduction de contraintes résiduelles dues à l'opération de polissage.

3.1.2. Observations microstructurales et microdureté :

Une coupe polie et attaquée, ainsi que le faciès de rupture après un essai de fatigue de traction-compression d'une éprouvette UAL ont été observés respectivement au microscope optique et au MEB (Fig. 94). Les observations effectuées permettent de qualifier trois ZAT très distinctes en plus du matériau de base :



(a) (b)

Fig. 94 – Microstructure d'une éprouvette UAL polie observée
(a) par microscope optique (attaque au Nital 4% pendant 10s).
(b) par MEB (faciès de rupture en fatigue).

- Proche de la surface :
  - Zone 1 (à la surface de la pièce) : correspond à une couche martensitique dure mais très fragile d'une épaisseur de 30 à 40 µm. Au microscope, elle présente une structure en aiguilles. Les carbures Fe_3C ont été totalement dissouts dans cette zone.
  - Zone 2 : c'est une zone de transition (environ de 20 à 25 µm). Le matériau n'a été que partiellement austénitisé. De même, les carbures sont partiellement transformés. On a alors de la martensite, de la ferrite et du Fe_3C. Plus on s'éloigne de la surface et plus les carbures sont nombreux.
  - Zone 3 : correspond à une zone de transition de 10 à 20 µm d'épaisseur. Cette zone adoucie par le chauffage des couches supérieures a subi un revenu.

- A cœur : c'est la structure de base du matériau avec une structure globulaire (état recuit).

Le traitement thermique superficiel pendant l'UAL génère un cycle thermique de chauffage très localisé suivi par un refroidissement rapide. En effet, le chauffage laser étant seulement superficiel, le refroidissement est principalement dû à la conduction thermique vers le centre de la pièce qui reste froid. De plus, s'ajoute à ce 'puits thermique' la convection en surface de la pièce en rotation. Pour les vitesses très rapides de chauffage induites par le laser, la température de transformation austénite α - martensite γ est située à 850°C *[Arata 1978]*. Cette transformation de l'austénite en martensite dans la couche supérieure de la pièce, a lieu sans changement de composition. La martensite correspond en effet à une solution solide sursaturée de carbone dans le fer α et de même teneur en carbone que l'austénite dont elle provient.

Afin de vérifier l'influence de la modification superficielle de microstructure, des essais complémentaires de microdureté ont été réalisés. La dureté de chaque zone a été évaluée à travers des mesures à l'échelle micrométrique, réalisées sur une coupe transversale d'une éprouvette de 100Cr6 traitée par UAL. Les résultats obtenus sont regroupés sur la Fig. 95.

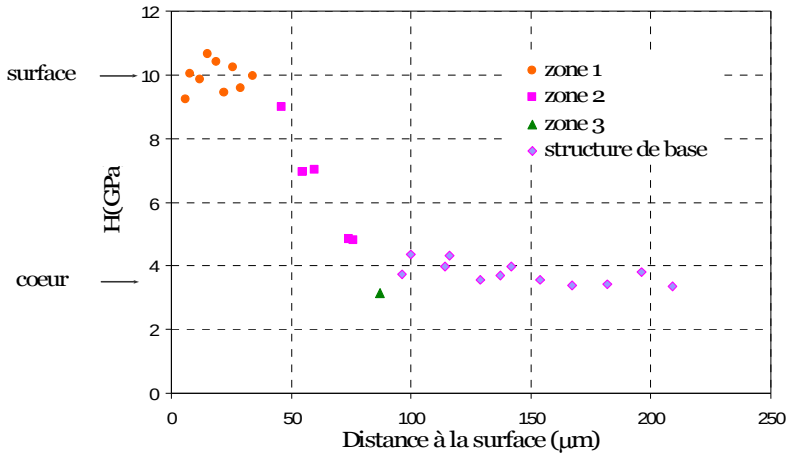


Fig. 95 – Profil de dureté par essais de nanoindentation sur une éprouvette polie et traitée de 100Cr6 (Crulp5).

Les essais corroborent les observations précédentes de la microstructure. Le profil peut en effet être séparé en quatre zones correspondant aux trois ZAT et au matériau de base. En surface, la structure est très dure (autour de 10 GPa). Elle correspond à la couche totalement transformée en martensite. Ensuite la dureté diminue rapidement de 10 à 3 GPa, ce qui correspond à la zone de transition. En effet, à cette profondeur, le matériau s'adoucit progressivement jusqu'à atteindre la dureté de la troisième zone qui est légèrement moins dure que la structure de base du matériau. La dureté à cœur est enfin trois fois inférieure à la dureté en surface.

Il faut remarquer que ce gradient de dureté peut s'expliquer par le fait que la martensite, très riche en carbone, a une dureté maximale dans la couche de surface. En sous couche (zone 2), le carbone existe dans la martensite, mais aussi sous forme de carbures de fer Fe_3C. La teneur en carbone dans la martensite diminue donc relativement, alors que par ailleurs la quantité de ferrite non transformée augmente vers le cœur de la pièce.

Le durcissement en surface peut donc correspondre, d'une part, à l'apparition de la structure martensitique, et d'autre part à une modification des niveaux de l'écrouissage.

3.1.3. Contraintes résiduelles:

Afin de compléter la caractérisation des zones traitées, des analyses de contraintes résiduelles ont été réalisées en profondeur des échantillons traités. Ces contraintes résiduelles peuvent provenir de

déformations plastiques et de changements de phases des différentes couches. Une comparaison des profils de distribution des contraintes résiduelles des éprouvettes polies usinées conventionnellement et avec assistance laser a été réalisée *[Leguen 2006]*. L'écrouissage du matériau a été également observé par l'analyse de la largeur de corde des raies de diffractions des rayons X. Cette valeur est aussi appelée largeur de pic moyen (LPM).

Les valeurs de contraintes résiduelles en surface des pièces usinées avec assistance laser et conventionnellement sont rassemblées dans le Tab. 24. Ces valeurs montrent qu'avec l'UC, les contraintes résiduelles superficielles sont en légère traction. En revanche, le traitement laser conduit à des contraintes résiduelles surfaciques en compression. Ceci est lié à l'échauffement local notable produit par ce traitement laser qui fait apparaître une transformation martensitique superficielle (paragraphe 3.1.2 précédent).

Eprouvette	Cr	Crp	Crul	Crulp
R_a moyenne (mm)	0,89	0,07	1,03	0,06
σ_R longitudinale (MPa)	95 ± 35	-225 ± 35	-245 ± 35	-640 ± 50
σ_R circonférentielle (MPa)	80 ± 10	-255 ± 30	-340 ± 15	-670 ± 55
LPM (°)	2,84	2,17	5,32	6,05

Tab. 24 – Contraintes résiduelles moyennes en surface des éprouvettes en 100Cr6.

L'effet mécanique dû au polissage crée de nouvelles contraintes résiduelles en compression dans le matériau. Dans le cas de l'UC, les valeurs de contraintes passent de 95 MPa à -225 MPa dans le sens longitudinal et de 80 MPa à -255 MPa dans le sens circonférentiel. L'UAL engendre des contraintes résiduelles en surface de compression (σ_{RL}=-245 MPa et σ_{RC}=-340 MPa). Le polissage mécanique après l'UAL introduit des contraintes résiduelles superficielles de compression encore plus prononcées (σ_{RL}=-640 MPa et σ_{RC}=-670 MPa).

Tout cela est en accord avec certaines constatations expérimentales de la littérature *[Lu 2004]* mais ces mesures ne donnent qu'une information sommaire car les contraintes résiduelles peuvent varier de manière très importante en sous couche. Il est donc nécessaire de qualifier leur évolution en profondeur en réalisant des profils de contraintes résiduelles sur les éprouvettes polies UAL et UC. Les profils de contraintes en profondeur sont réalisés par des enlèvements de matière successifs par polissage électrochimique. La Fig. 96 illustre ces résultats de contraintes résiduelles dans le sens longitudinal, circonférentiel et également de la largeur des pics de diffraction correspondante.

Les valeurs maximales de contraintes résiduelles en compression, sur l'éprouvette UC, se trouvent en surface mais elles diminuent (en norme) rapidement pour revenir au niveau du matériau de base à une profondeur d'environ 80 µm. Elles sont principalement dues au polissage. Notons qu'aucune transformation microstructurale n'est visible sur la pièce usinée conventionnellement.

Pour les éprouvettes réalisées en UAL avec traitement thermique, de fortes contraintes résiduelles de compression sont engendrées dans la zone martensitique mais sur une faible profondeur, de l'ordre de quelques dizaines de micromètres. Dans la zone de transition (30 µm à 80 µm), les contraintes résiduelles remontent doucement vers la traction. Ensuite, au niveau de la zone adoucie (environ de 80 à 180 µm), une augmentation importante de contrainte est constatée. Les contraintes résiduelles deviennent alors des contraintes de traction à une profondeur de 110 µm à 250 µm. Puis elles tendent vers les contraintes du matériau de base. Ce profil de contraintes résiduelles semble cohérent avec les observations micrographiques et les mesures de microdureté réalisées.

Le profil des largeurs des pics de diffraction (Fig. 96c) reflète l'évolution du taux d'écrouissage du matériau. Il montre qu'il n'y a pas de modification notable de l'écrouissage pour les éprouvettes usinées conventionnellement. En revanche, il montre un très fort écrouissage sur toute la zone traitée thermiquement (zone martensitique et zone de transition).

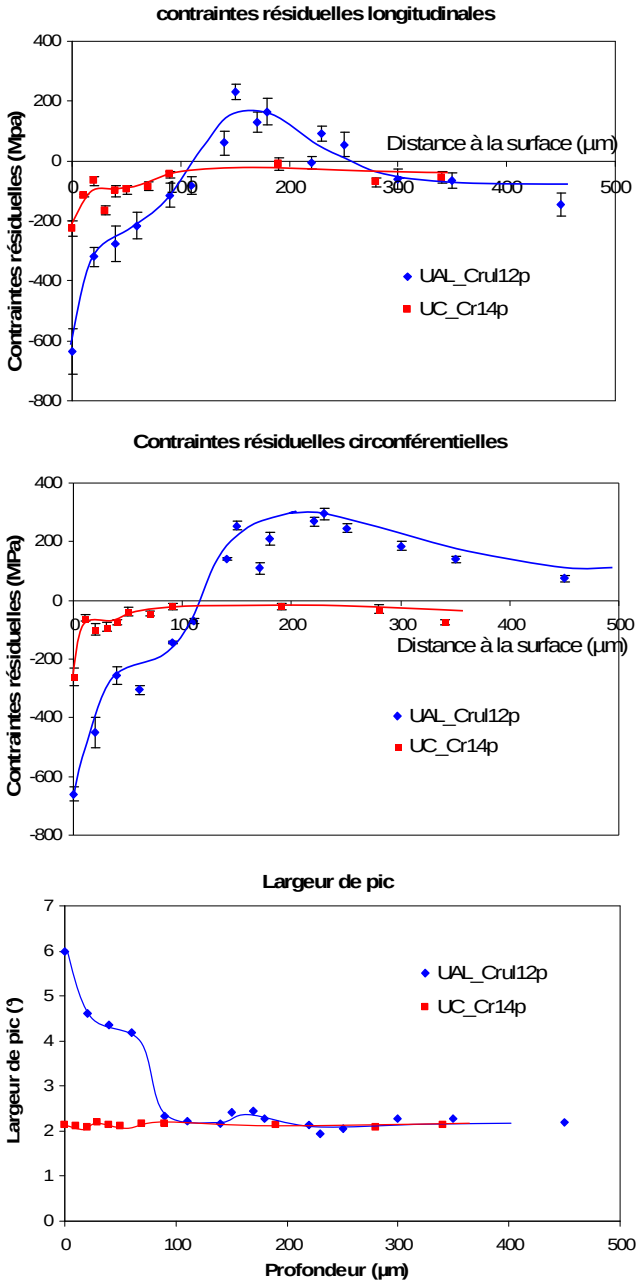


Fig. 96 – Profil en profondeur des contraintes résiduelles pour des éprouvettes UAL et UC polies du 100Cr6

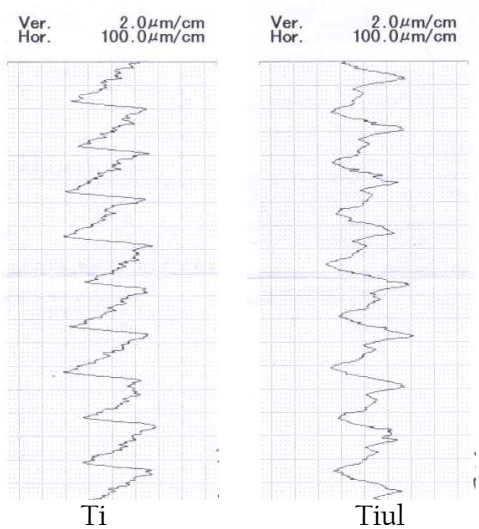
3.2. Cas du matériau Ti-6Al-4V :

Les conditions d'UAL sur ce matériau ont été définies par G. Germain [*Germain 2006*] dans le cadre de sa thèse.

3.2.1. Rugosité

Les états de surface des éprouvettes usinées conventionnellement, usinées avec assistance laser sans traitement thermique et usinées avec assistance laser avec traitement thermique sont comparés. Les résultats des mesures de rugosité pour chaque type d'éprouvettes sont rassemblés dans la Fig. 98. De grandes disparités sont observées (Fig. 97).

Fig. 97 – Eprouvettes de traction en Ti-6Al-4V (respectivement Ti, Tiul, TiT).



Ti	Tiul
R_a = 0.84 μm	R_a = 0.66 μm
R_t = 4.5 μm	R_t = 4.2 μm

Fig. 98– Résultats des mesures d'état de surface des éprouvettes pour chacun des lots.

Ces résultats montrent une valeur du R_a de 0,84 μm en UC et de 0,66 μm pour l'UAL. Rappelons que pour ces éprouvettes la structure observée est une structure équiaxe. Ces valeurs sont relativement proches et assez faibles.

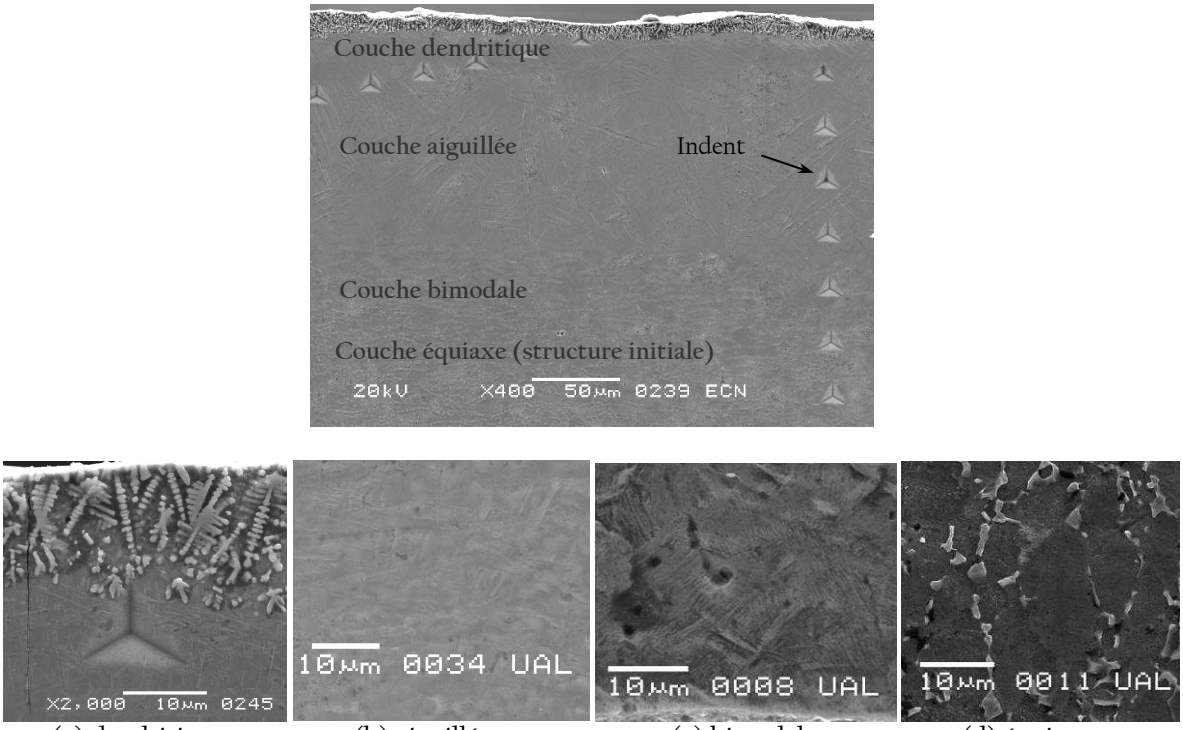
En revanche, pour les éprouvettes réalisées en UAL avec traitement laser (TiT), le paramètre R_a augmente de manière importante ; la qualité de surface obtenue est très dégradée.

3.2.2. Observations microstructures et microdureté

Les microstructures obtenues sont fortement dépendantes du traitement thermique effectué lors de l'UAL, lui-même fonction du choix des paramètres du procédé : vitesse de déplacement ou vitesse de coupe et puissance laser. Suivant les paramètres utilisés, différentes microstructures des ZAT sont créées. Par exemple, pour une puissance laser de 1000 W et une vitesse de déplacement de 26m/mn sur un échantillon de diamètre 20mm sans usinage, des observations MEB (Fig. 99) montrent que quatre microstructures différentes peuvent être observées.

A l'état recuit, l'alliage Ti-6Al-4V a une microstructure équiaxe composée de deux phases α et β (Fig. 99d). Dans le cas de fortes puissances laser (P = 1000 W), trois ZAT peuvent être générées :

- Une zone dendritique qui apparaît en surface suite à la fusion de l'alliage (Fig. 99a). Notons que de nombreuses fissures circonférentielles engendrées lors du refroidissement rapide de la surface sont également observées. Cette microstructure associée à cet endommagement est donc à proscrire pour la bonne tenue en fatigue des pièces. La dureté de cette zone est environ deux fois plus importante que celle du matériau de base (Fig. 100).
- Une zone aiguillée créée en sous couche de la zone dendritique (Fig. 99b). Cette microstructure apparaît après un traitement thermique à une température supérieure à 1025°C et un refroidissement rapide. Cette zone aiguillée est plus ou moins fine suivant les vitesses de refroidissement générées. La dureté dans cette zone diminue progressivement vers celle du matériau initial (Fig. 100).
- Une zone bimodale (Fig. 99c) qui est en fait une transition de la microstructure aiguillée à la microstructure équiaxe du matériau de base.



(a) dendritique (b) aiguillée (c) bimodale (d) équiaxe

Fig. 99 – Microstructures observées pour un UAL et traitement avec P = 1000 W et v = 26 m/min.

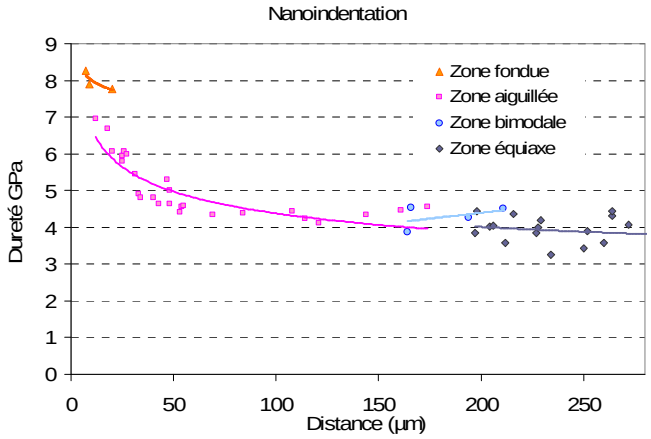


Fig. 100 – Evolution de la microdureté associée à différentes microstructures en fonction de la profondeur de l'échantillon pour l'alliage Ti-6Al-4V.

Notons que les mesures des ZAT effectuées à partir des observations microscopiques sont cohérentes avec les résultats de dureté synthétisés sur la Fig. 100.

Quand on diminue le diamètre des échantillons (6 mm) pour réaliser les éprouvettes de fatigue conformes au plan (Fig. 91b), le traitement thermique par laser sur les éprouvettes en alliage Ti-6Al-4V engendre des résultats différents. En effet, il a été constaté que pour des diamètres inférieurs à environ 15 mm, l'éprouvette chauffe fortement car la pièce n'est pas assez massive pour jouer le rôle de puits thermique. Les profondeurs traitées sont donc beaucoup plus importantes que sur des pièces massives. La puissance laser doit donc être fortement réduite pour avoir une profondeur traitée raisonnable.

Dans la suite de l'étude, pour éviter d'obtenir la zone fondue décrite précédemment et ne conserver qu'une microstructure aiguillée ou équiaxe en surface, les paramètres suivants ont été choisis :

- Paramètres de coupe : v_c = 20m/mn; f = 0.1mm/tr; a_p = 0.15mm et faisceau laser de puissance P = 400W pour l'UAL sans traitement thermique (voir Tab. 21) afin d'obtenir la structure équiaxe.

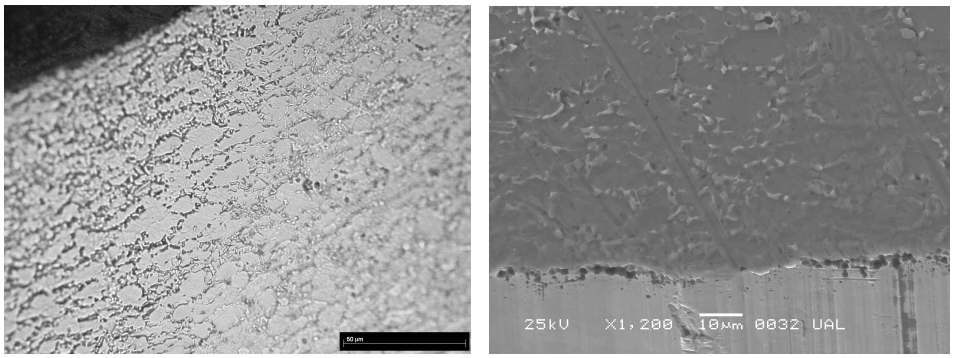


Fig. 101 – Observation de la surface de l'éprouvette Ti-6Al-4V au microscope optique et au MEB après l'UAL sans traitement thermique.

