



**HAL**  
open science

## Gyrolaser semi-conducteur à cavité externe

Augustin Mignot

► **To cite this version:**

Augustin Mignot. Gyrolaser semi-conducteur à cavité externe. Physics [physics]. Ecole Polytechnique X, 2008. English. NNT: . pastel-00004908

**HAL Id: pastel-00004908**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00004908>**

Submitted on 21 Apr 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THALES RESEARCH & TECHNOLOGY FRANCE

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE

par

**Augustin Mignot**

---

**Gyrolaser semi-conducteur à cavité  
externe**

Soutenue le 20 novembre 2008 devant le jury composé de :

M. Fabien Bretenaker	Rapporteur
M. Claude Fabre	Directeur de thèse
M. Pierre Glorieux	Rapporteur
M. Jean-Paul Pocholle	
M. Emmanuel Rosencher	
Mme Isabelle Sagnes	



*E pur si muove!*

*(Et pourtant, elle tourne!)*

attribué à **Galilée**



# Table des matières

Remerciements	7
Introduction	11
<b>1 Gyrométrie</b>	<b>13</b>
1.1 Expression des besoins en gyrométrie . . . . .	13
1.2 Gyromètres optiques et effet Sagnac . . . . .	16
1.3 Gyrolaser . . . . .	19
<b>2 Lasers semi-conducteurs</b>	<b>29</b>
2.1 Généralités sur les lasers semi-conducteurs . . . . .	29
2.2 $\frac{1}{2}$ -VCSEL . . . . .	32
<b>3 Modèle du gyrolaser semi-conducteur</b>	<b>39</b>
3.1 Laser en anneau semi-conducteur . . . . .	40
3.2 Gyrolaser semi-conducteur . . . . .	60
3.3 Limites du système . . . . .	73
<b>4 Montage expérimental</b>	<b>79</b>
4.1 Cavité laser en anneau . . . . .	79
4.2 Asservissement . . . . .	84
4.3 Cavité mono-fréquence . . . . .	97
4.4 Recombinaison des faisceaux et montage complet . . . . .	100
<b>5 Résultats et perspectives</b>	<b>103</b>
5.1 Battement en fonction de la vitesse de rotation . . . . .	104
5.2 Valeurs expérimentales et modèle théorique . . . . .	107
5.3 Limitations expérimentales . . . . .	115
5.4 Perspectives . . . . .	119
<b>Conclusion</b>	<b>123</b>
<b>Annexes</b>	<b>126</b>
<b>A Asservissement et Stabilité</b>	<b>127</b>
A.1 Méthode perturbative . . . . .	127

A.2 Asservissement . . . . .	128
<b>B Calculs pour les différents régimes d'un gyrolaser semi-conducteur</b>	<b>131</b>
B.1 Cas à l'arrêt . . . . .	131
B.2 Régime bidirectionnel en rotation . . . . .	133
<b>Publication et bibliographie</b>	<b>139</b>

# Remerciements

L'ensemble des travaux effectué pendant ces trois ans de thèse se sera déroulé entièrement à Thales Research and Technology à Palaiseau. Thierry Beauvais puis Bertrand Demotes-Mainard, directeurs successifs de TRT, m'y ont accueilli. Je les en remercie d'autant plus sincèrement que mon aventure Thales continue au delà de la thèse.

Mon encadrement au quotidien était fait par Gilles Feugnet. Je lui dois mon apprentissage expérimental de laseriste, en admettant que je puisse me prétendre comme tel. J'ai découvert en particulier toute une zoologie de cavités laser. Celle finalement retenue, en flèche, n'est qu'un des exemplaires de la faune qui est apparue dans la jungle qu'était, aux dires de certains, notre laboratoire. Il convient d'ajouter que cela n'allait pas sans une véritable rigueur scientifique : n'est pas un battement Sagnac qui veut ! Je ne sais pas si j'aurai l'occasion de retrouver un jour une table d'optique, mais mon enrichissement à tes côtés aura été tant scientifique que personnel. Merci !

Jean-Paul Pocholle, à qui l'on doit l'initiative de la gyrométrie laser état solide (cristal ou semi-conducteur), a été une source indéfectible de conseils, de suggestion. Je le remercie tant pour son enthousiasme que pour sa culture scientifique qui aura été un soutien constant tout au long de ma thèse.

Claude Fabre a accepté d'être mon directeur de thèse sur un sujet qui devait aussi aborder la question de bruit quantique dans les gyrolasers. Les aléas de la thèse, ainsi que son écriture n'ont pas permis d'aboutir à un résultat suffisant, malgré son aide, pour que le bruit quantique ait sa place dans ce mémoire. Il s'en pourtant fallu de peu. Nos rencontres n'ont pas été très fréquentes, il n'empêche que Claude n'a jamais désespéré dans son rôle de directeur de thèse qu'il avait très à cœur, et savait se rendre disponible dès que nécessaire.

Je voudrais ensuite remercier Pierre Glorieux et Fabien Bretenaker d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce mémoire de thèse. Je connaissais déjà Fabien par ses contacts à TRT. J'ai ainsi eu la chance de pouvoir profiter de son expérience dans le domaine pour affiner ma compréhension sur le gyrolaser et ne plus me laisser impressionner par ces trop nombreuses équations. J'espère avoir su transcrire, au moins partiellement, cette compréhension dans ce mémoire.

Je remercie également Emmanuel Rosencher d'avoir accepté le dur labeur d'être pré-

sident de mon jury de thèse. J'ai eu la chance d'avoir Emmanuel comme professeur de petite classe sur les lasers. Je me souviens particulièrement de cette expérience, faite en classe, de deux oscillateurs faiblement couplés qui se verrouillent à une fréquence commune, exactement comme un gyrolaser dans sa zone aveugle...

Last but not least, vient Isabelle Sagnes qui représentait dans le jury le monde de l'épitaxie. Il n'est pas de trop de dire que sans elle, je n'aurais jamais pu faire cette thèse telle que vous allez la lire. Je n'ai été qu'un humble utilisateur de  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, qui plus est, dans une application peu orthodoxe mais cette structure est néanmoins le cœur même de ma thèse. Je n'ai pas compté le nombre de structures issues de son bâti. Mais je reste impressionné par sa constante motivation, sa réactivité pour améliorer encore et encore ses structures. Il faut bien avouer que les dernières étaient tout simplement magnifiques.

Quand on parle  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, il y a la fabrication, mais il ne faut pas oublier la conception. Je remercie ainsi Arnaud Garnache qui a su comprendre et adapter la conception des structures pour notre application. Entre les premières et les dernières structures, la différence de gain est vraiment impressionnante!

L'aventure sur le sujet pour eux n'est pas terminée car un PREI DGA est en cours sur les  $\frac{1}{2}$ -VCSEL à pompage électrique. Après avoir soutenu ma thèse, la DGA, et Bruno Desruelle en tant que responsable du domaine, continue à promouvoir le sujet. Merci!

Le soutien ne vient pas uniquement de la DGA. Au sein de Thales, je n'étais pas le seul à travailler sur le gyrolaser état solide ou semi-conducteur. A TRT, il y a bien sûr Sylvain Schwartz dont la thèse a précédé la mienne et qui continue à travailler sur la gyrométrie. On pourra d'ailleurs mesurer dans ce mémoire l'apport de son travail sur le sujet. Il ne faut pas non plus oublier les stagiaires successifs : Francis Grabish, Maxence Rebut et Jérémie Chastaing qui ont permis de faire vivre un peu plus encore l'équipe gyro.

À Thales Avionics, une petite équipe, en particulier François Gutty, mais aussi Pierre Galon, Etienne Bonnaudet ou Michel Mary travaillent ou ont travaillé sur le gyrolaser état solide en donnant au projet un éclairage et une compétence plus industriels, très souvent utiles pour ne pas perdre la réalité des yeux : un battement Sagnac ne suffit pas à faire un (bon) gyromètre!

Petite entité en soi, l'équipe gyro dépendait du laboratoire Source Laser, à l'intérieur du département Optics and Optronics Solution puis du groupe de Physique. Je remercie ainsi, respectivement, Eric Lallier (LSL), Jean-Paul Castera (DOOS), et Emmanuel Desurvire (GRP) de m'avoir accueilli et permis de travailler dans d'aussi bonnes conditions matérielles.

Dans l'écosystème du laboratoire, j'ai eu la chance d'avoir autour de moi un grand nombre de personnes toujours disponibles pour m'éclairer sur certains sujets. Il y a bien sûr Joseph Colineau qui a eu la gentillesse et la patience de m'aider dans l'électronique, Mehdi Alouini qui m'a souvent éclairé sur la dynamique des lasers. Ensuite, dans les doctorants de l'époque, je voudrais remercier ainsi Ghaya Baili, avec qui je partageais le

même type de milieu à gain, le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, et qui m'a initié à son maniement, Grégoire Pillet qui m'a expliqué les bases de l'asservissement, et Bastien Steinhäusser, qui a été mon professeur d'optique pendant les deux ans où nous partagions le même bureau.

Notre bureau étant grand, le mouvement y a été important : Noémie, Lionel, puis Olivier, Rémi ont fait de ce lieu un endroit relativement vivant entre discussion, explication, visites, etc.. le rendant ainsi agréable, et parfois même studieux !

Ma cours de récréation a été, la dernière année, la forêt de Palaiseau où de façon quasi hebdomadaire (si si) j'allais courir avec Christian Larat, Denis Crété, Jean-Luc Maurice, Chad Husko, Arnaud Berurier, Cyrille Varona, et quelques autres que l'on a moins vu<sup>1</sup> ! Je n'ai pas (encore) repris la course depuis, mais merci en tout cas de m'avoir emmené découvrir cette forêt.

Autour du couloir du A0, je remercie également les héritiers du département d'optique que l'on retrouvait quasi-quotidiennement autour de la cafetière, puis plus tard de la belle machine à expresso, et avec lesquels s'organisaient les séminaires thésards : Cindy Bellanger, Arnaud Grisard, Dominique Papillon, Muriel Schwarz, Arnaud Brignon, Thierry Debuisschert, Simon Fossier, Robin Marijon, Jean-Pierre Huignard, David Faye, Guillaume Bloom, Loïc Morvan, Stéphanie Molin, Jérôme Bourderionnet, Daniel Dolfi, Arnaud Bénéières, Patrick Feneyrou, Laure Lee, Giuseppe Bellomonte, Anne Delboulbé, Frédéric Diaz, Brigitte Loiseaux, Pierre Le Barny, Françoise Soyer, Evelyne Chastaing et tous ceux que j'ai pu oublié ou qui sont partis, un peu ou beaucoup plus loin. Au delà du simple et agréable environnement de travail, il y a eu bien souvent ces discussions, ces petites aides qui vous permettent d'aboutir dans vos recherches.

Parmi tous, je voudrais remercier spécialement Barbara Petit, élément central de ce couloir, au propre comme au figuré, qui permet à tout ce petit monde de tourner relativement rond.

Si tout mon travail de thèse a été fait à TRT, je dépendais de l'école doctorale de l'X. C'est elle qui me délivrera mon diplôme, mais c'est aussi elle, avec X'Doc, qui m'a permis de passer trois ans de plus sur le campus de l'X et de voir une autre facette de l'école, bien différente de celle vue quand j'y étais élève. Merci donc à Dominique Grésillon puis à Michel Rosso ainsi qu'à toute l'équipe de l'EDX pour votre gestion simple et efficace des doctorants, mais aussi pour la promotion des doctorants au sein de l'école.

Mais il n'y a pas que la thèse dans la vie ! Je remercie amis, famille pour leur soutien, souvent plus humain que scientifique, tout au long de ces trois ans où l'on peut se sentir bien seul face à sa manip'. Et pour finir : Cécile !

---

1. Mais il faut avouer que la remontée de Lozère pouvait en achever plus d'un.



# Introduction

La large majorité des applications des lasers sont fondées sur les caractéristiques principales du faisceau laser : cohérence spatiale, cohérence temporelle ou forte puissance disponible. Ces caractéristiques peuvent permettre d'opérer un transfert de puissance (ablation laser, perçage, etc.), mais aussi des transferts d'information. Les têtes de lecture pour les disques compacts sont un exemple.

La gyrolaser se situe dans cette deuxième catégorie des applications, permettant le transfert d'une information mécanique, une rotation, en une information optique, portée par deux faisceaux laser. En effet, nous verrons qu'il est possible d'exploiter avec une cavité laser en rotation une propriété intéressante qui permet de mesurer cette vitesse de rotation. Un gyrolaser est donc un membre de la famille des gyromètres, famille dont nous ferons un rapide aperçu dans le premier chapitre. Cela nous permettra de mieux saisir les enjeux sur les gyromètres en général mais aussi plus spécifiquement sur les gyrolasers.

Si le comportement du gyrolaser dépend de la vitesse de rotation, le sujet d'intérêt portera plus sur la cavité laser, où a lieu le transfert d'information, que sur les faisceaux laser, qui ne sont que les porteurs de cette information. Nous sommes ainsi dans le domaine d'étude de la dynamique d'un laser. Mais le gyrolaser qui fait l'objet de ce mémoire présente dans notre cas précis une particularité forte : le milieu à gain est un matériau semi-conducteur. Il existe d'autres milieux à gain pour l'émission laser (gaz, colorants, terre rares), et même pour ceux pouvant être associés à un gyrolaser. Cependant, chaque milieu réagit différemment et il est important d'appréhender les propriétés intrinsèques du semi-conducteur, ce sera l'objet du second chapitre.

Il sera alors possible de développer un modèle pour décrire le gyrolaser semi-conducteur. Ce modèle va d'abord nous permettre de décrire la physique du laser étudié, mais surtout de décrire son comportement lorsqu'il est en rotation. Cette description est importante car nous pourrons alors définir les conditions nécessaires pour que notre laser puisse être réellement un gyromètre. Ensuite, comme nous le verrons dans le premier chapitre, mesurer une vitesse de rotation n'est pas très utile si l'on ne connaît pas la qualité de cette mesure. C'est pourquoi le modèle développé nous permettra aussi d'estimer dans notre cas cette qualité de mesure. Enfin, notre système étant bien évidemment imparfait, il est aussi important de saisir quels sont les points limitants de notre modèle ainsi que les limites intrinsèques du système.

Cependant, le modèle ne prend réellement de valeur que s'il sait être en accord avec

l'expérience. Nous allons ainsi dans un quatrième chapitre décrire l'expérience que nous avons construite à la lumière du modèle. On s'en doute, n'importe quel laser ne peut être un gyrolaser, un certain nombre de conditions existent, certaines générales aux gyrolasers, d'autres spécifiques à notre cas, dont un grand nombre pourront être données par le modèle développé. Nous verrons ainsi que peu d'éléments ont été laissés au hasard. Si les considérations sur l'optique seront majoritaires, celles sur l'électronique ne seront pas absentes.

Enfin, nous verrons dans un dernier chapitre les résultats que nous avons obtenus avec l'expérience décrite. Il a ainsi été possible d'obtenir un gyrolaser à partir de la cavité laser construite. Nous pourrons ensuite confronter le modèle à l'expérience, pour en tirer un certain nombre de paramètres expérimentaux mais aussi pour mieux saisir tant les limites du modèle que les limites de l'expérience. En effet, nous verrons que si les résultats sont prometteurs, nous pouvons déjà entrevoir certains points qu'il faudra résoudre pour progresser sur le sujet.

# Chapitre 1

## Gyrométrie

### Sommaire

---

1.1	Expression des besoins en gyrométrie . . . . .	<b>13</b>
	Navigation inertielle ou GPS (Global Positioning System) . .	14
	Gyromètres mécaniques . . . . .	15
1.2	Gyromètres optiques et effet Sagnac . . . . .	<b>16</b>
1.2.1	Effet Sagnac . . . . .	16
1.2.2	Gyromètre à fibre optique . . . . .	18
1.3	Gyrolaser . . . . .	<b>19</b>
1.3.1	Principe général . . . . .	19
1.3.2	Rétro-diffusion . . . . .	21
1.3.3	Gyrolaser Hélium-Néon . . . . .	22
1.3.4	Gyrolaser YAG dopé Néodyme (Nd :YAG) . . . . .	24
1.3.5	Gyrolaser semi-conducteur . . . . .	27

---

Un gyromètre est un instrument qui mesure les déplacements angulaires. Il existe aussi son équivalent pour les déplacements longitudinaux : les accéléromètres. Ensemble, ils sont capables de mesurer tous les types de déplacement. Historiquement, les instruments de ce type qui n'utilisent pas de références extérieures sont dits inertiels puisque c'est grâce à leurs inerties face à la modification du mouvement qu'il devient possible de mesurer les déplacements qu'ils subissent.

### 1.1 Expression des besoins en gyrométrie

Les applications de tels systèmes sont relativement diverses. Par exemple, dans le domaine grand public, on trouve des accéléromètres dans les baladeurs à disque dur (iPod). En effet, il est intéressant de pouvoir en mesurer l'accélération pour pouvoir détecter une chute et ainsi relever la tête de lecture du disque dur qui pourrait le rendre inopérant suite au choc. Dans le secteur automobile, il y a des accéléromètres dans tous les airbags et les systèmes de stabilisation dynamique de l'assiette du véhicule sont possibles grâce

à des gyromètres et des accéléromètres. Enfin, dans le domaine de l'aéronautique et de la défense, si on retrouve la question de la stabilisation, une des questions primordiales dans ce domaine reste néanmoins le problème du positionnement et de sa précision. Ainsi, pour des applications de navigation dite *inertielle*, puisque l'on est capable de mesurer des déplacements tant longitudinaux qu'angulaires, on peut connaître la position du porteur – typiquement un avion, un missile ou un sous-marin – à partir de sa position initiale, supposée connue.

Cette multiplicité des applications implique une grande variété dans les contraintes existant sur les gyromètres. Ainsi la plage de fonctionnement, c'est-à-dire la capacité à mesurer une certaine vitesse de rotation peut varier d'un porteur à un autre. De même, le temps de vie du gyromètre peut être de quelques minutes pour un missile à plusieurs milliers d'heures pour un avion. Mais les contraintes peuvent aussi être sur la stabilité du facteur d'échelle, où l'on entend par facteur d'échelle la loi qui relie linéairement la vitesse de rotation à la mesure de cette vitesse. La dérive du gyromètre est aussi une caractéristique importante. En effet, une incertitude de la mesure implique une dérive dans le temps entre l'angle réel du déplacement et l'angle mesuré. Il existe ainsi des applications pour lesquelles une dérive de l'ordre de  $1000^\circ/\text{h}$  suffit alors que pour d'autres, comme les applications de navigation inertielle, des dérives inférieures à  $0,01^\circ/\text{h}$  sont nécessaires. Enfin, d'un point de vue général, on considère que le marché mondial sur les dix ans à venir est de l'ordre de 3 milliards d'euros, avec 150 000 unités bas de gamme et 20 000 haut de gamme<sup>1</sup>.

### Navigation inertielle ou GPS (Global Positioning System)

Pour les applications qui nous intéressent plus particulièrement, celles qui ont trait au positionnement, en plus des systèmes de navigation inertielle, il existe des systèmes comme le GPS ou Galileo, qui se servent de références extérieures, les satellites dans ce cas. Par conséquent, ils n'ont pas besoin de connaître une quelconque situation initiale pour être capable de donner une position précise.

Nous avons ainsi deux systèmes pour donner une position. Ces deux systèmes, s'ils sont concurrents, sont aussi complémentaires. En effet, pour le GPS, la précision repose sur la condition de pouvoir capter les signaux d'au moins quatre satellites. Dans le cas contraire, l'information sur la position risque d'être inexistante ou fausse. Or il existe un certain nombre de cas typiques où ces conditions ne sont pas si facilement remplies : dans les zones escarpées ou en milieu urbain où l'environnement – montagnes ou bâtiments – peut créer des réflexions parasites qui viennent ainsi dégrader le signal, mais aussi aux pôles où la couverture satellite n'est pas suffisamment dense. Enfin, il y a le cas des sous-marins qui ne peuvent pas capter les signaux GPS ou celui des missiles qui subissent une accélération trop forte au lancement pour pouvoir conserver les signaux.

En revanche, même si à un moment ou à un autre le système n'est plus capable de donner une position, une fois qu'il a retrouvé ses signaux, la qualité de l'information fournie est la même qu'initialement.

---

1. Source : Thales division Aerospace

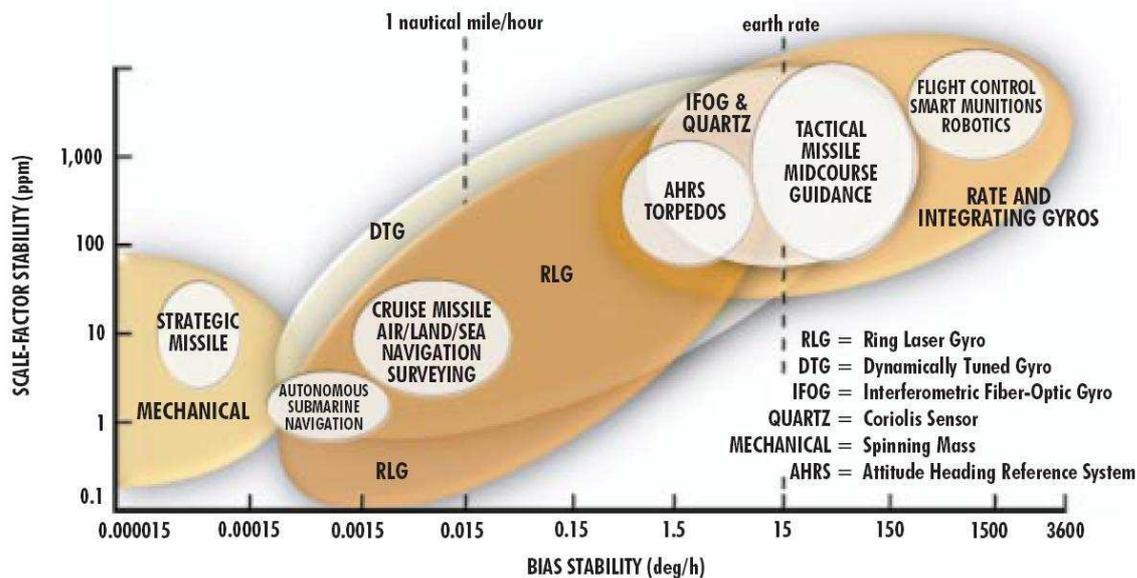


FIGURE 1.1 – Applications et technologies pour la gyrométrie en 1998 [2] en fonction de la dérive (*Biais stability*) et de la stabilité du facteur d'échelle (*Scale-Factor Stability*).

Dans le cas des systèmes inertiels, la précision de la position finale va dépendre entre autres de la dérive du capteur. Cependant, celui-ci sera toujours capable de fournir à tout moment une information quant à la position. On comprend ainsi que les deux systèmes n'ont pas les mêmes qualités. Sur des temps courts, les systèmes inertiels ont l'avantage ; alors que sur des temps plus longs, les systèmes satellitaires semblent être supérieurs. On s'en doute, dans la pratique les deux sont utilisés. De fait, le domaine de recherche sur les questions d'hybridation entre ces deux systèmes est particulièrement actif [1].

Ainsi, en fonction des plages de fonctionnement, des précisions recherchées ou des contraintes d'utilisation, on ne trouvera pas toujours le même type de gyromètre. Car de fait, il en existe une grande variété. Sans prétendre faire une présentation exhaustive des différentes possibilités il n'est pas dénué d'intérêt de présenter quelques éléments des deux grandes familles, optique et mécanique, associées à leurs performances (figure 1.1).

### Gyromètres mécaniques

Historiquement, la première famille est celle des gyromètres mécaniques. Le premier exemple d'un gyromètre mécanique qui vient à l'esprit est bien entendu la toupie. Montée sur cardan, elle garde son axe quelles que soient les inclinaisons que l'on fait subir à son support. Il est alors possible de mesurer la variation d'angle par rapport à la position d'origine. Si le principe reste simple, il faut avoir à l'esprit que la précision du système va ainsi dépendre pour beaucoup de la qualité du cardan. D'une solution physique on passe

à un problème technique.

Une des solutions proposées a été de remplacer le cardan par une suspension électrostatique. Cette solution présente encore actuellement les meilleures performances (catégorie *MECHANICAL* sur la figure 1.1) mais n'est présent que dans des domaines très réduits pour des raisons de coût mais aussi parce c'est une technique qui supporte mal les fortes accélérations [3], ce qui la rend rédhibitoire pour les applications aéronautiques habituelles.

Pour les applications autres que celles où le gyroscope à suspension électrostatique était satisfaisant, il a ensuite été proposé des gyroscopes où l'axe de rotation reste au contraire fixé au support (dit *strap-down*). C'est donc une technique qui a le mérite de supprimer le cardan. Grâce à la force de Coriolis, si un moment est appliqué perpendiculairement à l'axe de rotation, il est connu que le système va réagir perpendiculairement à ce moment et à l'axe de rotation. Des senseurs viennent alors mesurer cette force [4] et il est possible de remonter ainsi à la vitesse de rotation du porteur (catégorie *DTG* sur la figure 1.1). Si on les trouve encore sur certains porteurs, ils ne sont plus développés, et sont de plus en plus remplacés par des systèmes optiques.

Mais la force de Coriolis s'applique à tous les systèmes en mouvement dans un référentiel tournant. On trouve ainsi des systèmes oscillants qui mesurent la force de Coriolis due au mouvement de rotation qui leur est infligé. Un exemple courant est le MEMS (Micro-Electro-Mechanical System) soit en quartz [5] soit en silicium [6]. Cependant, la force de Coriolis dépendant de la masse, qui est faible dans le cas des MEMS, de tels systèmes ne peuvent prétendre à une dérive meilleure qu'un degré par heure. En revanche, leurs avantages, un faible coût et une très bonne compacité, ont permis d'ouvrir des marchés que l'on ne soupçonnait pas. On trouve ainsi des gyromètres MEMS dans des produits de grande diffusion tels que certaines manettes de consoles de jeux.

Il convient de citer aussi les gyroscopes résonnants hémisphériques (HRG ou Hemispherical Resonator Gyroscope) [7], eux aussi sensibles à la force de Coriolis, et qui ont pu démontrer des dérives de l'ordre de  $0,1^\circ/\text{h}$  mais dont les applications actuelles restent restreintes au spatial [8], dû aux contraintes d'environnement pour le bon fonctionnement de tels systèmes.

De façon générale, une des limites que l'on retrouve bien souvent dans les gyromètres mécaniques est la sensibilité aux accélérations ainsi que les couplages possibles entre les différents axes de rotation, ce qui a naturellement poussé à développer d'autres solutions.

## 1.2 Gyromètres optiques et effet Sagnac

### 1.2.1 Effet Sagnac

Un autre effet vient concurrencer les gyromètres mécaniques. En effet, il existe un effet équivalent à celui de Coriolis pour la lumière. On entend par équivalent simplement que le système va de la même façon être sensible à des rotations alors que lui même ne bouge pas dans le référentiel local (gyroscope *strap-down*). C'est l'effet Sagnac [9]. Puisqu'il ne met réellement aucun élément mécanique en mouvement – c'est la lumière qui *bouge* – il

ne sera que très peu sensible aux accélérations et les couplages avec les autres axes de rotation seront limités.

Pour expliquer l'effet Sagnac, il est nécessaire de se placer dans le cadre de la relativité générale. Cependant, en considérant que la vitesse de rotation est très petite devant la vitesse de la lumière dans le vide, il est tout à fait possible d'obtenir, au premier ordre, le résultat correct dans un cas simple [10]. On considère ainsi une onde lumineuse se propageant dans une cavité circulaire de rayon  $R$  et d'indice de réfraction égale à 1. Lorsque cette cavité est à l'arrêt, dans un référentiel galiléen, l'onde lumineuse voit une longueur de cavité  $L = 2\pi R$  et met ainsi un temps  $t = \frac{2\pi R}{c}$  pour faire un tour.

Si maintenant la cavité est animée de la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$ , la longueur effective de la cavité vue par l'onde lumineuse est modifiée. En effet, si elle se propage dans le même sens de déplacement que la cavité, pendant le temps  $t_+$  pour que la lumière revienne à son point de départ, celui-ci se sera éloigné : la longueur effective est ainsi allongée. Réciproquement, si maintenant la lumière se propage dans le sens de déplacement opposé à celui de la rotation de la cavité, pendant le temps  $t_-$  pour qu'elle revienne à son point de départ, celui-ci se sera rapproché : la longueur de la cavité est réduite. Nous avons ainsi :  $L_{\pm} = 2\pi R \pm R\dot{\theta}t_{\pm}$ ,  $L_+$  et  $L_-$  correspondant aux cas respectifs où la lumière se propage dans le même sens que celui dans lequel tourne la cavité et dans le sens opposé.

Dans tous les cas, nous savons que nous avons  $L_{\pm} = ct_{\pm}$ . Nous obtenons ainsi une expression de  $t_{\pm}$  :

$$t_{\pm} = \frac{2\pi R}{c \mp R\dot{\theta}} \quad (1.1)$$

La différence de temps entre les deux ondes contre-propagatives est alors :

$$\Delta t = t_+ - t_- = \frac{4\pi R^2}{c^2(1 - R^2\dot{\theta}^2/c^2)} \quad (1.2)$$

Nous nous sommes placés dans le cadre de la mécanique non-relativiste, donc nous avons :  $R\dot{\theta} \ll c$ . On obtient l'expression standard pour l'effet Sagnac :

$$\Delta t = t_+ - t_- = \frac{4\pi R^2\dot{\theta}}{c^2} \quad (1.3)$$

Il convient de faire plusieurs remarques par rapport à cette équation. D'abord, la démonstration n'est valable que dans le cas de la lumière se propageant dans le vide. Pour un autre type d'onde, comme une onde acoustique, remplacer directement  $c$  par la vitesse de l'onde utilisée donnerait un résultat faux. En effet, nous avons fait cette démonstration dans un cas simple, mais nous sommes bien dans la description d'un phénomène relativiste. Seule une démonstration rigoureuse dans le cadre de la mécanique relativiste montre que dans notre équation  $c$  ne correspond pas à la vitesse de l'onde utilisée mais à la constante de la relativité. Il se trouve que dans notre cas simple, les deux se confondent.

De plus, il est intéressant de noter que dans le cas d'un milieu avec un indice de réfraction  $n \neq 1$ , le résultat, toujours au premier ordre, est exactement le même que celui que nous avons obtenu. Enfin, pour une démonstration plus rigoureuse, il existe toute une littérature abondante autour de la démonstration de l'effet Sagnac (voir par exemple [10] [11]).

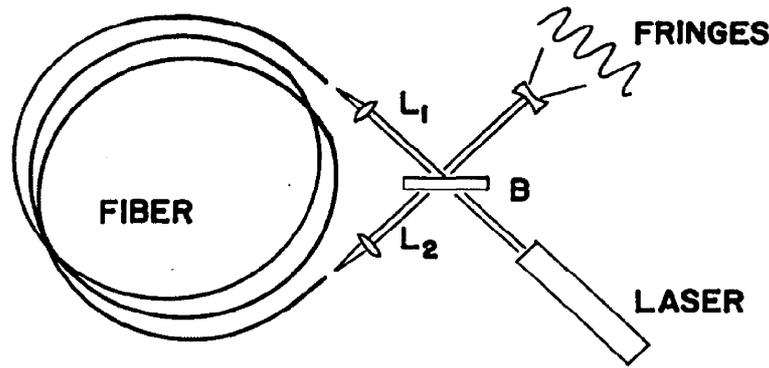


FIGURE 1.2 – Configuration de base d’un gyromètre à fibre optique.  $L_1$  et  $L_2$  sont des lentilles convergentes et  $B$  est une lame séparatrice à 50% de réflexion [13].

### 1.2.2 Gyromètre à fibre optique

Une des premières applications qui vient à l’esprit est justement d’utiliser le résultat décrit plus haut. La même onde optique, guidée par une fibre optique, est injectée par les deux extrémités. Le déphasage induit par l’effet Sagnac entre les deux ondes est mesuré par interférence. Nous n’avons rien construit d’autre qu’un interféromètre à fibre optique (figure 1.2) [12]. Le principe est très simple, mais présenté comme ceci, il est insensible aux faibles vitesses : proche de la vitesse nulle, la dérivée du signal reçu en fonction de la vitesse de rotation est égale à zero. En effet, le signal ainsi reçu est proportionnel à :

$$S = 1 + \cos(\omega\Delta t) = 1 + \cos\left(\frac{4\pi\omega NR^2\dot{\theta}}{c^2}\right) \xrightarrow{\dot{\theta} \rightarrow 0} 2 \quad (1.4)$$

avec  $\omega$  la pulsation de la lumière injectée et  $N$  le nombre de tours que fait la fibre enroulée sur elle-même.

Un des éléments qui permet d’assurer la sensibilité aux faibles vitesses d’un gyroscope à fibre optique (FOG ou Fiber Optics Gyroscope) est l’insertion d’un modulateur de phase optique qui vient introduire un biais non-réciproque, c’est-à-dire une différence de longueur optique entre les deux sens de propagation, et permet de placer le gyroscope au maximum de la sensibilité à vitesse nulle, c’est-à-dire lorsque le déphasage entre les deux ondes est égale à  $\pi/2$ . Mais un biais constant rend le système très sensible aux fluctuations diverses. C’est pourquoi le déphasage est de plus alternatif, en créneaux, à  $\pm\pi/2$  pour permettre aux fluctuations de s’annuler en moyenne [12]. Cependant, ce modulateur ne règle pas tout, et les composants utilisés ne sont pas forcément standards, ce qui rend finalement cette solution plus coûteuse qu’elle ne peut le laisser initialement penser si l’on vise les hautes performances inertielles.

Au final, des performances allant jusqu’à  $0,01^\circ/\text{h}$  peuvent être atteints par un tel système [14], ce qui correspond aux critères standards de la navigation aéronautique.

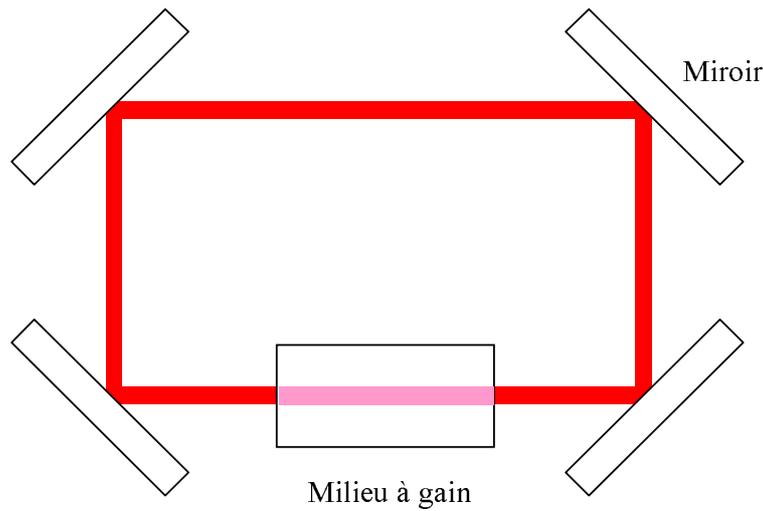


FIGURE 1.3 – Exemple de cavité laser en anneau.

## 1.3 Gyrolaser

### 1.3.1 Principe général

À la différence du gyromètre à fibre optique qui est un système passif, le gyrolaser (RLG ou Ring Laser Gyroscope) est lui un système actif résonnant : c'est une cavité laser en anneau [15], c'est-à-dire une cavité optique résonnante avec un milieu à gain (figure 1.3), qui va alors imposer l'existence de modes propres. Si la variété est grande dans le type de milieu à gain (par exemple : gaz, cristal, ou semi-conducteur) comme pour la cavité optique (espace libre, optique guidée), le principe général reste toujours le même.

En effet, les modes propres de la cavité laser, caractérisés entre autres par leurs longueurs d'onde<sup>2</sup> sont ceux pour lesquels la longueur optique de la cavité est un multiple entier de leur longueur d'onde. Ainsi, si  $L$  est le périmètre de la cavité en anneau,  $\lambda$  la longueur d'onde d'un mode du laser, pour que la cavité soit résonnante, nous devons avoir :

$$L = p\lambda \quad \text{avec } p \in \mathbf{N} \quad (1.5)$$

Or nous avons vu que par l'effet Sagnac, cette longueur de cavité dépendait de la rotation de la cavité et du sens de propagation de la lumière par rapport à celle-ci. Si maintenant nous avons une cavité laser en anneau avec deux ondes se propageant de manière contre-propagative l'une par rapport à l'autre et sur le même mode  $p$ , nous obtenons deux fréquences légèrement différentes.

$$\Delta f = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda = \frac{c}{\lambda^2} \frac{\Delta L}{p} \quad (1.6)$$

$$= \frac{c^2}{\lambda^2 p} \Delta t = \frac{4A\dot{\theta}}{\lambda L} \quad (1.7)$$

---

2. Nous nous plaçons ainsi dans l'hypothèse que le laser est toujours monomode transverse.

avec  $A = \pi R^2$  l'aire de la cavité<sup>3</sup>. Nous appelons alors facteur d'échelle  $K_1 = \frac{4A}{\lambda L}$  ce facteur qui relie linéairement la différence de fréquence à la vitesse de rotation.

Ainsi, contrairement aux systèmes passifs (cf. paragraphe 1.2.2), nous ne cherchons plus à détecter une différence de phase, mais une différence de fréquence. La détection se fait alors simplement par interférométrie en recombinant extra-cavité les deux ondes contre-propagatives. Ainsi, si nous avons à la sortie deux intensités monomodes transverses et longitudinales  $I_1$  et  $I_2$  chacune portant une phase  $\phi_1(t)$  et  $\phi_2(t)$ , le signal recombiné vu par la photodiode sera :

$$I_r = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_1(t) - \phi_2(t)) \quad (1.8)$$

Dans l'hypothèse où les intensités sont stables, le signal issu de la photodiode, un signal de battement, est une sinusoïde à la fréquence  $f_b = 1/(2\pi) d(\phi_1 - \phi_2)/dt$ . Cette fréquence n'est rien d'autre que la différence de fréquence entre les deux ondes contre-propagatives : la fréquence Sagnac. Cependant, avec une seule photodiode, il n'est pas possible de faire la différence entre les deux sens de rotation, c'est pourquoi deux photodiodes sont utilisées. Elles sont placées de telle sorte que leurs signaux soient en quadrature l'un par rapport à l'autre, la phase de la figure d'interférence étant alors légèrement différente pour les deux. Il est alors possible d'obtenir le sens de défilement des franges d'interférence et donc le sens de la rotation.

On peut se représenter l'effet Sagnac dans un gyrolaser d'une autre manière. En effet, nous avons dans la cavité en anneau une onde stationnaire. Le champ électrique peut ainsi s'écrire  $E = E_0 \cos(\omega t) \cos(kz)$  avec le vecteur d'onde  $k = 2\pi p/L$  où  $L$  est la longueur de la cavité et  $p$  le mode de l'onde laser. L'intensité intra-cavité qui peut être vue par un détecteur est ainsi :  $I = I_0 (1 + \cos(2kz))$ .

On peut alors voir cet effet Sagnac comme simplement décrivant le fait que lorsque la cavité du gyrolaser tourne, cette onde stationnaire reste immobile par rapport à l'univers [16]. En effet, après un tour, notre détecteur a vu défiler  $2p$  franges d'intensité et un tour se fait en  $2\pi/\dot{\theta}$  secondes. On a ainsi une fréquence de défilement de ces franges :

$$f = \frac{p\dot{\theta}}{\pi} = \frac{4A\dot{\theta}}{\lambda L} \quad (1.9)$$

On retrouve bien l'équation (1.6).

Si le principe d'un gyrolaser est clair, et ce fut d'ailleurs une des premières applications proposées pour les lasers [17], rien n'est dit sur sa réalisation. En effet, l'existence de deux modes contre-propagatifs (régime bidirectionnel) est nécessaire dans la cavité. Nous verrons que ce régime n'est pas forcément le régime naturel du laser. En effet, selon les milieux à gain, une des deux ondes peut empêcher l'autre d'apparaître, phénomène que l'on appelle compétition de mode. Nous décrirons ainsi plus loin les différentes solutions

---

3. Pour une cavité de forme quelconque, le résultat est exactement le même avec  $A$  l'aire projetée de la cavité sur le plan normal au vecteur rotation de la cavité.

qui ont été mises en œuvre selon les milieux à gain pour lutter contre ceci. L'autre difficulté est de bien s'assurer qu'il n'y ait aucun autre couplage, en plus de la compétition de mode, entre les deux ondes. En effet, il suffit qu'elles soient légèrement couplées l'une à l'autre pour que la réponse en fréquence ne soit plus parfaitement linéaire par rapport à la vitesse de rotation. Or nous avons deux ondes qui partagent la même cavité et le même milieu à gain, bien des types de couplages peuvent apparaître.

### 1.3.2 Rétro-diffusion

La rétro-diffusion est un couplage général à tout système où plusieurs ondes sont présentes, comme le gyrolaser. On considère que tous les milieux, ou toutes les interfaces, comme les miroirs par exemple, diffusent de façon isotrope une portion de la lumière qui les traverse. Dans ce cas, une partie de l'onde diffusée sera dans le sens exactement opposé à celui de l'onde incidente, et ce avec un certain déphasage. Nous obtenons ainsi un couplage entre les deux ondes contre-propagatives. Dans l'hypothèse où les deux intensités sont égales, ce couplage peut être décrit dans un premier temps par une équation différentielle très simple, l'équation d'Adler [18] [19] :

$$\dot{\psi} = \Omega - \Omega_L \sin(\psi + \beta) \quad (1.10)$$

où  $\psi$  est la différence de phase entre les deux ondes contre-propagatives,  $\Omega$  est la vitesse de rotation de la cavité corrigée du facteur d'échelle,  $\Omega_L$  l'amplitude de la rétro-diffusion, c'est-à-dire la proportion de l'onde qui est rétro-diffusée, et  $\beta$  la phase supplémentaire due à la rétro-diffusion.

À grande vitesse, et donc lorsque  $\Omega$  est grand, l'équation se résume au premier ordre à :

$$\dot{\psi} = \Omega \quad (1.11)$$

dont la solution est évidente :  $\psi = \Omega t$ , nous avons bien un accroissement linéaire de la phase, par effet Sagnac. En revanche, lorsque  $\Omega < \Omega_L$ , il existe une solution de l'équation 1.10 où  $\psi$  reste constante, nous avons alors un verrouillage de phase avec  $\Omega_L$  qui définit la limite de la zone appelée zone aveugle (figure 1.4).

Pour reprendre l'analogie de la cavité laser avec l'onde stationnaire immobile dans l'univers, on peut voir cette rétro-diffusion comme un point où cette onde vient s'accrocher, et ainsi à faible vitesse elle sera entraînée par la cavité [20]. On peut aussi faire le rapprochement avec le cas de deux pendules dans la même pièce qui se mettent à osciller en phase, le faible couplage par le sol suffisant à ce qu'elles se verrouillent sur la même fréquence.

On comprend ainsi que c'est un phénomène qui peut devenir très limitant pour une application inertielle, d'abord aux faibles vitesses, mais aussi au-delà puisque la réponse en fréquence ne pourra pas être parfaitement linéaire avec la vitesse de rotation. Il existe cependant plusieurs solutions : la première est bien sûr d'éviter au maximum les éléments intra-cavités qui peuvent être source de rétro-diffusion. De plus, des traitements de miroir spécifiques permettent de fortement limiter la diffusion. Cependant cela ne suffit toujours

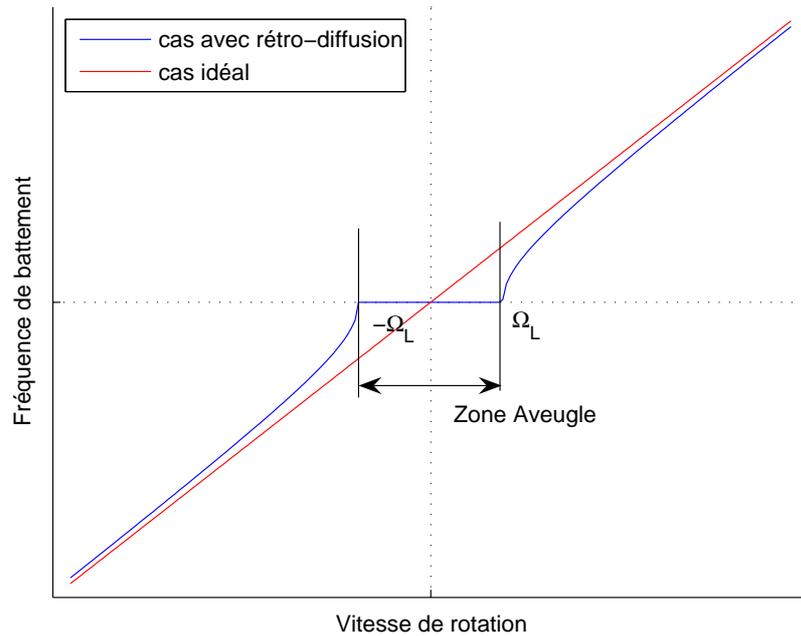


FIGURE 1.4 – Réponse d'un gyrolaser en fonction de la vitesse de rotation dans le cas du modèle d'Adler.

pas. Ainsi, plusieurs solutions ont été proposées comme l'activation de la cavité de façon mécanique, de telle façon que la cavité soit le moins souvent à l'arrêt [19] ou bien de façon optique, en ajoutant des biais optiques pour que le déphasage entre les deux ondes ne soit jamais nul [21].

### 1.3.3 Gyrolaser Hélium-Néon

Le premier milieu à gain proposé pour un gyrolaser a été un mélange de gaz sous basse pression d'hélium et de néon. Plusieurs longueurs d'onde laser sont possibles, 632,8 nm, 1,15  $\mu\text{m}$ , ou 3,39  $\mu\text{m}$ . Pour gagner en sensibilité, la plus petite longueur d'onde est choisie. Nous sommes ainsi dans un milieu gazeux où le gain, à élargissement inhomogène dû à l'effet Doppler [22], possède une largeur à mi-hauteur de l'ordre de 1,3 GHz à 300 K [23]. Nous allons voir que c'est en utilisant astucieusement cet effet qu'il a été possible de faire un gyrolaser avec un tel milieu à gain.

En effet, l'effet Doppler prévoit qu'une onde progressive sera vue par un atome à une fréquence qui va dépendre de la vitesse relative de l'atome par rapport au sens de propagation de l'onde. Ainsi, si l'atome se déplace à la vitesse  $v$  dans le même sens qu'une onde lumineuse progressive de fréquence  $\nu$ , sa fréquence sera alors vue par l'atome à la fréquence  $\nu' = \nu(1 - |v|/c)$ . À l'opposé, si l'atome se déplace dans le sens opposé à l'onde, la fréquence vue sera  $\nu' = \nu(1 + |v|/c)$ .

Considérons maintenant une cavité laser en anneau avec deux ondes contre-propagatives.

Le milieu à gain est un ensemble d'atomes, dans notre cas du néon  $\text{Ne}^{20}$ , qui ont une transition laser à la fréquence  $\nu_0$ . Si les deux ondes sont à la fréquence de la transition laser  $\nu_0$ , elles vont devoir partager le gain issu des mêmes atomes, créant ainsi de la compétition de mode qui peut aller jusqu'à l'extinction de l'un des deux [19]. Cependant pour une application gyrométrique, il est bien entendu que la compétition de mode n'est pas un comportement envisageable.

En revanche, si maintenant la cavité est désaccordée par rapport au centre de la courbe de gain de telle façon que les deux ondes sont à une fréquence  $\nu' > \nu_0$ , les atomes qui vont interagir et fournir le gain sont ceux se propageant dans le même sens que les ondes à la vitesse  $v$  tel que  $\nu' (1 - |v|/c) = \nu_0$ . Ce ne sont donc pas les mêmes atomes qui interagissent avec les deux ondes. Mais un désaccord de la cavité crée aussi des dissymétries dégradant le signal gyrométrique [19] [24]. Ce n'est donc pas non plus une solution.

La question a été résolue en faisant un mélange équilibré avec un autre isotope du néon, le  $\text{Ne}^{22}$  qui a une transition décalée par rapport à celle de l'isotope  $\text{Ne}^{20}$  de 875 MHz, plus faible ainsi que la largeur du gain [25]. Ainsi, si la longueur de la cavité est accordée au maximum de la courbe de gain du mélange, à mi-chemin entre les maxima de gain de deux isotopes, la cavité est bien désaccordée par rapport aux courbes de gain des atomes  $\text{Ne}^{20}$  et  $\text{Ne}^{22}$ , il n'y a donc pas de compétition de mode, les intensités sont stables, et la question de la dissymétrie est résolue puisque la cavité est centrée sur la courbe de gain total. Il faut cependant ajouter qu'un des miroirs de la cavité est placé sur une cale piézoélectrique pour ajuster en permanence la fréquence du laser sur le maximum de la courbe de gain total, pour contrevenir ainsi à des problèmes de variation thermique de la cavité.

Enfin, pour obtenir un signal de battement tel qu'il est décrit par l'équation 1.8, il est nécessaire d'être monomode transverse et longitudinal (ou mono-fréquence). En effet, on verra plus loin (cf. paragraphe 1.3.5) que dans le cas contraire, le signal gyrométrique est fortement dégradé. Pour cela, on ajuste la cavité du gyrolaser Hélium-Néon pour que son intervalle spectral libre soit inférieur, ou du même ordre de grandeur, que la largeur total de gain, 1,3 GHz. Par exemple, pour une cavité de 22 cm, l'intervalle spectral libre est de 1,4 GHz, suffisant pour être mono-fréquence. De plus, pour être monomode transverse, un diaphragme est introduit dans la cavité. Enfin, toute la cavité est remplie de gaz à basse pression, supprimant toutes les fenêtres qui pourraient être la source de rétro-diffusion.

Nous obtenons ainsi un gyrolaser mono-fréquence, bidirectionnel stable à toutes les vitesses de rotation, condition nécessaire pour avoir un gyromètre. La réponse en fréquence d'un tel gyrolaser, lorsqu'il n'est pas activé est en fait très proche de celle décrite par l'équation d'Adler (figure 1.4).

C'est actuellement le seul type de gyrolaser disponible commercialement et ses performances actuelles (figure 1.1) permettent de répondre aux applications liées à la navigation aéronautique, dont Thales est un des leaders européens sur le marché.

Cette solution, aussi satisfaisante soit-elle, n'est cependant pas sans poser quelques problèmes industriels. En effet, le fait de devoir manipuler un mélange gazeux impose que l'assemblage se fasse en atmosphère contrôlée. Ensuite, puisque l'excitation des atomes



FIGURE 1.5 – Exemple d'un gyrolaser Hélium-Néon (Thales division Aerospace).

d'Hélium pour l'obtention du gain (on parle alors de pompage) se fait par un plasma créé par décharges électriques via des électrodes, cela impose d'avoir à délivrer des tensions élevées pour l'amorçage de la décharge et qui ne sont pas forcément évidentes à fournir dans un contexte aéronautique. De plus, durant leur utilisation, les électrodes vont subir un mécanisme d'ablation par bombardement ionique, ce qui vient polluer le gaz, mais aussi émousser les électrodes, diminuant leur efficacité. Ce phénomène est ainsi une des causes de la limitation la durée de vie du système. Devant ce constat de durée de vie limitée et de coût de production élevé, des solutions ont été proposées pour contourner ces difficultés dues au gaz par d'autres milieux à gain.

### 1.3.4 Gyrolaser YAG dopé Néodyme (Nd :YAG)

En passant d'un milieu gazeux à un cristal solide, on supprime un bon nombre des inconvénients liés au gaz :

- Il n'y plus besoin pour l'assemblage d'une atmosphère aussi contrôlée.
- La cavité n'a plus besoin d'être un bloc étanche. En effet, La cavité laser est définie par des miroirs et le cristal de Nd :YAG est rajouté intra-cavité.
- Le pompage se fait optiquement par diode laser de puissance. Ainsi, il n'y plus de problème de pollution de gaz et la durée de vie est simplement limitée par la diode laser, bien plus longue que ce qui peut se faire pour les gyrolasers Hélium-Néon.

De plus, en dehors des miroirs qui doivent être à faible diffusion comme pour les gyrolasers Hélium-Néon, tous les autres composants sont standards et portés par d'autres

marchés, ce qui réduit d'autant leur coût.

Cependant le comportement du milieu à gain est fondamentalement différent de celui vu précédemment : c'est un milieu solide à élargissement homogène. Ainsi, par définition, quels que soient les modes de la cavité, tous les atomes interagissent de la même façon avec les ondes [15].

Dans un fonctionnement mono-fréquence, l'onde stationnaire dans la cavité vient inscrire un réseau de gain<sup>4</sup>. Or, dans le cas où il n'y pas d'autres couplages, typiquement la rétro-diffusion, on se trouve dans un système instable [15] [22]. En effet, les ondes viennent se réfléchir sur ce réseau de gain de façon à favoriser l'onde qui a la plus grande intensité. Cette compétition de mode dépend ainsi du contraste du réseau de gain et tend à favoriser un fonctionnement unidirectionnel. C'est pourquoi un système actif de contrôle des intensités est nécessaire pour rester dans un fonctionnement bidirectionnel [26].

Les ondes dans la cavité ont cependant d'autres couplages, dont la rétro-diffusion qui au contraire aura tendance à stabiliser un fonctionnement bidirectionnel, au prix d'un verrouillage en fréquence aux faibles vitesses de rotation.

Lorsque la cavité est en rotation, et que les deux ondes ne sont plus verrouillées en fréquence, la figure d'interférence ainsi que le réseau de gain vont défiler dans le cristal grâce à l'effet Sagnac. Mais ce défilement ne va pas être anodin pour le réseau de gain. En effet, le temps de vie de fluorescence de Nd :YAG est de  $230 \mu\text{s}$  [15]. Or pour une cavité carrée de 22 cm de périmètre et à 1064 nm de longueur d'onde d'émission laser, la non-réciprocité en fréquence due à l'effet Sagnac est du même ordre de grandeur que le temps de vie de fluorescence dès que la vitesse de rotation de la cavité atteint  $5^\circ/\text{s}$ . Ainsi, au delà de cette vitesse, le milieu à gain ne pourra suivre parfaitement le défilement des franges d'interférence. À cause de ce temps de vie long, le réseau de gain va être alors progressivement gommé lorsque la vitesse de rotation augmente. Cela aura ainsi pour effet de diminuer la compétition de mode, sans l'annuler pour autant. Mais en plus d'être gommé, le réseau de gain va aussi être déphasé par rapport au réseau d'intensité ce qui aura pour effet d'ajouter une non-linéarité, intrinsèque au milieu à gain, à la réponse en fréquence du système par rapport à la vitesse de rotation. L'existence de ce réseau de gain, ainsi que son possible déphasage va donc sensiblement modifier la courbe de réponse en fréquence par rapport à celle d'un gyrolaser Hélium-Néon (figure 1.6).

---

4. C'est un phénomène que nous serons amplement amenés à revoir dans le cas du semi-conducteur (cf. paragraphe 3.1.1). Il est en effet général aux milieux à gain à élargissement homogène.

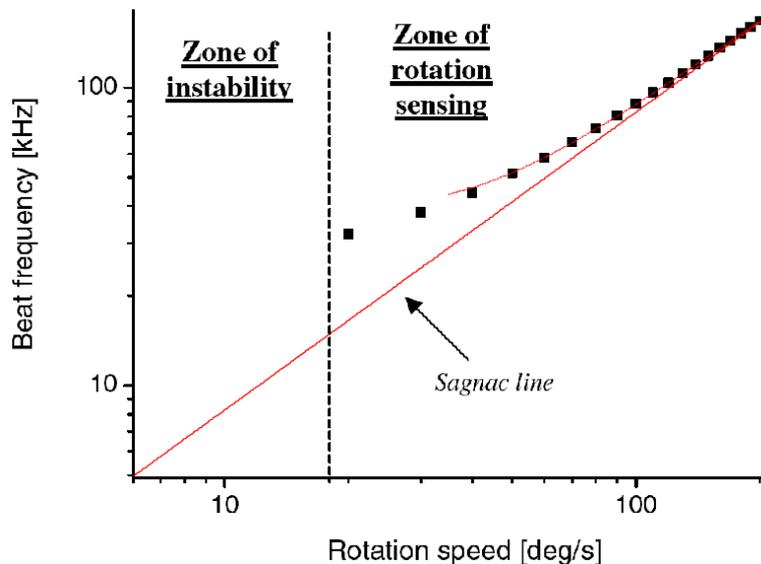


FIGURE 1.6 – Réponse en fréquence d'un gyrolaser Nd :YAG [26]

On notera aussi que ce défilement des franges assure en rotation un fonctionnement mono-fréquence au système, ce qui n'est pas le cas à l'arrêt. En effet, puisque dans ce cas le réseau de gain immobile, seule une partie du gain disponible est utilisée, ce qui va permettre à d'autres modes longitudinaux d'apparaître puisque le gain cette fois-ci est plus large que l'intervalle spectral libre – respectivement 100 GHz et 1,4 GHz – c'est le phénomène de *spatial hole burning*.

