

Rayonnement synchrotron base sur l'interaction laser-plasma en regime relativiste

Felicie Albert

▶ To cite this version:

Felicie Albert. Rayonnement synchrotron base sur l'interaction laser-plasma en regime relativiste. Physique [physics]. Ecole Polytechnique X, 2007. Français. NNT: . pastel-00004556

HAL Id: pastel-00004556 https://pastel.hal.science/pastel-00004556

Submitted on 16 Feb 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





Thèse présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité : physique des plasmas

par

Félicie ALBERT

Rayonnement synchrotron basé sur l'interaction laser-plasma en régime relativiste

soutenue le 18 décembre 2007 devant le jury composé de :

M. Patrick Audebert	
M. Jean-Claude Gauthier	
M. Jean-Claude Kieffer	Rapporteur
M. Philippe Martin	Rapporteur
M. Guillaume Petite	Président du jury
M. Antoine Rousse	Directeur de thèse

Je dédie cette thèse à mes parents, Laure et Daniel, pour leur présence de tous les instants depuis le début.

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé entièrement au Laboratoire d'Optique Appliquée et je remercie donc en premier lieu les deux directeurs que j'y ai connus, Philippe Balcou, puis Gerard Mourou depuis 2005.

Le manuscrit que vous avez entre les mains a été très soigneusement lu et corrigé par les membres du jury, mes deux rapporteurs Philippe Martin et Jean-Claude Kieffer, Patrick Audebert, Jean-Claude Gauthier et Guillaume Petite que je remercie vivement pour leurs remarques et critiques très constructives. Chacun d'entre eux a pris une précieuse part de son emploi du temps pour le consacrer à la clarification et à la compréhension de beaucoup de points de ce manuscrit.

Cette thèse ne serait pas ce qu'elle est sans son directeur Antoine Rousse, qui m'a recrutée alors que je ne connaissais pas grand chose aux rayons X et a l'interaction laserplasma. Il a su me laisser beaucoup de liberté tout en étant disponible, notamment lors de la rédaction de mon manuscrit. Il m'a également donné beaucoup d'opportunités pour aller présenter oralement notre travail à des conférences.

J'ai aussi eu la chance de pouvoir apprendre tous les secrets du Bétatron auprès de deux experts : Kim Ta Phuoc et Rahul Shah. Kim est a l'origine de tout le travail de simulation présenté dans cette thèse, et il a toujours su répondre a mes questions expérimentales et théoriques sur le sujet avec beaucoup de rigueur et de disponibilité. Rahul a été d'une patience extraordinaire avec moi en manip : en plus d'être un super binôme avec qui j'ai passé de très bons moments, il m'a appris énormément de choses, de l'alignement d'une parabole au traitement de nos données. Son soutient amical et scientifique m'ont été très précieux pour achever ce travail.

Merci aux "laseristes" du LOA Amar Tafzi, Frédéric Burgy, Jean Philippe Rousseau, Brigitte Mercier, Laura Antonnuci, et Gilles Chériaux pour avoir toujours tenté l'impossible pour nous faire fonctionner le laser afin de réussir nos manips.

Merci à la "cellule" de Denis Douillet, Thierry Lefrou, Marc Louzir, Gregory Iaquanello pour m'avoir aidée dans mes problèmes électriques et mécaniques qui parfois me dépassaient. Denis et Thierry m'ont beaucoup aidée pour réaliser les spectromètres X a cristaux. Merci aux informaticiens du labo Fatima Alahayane, Alain Paris, Arnaud Chiron et Pierre Zapparucha, parce que je comprends encore moins les ordinateurs que l'électronique..

Merci a Charly (Jean-Loup Charles) et Mickael pour toutes les pièces réalisées toujours a temps, en plus de la bonne atmosphère et du super accueil qui règnent "a la mécanique".

Merci à toutes les secrétaires Dolorès Bourgeault, Cathy Sarazin, Octavie Verdun, Sandrine Bosquet, Valérie Ferragne, et Patricia Toullier pour leur aide sans jamais quitter le sourire et la bonne humeur.

Merci à tous les thésards avec qui j'ai fait un bout de chemin bien sympa : Federico Canova, Valeria Nuzzo, Anne-Sophie Morlens, Jean-Philippe Goddet, Aurélie Jullien, Yannick Glinec, Guillaume Debourg, Thomas Garl, David Gliger, Ciro D'amico, Evanggelos Papalazarou, Olga Boyko, Alain Guemnie-Tafo, Sebastien Laux.

Travailler au LOA a été aussi pour moi l'occasion d'interagir avec beaucoup de gens avec qui j'ai eu l'occasion de discuter de mes manips, de mes résultats ou alors de choses moins scientifiques.. Donc en vrac et dans le désordre : Merci a Victor Malka, Jérome Faure, Stéphane Sebban, Philippe Zeitoun, Jean-Paul Chambaret, Olivier Albert, Rodrigo Lopez-Martens, Philippe Balcou, Constance Valentin, Davide Boschetto, Nicolay Artémiev, Karsten Plamann, Guy Hamoniaux, Armindo Dos-Santos.

Les remerciements plus personnels vont a ceux qui on été là pendant cette thèse et qui n'ont rien à voir avec les rayons X et les lasers, mais sans qui tout ça ne serait jamais arrivé jusqu'au bout. Des plongeurs du lundi aux anciens de Marseille, merci pour les bons moments passés ensemble.

Je remercie toute ma famille pour son soutient indéfectible (et pour le champagne!), surtout le jour de la soutenance!

Enfin je remercie ma "Dream Team", qui a toujours été là pour moi, dans les bons comme dans les mauvais moments : Maman, Papa, Mamie, Papy, et Agathe. Et merci Régis pour tout le reste....

Table des matières

1	Intr	oducti	ion	11
	1.1	Conte	xte	11
	1.2	Organ	isation du manuscrit	13
2	Elec	ctrons	relativistes produits par interaction laser-plasma	15
	2.1	Génér	alités sur les faisceaux laser	16
		2.1.1	Champ électromagnétique	16
		2.1.2	Potentiel vecteur normalisé a_0	17
		2.1.3	Faisceaux gaussiens	18
	2.2	Mécar	nismes d'ionisation du gaz d'hélium	20
	2.3	Forma	tion du canal plasma	21
		2.3.1	Propagation du laser dans le plasma, autofocalisation relativiste	21
		2.3.2	Force pondéromotrice	23
	2.4	Onde	plasma et accélération d'électrons	24
		2.4.1	Champ électrique généré par l'onde plasma	25
		2.4.2	Piégeage par l'onde plasma	27
		2.4.3	Déferlement	28
	2.5	Régim	es d'accélération d'électrons par laser	28
		2.5.1	Sillage automodulé	29
		2.5.2	Sillage forcé	29
		2.5.3	Régime de la bulle	30
3	Car	actéris	stiques théoriques de la source X Bétatron	35
	3.1	Wiggl	er plasma et analogie avec le synchrotron	35
		3.1.1	Généralités	35
		3.1.2	Paramètres du wiggler plasma	38
		3.1.3	Générations d'harmoniques pour $K >> 1$	41
	3.2	Rayon	nement d'un électron effectuant des oscillations Bétatron	44
		3.2.1	Champs et potentiels dans le cadre de la relativité restreinte	45

		3.2.2	Calcul du Rayonnement	48
		3.2.3	Electron en mouvement circulaire relativiste : spectre synchrotron $% \mathcal{A}$.	53
4	\mathbf{Sim}	ulatio	n du rayonnement bétatron	61
	4.1	Trajec	toires électroniques	61
		4.1.1	Calcul des trajectoires	61
		4.1.2	Trajectoires sans force accélératrice	62
		4.1.3	Trajectoires avec force accélératrice	64
		4.1.4	Trajectoires en fonction du moment cinétique	65
	4.2	Répar	tition spectrale du rayonnement émis	68
		4.2.1	Etude spectrale sans force accélératrice	70
		4.2.2	Influence théorique des différents paramètres sur les spectres avec	
			force accélératrice	71
		4.2.3	Calcul des spectres X pour une distribution d'électrons Maxwellienne	81
	4.3	Répar	tition spatiale du rayonnement émis	84
		4.3.1	Modèle à un électron	84
		4.3.2	Analyse avec un faisceau d'électrons	86
	4.4	Simula	ation PIC 3D du rayonnement X	91
		4.4.1	Principe des simulations PIC et du code VLPL	93
		4.4.2	Calcul du rayonnement	93
5	Mo	ntage o	et diagnostics expérimentaux pour la source X bétatron	97
	5.1	Systèr	ne laser	97
	5.2	Monta	age pour la production de rayons X	99
	5.3	Spectr	comètre à électrons	100
		5.3.1	Principe	100
		5.3.2	Calcul de la déviation électronique	101
		5.3.3	Amplitude du spectre	104
	5.4	Spectr	comètres pour la source X-Bétatron	105
		5.4.1	Spectromètre à filtres	107
		5.4.2	Spectromètre à cristaux plans	108
		5.4.3	Spectromètre à cristaux courbes	118
	5.5	Trans	port du faisceau X avec une lentille polycapillaire	127
		5.5.1	Principe et avantages de la lentille polycapillaire	127
		5.5.2	Flux et collimation	129
		5.5.3	Pointé de faisceau	130

6	Mis	e en é	vidence expérimentale du rayonnement X-Bétatron	133
	6.1	Mise e	en évidence	133
		6.1.1	Spectre	134
		6.1.2	Taille de la source	135
		6.1.3	Collimation	135
	6.2	Influer	nce des paramètres plasma sur le rayonnement X $\ldots \ldots \ldots \ldots$	136
		6.2.1	Influence de n_e sur le spectre des électrons $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	136
		6.2.2	Influence de n_e sur l'intensité des rayons X	138
		6.2.3	Influence de n_e sur le spectre des rayons X $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	140
		6.2.4	Influence de n_e sur la divergence des rayons X $\ldots \ldots \ldots \ldots$	144
	6.3	Influer	nce des paramètres las er sur l'intensité des rayons X $\hfill\hf$	144
		6.3.1	Influence de la durée d'impulsion las er sur l'intensité des rayons X .	144
		6.3.2	Influence de l'énergie laser	146
	6.4	Autres	s processus radiatifs	147
		6.4.1	Diffusion Thomson non linéaire	148
		6.4.2	Bremsstrahlung relativiste	149
7	Car	actéris	ation expérimentale du wiggler plasma	151
	7.1	Caract	térisation par étude spectrale	151
		7.1.1	Principe	151
		7.1.2	Influence des électrons d'énergie inférieure à 40 MeV non mesurés	
			par le spectromètre	152
		7.1.3	Caractérisation de r_0 à l'aide du spectromètre basse résolution	154
		7.1.4	Caractérisation de r_0 à l'aide du spectromètre haute résolution	157
	7.2	Caract	térisation de r_0 par étude spatiale : imagerie X par bord franc	160
		7.2.1	Principe et intérêt	161
		7.2.2	Mesures expérimentales de r_0	162
		7.2.3	Influence des effets de bord de la lame utilisée pour l'imagerie dans	
			la détermination de r_0	164
		7.2.4	Influence de la polychromaticité de la source	166
		7.2.5	Détermination de r_0 par le profil transverse de la source	169
		7.2.6	Utilisation du bord franc d'un cristal pour déterminer r_0	170
	7.3	Caract	térisation de r_0 par étude spatiale : faisceaux X en champ lointain	172
		7.3.1	Conditions et observations expérimentales	172
		7.3.2	Comparaison des simulations avec les profils expérimentaux	174
	7.4	Synthe	èse des résultats donnés par les trois méthodes	176

8	Con	clusion et perspectives 1'	77
	8.1	Résultats obtenus pendant la thèse	77
	8.2	Perspectives	80
		8.2.1 Durée de la source X-Bétatron	80
		8.2.2 Optimisation de la source X-Bétatron	81
		8.2.3 Comparaison de la source X-Bétatron avec les autres sources 1	82
		8.2.4 Applications de la source X-Bétatron	84
\mathbf{A}	Thé	orie relativiste simplifiée du rayonnement synchrotron 18	87
	A.1	Comment obtient on du rayonnement X?	87
	A.2	Transformée de Lorentz	88
	A.3	Energie et masse effective de l'électron	91
	A.4	Effet Doppler relativiste	91
	A.5	Contraction de Lorentz	93
	A.6	Collimation du faisceau X	93
в	Diff	raction de Fresnel sur un bord franc 19	95
	B.1	Approximations de la diffraction de Fresnel	95
	B.2	Intégrales de Fresnel	97
	B.3	Intensité diffractée par un bord	99
С	Pan	orama des sources de rayonnement X actuelles 20	01
	C.1	Sources X à onduleurs magnétiques	01
		C.1.1 Synchrotron	01
		C.1.2 Laser à électrons libres	03
	C.2	Sources X produites par interaction laser-plasma	04
		C.2.1 Rayons X produits par des transitions atomiques	04
		C.2.2 Sources X produites par des particules chargées relativistes 2	06

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte

Le 8 novembre 1895, à une époque où la communauté scientifique manifestait beaucoup d'intérêt dans l'étude des courants électriques, le physicien allemand Willhelm Conrad Röntgen réalisa une expérience dans laquelle il appliqua une tension élevée générant un courant entre deux électrodes (anode et cathode) placées sous vide. Dans l'axe de ce tube, un écran contenant des cristaux de platinocyanure de barium se mit à briller dans le noir. En plaçant des objets très denses entre l'anode et l'écran, le phénomène disparaissait. Röntgen en déduisit qu'il y avait très certainement une forme de rayonnement invisible et très pénétrant qui sortait de ce tube, et comme il ne trouva pas de nom approprié pour décrire ce phénomène et ces rayons jusqu'alors jamais observés, il décida de les baptiser rayons «X».

Depuis cette découverte, les applications des rayons X sont innombrables, aussi bien dans la vie courante, où ils sont entre autres utilisés pour la sécurité dans les aéroports, pour faire des radiographies du corps humain ou bien chez le dentiste, que dans des disciplines scientifiques très pointues. Le tube à rayons X tel que Röntgen l'a élaboré il y a plus d'un siècle trouve encore des applications aujourd'hui : ces rayons pénètrent facilement la matière molle, constituée d'éléments légers, et sont facilement absorbés par les matériaux plus lourds comme les métaux.

On parle de rayonnement X lorsque la longueur d'onde atteinte est inférieure au nanomètre, soit en termes d'énergie environ 1 kilo-électronvolt (keV, avec $1eV=1.6\times10^{-19}$ J). Depuis la découverte de Röntgen, beaucoup d'efforts ont été investis dans le monde pour construire des sources de rayonnement X de plus en plus performantes en flux, en énergie et en durée d'impulsion. Un panormama des sources actuelles de notre thématique est donné en annexe. Des synchrotrons de troisième génération, dans lesquels des électrons relativistes oscillent dans des champs magnétiques issus d'éléments d'insertion à aimants permanents pour produire des rayons X, sont encore construits actuellement. Des techniques de découpage du paquet d'électrons [86], [85] y sont utilisées pour permettre à ces machines de délivrer du rayonnement ultrabref autour de 100 femtosecondes. Des projets de Lasers à Electrons Libres de plusieurs centaines de millions d'euros au milliard d'euros sont en construction en Europe (Hambourg) et aux Etats-Unis (Stanford) pour délivrer des sources X femtoseconde intenses. L'utilisation de chaînes laser à haute intensité a également permis de générer du rayonnement X aux propriétés remarquables. Au cours de l'interaction d'un laser intense avec la matière, deux mécanismes peuvent être à l'origine de la génération de rayonnement X : les transitions atomiques dans les plasmas chauds (source X- K_{α} [81], génération d'harmoniques d'ordres élevés dans un gaz [17]), ou bien la dynamique relativiste de particules chargées (génération d'harmoniques sur des cibles solides [22] et diffusion Thomson non linéaire [10], [102]).

Un article paru dans la revue Science en 2002 [89] relate parfaitement cet engouement autour de la production de sources de rayonnement X ultrabrèves en titrant «Bataille pour la source X de prochaine génération». De nombreux exemples d'application, en physique du solide ou en chimie justifient cet engouement. Les rayons X sont par exemple utilisés en biologie pour déterminer la structure des molécules et des protéines. Les protéines ont un intérêt fondamental en sciences du vivant, car elles sont en lien direct avec le patrimoine génétique, et connaître leur cartographie et leur forme permet de mieux comprendre leur fonctions mais aussi leur dysfonctionnements afin de mettre au point de nouveaux médicaments. Pour pouvoir résoudre et observer des atomes, le rayonnement utilisé doit avoir une longueur d'onde du même ordre de grandeur que les distances inter-atomiques, soit environ 1 angström (10^{-10} m) . Les rayons X, dont la longueur d'onde est plus petite que les distances inter-atomiques, sont donc les candidats idéaux pour étudier les structures cristallines par diffraction X. Ensuite, il faut une source ultrabrève afin de pouvoir observer l'évolution des molécules dans les premières étapes des réactions qui se déroulent à une échelle femtoseconde. Des techniques de diffraction et d'absorption X résolues en temps ont été développées pour étudier la dynamique des molécules. En revanche, la plupart des molécules et des protéines n'étant pas cristallisables, l'éventail des molécules et processus pouvant être caractérisés est restreint. Une possibilité est de réaliser des expériences d'imagerie moléculaire unique afin de pouvoir étudier la structure sans avoir à cristalliser. La diffusion des rayons X par une molécule isolée étant très faible, la source X doit être très intense (Laser à électrons libres). Elle doit également être très brève (<10 fs) car l'énergie absorbée est telle que la molécule se détruit par explosion Coulombienne en quelques dizaines de femtosecondes.

Cette thèse présente la caractérisation théorique et expérimentale d'une nouvelle source

de rayonnement X, entièrement basée sur des mécanismes d'interaction laser-plasma en régime relativiste, la source X-Bétatron. Son principe est le suivant : lors de l'interaction d'un laser ultraintense et ultrabref avec un plasma d'hélium, la force pondéromotrice du laser expulse les électrons du plasma vers les régions de plus basse intensité qui sont piégés, accélérés et oscillent simultanément dans le sillage de l'impulsion laser. Ces oscillations électroniques produisent un faisceau de rayonnement X dur (keV), collimaté, polychromatique et ultrabref.

1.2 Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est composé de huit chapitres :

Le chapitre 2 présente brièvement la physique de l'interaction laser-plasma en régime relativiste pour des impulsions ultrabrèves. Les principaux paramètres laser et plasma y sont définis et l'organisation de ce chapitre suit les différentes étapes de l'interaction : formation du canal plasma et accélération d'électrons. Un descriptif des différents régimes d'accélération d'électrons dans nos conditions expérimentales est ensuite donné.

Le chapitre 3 présente les caractéristiques théoriques de la source X-Bétatron en commençant par une analogie avec une source synchrotron classique. Le rayonnement d'un électron effectuant des oscillations Bétatron est ensuite décrit en terme de puissance, d'intensité spectrale et de flux de photons. La fonction de rayonnement synchrotron, utilisée pour les simulations du rayonnement X-Bétatron, est introduite dans ce chapitre.

Le chapitre 4 s'intéresse à la simulation du rayonnement Bétatron. Pour cela, nous avons utilisé un code considérant le modèle simple d'un électron se propageant dans un canal plasma à symétrie de révolution cylindrique. Les trajectoires électroniques sont calculées à partir de l'équation du mouvement (incluant les forces longitudinales et transverses subies par les électrons), puis le rayonnement qu'ils émettent est calculé en utilisant les équations de rayonnement présentées au chapitre 3. L'influence des différents paramètres des électrons (position et impulsion) sur les propriétés spectrales et spatiales du rayonnement X-Bétatron est établie grâce à ce code.

le **chapitre 5** décrit en détail le montage expérimental pour produire du rayonnement X-Bétatron et les diagnostics utilisés. Le système laser 30 TW du LOA utilisé pendant cette thèse et l'enceinte expérimentale sont présentés, puis nous nous intéressons ensuite aux différents spectromètres (un pour les électrons, trois pour les rayons X) utilisés. Une méthode de transport du faisceau X loin de la zone d'interaction est également présentée.

Le chapitre 6 met en évidence les caractéristiques expérimentales de la source. Une première partie décrit les propriétés clefs de la source (taille, divergence, spectre) et une seconde partie s'intéresse à la variation des propriétés de la source (flux et énergie) en fonction des paramètres laser et plasma de l'expérience.

Le chapitre 7 présente trois méthodes expérimentales utilisées pour caractériser les trajectoires électroniques effectuées dans le wiggler plasma. Ces trois méthodes permettent de déterminer avec précision les conditions initiales (position et impulsion) des trajectoires électroniques. La première méthode est basée sur l'analyse spectrale de la source, la seconde méthode utilise les propriétés de cohérence spatiale de la source en faisant de l'imagerie par bord franc puis la troisième méthode est basée sur l'observation des profils de faisceaux en champ lointain.

Nous concluons enfin au **chapitre 8** en donnant des pistes pour l'amélioration future de la source X-Bétatron, en la comparant aux sources de rayonnement X existantes et en suggérant quelques applications possibles.

Ce manuscrit est complété de trois annexes. **l'annexe A** présente de manière très simplifiée la théorie relativiste du rayonnement synchrotron, **l'annexe B** présente le calcul complet des équations de la diffraction de Fresnel qui ont été utilisés dans l'analyse d'imagerie par bord franc et enfin **l'annexe C** offre un panorama plus complet des différentes sources de rayonnement X durs.

Chapitre 2

Electrons relativistes produits par interaction laser-plasma

Lors de la propagation d'un laser ultra intense (100 TW, 30 fs) dans un jet de gaz d'hélium, la force pondéromotrice expulse les électrons du plasma vers les régions de plus basse intensité lumineuse pour former une cavité ionique vierge d'électrons dans le sillage de l'impulsion laser (figure 2.1). Des électrons du plasma sont piégés à l'arrière de cette bulle et, étant soumis à un champ électrique longitudinal résultant de la séparation de charges ions/électrons, ils peuvent être accélérés jusqu'à des énergies atteignant 200 MeV. La séparation de charges est aussi à l'origine d'un champ électrique transverse. Les électrons, durant leur accélération, effectuent des oscillations «Bétatron»transverses à la direction de propagation. Comme dans un synchrotron, ces électrons en mouvement vont produire un faisceau de rayons X (source X-Bétatron).

Ce premier chapitre présente brièvement les généralités de l'interaction laser-plasma et la génération d'électrons relativistes pour pouvoir produire du rayonnement X-Bétatron.

Après une brève définition des paramètres laser et plasma, nous nous intéresserons aux différentes étapes de la formation de la cavité ionique et de l'accélération d'électrons : l'ionisation, les mécanismes non linéaires d'interaction favorisant la propagation du faisceau laser sur des distances suffisamment grandes pour accélérer les électrons jusqu'à des vitesses relativistes et générer efficacement du rayonnement X-Bétatron, la création d'une onde plasma pour générer un champ accélérateur, et enfin les différents régimes d'accélération d'électrons susceptibles d'intervenir pour la source X-Bétatron.



Fig. 2.1 : Schéma de principe de la source X-Bétatron

2.1 Généralités sur les faisceaux laser

Pour décrire le champ électromagnétique généré par le laser, nous nous placerons dans un repère orthonormé ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$). La propagation du faisceau se fait le long de l'axe \mathbf{e}_z . Je rappellerai quelques notions simples liées au champ électromagnétique pour introduire des grandeurs fréquemment utilisées dans nos travaux comme le potentiel vecteur normalisé a_0 et l'éclairement laser I (qui par abus de langage est plus courament appelé intensité).

2.1.1 Champ électromagnétique

Pour une onde plane polarisée linéairement de fréquence ω_0 et de vecteur d'onde $k = 2\pi/\lambda_0$, le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = E_0 e^{i(\omega_0 t - kz)} \mathbf{e}_x + cc. \tag{2.1}$$

La propagation de cette onde dans un milieu est décrite par les équations de Maxwell

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0},\tag{2.2}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0,\tag{2.3}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},\tag{2.4}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t},\tag{2.5}$$

où \vec{E} et \vec{B} représentent respectivement le champ électrique et magnétique, ρ et \vec{J} la densité locale et la densité de courant et ϵ_0 et μ_0 la permittivité et la perméabilité du vide. Le régime d'interaction dans lequel nos expériences sont effectuées est déterminé par l'intensité laser, qui se mesure couramment en W/cm^2 , et qui physiquement correspond à la moyenne temporelle, sur un cycle optique (environ 2.5 fs à 800 nm), du vecteur de Poynting, soit

$$I = \left\langle \vec{S} \right\rangle = \left\langle \vec{E} \times \vec{H} \right\rangle = \frac{1}{\mu_0} \left\langle \vec{E} \times \vec{B} \right\rangle = \frac{E_0^2}{\mu_0 c}.$$
 (2.6)

En général, pour décrire les champs, on utilise des potentiels vecteur \vec{A} et scalaire Φ qui vérifient

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - \frac{d\vec{A}}{dt},\tag{2.7}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}.\tag{2.8}$$

2.1.2 Potentiel vecteur normalisé a_0

Physiquement, a_0 correspond au rapport entre la vitesse d'oscillation classique des électrons dans le champ du laser et la vitesse de la lumière. Il peut s'exprimer à partir de l'équation du mouvement de l'électron soumis au champ électrique du laser \vec{E} qui s'écrit

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}.$$
(2.9)

Le champ électrique dérivant d'un potentiel, on peut trouver une solution $\vec{E} = -\frac{d\vec{A}}{dt}$ et on peut calculer \vec{v} :

$$\vec{v} = \frac{e\vec{A}}{m_e}.$$
(2.10)

En écrivant le potentiel comme $|\vec{A}| = A_0 e^{i\phi}$, on peut donc obtenir le potentiel vecteur normalisé

$$a_0 = \frac{eA_0}{m_e c}.\tag{2.11}$$

On distingue deux régimes d'interaction : relativiste si $a_0 > 1$ et non relativiste si $a_0 < 1$. En exprimant A_0 en fonction de E_0 puis en fonction de I, on peut réécrire, pour une onde plane polarisée linéairement :

$$a_0 = \left(\frac{e^2}{2\pi^2 \epsilon_0 m_e^2 c^5} \lambda^2 I\right)^{1/2},$$
(2.12)

ce qui donne, en unités pratiques :

$$a_0 = 8.5 \times 10^{-10} \lambda_0(\mu m) I^{1/2} (W/cm^2).$$
(2.13)

A noter qu'en polarisation circulaire, a_0 est plus petit d'un facteur $\sqrt{2}$. Le seuil pour être en régime relativiste étant $a_0 = 1$, cela correspond, pour une longueur d'onde de 800 nm, à une intensité laser $I = 2.1 \times 10^{18} W/cm^2$.

2.1.3 Faisceaux gaussiens

Les faisceaux issus des lasers basés sur l'amplification à dérive de fréquence, comme celui de la salle jaune du LOA utilisé pour nos expériences, peuvent être assimilés à des faisceaux gaussiens. Pour les modéliser, il faut apporter une correction (spatiale u(r, z) et temporelle $\Gamma(t)$) à l'expression du champ électrique de l'onde plane décrite précédemment qui s'écrit alors :

$$\vec{E} = E_0 u(r, z) \Gamma(t) e^{i(\omega_0 t - kz)} \mathbf{e}_x + cc.$$
(2.14)

La partie temporelle $\Gamma(t)$ du faisceau est gaussienne et s'écrit sous la forme

$$\Gamma(t) = \exp\left[2\ln 2\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right],\tag{2.15}$$

où τ est la largeur à mi hauteur de l'impulsion. Une impulsion temporellement gaussienne est aussi gaussienne dans le domaine spectral. Pour ce type de profil, la relation liant la largeur temporelle et spectrale à mi hauteur est la suivante :

$$\Delta t \Delta \nu = 0.441. \tag{2.16}$$

Pour obtenir des impusiions ultrabrèves, il faut ainsi une bande spectrale très large. Le matériau utilisé pour les lasers comme celui du LOA est du Saphir dopé au titane (Ti : Al_2O_3), qui permet de faire osciller en phase un grand nombre de modes longitudinaux. A 800 nm, une impulsion de 25 fs correspond environ à une largeur spectrale de 40 nm.

La partie spatiale du faisceau u(r, z) peut être obtenue en calculant une solution exacte de l'équation de propagation dans l'approximation paraxiale. Cette approximation suppose une faible divergence du faisceau par rapport à son axe de propagation. Dans le cas des lasers que nous utilisons, cette hypothèse est raisonnable car leurs dimensions longitudinales sont plus grandes que leur dimensions transverses (la longueur de cavité est plus grande que le diamètre du faisceau), et l'ouverture des optiques utilisées pendant les expériences sont relativement petites (typiquement F # = f/D = 18). Pour la fonction u(r, z), l'équation d'onde prend donc la forme

$$\nabla_t^2 u(r,z) - 2ik \frac{\partial u(r,z)}{\partial z} = 0.$$
(2.17)

La solution [93] est une onde sphérico-gaussienne :

$$u(r,z) = \frac{1}{q(z)} \exp\left[-ik\frac{r^2}{2R(z)} - \frac{r^2}{w^2(z)}\right],$$
(2.18)

où w(z), R(z) et q(z) sont respectivement le rayon du faisceau à 1/e en amplitude du champ électrique, le rayon de courbure et le rayon de courbure complexe du front d'onde. Leurs expressions sont :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_r^2}},$$
(2.19)

$$R(z) = z + \frac{z_r^2}{z},$$
(2.20)

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda_0}{\pi w^2(z)},$$
(2.21)

où $z_r = \pi w_0^2 / \lambda_0$ est la longueur de Rayleigh, qui représente la distance pour laquelle l'intensité laser est divisée par 2 par rapport à son intensité au plan focal. Je rappelle à titre indicatif dans le tableau 2.1 les paramètres du laser utilisé pendant les expériences réalisées au cours de cette thèse.

Paramètres	Spécifications
Longueur d'onde λ_0	800 nm
Durée d'impulsion τ	30 fs
Energie U sur cible	1 J
Tache focale w_0	$18 \mu m$
Puissance crête P	30 TW
Intensité I	$3 \times 10^{18} W/cm^2$
Potentiel vecteur normalisé a_0	1.2
Longueur de Rayleigh z_r	1.27 mm

Tab. 2.1 : Caractéristiques du laser de la salle jaune du LOA

Si l'on définit la puissance totale dans le faisceau comme $P = \int \int |u|^2 dA$, en intégrant sur toute la surface transverse du faisceau, alors la variation d'intensité radiale du faisceau est donnée par :

$$I(r) = \frac{2P}{\pi w^2} e^{-2r^2/w^2}.$$
(2.22)

Le faisceau du laser de la salle jaune au LOA n'est pas strictement gaussien d'un point de vue spatial, il a plutôt un profil carré «top hat». Le diamètre d_{TH} et l'aire A_{TH} effectifs d'un tel faisceau avec la même intensité et la même puissance totale qu'un faisceau gaussien s'écrivent alors

$$d_{TH} = \sqrt{2}w, \qquad A_{TH} = \frac{\pi w^2}{2}.$$
 (2.23)

2.2 Mécanismes d'ionisation du gaz d'hélium

Pour des intensités laser supérieures à $10^{17}W/cm^2$, ce qui est le cas du laser utilisé pour nos expériences, le champ électrique du laser est suffisant pour ioniser totalement un gaz de faible charge Z. Les mécanismes d'ionisation indirects, comme l'ionisation collisionnelle, (collision électron-atome ou électron-ion), n'interviennent pas ici car les temps de collision caractéristiques sont trop longs par rapport à la durée d'impulsion du laser. L'ionisation d'un atome léger, comme l'hélium où l'hydrogène, soumis à un champ laser intense a été étudié en détail par Keldysh [44]. Il a ainsi défini un paramètre, appelé paramètre de Keldysh, distinguant différents régimes d'ionisation :

$$\gamma_K = \sqrt{\frac{E_i}{2\Phi_p}},\tag{2.24}$$

où E_i est le potentiel d'ionisation de l'atome $(E_i(He^{2+}) = 54.4eV)$, et Φ_p est le potentiel pondéromoteur défini dans la section suivante.

L'ionisation multiphotonique est un processus non linéaire dans lequel un nombre Nde photons d'énergie $h\nu$ s'additionnent de façon cohérente pour ioniser l'atome (potentiel d'ionisation $E_i = Nh\nu$). Cependant, ce processus se produit pour un paramètre de Keldysh $\gamma_K > 1$ et donc pour des intensités laser plus faibles que celles du laser du LOA.

Dans le cas où $\gamma_K < 1$, le champ laser devient plus intense, et induit un abaissement de la barrière de potentiel Coulombienne qui maintient les électrons en orbite autour du noyau de l'atome. Les électrons ont alors une probabilité non nulle de franchir cette barrière.

Dans le cas où $\gamma \ll 1$, le champ électromagnétique du laser est si intense qu'il peut supprimer la barrière de potentiel et libérer les électrons. Lors de l'interaction avec l'impulsion laser, l'électron est alors soumis au potentiel de Coulomb ainsi qu'à celui du laser. Le potentiel total peut s'écrire :

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - eEr.$$
(2.25)

Ce potentiel étant maximum pour un rayon r_{max} , en utilisant la condition $V(r_{max}) = E_i$

on peut en déduire l'intensité laser (en W/cm^2) nécessaire à une ionisation par suppression de barrière :

$$I_{sb} = \frac{\pi^2 \epsilon_0^3 c}{2e^6} \frac{Ei^4}{Z^2} = 4 \times 10^9 \frac{E_i^4 (eV)}{Z^2}$$
(2.26)

Pour obtenir de l'hélium totalement ionisé He^{2+} , on obtient $I_{sb} = 8.76 \times 10^{15} W/cm^2$, ce qui est environ trois ordres de grandeurs en dessous de l'intensité du laser utilisé pour nos expériences. Le front avant de l'impulsion laser créé le plasma et la plus grande partie ce cette impulsion interagit donc avec un gaz complètement ionisé.

2.3 Formation du canal plasma

Cette section s'intéresse aux phénomènes non linéaires à l'origine de la propagation du laser dans le plasma et de la formation de la cavité ionique décrite sur la figure 2.1. Des simulations PIC-3D [76], [77] ont montré que l'interaction laser-plasma dans nos conditions expérimentales (sur une distance de 3 mm) se déroule en trois étapes. Sur le premier millimètre, l'autofocalisation du laser dans le jet de gaz s'établit et la cavité ionique dans le sillage de l'impulsion se forme. L'accélération des électrons est optimale sur le deuxième millimètre. Enfin, sur le dernier millimètre, l'énergie contenue dans l'impulsion laser ne devient plus assez suffisante pour assurer l'autofocalisation du laser et maintenir la cavité.

2.3.1 Propagation du laser dans le plasma, autofocalisation relativiste

Un plasma est un milieu électriquement neutre constitué d'atomes partiellement ou totalement ionisés, d'ions et d'électrons libres.

La propagation d'une impulsion laser de pulsation ω_0 dans un plasma n'est possible que si la densité électronique de ce plasma est inférieure à une densité critique n_c liée à la pulsation laser par la relation :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{n_c e^2}{m_e \epsilon_0}}.$$
(2.27)

Pour une impulsion laser à 800 nm, la densité critique vaut $n_c = 1.74 \times 10^{21} cm^{-3}$. Les densités électroniques que nous avons utilisées lors de nos expériences sont de l'ordre de $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$. Notre régime d'interaction se place dans le cas d'un plasma sous dense et l'onde lumineuse peut se propager en vérifiant la relation de dispersion

$$\omega_0^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2, \tag{2.28}$$

où ω_p est la pulsation plasma électronique, traduisant les oscillations des électrons du

plasma, et qui est définie par :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}},\tag{2.29}$$

que l'on peut écrire, en unités pratiques

$$\omega_p = 56300 \sqrt{n_e(cm^{-3})},\tag{2.30}$$

où n_e est la densité électronique du milieu. De même, les ions oscillent naturellement à la fréquence :

$$\omega_{pi} = \sqrt{Z \frac{m_e}{m_i}} \omega_p, \tag{2.31}$$

où Z est le degré d'ionisation du plasma (Z=2 pour un plasma d'hélium totalement ionisé). Les ions étant beaucoup plus lourds que les électrons, ils peuvent être considérés comme immobiles lors de l'interaction. Pour une densité électronique $n_e = 10^{19} cm^{-3}$, la pulsation plasma électronique vaut $\omega_p = 1.78 \times 10^{14} s^{-1}$ (longueur d'onde plasma $\lambda_p = 10.5 \ \mu$ m).

On peut réécrire la relation de dispersion en utilisant l'indice de réfraction non linéaire :

$$n(r) = n_0 + n_2 I(r). (2.32)$$

Dans le cas d'un faisceau à profil gaussien où l'intensité I(r) dépend de la distance radiale à l'axe, le milieu peut se comporter comme une lentille focalisante. Il faut noter que la valeur n_2 est très petite (environ $5 \times 10^{-19} cm^2 W^{-1}$ pour l'air), et qu'il est impératif d'avoir une intensité laser suffisante pour obtenir une contribution non linéaire significative. Pour un plasma sous dense, l'indice de réfraction est défini par :

$$n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}} \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2}.$$
 (2.33)

Dans le cas d'un plasma chaud en régime relativiste, les calculs sont légèrement différents par rapport à l'optique non linéaire classique. Ici, la non linéarité du milieu provient de l'augmentation de la masse effective des électrons. Cet effet a été étudié en détail par Sprangle [96], qui considère le plasma comme un milieu non linéaire d'indice

$$n = 1 - \frac{n_e}{2n_c\gamma_\perp},\tag{2.34}$$

où $\gamma_{\perp} = (1 + a_0^2/2)^{1/2}$. En faisant l'hypothèse d'un champ faiblement relativiste ($a_0 \ll 1$), on peut retrouver l'expression de l'indice du plasma comme dans le cas non linéaire classique avec $n_0 = 1 - n_c/(2n_e)$ et $n_2 = n_e/(2n_c a_0^2/4)$. On peut alors en déduire la

puissance critique d'autofocalisation relativiste P_c dans le cas d'un faisceau gaussien

$$P_c = \frac{8\pi\epsilon_0 m_e^2 c^5}{e^2} \frac{n_c}{n_e},$$
(2.35)

qu'il est plus pratique d'écrire sous la forme

$$P_c[GW] = 17.4 \frac{n_c}{n_e}.$$
 (2.36)

Pour le cas d'une impulsion à 800 nm se propageant dans un plasma de densité électronique $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$, cela donne $P_c = 2$ TW, puissance 20 fois plus petite que la puissance crête du laser utilisé dans nos expériences.

2.3.2 Force pondéromotrice

Le rôle de la force pondéromotrice étant de créer la cavité ionique dans le sillage de l'impulsion laser, elle joue un rôle très important dans le mécanisme de la source X-Bétatron. Le calcul présenté dans ce paragraphe traite le cas d'un électron oscillant à des vitesses non relativistes pour plus de simplicité. Le calcul de cette force en régime relativiste et dans le cas d'un plasma très sous dense a été repris par Mora et Antonsen [69], [70]. Le mouvement d'un électron de charge -e et de masse m_e est régit par l'équation fluide :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{e}{m_e}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$
(2.37)

La vitesse de l'électron peut être décomposée en un terme linéaire et non linéaire :

$$\vec{v} = \vec{v_l} + \vec{v_{nl}}.$$
 (2.38)

En résolvant l'équation 2.37 au premier ordre, on obtient l'expression de la vitesse linéaire :

$$\frac{\partial \vec{v_l}}{\partial t} = -\frac{e}{m_e}\vec{E},\tag{2.39}$$

et après développement aux ordres supérieurs et en moyennant sur une période laser on obtient :

$$m\frac{\partial \vec{v_{nl}}}{\partial t} = \vec{F_p} = -\frac{\vec{\nabla}I}{2cn_c},\tag{2.40}$$

où F_p est la force pondéromotrice associée à l'impulsion laser d'intensité I. Cette force tend donc à expulser les électrons vers les régions de plus basse intensité et va ainsi jouer un rôle très important à l'origine des mécanismes d'accélération et d'oscillation d'électrons. Comme toute force conservative, elle dérive d'un potentiel tel que $\vec{F_p} = \vec{\nabla} \Phi_p$. On peut donc en déduire le potentiel pondéromoteur :

$$\Phi_p = \frac{I}{2cn_c}.\tag{2.41}$$

Pour une intensité laser de $3 \times 10^{18} W/cm^{-3}$ et une longueur d'onde de 800 nm, on obtient un potentiel pondéromoteur $\Phi_p = 0.2$ MeV. La force pondéromotrice ne peut cependant pas directement accélérer des électrons jusqu'à des énergies de plusieurs centaines de MeV.

2.4 Onde plasma et accélération d'électrons

Un plasma étant, par définition, un milieu déjà ionisé, il peut supporter des champs électriques 1000 fois supérieurs à ceux d'un accélérateur conventionnel radio-fréquence. Ces accélérateurs permettent d'accélérer des faisceaux de particules de très bonne qualité mais le champ électrique est limité à 100 MV/m, sous peine de détruire la structure accélératrice. La seule solution pour accélérer des particules avec des énergies plus importantes est d'augmenter la longueur d'accélération, au détriment du coût de la machine. L'accélérateur du CERN à Genève permet d'accélérer des électrons jusqu'à 50 GeV mais dans un anneau mesurant 27 km de circonférence, soit près de la taille du périphérique parisien!

L'accélération d'électrons dans les plasmas, et notamment dans les plasmas créés par laser, suscite un très grand intérêt depuis quelques décennies car il est ainsi possible de réduire considérablement la taille des installations. L'avènement des lasers basés sur l'amplification à dérive de fréquence [97], avec des intensités supérieures à 10^{18} W/cm², a permis d'accélérer la recherche dans ce domaine. En effet, ils permettent d'exciter des ondes plasma de très grande amplitude qui servent à accélérer des électrons sur de très courtes distances (quelques millimètres) dans le sillage de l'impulsion laser.

Le mécanisme d'accélération d'électrons dans le sillage d'une impulsion laser a été proposé pour la première fois par Tajima et Dawson [103]. L'énergie laser est transférée à une onde plasma par la création d'une perturbation de densité électronique δn_e . Si la tache focale du laser est telle que $w_0 >> \lambda_p$, l'accélération de l'électron est longitudinale, sinon ($w_0 \ll \lambda_p$), elle est transverse. Bien qu'une perturbation de densité longitudinale soit plus efficace pour accélérer des électrons par sillage laser, une perturbation transverse est plus simple à mesurer. Cette mesure résolue en temps a été réalisée pour la première fois à l'échelle femtoseconde au LULI/LOA [62] et à l'Université d'Austin (Texas) [92] en sondant le plasma par interférométrie pour détecter des perturbations transverses de l'ordre de $\delta n_e/n_e \simeq 1$.

Dans nos conditions expérimentales $(w_0 \gg \lambda_p)$, le champ électrique généré est longi-

tudinal (figure 2.2), auquel est associé une onde plasma se déplaçant à la vitesse de groupe du laser.



Fig. 2.2 : Génération d'une onde plasma et d'un champ électrique longitudinal pour accélérer des électrons par laser

2.4.1 Champ électrique généré par l'onde plasma

La perturbation de densité électronique longitudinale dans le plasma δn_e peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\frac{\delta n_e}{n_e} = \delta \sin(k_p z - \omega_p t), \qquad (2.42)$$

où δ représente l'amplitude de l'onde plasma, comprise entre 0 et 1. Le champ électrique \vec{E} peut ensuite être calculé en utilisant l'équation de Poisson, soit :

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = -\frac{e\delta n_e}{\epsilon_0} = \frac{en_e\delta}{\epsilon_0}\sin(k_p z - \omega_p t).$$
(2.43)

En intégrant cette équation on obtient l'expression du champ électrique

$$E(z,t) = \frac{en_e c\delta}{\epsilon_0 \omega_p} \cos(k_p z - \omega_p t), \qquad (2.44)$$

que l'on peut réécrire

$$E(z,t) = \delta E_{max} \cos(k_p z - \omega_p t), \qquad (2.45)$$

où le champ électrique peut atteindre la valeur maximale

$$E_{max} = \frac{m_e c \omega_p}{e},\tag{2.46}$$

où en prenant $n_e = 10^{19} cm^{-3}$, on obtient un champ électrique maximal de 300 GV m^{-1} .



Fig. 2.3 : Onde plasma (pointillés) et champ électrique longitudinal associé.

L'onde plasma 1D et le champ électrique longitudinal associé sont représentés sur la figure 2.3. L'onde plasma comporte des parties accélératrices et décélératrices. Un électron est accéléré au maximum sur une distance correspondant à une demi période du champ électrique longitudinal associé à l'onde plasma. Cette longueur, appelée longueur de déphasage L_{deph} , s'écrit donc

$$k_p L_{deph} - \omega_p = \pi. \tag{2.47}$$

Si l'on fait l'hypothèse que la vitesse de l'électron est proche de celle de la lumière et

qu'elle ne varie pas beaucoup au cours de l'interaction, alors on obtient :

$$L_{deph} = \frac{\lambda_p}{2(1-\beta_p)},\tag{2.48}$$

et si le facteur relativiste de Lorentz de l'onde plasma, défini par $\gamma_p = (1 - v_p^2/c^2)^{-1/2}$, où v_p est la vitesse de phase de l'onde plasma, est tel que $\gamma_p >> 1$ alors

$$L_{deph} \simeq \gamma_p^2 \lambda_p. \tag{2.49}$$

En considérant un facteur relativiste pour l'onde plasma $\gamma_p = 10$ et une période plasma de 10 μm caractéristique de nos expériences, la longueur de déphasage est de 1 mm. A cette longueur de déphasage correspond une énergie maximale que gagne l'électron au cours de son accélération :

$$W_{max} = eE_{max}L_{deph},\tag{2.50}$$

et en considérant un champ électrique longitudinal de 300 GV/m dans un canal plasma, comme pour nos expériences, il faut 1 mm de propagation pour que l'électron atteigne une énergie de 300 MeV. Dans un accélérateur classique, avec un champ de 100 MV/m, il faudrait 3 mètres à l'électron pour atteindre la même énergie.

Si l'on prend en compte les dimensions transverses de l'onde plasma, en considérant qu'elles soient égales à la taille de la tache focale du laser ω_0 , elle devient alors successivement focalisante et défocalisante pour les électrons au cours de leur accélération [67]. L'expression de la longueur de déphasage est alors :

$$L_{deph}^{2D} \simeq \gamma_p^2 \frac{\lambda_p}{2}.$$
 (2.51)

Pour pouvoir considérer le champ électrique longitudinal comme étant constant, la longueur d'accélération doit être inférieure à la longueur de déphasage. Ces calculs simples permettent cependant d'avoir une estimation de l'énergie maximale que peut gagner un électron piégé dans l'onde plasma.

2.4.2 Piégeage par l'onde plasma

Avant d'être accéléré, l'électron éjecté hors du champ laser par la force pondéromotrice doit d'abord être piégé par l'onde plasma dans le sillage de l'impulsion laser. Le mécanisme de piégeage des électrons par l'onde plasma est souvent illustré par un surfeur tentant de prendre une vague. Si l'électron est trop rapide, l'onde plasma ne le rattrape pas, et à l'inverse s'il est trop lent elle le dépasse. On peut calculer l'énergie minimale et maximale que doit avoir l'électron en écrivant la conservation de son énergie totale (énergie potentielle et énergie cinétique) dans le référentiel de l'onde plasma puis en utilisant la transformée de Lorentz pour repasser dans le référentiel du laboratoire [68]. On obtient ainsi un électron dont le facteur relativiste doit être compris entre deux valeurs γ_{min} et γ_{max} données par :

$$\gamma_{min} = \gamma_p (1 + 2\gamma_p \delta) - \sqrt{\gamma_p^2 - 1} \sqrt{(1 + 2\gamma_p \delta)^2 - 1},$$
(2.52)

$$\gamma_{max} = \gamma_p (1 + 2\gamma_p \delta) + \sqrt{\gamma_p^2 - 1} \sqrt{(1 + 2\gamma_p \delta)^2 - 1}.$$
 (2.53)

En considérant par une onde plasma d'amplitude $\delta = 0.05$ et de facteur relativiste $\gamma_p = 10$, l'électron, pour être piégé, doit avoir une énergie comprise entre 1.5 et 18.5 MeV.