En analysant les micrographies (Fig. 101), on constate qu'aucune transformation microstructurale n'est observée en surface des éprouvettes UAL sans traitement thermique et que la structure semble relativement homogène. Ceci peut être dû au fait que la partie surchauffée est enlevée et évacuée sous forme de copeaux.

- Même paramètre de coupe avec faisceau laser de puissance P = 250W décalé vers l'arrière de l'outil (0,4 mm) pour l'UAL avec traitement thermique de surface afin d'obtenir la structure aiguillée.
  L'observation au MEB de la coupe dans le sens longitudinal d'éprouvettes réalisées en UAL avec traitement thermique (Fig. 102) montre une couche de structure aiguillée (sans zone dendritique) sur une épaisseur de 80 µm au niveau de la zone utile de l'éprouvette. La profondeur traitée diminue quand on s'éloigne de la partie utile. De plus la surface semble très irrégulière générant des concentrations de contraintes qui risquent d'être néfaste à la tenue en fatigue du matériau.

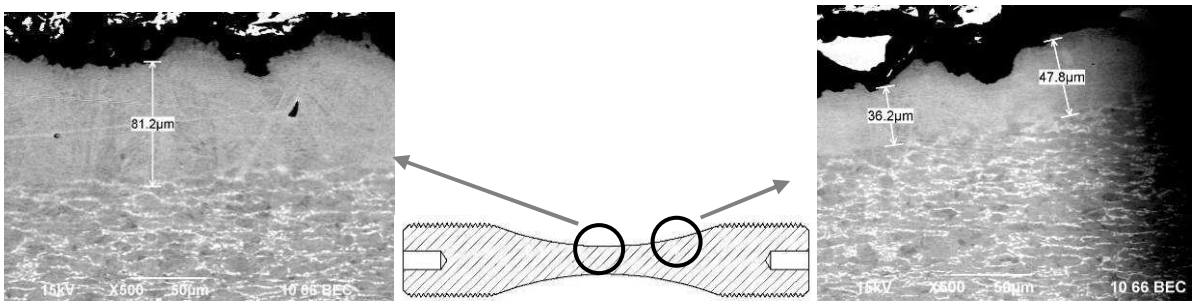


Fig. 102 – Profondeur de la zone traitée au long d'une éprouvette Ti-6Al-4V traitée par UAL.

3.2.3. Contraintes résiduelles :

Des mesures de contraintes résiduelles ont été réalisées sur certaines éprouvettes, avant sollicitations de fatigue, prise au hasard dans chaque lot testé. Les résultats sont consignés dans le Tab. 25.

Eprouvette	Ti	Tiul	TiT
R_a moyenne (µm)	0.84	0.66	1.26
σ_R longitudinale (MPa)	-510 ± 45	-80 ± 35	330 ± 35
σ_R circonférentielle (MPa)	-290 ± 45	-50 ± 20	280 ± 20
LPM (°)	2.65	2.5	3.5

Tab. 25 – Récapitulatif des valeurs de contraintes résiduelles en surface des éprouvettes Ti-6Al-4V.

Les contraintes résiduelles en surface de l'éprouvette usinée conventionnellement sont en compression de l'ordre de -510 MPa dans le sens axial et -290 MPa dans le sens circonférentiel. L'UAL seul a tendance à

diminuer l'intensité de ces contraintes en compression : -80 MPa dans le sens axial et -50 MPa dans le sens circonférentiel. Le traitement thermique laser sur l'alliage de titane Ti-6Al-4V entraîne un passage des contraintes résiduelles en surface vers la traction : contrainte longitudinale de 330 MPa et contrainte circonférentielle de 280 MPa. Ce passage vers la traction semble lié à un fort gradient thermique en surface du matériau. Ces observations sont inverses à celles constatées dans le cas de l'acier 100Cr6 qui bénéficie de fortes contraintes de compression dues à l'apparition de martensite.

Le lien entre le procédé d'usinage choisi et la tenue en fatigue des pièces sera analysé dans le paragraphe qui suit en considérant le procédé d'UC comme la référence.

4. INFLUENCE DES CARACTERISTIQUES D'INTEGRITE DE SURFACE SUR LA TENUE EN FATIGUE :

Les paragraphes précédents ont montré les effets de l'UAL avec ou sans traitement thermique sur l'état de surface, les contraintes résiduelles, la microstructure au voisinage de la surface du matériau. Le procédé d'usinage choisi doit donc indirectement avoir une influence sur la résistance en fatigue des alliages considérés. Dans la suite, les résultats expérimentaux des essais de fatigue effectués (en traction-compression et en torsion simple alternée) et les divers types d'endommagement observés sont brièvement discutés et associés aux paramètres d'intégrité de surface mesurés.

Des essais réalisés sur quelques éprouvettes donnent l'évolution des contraintes résiduelles en profondeur, en fonction du nombre de cycles subis en fatigue. Les profils de distribution des contraintes résiduelles à l'état initial sont comparés à ceux obtenus après essai de fatigue pour les éprouvettes usinées conventionnellement et avec assistance laser.

4.1. Tenue en fatigue des pièces en 100Cr6 (état recuit) :

Les essais de fatigue ont été réalisés en traction-compression et en torsion alternée sur respectivement une dizaine et une quinzaine d'éprouvettes pour chaque lot afin de déterminer la limite d'endurance à 10^6 cycles par la méthode de l'escalier.

4.1.1. Traction – compression :

Les limites de fatigue médianes et les écart-types estimés par la méthode de l'escalier sont regroupés dans le Tab. 26 :

Eprouvettes	Nbre de rupture	Nbre de non rupture	pas de cont. d (MPa)	niveau plus faible σ_0 (MPa)	limite estimée σ_D (MPa)	écart - types s (MPa)
Cr	4	4	20	260	270	non estimable
Crp	8	8	20	300	325	
Crul	3	6	20	320	370	
Crulp	6	8	20	380	390	

Tab. 26 – Limites de fatigue déterminées par la méthode de l'escalier en traction-compression

L'estimation de l'écart-type s n'a pas pu être réalisée en raison en particulier d'un pas trop important. On peut néanmoins indiquer qu'il reste inférieur à 20 MPa (la valeur du pas). La figure suivante (Fig. 103) compare les résultats d'essais de fatigue obtenus sur éprouvettes usinées conventionnellement, ou avec assistance laser, à l'état brut ou à l'état poli.

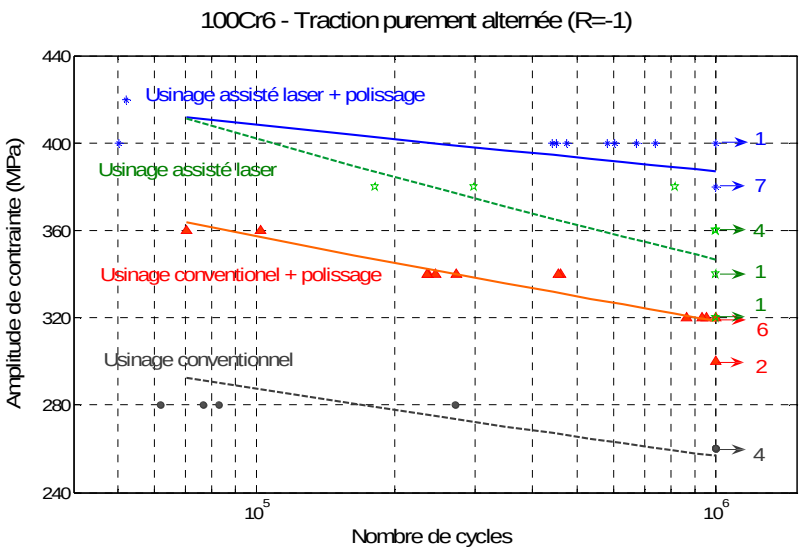
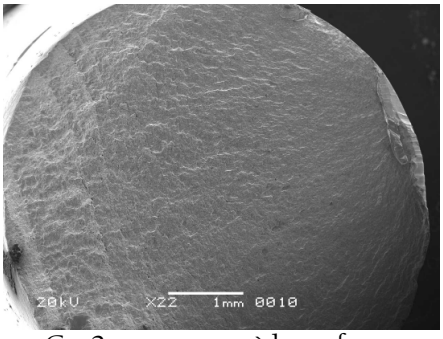


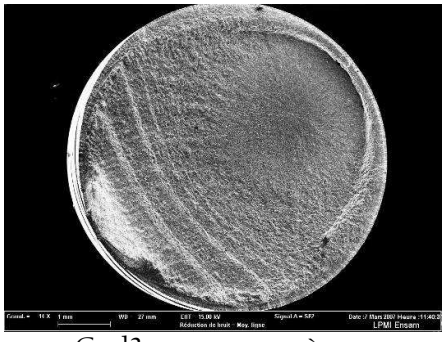
Fig. 103 – Comparaison des courbes de Wöhler dans le cas de l'acier 100Cr6 en traction purement alternée pour différentes conditions

Le procédé UAL et le polissage améliorent le comportement à la fatigue du matériau. Dans le domaine des grands nombres de cycles (10^6 cycles), la résistance à la fatigue augmente de l'ordre de 100 MPa avec l'UAL et de quelques dizaines de MPa avec le processus polissage. En effet, la limite de fatigue à 10^6 cycles des éprouvettes usinées sans assistance laser et polies est estimée à 325 MPa. La limite des éprouvettes non polies est plus faible (270 MPa). Les éprouvettes traitées en UAL et polies ont une limite de fatigue de 390 MPa.

Des observations des surfaces de rupture ont été réalisées au MEB afin de localiser l'amorçage de fissure (Fig. 104).



Crp2 – amorçage à la surface
(Σ_a = 340 MPa, N = 236318 cycles)



Crul3p – amorçage à cœur
(Σ_a = 400 MPa, N = 602371 cycles)

Fig. 104 – Facies de rupture des éprouvettes UC et UAL avec traitement à l'état poli.

Contrairement à l'UC (Crp2), la couche superficielle très dure dans le cas de l'UAL empêche l'amorçage des fissures en surface sur les éprouvettes Crul3p (Fig. 104). Sur les faciès de rupture de ces dernières éprouvettes deux zones différentes peuvent être distinguées. Elles correspondent à la rupture progressive par fatigue et à la rupture finale brutale. Les amorçages des fissures ne se produisent pas en surface mais en sous-couche ou à cœur (Fig. 105). Il faut noter que la position relative de ces deux zones et de leur étendue dépend également de la nature et de l'amplitude de la sollicitation.

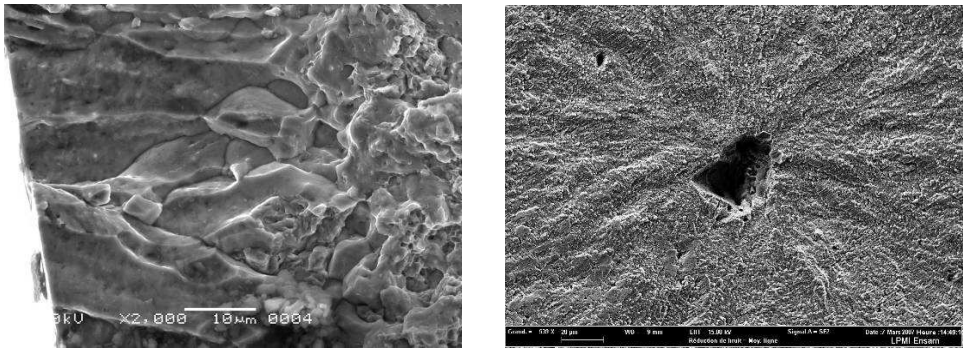


Fig. 105 – Observation sur la zone superficielle et de l'amorçage de l'éprouvette UAL (Crul3p)

Notons que sur le faciès de rupture de l'éprouvette UAL (Crul3p), un amorçage à cœur sur une inclusion intermétallique est observé et fera l'objet de discussions au paragraphe IV.4.3.2.

4.1.2. Torsion alternée :

Les résultats obtenus en torsion alternée sur les éprouvettes non polies et dépouillés par la méthode de l'escalier sont rapportés dans le Tab. 27 et sont également présentés sur la Fig. 106.

Eprouvettes	Nbre de rupture	Nbre de non rupture	pas de cont. d (MPa)	niveau plus faible σ_0 (MPa)	limite estimée σ_D (MPa)	écart - types s (MPa)
TCr	8	8	10	190	200	8,6
Tcrul	8	8	10	220	227	non estimable

Tab. 27 – Limites de fatigue en torsion obtenues par la méthode de l'escalier

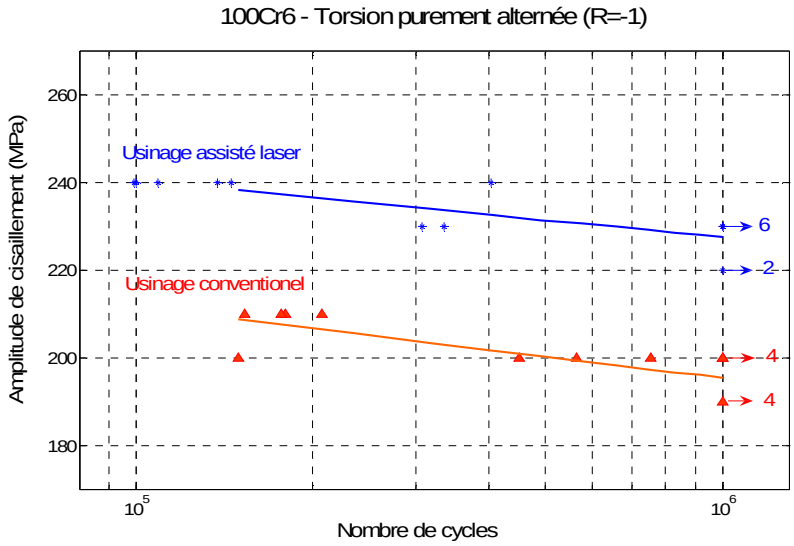


Fig. 106 – Courbes S-N en torsion alternée sur les éprouvettes de 100Cr6.

Les valeurs des limites d'endurance en torsion estimées à 10^6 cycles par la méthode de l'escalier sont de 200 MPa pour les éprouvettes usinées conventionnellement et de 227 MPa pour celles usinées assistées laser. L'estimation de l'écart-type peut être faite dans le cas d'UC et sa valeur est de 8,6 MPa ce qui est proche du pas de contrainte choisi (10 MPa). Les courbes S-N montrent une dispersion assez importante pour un même niveau de contrainte en torsion comme en traction.

Les éprouvettes sollicitées en torsion alternée ont été observées sur leur surface extérieure de façon à déterminer l'orientation des fissures macroscopiques (Fig. 107).

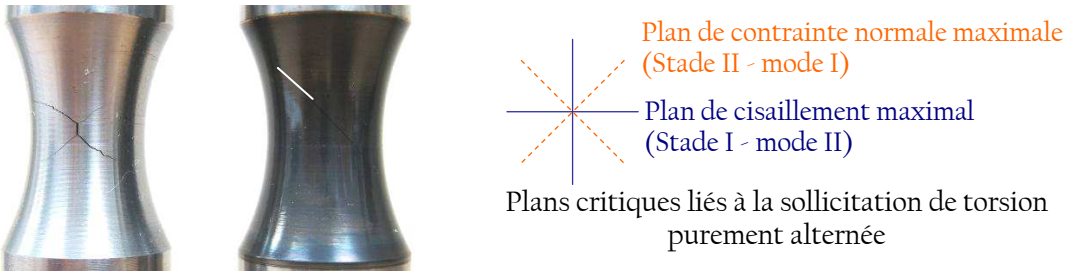


Fig. 107 – Fissuration dans le cas d'une sollicitation de torsion
TC5 (T_a = 200 MPa ; N = 149 268 cycles) – TCu3 (T_a = 240 MPa ; N = 403 920 cycles).

On constate souvent la présence de deux fissures majeures en fin d'essai sur les éprouvettes en UC. En effet, dans la plupart des cas on observe bien un changement de direction et les fissures quittent le plan de la cission maximale pour le plan de la contrainte normale de traction maximale. Les premiers stades d'apparition de fissures se font en mode II orientés selon la direction longitudinale par rapport à l'axe de l'éprouvette (perpendiculaire aux stries d'usinage), Après ce stade, les fissures se propagent, en stade II – mode I, dans le plan de contrainte normale maximale (45° par rapport l'axe de l'éprouvette). En revanche, les fissures sur les éprouvettes en UAL ont une seule direction à 45° par rapport l'axe de l'éprouvette. La fragilité de la couche traitée martensitique en surface est l'explication la plus logique du fait que les fissures ne se propagent que dans le plan de contrainte normale maximale dans ce cas de l'UAL.

4.2. Tenue en fatigue des pièces en Ti-6Al-4V (état recuit) :

Des essais de fatigue sont réalisés sur les éprouvettes Ti-6Al-4V en utilisant la même démarche que celle adoptée pour le 100Cr6.

4.2.1. Traction – compression :

Les courbes S-N médianes à 10^6 cycles (probabilité de rupture = 50%) de deux types d'éprouvettes sont présentées sur la Fig. 108. Les limites de fatigue moyennes obtenues sur les éprouvettes conventionnelles et sur les éprouvettes UAL sont estimées par la méthode de l'escalier respectivement à 583 MPa et 550 MPa (Tab. 28).

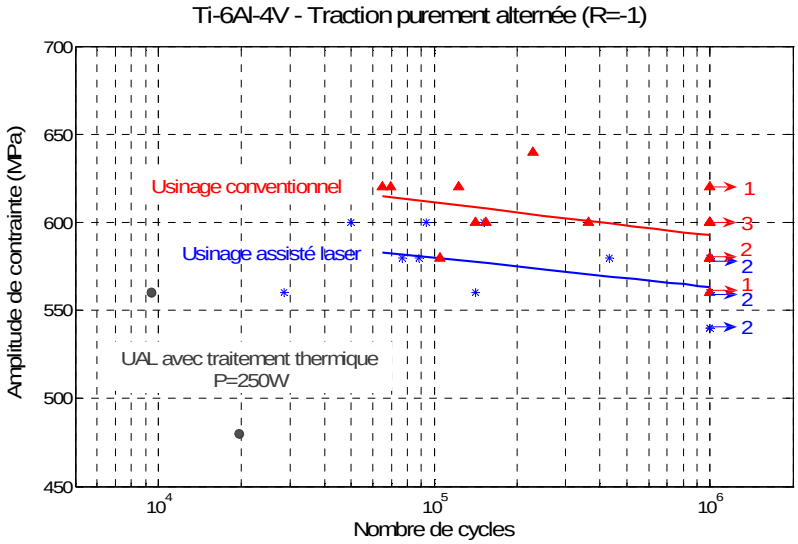


Fig. 108 – Courbes S-N en traction-compression alternée sur les éprouvettes de Ti-6Al-4V pour différentes conditions d'usinage.

Eprouvettes	Nbre de rupture	Nbre de non rupture	pas de cont. d (MPa)	niveau plus faible σ_0 (MPa)	limite estimée σ_D (MPa)	écart - types s (MPa)
Ti	8	7	20	560	583	27
Tiul	8	6	20	540	550	22

Tab. 28 – Limites de fatigue en traction-compression obtenues par la méthode de l'escalier.

La limite d'endurance médiane maximale est obtenue pour les éprouvettes en UC mais il semble que l'écart-type et la dispersion sont plus grands à cause des défauts en surface. Les deux points représentés par des cercles noirs pleins sur ce graphe indiquent les résultats expérimentaux des deux essais sur l'éprouvette usinée en UAL avec traitement thermique. Rappelons que cette dernière condition d'essai a mené à une structure aiguillée riche en fissures de surface (Fig. 109).

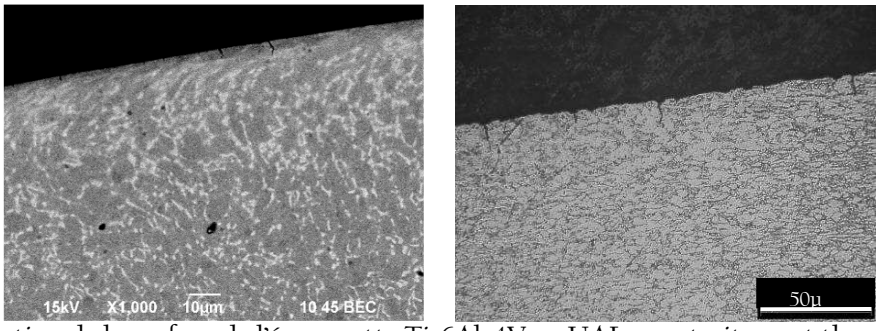
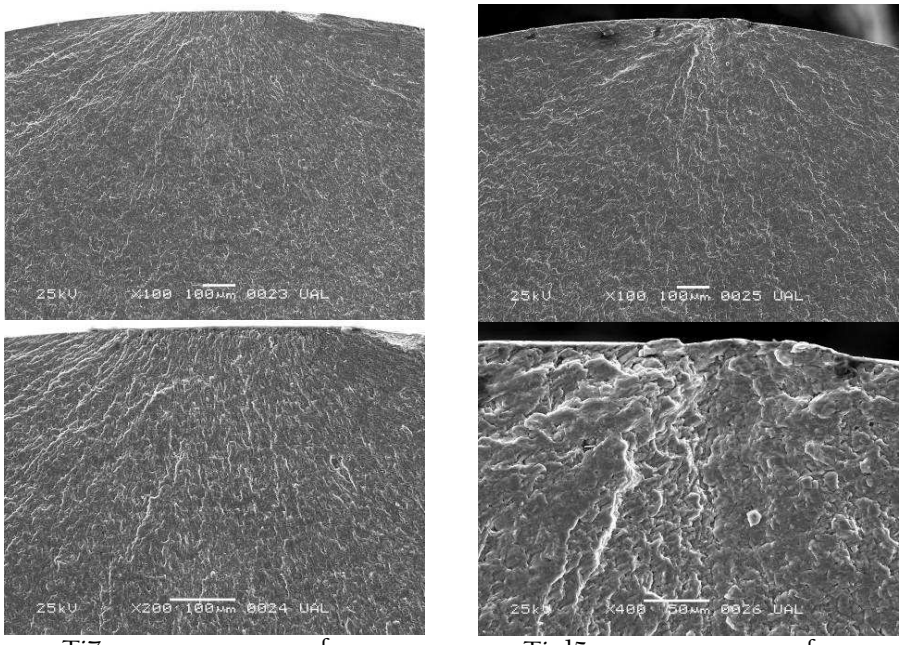


Fig. 109 – Observation de la surface de l'éprouvette Ti-6Al-4V en UAL avec traitement thermique au MEB et au microscope optique.