Enfin, puisque l'on est dans le cas où le temps de vie de fluorescence est plus grand que le temps de vie du photon dans la cavité (typiquement 50 ns), c'est-à-dire celui d'un laser de classe B [27], il existe une fréquence propre, appelée fréquence de relaxation, propre au système et qui peut venir perturber la réponse en fréquence lorsque la non-réciprocité Sagnac est proche de celle-ci [28].

On voit ainsi que le réseau d'inversion de population et surtout son temps de vie est source de problème, des méthodes ont été mises en œuvre pour supprimer ce réseau, avec succès, sans pour autant atteindre actuellement des performances inertielles équivalentes à celles obtenues par les gyrolasers Helium-Néon [29]. Cependant, on remarque qu'en changeant de matériau, il devient possible de changer le temps de vie. En effet, pour des temps de vie plus long, à vitesse de rotation égale, le contraste du réseau de gain sera plus faible, ainsi que la compétition de mode et les non-linéarités induites par le réseau de gain. Au contraire, si le temps de vie est très court, le réseau de gain sera toujours en phase avec le réseau d'intensité, et il n'y aura plus de non-linéarités induites par le réseau de gain. De plus, si le temps de vie peut être plus court même que le temps de vie du photon dans la cavité, le laser est de classe A, et la fréquence de relaxation disparaît.

### 1.3.5 Gyrolaser semi-conducteur

Avec le gyrolaser Nd :YAG, nous venons de voir un premier exemple où le milieu à gain a été remplacé pour un milieu solide. Cela permet de tirer le meilleur parti du milieu solide tout en conservant d'autres paramètres comme le facteur d'échelle, et donc la sensibilité à la rotation qui reste sensiblement la même.

Pour le gyrolaser semi-conducteur, les choses sont un peu différentes. En effet, le semi-conducteur est d'abord un milieu à gain pour lequel un pompage directement électrique est possible, et ce sous basse tension. Il n'est alors plus nécessaire d'employer des diodes lasers ou des électrodes. Ensuite, il est également possible d'envisager des systèmes en optique intégrée, ce qui ouvre alors la porte vers des systèmes monolithiques et potentiellement peu onéreux. Ainsi, même si la sensibilité ne sera plus forcément la même que celle du gyrolaser Hélium-Néon, la grande compacité et le faible coût permet d'ouvrir des perspectives intéressantes.

Il faut cependant reconnaître que les essais en optique intégrée n'ont pas, pour l'instant, été couronnés de succès [30]. En effet, l'optique intégrée pose un problème conséquent pour la gyrométrie : les pertes mais aussi la rétro-diffusion sont importantes. Même si l'on ne vise que des basses performances, ces mécanismes peuvent empêcher tout fonctionnement gyrométrique.

Ainsi, seuls les gyrolasers composés d'un amplificateur optique semi-conducteur (SOA ou Semiconductor Optical Amplifier) rebouclé dans une cavité en anneau en fibre optique ont jusqu'à présent pu démontrer leur faisabilité [31] [32]. La détection se fait soit optiquement, en recombinaison des deux faisceaux, ou bien en mesurant la modulation de la tension aux bornes du SOA, sensible à la variation de l'intensité optique dans la structure [33] et donc au défilement des franges dû à la non-réciprocité Sagnac. Cependant, dans les cas d'un gyrolaser semi-conducteur, on est loin d'un signal sinusoïdal bien contrasté comme celui décrit par l'équation 1.8. Le signal Sagnac ne peut être observé que sur un analyseur de spectre, alors que dans les deux premiers cas (He-Ne et Nd :YAG) un oscilloscope suffit.

En effet, à la différence de gyrolasers He-Ne ou Nd :YAG, même en rotation, la cavité est multi-mode longitudinalement. Le semi-conducteur a une largeur de gain très large, pouvant aller à plusieurs dizaines de nanomètres [34]. Même si l'émission laser ne se fait que sur une plage spectrale de 0,1 nm de large à 1,28  $\mu\text{m}$ , pour une cavité longue de 77,8 cm [35], 70 modes longitudinaux peuvent malgré tout être présents.

Si le facteur d'échelle dépend bien de la longueur d'onde, l'influence d'une largeur spectrale de cet ordre (0,1 nm) restera limitée et le facteur d'échelle et ne fluctuera dans ce cas que de l'ordre de 0,01%, ce qui est de fait bien moins large que ce qui a pu être observé expérimentalement. Ce n'est donc pas cet effet qui limite actuellement la qualité du signal. En revanche, rien ne fixe la phase relative entre les différents modes, ce qui va alors fortement détériorer l'amplitude du signal Sagnac qui est de fait rarement à plus de 10 dB au-dessus du bruit [35] [32].

Le fonctionnement multimode n'a cependant pas que des inconvénients. En effet, le semi-conducteur, comme le Nd :YAG est un milieu à gain à élargissement homogène. Or

dans le cas d'un fonctionnement mono-fréquence du laser semi-conducteur, on se retrouverait dans un cas similaire au Nd :YAG, c'est-à-dire le cas où la compétition de mode empêcherait un fonctionnement bidirectionnel en rotation. En effet, nous avons vu que ce comportement était dû à l'existence d'un réseau de gain ; or dans le cas d'un laser fortement multimode, celui-ci disparaît de fait suffisamment pour voir apparaître occasionnellement un signal Sagnac [35].

Si le principe d'un gyrolaser semi-conducteur a été démontré, il ne semble pas possible au premier abord d'améliorer le système tel quel. En effet, pour cela il faudrait stabiliser les modes et surtout pouvoir aller à l'encontre de la compétition de mode en venant contrôler les intensités.

Or pour stabiliser les modes, il serait nécessaire d'ajouter des éléments filtrants spectralement dans la cavité, ce qui ne manquera pas d'être une source de rétro-diffusion. De plus, rien n'a été dit pour le moment sur la stabilité en température. Dans le cas du gyrolaser Hélium-Néon, le gain est assuré par les atomes de Néon excités dont la longueur d'onde d'émission est peu sensible à la température. Ensuite la cavité est faite en zérodur, qui possède des coefficients de dilatation thermique très faibles. À l'opposé, dans le semi-conducteur, le gain est assuré par le matériau lui-même, ce qui rend la longueur d'onde d'émission plus sensible à la température. De plus, les fibres elles-mêmes sont sensibles à la température, ce qui peut modifier le facteur d'échelle.

Ainsi, passer à une cavité en espace libre, et non plus fibrée, donne un certain nombre d'avantages en termes de souplesse d'action sur la cavité, de stabilité en température mais surtout cela va permettre de bien mieux contrôler les intensités. L'idée d'une cavité en espace libre pour le semi-conducteur nous éloigne très sûrement de l'optique intégrée mais nous rapproche de ce qui a pu être fait dans le cadre du gyrolaser Nd :YAG. Par rapport à ce dernier milieu à gain, le semi-conducteur possède un avantage clair : son temps de vie est très court, de l'ordre de la nanoseconde. Suite à ce que nous avons dit dans le paragraphe 1.3.4, il semble donc intéressant de chercher à faire un gyrolaser semi-conducteur mono-fréquence en espace libre. Ce sera l'objet de ce mémoire.

# Chapitre 2

## Lasers semi-conducteurs

### Sommaire

---

2.1	Généralités sur les lasers semi-conducteurs . . . . .	<b>29</b>
2.2	$\frac{1}{2}$ -VCSEL . . . . .	<b>32</b>
2.2.1	Émission par la surface versus émission par la tranche . . . . .	32
2.2.2	Structure multi-puits quantiques . . . . .	33
2.2.3	Pompage optique . . . . .	35
2.2.4	Gestion thermique . . . . .	36

---

**A**vant de voir comment on peut faire un laser semi-conducteur en anneau avec une cavité en espace libre, un petit détour sur les milieux à gain semi-conducteurs peut être utile. En effet, comme nous avons déjà pu le pressentir dans le précédent chapitre, le milieu à gain est déterminant dans l'architecture générale d'un gyrolaser et se trouve ainsi à la source d'une grande partie des contraintes.

### 2.1 Généralités sur les lasers semi-conducteurs

À la différence des autres milieux à gain où il faut considérer les différents niveaux quantiques des atomes pour comprendre l'effet laser, dans un milieu semi-conducteur, l'effet laser ne se fait pas sur quelques atomes qui se trouvent dans un gaz ou une matrice cristalline mais est inhérent à l'ensemble du réseau d'atomes du matériau. Ainsi, on ne décrira pas le système sous forme de population d'atomes plus ou moins excités mais sous la forme de densité plus ou moins grande d'électrons et de trous respectivement dans la bande de conduction et dans la bande de valence du matériau [36]. Les taux d'absorption et d'émission stimulée vont alors dépendre de ces deux densités. Ainsi, l'absorption est forte si la densité d'électrons dans le bas de la bande de conduction est plus faible que celle dans la haut de la bande de valence. Le taux d'émission domine quand cette proportion s'inverse, ce qui permet alors à la structure d'avoir du gain.

Sans rentrer dans les détails, lorsque le matériau est suffisamment pompé, on peut voir un laser semi-conducteur comme un système à quasi-quatre niveaux (figure 2.1). Ainsi, une

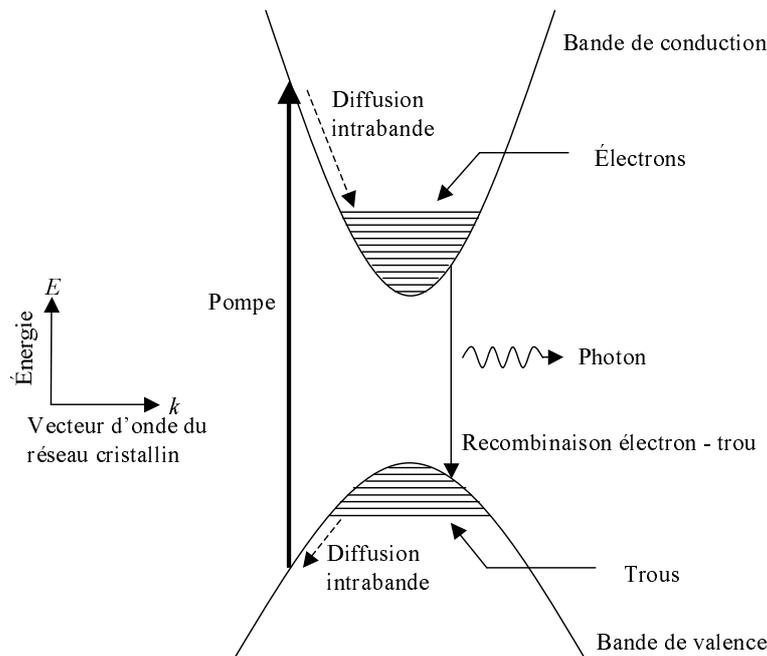


FIGURE 2.1 – Schéma de principe, très simplifié, de l'émission d'un photon dans un semi-conducteur à gap direct. La réalité est naturellement plus complexe. Par exemple la bande de valence comprend en fait deux bandes : celles des trous lourds et celle des trous légers (voir par exemple [37]).

paire électron-trou est injectée par le pompage dans le matériau à une certaine énergie. Par diffusion intrabande via les phonons, l'électron et le trou se désexcitent respectivement dans le bas de la bande de conduction et dans le haut de la bande de valence. Ils se recombinent et émettent un photon à la longueur d'onde correspondant à la différence d'énergie entre le haut de la bande de valence et le bas de la bande de conduction.

À cela, il faut cependant ajouter plusieurs remarques :

1. D'abord, le semi-conducteur n'est pas un laser à quatre niveaux au sens où on l'entend généralement [15]. Dans un laser à quatre niveaux, sans pompage, seul le niveau fondamental est peuplé. Ainsi, à la longueur d'onde de la transition laser, le matériau est transparent. Dans le cas du semi-conducteur, le cas est différent. En effet, en l'absence de pompage, le haut de la bande de valence a une densité d'électrons supérieure à celle du bas de la bande de conduction. Ainsi, le taux d'absorption est plus important que le taux d'émission : le semi-conducteur n'est donc pas un milieu transparent à la transition laser mais absorbant. Ce n'est qu'à partir d'un certain taux de pompage que le taux d'émission prend le dessus sur le taux d'absorption. Nous avons ainsi un seuil de transparence du milieu à gain comme on peut le voir sur la figure 2.2 où le gain n'apparaît que lorsque la densité d'électrons injectés est supérieure à  $1,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Notre analyse considérant le semi-conducteur comme un système à quatre niveaux n'est donc correcte que lorsque l'on est au delà du seuil de transparence.

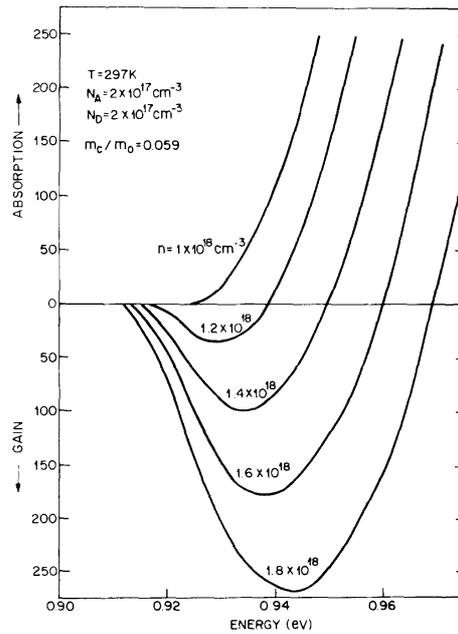


FIGURE 2.2 – Exemple, dans le cas du quaternaire  $\text{In}_{0,72}\text{Ga}_{0,28}\text{As}_{0,6}\text{P}_{0,4}$  sur substrat  $\text{InP}$  de la variation du gain et de l'absorption (en  $\text{cm}^{-1}$ ) en fonction de l'énergie de la longueur d'onde considérée (en eV), calculée pour différents pompages ( $n$  étant la concentration d'électrons injectés) [38].  $N_A$  et  $N_D$  sont respectivement la concentration d'accepteurs et de donneurs,  $m_c/m_0$  est la masse effective normalisée de l'électron dans la bande de conduction.

De façon générale, on considérera que le gain est donné par la loi phénoménologique suivante :  $g = g_0 \ln(N/N_0)$  où  $N$  est la densité de porteurs et  $N_0$  la densité des porteurs au seuil de transparence.

2. Ensuite, les temps de diffusion intrabande sont beaucoup plus courts que les temps de relaxation interbande. Nous avons ainsi les temps de relaxation  $\tau_v = 0,05 - 0,1$  ps et  $\tau_c = 0,2 - 0,3$  ps respectivement pour les bandes de valence et de conduction [37]. Ce temps court implique un temps de relaxation du dipôle du même ordre de grandeur [39] :  $\tau_{in} = 0,1$  ps. Dans le matériau ternaire  $\text{InGaAs}$ , le temps de relaxation interbande  $T_1$  est en revanche plus long : de l'ordre de la nanoseconde. Il diminue cependant avec le taux de pompage. Ainsi, à pompage fort, d'autres phénomènes de recombinaison non-radiative entrent en jeu, comme l'effet Auger [37]. La température elle-même joue un rôle, puisque lorsqu'elle augmente, elle tend à favoriser la relaxation interbande. Nous garderons cependant la nanoseconde comme temps typique de relaxation interbande.

Ceci implique d'abord que nous pourrions faire l'approximation que la polarisation du milieu est toujours en équilibre par rapport au champ électrique et à la densité des porteurs (électrons et trous) [37]. Ensuite, cela permet de considérer le semi-conducteur comme un milieu à élargissement homogène [37].

3. Enfin, cette diffusion intrabande peut être aussi vue comme de la diffusion spatiale de porteurs [40] [39]. En effet, l'électron est injecté avec un certain vecteur d'onde

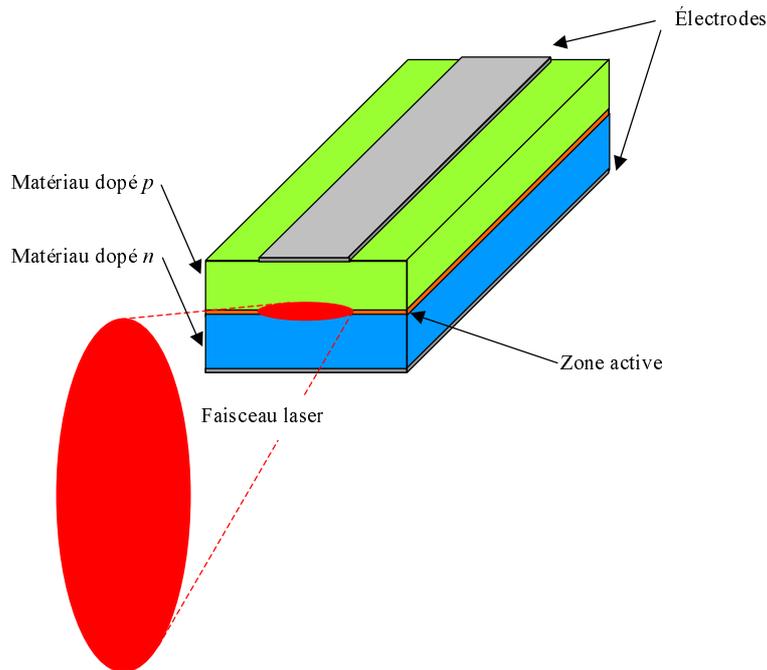


FIGURE 2.3 – Schéma d’une diode laser à émission par la tranche dans le cas d’une structure ruban à double hétéro-structure [36].

$k$  non nul, et donc avec une certaine vitesse. Le temps qu’il se désexcite et retombe par diffusion intrabande en bas de bande de conduction, soit  $k \simeq 0$ , et donc une vitesse nulle, l’électron aura parcouru une certaine distance, qui sera d’autant plus grande que le temps de diffusion intrabande sera grand.

L’exemple le plus classique pour un laser semi-conducteur est une diode laser à émission par la tranche [34]. La cavité est ainsi simplement définie par la structure elle-même, les faces clivées de la structure faisant office de miroirs. L’onde optique se propage dans le plan de la zone active (figure 2.3). Dans certaines diodes, cette zone active – de 0,1 à 0,3  $\mu\text{m}$  d’épaisseur – comporte un ou plusieurs puits quantiques pour augmenter localement la densité de porteurs par confinement et donc le gain disponible.

On remarquera de plus que l’émission des diodes laser n’est pas à symétrie de révolution par rapport à l’axe de propagation de la lumière. La lumière n’est pas guidée de la même façon dans le plan de la structure ou perpendiculairement. Ainsi, la diode, par son diagramme asymétrique, n’émet pas un faisceau circulaire, mais elliptique [37] avec des divergences différentes dans les deux directions, liées aux effets de diffraction.

## 2.2 $\frac{1}{2}$ -VCSEL

### 2.2.1 Émission par la surface versus émission par la tranche

Présenté ainsi, il ne semble pas aisé de pouvoir utiliser le semi-conducteur pour faire une cavité en anneau en espace libre. En effet, si nous voulions utiliser une diode laser

à émission par la tranche il faudrait focaliser le faisceau sur la région active (moins d'un micron d'épaisseur), tout en respectant l'ellipticité du mode. On peut aussi imaginer le SOA fibré vu plus haut, qui n'est rien d'autre qu'une diode à émission par la tranche, que l'on viendrait coupler avec une cavité en espace libre. Mais tout ceci impliquerait un grand nombre d'éléments optiques qui peuvent toujours être source de rétro-diffusion et dont le réglage peut s'avérer délicat. Cependant, cette difficulté de couplage n'est qu'une des limitations par rapport à d'autres bien plus intrinsèques liées au matériau.

En effet, la diode laser est un milieu à modes guidés et à très fort gain, mais qui a aussi des pertes internes. Ainsi, au total, toutes ces pertes vont rendre difficile l'obtention d'une cavité avec suffisamment de finesse. Or, plus la finesse de la cavité (directement reliée au temps de vie du photon dans la cavité) est faible, plus le temps de réaction du système est court. Et si le système réagit rapidement, il va être difficile de pouvoir le contrôler, ce que pourtant nous allons chercher à faire.

Enfin, c'est sans compter les effets non-linéaires entre les modes, qui vont rendre le contrôle des modes très difficile [37].

Mais les lasers semi-conducteurs ne s'arrêtent pas uniquement aux diodes laser à émission par la tranche. Il existe aussi des diodes laser à émission par la surface [41]. Ce sont des structures où plusieurs puits quantiques se trouvent entre deux miroirs de Bragg (figure 2.4(a)). Ainsi, contrairement aux diodes laser à émission par la tranche, le mode laser se propage non plus dans le plan des puits mais perpendiculairement à ceux-ci. La zone de gain traversée est ainsi beaucoup plus petite : quelques puits quantiques qui font chacun une dizaine de nanomètres contre des structures qui font plusieurs centaines de microns de long. Il faut donc s'attendre à avoir moins de gain disponible.

Cependant cette plus faible densité de gain n'est pas sans avantage. En effet, cela a aussi pour effet de limiter les interactions entre modes et de diminuer les pertes.

Enfin, les difficultés de couplage en cavité externe sont bien moindres car non seulement le faisceau possède une symétrie de révolution, mais en plus la zone de gain est beaucoup plus large, pouvant aller jusqu'à plus de  $50 \mu\text{m}$  de diamètre [41].

Pour toutes ces raisons, il semble ainsi plus intéressant d'utiliser des VCSEL pour réaliser un gyrolaser en cavité externe. En fait, ce n'est pas un VCSEL que nous chercherons à employer mais un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL [42]. C'est-à-dire une structure avec uniquement un seul miroir de Bragg et des puits quantiques (figure 2.4(b)). La structure se termine par une couche d'arrêt pour éviter la fuite des porteurs, mais le deuxième miroir, pour refermer la cavité, est en dehors de la structure. Nous obtenons ainsi de façon très naturelle un laser semi-conducteur en cavité externe.

## 2.2.2 Structure multi-puits quantiques

Si le principe d'un VCSEL ou d'un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL semble simple – des puits quantiques entre deux miroirs – sa réalisation est cependant loin d'être le fruit du hasard. Sans prétendre rentrer dans les détails de la conception d'une structure  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, ce qui n'est pas le sujet de ce mémoire, on peut cependant citer quelques éléments de fabrication.

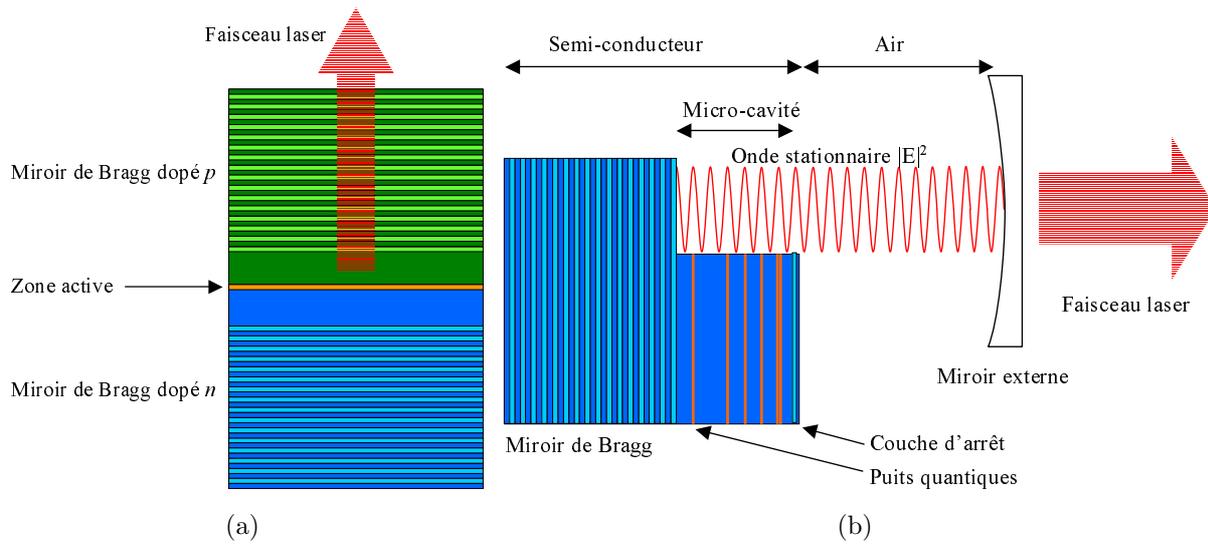


FIGURE 2.4 – (a) Schéma d'un VCSEL composé de deux miroirs de Bragg et d'une région active. (b) Schéma d'un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL résonnant à 6 puits quantiques dans une cavité plan-concave. Les échelles ne sont pas respectées.

Ainsi, dans le cas simple d'un VCSEL ou d'un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL en incidence normale, il y a une onde stationnaire dans la structure qui correspond à la longueur d'onde d'émission de la structure à puits quantique. Il est donc nécessaire de placer les différents puits au niveau des ventres de l'onde stationnaire définie par la cavité.

De plus, si on cherche à avoir du gain il est nécessaire de multiplier le nombre de puits quantiques, dans la limite où ceux-ci sont bien alimentés par le pompage. Or dans le cas qui nous intéresse, une structure en GaAs et des puits en InGaAs, il existe un défaut de maille [43]. Au delà de quelques puits quantiques, les contraintes sont telles que le matériau se disloque localement. Il est donc nécessaire de mettre un matériau, dans notre cas le GaAsP entre le GaAs et les puits en InGaAs pour compenser la contrainte et pouvoir alors augmenter le nombre de puits dans la structure [42].

Ensuite, même pour un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, la structure est une micro-cavité. En effet, à cause de la différence d'indice de réfraction entre le GaAs (de l'ordre de 3,5) et l'air, la structure peut faire office d'interféromètre de Fabry-Pérot. Il est donc aussi important de bien caler le mode de micro-cavité sur la longueur d'onde d'émission des puits quantiques.

Il ne faut pas non plus oublier le miroir de Bragg qui est constitué d'une alternance de couches en GaAs et en AlGaAs qui doivent être également accordées à la bonne longueur d'onde. Vu les ordres de grandeurs mis en jeu – un puits quantique fait typiquement 8 nm d'épaisseur, une couche de GaAs pour le miroir de Bragg a une épaisseur de  $\lambda/(4n_{SC})$  soit 71 nm avec  $n_{SC} = 3,5$  l'indice de réfraction du semi-conducteur – on peut alors se rendre compte que la fabrication est loin d'être aisée.

Enfin, nous nous sommes placés dans le cas simple d'un faisceau laser en incidence normale, nous verrons plus loin que l'angle d'incidence change beaucoup de choses. Nous pouvons d'ores et déjà dire qu'en dehors de la longueur d'onde d'émission laser, tous les paramètres décrits plus haut vont dépendre de l'angle d'incidence avec lequel la structure

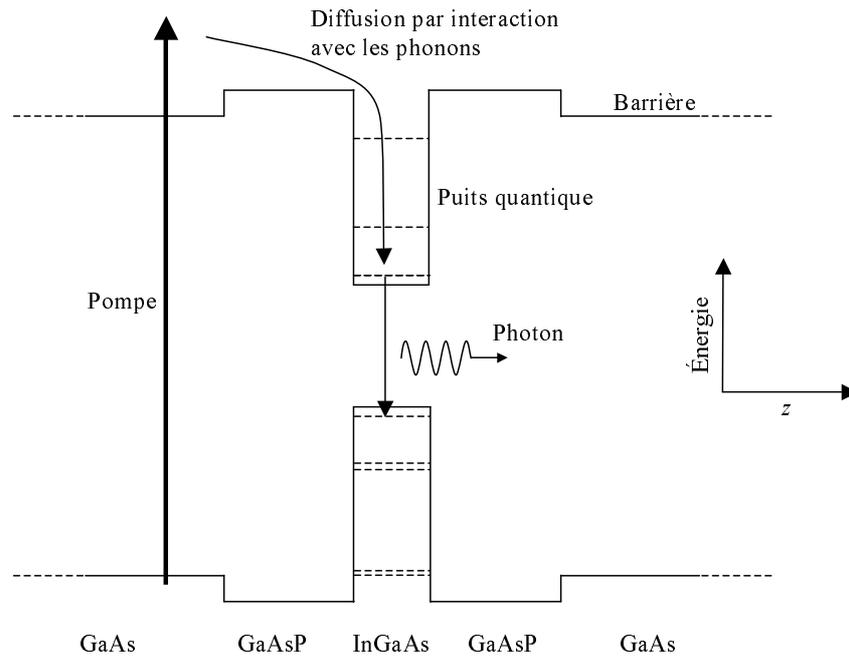


FIGURE 2.5 – Principe du pompage d’un puits quantique en InGaAs dans les barrières en GaAs. On remarquera le GaAsP de chaque côté du puits pour compenser les contraintes. Les échelles ne sont pas respectées.

va être utilisée. Il faut alors ajuster la conception de la structure à l’angle d’incidence d’utilisation.

### 2.2.3 Pompage optique

Nous n’avons pas encore parlé du pompage du semi-conducteur. Dans le cas des diodes laser, par émission par la tranche ou par la surface, le pompage est généralement électrique. Entre les puits quantiques, des matériaux dopés p et n viennent alimenter en trous et en électrons la zone active [37]. Pour les  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, même si des recherches sont en cours pour le pompage électrique [44], il n’existe pas pour l’instant de solutions commerciales avec une zone d’émission suffisamment large, de l’ordre de  $100\ \mu\text{m}$ . En effet, comme nous le verrons plus loin, ce critère est déterminant pour un obtenir un gyrolaser avec un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL. En revanche, en plus d’admettre des zones d’émission larges, le pompage optique a un avantage : le semi-conducteur n’est pas dopé. Or les dopants, donneurs ou accepteurs, sont vus comme des impuretés, et donc des défauts du matériau, qui peuvent alors être source de pertes pour la cavité laser.

C’est pourquoi nous nous sommes tournés vers une technologie plus mature : les  $\frac{1}{2}$ -VCSEL à pompage optique. La technique classique est de pomper dans les barrières (figure 2.5) en GaAs. En pratique cela revient à pomper à  $808\ \text{nm}$  pour avoir un gain vers  $980\ \text{nm}$ .

Cependant, dans le but de réduire le défaut quantique (i.e le décalage entre la longueur d’onde de pompage et la longueur d’onde laser) et donc l’échauffement de la structure (qui est la source, comme nous le verrons plus loin, de bien des soucis), des solutions ont été

proposées pour pouvoir pomper au plus près de l'émission laser, ce qui revient en fait à pomper directement dans les puits (voir par exemple les références [45] et [46]). Cependant vu l'épaisseur des puits, l'absorption de la pompe est fortement réduite. Une des techniques est alors de rendre la micro-cavité résonnante pour la pompe, ce qui implique de plus fortes contraintes encore sur la conception et la fabrication de la structure. Nous en resterons ainsi à la solution plus traditionnelle de pomper dans les barrières.

### 2.2.4 Gestion thermique

La température influence le fonctionnement d'un laser semi-conducteur sur plusieurs points. D'abord lorsque la température augmente, le gain optique disponible va diminuer. Une des causes, bien que cela ne soit pas la seule, est que les recombinaisons non-radiatives, comme celles par effet Auger, augmentent avec la température, ce qui a alors pour effet de diminuer sensiblement le temps de vie des porteurs [37]. D'un point de vue phénoménologique, on considère ainsi que le pompage au seuil du laser  $W_{seuil}$  augmente avec la température comme  $W_{seuil} = W_0 e^{T/T_0}$ .

Or à cause des défauts quantiques et des recombinaisons non-radiatives, une partie de l'énergie de la pompe ne servira qu'à chauffer la structure. Sachant que la conductivité thermique du GaAs (typiquement 0,46 W/(cm K) [47]) n'est pas très bonne comparée à celle d'autres matériaux, il a été proposé de reporter les structures sur un autre matériau [42] (diamant, SiC). Mais cela complique sensiblement la fabrication et peut être la source de défauts. On cherchera ainsi plutôt à aller vers des structures à fort gain avec une plus faible sensibilité à la température. Celle-ci est obtenue par une plus faible densité de défauts et donc par une meilleure qualité de l'épitaxie.

Mais la taille de la zone de pompage a aussi son rôle à jouer. En effet, la résistance thermique décroît lorsque la surface de pompage augmente. Mais inversement, le seuil d'oscillation laser augmente lorsque la surface augmente. Donc augmenter la surface de pompage va élever le seuil et donc la puissance de pompe nécessaire, ce qui impliquera forcément une plus grande quantité de chaleur déposée sur la structure. Il y a ainsi un compromis à trouver quant à la surface de pompage [48].

La température n'influence pas uniquement le gain. En effet, l'énergie de bande interdite diminue avec la température. La longueur d'onde d'émission dépend donc de celle-ci. On considère ainsi que ce décalage en longueur d'onde est de l'ordre de 0,3 nm/°C [42]. La stabilisation thermique devient ainsi un paramètre critique si l'on cherche à stabiliser la longueur d'onde de l'émission laser.

Par ce rapide aperçu sur les matériaux semi-conducteurs employés pour l'émission cohérente de lumière, nous avons ainsi mis en évidence l'intérêt pour un matériau avec un temps de vie de fluorescence particulièrement court (3 ns), élément que nous savons être intéressant par rapport au cas du Nd :YAG (cf. paragraphe 1.3.4) pour une application gyrométrique. Mais les porteurs ont aussi comme propriété de pouvoir diffuser au sein du

matériau. Nous verrons que c'est une propriété très intéressante que nous serons amenés à exploiter. Enfin, parmi les différentes structures semi-conductrices, nous choisissons d'utiliser le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL qui est spécialement adapté pour un couplage en cavité externe, avec un pompage optique pour avoir accès à un diamètre important de la zone d'émission.



# Chapitre 3

## Modèle du gyrolaser semi-conducteur

### Sommaire

---

3.1	Laser en anneau semi-conducteur . . . . .	<b>40</b>
	Interférences dans le $\frac{1}{2}$ -VCSEL . . . . .	40
3.1.1	Établissement du modèle . . . . .	42
	Équations du champ électrique . . . . .	42
	Expression de la polarisation . . . . .	45
	Répartition spatiale de la densité de porteurs . . . . .	47
	Dynamique des porteurs . . . . .	48
	Suivi adiabatique de la densité de porteurs . . . . .	49
3.1.2	Zones de stabilité du système . . . . .	52
	Laser au seuil . . . . .	53
	À l'arrêt . . . . .	54
	En rotation . . . . .	58
3.2	Gyrolaser semi-conducteur . . . . .	<b>60</b>
3.2.1	Asservissement . . . . .	60
	Conditions de stabilité générale . . . . .	60
	Cas de l'asservissement idéal . . . . .	62
	Cas du filtre passe-bas du 1 <sup>er</sup> ordre . . . . .	63
	Asservissement des perturbations . . . . .	66
3.2.2	Réponse en fréquence . . . . .	66
	Aux grandes vitesses de rotation . . . . .	67
	Autour des fréquences de coupure du système . . . . .	70
	Aux faibles vitesses de rotation . . . . .	70
3.3	Limites du système . . . . .	<b>73</b>
3.3.1	Verrouillage par le gain . . . . .	73
	Cas général . . . . .	73
	Limitation de la zone de gain . . . . .	75

Inhomogénéité de pompage . . . . .	75
3.3.2 Couplage phase amplitude . . . . .	76

Le modèle que nous allons utiliser pour décrire notre système va se construire en plusieurs étapes. Dans un premier temps, nous allons décrire le comportement d'un laser en anneau avec un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL comme milieu à gain. Nous verrons cependant que cela ne suffit pas pour en faire un gyrolaser. Il faut donc lui adjoindre d'autres éléments que nous pourrons intégrer au modèle utilisé. C'est l'ensemble qui va ainsi nous permettre de modéliser le gyrolaser semi-conducteur proprement dit. Nous allons ainsi pouvoir décrire le comportement d'un gyrolaser en fonction de la vitesse de rotation, et ainsi donner sa réponse en fréquence. Enfin, nous verrons quelles sont les limites du modèle mais aussi du système en tant que gyromètre.

### 3.1 Laser en anneau semi-conducteur

Avant d'étudier le comportement d'un laser en anneau semi-conducteur avec un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, il va d'abord falloir établir un modèle qui puisse nous le permettre. En effet, il existe bien des modèles pour des lasers semi-conducteurs dans le cas où il existe deux modes dans la cavité [49] ou en anneau [50], mais aucun d'eux ne se prête facilement à la description de notre situation : dans le premier cas, la rétro-diffusion n'est pas prise en compte, dans le second, l'influence de la diffusion des porteurs n'apparaît pas. Des modèles pour les gyrolasers à états solides [51] [26] sont aussi disponibles, mais ils n'incluent pas ce qui va faire la spécificité de notre étude : la diffusion des porteurs [52] et le facteur de Henry [53], dont nous reparlerons plus loin.

#### Interférences dans le $\frac{1}{2}$ -VCSEL

En introduction à ce paragraphe sur le modèle du laser en anneau, nous allons nous intéresser au champ électrique se trouvant dans le milieu à gain. En effet, nous avons deux ondes contre-propagatives,  $\tilde{E}_1$  et  $\tilde{E}_2$ , dans la cavité laser de pulsations respectives  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , et de vecteurs d'onde  $k_1$  et  $k_2$ . Considérant que le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL est un *miroir à gain*, utilisé avec un angle d'incidence  $\Theta$  et que l'on décompose en un miroir et un puits quantique (figure 3.1), nous obtenons une figure d'interférence dans la structure semi-conductrice. Exprimées dans le référentiel  $(u, v)$  centré sur le puits quantique, les deux ondes incidentes s'écrivent :

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{1i} &= E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1(u \sin \Theta - v \cos \Theta))} \\ \tilde{E}_{2i} &= E_2 e^{i(\omega_2 t + k_2(u \sin \Theta + v \cos \Theta) - \phi_0)}\end{aligned}\tag{3.1}$$

où  $\phi_0$  est le déphasage entre l'onde incidente et l'onde réfléchiée par le miroir de Bragg. De la même façon, les ondes réfléchies ont pour expressions :

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{1r} &= E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1(u \sin \Theta + v \cos \Theta) + \phi_0)} \\ \tilde{E}_{2r} &= E_2 e^{i(\omega_2 t + k_2(u \sin \Theta - v \cos \Theta))}\end{aligned}\tag{3.2}$$

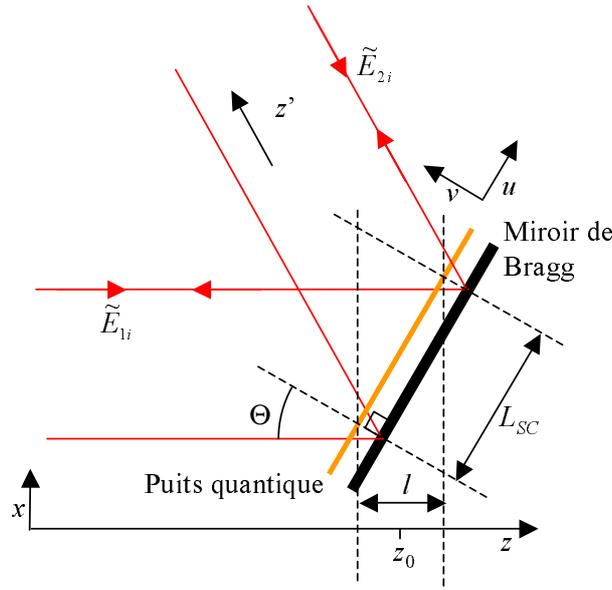


FIGURE 3.1 – Schéma d'un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL utilisé avec un angle d'incidence  $\Theta$ . Un seul puits quantique est représenté. Les échelles ne sont pas respectées.

Dans un premier temps, on considère la figure d'interférence créée par une seule onde incidente. Dans ce cas, l'intensité  $I_1 = |\tilde{E}_{1i} + \tilde{E}_{1r}|^2$  s'écrit :  $I = 2E_1^2(1 + \cos(2vk_1 \cos \Theta - \phi_0))$ . Nous avons ainsi une figure d'interférence qui ne varie que selon  $v$  avec pour vecteur réseau  $2k_1 \cos \Theta$ . Cependant pour que le puits quantique soit efficace, il est nécessaire que l'intensité du champ soit maximale tout le long du puits, c'est-à-dire pour  $v = 0$ . Ceci implique que  $\phi_0 = 0$ , ce que nous considérerons dans la suite.

Par ailleurs, en réalité, la zone de gain est composée de puits quantiques dans la structure. Il est donc nécessaire qu'ils soient tous localisés sur un maximum d'intensité. Comme la fréquence spatiale dépend de l'angle d'incidence, l'espacement optimal entre deux puits quantiques va aussi en dépendre. On retrouve ainsi que la conception de la structure semi-conductrice va dépendre de l'angle d'incidence.

Si maintenant on considère la figure d'interférence créée par les deux ondes, posant de plus  $E_1 = E_2 = E$ , l'intensité  $I = |\tilde{E}_{1i} + \tilde{E}_{2i} + \tilde{E}_{1r} + \tilde{E}_{2r}|^2$  dans la structure s'écrit :

$$\begin{aligned}
 I = E^2 & (4 + 2 \cos(2vk_1 \cos \Theta) + 2 \cos(2vk_2 \cos \Theta) \\
 & + 4 \cos((\omega_1 - \omega_2)t - u(k_1 + k_2) \sin \Theta) \cos(v(k_1 - k_2) \cos \Theta) \\
 & + 4 \cos((\omega_1 - \omega_2)t - u(k_1 + k_2) \sin \Theta) \cos(v(k_1 + k_2) \cos \Theta))
 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Les trois premiers termes de cette expression correspondent à la figure d'interférence induite par les deux ondes séparément. Les deux derniers termes proviennent des interférences croisées entre les deux ondes. On remarque que la figure d'interférence est immobile selon  $v$  alors qu'une onde progressive de pulsation  $\omega_1 - \omega_2$  se propage selon  $u$ . Dans le cas d'un gyrolaser, la différence de pulsation  $\omega_1 - \omega_2$  va être induite par l'effet Sagnac. De plus, cette onde progressive possède une période spatiale qui dépend de  $\Theta$  : plus l'angle

d'incidence est grand, plus la période est petite.

Le fait que la figure d'interférence soit immobile selon  $v$  est fondamental. En effet, dans le cas contraire, l'éclairement des puits quantiques, et donc le gain, évoluerait en fonction du défilement des interférences. Mais si le gain fourni par le puits quantique dépendait ainsi de la phase des ondes, un possible verrouillage de phase pourrait advenir pour que la figure d'interférence reste dans une situation favorable pour le puits quantique. On obtiendrait ainsi un système verrouillé en phase de la même façon qu'un gyrolaser peut l'être à cause de la rétro-diffusion.

Dans toute la suite, nous considérerons que le puits quantique est placé correctement selon  $v$  par rapport à la figure d'interférence. Nous verrons de plus que l'idée de ce défilement de franges d'interférence le long du puits quantique lorsque les fréquences entre les deux ondes sont différentes, est primordiale. Enfin, le fait que la période de l'onde progressive dépende de l'angle d'incidence est un élément que nous exploiterons tout au long de ce chapitre.

### 3.1.1 Établissement du modèle

Dans le but d'établir un modèle pour décrire un gyrolaser semi-conducteur, nous allons nous appuyer sur ce qui a pu être fait pour le gyrolaser Nd :YAG [28] en ce qui concerne les équations du champ électrique établies pour une cavité laser en anneau. En revanche, pour décrire ce qui se passe dans le milieu à gain (polarisation, densité de porteurs), nous allons nous restreindre aux quelques lois phénoménologiques qui sont largement utilisées pour décrire un laser semi-conducteur [34] [37]. Nous ne serons pas ainsi amenés à considérer ce qui se passe précisément dans les bandes de valence et de conduction. Cela a ainsi l'énorme avantage que ces lois sont simples, ce qui permet d'avoir en final un modèle concis et exploitable<sup>1</sup>.

#### Équations du champ électrique

Pour modéliser le champ électrique, nous nous placerons toujours dans le cas mono-fréquence. Nous avons ainsi dans notre cavité deux ondes contre-propagatives de même mode longitudinal, à la non-réciprocité en fréquence due à l'effet Sagnac près.

On considérera de plus que les deux ondes présentent toujours le même état de polarisation. Comme nous le verrons dans le chapitre 4, la finesse de la micro-cavité constituée par la structure n'est pas la même pour les deux polarisations S et P, les deux polarisations ne sont donc pas équivalentes. Nous choisissons pour notre modèle de considérer uniquement celle pour qui la micro-cavité possède le plus grand facteur de surtension et qui se révèle expérimentalement la plus favorable : la polarisation perpendiculaire au plan d'incidence sur la structure semi-conductrice.

On se place dans le cas des ondes planes, il n'y donc pas de variation transverse du champ électrique. On fait de plus l'hypothèse que nous nous trouvons dans une cavité

---

1. Pour une approche plus précise d'un point de vue théorique sur le comportement du milieu à gain, on pourra se référer à [39].

résonnante de grande finesse : les pertes sur un tour sont faibles. On considère ainsi que les amplitudes des deux ondes laser restent constantes tout au long de la cavité.

Enfin, on fait l'hypothèse que les variations temporelles de l'amplitude et de la phase sont lentes par rapport à la fréquence optique du laser (hypothèse de l'enveloppe lentement variable).

On peut ainsi exprimer le champ électrique  $\mathbf{E}_{cav}$  dans la cavité sous la forme :

$$\mathbf{E}_{cav}(z, t) = \Re e(\tilde{E}_{cav}(z, t))\mathbf{e}_y = \Re e\left(\tilde{E}_1(t)e^{i(\omega t - k_1 z)} + \tilde{E}_2(t)e^{i(\omega t + k_2 z)}\right)\mathbf{e}_y \quad (3.4)$$

avec  $\mathbf{e}_y$  le vecteur de polarisation de l'onde électrique,  $k_1$  et  $-k_2$  les vecteur d'ondes et  $\omega$  la pulsation moyenne des deux ondes.

Parmi les hypothèses présentées, il s'en trouve deux qui sont plus particulièrement discutables. Ainsi, l'hypothèse des ondes planes, donc sans variation transverse, va très rapidement trouver sa limite. En effet, lors de l'étude de l'interaction avec la structure semi-conductrice, de taille finie, il faudra alors considérer l'onde comme limitée spatialement dans le plan d'incidence, tout en négligeant les effets de bords.

L'hypothèse que le laser est mono-fréquence, pourtant primordiale, est sûrement celle qui est expérimentalement la moins évidente à atteindre. Nous verrons dans la suite de ce mémoire que l'une des difficultés sera justement de rendre le laser suffisamment mono-fréquence pour nos mesures. Ce n'est en tout cas pas du tout un fonctionnement acquis d'avance.

Dans la structure semi-conductrice, l'expression du champ électrique est sensiblement modifiée par rapport à celle donnée dans l'équation 3.4. En effet, contrairement à la figure 1.3 et comme nous l'avons vu précédemment, le milieu à gain n'est pas utilisé en transmission, mais en réflexion, puisque le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL peut être vu comme un *miroir à gain* qui impose d'être utilisé avec un angle d'incidence<sup>2</sup>  $\Theta$  pour pouvoir être inséré dans une cavité en anneau. Si on décompose plus précisément le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL comme étant une structure avec un puits quantique et suivi d'un miroir (figure 3.1), il devient clair alors que le champ électrique dans le puits quantique s'écrit comme la somme du champ incident qui se propage selon  $z$ , et du champ réfléchi qui se propage selon  $z'$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_g(z, t) &= \Re e(\tilde{E}_g(z, t))\mathbf{e}_y \\ &= \Re e\left(\tilde{E}_1(t)\left(e^{i(\omega t - k_1 z)} + e^{i(\omega t - k_1 z' + \phi_0)}\right) + \tilde{E}_2(t)\left(e^{i(\omega t + k_2 z)} + e^{i(\omega t + k_2 z' - \phi_0)}\right)\right)\mathbf{e}_y \end{aligned} \quad (3.5)$$

où  $\phi_0$  est le déphasage entre l'onde incidente et l'onde réfléchie sur le miroir de Bragg. On sait de plus définir  $z'$  en fonction de l'angle d'incidence  $\Theta$  sur la structure :  $z' - z_0 =$

---

2. L'angle d'incidence ainsi défini est celui à l'extérieur de la structure. On pourrait faire le même raisonnement que celui qui va être présenté ici en définissant un angle d'incidence après la réfraction dans la structure semi-conductrice ainsi que des vecteurs d'onde modifiés par l'indice de réfraction. Dans un but de clarté, nous nous en abstenons et nous montrerons que toutes les grandeurs mises en jeu ne dépendent pas de l'indice de réfraction.

$-\cos(2\Theta)(z - z_0) + \sin(2\Theta)x$ . On remarque ainsi que contrairement au champ dans la cavité, le champ total dans le milieu à gain va non seulement dépendre de  $z$  mais aussi de  $x$ .

La cavité laser est vue comme un milieu diélectrique sans charge libre ni aimantation, mais ayant une polarisation  $\mathbf{P}$  qui représente le milieu à gain, une conductivité électrique  $\sigma$  et une constante diélectrique  $\varepsilon \in \mathbf{R}$ .

On peut alors écrire les équations de Maxwell :

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{E}_{cav} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \text{ et } \operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{j}_{libre} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) \quad (3.6)$$

On exprime le vecteur induction électrique  $\mathbf{D}$  en séparant deux termes : d'un côté la cavité optique, vide de milieu à gain  $\varepsilon \mathbf{E}_{cav}$  et de l'autre la polarisation  $\mathbf{P}$  due au milieu à gain uniquement :

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}_{cav} + \mathbf{P} \quad (3.7)$$

De la même façon que pour le champ dans le milieu à gain, on exprime la polarisation :

$$\mathbf{P}(z, t) = \Re e \left( \tilde{P}_1(t) \left( e^{i(\omega t - k_1 z)} + e^{i(\omega t - k_1 z' + \phi_0)} \right) + \tilde{P}_2(t) \left( e^{i(\omega t + k_2 z)} + e^{i(\omega t + k_2 z' - \phi_0)} \right) \right) \mathbf{e}_y \quad (3.8)$$

Après un certain nombre de manipulations que l'on épargne au lecteur (voir cependant [22] dans le cas typique d'un laser monomode et [28] pour celui plus spécifique au gyrolaser) où est mise à profit l'approximation de l'enveloppe lentement variable et après la projection sur les deux modes laser de la cavité, nous obtenons les deux équations suivantes :

$$\frac{d\tilde{E}_1}{dt} = -\frac{\gamma}{2}\tilde{E}_1 + i\frac{\tilde{m}_1}{2}\tilde{E}_2 - i(\omega - \omega_{c1})\tilde{E}_1 + \frac{\omega}{2i\varepsilon}\tilde{P}_1 \quad (3.9)$$

$$\frac{d\tilde{E}_2}{dt} = -\frac{\gamma}{2}\tilde{E}_2 + i\frac{\tilde{m}_2}{2}\tilde{E}_1 - i(\omega - \omega_{c2})\tilde{E}_2 + \frac{\omega}{2i\varepsilon}\tilde{P}_2 \quad (3.10)$$

où nous avons introduit les notations suivantes :

- $\omega_{c1,2}$  sont les pulsations propres de la cavité :  $\omega_{c1,2} = k_{1,2}/\sqrt{\mu_0\varepsilon}$ .
- $\gamma$  représente les pertes réparties de la cavité, introduites par la conductivité électrique  $\sigma$  qui apparaît ainsi comme la source des pertes [22]. Avec  $L$ , la longueur de la cavité, l'expression de  $\gamma$  est obtenue par les équations de Maxwell :

$$\gamma = \frac{1}{L} \oint_{cav} \frac{\sigma}{\varepsilon} dz \quad (3.11)$$

- Il apparaît aussi un terme de couplage linéaire entre les deux ondes qui n'est rien d'autre que la rétro-diffusion citée plus haut (cf. paragraphe 1.3.2). Elle se retrouve alors comme étant proportionnelle à l'harmonique spatiale à l'ordre  $\pm 2k$  (avec  $2k = k_1 + k_2$ ) de  $\varepsilon$  et de  $\sigma$  :

$$\tilde{m}_{1,2} = -\frac{\omega}{\varepsilon L} \oint_{cav} \left( \varepsilon - \frac{i\sigma}{\omega} \right) e^{-2i(-1)^{1,2}kz} dz \quad (3.12)$$

Ainsi, toute variation spatiale d'indice (car l'indice de réfraction  $n$  est directement relié à la constante diélectrique :  $\varepsilon = n^2\varepsilon_0$ ) et toute variation spatiale de pertes (cf. équation 3.11) va être source de couplages entre les deux ondes. On remarquera cependant que  $\tilde{m}_{1,2}$  est un coefficient complexe et que  $\varepsilon$  et  $\sigma$  jouent des rôles complémentaires. Par définition, la rétro-diffusion venant d'une variation de l'indice est la rétro-diffusion conservative, car comme nous le verrons, elle implique un couplage sans pertes pour le système total [54]. À l'opposé, celle venant de la variation des pertes est la rétro-diffusion dissipative (ou non-conservative) et implique des pertes pour le système total [54] [55].

Ces variations spatiales d'indice ou de pertes sont bien évidemment considérées comme petites par rapport aux pertes globales de la cavité  $\gamma$ . Le cas contraire serait alors en contradiction avec l'hypothèse des pertes réparties et une amplitude constante sur toute la cavité. C'est pourquoi, nous considérerons toujours  $\gamma \gg |\tilde{m}_{1,2}|$ .

Il reste maintenant à expliciter l'effet Sagnac. Nous avons deux pulsations propres de la cavité  $\omega_{c1,2}$  et une pulsation moyenne  $\omega$ . Les deux pulsations propres de la cavité ne diffèrent que par l'effet Sagnac, on pose alors :

$$\omega_{c1} = \omega + \frac{\Omega}{2}, \quad \omega_{c2} = \omega - \frac{\Omega}{2} \quad \text{avec} \quad \Omega = 2\pi \frac{4A\dot{\theta}}{\lambda L} \quad (3.13)$$

d'où l'écriture des équations couplées :

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_1}{dt} &= -\frac{\gamma}{2}\tilde{E}_1 + i\frac{\tilde{m}_1}{2}\tilde{E}_2 + i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_1 + \frac{\omega}{2i\varepsilon}\tilde{P}_1 \\ \frac{d\tilde{E}_2}{dt} &= -\frac{\gamma}{2}\tilde{E}_2 + i\frac{\tilde{m}_2}{2}\tilde{E}_1 - i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_2 + \frac{\omega}{2i\varepsilon}\tilde{P}_2 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ce seront nos équations définitives pour le champ que l'on peut en fait diviser chacune en quatre termes :

- un terme de pertes :  $\gamma$
- un terme de couplage linéaire avec l'onde contre-propagative : la rétro-diffusion  $\tilde{m}_{1,2}$
- un terme représentant la non-réciprocité en fréquence due à l'effet Sagnac :  $\Omega$
- un terme source :  $\tilde{P}_{1,2}$

### Expression de la polarisation

Rien pour l'instant n'a été dit sur la polarisation  $\mathbf{P}$  en dehors du fait qu'elle décrivait le milieu gain. En fait, nous ferons surtout l'hypothèse du suivi adiabatique de la polarisation : la polarisation suit instantanément les variations de la susceptibilité électrique  $\chi$ , qui dépend de la densité de porteurs, et du champ  $\mathbf{E}$ . En effet, nous avons vu dans le paragraphe 2.1 que le temps de vie du dipôle (0,1 ps) était bien plus faible que le temps de vie des porteurs (quelques nanosecondes), et aussi, comme nous le verrons plus loin, des photons (dans notre cas, plusieurs dizaines de nanosecondes). On peut ainsi écrire :

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0\chi\mathbf{E}_g \quad (3.15)$$

De façon habituelle, on décompose la susceptibilité électrique selon sa partie réelle et sa partie imaginaire :  $\chi = \chi' - i\chi''$ .  $\chi'$  correspond ainsi la variation d'indice du semi-conducteur  $n_{SC}$  par rapport au cas sans pompage :

$$\Delta n_{SC} = \chi' / (2n_{sc}) \quad (3.16)$$

$\chi''$  correspond à l'absorption du milieu. On sait alors exprimer le gain net par rapport à  $\chi''$  [37] :

$$g = -\frac{k_0}{n_{SC}}\chi'' \quad (3.17)$$

où  $k_0$  est le vecteur d'onde dans le vide et  $n_{SC}$  l'indice de réfraction du milieu à gain, c'est-à-dire du semi-conducteur dans le cas qui nous intéresse.

