



# Simulation directe du bruit de bord de fuite d'un profil par une méthode multi domaines

Thomas Le Garrec

## ► To cite this version:

Thomas Le Garrec. Simulation directe du bruit de bord de fuite d'un profil par une méthode multi domaines. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2008. Français. NNT : 2008ENAM0021 . pastel-00004430

**HAL Id: pastel-00004430**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00004430>**

Submitted on 25 May 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École Doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

**THÈSE**

*pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR**

*de*

**L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE**

**D'ARTS ET MÉTIERS**

**Spécialité : Mécanique**

*présentée et soutenue publiquement*

*par*

**Thomas LE GARREC**

le 23 Octobre 2008

**SIMULATION DIRECTE DU BRUIT DE BORD DE FUITE D'UN  
PROFIL PAR UNE MÉTHODE MULTI DOMAINES.**

devant le jury composé de :

<b>M. Christophe BAILLY</b>	Professeur à l'ECL, Ecully.....	Président
<b>M. Loïc BOUDET</b>	Responsable scientifique à la DGA, Paris.....	Invité
<b>M. Pierre COMTE</b>	Professeur à l'ENSMA, Poitiers.....	Rapporteur
<b>M. Christophe CORRE</b>	Professeur à l'ENSE3, Grenoble.....	Directeur de thèse
<b>M. Xavier GLOERFELT</b>	Maître de conférences à Arts et Métiers ParisTech ..	Co-directeur de thèse
<b>M. Eric MANOHA</b>	Ingénieur de recherche ONERA, Châtillon.....	Examineur
<b>M. Christopher K.W. TAM</b>	Professeur à Florida State University, Tallahassee	Rapporteur
<b>M. Christian TENAUD</b>	Chargé de Recherche CNRS, Orsay.....	Examineur

**Laboratoire de Simulation Numérique en Mécanique des Fluides**

**ENSAM – CER de Paris**

L'ENSAM est un Grand Établissement dépendant du Ministère de l'Éducation Nationale, composé de huit centres :  
AIX-EN-PROVENCE ANGERS BORDEAUX CHÂLONS-EN-CHAMPAGNE CLUNY LILLE METZ PARIS



# Remerciements

*Ce travail de thèse, qui a débuté en Octobre 2005, s’est déroulé au sein du laboratoire de Simulation NUMérique en MEcaniques des Fluides (SINUMEF) de l’école Arts et Métiers ParisTech.*

*Je tiens tout d’abord à remercier mes directeurs de thèse, Xavier Gloerfelt et Christophe Corre, pour leur soutien tout au long de cette thèse. Je remercie tout particulièrement Xavier Gloerfelt d’avoir partager avec moi sa grande expérience en aéroacoustique. Je remercie Christophe Bailly d’avoir accepté d’être le Président de mon jury, et d’avoir examiné mes travaux. Je remercie Christopher K.W. Tam et Pierre Comte de m’avoir fait l’honneur d’être les rapporteurs de cette thèse, pour le prestige de leurs appréciations et les remarques qu’ils ont formulées sur mes travaux. Je remercie Christian Tenaud et Eric Manoha d’avoir accepté de juger mon travail et d’être membres du jury. Enfin, je remercie la Direction Générale de l’Armement (DGA) pour avoir financé mes travaux de thèse durant ces trois années. Je suis reconnaissant envers Loic Boudet, mon responsable scientifique auprès de la DGA, d’avoir accepté d’être membre invité du jury. Je le remercie aussi de nous avoir reçu et fait visiter le Bassin d’essais de carènes situé à Val-de-Reuil.*

*La plupart des simulations numériques présentées dans ce manuscrit ont été réalisées à l’aide de moyens informatiques mis à notre disposition par l’IDRIS (Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique).*

*Je remercie aussi l’ONERA/DSNA et l’ONERA/GMT de nous avoir permis de participer au programme de mesures expérimentales EXAVAC. La mise en oeuvre opérationnelle de systèmes de mesures dans la soufflerie CEPRA a été rendue possible par un projet SESAME, financé par la région Ile de France, l’ONERA et l’ENSAM en 2005 et 2006. Je remercie Eric Manoha et Saloua Ben Khelil pour les discussions que nous avons eu sur les simulations numériques du bruit de profil à grand nombre de Reynolds. Je tiens aussi à remercier Jean Bulté pour le temps passé à effectuer les mesures expérimentales et à dépouiller la base de données EXAVAC.*

*Je voudrais aussi remercier l’ensemble des personnes du laboratoire SINUMEF pour les échanges fructueux et l’ambiance détendue qui m’a accompagné durant ces trois années de thèse. Je salue notamment mon collègue de bureau Patrick Kuszla, avec qui je ne pourrais plus effectuer les mots fléchés. Je souhaite aussi bonne continuation aux doctorants ou post-doctorants pour la suite de leur travail.*

*Enfin, je remercie ma famille et mes amis pour leur soutien tout au long de cette thèse ainsi que pour leur présence lors de ma soutenance.*





# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 Méthodes numériques pour l'aéroacoustique</b>	<b>13</b>
1.1 Equations résolues . . . . .	13
1.2 Schémas de discrétisation spatiale . . . . .	14
1.2.1 Différences finies standards sur $2N + 1$ points d'ordre $2N$ . . . . .	15
1.2.2 Schémas optimisés . . . . .	15
1.3 Filtrage sélectif . . . . .	16
1.3.1 Filtres standards sur $2N + 1$ points d'ordre $2N$ . . . . .	17
1.3.2 Filtres optimisés . . . . .	18
1.4 Schémas d'avancement temporel . . . . .	19
1.4.1 Critères de stabilité . . . . .	19
1.4.1.1 Critère CFL . . . . .	19
1.4.1.2 Critère visqueux . . . . .	19
1.4.2 Schémas de Runge-Kutta . . . . .	19
1.4.2.1 Schémas de Runge-Kutta standards . . . . .	20
1.4.2.2 Schémas de Runge-Kutta linéaires à stockage réduit . . . . .	20
1.4.2.3 Schémas de Runge-Kutta optimisés . . . . .	21
1.4.3 Méthodes linéaires multi niveaux . . . . .	22
1.4.3.1 Schémas BDF explicites . . . . .	23
1.4.3.2 Schémas d'Adams-Bashforth standards . . . . .	23
1.4.3.3 Schémas d'Adams-Bashforth optimisés . . . . .	24
1.4.4 Comparaison des schémas explicites d'intégration temporelle . . . . .	25
1.4.4.1 Stabilité des schémas . . . . .	25
1.4.4.2 Problème d'advection scalaire d'un paquet d'onde . . . . .	28
1.4.5 Choix du schéma d'avancement temporel . . . . .	33
1.5 Conditions aux limites . . . . .	33
1.5.1 Conditions de paroi . . . . .	33
1.5.1.1 Condition «aérodynamique» . . . . .	33
1.5.1.2 Condition de Tam et Dong . . . . .	33
1.5.2 Conditions de rayonnement de Tam et Dong . . . . .	34
1.5.3 Conditions de Tam et Dong pour une sortie de fluide . . . . .	35
1.5.4 Elaboration d'une zone éponge . . . . .	36
1.5.5 Condition d'entrée fluctuante . . . . .	36
1.5.6 Advection d'une rafale en champ libre . . . . .	37
1.5.6.1 Schémas numériques utilisés . . . . .	37

1.5.6.2	Définition du gust . . . . .	37
1.5.6.3	Convection du gust . . . . .	37
1.5.6.4	Conclusion . . . . .	42
1.6	Transformation de coordonnées . . . . .	44
1.6.1	Equations en coordonnées curvilignes . . . . .	44
1.6.2	Cas particulier des équations de Navier-Stokes en 2D . . . . .	46
1.6.3	Instabilités numériques dues à la transformation de coordonnées . . . . .	47
1.6.4	Validation de l'utilisation des métriques sous la forme conservative . . . . .	47
1.7	Simulations des grandes échelles . . . . .	50
1.7.1	Approches traditionnelles . . . . .	50
1.7.2	Limitations des modèles de viscosité turbulente . . . . .	51
1.7.3	Quelques développements récents . . . . .	52
1.7.4	Approche retenue pour le présent travail . . . . .	54
1.8	Validation de la transformation de coordonnées . . . . .	55
1.8.1	Réflexion d'une impulsion sur une paroi solide . . . . .	55
1.8.1.1	Réflexion en maillage cartésien . . . . .	55
1.8.1.2	Réflexion en maillage non cartésien . . . . .	57
1.8.2	Diffraction d'une source harmonique par un cylindre . . . . .	59
1.8.2.1	Source compacte . . . . .	60
1.8.2.2	Source non compacte . . . . .	61
1.8.2.3	Conclusion . . . . .	63
1.8.3	Bruit d'un cylindre en écoulement . . . . .	63
1.9	Conclusion . . . . .	67
<b>2</b>	<b>Bruit de bord d'attaque d'un profil : interaction gust/airfoil</b>	<b>69</b>
2.1	Problématique . . . . .	69
2.2	Maillages et paramètres numériques . . . . .	70
2.3	Contributions précédentes . . . . .	72
2.4	Cas du profil symétrique avec $k = 0.1$ . . . . .	73
2.4.1	Champ aérodynamique . . . . .	73
2.4.2	Champ acoustique . . . . .	75
2.4.3	Conclusion . . . . .	76
2.5	Cas du profil symétrique avec $k = 1$ . . . . .	79
2.5.1	Champ aérodynamique . . . . .	79
2.5.2	Champ acoustique . . . . .	81
2.6	Cas du profil symétrique avec $k = 2$ . . . . .	84
2.6.1	Champ aérodynamique . . . . .	84
2.6.2	Champ acoustique . . . . .	85
2.7	Cas du profil symétrique avec $k = 3$ . . . . .	88
2.7.1	Champ aérodynamique . . . . .	88
2.7.2	Champ acoustique . . . . .	88
2.8	Conclusions . . . . .	91

<b>3</b>	<b>Méthode multi échelles multi pas de temps</b>	<b>93</b>
3.1	Introduction . . . . .	93
3.2	Algorithme numérique . . . . .	94
3.2.1	Equations résolues et transformation de coordonnées . . . . .	94
3.2.2	Schéma d'avancement temporel explicite . . . . .	95
3.2.2.1	Schéma d'Adams-Bashforth optimisé au temps $(n + 1)$ . . . . .	95
3.2.2.2	Schéma d'Adams-Bashforth optimisé au temps $(n + 1/2)$ . . . . .	96
3.2.2.3	Remarque sur l'utilisation des schémas d'Adams-Bashforth . . . . .	97
3.2.3	Schémas aux différences finies pour le traitement des interfaces . . . . .	97
3.2.4	Schémas d'interpolation multi dimensionnelle . . . . .	99
3.2.4.1	Méthodes d'interpolation pour des contraintes d'ordre seules . . . . .	100
3.2.4.2	Optimisation dans l'espace des nombres d'onde . . . . .	101
3.2.4.3	Méthode d'interpolation combinant l'optimisation dans l'espace des nombres d'onde et les contraintes d'ordre . . . . .	103
3.2.4.4	Comparaison des interpolations multi dimensionnelle pour différentes molécules d'interpolation . . . . .	104
3.2.5	Filtrage spatial . . . . .	108
3.2.6	Conclusion . . . . .	109
3.3	Cas tests de validation . . . . .	110
3.3.1	Propagation d'une impulsion acoustique gaussienne . . . . .	110
3.3.2	Convection d'un tourbillon en écoulement uniforme . . . . .	110
3.3.3	Propagation d'une source harmonique . . . . .	113
3.4	Conclusion . . . . .	114
<b>4</b>	<b>Bruit de bord de fuite d'un profil à bas nombre de Reynolds</b>	<b>115</b>
4.1	Bruit d'un profil NACA0012 en 2D à faible nombre de Reynolds . . . . .	116
4.1.1	Configuration étudiée . . . . .	116
4.1.2	Conditions aux limites . . . . .	116
4.1.3	Grilles de calculs . . . . .	117
4.1.4	Réalisation d'une convergence en maillage . . . . .	119
4.1.5	Influence des conditions aux limites en champ lointain . . . . .	120
4.1.6	Effets du filtrage sur la solution numérique . . . . .	122
4.1.7	Effet de l'angle d'attaque sur l'aérodynamique et le champ acoustique . . . . .	123
4.1.7.1	Écoulement et champ acoustique . . . . .	123
4.1.7.2	Capteurs de pression . . . . .	131
4.2	Conclusion . . . . .	135
<b>5</b>	<b>Bruit de bord de fuite d'un profil à nombre de Reynolds modéré</b>	<b>137</b>
5.1	Introduction . . . . .	137
5.2	Bruit tonal d'un profil NACA0012 en 2D . . . . .	138
5.2.1	Configuration étudiée . . . . .	142
5.2.2	Maillage et méthodes numériques . . . . .	142
5.2.3	Etude du bruit tonal . . . . .	143
5.2.4	Champs instantanés . . . . .	152
5.2.5	Champs moyens . . . . .	155
5.2.6	Conclusion . . . . .	155

5.3	Effets du confinement expérimental . . . . .	156
5.3.1	Caractéristiques du calcul . . . . .	157
5.3.2	Résultats aérodynamiques . . . . .	159
5.3.3	Résultats acoustiques . . . . .	163
5.3.4	Conclusion sur le confinement expérimental . . . . .	167
5.4	Conclusion . . . . .	167
<b>6</b>	<b>Bruit de bord de fuite d'un profil à grand nombre de Reynolds</b>	<b>169</b>
6.1	Programme de mesure EXAVAC . . . . .	172
6.2	Configuration étudiée . . . . .	176
6.3	Maillage et paramètres du calcul . . . . .	176
6.4	Déclenchement de la couche limite . . . . .	179
6.5	Champs instantanées . . . . .	181
6.6	Champs moyens . . . . .	186
6.6.1	Coefficient de pression pariétale . . . . .	186
6.6.2	Profils de couche limite sur l'extrados . . . . .	187
6.6.3	Profils moyens dans le sillage . . . . .	188
6.7	Intensités turbulentes . . . . .	189
6.8	Champ acoustique . . . . .	190
6.9	Conclusion . . . . .	192
	<b>Conclusion</b>	<b>193</b>

# Introduction

L'aéroacoustique étudie le bruit d'origine aérodynamique et a connu un fort développement depuis la deuxième moitié du XX<sup>ème</sup> siècle. Dans le cadre de la réduction des nuisances sonores aux abords des aéroports, les aviateurs s'efforcent de diminuer le bruit des avions. Les deux composantes principales de ce bruit sont le bruit aérodynamique dû au bruit de cellule (*airframe noise* en anglais) et le bruit des moteurs. En phase de décollage, le bruit des réacteurs domine le bruit de cellule, tandis qu'en phase d'atterrissage les deux composantes sont quasiment égales. De nombreux auteurs se sont intéressés au bruit de cellule et plus particulièrement au bruit de profil. Quand on parle de profil, on pense aussi bien aux profils simples qu'aux profils complets avec volets hypersustentateurs. Mais il faut bien admettre que l'analyse du bruit généré par un profil complet est d'une bien plus grande complexité que l'analyse d'un profil dit «académique» seul. En effet, l'analyse d'un profil complet nécessite de prendre en compte la présence de multiples profils et des nombreuses interactions fluide/structure. Ainsi, l'étude des mécanismes de génération sonore a surtout été effectuée numériquement et expérimentalement sur des profils simples.

Le bruit de profil d'origine aérodynamique se divise en deux grandes composantes : le bruit de bord d'attaque et le bruit de bord de fuite. Le bruit de bord de fuite peut être dû à plusieurs mécanismes : la diffraction des structures turbulentes contenues dans les couches limites par le bord de fuite, la présence d'une allée tourbillonnaire dans le sillage, l'existence d'un décollement de la couche limite qui s'accompagne d'un lâcher de structures tourbillonnaires et la génération d'une allée tourbillonnaire pour un bord de fuite tronqué. Chacun de ses mécanismes va donner au spectre de pression acoustique des caractéristiques propres. Par exemple, la diffraction des structures turbulentes par un bord de fuite produit une composante large bande. Une allée tourbillonnaire force l'apparition d'un mode discret dans le spectre de pression. Un profil placé dans un écoulement amont uniforme engendre uniquement du bruit de bord de fuite. Par contre, lorsqu'il est placé dans un écoulement turbulent, du bruit de bord d'attaque est généré. Ce bruit est dû à l'interaction des structures turbulentes avec le profil. Les bruits de bord d'attaque et de fuite peuvent se produire en même temps, dans ce cas l'intensité du bruit de bord d'attaque est supérieure.

L'étude du bruit de profil a été menée à l'aide de campagnes expérimentales de mesures ou par simulations numériques. Les campagnes expérimentales aéroacoustiques diffèrent des campagnes purement aérodynamiques par le fait que la grandeur à mesurer, en l'occurrence les fluctuations de pression, est de faible amplitude. Ainsi, les moyens expérimentaux à mettre en oeuvre sont lourds pour que le champ acoustique rayonné par le profil ne soit pas masqué par le bruit de fond ou de fonctionnement de la soufflerie. On comprend mieux pourquoi les bases de données expérimentales aéroacoustiques sont si rares. On peut tout de même citer les travaux de Brooks et Hodgson [24] en 1981 qui ont réalisé des mesures au sein de la soufflerie anéchoïque du NASA Langley Research Center. Plus récemment, Lee et Kang [111] et Sagrado *et al.* [147] ont caractérisé les champs aérodynamique et acoustique autour d'un profil académique.

En ce qui concerne les simulations numériques du bruit de profil, deux stratégies de calculs sont cou-

ramment utilisées en CAA (*Computational AeroAcoustics*). La première stratégie consiste à réaliser un calcul direct ou DNC (*Direct Noise Computation* en anglais) et ainsi à obtenir lors d'un même calcul les champs aérodynamique et acoustique. La deuxième stratégie consiste à utiliser une méthode hybride, c'est-à-dire à réaliser un calcul aérodynamique puis à obtenir le champ acoustique par une méthode analogique par exemple. Les méthodes hybrides sont des méthodes largement utilisées par la communauté CAA. Le principal intérêt est qu'elles ne nécessitent pas le développement de nouvelles méthodes numériques et permettent la réutilisation des codes CFD (*Computational Fluid Dynamics*) déjà existants. Les analogies acoustiques sont basées sur les travaux de Lighthill [116, 117]. Une réécriture astucieuse des équations de Navier-Stokes permet de faire apparaître dans l'un des membres une équation de propagation, tandis que l'autre membre comporte ce que l'on appelle les termes sources. Les termes sources sont évalués par le code CFD et l'analogie fournit le champ acoustique rayonné. Toute la difficulté d'une analogie réside dans l'évaluation des termes sources, la délimitation spatiale des sources au sein de l'écoulement et les effets de troncature numérique aux frontières de ces zones. Les travaux de Curle [37] sont une extension de la théorie générale de Lighthill et ont permis de prendre en compte l'influence de parois solides. L'effet du mouvement des surfaces a été étudié par Ffowcs Williams et Hawkings [55].

Intéressons nous plus particulièrement au calcul direct. Il présente l'avantage de pouvoir étudier les mécanismes de génération sonore puisque nous disposons de l'ensemble des données aérodynamique et acoustique. L'une des principales limitations de la DNC provient de la grande disparité d'échelles entre les fines échelles de la turbulence et la longueur d'onde du champ acoustique. Cette grande disparité d'échelles impose de nombreuses contraintes sur le maillage de calcul, celui-ci devant être capable de capter à la fois les structures turbulentes et le champ acoustique. Le maillage doit aussi s'étendre sur plusieurs cordes afin d'inclure plus d'une longueur d'onde du champ acoustique. Ainsi les maillages nécessaires pour réaliser des DNC comportent généralement un très grand nombre de points. Les DNC actuelles comportent entre  $10 \times 10^6$  et  $200 \times 10^6$  points. De plus, la DNC d'un écoulement autour d'un profil 3D requiert des ressources de calculs qui s'approchent des limites actuelles des supercalculateurs. Le développement des plateformes de calcul massivement multi parallèles est aujourd'hui l'une des alternatives explorées pour la réalisation de très gros calculs. Afin de répondre à un besoin croissant en moyen de calcul de la part des utilisateurs, l'IDRIS (Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique) vient d'acquérir en 2008 une machine à 40 960 cœurs. La DNC nécessite aussi le développement de méthodes numériques d'ordre élevé. En effet, le niveau du champ acoustique est de plusieurs ordres inférieur aux fluctuations aérodynamiques. Les méthodes numériques doivent être «propres», c'est-à-dire minimiser les erreurs de dispersion et de dissipation. Tam et Webb [180] ont été les premiers à introduire la notion de schéma DRP (*Dispersion Relation Preserving*). Cette méthode consiste à calculer les coefficients des schémas aux différences finies non pas en utilisant des développements en série de Taylor, mais en minimisant une erreur dans l'espace des nombres d'onde. L'utilisation de tels schémas présente de nombreux avantages. Tout d'abord, ils sont adaptés à la propagation des ondes acoustiques. Ensuite un schéma DRP sur  $2N + 1$  points a le même coût de calcul qu'un schéma standard d'ordre  $2N$ . Enfin, du fait du caractère élevé du schéma, on peut déraffiner légèrement le maillage de calcul tout en conservant une bonne résolution spatiale. Au lieu d'avoir recours aux schémas DRP, on peut aussi utiliser des schémas compacts [112] qui vont permettre de réduire le stencil du schéma. L'utilisation de schémas d'ordre élevé n'est pas l'unique solution permettant de propager une onde. Une méthode numérique d'ordre 2 couplée à une intégration temporelle du premier ordre peut être utilisée pour propager une onde acoustique à condition de discrétiser cette onde par un grand nombre de points. Cette méthode sera moins cher par itération, mais étant donné que le maillage de calcul comptera beaucoup plus

de points, elle coûtera plus chère au final que l'utilisation d'un schéma DRP. Le développement de schémas numériques de discrétisation spatiale doit aussi s'accompagner d'un avancement temporel qui présente des propriétés de faibles dissipation et dispersion.

En dépit de toutes les limitations inhérentes à la DNC, elle a été appliquée avec succès dans de nombreux champs d'applications. Gloerfelt et Lafon ont calculé le bruit généré par un diaphragme [70]. Bogey et Bailly [15] et Freund [57] se sont intéressés au bruit de jet. Le bruit rayonné par des cavités ouvertes a été étudié par Gloerfelt [68] et Larchevêque *et al.* [108]. Colonius et Lele [35] ont effectué en 2004 une revue de l'ensemble de la CAA qui présente un large panel de méthodes numériques couramment usitées ainsi que leurs domaines d'application. Un nombre croissant d'auteurs se sont intéressés au bruit de profil, que ce soit en 2-D [176, 80, 45, 109, 150] ou en 3-D [124, 189, 53, 181, 128, 149, 110]. L'ensemble de ces auteurs ont mis en oeuvre des méthodes hybrides ou ont effectué des calculs directs.

## Objectif de la thèse

L'objectif de cette thèse est de développer un outil 3D d'analyse des mécanismes de génération de bruit pour des tronçons d'aile placés dans des écoulements à grand nombre de Reynolds. Cette thèse s'inscrit dans le prolongement des travaux de Xavier Gloerfelt [67, 68], qui a appliqué la DNC dans de nombreuses configurations cartésiennes. La réalisation de DNC autour de géométries plus complexes, telles que des profils d'ailes, nécessite le passage du code cartésien en curviligne. Des vérifications sont à effectuer afin d'assurer que ce passage en curviligne ne dégrade pas la qualité de l'algorithme numérique. L'utilisation d'un tel code de calcul ne se limite pas au seul traitement d'écoulements autour de profils, mais permet aussi de traiter tout type de géométrie arrondie. Nous avons décidé d'utiliser des méthodes numériques similaires à celles mises en oeuvre par Xavier Gloerfelt. De plus, la réalisation de simulations numériques aéroacoustiques autour de profils d'aile à haut nombre de Reynolds nécessite le développement d'une stratégie de calcul permettant de diminuer le nombre de points et donc le coût CPU. Ce travail fait aussi l'objet d'une collaboration avec l'ONERA dans le cadre d'un projet SESAME financé par la région Ile-de-France. Cette collaboration nous permet de disposer d'une base de données expérimentale indispensable à la validation des simulations numériques. A travers ce programme expérimental, l'ONERA avait pour but de constituer une base de données aéroacoustique complète pour permettre la validation de ses stratégies de calcul.

## Organisation du mémoire

Le mémoire comporte deux grandes parties : d'une part, le développement de méthodes numériques pour l'aéroacoustique ; d'autre part, des simulations du bruit généré par l'écoulement autour d'un profil. Il suit le plan suivant.

Dans un premier chapitre, nous détaillons le passage du code cartésien en curviligne ainsi que les méthodes numériques mises en oeuvre pour résoudre les équations de Navier-Stokes. Le développement de ces méthodes numériques s'accompagne de cas tests acoustiques et visqueux afin de les valider. Ces cas tests mettent aussi en évidence la précision des solutions numériques obtenues par rapport aux solutions analytiques ou de référence.

Le bruit de bord d'attaque généré par une interaction gust/airfoil est détaillé dans le deuxième chapitre. L'existence de nombreuses références bibliographiques sur ce problème nous permet d'effectuer



des comparaisons fines. Ce chapitre constitue le premier des quatre chapitres dévolu à l'étude du bruit de profil.

La mise en place d'une stratégie multi échelles multi pas de temps permettant de réduire le coût des simulations numériques est ensuite expliquée dans un troisième chapitre. Cette stratégie est inspirée des travaux de Tam et Kurbatskii [177] et est ici étendue en maillage curviligne. Nous nous attardons plus spécifiquement sur le traitement des interfaces entre les différents blocs afin de conserver la notion d'ordre élevé de l'algorithme de calcul. La faisabilité de la méthode multi échelles multi pas de temps est vérifiée au travers de plusieurs cas tests.

Le calcul du bruit de bord de fuite généré par un profil NACA0012 à faible nombre de Reynolds (5 000) est traité dans le chapitre quatre à l'aide de la méthode multi échelles multi pas de temps décrite dans le chapitre trois. Cette simulation permet à la fois de montrer l'intérêt de cette méthode numérique et de réaliser notre premier cas de bruit de bord de fuite. Une analyse détaillée de l'effet de l'angle d'attaque du profil sur les champs aérodynamique et acoustique est réalisée.

Parmi les mécanismes de génération de bruit, le mécanisme de bruit tonal peut se rencontrer dans des configurations avec des nombres de Reynolds modérés. La génération de bruit tonal par un profil NACA0012 à Reynolds  $2 \times 10^5$  est étudiée dans le chapitre cinq. Une discussion sur les conditions nécessaires à la présence du bruit tonal est réalisée. Ce chapitre contient aussi une étude numérique 3D de l'influence du confinement expérimental, créé par les parois d'une soufflerie, sur les champs aérodynamique et acoustique autour d'un profil NACA0018 à Reynolds  $1.6 \times 10^5$ .

Le sixième et dernier chapitre du mémoire est consacré au bruit de bord de fuite d'un profil NACA0012 tronqué à grand nombre de Reynolds ( $2.32 \times 10^6$ ). Afin de mener cette simulation, la méthode multi échelles multi pas de temps est utilisée. Une comparaison des résultats des simulations des grandes échelles est effectuée avec la base de données expérimentale EXAVAC.

# Chapitre 1

## Méthodes numériques d'ordre élevé pour la simulation en aéroacoustique

Dans cette thèse, nous avons décidé de réaliser des calculs directs c'est à dire d'obtenir lors d'un même calcul les champs aérodynamique et acoustique. L'obtention d'un champ acoustique propre impose l'utilisation de méthodes numériques spécifiques. En effet, dans la plupart des configurations que nous allons étudier, les fluctuations du champ acoustique sont de un à plusieurs ordres inférieures aux fluctuations de pression aérodynamique. Afin de ne pas dissiper ces faibles fluctuations de pression, la méthode numérique employée doit être faiblement dissipative. Elle doit aussi être capable de propager le champ acoustique en champ lointain sans distorsion. Les simulations aéroacoustiques directes nécessitent donc des schémas spatiaux et temporels faiblement dissipatifs et dispersifs. Nous présenterons dans ce chapitre l'ensemble des méthodes numériques que nous utiliserons par la suite pour étudier le bruit de profil. Ce chapitre contient aussi un certain nombre de cas tests qui permettent de valider les différents choix numériques effectués.

### 1.1 Equations résolues

Les équations de Navier-Stokes en formulation conservative pour un maillage cartésien  $(x, y, z)$  s'écrivent <sup>†</sup> :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} = 0 \quad (1.1)$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T \\ \mathbf{F} &= \mathbf{F}_e - \mathbf{F}_\nu + q_x \\ \mathbf{G} &= \mathbf{G}_e - \mathbf{G}_\nu + q_y \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_e - \mathbf{H}_\nu + q_z \end{aligned}$$

où l'indice  $e$  correspond à la partie Euler et l'indice  $\nu$  à la partie visqueuse des flux.  $q_x$ ,  $q_y$  et  $q_z$  correspondent aux trois composantes du flux de chaleur définies par  $q_\alpha = -(\mu c_p / \sigma)(\partial T / \partial \alpha)$  où  $\mu$  est la viscosité dynamique moléculaire,  $\sigma$  est le nombre de Prandtl et  $c_p$  le coefficient de chaleur

---

<sup>†</sup>Tout au long du manuscrit, le repère cartésien sera noté indifféremment  $(x, y, z)$  ou  $(x_1, x_2, x_3)$ , par souci de clarté ou de commodité. De même, le vecteur vitesse pourra être noté  $(u, v, w)$  ou  $(u_1, u_2, u_3)$

spécifique à pression constante. Les flux convectifs  $\mathbf{F}_e$ ,  $\mathbf{G}_e$  et  $\mathbf{H}_e$  et les flux visqueux  $\mathbf{F}_\nu$ ,  $\mathbf{G}_\nu$  et  $\mathbf{H}_\nu$  sont donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_e &= \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho E + p)u \end{pmatrix} & \mathbf{F}_\nu &= \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} \end{pmatrix} \\
 \mathbf{G}_e &= \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho E + p)v \end{pmatrix} & \mathbf{G}_\nu &= \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} \end{pmatrix} \\
 \mathbf{H}_e &= \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho E + p)w \end{pmatrix} & \mathbf{H}_\nu &= \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

$\rho$ ,  $p$ ,  $u$ ,  $v$  et  $w$  étant respectivement la masse volumique, la pression et les composantes horizontale, verticale et transversale de la vitesse.  $E$  représente l'énergie interne totale définie par :

$$E = p/[(\gamma - 1)\rho] + (u^2 + v^2 + w^2)/2,$$

le système étant fermé par l'équation des gaz parfaits :

$$p = \rho r T,$$

où  $T$  représente la température et  $r$  la constante des gaz parfaits. Les composantes du tenseur des déformations sont celles d'un fluide newtonien :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)$$

La viscosité dynamique est déterminée à partir de la loi de Sutherland.

## 1.2 Schémas de discrétisation spatiale

Pour l'évaluation des dérivées spatiales qui interviennent dans les équations, on a besoin de schémas très précis qui minimisent la dispersion (erreur de phase) et la dissipation (erreur d'amplitude) des ondes acoustiques afin de préserver leur nature durant la propagation. On utilise généralement des différences finies centrées d'ordre élevé qui sont par construction non dissipatives. L'utilisation de telles dérivées permet d'obtenir une erreur de discrétisation très faible. Ces schémas sont optimisés dans l'espace de Fourier : on minimise l'erreur sur une large bande de nombres d'onde afin d'utiliser au mieux la discrétisation (c'est-à-dire le maillage) choisi.

L'objectif est de maîtriser la limite de résolubilité du maillage afin de connaître la coupure entre les nombres d'onde résolus et non résolus.

### 1.2.1 Différences finies standards sur $2N + 1$ points d'ordre $2N$

Une dérivée spatiale  $\partial f / \partial x$  est approximée par :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-N}^N a_j [f(x_0 + j\Delta x)] = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=1}^N a_j [f(x_0 + j\Delta x) - f(x_0 - j\Delta x)] \quad \text{où} \quad a_j = -a_{-j} \quad (1.3)$$

On annule les termes du développement de Taylor de  $f$  jusqu'à l'ordre  $\Delta x^{2N-1}$  inclus :

$$\begin{aligned} f(x_0 + j\Delta x) &= f(x_0) + j\Delta x f'(x_0) + \frac{(j\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(j\Delta x)^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{(j\Delta x)^4}{4!} f^{(4)}(x_0) + \dots \\ f(x_0 - j\Delta x) &= f(x_0) - j\Delta x f'(x_0) + \frac{(j\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) - \frac{(j\Delta x)^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{(j\Delta x)^4}{4!} f^{(4)}(x_0) + \dots \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=1}^N a_j \left[ 2j\Delta x f'(x_0) + \frac{2j^3\Delta x^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{2j^5\Delta x^5}{5!} f^{(5)}(x_0) + \frac{2j^7\Delta x^7}{7!} f^{(7)}(x_0) + \dots \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N 2ja_j = 1 \\ \sum_{j=1}^N j^3a_j = 0 \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^N j^{2N-1}a_j = 0 \end{array} \right. \quad N \text{ relations} \quad \rightarrow \quad \text{ordre } 2N$$

#### Analyse dans l'espace de Fourier

En effectuant la transformée de Fourier de (1.3), on définit un nombre d'onde effectif du schéma aux différences finies  $k^*$  :

$$k^*\Delta x = 2 \sum_{j=1}^N a_j \sin(jk\Delta x)$$

L'erreur de dispersion est donnée par  $|k^*\Delta x - k\Delta x| / \pi$ . Le nombre d'onde effectif des schémas standards est tracé sur la figure 1.1 ainsi que l'erreur de dispersion.

### 1.2.2 Schémas optimisés

La résolution est soignée pour minimiser une erreur de dispersion plutôt que maximiser un ordre au sens des séries de Taylor. Ce type d'optimisation est appelé DRP (*Dispersion Relation Preserving*) et a été introduit par Tam & Webb (1993) [180]. Ainsi, on cherche à minimiser l'erreur :

$$E = \int_{\ln(k\Delta x)_l}^{\ln(k\Delta x)_h} |k^*\Delta x - k\Delta x| d(\ln(k\Delta x)) \quad \rightarrow \quad \frac{\partial E}{\partial a_j} = 0$$

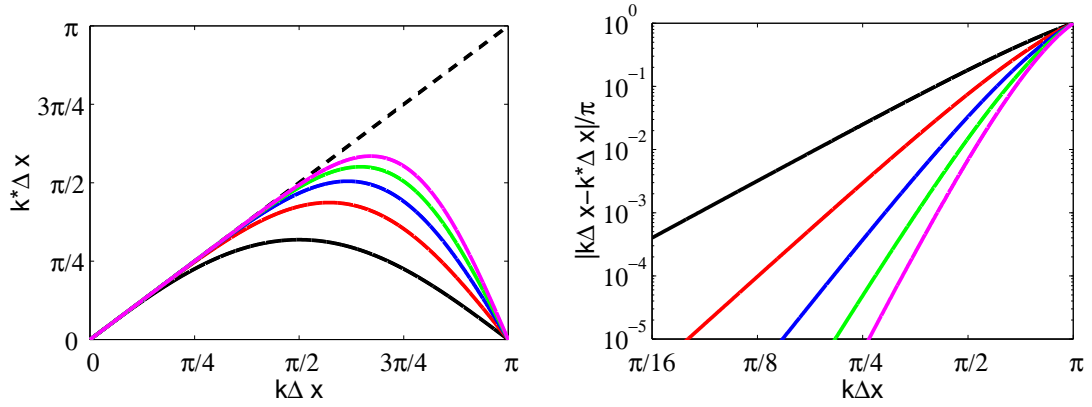


FIG. 1.1 – Caractéristiques des schémas dans l'espace des nombres d'onde. A gauche, on trace le nombre d'onde effectif des schémas standards d'ordre 2 (—), 4 (—), 6 (—), 8 (—), 10 (—) en fonction de  $k\Delta x$ . La relation exacte est fournie par la droite en pointillés. A droite, l'erreur de discrétisation du schéma aux différences finies est représentée avec une échelle logarithmique.

où il faut choisir les 2 limites  $(k\Delta x)_l$  et  $(k\Delta x)_h$ . Pour créer un schéma optimisé sur  $2N + 1$  points d'ordre  $2M$  ( $M < N$ ), on vérifie les  $M$  relations annulant les termes du développement de Taylor jusqu'à  $\Delta x^{2M-1}$  puis on ajoute  $M - N$  relations  $\partial E / \partial a_j = 0$  pour  $j = 1$  à  $M - N$  afin d'obtenir un système de  $N$  équations à  $N$  inconnues  $a_j$ .

**Schéma optimisé sur 11 points à l'ordre 4** On résout le système  $\sum_{j=1}^N 2ja_j = 1$  ;  $\sum_{j=1}^N j^3 a_j = 0$  ;  $\frac{\partial E}{\partial a_1} = 0$  ;  $\frac{\partial E}{\partial a_2} = 0$  ;  $\frac{\partial E}{\partial a_3} = 0$  avec  $(k\Delta x)_l = \pi/16$  et  $(k\Delta x)_h = \pi/2$ . Les coefficients sont donnés dans Bogey et Bailly [18].

L'optimisation du schéma est clairement visible sur la figure 1.2, où l'erreur de dispersion du schéma optimisé sur 11 points est nettement inférieure à celle du schéma standard d'ordre 10 pour des valeurs de  $k\Delta x$  comprises entre  $\pi/4$  et  $\pi/2$ .

### 1.3 Filtrage sélectif

Les oscillations maille à maille (1 point sur 2 soit  $k\Delta x = \pi$ ) ne sont pas résolues par les différences finies centrées. Ces oscillations "parasites" peuvent apparaître au niveau des conditions aux limites, lorsqu'il existe des forts gradients ou des discontinuités et risquent de contaminer la solution. On introduit un filtrage sélectif centré (non dispersif) pour dissiper ces hautes fréquences sans affecter la solution physique :

$$f^{\text{filtré}}(x_0) = f(x_0) - \sigma_d D_f(x_0) \quad \text{avec} \quad 0 \leq \sigma_d \leq 1 \quad \text{et} \quad D_f(x_0) = \sum_{j=-N}^N d_j f(x_0 + j\Delta x)$$

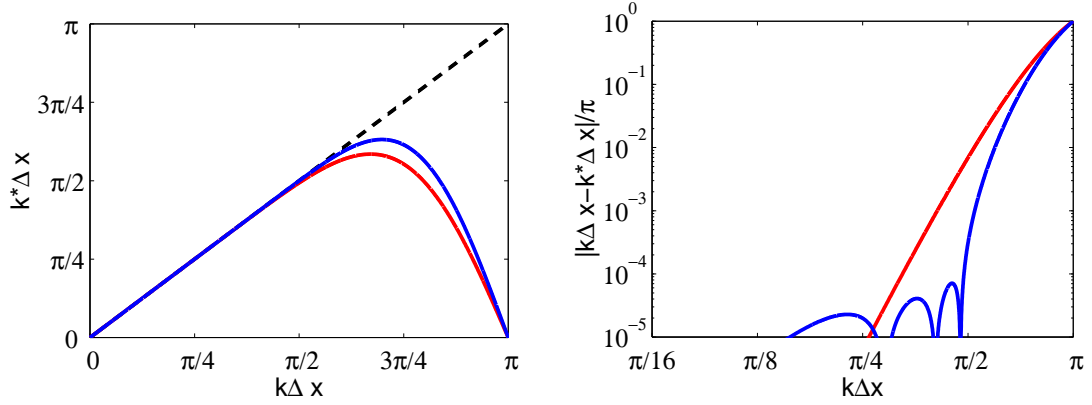


FIG. 1.2 – Caractéristiques des schémas dans l'espace des nombres d'onde. A gauche, on trace le nombre d'onde effectif des schémas standard d'ordre 10 (—) et optimisé d'ordre 4 sur 11 points (—) en fonction de  $k\Delta x$ . La relation exacte est fournie par la droite en pointillés. A droite, l'erreur de discrétisation du schéma aux différences finies est représentée avec une échelle logarithmique.

La fonction d'amortissement du filtre centré est :

$$D_k(k\Delta x) = d_0 + \sum_{j=1}^N 2d_j \cos(jk\Delta x)$$

### 1.3.1 Filtres standards sur $2N + 1$ points d'ordre $2N$

On annule les termes du développement de Taylor jusqu'à  $\Delta x^{2N-1}$  inclus

$$\begin{aligned} D_f(x_0) &= d_0 f(x_0) + \sum_{j=1}^N d_j [f(x_0 + j\Delta x) + f(x_0 - j\Delta x)] \\ &= d_0 f(x_0) + \sum_{j=1}^N d_j \left[ 2f(x_0) + j^2 \Delta x^2 f''(x_0) + \frac{2j^4 \Delta x^4}{4!} f^{(4)}(x_0) + \frac{2j^6 \Delta x^6}{6!} f^{(6)}(x_0) + \dots \right] \end{aligned}$$

$$\text{soit } \left\{ \begin{array}{l} d_0 + 2 \sum_{j=1}^N d_j = 0 \\ \sum_{j=1}^N j^2 d_j = 0 \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^N j^{2N-2} d_j = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Dans l'espace de Fourier,} \\ N \text{ relations} + \left( \begin{array}{l} D_k(0) = 0 \Rightarrow d_0 + 2 \sum_{j=1}^N d_j = 0 \\ D_k(\pi) = 1 \Rightarrow d_0 + 2 \sum_{j=1}^N (-1)^j d_j = 1 \end{array} \right) \end{array}$$

Les fonctions d'amortissements des filtres standards sont tracées sur la figure 1.3.

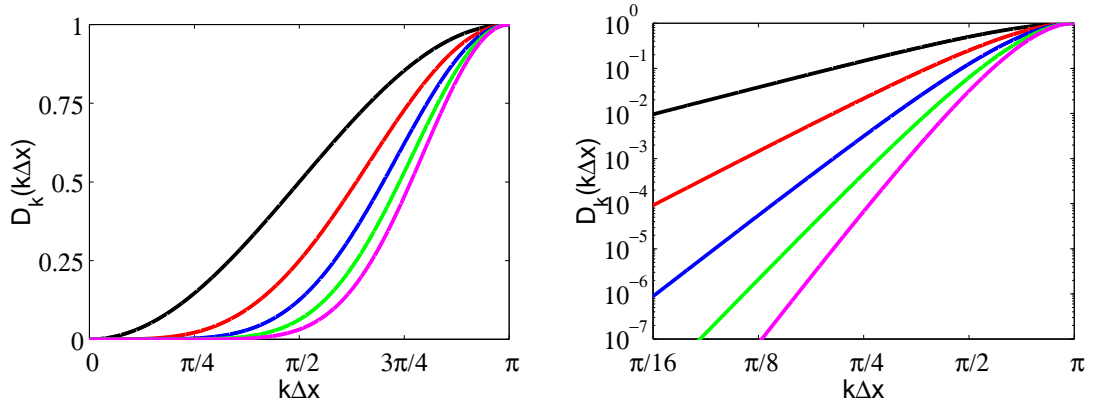


FIG. 1.3 – Caractéristiques des filtres sélectifs dans l'espace des nombres d'onde. A gauche, on trace la fonction de transfert des filtres standards d'ordre 2 (—), 4 (—), 6 (—), 8 (—), 10 (—) en fonction de  $k\Delta x$ . A droite, l'erreur de dissipation du filtre est représentée avec une échelle logarithmique.

### 1.3.2 Filtres optimisés

On choisit de minimiser l'erreur de dissipation :

$$E = \int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} D_k(k\Delta x) d(\ln(k\Delta x))$$

Les coefficients du filtre optimisé sur 11 points sont donnés dans Bogey et Bailly [18]. Le présent filtre est comparé avec le filtre standard d'ordre 10 sur la figure 1.4. On remarque que pour des valeurs de  $k\Delta x$  proche de  $\pi/2$ , l'erreur de dissipation du filtre est bien moindre pour le filtre optimisé. Cependant l'optimisation du filtre augmente légèrement le niveau de dissipation pour les faibles nombres d'onde.

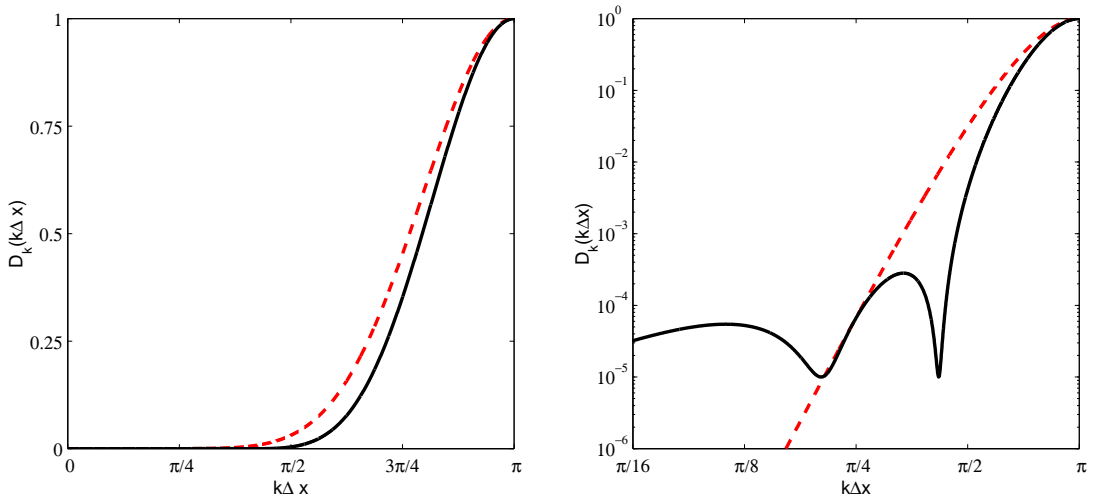


FIG. 1.4 – Caractéristiques des filtres sélectifs dans l'espace des nombres d'onde. A gauche, on trace la fonction de transfert du filtre optimisé sur 11 points Bogey et Bailly [18] (—) et du filtre standard d'ordre 10 (---). A droite, l'erreur de dissipation du filtre est représentée avec une échelle logarithmique.

## 1.4 Schémas d'avancement temporel

Il faut disposer d'un algorithme d'intégration temporelle minimisant les erreurs de dispersion et de dissipation et qui possède une plage de résolution fréquentielle compatible avec celle des schémas spatiaux. Dans cette thèse, nous n'avons mis en oeuvre que des schémas d'avancement temporel explicites.

### 1.4.1 Critères de stabilité

Comme pour toute méthode explicite, l'étude de stabilité de l'algorithme impose que le pas de temps  $\Delta t$  vérifie trois types de critères : le premier lié aux termes convectifs est le critère de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), le deuxième et le troisième liés aux termes visqueux et aux termes de conduction-diffusion correspondent au critère de Fourier.

#### 1.4.1.1 Critère CFL

Cette condition de stabilité impose que la distance parcourue pendant le temps  $\Delta t$  par une perturbation se propageant à la vitesse  $u_i \pm c$  soit en principe inférieure à la distance entre deux points du maillage [82]. En coordonnées cartésiennes, le critère s'écrit donc :

$$\text{CFL} = \Delta t \times \max_i \left[ \frac{|u_i| + c}{\Delta x_i} \right]$$

#### 1.4.1.2 Critère visqueux

De la même façon, il faut respecter un critère de discrétisation spatio-temporelle pour les flux visqueux pour assurer la convergence de l'algorithme. Il s'écrit :

$$C_{\text{visqueux}} = \Delta t \times \max_{i,j} \left[ \frac{\nu}{\Delta x_i \Delta x_j} \right] \leq 2$$

On peut faire deux remarques. D'abord, en pratique, c'est le critère CFL qui sera toujours le plus restrictif. Par exemple, pour un  $(\Delta x_i)_{\min}$  de  $10^{-6}$  m et un nombre de Mach de 0.5, et un nombre de CFL de 1, le critère CFL impose  $\Delta t \leq 1.93 \times 10^{-9}$  s alors que la condition de stabilité visqueuse nécessite  $\Delta t \leq 1.33 \times 10^{-7}$  s. Ensuite, on constate que le pas de temps, imposé par la plus petite maille, sera toujours très faible, ce qui est un des principaux inconvénients des méthodes explicites que l'on utilise.

### 1.4.2 Schémas de Runge-Kutta

Souvent, on utilise une méthode de Runge-Kutta à  $p$  sous-étapes d'ordre élevé et/ou optimisée. Sa forme générale, pour intégrer l'équation  $\partial \mathbf{U} / \partial t = \mathbf{F}(\mathbf{U}, t)$ , s'écrit :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \Delta t \sum_{i=1}^p b_i \mathbf{K}^i \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}^i = \mathbf{F} \left( \mathbf{U}^n + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \mathbf{K}^j, t^n + c_j \Delta t \right)$$



où  $c_i = \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}$  pour  $i = 1, \dots, p$ . L'analyse permettant de déterminer les coefficients pour atteindre un ordre donné repose de nouveau sur le développement de Taylor de  $\mathbf{U}$  :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}(t^n + \Delta t) = \mathbf{U}^n + \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{U}^n, t^n) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Delta t^n}{n!} F^{(n-1)}(\mathbf{U}^n, t^n)$$

avec

$$F^{(1)}(\mathbf{U}^n, t^n) = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} \right|_n \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \right|_n \left. \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right|_n$$

#### 1.4.2.1 Schémas de Runge-Kutta standards

Le plus célèbre est celui d'ordre 4 proposé par Runge (1895) et Kutta (1901) :

$c_i$	$a_{ij}$				
	$b_i$				

0	0				
1/2	1/2				
1/2	0	1/2			
1	0	0	1		
	1/6	1/3	1/3	1/6	

La détermination de l'ordre conditionne en partie sa stabilité. On montre en effet à partir de l'analyse de Fourier du problème  $\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + c \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}$  où  $\mathbf{U} = \hat{\mathbf{U}} e^{ikx}$ , que le facteur d'amplification  $g$  s'écrit :

$$g = \frac{\hat{\mathbf{U}}^{n+1}}{\hat{\mathbf{U}}^n} = 1 + \sum_{i=1}^p \gamma_i z^i \quad \text{avec} \quad z = -kc\Delta t$$

Pour  $p \leq 6$  :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \sum b_i & \gamma_3 &= \sum b_i a_{ij} c_j & \gamma_5 &= \sum b_i a_{ij} a_{jk} a_{kl} c_l \\ \gamma_2 &= \sum b_i c_i & \gamma_4 &= \sum b_i a_{ij} a_{jk} c_k & \gamma_6 &= \sum b_i a_{ij} a_{jk} a_{kl} a_{lm} c_m \end{aligned}$$

Le facteur d'amplification exact est :

$$g_e = e^{iz} = 1 + iz + \frac{1}{2}(iz)^2 + \frac{1}{6}(iz)^3 + \frac{1}{24}(iz)^4 + \dots$$

#### 1.4.2.2 Schémas de Runge-Kutta linéaires à stockage réduit

Pour obtenir des schémas nécessitant peu de stockage, on impose  $b_p = 1$  et  $b_i = 0$  pour  $i = 1, \dots, p-1$  [88]. Les seuls  $a_{ij}$  non nuls sont les  $a_{ii-1}$ . Le schéma s'écrit :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + b_p K^p \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}^i = \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{U}^n + \alpha_{i-1} \mathbf{K}^{i-1}, t^n + c_i \Delta t)$$

en posant  $\alpha_i = a_{ii-1}$  et  $\alpha_0 = 0$ . Pour un opérateur linéaire,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^1 &= \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} \\ \mathbf{K}^2 &= \Delta t \mathbf{F} \left( \mathbf{U}^n + \alpha_1 \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} \right) \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} + \Delta t^2 \frac{\partial^2 \mathbf{U}^n}{\partial t^2} \\ &\vdots \\ \mathbf{K}^i &= \sum_{j=1}^i \left( \prod_{l=i-j+1}^{i-1} \alpha_l \right) \Delta t^j \frac{\partial^j \mathbf{U}^n}{\partial t^j} \end{aligned}$$

Le schéma se développe en :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \sum_{j=1}^p \left( \prod_{l=p-j+1}^p \alpha_l \right) \Delta t^j \frac{\partial^j \mathbf{U}^n}{\partial t^j} + o(\Delta t^p) \quad \text{soit} \quad \alpha_{p-i+1} = (i-1)!/i! \quad i \in \{1, \dots, p\}$$

A l'ordre 4, on obtient le tableau de coefficients suivant :

$c_i$	$a_{ij}$	$b_i$	$0$	$0$	$0$	$0$
			$1/4$	$1/4$		
			$1/3$	$0$	$1/3$	
			$1/2$	$0$	$0$	$1/2$
			$0$	$0$	$0$	$1$

Ce schéma est d'ordre 4 en linéaire et 2 en non linéaire.

#### 1.4.2.3 Schémas de Runge-Kutta optimisés

Le facteur d'amplification effectif du schéma s'écrit :

$$g(\omega \Delta t) = \frac{\hat{\mathbf{U}}^{n+1}}{\hat{\mathbf{U}}^n} = 1 + \sum_{j=1}^p \left( \prod_{l=p-j+1}^p \alpha_l \right) (-i\omega \Delta t)^j \quad \text{et} \quad \gamma_j = \left( \prod_{l=p-j+1}^p \alpha_l \right)$$

En choisissant l'optimisation de Hu, Hussaini & Manthey [88], on minimise

$$\int_0^\Gamma |g - g_e|^2 d(\omega \Delta t) = \int_0^\Gamma \left| 1 + \sum_{j=1}^p \gamma_j (-i\omega \Delta t)^j - e^{-i\omega \Delta t} \right|^2 d(\omega \Delta t) \quad \text{et} \quad \Gamma = (\omega \Delta t)_{\max}$$

Avec l'optimisation de Bogey & Bailly [18], on minimise

$$\int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} (1 - |g(\omega \Delta t)|) d(\ln(\omega \Delta t)) + \int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} (|\omega^* \Delta t - \omega \Delta t|/\pi) d(\ln(\omega \Delta t))$$

avec les contraintes :

$$1 - |g| > 0 \quad \text{et} \quad \partial[\ln(1 - |g|)]/\partial[\ln(\omega \Delta t)] \geq -5$$

On s'intéresse au rapport  $g/g_e = re^{-i\varphi}$  et l'on trace le taux d'amplification  $r$  et l'erreur de phase  $\varphi$ . On définit 2 critères pour les erreurs d'amplitude et de phase : le premier critère  $1 - |g| < 5 \times 10^{-4}$  nous donne  $T_a/\Delta t$  et le deuxième critère  $|\omega^* \Delta t - \omega \Delta t|/\pi < 5 \times 10^{-4}$  nous donne  $T_p/\Delta t$ . Le tableau 1.1 nous fournit les valeurs de ces deux critères pour le schéma de Runge Kutta d'ordre 4 et les schémas de Bogey et Bailly [18]. Ces derniers sont plus précis et moins dispersifs que le schéma de Runge Kutta d'ordre 4. On remarque aussi sur la figure 1.5 que le schéma de Hu *et al.* [88] à 6 sous-étapes est instable très rapidement lorsque  $\omega \Delta t$  augmente. Les schémas de Bogey et Bailly [18] offrent le meilleur compromis précision / stabilité. Nous utiliserons par la suite le schéma de Bogey et Bailly [18] avec  $p = 6$ .

schéma	$pT_a/\Delta t$	$pT_p/\Delta t$
RK ordre 4 ( $p = 4$ )	38.6	33.6
Bogey & Bailly $p = 5$	21.4	22.2
Bogey & Bailly $p = 6$	19.8	24.6

TAB. 1.1 – Comparaison des critères de précision et de stabilité.

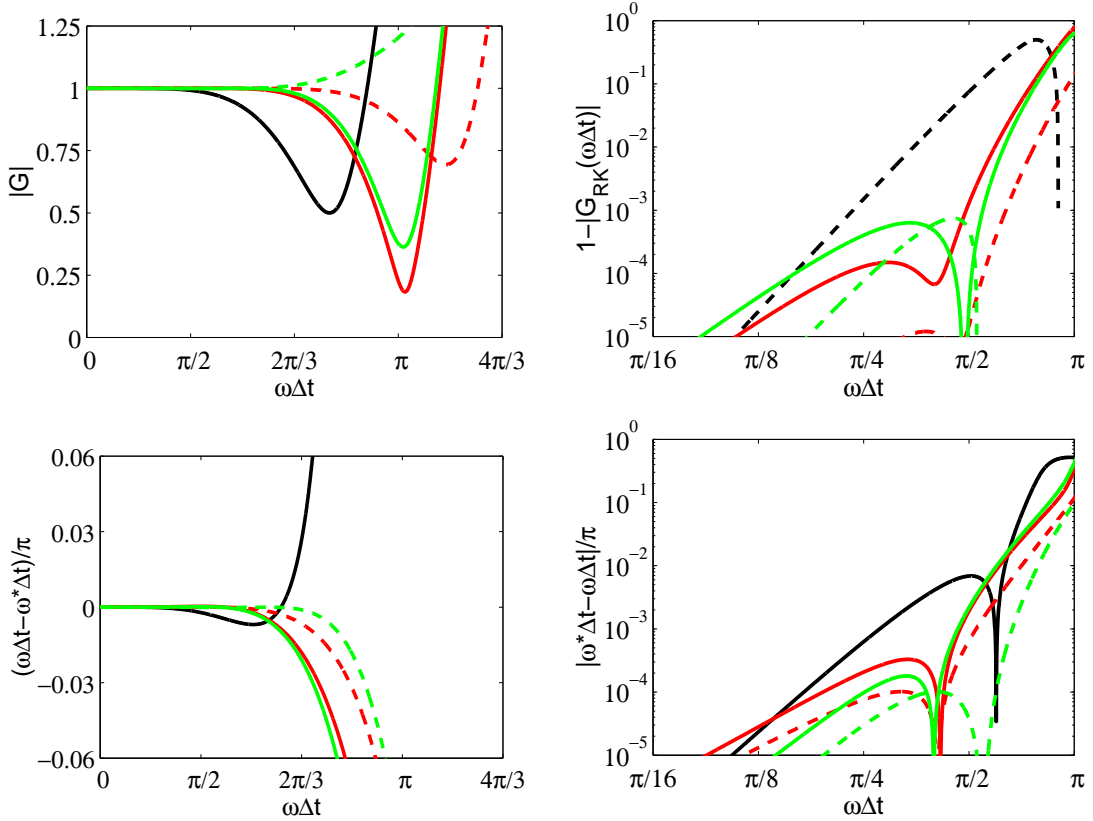


FIG. 1.5 – Caractéristiques des schémas de Runge-Kutta. En haut, taux d'amplification  $r$  et en bas erreur de phase  $\varphi$ . A gauche, échelle linéaire et à droite échelle logarithmique. Runge-Kutta standard d'ordre 4 (—), Runge-Kutta de Hu *et al.* [88] pour  $p = 5$  (—) et  $p = 6$  (---), Runge-Kutta de Bogey et Bailly [18] pour  $p = 5$  (—) et  $p = 6$  (---).

### 1.4.3 Méthodes linéaires multi niveaux

Dans le cas des schémas de Runge Kutta, l'ordre élevé est obtenu en augmentant le nombre de sous étapes de l'algorithme. Mais l'ordre élevé peut aussi être obtenu en utilisant les données des pas de temps antérieurs à  $n$ . Ces méthodes s'appellent les méthodes linéaires multi niveaux ou schémas LMM en anglais (Linear Multistep Method). La formule générale d'une méthode LMM à  $(p + 1)$  niveaux est :

$$\sum_{j=-1}^p a_j U^{n-j} + h \sum_{j=-1}^p b_j f(U^{n-j}) = 0, \quad (1.4)$$

où  $a_j$  et  $b_j$  sont des coefficients et  $h$  est le pas d'avancement. Généralement, on choisit  $a_{-1} = 1$ . Les méthodes explicites sont obtenues en choisissant  $b_{-1} = 0$ . Pour toutes les autres valeurs de  $b_{-1}$ , l'algorithme est implicite. Il existe deux grandes familles de schémas LMM : les schémas BDF (Backward Differentiation Formula) et les schémas d'Adams-Moulton ou Adams-Bashforth. La version implicite des schémas BDF est souvent appelée schémas de Gear. Les schémas d'Adams-Moulton constituent la version implicite de la deuxième classe de schémas. Nous allons maintenant détailler les schémas BDF et d'Adams-Bashforth explicites. Nous nous attarderons plus longuement sur les schémas d'Adams-Bashforth car ces schémas sont utilisés dans la méthode multi échelles multi pas de temps qui sera présentée dans le chapitre 3.

### 1.4.3.1 Schémas BDF explicites

Les schémas BDF explicites sont peu usités. Ils ont été introduits par Karniadakis *et al.* [99] en 1991 afin d'obtenir un avancement semi implicite pour la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles. Les coefficients des versions semi implicites sont donnés dans les références [105] et [90]. Les schémas BDF explicites peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \sum_{j=0}^p (a_j \mathbf{U}^{n-j}) + \Delta t \sum_{j=0}^p b_j \left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right)^{n-j}. \quad (1.5)$$

Les coefficients des schémas de Gear et des schémas BDF sont donnés dans [90]. Ce papier comprend aussi une analyse de stabilité de ces différents schémas et des comparaisons avec un schéma de Runge Kutta d'ordre 4. On peut aussi citer les travaux de Britz [23], qui a étudié la stabilité des schémas BDF en fonction du nombre de niveaux pour l'équation d'advection linéaire scalaire. Nous ne détaillerons pas plus les schémas BDF, étant donné que nous ne les utiliserons que pour un cas test d'advection d'un paquet d'onde (cf. §1.4.4.2), afin des les comparer aux schémas d'Adams-Bashforth.

### 1.4.3.2 Schémas d'Adams-Bashforth standards

Les schémas d'Adams-Bashforth font partie des schémas LMM et sont obtenus en imposant  $a_j = 0$  et  $b_{-1} = 0$  dans l'équation (1.4). L'intégration de l'équation  $\partial \mathbf{U} / \partial t = \mathbf{F}(\mathbf{U})$  peut s'écrire de façon générale :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \Delta t \sum_{j=0}^p b_j \left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right)^{n-j} \quad (1.6)$$

où  $(p+1)$  correspond au nombre de niveaux. Afin d'assurer la consistance du schéma numérique, les coefficients sont choisis de manière à ce que l'équation (1.6) soit satisfaite jusqu'à un certain ordre quand les deux membres de l'équation sont développés en séries de Taylor :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{n+1} &= \mathbf{U}^n + \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(\Delta t)^k}{k!} \frac{\partial^k \mathbf{U}}{\partial t^k} \\ \mathbf{U}^{n-j} &= \mathbf{U}^n + (-j\Delta t) \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-j\Delta t)^k}{k!} \frac{\partial^k \mathbf{U}^n}{\partial t^k} \end{aligned}$$

$$\text{soit } \frac{\partial \mathbf{U}^{n-j}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-j\Delta t)^k}{k!} \frac{\partial^{k+1} \mathbf{U}^n}{\partial t^{k+1}}$$

Après développement en séries de Taylor, on obtient le système d'équations suivant :

$$\sum_{j=0}^p j^m \frac{b_j}{m!} = (-1)^m \frac{1}{(m+1)!} \quad 0 \leq m \leq p$$

### 1.4.3.3 Schémas d'Adams-Bashforth optimisés

En appliquant une transformée de Laplace à l'équation (1.6), comme proposé par Tam et Webb [180], il est facile d'obtenir :

$$\omega^* \Delta t = \frac{i(\exp(-i\omega \Delta t) - 1)}{\sum_{j=0}^p b_j \exp(ij\omega \Delta t)} \quad (1.7)$$

où  $\omega^*$  est la fréquence angulaire effective du schéma de discrétisation temporelle (1.6). La procédure DRP a pour but de minimiser les erreurs de dissipation et de dispersion dans l'espace des nombres d'onde. L'erreur intégrale  $E$  est :

$$E = \int_{\ln(\omega \Delta t)_l}^{\ln(\omega \Delta t)_h} (\alpha(\operatorname{Re}(\omega^* \Delta t - \omega \Delta t))^2 + (1 - \alpha)(\operatorname{Im}(\omega^* \Delta t - \omega \Delta t))^2) d(\ln(\omega \Delta t))$$

où les bornes de l'intégrale  $(\omega \Delta t)_l$  et  $(\omega \Delta t)_h$  doivent être choisies. Le poids  $\alpha$  permet quant à lui de régler l'importance de la partie dispersive ou dissipative dans le processus d'optimisation. On peut choisir de favoriser le caractère propagatif du schéma (partie réelle de  $\omega$ ) ou le caractère dissipatif (partie imaginaire de  $\omega$ ). Pour créer un schéma optimisé à  $p+1$  niveaux d'ordre  $q$  ( $q < p+1$ ), les  $q$  premières relations issues des développements en séries de Taylor sont satisfaites, puis on impose  $p+1-q$  relations  $\partial E / \partial b_j = 0$  ( $j = q-1$  à  $p$ ) afin d'obtenir  $p+1$  équations avec  $p+1$  inconnues  $b_j$ . De nombreux coefficients pour des schémas à différents nombres de niveaux, différents ordres et différents degrés d'optimisation ont été calculés. Afin de réaliser un compromis entre l'ordre formel du schéma, le nombre de relations d'optimisation et le coût en stockage mémoire induit par le nombre de niveaux, un schéma d'ordre 3 à quatre niveaux optimisé par rapport à  $b_3$  a été choisi.

Le système d'équations résolues est le suivant :

$$\sum_{j=0}^p b_j = 1 ; \sum_{j=0}^p j b_j = -\frac{1}{2!} ; \sum_{j=0}^p j^2 \frac{b_j}{2!} = \frac{1}{3!} ; \frac{\partial E}{\partial b_3} = 0 ,$$

où  $(\omega \Delta t)_l = 0$ ,  $(\omega \Delta t)_h = \pi/3$  et  $0 \leq \sigma \leq 1$ . Les coefficients calculés sont donnés dans le tableau 1.2. Ces coefficients sont très proches de ceux obtenus par Tam et Webb [180], qui ont optimisé par rapport au coefficient  $b_0$  avec une définition légèrement différente de l'erreur  $E$ .

La partie réelle des fréquences angulaires effectives  $\omega^* \Delta t$  pour les schémas d'ordre 4, 5 et 6 est tracée sur la figure 1.6 et comparée avec celle du schéma d'ordre 3 optimisé par rapport au coefficient  $b_3$ . L'augmentation de l'ordre du schéma conduit à l'apparition de fortes erreurs quand  $\omega \Delta t > \pi/4$ . En effet, les schémas d'Adams-Bashforth peuvent être vus comme des schémas totalement décentrés. En conséquence, quand la taille du support augmente, les coefficients du schéma prennent de grandes valeurs qui vont induire de grands dépassements comme on peut le voir sur la figure 1.6 pour les schémas d'ordre 5 et 6. Cependant, on va voir que ces schémas présentent de faibles limites de stabilité, donc nous les utiliserons en pratique pour des valeurs de  $\omega \Delta t$  inférieures à  $\pi/16$ . Pour de telles valeurs de  $\omega \Delta t$ , l'augmentation de l'ordre formel du schéma permet de diminuer nettement l'erreur, comme

Coefficients	Présent	Tam et Webb [180]
$b_0$	2.24778466342984	2.30255809000000
$b_1$	-2.32668732362284	-2.49100760333333
$b_2$	1.41002065695617	1.57434093666667
$b_3$	-0.33111799676317	-0.38589142333333

TAB. 1.2 – Coefficients du schéma d'Adams-Bashforth d'ordre 3 à quatre niveaux optimisé par rapport à  $b_3$  et coefficients de Tam et Webb [180] .

on peut le voir sur la figure 1.6 en échelle logarithmique. De plus, on verra au paragraphe 1.4.4.1 que l'existence de racines au dénominateur de l'équation (1.7) induit une réduction supplémentaire de la limite de stabilité dès que le schéma est d'ordre supérieur à 4. Étant donné que les schémas de type Adams-Bashforth ne sont utilisés que pour de faibles valeurs de  $\omega\Delta t$ , on comprend mieux pourquoi la procédure d'optimisation DRP a peu d'impact sur l'erreur de discrétisation.

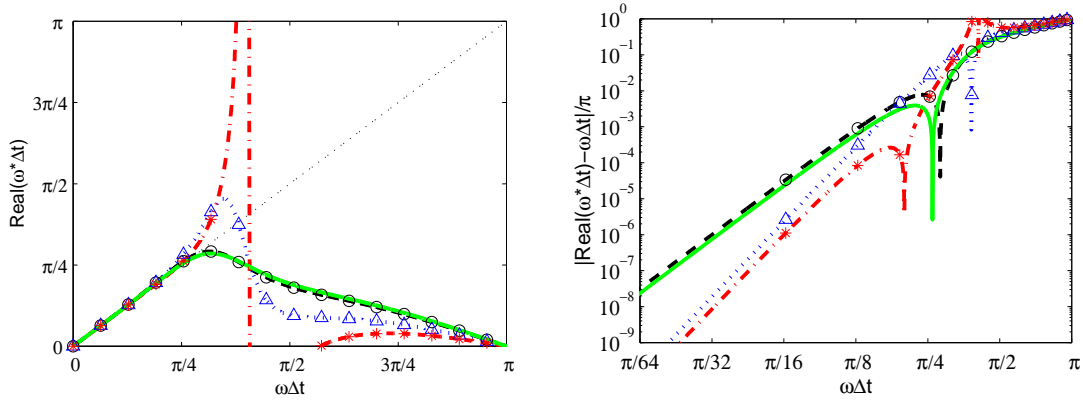


FIG. 1.6 – Partie réelle de la fréquence angulaire effective  $\omega^*\Delta t$  des schémas d'Adams-Bashforth en fonction de la fréquence angulaire réelle  $\omega\Delta t$  : ordre 4 standard (—○—), ordre 5 standard (·····△·····), ordre 6 standard (—\*—) et schéma d'ordre 3 optimisé à 4 niveaux (—). A droite : erreur de discrétisation en échelle logarithmique.

La partie imaginaire de la fréquence angulaire effective est tracée sur la figure 1.7 pour les schémas d'Adams-Bashforth d'ordre 4, 5 et 6 ainsi que pour le schéma d'ordre 3 optimisé par rapport au coefficient  $b_3$ . Comme nous l'avons déjà observé lors de l'analyse de la partie réelle de  $\omega^*\Delta t$ , de fortes erreurs sont présentes pour  $\omega\Delta t > \pi/4$ . Cependant, pour des valeurs de  $\omega\Delta t < \pi/16$ , la partie imaginaire reste faible. L'effet de l'optimisation par rapport à  $b_3$  augmente légèrement l'erreur sur la partie imaginaire en basses fréquences.

## 1.4.4 Comparaison des schémas explicites d'intégration temporelle

### 1.4.4.1 Stabilité des schémas

Une étude de stabilité des schémas d'avancement temporel est réalisée en étudiant leurs coefficients d'amplification, que l'on définit par  $g/g_e = re^{-i\varphi}$ . Pour les schémas d'Adams-Bashforth nous avons :

$$\frac{g}{g_e} = 1 - i\omega\Delta t \sum_{j=0}^p b_j \exp(ij\omega\Delta t)$$

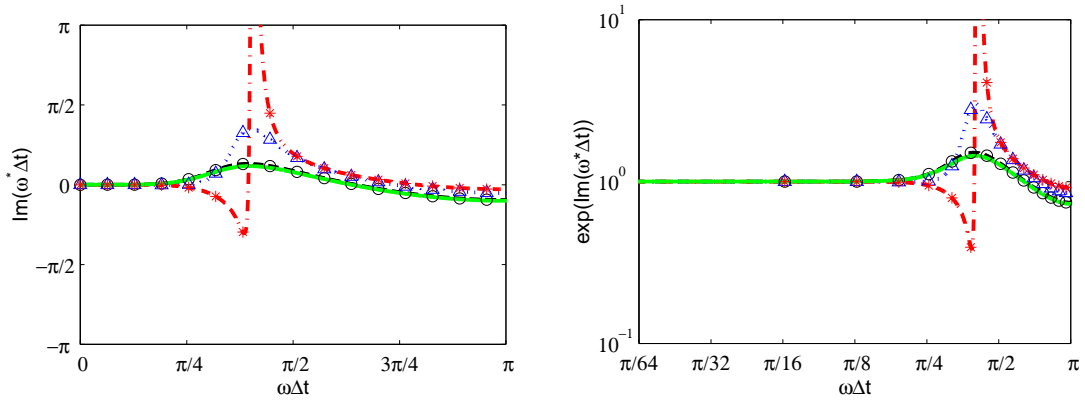


FIG. 1.7 – Partie imaginaire de la fréquence angulaire effective  $\omega^* \Delta t$  des schémas d'Adams-Bashforth en fonction de la fréquence angulaire réelle  $\omega \Delta t$  : schéma d'ordre 4 standard (—○—), ordre 5 standard (.....△.....), ordre 6 standard (—\*—) et ordre 3 à 4 niveaux optimisé par rapport à  $b_3$  (—). A droite : erreur de discrétisation en échelle logarithmique.

Le module  $r$  du coefficient d'amplification est tracé sur la figure 1.8 pour les différents schémas d'Adams-Bashforth. La stabilité numérique du schéma est préservée tant que  $r < 1$ . La limite de stabilité est légèrement repoussée lorsqu'on augmente l'ordre formel du schéma. Cependant, nous verrons que cet élargissement de la plage de stabilité est contrebalancé par la déstabilisation d'une racine parasite lorsque l'ordre est élevé. Les effets de l'optimisation ne sont toujours pas significatifs. La limite de stabilité des schémas est comparée à celle de deux schémas de Runge Kutta sur la figure 1.8 de droite.

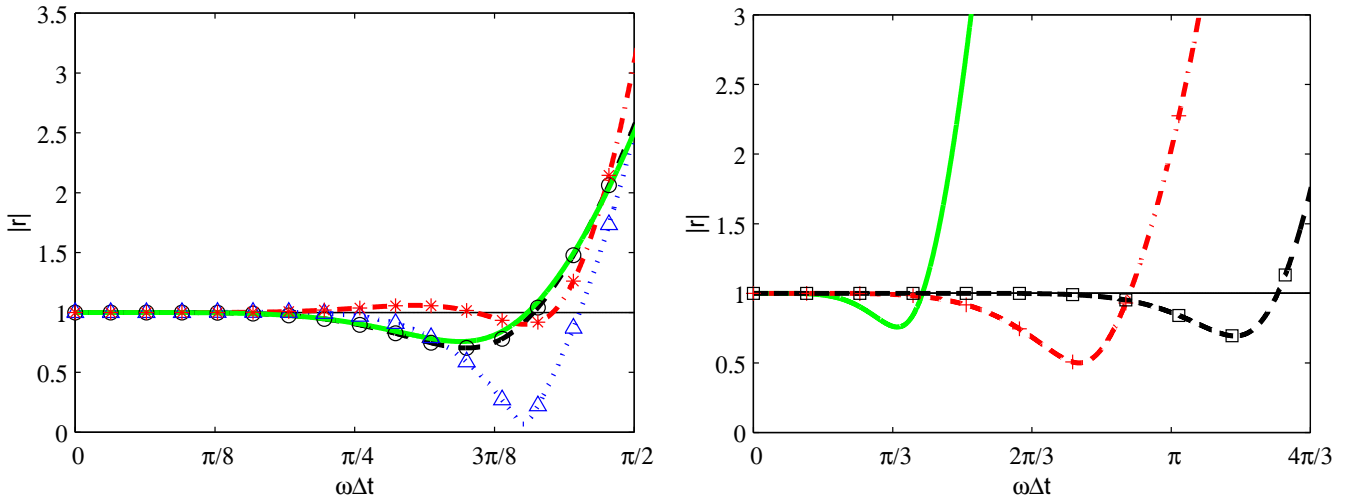


FIG. 1.8 – Module  $r$  du coefficient d'amplification. A gauche, comparaison entre différents schémas d'Adams-Bashforth : ordre 4 standard (—○—), ordre 5 standard (.....△.....), ordre 6 standard (—\*—) et ordre 3 optimisé à 4 niveaux (—). A droite, comparaison entre le schéma d'ordre 3 optimisé à 4 niveaux (—) avec un Runge Kutta d'ordre 4 standard (—+—) et le Runge Kutta d'ordre 2 optimisé de Bogey & Bailly à 6 sous étapes (—□—).

Le schéma d'Adams Bashforth a une limite de stabilité nettement inférieure. En pratique, le nombre CFL d'un schéma d'Adams-Bashforth sera plus petit que celui d'un schéma de Runge Kutta. Cependant, un schéma de Runge Kutta comporte  $p$  sous étapes fictives, tandis qu'un schéma d'Adams-

Bashforth ne comporte qu'une seule étape. Ainsi le coût de calcul reste sensiblement le même. L'analyse du coefficient d'amplification  $g/g_e$  peut être complétée par l'étude des racines du dénominateur de  $\omega^*\Delta t$ . D'après l'équation (1.7), il existe  $p + 1$  racines complexes. Tam et Webb [180] ont montré que l'analyse de ces racines peut donner des informations sur la limite de stabilité du schéma temporel. Lorsque la partie imaginaire de  $\omega\Delta t$  devient positive, le schéma numérique peut devenir instable. L'analyse de la partie réelle de ces racines à partir de la figure 1.9 n'apporte aucune nouvelle information. On remarque juste l'existence d'une racine physique, dont les valeurs sont très proches de celle de  $\omega^*\Delta t$ . L'étude de la partie imaginaire sur la figure 1.10 permet de donner une valeur limite de  $\omega\Delta t$ , au delà de laquelle le schéma peut devenir instable. Cette limite est symbolisée par une ligne verticale en pointillés. Le tableau 1.3 récapitule l'ensemble de ces valeurs pour différents schémas. Le schéma AB5 (Adams-Bashforth d'ordre 5) risque d'être plus instable que le schéma AB4. La procédure d'optimisation ne modifie pas la valeur de cette limite pour le schéma ABo3 (ordre 3 à 4 niveaux optimisé par rapport à  $b_3$ ), comparée avec celle du schéma AB4.

AB4	AB5	ABo3	BDF3	BDF4	BDF5
0.425	0.225	0.425	0.625	0.375	0.375

TAB. 1.3 – Limites de stabilité des schémas obtenues à partir de l'étude des racines du dénominateur de  $\omega^*\Delta t$  (cf. éq. (1.7)).

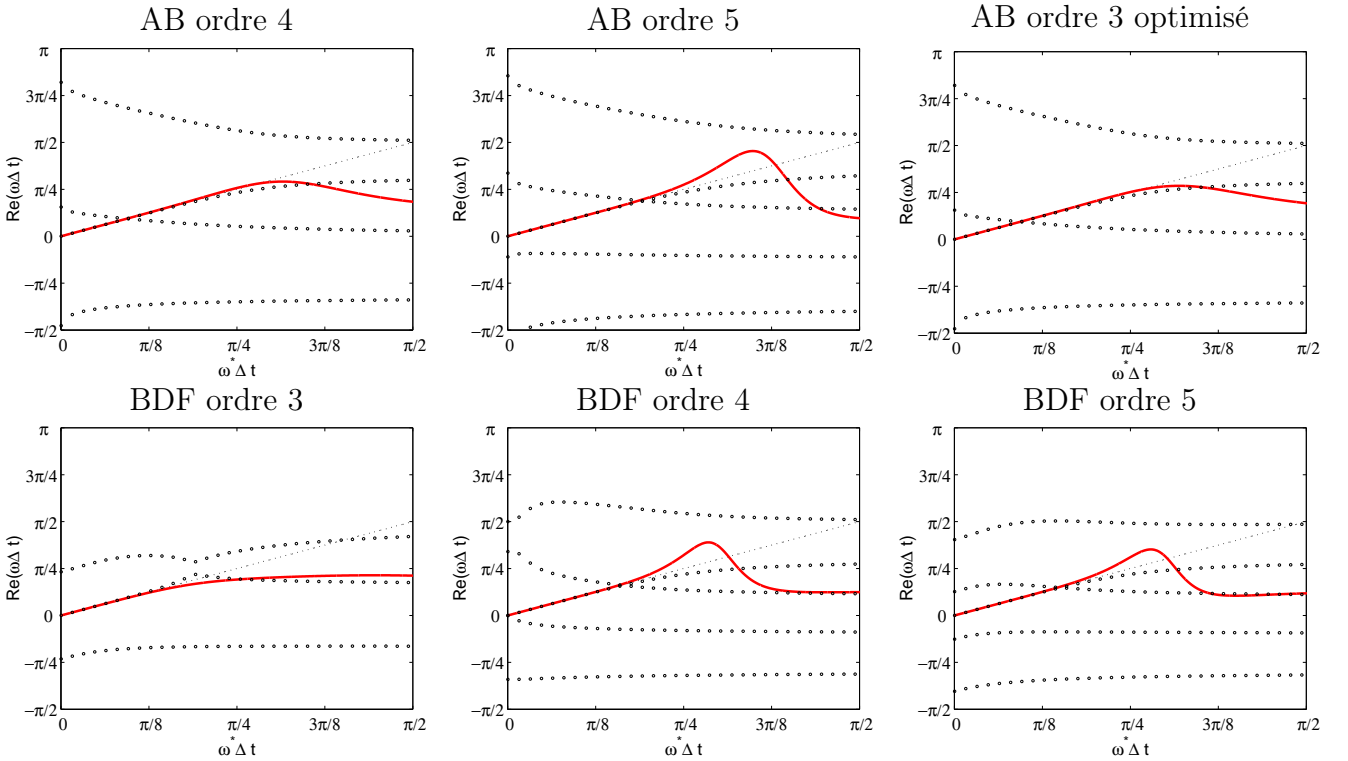


FIG. 1.9 – Visualisation de la partie réelle des racines de  $\omega^*\Delta t$ . Différentes racines (o) et  $\omega^*\Delta t = f(\omega\Delta t)$  (—).



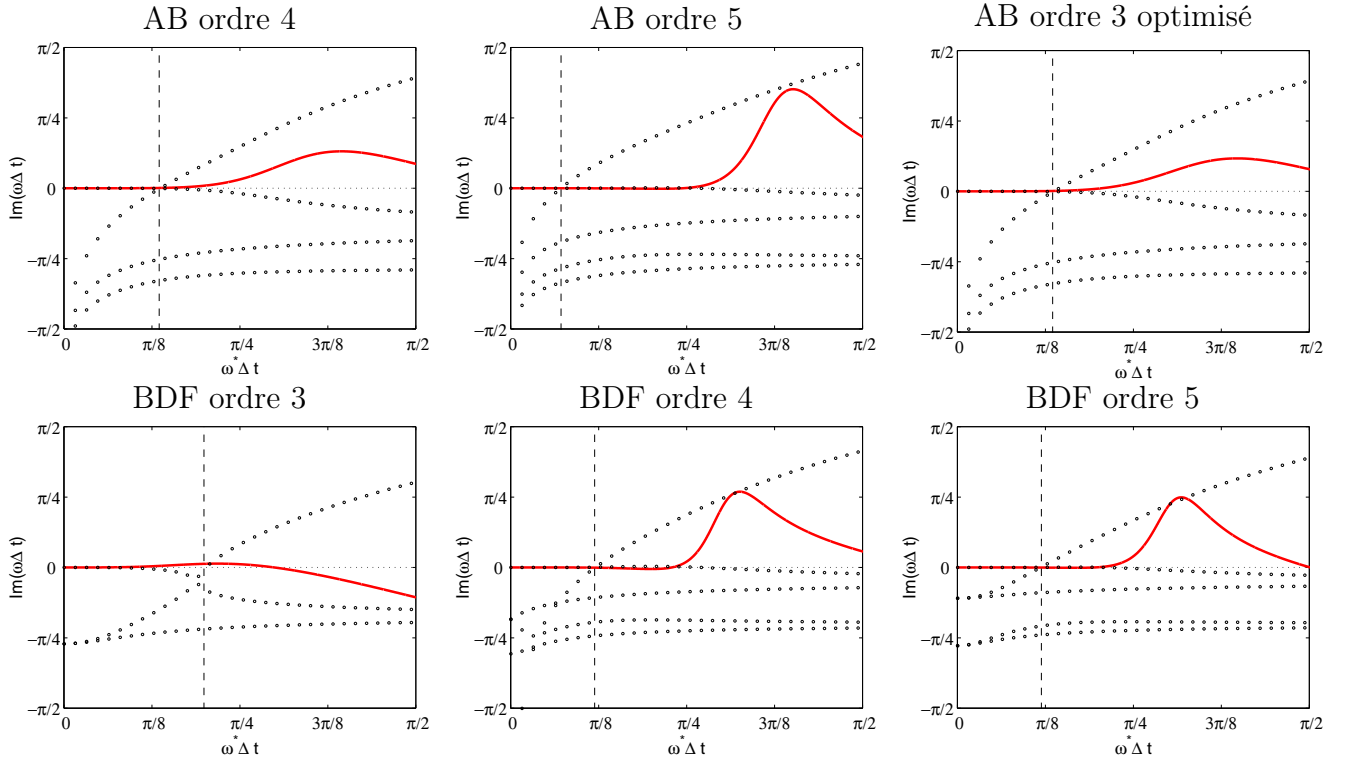


FIG. 1.10 – Visualisation de la partie imaginaire des racines de  $\omega^*\Delta t$ . Différentes racines (o) et  $\omega^*\Delta t = f(\omega\Delta t)$  (—). (---) valeur de  $\omega^*\Delta t$  à partir de laquelle le schéma numérique peut devenir instable.

#### 1.4.4.2 Problème d'advection scalaire d'un paquet d'onde

Une comparaison des schémas de type Runge Kutta, Adams-Bashforth et BDF est effectuée afin de mettre en évidence les erreurs de dispersion et de dissipation des schémas d'avancement temporel explicites. Nous utilisons l'équation d'advection linéaire  $w_t + aw_x = 0$  avec  $a = 1$ . Ce cas test consiste à convecter en 1D un paquet d'onde défini au temps initial par :

$$w(x) = \sin\left(\frac{2\pi x}{n_a\Delta x}\right) \exp\left(-\ln 2 \left(\frac{x}{n_b\Delta x}\right)^2\right),$$

où  $n_a\Delta x$  est la longueur d'onde principale du paquet d'ondes,  $n_b\Delta x$  est la demi largeur de la gaussienne et  $\Delta x = 1$  m. Le signal est convecté sur une distance de  $800\Delta x$ . Trois configurations initiales sont testées ici, l'une à 5 points par longueur d'onde ( $n_a = 5$ ,  $n_b = 9$ ), l'une à 6 points par longueur d'onde ( $n_a = 6$ ,  $n_b = 9$ ) et la dernière à 10 points par longueur d'onde ( $n_a = 10$ ,  $n_b = 16$ ). Nous utiliserons le schéma de Runge-Kutta standard d'ordre 4 en linéaire, ainsi que celui de Bogey et Bailly [18] à 6 sous étapes, les schémas d'Adams-Bashforth d'ordre 4, 5 et 3 optimisé par rapport à  $b_3$ , et les schémas BDF d'ordre 3, 4 et 5. Le nombre de CFL utilisé pour chaque schéma est donné dans le tableau 1.4. Le nombre de CFL a été choisi afin que le coût global de calcul soit le même. Les schémas d'Adams-Bashforth ne contiennent qu'une étape donc leur CFL est divisé par 6 par rapport au Runge Kutta de Bogey et Bailly [18] optimisé à 6 sous étapes. Le schéma DRP sur 11 points est implémenté pour calculer la dérivée spatiale  $w_x$ .

Afin de comparer les résultats obtenus avec les différents schémas, nous avons aussi calculé une erreur

quadratique moyenne définie par :

$$L = \sqrt{\frac{\sum_i (w_i - w_{anal})^2}{\sum_i w_{anal}^2}}$$

Les résultats pour les différents schémas et les différentes configurations sont tracés sur les figures 1.11 ( $n_a = 5$ ,  $n_b = 9$ ), 1.12 ( $n_a = 6$ ,  $n_b = 9$ ) et 1.13 ( $n_a = 10$ ,  $n_b = 16$ ). AB3, AB4 désignent les schémas d'Adams-Bashforth à l'ordre 3 et 4. ABo3 désigne le schéma d'Adams-Bashforth d'ordre 3 optimisé par rapport à  $b_3$ . RK4 et RK6 désignent les schémas de Runge-Kutta standard d'ordre 4 et à 6 étapes optimisé. BDF3, BDF4 et BDF5 désignent les schémas BDF d'ordre 3, 4 et 5. On remarque tout d'abord que dans les cas ( $n_a = 5$ ,  $n_b = 9$ ) et ( $n_a = 6$ ,  $n_b = 9$ ) les schémas AB3 et BDF3 ne supportent pas le signal. AB4 et BDF4 donnent des résultats satisfaisants. On notera tout de même que dans le cas ( $n_a = 6$ ,  $n_b = 9$ ) l'erreur quadratique moyenne obtenue avec le schéma AB4 est deux fois inférieure à celle de BDF4. Les schémas AB4 et ABo3 donnent sensiblement les mêmes résultats. Ce qui confirme une fois de plus que la procédure d'optimisation appliquée aux schémas de type Adams-Bashforth a peu d'influence. Cependant, la procédure d'optimisation augmente sensiblement l'erreur quadratique moyenne si on compare le schéma ABo3 avec le schéma AB4 : l'erreur augmente d'environ 6% dans les cas ( $n_a = 6$ ,  $n_b = 9$ ) et ( $n_a = 10$ ,  $n_b = 16$ ) et reste stable pour le cas ( $n_a = 5$ ,  $n_b = 9$ ). Le schéma BDF5 semble à première vue donner de bons résultats, mais en réalité il surestime la valeur de  $w$ . Ce schéma est donc instable. Nous n'avons pas présenté de résultat avec le schéma AB5 car celui-ci est très instable. Le schéma RK6 donne les meilleurs résultats, mais ce schéma présente une erreur de dispersion un peu plus importante pour CFL= 1, ce qui fait qu'il fournit une erreur globale  $L$  plus grande pour ( $n_a = 10$ ,  $n_b = 16$ ). L'ensemble des erreurs  $L$  est récapitulé dans le tableau 1.4.

	AB3	AB4	ABo3	BDF3	BDF4	BDF5	RK4	RK6
CFL	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	2/3	1
( $n_a = 5$ , $n_b = 9$ )	0.964414	0.539858	0.537012	0.999225	0.970026	0.282801	1.064985	0.157781
( $n_a = 6$ , $n_b = 9$ )	0.809609	0.284607	0.302777	0.960571	0.588516	0.095901	0.985081	0.174421
( $n_a = 10$ , $n_b = 16$ )	0.236101	0.079488	0.089351	0.393833	0.055705	0.100337	0.104988	0.168204

TAB. 1.4 – Valeurs de l'erreur quadratique moyenne  $L$  et du nombre de CFL.

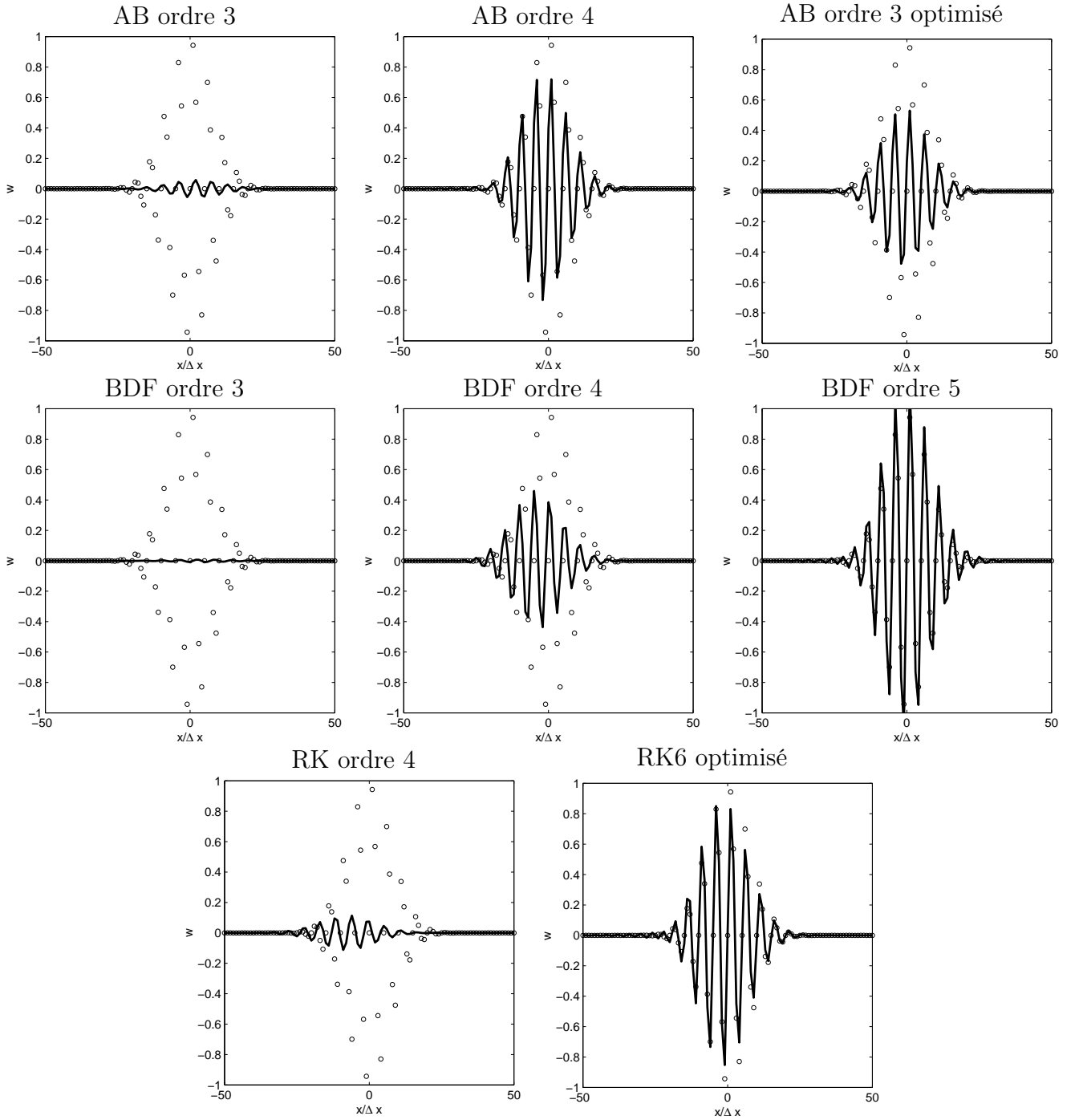


FIG. 1.11 – Advection scalaire 1D d'un paquet d'onde avec  $n_a = 5$  et  $n_b = 9$  : solutions numérique (—) et analytique ( $\circ \circ \circ$ ).

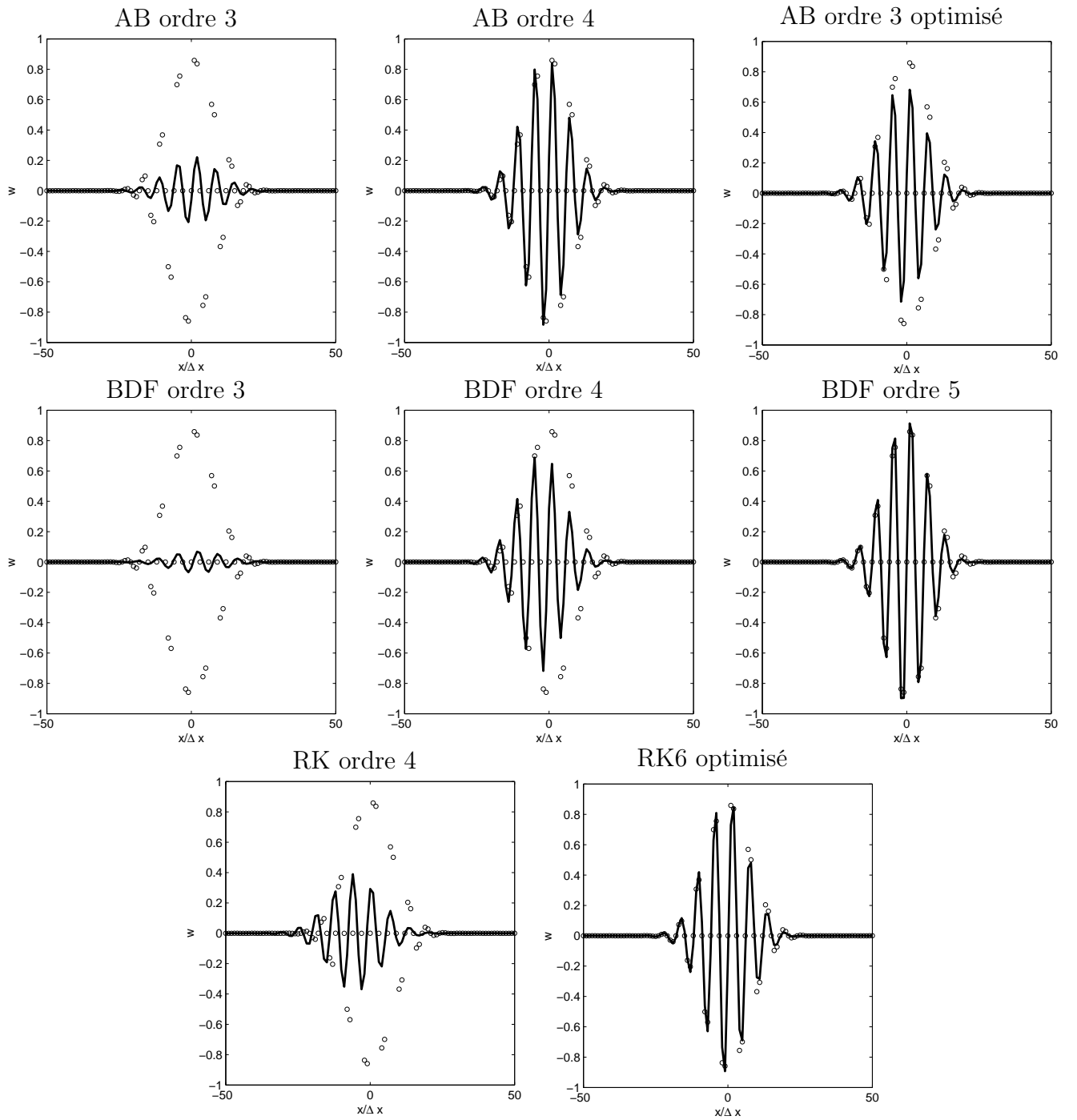


FIG. 1.12 – Advection scalaire 1D d'un paquet d'onde avec  $n_a = 6$  et  $n_b = 9$  : solutions numérique (—) et analytique ( $\circ \circ \circ$ ).