2.4.3 Déferlement

D'après l'équation 2.45, l'amplitude maximale que peut atteindre l'onde plasma est égale à E_{max} . Lorsqu'elle atteint des amplitudes très élevées, elle devient non linéaire [19],[24] : les électrons qui participent à la structure de l'onde plasma sont piégés puis accélérés par celle ci. Le déferlement se produit parce que certains électrons du plasma effectuent des oscillations tellement grandes que la force de rappel de l'onde plasma n'est plus assez importante pour qu'ils continuent d'osciller dans le même "creux" de l'onde. Au lieu de cela, les électrons passent dans le "creux" suivant, ce qui les accélère. Cependant, comme ce sont les électrons qui forment le champ électrique longitudinal de l'onde plasma, le déferlement aboutit à une rapide diminution de son amplitude, et l'accélération s'arrête, à l'image d'un surfeur avançant sur une vague brisé et finissant par être stoppé. Dans le cas d'un plasma froid, le champ électrique au moment du déferlement s'écrit [7] :

$$E_{def} = \sqrt{2\gamma_{\perp}(\gamma_p - 1)}E_{max} \tag{2.54}$$

En prenant un facteur relativiste axial de l'électron $\gamma_{\perp} = 1$ et $\gamma_p = 10$ le champ électrique peut théoriquement être amélioré d'un facteur 4. Ce seuil théorique de déferlement peut être modifié en fonction des effets thermiques du plasma [43] : une augmentation de température l'abaisse. Avec une impulsion laser ultrabrève, où le chauffage est réduit, la limite de déferlement théorique est plus élevée.

2.5 Régimes d'accélération d'électrons par laser

Il existe différents régimes d'accélération d'électrons par laser. Ils dépendent de l'intensité, de la durée d'impulsion laser ainsi que de la densité électronique du plasma.

2.5.1 Sillage automodulé

Dans le schéma d'accélération d'électrons par sillage automodulé, qui a été étudié en détail par plusieurs auteurs [95], [5], [4], l'onde plasma électronique est excitée par le processus de diffusion Raman en impulsion longue (400 fs). L'instabilité Raman est un phénomène non linéaire pendant lequel une onde électromagnétique (le laser) de pulsation ω_0 se décompose en une onde plasma de pulsation ω_p et une onde électromagnétique rétrodiffusée de pulsation ω_d telles que $\omega_0 = \omega_p + \omega_d$. C'est un phénomène qui a été étudié intensivement car il peut jouer un rôle néfaste dans la fusion par confinement inertiel : d'une part l'onde rétrodiffusée réduit l'efficacité du couplage entre l'impulsion laser et la cible et d'autre part celle ci peut être très dangereuse pour l'installation laser si elle se propage en direction de la chaîne laser. Dans le cas d'expériences d'accélération d'électrons, elle permet d'exciter une onde plasma de très grande amplitude. La force pondéromotrice du laser crée une perturbation de densité électronique à la fréquence naturelle d'oscillation des électrons du plasma ω_p . L'onde rétrodiffusée de pulsation $\omega_d = \omega_0 - \omega_p$ se propage en sens opposé par rapport à l'onde incidente, ce qui a pour effet de produire un battement d'ondes de l'enveloppe laser à la pulsation ω_p . L'enveloppe de l'impulsion laser entre en résonance avec l'onde plasma initiale, ce qui augmente l'amplitude de cette dernière, et une onde plasma de très grande amplitude ainsi qu'une enveloppe laser fortement modulée sont générées. Pour être convenablement piégés par l'onde plasma, les électrons sont préchauffés par d'autres mécanismes comme le Raman arrière [11], [23], où le déferlement. Des électrons ont pu ainsi être accélérés pour la première fois jusqu'à 44 MeV [66] en utilisant ce dernier mécanisme. Cependant, le fait que l'interaction se produise en impulsion longue finit par chauffer le plasma, ce qui empêche l'onde plasma d'atteindre la limite de déferlement théorique et réduit l'énergie maximale que les particules peuvent atteindre. Le sillage automodulé est un régime d'accélération qui ne peut pas se produire en impulsions courtes, car le processus de diffusion Raman arrière n'a pas le temps de croître.

2.5.2 Sillage forcé

Contrairement au cas de l'accélération par sillage automodulé, il est possible de mener une onde plasma à la limite de déferlement pour une impulsion laser τ plus courte, de sorte que $c\tau \simeq \lambda_p$, et une énergie plus faible (quelques joules au lieu de quelques centaines de joules) est suffisante dans ce cas. Dans le cas du sillage forcé, l'excitation de l'onde plasma est amorcée avec une perturbation de densité créée par la force pondéromotrice du laser. L'onde plasma est ensuite couplée à l'impulsion laser pour qu'elle puisse croître. Si l'impulsion laser est plus courte (30 fs au lieu de 1 ps), elle excite directement une onde plasma de très grande amplitude. La variation locale de l'indice de réfraction du plasma conduit à une variation locale de la vitesse de groupe de l'impulsion laser [33]. Le front avant de celle ci se propage ainsi plus lentement et le front arrière plus vite, aboutissant à un rétrécissement de l'impulsion laser au cours de sa propagation dans le plasma [28]. Cette compression de l'impulsion laser dans la première arche de l'onde plasma permet l'excitation immédiate d'ondes plasma d'amplitudes bien plus élevées que dans le cas du sillage automodulé.

Dans ce cas, le temps d'interaction du paquet d'électrons et de l'onde plasma avec le laser sont réduits, et le sillage forcé permet d'obtenir des gains d'énergie et des qualités de faisceaux bien meilleurs. Avec le laser de la salle jaune du LOA des électrons ont été accélérés jusqu'à 200 MeV [59] avec une émittance normalisée RMS (qui quantifie la qualité spatiale du faisceau d'électrons) $\epsilon_n = 3\pi$ mm.mrad pour des électrons de 55 MeV [31]. La distribution spectrale de ces faisceaux, représentée sur la figure 2.4, est Maxwellienne, c'est à dire exponentiellement décroissante jusqu'à l'énergie maximale. Dans les premières expériences de production de la source X-Bétatron, nous verrons que ce mécanisme est prédominant.



Fig. 2.4 : Spectre électronique obtenu par le groupe de V. Malka au LOA pour $n_e = 7.5 \times 10^{18} cm^{-3}$ et pour une impulsion laser de 1J, 30 fs et une tache focale de diamètre 18 μ m.

2.5.3 Régime de la bulle

Plus récemment, un nouveau régime fortement non-linéaire d'accélération d'électrons, dit régime de la bulle, a été mis en évidence par des simulations numériques PIC (Particle In Cell) [78]. Il permet notamment d'obtenir des faisceaux d'électrons quasi mono énergétiques, ce qui représente une avancée remarquable de la technique d'accélération d'électrons par interaction laser-plasma. Dans ce régime, la longueur d'onde plasma est supérieure ou égale aux dimensions longitudinales du laser, ce qui se traduit par $\lambda_p > c\tau$ ou τ est la durée d'impulsion du laser. Si l'intensité du laser est suffisamment intense, la force pondéromotrice expulse les électrons du plasma d'hélium vers les régions de plus faible intensité lumineuse, laissant une cavité ionique dans le sillage de l'impulsion laser, de dimensions semblables à cette dernière, soit environ 10 μ m dans le cas du laser 30 fs du LOA. Une simulation typique est présentée sur la figure 2.5. A l'arrière de cette cavité, certains électrons sont piégés par cette structure, et à cause de la séparation de charges d'espace, ils peuvent être accélérés jusqu'à des énergies relativistes.



Fig. 2.5 : Cavité ionique simulée avec le code PIC-3D VLPL par A. Pukhov [78] produite par un laser de 12J, 33fs pour $n_e = 10^{19} cm^{-3}$ à $ct/\lambda = 500$. L'énergie maximale des électrons est de 300 MeV.

Les faisceaux d'électrons accélérés dans ce régime sont monoénergétiques parce que, à l'inverse du sillage forcé et du sillage automodulé, l'injection est localisée à l'arrière de la cavité. La figure 2.6 illustre le phénomène de manière simplifiée. Pour le régime de sillage forcé l'injection n'est pas localisée, et la partie avant et arrière du paquet d'électrons ne sont pas en phase avec la même partie de l'onde plasma. Elles ne sont donc pas soumises à la même longueur de déphasage et n'ont par conséquent pas la même énergie finale. Dans le régime de la bulle, tous les électrons sont en phase avec la même partie de l'onde plasma, ce qui permet obtenir des faisceaux d'électrons quasi-monoénergétiques. De plus, comme les électrons restent en permanence derrière l'impulsion, l'interaction avec le champ électrique transverse du laser est fortement réduite. Tant que l'intensité laser reste suffisante, l'accélération peut se poursuivre, et elle s'arrête naturellement lorsque la charge électronique de la cavité est égale à la charge ionique [33].



Fig. 2.6 : Géométrie de l'injection du paquet d'électrons dans l'onde plasma pour le sillage forcé et le régime de la bulle

Ce nouveau régime a permis d'accélérer expérimentalement des électrons jusqu'à 170 MeV [27], 80 MeV [32] et 70 MeV [60]. Depuis les premières expériences, une quinzaine de groupes a obtenu des résultats dans le domaine de la production de faisceaux d'électrons monoénergétiques par laser, notamment au Japon [65] et en Allemagne [38]. Un spectre typique obtenu au LOA [33], [27] est présenté sur la figure 2.7. Ce spectre, obtenu pour une densité électronique $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ et pour des paramètres laser (1J, 30 fs), comporte un pic à 170 ± 20 MeV avec une charge importante estimée à 0.5 ± 0.2 nC dans ce pic. Ici, la largeur spectrale est limitée par la résolution du spectromètre qui vaut $\Delta E/E \simeq 20\%$.

Les paramètres laser (12 J, 33 fs) utilisées pour la simulation présentée sur la figure 2.5 ne sont encore pas disponibles pour des expériences. L'énergie du laser du LOA est 10 fois plus faible, ce qui nous place à la limite d'un régime d'interaction relativiste ($a_0 \simeq 1$). A cause de la très forte non-linéarité de ce régime de la bulle, les faisceaux d'électrons monoénergétiques sont actuellement très peu reproductibles tir à tir. Par conséquent, nos expériences (densités de l'ordre de $10^{19}cm^{-3}$ et intensité laser de $3 \times 10^{18}W/cm^2$ pour une durée de 30 fs) se situent à la frontière entre le régime de sillage forcé et le régime de la bulle.



Fig. 2.7 : Spectre obtenu expérimentalement au LOA par le groupe de V. Malka (laser 1 J, 30 fs) pour $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$. En dessous : superposition du spectre expérimental (croix bleues) obtenu sur l'image et de la simulation PIC-3D correspondante (ligne verte) après 2mm de propagation. Les barres horizontales indiquent la résolution du spectromètre.

Chapitre 3

Caractéristiques théoriques de la source X Bétatron

3.1 Wiggler plasma et analogie avec le synchrotron

3.1.1 Généralités

Afin de présenter le principe général du wiggler plasma, il est pertinent d'utiliser l'analogie avec la production de rayonnement X dans un synchrotron. Dans une telle machine, des électrons accélérés jusqu'à une énergie de plusieurs GeV dans des cavités radiofréquence sont injectés dans des éléments d'insertion pour produire du rayonnement X en subissant une accélération perpendiculaire à leur trajectoire. Il existe trois techniques pour cela, représentées sur la figure 3.1 [8]. La première est de courber la trajectoire en utilisant le champ magnétique généré par des aimants permanents (aimants de courbure).

L'énergie critique (énergie au delà de laquelle on peut considérer le rayonnement comme négligeable pour tous les angles d'observation) pour un photon X émis par un électron ayant une trajectoire courbée par un aimant permanent est donnée par [8] :

$$E_c(keV) = 0.6650E_e^2(GeV)B(T), (3.1)$$

où E_e est l'énergie des électrons et B le champ magnétique de l'aimant. En applicant cette formule aux paramètres du synchrotron APS (Advanced Photon Source, aux Etats-Unis) où $E_e = 7$ GeV et B=0.599 T, on obtient une énergie critique de 19.5 keV.

Pour augmenter la brillance de la source par rapport à l'utilisation d'aimants de courbure, on utilise des structures magnétiques périodiques, les onduleurs et les wigglers. Si N est la période de la structure, la brillance est augmentée d'un facteur 2N. Les onduleurs et les wigglers se distinguent par l'amplitude du champ magnétique appliqué. Dans un


Fig. 3.1 : Rayonnement synchrotron produit dans les régimes aimant permanent, wiggler et onduleur. A gauche : trajectoire électronique, au milieu : profil spatial du faisceau, à droite : spectre de rayonnement X [8].

wiggler, le champ magnétique est plus intense et l'amplitude des oscillations plus élevée que dans un onduleur : cela aboutit à des effets non-linéaires générant un spectre de rayonnement large composé d'harmoniques de la fréquence fondamentale et à un cône de rayonnement plus divergent.

Pour un onduleur dans lequel l'électron, une fois accéléré, effectue des oscillations dans une structure magnétique périodique, l'émission de rayons X de longueur d'onde λ est décrite par l'équation

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2 \theta^2 \right), \tag{3.2}$$

qui en termes d'énergie X s'écrit :

$$E(keV) = \frac{0.9496E_e^2(GeV)}{\lambda_u(cm)\left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2\theta^2\right)},$$
(3.3)

où λ_u est la période de l'onduleur, $\theta \simeq 1/\gamma$ la divergence du faisceau X. K est le paramètre de force de l'onduleur, dont la valeur croît linéairement avec celle du champ magnétique B appliqué car

$$K = \frac{eB\lambda_u}{2\pi mc}.$$
(3.4)

En prenant les paramètres de l'onduleur du synchrotron APS ($\lambda_u = 3.3 \text{ cm}, E_e = 7 \text{ GeV}$ et K = 1) on trouve une énergie X de 9.7 keV.

Enfin, pour un wiggler synchrotron, dans lequel le champ magnétique de la structure

périodique (1 T pour l'APS) et par conséquent le paramètre de force K (>> 1) et l'amplitude des oscillations électroniques sont plus importants que dans un onduleur, l'énergie critique est donnée par :

$$E_c = \frac{3\pi c\hbar\gamma^2 K}{\lambda_u},\tag{3.5}$$

ce qui donne, pour le synchrotron APS ($\gamma = 13700, K = 7.9$ et $\lambda_u = 8.5$ cm), $E_c = 32.3$ keV.

Dans le wiggler plasma, le mouvement des électrons n'est pas gouverné par des champs magnétiques extérieurs mais par des effets purement électrostatiques dans les ondes plasma situées dans le sillage de l'impulsion laser. Cependant, nous allons montrer que les propriétés du rayonnement émis sont également caractérisées par les mêmes paramètres que le rayonnement synchrotron.

L'idée de faire osciller des électrons et de les guider dans un canal plasma créé par laser afin qu'ils émettent du rayonnement a été proposé bien avant cette thèse [107], [106]. Dans ce schéma, appelé en anglais régime "blow out" (littéralement "soufflage"), un faisceau d'électrons relativistes se propage dans un plasma pré-ionisé. La densité électronique du faisceau étant plus grande que celle du plasma, les électrons du plasma sont expulsés en créant un canal ionique de rayon plus grand que celui du faisceau d'électrons. La séparation de charges électrons/ions génère un champ électrostatique symétrique par rapport à l'axe de propagation du laser. Ce champ est à l'origine d'une force de rappel s'exerçant sur les électrons qui les fait osciller (oscillations Bétatron). Dans la démonstration expérimentale de ce régime de production de rayonnement X [39], [42], un faisceau d'électrons a été accéléré jusqu'à 30 GeV sur l'accélérateur linéaire de l'université de Stanford pour être ensuite propagé dans un plasma de lithium de 1.4 mètres de long et de densité électronique $n_e = 10^{14} cm^{-3}$. Cela a permis d'obtenir des photons X-Bétatron jusqu'à 30 keV. Dans le cas de nos expériences d'interaction laser-matière, les électrons sont expulsés hors des régions de haute intensité lumineuse par la force pondéromotrice du laser, ce qui crée un canal ionique dans le sillage de l'impulsion (figure 2.1). Les électrons accélérés par l'onde plasma dans le canal mais qui ne se trouvent pas sur l'axe de propagation du laser subissent la force de rappel transverse générée par la séparation de charges et qui peut être calculée à partir de la loi de Gauss :

$$\vec{F} = -m_e \omega_p^2 \frac{\vec{r}}{2} \tag{3.6}$$

Ici, m_e est la masse de l'électron au repos, r le rayon de la cavité ionique, et ω_p la fréquence plasma définie par l'équation 2.30. En appliquant la relation F = -eE, le champ électrique transverse correspondant peut être simplement calculé :

$$E[MV/m] = 9.06 \times 10^{-15} n_e [cm^{-3}] r_0 [\mu m].$$
(3.7)

Pour une densité électronique $n_e = 10^{19} cm^{-3}$ et un rayon $r_0 = 10 \ \mu$ m, un champ électrique de 1000 GV/m peut être atteint. Sous l'action combinée du champ électrique transverse et du champ accélérateur, l'équation du mouvement pour un électron émettant du rayonnement dans le wiggler plasma s'écrit donc :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -m_e \omega_p^2 \frac{\vec{r}}{2} - e\vec{E}.$$
(3.8)

Une trajectoire typique d'un tel électron est représentée sur la figure 3.2. Elle correspond à un wiggler plasma à 2 dimensions représenté dans un plan $(\vec{x}, \vec{z}), \vec{z}$ étant l'axe de propagation du laser. Sur cet axe le champ électrostatique transverse est nul. Pour cette trajectoire le champ accélérateur, constant, est de 235 GV/m sur une distance de 600 μ m, la densité électronique vaut $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ et l'amplitude initiale $x_0 = 5 \ \mu$ m. L'énergie finale de l'électron est donc de 140 MeV avec ces paramètres. Ces oscillations électroniques dans le wiggler plasma sont à l'origine de l'émission de rayonnement X comme dans un synchrotron. Cependant, la période des oscillations λ_u est ici de l'ordre de 100 μ m (figure 3.2), soit deux ordres de grandeurs en dessous de celle d'un wiggler synchrotron. Par effet Doppler relativiste et contraction de Lorentz (dont les principes physiques sont détaillés en annexe A) la longueur d'onde d'émission est proportionnelle à λ_u/γ^2 . Dans un wiggler plasma on peut donc atteindre le domaine spectral X avec des électrons d'énergies plus faibles (MeV au lieu de GeV dans le cas des accélérateurs classiques). L'autre différence avec le wiggler synchrotron provient de l'évolution de l'amplitude et de la période des oscillations au cours de la trajectoire. L'amplitude diminue (elle passe ici de 5 μ m à 3 μ m sur une distance de 600 μ m) car la masse effective de l'électron γm_e augmente au cours de l'accélération. Ensuite la période augmente car comme nous allons le voir, celle ci dépend de $\sqrt{\gamma}$.

3.1.2 Paramètres du wiggler plasma

Période

Plusieurs auteurs ont calculé de façon analytique les mouvements d'un électron dans un canal plasma [107], [26] et [48]. En l'absence de force accélératrice, le calcul se fait en considérant l'équation relativiste du mouvement :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -m_e \omega_p^2 \frac{\vec{r}}{2},\tag{3.9}$$

où $p = \gamma m \vec{v}$ est l'impulsion relativiste de l'électron et v = dx/dt est sa vitesse. En supposant que la trajectoire électronique soit dans un plan (\vec{x}, \vec{z}) , comme illustré sur la



Fig. 3.2 : Trajectoire électronique typique d'un électron émettant du rayonnement X dans un wiggler plasma. Pour cette trajectoire le champ accélérateur est de 235 GV/m sur une distance de 600 μm , la densité électronique vaut $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ et l'amplitude initiale $x_0 = 5 \ \mu m$. E_l et E_t représentent respectivement le champ électrique longitudinal et transverse.

figure 3.3, et la force de rappel étant radiale, on obtient :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\omega_p^2}{2\gamma}x,\tag{3.10}$$

où l'on reconnaît l'équation d'un oscillateur harmonique¹ dont la solution pour la position et la vitesse radiales x et $\beta_x = v_x/c$ s'écrit

$$x = r_0 \sin(\omega_\beta t), \tag{3.11}$$

$$\beta_x = k_\beta r_0 \cos(\omega_\beta t), \tag{3.12}$$

et où r_0 est l'amplitude radiale des oscillations et ω_β la pulasation Bétatron, définie par :

$$\omega_{\beta} = \frac{\omega_p}{\sqrt{2\gamma}} = k_{\beta}c = \frac{2\pi c}{\lambda_{\beta}}.$$
(3.13)

 λ_{β} et k_{β} sont respectivement la fréquence et le nombre d'onde Bétatron. En prenant une densité électronique $n_e = 10^{19} cm^{-3}$ (qui correspond à une pulsation plasma $\omega_p =$ $1.78 \times 10^{14} s^{-1}$) et un facteur relativiste de l'électron $\gamma = 200$, on obtient une pulsation

 $^{^{1}}$ Cette équation est introduite pour définir la période du wiggler seulement. Le mouvement de l'électron dans son référentiel est en réalité relativiste (section 3.2).

Bétatron $\omega_{\beta} = 8.9 \times 10^{12} s^{-1}$. La période correspondante est $\lambda_{\beta} = 212 \ \mu m$.

Le calcul présenté ici est valable pour de très faibles amplitudes d'oscillations par rapport à la longueur de la période Bétatron. Un électron effectuant les oscillations décrites ci dessus rayonnera à une longueur d'onde $\lambda = \lambda_{\beta}/2\gamma^2$ à cause de l'effet Doppler relativiste (annexe A), c'est à dire à une pulsation

$$\omega_1 = 2\gamma^2 \omega_\beta, \tag{3.14}$$

ce qui correspond à $\lambda \simeq 2.64$ nm (E = 470 eV) si l'on prend une densité électronique $n_e = 10^{19} cm^{-3}$. Dans un wiggler synchrotron, l'amplitude des oscillations est de l'ordre du micron pour une période de quelques centimètres. Ici, elle est de quelques microns pour une période d'une centaine de microns. Ces trajectoires fortement non linéaires sont à l'origine d'un paramètre de force K élevé et de rayonnement d'harmoniques de la fréquence fondamentale permettant d'atteindre des énergies plus élevées que la centaine d'eV.

Paramètre de force du wiggler plasma K

Les électrons dans le canal plasma se déplacent à une vitesse très proche de celle de la lumière le long de l'axe \vec{z} . On peut donc considérer que $z \simeq ct$ et qu'à tout moment la position de la particule le long de l'axe \vec{x} est

$$x \simeq r_0 \sin(k_\beta z). \tag{3.15}$$

Comme je l'ai précisé plus haut, le paramètre qui distingue le régime onduleur du régime wiggler dans un synchrotron est l'excursion angulaire maximum de la particule avec l'axe de propagation du faisceau. Ici elle vaut

$$\theta = \left(\frac{dx}{dz}\right)_{z=0} = k_{\beta}r_0. \tag{3.16}$$

En réalité, un calcul plus rigoureux utiliserait comme nombre d'onde βk_{β} , mais comme lors de nos expériences $\gamma \simeq 100$, la valeur correspondante de β est 0.9999 et l'approximation faite est justifiée. Il est alors utile d'introduire le paramètre de force K comme dans le cas des synchrotrons :

$$K = \gamma \theta = \gamma k_{\beta} r_0. \tag{3.17}$$

Sachant que $k_{\beta} = \omega_p / c \sqrt{2\gamma}$, j'utiliserai par la suite la formule en unités pratiques :

$$K = 1.33 \times 10^{-10} \sqrt{\gamma n_e(cm^{-3})} r_0(\mu m), \qquad (3.18)$$

où, en reprenant des paramètres typiques de nos expériences ($n_e = 10^{19} cm^{-3}$, $\gamma = 200$ et $r_0 = 3 \ \mu m$), on obtient K = 18.



Fig. 3.3 : Définition des paramètres du wiggler plasma.

3.1.3 Générations d'harmoniques pour K >> 1

Le calcul présenté dans cette section sert à expliquer la présence d'harmoniques dans les spectres de rayonnement X. Ces harmoniques relativistes sont une conséquence directe du couplage entre les vitesses axiales et radiales de l'électron. La position z de l'électron le long de l'axe n'est en fait qu'approximativement égale à ct. A cause du couplage entre le mouvement transverse et le mouvement axial, la vitesse axiale (le long de l'axe \vec{z}) est modulée. Pour comprendre ce phénomène ainsi que ses conséquences, reprenons le calcul en considérant toutes les composantes du vecteur vitesse normalisé $\boldsymbol{\beta}(\beta_x, \beta_y, \beta_z)$ dont la norme est égale à $\sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2}$. Pour plus de simplicité, considérons que le mouvement s'effectue uniquement dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) , dans lequel $\beta_y = 0$. L'expression du facteur relativiste devient :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_x^2 - \beta_z^2}},\tag{3.19}$$

ce qui permet d'exprimer la vitesse axiale β_z en fonction de la vitesse radiale β_x :

$$\beta_z^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \beta_x^2. \tag{3.20}$$

Dans la limite où $k_{\beta}^2 r_0^2 \ll 1$ et en remplaçant β_x par son expression trouvée dans la section précédente (équation 3.12) on obtient

$$\beta_z \simeq 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{k_\beta^2 r_0^2}{2} \cos^2(k_\beta ct).$$
 (3.21)



Fig. 3.4 : Illustration des oscillations de l'électron pour la 1^{ere} et 2^{nde} harmoniques [8].

En utilisant la relation trigonométrique $\cos^2 a = (1 + \cos 2a)/2$ on retrouve, à un facteur initial β_{z0} près, l'expression des orbites électroniques obtenue par Esarey [26] pour un électron dans un canal plasma :

$$\beta_z \simeq 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{k_\beta^2 r_0^2}{4} - \frac{k_\beta^2 r_0^2}{4} \cos(2k_\beta ct), \qquad (3.22)$$

$$z \simeq \left(1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{k_\beta^2 r_0^2}{4}\right) ct - \frac{k_\beta^2 r_0^2}{8} \sin(2k_\beta ct).$$
(3.23)

On constate ainsi que la vitesse suivant z contient une composante moyenne et une composante modulée à deux fois la fréquence Bétatron ω_{β} . Cette modulation est la deuxième harmonique du mouvement et est représentée sur la figure 3.4. Au premier ordre, le mouvement de l'électron génère du rayonnement à la fréquence fondamentale ω_1 et la composante représentée le long de l'axe \vec{z} à la fréquence $\omega_2 = 2\omega_1$. Lorsque l'on tend vers la limite K >> 1 (régime wiggler), d'autres harmoniques de fréquence $\omega_n = n\omega_1$ apparaissent, où n est l'ordre de l'harmonique, du fait du couplage entre les différentes composantes du mouvement des électrons.

En utilisant la relation 3.17, la vitesse moyenne est alors fonction du paramètre de force du wiggler plasma K :

$$\overline{\beta_z} \simeq 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{4\gamma^2}.$$
(3.24)

On peut ainsi introduire une valeur effective axiale pour le facteur relativiste tel que

$$\gamma_a = \frac{1}{\sqrt{1 - \overline{\beta}_z^2}},\tag{3.25}$$

 soit

$$\overline{\beta_z} \simeq 1 - \frac{1}{2\gamma_a^2},\tag{3.26}$$

et on obtient finalement

$$\gamma_a = \frac{\gamma}{\sqrt{1 + K^2/2}}.\tag{3.27}$$

Il en résulte, pour la n^{ieme} harmonique de la fréquence ω_1 (équation 3.14), une dépendance de la fréquence avec K par la relation

$$\omega_n = \frac{2\gamma^2 n\omega_\beta}{1 + K^2/2}.\tag{3.28}$$

En reprenant les paramètres typiques de nos expériences $(n_e = 10^{19} cm^{-3}, \gamma = 200$ et $r_0 = 3 \ \mu m$), qui signifient K = 18 et $\omega_\beta = 8.9 \times 10^{12} s^{-1}$, une énergie X de 1 keV correspond environ à la 348^{ieme} harmonique de la longueur d'onde fondamentale.



Fig. 3.5 : Transition entre le régime K < 1 et K > 1 d'émission X dans le wiggler plasma. Spectres observés dans l'axe pour (a) $\gamma = 20$, $r_0 = 0.1 \ \mu\text{m}$, K = 0.18, (b) $\gamma = 20$, $r_0 = 0.5 \ \mu\text{m}$, K = 0.94 et (c) $\gamma = 20$, $r_0 = 3 \ \mu\text{m}$, K = 5.6.

Trois spectres théoriques typiques du rayonnement émis par un électron dans un wiggler plasma sont représentés sur la figure 3.5. Cette figure représente trois spectres X obtenus pour des valeurs de r_0 différentes qui correspondent (équation 3.18) à des valeurs de K différentes. L'énergie des électrons ($\gamma = 20$) et la densité électronique ($n_e = 10^{19} cm^{-3}$) sont inchangées pour les trois spectres. Le premier ($r_0 = 0.1 \ \mu m$ et K = 0.18) correspond à un régime pour lequel on observe uniquement du rayonnement à la longueur d'onde fondamentale. La période de l'onduleur plasma vaut dans ce cas $\lambda_{\beta} = 66 \ \mu m$ et donc la longueur d'onde fondamentale émise est $\lambda_1 = 83 \ nm$ (E=14,9 eV). Le deuxième spectre ($r_0 = 0.5 \ \mu m$ et K = 0.94) correspond à un régime où quelques harmoniques sont produites, la plus élevée étant $\lambda_6 = 89, 6 \ eV$. Le troisième spectre ($r_0 = 3 \ \mu m$ et K = 5.6) correspond au régime wiggler (K > 1) et le nombre d'harmoniques est beaucoup plus élevé. En utilisant l'équation 3.5 pour la fréquence critique en régime wiggler, avec K = 5.6 et $\gamma =$ 20, on trouve $E_c = 62, 5 \ eV$. En utilisant l'équation 3.5 et l'équation 3.18 pour l'expression de K dans le wiggler plasma, puis les équations 3.13 et 2.30, on obtient l'expression de l'énergie critique en unités pratiques :

$$\hbar\omega_c(eV) = 5.21 \times 10^{-21} \gamma^2 n_e(cm^{-3}) r_0(\mu m).$$
(3.29)

Pour $\gamma = 200$ (au lieu de 20 sur les spectres de la figure 3.5), les autres paramètres étant par ailleurs inchangés, on obtient une énergie critique de 6.25 keV, soit une énergie X 100 fois plus élevée que l'énergie critique correspondant à la figure 3.5(c).

3.2 Rayonnement d'un électron effectuant des oscillations Bétatron

La section précédente a permis de présenter de manière générale le wiggler plasma. Le spectre de rayonnement Bétatron émis dans un wiggler plasma contient des harmoniques relativistes d'ordres très élevés qui permettent d'atteindre des énergies X au keV avec des faisceaux d'électrons de 100 MeV et des périodes d'ondulation de quelques centaines de microns. Nous allons maintenant présenter le rayonnement X qui caractérise la source Bétatron en termes de puissance et d'intensité spectrale. Pour cela, on calcule d'abord le rayonnement d'une particule ayant un mouvement arbitraire dans le formalisme de la relativité restreinte, puis le rayonnement propre aux oscillations bétatroniques. On reprend ici beaucoup de résultats de l'ouvrage de référence de J.D.Jackson [40] en les applicant au cas du wiggler plasma de la source X-Bétatron.

3.2.1 Champs et potentiels dans le cadre de la relativité restreinte

Nous rappellerons tout d'abord les equations de Maxwell classiques avant d'introduire la notion de quadrivecteur densité de courant électrique et de quadrivecteur potentiel.

Equations de Maxwell classiques

Nous nous placerons dans le cas d'un milieu linéaire, homogène et isotrope (LHI) pour les calculs qui vont suivre. En présence de densité de charge ρ et de courant \vec{J} , les équations s'écrivent :

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0},\tag{3.30}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0, \tag{3.31}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t},\tag{3.32}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$
(3.33)

De par les propriétés vectorielles, ces équations impliquent qu'il existe un potentiel vecteur \vec{A} et un potentiel scalaire Φ qui vérifient :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \tag{3.34}$$

 et

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla}\Phi.$$
(3.35)

En remplaçant les expressions de \vec{E} et de \vec{B} dans les équations de Maxwell et en imposant une condition sur \vec{A} et Φ appelée jauge de Lorentz telle que

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{A} = 0, \qquad (3.36)$$

on obtient alors les équations de propagation des potentiels

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \Delta\phi = \frac{\rho}{\epsilon_0},\tag{3.37}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \Delta \vec{A} = \mu_0 \vec{J}.$$
(3.38)

On utilisera par la suite l'opérateur d'Alembertien

$$\Box x = \frac{1}{c^2} \frac{\partial x}{\partial t} - \Delta x. \tag{3.39}$$

Quadrivecteurs densité de courant électrique et potentiel

Dans le formalisme de la relativité restreinte, un point ne correspond plus à une localisation mais à un événement. Un événement peut donc être représenté par un point d'un espace à quatre dimensions appelé espace-temps. Dans ces conditions, on définit alors les quadrivecteurs potentiel A^{α} et densité de courant électrique J^{α} tels que

$$A^{\alpha} = (\Phi, \vec{A}), \tag{3.40}$$

$$J^{\alpha} = (c\rho, \vec{J}), \tag{3.41}$$

qui satisfont l'équation de propagation que la transformation de Lorentz laisse invariante :

$$\Box A^{\alpha} = \mu_0 J^{\alpha}. \tag{3.42}$$

Une telle équation se résoud en trouvant une fonction de Green D(x, x') (c'est-à-dire une fonction solution d'une équation aux dérivées partielles linéaire à coefficients constants) satisfaisant

$$\Box_x D(x, x') = \delta^{(4)}(x - x'), \qquad (3.43)$$

et la solution se calcule en utilisant les intégrales de Fourier pour passer dans l'espace du nombre d'onde k. En l'absence de potentiel entrant ou sortant, celle-ci s'écrit

$$A^{\alpha}(x) = \mu_0 \int d^4 x' D_r(x - x') J^{\alpha}(x'), \qquad (3.44)$$

où

$$D_r(x - x') = \frac{1}{2\pi} \theta(x_0 - x'_0) \delta[(x - x')^2]$$
(3.45)

est la fonction de Green retardée, et $\theta(x)$ la distribution de Heaviside.

Il convient maintenant d'appliquer les résultats ci dessus au cas d'une particule de charge e dont la position dans le référentiel du laboratoire est $\mathbf{r}(t)$. Dans ce cas, la densité de charge et de courant s'écrivent :

$$\rho(\mathbf{x}, t) = e\delta[\mathbf{x} - \mathbf{r}(t)], \qquad (3.46)$$

$$\vec{J}(\mathbf{x},t) = e\mathbf{v}(t)\delta[\mathbf{x} - \mathbf{r}(t)].$$
(3.47)

Les densités de charge et de courant peuvent aussi être écrites sous la forme de quadrivec-

teurs en introduisant la quadriposition $r^{\alpha}(\tau)$ en fonction du temps propre de la charge τ , ce qui permet de déduire l'expression du quadrivecteur J^{α} :

$$J^{\alpha}(x) = ec \int d\tau V^{\alpha}(x) \delta^{(4)}[x - r(\tau)], \qquad (3.48)$$

où $V^{\alpha}(x) = (\gamma c, \gamma \mathbf{v})$ est le quadrivecteur vitesse de la charge.

Potentiels de Liénard-Wiechert

Avec les expressions introduites ci dessus, en insérant la fonction de Green retardée et l'expression 3.48 dans l'expression 3.44, on peut calculer le quadrivecteur potentiel

$$A^{\alpha}(x) = 2e \int d\tau V^{\alpha}(\tau)\theta[x_0 - r_0(\tau)]\delta[[x - r(\tau)]^2], \qquad (3.49)$$

ce qui après calcul donne

$$A^{\alpha}(x) = \left[\frac{eV^{\alpha}(\tau)}{V[x-r(\tau)]}\right]_{\tau=\tau_0},$$
(3.50)

où τ_0 est un temps dit retardé donné par la contrainte du cône de lumière en relativité restreinte qui implique que $x_0 - r_0(\tau_0) = |\mathbf{x} - \mathbf{r}(\tau_0)| = R$. Ce résultat est connu sous le nom de *Potentiel de Liénard-Wiechert*. Une forme plus utile peut être écrite à partir de la condition du cône de lumière, ce qui donne

$$\Phi(\mathbf{x},t) = \left[\frac{e}{(1-\boldsymbol{\beta}.\mathbf{n})R}\right]_{ret},\tag{3.51}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{x},t) = \left[\frac{e\boldsymbol{\beta}}{(1-\boldsymbol{\beta}.\mathbf{n})R}\right]_{ret}.$$
(3.52)

L'indice "ret" veut dire que la quantité entre crochets est évaluée au temps retardé τ_0 donné par la contrainte du cône de lumière et $\beta = v/c$ est la vitesse normalisée de l'électron. Plus précisément, cela veut dire que le calcul tient compte du fait que le champ reçu au temps τ par l'observateur a été produit à un temps antérieur, ou retardé, par l'électron. Ce retard correspond au temps mis par la lumière pour parcourir la distance R séparant l'électron de l'observateur. Il est donc égal à $\tau - R/c$. Une fois l'expression des potentiels obtenue, on peut calculer le champ électromagnétique

$$\mathbf{E}(\mathbf{x},t) = e \left[\frac{\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}}{\gamma^2 (1 - \boldsymbol{\beta}.\mathbf{n})^3 R^2} \right]_{ret} + \frac{e}{c} \left[\frac{\mathbf{n} \times \left[(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right]}{\gamma^2 (1 - \boldsymbol{\beta}.\mathbf{n})^3 R} \right]_{ret},$$
(3.53)

$$\mathbf{B}(\mathbf{x},t) = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}]_{ret}.$$
(3.54)

On remarque dans cette expression un terme en $1/R^2$ (dit terme de convection) et un terme en 1/R (dit terme de rayonnement). C'est ce dernier qui jouera un rôle prépondérant dans le calcul de la puissance rayonnée et dans le calcul du spectre. Le rayonnement d'une particule est donc entièrement gouverné par son mouvement (position, vitesse et accélération) et par la position de l'observateur par rapport à celle ci.

3.2.2 Calcul du Rayonnement

Le calcul du rayonnement d'un électron en mouvement est présenté pour la première fois dans un ouvrage de J. Larmor en 1897 [53] pour les électrons non relativistes puis ce résultat est étendu à des particules de vitesses arbitraires en 1898 par A. Liénard [56] et deux ans plus tard de manière indépendante par E. Wiechert en introduisant le concept des potentiels retardés. Il faut ensuite attendre 1949 et l'article de J. Schwinger [87] pour avoir une présentation détaillée du calcul du rayonnement synchrotron. Il a été démontré [26] que dans le cas d'un électron relativiste oscillant dans un wiggler plasma avec un paramètre K >> 1, le rayonnement produit est du rayonnement synchrotron pour une particule relativiste en mouvement circulaire instantané. Je présenterai ici ces principaux résultats qui permettent une compréhension plus approfondie du rayonnement X-Bétatron émis par les électrons relativistes dans le canal plasma.

Puissance rayonnée

La puissance instantanée émise dans un angle solide $d\Omega$ par une particule en mouvement s'obtient en calculant le flux du vecteur de Poynting rayonné à travers une surface sphérique $dS = R^2 d\Omega$ où $R \to \infty$ est le rayon de la sphère centrée sur l'origine du référentiel du laboratoire. Comme le premier terme (terme de convection) dans l'expression 3.53 du champ électrique varie en $1/R^2$, celui ci est négligeable par rapport au deuxième, et l'expression de \vec{E} se réduit à

$$\vec{E} = \frac{e}{c} \left[\frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\boldsymbol{\beta}})}{R} \right].$$
(3.55)

Le flux instantané du vecteur Poynting s'écrit donc :

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi}\vec{E} \times \vec{B} = \frac{c}{4\pi}|\vec{E}|^2\mathbf{n},\tag{3.56}$$

ce qui permet de calculer la puissance rayonnée par unité d'angle solide :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{c}{4\pi} |R\vec{E}|^2 = \frac{e^2}{4\pi c} |\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\boldsymbol{\beta}})|^2.$$
(3.57)

Si θ est l'angle entre le vecteur accélération $\dot{\mathbf{v}}$ et le vecteur unitaire \mathbf{n} dirigé suivant le vecteur de Poynting, alors la puissance rayonnée peut se réécrire sous la forme

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c^3} |\dot{\mathbf{v}}|^2 \sin^2 \theta.$$
(3.58)

La puissance totale instantanée s'obtient à partir de l'expression ci dessus en intégrant sur tous les angles solides, soit

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} |\dot{\mathbf{v}}|^2, \qquad (3.59)$$

résultat qui est connu sous le nom de formule de Larmor non relativiste. Dans le wiggler plasma de la source X-Bétatron, les électrons effectuent des mouvements très relativistes dans le sillage de l'impulsion laser. La puissance rayonnée, intégrée sur tous les angles solides, reste invariante par transformation de Lorentz et tend vers le résultat obtenu dans le cadre non relativiste lorsque $\beta \rightarrow 0$, soit

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m^2 c^3} \left[\left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dE}{d\tau} \right)^2 \right], \qquad (3.60)$$

où $d\tau = dt/\gamma$. Cette expression peut aussi s'exprimer en termes de vecteurs vitesse et accélération :

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \gamma^4 [\dot{\boldsymbol{\beta}}^2 - (\boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}})^2].$$
(3.61)

Pour un mouvement très relativiste, les champs accélérateurs dépendent à la fois des vecteurs vitesse et accélération, par conséquent la distribution angulaire du rayonnement est plus compliquée que dans le cas non relativiste. L'exemple le plus adapté à notre cas est celui d'une particule en mouvement circulaire instantané où les vecteurs vitesse $\boldsymbol{\beta}$ et accélération $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ sont perpendiculaires. En introduisant un système de coordonnées polaires où $\boldsymbol{\beta}$ et $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ sont respectivement suivant l'axe \vec{z} et l'axe \vec{x} , et où ϕ et θ sont les angles que forment la direction d'observation avec les axes \vec{x} et \vec{z} , la distribution angulaire de la puissance rayonnée (représentée sur la figure 3.6) s'écrit :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c^3} \frac{|\mathbf{\dot{v}}|^2}{(1-\beta\cos\theta)^3} \left[1 - \frac{\sin^2\theta\sin^2\phi}{\gamma^2(1-\beta\cos\theta)^2} \right].$$
(3.62)

En intégrant ce résultat sur tous les angles θ et ϕ , on retrouve l'expression de la puissance totale rayonnée (équation 3.61 où le produit vectoriel $\beta \times \dot{\beta}$ est nul) dans le cas d'un électron en mouvement relativiste :

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2 |\dot{\mathbf{v}}|^2}{c^3} \gamma^4.$$
(3.63)



Fig. 3.6 : Rayonnement produit par un électron relativiste dans son référentiel (la fleche en pointillés représente la direction du vecteur accélération et les fleches pleines celles du vecteur de Poynting) et dans le référentiel du laboratoire.

Pour un accélérateur linéaire, la puissance rayonnée dépend uniquement des forces accélératrices extérieures qui déterminent le gain énergétique de la particule, pas de l'énergie ou de l'impulsion propres de l'électron. En revanche, dans le cas d'un accélérateur à trajectoires circulaires ou sinusoïdales comme le wiggler plasma, l'impulsion \mathbf{p} change rapidement lorsque la particule est en mouvement circulaire, mais sa variation énergétique par révolution reste faible, ce qui signifie que

$$\left|\frac{d\mathbf{p}}{d\tau}\right| = \gamma \omega |\mathbf{p}| >> \frac{1}{c} \frac{dE}{d\tau},\tag{3.64}$$

et on peut donc réécrire la puissance rayonnée comme

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m^2 c^3} \gamma^2 \omega^2 |\mathbf{p}|^2 = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{\rho^2} \beta^4 \gamma^4, \qquad (3.65)$$

où $\omega = (c\beta/\rho)$, ρ étant le rayon de courbure de la trajectoire. Pour obtenir l'énergie perdue sous forme de rayonnement au cours d'une révolution il suffit de multiplier cette expression par la période de révolution $T = 2\pi/\omega$, c'est à dire

$$\delta E = \frac{2\pi\rho}{c\beta}P = \frac{4\pi}{3}\frac{e^3}{\rho}\beta^3\gamma^4,\tag{3.66}$$

résultat qu'il est plus pratique d'écrire sous la forme

$$\delta E(keV) = 8.85 \times 10^{-11} \frac{[E(MeV)]^4}{\rho(m)}.$$
(3.67)

En utilisant une nouvelle fois des paramètres typiques de nos conditions expérimentales, $\gamma = 200$ et $\rho = 1/r_0 k_\beta^2 = 380 \ \mu m$ pour $r_0 = 3 \ \mu m$ et $n_e = 10^{19} cm^{-3}$, on obtient une perte d'énergie de 23 keV. Cela correspond bien à la gamme d'énergie X attendue (keV), mais cela ne signifie cependant pas que l'énergie du rayonnement X produit est égale à 23 keV. Cette énergie représente l'énergie totale rayonnée au cours d'une oscillation, et elle est distribuée dans les différentes harmoniques relativistes du spectre.

Energie rayonnée par unité d'angle solide et de fréquence

Dans la section 3.1.3 nous avons vu que dans le régime wiggler de la source X-Bétatron le spectre de rayonnement X comporte des harmoniques d'une fréquence fondamentale jusqu'à une certaine fréquence critique. Ces arguments s'expliquent de manière plus quantitative en utilisant le théorème de Parseval (l'énergie totale du signal ne dépend pas de la représentation choisie, fréquentielle ou temporelle) et l'analyse de Fourier.

Pour l'observateur, la puissance rayonnée par unité d'angle solide peut s'écrire sous la forme

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = |\vec{A}(t)|^2, \qquad (3.68)$$

où

$$\vec{A}(t) = \left(\frac{c}{4\pi}\right)^{1/2} [R\vec{E}]_{ret},$$
(3.69)

et où \vec{E} est le champ électrique calculé dans l'équation 3.55. Avant de poursuivre plus en avant ce calcul, je précise les hypothèses suivantes : premièrement, l'accélération se produit pendant un intervalle de temps borné, l'énergie totale rayonnée par la particule est donc une quantité finie. Le point d'observation étant loin de l'électron, l'observateur voit la région parcourue par la particule sous un angle solide très faible. Pour passer à l'énergie rayonnée par unité d'angle solide, il suffit d'intégrer temporellement l'expression 3.69 :

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{-\infty}^{\infty} |\vec{A}(t)|^2 dt, \qquad (3.70)$$

et en utilisant le théorème de Parseval, on peut exprimer cette expression en fonction de la transformée de Fourier $\vec{A}(\omega)$ du potentiel

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{-\infty}^{\infty} |\vec{A}(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{0} |\vec{A}(\omega)|^2 d\omega + \int_{0}^{\infty} |\vec{A}(\omega)|^2 d\omega.$$
(3.71)

Comme cela n'a pas de sens physique de parler de signe pour la fréquence, on intègre seulement sur les fréquences positives et on introduit une quantité $\frac{d^2I}{d\omega d\Omega}$ qui est l'énergie rayonnée par unité de fréquence et par unité d'angle solide :

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_0^\infty \frac{d^2I}{d\omega d\Omega} d\omega.$$
(3.72)

Sachant que $\vec{A}(t)$ est une quantité réelle, on a $\vec{A}(-\omega) = \vec{A^*}(\omega)$ et on peut donc additionner

les parties correspondant aux bornes positives et négatives dans l'expression 3.71 pour obtenir

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = 2|\vec{A}(\omega)|^2. \tag{3.73}$$

Il reste donc à calculer la transformée de Fourier de $\vec{A}(t)$ à partir de l'équation 3.69 et de l'expression du champ électrique, ce qui donne :

$$\vec{A}(\omega) = \left(\frac{e^2}{8\pi^2 c}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \left[\frac{\mathbf{n} \times \left[(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}\right]}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3}\right]_{ret} dt.$$
(3.74)

Ici l'abréviation *ret* veut dire que le rayonnement est évalué à un temps t = t' + R(t')/c. En changeant la variable d'intégration t en t' on obtient :

$$\vec{A}(\omega) = \left(\frac{e^2}{8\pi^2 c}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(t' + R(t')/c)} \frac{\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \boldsymbol{\beta}.\mathbf{n})^2} dt'.$$
(3.75)

J'ai déjà précisé que le point d'observation était loin de l'électron émettant du rayonnement; le vecteur unitaire **n** peut donc être considéré comme variant peu avec le temps. Ainsi la distance R(t') devient, en première approximation :

$$R(t') = \simeq x - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}(t'), \qquad (3.76)$$

où x est la distance entre l'origine O et le point d'observation P et r(t') est la position de la particule relativement à O. L'expression de $\vec{A}(\omega)$ devient ainsi

$$\vec{A}(\omega) = \left(\frac{e^2}{8\pi^2 c}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(t-\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}(t)/c)} \frac{\mathbf{n} \times [(\mathbf{n}-\boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{n})^2} dt.$$
(3.77)

A partir de cette expression du potentiel, on obtient alors l'énergie rayonnée par unité d'angle solide et de fréquence :

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{n} \times \left[(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right]}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^2} e^{i\omega(t - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}(t)/c)} dt \right|^2$$
(3.78)

Je rappelle que $\mathbf{r}(t)$, $\boldsymbol{\beta}(t)$ et $\dot{\boldsymbol{\beta}}(t)$ sont respectivement la position, la vitesse (normalisée à c) et l'accélération (normalisée à c) de l'électron. Ces quantités peuvent être calculées à l'aide des trajectoires électroniques dans le wiggler plasma et sont représentées sur la figure 3.7. On trouve souvent dans la littérature [40] l'équation 3.78 (valable pour tout mouvement arbitraire de l'électron) écrite sous une forme plus simple, qui s'obtient en



Fig. 3.7 : Positions respectives de l'électron et de l'observateur

intégrant par parties l'équation 3.77 :

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}) e^{i\omega(t - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}(t)/c)} dt \right|^2.$$
(3.79)

3.2.3 Electron en mouvement circulaire relativiste : spectre synchrotron

Le calcul de l'énergie rayonnée par unité d'angle solide et de fréquence présenté ci dessus est valable pour une particule en mouvement arbitraire. Je vais maintenant m'intéresser au cas d'un électron relativiste en mouvement circulaire instantané, tel qu'on les rencontre dans le wiggler plasma de la source X-Bétatron.