Or nous avons vu plus haut (cf. paragraphe 2.1) que  $g$  obéissait à une loi phénoménologique :  $g = g_0 \ln(N/N_0)$  où  $N$  est la densité de porteur et  $N_0$  le seuil de transparence. Si on est proche du seuil de transparence, il est cependant possible d'approximer le gain par une expression plus simple que nous conserverons, avec  $a = g_0 N_0$  :

$$g = a(N - N_0) \quad (3.18)$$

Mais le spectre d'absorption du semi-conducteur est modifié par le remplissage des bandes de valence et de conduction par les porteurs [56] [57]. Ensuite les porteurs libres présents dans le semi-conducteur peuvent eux aussi être absorbés [58]. Enfin, une forte densité de porteurs dans le semi-conducteur modifie la structure de bande et réduit l'énergie entre la bande de valence et la bande de conduction [59]. C'est le cumul de ces trois phénomènes qui rend l'indice de réfraction du semi-conducteur  $n_{SC}$  dépendant de la densité de porteurs. Pour une longueur d'onde donnée et à faible densité de porteurs, cette dépendance est linéaire [56] [59]. On peut alors considérer la loi phénoménologique suivante [37] :

$$\Delta n_{SC} = bN \quad (3.19)$$

On voit ainsi que la variation d'indice  $\delta\chi'$  et la variation de gain  $\delta\chi''$  sont proportionnelles. Le rapport des deux nous donne le facteur de Henry<sup>3</sup>  $\alpha_H$  [53] :

$$\alpha_H = \frac{\delta\chi'}{\delta\chi''} = -\frac{2n_{sc}b\delta N}{\frac{an_{sc}\delta N}{k_0}} = -2k_0 \frac{b}{a} \quad (3.20)$$

On obtient alors l'expression pour  $\mathbf{P}$  :

$$\mathbf{P} = in_{SC}\varepsilon_0 \frac{c}{\omega} a(1 + i\alpha_H)(N - N_0)\mathbf{E}_g \quad (3.21)$$

Pour finir, on projette sur les deux modes du laser en intégrant sur l'ensemble de la cavité laser<sup>4</sup>. Cependant, la polarisation étant définie uniquement dans le semi-conducteur,

3. Ce facteur apparaît dans les équations de la polarisation de la même façon qu'un désaccord, à un signe près, entre la longueur d'onde de la cavité et le centre de la courbe de gain, phénomène que l'on peut avoir dans tous les lasers [53] [60].

4. On remarquera que l'on obtient bien les quatres termes du mélange à quatre ondes qui a lieu dans le milieu à gain [61].

l'intégration se réduit à celle sur la longueur selon  $z$  du milieu à gain, prenant ainsi en compte son caractère fini. On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{1,2} = & i \frac{an_{SC}\varepsilon_0 c}{L\omega} (1 + i\alpha_H) \left( \tilde{E}_{1,2} \left( \int_{SC} (N - N_0) dz + \int_{SC} (N - N_0) e^{-i(-1)^{1,2}(-2vk_{1,2} \cos \Theta + \phi_0)} dz \right) \right. \\ & \left. + \tilde{E}_{2,1} \left( \int_{SC} (N - N_0) e^{-i2(-1)^{1,2}kz} dz + \int_{SC} (N - N_0) e^{-i(-1)^{1,2}(2uk \sin \Theta - v(k_1 - k_2) \cos \Theta + 2kz_0 - \phi_0)} dz \right) \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

avec  $u$  et  $v$  respectivement les coordonnées colinéaire et normale à la structure :  $u = x \cos \Theta + (z - z_0) \sin \Theta$  ;  $v = x \sin \Theta - (z - z_0) \cos \Theta$ .

On obtient ainsi une expression du champ électrique uniquement en fonction de la densité d'inversion de population et de l'amplitude du champ. L'expression ci-dessus peut-être simplifiée, mais pour cela, il est important de mieux décrire la densité de porteurs : sa dynamique mais aussi sa répartition spatiale.

### Répartition spatiale de la densité de porteurs

Nous avons pu voir sur la figure 3.1 que le puits quantique, centré en  $z_0$ , se présente avec un angle d'incidence  $\Theta$  par rapport au champ électrique. Ce puits est de plus d'une section selon  $v$  beaucoup plus fine que la longueur d'onde laser. On peut ainsi considérer que la densité de porteurs  $N$  est homogène selon  $v$  et ne varie que dans le plan de la structure. Le puits quantique possède cependant une dimension selon  $u$  finie  $L_{SC}$  et donc une longueur selon  $z$  :  $l = L_{SC} \sin \Theta$ . On peut ainsi écrire, avec  $\delta(x)$  la fonction de Dirac :

$$\begin{aligned} N - N_0 &= N'(u)\delta(v) = N'(x \cos \Theta + (z - z_0) \sin \Theta)\delta(x \sin \Theta - (z - z_0) \cos \Theta) \\ &= N''(x, y)\delta(x \sin \Theta - (z - z_0) \cos \Theta) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Or dans l'expression 3.22, seul  $N$  dépend de  $x$ <sup>5</sup>. On peut alors simplifier l'expression en faisant la moyenne selon  $x$  pour avoir :

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{1,2} = & i \frac{an_{SC}\varepsilon_0 c}{L\omega} (1 + i\alpha_H) \left( \tilde{E}_{1,2} \int_{SC} \tilde{N} dz \left( 1 + e^{-i(-1)^{1,2}\phi_0} \right) \right. \\ & \left. + \tilde{E}_{2,1} \int_{SC} \tilde{N} e^{-i2(-1)^{1,2}kz} dz \left( 1 + e^{i(-1)^{1,2}\phi_0} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

avec  $\tilde{N}$  la moyenne selon  $x$  de  $N - N_0$  :

$$\tilde{N}(z) = \frac{1}{L_{SC} \cos \Theta} \int_{-L_{SC}/2 \cos \Theta}^{L_{SC}/2 \cos \Theta} N dx \quad (3.25)$$

On remarque dans l'équation 3.24 que le déphasage à la réflexion  $\phi_0$  est critique. On retrouve bien ce qui a été dit plus haut : pour avoir du gain, il est nécessaire que le puits quantique se trouve sur un maximum d'intensité de la figure d'interférence entre l'onde incidente et l'onde réfléchi. Dans toute la suite nous prendrons en fait  $\phi_0 = 0$ .

---

5. Conformément à ce que nous avons dit plus haut, nous considérons en fait que  $\tilde{E}_{1,2}$  et  $\tilde{P}_{1,2}$  sont invariants selon  $x$  pour  $x$  compris entre  $-L_{SC}/2 \cos \Theta$  et  $L_{SC}/2 \cos \Theta$ , et nuls au-delà.

On obtient alors les équations du champ :

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} = & -\frac{\gamma}{2}\tilde{E}_{1,2} + i\frac{\tilde{m}_{1,2}}{2}\tilde{E}_{2,1} - i(-1)^{1,2}\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{1,2} \\ & + \frac{n_{SC}a}{T}(1 + i\alpha_H) \left( \tilde{E}_{1,2} \int_{SC} \tilde{N} dz + \tilde{E}_{2,1} \int_{SC} \tilde{N} e^{-i2(-1)^{1,2}kz} dz \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

où  $T$  est le temps mis par les photons pour faire un tour de cavité :  $T = nL/c$ .

Ainsi, en plus de la rétro-diffusion, un deuxième terme de couplage entre les deux ondes apparaît. Celui-ci prend sa source dans les variations spatiales à l'ordre  $2k$  de la densité de porteurs. Nous verrons dans la suite que c'est loin d'être anodin.

### Dynamique des porteurs

Nous avons ainsi remplacé dans les équations du champ la polarisation par une expression dépendant de la densité de porteurs. Or cette dernière peut être décrite indépendamment de toutes hypothèses quant aux caractéristiques spatiales de la densité de porteurs par l'équation suivante [37] [39] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} = & W_0 - \frac{N}{T_1} - \frac{n_{SC}\varepsilon_0ca}{2\hbar\omega}(N - N_0)|\mathbf{E}_g|^2 + D_{diff}\nabla^2 N \\ = & W_0 - \frac{N}{T_1} - \frac{n_{SC}\varepsilon_0ca}{4\hbar\omega}(N - N_0)|\tilde{E}_g|^2 + D_{diff}\nabla^2 N \end{aligned} \quad (3.27)$$

On retrouve un terme source  $W_0$  représentant ainsi le pompage, considéré comme uniforme<sup>6</sup> et constant. Il y a ensuite un terme qui représente la relaxation des porteurs, avec un temps de vie  $T_1$  qui est dans notre cas de l'ordre de la nanoseconde. Le troisième terme est propre à l'effet laser : l'émission stimulée va aussi faire décroître la densité de porteurs, effet que l'on appelle la saturation. En effet, dans le cas particulier où il n'y qu'un seul mode dans la cavité, et en négligeant tous les effets de variations spatiales de la densité de porteurs et de l'intensité laser, on obtient comme solution stationnaire pour  $N$  :

$$N - N_0 = \frac{W_0 T_1 - N_0}{1 + \frac{S}{2}|\tilde{E}_g|^2} \quad (3.28)$$

où  $S = \frac{n_{SC}\varepsilon_0 T_1 c a}{\hbar\omega}$  est le paramètre de saturation. Il est ainsi à rapprocher avec l'intensité de saturation  $I_{sat}$  du milieu à gain laser [15] :  $\frac{S}{2}|\tilde{E}_g|^2 = I/I_{sat}$  où  $I$  l'intensité du laser.

Les trois premiers termes de l'équation de la densité de porteurs se retrouvent d'une façon ou d'une autre dans toutes les équations de milieu à gain pour un laser. Le dernier terme [52] [49] est plus spécifique aux semi-conducteurs et représente la diffusion des porteurs déjà évoquée plus haut (cf. paragraphe 2.1). Cependant, cette diffusion n'est pas isotrope. En effet,  $N$  est non nul uniquement pour  $v = 0$ , et ne varie que selon  $u$ . De plus,  $N_0$  est indépendant de  $u$  et de  $v$ . On considère ainsi que  $\nabla^2 N = \frac{\partial^2 N'}{\partial u^2}(u)\delta(v)$ .

Là encore, nous allons pouvoir moyenner selon  $x$ , pour obtenir une expression qui ne dépendra plus que de  $z$ . On posera de plus que  $W = W_0 - N_0/T_1$ . Cela revient à

6. Nous verrons plus loin, dans le paragraphe 3.3.1 ce qui se passe lorsque l'on fait l'hypothèse contraire.

dire qu'une partie du pompage sert uniquement à passer le seuil de transparence  $N_0$ ,  $W$  devenant ainsi le *pompage efficace*. En négligeant les effets de bords, on obtient alors :

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial t} = W - \frac{\tilde{N}}{T_1} - \frac{S\tilde{N}}{T_1} \left( |\tilde{E}_1|^2 + |\tilde{E}_2|^2 + 2\Re e(\tilde{E}_1^* \tilde{E}_2 e^{2ikz}) \right) + D_{diff} \sin^2 \Theta \frac{\partial^2 \tilde{N}}{\partial t^2} \quad (3.29)$$

Cependant, comme nous avons pu le voir dans l'équation 3.24, ce n'est pas tellement la densité de porteur qui nous intéresse, mais plutôt la moyenne de celle-ci selon  $z$  ainsi que l'harmonique spatiale à l'ordre  $2k$ . On définit ainsi :

$$\tilde{N}_0 = \frac{1}{l} \int_{z_0 - L_{SC}/2 \sin \Theta}^{z_0 + L_{SC}/2 \sin \Theta} \tilde{N}(z) dz \text{ et } \tilde{N}_{1,2} = \frac{1}{l} \int_{z_0 - L_{SC}/2 \sin \Theta}^{z_0 + L_{SC}/2 \sin \Theta} \tilde{N}(z) e^{-i2(-1)^{1,2}kz} dz \quad (3.30)$$

On obtient alors deux équations :

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{N}_0}{dt} &= W - \frac{\tilde{N}_0}{T_1} - \frac{S}{T_1} \left( \tilde{N}_0 (|\tilde{E}_1|^2 + |\tilde{E}_2|^2) + 2\Re e(\tilde{N}_1 \tilde{E}_1^* \tilde{E}_2) \right) \\ \frac{d\tilde{N}_{1,2}}{dt} &= W_{1,2} - \frac{\tilde{N}_{1,2}}{T_1} - \frac{S}{T_1} \left( \tilde{N}_{1,2} (|\tilde{E}_1|^2 + |\tilde{E}_2|^2) + \tilde{N}_0 \tilde{E}_{1,2} \tilde{E}_{2,1}^* \right) - 4k^2 D_{diff} \sin^2 \Theta \tilde{N}_{1,2} \\ \text{avec } W_{1,2} &= \frac{1}{l} \int_{z_0 - L_{SC}/2 \sin \Theta}^{z_0 + L_{SC}/2 \sin \Theta} W e^{-i2(-1)^{1,2}kz} dz \end{aligned} \quad (3.31)$$

$\tilde{N}_{1,2}$  décrit ainsi le réseau de gain qui a été évoqué plus haut dans le cas du gyrolaser Nd :YAG (cf. paragraphe 1.3.4). Nous avons vu que les ondes étaient couplées par les variations spatiales du gain. Nous voyons maintenant que ces variations de gain sont créées par l'émission laser elle-même.

$W_{1,2}$  sont les harmoniques spatiales à l'ordre de  $2k$  de  $W$  que nous allons pouvoir négliger, considérant ainsi que la surface de pompage  $L_{SC}$  est grande devant la période du réseau de gain <sup>7</sup>  $\lambda/(2 \sin \Theta)$  inscrit par les ondes contre-propagatives. En effet,  $W_{1,2}$  décroît lorsque le rapport  $L_{SC}/(\lambda/(2 \sin \Theta))$  augmente. C'est cependant un point que nous précisons dans le paragraphe 3.3.1 où nous montrerons de plus les complications que cela peut induire si cette hypothèse n'est pas vérifiée. Cette hypothèse nous permet ainsi d'obtenir une expression indépendante de  $z_0$ .

Enfin, il est intéressant de noter que seul  $\tilde{N}_{1,2}$  est sensible à la diffusion des porteurs, ce qui est conforme à l'intuition disant que la diffusion ne peut modifier la valeur moyenne mais seulement les variations spatiales.

### Suivi adiabatique de la densité de porteurs

Pour continuer dans l'établissement de notre modèle, nous allons faire deux hypothèses supplémentaires. La première est celle du suivi adiabatique de la densité de porteurs. En effet, le temps de vie des porteurs  $T_1$  est de l'ordre de la nanoseconde alors que le temps

---

7. Si la période du réseau de gain selon  $z$  est bien  $\lambda/2$ . Elle est modifiée d'un facteur  $\sin \Theta$  si on la considère selon  $u$ , ce qui est le cas ici.

de vie du photon  $\tau = L_{op}/(rc)$  ( $r$  étant le taux de pertes de la cavité et  $L$  sa longueur optique), lui, beaucoup plus élevé.

En effet, nous nous attendons à avoir des pertes de l'ordre de 4% par tour et une cavité qui fait de l'ordre de 60 cm de périmètre, ce qui nous donne ainsi un temps de vie du photon de l'ordre de 50 ns, donc plus important que  $T_1$ . Nous nous trouvons ainsi bien dans le cas d'un laser de classe A [62]. Il faudra cependant garder en mémoire que nous avons un système plus complexe dû à l'existence de deux modes contre-propagatifs.

Puisque le temps de vie des porteurs est très inférieur au temps de vie de photons, les temps propres de réaction sont définis par le temps de vie des photons dans la cavité, et donc par le taux de pertes. Ceci implique une dynamique générale très différente des lasers où les temps de réactions sont définis par le temps de vie de l'inversion de population dans le milieu à gain, comme dans les milieux lasers Nd :YAG par exemple.

Ainsi, on peut considérer que la densité de porteurs est toujours en équilibre par rapport au champ électrique dans la cavité. On peut ainsi poser :

$$\frac{d\tilde{N}_0}{dt} = 0 \text{ et } \frac{d\tilde{N}_{1,2}}{dt} = 0 \quad (3.32)$$

Comme deuxième hypothèse, nous allons considérer que nous nous plaçons faiblement au-dessus du seuil laser, ce qui revient à dire que le gain est faiblement saturé soit  $S|\tilde{E}|^2 \ll 1$ . Nous ferons ainsi dans toute la suite les calculs au premier ordre en  $S|\tilde{E}|^2$ .

On peut alors exprimer  $\tilde{N}_0$  et  $\tilde{N}_{1,2}$  indépendamment du temps, au premier ordre en  $S|\tilde{E}|^2$  :

$$\begin{aligned} \tilde{N}_0 &= WT_1 \left( 1 - S(|\tilde{E}_1|^2 + |\tilde{E}_2|^2) \right) \\ \tilde{N}_{1,2} &= -S \frac{WT_1}{1 + 4D_{diff}k^2 \sin^2 \Theta T_1} \tilde{E}_{1,2} \tilde{E}_{2,1}^* \end{aligned} \quad (3.33)$$

En reprenant les équations 3.26 pour  $y$  intégrer  $\tilde{N}_0$  et  $\tilde{N}_{1,2}$ , nous obtenons deux équations en champ couplées l'une à l'autre par deux termes, l'un linéaire, la rétro-diffusion, l'autre non-linéaire, le couplage par le gain.

On décompose ensuite les champs  $\tilde{E}_1$  et  $\tilde{E}_2$  par l'amplitude et la phase :  $\tilde{E}_{1,2} = E_{1,2}(t)e^{i\phi_{1,2}(t)}$  avec de plus  $\psi = \phi_1 - \phi_2$ .

On agit de la même manière sur la rétro-diffusion. Nous choisissons alors une origine de l'axe  $z$  de manière à pouvoir poser :  $i\tilde{m}_{1,2} = m_{1,2}e^{i\xi}$ <sup>8</sup>.

Enfin, on définit  $d = \frac{1}{1 + 4D_{diff}T_1k^2 \sin^2 \Theta}$ .  $d$  va ainsi comprendre l'ensemble de l'influence de la diffusion des porteurs et de l'angle d'incidence sur le système<sup>9</sup>. Pour  $\Theta = 0$ , il vaut 1, et diminue jusqu'à des valeurs proches de 0 lorsque  $\Theta$  tend vers  $\pi/2$  mais il reste dans

8. Si on se reporte au paragraphe 3.1.1 où nous avons défini les composantes conservatives et dissipatives de la rétro-diffusion, on en déduit avec la notation actuelle que  $m \cos \xi$  est la composante dissipative, et  $m \sin \xi$  la composante conservative.

9. On voit que ce terme ne dépend pas de l'indice de réfraction. En effet,  $k_{SC} = n_{SC}k$  et  $n_{SC} \sin \Theta_{SC} = \sin \Theta$ .

tous les cas positif. On pressent ici que l'angle d'incidence sur la structure va pouvoir nous permettre d'agir directement sur la dynamique générale du système.

En effet, le couplage par le gain dépend du contraste du réseau de gain, donné par le rapport  $\tilde{N}_{1,2}/\tilde{N}_0$  qui proportionnel à  $d$ . Pour des petits angles d'incidence, le pas du réseau de gain le long du puits quantique peut être plus grand que la longueur effective de diffusion des porteurs qui de l'ordre de  $2\mu\text{m}$ . Le contraste du réseau peut donc être important. Au contraire, pour des angles d'incidence plus larges, le réseau de gain est resserré et son contraste est alors fortement diminué par la diffusion des porteurs.

En séparant la partie réelle et la partie imaginaire, nous obtenons alors un système de quatre équations : deux pour les amplitudes du champ  $E_{1,2}$  et deux pour les phases  $\phi_{1,2}$  :

$$\begin{aligned}\frac{dE_1}{dt} &= -\frac{\gamma}{2}E_1 + \frac{m_1}{2}E_2 \cos(\psi - \xi) + \frac{an_{SC}lWT_1}{T}E_1 \left(1 - S(E_1^2 + E_2^2(1+d))\right) \\ \frac{dE_2}{dt} &= -\frac{\gamma}{2}E_2 + \frac{m_2}{2}E_1 \cos(\psi + \xi) + \frac{an_{SC}lWT_1}{T}E_2 \left(1 - S(E_2^2 + E_1^2(1+d))\right) \\ \frac{d\phi_1}{dt} &= \frac{\Omega}{2} - \frac{m_1}{2} \frac{E_2}{E_1} \sin(\psi - \xi) + \alpha_H \frac{an_{SC}lWT_1}{T} \left(1 - S(E_1^2 + E_2^2(1+d))\right) \\ \frac{d\phi_2}{dt} &= -\frac{\Omega}{2} + \frac{m_2}{2} \frac{E_1}{E_2} \sin(\psi + \xi) + \alpha_H \frac{an_{SC}lWT_1}{T} \left(1 - S(E_2^2 + E_1^2(1+d))\right)\end{aligned}\quad (3.34)$$

On peut réécrire ces équations en normalisant les intensités par rapport à l'intensité de saturation. On pose ainsi  $I_{1,2} = SE_{1,2}^2$ . Vu notre hypothèse d'être faiblement au-dessus du seuil, nous vérifierons que nous avons toujours  $I_{1,2} \ll 1$ . Les équations deviennent alors :

$$\begin{aligned}\frac{dI_1}{dt} &= 2(\alpha - \beta I_1 - \theta I_2)I_1 + m_1 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\psi - \xi) \\ \frac{dI_2}{dt} &= 2(\alpha - \beta I_2 - \theta I_1)I_2 + m_2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\psi + \xi) \\ \frac{d\psi}{dt} &= \Omega - \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} \frac{m_1}{2} \sin(\psi - \xi) - \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} \frac{m_2}{2} \sin(\psi + \xi) + \alpha_H \beta d(I_1 - I_2)\end{aligned}\quad (3.35)$$

Nous avons introduit trois nouvelles notations :  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\theta$

–  $\alpha$  correspond au gain non-saturé diminué des pertes :

$$\alpha = \frac{an_{SC}lWT_1}{T} - \frac{\gamma}{2}\quad (3.36)$$

–  $\beta$  est l'expression de l'*auto-saturation* du gain [22] :

$$\beta = \frac{an_{SC}lWT_1}{T}\quad (3.37)$$

–  $\theta$  est la *saturation croisée* [22]. Des trois termes, elle seule est influencée par la diffusion des porteurs :

$$\theta = \frac{an_{SC}lWT_1}{T}(1+d)\quad (3.38)$$

On voit ainsi que  $\theta$  est toujours supérieur à  $\beta$ . En effet, le réseau de gain  $\tilde{N}_{1,2}$  ne se retrouve que dans  $\theta$ , et si celui-ci était absent, ce qui revient à avoir  $d = 0$ ,

nous aurions un milieu à gain avec exactement  $\theta = \beta$ . Ainsi, c'est bien le réseau de gain qui est à l'origine du fait d'avoir la saturation croisée supérieur à l'auto-saturation. La spécificité de notre cas vient du fait que nous n'avons pas en revanche exactement  $\theta = 2\beta$  comme dans le cas typique où un réseau de gain dans un milieu à élargissement homogène est inscrit par le laser lui même [15] [28]. À cause de la diffusion des porteurs, notre cas est ainsi intermédiaire, et ne dépend que de l'angle d'incidence.

Si on se réfère à [22], la seule information que  $\theta$  soit toujours supérieur à  $\beta$  devrait nous convaincre que deux modes contre-propagatifs ne peuvent coexister dans ce système. Mais ce serait oublier la rétro-diffusion. Nous verrons dans le paragraphe 3.1.2 qu'elle va jouer un rôle important.

On note aussi que le facteur de Henry  $\alpha_H$  n'apparaît que dans l'équation de  $\psi$ . En effet, un réseau de gain, comme celui créé dans le semi-conducteur, induit un déphasage de  $\pi$  à la réflexion de l'onde sur ce réseau. L'influence de ce réseau se fait donc sur l'amplitude de l'onde. C'est ce que nous voyons avec  $\theta$  qui se trouve être plus grand que  $\beta$ , grâce à ce réseau de gain. Mais à cause de facteur de Henry, le réseau de gain induit aussi un réseau d'indice. Or un réseau d'indice va lui induire un déphasage de  $\pi/2$  à la réflexion de l'onde sur ce réseau. L'influence d'un réseau d'indice est ainsi sur la phase de l'onde, non plus sur l'amplitude [61]. Ce qui correspond à ce que nous observons dans les équations.

Enfin, nous ferons dans toute la suite l'hypothèse que  $m_1 = m_2 = m^{10}$ , ce qui nous permet d'introduire une version symétrisée des équations 3.35, que nous serons amenés à beaucoup utiliser par la suite. On définit ainsi la moyenne des intensités  $X = (I_1 + I_2)/2$  ainsi que la demi-différence  $Y = (I_1 - I_2)/2$ . Les équations peuvent alors se réécrire :

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= 2 \left( \alpha X - 2\beta X^2 + (\beta - \theta)(X^2 - Y^2) \right) + m\sqrt{X^2 - Y^2} \cos \psi \cos \xi \\ \frac{dY}{dt} &= 2(\alpha Y - 2\beta XY) + m\sqrt{X^2 - Y^2} \sin \psi \sin \xi \\ \frac{d\psi}{dt} &= \Omega - \sqrt{\frac{X - Y}{X + Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi - \xi) - \sqrt{\frac{X + Y}{X - Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi + \xi) + 2\alpha_H \beta dY \end{aligned} \quad (3.39)$$

On retrouve l'équation d'Adler citée initialement pour modéliser le gyrolaser (cf. équation 1.10), si on néglige le facteur de Henry  $\alpha_H$ , et si on considère les intensités égales et constantes. On obtient alors  $m \cos \xi = \Omega_L$ . C'est donc un modèle qui ne prend en compte que la rétro-diffusion dissipative. Nous verrons plus loin dans ce mémoire que c'est effectivement elle qui est responsable majoritairement de la zone aveugle même si la rétro-diffusion conservative joue un rôle dans la dynamique générale [24].

### 3.1.2 Zones de stabilité du système

À partir du système d'équations obtenu plus haut nous pouvons maintenant étudier différents régimes, ainsi que leurs zones de stabilité.

---

10. On peut voir, à partir de la définition initiale de la rétro-diffusion (cf. équation 3.12), que cela revient à considérer que les harmoniques à l'ordre  $\pm 2k$  de  $\sigma$  et de  $\varepsilon$  ont la même phase. Cela peut correspondre par exemple au cas où  $\sigma$  et  $\varepsilon$  varient de la même façon le long de la cavité laser.

Dans un premier temps nous utiliserons surtout la méthode perturbative (cf. paragraphe A.1). Cela nous permettra d'en déduire une équation caractéristique du système qui sera stable si les solutions de cette équation ont toutes leur parties réelles négatives.

### Laser au seuil

Pour étudier le seuil du laser, nous faisons simplement l'hypothèse que nous nous trouvons dans le cas du laser éteint ( $I_1 = I_2 = 0$ ), qui est une solution des équations décrites plus haut, et nous allons déterminer le pompage limite, donc le coefficient  $\alpha$  limite, au delà de laquelle la solution n'est plus stable. Nous avons ainsi  $E_1 = 0$  et  $E_2 = 0$ , avec une différence de phase  $\psi$  arbitraire. Si nous remplaçons maintenant dans les équations  $E_{1,2}$  par  $E_{1,2} + e_{1,2}e^{\lambda t}$ , après linéarisation au premier ordre en  $e_{1,2}$ , nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\lambda e_1 &= \alpha e_1 + \frac{m}{2} e_2 \cos(\psi - \xi) \\ \lambda e_2 &= \alpha e_2 + \frac{m}{2} e_1 \cos(\psi + \xi)\end{aligned}\tag{3.40}$$

On en déduit les conditions de stabilité de la solution nulle, à l'aide du théorème de Routh-Hurwitz [63] :

$$\alpha < 0 \text{ et } \alpha^2 > \frac{m^2}{4} \frac{1}{2} (\cos(2\psi) + \cos(2\xi))\tag{3.41}$$

Nous avons dit que la différence de phase  $\psi$  était arbitraire, puisque le laser est éteint. Il nous faut donc chercher la limite pour  $\alpha$  au delà de laquelle il existe une phase telle que l'une des deux conditions de stabilité ne soit plus vérifiée. Ainsi, en choisissant  $\psi$  tel que  $\cos(2\psi) = 1$ , nous obtenons, à partir des deux inégalités, une condition sur  $\alpha$  tel qu'il n'existe aucune phase pour laquelle la solution nulle soit déjà instable. Cette condition s'écrit :

$$\alpha < -\frac{m}{2} |\cos \xi|\tag{3.42}$$

On peut alors définir un taux de pompage au seuil<sup>11</sup> :

$$W_{seuil} = \frac{T}{an_{SC}lT_1} \left( \frac{\gamma}{2} - \frac{m}{2} |\cos \xi| \right)\tag{3.43}$$

En définissant  $\eta$ , le taux de pompe au-dessus du seuil  $\eta = (W - W_{seuil})/W_{seuil}$ , on sait redéfinir  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\theta$  en fonction des pertes  $\gamma$ , du taux de pompage au-dessus du seuil ainsi que de la rétro-diffusion :

$$\begin{aligned}\alpha &= \eta \frac{\gamma}{2} - \frac{1 + \eta}{2} m |\cos \xi| \\ \beta &= \frac{1}{2} (\gamma - m |\cos \xi|) (1 + \eta) \\ \theta &= \frac{1}{2} (\gamma - m |\cos \xi|) (1 + \eta) (1 + d)\end{aligned}\tag{3.44}$$

---

11. Le seuil laser est ainsi diminué par la rétro-diffusion. On remarquera cependant que c'est la composante dissipative de celle-ci qui importe. On peut ainsi le comprendre en estimant que le système trouve une différence de phase de telle façon à mettre un nœud de l'onde stationnaire sur le point de perte locale, modélisé par  $m \cos \xi$ , pour diminuer ainsi les pertes totales vues par le système [20].

Ce sont ces expressions que nous utiliserons dans toute la suite de ce mémoire.

### À l'arrêt

Bien sûr, c'est avant tout le fonctionnement du laser en rotation qui nous intéresse. Cependant, il n'est pas inintéressant d'analyser ce qui se passe à l'arrêt. En effet, nous allons voir que nous sommes capables de prédire certains comportements que nous retrouverons expérimentalement. L'idéal serait bien évidemment de pouvoir en déduire des valeurs expérimentales pour venir enrichir notre modèle, mais au delà de cette observation, c'est aussi une première façon de vérifier l'acuité d'un modèle qui reste pour l'instant purement théorique.

Ainsi, considérons  $\Omega = 0$ . Nous cherchons alors une solution, que l'on appelle régime bidirectionnel, où  $I_1 = I_2 = I$  et  $\psi$  constants. On obtient alors les solutions :

$$I = \frac{\alpha}{\beta + \theta} + \frac{m \cos \psi \cos \xi}{2(\beta + \theta)} \text{ et } \psi = k\pi \quad (3.45)$$

Nous avons ainsi deux solutions pour  $I$  selon la valeur de  $\psi$ . L'étude de stabilité du système, par la méthode perturbative (cf. paragraphe B.1) nous fournit un certain nombre d'informations.

D'abord à partir des trois équations couplées, l'équation sur la somme des intensités se trouve découplée des autres. Il n'y a pas de conditions sur la stabilité de la somme des intensités. Le taux d'amortissement de la somme  $\Omega_G$  est strictement réel  $\Omega_G = 2I(\beta + \theta)$ .

On peut alors montrer que la réponse en fréquence de la somme des intensités est bien une fonction de type lorentzienne. Ces informations confirment ainsi que nous nous trouvons bien dans le cas d'un laser de classe A : il n'y a pas de fréquence de relaxation, la somme des intensités n'étant décrite que par une seule équation du premier ordre [62] [27].

En revanche, ce qui se passe sur la différence des intensités  $Y$  et sur la différence de phase  $\psi$  est sûrement moins orthodoxe pour un laser de classe A.

D'abord on montre que seule une solution est stable (cf. paragraphe B.1.1) : il faut avoir  $\psi = k\pi$  tel que  $\cos \psi \cos \xi = |\cos \xi|$ . L'intensité  $I$  s'écrit alors<sup>12</sup> :

$$I = \frac{\alpha}{\beta + \theta} + \frac{m |\cos \xi|}{2(\beta + \theta)} = \frac{\eta}{(1 + \eta)(2 + d)} \quad (3.46)$$

Les solutions  $\lambda_{\pm}$  de l'équation caractéristique doivent remplir certaines conditions pour avoir leur parties réelles négatives et peuvent être complexes. On peut donc avoir le cas où il existe des fréquences propres d'amortissement, sans être pour autant la fréquence de relaxation du système entier comme on l'entend dans le cas d'un laser de classe B. Cela vient tout simplement du fait que pour décrire la différence des intensités, il n'y a pas une équation, mais bien deux, celle de la phase étant nécessaire pour décrire le système.

---

12. C'est une expression exacte par rapport aux équations utilisées, mais elle n'est pas à l'ordre 1 en  $\eta$  comme le devrait la rigueur mathématique. Nous la garderons malgré tout, en restant conscient de cette entorse. On remarque de plus que dans le cas des taux de pompage faibles,  $\eta \ll 1$ , nous avons bien  $I \ll 1$ , conformément à nos hypothèses de départ.

De fait, l'étude perturbative (cf. paragraphe B.1.1) nous permet d'obtenir les solutions de l'équation caractéristique :

$$\lambda_{\pm} = -\frac{\Omega_{g0}}{2} \pm \sqrt{\frac{\Omega_{g0}^2}{4} + 2m|\cos\xi|(\alpha - 2\beta I) - m^2 \sin^2 \xi + 2m\alpha_H \beta d \cos \psi \sin \xi} \quad (3.47)$$

avec  $\Omega_{g0} = 2(I(\beta - \theta) + m|\cos\xi|)$ , dont on remarquera la similarité avec  $\Omega_G$ . En effet, on peut voir  $\Omega_{g0}$  comme le taux d'amortissement de la différence des intensités, et  $\Omega_G$  le taux d'amortissement de la somme.

L'équation 3.47 nous fournit les conditions de stabilité que l'on peut écrire sous la forme :

$$m > \frac{\eta\gamma d}{(4 + d(2 + \eta))|\cos\xi|} \quad (3.48)$$

$$m > \frac{\eta\gamma d |\cos\xi| (1 + \alpha_H \tan\xi)}{2 + d(1 + \eta \cos^2 \xi (1 + \alpha_H \tan\xi))} \quad (3.49)$$

L'interprétation de la deuxième inégalité est moins évidente que la première inégalité, qui provient de la condition  $\Omega_{g0} > 0$ . Elle traduit ainsi la compétition entre la composante dissipative de la rétro-diffusion  $m|\cos\xi|$  et la compétition de mode induite par le réseau de gain. En effet, la première favorise l'existence d'une onde stationnaire, et donc un fonctionnement bidirectionnel, verrouillée en fréquence ce qui permet de placer un nœud de l'onde sur un point local de perte et ainsi diminuer les pertes globales (comme évoqué plus haut dans le paragraphe 3.1.2). Au contraire, la compétition de mode cherche à rendre le système unidirectionnel. En effet, en négligeant juste dans ce cas la rétro-diffusion, la somme des intensités dans le régime unidirectionnel est  $2X_{uni} = \alpha/\beta$  alors que dans le régime bidirectionnel on a  $2X_{bi} = 2\alpha/(\beta + \theta)$  qui est bien inférieur à  $2X_{uni}$  car  $\theta > \beta$ . Pour être mieux saturé, il est donc plus intéressant pour le gain d'être unidirectionnel, qui se révèle bien être le fonctionnement stable.

Le comportement aux frontières de ces deux conditions n'est pas le même. En effet, on peut montrer qu'à la frontière de la première condition (équation 3.48),  $\lambda_{\pm}$  est un imaginaire pur, sans amortissement. On peut s'attendre à rentrer dans un régime où la solution stable est oscillante, ce qui sera confirmé par les simulations.

Au contraire, à la frontière de l'autre condition (équation 3.49),  $\lambda_{\pm}$  est réel, sans partie imaginaire. Les simulations nous montreront que cela correspond à la limite où les deux intensités sont stables mais différentes.

Enfin, on peut en déduire que pour avoir un régime bidirectionnel stable, il faut forcément un minimum de rétro-diffusion. Sans celle-ci, et donc sans couplage par la phase  $\psi$  on peut montrer que c'est uniquement le régime où les intensités sont différentes qui est stable.

Pour les simulations que nous allons désormais effectuer dans toute la suite de ce chapitre, il va être nécessaire de définir un certain nombre de grandeurs qui resteront les mêmes dans la majorité des cas. Ainsi, le facteur d'échelle  $K_1 = 685 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{s})$  est issu de celui du gyrolaser Nd :YAG mais, comme nous le verrons, est proche de la valeur expérimentale. Les pertes  $\gamma = 21 \text{ MHz}$  correspondent à un taux de pertes de 4% pour une

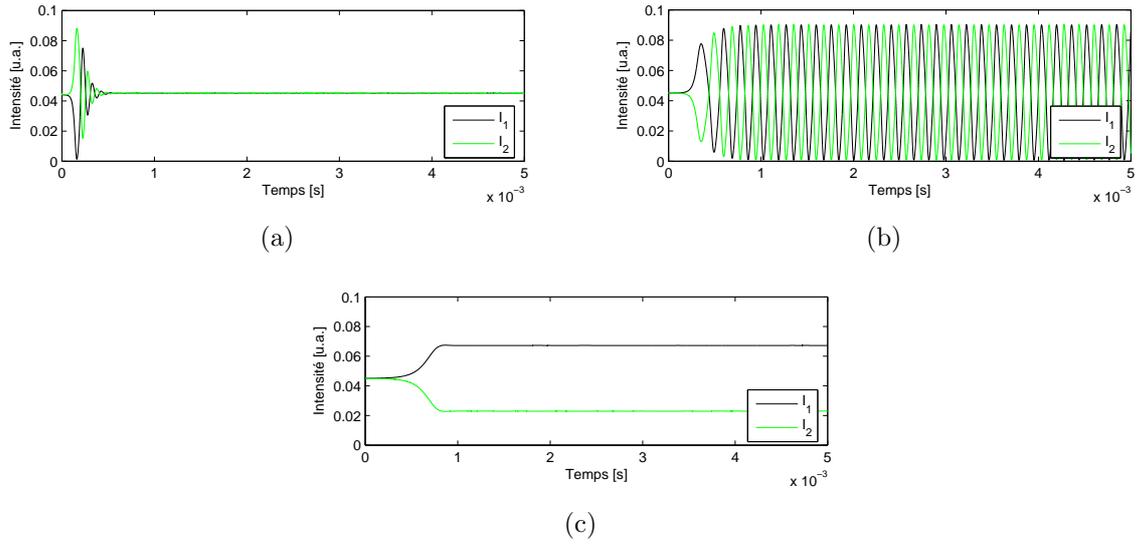


FIGURE 3.2 – Exemples de simulations pour les régimes bidirectionnel (a), d’auto-modulation (b) et où les intensités sont différentes (c). Les simulations ont été effectuées avec  $\gamma = 21$  MHz,  $\eta = 0,1$ ,  $d = 0,0177$ ,  $\alpha_H = 3$  et  $m = 5 \cdot 10^4$  rad/s. Les phases  $\xi$  de la rétro-diffusion sont respectivement  $2\pi/3$ ,  $\pi/2$  et  $\pi/3$ .

cavité de 60 cm de long, c’est donc un ordre de grandeur raisonnable. Le taux de pompe au-dessus du seuil  $\eta = 0,1$  est naturellement pris petit pour rester dans le cadre du modèle. Le facteur  $d = 0,0177$  se calcule pour une longueur d’onde de  $1 \mu\text{m}$  pour un angle d’incidence de 20 degrés avec un temps de vie des porteurs de 3 ns [34] et un coefficient de diffusion de  $10 \text{ cm}^2/\text{s}$  qui correspond à l’ordre de grandeur habituel [34]. Le facteur de Henry  $\alpha_H = 3$  est une valeur moyenne communément admise [64]. Enfin, considérant que nous utilisons des miroirs proches de ceux du gyrolaser Nd :YAG, nous choisissons la même rétro-diffusion  $m = 10^5$  rad/s et la même phase  $\xi = 9\pi/20$ .

Les simulations nous permettent ainsi de mener une étude plus exhaustive qui nous montre qu’il existe en plus du régime bidirectionnel que nous venons de décrire (figure 3.2(a)), deux autres régimes (figure 3.2) : un régime d’auto-modulation (figure 3.2(b)) : les deux intensités sont modulées en opposition de phase, et enfin un régime où les deux intensités se stabilisent à des niveaux différents (figure 3.2(c)).

Comme on peut le voir sur la figure 3.3, issue de simulations, la limite entre ces trois zones est clairement définie et les limites du régime bidirectionnel (zone 1) prévues analytiquement correspondent exactement.

Enfin, on peut noter que dans le cadre de quelques hypothèses supplémentaires ( $m$  assez grand,  $\xi = \pi/2$ ) il est possible de montrer (cf. paragraphe B.1.2) que la pulsation d’auto-modulation est de l’ordre de  $m$ . Les simulations permettent de confirmer cette idée et ainsi dans tous les cas, on pourra considérer que la pulsation d’auto-modulation est du même ordre de grandeur que  $m$ . L’observation expérimentale de ce régime nous permettra alors d’évaluer la rétro-diffusion.

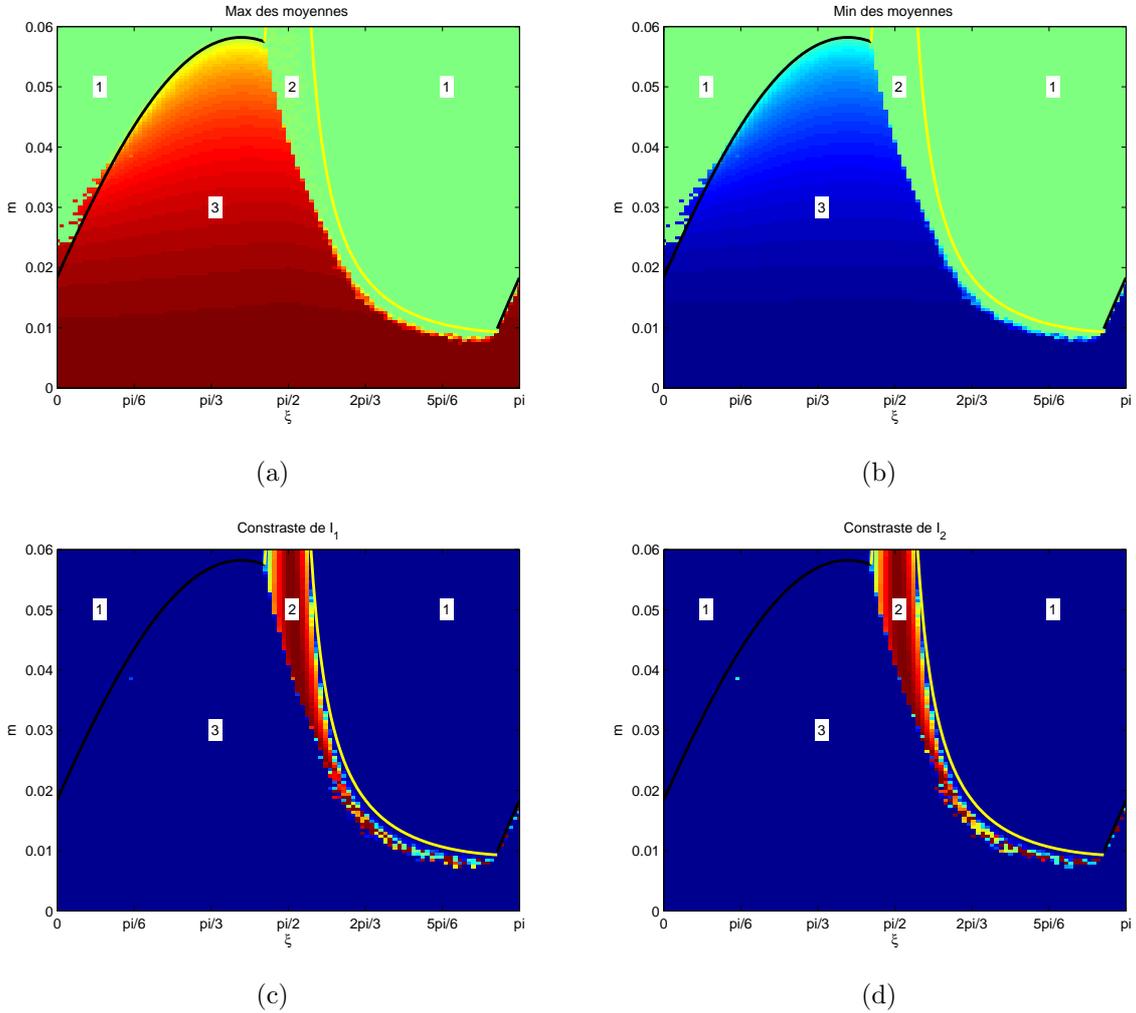


FIGURE 3.3 – Figures représentant les maxima et les minima des moyennes temporelles de  $I_1$  et  $I_2$  (figures (a) et (b)) ainsi que les contrastes  $\left(\frac{\max(I_i(t)) - \min(I_i(t))}{\max(I_i(t)) + \min(I_i(t))}\right)$  de  $I_1$  et  $I_2$  (figures (c) et (d)) pour différentes amplitudes et phases de rétro-diffusion. Ainsi, si les maxima et les minima sont différents, on se trouve dans le régime où les intensités sont différentes (zone 3). Si les moyennes sont égales (i.e. de mêmes couleurs), on se trouve dans le cas du régime bidirectionnel (zone 1) ou du régime d'auto-modulation (zone 2). Cependant, dans ce dernier cas, le contraste de  $I_1$  et  $I_2$  sera important (rouge) alors que dans le régime bidirectionnel (zone 1), il sera nul (bleu). Les frontières calculées (l'inégalité 3.48 en jaune et l'inégalité 3.49 en noir) ont aussi été représentées et correspondent parfaitement aux limites entre le régime bidirectionnel et les autres régimes. Les simulations ont été effectuées avec  $\gamma = 21$  MHz,  $\eta = 0, 1$ ,  $d = 0, 0177$  et  $\alpha_H = 3$ .

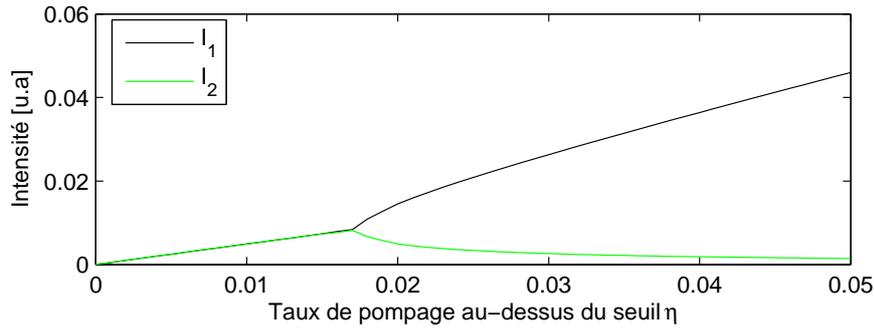


FIGURE 3.4 – Figure représentant les intensités en fonction du taux de pompage  $\eta$ . On voit ainsi qu’au delà d’un certain taux de pompage, le régime bidirectionnel n’est plus stable. Les simulations ont été effectuées avec  $\gamma = 21$  MHz,  $d = 0,0177$ ,  $\alpha_H = 3$ ,  $m = 10^4$  rad/s et  $\xi = \pi/3$ .

Si une étude en fonction de  $m$  est intéressante pour comprendre les différents phénomènes mis en jeu, la rétro-diffusion, et encore plus sa phase, sont mal contrôlées expérimentalement. En revanche, ce que l’on maîtrise beaucoup mieux est le taux de pompage. On sait alors réécrire les inégalités vues plus haut en mettant plus clairement en évidence le rôle de  $\eta$ . Les inégalités 3.48 et 3.49 s’écrivent respectivement :

$$\eta < \frac{2m|\cos \xi|(2+d)}{(\gamma - m|\cos \xi|)d} \quad (3.50)$$

$$\eta < \frac{m(2+d)}{(\gamma - m|\cos \xi|)d|\cos \xi|(1 + \alpha_H \tan \xi)} \quad (3.51)$$

Ainsi, le régime bidirectionnel n’est stable que pour les pompages faibles. Au-delà, la compétition de mode due au gain reprend le dessus sur la rétro-diffusion et empêche d’avoir les deux intensités qui coexistent simultanément. Ce comportement que l’on peut voir à l’aide de simulations (figure 3.4) sera aussi observé expérimentalement (cf. paragraphe 5.2.1).

### En rotation

Lorsque le système est en rotation,  $\dot{\theta} \neq 0$ , il y a au moins une différence majeure : la non-réciprocité en fréquence due à l’effet Sagnac  $\Omega$  est non nulle, elle peut même être beaucoup plus grande que la rétro-diffusion, puisque, comme nous l’avons vu dans l’équation d’Adler (cf. équation 1.10),  $\Omega$  doit être plus grand que la rétro-diffusion pour sortir de la zone aveugle.

De fait, nous allons désormais mener un calcul où la rétro-diffusion sera considérée comme une perturbation pour le système. Si les conditions de stabilité ne dépendent pas de la perturbation, et donc de la rétro-diffusion, nous verrons qu’elle demeure cependant importante pour bien comprendre le fonctionnement général du gyrolaser.

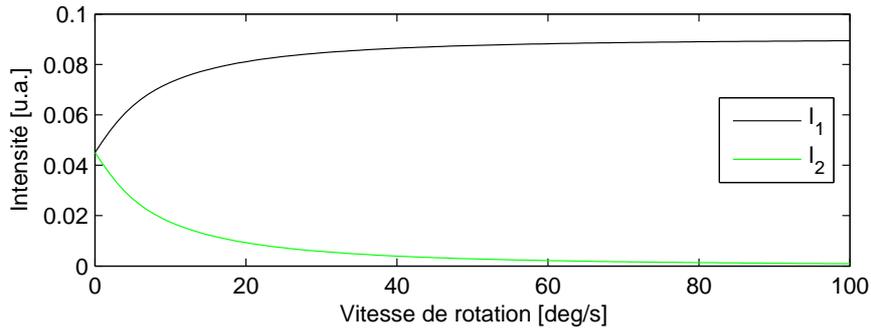


FIGURE 3.5 – Exemple d’une simulation lorsque le système subit une vitesse de rotation. Rapidement, une intensité est supprimée au profit de l’autre. Il n’y a pas de régime bidirectionnel. Les simulations ont été effectuées avec  $K_1 = 685 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{s})$ ,  $\gamma = 21 \text{ MHz}$ ,  $\eta = 0,1$ ,  $d = 0,0177$ ,  $\alpha_H = 3$ ,  $m = 10^5 \text{ rad/s}$  et  $\xi = 9\pi/20$ .

Mais avant toute autre chose, il faut d’abord savoir s’il existe un régime de battement stable lorsque la cavité est en rotation. En effet, le système de détection (cf. équation 1.8) nous impose d’avoir les intensités suffisamment stables pour pouvoir détecter le signal Sagnac. On définit ainsi ce que l’on appelle le régime de battement. C’est un dire un régime où :

- on a, à l’ordre 0 en  $m$ ,  $\psi = \Omega t$ ,
- $X$  peut être décomposé entre une partie constante  $X_0$  et une partie oscillante  $X_1(t)$ , de valeur moyenne nulle tel que  $X_0 \gg X_1$ <sup>13</sup>,
- $Y$  peut être décomposé entre une partie constante  $Y_0 + Y_2$ , respectivement à l’ordre 0 et à l’ordre 2 en  $m$  et une partie oscillante  $Y_1(t)$ , de valeur moyenne nulle, tel que  $X_0 \gg Y_0 + Y_2$  et  $X_0 \gg Y_1$ .

À l’ordre 0 en  $m$ , les termes  $m \cos \psi$  et  $m \sin \psi$  sont nuls en moyenne. On obtient alors comme solution des équations 3.39 (cf. paragraphe B.2.1 pour les détails de calculs) à l’ordre le plus bas :

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{\alpha}{\beta + \theta} \\ Y_0 &= 0 \end{aligned} \tag{3.52}$$

Puisque  $\theta > \beta$ , cette solution est instable<sup>14</sup> (cf. paragraphe B.2.1). Comme on peut le voir sur la figure 3.5, il n’existe donc pas de régime de battement stable lorsque la cavité est en rotation avec le système tel qu’il est décrit. C’est un résultat général aux lasers en anneau avec un milieu à gain homogène. Ainsi, comme dans le cas du gyrolaser Nd :YAG, il faut lui adjoindre un système de contrôle des intensités pour obtenir un battement stable [26].

13. Nous verrons en effet que tous les termes en premier ordre en  $m$  sont de moyenne nulle.

14. On se retrouve dans le cas classique de la compétition de mode comme décrit dans [22], car cette fois-ci, nous avons pu négliger la rétro-diffusion, qui se moyenne à 0 au premier ordre.

## 3.2 Gyrolaser semi-conducteur

### 3.2.1 Asservissement

Pour contrôler les intensités, les méthodes sont multiples [65]. Il suffit pour le moment de considérer que nous sommes capables de soumettre des pertes différentes à chacune des intensités de façon active. Nous décrirons la méthode expérimentale pour y parvenir plus loin dans ce mémoire (cf. paragraphe 4.2). Ainsi, les pertes pour  $I_1$  ne sont plus  $\gamma$  mais  $\gamma_1 = \gamma + \gamma'$  et de même pour  $I_2$  :  $\gamma_2 = \gamma - \gamma'$  où  $\gamma'$  décrit les pertes différentielles, qui peuvent de plus dépendre du temps. On peut alors de la même façon redéfinir  $\alpha$  :  $\alpha_{1,2} = \alpha + (-1)^{1,2}\alpha'$  avec  $\alpha' = \gamma'/2$ .

On peut ainsi réécrire les équations 3.39 pour aboutir au système :

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= 2 \left( \alpha X - \alpha' Y - 2\beta X^2 + (\beta - \theta)(X^2 - Y^2) \right) + m\sqrt{X^2 - Y^2} \cos \psi \cos \xi \\ \frac{dY}{dt} &= 2(\alpha Y - \alpha' X - 2\beta XY) + m\sqrt{X^2 - Y^2} \sin \psi \sin \xi \\ \frac{d\psi}{dt} &= \Omega - \sqrt{\frac{X - Y}{X + Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi - \xi) - \sqrt{\frac{X + Y}{X - Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi + \xi) + 2\alpha_H \beta dY \end{aligned} \quad (3.53)$$

Les pertes différentielles sont a priori dynamiques et puisque nous cherchons à modéliser un système asservi, il est nécessaire d'avoir pour l'asservissement un signal d'erreur : la différence entre une consigne  $e$  et une variable dépendant des variables dynamiques de notre laser :  $X$ ,  $Y$ , et  $\psi$ .

Il ne faut cependant pas oublier le but premier de cet asservissement : contrecarrer la compétition de mode qui favorise un fonctionnement unidirectionnel. Il paraît alors naturel d'utiliser pour notre signal d'erreur la demi-différence des intensités,  $Y$ . C'est ce que nous considérerons dans la suite de ce mémoire.

### Conditions de stabilité générale

On peut alors représenter notre système asservi comme un système avec deux fonctions de transfert (cf. paragraphe A.2.1)<sup>15</sup>, rebouclé sur lui-même (figure 3.6) :

- F la fonction de transfert de l'asservissement, et donc des pertes différentielles. En boucle ouverte nous avons  $\alpha' = F(\lambda)e$  où  $\lambda$  est la variable de Laplace et  $e$  est la consigne de l'asservissement, qui sera dans le cas habituel nulle, puisque nous cherchons à avoir la différence des intensités la plus faible possible. En boucle fermée la fonction de transfert devient  $\alpha' = F(\lambda)(e - Y)$ .
- L la fonction transfert du laser, ou plus exactement de la différence d'intensité, en fonction des pertes différentielles :  $Y = L(\lambda)\alpha'$ .

---

15. L'autre solution aurait été de représenter l'ensemble du système sous forme d'équations différentielles,  $\alpha'$  incluse. L'approche choisie a cependant l'avantage de mettre plus clairement en évidence les dynamiques en jeu entre le laser d'un côté, la boucle d'asservissement de l'autre.