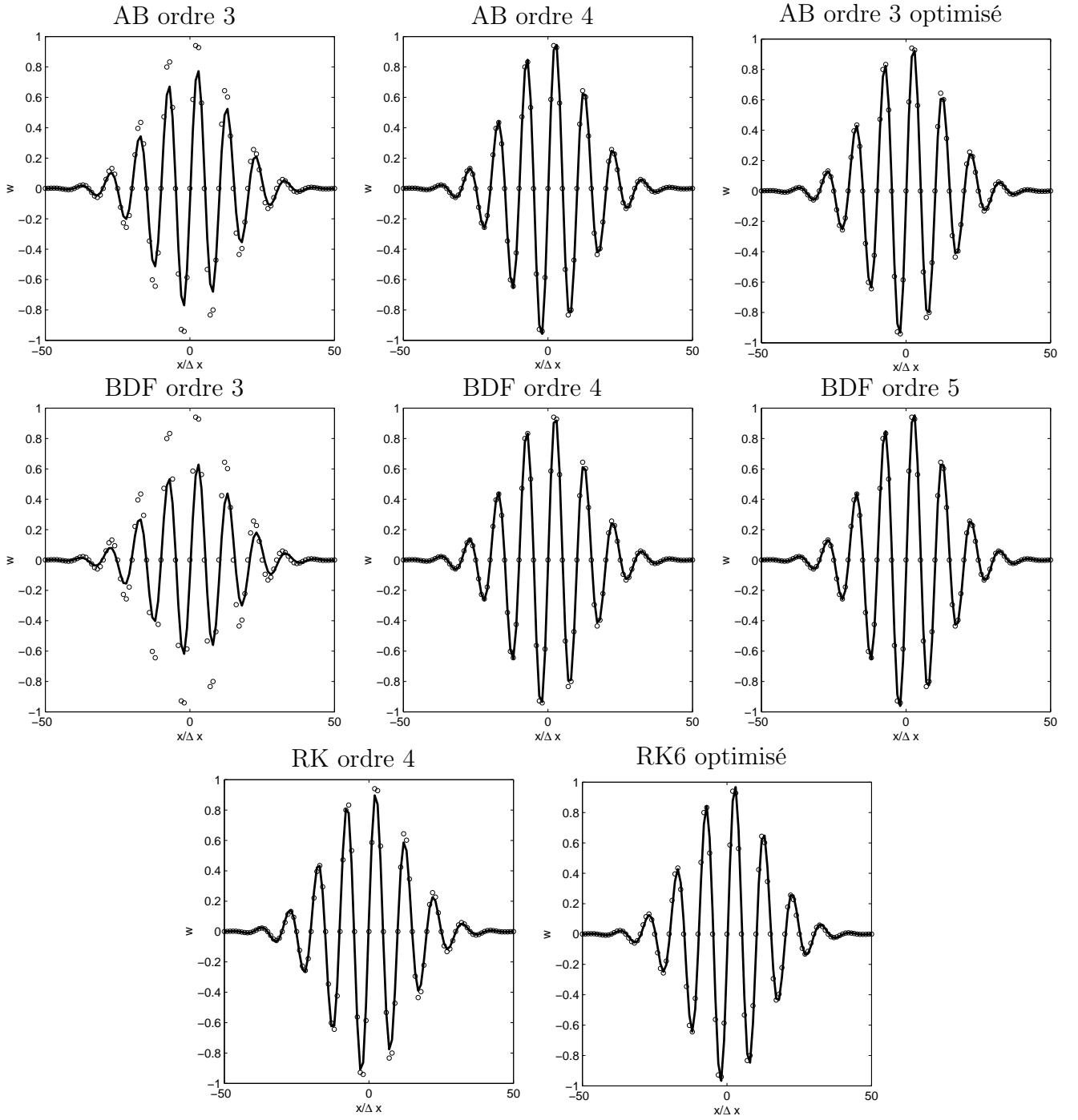


FIG. 1.13 – Advection scalaire 1D d'un paquet d'onde avec  $n_a = 10$  et  $n_b = 16$  : solutions numérique (—) et analytique ( $\circ \circ \circ$ ).

### 1.4.5 Choix du schéma d'avancement temporel

Pour conclure, la procédure d'optimisation mise en oeuvre sur les schémas d'Adams-Bashforth n'améliore pas de façon significative la précision du schéma à  $(p+1)$  niveaux obtenu par rapport à un schéma d'Adams-Bashforth standard ayant le même nombre de niveaux. Les schémas d'Adams-Bashforth d'ordre 4 et d'ordre 3 optimisé par rapport à  $b_3$  se situent entre les schémas de Runge Kutta d'ordre 4 et celui de Bogey et Bailly [18] optimisé à 6 sous étapes en terme de précision. Les schémas BDF ne seront pas utilisés dans la suite, étant donné qu'ils n'apportent rien en terme de stabilité et de précision par rapport au schéma d'Adams-Bashforth. De plus, l'utilisation d'un schéma BDF nécessite le stockage des variables  $\mathbf{U}$  aux différents pas de temps antérieurs à  $n$ . Pour l'ensemble des simulations qui n'utilisent pas la méthode multi échelles multi pas de temps que nous allons détailler dans le chapitre 3, le schéma de Runge Kutta de Bogey et Bailly [18] optimisé à 6 sous étapes sera implémenté. Le schéma d'Adams-Bashforth d'ordre 3 optimisé par rapport à  $b_3$  sera implémenté dans la méthode multi échelles multi pas de temps.

## 1.5 Conditions aux limites

La qualité d'une simulation aéroacoustique dépend fortement de la précision des conditions aux limites appliquées sur les frontières du domaine de calcul. Malgré les nombreuses études sur le sujet, il n'existe pas de formulation idéale et il faut écrire des conditions qui soient compatibles avec les conditions physiques à imposer, avec les méthodes numériques choisies et qui soient également compatibles entre elles. Pour des codes CFD dissipatifs, les ondes acoustiques sont souvent atténuées voire dissipées avant d'atteindre les frontières du domaine. Au contraire, en aéroacoustique numérique, les schémas sont très peu dissipatifs et il devient nécessaire de faire sortir les fluctuations acoustiques par des conditions non réfléchissantes ou absorbantes, en minimisant les réflexions qui pourraient se superposer aux ondes physiques. Une autre difficulté réside dans la compatibilité entre les différentes conditions limites ainsi qu'avec le traitement des points intérieurs.

Le traitement des points de paroi pose aussi des problèmes car le schéma numérique, appliqué aux points intérieurs, ne peut plus être utilisé. La présence de parois nécessite donc le développement de conditions limites de paroi.

### 1.5.1 Conditions de paroi

#### 1.5.1.1 Condition «aérodynamique»

La condition la plus simple à implémenter est une condition limite similaire à celle utilisée classiquement en aérodynamique. On impose  $\partial p / \partial \vec{n} = 0$  à la paroi. La masse volumique est donnée par l'équation des gaz parfaits après avoir déterminé la température à la paroi par l'application de la condition d'adiabaticité. Dans le cas d'une paroi glissante, on impose  $v = 0$ . Pour une paroi non glissante on applique  $u = v = 0$ .

#### 1.5.1.2 Condition de Tam et Dong

Afin d'éviter une surspécification des conditions à la paroi, on introduit autant d'inconnues supplémentaires que de conditions à vérifier grâce à l'utilisation de points fantômes. Le nombre de conditions à vérifier dépend du type de paroi que l'on veut imposer : une seule condition pour une paroi glissante et deux pour une condition d'adhérence.

Pour le traitement d'une paroi glissante avec  $v = 0$ , on introduit un point fantôme pour la pression. On impose  $v = 0$  dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour  $v$  et on écrit le schéma de discrétisation décentré pour  $p$  de la façon suivante (sur 11 points par exemple) :

$$p_{l,w-1}^{(n)} = -\frac{1}{a_{-1}^{91}} \sum_{i=0}^9 a_i^{91} p_{l,w+i}^{(n)}$$

où  $a_i^{91}$  sont les coefficients optimisés du schéma aux différences finies décentré, l'exposant 91 indiquant que la molécule de calcul comporte neuf points d'un côté et un de l'autre (voir figure 1.5.1.2). Les variables  $u$ ,  $v$  et  $\rho$  sont elles avancées à la paroi au moyen d'un schéma totalement décentré, ici un schéma 010.

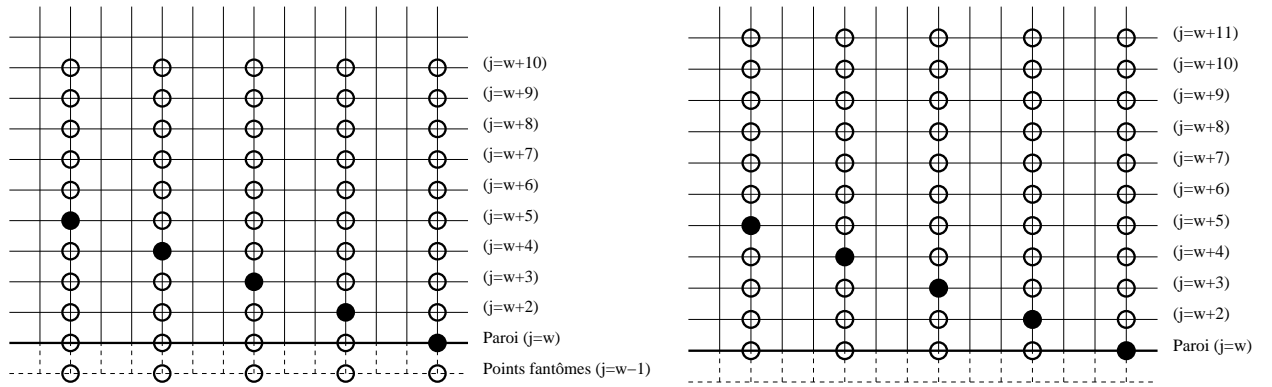


FIG. 1.14 – Condition de paroi de Tam et Dong [173]. A gauche schéma pour  $p$ , à droite schéma pour  $u$ ,  $v$  et  $\rho$ .

Dans le cas d'une paroi non glissante avec  $u = v = 0$ , on introduit deux points fantômes : un sur  $p$  pour assurer  $v = 0$  et un sur  $\tau_{xy}$  pour assurer  $u = 0$ . On introduit la condition  $u_{l,0}^{(n+1)} = 0$  dans l'équation de quantité de mouvement en  $x$  sous sa forme discrétisée aux points de frontière  $(l, 0)$  pour obtenir la valeur du point fantôme  $(\tau_{xy})_{l,-1}^{(n)}$ . Dans sa thèse, Xavier Gloerfelt [66] note que l'utilisation d'un deuxième point fantôme sur  $\tau_{xy}$  n'est pas suffisante pour imposer l'adhérence. Il faut donc surimposer  $u = 0$  de façon forte. Nous avons même choisi d'imposer seulement cette condition sans créer le deuxième point fantôme. Dans ce cas, les flux visqueux sont simplement décentrés vers l'intérieur.

### 1.5.2 Conditions de rayonnement de Tam et Dong

Cette condition limite non réfléchissante utilise, en 3D, une expression asymptotique en champ acoustique lointain des équations d'Euler en coordonnées sphériques [174]. Cette formulation s'applique pour des frontières où seules des fluctuations acoustiques doivent sortir. En utilisant les coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$ , la solution asymptotique s'écrit :

$$\frac{1}{V_g} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ u_j \\ p \end{pmatrix} + \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \begin{pmatrix} \rho - \bar{\rho} \\ u_j - \bar{u}_j \\ p - \bar{p} \end{pmatrix} = 0 \quad (1.8)$$

où  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{u}_j$ , et  $\bar{p}$  sont les champs moyens et  $V_g$  désigne la vitesse de groupe des ondes acoustiques définie par :

$$V_g = \bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_r + \sqrt{\bar{c}^2 - (\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 - (\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_\varphi)^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{e}_r = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \\ \mathbf{e}_\theta = (\cos \theta \cos \varphi, \cos \theta \sin \varphi, -\sin \theta) \\ \mathbf{e}_\varphi = (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0) \end{cases} \quad (1.9)$$

$\bar{c} = \sqrt{\gamma \bar{p} / \bar{\rho}}$  est la célérité moyenne du son. L'origine des coordonnées sphériques correspond théoriquement au point où se situe la source sonore. Tam et Dong ont montré que le résultat n'est pas très sensible au choix de cette origine. Lorsqu'une paroi est présente, pour éviter une discontinuité entre la condition de paroi et la condition de Tam et Dong, on choisit l'origine du rayonnement sur la paroi (afin d'éviter un rayonnement perpendiculaire à la paroi lors du raccordement avec la condition libre).

En 2D, on utilise une formulation cylindrique  $(r, \theta)$  :

$$V_g = \bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_r + \sqrt{\bar{c}^2 - (\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{e}_r = (\cos \theta, \sin \theta) \\ \mathbf{e}_\theta = (-\sin \theta, \cos \theta) \end{cases}$$

et on résout alors :

$$\frac{1}{V_g} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ u_j \\ p \end{pmatrix} + \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2r} \right) \begin{pmatrix} \rho - \bar{\rho} \\ u_j - \bar{u}_j \\ p - \bar{p} \end{pmatrix} = 0 \quad (1.10)$$

### 1.5.3 Conditions de Tam et Dong pour une sortie de fluide

La perturbation totale est la somme d'une perturbation acoustique, tourbillonnaire et entropique [174].

– les fluctuations de pression sont associées à l'acoustique et on utilise l'équation précédente pour  $p' = p - \bar{p}$  :

$$\frac{1}{V_g} \frac{\partial}{\partial t} p' + \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) p' = 0$$

– les perturbations de masse volumique et de vitesse vérifient une équation d'advection :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \rho' = \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \rho_a = \frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial p_a}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla p_a & \text{avec } \rho_a = p_a / \bar{c}^2 \\ \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u}' = \frac{\partial \mathbf{u}_a}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u}_a = -\frac{1}{\bar{\rho}} \nabla p_a \end{cases}$$

d'où le système à résoudre :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (\rho') = \frac{1}{\bar{c}^2} \left( \frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla p' \right) \\ \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u}' = -\frac{1}{\bar{\rho}} \nabla p' \\ \frac{1}{V_g} \frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial r} + \frac{p'}{r} = 0 \end{cases}$$

avec la vitesse de groupe définie précédemment.



### 1.5.4 Elaboration d'une zone éponge

Les conditions de sortie décrites précédemment autorisent la sortie des fluctuations aérodynamiques mais un faible pourcentage peut être réfléchi. Pour une simulation aéroacoustique, ces réflexions peuvent masquer le champ acoustique physique. C'est pourquoi, il faut ajouter une zone éponge en sortie afin de les faire disparaître. On combine un étirement du maillage (de l'ordre de 3% à 5% sur les dernières mailles) afin de dissiper les structures tourbillonnaires, qui ne sont alors plus supportées par le maillage trop grossier, et un filtrage laplacien dont le coefficient de filtrage varie en espace afin de réaliser une transition lente entre le domaine sans filtrage et avec filtrage. Les inconnues  $f = (\rho', \rho u', \rho v', \rho w', \rho E')$  sont filtrées en sortie de domaine et on obtient :

$$f_{i,j,k}^{\text{filtré}} = f_{i,j,k} - \chi \left( \frac{x_i - x_{nx-nsx1}}{x_{nx-nsx2} - x_{nx-nsx1}} \right)^2 [0.5f_{i,j,k} - 0.25(f_{i-1,j,k} + f_{i+1,j,k} + f_{i,j-1,k} + f_{i,j+1,k} + f_{i,j,k-1} + f_{i,j,k+1})]$$

pour  $nx - nsx2 \leq i \leq nx - nsx1$  et

$$f_{i,j,k}^{\text{filtré}} = f_{i,j,k} - \chi [0.5f_{i,j,k} - 0.25(f_{i-1,j,k} + f_{i+1,j,k} + f_{i,j-1,k} + f_{i,j+1,k} + f_{i,j,k-1} + f_{i,j,k+1})]$$

pour  $nx - nsx2 < i \leq nx - 1$ .

$nx$  est le nombre de point dans la direction  $x$ .  $x_{nx-nsx1}$  et  $x_{nx-nsx2}$  correspondent aux abscisses de début et de fin de la zone éponge dans laquelle le coefficient de filtrage suit une progression en carré. Ce type de zone éponge a déjà été mis en oeuvre avec succès dans le cas de la simulation d'un diaphragme par Gloerfelt et Lafon [70].

### 1.5.5 Condition d'entrée fluctuante

Afin de rentrer une fluctuation de vitesse dans le domaine de calcul, nous utilisons une variante de la condition de non rayonnement de Tam [172]. Au lieu d'appliquer la condition de non rayonnement classique définie par (1.8), on applique la condition suivante en 2D :

$$\left( \frac{1}{V_g} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2r} \right) \begin{bmatrix} \rho' \\ u' \\ v' \\ p' \end{bmatrix} = \left( \frac{1}{V_g} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2r} \right) \begin{bmatrix} \rho_{in} \\ u_{in} \\ v_{in} \\ p_{in} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

où  $(\rho_{in}, u_{in}, v_{in}, p_{in})$  sont la masse volumique, la vitesse horizontale, la vitesse verticale et la pression du champ fluctuant incident que l'on veut imposer. Tam [172] montre que la solution numérique obtenue à partir de l'équation (1.11) est améliorée en prenant la dérivée exacte des perturbations d'entrée. La dérivée exacte n'est disponible que dans le cas où la perturbation d'entrée est définie de façon analytique. Dans tous les autres cas, les dérivées de la perturbation sont calculées numériquement. La formulation (1.11) permet une mise en oeuvre rapide et efficace d'une fluctuation d'entrée dans notre code de calcul car il suffit de calculer le membre de droite de (1.11). Cependant, cette condition limite ne fonctionne qu'avec la condition de non rayonnement et non avec la condition de sortie définie dans le paragraphe 1.5.3.

### 1.5.6 Advection d'une rafale en champ libre

Ce cas test a pour but de valider l'implémentation de la condition limite d'entrée fluctuante définie au paragraphe 1.5.5 et de vérifier qu'elle ne génère pas de fluctuations de pression parasites. Il consiste à convecter une rafale (*gust* en anglais) en écoulement libre. Le maillage utilisé est un maillage cartésien régulier de taille  $nx \times ny = 101 \times 101$  centré en  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  avec  $\Delta x = \Delta y = 0.5$ . La condition de sortie de Tam et Dong [174] est imposée sur les bords droit, haut et bas du domaine de calcul, tandis que la condition de non rayonnement est imposée sur le bord gauche qui sera l'entrée du domaine.

#### 1.5.6.1 Schémas numériques utilisés

Nous utilisons ici le schéma de discrétisation spatiale sur 11 points optimisé dans l'espace des nombres d'onde pour le traitement des points intérieurs. Au niveau des conditions limites, les schémas DRP sur 7 points décentrés de Tam et Webb [180] sont implémentés. La légère dégradation de l'ordre du schéma spatial dans les conditions limites diminue la résolution spatiale de la méthode numérique. Ainsi, plus de 4 points par longueur d'onde (résolution du schéma intérieur) sont nécessaires pour discrétiser correctement le signal d'entrée. L'avancement temporel explicite est réalisé à l'aide du schéma de Runge Kutta à 6 sous étapes optimisé de Bogey et Bailly [18]. De plus, seuls les points intérieurs sont filtrés à l'aide du filtre sur 11 points optimisé avec un coefficient de filtrage de 0.2.

#### 1.5.6.2 Définition du gust

Le gust est défini par :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{in} + \bar{\mathbf{u}} = U_\infty \mathbf{i} + \mathbf{a} \cos[\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{i} U_\infty t)] \quad (1.12)$$

où  $\mathbf{x} = (x, y)$  sont les coordonnées spatiales,  $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$  est le vecteur d'onde et  $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$  est l'amplitude du gust, telle que  $a_1 = -\varepsilon U_\infty k_2 / |\mathbf{k}|$ ,  $a_2 = -\varepsilon U_\infty k_1 / |\mathbf{k}|$  avec  $\varepsilon = 0.02$ .

Le choix de  $k_1$  et  $k_2$  permet de régler la fréquence spatiale du gust ainsi que sa direction de convection par rapport à l'écoulement moyen (ici  $U_\infty \mathbf{i}$ ). Par exemple le choix  $k_1 = k_2$  impose un gust se convectant à  $+45^\circ$ , tandis que  $k_2 = -k_1$  donne  $-45^\circ$ . Pour l'ensemble de ce cas test, nous prendrons  $k_1 = k_2 = k$ . Les angles sont donnés dans le sens trigonométrique à partir de l'axe  $x$ .

#### 1.5.6.3 Convection du gust

**Cas  $k_1 = k_2 = 0.5$ ,  $\text{Mach} = 0.5$**  Comme on peut le voir sur la figure 1.15, la rafale de vent est parfaitement convectée dans tout le domaine de calcul. De plus, la condition limite d'entrée ne génère pas d'erreurs numériques comme le montre la figure 1.15 de droite. En effet, après plusieurs traversées du domaine de calcul, la solution numérique se superpose toujours à la solution analytique.

Afin de comparer plus finement la solution numérique, nous avons superposé des coupes des champs de vitesses fluctuantes avec la solution analytique au temps où  $t = 1000\Delta t$ . La solution numérique se superpose parfaitement avec la solution analytique comme le montrent les figures 1.16 et 1.17 au travers des coupes suivant  $x = 0$  et  $y = 0$  des vitesses  $u'$  et  $v'$ .

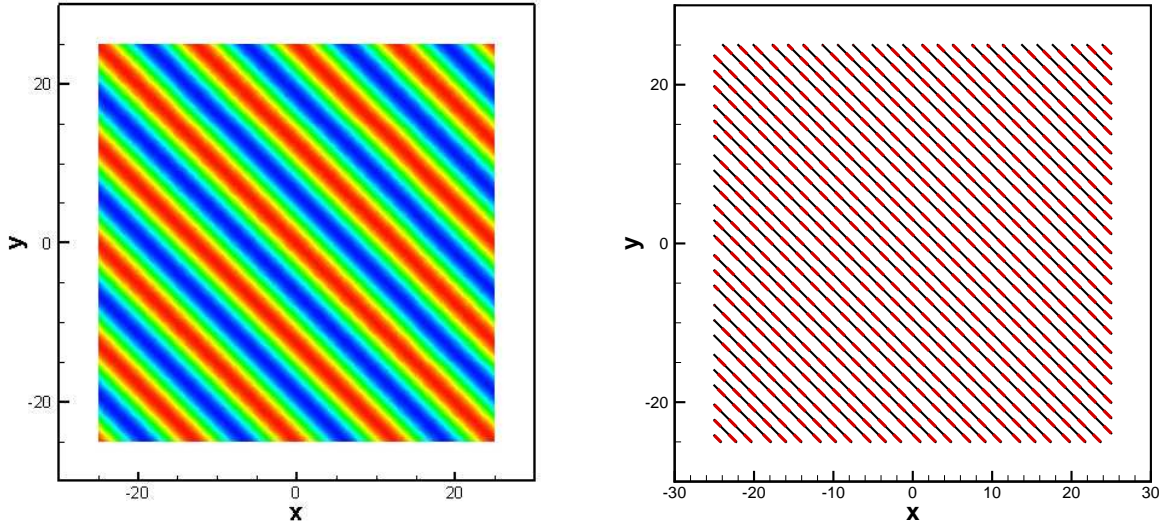


FIG. 1.15 –  $k_1 = k_2 = 0.5$ ,  $t = 1000\Delta t$ . A gauche, Champ de vitesse fluctuante  $v'$  entre  $\pm 2 \text{ m.s}^{-1}$ . A droite, comparaison entre les solutions analytique ( - - - ) et numérique ( — ). Niveaux tracés :  $(-2, 0, 2)\text{m.s}^{-1}$ .

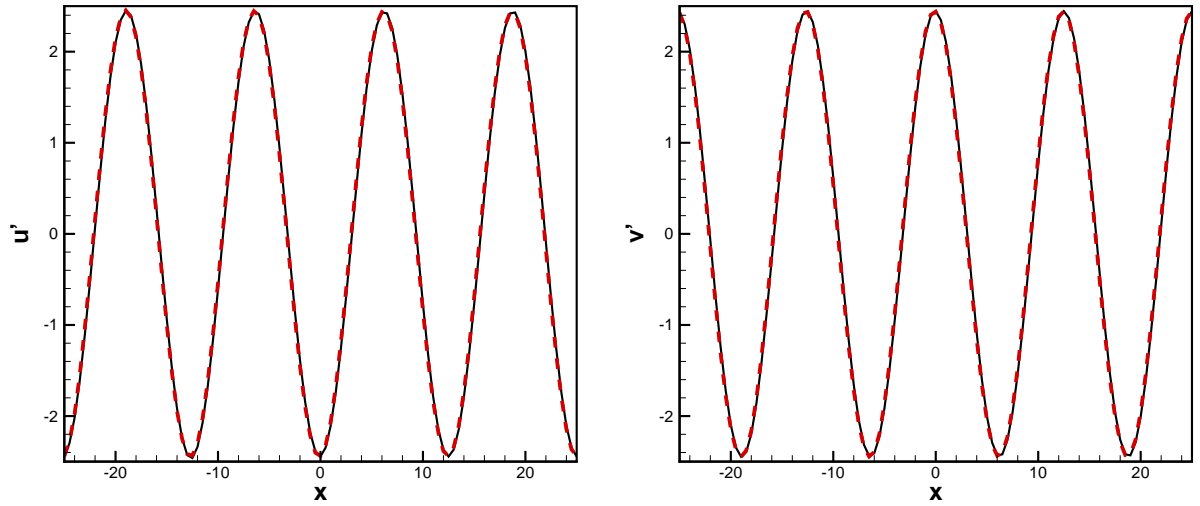


FIG. 1.16 –  $k_1 = k_2 = 0.5$ ,  $t = 1000\Delta t$ . Coupes horizontales de vitesse  $u'$  (à gauche) et  $v'$  (à droite) passant par  $(0, 0)$ . Solution numérique ( — ), solution analytique ( - - - ).

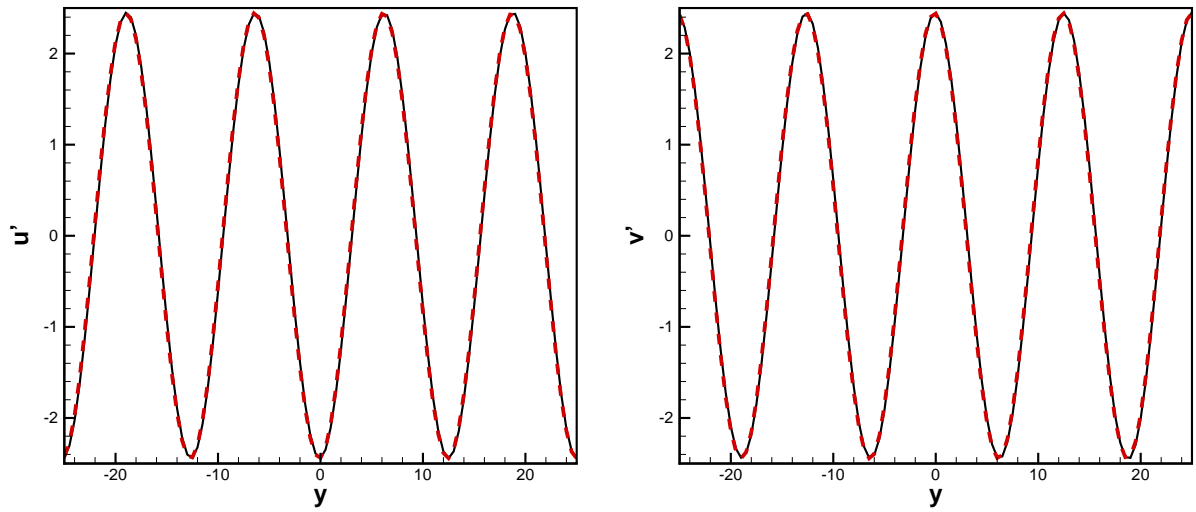


FIG. 1.17 –  $k_1 = k_2 = 0.5$ ,  $t = 1000\Delta t$ . Coupes verticales de vitesse  $u'$  (à gauche) et  $v'$  (à droite) passant par  $(0,0)$ . Solutions numérique (—) et analytique (---).

Nous avons aussi quantifié l'erreur entre les solutions numérique et analytique en calculant une norme infinie  $L_\infty$  et une norme  $L_2$  pour le champ de vitesse  $u'$  et  $v'$ . Ces deux normes sont définies comme suit :

$$L_\infty = \max(u'_{i,j} - u'_{anal})$$

$$L_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} (u'_{i,j} - u'_{anal})^2}{nx \times ny}}$$

L'erreur entre les solutions numérique et analytique se stabilise à partir d'un certain nombre d'itérations comme on peut le voir sur les figures 1.18.

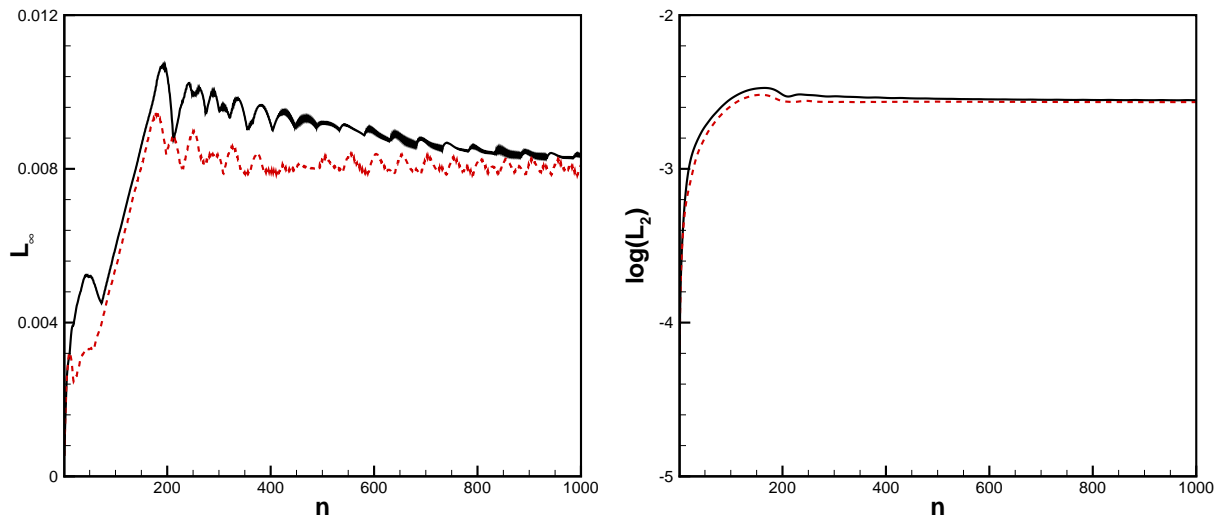


FIG. 1.18 –  $k_1 = k_2 = 0.5$ . À gauche, évolution temporelle de la norme infinie  $L_\infty$  de  $u'$  (—) et de  $v'$  (---). À droite, norme  $L_2$  de  $u'$  (—) et de  $v'$  (---) en échelle logarithmique en fonction du nombre d'itérations.

**Cas  $k_1 = k_2 = 2$ ,  $\text{Mach} = 0.5$**  La figure 1.19 permet de constater que le gust est bien convecté dans l'ensemble du domaine de calcul. Les normes  $L_\infty$  et  $L_2$  (voir figure 1.21) convergent vers des valeurs constantes. Pour la norme  $L_\infty$ , l'écart maximal entre la solution numérique et analytique est de 0.45 pour  $u'$  et 0.6 pour  $v'$ . La norme  $L_2$  en échelle logarithmique est de  $-1.2$ . On peut aussi observer la parfaite superposition des solutions analytique et numérique sur la figure 1.20.

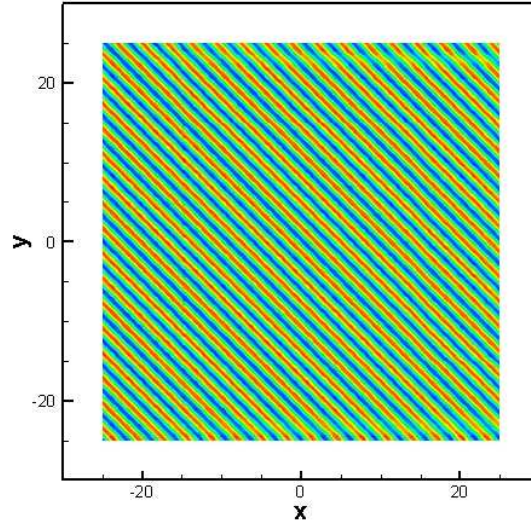


FIG. 1.19 –  $k_1 = k_2 = 2$ ,  $t = 1000\Delta t$ . Champ de vitesse fluctuante  $v'$  entre  $\pm 2 \text{ m.s}^{-1}$ .

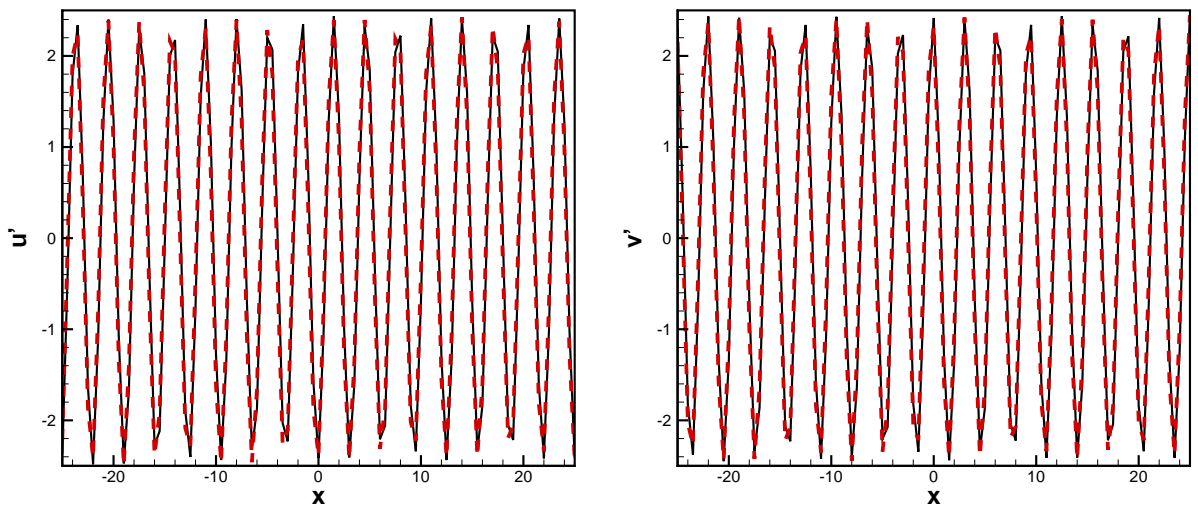


FIG. 1.20 –  $k_1 = k_2 = 2$ ,  $t = 1000\Delta t$ . Coupes horizontales de vitesse  $u'$  (à gauche) et  $v'$  (à droite) passant par  $(0, 0)$ . Solutions numérique (—) et analytique (---).

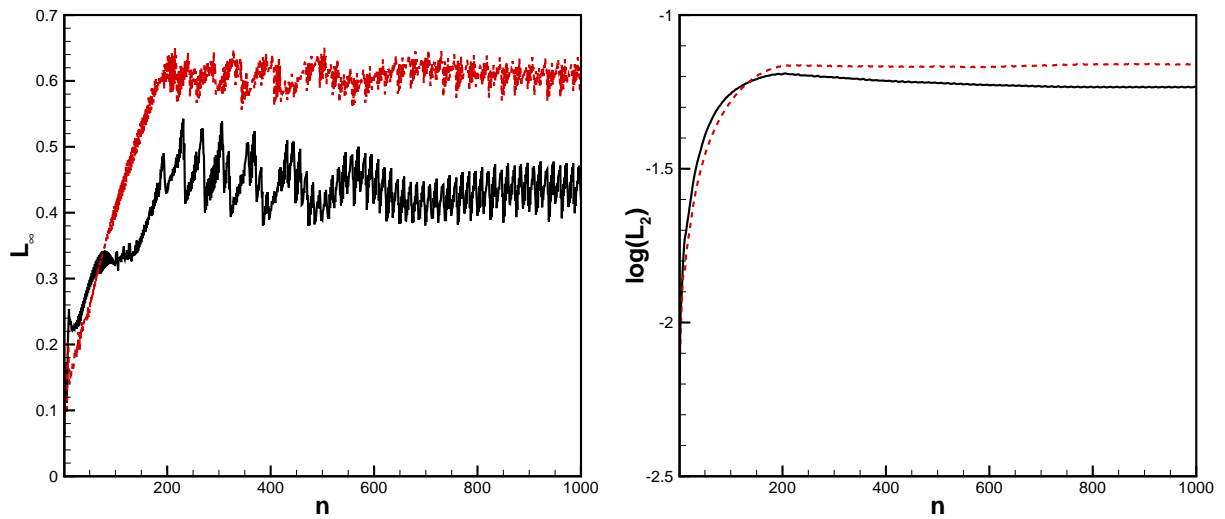


FIG. 1.21 –  $k_1 = k_2 = 2$ . A gauche, évolution temporelle de la norme infinie  $L_\infty$  de  $u'$  (—) et de  $v'$  (---). A droite, norme  $L_2$  de  $u'$  (—) et de  $v'$  (---) en échelle logarithmique en fonction du nombre d'itérations.

**Cas  $k_1 = k_2 = 3$ ,  $\text{Mach} = 0.5$**  Pour ce cas, le maillage ne supporte plus la rafale de vent. La longueur d'onde du gust est de 2.1 m donc le gust est discrétisé par environ 4 points par longueur d'onde. Cette discrétisation est tout juste suffisante pour les points intérieurs et insuffisante pour le traitement des conditions aux limites. En effet les schémas DRP sur 7 points de Tam et Webb [180] ont une résolution spatiale inférieure à celle du schéma sur 11 points optimisé. L'analyse des coupes sur la figure 1.23 confirme que le gust est sous discrétisé en espace. Les valeurs des deux normes visibles sur la figure 1.24 divergent, l'écart maximal entre la solution analytique et numérique devenant important.

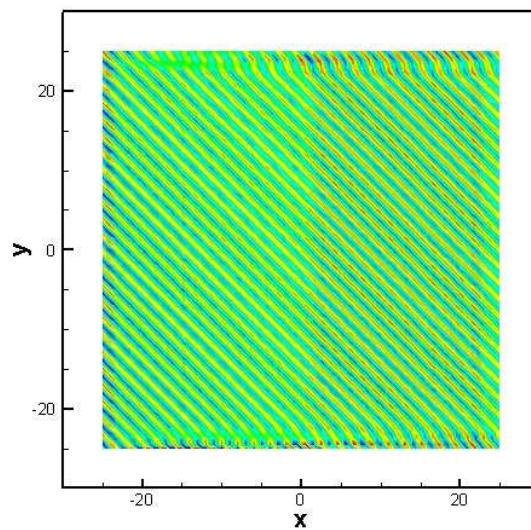


FIG. 1.22 –  $k_1 = k_2 = 3$ ,  $t = 1000\Delta t$ . Champ de vitesse fluctuante  $v'$  entre  $\pm 2\text{m.s}^{-1}$ .

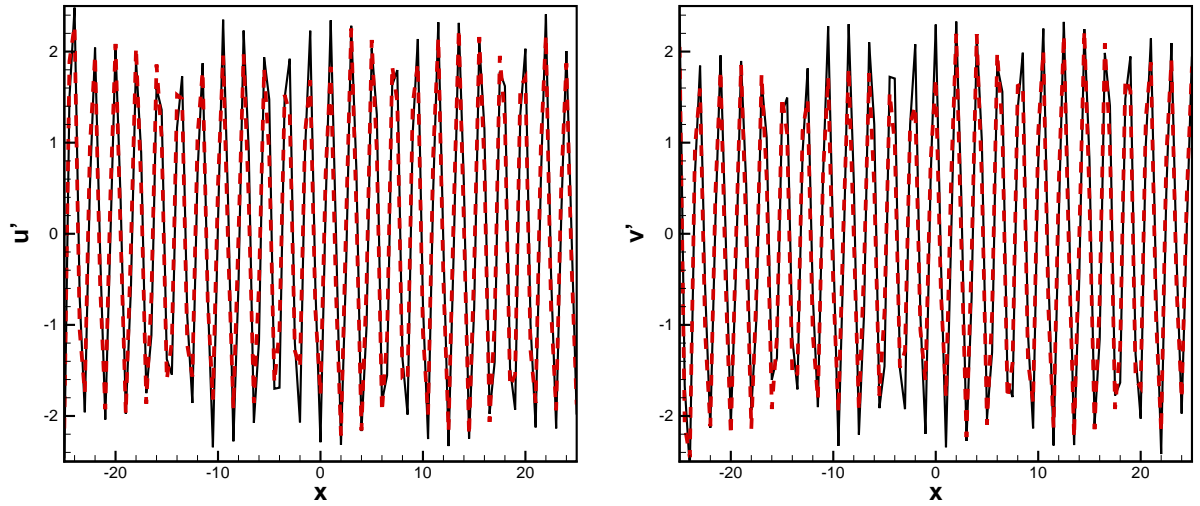


FIG. 1.23 –  $k_1 = k_2 = 3$ ,  $t = 1000\Delta t$ . Coupes horizontales de vitesse  $u'$  (à gauche) et  $v'$  (à droite) passant par  $(0,0)$ . Solutions numérique (—) et analytique (---).

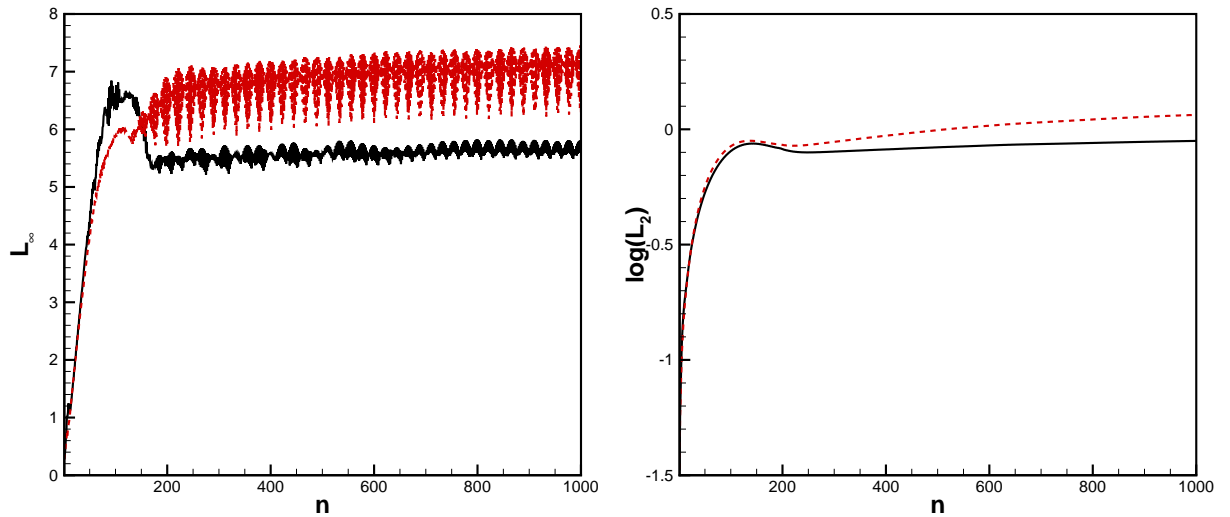


FIG. 1.24 –  $k_1 = k_2 = 3$ . A gauche, évolution temporelle de la norme infinie  $L_\infty$  de  $u'$  (—) et de  $v'$  (---). A droite, norme  $L_2$  de  $u'$  (—) et de  $v'$  (---) en échelle logarithmique en fonction du nombre d'itérations.

#### 1.5.6.4 Conclusion

L'utilisation de la formulation (1.11) de la condition de non rayonnement permet d'implémenter une condition limite d'entrée fluctuante. Dans un maillage donné, plus on augmente la valeur de  $k$ , plus l'erreur entre les solutions analytique et numérique augmente. Cette augmentation d'erreur est uniquement due à la sous résolution spatiale du gust par le maillage de calcul. De plus, cette condition limite permet toujours la sortie des ondes acoustiques. Dans le cas  $k_1 = k_2 = 0.5$ , nous avons superposé une impulsion en pression au gust à l'instant initial en  $(0,0)$ . La perturbation initiale de pression est définie par :

$$p - p_\infty = c_\infty^2(\rho - \rho_\infty) = 100 \times \exp \left\{ -\frac{\ln 2}{3\Delta x^2} (x^2 + y^2) \right\}$$

La figure 1.25 permet de visualiser la propagation de cette impulsion acoustique dans le domaine de calcul. On remarque que cette onde sort correctement du domaine sans réflexion parasite sur la face d'entrée du gust.

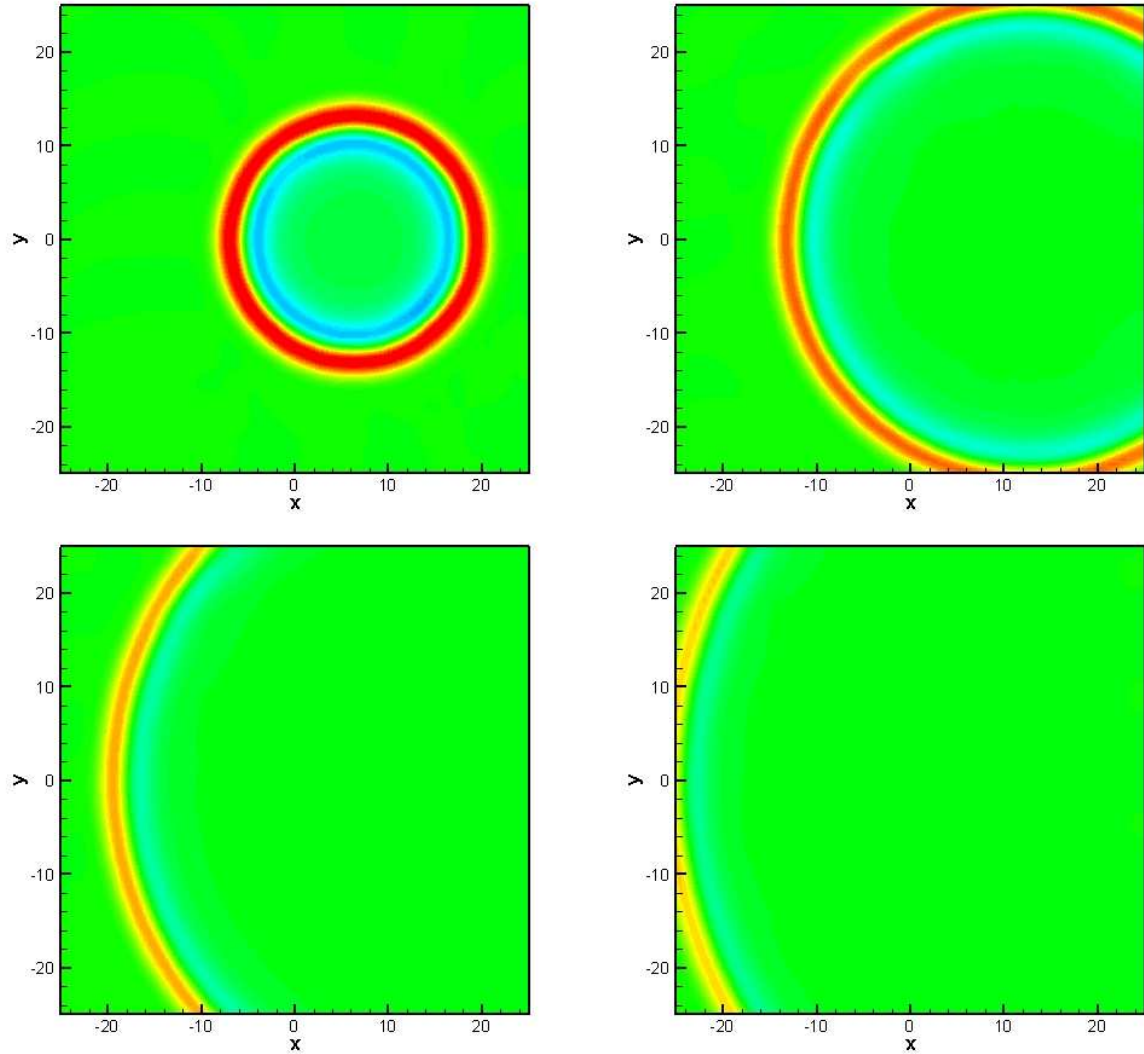


FIG. 1.25 –  $k_1 = k_2 = 0.5$ . Superposition à  $t = 0$  en  $(x, y) = (0, 0)$  d'une impulsion acoustique gaussienne. Visualisation du champ de pression fluctuante entre  $\pm 10\text{Pa}$ .



## 1.6 Transformation de coordonnées

L'utilisation de la méthode de transformation de coordonnées permet le passage entre un maillage physique curviligne et un maillage de calcul cartésien unitaire. L'évaluation de la métrique (donc du jacobien - voir paragraphe ci-après) demande une grande précision si l'on ne veut pas dégrader la solution (d'où le choix de schémas DRP sur 11 points). De plus, le taux de déformation du maillage semble être une limite aux transformations de coordonnées [135]. Pour des maillages très déformés, la métrique n'est plus calculée correctement et, dans ces conditions, l'utilisation de molécules de discrétisation de grande taille peut être néfaste pour le calcul.

### 1.6.1 Equations en coordonnées curvilignes

La résolution du système (1.1) à l'aide de schémas aux différences finies permet de traiter toutes les géométries dont le maillage est cartésien. Dès que l'on s'intéresse à des géométries curvilignes, une transformation géométrique est nécessaire pour continuer à appliquer les mêmes schémas aux différences finies. Soient  $(\xi, \eta, \varphi)$  les coordonnées curvilignes ; le système d'équations (1.1) peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \left( \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0 \quad (1.13)$$

De plus, on peut écrire les relations :

$$\begin{cases} dx = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) d\xi + \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) d\eta + \left( \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) d\varphi \\ dy = \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) d\xi + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) d\eta + \left( \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) d\varphi \\ dz = \left( \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) d\xi + \left( \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) d\eta + \left( \frac{\partial z}{\partial \varphi} \right) d\varphi \end{cases} \iff \begin{cases} d\xi = \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) dx + \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) dy + \left( \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) dz \\ d\eta = \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) dx + \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) dy + \left( \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) dz \\ d\varphi = \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dx + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dy + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) dz \end{cases} \quad (1.14)$$

que l'on met sous la forme :

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\varphi \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

où on a utilisé l'égalité suivante :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

La relation précédente nous permet donc de connaître directement la valeur des métriques qui interviennent dans le système d'équations (1.13). Le système (1.16) nous permet d'obtenir les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \varphi} - \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \varphi} \right) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \varphi} \right) \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \varphi} - \frac{\partial z}{\partial \varphi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial z}{\partial \varphi} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \varphi} - \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \end{array} \right. , \quad (1.17)$$

$J$  étant le jacobien défini par :

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \varphi} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} \end{vmatrix} \quad (1.18)$$

Après quelques calculs, il vient les égalités suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \mathbf{F} \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \mathbf{F} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mathbf{F} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \mathbf{G} \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \mathbf{G} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mathbf{G} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \mathbf{H} \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \mathbf{H} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mathbf{H} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{array} \right. \quad (1.19)$$

Les relations (1.19) ne sont vraies que si les relations suivantes sont vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0 \end{array} \right. \quad (1.20)$$

le système (1.13) à résoudre devient donc :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \mathbf{F} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \mathbf{H} \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \mathbf{F} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \mathbf{H} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mathbf{F} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{G} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{H} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0 \quad (1.21)$$

Ce système peut se réécrire plus simplement si on introduit la notion de flux curvilignes. Les flux curvilignes sont définis par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{F}_c = \mathbf{F} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \mathbf{H} \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \mathbf{G}_c = \mathbf{F} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \mathbf{H} \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \mathbf{H}_c = \mathbf{F} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{G} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{H} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{cases} \quad (1.22)$$

En adoptant ces notations, le système (1.21) à résoudre devient :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}_c}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{H}_c}{\partial \varphi} = 0 \quad (1.23)$$

Le système (1.23) est formellement similaire au système (1.1), à la différence que nous ne sommes plus en variables cartésiennes  $(x, y, z)$  mais en variables curvilignes  $(\xi, \eta, \varphi)$ . Le maillage de calcul est cartésien régulier, on peut donc appliquer aisément les schémas aux différences finies.

### 1.6.2 Cas particulier des équations de Navier-Stokes en 2D

Dans le cas des équations de Navier-Stokes en deux dimensions, l'expression des métriques est plus simple et se réduit aux expressions suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{1}{J} \frac{\partial \xi}{\partial x} \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J} \frac{\partial \xi}{\partial y} \end{cases}, \quad (1.24)$$

$J$  étant le jacobien défini par :

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} \quad (1.25)$$

Le système d'équations (1.20) à vérifier, après remplacement de  $\partial \xi / \partial x$ ,  $\partial \xi / \partial y$ ,  $\partial \eta / \partial x$  et  $\partial \eta / \partial y$  par leurs valeurs, devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) = 0 \end{cases}$$

ce qui revient à ce que les dérivées secondes de  $x$  et  $y$  par rapport à  $\xi$  et  $\eta$  commutent.

### 1.6.3 Instabilités numériques dues à la transformation de coordonnées

L'écriture du système (1.21) est conditionnée par le système (1.20). D'un point de vue mathématique, ces relations sont toujours vérifiées dans la mesure où les fonctions  $x, y, z$  sont des fonctions  $C^2$ . Il en est autrement du point de vue discret. D'après les premières simulations numériques effectuées, nous avons remarqué que la validation de ces relations ne pose pas de problème lorsque l'on applique le schéma de discrétisation spatiale aux points intérieurs du domaine. Cependant des instabilités apparaissent dès que le calcul des métriques est réalisé à l'aide d'un schéma décentré. Ce cas de figure se produit lorsque l'on a une paroi solide ou une condition de sortie de domaine. Certains auteurs comme Thomas et Lombard [182] ou Visbal et Gaitonde [183] se sont intéressés aux instabilités numériques dues aux calculs des métriques. Ils arrivent aux conclusions qu'il faut utiliser le même schéma en un point  $(x, y, z)$  pour calculer les métriques et la dérivée des flux. Un autre problème survient lorsque l'on utilise un maillage 3D : si l'on calcule les métriques  $\partial\xi/\partial x$ ,  $\partial\xi/\partial y$ ,  $\partial\xi/\partial z$ ,  $\partial\eta/\partial x$ ,  $\partial\eta/\partial y$ ,  $\partial\eta/\partial z$ ,  $\partial\varphi/\partial x$ ,  $\partial\varphi/\partial y$  et  $\partial\varphi/\partial z$  à l'aide des formules (1.17), il apparaît des instabilités numériques. Pour éviter ces instabilités il suffit de calculer ces métriques sous forme conservative :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial\xi}{\partial x} = \frac{1}{J} \left( \left( \frac{\partial y}{\partial\eta} z \right)_\varphi - \left( \frac{\partial y}{\partial\varphi} z \right)_\eta \right) \\ \frac{\partial\eta}{\partial x} = \frac{1}{J} \left( \left( \frac{\partial y}{\partial\varphi} z \right)_\xi - \left( \frac{\partial y}{\partial\xi} z \right)_\varphi \right) \\ \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{1}{J} \left( \left( \frac{\partial y}{\partial\xi} z \right)_\eta - \left( \frac{\partial y}{\partial\eta} z \right)_\xi \right) \\ \frac{\partial\xi}{\partial y} = \frac{1}{J} \left( \left( \frac{\partial z}{\partial\eta} x \right)_\varphi - \left( \frac{\partial z}{\partial\varphi} x \right)_\eta \right) \\ \frac{\partial\eta}{\partial y} = \frac{1}{J} \left( \left( \frac{\partial z}{\partial\varphi} x \right)_\xi - \left( \frac{\partial z}{\partial\xi} x \right)_\varphi \right) \\ \frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{1}{J} \left( \left( \frac{\partial z}{\partial\xi} x \right)_\eta - \left( \frac{\partial z}{\partial\eta} x \right)_\xi \right) \\ \frac{\partial\xi}{\partial z} = \frac{1}{J} \left( \left( \frac{\partial x}{\partial\eta} y \right)_\varphi - \left( \frac{\partial x}{\partial\varphi} y \right)_\eta \right) \\ \frac{\partial\eta}{\partial z} = \frac{1}{J} \left( \left( \frac{\partial x}{\partial\varphi} y \right)_\xi - \left( \frac{\partial x}{\partial\xi} y \right)_\varphi \right) \\ \frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{1}{J} \left( \left( \frac{\partial x}{\partial\xi} y \right)_\eta - \left( \frac{\partial x}{\partial\eta} y \right)_\xi \right) \end{array} \right. \quad (1.26)$$

### 1.6.4 Validation de l'utilisation des métriques sous la forme conservative

Ce cas test est quasiment le même que celui de Visbal et Gaitonde [183]. Il consiste à propager une impulsion acoustique dans un maillage sinusoïdal. Nous avons considéré deux maillages visualisés sur

la figure 1.26. Le premier est défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} x(i, j, k)(\tau) = x_{min} + \Delta x_0 \left[ (i-1) + A_x \sin(2\pi\omega\tau) \sin\left(\frac{n_{xy}\pi(j-1)\Delta y_0}{L_y}\right) \right] \\ y(i, j, k)(\tau) = y_{min} + \Delta y_0 \left[ (j-1) + A_y \sin(2\pi\omega\tau) \sin\left(\frac{n_{yx}\pi(i-1)\Delta x_0}{L_x}\right) \right] \\ z(i, j, k)(\tau) = z_{min} + \Delta z_0(k-1) \end{cases}$$

Le second par :

$$\begin{cases} x(i, j, k)(\tau) = x_{min} + \Delta x_0 \left[ (i-1) + A_x \sin(2\pi\omega\tau) \sin\left(\frac{n_{xy}\pi(j-1)\Delta y_0}{L_y}\right) \sin\left(\frac{n_{xz}\pi(k-1)\Delta z_0}{L_z}\right) \right] \\ y(i, j, k)(\tau) = y_{min} + \Delta y_0 \left[ (j-1) + A_y \sin(2\pi\omega\tau) \sin\left(\frac{n_{yx}\pi(i-1)\Delta x_0}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n_{yz}\pi(k-1)\Delta z_0}{L_z}\right) \right] \\ z(i, j, k)(\tau) = z_{min} + \Delta z_0 \left[ (k-1) + A_z \sin(2\pi\omega\tau) \sin\left(\frac{n_{zx}\pi(i-1)\Delta x_0}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n_{zy}\pi(j-1)\Delta y_0}{L_y}\right) \right] \end{cases}$$

avec dans les deux cas :

$$\begin{cases} x_{min} = y_{min} = z_{min} = -4 \\ x_{max} = y_{max} = z_{max} = 4 \\ L_x = x_{max} - x_{min}, L_y = y_{max} - y_{min}, L_z = z_{max} - z_{min} \\ A_x = A_y = A_z = 1 \\ n_{xy} = n_{yz} = .. = 4 \\ IL = JL = KL = 41\omega\tau = 1/4 \\ \Delta x_0 = \frac{L_x}{IL-1}, \Delta y_0 = \frac{L_y}{JL-1}, \Delta z_0 = \frac{L_z}{KL-1} \\ 1 \leq i \leq IL, \quad 1 \leq j \leq JL \quad \text{et} \quad 1 \leq k \leq KL \end{cases}$$

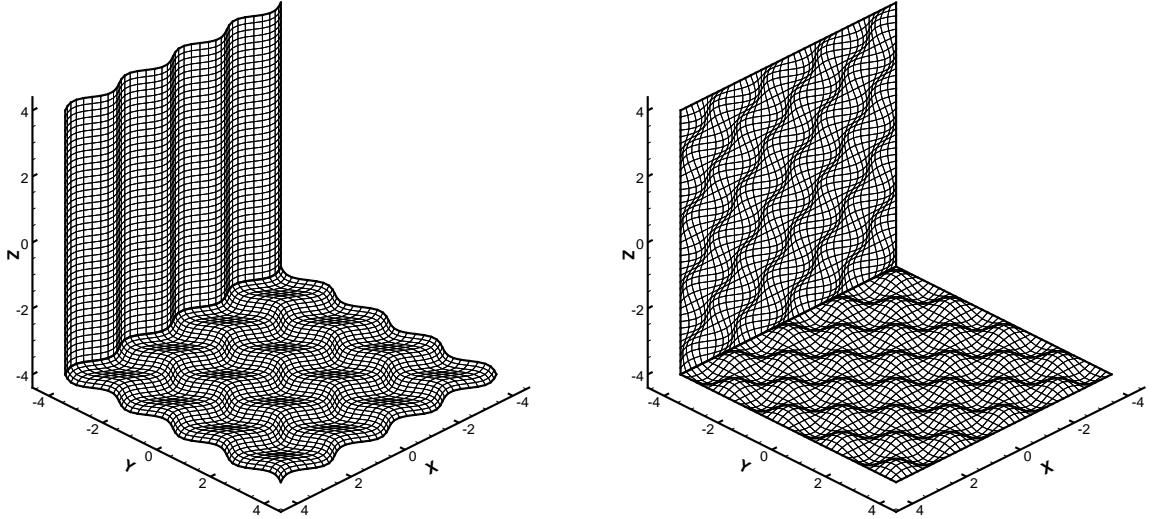


FIG. 1.26 – A gauche, maillage sinusoïdal plan, extrudé dans la direction  $z$ . A droite, maillage sinusoïdal dans les trois directions.

L'impulsion acoustique est définie par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \Delta_{car} = \min(\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0) \\ u = v = w = 0 \\ p = p_\infty + 100 \times \exp\left(-\frac{\ln 2}{9\Delta_{car}^2}((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2)\right) \end{cases}$$

On regarde le champ de pression fluctuant au bout de  $40\Delta t$  avec  $\Delta t = 3 \times 10^{-4}$ . Toutes les coupes de pression ont été réalisées au niveau des plans médians. Avec le maillage extrudé, nous obtenons les figures 1.27. Le résultat est indépendant du choix du calcul des métriques.

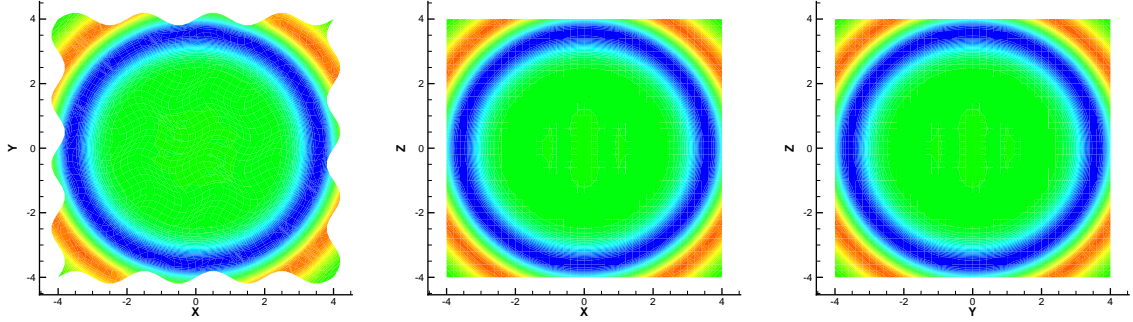


FIG. 1.27 – Isovaleurs du champ de pression entre  $\pm 5Pa$  au bout de  $40\Delta t$  : à gauche plan  $xy$ , au milieu plan  $xz$  et à droite plan  $yz$ .

En effet, avec ce maillage  $x$  et  $y$  ne dépendent pas de  $\varphi$  et le pas d'espace en  $z$  est constant. En adoptant la notation indicielle pour les dérivées, le premier terme de  $\xi_x$  vaut  $y_\eta z_\varphi$  sous forme non conservative et  $(y_\eta z)_\varphi$  sous forme conservative, or on a :

$$\begin{aligned} y_\eta z_\varphi &= y_\eta \Delta_z \\ (y_\eta z)_\varphi &= y_\eta z_\varphi + y_{\eta\varphi} = y_\eta \Delta_z + 0 \end{aligned}$$

donc dans ce cas, les deux formulations sont équivalentes. Dans l'optique de passer le code curviligne en 3D, nous conserverons la formulation non conservative des métriques car notre maillage sera un maillage 2D extrudé dans la troisième direction.

Avec le maillage non extrudé et l'utilisation des métriques sous forme non conservative nous obtenons les figures 1.28.

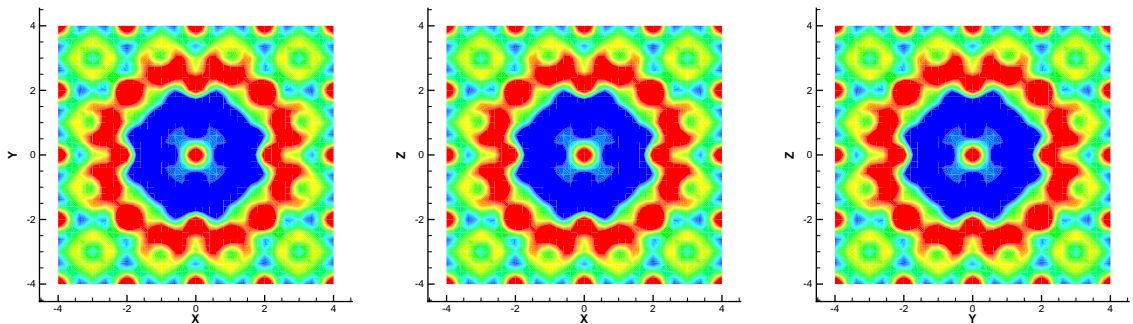


FIG. 1.28 – Isovaleurs du champ de pression entre  $\pm 5Pa$  au bout de  $20\Delta t$  : à gauche plan  $xy$ , au milieu plan  $xz$  et à droite plan  $yz$ .

Avec le maillage non extrudé et l'utilisation des métriques sous forme conservative nous obtenons les figures 1.29. Comme on peut le voir, l'utilisation des métriques non conservatives engendre de fortes erreurs numériques alors qu'avec celles sous forme conservative, aucune erreur numérique de forte amplitude n'est visible.

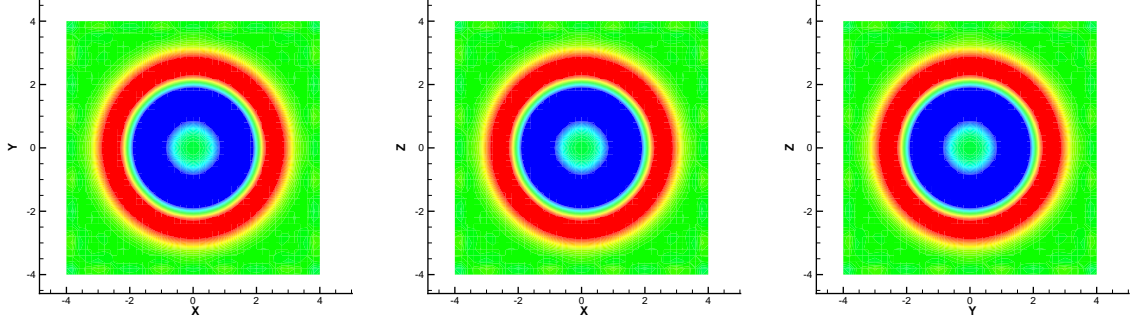


FIG. 1.29 – Isovaleurs du champ de pression entre  $\pm 5Pa$  au bout de  $20\Delta t$  : à gauche plan  $xy$ , au milieu plan  $xz$  et à droite plan  $yz$ .

## 1.7 Simulations des grandes échelles

Nous nous proposons ici de détailler le modèle de Simulation des Grandes Échelles (SGE) ou en anglais Large Eddy simulation (LES) utilisé pour les simulations numériques turbulentes.

### 1.7.1 Approches traditionnelles

En LES, le maillage ne peut pas résoudre toutes les échelles présentes au sein d'un écoulement. Les équations régissant l'écoulement sont obtenues après filtrage. Les échelles plus grandes que la largeur du filtre  $\Delta$  sont calculées explicitement tandis que les échelles de sous maille (subgrid scales ou SGS en anglais) sont modélisées. La fonction filtre  $G$  est appliquée à une variable  $f$  de l'écoulement de la façon suivante :

$$\bar{f}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \Delta) f(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}'$$

où l'opérateur barre désigne l'opération de filtrage. Pour les équations de Navier-Stokes, sous la condition que le filtre et l'opérateur de différenciation commutent, le tenseur des contraintes s'écrit  $\mathcal{T}_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ . Deux principaux modèles de fermeture ont été proposés pour  $\mathcal{T}_{ij}$ . Les modèles à viscosité turbulente, introduits par Smagorinsky [161], sont basés sur l'approximation de Boussinesq dans laquelle les tensions de Reynolds sont reliées au tenseur des contraintes par une viscosité  $\nu_e$ ,  $\mathcal{T}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\mathcal{T}_{kk} \approx -2\nu_e \bar{S}_{ij}$ . Les autres modèles sont des modèles de similarité d'échelles (scale similarity models ou SSM en anglais). Le modèle SSM a été proposé par Bardina *et al.* [6] et est basé sur le fait que les plus grandes structures non résolues interagissent avec les plus petites structures résolues. Les tensions de Reynolds sont approximées par le tenseur des contraintes calculé à partir des échelles résolues en employant un filtre additionnel dont la largeur caractéristique est supérieure ou égale à celle du filtre originel  $G$ ,  $\mathcal{T}_{ij} \approx \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{\bar{u}}_i \bar{\bar{u}}_j$ . Dans le modèle de Smagorinsky (SM), la viscosité turbulente est proportionnelle à une longueur définie comme le pas d'espace effectif  $\bar{\Delta}$  et à une échelle de vitesse basée sur le taux de contraintes,  $|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2}$  :

$$\nu_e = (C\bar{\Delta})^2 |\bar{S}|,$$

où la constante  $C$  est égale à 0.18 pour une turbulence homogène isotrope. Ce modèle a été amélioré en introduisant une procédure dynamique qui évalue localement  $(C\bar{\Delta})$ . Le modèle de Smagorinsky dynamique (DSM) [60, 64] repose sur l'utilisation d'un filtre test avec une largeur généralement deux fois supérieure à celle de  $G$  et sur l'identité de Germano. Les informations issues des fines structures permettent d'adapter la valeur de  $(C\bar{\Delta})$  en temps et en espace afin de prendre en compte la présence de parois solides, l'existence de régions laminares au sein de l'écoulement et les effets de backscatter. Par analogie avec la viscosité turbulente spectrale de Kraichnan, Lesieur et Métais [115] ont proposé une autre méthode pour évaluer la viscosité turbulente à partir d'une fonction de structure du second ordre. Cependant tous les modèles de viscosité turbulente souffrent des mêmes limitations. L'expression du tenseur de Reynolds étant similaire à une viscosité, celle-ci va agir sur toutes les échelles résolues et le nombre de Reynolds effectif sera artificiellement réduit. Cette carence est soulignée par de nombreuses études, qui utilisent une solution de référence obtenue à l'aide d'une DNS ou par des expériences pour évaluer la contribution exacte des termes de sous-maille. Toutes ces études révèlent une faible corrélation entre le modèle de sous maille et  $\mathcal{T}_{ij}$  [33, 133, 119, 191]. Cette observation est vraie pour tous les modèles de sous maille basés sur l'approximation de Boussinesq [151]. Les modèles de similarité d'échelles (SSM) fournissent d'assez bonnes corrélations du fait qu'ils approximent la vitesse résolue par la vitesse filtrée  $u_i \approx \bar{u}_i$ . Liu *et al.* [119] ont noté une bonne corrélation en utilisant un filtre secondaire (noté par un chapeau) avec une largeur de filtre plus grande  $2\Delta$  :  $\mathcal{T}_{ij} \approx \widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \widehat{\bar{u}_i} \widehat{\bar{u}_j}$ . Cependant, les méthodes SSM ne sont pas capables de reproduire les phases d'interaction non linéaire se produisant aux petites échelles et sont sous dissipatives. L'accumulation d'énergie peut conduire à une divergence de la simulation numérique. Le concept des modèles mixtes (MM) est alors apparu [6], car il permet de combiner les avantages des modèles SSM et le caractère dissipatif des modèles de sous maille tels que SM, pour des raisons évidentes de stabilisation. De nombreuses formulations de modèles mixtes ont été proposées avec des procédures dynamiques d'évaluation des coefficients [195, 185, 148, 85, 113]. Ces modèles possèdent les mêmes points faibles que les modèles SM ou DSM, à savoir un caractère dissipatif dû à la viscosité turbulente, mais les résultats sont sensiblement améliorés par la faible valeur de  $\nu_e$  ( $\sim 0.01$  pour les modèles DMM contre 0.1 pour les modèles DSM dans [195]).

### 1.7.2 Limitations des modèles de viscosité turbulente

Bogey et Bailly [17] ont mené des simulations de jets subsoniques à haut nombre de Reynolds avec ou sans le modèle dynamique de Smagorinsky (DSM). Le développement du jet est fortement modifié par l'emploi du modèle de viscosité turbulente. Les caractéristiques associées à un écoulement à haut nombre de Reynolds sont mieux reproduites sans viscosité supplémentaire. En ce qui concerne la LES d'écoulements turbulents dans des cavités ouvertes [69], l'utilisation d'un filtrage explicite seul, ou couplé avec le modèle de Smagorinsky (SM) comportant une fonction d'amortissement de van Driest pour le traitement des parois, modifie les structures cisailées ainsi que le champ acoustique rayonné. Les figures de vorticité 1.30 montrent clairement que l'écoulement turbulent comporte plus de fines structures dans la couche limite turbulente amont ainsi que dans la couche cisailée lorsque le modèle de viscosité turbulente est désactivé. On peut en conclure que le nombre de Reynolds effectif est diminué par l'ajout du modèle de viscosité turbulente, cette conclusion ayant déjà été établie par Bogey et Bailly [17]. Par conséquent, les enroulements, qui jouent un rôle fondamental dans la boucle de rétroaction de Rossiter, sont plus cohérents dans la simulation avec SM et l'intensité du champ acoustique rayonné est accrue. De plus, l'analyse des spectres de pression [69] montre que la LES avec SM est caractérisée par un seul pic à Strouhal  $St = fL/U_\infty = 0.78$ . La LES avec filtrage explicite seul



fournit deux pics à  $St_{low} = 0.32$  et  $St_{high} = 0.74$ . Cette tendance est conforme avec les mesures de Karamcheti [98] dans la même configuration. Ce dernier a détecté un pic à  $St = 0.71$  avec une couche limite amont laminaire et deux pics à  $St_{low} = 0.33$  et  $St_{high} = 0.66$  avec une couche limite amont turbulente. Afin de comprendre pourquoi la stratégie avec filtrage explicite seul fonctionne mieux, il est intéressant d'étudier les tendances actuelles de la LES 1.7.3.

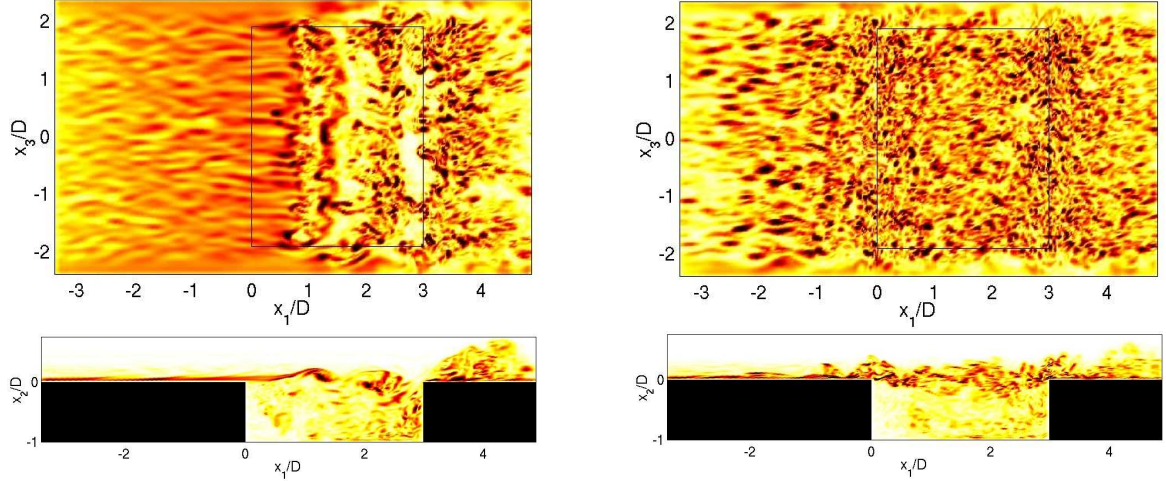


FIG. 1.30 – Influence du modèle de sous maille sur l'écoulement affleurant une cavité. LES d'une cavité dans la configuration expérimentale de Karamcheti ( $L/D = 3$  et  $M = 0.8$ ) : écoulement amont turbulent avec modèle SM ( $C_G = 0.18$  et fonction d'amortissement de van Driest à la paroi) (à gauche) ; écoulement amont turbulent avec filtrage explicite seul (à droite). Vues instantanées du module de la vorticité  $\|\omega\|$  en  $x_2 = 0.06D$  (en haut) et  $x_3 = 0$  (en bas). Niveaux entre 0 et  $2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  (Gloerfelt *et al.* [69]).

Deux choses sont à noter concernant les approches LES traditionnelles. En premier, aucune donnée explicite n'est nécessaire concernant la largeur ou la forme du filtre  $G$ , même si l'opération de filtrage doit avoir une influence. Par exemple, les quantités filtrées ne sont pas les mêmes si le produit de convolution avec  $G$  s'effectue avec un filtre passe bas de largeur  $\Delta x$ , ou par la projection d'un nombre fini de modes dans l'espace spectral (filtre passe bas parfait). Quand on applique un filtre réel dans l'espace physique, la décomposition  $f = \bar{f} + f'$  ne permet pas une séparation claire entre les échelles résolues et non résolues car  $\bar{f}$  et  $f'$  se recouvrent dans l'espace des nombres d'onde. De plus, les opérateurs de discrétisation introduisent des erreurs numériques qui peuvent grandement affecter les résultats [63]. En dehors de l'utilisation d'une méthode spectrale, l'opération de différentiation introduit une troncature additionnelle de  $\bar{f}$ . C'est pourquoi de nombreux auteurs [29, 47, 76] répartissent la solution en échelle résolue et échelle de sous filtre (subfilter-scale ou SFS en anglais). Les erreurs de discrétisation et le filtre non parfait sont responsables de l'existence de SFS résolues (RSFS) et non résolues. La stratégie LES doit donc tenir compte des effets des échelles de sous filtres résolues et des échelles de sous maille.

### 1.7.3 Quelques développements récents

*Les erreurs numériques en LES* : Ghosal [63] et Kravchenko & Moin [103] ont déterminé deux sources principales d'erreurs. La première est l'erreur introduite par les différences finies, que l'on appelle aussi erreur de troncature, lors de l'évaluation de forts gradients ou de fluctuations dont la longueur d'onde est inférieure à la limite de resolvabilité du schéma numérique. La seconde est une erreur d'aliasing. Elle provient du calcul des produits de termes non linéaires qui génère des fréquences supérieures

à celles supportées par le maillage. De plus, ces hautes fréquences interagissent avec les basses fréquences résolues. Si on utilise des schémas d'ordre faible, ces erreurs peuvent être de plusieurs ordres supérieures en amplitude aux termes de sous maille. En ce qui concerne les méthodes spectrales, seule l'erreur d'aliasing existe, et peut être supprimée en appliquant la règle de dealiasing en 3/2. L'utilisation de schémas d'ordre élevé avec de bonnes propriétés spectrales permet de réduire l'erreur due aux schémas aux différences finies. Cependant ces schémas sont sujets à de plus grandes erreurs d'aliasing. L'ajout d'un filtrage explicite dont la largeur est supérieure à la taille de maille est un bon moyen pour éviter l'effet d'aliasing [63]. Les tests *a posteriori* de Vreman *et al.* [186] indiquent que la largeur du second filtre doit être augmentée lors de l'utilisation de schémas d'ordre faible. Chow & Moin [31] recommandent de choisir un rapport largeur de filtre / taille de maille d'au moins 4 pour un schéma d'ordre 2 tandis qu'un rapport de 2 est suffisant pour un schéma de Padé d'ordre 6. L'ajout d'un filtrage explicite augmente le coût de calcul car un ratio de 4 diminue la résolution effective du maillage d'un facteur 4 dans chaque direction. Le coût de calcul est ainsi augmenté d'un facteur 64. Lund & Kaltenbach [122] ont démontré que le filtrage explicite accroît la précision de la LES mais qu'un raffinement du maillage sans filtrage explicite donne de meilleurs résultats dans le cas d'un schéma aux différences finies d'ordre 2. L'usage d'un filtrage explicite est très compétitif lorsqu'on l'applique avec des schémas d'ordre élevé. Selon Visbal et Rizzetta [183], la combinaison d'un schéma compact d'ordre 6 et d'un filtre passe bas d'ordre 10 de type Padé donne de très bons résultats. Les caractéristiques du filtre utilisé semblent plus cruciales que la contribution des termes de sous maille. Meinke *et al.* [134] ont aussi observé que les modèles de sous maille ont une influence négligeable comparée à la résolution du maillage et aux paramètres du filtre.

*Techniques de déconvolution* : Les échelles de sous filtre résolues (RSFS) résultant de l'application du filtre  $G$  et/ou des erreurs numériques peuvent théoriquement être reconstruites à partir des champs résolus. Cette opération s'appelle opération de déconvolution. Cette approche consiste à trouver une approximation  $\tilde{u}_i$  de la vitesse non filtrée  $u_i$ . L'idée de la déconvolution est déjà présente dans le modèle de similitude de Bardina *et al.* [6]. Le filtrage explicite est la façon la plus simple de réaliser une opération de déconvolution. On peut ainsi directement retrouver le terme de Leonard  $\overline{\overline{u}_i \overline{u}_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j$  [192, 75]. La méthode de déconvolution permet d'améliorer la qualité de la solution numérique étant donné que les équations contiennent maintenant le même contenu spectral. On peut aussi tout simplement inverser la fonction filtre  $G$ . Geurts [62] construit un opérateur inverse en imposant que des polynômes d'ordre élevé soient correctement retrouvés par l'inversion. Domaradzki & Saiki [49] ou Kuerten *et al.* [106] considèrent eux des inversions exactes telles que les fonctions de Fourier dans l'espace de Fourier. Carati *et al.* [29] réalisent un développement exact des termes RSFS en fonction de la vitesse des grandes structures et de ses dérivées, ceci pour de nombreux filtres. Le premier terme du développement est le modèle tensoriel de diffusivité proposé par Leonard [114] et Clark *et al.* [33],  $\mathcal{T}_{ij} \sim (\partial \overline{u}_i / \partial x_k)(\partial \overline{u}_j / \partial x_k)$ . Stolz & Adams [168, 170, 169] reconstruisent la valeur approximée  $\tilde{u}_i$  à partir de la méthode de déconvolution itérative de van Cittert,  $G^{-1} = \sum_{\nu=0}^{\infty} (I - G)^{\nu}$ , où  $I$  est l'opérateur identité. Dans le modèle de déconvolution approchée (ADM), la série est tronquée à une certaine valeur de  $N$ ,  $Q_N = \sum_{\nu=0}^N (I - G)^{\nu} \approx G^{-1}$ .

*Procédures de régularisation* : La régularisation consiste à imiter le mécanisme de dissipation par une procédure spécifique. Dans le modèle ADM de Stolz & Adams, le caractère approximé de la déconvolution peut faire office de dissipation [47], mais le modèle reste tout de même sous dissipatif dans la plupart des applications pratiques. Afin de modéliser les transferts d'énergie vers les échelles non résolues, le retrait d'un terme de relaxation  $\chi(I - Q_N * G) * \overline{u}_i$ , avec  $\chi > 0$ , fait office de ré-

gularisation. Le coefficient  $\chi$  peut être évalué par une procédure dynamique [170]. La fonction de transfert de  $Q_N * G$  est celle d'un filtre qui ne touche pas aux échelles résolues par le second filtre, comme le montrent Stolz & Adams [170] et Mathew *et al.* [130]. Gullbrand & Chow [76] utilisent la méthode de déconvolution ADM pour reconstruire la vitesse après l'opération de filtrage explicite et ajoutent une méthode DSM pour assurer une certaine régularisation. La régularisation peut aussi être réalisée par la méthode numérique elle-même, comme c'est le cas des méthodes MILES. Les propriétés dissipatives du schéma numérique constituent un modèle implicite [19, 58].

*Approches multi-échelles* : Une autre stratégie LES prometteuse consiste à décomposer les spectres en plusieurs échelles. Cette décomposition est motivée par le fait que les effets du modèle de sous maille sur les échelles résolues sont limités à une interaction avec les échelles au moins deux fois inférieures aux plus petites échelles résolues. Ces conclusions sont consistantes avec le modèle de viscosité spectrale de Kraichnan [115, 48]. Domaradzki *et al.* [49, 48] ont proposé un modèle en deux étapes : une procédure de déconvolution suivie par une évaluation des structures SGS dont la taille est deux fois inférieure à la plus petite échelle résolue. Hughes *et al.* [89] ont divisé le spectre en trois échelles : grandes, petites et non résolues. Cette séparation est réalisée dans l'espace des nombres d'onde en utilisant une méthode spectrale. Les petites échelles résolues sont traitées avec un modèle de viscosité turbulente de type Smagorinsky. Les résultats obtenus sont aussi bons que ceux donnés par des modèles dynamiques. Winckelmans *et al.* [191] montrent *a priori* que les comparaisons sont meilleures quand la viscosité turbulente n'est appliquée qu'aux plus petites échelles résolues. L'avantage des méthodes multi échelles est qu'elles sont plus simples à implémenter numériquement que les méthodes DSM.

#### 1.7.4 Approche retenue pour le présent travail

Dans nos travaux, nous combinons l'utilisation de schémas aux différences finies ayant de bonnes propriétés spectrales avec un filtrage explicite sans modèle additionnel de viscosité. Cette stratégie fait partie des nouvelles approches utilisées en LES. Tout d'abord l'erreur de troncature est minimisée pour des ondes à plus de 4 points par longueur d'onde. De plus, le filtrage explicite présente de nombreux avantages. Il permet de s'affranchir des problèmes d'aliasing et supprime les oscillations maille à maille. Il fait aussi office de déconvolution en supprimant les fluctuations dont le nombre d'onde est supérieur à la résolubilité du schéma aux différences finies. Mathew *et al.* [130] ont démontré que la méthode ADM est quasiment similaire à une déconvolution suivie d'un filtrage explicite  $Q_N * G$ . Dans notre cas, les ondes telles que  $k\Delta x < \pi/2$  sont résolues temporellement et spatialement et n'ont donc pas besoin d'être déconvoluées. Les ondes telles que  $k\Delta x > \pi/2$  sont mal résolues mais sont filtrées. De plus, le filtrage explicite induit une régularisation similaire à celle utilisée dans les méthodes ADM, mais avec un coefficient constant. Étant donné que le filtre n'affecte pas les échelles résolues, la valeur exacte du coefficient n'est pas cruciale. Par exemple, Bogey et Bailly [17] appliquent le filtre à toutes les itérations temporelles ou toutes les trois itérations sans que cela n'affecte les résultats. Stolz *et al.* [170] arrivent eux aussi à la conclusion que les résultats sont peu sensibles à la valeur du coefficient de relaxation  $\chi$ . L'implémentation numérique d'une procédure dynamique d'estimation des transferts d'énergie améliorerait la consistance de notre approche.

L'utilisation d'un filtrage explicite comme régularisation assure une séparation nette identique à celle des approches multi-échelles. L'effet des échelles de sous maille est pris en compte implicitement dans

la région  $\pi/2 < k\Delta x \lesssim 3\pi/4$  par le filtre et les différences finies car leurs coupures dans l'espace spectral ne sont pas nettes. Visbal *et al.* [184] incluent donc ce type d'approche dans la catégorie des LES implicites (ILES). Cette méthode a été appliquée avec succès pour la simulation d'un canal plan, d'écoulements autour de cylindres ou de profils, avec des résultats aussi bons que ceux obtenus avec la méthode DSM. Cette stratégie LES présente aussi l'avantage d'être versatile. Le filtrage explicite étant utilisé en combinaison avec des schémas aux différences finies d'ordre élevé, aucun autre modèle n'a besoin d'être implémenté. Des modèles comme DSM peuvent augmenter le coût de calcul de 20% à un ordre de grandeur. La présente stratégie est donc bien adaptée à la simulation d'écoulements complexes à haut nombre de Reynolds.

## 1.8 Validation de la transformation de coordonnées

### 1.8.1 Réflexion d'une impulsion sur une paroi solide

#### 1.8.1.1 Réflexion en maillage cartésien

On considère la réflexion d'une impulsion acoustique bidimensionnelle sur une paroi plane en présence d'un écoulement uniforme, comme indiqué sur la figure 1.31. Le mouvement du fluide non visqueux est régi par les équations d'Euler et le nombre de Mach de l'écoulement est  $M = U_\infty/c_\infty = 0.5$ , où  $c_\infty$  est la vitesse du son. L'impulsion acoustique est générée par une perturbation initiale sur la pression avec une répartition gaussienne centrée en  $(0, 25)$ . Les conditions initiales sont donc :

$$\begin{aligned} t = 0 \quad u = U_\infty \quad v = 0 \\ p - p_\infty = c_\infty^2(\rho - \rho_\infty) = \exp \left\{ -\frac{\ln 2}{5\Delta x^2} (x^2 + (y - 25)^2) \right\} \end{aligned}$$

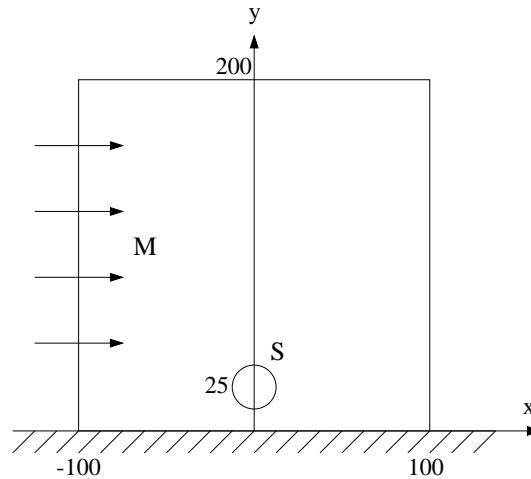


FIG. 1.31 – Réflexion d'une impulsion de pression sur une paroi en présence d'un écoulement uniforme à  $M=0.5$ .

Pour la simulation numérique, on utilise un maillage cartésien régulier de  $201 \times 201$  points avec  $\Delta x = \Delta y = 1$  m. La pression de référence est fixée à  $10^5$  Pa et la masse volumique de référence vaut  $1.22$  kg/m<sup>3</sup>. Le pas de temps  $\Delta t$  vaut  $0.5\Delta x/c_\infty = 2.06 \times 10^{-3}$  s. La configuration choisie est

exactement celle proposée dans le 1<sup>er</sup> problème de la catégorie 4 du 1<sup>er</sup> workshop ICASE-NASA [79]. On compare les résultats à la solution analytique obtenue pour cette impulsion gaussienne ([79], p.11). Afin d'établir une comparaison avec les résultats obtenus par les participants au workshop ICASE-NASA, on présente les fluctuations de pression  $p - p_\infty$  au temps  $t = 100$ , adimensionné par  $\Delta x/c_\infty$ , correspondant à 200 itérations temporelles. Pour ce temps, on visualise deux isocontours positifs et un isocontour négatif sur lesquels on superpose la solution analytique<sup>†</sup>.

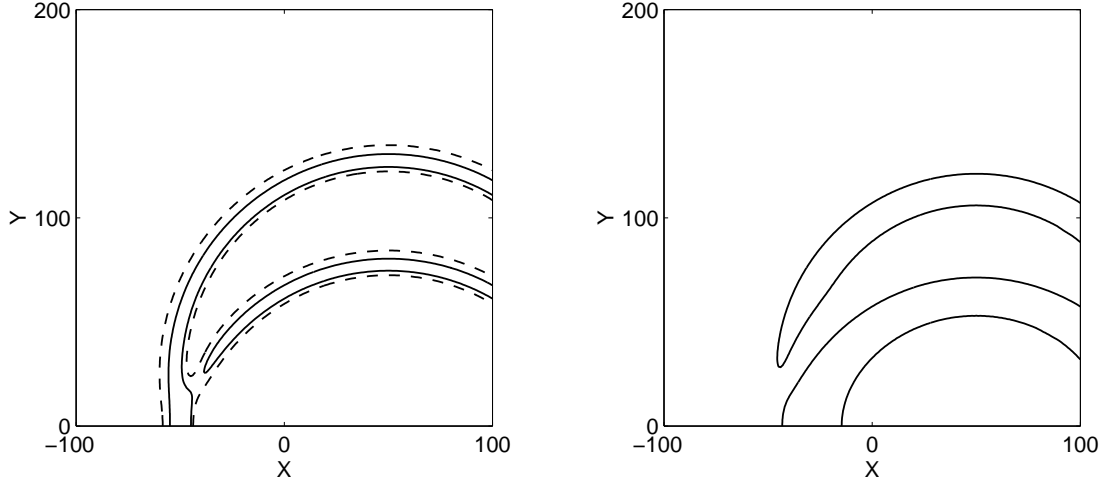


FIG. 1.32 – Réflexion d'une impulsion de pression sur une paroi à  $t = 100$  sur un maillage cartésien avec le code cartésien. A gauche, isocontours de pression  $1 \times 10^{-2}$  Pa (---) calculé,  $5 \times 10^{-2}$  Pa (—) calculé et  $5 \times 10^{-2}$  Pa (.....) analytique. A droite, isocontours  $-1 \times 10^{-2}$  Pa calculé (—) et  $-1 \times 10^{-2}$  Pa (.....) analytique.

On calcule l'erreur par rapport à la solution analytique au temps adimensionnel  $t = 100$  avec les normes  $L_1$  et  $L_2$  pour quantifier les écarts entre les méthodes.

$$\text{err}L_1 = \|p - p_{ana}\|_{(1)} = \max_{x,y} |p - p_{ana}|$$

$$\text{err}L_2 = \|p - p_{ana}\|_{(2)} = \sqrt{\sum_{x,y} (p - p_{ana})^2}$$

	Tam et Dong 7 pts Maillage cartésien Code cartésien	Tam et Dong 11 pts Maillage cartésien Code cartésien	Tam et Dong 11 pts Maillage cartésien Code curviligne	Tam et Dong 11 pts maillage curviligne Code curviligne
$\text{err}L_1$ (%)	0.25	0.089	0.1937	0.0972
$\text{err}L_2$ (%)	0.009	0.0046	0.0066	0.0067

TAB. 1.5 – Erreur par rapport à la solution analytique au temps  $t = 100$ .

L'utilisation des schémas sur 11 points ainsi que la méthode du point fantôme de Tam et Dong [173] permet d'obtenir une erreur L2 deux fois plus faible que celle trouvée par Xavier Gloerfelt qui utilisait

<sup>†</sup>Les résultats du workshop pour les mêmes isocontours et le même temps sont rassemblés p.351 à 356 de la référence [79].

les schémas de Tam (schémas DRP sur 7 points). Xavier Gloerfelt a noté dans sa thèse [66] que la condition de paroi ne constituait pas directement le facteur limitant pour la précision globale du calcul. La diminution de l'erreur est donc surtout due à l'utilisation des schémas sur 11 points.

### 1.8.1.2 Réflexion en maillage non cartésien

Avant de réaliser ce cas test avec la transformation de coordonnées, nous l'avons réalisé en maillage cartésien mais avec le code curviligne. Cela nous permet de mettre en évidence les erreurs numériques ajoutées par le passage en curviligne. Les résultats sont présentés sur la figure 1.33. Nous obtenons de très bons résultats ; comme avec le code cartésien, les courbes sont parfaitement confondues. Le niveau d'erreur est tout de même légèrement supérieur à celui obtenu avec le code cartésien. Mais les erreurs restent très faibles.

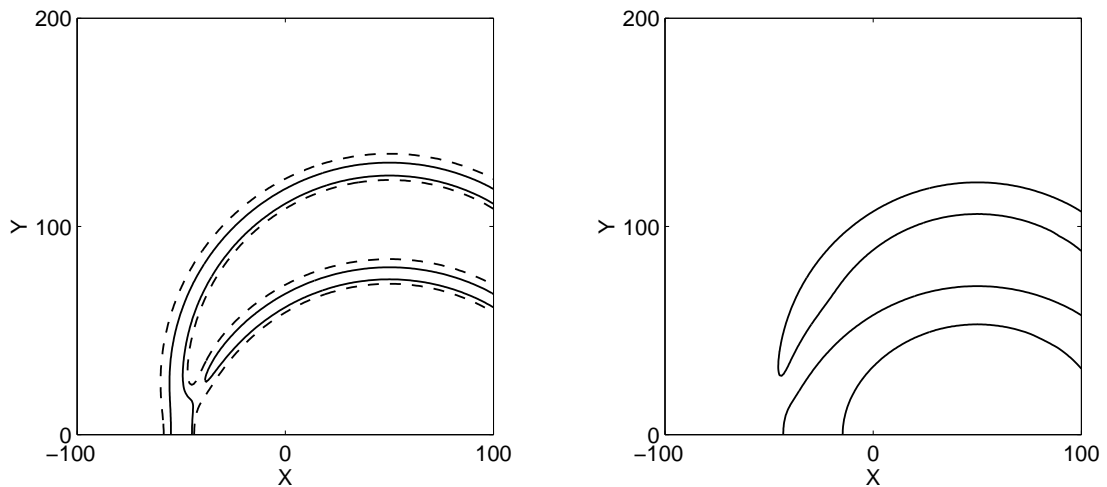


FIG. 1.33 – Réflexion d'une impulsion de pression sur une paroi à  $t = 100$  sur un maillage cartésien avec le code curviligne. A gauche, isocontours de pression  $1 \times 10^{-2}$  Pa (---) calculé,  $5 \times 10^{-2}$  Pa (—) calculé et  $5 \times 10^{-2}$  Pa (.....) analytique. A droite, isocontours  $-1 \times 10^{-2}$  Pa calculé (—) et  $-1 \times 10^{-2}$  Pa (.....) analytique.