Comme on peut le constater avec ces deux seuls essais, la durée de vie semble diminuer fortement même pour des niveaux de contrainte sous la limite de fatigue. La présence des fissures initiales entraîne une suppression pure et simple de la phase d'amorçage et le nombre de cycles observé ne correspond qu'à une durée à la propagation de ces fissures préexistantes. Dans la suite, on ne s'intéressera donc pas à ce cas critique.

Des observations au MEB des faciès de rupture ont également été conduites (UC et UAL seul) (Fig. 110).



Ti7 – amorçage en surface
Σ_a = 580 MPa, N = 104684 cycles

Tiul5 – amorçage en surface
Σ_a = 580 MPa, N = 87725 cycles

Fig. 110 – Faciès de rupture des éprouvettes Ti7 (B7 - U. Conventionnel) et Tiul5 (E5 - UAL).

Ces photos montrent que l'amorçage des fissures apparaît en surface ou très proche de la surface pour les deux types d'éprouvettes. Ceci peut s'expliquer par l'état de surface pour ces éprouvettes.

On peut remarquer que pour ce type d'alliage de titane Ti-6Al-4V, la microstructure est fondamentalement différente de celle que l'on rencontre pour un acier. Les mécanismes d'endommagement en FGNC se produisent souvent par décohésion interfaciale, après une phase de localisation du glissement plastique ayant souvent lieu aux interfaces α et β.

4.2.2. Torsion alternée :

Des essais en torsion purement alternée sont également conduits sur les éprouvettes d'alliage de titane. Les résultats sont comparés à des données bibliographiques *[Delahay 2004]* observées sur un matériau similaire considéré usiné conventionnellement avec une limite d'endurance estimée à 2.10^6 cycles. Dans le cas de l'UAL, les essais ont été réalisés pour une durée de vie de 10^6 cycles. Les résultats obtenus par la méthode de l'escalier sont regroupés dans le Tab. 29 et représentés par les courbes de Wöhler sur la Fig. 111 :

Eprouvettes	Nbre de rupture	Nbre de non rupture	pas de cont. d (MPa)	τ_o (Mpa)	τ_D (Mpa)	s (Mpa)
TTi [Delahay]	15	7	15	380	411	28
TTiul	7	8	15	395	424	14

Tab. 29 – Limites de fatigue en torsion obtenues par la méthode de l'escalier.

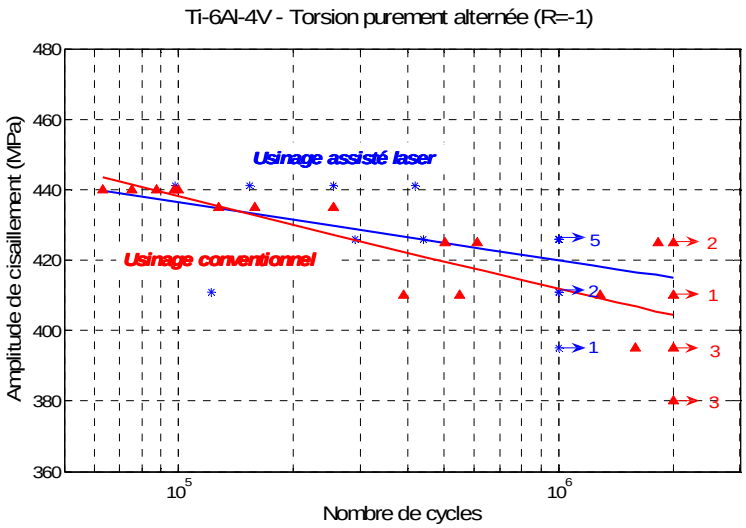


Fig. 111 – Courbes S-N en torsion alternée sur les éprouvettes de Ti-6Al-4V.

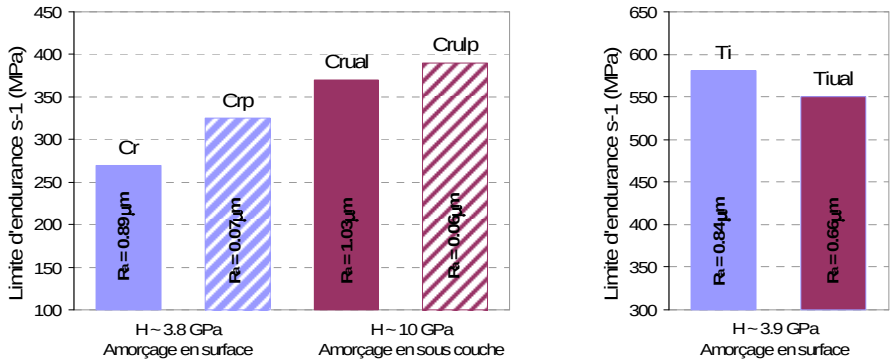
Il faut noter qu'en UC, les essais de fatigue ont été réalisés pour une durée de vie de 2.10^6 cycles ce qui conduit à une limite de fatigue plus faible que celle à 10^6 cycles. Il semble donc qu'il y ait peu d'influence de l'UAL sur les résultats du Ti-6Al-4V en torsion.

4.3. Discussions :

Afin d'évaluer l'influence du procédé UAL avec ou sans traitement thermique sur la tenue en fatigue, l'influence de différents paramètres d'intégrité de surface a été considéré :

- niveau de contraintes résiduelles,
- état de surface (rugosité),
- écrouissage,
- transformation microstructurale.

On sait que l'UAL, surtout s'il est accompagné d'un traitement laser, entraîne une modification de la surface du matériau d'ordre mécanique, métallurgique et thermique. Les limites d'endurance en traction-compression à 10^6 cycles varient en effet fortement en fonction du type d'usinage choisi. Les paramètres du procédé conduisent à des variations de rugosité, dureté dans la ZAT sur les éprouvettes en acier 100Cr6 et alliage de titane Ti-6Al-4V. On peut les synthétiser sur la Fig. 112.



a) 100Cr6 ; b) Ti-6Al-4V

Fig. 112 – Influence combinée de l'UAL et du polissage sur la tenue en fatigue en traction – compression.

Dans le cas de l'acier 100Cr6, une diminution de la tenue en fatigue s'explique tout d'abord par les valeurs plus faibles des duretés superficielles et ensuite par un état de surface légèrement moins bon. Cette constatation n'est plus valable dans le cas du Ti-6Al-4V. L'effet de contraintes résiduelles doit évidemment être considéré et c'est ce que nous allons faire dans la suite.

4.3.1. Rôle de l'état de surface - rugosité :

En fatigue, les irrégularités qui peuvent être présentes en surface sont des entailles superficielles qui favorisent un amorçage prématuré. Il est bien connu que l'état de surface caractérisé par la rugosité superficielle traduit l'effet d'entaille qui risque de conduire à l'amorçage de la fissure. Plus la rugosité est élevée et plus la limite d'endurance diminue. Cependant, la Fig. 112 montre qu'il est difficile ici de caractériser la résistance en fatigue en utilisant seulement le paramètre de rugosité. En effet, pour les éprouvettes Cr et Crual en acier 100Cr6, la limite d'endurance la plus élevée (celle de l'éprouvette UAL avec traitement thermique) a été obtenue pour la plus grande rugosité. La tendance inverse est observée dans le cas de l'alliage Ti-6Al-4V.

Le polissage mécanique produit lui une rugosité superficielle très faible (R_a ~ 0,07 µm). Pour un même type d'usinage (UAL et UC), on observe une augmentation de la limite de fatigue avec la diminution du R_a (Fig. 112a).

4.3.2. Analyse des faciès de rupture :

Dans le cas de l'acier 100Cr6, l'amorçage sur les éprouvettes obtenues par UC se produit en surface. Au contraire, en UAL avec traitement thermique il ne se produit pas en surface mais en sous-couche ou à cœur (Fig. 104) ; la limite d'endurance est alors supérieure. En effet, l'UAL induit la formation d'une couche martensitique en surface sur une faible épaisseur (quelques dizaines de micromètre). Cette couche est caractérisée par une microdureté élevée et des fortes contraintes résiduelles de compression. Cette couche n'est donc pas favorable à la formation de fissures de fatigue qui vont plutôt s'amorcer à cœur sur des défauts de type inclusions (Fig. 113).

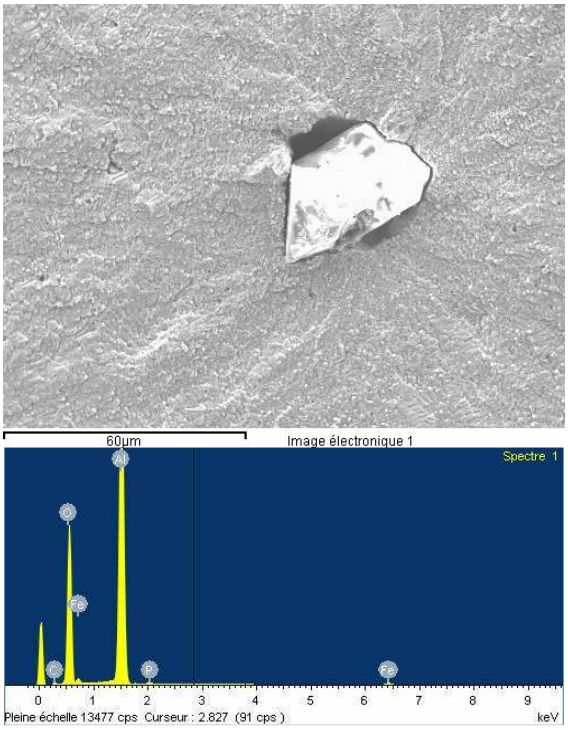


Fig. 113 – Spectre d'une inclusion d'Al_2O_3 à l'origine de l'amorçage en fatigue dans une éprouvette UAL du 100Cr6.

Des micro-analyses chimiques à l'aide de la spectrométrie X par dispersion d'énergie (EDS Energy Dispersive X-ray Spectroscopy) intégrée au microscope électronique à balayage (MEB-EDS) ont été réalisées (Fig. 113). Elles révèlent la nature des inclusions la plupart du temps non métalliques (Al_2O_3, MnS, SiO_2) *[Murakami 2002]*. L'amorçage des fissures de fatigue au cœur de l'éprouvette est donc lié aux inclusions non métalliques présentes dans le matériau, à leur qualité, leur taille, leur nature et leur répartition. Cet amorçage a alors lieu dans la zone non traitée où le matériau est moins dur. L'influence des inclusions est usuellement attribuée à la concentration locale des contraintes qu'elles provoquent, générant une localisation de la déformation plastique, qui peut conduire à la formation de microfissures.

Ces résultats suggèrent donc un mécanisme de compétition entre un amorçage en surface et un amorçage à cœur sur les défauts du matériau.

Dans le cas de l'alliage de titane Ti-6Al-4V, l'amorçage des fissures de fatigue se produit sur des défauts présents en surface du matériau. L'analyse des faciès de rupture suggère néanmoins quelques amorçages en sous-couche. Ceci est cohérent avec les explications proposées dans la littérature. D'après *[Benson, Rosskreuz et al. 1972]*, un des sites préférentiels d'amorçage de fissures à grandes nombre de cycles dans l'alliage Ti-6Al-4V est l'interface entre les phases α et β du fait d'une décohésion interfaciale sans localisation du glissement au voisinage de l'interface. Ce type d'amorçage se produit quel que soit l'état de surface de l'éprouvette (Fig. 110a).

4.3.3. Rôle de contraintes résiduelles :

La rugosité et la microstructure jouent un rôle important mais ils ne suffisent pas à pleinement comprendre l'influence de l'état des couches superficielles du matériau sur la tenue en fatigue. En effet, la résistance à la fatigue et les contraintes résiduelles induites par le procédé de fabrication sont clairement liées.

En FGNC, il est nécessaire d'analyser l'évolution du champ de contraintes résiduelles en fonction du nombre de cycles de la sollicitation de fatigue, pour quantifier une relaxation éventuelle des contraintes. De plus, des mesures en profondeur sont complémentaires aux mesures de surface pour avoir une vision plus juste de l'impact réel des contraintes résiduelles sur la résistance en fatigue. Ces deux types d'essais complémentaires ont donc été réalisés et sont présentés dans les paragraphes suivants.

- **Relaxation des contraintes résiduelles au cours des essais de fatigue :**

Par diffraction des rayons X, nous avons suivi l'évolution des contraintes résiduelles en surface des alliages de 100Cr6 et de Ti-6Al-4V pour des essais en fatigue interrompus. Les contraintes résiduelles sont analysées à différents nombres de cycles pour une sollicitation de traction-compression. Pour les éprouvettes polies en acier 100Cr6, la limite d'endurance est de 390 MPa pour l'UAL et de 325 MPa pour l'UC. Les chargements choisis sont voisins de ces limites d'endurance (320 MPa pour l'éprouvette Cr7p et 380 MPa pour l'éprouvette Crullp). Pour les plus faibles nombres de cycles (1, 10 ou 100 cycles), les essais de fatigue sont réalisés à très faible fréquence (0,5 Hz), pour les nombres de cycles plus élevés, la fréquence utilisée est de 10Hz.

Sur la Fig. 114, on présente les valeurs mesurées avec leur niveau d'incertitude. Les courbes représentées montrent l'évolution en surface des contraintes circonférentielles et axiales en fonction du logarithme du nombre de cycles pour des contraintes appliquées proche de la limite d'endurance.

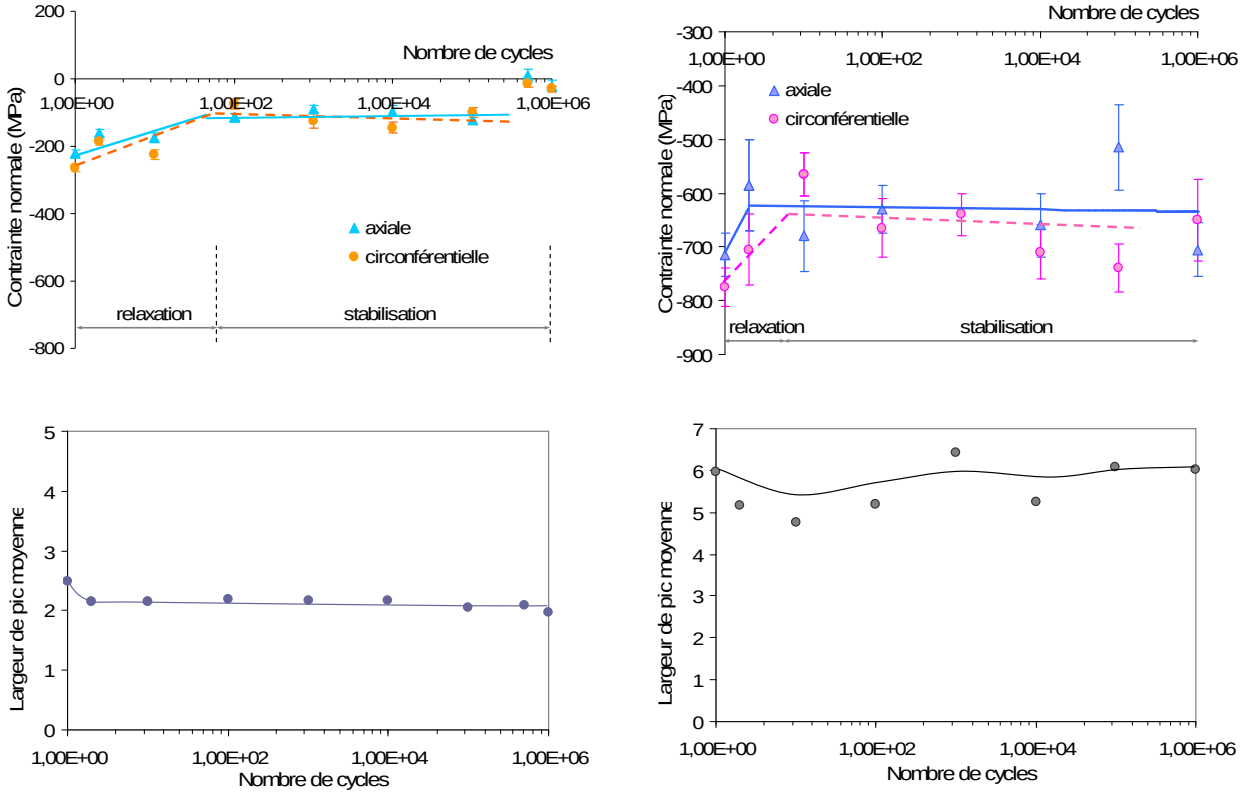


Fig. 114 – Relaxation des contraintes résiduelles de surface au cours des essais en traction–compression R=-1
a) Cr7p (Σ_a = 320 MPa) b) Crullp (Σ_a = 380 MPa)

Dans le cas de l'UC (Fig. 114a), les graphiques montrent une relaxation des contraintes résiduelles normales dans les sens axial et circonférentiel au cours du temps. La valeur absolue des contraintes résiduelles normales diminue au cours des premiers cycles. Après 100 cycles, les niveaux des contraintes résiduelles normales ont diminué de moitié dans les deux directions (circonférentielle et axiale). Ces

niveaux se stabilisent ensuite jusqu'à 10^5 cycles, puis s'annulent au bout de 10^6 cycles. La largeur des pics de diffraction diminue au cours des 10 premiers cycles, puis se stabilise.

Dans le cas de l'UAL (Fig. 114b), les contraintes résiduelles normales restent fortes en compression; la relaxation au cours des premiers cycles est de l'ordre de 100 MPa (dans le sens axial) et d'environ de 200 MPa (dans le sens circonférentiel) vers la traction par rapport aux contraintes en surface. L'écrouissage en surface des éprouvettes, traduit par l'évolution de la largeur des pics de diffraction, ne semble pas évoluer significativement au cours de l'essai de fatigue.

Les valeurs de contraintes résiduelles en surface pour les séries d'essais de fatigue en traction - compression alternée avant et après 10^6 cycles sont résumées dans le tableau suivant (Tab. 30). En comparant les séries d'éprouvettes, on constate que l'influence de la contrainte résiduelle est réelle. Comme attendu, une nette augmentation de la résistance en fatigue est constatée quand les contraintes résiduelles sont en compression.

		0 cycles			Après 10^6 cycles			limite d'endurance
Eprouvette	Ra (µm)	σ_{RL} (MPa)	σ_{RT} (MPa)	LPM (°)	σ_{RL} (MPa)	σ_{RT} (MPa)	LPM (°)	σ_D (MPa)
Cr	0,89	95 ± 35	80 ± 10	2,84	65 ± 25	-5 ± 25	3,24	270
Crp	0,07	-225 ± 35	-255 ± 30	2,17	-160 ± 10	-155 ± 10	2,04	325
Crul	1,03	-245 ± 35	-340 ± 15	5,32	-180 ± 30	-150 ± 25	5,2	370
Crulp	0,06	-640 ± 50	-670 ± 55	6,05	-535 ± 55	-620 ± 60	6,33	390
Ti	0,84	-510 ± 45	-290 ± 45	2,65	-240 ± 50	-120 ± 25	3	583
Tiul	0,66	-80 ± 35	-50 ± 20	2,5	-100 ± 40	20 ± 10	2,6	550

Tab. 30 – Contraintes résiduelles en surface initiales et relaxées.

Pour l'alliage de titane Ti-6Al-4V, la Fig. 115 présente les contraintes résiduelles en surface mesurées avant et après l'essai de fatigue de traction – compression. Les contraintes normales dans les directions axiale et circonférentielle mesurées sur les éprouvettes en UC sont relaxées d'une quantité importante. Elles restent néanmoins très nettement en compression. En UAL, ces contraintes varient peu et restent voisines de 0. Ceci semble cohérent avec la limite de fatigue des éprouvettes en UAL plus faible que celle obtenue en UC.

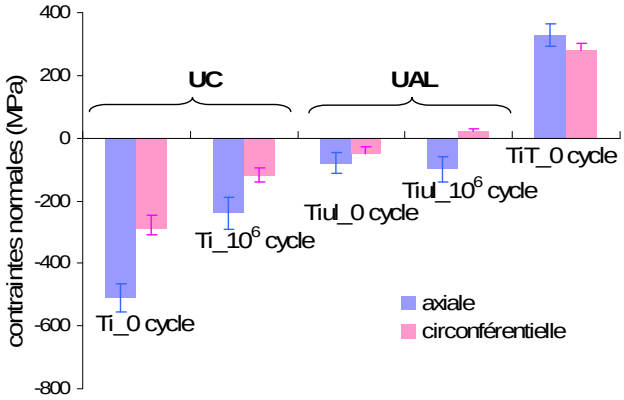


Fig. 115 – Contraintes résiduelles en surface des éprouvettes de Ti-6Al-4V (UC, UAL et UAL + traitement) avant et après l'essai de fatigue (traction-compression avec R=-1).