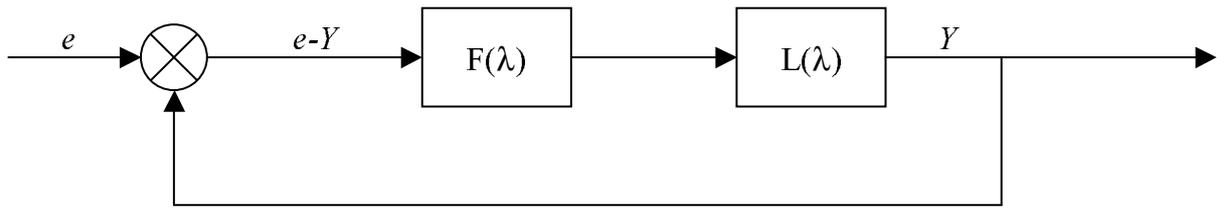


FIGURE 3.6 – Schéma d'un asservissement en boucle fermée avec pour fonction de transfert  $F(\lambda)L(\lambda)$ , pour consigne  $e$  et pour variable de sortie  $Y$ .

La fonction de transfert du système en boucle ouverte est  $Y = F(\lambda)L(\lambda)e$ . En boucle fermée, elle devient (cf. paragraphe A.2.1) :

$$Y = \frac{FL}{1 + FL}e = H(\lambda)e \quad (3.54)$$

Le système est alors stable si les parties réelles des pôles de  $H(\lambda)$  sont négatives. On pourra d'ailleurs vérifier sur le diagramme de Nyquist nos conditions de stabilité (cf. paragraphe A.2.2).

En reprenant les conditions sur le régime de battement (cf. paragraphe 3.1.2), avec une consigne  $e = 0$  pour les pertes différentielles, on trouve à l'ordre 0 en  $m$ , en boucle ouverte, une solution stationnaire des équations du laser avec asservissement (cf. équation 3.53) :

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{\alpha}{\beta + \theta} \\ Y_0 &= 0 \\ \alpha'_0 &= 0 \end{aligned} \quad (3.55)$$

Une approche perturbative nous permet alors d'avoir la fonction de transfert du laser (cf. paragraphe B.2.2) :

$$Y = \frac{-2X_0}{\lambda + \Omega_g} \alpha' = L(\lambda) \alpha' \quad (3.56)$$

avec  $\Omega_g = 2X_0(\beta - \theta) = 2\alpha(\beta - \theta)/(\beta + \theta)$ .  $|\Omega_g|$  peut alors être vu comme le taux d'amortissement caractéristique de la différence d'intensité. Cependant on retrouve qu'en boucle ouverte, notre système n'est pas stable. En effet, le pôle de  $L$  est  $\lambda = -\Omega_g$ , or  $\Omega_g < 0$ , la partie réelle du pôle est donc positive.

On remarquera que cette fonction de transfert ne dépend pas de la vitesse de rotation  $\Omega$ . En effet, le milieu à gain réagit instantanément aux variations de l'intensité. Nous sommes actuellement dans l'hypothèse du régime bidirectionnel, où les intensités ne dépendent pas de  $\Omega$ , et donc le gain non plus. Puisque nous avons négligé les effets de bords et considéré que la longueur  $l$  du milieu à gain était grande devant la période du réseau de gain, on peut ainsi voir le réseau de gain comme un réseau qui défile sur la structure mais qui reste immobile dans l'univers, comme l'onde stationnaire du laser. Il n'a ainsi aucune raison de dépendre de la vitesse de rotation.

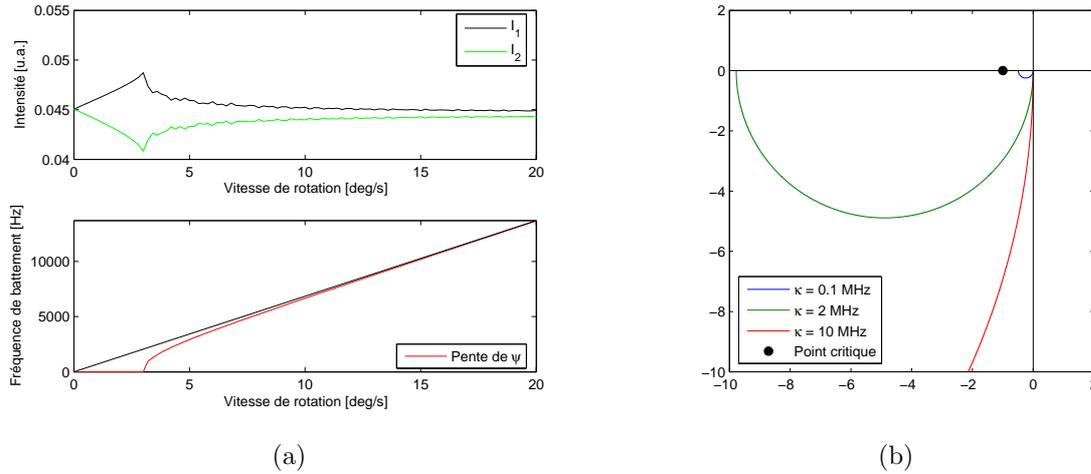


FIGURE 3.7 – (a) Exemple de la réponse d’un gyrolaser avec une boucle d’asservissement idéale pour  $\kappa = 10$  MHz. On remarquera la zone aveugle aux faibles vitesses mais surtout la parfaite linéarité aux grandes vitesses de rotation ainsi que la faible différence dans les intensités. (b) Diagramme de Nyquist pour différents gains d’asservissement  $\kappa$ . Comme on peut le voir sur la figure, pour  $\kappa = 0, 1$ , l’asservissement n’est pas stable : la courbe passe à droite du point critique. Les simulations ont été effectuées avec  $K_1 = 685$  Hz/(°/s),  $\gamma = 21$  MHz,  $\eta = 0, 1$ ,  $d = 0,0177$ ,  $\alpha_H = 3$ ,  $m = 10^5$  rad/s,  $\xi = 9\pi/20$ .

### Cas de l’asservissement idéal

Le cas le plus simple à étudier est sans aucun doute le cas où les pertes différentielles sont directement proportionnelles avec la différence d’intensité. On peut donc avoir la fonction de transfert :  $F = -\kappa$  où  $\kappa$  est une constante réelle exprimée en hertz.

La condition de stabilité est alors (cf. paragraphe B.2.2 pour les calculs) tout simplement :  $\kappa > \theta - \beta$ . Nous avons vu dans le paragraphe 3.1.2 que le régime bidirectionnel n’était pas stable parce que la saturation croisée était supérieure à l’auto-saturation  $\beta < \theta$ .  $\theta - \beta$  peut ainsi être vu comme la *force* de la compétition de mode. Ainsi, la condition trouvée peut être relue comme le gain, ou la force, de l’asservissement devant être plus fort que la compétition de mode, ce qui en final est assez intuitif. Si on reprend les valeurs numériques que nous utilisons pour les simulations, nous obtenons  $\beta = 11,5$  MHz et  $\theta = 11,7$  MHz, le gain limite de l’asservissement est donc de 200 kHz. Si on reprend la valeur de gain de l’asservissement qui a été estimé dans le cas du gyrolaser Nd :YAG,  $\kappa = 10$  MHz, il est alors possible d’obtenir un régime de battement stable comme on peut le voir sur la figure 3.7(a).

Enfin, le diagramme de Nyquist (figure 3.7(b)) nous convainc que l’on améliore la stabilité d’autant plus que le gain de l’asservissement est grand <sup>16</sup>.

16. En effet, le système est d’autant plus stable qu’il passe loin du point critique sur le diagramme de Nyquist. Mais cette question de la qualité de l’asservissement sera plus spécifiquement traitée dans le paragraphe suivant.

Pour aller un peu plus loin, à partir des équations 3.53, on peut directement exprimer  $\alpha'$  en fonction de  $Y$  :  $\alpha' = \kappa Y$ . Il devient alors possible de redéfinir la saturation croisée et l'auto-saturation :  $\beta' = \beta + \kappa/2$  et  $\theta' = \theta - \kappa/2$ .

On voit alors que l'inégalité  $\kappa > \theta - \beta$  peut aussi se lire comme  $\beta' > \theta'$ . On retombe ainsi dans les conditions usuelles de stabilité dans le cas de deux modes couplés par le gain [22].

### Cas du filtre passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre

Le cas de l'asservissement idéal est séduisant, mais il présente un défaut conséquent : il ne prend pas du tout en compte la dynamique générale du laser. Cette première approche est correcte si la bande passante de l'asservissement reste beaucoup plus grande que toutes les fréquences de réaction du laser. Or, vu le temps de vie des photons dans la cavité, 50 ns, il faut s'attendre à ce que le laser réagisse jusqu'à des fréquences de l'ordre de 20 MHz. Il est alors légitime de se demander s'il est réaliste de pouvoir prétendre avoir un asservissement qui puisse atteindre de telles fréquences.

C'est pourquoi on modélise l'asservissement comme un filtre passe-bas du premier ordre :

$$F = -\frac{\kappa}{1 + \frac{\lambda}{\omega_c}} \quad (3.57)$$

La fonction de transfert en boucle fermée est alors :

$$H(\lambda) = \frac{2\kappa\omega_c X_0}{\Omega_g\omega_c + 2\kappa\omega_c X_0 + \lambda(\Omega_g + \omega_c) + \lambda^2} \quad (3.58)$$

Les conditions de stabilité sont alors deux inégalités (cf. paragraphe B.2.2 pour les calculs) :

$$\kappa > \theta - \beta \quad (3.59)$$

$$\omega_c + \Omega_g > 0 \quad (3.60)$$

On retrouve la condition que nous avons avec une boucle idéale : il faut que le gain  $\kappa$  de la boucle d'asservissement soit supérieur à la force de la compétition de mode. La deuxième condition traduit le fait que le système est stable si l'asservissement réagit plus vite pour équilibrer les intensités que le laser pour les déséquilibrer. Là encore, présenté ainsi, c'est un résultat relativement intuitif. Avec les mêmes valeurs numériques que précédemment, nous obtenons ainsi une bande passante limite de  $f_c = 1,5$  kHz, ce qui paraît tout à fait raisonnable. Sur le diagramme de Nyquist (figure 3.8(b)), on voit aussi que le système est d'autant plus stable que la bande passante de l'asservissement est grande. Enfin, on notera que les conditions de stabilité trouvées ne sont bien sûr que des solutions a minima.

On doit cependant noter que de la même façon que la fonction de transfert de la différence d'intensité ne dépend pas de la vitesse de rotation, les conditions de stabilité ne dépendent pas non plus de la vitesse de rotation. C'est une différence marquante par rapport au cas d'un gyrolaser état solide de classe B comme le Nd :YAG, où les conditions de

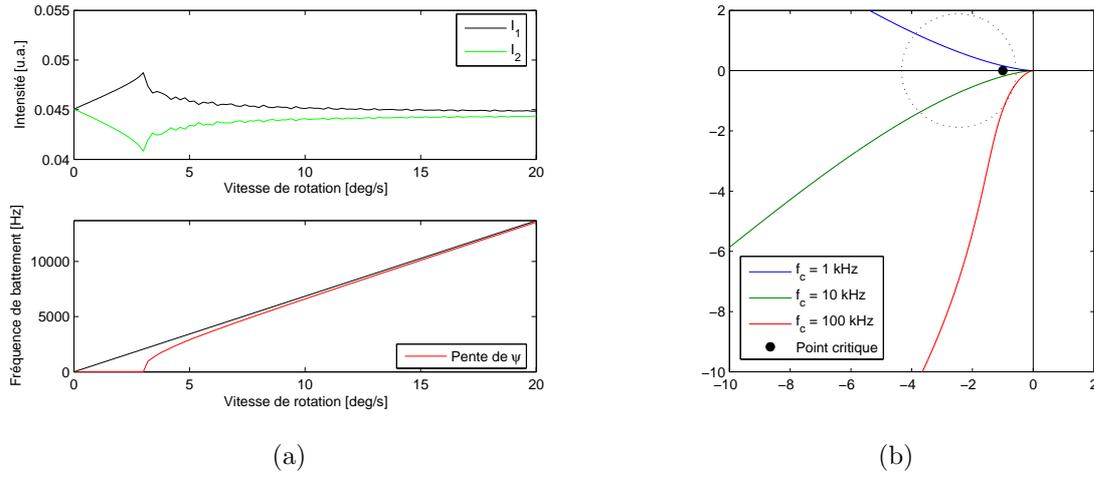


FIGURE 3.8 – (a) Exemple de la réponse d'un gyrolaser avec une boucle d'asservissement avec une fréquence de coupure de 100kHz (b) Diagrammes de Nyquist pour différentes fréquences de coupure  $2\pi f_c = \omega_c$ . Comme on peut le voir sur la figure, pour  $f_c = 1\text{kHz}$ , l'asservissement n'est pas stable : la courbe passe à droite du point critique. Pour  $f_c = 10\text{kHz}$ , la courbe passe à l'intérieur du cercle  $|H(i\omega)| = 1,3$ . Les simulations ont été effectuées avec  $K_1 = 685\text{ Hz}/(^{\circ}/\text{s})$ ,  $\gamma = 21\text{ MHz}$ ,  $\eta = 0,1$ ,  $d = 0,0177$ ,  $\alpha_H = 3$ ,  $m = 10^5\text{ rad/s}$ ,  $\xi = 9\pi/20$  et  $\kappa = 10\text{ MHz}$ .

stabilité dépendent fortement de la vitesse de rotation, puisque le réseau de gain s'efface avec elle.

En exprimant les conditions de stabilité mathématique en fonction des caractéristiques du laser, on trouve, en négligeant la rétro-diffusion dans les expressions de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\theta$  :

$$\begin{aligned} \kappa &> (1 + \eta) \frac{\gamma d}{2} \\ \omega_c &> \frac{\eta \gamma d}{2(2 + d)} \end{aligned} \quad (3.61)$$

La conclusion est claire : si on cherche à être le plus stable possible, il faut diminuer au maximum les pertes – et donc augmenter le temps de vie du photon dans la cavité – et  $d$  – c'est-à-dire augmenter l'angle d'incidence  $\Theta$ . Il n'en demeure pas moins que ces conditions sont expérimentalement atteignables, comme nous le montrerons dans le paragraphe 5.1.

Les conditions que nous avons trouvées sont des conditions purement mathématiques. La réalité est souvent moins heureuse. C'est pourquoi il est d'usage [66] de se donner comme marge de sécurité la condition que  $|H(i\omega)| < 1,3$ , ce qui correspond ainsi à un gain de la boucle fermée inférieur à 2,3dB, pour toutes les pulsations  $\omega$ . On peut représenter cette condition sur le diagramme de Nyquist de FL par un cercle (cf. paragraphe A.2.3) comme on peut le voir sur la figure 3.8(b). On retrouve ainsi l'idée que l'asservissement est d'autant plus stable que l'on est loin du point critique. Dans notre cas, cela nous donne

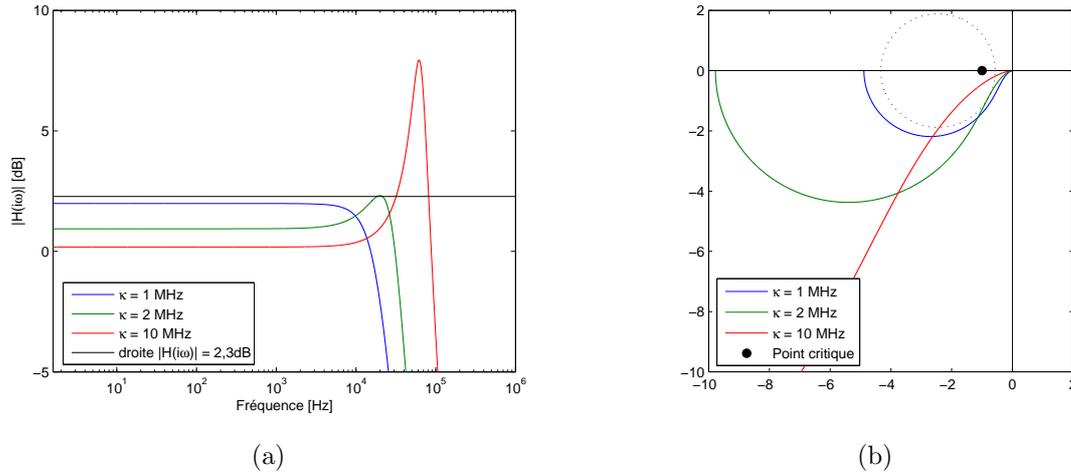


FIGURE 3.9 – (a) Diagramme de Bode de la fonction de transfert  $H$  en boucle fermée. Pour  $\kappa = 2$  et  $10$ , on voit apparaître une résonance. (b) Diagramme de Nyquist pour un asservissement avec différents gains pour la même bande passante ( $30$  kHz). Ils sont tous stables, mais pour on voit qu'à cause de la résonance, la courbe coupe le cercle  $|H(i\omega)| = 1,3$ . Les simulations ont été effectuées avec  $K_1 = 685$  Hz/(°/s),  $\gamma = 21$  MHz,  $\eta = 0,1$ ,  $d = 0,0177$ ,  $\alpha_H = 3$ ,  $m = 10^5$  rad/s,  $\xi = 9\pi/20$  et  $f_c = 30$  kHz.

une condition nécessaire, bien que non suffisante : il faut ainsi que  $|H(0)| < 1,3$ , ce qui se réécrit :

$$\kappa > 3,3(\theta - \beta) \quad (3.62)$$

Nous obtenons ainsi une condition sensiblement plus restrictive que la condition équivalente initialement trouvée :  $\kappa > \theta - \beta$ . Mais cette nouvelle condition ne s'applique pas que pour le gain, mais aussi pour la bande passante. Par exemple, sur la figure 3.8(b), avec un gain de boucle de  $10$  MHz, donc largement suffisant, il est nécessaire d'avoir une bande passante de  $100$  kHz, pour être en dehors du cercle  $|H(i\omega)| = 1,3$ . La nouvelle condition trouvée n'est donc clairement pas une condition suffisante pour avoir toujours  $|H(i\omega)| < 1,3$ . En effet,  $H$  peut être résonnant. Les pôles de  $H(\lambda)$  sont (cf. paragraphe B.2.2 pour les calculs) :

$$\lambda_{\pm} = -\frac{\omega_c + \Omega_g}{2} \pm \sqrt{\frac{(\omega_c + \Omega_g)^2}{4} - 2\omega_c X_0(\beta - \theta + \kappa)} \quad (3.63)$$

Ainsi sous la condition  $\frac{(\omega_c + \Omega_g)^2}{4} - 2\omega_c X_0(\beta - \theta + \kappa) < 0$  ce qui peut se réécrire :  $8\omega_c \kappa X_0 > (\omega_c - \Omega_g)^2$  le système est résonnant, et il l'est d'autant plus qu'à  $\omega_c$  constant, le gain de la boucle d'asservissement  $\kappa$  est grand (figure 3.9).

Il devient ainsi important de travailler de concert tant sur le gain que sur la bande passante de l'asservissement. Cette contrainte n'est pas anodine puisque bien souvent les composants électroniques sont limités par le produit gain  $\times$  bande passante.

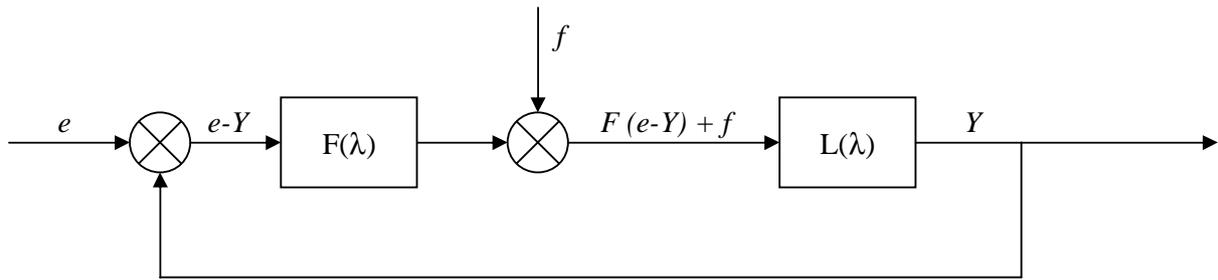


FIGURE 3.10 – Schéma de l'asservissement en boucle fermée dans le cas où une perturbation  $f$  vient s'ajouter aux pertes différentielles pilotées par la boucle.

### Asservissement des perturbations

Une autre question se pose. Qu'en est-il des perturbations ? En effet, nous avons considéré que la rétro-diffusion pouvait être vue comme une perturbation. Pour qu'elle le reste il faut ainsi s'assurer que la fonction de transfert de notre système entier ne va pas amplifier la rétro-diffusion<sup>17</sup>. On peut en fait représenter une perturbation  $f$  dans le schéma d'asservissement, comme on peut le voir sur la figure 3.10. On obtient ainsi la fonction de transfert lorsque le système est bouclé :

$$\begin{aligned} Y &= \frac{FL}{1 + FL}e + \frac{L}{1 + FL}f \\ &= \frac{FL}{1 + FL}(e + F^{-1}f) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Si on peut voir la perturbation  $f$  comme une fluctuation de la consigne d'asservissement  $e + F^{-1}f$ , il faut aussi noter qu'ici  $f$  a la même unité que  $\alpha'$ . Mais puisque l'on s'intéresse surtout à la rétro-diffusion, on considérera ainsi plutôt  $D = -L/(2X_0(1 + FL))$  qui correspond à la fonction de transfert vue par la rétro-diffusion dans l'équation de  $Y$  (cf. équations 3.53). On peut ainsi écrire la rétro-diffusion comme étant une perturbation d'amplitude  $-im/2 X_0 \sin \xi$  et de pulsation  $\Omega$ . C'est donc une perturbation qui va dépendre de la vitesse de rotation.

Cependant, la contrainte supplémentaire que nous nous sommes donnée sur  $H$  dans le paragraphe précédent permet de prévenir les cas limites, et paraît suffisant pour s'assurer que la rétro-diffusion n'est pas amplifiée par le système.

### 3.2.2 Réponse en fréquence

Nous avons vu qu'il était possible, sous certaines conditions d'avoir deux intensités stables en régime de battement lorsque la cavité est en rotation. Nous avons pu avoir un aperçu de la réponse en fréquence mais il faut maintenant voir quelles sont les limites de notre hypothèse de départ  $\psi = \Omega t$ , établie à l'ordre 0 en  $m$ . Traiter cette question permet en fait de traiter celle sur la qualité du gyrolaser. La réponse en fréquence linéaire avec

17. La question ne se pose en fait que pour la différence d'intensité. En effet, on a vu que la somme des intensités était inconditionnellement stable.

la vitesse de rotation n'est vraie qu'aux grandes vitesses de rotation, et au premier ordre. Or la faiblesse de toutes les non-linéarités résiduelles est un critère déterminant pour la précision d'un gyrolaser. C'est donc ces non-linéarités qui faut chercher à minimiser le plus possible.

Nous aborderons principalement ce qui se passe aux grandes vitesses de rotation, même si nous évoquerons ce qui peut se passer aux faibles vitesses, avec la question du verrouillage en fréquence et de la zone aveugle, ainsi qu'aux vitesses intermédiaires : loin de la zone aveugle mais encore à une vitesse encore trop faible pour considérer que cela devienne le terme dominant.

Pour étudier ainsi la réponse en fréquence, nous partons d'un système de quatre équations : deux pour la somme et la demi-différence des intensités, une pour la différence de phase, et enfin une pour l'asservissement, car comme nous l'avons vu plus haut, le système n'est pas stable sans celui-ci. Nous faisons le choix d'un asservissement sous la forme d'un filtre passe-bas de premier ordre. On obtient ainsi le système suivant :

$$\frac{dX}{dt} = 2 \left( \alpha X - \alpha' Y - 2\beta X^2 + (\beta - \theta)(X^2 - Y^2) \right) + m\sqrt{X^2 - Y^2} \cos \psi \cos \xi \quad (3.65)$$

$$\frac{dY}{dt} = 2(\alpha X - \alpha' X - 2\beta XY) + m\sqrt{X^2 - Y^2} \sin \psi \sin \xi \quad (3.66)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \Omega - \sqrt{\frac{X - Y}{X + Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi - \xi) - \sqrt{\frac{X + Y}{X - Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi + \xi) + 2\alpha_H \beta dY \quad (3.67)$$

$$\frac{d\alpha'}{dt} = \omega_c(\kappa Y - \alpha') \quad (3.68)$$

### Aux grandes vitesses de rotation

La réponse en fréquence la plus simple à étudier correspond au cas représentatif des grandes vitesses de rotation. On peut en effet obtenir la situation telle que  $\Omega$  est plus grand que tous les autres termes, c'est-à-dire lorsque la non-réciprocité en fréquence  $\Omega$  est plus grande, ou plus rapide, que toutes les constantes d'amortissement évoquées précédemment<sup>18</sup> : celle de la somme des intensité  $\Omega_G$  et celles de la différence, avec bien sûr les fréquences de résonance évoquées (cf. paragraphe B.2.2 pour les expressions exactes).

Nous cherchons une expression sous la forme  $\psi = \Omega t + \psi_1(t) + \Omega_2 t$ , où  $\psi_1$  est un terme oscillant à la pulsation  $\Omega$  de moyenne nulle à l'ordre 1 en  $m$  tel que  $|\psi_1| \ll 1$ . Nous verrons en effet qu'à l'ordre 1 en  $m$ , il n'y a pas de terme qui ne soit pas de moyenne nulle. C'est pourquoi il sera nécessaire d'aller à l'ordre supérieur avec  $\Omega_2 \ll \Omega$  à l'ordre 2 en  $m$  pour obtenir un terme qui ne s'annule pas en moyenne. C'est donc ce dernier terme qui importe et qui sera la source d'une réponse en fréquence qui ne sera pas parfaitement proportionnelle à  $\Omega$ .

---

18.  $\Omega_G$  est la constante la plus grande et est de l'ordre de  $\gamma\eta$ , ce qui peut correspondre avec les ordres de grandeurs évoqués, à des non-linéarités Sagnac de l'ordre du mégahertz, et ainsi des vitesses de rotations supérieures à 1000°/s. Il n'est expérimentalement pas possible d'atteindre exactement ce comportement asymptotique.

Ainsi, à partir de l'équation 3.67 et des définitions de  $X_0 = \alpha/(\beta + \theta)$ ,  $X_1$ ,  $Y_0$ ,  $Y_1$  et  $Y_2$  (définis dans le paragraphe 3.1.2 avec leurs expressions dans le paragraphe B.2.3), on obtient l'équation au premier ordre en  $m$  pour  $\psi_1$ <sup>19</sup> :

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= - \left(1 - \frac{Y_0}{X_0}\right) \frac{m}{2} \sin(\Omega t - \xi) - \left(1 + \frac{Y_0}{X_0}\right) \frac{m}{2} \sin(\Omega t + \xi) + 2\alpha_H \beta d Y_1 \\ &= -m \cos \xi \sin \Omega t + 2\alpha_H \beta d Y_1 \end{aligned} \quad (3.69)$$

Or aux grandes vitesses de rotation, l'expression de  $Y_1$  s'écrit :

$$Y_1 = -\frac{m X_0 \sin \xi}{\Omega} \cos(\Omega t) \quad (3.70)$$

d'où l'expression finale de  $\psi_1$  :

$$\psi_1 = \frac{m}{\Omega} \cos \xi \cos \Omega t - \frac{2\alpha_H \beta d m X_0 \sin \xi}{\Omega^2} \sin \Omega t \quad (3.71)$$

Mais encore une fois ce sont les biais à moyennes non nulles qui nous intéressent. On peut alors calculer à l'ordre suivant<sup>20</sup> :

$$\begin{aligned} \frac{d(\Omega_2 t)}{dt} &= \Omega_2 = -m \sin \xi \left\langle \frac{Y_1}{X_0} \cos(\Omega t + \psi_1) \right\rangle - m \cos \xi \left\langle \sin(\Omega t + \psi_1) \right\rangle + 2\alpha_H \beta d (Y_0 + Y_2) \\ &= \frac{m^2 \sin^2 \xi}{\Omega} \left\langle \cos \Omega t (\cos \Omega t - \psi_1 \sin \Omega t) \right\rangle - m \cos \xi \left\langle \sin \Omega t + \psi_1 \cos \Omega t \right\rangle + 2\alpha_H \beta d Y_2 \\ &= \frac{m^2 \sin^2 \xi}{2\Omega} - \frac{m^2 \cos^2 \xi}{2\Omega} + 2\alpha_H \beta d Y_2 \\ &= -\frac{m^2 \cos 2\xi}{2\Omega} + 2\alpha_H \beta d Y_2 \end{aligned} \quad (3.72)$$

Nous obtenons deux termes. Le premier est général à tous les gyrolasers [67]. Comme évoqué dans le paragraphe 1.3.2, on voit ainsi que la rétro-diffusion tant conservative que dissipative, ne joue pas seulement un rôle aux faibles vitesses de rotation, mais continue de laisser une trace au-delà. On comprend alors pourquoi il est important de toujours chercher à diminuer au maximum la rétro-diffusion.

Le deuxième terme est spécifique au cas d'un gyrolaser semi-conducteur<sup>21</sup>. En effet, il dépend directement du facteur de Henry  $\alpha_H$  et il est lié à la différence d'intensité résiduelle entre les deux modes  $Y_2$ . Or nous avons l'expression suivante pour  $Y_2$  (cf. paragraphe B.2.2) :

$$Y_2 = \frac{m^2 \sin \xi \cos \xi}{2\Omega(\beta + \kappa - \theta)} \quad (3.73)$$

19. On remarquera ainsi qu'à l'ordre 1 en  $m$ , il n'y a que des termes oscillants.

20. Où nous utilisons la notation  $\langle a \rangle$  pour la moyenne temporelle de  $a$ .

21. Il est cependant à mettre en parallèle avec la question du désaccord de la cavité d'un gyrolaser Hélium-Néon. En effet, nous avons dit que le facteur de Henry était équivalent à un désaccord de la cavité laser par rapport au maximum de la courbe de gain. Or dans le cas d'un gyrolaser Hélium Néon, ce désaccord vient dégrader le signal. Cependant, un vrai désaccord a d'autres conséquences sur le signal gyrométrique, par exemple un biais constant, que l'on ne retrouve pas ici.

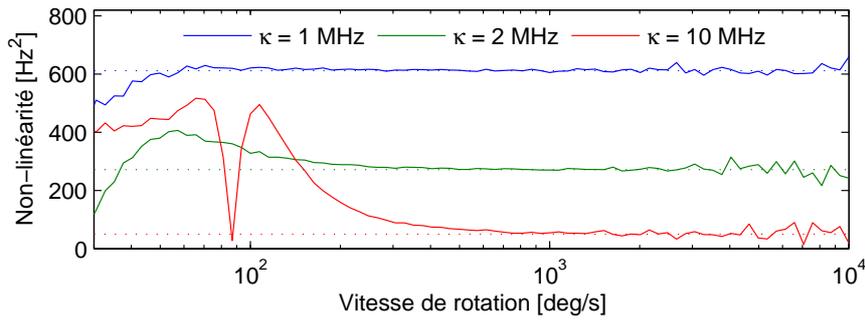


FIGURE 3.11 – Figure où l'on a représenté  $\Omega_2 \times \Omega$  pour différentes valeurs de  $\kappa$  en fonction de  $\Omega$ . Les traits en pointillés sont les valeurs asymptotiques calculées analytiquement. Les simulations ont été effectuées avec  $K_1 = 685 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{s})$ ,  $\gamma = 21 \text{ MHz}$ ,  $\eta = 0, 1$ ,  $d = 0,0177$ ,  $\alpha_H = 3$ ,  $m = 10^5 \text{ rad/s}$ ,  $\xi = \pi/4$  et  $f_c = 30 \text{ kHz}$ .

Ce qui nous donne, avec  $Y_0 = 0$ , l'expression définitive de la non-linéarité résiduelle dans le cas d'un gyrolaser semi-conducteur :

$$\Omega_2 = -\frac{m^2}{2\Omega} \left( \cos 2\xi - \frac{\alpha_H \beta d}{\beta + \kappa - \theta} \sin 2\xi \right) \quad (3.74)$$

Contrairement au cas d'un gyrolaser de classe B, on remarque qu'il n'y a pas de non-linéarité due au réseau de gain [26]. Cela valide ce que nous disions dans le paragraphe 1.3.4 et montre ainsi clairement l'intérêt quant à la réponse en fréquence d'un gyrolaser semi-conducteur par rapport à un gyrolaser Nd :YAG. En effet, à cause du facteur de Henry, la réponse en fréquence d'un gyrolaser semi-conducteur a bien un terme supplémentaire par rapport à un gyrolaser Nd :YAG, mais celui-ci est contrôlable<sup>22</sup>. Comme on peut le voir dans l'équation 3.74, il dépend du gain de la boucle d'asservissement  $\kappa$  ainsi que du facteur  $d$  qui représente le phénomène de diffusion des porteurs et qui ne dépend fortement que de l'angle d'incidence. Ce sont donc deux termes avec lesquels il est possible de jouer pour diminuer fortement cette non-linéarité, comme on peut le voir sur la figure 3.11 où nous avons choisi  $\xi$  tel qu'il n'y ait que cette non-linéarité qui existe.

Dans un cas plus général, lorsque l'on prend avec ces mêmes valeurs de  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $d$ , cette non-linéarité est négligeable par rapport à l'autre lorsque  $\alpha_H \beta d / (\beta + \kappa - \theta) \ll 1$ , c'est-à-dire pour  $\kappa \ll 0,8 \text{ MHz}$ . Ainsi, avec  $\kappa = 10 \text{ MHz}$ , cette non-linéarité est négligeable par rapport à la non-linéarité commune à tous les gyrolasers.

Il faut cependant être conscient que cela reste malgré tout un terme de non-linéarité supplémentaire, ce qui, pour une application gyrométrique, n'est jamais une bonne nouvelle.

22. Nous verrons cependant un peu plus loin ce qui se passe dans le cas d'une boucle mal réglée.

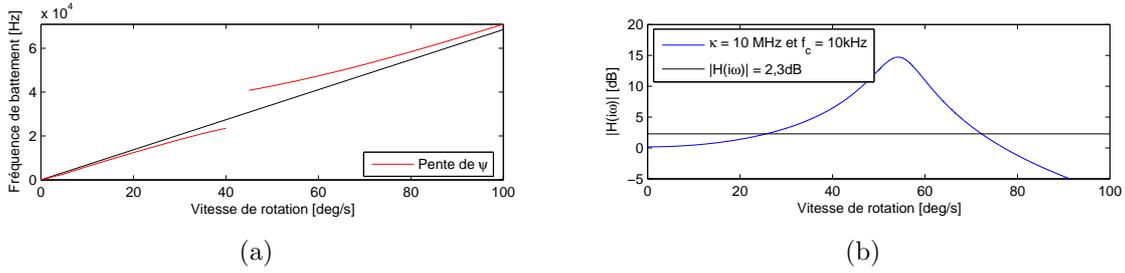


FIGURE 3.12 – (a) Réponse en fréquence de notre système dans le cas particulier d’une forte résonance de l’asservissement. (b) Diagramme de Bode de l’asservissement. Bien que mathématique stable, l’asservissement présente une forte résonance qui dégrade le signal gyrométrique. Les simulations ont été effectuées avec  $K_1 = 685\text{ Hz}/(^{\circ}/\text{s})$ ,  $\gamma = 21\text{ MHz}$ ,  $\eta = 0,1$ ,  $d = 0,0177$ ,  $\alpha_H = 3$ ,  $m = 10^5\text{ rad/s}$ ,  $\xi = 9\pi/20$ ,  $\kappa = 10\text{ MHz}$  et  $f_c = 10\text{ kHz}$ .

### Autour des fréquences de coupure du système

Après avoir considéré le cas où la non-réciprocité en fréquence  $\Omega$  était plus grande que tous les taux d’amortissement, nous allons nous intéresser au cas où  $\Omega$  se trouve être du même ordre de grandeur. En particulier, nous avons vu précédemment que certains taux d’amortissement pouvaient avoir une valeur complexe, ce qui implique l’existence d’une fréquence de résonance. Or la présence de rétro-diffusion induit une modulation des intensités, supposée petite dans le régime de battement, à la fréquence Sagnac. Si la fréquence Sagnac et la fréquence de résonance sont proches, ces modulations d’intensités peuvent être suffisamment amplifiées pour que l’on ne soit plus dans les conditions du régime de battement.

On voit par exemple sur la courbe 3.12(a) que la réponse en fréquence du système, relativement satisfaisante au delà de la zone aveugle, se dégrade lorsqu’elle s’approche d’un point particulier, correspondant à la fréquence de résonance de notre système. Cependant, on doit noter que cet asservissement ne respecte pas la condition supplémentaire tel que  $|H(i\omega)| < 1,3$  comme énoncé précédemment. Nous avons ainsi une illustration que la seule stabilité mathématique n’est pas une contrainte suffisante pour avoir un système satisfaisant.

Cependant il est aussi possible d’avoir une fréquence de résonance tout en remplissant les différentes conditions ( $\kappa > \theta - \beta$ ,  $\omega_c + \Omega_g > 0$  et  $H(\lambda) < 1,3$ ). On peut s’attendre dans ce cas à avoir une remontée de bruit dans le spectre en fréquence des intensités.

### Aux faibles vitesses de rotation

Pour terminer, nous allons considérer le cas des faibles vitesses de rotation. À l’opposé des grandes vitesses de rotation, nous allons maintenant considérer que tous les taux d’amortissement sont grands devant la non-réciprocité Sagnac : le laser et l’asservissement réagissent plus rapidement qu’ils ne sont perturbés par la non-réciprocité en fréquence.

Considérons uniquement l'équation de  $\psi$  :

$$\frac{d\psi}{dt} = \Omega - \sqrt{\frac{X-Y}{X+Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi - \xi) - \sqrt{\frac{X+Y}{X-Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi + \xi) + 2\alpha_H \beta dY \quad (3.75)$$

On considère que l'on a  $Y \ll X_0$ , l'équation de  $\psi$  peut alors se réécrire :

$$\frac{d\psi}{dt} = \Omega - m \frac{Y}{X} \sin \xi \cos \psi - m \cos \xi \sin \psi + 2\alpha_H \beta dY \quad (3.76)$$

Or on peut négliger le terme en  $Y/X$ , qui est un terme d'un ordre supérieur par rapport aux autres. En utilisant l'expression de  $Y_1$  dans le cas des petites vitesses de rotation (cf. paragraphe B.2.3), on obtient :

$$\frac{d\psi}{dt} = \Omega - m \cos \xi \sin \psi + 2\alpha_H \beta d \frac{m X_0 \sin \xi}{\sqrt{\Omega_g'^2 + \psi^2}} \sin(\psi + v) \quad (3.77)$$

où nous avons utilisé les notations suivantes :  $\Omega_g' = \Omega_g + 2X_0\kappa$ ,  $\cos v = \Omega_g' / \sqrt{\Omega_g'^2 + \psi^2}$  et  $\sin v = -\psi / \sqrt{\Omega_g'^2 + \psi^2}$ .

Il est alors possible de donner une expression de la zone aveugle  $\Omega_L$  en fonction des différents paramètres en exprimant les deux derniers termes de l'équation 3.77 sous la forme  $\Omega_L \sin(\psi + \zeta)$  comme cela a pu être fait dans la référence [24].

Prenons ainsi deux cas extrêmes. D'abord dans le cas d'une rétro-diffusion purement dissipative  $\xi = 0$ , nous avons l'expression de la zone aveugle suivante :  $\Omega_L = m$ . La zone aveugle ne dépend ainsi que de la rétro-diffusion. Considérant les valeurs usuelles de rétro-diffusion et du facteur d'échelle, cela correspond ainsi à une zone aveugle de  $23^\circ/\text{s}$ .

Ensuite, dans le cas particulier où  $\xi = \pi/2$ , on a :

$$\Omega_L = \frac{2\alpha_H \beta d m X_0}{\sqrt{\Omega_g'^2 + \Omega_L^2}} \quad (3.78)$$

Ce qui nous donne finalement, en considérant que  $\Omega_g' \gg 2\alpha_H \beta d m X_0$  :

$$\Omega_L = \frac{2\alpha_H \beta d m X_0}{\Omega_g'} \quad (3.79)$$

Ainsi, pour diminuer la zone aveugle, il devient alors important d'avoir un gain d'asservissement  $\kappa$  fort, comme on peut le voir sur la figure 3.13 pour une valeur de  $\xi$  proche de  $\pi/2$ .

Pour étudier maintenant la réponse en fréquence, nous plaçons dans un premier temps dans le cas de la rétro-diffusion purement dissipative. Aucun autre terme dans l'équation de  $\psi$  n'est présent autre que  $m \sin \psi$ . On sait alors que la fréquence de battement au delà de la zone aveugle s'écrit [55] [24] :

$$\Omega_b = \sqrt{\Omega^2 - \Omega_L^2}. \quad (3.80)$$

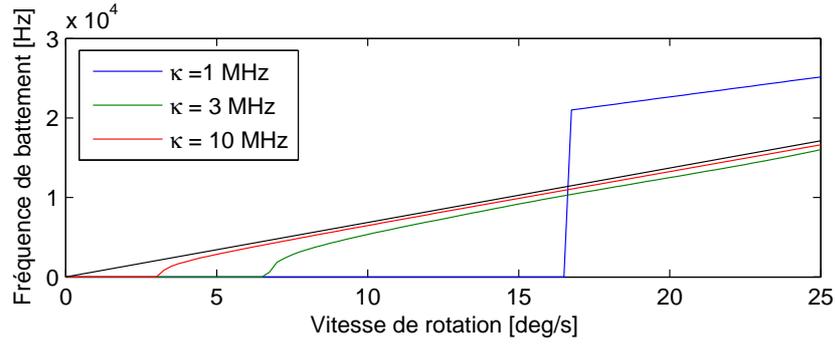


FIGURE 3.13 – Différentes réponses en fréquence près de la zone aveugle en fonction de  $\kappa$ . On remarquera que pour  $\kappa = 1$ , la réponse est très sensiblement différente. En effet, la condition qui a permis de procéder aux calculs de zone aveugle,  $m \ll \beta + \kappa - \theta$ , n'est plus respectée. Les simulations ont été effectuées avec  $K_1 = 685 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{s})$ ,  $\gamma = 21 \text{ MHz}$ ,  $\eta = 0,1$ ,  $d = 0,0177$ ,  $\alpha_H = 3$ ,  $m = 10^5 \text{ rad/s}$ ,  $\xi = 9\pi/20$  et  $f_c = 30 \text{ kHz}$ .

Dans le cas plus général, il faut en plus considérer les termes provenant de  $Y/X \sin \xi \cos \psi$  et  $2\alpha_H \beta dY_2$ , ce qui ajoutent des termes constants. En considérant au premier ordre que l'on a  $\psi = \Omega t$ , à partir de l'expression de  $Y_1$  pour des petites vitesses de rotation, on obtient ainsi :

$$\left\langle \frac{Y}{X} \sin \xi \cos \psi \right\rangle = -\frac{m\Omega \sin^2 \xi}{2(\Omega_g'^2 + \Omega^2)} \quad (3.81)$$

Ce qui nous donne la fréquence de battement suivante :

$$\Omega_b = \sqrt{\Omega^2(1 + A)^2 - \Omega_L^2} \quad (3.82)$$

avec  $A = \frac{m^2 \sin^2 \xi}{2(\Omega_g'^2 + \Omega^2)} + \frac{\alpha_H \beta d m^2 \sin \xi \cos \xi}{(\Omega_G^2 + \Omega^2)(\beta + \kappa - \theta)}$

Nous remarquons que  $A$  diminue lorsque  $\kappa$  augmente. Encore une fois, il est bénéfique de chercher à avoir l'asservissement le plus fort possible, non seulement pour diminuer la zone aveugle, mais aussi pour diminuer la non-linéarité en sortie de zone aveugle comme nous pouvons le voir sur la figure 3.13.

Pour les trois grandes familles de vitesses de rotation, nous voyons que dans tous les cas il est bénéfique d'avoir un gain d'asservissement important. Cependant, si le gain est trop important par rapport à la bande passante, on risque d'avoir une résonance qui peut dégrader localement la réponse en fréquence. Il faut ainsi viser à avoir le plus grand gain d'asservissement possible avec une bande passante qui lui soit adaptée. Cependant, si la bande passante est un élément limitant, il peut être plus judicieux de diminuer le gain pour éviter les problèmes de résonance.

### 3.3 Limites du système

Le but ici n'est pas d'être exhaustif sur l'ensemble des limites du système, mais plutôt d'éclaircir quelques points qui ont pu être négligés dans le but de simplifier la description du modèle, ou qui ont été pris dans un cadre idéal. Il y a bien entendu la rétro-diffusion, qui reste malgré tout l'élément clé de la qualité d'un gyrolaser, mais dans notre cas précis, nous verrons qu'il existe d'autres points limitants qui peuvent se révéler importants, comparativement à la manifestation des effets liés à la rétro-diffusion.

#### 3.3.1 Verrouillage par le gain

##### Cas général

Dans le paragraphe 3.1.1, nous avons considéré que la taille du mode laser était grande devant le pas du réseau de gain, et ainsi que  $W_{1,2}$  était négligeable. C'est un point important car dans le cas contraire, le faible nombre de pas de réseau, nombre qui dépend de l'angle d'incidence, à l'intérieur de la zone de pompe, va rendre le gain moyen sensible à la phase. Ainsi, lorsque le nombre de franges est faible et que les franges défilent grâce à l'effet Sagnac, une frange de plus ou une frange de moins dans la zone gain n'est plus négligeable. Réciproquement, puisque le gain est sensible à la phase, il peut empêcher ce défilement de franges pour conserver la phase qui lui est la plus favorable. Nous obtenons ainsi un verrouillage de phase par le gain.

Nous ferons ainsi l'hypothèse dans ce paragraphe que  $W_{1,2}$  n'est plus négligeable. Nous n'irons cependant pas aussi loin dans le développement des équations que précédemment. Il reste néanmoins intéressant d'observer ce que cela implique au niveau des équations, et comment interpréter ces changements.

On obtient alors des expressions modifiées de la densité moyenne de porteurs ainsi que de son harmonique spatiale à l'ordre  $2k$  :

$$\tilde{N}_0 = WT_1 \left( 1 - 2RSE_1E_2 \cos(\psi - \zeta) - S(E_1^2 + E_2^2) \right) \quad (3.83)$$

$$\tilde{N}_{1,2} = WT_1 d \left( Re^{-i(-1)^{1,2}\zeta} - S\tilde{E}_{1,2}\tilde{E}_{2,1}^* \right) \quad (3.84)$$

On a posé :  $W_{1,2}/W = Re^{-i(-1)^{1,2}\zeta}$ .  $R$  est ainsi l'amplitude de cette modulation spatiale de gain et  $\zeta$  sa phase. Le champ  $\tilde{E}_1$  est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_1}{dt} = & \left( -\frac{\gamma}{2} + \frac{an_{SC}lWT_1}{T} (1 + i\alpha_H) (1 - 2RSE_1E_2 \cos(\psi - \zeta) - S(E_1^2 + E_2^2(1 + d)) + i\frac{\Omega}{2}) \right) \tilde{E}_1 \\ & + \frac{1}{2} (me^{i\zeta} + 2\frac{an_{SC}lWT_1}{T} (1 + i\alpha_H) dRe^{i\zeta}) \tilde{E}_2 \end{aligned} \quad (3.85)$$

Ainsi, une dépendance spatiale de la pompe implique bien un gain moyen qui dépend de la phase, comme nous pouvions déjà le voir dans l'expression de  $\tilde{N}_0$ . Mais cela crée aussi un couplage linéaire entre les deux ondes. On voit en effet qu'en plus de la rétro-diffusion, un deuxième terme apparaît :  $2\frac{an_{SC}lWT_1}{T} (1 + i\alpha_H) Re^{i\zeta}$ . La rétro-diffusion est composée

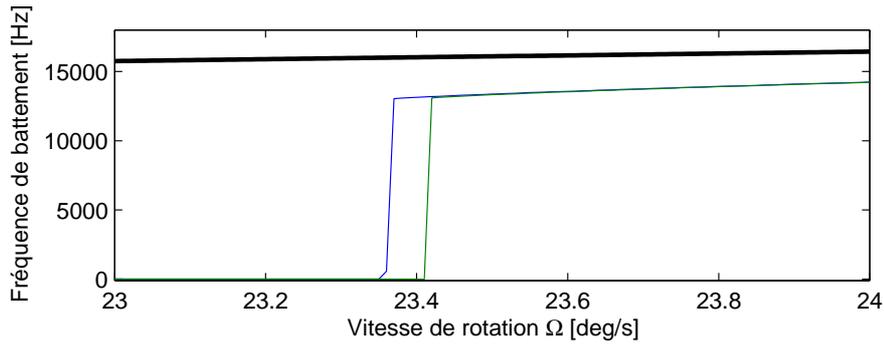


FIGURE 3.14 – Les deux courbes (bleue et verte) ont été faites avec les mêmes paramètres de simulations. Dans la première (en bleu), il y avait uniquement la rétro-diffusion due à la variation spatiale de la pompe. Dans la seconde (en vert), il été ajouté la modulation du gain moyen associée. Enfin, en noir : la non-réciprocité Sagnac. L'effet de ce terme de modulation du gain moyen par la phase est ainsi très faible par rapport à l'influence que peut avoir la rétro-diffusion créée par la variation spatiale de la pompe. Ces simulations ont été faites avec les paramètres suivants : le facteur d'échelle :  $K_1 = 685 \text{ Hz } /(^{\circ}/\text{s})$ ,  $\gamma = 21 \text{ MHz}$ ,  $\eta = 0,1$ ,  $d = 0,0177$ ,  $\kappa = 2 \text{ MHz}$ ,  $f_c = 1 \text{ MHz}$ . Enfin, la rétro-diffusion a été prise à  $10^5 \text{ rad/s}$ , et la phase  $\xi$  est imposée par le facteur de Henry  $\alpha_H = 3$ .

d'un terme qui dépend de la variation d'indice, la composante conservative, et d'un terme qui dépend de la variation de pertes, la composante dissipative (cf. équation 3.12). De la même façon, ce nouveau couplage linéaire possède un terme qui dépend de la variation de gain,  $2\frac{ansc^lWT_1}{T}Re^{i\zeta}$ , et un terme qui dépend de la variation d'indice,  $i\alpha_H 2\frac{ansc^lWT_1}{T}Re^{i\zeta}$ . La spécificité de ce couplage linéaire vient du fait que ces deux termes sont intimement liés par le facteur de Henry  $\alpha_H$ .

De la même façon que la rétro-diffusion était créée par des variations locales de pertes et d'indice, il n'est pas très surprenant qu'une variation locale d'indice et de gain dans le semi-conducteur soit la source d'un couplage linéaire.

Plaçons-nous maintenant dans le cas où l'on néglige la rétro-diffusion  $m$  provenant de la cavité. Il ne reste alors dans le couplage linéaire que le terme dû au pompage. On choisit alors  $z_0$  de manière à avoir  $\zeta = 0$ . La phase du couplage linéaire devient ainsi  $\xi = \arctan(\alpha_H)$ .

On remarque ainsi que le terme de modulation du gain moyen  $2RSE_1E_2 \cos \psi$  est symétrique. Ainsi, il n'aura un rôle à jouer que dans l'expression de  $X$ , mais c'est un terme que l'on ne retrouvera ni dans  $Y$ , ni dans  $\psi$ . On peut donc considérer que cette modulation du gain moyen ne changera pas les conditions de stabilité du régime de battement, lorsqu'il sera possible, donc lorsque cette modulation de gain et le couplage linéaire induit ne seront pas trop importants. En revanche, aux faibles vitesses de rotation, ce sera pour le système une cause supplémentaire de verrouillage de la phase. C'est effectivement ce que l'on peut voir sur la figure 3.14 issue de simulations. Notons cependant que cet effet est extrêmement faible.

Dans la réalité les deux origines de couplage linéaire s'additionnent. Il est ainsi im-

portant pour une application gyrométrique de limiter les sources de verrouillage de la phase, et donc de limiter les modulations spatiales du gain. Il devient ainsi important d'en comprendre les causes.

### Limitation de la zone de gain

Le cas le plus simple qui vient à l'esprit d'une modulation spatiale de gain est le cas que nous avons déjà cité : celui où la taille de la zone de gain n'est pas très grande devant la taille du réseau. Pour comprendre un peu plus la contrainte que cela peut représenter, nous supposons que nous avons un faisceau laser de largeur  $w$  et de section carrée (l'intensité est nulle au delà de  $\pm w/2$ ). On considère de plus que la pompe est toujours parfaitement adaptée à la taille du mode laser. Enfin, nous nous intéressons à l'amplitude bien plus qu'à la phase de  $W_{1,2}$ , on considère donc que  $z_0 = 0$ . La largeur  $L_{SC}$  selon  $u$  de la zone de gain effective va donc dépendre de l'angle d'incidence  $\Theta$  :  $L_{SC} = w / \cos \Theta$ . La longueur  $l$  selon  $z$  de la zone de gain devient ainsi  $l = w \tan \Theta$ .

À partir de l'équation 3.30, on obtient alors l'expression de  $W_{1,2}$  :  $W_{1,2} = W \text{sinc}(kw \tan \Theta)$ <sup>23</sup>. Mais comme nous venons de le voir, c'est plus  $dW_{1,2}$  qui importe. Or  $d = 1 / (1 + 4D_{diff}T_1k^2 \sin^2 \Theta)$ . Ainsi, l'effet de la limitation de la zone de gain s'en trouve encore diminué. Comme nous pouvons le voir sur la figure 3.15, l'effet de la limitation de la zone de gain semble rapidement très petit. Cependant, on ne doit pas oublier que le pompage  $W$  est de l'ordre de grandeur des pertes et la rétro-diffusion venant de la cavité est très inférieure de plusieurs ordres de grandeurs à ces pertes.

Par exemple, dans le cas où la rétro-diffusion ainsi que le verrouillage par le gain restent faibles, on peut considérer que  $\beta = an_{SC}lWT_1/T$  indépendant de  $m$  (cf. équations 3.37 et 3.44). Dans ce cas, pour la valeur usuelle de  $\beta = 11,5$  MHz, avec un diamètre de faisceau de  $100 \mu\text{m}$ , on retrouve une rétro-diffusion équivalente de  $10^5$  rad/s pour un angle de 7 degrés. En revanche, pour des performances inertielles, si on veut être en dessous d'une rétro-diffusion de  $0,1^\circ/\text{s}$  soit  $430$  rad/s, il faut aller au delà de 45 degrés d'incidence, et même 65 degrés, pour être un ordre de grandeur en dessous.

### Inhomogénéité de pompage

En dehors d'une taille de zone de gain faible, il existe d'autres sources pour lesquels  $dW_{1,2}$  pourrait avoir une valeur suffisamment importante. En effet, nous avons d'abord considéré que le pompage était homogène, puis le cas où il était limité spatialement. Mais le pompage est-il toujours homogène ? En fait ce n'est pas tellement le pompage, mais le gain qui doit être homogène spatialement. Il est possible de voir plusieurs cas d'entorses à cette hypothèse de gain homogène.