On utilise maintenant un maillage curviligne de  $401 \times 201$  points, généré de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} IL = 401 \\ JL = 201 \\ x(1, 1) = -200 \quad y(1, 1) = 0 \\ x(IL, 1) = 200 \quad y(IL, 1) = 0 \\ x(1, JL) = 200 \quad y(1, JL) = 200 \\ x(IL, JL) = -60 \quad y(IL, JL) = 200 \\ x(i, 1) = x(i-1, 1) + 1 \quad \text{et} \quad y(i, 1) = 0 \quad i = 2, \dots, IL-1 \\ x(i, JL) = x(i-1, JL) + 1 \quad \text{et} \quad y(i, 1) = 200 \quad i = 2, \dots, IL-1 \\ x(1, j) = x(1, 1) + \frac{x(1, JL) - x(1, 1)}{JL-1}(j-1) \quad j = 2, \dots, JL-1 \\ y(1, j) = y(1, 1) + \frac{y(1, JL) - y(1, 1)}{JL-1}(j-1) \quad j = 2, \dots, JL-1 \\ x(IL, j) = x(IL, 1) + \frac{x(IL, JL) - x(IL, 1)}{JL-1}(j-1) \quad j = 2, \dots, JL-1 \\ y(IL, j) = y(IL, 1) + \frac{y(IL, JL) - y(IL, 1)}{JL-1}(j-1) \quad j = 2, \dots, JL-1 \\ x(i, j) = x(i, 1) + \frac{x(i, JL) - x(i, 1)}{JL-1}(j-1) \quad i = 2, \dots, IL-1 \quad \text{et} \quad j = 2, \dots, JL-1 \\ y(i, j) = y(i, 1) + \frac{y(i, JL) - y(i, 1)}{JL-1}(j-1) \quad i = 2, \dots, IL-1 \quad \text{et} \quad j = 2, \dots, JL-1 \end{array} \right.$$

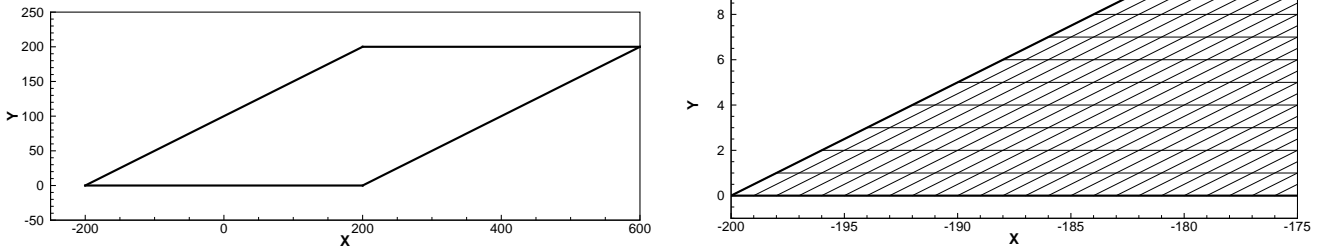


FIG. 1.34 – Visualisation du maillage faisant un angle de  $45^\circ$  avec la paroi. A gauche, contours du maillage. A droite, détail du maillage au niveau de la paroi.

Le maillage fait un angle de  $45^\circ$  avec la paroi comme on peut le voir sur la figure 1.34. Comme dans les cas précédents, on visualise sur la figure 1.35 les isocontours des fluctuations de pression sur lesquels on superpose la solution analytique évaluée sur ce maillage. Le tableau 1.5 récapitule les erreurs entre les solutions numérique et analytique dans les différents cas traités. Dans le cas du maillage curviligne, nos résultats restent en très bon accord avec la solution analytique. On note notamment que la non normalité des mailles à la paroi ne pose pas de problème.

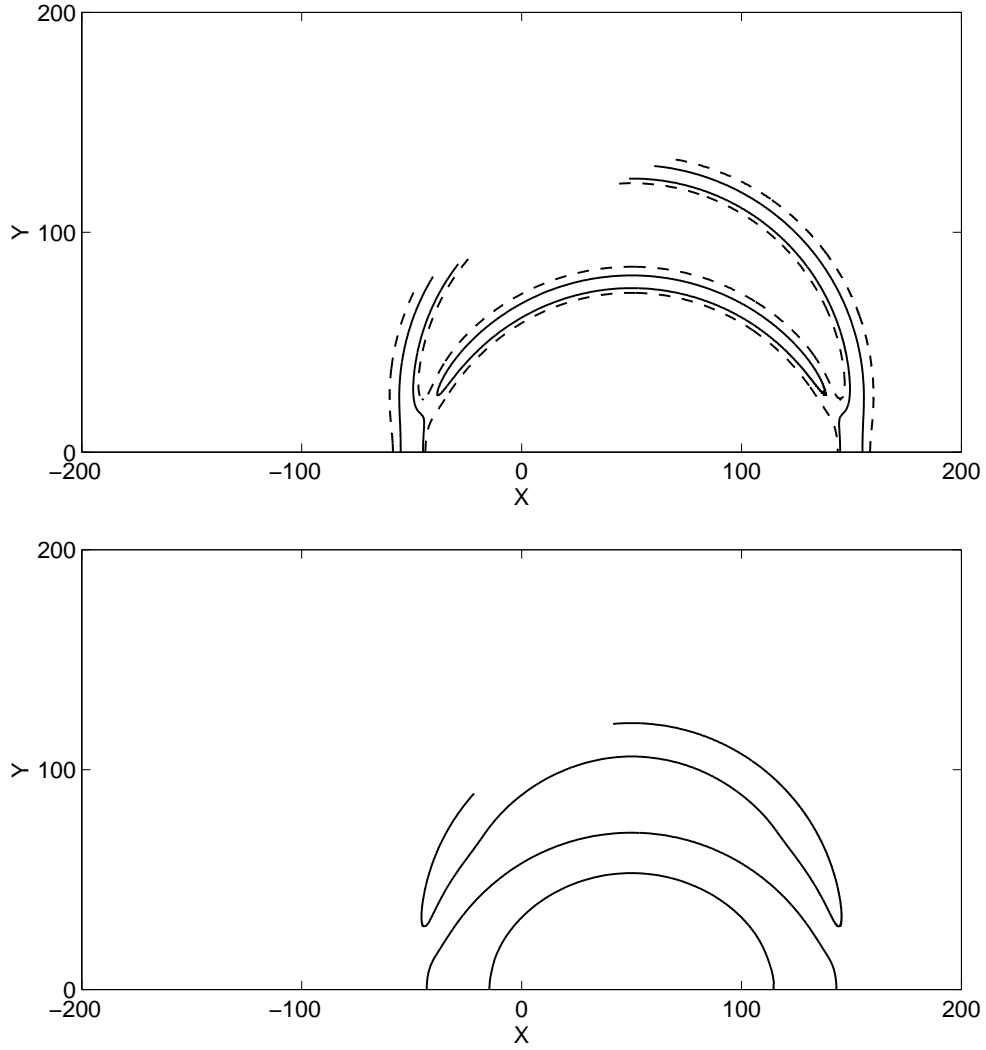


FIG. 1.35 – Réflexion d’une impulsion de pression sur une paroi à  $t = 100$  sur un maillage incliné à  $45^\circ$  avec le code curviligne. En haut, isocontours de pression  $1 \times 10^{-2}$  Pa (---) calculé,  $5 \times 10^{-2}$  Pa (—) calculé et  $5 \times 10^{-2}$  Pa (.....) analytique. En bas, isocontours  $-1 \times 10^{-2}$  Pa calculé (—) et  $-1 \times 10^{-2}$  Pa (.....) analytique.

### 1.8.2 Diffraction d’une source harmonique par un cylindre

Notre deuxième cas test acoustique reprend un cas tiré du benchmark du 2<sup>nd</sup> *CAA workshop* [107]. Pour ce cas test, on choisit le maillage cylindrique suivant :

$$\begin{cases} x_{i,j} = (r + (j-1)\Delta r) \cos((i-1)\Delta\theta + \pi/2) \\ y_{i,j} = (r + (j-1)\Delta r) \sin((i-1)\Delta\theta + \pi/2) \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} r = 0.5 \text{ m} \\ \Delta r = \frac{15r}{(JL-1)} \\ \Delta\theta = \frac{2\pi}{IL} \\ 1 \leq i \leq IL \quad \text{et} \quad 1 \leq j \leq JL \end{cases}$$



où  $r$  est le rayon du cylindre, le domaine de calcul ayant un rayon de 10 m,  $IL$  et  $JL$  sont les nombres de points dans les directions azimutale et radiale respectivement. On reprend les caractéristiques de la source utilisée dans le benchmark du 2<sup>nd</sup> CAA workshop [107], en variables dimensionnées. Ainsi, la source est définie par :

$$S = c_\infty \sin(\omega t) \exp\left(\frac{\ln 2}{0.2^2} ((x_{i,j} - 4)^2 + (y_{i,j})^2)\right)$$

avec  $\omega = 2\pi c_\infty$  ou  $\omega = 8\pi c_\infty$ ,  $c_\infty = \sqrt{\frac{\gamma p_{ref}}{\rho_\infty}}$  avec  $p_\infty = 10^5$  Pa et  $\rho_\infty = 1.225$  kg m<sup>-3</sup>.

La source est placée à 4 m du centre du domaine, qui est aussi le centre du cylindre. On notera que les équations résolues ne sont pas les équations en polaire mais celles en cartésien. La détermination de  $\omega$  avec la demi largeur de la gaussienne fixée permet de choisir entre une source compacte et non compacte. La compacité d'une source se définit comme le rapport entre la longueur d'onde de la source et la taille de celle-ci. Des conditions périodiques ont été utilisées sur les faces en  $i = 1$  et  $i = IL$ , alors qu'une condition de paroi est utilisée en  $j = 1$  (correspondant au cylindre) et une condition de sortie en  $j = JL$ .

### 1.8.2.1 Source compacte

Le cas  $\omega = 2\pi$  correspond à une source compacte. La longueur d'onde du champ acoustique sera donc grande devant la largeur de la source gaussienne. Pour la simulation numérique, nous avons utilisé un maillage  $181 \times 71$ , un pas de temps de  $0.2\Delta r/c_\infty$ . Pour la discrétisation spatiale, nous utilisons le schéma sur 11 points optimisé dans l'espace des nombres d'onde. La condition de paroi de Tam et Dong décrite au paragraphe 1.5.1.2 est utilisée pour le traitement des points de paroi. L'opération de filtrage est réalisée à l'aide du filtre optimisé sur 11 points de Bogey et Bailly [18]. Les filtres décentrés de Berland *et al.* [11] sont implémentés pour le traitement des points de proche paroi. A noter que nous n'utilisons pas les filtres décentrés sur 11 points mais ceux sur 7 points pour le traitement des deuxième et troisième points. Le coefficient de filtrage vaut 0.2 sauf pour les 5 points de paroi où il est réduit avec une progression linéaire de pente 1/5. Le tableau 1.6 récapitule l'ensemble des schémas utilisés dans la direction normale à la paroi ainsi que la valeur du coefficient de filtrage en fonction du point d'application dans le maillage.

Point d'application	Schéma de discrétisation spatial	Filtres	Coefficient de filtrage $\sigma_d$
Paroi $j = 1$	FD010	Aucun filtre	
$j = 2$	FD19	SF15	1/25
$j = 3$	FD28	SF24	2/25
$j = 4$	FD37	SF37	3/25
$j = 5$	FD46	SF46	4/25
Points intérieurs	FD11	SF11	0.2

TAB. 1.6 – Détails des schémas, filtres et coefficients de filtrage utilisés pour le traitement des points de paroi.

Dans ce tableau, FD15 dénote un schéma aux différences finies décentré sur 7 points (1 point à gauche et 5 points à droite). SF15 dénote un filtre décentré sur 7 points avec la même répartition de points que pour FD15. Seuls FD11 et SF11 dénotent des schémas centrés sur 11 points.

Sur la figure 1.36, on peut voir la diffraction de la source par le cylindre. On distingue clairement la zone de silence devant le cylindre, ainsi que les zones d'interférences constructives et destructives entre le champ direct et le champ diffracté par le cylindre.

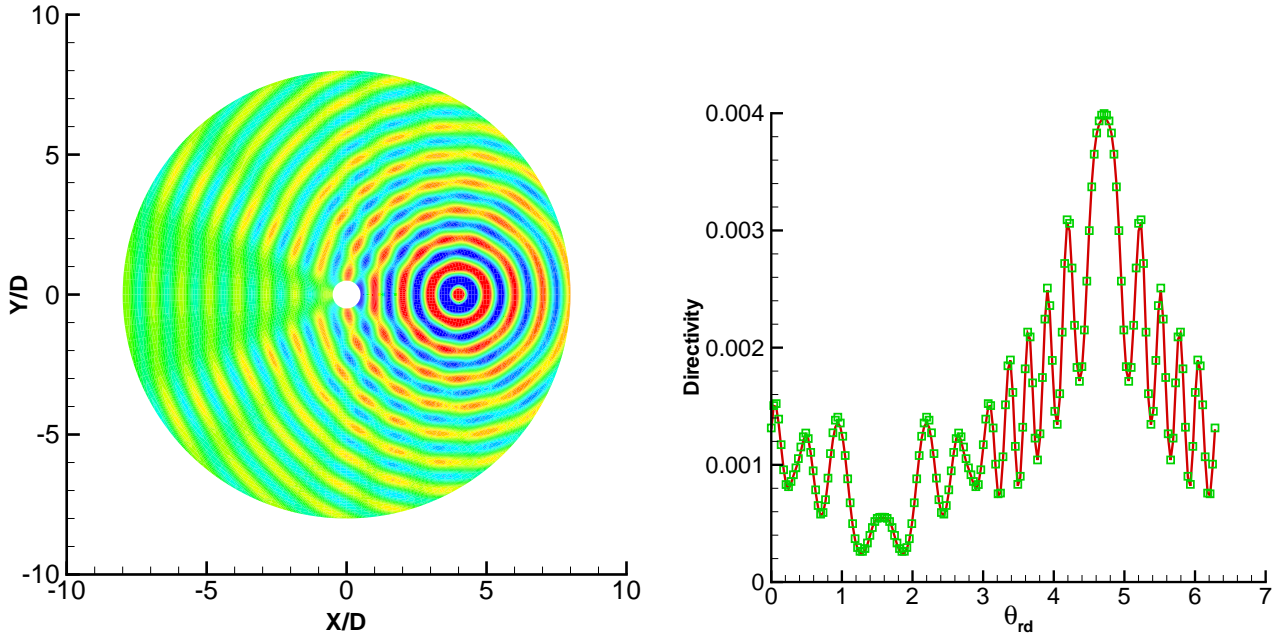


FIG. 1.36 – Diffraction d’une source acoustique ( $\omega = 2\pi$ ) par un cylindre. À gauche, distribution de pression sur le domaine de calcul (niveaux entre  $\pm 0.035$  Pa) en utilisant la transformation de coordonnées. À droite, directivité pour  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  calculée à une distance de 7.5 m sur une période de la source. La solution analytique est représentée en ( $\square$ ), la solution en transformation de coordonnées en (—).

On peut également remarquer que ces résultats sont en assez bon accord avec ceux obtenus par Baysal et Kaushik [7]. Toutefois, pour avoir un critère plus objectif et plus précis, on décide de tracer la directivité :

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} (r p^2),$$

pour  $\theta$  variant de 0 à 360 degrés, et à une distance  $r_0 = 7.5$  m du centre du domaine (notre domaine n’étant pas infini). D’après l’étude visuelle de la figure 1.36, notre solution est en bon accord avec la solution analytique. On notera tout de même quelques différences au niveau des pics. L’expression de la solution analytique est rappelée dans l’annexe C de la thèse de Marsden [126]. Les différences au niveau des pics proviennent d’une trop grande valeur du coefficient de filtrage pour les points intérieurs. La solution numérique est aussi très sensible aux filtres utilisés près des parois.

### 1.8.2.2 Source non compacte

Le cas  $\omega = 8\pi$  correspond à une source non compacte. La source acoustique ne peut plus être assimilée à une source ponctuelle, mais à une source étendue. Pour la simulation numérique, nous avons utilisé un maillage  $721 \times 281$ , un pas de temps de  $0.3\Delta r/c_\infty$  et un coefficient de filtrage de 0.3. Nous utilisons les mêmes schémas numériques que dans le cas  $\omega = 2\pi$ . Sur la figure 1.37, on peut observer la diffraction de la source par le cylindre. Mais cette fois-ci, des interférences destructrices ont lieu au sein même de la source, ce qui rend le cas  $\omega = 8\pi$  beaucoup plus difficile que le cas  $\omega = 2\pi$  car les niveaux de pression à capter sont beaucoup plus faibles ( $10^{-2}$  Pa dans le cas  $\omega = 2\pi$  et  $10^{-5}$  dans le cas  $\omega = 8\pi$  à comparer au  $10^5$  Pa de la pression de référence).

La directivité tracée sur la figure 1.37 est correcte, mais les écarts que nous avons constatés sur les

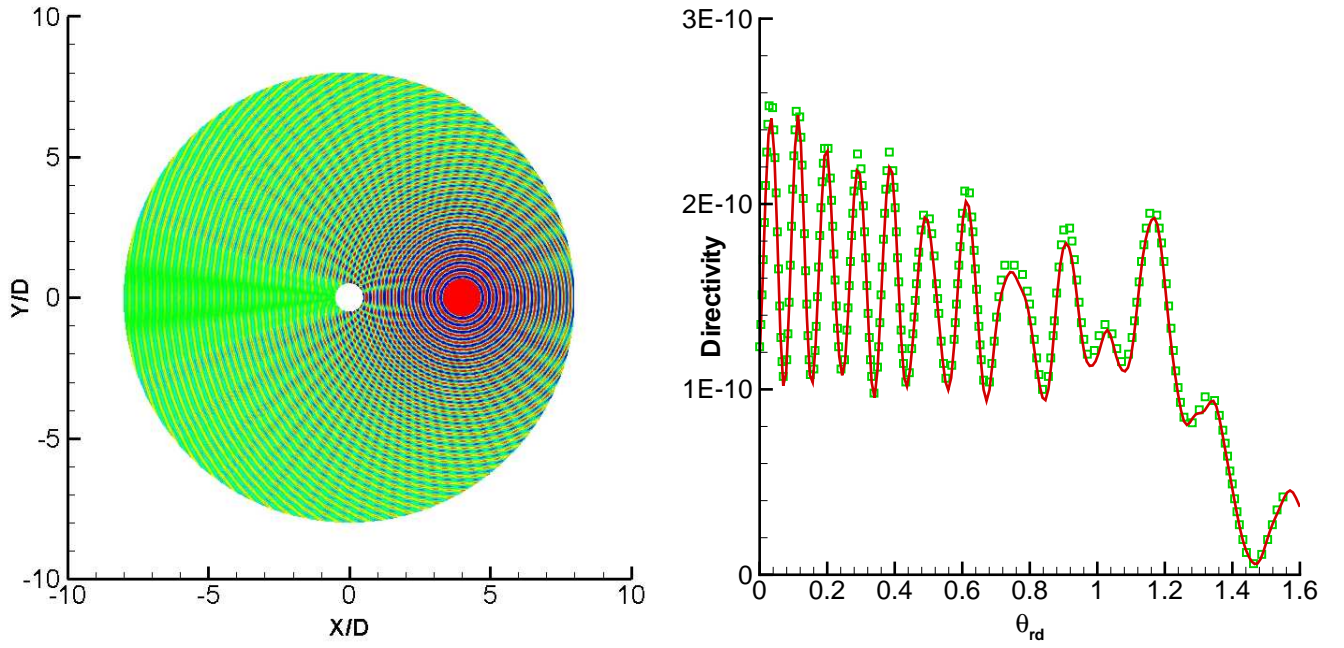


FIG. 1.37 – Diffraction d’une source acoustique ( $\omega = 8\pi$ ) par un cylindre. A gauche, distribution de pression sur le domaine de calcul (niveaux entre  $\pm 10^{-5}$  Pa) en utilisant la transformation de coordonnées. A droite, directivité pour  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  calculée à une distance de 7.5 m sur une période de la source. La solution analytique est représentée en ( $\square$ ), la solution en transformation de coordonnées en (—).

pics pour  $\omega = 2\pi$  sont ici encore plus marqués. Marsden montre dans sa thèse [126], dans le cas  $\omega = 8\pi$ , que l’utilisation d’un coefficient de filtrage trop élevé dégrade la solution numérique. Les niveaux de directivité en sont fortement abaissés. Pour ce cas test, nous avons utilisé des schémas et des filtres décentrés. La façon la plus simple de traiter la zone de paroi aurait été de réduire progressivement la molécule de calcul des schémas et des filtres pour ne pas avoir à mettre en oeuvre une approche décentrée. Cependant, la réduction du nombre de points entraîne une détérioration des caractéristiques des schémas et des filtres. Marsden a montré que l’utilisation de schémas et filtres centrés pour le traitement de la proche paroi détériore plus la solution numérique qu’avec des schémas et filtres décentrés. En effet, les schémas et filtres décentrés de Berland *et al.* [11] sont optimisés en terme d’erreur de phase et d’erreur d’amplitude pour être précis jusqu’à cinq points par longueur d’onde dans le cas des schémas sur 11 points. Les caractéristiques des schémas décentrés sont donc meilleures que celles des schémas centrés que l’on pourrait appliquer au même point de maillage. Le champ de pression est donc moins dissipé et dispersé dans la zone de proche paroi. Cependant, la combinaison de schémas et de filtres décentrés peut conduire à une instabilité du code de calcul.

Le même cas test a aussi été réalisé avec une autre condition de paroi. Nous avons utilisé la condition de paroi à l’ordre 2 définie dans la thèse de Xavier Gloerfelt [66]. Cette condition traite le point de paroi avec des schémas d’ordre 2 et les points de proche paroi avec des schémas centrés dont la taille de molécule décroît à l’approche de la paroi. La directivité obtenue est très similaire à celle obtenue avec la condition de paroi de Tam et Dong sur 11 points, ce qui montre que le choix de la condition de paroi a peu d’influence sur la solution numérique. Le choix des filtres de proche paroi est donc le point primordial qui permet d’obtenir des solutions numériques très proches de la solution analytique. Dans une moindre mesure, le choix de l’amplitude du coefficient de filtrage peut aussi

légèrement dégrader la solution.

### 1.8.2.3 Conclusion

Ce cas test acoustique nous a permis de valider l'implémentation de la méthode de transformation de coordonnées, aussi bien au niveau des points intérieurs, de la condition de paroi que des conditions de non réflexion. Il nous a aussi permis de quantifier le surcoût de calcul qu'engendre la transformation de coordonnées par rapport à un code cartésien. En effet, par rapport à un code cartésien, il faut calculer à chaque itération les flux curvilignes (1.22), et revenir dans l'espace de calcul à l'aide du jacobien.

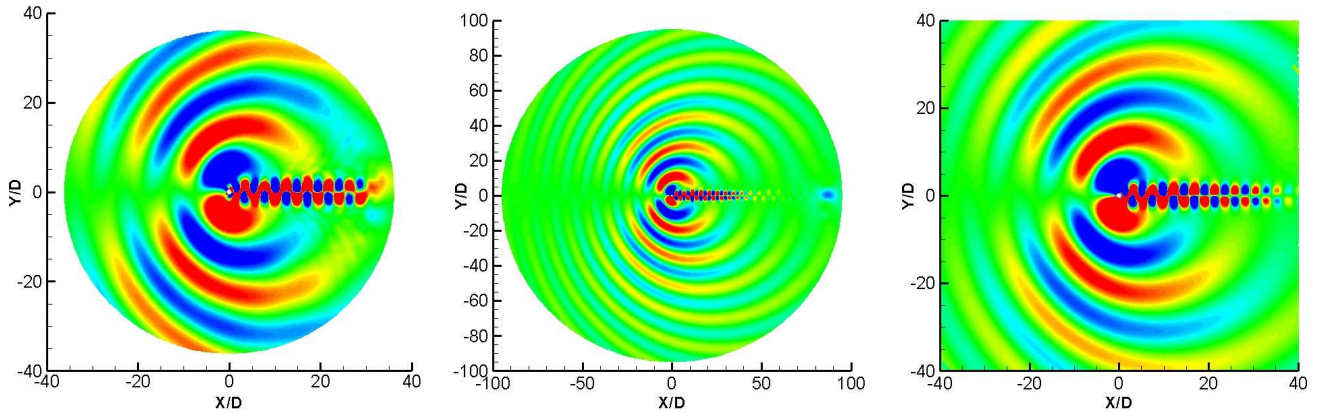
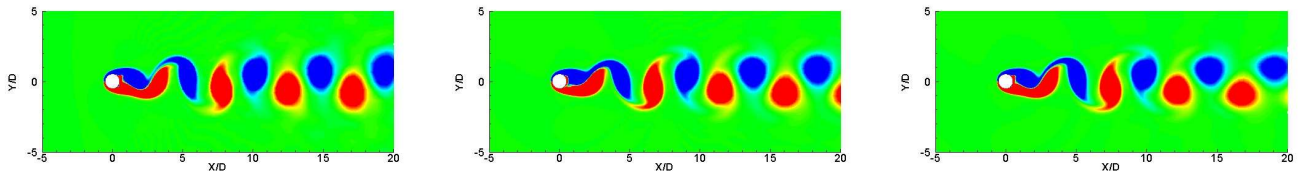
## 1.8.3 Bruit d'un cylindre en écoulement

Ce cas test visqueux nous permet de remplir deux objectifs : valider l'implémentation des termes visqueux et confirmer la capacité du code à capter des ondes acoustiques d'origine aérodynamique. Nous avons choisi le cas du cylindre à faible nombre de Reynolds car cet écoulement est largement traité dans la littérature, et de nombreuses campagnes expérimentales ont été menées sur ce cas. De plus, il présente une géométrie simple. Pour un nombre de Mach  $M = 0.33$  et un nombre de Reynolds basé sur le diamètre  $D$  du cylindre  $Re_D = 150$ , l'écoulement est instationnaire et périodique. Il se développe derrière le cylindre une allée de von Kármán caractérisée par un nombre de Strouhal de l'ordre de 0.2 qui résulte d'une instabilité globale. Ce choix de nombre de Reynolds permet aussi de se placer de manière sûre en-dessous du seuil d'apparition des premiers effets tridimensionnels dans le sillage et donc de ne résoudre que les équations de Navier-Stokes 2D. Pour la discrétisation spatiale des équations de Navier-Stokes, le schéma DRP sur 11 points est combiné avec le filtre optimisé sur 11 points de Bogey et Bailly [18]. Le coefficient de filtrage est constant sur l'ensemble du maillage et vaut 0.5. La paroi est traitée à l'aide de la condition de paroi de Tam et Dong développée dans la section 1.5.1.2. La molécule des filtres est réduite à l'approche de la paroi afin de conserver des filtres centrés. Le tenseur des contraintes est calculé à l'aide d'un schéma aux différences finies centré d'ordre 2, sauf au niveau de la paroi où il est calculé à l'aide d'un schéma décentré d'ordre 2. Une fois le tenseur des contraintes calculé, nous formons les vecteurs  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{G}$  définis dans le système d'équations (1.1), puis les vecteurs  $\mathbf{F}_c$ ,  $\mathbf{G}_c$  et  $\mathbf{H}_c$  (équation (1.22)) qui eux seront dérivés à l'aide des schémas sur 11 points. Pour la simulation numérique, nous avons utilisé trois maillages afin de réaliser une convergence en maillage. Le taux d'étirement des mailles dans la direction normale au cylindre est de 1.02 et ne s'applique qu'à la première moitié des points dans cette même direction. Pour les points suivants, le pas d'espace radial reste constant. L'utilisation de domaines de calcul de tailles différentes nous permet aussi de mettre en évidence la qualité de la condition de sortie et la nécessité d'une zone éponge en sortie de domaine. Les caractéristiques des différents maillages sont récapitulées dans le tableau 1.7.

	Maillage 1	Maillage 2	Maillage 3
$n_\theta \times n_r$	$181 \times 226$	$361 \times 376$	$721 \times 526$
D	$2 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^{-5}$
$(\Delta r)_{min}$	$\frac{D}{40}$	$\frac{D}{100}$	$\frac{D}{200}$
Raison	1.02	1.02	1.02
$R_{domaine}$	37D	95D	280D

TAB. 1.7 – Bruit æolien ( $Re_D = 150$ ,  $M = 0.33$ ). Caractéristiques des maillages.

Comme nous réalisons un calcul direct, nous obtenons lors d'un même calcul les champs aérodynamique et acoustique. Sur la figure 1.38 on peut voir le champ de pression fluctuante à un instant donné. Le champ acoustique rayonné est de nature dipolaire. Le champ de vorticité de la figure 1.39 montre clairement un lâcher tourbillonnaire alternatif (rouge pour la vorticité positive et bleu pour la vorticité négative). Le nombre de Strouhal associé à cet écoulement, le coefficient de traînée et la valeur RMS de la portance sont donnés dans le tableau 1.8. Nos résultats sont très proches de ceux de Marsden *et al.* [125] qui utilisent des méthodes numériques similaires aux nôtres. Les valeurs calculées sont aussi en bon accord avec les valeurs expérimentales de Posdziech et Grundmann [143] qui ont effectué une compilation de nombreuses bases de données sur le cylindre.

FIG. 1.38 – Bruit æolien ( $Re_D = 150$ ,  $M = 0.33$ ). Champ de pression fluctuante sur tout le domaine de calcul (niveaux entre  $\pm 100$  Pa) pour les maillages 1 (  gauche), 2 (au centre) et sur une partie du domaine pour le maillage 3 (  droite).FIG. 1.39 – Bruit æolien ( $Re_D = 150$ ,  $M = 0.33$ ). Champs de vorticité (niveaux entre  $\pm 2 \times 10^6 s^{-1}$ ). De gauche à droite, maillages 1, 2 et 3.

	$C_{L\,RMS}$	$\overline{C_D}$	St
Expé. Posdziech et Grundmann [143]		1.34	0.182
CAA Marsden <i>et al.</i> [125]	0.38	1.32	0.184
Présent calcul	0.37	1.37	0.180

TAB. 1.8 – Bruit æolien ( $Re_D = 150$ ,  $M = 0.33$ ). Comparaisons du nombre de Strouhal, de la traînée moyenne et de la valeur RMS de la portance.

La nécessité d’une zone éponge est illustrée par la figure 1.40. En effet, le champ acoustique est perturbé par une source se situant au niveau de la sortie du domaine. Cette source est due aux tourbillons impactants la condition de sortie.

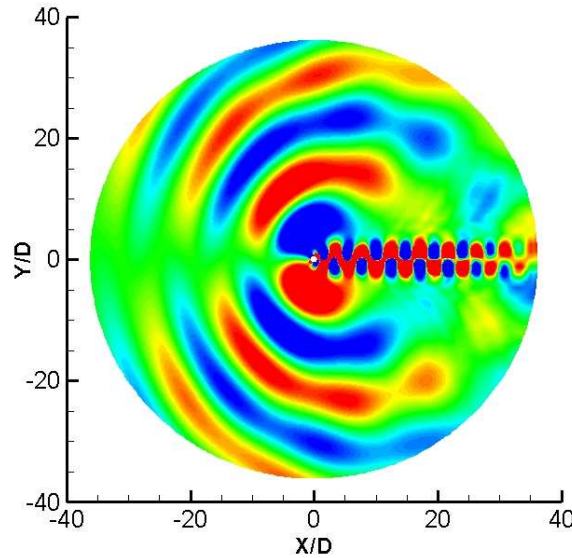


FIG. 1.40 – Bruit æolien ( $Re_D = 150$ ,  $M = 0.33$ ). Champ de pression fluctuante sur tout le domaine de calcul (niveaux entre  $\pm 100$  Pa) pour le maillage 1, sans zone éponge.

Le calcul est initialisé à l’aide du champ potentiel autour d’un cylindre. Le champ de pression n’étant pas initialisé correctement, nous avons un transitoire numérique qui génère une onde acoustique en amont du cylindre et une autre en aval. Ces ondes acoustiques ne posent pas de problème car elles sortent du domaine de calcul sans générer de réflexions parasites grâce à l’utilisation de conditions aux limites non réfléchissantes. Une fois le calcul initialisé, deux bulles de recirculation se développent derrière le cylindre et leur taille augmente avec le temps. Le régime instationnaire ne commence que lorsque que l’une des deux bulles de recirculation prend le dessus sur l’autre. L’écoulement devient alors dissymétrique et une allée tourbillonnaire commence à apparaître derrière le cylindre. La phase de déstabilisation de l’écoulement sans application d’un forçage ou d’une dissymétrie peut être longue, ce que peut constituer une des limitations des méthodes numériques employées.



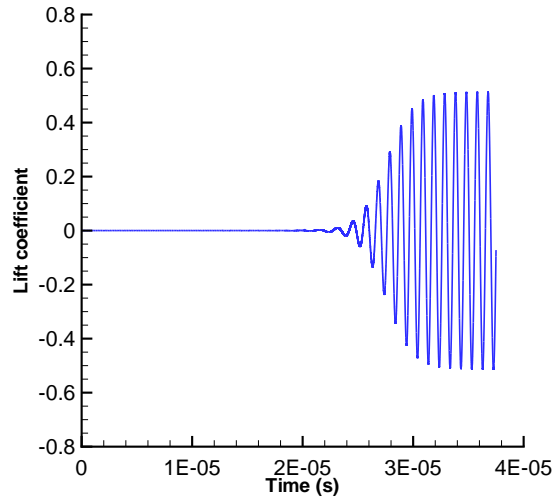


FIG. 1.41 – Bruit æolien ( $Re_D = 150$ ,  $M = 0.33$ ). Coefficient de portance : maillage 3 (—).

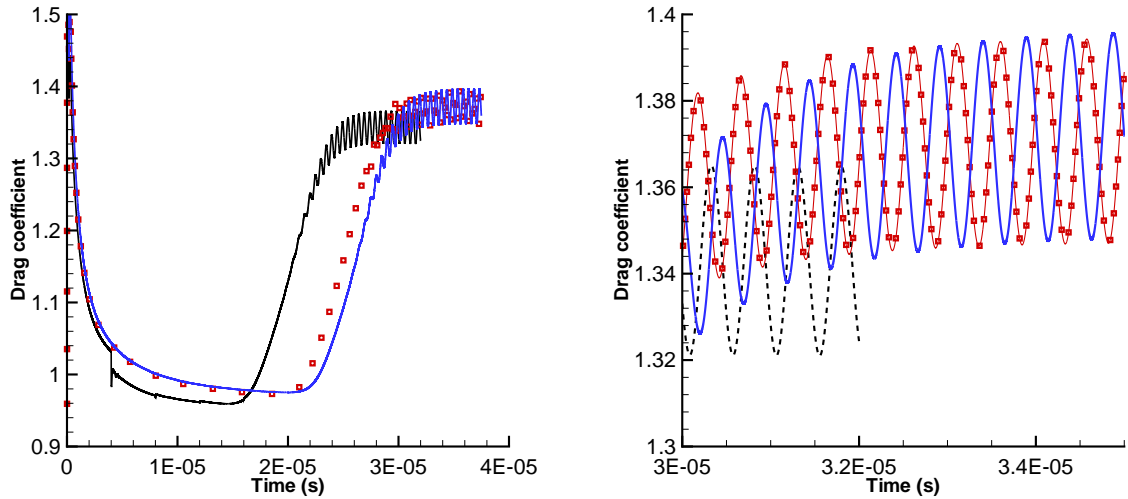


FIG. 1.42 – Bruit æolien ( $Re_D = 150$ ,  $M = 0.33$ ). Coefficient de traînée : maillage 1 (---), maillage 2 ( $\square \square$ ) et maillage 3 (—).

On peut observer sur la figure 1.41 que plus de la moitié des itérations temporelles est nécessaire pour atteindre l'état instationnaire. Marsden a réalisé la même simulation dans sa thèse [126], et montre que l'utilisation d'un champ initial asymétrique permet de diminuer le temps de déstabilisation de l'écoulement mais augmente le temps nécessaire à la convergence des champs moyens. Ainsi, le temps de simulation global est toujours sensiblement le même. L'utilisation de schémas d'avancement temporel explicite avec des nombres CFL de l'ordre de 1 impose de réaliser un grand nombre d'itérations pour atteindre le régime instationnaire établi.

## 1.9 Conclusion

Nous venons de détailler les méthodes numériques standards qui sont mises en oeuvre dans cette thèse. Des premiers cas tests acoustiques (réflexion d'une impulsion sur une paroi et diffraction d'une source harmonique par un cylindre) nous ont permis de valider l'implémentation des méthodes numériques et de quantifier les erreurs numériques introduites par la transformation de coordonnées. La simulation du bruit de cylindre à  $Re_D = 150$  valide l'implémentation des flux visqueux dans le code curviligne et démontre aussi sa capacité à simuler le bruit généré par l'écoulement autour d'une surface solide et à propager le champ acoustique en champ lointain. Ce dernier calcul nous a aussi permis de mettre en évidence la lente déstabilisation naturelle des écoulements initiaux stationnaires. Dans le cas d'un écoulement visqueux avec présence de structures tourbillonnaires, comme dans le cas du cylindre, l'obtention d'un champ acoustique sans réflexions parasites en sortie de domaine nécessite l'utilisation de conditions aux limites non réfléchissantes en combinaison avec une zone éponge. De plus, le mauvais réglage de la taille de la zone éponge et du coefficient de filtrage  $\chi$  peut conduire à des réflexions parasites dont le niveau de pression est supérieur aux fluctuations de pression du champ acoustique recherché. Nous avons aussi mis en évidence qu'une attention tout particulière doit être apportée au traitement des points de proche paroi, surtout dans le choix des filtres et du coefficient de filtrage  $\sigma_d$ .





## Chapitre 2

# Bruit de bord d'attaque d'un profil : interaction gust/airfoil

### 2.1 Problématique

Ce chapitre présente une première application du calcul direct pour appréhender le bruit de profil. Si l'on considère un profil dans un écoulement laminaire, le profil ne génère aucun bruit de bord d'attaque mais uniquement du bruit de bord de fuite [2, 86]. Afin de générer du bruit de bord d'attaque, il faut que l'écoulement incident contienne de la turbulence [1]. Celle-ci va interagir avec le profil et générer un champ acoustique plus intense que la contribution du bord de fuite [2]. La contribution du bord d'attaque est donc essentielle pour les applications aux turbomachines. Cependant, la réalisation d'une interaction entre la turbulence et un profil pose de nombreux problèmes. Tout d'abord, la génération d'un écoulement amont turbulent silencieux, c'est à dire qui ne génère pas de fluctuations de pression parasites, reste encore aujourd'hui un problème ouvert. Gloerfelt et Le Garrec [71] ont montré que la génération d'un tel écoulement nécessite de grandes précautions d'un point de vue numérique. Par exemple, il est préférable d'initialiser toutes les variables thermodynamiques afin de réduire le bruit numérique. Généralement, les fluctuations de vitesse et de masse volumique sont connues, mais l'obtention du champ de pression associé est plus délicate. Ensuite, l'écoulement peut être introduit soit dans les conditions limites soit au niveau des points intérieurs. Un cas test simplifié d'interaction entre la turbulence et un profil est le cas du rod/airfoil ou interaction barreau/profil. Il consiste à étudier le sillage turbulent d'un barreau cylindrique impactant un profil. La réalisation de ce cas test pose des problèmes au niveau du maillage de calcul car la résolution spatiale nécessaire pour discrétiser les couches limites sur le barreau, pour convecter le champ turbulent entre le barreau et le profil, et pour discrétiser le bord d'attaque du profil impose de sévères contraintes sur le maillage. On peut tout de même citer les travaux expérimentaux et numériques de Jacob *et al.* [91] ainsi que la thèse de Jérôme Boudet [20]. Le nombre de Reynolds est de  $Re_D = 48\,000$  sur le cylindre et  $Re_C = 480\,000$  sur le profil dans la configuration de base étudiée. Dans leur cas, ce cas test constitue une première validation en vue de simuler le bruit large bande des turbomachines dans lesquels les interactions rotor/stator sont très importantes. De plus, ce cas test nécessite la résolution des équations de Navier-Stokes par simulation des grandes échelles.

Dans ce chapitre, nous avons décidé de nous intéresser à une configuration encore plus simple qui permet d'accéder à la contribution du bord d'attaque. Nous considérons ici un profil symétrique sans incidence immergé dans un écoulement uniforme. Cet écoulement est perturbé par une rafale de vent ou gust. La perturbation est modélisée numériquement et est introduite à l'entrée du domaine de

calcul. De plus, nous nous plaçons dans un écoulement non visqueux donc nous résolvons les équations d'Euler. Ainsi, la taille de première maille, et par voie de conséquence le pas de temps, sont grands comparés à ceux de simulations visqueuses. La configuration étudiée est similaire à celle du problème 1 de la catégorie 3 du 4<sup>ème</sup> workshop CAA de la NASA [38].

Le gust est défini par  $\mathbf{U} = U_\infty \mathbf{i} + \mathbf{a} \cos[\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{i}U_\infty t)]$  où  $\mathbf{x} = (x, y)$  sont les coordonnées spatiales,  $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$  est le vecteur d'onde et  $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$  est l'amplitude du gust, telle que  $a_1 = -\varepsilon U_\infty k_2/|\mathbf{k}|$ ,  $a_2 = -\varepsilon U_\infty k_1/|\mathbf{k}|$  avec  $\varepsilon = 0.02$ . La modélisation de la perturbation par une sinusoïde est la manière la plus simple de définir un champ de vitesses fluctuant. Elle peut aussi être considérée comme la première étape de la réalisation de l'interaction entre une «vraie» turbulence et un profil. Cette configuration va nous permettre d'étudier la réponse acoustique d'un profil à une perturbation en vitesse de fréquences spatiales et temporelles données.

## 2.2 Maillages et paramètres numériques

La géométrie du profil est générée par la relation suivante :

$$\zeta_1 = r_0 e^{i\theta} + \zeta_{0'} \quad (2.1)$$

où

$$\zeta_{0'} = -\epsilon_1 + i\epsilon_2 \quad (2.2)$$

est une constante complexe. En prenant  $z = x + iy$  les coordonnées du profil dans le plan complexe  $z$ , la transformation

$$z = \left( \zeta_1 + \frac{d^2}{\zeta_1} \right) e^{-i\alpha} \quad (2.3)$$

transforme le cercle  $\zeta_1$  définie par l'équation (2.1) en un profil de Joukowski. En prenant  $r_0=0.54632753$ ,  $\epsilon_1=0.05062004$ ,  $\epsilon_2=0$  et  $d^2=0.24572591$ , on génère ainsi un profil de Joukowski symétrique dont l'épaisseur représente environ 12% de la corde du profil. Tous ces paramètres sont spécifiés à la 8<sup>ème</sup> décimale pour assurer la précision de la géométrie du profil. Le profil s'étend sur  $\pm 1$  m et a donc pour corde 2 m.

Le code de calcul utilise des maillages en CH. Par la suite on appellera bloc 1 le bloc dans le sillage du profil et bloc 2 le bloc autour du profil. La figure 2.1 montre un exemple de maillage Euler autour du profil de Joukowski symétrique.

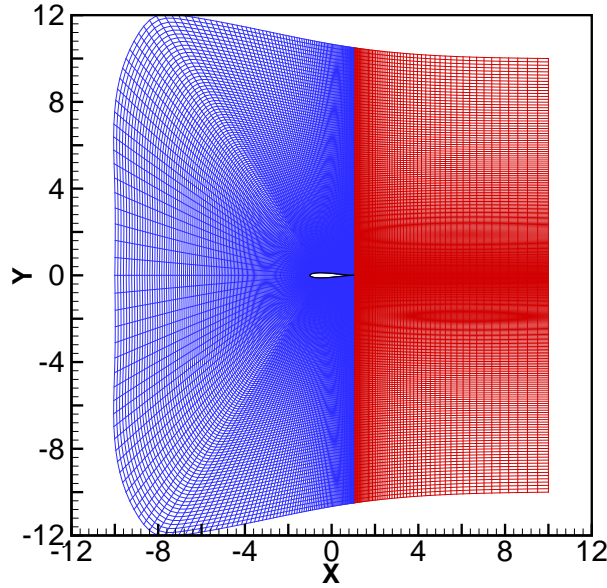


FIG. 2.1 – A droite, bloc 1 et à gauche, bloc 2.

Le maillage comporte une frontière d'entrée très verticale et plus haute que le reste du maillage, ceci afin que le gust se propage bien dans tout le domaine de calcul. Pour chacun des cas du benchmark, trois maillages ont été réalisés : un maillage grossier, un maillage moyen et un maillage fin notés respectivement par la suite  $Gk$ ,  $Mk$  et  $Fk$  où  $k$  est le nombre d'onde du cas étudié. L'utilisation de 3 maillages pour chaque valeur de  $k$  va nous permettre de réaliser une convergence en maillage. Les caractéristiques des différents maillages utilisés sont données dans le tableau 2.1.  $\Delta_{min}$  est la taille de maille imposée au niveau du bord d'attaque et du bord de fuite. Dans ces zones, les mailles sont carrées. Le pas de temps explicite est basé sur un nombre de CFL défini ici par  $CFL = \Delta t c_\infty / \Delta$  où  $\Delta$  est la plus petite maille du domaine de calcul.  $\Delta$  est légèrement plus petit que  $\Delta_{min}$  car les mailles sont légèrement écrasées au niveau du bord d'attaque. Cet écrasement est dû à l'utilisation du mailleur Gambit qui est un mailleur transfini et qui ne permet pas un contrôle optimal des tailles de maille sur l'ensemble du maillage. Pour les maillages grossiers G01, G1 et G2, nous avons dû augmenter le coefficient de filtrage de 0.4 à 0.6 et diminuer le nombre CFL de 1 à 0.8 afin d'augmenter la stabilité numérique du code de calcul. En effet, nous avons rencontré des problèmes de stabilité localisés au niveau du bord d'attaque à cause de la très faible discrétisation spatiale de ces maillages. De plus, pour chaque valeur de  $k$ , les différents maillages comportent sensiblement la même discrétisation spatiale en champ lointain, afin d'advecter correctement le gust et de propager le champ acoustique rayonné.

Pour l'ensemble des résultats qui vont suivre, le nombre de Mach est fixé à  $M = 0.5$  et l'angle d'incidence  $\alpha$  du profil est de  $0^\circ$ . Pour le calcul des directivités, la pression est adimensionnée par  $\rho_\infty U_\infty^2$ . Le calcul se déroule en deux grandes étapes : le champ Euler est tout d'abord calculé autour du profil jusqu'à un certain niveau de convergence, puis le gust est ajouté en entrée du domaine de calcul. Lorsque le gust est présent, le champ moyen utilisé pour le filtrage et les conditions limites est figé à sa valeur d'initialisation. En effet, si on continue le calcul du champ moyen à l'aide d'une moyenne glissante, l'opération de filtrage a tendance à dissiper le gust. Cette dissipation n'est pas due à la fonction de transfert du filtre mais au fait que l'on filtre les variables fluctuantes, par exemple  $\rho' = \rho - \bar{\rho}$ .

Le schéma aux différences finies optimisé sur 11 points est utilisé pour la discrétisation spatiale.

Maillage	Bloc 1 $n_\xi \times n_\eta$	Bloc 2 $n_\xi \times n_\eta$	Nombre de points	Nombre d'itérations	$\Delta_{min}(m)$	$\Delta t(s)$	Coefficient de filtrage	$CFL$
G01	$120 \times 401$	$241 \times 201$	96 561	380 000	2/100	$3.31357 \times 10^{-5}$	0.6	0.8
M01	$150 \times 501$	$301 \times 251$	150 501	1 000 000	1/100	$1.56666 \times 10^{-5}$	0.4	1
F01	$200 \times 701$	$501 \times 351$	316 051	1 000 000	1/200	$1.25832 \times 10^{-5}$	0.4	1
G1	$60 \times 301$	$201 \times 151$	48 411	50 000	2/100	$3.83649 \times 10^{-5}$	0.6	0.8
M1	$60 \times 361$	$401 \times 181$	94 241	80 000	1/100	$2.33856 \times 10^{-5}$	0.4	1
F1	$69 \times 511$	$423 \times 256$	143 547	180 000	1/200	$1.42325 \times 10^{-5}$	0.4	1
G2	$60 \times 301$	$201 \times 151$	48 411	45 000	2/100	$3.83649 \times 10^{-5}$	0.6	0.8
M2	$80 \times 360$	$401 \times 181$	101 461	65 000	1/100	$2.33856 \times 10^{-5}$	0.4	1
F2	$89 \times 511$	$423 \times 256$	153 767	130 000	1/200	$1.42326 \times 10^{-5}$	0.4	1
G3	$80 \times 321$	$281 \times 161$	70 921	80 000	2/100	$2.43518 \times 10^{-5}$	0.4	1
M3	$90 \times 361$	$401 \times 181$	105 071	150 000	1/100	$1.21703 \times 10^{-5}$	0.4	1
F3	$100 \times 401$	$441 \times 201$	128 741	250 000	1/200	$0.81534 \times 10^{-5}$	0.4	1

TAB. 2.1 – Caractéristiques des différents maillages.

L'opération de filtrage est effectuée à l'aide du filtre optimisé de Bogey et Bailly sur 11 points [18]. L'avancement temporel explicite est réalisé par le schéma de Runge Kutta optimisé de Bogey et Bailly à 6 sous étapes [18]. Le gust est introduit en entrée de domaine à l'aide de la condition limite définie au paragraphe 1.5.5. Le reste des conditions limites de sortie est traité à l'aide de la condition de sortie de Tam et Dong [174] définie au paragraphe 1.5.3.

Les résultats que nous allons exposer ci-après sont issus du cas du profil symétrique sans incidence [38]. Pour ces calculs nous avons  $k_1 = k_2 = k$  donc le gust se propage à  $+45^\circ$  par rapport à l'écoulement moyen. Les quatre valeurs suivantes de  $k$  ont été étudiées : 0.1, 1, 2 et 3. Le cas  $k = 0.1$  sera un peu plus détaillé que les autres cas car nous disposons de beaucoup de références pour cette valeur de  $k$ . La variation de la fréquence  $k$  permet d'analyser son influence sur les maillages utilisés, les méthodes numériques employées et les champs aérodynamique et acoustique.

## 2.3 Contributions précédentes

Nous allons rapidement détailler les méthodes numériques employées par les différents auteurs ayant réalisé l'interaction gust/airfoil :

- Scott [153, 152], qui a proposé ce problème, a résolu les équations d'Euler linéarisées à l'aide du code de calcul GUST3D. Il utilise une approche dans le domaine fréquentiel couplée à un schéma aux différences finies d'ordre 2. La directivité du champ acoustique en  $R = 4C$  est obtenue par la méthode d'extrapolation de Kirchhoff.
- Wang *et al.* [190] ont utilisé le code CE/SE pour résoudre les équations d'Euler linéarisées. La solution numérique est obtenue sur un maillage non structuré de plus de 400 000 triangles par une formulation volumes finis d'ordre 2 en temps et en espace. Le faible ordre de la méthode numérique est compensé par un maillage très fin.
- Hixon *et al.* [83] utilisent le code BASS de la NASA. Les équations d'Euler sont résolues sur un maillage structuré curviligne à l'aide d'une transformation de coordonnées. Le maillage comporte environ 10 points par longueur d'onde avec  $k = 3$ . Un schéma compact d'ordre 6 en espace, un filtrage explicite d'ordre 10 et l'extension de schéma de Runge Kutta à 5-6 sous étapes de Hu *et al.* [88] par Stanescu et Habashi [165] sont implémentés dans le code BASS. Les auteurs comparent

aussi la solution obtenue avec les schémas DRP sur 7 points de Tam et Webb [180]. Ils ne détectent aucune différence étant donné que le maillage est très fin.

- Golubev *et al.* [72] ont aussi utilisé le code BASS. La seule différence avec l'étude précédente est qu'ils utilisent le schéma de Runge Kutta de Jameson *et al.* [93]. La taille de première maille de leur maillage est de 0.01 m dans la direction normale au profil.
- Rasetarinera *et al.* [144] résolvent les équations d'Euler à l'aide d'une méthode de Galerkin discontinue. Les maillages utilisés sont très grossiers car la méthode mise en oeuvre permet une reconstruction d'ordre élevé dans chaque cellule du maillage non structuré.

## 2.4 Cas du profil symétrique avec $k = 0.1$

Le cas  $k = 0.1$  est très basse fréquence : la longueur d'onde du gust est de plus de 60m. Le domaine de calcul a donc une taille de 200 m  $\times$  200 m afin d'inclure plus d'une longueur d'onde. Aucun résultat ne sera présenté avec le maillage G01 à cause de problèmes de stabilité numérique. Malgré l'augmentation du coefficient de filtrage et la diminution du nombre  $CFL$ , nous n'avons pas réussi à obtenir de résultats convergés avec le maillage G01. Dans ce paragraphe, nous nous intéresserons successivement au champ aérodynamique puis acoustique. Nous comparerons aussi nos résultats avec l'ensemble des résultats des auteurs ayant participé au benchmark.

### 2.4.1 Champ aérodynamique

Le gust est bien convecté dans tout le domaine de calcul comme le montrent les fluctuations de vitesse  $u'$  et  $v'$  sur la figure 2.2. La ligne de glissement est visible dans le sillage du profil sur le champ  $u'$ . La présence de cette discontinuité n'a aucune incidence sur les résultats de nos simulations numériques, si ce n'est qu'elle peut générer des perturbations de pression en sortie, qui sont atténuées par l'adjonction d'une zone éponge.

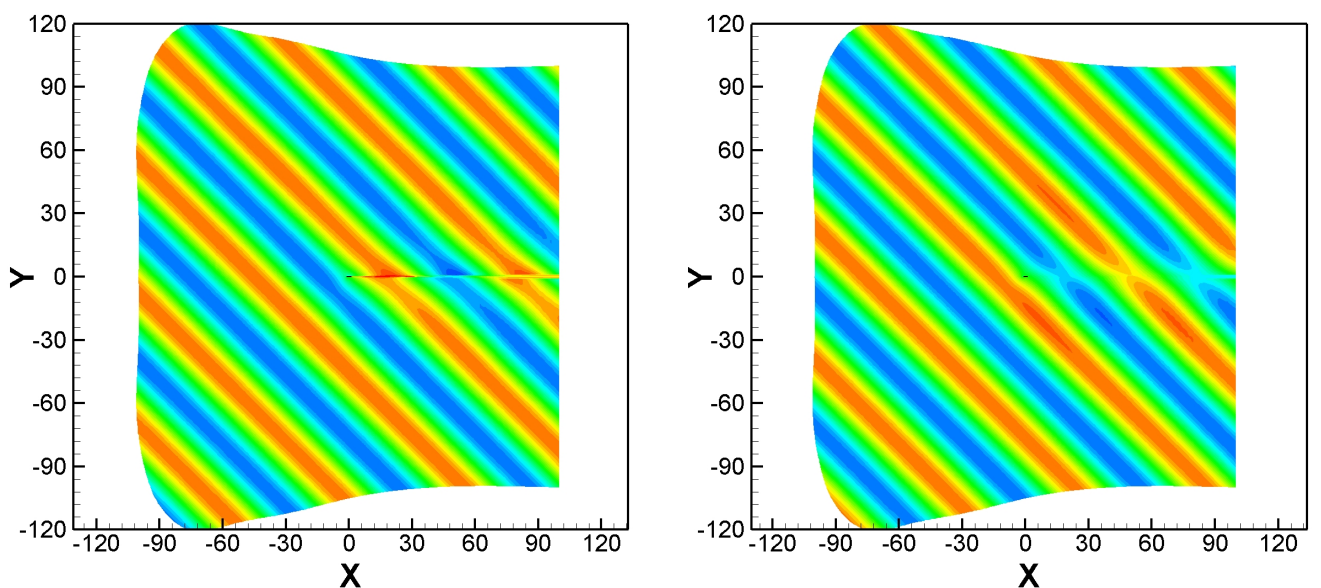


FIG. 2.2 – Gust/Airfoil  $k = 0.1$ . Fluctuations de vitesse  $u'$  (à gauche) et  $v'$  (à droite). Niveaux entre  $\pm 3$  m.s<sup>-1</sup>.

La figure 2.3 montre la pression RMS sur le profil et le coefficient de pression  $c_p$  défini par  $c_p = (\bar{p} - p_\infty)/(0.5\rho_\infty U_\infty^2)$ .

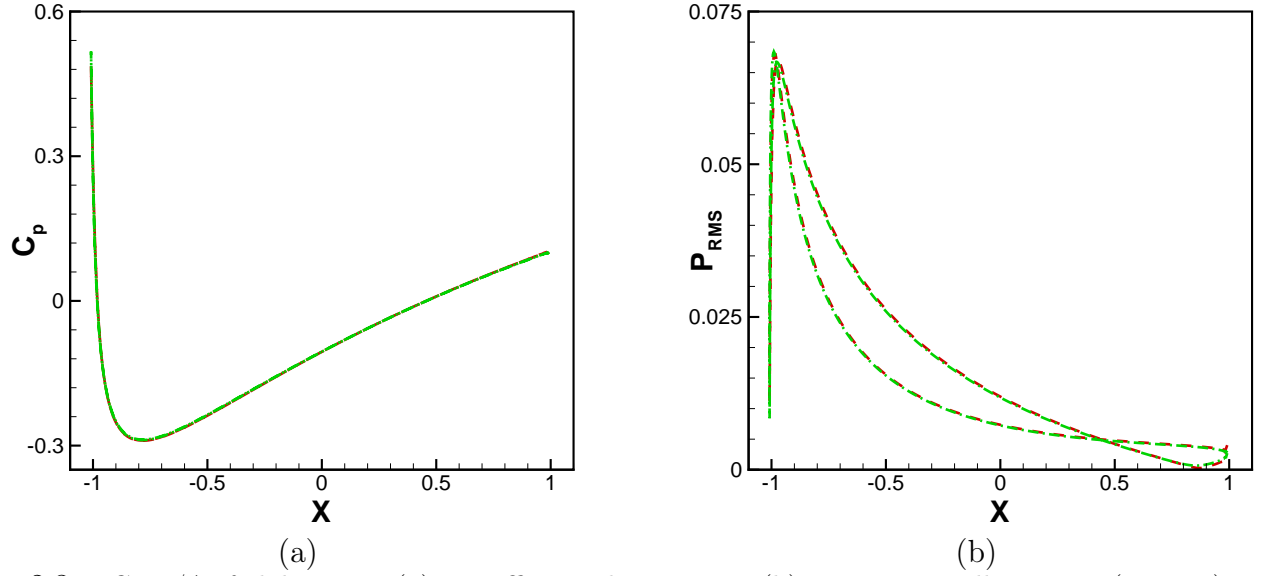


FIG. 2.3 – Gust/Airfoil  $k = 0.1$ . (a) : coefficient de pression. (b) :  $P_{RMS}$ . Maillage M01 ( - - - ) et F01 ( - . - . ).

La superposition des résultats entre le maillage M01 et le maillage F01 est très bonne que ce soit pour la pression RMS ou le coefficient de pression. Le gain en précision apporté par le maillage F01 est trop faible pour justifier son utilisation compte tenu du temps de calcul supplémentaire qu'il implique. Le maillage M01 sera donc utilisé pour les comparaisons de la pression RMS et du coefficient de pression avec les résultats du benchmark [38].

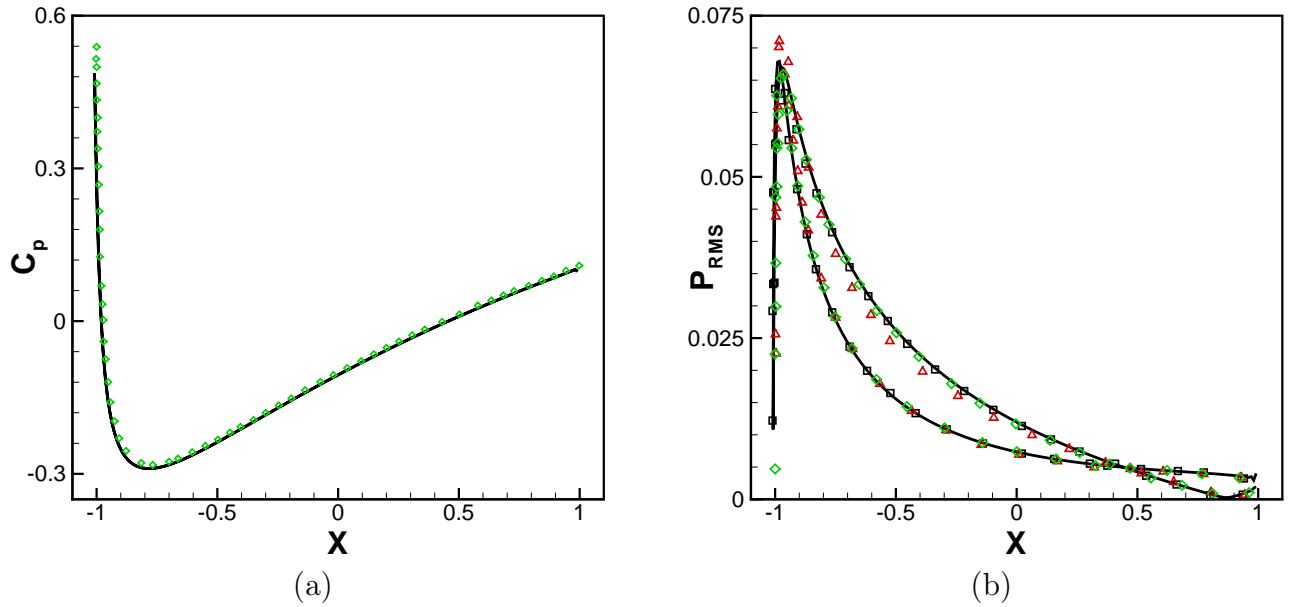


FIG. 2.4 – Gust/Airfoil  $k = 0.1$ . (a) : coefficient de pression, M01 ( — ) et Hixon *et al.* [83] ( $\diamond$ ). (b) :  $P_{RMS}$ , M01 ( — ), Hixon *et al.* [83] ( $\diamond$ ), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Wang *et al.* [190] ( $\square$ ).

La pression RMS obtenue dans le maillage M01 est comparée avec celles d'autres auteurs sur la figure 2.4(a). Il en est de même pour le  $c_p$  sur la figure 2.4(b). L'analyse de la figure 2.4(a) nous permet de constater que notre résultat est plus proche de celui de Wang *et al.* [190] et de Hixon *et al.* [83] que de celui de Scott [152]. Les résultats des différents auteurs étant très proches les uns des autres, nous avons séparé sur la figure 2.5 la contribution de chaque auteur.

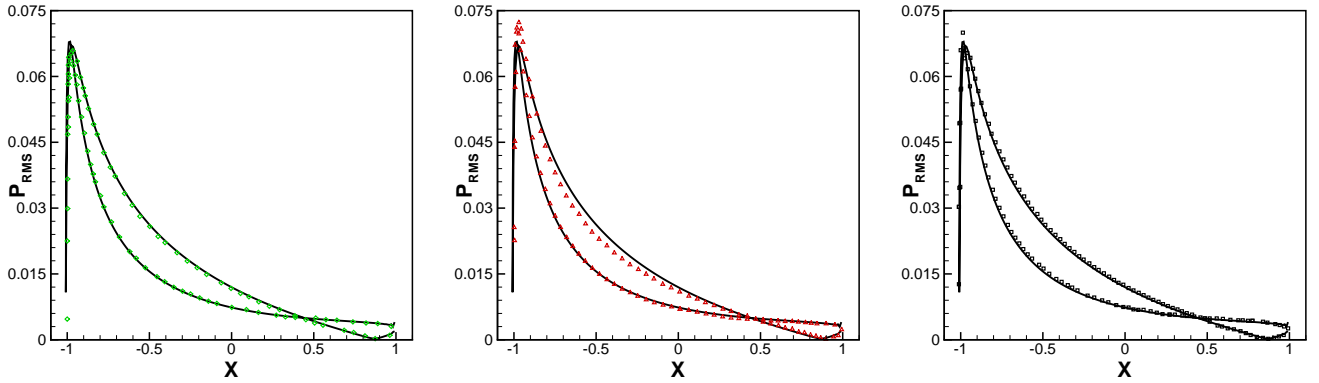


FIG. 2.5 – Gust/Airfoil  $k = 0.1$ . Comparaisons de  $P_{RMS}$  : M01 (—), Hixon *et al.* [83] ( $\diamond$ ), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Wang *et al.* [190] ( $\square$ ).

Il est rassurant que notre solution soit très proche de celle de Hixon *et al.* [83], étant donné que ces auteurs utilisent des méthodes numériques assez similaires aux nôtres. La résolution spatiale de leur maillage est aussi très proche de celle de notre maillage M01. Le faible ordre spatial utilisé par Wang *et al.* [190] est compensé par un maillage très fin. De plus, l'utilisation d'un maillage non structuré leur permet de réaliser des raffinements locaux sur le profil au niveau du bord d'attaque par exemple.

### 2.4.2 Champ acoustique

Le champ acoustique rayonné par le profil est de nature dipolaire comme on peut le voir sur la figure 2.6. La ligne de glissement détectée sur la figure 2.2 génère une petite discontinuité de pression en sortie de domaine, mais celle-ci est filtrée par la zone éponge. Cette discontinuité ne génère aucune réflexion parasite qui pourrait polluer le champ acoustique rayonné. Le champ acoustique rayonné par le profil montre que l'on a bien du bruit de bord d'attaque. La longueur d'onde du champ acoustique est de l'ordre de 90 m. L'onde acoustique visible en entrée de domaine est une trace du transitoire numérique de l'établissement de l'interaction gust/airfoil.

Afin de comparer plus finement le champ acoustique rayonné, nous avons calculé la directivité définie par  $\overline{p'^2}$  en différents rayons ( $R = 1C, 2C, 4C$ ) centrés en  $(0,0)$ . La convergence en maillage pour la directivité est donnée sur la figure 2.7. Les solutions en maillages M01 et F01 sont quasiment superposées quel que soit le rayon où l'on compare les directivités. Étant donné que les maillages M01 et F01 ont la même résolution spatiale en champ lointain et que les directivités sont superposées en  $R = 1C$ , elles le seront aussi en  $R = 2C$  et  $R = 4C$ . Les petites oscillations visibles sur la directivité ne sont pas dues à un manque de convergence mais au fait que les points où la directivité est calculée ne sont pas exactement sur un cercle de rayon  $1C$  par exemple. En effet nous utilisons les points de maillages compris dans un anneau de rayon interne  $1C - \varepsilon$  et de rayon externe  $1C + \varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll C$ .



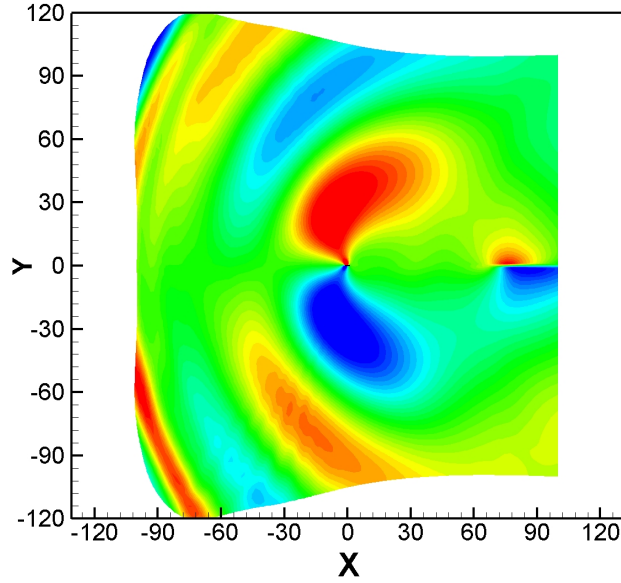


FIG. 2.6 – Gust/Airfoil  $k = 0.1$ . Fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$ , niveaux entre  $\pm 50$  Pa.

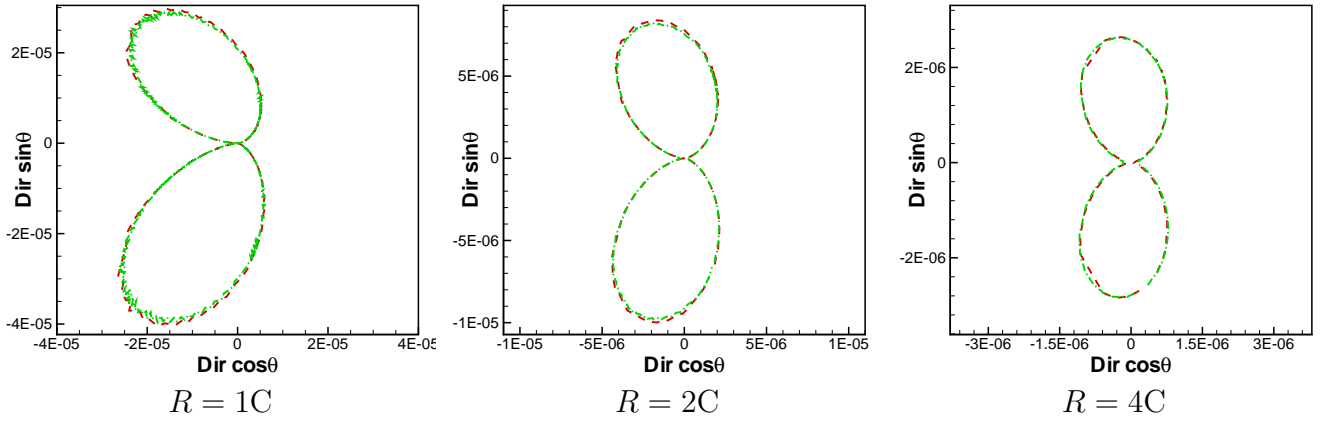


FIG. 2.7 – Gust/Airfoil  $k = 0.1$ . Valeur de la directivité  $\overline{p'^2}$  : M01 ( - - - ) et F01 ( - . - . ).

Nos résultats acoustiques sont en bon accord avec ceux de Wang *et al.* [190] et de Scott [152] mais sont plus éloignés de ceux de Hixon *et al.* [83] et de Golubev *et al.* [72] comme on peut le voir sur la figure 2.8 ou sur la figure 2.9 on l'on retrouve une vue détaillée des comparaisons des directivités. Ce résultat va à l'encontre des résultats obtenus sur la pression RMS où nous étions plutôt en accord avec les résultats de Hixon *et al.* [83]. Le champ acoustique obtenu par Hixon *et al.* [83] et Golubev *et al.* [72] ne présente pas la même asymétrie que notre champ acoustique.

### 2.4.3 Conclusion

La simulation de l'interaction entre une rafale de vent pour  $k = 0.1$  et un profil d'aile symétrique de Joukowski donne des résultats très similaires à ceux des autres auteurs. Le cas  $k = 0.1$  coûte relativement cher en temps CPU car le domaine de calcul doit être suffisamment large pour inclure plusieurs longueurs d'onde du gust. L'utilisation d'un avancement temporel explicite nous pénalise

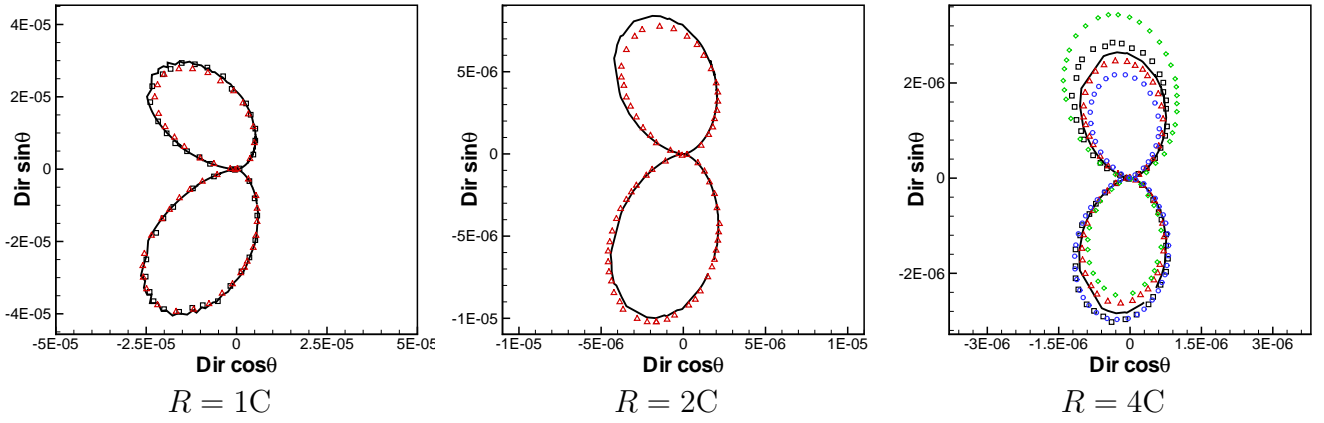


FIG. 2.8 – Gust/Airfoil  $k = 0.1$ . Comparaison de la directivité  $\overline{p'^2}$  : M01 (—), Wang *et al.* [190] ( $\square$ ), Scott [152] ( $\triangle$ ), Hixon *et al.* [83] ( $\diamond$ ) et Golubev *et al.* [72] ( $\circ$ ).

en temps de calcul car au début du calcul il faut convecter le gust sur l'ensemble du maillage et attendre que l'écoulement instationnaire s'établisse autour du profil.

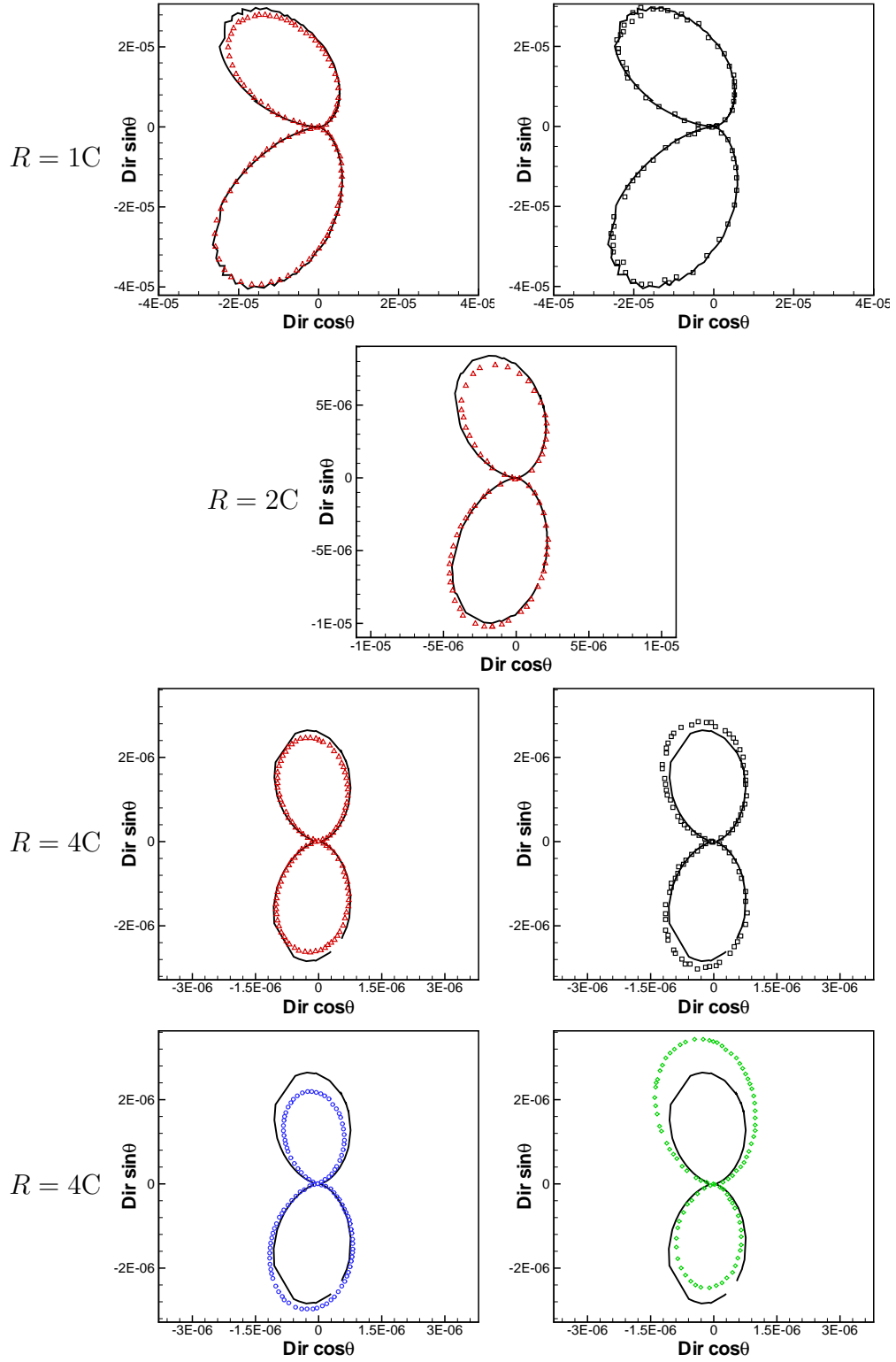


FIG. 2.9 – Gust/Airfoil  $k = 0.1$ . Comparaison de la directivité  $\overline{p'^2}$  : M01 (—), Wang [190] ( $\square$ ), Scott [152] ( $\triangle$ ), Hixon et al. [83] ( $\diamond$ ) et Golubev [72] ( $\circ$ ).

## 2.5 Cas du profil symétrique avec $k = 1$

L'interaction gust/airfoil est maintenant réalisée en prenant  $k = 1$ . Ce cas est beaucoup moins cher en temps CPU que le cas  $k = 0.1$  ; le domaine de calcul ne fait que  $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ . Comme pour  $k = 0.1$ , nous présenterons les champs aérodynamique et acoustique et effectuerons des comparaisons avec les résultats issus du benchmark.

### 2.5.1 Champ aérodynamique

Le gust est bien convecté dans tout le domaine de calcul comme le montre la figure 2.10.

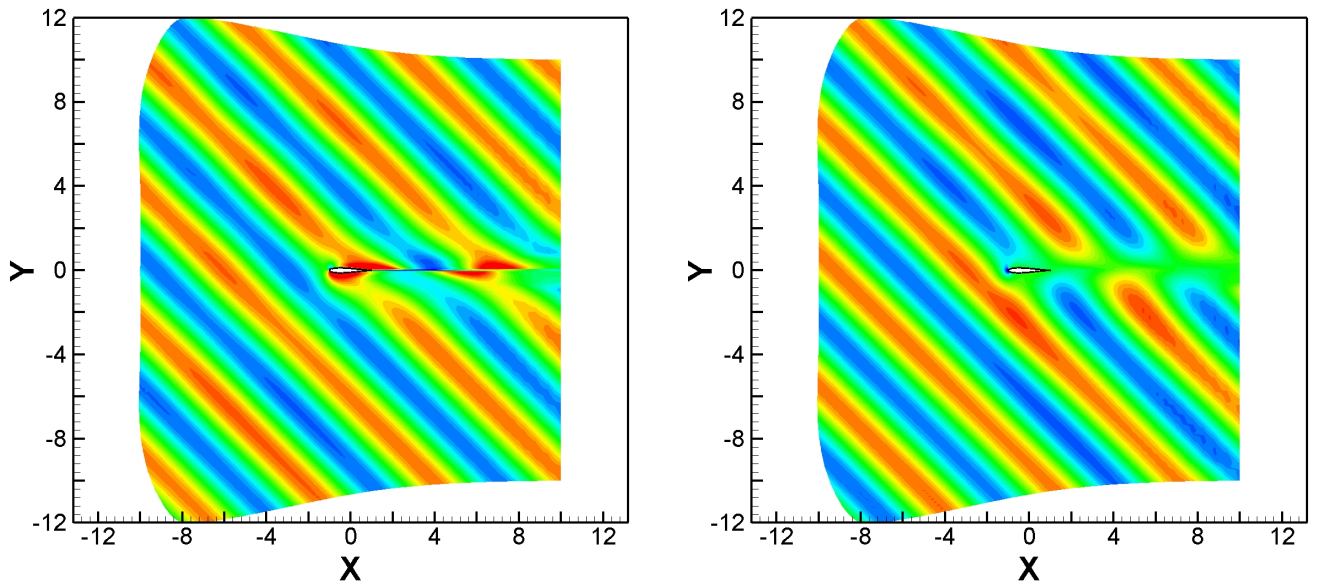


FIG. 2.10 – Gust/Airfoil  $k = 1$ . Fluctuations de vitesse  $u'$  (à gauche) et  $v'$  (à droite). Niveaux entre  $\pm 3 \text{ m.s}^{-1}$ .

D'après la figure 2.11(a), le coefficient de pression est indépendant du maillage utilisé. En ce qui concerne le  $c_p$ , la solution en maillage G1 n'est pas acceptable. Le passage du maillage M1 à F1 permet d'augmenter la discrétisation du profil au niveau du bord d'attaque dans la direction azimutale et ainsi de mieux capter les phénomènes physiques qui s'y produisent. Le pic de  $P_{RMS}$  au niveau du bord d'attaque ( $x = 0$ ) est mieux représenté dans le maillage F1. L'utilisation du maillage F1 par rapport au maillage M1 n'apporte rien en terme de précision sur le reste du profil. Les solutions numériques présentent des oscillations numériques au niveau du bord de fuite dans les trois maillages. Ces oscillations ont tendance à s'amenuiser avec le raffinement du maillage. Golubev *et al.* [72] ont aussi rencontré ces oscillations dans leurs calculs. Ces oscillations sont dues à la singularité géométrique du point de bord de fuite. Le maillage moyen M1 sera utilisé pour les comparaisons avec les données de référence pour la pression RMS sur le profil et le coefficient de pression.

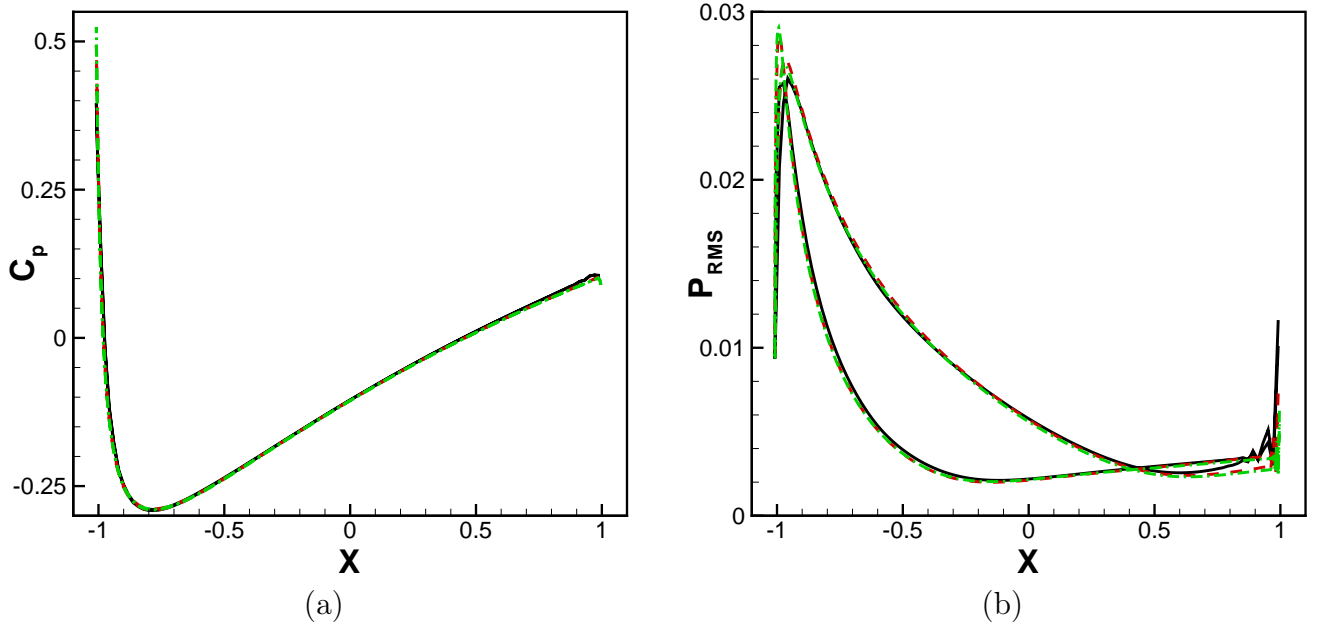


FIG. 2.11 – Gust/Airfoil  $k = 1$ . (a) : coefficient de pression. (b) :  $P_{RMS}$ . Maillage G1 (—), M1 (---) et F1 (-.-).

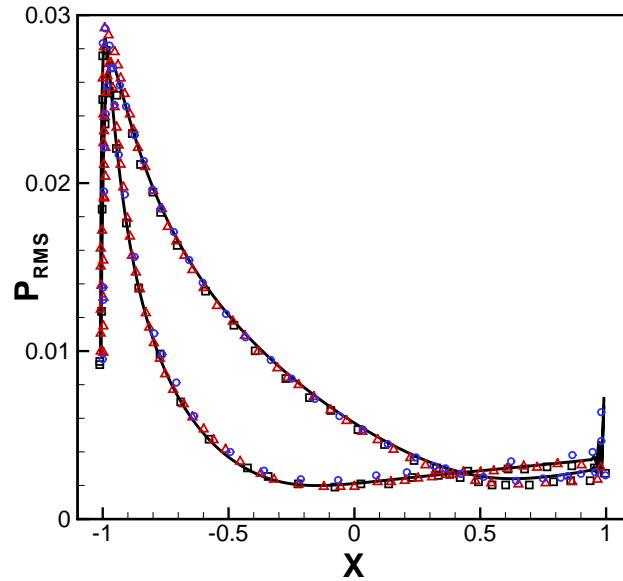


FIG. 2.12 – Gust/Airfoil  $k = 1$ .  $P_{RMS}$ , M1 (—), Wang *et al.* [190] ( $\square$ ), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Golubev *et al.* [72] ( $\circ$ ).

La distribution de pression RMS sur le profil obtenue dans le maillage M1 est tracée sur les figures 2.12 et 2.13. La figure 2.13 permet de mieux distinguer les résultats de chaque auteur par rapport à la figure 2.12. La distribution de pression RMS est très proche des résultats de Wang *et al.* [190], Scott [152] et Golubev *et al.* [72]. Nous observons un petit écart au niveau du bord d'attaque.

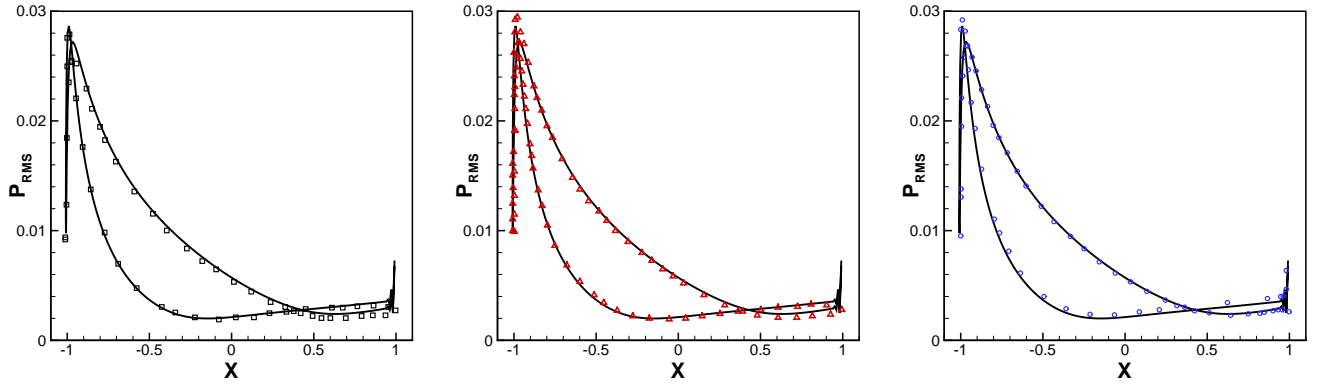


FIG. 2.13 – Gust/Airfoil  $k = 1$ . Comparaisons de  $P_{RMS}$  : M1 (—), Wang *et al.* [190] ( $\square$ ), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Golubev *et al.* [72] ( $\circ$ ).

## 2.5.2 Champ acoustique

La figure 2.14 nous montre que l'interaction du gust et du profil produit, comme dans le cas  $k = 0.1$ , une source acoustique de nature dipolaire.

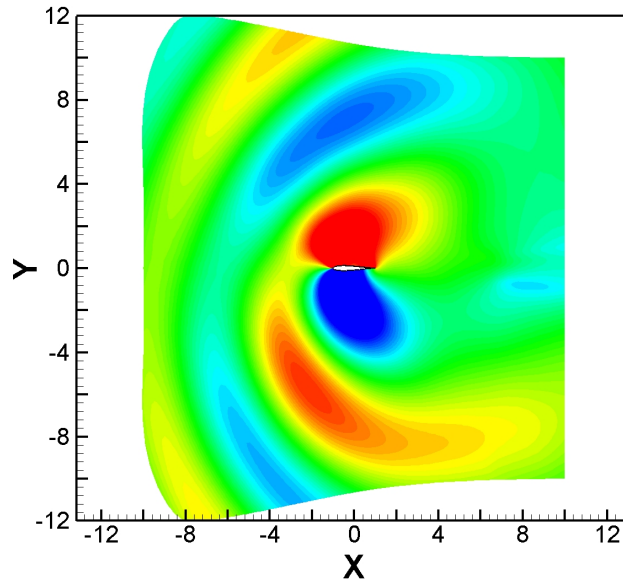


FIG. 2.14 – Gust/Airfoil  $k = 1$ . Fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$ , niveaux entre  $\pm 50$  Pa.

Si l'on s'intéresse plus spécifiquement à la directivité du champ acoustique, la convergence en maillage est moins évidente. La différence entre les solutions obtenues sur les maillages G1, M1 et F1 est surtout visible sur le lobe inférieur de la directivité (voir figure 2.15). Cependant, afin de réaliser une comparaison de nos directivités avec celles de référence, nous avons choisi d'utiliser le maillage M1 comme pour la comparaison des résultats aérodynamiques.

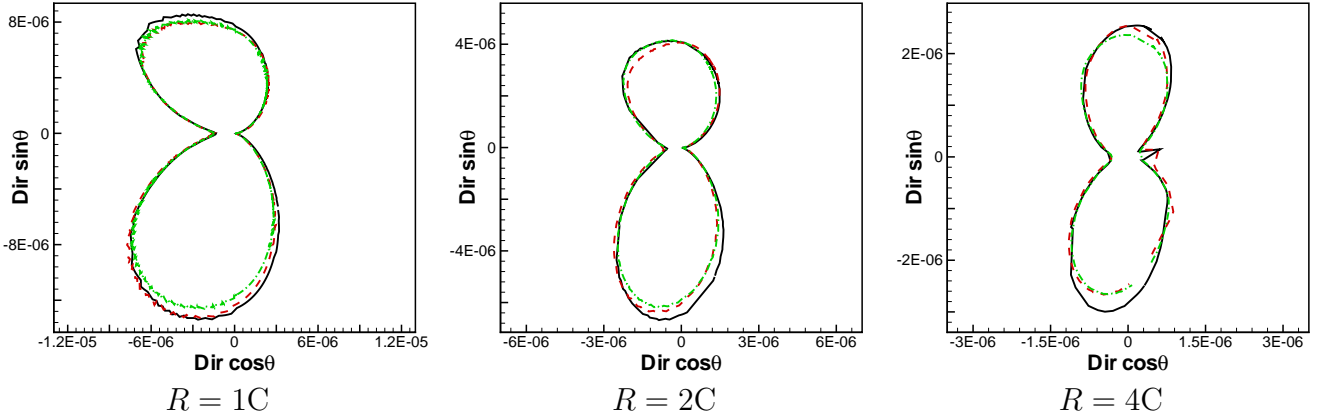


FIG. 2.15 – Gust/Airfoil  $k = 1$ . Valeur de la directivité  $\overline{p'^2}$  : maillage G1 (—), M1 (---) et F1 (-.-.).

La comparaison des directivités obtenues en maillage M1 avec celles de Wang *et al.* [190], Scott [152] et Golubev *et al.* [72] sur les figures 2.16 et 2.17 ne permet pas de déterminer laquelle des solutions est la bonne. Pour  $R = 4C$ , le tracé de la directivité en maillage M1 manque de points, ce qui donne à notre courbe cette représentation un peu saccadée. La meilleure correspondance est obtenue avec le calcul de Wang *et al.* [190].

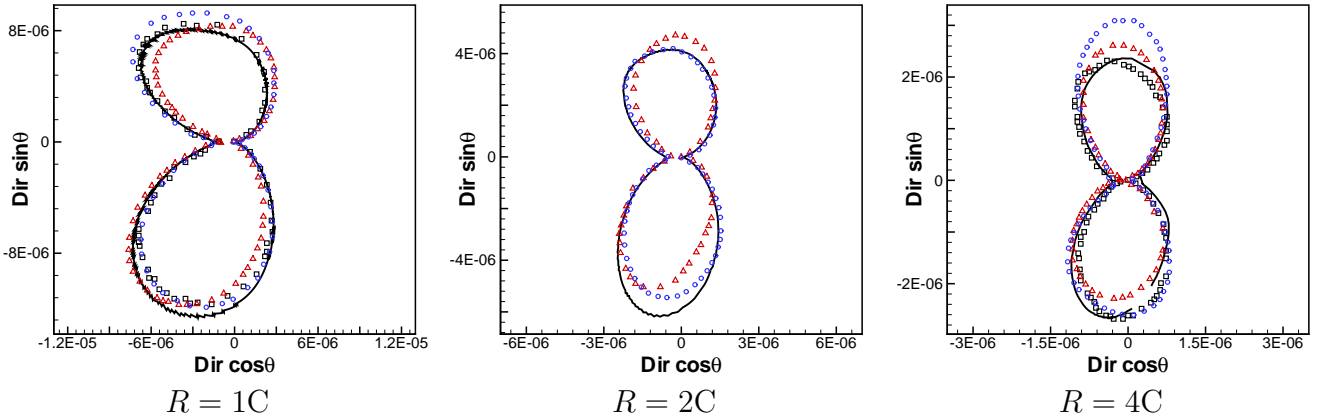


FIG. 2.16 – Gust/Airfoil  $k = 1$ . Comparaison de la directivité  $\overline{p'^2}$  : M1 (—), Wang *et al.* [190] ( $\square$ ), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Golubev *et al.* [72] ( $\circ$ ).

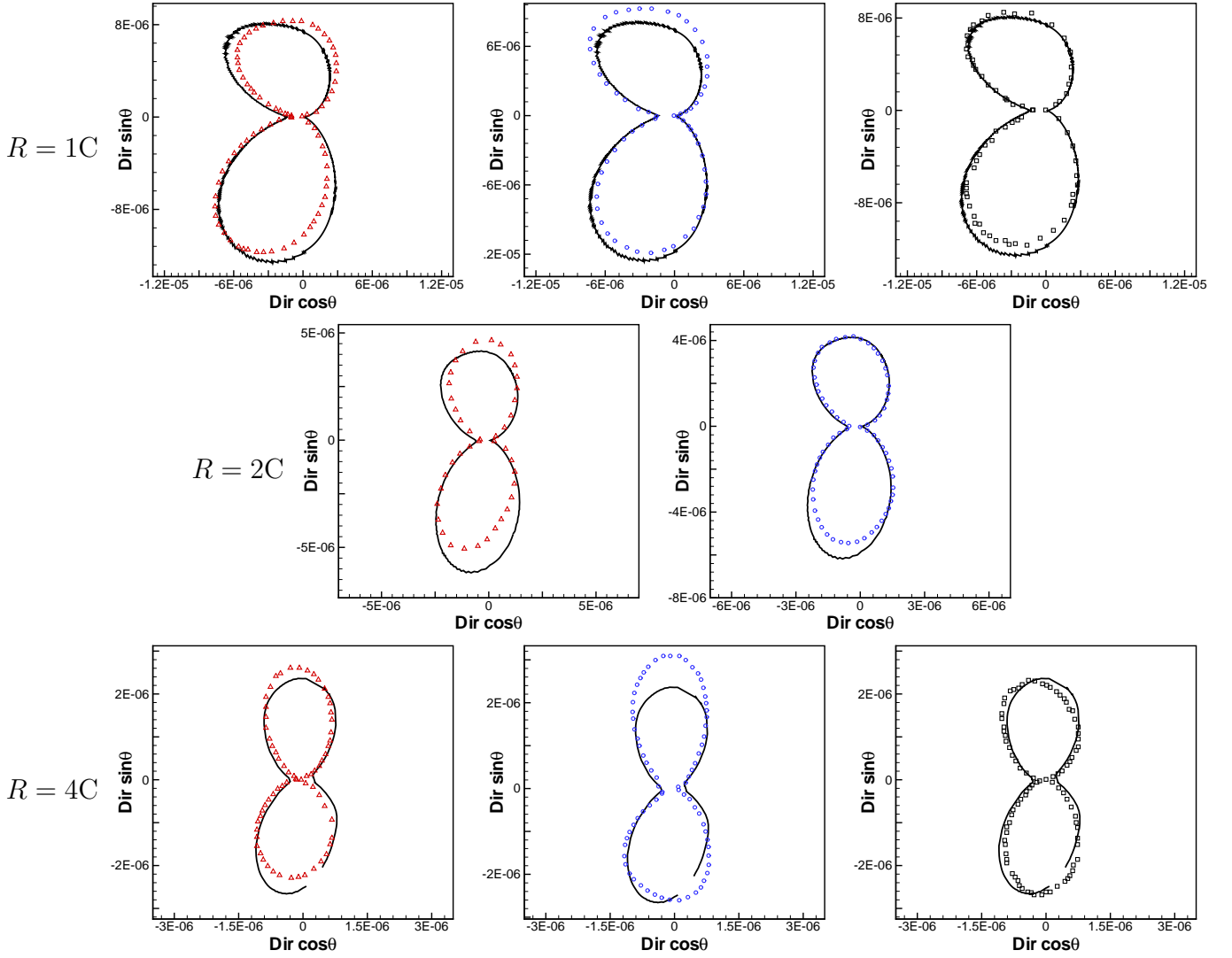


FIG. 2.17 – Gust/Airfoil  $k = 1$ . Comparaison de la directivité  $\overline{p^2}$  : M1 (—), Wang et al. [190] ( $\square$ ), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Golubev et al. [72] ( $\circ$ ).