Energie rayonnée par unité d'angle solide et de fréquence

Il a été démontré [87] qu'un cône de rayonnement étroit généré par un électron implique que le rayonnement observé dans une direction donnée (ici celle de l'observateur, face au faisceau d'électrons) est produit sur une petite portion de la trajectoire électronique. Basé sur ces arguments, il n'est alors nécessaire de connaître $\boldsymbol{\beta}$ et $\mathbf{r}(t)$ que sur les portions de trajectoire dont la tangente est dirigée vers l'observateur (ce qui pour nous, correspond aux minima et maxima des oscillations Bétatron). Pour modéliser cela, il suffit de considérer un système de coordonnées ($\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$) dans lequel la trajectoire (de rayon de courbure instantané ρ) est contenue dans le plan (\vec{x}, \vec{y}), et la direction d'observation \mathbf{n} , qui fait un angle θ (considéré petit) avec l'axe x, dans le plan perpendiculaire (\vec{x}, \vec{z}). En choisissant des vecteurs unitaires $\boldsymbol{\epsilon}_{||}$ le long de l'axe y et $\boldsymbol{\epsilon}_{\perp}$ tel que $\boldsymbol{\epsilon}_{\perp} = \mathbf{n} \times \boldsymbol{\epsilon}_{||}$ on peut réécrire le produit vectoriel de l'équation 3.79 :

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}) = \beta \left[-\boldsymbol{\epsilon}_{\parallel} \sin\left(\frac{vt}{\rho}\right) + \boldsymbol{\epsilon}_{\perp} \cos\left(\frac{vt}{\rho}\right) \sin\theta \right].$$
(3.80)

De même, l'argument dans l'exponentielle peut se réécrire, en faisant ensuite un développement limité

$$\omega\left(t - \frac{\mathbf{n}.\mathbf{r}(t)}{c}\right) = \omega\left[t - \frac{\rho}{c}\sin\left(\frac{vt}{\rho}\right)\cos\theta\right] \simeq \frac{\omega}{2}\left[\left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2\right)t + \frac{c^2}{3\rho^2}t^3\right],\tag{3.81}$$

et en utilisant les mêmes arguments que ci dessus, on peut réécrire la distribution d'énergie rayonnée par unité d'angle solide et de fréquence

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} \left| -\boldsymbol{\epsilon}_{||} A_{||}(\omega) + \boldsymbol{\epsilon}_{\perp} A_{\perp}(\omega) \right|^2, \qquad (3.82)$$

où les amplitudes sont

$$A_{\parallel}(\omega) = \frac{c}{\rho} \int_{-\infty}^{\infty} t \exp\left(i\frac{\omega}{2} \left[\left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2\right)t + \frac{c^2}{3\rho^2}t^3\right]\right) dt, \qquad (3.83)$$

$$A_{\perp}(\omega) = \theta \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i\frac{\omega}{2}\left[\left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2\right)t + \frac{c^2}{3\rho^2}t^3\right]\right) dt.$$
(3.84)

Ces intégrales se calculent en effectuant un changement de variable, puis s'identifient comme étant des intégrales d'Airy, ou des fonctions de Bessel modifiées $K_{1/3}$ et $K_{2/3}$. Cela donne le résultat

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{3\pi^2 c} \left(\frac{\omega\rho}{c}\right)^2 \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2\right)^2 \left[K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\theta^2}{(1/\gamma^2) + \theta^2} K_{1/3}^2(\xi)\right],$$
(3.85)

où

$$\xi = \frac{\omega\rho}{3c} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2\right)^{3/2}.$$
(3.86)

A partir de cette expression², on peut maintenant calculer séparément l'énergie rayonnée par unité d'angle ou par unité de fréquence. Le spectre X émis sur l'axe ($\theta = 0$) pour un électron de facteur relativiste $\gamma = 200$, $r_0 = 5 \ \mu m$ et $n_e = 10^{19} cm^{-3}$ (K = 16) est représenté sur la figure 3.8. Pour ces paramètres le spectre est piqué à $E \simeq 1$ keV et du rayonnement jusqu'à 10 keV est produit dans la queue de la distribution.

²Cette expression est aussi celle obtenue par Esarey et al [26] à partir des trajectoires bétatroniques et de l'expression 3.79 exprimée en coordonnées sphériques et pour K >> 1.



Fig. 3.8 : Spectre de la source X-Bétatron généré sur l'axe pour $\gamma = 60$, $r_0 = 5 \ \mu \text{m}$ et $n_e = 10^{19} \text{cm}^{-3}$. Pour ces paramètres K=16.

Energie rayonnée par unité d'angle solide

L'énergie rayonnée par unité d'angle s'obtient en intégrant l'expression 3.85 sur toutes les fréquences :

$$\frac{dI}{d\Omega} = \int_0^\infty \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{7}{16} \frac{e^2}{\rho} \frac{1}{(1/\gamma^2 + \theta^2)^{5/2}} \left[1 + \frac{5}{7} \frac{\theta^2}{(1/\gamma^2) + \theta^2} \right].$$
 (3.87)

Les propriétés des fonctions de Bessel modifiées $K_{1/3}$ et $K_{2/3}$ montrent que le rayonnement devient négligeable pour un paramètre $\xi >> 1$ [40]. Au regard de l'expression 3.87, cela signifie deux choses. Premièrement l'intensité diminue avec la fréquence ω , et deuxièmement, le rayonnement est largement confiné dans un plan contenant le mouvement de la particule (angle θ petit). Cependant, si la fréquence atteint une fréquence critique, le rayonnement est pratiquement nul pour tous les angles ; c'est ainsi que l'on définit la fréquence critique ω_c , telle que $\xi = 1/2$, au delà de laquelle le rayonnement est négligeable pour n'importe quel angle d'observation, soit

$$\omega_c = \frac{3}{2} \frac{c}{\rho} \gamma^3. \tag{3.88}$$

En utilisant l'expression du rayon de courbure $\rho = 1/k_{\beta}^2 r_0$ pour une trajectoire sinusoidale, la fréquence critique vaut

$$\omega_c = \frac{3}{2}\gamma^3 c k_\beta^2 r_0, \qquad (3.89)$$

ce qui correspond à la même expression que l'équation 3.29, qui avait été obtenue en faisant la simple analogie avec la fréquence X critique émise par un wiggler synchrotron. Je rappelle que pour les paramètres typiques de nos expériences ($n_e = 10^{19} cm^{-3}$, $\gamma = 200$ et $r_0 = 3 \ \mu m$) celle-ci vaut 6.25 keV.

Comme le rayonnement est principalement produit dans l'axe, il est utile d'évaluer

l'équation 3.85 pour $\theta = 0$. En dessous de la fréquence critique ($\omega \ll \omega_c$), on trouve

$$\left[\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega}\right]_{\theta=0} \simeq \frac{e^2}{c} \left[\frac{\Gamma(2/3)}{\pi}\right]^2 \left(\frac{3}{4}\right)^{1/3} \left(\frac{\omega\rho}{c}\right)^{2/3},\tag{3.90}$$

où Γ est la fonction définie par $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$. Dans le cas opposé $\omega \gg \omega_c$, le résultat est :

$$\left[\frac{d^2I}{d\omega d\Omega}\right]_{\theta=0} \simeq \frac{3}{4\pi} \frac{e^2}{c} \gamma^2 \frac{\omega}{\omega_c} e^{-\omega/\omega_c}.$$
(3.91)

Nous constatons donc que l'intensité spectrale croît en $\omega^{2/3}$ jusqu'au voisinage de la fréquence critique puis décroît ensuite exponentiellement jusqu'à 0. Cette forme du rayonnement synchrotron est celle utilisée par Kostyukov et *al* [48] pour décrire l'émission d'un faisceau d'électrons d'un canal plasma sur l'axe de propagation. Elle ne prend cependant pas en compte la divergence du faisceau, bien que celle ci soit très faible. Elle peut être estimée à n'importe quelle fréquence en déterminant l'angle critique θ_c pour lequel $\xi(\theta_c) \simeq \xi(0) + 1$. Pour les basses fréquences, la valeur $\xi(0)$ est très petite, donc on obtient

$$\theta_c \simeq \left(\frac{3c}{\omega\rho}\right)^{1/3}.$$
(3.92)

Dans le cas où la fréquence est grande, on peut négliger le deuxième terme dans l'expression de $\xi(\theta_c)$. Ainsi l'énergie rayonnée par unité d'angle solide et de fréquence s'exprime à partir de l'expression 3.90 :

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \simeq \left[\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega}\right]_{\theta=0} \cdot e^{-3\omega\gamma^2 \theta^2/2\omega_c}$$
(3.93)

 θ_c peut être défini par la largeur à mi hauteur à 1/e en amplitude de cette expression, ce qui donne :

$$\theta_c \simeq \frac{1}{\gamma} \left(\frac{2\omega_c}{3\omega}\right)^{1/2}.$$
(3.94)

Cette expression montre que les rayons X les plus durs sont aussi les plus collimatés. Par exemple, en prenant une énergie critique de 6.25 keV ($\gamma = 200$), calculée à partir de l'équation 3.29, la divergence des rayons X à 1 keV est de 10 mrad, et celle des rayons X à 5 keV est de 4.5 mrad.

Energie rayonnée par unité de fréquence

Etant donné que le rayonnement de la source X-Bétatron, est, comme celui d'un synchrotron, très collimaté, il est aussi utile d'exprimer l'énergie rayonnée par unité de fréquence seulement. Elle s'obtient en intégrant l'équation 3.85 sur tous les angles soit :

$$\frac{dI}{d\omega} = 2\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \cos\theta d\theta \simeq 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} d\theta, \qquad (3.95)$$

ce qui donne

$$\frac{dI}{d\omega} = \sqrt{3} \frac{e^2}{c} \gamma \frac{\omega}{\omega_c} \int_{\frac{\omega}{\omega_c}}^{\infty} K_{5/3}(x) dx = S(\omega/\omega_c), \qquad (3.96)$$

où S est une fonction appelée fonction synchrotron; je l'utiliserai pour les simulations du rayonnement de la source X-Bétatron au chapitre 4. Elle permet notamment de calculer le rayonnement produit par n'importe quel électron relativiste dès lors que l'on connait le rayon de courbure de sa trajectoire, dont dépend la fréquence critique (équation 3.88).

Examinons maintenant le comportement de cette fonction pour des valeurs de fréquence plus petites et plus grandes que ω_c . Pour la partie basse fréquence, on peut utiliser l'expression 3.91 pour $\theta = 0$ et l'expression 3.92 de l'angle critique θ_c :

$$\frac{dI}{d\omega} \simeq 2\pi\theta_c \left[\frac{d^2I}{d\omega d\Omega}\right]_{\theta=0} \simeq \frac{e^2}{c} \left(\frac{\omega\rho}{c}\right)^{1/3}.$$
(3.97)

Cela montre que pour des fréquences inférieures à la fréquence critique, le spectre augmente selon $\omega^{1/3}$. Le pic du spectre est situé environ au tiers de la fréquence critique. Pour la partie hautes fréquences, on peut intégrer l'expression 3.93 pour obtenir

$$\frac{dI}{d\omega} \simeq \sqrt{3\pi/2} \frac{e^2}{c} \gamma \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{1/2} e^{-\omega/\omega_c}.$$
(3.98)

Au delà fréquence critique, le spectre décroît exponentiellement jusqu'à 0. Un spectre typique calculé à partir de l'expression 3.96 est représenté sur la figure 3.9 entre 0 et 20 keV pour $\gamma = 200$, $r_0 = 3 \ \mu \text{m}$ et $n_e = 10^{19} cm^{-3}$. Le rayonnement est intégré sur tous les angles d'observation et pour ces paramètres l'énergie critique vaut 6.25 keV. On observe une forte croissance jusqu'à 1.9 keV (ce qui correspond bien à $\simeq 0.3\omega_c$) puis une décroissance exponentielle jusqu'à 0.

Nombre de photons par unité de fréquence

Les spectres de rayonnement sont en général mesurés en nombre de photons par unité de fréquence, et non pas en énergie rayonnée par unité de fréquence. On peut très simplement relier les deux quantités en divisant l'expression 3.96 par $\hbar\omega$, et on obtient

$$\frac{dN_x}{d\omega} = \sqrt{3} \frac{e^2}{c\hbar} \gamma \frac{1}{\omega_c} \int_{\frac{\omega}{\omega_c}}^{\infty} K_{5/3}(x) dx.$$
(3.99)



Fig. 3.9 : Spectre de la source X-Bétatron intégré sur tous les angles pour $\gamma = 200$, $r_0 = 3 \ \mu \text{m}$ et $n_e = 10^{19} cm^{-3}$. Pour ces paramètres l'énergie critique vaut 6.25 keV.

Le nombre de photons d'énergie moyenne $\hbar\omega_c$ se calcule facilement à partir de la formule de Larmor relativiste pour un accélérateur circulaire (equation 3.65). Comme les électrons qui émettent des photons X sont relativistes, on peut considérer que $\beta \simeq 1$, et écrire la puissance rayonnée (équation 3.61) comme

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{\rho^2} \gamma^4.$$
 (3.100)

L'énergie totale rayonnée par un électron pendant qu'il oscille dans le wiggler plasma s'obtient en multipliant la puissance par le temps $T = N_0 \lambda_\beta / c$ qu'il oscille dans le wiggler, où N_0 est le nombre d'oscillations effectuées par l'électron. On obtient

$$E = \frac{2e^2}{3} \frac{\gamma^4 N_0 \lambda_\beta}{\rho^2},\tag{3.101}$$

puis en divisant l'énergie rayonnée par l'énergie du photon $\hbar\omega_c$ et en utilisant la relation $\rho = 1/k_{\beta}^2 r_0$ pour le rayon de courbure, et $K = \gamma k_{\beta} r_0$, on obtient le nombre total de photons émis³ par un électron avec une énergie moyenne $\hbar\omega_c$:

$$N_x = \frac{4\pi}{9} \frac{e^2}{\hbar c} N_0 K,$$
(3.102)

³Cette expression diffère d'un facteur 2 avec celle utilisée par Kostyukov et al [48]. Ils ont utilisé une définition différente de l'énergie critique $\omega_c \simeq 3c\gamma^3/\rho$.

ce qui donne, en unités pratiques ^4 :

$$N_x = 1.13 \times 10^{-2} N_0 K. \tag{3.103}$$

 $^{^4 \}text{Unités CGS}$: $e = 4.8 \times 10^{-10}$ esu, $c = 3 \times 10^{10}$ cm/s, $\hbar = 10^{-27}$ erg s

Chapitre 4

Simulation du rayonnement bétatron

Ce chapitre présente les caractéristiques théoriques de la source X-Bétatron établies à partir de simulations numériques. Nous avons utilisé le modèle simple d'un électron se propageant dans un canal plasma à symétrie de révolution cylindrique caractérisé par un champ électrostatique centré sur l'axe. Ce modèle nous permettra d'analyser les résultats expérimentaux et a l'avantage de permettre l'étude simple du système en fonction des différents paramètres de la source, à savoir n_e , γ , les impulsions initiales p_{z0} , p_{x0} , p_{y0} et la position initiale $\vec{r_0}(x_0, y_0, z_0)$. Ces différents paramètres influencent directement les trajectoires électroniques effectuées dans le wiggler plasma et donc la répartition spectrale et spatiale du rayonnement X produit.

4.1 Trajectoires électroniques

4.1.1 Calcul des trajectoires

Pour pouvoir calculer le rayonnement produit par un électron en mouvement, il faut connaître sa position, sa vitesse et son accélération. La première partie du programme consiste donc à calculer les trajectoires de tous les électrons qui rayonnent. Comme cela a été présenté dans le chapitre 3, l'électron dans le canal plasma est soumis à deux forces : une force accélératrice, liée au champ électrique longitudinal de l'onde plasma, et une force de rappel transverse. Pour l'équation du mouvement, on utilise l'équation 3.8 établie au chapitre précédent où pour la suite des calculs je prendrai la valeur E_{max} donnée par l'équation 2.46 pour le champ électrique. Si l'accélération n'est pas prise en compte dans le calcul de la trajectoire électronique, p_z est alors une constante du mouvement. Par la suite, les valeurs normalisées suivantes seront utilisées :

$$p \to \frac{p}{m_e c}, \qquad r \to \frac{\omega_p}{c} r, \qquad t \to \omega_p t, \qquad E \to \frac{E}{mc^2}.$$
 (4.1)

L'équation du mouvement normalisée se réécrit donc

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{1}{2}\vec{r} - \alpha, \qquad (4.2)$$

où α est une constante comprise entre 0 et 1. Avec ces normalisations, la vitesse et l'accélération normalisées sont respectivement β et $\dot{\beta}$. Si l'on tient compte de la masse effective de l'électron $m_{eff} = \gamma m_e$, l'expression de l'impulsion s'écrit :

$$\vec{p} = \gamma \vec{\beta} = \gamma \frac{d\vec{r}}{dt}.$$
(4.3)

On obtient alors un système d'équations :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\gamma} p_x, \qquad \qquad \frac{dy}{dt} = \frac{1}{\gamma} p_y, \qquad \qquad \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\gamma} p_z, \qquad (4.4)$$

$$\frac{dp_x}{dt} = -\frac{1}{2}x, \qquad \qquad \frac{dy}{dt} = -\frac{1}{2}y, \qquad \qquad \frac{dz}{dt} = -1.$$
(4.5)

La solution numérique de ce problème se trouve en utilisant une méthode de résolution d'équations différentielles de Runge-Kutta à l'ordre 4 à l'aide d'un programme écrit dans le langage Fortran 77. Les avantages de cette méthode sont une facilité de programmation, une solution stable, une modification simple du pas d'intégration et la connaissance des conditions initiales suffit pour intégrer l'équation différentielle.

Ensuite, pour évaluer le spectre, le programme calcule tout au long de la trajectoire (au fur et à mesure que β , $\dot{\beta}$ et **n** évoluent) le spectre de rayonnement X en utilisant soit l'équation 3.96 ou 3.78. La première fonction intègre le rayonnement sur tous les angles d'observation alors que la seconde permet de faire varier aussi bien l'angle que la fréquence d'émission.

4.1.2 Trajectoires sans force accélératrice

Dans un premier temps nous allons étudier la trajectoire d'un électron subissant un champ électrique transverse uniquement. Nous nous intéressons donc pour commencer à la trajectoire plane (y = 0 et $r_0 = x_0$) et de vitesse constante effectuée par un électron de facteur relativiste γ et d'amplitude r_0 constants dans un plasma de densité électronique n_e . Ce type de trajectoire ne correspond pas nécessairement à une réalité physique du mouvement des électrons dans le canal plasma puisque l'accélération et l'oscillation des électrons ont lieu simultanément, mais elle permet de présenter de manière simple l'influence des paramètres n_e , γ et r_0 sur le wiggler plasma. Dans ce cas, l'électron est donc soumis à la seule force de rappel transverse, considérée comme étant le long de l'axe x. Le calcul à l'aide du programme donne les trajectoires représentées sur la figure 4.1 pour les gammes de paramètres ($\gamma = 60, r_0 = 1 \ \mu m$), ($\gamma = 60, r_0 = 0.1 \ \mu m$) et ($\gamma = 20, r_0 = 0.1 \ \mu m$). La densité électronique vaut $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$ pour toutes les trajectoires, ce qui correspond à une période plasma $\lambda_p \simeq 10.5 \ \mu m$. Si l'on compare les courbes correspondant



Fig. 4.1 : Trajectoires électroniques pour différents paramètres γ et r_0 . Ici $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$

à ($\gamma = 60, r_0 = 1 \ \mu m$) et ($\gamma = 60, r_0 = 0.1 \ \mu m$), seule l'amplitude des oscillations change. Les deux courbes se croisent à chaque passage par l'axe, et leur extrema correspondent. L'énergie de l'électron étant la même pour ces deux trajectoires, celles ci ont la même période $\lambda_{\beta} = \lambda_p \sqrt{2\gamma}$ (qui ici vaut 115 μ m). Maintenant, si l'on compare les trajectoires ($\gamma = 60, r_0 = 0.1 \ \mu$ m) et ($\gamma = 20, r_0 = 0.1 \ \mu$ m), elles ne se croisent plus à chaque passage par l'axe et ne sont pas en phase. Leur amplitude reste la même tout au long de la trajectoire ($r_0 = 0.1 \ \mu$ m). Leur période est en revanche différente car l'énergie de l'électron n'est pas la même. La trajectoire ($\gamma = 20, r_0 = 0.1 \ \mu$ m) a une période de 66 μ m alors que la trajectoire ($\gamma = 60, r_0 = 0.1 \ \mu$ m) a une période de 115 μ m. La période Bétatron augmente donc bien avec l'énergie de l'électron, par contre le nombre d'oscillations de la trajectoire diminue. On observe en effet 6 maxima pour la trajectoire ($\gamma = 20, r_0 = 0.1$ μ m) et 4 pour la trajectoire ($\gamma = 60, r_0 = 0.1 \mu$ m).

4.1.3 Trajectoires avec force accélératrice

Comparaison entre les deux types de trajectoires

Sur la figure 4.2 sont représentées deux trajectoires électroniques obtenues avec et sans force accélératrice. La densité électronique du plasma est $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ et les deux électrons oscillent sur 600 μ m dans un champ électrique de 235 GV/m lorsque la force accélératrice est prise en compte. L'amplitude initiale de la trajectoire est de 3 μ m dans les deux cas. Pour la trajectoire sans force accélératrice, l'électron garde une énergie constante (140 MeV, section 4.1.2). L'amplitude et la période (qui ici vaut 240 μ m) restent donc inchangées tout au long de la trajectoire. La situation est différente si l'on prend en compte la force accélératrice, ce qui est le cas réel dans le wiggler plasma. Comme l'énergie de l'électron change tout au long de sa trajectoire, il en est de même pour l'amplitude et la période des oscillations. L'augmentation de la masse effective de l'électron γm_e diminue l'amplitude des oscillations qui passe de 3 μ m à 1.5 μ m sur 600 μ m. L'augmentation de la période Bétatron, qui passe de 90 μ m à 240 μ m. Prendre en compte la force accélératrice dans l'équation du mouvement de l'électron change donc significativement les paramètres principaux du wiggler plasma (γ et r) qui déterminent le spectre et le flux X émis par les électrons.



Fig. 4.2 : Trajectoires électroniques d'amplitude initiale $r_0 = 3 \ \mu m$ pour un électron d'énergie constante 140 MeV (trait plein) et pour un électron accéléré de 20 MeV à 140 MeV (pointillés). Les deux électrons oscillent sur 600 μm et $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$.

Influence de l'accélération sur la valeur de K et r_0

Comme r et γ varient très fortement au cours de l'accélération des électrons, le paramètre K ($\propto \sqrt{\gamma}r$) ne reste pas constant non plus. Sur la figure 4.3 A est représentée une trajectoire d'amplitude initiale $r_0 = 10 \ \mu$ m pour un électron accéléré de 10 à 140 MeV sur une distance de 600 μ m dans un champ électrique constant de 235 GV/m ($n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$). La période plasma vaut ici 13.5 μ m et la période Bétatron varie de 90 μ m à 320 μ m (en fin d'accélération). Sur la figure 4.3 B la variation correspondante de l'amplitude des oscillations r en fonction de l'énergie des électrons est représentée. Cette variation a été obtenue en prenant les maxima de la trajectoire électronique puis en extrapolant ces points pour obtenir une fonction exponentiellement décroissante de la forme $r(\gamma) = \frac{r_0}{2}(1 + e^{-10\gamma/r_0}) \ \mu$ m où $r_0 = 10 \ \mu$ m. r varie donc de 10 μ m à 4.5 μ m pendant cette trajectoire. L'évolution correspondante de K est représentée sur la même figure. Bien que r diminue avec l'accélération, l'évolution de γ est prédominante et K augmente de 3 à 24 en fin d'accélération.

4.1.4 Trajectoires en fonction du moment cinétique

Le moment cinétique est une grandeur physique qui va permettre de décrire différents types de trajectoires effectuées par les électrons dans le plasma. Jusqu'à maintenant, je n'ai considéré que le cas des trajectoires planes dans le cadre de l'analyse des paramètres du wiggler plasma. L'impulsion était dirigée suivant l'axe \vec{z} et la force de rappel transverse suivant l'axe \vec{x} . Dans le plasma, où les effets d'interaction sont fortement non-linéaires, le plan dans lequel le mouvement oscillatoire se produit n'est pas bien défini. Comme illustré sur la figure 4.4, un électron entrant dans la cavité peut être caractérisé par sa position $\vec{r_0}(x_0, y_0, z_0)$ et par son impulsion (ou sa quantité de mouvement) $\vec{p_0}(p_{x0}, p_{y0}, p_{z0})$.

La grandeur physique la plus appropriée pour décrire la nature des trajectoires est ici le moment cinétique \vec{L} [72] car c'est une constante du mouvement dans notre cas. Il est défini par le produit vectoriel du vecteur position par le vecteur impulsion de la particule soit :

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}. \tag{4.6}$$

Intéressons nous maintenant au mouvement transverse de la particule, c'est à dire dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) perpendiculaire à l'axe de propagation du faisceau laser et des électrons. Cela revient à étudier un mouvement à force centrale où l'on considère que le point à l'origine de la force est immobile (centré sur l'axe) et que l'électron ne se déplace pas le long de



Fig. 4.3 : Trajectoires électroniques avec force accélératrice et variation correspondante de K (pointillés) et r (trait plein) au cours de l'accélération.



Fig. 4.4 : Conditions d'injection d'un électron dans le wiggler plasma.

l'axe \vec{z} . D'après le théorème du moment cinétique, la dérivée de ce moment s'écrit :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}.$$
(4.7)

Puisque nous considérons seulement le mouvement transverse,

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -m_e \omega_p^2 \frac{\vec{r}}{2},\tag{4.8}$$

et la dérivée du moment cinétique est nulle. \vec{L} est donc bien une constante du mouvement dans notre cas. A partir de cette constatation, on peut distinguer trois trajectoires particulières, que l'on peut calculer avec les équations de la section 4.1.1. En exprimant les vecteurs position $\vec{r}(t)(x(t), y(t), z(t))$, quantité de mouvement $\vec{p}(t)(p_x(t), p_y(t), p_z(t))$ et moment cinétique $\vec{L}(L_x, L_y, L_z)$, on obtient, en coordonnées cartésiennes :

$$L_x = yp_z - zp_y,$$

$$L_y = zp_x - xp_z,$$

$$L_z = xp_y - yp_x,$$
(4.9)

où, pour plus de clarté je n'ai pas exprimé les différents paramètres en fonction de t. Comme nous nous intéressons au mouvement transverse de l'électron, il n'est nécessaire que de considérer L_z , que pour simplifier je noterai L. L étant une constante du mouvement, on peut l'exprimer en fonction des conditions initiales, soit :

$$L = x_0 p_{y0} - y_0 p_{x0} \tag{4.10}$$

Le premier cas de figure est celui où L = 0, c'est à dire que

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{p_{y0}}{p_{x0}}.\tag{4.11}$$

En d'autres termes, les vecteurs vitesse et position de l'électron dans le plan transverse à l'axe de propagation sont collinéaires. Tout en continuant à appliquer le principe fondamental de la dynamique, la particule a donc un mouvement oscillatoire rectiligne de part et d'autre de l'axe \vec{z} dans un plan défini par les axes $(\vec{z}, \vec{r_0})$ (figure 4.5 a). L'angle de l'axe des oscillations de l'électron avec l'axe \vec{x} est donné par

$$\alpha = \frac{y_0}{x_0}.\tag{4.12}$$

Maintenant si le moment cinétique L n'est pas nul, alors dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) les vecteurs vitesse et position ne sont pas collinéaires et le mouvement est elliptique (figure 4.5 b). Enfin, une troisième particularité existe si au moment de l'injection, toujours dans le même plan, les vecteurs vitesse et position sont perpendiculaires. Le mouvement devient alors circulaire (figure 4.5 c).

J'ai considéré ici que le point central à l'origine de la force était fixe. Ce n'est bien sur pas le cas dans la réalité puisque l'électron qui effectue cette trajectoire se propage. La figure 4.5 présente les trajectoires pour lesquelles une composante longitudinale (donnée par l'énergie des électrons) à la vitesse a été ajoutée.

Notons enfin qu'il n'existe pas une gamme de paramètres unique pour les conditions initiales afin de décrire une trajectoire donnée. Toute trajectoire avec les conditions initiales $x'_0 = x(t), y'_0 = y(t), p'_{x0} = p_x(t), p'_{y0} = p_y(t)$ où, quelque soit $t, x(t), y(t), p_x(t)$ et $p_y(t)$ décrit la trajectoire effectuée par l'électron avec x_0, y_0, p_{x0}, p_{y0} comme conditions initiales sera identique à la trajectoire de référence avec un déphasage.

4.2 Répartition spectrale du rayonnement émis

Pour calculer le rayonnement émis par un électron oscillant dans le wiggler plasma, on utilise les trajectoires calculées dans la section 4.1. Sauf mention contraire, ces trajectoires sont planes, contenues dans un plan (\vec{x}, \vec{z}) et d'amplitude initiale $\vec{r_0}(x_0, 0, 0)$. Pour calculer le rayonnement, le programme utilise un pas de temps $dt = n_{pt}/L$, où L est la longueur de la trajectoire et n_{pt} le nombre de pas de temps donné pour le calcul. Typiquement



Fig. 4.5 : Trajectoires électroniques transverses (à droite) et en trois dimensions si les vecteurs vitesses et position font un angle (A) $\theta = 0^{\circ}$ ($x_0 = 0, y_0 = 1.5 \mu m$), (B) θ arbitraire ($x_0 = 0, y_0 = 1.5 \mu m$) et (C) $\theta = 90^{\circ}$ ($x_0 = 0, y_0 = 1.5 \mu m$)

 $n_{pt} = 300$ pour une trajectoire de 600 μ m, ce qui signifie que le rayonnement est évalué tous les quelques microns. A chaque pas de temps, le programme calcule successivement le rayonnement pour toutes les énergies du spectre tous les 10 eV. Le nombre de pas du spectre X n_{ps} permet ensuite d'étendre l'énergie jusqu'à la valeur désirée. Pour calculer le rayonnement intégré sur tous les angles d'observation (ce qui est le cas dans l'étude spectrale du rayonnement uniquement) le programme utilise l'équation 3.96 établie au chapitre 3 et pour calculer le rayonnement en fonction de l'angle d'observation et de la fréquence il utilise l'équation 3.78.

4.2.1 Etude spectrale sans force accélératrice

Variation en fonction de γ

L'énergie critique du rayonnement émis dépend des paramètres du wiggler plasma et elle varie notamment avec le carré du facteur relativiste de l'électron. J'ai donc simulé sur la figure 4.6 trois spectres produits par un électron effectuant des oscillations d'amplitude $x_0 = 3 \ \mu m$ pour une densité électronique $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$. Les trois courbes correspondent respectivement à des facteurs relativistes $\gamma=100$, 200 et 400, soit K=12.6, 17.8 et 25.2, ordres de grandeurs caractéristiques d'un régime wiggler présentant un spectre de rayonnement X large et continu. Conformément à la théorie présentée au chapitre 3 (équation 3.96), les spectres présentés sont croissants jusqu'à une énergie égale au tiers de l'énergie critique, puis décroîent exponentiellement jusqu'à 0. En effet les pics observés se situent respectivement à des énergies de 0.5, 2 et 8 keV et les énergies X produites s'étendent jusqu'à 9, 30 et au delà de 30 keV.

Variation en fonction de r_0

Le deuxième paramètre influant sur le wiggler plasma et par conséquent sur le rayonnement X est l'amplitude des oscillations r_0 . L'énergie critique varie linéairement avec ce paramètre. Les spectres présentés sur la figure 4.7 ont été obtenus pour une densité électronique $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$ et pour un facteur relativiste $\gamma=200$. Les trois courbes ont été obtenues pour des amplitudes d'oscillation $r_0=3,5$ et 10 μ m, ce qui correspond respectivement à K=17.8, 29.7 et 59.5. Les pics des spectres sont observés au tiers de la valeur de l'énergie critique à 2, 3.2 et 6.5 keV, et les énergies maximales s'étendent au delà de 30 keV. L'influence de γ est plus importante que celle de r_0 sur l'énergie et l'intensité X. A 15 keV, une variation de γ d'un facteur 2 (200 à 400) entraîne une variation d'un facteur 6 sur l'intensité X, alors qu'une même variation de r_0 (de 5 à 10 μ m) entraîne seulement un facteur 2 pour l'intensité X.



Fig. 4.6 : Spectres théoriques obtenus pour $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$, $r_0=3 \ \mu m$ et $\gamma=100$ (trait plein), $\gamma=200$ (traits) et $\gamma=400$ (pointillés).

4.2.2 Influence théorique des différents paramètres sur les spectres avec force accélératrice

Dans cette section nous faisons varier les différents paramètres (accélération, γ , r et p) afin de voir leur influence sur le rayonnement X produit. Nous nous intéressons ici au rayonnement X produit par un électron injecté avec une impulsion initiale p_{z0} , une amplitude initiale r_0 (où $y_0 = 0$) et ensuite accéléré jusqu'à ce que son facteur relativiste atteigne la valeur maximale fixée par la longueur d'accélération.

Influence de l'accélération

Sur la figure 4.8 sont représentés deux spectres théoriques émis par un électron ainsi que les trajectoires électroniques correspondantes. Dans les deux cas la densité électronique est $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ et l'amplitude initiale de l'électron est $r_0 = 3 \mu$ m. La courbe en pointillés représente un électron accéléré dans un champ électrique constant $E \simeq 235$ GV/m sur une longueur de 600 μ m avec une impulsion initiale $p_{z0} = 40$, soit une énergie correspondante de 20 MeV. L'énergie finale ainsi obtenue en sortie de plasma est de 140 MeV. La courbe en trait plein représente le spectre de rayonnement X émis par un électron ayant une énergie initiale de 140 MeV et n'étant soumis à aucune force d'accélération.

Des différences majeures sont à noter tant au niveau de la trajectoire de l'électron qu'au niveau du spectre qu'il émet. Le spectre émis par l'électron subissant l'accélération a un flux et une énergie maximale plus faibles. Premièrement, l'énergie moyenne de l'électron


Fig. 4.7 : Spectres théoriques obtenus pour $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$, $\gamma = 200$, et $r_0 = 3 \ \mu m$ (trait plein), 5 μm (traits) et 10 μm (pointillés).

accéléré est plus faible (de 20 MeV à 140 MeV alors que l'électron non accéléré se propage à 140 MeV tout au long de la trajectoire). Notons aussi que l'électron accéléré effectue plus d'oscillations (la période étant plus faible lorsque l'énergie de l'électron est basse), laissant supposer que le flux X, proportionnel au nombre d'oscillations effectuées par la particule, devrait être plus important dans ce cas. Ce n'est pas exact dans la mesure où ces plus nombreuses oscillations sont effectuées par un électron qui n'a pas encore gagné son énergie maximale et qui donc produit des rayons X beaucoup moins énergétiques. C'est seulement dans la partie basse énergie du spectre X qu'il peut y avoir un flux plus élevé, on constate d'ailleurs une légère dominance de la courbe pour laquelle l'énergie (140 MeV) électronique est constante sur la figure 4.8 jusqu'à environ 800 eV.

Cette analyse sur l'influence de l'accélération montre qu'il est important, au contraire des synchrotrons, de traiter simultanément l'accélération et les oscillations des électrons dans nos calculs. Dans le wiggler plasma de la source X-Bétatron, l'électron rayonne dès qu'il est accéléré et pas uniquement à l'énergie mesurée sur le détecteur, celle ci étant uniquement son énergie finale en sortie du plasma. Négliger ce point peut donc conduire à une surestimation, en flux et en énergie, du spectre X et donc à une mauvaise détermination de r_0 et de p_{z0} . La prise en compte de cet aspect est donc primordiale dans notre analyse.

Influence de l'énergie des électrons

La variation du spectre du rayonnement X en fonction de l'énergie finale atteinte par l'électron est présentée sur la figure 4.9. Les deux électrons ont une amplitude d'oscillation



Fig. 4.8 : Spectre de rayonnement X (et trajectoire correspondante en dessous) émis par un électron accéléré de 20 à 140 MeV sur une longueur de 600 μ m (pointillés) et par un électron d'énergie constante E=140 MeV sur une même distance (ligne pleine).

initiale de 3 μ m et la densité électronique du plasma est $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$, ce qui donne un champ électrique longitudinal de 300 GV/m. Dans un premier cas, l'électron est accéléré de 20 MeV à 100 MeV (sur une distance de 290 μ m) et dans l'autre cas il est accéléré de 20 MeV à 140 MeV (sur une distance de 430 μ m).

On observe une diminution de l'amplitude des oscillations dans les deux cas, jusqu'à 1.5 μ m environ pour l'électron le plus énergétique et jusqu'à 2.5 μ m environ pour l'autre électron. Comme l'énergie critique varie avec γ^2 , le spectre de l'électron accéléré jusqu'à 140 MeV est maximal pour une énergie X plus importante. Les deux maxima se situent respectivement à des énergies de 0.9 keV et 0.6 keV. Le maximum du spectre de rayonnement X est situé environ au tiers de l'énergie critique, ce qui nous permet de donner une valeur moyenne pour le produit $\gamma^2 r$ sachant que nous connaissons déjà n_e et $\hbar\omega_c$. Pour l'électron le plus énergétique, on trouve $\gamma^2 r$ =54000 μ m. r étant au plus égal à 3 μ m dans le cas présent (au début de l'accélération), cela veut dire que $\gamma \simeq 134$. L'énergie moyenne des principaux électrons qui contribuent au rayonnement est donc d'au moins 70 MeV. Ceci indique que les électrons ne produisent principalement du rayonnement X significatif au dessus du keV qu'en fin d'accélération.

Notons aussi que la différence de flux X (pratiquement un ordre de grandeur) entre les deux spectres s'explique par le fait que, étant accéléré sur une plus courte distance, l'électron le moins énergétique en sortie de plasma effectue moins d'oscillations.

Influence de l'amplitude des oscillations x_0

Maintenant nous nous intéressons à la variation du spectre de rayonnement X en fonction de l'amplitude initiale r_0 des oscillations Bétatron. Dans les deux cas présentés sur la figure 4.10, l'électron est accéléré sur une distance de 430 μ m de 20 à 140 MeV et la densité électronique du plasma est toujours $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$ (champ électrique de 300 GV/m). Seule l'amplitude initiale d'oscillation des électrons différencie les deux cas ($r_0 = 3 \mu$ m et $r_0 = 5 \mu$ m).

Les trajectoires effectuées par les deux électrons restent en phase tout au long de l'accélération, et les amplitudes d'oscillation finales sont exactement $r_f = 1.74 \ \mu m$ (pour une amplitude initiale $r_0 = 3 \ \mu m$) et $r_f = 2.9 \ \mu m$ (pour $r_0 = 5 \ \mu m$). Cela fait un rapport $r_f/r_0 = 0.58$ qui reste donc constant quelque soit l'amplitude initiale de la trajectoire. On remarque ensuite qu'il y a beaucoup moins de différences entre les deux spectres que dans le cas précédent où nous nous sommes intéressés à la variation du spectre en fonction de l'énergie des électrons. D'une part l'énergie critique ne varie que linéairement avec l'amplitude des oscillations, et d'autre part, l'énergie finale étant la même pour les deux électrons, le nombre d'oscillations effectuées par les particules est identique. Le flux X est donc comparable pour les deux spectres : l'intensité est la même à 2 keV et elle est deux fois



Fig. 4.9 : Spectre de rayonnement X (et trajectoire correspondante en dessous) émis par un électron accéléré de 20 à 140 MeV sur une longueur de 430 μ m (pointillés et croix rouges) et par un électron accéléré de 20 à 100 MeV sur une longueur de 290 μ m (ligne et ronds noirs).



Fig. 4.10 : Spectre de rayonnement X (et trajectoire correspondante en dessous) émis par un électron accéléré de 20 à 140 MeV sur une longueur de 430 μ m avec un rayon initial $r_0 = 3 \ \mu$ m (ligne et ronds noirs) et $r_0 = 5 \ \mu$ m (pointillés et croix rouges).

plus importante à 10 keV lorsque $r_0 = 5 \ \mu$ m. Les maxima des spectres sont observés pour des énergies de 0.9 keV ($r_0 = 3 \ \mu$ m) et 1.5 keV ($r_0 = 5 \ \mu$ m). En faisant le même calcul que dans le paragraphe précédent pour trouver l'énergie moyenne des électrons contribuant au rayonnement ($r_0 = 5 \ \mu$ m), on trouve $\gamma^2 r = 90000 \ \mu$ m. r étant au plus égal à 5 μ m, on trouve $\gamma \simeq 134$, soit la même valeur qu'en utilisant le spectre obtenu avec $r_0 = 3\mu$ m.

Changer l'amplitude initiale des oscillations ne change donc pas de manière significative la valeur moyenne de l'énergie des électrons qui contribuent au rayonnement X, ni le fait que les électrons émettent du rayonnement X principalement en fin d'accélération.

Influence de l'impulsion initiale p_{z0} sur le spectre et le flux X

L'électron peut être piégé dans le canal plasma avec différentes impulsions initiales (le calcul présenté au chapitre 2 donne un ordre de grandeur de l'énergie compris entre 1.5 et 18.5 MeV) et donc influencer le spectre de rayonnement X produit. La figure 4.11 présente différents spectres de rayonnement X calculés dans les mêmes conditions (un électron accéléré sur 600 μ m dans un champ électrique longitudinal de 300 GV/m et pour une amplitude initiale d'oscillation de 3 μ m) obtenus en faisant varier p_{z0} entre 5 et 40 (énergies initiales comprises entre 2.5 et 20 MeV). La différence entre l'intensité des maxima pour les spectres obtenus avec $p_{z0} = 5$ et $p_{z0} = 40$ est de 20%, alors que la différence au niveau des trajectoires est plus marquée. Les deux trajectoires extrêmes, pour $p_{z0} = 5$ et $p_{z0} = 40$, correspondent à un électron accéléré entre 2.5 et 160 MeV et 20 et 180 MeV respectivement. La trajectoire $p_{z0} = 40$ produit donc un spectre plus intense.

Cependant, le fait d'avoir une énergie plus importante (et donc un paramètre K plus grand) implique une période Bétatron (proportionnelle à $\sqrt{\gamma}$) plus longue et donc un nombre d'oscillations plus petit. En effet, sur la trajectoire $p_{z0} = 5$ on observe 8 maxima sur 600 μ m alors que la trajectoire $p_{z0} = 40$ en comporte à peine 7. En conclusion, lorsque l'on augmente p_{z0} en conservant la même longueur d'accélération, le K moyen croît et N_0 décroît. Comme le nombre de photons X est proportionnel à N_0K , cette compensation entre les deux paramètres K et N_0 ne produit donc qu'un changement relativement faible sur l'intensité du spectre X.

Pour pouvoir plus précisément comparer l'influence de la variation de p_{z0} sur l'intensité du spectre en fonction de l'énergie X, j'ai représenté les spectres X de la figure 4.11 A normalisés (figure 4.11 C). Lorsque l'on compare les deux courbes extrêmes ($p_{z0} = 5$ et $p_{z0} = 40$), on observe une variation d'intensité d'un facteur 1.2, 2.3 et 2.8 pour des énergies de 2, 8 et 10 keV respectivement. L'influence de p_{z0} sur l'intensité du spectre est donc plus importante aux hautes énergies X. Il y a ici un facteur 8 pour les deux valeurs de p_{z0} utilisées. Une influence similaire sur l'intensité X à 10 keV est obtenue en faisant varier r_0 d'un facteur \simeq 1.5 seulement (figure 4.10). L'influence de r_0 est donc primordiale sur



Fig. 4.11 : Spectres de rayonnement X (A), trajectoires correspondantes (B) et spectres de rayonnement X normalisés émis par un électron accéléré sur une longueur de 600 microns avec un rayon initial $r_0 = 3 \ \mu m$ et un champ de 300 GV/m en fonction de différentes impulsions initiales p_{z0} .

le spectre X par rapport à celle de p_{z0} , surtout dans le domaine spectral des rayons X les plus énergétiques.

Influence de p_{x0}, p_{y0} et x_0, y_0 sur le spectre X

Le rayonnement X possède des propriétés spectrales légèrement différentes en fonction des conditions initiales d'injection dans le canal plasma. Nous avons calculé le spectre de rayonnement X intégré sur tous les angles d'observation (équation 3.78) pour les trajectoires représentées dans le plan transverse (\vec{x}, \vec{y}) sur la figure 4.12. Les conditions initiales sont les suivantes : pour la trajectoire rectiligne (dans le plan transverse) $x_0 = \sqrt{2}, y_0 = \sqrt{2},$ $p_{x0} = 0$ et $p_{y0} = 0$; pour la trajectoire elliptique $x_0 = 2, y_0 = 0, p_{x0} = 0$ et $p_{y0} = 3$; et enfin pour la trajectoire circulaire $x_0 = 2, y_0 = 0, p_{x0} = 0$ et $p_{y0} = p_{xmax}$, où p_{xmax} est le maximum de l'impulsion de la trajectoire suivant l'axe \vec{x} . Pour toutes les trajectoires, l'accélération n'est pas prise en compte, donc $p_z = 200$ (électron d'énergie 100 MeV environ) et $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$. En insert de la figure 4.12, la variation du rayon de courbure ρ de la trajectoire en fonction du temps est représentée.



Fig. 4.12 : Trajectoires électroniques représentées dans le plan transverse avec en insert la variation du rayon de courbure en fonction du temps pour chacune d'entre elle.