D'abord, pour le pompage optique, il existe plusieurs méthodes et toutes ne garantissent pas une parfaite homogénéité. En effet, si le pompage se fait par une diode laser fibrée multimode qui présente l'avantage de pouvoir fournir un fort niveau de puissance,

23. Là encore, on peut vérifier que cette expression ne dépend pas de l'indice de réfraction du milieu à gain.

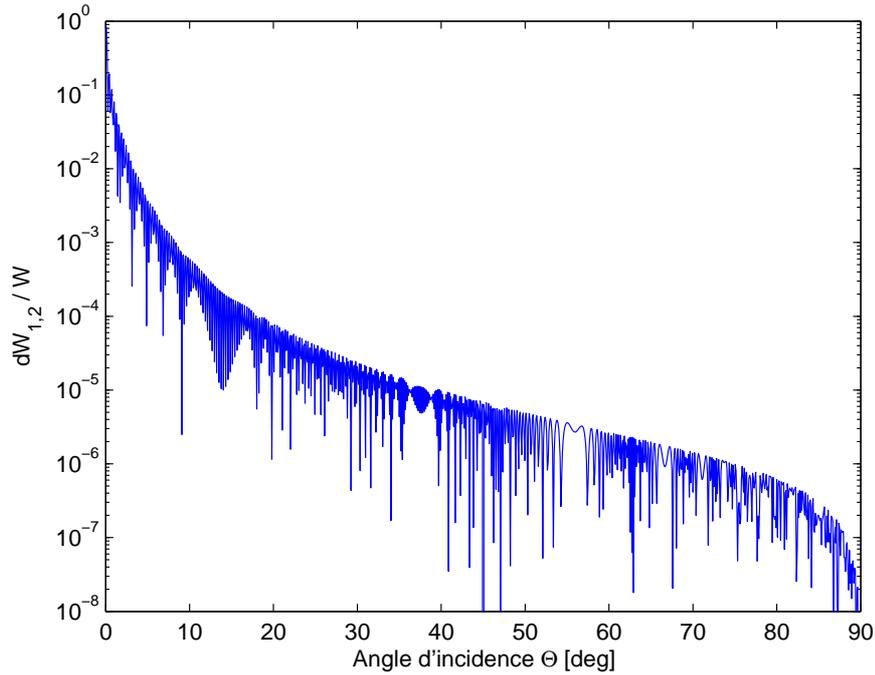


FIGURE 3.15 – Rapport entre  $dW_{1,2}$  et  $W$  en fonction de l'angle d'incidence  $\Theta$ , dans le cas d'un faisceau de largeur  $w = 100\mu\text{m}$  avec une longueur de diffusion  $L_{diff} = \sqrt{D_{diff}T_1}$  de  $1,7\mu\text{m}$  et une longueur d'onde de  $1\mu\text{m}$  dans le vide.

nous risquons d'avoir une figure de tavelures (ou speckle) [68] sur la structure à cause de de la fibre. Or ces grains de speckle vont être autant de sources d'inhomogénéité de gain, même s'ils peuvent être en partie filtrés spatialement par les optiques de focalisation.

Enfin, il convient de citer que la structure aussi peut être une source d'inhomogénéité de gain. Il existe en effet des structures qui ont été reportées sur un autre matériau [42]. Or ce report n'est pas non plus parfaitement homogène. Il peut donc exister des points chauds, dus localement à une moins bonne adhérence du collage, ce qui vient localement modifier le gain spectralement et en amplitude.

### 3.3.2 Couplage phase amplitude

Lorsque nous avons défini notre asservissement, nous avons considéré qu'il ne dépendait que de la différence d'intensité et que la consigne de l'asservissement était nulle. Nous avons déjà abordé le cas où le système est perturbé, c'est-à-dire lorsque la consigne  $e$  fluctue autour de sa valeur cible supposée nulle, mais nous n'avons pas analysé la sensibilité de la réponse en fréquence lorsque la consigne a une valeur non nulle.

De plus, pour mesurer la différence d'intensité, deux détecteurs seront utilisés. En dehors de la confiance que l'on peut avoir dans ces détecteurs, rien ne nous assure que leurs gains soient strictement égaux. Il y a ainsi un certain nombre de présupposés sur l'asservissement, il est donc important d'analyser la réaction de notre système lorsque l'asservissement n'est pas aussi parfait que nous l'espérons.

En restant toujours dans l'hypothèse du régime de battement, et donc que l'on se trouve toujours dans le cas où la différence d'intensité résiduelle reste une perturbation, on choisit des pertes différentielles qui répondent à la différence d'intensité de la façon suivante :

$$\frac{d\alpha'}{dt} = \omega_c(\kappa(Y - e) + \delta_\kappa X - \alpha') \quad (3.86)$$

$e$  correspond à la consigne de l'asservissement, et  $\delta_\kappa$  est associé à la différence de gain entre les deux détecteur pour les deux intensités. En effet, on a  $\kappa_1 I_1/2 - \kappa_2 I_2/2 = \kappa Y + \delta_\kappa X$ . Cependant puisque l'on est toujours dans le cadre de perturbations, les conditions de stabilité ne sont pas modifiées. En revanche, la différence résiduelle des intensités sera sensiblement modifiée :

$$Y_0 = -\frac{\delta_\kappa X_0 - \kappa e}{\beta + \kappa - \theta} \quad (3.87)$$

Or nous avons vu que  $Y_0$  et  $Y_2$  jouait un rôle dans la non-linéarité de la réponse en fréquence d'un gyrolaser semi-conducteur (cf. équation 3.74). Il devient alors nécessaire de modifier l'expression de la non-linéarité par la relation plus générale :

$$\Omega_2 = -\frac{m^2}{2\Omega} \left( \cos 2\xi - \frac{\alpha_H \beta d}{\beta + \kappa - \theta} \sin 2\xi \right) - \frac{2\alpha_H \beta d (\delta_\kappa X_0 - \kappa e)}{\beta + \kappa - \theta} \quad (3.88)$$

Ainsi, la non-linéarité ajoutée par  $Y_0$  à cause d'une consigne d'asservissement mal réglée ou d'un décalage entre les deux intensités dans le gain de la boucle ne dépend pas de la vitesse de rotation. C'est donc un point qui peut devenir critique si des performances inertielles sont visées. Par exemple, avec une rétro-diffusion de l'ordre de  $0,1^\circ/\text{s}$  soit  $430 \text{ rad/s}$ , et une vitesse maximum de  $300^\circ/\text{s}$ , si on veut que la non-linéarité usuelle  $m^2/(2\Omega)$  reste le terme dominant, cela revient ainsi à avoir, avec les valeurs usuelles (dont  $\kappa = 10 \text{ MHz}$ ), une incertitude sur la différence de gain entre les deux intensités  $\delta_\kappa \ll 160 \text{ Hz}$  ainsi qu'une consigne d'asservissement telle que  $e/X_0 \ll 1,6 \cdot 10^{-5}$ . Ce sont donc des contraintes très fortes dont on pourra mesurer l'importance expérimentalement.

Pour palier à cette sensibilité à la consigne de l'asservissement, il peut être envisageable de l'asservir elle-même. En effet, les fluctuations de consigne, ou ce qui apparaît comme des fluctuations de consigne, peuvent avoir des origines diverses et des fréquences relativement basses, nous en verrons expérimentalement, et il peut donc être utile de pouvoir les contrôler pour limiter les fluctuations de la réponse en fréquence.

Nous avons vu que pour avoir un régime de battement, une certaine bande passante et un certain gain étaient nécessaires. Or les composants électroniques sont toujours limités par le produit gain  $\times$  bande passante. Donc en ajoutant un deuxième étage qui ne vise pas à avoir une bande passante très grande, on peut atteindre des gains beaucoup plus élevés et ainsi fortement asservir les fluctuations basse fréquence. Une architecture possible est ainsi représentée sur la figure 3.16.

Dans ce montage la fonction de transfert en boucle fermée devient :

$$H = \frac{\text{LFE}}{1 + \text{LF}(1 + \text{E})} \quad (3.89)$$

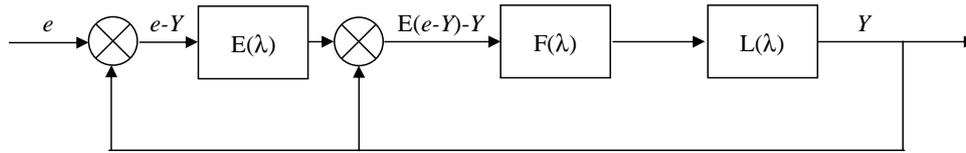


FIGURE 3.16 – Schéma d'un asservissement où l'on vient asservir la consigne initial pour pouvoir mieux gérer les fluctuations basses fréquences

Dans le cas où  $E$  est un filtre passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure  $\omega_0$  et dans l'hypothèse où  $\omega_0 \ll \omega_c$ , les conditions de stabilité sont inchangées. Il devient ainsi possible d'asservir avec un très fort gain les très faibles fréquences, sans pour autant modifier la dynamique générale du système.

Ainsi, c'est toutes les différences d'intensités résiduelles,  $Y_0$  et  $Y_2$ , qui subissent un gain d'asservissement plus fort, ce qui réduit alors la non-linéarité induite de la réponse en fréquence.

En conclusion de ce chapitre, nous avons ainsi vu qu'à partir d'une modélisation du laser en anneau semi-conducteur, mais aussi de la boucle d'asservissement nécessaire à l'existence des deux modes contre-propagatifs lorsque la cavité en rotation, il semble possible d'obtenir un gyrolaser lorsqu'un certain nombre de conditions sont remplies. En effet, il est nécessaire que le gain de l'asservissement soit plus grand qu'une valeur critique qui dépend des pertes de la cavité, mais aussi de l'angle d'incidence sur la structure semi-conductrice. Il existe de même une condition sur la bande passante de l'asservissement. Cependant, dans un soucis de bonne stabilité, la bande passante doit être adaptée au gain de l'asservissement. Dans le cas où celle-ci serait trop faible, une résonance peut apparaître et empêcher ainsi une bonne stabilité du système. De façon générale, il est intéressant d'avoir le plus grand angle d'incidence et les plus faibles pertes possibles pour alléger les contraintes sur l'asservissement.

Cependant, nous avons aussi pu voir certains points limitants. En particulier, à cause du couplage phase amplitude dû au facteur de Henry, si l'on cherche à obtenir des performances gyrométriques, une très grande stabilité de l'asservissement est nécessaire tant sur l'équilibre des voies entre les deux ondes contre-propagative que sur les biais de l'asservissement.

# Chapitre 4

## Montage expérimental

### Sommaire

---

4.1	Cavité laser en anneau . . . . .	<b>79</b>
4.1.1	Structure semi-conductrice . . . . .	79
4.1.2	Cavité laser . . . . .	82
4.2	Asservissement . . . . .	<b>84</b>
4.2.1	Principe général . . . . .	85
4.2.2	Montage optique . . . . .	88
	Polariseur . . . . .	88
	Rotation réciproque . . . . .	89
	Rotation non-réciproque . . . . .	91
	Limitation par la rétro-diffusion . . . . .	92
4.2.3	Montage électronique . . . . .	93
4.3	Cavité mono-fréquence . . . . .	<b>97</b>
4.4	Recombinaison des faisceaux et montage complet . . . . .	<b>100</b>

---

Nous avons montré dans le précédent chapitre qu'il était possible d'obtenir, sous certaines conditions, un gyrolaser avec un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL. Il reste maintenant à mettre en œuvre un tel système constitué d'une cavité laser en anneau avec un asservissement des intensités. À cela, il faut ajouter un élément filtrant spectralement la cavité pour rendre le laser mono-fréquence. Enfin, il faut lui adjoindre un système de détection pour obtenir le signal Sagnac recherché. C'est tous ces éléments que nous allons mettre en place afin d'obtenir, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, la démonstration qu'il est possible d'obtenir un gyrolaser avec un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL.

### 4.1 Cavité laser en anneau

#### 4.1.1 Structure semi-conductrice

La structure  $\frac{1}{2}$ -VCSEL que nous allons utiliser est issue d'un partenariat entre Thales Research & Technology, l'Institut d'Électronique du Sud (IES) de Montpellier et le La-

boratoire Photonique et Nanostructures (LPN) à Marcoussis dans le cadre du projet GONG (Gyromètre Optique Nouvelle Génération) financé par l'Agence Spatiale Européenne (ESA). La conception de la structure a ainsi été faite par Arnaud Garnache de l'IES tandis que la fabrication a été menée par Isabelle Sagnes du LPN.

Le composant que nous allons présenter n'est que le dernier d'une longue série d'itérations. En effet, le choix de l'angle d'incidence sur lequel nous nous sommes arrêtés n'a pas été immédiat. Les premières structures, conçues pour fonctionner en incidence normale, avaient aussi moins de gain disponible, ce qui ne permettait pas d'insérer dans la cavité tous les éléments nécessaires pour obtenir de la cavité en anneau un fonctionnement gyro-métrique. Le composant final est donc le fruit d'un travail d'Isabelle Sagnes et d'Arnaud Garnache qui a eu pour objet d'améliorer le gain et la gestion thermique des structures fabriquées. Les structures actuelles peuvent ainsi être considérées comme étant à l'état de l'art.

Concernant la structure, la principale différence par rapport à une conception standard, comme nous avons pu le voir sur la figure 2.4(b), est bien entendu qu'elle n'est pas utilisée en incidence normale mais avec un angle d'incidence<sup>1</sup>. La valeur arrêtée pour l'angle d'incidence, 45 degrés dans l'air, semble être un bon compromis entre la volonté d'avoir le plus grand angle possible – pour diminuer la compétition de mode et éviter le verrouillage par le gain – et le fait qu'il faille limiter une trop grande ellipticité du mode laser au niveau la structure, ce qui rendrait alors le pompage optique plus délicat.

Cet angle d'incidence nécessite d'accorder la structure, le miroir de Bragg et les couches entre les puits quantiques afin que la structure soit optimale à 45 degrés : cela revient à étirer la cavité de 2% par rapport à celle conçue pour fonctionner en incidence normale (cf. paragraphe 3.1). On peut observer l'influence de l'étirement de la cavité sur la figure 4.1. On mesure en incidence normale la photoluminescence des puits quantiques ainsi que la réflexion du miroir de Bragg pour une structure qui est conçue pour fonctionner en incidence normale (figure 4.1(a)) et pour une structure qui est conçue pour fonctionner à 45 degrés (figure 4.1(b)). Sur la figure 4.1(a), la photoluminescence et la réflexion du miroir de Bragg correspondent bien. En revanche, sur la figure 4.1(b), la photoluminescence est toujours à 980  $\mu\text{m}$ , mais le miroir de Bragg est décalé vers les plus grandes longueurs d'onde. Ce décalage permettra à la photoluminescence d'être bien superposée à 45 degrés d'incidence avec le maximum de réflexion du miroir de Bragg.

Ensuite, comme nous allons le voir, des éléments vont devoir être ajoutés dans la cavité et qui vont inmanquablement être la source de pertes, il faut ainsi une structure qui puisse avoir de l'ordre de 5% de gain. L'une des solutions serait de limiter le nombre de puits quantiques et d'optimiser l'évacuation thermique pour pouvoir pomper fortement la structure. Cependant, pour éviter le verrouillage de phase par le gain, la structure doit être très homogène spatialement, et les techniques qui permettent une meilleure évacuation thermique ne le garantissent pas forcément. De plus, toujours dans l'idée d'être homogène

---

1. On peut cependant trouver d'autres cas où le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL est utilisé avec un angle d'incidence [69].

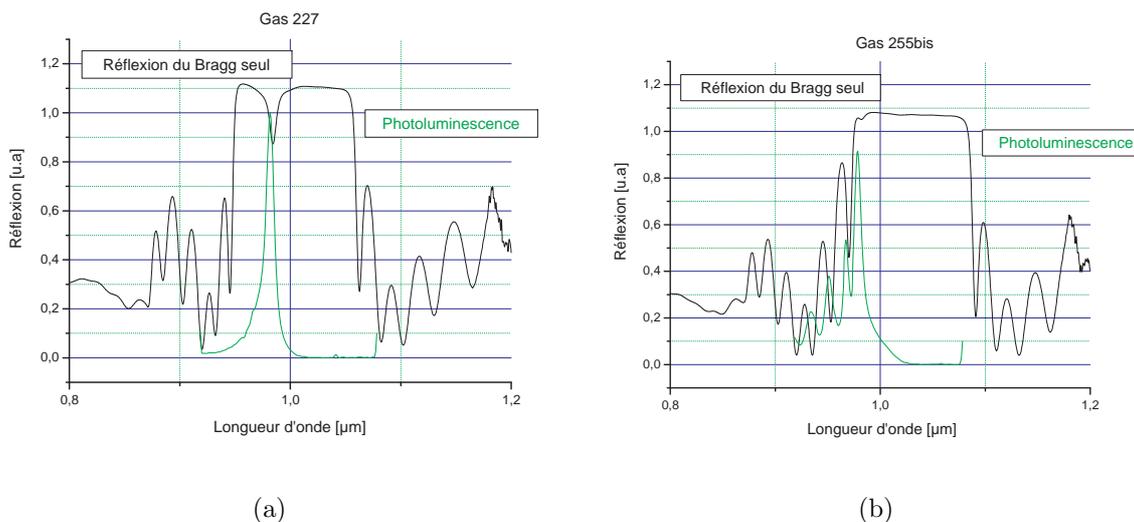


FIGURE 4.1 – Réflexion du miroir de Bragg et photoluminescence des puits quantiques mesurées en incidence normale pour deux structures. (a) La structure est conçue pour fonctionner en incidence normale à 980 nm. (b) La structure est conçue pour fonctionner à 45° d'incidence.

spatialement, le pompage optique se fera par des diodes monomodes transverses qui sont bien plus limitées en puissance que les diodes multimodes. Il est donc nécessaire d'avoir un nombre de puits relativement important et de favoriser le confinement du champ dans la micro-cavité.

Enfin, la zone pompée de la structure ne doit pas être trop petite pour éviter le verrouillage de phase par le gain, ni trop grande, car cela viendrait dégrader l'évacuation thermique (cf. paragraphe 2.2.4).

En résumé, la structure – dont on trouvera la réflexion du miroir de Bragg et la photoluminescence sur la figure 4.1(b) – et son dispositif de pompage peuvent se décomposer ainsi :

- Le miroir de Bragg, de haute réflectivité, consiste en 27,5 périodes de (GaAs, AlAs).
- La micro-cavité est en GaAs avec 6 puits quantiques en  $\text{In}_{0,22}\text{Ga}_{0,78}\text{As}$  qui émettent entre 980 nm et 1 μm. La répartition des puits est identique à celle que l'on peut voir sur la figure 2.4(b). Les contraintes dues au désaccord de maille entre les puits quantiques et le substrat sont compensées par une couche de  $\text{GaAs}_{0,94}\text{P}_{0,06}$  entre le substrat et chacun des puits quantiques.
- Le confinement du champ est favorisé par l'accord de la longueur de la micro-cavité ( $7\lambda/2$ ) avec la longueur d'onde d'émission : la micro-cavité est résonnante. Après la couche d'arrêt en AlAs, il y a uniquement une couche finale de GaAs mais aucun traitement anti-reflet n'est ajouté.
- Le pompage optique se fait à 808 nm dans les barrières en GaAs – qui sont à 867 nm –

par deux diodes monomodes Sanyo DL-8141-002 ayant chacune une puissance maximale de 200 mW qui sont focalisées de façon à obtenir un zone de gain de l'ordre de  $100\ \mu\text{m}$  de diamètre.

Pour l'optique de focalisation, nous nous sommes inspirés de ce qui a pu être fait dans la référence [70]. Les diodes sont collimatées par des lentilles asphériques de focale 4,51 mm et 0,55 d'ouverture numérique. Ensuite, la divergence de la diode n'étant pas isotrope ( $8^\circ$  et  $16^\circ$ ), le pompage se fait avec un angle de 60 degrés d'incidence sur la structure pour compenser l'ellipticité. De plus, pour que la pompe soit mieux absorbée, on s'assure, à l'aide d'une lame demi-onde, que la polarisation soit bien dans le plan d'incidence. Ainsi, seul 8% de la pompe est réfléchi. Enfin, le faisceau de pompe est focalisé par une lentille de 75 mm pour obtenir ainsi une ellipse de  $45\ \mu\text{m}$  de large et  $80\ \mu\text{m}$  de haut (cf. figure 4.13 pour le schéma du système de pompage).

Puisque les diodes de pompe vont contribuer à l'échauffement de la structure, et comme le gain diminue lorsque la température augmente, il est important de pouvoir contrôler la température du composant. Ce contrôle est assuré par un module à effet Peltier qui se trouve entre la structure et un support en cuivre directement en contact avec le marbre, faisant ainsi office de source froide. La puissance de pompage étant relativement faible, les élévations de température restent mesurées : quelques degrés par rapport à la température ambiante. En pratique, on choisit une température de fonctionnement proche de la température ambiante : entre  $17^\circ\text{C}$  et  $25^\circ\text{C}$ . Il pourrait être intéressant d'aller plus bas en température car le gain augmente quand la température diminue, mais rapidement, de la condensation peut venir se former sur la structure, et ainsi la dégrader par oxydation. Un flux d'azote sur la structure pourrait empêcher en soi cette condensation, mais il semblait difficile de mettre en œuvre un tel flux sur une table tournante.

### 4.1.2 Cavité laser

Maintenant que nous avons une structure adaptée, il faut construire la cavité laser. Cependant, pour une application gyrométrique, celle-ci possède un certain nombre de contraintes. La première est bien sûr que la cavité doit être en anneau. De plus, puisque la sensibilité du gyrolaser dépend de l'aire de la cavité, il faut veiller à ce que celle-ci soit de taille raisonnable. En effet, pour pouvoir proposer à terme une solution équivalente à celle d'un gyrolaser Hélium-Néon, il est primordiale d'avoir une sensibilité équivalente.

Or il existe une contrainte en ce qui concerne le milieu à gain : il faut que le diamètre du mode laser soit de l'ordre de  $100\ \mu\text{m}$  de diamètre sur la structure semi-conductrice. Sous cette contrainte supplémentaire, il est alors impossible de faire des cavités laser rectangulaires d'un périmètre supérieur à quelques centimètres avec des miroirs sphériques. Par exemple, pour un faisceau laser de  $90\ \mu\text{m}$  par  $115\ \mu\text{m}$  au niveau de la structure, la cavité forme un carré de 5 mm de côté avec deux miroirs courbes d'un rayon de courbure de 17 mm. Le facteur d'échelle d'une cavité comme celle-ci est alors de  $87\ \text{Hz}/(^\circ/\text{s})$  soit un ordre de grandeur en dessous du facteur d'échelle d'un gyrolaser Hélium-Néon à cavité carrée de 14 cm de périmètre qui est de  $966\ \text{Hz}/(^\circ/\text{s})$ .

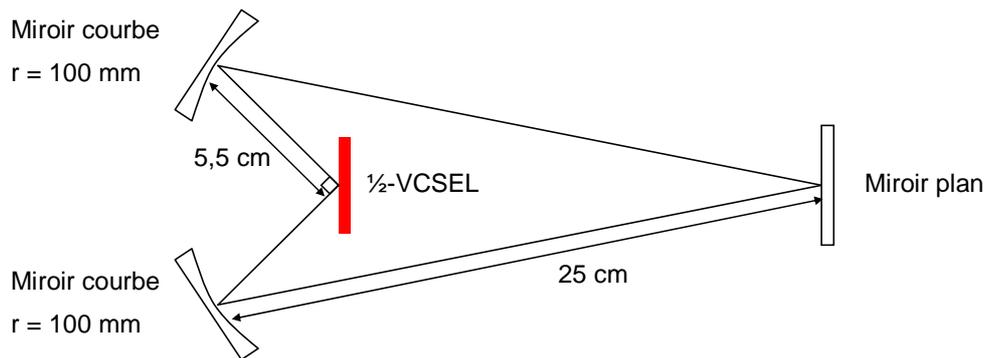


FIGURE 4.2 – Schéma de la cavité en anneau qui sera utilisée dans nos expériences.

De plus, nous avons vu dans le paragraphe 3.2.1 que les conditions sur le gain et la bande passante de l'asservissement dépendaient des pertes de la cavité. Il est donc important de minimiser au maximum les pertes. De façon plus générale, diminuer les pertes augmente le facteur de qualité du résonateur qu'est la cavité laser. Les éléments filtrants intra-cavité, comme les étalons ou l'asservissement par exemple, n'ont ainsi pas besoin d'avoir un facteur de qualité très grand, car ils seront vus un très grand nombre de fois par l'onde laser [71]. Ensuite, sachant que la structure semi-conductrice n'a pas un gain disponible très important, il est crucial de minimiser les pertes. Ces conditions imposent l'emploi de miroirs présentant un fort coefficient de réflexion (dans notre cas,  $R = 99,95\%$ ).

À cela s'ajoute, comme nous le verrons plus loin, que le nombre de miroirs importe pour l'asservissement (cf. paragraphe 4.2.2) : il faut un nombre pair de miroirs,  $\frac{1}{2}$ -VCSEL inclus. Cela nous amène à une cavité en forme de flèche (figure 4.2). Le faisceau laser est focalisé par les miroirs courbes sur la structure alors que sur les bras longs, le faisceau est collimaté. Pour être au milieu de la zone de stabilité de la cavité laser, et avoir une zone de gain de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$  de diamètre, la distance entre les miroirs courbes ( $r = 100 \text{ mm}$ ) et la structure doit faire  $5,5 \text{ cm}$  (figure 4.3(a)), et celle entre les miroirs courbes et le miroir plan  $25 \text{ cm}$ . Nous obtenons ainsi une cavité qui fait  $61 \text{ cm}$  de périmètre. Le facteur d'échelle de cette cavité est ainsi de  $926 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{s})$ . Nous sommes ainsi proches du facteur d'échelle d'un gyrolaser Hélium-Néon à cavité carrée de  $14 \text{ cm}$ .

Enfin, on notera que le faisceau est légèrement elliptique ( $86 \mu\text{m} \times 121 \mu\text{m}$ ) sur la structure à cause de l'angle d'incidence.

Nous obtenons ainsi une cavité en anneau, pour le moment vide, avec un seuil laser à  $90 \text{ mW}$  de pompe, naturellement monomode transverse, vu la bonne superposition spatiale entre le faisceau de pompe et le mode laser. Une telle configuration est parfaitement adaptée pour un gyrolaser car aucun élément, autre que les miroirs, ne vient ajouter de rétro-diffusion. Parmi les miroirs, le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL joue cependant un rôle particulier pouvant être la source de plus de rétro-diffusion, dépendant largement de la qualité de l'épitaixie et des pertes induites par les défauts. Mais la configuration résonnante de la structure n'est sûrement pas à terme la meilleure solution de ce point de vue, puisque le confinement du

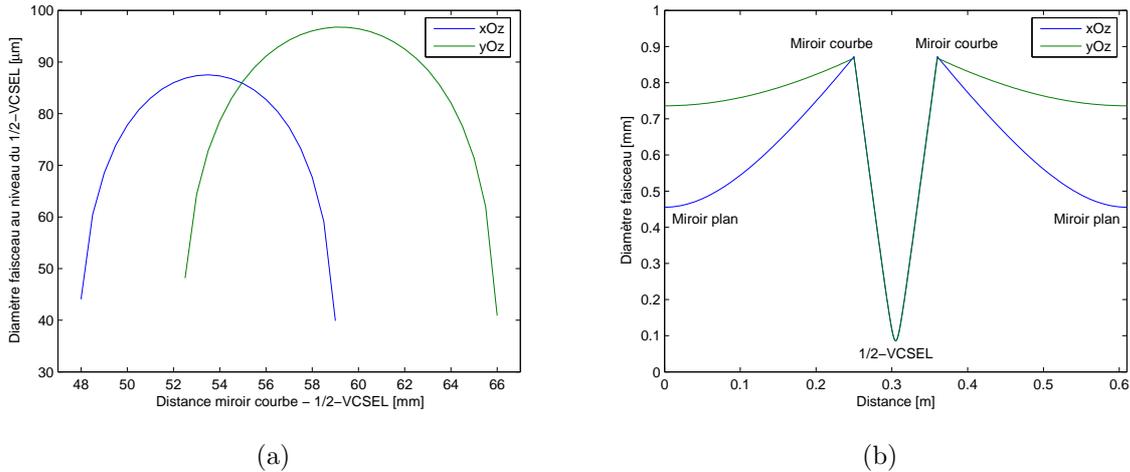


FIGURE 4.3 – (a) Diamètre du faisceau dans le plan d'incidence ( $xOz$ ) et perpendiculaire au plan ( $yOz$ ) au niveau de la structure semi-conductrice en fonction de la distance entre les miroirs courbes et la structure, les autres variables étant fixée aux valeurs données dans le texte. (b) Diamètre du faisceau dans le plan d'incidence ( $xOz$ ) et perpendiculaire au plan ( $yOz$ ) pour la cavité telle qu'elle est décrite dans la figure 4.2.

champ dans la micro-cavité peut favoriser la rétro-diffusion. Inversement une structure avec un très bon anti-reflet, donc non-résonnante, pour limiter la rétro-diffusion paraît à terme plus judicieuse. La configuration de la structure résonnante a cependant été privilégiée dans un contexte où nous cherchions d'abord à avoir une cavité avec suffisamment de gain pour pouvoir ajouter des éléments intra-cavité. Ces éléments, décrits dans les paragraphes suivants, seront alors la source eux aussi de rétro-diffusion, de façon peu négligeable. La rétro-diffusion causée par la structure ne semble donc pas pour l'instant être dominante.

## 4.2 Asservissement

Nous avons dit plus haut qu'il était nécessaire d'avoir un système créant des pertes différentielles pour avoir un fonctionnement bidirectionnel stable dans la cavité laser quelle que soit la vitesse de rotation. Plusieurs méthodes sont possibles [65]. Certaines sont passives – elles ne nécessitent pas d'éléments extérieurs – comme la génération de seconde harmonique ou l'utilisation d'absorbants saturables ; d'autres au contraire sont actives. On aura compris par tout ce qui a pu être dit dans le chapitre précédent que c'est cette deuxième configuration que nous avons choisie, bien que les systèmes passifs ne soient pas sans avantages.

Par exemple, un cristal doubleur de fréquence agit d'autant plus que l'intensité est forte [72]. Considérant que tout ce qui est doublé est perdu, nous avons bien une méthode

pour avoir des pertes différentes pour les deux ondes contre-propagatives. On remarquera aussi que dans ce cas, les pertes sur une onde ne dépendent pas de ce que subit l'autre. Cette méthode a l'énorme avantage de ne pas être limitée par sa bande passante : la génération de seconde harmonique est un phénomène quasi-instantané.

Mais ce type de matériau possède aussi ses limitations. En effet, l'efficacité du doublement de fréquence, et donc le gain de l'asservissement, dépend de l'intensité des ondes qui traversent le cristal. L'ajustement du gain de l'asservissement se fait par un réglage de la taille du faisceau dans le cristal soit à l'aide de miroirs, soit par des lentilles supplémentaires. Nous arrivons ainsi à des cavités relativement complexes. D'un autre côté, le système actif que nous allons présenter avait déjà pu être mis en œuvre pour le gyrolaser Nd :YAG [26], il paraissait dans un premier temps plus sûr d'exploiter cette architecture qui a déjà été démontrée.

### 4.2.1 Principe général

Dans notre cas, les pertes différentielles sont créées en agissant sur les états de polarisation. C'est une méthode connue pour rendre unidirectionnel un laser en anneau [73]. Nous allons faire de même mais pour au contraire s'assurer du fonctionnement bidirectionnel.

Pour ce faire, nous utilisons l'action cumulée de trois éléments optiques :

- Un polariseur P, c'est-à-dire un élément sélectionnant plus particulièrement une polarisation que l'on choisit arbitrairement comme étant la polarisation verticale. Il n'est cependant pas forcément parfait et peut laisser passer partiellement la polarisation horizontale.
- Un rotateur réciproque R : élément qui tourne la polarisation du faisceau qui le traverse d'un angle  $\alpha$ . On entend par réciproque comme étant un élément qui est indifférent au sens de propagation<sup>2</sup>.
- Un rotateur non-réciproque N : élément qui tourne la polarisation du faisceau qui le traverse d'un angle  $\beta$ . On entend par non-réciproque comme étant un élément qui est sensible au sens de propagation. La rotation sera ainsi d'un angle  $\beta$  pour une onde, arbitrairement celle allant dans le sens horaire (CW ou *clockwise*), et  $-\beta$  pour l'autre (CCW ou *counter-clockwise*).

Nous préciserons ces différents éléments dans le prochain paragraphe. Pour l'instant, nous allons montrer qu'il est possible de créer des pertes à l'aide de ces trois éléments. Ainsi, sous le formalisme de Jones [74], on peut représenter ces trois éléments sous forme de matrices :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix} ; \quad R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} ; \quad N_{\pm} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \mp \sin \beta \\ \pm \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

où  $r$  correspond au coefficient de transmission partielle en champ de la polarisation horizontale. Ainsi, pour  $r = 0$ , le polariseur est parfait puisqu'il laisse passer uniquement

---

2. On choisit comme convention que les deux ondes ont chacune leur propre référentiel directe. Elles se propagent ainsi chacune dans le sens des  $z$  croissants.

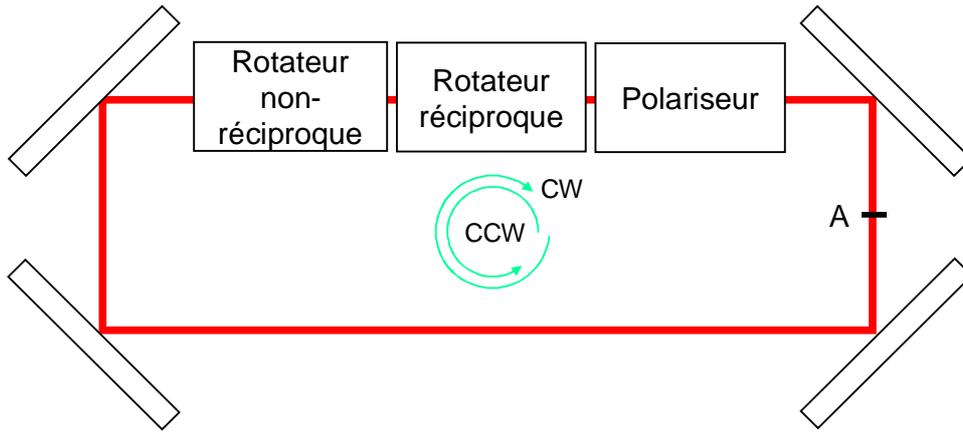


FIGURE 4.4 – Schéma de principe d'une cavité résonnante avec les trois éléments pour créer des pertes différentielles pour deux modes contre-propagatifs.

la polarisation verticale. Pour  $r = 1$ , nous retrouvons la matrice identité : le polariseur n'agit plus puisqu'il laisse passer sans changement les deux états de polarisation.

Si on se réfère à la figure 4.4, partant du point A, l'onde CW traverse d'abord le rotateur non-réciproque, puis le rotateur réciproque, le polariseur et revient au point A. On peut donc écrire cela sous la forme du produit matriciel :  $C_{CW} = PRN_+$ . Pour l'onde CCW, nous obtenons de même :  $C_{CCW} = N_-RP$ .

On peut alors calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de ces matrices. Les vecteurs propres caractérisent les états de polarisation des modes propres de la cavité résonnante, et la transmission en intensité de la cavité est donnée par le module au carré des valeurs propres.

Chacune des matrices  $C_{CW}$  et  $C_{CCW}$  a deux valeurs propres ainsi que deux vecteurs propres. Pour chacun des sens, nous allons uniquement considérer la valeur propre de module le plus grand, qui correspond ainsi au mode propre ayant le moins de pertes.

Les valeurs propres ont pour expressions :

$$\begin{aligned} \lambda_{CW} &= \frac{(1+r)\cos(\alpha+\beta) + \sqrt{(1+r)^2\cos^2(\alpha+\beta) - 4r}}{2} \\ \lambda_{CCW} &= \frac{(1+r)\cos(\alpha-\beta) + \sqrt{(1+r)^2\cos^2(\alpha-\beta) - 4r}}{2} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Les deux valeurs propres étant clairement différentes, il paraît donc possible de créer avec un tel système des pertes différentielles pour les deux ondes contre-propagatives. Par exemple, dans le cas où le polariseur est idéal, les pertes en intensité pour les deux ondes sont  $\lambda_{CW}^2 = \cos^2(\alpha+\beta)$  et  $\lambda_{CCW}^2 = \cos^2(\alpha-\beta)$ . On peut le comprendre de la façon suivante. Considérons les ondes à la sortie du polariseur parfait, elles sont donc dans le même état de polarisation verticale. L'une, après les deux rotateurs, voit sa polarisation tournée d'un angle  $\alpha+\beta$  et l'autre d'un angle  $\alpha-\beta$ . Revenues après un tour au polariseur, les amplitudes vont être projetées sur la polarisation verticale. Le facteur de projection est

pour l'une  $\cos(\alpha + \beta)$  et pour l'autre  $\cos(\alpha - \beta)$ . Les pertes  $\lambda_{CW}^2$  et  $\lambda_{CCW}^2$  s'en déduisent directement.

On remarque aussi qu'au delà d'un certain angle de rotation, les valeurs propres sont complexes. Les coefficients des matrices étant réels, cela implique que les polarisation ne sont plus rectilignes, mais elliptiques. Nous allons voir que le passage de l'un à l'autre est loin d'être anodin pour l'asservissement.

Expérimentalement, la rotation réciproque ainsi que le polariseur sont fixes. En revanche, la rotation non-réciproque  $\beta$  est commandée électroniquement pour être proportionnelle à la différence d'intensité, elle varie donc dynamiquement et reste petite par rapport à la rotation réciproque. Il est ainsi intéressant d'étudier deux paramètres : les pertes fixes que le système d'asservissement ajoute à la cavité, données par l'expression  $1 - |\lambda_{CW,CCW}(\beta = 0)|^2$ , et la sensibilité de ces pertes à la rotation non-réciproque  $\beta$ .

Les pertes fixes, induites par le polariseur et la rotation réciproque, sont un critère important puisque nous sommes limités par le gain de la structure. La sensibilité de ces pertes à la rotation non-réciproque est lui un élément primordial qui va définir le gain de l'asservissement. En effet, le gain de l'asservissement est défini par l'ensemble des éléments y participant : les photodiodes pour mesurer les intensités, l'électronique pour commander la rotation non-réciproque et enfin les pertes différentielles créées par cette rotation non-réciproque. Il est donc important de bien comprendre la sensibilité à la rotation non-réciproque. De fait, on peut déjà voir à partir des équations 4.2 que dans le cas où la rotation réciproque est nulle, nous avons toujours  $\lambda_{CW} = \lambda_{CCW}$ , la sensibilité à la rotation non-réciproque est donc nulle. De façon générale, cette sensibilité est mesurée par  $d|\lambda_{CCW}(\beta = 0)|^2/d\beta$ .

Les pertes fixes ( $1 - |\lambda_{CW,CCW}(\beta = 0)|^2$ ) sont représentées sur la figure 4.5(a). On remarque que le comportement n'est pas du tout le même lorsque la polarisation est rectiligne (sous la courbe noire) ou elliptique (au-dessus de la courbe noire). Dans le premier cas, les pertes augmentent avec l'angle de rotation, ce qui est relativement conforme à l'intuition, et diminuent lorsque  $r$  diminue. En revanche, lorsque la polarisation est elliptique, les pertes ne dépendent plus que de  $r$ . Ce phénomène est confirmé sur la figure 4.5(b) où  $d|\lambda_{CCW}(\beta = 0)|^2/d\beta$  est représenté : les pertes sont insensibles à la variation de la rotation non-réciproque. Il est donc nécessaire d'être polarisé rectilignement pour que l'asservissement fonctionne. De plus, on remarque qu'à une rotation réciproque donnée, la sensibilité n'est pas maximum lorsque le polariseur est parfait, mais plutôt lorsque l'on est proche de la limite de la zone où la polarisation est rectiligne.

Comme nous allons le voir maintenant, en pratique, la marge de manœuvre sur ces différents paramètres n'est pas très large. On cherchera tout de même à avoir une rotation réciproque suffisante. Quant au polariseur, un compromis devra être trouvé entre la qualité du polariseur et les pertes supplémentaires induites.

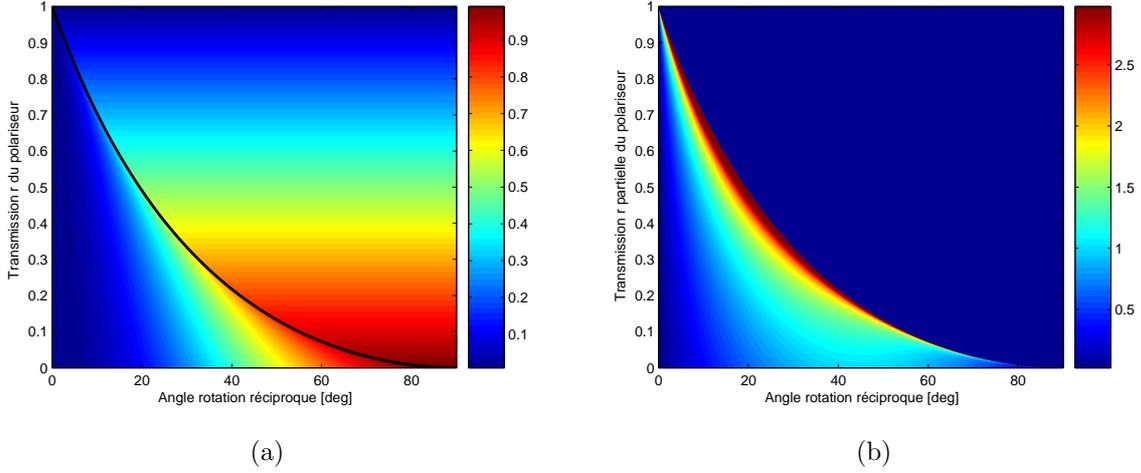


FIGURE 4.5 – (a) Pertes fixes ( $1 - |\lambda_{CW,CCW}(\beta = 0)|^2$ ) en fonction de la rotation réciproque  $\alpha$  et de  $r$ . (b) Sensibilité des pertes à la rotation non-réciproque ( $d|\lambda_{CW,CCW}(\beta = 0)|^2/d\beta$ ) en fonction de la rotation réciproque  $\alpha$  et de  $r$ .

## 4.2.2 Montage optique

Nous allons préciser quels sont les différents éléments optiques pour l'asservissement, avant de considérer le montage électronique qui permettra de commander la rotation non-réciproque  $\beta$ . En effet, l'un ne va pas sans l'autre, et c'est bien des deux dont dépendent les performances de notre asservissement.

### Polariseur

Pour le polariseur, ce sera de façon très simple une lame de verre non-traitée insérée intra-cavité. En effet, en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_i$  sur la lame d'indice de réfraction  $n = 1,5$ , la transmission de la lame évolue et est différente pour les deux polarisations. De fait, les transmissions en champ pour la polarisation parallèle  $t_P$  et perpendiculaire  $t_S$  au plan d'incidence sont données à partir des coefficients de Fresnel [75] :

$$\begin{aligned} t_P &= \frac{4n \cos \theta_i \cos \theta_t}{(n \cos \theta_i + \cos \theta_t)^2} \\ t_S &= \frac{4n \cos \theta_i \cos \theta_t}{(\cos \theta_i + n \cos \theta_t)^2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\text{avec } n \sin \theta_t = \sin \theta_i$$

Le rapport  $t_S/t_P$  nous donne le coefficient de transmission partielle  $r$  de la polarisation horizontale. Les valeurs propres de nos modes,  $\lambda_{CW,CCW}$ , sont cependant modifiées et sont multipliées par le facteur  $t_P$ , traduisant ainsi des pertes supplémentaires dans la cavité. Il est alors possible de tracer les mêmes courbes que celles de la figure 4.5, mais cette fois en fonction de l'angle d'incidence sur la lame, non plus en fonction de  $r$ . C'est ce que nous pouvons voir sur la figure 4.6.

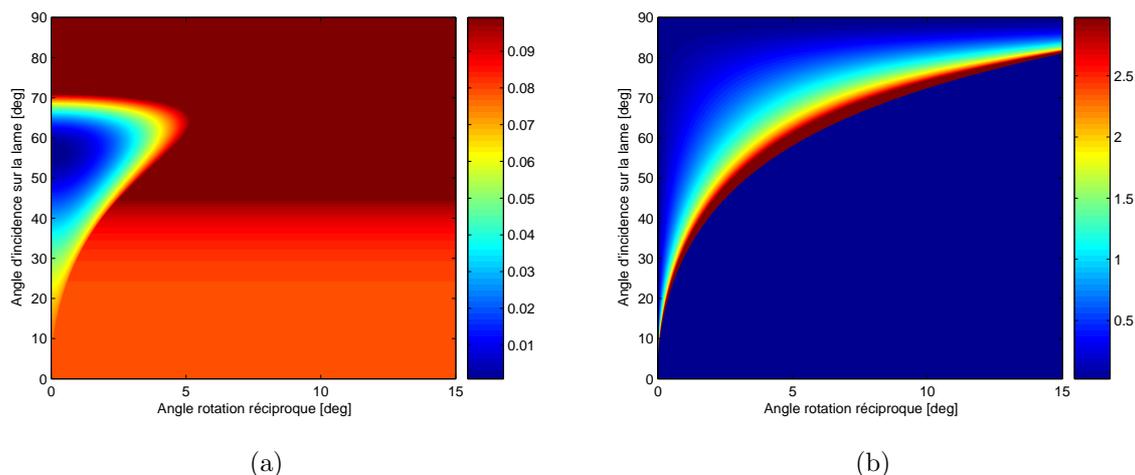


FIGURE 4.6 – (a) Pertes fixes  $(1 - |\lambda_{CW,CCW}(\beta = 0)|^2)$  en fonction de la rotation réciproque  $\alpha$  et de de l'angle d'incidence sur la lame  $\theta_i$ . On remarquera que l'échelle des couleurs n'est pas la même que pour la figure 4.5(a). (b) Sensibilité des pertes à la rotation non-réciproque  $(d|\lambda_{CCW}(\beta = 0)|^2/d\beta)$  en fonction de la rotation réciproque  $\alpha$  et de l'angle d'incidence sur la lame  $\theta_i$ .

On voit ainsi sur la figure 4.6(a) qu'il y a clairement un angle d'incidence pour lequel les pertes sont faibles, sans pour autant que l'efficacité de l'asservissement soit dégradée : c'est l'angle de Brewster où  $t_P$  est égal à 1. C'est donc tout naturellement cet angle que nous choisirons pour la lame.

Cependant, ce qui vient d'être dit n'est vrai que dans le cas où il n'y pas d'interférences entre les faisceaux réfléchis sur les deux faces de la lame. Il est donc important de choisir une lame suffisamment épaisse. C'est pourquoi nous utiliserons une lame de 4 mm d'épaisseur.

Enfin, nous avons considéré que la lame était le seul élément polarisant. La réalité est plus nuancée. En effet, les coefficients de réflexions des miroirs peuvent être différents entre les deux polarisations. Ensuite, comme la structure semi-conductrice que nous utiliserons n'a pas subi de traitement anti-reflet, il va y avoir une différence dans le coefficient de surtension de la micro-cavité. De fait, à 45 degrés avec un indice de réfraction de 3,5, les coefficients de réflexion en intensité sont respectivement 19% et 43% pour les polarisation P et S. La micro-cavité faisant  $7\lambda/2$  de long, les coefficients de surtension respectifs sont 24 et 51.

## Rotation réciproque

La première possibilité pour avoir un rotateur réciproque est d'utiliser un cristal ayant un pouvoir rotatoire, comme le quartz par exemple [75], qui induit ainsi une rotation réciproque. Cependant, dans le but de limiter le nombre d'éléments dans la cavité, nous

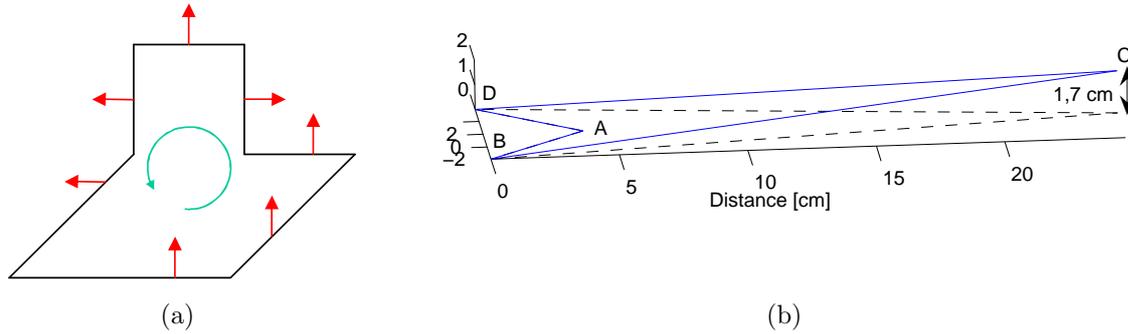


FIGURE 4.7 – (a) Exemple de cavité non-planaire. Dans ce cas, après avoir parcouru un tour, la polarisation est tournée d'un angle de  $90^\circ$ . (b) Schéma à l'échelle de la cavité non-planaire que nous allons utiliser : le miroir plan est surélevé de 1,7 cm.

allons utiliser une solution purement géométrique. En effet, on peut montrer [73] que si la cavité est non-planaire, la polarisation subit une rotation réciproque au bout d'un tour, comme nous pouvons le voir sur la figure 4.7(a).

D'un point de vue plus géométrique, considérons une cavité non-planaire à quatre miroirs  $ABCD$  (figure 4.7(b)). La matrice de Jones de ces quatre miroirs est la même :  $M_{A,B,C,D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ . En effet, la polarisation dans le plan d'incidence (P) subit un déphasage de  $\pi$  par rapport à la polarisation perpendiculaire au plan d'incidence (S). Le plan d'incidence de chaque miroir est défini par lui-même et ses deux miroirs voisins. Par exemple, le plan d'incidence du miroir  $A$  est le plan  $DAB$ . Cependant le plan d'incidence pour les quatre miroirs n'est pas le même puisque la cavité est non-planaire.

Il faut donc introduire une matrice de rotation entre chaque matrice de miroir pour que toutes les matrices soient exprimées dans la même base. Dans le sens de propagation  $ABCD$ , on appelle ainsi  $\alpha_M$ ,  $\beta_M$ ,  $\gamma_M$  et  $\delta_M$ , les angles respectivement entre les plans  $CDA$  et  $DAB$ ,  $DAB$  et  $ABC$ ,  $ABC$  et  $BCD$ ,  $BCD$  et  $CDA$ .

On remarquera que ces angles ne sont pas des angles géométriques mais des angles de rotation pour aller d'un plan à un autre, ils dépendent donc aussi du sens de propagation. Ainsi, en allant toujours dans le même sens,  $ABCD$ , l'angle de rotation entre les plans  $DAB$  et  $CDA$  devient ainsi  $-\alpha_M$ . En revanche, en allant dans l'autre sens,  $ADCB$ , l'angle de rotation entre le plan  $BAD$  et  $ADC$  est  $\alpha_M$ .

On obtient ainsi la matrice de Jones pour la cavité dans le sens horaire (CW) et anti-horaire (CCW), avec  $R(\alpha)$  la matrice de rotation d'un angle  $\alpha$  :

$$\begin{aligned} C_{CW} &= M_A R(\alpha_M) M_D R(\delta_M) M_C R(\gamma_M) M_B R(\beta_M) \\ C_{CCW} &= R(\beta_M) M_B R(\gamma_M) M_C R(\delta_M) M_D R(\alpha_M) M_A \end{aligned} \quad (4.4)$$

En arrangeant les matrices, on obtient :  $C_{CW} = C_{CCW} = R(-\alpha_M + \beta_M - \gamma_M + \delta_M)$ . Nous avons bien un rotateur réciproque avec une cavité non-planaire.

On peut se poser la question si cela fonctionne avec toutes les cavités non-planaires. La réponse est négative. Par exemple, avec cinq miroirs, et cinq angles de rotation  $\alpha_M$ ,  $\beta_M$ ,  $\gamma_M$ ,  $\delta_M$  et  $\varepsilon_M$ , on obtient :  $C_{CW} = M_A R(\alpha_M + \beta_M - \gamma_M + \delta_M - \varepsilon_M)$ , qui n'est pas une matrice de rotation. Il est donc important d'avoir un nombre pair de miroirs dans la cavité pour obtenir une rotation réciproque dans une cavité non-planaire.

Dans notre cas, pour rendre la cavité non-planaire, nous choisissons de surélever de 1,7 cm le miroir plan (figure 4.7(b)), créant ainsi une rotation<sup>3</sup> de 3,8 degrés. On peut être surpris de la relative grande élévation du miroir plan<sup>4</sup> mais une étude plus exhaustive montre qu'à élévation égale, la rotation induite est d'autant plus faible que la cavité est repliée sur elle-même. Par exemple, pour la cavité  $A'BCD$  où  $A'$  est le point symétrique du point  $A$  par rapport à l'axe  $BD$  (figure 4.7(b)), la rotation réciproque induite est de 16,5 degrés.

Enfin, si on se réfère à la figure 4.6(a), on peut voir qu'à 3,8 degrés de rotation réciproque, avec la lame à l'angle de Brewster, les pertes sont déjà importantes, de l'ordre de 6%, ce que la structure utilisée ne peut pas supporter. Cela ne fait que conforter l'idée que la lame n'est pas le seul élément polarisant et que le coefficient  $r$  effectif est probablement surévalué.

### Rotation non-réciproque

Si les matériaux qui ont un pouvoir rotatoire sont en nombre limité, ceux qui peuvent créer une rotation non-réciproque sont plus communs [75]. En effet, sous l'effet d'un champ magnétique continu, ces matériaux présentent un pouvoir rotatoire non-réciproque pour une propagation parallèle au champ magnétique. C'est ce que l'on appelle l'effet Faraday [72].

Expérimentalement, la rotation non-réciproque va être créée par un champ magnétique induit par un courant, fourni par un montage électronique, qui circule dans une bobine. Il sera ainsi possible de commander dynamiquement la rotation non-réciproque et donc les pertes différentielles. Ainsi, afin d'avoir le plus de gain possible pour l'asservissement il est non seulement intéressant de chercher à avoir un champ magnétique important créé par le courant, mais aussi la plus grande rotation non-réciproque induite pour un champ magnétique donné.

Le pouvoir rotatoire d'un matériau en fonction du champ magnétique est donné par le coefficient de Verdet. Dans notre cas, le choix du TGG (Terbium Gallium Garnet) semble naturel car ce matériau est transparent pour la longueur d'onde de  $1 \mu\text{m}$  et présente un coefficient de Verdet important :  $40 \text{ rad.T}^{-1}.\text{m}^{-1}$  à  $1064 \text{ nm}$  [76]. Le cristal utilisé, traité

3. Pour arriver à ce résultat, il faut d'abord calculer les vecteurs normaux aux plans pour pouvoir ensuite obtenir les angles de rotations entre les différents plans, en faisant particulièrement attention au sens de la rotation. Un exemple de calcul est donné dans la référence [73].

4. Dans le cas similaire du gyrolaser Nd :YAG, le miroir n'est élevé que de quelques millimètres pour un angle de rotation équivalent.

anti-reflet sur chacune des faces ( $R < 0,03\%$ ), long de 25 mm, présente ainsi un pouvoir rotatoire de l'ordre de  $1 \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1}$ .

En ce qui concerne la bobine, chercher à avoir la plus grande inductance pour la bobine, et donc, à courant donné, le plus grand champ magnétique induit, n'est pas forcément la meilleure solution. En effet, à cause de l'inductance, l'impédance de la bobine augmente avec la fréquence. Ainsi, à un courant donné, si on cherche à avoir une bande passante élevée, cela obligera aussi à pouvoir supporter de fortes tensions au niveau des composants électroniques. L'électronique étant limitée dans ses possibilités, il faut alors chercher le meilleur compromis entre l'intensité délivrée, les tensions supportées et la bande passante. C'est un point que nous préciserons plus loin.

Expérimentalement, nous avons une bobine de 700 spires qui fait 20 mm de long et d'un diamètre moyen de 6 mm. Le champ magnétique créé par la bobine en fonction du courant est ainsi de  $0,8 \text{ mT/A}$ . Avec le cristal de TGG, nous obtenons une rotation non-réciproque de  $0,8 \text{ mrad/A}$ . Pour un courant typique de 15 mA dans la bobine, la rotation non-réciproque,  $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$ , est donc très faible. Enfin, avec une rotation réciproque de 3,8 degrés et le polariseur à Brewster, les variations de pertes en fonction de la rotation non-réciproque sont de l'ordre de  $3 \text{ rad}^{-1}$  et donc une variation de pertes de  $0,24\%/A$ . Pour le même courant de 15 mA, nous obtenons des pertes différentielles entre les deux modes contre-propagatifs de  $0,007\%$ . Cette variation très faible des pertes est néanmoins suffisante pour contrôler les intensités des deux modes.

### Limitation par la rétro-diffusion

Si le système optique pour l'asservissement remplit en soi son rôle, on peut cependant se poser la question sur ses limites. En effet, nous avons dû ajouter deux éléments dans la cavité. Par leurs interfaces et les milieux traversés, ils vont donc être sources de rétro-diffusion.

Nous avons choisi une lame de verre pour le polariseur. Or il existe des miroirs polarisants. Il est donc tout à fait possible d'améliorer notre montage en remplaçant un des miroirs par un miroir polarisant, ce qui hélas n'a pas pu être fait dans le cadre de cette thèse.