## 2.6 Cas du profil symétrique avec $k = 2$

### 2.6.1 Champ aérodynamique

Aucun résultat ne sera présenté avec le maillage G2. Le gust est bien convecté dans tout le domaine de calcul comme le montre la figure 2.18.

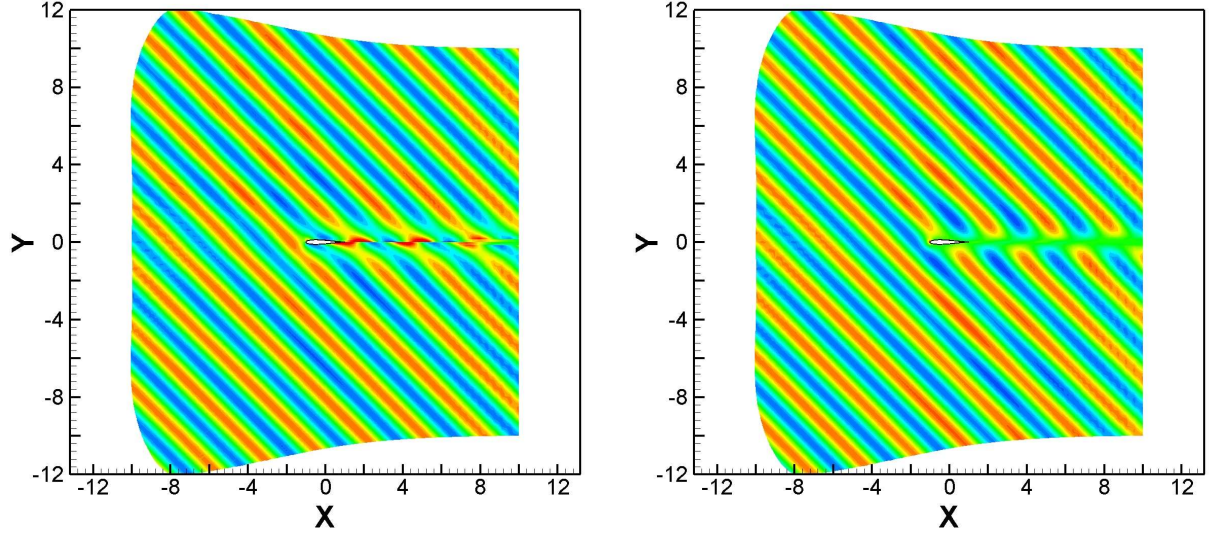


FIG. 2.18 – Gust/Airfoil  $k = 2$ . Fluctuations de vitesse  $u'$  (à gauche) et  $v'$  (à droite). Niveaux entre  $\pm 3$  m.s<sup>-1</sup>.

Nous avons une assez bonne convergence en maillage même si nous n'avons utilisé que 2 maillages. Le coefficient de pression et  $P_{RMS}$  sont tracés sur la figure 2.19 pour les maillages M2 et F2.

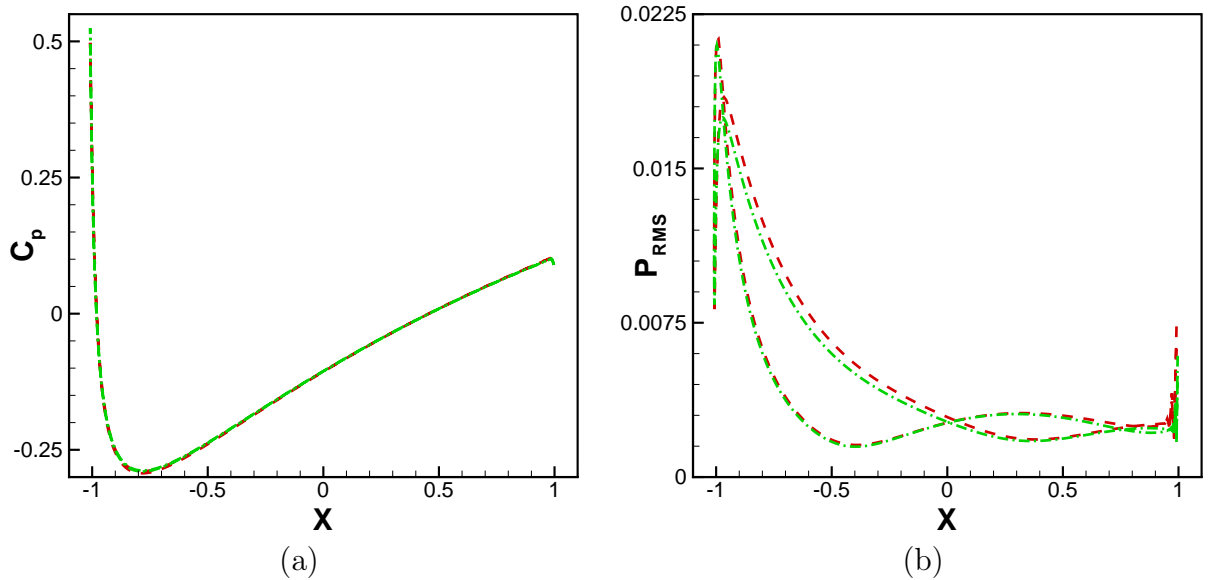


FIG. 2.19 – Gust/Airfoil  $k = 2$ . (a) : coefficient de pression. (b) :  $P_{RMS}$ . Maillage M2 (---) et F2 (-.-.-).

Nos courbes sont en très bon accord avec les résultats de Scott [152] et Golubev *et al.* [72] comme

on peut le voir sur les figures 2.20 et 2.21. Nous sommes plus proches de la solution de Golubev *et al.* [72] dans la zone proche du bord de fuite à l'extrados et près du bord d'attaque.

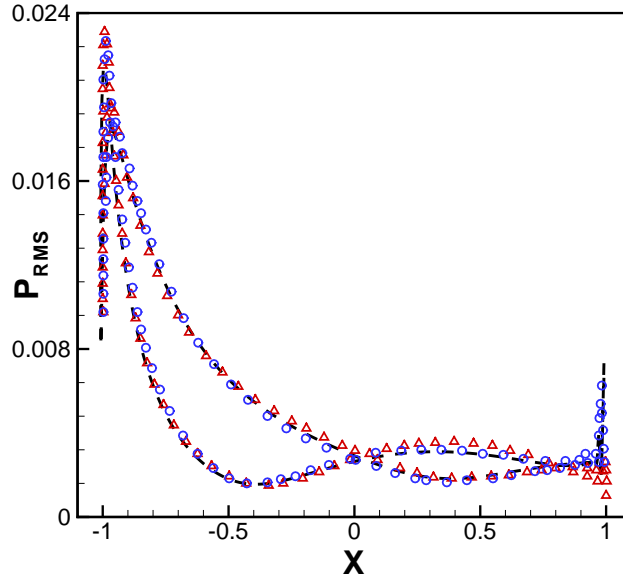


FIG. 2.20 – Gust/Airfoil  $k = 2$ .  $P_{RMS}$ , M2 (—), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Golubev *et al.* [72] ( $\circ$ ).

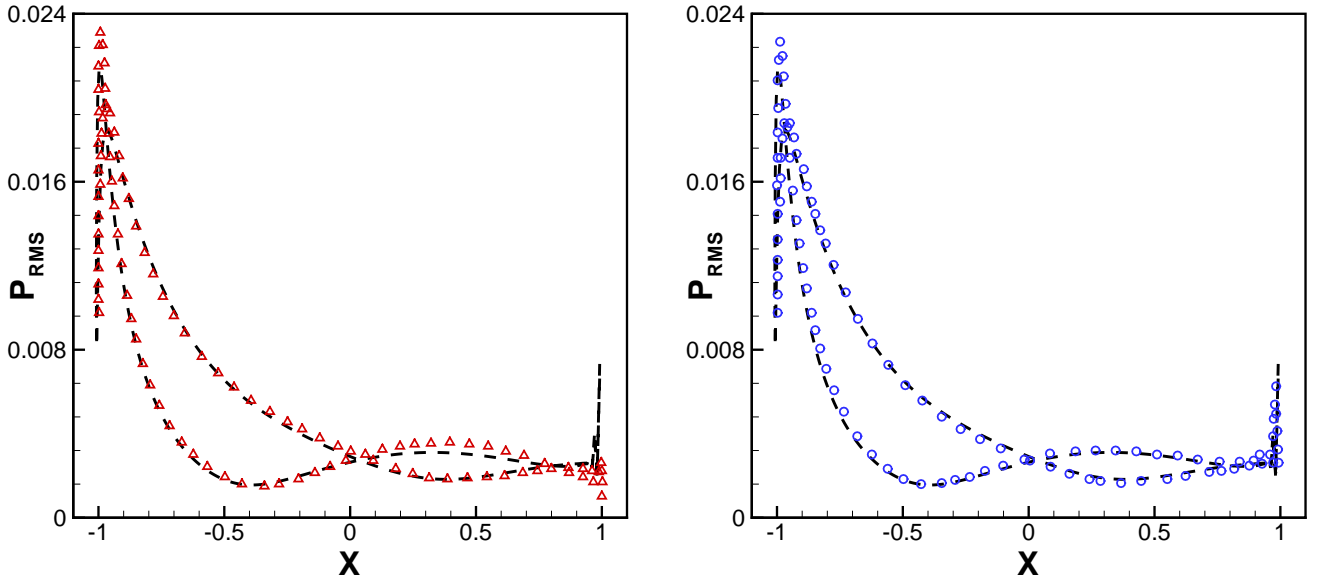


FIG. 2.21 – Gust/Airfoil  $k = 2$ . Comparaisons de  $P_{RMS}$  : F2 (—), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Golubev *et al.* [72] ( $\circ$ ).

### 2.6.2 Champ acoustique

Le champ acoustique sur l'ensemble du domaine de calcul est représenté sur la figure 2.22. On distingue une légère atténuation du champ acoustique en entrée du domaine qui est due à une discrétisation spatiale trop faible. Les directivités sont tracées sur les figures 2.23. Pour  $R = 4C$ , notre directivité n'est pas assez convergée. Nos résultats acoustiques sont similaires à ceux obtenus

par Golubev *et al.* [72] et sont assez éloignés de ceux de Scott [152]. La différence avec les résultats de Scott vient certainement du fait qu'il résout les équations d'Euler linéarisées. La résolution de ces équations est suffisante pour capter correctement les fluctuations aérodynamiques mais insuffisante pour calculer le champ acoustique.

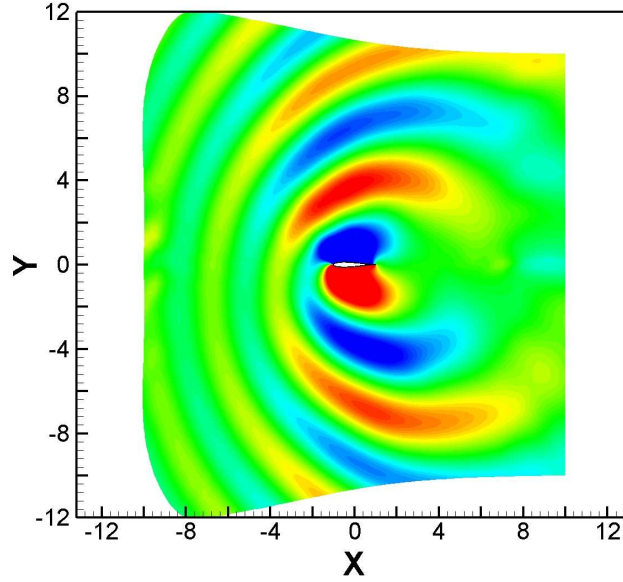


FIG. 2.22 – Gust/Airfoil  $k = 2$ . Fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$ , niveaux entre  $\pm 75$  Pa.

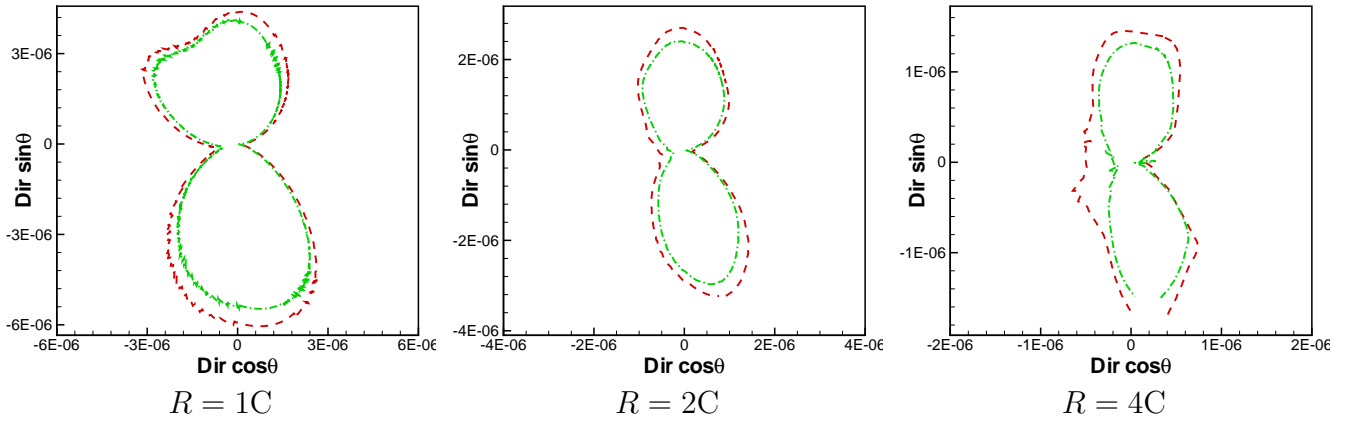


FIG. 2.23 – Gust/Airfoil  $k = 2$ . Valeur de la directivité  $\overline{p'^2}$  : M2 ( - - - ) et F2 ( - . - . ).

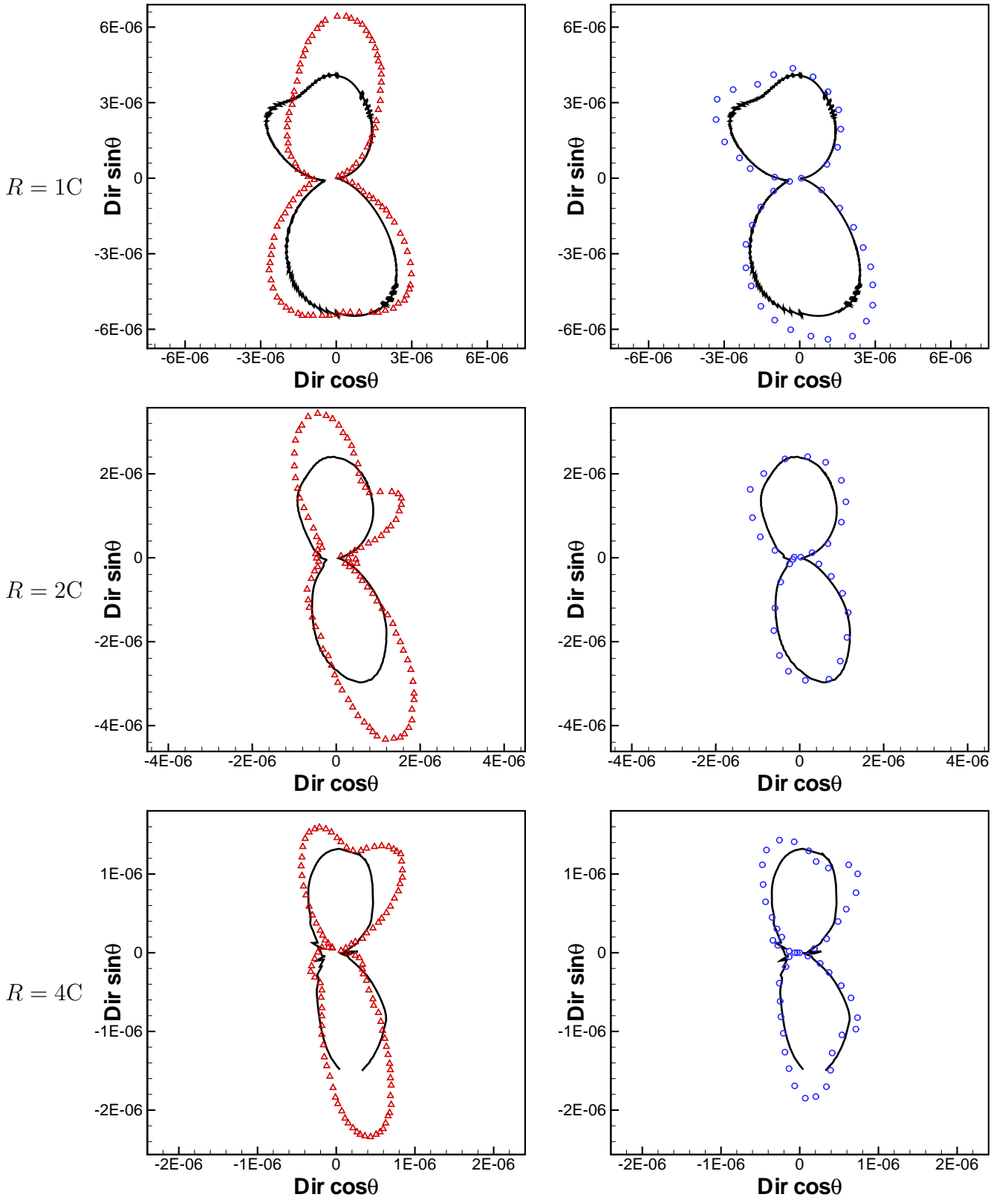


FIG. 2.24 – Gust/Airfoil  $k = 2$ . Comparaison de la directivité  $\overline{p'^2}$  : F2 (—), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Golubev et al. [72] ( $\circ$ ).

## 2.7 Cas du profil symétrique avec $k = 3$

Dans ce cas ( $k = 3$ ), la longueur d'onde du gust est du même ordre que la dimension caractéristique du profil (corde de 2 m).

### 2.7.1 Champ aérodynamique

Le gust est bien convecté dans tout le domaine de calcul comme le montre la figure 2.25.

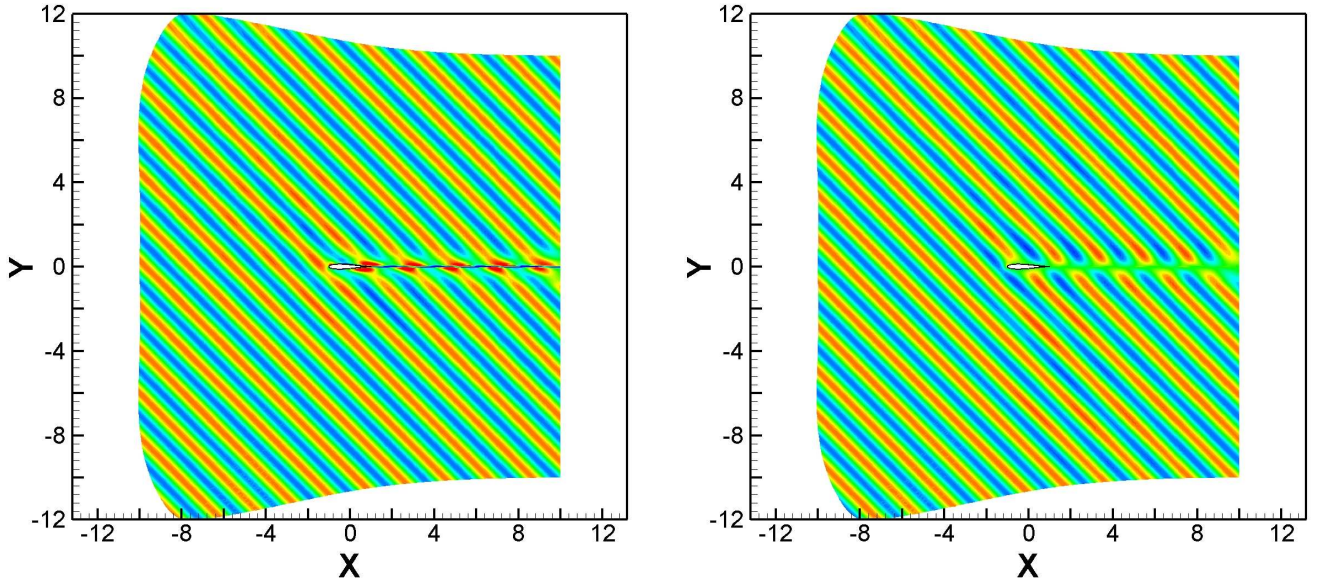


FIG. 2.25 – Gust/Airfoil  $k = 3$ . Fluctuations de vitesse  $u'$  (à gauche) et  $v'$  (à droite). Niveaux entre  $\pm 3 \text{ m.s}^{-1}$ .

Concernant le coefficient de pression, la figure 2.26 montre que quels que soient les maillages (G3, M3 et F3) les résultats sont identiques. Pour la pression RMS on constate que le maillage G3 est trop grossier, par contre le passage du maillage M3 au maillage F3 permet de mieux capter les effets au bord d'attaque ainsi qu'au bord de fuite (ceci est dû au raffinement supérieur du maillage au bord d'attaque et au bord de fuite, cf. tableau 2.1). Le passage au maillage fin F3 permet donc d'avoir plus de précision, notamment au niveau du bord de fuite avec une réduction des oscillations. Au vu de ces résultats le maillage F3 sera utilisé pour les comparaisons avec les données de référence pour la pression RMS sur le profil et le coefficient de pression  $c_p$ .

La figure 2.28 montre que pour la pression RMS nous avons de grandes différences avec Scott [152]; ces dernières s'expliquent par le fait que Scott utilise les équations d'Euler linéarisées qui ne prennent bien sûr pas en compte les effets non linéaires. En revanche, nous avons des résultats très proches de Rasetarinera *et al.* [144] qui utilisent une méthode de Galerkin discontinue.

### 2.7.2 Champ acoustique

Le champ acoustique rayonné est de nature dipolaire (voir figure 2.29) et on remarque que les effets non linéaires commencent à avoir un effet sur le champ de pression fluctuant. On distingue aussi des interférences dues à un mauvais réglage de la zone éponge en sortie de domaine. Nos directivités

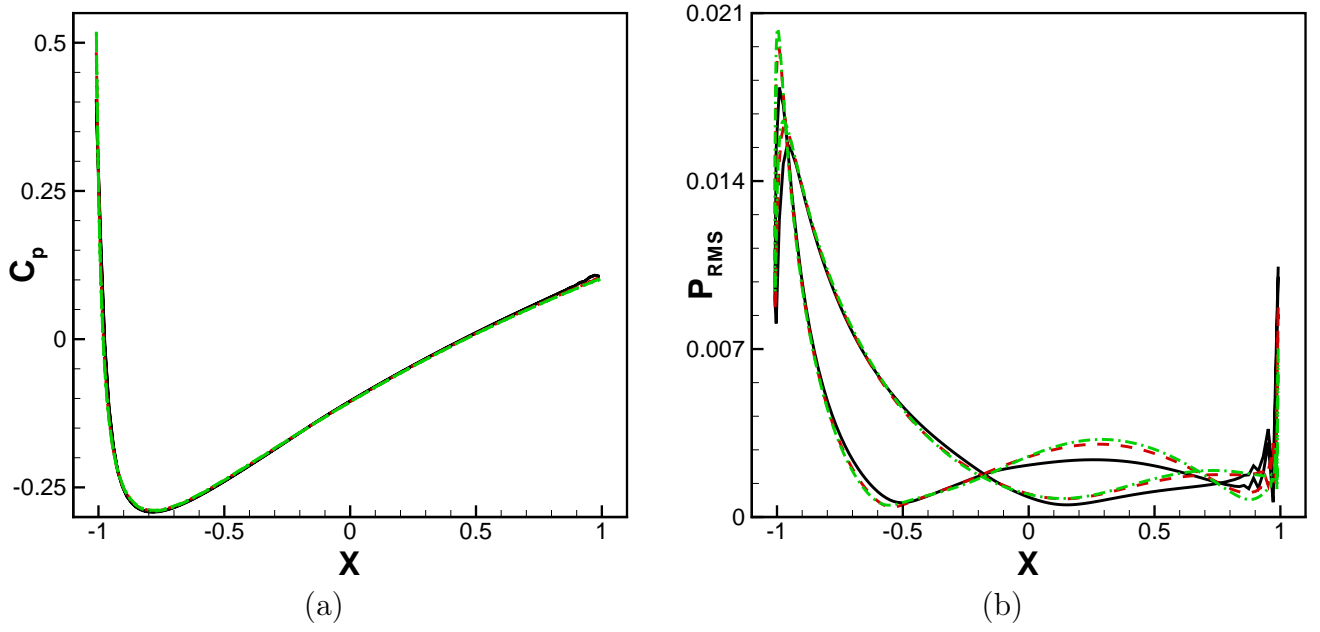


FIG. 2.26 – Gust/Airfoil  $k = 3$ . (a) :  $c_p$ . (b) :  $P_{RMS}$ . Maillage G3 (—), M3 (---) et F3 (-.-.).

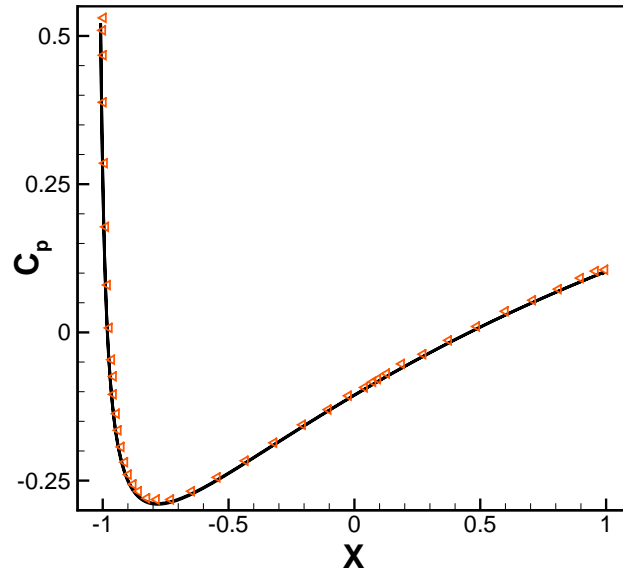


FIG. 2.27 – Gust/Airfoil  $k = 3$ . Coefficient de pression, F3 (—) et Rasetarinera *et al.* [144] ( $\triangle$ ).

H]

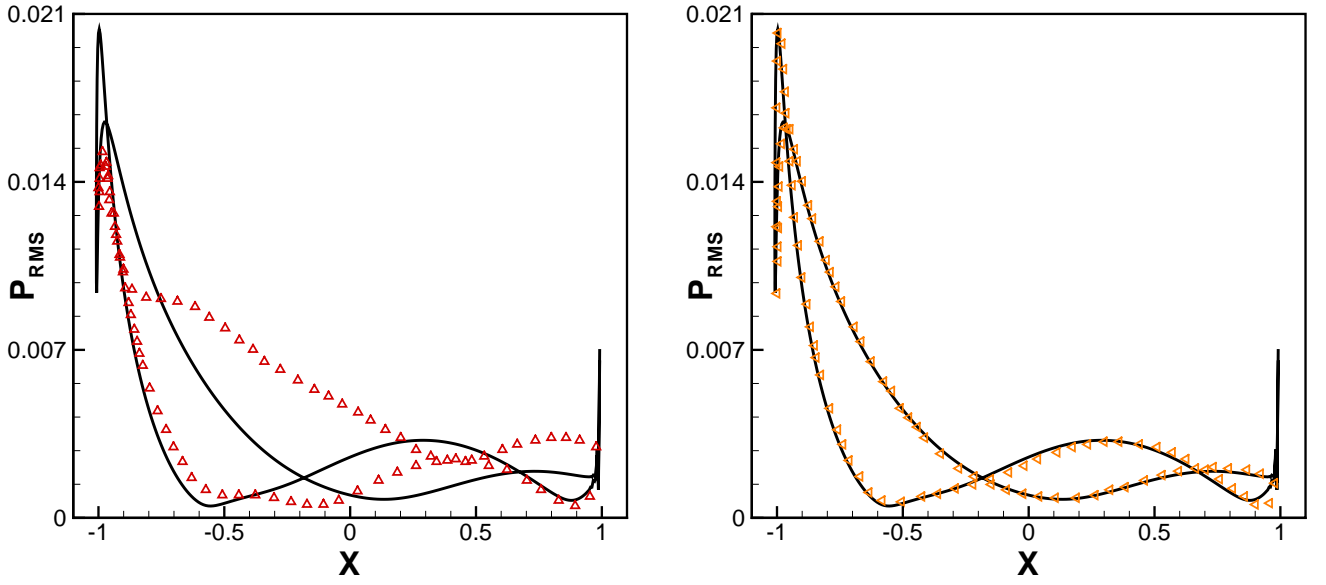


FIG. 2.28 – Gust/Airfoil  $k = 3$ . Comparaisons de  $P_{RMS}$  : F3 (—), Scott [152] ( $\triangle$ ) et Rasetarinera *et al.* [144] ( $\triangleleft$ ).

présenteront donc des lobes dus à ces interférences. Ainsi, la convergence en maillage n'est pas parfaite sur la figure 2.30. Malgré ces petits défauts, la directivité en  $R = 1C$  présente les mêmes lobes supérieurs que ceux de Wang *et al.* [190]. En  $R = 4C$ , nous avons les bons niveaux d'intensité comme on peut le voir sur la figure 2.31.

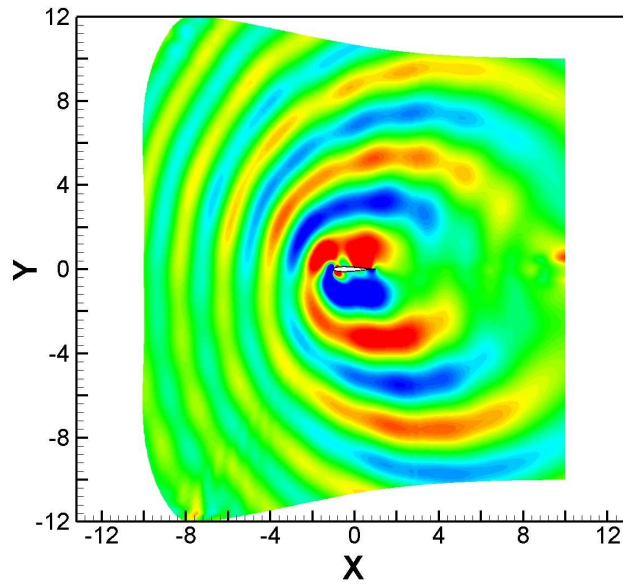


FIG. 2.29 – Gust/Airfoil  $k = 3$ . Fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$ , niveaux entre  $\pm 50$  Pa.



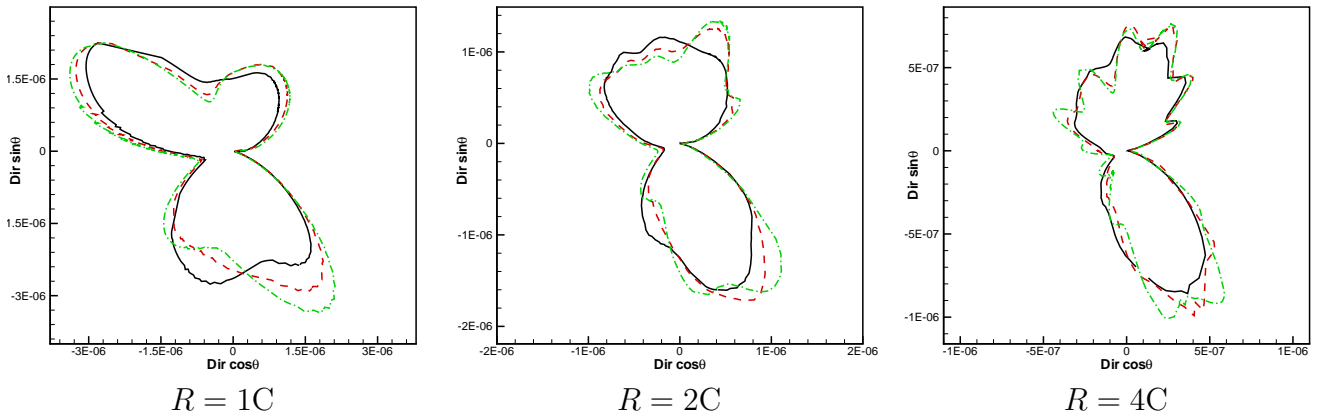


FIG. 2.30 – Gust/Airfoil  $k = 3$ . Valeur de la directivité  $\overline{p'^2}$  : maillage G3 (—), M3 (---) et F3 (-.-.).

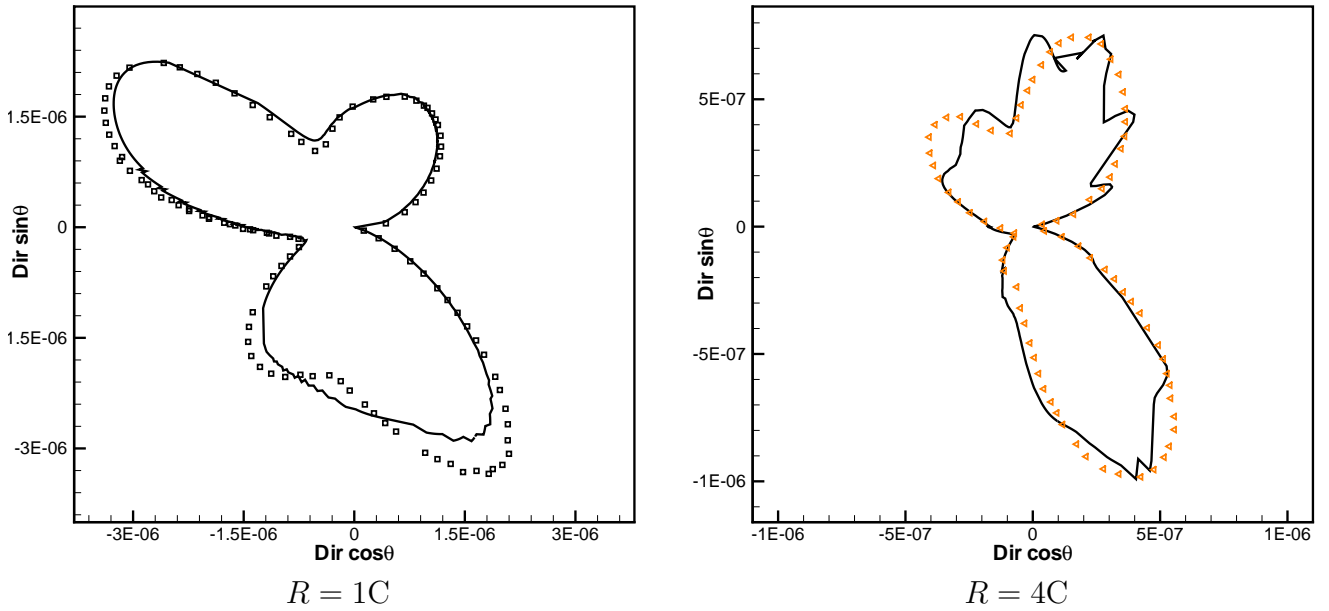


FIG. 2.31 – Gust/Airfoil  $k = 3$ . Comparaison de la directivité  $\overline{p'^2}$  : F3 (—), Wang *et al.* [190] ( $\square$ ), et Rasetarinera *et al.* [144] ( $\triangle$ ).

Pour  $k = 3$ , nous ne sommes pas en mesure de conclure quant à la véracité de nos résultats étant donné que peu d'auteurs ont traité ce cas.

## 2.8 Conclusions

Le cas d'interaction gust/airfoil nous a permis de réaliser nos premières simulations de bruit de profil. Dans la configuration étudiée, le bruit de profil est du bruit de bord d'attaque et le champ acoustique rayonné par le profil est de nature dipolaire. L'utilisation de la condition limite d'entrée fluctuante décrite au paragraphe 1.5.5 permet de faire entrer un champ fluctuant de manière très propre dans le domaine de calcul. De plus, ce champ fluctuant sort du domaine sans générer de réflexions parasites grâce à l'utilisation de la condition de sortie de Tam et Dong [174]. Cette étude montre la capacité du



présent code de calcul à capter les phénomènes instationnaires avec une grande précision. En effet, les résultats obtenus pour  $k = 0.1$  sont en bon accord avec l'ensemble des auteurs ayant participé au benchmark [38]. Pour les valeurs de  $k$  plus grandes (1, 2, 3), nos résultats présentent de petites différences. Pour  $k = 3$ , des non linéarités apparaissent au sein de l'écoulement et on voit clairement que la résolution des équations d'Euler linéarisées par Scott [152] ne permet pas de traiter ce cas haute fréquence. Le maillage joue aussi un rôle prépondérant dans la qualité des solutions numériques obtenues. L'ensemble des maillages grossiers que nous avons utilisés permettent de capter le bon coefficient de pression moyen, mais pas de reproduire avec précision les phénomènes instationnaires. Dans le cas du bruit de bord d'attaque, le choix d'une discrétisation spatiale assez fine dans la zone du bord d'attaque est primordial.

Ces simulations ont aussi mis en évidence les limites de l'utilisation de maillages en CH. En effet, le caractère en C du maillage ne permet pas une répartition homogène des points en champ lointain. Dès que l'on augmente la résolution spatiale en champ lointain dans la direction azimutale, cela entraîne une forte concentration des points sur le profil et dans certains cas une diminution de la plus petite taille de maille et par conséquent du pas de temps. Quelques pistes peuvent être explorées pour pallier à ces problèmes. En premier, il suffit de remarquer que la partie du gust interagissant avec le profil se limite à une bande horizontale alignée avec le profil. C'est pourquoi Golubev *et al.* [73] proposent de limiter le gust en espace en utilisant des fonctions gaussiennes. La deuxième piste serait de passer d'un maillage CH à un maillage HH. Ainsi, nous pourrions concentrer les points sur une bande horizontale centrée sur le profil. La réalisation d'un tel maillage permettrait aussi de réaliser dans des études futures le cas de l'interaction entre un gust et une grille d'aubes par exemple. Cependant, l'utilisation de maillages HH nécessite des développements numériques pour la gestion des interfaces au niveau du bord d'attaque qui n'ont pas pu être effectués pendant la durée de cette thèse. Enfin, une troisième piste consiste à limiter le maillage curviligne autour du profil et à utiliser une grille de fond cartésienne grâce à une technique de recouvrement de maillage comme proposé par Yin et Delfs [194].

# Chapitre 3

## Méthode multi échelles multi pas de temps

### 3.1 Introduction

Les avancées rapides dans les méthodologies de calcul et le développement des moyens de calcul ont rendu possible l'analyse des sources de bruit par simulation directe. La plus grande difficulté réside dans la grande disparité d'échelles entre les petites structures de la turbulence et les grandes longueurs d'onde du champ acoustique. Cette grande disparité impose de sévères contraintes sur les maillages de calcul. En simulation aéroacoustique, on utilise généralement des schémas aux différences finies d'ordre élevé sur des maillages structurés. Cependant l'utilisation de maillages structurés ne permet pas de réaliser des raffinements locaux. Le raffinement du maillage risque d'engendrer des coûts de calcul prohibitifs. Afin de réaliser ces raffinements locaux, d'autres pistes peuvent être explorées. La première est d'utiliser des maillages non structurés mais le développement de schémas numériques efficaces d'ordre élevé n'est pas simple. On peut tout de même citer les travaux de Jansen [94] dans le cadre de la simulation des grandes échelles de profils en écoulement. Sur des maillages cartésiens, la méthode AMR (Adaptative Mesh Refinement) introduite par Berger et Oliger [10], Roger et Colella [146] permet de réaliser des raffinements locaux mais l'utilisation de schémas spatiaux d'ordre élevé n'est pas aisée avec cette méthode. De plus le traitement des géométries non cartésiennes pose des problèmes. Steinthorsson *et al.* [167] ont proposé une extension de la méthode AMR pour des maillages structurés autour de géométries non cartésiennes. Des interpolations de Hermite sont utilisées pour générer le maillage. L'utilisation d'une technique multi domaines est aussi l'une des méthodes permettant d'augmenter l'efficacité de l'algorithme de calcul. Les algorithmes multi domaines ont été utilisés en premier lieu pour des applications météorologiques ou océanographiques. Ils ont ensuite été appliqués à des simulations turbulentes par DNS [104]. En ce qui concerne les méthodes multi domaines, deux stratégies peuvent être distinguées.

Dans la première, les différentes zones du maillage de calcul sont générées indépendamment les unes des autres. Les différentes zones ou blocs se recouvrent afin que des données puissent être échangées. Historiquement, les méthodes d'overset que l'on appelle aussi méthodes "chimères" ont été développées au début des années 80 par Benek *et al.* [9] et Steger *et al.* [166]. On trouvera une bonne revue des méthodes chimères dans l'article de Sherer et Scott [158]. On peut aussi citer les travaux de Chesshire et Henshaw [30] sur la génération de maillages chimères et la résolution d'équations aux dérivées partielles sur ceux-ci. Dans ce qui va suivre, on se focalise sur des applications de la technique d'overset dans le cadre de la CAA. Desquesnes *et al.* [44] proposent une méthode de recouvrement d'ordre élevé pour coupler la CFD et la CAA ; Guénanff [74], Sherer et Scott [158] ont déterminé

quelle technique d'interpolation est la plus robuste et la plus précise pour un large panel de cas tests ; Cai *et al.* [28] ont recours à une méthode similaire pour réaliser une simulation autour d'un profil hypersustenté, comprenant un bec, un profil et un volet de bord de fuite. On peut aussi citer les travaux menés à EDF sur le développement d'un code de calcul multi domaines pour l'aéroacoustique [52].

Dans la seconde stratégie, le maillage est généré par raffinements successifs de la grille de calcul. Dans ce cas, la solution du maillage grossier constitue la solution du maillage fin au niveau des interfaces pour l'itération suivante de l'algorithme de calcul. Le principal défaut de cette méthode est que, sans couplage entre les solutions numériques sur les maillages fin et grossier, la précision de la solution numérique aux interfaces sera celle du maillage grossier, ce qui peut entraîner des oscillations et des erreurs numériques au niveau des interfaces. Ainsi, les interfaces doivent être traitées de manière spécifique par rapport aux points intérieurs. Dans la plupart des cas, les données manquantes dans le maillage fin sont interpolées à partir des données du maillage grossier à l'aide d'un schéma d'interpolation d'ordre élevé, et les points proches des interfaces sont traités à l'aide de schémas spécifiques. Manhart [123] propose une méthode zonale avec une formulation volumes finis d'ordre deux. Kravchenko *et al.* [104] utilisent des interpolations spectrales avec des B-splines. En ce qui nous concerne, nous avons décidé de suivre la méthode introduite par Tam et Kurbatskii [177] en 2000. Le domaine de calcul comporte des changements de taille de maille et de pas de temps. En pratique, le pas d'espace de deux blocs adjacents peut être multiplié par deux et le pas de temps est multiplié de la même façon. La division du domaine de calcul en plusieurs blocs permet de réaliser des raffinements locaux et de limiter le nombre de points. Dans leurs travaux, Tam et Kurbatskii [177] ne traitent que des cas avec des maillages cartésiens, ce qui limite l'éventail des géométries accessibles. Yin et Delfs [193] ont appliqué cette méthode pour calculer le bruit généré par un rotor, mais ils n'ont utilisé que le doublement de la taille de maille en maillage cartésien et pas le doublement du pas de temps. Plus récemment, Tam et Ju [176] ont étendu la méthode de Tam et Kurbatskii dans le cas particulier d'un profil de Joukowski dont la transformée conforme est connue analytiquement. La connaissance de cette transformée conforme leur permet de résoudre les équations de Navier-Stokes dans un espace avec des coordonnées elliptiques. Ils ont aussi utilisé une méthode de recouvrement de maillage afin d'extrapoler le champ acoustique lointain à partir du champ proche, et ainsi réduire le temps de calcul.

Nous présenterons ici l'extension de la méthode de Tam et Kurbatskii [177] en maillages curvilignes quelconques et pour des schémas aux différences finies sur 11 points. En premier lieu, l'algorithme numérique sera décrit et les particularités numériques du cas multi domaines seront détaillées. Puis, plusieurs cas tests seront menés afin de valider cet algorithme de calcul.

## 3.2 Algorithme numérique

### 3.2.1 Equations résolues et transformation de coordonnées

Les équations 2D complètes de Navier-Stokes sont résolues sous forme conservative. Elles sont déduites des équations 3D (1.1). La transformation de coordonnées décrites dans le paragraphe 1.6 est utilisée pour se ramener dans un espace de calcul cartésien régulier.

### 3.2.2 Schéma d'avancement temporel explicite

Dans un domaine de calcul sans doublement de maillage entre certains blocs adjacents, la condition de stabilité CFL d'un schéma d'avancement temporel explicite impose un pas de temps unique basé sur la plus petite maille de calcul. Nous avons donc une perte d'efficacité là où les tailles de mailles sont significativement plus grandes. L'utilisation de la méthode de Tam et Kurbatskii [177] permet de doubler le pas de temps si celui-ci s'accompagne d'un doublement de la taille de maille entre deux blocs adjacents. Ainsi, le pas de temps peut être modifié d'un facteur  $2^n$  où  $n = \frac{(\Delta x_{min})_{local}}{(\Delta x_{min})_{global}}$ . En CAA, on utilise généralement un schéma d'avancement temporel de type Runge Kutta ou Adams-Bashforth. Si on appelle bloc 1 le bloc fin et bloc 2 le bloc grossier, l'interface du bloc 2 doit être calculée aux temps  $(n_2 + 1)$  et  $(n_2 + 1/2)$ , où  $n_2$  désigne le numéro d'itération du bloc 2. Les interfaces peuvent être échangées entre les blocs 1 et 2 aux temps  $n_2$  et  $n_2 + 1$  comme le montre la figure 3.1. Un schéma temporel de type Runge Kutta comporte plusieurs sous étapes fictives pour avancer la solution numérique de l'instant  $(n)$  à l'instant  $(n + 1)$ , afin d'augmenter l'ordre du schéma. Un schéma de Runge Kutta ne permet donc pas de calculer les interfaces au temps  $(n + 1/2)$ . C'est pourquoi nous avons décidé d'utiliser un schéma d'avancement temporel explicite de type Adams-Bashforth, car celui-ci utilise les temps physiques antérieurs  $((n), (n - 1), (n - 2))$  par exemple) pour calculer la solution numérique à l'instant  $(n + 1)$  ou  $(n + 1/2)$ . Deux schémas d'Adams-Bashforth ont été développés pour calculer la solution numérique à l'instant  $(n + 1)$  ou  $(n + 1/2)$ .

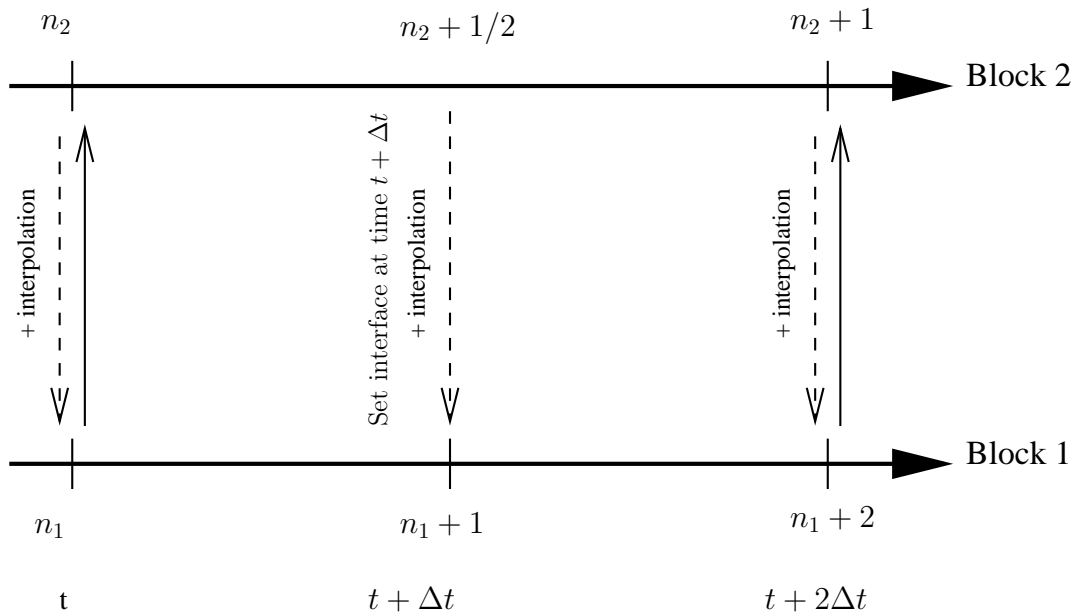


FIG. 3.1 – Avancement temporel des différents blocs et échange des interfaces (—  $\rightarrow$ , - - -  $\rightarrow$ ).

#### 3.2.2.1 Schéma d'Adams-Bashforth optimisé au temps $(n + 1)$

Le schéma d'avancement temporel utilisé est celui détaillé dans le paragraphe 1.4.3.3.

### 3.2.2.2 Schéma d'Adams-Bashforth optimisé au temps $(n + 1/2)$

Afin d'avancer les interfaces, les différentes variables doivent être calculées au temps  $(n + 1/2)$ . En effet, aucune information n'est connue en ces points dans les interfaces des maillages grossiers. Au temps  $(n + 1/2)$ , on peut écrire une équation similaire à l'équation (1.6) :

$$\mathbf{U}^{n+1/2} = \mathbf{U}^n + \Delta t \sum_{j=0}^p b_j^* \left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right)^{n-j} \quad (3.1)$$

En appliquant la même méthode qu'à l'équation (1.6), on trouve aisément que l'on a :

$$\sum_{j=0}^p j^m \frac{b_j^*}{m!} = (-1)^m \frac{1}{(m+1)!} \left( \frac{1}{2} \right)^{m+1} \quad 1 \leq m \leq p$$

Les coefficients  $b_j^*$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) sont choisis de façon à ce que l'équation (3.1) soit satisfaite jusqu'à l'ordre  $\Delta t^3$ . Les coefficients calculés sont donnés dans le tableau 3.1 et comparés avec ceux de Tam et Kurbatskii [179], ces derniers étant optimisés par rapport au coefficient  $b_0^*$ .

Coefficients	Présent	Tam et Kurbatskii [179]
$b_0^*$	295/384	0.773100253426
$b_1^*$	-181/384	-0.485967426944
$b_2^*$	101/384	0.277634093611
$b_3^*$	-23/384	-0.064766920092

TAB. 3.1 – Schéma d'Adams-Bashforth d'ordre 4 standard au temps  $(n + 1/2)$  et coefficients du schéma d'ordre 3 optimisé de Tam et Kurbatskii [179] .

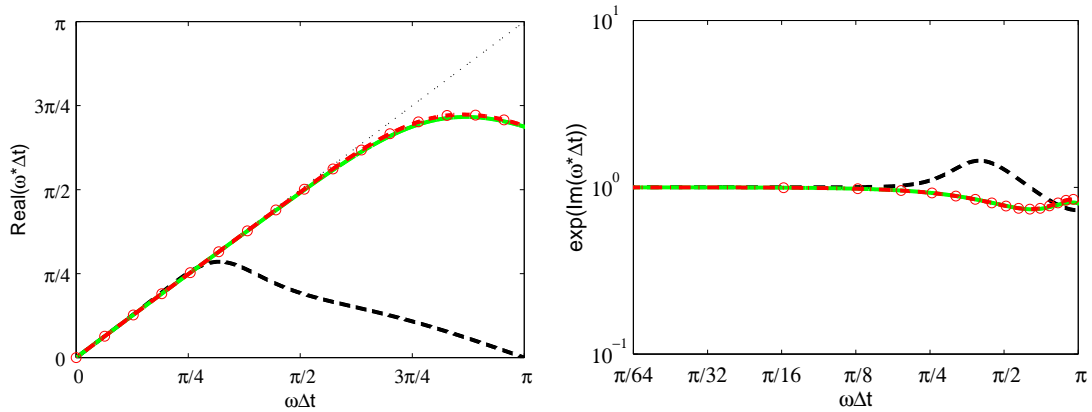


FIG. 3.2 – Fréquence angulaire effective  $\omega^* \Delta t$  des schémas d'Adams-Bashforth au temps  $(n + 1/2)$  en fonction de la fréquence angulaire réelle  $\omega \Delta t$  : schéma d'ordre 3 optimisé à 4 niveaux au temps  $n + 1$  (---), schéma d'ordre 4 standard (—) schéma de Tam et Kurbatskii [179] (-.-.- o -.-.-). Partie réelle à gauche et imaginaire à droite.

La fréquence angulaire effective  $\omega^* \Delta t$  de ces deux schémas d'Adams-Bashforth est tracée sur la figure 3.2, et comparée avec celle du schéma d'ordre 3 optimisé à 4 niveaux au temps  $(n + 1)$ . Le schéma au temps  $(n + 1/2)$  présente une meilleure résolubilité, amélioration qui s'explique par un meilleur comportement des schémas en maillage décalé (*staggered* en anglais) [68]. Cependant, l'erreur de phase est plus grande pour  $\omega \Delta t < \pi/4$ , comme on peut le voir sur la figure 3.2.

### 3.2.2.3 Remarque sur l'utilisation des schémas d'Adams-Bashforth

Comme nous l'avons déjà dit précédemment, un schéma de Runge Kutta ne permet pas de calculer directement les interfaces au temps  $(n + 1/2)$ . C'est pourquoi nous nous sommes orientés vers l'utilisation de schémas de type Adams-Bashforth. Cependant, nous avons tout de même essayé d'utiliser les schémas de type Runge Kutta en contournant le problème de l'avancement des interfaces. Nous avons tout d'abord essayé de ne pas avancer les interfaces au temps  $(n + 1/2)$ . Le gel des interfaces induit de fortes erreurs numériques dans les interfaces qui ne sont pas acceptables. Nous avons alors essayé d'avancer les interfaces du bloc fin au temps  $(n + 1/2)$  à partir des points du bloc fin uniquement et non plus à partir des points du bloc grossier adjacent pour les sous-étapes fictives uniquement. Cela implique l'utilisation de schémas aux différences finies décentrés pour la discrétisation spatiale. Lors de la convection d'un tourbillon à travers les interfaces, le bruit parasite généré était bien supérieur à celui généré lors de l'utilisation des schémas d'Adams-Bashforth. La réalisation de ce cas test et de l'implémentation numérique de cet avancement décentré sont détaillées dans les rapports [92, 95]. De plus, lors du passage en curviligne, la présence de ces multiples décentrement spatiaux rendait le code instable au niveau des interfaces entre les blocs fin et grossier.

### 3.2.3 Schémas aux différences finies pour le traitement des interfaces

Le schéma optimisé aux différences finies centré sur 11 points de Bogey et Bailly [18] est utilisé pour calculer les dérivées spatiales au niveau des points intérieurs. Or, le domaine de calcul comprend un ou plusieurs doubléments de maillage comme on peut le voir sur la figure 3.3. Les 5 points constituant l'interface du maillage grossier ne posent pas de problème. En effet il suffit de prendre un point sur deux venant du maillage fin pour pouvoir continuer à utiliser le schéma centré sur 11 points. Quand la taille de maille d'un bloc augmente d'un facteur 2 par rapport au bloc voisin, des schémas spécifiques pour les 5 points proches de l'interface sont nécessaires afin d'éviter des discontinuités spatiales. Afin de conserver des schémas centrés, non dissipatifs par construction, Tam et Kurbatskii [177] ont recours à des schémas centrés sur 7 points. Nous avons décidé de conserver également des schémas centrés pour une molécule de 11 points comme on peut le voir sur la figure 3.4. D'autres molécules de schémas sont envisageables : par exemple Berland *et al.* [11] proposent des supports non centrés, qui par conséquent introduisent des erreurs de dissipation.

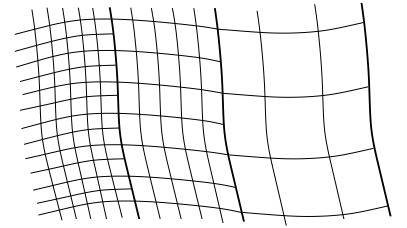


FIG. 3.3 – Changements de taille de maille entre 3 blocs.

Si l'on considère le schéma au point B de la figure 3.4,  $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_B$  est approximé par :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_B = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=1}^5 a_j^B (f_j^B - f_{-j}^B) \quad (3.2)$$

où

$$\begin{aligned} f_{-j}^B &= f(x_B - \Delta_{|j|}^B x) & j &= -5, \dots, -1 \\ f_j^B &= f(x_B + \Delta_j^B x) & j &= 1, \dots, 5 \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\Delta_1^B x = \Delta x, \quad \Delta_2^B x = 3\Delta x, \quad \Delta_3^B x = 5\Delta x, \quad \Delta_4^B x = 7\Delta x, \quad \Delta_5^B x = 9\Delta x \quad (3.4)$$

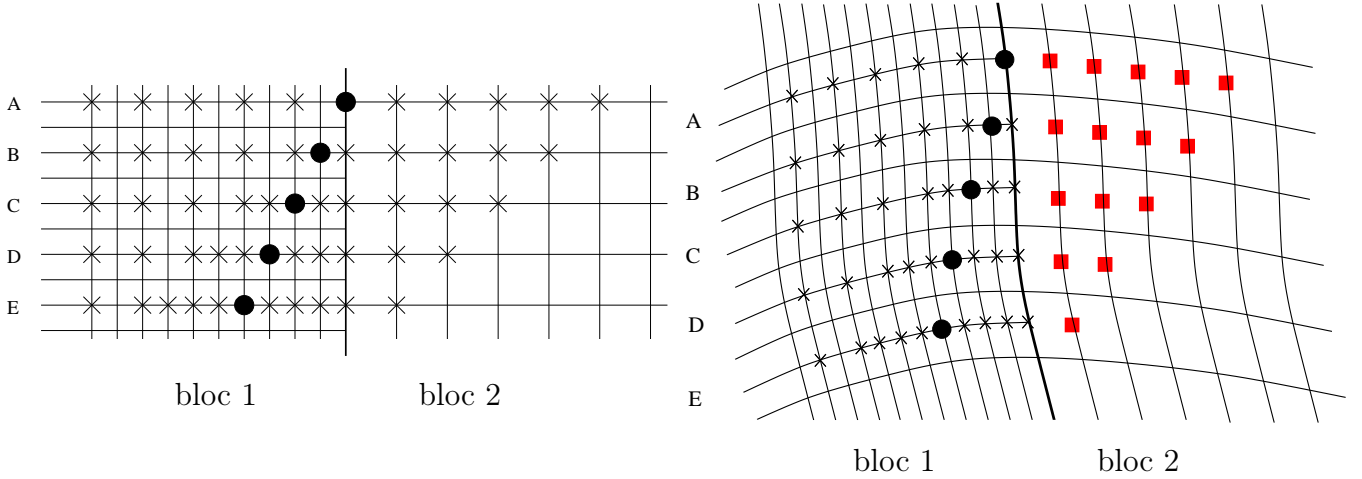


FIG. 3.4 – Interface entre un bloc de taille  $\Delta x$  et  $2\Delta x$ , et visualisation des supports des schémas spécifiques. (●) points d'application du schéma, (×) support du schéma. Les schémas sont appliqués sur le maillage de calcul cartésien régulier. Les valeurs aux points représentés par des carrés rouges (■) doivent être interpolées.

En suivant la procédure d'optimisation DRP, les schémas centrés sont optimisés afin de minimiser une erreur de dispersion. En appliquant une transformée de Fourier spatiale à l'équation (3.2), le nombre d'onde effectif du schéma  $k^*$  est obtenu :

$$k^* \Delta x = \sum_{j=1}^5 a_j^B \sin(k \Delta_j^B x)$$

Avec un schéma sur 11 points, les coefficients  $a_j^B$  pour un schéma d'ordre 4 optimisé sont calculés afin de satisfaire les deux premières relations qui annulent les termes du développement en série de Taylor jusqu'à  $\Delta x^4$ , et en rajoutant trois relations du type  $\partial E / \partial a_j^B = 0$  pour  $1 \leq j \leq 3$ . L'erreur de dispersion est définie par [18] :

$$E = \int_{\ln(k\Delta x)_l}^{\ln(k\Delta x)_h} |k^* \Delta x - k \Delta x| d(\ln(k\Delta x))$$

avec  $\ln(k\Delta x)_l = \frac{\pi}{16}$  et  $\ln(k\Delta x)_h = \frac{\pi}{2}$ .

Pour le traitement des points C, D et E on suit la même procédure avec :

$$\begin{cases} \Delta_1^C x = \Delta x, & \Delta_2^C x = 2\Delta x, & \Delta_3^C x = 4\Delta x, & \Delta_4^C x = 6\Delta x, & \Delta_5^C x = 8\Delta x \\ \Delta_1^D x = \Delta x, & \Delta_2^D x = 2\Delta x, & \Delta_3^D x = 3\Delta x, & \Delta_4^D x = 5\Delta x, & \Delta_5^D x = 7\Delta x \\ \Delta_1^E x = \Delta x, & \Delta_2^E x = 2\Delta x, & \Delta_3^E x = 3\Delta x, & \Delta_4^E x = 4\Delta x, & \Delta_5^E x = 6\Delta x \end{cases}$$

Pour le point A, on utilise le schéma centré sur 11 points standard [18] avec une taille de maille de  $2\Delta x$ . L'ensemble des coefficients pour les différents points est donné dans le tableau 3.2.

	FD11A	FD11B	FD11C	FD11D	FD11E
$a_1$	0.87502577558482	0.61534993594014	0.77608591242104	0.82482990265298	0.85768936001354
$a_2$	-0.28944516727589	-0.05177798826851	-0.15880585249465	-0.22249401437499	-0.26560173861406
$a_3$	0.09231030840505	0.01029785156943	0.01356408535315	0.04320809837104	0.07376193338070
$a_4$	-0.02152267755252	-0.00190780289577	-0.00262508673197	-0.00210288198432	-0.01244166166264
$a_5$	0.00260486879238	0.00020548792096	0.00037749644344	0.00014974870079	0.00033249395384

TAB. 3.2 – Coefficients des schémas centrés aux différences finies sur 11 points d'ordre 4 optimisés dans l'espace des nombres d'onde. Par exemple, FD11A signifie "différences finies sur 11 points au point A".

Comme on peut le voir sur la figure 3.5, les schémas aux points A, B, C, D et E se comportent un peu moins bien que le schéma sur 11 points standard. Cependant, on obtient une transition continue entre le schéma standard et le schéma au point A, ce qui nous assure que nous aurons une transition douce entre deux blocs dont la taille de maille est multipliée par 2.

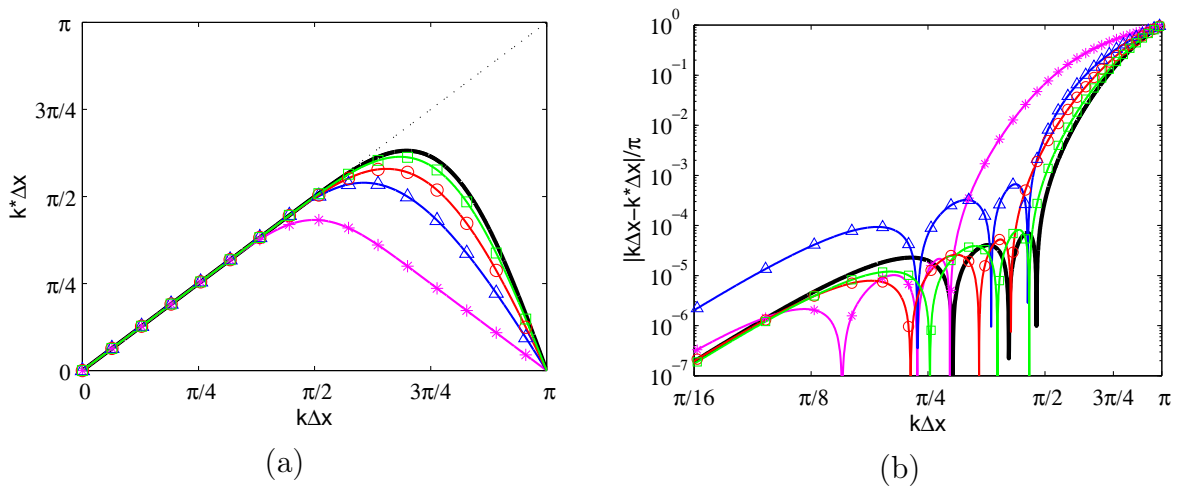


FIG. 3.5 – (a) : nombre d'onde effectif  $k^* \Delta x$  des schémas sur 11 points en fonction du nombre d'onde réel  $k \Delta x$  : points intérieurs (—), E (—□), D (—○), C (—△), et B (—\*). (b) : erreur de dispersion en échelle logarithmique.

### 3.2.4 Schémas d'interpolation multi dimensionnelle

Sur la figure de droite de 3.4, les valeurs aux points représentés par des carrés rouges (■) doivent être interpolées. L'algorithme multi échelles multi pas de temps de Tam et Kurbatskii est étendu en maillage curviligne en appliquant la transformation de coordonnées (cf. § 1.6). A certains pas de temps, des informations sont échangées entre des blocs avec différentes tailles de maille. Or, le bloc fin ne reçoit que la moitié des informations dont il a besoin pour avancer au pas de temps suivant. Donc les informations manquantes, indiquées par un carré sur les figures 3.4 et 3.6 doivent être interpolées. Dans le cas d'un maillage cartésien régulier, les variables peuvent être interpolées en utilisant la technique d'interpolation optimisée directionnelle proposée par Tam et Kurbatskii [178] qui utilise une molécule d'interpolation centrée sur 7 points. Afin de conserver des schémas sur 11 points dans tout le domaine de calcul, Gloerfelt [68] a calculé de nouveaux coefficients pour des schémas d'interpolation 1D. Quand le maillage est non cartésien, les données sont échangées dans



l'espace physique et non dans l'espace de calcul qui lui est cartésien régulier, donc on ne peut pas utiliser la technique d'interpolation directionnelle proposée par Tam et Kurbatskii [178] ou Gloerfelt [68]. Nous avons choisi d'échanger les données dans l'espace physique car nous ne disposons que des flux curvilignes (1.22) dans l'espace de calcul qui sont composés de combinaisons linéaires des variables conservatives et de l'inverse des dérivées du maillage (1.17). La connaissance de ces flux curvilignes ne permet donc pas d'obtenir directement les variables conservatives. Une inversion du système d'équations (1.22) serait nécessaire et induirait un coût CPU supplémentaire à chaque appel de la procédure d'interpolation. L'interpolation directionnelle doit être remplacée par une interpolation multi dimensionnelle qui prend en compte la déformation de la molécule d'interpolation. Le schéma d'interpolation est basé sur les polynômes de Lagrange et les coefficients d'interpolation sont optimisés dans l'espace des nombres d'onde. Cette méthode est inspirée des travaux de Tam et Hu [175]. Les coefficients d'interpolation sont calculés de manière à minimiser une erreur dans l'espace des nombres d'onde tout en conservant un certain ordre formel. Afin de conserver la notion d'ordre élevé de l'algorithme multi échelles multi pas de temps, une molécule de taille  $3 \times 4$  identique à celle montrée sur la figure 3.6 a été choisie. En effet, une molécule d'au moins 12 points permet d'obtenir des coefficients d'ordre 3 optimisés dans l'espace des nombres d'onde. L'utilisation d'une molécule de  $3 \times 4$  permet de conserver une molécule centrée autour du point à interpoler. Les coefficients d'interpolation sont calculés en chaque point à interpoler au début de la simulation numérique.

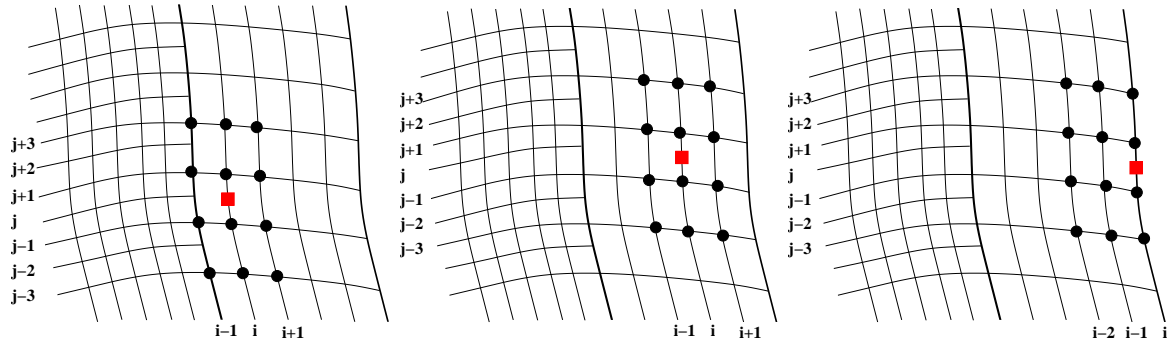


FIG. 3.6 – Arrangements de la molécule d'interpolation (•) en fonction de la position du points à interpoler (■).

Nous allons maintenant détailler la méthode d'interpolation.

### 3.2.4.1 Méthodes d'interpolation pour des contraintes d'ordre seules

La valeur au point  $(x_0, y_0)$  est interpolée à partir des valeurs des  $N$  points voisins  $(x_k, y_k)$  :

$$u(x_0, y_0) = \sum_{k=1}^N S_k u(x_k, y_k) \quad (3.5)$$

Les coefficients  $S_k$  sont déterminés par un développement en série de Taylor de (3.5) jusqu'à un ordre donné. Le développement en série de Taylor de  $u(x_k, y_k)$  autour de  $(x_0, y_0)$  s'écrit :

$$u(x_k, y_k) = u(x_0, y_0) + \sum_{p,q} \frac{1}{p!q!} \left( \frac{\partial^{p+q} u}{\partial x^p \partial y^q} \right)_{x_0, y_0} (x_k - x_0)^p (y_k - y_0)^q, \quad 1 \leq p + q \leq M, \quad (3.6)$$

où  $M$  est l'ordre de troncature de la série. En remplaçant  $u(x_k, y_k)$  dans (3.5) par sa valeur, on obtient :

$$u(x_0, y_0) = u(x_0, y_0) \left( \sum_{k=1}^N S_k \right) + \sum_{p,q} \frac{1}{p!q!} \left( \frac{\partial^{p+q} u}{\partial x^p \partial y^q} \right)_{x_0, y_0} \left[ \sum_{k=1}^N (x_k - x_0)^p (y_k - y_0)^q S_k \right] \quad (3.7)$$

Les deux membres de (3.7) sont égaux si :

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N S_k = 1, \\ \sum_{k=1}^N S_k (x_k - x_0)^p (y_k - y_0)^q = 0, \quad 1 \leq p + q \leq M \end{cases} \quad (3.8)$$

Le système d'équations ainsi obtenu peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{C} \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}^T, \quad (3.9)$$

$\mathbf{C}$  est une matrice de taille  $T \times N$  avec :

$$T = 1/2(M+1)(M+2), \quad \text{and} \quad C_{pq,k} = (x_k - x_0)^p (y_k - y_0)^q,$$

et  $\mathbf{S}$  est un vecteur composé des inconnues  $S_k$  :

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & \dots & S_N \end{pmatrix}^T$$

En maillage cartésien régulier, cette méthode d'interpolation conduit à l'interpolation classique basée sur les polynômes de Lagrange [175]. Par exemple, pour une molécule d'interpolation de taille  $4 \times 4$ , on a :

$$S_{ij} = \prod_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^3 \frac{x_o - x_l}{x_i - x_l} \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^3 \frac{y_o - y_k}{y_j - y_k}$$

### 3.2.4.2 Optimisation dans l'espace des nombres d'onde

Tam et Hu [175] ont proposé une méthode d'interpolation multidimensionnelle dans laquelle les coefficients  $S_k$  sont déterminés en minimisant une erreur dans l'espace des nombres d'onde. Cette méthode est une extension multidimensionnelle des techniques d'interpolation directionnelle proposées par Tam et Kurbatskii [178]. On utilise la transformée de Fourier inverse en 2D pour exprimer  $u(x, y)$  :

$$u(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}(k_1, k_2) e^{i(k_1 x + k_2 y)} dk_1 dk_2, \quad (3.10)$$

où la transformée de Fourier est définie par :

$$\tilde{u}(k_1, k_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} u(x, y) e^{-i(k_1 x + k_2 y)} dx dy \quad (3.11)$$

Posons  $A(k_1, k_2) = |\tilde{u}(k_1, k_2)|$  et  $\phi(k_1, k_2) = \phi_{k_1 k_2} = \arg[\tilde{u}(k_1, k_2)]$ . On peut alors réécrire l'équation (3.10) comme :

$$u(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} A(k_1, k_2) e^{i(k_1 x + k_2 y + \phi_{k_1 k_2})} dk_1 dk_2 \quad (3.12)$$

On peut alors voir (3.12) comme étant la superposition d'ondes simples  $e^{i(k_1x+k_2y+\phi_{k_1k_2})}$  modulées par une amplitude  $A(k_1, k_2)$ . On considère (3.5) une onde simple d'amplitude  $A(k_1, k_2) = 1$  :

$$u_{k_1k_2} = e^{i(k_1x+k_2y+\phi_{k_1k_2})} \quad (3.13)$$

$E_{local}$  est l'erreur locale définie comme le module de la différence entre les membres de gauche et de droite de l'équation (3.5) pour une onde simple.

$$\begin{aligned} E_{local} &= \left| e^{i(k_1x_0+k_2y_0+\phi_{k_1k_2})} - \sum_{k=1}^N S_k e^{i(k_1x_k+k_2y_k+\phi_{k_1k_2})} \right| \\ &= \left| 1 - \sum_{k=1}^N S_k e^{i(k_1\Delta x(x_k-x_0)/\Delta x + k_2\Delta y(y_k-y_0)/\Delta y)} \right| \end{aligned} \quad (3.14)$$

où  $\Delta x$  est la taille de maille caractéristique dans la direction  $x$  et  $\Delta y$  celle dans la direction  $y$ . Tam et Hu [175] n'ont pas différencié les tailles de maille caractéristiques par direction ; ils n'utilisent qu'une seule longueur caractéristique définie comme la valeur moyenne des distances entre l'ensemble des points voisins. Cependant, il peut arriver que la molécule d'interpolation soit très étirée à cause du caractère structuré du maillage de calcul. Dans ce cas, il semble judicieux de prendre en compte la déformation de la molécule d'interpolation en distinguant les deux directions. La prise en compte de  $\Delta x$  et  $\Delta y$  réduit l'erreur d'interpolation. On obtient ensuite l'erreur totale  $E$  sur l'espace défini pour  $-\kappa \leq k_1\Delta x$  et  $k_2\Delta y \leq +\kappa$  en intégrant (3.14) :

$$E = \iint_{-\kappa}^{+\kappa} \left| 1 - \sum_{k=1}^N S_k e^{i(k_1\Delta x(x_k-x_0)/\Delta x + k_2\Delta y(y_k-y_0)/\Delta y)} \right|^2 d(k_1\Delta x) d(k_2\Delta y) \quad (3.15)$$

De plus, si la fonction à interpoler est une constante, ce qui correspond à  $(k_1 = k_2 = 0)$ , l'erreur locale doit être nulle. L'équation (3.14) requiert donc :

$$\sum_{k=1}^N S_k - 1 = 0 \quad (3.16)$$

On minimise  $E$  en tenant compte de (3.16) et en utilisant la méthode du multiplicateur de Lagrange. Il faut minimiser  $\mathcal{L}$ , tel que :

$$\mathcal{L} = \iint_{-\kappa}^{+\kappa} \left| 1 - \sum_{k=1}^N S_k e^{i(\alpha(x_k-x_0)/\Delta x + \beta(y_k-y_0)/\Delta y)} \right|^2 d\alpha d\beta + \lambda \left( \sum_{k=1}^N S_k - 1 \right), \quad (3.17)$$

où  $\lambda$  est le multiplicateur de Lagrange et où on a posé  $\alpha = k_1\Delta x$  et  $\beta = k_2\Delta y$ .

Pour atteindre le minimum, il faut que :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_k} = 0, \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (3.18)$$

ce qui, après calculs, peut se résoudre sous la forme du système matriciel :

$$\mathbf{A} \mathbf{S} = \mathbf{b}, \quad (3.19)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{S} = (S_1 \ S_2 \ \dots \ S_N \ \lambda)^T \\ \kappa = 1, 2 \\ A_{kj} = \begin{cases} 4\Delta x \Delta y, & j = k \\ \frac{4\Delta x \Delta y}{(x_j - x_k)(y_j - y_k)} \sin \left[ \kappa \frac{x_j - x_k}{\Delta x} \right] \sin \left[ \kappa \frac{y_j - y_k}{\Delta y} \right], & j \neq k \end{cases} \\ (j, k = 1, 2, \dots, N) \\ A_{j(N+1)} = \frac{1}{2}, \quad j = 1, 2, \dots, N \\ A_{(N+1)k} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, N \\ A_{(N+1)(N+1)} = 0 \\ b_k = \frac{4\Delta x \Delta y}{(x_k - x_0)(y_k - y_0)} \sin \left[ \kappa \frac{x_k - x_0}{\Delta x} \right] \sin \left[ \kappa \frac{y_k - y_0}{\Delta y} \right] \\ b_{(N+1)} = 1 \end{array} \right.$$

### 3.2.4.3 Méthode d'interpolation combinant l'optimisation dans l'espace des nombres d'onde et les contraintes d'ordre

Tam et Hu [175] expliquent que pour des petits nombres d'onde (basses fréquences), il est préférable d'ajouter aux contraintes issues de l'optimisation, d'autres contraintes tirées du développement en série de Taylor de  $u$  au voisinage de  $(x_0, y_0)$ . Pour ce faire, on utilise toujours la méthode des multiplicateurs de Lagrange en incluant les nouvelles contraintes.  $\mathcal{L}$  devient :

$$\mathcal{L} = \int \int_{-\kappa}^{+\kappa} \left| 1 - \sum_{k=1}^N S_k e^{i(\alpha(x_k - x_0)/\Delta x + \beta(y_k - y_0)/\Delta y)} \right|^2 d\alpha d\beta + \lambda \left( \sum_{k=1}^N S_k - 1 \right) + \sum_{n,m} \mu_{mn} \left[ \sum_{k=1}^N S_k (x - x_0)^n (y - y_0)^m \right] = 0, \quad (3.20)$$

Pour que  $\mathcal{L}$  soit un minimum, il faut que :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_k} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_{mn}} \quad (3.21)$$

Ce qui peut se ramener au problème matriciel suivant :

$$\mathbf{B} \mathbf{S} = \mathbf{d},$$

avec

$$\mathbf{S} = (S_1 \ S_2 \ \dots \ S_N \ \lambda \ \mu_{10} \ \mu_{01} \ \mu_{20} \ \mu_{11} \ \mu_{02} \ \dots \ \mu_{mn} \ \dots \ \mu_{0M})^T$$

$$\mathbf{d} = (b_1 \ \dots \ b_N \ 1 \ 0 \ \dots \ 0)^T,$$

et

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

où  $\mathbf{C}$  est une matrice de dimensions  $(T - 1) \times (N + 1)$ , telle que :

$$\begin{cases} C_{mn,k} = (x - x_0)^n (y - y_0)^m, & k = 1, 2, \dots, N \\ C_{mn,N+1} = 0 \end{cases}$$

#### 3.2.4.4 Comparaison des interpolations multi dimensionnelle pour différentes molécules d'interpolation

L'erreur locale (3.14) est tracée sur les figures 3.7, 3.8 et 3.9 pour trois arrangements différents de la molécule d'interpolation. La déformation de la molécule d'interpolation est uniquement due à la forme du maillage. Les propriétés des schémas d'interpolation sont mises en évidence en prenant des coupes horizontales et verticales de l'erreur. On remarque que quand les points de la molécule d'interpolation sont quasiment alignés dans la direction  $x$  ou  $y$ , le système d'équations résultant des contraintes d'ordre dégénère et devient presque singulier. Ce caractère est mis en évidence par la figure 3.7(b), où l'erreur est fortement amplifiée pour les grandes valeurs des nombres d'onde. A l'opposé, plus la molécule est déformée, plus le caractère singulier du système d'équations s'atténue, comme on peut le voir sur les figures 3.8(b) et 3.9(b). Si l'on ne considère que la procédure d'optimisation, on se rend compte que l'erreur est assez isotrope quelle que soit la molécule d'interpolation (figures 3.7(c), 3.8(c), 3.9(c)). Cependant le niveau d'erreur pour les faibles nombres d'onde n'est pas acceptable. On obtient un bon compromis en combinant les contraintes d'ordre et la procédure d'optimisation, comme le montrent les figures 3.7(d), 3.8(d), et 3.9(d).

Il est à noter que, dans le cas d'un maillage curviligne, le problème de la déformation locale du maillage peut aussi être résolu en introduisant une étape de passage par un élément de référence. L'interpolation est ainsi effectuée dans un élément de référence cartésien régulier et non plus sur la grille curviligne. Pour cela, il est nécessaire de recourir à une transformation linéaire qui permet de passer d'un nuage général de points à une configuration homogène particulière. L'ensemble de cette méthode est détaillée dans la thèse de Guénanff [74]. Les problèmes liés aux irrégularités du maillage interviennent alors dans la phase de passage vers l'élément de référence et il se peut que la matrice à inverser soit mal conditionnée. Une attention toute particulière doit donc être apportée à l'inversion de cette matrice. Cette méthode alternative basée sur le passage par un élément de référence n'a pas été mise en oeuvre dans cette thèse.

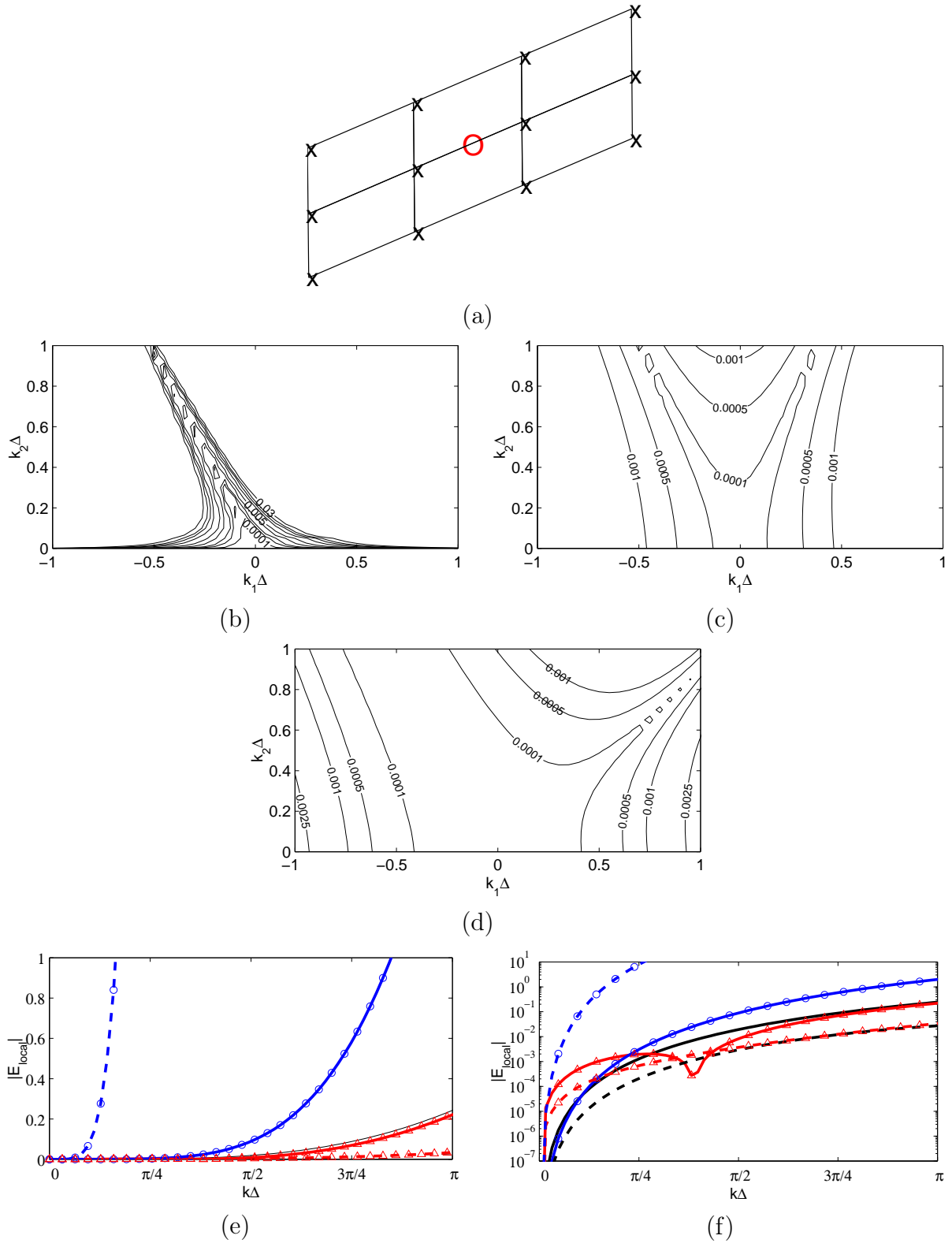
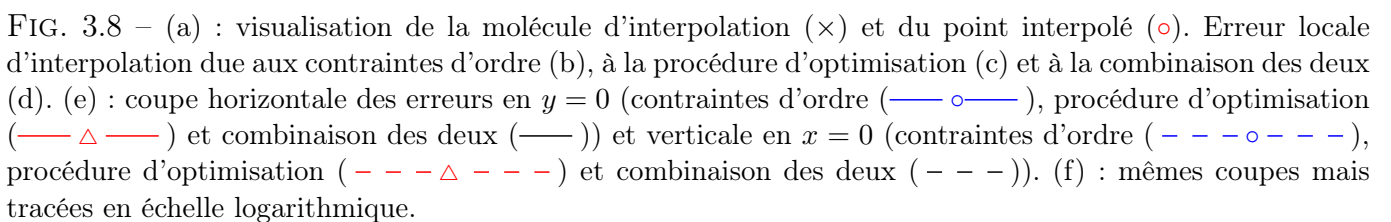


FIG. 3.7 – (a) : visualisation de la molécule d'interpolation ( $\times$ ) et du point interpolé ( $\circ$ ). Erreur locale d'interpolation due aux contraintes d'ordre (b), à la procédure d'optimisation (c) et à la combinaison des deux (d). (e) : coupe horizontale des erreurs en  $y = 0$  (contraintes d'ordre (—  $\circ$  —), procédure d'optimisation (—  $\triangle$  —) et combinaison des deux (— )) et verticale en  $x = 0$  (contraintes d'ordre (—  $\circ$  —), procédure d'optimisation (—  $\triangle$  —) et combinaison des deux (— )). (f) : mêmes coupes mais tracées en échelle logarithmique.



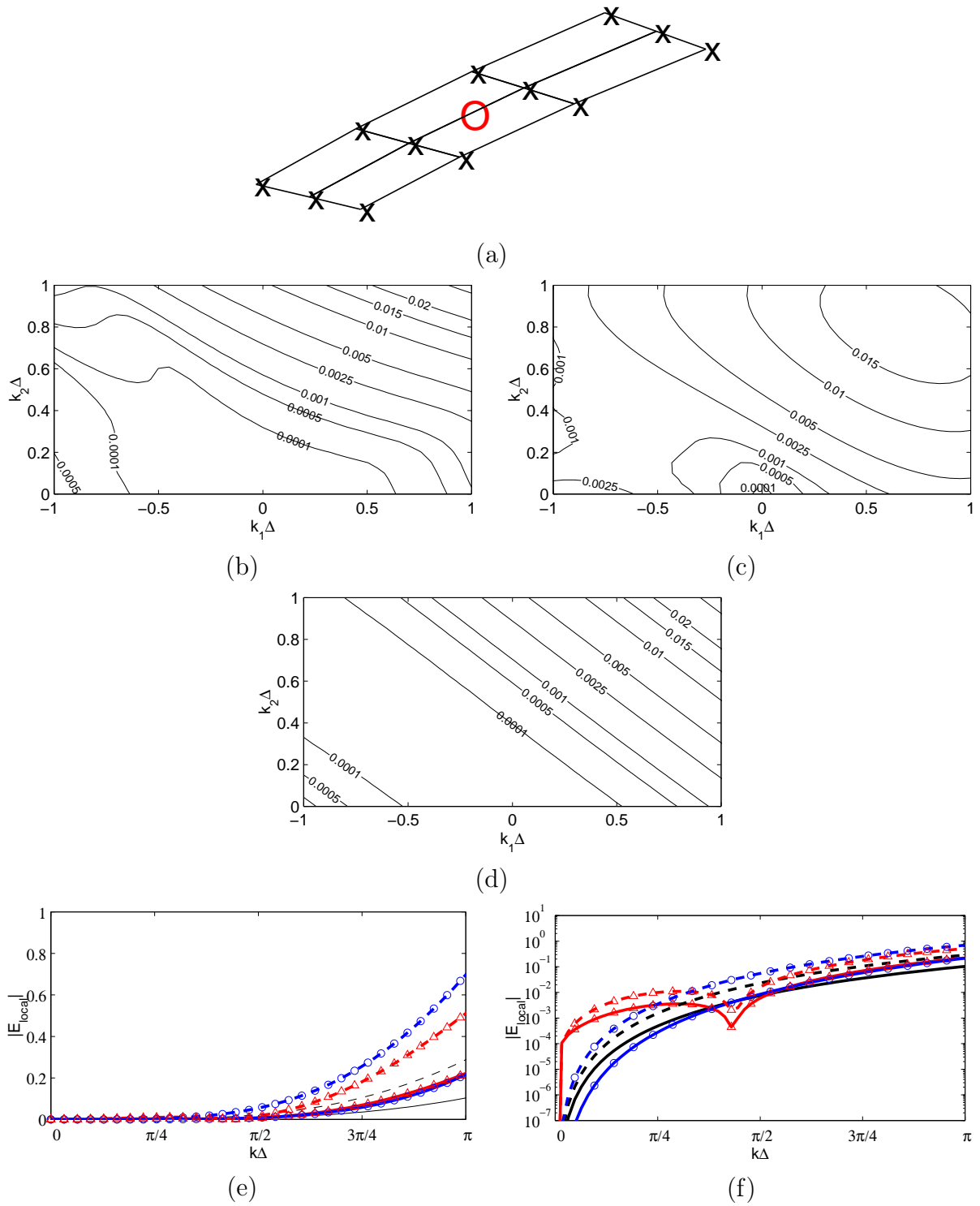


FIG. 3.9 – (a) : visualisation de la molécule d'interpolation ( $\times$ ) et du point interpolé ( $\circ$ ). Erreur locale d'interpolation due aux contraintes d'ordre (b), à la procédure d'optimisation (c) et à la combinaison des deux (d). (e) : coupe horizontale des erreurs en  $y = 0$  (contraintes d'ordre (—  $\circ$  —), procédure d'optimisation (—  $\triangle$  —) et combinaison des deux (— )) et verticale en  $x = 0$  (contraintes d'ordre (—  $\circ$  —), procédure d'optimisation (—  $\triangle$  —) et combinaison des deux (— )). (f) : mêmes coupes mais tracées en échelle logarithmique.



### 3.2.5 Filtrage spatial

Un filtre centré sur 11 points d'ordre 10 [59] est utilisé afin de filtrer les erreurs hautes fréquences et les oscillations maille à maille dues au caractère centré du schéma de discrétisation spatiale. Ici, nous n'avons pas recours à des filtres optimisés car nous traiterons seulement des cas bidimensionnels laminaires à de faibles nombres de Reynolds. Dans de tels cas, le temps d'évolution des structures tourbillonnaires est grand devant le pas de temps induit par le schéma d'avancement temporel de type Adams-Bashforth. L'opération de filtrage est appelée de nombreuses fois, et le niveau d'erreur résiduel des filtres optimisés [18] pour les faibles nombres d'onde serait très pénalisant. Les filtres optimisés sont plus adaptés au cas des simulations turbulentes dans lesquelles le pas de temps est de l'ordre du temps d'évolution des petites structures. Comme pour le schéma de discrétisation spatiale, de nouveaux coefficients pour des filtres centrés sur 11 points ont été calculés au niveau de l'interface entre un bloc fin et bloc grossier. Les filtres aux points particuliers A, B, C, D et E utilisent le même support que celui des différences finies (figure 3.4). Si l'on s'intéresse au point B, une variable filtrée peut s'écrire de la manière suivante :

$$f^{\text{filtered}}(x_B) = f(x_B) - \sigma_d D_f(x_B) \quad \text{avec} \quad 0 \leq \sigma_d \leq 1$$

et

$$D_f(x_B) = d_0^B f(x_B) + \sum_{j=1}^5 d_j^B (f_j^B + f_{-j}^B)$$

où  $f_j^B$  est défini par (3.3). Les termes du développement en série de Taylor sont annulés jusqu'à  $\Delta x^{10}$  pour obtenir les coefficients  $d_j^B$ . On ajoute à ces relations deux relations dans l'espace de Fourier  $D_k(0) = 0$  et  $D_k(\pi) = 1$ . On obtient ainsi le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} d_0^B + 2 \sum_{j=1}^5 d_j^B & = & 0 \\ \sum_{j=1}^5 \left( \frac{\Delta_j^B x}{\Delta x} \right)^q d_j^B & = & 0 \quad 1 \leq q \leq 4 \\ d_0^B + 2 \sum_{j=1}^5 (-1)^j \left( \frac{\Delta_j^B x}{\Delta x} \right) d_j^B & = & 1 \end{array} \right.$$

où  $\Delta_j^B$  est donné par (3.4). Le tableau 3.3 donne l'ensemble des coefficients  $d_j$  aux différents points.

	F11A	F11B	F11C	F11D	F11E
$d_0$	63/256	1/2	11025/32768	9/32	525/2048
$d_1$	-105/512	-19845/65536	-1/4	-3675/16384	-27/128
$d_2$	15/128	2205/32768	735/8192	7/34	945/8192
$d_3$	-45/1024	-567/32768	-147/16384	-441/16384	-5/128
$d_4$	5/512	405/131072	9/8192	21/16384	27/4096
$d_5$	-1/1024	-35/131072	-5/65536	-1/16384	-1/8192

TAB. 3.3 – Coefficients des filtres d'ordre 10 pour les points d'interfaces.

En appliquant une transformée spatiale, on obtient la fonction d'amortissement suivante :

$$D_k(k\Delta x) = d_0^B + \sum_{j=1}^5 d_j^B \cos(k\Delta_j^B x)$$

Les fonctions de transfert des filtres aux points A, B, C, D et E sont tracées sur la figure 3.10. Le filtre au point A est le filtre standard d'ordre 10 [59] que l'on utilise aussi pour les points intérieurs, mais avec un pas d'espace double. La limite de résolubilité est légèrement réduite pour les points B, C, D et E. En fait, nous avons le même comportement que pour les schémas de discrétisation spatiale. Nous avons une transition continue entre le filtre appliqué au dernier point intérieur et le point A.

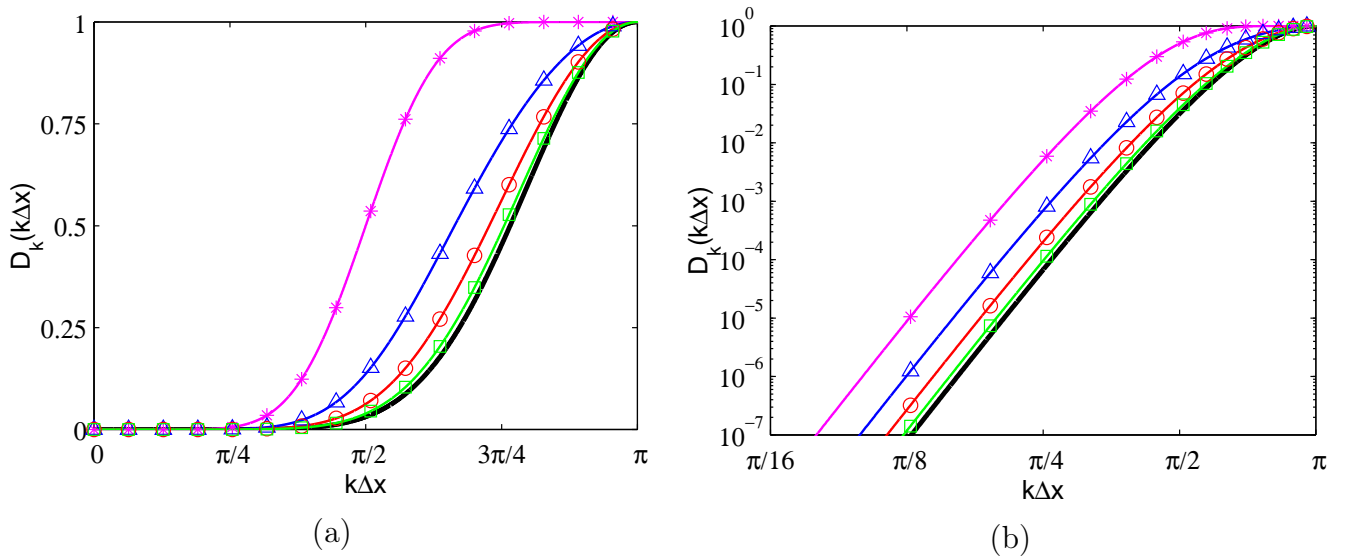


FIG. 3.10 – (a) : fonctions de transfert des filtres d'ordre 10 aux points intérieurs (—), au point particulier E (—□), D (—○), C (—△), et B (—\*). (b) : mêmes courbes en échelle logarithmique.