La fréquence critique (équation 3.29), et donc l'énergie du rayonnement X émis, augmente lorsque le rayon de courbure ρ diminue. De même, l'énergie rayonnée étant proportionnelle à γ^4/ρ (équation 3.66), celle-ci augmente aussi lorsque le rayon de courbure diminue. Sur l'insert de la figure 4.12, on constate que la trajectoire circulaire est à rayon de courbure constant, et que le rayonnement en tout point de cette trajectoire est le même d'un point de vue spectral et d'un point de vue de l'intensité. C'est aussi la trajectoire qui, en moyenne, possède le plus petit rayon de courbure. Il est donc normal que ce soit ce type de trajectoire qui produise le spectre le plus intense et le plus énergétique. On retrouve ce résultat sur la figure 4.13, où sont représentés les spectres émis par l'électron effectuant les trois trajectoires représentées sur la figure 4.12. Le spectre de la trajectoire rectiligne (tra-



Fig. 4.13 : Spectres X émis pour les trois trajectoires de la figure 4.12, en insert spectres émis par les différentes parties de la trajectoire elliptique avec ρ maximum (a) et ρ minimum (b).

jectoire numérotée 1) est celle qui produit le spectre moins intense et le moins énergétique. L'électron rayonne uniquement aux maxima des oscillations puisque lorsqu'il repasse par l'axe (x = y = 0) son rayon de courbure est infini. Le résultat obtenu pour la trajectoire elliptique (2) n'est pas homogène. En effet, le rayon de courbure n'étant pas constant, et n'étant jamais nul ni infini, l'énergie X et l'intensité du spectre ne sont pas les mêmes tout au long de la trajectoire. L'insert de la figure 4.13 représente les spectres émis par la partie de l'ellipse où le rayon de courbure atteint sa valeur maximale (cas a) et celui émis par la partie de l'ellipse où ce même rayon atteint sa valeur minimale (cas b). Le rayonnement X en dessous de 2 keV est maximum quand ρ est maximum et le rayonnement X au dessus de 2 keV est maximum pour ρ minimum. Un électron initialement sur l'axe y = 0 produit des rayons X le long de l'axe x = 0 et vice-versa. Les lobes de l'ellipse contenant l'axe y = 0 (rayon de courbure le plus petit) sur la figure 4.12, dans le cas où c'est une ellipse creuse, sont donc ceux qui émettent les rayons X les plus énergétiques.

4.2.3 Calcul des spectres X pour une distribution d'électrons Maxwellienne

Sachant que le régime d'accélération d'électrons de sillage forcé produit généralement des faisceaux à répartition spectrale Maxwellienne (chapitre 2), le spectre X que l'on observe pendant les expériences n'est pas issu d'un faisceau d'électrons monoénergétiques. L'usage du programme pour comparer théorie et expérience doit donc prendre en compte l'ensemble de la fonction de distribution des électrons.

L'énergie maximale W_{max} gagnée par l'électron au cours de son accélération dépend entre autres de la longueur de déphasage $L_{def}^{-1} (\simeq \gamma_p^2 \lambda_p^2)$ et du champ électrique longitudinal généré par l'onde plasma E_{max} . Il existe donc deux méthodes pour arriver à retrouver, par le calcul, un spectre d'électrons Maxwellien ayant une gamme d'énergie allant jusqu'à W_{max} . Soit on considère que tous les électrons effectuent leur accélération et leurs oscillations sur une même longueur et les différentes énergies finales sont une conséquence de la variation du champ électrique allant de E = 0 à $E = E_{max}$, soit on considère que tous les électrons sont soumis au même champ électrique E_{max} mais sont accélérés sur des longueurs différentes, les plus grandes longueurs d'accélération générant les électrons les plus énergétiques.

Les trajectoires correspondant à chacun de ces cas pour un spectre électronique Maxwellien de la forme $f(E) = e^{-E/E_0}$, avec $E_0 = 20$ MeV, sont représentées sur la figure 4.14. La densité électronique est $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ et donc le champ électrique maximal est de E=235 GV/m. L'amplitude initiale des oscillations est la même dans les deux cas, $(r_0 = 3$ μ m) ainsi que l'impulsion initiale $p_{z0} = 40$ (20 MeV). Le graphique A de la figure 4.14 montre les trajectoires électroniques lorsque l'on fait varier le champ de E=23.5 GV/m à E=235 GV/m en gardant la longueur d'accélération constante (600 μ m). Cela correspond à des énergies finales comprises entre 34 et 160 MeV. Cette méthode influe sur deux paramètres des trajectoires : la période et la diminution de l'amplitude des oscillations. Au début de l'accélération, toutes les trajectoires sont en phase, ce qui n'est plus le cas en fin de propagation. La période Bétatron étant proportionnelle à $\sqrt{2\gamma}$, celle ci s'allonge plus pour les électrons soumis au champ électrique le plus important. L'accélération implique aussi une augmentation de la masse effective de l'électron γm_e , et donc une diminution de l'amplitude des oscillations. Cette diminution est d'autant plus importante que le champ électrique subit par la particule est grand. Pour le cas où E=235 GV/m, elle passe de $r_0 = 3 \ \mu \text{m}$ à $r_0 \simeq 1.5 \ \mu \text{m}$, alors que dans le cas où E=23.5 GV/m, elle passe de $r_0 = 3 \ \mu \text{m}$ à $r_0 \simeq 2.5 \ \mu \text{m}$ seulement.

¹Pour simplifier l'analyse et donner des ordres de grandeur, nous avons considéré la longueur d'accélération égale à la longueur de déphasage.

Sur le graphique B de la figure 4.14, le champ électrique reste constant (E=235 GV/m) et la longueur d'accélération varie de 60 à 600 μ m, correspondant aux mêmes énergies finales que pour la première méthode, comprises entre 34 et 160 MeV. Les trajectoires sont en phase car le champ électrique ne varie pas et les électrons les moins énergétiques sont simplement stoppés plus tôt (position du trait en diagonale sur la figure). L'électron accéléré jusqu'à 34 MeV (sur 60 μ m) voit son amplitude diminuer de $r_0 = 3 \ \mu$ m à $r_0 \simeq 2.5 \ \mu$ m et l'électron accéléré jusqu'à 160 MeV la voit diminuer de $r_0 = 3 \ \mu$ m à $r_0 \simeq 1.5 \ \mu$ m, ce qui correspond à des variations similaires comparé au cas précédent. La trajectoire de l'électron d'énergie finale maximale (160 MeV) est identique dans les deux cas, puisque les paramètres de l'accélération (E=253 GV/m et $L_{def} = 600 \ \mu$ m) sont les mêmes.

Bien que mathématiquement il n'y ait pas de différence à utiliser ces deux méthodes, à l'issue desquelles on retrouve rigoureusement le même spectre d'électrons, chacune d'entre elle a un impact différent sur le spectre X calculé, aussi bien en terme de flux que de répartition énergétique.

Dans le premier cas, si l'on considère que tous les électrons sont accélérés sur la même longueur avec un champ électrique variable, le nombre d'oscillations effectuées par les électrons, et particulièrement par les moins énergétiques, est plus important. Sur la figure 4.14 on remarque que le nombre d'oscillations totales effectuées par les électrons du wiggler plasma est beaucoup plus important dans le cas où on fait varier le champ accélérateur.

Le nombre de photons X (proportionnel à $N_0 \times K$, où N_0 est le nombre d'oscillations effectuées par l'électron) est beaucoup plus faible quand on fait varier la longueur d'accélération en gardant le champ constant, et particulièrement le nombre de photons X de faible énergie issus des électrons les moins énergétiques. En effet, dans ce cas, les électrons de faible énergie finale oscillent sur une très petite distance et donc rayonnent très peu. Comme ils émettent les rayons X les moins énergétiques du spectre, la proportion de rayons X durs calculée de cette façon est plus importante.

La figure 4.15 représente deux spectres X-Bétatron calculés avec les deux méthodes. Sur le graphique A, les deux spectres entiers sont représentés sans normalisation. Quand on compare les flux X sans aucune normalisation, le calcul faisant varier le champ accélérateur donne un flux plus important d'un facteur 10 environ parce que le nombre total d'oscillations effectuées par les électrons est plus grand. En revanche, dans le cas où on fait varier la longueur d'accélération, le flux est plus faible certes, mais la proportion de rayons X énergétiques est plus importante. Sur le graphique B, le spectre est intégré dans trois bandes spectrales différentes (centrées sur 1.5, 2.5 et 4.5 keV) et le signal est normalisé par rapport a 1 sur la première bande spectrale dans les deux cas. On constate que les points 2.5 keV et 4.5 keV sont plus hauts (points rouges) pour le calcul faisant varier la longueur d'accélération. Comme les particules les moins énergétiques oscillent très peu dans le wig-



Fig. 4.14 : Trajectoires électroniques obtenues en faisant varier le champ accélérateur $(L_{def}=600 \ \mu\text{m})$ de 23.5 à 235 GV/m (A) et en faisant varier la longueur d'accélération (E=235 GV/m) de 60 à 600 μ m. $r_0 = 3 \ \mu\text{m}, \ p_{z0} = 40$ et $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ sont identiques pour les deux cas.

gler plasma, elles rayonnent très peu, et comme leur rayonnement X est essentiellement peu énergétique, les rayons X mous sont minimisés par rapport à la méthode où le champ électrique varie et la longueur d'accélération reste fixe. L'énergie critique d'un électron pour lequel $\gamma = 70$, $r_0 = 3 \ \mu m$ et $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ est en effet égale à 420 eV.

Quelle méthode est-elle la plus appropriée pour confronter efficacement les données théoriques et expérimentales ? Nous savons que dans le régime d'accélération du sillage forcé, les électrons ont une distribution spectrale de 100%, contrairement au régime de la bulle. C'est une conséquence directe de leur injection, puisque dans le cas du sillage forcé, les électrons sont injectés à différentes phases de l'onde plasma. Il me paraît ainsi plus cohérent et justifié de considérer que chaque partie du paquet d'électrons «voit»une longueur de déphasage différente. Tous les spectres X théoriques présentés dans ce document et issus d'un faisceau d'électrons à répartition énergétique Maxwellienne seront donc obtenus avec des électrons d'énergies calculées en faisant varier la longueur d'accélération et en gardant le champ électrique constant. Il s'agit bien sur d'un simple dimensionnement du problème, la réalité physique est certainement une combinaison des deux méthodes mentionnées ci dessus, dans des proportions que ce type de modèle n'est pas en mesure de déterminer. La complexité physique du mécanisme impose de prendre en compte plus de paramètres et de traiter les choses en trois dimensions, c'est ce que font les simulations PIC 3D présentées à la fin de ce chapitre.

4.3 Répartition spatiale du rayonnement émis

4.3.1 Modèle à un électron

Le rayonnement produit par un électron relativiste est entièrement déterminé par sa trajectoire (position, vitesse et accélération). Chaque type de trajectoire va donc conduire à une répartition spatiale du rayonnement X différente. La figure 4.16 A représente la trajectoire pour deux électrons de position initiale (x > 0, y = 0) et (x = 0, y > 0). L'impulsion et le rayonnement X correspondants sont représentés sur les figures 4.16 B et 4.16 C. Le même raisonnement peut être utilisé pour les deux autres types de trajectoires.

Nous avons dans un premier temps simulé le profil spatial du faisceau de rayonnement X en fonction du type trajectoire avec un modèle utilisant un seul électron, et sans accélération. Le rayonnement est calculé sur chaque portion de trajectoire avec la formule 3.78. Contrairement à la formule du rayonnement synchrotron $S(\omega/\omega_c)$, qui calcule le rayonnement intégré sur tous les angles, celle-ci permet de faire varier aussi bien l'angle d'observation que la fréquence d'émission (chapitre 3). Pour faire varier la direction d'ob-



Fig. 4.15 : Spectres X-Bétatron générés par les deux méthodes de calcul de spectres d'électrons. A : spectres X entiers avec en insert le spectre d'électrons correspondant. B : mêmes spectres X obtenus après normalisation et intégrés sur 3 bandes spectrales centrées sur 1.5, 2.5 et 4.5 keV.



Fig. 4.16 : Impulsion et rayonnement X produit en fonction de la trajectoire électronique (cas le plus général).

servation **n**, on utilise les angles θ_x entre \vec{z} et la projection de **n** sur le plan (\vec{x}, \vec{z}) et θ_y entre \vec{z} et la projection de **n** sur le plan (\vec{y}, \vec{z}) . Pour calculer le profil spatial du faisceau, on intègre le rayonnement sur toutes les fréquences puis on calcule le rayonnement émis en fonction de θ_x et θ_y que l'on peut représenter en deux dimensions. La répartition spatiale du rayonnement produit par chaque partie de la trajectoire est présenté sur la figure 4.17. Les électrons situés dans les plans y < 0 et y > 0 de la trajectoire électronique émettent respectivement dans les plans $\theta_y < 0$ et $\theta_y > 0$ du faisceau X. De même, les électrons situés dans les plans x > 0 et x < 0 de l'ellipse émettent dans les plans $\theta_x < 0$ et $\theta_x > 0$ du faisceau.

Enfin, la taille de l'ellipse est directement reliée au paramètre de force K du wiggler plasma (équation 3.17). K dépend de la direction d'observation. On définit donc, comme dans le cas général présenté au chapitre 3 :

$$K_x = \gamma \theta_x,$$

$$K_y = \gamma \theta_y.$$
(4.13)

Le profil elliptique du faisceau X possède donc une divergence θ_x et θ_y selon les deux axes, et dans le cas où l'ellipse est creuse, l'anneau a une largeur de $1/\gamma$.

4.3.2 Analyse avec un faisceau d'électrons

Nous allons maintenant étudier l'influence de l'accélération et de la distribution spectrale et spatiale du faisceau d'électrons sur les profils de faisceaux X. Ces aspects sont à prendre en compte dans notre analyse puisque nous sommes dans le cas d'un régime d'accélération d'électrons par sillage forcé qui produit des distributions électroniques Maxwelliennes.



Fig. 4.17 : Rayonnement émis par les différentes portions de la trajectoire.

Influence de l'accélération

Comme pour l'analyse spectrale (section 4.2), la force accélératrice est maintenant incluse dans l'équation du mouvement (3.8) pour calculer les profils des faisceaux X.

Les trajectoires obtenues, ainsi que le profil de faisceau qu'elles émettent, sont présentées sur la figure 4.18 ainsi que leur projection dans le plan transverse à l'axe de propagation du laser. Pour la trajectoire elliptique, les conditions initiales sont $x_0 = 2.5 \ \mu m$, $y_0 = 0$, $p_{x0} = 0$ et $p_{y0} = 2$, et pour la trajectoire rectiligne $x_0 = 2.5 \ \mu m$, $y_0 = 0$, $p_{x0} = 0$ et $p_{y0} = 0$. Dans les deux cas, les électrons, initialement au repos, sont accélérés jusqu'à 150 MeV sur une distance de 500 μm . Les lobes d'émission les plus intenses du profil X, dont le rayonnement est intégré entre 2 et 10 keV, sont générés par les électrons en fin d'accélération. Pour l'ellipse creuse, on obtient donc un profil asymétrique (figure 4.18 A).

Influence du spectre électronique

La figure 4.19 représente la distribution angulaire du rayonnement X projetée dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) pour un électron accéléré jusqu'à 150 MeV et dont les conditions initiales



Fig. 4.18 : Trajectoires électroniques avec accélération représentées en 3D et dans le plan transverse. En dessous le profil X correspondant.

d'injection sont : $x_0 = 2.5 \ \mu m$, $y_0 = 0$, $p_{x0} = 0$ et $p_{y0} = 2$. On observe encore l'asymétrie entre les deux lobes de l'ellipse car l'accélération est également prise en compte. La figure 4.20 représente la distribution angulaire du rayonnement X dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) pour un faisceau d'électrons de spectre final Maxwellien ayant les mêmes conditions initiales $(x_0 =$ $2.5 \ \mu m$, $y_0 = 0$, $p_{x0} = 0$ et $p_{y0} = 2$) que pour la figure 4.19. Les électrons sont accélérés dans un champ électrique de 300 GV/m sur des distances variables pour obtenir une répartition énergétique finale comprise entre 0 et 150 MeV de la forme $f(E) = A_0 e^{-E/E_0}$ où $E_0 = 20$ MeV. Les lobes de l'ellipse (10 mrad à mi hauteur) sont plus larges que pour la distribution angulaire de référence 4.19 (5 mrad à mi hauteur). Ceci est une conséquence de l'émission de rayonnement X par les électrons de plus faible énergie, dont la largeur angulaire est proportionnelle à $1/\gamma$. La symétrie de la distribution angulaire par rapport à l'axe de propagation du laser est rétablie $(dI/d\theta \simeq 0.9$ pour les deux lobes) à cause de la distribution énergétique des électrons tout au long de la trajectoire.



Fig. 4.19 : Distribution angulaire du rayonnement dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) pour un électron de conditions initiales $x_0 = 2.5 \ \mu m$, $p_{x0} = 0$, $p_{y0} = 2$ et d'énergie finale 150 MeV. Le vecteur représente l'impulsion.



Fig. 4.20 : Distribution angulaire du rayonnement dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) pour un faisceau d'électrons de conditions initiales $x_0 = 2.5 \ \mu m$, $p_{x0} = 0$, $p_{y0} = 2$ et d'énergie finale $f(E) = A_0 e^{-E/E_0}$ comprise entre 0 et 150 MeV. Le vecteur représente l'impulsion.

Influence des conditions d'injection

Les deux paramètres pouvant varier lors des conditions d'injection sont la position $\vec{r_0}$ et l'impulsion $\vec{p_0}$.

La figure 4.21 représente la distribution angulaire du rayonnement X dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) pour un ensemble d'électrons répartis de façon homogène le long de l'axe \vec{x} et accélérés jusqu'à 150 MeV. Les conditions initiales d'injection sont $0 < x_0 < 2.5 \ \mu\text{m}, y_0 = 0, p_{x0} = 0$ et $p_{y0} = 2$. Le profil reste asymétrique à cause de l'accélération, en revanche le profil observé est celui d'une ellipse pleine. Ceci est une conséquence de la répartition initiale homogène des électrons le long de l'axe \vec{x} qui produisent une superposition d'anneaux concentriques de différentes largeurs (liées à la position initiale de l'électron) centrés sur l'axe \vec{z} .

La figure 4.22 A représente la distribution angulaire du rayonnement X de référence dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) pour un électron accéléré jusqu'à 150 MeV de conditions initiales d'injection $x_0 = 2.5 \ \mu\text{m}, \ y_0 = 0, \ p_{x0} = 0$ et $p_{y0} = 2$. La figure 4.22 B représente cette même distribution dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) mais pour un ensemble d'électrons de vecteurs impulsion p_{y0} tels que $0 < p_{y0} < 2$. Le profil observé est celui d'une ellipse pleine symétrique par rapport à l'axe de propagation \vec{z} . Lorsque p_{y0} diminue, les trajectoires électroniques se rap-



Fig. 4.21 : Distribution angulaire du rayonnement dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) pour un faisceau d'électrons de conditions initiales $0 < x_0 < 2.5 \ \mu\text{m}, \ p_{x0} = 0, \ p_{y0} = 2$ et d'énergie finale 150 MeV. Le vecteur représente l'impulsion.

prochent de l'axe \vec{x} , jusqu'à arriver au cas de la trajectoire rectiligne de la figure 4.18 pour laquelle $p_{y0} = 0$. Ainsi, une distribution initiale de l'impulsion p_{y0} produit du rayonnement X maximum sur l'axe, autrement dit un profil spatial d'ellipse pleine.

Ces résultats montrent que le profil du faisceau X peut être très différent pour de très faibles variations des conditions initiales d'injection. Une variation de 1 μ m dans l'excursion initiale des électrons change significativement le profil spatial. Cette technique pourra donc être utilisée avec précision pour déterminer expérimentalement les paramètres du wiggler plasma.

4.4 Simulation PIC 3D du rayonnement X

Nous avons également utilisé les résultats d'un code PIC (Particle In Cell) 3D développé par A. Pukhov [76] pour modéliser le rayonnement X-Bétatron et surtout pour vérifier la validité du modèle simple utilisé jusqu'à présent pour les simulations.



Fig. 4.22 : Distribution angulaire du rayonnement dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) pour un faisceau d'électrons de conditions initiales (A) $x_0 = 2.5 \ \mu m$, $p_{y0} = 2$ et d'énergie finale 150 MeV et (B) $x_0 = 2.5 \ \mu m$, $0 < p_{y0} < 2$ et d'énergie finale 150 MeV. Les vecteurs représentent l'impulsion.

4.4.1 Principe des simulations PIC et du code VLPL

Le code PIC 3D permet de représenter l'ensemble des processus physiques de l'interaction décrits au chapitre 2 durant l'interaction laser-plasma. Le code PIC modélise un plasma comme un ensemble de plusieurs particules individuelles, ions et électrons, interagissant les unes avec les autres par les champs électromagnétiques qu'elles génèrent. Chaque macroparticule numérique peut être considérée comme un ensemble de particules réelles qui occupent un volume fini dans l'espace et qui se déplacent toutes à la même vitesse. Ce plasma numérique conserve les propriétés de charge et de masse des électrons. En utilisant cette méthode de maillage numérique, le code résoud les équations électromagnétiques (équations de Maxwell) et cinétiques régissant le milieu. La source de courant \vec{j} est déterminée en calculant la fonction de distribution des particules de masse m_j et de charge q_j du plasma $f_j(\vec{x}, \vec{v}, t)$ dans l'espace des phases (\vec{x}, \vec{v}) . L'équation qui gouverne l'évolution de cette fonction de distribution est appelée équation de Vlasov [49] :

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_j}{\partial \vec{x}} + \frac{q_j}{m_j} \left(\vec{E} + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right) \frac{\partial f_j}{\partial \vec{v}}$$
(4.14)

L'équation de Vlasov, complétée par les équations de Maxwell, fournit une description complète du comportement d'un plasma non collisionnel.

Il existe plusieurs codes PIC utilisés dans le monde mais je présente ici celui qui a servi à modéliser nos expériences, à savoir le code VLPL (Virtual Laser Plasma Laboratory) mis au point par A. Pukhov et J. Meyer-ter-Vehn [74], [75]. C'est un code PIC 3D électromagnétique prenant en compte la conservation de l'énergie et qui peut utiliser jusqu'à 10⁹ macroparticules. Le code VLPL inclus les modèles d'ionisation par champ optique et par suppression de barrière, ce qui autorise une simulation à partir d'un gaz neutre et une observation des effets d'ionisation et d'autofocalisation lors de l'interaction. Les simulations PIC des expériences laser-plasma sont possibles dans notre cas parce que les impulsions sont très courtes (entre 10 et 100 cycles optiques), ce qui limite le temps de calcul.

4.4.2 Calcul du rayonnement

Le code PIC 3D VLPL a été utilisé et modifié par A. Pukhov pour calculer le rayonnement X-Bétatron à partir des trajectoires électroniques. On suppose ainsi qu'à tout moment les électrons relativistes émettent du rayonnement synchrotron défini par la fonction $S(\omega/\omega_c)$. Le code calcule simultanément les trajectoires de tous les électrons du plasma et l'émission de rayonnement X. Le rayonnement émis exerçant une force de recul sur les électrons, celle-ci est prise en compte dans les équations du mouvement régissant les trajectoires électroniques. L'impulsion laser est gaussienne, avec un potentiel vecteur normalisé défini par

$$a(r,t) = a_0 e^{\left(-r_{\perp}^2/r_L^2 - t^2/T_L^2\right)},\tag{4.15}$$

où la longueur d'onde du laser est $\lambda = 820$ nm, le diamètre de la tache focale est $r_L = 18$ μ m, la durée d'impulsion T_L est égale à 30 fs et où $a_0=1.2$, ce qui correspond à une intensité $I = 3 \times 10^{18} W/cm^{-3}$. Pour ces paramètres, la puissance du laser est au dessus de la puissance critique d'autofocalisation relativiste, et la simulation montre que le laser s'autofocalise dans le plasma, ce qui accroît légèrement la valeur de a_0 . Alors que le laser se propage dans le plasma, une onde plasma de large amplitude est générée dans laquelle les électrons sont piégés et accélérés jusqu'à environ 100 MeV, ainsi qu'un canal ionique pratiquement vierge d'électrons [78], [48]. Dans le canal, la simulation montre que les électrons effectuent des oscillations Bétatron avec une amplitude de quelques microns et produisent ainsi un faisceau de rayons X durs. L'émission maximale de rayonnement X est observée pour une densité électronique $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$, pour laquelle l'amplitude de l'onde plasma est maximale (la longueur de l'impulsion las cT_L et la longueur d'onde plasma relativiste $\lambda_p = 2\pi \sqrt{\gamma m_e \epsilon_0 / n_e e^2}$ sont en résonance). Le spectre de rayonnement X obtenu numériquement est représenté en fonction de l'angle d'observation sur la figure 4.23, pour la densité optimale $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$ et pour une distance de propagation du laser dans le plasma de 3 mm. Cette courbe donne le nombre de photons émis par 0.1% de bande spectrale (soit environ le nombre de photons émis par eV puisque nous sommes dans la région centrée vers 1 keV) et par angle solide $2\pi \sin\theta d\theta$. Le nombre de photons émis par 0.1% de bande spectrale est maximum pour une énergie X de 1 keV et la divergence du faisceau dans cette bande spectrale est de 50 mrad. Comme nous le verrons dans le chapitre 6, cette simulation reproduit avec fidélité les résultats expérimentaux. Une autre simulation [47], dans laquelle les paramètres sont légèrement différents $(r_L = 8.2 \mu \text{m}, T_L = 22 \text{ fs}, a_0 = 10 \text{ et } n_e = 1 \times 10^{19} \text{cm}^{-3})$ et qui correspond théoriquement au régime de la bulle montre l'obtention d'un spectre de rayonnement X piqué à 50 keV pour une divergence de 0.2 mrad. Ces conditions permettent d'obtenir un faisceau d'électrons monoénergétiques à 360 MeV et un paramètre $K \simeq 89$. Notons qu'à ce jour, les paramètres laser utilisés pour cette simulation ne sont encore pas disponibles expérimentalement.



Fig. 4.23 : Distribution spectrale et spatiale du rayonnement X-Bétatron obtenu à partir des simulations PIC-3D faites avec le code VLPL.

Chapitre 5

Montage et diagnostics expérimentaux pour la source X bétatron

5.1 Système laser

Toutes les expériences présentées dans ce manuscrit ont été réalisées avec le laser de la Salle Jaune du LOA [73], dont une photographie d'ensemble est présentée sur la figure 5.1. Ce laser est basé sur l'amplification à dérive de fréquence (CPA) [97]. Il produit des impulsions d'une durée de 30 fs à une fréquence de répétition de 10 Hz et une puissance crête de 30 TW. Les impulsions ultracourtes sont produites à une fréquence de 83 MHz dans un oscillateur laser constitué d'un cristal de saphir dopé au titane $(Ti: Al_2O_3)$. Ce matériau laser possède un gain très large spectralement, permettant de faire osciller en phase les nombreux modes qui le composent pour générer des impulsions de l'ordre de 20 fs. L'énergie en sortie de l'oscillateur est de quelques nanojoules. Comme il est impossible d'amplifier directement une impulsion ultrabrève, sous peine d'endommager les optiques présentes sur le trajet du faisceau, celle ci est étirée temporellement, amplifiée, puis recomprimée (technique CPA). L'étireur temporel est composé d'un réseau qui allonge la durée de l'impulsion jusqu'à environ 400 ps. Le faisceau est ensuite injecté dans un Dazzler, qui permet de moduler le profil de phase spectrale de l'impulsion grâce à un dispositif de dispersion acousto-optique programmable. Il modifie la forme du spectre pour compenser son rétrécissement après le passage de l'impulsion dans les amplificateurs. Une cellule de Pockels diminue la fréquence de répétition du laser à 10 Hz, dont le signal peut alors être synchronisé avec les lasers Nd : Yag (Yttrium Aluminium Grenat dopé au Néodyme) servant à pomper les différents étages d'amplification. L'impulsion passe successivement

par 3 étages d'amplification, pour atteindre des énergies de 2 mJ, 200 mJ et enfin 2 J. Le troisième étage est constitué d'un cristal de saphir dopé au titane d'un diamètre de 30 mm entièrement sous vide. Il est refroidi par un système cryogénique maintenant sa température à -170°C afin de limiter les effets de lentille thermique sur la propagation du faisceau. Les optiques utilisées dans la chaîne d'amplification ayant une tenue au flux (< quelques J/cm^2) limitée, le gain d'énergie s'accompagne d'une augmentation du diamètre du faisceau dans des systèmes afocaux. Enfin de chaîne, le faisceau de 55 mm de diamètre passe par un compresseur temporel (qui est un système conjugué avec l'étireur) pour être recomprimé à 30fs. Ce compresseur, entièrement sous vide (10^{-5} millibars), est constitué d'une paire de réseaux à 1400 traits par millimètre et dont l'écartement permet de moduler la durée d'impulsion en sortie. L'efficacité du compresseur étant d'environ 55%, l'énergie du laser disponible sur cible est de 1 J. Le faisceau est ensuite transporté sous vide sur plusieurs mètres jusqu'à l'enceinte d'interaction expérimentale.



Fig. 5.1 : Vue d'ensemble de la salle jaune du LOA (laser et enceinte).

5.2 Montage pour la production de rayons X

Le faisceau laser décrit précédemment est transporté dans une enceinte sous vide $(10^{-2} \text{ millibars})$ puis focalisé à la limite de diffraction à l'aide d'une parabole hors axe de 1 mètre de focale sur le front avant d'un jet supersonique d'hélium cylindrique de 3 mm de long. Le diamètre de la tache focale à mi hauteur contenant 50% de l'énergie laser est de 18 μ m. Le nombre d'ouverture (F # = f/D) du système optique de focalisation vaut 18, et l'intensité laser sur cible ainsi obtenue est de 3 × 10¹⁸W/cm². Pour ces paramètres laser, le potentiel vecteur normalisé a_0 vaut 1.2, ce qui correspond à la limite du régime d'interaction laser-plasma relativiste ($a_0 = 1$).

La caractérisation du jet de gaz a été entièrement réalisée par interférométrie [58], [88]. En plaçant dans l'un des bras d'un interféromètre de Mach-Zender un tel jet, on peut observer un décalage des franges d'interférence correspondant à une variation du profil de densité électronique du plasma. L'utilisation de jets de gaz supersoniques permet d'obtenir des profils de densité où le gradient de densité électronique est raide, contrairement aux jets de gaz subsoniques dont les profils sont Gaussiens. Les mesures faites par Semushin et Malka [88] servent de référence pour toutes nos expériences, et la densité électronique (environ 1 mm au dessus de la buse) pour l'helium deux fois ionisé est liée en tout point du jet à la pression arrière par la relation :

$$n_e(cm^{-3}) = 7 \times 10^{17} P(bar).$$
(5.1)

Lors de nos premières expériences, nous utilisions un jet dont l'ouverture, d'une durée de 200 ms, était contrôlée par une électro-vanne. Ce temps d'ouverture a été réduit en utilisant de nouvelles buses et des systèmes de commande de 5 ms d'ouverture. Réduire le temps d'ouverture du jet de gaz présente l'avantage de limiter la remontée en pression dans l'enceinte et de conserver le vide pour pouvoir tirer à une cadence plus élevée. L'ouverture du jet de gaz est déclenchée 3 ms avant l'arrivée de l'impulsion laser, en se synchronisant sur le signal provenant de la chaîne d'amplification, puis en appliquant un délai. La cadence de répétition à laquelle nous avons pu tirer (environ un tir toutes les minutes) est limitée par la remontée en pression dans l'enceinte et surtout par la tenue au flux des réseaux du compresseur.

Un plan général de l'expérience de production de la source X-Bétatron est donné sur la figure 5.2. Deux diagnostics principaux décrits dans les sections suivantes sont ensuite utilisés : un spectromètre à électrons comprenant des aimants permanents placés à 3 cm de la buse et un écran scintillateur ainsi que trois différents spectromètres à rayons X dans l'axe du faisceau laser. Un filtre de Béryllium, filtrant le rayonnement d'énergie supérieure à 0.8 keV, bloque en permanence le faisceau laser et nous permet d'étudier la



région spectrale des rayons X. Ce montage permet une mesure simultanée, tir à tir, des

Fig. 5.2 : Vue d'ensemble du montage pour la production de la source X-Bétatron

propriétés spectrales et spatiales des électrons et des rayons X (figure 5.3), ce qui n'est pas le cas dans les expériences réalisées jusqu'à maintenant [33].

5.3 Spectromètre à électrons

5.3.1 Principe

Le spectromètre à électrons utilisé pendant nos expériences et dont le principe est présenté sur la figure 5.4 nous a permis de caractériser le faisceau d'électrons sans bloquer le signal X. Une description générale du système est donnée ici, et un travail très exhaustif sur le sujet, notamment sur la calibration du spectromètre, est présenté dans de récents



Fig. 5.3 : Mesure simultanée des propriétés spectrales et spatiales des électrons et des rayons X.

travaux [34], [33]. Des aimants permanents délivrant un champ magnétique de 1 Tesla dévient les électrons dans le plan horizontal du système expérimental. Les électrons entrant dans l'entrefer de l'aimant sont déviés avec un rayon de courbure qui dépend de leur énergie. Ces électrons sont ensuite absorbés par un scintillateur (Lanex Kodak Fine) composé entre autres de Gadolinium Oxysulfide (GOS). La transition de relaxation de ce matériau excitée par les électrons émet du rayonnement autour de 550 nm qui est collecté par un objectif (Nikon, de focale 50 mm) et imagé par une caméra CCD à grande dynamique 16 bits. Le filtre interférentiel est utilisé pour sélectionner uniquement les longueurs d'ondes provenant de l'émission du scintillateur et s'affranchir de la lumière parasite émise par le plasma et de la lumière infrarouge diffusée issue du faisceau laser. Dans nos expériences, le scintillateur ne bloque pas l'axe de propagation du laser de façon à pouvoir détecter les rayons X dans l'axe.

5.3.2 Calcul de la déviation électronique

La déviation magnétique des électrons se calcule simplement en considérant dans l'équation du mouvement la force liée au champ magnétique soit :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B},\tag{5.2}$$



Fig. 5.4 : Schéma de principe du spectromètre à électrons

où m et q représentent respectivement la masse et la charge de l'électron, \vec{B} le champ magnétique de l'aimant et \vec{v} le vecteur vitesse. La particule étant seulement déviée et non accélérée (elle ne gagne pas d'énergie), on ne considère que la partie radiale du vecteur vitesse. On obtient ainsi la relation

$$\frac{mv^2}{R} = qvB,\tag{5.3}$$

où R représente le rayon de courbure de la trajectoire. Le lien entre ce dernier et l'énergie de l'électron se fait en utilisant l'équation de la relativité restreinte

$$W = W_0 + T = mc^2, (5.4)$$

où $W, W_0 = 0.511$ MeV et T sont respectivement l'énergie totale, l'énergie au repos et l'énergie cinétique de l'électron. $m = \gamma m_e$ est la masse effective de l'électron où m_e est sa masse au repos. Il s'en suit la relation entre le rayon de courbure de la trajectoire et l'énergie de la particule :

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{T(T+2W_0)}}{qBc}.$$
(5.5)

Le point d'impact de l'électron sur le Lanex peut ensuite être calculé à partir de relations géométriques et analytiques simples. En effet, la particule parcourt une trajectoire circulaire dans l'aimant et elle se propage ensuite en ligne droite jusqu'au scintillateur. Il suffit donc de calculer le point d'intersection de l'équation de la tangente à la trajectoire en sortie de l'aimant avec celle du Lanex dans le repère (\vec{x}, O, \vec{y}) représenté sur la figure 5.4. Pour le dispositif représenté sur cette figure, l'équation y = f(x) du cercle de rayon R décrit par les électrons dans l'entrefer de l'aimant de longueur a s'écrit :

$$y = -\sqrt{R^2 - x^2} + R. \tag{5.6}$$

L'équation de la tangente à ce cercle au point $T(a, \sqrt{R^2 - a^2})$, qui correspond à la sortie de l'électron de l'aimant, s'écrit donc :

$$y + \sqrt{R^2 - a^2} - R = \frac{a}{\sqrt{R^2 - a^2}}(x - a).$$
(5.7)

Dans le repère (\vec{x}, O, \vec{y}) , l'équation de la droite représentant le Lanex s'écrit

$$y = \alpha [x - (a+d)], \tag{5.8}$$

où $\alpha = \tan \theta$, et où d est la distance entre la sortie de l'aimant et le point d'intersection entre l'axe du Lanex et celui du laser. En égalisant les relations 5.7 et 5.8 et en exprimant le rayon de courbure en fonction de l'énergie, pour a = 10 cm, d = 14 cm et $\theta = 45^{\circ}$ on obtient sur la figure 5.5 la relation de dispersion de l'énergie de l'électron en fonction de la position sur le Lanex (mesurée en pixels puisque l'écran est imagé avec la caméra CCD). Pour des raisons géométriques, ce spectromètre ne permet pas de mesurer les énergies électroniques inférieures à 40 MeV car la déviation des électrons est trop importante pour qu'ils puissent sortir de l'entrefer de l'aimant. Il faudrait des aimants moins puissants pour pouvoir mesurer les plus basses énergies mais les électrons les plus énergétiques ne seraient pas assez déviés et perturberaient la détection des rayons X.



Fig. 5.5 : Energie des électrons en fonction de la dispersion sur l'écran. En insert, exemple sur un spectre mesuré.

La figure 5.6 représente une série de spectres électroniques mesurés sur quatre tirs laser successifs. La position horizontale (parallèle au plan du dispositif expérimental) permet de déterminer l'énergie. La position verticale sur le Lanex permet de déterminer la divergence du faisceau d'électrons. Le faisceau d'électrons étant spatialement divergent dans toutes les directions, il y a une incertitude sur la détermination de l'énergie. Pour certains tirs, le spectre d'électrons n'est pas rigoureusement parallèle au Lanex. Le spectre est projeté sur l'axe dans ce cas. Ces deux points limitent la résolution du spectromètre à $\Delta E/E = 20\%$. L'incertitude est plus importante aux hautes énergies : elle est de 10 MeV à 50 MeV et de 30 MeV à 150 MeV.



Fig. 5.6 : Série de spectres électroniques enregistrée pour 4 tirs successifs dans les mêmes conditions ($n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$, E=1J et τ =30 fs).

5.3.3 Amplitude du spectre

L'amplitude du spectre peut être mesurée avec un intégrateur de charge (ICT) où directement avec le scintillateur s'il a été au préalable calibré. Ce travail a déjà été réalisé au LOA pour le Lanex Kodak Fine que nous avons utilisé [34], [33]. Je me contente donc ici d'en résumer les grandes lignes en insistant sur les points qui peuvent être importants dans notre analyse. L'énergie lumineuse émise à 550 nm par l'écran et que l'on collecte sur la caméra CCD est proportionnelle à la dose d'énergie déposée par les électrons. Le dépôt d'énergie dans le GOS est indépendant de l'énergie des électrons au dessus de 1 MeV. Pour revenir au spectre initial et le représenter sur une échelle linéaire, il faut aussi tenir compte de la dispersion des électrons en énergie dans le calcul de l'amplitude, et pas seulement

dans le calcul de la déviation. On peut donc écrire le nombre d'électrons compris entre une énergie E et E + dE

$$N_e = \alpha N_c(E) \times \frac{d_{pix}}{dE}(E), \qquad (5.9)$$

où N_c est le nombre de comptes sur la caméra et où d_{pix}/dE représente la dispersion en énergie sur un pixel. α est une constante qui dépend des propriétés des différentes couches de matériaux du scintillateur, du système optique utilisé pour collecter la lumière visible et du rendement de la caméra. La démarche pour obtenir le spectre d'électrons à partir d'une image obtenue sur la caméra (pour un tir à $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$) est résumée sur la figure 5.7. Sur le graphe A, on observe le spectre obtenu sans déconvolution avec l'image correspondante enregistrée sur la CCD. Sur le graphe B, le même spectre est représenté en fonction de l'énergie sans avoir corrigé l'amplitude (elle reste la même que pour le graphe A). Sur le graphe C, le spectre d'électrons est représenté après correction totale, pour l'amplitude et pour l'énergie. Cette correction abaisse les parties hautes énergies (les deux pics à 90 et 120 MeV sur le graphe C) par rapport aux basses énergies. En ne prenant pas en compte la constante α , le calcul donne un nombre proportionnel au nombre d'électrons contenu dans le faisceau, c'est pour cela que je ne précise pas sa valeur ici. Cela n'affecte pas notre analyse, puisque lorsque nous utilisons les spectres d'électrons expérimentaux pour calculer les spectres X à l'aide du programme présenté dans le chapitre 4 nous normalisons le résultat. Une valeur relative est donc suffisante pour le calcul, même s'il est très important de ne pas oublier de prendre en compte la dispersion en énergie pour obtenir un résultat correct.

5.4 Spectromètres pour la source X-Bétatron

L'étude spectrale et le développement de spectromètres pour la source X-Bétatron a constitué une grande partie de ce travail de thèse. La géométrie d'un spectromètre à rayons X dépend des caractéristiques (gamme spectrale, flux et taille) de la source à analyser; il existe donc beaucoup de systèmes différents dédiés à l'étude de l'émission X des plasmas créés par laser [20]. Pour étudier la région spectrale des XUV (E < 1 keV) la configuration la plus courante est constituée d'une optique collectant et focalisant les rayons X et d'un réseau en transmission. La résolution, l'efficacité et la gamme spectrale couverte (80 eV-2.5 keV [41]) sont généralement très bonnes mais ce système n'est pas adapté aux rayons X durs pour lesquels il faut utiliser un spectromètre à cristal. Pour l'étude des sources X de spectre étroit, comme la source K_{α} , on utilise des cristaux plans où des cristaux de Von Hamos [108], [80]. Ces derniers sont des cristaux cylindriques qui dispersent et focalisent les rayons X le long de l'axe du cylindre, permettant au spectromètre d'être 100 fois plus



Fig. 5.7 : Etapes d'analyse d'un spectre d'électrons à partir d'une image enregistrée sur la CCD pour un tir où $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$. (A) Spectre obtenu sans correction, (B) spectre corrigé en énergie seulement et (C) spectre corrigé en amplitude et en énergie.

lumineux qu'un spectromètre non focalisant. La source X-Bétatron requiert cependant un spectromètre permettant de mesurer le spectre sur une gamme spectrale plus large.

Nous avons développé trois différents spectromètres à rayons X (un basse résolution et deux haute résolution) pour mesurer le spectre de la source X-Bétatron sur la gamme spectrale 1-10 keV. Un système basse résolution composé de filtres a permis d'estimer le spectre entre 1 et 10 keV. Nous avons ensuite construit un spectromètre à base d'un cristal de diffraction plan (que l'on tourne pour sélectionner la longueur d'onde à mesurer) et dans lequel nous avons utilisé un miroir torique de grande dimension pour collecter et transporter le rayonnement X jusqu'au détecteur. Enfin, un dernier système utilisant un cristal courbe convexe (dispositif de De Broglie, qui permet de mesurer le spectre en un seul tir sans avoir à tourner le cristal [21]) a été réalisé. Un miroir cylindrique est utilisé dans ce cas pour transporter le faisceau jusqu'au détecteur afin de ne pas affecter la dispersion spectrale des rayons X générée par le cristal courbe. La caméra utilisée pour les deux spectromètres à haute résolution est une CCD 16 bits à grande dynamique de marque Princeton (modèle Pi :SX 1300). La taille de la matrice CCD est de 1300 × 1340 pixels, pour des pixels de 20 μ m. Elle peut détecter du rayonnement X jusqu'à 8 keV et être refroidie à l'air (refroidisseur Pelletier) ou à l'eau jusqu'à -50°C.

5.4.1 Spectromètre à filtres

La manière la plus simple pour obtenir une estimation de la distribution spectrale du rayonnement X est de placer différents filtres dans le trajet du faisceau. Nous avons utilisé quatre filtres placés à 50 cm de la source dans le trajet du faisceau comme représenté sur la figure 5.8. Pour une bonne analyse, cela suppose une parfaite symétrie cylindrique du faisceau, ce qui n'est pas toujours le cas, mais ce système à l'avantage de permettre une analyse du faisceau tir à tir. Chaque filtre permet de sélectionner une bande spectrale particulière, et un filtre de béryllium de 20 μ m est toujours en place pour bloquer l'ensemble des énergies inférieures à 0.8 keV. Un scintillateur de marque Princeton optimisé pour du rayonnement X à 8 keV est placé derrière le système de filtres et est imagé avec une caméra CCD visible 16 bits à grande dynamique équipée d'un objectif muni d'un diaphragme. La caméra n'est pas directement placée dans l'axe pour minimiser le bruit (électrons les plus énergétiques non déviés par l'aimant). Un filtre interférentiel permet de sélectionner, comme pour le spectromètre à électrons, le rayonnement à 550 nm issu du scintillateur uniquement. La caméra est également munie d'un obturateur synchronisé avec l'ouverture du jet de gaz pour éliminer la détection de lumière parasite. Le système composé des filtres et du scintillateur permet de séparer des bandes spectrales comprises entre 1 keV et 10 keV (filtre de 20 μ m de béryllium uniquement), entre 2 keV et 10 keV (10 μ m
d'aluminium) et entre 5 keV et 10 keV (11 μ m de niobium). La réponse spectrale entre 0 et 20 keV de tout le système (scintillateur inclus) est présentée sur la figure 5.9. La partie de l'image correspondant à E > 10 keV sur la figure 5.8 et dont la réponse spectrale n'est volontairement pas montrée sur la figure 5.9 correspond au signal observé à travers un filtre d'étain, mais aucun signal significatif n'a pu y être détecté. Un spectre à trois points typique obtenu à partir de l'image de la figure 5.8 et après prise en compte de la réponse spectrale des filtres et du scintillateur est présenté sur la figure 5.9. Le seuil de détection y est également indiqué. Mesurer le spectre avec de tels filtres présente l'avantage d'être relativement simple à mettre en oeuvre mais en revanche la résolution de la mesure spectrale est limitée par la bande passante des filtres. Ce spectromètre a surtout permis de déterminer le spectre pour des énergies X supérieures à 3 keV, ce qui n'a pas été le cas avec les spectromètres à haute résolution.



Fig. 5.8 : Montage pour la mesure du spectre avec les filtres et imagerie correspondante (scintillateur imagé par une caméra CCD).

5.4.2 Spectromètre à cristaux plans

Vue d'ensemble

Afin d'obtenir une mesure spectrale avec une plus haute résolution, nous avons mis au point un spectromètre dont le schéma de principe est présenté sur la figure 5.10. Ce spectromètre est placé dans une enceinte secondaire (de 55 cm de diamètre) reliée à l'enceinte



Fig. 5.9 : Transmission du système de filtres+scintillateur et exemple (à droite) de spectre à trois points obtenu après prise en compte de la réponse spectrale des filtres et du scintillateur.

principale dans laquelle sont produits les rayons X. Dans ce système, un miroir torique (Winlight System) de grandes dimensions (30 cm \times 2.5 cm) traité or (Au) collecte et focalise le faisceau X sur une caméra CCD située en aval. Entre la caméra et le miroir, nous avons placé un cristal de diffraction qui permet de diffracter, en fonction de l'angle d'incidence, le faisceau sur la caméra, donnant ainsi une mesure de l'intensité X en fonction de la longueur d'onde sélectionnée. Deux photographies du système en place dans l'enceinte principale et dans l'enceinte secondaire dédiée au spectromètre sont présentées sur les figures 5.11 et 5.12.

Miroir Torique

Le faisceau X de la source Bétatron est divergent (environ 50 mrad), il faut donc le collecter pour pouvoir le transporter jusqu'au détecteur du spectromètre. On utilise un miroir torique et non sphérique car l'angle de rasance des rayons X est très faible pour les longueurs d'onde utilisées (de l'ordre du degré). A ces angles un miroir sphérique induirait trop d'aberrations (astigmatisme et coma principalement). En incidence rasante, plusieurs critères sont importants dans le choix du matériau dont est fait le miroir. Le matériau utilisé doit être facilement polissable [64] pour avoir une faible rugosité (quelques angströms) qui est cruciale quand on travaille aux courtes longueurs d'ondes (les défauts des surfaces optiques sont mesurés par rapport à la longueur d'onde utilisée) et le substrat doit avoir une bonne réflectivité. C'est pour toutes ces raisons que nous avons choisi un miroir en silice traité avec une couche d'or (Au) de 100 nm qui possède une bonne



Fig. 5.10 : Schéma de principe du spectromètre à cristaux plans

réflectivité (environ 80 %) à 1 keV. Le miroir étant placé à 50 cm de la source, une longueur de 30 cm est nécessaire pour collecter environ $1/5^{eme}$ du faisceau X (10 mrad) dans angle de rasance de 1°. Le miroir torique possède un rayon de courbure différent suivant les directions transverse et sagitale, ce qui revient à associer deux surfaces focalisantes correspondant à deux plans d'incidence perpendiculaires. Comme cela est schématisé sur la figure 5.13, les relations de conjugaison de l'optique géométrique s'appliquent au plan focal sagittal et au plan focal tangentiel.