Pour la rotateur non-réciproque, une évolution immédiate paraît moins évidente. En effet, vu la valeur du coefficient de Verdet, le choix du TGG s'impose. On peut cependant imaginer un miroir de Bragg sur lequel est déposé un matériau semi-conducteur ayant un coefficient de Verdet important. Effectivement, il existe des matériaux semi-conducteurs qui ont des coefficients de Verdet importants. On trouve ainsi commercialement du CdMnHgTe ou du CdMnTe qui ont des coefficients de l'ordre de  $200 \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  [77]. À la différence du TGG qui possède une absorption quasiment négligeable ( $0,0015 \text{ cm}^{-1}$  [76]), ce genre de matériau possède une forte absorption, de l'ordre de  $1,8 \text{ cm}^{-1}$ , soit 30% d'absorption pour un cristal de 1,6 mm de long, ce qui correspond à l'épaisseur nécessaire pour obtenir une efficacité du même ordre de grandeur qu'un barreau de TGG de

25mm. Et 30% d'absorption intra-cavité est tout simplement rédhibitoire pour observer une émission laser.

### 4.2.3 Montage électronique

Les éléments optiques étant définis, il nous reste à décrire le montage électronique qui engendre le courant passant dans la bobine autour du TGG, et ce en fonction des deux intensités du lasers. Ce montage va permettre d'obtenir un asservissement en boucle fermée, il est donc primordial pour les performances de celle-ci. En effet, le gain de l'asservissement dépend de l'ensemble – optique et électronique –, quant à la bande passante, l'optique est de façon générale rapide. On peut ainsi considérer que la bande-passante est uniquement définie par l'électronique.

L'une des difficultés du montage électronique provient de l'inductance de la bobine qui va être la cause de la limitation en bande passante du montage. En effet, la bobine voit son impédance  $Z_L$  augmenter avec la pulsation  $\omega$  :  $Z_L = r + jL\omega$  où  $r = 12,2\Omega$  et  $L = 3,7\text{mH}$  sont respectivement les valeurs mesurées de la résistance interne et de l'inductance de la bobine. Ainsi pour une amplitude donnée de modulation de courant, la tension nécessaire augmentera avec la fréquence de modulation. Un circuit électronique qui soit insensible à l'augmentation d'impédance est donc particulièrement critique si on cherche à obtenir un gain et une bande passante suffisamment importants.

Plusieurs montages électroniques existaient déjà pour le gyrolaser Nd :YAG. La configuration générale de l'asservissement étant différente, il est difficile de donner le gain que nous pouvions en espérer dans notre cas. Cependant vu l'ordre de grandeur qui avait pu être mesuré pour le gain,  $\kappa = 10\text{MHz}$ , on pouvait penser que ce serait malgré tout suffisant (cf. paragraphe 3.2.1). De même, la bande passante était de l'ordre de 10 kHz, c'est-à-dire au-dessus de la bande passante limite. Malgré tout, il n'a jamais été possible d'obtenir une quelconque stabilisation des intensités dans notre cas. Nous avons donc cherché à augmenter le plus possible la bande passante et le gain pour espérer obtenir un asservissement satisfaisant.

En nous inspirant de ce qui avait déjà pu être fait pour le gyrolaser Nd :YAG, le montage électronique utilisé se décompose de la façon suivante (cf. figure 4.8 pour le montage complet) :

- Les signaux des intensités optiques  $I_{1in}$  et  $I_{2in}$  provenant des photodiodes sont d'abord amplifiés. Sur l'une des voies, un biais peut être ajouté pour avoir la même référence entre ces deux signaux.
- Le signal d'erreur,  $I_1 - I_2$ , est obtenu.
- Un biais global est ajouté.
- Après un réglage du gain du circuit, le signal en tension est converti en courant pour alimenter la bobine.

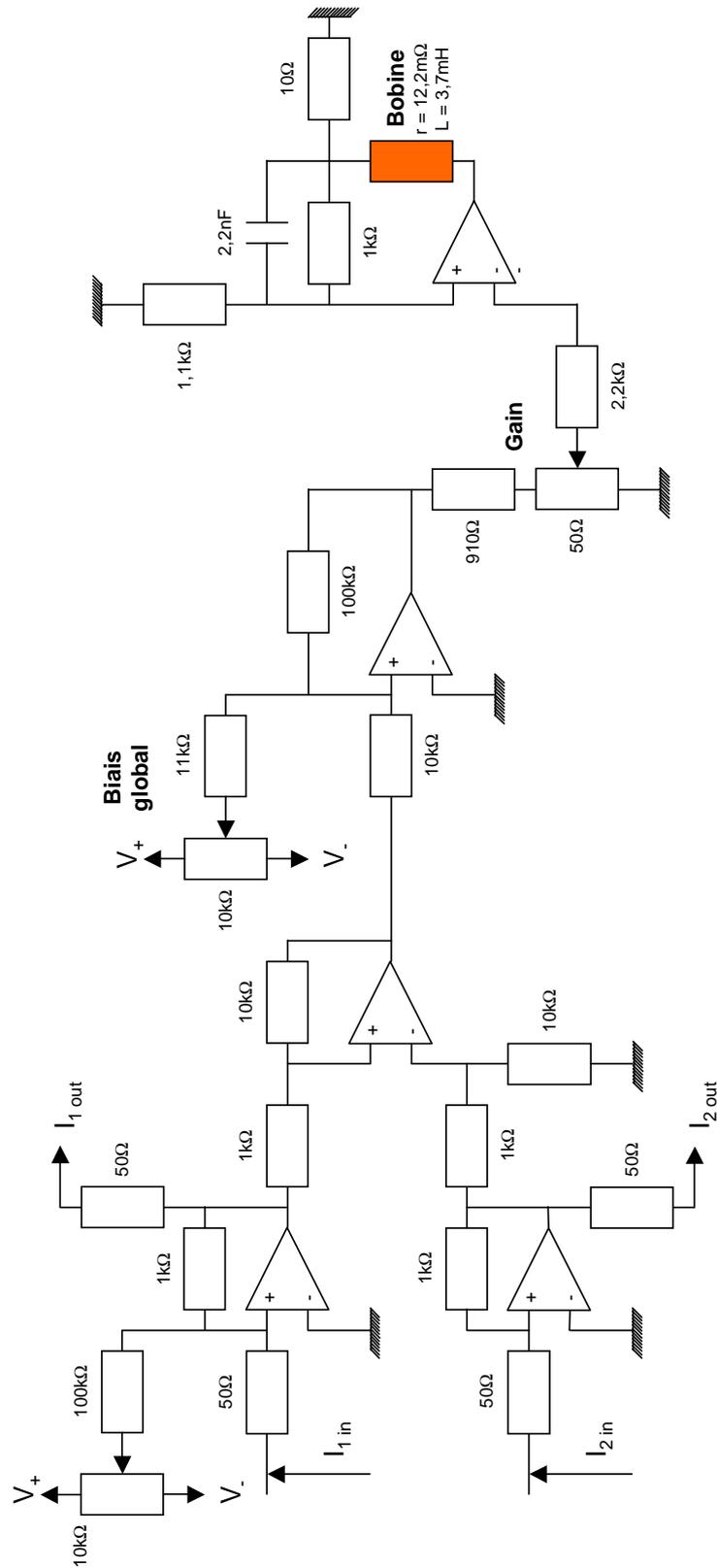


FIGURE 4.8 – Schéma du circuit électronique utilisé pour alimenter en courant la bobine autour du TGG.

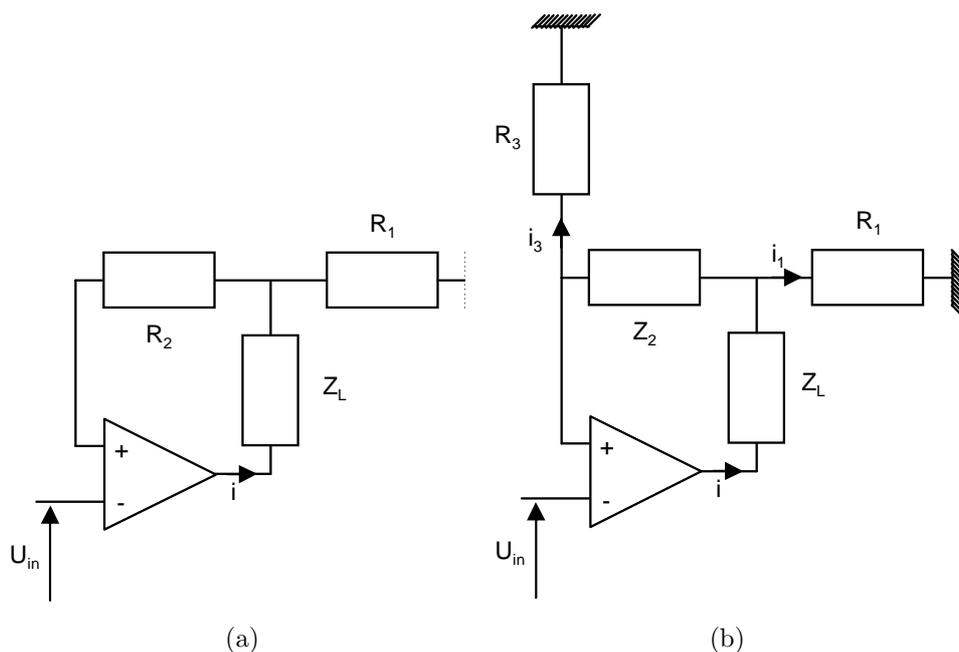


FIGURE 4.9 – (a) Schéma électronique d'un convertisseur tension-courant standard. (b) Schéma électronique du convertisseur courant-tension nous avons utilisé.

Les trois premiers éléments sont classiques. Pour le convertisseur tension-courant, les performances et le comportement du circuit dépendent crucialement de l'amplificateur opérationnel utilisé. Nous avons choisit le même amplificateur opérationnel pour l'ensemble du circuit, LM 7171, qui présente l'avantage d'avoir un très grande bande passante (200 MHz), un gain en boucle ouverte important (85 dB), une vitesse de balayage élevée (4100 V/ $\mu$ s) mais surtout un courant de sortie conséquent : 100 mA.

Il a cependant fallu modifier sensiblement le montage type du convertisseur (figure 4.9(a)) pour arriver à un ensemble stable. Dans le cas standard, le courant  $i$  qui traverse la bobine d'impédance  $Z_L$  est  $i = U_{in}/R_1$ . L'intensité qui traverse la bobine est ainsi bien proportionnelle à la tension de commande sans dépendre de l'impédance de la bobine  $Z_L$ . La tension  $U_s$  à la sortie de l'amplificateur opérationnel est alors :  $U_s = U_{in}(Z_L + R_1)/R_1$ . Aux basses fréquences, l'impédance de la bobine se réduit à sa résistance interne  $r$  qui est du même ordre de grandeur que  $R_1 = 10 \Omega$ . L'amplification en tension est donc faible, d'un facteur 2. Expérimentalement, l'amplificateur se révèle ne pas être assez chargé et devient instable.

Afin de contrecarrer ce comportement, il est nécessaire d'ajouter une résistance  $R_3$  (figure 4.9(b)). Considérant que  $R_3 \gg R_1$ , nous avons alors :  $U_s = U_{in}(Z_2 + R_3)(Z_L + R_1)/(R_1 R_3)$ .  $R_3$  et  $|Z_2|$  étant du même ordre de grandeur aux basses fréquences, on obtient une amplification en tension d'un facteur 4, qui est suffisant pour stabiliser le circuit <sup>5</sup>.

5. Étant proche de la limite de stabilité, il s'est révélé utile de placer le montage électronique sur la table tournante, pour éviter ainsi les joints tournant. En effet, les joints tournants sont loin d'être anodins et peuvent dégrader les signaux électriques suffisamment pour rendre le montage instable.

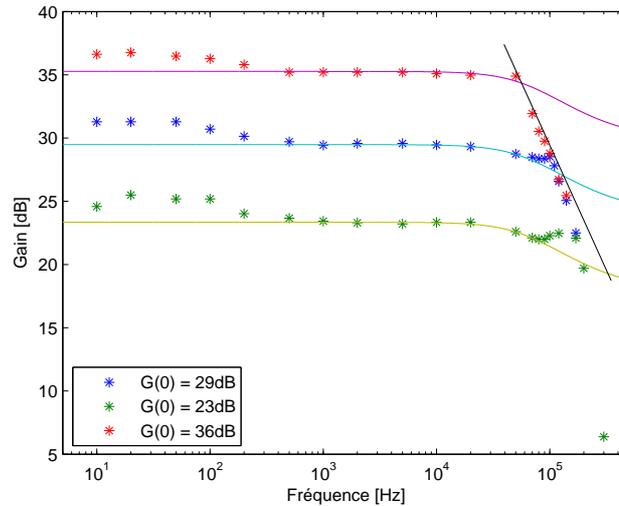


FIGURE 4.10 – Diagramme de Bode pour le circuit électronique que nous utilisons pour différents gain du circuit. Les traits pleins sont les courbes théoriques, les points correspondent aux mesures expérimentales. On remarque que la bande passante effective du circuit dépend du gain, puisqu'il existe une limite gain  $\times$  bande passante que l'on ne peut pas dépasser. On remarquera aussi le résidu de résonance à 100 kHz que l'on peut voir pour les gains faibles.

La relation pour l'intensité est un peu modifiée :  $i = U_{in}(Z_2 + R_3)/(R_1 R_3)$ , mais continue d'être indépendante de l'impédance de la bobine.

Aux hautes fréquences, le circuit présente naturellement une résonance<sup>6</sup> autour de 100 kHz. C'est pourquoi on remplace  $R_2$  par un filtre passe-bas,  $Z_2$ , avec une fréquence de coupure à 72 kHz pour diminuer cette résonance. Enfin, il est utile de remarquer que  $i_1 = i$  puisque l'on a  $R_3 \gg R_1$ . En mesurant la tension  $U_1$  aux bornes de  $R_1$ , nous pouvons en déduire  $i$ . Ainsi, sur la figure 4.10, nous avons tracé le diagramme de Bode de  $G = 20 \log(U_1/I_{2in})$  pour différents gains.

Enfin, pour fermer la boucle d'asservissement, on choisit les photodiodes New Focus 2033 qui ont une bande passante de 200 kHz avec une sensibilité suffisante ( $0,8 \cdot 10^3$  V/W). Elles sont placées, après un filtre qui a une transmission de 58%, à la sortie des miroirs courbes, de façon symétrique, pour détecter les fuites du faisceau provenant du miroir plan.

En définitive, nous choisissons d'avoir un gain électronique  $G(0) = 29$  dB, qui semble être un bon compromis entre le gain disponible<sup>7</sup> et la bande passante (100 kHz). En effet, pour des gains plus faibles, il ne semble pas possible de stabiliser les intensités du laser,

6. Cette résonance ne vient pas que du montage mais aussi de l'amplificateur opérationnel qui n'est bien entendu pas idéal.

7. À titre de comparaison, pour un des montages électroniques du gyrolaser Nd:YAG que nous avons préalablement utilisés, le gain électronique maximum était de 26 dB, même si en réalité le montage était déjà saturé pour des gains bien plus faibles.

et au delà, le système n'est pas stable et se met à osciller. De plus, à partir du gain électronique ( $G(0) = 29$  dB), de la sensibilité des photodiodes, des pertes différentielles créées par la bobine et de la transmission des miroirs, on sait alors calculer les pertes différentielles en fonction de la différence la puissance intra-cavité entre les deux modes contre-propagatifs :  $0,26\%/W$ .

Maintenant que nous avons un montage qui permet de stabiliser les intensités, certaines voies d'amélioration apparaissent. Au niveau du montage électronique, nous avons en final un gain électronique de 29 dB, bien que les trois premiers étages permettraient un gain maximum de 66 dB. Il y a ainsi une très forte réduction du gain entre le troisième et quatrième étage de notre montage. Ce montage n'est donc pas optimal en ce qui concerne le rapport signal sur bruit pour lequel il serait plus judicieux de limiter l'amplification sur les trois premiers étages et utiliser toute la dynamique disponible pour le quatrième étage.

Ensuite, on peut se demander si la bobine choisie est optimale. En effet, le diagramme de Bode qui a été présenté a été fait avec une tension d'entrée crête à crête de 5 mV, correspondant à nos expériences, et donc une tension de sortie aux bornes de la résistance  $R_1$  de l'ordre de 150 mV. Aux bornes de l'amplificateur final, à 100 kHz, la tension crête à crête devrait être ainsi de 34 V avec un courant crête à crête de 15 mA. Ces valeurs nous placent au delà de la tension de saturation et implique une tension crête à crête réelle de 30 V et un signal fortement distordu. La bobine choisie n'est donc pas forcément la mieux adaptée puisque l'on n'exploite pas toutes les capacités de notre amplificateur, en particulier celle sur l'intensité disponible (100 mA). Or en choisissant une bobine avec deux fois moins de spires, l'intensité nécessaire pour le même champ magnétique serait deux fois plus importante, mais l'inductance serait quatre fois moins importante. Dans le cas où la géométrie de la bobine est conservée, on peut ainsi optimiser le gain de l'asservissement tout en conservant la bande passante avec une bobine de 200 spires à la place de 700. Avec un courant crête à crête de 200 mA, la tension de sortie à 100kHz est inchangée, 30 V crête à crête, mais le gain de l'asservissement est multiplié par un facteur 3,8.

### 4.3 Cavité mono-fréquence

Nous avons une cavité en anneau, avec un système d'asservissement des intensités. Cependant, le laser n'est pas mono-fréquence. Dans le paragraphe 1.3.5, nous avons déjà évoqué que les autres gyrolasers semi-conducteurs ne l'étaient pas, une des motivations pour faire un gyrolaser semi-conducteur en espace libre étant justement de pouvoir le rendre mono-fréquence.

La difficulté dans notre cas est que d'un côté, nous avons un milieu à gain large spectralement, de l'ordre de plusieurs nanomètres, et de l'autre, nous avons une cavité relativement longue, 60 cm, ce qui implique un intervalle spectrale libre (ISL) de 500 MHz soit 1,7 pm.

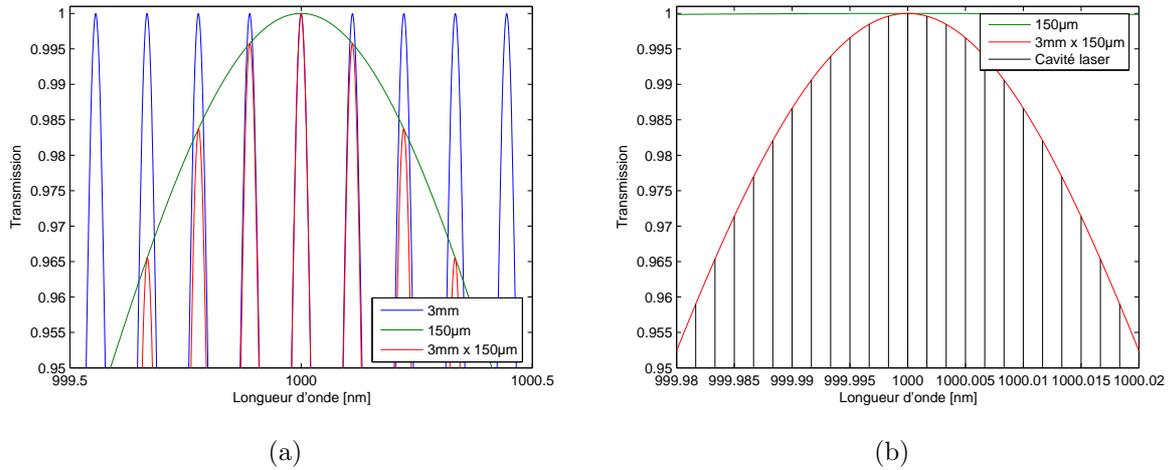


FIGURE 4.11 – (a) Transmission en fonction de la longueur d’onde d’un étalon de 3 mm, de 150  $\mu\text{m}$  et le produit des deux. (b) Les mêmes transmissions sont représentées avec en plus les modes de la cavité laser.

Pour réaliser malgré tout une cavité mono-fréquence, il va falloir jouer sur plusieurs fronts. D’abord, il faut ajouter des éléments filtrants spectralement les modes longitudinaux de la cavité. L’élément le plus classique pour cela est tout simplement un étalon, c’est-à-dire un interféromètre de Fabry-Pérot. Le coefficient de transmission en intensité d’un étalon d’épaisseur  $d$  et d’indice de réfraction  $n$  dépend de la longueur d’onde  $\lambda$  et s’écrit [71] :

$$T = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \delta} \quad (4.5)$$

où  $R$  est le coefficient de réflexion en intensité sur une face de la lame, et  $\delta = 2\pi nd/\lambda$ . Plutôt que de chercher la bonne combinaison entre l’intervalle spectral libre de l’étalon,  $ISL = c/(2nd)$ , et son coefficient de réflexion, il est souvent plus efficace de multiplier les étalons de différentes épaisseurs [71]. Ainsi, nous allons utiliser deux lames de verres non-traitées ( $R = 4\%$ ), l’une de 3 mm d’épaisseur, l’autre de 150  $\mu\text{m}$ . La seconde, d’un ISL de 2,2 nm, va réduire la largeur de gain effective, quand la première, d’un ISL de 110 pm, va permettre de sélectionner plus particulièrement un mode de la cavité. C’est ce que nous pouvons voir sur la figure 4.11.

Ainsi, figure 4.11(a), par rapport au maximum de transmission, le mode adjacent de l’étalon de 3 mm subira des pertes de l’ordre de 0,5%, ce qui est suffisant pour éviter qu’un mode laser apparaisse à cette longueur d’onde. En revanche, comme on peut le voir sur la figure 4.11(b), par rapport au maximum de transmission un mode adjacent de la cavité laser ne verra des pertes que de l’ordre de 0,05%.

Ces pertes supplémentaires peuvent sembler faibles mais elles seront vues un grand nombre de fois grâce au temps de vie du photon important induit par des pertes faibles. La différence de pertes effective sera donc plus importante [71]. Cependant, ce raisonnement simple n’est correct que dans le cas où il n’y aucune perturbation du système pendant le

temps de vie du photon dans la cavité, c'est-à-dire 50 ns pour 4% de pertes dans la cavité.

Il ne suffit pas d'être mono-fréquence, encore faut-il l'être sur des temps relativement longs. Ceci implique qu'il n'y ait pas non plus de perturbations suffisantes pour que le mode de la cavité qui subit le moins de pertes change trop rapidement. On l'aura compris, pour être mono-fréquence de façon stable, il est primordial d'éviter au maximum les perturbations. Ce sera le deuxième axe de travail pour rendre la cavité mono-fréquence.

Les perturbations peuvent être de plusieurs types. Il y a d'abord les perturbations mécaniques. Nous avons ainsi veillé à limiter au maximum les réglages qui sont naturellement sources de vibrations, et donc de perturbations. Les montures des miroirs, du polariseur, et des étalons ont été choisies pour leurs stabilités. Enfin, nous avons isolé notre montage de la table tournante par des suspensions pneumatiques.

Mais le milieu à gain lui-même peut être source de perturbations. En effet, la longueur d'onde d'émission change de 0,3 nm lorsque la température évolue d'un degré Celsius (cf. paragraphe 2.2.4). Dans notre cas, pour éviter que le maximum de gain ne passe au mode adjacent de la cavité, il faut que la température soit stable à moins de  $5 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ . Plutôt que d'asservir la température de la structure à l'aide du module Peltier, il s'est révélé plus efficace de laisser la température du système s'équilibrer entre un courant fixe dans le module et une puissance de pompe donnée. Cela n'empêche pas les dérives très lentes – quelques dixièmes de degrés sur une heure –, mais il n'y a en tout cas aucune variation rapide de température.

En final, le fonctionnement mono-fréquence a pu être obtenu, il n'est cependant pas aussi stable que ce que l'on aurait voulu. Par exemple, une fois que la table est en rotation et l'asservissement en fonctionnement, il est souvent nécessaire de régler les étalons pour être de nouveau mono-fréquence, et on remarque que ce fonctionnement est moins stable qu'à l'arrêt. En effet, pour le laser, les variations de pertes provenant de l'asservissement ainsi que le défilement des franges d'interférence dans la structure peuvent être aussi vus comme des perturbations.

Une des voies futures d'amélioration consisterait à augmenter le coefficient de réflexion des étalons, surtout le plus épais, pour améliorer la sélectivité des modes. Cependant il faut être conscient qu'en augmentant le facteur de qualité de l'étalon, on augmente le nombre moyen d'interfaces vues par le faisceau ainsi que la quantité de matière traversée. On peut ainsi s'attendre à accroître la rétro-diffusion.

Une alternative serait d'utiliser des miroirs filtrants [78]. Le principe dans ce cas est de créer au niveau d'un miroir une micro-cavité sur laquelle est déposée une fine couche métallique. Ainsi, seules les ondes stationnaires qui ont leurs nœuds au niveau de la couche métallique ne subissent pas de pertes. Nous avons pu essayer ce genre de miroirs, comme ceux décrits dans la référence [79], mais ils présentent pour l'instant un certain nombre de défauts. D'abord, si les pertes sont faibles, de l'ordre de 1%, elles sont encore trop importantes pour notre application, et nous n'avons pu faire fonctionner une cavité laser en anneau avec un tel miroir. Ensuite, si ce filtre permet de réduire très sensiblement le

spectre d'émission du laser<sup>8</sup>, il n'est pas encore suffisamment fin pour pouvoir se passer d'un deuxième étalon. Ainsi, bien que la technique paraisse prometteuse, elle n'est pas encore assez aboutie pour l'application considérée.

## 4.4 Recombinaison des faisceaux et montage complet

La recombinaison des faisceaux se fait très simplement en superposant les deux faisceaux contre-propagatifs par l'intermédiaire d'un miroir semi-réfléchissant ( $R = 50\%$ ). Les longueurs des deux bras de l'interféromètre ainsi construit doivent être suffisamment équilibrées, pour ne pas sortir de la longueur de cohérence du laser même lorsque celui-ci n'est pas parfaitement mono-fréquence. De plus, pour avoir le maximum possible de contraste, il faut veiller à ce que les deux intensités soient les plus équilibrées possibles. Le faisceau ainsi recombinaison est ensuite envoyé sur une photodiode, dans notre cas le modèle Advanced Photonix SD 066-24-21-011 qui possède une sensibilité de l'ordre de  $0,6 \text{ A/W}$  à  $1000 \text{ nm}$  et un temps de montée inférieur à  $100 \text{ ns}$ . Mais plutôt que de faire passer le faible courant issu de la photodiode par les joints tournants, ce qui largement dégrade le signal, le signal est d'abord converti en tension puis amplifié.

Le montage final de l'expérience est représenté sur la figure 4.13. Avec tous les éléments insérés, le seuil laser est à  $200 \text{ mW}$  de pompe, il a donc plus que doublé avec l'ajout des étalons et du système d'asservissement. On peut avoir une idée du montage réel de la cavité sur la figure 4.12. Enfin, le montage complet se trouve sur un marbre carré de  $70 \text{ cm}$  de côté monté sur une table tournante, pouvant atteindre des vitesses de rotation jusqu'à plusieurs centaines de degrés par seconde.

---

8. Nous avons ainsi pu observer dans une cavité linéaire de taille équivalente à la cavité en anneau une largeur de spectre de l'ordre de  $75 \text{ pm}$ .

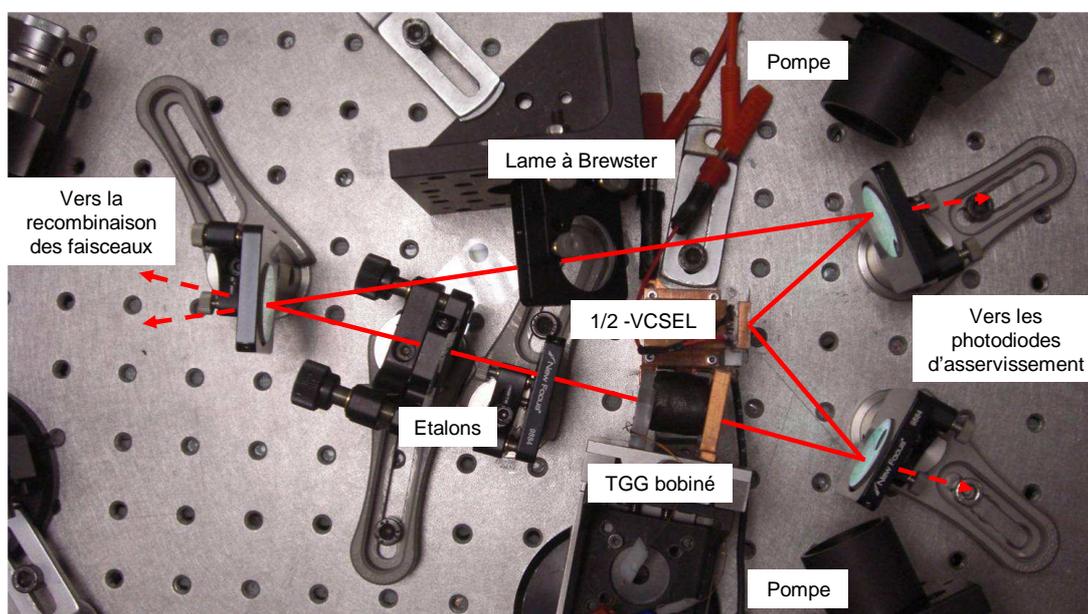


FIGURE 4.12 – Photo de la cavité laser telle qu'elle a été utilisée durant les expériences.

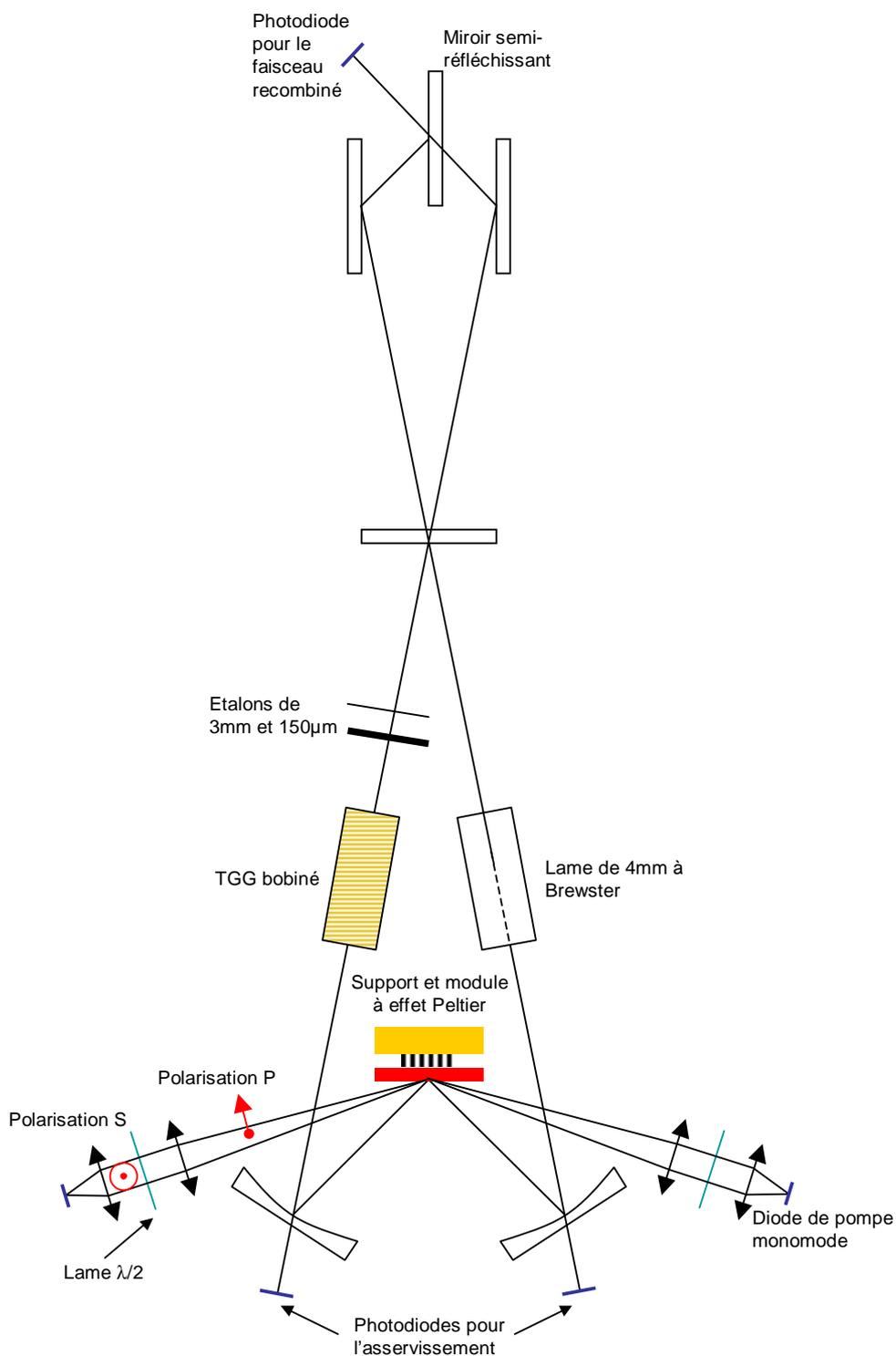


FIGURE 4.13 – Schéma de la cavité laser, avec les différents éléments optiques qui permettent de réaliser un gyrolaser.

# Chapitre 5

## Résultats et perspectives

### Sommaire

---

5.1	Battement en fonction de la vitesse de rotation . . . . .	<b>104</b>
5.1.1	Validation du signal de battement . . . . .	104
5.1.2	Mesure du facteur d'échelle et de la zone aveugle . . . . .	105
5.2	Valeurs expérimentales et modèle théorique . . . . .	<b>107</b>
5.2.1	Estimation des valeurs expérimentales . . . . .	107
	Pertes de la cavité . . . . .	107
	Rétro-diffusion . . . . .	108
	Rapport auto-saturation – saturation croisée . . . . .	109
	Gain de l'asservissement . . . . .	111
5.2.2	Vérification du modèle . . . . .	112
5.3	Limitations expérimentales . . . . .	<b>115</b>
5.3.1	Sensibilité au champ magnétique . . . . .	116
5.3.2	Sensibilité à l'équilibre des intensités . . . . .	118
5.4	Perspectives . . . . .	<b>119</b>
5.4.1	Amélioration de la boucle d'asservissement . . . . .	119
5.4.2	Amélioration du fonctionnement mono-fréquence . . . . .	120
5.4.3	Limitation du verrouillage de phase . . . . .	121
5.4.4	Amélioration du $\frac{1}{2}$ -VCSEL . . . . .	121

---

**A**près avoir analysé la dynamique d'un laser en anneau fondé sur l'emploi d'un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, puis réalisé cette cavité laser, nous allons pouvoir saisir l'intérêt de ces enseignements pour l'expérience. En effet, il est possible expérimentalement d'obtenir un gyrolaser avec un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL. Les expériences le prouvent, comme nous le verrons dans une première partie. Cependant pour valider notre compréhension, un seul résultat, aussi beau soit-il, ne suffit pas, c'est pourquoi nous décrirons un certain nombre d'expériences connexes qui ont pu valider des comportements prévisibles théoriquement. Ces résultats nous permettront aussi dans une certaine mesure de pressentir aussi quelles sont les limites de nos expériences, même si quelques unes ont déjà pu être abordées.

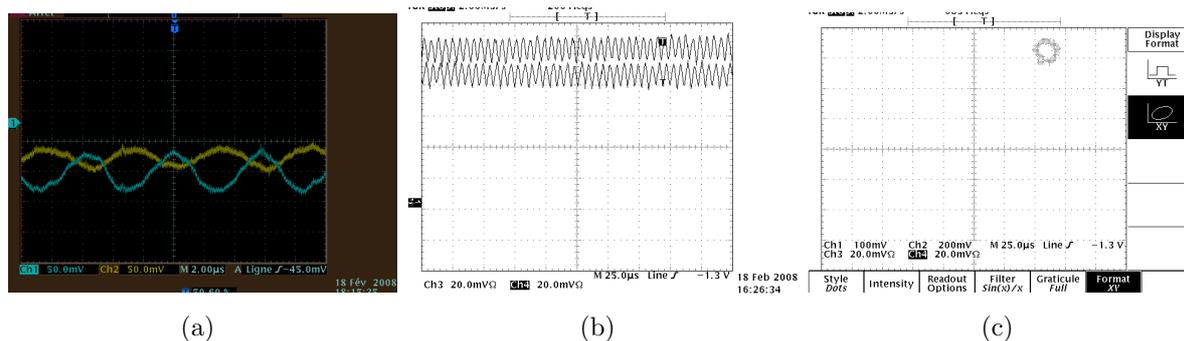


FIGURE 5.1 – Capture d’écran à  $200^\circ/\text{s}$  où nous avons : (a) les intensités modulées, (b, c) les signaux du faisceau recombinaison disposés de telle façon qu’ils soient en quadrature : (b) en affichage temporel, (c) en affichage paramétrique. On notera la différence d’échelle temporelle entre la figure (a) et (b).

Enfin, dans une dernière partie, nous présenterons les perspectives d’améliorations qui pourraient permettre à plus long terme de viser des performances inertielles.

## 5.1 Battement en fonction de la vitesse de rotation

### 5.1.1 Validation du signal de battement

Avant de considérer la réponse en fréquence, il est d’abord important de saisir ce que l’on entend expérimentalement par un battement Sagnac. En effet, nous avons présenté le battement Sagnac comme une sinusoïde, dans l’hypothèse où les intensités étaient stables ou faiblement modulées (cf. équation 1.8 et paragraphe 3.1.2). Cependant, dans la pratique à cause de la rétro-diffusion, les intensités peuvent présenter des oscillations assez fortes (cf. équations B.22). Dans le cas d’un gyrolaser Hélium-Néon, la rétro-diffusion est suffisamment faible pour que cette oscillation des intensités puisse clairement être négligeable. Dans notre cas, en tout cas les premiers temps, ce n’était pas aussi évident.

Une des méthodes pour s’affranchir des modulations des intensités est d’utiliser deux photodiodes pour le faisceau recombinaison, et de les disposer de façon à ce que leurs signaux soient en quadrature (figure 5.1(b)). C’est donc un montage identique à celui utilisé lorsque l’on cherche à détecter le sens de rotation. Dans ce cas, en rotation, même si les intensités sont modulées (figure 5.1(a)), les deux signaux formeront un cercle en affichage paramétrique (figure 5.1(c)). En revanche, si les modulations que l’on observe ne correspondent pas à un battement, la courbe sera tout simplement une droite.

On remarque sur la figure 5.1 que le contraste du battement n’est pas très bon. Cela peut s’expliquer par le fait que le laser n’est peut-être pas parfaitement mono-fréquence. En effet, s’il est possible à l’arrêt, à l’aide d’un interféromètre de Fabry-Pérot, de s’assurer du fonctionnement mono-fréquence, il n’en est pas de même en rotation. Le contraste du battement devient ainsi une méthode de mesure du fonctionnement mono-fréquence. En retouchant les étalons lorsque la cavité est en rotation, il est possible (figure 5.2) d’obtenir

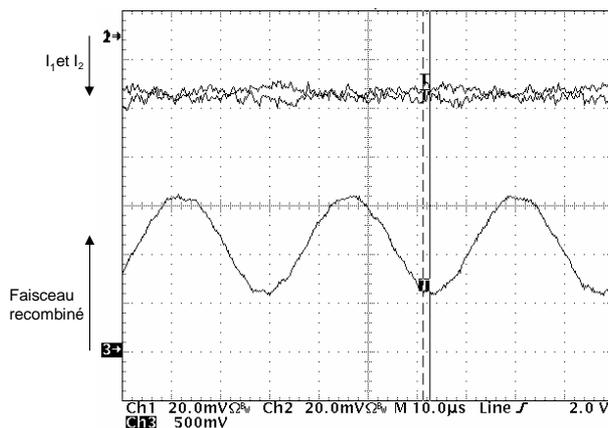


FIGURE 5.2 – Capture d’écran avec les intensités des deux ondes contre-propagatives ainsi que le faisceau recombiné pour une vitesse de rotation de  $20^\circ/\text{s}$ .

une figure de battement avec un contraste satisfaisant et des intensités stables. Un tel réglage est cependant rare et un tel contraste n’a pas pu être obtenu systématiquement.

### 5.1.2 Mesure du facteur d’échelle et de la zone aveugle

Une fois les battements observés, il reste maintenant à mesurer une courbe de réponse en fréquence qui nous donnera le facteur d’échelle  $K_1$  ainsi que la zone aveugle du gyrolaser que nous avons construit. Cependant, deux difficultés demeurent. D’abord, le réglage des étalons évoqué plus haut n’est stable que pour quelques minutes, et une mesure complète du facteur d’échelle prend souvent un peu plus de temps. En effet, au delà de quelques minutes, le mode laser peut avoir évolué, ce qui implique bien souvent de devoir changer légèrement le réglage de l’asservissement si on cherche à avoir les deux ondes contre-propagative d’intensités égales. Or il est bien entendu que l’ensemble de la courbe de réponse en fréquence doit se faire à réglage constant. Il est donc nécessaire d’avoir un réglage qui se révèle robuste.

Une autre difficulté persiste, comme nous le verrons, dans le fait que le TGG est sensible au champ magnétique terrestre, ce qui s’accompagne de perturbations au niveau de l’asservissement. Il a donc fallu faire les mesures de fréquences de battement pour une orientation de la table donnée. Ainsi, l’acquisition des données se fait sur un temps court, 10 ms, par rapport à celui mis par la table pour faire un tour, au plus vite en 2,3 s, correspondant à une vitesse de rotation de  $160^\circ/\text{s}$ . On peut ainsi considérer le champ magnétique terrestre comme constant le temps de la mesure.

Nous avons obtenu la courbe que l’on peut voir sur la figure 5.3. Si les points mesurés ne sont pas exactement sur la courbe Sagnac idéale, ils en sont cependant très proches. La non-linéarité résiduelle sera analysée plus loin. Le facteur d’échelle mesuré est  $716 \text{ Hz}/(^\circ/\text{s})$  avec une zone aveugle de  $15^\circ/\text{s}$ . Le facteur d’échelle calculé dans le paragraphe 4.1.2 est  $926 \text{ Hz}/(^\circ/\text{s})$ . La différence s’explique par le fait que les dimensions expérimentales diffèrent légèrement de la cavité décrite plus haut.

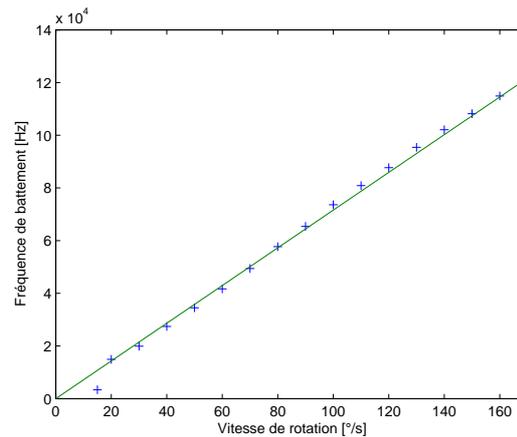


FIGURE 5.3 – Réponse en fréquence du gyrolaser en fonction de la vitesse de rotation (croix bleues) comparé à la courbe Sagnac idéale (courbe verte).

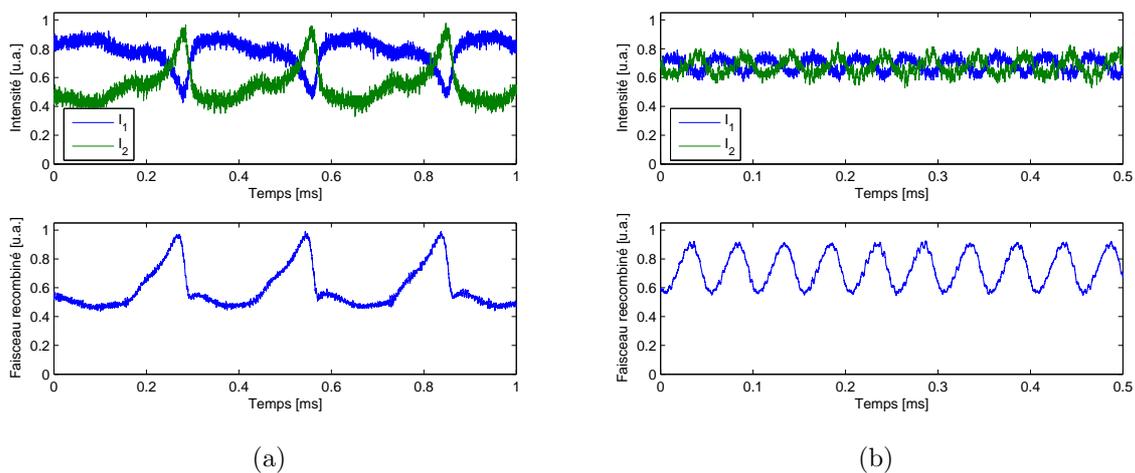


FIGURE 5.4 – Intensités des ondes contre-propagatives et faisceau recombiné avec un taux de pompage au-dessus du seuil  $\eta = 0,2$ . (a) à  $15^\circ/\text{s}$ , (b) à  $30^\circ/\text{s}$ .

De plus, on observe que la loi de la non-linéarité aux alentours de la zone aveugle est proche de celle que l'on peut avoir avec un Hélium-Néon (cf. par exemple, figure 1.4). Cela confirme ainsi ce qui avait pu être prédit par notre modèle lorsque la modulation des intensités des ondes contre-propagatives est suffisamment faible (cf. paragraphe 3.2.2 figure 3.13).

Ainsi, figure 5.4, nous avons les intensités ainsi que les faisceaux recombines à la limite de la zone aveugle ( $15^\circ/\text{s}$ ). Dans ce cas, les signaux sont très déformés (figure 5.4(a)), comme dans le cas d'un gyrolaser Hélium-Néon [19]. En revanche, en dehors de la zone aveugle ( $30^\circ/\text{s}$ ), les signaux sont bien des sinusoides (figure 5.4(b)), et avec une faible amplitude de la modulation pour les intensités.

## 5.2 Valeurs expérimentales et modèle théorique

Le seul fait que nous avons pu obtenir une courbe de réponse en fréquence est en soi une vérification du modèle, car il prédit qu'il est possible, sous certaines conditions, d'obtenir des battements. Cependant, cette première expérience, aussi satisfaisante soit-elle, ne permet véritablement de démontrer la validité du modèle. Nous allons donc dans un deuxième temps analyser un certain nombre de résultats annexes pour essayer d'en déduire quelques valeurs, ou ordre de grandeurs, qui puissent un tant soit peu alimenter notre modèle, pour ensuite considérer la cohérence générale de notre approche.

### 5.2.1 Estimation des valeurs expérimentales

#### Pertes de la cavité

La première valeur à estimer est sans aucun doute le taux de pertes de la cavité. En effet, il intervient dans toute la dynamique du laser, à l'arrêt ou en rotation. Il détermine aussi les gains et bandes passantes minimaux de l'asservissement pour que le système soit bidirectionnel en rotation.

Pourtant, par la multiplicité des origines des pertes – pertes des miroirs, pertes d'insertion des éléments intra-cavité, pertes du  $\frac{1}{2}$ -VCSEL –, ce taux de pertes n'est pas la grandeur la plus facile à mesurer. Dans le cas des lasers de classe A, une des techniques de mesure se fait par la modulation  $\delta_\eta$  du taux de pompe  $\eta$ . En modulant ainsi le gain, on agit principalement sur la somme des intensités, puisque les modulations des intensités seront en phase. Or nous avons déjà vu (cf. paragraphe 3.1.2) que dans l'hypothèse d'être faiblement au-dessus du seuil et en régime bidirectionnel (les intensités sont égales), la bande passante de la fonction de transfert de la somme des intensités était donnée par la pulsation  $\Omega_G = 2I(\beta + \theta) = \gamma\eta$ . On remarquera de plus que dans le cas où le laser est unidirectionnel, la bande passante reste inchangée. Enfin, dans le cas général d'un laser de classe A, avec un seul mode dans la cavité, la bande passante devient  $\gamma\eta/(1 + \eta)$  [80], expression que nous conserverons.

Ainsi, pour différents taux de pompage, la réponse en fréquence à une modulation de pompage et la mesure de bande passante à 3 dB (figure 5.5) nous donne ainsi accès au taux de pertes de la cavité. Nous avons ainsi pu mesurer les pertes par seconde  $\gamma = 29,5 \text{ MHz} \pm 0,5 \text{ MHz}$  ce qui correspond, pour une cavité de 50 cm de périmètre comme la nôtre, à un taux de pertes par tour de cavité de 5%.

Nous avons ainsi un taux de pertes supérieur à celui préalablement estimé (4%) et utilisé pour les simulations, mais inférieur à l'estimation des pertes fixes créées par le système d'asservissement qui était de 6% (cf. paragraphe 4.2.2). Il reste cependant difficile d'avoir une estimation plus précise des pertes induites par une rotation non-réciproque. Dans tous les cas, ce taux de pertes supérieur diminue la finesse de la cavité et il faudra ainsi s'attendre à ce que les contraintes sur l'asservissement soient rehaussées (cf. paragraphe 3.2.1).

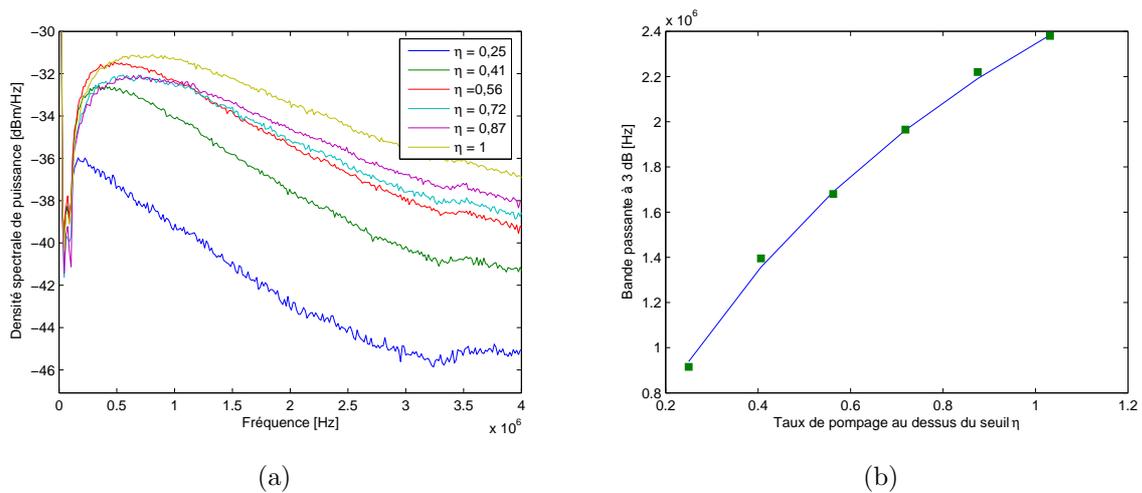


FIGURE 5.5 – (a) Réponse en fréquence de l'intensité du laser à une modulation de la pompe pour différents taux de pompage. (b) Bande passante mesurée pour différents taux de pompage ainsi que la courbe de régression correspondante pour  $\gamma = 29,5$  MHz.

## Rétro-diffusion

Lors du développement du modèle de la cavité en anneau semi-conducteur, nous avons pu voir qu'en fonction du taux de pompage, ou de la phase de la rétro-diffusion, trois régimes étaient possibles à l'arrêt et en l'absence d'asservissement : le régime bidirectionnel verrouillé en fréquence, le régime où les deux intensités sont stables, mais différentes, enfin, un régime où les deux intensités oscillent en opposition de phase.

Ces trois régimes ont pu être observés expérimentalement. Par exemple, avec un réglage bien choisi des étalons et du taux de pompage, il est possible d'obtenir le régime d'auto-modulation, comme nous pouvons le voir sur la figure 5.6(a). Ainsi, comme nous l'avons dit dans le paragraphe 3.1.2, à partir de la fréquence d'auto-modulation (28,5 kHz), on sait en déduire un ordre de grandeur pour la rétro-diffusion :  $1,8 \cdot 10^5$  rad/s. Cette valeur reste ainsi du même ordre que celle utilisée dans le cadre des simulations et celle mesurée pour un gyrolaser Nd :YAG :  $10^5$  rad/s, mais il faut être conscient qu'elle est en revanche plusieurs ordres de grandeur au-dessus de celle mesurée dans un gyrolaser Hélium-Néon.

Mais l'étude analytique (cf. paragraphe 3.1.2) prédit que même lorsque le laser est bidirectionnel à l'arrêt, la fonction de transfert de la différence des intensités peut présenter une résonance. Pour étudier cette fonction de transfert de la différence des intensités, nous allons maintenant créer une modulation dans les pertes différentielles à la différence du paragraphe plus haut où nous avons introduit une modulation dans le pompage pour observer la fonction de transfert de la somme des intensités. Par cette modulation des pertes différentielles, la somme des intensités reste donc inchangée, seule la différence est modifiée. Pour différents réglages des étalons mais avec une même puissance de pompe et une amplitude de la modulation constante, il nous est possible de mesurer les réponses en fréquence reportées sur la figure 5.6(b). On remarque que cette réponse en fréquence

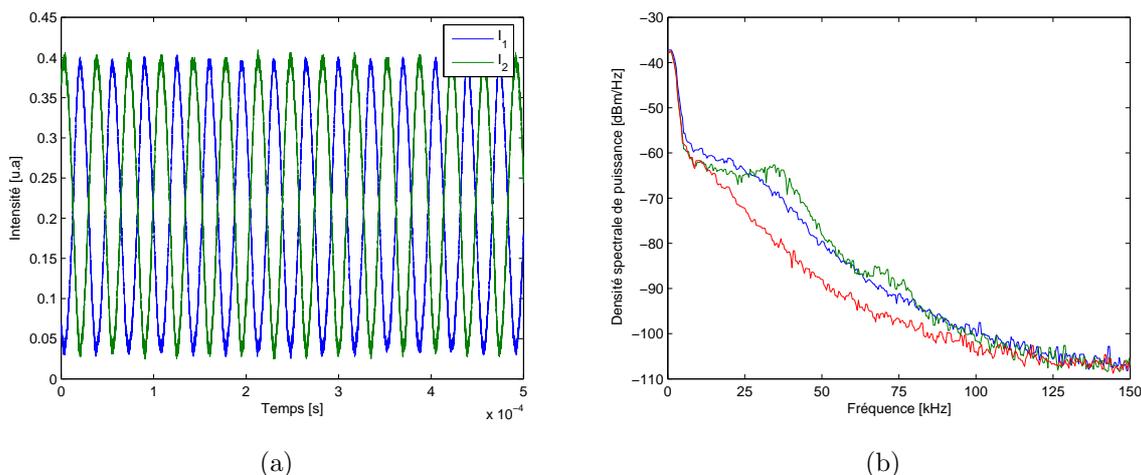


FIGURE 5.6 – (a) Auto-modulation des intensités observée avec un taux de pompage au-dessus du seuil  $\eta = 0,7$ . (b) Réponse en fréquence d'une des intensités du laser en régime bidirectionnel sous l'effet d'une modulation des pertes différentielles pour  $\eta = 0,56$ . On remarquera particulièrement la résonance à 34 kHz que l'on voit pour la courbe verte.

possède des fréquences de coupure beaucoup plus basses que celles représentées sur la figure 5.5, confirmant ainsi que nous avons bien deux réponses en fréquence distinctes, l'une pour la somme des intensités, l'autre pour la différence.

En ce qui concerne la phase de la rétro-diffusion, nous voyons sur la figure 5.4(b) que les modulations des intensités sont au premier ordre en opposition de phase lorsque la cavité est en rotation, et les modes déverrouillés en phase. Considérant les équations B.22, on en déduit ainsi que la phase de la rétro-diffusion est de l'ordre de  $\pi/2$ . Une valeur plus précise peut être obtenue à partir du rapport des amplitudes des modulation de la somme et de la différence des intensités à la fréquence de battement. Les amplitudes de modulation de la somme et de la différence sont obtenues par transformée de Fourier et ce rapport, égal à  $\tan \xi$  nous donne ainsi la valeur  $\xi$  recherchée. La valeur trouvée pour les différentes vitesses de rotation est représentée sur la figure 5.7. On gardera ainsi comme valeur moyenne 85 degrés soit  $\xi = 47\pi/100$ , valeur qui reste proche non seulement de celle utilisée dans les simulations (81 degrés), mais aussi des valeurs qui semblent être observées sur les autres gyrolasers.