### 3.2.6 Conclusion

Nous n'avons présenté ici qu'une des possibilités de l'algorithme multi échelles multi pas de temps (doublement du pas d'espace et du pas de temps). On pourrait aisément développer le même type d'algorithme avec doublement du pas d'espace et triplement du pas de temps. Cette configuration ne peut se retrouver qu'en maillage irrégulier. Il suffirait de calculer un schéma d'Adams-Bashforth au temps  $n + 1/3$  et  $n + 2/3$  et d'appeler la procédure d'interpolation à chacun de ces instants. Plus on multiplie le pas d'espace et surtout le pas de temps, plus le coût de calcul diminue. Cependant les blocs les plus fins ont un coût fixe car ils sont avancés à toutes les itérations.

### 3.3 Cas tests de validation

#### 3.3.1 Propagation d'une impulsion acoustique gaussienne

Ce premier cas test est un cas test classique en CAA. Il consiste à propager une impulsion 2D dans un domaine de calcul en écoulement libre. La perturbation initiale de pression possède une distribution spatiale gaussienne :

$$p - p_\infty = \epsilon \exp \left[ -\Lambda \left( (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right) \right] \quad \text{avec} \quad \Lambda = \frac{\ln 2}{b^2}$$

où  $b$  est la demi largeur de la gaussienne et  $\epsilon$  est l'amplitude de la perturbation. L'impulsion est centrée en  $(x_0, y_0)$ . Les équations d'Euler 2D sont résolues sur trois maillages différents 3.11 :

- un maillage cartésien régulier de taille  $136 \times 81$  avec  $\Delta x = \Delta y = 0.5$  m.
- un maillage comprenant 2 blocs horizontaux de taille  $81 \times 81$  et  $41 \times 41$  avec  $\Delta x = \Delta y = 0.5$  m et  $\Delta x = \Delta y = 1$  m respectivement.
- un maillage comprenant 2 blocs horizontaux sinusoïdaux de taille  $81 \times 81$  et  $41 \times 41$  avec  $\Delta x = \Delta y = 0.5$  m et  $\Delta x = \Delta y = 1$  m respectivement. La définition précise des deux blocs différents est donnée dans Visbal et Gaitonde [183].

La solution analytique de ce problème aux valeurs initiales est donnée dans [79] et est calculée dans le premier maillage. Dans tous les cas qui vont suivre, nous avons pris  $b = 3$  m,  $\epsilon = 100$  Pa et  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ . Le pas de temps est  $\Delta t = CFL \Delta x / c_\infty$  avec  $CFL = 0.1$ .

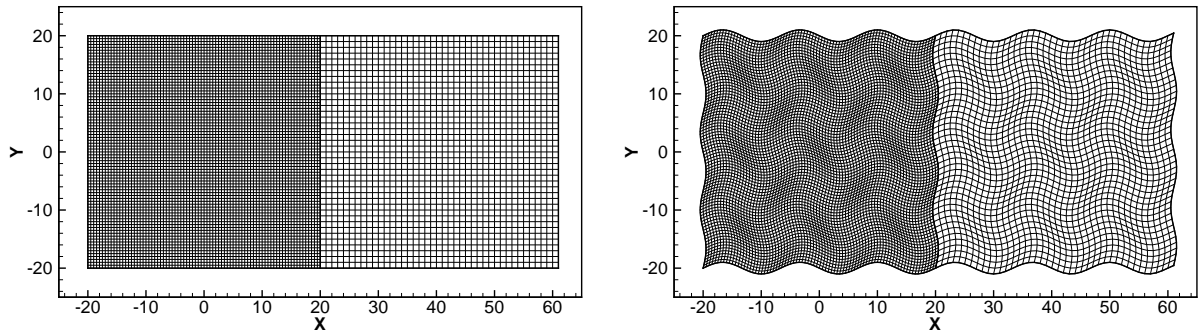


FIG. 3.11 – A gauche : configuration à 2 blocs cartésiens réguliers et un doublement de maillage entre ces deux blocs. A droite : configuration à 2 blocs sinusoïdaux et un doublement de maillage entre ces deux blocs.

Les résultats de la propagation de l'impulsion acoustique sont montrés sur les figures 3.12. Les informations s'échangent correctement entre les deux blocs. Aucune distorsion de l'impulsion n'est visible lors de son passage au travers de l'interface entre les deux blocs grâce à l'utilisation du schéma d'interpolation d'ordre élevé, des différences finies et des filtres spécifiques au traitement des interfaces.

#### 3.3.2 Convection d'un tourbillon en écoulement uniforme

Le second cas test est la convection d'un tourbillon dans un maillage multi domaines. Le but de ce cas test est d'évaluer le bruit numérique généré par le tourbillon lors de son passage au travers de

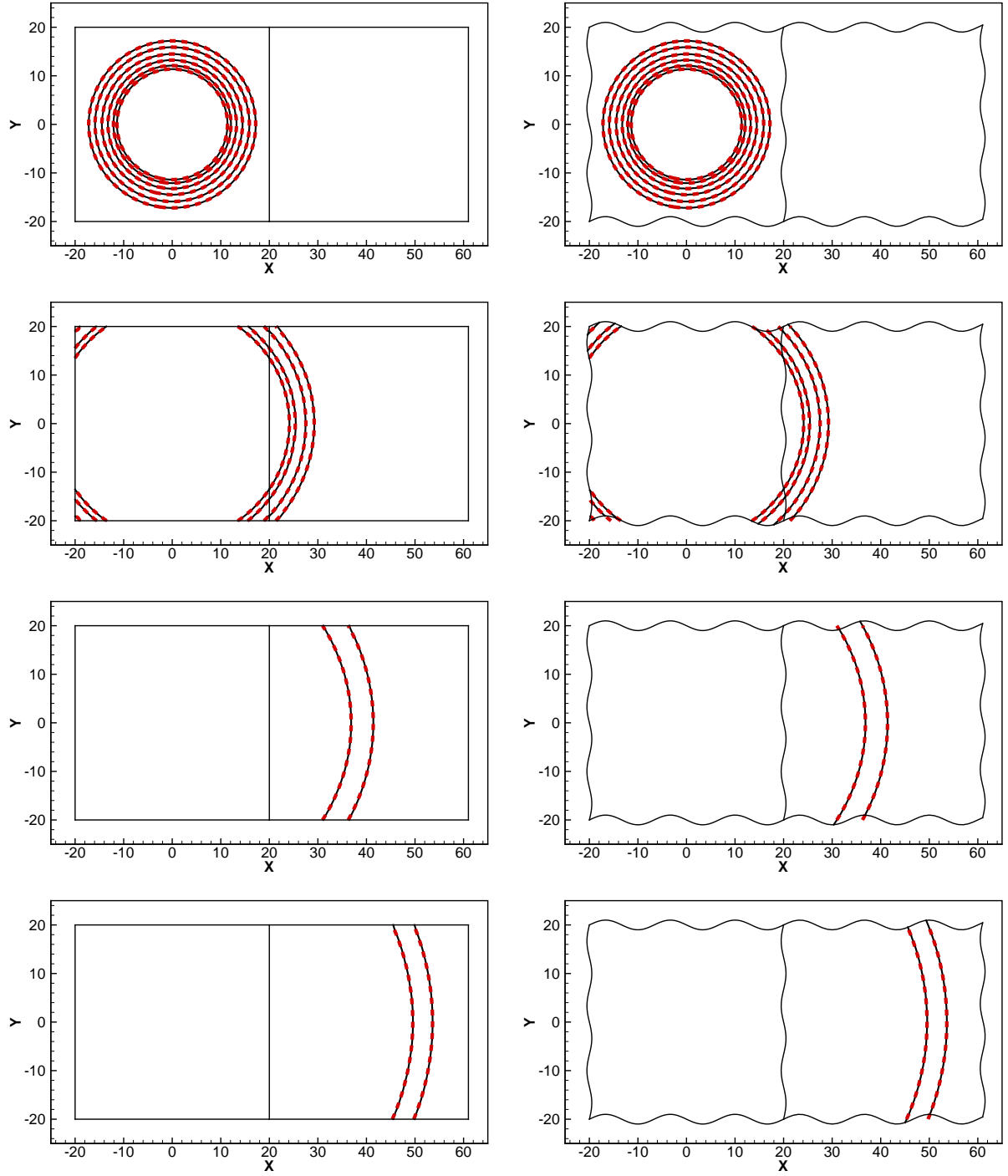


FIG. 3.12 – Propagation d’une impulsion acoustique en  $t = 250, 500, 750, 1000\Delta t$ . Isovaleurs de la pression entre 5 et 20 par pas de 5 Pa. A gauche : configuration à 2 blocs cartésiens réguliers (—), configuration à 1 bloc cartésien régulier (---). A droite : configuration à 2 blocs sinusoidaux (—), configuration à 1 bloc cartésien régulier (---). L’interface entre les blocs est représentée par une ligne verticale en  $x = 20$ .

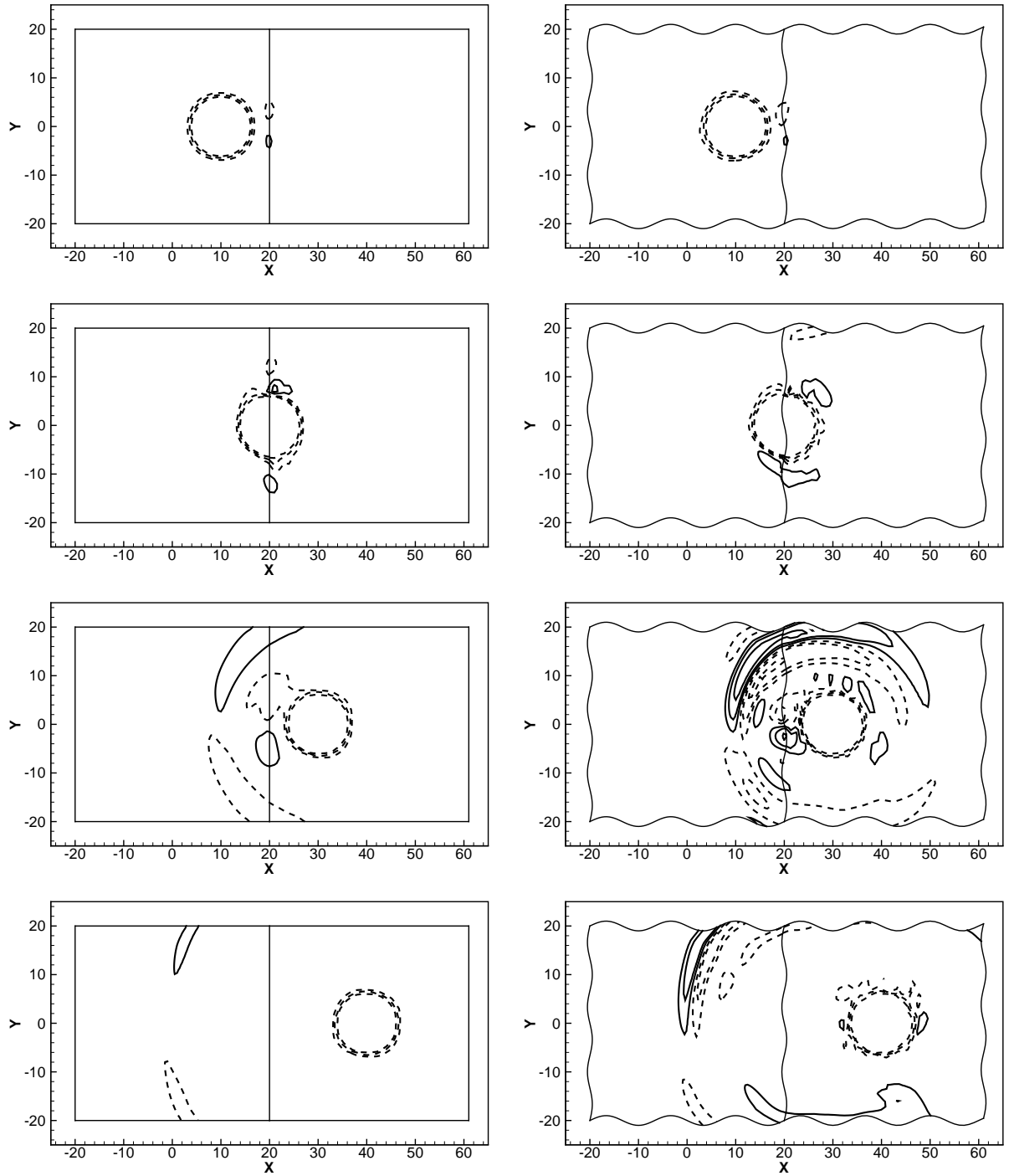


FIG. 3.13 – Advection d'un tourbillon en  $t = 400, 800, 1200, 1600\Delta t$ . Isovaleurs de la pression entre  $\pm 5$  Pa ( $-5$  Pa,  $-2.5$  Pa,  $-1$  Pa,  $1$  Pa,  $2.5$  Pa,  $5$  Pa),  $p > 0$  (—),  $p < 0$  (---). A gauche : configuration à 2 blocs cartésiens réguliers. A droite : configuration à 2 blocs sinusoidaux. L'interface entre les blocs est représentée par une ligne verticale en  $x = 20$ .

l'interface entre des blocs avec une taille de maille différente. Le Mach de convection est  $M = 0.5$  et le tourbillon initial est défini par :

$$\begin{cases} u = U_\infty + \epsilon \frac{y - y_0}{\Delta y} \exp[-\Lambda((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)] \\ v = -\epsilon \frac{x - x_0}{\Delta x} \exp[-\Lambda((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)] \\ p = p_\infty - \epsilon^2 \frac{\rho_\infty}{4\Lambda\Delta x\Delta y} \exp[-\Lambda((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)] \end{cases} \quad \text{à } t = 0$$

Pour ce cas test, nous utilisons les deux derniers maillage du cas test précédent avec  $b = 3$  m,  $\epsilon = 100 \text{ m.s}^{-1}$  et  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ . Le nombre CFL est choisi à 0.1 comme précédemment.

Le bruit numérique généré par le tourbillon lors de son passage au travers de l'interface est légèrement plus élevé dans le cas sinusoïdal que dans le cas cartésien. En effet, la transformation de coordonnées peut introduire de légères erreurs numériques. Cependant, dans les deux cas, cartésien et sinusoïdal, l'amplitude du bruit n'est que de l'ordre de  $\pm 5$  Pa ce qui représente seulement 0.33% du niveau de pression hydrodynamique au centre du tourbillon.

### 3.3.3 Propagation d'une source harmonique

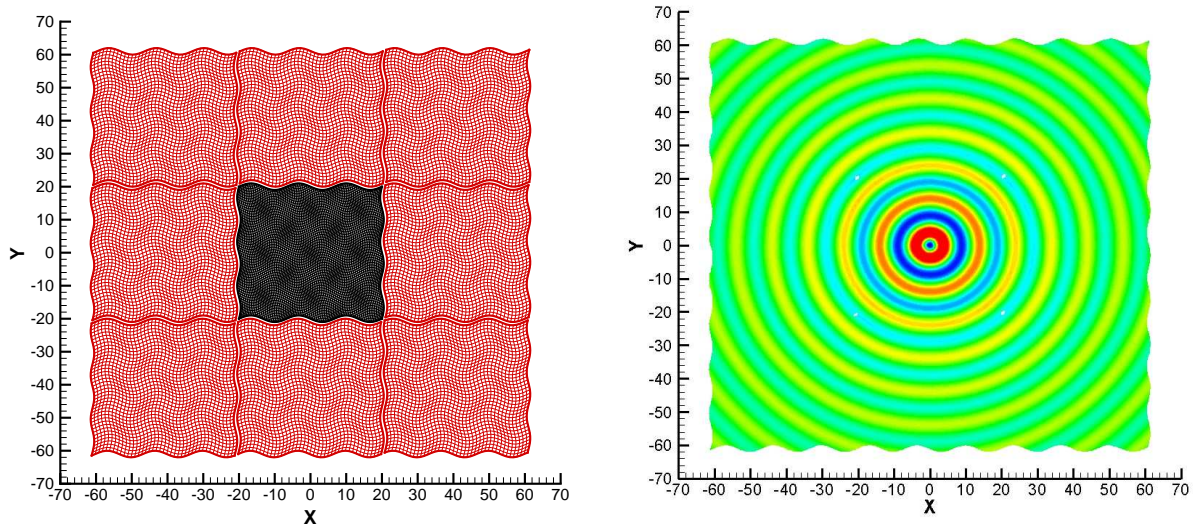


FIG. 3.14 – Configuration à 9 blocs. A gauche : blocs avec  $\Delta x = 1$  (—), blocs avec  $\Delta x = 0.5$  (—). A droite : Isovaleurs de la pression entre  $\pm 1.5Pa$ .

Une source harmonique est placée dans un domaine libre et est propagée dans le domaine de calcul à la vitesse du son. La source, de fréquence angulaire  $\omega$ , est définie par :

$$\begin{cases} S = \epsilon \frac{\gamma}{\gamma - 1} \sin(\omega t) \exp[-\Lambda((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)] \\ \frac{\partial p}{\partial t} = S \quad \text{et} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{S}{c_\infty^2} \end{cases} \quad \text{à } t = 0$$

où  $\epsilon$  est l'amplitude de la source harmonique.

Les résultats des figures 3.14 sont obtenus pour  $b = 2.5$  m,  $\epsilon = 100 \text{ Pa.s}^{-1}$  et  $\omega = 2200 \text{ rad.s}^{-1}$ . Les coins des blocs sont correctement traités comme on peut le voir sur la figure de droite. Ce cas test

nous permet aussi de mettre en évidence la possibilité de traiter des configurations à grand nombre de blocs. On notera ici qu'il est possible d'avoir bien plus qu'un seul doublement de maillage dans le domaine de calcul.

### 3.4 Conclusion

La méthode multi échelles multi pas de temps proposée Tam et Kurbatskii [177] a été étendue en maillage curviligne. De nouveaux coefficients pour les schémas aux différences finies sur 11 points et les filtres sont donnés afin d'assurer une transition continue entre les grilles grossière et fine. Nous avons aussi utilisé une méthode d'interpolation multidimensionnelle optimisée dans l'espace des nombres d'onde. L'ensemble de ces modifications par rapport à la méthode originelle de Tam et Kurbatskii [177] est validé au travers de plusieurs cas tests acoustiques.

## Chapitre 4

# Bruit de bord de fuite d'un profil à bas nombre de Reynolds

La simulation du bruit d'un profil complet dans des conditions réelles d'écoulement n'est pas encore facilement accessible en simulation numérique directe. C'est pourquoi il est intéressant de d'abord valider les outils numériques sur des configurations beaucoup plus simples, que ce soit d'un point de vue géométrique ou du point de vue des conditions d'écoulements. Le choix de profils académiques de la famille des NACA par exemple peut être un choix judicieux car de nombreux auteurs se sont intéressés à ces profils aussi bien numériquement qu'expérimentalement. De plus, le choix d'un nombre de Reynolds faible basé sur la corde ( $Re_C < 10^4$ ) permet de faire l'hypothèse que les mécanismes physiques mis en jeu restent bidimensionnels. La résolution des équations de Navier-Stokes en 2D permet de limiter le coût de calcul par rapport aux équations 3D. Cependant, le choix d'un nombre de Reynolds faible n'est pas le seul critère à prendre en compte afin de déterminer si la résolution des équations de Navier-Stokes en 2D est suffisante. Comme nous le verrons par la suite, pour les grands angles d'incidence, la résolution des équations 2D ne fournit pas toujours un écoulement physique.

Dans ses travaux de thèse en 2000, Fang [54] a simulé l'écoulement autour d'un profil NACA0015 à Reynolds 1 000 avec de fortes incidences (entre 2 et 40°). Pour ces simulations, il a choisi de résoudre les équations incompressibles du fait du faible nombre de Mach considéré. En 2007, Elimelech *et al.* [51] ont étudié numériquement et expérimentalement les différents régimes d'écoulements autour de deux profils (NACA0009 et Eppler61) pour des nombres de Reynolds compris entre 5 000 et 60 000. La comparaison entre les expériences et les simulations numériques leur permet de montrer que le mécanisme de transition mis en jeu est essentiellement 2D et de justifier leur choix de ne résoudre que les équations de Navier-Stokes 2D. Cadiou *et al.* [27] se sont intéressés en LES à un profil de type A (profil de l'Aérospatiale) dans des conditions proches du décrochage : Reynolds  $2.1 \times 10^4$ , Mach 0.15 et  $\alpha = 13.3^\circ$ . Ils comparent leurs résultats avec une expérience menée par l'ONERA sur la même configuration mais à Reynolds  $2.1 \times 10^6$ . Plus récemment, avec le développement de nouvelles méthodes numériques comme les schémas DRP et l'augmentation des moyens de calcul, des chercheurs se sont intéressés au champ acoustique rayonné par un profil lorsque celui-ci est placé dans un écoulement uniforme. Comme cela a déjà été mentionné dans l'introduction de ma thèse, deux grandes méthodes sont utilisées en CAA pour calculer le bruit rayonné par un profil : le calcul direct et les méthodes hybrides. En 2000, Singer *et al.* [160] ont appliqué une méthode hybride CFD/FW-H [55] pour obtenir le champ acoustique autour d'un profil NACA0002.6 pour différentes valeurs de  $U_\infty$ . L'aérodynamique a été obtenue par le code CFL3D, développé par la NASA au Langley Research Center. Hatakeyama et Inoue [80] ont réalisé en 2006 une DNS d'un profil NACA0012 à Reynolds



5 000 et Mach 0.2. L'angle d'incidence du profil varie entre 5 et 10°. La résolution des équations de Navier-Stokes en 2D est réalisée à l'aide de schémas aux différences finies d'ordre élevé et un advancement temporel de type Runge Kutta. Les simulations de Hatakeyama et Inoue [80] sont les seules à avoir été réalisées en CAA à de faibles nombres de Reynolds.

## 4.1 Bruit d'un profil NACA0012 en 2D à faible nombre de Reynolds

### 4.1.1 Configuration étudiée

La simulation du bruit généré par l'écoulement autour d'un profil à bas nombre de Reynolds est un bon candidat pour tester l'algorithme multi échelles multi pas de temps décrit dans le chapitre 3. En effet, lorsque l'angle d'incidence par rapport à l'écoulement amont augmente, la longueur d'onde du champ acoustique augmente aussi et peut représenter plusieurs cordes du profil. Donc le domaine de calcul doit être suffisamment grand pour inclure plusieurs longueurs d'onde du champ acoustique et suffisamment raffiné près du profil pour discrétiser la couche limite et bien traiter le bord de fuite.

Dans cette étude, nous avons choisi de traiter un cas avec un très faible nombre de Reynolds afin de tester dans un premier temps notre méthode sur des cas 2D. Nous avons choisi un profil NACA 0012 à Reynolds 5 000, basé sur la corde du profil, et un nombre de Mach de 0.2 avec un angle d'attaque  $\alpha$  variant de 5° à 10°. Le profil est mis en incidence en imposant que l'écoulement incident soit parallèle au vecteur  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  au temps initial. Cette configuration est similaire à celle étudiée par Hatakeyama et Inoue [80] (par la suite abrégé en H&I). Les auteurs ont utilisé des grilles très fines et on peut considérer que leurs simulations réalisées sur un cluster de NEC SX-5 peuvent servir de référence. L'algorithme multi échelles multi pas de temps doit nous permettre de réduire de manière notable le nombre de points nécessaires tout en préservant une bonne précision des solutions numériques. En ce qui concerne les schémas numériques, l'ensemble des méthodes présentées dans le chapitre 3 sont mises en oeuvre avec quelques particularités. L'avancement temporel explicite est réalisé à l'aide du schéma d'Adams Bashforth d'ordre 3 optimisé à 4 étapes. De plus, l'écoulement se développant autour du profil n'étant pas turbulent, il n'est pas utile d'utiliser un filtre optimisé. A la place, nous utilisons un filtre standard d'ordre 10.

### 4.1.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites portent sur 5 points car nous utilisons des schémas sur 11 points pour les points intérieurs. En ce qui concerne la condition limite de paroi sur le profil, le schéma est dégradé jusqu'à l'ordre 2 afin de conserver une bonne robustesse de l'algorithme de calcul. Nous appliquons une condition d'adiabaticité, d'adhérence et nous nous assurons aussi de la nullité du gradient de pression normal à la paroi. Le détail de cette condition de paroi est rappelé dans le paragraphe 1.5.1.1. La condition de non réflexion de Tam et Dong [174] est appliquée en amont du profil tandis que la condition de sortie est appliquée en aval du profil. La qualité du champ acoustique dépend fortement de la condition de sortie. C'est pourquoi, nous ajoutons en aval du profil une zone éponge qui a pour but de dissiper les structures tourbillonnaire avant que celles-ci n'impactent la condition de sortie. Les réflexions parasites sont ainsi supprimées. De plus, afin d'éviter une dérive du champ de pression moyen au cours de la simulation numérique, un rappel de la pression extérieure  $p_\infty$  est effectué à

l'aide d'un terme de pénalisation :

$$p = (1 - \zeta)p + \zeta p_\infty \quad \text{où} \quad \zeta = 0.02$$

### 4.1.3 Grilles de calculs

Les maillages utilisés sont de type CH. La figure 4.1 montre un schéma de l'ensemble du domaine de calcul. Nous avons choisi ici une configuration à 5 blocs avec un seul doublement de maillage. Ce doublement est réalisé au niveau de l'interface haute entre les blocs 1 et 3, 2 et 4, et 1 et 5. Le maillage est construit comme suit : tout d'abord le maillage est généré sans doublement de maillage, puis le doublement de maillage est imposé à  $0.065 C$  du profil.  $\xi$  et  $\eta$  sont les coordonnées tangentielle et normale par rapport au profil. Le maillage en C s'étend jusqu'à 35 cordes du profil, tandis que le maillage en H fait 20 cordes dans le sillage du profil.

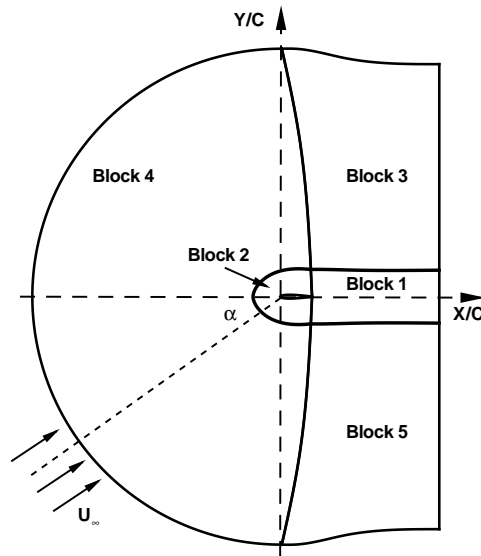


FIG. 4.1 – Arrangement du domaine de calcul.

Le profil étant mis en incidence en imposant que l'écoulement incident soit parallèle au vecteur  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  au temps initial, l'écoulement qui se développe dans le sillage du profil risque de ne pas suivre les lignes du maillage si celles-ci sont parallèles à l'axe  $x$ . Nous avons donc incliné à  $20^\circ$  les lignes du maillage dans le sillage du profil pour traiter les cas  $\alpha = (7, 8, 9, 10)^\circ$ . Les limites des différents blocs constituant les maillages globaux sont représentées sur la figure 4.2 ainsi que les maillages des différents blocs au niveau du bord de fuite. L'ensemble des paramètres des différents maillages est donné dans le tableau 4.1.

	$\frac{\Delta_{min}}{C}$	$n_\xi \times n_\eta$	$n_{points}$	$n_{points}$	Gain en points	$\Delta t(s)$
		Sans doublement	Sans doublement	Avec doublement		
Grille 1	0.0007	$1897 \times 491$	931 427	319 082	2.92	$1.72 \times 10^{-10}$
Grille 2	0.0014	$1865 \times 441$	822 465	237 075	3.47	$3.45 \times 10^{-10}$
Grille 3	0.0028	$1493 \times 411$	613 623	180 936	3.39	$6.5 \times 10^{-10}$

TAB. 4.1 – Paramètres des maillages.

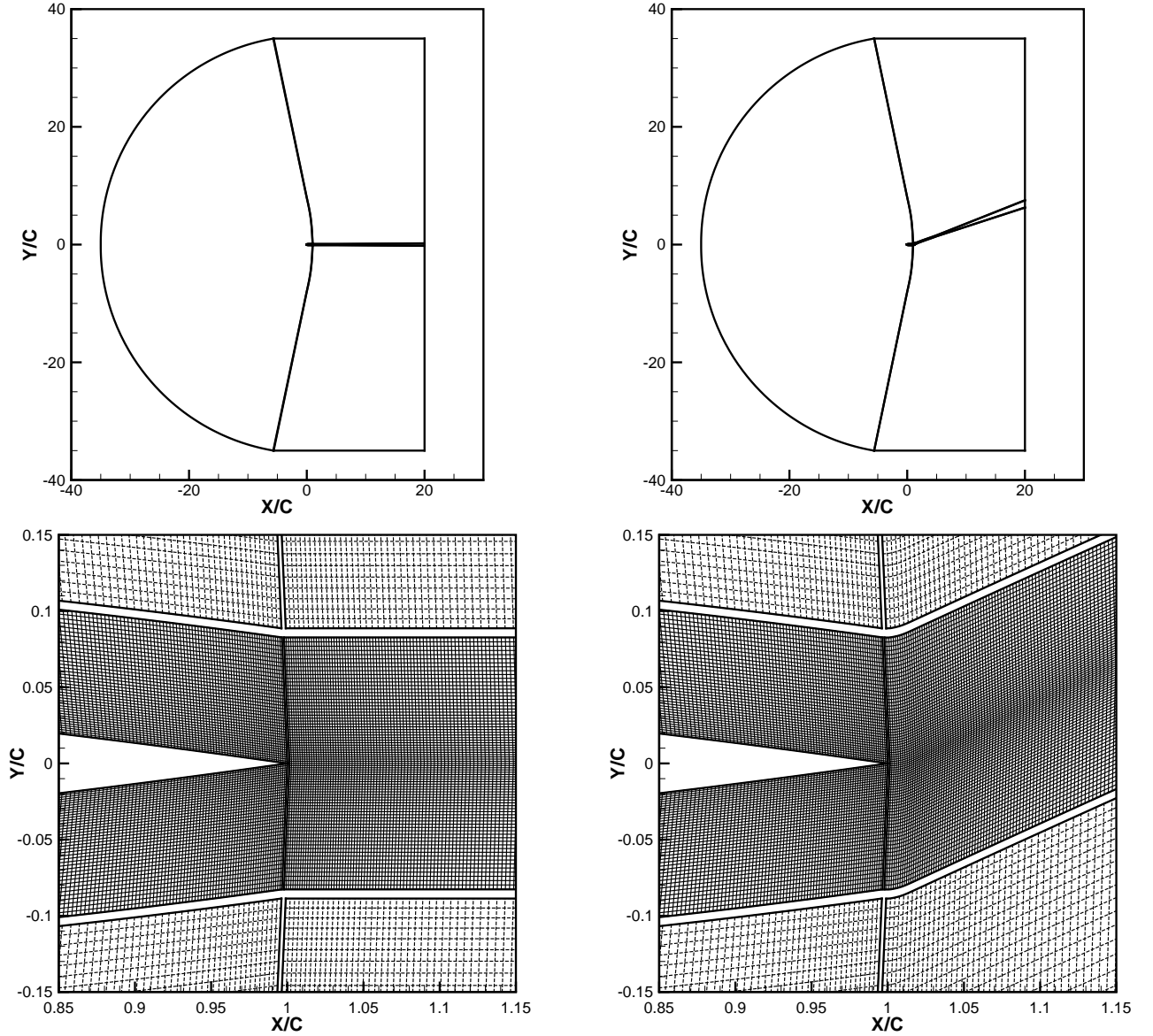


FIG. 4.2 – A gauche, maillage pour  $\alpha = (5, 6)^\circ$ . A droite, maillage pour  $\alpha = (7, 8, 9, 10)^\circ$ . En haut, visualisation des limites des différents blocs constituant le maillage global. En bas, détails des différents blocs près du bord de fuite : maillage de taille 1 (—) et 2 (---).

La taille de première maille est identique à celle choisie par H&I afin d'avoir une discrétisation

similaire en proche paroi. L'étirement du maillage et le doublement de maillage en  $0.065 C$  conduisent néanmoins à des maillages beaucoup plus légers que H&I. Par exemple, le maillage 1 de H&I comporte  $n_\xi \times n_\eta = 2515 \times 1513 \approx 3.8 \times 10^6$  points alors que le nôtre n'en comporte que 931 427. L'utilisation de l'algorithme multi échelles multi pas de temps permet une économie supplémentaire de points. Si l'on définit le gain en nombre de points comme étant le ratio entre le nombre de points du maillage sans doublement et avec doublement, ce gain varie de 2.92 à 3.47, tout en préservant une discrétisation spatiale suffisante en champ proche et en champ lointain. Le tableau 4.2 détaille chacun des 5 blocs constituant chaque maillage. Grâce à l'algorithme multi échelles multi pas de temps, les blocs 3, 4 et 5 ne sont avancés qu'une fois sur deux, ainsi le gain en temps de calcul (doublement de maillage et doublement de pas de temps) atteint 4.29, 5.38 et 5.59 pour les maillages 1, 2, et 3 respectivement.

	Grille 1	Grille 2	Grille 3
	$n_\xi \times n_\eta$	$n_\xi \times n_\eta$	$n_\xi \times n_\eta$
Bloc 1	$670 \times 121$	$610 \times 81$	$560 \times 49$
Bloc 2	$557 \times 61$	$465 \times 41$	$373 \times 25$
Bloc 3	$335 \times 215$	$305 \times 200$	$280 \times 193$
Bloc 4	$279 \times 215$	$233 \times 200$	$181 \times 193$
Bloc 5	$335 \times 215$	$305 \times 200$	$280 \times 193$

TAB. 4.2 – Détails des différents blocs.

#### 4.1.4 Réalisation d'une convergence en maillage

Une convergence en maillage a été menée dans le cas  $\alpha = 10^\circ$ . L'analyse du coefficient de pression, défini par  $c_p = (\bar{p} - p_\infty) / (0.5\rho_\infty U_\infty^2)$ , permet d'avoir une vue globale de l'écoulement autour du profil. Le coefficient de pression est tracé sur la figure 4.3 pour les différents maillages et comparé avec celui de H&I dans leur maillage le plus fin. On voit clairement que la discrétisation spatiale de la grille 3 est insuffisante, alors que les résultats des grilles 1 et 2 sont quasiment superposés entre eux et avec la solution en maillage fin de H&I. On notera tout de même de petites différences au niveau du bord d'attaque et du bord de fuite. Les coefficients de portance et de traînée sont comparés sur les figures 4.4 pour les maillages 1, 2, et 3. Les résultats obtenus avec les grilles 1 et 2 sont quasiment confondus. Ces résultats sont confirmés par la comparaison des valeurs moyennes des coefficients de portance, traînée, de la période, et du nombre de Strouhal (tableau 4.3). Ainsi, pour la suite de l'étude, tous les résultats sont obtenus dans la grille 2.

	$\overline{C_L}$	$\overline{C_D}$	$T^*$	St
Grille 1	0.902	0.189	7.57	0.66
Grille 2	0.908	0.192	7.568	0.661
Grille 3	0.928	0.202	7.52	0.665
H&I [80]	0.937	0.183	7.61	0.66

TAB. 4.3 – Portance moyenne, traînée moyenne, période et nombre de Strouhal à  $Re_c = 5\,000$ ,  $M = 0.2$  et  $\alpha = 10^\circ$ .

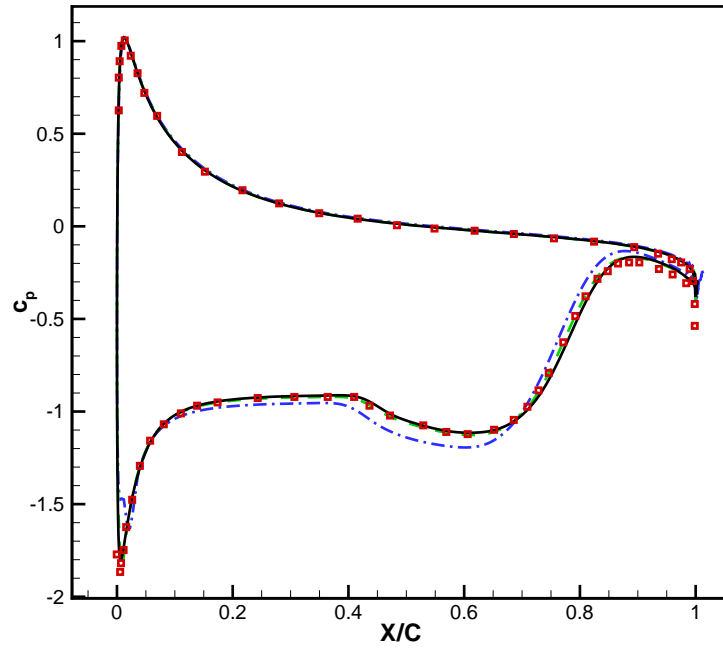


FIG. 4.3 –  $\alpha = 10^\circ$ . Comparaison du coefficient de pression pour les différents maillages : grille 1 (—), grille 2 (---), grille 3 (-.-) et H&I ( $\square$ ).

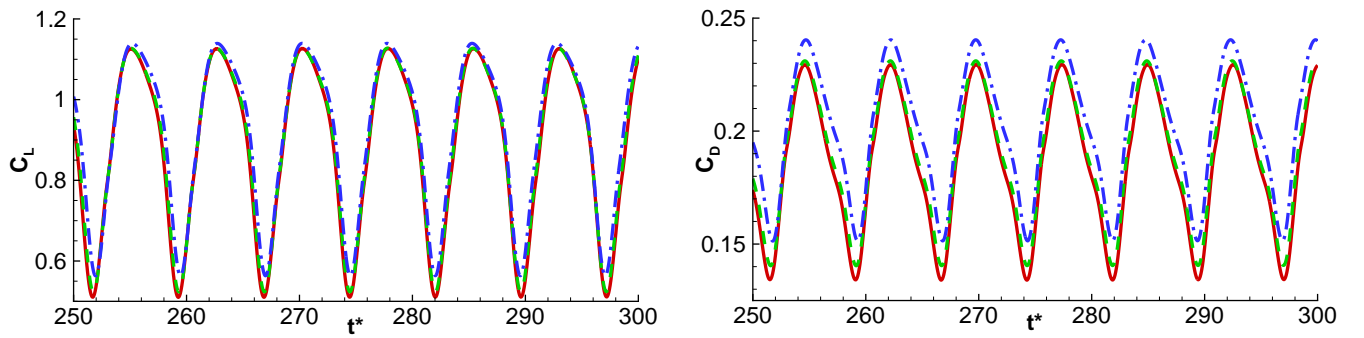


FIG. 4.4 –  $\alpha = 10^\circ$ . A gauche : évolution temporelle du coefficient de portance. A droite : évolution temporelle du coefficient de traînée. Grille 1 (—), grille 2 (---) et grille 3 (-.-). Le temps adimensionné  $t^*$  est défini par  $t^* = tU_\infty/C$ .

#### 4.1.5 Influence des conditions aux limites en champ lointain

Afin d'être sûrs que les conditions limites en champ lointain n'ont aucune influence sur la solution numérique, nous avons réalisé une simulation dans un maillage similaire à la grille 2 mais qui s'étend jusqu'à 100 cordes dans la partie en C et 100 cordes horizontalement dans la partie en H du maillage. Les conditions limites sont donc environ trois fois plus éloignées que dans la grille 2. Le maillage comporte maintenant  $1865 \times 491$  points. En traçant les coefficients de portance et de traînée sur les figures 4.5, on remarque que les solutions dans les maillages à 35C ou à 100C sont identiques. La visualisation des champs acoustiques sur la figure 4.6 confirme ce résultat. Il n'est donc pas nécessaire

d'employer un maillage étendu jusqu'à 100C.

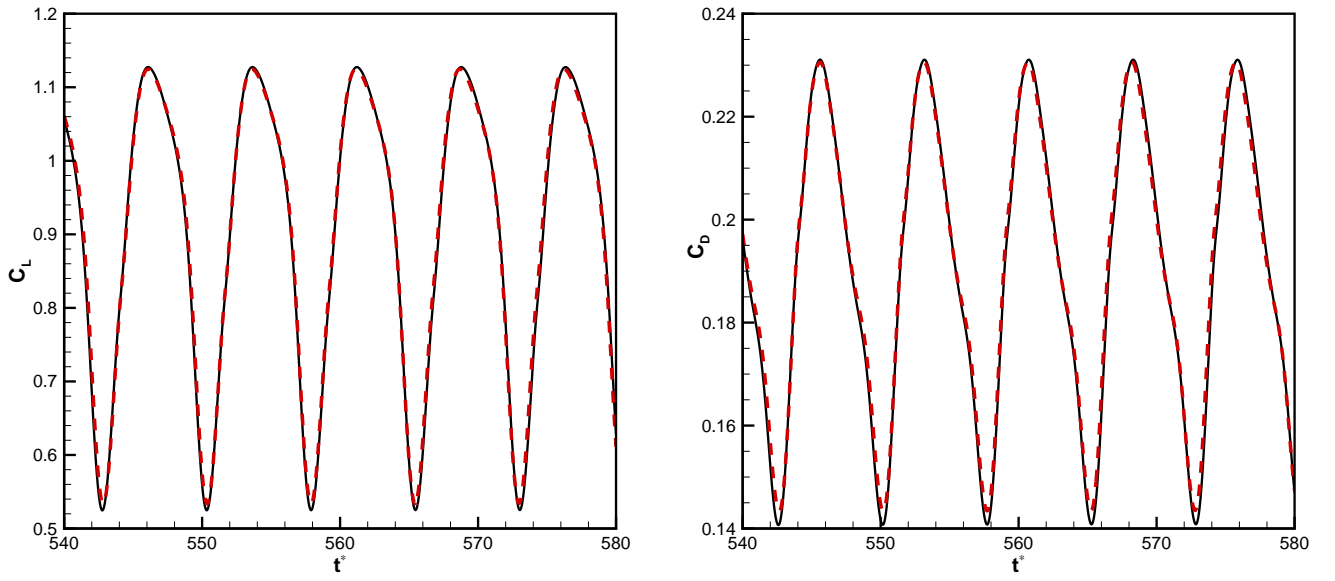


FIG. 4.5 –  $\alpha = 10^\circ$ . A gauche : évolution temporelle du coefficient de portance. A droite : évolution temporelle du coefficient de traînée. Grille 2 à 35C (—) et à 100C (---).

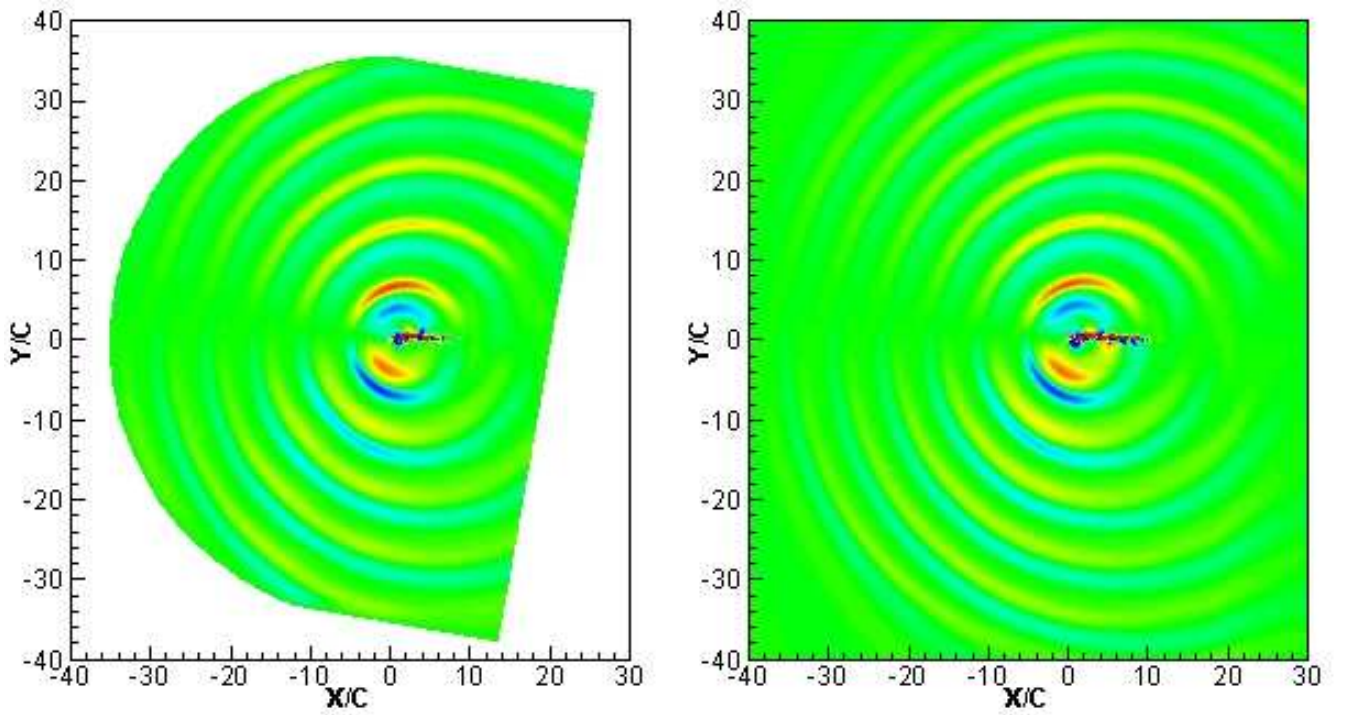


FIG. 4.6 –  $\alpha = 10^\circ$ . Comparaison des champs acoustiques obtenus dans la grille 2 à 35 C (à gauche) et à 100 C (à droite). Niveaux entre  $\pm 100$  Pa.

### 4.1.6 Effets du filtrage sur la solution numérique

Dans notre cas, le filtrage est appliqué toutes les six itérations car il faut tenir compte du faible nombre de CFL du schéma d'avancement temporel explicite d'Adams-Bashforth. Le coefficient de filtrage  $\sigma_d$  est fixé à 0.4. Nous avons vérifié que la solution numérique n'est pas affectée si l'on filtre toutes les deux itérations avec un coefficient de 0.2. Il faut maintenir un certain niveau de filtrage. Dans notre code, les filtres sont appliqués aux fluctuations des variables conservatives  $\mathbf{U}' = \mathbf{U} - \bar{\mathbf{U}} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho E)^T - (\bar{\rho}, \bar{\rho}u, \bar{\rho}v, \bar{\rho}E)^T$ . Or les filtres développés dans la section 3.2.5 sont calculés pour des maillages cartésiens réguliers. Pour les maillages curvilignes, l'idéal serait d'appliquer le filtrage dans le domaine de calcul qui est cartésien régulier. Cependant, les quantités filtrées ne correspondent plus à  $\mathbf{U}'$ , qui n'est pas directement accessible dans le maillage de calcul. Dans le maillage de calcul, on pourrait filtrer les flux curvilignes définis par  $\tilde{\mathbf{F}} = \left( \frac{1}{J} (\xi_x(\mathbf{F}_e - \mathbf{F}_\nu) + \xi_y(\mathbf{G}_e - \mathbf{G}_\nu)), \frac{1}{J} (\eta_x(\mathbf{F}_e - \mathbf{F}_\nu) + \eta_y(\mathbf{G}_e - \mathbf{G}_\nu)) \right)$ .

Numériquement, filtrer  $\tilde{\mathbf{F}}$  n'a pas le même effet que filtrer  $\mathbf{U}'$  [16]. Bogey et Bailly [16] montrent dans leur travail que dans le cas d'équations linéaires, filtrer les variables peut conduire à l'ajout d'une dissipation et que filtrer les flux peut augmenter l'erreur de dispersion entre les solutions analytique et numérique. Ces effets néfastes peuvent être minimisés en utilisant des filtres d'ordre élevé, ordre qui doit au moins être égal à celui du schéma de discrétisation spatiale. C'est pourquoi nous avons décidé de filtrer  $\mathbf{U}'$  dans l'espace physique curviligne. Lors de la réalisation des cas tests curvilignes (3.3.1, 3.3.2 et 3.3.3), nous avons réduit l'influence du filtrage sur une molécule déformée en limitant le taux d'étirement des mailles à 3%, et en générant le maillage de façon à ce que la courbure des lignes de maillage soit faible.

Point d'application	Filtre centré	Filtre décentré
$j = 1$	Pas de filtre	Pas de filtre
$j = 2$	FD3	FD15
$j = 3$	FD5	FD24
$j = 4$	FD7	FD37
$j = 5$	FD7	FD46

TAB. 4.4 – Choix des filtres en proche paroi.

En théorie, la solution numérique devrait être indépendante de l'opération de filtrage. Dans la pratique ce n'est pas le cas, surtout pour les filtres de proche paroi. Les 5 points près de la paroi doivent être traités différemment car nous utilisons des filtres centrés sur 11 points : soit on conserve des filtres centrés dont on réduit l'ordre, soit on utilise des filtres décentrés. Le tableau 4.4 explicite les différents filtres utilisés dans le cas dégradé centré et dans le cas décentré. Dans ce tableau, FD3 dénote un filtre centré sur 3 points, tandis que FD15 dénote un filtre décentré avec un stencil de 7 points (1 point à gauche et 5 points à droite). Nous avons remarqué lors de la réalisation de calculs d'écoulement autour de profils que l'utilisation des filtres décentrés peut réduire la stabilité numérique de l'algorithme numérique. En pratique, un ajustement du nombre de CFL est nécessaire. Dans le cas  $\alpha = 10^\circ$ , nous avons mis en oeuvre les filtres centrés ou décentrés pour le traitement des 5 points près de la paroi. Pour chacun des maillages, nous avons tracé l'évolution temporelle du coefficient de portance sur les figures 4.7. L'utilisation des filtres décentrés améliore sensiblement la qualité de la solution numérique. On voit clairement que l'utilisation des filtres décentrés permet de faire remonter les pics bas du coefficient de portance. L'amplitude de la fluctuation du coefficient de

portance est diminuée et sa valeur moyenne est augmentée. On remarque aussi que l'écart entre les solutions avec les filtres centrés ou décentrés augmente lorsque que le maillage devient plus grossier à la paroi. Cependant, afin de conserver une stabilité suffisante, nous sommes amenés à filtrer les variables conservatives avec les filtres centrés durant le transitoire numérique du début du calcul.

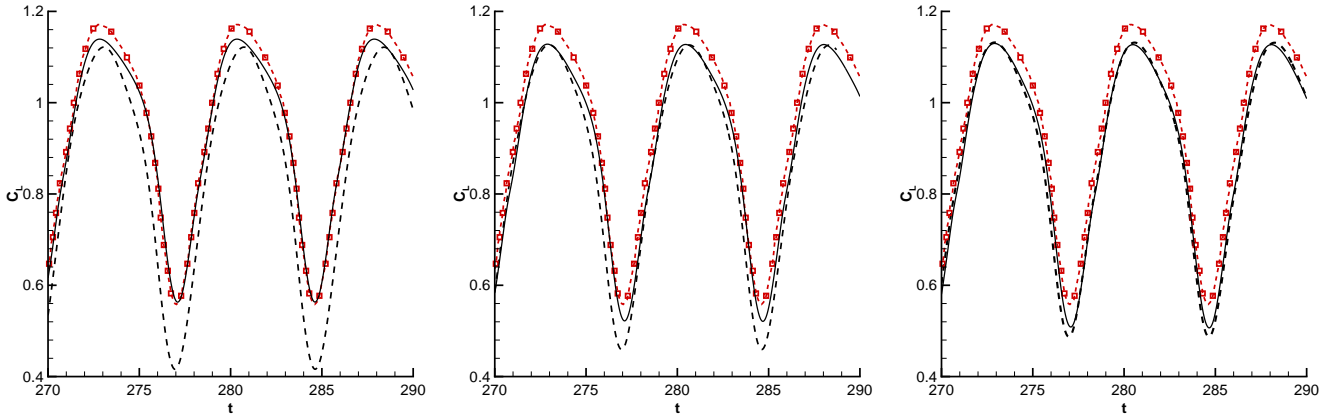


FIG. 4.7 –  $\alpha = 10^\circ$ . Effets des filtres près de la paroi sur le coefficient de portance. Filtres centrés (---), filtres décentrés (—) et H&I [80] (---■---). De gauche à droite : grille 3, grille 2 et grille 1.

#### 4.1.7 Effet de l'angle d'attaque sur l'aérodynamique et le champ acoustique

##### 4.1.7.1 Écoulement et champ acoustique

Le tableau 4.5 donne les valeurs moyennes du coefficient de portance et de traînée, la période temporelle et le nombre de Strouhal pour les différents angles d'attaque (tous les degrés entre 5 et  $10^\circ$ ). Ces valeurs sont comparées à celles obtenues par H&I [80].

$\alpha$		$\overline{C_L}$	$\overline{C_D}$	$T^*$	St
$5^\circ$	Present	0.173	0.074	2.758	1.813
	H&I [80]	0.211	0.066	2.76	1.81
$6^\circ$	Present	0.226	0.082	3.075	1.626
	H&I [80]	0.264	0.075	3.09	1.62
$7^\circ$	Present	0.329	0.103	3.188	1.568
	H&I [80]	0.374	0.094	3.24	1.54
$8^\circ$	Present	0.437	0.126	3.341	1.496
	H&I [80]	0.385	0.109	4.65	1.08
$9^\circ$	Present	0.519	0.146	4.82	1.037
	H&I [80]	0.568	0.142	4.86	1.03
$10^\circ$	Present	0.908	0.192	7.568	0.661
	H&I [80]	0.937	0.183	7.61	0.66

TAB. 4.5 – Portance moyenne, traînée moyenne, période et nombre de Strouhal à  $Re_c = 5\,000$ ,  $M = 0.2$ .



Dans tous les cas, sauf pour  $\alpha = 8^\circ$ , l'amplitude du coefficient de portance et de traînée correspond parfaitement à celle de H&I comme on peut le voir sur la figure 4.8 pour le cas  $\alpha = 10^\circ$ . Cependant nos valeurs de portance moyenne et de traînée moyenne ne sont pas identiques à celles trouvées par H&I, et plus particulièrement pour les faibles angles d'attaque.

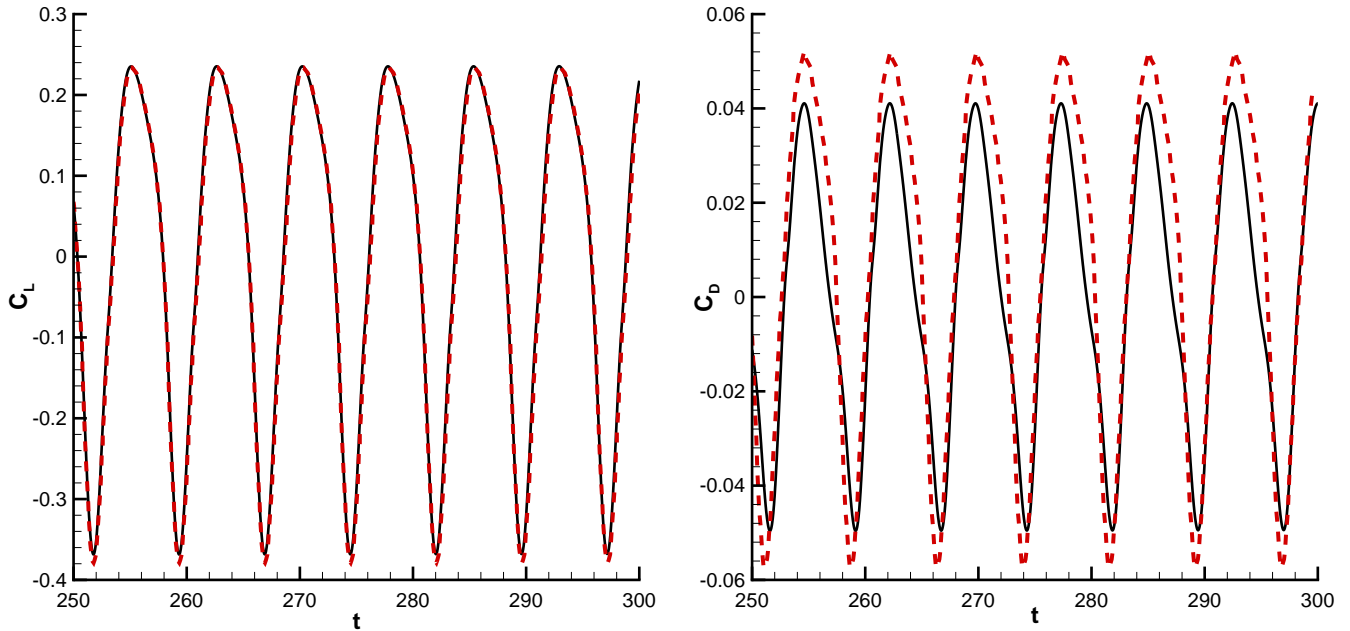


FIG. 4.8 –  $\alpha = 10^\circ$ . A gauche : évolution temporelle des fluctuations du coefficient de portance  $C'_L = C_L - \overline{C_L}$ . A droite : évolution temporelle des fluctuations du coefficient de traînée  $C'_D = C_D - \overline{C_D}$ . Présent calcul (—) et H&I [80] (---).

Afin d'apporter une explication sur ces différences de valeurs moyennes observées, nous avons mené des simulations pour  $\alpha = 10^\circ$  avec le logiciel commercial Fluent. Deux maillages non similaires aux grilles 1, 2 et 3 ont été utilisés : un maillage grossier et un maillage fin. Le schéma numérique est un Roe-MUSCL avec une reconstruction d'ordre 3 en théorie et 2 en pratique. Sur la figure 4.9, nous avons retracé l'évolution temporelle des coefficients de portance et de traînée dans les grilles 1 et 3 ainsi que la solution de H&I. Sur la figure 4.10, nous avons représenté les mêmes coefficients mais pour les maillages fin et grossier de Fluent. Avec Fluent, la valeur moyenne du coefficient de portance semble plus proche de celle de H&I. Cependant, Fluent ne capte pas correctement les non linéarités ainsi que le bas des courbes. Sur la traînée, Fluent ne converge pas vers la valeur de H&I. Les solutions de la grille 1, du maillage fin de Fluent et de H&I sont tracées sur la figure 4.11. A partir de ces courbes, il n'est pas possible de déterminer si la solution obtenue par Fluent est plus proche de celle de H&I que la nôtre. En effet, la valeur moyenne du coefficient de portance obtenue par Fluent est meilleure mais les effets non linéaires sont mal reproduits. Il ne faut pas oublier que nous avons une parfaite superposition des fluctuations de portance entre la grille 2 et H&I (cf. figure 4.8). Le coefficient de traînée se superpose presque entre la grille 1 et le maillage fin Fluent et sa valeur moyenne diffère de celle de H&I.

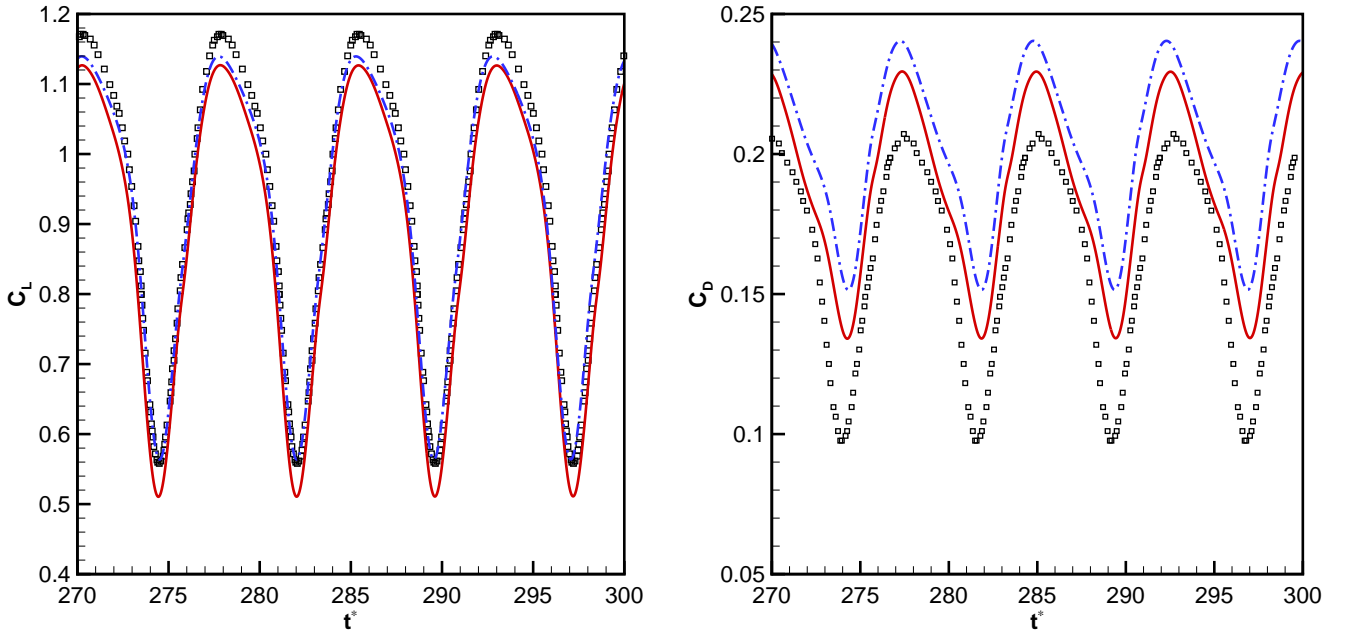


FIG. 4.9 –  $\alpha = 10^\circ$ . Evolution temporelle du coefficient de portance (à gauche) et de traînée (à droite). Grille 1 (—), grille 3 (— · —) et H&I ( $\square$ ).

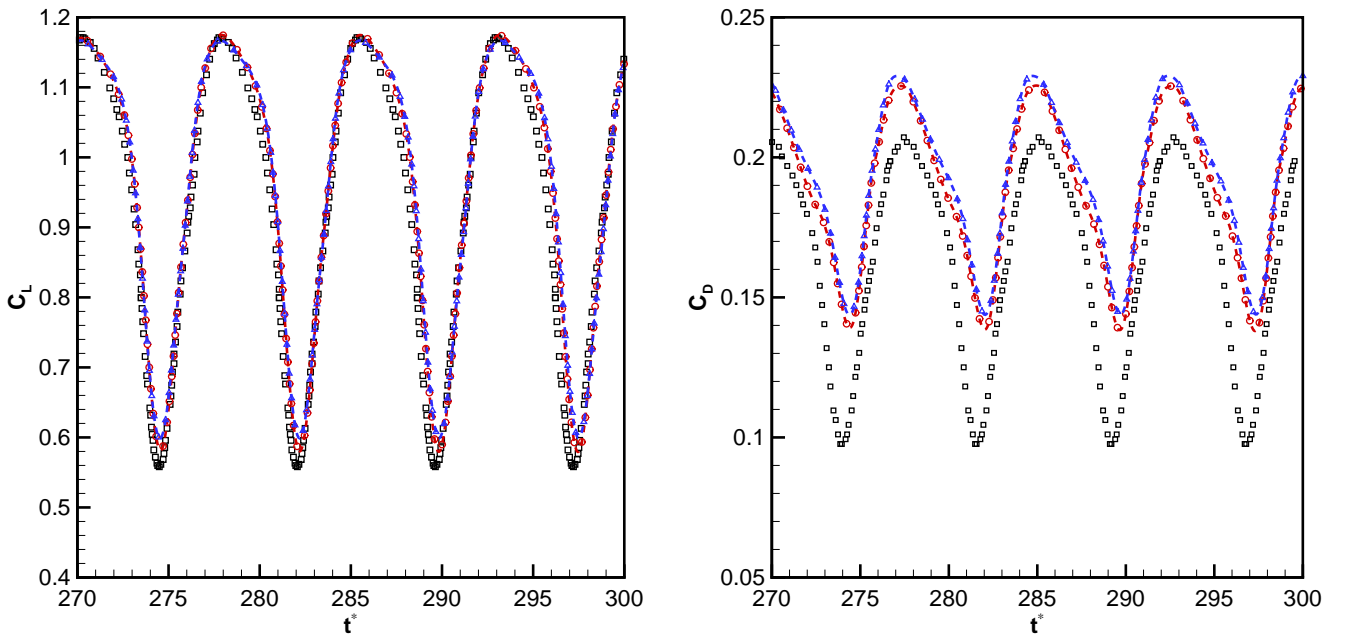


FIG. 4.10 –  $\alpha = 10^\circ$ . Evolution temporelle du coefficient de portance (à gauche) et de traînée (à droite). Maillage fin Fluent (— · —), maillage grossier Fluent (— · —) et H&I ( $\square$ ).

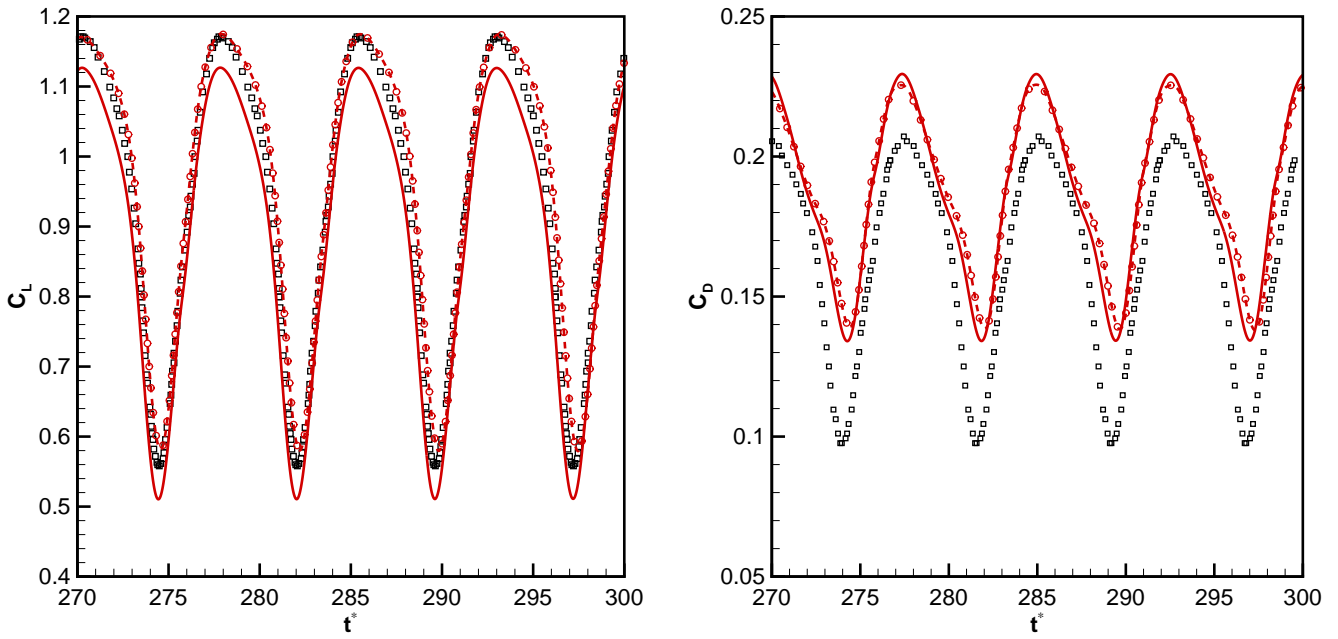


FIG. 4.11 –  $\alpha = 10^\circ$ . Evolution temporelle du coefficient de portance (à gauche) et de traînée (à droite). Grille 1 (—), maillage fin Fluent (— — —  $\circ$  — — —) et H&I ( $\square$ ).

La convergence de la valeur moyenne du coefficient de portance et de traînée n'est pas chose aisée. On peut par exemple citer les travaux de Costes *et al.* [36] qui ont mené des simulations 2D sur un profil NACA0015 à Reynolds  $1.955 \times 10^6$  et Mach 0.291 afin d'étudier l'influence du raffinement des maillages sur la détermination des coefficients aérodynamiques. De plus, deux angles d'incidence ont été considérés :  $5^\circ$  et  $15^\circ$ . Deux codes de calcul ont été utilisés, CFL3D et le code elsA de l'ONERA, sur 5 maillages différents. On voit bien sur les figures 4.12 et 4.13 que pour converger vers la bonne valeur de la portance moyenne, le nombre de points nécessaires est de plus de 7 millions en 2D. Il est donc très difficile d'obtenir une solution convergée. Les tableaux 4.6 et 4.7 donne la valeur moyenne des efforts aérodynamiques dans le maillage le plus fin construit par l'ONERA. Le code elsA estime la portance moyenne avec une erreur de 1.3% pour une incidence de  $5^\circ$  alors que le code CFL3D fait une erreur de 4%. Pour une incidence de  $15^\circ$ , les moins bons résultats peuvent s'expliquer par le fait que le profil décroche vers  $12.5^\circ$  et qu'il est très difficile de prédire numériquement le décrochage d'un profil.

	$\overline{C_L}$	$\overline{C_D}$
Expérience	0.5342	0.0086
elsA	0.5268	0.0051
CFL3D	0.5556	0.0049

TAB. 4.6 – Valeur moyenne des efforts aérodynamiques dans le maillage le plus fin à  $5^\circ$  d'incidence.

	$\overline{C_L}$	$\overline{C_D}$
Expérience	1.1487	0.0985
elsA	1.3012	0.0309
CFL3D	1.4345	0.0300

TAB. 4.7 – Valeur moyenne des efforts aérodynamiques dans le maillage le plus fin à  $15^\circ$  d'incidence.

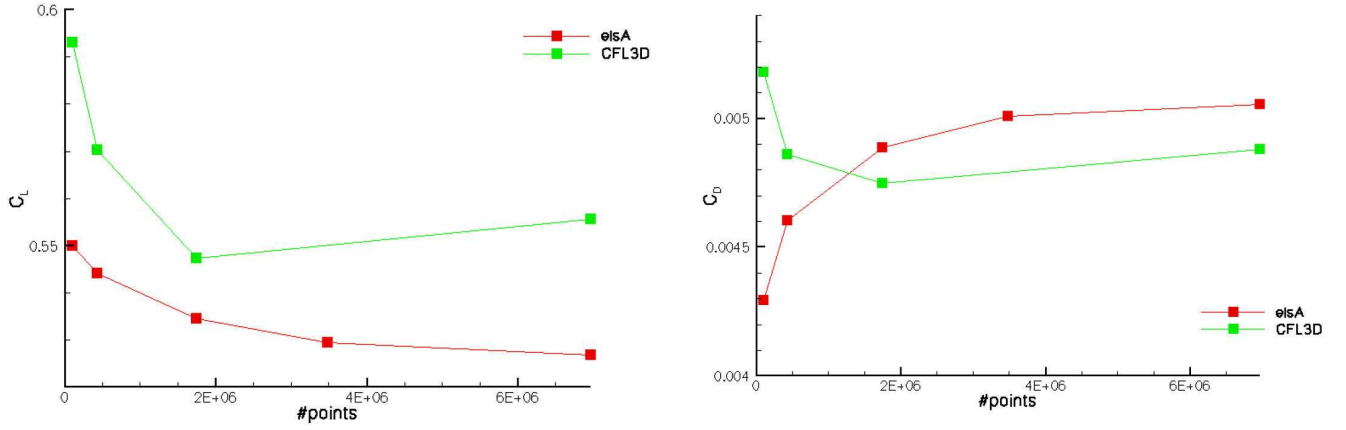


FIG. 4.12 – Evolution du coefficient de portance moyen en fonction du nombre de points de maillage dans le cas 5° d'incidence. Figures reproduites d'après Costes *et al.* [36].

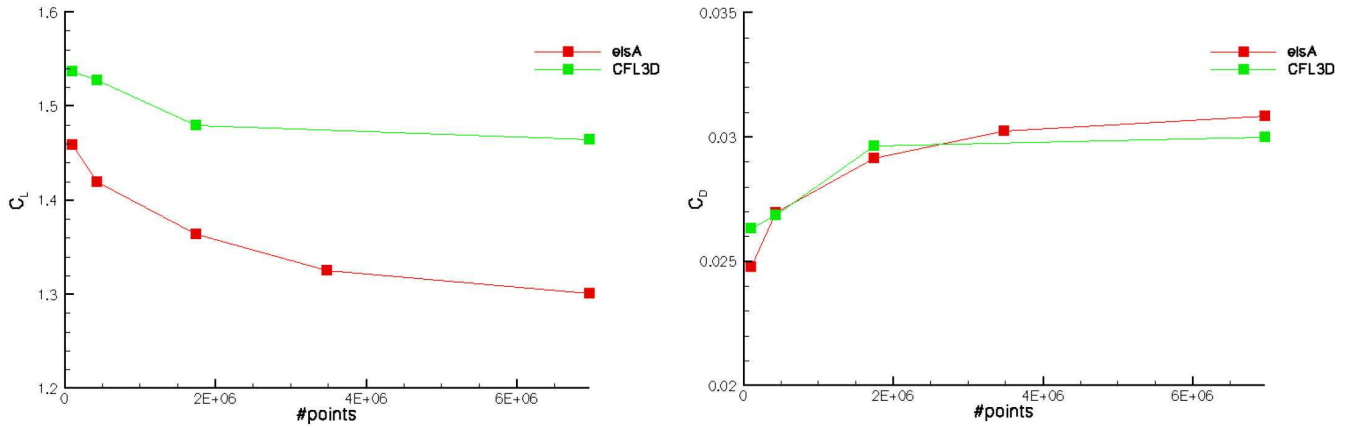


FIG. 4.13 – Evolution du coefficient de portance moyen en fonction du nombre de points de maillage dans le cas 15° d'incidence. Figures reproduites d'après Costes *et al.* [36].

Différents régimes d'écoulement sont observés en fonction de l'angle d'incidence du profil. On remarque que la taille des structures convectées est modifiée. L'amplitude et la longueur d'onde du champ acoustique associées à chaque angle sont aussi modifiées. Le bruit est généré par la diffraction des perturbations de pression locale induites par la convection des structures tourbillonnaires au niveau du bord de fuite. Pour de faibles angles d'attaque ( $0^\circ < \alpha < 5^\circ$ ), l'écoulement autour du profil reste attaché et quasiment symétrique. Il ressemble à une allée tourbillonnaire de type von Kármán (figure 4.14(a)). Le champ acoustique associé à cet écoulement est montré sur la figure 4.15(a) et est de nature dipolaire. De plus, l'écoulement et le champ acoustique sont caractérisés par une fréquence pure qui correspond au nombre de Strouhal associé à l'allée tourbillonnaire. Pour  $\alpha > 5^\circ$ , l'écoulement devient asymétrique, la couche limite se détache et le point de séparation de la couche limite se rapproche du bord d'attaque à mesure que  $\alpha$  augmente (figures 4.14(b)(c)(d)). Pour  $\alpha > 8^\circ$ , un décollement massif apparaît au niveau du bord d'attaque. Ce détachement s'accompagne d'un enroulement de la couche cisailée, comme on peut le voir sur les figures 4.14(e) et (f). Les tourbillons impactent le profil au niveau du bord de fuite, ce qui augmente les fluctuations de pression au niveau de la paroi. Les fluctuations de pression pariétale augmentant, l'amplitude et la longueur d'onde du

champ acoustique augmentent eux aussi. En ce qui concerne le cas  $\alpha = 8^\circ$ , notre solution numérique ressemble plus au cas  $\alpha = 7^\circ$  de H&I qu'au cas  $\alpha = 9^\circ$  de H&I. Cette conclusion est confirmée par la visualisation du champ de vorticité associé à l'écoulement 4.14(d), écoulement qui est plus similaire à celui de la figure Fig.4.14(c) qu'à celui de la figure 4.14(e). Entre  $7^\circ < \alpha < 9^\circ$  le régime d'écoulement change, il semblerait donc que cette bifurcation dans le régime d'écoulement n'ait pas lieu au même angle d'attaque dans notre cas. On remarquera aussi que la formation de paires de tourbillons contrarotatifs dans le sillage du profil révèle les limites d'une approche en 2D.

Les figures 4.16 permettent de constater que le champ acoustique est correctement propagé dans l'ensemble du domaine de calcul et la solution numérique ne présente pas de réflexions parasites au niveau des conditions limites. La longueur d'onde du champ acoustique représente plusieurs cordes du profil, donc la source acoustique est compacte. Le caractère dipolaire de la source acoustique est mis en évidence sur les figures 4.15, où l'opposition de phase des front d'onde à l'intrados et l'extrados du profil est clairement visible.

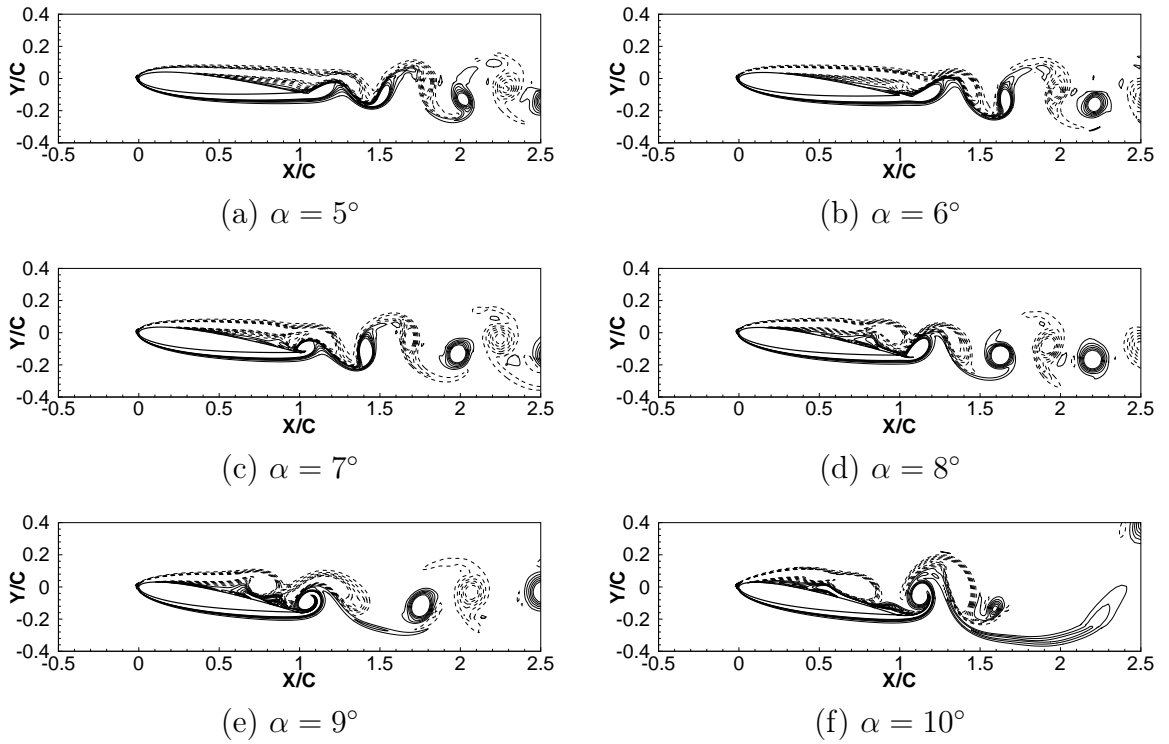


FIG. 4.14 – Isocontours instantanés de la vorticité  $\omega$  positive (—) et négative (---). Les isocontours sont tracés entre  $\pm 8 \times 10^5 \text{s}^{-1}$  tout les  $\Delta\omega = 1.6 \times 10^4 \text{s}^{-1}$ .

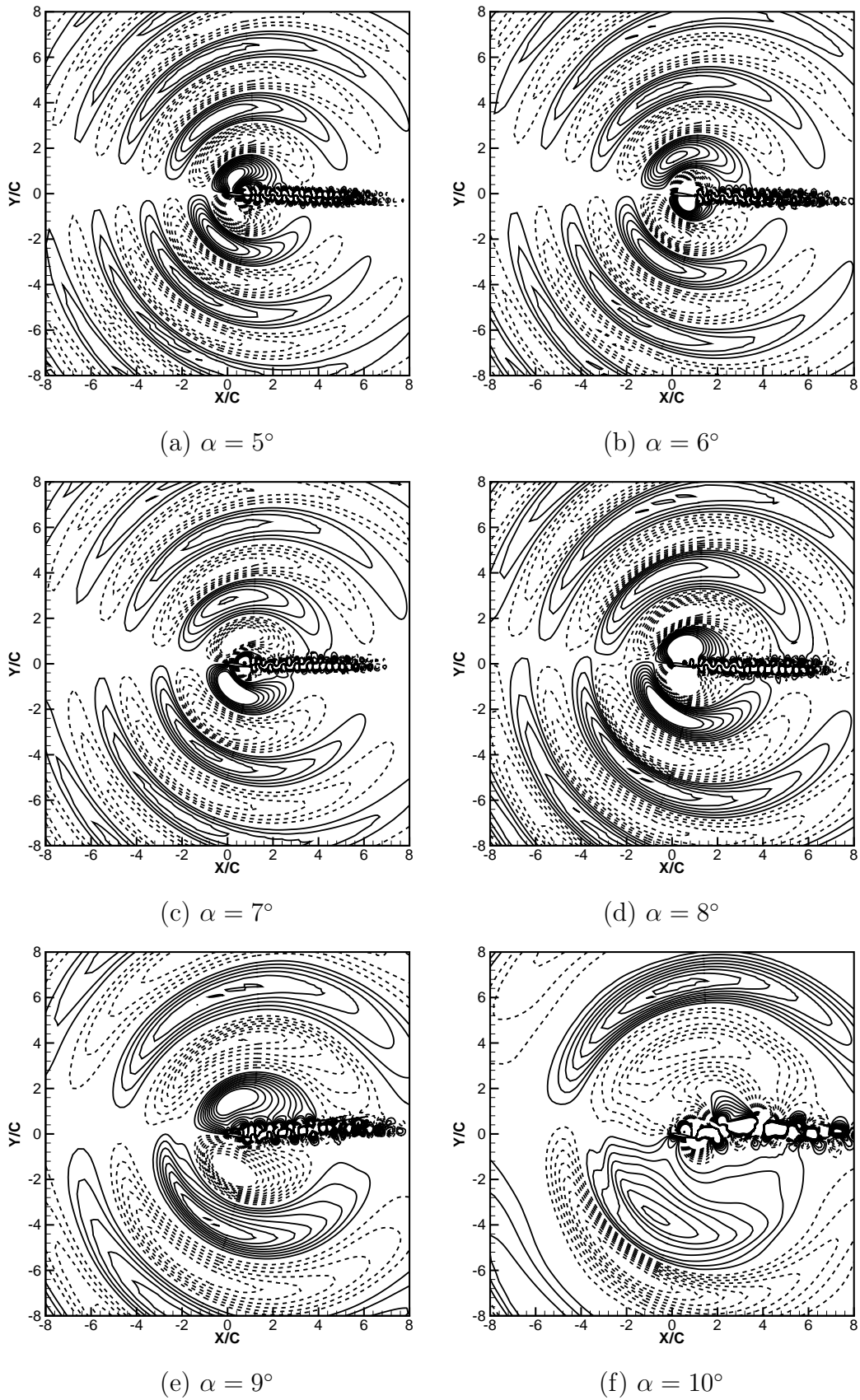


FIG. 4.15 – Isocontours instantanés des fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$  positives (—) et négatives (---). Les isocontours sont tracés entre  $\pm 25\text{Pa}$  avec  $\Delta p' = 5\text{Pa}$  pour (a) et (b),  $\pm 50\text{Pa}$  avec  $\Delta p' = 10\text{Pa}$  pour (c),  $\pm 75\text{Pa}$  avec  $\Delta p' = 10\text{Pa}$  pour (e) et  $\pm 100\text{Pa}$  avec  $\Delta p' = 10\text{Pa}$  pour (e) et (f).



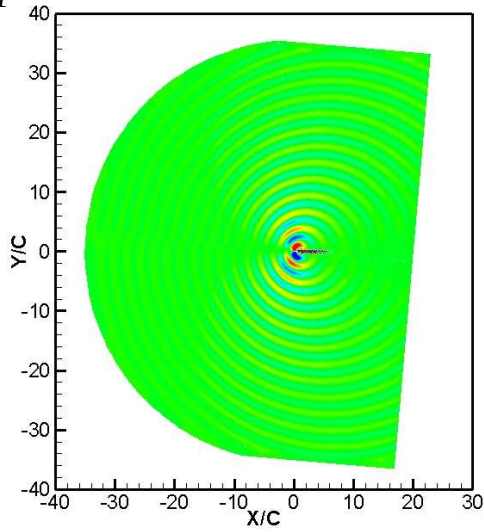
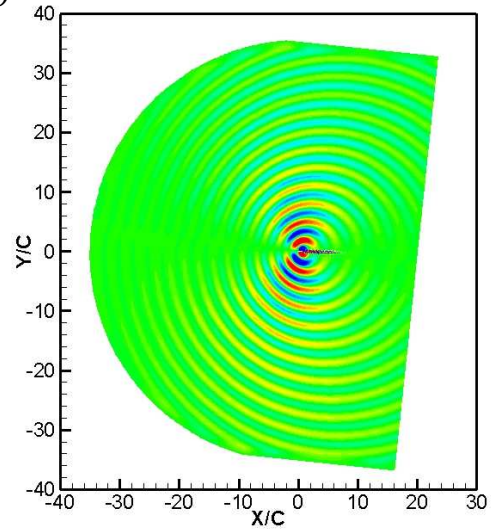
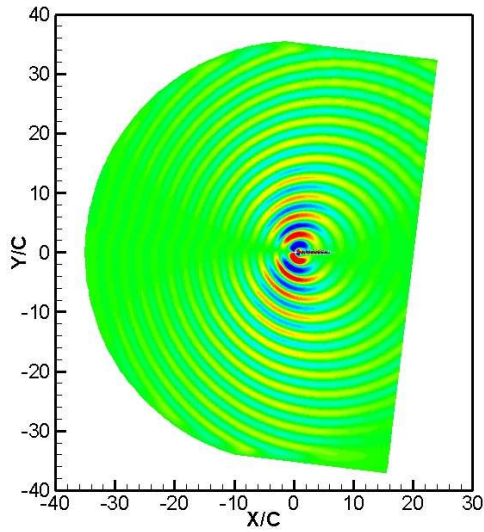
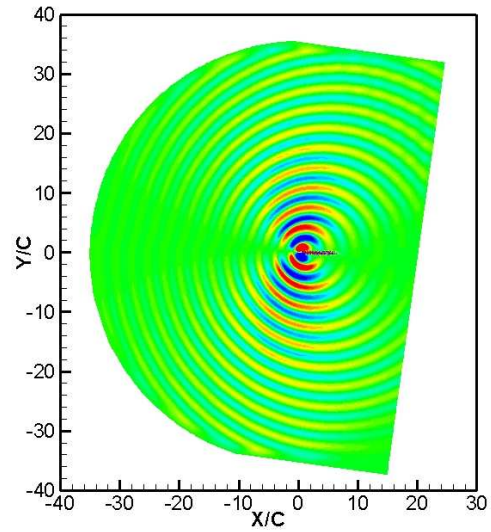
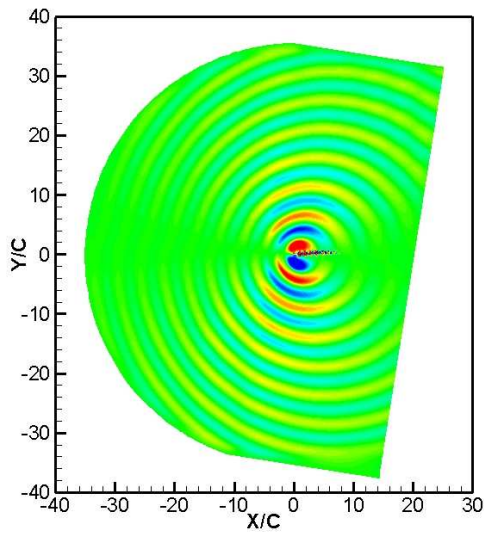
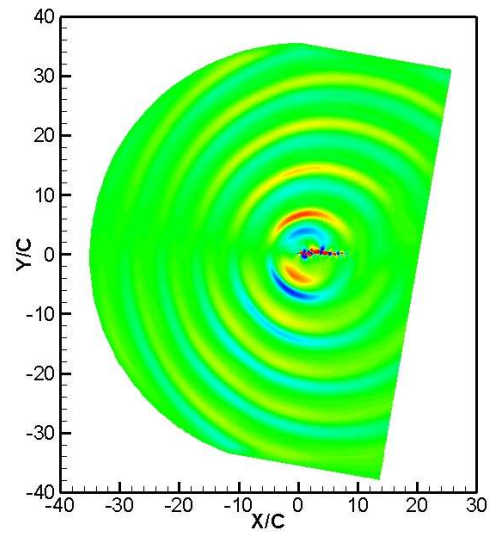
(a)  $\alpha = 5^\circ$ (b)  $\alpha = 6^\circ$ (c)  $\alpha = 7^\circ$ (d)  $\alpha = 8^\circ$ (e)  $\alpha = 9^\circ$ (f)  $\alpha = 10^\circ$ 

FIG. 4.16 – Champs de pression fluctuante  $p' = p - \bar{p}$  instantanés pour les différents angles d'attaque. Les niveaux de pression sont tracés entre  $\pm 25\text{Pa}$  pour (a) et (b),  $\pm 50\text{Pa}$  pour (c),  $\pm 75\text{Pa}$  pour (e) et  $\pm 100\text{Pa}$  pour (e) et (f).

#### 4.1.7.2 Capteurs de pression

L'évolution temporelle des fluctuations de pression en différents points du domaine de calcul est tracée sur la figure 4.17. Les capteurs de pression sont disposés à un rayon  $R = 30C$  du profil et à différents angles  $\Theta = (90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ) + \alpha$ . L'origine est fixée en  $(X/C = Y/C = 0)$  et les angles  $\Theta$  sont mesurés dans le sens trigonométrique à partir de l'axe horizontal. Quelle que soit la valeur de  $\alpha$ , les niveaux acoustiques sont plus faibles en  $\Theta = 180^\circ + \alpha$  qu'en  $\Theta = 90^\circ + \alpha$  car le capteur se trouve dans la zone de silence du profil. Plus l'angle d'attaque augmente, plus les niveaux acoustiques augmentent aussi. La déformation du champ acoustique pour  $\alpha = 10^\circ$  indique la présence de non linéarités dans l'écoulement. Le spectre du champ acoustique comporte des harmoniques du fondamental. La fréquence du fondamental peut être directement reliée au nombre de Strouhal donné dans le tableau 4.5 qui correspond aux lâchers de tourbillons. Les niveaux acoustiques de nos simulations se comparent très favorablement à ceux obtenus par H&I. La valeur supérieure de la fréquence observée sur la figure 4.19 dans le cas  $\alpha = 8^\circ$  est cohérente avec l'observation précédente d'une bifurcation entre les 2 régimes d'écoulement pour un angle d'incidence différent. La très bonne superposition de nos signaux de pression avec ceux de H&I confirme la qualité de notre algorithme de calcul, ainsi que sa capacité à reproduire des configurations multi échelles avec un nombre réduit de points.



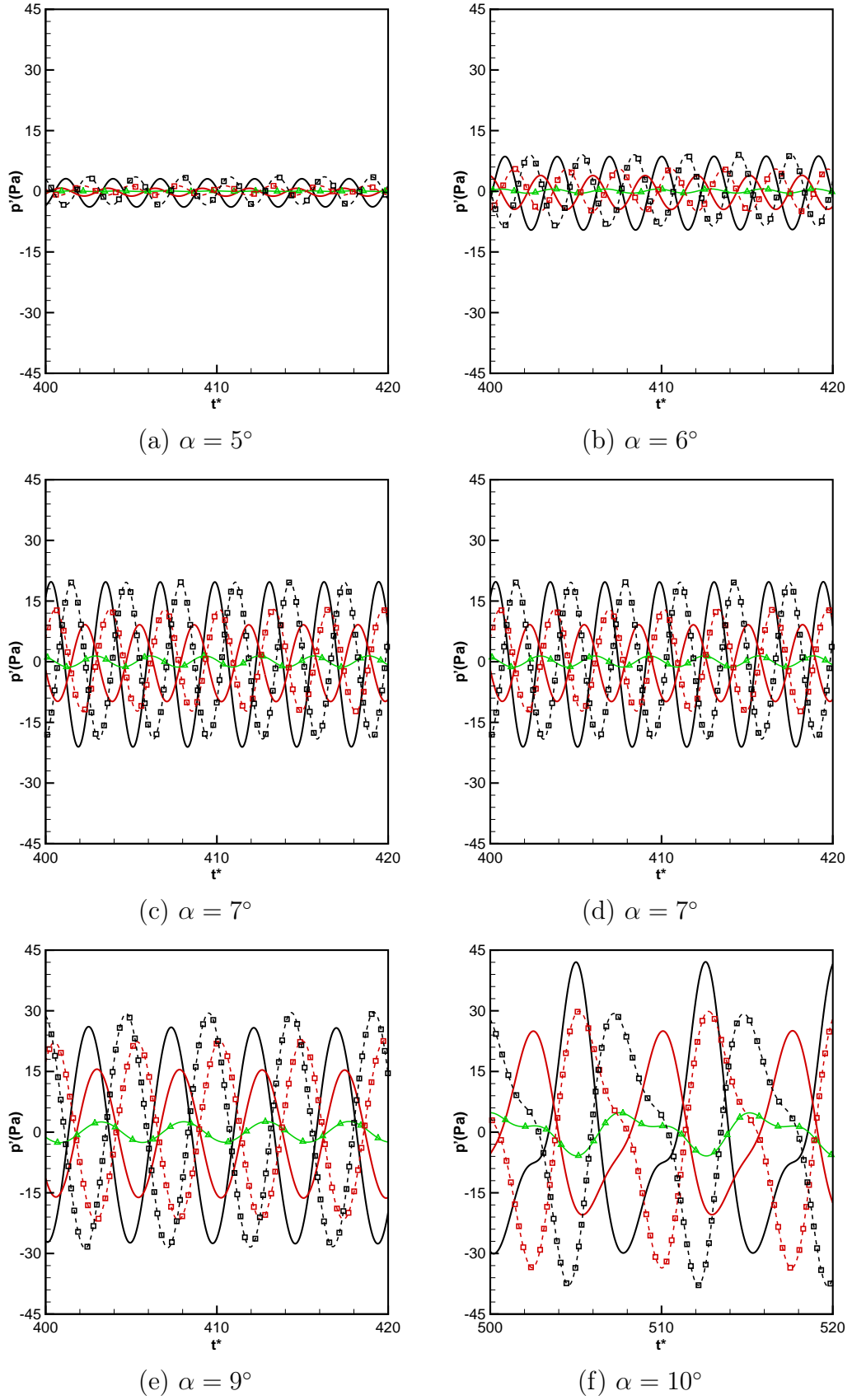


FIG. 4.17 – Evolution temporelle de la pression fluctuante  $p' = p - \bar{p}$  en fonction du temps adimensionné pour les différents angles d'incidence. Capteurs en  $R = 30C$  et pour différentes valeurs de  $\Theta$  :  $90^\circ$  (—),  $270^\circ$  (---■---),  $180^\circ$  (—△—),  $135^\circ$  (—) et  $225^\circ$  (---■---).

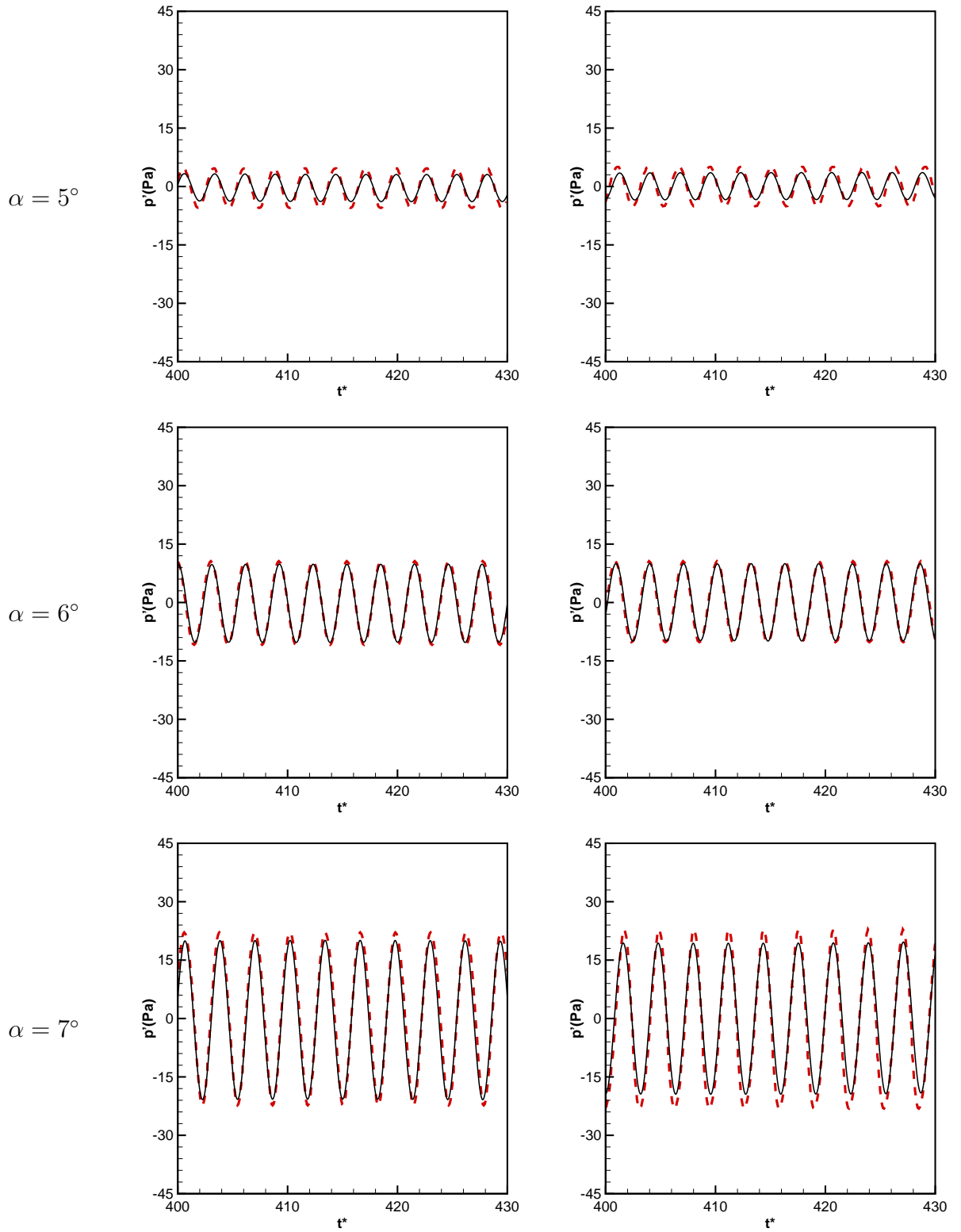


FIG. 4.18 – Evolution temporelle de la pression fluctuante  $p' = p - \bar{p}$  en fonction du temps adimensionné pour les différents angles d'incidence. Capteurs en  $R = 30C$  et pour différentes valeurs de  $\Theta$  :  $90^\circ$  à gauche et  $270^\circ$  à droite. Présent calcul (—) et H&I [80] (---).