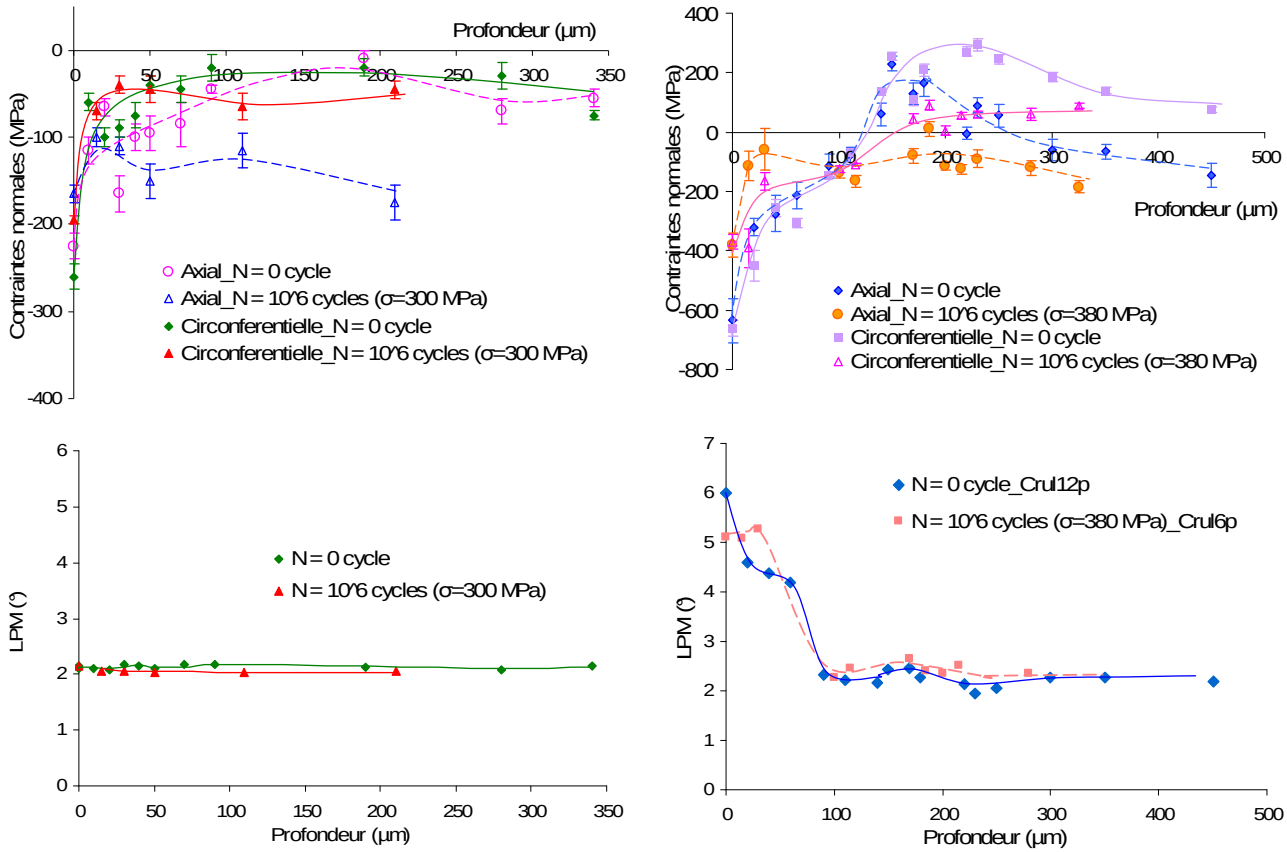
Pour conclure, il apparaît que les mesures à différentes fractions de la durée de vie permettent de mettre en évidence le fait que la relaxation apparaît dès les premiers cycles puis se stabilise ou continue de diminuer légèrement (cas de l'alliage 100Cr6 - Fig. 114a). Il apparaît que les fortes contraintes résiduelles de compression en surface permettent de bloquer la formation et la propagation des fissures amenant à la rupture en fatigue. L'amorçage des fissures est donc plus difficile, ce qui permet une augmentation de la limite de fatigue.

- **Champ de contraintes résiduelles en profondeur après 10^6 cycles :**

Afin d'approfondir l'analyse de l'évolution des contraintes résiduelles au cours de l'essai de fatigue, des essais complémentaires ont été effectués. Ces essais consistent à évaluer les contraintes en profondeur sur des éprouvettes non sollicitées et des éprouvettes sollicitées pendant 10^6 cycles avec des contraintes appliquées proches de la limite d'endurance. Cette analyse a été faite sur les deux procédés, UC et UAL, pour quantifier le rôle des couches superficielles traitées. Notons que ces essais sont destructifs. Les courbes suivantes (Fig. 116) montrent l'évolution des contraintes résiduelles et leurs incertitudes associées en fonction de la profondeur sur les différentes éprouvettes.

Les profils de contraintes normales dans les sens longitudinal et circonférentiel des éprouvettes polies en 100Cr6 ont la même apparence. Dans le cas de l'UC (Fig. 116a), les valeurs maximales en compression se trouvent en surface et diminuent rapidement jusqu'à une valeur de -50 MPa à -100 MPa (à une distance d'environ 50 µm de la surface). La contrainte normale dans le sens axial pour une éprouvette cyclée à 10^6 cycles se stabilise alors autour de -150 MPa entre 50 et 200 µm. Les autres contraintes normales ont un comportement tout à fait différent et tendent vers 0 très rapidement. La largeur de pic ne semble pas modifiée par le cyclage, les courbes à N = 0 cycle et N = 10^6 cycles étant très voisines.

Dans le cas de l'UAL (Fig. 116b), les contraintes normales maximales avant cyclage sont en forte compression à la surface et en traction en sous-couche (à une distance de 150 à 200 µm). Rappelons que l'amorçage se produit dans cette zone non affectée thermiquement. Après sollicitation en fatigue à 10^6 cycles avec Σ_a = 380 MPa, les courbes gardent globalement la même allure mais une relaxation importante est constatée dans les sens axial et circonférentiel. Parallèlement on note, avant et après cyclage, une largeur de pic plus importante en surface qu'à cœur.



a) UC b) Traitement par UAL

Fig. 116 – Comparaison les profils de contraintes résiduelles sur les éprouvettes polies en 100Cr6 avant et après essais de fatigue
a) Cr14p (N=0 cycle) et Cr9p (N=10^6 cycles)
b) Crul12p (N=0 cycle) et Crul6p (N=10^6 cycles)

La Fig. 117 compare les profils de distribution des contraintes résiduelles normales obtenus sur les éprouvettes de Ti-6Al-4V non traitées avant et après l'essai de fatigue. L'UC induit une contrainte résiduelle d'environ 600 MPa en compression à la surface dans le sens axial. On observe une relaxation importante de contraintes résiduelles au niveau de la surface après 10^6 cycles. Encore une fois la largeur de pic est utilisée pour expliquer la variation de l'écrouissage dans la section de l'éprouvette. La sollicitation de fatigue conduit à une valeur plus grande de largeur de pic par rapport celle de l'état initial. Sa valeur maximale se trouve en surface ou très proche de la surface des échantillons.

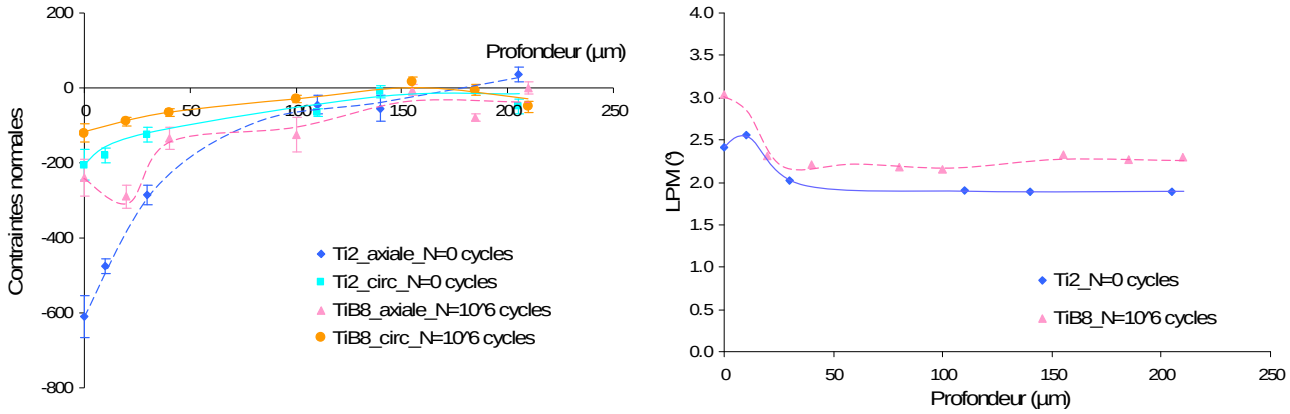


Fig. 117 – Comparaison du profil de contraintes résiduelles sur les éprouvettes UC de Ti-6Al-4V avant et après essais de fatigue (avec Σ_a = 560 MPa)

La Fig. 118 présente le même type de résultat que la Fig. 117, mais elle compare les profils de contraintes résiduelles des éprouvettes UC et UAL en Ti-6Al-4V après cyclage. On note une similitude sur l'allure des courbes de contraintes normales de ces deux types d'éprouvette UC et UAL. Les contraintes normales dans la direction axiale sont en compression et ses valeurs maximales se trouvent dans la zone voisine de la surface (à quelques dizaines µm). Dans la direction circonférentielle, ces contraintes sont proches de zéro.

Une variation de l'écrouissage dans la zone de la surface de l'éprouvette UC est observée à travers l'évolution de la largeur des pics de diffraction dans la section de l'éprouvette. La largeur de pic est plus importante en surface qu'à cœur. Notons également qu'il n'y a pas de modification notable de l'écrouissage pour les éprouvettes UAL.

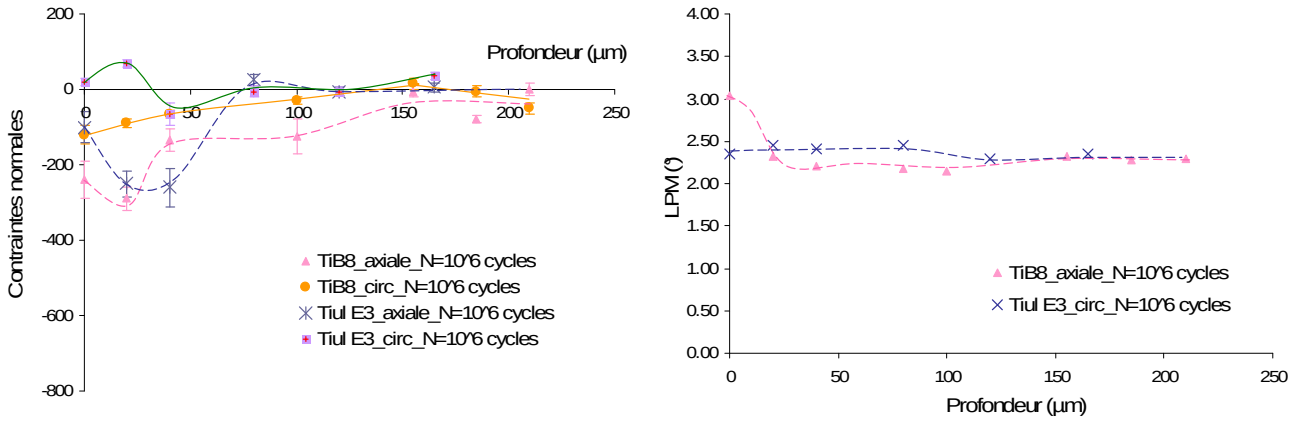


Fig. 118 – Les profils de contraintes résiduelles après fatigue des éprouvettes Ti-6Al-4V (avec Σ_a = 540 MPa pour UAL et Σ_a = 560 MPa pour UC)

On peut donc conclure que l'état de contraintes résiduelles stabilisées après la relaxation dépend du niveau de la contrainte appliquée, du matériau et du procédé utilisé qui introduisent un niveau de contraintes résiduelles initiales. A partir du gradient en profondeur des contraintes résiduelles axiales et

circonférentielles, il est possible de considérer et de déduire l'écrouissage dû à l'état initial et son évolution du fait de la fatigue.

4.3.4. Récapitulatif des résultats :

Sous l'impact (mécanique et thermique) de l'UAL, les couches superficielles de la pièce se déforment plastiquement sur une faible épaisseur ce qui implique plusieurs effets dans la couche perturbée: un comportement très fragile (ductilité réduite), un risque de fissuration de l'extrême surface, l'apparition de contraintes résiduelles.

Sur l'acier à roulement 100Cr6 à l'état recuit, les résultats montrent que:

- Les contraintes résiduelles en surface sont en compression dans le cas de l'UC et de l'UAL avec des intensités beaucoup plus fortes en UAL.
- La dureté diminue de 10 à 4 GPa depuis la surface vers la profondeur, pour le procédé UAL avec traitement superficiel.
- L'amorçage des fissures apparaît en surface pour les éprouvettes non traitées et en sous-couche (hors de la zone traitée) pour les éprouvettes traitées.
- Le polissage conduit simultanément à l'élimination de la rugosité et à l'augmentation les contraintes résiduelles de compression en surface.
- La limite d'endurance en traction - compression alternée passe de 270 MPa après UC à 370 MPa après UAL avec traitement thermique.

Sur l'alliage de titane Ti-6Al-4V à l'état recuit :

- Les contraintes résiduelles en surface sont de -510 MPa après UC et de -80 MPa après UAL.
- La microstructure ne change pas en surface et donc la dureté reste inchangée.
- L'amorçage se situe en surface ou très proche de la surface.
- La limite d'endurance en traction - compression passe de 583 MPa pour l'UC à 550 MPa pour l'UAL.

La stabilité et la relaxation des contraintes résiduelles jouent un rôle important lorsque la pièce est soumise à des sollicitations cycliques. Pour des amplitudes appliquées suffisantes, on constate souvent une diminution brusque des contraintes résiduelles d'usinage dès les premiers cycles, l'évolution postérieure étant nettement moins marquée.

Les résultats sur l'acier 100Cr6 recuit ont mis en évidence une augmentation de la limite de fatigue des éprouvettes usinées en UAL. Cette augmentation est due à la couche martensitique dure induite par le changement de phase en surface et aux fortes contraintes résiduelles de compression. Au contraire, pour l'alliage de titane Ti-6Al-4V recuit, la limite de fatigue sur les éprouvettes UAL est réduite à cause d'une augmentation des contraintes résiduelles vers la traction. Dans ce cas, on avait fait en sorte qu'aucun changement de microstructure n'apparaisse.

Après la caractérisation de l'intégrité de la surface, il reste à intégrer ces données dans un critère de fatigue pour prévoir la durée de vie de la pièce pour n'importe quel état de contrainte appliqué. Ceci est l'objet du paragraphe qui suit.

5. PRISE EN COMPTE DE L'INTEGRITE DE SURFACE DANS UN CALCUL PREVISIONNEL DE DUREE DE VIE :

Il est bien connu que la tenue en service d'une pièce dépend non seulement du chargement appliqué mais également des contraintes résiduelles et des hétérogénéités microstructurales. Il existe de très nombreux critères adaptés au dimensionnement en fatigue mais il est souvent difficile de coupler tous ces effets dans une même approche (voir aussi le chapitre I). Afin de modéliser l'effet de la rugosité (l'effet d'entaille), de nombreux auteurs ont proposé d'utiliser le facteur d'état de surface K_s comme un facteur de

concentration de contrainte (fonction de R_t - amplitude totale du profil de rugosité mesurée sur la longueur d'évaluation et de R_m – la résistance à la rupture du matériau) *[Brand, Flavenot et al. 1999]*. Ce facteur est défini par le rapport de la limite d'endurance obtenue sur une pièce possédant un état de surface donné sur la limite d'endurance de la même pièce parfaitement polie ou rectifiée. Ce facteur est important dans le cas de traitements mécaniques qui peuvent considérablement augmenter la rugosité (cas du grenaillage) ou la diminuer (cas du galetage et du polissage). Afin de prendre en compte des défauts, *[Murakami et Endo 1994]* ont proposé un modèle empirique faisant intervenir la taille du défaut critique et la contrainte admissible en fatigue.

Un autre facteur important à prendre en compte est le gradient des caractéristiques microstructurales. Par exemple, *[Deperrois 1991]* a proposé de traduire les effets de durcissement par l'intermédiaire de l'élargissement de la largeur de corde à mi-hauteur du pic de diffraction X.

Dans le cadre du dimensionnement en fatigue multiaxiale, les contraintes résiduelles sont considérées comme des contraintes moyennes ou statiques qui jouent un rôle très important sur la tenue en fatigue. En utilisant le critère de Dang Van, *[Skalli et Flavenot 1984]* ont proposé, dans le cas d'un acier 42CrMo4, une méthode de séparation de l'influence respective de la rugosité superficielle et des contraintes résiduelles sur la tenue en fatigue.

Nos résultats expérimentaux montrent que les états de surface des pièces usinées ont une influence moindre sur la résistance en fatigue comparés aux contraintes résiduelles. Dans la suite, nous laissons donc de côté l'influence des états de surface pour exploiter la base de données établie sur l'alliage de titane et sur l'acier. Ce choix ne signifie pas que l'état de surface est sans effet sur la fatigue. Il s'avère simplement que la gamme de rugosité explorée dans cette étude n'est peut-être pas suffisamment étendue pour altérer de manière très significative la résistance en fatigue.

5.1. Analyse des résultats d'essais de fatigue à l'aide du critère de Dang Van :

On exploite simultanément les résultats expérimentaux des essais de fatigue et les contraintes résiduelles mesurées sur les éprouvettes en utilisant le critère de Dang Van (I.12), qui est largement utilisé dans le cadre du dimensionnement en fatigue multiaxiale. Les contraintes résiduelles en fatigue sont considérées comme des contraintes moyennes ou statiques (voir paragraphe 2.2). La contrainte hydrostatique et la cission peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \hat{\Sigma}_H(M,t) = \Sigma_H^{el}(M,t) + \frac{1}{3} tr\left(\underline{\underline{\Sigma}}_{res}(M)\right) \\ \hat{\underline{\tau}}(\underline{n},t) = \underline{\tau}^{el}(\underline{n},t) \end{cases} \qquad \text{(IV.1)}$$

où Σ_{res} est la contrainte résiduelle stabilisée mesurée au point M.

L'application du critère de Dang Van à des cas de sollicitation simple conduit à:

Sollicitation	Valeurs instantanées	Extremums du trajet de charge
Traction uniaxiale	$\Sigma_H(t) = \frac{1}{3}\left(\Sigma_m + \Sigma_a \sin \omega t\right)$ $\tau(t) = \frac{1}{2}\Sigma_a \sin \omega t$	$\Sigma_{H\,\max,\min} = \frac{1}{3}\left(\Sigma_m \pm \Sigma_a\right)$ $\tau_{\max,\min} = \pm\frac{1}{2}\Sigma_a$
Torsion pure	$\Sigma_H(t) = 0$ $\tau(t) = \Sigma_a \sin \omega t$	$\Sigma_{H\,\max,\,\min} = 0$ $\tau_{\max,\min} = \pm\Sigma_a$

On voit bien que les contraintes résiduelles ont un effet sur la contrainte hydrostatique et non pas sur l'amplitude de cisaillement.

D'après des résultats d'essais sur éprouvettes sans et avec traitement thermique, le seuil est identifié à l'aide de deux paramètres α et β. Connaissant les limites de fatigue en traction purement alternée s_{-1} et en torsion alternée t_{-1}, il vient (IV.2):

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{t_{-1} - \dfrac{s_{-1}}{2}}{\dfrac{s_{-1}}{3}} \\ \beta = t_{-1} \end{cases} \qquad \text{(IV.2)}$$

A l'aide de notre base de données, il est possible d'obtenir les deux coefficients pour différents traitements et pour les deux matériaux (Tab. 31):

Matériau	t_{-1}* (MPa)	s_{-1} (MPa)	t_{-1}/s_{-1}	β (MPa)	α
100Cr6	200	270	0,74	200	0,72
100Cr6_UAL	227	370	0,61	227	0,34
Ti-6Al-4V	411	581	0,71	411	0,62
Ti-6Al-4V_UAL	424	550	0,77	424	0,81

(*) Essais réalisés au LAMEFIP

Tab. 31 – Valeurs nominales des limites de fatigue et des coefficients du critère de Dang Van pour les deux matériaux 100Cr6 et Ti-6Al-4V et les deux usinages UC et UAL

Pour les deux matériaux et pour les deux types d'usinage considérés, les droites seuils d'endurance sont représentées en utilisant les limites de fatigue nominales (Fig. 119).

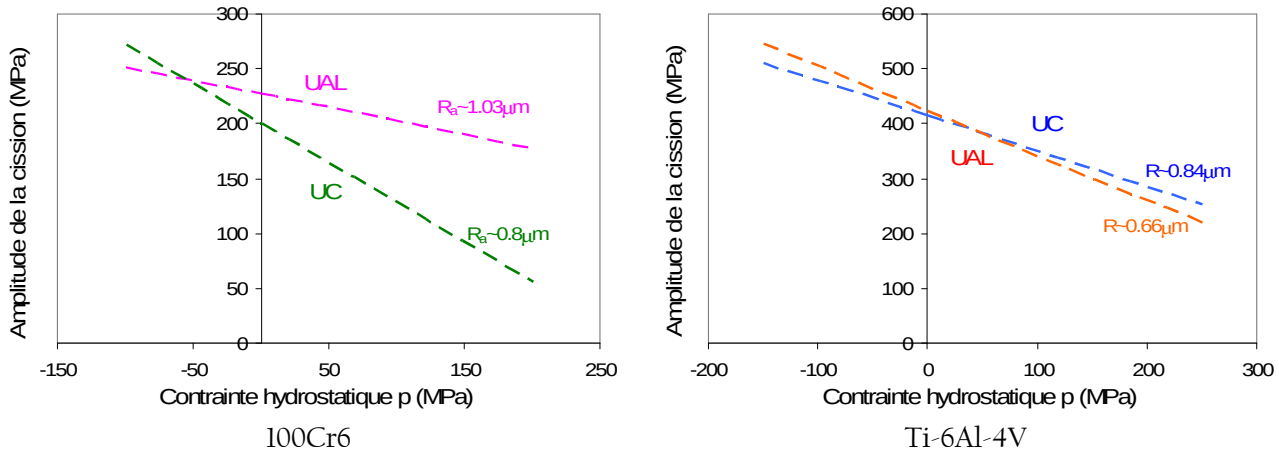


Fig. 119 – Droites de Dang Van établies à partir des limites de fatigue nominales pour les deux matériaux 100Cr6 et Ti-6Al-4V et les deux usinages UC et UAL

Le Tab. 32 rappelle les valeurs des contraintes résiduelles stabilisées déterminées par diffraction des rayons X à la surface avec ou sans traitement. Les plus grosses différences apparaissent dans le cas du 100Cr6. On les retrouve sur les droites de Dang Van.