### Rapport auto-saturation – saturation croisée

En plus d'avoir pu observer les trois régimes à l'arrêt, nous avons aussi pu observer la transition, en fonction du taux de pompage, du régime bidirectionnel à celui où les intensités sont différentes, conformément à ce qui a pu être prédit analytiquement (cf. paragraphe 3.1.2 figure 3.4). Mais au delà de la simple observation, cela permet de mesurer le rapport entre la saturation croisée  $\theta$  et l'auto-saturation  $\beta$ . En effet, en négligeant la

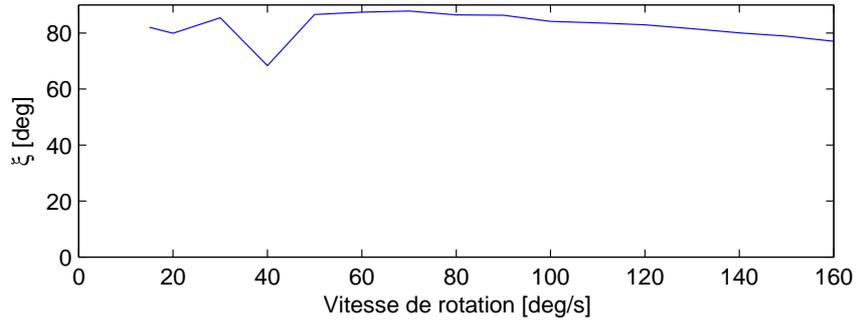


FIGURE 5.7 – Phase de la rétro-diffusion  $\xi$  mesurée en fonction de la vitesse de rotation.

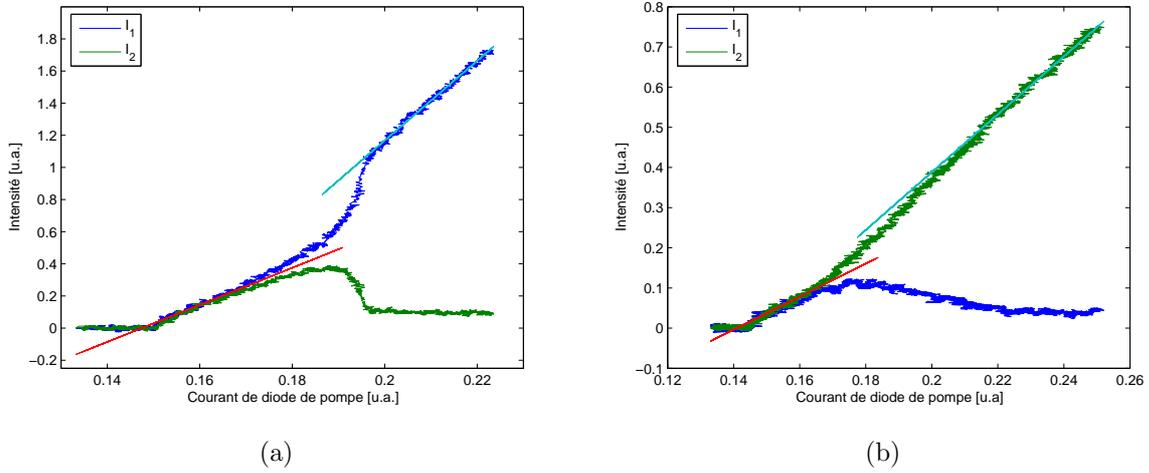


FIGURE 5.8 – Bifurcation entre le régime bidirectionnel et celui où les intensités sont différentes à 15 degrés d'incidence sur la structure (a) et à 45 degrés (b). Les droites de régression pour les deux régimes sont aussi représentées.

rétro-diffusion, en régime bidirectionnel, l'intensité laser s'exprime par la relation  $I_{bi} = \alpha/(\beta + \theta)$  (cf. paragraphe 3.1.2 équation 3.46), alors qu'en régime unidirectionnel, qui est un cas particulier du régime où les intensités sont différentes, nous avons  $I_{uni} = \alpha/\beta$ . Or, en se plaçant dans le cas d'un pompage faible, seul  $\alpha$  dépend du taux de pompe au-dessus du seuil  $\eta$  (cf. paragraphe 3.1.2 équations 3.44). Le rapport des pentes de  $I(\eta)$  dans les deux régimes va ainsi nous donner  $(\beta + \theta)/\beta = 2 + d$ . Théoriquement, on doit donc avoir un rapport des pentes toujours supérieur à 2 et qui décroît avec l'angle d'incidence.

Nous avons une illustration de cette mesure sur la figure 5.8 pour deux angles d'incidences sur la structure. La première mesure, faite avec un angle d'incidence de 15 degrés, nous donne un rapport des pentes égale à 2,15 et donc  $d = 0,15$  à comparer avec la valeur calculée à partir du temps de vie des porteurs  $T_1 = 3$  ns et du coefficient de diffusion  $D_{diff} = 10$  cm<sup>2</sup>/s (cf. paragraphe 3.1.1) qui nous donne plutôt  $d = 0,03$ .

Pour la deuxième mesure, l'angle d'incidence sur la structure est de 45 degrés. Le rapport des pentes nous donne 1,75. Cette valeur est inférieure à 2 mais la tendance est

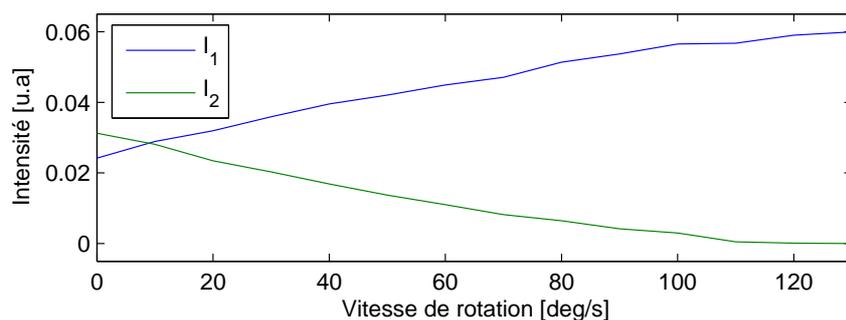


FIGURE 5.9 – Intensités du laser en fonction de la vitesse de rotation, sans asservissement des intensités.

conforme au modèle analytique : le rapport des pentes diminue avec l'angle d'incidence. Cette mesure ne peut cependant prétendre être très précise. En effet, pour obtenir le rapport des pentes théorique, nous nous sommes placés dans l'hypothèse d'être faiblement au-dessus du seuil, ce qui ne correspond pas à l'expérience. De plus, comme on peut le voir sur la figure 5.8, le laser n'est jamais complètement unidirectionnel. Enfin, nous avons complètement négligé la rétro-diffusion, mais aussi le verrouillage par le gain, or ceux-ci peuvent modifier la valeur effective des pertes et du gain lorsque le laser est bidirectionnel, et ainsi modifier la pente des intensités en fonction du pompage.

Cependant, ce n'est pas parce que le rapport des pentes est inférieur à 2 qu'il faut en conclure que la compétition de modes n'est plus présente. En effet, comme on peut le voir sur la figure 5.9 et conformément à l'étude analytique (cf. paragraphe 3.1.2 figure 3.5), à l'arrêt les intensités sont proches, mais une fois le laser en rotation, une intensité prend rapidement le dessus sur l'autre.

Il est ainsi difficile de conclure sur une valeur expérimentale du rapport auto-saturation – saturation croisée. C'est pourtant une donnée importante qui nous aurait donné accès à la valeur limite pour le gain et la bande passante de l'asservissement. Nous allons ainsi rester à la valeur théorique pour un angle de 45 degrés :  $2 + d = 2,0042$ . Connaissant le taux de pertes et pour un taux de pompage de 0,1, on arrive ainsi pour l'asservissement à un gain limite de  $\theta - \beta = 69$  kHz et une bande passante limite de 500 Hz (cf. paragraphe 3.2.1 équations 3.61), ce qui nous place dans le même ordre de grandeur que les valeurs préalablement estimées (respectivement 200 kHz et 1,5 kHz).

### Gain de l'asservissement

La dernière donnée importante à mesurer est le gain de l'asservissement. En effet, la bande passante de notre système d'asservissement n'est limitée que par le montage électronique. Il a déjà été possible de la mesurer (figure 4.10) et de l'estimer à 100 kHz. Pour le gain de l'asservissement, on connaît la variation des pertes pour un mode en fonction du courant dans la bobine soit 0,24%/A, ainsi que le courant dans la bobine en fonction d'une différence de tension mesurée par les photodiodes, 2,8 A/V, pour un gain

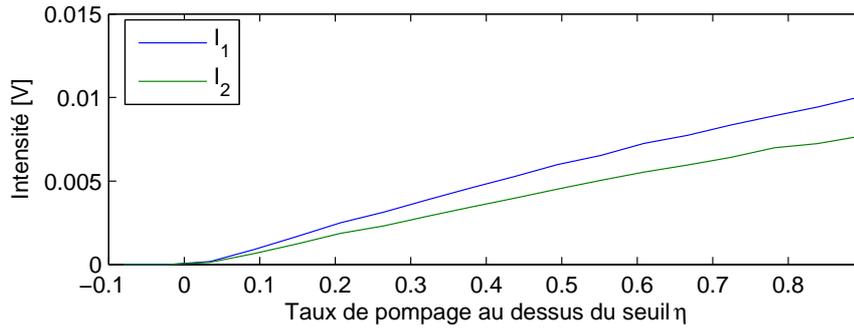


FIGURE 5.10 – Intensité des deux modes du laser mesurée par les photodiode en fonction du taux de pompage au-dessus du seuil. La différence de pente entre les deux courbes provient d’un défaut d’appariement entre les deux photodiodes. La pente retenue pour le calcul est la pente moyenne.

$G(0) = 29$  dB et lorsque le montage n’est pas limité par la bande passante (cf. paragraphes 4.2.2 et 4.2.3).

Dans nos équations, nous avons exprimé la variation de pertes  $\gamma'$  pour un mode en fonction des intensités  $I_{1,2} = SE_{1,2}^2$  normalisées par rapport au paramètre de saturation  $S$  (cf. paragraphe 3.2.1) :  $\gamma' = \kappa(I_1 - I_2)$ . Nous connaissons cependant une expression de  $I_{1,2}$  au premier ordre en  $\eta$  et en négligeant  $d$  :  $I = \eta/2$  lorsque le laser est bidirectionnel (cf. paragraphe 3.1.2 équation 3.46). Ainsi, plutôt que d’estimer le paramètre de saturation, il paraît plus judicieux de mesurer le facteur de proportionnalité entre  $\eta/2$  et le signal des intensités mesuré en volt par les photodiodes utilisées dans la même configuration que pour l’asservissement. Nous n’avons ainsi pas besoin de connaître  $S$ , ni la transmission des miroirs ou la sensibilité des photodiodes. C’est cette mesure que nous pouvons voir sur la figure 5.10.

Nous obtenons ainsi un facteur de proportionnalité moyen tel que la tension aux bornes de la photodiode soit  $I_{1,2} \times 0,02$  V. Cela nous mène ainsi directement à des variations de pertes :  $(I_1 - I_2) \times 0,02 \times 2,8 \times 0,24 = (I_1 - I_2) \times 0,013\%$ . En traduisant cette dernière expression sous la forme de pertes par seconde, on obtient ainsi :  $\gamma' = (I_1 - I_2) \times 80$  kHz. Le gain de l’asservissement est ainsi  $\kappa = 80$  kHz. Cette valeur n’est bien entendu qu’un ordre de grandeur. En effet, plusieurs incertitudes demeurent, en particulier sur la variation de pertes en fonction de la rotation non-réciproque (figure 4.6). Néanmoins, on remarque que la valeur trouvée n’est pas très loin de celle considérée comme le gain limite, ce qui est cohérent avec l’expérience qui tend à montrer que le réglage du gain de l’asservissement était critique et qu’il n’était pas possible de diminuer sensiblement le gain tout en continuant à avoir un contrôle des intensités.

## 5.2.2 Vérification du modèle

Nous avons déjà vu qu’un certain nombre de comportements du laser à l’arrêt ou en rotation correspondaient à ceux décrits par le modèle analytique. On peut cependant aller plus avant dans notre démarche. En effet, maintenant que nous avons pu estimer les

valeurs expérimentales, nous allons pouvoir confronter notre modèle à l'expérience pour la réponse en fréquence. Par rapport aux valeurs utilisées dans les simulations, les ordres de grandeurs sont en général les mêmes, à deux différences près. La première demeure dans le fait que l'angle d'incidence est plus élevé –45 degrés à la place de 20 degrés– ce qui implique une diminution du coefficient  $d$  qui passe ainsi de 0,0177 à 0,0042. L'autre différence concerne le gain de l'asservissement qui semble avoir été très largement surestimé.

En reprenant entièrement les valeurs que nous avons pu mesurer :  $K_1 = 716\text{Hz}/(^{\circ}/\text{s})$ ,  $\gamma = 30\text{ MHz}$ ,  $m = 1,8 \cdot 10^5\text{ rad/s}$ ,  $\xi = 47\pi/100$ ,  $\kappa = 80\text{ kHz}$ ,  $f_c = 100\text{ kHz}$ , et à partir de l'angle d'incidence, 45 degrés, qui nous permet d'estimer le coefficient  $d$ , on réalise alors une simulation de la réponse en fréquence de notre système. La réponse en fréquence est représentée sur la figure 5.11(a). Si un régime où les deux modes sont déverrouillés en phase est bien possible avec les valeurs que nous avons mesurées, la zone aveugle est beaucoup plus grande que celle vue expérimentalement, et les intensités ne sont pas du tout égales.

Si on considère le diagramme de Nyquist (figure 5.11(b)), on remarque que l'asservissement est en fait très proche du point critique, ce qui explique que les intensités restent différentes et que la zone aveugle soit grande. Un gain minimal  $\kappa = 300\text{ kHz}$ , qui reste du même ordre de grandeur que le gain mesuré, semble nécessaire pour avoir un asservissement satisfaisant. Mais la réponse en fréquence dans ce cas (figure 5.12(a)), si elle est indéniablement plus proche de celle obtenue expérimentalement, ne peut pas non plus être considérée comme étant en bon accord avec l'expérience. Un gain de l'asservissement supérieur à celui estimé ne semble donc pas être suffisant pour expliquer la différence entre la courbe expérimentale et les simulations.

Les incertitudes sur les autres valeurs expérimentales existent aussi. Par exemple, le coefficient de diffusion des porteurs que nous avons utilisé  $D_{diff} = 10\text{ cm}^2/\text{s}$  peut avoir des valeurs jusqu'à deux fois supérieur selon les sources [34]. Cependant, si cela diminuerait la compétition de mode et améliorerait la réponse en fréquence (figure 5.12(b)), cela ne peut pas tout expliquer.

En effet, il existe une autre différence par rapport aux résultats donnés par le modèle. Si on reprend l'équation 3.63 du paragraphe 3.2.1, on s'aperçoit que la condition  $8\omega_c\kappa X_0 > (\omega_c - \Omega_g)^2$  qui indique que le système est résonnant n'est pas remplie avec les valeurs expérimentales. La densité spectrale de puissance du faisceau recombinaison lorsque la cavité tourne à  $20^{\circ}/\text{s}$  et  $100^{\circ}/\text{s}$  est représentée sur la figure 5.13. Les pics de battement  $y$  sont clairement visibles respectivement à 15 kHz et 73 kHz, mais une résonance est présente vers 200 kHz et pourrait correspondre à celle prévue analytiquement lorsque le système asservi se trouve lui-même dans une configuration résonnante. Cependant, considérant que la seule incertitude réside dans la valeur du gain de l'asservissement, celui-ci devrait être supérieur à 1,7 MHz, valeur qui semble peu probable, pour que le système soit effectivement dans une telle configuration.

Nous avons d'un côté un modèle théorique et de l'autre une expérience. Si les ten-

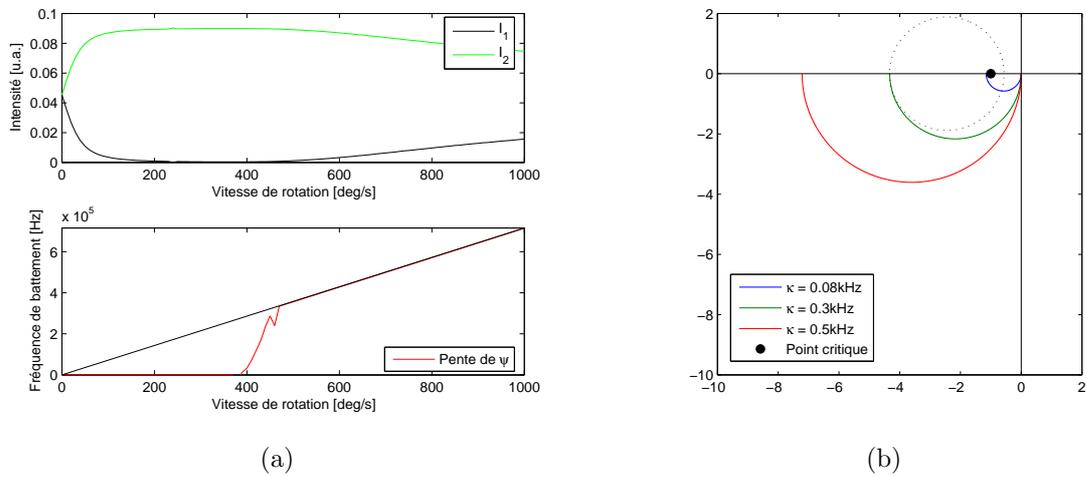


FIGURE 5.11 – (a) Simulation des intensités et de la fréquence de battement en fonction de la vitesse de rotation à partir des valeurs mesurées expérimentalement, dont  $\kappa = 80\text{ kHz}$ . (b) Diagramme de Nyquist du système asservi pour différents gains d’asservissement, les autres valeurs étant celles mesurées expérimentalement.

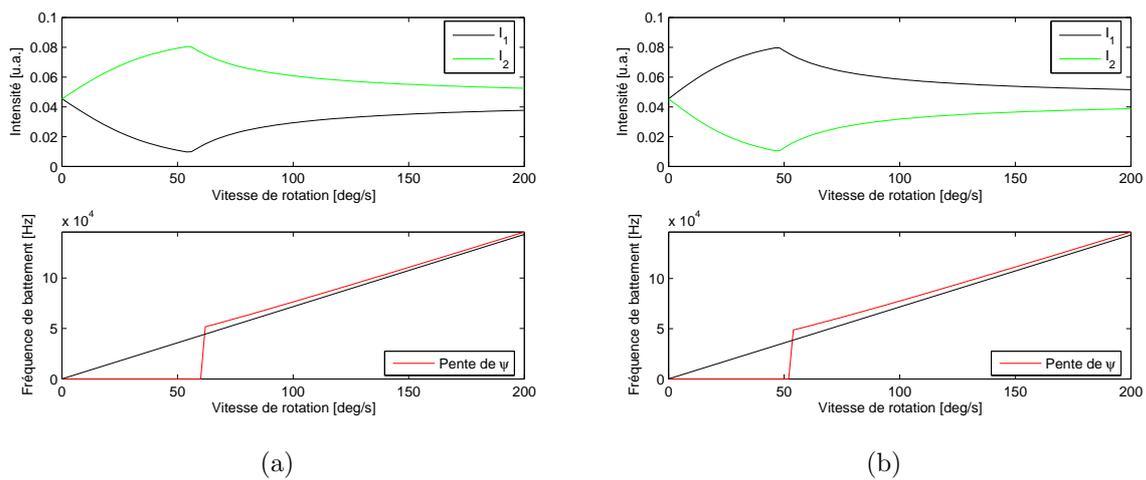


FIGURE 5.12 – Simulation des intensités et de la fréquence de battement à partir des valeurs mesurées mais avec  $\kappa = 300\text{ kHz}$  et pour différents coefficients de diffusion : (a)  $D_{diff} = 10\text{ cm}^2/\text{s}$ , (b)  $D_{diff} = 20\text{ cm}^2/\text{s}$ .

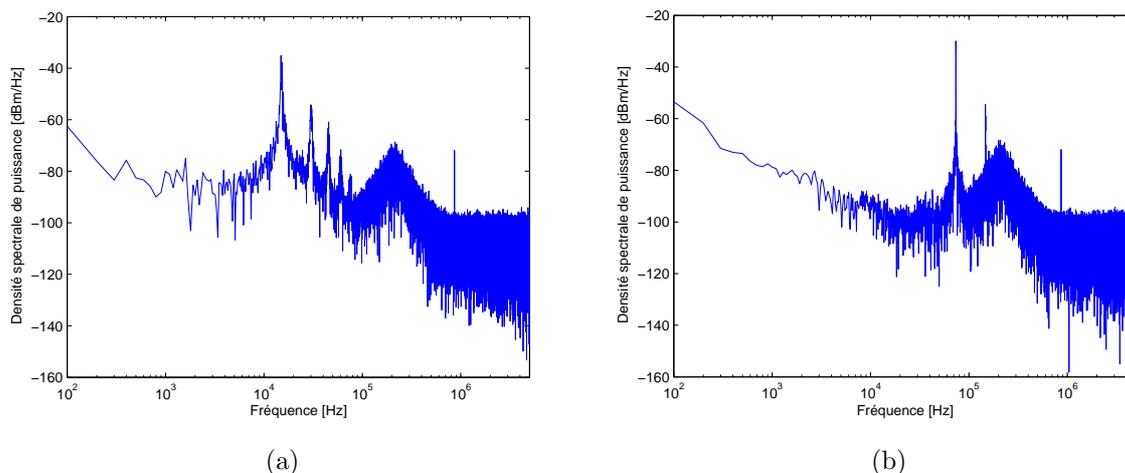


FIGURE 5.13 – Densité spectrale de puissance du faisceau recombinaé à  $20^\circ/\text{s}$  (a) et à  $100^\circ/\text{s}$  (b).

dances et le comportement général correspondent bien d'un point de vue qualitatif, il est plus difficile d'établir une correspondance au niveau quantitatif. Il y a bien sûr les incertitudes sur les mesures que nous avons pu faire, mais il n'est pas non plus impossible que l'hypothèse d'être en permanence mono-fréquence ne soit que partiellement vérifiée. L'existence, en plus du mode majoritaire, de quelques autres modes adjacents, peut suffire pour brouiller un peu plus le réseau de gain, et donc diminuer la compétition de mode, mais aussi modifier sensiblement la dynamique du laser lorsque le laser est en rotation.

Réciproquement, considérons le cas où l'hypothèse de n'être actuellement que partiellement mono-fréquence serait vérifiée. Si un fonctionnement parfaitement mono-fréquence pouvait être assuré, on peut se demander si la réponse en fréquence et le contrôle des intensités ne seraient pas alors moins satisfaisante que ce que nous avons pu observer expérimentalement. Un meilleur asservissement se révélerait alors être nécessaire.

### 5.3 Limitations expérimentales

Dans les précédents paragraphes (cf. par exemple paragraphe 3.3), nous avons donné quelques ordres de grandeurs dans le but d'obtenir des performances gyrométriques. Il va être difficile de les transcrire dans un cadre expérimental. Par exemple, il n'a jamais été possible d'observer une diminution des non-linéarités résiduelles avec la vitesse de rotation comme cela pu être décrit dans le paragraphe 3.2.2. Les limitations du système sont en fait bien plus dues à l'expérience que vraiment déterminées par le gyrolaser lui-même. C'est bien entendu ces premières qu'il va falloir réduire avant de vraiment pouvoir mesurer les limites du laser.

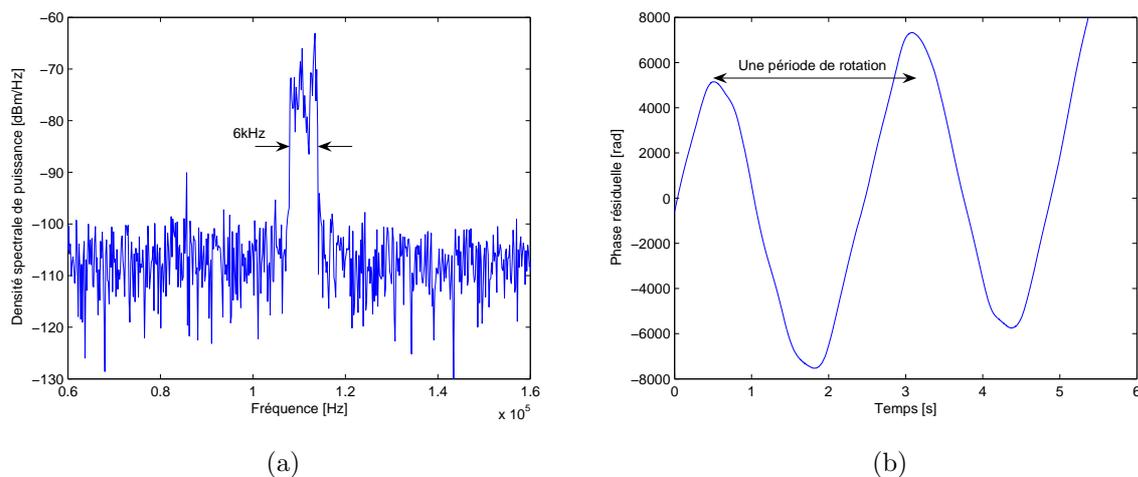


FIGURE 5.14 – (a) Densité spectrale de puissance du faisceau recombiné à  $140^\circ/\text{s}$ .  
 (b) Phase résiduelle du signal provenant du faisceau recombiné après soustraction de la composante linéaire de celle-ci.

### 5.3.1 Sensibilité au champ magnétique

Nous avons dit plus haut que toutes les mesures de fréquences de battement avaient été faites pour une orientation donnée de la table tournante sur une durée de 10 ms. Ainsi, comme on peut le voir sur la figure 5.13, la largeur spectrale du battement est limitée par le temps d'acquisition : 200 Hz. À l'opposé, si maintenant la mesure se fait sur des temps longs, on s'aperçoit que la fréquence de battement évolue avec le temps. Ainsi, en mesurant la fréquence de battement à  $140^\circ/\text{s}$  (période de rotation de la table : 2,6 s) pendant plus de 5 secondes, on s'aperçoit que le pic possède une largeur de 6 kHz (figure 5.14(a)). Pour une fréquence de battement centrale, 110 kHz, cela correspond ainsi à une imprécision sur le facteur d'échelle de  $7^\circ/\text{s}$ , nous avons ainsi un très mauvais gyrolaser.

Une analyse un peu plus poussée du signal provenant du faisceau recombiné nous permet d'avoir directement accès à la phase de celui-ci. La phase  $\psi$  présente une composante linéaire  $\Omega t$  ainsi qu'une phase résiduelle  $\psi'$  :  $\psi = \Omega t + \psi'$ , où  $\Omega$  est bien entendu la non-réciprocité en pulsation due à l'effet Sagnac. Après soustraction de ce terme linéaire, nous obtenons la phase résiduelle  $\psi'$  qui est représentée sur la figure 5.14(b). Selon l'étude analytique que nous avons menée, seule devrait rester la modulation à la pulsation  $\Omega$  et d'amplitude  $m/\Omega \simeq 0,3$  rad (cf. paragraphe 3.2.2 équation 3.71). Or, comme on peut le voir sur la figure 5.14(b), la phase résiduelle est une sinusoïde<sup>1</sup> d'une période qui correspond à celle de la table : 2,6 s.

Le champ magnétique terrestre<sup>2</sup> a rapidement été identifié comme la cause de cette

1. La modulation prévue analytiquement a cependant pu être observée lorsque le temps d'acquisition était court et pour des vitesses de rotation relativement faibles.

2. Le champ magnétique terrestre possède à nos latitudes une composante horizontale de l'ordre de  $20 \mu\text{T}$  [81], soit du même ordre que le champ magnétique produit par notre bobine avec 15 mA,  $10 \mu\text{T}$ .

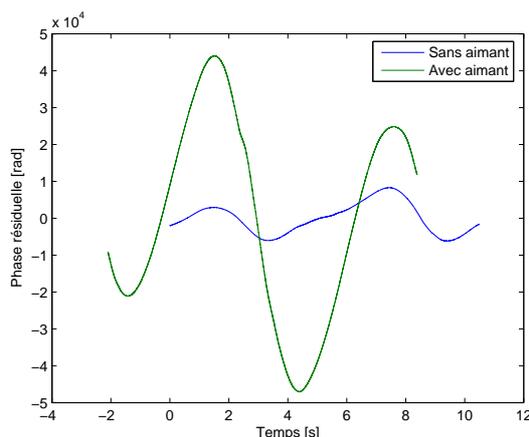


FIGURE 5.15 – Phase résiduelle dans deux environnements magnétiques différents à  $60^\circ/\text{s}$ .

forte modulation de la phase résiduelle. En effet, à cause du couplage qui lie la phase et l'amplitude par le facteur en Henry, nous avons déjà vu dans le paragraphe 3.3.2 qu'un biais sur la différence d'intensité induit une non-linéarité de la réponse en fréquence. Or le champ magnétique terrestre vient s'ajouter à celui induit par la bobine et agit ainsi comme une perturbation dans notre système d'asservissement, de la même façon que cela a été décrit dans le paragraphe 3.2.1, et donc perturbe la réponse en fréquence du gyrolaser.

Pour se convaincre que cet effet est bien dû au champ magnétique, deux phases résiduelles à  $60^\circ/\text{s}$  (6 s de période de rotation) dans deux environnements magnétiques différents sont comparées sur la figure 5.15. Pour l'une des deux mesures, un aimant est suspendu au-dessus de la cavité, simulant ainsi un champ magnétique ambiant d'intensité beaucoup plus élevée. Si la période de la variation de phase résiduelle est la même dans les deux cas, l'amplitude de la variation de phase est en revanche très sensiblement modifiée.

Cette expérience valide l'idée que le champ magnétique ambiant vient perturber notre système, mais il montre aussi très clairement les limites. En pratique, plusieurs axes de travail sont possibles pour diminuer cette sensibilité. D'abord, il est bien entendu possible d'isoler magnétiquement le cristal de TGG et la bobine. Il serait ainsi possible de diminuer d'un facteur 100 la sensibilité au champ magnétique ambiant [82], ce qui nous amène à une variation du facteur d'échelle de  $0,07^\circ/\text{s}$ . Mais comme nous l'avons vu dans le paragraphe 3.3.2, il est aussi possible de modifier la boucle d'asservissement pour asservir avec un plus fort gain les perturbations à très basses fréquences. Ainsi, un facteur 10 pour le gain supplémentaire à basse fréquence réduirait d'autant la variation de cette phase résiduelle.

Cette sensibilité au champ magnétique ambiant ne semble ainsi pas réhibitoire pour espérer atteindre à terme les performances visées pour un gyrolaser. C'est néanmoins un défaut inhérent à notre système d'asservissement. À terme, changer d'asservissement pour un autre qui ne dépend pas du champ magnétique peut ainsi paraître comme une solution plus robuste.

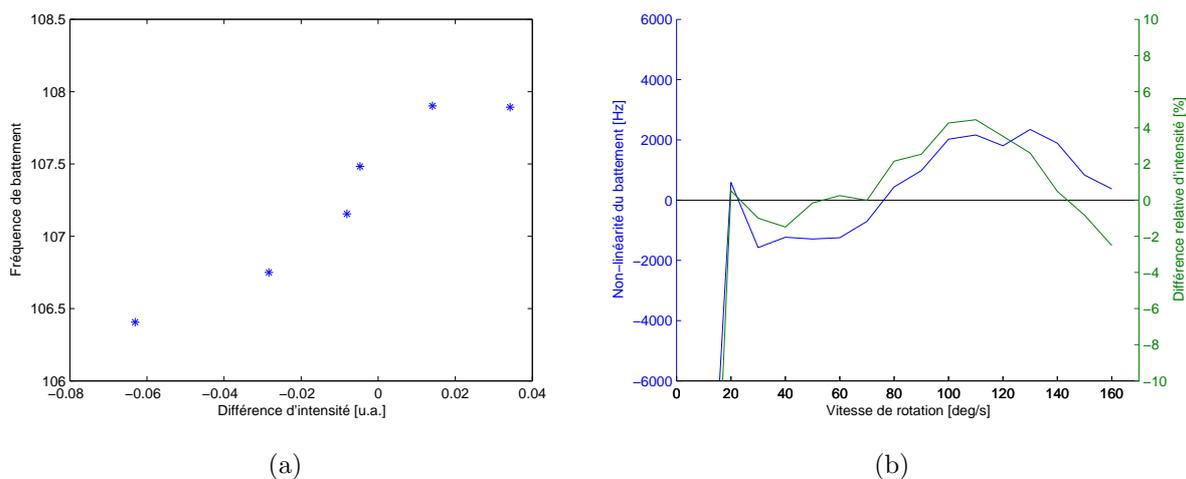


FIGURE 5.16 – (a) Fréquence de battement à  $140^\circ/\text{s}$  en fonction de la différence des intensités du laser. (b) Non-linéarité de la réponse en fréquence et différence d'intensité en fonction de la vitesse de rotation.

### 5.3.2 Sensibilité à l'équilibre des intensités

Mais en plus de cette sensibilité au champ magnétique, qu'il a été possible de contourner dans un contexte expérimental, le système est en fait sensible à toutes les variations des intensités, à cause du facteur de Henry. Comme nous l'avons dit dans le paragraphe 3.3.2, il est alors nécessaire d'avoir un très bon réglage de la consigne d'asservissement ainsi qu'un très faible gain différentiel entre les deux ondes pour éviter que des non-linéarités soient ajoutées à la réponse en fréquence.

On peut voir un exemple de l'influence que l'équilibre des intensités a sur la fréquence de battement sur la figure 5.16(a). Pour une vitesse de rotation fixée à  $140^\circ/\text{s}$ , la consigne de l'asservissement a été modifiée de telle façon que les intensités ne soient plus égales. Ainsi, en fonction de la différence des intensités, la fréquence de battement peut évoluer sur une plage de l'ordre de 2 kHz.

Dans ce premier cas, l'équilibre entre les intensités est modifié volontairement par la consigne d'asservissement pour observer une influence sur la fréquence de battement. Mais il est aussi possible d'observer ce couplage directement. Ainsi, sur la figure 5.16(b), nous avons repris la réponse en fréquence de la figure 5.3 et nous avons soustrait la composante linéaire. On s'aperçoit alors que la non-linéarité est fortement corrélée à la différence des intensités. La différence d'intensité et donc l'asservissement sont ainsi relativement instables. Mais en plus de l'asservissement, il y a bien sûr le fonctionnement mono-fréquence qui lui non plus n'est pas très stable. Un saut de mode ou un passage d'un fonctionnement monomode longitudinal à partiellement multimode peut changer la réponse du laser à l'asservissement et ainsi l'équilibre entre les deux intensités.

Ainsi c'est non seulement l'asservissement qu'il faut stabiliser, mais aussi le fonctionnement mono-fréquence pour que l'on puisse vraiment avoir un gyrolaser avec un facteur

d'échelle stable.

## 5.4 Perspectives

Les perspectives à l'issue de ce travail sont de plusieurs ordres. En effet, comme nous l'avons vu, le principe d'un gyrolaser fondé sur l'utilisation d'un milieu à gain semi-conducteur en cavité externe a été démontré expérimentalement. On entend par démonstration de principe le fait que nous avons pu obtenir un régime de battement Sagnac avec une cavité laser mono-fréquence en anneau avec un milieu à gain de type semi-conducteur. Cependant, avant de pouvoir espérer atteindre des performances comparables aux gyrolasers Hélium-Néon, il reste un certain nombre de verrous à lever. En parallèle, il pourrait être intéressant de travailler sur les avantages intrinsèques au semi-conducteur : large couverture spectrale, pompage électrique.

### 5.4.1 Amélioration de la boucle d'asservissement

La boucle d'asservissement joue un rôle primordial pour notre système. Nous avons vu dans le paragraphe 3.2.2 que le gain de l'asservissement devait être assez grand,  $\kappa \gg 0,8 \text{ MHz}$  pour que la différence résiduelle des intensités soit suffisamment faible pour qu'elle n'affecte pas la qualité de la réponse en fréquence. Actuellement, le gain semble être un ordre de grandeur en dessous. Nous avons vu que la bobine n'était pas la plus adaptée à notre montage électronique (cf. paragraphe 4.2.3). De plus la bande passante actuelle, 100 kHz, semble presque surdimensionnée par rapport à la bande passante limite calculée, 500 Hz. Il y a ainsi un premier travail à fournir pour améliorer le gain de l'asservissement, entre autre à basse fréquence (cf. paragraphe 3.3.2), en faisant évoluer le montage électronique mais aussi mieux définir quelles sont réellement les limites inférieures pour le gain et la bande passante.

Pour ce qui est des éléments optiques, il est possible de remplacer la lame à Brewster par un miroir polarisant. Mais il n'est pas nécessaire que cela soit un polariseur parfait. Par exemple, si on considère que le miroir polarisant est le seul élément polarisant dans la cavité, un coefficient de réflexion de 75% sur la polarisation horizontale suffirait pour obtenir avec la même rotation réciproque de 3,8 degrés l'efficacité maximale de la rotation non-réciproque. Ensuite, pour éviter que la structure soit en élément polarisant mal contrôlable, un structure traitée avec un anti-reflet est préférable. Pour la rotation réciproque, il est bien entendu possible d'augmenter encore la non-planéité. Enfin, pour ce qui du rotateur non-réciproque, la seule évolution possible à court terme serait d'allonger le cristal pour que la rotation induite soit plus importante. Il faut cependant prendre en considération les modifications que cela implique pour la bobine.

Cependant, comme nous venons de le voir, ce qui est pour l'instant très limitant, ce n'est pas tellement le gain en soi, mais la sensibilité aux perturbations. Le système est sensible au champ magnétique ambiant venant ainsi modifier notre réponse en fréquence.

Des solutions semblent exister en terme d'isolation magnétique. Il y a aussi la possibilité d'asservir les fluctuations basse fréquence, champ magnétique inclus, par un plus fort gain à ces fréquences. Mais avoir un gain important ne suffit pas. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 3.3.2, il est aussi nécessaire que la différence de gain entre les deux ondes soient très faibles : de l'ordre de  $10^{-5}$  lorsque le gain est de 10 MHz, ce qui n'est pas évident à obtenir par voie électronique. Cette sensibilité diminue lorsque le gain augmente, mais il faut être conscient qu'un gain de 10 MHz est déjà très important.

De plus, avant le montage électronique, une différence de gain apparaîtra si les photodiodes ne sont pas parfaitement appariées. Or les meilleurs systèmes (New Focus 2017), que ne sont pas forcément directement transposables à notre cas, proposent au mieux un appariement exact à  $10^{-5}$ . La solution réside dans le fait d'asservir le gain des photodiodes par un signal d'erreur qui pourrait provenir de la modulation de la pompe à une fréquence inutilisée.

Enfin, nous sommes pour l'instant restés dans le schéma connu de l'asservissement actif. Maintenant que nous avons une idée sur la valeur du gain nécessaire pour l'asservissement, il est certainement temps d'analyser d'autres solutions auto-adaptatives telles que le doublage de fréquence ou l'utilisation d'un absorbant saturable où la dépendance avec l'électronique et les fluctuations que cela implique, disparaîtraient.

### 5.4.2 Amélioration du fonctionnement mono-fréquence

La stabilité du fonctionnement mono-fréquence est sûrement l'autre grand point limitant avec la stabilité de la boucle d'asservissement. Lui aussi vient limiter la stabilité de la mesure. Comme cela a déjà été mentionné (cf. paragraphe 4.3), le premier point serait sûrement d'augmenter la finesse des étalons utilisés, tout en risquant d'augmenter la rétro-diffusion. Nous avons vu que la différence de pertes due à l'étalon était de l'ordre de 0,05% entre deux modes adjacents, alors qu'avec un étalon traité à 40% de réflexion, on arrive à avoir une différence de 1%, valeur suffisante pour obtenir une émission mono-fréquence bien plus stable.

Ensuite, comme cela a été évoqué dans le paragraphe 4.3, des miroirs filtrants [79] peuvent être envisagés à plus long terme pour remplacer l'étalon de  $150\ \mu\text{m}$ . Cependant, il faut être conscient que du point de vue de l'amélioration du fonctionnement mono-fréquence, il n'est pas évident que le gain soit réel. En effet, vu la dimension de la micro-cavité du miroir filtrant, quelques longueurs d'ondes, il est nécessaire d'asservir ce filtre en température, ajoutant alors des contraintes ainsi que des fluctuations au système.

Mais la stabilité mono-fréquence ne se joue pas que sur les étalons, la mécanique est aussi en jeu ainsi que l'asservissement en température. Dans un cadre expérimental, il était envisageable de laisser la structure atteindre un équilibre thermique. À plus long terme, un réel asservissement en température, constant à moins du millième de kelvin est nécessaire.

### 5.4.3 Limitation du verrouillage de phase

Si les deux premiers points sont fondamentaux pour progresser dans l'étude du gyrolaser semi-conducteur, il est aussi important pour améliorer les performances du gyrolaser de diminuer le verrouillage de phase. Les sources sont multiples : la rétro-diffusion ( sur les interfaces et en volume), la variation spatiale de gain. Il est donc important de diminuer au maximum le nombre d'éléments dans la cavité. Nous savons déjà qu'un miroir filtrant pourrait remplacer un étalon, ainsi qu'un miroir polarisant pour se substituer à la lame à Brewster. En revanche, il n'existe pas de composant qui permet de remplacer le TGG. Nous avons évoqué des matériaux comme le CdMnHgTe dans le paragraphe 4.2.2, mais il possède pour le moment des pertes bien trop importantes pour que son intégration soit vraiment envisageable à l'heure actuelle.

En ce qui concerne la variation spatiale de gain, même si cela ne semble pas être le terme dominant actuellement, le calcul montre (cf. paragraphe 3.3.1) que pour espérer des performance inertielles, il est nécessaire d'avoir un angle d'incidence de l'ordre de 60 degrés d'incidence, ce qui peut représenter une évolution raisonnable.

### 5.4.4 Amélioration du $\frac{1}{2}$ -VCSEL

La structure utilisée est parfaitement adaptée pour son utilisation actuelle. On peut cependant voir deux améliorations possibles. La première serait de passer à un pompage électrique et non plus optique de la structure semi-conductrice. En partenariat avec le LPN et l'IES, une PREI (Procédure Recherches Exploratoires et Innovation), financée par la DGA, est en cours sur ce sujet. Ce n'est pas tellement d'un point de vue de la performance gyrométrique que cela se justifie mais bien plus pour l'amélioration potentielle de l'intégration du gyrolaser. En effet, avec un pompage électrique il n'y a plus besoin de diode de pompage et d'optiques de focalisation, ce qui rend le système plus simple et plus compact.

Si de telles structures commencent à exister [83] [44], elles ne sont pas forcément disponibles commercialement ou n'ont pas les caractéristiques adaptées à notre besoin. En effet, nous avons vu que l'homogénéité de la zone de gain était un élément important. Or, le pompage électrique se fait à l'aide d'une électrode en anneau placée à la surface de la structure. Les électrons vont donc avoir tendance à rester en périphérie sans venir pomper le centre de la zone de gain. L'homogénéité de pompe n'est donc pas naturellement assurée à l'inverse du pompage optique. Une grande zone de gain et un pompage homogène semblent ainsi antinomique. Il faudra pourtant arriver à associer les deux si on veut utiliser une structure pompée électriquement dans un gyrolaser.

Enfin, tous les matériaux semi-conducteurs n'émettent pas à la même longueur d'onde. Considérant que le facteur d'échelle dépend de la longueur d'onde, il peut être intéressant de chercher à faire des structures à des longueurs d'onde plus courtes comme par exemple en GaN [84] qui possède une longueur d'émission vers 400 nm. Le facteur d'échelle est ainsi multiplié par un facteur 2,5 sans modifier la géométrie de la cavité. Il faut cependant être

conscient que si une telle longueur d'onde permet d'augmenter le facteur d'échelle, la rétro-diffusion risque d'être plus importante. Un compromis devra donc être trouvé.

Les différentes perspectives d'amélioration de notre système sont ainsi bien réelles. Elles sont bien entendu de natures très différentes. Si certaines paraissent plus séduisantes à creuser d'un point de vue scientifique, le pompage électrique en est un exemple, il n'en demeure pas moins que les deux premiers points évoqués dans ce paragraphe : amélioration de l'asservissement et amélioration du fonctionnement mono-fréquence sont primordiaux pour pouvoir continuer à avancer sur le sujet des gyrolasers semi-conducteurs mono-fréquence en cavité externe.

# Conclusion

Ce travail de thèse avait pour objet de réaliser un gyrolaser utilisant un milieu actif en matériau semi-conducteur. En effet, nous voulions regarder s'il était possible de pouvoir proposer à terme un gyrolaser de performance équivalente à celle d'un gyrolaser Hélium-Néon mais sans les difficultés industrielles associées. De plus, suite à ce qui a été fait pour le gyrolaser Nd :YAG, un milieu à gain avec un temps de fluorescence plus court, comme le semi-conducteur, semblait être une voie intéressante. Mais le choix d'un milieu à gain semi-conducteur a aussi été motivé par la possibilité d'avoir un système de pompage intégré à la structure : le pompage électrique. Cependant, par rapport aux premières démonstrations de gyrolaser semi-conducteur [31] [32], il est apparu comme nécessaire de rendre la cavité mono-fréquence pour espérer à terme obtenir les performances voulues. Or dans un souci de limitation de la rétro-diffusion, seule une solution avec une cavité en espace libre semblait possible.

Parmi les différentes possibilités quant à la structure semi-conductrice, le choix pour le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL s'est rapidement imposé pour sa facilité d'intégration dans une cavité en anneau et en espace libre. Par ailleurs, même si cela limite le gain disponible, le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL offre la possibilité d'avoir une cavité de grande finesse, critère qui se révéla important. Enfin, si le pompage optique a été choisi car il semblait plus mature dans un premier temps, la perspective du pompage électrique n'a pas disparu pour autant.

La modélisation analytique, accompagnée de simulations numériques, nous a montré qu'il était effectivement possible d'obtenir un battement Sagnac, sous certaines conditions. En effet, un asservissement des intensités doit venir contre-balancer la compétition de modes qui empêche la coexistence des deux modes contre-propagatifs lorsque la cavité est en rotation. Les contraintes pour obtenir un asservissement stable des intensités portent sur le gain et la bande de l'asservissement mais aussi sur l'angle d'incidence du mode laser sur la structure. En effet, par son influence sur le réseau de gain en prenant parti de la diffusion des porteurs, l'angle d'incidence s'est révélé être un élément primordial pour le contrôle de la compétition entre les deux ondes contre-propagatives.

Ainsi, lorsque cet asservissement est bien ajusté, nous avons pu montrer que la réponse en fréquence d'un tel gyrolaser pouvait satisfaire aux critères de gyrométrie. L'étude analytique a également mis en évidence quelques points critiques d'un tel système. Par exemple, l'asservissement se doit d'être particulièrement stable pour éviter que le couplage entre la phase et l'amplitude, intrinsèque au matériau semi-conducteur, ne vienne dégrader la réponse en fréquence.

La mise en œuvre expérimentale d'une cavité laser en anneau mono-fréquence a pu être réalisée avec une structure semi-conductrice spécialement conçue pour fonctionner sous un angle d'incidence de 45 degrés. Pour rendre la cavité mono-fréquence, nous avons ajouté deux étalons intra-cavité, mais nous avons également veillé au contrôle de la stabilité mécanique et thermique de l'ensemble, structure et cavité. Le système d'asservissement mis en place est un asservissement actif qui crée des pertes différentielles entre les deux modes en jouant sur les états de polarisation des ondes. Afin d'obtenir des pertes différentielles proportionnelles à la différences des intensités, nous avons inséré le milieu à gain dans une cavité non-planaire, tout en ajoutant dans la cavité un polariseur et un rotateur de Faraday dont l'angle de rotation induit est commandé par voie électronique.

Cette architecture nous a permis d'obtenir un signal Sagnac de bien meilleure qualité que ceux obtenus par un système couplant un amplificateur optique à un résonateur à fibre optique qui n'était pas mono-fréquence. Un battement Sagnac a été observé à partir d'une vitesse de rotation de 15°/s avec un facteur d'échelle en bon accord avec la théorie. Nous avons de plus pu observer un certain nombre de phénomènes décrits par le modèle théorique comme par exemple le changement de régime en fonction du taux de pompage à l'arrêt. Cependant, nos expériences ont aussi permis de montrer les limitations de notre système. En effet, celui-ci s'est révélé être sensible au champ magnétique ambiant. Nous avons également pu voir une corrélation forte entre la non-linéarité résiduelle et le déséquilibre des intensités qui fluctuait à cause de la sensibilité à la dérive des biais de l'asservissement. Cela valide ainsi l'idée que la mise en œuvre d'un asservissement particulièrement stable est critique pour obtenir une réponse en fréquence de bonne qualité.

Les perspectives d'améliorations sont réelles et accessibles à court ou moyen terme, en particulier dans la réduction du nombre d'éléments dans la cavité et l'amélioration de la stabilité du fonctionnement mono-fréquence. Cependant, dans notre configuration, il ne semble pas possible de supprimer tous les éléments intra-cavité. En effet, le polariseur et un des étalons peuvent être portés sur les miroirs, alors qu'une évolution à court terme du rotateur de Faraday paraît plus difficile.

L'utilisation d'un système d'asservissement passif, en particulier un miroir à absorbant saturable semi-conducteur (SESAM ou Semiconductor Saturable Absorber Mirror [85]) permettrait de réduire encore le nombre d'éléments dans la cavité. Il faut cependant être conscient que la mise en place d'un SESAM pour l'asservissement ne semble pas aisée car il ne serait pas utilisé dans sa configuration standard mais uniquement dans la zone où les pertes induites dépendent linéairement de l'intensité. Ensuite, un système passif supprimerait la sensibilité au champ magnétique ambiant ainsi que les biais résiduels provenant du montage électronique.

On peut cependant se poser la question de savoir si un gyrolaser avec un  $\frac{1}{2}$ -VCSEL peut vraiment espérer atteindre les mêmes performances qu'un gyrolaser Hélium-Néon. En effet, même s'il est possible de gagner sur le facteur d'échelle en diminuant la longueur d'onde utilisée, la question d'être mono-fréquence continuera à se poser, et il semble difficile de se passer d'au moins un étalon intra-cavité qui sera inmanquablement source de

rétro-diffusion. Ensuite, l'influence de la température, sujet qui n'a été que rapidement abordée dans ce mémoire, reste plus importante pour un milieu à gain à puits quantiques que pour les systèmes atomiques comme les milieux à gain Hélium-Néon ou Nd :YAG. Enfin, l'existence du couplage phase amplitude pose une vraie question pour les performances ultimes. Il est difficile de prévoir quelle est la stabilité de l'asservissement que l'on pourrait obtenir idéalement. Dans l'absolu, nous avons un système dont les intensités doivent être asservies pour pouvoir mesurer de façon très précise une fréquence de battement. Or cette fréquence qui dépend avant tout de la vitesse de rotation de la cavité est aussi influencée par la différence d'intensité.

Ainsi, malgré ses avantages indéniables, le  $\frac{1}{2}$ -VCSEL n'est peut-être pas le candidat idéal, s'il existe, pour remplacer l'Hélium-Néon dans un gyrolaser. On peut alors penser aux structures à boîtes quantiques qui possèdent un facteur de Henry beaucoup plus faible [86], nous rapprochant ainsi d'un système atomique. Ainsi avant de clore le chapitre du gyrolaser semi-conducteur, bien du travail est encore nécessaire sur la cavité, l'asservissement et la structure.



# Annexe A

## Asservissement et Stabilité

### A.1 Méthode perturbative

Pour tester la stabilité d'une solution stationnaire, une des façons de faire est d'utiliser une méthode perturbative. À partir d'un système de  $N$  équations ayant pour solution  $A = A_1, \dots, A_N$  avec  $i = 1 \dots N$ , on vient ajouter une perturbation à cette solution en remplaçant  $A_i$  par  $A_i + a_i e^{\lambda t}$  avec  $a_i \ll A_i$ . À partir de cette hypothèse, il devient alors possible de linéariser notre système de  $N$  équations qui seront alors en  $a_i$ , ce qui peut s'écrire sous la forme matricielle :

$$M(A) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_N \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

où  $M$  est la matrice linéarisée de notre système d'équations, au point  $A$ .

Le système est stable, si et seulement si toutes les solutions de l'équation caractéristique  $\det(M - \lambda I) = 0$ , avec  $I$  la matrice identité de notre système, ont leur parties réelles négatives. En effet, si  $\lambda$  est bien négatif, l'exponentielle de notre perturbation  $a_i e^{\lambda t}$  va tendre vers 0, ce qui nous ramène bien à la solution  $A$ . Il faut cependant noter que pour les systèmes avec beaucoup d'équations il est souvent plus intéressant d'utiliser le théorème de Routh-Hurwitz (voir par exemple [63]) pour en déduire les conditions pour lesquelles les solutions de l'équation caractéristique ont toutes une partie réelle négative, sans passer par la recherche de formules analytiques des solutions.

Enfin, cette étude perturbative peut bien évidemment aussi se voir comme la recherche des conditions pour que les valeurs propres au point  $A$  de notre système d'équations, soient négatives.

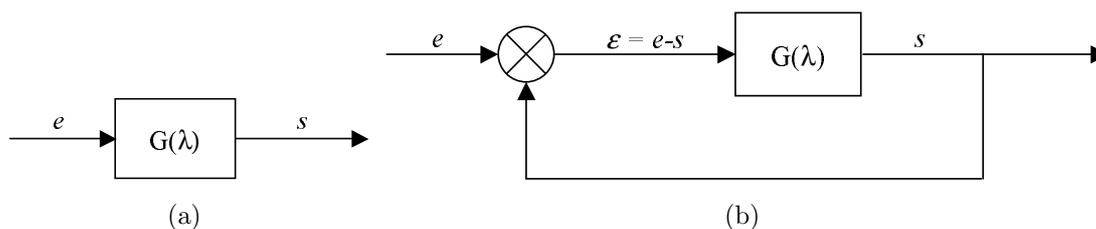


FIGURE A.1 – (a) Schéma d'un asservissement en boucle ouverte de fonction de transfert  $G$ . (b) Schéma d'un asservissement en boucle fermée de fonction de transfert  $G/(1+G)$ .

## A.2 Asservissement

### A.2.1 Boucle ouverte, boucle fermée

Dans un système linéaire, en boucle ouverte (figure A.1(a)) à partir d'une consigne  $e$  et d'une sortie  $s$ , si entre les deux, nous avons un système avec une fonction de transfert dans l'espace de Laplace  $G(\lambda)$ , avec  $\lambda$  la variable de Laplace, on peut très simplement écrire :  $s = G(\lambda)e$ . En boucle fermée (figure A.1(b)), le système ne regarde plus directement la consigne  $e$ , mais la différence  $\varepsilon$  avec  $s$  :  $\varepsilon = e - s$ . Donc nous avons maintenant  $s = G(\lambda)\varepsilon = G(\lambda)(e - s)$ . Ce qui peut se réécrire directement :

$$s = \frac{G}{1 + G} = H(\lambda)e \quad (\text{A.2})$$

La fonction de transfert en boucle fermée se déduit donc directement de notre système en boucle ouverte par l'équation ci-dessus.

### A.2.2 Diagramme de Nyquist

Une des façon de savoir si la boucle d'asservissement que l'on considère est stable est une méthode graphique. On trace ainsi la fonction de transfert, en boucle ouverte,  $G(i\omega)$  dans le plan complexe<sup>1</sup>. Dans ce graphe il existe un point particulier, appelé point critique : c'est le point  $A = (-1, 0)$ . En effet, si  $G$  passe par ce point,  $H$  va diverger.

Il existe alors un théorème qui dit que si la fonction de transfert  $G(i\omega)$  passe à gauche du point critique pour les  $\omega$  croissants, alors le système sera stable en boucle fermé. Réciproquement si elle passe à droite, elle est instable<sup>2</sup> [66], comme on peut le voir sur la figure A.2(a).

1. Cela revient ainsi à tracer  $G$  dans l'espace de Fourier.

2. Il y a bien évidemment des cas pathologiques, mais en général, comme dans les cas aussi simples que les nôtres, il n'y pas de doute à avoir.