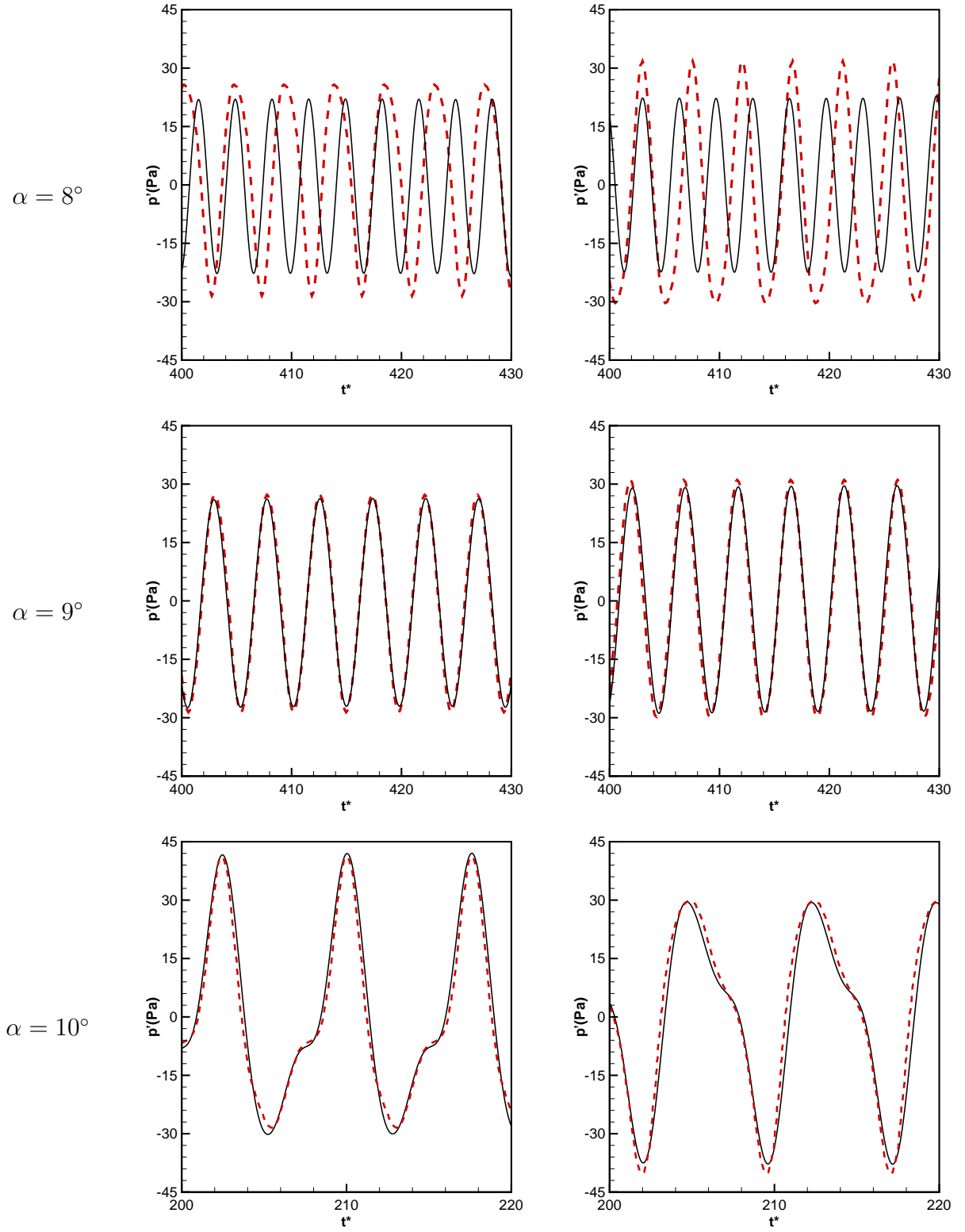


FIG. 4.19 – Evolution temporelle de la pression fluctuante  $p' = p - \bar{p}$  en fonction du temps adimensionné pour les différents angles d'incidence. Capteurs en  $R = 30C$  et pour différentes valeurs de  $\Theta$  :  $90^\circ$  à gauche et  $270^\circ$  à droite. Présent calcul (—) et H&I [80] (---).

## 4.2 Conclusion

Le bruit généré par un profil NACA0012 à Reynolds 5 000 et Mach 0.2 a été calculé avec succès pour différentes valeurs de l'angle d'attaque. En fonction de l'angle d'attaque, une allée tourbillonnaire de type Von Kármán ou un détachement massif de la couche limite au niveau du bord d'attaque avec des enroulements se produit. Le bruit est généré par la diffraction des perturbations de pression locale induites par la convection des structures tourbillonnaires au niveau du bord de fuite. Le champ acoustique est de nature dipolaire. La formation de paires de tourbillons dans le sillage du profil pour les forts angles d'incidence révèle les limites d'une approche en 2D. Ces tourbillons sont créés lors du recollement de la couche limite sur l'extrados du profil. La réalisation de calculs directs nous a permis de relier directement l'écoulement au champ acoustique rayonné afin d'étudier les mécanismes de génération sonore. Ces simulations démontrent l'intérêt de la méthode multi échelles multi pas de temps. En effet, les résultats sont en bon accord avec les calculs de référence en maillages très raffinés de Hatakeyama et Inoué [80]. Le champ acoustique en champ lointain se superpose parfaitement à celui de Hatakeyama et Inoué, ce qui montre la grande précision de l'algorithme utilisé. La méthode multi échelles multi pas de temps permet de réduire le temps CPU d'un calcul en relaxant les contraintes imposées par l'utilisation d'un maillage structuré et d'un avancement temporel explicite.



# Chapitre 5

## Bruit de bord de fuite d'un profil à nombre de Reynolds modéré

### 5.1 Introduction

L'analyse du bruit de profil pour des nombres de Reynolds modérés ( $5 \times 10^4$  à  $2 \times 10^5$ ) est très importante car le point de fonctionnement de nombreuses applications industrielles se situe justement dans cette gamme de nombres de Reynolds. On peut par exemple citer les turbomachines ou les éoliennes. De plus, les expériences ont montré que le bruit de bord de fuite, dans cette gamme de nombres de Reynolds, comprend des modes discrets. Ce type de rayonnement est qualifié de bruit tonal. L'angle d'attaque du profil modifie le régime d'écoulement autour du profil et on peut définir trois grands régimes d'écoulement :

- pour les faibles angles d'attaque, l'écoulement autour du profil est quasiment symétrique et une allée tourbillonnaire se développe dans le sillage,
- pour les angles d'attaque modérés, l'écoulement devient asymétrique,
- pour les forts angles d'attaque, un décollement de la couche limite se produit au niveau du bord d'attaque.

Nous verrons par la suite que le champ acoustique rayonné par le profil va varier en fonction de l'angle d'attaque. Dans le cas des éoliennes, la direction du vent peut varier rapidement au cours du temps, ce qui va modifier le champ acoustique généré par les pales des éoliennes.

Les simulations numériques sur les profils peuvent se répartir en deux catégories : les simulations aérodynamiques et les simulations aéroacoustiques. En ce qui concerne les simulations purement aérodynamiques, on peut citer les travaux de Ghosh Choudhuri et Knight [65] en 1996, qui ont étudié l'influence de la compressibilité, du moment piqueur du profil, et du nombre de Reynolds sur la séparation de la couche limite au niveau du bord d'attaque d'un profil NACA0012 entre Reynolds  $10^4$  et  $10^5$  et Mach 0.2 et 0.5. Ces auteurs se sont surtout focalisés sur l'étude des zones de recirculation qui apparaissent en diverses positions sur le profil en fonction des paramètres de l'écoulement. Ils ont aussi noté l'apparition de chocs dans certaines configurations. Bouhadji et Braza [21, 22] ont étudié en 2003 l'effet du nombre de Reynolds et du nombre de Mach sur les changements de régimes de l'écoulement autour d'un profil NACA0012 sans angle d'incidence. Ils ont par exemple déterminé qu'à Reynolds 10 000, quatre états principaux de l'écoulement se dégagent : un état stationnaire entre Mach 0.2 et 0.35, une instabilité de type von Kármán entre 0.35 et 0.9, l'apparition d'un second mode d'instabilité entre 0.75 et 0.8 ainsi que l'existence d'un nombre de Mach critique entre 0.9 et

0.95 à partir duquel l'écoulement redevient stationnaire. En 2006, Tam et Ju [176] ont effectué une DNC 2D d'un profil NACA0012 à Reynolds  $2 \times 10^5$ ,  $U_\infty = 29 \text{ m.s}^{-1}$  et  $\alpha = (2, 6, 8)^\circ$ . Ils ont mis en oeuvre une technique multi domaines avec une extension du domaine de calcul en champ lointain par une technique d'overset afin de propager en champ lointain le champ acoustique. Cette étude a pour but d'étudier les mécanismes de génération de bruit tonal. En 2007, Desquesnes *et al.* [45] se sont eux aussi intéressés aux mécanismes de génération du bruit tonal. Ils ont choisi deux configurations pour lesquelles le bruit tonal est attendu (Reynolds  $2 \times 10^5$ , Mach 0.1 et  $\alpha = 2^\circ$ ) ou n'est pas attendu (Reynolds  $1 \times 10^5$ , Mach 0.05 et  $\alpha = 5^\circ$ ). Sandberg *et al.* [150] ont réalisé une DNS 2D d'un profil NACA0012 à Reynolds  $5 \times 10^4$ , Mach 0.4 et  $\alpha = (0, 5, 7)^\circ$  afin de comparer les résultats acoustiques issus du calcul direct et d'une méthode analogique de type Amiet [2]. Ils ont étendu leurs travaux en 3D [149] en 2008. La simulation est toujours une DNS avec plus de  $170 \times 10^6$  de points.

Dans un premier paragraphe, nous nous intéresserons à un profil NACA0012 dans une configuration d'écoulement où un mécanisme de génération de bruit tonal peut se produire. Puis dans un second paragraphe, nous étudierons les effets du confinement expérimental sur un profil NACA0018 à nombre de Reynolds modéré.

## 5.2 Bruit tonal d'un profil NACA0012 en 2D

Dans certaines configurations d'écoulement, un phénomène de bruit tonal peut survenir. Le phénomène de bruit tonal correspond au rayonnement de fréquences acoustiques discrètes. Depuis les années 70, de nombreuses campagnes de mesures expérimentales ont été menées afin d'étudier les mécanismes physiques de génération de bruit tonal. A partir de ces expériences, deux types de spectres acoustiques sont observés en fonction du nombre de Reynolds. Dans le premier type, le spectre comprend une composante large bande avec des pics de fréquences principaux ainsi que des fréquences discrètes régulièrement espacées en fréquence. Dans le second type, seule la composante large bande est présente. Le premier type est typique du bruit tonal. De nombreuses études associent la présence de bruit tonal à l'existence d'une zone de recirculation à l'intrados au niveau du bord de fuite du profil. Si l'on remonte au début des années 70, de nombreuses expériences [32, 162, 81] ont montré l'existence de fréquences discrètes issues d'un profil isolé ou d'un rotor d'hélicoptère dans des configurations d'écoulement données.

Paterson *et al.* [142] ont réalisé en 1972 des mesures sur des profils NACA0012 et NACA0018 et mis en évidence la présence de fréquences discrètes. Ils ont établi une loi d'évolution de la valeur de la fréquence principale  $f = 0.011U^{3/2}/(c\nu)^{1/2}$  où  $c$  est la corde du profil,  $U$  la vitesse amont et  $\nu$  la viscosité. En réalité, la fréquence suit une loi en escalier (voir figure 5.1) : localement la fréquence suit une loi en puissance 0.8 puis on a un saut de fréquence. Selon Paterson *et al.* [142], le phénomène de bruit tonal est dû à la présence d'une couche limite laminaire sur l'intrados du profil.

Un peu plus tard, en 1974, Tam [171] a émis l'hypothèse d'un mécanisme de rétroaction acoustique entre le champ acoustique et les structures au niveau du bord de fuite pour expliquer la courbe en escalier.

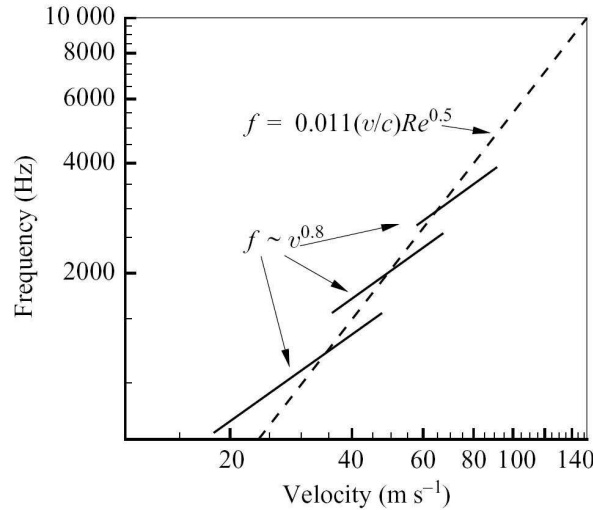


FIG. 5.1 – Evolution de la valeur de la fréquence principale en fonction de la vitesse amont. Courbe obtenue par Paterson *et al.* [142].

Afin de clarifier les différentes théories, Arbey et Bataille [4] ont mené de nouvelles expériences en 1983 sur des profils NACA0012.8, NACA0012.16 et NACA\*001.16 sans incidence. Le mode discret résulte en fait de la superposition d'une contribution large bande centrée sur une fréquence principale et un jeu de modes discrets régulièrement espacés en fréquence. La fréquence principale est associée à un nombre de Strouhal basé sur l'épaisseur de la couche limite au niveau du bord de fuite. La composante large bande provient de la diffraction par le bord de fuite des fluctuations hydrodynamiques de la couche limite. Ces fluctuations sont identifiées comme étant des instabilités de Tollmien-Schlichting (T-S). Cette hypothèse avait déjà été formulée par Fink [56] en 1975. Le jeu de modes discrets serait quant à lui dû à une rétroaction acoustique. Les spectres du bruit rayonné par un profil NACA0012.16 pour différentes valeurs du nombre de Reynolds sont montrés sur la figure 5.2.

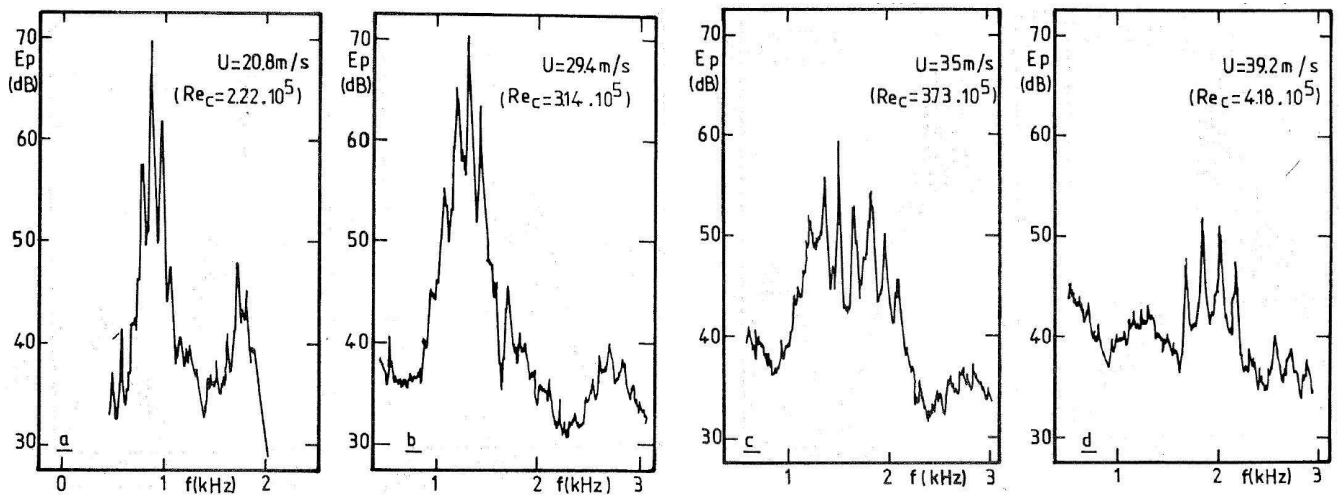


FIG. 5.2 – Spectres du bruit rayonné par un profil NACA0012.16 pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Figures reproduites à partir de la thèse de Arbey [3].

Dans leur étude, Lawson *et al.* [120] ont défini en 1994 une courbe frontière en nombre de Reynolds / angle d'attaque qui délimite le domaine dans lequel le bruit tonal est attendu. La courbe est tracée sur



la figure 5.3. Ils ont aussi remarqué que des instabilités de type Tollmien-Schlichting sont présentes dans les couches limites alors qu'il n'y a pas de bruit tonal. La présence d'instabilités de type TS n'est donc pas une condition suffisante pour qu'un phénomène de bruit tonal se produise. Selon ces auteurs, l'apparition de modes discrets est corrélée à la présence d'une bulle de recirculation à l'intrados. L'intensité de la fréquence principale dépendrait de la taille de cette bulle de recirculation.

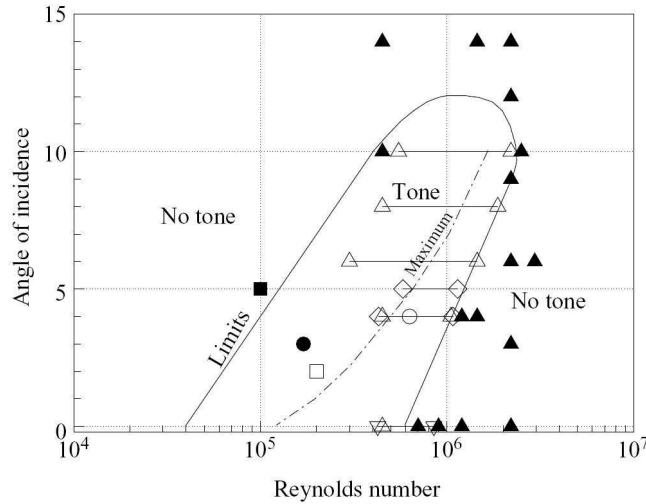


FIG. 5.3 – Courbe proposée par Lowson *et al.* [120] qui délimite les configuration pour lesquelles le bruit tonal est ou n'est pas attendu. Résultats de Desquesnes *et al.* [45] : bruit tonal  $\square$ , pas de bruit tonal  $\blacksquare$ . Paterson *et al.* [142] : bruit tonal  $\triangle$ , pas de bruit tonal  $\blacktriangle$ . Arbey *et al.* [4] : pas de bruit tonal  $\blacktriangledown$ . Lowson *et al.* [120] : bruit tonal  $\diamond$ , pas de bruit tonal  $\blacklozenge$ . Lowson *et al.* [121] : bruit tonal  $\circ$ , pas de bruit tonal  $\bullet$ .

Plus proche de nous, en 1999, Nash *et al.* [140] ont effectué des mesures laser (Laser Doppler Anemometry) sur un profil NACA0012 afin d'étudier l'existence de cette bulle de recirculation. Ils concluent que la présence d'une zone d'écoulement inverse à l'intrados ne s'accompagne pas toujours de bruit tonal. De plus lorsque le phénomène de bruit tonal est présent il ne détecte qu'un seul mode discret. Le bruit tonal est caractérisé par une allée tourbillonnaire très régulière dans le sillage du profil. Au cours de la même année, McAlpine *et al.* [132] ont montré à partir d'une analyse de stabilité linéaire que la valeur de la fréquence principale du bruit tonal est très proche de la fréquence la plus amplifiée sur l'intrados. Les auteurs suggèrent aussi que l'allée tourbillonnaire à l'intrados due au bulbe laminaire se comporte comme une allée tourbillonnaire derrière un cylindre.

En 2006, Tam et Ju [176] ont effectué une DNC d'un profil NACA0012 à Reynolds  $2 \times 10^5$ ,  $U_\infty = 29 \text{ m.s}^{-1}$  et  $\alpha = (2, 6, 8)^\circ$  pour étudier les mécanismes de génération de bruit tonal. Leur analyse montre que pour de faibles angles d'attaque, le mode discret est créé par une instabilité de Kelvin-Helmholtz dans le sillage. Pour les forts angles d'attaque, l'écoulement est dominé par des lâchers tourbillonnaires, et lorsqu'une paire de tourbillons est lâchée, l'ensemble du sillage, y compris à l'intrados, s'adapte pour s'accommoder de la présence de cette nouvelle paire. Cet accommodement est responsable de la génération d'ondes acoustiques.

En 2007, Desquesnes *et al.* [45] ont mené une étude numérique sur le bruit tonal. Deux configurations ont été choisies, l'une avec présence de bruit tonal et l'autre sans. Les paramètres de ces deux configurations sont rappelés dans le tableau 5.1. Les simulations ont été menées en 2D car les mécanismes de génération du bruit tonal sont essentiellement 2D. En effet, les fluctuations hydrodynamiques à

l'intrados sont cohérentes sur une grande distance dans la direction transverse du profil, comme l'ont montré Paterson *et al.* [142].

	Nombre de Reynolds	Angle d'attaque	Mach	Bruit tonal
Cas 1	$2 \times 10^5$	$2^\circ$	0.1	oui
Cas 2	$1 \times 10^5$	$5^\circ$	0.05	non

TAB. 5.1 – Paramètres des écoulements étudiés par Desquesnes *et al.* [45].

Dans le cas 1, Desquesnes *et al.* ont réussi à reproduire la composante large bande du spectre acoustique avec la présence d'une fréquence principale ainsi que d'une série de fréquences discrètes. Leur spectre est similaire à celui observé par Arbey et Bataille [4]. Dans le deuxième cas, le spectre acoustique ne comporte qu'une composante large bande. Leurs résultats sont en accord avec la courbe de Lowson *et al.* [120]. A partir d'une analyse de stabilité linéaire, ils retrouvent numériquement le fait que la valeur de la fréquence principale du bruit tonal est très proche de la fréquence la plus amplifiée au sein de la couche limite qui se développe à l'intrados. Afin d'expliquer la présence de modes discrets régulièrement espacés en fréquence, ils proposent une interprétation différente de celle de Arbey et Bataille [4]. Selon eux, l'équidistance entre les modes discrets est due à une modulation de l'amplitude de la fréquence principale. La période de cette modulation est égale à l'écart de fréquence entre les fréquences secondaires. La visualisation de l'écoulement permet de conclure que cette modulation serait due à l'existence d'un cycle périodique de phase /anti-phase entre les instabilités se développant sur chacune des faces du profil. On peut donc parler ici d'une double boucle de rétroaction. L'ensemble des mécanismes de génération de bruit tonal est récapitulé sur la figure 5.4.

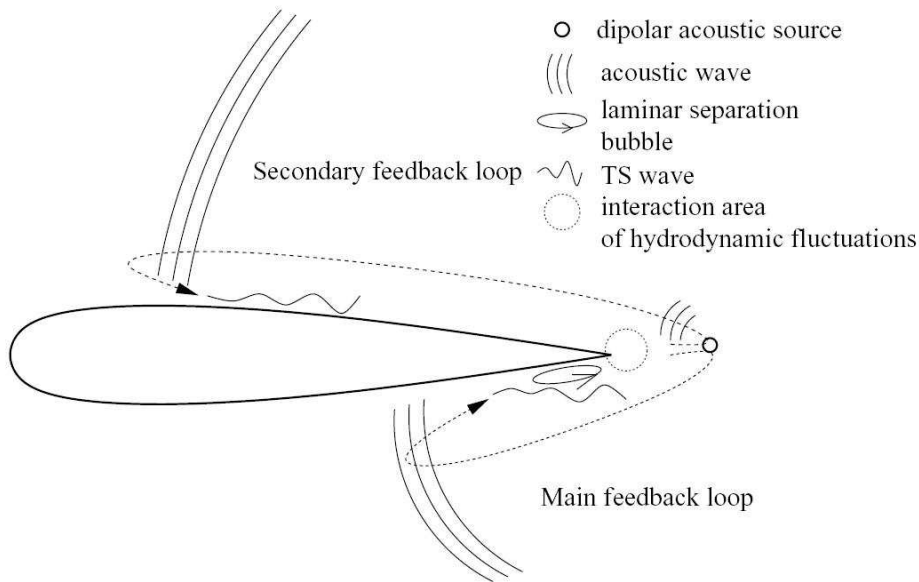


FIG. 5.4 – Mécanismes de génération du bruit tonal, d'après Desquesnes *et al.* [45].

A travers l'ensemble de ses travaux, on voit bien que les mécanismes de génération du bruit tonal ne sont pas encore clairement identifiés. De plus, peu d'auteurs se sont intéressés à l'extrados du profil.

### 5.2.1 Configuration étudiée

Nous avons choisi la configuration du cas 1 de Desquesnes *et al.* [45] comme cas de référence. A partir de cette référence, nous avons décidé de faire varier l'angle d'incidence du profil afin d'étudier son influence sur les mécanismes de génération du bruit tonal. Le profil considéré est un profil NACA0012 à Reynolds  $2 \times 10^5$ , Mach 0.1 et un angle d'incidence variant entre  $0^\circ$  et  $8^\circ$ .

### 5.2.2 Maillage et méthodes numériques

Le maillage utilisé est un maillage en CH. L'ensemble de domaine du calcul est représenté sur la figure 5.5.

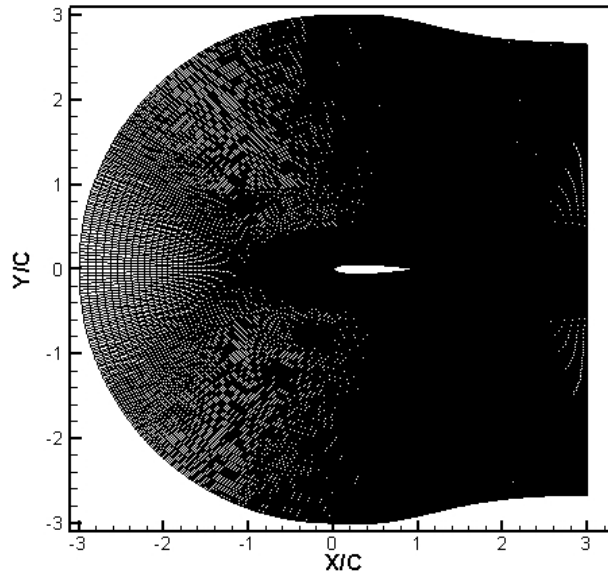


FIG. 5.5 – Visualisation du maillage de calcul.

Le profil est mis en incidence en imposant que l'écoulement incident soit parallèle au vecteur  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  au temps initial. La taille de première maille est fixée à  $3.8 \times 10^{-4}C$  sur l'ensemble du profil. Cette valeur est identique à celle utilisée par Desquesnes *et al.* [45] après avoir réalisé une convergence en maillage. Au niveau du bord de fuite, la taille de maille en  $x$  vaut  $6.6 \times 10^{-4}C$ . Les paramètres du maillage de calcul sont donnés dans le tableau 5.2.

$n_\xi \times n_\eta$	Nombre de points	$\Delta_{min}$	$\Delta t(s)$
$1401 \times 171$	$2.4 \times 10^5$	$3.8 \times 10^{-4}C$	$7.6 \times 10^{-8}$

TAB. 5.2 – Paramètres du maillage.

Les équations 2D de Navier-Stokes sont résolues sous forme conservative. La méthode multi échelles multi pas de temps développée dans le chapitre 3 n'est pas utilisée car nous n'avons pas besoin de propager en champ lointain le champ acoustique rayonné et les simulations avec  $2.4 \times 10^5$  points restent accessibles sur une simple station de travail. Par conséquent, le schéma d'avancement temporel

n'est pas un schéma d'Adams-Bashforth mais le schéma de Runge Kutta de Bogey et Bailly [18] à 6 sous étapes optimisé. Le filtrage explicite est appelé toutes les itérations temporelles et nous utilisons le filtre optimisé sur 11 points avec un coefficient de filtrage  $\sigma_d$  de 0.4. La taille de la molécule des filtres se réduit au fur et à mesure que l'on se rapproche de la paroi. La condition de paroi développée dans le paragraphe 1.5.1.2 est utilisée.

### 5.2.3 Etude du bruit tonal

Afin d'étudier la présence de bruit tonal, nous avons placé des capteurs de pression en  $R = 2C$  et  $\Theta = (90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ) + \alpha$ . Le centre du cercle est  $(X/C, Y/C) = (1, 0)$ . Nous ne présentons ici que le dépouillement du capteur en  $\Theta = 135^\circ$ , capteur pour lequel la fluctuation de pression est la plus importante et le bruit tonal est le plus marqué. Nous étudierons aussi un capteur de vitesse placé dans le sillage du profil en  $(X/C, Y/C) = (1.01, 0)$  et deux capteurs de pression pariétale sur l'extrados du profil en  $X/C = 0.88$  et  $X/C = 0.98$ . Le taux d'échantillonnage des différents capteurs est de  $100\Delta t$ . L'ensemble des PSD (Power spectrum Density) est réalisé sur  $10^6$  itérations. La résolution fréquentielle des spectres est donc de 13.1Hz.

Afin de corrélérer le champ acoustique au champ aérodynamique, nous avons reporté dans le tableau 5.3 la valeur de la fréquence principale (en gras) des différents signaux ainsi que la valeur des deux fréquences encadrant cette fréquence principale. Pour certaine valeur de  $\alpha$ , il peut exister plusieurs fréquences principales.

	$\alpha$								
	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
$p' = p - \bar{p}$	2263		2881	1684	371	960	1158	908	
en $\theta = 135^\circ$	<b>2473</b>	<b>2552</b>	<b>3105</b>	<b>1884</b>	<b>895</b>	<b>1184</b>	<b>1394</b>	<b>1374</b>	<b>434</b>
et $R = 2C$	2684	2973	3329	2105	1119	1421	1631		
$v' = v - \bar{v}$	2083		2880	1681					
en $(X/C, Y/C) = (1.01, 0)$	<b>2478</b>	<b>2522</b>	<b>3099</b>	<b>1890</b>	LB	<b>2602</b>	LB	<b>1476</b>	<b>424</b>
		3180	3333	3363					<b>861</b>
$p' = p - \bar{p}$				<b>1681</b>					
en $X/C = 0.88$				<b>3362</b>					
à l'extrados				<b>5263</b>					
$p' = p - \bar{p}$				<b>1681</b>					
en $X/C = 0.98$				<b>3364</b>					
à l'extrados				<b>5265</b>					

TAB. 5.3 – Fréquences principales en Hz des PSD des différents signaux temporels. La fréquence principale est en gras. LB signifie que le signal est large bande.

L'étude des différents capteurs et PSD sur les figures 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 et 5.10 ne permet pas de dire qu'il existe une frontière nette dans l'espace nombre de Reynolds / angle d'attaque permettant d'affirmer que l'on a du bruit tonal ou pas. Dans notre cas, le bruit tonal tel qu'il a été défini dans l'introduction de ce paragraphe (une fréquence principale, des fréquences discrètes régulièrement espacées en fréquence et une composante large bande), est clairement identifié pour  $\alpha = 3^\circ$  sur la figure 5.7. La fréquence principale vaut 1884Hz et les pics secondaires sont espacés de 200Hz. On

distingue nettement les deux premières harmoniques de la fréquence principale. En s'appuyant sur les travaux de Desquesnes *et al.* [45], l'écart entre les fréquences secondaires (200Hz) devrait être égal à la fréquence de modulation de l'amplitude de la fréquence principale. Cette modulation est clairement visible sur l'évolution temporelle des fluctuations de pression de la figure 5.7 où tous les 0.005s (200Hz) nous avons une variation de l'amplitude du signal. Le mécanisme de génération de bruit tonal s'apparente aussi à une double résonance. Le niveau en dB de la fréquence principale pour  $\alpha = 3^\circ$  est supérieur de 10dB au niveau des autres fréquences principales pour les autres valeurs de  $\alpha$ .

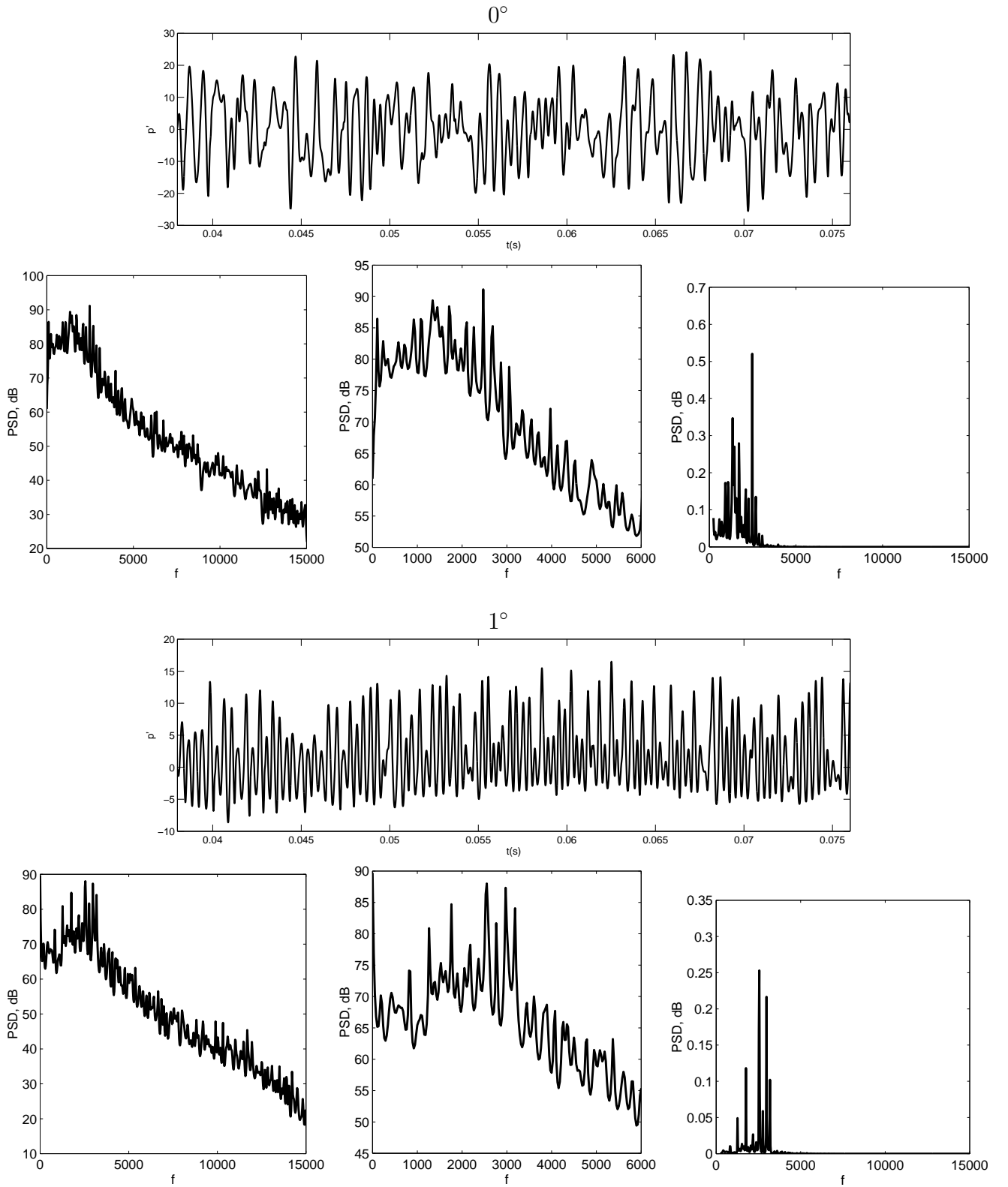


FIG. 5.6 – En haut, évolution temporelle des fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$  en  $\theta = 135^\circ$  et  $R = 2C$ . En bas, PSD du capteur (à gauche), détail de PSD au niveau de la fréquence principale (à droite) et PSD en échelle linéaire.

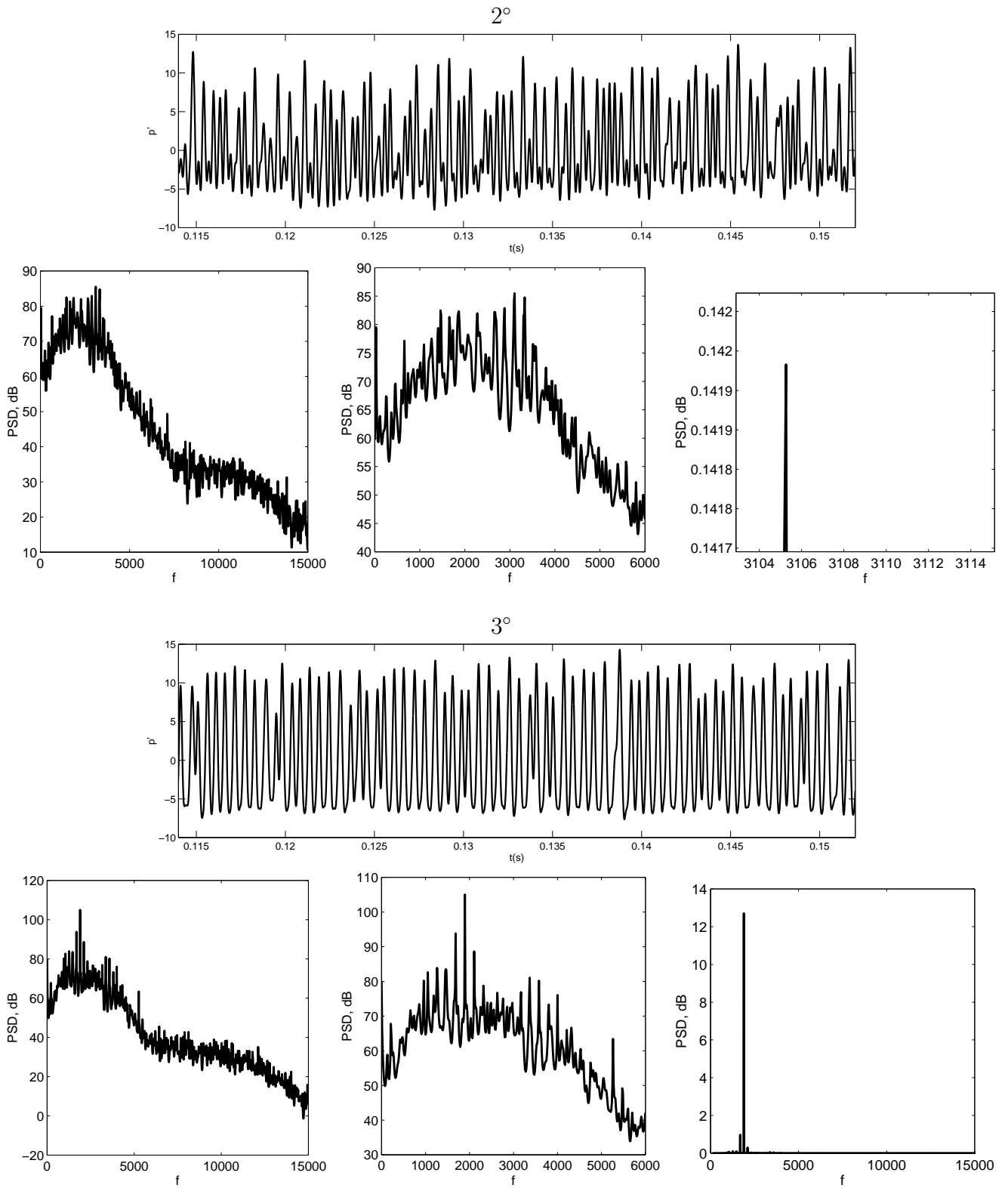


FIG. 5.7 – En haut, évolution temporelle des fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$  en  $\theta = 135^\circ$  et  $R = 2C$ . En bas, PSD du capteur (à gauche), détail de PSD au niveau de la fréquence principale (à droite) et PSD en échelle linéaire.

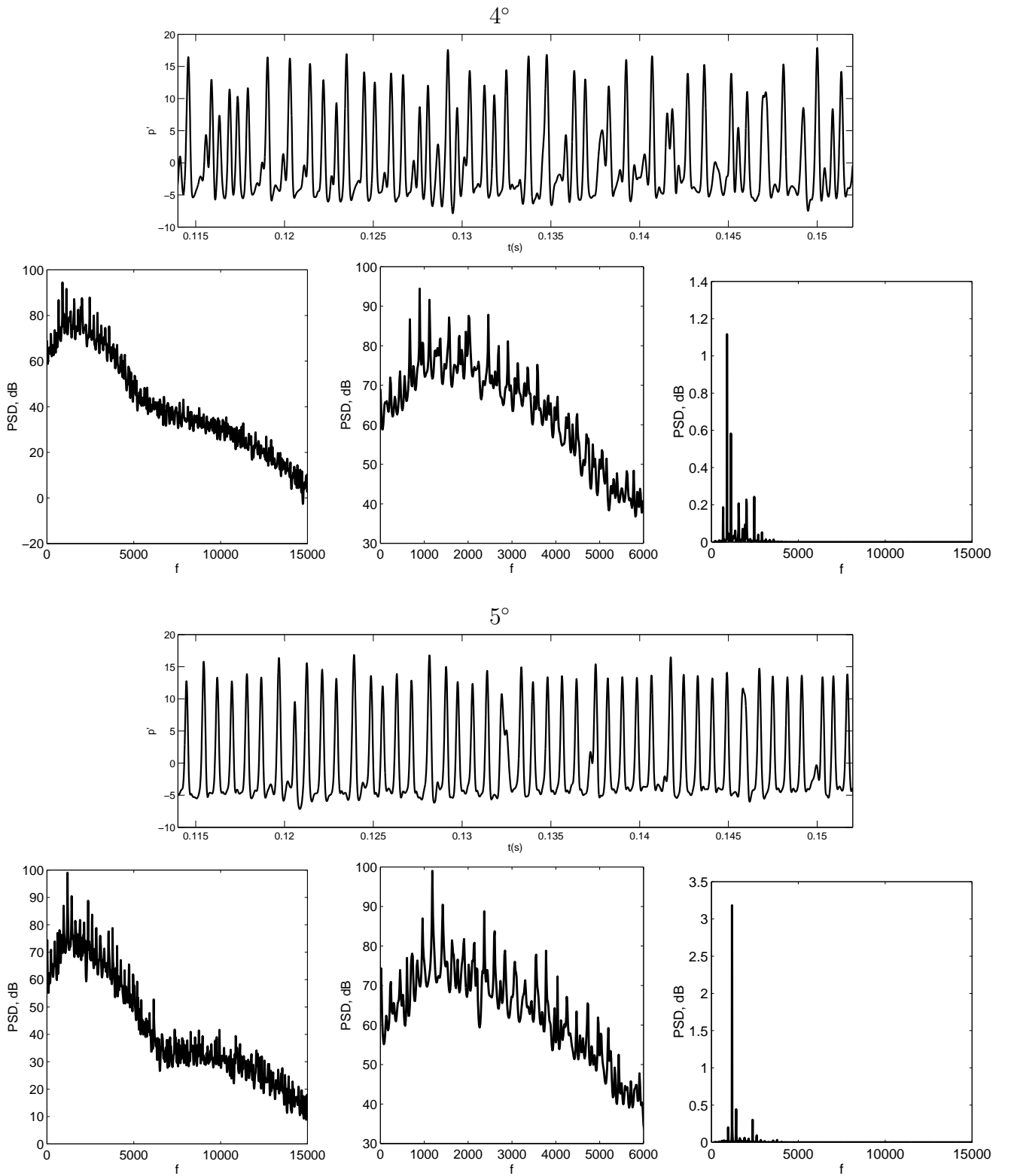


FIG. 5.8 – En haut, évolution temporelle des fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$  en  $\theta = 135^\circ$  et  $R = 2C$ . En bas, PSD du capteur (à gauche), détail de PSD au niveau de la fréquence principale (à droite) et PSD en échelle linéaire.



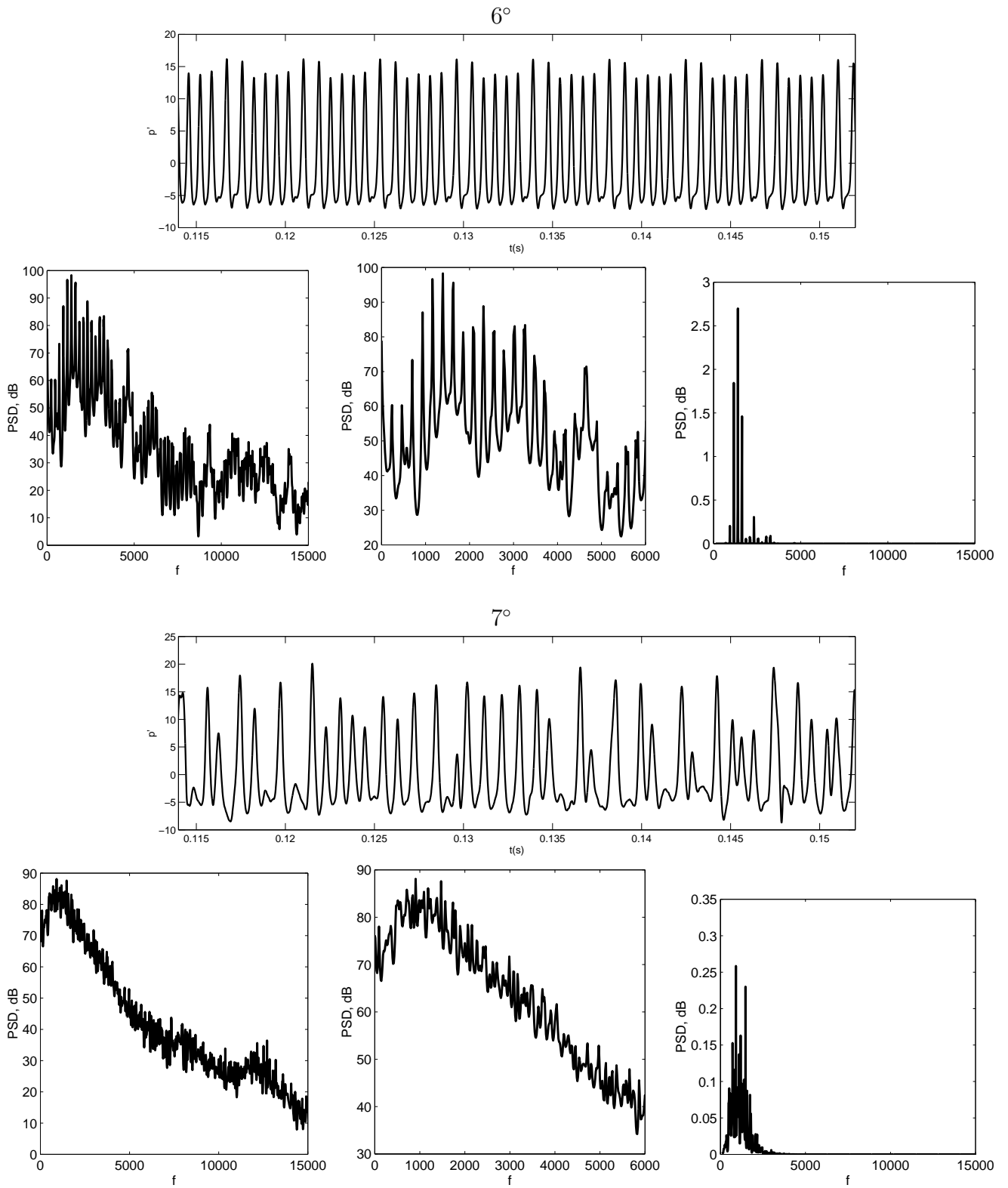


FIG. 5.9 – En haut, évolution temporelle des fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$  en  $\theta = 135^\circ$  et  $R = 2C$ . En bas, PSD du capteur (à gauche), détail de PSD au niveau de la fréquence principale (à droite) et PSD en échelle linéaire.

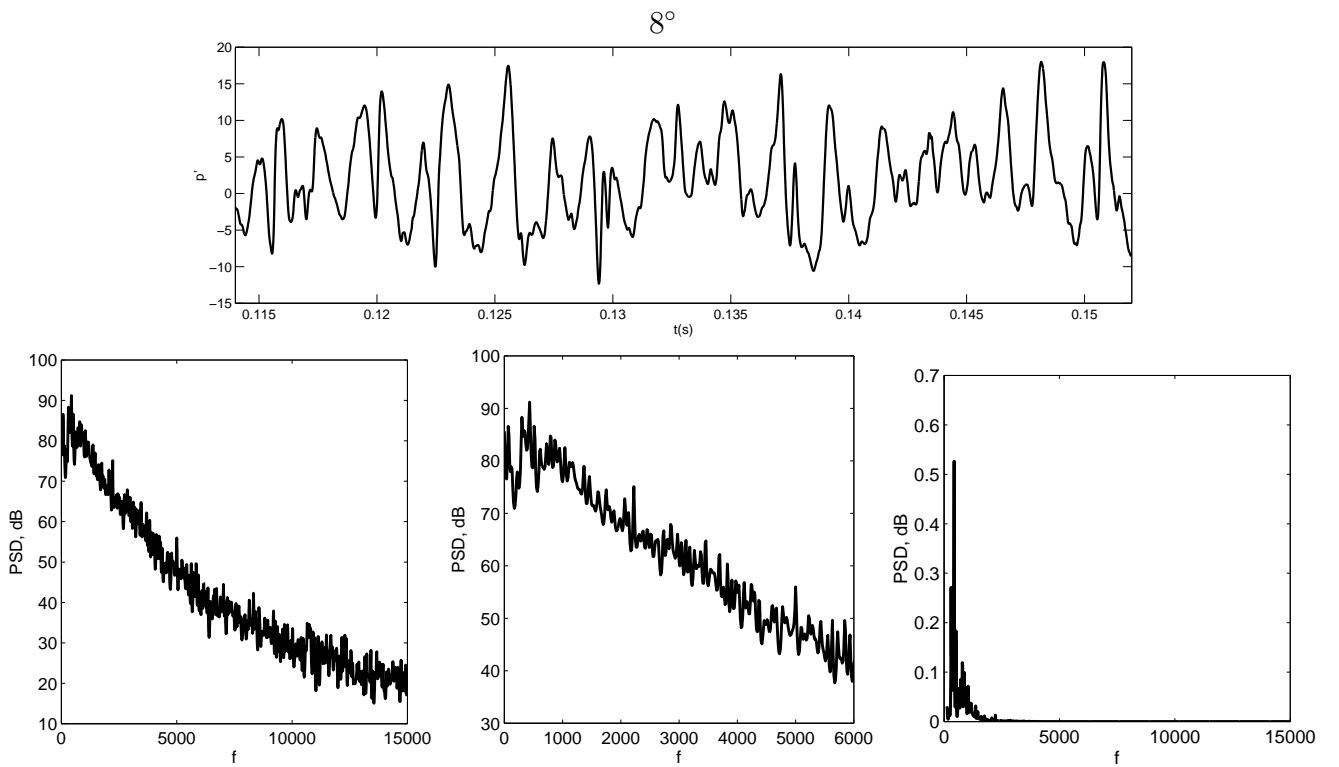


FIG. 5.10 – En haut, évolution temporelle des fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$  en  $\theta = 135^\circ$  et  $R = 2C$ . En bas, PSD du capteur (à gauche), détail de PSD au niveau de la fréquence principale (à droite) et PSD en échelle linéaire.

L'étude des fluctuations de pression est complétée par l'analyse sur la figure 5.11 d'un capteur de vitesse  $v'$  dans le sillage du profil en  $(X/C, Y/C) = (1.01, 0)$ . On retrouve sur le signal de vitesse  $v'$  la modulation basse fréquence. Le spectre associé à ce signal, possède le même contenu spectral que le spectre associé au capteur de pression. L'acoustique est donc directement reliée au sillage du profil.

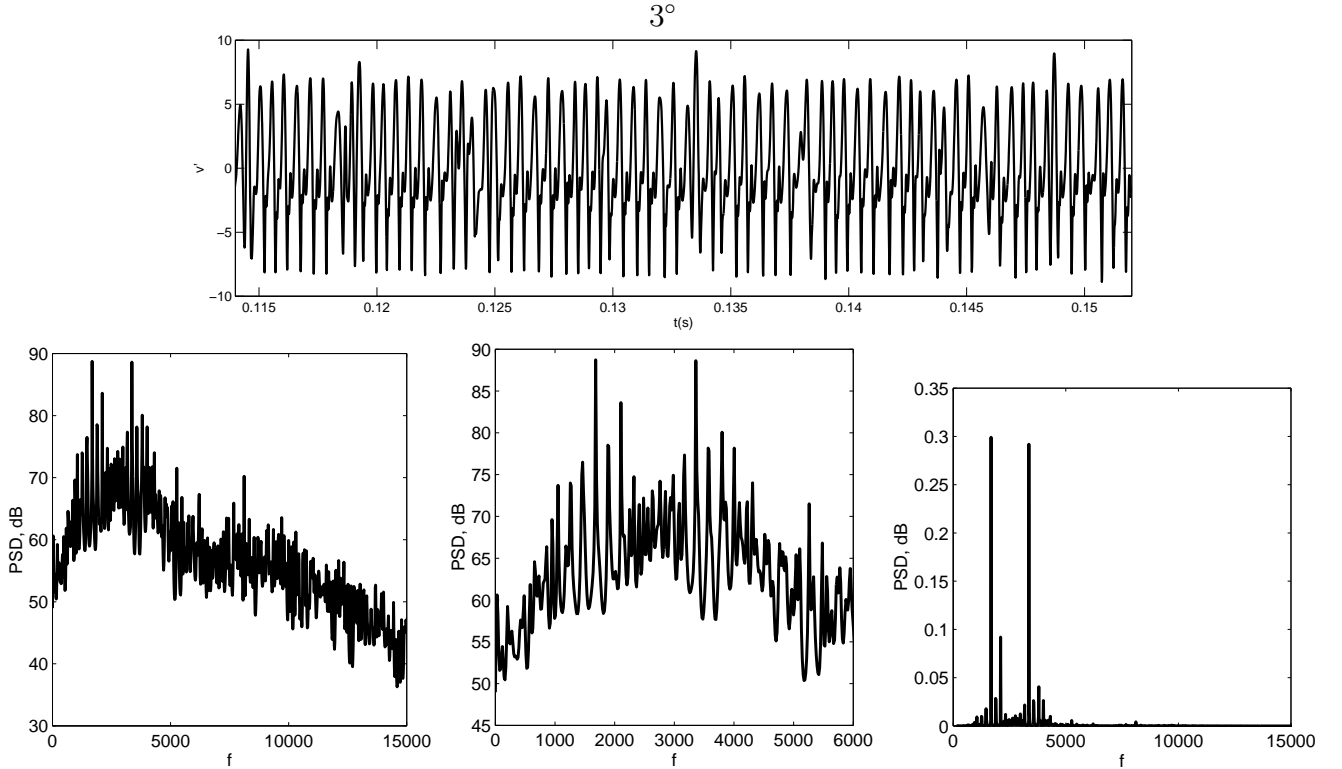
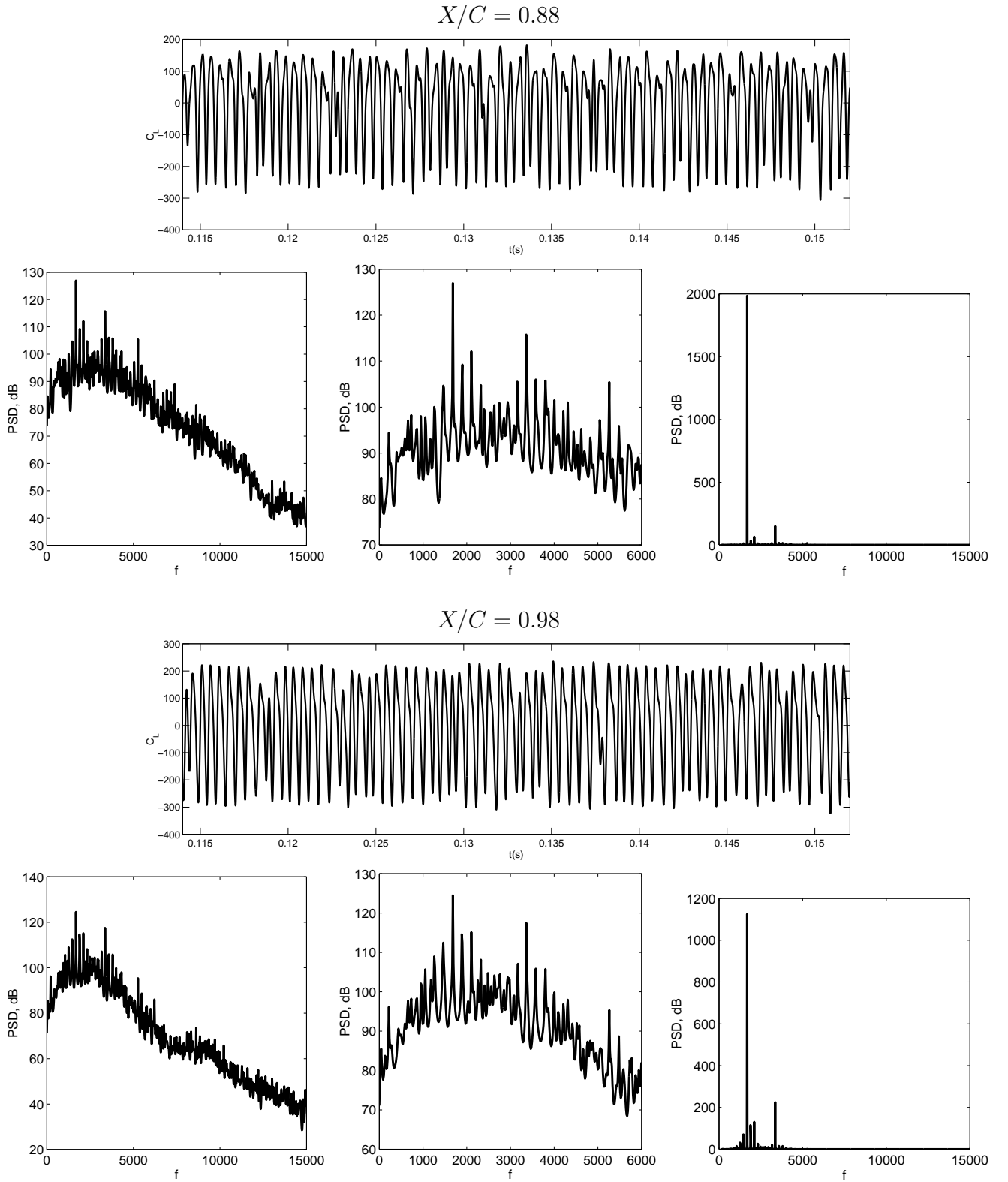


FIG. 5.11 –  $\alpha = 3^\circ$ . En haut, évolution temporelle des fluctuations de vitesse  $v' = v - \bar{v}$  en  $(X/C, Y/C) = (1.01, 0)$ . En bas, PSD du capteur (à gauche), détail de PSD au niveau de la fréquence principale (à droite) et PSD en échelle linéaire.

Les fluctuations de pression pariétale donnent aussi des informations sur l'écoulement. L'évolution temporelle de deux capteurs de pression pariétale à l'extrados du profil est tracée sur la figure 5.12. En  $X/C = 0.98$ , le signal temporel a la même allure que le capteur de pression en champ lointain. On retrouve la modulation de fréquence ainsi que la présence dans le spectre d'une fréquence principale, de ses harmoniques, et des fréquences secondaires. La fréquence principale vaut 1681Hz et ne correspond donc pas à la fréquence principale du spectre de pression en champ lointain. Cette fréquence (1681Hz) est très proche de l'une des fréquences secondaires (1684Hz) du champ acoustique.

Le bruit tonal est moins marqué pour  $\alpha = 4^\circ$  et  $\alpha = 5^\circ$  mais une fréquence principale se dégage tout de même des spectres. Pour  $\alpha = 6^\circ$ , l'évolution temporelle des fluctuations de pression tracée sur la figure 5.9 montre une modulation spatiale de fréquence 235Hz. Cette fréquence correspond à l'écart de fréquence entre les modes secondaires et la fréquence principale. Malgré cela, le spectre de pression n'est pas aussi représentatif d'un mécanisme de bruit tonal que pour  $\alpha = 3^\circ$ . Pour  $\alpha = 7^\circ$  et  $\alpha = 8^\circ$ , les spectres de pression ont une composante large bande dominante ce qui laisse à penser que le régime d'écoulement autour du profil a changé et n'est pas le même que pour les angles inférieurs.

Pour tous les angles d'incidence, la fréquence principale du spectre de pression acoustique est identique

FIG. 5.12 – Fluctuation de pression pariétale pour  $\alpha = 3^\circ$  à l'extrados.

à celle du spectre du capteur de vitesse  $v'$  dans le sillage du profil en  $(X/C, Y/C) = (1.01, 0)$ . La valeur de ces fréquences est donnée dans le tableau 5.3. Le champ acoustique rayonné par le profil peut donc être relié directement au sillage du profil.

### 5.2.4 Champs instantanés

La figure 5.13 permet de visualiser les isocontours du champ de pression totale instantané autour du profil NACA0012. Comme dans le cas du profil NACA0012 à faible nombre de Reynolds (cf. chapitre 4), au fur et à mesure que l'angle d'incidence  $\alpha$  augmente, la couche limite à l'extrados du profil se sépare et s'accompagne d'enroulements tourbillonnaires.

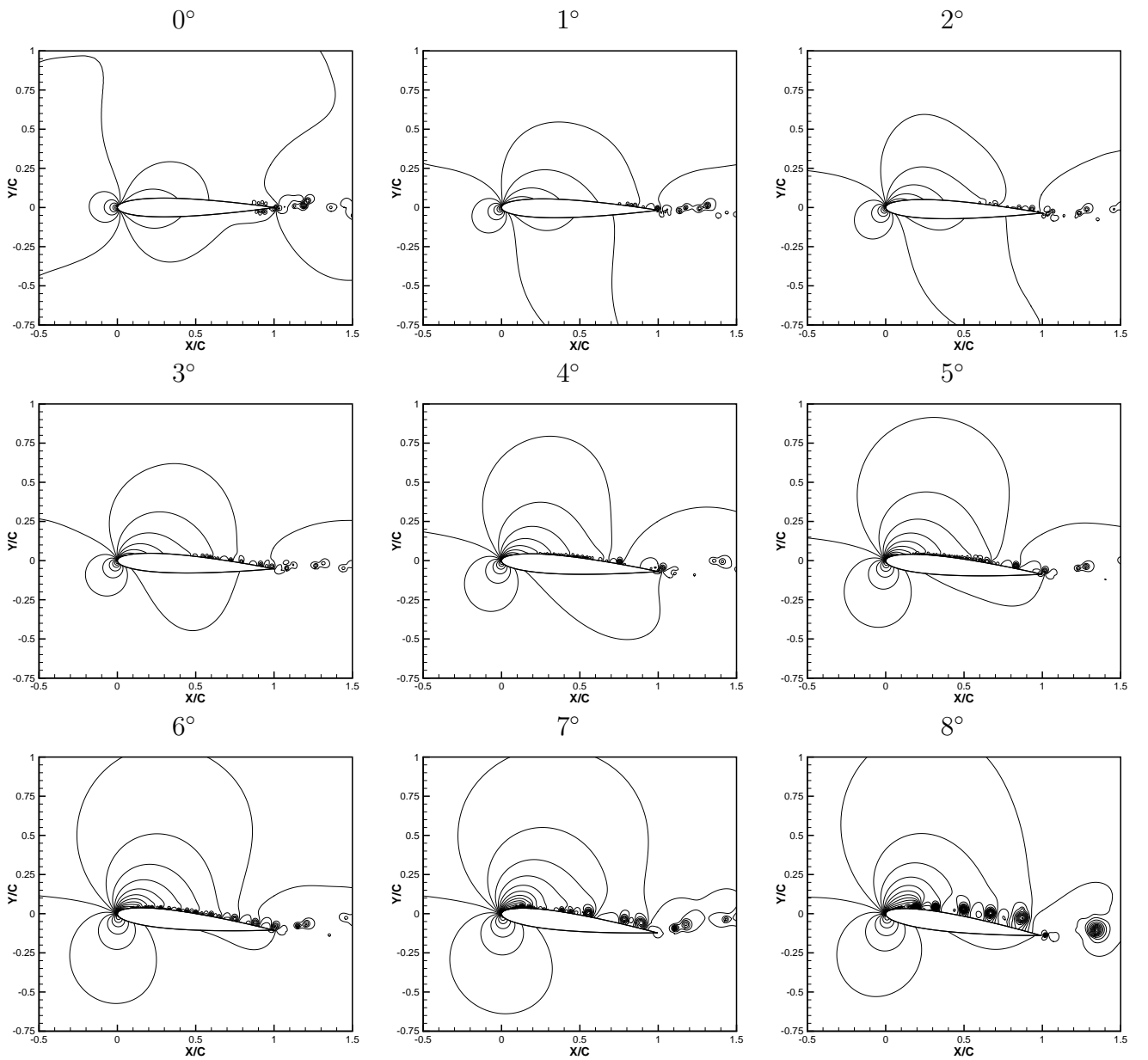


FIG. 5.13 – Isocontours instantanés de pression entre  $99 \times 10^3$  et  $102 \times 10^3$  Pa par pas de  $10^3$  Pa.

Ce résultat est confirmé par l'étude du champ de vorticité sur les figures 5.14 et 5.15 pour 2 instants différents au cours de la simulation. Pour les faibles angles d'incidence ( $0^\circ \leq \alpha \leq 4^\circ$ ), l'écoulement ressemble à une allée tourbillonnaire dans le sillage du profil. Pour  $\alpha = 5^\circ$  et  $\alpha = 6^\circ$ , on voit apparaître sur l'extrados du profil des enroulements tourbillonnaires. Pour  $\alpha \geq 7^\circ$ , un décollement massif se produit au niveau du bord d'attaque et s'accompagne d'un lâcher de tourbillons. Ce changement de régime d'écoulement est en accord avec nos résultats issus de l'analyse des spectres de pression en champ lointain.

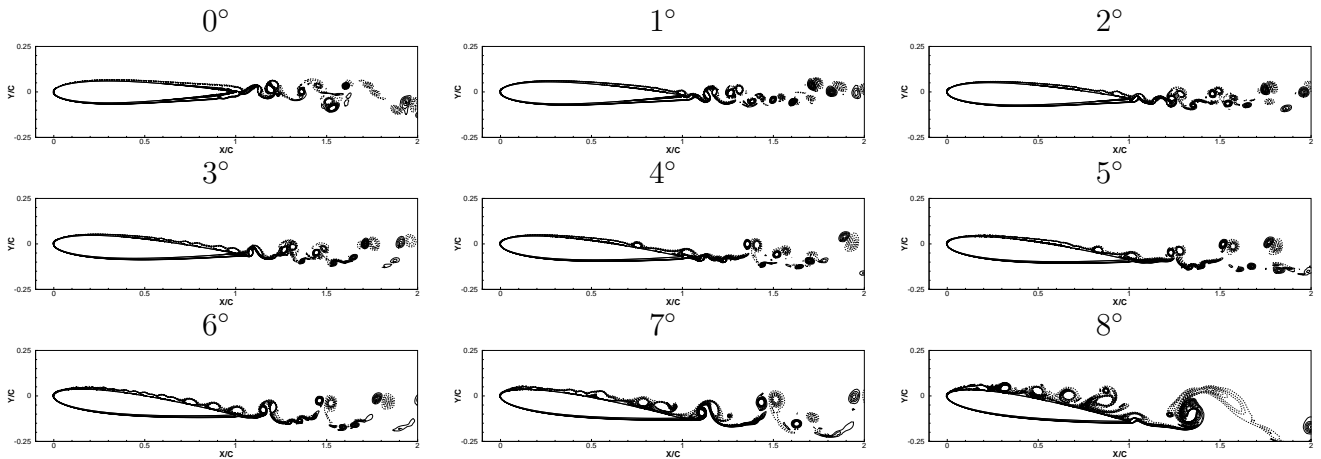


FIG. 5.14 – Isocontours instantanés de la vorticité  $\omega$  positive (—) et négative (---). Les isocontours sont tracés entre  $\pm 10^4 \text{s}^{-1}$  tout les  $\Delta\omega = 10^3 \text{s}^{-1}$ .

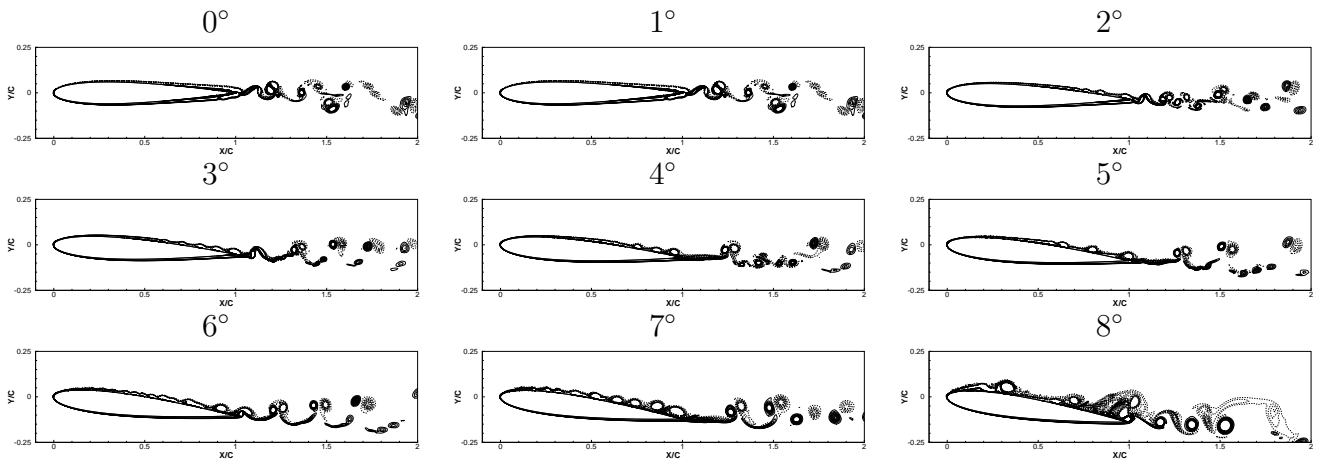


FIG. 5.15 – Isocontours instantanés de la vorticité  $\omega$  positive (—) et négative (---). Les isocontours sont tracés entre  $\pm 10^4 \text{s}^{-1}$  tout les  $\Delta\omega = 10^3 \text{s}^{-1}$ .

L'augmentation de  $\alpha$  s'accompagne d'un accroissement de la longueur d'onde du champ acoustique rayonné par le profil. Le champ de pression acoustique est représenté sur la figure 5.16. Il est de nature dipolaire pour  $0^\circ \leq \alpha \leq 8^\circ$ . Pour  $\alpha > 6^\circ$ , le domaine de calcul est trop petit pour inclure plusieurs longueurs d'onde acoustique. La visualisation du champ acoustique rayonné par le profil confirme que pour  $\alpha = 3^\circ$ , celui-ci ne semble contenir qu'une seule fréquence spatiale prépondérante. Pour  $\alpha \geq 7^\circ$ , le lâcher au niveau du bord d'attaque de structures de grandes dimensions va induire

une forte augmentation de la longueur d'onde du champ acoustique car le bruit rayonné est dû à leur impact sur le profil avant qu'elles n'atteignent le bord de fuite et à la diffraction de ces structures par le bord de fuite.

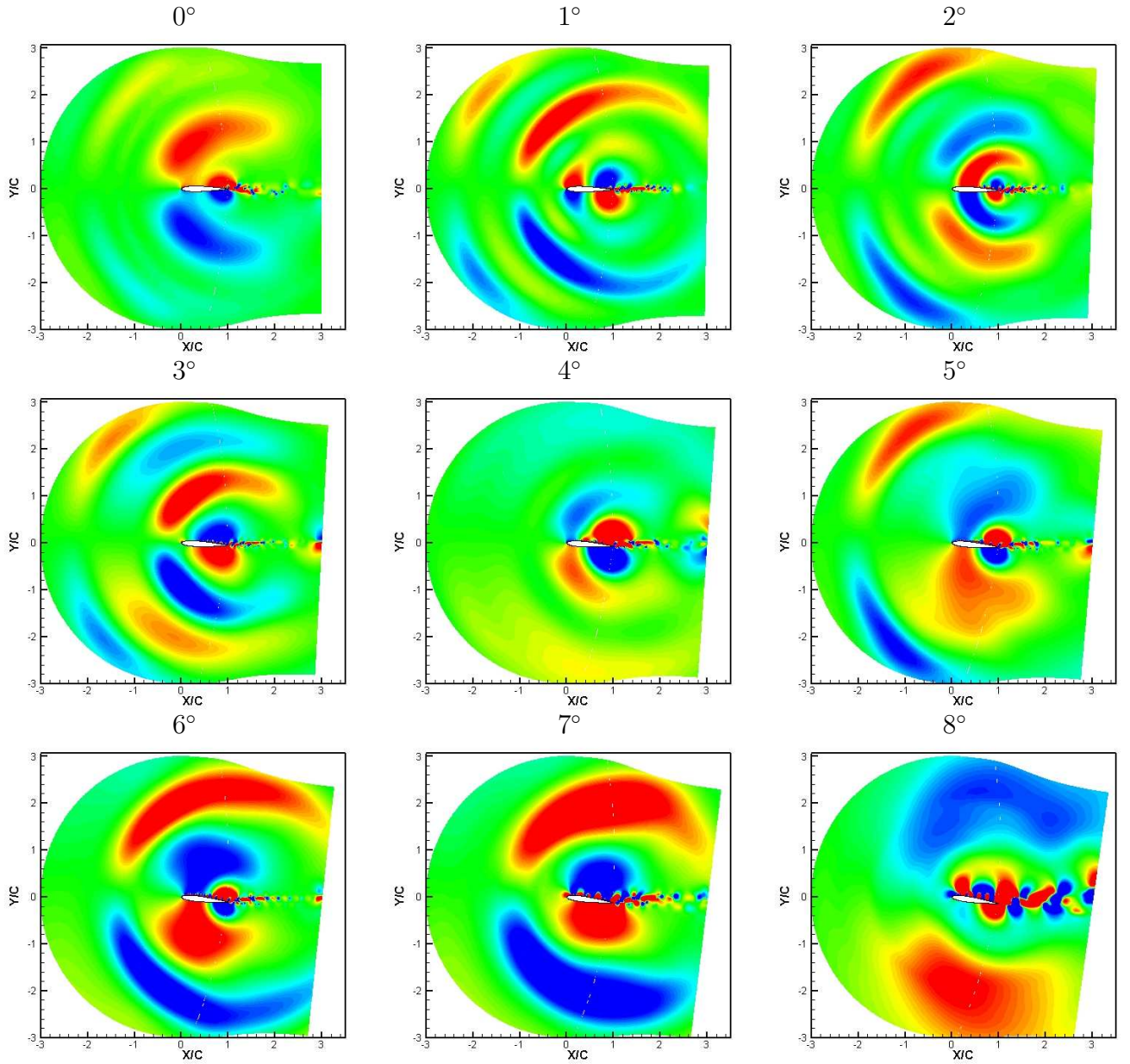


FIG. 5.16 – Fluctuations de pression  $p' = p - \bar{p}$  entre  $\pm 20\text{Pa}$  pour  $0^\circ$  et  $\pm 10\text{Pa}$  pour les autres angles.

La mise en incidence du profil induit un sillage dont la direction de convection n'est pas parallèle à l'axe  $x$  de la figure 5.5. En effet, quel que soit l'angle d'incidence  $\alpha$  du profil, nous utilisons toujours le même maillage et cette mise en incidence est effectuée en imposant que l'écoulement incident soit parallèle au vecteur  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  au temps initial. Ainsi, il se peut que des structures ne soient plus supportées par le maillage avant qu'elles n'atteignent la zone éponge, et cela malgré un réglage de la taille de cette zone éponge pour chacun des angles d'incidence. Par conséquent, les champs acoustiques sur la figure 5.16 présentent de petites réflexions parasites en sortie de domaine. Ces

réflexions parasites ne polluent pas le champ acoustique rayonné par le profil car leur amplitude est très faible devant celle du champ acoustique.

### 5.2.5 Champs moyens

Selon Lowson *et al.* [120], l'apparition de mode discrets dans le spectre est corrélée à la présence d'une bulle de recirculation à l'intrados. La zone de recirculation n'est présente que dans le cas  $\alpha = 2^\circ$  comme le montre la figure 5.17. Pour  $\alpha = 3^\circ$ , l'écoulement moyen ne comporte aucune zone avec un écoulement inverse.

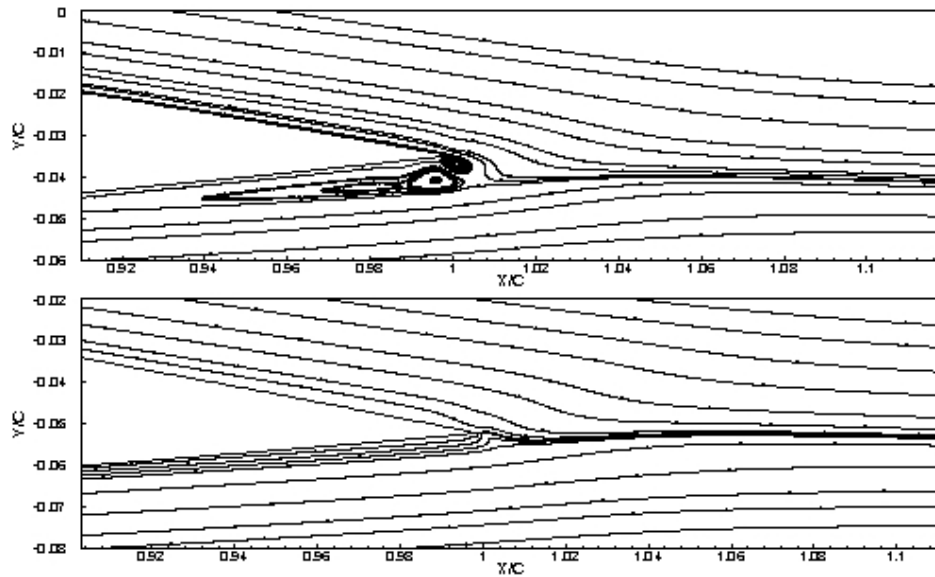


FIG. 5.17 – Visualisation de la zone de recirculation au niveau de l'intrados. En haut,  $\alpha = 2^\circ$  et en bas,  $\alpha = 3^\circ$ .

### 5.2.6 Conclusion

La courbe de Lowson *et al.* [120] délimitant les conditions d'écoulement pour lesquelles un mécanisme de génération de bruit tonal est attendu ne constitue par une frontière nette. Nous avons vu que pour un nombre de Reynolds donné, la variation de l'angle d'incidence du profil influait sur la génération de bruit tonal. Pour certains angles d'incidence, le bruit tonal est moins marqué mais est toujours présent. Il est vrai que dans certaines configurations ce mécanisme génère un contenu spectral très particulier. La résonance la plus nette apparaît dans la configuration  $\alpha = 3^\circ$  pour laquelle aucune bulle de recirculation n'est décelable à l'intrados près du bord de fuite. Ceci montre que la présence d'une bulle laminaire n'est pas non plus une condition nécessaire pour l'apparition du bruit tonal. La formation de paires de tourbillons dans le sillage du profil et la présence d'enroulements sur l'extrados pour les forts angles d'incidence révèlent les limites d'une approche en 2D. La réalisation de simulations en 3D doit considérablement modifier la présence de ces mécanismes de génération de bruit tonal. En effet, selon Desquesnes *et al.* [45] les fréquences secondaires seraient dues à l'existence d'un cycle périodique de phase /anti-phase entre les instabilités se développant sur chacune des faces du profil. Avec le passage en 3D, ces structures peuvent ne plus être aussi cohérentes et les fréquences secondaires pourraient totalement disparaître. La diffraction des structures turbulentes



par le bord de fuite donnera toujours au spectre une composante large bande, et la présence d'une allée tourbillonnaire dans le sillage pourra donner un mode discret. Les principales limitations d'un passage en 3D sont : un coût de calcul bien supérieur et la gestion de la transition des couches limites vers la turbulence.

### 5.3 Effets du confinement expérimental

L'un des aspects primordiaux des expériences en soufflerie est que la soufflerie ainsi que le montage expérimental ne doivent pas avoir d'influence sur l'écoulement se développant autour du profil. Le National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) s'est intéressé dès les années 1940 au profil de type NACA afin de caractériser les couches limites, les sillages et d'étudier les phénomènes de transition. Silverstein et Becker [159] ont étudié en 1939 l'effet de la portance, du nombre de Reynolds et de l'épaisseur du profil sur la transition des couches limites sur des profils NACA0009, NACA0012 et NACA0018. L'étude de la position de la transition est fondamentale dans l'estimation du coefficient de portance. En effet, le coefficient de frottement pariétal est bien plus important dans le cas d'une couche limite turbulente que dans le cas d'une couche limite laminaire. En 1940, Von Doenhoff [46] a mené une campagne expérimentale sur un profil NACA0012 sans incidence à des nombres de Reynolds basés sur la corde de  $2.657 \times 10^6$ ,  $3.780 \times 10^6$ ,  $5.350 \times 10^6$  et  $7.560 \times 10^6$  afin de comparer ses résultats avec ceux de Silverstein et Becker [159]. Il avait aussi pour but de montrer que les conditions expérimentales (taille de la veine expérimentale et taux de turbulence) peuvent sensiblement modifier les résultats obtenus. La comparaison de ces résultats avec des campagnes antérieures lui a aussi permis de caractériser les taux de turbulence relatifs des différents moyens expérimentaux mis en oeuvre. La même année, Becker [8] a mené une campagne d'essai similaire à celle de Von Doenhoff [46], afin d'estimer l'influence du dispositif expérimental mis en oeuvre. Deux profils, un NACA0012 et un NACA23013 ont été étudiés dans une soufflerie dont la veine fait 8 pieds pour des nombres de Reynolds compris entre  $1.6 \times 10^6$  et  $16.8 \times 10^6$ . On peut aussi citer les travaux non terminés de Jansen [94] qui a vérifié que les parois de la veine expérimentale ont dans sa configuration (profil NACA4412 à Reynolds  $1.64 \times 10^6$ , Mach 0.2 et  $\alpha = 12^\circ$ ) peu d'influence sur l'écoulement qui se développe autour du profil. Cependant, il remarque que dans les travaux expérimentaux de Coles et Wadcock [34], la portance maximale est obtenue pour  $\alpha = 13.7^\circ$ , alors que dans les travaux de Wadcock [187]  $\alpha$  vaut  $12^\circ$ . Les expériences de Coles et Wadcock [34] souffrent donc certainement d'un phénomène de déviation du jet de la soufflerie du Caltech. Encore plus près de nous, d'autres auteurs se sont aussi spécifiquement intéressés à l'influence de la soufflerie sur les résultats expérimentaux. Par exemple, Moreau *et al.* [137, 136] ont étudié l'influence de leur montage expérimental afin de réaliser des comparaisons avec des simulations RANS en champ libre. Ils ont clairement mis en évidence dans leurs travaux des différences sur les champs aérodynamique et acoustique, différences expliquées par la présence d'effets d'interférence dans le jet de la soufflerie. Le profil a été étudié à Reynolds  $1.2 \times 10^5$  dans une soufflerie anéchoïque à jet libre. On voit bien au travers de l'ensemble de ces travaux, que les moyens expérimentaux peuvent avoir une influence non négligeable sur l'estimation des performances d'un profil.

Nous nous proposons dans ce paragraphe d'étudier numériquement l'influence du confinement expérimental, créé par les parois des souffleries, sur les champs aérodynamique et acoustique. La principale question que l'on peut se poser est la suivante : les résultats expérimentaux obtenus dans des souffleries à veine fermée peuvent ils être utilisés pour valider des simulations numériques réalisées en champ libre ? Généralement en CFD, les conditions limites sont imposées très loin du profil, afin

que celles-ci n'aient aucune influence sur les résultats numériques. En DNC, le principal objectif est d'obtenir directement le champ acoustique généré par l'écoulement autour du profil et de le propager dans l'ensemble du domaine de calcul. La résolution spatiale du maillage doit être suffisante en champ lointain pour supporter le champ acoustique. Dans notre cas, grâce à l'utilisation de schémas aux différences finies optimisés dans l'espace des nombres d'onde, environ cinq points par longueur d'onde sont suffisants pour supporter un signal. Le fait de devoir conserver le champ acoustique en champ lointain, tout en conservant un nombre raisonnable de points dans l'ensemble du domaine de calcul, ne permet pas d'étendre le domaine de calcul au delà de plusieurs cordes de profil. Par conséquent, les conditions aux limites sont plus proches du profil en CAA qu'en CFD. Afin de pallier à cette relative proximité et d'éviter des réflexions numériques parasites en sortie de domaine, des conditions aux limites de non réflexion sont utilisées (cf. §1.5.2 et §1.5.3).

### 5.3.1 Caractéristiques du calcul

L'écoulement et le champ acoustique autour d'un profil NACA0018 à Reynolds  $1.6 \times 10^5$  avec un angle d'attaque  $\alpha$  de  $6^\circ$  sont étudiés numériquement par DNC en 3D. Cette configuration est similaire à celle étudiée expérimentalement par Nakano *et al.* [138, 139]. Le profil a une corde de 80 mm et la section de la veine est de  $190 \text{ mm} \times 190 \text{ mm}$ . La principale difficulté d'une telle simulation vient du fait qu'il est assez difficile de prédire avec exactitude la position des points de décollement et de recollement des couches limites qui se développent à l'intrados et à l'extrados du profil. Afin de limiter le nombre de points et de réduire le coût de calcul, la méthode multi échelles multi pas de temps décrite au paragraphe 3 est mise en oeuvre. Nous avons décidé d'utiliser une configuration à 5 blocs et de n'avoir qu'un seul doublement de maillage dans la direction normale au profil. La disposition de ces 5 blocs est représentée sur la figure 5.18. Seul un diagramme schématique en 2D est présenté ici. En effet le maillage 3D est obtenu à partir du maillage 2D par simple extrusion dans la direction transverse au profil. La figure 5.19 montre chacun des maillages pour le cas confiné ou non-confiné. Dans le cas confiné, des conditions limites de parois solides sont appliquées sur les surfaces haute et basse du maillage entre  $X/C = -2$  et 3.

	$\frac{\Delta_{min}}{C}$	$n_\xi \times n_\eta \times n_z$ sans doublement	$n_{points}$ avec doublement	$n_{points}$ avec doublement	Gain en points	$\Delta t(s)$
Cas confiné	0.002	$861 \times 171 \times 41$	$6.036 \times 10^6$	$2.588 \times 10^6$	2.33	$2.8 \times 10^{-8}$
Cas non-confiné	0.002	$681 \times 201 \times 41$	$5.612 \times 10^6$	$2.702 \times 10^6$	2.48	$3.4 \times 10^{-8}$

TAB. 5.4 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Paramètres du maillage global.

Le doublement de maillage est imposé à  $0.15 C$  du profil. L'ensemble des paramètres de chaque bloc constituant le maillage global est donné dans le tableau 5.5, tandis que les paramètres du maillage global sont donnés dans le tableau 5.4.  $n_\xi$ ,  $n_\eta$  et  $n_z$  sont les nombres de points dans les directions circonférentielle, radiale et transverse respectivement. Le pas de temps de la simulation est basé sur la plus petite maille du maillage, qui se situe au niveau du bord de fuite. L'utilisation de la méthode multi échelles multi pas de temps permet de réduire le nombre de points d'un facteur 2.33, dans le cas confiné, et 2.48 dans le cas non-confiné. Le gain total en temps de calcul atteint 3 grâce au doublement du pas de temps lorsqu'il y a un doublement de la taille de maille entre deux blocs

adjacents.  $2 \times 10^6$  itérations ont été effectuées pour chaque simulation (confinée et non-confinée). Les  $10^6$  premières itérations ont permis d'établir les couches limites turbulentes sur le profil, tandis que les  $10^6$  itérations suivantes ont permis de calculer les grandeurs statistiques. Chaque simulation a environ coûté 200 heures de calcul sur un supercalculateur NEC SX-8.

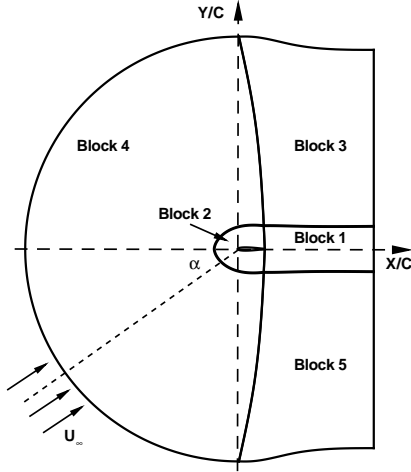


FIG. 5.18 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Diagramme schématique 2D du domaine de calcul. Le doublement de maillage est en réalité bien plus proche du profil, le diagramme n'étant pas à l'échelle.

	Cas confiné	Cas non-confiné
	$n_\xi \times n_\eta \times n_z$	$n_\xi \times n_\eta \times n_z$
Bloc 1	$200 \times 81 \times 41$	$190 \times 81 \times 41$
Bloc 2	$461 \times 41 \times 41$	$381 \times 41 \times 41$
Bloc 3	$100 \times 65 \times 41$	$95 \times 95 \times 41$
Bloc 4	$231 \times 65 \times 41$	$161 \times 95 \times 41$
Bloc 5	$100 \times 65 \times 41$	$95 \times 95 \times 41$

TAB. 5.5 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Taille des maillages des différents blocs constituant le maillage global.

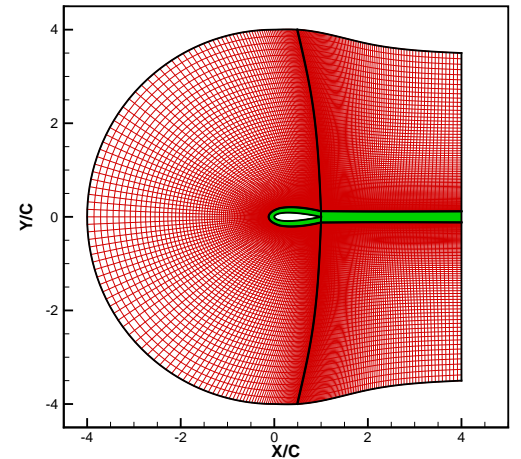
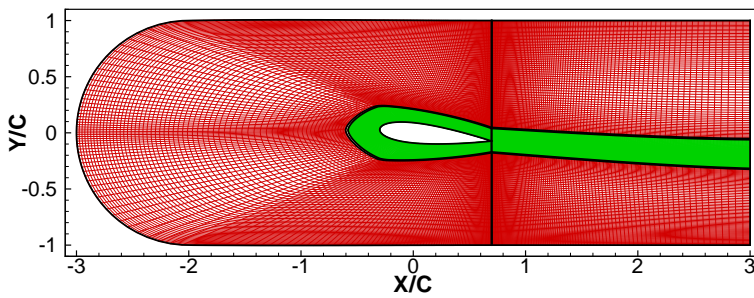


FIG. 5.19 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Coupe  $xy$  du maillage 3D dans le cas confiné (à gauche), et non-confiné (à droite). La ligne noire de séparation à  $0.15C$  du profil représente la position du doublement de maillage.

### 5.3.2 Résultats aérodynamiques

L'analyse du coefficient de pression, défini par  $c_p = (\bar{p} - p_\infty) / (0.5\rho_\infty U_\infty^2)$ , permet d'obtenir une vue globale de l'écoulement autour du profil. Le coefficient de pression est moyenné dans la direction transverse et tracé sur la figure 5.20(a). La différence majeure entre les deux coefficients de pression se situe au niveau du bord d'attaque. Un écart de 0.1 est clairement visible. De plus la position des points de décollement et recollement diffère selon le cas. Les coefficients de portance et de traînée sont eux aussi fortement modifiés. L'évolution temporelle des coefficients de portance est tracée dans les deux cas sur la figure 5.20(b).

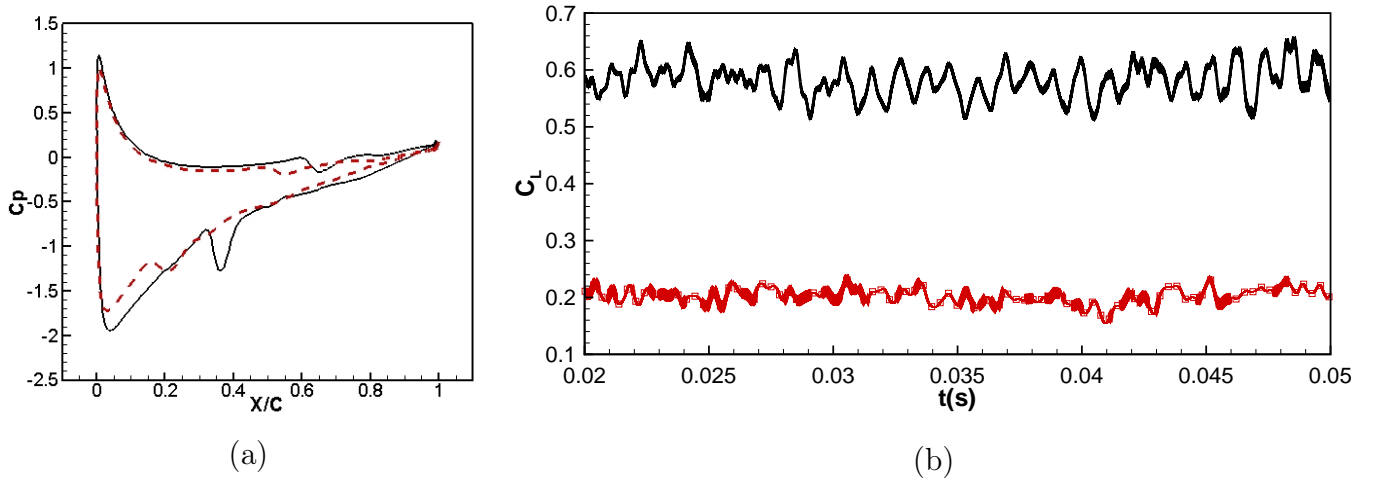


FIG. 5.20 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . (a) : coefficients de pression sur le profil : avec parois (—) et sans parois (---). (b) : évolution temporelle du coefficient de portance : avec parois (—) et sans parois (---).

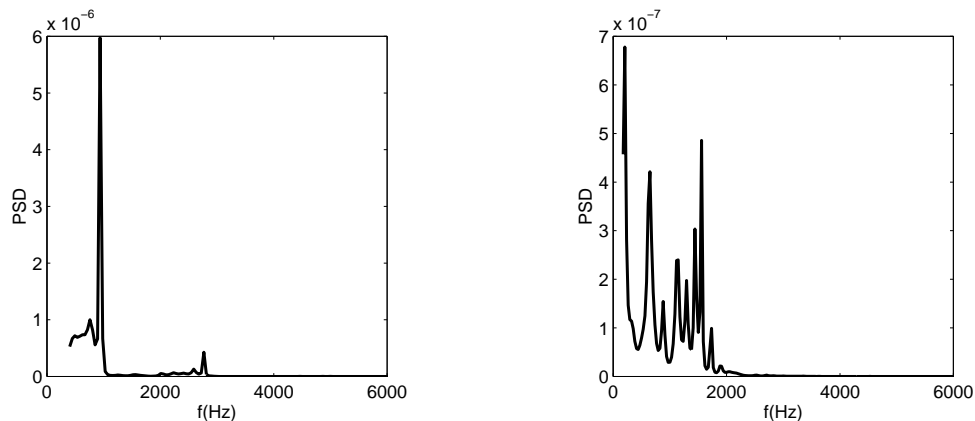


FIG. 5.21 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . PSD des coefficients de portance : cas confiné (à gauche) et non-confiné (à droite).

Dans le cas confiné, la valeur moyenne du coefficient de portance est augmentée d'un facteur 3. Si l'on s'intéresse maintenant au contenu fréquentiel de ces signaux, on note aussi des différences majeures. La fréquence principale des coefficients de portance est estimée en faisant une PSD de ces signaux.

Dans le cas confiné, la fréquence principale vaut 937Hz. Cette fréquence est clairement marquée sur la figure 5.21. On remarquera que cette fréquence est très proche du premier mode de veine associé à la configuration étudiée. Sa valeur est  $c_\infty / (2 \times 190 \times 10^{-3}) \approx 911\text{Hz}$ . Dans le cas non-confiné, l'analyse de la densité spectrale révèle deux pics principaux à 647Hz et 1558Hz. On notera aussi un contenu fréquentiel légèrement plus large bande. Quand les parois haute et basse de la soufflerie sont présentes, un phénomène de résonance modifie sensiblement l'écoulement autour du profil, comme on peut le voir sur la figure 5.22 par l'intermédiaire de la visualisation du critère  $Q$ .