Pour la surface sagitale, la distance miroir-image s' se calcule à partir de la distance miroir-objet s, l'angle d'incidence i et le rayon de courbure r par la relation [14] :

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} - \frac{2\cos i}{r}$$
(5.10)

De même pour la surface tangentielle, la distance miroir-image t' se calcule à partir de la distance miroir-objet t, l'ange d'incidence i et le rayon de courbure R par la relation :

$$\frac{1}{t'} = \frac{1}{t} - \frac{2}{R\cos i}$$
(5.11)

On constate ainsi qu'il existe une valeur de l'angle d'incidence i pour laquelle les deux valeurs sont confondues (t' = s'), soit

$$\cos^2 i = \frac{r}{R}.\tag{5.12}$$

En respectant cette condition, les deux foyers sont confondus. Dans nos conditions expérimentales,



Fig. 5.11 : Position du miroir torique dans l'enceinte principale pour collecter et focaliser les rayons X sur le détecteur du spectromètre.



Fig. 5.12 : Photographie du spectromètre à cristaux plans (sans le miroir torique) dans l'enceinte secondaire avec image observée sur la caméra.



Fig. 5.13 : Schéma de principe du miroir torique et photographie.

pour les quelles r = 8.69 mm et R = 28 m, l'angle d'incidence est égal à 89° , ce qui fait un angle de rasance de 1° .

Les principales caractéristiques du miroir sont résumées dans la table 5.1 et la réflectivité mesurée [1] de 0 à 6 keV pour un miroir en or à 1° et 2° d'incidence rasante avec une rugosité de 0.5 nm est reportée sur la figure 5.14. Comme on peut le constater sur cette figure, la réflectivité du miroir se dégrade très rapidement si l'on s'éloigne de l'incidence rasante. Dans notre cas (1°) , le miroir réfléchit les rayons X jusqu'à 6 keV.

Nous avons ensuite caractérisé la tache focale au foyer du miroir torique avec un laser hélium-néon ($\lambda = 632.8$ nm) et un agrandisseur de faisceau. Notre miroir torique étant conçu pour être à égale distance (50 cm) du point source et de son image, nous avons utilisé une lentille de focale f=1 m pour créer un point source. Un diaphragme permet de régler le diamètre du faisceau et l'image donnée par le miroir torique a été observée au foyer d'un objectif de microscope (×10) et imagée par une caméra CCD 8 bits.

Les images obtenues sont présentées sur la figure 5.15 pour des diamètres de faisceau à 50 cm de la source de 2.5 cm (divergence 50 mrad), 1.5 cm (divergence 30 mrad) et 0.7 cm (divergence 14 mrad). Pour la plus faible divergence (image A) la tache focale n'a pas d'aberrations et mesure 200 μ m à mi hauteur. Lorsque l'on augmente l'ouverture du

Paramètres	Spécifications
Longueur	310 mm
Largeur	$25 \mathrm{mm}$
Rayon longitudial	28 m
Rayon transverse	8.69 mm
Angle de rasance	1°
Rugosité	<0.5 nm
Traitement	Or $100 \text{ nm} + \text{sous couche de chrome}$
Distance objet-miroir	50 cm
Distance image-miroir	$50 \mathrm{~cm}$

Tab. 5.1 : Caractéristiques du miroir torique Winlight System



Fig. 5.14 : Réflectivité du miroir torique en fonction de l'énergie X et de l'angle de rasance.



Fig. 5.15 : Taches focales au foyer du miroir torique au laser hélium néon pour un faisceau de diamètre (A) 0.7 cm, (B) 1.5 cm et (C) 2.5 cm.

diaphragme, on observe une double queue autour de la tache principale (aberration de type coma). Lorsque nous avons testé ce spectromètre pour la première fois sur la source X-Bétatron nous avons placé un diaphragme de 1 cm de diamètre devant le miroir pour améliorer la qualité de la tache focale et pour s'affranchir de la coma. Entre limiter le flux et limiter les aberrations de la tache focale, il y a donc un compromis à choisir. La principale mesure du spectre a finalement été faite sans diaphragmer le faisceau.

Nous avons également étudié l'évolution du profil spatial du faisceau X focalisé en dehors du plan focal. Cette étude est nécessaire car en translatant le cristal pour pouvoir changer la longueur d'onde diffractée (la caméra CCD restant fixe) la distance miroir torique-détecteur est changée.

La figure 5.16 présente trois taches focales observées sur la CCD X pour trois énergies différentes. L'image 5.16 A représente une tache focale observée pour une énergie de 1.69 keV lorsque l'on place un diaphragme de 1 cm d'ouverture devant l'entrée du miroir torique. Cette tache focale, légèrement astigmatique, ne présente pas beaucoup d'aberrations par rapport aux taches focales observées sur les images 5.16 B, C et D, pour lesquelles le faisceau n'est pas diaphragmé. Ces trois images ont été normalisées séparément de manière à obtenir le meilleur contraste pour chacune d'entre elle. L'image 5.16 B correspond à la position du foyer du miroir torique, et les taches focales sur les images 5.16 C et 5.16 D en sont éloignées de quelques millimètres. Lorsque l'on s'éloigne du foyer, la taille de la partie centrale de la tache augmente. Celle-ci vaut respectivement 220 μ m, 350 μ m et 380 μ m pour les images 5.16 B, C et D.

Pour calculer le flux X enregistré sur chaque image et reconstruire le spectre X, le signal a été systématiquement intégré sur toute la surface de la tache focale, quelque soit sa taille. Cette opération est nécessaire afin d'obtenir des barres d'erreur satisfaisantes (de l'ordre 10 %) sur la mesure du spectre.

Cristaux de diffraction

Pour résoudre spectralement la source X, nous avons utilisé des cristaux de diffraction de TlAp (Thallium Acid Phtalate, 2d=25.76 A) et d'ADP (Ammonium Dihydrogen Phosphate, 2d=10.64 A). A cause de la géométrie du système, deux cristaux différents étaient nécessaires pour couvrir une gamme spectrale satisfaisante (1-4 keV). Ces cristaux sont caractérisés par la distance d, distance interréticulaire, correspondant à la distance entre deux plans cristallographiques. Un rayon X incident sur un tel cristal est soumis à la loi de diffraction de Bragg

$$n\lambda = 2d\sin\theta,\tag{5.13}$$





Fig. 5.16 : Taches focales X au foyer et après le foyer du miroir torique (après diffraction par le cristal de TlAp et filtrage par 25 μ m de Be) pour différentes énergies. L'image du haut correspond à un faisceau diaphragmé (1cm). Les trois images du bas correspondent à 3 énergies, donc 3 distances caméra-miroir différentes. La tache focale au foyer du miroir correspond à l'image de gauche (E=1.64 keV).

où n est l'ordre de diffraction (1 dans nos expériences), λ la longueur d'onde des rayons X et θ l'angle de Bragg (angle entre le faisceau incident et le plan du cristal). Il est par ailleurs très utile d'exprimer cette loi en fonction de l'énergie des rayons X :

$$E(keV) = \frac{12.394}{2d(A)\sin\theta}.$$
 (5.14)

La courbe donnant l'angle de Bragg en fonction de l'énergie X est représentée sur la figure 5.17.

Gamme spectrale et résolution

La gamme spectrale accessible par le spectromètre est limitée par la géométrie du système car la caméra CCD reste fixe et le cristal est monté sur une platine de translation de 20 cm de course maximum. Les angles de Bragg accessibles sont compris entre 17° et 41°, ce qui correspond à une gamme spectrale 0.73-1.65 keV pour le TlAp et 1.7-3.9 keV pour l'ADP.

La résolution du spectromètre est limitée par la dimension de la tache focale sur la CCD, plus grande qu'un pixel. Elle varie avec l'énergie d'une part parce que les hautes énergies sont moins bien résolues mais aussi parce que la distance entre le cristal et la caméra n'est pas fixe. Pour un angle de Bragg de 41° (qui correspond à 0.73 keV pour



Fig. 5.17 : Courbes d'étalonnage angulaire des cristaux pour le TlAp (solide) et l'ADP (pointillés).

le TlAp et à 1.7 keV pour l'ADP), la distance cristal-caméra vaut 9 cm. En prenant une tache focale de taille moyenne égale à 250 μ m, cela fait un angle $\Delta\theta \simeq 3$ mrad, ce qui correspond à une résolution de 2.5 eV pour le TlAp et 6 eV pour l'ADP. Si l'on se place à un angle de Bragg de 17° (1.65 keV pour le TlAp et 3.9 keV pour l'ADP), la distance caméra-cristal vaut 20 cm. En gardant la même taille de tache focale, cela donne un angle $\Delta\theta \simeq 1.25$ mrad, ce qui correspond à une résolution de 12 eV pour le TlAp et de 30 eV pour l'ADP.

Calcul théorique du nombre de photons

Lors des expériences réalisées pour mesurer le spectre de la source X-Bétatron, le flux total de photons X est mesuré en nombre de comptes par la caméra CCD. Ce paragraphe présente le détail du calcul permettant de revenir au nombre de photons à la source. Le nombre total de photons X N_{ph} qui sont mesurés par la caméra CCD peut se calculer de la manière suivante :

$$N_{ph} = N_{comptes} \frac{N_e}{N_{comptes}} \frac{N_{ph}}{N_e}$$
(5.15)

 $N_{comptes}$ et N_e sont respectivement le nombre de comptes enregistrés sur la caméra et le nombre d'électrons correspondant à 1 compte. Les rapports $N_e/N_{comptes}$ et N_e/N_{ph} sont respectivement le gain et le nombre d'électrons produits pour un photon incident sur la caméra. Pour notre caméra Princeton Pi :SX 1300, ces rapports valent respectivement 2.5 et $E_{ph}/3.6$, où E_{ph} est l'énergie en eV du photon correspondant. En applicant ces données



Fig. 5.18 : Réflectivité intégrée des cristaux de TlAp (solide) et d'ADP (pointillés) [37].

à l'équation 5.15 on obtient :

$$N_{ph} = N_{comptes} \frac{9}{E_{ph}},\tag{5.16}$$

où N_{ph} représente le nombre total de photons reçu par la caméra. Cependant, le spectre que nous avons mesuré se caractérise en nombre de photons par eV (ou par 0.1% de bande spectrale dans notre cas puisque le spectre est centré autour du keV) car le nombre de photons par unité d'angle et de bande spectrale $N(E, \theta)$ dépend à la fois de l'énergie et de l'angle d'observation. Ainsi, le nombre de photons réellement mesuré dans nos conditions expérimentales peut s'exprimer par la relation :

$$N_{ph} = \int \int N(E,\theta) R(\theta) dE d\theta, \qquad (5.17)$$

où $R(\theta)$ est la réflectivité du cristal de diffraction à un angle θ donné. Pour simplifier le calcul, nous supposons que la valeur $N(E, \theta)$ est constante dans l'angle d'acceptance du miroir torique. De plus, les cristaux de diffraction sont caractérisés par leur réflectivité intégrée, montrée sur la figure 5.18 [37] (en milliradians) qui s'exprime par

$$R_m = \int R(\theta) d\theta.$$
 (5.18)

dE s'obtient en différenciant la loi de Bragg, soit

$$dE = \frac{2dhc\cos(\theta)}{\lambda^2}d\theta,$$
(5.19)

où h et c sont respectivement la constante de Planck et la vitesse de la lumière dans le vide. Si on fait le calcul pour une énergie centrale de 1 keV, c'est à dire un angle de Bragg de 28.5 degrés si on utilise un cristal de TlAp, on obtient $\Delta E = 18eV$. Au vu de ce calcul, on peut considérer que le nombre de photons X par eV reste constant sur cette bande spectrale. On obtient ainsi :

$$N_{ph} = R_m N(E, \theta) \Delta E. \tag{5.20}$$

On obtient finalement le nombre de photons par eV N(E) en prenant en compte l'ouverture du faisceau sur le miroir torique (10 milliradians dans notre cas), la transmission des filtres T(F) et la réflectivité du miroir torique R(M):

$$N(E) = \frac{N_{ph}}{R_m \Delta ER(M)T(F)} \Delta \theta.$$
(5.21)

Limitations

Ce spectromètre nous a permis d'obtenir une mesure détaillée du spectre, confirmant ainsi la tendance observée à l'aide des différents filtres. Cependant, chaque point du spectre nécessite une dizaine de tirs, ce qui rend la mesure assez longue. D'autre part, dans le but de corréler tir à tir les spectres X et les spectres électroniques, il est impossible de faire une mesure simultanée des électrons et du faisceau X avec cet appareil. C'est pour cela qu'une partie de ce travail de thèse a été consacré à l'élaboration d'un spectromètre X monotir à cristaux courbes.

5.4.3 Spectromètre à cristaux courbes

Nous avons mis au point un spectromètre pour pouvoir mesurer une large bande spectrale du spectre X (quelques keV) en un seul tir laser.

Principe

Pour pouvoir disposer d'une large bande spectrale en sortie du système, nous avons choisi d'utiliser un cristal de diffraction convexe. En effet, un tel dispositif, présenté sur la figure 5.19, permet au faisceau X incident sur le cristal d'avoir plusieurs angles de Bragg d'attaque. Ces différents angles de Bragg générés par la courbure du cristal permettent ensuite d'obtenir une large gamme de longueurs d'ondes diffractées sur la caméra CCD située proche du cristal. La diffraction des rayons se faisant dans un plan contenant la courbure du cristal, un miroir cylindrique d'incidence rasante 1° est placé en amont pour focaliser le faisceau dans un plan perpendiculaire à celui dans lequel le rayonnement est diffracté. On obtient ainsi sur la CCD une ligne focale tout au long de laquelle sont dispersées les différentes longueurs d'onde.



Fig. 5.19 : Schéma de principe du spectromètre à cristaux courbés.

Miroir cylindrique

Les caractéristiques du miroir sont données dans le tableau 5.2. Celles-ci sont exactement les mêmes que pour le miroir torique, à l'exception du rayon de courbure longitudinal, qui est infini. Il produit donc une ligne focale (figure 5.20) et non plus une tache focale dans un plan parallèle au miroir. Comme l'angle de rasance (1°) est également identique à celui du miroir torique, la courbe de réflectivité de la figure 5.14 est valable pour le miroir cylindrique.

La figure 5.21 A présente les rayons X au foyer du miroir cylindrique imagés sur la caméra perpendiculairement au miroir et sans diaphragme. Certains rayons X ne sont pas collectés par le miroir («X-directs»). Comme la ligne focale est parallèle au miroir et la CCD perpendiculaire, une seule partie de l'image correspond au foyer, et les deux autres parties sont défocalisées, ce qui explique le profil de la tache focale observée. En plaçant un diaphragme de 5 mm d'ouverture devant le miroir cylindrique (image 5.21 B), on s'affranchit des rayons X directs et les parties défocalisées sont plus fines. La largeur de la ligne focale au foyer est égale à 300 μ m.

Paramètres	Spécifications
Longueur	310 mm
Largeur	$25 \mathrm{~mm}$
Rayon longitudial	23 km
Rayon transverse	$8.75 \mathrm{~mm}$
Angle de rasance	1°
Rugosité	<0.5 nm
Traitement	Or 100 nm $+$ sous couche de chrome
Distance objet-miroir	$50 \mathrm{cm}$
Distance image-miroir	$50 \mathrm{cm}$

Tab. 5.2 : Caractéristiques du miroir cylindrique Winlight System.



Fig. 5.20 : Schéma de principe du miroir cylindrique et photographie.

Choix des cristaux

Le spectromètre utilise trois cristaux de diffraction fabriqués par la société Saint Gobain : un Cristal de RbAp (Rubidium Acid Phtalate, 2d = 26.116A) avec un rayon de courbure de 50 mm et de dimensions 25×20 mm, un cristal de PET (Pentaerythriol, 2d = 8.742A) avec un rayon de courbure de 100 mm et de dimensions 30×20 mm, et un cristal de TlAp avec un rayon de courbure de 800 mm et de dimensions 50×30 mm. Comme le montre la courbe d'étalonnage angulaire des cristaux (figure 5.22), le RbAp et le TlAp ont été choisis pour étudier la partie basse énergie du spectre (1-4 keV) tandis que le PET, dont la réflectivité intégrée est très bonne, a été utilisé pour mesurer le spectre aux plus hautes énergies. Pour un cristal donné, la gamme spectrale que l'on peut mesurer en un seul tir est en théorie limitée par la taille du détecteur CCD (2.6×2.68 cm) qui est fixe. Pour les deux cristaux RbAp et PET, nous avons donc choisi la courbure de



Fig. 5.21 : Rayons au foyer du miroir sans (A) et avec (B) diaphragme dans un plan perpendiculaire à la ligne focale

façon à mesurer un spectre entre 1 et 4 keV (RbAp) et 3 et 11 keV (PET). Pour chaque cristal, les rayons de courbure que nous avons utilisés étaient également les plus petits proposés par le fabricant. Le cristal de TlAp, qui a un rayon de courbure plus grand, permet de sélectionner une gamme spectrale plus étroite mais avec une meilleure luminosité. La dimension des cristaux a été choisie pour qu'elle soit plus grande que celle du faisceau (collecté par le miroir cylindrique) à l'endroit où celui-ci est diffracté.



Fig. 5.22 : Courbes d'étalonnage angulaire des cristaux pour le RbAp (solide) et le PET (pointillés). La courbe du TlAp est quasiment confondue avec celle du RbAp

Relation de dispersion analytique

La mesure du spectre se faisant sur un seul tir, le calcul de la relation de dispersion analytique est nécessaire pour déterminer la gamme spectrale détectée par la CCD. La méthode est la suivante : il faut calculer analytiquement les coordonnées du point d'intersection d'une portion de faisceau diffracté d'un angle de Bragg θ_b avec la matrice CCD. La figure 5.23 présente la configuration dans laquelle le calcul est effectué. Il faut tout



Fig. 5.23 : Définition des paramètres pour le calcul de la relation de dispersion analytique. Le point B_c est le point d'impact d'un faisceau diffracté avec un angle θ_b sur la CCD.

d'abord calculer l'équation la droite du détecteur CCD puis celle d'une droite diffractée d'un angle θ_b dans le repère (x, O, y) et ensuite faire un changement de repère dans celui de la caméra (x_c, O_c, y_c) . La tangente au cristal en son centre faisant un angle θ avec l'axe x, et le centre du cristal étant situé à une distance L de la CCD, l'équation de la droite du détecteur CCD est

$$y = -\frac{x}{\tan 2\theta} + \frac{L}{\sin 2\theta}.$$
(5.22)

Calculons maintenant l'équation d'une droite diffractée d'un angle de Bragg θ_b pour un faisceau interceptant le cristal en un point (x_b, y_b) dans le repère (x, O, y). Du fait de la divergence naturelle du faisceau, considérons que le faisceau incident fait un angle α , faible, avec l'axe x. La droite diffractée fait donc un angle $\xi = 2\theta_b + \alpha$ avec ce même axe. L'équation de cette droite est de la forme y = ax + b; on peut donc calculer les coefficients a et b en évaluant les coordonnées des points d'intersection $x_0 = -b/a$ et $y_0 = b$ avec l'axe x et y respectivement. On obtient ainsi l'equation de droite en fonction du point de coordonnées (x_b, y_b) et de l'angle ξ :

$$y = -\left[\frac{y_b - x_b \tan \xi}{x_b - y_b/\tan \xi}\right] x + y_b - x_b \tan \xi.$$
(5.23)

En égalisant les équations 5.22 et 5.23, on obtient l'abscisse du point B_c dans le repère (x, O, y):

$$x = \frac{1/\sin 2\theta - y_b + x_b \tan \xi}{1/\tan 2\theta - \frac{x_b \tan \xi - y_b}{x_b - y_b \tan \xi}}$$
(5.24)

Il s'agit maintenant d'exprimer les coordonnées (x_b, y_b) du point d'impact du faisceau sur le cristal en fonction de paramètres connus. Pour cela, on commence par calculer l'équation analytique du cristal courbé dans le repère (x, O, y). On peut en effet l'assimiler à un arc de cercle de rayon de courbure R et dont le centre a pour coordonnées $(R \sin \theta, -R \cos \theta)$. On obtient ainsi

$$(x_b - R\sin\theta)^2 + (y_b + R\cos\theta)^2 = R^2.$$
 (5.25)

Ensuite, il est possible d'utiliser la corde de longueur l reliant le centre du cristal et le point de coordonnées (x_b, y_b) par la relation

$$x_b^2 + y_b^2 = l^2. (5.26)$$

La longueur de la corde se calcule en utilisant l'angle A sous tendu par celle ci, soit $l = 2R \sin A/2$. Pour plus de clarté, je fais le choix de négliger la demi divergence naturelle du faisceau α (25 mrad) qui est plus petite d'un facteur 10 par rapport aux angles de Bragg utilisés ici. On obtient finalement l'équation :

$$x_b^2 + y_b^2 = \left(2R\sin\frac{\theta - \theta_b}{2}\right)^2.$$
 (5.27)

Les équations 5.25 et 5.27 forment un système de deux équations du deuxième degré à deux inconnues x_b et y_b que j'ai résolu avec le logiciel Mathematica. On injecte ensuite les solutions dans l'expression 5.24 puis on effectue un changement de repère pour passer dans celui de la droite du détecteur CCD. Pour cela le repère (x, O, y) subit une rotation d'un angle $\phi = 2\theta - 90$ degrés (la caméra est perpendiculaire au faisceau diffracté au centre du cristal) et une translation d'une longueur L. Il en résulte la courbe de dispersion analytique présentée sur la figure 5.24 (où L = 4 cm et $\theta = 16^{\circ}$) pour le RbAp et pour le PET. Les distances interréticulaires du TlAp et du RbAp étant très proches, leurs courbes de dispersion sont pratiquement confondues.



Fig. 5.24 : Courbes de dispersion pour le RbAp et PET. L'origine (0,0) correspond au centre du détecteur CCD. Ici L = 4 cm et $\theta = 16^{\circ}$.

Résolution

Plusieurs paramètres entrent en jeu dans la détermination de la résolution du spectromètre. Celle ci peut être limitée par les cristaux ou bien par le système lui même. Pour savoir quel est le facteur limitant, il faut comparer la résolution théorique des cristaux avec la résolution instrumentale proprement dite. La résolution théorique d'un cristal de diffraction est une valeur tabulée que l'on mesure en diffractant un rayonnement X monochromatique à différents angles d'incidence autour de l'angle de Bragg. On obtient ainsi une courbe de réflectivité (la rocking curve), centrée sur l'angle de Bragg et dont la largeur à mi hauteur détermine l'acceptation angulaire autour de l'angle de Bragg théorique, et ainsi la résolution du cristal. La résolution instrumentale se calcule en prenant en compte la taille finie de la zone d'émission X et des pixels de la caméra. La taille de la source X (mesurée inférieure à 12 μ m) étant plus petite que la taille des pixels, ce sont ces derniers qui déterminent la résolution instrumentale du spectromètre. La distance entre le centre du cristal courbé et la caméra étant fixée à environ 4 cm, et la taille d'un pixel étant de 20 μ m, un point du cristal voit un pixel sous un angle $\Delta \theta$ d'environ 0.5 milliradians. La résolution se calcule ensuite en différenciant la loi de Bragg, soit

$$\Delta E(eV) = \frac{2dhc\cos\theta_B}{\lambda^2 e} \Delta\theta \tag{5.28}$$

La résolution des cristaux et la résolution instrumentale, ainsi que le pouvoir de résolution correspondant, sont donnés sur la figure 5.25 pour le RbAp, le PET et le TlAp. Nous



Fig. 5.25 : Courbes de résolution et pouvoir de résolution pour le RbAp, le PET et le TlAp.

voyons que pour les trois cristaux la résolution due à la géométrie de l'instrument limite la résolution du spectromètre, c'est donc celle-ci qu'il faudra prendre en compte par la suite.

Nombre de photons par pixel sur la caméra

Les facteurs limitants dans le montage qui contribuent à diminuer le signal mesuré sur la CCD par rapport au signal réel sont principalement les transmissions des différentes optiques et des filtres ainsi que l'acceptance angulaire des miroirs et des cristaux. La courbe de réflectivité du miroir cylindrique est identique à celle du miroir torique utilisé précédemment (même matériau Or et même incidence rasante 1°). Le filtre de beryllium présente aussi les mêmes caractéristiques que celui utilisé dans le spectromètre à cristaux plans. Les courbes de réflectivités intégrées R_{mr} des cristaux de RbAp, TlAp et PET sont présentées sur la figure 5.26 [37]. En prenant donc en compte les réflectivités et



Fig. 5.26 : Courbes de Réflectivité intégrée des cristaux de RbAp, TlAp et PET en fonction de l'énergie X [37].

les acceptances angulaires de tous les composants de l'appareil, on obtient le nombre de photons par pixel sur la CCD $N_{ph/pix}$ en fonction du nombre de photons par électronvolt $N_{ph/eV}$ à une énergie donnée :

$$N_{ph/pix} = N_{ph/eV} \times F_{Miroir} \times R(Miroir) \times R_{mr} \times F_{Cristal} \times T(Be) \times Res \times F_{Pixel}.$$
(5.29)

 F_{Miroir} , $F_{Cristal}$ et F_{Pixel} sont respectivement la fraction du faisceau réfléchie par le miroir cylindrique dans la direction perpendiculaire au plan du système expérimental, la fraction du faisceau diffractée par le cristal dans le plan du système expérimental, et enfin le rapport

entre la taille d'un pixel et la largeur (théorique) de la ligne focale du miroir cylindrique. Pour les paramètres de notre expérience, ces valeurs valent respectivement 10/50, 20/48 et 20/200. Res est la résolution de l'instrument.

Faisabilité expérimentale avec la source X-Bétatron

Nous avons testé ce spectromètre avec deux des trois cristaux, le PET (R=100 mm, 2d=8.74 A) et le TlAp (R=800 mm, 2d=25.7 A). Les mesures faites avec le cristal de RbAp ne nous ont pas permis de traiter les données à cause du mauvais rapport signal sur bruit. Il faut vraisemblablement envisager une courbure de cristal moins importante pour pouvoir observer du signal avec le flux actuel de la source. En effet, nous avons pu mesurer une partie du spectre X à l'aide du cristal de TlAp aux énergies (1-3 keV) couvertes par le RbAp. Les figures 5.27 et 5.28 représentent les spectres mesurés avec les images associées (accumulation sur 20 tirs). A cause du profil de la tache focale et du faible rapport signal/bruit, seule la zone centrale a pu être traitée pour obtenir un spectre. Pour le PET (figure 5.27) l'image complète représente la gamme spectrale 3.55-4.55 keV et le spectre correspondant est tracé sur la gamme 3.9-4.1 keV (angle de Bragg au centre de 21°). Pour le TlAp (figure 5.28), l'image complète représente la gamme spectrale 1.55-1.9 keV et le spectre correspondant est tracé sur la gamme 1.6-1.7 keV (angle de Bragg au centre de 17°). Sur les gammes spectrales représentées, j'ai considéré la résolution et la réflectivité intégrée des deux cristaux constantes : respectivement 2 eV et 0.3 mrad pour le TlAp et 15 eV et 0.8 mrad pour le PET.

5.5 Transport du faisceau X avec une lentille polycapillaire

5.5.1 Principe et avantages de la lentille polycapillaire

L'utilisation des miroirs torique et cylindrique pour collecter et focaliser le rayonnement X est limitée principalement par la réflectivité, qui est nulle au delà de 6 keV (figure 5.14), et par l'acceptance angulaire qui vaut 10 milliradians. De plus, les distances source-miroir sont fixes, ce qui rend le transport du faisceau X plus difficile.

Une lentille polycapillaire (figure 5.29), dont le principe a été proposé au début des années 80 par A. Kumakhov [51], [50], est une optique X basée sur la réflexion totale des rayons X sur des surfaces lisses [52]. Elle permet de collimater [6] où de focaliser [18] un faisceau de rayonnement X. Des rayons X incidents sur la surface intérieure d'un tube creux, un capillaire, à des angles de rasance plus petits que l'angle critique pour la réflexion



Fig. 5.27 : Partie du spectre X mesurée avec le PET, et image correspondante (sommation de 20 tirs successifs) centrée sur 3.95 keV.

totale, sont guidés dans ce capillaire par une succession de réflexions. L'association de plusieurs de ces capillaires, dont le diamètre est de quelques microns, constitue une lentille de Kumakhov, plus communément appelée lentille polycapillaire. L'arrangement géométrique de la lentille, c'est à dire ses dimensions, la courbure, la taille et le nombre de capillaires, permet soit de collimater, soit de focaliser un faisceau de rayonnement X divergent pour des énergies allant jusqu'à plusieurs dizaines de keV. Avec une telle optique, nous pouvons ainsi collecter tout le faisceau X-Bétatron sur la CCD.

Afin de tester ce type d'optique, notre choix s'est porté sur une lentille, représentée sur la figure 5.29 (configuration demi-lentille), qui collecte et collimate le faisceau sur un diamètre d'environ 15 mm. L'avantage de ce dispositif est qu'il permet de collecter l'ensemble du faisceau (50 mrad) pour le transporter loin du plasma source. La forme des capillaires et de la lentille est hexagonale, ce qui confère à l'ensemble une structure en nid d'abeilles (figure 5.29). Le seul désavantage d'utiliser une lentille polycapillaire dans notre montage est qu'elle ne conserve pas la durée femtoseconde initiale de l'impulsion X car les chemins optiques parcourus dans chaque capillaire sont différents. Pour une lentille comme celle qui est présentée ici, l'allongement de la durée n'est que de 30 fs car sa courbure est très faible. Cela suppose cependant que la lentille soit parfaitement alignée avec le faisceau.



Fig. 5.28 : Partie du spectre X mesurée avec le TlAp, et image correspondante (sommation de 20 tirs successifs) centrée sur 1.65 keV.

5.5.2 Flux et collimation

La figure 5.30 montre deux empreintes du faisceau prises à 77 cm (A) et 154 cm (B) de la sortie de la lentille polycapillaire, ce qui correspond à des distances source-caméra de 110 cm et 187 cm respectivement. Pour cette expérience la densité électronique du plasma $(n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3})$ et les paramètres laser (E=1 J et $\tau = 30$ fs) sont restés fixes. Un filtre d'aluminium de 13 μ m était placé devant la lentille, à 30 cm de la source. On observe que le diamètre du faisceau est plus important lorsque l'on s'éloigne de la source (rapport 1.4 entre les deux diamètres), ce qui signifie qu'il n'est pas rigoureusement collimaté. La divergence est ramenée à 8 milliradians (mesurée à mi hauteur) au lieu de 20 milliradians sans la lentille. Un ajustement de la distance entre la lentille et la source sur une monture motorisée sera nécessaire à l'avenir pour collimater complètement le faisceau.

La mesure du flux X moyen (sur 20 tirs successifs) indique que le faisceau X est transporté sans pertes. Le moyennage réalisé sur 20 tirs montre des fluctuations de l'ordre de 20%. La différence entre les produits diamètre× flux moyen pour les deux cas est inférieure à 15 %, ce qui reste dans les barres d'erreur liées aux fluctuations du flux X.



Fig. 5.29 : Schéma de principe, photographie et définition des paramètres du montage avec la lentille polycapillaire.

Paramètres	Spécifications
Focale f	300 mm
Longueur L	$35 \mathrm{mm}$
Diamètre d'entrée D_{in}	15 mm
Diamètre de sortie D_{out}	$16 \mathrm{mm}$
Transmission à 8 keV	41%

Tab. 5.3 : Caractéristiques de la lentille polycapillaire

5.5.3 Pointé de faisceau

La figure 5.31 montre deux tirs différents pour chaque position (à 77 cm et 154 cm de la sortie de la lentille) avec le spectre électronique associé pour les mêmes conditions d'interaction que la figure 5.30. La variation du pointé de faisceau est inférieure aux dimensions latérales de la lentille (1.5 cm). On observe que la hauteur du faisceau X est corrélée avec celle du faisceau d'électrons, dont les fluctuations sont de l'ordre de 10 milliradians. Bien que le montage expérimental ne permette pas de l'observer, les fluctuations latérales (le long du spectre) sont vraisemblablement les mêmes. La position du faisceau dans la lentille (qui apparaît à droite de l'empreinte hexagonale) pourra être améliorée en réglant l'angle à l'aide d'une monture motorisée. Un déplacement latéral manuel de la lentille n'a en effet pas modifié de manière significative la position du faisceau.



Fig. 5.30 : Faisceau X à 77 cm (A) et 154 cm (B) de la sortie de la lentille polycapillaire.



Fig. 5.31 : Faisceau X à 154 cm (A) et 77 cm (B) de la sortie de la lentille polycapillaire et spectres électroniques associés.

Chapitre 6

Mise en évidence expérimentale du rayonnement X-Bétatron

Ce chapitre présente la mise en évidence expérimentale du rayonnement X-Bétatron ainsi que les propriétés principales (spectre, taille, collimation et flux) de la source en fonction des paramètres laser et plasma [84], [99], [3].

6.1 Mise en évidence

Le faisceau X a été observé pour la première fois en plaçant directement le système d'imagerie X dans l'axe, en utilisant le montage expérimental présenté au chapitre 5 (figure 5.2). La figure 6.1 présente une empreinte d'un faisceau de la source X-Bétatron sur le scintillateur et imagé par la caméra CCD visible, obtenue pour une densité électronique $n_e = 8 \times 10^{18} cm^{-3}$ et une énergie laser sur cible de 1 J. Les énergies détectées par la caméra sont supérieures à 1 keV grâce au filtre de béryllium de 20 μ m.



Fig. 6.1 : Empreinte du faisceau X détectée sur le scintillateur avec filtre de 20 μ m de béryllium. Les paramètres sont $n_e = 8 \times 10^{18} cm^{-3}$, t=30 fs, a_0 =1.2.

L'ombre projetée d'une grille de Nickel (épaisseur des fils 13 μ m) et une croix de fils

de fer (épaisseur $\simeq 500 \ \mu$ m) est également visible. Les grilles sont respectivement placées à 10 cm et 40 cm de la source. Le bord franc des deux grilles ainsi que le contraste de l'image signifient que le rayonnement X est dirigé suivant l'axe défini par le centre de la croix et de la grille. Les rayons X sont absorbés dans l'épaisseur des fils des deux grilles, ce qui indique que E < 10 keV [1]. Le signal observé sur la caméra ne peut pas être du aux électrons accélérés dans l'axe pour trois raisons. D'abord quand on enlève les aimants, ils ne sont plus détectés par le Lanex du spectromètre mais dans l'axe, les aimants dévient donc bien la majorité des électrons. Ensuite, s'il y avait des électrons relativistes dans l'axe malgré les aimants, ils ne seraient pas absorbés par les grilles, dont l'ombre ne serait pas détectée (le pouvoir d'arret d'un électron à 100 MeV est de 15 MeV/cm dans le fer et 89 MeV/cm dans le nickel). Enfin, les électrons de plus basse énergie (<100 MeV) sont obligatoirement déviés pas le champ magnétique puissant de l'aimant (1 T).

6.1.1 Spectre

La distribution spectrale du rayonnement X a d'abord été mesurée entre 1 keV et 10 keV à l'aide du spectromètre basse résolution (filtres). La sensibilité de la caméra CCD utilisée pour la mesure étant très faible pour les hautes énergies X, le rayonnement n'a pas été caractérisé au delà de 10 keV. Cette première mesure, présentée sur la figure 6.2 pour une densité électronique $n_e = 8 \times 10^{18} cm^{-3}$, montre un spectre à trois points dans trois bandes spectrales différentes, obtenues par 20 μ m de béryllium, (1 < E < 10 keV), 20 μ m de béryllium et 40 μ m d'aluminium (4 < E < 10 keV) et enfin 20 μ m de béryllium et 25 μ m de cuivre (6 < E < 10 keV). On observe que le spectre est décroissant entre 1 et 10 keV.

Une deuxième mesure (figure 6.3) a été faite pour la même densité électronique ($n_e = 8 \times 10^{18} cm^{-3}$) avec le spectromètre à cristaux plans, et avec un total de 16 points de mesure entre 800 eV et 3 keV. Chaque point représente une moyenne de 10 tirs laser. Ces résultats confirment une décroissance exponentielle du signal X vers les hautes énergies. L'acceptance angulaire du miroir torique (section 5.4.2) étant de 20×10 mrad, les bords du faisceau X, contenant majoritairement les rayons X les moins énergétiques, ne sont pas pris en compte si la divergence du faisceau lui est supérieure, ce qui peut être le cas dans nos conditions expérimentales. La partie basse énergie du spectre peut donc être légèrement sous-estimée. La mesure a été réalisée à l'aide des cristaux de TlAp (2d=25.76A) et d'ADP (2d=10.64A) pour couvrir la gamme spectrale 0.8-3 keV. Le TlAp a été utilisé pour les énergies inférieures à 1.7 keV. Le nombre de photons (/tir/eV/10 mrad) est de 10⁶ à 0.8 keV et de 2 × 10³ à 3 keV.



Fig. 6.2 : Spectre à trois points déterminé dans trois bandes spectrales à l'aide du système de filtres.

6.1.2 Taille de la source

Nous avons mesuré la taille de la source en plaçant un bord franc entre celle-ci et la caméra CCD. Nous sommes dans les conditions représentées sur le schéma de la figure 6.4, le bord est placé à 13 cm de la source, après les aimants déviant les électrons, et la caméra est à 1.97 m de la lame. Le principe de la technique est représenté sur la figure 6.4. On peut distinguer trois zones : une zone de lumière, une zone d'ombre, et une zone de transition qui correspond à la chute de l'intensité du signal X. En appliquant le théorème de Thalès, la taille de la source s est simplement liée à la taille de cette zone d'ombre l par la relation

$$\frac{a}{b} = \frac{s}{l},\tag{6.1}$$

ce qui fait un grandissement égal à 15. Nous avons mesuré la taille de cette zone d'ombre sur l'image expérimentale représentée sur la figure 6.5. La taille de la source s'obtient en mesurant la largeur de la dérivée du profil d'intensité X à mi hauteur. La largeur mesurée correspond à 9 pixels, soit une taille de source de 12 μ m, dimensions similaires à celles de la tache focale du laser (18 μ m à mi hauteur).

6.1.3 Collimation

La figure 6.6 présente le profil d'un faisceau X expérimental typique en trois dimensions pour une densité électronique $n_e = 8 \times 10^{18} cm^{-3}$ et une énergie laser sur cible de 1 J (30 fs). Le demi angle de divergence du faisceau X, mesurée à mi-hauteur (intensité=100 sur la figure) est de 20 mrad. La divergence théorique du faisceau X-Bétatron est K/γ et les



Fig. 6.3 : Spectre mesuré avec le spectromètre à cristaux plans (TlAp et ADP).

rayons X les plus divergents sont émis par les électrons de plus basse énergie. On peut ainsi calculer une limite basse de l'énergie des électrons qui contribuent à l'émission du rayonnement X en supposant que $K = 1 : \gamma > 50$.

6.2 Influence des paramètres plasma sur le rayonnement X

La figure 6.7 présente trois images du profil du faisceau X en champ lointain ainsi que les spectres électroniques correspondants en fonction de la densité électronique n_e . On remarque que les propriétés du faisceau d'électrons et celles du faisceau X sont étroitement liées. En l'absence d'électrons accélérés (image A, $n_e \simeq 3 \times 10^{18} cm^{-3}$), la production de rayons X est très inefficace. Le faisceau d'électrons obtenu à une densité électronique $n_e \simeq 2 \times 10^{19} cm^{-3}$ (image C) est, comme les rayons X, divergent (60 mrad pour les rayons X et environ 50 mrad pour les électrons) et de faible intensité. Il existe une position optimale (lorsque $n_e \simeq 1 \times 10^{19} cm^{-3}$) pour laquelle le faisceau X et les électrons sont les plus collimatés et les plus intenses. Le faisceau X a une divergence de 20 mrad dans ce cas (celle des électrons est de 10 mrad).

6.2.1 Influence de n_e sur le spectre des électrons

La densité électronique du plasma détermine le régime d'accélération d'électrons pour lequel nos expériences sont réalisées. Nous avons mesuré des spectres d'électrons (figure



Fig. 6.4 : Dispositif expérimental pour mesurer la taille de la source. Les distances sont a=13 cm et b=1.97 m.



Fig. 6.5 : Image du bord sur la caméra, profil d'intensité (moyenné le long de la lame) et dérivée correspondants.

6.8) pour différentes densités allant de $3 \times 10^{18} cm^{-3}$ à $1.5 \times 10^{19} cm^{-3}$, ce qui correspond à des longueurs d'onde plasma comprises entre 19 μ m et 8 μ m. Pour chaque densité électronique, nous avons systématiquement enregistré entre 3 et 5 images. Le régime de la bulle et de sillage forcé sont obtenus pour respectivement $c\tau < \lambda_p$ et $c\tau \simeq \lambda_p$ (chapitre 2) si $a_0 > 1$. Comme la dimension de l'impulsion laser $c\tau$ est égale à 9 μ m, on peut s'attendre à se trouver aussi bien dans le régime de la bulle ($n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$) que celui de sillage forcé ($n_e > 1 \times 10^{19} cm^{-3}$) en fonction des fluctuations de l'interaction durant l'expérience. A basse densité ($3 \times 10^{18} cm^{-3}$), on observe très peu ou pas d'électrons sur le scintillateur. Aux densités électroniques comprises entre $4 \times 10^{18} cm^{-3}$ et $6 \times 10^{18} cm^{-3}$, on se trouve théoriquement dans le régime de la bulle ($c\tau < \lambda_p$), mais on observe cependant des composantes caractérisant la signature de spectres Maxwelliens et donc du régime de sillage forcé. Comme cela a été démontré récemment [35], le régime de la bulle étant fortement



Fig. 6.6 : Profil 3D du faisceau X pour une densité $n_e = 8 \times 10^{18} cm^{-3}$.

non-linéaire, la gamme de paramètres expérimentaux (densité électronique et intensité laser) dans laquelle des faisceaux monoénergétiques sont observés est très restreinte. Aux intensités laser que nous utilisons ($I = 3 \times 10^{18} W/cm^2$) il est très vraisemblable que nous soyons à la frontière entre le régime de la bulle et le régime de sillage forcé. Cela s'est vérifié au niveau expérimental, où environ 1 tir sur 5 seulement montre un spectre d'électrons quasi-monoénergétiques. Dans le cas du moyennage du signal X sur plusieurs tirs laser, ces faisceaux monoénergétiques ne sont pas nécessairement représentatifs des conditions dans lesquelles nous avons obtenu du rayonnement X-Bétatron. Si l'on s'intéresse maintenant aux spectres obtenus à des densités plus hautes ($n_e = 1.5 \times 10^{19} cm^{-3}$), on obtient toujours des spectres Maxwelliens caractéristiques du régime de sillage forcé car $c\tau \simeq \lambda_p$. Comme la dimension verticale de l'image représente la divergence naturelle du faisceau d'électrons, la résolution spectrale est beaucoup moins bonne qu'aux densités pour lesquelles le faisceau est mieux collimaté. On a par conséquent des informations moins précises sur le spectre à ces hautes densités.

6.2.2 Influence de n_e sur l'intensité des rayons X

La figure 6.9 présente l'évolution de l'intensité du rayonnement X intégré sur toute la surface du faisceau pour des énergies supérieures à 1 keV en fonction de la densité électronique (de $3 \times 10^{18} cm^{-3}$ à $6 \times 10^{19} cm^{-3}$). Chaque point expérimental correspond à un moyennage sur 10 tirs laser. On observe que le signal X est maximum pour une den-



Fig. 6.7 : Profils du faisceau X et spectres électroniques correspondants en fonction de la densité pour (A) $n_e \simeq 3 \times 10^{18} cm^{-3}$, (B) $n_e \simeq 1 \times 10^{19} cm^{-3}$ et (C) $n_e \simeq 2 \times 10^{19} cm^{-3}$.



Fig. 6.8 : Images du spectre d'électrons en fonction de la densité électronique

sité électronique $n_e \simeq 10^{19} cm^{-3}$. En deçà de cette densité optimale, le signal X décroît très rapidement. Dans ce cas, le nombre d'électrons piégés par l'onde plasma est trop faible, et on n'observe d'ailleurs pas d'électrons sur le spectromètre. Pour des densités supérieures à $n_e \simeq 10^{19} cm^{-3}$, le signal diminue jusqu'à atteindre un plateau. Cette chute est une conséquence directe du déferlement dans le mécanisme d'accélération d'électrons. En effet, à haute densité les électrons participant à l'onde plasma sont piégés par celle ci plus rapidement, ce qui provoque sa perte de structure et l'amortissement de son amplitude. Une simulation PIC a été réalisée avec le code VLPL [74] pour les mêmes conditions d'interaction laser-plasma. Les résultats sont présentés sur la figure 6.9 et comparés aux résultats expérimentaux. La simulation PIC reproduit bien le comportement de la courbe expérimentale, à savoir une montée raide, puis une chute plus lente après la densité optimale. Cette densité électronique seuil pour laquelle l'intensité du rayonnement X est maximale est plus faible dans le cas des résultats de la simulation PIC.

La figure 6.10 présente l'évolution du profil spatial et spectral du faisceau en fonction



Fig. 6.9 : Variation expérimentale (cercles) et théorique (carrés) de l'intensité X en fonction de la densité électronique.

de la densité électronique. Ces résultats sont obtenus à l'aide de la caméra CCD visible qui image le scintillateur. Les quatre parties de l'image correspondent au signal mesuré à travers les filtres de Be, Al, Nb et Sn respectivement. Comme sur la courbe expérimentale de la figure 6.9, le signal X est maximal pour une densité électronique seuil (ici $6 \times 10^{18} cm^{-3}$). Il y a cependant une légère incertitude sur la densité électronique à laquelle le rayonnement X est maximal car sur la figure 6.9 le maximum est obtenu pour $n_e \simeq 10^{19} cm^{-3}$ et sur la figure 6.10 pour $n_e \simeq 6 \times 10^{18} cm^{-3}$. Les deux séries de mesures (figure 6.9 et figure 6.10) n'ayant pas été faites pendant la même expérience, cette incertitude sur la densité à laquelle l'intensité du rayonnement X est maximale provient sûrement de la variation des conditions expérimentales (paramètres laser, condition de vide dans l'enceinte et position de la buse) d'une expérience à l'autre.

6.2.3 Influence de n_e sur le spectre des rayons X

Nous avons étudié la variation du spectre X en fonction de la densité électronique à l'aide des spectromètres à filtres et à cristaux plans présentés au chapitre précédent. La figure 6.11 présente le résultat dans le cas des filtres pour trois densités électroniques $(6 \times 10^{18} cm^{-3}, 1 \times 10^{19} cm^{-3}$ et $1.5 \times 10^{19} cm^{-3}$). Chaque spectre est une moyenne sur les quatre tirs dont les images sont présentées sur la figure 6.11. Les variations tir à tir observées sont supérieures à celles du laser, estimées à 10%, et traduisent la forte non-linéarité du régime d'interaction de nos conditions expérimentales. Nous avons aussi mesuré les spectres d'électrons (figure 6.12) correspondants aux images des faisceaux X de la figure 6.11. Pour $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$, on observe sur le spectre d'électrons des fluctuations



Fig. 6.10 : Images du faisceau X en fonction de la densité électronique.

qui traduisent également la non linéarité du régime d'interaction de nos expériences. Les fluctuations de l'énergie maximale sont estimées à 30% et certains spectres présentent une composante mono-énergétique plus marquée. A plus haute densité électronique ($n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$ et $n_e = 1.5 \times 10^{19} cm^{-3}$), pour des périodes plasma valant respectivement 10.5 et 8.6 μ m, on se rapproche théoriquement du régime d'accélération d'électrons par sillage forcé ($c\tau \simeq \lambda_p$, où $c\tau \simeq 9 \ \mu$ m).

Du fait de ces fluctuations, il y a très peu de différence entre le spectre X mesuré à $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ et $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$ aussi bien en intensité qu'en énergie (figure 6.10). Le spectre X devient moins énergétique à haute densité électronique ($n_e = 1.5 \times 10^{19} cm^{-3}$).

Une mesure plus précise du spectre, présentée sur la figure 6.13, a été réalisée avec le spectromètre à cristaux plans pour $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$, $n_e = 8 \times 10^{18} cm^{-3}$ et $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$.