Eprou.	CR stab. (10^6 cycles)		Σ_a	Amorçage
	σ_{RL} (MPa)	σ_{RC} (MPa)	(MPa)	
Cr3	35 ± 15	-30 ± 25	260	surface
Cr9p	-165 ± 10	-195 ± 5	300	surface
Crul6p	-380 ± 40	-370 ± 25	380	profondeur
Ti_B8	-240 ± 50	-120 ± 25	560	surface
Tiul_E3	-100 ± 40	20 ± 10	540	surface

Tab. 32 – Contraintes résiduelles stabilisées en surface associées aux procédés d'usinage.

Cette analyse avec les limites de fatigue nominales est bien entendu insuffisante. Nous allons maintenant essayer d'illustrer le rôle joué par les contraintes résiduelles et ceci pour différentes profondeurs à partir de la surface. Pour cela, les trajets de chargement locaux relatifs au chargement appliqué de traction purement alternée sont représentés dans le plan de Dang Van aux Fig. 120 et Fig. 121. Pour éviter d'encombrer les graphes, seuls les cycles complets pour les données en surface sont représentés. Pour les autres profondeurs (associées à différentes valeurs de contraintes résiduelles), les différents points expérimentaux correspondent à l'extrémité du trajet de chargement (point le plus critique).

Dans le cas de l'alliage de titane, l'amorçage est systématiquement apparu à la surface. Pourtant, c'est en profondeur que les contraintes résiduelles sont les plus élevées. On ne peut donc qu'admettre qu'elles ne sont pas suffisantes pour éviter l'amorçage en surface libre.

Le cas le plus intéressant reste celui de l'acier 100Cr6 où nous disposons de plus de données pour effectuer une analyse précise.

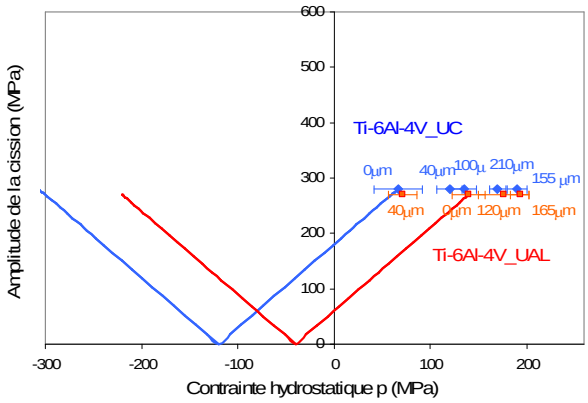


Fig. 120 – Diagramme de Dang Van pour l'alliage de titane Ti-6Al-4V

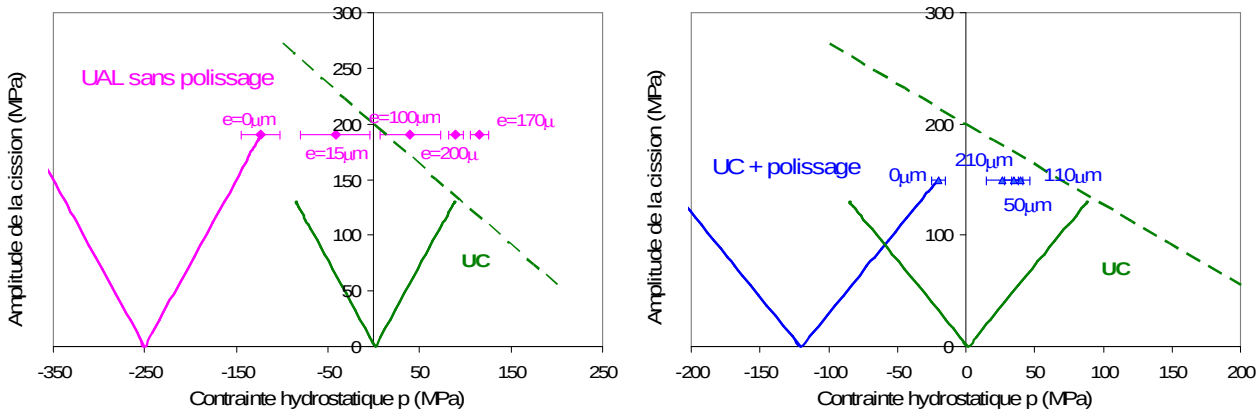


Fig. 121 – Diagramme de Dang Van pour l'acier 100Cr6
a) Effet de l'UAL
b) Effet du polissage

Pour l'acier, on constate donc que la surface est moins propice à l'amorçage des fissures, au contraire de zones à cœur ou à la fois les contraintes résiduelles augmentent vers la traction et la microstructure tend vers la structure correspondante à l'état recuit. Sur les courbes de la fig. 121, la droite seuil en pointillés est censée représenter le matériau de base. Il s'agit en fait de la droite construite à partir des données relatives à l'UC mais dans ce cas les contraintes résiduelles stabilisées sont considérées comme suffisamment faibles pour ne pas affecter la tenue en fatigue.

On constate l'effet bénéfique du polissage par l'introduction de contraintes résiduelles de compression mais l'effet le plus frappant est celui relatif à l'UAL. On comprend clairement dans ce cas la raison pour laquelle les fissures s'amorcent en sous-couche. En effet, au-delà de 100 µm (on n'est plus alors dans la couche traitée), les points représentatifs du chargement sont au-dessus de la droite seuil associée au matériau de base. Ceci signifie que l'amorçage peut avoir lieu.

5.2. Prise en compte des hétérogénéités microstructurales dans l'approche probabiliste orienté *[Morel, Lebrun et al. 2007]*:

L'étude précédente montre une présence de forts gradients de contraintes (résiduelles) et de propriétés locales (liées aux transformations métallurgiques) à la suite de l'utilisation de l'UAL. On se propose maintenant d'utiliser l'approche probabiliste présentée au chapitre II pour illustrer le rôle de ces hétérogénéités.

✧ **Gradient de contraintes résiduelles :**

Les contraintes résiduelles vont être introduites par l'intermédiaire des contraintes hydrostatiques moyennes dans l'expression du facteur d'échelle T_0 ((II.34) (ou de manière équivalente Γ_0) de la loi de Weibull utilisée Eq. (II.10). La probabilité de rupture s'écrit alors :

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0} \int_{\Omega} \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \left\langle \frac{T_a(\theta,\phi,\psi) - \tau_y^{(0)}}{g\Gamma_0(M,\Sigma_{H,rés})} \right\rangle^m \sin\theta d\psi d\theta d\phi \right\} dV \right] \quad \text{(IV.3)}$$

avec $$T_0 = g\Gamma_0 = T_0' \frac{1 - \gamma' \Sigma_{H,res}}{1 + \kappa \frac{\Sigma_{H,a}}{\tau_a}}$$

✧ **Gradient de propriétés locales :**

Concernant le gradient de microstructure, nous procédons de la même façon que *[Deperrois 1991]* en prenant en compte les effets de durcissement local par l'intermédiaire de l'élargissement de la largeur de corde à mi-hauteur du pic de diffraction X. Plus exactement, le facteur d'échelle est supposé dépendre avec une loi puissance de la largeur de corde normalisée par celle relative au matériau de base.

Le facteur d'échelle devient alors :

$$\Gamma_0 = \Gamma_0' \left(\frac{B(M)}{B_0} \right)^n \quad \text{(IV.4)}$$

où B désigne la largeur de corde au point considéré et B_0 la largeur de corde au cœur du matériau.
n est un coefficient à ajuster expérimentalement (selon *[Castex, Barralis et al. 1987]*, n = 1/2)

La modification proposée du facteur d'échelle Γ_0 conduit donc à l'expression finale de (IV.3):

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{V}{V_0 \left(T_0'\right)^m} I_m \int_\Omega \frac{\left\langle \tau_a + \kappa \Sigma_{H,a} \right\rangle^m}{\left(B(M) / B_0 \right)^n \left(1 - \gamma' \Sigma_{H,res}\right)^m} dV \right] \qquad \text{(IV.5)}$$

✧ **Application à l'UAL:**

La prise en compte à la fois des gradients de propriétés locales du matériau traité et de la distribution des contraintes résiduelles est l'un des points particuliers pour lequel l'utilisation d'une approche probabiliste paraît intéressante. Pour illustrer l'utilisation possible de cette méthodologie, le modèle probabiliste a été implémenté en post-processeur du code de calcul EF ABAQUS. L'exemple du traitement UAL sur l'acier 100Cr6 semblant le plus intéressant (couche traitée superficiellement et amorçage à cœur), il sera traité lors d'un calcul où un chargement de traction-compression alternée sera appliqué (au niveau de la limite de fatigue observée expérimentalement) sur la géométrie de l'éprouvette utilisée en essais. La valeur de l'exposant m sera arbitrairement considérée égale à m = 17.

A partir des champs de contrainte résiduelle stabilisée et de la largeur de pic mesurés expérimentalement, on essaie de représenter la distribution de la probabilité d'amorçage par éléments. La géométrie du problème permet une modélisation de type axisymétrique Fig. 122. L'élément CAX4R, quadrangle linéaire axisymétrique à intégration réduite, est utilisé. La taille moyenne des éléments dans la zone considérée (au voisinage de la surface) est d'environ 10 µm afin de tenir compte des très forts gradients de contrainte et de microstructure.

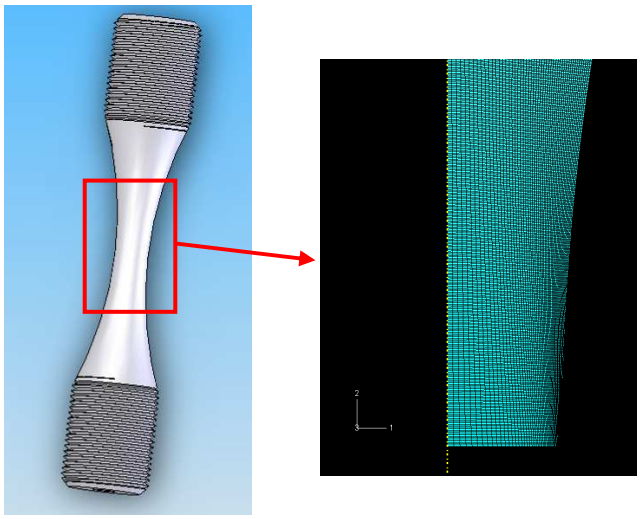


Fig. 122 – Modèle utilisé pour la simulation

Trois calculs successifs ont été réalisés afin d'illustrer le rôle des différents types hétérogénéité :

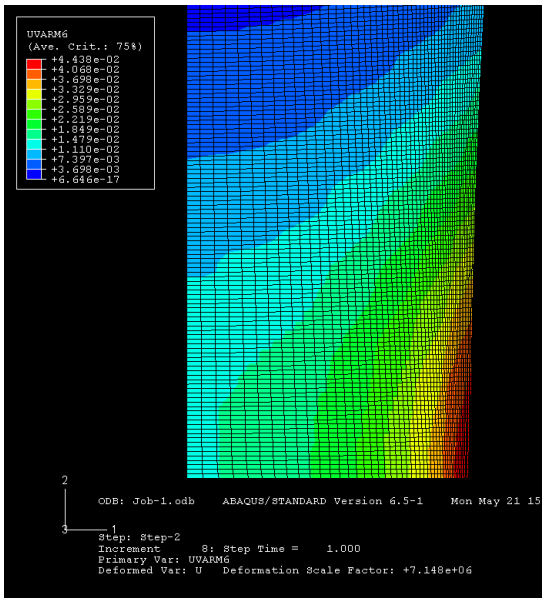
- Pour la première simulation, seul le chargement cyclique de fatigue est appliqué. On suppose que la structure est homogène isotrope et que les contraintes résiduelles sont absentes.
- Dans le deuxième calcul, on superpose au chargement le champ de contrainte initial (contrainte résiduelle de la Fig. 116b) mesuré expérimentalement.
- Pour la dernière simulation, l'effet du gradient des propriétés locales du matériau est introduit à l'aide de la largeur de pic de diffraction.

La Fig. 123 représente les probabilités d'amorçage des fissures par élément pour les trois simulations. Des différences importantes sont constatées entre les trois calculs. La position de la valeur maximale de

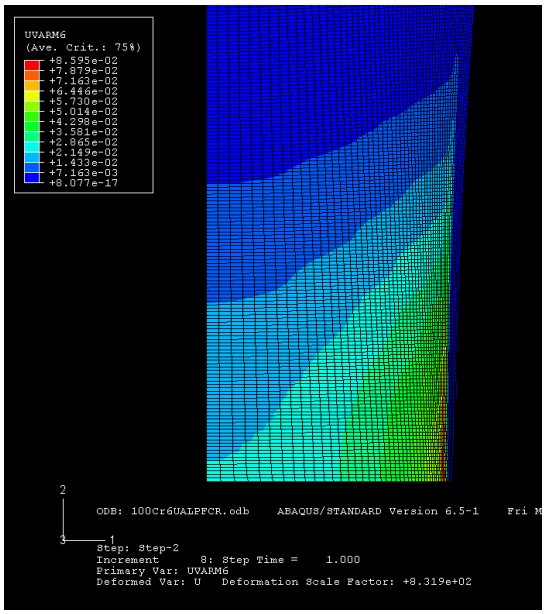
probabilité d'amorçage varie fortement d'une simulation à une autre (à la surface ou à l'intérieur de l'éprouvette). Sur la Fig. 123a, les valeurs maximales sont atteintes à la surface pour la pièce non traitée. La présence de fortes contraintes résiduelles en compression et un matériau plus dur en surface conduit à une probabilité d'amorçage nulle dans une zone très proche de la surface (Fig. 123b et c). On constate qu'une zone de forte probabilité se situe en sous-couche et correspond à une zone où l'amorçage de fissures a pu être constaté expérimentalement.

Qualitativement au moins, les résultats des simulations semblent corroborer les observations expérimentales réalisées sur les faciès de rupture. On constate également que la compétition entre le gradient des contraintes résiduelles et celui des propriétés conduit sur la Fig. 123c à l'apparition en sous-couche de deux zones distinctes où l'amorçage est probable.

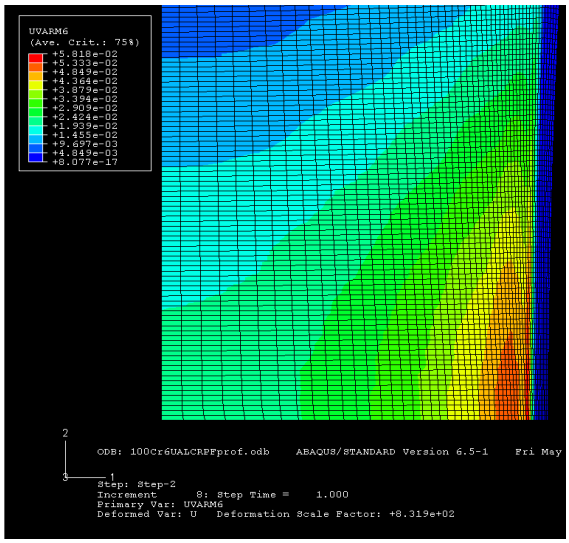
a. Influence du chargement seul



b. Chargement + contraintes résiduelles



c. Chargement + Contraintes résiduelles + Gradient de propriétés



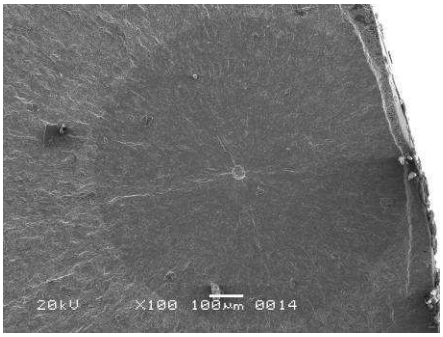


Fig. 123 – Distribution des probabilités d'amorçage par élément dans le cas d'un chargement de traction - compression appliqué au 100Cr6 obtenu par UAL – Prise en compte du champ des contraintes résiduelles et du gradient de propriétéss d'amorçage des fissures tant en intensité qu'en position.

6. CONCLUSION :

L'étude conduite dans ce chapitre s'insère dans le cadre plus général des travaux menés au laboratoire LPMI sur les interactions entre le matériau, le procédé et la tenue en service. Le procédé considéré ici est l'UAL avec ou sans traitement thermique associé. Il permet de chauffer intensément et localement la pièce pour améliorer l'usinabilité du matériau. Ce procédé peut également permettre d'effectuer un traitement thermique de surface pendant l'opération d'usinage ce qui conduit à modifier fortement les caractéristiques en surface de la pièce. Il est apparu que le procédé d'UAL est une technique permettant de produire des surfaces traitées de très haute qualité.

Les microstructures, créées par traitement thermique par laser, ont été observées sur les éprouvettes de 100Cr6 et de Ti-6Al-4V. Sur l'acier 100Cr6, le laser effectue une trempe de surface en formant une couche de martensite pouvant atteindre une centaine de micromètres. Pour l'alliage de titane, différentes microstructures (bimodale, aiguillée, dendritique) peuvent être créées suivant les paramètres laser appliqués.

Les essais de fatigue réalisés montrent un comportement différent de ces deux matériaux après UAL. Dans le cas de l'acier, l'UAL avec traitement thermique de surface simultané permet de créer une couche martensitique très dure de plusieurs dizaines de micromètres qui provoque de fortes contraintes résiduelles de compression. Cela amène un amorçage en sous-couche dans la zone non traitée où le matériau est moins dur et permet une augmentation de la limite de fatigue à 10^6 cycles. Le traitement thermique appliqué sur l'acier 100Cr6 a donc un effet bénéfique sur la tenue en fatigue. En revanche, pour l'alliage de titane, l'UAL avec traitement thermique crée une microstructure aiguillée fissurée à la surface de la pièce. La tenue de la pièce en fatigue est alors nettement affaiblie. En UAL sans traitement thermique associé, il n'y a pas de changement microstructural constaté mais les contraintes résiduelles de compression sont plus faibles par rapport à l'UC. La limite de fatigue décroit alors légèrement d'environ 30 MPa avec l'UAL.

Des mesures de contraintes résiduelles en surface, à cœur, avant et après sollicitation nous ont permis de mieux appréhender leur rôle sur la tenue en fatigue. Nous avons également pris soin de considérer les effets de l'état de surface et des gradients de microstructures sur la résistance en fatigue.

Les résultats semblent cohérents avec les constatations habituelles de la littérature *[Lu 1996]* qui indiquent que pour les matériaux à faibles caractéristiques, l'augmentation de la limite d'endurance est surtout due à l'écrouissage superficiel. En revanche, pour les matériaux à haute résistance, c'est surtout l'influence de contraintes résiduelles qui gouverne la tenue en fatigue.

Nous avons également montré qualitativement qu'il était possible d'utiliser l'approche probabiliste du chapitre II afin de prévoir les effets des gradients de microstructure et de contraintes résiduelles notamment quant à la position des zones d'amorçage.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'étude présentée dans ce mémoire a été consacrée à la modélisation des phénomènes d'endommagement liés à la FGNC des métaux. Deux volets principaux ont été abordés. Le premier porte sur la compréhension et la modélisation du comportement en FGNC. Cette modélisation repose sur un certain nombre de concepts et d'outils propres à la mécanique des milieux continus et s'attaque au rôle des hétérogénéités microstructurales. Le second concerne l'application de cette modélisation au dimensionnement en fatigue des pièces mécaniques soumis au traitement UAL (Usinage Assisté Laser) en tenant compte des caractéristiques d'intégrité de surface liées à ce procédé de fabrication.

La première partie du travail concerne la description d'une méthode de calcul non locale en fatigue multiaxiale afin de prévoir l'effet des hétérogénéités microstructurales et de l'histoire du chargement sur la résistance à la fatigue. Ces hétérogénéités semblent être responsables de la forte dispersion des résultats des essais de fatigue. Pour cela, on fait l'hypothèse d'une distribution du seuil d'adaptation élastique des grains plastifiés associé au seuil d'amorçage des microfissures. L'hypothèse du maillon le plus faible est utilisée pour obtenir la probabilité d'amorçage calculée à partir de l'ensemble des directions de glissement possibles du VER et de l'ensemble des points sollicités.

L'intérêt de cette approche probabiliste non locale est de conduire à un nouveau critère d'endurance en fatigue en introduisant des facteurs d'hétérogénéité spatial et directionnel. Il est en particulier possible de prendre en compte à la fois les effets de chargement (différence de phase, biaxialité, différence de fréquence entre les composants de contraintes, contrainte moyenne…) et la dispersion des données en fatigue multiaxiale. La validation et la confrontation avec des données expérimentales montrent de bonnes prédictions, particulièrement dans le cas de chargements non-proportionnels.

Cette approche probabiliste a été validée non seulement au niveau de la prévision des limites de fatigue macroscopique (endurance illimitée), mais aussi pour l'estimation de la durée de vie dans le domaine de l'endurance limitée. En particulier, des courbes P-S-N sont obtenues en utilisant un critère de ruine basée soit sur la déformation plastique accumulée mésoscopique soit sur l'énergie dissipée mésoscopique représentatives d'un état d'« accommodation plastique ».