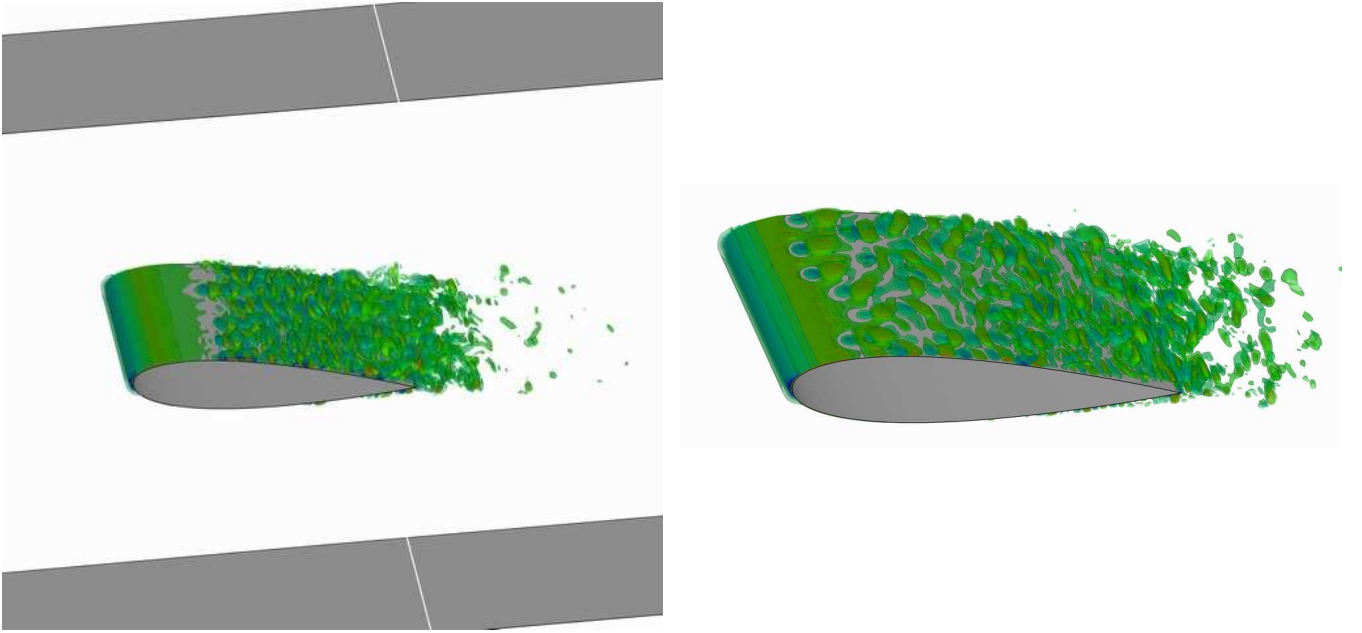


FIG. 5.22 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Visualisation des structures cohérentes à l'aide du critère  $Q$ . Échelle de couleurs entre  $\pm 10^8 \text{ s}^{-2}$ . Cas confiné (à gauche) et non-confiné (à droite).

Le critère  $Q$  permet d'extraire les structures cohérentes au sein d'un écoulement turbulent. Il permet aussi de mettre en évidence le caractère 3D de tels écoulements. L'écoulement devient plus rapidement turbulent dans le cas non-confiné que dans le cas confiné, suggérant que l'effet de blocage induit un gradient de pression défavorable qui retarde la transition de la couche limite sur le profil. La visualisation du champ de vorticité est aussi un autre moyen d'analyser l'écoulement autour du profil NACA0018. Si l'on s'intéresse tout d'abord à l'extrados, on remarque que l'écoulement est plus turbulent dans le cas confiné comme le montre la figure 5.23. De plus la couche limite est plus détachée et éjecte des structures cohérentes quand les parois sont retirées. L'écoulement présente aussi un caractère plus asymétrique dans le cas non-confiné. Au niveau de l'intrados, la couche limite est plus attachée dans le cas non-confiné, ce qui confirme le fait que les parois sont équivalentes à un angle d'attaque supérieur.

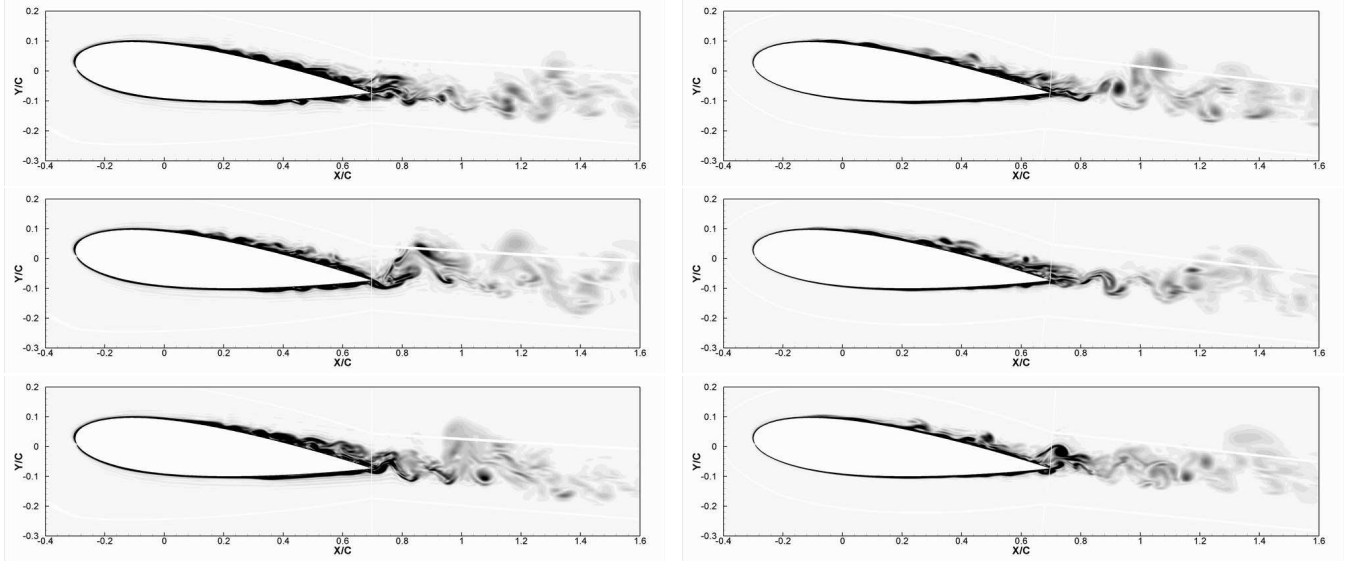


FIG. 5.23 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Norme de la vorticité  $\|\omega\|$  entre 0 et  $2 \times 10^4 \text{s}^{-1}$  à différents instants. Cas confiné (à gauche) et non-confiné (à droite).

La norme de la vorticité est moyennée dans la direction transverse sur la figure 5.24 afin d'étudier la cohérence spatiale des enroulements tourbillonnaires. L'analyse visuelle de ces figures ne permet pas de dire si le sillage du profil est dominé par une allée tourbillonnaire.

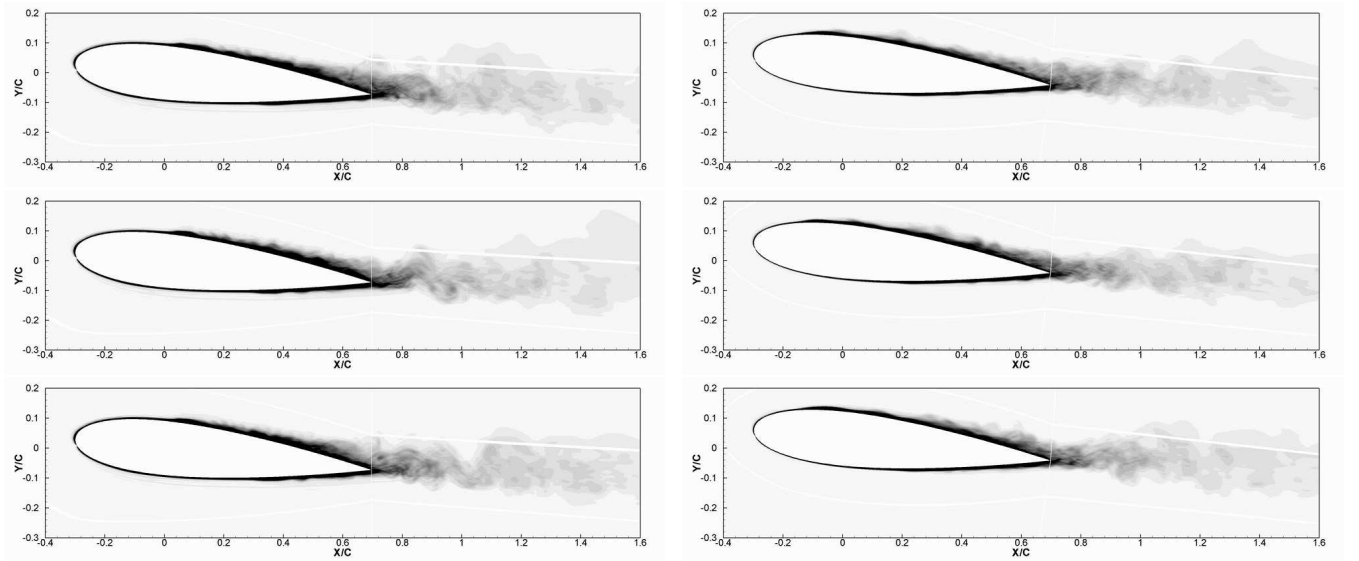


FIG. 5.24 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Norme de la vorticité  $\|\omega\|$  moyennée dans la direction transverse entre 0 et  $2 \times 10^4 \text{s}^{-1}$  à différents instants. Cas confiné (à gauche) et non-confiné (à droite).

L'examen de capteurs de vitesse positionnés dans le proche sillage du profil peut nous en apprendre plus (voir figure 5.25 et 5.26).

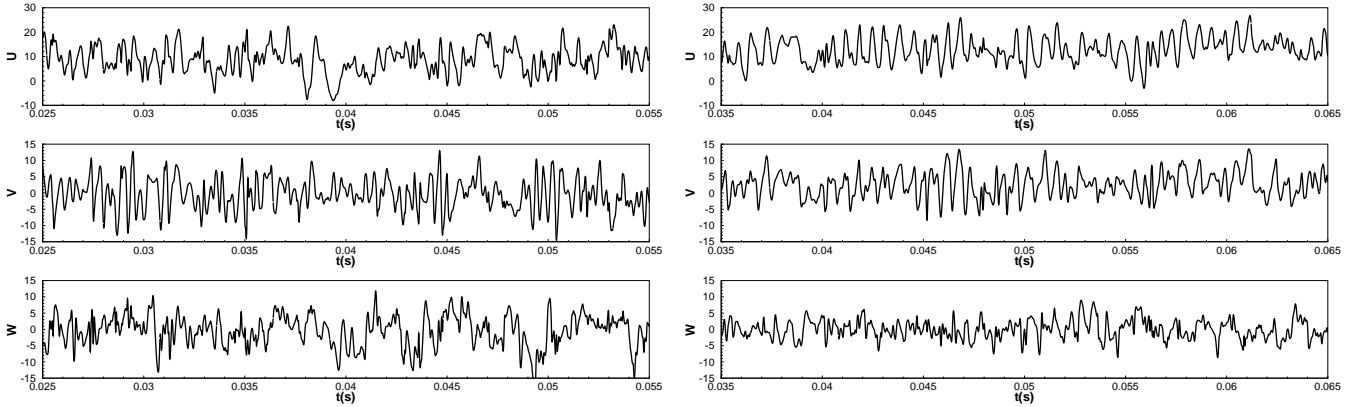


FIG. 5.25 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Capteurs de vitesses dans le proche sillage en  $X/C = 1.02$  et  $Y/C = 0$ . Cas confiné (à gauche) et non-confiné (à droite).

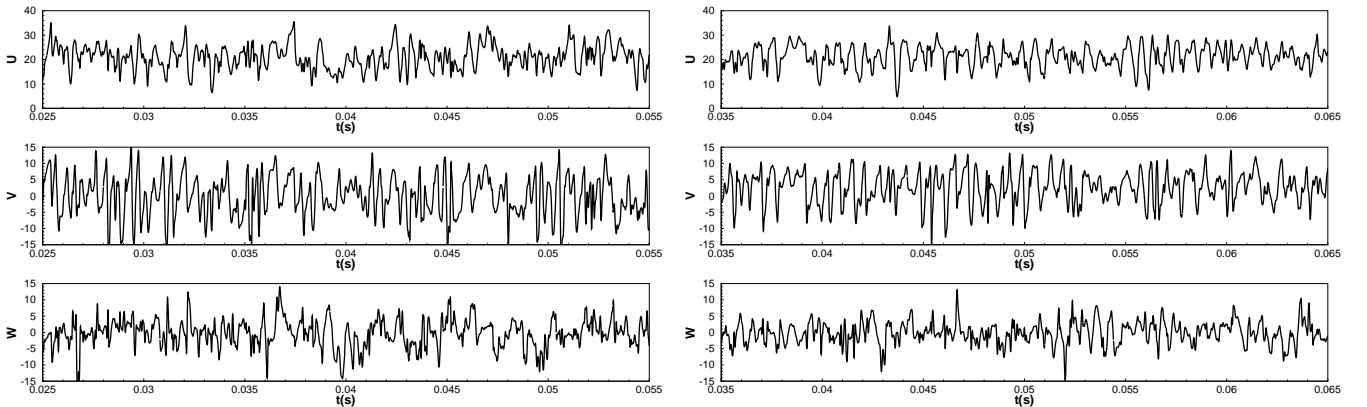


FIG. 5.26 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Capteurs de vitesses dans le proche sillage en  $X/C = 1.08$  et  $Y/C = 0$ . Cas confiné (à gauche) et non-confiné (à droite).

Les PSD de la vitesse normale  $v$  sont données sur les figures 5.27. Dans le cas confiné, le spectre met en évidence une fréquence principale à 2500Hz, tandis que dans le cas non-confiné le pic est situé à 1588Hz. De plus, comme pour le coefficient de portance, le contenu spectral est plus large bande. Au contraire, la finesse du pic observé dans le cas confiné pourrait suggérer la présence d'une allée tourbillonnaire beaucoup plus cohérente. Mais il n'en n'est rien comme nous l'avons vu précédemment. Dans le cas non-confiné la fréquence principale est exactement la même que celle du coefficient de portance. Donc on peut affirmer que l'écoulement, dans le cas non-confiné, est dominé par une allée tourbillonnaire qui se développe dans le sillage du profil.

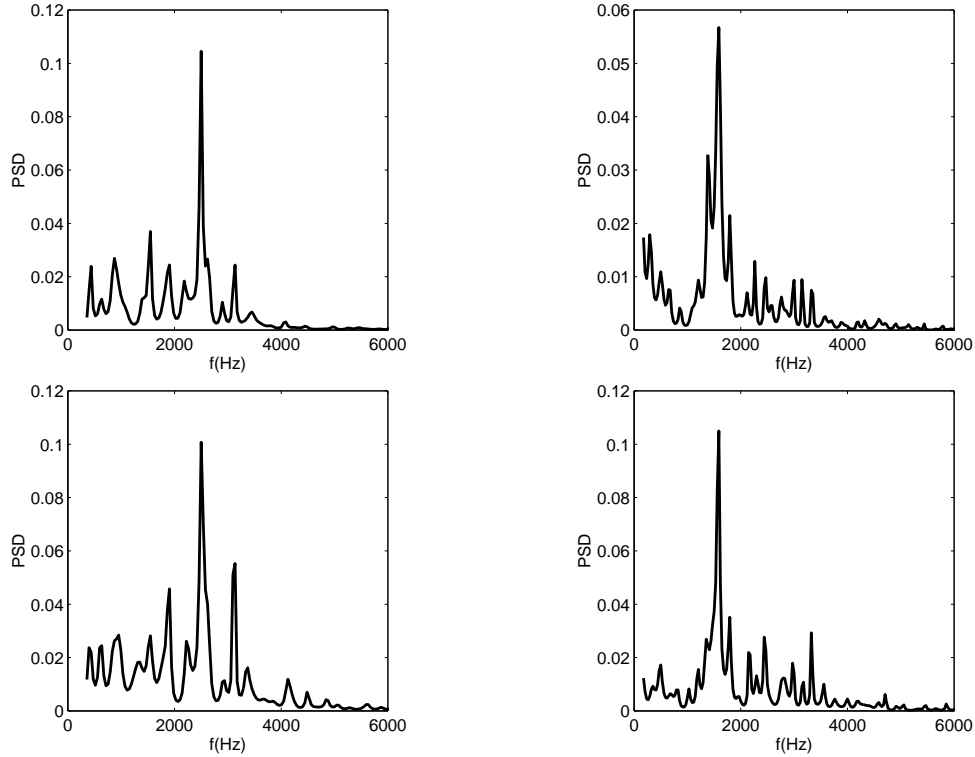


FIG. 5.27 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . PSD du capteur de vitesse normale  $v$  en  $X/C = 1.02$  (en haut) et  $X/C = 1.08$  (en bas). Cas confiné (à gauche) et non-confiné (à droite).

### 5.3.3 Résultats acoustiques

Sur la figure 5.29, le champ acoustique 3D dans le cas non-confiné, est représenté dans l'ensemble du domaine de calcul. Les effets tridimensionnels sont clairement visibles sur le champ acoustique, où l'on remarque une modulation spatiale dans la direction transverse.

L'analyse de coupes  $xy$  du champ acoustique dans le plan médian (5.29) révèle que le champ acoustique est différent en fonction de l'instant où on le regarde. La longueur d'onde principale varie au cours du temps et on remarque que le domaine de calcul n'est pas assez étendu pour contenir plusieurs longueurs d'onde du champ acoustique. Le domaine de calcul n'a pas été plus étendu pour une simple raison de coût de calcul. Dans le cas confiné, le champ acoustique est typique d'une résonance comme on peut le voir sur la figure 5.29. Le bruit généré par l'écoulement autour du profil excite le premier mode de veine et rentre en résonance avec celui-ci. En l'absence des parois haute et basse de la veine expérimentale, la diffraction des structures turbulentes par le bord de fuite génère un bruit large bande et le champ acoustique est de nature dipolaire.



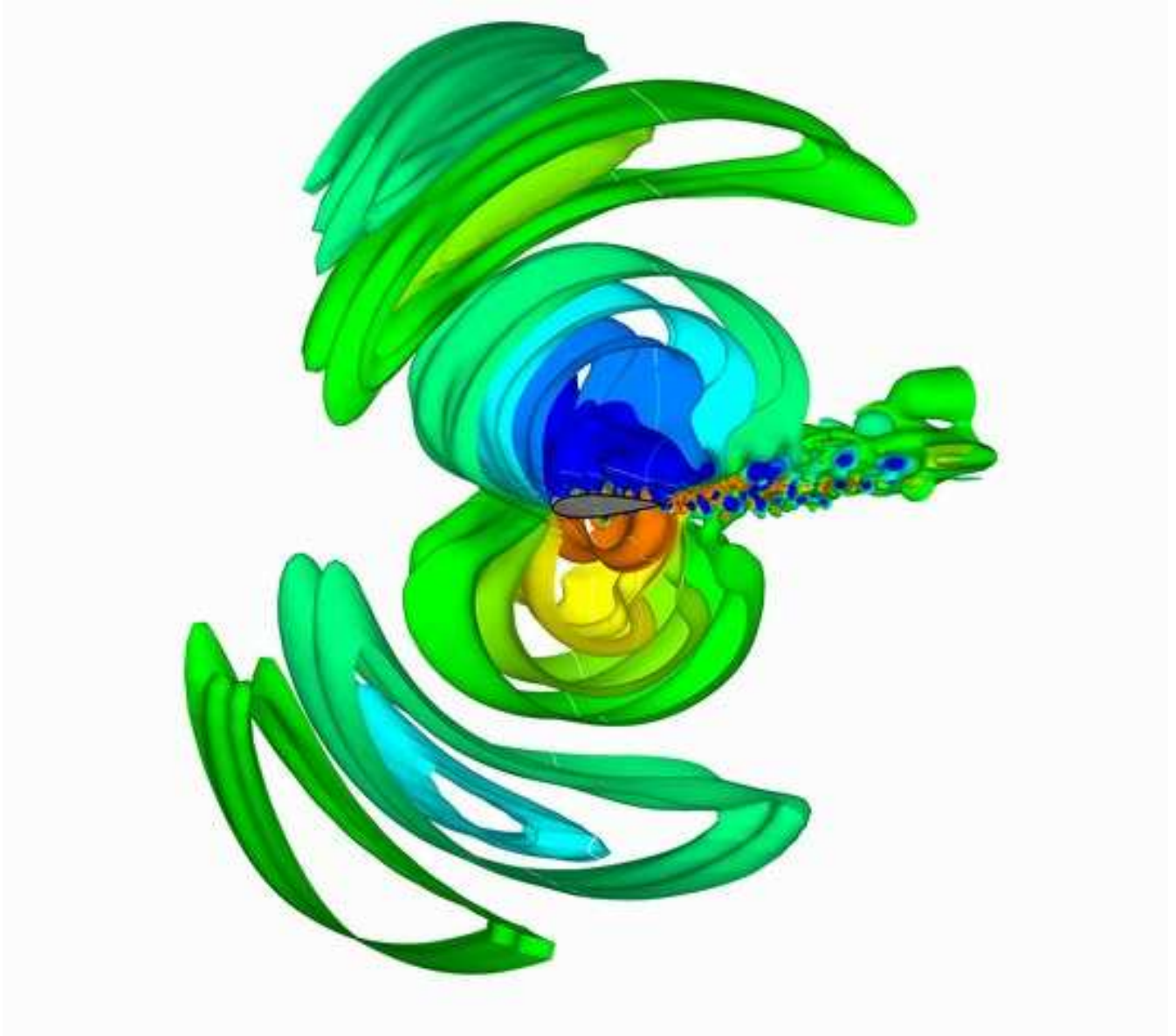


FIG. 5.28 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Vue 3D instantanée du champ acoustique dans le cas non-confiné,  $\pm 3$  Pa.

Tous ces résultats sont confirmés par l'étude de capteurs de pression fluctuante en champ lointain. L'évolution temporelle de plusieurs capteurs acoustiques est représentée sur la figure 5.30. Les capteurs sont placés en  $\Theta = (90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ)$  et  $R = 1C$  (cas confiné) ou  $R = 3.75C$  (cas non-confiné). L'origine du repère des capteurs est  $(X/C, Y/C) = (1, 0)$  et les angles  $\Theta$  sont mesurés dans le sens trigonométrique à partir de l'axe horizontal  $x$ . Les niveaux de bruit sont plus faibles en  $\Theta = 180^\circ$  qu'en  $\Theta = 90^\circ$  car le capteur est placé dans la zone de silence du profil.

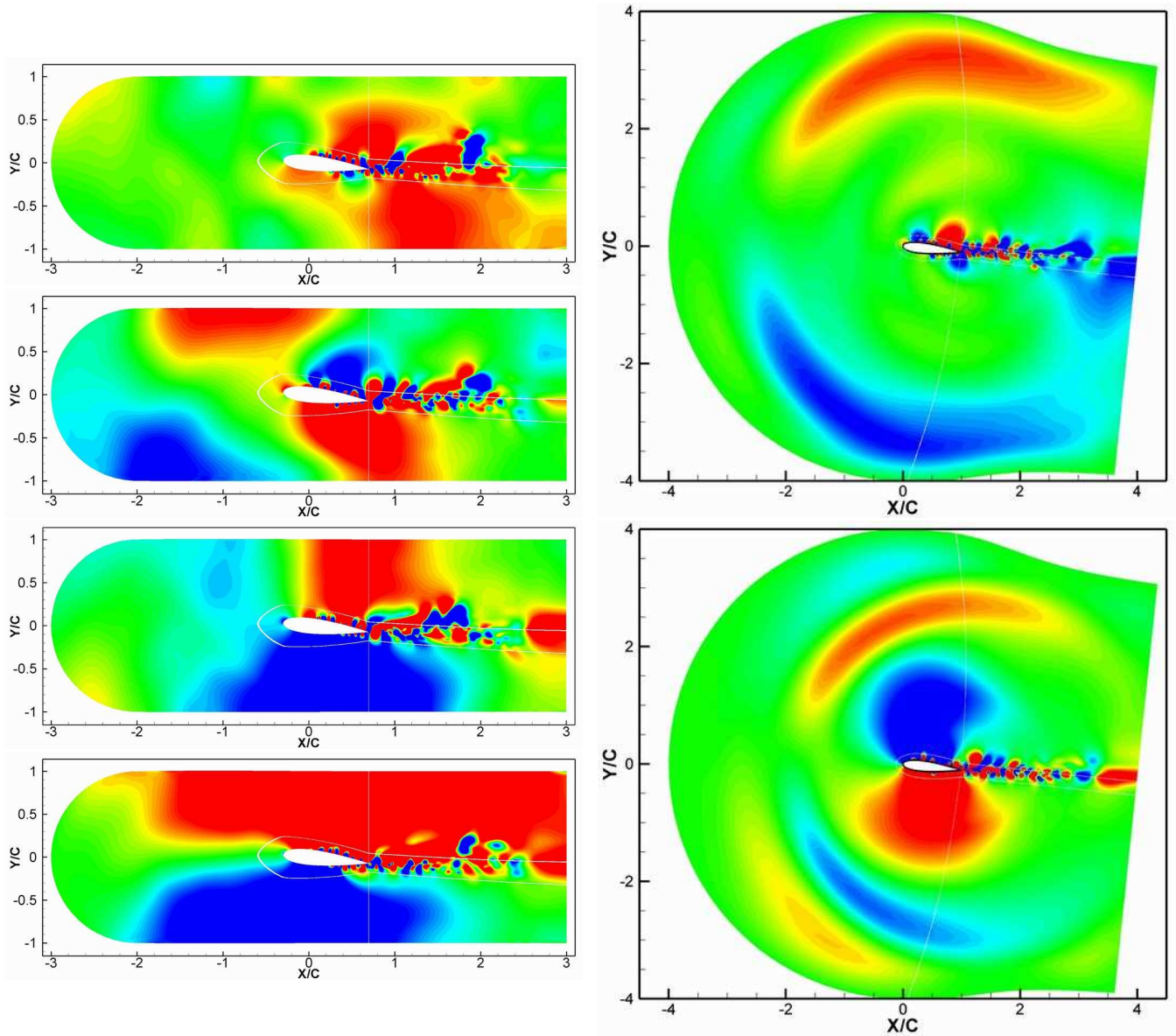


FIG. 5.29 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Vues 2D du champ acoustique dans le plan médian. A gauche : cas confiné ( $\pm 10$  Pa). A droite : cas non-confiné ( $\pm 5$  Pa).

Les PSD des figures 5.31 mettent en évidence dans le cas non-confiné une fréquence principale à 1545Hz, valeur très proche de celle de l'allée tourbillonnaire (1588Hz). On peut donc en conclure que le champ acoustique est directement relié à l'allée tourbillonnaire qui se développe dans le sillage du profil. Dans le cas confiné, la fréquence principale (952Hz) est très proche du premier mode de veine et les niveaux de pression acoustique sont supérieurs à ceux du cas non-confiné. En effet, les niveaux de pression sont augmentés par le phénomène de résonance entre le champ acoustique et le premier mode de veine.

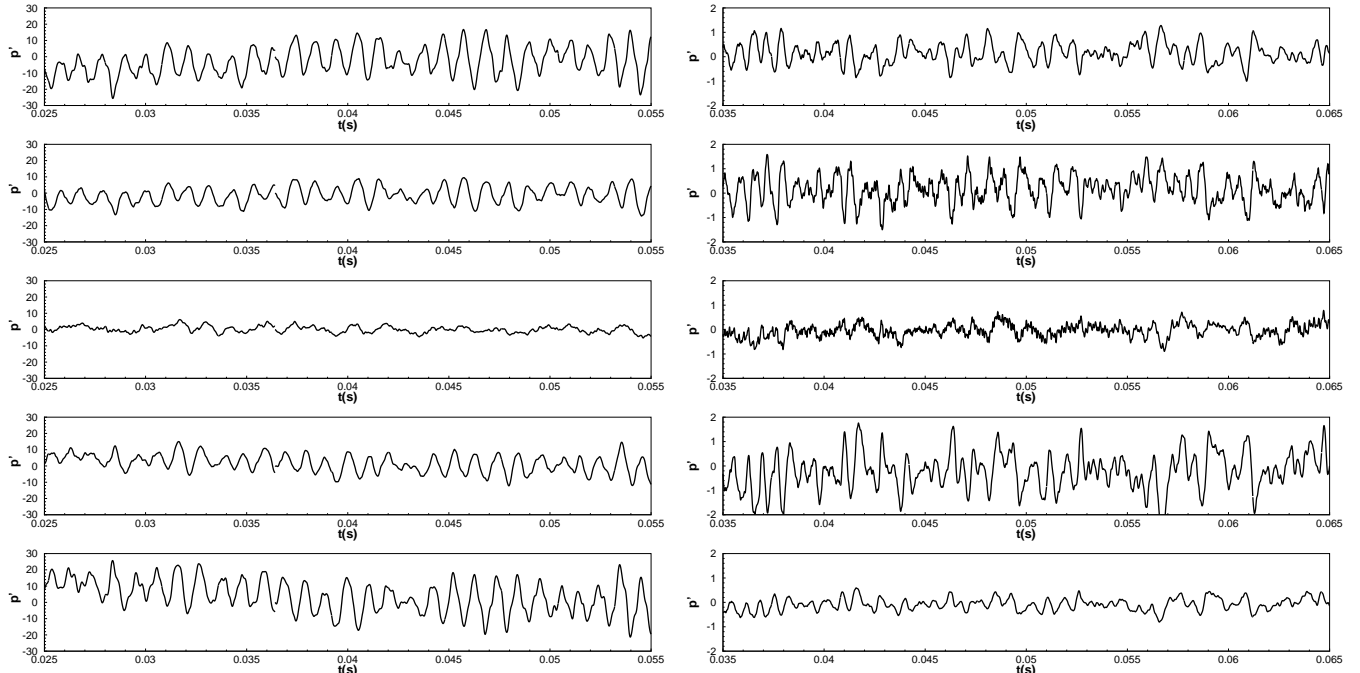


FIG. 5.30 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . Evolution temporelle de la pression fluctuante  $p' = p - \bar{p}$  pour différentes positions  $\Theta$ . De haut en bas :  $\Theta = 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ$  et  $270^\circ$ .  $R = 1 C$  pour le cas confiné (à gauche) et  $R = 3.75 C$  pour le cas non-confiné (à droite).

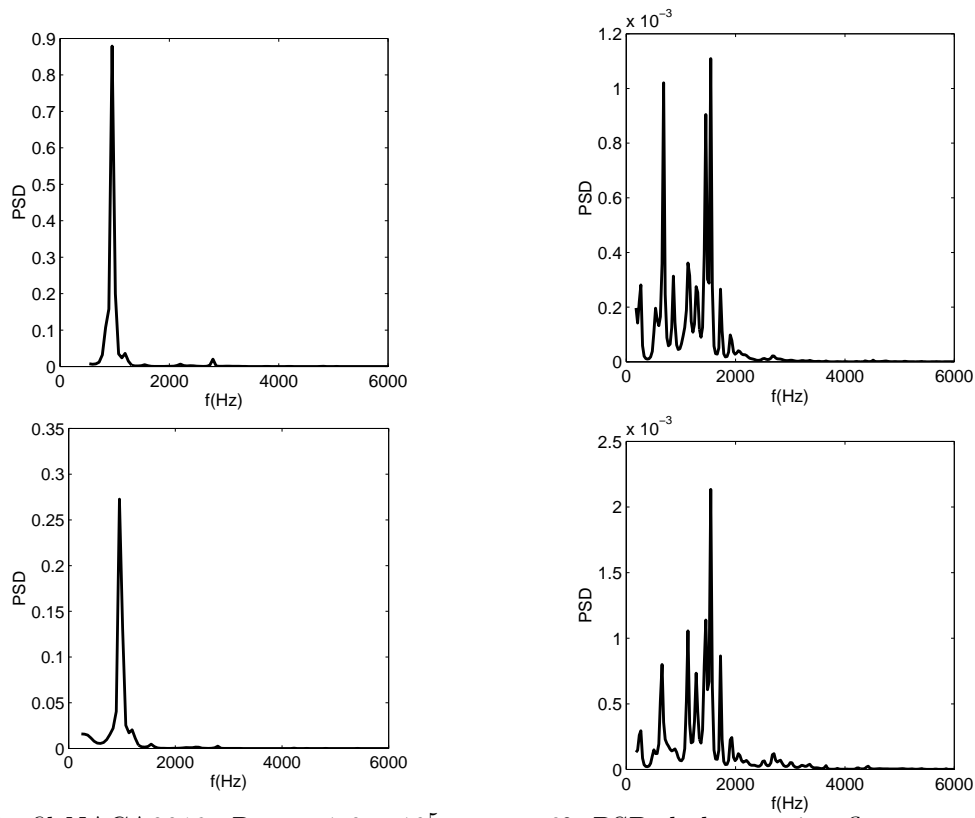


FIG. 5.31 – Profil NACA0018,  $Re_C = 1.6 \times 10^5$  et  $\alpha = 6^\circ$ . PSD de la pression fluctuante en  $\Theta = 90^\circ$  (en haut) et  $135^\circ$  (en bas). Cas confiné (à gauche) et non-confiné (à droite).

### 5.3.4 Conclusion sur le confinement expérimental

Au cours de ce paragraphe, nous avons clairement démontré les effets du confinement expérimental en menant deux simulations numériques, l'une en champ libre et l'autre avec présence de parois haute et basse. Comme nous l'avons déjà fait remarquer dans l'introduction de ce paragraphe, la configuration étudiée dans le cas confiné est quasiment similaire à celle étudiée expérimentalement par Nakano *et al.* [138, 139] en 2005 et 2006. Expérimentalement, les parois haute et basse de la veine sont recouvertes d'une couche de 25 mm d'épaisseur de matériau absorbant afin de supprimer le phénomène de résonance acoustique. Les parois latérales sont quant à elles transparentes pour faciliter la visualisation de l'écoulement. Malgré la présence de ce matériau absorbant, Nakano *et al.* ont détecté lors de leurs mesures un pic dans leur spectre de pression causé par la résonance entre le profil et les parois de la veine. Numériquement, nous aurions donc dû modéliser ce matériau absorbant par une condition limite d'impédance au niveau des parois. L'implémentation d'une telle condition limite ne fait pas partie de notre champ de recherche. Afin de répondre à la question posée en introduction, on peut dire que les résultats expérimentaux issus de souffleries à veine fermée doivent être utilisés avec précaution pour valider des simulations numériques en champ libre. Dans le cas présent, nous pensons que les dimensions de la veine (190 mm × 190 mm) sont trop petites devant la corde du profil (80 mm).

## 5.4 Conclusion

Dans le premier paragraphe de ce chapitre, nous avons reproduit avec succès la génération de bruit tonal et étudié l'influence de l'angle d'incidence du profil sur celui-ci. Par rapport aux résultats de Desquesnes *et al.* [45], le phénomène de bruit tonal est plus marqué dans le cas  $3^\circ$  que  $2^\circ$ . Plus l'angle d'incidence du profil augmente et plus la composante large bande du champ acoustique devient prépondérante. Notre étude paramétrique en incidence révèle que pour certains angles, le bruit tonal est moins marqué mais est toujours présent. Cette conclusion apporte de nouveaux éléments dans l'interprétation de la courbe de Lowson *et al.* [120]. Pour un nombre de Reynolds donné, lorsque l'on augmente l'angle d'attaque du profil, on a une transition continue du bruit tonal jusqu'au bruit large bande. La formation de paires de tourbillons dans le sillage du profil pour les forts angles d'incidence révèle les limites d'une approche en 2D. Nous avons fait la même remarque dans le cas des simulations à bas nombre de Reynolds (cf. chapitre 4). La simulation numérique du bruit de profil à Reynolds modéré nécessite donc la résolution des équations de Navier-Stokes 3D afin de prendre en compte les effets tridimensionnels. La résolution des équations 3D engendre un surcoût important par rapport à la résolution des équations 2D. Chaque calcul sur le NACA0018 a coûté environ 200 heures sur un supercalculateur NEC SX-8, ce qui correspond à peu près à 6 000 heures de calcul, c'est à dire 250 jours, sur un monoprocesseur Pentium IV à 3.6GHz avec 2Go de mémoire vive. Les DNC restent donc chères sur des machines standards mais sont accessibles sur des supercalculateurs. Dans le cas du profil NACA0018 non confiné, le champ acoustique rayonné est de nature dipolaire et le spectre de pression est dominé par une seule fréquence principale que l'on peut directement associer à l'allée tourbillonnaire se développant derrière le profil. L'effet du confinement induit un couplage avec le premier mode vertical de la veine qui altère significativement les champs aérodynamique et acoustique.



## Chapitre 6

# Bruit de bord de fuite d'un profil à grand nombre de Reynolds

Le calcul direct du bruit généré par l'écoulement autour d'un profil d'aile à grand nombre de Reynolds est un cas de simulation numérique ambitieux. Dans le cas présent, la composante large bande du bruit est due à la diffraction des structures turbulentes par le bord de fuite du profil. Le maillage doit donc être capable de supporter ces structures sur l'ensemble du profil. En effet, des couches limites turbulentes se développent sur chacune des faces du profil. La LES (Large Eddy Simulation) semble être un bon candidat pour capter ces fines structures turbulentes, tout en conservant une résolution spatiale correcte. Sagaut rappelle les tailles de mailles, en variables de parois, communément utilisées dans le cadre de DNS et LES de couches limites (tableau p. 107 de la référence [188]). Les résolutions spatiales requises dans le cas d'une LES bien résolue dans les zones de proches parois sont en variables de parois de l'ordre de 50 à 100 dans le sens de l'écoulement, 10 à 20 dans la direction transverse à l'écoulement et 1 à 5 dans la direction normale à l'écoulement. Même en utilisant ces résolutions spatiales, la LES est encore très chère pour la simulation numérique d'écoulement industriels en présence de parois solides. Ce coût de calcul excessif est l'un des enseignements du projet LESFOIL [42], qui avait pour but de déterminer la faisabilité de la LES dans le cas de simulation autour d'un profil d'aile juste avant le décrochage. L'une des autres limitations de la DNC vient de la grande disparité d'échelles entre les fines échelles de la turbulence et les longueurs d'onde du champ acoustique. Dans la plupart des configurations réelles, la longueur d'onde principale du champ acoustique généré par l'écoulement autour du profil peut atteindre plusieurs cordes. Cette grande disparité d'échelles impose de nombreuses contraintes sur le maillage de calcul, celui-ci devant être capable de capter à la fois les structures turbulentes et le champ acoustique. Le maillage doit aussi s'étendre sur plusieurs cordes afin d'inclure plus d'une longueur d'onde du champ acoustique. De plus, la DNC d'un écoulement autour d'un profil 3D requiert des ressources de calculs qui s'approchent des limites actuelles des supercalculateurs. En dépit de toutes ses limitations inhérentes à la DNC, un nombre croissant d'auteurs tentent de simuler le bruit de profil, que ce soit en 2D comme nous l'avons vu dans le chapitre 4 ou en 3D.

Brooks *et al.* [25] ont identifié et modélisé six mécanismes de génération sonore dus à la présence de couches limites sur un profil : passage d'une couche limite turbulente au voisinage du bord de fuite, présence d'une couche limite décollée et présence d'un profil en décrochage, allée tourbillonnaire due aux instabilités d'une couche limite laminaire, allée tourbillonnaire due à un bord de fuite tronqué, et pour finir l'existence d'écoulements tourbillonnaires turbulents en bout d'aile (tip vortex). Ces

différents mécanismes sont représentés sur la figure 6.1.

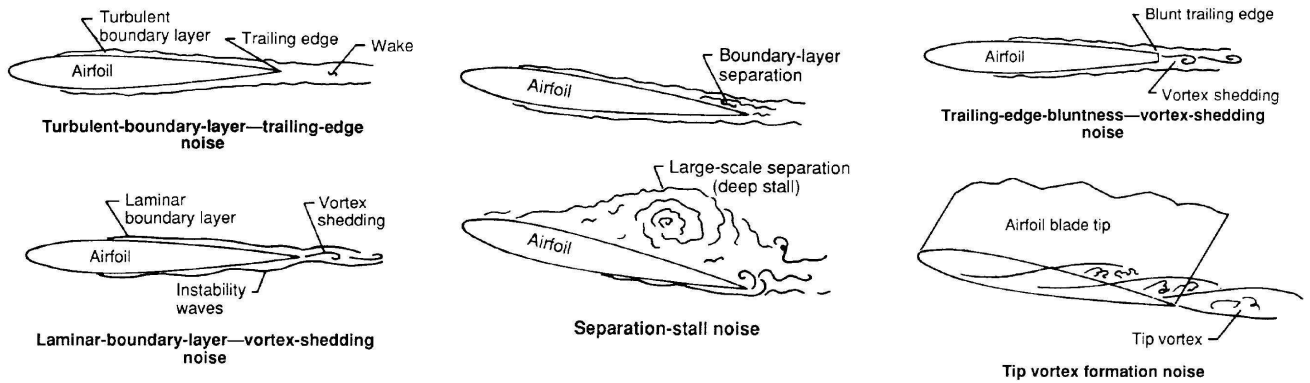


FIG. 6.1 – Mécanismes de génération du bruit rayonné par un profil. Figures reproduites d'après Brooks *et al.* [25].

Lors de leur étude, Brooks *et al.* [25] ont mesuré des profils de couches limites au niveau du bord de fuite d'un profil NACA0012 pour différentes valeurs de sa corde. Ils ont aussi mesuré le bruit en champ lointain et proposé une méthode semi-empirique permettant d'estimer le bruit en champ lointain à partir des grandeurs caractéristiques de la couche limite au niveau du bord de fuite. L'un des tous premiers programmes expérimentaux, dédié à la mesure du bruit généré par le bord de fuite d'un profil à grand nombre de Reynolds, a été réalisé par Brooks et Hodgson [24] en 1981. La mesure du bruit de profil est d'une difficulté supérieure à la mesure des champs aérodynamiques pour deux raisons. La première est que les niveaux de pression qui doivent être mesurés sont très faibles (de l'ordre de quelques Pascals). La seconde est que l'installation expérimentale doit être «silencieuse». Dans le cas des travaux de Brooks et Hodgson [24], les mesures ont été réalisées au sein de la soufflerie anéchoïque du NASA Langley Research Center. Le profil étudié est un profil NACA0012 tronqué aux coins émoussés, de corde 609.6 mm et d'envergure 460 mm. Au cours de ces expériences, de nombreuses configurations ont été testées. L'angle d'attaque valait  $0^\circ$ ,  $5^\circ$  ou  $10^\circ$ . Plusieurs valeurs de la hauteur de troncature du profil ont aussi été testées. Pour finir, la vitesse de l'écoulement amont variait entre  $30.9 \text{ m.s}^{-1}$  et  $73.4 \text{ m.s}^{-1}$ . L'une de ces configurations a servi de référence afin de comparer les résultats numériques et les expériences [181]. Le profil NACA0012 choisi a une corde de 609.6 mm, une troncature de 2.5 mm. Le nombre de Mach a été fixé à 0.205, ce qui correspond à un nombre de Reynolds basé sur la corde du profil de  $2.86 \times 10^6$ . Ce cas est très proche de celui retenu pour la présente confrontation calcul/expérience.

Même si nous nous intéressons dans notre cas au champ acoustique rayonné par des profils, la simulation des champs aérodynamiques est primordiale. En effet, si le champ aérodynamique est mal prédit, il est inutile de s'intéresser au champ acoustique. C'est pourquoi de nombreux auteurs se sont intéressés uniquement à l'aérodynamique en utilisant la LES. Atobe *et al.* [5] ont réalisé des simulations de transitions naturelles sur un profil NACA0012 à Reynolds  $2.2 \times 10^6$ ,  $U_\infty = (15, 20, 25, 30) \text{ m.s}^{-1}$  et sans incidence. Ils ont comparé la fréquence des fluctuations de vitesses obtenue par LES avec la valeur issue d'une analyse des perturbations solutions de l'équation de Orr-Sommerfeld linéarisée autour du champ moyen provenant de la LES. La fréquence principale est sous estimée dans la LES (200Hz) par rapport à l'analyse de stabilité linéaire (700Hz). Shan *et al.* [154] ont effectué une DNS d'un profil NACA0012 à Reynolds  $10^5$ , Mach 0.2 et  $\alpha = 4^\circ$ . Dans cette configuration, la couche limite

transitionne à cause de la présence d'une bulle de recirculation sur l'extrados du profil. Liu [118] et Deng *et al.* [43] ont aussi étudié la même configuration avec le même code que Shan *et al.* [154]. Cependant, ils se sont focalisés sur l'étude de la transition de la couche limite sur le profil (K-type ou N-type [96]). Ils ont mis en place un contrôle de la couche limite par jet pulsé. Plus récemment, Shan *et al.* [155] ont poursuivi leur étude dans cette même configuration et réalisé un contrôle passif ou actif sur le profil. En positionnant deux petits ergots sur le profil au niveau du bord d'attaque, des tourbillons sont générés et vont modifier la nature de l'écoulement. Jansen [94] a réalisé une LES en maillage non structuré sur un profil NACA4412 à Reynolds  $1.64 \times 10^6$ , Mach 0.2 et  $\alpha = 12^\circ$ . L'écoulement présente une séparation proche du bord de fuite, due à la présence d'un gradient adverse. L'auteur a aussi mené des simulations RANS pour prendre en compte la présence des parois de la veine expérimentale. Kaltenbach et Choi [97] ont travaillé sur la même configuration que Jansen [94], mais ils ont résolu les équations de Navier-Stokes en incompressible sur un maillage structuré à l'aide d'un arrangement décalé des variables dit "staggered". Ils ont employé des différences finies centrées d'ordre deux, un avancement temporel semi implicite et un modèle de sous maille de type Germano *et al.* [60]. Mary et Sagaut [129] ont simulé l'écoulement d'un profil A (profil de l'Aérospatiale) dans des conditions proches du décrochage : Reynolds  $2.1 \times 10^6$ , Mach 0.15 et  $\alpha = 13.3^\circ$ . Une stratégie 2D/3D a été mise en oeuvre afin de ne résoudre en 3D que les zones turbulentes et de réduire drastiquement le nombre de points du maillage. Ces travaux font partie du projet LESFOIL [39, 42], qui avait pour but de déterminer la faisabilité de la LES dans le cas de simulation autour de profils d'aile. On peut aussi citer les travaux de Dahlström et Davidson [40, 41] dans le cadre du même projet LESFOIL.

D'autres auteurs se sont intéressés à des écoulements sur des profils proches du décrochage. En effet, les simulations RANS ne sont pas capable de prédire correctement les points de décollement et recollement de la couche limite sur un profil. Les écoulements fortement décollés sont aussi caractérisés par des lâchers de structures tourbillonnaires qui modifient considérablement la valeur de l'angle de décrochage ainsi que la valeur de la portance maximale. Les simulations RANS échouant pour ce type de simulations, Richez *et al.* [145] ont décidé d'utiliser un couplage RANS/LES. Le domaine LES comprend le profil ainsi que le sillage, tandis que le reste du domaine de calcul est traité en RANS. Le profil étudié est un OA209 à Reynolds  $1.8 \times 10^6$ , Mach 0.16 et  $\alpha = 15^\circ$ . Le profil OA209 est un profil de pale d'hélicoptère. Eisenbach et Friedrich [50] ont considéré un profil NACA4415 à Reynolds  $10^5$  et  $\alpha = 18^\circ$  pour étudier le phénomène de décrochage. Afin de coller au mieux aux expériences menées au sein du DLR [102], il ont pris en compte numériquement les parois de la soufflerie. L'ensemble de leurs résultats est en assez bon accord avec les résultats obtenus par PIV. L'originalité de leur méthode numérique est qu'ils utilisent uniquement des maillages cartésiens et des conditions aux limites immergées afin de pouvoir traiter des géométries non cartésiennes. Hoarau *et al.* [84] ont simulé l'écoulement autour d'un profil NACA0012, pour des nombres de Reynolds compris entre 800 et 10 000 et  $\alpha = 20^\circ$ . Ils ont étudié les différents régimes d'écoulement obtenus lorsque que l'on augmente progressivement le nombre de Reynolds. Après avoir déterminé les modes les plus instables, ils ont fait du contrôle par aspiration ou soufflage sur la paroi du profil. Shen et Sorensen [157] ont eux aussi mené des simulations sur la même configuration. Le champ acoustique est obtenu par un couplage entre un code incompressible et les équations d'Euler linéarisées (technique de splitting de Hardin et Pope [78]).

En ce qui concerne les simulations numériques du bruit de profil, deux stratégies de calculs sont couramment utilisées en CAA. La première stratégie consiste à réaliser un calcul direct ou DNC et ainsi à obtenir lors d'un même calcul les champs aérodynamique et acoustique. La deuxième stratégie



consiste à utiliser une méthode hybride, c'est à dire à réaliser un calcul aérodynamique puis à obtenir le champ acoustique par une méthode analogique par exemple.

Parmi les nombreuses simulations hybrides, on peut citer les travaux de Manoha *et al.* [124], et Terracol *et al.* [181]. Ils se sont placés dans la configuration étudiée par Brooks et Hodgson [24] (profil NACA0012 avec une corde de 609.6 mm, une troncature de 2.5 mm et  $Re_C = 2.86 \times 10^6$ ) afin de valider leurs méthodes de prédiction de bruit de profil. Ils ont réalisé une simulation RANS/LES compressible afin d'obtenir l'écoulement autour du profil, puis ils ont utilisé les équations d'Euler linéarisées pour propager le champ proche. Finalement, le champ acoustique lointain est obtenu par la méthode d'extrapolation de Kirchhoff. L'un des autres profils très étudié est une géométrie asymétrique avec un bord de fuite en forme de quart de cercle. Ce bord de fuite particulier a été étudié théoriquement et numériquement dans de nombreux travaux, qui sont résumés dans deux principaux papiers de Gershfeld *et al.* [61] et Blake et Gershfeld [14]. Plus récemment, Shannon *et al.* [156] ont complété cette base de données expérimentale avec des mesures aérodynamique et acoustique. L'une des premières simulations numériques sur cette géométrie a été réalisée par Wang et Moin [189]. Ce calcul est basé sur une LES incompressible couplée avec une méthode analogique pour prédire le champ acoustique généré par l'écoulement autour du profil de "Blake" à Reynolds  $2.15 \times 10^6$ . Oberai *et al.* [141] ont appliqué l'analogie de Lighthill sur un profil EPPLER387 à Reynolds  $10^5$  et  $\alpha = 2^\circ$  pour obtenir le champ acoustique rayonné en champ lointain. Ils comparent le bruit rayonné calculé à partir du champ LES et à partir d'un problème de référence pour mettre en évidence l'influence des termes quadripolaires dans le terme source de l'analogie de Lighthill. Mathey [131] a effectué une LES du profil de Blake à Reynolds  $1.8 \times 10^6$  à l'aide du logiciel de CFD Fluent. Il obtient le champ acoustique à l'aide de l'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings. Ewert *et al.* [53] ont mis en oeuvre une méthode hybride pour estimer le champ rayonné par une plaque plane à Reynolds  $7 \times 10^5$  et Mach 0.15, et un profil à Reynolds  $8 \times 10^5$  et Mach 0.088. Le champ acoustique est obtenu par propagation des fluctuations de pression à l'aide des équations d'Euler linéarisées (LEE) avec termes sources.

Marsden *et al.* [127, 128] sont les premiers en 2005 puis en 2008 à avoir utilisé la DNC pour calculer directement le bruit généré par un profil NACA0012 à Reynolds  $5 \times 10^5$  avec une transition naturelle. Leurs résultats sont en assez bon accord avec les expériences de Lee et Kang [111] et Kerho et Bragg [100]. Afin de comparer ces résultats avec des données expérimentales, trois campagnes de mesures sont disponibles : Hah et Lakshminarayana [77] ont mesuré et prédit les champs moyens ainsi que turbulents dans le sillage du profil, Lee et Kang [111] et Sagrado *et al.* [147] ont quant à eux caractérisé les champs aérodynamique et acoustique.

Ce chapitre est dédié à l'étude numérique du bruit de bord de fuite généré par un profil NACA0012 dans la configuration nominale du programme EXAVAC. Nous présenterons en premier lieu le programme de mesures EXAVAC. Dans un deuxième paragraphe, nous nous attarderons sur le maillage de calcul et les paramètres numériques employés. Puis nous détaillerons la façon dont nous avons forcé la transition des couches limites à 16% de la corde. Enfin, nous présenterons les résultats de la simulation numérique 3D et les premières comparaisons avec la base de données EXAVAC.

## 6.1 Programme de mesure EXAVAC

Le programme EXAVAC (programme Expérimental Aérodynamique et Acoustique pour la Validation des méthodes CFD/CAA appliquées à la prédiction du bruit de bord de fuite) a pour but de constituer une base de données complète sur un profil académique de type NACA0012 tronqué, de

corde 495 m, d'envergure 1.4 m, et de hauteur de troncature 2.5 mm. Ce programme a été réalisé par l'ONERA/DSNA et l'ONERA/GMT en collaboration avec le laboratoire SINUMEF de l'ENSAM Paris. La campagne de mesure a été menée au sein de deux souffleries de l'ONERA : la soufflerie aérodynamique F2 et la soufflerie anéchoïque CEPR19. La soufflerie F2 est située au sein du centre ONERA de Fauga-Mauzac près de Toulouse. Cette installation est une soufflerie subsonique qui fonctionne en circuit fermé. La veine de mesure fait 5.0 m de longueur, 1.4 m de largeur et 1.8 m de hauteur. La vitesse peut varier continûment de 0 à  $100 \text{ m.s}^{-1}$ . Le taux de turbulence amont est inférieur à 1%. La soufflerie F2 est particulièrement adaptée pour l'étude phénoménologique d'écoulements complexes comme des couches limites tridimensionnelles ou des sillages, des écoulements décollés ou des phénomènes de transition. La soufflerie CEPR19 se situe au centre d'essai des propulseurs (CEPR) sur le plateau de Saclay à côté de Paris. CEPR19 est une soufflerie subsonique qui fonctionne en circuit ouvert avec un jet libre de diamètre 2 m ou 3 m. L'air est aspiré à travers un circuit aérodynamique par un puissant ventilateur centrifuge entraîné par un moteur de 7 MWatts. Dévolue initialement à l'étude du bruit de jet, la soufflerie CEPR19 est aussi utilisée pour l'étude du bruit d'origine aérodynamique sur les fuselages. Les systèmes de mesure PIV et LDV étaient existants à l'ONERA. La mise en oeuvre opérationnelle de ces systèmes PIV et LDV dans CEPR19 a été financée par la région Ile de France, l'ONERA et l'ENSAM en 2005 et 2006 dans le cadre d'un projet SESAME. La figure 6.2 donne un aperçu de l'ensemble de la soufflerie CEPR19.

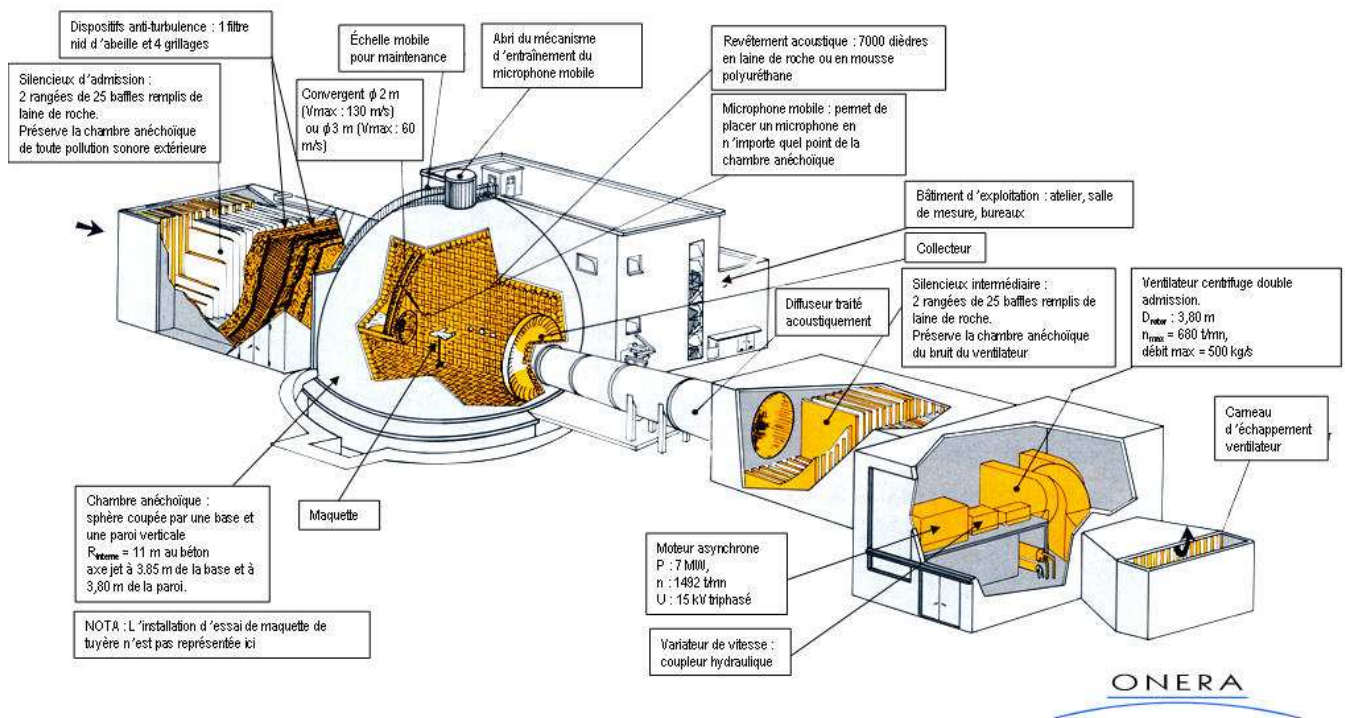


FIG. 6.2 – Vue d'ensemble de la soufflerie CEPR19.

Il suffit de regarder la figure 6.3 sur laquelle on voit la chambre anéchoïque et le convergent qui fait 2m de diamètre pour se rendre compte des dimensions de l'installation. Le projet SESAME a permis de financer la réalisation du bâti octogonal visible sur les figures 6.3 et 6.4. Une photo du banc de mesure utilisé dans la soufflerie F2 est montrée sur la figure 6.5 de gauche. La figure de droite montre le profil NACA0012 monté dans F2. Le profil NACA0012 est monté verticalement dans la soufflerie

CEPRA19 comme on peut le voir sur la figure 6.4. Le profil est entouré par deux plaques de garde qui le maintiennent dans la zone d'expérience. Ces plaques de garde ont des profils étudiés pour minimiser leur influence sur l'écoulement autour du profil.

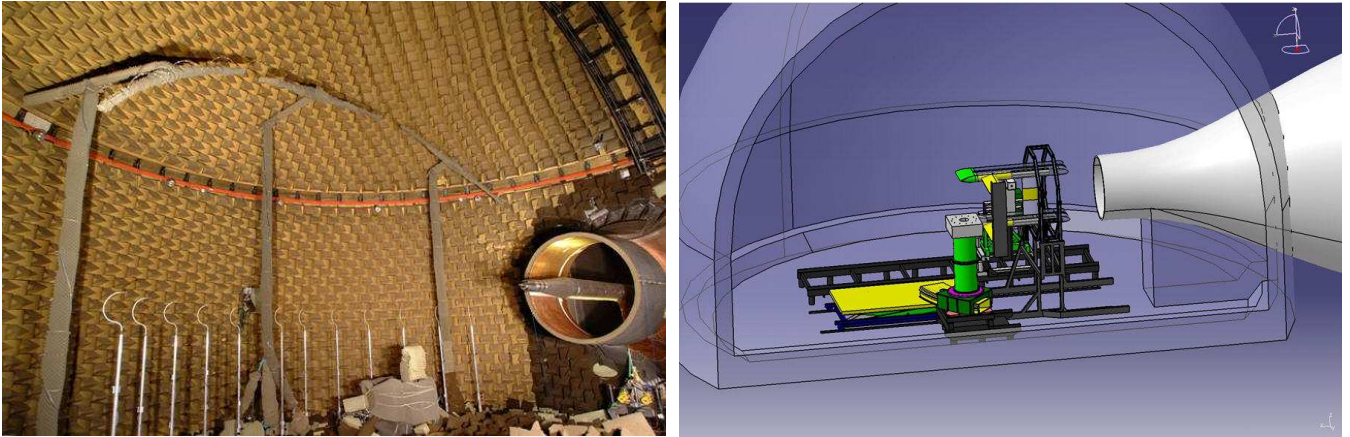


FIG. 6.3 – A gauche, vue d'ensemble de la chambre anéchoïque. A droite, étude du montage global.

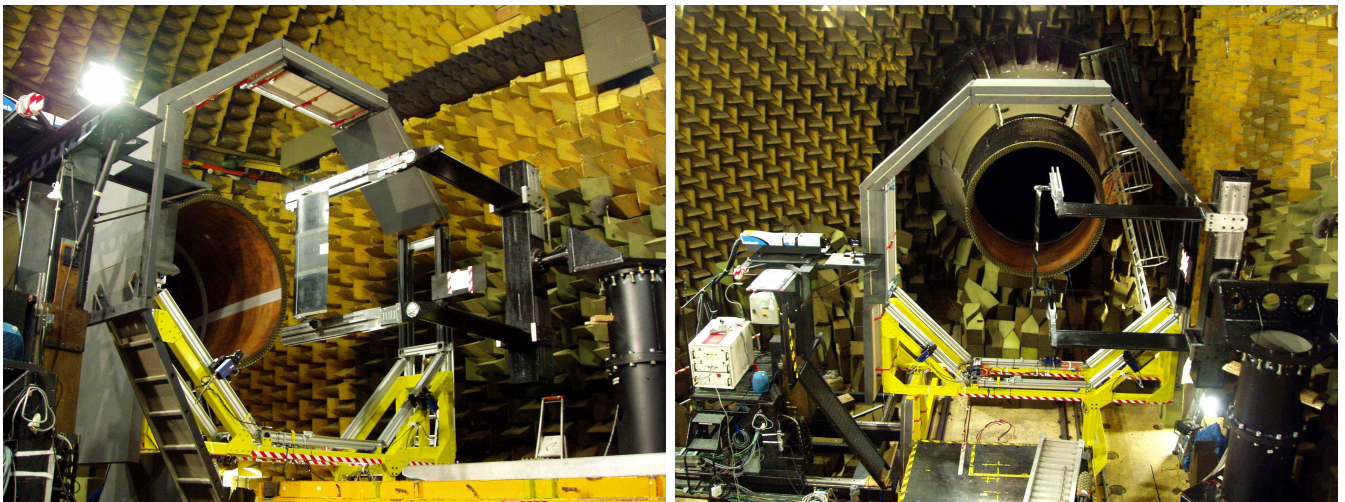


FIG. 6.4 – A gauche, ensemble bâti et profil. A droite, position du profil par rapport à la veine.

Au début de la campagne d'essais à F2, plusieurs types de configurations ont été testés, avec un angle d'attaque variant de  $0^\circ$  à  $7.5^\circ$ , une vitesse d'écoulement entre  $30 \text{ m.s}^{-1}$  et  $90 \text{ m.s}^{-1}$ , et la possibilité d'avoir une transition naturelle ou déclenchée des couches limites se développant sur le profil. L'ensemble de ces essais avait pour but de déterminer la configuration nominale du programme EXAVAC, configuration qui devait avoir une reproductibilité de la position de la transition de la couche limite et un champ acoustique généré par une allée tourbillonnaire au niveau du bord de fuite suffisamment élevé pour pouvoir être mesuré. La configuration nominale est la suivante : un profil NACA0012 tronqué, un angle d'attaque de  $2.5^\circ$ , un écoulement amont uniforme de  $70 \text{ m.s}^{-1}$  et une transition déclenchée à 16% de la corde sur l'intrados et l'extrados du profil. Cette configuration est très similaire à celle utilisée par Brooks et Hodgson [24]. De nombreuses données expérimentales, issues du programme EXAVAC, sont disponibles pour valider notre simulation numérique. La LDV dans





FIG. 6.5 – A gauche, banc de mesure utilisé dans F2. A droite, maquette NACA0012 instrumentée.

F2 a permis d'obtenir des profils de couches limites et de sillages en différentes positions. Les profils moyens et turbulents sont disponibles. Des mesures PIV ont été réalisées dans CEPRA19 pour réaliser des comparaisons avec les résultats provenant de F2. L'écoulement instationnaire a été complètement caractérisé par des mesures avec un fil chaud et par LDV. La pression pariétale a aussi été mesurée près du bord de fuite à l'aide d'un réseau de capteurs Kulites. La réalisation simultanée de mesures LDV et à fil chaud a permis d'établir des corrélations à deux points ainsi que des corrélations temps-espace. L'utilisation de la soufflerie anéchoïque CEPRA19 a permis de réaliser des mesures acoustiques et de caractériser les sources de bruit sur le profil. Les niveaux de bruit mesurés étaient très faibles et la caractérisation du champ acoustique en champ proche n'est pas chose facile. Un post-traitement des signaux acoustiques est nécessaire pour réduire le bruit de fond et faire ressortir le bruit de bord de fuite.

F2 est une soufflerie à retour avec une veine fermée et CEPRA19 est une soufflerie avec un jet libre. Par conséquent, les résultats expérimentaux, pour une configuration donnée, peuvent varier entre les deux souffleries. Par exemple dans CEPRA19, l'angle d'attaque du profil a dû être modifié à cause d'une déviation du jet de la soufflerie. Un angle de correction a été ajouté à l'angle d'incidence pour ajuster au mieux le coefficient de pression avec F2. Des détails sur cet angle de correction sont donnés dans la référence [26]. En ce qui concerne la présente configuration, l'angle de calage aérodynamique était de  $2.5^\circ$  dans F2 et  $4^\circ$  dans CEPRA19. Cette différence d'angle a été déterminée numériquement par l'ONERA en réalisant des simulations RANS sur le profil NACA0012 dans la configuration de F2 et dans la configuration de CEPRA19. Dans le cas de F2, les parois de la veine ont été prises en compte et il semble qu'elles n'aient pas d'influence sur l'écoulement autour du profil. Dans le cas de CEPRA19, l'ensemble de la chambre anéchoïque a été modélisé pour reproduire le phénomène de déviation du jet. Même en prenant en compte cet angle de correction dans CEPRA19, le coefficient de pression mesuré dans les deux souffleries exhibe une différence de 0.1 à l'intrados au niveau du bord d'attaque (voir figure 5 p. 5 de la référence [26]). Sur le reste du profil, les coefficients de pression se superposent parfaitement. Le dispositif expérimental peut donc avoir de fortes répercussions sur l'aérodynamique et l'acoustique comme nous l'avons vu dans le paragraphe 5.3.

## 6.2 Configuration étudiée

La configuration étudiée dans ce chapitre est similaire à la configuration nominale du programme de mesures EXAVAC. Nous étudierons ici un profil NACA0012 de corde 495 mm avec un bord de fuite tronqué (la hauteur de la troncature est de 2.5 mm) à Mach 0.2 et un angle d'attaque  $\alpha$  de  $2.5^\circ$ . L'angle d'attaque est imposé en fixant l'écoulement amont parallèle au vecteur  $(\cos \alpha, \sin \alpha, 0)$  au temps initial. Le nombre de Reynolds basé sur la corde du profil vaut  $2.32 \times 10^6$ . Vu le grand nombre de Reynolds étudié, nous avons décidé d'appliquer pour ce cas la méthode multi échelles multi pas de temps décrite au chapitre 3. Comme nous le verrons dans le paragraphe 6.3, cette méthode permet de réduire de façon notable le nombre de points, tout en conservant une résolution spatiale suffisante près du profil pour discrétiser les fines échelles de la turbulence et pour propager le champ acoustique en champ lointain.

## 6.3 Maillage et paramètres du calcul

Un maillage en CH est utilisé pour ce calcul. La figure 6.6 donne un aperçu de l'agencement des différents blocs constituant le maillage global. Afin d'utiliser au maximum le caractère multi échelles et multi pas de temps de l'algorithme de calcul, nous avons opté pour une configuration de maillage à 8 blocs avec deux doubléments de maillages successifs dans la direction normale au profil.

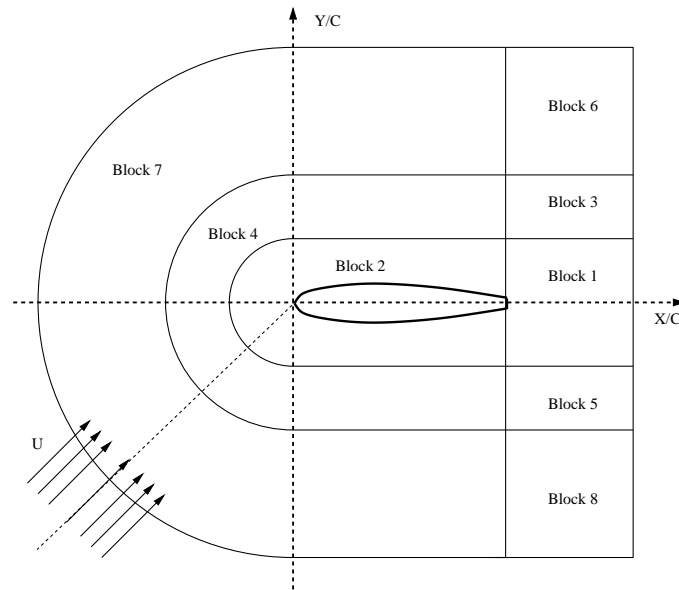


FIG. 6.6 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Diagramme schématisique 2D du domaine de calcul. Les doubléments de maillage sont en réalité bien plus proches du profil, le diagramme n'étant pas à l'échelle.

La construction du maillage se déroule en deux étapes. En premier, un maillage sans doublément de maillage est constitué, puis deux doubléments de maillages successifs sont imposés à des distances données du profil. Afin de déterminer la position des deux doubléments de maillages, nous nous sommes appuyés sur les données expérimentales. En effet, l'épaisseur de couche limite au niveau du bord de fuite à l'extrados vaut 12.5 mm ou 0.02525 C. Ainsi il nous a semblé évident de concentrer

le maximum de points dans la couche limite turbulente et de positionner le deuxième doublement de maillage juste au dessus de la couche limite. Le premier doublement de maillage est imposé à  $0.00263 C$  du profil, tandis que le deuxième est imposé à  $0.009 C$  du profil. La figure 6.7(a) donne un aperçu du maillage de calcul global. Les figures 6.7(b) et (c) permettent de détailler le maillage au niveau du bord de fuite et du bord d'attaque. Elles permettent aussi de mettre en évidence les doublements de maillages et l'agencement des différents blocs.

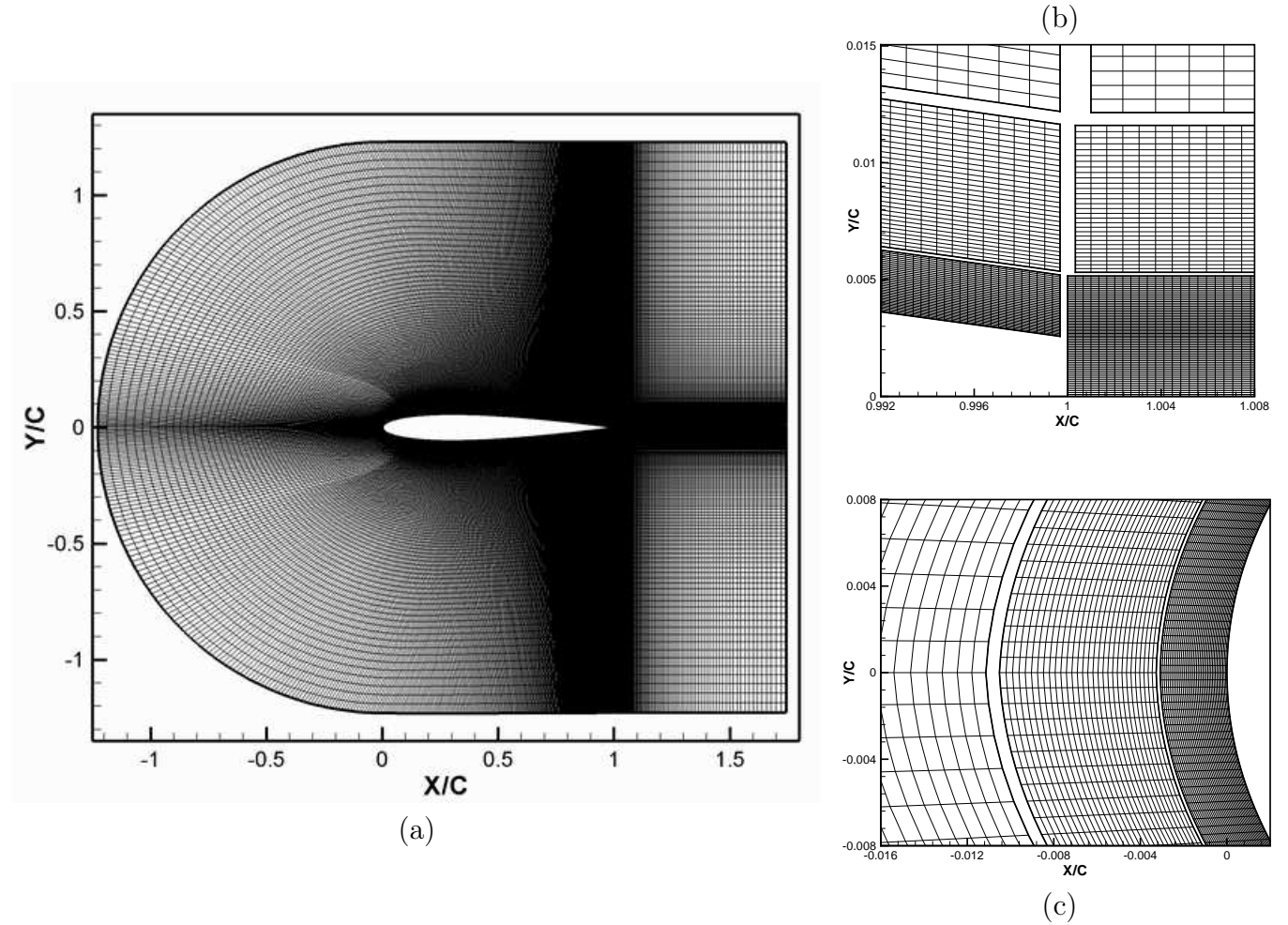


FIG. 6.7 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . (a) : coupe  $xy$  du maillage 3D. Détails des différents blocs au niveau du bord de fuite (b) et du bord d'attaque (c).

Dans la suite de ce chapitre,  $\xi$  désigne la coordonnée tangentielle au profil,  $\eta$  la coordonnée normale au profil et  $z$  la coordonnée transverse. Les tailles de mailles près du bord de fuite exprimées en variables de parois valent  $\xi^+ \approx 30$ ,  $\eta^+ \approx 5$  et  $z^+ \approx 20$ . Le maillage s'étend sur 1.2 cordes en amont du profil et 0.7 cordes en aval du profil. L'envergure simulée correspond à 2% de la corde. Cette envergure est suffisante comparée à l'échelle transverse des structures turbulentes. Les paramètres globaux du maillage sont résumés dans le tableau 6.2. Le choix de la plus petite maille de calcul est déterminée de façon à ce que l'on ait  $\eta^+ \approx 5$  au niveau du bord de fuite. La méthode multi échelles multi pas de temps permet un gain massif sur le nombre de points. Si l'on définit le gain en points comme le ratio entre le nombre de points sans doublement de maillage et le nombre de points avec doublements de maillage, ce ratio vaut 6.4 (on passe de  $206 \times 10^6$  points à  $32 \times 10^6$  points). Malgré

cette forte réduction du nombre de points, la discrétisation spatiale est suffisante près et loin du profil.

	$n_\xi \times n_\eta \times n_z$	$n_{points}$	% $n_{points}$ total	% Coût total
Bloc 1	$400 \times 151 \times 96$	$5.8 \times 10^6$	17.99	26.66
Bloc 2	$2721 \times 41 \times 96$	$10.7 \times 10^6$	33.22	49.24
Bloc 3	$200 \times 31 \times 96$	$0.6 \times 10^6$	1.85	1.37
Bloc 4	$1361 \times 31 \times 96$	$4 \times 10^6$	12.56	9.31
Bloc 5	$200 \times 31 \times 96$	$0.6 \times 10^6$	1.85	1.37
Bloc 6	$100 \times 124 \times 96$	$1.19 \times 10^6$	3.69	1.37
Bloc 7	$681 \times 124 \times 96$	$8.1 \times 10^6$	25.15	9.32
Bloc 8	$100 \times 124 \times 96$	$1.19 \times 10^6$	3.69	1.37

TAB. 6.1 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Taille des maillages des différents blocs constituant le maillage global.

La taille des différents blocs constituant le maillage global est détaillée dans le tableau 6.1. En plus d'un gain en nombre de points, les doubléments de maillages s'accompagnent de doubléments du pas de temps. Dans notre cas, les blocs 3, 4 et 5 ne sont avancés que tous les deux pas de temps. Les blocs 6, 7 et 8 sont avancés tous les quatre pas de temps. Ainsi le gain total en CPU atteint 9.5. La méthode multi échelles multi pas de temps permet de gagner un ordre de grandeur sur le coût d'un tel calcul, ce qui est loin d'être négligeable. Le tableau 6.1 permet aussi de constater que les blocs 1 et 2, qui sont les blocs les plus fins, comptent pour plus de 75% dans le coût de calcul global. Dans le même temps, les blocs 6, 7 et 8 qui contiennent 30% des points ne prennent que 10% du temps de calcul.

$\frac{\Delta_{min}}{C}$	$n_\xi \times n_\eta \times n_z$	$n_{points}$	$n_{points}$	Gain en points	Gain CPU	$\Delta t(s)$
	sans doubléments	sans doubléments	avec doubléments			
$5.5 \times 10^{-5}$	$3523 \times 601 \times 96$	$206 \times 10^6$	$32 \times 10^6$	6.4	9.5	$9.05 \times 10^{-9}$

TAB. 6.2 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Paramètres globaux.

En ce qui concerne les schémas numériques, la condition de paroi détaillée dans le paragraphe 1.5.1.1 est implémentée.

$2 \times 10^6$  itérations temporelles ont été effectuées, ce qui correspond à environ 3 cordes de convection basée sur la vitesse  $U_\infty$ . Les  $10^6$  premières itérations ont permis d'établir les couches limites turbulentes sur le profil, tandis que les  $10^6$  itérations suivantes ont permis de calculer les grandeurs statistiques rapportées dans ce chapitre. Cette simulation a coûté environ 2 500 heures de calcul sur un supercalculateur NEC SX8. D'après les expériences, la fréquence recherchée du champ acoustique vaut approximativement  $2.8 \times 10^3$  Hz.  $10^6$  itérations temporelles représentent donc environ 30 périodes de ce phénomène. Afin de diminuer le temps de restitution d'un tel calcul, le code est parallélisé dans la direction transverse à l'aide des bibliothèques MPI. Le code a ainsi tourné sur un cluster de quatre processeurs de NEC SX8.

## 6.4 Déclenchement de la couche limite

Au nombre de Reynolds considéré ( $2.32 \times 10^6$ ), une couche limite turbulente se développe sur chacune des faces du profil. Le déclenchement de ces couches limites turbulentes est un problème largement étudié dans la littérature. Dans le cas d'un profil, deux solutions se présentent à nous. La première consiste à obtenir le champ turbulent par transition naturelle de la couche limite laminaire sur le profil. Cette solution est généralement très chère en CPU, car la transition progressive d'une couche limite laminaire vers une couche limite pleinement turbulente peut coûter plus de la moitié du temps de calcul global. Marsden *et al.* [128] ont réalisé une DNC sur un profil turbulent sans incidence à un nombre de Reynolds basé sur la corde de  $5 \times 10^5$  avec une transition naturelle. Ils ont réalisé  $10^6$  iterations temporelles, les 400 000 premières ne servant qu'à faire transitionner la couche limite laminaire vers un état turbulent. La seconde méthode possible pour faire transitionner une couche limite laminaire est de forcer la transition en une position donnée sur le profil. De plus, afin de pouvoir comparer nos résultats de simulation numérique avec la base de donnée EXAVAC, nous devons reproduire le mieux possible les conditions expérimentales. Pendant les expériences, deux types de configurations ont été testées : un cas avec une transition naturelle et un autre cas avec une transition forcée. Les expérimentateurs ont remarqué qu'en transition naturelle la reproductibilité de la position de la transition de la couche limite n'était pas possible. C'est pourquoi ils ont décidé de forcer la transition en collant une bande sur chacune des faces du profil dans le sens de l'envergure. Cette bande est positionnée à 16% de la corde sur chacune des faces du profil. Expérimentalement la bande fait 0.4 mm de haut et 5 mm de large et elle a un motif en chevrons dans la direction transverse. Les dimensions ainsi que le dessin de cette bande diffèrent légèrement pour la simulation numérique. Numériquement la bande fait 0.24 mm de haut et 5 mm de large et n'a pas de motif dans la troisième direction. La hauteur numérique de cette marche a été déterminée numériquement par l'ONERA. Des simulations numériques de couches limites de plaque plane ont été réalisées afin de déterminer la hauteur optimale de la marche qui permettrait de reproduire la bonne épaisseur de couche limite au niveau du bord de fuite du profil, en accord avec les données expérimentales. Berland et Gloerfelt ont montré dans leurs travaux [12] que l'utilisation d'une telle marche dans des simulations de couches limites de plaque plane permettait de retrouver très rapidement derrière la marche une couche limite turbulente avec de bons profils moyens et turbulents. La figure 6.8 présente un diagramme de principe de la marche. Comme nous le verrons par la suite, la marche ne génère pas de sources acoustiques parasites qui pourraient polluer notre champ acoustique.

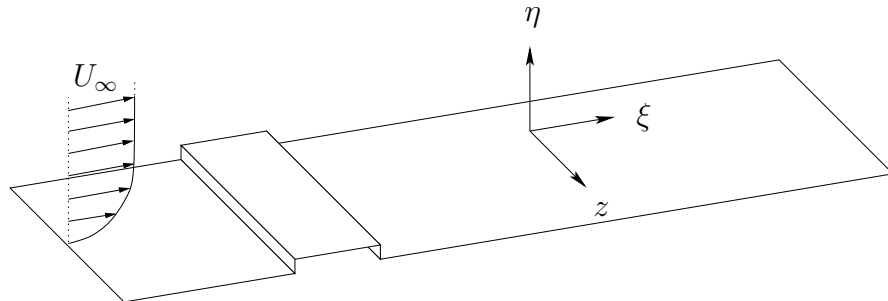


FIG. 6.8 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Schéma du domaine de calcul au voisinage de la transition de la couche limite. Une petite marche est introduite sur chacune des faces du profil pour forcer la position de la transition d'un état laminaire vers un état turbulent.



Comme pour la couche limite de plaque plane [12], l'écoulement devient très rapidement semblable à une couche limite turbulente derrière la marche. L'écoulement se tridimensionnalise tout de suite derrière les marches, comme on peut le voir sur la figure 6.9.

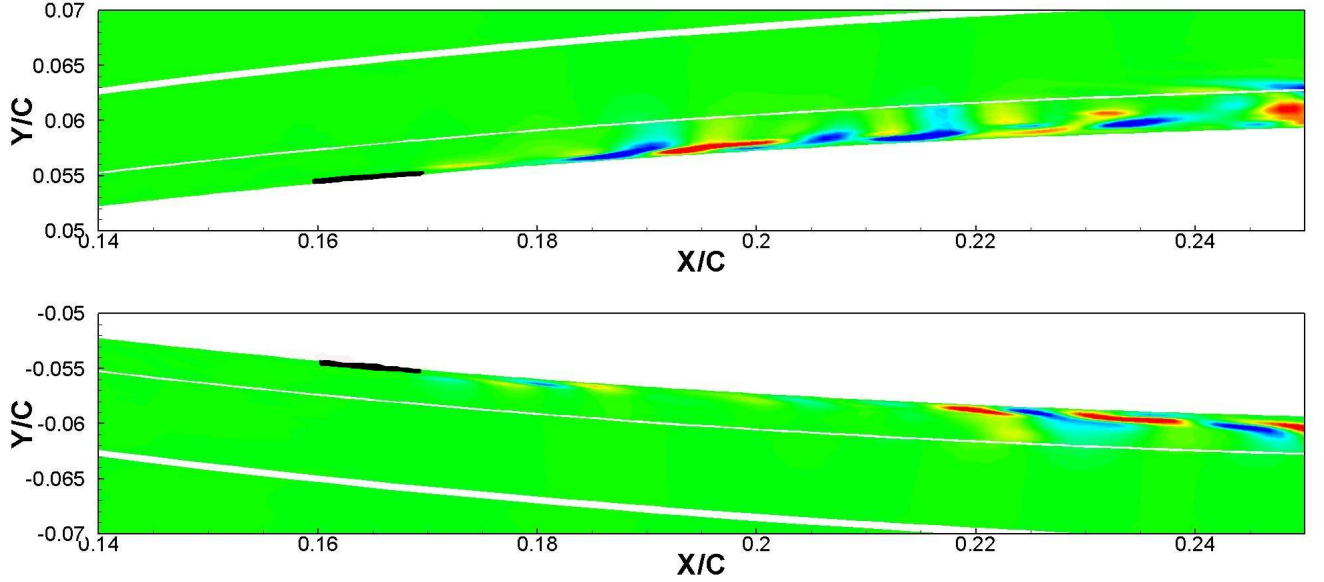


FIG. 6.9 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Coupe  $xy$  du champ de vitesse  $w$  entre  $\pm 5 \text{ m.s}^{-1}$  à l'extrados (en haut) et à l'intrados (en bas). La marche est représentée par un rectangle noir (la hauteur de la marche n'est pas à l'échelle).

Un champ de vitesse transverse est bien présent sur chacune des faces du profil. On remarquera que l'écoulement devient plus rapidement turbulent à l'extrados qu'à l'intrados, cette différence s'explique par le fait que le profil est en incidence ( $2.5^\circ$ ). Comme nous l'avons déjà dit dans le paragraphe précédent, l'envergure du profil représente 2% de la corde. Cette extension peut sembler insuffisante mais quand on regarde la figure 6.10, on voit clairement que l'on dénombre une dizaine de structures en  $z$ . La condition de périodicité en  $z$  n'impose donc pas de fréquence spatiale en  $z$ . La faible envergure simulée peut néanmoins être pénalisante pour capter l'intensité du champ acoustique.

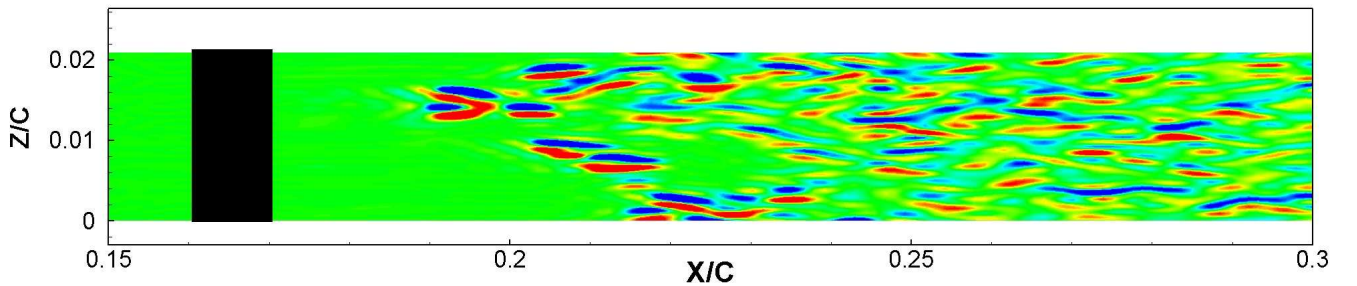


FIG. 6.10 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Coupe  $xz$  du champ de vorticité  $xz$  en  $\eta = 21$  dans le bloc 2. Niveaux entre  $\pm 5 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ . La marche est représentée par un rectangle noir.

## 6.5 Champs instantanées

La figure 6.11 permet de se faire une idée globale de l'écoulement présent autour du profil NACA0012 tronqué. Sur ces figures, les différents blocs constituant le maillage global sont séparés par des lignes blanches. La première chose que l'on remarque est que l'épaisseur des couches limites est très faible devant la corde du profil. Un zoom au niveau du bord de fuite révèle que la hauteur de troncature (2.5 mm) est aussi loin d'être négligeable devant l'échelle des structures turbulentes. Le champ instantané 3D de vitesse  $w$  est tracé sur la figure 6.13. La couche limite se développe correctement sur l'ensemble du profil. Un zoom est effectué sur les zones proches du bord de fuite et de la marche à l'extrados sur la figure 6.12.

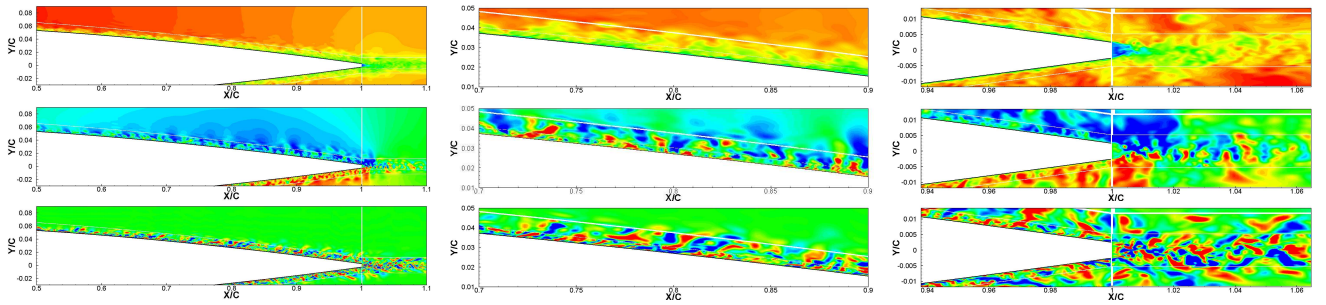


FIG. 6.11 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Vues instantanées du champ de vitesses dans le plan médian  $xy$  : vitesse axiale  $u$  entre  $-1$  et  $80 \text{ m.s}^{-1}$  (première ligne), vitesse normale  $v$  entre  $\pm 10 \text{ m.s}^{-1}$  (seconde ligne) et vitesse transverse entre  $\pm 5 \text{ m.s}^{-1}$  (troisième ligne). De gauche à droite : vue globale, détail de la couche limite à l'extrados et zoom au niveau du bord de fuite.

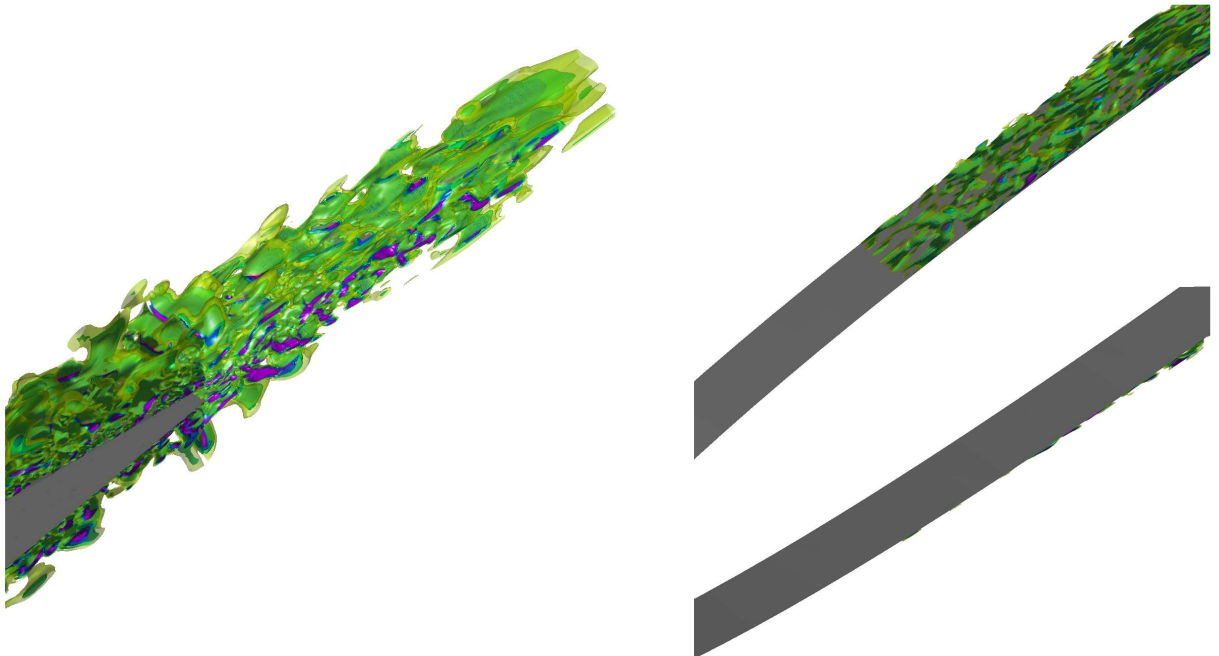


FIG. 6.12 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Vues instantanées du champ de vitesses  $w$  3D au bord de fuite (à gauche) et au niveau de marche sur l'extrados (à droite). Niveaux entre  $\pm 5 \text{ m.s}^{-1}$  par pas de  $1 \text{ m.s}^{-1}$ .

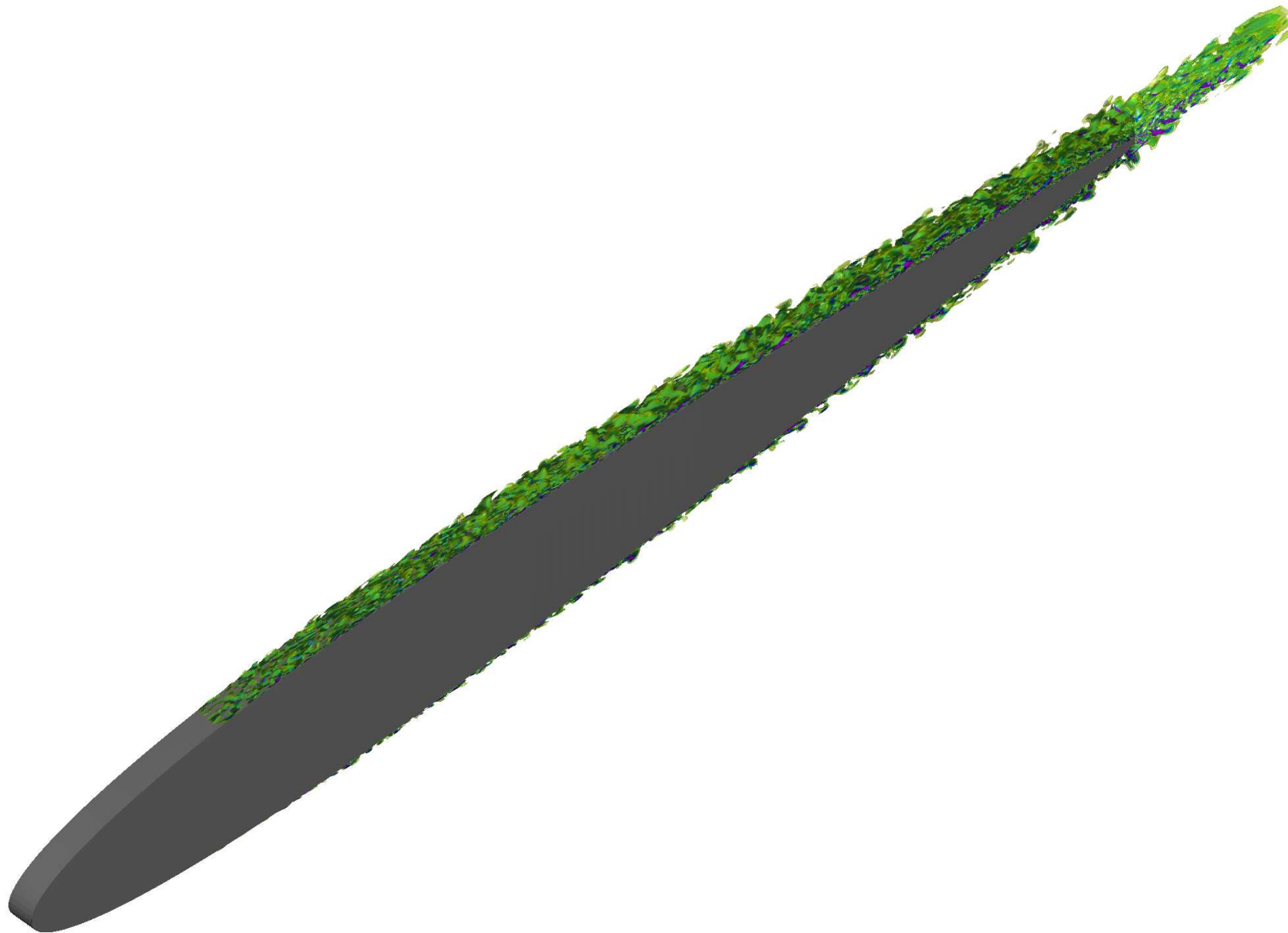


FIG. 6.13 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Vue instantanée du champ de vitesses  $w$  3D dans l'ensemble du domaine de calcul. Niveaux entre  $\pm 5 \text{ m.s}^{-1}$  par pas de  $1 \text{ m.s}^{-1}$ .