Les résultats montrent que le spectre X ne dépend pas violemment de n_e dans la gamme de densités électroniques pour lesquelles la source X-Bétatron est efficace. La fluctuation des spectres électroniques (et donc de l'interaction) ne fait pas varier de manière



Fig. 6.11 : Spectre X à trois pour trois densités électroniques avec les images mesurées associées.



Fig. 6.12 : Spectres électroniques pour trois densités électroniques avec les images mesurées associées.


Fig. 6.13 : Spectre X mesuré entre 800 eV et 3 keV pour 3 densités électroniques à l'aide du spectromètre à cristaux plans. Chaque point est un moyennage sur 10 tirs laser.

significative le spectre X.

6.2.4 Influence de n_e sur la divergence des rayons X

La variation de la divergence du faisceau X en fonction de la densité électronique du plasma est présentée sur la figure 6.14. Nous pouvons observer que celle ci augmente de 40 mrad à 60 mrad lorsque la densité électronique varie de $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ à $n_e = 1.5 \times 10^{19} cm^{-3}$. La divergence du faisceau dépend du paramètre K (chapitre 3, $\theta = K/\gamma$). En considérant que $\gamma \simeq 200$, on obtient $K \simeq 8$, ce qui correspond à un régime wiggler (K > 1). Comme K augmente avec la densité électronique (équation 3.18), il est donc aussi normal que la divergence suive cette évolution.

6.3 Influence des paramètres laser sur l'intensité des rayons X

6.3.1 Influence de la durée d'impulsion laser sur l'intensité des rayons X

La durée d'impulsion du laser pour laquelle tous les résultats précédents ont été obtenus est de 30 fs. Nous avons modifié le tirage (la distance entre les deux réseaux) du compresseur pour obtenir des durées comprises entre 30 fs et 60 fs et rester dans des



Fig. 6.14 : Variation de la divergence en fonction de la densité électronique

périodes laser comparables à la période plasma. Lors de cette mesure, l'énergie laser est restée constante (1 J sur cible). L'intensité X mesurée entre 1 keV et 10 keV pour une densité électronique $n_e = 6.5 \times 10^{18} cm^{-3}$ correspond au signal filtré par 20 μ m de béryllium. On observe (figure 6.15) une faible diminution de l'intensité X avec la durée d'impulsion laser à énergie constante.



Fig. 6.15 : Intensité X entre 1 et 10 keV en fonction de la durée d'impulsion pour une densité $n_e = 6.5 \times 10^{18} cm^{-3}$ et une énergie laser de 1 J sur cible.

Cette observation ne permet pas de dire si la baisse d'intensité X provient essentiellement de la diminution d'intensité du laser où bien de l'allongement de la durée d'impulsion. L'effet de l'augmentation de la durée de l'impulsion laser a été observé sur le spectre des électrons [33] et a montré que pour des durées plus longues (50 fs), le faisceau d'électrons était plus divergent et contenait plus de surintensités spectrales. Les spectres d'électrons que nous avons observés (figure 6.16) suivent cette même tendance, avec une diminution de la charge quand la durée d'impulsion laser est plus longue. Pour des durées encores plus longues (>50 fs) le signal disparaît complètement. Il est donc normal que cette dégradation du signal se répercute sur les rayons X.



Fig. 6.16 : Spectres d'électrons ($n_e = 6.5 \times 10^{18} cm^{-3}$, E=1 J sur cible) pour deux durées d'impulsions différentes

Comme la durée d'impulsion laser reste comparable à la période plasma (qui vaut 44 fs), il est très vraisemblable que ce soit la diminution d'intensité qui entraîne une dégradation de la charge électronique, et donc du signal X. Pour confirmer ce point, nous avons étudié le signal X en fonction de l'énergie du laser en gardant la durée d'impulsion constante.

6.3.2 Influence de l'énergie laser

Nous avons fait varier l'énergie du laser, à durée d'impulsion et dimension de tache focale constantes, pour observer quelles étaient les conséquences sur les propriétés du faisceau X. Un ou plusieurs lasers de pompe ont été éteints sur le troisième et dernier étage d'amplification de la chaîne laser pour faire varier l'énergie. Cette opération est sans conséquence pour la propagation du faisceau laser car le troisième étage est maintenu à -170°C par cryogénie, supprimant l'influence des effets thermiques sur les propriétés du laser et de la tache focale sur cible. La figure 6.17 présente la variation du signal X en fonction de l'énergie laser pour une durée de 30 fs et une densité électronique $n_e = 6.5 \times 10^{18} cm^{-3}$.

Au delà d'un seuil (500 mJ), on observe une augmentation quadratique du flux X. Nous avons précédemment vu que le nombre de photons X émis par un électron est proportionnel à N_0K , où N_0 est le nombre d'oscillations effectuées par l'électron et K le paramètre de



Fig. 6.17 : Signal X en fonction de l'énergie laser sur cible pour une durée de 30 fs et une densité électronique $n_e = 6.5 \times 10^{18} cm^{-3}$.

force du wiggler plasma, lui même proportionnel à $\sqrt{\gamma n_e} r_0$. Il est difficile de dire quel paramètre, entre γ , r_0 et N_0 , est le plus affecté par la variation de l'énergie laser et est donc à l'origine de la dépendance du flux X avec l'énergie laser. On peut cependant émettre quelques hypothèses. Il a été démontré qu'une baisse d'énergie laser (à durée d'impulsion constante) entraîne une diminution violente de l'énergie et de la charge électronique [33]. De plus, la propagation dans le plasma s'effectue sur une distance plus courte quand l'intensité laser diminue : en plus d'être moins énergétiques, les électrons effectuent moins d'oscillations et produisent moins de flux X. Enfin, lorsque l'intensité laser diminue, la force pondéromotrice, proportionnelle au gradient d'intensité lumineuse, diminue aussi. Les électrons sont donc vraisemblablement injectés avec une amplitude (r_0) plus faible dans le wiggler plasma. Donc tant que la durée d'impulsion laser reste inférieure à 50 fs, c'est principalement la diminution d'énergie laser qui diminue l'intensité des rayons X par rapport à l'augmentation de la durée d'impulsion.

6.4 Autres processus radiatifs

Le concept de la source X-Bétatron présenté dans cette thèse n'est pas le seul à pouvoir produire potentiellement des rayons X durs et collimatés. Les résultats présentés dans ce chapitre sont tous en accord avec les caractéristiques théoriques de la source X-Bétatron (spectre large au keV, taille de la source, collimation et variation avec n_e). Avant de poursuivre plus en avant l'étude du wiggler plasma, cette section permet de discriminer les autres processus radiatifs pouvant produire des faisceaux de rayonnement X keV. Pour cela, je présenterai brièvement leurs mécanismes et pourquoi, au vu de nos résultats expérimentaux, il est impossible que ces processus soient à l'origine des faisceaux de rayons X que nous avons observés.

6.4.1 Diffusion Thomson non linéaire

Dans le cas de la source X-Bétatron, les électrons produisent des rayons X dans le sillage de l'impulsion laser et l'onde plasma où la séparation de charges produit une dynamique oscillante de l'électron. Pour la diffusion Thomson non linéaire, les électrons oscillent directement dans le champ du laser. Cette source, dont le mécanisme est résumé sur la figure 6.18, a été proposée pour produire des rayons X femtoseconde [25], [105]. En régime



Fig. 6.18 : Mécanisme de la diffusion Thomson non linéaire

relativiste, l'effet des champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} du laser devient comparable sur le mouvement des électrons. Leur mouvement devient fortement non linéaire, et les oscillations qu'ils effectuent à la période laser produisent du rayonnement harmonique de la fréquence du laser, où chaque harmonique produit sa propre distribution angulaire. Une signature caractéristique de ce processus de rayonnement a permis une première mise en évidence expérimentale [15] : le signal croît linéairement avec la densité électronique du plasma parce que c'est un processus incohérent. Deux expériences de diffusion Thomson non linéaire ont permis de produire des rayons X dans des gammes d'énergies relativement faibles par rapport à celles obtenues lors de nos expériences. Dans le premier cas [10], il a été observé jusqu'à l'harmonique 30 d'un laser Hybride Titane-saphir/Néodyme :verre à 1.054 μ m (soit environ 35 nm) pour une intensité de l'ordre de $10^{18}W/cm^2$ dans un plasma d'hélium sous dense. Une deuxième expérience [102] a été réalisée sur le laser de la salle jaune du LOA avec une intensité laser de $7 \times 10^{19}W/cm^2$ ($a_0 = 5.6$) et des densités électroniques du plasma d'hélium allant de $10^{18}cm^{-3}$ à quelques $10^{19}cm^{-3}$. Dans cette expérience, un spectre de rayonnement X piqué à 150 eV avec du signal jusqu'à 2 keV a été observé. Dans le cas de l'expérience réalisée au LOA [98], les conditions expérimentales étaient différentes (focale plus courte de 30 cm au lieu de 1 m et $a_0 = 5.6$). Dans cette expérience l'intensité X varie linéairement avec n_e , ce qui n'est pas conforme aux résultats expérimentaux et à la simulation PIC de la figure 6.9. Le faisceau est ensuite beaucoup plus divergent (20°) que celui de la source X-Bétatron (2°). Enfin, il n'y a pas dans cette expérience d'électrons corrélés au rayonnement X puisqu'ils oscillent dans le champ du laser sans être accélérés. La diffusion Thomson non linéaire n'est donc pas à l'origine du rayonnement X observé pendant nos expériences.

6.4.2 Bremsstrahlung relativiste

Le Bremsstrahlung, qui est un phénomène découvert par Nikola Tesla en 1888, veut littéralement dire rayonnement de freinage. Ce rayonnement est produit par la décélération d'une particule chargée par une autre particule. Le spectre de rayonnement est continu et l'énergie maximale des photons émis correspond à l'énergie cinétique maximale de la particule décélérée. Ce rayonnement est essentiellement produit lors des collisions électrons-ions, les autres collisions (ion-ion et électron-électron) produisant un rayonnement négligeable. Dans un plasma chaud, les électrons libres produisent constamment du Bremsstrahlung par leurs collisions avec les ions. Dans un premier cas, il peut résulter de l'agitation thermique des électrons. Ce rayonnement étant isotrope, il n'est pas comparable au rayonnement issu de la source X-Bétatron. En revanche, il existe un deuxième cas où le Bremsstrahlung est relativiste. Il est émis lorsqu'un électron relativiste est dévié au voisinage d'un ion et émet du rayonnement X collimaté. Néanmoins, ce processus étant d'autant plus important qu'il y a de collisions électrons-ions dans le plasma, on devrait observer une augmentation de l'intensité X avec la densité électronique, et non une chute après $n_e \simeq 10^{19} cm^{-3}$. Ensuite, le nombre de photons émis par le Bremsstrahlung relativiste dans nos conditions expérimentales est beaucoup plus faible. Pour s'en convaincre, on peut reprendre l'expression de la puissance X rayonnée par un électron établie par Y. Ueshima [105] en régime relativiste et pour un plasma peu dense :

$$P[W] = 3.24 \times 10^{-8} a_0 (0.6a_0^{3/2} + 1) \left(\frac{1\mu m}{\lambda_l}\right)^2 \left(\frac{Z}{10}\right)^2 \left(\frac{n_i}{10^{20} cm^{-3}}\right), \tag{6.2}$$

où Z représente la charge, n_i la densité d'ions, λ_l et a_0 la longueur d'onde et le potentiel vecteur normalisé du laser. En applicant nos conditions expérimentales à cette formule, on obtient :

$$P[W] = 4.35 \times 10^{-10} W. \tag{6.3}$$

En supposant que l'impulsion X dure 50 fs et que tous les photons sont émis à 1 keV, le nombre de photons X émis par tir laser et pour un électron est égal à

$$N_x = 1.36 \times 10^{-7},\tag{6.4}$$

que l'on peut comparer au nombre de photons X théoriques émis par un électron dans le mécanisme Bétatron

$$N_x = 1.12 \times 10^{-2} N_0 K, \tag{6.5}$$

où en minimisant K = 1 et $N_0=1$ (nombre d'oscillations), il y a cinq ordres de grandeur de différence entre les deux mécanismes. Il faudrait donc beaucoup plus d'intensité laser pour pouvoir produire autant de photons X que la source Bétatron avec le Bremsstrahlung relativiste.

Chapitre 7

Caractérisation expérimentale du wiggler plasma

L'objectif de ce chapitre est de caractériser la structure accélératrice dans laquelle les électrons oscillent et sont accélérés à partir de mesures expérimentales des propriétés du rayonnement X-Bétatron. Nous avons vu dans le chapitre 4 que les propriétés du faisceau X produit par le mécanisme Bétatron dépendent directement des trajectoires électroniques : l'amplitude des oscillations et les coordonnées des vecteurs position et impulsion au moment de l'injection déterminent la répartition spectrale et spatiale du faisceau X. Il existe donc une corrélation directe et mesurable entre les électrons et le rayonnement X. Nous avons mis au point trois méthodes expérimentales [2], [90], [100], utilisant les propriétés spectrales et spatiales du faisceau X-Bétatron dans la gamme spectrale 1-10 keV pour déterminer la position et l'impulsion des électrons au moment de l'injection. Nous allons voir que ces trois méthodes donnent, de manière indépendante, des résultats en très bon accord pour la caractérisation des dynamiques électroniques dans la cavité accélératrice. De plus, si la source doit être utilisée pour des expériences d'application, il est indispensable de pouvoir contrôler le wiggler plasma afin de prévoir le flux, l'énergie et la stabilité du rayonnement X.

7.1 Caractérisation par étude spectrale

7.1.1 Principe

Comme l'ont montré les simulations présentées au chapitre 4, le rayonnement X-Bétatron émis par le wiggler plasma dépend spectralement de l'amplitude d'oscillation, de l'énergie des électrons et de la densité électronique du plasma (équation 3.29). Deux méthodes présentées au chapitre 5 ont été utilisées pour mesurer le spectre de rayonnement X. Le spectromètre basse résolution à filtres a permis une mesure simultanée des propriétés spectrales du faisceau X et des électrons. Nous avons affiné la mesure en utilisant le spectromètre à cristaux plans et en moyennant le spectre de rayonnement X ainsi que les spectres électroniques sur plusieurs tirs. Le spectre électronique expérimental a été utilisé pour calculer, à l'aide du programme présenté au chapitre 4, le spectre de rayonnement X en faisant varier r_0 (amplitude initiale d'oscillation) et p_{z0} (impulsion initiale suivant l'axe z). Ces deux paramètres on été ajustés jusqu'à obtenir une bonne superposition du spectre X calculé et du spectre X expérimental [2]. Les spectres électroniques expérimentaux ont été reconstitués par la méthode décrite dans le chapitre 4, en changeant la longueur d'accélération.

7.1.2 Influence des électrons d'énergie inférieure à 40 MeV non mesurés par le spectromètre

Nous avons vu dans la description du spectromètre à électrons dans le chapitre 5 que la géométrie du système ne permet pas une détection des électrons pour des énergies inférieures à 40 MeV. Il faut donc étudier l'influence de ces électrons sur la production du rayonnement X et préciser la manière dont ils vont être pris en compte dans notre analyse.

La figure 7.1, représente le flux X intégré entre 1 et 10 keV produit par un électron en fonction de son énergie finale pour $p_{z0} = 5$ ($E_0 \simeq 2.5$ MeV) et $p_{z0} = 20$ ($E_0 \simeq$ 10 MeV). L'amplitude initiale des oscillations et la densité électronique du plasma sont respectivement $r_0=3 \ \mu m$ et $n_e = 6.5 \times 10^{18} cm^{-3}$ dans les deux cas. On peut observer que la valeur de l'impulsion initiale p_{z0} ne change que très peu l'allure de la courbe. Pour une énergie finale de 40 MeV, le flux X produit entre 1 keV et 10 keV est trois ordres de grandeur plus faible que le flux X produit par un électron d'énergie finale 160 MeV. Notons aussi qu'à 40 MeV, les autres paramètres que l'énergie finale des électrons étant par ailleurs égaux, l'énergie critique est 16 fois plus petite (E=0.65 keV) que pour un électron à 160 MeV (E=10.4 keV).

La figure 7.2 présente la même variation du flux X simulée en fonction de l'énergie des électrons pour une distribution électronique expérimentale présentée en insert de la figure. Cette distribution électronique expérimentale a été obtenue en moyennant les spectres d'électrons obtenus sur 30 tirs laser, et les paramètres d'injection ($r_0 = 3 \ \mu m, \ p_{z0} = 20$) et plasma ($n_e = 6.5 \times 10^{18} cm^{-3}$) sont identiques à ceux de la figure 7.1. Afin de prendre en compte l'effet des électrons d'énergie inférieure à 40 MeV, nous avons extrapolé la distribution électronique présentée sur l'insert de la figure 7.2 en dessous de 40 MeV. On observe que la contribution maximale des électrons au rayonnement X entre 1 et 10 keV a lieu autour de 120 MeV. Contrairement à la courbe théorique (7.1) la courbe



Fig. 7.1 : Flux X produit par un électron en fonction de son énergie entre 1 et 10 keV.



Fig. 7.2 : Flux X calculé entre 1 et 10 keV pour une distribution d'électrons expérimentale moyennée sur 30 tirs laser et représentée en insert.

obtenue à partir des spectres d'électrons expérimentaux est piquée à 120 MeV, car pour les spectres expérimentaux, la charge correspondant aux électrons à haute énergie (E > 120 MeV) est plus faible. Bien que la charge électronique soit plus importante aux plus basses énergies électroniques, le flux X émis par un électron d'énergie finale 40 MeV est environ 4 fois plus faible que celui émis par un électron d'énergie finale 120 MeV. Les électrons d'énergie inférieure participent donc peu au rayonnement X, on peut donc utiliser les spectres électroniques expérimentaux sur lesquels on observe la coupure à 40 MeV du spectromètre pour notre analyse.

7.1.3 Caractérisation de r_0 à l'aide du spectromètre basse résolution

Observations expérimentales

Pour cette analyse, nous avons utilisé une caméra CCD (Princeton) possédant une très grande surface de détection (16 millions de Pixels, soit 6.2×6.2 cm) pour collecter l'ensemble du faisceau. La caméra étant placée à 60 cm de la source, la taille de l'empreinte du faisceau sur le détecteur mesure environ 3 cm (divergence 50 mrad). Une image typique est présentée sur la figure 7.3 où l'on peut voir le signal X dans les bandes spectrales des filtres de béryllium, aluminium, niobium et étain. On observe également que la répartition énergétique des rayons X dépend de l'angle d'observation (ils sont plus énergétiques au centre). Le spectre à 3 points correspondant est présenté sur la figure 7.4 pour deux densités électroniques, $n_e = 1.5 \times 10^{19} cm^{-3}$ et $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$.



Fig. 7.3 : Faisceau filtré observé sur la CCD à 50 cm de la source.

Analyse

La figure 7.5 montre le résultat de l'analyse pour trois tirs différents mesurés pour une densité électronique $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$. Sur la partie gauche de la figure sont représentés les



Fig. 7.4 : Spectre X à trois points mesuré pour une densité électronique $n_e = 1.5 \times 10^{19} cm^{-3}$ (ronds) et $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ (carrés).

spectres électroniques, et sur la partie droite les spectres X à trois points correspondants. Les trois spectres électroniques présentés sont globalement similaires (énergie maximale $E_{max} \simeq 150 MeV$ et intensité maximale de quelques 10^4 U.A. à 50 MeV), mais il y a des fluctuations tir à tir. Ces fluctuations proviennent majoritairement de l'apparition de composantes monoénergétiques (pics autour de 90 MeV sur les deuxième et troisième spectres). Les spectres X expérimentaux mesurés à l'aide des filtres sont cependant relativement stables tir à tir, notamment en intensité (quelques 10^7 U.A. à 1.5 keV puis décroissants jusqu'à 2×10^7 U.A. à 4.5 keV).

Les spectres X expérimentaux sont comparés aux spectres X théoriques simulés à partir de chaque spectre électronique expérimental correspondant et à l'aide de la méthode présentée au chapitre 4. Pour chaque spectre, nous avons fait la simulation avec différentes valeurs de r_0 (1, 3, 5 et 7 μ m) et $p_{z0} = 40$ (E=20 MeV). La résolution spectrale de l'analyse ne nous permet pas d'ajuster p_{z0} . Pour voir un effet significatif sur les spectres, il faut mettre une valeur beaucoup plus grande (40 MeV) qui, nous le verrons, n'a alors plus de signification physique. Afin d'obtenir un spectre X simulé à trois points comparable avec le spectre expérimental, le programme intègre le signal X correspondant à chaque bande spectrale en prenant en compte l'efficacité du système de détection (filtres, écran phosphore et caméra CCD). Chaque spectre simulé est normalisé par rapport à la première bande spectrale du spectre expérimental.

Si globalement on observe que les résultats expérimentaux sont biens représentés pour un rayon initial r_0 compris entre 2 et 5 μ m, il y a des variations importantes tir à tir et



Fig. 7.5 : Spectre électroniques expérimentaux (à gauche) pour $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ avec (à droite) les spectres X correspondants auxquels sont superposés les résultats de la simulation pour différentes valeurs de r_0 .

en fonction de la bande spectrale considérée. On peut exclure les valeurs $r_0 = 1 \ \mu \text{m}$ et $r_0 = 7 \ \mu \text{m}$. Pour le premier spectre de la figure 7.5, le meilleur ajustement est obtenu pour $r_0 = 3 \ \mu \text{m}$ dans les deux bandes spectrales. On note aussi que le spectre électronique correspondant ne présente pas de composante monoénergétique. Pour les deuxième et troisième spectres, le meilleur ajustement est obtenu pour $r_0 \simeq 2 \ \mu \text{m}$ dans la bande spectrale centrée sur 2.5 keV et pour $r_0 = 5 \ \mu \text{m}$ dans la bande spectrale centrée sur 4.5 keV. Cette différence peut être attribuée à la présence de composantes monoénergétiques dans les spectres électroniques correspondants. Nous avons vu (figure 7.2) que la contribution maximale des électrons au rayonnement X entre 1 et 10 keV se situe autour de 120 MeV. Pour les deuxième et troisième spectres électroniques, les pics sont observés autour de 90 MeV, et donc la charge à plus haute énergie (> 120 MeV) est proportionnellement plus faible. Comme ce sont ces électrons qui contribuent majoritairement au rayonnement X dans la bande spectrale centrée à 2.5 keV pour compenser ce déficit en électrons.

7.1.4 Caractérisation de r_0 à l'aide du spectromètre haute résolution

Effet du moyennage sur l'analyse spectrale

La deuxième méthode consiste à utiliser les spectres mesurés avec le spectromètre à cristaux plans pour effectuer la même analyse, et dans ce cas il faut moyenner les spectres électroniques. En effet, le spectre X mesuré compte un total de seize points répartis de manière homogène entre 800 eV et 3 keV, chaque point expérimental représentant 10 tirs laser. Pour étudier l'effet du moyennage sur nos résultats expérimentaux et sur notre analyse, la figure 7.6 présente trois spectres électroniques obtenus en moyennant respectivement 10, 20 et 30 tirs issus de l'expérience pendant laquelle le spectre X a été mesuré avec le spectromètre à cristaux. La densité électronique utilisée ici est $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$. Nous pouvons observer que les spectres sont lissés. Les composantes monoénergétiques ne sont plus visibles et une distribution d'électrons Maxwellienne est obtenue. Le nombre de tirs moyennés ne change que très peu l'intensité et la pente des spectres électroniques obtenus. La différence au niveau du spectre de rayonnement X simulé est encore plus faible (figure 7.7). Les spectres X issus de la simulation sont obtenus à partir des trois distributions électroniques représentées sur la figure 7.6 pour $r_0 = 1 \ \mu m$ et $p_{z0} = 5$. Bien qu'il y ait des variations importantes tir à tir au niveau du spectre d'électrons (figure 7.5), les simulations présentées sur le spectre X expérimental de la figure 7.7 montrent qu'il est suffisant, pour notre analyse, de ne moyenner que 10 tirs laser.



Fig. 7.6 : Spectres des électrons mesurés pour une densité électronique $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ et représentant une moyenne sur 10, 20 et 30 tirs.



Fig. 7.7 : Spectre X mesuré pour une densité électronique $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$ auquel sont superposées les simulations faites avec 10,20 et 30 spectres d'électrons expérimentaux $(r_0 = 1 \ \mu \text{m et } p_{z0} = 5)$.

Résultats

La figure 7.8 montre le spectre X expérimental mesuré pour une densité électronique $n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3}$. Les spectres X calculés à partir de la distribution électronique de la figure 7.6 sont superposés. Les spectres calculés sont présentés pour différentes valeurs de r_0 et p_{z0} , et ils sont normalisés par rapport au premier point expérimental à 800 eV. Le meilleur ajustement est obtenu pour $r_0 = 1 \ \mu m$ et $p_{z0} = 5$. Lorsque l'on augmente la valeur de r_0 (2 et 3 μ m), tout en gardant $p_{z0} = 5$, la simulation surestime le signal X. La différence est d'autant plus marquée que l'énergie X augmente, ce qui suggère que la pente du spectre expérimental est plus forte que celle du spectre calculé pour des amplitudes initiales supérieures à 2 μ m. Lorsque p_{z0} varie de 5 à 20 (en gardant $r_0 = 1 \mu$ m constant), on observe que la simulation reste satisfaisante tant que $p_{z0} < 10$. En revanche, elle ne l'est plus si $p_{z0} = 20$. Par rapport à la méthode d'analyse spectrale utilisant les spectres à trois points, la détermination de p_{z0} et r_0 est affinée, notamment à cause de la meilleure résolution spectrale. Cette valeur de p_{z0} est également en accord avec le résultat récemment proposé par Lu et al. [57], où $p_{z0} = \omega_0 / \sqrt{3} \omega_p$, ce qui dans notre cas correspond à $p_{z0} \simeq 10$. D'autre part, l'effet de la variation de p_{z0} est moins important que celui de r_0 . On observe que les courbes correspondant à $(r_0 = 1 \ \mu m, p_{z0} = 20, \text{ traits verts})$ et $(r_0 = 2 \ \mu m, p_{z0} = 5, p_{z0} = 5)$ pointillés jaune foncé) sont similaires alors que r_0 est deux fois plus grand et p_{z0} est quatre fois plus grand par rapport à la courbe correspondant au meilleur ajustement. Ce faible impact de p_{z0} pour des valeurs inférieures à 20 montre que les électrons d'énergie inférieure à 10 MeV ne participent pas de manière significative au rayonnement X.



Fig. 7.8 : Spectre X expérimental $(n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3})$ et simulations faites à partir de 10 spectres d'électrons pour différentes valeurs (r_0, p_{z0}) .

Importance de la prise en compte des spectres électroniques expérimentaux

Sur la figure 7.9 sont présentés des spectres X simulés à partir du spectre d'électrons expérimental de la figure 7.6 et de spectres théoriques de la forme $f(E) = A_0 e^{-E/E_0}$ avec E=25 MeV et E=50 MeV. Les températures électroniques E_0 ont été choisies d'après les résultats expérimentaux obtenus lors d'expériences antérieures réalisées dans les mêmes conditions [99]. On observe que les distributions Maxwelliennes théoriques ne parviennent pas à représenter les résultats expérimentaux, et plus particulièrement à haute énergie. Les distributions d'électrons expérimentales s'écartent de la distribution théorique f(E) = A_0e^{-E/E_0} (qui est issue d'un processus à l'équilibre thermique) car le régime d'interaction est fortement non linéaire.



Fig. 7.9 : Spectre X expérimental $(n_e = 6 \times 10^{18} cm^{-3})$ et simulations faites à partir de spectres d'électrons réels et simulés.

7.2 Caractérisation de r_0 par étude spatiale : imagerie X par bord franc

Cette analyse, utilisant l'imagerie du faisceau X par bord franc, a pour but de mesurer avec précision la taille de source et donc de déterminer l'amplitude maximale d'oscillation des électrons [90].

7.2.1 Principe et intérêt

La mesure du diamètre du faisceau X à la source nous donne la valeur maximale de r_0 . En effet, pour une même amplitude initiale d'oscillation r_0 , un électron produira du rayonnement d'autant plus collimaté qu'il est énergétique car la divergence vaut K/γ . La mesure de la taille de la source donne donc la valeur maximale de r_0 qui correspond à l'amplitude d'oscillation des électrons lorsque leur énergie est la plus basse.

En réalité la valeur de r_0 dans le wiggler plasma n'est pas unique, et les électrons sont uniformément distribués perpendiculairement à l'axe au moment de leur injection. Nous avons voulu traduire ce phénomène en simulant le profil de rayonnement X produit à 4 keV par un faisceau d'électrons dont la distribution est Gaussienne (figure 7.10). Le rayonnement X a été calculé en utilisant l'expression analytique 3.85 obtenue par Esarey et al. [26], dans laquelle nous avons considéré le rayonnement X produit sur l'axe, soit :

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = N_0 \frac{6e^2}{\pi^2 c} \gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) K_{2/3}^2(\omega/\omega_c),\tag{7.1}$$

où N_0 est le nombre d'oscillations effectuées par l'électron.



Fig. 7.10 : Profil de la source X sur la caméra produit par une distribution électronique à E=25 MeV et E=100 MeV.

La densité électronique utilisée pour le calcul est $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$ et la largeur à mi hauteur de la distribution des électrons vaut $r_0 = 2.5 \ \mu\text{m}$, avec des particules présentes jusqu'à 8 μ m. On observe sur la figure que le profil transverse de la source X émise par les électrons d'énergie 25 MeV apparaît comme plus grand. La taille de la source est donc plus élevée (maximum d'intensité pour 4 μ m) pour les électrons de basse énergie que pour les électrons de haute énergie (maximum d'intensité pour 2 μ m). La taille de la source produite par les électrons de plus basse énergie (25 MeV) donne donc une limite haute de l'amplitude initiale des oscillations électroniques.

On peut aussi utiliser l'expression de l'énergie critique 3.29. Pour un électron de paramètres ($r_0 = 2.5 \ \mu m$, $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$, E=25 MeV) elle vaut 312 eV alors que pour un électron de paramètres ($r_0 = 2.5 \ \mu m$, $n_e = 1 \times 10^{19} cm^{-3}$, E=100 MeV) elle vaut 5 keV. Dans le cas des électrons à 25 MeV, la valeur $r_0 = 2.5 \ \mu m$ est trop petite pour générer du rayonnement X à 4 keV, et l'intensité X à cette énergie est très faible comparée à la contribution des électrons à 100 MeV. Pour cette énergie d'électrons, la taille de source apparaît comme plus grande, car les rayons X proviennent d'électrons devant effectuer des oscillations de très grande amplitude.

7.2.2 Mesures expérimentales de r_0

Nous avons utilisé le même montage qu'à la section 6.1.2, à savoir une lame de rasoir placée entre la source et la caméra CCD, comme cela est décrit sur la figure 7.11. Nous avons placé la caméra relativement loin de la source (2 m) afin d'obtenir une bonne



Fig. 7.11 : Montage pour l'imagerie de la source X-Bétatron par bord franc.

résolution. La théorie de la diffraction ne s'applique pas de la même manière en champ proche et en champ lointain. En champ lointain, ou diffraction de Fraunhofer, on peut considérer les ondes arrivant sur le détecteur comme des ondes planes. La distance entre l'élément diffractant et le détecteur est grande devant les dimensions de cet élément. En revanche, pour la diffraction de Fresnel (expliquée en annexe B) en champ proche, la sphéricité des ondes doit être prise en compte. Pour distinguer la frontière entre les deux régimes, on utilise le nombre de Fresnel [36] :

$$F = \frac{a^2}{L\lambda} \tag{7.2}$$

où a est la dimension caractéristique de l'ouverture et L la distance entre l'ouverture et le détecteur. La diffraction de Fresnel est valable si F > 1. Dans nos conditions expérimentales (courtes longueurs d'onde), et en considérant une dimension typique a=100 μ m, F=5.



Fig. 7.12 : Observation du faisceau X diffracté par le bord et filtré par (1) 2μ m de cuivre et 25 μ m de béryllium, (2) 25μ m de cuivre et 25 μ m de béryllium et (3) 25 μ m de béryllium. La courbe représente l'intensité moyenne dans la région (1) sur le détecteur en fonction de la coordonnée perpendiculaire à la lame.

Des filtres de 25 μ m de béryllium, 25 μ m de béryllium + 2 μ m de cuivre et 25 μ m de béryllium + 25 μ m de cuivre sont placés devant la CCD pour pouvoir caractériser plusieurs bandes spectrales. Un exemple d'une image obtenue dans ces conditions expérimentales est présenté sur la figure 7.12, avec le profil d'intensité du signal X obtenu en moyennant le signal obtenu perpendiculairement à l'axe de la lame dans la région filtrée par les filtres de béryllium et de 2 μ m de cuivre. La sur-intensité caractéristique de la diffraction de Fresnel au voisinage du bord est clairement visible et s'étend sur environ 5 pixels (100 μ m). Un moyennage identique effectué sur le signal filtré par le Be seulement (figure 7.12.3) révèle un profil d'intensité similaire. Dans la région des rayons X les plus énergétiques (béryllium 25 μ m et cuivre 25 μ m), le signal est trop faible par rapport au bruit pour être analysé. Tir à tir, la position du pic de diffraction fluctuait d'environ 200 μ m sur le détecteur, ce qui correspond à des variations au niveau de la source de dimensions comparables à celles de la tache focale du laser $(18\mu m)$.

7.2.3 Influence des effets de bord de la lame utilisée pour l'imagerie dans la détermination de r_0

Dans le cadre de la diffraction de Fresnel, la figure de diffraction par un bord franc se calcule en utilisant l'intégrale de Fresnel-Kirchhoff [12]. Le calcul complet pour un bord franc est présenté en annexe B, mais dans notre démarche expérimentale nous avons du tenir compte des effets d'absorption et de phase de la lame. En effet, celle ci est une lame de rasoir en fer biseautée d'une épaisseur au bord de 10 microns à travers laquelle des rayons X d'énergie supérieures à 5 keV peuvent partiellement passer. Pour décrire ce phénomène d'interaction macroscopique des rayons X avec la lame de fer, nous utilisons l'indice de réfraction complexe :

$$n = 1 - \delta - i\beta,\tag{7.3}$$

où δ est le décrément de l'indice de réfraction et β le coefficient d'absorption. L'amplitude d'une onde électromagnétique après avoir traversé l'épaisseur t de la lame s'écrit donc :

$$U = U_0 \exp\left(-\frac{2\pi\beta t}{\lambda}\right) \exp\left(-\frac{i2\pi\delta t}{\lambda}\right),\tag{7.4}$$

Comme je l'ai précisé, la lame que nous avons utilisée est biseautée, l'épaisseur du matériau traversée par les rayons X dépend donc de la distance ξ depuis le bord de la lame, et il est donc plus approprié de noter $t(\xi)$ l'épaisseur de fer traversée par les rayons. Les quantités δ et β sont reliées aux facteurs de diffusion atomique par les relations :

$$\delta = K f_1, \qquad \beta = K f_2, \qquad (7.5)$$

où

$$K = \frac{r_0 \lambda^2}{2\pi} \frac{N_A}{A} \rho, \tag{7.6}$$

et où r_0 est le rayon de l'électron (=2.8179 × 10⁻¹⁵m), N_A le nombre d'Avogadro et A et ρ la masse atomique et la densité du matériau. Les constantes δ et β pour le fer sont représentées sur la figure 7.13 [1].

La démarche mathématique est donc la même que dans le calcul présenté en annexe B, à savoir que l'intensité diffractée s'exprime sous la forme

$$I = |B|^2 (C^2 + S^2). (7.7)$$



Fig. 7.13 : Coefficient d'absorption β et décrément de l'indice de réfraction δ pour le Fer.

Dans le calcul des intégrales C et S, on ajoute un terme d'absorption de la forme $e^{-K(\xi)}$ et un terme de phase $\phi(\xi)$ qui s'écrivent (équation 7.4) :

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}\beta t(\xi),\tag{7.8}$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (1 - \delta) t(\xi), \tag{7.9}$$

ce qui donne :

$$C = \iint_{S} e^{-K(\xi)} \cos\left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\right) \left(\xi^2 \cos^2(\delta) + \eta^2\right) + \phi(\xi)\right] d\xi d\eta, \tag{7.10}$$

$$S = \iint_{S} e^{-K(\xi)} \sin\left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\right) \left(\xi^2 \cos^2(\delta) + \eta^2\right) + \phi(\xi)\right] d\xi d\eta.$$
(7.11)

On introduit ensuite les nouvelles variables d'espace u et v en effectuant le changement suivant :

$$\begin{cases} \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\right) \xi^2 \cos^2 \delta = \frac{\pi}{2} u^2, \\ \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\right) \eta^2 = \frac{\pi}{2} v^2, \end{cases}$$
(7.12)

pour obtenir

$$C = \iint_{S} e^{-K(u)} \cos\left[\frac{\pi}{2} \left(u^{2} + v^{2}\right) + \phi(u)\right] du dv,$$
(7.13)

$$S = \iint_{S} e^{-K(u)} \sin\left[\frac{\pi}{2} \left(u^{2} + v^{2}\right) + \phi(u)\right] du dv.$$
(7.14)

Avec un calcul similaire à celui présenté en annexe B, on aboutit à la courbe représentant l'intensité X diffractée sur la caméra en fonction de la position sur le détecteur CCD. Cette courbe, présentée sur la figure 7.14, a été réalisée à l'aide du logiciel Matlab. Sur la partie éclairée de la figure de diffraction, on observe que les franges sont plus contrastées dans le cas du bord franc. Dans la partie sombre (coordonnées négatives), il n'y a pas de signal pour le bord franc idéal, par contre on observe du signal et des franges pour la lame de rasoir.



Fig. 7.14 : Figure de diffraction pour un bord franc et pour la lame de rasoir dans nos conditions expérimentales et pour une source monochromatique (5 keV).

7.2.4 Influence de la polychromaticité de la source

La cohérence d'une source se définit par la possibilité que celle-ci a de produire des effets de diffraction ou d'interférence que l'on peut détecter. Plus le degré de cohérence de la source est important, plus les franges d'interférences sont visibles, ou contrastées. Si l'on considère une source étendue monochromatique et plus seulement un point source, alors chaque portion de la source produit une onde qui atteint le bord avec une phase différente et qui produit ainsi une figure de diffraction différente. La superposition de toutes ces figures peut brouiller les franges. Si ce n'est pas le cas, c'est à dire si la taille de la source n'empêche pas de détecter les franges de diffraction, alors la source possède un certain degré de cohérence spatiale. La diffraction de Fresnel par un bord franc a déjà été utilisée pour mesurer la cohérence spatiale de la source K_{α} produite par interaction laser-plasma [13].



Fig. 7.15 : Figure de diffraction obtenue pour un point source monochromatique (5 keV), pour une distance source-bord de 13 cm et une distance bord-détecteur de 2 mètres.

Si la source n'est plus monochromatique mais possède également une certaine largeur spectrale, ce qui est le cas de la source X-Bétatron, chaque longueur d'onde qui la compose va produire une figure de diffraction différente. La superposition de toutes les figures provenant des différentes longueurs d'onde va, de même que dans le cas d'une extension spatiale, détériorer la figure de diffraction. La polychromaticité de la source est donc un paramètre important à prendre en compte dans notre analyse.

Nous avons estimé l'influence du spectre du rayonnement X-Bétatron en utilisant les spectres obtenus avec les filtres (figure 7.12). Nous avons utilisé une distribution spectrale

de la forme

$$\frac{dI}{d\omega} = e^{-E/E_d},\tag{7.15}$$

où E est l'énergie, en keV, des photons et où E_d est une constante évaluée à l'aide du signal obtenu dans chaque gamme spectrale définie par les filtres. En prenant le rapport du signal obtenu dans la gamme spectrale du filtre de béryllium sur le signal obtenu dans la gamme spectrale du filtre de 2 μ m de cuivre on trouve $E_d = 3.7 \pm 0.4$ keV et en prenant le rapport du signal obtenu dans la gamme spectrale du filtre de 2 μ m de cuivre sur celui obtenu dans la gamme spectrale du filtre de 25 μ m de cuivre on trouve $E_d = 14.2 \pm 1$ keV. Cette décroissance exponentielle du signal en fonction de l'énergie est en parfait accord avec les mesures réalisées à l'aide des spectromètres à cristaux. Un point important à considérer est que la figure de diffraction est observée une fois les rayons X filtrés. Les deux spectres présentés sur la figure 7.16 sont obtenus en convoluant le spectre de la source avec l'efficacité de la caméra et des filtres. Le maximum pour ces deux spectres corrigés est obtenu autour de 4-5 keV.



Fig. 7.16 : Spectres obtenus après filtrage par le filtre de 2 μ m de cuivre, filtre de 25 μ m de béryllium et la caméra CCD pour des distributions spectrales de la forme $\frac{dI}{d\omega} = e^{-E/E_d}$ avec $E_d=3$ keV et $E_d=14$ keV.

La figure 7.17 présente trois profils d'intensité X résultant de la diffraction d'une source ponctuelle par le bord de la lame de rasoir (les effets d'absorption et de phase de ce bord sont pris en compte) dans nos conditions expérimentales. Le premier profil d'intensité correspond à une source X ponctuelle et monochromatique d'énergie 5 keV. Les autres profils correspondent à des sources ayant une distribution spectrale de la forme $\frac{dI}{d\omega} = e^{-E/E_d}$ avec $E_d=3$ keV et $E_d=14$ keV. La principale différence entre la source monochromatique et



Fig. 7.17 : Figures de diffraction produites par la lame de rasoir dans nos conditions expérimentales pour une source monochromatique et deux sources polychromatiques.

les sources polychromatiques se situe au niveau du contraste des franges de diffraction, qui diminue si la largeur spectrale de la source augmente. Dans nos expériences on doit donc s'attendre à ne voir uniquement que la première sur-intensité des franges de diffraction. Cette courbe montre que dans tous les cas les effets de bord de la lame créent un pied dans le profil d'intensité là où normalement un bord franc donnerait un signal nul.

7.2.5 Détermination de r_0 par le profil transverse de la source

Nous avons vu que la largeur spectrale et l'étendue spatiale de la source brouillent les franges sur la figure de diffraction. La figure 7.18 présente le profil d'intensité X perpendiculairement à la lame et moyenné sur 5 tirs laser, et on observe une seule oscillation. A cette courbe expérimentale sont superposées les courbes théoriques de diffraction pour des sources aux caractéristiques spectrales déterminées dans la section précédente. Les trois courbes théoriques correspondent à un point source, et des sources à profil gaussien de largeur 5 μ m et 8 μ m à mi-hauteur. Les courbes théoriques prennent en compte les effets de bord de la lame et aussi les effets du filtrage par les différents composants sur le trajet du faisceau (caméra et filtres). Notons que la qualité du bord n'étant pas ici parfaite (en dehors des effets de transmission et de phase décrits précédemment, elle présentait quelques rugosités), la courbe tracée est une moyenne, le long de l'axe de la lame et dans la région filtrée par le béryllium et les 2 μ m de cuivre, des profils d'intensité X. La visibilité des franges nous permet de donner la courbe correspondant à une source de largeur à

mi hauteur de 8 μ m comme une limite supérieure. L'amplitude maximale des oscillations électroniques r_0 est donc estimée à 4 μ m avec cette méthode. Notons que les profils de faisceaux d'électrons mesurés sur les synchrotrons ont des dimensions transverses 40 fois plus grandes [8].



Fig. 7.18 : Profil de diffraction expérimental, moyenné sur 5 tirs et courbes théoriques pour des sources à profils Gaussiens.

Les résultats des simulations PIC-3D donnant la taille de source dans nos conditions expérimentales sont présentées sur la figure 7.19. Ces simulations montrent la distribution électronique transverse à la sortie du plasma. Les électrons accélérés pris en compte ont ici une énergie supérieure à 100 MeV et le profil électronique est représenté comme étant le long de l'axe de polarisation du laser (perpendiculaire à la lame). La distribution transverse des électrons accélérés est de 4 μ m à mi-hauteur et est en bon accord avec la limite supérieure mesurée par diffraction de Fresnel.

7.2.6 Utilisation du bord franc d'un cristal pour déterminer r_0

La lame de rasoir que nous avons utilisée dans la section 7.2.5 présente des effets de bords que nous avons du prendre en compte. Pour obtenir une meilleure précision sur la mesure, nous avons reconduit cette expérience en utilisant un cristal d'Arseniure de Gallium (AsGa) coupé selon le plan cristallographique (111). Le bord franc obtenu par clivage est plus net et on s'attend donc à ne pas observer les effets d'absorption obtenus avec la lame de rasoir. La figure 7.20 présente le profil transverse d'intensité X mesuré le long du cristal dans ce cas. Contrairement à la figure 7.12, on n'observe pas de rayonnement X dans la zone d'ombre : pour $-500 < x < 0 \ \mu$ m, l'intensité est en effet nulle. Dans la



Fig. 7.19 : Distribution transverse des électrons accélérés à des énergies >100 MeV obtenues à partir de simulations PIC.

zone de lumière (x > 0) on observe la première sur-intensité des franges de diffraction, mais il n'y a toujours qu'une seule oscillation à cause de la polychromaticité de la source.



Fig. 7.20 : Profil d'intensité X obtenu avec le cristal AsGa.

La figure 7.21 présente le profil expérimental auquel sont superposés les profils théoriques pour une source polychromatique (caractéristiques de la figure 7.16) ponctuelle et de largeur à mi-hauteur 5 μ m. La meilleure qualité du bord franc permet d'obtenir une valeur maximale $r_0 = 2.5 \ \mu$ m.



Fig. 7.21 : Profil de diffraction expérimental (cristal AsGa), moyenné sur 5 tirs et courbes théoriques pour des sources à profils Gaussiens.

7.3 Caractérisation de r_0 par étude spatiale : faisceaux X en champ lointain

Dans cette dernière méthode de détermination des paramètres du wiggler plasma, nous nous intéressons au profil des faisceaux de rayons X en champ lointain [100]. Nous avons vu au chapitre 4 que les conditions d'injection (position $r_0(x_0, y_0, z_0)$ et impulsion $p_0(p_{x0}, p_{y0}, p_{z0})$) déterminent la nature de la trajectoire électronique et donc le profil du faisceau X en champ lointain (circulaire, elliptique plein ou creux). En ajustant les paramètres p_0 et r_0 on peut corréler les profils expérimentaux et théoriques pour obtenir les informations sur les conditions d'injection des électrons dans le wiggler plasma.

7.3.1 Conditions et observations expérimentales

La mise en oeuvre des diagnostics expérimentaux pour cette analyse est relativement simple. Nous avons placé, comme indiqué sur la figure 7.22, la caméra de grande dimension $(6.2 \times 6.2 \text{ cm})$ à 50 cm de la source X de façon à pouvoir contenir l'empreinte d'un faisceau de 120 milliradians de divergence. Lors de cette mesure, trois différents profils de faisceaux X, illustrés sur la figure 7.23, ont pu être observés. Statistiquement, environ 80% des faisceaux avaient une forme elliptique (B), 10% une forme en anneau (A), constituée de deux lobes, puis 10% une forme ronde (C). Les conditions laser (1J, 30 fs) et d'interaction $(n_e = 1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3})$ sont identiques pour les trois profils, et les différences proviennent



Fig. 7.22 : Dispositif expérimental pour l'analyse des faisceaux X en champ lointain

de la forte non-linéarité de l'interaction. Nous n'avons pour l'instant aucun contrôle sur la forme du profil tir à tir. Nous allons pouvoir interpréter ces différents profils en fonction des conditions d'injection.