Pour considérer plus précisément le cas de l'endommagement en FGNC, un modèle élasto-plastique couplé à l'endommagement à l'échelle mésoscopique et construit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles a été utilisé. Ce modèle phénoménologique et déterministe est basé sur la distribution isotrope de dommages observée au stade I. Un outil numérique permettant de prédire la durée de vie a été implémenté sous MATLAB. La procédure d'identification exige la connaissance d'une courbe cyclique contrainte – déformation et de deux courbes de Wohler (torsion et traction simple par exemple).

A travers l'étude du cumul de dommage, on montre que les effets de séquence reposant sur des blocs de sollicitations différentes ainsi que le phénomène de sur-endommagement introduit par le déphasage entre les contraintes, peuvent s'interpréter aisément à partir du couplage entre mésoplasticité et dommage et par la prise en compte de la variabilité des seuils à l'amorçage. Ce modèle déterministe est validé en utilisant un grand nombre de résultats d'essais de fatigue sous différents modes de chargement en amplitude constante sur l'acier ferrito-perlitique C35 et en amplitude variable sur l'alliage d'aluminium 2024.

En utilisant l'approche probabiliste proposée au chapitre II, on montre également qu'il est possible d'accéder au paramètre τ_{lim} du comportement élasto-plastique stabilisé du modèle d'endommagement et ainsi refléter le rôle des hétérogénéités microstructurales pour obtenir un modèle d'endommagement probabiliste. Les premières prédictions sont très satisfaisantes notamment quand on les compare aux résultats expérimentaux des chargements déphasés sur l'acier ferrito-perlitique C35.

La dernière partie de ce travail est consacrée au rôle d'un procédé de fabrication par enlèvement de matière : l'Usinage Assisté Laser (UAL). Afin de bien comprendre son rôle sur la tenue en fatigue, différents paramètres d'intégrité de surface associés à son utilisation ont été considérés : état de surface, gradient de microstructure, contraintes résiduelles. Deux matériaux très différents ont été étudiés, un acier au chrome (100Cr6) et un alliage de titane (Ti-6Al-4V), et deux chargements ont été appliqués, traction-compression et torsion purement alternée. Plusieurs compagnes d'essais en fatigue, conduites au LPMI (et au LAMEFIP)

sur des pièces usinées par UAL ou UC ont permis d'appréhender l'influence du procédé UAL sur la tenue sous chargement cyclique. Au niveau des couches superficielles, l'UAL crée généralement des gradients de propriétés résultant du durcissement par écrouissage et/ou par transformation de phase, des contraintes résiduelles et des défauts superficiels. Nous sommes parvenus en particulier à quantifier les effets respectifs des contraintes résiduelles et des gradients de propriétés sur la tenue en fatigue.

A partir de la base de données disponible relative aux caractéristiques d'intégrité associées aux différents usinages (UC et UAL), un exemple d'un calcul prévisionnel de fatigue a été effectué en utilisant le critère de Dang Van. Cette application a permis d'illustrer la prise en compte du champ de contraintes résiduelles stabilisées dans un calcul en fatigue multiaxiale. Les rôles respectifs du gradient de propriétés et de la distribution des contraintes résiduelles ont pu être clairement distingués par le biais de ce critère. Il apparaît en particulier une compétition qu'il a été possible de refléter par l'intermédiaire d'un calcul EF et du critère probabiliste du chapitre II. Au moins qualitativement, la tendance à l'amorçage en sous-couche (observée expérimentalement) est correctement prédite et ceci sous l'action combinée du champ de contraintes résiduelles et du gradient de propriétés.

Ces travaux ont permis d'aborder sous un angle nouveau les effets de trajet de chargement en fatigue multiaxiale à travers l'effet des hétérogénéités microstructurales. Ces dernières jouent un rôle fondamental en FGNC et de nombreuses études sur leurs influences sont à envisager :

- Nous avons toujours fait l'hypothèse, pour conduire nos calculs de probabilité, que l'ensemble des systèmes de glissement facile étaient disponibles (et donc équiprobables). Cette hypothèse peut être mise à mal quand des changements importants de géométrie introduisant des concentrations de contraintes interviennent. En effet, les effets d'entaille sont significatifs en fatigue et à notre sens pas uniquement dus à la plasticité au fond d'entaille. Pour des acuités importantes (et donc des K_t élevés), la probabilité de trouver un grain favorablement orienté doit diminuer. Ceci pourrait expliquer le rôle bénéfique en FGNC des gradients de contrainte. Il semble donc judicieux de conduire un certain nombre de calculs numériques visant, à l'aide par exemple de maillages cristallins *[Pommier 2002; Ferjani 2006]*, à atteindre les conditions locales d'apparition des microfissures et ceci pour différents gradients de contraintes. Ces calculs numériques pourraient être comparés aux résultats de l'approche probabiliste proposée.
- L'effet de la surface libre a volontairement été laissé de côté dans ce document. Il a pourtant été considéré récemment par *[Morel et Huyen 2008]* et il a été montré qu'il était possible d'utiliser le cadre de l'approche probabiliste directionnelle proposée ici pour rendre compte (au moins qualitativement) de l'effet de l'orientation des microfissures par raport à la surface libre. Nous expliquons en particulier dans cette thèse que la traction et la torsion sont des chargements qui diffèrent par leurs facteurs d'hétérogénéités directionnels et par le rôle des contraintes normales mais il faudrait également ajouter l'effet de l'orientation de la direction de propagation des microfissures par rapport à la surface libre. Dans le cas de la torsion, le glissement se fait parallèlement à la surface libre (fissures de type A) alors qu'en traction, certains glissements (les plus néfastes) opèrent vers l'intérieur du composant.
- Le procédé étudié dans ces travaux est un usinage avancé et les caractéristiques d'intégrité de surface identifiées et analysées lui sont propres. La démarche de dimensionnement adoptée à la fin du dernier chapitre avec l'utilisation de l'approche probabiliste peut être néanmoins adaptée pour tout type de procédé. Ce travail est d'ailleurs actuellement réalisé dans le cadre d'un projet ANR OPTIFORGE dont le LPMI est partenaire et qui porte sur les effets du forgeage, en particulier le fibrage, sur la tenue en fatigue de composants automobiles. Il est montré dans cette étude en cours que l'orientation des inclusions (le fibrage) par rapport à l'axe de sollicitation est la principale responsable de l'anisotropie macroscopique en fatigue observée.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Abdul-Latif, A. et K. Saanouni (1994). "Damaged anelastic behavior of FCC polycrystalline metals with micromechanical approach." *International Journal of Damage Mechanics* 3: 237-259.

Arata, Y. (1978). "Application of laser for material processing - Heat flow in laser hardening." International Institute of Welding, DOC IV-241-78.

Banvillet, A. (2001). "Prévision de durée de vie en fatigue multiaxiale sous chargements réels: vers des essais accélérés." PhD thesis. ENSAM CER de Bordeaux.

Banvillet, A., T. Palin-Luc et S. Lasserre (2003). "A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue citerion." *International Journal of Fatigue* 25: 755–769.

Barralis, J., L. Castex et G. Maeder (1999). Précontraintes et traitements superficiels, Techniques de l'Ingénieur [M 1 180], traité Matériaux métallique.

Barralis, J. et G. Maeder (1997). *Précis métallurgie : élaboration, structures-propriétés, normalisation*, AFNOR/NATHAN.

Bathias, C. et J.-P. Baïlon (1997). *La fatigue des matériaux et des structures*. Paris.

Benson, D. K., J. C. Rosskreuz et G. G. Shaw (1972). "Mechanisms of fatigue in mill-annealed Ti-6Al-4V at room temperature and 600°F." *Metallurgical Transactions A* 3.

Bergstrom, J. (1986). "Residual stress and Microstructural behaviour of a Shot Peened Steel in Fatigue." Thèse de Doctorat. Linköping University, Sweden.

Bernasconi, A., S. Foletti et I. V. Papadopoulos (2005). Multiaxial fatigue tests under combined torsion and axial load with different frequencies. XXXIV CONVEGNO NAZIONALE AIAS, MILANO.

Bignonnet, A. (1987). "Tenue à la fatigue d'un acier 35 NCD 16 grenaillé - Evolution des contraintes résiduelles de grenaillage en fonction du type de sollicitation." *Mémoires et Etudes Scientifiques Revue de Métallurgie*: pp. 75 - 84.

Billaudeau, T. (2002). "Fatigue multiaxiale des matériaux à défauts: Mécanismes et critère d'endurance." Thèse de Doctorat de Mécanique. Université de Poitiers.

Bomas, H., T. Linkewitz et P. Mayr (1999). "Application of a weakest-link concept to the fatigue limit of the bearing steel SAE 52100 in a bainitic condition." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 22: 733 - 741.

Bourge, D. et J.-B. Falgueyrettes (2005). "Influence de l'Usinage Assisté Laser sur la tenue en fatigue du TA6V." PFE. ENSAM Angers.

Brand, A., J. F. Flavenot, R. Gregoire et C. Tournier (1999). *Données technologiques sur la fatigue*, Publications CETIM.

Castex, L., J. Barralis et J. C. Chaize (1987). "Etude de la tenue en fatigue de l'acier 32 CDV 13 nitruré." *Mémoires et Etudes Scientifiques Revue de Métallurgie*: pp. 13 - 23.

Chaboche, J. L. (1987). "La mécanique de l'endommagement et son application aux prévisions de durée de vie des structures." *La Recherche Aérospatiale* 4: 37-54.

Chaboche, J. L. et P. M. Lesne (1988). "A non-linear continuous fatigue damage model." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 11(1): 1-17.

Chantier, I. (2000). "Tolérance aux défauts initiaux et effets de surface: Dimensionnement à la fatigue de pièces de fonderie." Thèse de Doctorat ENS Cachan.

Chantier, I., V. Bobet, R. Billardon et F. Hild (2000). "A probabilistic approach to predict the very high-cycle fatigue behaviour of spheroidal graphite cast iron structures." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 23: 173–180.

Charkaluk, E. (2006). "Fatigue des matériaux métalliques: quelques contributions à une approche dissipative." HdR. Université de Lille I.

Charkaluk, E., A. Bignonnet, A. Constantinescu et K. Dang Van (2002). "Fatigue design of structures under thermomechanical loadings." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 25: 1199 - 1206.

Combres, Y. (1999). "Propriété du titane et de ses alliages." *Techniques de l'Ingénieur*(M 557).

Coupard, D., T. Palin-Luc, P. Bristiel, V. Ji et C. Dumas (2007). "Residual stresses in surface induction hardening of steels: Comparison between experiment and simulation." *Materials Science and Engineering*.

Crossland, B. (1956). Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. . International Conference on Fatigue of Metals. Institution of Mechanical Engineers, London: pp. 138 - 149.

Dang Van, K. (1973). "Sur la résistance à la fatigue des métaux." *Sciences et Techniques de l'Armement, 3ème fascicule* 47: 647-722.

Dang Van, K., G. Cailleteau, J. F. Flavenot, A. Le Douaron et H. P. Lieurade (1984). Critère d'amorçage en fatigue à grands nombres de cycles sous sollicitations multiaxiales. Journées de Printemps - Société Française de Métallurgie, Paris.

Dang Van, K., B. Griveau et O. Message (1989). On a new multiaxial fatigue limit criterion: theory and application. Biaxial and Multiaxial Fatigue, EGF 3. M. W. Brown and K. Miller. London, Mechanical Engineering Publications: pp. 479-496.

Dang Van, K., I. V. Papadopoulos, B. Griveau et O. Message (1987). *Matériaux et Structures*. Sur le calcul des structures soumises à la fatigue multiaxiale. Hermès. Paris: 79-97.

Davoli, P., A. Bernasconi, M. Filippini, S. Foletti et I. V. Papadopoulos (2003). "Independence of the torsional fatigue limit upon a mean shear stress." *International Journal of Fatigue* 25: 471-480.

Delahay, T. (2004). "Développement d'une méthode probabiliste de calcul en fatigue prenant en compte la répartition volumique des contraintes." Thèse de doctorat. Université Bordeaux I.

Deperrois, A. (1991). "Sur le calcul de limites d'endurance des aciers." Thèse de Doctorat. Ecole Polytechnique.

Desalos, Y. et F. Le Strat (1996). "Traitements thermiques superficiels des aciers." *Technique de l'ingénieur (M1 205) – Traité Matériaux métalliques*.

Doudard, C. (2004). "Détermination rapide des propriétés en FGNC à partir d'essais d'échauffement." Thèse de doctorat. ENS Cachan.

Doudard, C., S. Calloch, P. Cugy, A. Galtier et F. Hild (2005). "A probabilistic two-scale model for high - cycle fatigue life predictions." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 28: 279 - 288.

Doudard, C., F. Hild et S. Calloch (2007). "A probabilistic model for multiaxial high cycle fatigue." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 30: pp. 107 - 114.

Doudard, C., M. Poncelet, S. Calloch, C. Boue, F. Hild et A. Galtier (2007). "Determination of an HCF criterion by thermal measurements under biaxial cyclic loading." *International Journal of Fatigue* 29: 748 - 757.

Dubar, L. (1992). "Fatigue multiaxiale des aciers. Passage de l'endurance à l'endurance limitée. Prise en compte des accidents géométriques." Thèse de doctorat. ENSAM Paris.

Dumas, C., T. Palin-Luc, D. Coupard, P. Bristiel et V. Ji (2007). Fatigue strength assessment of components treated by surface induction hardening. METAL 2007, Hradec nad Moravici, Czech.

Eshelby, J. D. (1957). "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems."

Findley, W. N. (1959). "A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending." *Journal of Engineering for Industry (Transactions of ASME)*: 301-306.

Flacelière, L. (2004). "Contribution à la modélisation du dommage en fatigue multiaxiale d'un acier C36 - Confrontation à l'expérience." Thèse de Doctorat. Université de Poitiers.

Flacelière, L. et F. Morel (2003). Probabilistic approach in high cycle multiaxial fatigue : volume an surface effect. Proceedings Fatigue damage of materials 2003 : experiments and analysis, Toronto, Canada.

Flacelière, L. et F. Morel (2004a). A constitutive high cycle fatigue damage model based on the interaction between microplasticity and local damage. Proceedings 7th international conference on Biaxial/Multiaxial fatigue and fracture, Berlin, Germany.

Flacelière, L. et F. Morel (2004b). "Probabilistic approach in multiaxial high cycle fatigue : volume and surface effects." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 27: 1123-1135.

Flacelière, L., F. Morel et A. Dragon (2007). "Coupling between mesoplasticity and damage in high-cycle fatigue." *International Journal of Damage Mechanics* 16(4): 473-509.

Flacelière, L., F. Morel et T. Palin-Luc (2002). "Application du concept de maillon faible à un critère d'endurance multiaxial." *Journal de Physique IV* 12: 179-186.

Freudenthal, A. M. (1968). Statistical approach to brittle fracture. H. E. In: Liebowitz, Fracture, Vol 2. Academic Press, New York: pp. 591-619.

Froustey, C. (1987). "Fatigue multiaxiale en endurance de l'acier 30NCD16." Thèse de doctorat. ENSAM Bordeaux.

Froustey, C. et S. Lasserre (1988). "Fatigue des aciers sous sollicitations combinées. Application à l'acier 30NCD16."

Froustey, C. et S. Lasserre (1989). "Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel." *International Journal of Fatigue* 11: pp. 169 - 75.

Gélas, B., M. Armand, L. Séraphin et R. Tricot (1976). "Titane et alliages de titane." *Technique de l'ingénieur (M 557)*

Germain, G. (2006). "Contribution à l'optimisation du procédé d'Usinage Assisté Laser." Thèse de Doctorat. ENSAM.

Germain, G., F. Morel, J. L. Lebrun, A. Morel et B. Huneau (2006). Surface heat treatment due to laser assisted machining and the relative effects on fatigue strength. AT3S - Journees Europeennes, Strasbourg.

Ghiglione, D., C. Leroux et C. Tournier (1997). *Pratique des traitements thermochimiques*, Techniques de l'ingénieur (TI) & Association technique de traitement thermique (ATTT).

Guechichi, H. et L. Castex (2006). "Fatigue limits prediction of surface treated materials." *Journal of Materials Processing Technology* 172(3): pp. 381 - 387.

Guillais, J.-C., C. Leroux et P. Daures (1989). *Procédés électriques dans les traitements et revêtements de surface*, Collection Electra – EDF.

Hayakawa, K., S. Murakami et Y. Liu (1998). "An irreversible thermodynamics theory for elastic-plastic-damage materials." *European Journal of Mechanics A / Solids* 17(N° 1): 13 - 32.

Heidenreich, R., I. Richter et H. Zenner (1984). "Schubspannungsintensitätshypothese - weitere experimentelle und theoretische Untersuchungen." *Konstruktion* 36: H. 3, S. 99 - 104.

Hild, F. (2002). *Continuum damage mechanics of materials and structures*. Discrete versus continuum damage mechanics: a probabilistic perspective. O. Allix and F. Hild, Elsevier.

Hild, F., R. Billardon et G. Marquis (1992). "Hétérogénéité des contraintes et rupture des matériaux fragiles." *c. R. Acad. Sci. Paris* 315(II): 1293 - 1298.

Huyen, N., L. Flacelière et F. Morel (2008). "A critical plane fatigue model with coupled meso-plasticity and damage." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 31: 12 - 28.

Huyen, N. et F. Morel (2007a). Modélisation des effets de séquence et de trajet de chargement en fatigue à grand nombre de cycles. Fatigue des Matériaux et des Structures - Colloque National MECAMAT, Aussois.

Huyen, N. et F. Morel (2007b). Plasticity and damage heterogeneity in multiaxial high cycle fatigue. 8th International Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture (ICMFF8), Sheffield.

Huyen, N. et F. Morel (2007c). Rôle des hétérogénéités microstructurales sur la tenue en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles : lien avec les effets de déphasage. 18ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble.

Jabbado, M. (2006). "Fatigue polycyclique des structures métalliques : durée de vie sous chargements variables." Thèse de Doctorat. Ecole Polytechnique.

Ferjani, M. (2006). "Intégration des phénomènes dynamiques dans l'analyse en fatigue des garnitures de forage." These de Doctorat. LMS - Ecole Polytechnique.

Kachanov, L. M. (1958). "Time of rupture process under creep conditions." *Izv. Akad. NAUK. SSR – Otd. Nauk.* 8: pp. 26 - 31.

Kardas, D., K. Kluger, T. Lagoda et P. Ogonowski (2004). Fatigue life of aluminium alloy AlCu4Mg1 under proportional constant amplitude bending with torsion in energy approach. ICB/MFF. Berlin.

Koibuchi, K., T. Hayama et S. Kawai (1982). Residual stress and fatigue strength of surface hardened components. International Conference on Shot peening (ICSP1) Pergamon Press – Oxford.

Lagoda, T. et P. Ogonowski (2005). Fatigue life of AlCu4Mg1 Aluminium alloy under constant-amplitude in- and out-of-phase bending with torsion. 11th International Conference on Fracture (ICF 11). Turin (Italy).

Lebrun, J. L. (2001). *Détermination des contraintes résiduelles par diffraction des rayons X. Partie I: cas général.* Cours contraintes résiduelles. LPMI - ENSAM/CER d'Angers.

Leguen, C. (2006). "Influence de l'Usinage Assisté Laser sur les caractéristiques d'intégrité de surface et la tenue en fatigue." Rapport de stage, LPMI - ENSAM/CER d'Angers.

Lemaitre, J. (1978). Théorie mécanique de l'endommagement isotrope appliqué à la fatigue des métaux. Séminaire Matériaux et Structures sous chargement cyclique, Ecole Polytechnique, Palaiseau.

Lemaitre, J. (1985). "A continuous damage mechanics model for ductile fracture." *Journal of Engineering Materials and Technology*
(Transactions af ASME) 107: 83-89.

Lemaitre, J. et J. L. Chaboche (1978). "Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement." *Journal de Mécanique Appliquée* 2(3): 317-365.

Lemaitre, J. et J. L. Chaboche (1985). *Mécanique des matériaux solides*. Paris, Dunod.

Lemaitre, J. et R. Desmorat (2005). *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*, Springer-Verlag.

Lemaitre, J. et I. Doghri (1994). "Damage 90: A post-processor for crack initiation." *Computational Methods of Applied Mechanics Engineering* 115: pp. 197 – 232.

Lemaitre, J., J. P. Sermage et R. Desmorat (1999). "A two scale damage concept applied to fatigue." *International Journal of Fracture* 97: 67-81.

Lieurade, H. P., P. Merrien, Y. Desalos et R. Lombry (1987). "Optimisation des traitements de trempe par induction H. F. sur des barres en acier 40 CD 4." *Mémoires et Etudes Scientifiques Revue de Métallurgie*: pp. 245 - 256.

Liu, J. et H. Zenner (2003). Fatigue limit of ductile metals under multiaxial loading. Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture, ESIS Publication 31. A. Carpinteri, M. de Freitas and A. Spagnoli, Elsevier Science Ltd: pp. 147 - 164.

Lu, J., Ed. (1996). Handbook of Measurement of Residual Stresses, SEM, Prentice Hall.

Lu, J. (2004). Fatigue des alliages ferreux - Facteurs d'influence, Techniques de l'Ingénieur - traité Génie mécanique. [M 5 043].

Lu, J. (2006). Traitements de surface mécaniques: Effets sur les matériaux, Techniques de l'Ingénieur. [M 1 191].

Madayag, A. F. (1969). *Metal Fatigue: theory and design*, John Wiley & Sons, Inc.

Malot, T. (2001). "Usinage assisté par laser du bore." These de Doctorat. Université de Bourgogne.

Marquis, D. (1989). "Phénoménologique et thermodynamique: couplages entre thermoélasticité, plasticité, vieillissement et endommagement." Thèse de Doctorat d'Etat. Université Pierre et Marie-Curie (Paris 6).

Marquis, G. et D. Socie (2000). "Long-life torsion fatigue with normal mean stresses." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 23: 293-300.

McDiarmid, D. L. (1985). *Multiaxial Fatigue*. Fatigue under out-of-phase biaxial stresses of different frequencies. K. M. Miller and M. W. Brown. Philadelphia. ASTM STP 853: pp. 606 - 621.