L'analyse des champs de vorticité sur la figure 6.14 confirme la présence d'une allée tourbillonnaire dans le sillage du profil, allée tourbillonnaire due à la présence de la troncature du bord de fuite du profil. L'allée tourbillonnaire est encore plus visible en moyennant dans la direction transverse la norme de la vorticité. En prenant la moyenne, on augmente un peu la cohérence de l'allée tourbillonnaire.

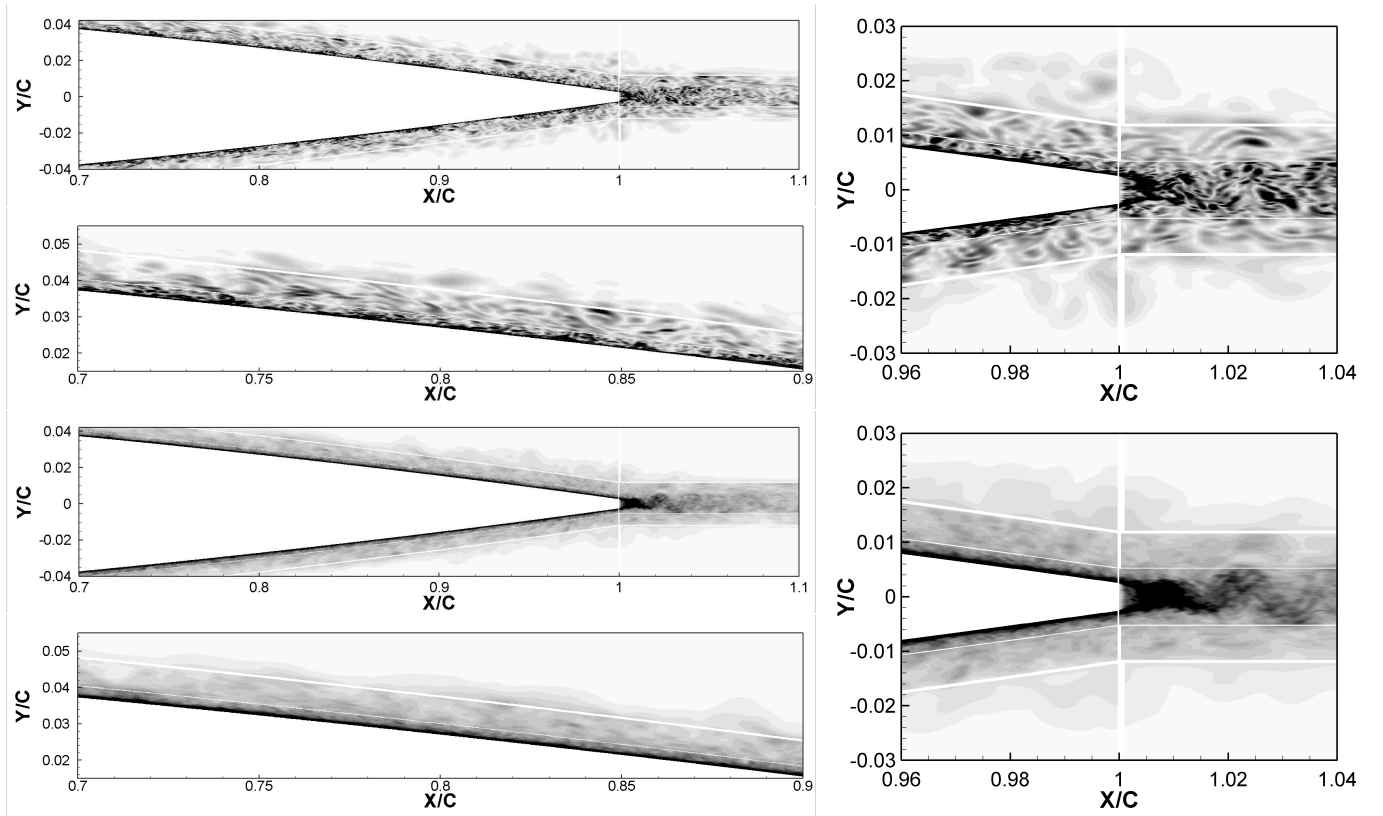


FIG. 6.14 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Différentes vues de la norme de la vorticité  $\|\omega\|$  instantanée (figures du haut) et moyennée en  $z$  (figures du bas). Niveaux entre 0 et  $5 \times 10^4 \text{s}^{-1}$ .

Les lignes de courant du champ instantané (à gauche) et moyenné en temps (à droite) sont tracées sur la figure 6.15 dans la zone du bord de fuite tronqué. Une large zone de recirculation, principalement due à la troncature du profil, est présente. Son caractère asymétrique provient de la mise en incidence du profil par rapport à l'écoulement amont.

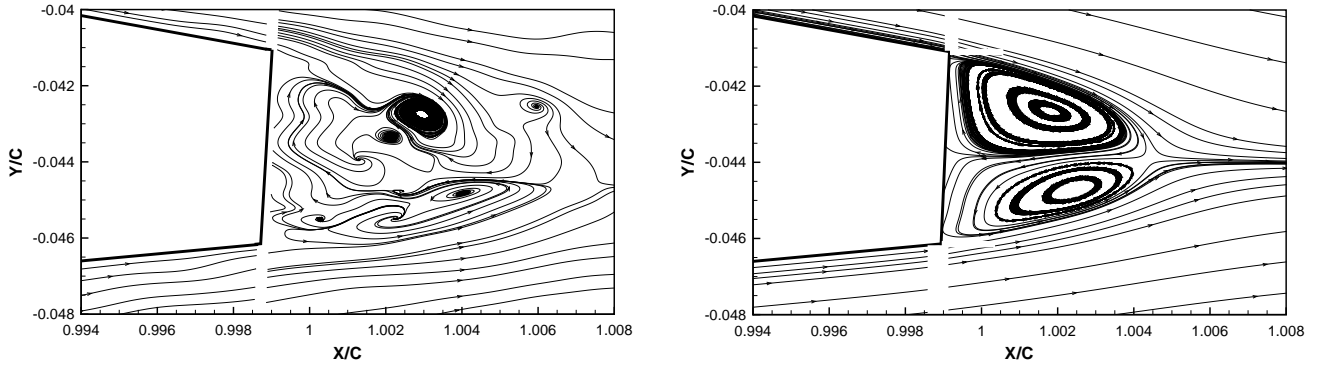


FIG. 6.15 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Lignes de courant au niveau du bord de fuite : instantanées (à gauche) et moyennées en temps (à droite).

Le contenu fréquentiel du champ aérodynamique est analysé en étudiant des capteurs de vitesse  $v'$  dans le sillage et des capteurs de pression pariétale. Le taux d'échantillonnage des différents capteurs est de  $100\Delta t$ . L'ensemble des PSD est réalisé sur  $8 \times 10^5$  itérations. La résolution fréquentielle des spectres est donc de 138 Hz. L'évolution temporelle de 2 capteurs de vitesse  $v'$  placés dans le sillage du profil est tracée sur la figure 6.16. Les spectres en échelle linéaire montrent clairement l'existence d'une fréquence principale. La valeur de cette fréquence principale est donnée dans le tableau 6.3 pour les différents capteurs. La figure 6.17 présente les résultats pour deux capteurs de pression pariétale. D'après le tableau 6.3, la fréquence principale associée à l'allée tourbillonnaire qui se développe dans le sillage est très proche de celle de la pression pariétale à l'intrados du profil. Le caractère large bande du spectre de pression pariétale à l'extrados ne permet pas de déterminer la valeur de la fréquence principale.

	$f(\text{Hz})$
$v'$ en $(X/C, Y/C) = (1.01, 0)$	3790
$v'$ en $(X/C, Y/C) = (1.02, 0)$	3860
$p'$ à l'intrados en $X/C = 0.98$ et $nz = 37$	3734

TAB. 6.3 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Fréquence principale des différents capteurs.

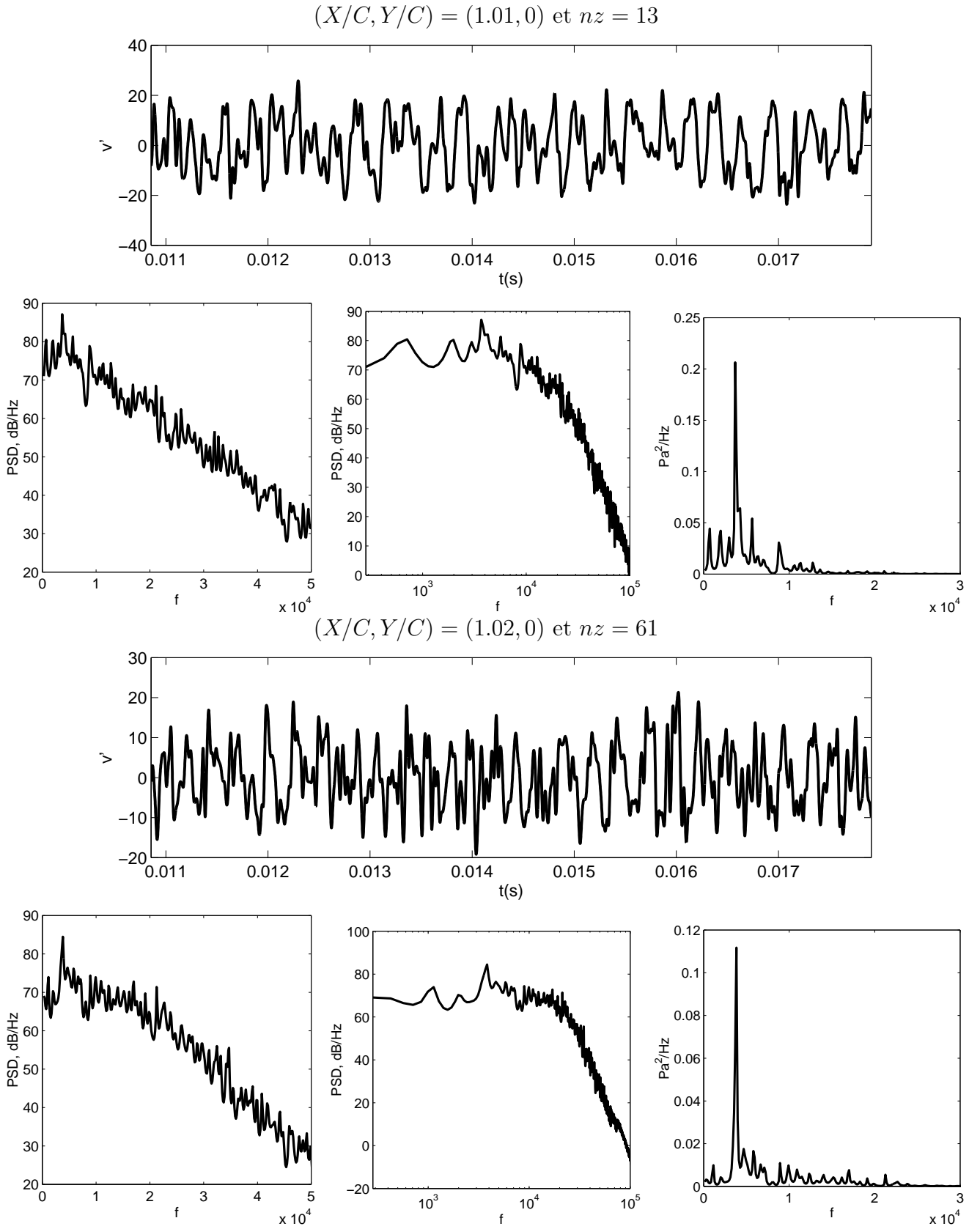


FIG. 6.16 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . En haut, évolution temporelle des fluctuations de vitesse  $v' = v - \bar{v}$ . En bas, PSD du capteur (à gauche), en échelle logarithmique (au centre) et en échelle linéaire (à droite).

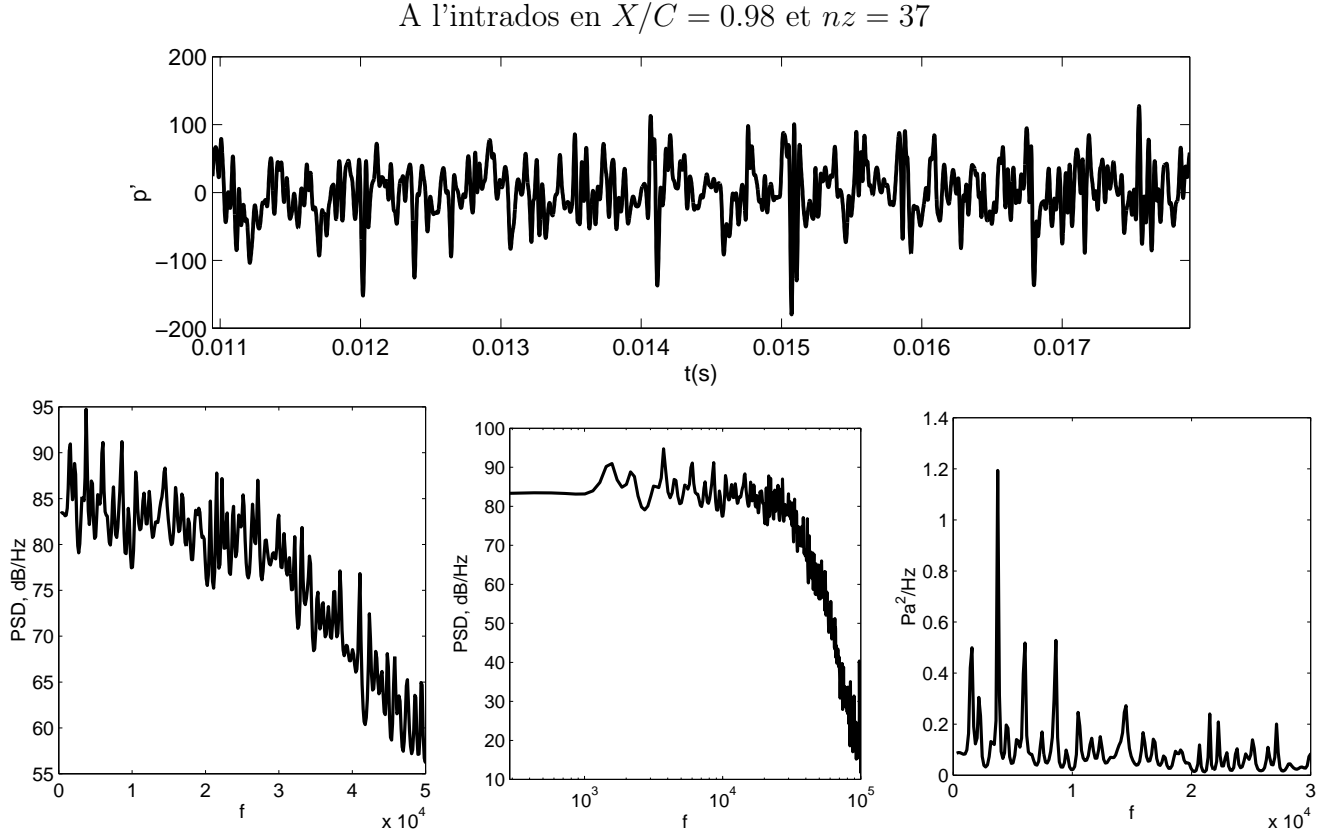


FIG. 6.17 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . En haut, évolution temporelle des fluctuations de pression pariétale  $p' = p - \bar{p}$ . En bas, PSD du capteur (à gauche), en échelle logarithmique (au centre) et en échelle linéaire (à droite).

## 6.6 Champs moyens

### 6.6.1 Coefficient de pression pariétale

La distribution de pression autour du profil est le premier paramètre qu'il faut comparer avec la base de données EXAVAC car les efforts aérodynamiques qui s'exercent sur le profil, tels que les coefficients de portance ou de traînée, peuvent être déterminés à partir de celle-ci. Le coefficient de pression donne aussi des informations sur le comportement général des couches limites. Sa distribution sur le profil est tracée sur la figure 6.18 et il est comparé aux coefficients expérimentaux obtenus dans F2 et CEPRA19. Nous avons tracé ici  $c_p = (\bar{p} - p_\infty) / (0.5\rho_\infty U_\infty^2)$  mais on trouve aussi souvent dans la littérature le tracé de  $-c_p$ . On distingue nettement la présence des deux marches permettant la transition des couches limites. A proximité du bord d'attaque la valeur du coefficient de pression est sous-estimée pour l'extrados. Sur le reste du profil, il est en assez bon accord avec les courbes expérimentales. Pour le moment aucune explication n'a été trouvée pour expliquer la différence observée au niveau du bord d'attaque. Comme nous l'avons vu précédemment dans notre étude sur les effets du confinement expérimental (cf.§5.3) ou dans la description du programme EXAVAC, le moyen d'essai peut fortement modifier les champs aérodynamique et acoustique autour du profil. La sensibilité des résultats aux conditions expérimentales peut expliquer une partie de l'écart constaté sur le coefficient de pression.

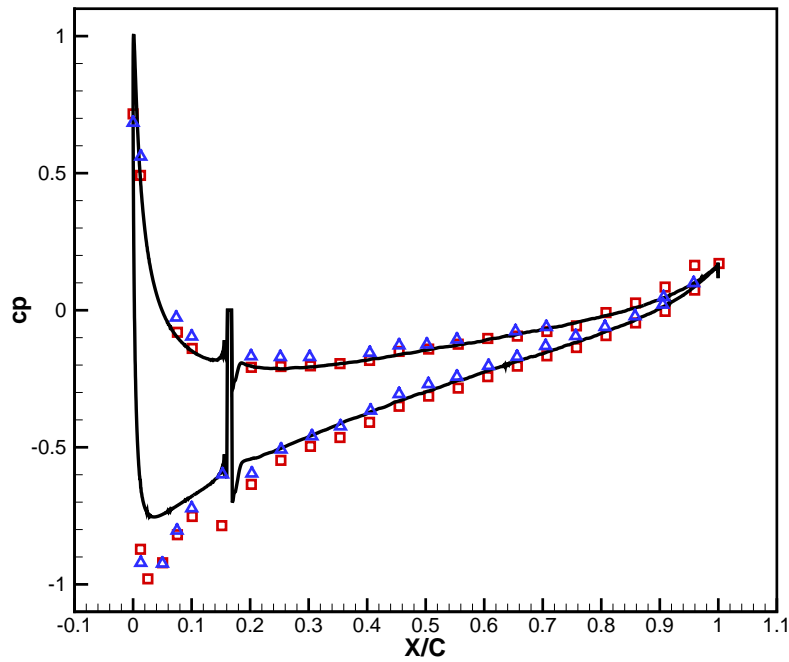


FIG. 6.18 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Coefficient de pression moyen  $c_p = (\bar{p} - p_\infty) / (0.5\rho_\infty U_\infty^2)$ . Présent calcul (—). Données expérimentales issues de EXAVAC : F2 ( $\square$ ) et CEPRA19 ( $\triangle$ ).

### 6.6.2 Profils de couche limite sur l'extrados

Une première validation de la couche limite sur l'extrados du profil est présentée sur la figure 6.19(a). La vitesse axiale est tracée en différentes positions sur le profil, 300 mm, 400 mm et 491 mm ce qui correspond respectivement à  $X/C = 60.6$ ,  $80.8$  et  $99.2\%$ . Les profils moyens se comparent très favorablement avec les profils expérimentaux obtenus par LDV à F2. A cause de la présence d'un gradient de pression, la vitesse axiale est supérieure à  $U_\infty$  dans la région externe de la couche limite. Le critère communément utilisé en couche limite de plaque plane pour calculer l'épaisseur de couche limite  $\delta$  ( $u \leq 0.99U_\infty$ ) ne peut pas être appliqué dans notre cas. A la place, nous superposons au mieux nos profils moyens avec des profils issus d'une loi puissance en  $1/7$  pour déterminer la valeur de  $\delta$  en chacune des positions sur le profil (voir figure 6.19(b)). Sur la figure 6.19(c), les profils moyens sont tracés en variables de paroi ( $u^+ = f(y^+)$ ). De  $y^+ \approx 40$  à  $y^+ \approx 80$ , les profils suivent une loi logarithmique standard  $u^+ = (1/\kappa) \ln y^+ + B$  avec  $\kappa = 0.1739$  et  $B = 5.24$ , établie pour une couche limite sans gradient de pression. Pour l'instant nous avons décidé de négliger le gradient de pression induit par le profil et l'angle d'attaque. En  $X/C = 99.2$ , le profil moyen de vitesse présente une survitesse dans la région externe qui s'explique par le fait que la couche limite se détache progressivement du profil. On remarque aussi que nos profils sont un peu plus fins que les profils expérimentaux. La soufflerie F2 a une section de test de  $1400 \text{ mm} \times 1800 \text{ mm}$ , alors que la corde du profil vaut  $495 \text{ mm}$ . Les parois de la veine peuvent avoir des effets sur le gradient de pression présent tout au long de la surface du profil. Afin de discréditer cette hypothèse, il faudrait refaire une simulation 3D confinée. Un tel calcul est écarté pour le moment en raison de son coût CPU élevé.



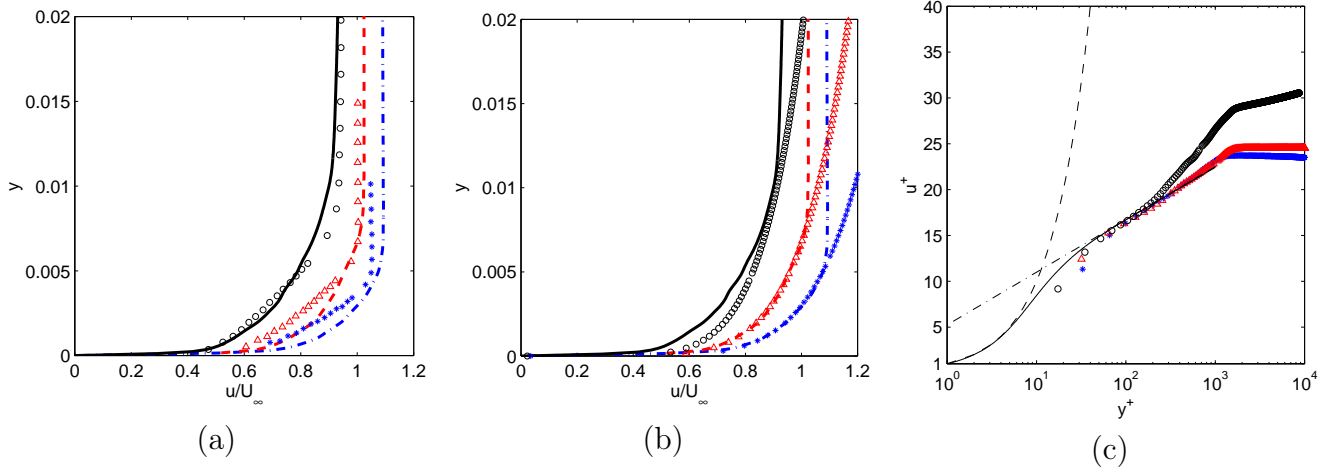


FIG. 6.19 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . (a) : Profil moyen de vitesse axiale en différentes positions sur le profil, (—)  $X/C = 60.6\%$ , (---)  $X/C = 80.8\%$  et (—)  $X/C = 99.2\%$ . Programme EXAVAC : ( $\star$ ), ( $\triangle$ ) et ( $\circ$ ). (b) : Comparaisons des profils avec une loi puissance en  $1/7$  pour déterminer les différentes valeurs de  $\delta$ . (c) : Profil moyen de vitesse axiale en variables de paroi  $u^+ = f(y^+)$ , ( $\star$ )  $X/C = 60.6\%$ , ( $\triangle$ )  $X/C = 80.8\%$  et ( $\circ$ )  $X/C = 99.2\%$

### 6.6.3 Profils moyens dans le sillage

La figure 6.20 illustre le comportement du sillage en  $X/C = 498/495$ . Le profil moyen de vitesse axiale est comparé à celui issu de la base de données EXAVAC. Comme pour les profils moyens de couche limite sur le profil, les profils dans les sillages sont trop fins. Il semble que la zone de recirculation est sous-estimée étant donné que la vitesse inverse pour des valeurs de  $Y/C$  proche de zéro est surestimée (figure 6.20).

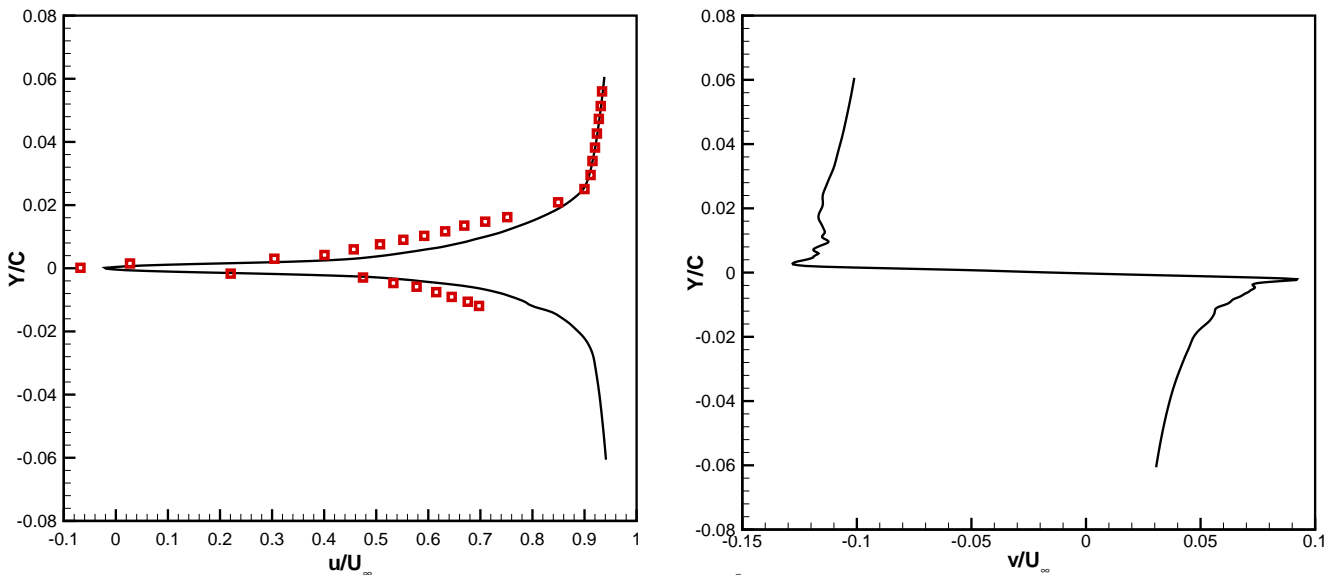


FIG. 6.20 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Profil moyen de vitesse axiale (à gauche) et normale (à droite) dans le sillage du profil en  $X/C = 498/495$  et  $Y/C = 0$ . (—) Présent calcul, ( $\square$ ) base de données EXAVAC.

## 6.7 Intensités turbulentes

La figure 6.21 présente une cartographie des 6 termes du tenseur de Reynolds moyennés dans la direction transverse afin d'augmenter la statistique. La zone la plus turbulente se situe juste en aval du bord de fuite tronqué à une distance sensiblement égale à la hauteur de troncature.

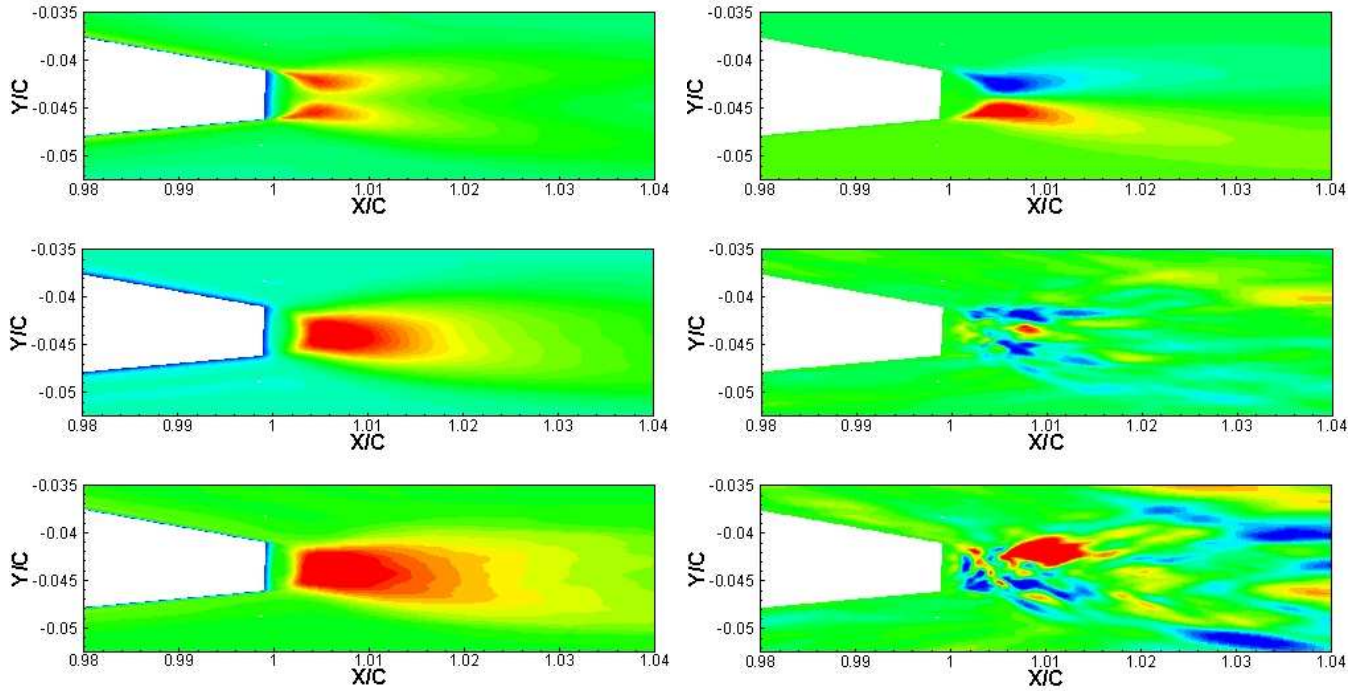


FIG. 6.21 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . A gauche,  $u_{rms}/u_\infty$  (en haut) entre 0 et 0.15,  $v_{rms}/u_\infty$  (au milieu) entre 0 et 0.15 et  $w_{rms}/u_\infty$  (en bas) entre 0 et 0.1. A droite,  $\overline{u'v'}/u_\infty^2$  (en haut) entre  $\pm 0.01$ ,  $\overline{u'w'}/u_\infty^2$  (au milieu) entre  $\pm 5 \times 10^{-4}$  et  $\overline{v'w'}/u_\infty^2$  (en bas) entre  $\pm 2 \times 10^{-4}$ .

Les profils de fluctuations RMS des trois composantes du vecteur vitesse sont tracés en variables de paroi sur la figure 6.22 aux trois positions précédemment décrites. Les profils de Spalart [163], obtenus pour une couche limite de plaque plane sans gradient de pression à  $Re_\theta = 1410$ , sont superposés à nos courbes. Nos profils sont en bon accord avec les profils de Spalart. Deux petites bosses sont visibles sur nos profils RMS. Ces bosses sont dues aux changements de taille de maille entre les blocs fins et les blocs grossiers. Manhart [123] a observé le même phénomène dans sa DNS de couche limite turbulente de plaque plane avec un seul doublement de maillage dans la direction normale à la paroi. Il explique que ces bosses sont inévitables, car les blocs fins sont capables de résoudre une plus grande fraction du spectre d'énergie turbulente. Si l'on raffine l'ensemble du maillage, l'amplitude de ces bosses sera réduite. De plus, nous avons noté qu'au fur et à mesure du calcul, l'amplitude de ces bosses se réduisait, sans jamais disparaître.

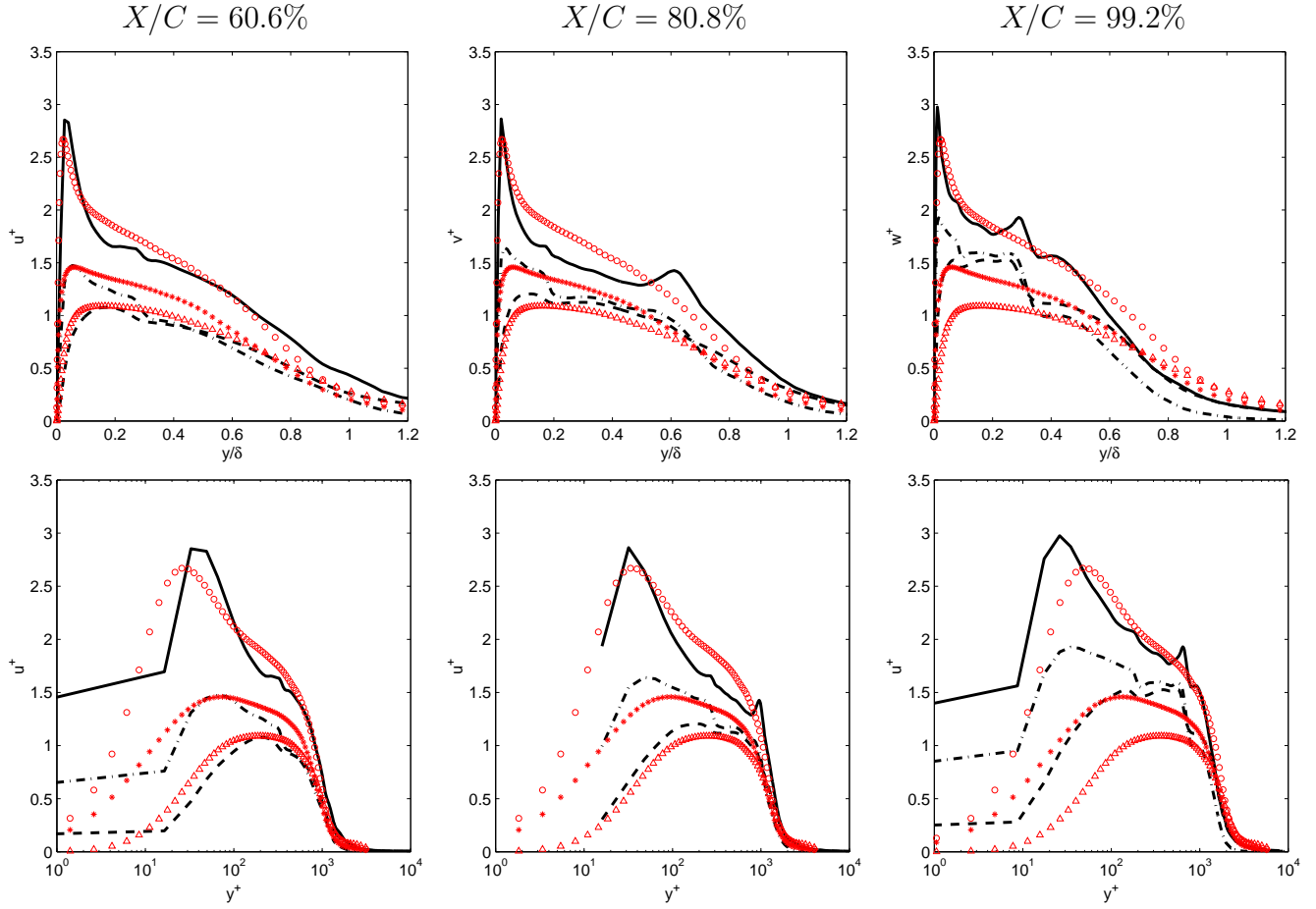


FIG. 6.22 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Comparaisons des intensités turbulentes sur l'extrados avec les profils de Spalart [163] à  $Re_\theta = 1410$ . Présent calcul : (—)  $u_{rms}/u_\tau$ , (---)  $v_{rms}/u_\tau$  et (- · - ·)  $w_{rms}/u_\tau$  ; DNS de Spalart ( $\circ$ )  $u_{rms}/u_\tau$ , ( $\triangle$ )  $v_{rms}/u_\tau$  et ( $\star$ )  $w_{rms}/u_\tau$ .

## 6.8 Champ acoustique

Au regard de la configuration étudiée, on peut s'attendre à ce que le bruit généré par l'écoulement autour du profil provienne de la turbulence de couche limite convectée au niveau du bord de fuite, mais aussi de l'allée tourbillonnaire générée par le bord de fuite tronqué. L'épaisseur de troncature est 2.5 mm ( $\approx 0.505\%C$ ), donc on peut s'attendre à ce que l'allée tourbillonnaire soit la source acoustique prédominante avec une fréquence principale du champ acoustique peut être directement reliée à celle de l'allée tourbillonnaire. Des vues instantanées du champ acoustique dans l'ensemble du domaine de calcul sont présentées sur la figure 6.23. La tache que l'on détecte à l'extrême droite du domaine dans le sillage du profil est due à la présence d'une zone éponge qui permet de dissiper les structures de vorticité avant qu'elles n'atteignent la condition limite de sortie et ne génèrent du bruit parasite. Le champ acoustique obtenu n'est pas très propre à cause d'un manque de convergence des champs moyens.

En raison de la faible qualité du champ acoustique et de signaux acoustiques trop courts, nous ne sommes pas en mesure d'étudier le contenu fréquentiel du champ acoustique rayonné. Cependant, la fréquence principale de l'allée tourbillonnaire a été estimée dans le paragraphe précédent en réalisant

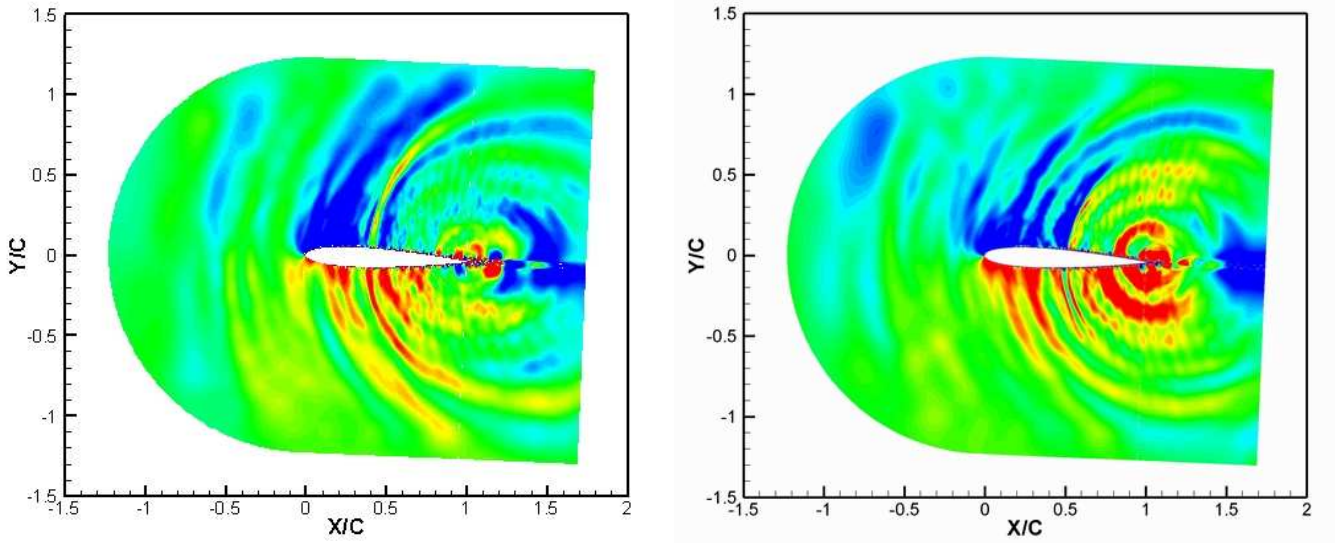


FIG. 6.23 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . Fluctuations de pressions  $p' = p - \bar{p}$ , niveaux entre  $\pm 5$  Pa.

des PSD des capteurs de vitesse  $v'$  dans le sillage du profil. Les spectres de la figure 6.16 ont la même allure que ceux de l'ONERA (expérimental et numérique). Le spectre d'un capteur de pression pariétale proche du bord de fuite obtenu par l'ONERA est comparé sur la figure 6.24 à un spectre expérimental. On remarque que la fréquence de notre allée tourbillonnaire (3.8 kHz) est surestimée (2.8 kHz dans les expériences), comme celle de l'ONERA.

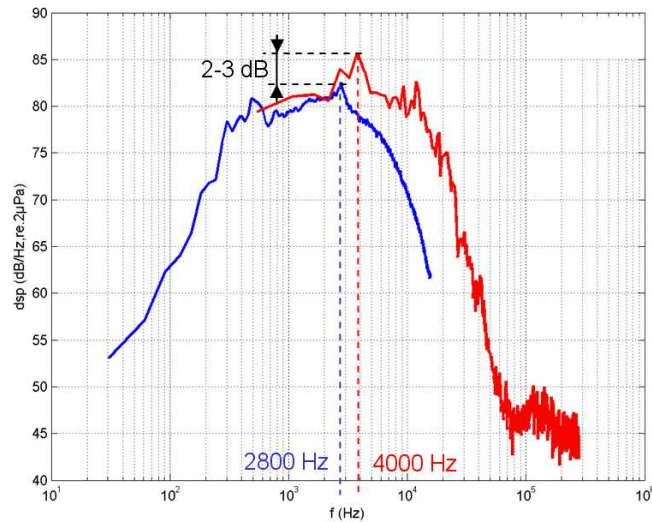


FIG. 6.24 – Profil NACA0012 tronqué,  $Re_C = 2.32 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.5^\circ$ . PSD d'un capteur de pression pariétale près du bord de fuite, (—) programme EXAVAC et (—) simulation de l'ONERA.

Cette différence de valeur entre le numérique et les expériences peut s'expliquer par le fait que nos profils moyens de vitesse dans la couche limite sont trop fins (voir figure 6.19(a)). L'épaisseur de

couche limite est correctement estimée, mais l'épaisseur de déplacement est sous-estimée. La couche limite est moins détachée et donc l'allée tourbillonnaire a une fréquence plus élevée.

Si l'on s'intéresse à la configuration de Brooks et Hodgson [24], des mesures de pression pariétale ont été réalisées pour caractériser l'écoulement autour du profil. Numériquement, Terracol *et al.* [181] comparent leurs spectres numériques aux mêmes points que Brooks et Hodgson ( $X/C = 0.9958$ ). Leur comparaison est globalement satisfaisante : ils retrouvent le caractère large bande du spectre ainsi que la présence d'un pic. Cependant, les niveaux sont surestimés de 3 dB et la fréquence principale de l'allée tourbillonnaire (4.7 kHz) est elle aussi surestimée (3.5 kHz dans l'expérience). La surestimation de la fréquence va dans le même sens que la finesse de leurs profils moyens par rapport aux profils expérimentaux. Nous remarquons le même comportement dans notre simulation.

## 6.9 Conclusion

La simulation du bruit de bord de fuite généré par un profil NACA0012 tronqué à grand nombre de Reynolds était une simulation ambitieuse en termes de moyens de calcul et de méthodes numériques à employer. Sans l'utilisation de la méthode multi échelles multi pas de temps développée dans le chapitre 3, nous n'aurions pas été en mesure de réaliser une telle simulation. En effet, sans cette méthode, le coût CPU aurait été multiplié par 10. Les premières comparaisons entre les expériences et la simulation sont assez encourageantes. Le calcul mériterait d'être poursuivi afin de converger les grandeurs statistiques. Une meilleure convergence des champs moyens permettrait aussi une meilleure visualisation du champ acoustique. Un seul calcul a été réalisé pendant la troisième année de thèse, compte tenu des heures de calcul disponibles. Malgré les moyens de calcul mis en oeuvre, nous n'avons pas obtenu un meilleur résultat numérique que l'ONERA en ce qui concerne la fréquence principale de l'écoulement et du champ acoustique.

# Conclusion

Au cours de cette thèse, nous avons développé un code de calcul aéroacoustique afin de simuler le bruit généré par des écoulements autour de profils. Nous avons mis en oeuvre des méthodes numériques d'ordre élevé sur des maillages cartésiens et curvilignes. L'utilisation de méthodes numériques d'ordre élevé permet de ne pas dissiper les ondes acoustiques dont l'amplitude est très faible devant les fluctuations hydrodynamiques. La transformation de coordonnées, nécessaire pour réaliser des simulations autour de formes curvilignes, s'accompagne de traitements numériques spécifique afin d'éviter l'introduction d'erreurs numériques supplémentaires. En un point donné du maillage, le même schéma numérique doit être utilisé pour calculer la matrice jacobienne et les dérivées spatiales. En 3D, la matrice jacobienne doit aussi être calculée sous forme conservative. Le passage du code cartésien au code curviligne a été validé au travers de plusieurs cas tests acoustiques. L'étude du bruit æolien révèle la capacité du présent code de calcul à capter le champ acoustique rayonné par le cylindre en écoulement.

De plus, afin de limiter le nombre de points et de réduire le coût CPU des simulations, nous avons étendu en maillage curviligne la méthode de Tam et Kurbatskii [177]. Le domaine de calcul est divisé en blocs, et la taille de maille peut doubler entre deux blocs adjacents. Ce doublement de maillage s'accompagne d'un doublement du pas de temps. De nouveaux coefficients pour des schémas sur 11 points pour le traitement des interfaces entre les blocs fins et grossiers sont proposés. Le traitement spécifiques de ces interfaces permet de conserver la nature d'ordre élevé de l'algorithme de calcul. La faisabilité de cette méthode multi échelles multi pas de temps est démontrée grâce à divers cas tests en maillage curviligne.

Le calcul du bruit de bord d'attaque d'un profil de Joukowski confirme la capacité du code à traiter des configurations de profils. La réalisation de l'interaction gust/arfoil nous a permis de comparer nos résultats avec l'ensemble des auteurs ayant répondu à ce problème issu d'un benchmark de la NASA [38]. Ces résultats sont en bon accord avec les références.

L'intérêt de l'utilisation de l'algorithme multi échelles multi pas de temps est clairement démontré dans le calcul du bruit de bord de fuite généré par un profil NACA0012 à bas nombre de Reynolds. Dans ces simulations 2D, le domaine de calcul doit être suffisamment grand pour inclure plusieurs longueurs d'onde du champ acoustique. Dans le même temps, la discrétisation spatiale du maillage doit être fine près du profil pour capter l'ensemble des phénomènes physiques. La méthode multi échelles multi pas de temps permet de répondre à ces deux contraintes tout en diminuant le coût de calcul par rapport à un domaine de calcul monobloc. L'ensemble des résultats obtenus se comparent très favorablement à ceux de Hatakeyama et Inoue [80]. De plus, ces résultats sont obtenus dans des maillages beaucoup plus légers que ceux de Hatakeyama et Inoue [80]. Cette première étude du bruit généré par l'écoulement autour d'un profil nous a aussi permis de mettre en évidence les différents régimes d'écoulement existants en fonction de l'angle d'incidence du profil. L'influence de l'angle d'incidence a été étudiée aussi bien sur le champ aérodynamique que sur le champ acoustique grâce à la réalisation d'un calcul direct (DNC) qui permet d'obtenir, lors d'une même simulation, ces deux

champs. A travers ces simulations, nous avons démontré que la DNC permet de relier directement le champ acoustique aux phénomènes physiques.

Pour des nombres de Reynolds modérés et dans certaines configurations d'écoulement, de nouveaux mécanismes de génération sonore apparaissent. Le mécanisme de génération de bruit tonal en fait partie. L'écoulement contient une double boucle de rétroaction qui génère une fréquence principale ainsi que des modes secondaires régulièrement espacés en fréquence. Les configurations pour lesquelles le bruit tonal est attendu peuvent être déterminées par la courbe de Lowson *et al.* [120]. Cependant, nous avons montré par l'intermédiaire de nos simulations 2D autour d'un profil NACA0012 à Reynolds  $2 \times 10^5$  et pour un angle d'incidence variant de  $0$  à  $8^\circ$ , que cette courbe ne constitue pas une frontière nette entre les configurations pour lesquelles le bruit tonal est ou n'est pas attendu. En réalité, lorsque l'angle d'incidence augmente, on a une transition continue entre le bruit tonal et le bruit large bande. Avec les paramètres de nos simulations, le mécanisme de bruit tonal est maximal pour un angle d'incidence de  $3^\circ$ , valeur qui diffère un peu de celle trouvée par Desquesnes *et al.* [45] ( $2^\circ$ ). Ces simulations bidimensionnelles révèlent aussi les limites d'une approche en 2D par l'apparition de tourbillons non physiques notamment. Les simulations sur un profil NACA0018 en incidence nécessitent la résolution des équations de Navier-Stokes 3D. En effet, le champ aérodynamique est clairement tridimensionnel et la présence d'une modulation spatiale est visible dans la direction transversale au profil sur le champ acoustique rayonné. Une étude du confinement expérimental a aussi été menée afin de quantifier l'influence des parois haute et basse d'une soufflerie à veine fermée sur les champs aérodynamique et acoustique. Le phénomène de blocage induit par la présence des parois haute et basse est équivalent à un angle d'attaque supérieur à celui du calage aérodynamique du profil en l'absence de parois. De plus, le champ acoustique rayonné par le profil rentre en résonance avec le premier mode de veine, ce qui a pour effet d'augmenter considérablement les niveaux acoustiques. Dans le cas non confiné, le champ acoustique est dû à la diffraction des fluctuations de pression induites par la convection des structures turbulentes au niveau du bord de fuite et est de nature dipolaire. Nous avons tiré comme conclusion de cette étude que les résultats expérimentaux issus d'une soufflerie à veine fermée dont les dimensions de section sont faibles devant la corde du profil doivent être utilisés avec précaution afin de valider une simulation numérique en champ libre. Les simulations autour du profil NACA0018 constituent les premières simulations en 3D. Par l'utilisation de la méthode multi échelles multi pas de pas de temps, nous avons pu légèrement contrebalancer le surcoût induit par le passage du code 2D au code 3D.

Dans le dernier chapitre de cette thèse, nous avons présenté les premiers résultats d'un calcul de bruit de profil ambitieux, de par le grand nombre de Reynolds  $2.32 \times 10^6$  et le coût induit. Le calcul comporte  $32 \times 10^6$  points et a coûté environ 2500 heures sur un supercalculateur NEC-SX8. Ce calcul s'inscrit dans le cadre d'une collaboration avec l'ONERA qui a pour but de comparer les résultats issus des simulations numériques avec la base de données expérimentale EXAVAC établie par l'ONERA. D'un point de vue numérique, nous n'aurions pas eu les moyens de calcul de mener une telle simulation sans l'utilisation de la stratégie de calcul multi échelles multi pas de temps. Elle permet de réduire le coût de calcul d'un facteur 10 comparée à une stratégie monobloc mono pas de temps qui aurait contenu environ  $200 \times 10^6$  points. Nous avons aussi proposé une approche permettant la transition laminaire/turbulent des couches limites par l'introduction d'une petite marche sur chacune des faces du profil. Les profils moyens des couches limites sont en assez bon accord avec les courbes expérimentales. En effet, l'épaisseur des couches limites est correctement prédit. Cependant, l'épaisseur de déplacement est sous estimée, ce qui a pour effet de modifier sensiblement le nombre de Strouhal associé à l'écoulement. Malgré cet écart en fréquence, les couches limites turbulentes sont bien captées et l'allée tourbillonnaire due à la troncature du profil est bien présente. L'obtention d'un



champ acoustique d'avantage exploitable nécessiterait soit la poursuite de cette simulation soit la réalisation d'une nouvelle simulation numérique en tenant compte de l'expérience de la première. Le calcul LES du bruit rayonné par un profil à grand nombre de Reynolds est maintenant accessible en utilisant des stratégies de calcul adaptées. Rappelons que Marsden *et al.* [126, 128] sont les premiers en 2005 et en 2008 à avoir réalisé une DNC 3D d'un profil NACA0012 à Reynolds  $5 \times 10^5$  et à avoir obtenu des résultats en bon accord avec des données expérimentales.

En conclusion, nous avons montré au cours de ce manuscrit la capacité de l'ensemble des méthodes numériques mises en oeuvre à simuler le bruit d'origine aérodynamique généré par des profils 2D et 3D. Le présent code de calcul est capable de traiter des cas de bruit de bord d'attaque et de bruit de bord de fuite. De plus, nous ne sommes pas limités géométriquement au seul cas d'un profil. Toutes les formes géométriques arrondies dont le maillage de calcul est structuré, peuvent à priori être traitées par le présent code de calcul.

## Perspectives

La poursuite du calcul NACA0012 à Reynolds  $2.32 \times 10^6$  n'est pas pour le moment envisagée car une meilleure convergence des champs moyens et des statistiques turbulentes ne modifierait pas la valeur de la fréquence principale de l'écoulement. La caractérisation du gradient de pression se développant sur le profil est nécessaire afin d'apporter des réponses sur la mauvaise estimation de l'épaisseur de déplacement. Une comparaison avec les résultats de Spalart et Watmuff [164] est envisagée à court terme. Il serait aussi intéressant de mener des simulations RANS afin de déterminer si le confinement expérimental modifie l'écoulement. Les écarts présents sur le coefficient de pression pariétale pourrait ainsi être expliqués. En fonction des résultats des simulations RANS, il faudrait peut être inclure numériquement les parois haute et basse de la soufflerie comme nous l'avons fait dans le cas du NACA0018. L'intégration de ces parois augmenterait le coût de la simulation. Il serait plus simple de modifier légèrement l'angle d'incidence du profil car nous avons vu que le confinement expérimental est équivalent à un angle d'attaque supérieur à celui du calage aérodynamique.

Le dépouillement du calcul n'est pas encore terminé. Les mécanismes de génération sonore peuvent être étudiés à l'aide des corrélations. De plus, une comparaison de nos résultats acoustiques avec des modèles existants (Amiet [2] et Howe [87]) est tout à fait envisageable. Nous disposons aussi de la pression pariétale toutes les 100 itérations afin de calculer des spectres pariétaux. Toute une série de capteurs est disponible dans la couche limite à l'extrados en  $\delta/2$  afin de la caractériser. Le calcul de la vitesse de convection des structures ainsi que la réalisation de spectre  $k - \omega$  est à réaliser.

Dans cette thèse, nous nous sommes uniquement intéressés à des écoulements avec des nombres de Mach inférieurs à 0.5. Le caractère centré des schémas spatiaux et des filtres induirait des oscillations numériques parasites dans les cas transsoniques avec présence de chocs. Julien Berland, dans le cadre de son post-doctorat au sein du laboratoire SINUMEF, a implémenté le filtre d'ordre élevé couplé à un filtre d'ordre réduit de Kim et Lee [101] dans le présent code de calcul de bruit de profil. Ce filtre utilise un senseur de Jameson [93] basé sur la dilatation et permet de supprimer les oscillations parasites dues à la présence de chocs. Une comparaison des solutions numériques avec ou sans filtre de Kim et Lee [101] est effectuée dans la référence [13] dans le cas d'un profil NACA0012 non visqueux à Mach 0.85 et avec un angle d'incidence de  $1^\circ$ . Ces travaux sont les prémices de la réalisation d'un cas de tremblement transsonique en LES autour d'un profil dans le cadre d'un projet ANR nommé SPICEX (Simulation numériques hautes Performances d'une Interaction onde de



Choc/couche limite en Écoulement eXterne) dans lequel sont impliqués le laboratoire SINUMEF, le LEA Poitiers, l'IMFT Toulouse et l'ONERA DAAP Meudon. Afin d'optimiser le présent code de calcul, la possibilité d'impliciter l'avancement temporel sera étudiée. Cette implicitation est indispensable pour capter le phénomène de tremblement dont la fréquence est au moins d'un ordre inférieur à la fréquence principale de l'écoulement autour du profil NACA0012 à Reynolds  $2.32 \times 10^6$ . La parallélisation à l'aide des bibliothèques MPI du code de calcul devra être améliorée afin d'augmenter la courbe d'accélération du code sur les machines massivement parallèles. Ce travail permettra aussi de diminuer le temps de restitution des simulations.

Dans le deuxième chapitre de cette thèse, l'interaction gust/airfoil constitue la première étape de la simulation numérique de l'interaction d'une turbulence de grille avec un profil. Ce calcul nécessiterait au préalable le passage du code de calcul d'un maillage CH à un maillage HH afin d'optimiser la répartition des points. Nous serions ainsi en mesure de réaliser le problème 2 de la catégorie 3 du benchmark [38] de la NASA, qui consiste à calculer l'interaction entre une rafale de vent et une grille d'aubes.

# Bibliographie

- [1] AMIET, R.K., 1975, Acoustic radiation from an airfoil in a turbulent stream, *J. Sound Vib.*, **41**(4), p. 407–420.
- [2] AMIET, R.K., 1976, Noise due to turbulent flow past a trailing edge noise, *J. Sound Vib.*, **47**(3), p. 387–393.
- [3] ARBEY, H., 1981, *Contribution à l'étude des mécanismes de l'émission sonore des profils aérodynamiques placés dans des écoulements sains ou perturbés*, thèse de doctorat, Université Claude Bernard de Lyon. No 81-47.
- [4] ARBEY, H. & BATAILLE, J., 1983, Noise generated by airfoil profiles placed in a uniform laminar flow, *J. Fluid Mech.*, **134**, p. 33–47.
- [5] ATOBE, T., KUROTAKE, T., SUMI, T. & TAKAGI, S., 2006, Challenge for natural transition simulation of wing boundary layer with an innovative 3-D les technique, *AIAA Paper 2006-3533*.
- [6] BARDINA, J., FERZIGER, J.H. & REYNOLD, W.C., 1980, Improved subgrid scale models for large eddy simulation, *AIAA Paper 80-1357*.
- [7] BAYSAL, O. & KAUSHIK, D.K., 1997, Computation of acoustic scattering by a low-dispersion scheme, *Second Computational Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems*, NASA CP-3352, p. 57–68.
- [8] BECKER, J.V., 1940, Boundary layer-transition on the NACA0012 and 23012 airfoils in the 8-foot high-speed wind tunnel, NACA, *Wartime Report L.682*.
- [9] BENEK, J., STEGER, J. & DOUGHERTY, F., 1983, A flexible grid embedding technique with application to the Euler equations, *AIAA Paper 83-1944*.
- [10] BERGER, M.J. & OLIGER, J., 1984, Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations, *J. Comput. Phys.*, **53**, p. 484–512.
- [11] BERLAND, J., BOGEY, C., MARSDEN, O. & BAILLY, C., 2007, High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems, *J. Comput. Phys.*, **224**, p. 637–662.
- [12] BERLAND, J. & GLOERFELT, X., 2008, Investigation of noise radiation from a turbulent boundary layer, *14th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, 5-7 May, Vancouver, Canada, AIAA Paper 2008-2802.
- [13] BERLAND, J., LE GARREC, T., GLOERFELT, X. & DARU, V., 2008, Assessment of high-order algorithms for aeroacoustic computation of shock-containing flows, dans *International Conference on Computational Fluid Dynamics*, Seoul, South Korea, July.
- [14] BLAKE, W.K. & GERSHFELD, J.L., 1989, The aeroacoustics of trailing edges, *Frontiers in Experimental Fluid Mechanics*, p. 457–532. A90-26059 10-34.

- [15] BOGEY, C. & BAILLAY, C., 2007, An analysis of the correlations between the turbulent flow and the sound pressure fields of subsonic jets, *J. Fluid Mech.*, **583**, p. 71–97.
- [16] BOGEY, C. & BAILLAY, C., 2007, On the application of explicit spatial filtering to the variables or fluxes of linear equations, *J. Comput. Phys.*, **225**, p. 1211–1217.
- [17] BOGEY, C. & BAILLY, C., 2003, LES of a high Reynolds, high subsonic jet : Effects of the subgrid modellings on flow and noise, *AIAA Paper 2003-3557*.
- [18] BOGEY, C. & BAILLY, C., 2004, A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for noise computation, *J. Comput. Phys.*, **194**, p. 194–214.
- [19] BORIS, J.P., GRINSTEIN, F.F., ORAN, E.S. & KOLBE, R.L., 1992, New insights into large eddy simulation, *Fluid Dyn. Res.*, **10**, p. 199–228.
- [20] BOUDET, J., 2003, *Approches numériques pour la simulation du bruit à large bande en vue de l'application aux turbomachines*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. No 2003-36.
- [21] BOUHADJI, A. & BRAZA, M., 2003, Organised modes and shock-vortex interaction in unsteady viscous transonic flows around an aerofoil, Part 1 : Mach number effect, *Computers and Fluids*, **32**, p. 1233–1260.
- [22] BOUHADJI, A. & BRAZA, M., 2003, Organised modes and shock-vortex interaction in unsteady viscous transonic flows around an aerofoil, Part 2 : Reynolds number effect, *Computers and Fluids*, **32**, p. 1261–1281.
- [23] BRITZ, D., 1997, Stability of the backward differentiation formula (FIRM) applied to electro-chemical digital simulation, *Computer Chem.*, **21**(2), p. 97–108.
- [24] BROOKS, T.F. & HODGSON, T.H., 1981, Trailing edge noise prediction from measured surface pressures, *J. Sound Vib.*, **78**(1), p. 69–117.
- [25] BROOKS, T.F., POPE, D.S. & MARCOLINI, M.A., 1989, Airfoil self-noise and prediction, NASA Reference Publication 1218, Technical report.
- [26] BULTÉ, J., DAVY, R. & MANOHA, E., 2007, Airfoil noise and unsteady flow measurements for the validation of cfd/caa methods, *AIAA Paper 2007-3454*.
- [27] CADIOU, A., TENAUD, C. & TA PHUOC, L., 2001, Large eddy simulation of compressible flow around A-airfoil, *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS CFD Conference*, Swansea, Wales, UK.
- [28] CAI, J., TSAI, H.M. & LIU, F., 2006, A parallel viscous flow solver on multi-block overset grids, *Computers and Fluids*, **35**, p. 1290–1301.
- [29] CARATI, D., WINCKELMANS, G.S. & JEANMART, H., 2001, On the modelling of the subgrid-scale and filtered-scale stress tensors in large-eddy simulations, *J. Fluid Mech.*, **441**, p. 119–138.
- [30] CHESHIRE, G. & HENSHAW, W.D., 1990, Composite overlapping meshes for the solution of partial differential equations, *J. Comput. Phys.*, **90**(1), p. 1–64.
- [31] CHOW, F.K. & MOIN, P., 2003, A further study of numerical errors in large-eddy simulations, *J. Comput. Phys.*, **184**, p. 366–380.
- [32] CLARK, L.T., 1971, The radiation of sound from an airfoil immersed in a laminar flow, *Trans. ASME J. Engng Power*, **93**, p. 366–376.
- [33] CLARK, R.A., FERZIGER, J.H. & REYNOLD, W.C., 1979, Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow, *J. Fluid Mech.*, **91**(1), p. 1–16.

- [34] COLES, D. & WADCOCK, A.J., 1979, Flying-hot-wire study of flow past an NACA 4412 airfoil at maximum lift, *AIAA Journal*, **17**(4), p. 321–329.
- [35] COLONIUS, T. & LELE, S.K., 2004, Computational aeroacoustics : progress on nonlinear problems of sound generation, *Progress in Aerospace Sciences*, **40**, p. 345–416.
- [36] COSTES, M., GLEIZE, V., SZYDLOWSKI, J., SANKAR, L., GUZEL, G. & RHEE, M., 2004, Grid sensitivity study for the turbulent viscous flow around a NACA0015 airfoil at stall, *31st European Rotorcraft Forum*. ONERA TP 2005-181.
- [37] CURLE, N., 1955, The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound, *Proc. of the Royal Society of London*, **A 231**, p. 505–514.
- [38] DAHL, M.D., éditeur, 2004, *Fourth computational aeroacoustics, workshop on benchmark problems*. NASA CP-2004-212954.
- [39] DAHLSTRÖM, S. & DAVIDSON, L., 2000, Large eddy simulation of the flow around an Aerospa-tiale A-aerofoil, dans *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Barcelona, Spain, September.
- [40] DAHLSTRÖM, S. & DAVIDSON, L., 2001, Large eddy simulation of the flow around an air-foil, dans *39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, *AIAA Paper 2000-0776*, Reno, Nevada, January.
- [41] DAHLSTRÖM, S. & DAVIDSON, L., 2003, Large eddy simulation applied to a high-Reynolds flow around an airfoil close to stall, dans *41st AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, *AIAA Paper 2001-0425*, Reno, Nevada, January.
- [42] DAVIDSON, L., COKLJAT, D., FRÖHLICH, J., LESCHZINER, M., MELLEN, C. & RODI, W., 2003, Lesfoil : Large eddy simulation of flow around a high lift airfoil, *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, **83**.
- [43] DENG, S., JIANG, L. & LIU, C., 2007, DNS for flow separation control around an airfoil by pulsed jets, *Computers and Fluids*, **36**(6), p. 1040–1060.
- [44] DESQUESNES, G., TERRACOL, M., MANOHA, E. & SAGAUT, P., 2006, On the use of high order overlapping grid method for coupling CFD/CAA, *J. Comput. Phys.*, **220**(1), p. 355–382.
- [45] DESQUESNES, G., TERRACOL, M. & SAGAUT, P., 2007, Numerical investigation of the tone noise mechanism over a laminar airfoil, *J. Fluid Mech.*, **591**, p. 155–182.
- [46] DOENHOFF, A.E., 1940, Investigation of the boundary layer about a symmetrical airfoil in a wind tunnel of low turbulence, NACA, *Wartime Report L.507*.
- [47] DOMARADZKI, J.A. & ADAMS, N.A., 2002, Direct modelling of subgrid scales of turbulence in large eddy simulations, *J. Turbulence*, **3** 024 (<http://jot.iop.org/>).
- [48] DOMARADZKI, J.A. & LOH, K.-C., 1999, The subgrid-scale estimation model in the physical-space representation, *Phys. Fluids*, **11**(8), p. 2330–2342.
- [49] DOMARADZKI, J.A. & SAIKI, E.M., 1997, A subgrid-scale model based on the estimation of unresolved scales of turbulence, *Phys. Fluids*, **9**(7), p. 2148–2164.
- [50] EISENBACH, S. & FRIEDRICH, R., 2008, Large-eddy simulation of flow separation on an airfoil at a high angle of attack and  $Re = 10^5$  using cartesian grids, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **22**(3-4), p. 213–225.
- [51] ELIMELECH, Y., ARIELI, R. & IOSILEVSKII, G., 2007, Flow over NACA-0009 and Eppler-61 airfoils at Reynolds numbers 5000 to 60 000, *AIAA Journal*, **45**(10), p. 2414–2421.

- [52] EMMERT, T., 2007, *Development of a multidomain high-order algorithm for computational aeroacoustics : application to subsonic and transonic confined flows*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. No 2007-30.
- [53] EWERT, R., ZHANG, Q., SCHRÖDER, W. & DELFS, J., 2003, Computation of trailing-edge noise of a 3D lifting airfoil in turbulent subsonic flow, *AIAA Paper 2003-3114*.
- [54] FANG, K., 2000, *Unsteady incompressible flow analysis using C-Type grid with a curved branch cut*, thèse de doctorat, University of Cincinnati.
- [55] FLOWCS WILLIAMS, J.E. & HAWKINGS, D.L., 1969, Sound generated by turbulence and surfaces in arbitrary motion, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, **A 264**(1151), p. 321–342.
- [56] FINK, M.R., 1975, Prediction of airfoil tone frequencies., *J. Aircraft*, **12**, p. 118–120.
- [57] FREUND, J.B., 2001, Noise sources in a low-Reynolds-number turbulent jet at Mach 0.9, *J. Fluid Mech.*, **438**, p. 277–305.
- [58] FUREBY, C. & GRINSTEIN, F.F., 2002, Large eddy simulation of high-Reynolds number free and wall-bounded flows, *J. Comput. Phys.*, **181**, p. 68–97.
- [59] GAITONDE, D.V. & VISBAL, M.R., 2000, Padé-type higher-order boundary filters for the Navier-Stokes equations, *AIAA Journal*, **38**(11), p. 2103–2112.
- [60] GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P. & CABOT, W.H., 1991, A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids A*, **3**(7), p. 1760–1765.
- [61] GERSHFELD, J.L., BLAKE, W.K. & KNISELY, C.W., 1988, Trailing edge flow and aerodynamic sound, *AIAA Thermophysics, Plasmadynamics and Lasers Conference, San Antonio, Texas* AIAA Paper 1988-3826, p. 2133–2140.
- [62] GEURTS, B.J., 1997, Inverse modeling for large-eddy simulation, *Phys. Fluids*, **9**(12), p. 3585–3587.
- [63] GHOSAL, S., 1996, An analysis of numerical errors in Large-Eddy Simulations of turbulence, *J. Comput. Phys.*, **125**, p. 187–206.
- [64] GHOSAL, S., LUND, T.S., MOIN, P. & AKSELVOLL, K., 1995, A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows, *J. Fluid Mech.*, **286**, p. 229–255.
- [65] GHOSH CHOUDHURI, P. & KNIGHT, D.D., 1996, Effects of compressibility, pitch rate, and Reynolds number on unsteady incipient leading-edge boundary layer separation over a pitching airfoil, *J. Fluid Mech.*, **308**, p. 195–217.
- [66] GLOERFELT, X., 2001, *Bruit rayonné par un écoulement affleurant une cavité : simulation aéroacoustique directe et application de méthodes intégrales*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. No 2001-26.
- [67] GLOERFELT, X., 2004, Large-eddy simulation of a high Reynolds number flow over a cavity including radiated noise, *AIAA Paper 2004-2863*.
- [68] GLOERFELT, X., 2006, Aeroacoustic computations of high-Reynolds number cavity flows on staggered grids, dans *12th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference, AIAA Paper 2006-2433*, Cambridge, Massachusetts, May.
- [69] GLOERFELT, X., BOGEY, C. & BAILLY, C., 2002, LES of the noise radiated by a flow over a rectangular cavity, *ERCOFTAC Workshop on LES for Acoustics*, 7-8 october, DLR Göttingen, Germany.

- [70] GLOERFELT, X. & LAFON, P., 2008, Direct computation of the noise induced by a turbulent flow through a diaphragm in a duct at low mach number, *Computers and Fluids*.
- [71] GLOERFELT, X. & LE GARREC, T., 2008, Generation of inflow turbulence for aeroacoustic applications, dans *14th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference, AIAA Paper 2008-2926*, Vancouver, Canada, May.
- [72] GOLUBEV, V.V., MANKBADI, R.R. & HIXON, R., 2004, Simulation of airfoil response to impinging gust using high-order prefactored compact code, *Fourth computational aeroacoustics, workshop on benchmark problems*, NASA CP-2004-212954, p. 141–147.
- [73] GOLUBEV, V.V., MANKBADI, R.R., VISBAL, M.R., SCOTT, J.R. & HIXON, R., 2006, A parametric study of nonlinear gust-airfoil interaction, dans *12th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference, AIAA Paper 2006-2426*, Cambridge, Massachusetts, May.
- [74] GUENANFF, R., 2004, *Couplage instationnaire Navier-Stokes/Euler pour la génération et le rayonnement des sources de bruit aérodynamique*, thèse de doctorat, Université Rennes I. No 3138.
- [75] GULLBRAND, J., 2001, Explicit filtering and subgrid-scale models in turbulent channel flow, dans *Annual Research Briefs*, p. 31–42. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ., CA.
- [76] GULLBRAND, J. & CHOW, F.K., 2003, The effect of numerical errors and turbulence models in large-eddy simulations of channel flow, with and without explicit filtering, *J. Fluid Mech.*, **495**, p. 323–341.
- [77] HAH, C. & LAKSHMINARAYANA, B., 1982, Measurement and prediction of mean velocity and turbulence structure in the near wake of an airfoil, *J. Fluid Mech.*, **115**, p. 251–282.
- [78] HARDIN, J. & POPE, D.S., 1994, An acoustic/viscous splitting technique for computational aeroacoustics, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **6**, p. 323–340.
- [79] HARDIN, J.C., RISTORCELLI, J.R. & TAM, C.K.W., éditeurs, 1995, *Workshop on benchmark problems in computational aeroacoustics*, ICASE/LaRC. NASA CP - 3300.
- [80] HATAKEYAMA, N. & INOUE, O., 2006, Direct numerical simulation of noise from an airfoil in a uniform flow, *AIAA Paper 2006-2504*.
- [81] HERSH, A.S. & HAYDEN, R.E., 1971, Aerodynamic sound radiation from lifting surfaces with and without leading edge serrations., NASA Contractor, Technical report. Report CR-114370.
- [82] HIRSCH, C., 1990, *Numerical computation of internal and external flows, Volume 1 : Fundamentals of numerical discretization*, chap. 8. John Wiley & Sons.
- [83] HIXON, R., SCOTT, J.R., SAWYER, S. & NALASAMY, M., 2006, Application of a nonlinear computational aeroacoustics code to the gust-airfoil problem, *AIAA Journal*, **44**(2), p. 323–328.
- [84] HOARAU, Y., BRAZA, M., VENTIKOS, Y. & FAGHANI, D., 2006, First stage of transition to turbulence and control in the incompressible detached flow around a NACA0012 airfoil, *Heat and Fluid Flow*, **27**, p. 878–886.
- [85] HORIUTI, K., 1997, A new dynamic two-parameter mixed model for large-eddy simulation, *Phys. Fluids*, **9**(11), p. 3443–3464.
- [86] HOWE, M.S., 1978, A review of the theory of trailing edge noise, *J. Sound Vib.*, **61**(3), p. 437–465.

- [87] HOWE, M.S., 2000, Trailing edge noise at low Mach numbers, Part 2 : Attached and separated edge flows, *J. Sound Vib.*, **234**(5), p. 761–775.
- [88] HU, F.Q., HUSSAINI, M.Y. & MANTHEY, J.L., 1996, Low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics, *J. Comput. Phys.*, **124**, p. 177–191.
- [89] HUGHES, T.J.R., MAZZEI, L. & OBERAI, A.A., 2001, The multiscale formulation of large eddy simulation : Decay of homogeneous isotropic turbulence, *Phys. Fluids*, **13**(2), p. 505–512.
- [90] HULSEN, M.A., 1996, Stability of the implicit/explicit extension of the stiffly-stable schemes of Gear, TU-Delft, Department of Mechanical Engineering and Marine Technology, Technical report. MEAH 138.
- [91] JACOB, M.C., BOUDET, J., CASALINO, D. & MICHARD, M., 2005, A rod-airfoil experiment as benchmark for broadband noise modeling, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **19**, p. 171–196.
- [92] JACOBUCCI, A. & PICAUD, N., Etude de l'absorption acoustique dans un résonateur de Helmholtz. mémoire de maîtrise, ENSAM, 2004. encadré par X. Gloerfelt.
- [93] JAMESON, A., SCHMIDT, W. & TURKEL, E., 1981, Numerical solutions of the Euler equations by finite-volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes, *14th AIAA Fluid and Plasma Dynamics Conference Proceedings, AIAA Paper 81-1259*.
- [94] JANSEN, K., 1995, Preliminary large-eddy simulations of flow around a NACA 4412 airfoil using unstructured grids, *Center for Turbulence Research - Annual Research Briefs*, p. 61–72.
- [95] JOULAUD, T. & ROULLEAU, J., Etude de l'atténuation acoustique dans un résonateur de helmholtz. mémoire de maîtrise, ENSAM, 2005. encadré par X. Gloerfelt.
- [96] KACHANOV, Y.S., 1994, Physical mechanisms of laminar-boundary-layer transitional, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **26**, p. 411–482.
- [97] KALTENBACH, H.-J. & CHOI, H., 1995, Large-eddy simulation of flow around an airfoil on a structured mesh, *Center for Turbulence Research - Annual Research Briefs*, p. 51–60.
- [98] KARAMCHETI, K., 1955, Acoustic radiation from two-dimensional rectangular cutouts in aerodynamic surfaces, NACA, *Tech. Note 3487*.
- [99] KARNIADAKIS, G.E., ISRAELI, M. & ORSZAG, S.A., 1991, High-order splitting methods for incompressible Navier-Stokes equations, *J. Comput. Phys.*, **97**, p. 414–443.
- [100] KERHO, M.F. & BRAGG, M.B., 1997, Airfoil boundary-layer development and transition with large leading-edge roughness, *AIAA Journal*, **35**(1), p. 75–84.
- [101] KIM, J.W. & LEE, D.J., 2001, Adaptive nonlinear artificial dissipation model for computational aeroacoustics, *AIAA Journal*, **39**(5), p. 810–818.
- [102] KINDLER, K., KREPLIN, H.P. & RONNEBERGER, D., 2003, Experimentelle untersuchung kohärenter strukturen in kritischen tragflügelströmungen, Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik DLR Göttingen, Technical report DLR-IB 224-03 A 11.
- [103] KRAVCHENKO, A.G. & MOIN, P., 1997, On the effect of numerical errors in Large Eddy Simulations of turbulent flows, *J. Comput. Phys.*, **131**, p. 310–322.
- [104] KRAVCHENKO, A.G., MOIN, P. & SHARIFF, K., 2000, B-spline method and zonal grids for simulations of complex turbulent flows, *J. Comput. Phys.*, **157**, p. 588–617.
- [105] KRESS, W. & LÖTSTEDT, P., 2006, Time step restrictions using semi-explicit methods for the incompressible Navier-Stokes equations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **195**, p. 4433–4447.

- [106] KUERTEN, J.G.M., GEURTS, B.J., VREMAN, A.W. & GERMANO, M., 1999, Dynamic inverse modeling and its testing in large-eddy simulations of the mixing layer, *Phys. Fluids*, **11**(12), p. 3778–3785.
- [107] KURBATSKII, K.A., 1997, Analytical solutions of the category 1, benchmark problems 1 and 2, *Second Computational Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems*, NASA CP-3352, p. 9–14.
- [108] LARCHEVÊQUE, L., SAGAUT, P., MARY, I., LABBÉ, O. & COMTE, P., 2003, Large-eddy simulation of a compressible flow past a deep cavity, *Phys. Fluids*, **15**(1).
- [109] LE GARREC, T., GLOERFELT, X. & CORRE, C., 2007, Multi-size-mesh, multi-time-step algorithm for noise computation around an airfoil in curvilinear meshes, *13th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, 21–23 May, Roma, Italy, AIAA Paper 2007-3504.
- [110] LE GARREC, T., GLOERFELT, X. & CORRE, C., 2008, Direct noise computation of trailing edge noise at high reynolds numbers, *14th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, 5–7 May, Vancouver, Canada, AIAA Paper 2008-2914.
- [111] LEE, H.K. & KANG, S.H., 2000, Flow characteristics of transitional boundary layers on an airfoil in wakes, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **122**(3), p. 522–532.
- [112] LELE, S.K., 1992, Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, *J. Comput. Phys.*, **103**, p. 16–42.
- [113] LENORMAND, E., SAGAUT, P., TA PHUOC, L. & COMTE, P., 2000, Subgrid-scale models for large-eddy simulations of compressible wall bounded flows, *AIAA Journal*, **38**(8), p. 1340–1350.
- [114] LEONARD, A., 1973, On the energy cascade in large-eddy simulations of turbulent flows, *Adv. in Geophys.*, **A18**, p. 237.
- [115] LESIEUR, M. & MÉTAIS, O., 1996, New trends in large eddy simulations of turbulence, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **28**, p. 45–82.
- [116] LIGHTHILL, M.J., 1952, On sound generated aerodynamically I. General theory, *Proc. of the Royal Society of London*, **A 211**, p. 564–587.
- [117] LIGHTHILL, M.J., 1954, On sound generated aerodynamically II. Turbulence as a source of sound, *Proc. of the Royal Society of London*, **A 222**, p. 1–32.
- [118] LIU, C., 2006, Hight performance computation for DNS/LES, *Applied Mathematical Modeling*, **30**, p. 1143–1165.
- [119] LIU, S., MENEVEAU, C. & KATZ, J., 1994, On the properties of similarity subgrid-scale models as deduced from measurements in a turbulent jet, *J. Fluid Mech.*, **275**, p. 83–119.
- [120] LOWSON, M.V., FIDDES, S.P. & NASH, E.C., 1994, Laminar boundary layer aeroacoustic instabilities, *AIAA Paper 94-0358*.
- [121] LOWSON, M.V., MCALPINE, A. & NASH, E.C., 1998, The generation of boundary layer instability noise on aerofoils, *AIAA Paper 98-0626*.
- [122] LUND, T.S. & KALTENBACH, H.-J., 1995, Experiments with explicit filtering for LES using a finite-difference method, dans *Annual Research Briefs*, p. 91–105. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ., CA.
- [123] MANHART, M., 2004, A zonal grid algorithm for DNS of turbulent boundary layers, *Computers and Fluids*, **33**, p. 435–461.



- [124] MANOHA, E., DELAHAY, C., SAGAUT, P., MARY, I., BEN KHELIL, S. & GUILLEN, P., 2001, Numerical prediction of the unsteady flow and radiated noise from a 3-D lifting airfoil, *AIAA Paper 2001-2133*.
- [125] MARSDEN, O., BOGEY, C. & BAILLY, C., 2005, High-order curvilinear simulations of flows around non-Cartesian bodies, *J. Comput. Acous.*, **13**(4), p. 731–748.
- [126] MARSDEN, O., BOGEY, C. & BAILLY, C., 2005, Noise radiated by a high-Reynolds-number 3-D airfoil, *AIAA Paper 2005-2817*.
- [127] MARSDEN, O., BOGEY, C. & BAILLY, C., 2006, Direct noise computation around a 3-D NACA0012 airfoil, *AIAA Paper 2006-2503*.
- [128] MARSDEN, O., BOGEY, C. & BAILLY, C., 2008, Direct noise computation around a turbulent flow around a zero-incidence airfoil, *AIAA Journal*, **46**(4), p. 874–883.
- [129] MARY, I. & SAGAUT, P., 2002, Large-eddy simulation of flow around an airfoil near stall, *AIAA Journal*, **40**(6), p. 1139–1145.
- [130] MATHEW, J., LECHNER, R., FOYSI, H., SESTERHENN, J. & FRIEDRICH, R., 2003, An explicit filtering method for large eddy simulation of compressible flows, *Phys. Fluids*, **15**(8), p. 2279–2289.
- [131] MATHEY, F., 2006, Computation of trailing edge noise using zonal rans-les approach and acoustic analogy, *AIAA Paper 2006-2505*.
- [132] MCALPINE, A., NASH, E.C. & LOWSON, M.V., 1999, On the generation of discrete frequency tones by the flow around an aerofoil, *J. Sound Vib.*, **222**, p. 753–779.
- [133] MCMILLAN, O.J. & FERZIGER, J.H., 1979, Direct testing of subgrid-scale models, *AIAA Journal*, **17**(12), p. 1340–1346.
- [134] MEINKE, M., SCHRÖDER, W., KRAUSE, E. & RISTER, T., 2002, A comparison of second- and sixth-order methods for large-eddy simulations, *Computers and Fluids*, **31**, p. 695–718.
- [135] MERLE, X., Développement de schémas de haute précision en maillage curviligne : comparaison des approches par transformation de coordonnées et par volumes finis. mémoire de maîtrise, ENSAM / Paris VI, 2005. encadré par X. Gloerfelt.
- [136] MOREAU, S., HENNER, M., IACCARINO, G., WANG, M. & ROGER, M., 2003, Analysis of flow conditions in freejet experiments for studying airfoil self-noise, *AIAA Journal*, **41**(10), p. 1895–1905.
- [137] MOREAU, S., IACCARINO, G., ROGER, M. & WANG, M., 2001, CFD analysis of flow in an open-jet aeroacoustic experiment, *Center for Turbulence Research - Annual Research Briefs*, p. 343–351.
- [138] NAKANO, T., FUJISAWA, N. & LEE, S., 2006, Measurement of tonal-noise characteristics and periodic flow structure around a NACA0018 airfoil, *Experiments in Fluids*, **40**(3), p. 482–490.
- [139] NAKANO, T., FUJISAWA, N., OGUMA, Y., TAKAGI, Y. & LEE, S., 2007, Experimental study on flow and noise characteristics of NACA0018 airfoil, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, **95**, p. 511–531.
- [140] NASH, E.C., LOWSON, M.V. & MCALPINE, A., 1999, Boundary-layer instability noise on aerofoils, *J. Fluid Mech.*, **382**, p. 27–61.
- [141] OBERAI, A.A., ROKNALDIN, F. & HUGHES, T.J.R., 2002, Computation of trailing-edge noise due to turbulent flow over an airfoil, *AIAA Journal*, **40**(11).

- [142] PATERSON, R.W., VOGT, P.G. & FINK, M.R., 1972, Vortex noise of isolated airfoils, *AIAA Paper 72-656*.
- [143] POSDZIECH, O. & GRUNDMANN, R., 2001, Numerical simulation of the flow around an infinitely long circular cylinder in the transition regime, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **15**(2), p. 121–141.
- [144] RASETARINERA, P., DKOPRIVA, D.A. & HUSSAINI, M.Y., 2000, Discontinuous spectral element solution of aeroacoustic problems, *Third computational aeroacoustics, workshop on benchmark problems*, NASA CP-2000-209790, p. 103–115.
- [145] RICHEZ, F., MARY, Y. & GLEIZE, C. V. Basdevant, 2007, Near stall simulation of the flow around an airfoil using zonalnext term RANS/LES coupling method, *Computers and Fluids*.
- [146] ROGER, M.J. & COLELLA, P., 1989, Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics, *J. Comput. Phys.*, **82**, p. 64–84.
- [147] SAGRADO, A.G., HYNES, T. & HODSON, H., 2006, Experimental investigation into trailing edge noise sources, *AIAA Paper 2006-2476*.
- [148] SALVETTI, M.V. & BANERJEE, S., 1995, *A priori* tests of a new dynamic subgrid-scale model for finite-difference large-eddy simulations, *Phys. Fluids*, **7**(11), p. 2831–2847.
- [149] SANDBERG, R.D., JONES, L.E. & SANDHAM, N.D., 2008, Direct numerical simulations of noise generated by turbulent flow over airfoils, *AIAA Paper 2008-2861*.
- [150] SANDBERG, R.D., JONES, L.E., SANDHAM, N.D. & JOSEPH, P.F., 2007, Direct numerical simulation of noise generated by airfoil trailing edge, *AIAA Paper 2007-3409*.
- [151] SCHMITT, F.G., 2003, L'hypothèse de Boussinesq est-elle une "approximation"?, *16ème Congrès Français de Mécanique*, Nice, 1-5 sept.
- [152] SCOTT, J.R., 2004, Single airfoil gust response problem, category 3, problem 1, *Fourth computational aeroacoustics, workshop on benchmark problems*, NASA CP-2004-212954, p. 45–58.
- [153] SCOTT, J.R. & ATASSI, H.M., 2004, A finite-difference, frequency-domain numerical scheme for the solution of the gust response problem, *J. Comput. Phys.*, **119**, p. 75–93.
- [154] SHAN, H., JIANG, L. & LIU, C., 2005, Direct numerical simulation of flux separation around a NACA0012 airfoil, *Computers and Fluids*, **34**, p. 1096–1114.
- [155] SHAN, H., JIANG, L., LIU, C., LOVE, M. & MAINES, B., 2007, Numerical study of passivenext term and active flow separation control over a NACA0012 airfoil, *Computers and Fluids*.
- [156] SHANNON, D.W., MORRIS, S.C. & MUELLER, T.J., 2006, Radiated noise and turbulent motions in a blunt trailing edge flow field, *Heat and Fluid Flow*, **27**(4), p. 730–736.
- [157] SHEN, W.Z. & SORENSEN, J.N., 2007, Aero-acoustic modelling using large eddy simulation, *Journal of Physics : conference series* **75**.
- [158] SHERER, S.E. & SCOTT, J.N., 2005, High-order compact finite-difference methods on general overset grids, *J. Comput. Phys.*, **210**, p. 459–496.
- [159] SILVERSTEIN, A. & BECKER, J.V., 1939, Determination of boundary layer-transition on three symmetrical airfoils in the NACA full-scale wind tunnel, NACA, *Wartime Report L.637*.
- [160] SINGER, B.A., BRENTNER, K.S., LOCKARD, D.P. & LILLEY, G.M., 2000, Simulation of acoustic scattering from a trailing edge, *J. Sound Vib.*, **230**(3), p. 541–560.
- [161] SMAGORINSKY, J.S., 1963, General circulation experiments with the primitive equations : I. the basic experiment, *Mon. Weath. Rev.*, **91**, p. 99–163.

- [162] SMITH, D.L., PAXSON, R.P., TALMADGE, R.D. & HOTZO, E.R., 1970, Measurements of the radiated noise from sailplanes, US Air Force Flight Dynamics Laboratory, Technical report. Report TM-70-3-FDAA.
- [163] SPALART, P.R., 1988, Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $Re_\theta = 1410$ , *J. Fluid Mech.*, **187**, p. 61–98.
- [164] SPALART, P.R. & WATMUFF, J.H., 1989, Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradients, *J. Fluid Mech.*, **205**, p. 319–340.
- [165] STANESCU, D. & HABASHI, W.G., 1998, 2N-storage low dissipation and dispersion Runge–Kutta schemes for computational acoustics, *J. Comput. Phys.*, **143**(2), p. 674–681.
- [166] STEGER, J.L., DOUGHERTY, F.C. & BENEK, J.A., 1983, A chimera grid scheme, *K. Ghia, U. Ghia (Eds.), Advances in Grid Generation, ASME-FED-Vol. 5, The American Society of Mechanical Engineers*, **5**, p. 55–69.
- [167] STEINTHORSSON, E., MODIANO, D. & COTELLA, P., 1994, Computations of unsteady viscous compressible flows using Adaptive Mesh Refinement in curvilinear body-fitted grid system, *NASA TM-106704*.
- [168] STOLZ, S. & ADAMS, N.A., 1999, An approximate deconvolution procedure for large-eddy simulation, *Phys. Fluids*, **11**(7), p. 1699–1701.
- [169] STOLZ, S. & ADAMS, N.A., 2003, Large-eddy simulation of high-Reynolds-number supersonic boundary layers using the approximate deconvolution model and rescaling and recycling technique, *Phys. Fluids*, **15**(8), p. 2398–2412.
- [170] STOLZ, S., ADAMS, N.A. & KLEISER, L., 2001, An approximate deconvolution model for large-eddy simulation with application to incompressible wall-bounded flows, *Phys. Fluids*, **13**(4), p. 997–1015.
- [171] TAM, C.K.W., 1974, Discrete tones of isolated airfoils, *J. Acoust. Soc. Am.*, **55**(6), p. 1173–1177.
- [172] TAM, C.K.W., 1998, Advances in numerical boundary conditions for computational aeroacoustics, *J. Comput. Acous.*, **6**(4), p. 377–402.
- [173] TAM, C.K.W. & DONG, Z., 1994, Wall boundary conditions for high-order finite difference schemes in computational aeroacoustics, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, p. 303–322. Voir aussi *AIAA Paper 94-0457*.
- [174] TAM, C.K.W. & DONG, Z., 1996, Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow, *J. Comput. Acous.*, **4**(2), p. 175–201.
- [175] TAM, C.K.W. & HU, F.Q., 2004, An optimized multi-dimensional interpolation scheme for computational aeroacoustics applications using overset grids, *AIAA Paper 2004-2812*.
- [176] TAM, C.K.W. & JU, H., 2006, Numerical simulation of the generation of airfoil tones at a moderate Reynolds number, *AIAA Paper 2006-2502*.
- [177] TAM, C.K.W. & KURBATSKII, K.A., 2000, Micro-fluid dynamics and acoustics of resonant liners, *AIAA Journal*, **38**(8), p. 1331–1339.
- [178] TAM, C.K.W. & KURBATSKII, K.A., 2000, A wavenumber based extrapolation and interpolation method for use in conjunction with high-order finite difference schemes, *J. Comput. Phys.*, **157**, p. 588–617.

- [179] TAM, C.K.W. & KURBATSKII, K.A., 2003, Multi-size mesh multi-time-step dispersion-relation-preserving scheme for multi-scales aeroacoustics problems, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, **17**, p. 119–132.
- [180] TAM, C.K.W. & WEBB, J.C., 1993, Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics, *J. Comput. Phys.*, **107**, p. 262–281.
- [181] TERRACOL, M.S., MANOHA, E., HERRERO, C., LABOURASSE, E., REDONNET, S. & SAGAUT, P., 2005, Hybrid method for airframe noise numerical prediction, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **19**, p. 197–227.
- [182] THOMAS, P.D. & LOMBARD, C.K., 1979, Geometric conservation law and its application to flow computations on moving grids, *AIAA Journal*, no. 78-1208R.
- [183] VISBAL, M.R. & GAITONDE, D.V., 2002, On the use of higher order finite difference schemes on curvilinear and deforming meshes, *J. Comput. Phys.*, **181**, p. 155–185.
- [184] VISBAL, M.R., MORGAN, P.E. & RIZZETTA, D.P., 2003, An implicit LES approach based on high-order compact differencing and filtering schemes, *AIAA Paper 2003-4098*.
- [185] VREMAN, B., GEURTS, B. & KUERTEN, H., 1994, On the formulation of the dynamic mixed subgrid-scale model, *Phys. Fluids*, **6**(12), p. 4057–4059.
- [186] VREMAN, B., GEURTS, B.J. & KUERTEN, H., 1996, Comparison of numerical schemes in large-eddy simulation of the temporal mixing layer, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **22**, p. 297–311.
- [187] WADCOCK, A.J., 1987, Investigation of low-speed turbulent separated flow around airfoils, NASA CP-177450.
- [188] WAGNER, C., HÜTTL, T. & SAGAUT, P., éditeurs, 2007, *Large-eddy simulation for acoustics*, Cambridge, University press.
- [189] WANG, M. & MOIN, P., 2000, Computation of trailing-edge flow and noise using large-eddy simulation, *AIAA Journal*, **38**(12), p. 2201–2209.
- [190] WANG, X.Y., HIMANSU, A., CHANG, S.C. & JORGENSEN, P.C.E., 2004, Computation of a single airfoil gust response and gust-cascade interaction using the CE/SE method, *Fourth computational aeroacoustics, workshop on benchmark problems*, NASA CP-2004-212954, p. 115–126.
- [191] WINCKELMANS, G.S., LUND, T.S., CARATI, D. & WRAY, A.A., 1996, A priori testing of subgrid-scale models for the velocity-pressure and vorticity-velocity formulations, dans *Proceedings of the Summer Program*, p. 309–328. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ., CA.
- [192] WINCKELMANS, G.S., WRAY, A.A., VASILYEV, O.V. & JEANMART, H., 2001, Explicit-filtering large-eddy simulation using the tensor-diffusivity model supplemented by a dynamic Smagorinsky term, *Phys. Fluids*, **13**(5), p. 1385–1403.
- [193] YIN, J. & DELFS, J.W., 2001, Simulation of open and ducted-rotor noise using CAA-multidomain method, *Symposium on Developments in Computational Aero and Hydro-Acoustics*, United Kingdom, October 08-11, Symposium Proceedings.
- [194] YIN, J. & DELFS, J.W., 2001, Sound generation from gust-airfoil interaction using CAA-chimera method, dans *7th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, *AIAA Paper 2001-2136*, Maastricht, The Netherlands, May.
- [195] ZANG, Y., STREET, R.L. & KOSEFF, J.R., 1993, A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows, *Phys. Fluids A*, **5**(12), p. 3186–3196.





# Simulation directe du bruit de bord de fuite d'un profil par une méthode multi domaines.

## Résumé :

L'analyse des mécanismes de génération de bruit pour des tronçons d'aile placés dans des écoulements à grand nombre de Reynolds s'inscrit dans le cadre de la réduction du bruit de cellule des avions. Afin d'améliorer la compréhension des phénomènes mis en jeu, nous proposons de développer un code aéroacoustique permettant d'obtenir directement le bruit d'un profil. Nous détaillons en particulier le développement de méthodes numériques minimisant les erreurs de dispersion et de dissipation afin de préserver la nature des ondes acoustiques. Une stratégie de calcul multi échelles multi pas de temps permet la réalisation de raffinements locaux en maillage structuré et ainsi la réduction du coût de calcul. Ce code est mis en oeuvre pour simuler le bruit rayonné par un profil NACA0012 en 2D à faible nombre de Reynolds et étudier l'influence de l'angle d'attaque. Parmi les mécanismes de génération de bruit, le mécanisme de bruit tonal peut se rencontrer dans des configurations avec des nombres de Reynolds modérés. Une discussion sur l'existence de ce mécanisme par un profil NACA0012 à Reynolds  $2 \times 10^5$  est proposée. Nous menons aussi une étude numérique 3D de l'influence du confinement expérimental, créé par les parois d'une soufflerie, sur les champs aérodynamique et acoustique autour d'un profil NACA0018 à Reynolds  $2 \times 10^5$ . Enfin, le bruit de bord de fuite d'un profil NACA0012 tronqué à grand nombre de Reynolds ( $2.32 \times 10^5$ ) est calculé par simulation des grandes échelles. Une première comparaison des résultats est effectuée avec la base de données expérimentale EXAVAC. Les principaux mécanismes de génération sonore sont bien reproduits par notre approche multi domaine.

**Mots-clés :** *calcul direct, bruit de profil, stratégie multi échelles multi pas de temps.*

## Direct computation of airfoil trailing edge noise with a multi-domain approach.

### Abstract:

The study of the mechanisms of noise generation by the flow over an airfoil is essential to reduce the airframe noise. A direct aeroacoustic solver has been developed to shed some light on these mechanisms. Low dissipation and low dispersion numerical schemes are designed to preserve the weak acoustic waves. A multi-size mesh multi-time step algorithm has been developed to realize local grid refinements on a structured mesh and to reduce the calculation cost of the direct noise computation. The present solver is used to compute the noise generated by a 2-D NACA0012 airfoil at a low Reynolds number and to study the effect of the angle of attack on both flow and acoustic fields. Furthermore, the presence of the tonal noise from a NACA0012 airfoil at a moderate Reynolds number of  $2 \times 10^5$  is investigated. A numerical insight into the effect of the experimental confinement due to the wind tunnel walls is then given for a 3-D NACA0018 airfoil at Reynolds  $1.6 \times 10^5$ . Finally, a direct computation of the flow over a 3-D truncated NACA0012 airfoil at a high Reynolds number ( $2.32 \times 10^6$ ) is performed by large eddy simulation. The solution is compared with an experimental database named EXAVAC. The main noise generation mechanisms are well reproduced with the multi-domain approach.

**Keywords:** *direct noise computation, airfoil noise, multi-size mesh multi-time step algorithm.*