Seuls x_0 et y_0 sont déduits en utilisant le profil du faisceau X expérimental. Sur la figure 7.23(a), les divergences mesurées de l'ellipse sont $\theta_x \simeq 50$ mrad et $\theta_y \simeq 20$ mrad. La divergence des deux lobes est de 15 mrad. Sur la figure représentant le profil expérimental, la totalité de l'ellipse n'est pas visible. Les bords droits et gauche contenant principalement les rayons X d'énergies inférieures à 2 keV, et la caméra étant équipée d'une fenêtre de 500 μ m de béryllium, cette partie du faisceau n'est pas détectable. Sur la figure 7.23(b), l'ellipse est pleine avec des divergences $\theta_x \simeq 50$ mrad et $\theta_y \simeq 10$ mrad. Comme nous sommes dans un régime wiggler, K est supérieur à 1 et :

$$\gamma > \frac{1}{\max(\theta_x, \theta_y)},\tag{7.16}$$

ce qui signifie que nous avons, au vu des résultats obtenus, $\gamma > 100$. L'énergie maximale des électrons ayant été mesurée à 150 MeV lors de cette expérience, la valeur de γ (pour les électrons contribuant au rayonnement X) est donc comprise entre 100 et 300. En considérant cet intervalle pour l'énergie des électrons et en connaissant les divergences des faisceaux dans les deux directions, on peut estimer des intervalles pour les paramètres de force K_x et K_y . Pour la figure 7.23(a), on obtient $5 < K_x < 15$ et $2 < K_y < 6$. Sachant que

$$K_x = \gamma k_\beta x_0,$$

$$K_y = \gamma k_\beta y_0,$$
(7.17)

on peut en déduire les valeurs

$$x_{0} = \frac{\sqrt{2c}}{\omega_{p}} \frac{K_{x}}{\sqrt{\gamma}},$$

$$y_{0} = \frac{\sqrt{2c}}{\omega_{p}} \frac{K_{y}}{\sqrt{\gamma}}.$$
(7.18)

Avec les valeurs mesurées ci dessus, on obtient $x_0 = 1.5 \pm 0.5 \mu \text{m}$ et $y_0 = 0.7 \pm 0.2 \mu \text{m}$. On applique ensuite le même raisonnement pour la figure 7.23(b) et on trouve $5 < K_x < 15$ et $1 < K_y < 3$. Pour les excursions maximales des trajectoires, on trouve ensuite $x_0 =$ $1.5 \pm 0.5 \mu \text{m}$ et $y_0 = 0.3 \pm 0.1 \mu \text{m}$. Ici, la divergence du faisceau θ_y (la plus petite) vaut $1/\gamma$. La simple analyse des profils de faisceaux X en champ lointain donne accès, de manière très rapide et intuitive, aux caractéristiques des trajectoires avec beaucoup de précision. Les valeurs trouvées sont également en bon accord avec la méthode spectrale et la méthode d'imagerie par bord franc.

7.3.2 Comparaison des simulations avec les profils expérimentaux

La figure 7.23 présente également les profils de faisceaux X simulés, intégrés entre 2 et 10 keV. Pour modéliser le profil en forme d'anneau, nous avons considéré $x_0 = 1.2 \ \mu m$, $p_{x0} = 0, p_{y0} = 2.7$ et $\gamma = 200$. Pour modéliser l'ellipse pleine, les conditions initiales sont $x_0 = 1.5 \ \mu m, \ p_{x0} = 0, \ p_{y0} = 0 \ et \ \gamma = 200$, ce qui concorde bien avec les observations expérimentales. La très bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et le modèle théorique considérant un seul électron indique que les particules effectuent probablement toutes les mêmes trajectoires lors de l'interaction, les conditions d'injection déterminant la nature de ces trajectoires. Statistiquement, nous avons observé une majorité (80%) d'ellipses pleines dont le grand axe était le plus souvent dirigé le long de l'axe de polarisation du laser. Cela peut s'expliquer par le fait que l'interaction des électrons avec l'arrière de l'impulsion laser peut accroître l'amplitude du mouvement dans la direction de polarisation du laser, ce qui a récemment été expérimentalement vérifié [61]. Le dernier profil observé est obtenu en superposant les contributions de différentes trajectoires électroniques, réparties de façon homogène autour de l'axe de propagation. Pour la simulation correspondante, 12 trajectoires électroniques différentes ont été prises en compte où $p_{y0} = 0$ et où les électrons sont initialement distribués sur un cercle de 1.2 μ m de rayon autour de l'axe.

La figure 7.23 présente enfin deux profils X simulés avec l'accélération des électrons.



Fig. 7.23 : Profils X expérimentaux et profils X simulés sans et avec accélération des électrons pour $n_e = 10^{19} cm^{-3}$.

Les paramètres utilisés pour la simulation de l'ellipse creuse sont $x_0 = 2 \ \mu m$ et $p_{y0} = 1.5$, et pour l'ellipse pleine $x_0 = 1.5 \ \mu m$ et $p_{y0} = 0$. Les électrons sont accélérés jusqu'à 150 MeV sur une distance de 500 μm dans les deux cas. La prise en compte de cette accélération modifie la structure du profil spatial : il y a une meilleure corrélation avec les profils expérimentaux (surtout pour l'ellise creuse), mais cela ne change pas de manière significative la valeur de r_0

7.4 Synthèse des résultats donnés par les trois méthodes

Les résultats donnés par les trois méthodes d'analyse des caractéristiques du wiggler plasma à partir des propriétés du rayonnement X sont présentés dans le tableau 7.1. Les valeurs de K pour la méthode par analyse spectrale et la méthode d'imagerie X par bord franc ont été calculées en utilisant la valeur de r_0 et l'énergie moyenne des électrons dans la formule 3.18. Les impulsions sont données en fonction de la méthode utilisée (p_{z0} pour la méthode spectrale et p_{y0} pour l'observation des profils en champ lointain).

	Méthode Spectrale	Méthode spatiale I	Méthode spatiale II
Rayon d'injection	$r_0 = 1 \mu \mathrm{m}$	$r_0 < 2.5 \mu \mathrm{m}$	$r_0 = 1.5 \pm 0.2 \mu \mathrm{m}$
Paramètre K	$\simeq 5$	< 13	5 < K < 15
Impulsion	$p_{z0} = 5$	—	$p_{y0} = 1.5$

Tab. 7.1 : Synthèse des paramètres du wiggler plasma.

Chapitre 8

Conclusion et perspectives

8.1 Résultats obtenus pendant la thèse

Le travail réalisé au cours de cette thèse a permis la mise en évidence et la caractérisation expérimentale d'une source compacte de rayonnement X aux propriétés remarquables, la source X-Bétatron. C'est notamment la première fois que du rayonnement X dur collimaté est produit par laser. En focalisant un laser ultraintense (30 TW, 30 fs) sur un plasma d'hélium, la force pondéromotrice associée au gradient d'intensité lumineuse expulse les électrons du plasma d'hélium formant une cavité accélératrice dans le sillage de l'impulsion laser. Certains électrons piégés à l'arrière de cette structure sont accélérés et oscillent pour produire, comme dans un synchrotron, du rayonnement X. Ce rayonnement X est collimaté et polychromatique (de 1 jusqu'à 10 keV dans nos conditions expérimentales).

Nous nous sommes tout d'abord intéressé aux caractéristiques théoriques de la source X-Bétatron en présentant son analogie avec le synchrotron. Cependant, dans ce mécanisme les oscillations des électrons sont gouvernées par des effets électrostatiques de séparation de charges dans le plasma et non par des onduleurs magnétiques. L'accélération des électrons et leur oscillation ont donc lieu simultanément sur une échelle beaucoup plus petite que celle des synchrotrons. La courte période des oscillations (200 μ m) permet d'atteindre le rayonnement X keV avec des faisceaux d'électrons de quelques 100 MeV seulement. La description de la source en terme de puissance et d'intensité spectrale peut être faite comme pour un synchrotron, en sachant que la source X-Bétatron peut être quantifiée à l'aide de trois paramètres : le paramètre de force K, l'énergie critique $\hbar\omega_c$ et le flux de photons N_x . Ces trois paramètres dépendent de la densité électronique du plasma, de l'énergie des électrons et de l'amplitude des oscillations.

Ensuite, la simulation théorique du rayonnement X-Bétatron a été étudiée en détail. Un

programme utilisant le modèle simple d'un électron se propageant dans un canal plasma à symétrie de révolution cylindrique caractérisé par un champ électrostatique centré sur l'axe a servi à modéliser le rayonnement X. Ce programme a permis d'étudier le système en fonction des différents paramètres de la source, c'est à dire l'énergie des électrons (γ), la densité électronique du plasma (n_e), l'impulsion (p_0) et la position (r_0) initiales. Ce code a montré qu'il est important de prendre en compte la simultanéité de l'accélération et des oscillations électroniques. Les paramètres influencent les propriétés de la source à deux niveaux :

- 1. Influence sur les propriétés spatiales. Les coordonnées d'injection (position $r_0(x_0, y_0, z_0)$ et impulsion $p_0(p_{x0}, p_{y0}, p_{z0})$) conditionnent trois types de trajectoires électroniques (plane, circulaire, elliptique) produisant différents profils de rayonnement X, de forme elliptique pleine, creuse ou circulaire. La prise en compte des paramètres du faisceau d'électrons (énergie, position et impulsion) modifie aussi la forme du profil de faisceau X.
- 2. Influence sur les propriétés spectrales. L'énergie des électrons et l'amplitude d'oscillation des électrons augmentent le flux et l'énergie X produite. L'énergie initiale avec laquelle les électrons sont piégés dans la structure accélératrice doit être prise en compte. Les spectres électroniques à distribution Maxwellienne sont calculés en faisant varier la longueur d'accélération des électrons (jusqu'à 600 μ m) et en gardant le champ électrique fixe ($\simeq 250 \text{ GV/M}$).

Les simulations PIC 3D ont également mis en évidence les caractéristiques du rayonnement X : spectre large maximal à 1 keV et faible divergence (50 mrad).

Nous avons ensuite mis au point un montage expérimental pour la production de rayonnement X ainsi qu'une série de diagnostics pour caractériser la source. Le laser (1 J, 30 fs) est focalisé à l'aide d'une parabole hors axe de 1 m de distance focale sur le front avant d'un jet de gaz d'hélium de 3 mm de long et de densité électronique $n_e \simeq 10^{19} cm^{-3}$ pour produire du rayonnement X-Bétatron. Les diagnostics utilisés pour caractériser simultanément le rayonnement X et les électrons ont été les suivants :

- 1. Spectromètre à électrons monotir, développé au LOA pour caractériser les faisceaux d'électrons [33] et permettant de mesurer l'énergie des électrons de 40 à 200 MeV.
- 2. Spectromètre X basse résolution à filtres, permettant une caractérisation globale du spectre X entre 1 keV et 10 keV. Le rayonnement X est collecté sur un écran phosphorescent et imagé par une caméra visible CCD.
- 3. Spectromètre X haute résolution à cristaux plans. Le rayonnement X est collecté et focalisé par un miroir torique de grande dimension (30 cm) et diffracté par un cristal pour une mesure du spectre entre 800 eV et 3 keV.

- 4. Spectromètre X haute résolution à cristaux courbes. La courbure du cristal est utilisée pour mesurer une plus large bande spectrale en un seul tir. Le rayonnement X est collecté et focalisé par un miroir cylindrique de grandes dimensions. Ce système a permis de mesurer une gamme spectrale de 200 eV autour de 1.5 keV et 4 keV.
- 5. L'entille polycapillaire. Elle a été utilisée avec succès pour transporter le faisceau loin de la source plasma sans dégrader le flux de photons X en vue de la réalisation d'applications.

La caractérisation expérimentale complète de la source a ensuite été faite à l'aide des différents diagnostics, et l'influence des paramètres de l'interaction (laser et plasma) a été étudiée. Il existe une densité électronique optimale ($n_e \simeq 10^{19} cm^{-3}$) pour produire du rayonnement X-Bétatron dans nos conditions expérimentales. Dans ce cas, le spectre est exponentiellement décroissant, avec un flux instantané de 5×10^6 photons/tir/0.1%BW et du rayonnement jusqu'à 10 keV. La divergence varie de 20 à 50 mrad (fluctuations tir à tir) et augmente avec la densité électronique. La variation des paramètres laser (durée et énergie) a montré que les propriétés de la source X-Bétatron se dégradent très vite lorsque l'on augmente la durée d'impulsion ou l'on diminue l'énergie. Il est donc utile de donner les paramètres optimum pour produire du rayonnement X-Bétatron dans nos conditions expérimentales :

Paramètres	Spécifications	
Densité électronique n_e	$10^{19} cm^{-3}$	
Energie laser	1 J sur cible	
Durée d'impulsion	30 fs	
Focale de la parabole	1m (f/D=18)	
Intensité laser	$3 \times 10^{18} W/cm^2$	
	1.2	

Tab. 8.1 : Paramètres optimum pour produire du rayonnement X-Bétatron.

Enfin, nous avons mis au point trois techniques expérimentales pour caractériser le wiggler plasma, et notamment les conditions d'injection (amplitude et impulsion) :

- 1. Méthode par analyse spectrale. Les spectres électroniques expérimentaux ont été utilisés pour comparer les spectres X expérimentaux aux spectres X calculés en faisant varier l'amplitude initiale des oscillations et l'impulsion initiale p_{z0} . Le meilleur résultat a été obtenu pour $r_0 = 1 \ \mu m$ et $p_{z0} = 5 \ (2.5 \text{ MeV})$.
- 2. Méthode d'imagerie par bord franc. La figure de diffraction par un bord produite par la source X-Bétatron a été observée dans le formalisme de la diffraction de Fresnel. En prenant en compte la largeur spectrale de la source ainsi que son étendue spatiale, nous avons mesuré une amplitude d'oscillation des électrons inférieure à 2.5 μ m.
3. Méthode d'analyse des profils de faisceaux X en champ lointain. Nous avons comparé les profils de faisceaux X simulés aux profils observés expérimentalement. Cette méthode a démontré, avec une résolution inférieure au micromètre, une amplitude d'oscillation de 1.5 μ m, ainsi qu'un paramètre de force du wiggler plasma K de l'ordre de 10.

Pour conclure sur les propriétés de la source X-Bétatron, je présente sous forme de tableau ses principales caractéristiques, obtenues pour les paramètres du tableau 8.1.

Paramètres	Spécifications
Energie moyenne des électrons	$120 { m MeV}$
Amplitude des oscillations	$1 \ \mu \mathrm{m}$
Période des oscillations	$200 \ \mu \mathrm{m}$
Nombre d'oscillations	$\simeq 5$
Energie	1-10 keV
Collimation	$50 \mathrm{mrad}$
Taille	$< 5~\mu{ m m}$
К	$\simeq 10$
Flux instantané (1 keV)	5×10^6 photons/tir/0.1% BW
Flux moyen $(1 \text{ keV}, 10 \text{ Hz})$	5×10^7 photons/s/0.1% BW
Brillance moyenne (1 keV)	$5 \times 10^7 \text{ photons/s/mm}^2/\text{mrad}^2/0.1\%\text{BW}$

Tab. 8.2 : Caractéristiques expérimentales de la source X-Bétatron

8.2 Perspectives

8.2.1 Durée de la source X-Bétatron

L'unique paramètre de la source X-Bétatron n'ayant pas été étudié dans ces travaux de thèse est sa durée d'impulsion. En principe, cette durée est déterminée par la longueur du paquet d'électrons piégés dans le wiggler plasma et émettant le rayonnement X. Si l'on suppose que la structure accélératrice se propage avec une vitesse de phase v_{ph} pendant que les électrons sont continuellement piégés dans la cavité, et que ceux ci sont accélérés sur une distance L pendant qu'ils émettent des rayons X se propageant à la vitesse de la lumière c, alors la durée d'impulsion du rayonnement X est $\tau_x = L(c - v_{ph})/c^2$, ce qui, en unités pratiques donne $\tau_x(fs) \simeq 1.5 \times 10^{-18} \times L(mm) \times n_e(cm^{-3}) \times \lambda^2(\mu m^2)$. Avec nos paramètres expérimentaux ($L = 3 \text{ mm}, \lambda = 0.8 \mu \text{m}$ et $n_e = 10^{19} \text{cm}^{-3}$), on obtient $\tau_x \simeq 29$ fs, ce qui est en accord avec la valeur de la durée d'impulsion 25 fs à mi-hauteur estimée d'après les simulations PIC-3D. Des expériences sont en cours au LOA [101] pour mesurer la durée d'impulsion de la source X-Bétatron. Comme il n'existe actuellement aucune technique pour mesurer directement des impulsions de rayonnement X de durée inférieure à 1 ps, il faut utiliser une mesure indirecte. En utilisant le faisceau X-Bétatron pour résoudre une transition de phase ultrabrève connue, on peut donner une limite supérieure à la valeur de la durée d'impulsion. La transition de phase solide-liquide correspondant à la fusion non-thermique dans l'Antimoine d'Indium (InSb) a déjà été résolue avec des sources X ultrabrèves comme la K_{α} ($\tau_x = 350$ fs) où du rayonnement synchrotron ($\tau_x = 80$ fs). Ces expériences ayant démontré une transition de phase de durée égale à 260 fs, il est difficile de mesurer des impulsions de rayonnement X inférieures à 100 fs avec cette méthode. Néanmoins, une première expérience a été réalisée au LOA, dans laquelle un échantillon d'InSb est excité par un faisceau optique (200 mJ, 30 fs) puis sondé par le faisceau X-Bétatron caractérisé pendant cette thèse. La diffraction des rayons X, observée à 1.8 keV, a permis d'estimer avec certitude une durée inférieure à 1 ps, le meilleur ajustement ayant été obtenu pour une durée de 100 fs.

Ces premières mesures sont très encourageantes pour la suite et vont être améliorées en stabilisant la source et en augmentant le rapport signal sur bruit. Les résultats présentés dans ce manuscrit indiquent clairement que l'instabilité de la source provient de la non linéarité de l'interaction qui nous place à la frontière entre le régime de la bulle et le régime de sillage forcé pour l'accélération d'électrons. Une augmentation de l'énergie laser couplée avec un meilleur contrôle de l'injection des électrons dans la cavité permettra d'améliorer ce point. Quand au rapport signal sur bruit, il provient surtout de la proximité du système de détection avec la zone d'interaction. En transportant le faisceau avec une lentille polycapillaire, comme cela a été démontré dans les travaux de cette thèse, on pourra à l'avenir améliorer le rapport signal sur bruit.

8.2.2 Optimisation de la source X-Bétatron

Il reste maintenant à optimiser les principaux paramètres de la source X-Bétatron (flux, énergie, taille, divergence) afin de la rendre attractive pour des expériences d'application. On peut raisonnablement envisager 10⁹ photons/tir/0.1%BW à 100 keV pour une divergence de l'ordre du milliradian d'ici quelques années. L'amélioration des propriétés de la source passe nécéssairement par une optimisation des propriétés des faisceaux d'électrons accélérés dans les plasmas produits par laser car les paramètres quantitatifs de la source X-Bétatron (le paramètre de force K, le flux de photons N_x et l'énergie critique $\hbar\omega_c$) dépendent majoritairement de l'énergie des électrons et du nombre d'oscillations bétatroniques. Outre l'utilisation de lasers pétawatt disponibles dans le futur qui

permettront d'atteindre le GeV, on peut déjà apporter des améliorations notables à la source X-Bétatron avec les installations disponibles actuellement. Pour aller dans ce sens, il faut :

- 1. Augmenter l'énergie des électrons en augmentant la longueur d'accélération. Nous avons vu que dans le cas de nos expériences, l'accélération s'arrête à cause du déferlement des électrons qui forment l'onde plasma. Il faudrait une intensité laser (PW au lieu des 30 TW actuels) beaucoup plus élevée pour atteindre le GeV dans nos conditions expérimentales. Avec les grands projets en cours, ce sera possible dans le futur, mais des travaux récents [54] ont d'ores et déjà montré qu'il était possible d'accélérer des électrons jusqu'au GeV avec un laser 40 TW en les guidant dans une décharge capillaire sur quelques centimètres. Sur une telle distance les électrons sont susceptibles d'effectuer plus d'oscillations Bétatron et donc de produire plus de flux X.
- 2. Améliorer de la stabilité des électrons en contrôlant leur injection dans la structure accélératrice. Pour le moment, l'injection et l'accélération des électrons sont contrôlées par un seul faisceau laser, et la non linéarité du régime d'interaction rend les spectres électroniques peu stables tir à tir. En utilisant un deuxième faisceau laser contre-propagatif, il est possible de contrôler l'injection des électrons et leur énergie. La collision des deux faisceaux provoque l'injection des électrons dans la cavité accélératrice. Cette expérience a été réalisée sur le laser 30 TW du LOA pour obtenir une source d'électrons monoénergétique de faible divergence (< 5 mrad), accordable entre 15 et 250 MeV avec des fluctuations en énergie inférieures à 10% [29]. En utilisant une telle source d'électrons pour produire du rayonnement X-Bétatron, la corrélation électrons/rayons X et le travail de caractérisation du wiggler plasma établi pendant cette thèse sera beaucoup plus aisé.</p>
- 3. Améliorer l'amplitude des oscillations et découpler l'accélération des oscillations. Pour changer la forme des trajectoires électroniques (augmentation de l'amplitude et de la période) au cours de l'interaction, il faut utiliser des jets de gaz à profil de densité variable. Des simulations sont en cours de réalisation au LOA pour montrer qu'en intercalant sur des faibles distances (< 1 mm) des jets de gaz haute ($10^{19}cm^{-3}$) et basse densité (< $10^{19}cm^{-3}$) on peut augmenter l'amplitude et la période des oscillations pour produire plus de rayonnement X.

8.2.3 Comparaison de la source X-Bétatron avec les autres sources

La figure 8.1 compare le flux X moyen de la source X-Bétatron avec celui d'autres sources existantes ou en projet [83]. Les courbes en traits pleins représentent les sources



Fig. 8.1 : Flux X instantané produit par différentes sources existantes (traits pleins) ou en projet (traits pointillés).

existantes et les courbes en traits pointillés sont le résultat de simulations. La courbe en pointillés noirs représente le rayonnement X-Bétatron théorique d'un faisceau d'électrons d'énergie 1 GeV, de charge 1 nC, et effectuant 40 oscillations Bétatron sur 10 cm. Le flux X moyen de cette source est comparable à celui d'un faisceau synchrotron (ALS) auquel la méthode de découpage temporel du paquet d'électrons (slicing) est appliquée. Le faible flux instantané pour le synchrotron dans ce cas $(10^3 \text{ photons/tir/}0.1\%\text{BW})$ est compensé par le taux de répétition élevé (40 kHz) qui pour la source Bétatron est limité par la cadence des lasers ultraintenses (10 Hz). Le flux issu d'un synchrotron comme SOLEIL est 4 ordres de grandeur au dessus de celui de la source Bétatron, mais la durée d'impulsion (ps) rend la résolution temporelle des expériences d'application moins bonne. Les lasers a éléctrons libres (TESLA en Allemagne et LCLS aux Etats-Unis) vont d'ici quelques années fournir un flux de photons 5 ordres de grandeur au dessus de celui des synchrotrons actuels, avec une durée autour de 100 fs. Cependant, ces installations utilisant des accélérateurs linéaires ne permettent pas de synchronisation intrinsèque avec un laser nécessaire pour déclencher une réaction à l'échelle femtoseconde. Enfin, bien que le flux de photons X moyen à la source soit plus important (4 ordres de grandeur) pour la source K_{α} laserplasma que pour la source X-Bétatron, la collimation de notre source la rend plus efficace pour collecter le rayonnement pour des expériences d'application.

8.2.4 Applications de la source X-Bétatron

Avec le flux instantané $(5 \times 10^6 \text{ photons/tir/0.1\%BW})$ et la brillance moyenne $(5 \times 10^7 \text{ photons/s/mm}^2/\text{mrad}^2/0.1\%\text{BW})$ de la source X-Bétatron, on peut déjà envisager des expériences d'application, le but étant, avec les améliorations qui lui seront apportées, de créer une ligne de lumière pour les utilisateurs comme dans un synchrotron. Les principaux intérêts de cette source, outre ses propriétés spectrales et de collimation semblables à celles d'un synchrotron, sont sa courte durée (30 fs), sa petite taille, son énergie potentielle (100 keV) et la possibilité de la synchroniser avec un faisceau laser pompe pour des expériences résolues en temps. Pour ces raisons, on peut envisager d'utiliser la source X-Bétatron, actuelle et future pour :

1. Développer des expériences pompe-sonde à l'échelle femtoseconde. Ce type de technique a déjà été réalisé avec la source K_{α} , mais la source X-Bétatron présente deux avantages. Premièrement tous les photons sont utilisables, à l'inverse de la source K_{α} qui est isotrope, et peuvent être facilement collectés pour être transportés loin de la zone d'interaction. Ensuite, la durée d'impulsion de la source X-Bétatron est plus courte : 30 fs au lieu de $\simeq 200$ fs pour la source K_{α} , qui est le temps que mettent les électrons rapides à perdre leur énergie dans la cible solide pour arracher les électrons des couches internes du matériau. Les expériences pompe-sonde présentent aussi un intérêt dans les domaines de la fusion par confinement inertiel et en astrophysique. La spectroscopie résolue en temps et la diffusion Thomson des plasmas très denses requièrent un rayonnement pénétrant comme du rayonnement X ainsi qu'une résolution temporelle ultrabrève pour étudier la dynamique des populations électroniques dans les plasmas denses [9]. Les mesures résolues en temps de la densité et de la température de ces plasmas permettent de comprendre les différentes interactions entre les particules chargées de ces milieux très denses. A présent, les sources X laser-plasma utilisées dans ces expériences sont obtenues avec des cibles solides faites de métaux lourds (du tantale par exemple), et présentent un spectre continu (Bremsstrahlung) mais couplé avec des lignes d'émission type K_{α} et sont isotropes.

- 2. Faire des expériences d'absorption et de diffraction X résolues en temps pour les études de dynamique atomique et de transitions de phase. C'est en effet impossible avec la source K_{α} car elle est monochromatique. Les expériences d'absorption comme l'EXAFS (extended X-ray absorption fine structure) permettent d'accéder à des informations sur la structure atomique locale des échantillons, au contraire de la diffraction qui permet uniquement de cartographier globalement les cristaux. Le but est de pouvoir observer une dépendance temporelle (à l'échelle femtoseconde) des structures d'oscillation dans le spectre au voisinage du seuil d'absorption [30]. Par exemple, lors de la transition solide-liquide du silicium, la variation spectrale des oscillations au voisinage du seuil K (1.86 keV) est seulement de 10 eV entre les deux structures. Avec le spectre de la source X-Bétatron et les spectromètres à cristaux courbes développés lors de cette thèse, on peut envisager d'observer toute la région spectrale (250 eV) autour du seuil K. Pour s'affranchir du bruit, une telle acquisition nécessiterait environ 1h dans les conditions actuelles à 1 Hz.
- 3. Faire de l'imagerie à haut contraste dans le domaine médical [46]. Nous l'avons vu dans l'étude du wiggler plasma utilisant les propriétés de la diffraction de Fresnel, il faut une petite taille de source et du rayonnement X monochromatique pour pouvoir produire des images contrastées à petite échelle. La faible taille de la source X-Bétatron ($\simeq 1 \ \mu m$) est attractive en ce sens. Par contre il faudrait utiliser un monochromateur (avec des cristaux de diffraction comme dans les synchrotrons) pour obtenir une faible largeur spectrale, au détriment du flux.

Les applications listées ci-dessus sont celles que l'on peut envisager dans un avenir très proche. C'est sans compter l'émergence de projets de systèmes laser PW à l'échelle internationale qui permettront d'améliorer les propriétés de la source X-Bétatron pour que celle-ci puisse être utilisée pour des expériences d'application.

Annexe A

Théorie relativiste simplifiée du rayonnement synchrotron

Cette annexe permet de comprendre les principales propriétés clefs du faisceau X obtenu lors de nos expériences. Comme je l'ai précisé à de nombreuses reprises dans ce manuscrit, ce faisceau possède les mêmes propriétés que celui issu d'un synchrotron, à savoir, des longueurs d'onde de l'ordre de la dizaine d'angströms, une extrême collimation, et un spectre large. J'explique ici, à partir de notions simplifiées de la théorie de la relativité, pourquoi le faisceau possède ces propriétés.

A.1 Comment obtient on du rayonnement X?

Dans une antenne radio classique, la fréquence d'émission de l'onde électromagnétique correspond à la fréquence d'oscillation des charges qui émettent cette onde. Dans un synchrotron, les électrons oscillent avec une périodicité de quelques centimètres, et dans le canal plasma de nos expériences, celle ci est ramenée à quelques centaines de microns. Comment ces électrons peuvent ils alors émettre des rayons X, dont la longueur d'onde (quelques angströms) est bien plus petite que la période des structures oscillatoires? Cela repose essentiellement sur trois facteurs :

Premièrement, les électrons voyagent à une vitesse proche de celle de la lumière c (d'ou leur dénomination d'électrons relativistes). Un tel électron effectue une oscillation complète pendant la période T = L/c où L est la périodicité de la structure. Ainsi, dans le référentiel de la particule, la longueur d'onde d'émission est donnée par $\lambda = L$

Ensuite, cette longueur d'onde se contracte par un effet relativiste appelé contraction de Lorentz.

Enfin, le rayonnement est détecté dans le référentiel du laboratoire, qui est différent

de celui de l'électron. Dans le référentiel de l'expérimentateur, l'électron se déplace avec une vitesse proche de celle de la lumière c. l'émission rayonnement est donc sujette à de l'effet Doppler qui va décaler les longueurs d'onde vers de plus courtes valeurs. Ce phénomène est très courant dans notre quotidien où dans d'autres domaines de la science : une ambulance qui s'approche de nous a un son plus aigu que lorsqu'elle s'éloigne, et le décalage vers le rouge du rayonnement émis par les galaxies est un phénomène bien connu des astrophysiciens qui a permis de caractériser l'expansion de l'univers.

A.2 Transformée de Lorentz

La relativité restreinte repose sur le fait que la vitesse de la lumière c est une valeur qui reste inchangée, même si elle est mesurée dans deux référentiels différents en mouvement l'un par rapport à l'autre.

Considérons un électron se déplaçant à une vitesse u le long de l'axe x. Imaginons une impulsion de lumière émise le long de ce même axe; pendant une période Δt_e , l'impulsion parcourt une distance Δx_e telle que :

$$\frac{\Delta x_e}{\Delta t_e} = c \tag{A.1}$$

Les valeurs Δt_e et Δx_e sont mesurées en se plaçant d'un point de vue de l'électron. En regardant maintenant l'impulsion d'un point de vue de l'observateur (référentiel du laboratoire), alors la position et le temps mesurés passent de x_e et t_e à x_l et t_l . Avant la relativité, il était présumé que l'on avait les relations suivantes :

$$x_l = x_e + ut_e \tag{A.2}$$

$$t_l = t_e \tag{A.3}$$

Cependant, cette règle reste valable pour des vitesses non relativistes, mais si on l'applique ici, elle est en conflit avec le fait expérimental que la vitesse de la lumière ne change pas avec le référentiel. Si l'on voulait calculer la vitesse de l'impulsion dans le référentiel du laboratoire en suivant cette règle, on obtiendrait :

$$\frac{\Delta x_l}{\Delta t_l} = \frac{\Delta x_e + u\Delta t_e}{\Delta t_e} = \frac{\Delta x_e}{\Delta t_e} + u = c + u \tag{A.4}$$

Ainsi, c ne resterait pas invariante contrairement à toutes les évidences expérimentales. On peut s'affranchir de ce problème en adoptant une version modifiée des équations A2 et A3 :

$$x_l = \gamma(x_e + ut_e) \tag{A.5}$$

$$t_l = \gamma(t_e + \alpha x_e) \tag{A.6}$$

où γ et α sont des paramètres que l'on va déterminer en prenant en compte le fait que la vitesse de la lumière ne change pas lorsque l'on change de référentiel. Pour cela on calcule

$$\frac{\Delta x_l}{\Delta t_l} = \frac{\Delta [\gamma(x_e + ut_e)]}{\Delta [\gamma(t_e + \alpha x_e)]} = \frac{\Delta x_e + u\Delta t_e}{\Delta t_e + \alpha \Delta x_e} = \frac{\frac{\Delta x_e}{\Delta t_e} + u}{1 + \alpha \frac{\Delta x_e}{\Delta t_e}}$$
(A.7)

Comme nous l'avons vu $\Delta t_e/\Delta x_e = c$, ce qui doit aussi être le cas pour $\Delta t_l/\Delta x_l = c$, ce qui donne

$$\frac{c+u}{1+\alpha c} = c \tag{A.8}$$

soit $\alpha = u/c^2$. On peut ainsi réécrire les équations A5 et A6

$$x_l = \gamma(x_e + ut_e) \tag{A.9}$$

$$t_l = \gamma (t_e + \frac{ux_e}{c^2}) \tag{A.10}$$

Une implication importante de l'équation A10 est qu'un intervalle de temps Δt_e mesuré d'un point de vue de l'électron (c'est à dire $x_e = 0$) devient

$$\Delta t_l = \gamma \Delta t_e \tag{A.11}$$

dans le référentiel du laboratoire. Evaluons maintenant le paramètre γ en imaginant une impulsion se propageant le long de l'axe y perpendiculaire à l'axe x. Dans le référentiel de l'électron, après un temps Δt_e , l'impulsion a parcouru une distance

$$y_e = c\Delta t_e \tag{A.12}$$

Vu du laboratoire, cette impulsion va se propager dans une direction oblique, comme présenté sur la figure A-1.

Après un temps $\Delta t_l = \gamma \Delta t_e$, elle atteint la distance y_l le long de l'axe y et la distance $x_l = u \Delta t_l$ le long de l'axe x. Ainsi, la distance totale parcourue par l'impulsion est égale à

$$c\Delta t_l = \sqrt{y_l^2 + (u\Delta t_l)^2} \tag{A.13}$$

soit

$$y_l = \sqrt{c^2 - u^2} \Delta t_l = \sqrt{c^2 - u^2} \gamma \Delta t_e \tag{A.14}$$



Fig. A.1 : Impulsion vue des deux référentiels.

D'autre part, la coordonnée y étant perpendiculaire au mouvement de l'électron, celle ci ne change pas lorsque l'on passe d'un référentiel à l'autre, ce qui veut dire que

$$y_e = y_l \tag{A.15}$$

En utilisant les équations A12 et A14 pour y_e et y_l on obtient

$$c = \sqrt{c^2 - u^2}\gamma \tag{A.16}$$

Soit

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\tag{A.17}$$

La paramètre γ est un paramètre fondamental ici appelé facteur de Lorentz relativiste. On note aussi $\beta = u/c$ la vitesse normalisée à la vitesse de la lumière. Ces deux quantités sont utiles pour apporter des corrections relativistes à un certain nombre de paramètres comme l'impulsion ou l'énergie de l'électron. Par ailleurs, le référentiel du laboratoire de coordonnées spatio-temporelles (ct_l, x_l, y_l, z_l) et le référentiel de l'électron de coordonnées spatio-temporelles (ct_e, x_e, y_e, z_e) sont liés par la transformation de Lorentz tels que

$$ct_l = \gamma(ct_e + \beta x_e) \tag{A.18}$$

$$x_l = \gamma(x_e + \beta c t_e) \tag{A.19}$$

$$y_l = y_e \tag{A.20}$$

$$z_l = z_e \tag{A.21}$$

A.3 Energie et masse effective de l'électron

J'ai précisé à plusieurs reprises dans cette thèse qu'au cours de l'accélération la masse effective de l'électron γm_0 , où $m_0 = 9.1 \times 10^{-31} kg$ est la masse de l'électron au repos, augmentait avec l'énergie de l'électron, ayant un impact non négligeable sur le flux X.

Il est très commode de quantifier l'énergie de l'électron plutôt que sa masse. En utilisant la formule d'Einstein $E = m_0 c^2$ on obtient l'énergie de l'électron au repos

$$E = m_0 c^2 \simeq 0.511 MeV \tag{A.22}$$

Maintenant calculons la masse effective de l'électron en raisonnant un instant dans la limite d'une vitesse non relativiste $(u/c \ll 1)$. Dans le référentiel du laboratoire, l'énergie totale de l'électron est égale à la somme de son énergie au repos et de son énergie cinétique, soit

$$E_{tot} = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 u^2 = m_{eff} c^2$$
 (A.23)

On en déduit alors m_{eff} , la masse effective de l'électron

$$m_{eff} = m_0 \left(1 + \frac{u^2}{2c^2} \right) \tag{A.24}$$

Rappelons qu'en régime faiblement relativiste, comme $u/c \ll 1$ on a

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \simeq \frac{1}{1 - \frac{u^2}{2c^2}} \simeq 1 + \frac{u^2}{2c^2}$$
(A.25)

D'où $m_{eff} = m_0 \gamma$, ce qui veut dire que physiquement, le paramètre γ représente le rapport entre l'énergie de l'électron (dans le référentiel du laboratoire) et son énergie au repos.

A.4 Effet Doppler relativiste

Imaginons maintenant, comme illustré sur la figure A-2 une source en mouvement émettant une série d'impulsions ultrabrèves séparées d'une durée T_e les unes des autres. Dans le référentiel de cette source, la fréquence correspondante est donc $\nu_e = 1/T_e$, et la longueur d'onde correspondante $\lambda = cT_e$. Nous pouvons maintenant évaluer la fréquence dans le référentiel du laboratoire en mesurant la durée temporelle entre deux impulsions successives. Supposons que la première impulsion soit émise au temps $t_e = t_l = 0$ s et qu'elle soit détectée par un détecteur placé à une distance A de la position initiale de la source; la détection se produit après un temps A/c après l'émission. La seconde impulsion est émise après un temps T_e qui se transforme en γT_e (eq A11) dans le référentiel du laboratoire. Pendant ce même temps T_e , la source s'est elle aussi déplacée vers le détecteur d'une distance $u(\gamma T_e)$. Ainsi, la seconde impulsion est détectée au temps

$$t_2 = \gamma T_e + \frac{A - u\gamma T_e}{c} \tag{A.26}$$

L'intervalle de temps entre la détection de deux impulsions est donc

$$T_l = t_2 - t_l = \gamma T_e + \frac{A - u\gamma T_e}{c} - \frac{A}{c} = \gamma T_e \left(1 - \frac{u}{c}\right)$$
(A.27)

La longueur d'onde vue par l'observateur est donc

$$\lambda_l = \lambda_e \gamma \left(1 - \frac{u}{c} \right) \tag{A.28}$$

Dans un synchrotron et dans nos expériences, la vitesse de l'électron est très relativiste, soit $u/c \simeq 1$, on peut donc développer

$$\gamma\left(1-\frac{u}{c}\right) = \frac{1-\frac{u}{c}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1-\frac{u}{c}}}{\sqrt{1+\frac{u}{c}}} = \frac{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1+\frac{u}{c}} = \frac{1}{\gamma\left(1+\frac{u}{c}\right)}$$
(A.29)

On a donc

$$\lambda_l \simeq \frac{\lambda_e}{2\gamma} \tag{A.30}$$

La longueur d'onde de la source détectée par l'observateur apparaît donc plus petite que dans le référentiel de l'électron.



Fig. A.2 : Emission de rayonnement d'un électron en mouvement.

A.5 Contraction de Lorentz

D'un point de vue de l'expérimentateur, l'électron oscille avec une certaine périodicité L, que ce soit dans l'onduleur d'un synchrotron ou bien dans un canal plasma. D'un point de vue de la particule, cette période apparaît contractée par un effet appelé contraction de Lorentz .

Pou expliquer cela considérons un objet de dimension L_l d'extrémités x_{l1} et x_{l2} dans le référentiel du laboratoire. On peut très facilement imaginer que cet objet est en fait la période de l'onduleur. Les coordonnées de l'objet dans le référentiel du laboratoire sont liées aux coordonnées dans le référentiel de l'électron par l'équation A9, soit

$$x_{li} = \gamma(x_{ei} + ut_e) \tag{A.31}$$

La dimension $L_e = x_{e2} - x_{e1}$ de l'objet dans le référentiel de l'électron est donc

$$L_e = \frac{L_l}{\gamma} \tag{A.32}$$

En utilisant les équations A30 et A32, sous les effets combinés de l'effet Doppler et de la contraction de Lorentz, un électron oscillant dans un onduleur de période L rayonnera à la longueur d'onde

$$\lambda_l = \frac{L}{2\gamma^2} \tag{A.33}$$

A.6 Collimation du faisceau X

Comme constaté dans les expériences, l'une des principales propriétés du faisceau X obtenu est d'être très collimaté, à l'image d'un faisceau synchrotron. Si l'on considère l'émission de l'électron dans son propre référentiel, la distribution angulaire du rayonnement est typiquement celle produite par une antenne classique, elle est donc très large. Maintenant, considérons un faisceau de lumière spécifique dans le plan xy. Dans le référentiel de l'électron, l'angle d'émission θ_{ye} est déterminé par les composantes c_{xe} et c_{ye} de la vitesse du faisceau, soit

$$\sin(\theta_e) = \frac{c_{xe}}{c_{ye}} \tag{A.34}$$

Comme $c_{ye} = \Delta_{ye}/\Delta t_e$ et $c_{xe} = \Delta_{xe}/\Delta t_e$, alors $c_{xe}/c_{ye} = \Delta_{ye}/\Delta_{xe}$. L'angle d'émission θ_{yl} dans le référentiel du laboratoire est lui donné par le rapport Δ_{yl}/Δ_{xl} . En utilisant les équations A9 et A15, on obtient

$$\theta_{yl} = \frac{\Delta_{yl}}{\Delta_{xl}} = \frac{\Delta_{ye}}{\gamma(\Delta_{xe} + u\Delta t_e)} \propto \frac{1}{\gamma}$$
(A.35)

Les angles d'émission sont donc compressés d'un facteur $1/\gamma$ dans le référentiel du laboratoire. Il faut noter que la distribution angulaire du rayonnement est aussi affectée par les ondulations effectuées par les électrons mais que les effets sont négligeables par rapport aux effets relativistes.

Annexe B

Diffraction de Fresnel sur un bord franc

Dans le formalisme de la diffraction de Fresnel, la taille de l'élément diffractant ne peut pas être négligé par rapport aux distances entre l'image ou l'objet et cet élément. Ce phénomène est d'autant plus vrai que les longueurs d'ondes sont courtes, ce qui dans le cas des rayons X est à prendre en compte. Les ondes incidentes sur la caméra ne peuvent donc plus être considérées comme des ondes planes mais doivent être traitées comme des ondes sphériques.

B.1 Approximations de la diffraction de Fresnel

Dans le cadre de l'approximation de Fresnel, l'amplitude U(P) d'une onde diffractée par une ouverture quelconque au point P dans les conditions décrites sur la figure B1 s'écrit :

$$U(P) = -\frac{jA}{2\lambda} \iint_{S} \frac{e^{jk(r+s)}}{rs} [\cos(n,r) - \cos(n,s)] dS$$
(B.1)

S, A et λ et n sont respectivement la surface de l'ouverture, une constante, la longueur d'onde et la normale au plan contenant l'ouverture.

Lorsque les distances entre le plan contenant l'origine et les points P et P_0 sont grandes comparées à la taille de l'ouverture on peut faire les approximations suivantes, en considérant δ comme l'angle entre la droite P_0P et la normale à l'ouverture.



Fig. B.1 : Définition des paramètres pour la diffraction de Fresnel.

$$\cos(n,r) - \cos(n,s) \simeq 2\cos\delta \tag{B.2}$$

$$\frac{1}{rs} = \frac{1}{r's'} \tag{B.3}$$

qui réduisent l'expression de l'amplitude diffractée à

$$U(P) \simeq -\frac{jA}{\lambda} \frac{\cos \delta}{r's'} \iint_{S} e^{jk(r+s)} dS.$$
(B.4)

Les quantités $r,\,s,\,r'$ et s' peuvent être exprimées en fonction des coordonnées des points $P_0,\,P$ et Q :

$$\begin{cases} r^2 = (x_0 - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2 + z_0^2 \\ s^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 \end{cases}$$
(B.5)

$$\begin{cases} r'^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \\ s'^2 = x^2 + y^2 + z^2 \end{cases}$$
(B.6)

$$\begin{cases} r^2 = r'^2 - 2(x_0\xi + y_0\eta) + \xi^2 + \eta^2 \\ s^2 = s'^2 - 2(x\xi + y\eta) + \xi^2 + \eta^2 \end{cases}$$
(B.7)

Les dimensions de l'ouverture étant petites par rapport à r^\prime et $s^\prime,$ on peut effectuer un

développement limité :

$$\begin{cases} r \simeq r' - \frac{x_0\xi + y_0\eta}{r'} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2r'} - \frac{(x_0\xi + y_0\eta)^2}{2r'^3} \dots \\ s \simeq s' - \frac{x\xi + y\eta}{s'} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2s'} - \frac{(x\xi + y\eta)^2}{2s'^3} \dots \end{cases}$$
(B.8)

L'équation A.4. est plus simple à écrire lorsque l'on utilise les cosinus directeurs :

$$\begin{cases} l_0 = -\frac{x_0}{r'}, & l = \frac{x}{s'} \\ m_0 = -\frac{y_0}{r'}, & m = \frac{y}{s'} \end{cases}$$
(B.9)

et son expression devient alors

$$U(P) \simeq -\frac{jA\cos\delta}{\lambda} \frac{e^{jk(r'+s')}}{r's'} \iint_{S} e^{jkf(\xi,\eta)} d\xi d\eta$$
(B.10)

où

$$f(\xi,\eta) = (l_0 - l)\xi + (m_0 - m)\eta + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) (\xi^2 + \eta^2) - \frac{(l_0\xi + m_0\eta)^2}{r'} - \frac{(l\xi + m\eta)^2}{s'} \right]$$
(B.11)

On retrouve la diffraction de Fraunhofer (en champ lointain) lorsque la source et le point d'observation sont très loin de l'ouverture. Dans ce cas les termes quadratiques et d'ordres supérieurs en ξ et η sont négligeables.

B.2 Intégrales de Fresnel

Pour calculer l'intensité I(P) en un point d'observation P, il faut réécrire l'expression B10 sous une forme plus appropriée :

$$U(P) = B(C+jS) \tag{B.12}$$

 soit

$$I(P) = |B|^2 (C^2 + S^2)$$
(B.13)

 avec

$$B = -\frac{jA\cos\delta}{\lambda} \frac{e^{jk(r'+s')}}{r's'} \tag{B.14}$$

$$C = \iint_{S} \cos[kf(\xi,\eta)] d\xi d\eta \tag{B.15}$$

$$S = \iint_{S} \sin[kf(\xi,\eta)] d\xi d\eta \tag{B.16}$$

Si l'on choisit maintenant comme direction de projection de la droite (P_0P) sur le plan de l'ouverture l'axe x alors les cosinus directeurs vérifient les égalités :

$$l = l_0 = \sin \delta \tag{B.17}$$

$$m = m_0 = 0 \tag{B.18}$$

$$n = n_0 = \cos\delta \tag{B.19}$$

En négligeant les termes de troisième ordre et d'ordres supérieurs dans l'expression de $f(\xi, \eta)$, celle-ci devient :

$$f(\xi,\eta) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) (\xi^2 \cos^2 \delta + \eta^2)$$
(B.20)

Pour exprimer l'intensité diffractée au point P, on effectue un nouveau changement de variable :

$$\begin{cases} \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) \xi^2 \cos^2 \delta = \frac{\pi}{2} u^2 \\ \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) \eta^2 = \frac{\pi}{2} v^2 \end{cases}$$
(B.21)

Ce qui veut dire que

$$d\xi d\eta = \frac{\lambda}{2} \frac{du dv}{\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\right) \cos \delta}.$$
 (B.22)

On peut donc réécrire les expressions des intégrales C et S sous la forme :

$$C = b \iint_{S} \cos\left[\frac{\pi}{2}(u^2 + v^2)\right] du dv \tag{B.23}$$

$$S = b \iint_{S} \sin\left[\frac{\pi}{2}(u^2 + v^2)\right] du dv \tag{B.24}$$

où

$$b = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\right) \cos \delta}.$$
(B.25)

En utilisant les relations de transformation trigonométriques

$$\cos\left[\frac{\pi}{2}(u^2+v^2)\right] = \cos\left(\frac{\pi}{2}u^2\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}u^2\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) \tag{B.26}$$

$$\sin\left[\frac{\pi}{2}(u^2+v^2)\right] = \sin\left(\frac{\pi}{2}u^2\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}u^2\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}v^2\right),\tag{B.27}$$

il suffit, pour calculer C et S d'évaluer les intégrales

$$M(w) = \int_0^w \cos\left(\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau \tag{B.28}$$

$$N(w) = \int_0^w \sin\left(\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau \tag{B.29}$$

Ces intégrales sont connues sous le nom d'intégrales de Fresnel et sont rencontrées dans de nombreux problèmes de diffraction. Leur calcul complet dépasse le cadre de cette thèse, mais leur tabulation et leur propriétés peuvent être trouvées dans la littérature [12], [36]. Pour les deux intégrales, leur valeur lorsque $w \to \infty$ vaut 1/2. Le comportement des intégrales de Fresnel peut être illustré de façon géométrique par la spirale de Cornu, que l'on doit au physicien du même nom, et professeur à l'école polytechnique à la fin du XIX^{eme} siècle. M et N sont reportées sur un graphique en abscisse et ordonnée et sont vues comme étant les coordonnées cartésiennes d'un point P. Lorsque w varie, le point P décrit une courbe, la spirale de Cornu, qui passe par l'origine et qui est symétrique par rapport à celle ci.