McDiarmid, D. L. (1991). "A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 14: 429 - 453.

McDowell, D. L. (1999). "Damage mechanics and metal fatigue: a discriminating perspective." *International Journal of Damage Mechanics* 8: 376-403.

Mielke, S. (1980). "Festigkeitsverhalten metallischer werkstoffe unter zweiachsig schwingender Beanspruchung mit verschiedenen Spannungszeitverlaufen." PhD thesis. Aachen.

Miller, K. J. (1993). "The two thresholds of fatigue behaviour." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 16(9): 931-939.

Monchiet, V. (2006). "Contributions à la modélisation micromécanique de l'endommagement et de la fatigue des métaux ductiles." Thèse de Doctorat. Université de Lille I.

Monchiet, V., E. Charkaluk et D. Kondo (2005). Approche micromécanique en fatigue polycyclique. 17 ème Congrès Français de Mécanique. Troyes.

Monchiet, V., E. Charkaluk et D. Kondo (2006). "Plasticity-damage based micromechanical modelling in high cycle fatigue." *C. R. Mecanique* 334: pp. 129–136.

Morel, F. (1996). "Fatigue multiaxiale sous chargement d'amplitude variable." Thèse de mécanique. Université de Poitiers.

Morel, F. (1998). "A fatigue life prediction method based on a mesoscopic approach in constant amplitude multiaxial loading." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 21: 241-256.

Morel, F. (2000). "A critical plane approach for life prediction of high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading." *International Journal of Fatigue* 22: 101-119.

Morel, F. (2001). "A critical plane fatigue model applied to out-of-phase bending and torsion load conditions." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 24: 153-164.

Morel, F. et M. Bastard (2003). "A multiaxial life prediction method applied to sequence of non similar loading in high cycle fatigue." *International Journal of Fatigue* 25: 1007-1012.

Morel, F. et L. Flacelière (2005). "Data scatter in multiaxial fatigue : from the infinite to the finite fatigue life regime." *International Journal of Fatigue* 27: 1089-1101.

Morel, F. et N. Huyen (2008). "Plasticity and damage heterogeneity in fatigue." *Theorical and Applied Fracture Mechanics* 49(1): 98 - 127.

Morel, F., J. L. Lebrun, A. Morel, G. Germain et N. Huyen (2007). "Prise en compte des contraintes résiduelles dans un calcul de dimensionnement en fatigue." Journées "Contraintes - Matériaux - Procédés" - Réseau ENSAM Contraintes - Angers.

Morel, F. et T. Palin-Luc (2002). "A non-local theory applied to high cycle multiaxial fatigue." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 25: 649-665.

Murakami, S. et K. Kamiya (1996). "Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics." *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 39(N° 4): 473 - 486.

Murakami, Y. (2002). *Metal Fatigue: Effects of small defects and nonmetallic inclusions*, Elsevier Science.

Murakami, Y. et T. Endo (1994). "Effects of defects, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength." *Fatigue* 16: 163-182.

Niclas, A. (1998). "Prise en compte des gradients de propriétés liés au traitement thermique dans le dimensionnement des pièces mécaniques." Thèse de Doctorat. ENSAM Paris.

Palin-Luc, T. (2004). "Approche énergétique et volumique de la fatigue multiaxiale des métaux." HDR. Université Bordeaux I.

Palin-Luc, T. et S. Lasserre (2000). "Prise en compte des concentrations de contraintes par un critère énergétiques de tenue en fatigue." *Revue Française de Mécanique* N° 2000-1.

Papadopoulos, I. V. (1987). "Fatigue polycyclique des métaux: une nouvelle approche." Thèse de Doctorat. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Papadopoulos, I. V. (1993a). "Fatigue limit of metals under multiaxial stress conditions: the microscopic approach." ISEI/IE 2464/93. Commission of the European Communities Joint Research Center.

Papadopoulos, I. V. (1993b). "Fatigue limit of metals under synchronous sinusoidal in-phase and out-of-phase multiaxial stress conditions: apllication of the microscopic approach." ISEI/EI 2495/93. Commission of the European Communities Joint Research Center.

Papadopoulos, I. V. (1994). "A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals." *International Journal of Fatigue* 16: 377-384.

Papadopoulos, I. V. (1995). "A high-cycle fatigue criterion applied in biaxial and triaxial out-of-phase stress conditions." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 18(1): 79-91.

Papadopoulos, I. V. (1999). *High - cycle metal fatigue : from Theory to Applications*. Multiaxial fatigue limit criterion of metals: a mesoscopic scale approach. K. Dang Van and I. V. Papadopoulos, Springer-Verlag. 392: 89 - 156.

Papadopoulos, I. V. (2001). "Long life fatigue under multiaxial loading." *International Journal of Fatigue* 23: 839-849.

Papadopoulos, I. V., P. Davoli, C. Gorla, M. Filippini et A. Bernasconi (1997). "A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals." *International Journal of Fatigue* 19(3): 219-235.

Papadopoulos, I. V. et V. P. Panoskaltsis (1994). Gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion. Fourth International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue, Paris, France.

Papadopoulos, I. V. et V. P. Panoskaltsis (1996). "Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion." *Engineering Fracture Mechanics* 55: 513 - 528.

Pommier, S. (2002). ""Arching" effect in elastic polycrystals: implications for fatigue crack initiation." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* Vol 25: pp. 331-348.

Robert, J. L. (1992). "Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations périodiques ou aléatoires." Thèse de Doctorat. INSA de Lyon.

Seweryn, A. et Z. Mroz (1998). "On the criterion of damage evolution for variable multiaxial stress states." *International Journal of Solids and Structures* 35(14): 1589-1616.

Simbürger, A. (1975). "Festigkeitsverhalten zäher werkstoffe bei einer mehrachsigen, phasenverschobenen schwingbeanspruchung mit körperfesten und veränderlichen hauptspannungsrichtungen." Laboratorium für betriebsfestigkeit, Darmstadt - Germany.

Sines, G. (1959). *Metal Fatigue*. Behavior of metals under complex static and alternating stresses. , Mac Graw-Hill, New York: pp. 145 - 169.

Skalli, N. et J. F. Flavenot (1984). "Influence des conditions de rectification sur la tenue en fatigue d'un acier 42CD4." *Mémoires et études scientifiques de la revue de métallurgie.* Vol 81(n° 10): pp. 529-543.

Skalli, N. et J. F. Flavenot (1985). "Prise en compte des contraintes résiduelles dans un calcul prévisionnel de tenue en fatigue." *CETIM -Information* N° 90: pp. 35 - 47.

Suresh, S. (1998). *Fatigue of Materials*. Cambridge, University Press.

Weibull, W. (1939). A statistical theory of the strength of materials. Proc. R. Swed. Acad. Eng. Sci.

Weibull, W. (1951). "A statistical distribution function of wide applicability." *Journal of Applied Mechanics* 18(3): 293-297.

Yaacoub Agha, H., A.-S. Béranger, R. Billardon et F. Hild (1998). "High - cycle fatigue behaviour of spheroidal graphite cast iron." *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 21: 287 - 296.

ANNEXES

ANNEXE A : ANALYSE DES CONTRAINTES RESIDUELLES.....177

ANNEXE B : PRINCIPE DE L'UAL..... 183

ANNEXE C : IDENTIFICATION DES PARAMETRES DE WEIBULL 185

ANNEXE D : RECAPITULATIF DES DONNEES EXPERIMENTALES..... 187

ANNEXE A : ANALYSE DES CONTRAINTES RESIDUELLES

[Lebrun 2001] [Lu 1996]

Souvent, les contraintes résiduelles sont définies comme étant les contraintes multiaxiales statiques qui existent dans une pièce au repos, et en l'absence de toutes contraintes externes. Tout procédé d'élaboration et de fabrication (solidification, usinage, mise en forme, soudage...) et toute sollicitation d'origine mécanique (déformations), métallurgique (refroidissement inhomogène), thermique (changement de phase) ou autre génère dans une pièce des contraintes résiduelles.

1. Principe de formation des contraintes résiduelles

Les origines des contraintes résiduelles sont très variées, mais elles peuvent être classées en trois catégories : les contraintes d'origine mécanique, d'origine thermique et métallurgique. En général, lors d'un chargement complexe (thermomécanique par exemple), il y a superposition des contraintes résiduelles engendrées par les différents mécanismes.

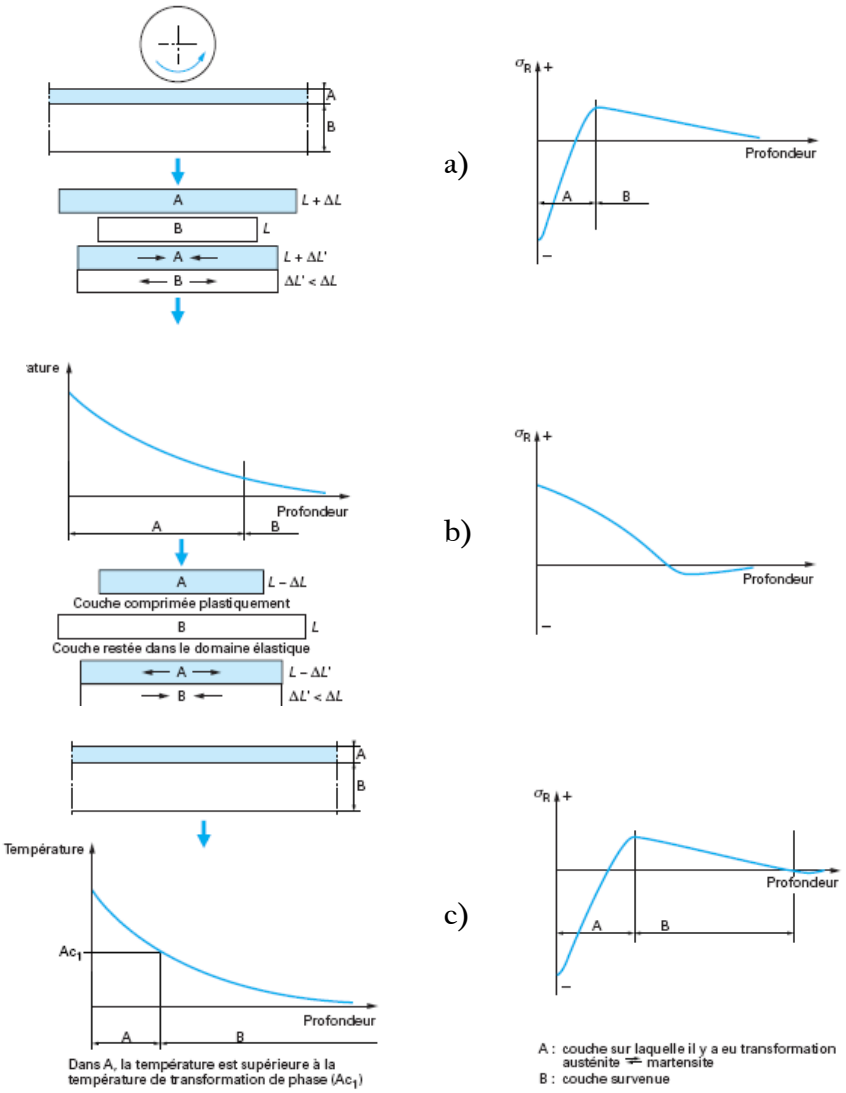


Fig. A.124 – Contraintes résiduelles *[Lu 2004]*
a) engendrées par déformation plastique en absence d'échauffement (rectification par une meule)
b) résultant de dépassement de la limite d'élasticité à la suite de la présence d'un gradient thermique
c) résultant de changement de phases métallurgiques

- Un effet mécanique de rectification (par une meule – Fig. A.124a) entraîne des contraintes de compression en surface. En effet, lorsqu'on fait subir une déformation plastique à un matériau, les couches superficielles seront en traction tandis que les couches au cœur resteront dans le domaine élastique. Au moment du relâchement, on observera le phénomène inverse d'où la présence de contraintes résiduelles de compression en surface.
- Les contraintes résiduelles superficielles engendrées par effet thermique sont en traction à la surface (Fig. A.124b). En effet, lors de l'échauffement la couche superficielle se dilate mais elle est bloquée par la couche inférieure. Elle est alors comprimée tandis que la couche inférieure reste dans le domaine élastique. Le refroidissement conduit à une compression de la couche interne et une traction de la couche superficielle.
- Lors d'un échauffement local (Fig. A.124c), les couches supérieures atteindront la température de la transformation de phase, ce qui n'est pas le cas des couches en profondeur. La transformation martensitique en surface sera créée (pour un acier). Ce changement de phase s'accompagne d'une augmentation de la taille des grains. Les couches superficielles sont alors en traction, ce qui donnera, après relâchement, des contraintes résiduelles de compression.

Par conséquent l'usinage des pièces mécaniques aura une influence plus ou moins importante sur les contraintes résiduelles. Pour l'UC, trois facteurs sont à retenir: la vitesse de coupe, l'avance et l'usure de l'outil. Pour l'UAL, on observera les mêmes facteurs que pour l'UC, mais deux autres phénomènes s'ajouteront : un effet thermique dû au Laser ; un changement de microstructure en surface dans le cas d'un traitement Laser.

2. Ordres de contraintes résiduelles :

A cause du caractère hétérogène et des discontinuités présents dans un matériau cristallin (lacunes, dislocations, joints de grains...), il est primordial de faire référence à un volume donné de matière pour définir les caractéristiques mécaniques des matériaux. Ce volume définit l'échelle d'observation du matériau. Suivant l'échelle à laquelle on considère le matériau, les contraintes résiduelles existent sous trois ordres.

Les contraintes d'ordre II sont les contraintes mésoscopiques qui naissent des incompatibilités des déformations sur un grain ou celles relatives à chaque phase métallurgique. Sur un volume analysé, la moyenne des contraintes d'ordre II représente les contraintes d'ordre I.

Par contre, les contraintes d'ordre III sont reliées à toutes déformations liées à des variations de la distance interréticulaire et les discontinuités existantes à l'intérieur des grains, telles que les dislocations, les lacunes et autres. Ces contraintes sont aussi appelées contraintes microscopiques et leur moyenne sur le volume d'analyse nous donne les contraintes mésoscopiques.

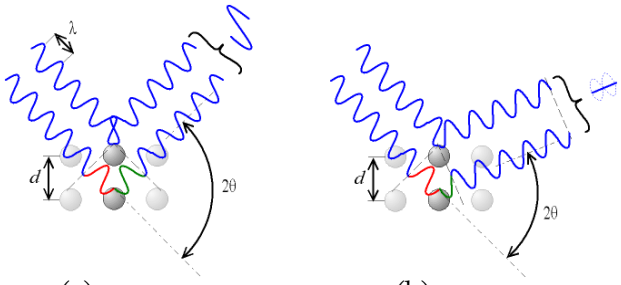
Dans le cas des matériaux métalliques à grains fins, il n'est pas toujours possible de différencier les effets des contraintes mésoscopiques et microscopiques. Ainsi et pour simplifier, les échelles de contraintes peuvent être divisées en seulement deux niveaux : les macrocontraintes correspondantes aux contraintes du 1er ordre et les microcontraintes qui réunissent les contraintes d'ordre II et d'ordre III.

Ces trois types de contraintes résiduelles interviennent les unes sur les autres. Ce sont bien sûr les contraintes du premier ordre ou macrocontraintes qui intéressent le mécanicien ou les bureaux d'études. Mais les contraintes résiduelles de 2e ordre sont également très importantes, car elles sont l'indicateur de l'état d'écrouissage et d'endommagement du matériau.

3. Analyse des contraintes par la méthode de diffraction des rayons X :

La diffraction des rayons X est un des moyens non destructifs d'analyse des contraintes résiduelles dans un matériau cristallin. La méthode est basée sur la mesure des variations de la distance interréticulaire (d_{hkl}) d'une famille de plans cristallographiques (hkl). Toute déformation élastique homogène du cristal analysé va se traduire par une variation de la distance interréticulaire.

Lorsque l'on bombarde un cristal avec un rayon, qui a une longueur d'onde de l'ordre de la distance inter-atomique, il se produit un phénomène de diffraction. Soit 2θ l'angle entre la direction des rayons incidents et celle des rayons diffractés. Quand la différence de marche entre les rayons incidents et les rayons diffractés par les atomes est égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde, il y a interférence constructive (Fig. A.125).



(a) (b)

Fig. A.125 – Interférences (a) constructive et (b) destructive

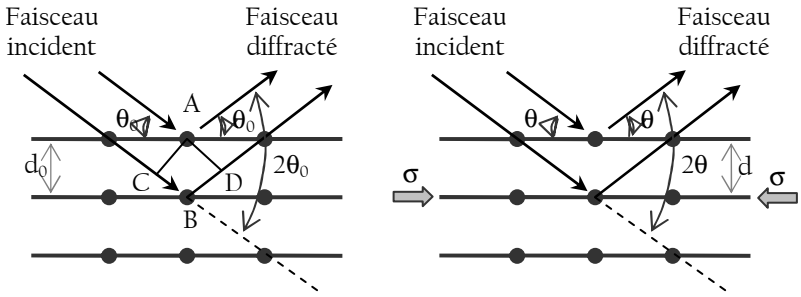
Pour un certain λ, cette condition est liée à la distance d_{hkl} et à l'angle de diffraction θ selon la loi de Bragg (Eq. (A.2)). La différence de marche entre deux plans consécutifs est donnée par l'Eq. (A.1) :

$$\delta = CB + BD = 2.AB.\sin\theta = 2.d.\sin\theta \tag{A.1}$$

avec $CB + BD = n\lambda$ (n entier)

où la loi de Bragg (n=1) :

$$\lambda = 2.d.\sin\theta \tag{A.2}$$



a) sans contrainte b) sous contrainte

Fig. A.126 – Géométrique de diffraction

Toute variation de d_{hkl} entraîne une variation de l'angle de diffraction θ. La déformation mesurée peut s'exprimer en fonction de d_{hkl} et par suite en fonction de l'angle de diffraction θ (Éq (A.3)).

$$\frac{\Delta d}{d_0} + \frac{\Delta \sin\theta}{\sin\theta} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0 \qquad ou \qquad \frac{\Delta d}{d_0} = \varepsilon = -\cot g\theta\Delta\theta \tag{A.3}$$

Il est toutefois plus approprié d'exprimer la déformation en déformation rationnelle.

$$\varepsilon_{vraie} = \ln\left(\frac{d}{d_0}\right) = \ln\left(\frac{\sin\theta}{\sin\theta_0}\right) \tag{A.4}$$

Dans le cas d'un état de contrainte triaxiale, la mesure de la déformation se fait suivant une direction n décrite par l'angle ϕ et l'angle ψ. La déformation $\varepsilon_{\phi\psi}$ est la projection du tenseur de déformation ε dans la direction de mesure n (Fig. A.127). Elle peut être reliée aux contraintes σ_{ij}^{ϕ} dans le repère principal des déformations par :

$$\varepsilon_{\phi\psi} = n.\varepsilon.n' = \varepsilon_{11}\sin^2\psi\cos^2\phi + \varepsilon_{22}\sin^2\psi\sin^2\phi + \varepsilon_{33}\cos^2\psi$$
$$+\varepsilon_{12}\sin^2\psi\sin 2\phi + \varepsilon_{23}\sin 2\psi\sin\phi + \varepsilon_{13}\sin 2\psi\cos\phi \tag{A.5}$$

$$\varepsilon_{\phi\psi} = \frac{1+\upsilon}{E}\left(\sigma_{11}\cos^2\phi + \sigma_{12}\sin 2\phi + \sigma_{22}\sin^2\phi\right) - \frac{\upsilon}{E}\left(\sigma_{11}+\sigma_{22}\right)$$
$$= \frac{1+\upsilon}{E}\sigma_\phi\sin^2\psi - \frac{\upsilon}{E}Tr\left(\sigma\right) = \frac{1}{2}S_2\sigma_\phi\sin^2\psi + S_1 Tr\left(\sigma\right) \tag{A.6}$$

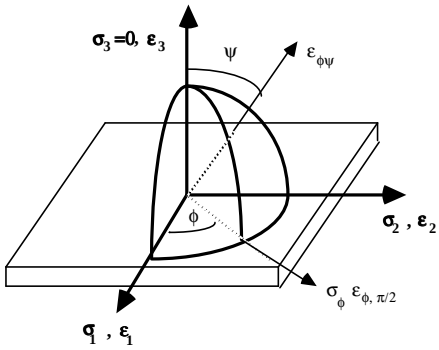


Fig. A.127 – Définition du repère de mesure et des angles ϕ et ψ

Ainsi, l'angle $2\theta_{\phi\psi}$ peut être donné en fonction des valeurs moyennes des contraintes σ_{ij}^{ϕ} et des constantes d'élasticités radiocristallographiques $(S_1)_{hkl}$ et $½(S_2)_{hkl}$. La représentation de $2\theta_{\phi\psi}$ en fonction de $\sin^2\psi$ donne une droite dans le cas d'un état de contrainte biaxial et une ellipse dans le cas d'un état de contrainte triaxial. La pente de cette courbe est proportionnelle à σ_φ et l'ouverture de l'ellipse donne une information sur la valeur σ_{13}^{ϕ}.

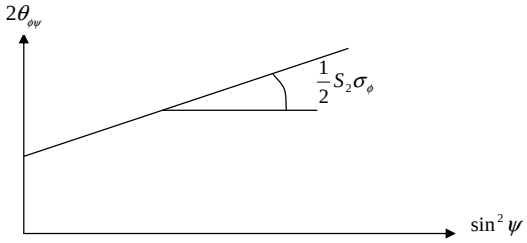


Fig. A.128 – Loi des sin²ψ

Le pic de diffraction permettant d'analyser l'état de contrainte dans un matériau donné donne aussi des informations sur l'état de l'écrouissage de celui-ci. En effet, la largeur du pic de diffraction permet de caractériser le taux d'écrouissage du matériau lorsque celui-ci a subi des déformations mécaniques ou thermiques. De plus, cette largeur est d'autant plus grande que les déformations locales dans le matériau sont hétérogènes.