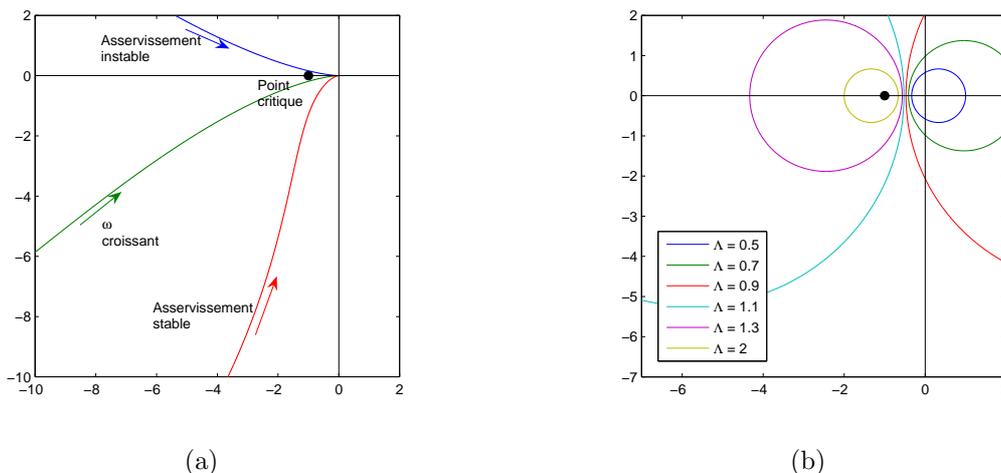


FIGURE A.2 – (a) Exemple de diagrammes de Nyquist pour trois asservissements. Seuls deux asservissement sont stables (vert et rouge) alors que le troisième (bleu) est instable, car il passe à droite du point critique pour des  $\omega$  croissants. (b) Abaque de Hall où nous avons tracé les cercles  $|H(i\omega)| = \Lambda$  pour différentes valeurs de  $\Lambda$ .

### A.2.3 Abaque de Hall

Nous avons dit plus haut que la fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée sont liées. De fait, en plus du simple point critique, il est possible de lire la fonction de transfert en boucle fermée grâce à l’abaque de Hall [66].

En particulier le gain de  $H^3 : |H(i\omega)|$ . En effet, si on cherche le lieu tel que  $|H(i\omega)| = |G(i\omega)|/|1+G(i\omega)| = \Lambda$  c’est en fait l’ensemble des points  $M$  tel que  $|MO| = \Lambda |MA|$  avec  $O$  l’origine des axes, et  $A$  le point critique. Ce lieu est alors un cercle de centre  $\Lambda^2/(1 - \Lambda^2)$  et de rayon  $\Lambda/(1 - \Lambda^2)$ . Nous pouvons en voir un exemple sur la figure A.2(b).

Il est ainsi possible de voir une résonance, maximum local de  $|H|$ , dans la fonction transfert en boucle fermée comme étant un point tangent à l’un de ces cercles.

Enfin, cet abaque est particulièrement utile lorsque l’on veut se donner une marge de sécurité sur la fonction de transfert. On a dit qu’il fallait éviter le point critique. Mais expérimentalement, il ne faut pas non plus en être trop proche, de risque de basculer de l’autre côté. Il est ainsi classique de chercher à avoir un asservissement tel que l’on ne dépasse le cercle  $\Lambda = 1,3$  [66].

---

3. Il est possible de tenir un raisonnement équivalent si on cherche à lire la phase de notre asservissement. Dans notre cas, une telle analyse ne sera pas nécessaire.



# Annexe B

## Calculs pour les différents régimes d'un gyrolaser semi-conducteur

### B.1 Cas à l'arrêt

Le but ici est d'étudier le comportement du laser à l'arrêt. On prendra ainsi toujours  $\Omega = 0$ . Nous étudierons complètement le régime bidirectionnel, c'est-à-dire un régime stationnaire où l'on a  $I_1 = I_2$ . Ensuite, nous regarderons plus rapidement le cas de l'auto-modulation, un régime où les intensités moyennes sont égales alors que les intensités modulent en oppositions de phase.

#### B.1.1 Régime bidirectionnel

Nous partons des équations suivantes (cf. équations 3.39) :

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= 2(\alpha X - 2\beta X^2 + (\beta - \theta)(X^2 - Y^2)) + m\sqrt{X^2 - Y^2} \cos \psi \cos \xi \\ \frac{dY}{dt} &= 2(\alpha Y - 2\beta XY) + m\sqrt{X^2 - Y^2} \sin \psi \sin \xi \\ \frac{d\psi}{dt} &= -\sqrt{\frac{X - Y}{X + Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi - \xi) - \sqrt{\frac{X + Y}{X - Y}} \frac{m}{2} \sin(\psi + \xi) + 2\alpha_H \beta dY\end{aligned}\tag{B.1}$$

Pour étudier la stabilité du régime bidirectionnel, nous cherchons d'abord à trouver une telle solution. Ainsi, on cherche des solutions stationnaires tel que  $X = I = Cte$ ,  $Y = 0$  et  $\psi = Cte$ . De la deuxième équation, on tire que  $\sin \psi = 0$ . Il vient alors de la première que :

$$I = \frac{\alpha}{\beta + \theta} + \frac{m \cos \psi \cos \xi}{2(\beta + \theta)}\tag{B.2}$$

Et ainsi, la troisième équation est aussi vérifiée.

En faisant les remplacements suivants  $I \rightarrow I + xe^{\lambda t}$ ,  $Y \rightarrow Y + ye^{\lambda t}$  et  $\psi \rightarrow \psi + \varepsilon e^{\lambda t}$ ,

on obtient alors le système d'équations perturbatives :

$$\begin{aligned}\lambda x &= 2(\alpha x - 2\beta I x - 2\theta I x) + m x \cos \psi \cos \xi \\ \lambda y &= 2(\alpha y - 2\beta I y) + m I \varepsilon \cos \psi \sin \xi \\ \lambda \varepsilon &= -m \varepsilon \cos \psi \cos \xi - m \frac{y}{I} \cos \psi \sin \xi + 2\alpha_H \beta d y\end{aligned}\quad (\text{B.3})$$

On remarque ainsi que la première équation est indépendante des autres, on a ainsi :

$$\lambda_x = -2\alpha - m \cos \psi \cos \xi = -2I(\beta + \theta) = -\Omega_G \quad (\text{B.4})$$

Des deux autres équations, nous pouvons extraire l'équation caractéristique à partir du déterminant :

$$\begin{aligned}\left| \begin{array}{cc} 2(\alpha - 2\beta I) - \lambda & m I \cos \psi \sin \xi \\ -\frac{m}{I} \cos \psi \sin \xi + 2\alpha_H \beta d & -m \cos \psi \cos \xi - \lambda \end{array} \right| &= 0 \\ = \lambda^2 + \lambda(-2(\alpha - 2\beta I) + m \cos \psi \cos \xi) - 2m \cos \psi \cos \xi(\alpha - 2\beta I) + m^2 \sin^2 \xi - 2\alpha_H \beta d I \cos \psi \sin \xi & \\ & (\text{B.5})\end{aligned}$$

Cette équation a alors pour solutions :

$$\lambda_{\pm} = -\frac{\Omega_{g0}}{2} \pm \sqrt{\frac{\Omega_{g0}^2}{4} + 2m \cos \xi \cos \xi(\alpha - 2\beta I) - m^2 \sin^2 \xi + 2m\alpha_H \beta d \cos \psi \sin \xi} \quad (\text{B.6})$$

avec  $\Omega_{g0} = -2(\alpha - 2\beta I) - m \cos \psi \cos \xi = 2((\beta - \theta)I + m \cos \psi \cos \xi)$ . Nous savons que les solutions sont stables si et seulement si les parties réelles de  $\lambda_{\pm}$  sont négatives. Or celles-ci le sont sous les conditions :

$$\begin{aligned}\Omega_{g0} &> 0 \\ 2m \cos \xi \cos \xi(\alpha - 2\beta I) - m^2 \sin^2 \xi + 2m\alpha_H \beta d \cos \psi \sin \xi &< 0\end{aligned}\quad (\text{B.7})$$

Cependant nous avons deux cas. En effet, puisque  $\sin \psi = 0$ , on peut avoir  $\cos \psi \cos \xi = \pm |\cos \xi|$ . Dans le premier cas,  $\cos \psi \cos \xi = -|\cos \xi|$ , on s'aperçoit que  $\Omega_{g0}$  est toujours négatif. Cette solution n'est jamais stable.

Il reste alors la deuxième solution  $\cos \psi \cos \xi = |\cos \xi|$  qui est stable sous les conditions qui peuvent alors se réécrire respectivement :

$$m > \frac{\eta \gamma d}{(4 + d(2 + \eta))|\cos \xi|} \quad (\text{B.8})$$

$$m > \frac{\eta \gamma d |\cos \xi| (1 + \alpha_H \tan \xi)}{2 + d(1 + \eta \cos^2 \xi (1 + \alpha_H \tan \xi))} \quad (\text{B.9})$$

Enfin, on remarque que pour cette solution-ci,  $\Omega_G$  est toujours positif, et donc  $\lambda_x$  toujours négatif. La solution complète de  $X$ ,  $Y$  et  $\psi$  est donc stable sous les conditions trouvées.

### B.1.2 Régime d'auto-modulation à l'arrêt

Le but ici est simplement d'avoir une idée du phénomène d'auto-modulation [55] [87] que l'on dans le cas de la rétro-diffusion purement conservative sans aller jusqu'à une étude précise de la stabilité du régime trouvé.

Dans ce paragraphe, on se place dans un cas très particulier pour la phase de la rétro-diffusion :  $\xi = \pi/2$ . On va alors chercher une solution des équations 3.39 sous la forme  $X = X_0 + X_1 \cos 2\omega t$ ,  $Y = Y_0 + Y_1 \cos \omega t$  et  $\psi = Cte$  avec de plus :  $X_0 = Y_1$  et  $X_0 \gg X_1$  et  $Y_0$ . On obtient en décomposant entre les termes constants et la première harmonique :

$$\begin{aligned}
0 &= 2 \left( \alpha X_0 - 2\beta X_0^2 + (\beta - \theta)(X_0^2 - \frac{1}{2}Y_1^2) \right) \\
0 &= 2(\alpha Y_0 - 2\beta X_0 Y_0) \\
0 &= \tan\left(\frac{\omega}{2}t\right) \frac{m}{2} \cos \psi - \cot\left(\frac{\omega}{2}t\right) \frac{m}{2} \cos \psi + 2\alpha_H \beta d Y_1 \\
2i\omega \frac{X_1}{2} &= 2\left(\alpha \frac{X_1}{2} - 2\beta X_0 X_1 + (\beta - \theta)(X_0 X_1 - \frac{Y_1^2}{4})\right) \\
i\omega \frac{Y_1}{2} &= 2\left(\alpha \frac{Y_1}{2} - 2\beta X_0 \frac{Y_1}{2}\right) - im \frac{X_0}{2} \sin \psi
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Ainsi, lorsque la rétro-diffusion est suffisamment importante, la dernière équation nous donne  $\omega = m$  : la fréquence d'auto-modulation est directement relié à la rétro-diffusion. On retrouve en fait un résultat que l'on a lorsqu'on considère uniquement une cavité résonnante avec de la rétro-diffusion, ici purement conservative, mais sans gain ni pertes [55].

## B.2 Régime bidirectionnel en rotation

### B.2.1 Sans asservissement

Dans le cas d'un régime de battement défini dans le paragraphe 3.1.2, les deux intensités sont égales au première ordre, et  $\psi = \Omega t$ . Nous allons chercher ainsi des solutions stationnaires à partir des équations 3.39. Au premier ordre, on peut ainsi considérer que les termes oscillants à la pulsation  $\Omega$  sont en moyenne nuls. Les équations deviennent alors :

$$\begin{aligned}
0 &= 2 \left( \alpha X_0 - 2\beta X_0^2 + (\beta - \theta)(X_0^2 - Y_0^2) \right) \\
0 &= 2(\alpha Y_0 - 2\beta X_0 Y_0)
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Les solutions sont ainsi :  $X_0 = \alpha/(\beta + \theta)$  et  $Y_0 = 0$ . Ces deux équations correspondent aux hypothèses quant à un régime de battement. On remarque cependant que dans cette expression, la phase n'intervient plus du tout. On se retrouve bien dans le cas typique d'un laser à gain homogène avec deux modes uniquement couplés par le gain [22]. Nous faisons maintenant une étude perturbative pour la stabilité avec  $X_0 \rightarrow X_0 + xe^{\lambda t}$ ,  $Y_0 \rightarrow Y_0 + ye^{\lambda t}$ .

Nous obtenons ainsi :

$$\begin{aligned}\lambda x &= 2(\alpha x - 2(\beta + \theta)X_0 x) \\ \lambda y &= 2(\alpha y - 2\beta X_0 y)\end{aligned}\tag{B.12}$$

Les deux équations sont indépendantes. Nous trouvons ainsi, à partir de l'expression de  $X_0$  :  $\lambda_x = -2\alpha < 0$  et  $\lambda_y = -\Omega_g = 2X_0(\theta - \beta) > 0$ . Cette solution est donc instable.

On retrouve ainsi cette solution classique dans le cas de deux modes couplés par le gain : lorsque l'auto-saturation est inférieure à la saturation croisée, la solution bidirectionnelle n'est pas stable.

### B.2.2 Avec asservissement

À partir des équations 3.53 ainsi que de l'expression des pertes différentielles  $\alpha'$  en fonction de la consigne  $e$ , en faisant les mêmes approximations que dans le cas sans asservissement, il est assez facile d'obtenir les solutions stationnaires de notre système, en prenant  $e = 0$  et à l'ordre 0 en  $m$  (cf. paragraphe 3.2.1) :

$$\begin{aligned}X_0 &= \frac{\alpha}{\beta + \theta} \\ Y_0 &= 0 \\ \alpha'_0 &= 0\end{aligned}\tag{B.13}$$

À partir de ces expressions et de l'équation de  $Y$  (cf. équation 3.53), en négligeant la rétro-diffusion, considérant qu'elle se moyenne à 0, on sait obtenir la fonction de transfert de la différence d'intensité :

$$\begin{aligned}\lambda Y &= 2(\alpha - 2\beta X_0)Y - 2X_0\alpha' \\ &= -\Omega_g Y - 2X_0\alpha'\end{aligned}\tag{B.14}$$

et donc  $Y = \frac{2X_0}{\lambda + \Omega_g}\alpha'$

Il convient maintenant d'étudier en fonction de l'asservissement la stabilité de cette solution de nos équations. Nous le ferons dans deux cas : celui d'un asservissement idéal, uniquement défini par son gain  $\kappa$  et ensuite celui, plus réaliste, d'un asservissement limité par sa bande passante, que nous modéliserons comme un filtre passe-bas du premier ordre avec une pulsation de coupure  $\omega_c$ .

#### Asservissement idéal

Pour que la solution trouvée soit stable il faut que tous les pôles de la fonction de transfert de l'asservissement en boucle fermée,  $H(\lambda) = LF/(1 + LF)$  aient leurs parties réelles négatives. Nous avons :  $L(\lambda) = -2X_0/(\lambda + \Omega_g)$  et dans le cas présent  $F(\lambda) = -\kappa$ .

La solution de l'équation  $1 + L(\lambda)F(\lambda) = 0$  est  $\lambda = -2X_0\kappa - \Omega_g$ . Vu l'expression de  $\Omega_g$ , la condition pour que  $\lambda$  ait une partie réelle négative devient  $\kappa > \theta - \beta$ .

### Asservissement avec un filtre passe-bas du premier ordre

Dans ce cas, nous avons pour l'expression de  $F$  :  $F(\lambda) = -\kappa/(1 + \lambda/\omega_c)$ . L'équation  $1 + L(\lambda)F(\lambda) = 0$  peut alors se réécrire :

$$\lambda^2 + \lambda(\Omega_g + \omega_c) + 2X_0\kappa\omega_c + \Omega_g\omega_c = 0 \quad (\text{B.15})$$

Les racines de l'équation sont ainsi :

$$\lambda_{\pm} = -\frac{\omega_c + \Omega_g}{2} \pm \sqrt{\frac{(\omega_c + \Omega_g)^2}{4} - 2\omega_c X_0(\beta - \theta + \kappa)} \quad (\text{B.16})$$

Les conditions de stabilité du système sont :  $\omega_c + \Omega_g > 0$  et  $2X_0\kappa + \Omega_g > 0$ . Cette dernière pouvant se réécrire :  $\kappa > \theta - \beta$ .

### B.2.3 Termes oscillants et constants de $X$ et de $Y$ aux ordres supérieurs

Nous nous plaçons bien évidemment dans le cas du régime de battement, et ainsi, de la même façon que l'on a décomposé  $X$  et  $Y$  (cf. paragraphe 3.1.2) en partie constante et partie oscillante, on décompose aussi  $\alpha'$  :  $\alpha' = \alpha'_0 + \alpha'_1(t) + \alpha'_2$  avec la condition  $X_0 \gg (\alpha'_0 + \alpha'_2)/\kappa$  et  $\alpha'_1/\kappa$ .

Nous connaissons déjà l'expression à l'ordre 0 en  $m$  de  $X$ ,  $Y$  et  $\alpha'$  (cf. paragraphe B.2.2 et 3.2.1). Cependant à cet ordre là, la réponse de  $\psi$  est strictement linéaire, il est donc nécessaire d'aller plus loin. C'est pourquoi nous cherchons des expressions aux ordres supérieurs de  $X$ ,  $Y$  et  $\alpha'$ .

Ainsi, à l'ordre 1 en  $m$ , les équations 3.65, 3.66 et 3.68 deviennent<sup>1</sup> :

$$\frac{dX_1}{dt} = 2(\alpha - 2(\beta + \theta)X_0)X_1 + mX_0 \cos(\Omega t) \cos \xi \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{dY_1}{dt} = 2(\alpha - 2\beta X_0)Y_1 - 2\alpha'_1 X_0 + mX_0 \sin(\Omega t) \sin \xi \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{d\alpha'_1}{dt} = \omega_c(\kappa Y_1 - \alpha'_1) \quad (\text{B.19})$$

On remarque que la seule fréquence présente est  $\Omega$  et puisque  $X_1$ ,  $Y_1$  et  $\alpha'_1$  sont des termes oscillants à moyenne nulle, on peut les décomposer tel que :

$$X_1 = \frac{1}{2}(x_1 e^{i\Omega t} + x_1^* e^{-i\Omega t}), \quad Y_1 = \frac{1}{2}(y_1 e^{i\Omega t} + y_1^* e^{-i\Omega t}), \quad \alpha'_1 = \frac{1}{2}(a_1 e^{i\Omega t} + a_1^* e^{-i\Omega t}) \quad (\text{B.20})$$

On a alors :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{mX_0 \cos \xi}{\Omega_G - i\Omega} \\ y_1 &= -i \frac{m(\omega_c + \Omega)X_0 \sin \xi}{\Omega_g \omega_c + 2\kappa \omega_c X_0 + i\Omega(\omega_c + \Omega_g) - \Omega^2} \\ a_1 &= -i \frac{m\kappa \omega_c X_0 \sin \xi}{\Omega_g \omega_c + 2\kappa \omega_c X_0 + i\Omega(\omega_c + \Omega_g) - \Omega^2} \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

1. Encore une fois, on voit qu'il n'y pas de terme à l'ordre 1 en  $m$  qui ne soit pas oscillant.

Aussi compliquées que puissent paraître ces équations, il est cependant important de noter qu'elles ne sont en fait que les expressions de perturbations, la rétro-diffusion, modifiées par les fonctions de transfert du laser pour  $\lambda = i\Omega$ . On reconnaîtra particulièrement pour  $y_1$  l'expression de la fonction de transfert de l'asservissement en boucle fermé  $L/(1+LF)$  avec la perturbation à la pulsation  $i\Omega$  et avec la perturbation  $2X_0f = -imX_0/2$  comme cela a été évoqué dans le paragraphe 3.2.1.

### Aux grandes vitesses de rotation

Cette hypothèse nous permet de considérer que la vitesse de rotation  $\Omega$  est plus grande que tous les autres termes, ce qui est cohérent avec nos conditions (cf. paragraphe 3.1.2) qui imposaient que  $X_0 \gg X_1, Y_1, \alpha'_1$  ce qui se ramène dans notre cas à  $\Omega \gg mX_0$ . On obtient ainsi des expressions simplifiées :

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{mX_0 \cos \xi}{\Omega} \sin \Omega t \\ Y_1 &= -\frac{mX_0 \sin \xi}{\Omega} \cos \Omega t \\ \alpha'_1 &= -\frac{m\kappa\omega_c X_0 \sin \xi}{\Omega^2} \sin \Omega t \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

À partir de ce calcul à l'ordre 1, nous allons pouvoir aller à l'ordre supérieur, considérant que nous ne nous intéressons qu'aux termes de moyenne non nulle. Nous ne ferons pas de calcul à l'ordre 2 pour  $X$  puisque nous avons déjà une expression à l'ordre 0 qui domine tous les autres ordres. On remarque que le développement à l'ordre 2 de  $m\sqrt{X^2 - Y^2}$  nous amène à un terme à l'ordre 1,  $mX_0$ , et un terme à l'ordre 2,  $mX_1$ , le seul que nous gardons ici. On obtient alors pour les équations 3.66 et 3.68 à l'ordre 2 :

$$\begin{aligned} 0 &= 2(\alpha Y_2 - 2\beta X_0 Y_2) - 2\alpha'_2 X_0 + m\langle X_1 \sin \Omega t \rangle \sin \xi \\ 0 &= \omega_c(\kappa y_2 - \alpha'_2) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

En moyennant par rapport au temps le terme  $X_1 \sin \Omega t$ , on obtient ainsi :

$$\begin{aligned} Y_2 &= \frac{m^2 \sin \xi \cos \xi}{2\Omega(\beta + \kappa - \theta)} \\ \alpha'_2 &= \frac{m^2 \kappa \sin \xi \cos \xi}{2\Omega(\beta + \kappa - \theta)} \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

### Aux faibles vitesses de rotation

On considère cette fois-ci que la vitesse de rotation est petite, plus petite que les fréquences de coupures<sup>2</sup> de notre système (cf. équation B.16), on a alors :

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{mX_0 \cos \xi}{\sqrt{\Omega_G^2 + \Omega^2}} \cos(\Omega t + u) \\ \text{avec } \cos u &= \frac{\Omega_G}{\sqrt{\Omega_G^2 + \Omega^2}} \quad \text{et} \quad \sin u = -\frac{\Omega}{\sqrt{\Omega_G^2 + \Omega^2}} \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

---

2. Ce qui revient à considérer que notre asservissement comme idéal aux fréquences considérées.

$$Y_1 = \frac{mX_0 \sin \xi}{\sqrt{\Omega_g'^2 + \Omega^2}} \sin(\Omega t + v)$$

avec  $\Omega_g' = \Omega_g + 2\kappa X_0 = 2X_0(\beta + \kappa - \theta)$  (B.26)

et  $\cos v = \frac{\Omega_g'}{\sqrt{\Omega_g'^2 + \Omega^2}}$  et  $\sin v = -\frac{\Omega}{\sqrt{\Omega_g'^2 + \Omega^2}}$

On peut reprendre l'équation B.23 et on obtient alors :

$$Y_2 = \frac{m^2 \Omega \sin \xi \cos \xi}{2(\Omega_G^2 + \Omega^2)(\beta + \kappa - \theta)} \quad (\text{B.27})$$

C'est ainsi une relation très proche de celle que nous avons obtenue plus haut. Notre hypothèse de départ  $X_0 \gg Y_1, Y_2$  et  $X_1$  est donc valide pour les petites vitesses de rotation si on a  $mX_0 \ll \Omega_G$  et  $mX_0 \ll \Omega_g$  ce qui se réécrit :  $m \ll \gamma$  et  $m \ll \beta + \kappa - \theta$ . La première condition est toujours vérifiée, par définition. La seconde dépendra en revanche de  $\kappa$ .



# Single-frequency external-cavity semiconductor ring-laser gyroscope

Augustin Mignot,<sup>1</sup> Gilles Feugnet,<sup>1,\*</sup> Sylvain Schwartz,<sup>1</sup> Isabelle Sagnes,<sup>2</sup> Arnaud Garnache,<sup>3</sup> Claude Fabre,<sup>4</sup> and Jean-Paul Pocholle<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Thales Research and Technology France, RD 128, 91767 Palaiseau Cedex, France

<sup>2</sup>Laboratoire de Photonique et de Nanostructures, CNRS, route de Nozay, 91460 Marcoussis, France

<sup>3</sup>Institut d'Electronique du Sud, CNRS, UMR 5214, Université Montpellier II, 34095 Montpellier Cedex 05, France

<sup>4</sup>Laboratoire Kastler Brossel, UMR 8552, Université Pierre et Marie Curie-Paris 6, case 74, 75252 Paris Cedex 05, France

\*Corresponding author: gilles.feugnet@thalesgroup.com

Received August 18, 2008; revised November 19, 2008; accepted November 19, 2008; posted December 2, 2008 (Doc. ID 100327); published December 29, 2008

We report for the first time (to our knowledge) the experimental achievement of a single-frequency ring-laser gyroscope using a diode-pumped half-vertical-cavity semiconductor-emitting laser structure as a gain medium. Thanks to the control of mode competition by an active feedback loop, we observe a beat signal from recombined beams that has a frequency proportional to the rotation rate as predicted by the Sagnac effect. This promising result opens new perspectives for rotation sensing. © 2008 Optical Society of America  
OCIS codes: 120.5790, 140.3370, 250.7260.

Semiconductor ring lasers [1,2] have been intensively studied, owing to their numerous applications. Among them is the field of rotation sensing, into which they could bring lower cost thanks to more standard components, longer lifetime, and low voltage electrical pumping. Through the Sagnac effect [3], ring lasers are sensitive to the rotation rate provided a beat regime, a regime with two counterpropagating waves unlocked in phase, can exist. For high performance, such as a standard He-Ne ring laser gyroscope (RLG) [4], these two waves shall be single frequency. The difference  $\Delta f$  between their eigenfrequencies is then proportional to the rotation rate  $\Omega$  by the RLG scale factor

$$\Delta f = \frac{4A}{\lambda P} \Omega, \quad (1)$$

where  $A$  is the area of the cavity,  $P$  is its perimeter, and  $\lambda$  is the average emission wavelength.

A first demonstration of a semiconductor RLG was based on a semiconductor optical amplifier (SOA) within a cavity closed by fiber optics [5,6] to allow for an easy coupling of the SOA with the external laser cavity. The reported laser emission was multimode, limiting the quality of the beat note; the authors acknowledge that they aimed at a low-performance RLG. Monolithic semiconductor ring lasers could be a way to reach single-frequency operation, but to our knowledge, it has not been demonstrated as a rotation sensor [7]. Even if it were successful, the scale factor and sensitivity to rotation would have been very low, because the area of the monolithic ring laser is rather small (typical radius of 1 mm). Laybourn *et al.* [7] also point out that backscattering is much more important than in the case of a free-space cavity.

To reach single-frequency operation with a good sensitivity, we have decided to implement a free-

space cavity with a quantum-well half-vertical-cavity semiconductor-emitting laser ( $\frac{1}{2}$ -VCSEL) structure [8] acting as an active mirror. The beat-note signal is obtained from the interference, outside the cavity, of the two counterpropagating waves. In a  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, the coupling between the gain media and the external cavity is easier to achieve than in an SOA, since the pumped area and the cavity mode are both circular and can have comparable diameters leading to higher-finesse cavities, thanks to reduced injection losses. It is also a nonguided gain medium, limiting wave interactions. The overall area can be comparable to that of a high performance He-Ne RLG. Last but not least, the longer-term possibility of electrical pumping could make this system even cheaper and more compact.

Because of the angle of incidence on the  $\frac{1}{2}$ -VCSEL and in bidirectional and single-frequency operation, a transverse-light interference pattern exists in the plane of each quantum well, inducing a population inversion grating. Thus, such as in any other homogeneously broadened gain medium, this population inversion grating induces a gain coupling between the counterpropagating modes [9] depending on its contrast. The overall dynamics then depend on the balance between this coupling, which tends to make the beat regime unstable (cross saturation being more important than self-saturation), and others, such as backscattering, that tend to favor a bidirectional operation with the disadvantage of possible phase locking. It has been shown recently that it was possible to control mode competition and to balance mode intensities in a homogeneously broadened Nd:YAG RLG thanks to an additional feedback loop acting on mode losses, resulting in a stable beat regime [10].

Our cavity, depicted in Fig. 1, is adapted to optimize the benefit of carrier effects of carrier diffusion (see below) [11] to allow such a control with a GaAs based  $\frac{1}{2}$ -VCSEL structure emitting at 1  $\mu\text{m}$ . For this

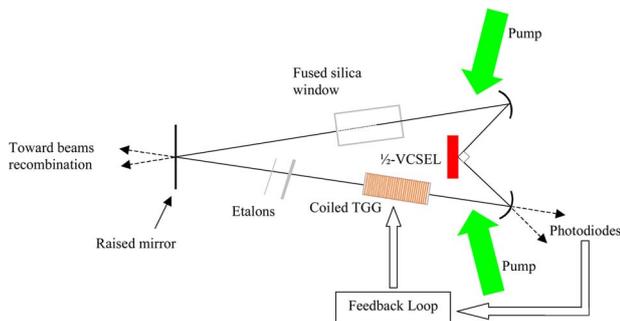


Fig. 1. (Color online) Experimental setup. The overall perimeter is about 50 cm. The angle of incidence on the structure is  $45^\circ$ . Curve mirrors have a 100 mm radius of curvature, and the angle of incidence is only  $17^\circ$  to reduce astigmatism so that the diameter of the TEM<sub>00</sub> cavity mode is  $100\ \mu\text{m}$ . The pumped area is also made circular by slanting the pump beams so that the projection compensates for their intrinsic noncircular shape. The impact point on one mirror is raised by 17 mm to create a  $5^\circ$  reciprocal rotation.

purpose, one of the key points is to have a  $45^\circ$  angle of incidence on a high-gain  $\frac{1}{2}$ -VCSEL structure. For this purpose, the metal-organic chemical-vapor deposition grown structure, designed to operate in cw at 300 K with a  $45^\circ$  incidence angle, contains six strain-compensated InGaAs/GaAs(P) quantum wells ( $7\ \lambda/2$  long active region) on top of 17.5 pairs of AlAs/GaAs high-reflectivity Bragg mirrors. Single-frequency operation is obtained by inserting two  $150\ \mu\text{m}$  and 3-mm-thick uncoated fused-silica etalons. High rotation sensitivity is reached by a large cavity area (about  $60\ \text{cm}^2$ ). A speckle-free optical pumping of the  $\frac{1}{2}$ -VCSEL is achieved by two 200 mW single transverse mode laser diodes at 808 nm focused onto a  $100\ \mu\text{m}$  diameter spot [12].

Thanks to carrier diffusion, the intensities can be controlled, following [10], by the combination of a reciprocal polarization rotation induced by the nonplanar cavity having an even number of mirrors ( $\frac{1}{2}$ -VCSEL included), a nonreciprocal Faraday rotation in a terbium gallium garnet crystal submitted to an adjustable magnetic field, and a 4 mm thick-plate-

Brewster-angled polarizer that induces different losses for each of the counterpropagating waves. Counterpropagating waves intensities are monitored with two photodiodes, and the magnetic field, controlled by a feedback loop, is ideally kept proportional to their intensity difference to counteract the effects of mode competition. In practice, the feedback loop bandwidth is set to 100 kHz, with the electronic output stage designed to compensate limitations from the coil impedance. With all of the optical elements, the laser threshold is around 200 mW or  $2.5\ \text{kW}/\text{cm}^2$  (versus 90 mW for the same empty cavity), and the laser is pumped at 250 mW for all of the reported results.

With this device, we report for the first time to our knowledge the observation of a beat regime in an external ring cavity VCSEL. In Fig. 2(a), a fairly contrasted beat signal is shown while the two counterpropagating beams intensities are stable for a rotation rate of 20 deg/s. The spectrum of the beat note is given in Fig. 2(b). The main peak is about 30 dB above noise level. The FWHM is about 200 Hz, limited by measurement resolution. This is much more contrasted and much narrower than previously published multimode signals [6] and illustrates the potential of our scheme for high performance gyrometry.

As can be seen in Fig. 3, the frequency response of the RLG, i.e., the beat frequency versus the rotation rate, is quite linear for high rotation rates, with a scale factor of  $716\ \text{Hz}/(\text{deg}/\text{s})$ , in good agreement with the cavity dimensions. The beat signal disappears for a rotation rate below 15 deg/s (this limit being certainly related to the backscattering induced by the elements in the cavity). It is then also noticeable that the shape of the frequency response at low rotation rates is closer to the case of the He-Ne RLG [4] than to the case of the Nd:YAG RLG [10].

Several considerations explain that such a beat regime has been obtained in spite of the coupling between the counterpropagating modes existing in the gain medium. First of all, advantage is taken from the carrier diffusion in semiconductor lasers, as men-

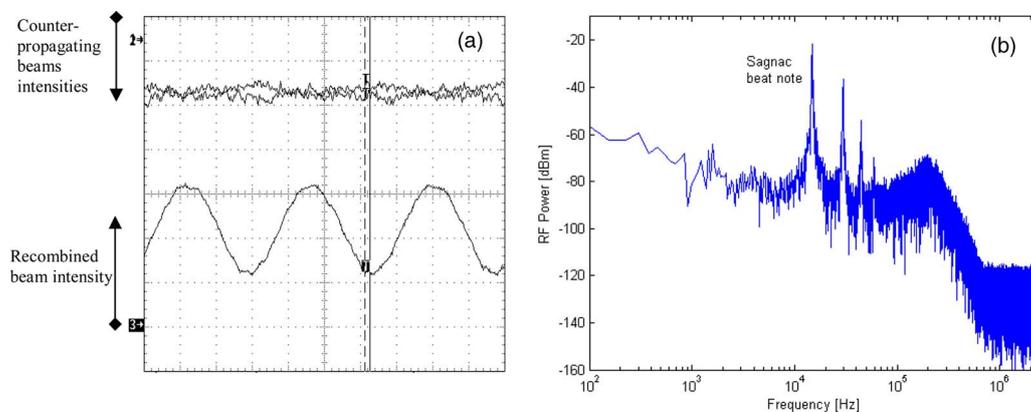


Fig. 2. (Color online) (a) Oscilloscope capture of the beat-note signal of the recombined beams and of the counterpropagating beams. The timescale is  $25\ \mu\text{s}/\text{div}$  and the rotation rate is 20 deg/s. (b) Spectrum of recombined beams intensity at 20 deg/s. The Sagnac peak is around 15 kHz. The other harmonics peaks are created by the small amplitude modulation induced by backscattering of the counterpropagating beams intensities at Sagnac frequency [10]. The peak at 200 kHz may be due to a resonance between mode competition in the laser and the feedback loop.

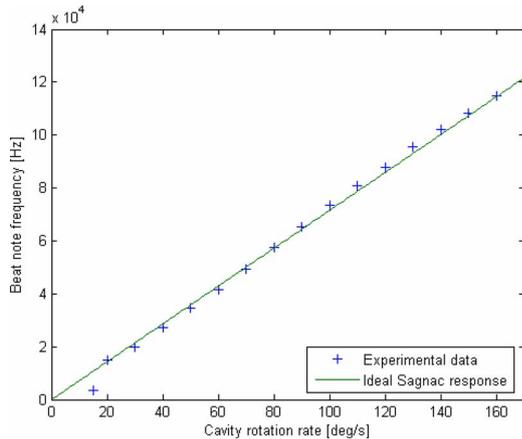


Fig. 3. (Color online) Experimental value of the beat frequency as a function of the rotation rate.

tioned above, to decrease the population inversion grating contrast and thus the corresponding coupling between the two counterpropagating waves. Since the population inversion grating period decreases with the angle of incidence on the  $\frac{1}{2}$ -VCSEL, it is possible, for large enough angles, to make this period close to or even smaller than the diffusion length so that carrier diffusion will blur the population inversion grating, reducing its contrast by a factor  $d$  given by the following formula [11]:

$$d = \frac{1}{1 + 4L_{\text{diff}}^2 k^2 \sin^2 i}, \quad (2)$$

depending of the ambipolar length of diffusion  $L_{\text{diff}}$  (on the order of a few micrometers in GaAs), the wave vector  $k$ , and the angle of incidence  $i$ . For instance, an angle of  $15^\circ$  is sufficient to have the grating step smaller than  $2 \mu\text{m}$  (for a laser wavelength of  $1 \mu\text{m}$  in air and a gain medium refractive index of 3.5), which is a typical value for the diffusion length in our experiment.

Moreover, a large angle of incidence is also beneficial as it increases, for a given pumped volume diameter, the number of periods of the population inversion grating transversally to the structure. In the beat regime and under the rotation of the cavity, the whole population inversion grating moves because of the Sagnac effect induced frequency shift. If the number of periods is too low, this motion will induce a gain modulation, and the laser actually phase locks the counterpropagating waves to prevent this gain modulation. We have decided to use an angle of incidence of  $45^\circ$  to fully benefit from these two effects while limiting the mismatch of the pump and the intracavity beam dimensions owing to the projection factor.

Second, any kind of spatial gain modulation can be a source of phase locking. We have then chosen to pump the  $\frac{1}{2}$ -VCSEL with single transverse mode diodes to avoid speckle.

Finally, special care is taken for the design of the intensity control feedback loop that is still needed even at such a large angle of incidence because the

gain-induced mode competition between the two counterpropagating waves, even if most of it is reduced by carrier diffusion, is still present. The feedback loop must have a bandwidth larger than a critical value to ensure a stable beat regime. This value can be expressed as a function of the difference between self-saturation and cross-saturation coefficients and is independent of the rotation rate. This is due to the fact that, as mentioned before, the characteristics of mode competition depend on the contrast of the population inversion grating, and since the carrier decay rate is much higher than the Sagnac effect induced frequency shift, the population inversion grating contrast remains unchanged whatever the rotation rate, i.e., it follows adiabatically the rotation. It is also worth noting that the high cavity finesse slows down the laser dynamics, making this minimum required bandwidth experimentally accessible.

If the principle of an external-cavity  $\frac{1}{2}$ -VCSEL RLG is now demonstrated, further work must be done on linearity and symmetry of the frequency response to rotation rate. The zone without a beat signal must be minimized by replacing intracavity elements by their equivalent on mirrors (polarizer, etalons, Faraday rotator). It would also be very interesting to replace optical pumping by electrical pumping to avoid multiple optical systems, keeping in mind that large spot size and spatially uniform pumping are critical first for laser action in an external cavity but also to reduce phase coupling in a ring-laser gyroscope application.

This research was supported by the European Space Agency under contract number 20856/07/NL/CP and by Thales Aerospace Division. A. Mignot also acknowledges the financial support of his Ph.D. by the French Ministry of Defense (DGA\MRIS).

## References

1. A. F. Jeziarski and P. J. R. Laybourn, *Proc. IEEE* **145**, 17 (1988).
2. R. M. Jopson, G. Eisenstein, M. S. Whalen, K. L. Hall, U. Koren, and J. R. Simpson, *Appl. Phys. Lett.* **48**, 204 (1986).
3. G. Sagnac, *C. R. Acad. Sci. Ser.* **157**, 708 (1913).
4. F. Aronowitz, in *Laser Applications I* (Academic, 1971).
5. K. Taguchi, K. Fukushima, A. Ishitani, and M. Ikeda, *Measurement* **27**, 251 (2000).
6. S. Tamura, K. Inagaki, H. Noto, and T. Harayama, *Proc. SPIE* **6770**, 677014 (2007).
7. P. J. R. Laybourn, M. Sorel, G. Giuliani, and S. Donati, *Proc. SPIE* **3620**, 322 (1999).
8. M. Kuznetsov, F. Hakimi, R. Sprague, and A. Mooradian, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **5**, 561 (1999).
9. A. Siegman, *Lasers* (University Science Books, 1986).
10. S. Schwartz, G. Feugnet, P. Bouyet, E. Larionstev, A. Aspect, and J. P. Pocholle, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 033902 (2007).
11. V. N. Morozov, J. A. Neff, and H. Zhou, *IEEE J. Quantum Electron.* **31**, 980 (1997).
12. A. Ouvrard, A. Garnache, L. Cerutti, F. Genty, and D. Romanini, *IEEE Photon. Technol. Lett.* **17**, 2020 (2005).



# Bibliographie

- [1] S. Kiesel, M.M. Held, A. Maier, and G. Trommer. Performance analysis of a deeply coupled GPS/INS system with different IMU grades. *Proc. Symp. Gyro Techn.*, page 10, 2007.
- [2] N. Barbour and G. Schmidt. Inertial sensor technology trends. *The Draper Technology Digest*, 3 :5, 1999.
- [3] N.M. Barbour, J.M. Elwell, and R.H. Setterlund. Inertial instrument : where to now ? *Proc. AIAA GN&C Conf.*, page 566, 1992.
- [4] A.D. King. Inertial navigation - forty years of evolution. *GEC Review*, 13 :140, 1998.
- [5] J.S. Burdess, A.J. Harris, J. Cruickshank, D. Wood, and G. Cooper. A review of vibratory gyroscopes. *Engineering Science and Education Journal*, 3(6) :249–254, Dec 1994.
- [6] N. Yazdi, F. Ayazi, and K. Najafi. Micromachined inertial sensors. *Proceedings of the IEEE*, 86(8) :1640–1659, Aug 1998.
- [7] A. Matthews and F.J. Rybak. Comparison of hemispherical resonator gyro and optical gyros. *Aerospace and Electronic Systems Magazine, IEEE*, 7(5) :40–46, May 1992.
- [8] L. Rosellini, O Girard, and J.M. Caron. REGYS20 a HRG IMU for space applications. *Proc. Symp. Gyro Techn.*, page 7, 2007.
- [9] G. Sagnac. L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme. *C. R. Acad. Sci.*, 157 :708, 1913.
- [10] Grigorii B Malykin. The Sagnac effect : correct and incorrect explanations. *Physics-Uspekhi*, 43(12) :1229–1252, 2000.
- [11] E. J. Post. Sagnac effect. *Rev. Mod. Phys.*, 39(2) :475–493, Apr 1967.
- [12] S. Ezekiel and H.J. Arditty. *Fiber-Optics Rotation Sensors*. Springer-Verlag, 1982.
- [13] V. Vali and R. W. Shorthill. Fiber ring interferometer. *Appl. Opt.*, 15(5) :1099–1100, 1976.
- [14] P.B. Ruffin. *Fiber Optics Sensors*, chapter Fiber Gyroscope Sensors, page 383. CRC Press, 2002.
- [15] A.E. Siegman. *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [16] E. Schulz-DuBois. Alternative interpretation of rotation rate sensing by ring laser. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 2(8) :299–305, Aug 1966.

- [17] W. M. Macek and Jr. D. T. M. Davis. Rotation rate sensing with traveling-wave ring lasers. *Applied Physics Letters*, 2(3) :67–68, 1963.
- [18] R. Adler. A study of locking phenomena in oscillators. *Proceedings of the IEEE*, 61(10) :1380–1385, Oct. 1973.
- [19] F. Aronowitz. *Laser Applications*, chapter The Laser gyro, pages 133–200. Academic Press, 1971.
- [20] F. Bretenaker, J.-P. Taché, and A. Le Floch. Reverse Sagnac effect in ring lasers. *EPL (Europhysics Letters)*, 21(3) :291–297, 1993.
- [21] H. Statz, T.A. Dorschner, M. Holtz, and I.W. Smith. *Laser Handbook*, chapter The Multioscillator Ring Laser Gyroscope, pages 229–331. Elsevier Science, 1985.
- [22] M. Sargent, M.O. Scully, and W.E. Lamb. *Laser Physics*. Addison-Wesley Pub. Comp., 1974.
- [23] A. Yariv. *Optical Electronics*. Saunders College Pub., 1991.
- [24] J. R. Wilkinson. Ring lasers. *Progress in Quantum Electronics*, 11(1) :1–103, 1987.
- [25] R. H. Cordover, T. S. Jaseja, and A. Javan. Isotope shift measurement for 6328 Å He-Ne laser transition. *Applied Physics Letters*, 7(12) :322–324, 1965.
- [26] Sylvain Schwartz, Gilles Feugnet, Philippe Bouyer, Evguenii Lariontsev, Alain Aspect, and Jean-Paul Pocholle. Mode-coupling control in resonant devices : Application to solid-state ring lasers. *Physical Review Letters*, 97(9) :093902, 2006.
- [27] J. R. Tredicce, F. T. Arecchi, G. L. Lippi, and G. P. Puccioni. Instabilities in lasers with an injected signal. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2(1) :173–183, 1985.
- [28] S. Schwartz. *Gyrolaser à état solide ; Application des lasers à atomes à la gyrométrie*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2006.
- [29] Sylvain Schwartz, François Gутty, Gilles Feugnet, Philippe Bouyer, and Jean-Paul Pocholle. Suppression of nonlinear interactions in resonant macroscopic quantum devices : The example of the solid-state ring laser gyroscope. *Physical Review Letters*, 100(18) :183901, 2008.
- [30] Peter J. R. Laybourn, Marc Sorel, Guido Giuliani, and Silvano Donati. Integrated semiconductor laser rotation sensor. volume 3620, pages 322–331. SPIE, 1999.
- [31] K. Taguchi, K. Fukushima, A. Ishitani, and M. Ikeda. Optical inertial rotation sensor using semiconductor ring laser. *Electronics Letters*, 34(18) :1775–1776, Sep 1998.
- [32] Shuichi Tamura, Keizo Inagaki, Hiroyuki Noto, and Takahisa Harayama. Experimental investigation of sagnac beat signals using semiconductor fiber-optic ring laser gyroscope (S-FOG) based on semiconductor optical amplifier (SOA). volume 6770, page 677014. SPIE, 2007.
- [33] M. Ikeda, Y. Maeda, and K. Murakami. Self-detection of lasing characteristics for semiconductor ring laser diodes. *Optical and Quantum Electronics*, 28(1) :17–23, Jan 1996.

- [34] L.A. Coldren and S.W. Corzine. *Lasers and Photonic Integrated Circuits*. Wiley-Interscience, 1995.
- [35] K. Taguchi, K. Fukushima, A. Ishitani, and M. Ikeda. Self-detection characteristics of the sagnac frequency shift in a mechanically rotated semiconductor ring laser. *Measurement*, 27(4) :251–256, Jun 2000.
- [36] M. Voos, H.J. Drouhin, and B. Drévillon. *Semiconducteurs et Composants*. Ecole Polytechnique, 2001.
- [37] G.P. Agrawal and N.K. Dutta. *Semiconductor Lasers*. Van Nostrand Reinhold, 1993.
- [38] N. K. Dutta. Calculated absorption, emission, and gain in  $\text{In}_{0.72}\text{Ga}_{0.28}\text{As}_{0.6}\text{P}_{0.4}$ . *Journal of Applied Physics*, 51(12) :6095–6100, 1980.
- [39] M. Yamada. Transverse and longitudinal mode control in semiconductor injection lasers. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 19(9) :1365–1380, Sep 1983.
- [40] Minoru Yamada and Yasuharu Suematsu. Analysis of gain suppression in undoped injection lasers. *Journal of Applied Physics*, 52(4) :2653–2664, 1981.
- [41] J.L. Jewell, J.P. Harbison, A. Scherer, Y.H. Lee, and L.T. Florez. Vertical-cavity surface-emitting lasers : Design, growth, fabrication, characterization. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 27(6) :1332–1346, Jun 1991.
- [42] M. Kuznetsov, F. Hakimi, R. Sprague, and A. Mooradian. Design and characteristics of high-power ( $>0.5\text{-W}$  CW) diode-pumped vertical-external-cavity surface-emitting semiconductor lasers with circular  $\text{TEM}_{00}$  beams. *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 5(3) :561–573, May/June 1999.
- [43] I. J. Fritz, P. L. Gourley, and L. R. Dawson. Critical layer thickness in  $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}/\text{GaAs}$  single strained quantum well structures. *Applied Physics Letters*, 51(13) :1004–1006, 1987.
- [44] A. Bousseksou, M.E. Kurdi, M.D. Salik, I. Sagnes, and S. Bouchoule. Wavelength tunable InP-based EP-VECSEL operating at room temperature and in CW at  $1.55\ \mu\text{m}$ . *Electronics Letters*, 40(23) :1490–1491, Nov. 2004.
- [45] Marc Schmid, Sarah Benchabane, Firuz Torabi-Goudarzi, Richard Abram, Allister I. Ferguson, and Erling Riis. Optical in-well pumping of a vertical-external-cavity surface-emitting laser. *Applied Physics Letters*, 84(24) :4860–4862, 2004.
- [46] S.-S. Beyertt, M. Zorn, T. Kubler, H. Wenzel, M. Weyers, A. Giesen, G. Trankle, and U. Brauch. Optical in-well pumping of a semiconductor disk laser with high optical efficiency. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 41(12) :1439–1449, Dec. 2005.
- [47] E. Rosencher and B. Vinter. *Optoélectronique*. Masson, 1998.
- [48] M. Jacquemet. *Sources laser soldes pompés par diode, émettant autour de 1000 et 1500nm à base de cristaux dopés ytterbium et de semiconducteur*. PhD thesis, Université Paris-Sud 11, 2005.
- [49] P.A. Khandokhin, I.V. Koryukin, Ya.I. Khanin, and P. Mandel. Influence of carrier diffusion on the dynamics of a two-mode laser. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 31(4) :647–652, Apr 1995.

- [50] M. Sorel, G. Giuliani, A. Scire, R. Miglierina, S. Donati, and P.J.R. Laybourn. Operating regimes of GaAs-AlGaAs semiconductor ring lasers : experiment and model. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 39(10) :1187–1195, Oct. 2003.
- [51] A. V. Dotsenko and E. G. Lariontsev. Beats in a solid-state ring laser. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 7(5) :616–618, 1977.
- [52] V.N. Morozov, J.A. Neff, and Haijun Zhou. Analysis of vertical-cavity surface-emitting laser multimode behavior. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 33(6) :980–988, Jun 1997.
- [53] C. Henry. Theory of the linewidth of semiconductor lasers. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 18(2) :259–264, Feb 1982.
- [54] H. Haus, H. Statz, and I. Smith. Frequency locking of modes in a ring laser. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 21(1) :78–85, Jan 1985.
- [55] R. J. C. Spreeuw, R. Centeno Neelen, N. J. van Druten, E. R. Eliel, and J. P. Woerdman. Mode coupling in a He-Ne ring laser with backscattering. *Phys. Rev. A*, 42(7) :4315–4324, Oct 1990.
- [56] J.S. Manning and R. Olshansky. Carrier-induced index change in AlGaAs double-heterostructure lasers. *Electronics Letters*, 17(14) :506–507, 1981.
- [57] J. Manning, R. Olshansky, and Chin Su. The carrier-induced index change in Al-GaAs and 1.3  $\mu\text{m}$  InGaAsP diode lasers. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 19(10) :1525–1530, Oct 1983.
- [58] C. H. Henry, R. A. Logan, and K. A. Bertness. Spectral dependence of the change in refractive index due to carrier injection in GaAs lasers. *Journal of Applied Physics*, 52(7) :4457–4461, 1981.
- [59] B.R. Bennett, R.A. Soref, and J.A. Del Alamo. Carrier-induced change in refractive index of InP, GaAs and InGaAsP. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 26(1) :113–122, Jan 1990.
- [60] K. Vahala and A. Yariv. Semiclassical theory of noise in semiconductor lasers–Part I. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 19(6) :1096–1101, Jun 1983.
- [61] A. Brignon. *Conjugaison de phase par mélange d’ondes dans les milieux laser*. EDP Sciences, 1999.
- [62] F. T. Arecchi, G. L. Lippi, G. P. Puccioni, and J. R. Tredicce. Deterministic chaos in laser with injected signal. *Optics Communications*, 51 :308–314, October 1984.
- [63] E.W. Weisstein. Routh-Hurwitz theorem. *MathWorld, a Wolfram Web Ressource*, <http://mathworld.wolfram.com/Routh-HurwitzTheorem.html>.
- [64] D. Kuksenkov and H. Temkin. *Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers*, chapter Polarization Related Properties of Vertical-Cavity Lasers, pages 233–267. Cambridge University Press, 1999.
- [65] N.V Kravtsov, E.G. Lariontsev, and A.N. Shelaev. Oscillation regimes of ring solid-state lasers and possibilites for their stabilization. *Laser Physics*, 3(1) :21–62, 1993.

- [66] J. Ch. Gille, P. Decaulne, and M. Pélegrin. *Théorie et calcul des asservissements linéaires*. Dunod, 1967.
- [67] F. Aronowitz and Wah Lim. Positive scale factor correction in the laser gyro. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 13(5) :338–343, May 1977.
- [68] J.P. Perez. *Optique*. Masson, 1996.
- [69] T.J. Ochalski, A. de Burca, G. Huyet, J. Lyytikainen, M. Guina, M. Pessa, A. Jasik, J. Muszalski, and M. Bugajski. Passively modelocked bi-directional vertical external ring cavity surface emitting laser. *Lasers and Electro-Optics, 2008 and 2008 Conference on Quantum Electronics and Laser Science. CLEO/QELS 2008. Conference on*, pages 1–2, May 2008.
- [70] A. Ouvrard, A. Garnache, L. Cerutti, F. Genty, and D. Romanini. Single-frequency tunable Sb-based VCSELs emitting at 2.3  $\mu\text{m}$ . *Photonics Technology Letters, IEEE*, 17(10) :2020–2022, Oct. 2005.
- [71] N. Hodgson and H. Weber. *Optical Resonators*. Springer-Verlag, 1997.
- [72] A. Yariv and P. Yeh. *Optical waves in Crystals*. Wiley-Interscience, 2003.
- [73] A.C. Nilsson, E.K. Gustafson, and R.L. Byer. Eigenpolarization theory of monolithic nonplanar ring oscillators. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 25(4) :767–790, Apr 1989.
- [74] R. Clark Jones. New calculus for the treatment of optical systems. VIII. Electromagnetic theory. *J. Opt. Soc. Am.*, 46(2) :126–131, 1956.
- [75] Hecht. *Optics (2nd Ed.)*. Addison-Wesley Pub. Comp., 1987.
- [76] Northrop Grumman. page [http://www.st.northropgrumman.com/synoptics/SiteFiles/docs/PDFs/tgg\\_data\\_sheet.pdf](http://www.st.northropgrumman.com/synoptics/SiteFiles/docs/PDFs/tgg_data_sheet.pdf).
- [77] International Crystal Laboratories. page [http://www.internationalcrystal.net/optics\\_04.htm](http://www.internationalcrystal.net/optics_04.htm).
- [78] P. Smith, M. Schneider, and H. Danielmeyer. High-power single-frequency operation of gas and solid-state lasers with thin metal film mode selection filters. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 5(6) :346–347, Jun 1969.
- [79] A. Garnache and I. Sagnes. Tunable semiconductor narrowband reflection filters for single frequency sources. *Lasers and Electro-Optics, 2007 and the International Quantum Electronics Conference. CLEOE-IQEC 2007. European Conference on*, pages 1–1, June 2007.
- [80] G. Baili, F. Bretenaker, M. Alouini, L. Morvan, D. Dolfi, and I. Sagnes. Experimental investigation and analytical modeling of excess intensity noise in semiconductor class-A lasers. *Lightwave Technology, Journal of*, 26(8) :952–961, April 15, 2008.
- [81] Institut de Physique du Globe. *Intermagnet*, page <http://www.intermagnet.org>.
- [82] Magnetic Shield Corporation. pages <http://www.magnetic-shield.com/>.
- [83] Eva M. Strzelecka, John G. McInerney, Aram Mooradian, Alan Lewis, Andrei V. Shchegrov, Dicky Lee, Jason P. Watson, Keith W. Kennedy, Glen P. Carey, Hailong

- Zhou, Wonill Ha, Brad D. Cantos, William R. Hitchens, David L. Heald, Vincent V. Doan, and Kevin L. Lear. High-power high-brightness 980-nm lasers based on the extended cavity surface emitting lasers concept. volume 4993, pages 57–67. SPIE, 2003.
- [84] Si-Hyun Park, Jaehoon Kim, Heonsu Jeon, Tan Sakong, Sung-Nam Lee, Suhee Chae, Y. Park, Chang-Hyun Jeong, Geun-Young Yeom, and Yong-Hoon Cho. Room-temperature GaN vertical-cavity surface-emitting laser operation in an extended cavity scheme. *Applied Physics Letters*, 83(11) :2121–2123, 2003.
- [85] U. Keller, K.J. Weingarten, F.X. Kartner, D. Kopf, B. Braun, I.D. Jung, R. Fluck, C. Honninger, N. Matuschek, and J. Aus der Au. Semiconductor saturable absorber mirrors (SESAM's) for femtosecond to nanosecond pulse generation in solid-state lasers. *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 2(3) :435–453, Sep 1996.
- [86] T.C. Newell, D.J. Bossert, A. Stintz, B. Fuchs, K.J. Malloy, and L.F. Lester. Gain and linewidth enhancement factor in InGaAs quantum-dot laser diodes. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 11(12) :1527–1529, Dec 1999.
- [87] Sylvain Schwartz, Gilles Feugnet, Evguenii Lariontsev, and Jean-Paul Pocholle. Oscillation regimes of a solid-state ring laser with active beat-note stabilization : From a chaotic device to a ring-laser gyroscope. *Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics)*, 76(2) :023807, 2007.