B.3 Intensité diffractée par un bord

Pour calculer la figure de diffraction par un bord franc, cela revient à considérer une ouverture qui n'est finie que dans une seule direction, autrement dit :

$$-\infty < \xi < x_0 \tag{B.30}$$

$$-\infty < \eta < \infty \tag{B.31}$$

Ce qui, pour les variables u et v revient à dire :

$$-\infty < u < w \tag{B.32}$$

$$-\infty < v < \infty \tag{B.33}$$

où

$$w = \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}\right)} x_0 cos \delta.$$
(B.34)

Dans ces conditions, les intégrales C et S s'écrivent

$$C = \int_{-\infty}^{w} du \int_{-\infty}^{+\infty} dv \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) \right], \tag{B.35}$$

$$S = \int_{-\infty}^{w} du \int_{-\infty}^{+\infty} dv \left[\sin\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) \right].$$
(B.36)

En utilisant les propriétés de intégrales de Fresnel on calcule :

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{w} \cos\left(\frac{\pi}{2}\tau^{2}\right) d\tau = \int_{-\infty}^{0} + \int_{0}^{w} = M(\infty) + M(w) = \frac{1}{2} + M(w) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi}{2}\tau^{2}\right) d\tau = 1 \end{cases}$$
(B.37)

De même :

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{w} \sin\left(\frac{\pi}{2}\tau^{2}\right) d\tau = \frac{1}{2} + N(w) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2}\tau^{2}\right) d\tau = 1 \end{cases}$$
(B.38)

Les intégrales C et S deviennent donc :

$$\begin{cases} C = b \left[\left(\frac{1}{2} + M(w) \right) - \left(\frac{1}{2} + N(w) \right) \right], \\ S = b \left[\left(\frac{1}{2} + M(w) \right) + \left(\frac{1}{2} + N(w) \right) \right], \end{cases}$$
(B.39)

et en substituant ce résultat dans l'équation B13, on obtient finalement l'expression de l'intensité diffractée :

$$I = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} + M(w) \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + N(w) \right)^2 \right] I^{(0)}, \tag{B.40}$$

où

$$I^{(0)} = 4|B|^2 b^2 \frac{|A|^2}{(r'+s')^2}$$
(B.41)

Annexe C

Panorama des sources de rayonnement X actuelles

Cette annexe présente, de manière plus détaillée que la description fournie dans l'introduction de ce manuscrit, les sources de rayonnement X dur existantes.

C.1 Sources X à onduleurs magnétiques

C.1.1 Synchrotron

A l'origine, un synchrotron est un instrument servant à stocker des particules chargées dans un anneau circulaire de plusieurs centaines de mètres de circonférence. Le synchrotron doit son nom au fait que les particules sont maintenues sur des trajectoires fixes circulaires par de puissants champs magnétiques adaptés de façon synchrone à leur énergie. C'est en 1948 que du rayonnement émanant d'une telle machine a été observé pour la première fois sur le synchrotron de la General Electric aux Etats-Unis. Ce rayonnement émis pas des électrons à 70 MeV a tout d'abord été considéré comme parasite, puis voyant qu'il possédait des propriétés très intéressantes et surtout la possibilité de créer un faisceau de lumière depuis l'infrarouge jusqu'au rayons X durs, des synchrotrons entièrement dédiés à la production de rayonnement électromagnétique ont été construits. Aujourd'hui, il existe une dizaine de synchrotrons en service dans le monde, parmi lesquels l'ESRF à Grenoble, l'APS aux Etats-Unis, Spring-8 au Japon et plus récemment SOLEIL sur le plateau de Saclay. Dans ces instruments de troisième génération, les électrons sont accélérés dans un LINAC (LINear ACcelerator) jusqu'à environ 200 MeV puis transférés dans un accélérateur circulaire où ils sont accélérés jusqu'à quelques GeV. Ensuite ils sont injectés dans un anneau de stockage de plusieurs centaines de mètres de circonférence et le rayonnement qu'ils émettent est collecté dans des lignes de lumière où sont réalisées des expériences. Le rayonnement synchrotron peut être produit de trois façons différentes, et il est caractérisé par sa brillance, dont un ordre de grandeur est 10¹⁵photons/tir/0.1%BW/mm²/mrad à 1 keV $(\lambda = 1.24 \text{ nm})$. La technique pour produire du rayonnement synchrotron consiste à manipuler les trajectoires des électrons accélérés grâce à des systèmes d'aimants permanents. On distingue trois cas : Les aimants de courbure, ou la trajectoire est simplement courbée par des aimants pour être circulaire, les onduleurs et les wigglers qui sont des structures magnétiques à N périodes. Les deux dernières techniques ont l'avantage de produire plus de flux X (facteur 2N) par rapport à un aimant de courbure simple. Le rayonnement produit est dans le domaine spectral des rayons X sous l'action combinée des effets relativistes Doppler et de contraction de Lorentz. Dans le cas d'un onduleur, le champ magnétique appliqué est relativement faible, ce qui permet aux électrons d'effectuer des oscillations de faible amplitude et donc la largeur angulaire du cône de lumière émis est plus petite que l'excursion angulaire des électrons. Le rayonnement produit est alors très collimaté, partiellement cohérent, et le spectre peut être très étroit. Dans le cas d'un wiggler, le champ magnétique appliqué est beaucoup plus important, et dans ce cas l'excursion angulaire de la trajectoire électronique dépasse la largeur angulaire du cône de lumière dans le plan de la trajectoire. La source est alors plus divergente, et donc moins brillante et incohérente, mais en revanche le spectre est beaucoup plus large et l'énergie des photons plus importante.

En règle générale, la durée d'impulsion du rayonnement X-synchrotron est liée à la durée du paquet d'électrons qui le produit, c'est à dire de l'ordre de quelques dizaines de picosecondes. Il existe cependant deux techniques pour réduire cette durée. La première utilise le mécanisme de la diffusion Thomson [86] et consiste à utiliser l'onde électromagnétique d'un laser femtoseconde pour faire osciller des électrons accélérés par un accélérateur conventionnel. Lorsque l'interaction avec les deux faisceaux a lieu avec un angle de 90 degrés, la durée d'impulsion des rayons X dépend du temps de transit de l'impulsion laser à travers le faisceau d'électrons, généralement quelques centaines de femtosecondes. Une seconde technique [85] consiste à découper temporellement le paquet d'électrons avec un laser femtoseconde. Lorsqu'un laser se propage collinéairement à un faisceau d'électrons, l'interaction de l'onde électromagnétique avec le faisceau de particules crée des excès ou défauts d'énergie dans le paquet, ce qui permet de le séparer en paquets plus courts de quelques centaines de femtosecondes. Ces paquets sont ensuite injectés dans les onduleurs pour produire du rayonnement X ultrabref. Ces méthodes pour réduire la durée de l'impulsion X se font cependant au détriment du flux, ce qui les rend peu utilisables pour des expériences d'application où le flux de photons X est important. Néanmoins, des lignes de lumière ultrabrève spécifiques sont construites sur certains synchrotrons (ALS).

C.1.2 Laser à électrons libres

Le Laser à Electrons Libres (LEL) produisant du rayonnement infrarouge existe depuis une vingtaine d'années et récemment des efforts ont été déployés, notamment avec le projet XFEL à Hambourg (Allemagne) et LCLS à Sanford (Etats-Unis), pour construire des LEL émettant des rayons X. Les électrons interagissent de manière cohérente avec les photons qu'ils produisent car ils sont structurés en micropaquets, et il y a résonance entre l'émission X de ces différents micropaquets. Le LEL diffère des lasers habituels par son milieu actif constitué uniquement, comme son nom l'indique, d'électrons libres et nom d'espèces sous forme atomique ou moléculaire. Le principe du LEL pour produire des rayons X est très semblable à celui d'un synchrotron où des électrons sont accélérés par un LINAC puis injectés dans un onduleur pour qu'ils émettent du rayonnement. La différence avec le synchrotron, et c'est l'un des nombreux défis technologiques de cette source, se fait au niveau de la mise en phase des trains d'ondes émis par les différents paquets d'électrons pour produire du rayonnement stimulé caractéristique d'un laser. L'émission stimulée est réalisée en groupant les électrons par paquets séparés d'une distance multiple de la période de l'onde électromagnétique (le rayonnement X) que l'on souhaite amplifier. L'une des difficultés majeures de ce procédé est que l'onde électromagnétique et les électrons ne se propagent pas à la même vitesse. Afin de s'affranchir de ce problème, il est possible, en réglant les paramètres de l'onduleur, de fixer ce décalage à un multiple de 2π lorsque les électrons ont parcouru une distance égale à un un nombre entier de périodes de l'onduleur. Ensuite, deux cas sont possibles : soit le gain obtenu par l'onde électromagnétique est suffisant en un seul passage dans l'onduleur, soit il n'est pas suffisant et il faut réaliser un oscillateur laser. Cela est extrêmement difficile aux courtes longueurs d'onde car il n'existe pas d'optiques X réellement performantes permettant de réfléchir la lumière en incidence normale. Un LEL où les électrons n'effectuent qu'un seul passage dans l'onduleur, appelé SASE (Self Amplification of Spontaneous Emission) est alors préférable mais la qualité spatiale du faisceau d'électrons doit être très bonne (faible divergence et charge élevée).

Même si le projet Européen prévoit d'obtenir d'ici quelques années du rayonnement à 6 nm, et que la brillance de la source X dépassera celle des plus grands synchrotrons d'un facteur 10 (10^{25} photons/tir/0.1%BW/mm²/mrad à 1 keV), les contraintes des Lasers à Electrons Libres sont énormes : d'une part pour produire des rayons X il faut des faisceaux d'électrons de très haute énergie (10 GeV typiquement) et de très bonne qualité spatiale.

C.2 Sources X produites par interaction laser-plasma

Bien que ses bases théoriques aient été posées par Einstein en 1905 avec l'émission stimulée, la démonstration expérimentale du premier laser à rubis remonte à 1960, faute de trouver des matériaux adaptés. Depuis cette découverte, de nombreux travaux n'ont cessé d'augmenter la puissance et le nombre de ces instruments. Le LASER, qui est l'acronyme pour «Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation», est aujourd'hui ultilisé aussi bien dans la vie de tous les jours, pour la lecture des CD, des codes barres, ou pour corriger la myopie, que dans des domaines de recherche très variés. Un grand pas a été marqué dans cette thématique avec l'avènement des lasers basés sur l'amplification à dérive de fréquence [97] permettant de produire des impulsions laser femtoseconde et ultra intenses. Depuis, de nombreuses disciplines de la physique ont bénéficié de cette découverte, et parmi celles ci deux qui sont particulièrement en rapport avec les travaux de cette thèse : l'accélération de particules et la production de sources de rayonnement X par laser.

C.2.1 Rayons X produits par des transitions atomiques

Emission X des plasmas chauds

On distingue trois types de transitions atomiques dans les plasmas chauds $(T > 10^4$ K) qui peuvent produire du rayonnement X [16] : les transitions libre-libre (Rayonnement Bremsstrahlung ou de freinage, continu) qui correspondent à l'émission d'un photon par un électron dévié par un ion, les transitions libre-lié qui correspondent à la capture d'un électron par un ion et enfin les transitions lié-lié qui correspondent aux transitions des électrons d'une couche à l'autre d'un ion du plasma. Les transitions lié-lié produisent du rayonnement discret. Le spectre d'émission X d'un plasma chaud contient donc des raies spectrales superposées à un spectre continu [45]. L'émission X (jusqu'à 1 keV) d'un plasma chaud de silicium crée par laser a été détectée avec une résolution de l'ordre de la picoseconde pour la première fois au début des années 1990 [71].

Source X- $K\alpha$

L'émission X- K_{α} a été découverte par W.H. Bragg puis étudiée par H.G. Moseley peu de temps après la découverte de Röntgen. Les lignes d'émission K_{α} sont émises lorsqu'un électron incident percute un atome et lui arrache un électron d'une couche interne. Si l'électron arraché à son orbite est un électron de la couche K, la place vacante est immédiatement remplacée par un électron de la couche L (émission K_{α}) ou par un électron de la couche M (émission K_{β}) lorsque l'atome se désexcite en perdant son énergie sous forme lumineuse. Les énergies mises en jeu sont telles que ces lignes sont très fines et très intenses dans une gamme spectrale X dépendant du matériau dans lequel le phénomène se produit. La ligne K_{α} du cuivre, par exemple, est située à une énergie de 8 keV.

Pour une source X- $K\alpha$ produite par laser, le principe est le suivant : lorsqu'un laser ultraintense et ultrabref est focalisé sur une cible solide, comme le cuivre ou la silice, un plasma est créé et des électrons rapides sont accélérés dans la direction du champ électrique du laser. Une polarisation p (transverse magnétique) du laser produit plus efficacement des rayons X car le champ électrique (dans le plan d'incidence) dirige les électrons vers l'intérieur de la cible. Une intensité laser suffisante est requise pour ce procédé pour que les électrons puissent atteindre des atomes non ionisés de la cible et éjecter les électrons de leurs couches internes pour produire les lignes K_{α} . La durée de la source est de l'ordre de celle du laser utilisé pour produire les rayons X et est corrélée au temps que mettent les électrons rapides à perdre leur énergie dans la cible, à savoir quelques centaines de femtosecondes. La production de la source X- K_{α} par des lasers ultraintenses et ultrabrefs [81] a eu un impact considérable dans la compéhension de la dynamique structurale des cristaux grâce à des expériences de diffraction [79], [91], [82], [94]. Des expériences pompe-sonde avec la source X- K_{α} , dans lesquelles un faisceau pompe optique excite un matériau et un faisceau X ultrabref vient le sonder, on notamment permis de démontrer expérimentalement des phénomènes se produisant sur des durées de quelques centaines de femtosecondes comme la fusion non thermique dans les cristaux [91], [82].

Bien que son potentiel ne soit plus à démontrer dans le cadre de la diffraction X femtoseconde, cette source a deux inconvénients majeurs. Premièrement elle est monochromatique, ce qui rend impossible la réalisation d'expériences d'absorption, et deuxièmement elle est isotrope, ce qui rend la collection du rayonnement relativement peu efficace. C'est pour cela qu'il est nécéssaire de produire du rayonnement X polychromatique et collimaté.

Génération d'harmoniques d'ordres élevés dans les gaz

La génération d'harmoniques d'ordres élevés (supérieurs à 100) dans un gaz peut produire des faisceaux de rayonnement X-UV avec un spectre large, englobant plusieurs harmoniques, et des durées d'impulsions très courtes (femtoseconde voir attoseconde). Ce phénomène très complexe s'explique par des théories microscopiques et macroscopiques et provient de l'interaction fortement non linéaire à l'échelle atomique entre les atomes d'un gaz rare et un laser ultra intense. Pour des raisons de symétrie, seules les harmoniques d'ordres impaires sont produites. Dans un milieu gazeux, le spectre de rayonnement présente un plateau puis une coupure aux harmoniques d'ordres élevés [17] qui dépend du gaz utilisé et qui recule avec l'intensité laser. Ce type de source a notamment été utilisé pour mesurer le taux de relaxation d'électrons rapides dans certains matériaux avec une résolution inférieure à la picoseconde [63].

Laser X

Le principe de fonctionnement du laser-X est le même que celui d'un laser classique, c'est à dire qu'une inversion de population est créée dans un milieu amplificateur pour amorcer l'émission stimulée. Ce milieu amplificateur est constitué d'ions d'un plasma et l'énergie nécessaire à l'inversion de population est apportée par les électrons libres du plasma, par pompage collisionnel. Le plasma est créé par laser, et en fonction du type de laser utilisé lors de l'interaction, plusieurs mécanismes de production de laser-X existent. Nous nous intéresserons à celui qui nécessite des lasers ultraintenses et ultrabrefs, c'est à dire le laser X-OFI (Optical Field Ionization), dont le principe repose sur l'ionisation par un champ laser, où l'intensité est supérieure à $10^{17}W/cm^2$, d'atomes de gaz rares comme le Xénon ou le Krypton. Lorsque le laser est focalisé dans ce type de gaz, les degrés d'ionisation peuvent être très élevés et dépasser 8. Les électrons arrachés aux atomes lors de l'interaction possèdent une énergie cinétique tellement grande qu'ils peuvent produire par pompage collisionnel l'inversion de population dans les ions, autorisant ainsi des transitions laser dans le domaine spectral de l'extrême ultraviolet. La raie à 41,8 nm de l'ion Xe⁸⁺ palladiumoïde (l'ion possède le même nombre d'électrons que le palladium, c'est à dire 46) a été observée pour la première fois dans les années 1990 [55].

Bien que ce ne soit pas un laser X-OFI, une station expérimentale (projet LASERIX du LIXAM) est en construction au LOA. Ce système laser-X transitoire sera aussi basé sur un schéma de pompage collisionnel, mais un pré-plasma constitué d'ions zinc néonoïdes ou argent nickeloïdes sera créé sur une cible solide par une impulsion longue (500 ps) avant d'être chauffé par une impulsion plus courte (quelques centaines de femtosecondes). Les applications sont très nombreuses, notamment dans le domaine de l'imagerie et de l'interférométrie X car le rayonnement est cohérent, mais aussi dans le domaine d'irradiation X-UV de substances chimiques ou biologiques. Récemment au LOA [109] une expérience dans laquelle le laser X a été utilisé pour amplifier des harmoniques a été réalisée.

C.2.2 Sources X produites par des particules chargées relativistes

Génération d'harmoniques sur des cibles solides

De récents travaux [22], [104] ont démontré qu'il était possible de produire des harmoniques d'ordres élevés par interaction laser-cible solide où, à l'inverse des gaz, il n'y a pas de coupure théorique dans le spectre. Des longueurs d'ondes descendant jusqu'à 1.2 nm (1 keV), correspondant à près de la 850^{eme} harmonique d'un laser de durée 600 fs à 1.054μ m, ont été obtenues. Cependant, pour arriver à des longueurs d'onde aussi courtes, il faut un très haut contraste laser (qui est le rapport entre l'intensité maximale et l'intensité des pieds de l'impulsion) supérieur à 10^{11} , ce qui n'est pas le cas pour la source X-Bétatron (nous étions typiquement à 10^7).

Rayonnement Thomson non linéaire

Le rayonnement Thomson non linéaire dans le cadre de l'interaction laser-plasma en régime relativiste est aussi un processus basé sur la génération de fréquences harmoniques, mais le rayonnement X est émis par des électrons libres relativistes qui oscillent dans le champ du laser. Pour cette raison, la signature expérimentale est différente de celle d'une source d'harmoniques atomiques. Ce sont ces caractéristiques qui ont permis une première mise en évidence expérimentale de la diffusion Thomson non linéaire [15]. Bien que les mesures aient été effectuées seulement pour les premières harmoniques de la fréquence laser et n'aient pas donné lieu à la génération de rayonnement X, elles ont permis une première caractérisation des signatures de ce procédé. Parce que la diffusion Thomson non linéaire est un processus incohérent, l'intensité du rayonnement croît linéairement avec la densité électronique du gaz utilisé. les harmoniques générées individuellement par chaque électron s'additionnent de façon destructive les une avec les autres, ce qui donne un signal incohérent dont l'intensité est égale à l'intensité du rayonnement produit par un électron multipliée par le nombre total d'électrons. Deux expériences de diffusion Thomson non linéaire réalisées en géométrie collinéaire on permis ensuite de produire des rayons X dans des gammes d'énergies X-UV (quelques centaines d'eV). Dans le premier cas [10], l'harmonique 30 d'un laser Hybride Titane-saphir/Néodyme :verre à $1.054 \ \mu m$ (soit environ 35 nm) a été observée pour une intensité las er de l'ordre de $10^{18} W/cm^{-3}$ dans un plasma d'hélium sous dense. Une deuxième expérience [102] a été réalisée sur le laser de la salle jaune du LOA avec une intensité laser de $7 \times 10^{19} W/cm^{-3}$ ($a_0 = 5.6$) et des densités électroniques du plasma d'hélium allant de $10^{18} cm^{-3}$ à quelques $10^{19} cm^{-3}$. Dans cette expérience, un spectre de rayonnement X piqué à 150 eV avec du signal jusqu'à 2 keV a été observé, ainsi qu'une variation linéaire de l'intensité X en fonction de la densité électronique.

Cette source est bien entendu collimatée, polychromatique et femtoseconde, mais des intensités laser bien plus élevées que celles disponibles actuellement seraient nécessaires pour produire efficacement du rayonnement X supérieur à 1 keV.

Bibliographie

- [1] http://www-cxro.lbl.gov/.
- [2] ALBERT, F., SHAH, R., TA PHUOC, K., FITOUR, R., BURGY, F., ROUSSEAU, J.-P., TAFZI, A., DOUILLET, D., LEFROU, T., AND ROUSSE, A. Betatron oscillations of electrons accelerated in laser wakefields characterized by spectral x-ray analysis. *Phys. Rev. E* 77 (2008), 056402.
- [3] ALBERT, F., TA PHUOC, K., SHAH, R., BURGY, F., ROUSSEAU, J.-P., AND ROUSSE, A. Polychromatic x-ray beam from the acceleration of energetic electrons in ultrafast laser-produced plasmas. *Astrophys. Space. Sci.* 307 (2007), 329–333.
- [4] ANDREEV, N., GORBUNOV, L., KIRSANOV, V., POGOSOVA, A., AND RAMAZA-SHVILI, R. Resonant excitation of wakefields by a laser pulse in plasmas. *JETP Lett.* 55 (1992), 571.
- [5] ANTONSEN, T., AND MORA, P. Self-focusing and raman scattering of laser pulses in tenuous plasmas. *Phys. Rev. Lett.* 69 (1992), 2204.
- [6] ARKADIEV, V., GRUEV, D., AND KUMAKHOV, M. X-ray lens for forming quasi parallel beam. Optics of Beams (Institute for Roentgen Optical systems, Moscow) (1993), 27–32.
- [7] ARKHIEZER, A., AND POLOVIN, R. Theory of wave motion of an electron plasma wave. Sov. Phys. JEPT 3 (1956), 696–705.
- [8] ATWOOD, D. Soft x-rays and extreme ultraviolet radiation. Cambridge University Press, 2000.
- [9] AUDEBERT, P., RENAUDIN, C., BASTIANI-CECOTTI, S., GEINDRE, J., CHENAIS-POPOVICS, C., TZOTZAKIS, S., NAGELS-SILVERT, T., SHEPHERD, R., MATSU-SHIMA, I., GARY, S., GIRARD, F., PEYRUSSE, O., AND GAUTHIER, J.-C. Picosecond time-resolved x-ray absorption spectroscopy of ultrafast aluminum plasmas. *Phys. Rev. Lett.* 94 (2005), 025004.
- [10] BANERJEE, S., VALENZUELA, A. R., SHAH, R. C., MAKSIMCHUK, A., AND UM-STADTER, D. High harmonic generation in relativistic laser-plasma interaction. *Phys. Plasmas 9* (2002), 2393.

- [11] BERTRAND, P., GHIZZO, A., KARTUNSEN, S., PÄTTIKANGAS, T., SALOMAA, R., AND SHOUCRI, M. Two-stage electron acceleration by simultaneous stimulated Raman backward and forward scattering. *Phys. Plasmas 2* (1995), 3115–3129.
- [12] BORN, M., AND WOLF, E. Principles of Optics, 7th ed. Cambridge University Press, 1999.
- [13] BOSCHETTO, D., MOUROU, G., ROUSSE, A., MORDOVANAKIS, A., HOU, B., NEES, J., KUMAH, D., AND CLARKE, R. Spatial coherence properties of a compact and ultrafast laser-produced plasma kev x-ray source. *Appl. Phys. Lett.* 90 (2007), 011106.
- [14] BURCHER, J. Les combinaisons optiques. Editions de la revue théorique et instrumentale, 1967.
- [15] CHEN, S., MAKSIMCHUK, A., AND UMSTADTER, D. Experimental observation of relativistic nonlinear thomson scattering. *Nature 396* (1998), 653.
- [16] CHESNAIS-POPOVICS, C. Ionisation et rayonnement x d'un plasma chaud. Le vide 307 (2003), 91–111.
- [17] CORKUM, P. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization. Phys. Rev. Lett. 71 (1993), 1994.
- [18] DABAGOV, S., NIKITINA, S., KUMAKHOV, M., IBRAIMOV, N., VARTANIANTS, G., NIKITIN, A., AND SPIELBERGER, L. Focusing of x-rays by capillary systems. *Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. B 103* (1995), 99–105.
- [19] DAWSON, J. Nonlinear electron oscillation in a cold plasma. *Phys. Rev.* 133 (1959), 383.
- [20] DESENNE, D., DEMASCUREAU, J., AND TROUSSEL, P. La fusion themonucléaire inertielle par laser. Eyrolles, 1993, ch. XI, p. 568.
- [21] DONALDSON, T., HUTCHEON, R., AND KEY, M.H. A, D. U. R. Soft x-ray spectroscopy of laser produced plasmas with a convex mica crystal spectrometer. J. Phys. B. At. Mol. Phys. 9 (1976), 1645–1655.
- [22] DROMEY, B., ZEPF, M., GOPAL, A., LANCASTER, K., WEI, M., KRUSHELNICK, K., TATARAKIS, M., VANAKIS, N., MOUSTAIZIS, S., KODAMA, R., TAMPO, M., STOECKL, C., CLARKE, R.AND HABARA, H., NEELY, D., KARSCH, S., AND NORREYS, P. High harmonic generation in the relativistic limit. *Nature Physics 2* (2006), 456.
- [23] ESAREY, E., HAFIZI, B., HUBBARD, D., AND A., T. Trapping and acceleration in self modulated laser wakefields. *Phys. Rev. Lett 80* (1998), 5552.

- [24] ESAREY, E., AND PILLOFF, M. Trapping and acceleration in nonlinear plasma waves. *Phys. Plasmas 2* (1995), 1432–1436.
- [25] ESAREY, E., RIDE, S., AND SPRANGLE, P. Non-linear Thomson scattering of intense laser pulses from beams and plasmas. *Phys. Rev. E* 48 (1993), 3003.
- [26] ESAREY, E., SHADWICK, B., CATRAVAS, P., AND LEEMANS, W. Synchrotron radiation from electron beams in plasma-focusing channels. *Phys. Rev. E* 65 (2002), 0565051–05650515.
- [27] FAURE, J., GLINEC, Y., PUKHOV, A., KISELEV, S., GORDIENKO, S., LEFEBVRE, E., ROUSSEAU, J.-P., BURGY, F., AND MALKA, V. A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams. *Nature 431* (2004), 541.
- [28] FAURE, J., GLINEC, Y., SANTOS, J., MALKA, V., KISELEV, S., PUKHOV, A., AND HOSOKAI, T. Observation of laser pulse self-compression in nonlinear plasma waves. *Phys. Rev. Lett.* 95 (2005), 205003.
- [29] FAURE, J., RECHATAIN, C., NORLIN, A., LIFSCHITZ, A., GLINEC, Y., AND MALKA, V. Controlled injection and acceleration of electrons in plasma wakefields by colliding laser pulses. *Nature* 444 (2006), 737–739.
- [30] FORGET, P., DORCHIES, F., KIEFFER, J.-C., AND PEYRUSSE, O. Ultrafast broadband laser plasma x-ray source for femtosecond time resolved exafs. J. Chem. Phys. 299 (2004), 259–263.
- [31] FRITZLER, S., LEFEBVRE, E., MALKA, V., BURGY, F., DANGOR, A., KRUSHEL-NICK, K., MANGLES, S., NAJMUDIN, Z., ROUSSEAU, J.-P., AND WALTON, B. Emittance measurements of a laser-wakefield accelerated electron beam. *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004), 165006.
- [32] GEDDES, C., TOTH, C., VAN TILBORG, J., ESAREY, E., SCHROEDER, C., BRUH-WILER, D., NIETER, C., CARY, J., AND LEEMANS, W. High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding. *Nature 431* (2004), 538.
- [33] GLINEC, Y. Propagation d'une imuplsion laser ultra-intense dans un plasma sousdense : Génération de faisceaux d'électrons quasi monoénergétiques et développement d'applications. PhD thesis, Ecole Polytechnique, Septembre 2006.
- [34] GLINEC, Y., FAURE, J., GUEMNIE-TAFO, A., MALKA, V., MONARD, H., LARBRE, J. P., DE WAELE, V., MARIGNIER, J. L., AND MOSTAFAVI, M. Absolute calibration for a broad range single shot electron spectrometer. *Rev. Sci. Instr.* 77 (2006), 103301.

- [35] GLINEC, Y., FAURE, J., PUKHOV, A., GORDIENKO, S., B., M., AND MALKA, V. Generation of quasi-monoenergetic electron beams using ultrashort and ultraintense laser pulses. *Laser and Part. Beams* 23 (2005), 161–166.
- [36] HECHT, E. Optics, 4th ed. Addison Wesley, 2002.
- [37] HENKE, B., GULLIKSON, E., AND DAVIS, J. X-ray interactions : photoabsorption, scattering, transmission and reflection at E=50-30,000 eV, Z=1-92. Atomic Data and Nuclear Data Tables 54 (1993), 181–342.
- [38] HIDDING, B., AMTHOR, K., LIESFELD, B., H., S., KARSH, S., GEISSLER, M., VEISZ, L., SCHMID, K., GALLACHER, J., JAMISON, S., JAROZYNSKI, D., PRETZ-LER, G., AND SAUERBREY, R. Generation of quasimonoenergetic electron bunches with 80-fs laser pulses. *Phys. Rev. Lett 96* (2006), 105004.
- [39] HOGAN, M., ASSMANN, R., DECKER, F.-J., IVERSON, R., RAIMONDI, P., ROKNI, S., SIEMANN, R., WALZ, D., WHITTUM, D., BLUE, B., CLAYTON, C., DODD, E., HEMKER, R., JOSHI, C., MARSH, K., MORI, W., WANG, S., KAT-SOULEAS, T., LEE, S., MUGGLI, P., CATRAVAS, P., CHATTOPADHYAY, S., ESA-REY, E., AND LEEMANS, W. E-157 : A 1.4 m-long plasma wakefield acceleration experiment using a 30 GeV electron beam from the Stanford linear accelerator center linac. *Phys. Plasmas* 7 (2000), 2241–2248.
- [40] JACKSON, J. Classical electrodynamics. John Wiley and sons, 1998.
- [41] JASNY, J., TEUBNER, U., THEOBALD, W., WÜLKER, C., BERGMANN, J., AND SCHÄFER, F. A single shot spectrograph for the soft x-ray region. *Rev. Sci. Instr.* 65 (1993), 1631–1635.
- [42] JOSHI, C., BLUE, B., CLAYTON, C. E., DODD, E., HUANG, C., MARSH, K. A., MORI, W. B., WANG, S., HOGAN, M. J., O'CONNELL, C., SIEMANN, R., WATZ, D., MUGGLI, P., KATSOULEAS, T., AND LEE, S. High energy density plasma science with an ultrarelativistic electron beam. *Phys. Plasmas 9* (2002), 1845–1855.
- [43] KATSOULEAS, T., AND W.B., M. Wave-breaking amplitude of relativistic oscillations in a thermal plasma. *Phys. Rev. Lett.* 61 (1988), 90–93.
- [44] KELDYSH, L. V. Ionisation in the field of a strong electromagnetic wave. Sov. Phys. JETP 20 (1965), 1307.
- [45] KIEFFER, J.-C., DORCHIES, F., FORGET, P., GALLANT, P., JIANG, Z., PÉPIN, H., PEYRUSSE, O., TOTH, C., CAVALLERI, A., SQUIER, J., AND WILSON, K. Femtosecond thermal x-ray pulses from hot solid density plasmas. *Laser Physics* 11(9) (2001), 1–4.

- [46] KIEFFER, J.-C., KROL, A., JIANG, Z., CHAMBERLAIN, C., SCALZETTI, E., AND ICHALALENE, Z. Future of laser-based x-ray sources for medical imaging. *Appl. Phys. B* 74 (2002), S75–S81.
- [47] KISELEV, S., PUKHOV, A., AND KOSTYUKOV, I. X-ray generation in strongly nonlinear plasma waves. *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004), 1350041.
- [48] KOSTYUKOV, I., KISELEV, S., AND PUKHOV, A. X-ray generation in an ion channel. *Phys. Plasmas 10* (2003), 4818–4858.
- [49] KRUER, W. The Physics of Laser Plasma Interactions. Westview Press, 1988.
- [50] KUMAKHOV, M. Polycapillary x-ray optics : history of development and present status. In *Kumakhov optics and applications* (2000), Proc. SPIE.
- [51] KUMAKHOV, M. Status of polycapillary optics and perspectives. In International conference on X-ray and neutron capillary optics (2002), Proc. SPIE.
- [52] KUMAKHOV, M., AND KOMAROV, F. Multiple relection from surface x-ray optics. *Phys. Rep. 191* (1990), 289–350.
- [53] LARMOR, J. Dynamical theory of the electric and luminiferous medium. Philosophical Transactions of the Royal Society 190 (1897), 205–300.
- [54] LEEMANS, W., NAGLER, B., GONZALVES, A., TOTH, C., NAKAMURA, K., GEDDES, C., ESAREY, E., SCHROEDER, C., AND HOOKER, S. Gev electron beams from a centimetre-scale accelerator. *Nat. Phys.* 2 (2006), 696–699.
- [55] LEMOFF, B., YIN, G., GORDON III, L., BARTY, C., AND HARRIS, S. Demonstration of a 10-Hz femtosecond-pulse-driven XUV laser at 41.8 nm in Xe IX. *Phys. Rev. Lett* 74 (1995), 1574.
- [56] LIÉNARD, A. Éclairage électrique 16 (1898).
- [57] LU, W., HUANG, C., MORI, W., AND KATSOULEAS, T. A nonlinear theory for relativistic plasma wakefields in the blowout regime. *Phys. Rev. Lett.* 96 (2006), 165002.
- [58] MALKA, V., COULAUD, C., GEINDRE, J. P., LOPEZ, V., NAJMUDIN, Z., NEELY, D., AND AMIRANOFF, F. Characterization of neutral density profile in a wide range of pressure of cylindrical pulsed gas jets. *Rev. Sci. Instr.* 71 (2000), 2329.
- [59] MALKA, V., FRITZLER, S., LEFEBVRE, E., ALEONARD, M., BURGY, F., CHAM-BARET, J.-P., CHEMIN, J., KRUSHELNICK, K., MALKA, G., MANGLES, S., NA-JMUDIN, Z., PITTMAN, M., ROUSSEAU, J.-P., SCHEURER, J.-N., WALTON, B., AND DANGOR, A. Electron acceleration by a wake field forced by an intense ultrashort laser pulse. *Science 298* (2002), 1596–1600.

- [60] MANGLES, S., MURPHY, C., NAJMUDIN, Z., THOMAS, A., COLLIER, J., DAN-GOR, A., DIVALL, A., FOSTER, P., GALLACHER, J., HOOKER, C., JAROZYNSKI, D., LANGLEY, A., MORI, W., NOOREYS, P., VISKUP, R., WALTON, B., AND KRUSHELNICK, K. Mono-energetic beams of relativistic electrons from intense laser plasma interactions. *Nature 431* (2004), 535.
- [61] MANGLES, S., THOMAS, A., KALUZA, M., LUNDH, O., LINDEAU, F., PERSSON, A., TSUNG, F., NAJMUDIN, Z., MORI, W., WAHLSTRÖM, C., AND KRUSHEL-NICK, K. Laser-wakefield acceleration of monoenergetic electron beams in the first plasma-wave period. *Phys. Rev. Lett.* 96 (2006), 215001.
- [62] MARQUES, J., GEINDRE, J., AMIRANOFF, F., AUDEBERT, P., GAUTHIER, J., ANTONETTI, A., AND GRILLON, G. Temporal and spatial measurements of the electron density perturbation produced in the wake of an ultrashort laser pulse. *Phys. Rev. Lett.* 76 (1996), 3566.
- [63] MARTIN, P., MERDJI, H., GUIZARD, S., PETITE, G., QUERE, F., CARRE, B., HERGOTT, J. F., LE DEROFF, L., SALIERES, P., GOBERT, O., MEYNARDIER, P., AND PERDRIX, M. Electron relaxation in sio2 under strong laser field using high order harmonics generation. *Laser phys.* 10 (2000), 270–277.
- [64] MICHETTE, G., AND BUCKLEY, C. X-ray science and technology. Institute of physics publishing, 1993.
- [65] MIURA, E., KOYAMA, K., SAITO, S., ADACHI, M., KAWADA, Y., NAKAMURA, T., AND TANIMOTO, M. Demonstration of quasi-monoenergetic electron-beam generation in laser-driven plasma acceleration. *Appl. Phys. Lett.* 86 (2005), 251501.
- [66] MODENA, A., NAJMUDIN, Z., DANGOR, A., CLAYTON, C., MARSH, K., JOSHI, C., MALKA, V., DARROW, C., DANSON, B., NEELY, D., AND WALSH, F. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves. *Nature 377* (1995), 606.
- [67] MORA, P. Three-dimensionnal effects in the acceleration of test electrons in a relativistic electron plasma wave. J. Appl. Phys. 71 (1992), 2087–2091.
- [68] MORA, P., AND AMIRANOFF, F. Electron acceleration in a relativistic electron plasma wave. J. Appl. Phys. 66 (1989), 3476–3481.
- [69] MORA, P., AND ANTONSEN JR, T. Electron cavitation and acceleration in the wake of and ultra-intense, self-focused laser pulse. *Phys. Rev. E* 53 (1996), R2068–R2071.
- [70] MORA, P., AND ANTONSEN JR, T. Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas. *Phys. Plasmas* 4 (1997), 217–229.

- [71] MURNANE, M., KAPTEYN, H., ROSEN, M., AND FALCONE, R. Ultrafast x-ray pulses from laser-produced plasmas. *Science* 251 (1991), 531–536.
- [72] PEREZ, J. Mécanique, points matériels, solides, fluides. Masson, 1995.
- [73] PITTMAN, M., FERRÉ, S., ROUSSEAU, J., NOTEBAERT, L., CHAMBARET, J., AND CHÉRIAUX, G. Design and characterization of a near-diffraction limited femtosecond 100-TW 10-Hz high intensity laser system. *Appl. Phys. B* 74 (2002), 529.
- [74] PUKHOV, A. Three dimensionnal electromagnetic relativistic particle-in-cell code VLPL (Virtual Laser Plasma Lab). J. Plasma. Phys. 61 (1999), 425–433.
- [75] PUKHOV, A. Strong field interaction of laser radiation. *Rep. Prog. Phys. 66* (2003), 47–101.
- [76] PUKHOV, A., GORDIENKO, S., KISELEV, S., AND KOSTYUKOV, I. The bubble regime of laser-plasma acceleration : monoenergetic electrons and the scalability. *Plasma Phys. Control. Fusion* 46 (2004), B179–B186.
- [77] PUKHOV, A., KISELEV, S., KOSTYUKOV, I., SHOROKHOV, O., AND GORDIENKO,
 S. Relativistic laser-plasma bubbles : new sources of energetic particles and x-rays. Nucl. Fusion 44 (2004), S191–S201.
- [78] PUKHOV, A., AND MEYER-TER VEHN, J. Laser wakefield acceleration : the highly non-linear broken-wave regime. Appl. Phys. B 74 (2002), 355.
- [79] ROSE-PETRUCK, C., JIMENEZ, R., GUO, T., CAVALLERI, A., SIDERS, C., RÖKSI, F., SQUIER, J., WALKER, B., WILSON, K., AND BARTY, C. Picosecond milliangström lattice dynamics measured by ultrafast x-ray diffraction. *Nature 398* (1998), 310.
- [80] ROUSSE, A. Génération d'électrons rapides et émission X dans l'interaction d'une impulsion laser sub-picoseconde et intense avec une cible solide. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, Octobre 1994.
- [81] ROUSSE, A., AUDEBERT, P., GEINDRE, J.-P., FALLIÈS, F., GAUTHIER, J.-C., MYSYROWICZ, A., GRILLON, G., AND ANTONETTI, A. Efficient K_{α} x-ray source from femtosecond laser produced plasmas. *Phys. Rev. E* 50 (1994), 2200–2207.
- [82] ROUSSE, A., RISCHEL, C., FOURMAUX, S., USCHMANN, I., SEBBAN, S., GRIL-LION, G., BALCOU, P., FÖRSTER, E., GEINDRE, J., AUDEBERT, P., GAUTHIER, J., AND HULIN, D. Non-thermal melting in semiconductors measured at femtosecond resolution. *Nature* 410 (2001), 65–68.
- [83] ROUSSE, A., TA PHUOC, K., SHAH, R., AND ALBERT, F. Scaling of betatron x-ray radiation. EPJD DOI : 10.1140/epjd/e2007-00249-7 (2007).
- [84] ROUSSE, A., TA PHUOC, K., SHAH, R., PHKHOV, A., LEFEBVRE, E., MALKA, V., KISELEV, S., BURGY, F., ROUSSEAU, J.-P., UMSTADTER, D., AND HULIN, D. Production of a kev x-ray beam from synchrotron radiation in relativistic laser-plasma interaction. *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004), 1350051.
- [85] SCHOENLEIN, R., CHATTOPADHYAY, S., CHONG, H., GLOVER, T., HEIMANN, P., SHANK, C., ZHOLENTS, A., AND ZOLOTOREV, M. Generation of femtosecond pulses of synchrotron radiation. *Science* 287 (2000), 2237.
- [86] SCHOENLEIN, R., LEEMANS, W., CHIN, A., VOLFBEYN, P., GLOVER, T., BAL-LING, P., ZOLOTOREV, M., KIM, K., CHATTOPADHYAY, S., AND SHANK, C. "femtosecond x-ray pulses at 0.4 A generated by 90° Thomson scattering : A tool for probing the structural dynamics of materials". *Science* 274 (1996), 236.
- [87] SCHWINGER, J. On the classical radiation of accelerated electrons. Phys. Rev. 75 (1949), 1912–1925.
- [88] SEMUSHIN, S., AND MALKA, V. High density gas jet nozzle design for laser target production. *Rev. Sci. Instr.* 72 (2001), 2961.
- [89] SERVICE, R. Battle to become the next generation x-ray source. *Science 298* (2002), 1356–1358.
- [90] SHAH, R., ALBERT, F., TA PHUOC, K., SHEVCHENKO, O., BOSCHETTO, D., PUKHOV, S., KISELEV, S., BURGY, F., ROUSSEAU, J.-P., AND A., R. Coherencebased transverse measurement of synchrotron x-ray radiation from relativistic laser-plasma interaction and laser-accelerated electrons. *Phys. Rev. E* 74 (2006), 045401(R).
- [91] SIDERS, C., CAVALLERI, A., SOKOLOWSKI-TINTEN, K., TÖTH, C., GUO, T., KAMMLER, M., HORN VON HOEGEN, M., WILSON, K., VON DER LINDE, D., AND BARTY, C. Detection of nonthermal melting by ultrafast x-ray diffraction. *Science 286* (1999), 1340.
- [92] SIDERS, C., LE BLANC, S., FISHER, D., TAJIMA, T., DOWNER, M., BABINE, A., STEPANOV, A., AND SERGEEV, A. Laser wakefield excitation and measurement by femtosecond longitudinal interferometry. *Phys. Rev. Lett.* 76 (1996), 3570.
- [93] SIEGMAN, H. Lasers. University science books, 1986.
- [94] SOKOLOWSKI-TINTEN, K., BLOME, C., BLUMS, J., CAVALLERI, A., DIETRICH, C., TARASEVITCH, A., USCHMANN, I., FÖRSTER, E., KAMMLER, M., HORN VON HOEGEN, M., AND VON DER LINDE, D. Femtosecond x-ray measurement of coherent lattice vibrations near the lindemann stability limit. *Nature* 422 (2003), 287.

- [95] SPRANGLE, P., ESAREY, E., KRALL, J., AND JOYCE, G. Propagation and guiding of intense laser pulses in plasmas. *Phys. Rev. Lett.* 69 (1992), 2200.
- [96] SPRANGLE, P., TANG, C.-H., AND ESAREY, E. Relativistic self-focusing of shortpulse radiation beams in plasmas. *IEEE Trans. Plasma. Sci. PS-15* (1987), 145–153.
- [97] STRICKLAND, D., AND MOUROU, G. Compression of amplified chirped optical pulses. Opt. Comm. 56 (1985), 219–221.
- [98] TA PHUOC, K. Etude du rayonnement XUV produit lors de l'interaction relativiste entre un laser femtoseconde intense et un plasma d'hélium. PhD thesis, Ecole Polytechnique, Octobre 2002.
- [99] TA PHUOC, K., BURGY, F., ROUSSEAU, J. P., MALKA, V., ROUSSE, A., SHAH, R., UMSTADTER, D., PUKHOV, A., AND KISELEV, S. Laser based synchrotron radiation. *Phys. Plasmas.* 12 (2005), 023101.
- [100] TA PHUOC, K., CORDE, S., SHAH, R., ALBERT, F., FITOUR, R., ROUSSEAU, J.-P., BURGY, F., MERCIER, B., AND ROUSSE, A. Imaging electron trajectories in a laser wakefield cavity using betatron x-ray radiation. *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006), 225002.
- [101] TA PHUOC, K., FITOUR, R., TAFZI, A., GARL, T., ARTEMIEV, N., SHAH, R., ALBERT, F., BOSCHETTO, D., ROUSSE, A., KIM, D.-E., PUKHOV, A., SEREDOV, V., AND KOSTYUKOV, I. Demonstration of the ultrafast nature of laser-produced betatron radiation. *Phys. Plasmas* 14 (2007), 080701.
- [102] TA PHUOC, K., ROUSSE, A., PITTMAN, M., ROUSSEAU, J., MALKA, V., FRITZ-LER, S., AND UMSTADTER, D. X-ray radiation from non-linear thomson scattering of an intense femtosecond laser on relativistic electrons in a helium plasma. *Phys. Rev. Lett 91* (2003).
- [103] TAJIMA, T., AND DAWSON, J. Laser electron accelerator. *Phys. Rev. Lett.* 43 (1979), 267.
- [104] THAURY, C., QUERE, F., GEINDRE, J., LEVY, A., CECCOTTI, T., MONOT, P., GEINDRE, J., BOUGEARD, M., REAU, F., D OLIVERA, P., AUDEBERT, P., MAR-JORIBANKS, R., AND MARTIN, P. Plasma mirrors for ultrahigh-intensity optics. *Nat. Phys* 3 (2007), 424–429.
- [105] UESHIMA, Y., KISHIMOTO, Y., SASAKI, A., AND TAJIMA, T. Laser Larmor x-ray radiation from low-Z matter. Laser and Part. Beams 17 (1999), 45–58.
- [106] WHITTUM, D. Electromagnetic instability of the ion-focused regime. Phys. Fluids B 4 (1992), 730–739.

- [107] WHITTUM, D., SESSLER, A., AND DAWSON, J. Ion channel laser. *Phys. Rev. Lett.* 64 (1990), 2511.
- [108] YAAKOBI, B., TURNER, R., H.W., S., AND TAYLOR, P. Focusing x-ray spectrograph for laser-fusion experiments. *Rev. Sci. Inst.* 50 (1979), 1609–1611.
- [109] ZEITOUN, P., FAIVRE, G., SEBBAN, S., MOCEK, T., HALLOU, A., FAJARDO, A., AUBERT, D., BALCOU, P., BURGY, F., DOUILLET, D., KAZAMIAS, S., DE LACA-HISE MUREL, G., LEFROU, T., LEPAPE, S., MERCÈRE, P., MERDJI, H., MOR-LENS, A., ROUSSEAU, J., AND VALENTIN, C. A high-intensity highly coherent soft x-ray femtosecond laser seeded by a high harmonic beam. *Nature 431* (2004), 426.