4. Méthode d'analyse des contraintes résiduelles par diffraction des rayons X

Il existe un certain nombre de méthodes pour la détermination des contraintes résiduelles comme la méthode du trou incrémental, la diffraction des rayons X, les ultrasons. Le CER de l'ENSAM d'Angers dispose d'un appareil PROTO XRD (Fig. A.129 et Fig. A.130) qui est un diffractomètre portable.

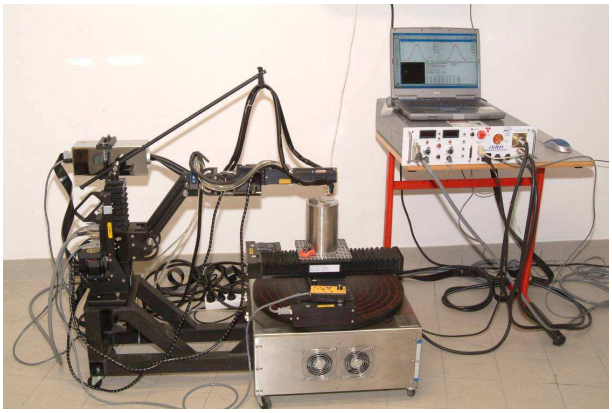


Fig. A.129 – Appareil d'analyse de diffraction des rayons X (PROTO) du CER ENSAM d'Angers

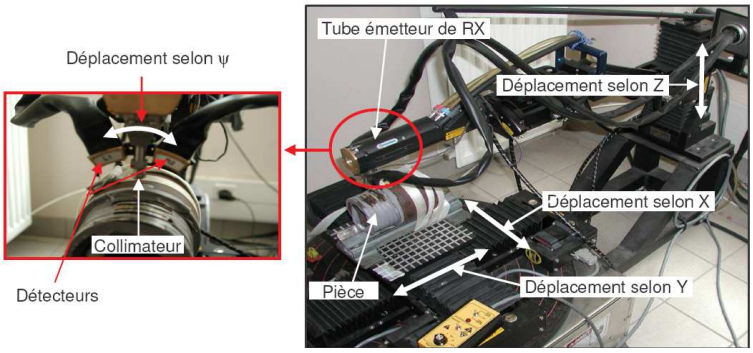


Fig. A.130 – Diffractomètre à rayon X utilisé pour l'analyse des contraintes résiduelles

La profondeur de pénétration des rayons X étant très faible (de l'ordre de 20 µm), les contraintes calculées sont représentatives des contraintes moyennes sur l'épaisseur d'une couche surfacique de faible épaisseur. Les contraintes sont étudiées selon deux directions (Fig. A.131). La largeur de corde de diffraction (appelé aussi largeur de raie) est analysée. Elle nous renseigne sur le niveau d'écrouissage du matériau.

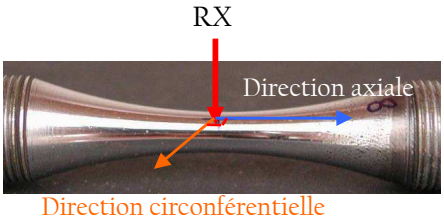


Fig. A.131 – Direction d'analyse de contraintes résiduelles.

Les paramètres associés à l'analyse de ces contraintes résiduelles sont donnés dans le Tab. A.33:

Matériau	Collimateur (mm)	Longueur d'onde (nm)	Radiation	Angle de Bragg 2θ (°)	(hkl)	Constantes élastiques ½ S_2 (MPa^{-1})	$-S_1$ (MPa^{-1})
100Cr6	1 x 5 et 1	0.2291	Cr_Kα	156	211	5.92×10^{-6}	1.28×10^{-6}
Ti-6Al-4V	1 x 5	1.5418	Cu	142	213	11.89×10^{-6}	-2.83×10^{-6}

Tab. A.33 – Paramètres utilisés pour l'analyse des contraintes résiduelles.

Le tube générateur de rayons X utilisé pour le 100Cr6 et l'alliage de titane Ti-6Al-4V est constitué respectivement d'une anode en Cr (la tension utilisée est de 20 kV pour une intensité de 4 mA) et d'une anode en Cu (25kV, 4mA).

Pour ces mesures, la méthode des $\sin^2\psi$ décrites précédemment a été utilisée. Chaque mesure est réalisée pour différents angles θ_i correspondant au maximum de l'intensité des pics de diffraction. Pour chaque angle θ_i, plusieurs angles de tirs ψ_j dans la direction perpendiculaire sont appliqués en un même point de l'éprouvette. Cela permet de déterminer les déformations suivant plusieurs directions de l'espace et à en déduire leur tenseur complet.

Pour chaque analyse l'incertitude de mesure a été évaluée. La valeur moyenne est donnée directement par le logiciel Proto-Xrdwin (elle est évaluée pour chaque angle de mesure ; 7 angles pour chaque détecteur). L'utilisation de deux détecteurs et de différents angles de mesure augmente la précision. Du point de vue de l'intervalle de répétabilité, il est estimé à ± 30 MPa.

Les conditions d'acquisition ne sont pas exactement les mêmes pour différentes matériaux (Tab. A.34):

	100Cr6	Ti-6Al-4V
7 angles/détecteur Temps d'acquisition/angle	14 angles psi : de −30° à + 30° 30x2" pour gain et 100Cr6 UC 30x3" pour gain et 100Cr6 UAL	14 angles psi : de −18° à + 18° 60x4" pour gain et Ti-6Al-4V

Tab. A.34 – Conditions d'acquisition

Afin d'obtenir le profil des contraintes en profondeur des surfaces usinées, un polissage électrochimique avec un bain acétoperchlorique a été effectué. Nous avons choisi cette technique d'enlèvement de matière car elle n'introduit pas de contraintes résiduelles supplémentaires.

ANNEXE B : PRINCIPE DE L'UAL

[Germain 2006]

1. Le descriptif du dispositif expérimental

La machine utilisée pour cette étude (Fig. B.132) a été spécialement développée par l'entreprise REALMECA pour l'UAL. Un tour RT-5 pour tournage dur a été adapté afin de recevoir un portique dans l'enceinte d'usinage. Ce portique permet le déplacement de la tête de focalisation laser. La tête de focalisation se termine par une pièce nommée 'Cross-jet' qui est alimentée par de l'air sous pression (3 bar). Le cross-jet expulse l'air sous pression perpendiculairement au faisceau laser pour chasser les copeaux et les fumées afin qu'ils ne puissent pas rentrer dans la tête de focalisation. Une lentille de protection est placée juste devant la lentille de focalisation pour la protéger en cas d'insuffisance de la lame d'air du cross-jet. La source laser de marque ROFIN associée au tour est de type Nd : YAG continu avec une puissance maximale de 2,5 kW. Les modules de pompage sont réalisés par lampe flash DC. Le faisceau laser est transporté par fibre optique jusqu'à la tête de focalisation. Un pupitre de commande permet de régler le niveau de puissance à une valeur constante ou suivant une loi de commande en fonction du temps. Un rapport cyclique pour un tir discontinu (en créneau) peut aussi être défini.

a) tour assisté laser b) laser et le groupe de refroidissement

Fig. B.132 – Installation du tour assisté laser implanté au LPMI

2. Principe de l'UAL :

Il est bien connu qu'en chauffant le matériau, ces caractéristiques mécaniques chutent ce qui permet d'améliorer l'usinage. Le graphique suivant *[Malot 2001]* montre l'évolution de la résistance mécanique à la traction de matériaux variés comme les aciers, les alliages de titane, les alliages de nickel et certaines céramiques.

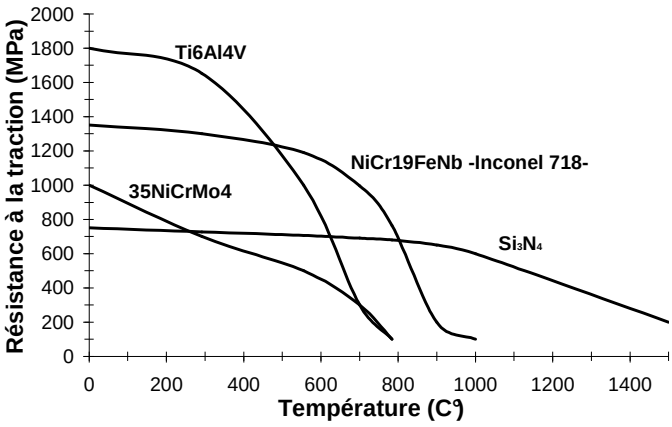


Fig. B.133 – Evolution de la résistance à la traction en fonction de la température pour différents matériaux *[Malot 2001]*

L'UAL constitue une innovation en terme de procédé de fabrication. Une source Laser est donc ajoutée au procédé d'usinage conventionnel afin de préparer la pièce au passage de l'outil via un échauffement thermique localisé au voisinage de l'arête de coupe de l'outil. L'augmentation de la température engendre alors, à partir d'une valeur seuil, une diminution des propriétés mécaniques du matériau, ce qui permet une baisse de la pression spécifique de coupe, ainsi que des efforts de coupe et des vibrations dans l'outil et la pièce. On obtient alors une rugosité plus faible en général et une grande précision. La température du matériau au niveau de la zone de coupe n'est donc plus uniquement la conséquence de la formation du copeau au niveau de la zone de cisaillement primaire (Z_I) et des deux zones de frottement copeau / outil (Z_{II}) et outil/pièce (Z_{III}) mais aussi du champ de température créé par le faisceau Laser (Fig. B.134). Au contraire, dans le cas de l'usinage, le principe consiste à un échauffement de la zone de coupe et notamment au niveau de la zone ZIII (frottement outil/pièce).

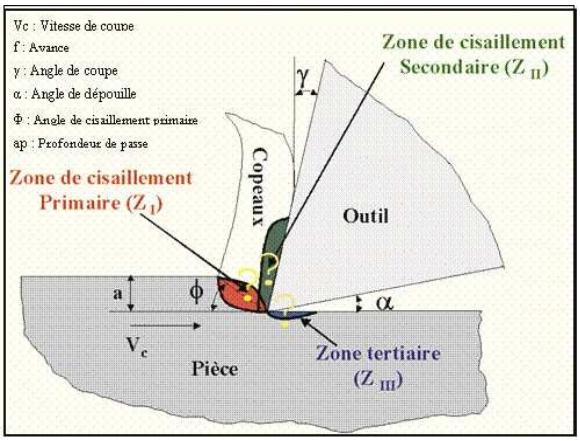


Fig. B.134 – Zones de déformation lors de la formation du copeau.

Les paramètres du procédé (paramètres de coupe et laser) ont été étudiés pour qualifier leur effet sur l'effort de coupe et sur l'intégrité de la surface générée :

- L'effort de coupe est directement lié à l'usinabilité du matériau. Plus l'effort de coupe sera faible, plus l'usinabilité sera considérée comme bonne. De plus, une baisse de l'effort de coupe conduit à une baisse de la flexion de l'outil (et de la pièce), diminue généralement l'amplitude des vibrations et entraîne une amélioration de la tenue de l'outil de coupe. Mais l'effort de coupe n'est pas un point bloquant pour l'usinage, les machines sont maintenant suffisamment puissantes pour générer des efforts très importants.
- L'état de surface influe sur l'aspect de surface mais aussi sur le contact des pièces entre-elles (surface d'appui, étanchéité…), sur ses propriétés tribologiques (coefficient de frottement, résistance au roulement…), sur la résistance à la corrosion et sur la tenue en fatigue de la pièce. Il est donc essentiel de connaître les états de surface générés par le procédé UAL. Mais l'état de surface n'est pas suffisant pour qualifier l'intégrité de surface, il faut aussi savoir si la surface a subi un changement de microstructure (changement de phase, écrouissage…) et connaître les contraintes résiduelles.

Pour travailler dans de bonnes conditions, l'outil doit être situé dans une zone où la température de la matière soit suffisamment importante, pour avoir une diminution des caractéristiques mécaniques, mais trop importante pour éviter une dégradation trop rapide.

ANNEXE C : IDENTIFICATION DES PARAMETRES DE WEIBULL

Dans ce paragraphe, un exemple de l'acier C35 est traité entièrement pour montrer l'application du modèle. Les essais de fatigue en torsion (Fig. 25) réalisés par *[Flacelière 2004]* sont repris. Ces résultats expérimentaux montrent une dispersion avec la limite moyenne de fatigue en torsion de 169 MPa et l'écart type de 9.3 MPa qui sont déterminés par la méthode d'escalier. La probabilité cumulée de rupture des éprouvettes à différents niveaux de chargement peut alors être calculée par la loi de normale. Il faut déterminer les valeurs de $V_0\left(T_0\right)^{1/m}$ et m en sachant que les probabilités de rupture expérimentales P_F et les contraintes expérimentales vérifient la relation(II.12).

Pour un modèle de Weibull à deux paramètres, les facteurs d'hétérogénéité ne dépendent pas du niveau de charge. On peut donc écrire l'équation (II.12) sous la forme suivant (volume uniformément chargé $H_m = 1$) :

$$\ln\left(\frac{1}{1-P_F}\right) = \left\langle \tau_a \right\rangle^m - \frac{V_0\left(T_0\right)^m}{VI_m} \tag{C.1}$$

$$\rightarrow \quad \ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-P_F}\right)\right) = m\ln\left\langle \tau_a \right\rangle - \ln\left(\frac{V_0\left(T_0\right)^m}{VI_m}\right) \tag{C.2}$$

En utilisant les résultats des essais de fatigue en torsion avec R = -1, on trace cette équation (C.2) avec les coordonnées $\left\{\ln\left(\ln \frac{1}{1-P_F}\right); \ln\sigma_i\right\}$. La Fig. C.135 montre l'identification des paramètres d'un modèle de Weibull à deux paramètres par cette méthode pour le matériau étudié. Elle correspond aux essais de fatigue faits avec une contrainte moyenne nulle (R = -1).

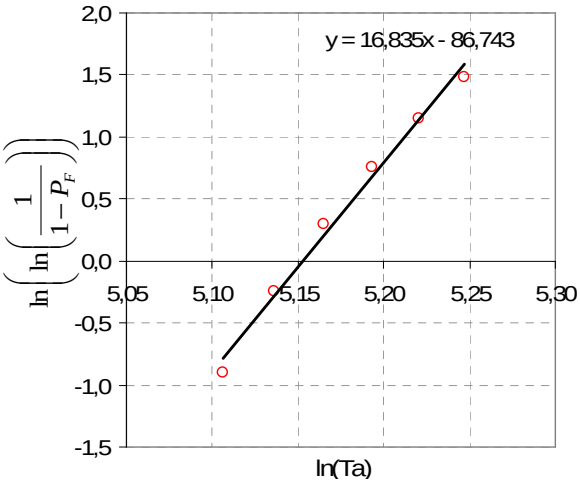


Fig. C.135 – Représentation des résultats expérimentaux par un modèle de Weibull à deux paramètres.

Donc, on trouve m = 16.835 et $\ln\left(\frac{V_0\left(T_0\right)^m}{VI_m}\right) = 86.743 \quad \rightarrow \frac{V_0\left(T_0\right)^m}{VI_m} = 4.7E+37$

Dans le cas du modèle à 3 paramètres, la difficulté réside dans le fait que les deux facteurs d'hétérogénéités dépendent maintenant du niveau de chargement et de la valeur de m (II.11). Le problème se résout alors de manière itérative en cherchant une valeur de m compatible à la fois avec la relation (II.12) et avec la probabilité cumulée expérimentale.

ANNEXE D : RECAPITULATIF DES DONNEES EXPERIMENTALES

Matériau		Référence	$R_{e0.2\%}$	R_m	s_{-1}	t_{-1}	f_{-1}	t_{-1}/s_{-1}	t_{-1}/f_{-1}	N	Type de l'essai
			(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)			(cycles)	
aciers alliés	34Cr4	Heidenreich, Richter, Zenner (1984)	657	795	410	256		0.62		$1,5.10^6$	Traction - Torsion
		Heidenreich (1983)	550	710	343	204		0.59		2.10^6	Traction biaxiale - Torsion
	25CrMo4	Mielke (1980)	660	780	361	230		0.64		2.10^6	Traction - Pression interne, Traction - Torsion
	35CrMo4	TPL96		1123	558	384	620	0.69	0.62		Flexion - Torsion
	42CrMo4	Lempp 77	888	1025		260	398		0.65	2.10^6	Flexion - Torsion
	39NiCrMo3	Bernasconi 05, Davoli 03	625	856	367.5	265		0.72			Axial - Torsion
	30NiCrMo16	Froustey 88	1020	1160		410	660		0.62	10^6	Flexion - Torsion
		Dubar 92		1200	560	428	690	0.76	0.62		Flexion - Torsion
Aciers faible teneur	Acier doux (0.15%C)	Nishihara, Kawamoto (1945)		375		137	235		0.58		Flexion - Torsion
	St35	Issler (1973)	245	395	206	123		0.60		$1,5.10^6$	Trac - Pres int, Trac - Tor - Pres int
	C20	TPL96,04	350	520	273	186	332	0.68	0.56	10^6	Flexion - Torsion
	C35	Flaceliere 04	350	580	236	169	270	0.72	0.63	10^6	Traction - Torsion
	C45 (XC48)	Simbürger (1975)	812	850	432	287		0.66		10^5	Traction biaxial - Torsion
						275	463		0.59	10^5	Flexion - Torsion
		Lee 89		824	442	311		0.70			
	Acier dur (0.51%C)	Nishihara, Kawamoto (1945)		680		196	314		0.62		Flexion - Torsion
Autres	Fonte	Carpinteri 01		230		91.2	96.1		0.95		Flexion - Torsion
	Fonte EN-GJS 800-2	Banvillet 01, 03, TPL96	462	795	245	220	294	0.90	0.75	10^6	Flexion - Torsion
	Fonte GS52	Flaceliere 04 (article)			250	215	250	0.86	0.86		
	TA6V	Delahay		1090	583	411	652	0.70	0.63	10^6	Flexion - Torsion

Tab. D.35 – Propriétés mécaniques et limites d'endurance expérimentales des matériaux utilisés

EFFET DES HETEROGENEITES MICROSTRUCTURALES SUR LE COMPORTEMENT EN FATIGUE MULTIAXIALE A GRAND NOMBRE DE CYCLES: APPLICATION A L'USINAGE ASSISTE LASER

RESUME: *Cette étude vise à modéliser les mécanismes d'endommagement sous chargements multiaxiaux en Fatigue à Grand Nombre de Cycles (FGNC). Le rôle des hétérogénéités microstructurales introduites en particulier par le procédé d'Usinage Assisté Laser fait l'objet d'une attention particulière.*

On propose de tenir compte de l'aspect dispersé des données en fatigue à l'aide d'une approche de type plan critique et d'un modèle à deux échelles. Plus précisément, une approche probabiliste de type Weibull est d'abord introduite pour prendre en compte le rôle des hétérogénéités microstructurales sur le comportement en fatigue à l'échelle macroscopique. Une deuxième partie de l'étude concerne l'utilisation d'un modèle de couplage plasticité - endommagement à l'échelle mésoscopique afin de refléter les effets de cumul d'endommagement observés en FGNC. Les prédictions des deux approches sont confrontées à des données expérimentales relatives à des chargements complexes (traction biaxiale, traction-torsion hors phase, asynchrone ou encore chargement d'amplitude variable). On montre un très bon comportement d'ensemble ainsi que la possibilité d'associer les deux modélisations pour obtenir une loi d'endommagement probabiliste dont une application directe est l'obtention de courbes P-S-N (Probabilité-Contrainte-Nombre de cycles) pour n'importe quel type de chargement.

La dernière partie du travail est consacrée à l'étude de l'interaction entre un procédé d'usinage par assistance Laser (UAL) et la tenue en fatigue des composants métalliques obtenus (acier et alliage de titane). Le rôle des caractéristiques d'intégrité de surface (la microstructure, l'écrouissage, les contraintes résiduelles, l'état de surface…) sur l'endommagement en fatigue est particulièrement analysé.

***Mots-clés**: Fatigue à grand nombre de cycles ; Endommagement ; Microplasticité ; Chargement multiaxial ; Probabilité ; Usinage Assisté Laser ; Intégrité de surface.*

ROLE OF MICROSTRUCTURAL HETEROGENEITIES IN MULTIAXIAL HIGH CYCLE FATIGUE: APPLICATION TO LASER ASSISTED MACHINING

ABSTRACT: *The purpose of this work is to modelize the damage mechanisms in multiaxial high cycle fatigue (HCF). The role of microstructural heterogeneities, and in particular those introduced via the manufacturing process of Laser Assisted Machining (LAM), is given particular attention.*

Firstly, in order to take into account the dispersion observed in fatigue data, a critical plane approach and a two scale model are proposed. More precisely, a Weibull type probabilistic approach is introduced in order to take into account the role of the microstructural heterogeneities on the fatigue behaviour at the macroscopic scale. The second part of the study concerns the use of a fatigue model in which plasticity and damage are coupled at the mesoscopic scale in order to reflect the effect of damage accumulation observed in HCF. The predictions from the two different approaches have been compared to experimental results for complex loading conditions (e.g. out-of-phase tensile-torsional loads, biaxial tensile loads, asynchronous or variable amplitude loads). It is shown that very good agreement is achieved and that it is possible to associate the two modelling approaches to obtain a probabilistic damage law for which a direct application is the creation of P-S-N curves (i.e. Probabilistic-Stress-Life curves) for any type of loading condition.

The final part of this work is a study of the interaction between the LAM manufacturing process and the fatigue resistance of metallic components (i.e. steel and titanium alloys) made via this process. The role of the surface integrity (i.e. the microstructure, hardening, residual stress, surface roughness, etc) on fatigue damage is particularly investigated.

***Keywords**: High-cycle fatigue, Damage, Microplasticity, Multiaxial loads, Probability, Laser Assisted Machining, Surface integrity.*

ARTS ET MÉTIERS ParisTech