

Analyse des écoulements cavitants stationnaires et instationnaires dans les turbomachines

Rafael Campos Amezcua

▶ To cite this version:

Rafael Campos Amezcua. Analyse des écoulements cavitants stationnaires et instationnaires dans les turbomachines. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2009. Français. NNT : 2009ENAM0017 . pastel-00005285

HAL Id: pastel-00005285 https://pastel.hal.science/pastel-00005285

Submitted on 29 Sep 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° : 2009 ENAM 0017



Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

THESE pour obtenir le grade de

 $\underset{\mathrm{de}}{\mathbf{DOCTEUR}}$

L'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique"

présentée et soutenue publiquement

par Rafael CAMPOS AMEZCUA

le 8 juillet 2009

ANALYSE DES ECOULEMENTS CAVITANTS STATIONNAIRES ET INSTATIONNAIRES DANS LES TURBOMACHINES

Directeur de thèse : **Farid BAKIR** Co-encadrement de la thèse : **Robert REY**

jury :

Jean–Louis KUENY, Professeur, INP Grenoble	Président
Georges DESCOMBES, Professeur, CNAM PARIS	Rapporteur
Carlos SANTOLARIA MORROS, Professeur, Université d'Oviedo	Rapporteur
Robert REY, Professeur, Arts et Métiérs ParisTech	Examinateur
Farid BAKIR, Professeur, Arts et Métiérs ParisTech	Examinateur
Jacques–André ASTOLFI, Maître de Conférences HDR, Ecole Navale	Examinateur
Guillaume CHALLIER, Docteur, Ingénieur de Recherche, SNECMA	Examinateur

Laboratoire d'Energétique et Mécanique des Fluides Interne Arts et Métiers ParisTech, centre de Paris

Arts et Métiers ParisTech (Ecole Natianle Supérieur d'Arts et Métiers) est un Grand Etablissement dépendant du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, composé de huit centres : AIX-EN-PROVENCE ANGERS BORDEAUX CHÂLONS-EN-CHAMPAGNE CLUNY LILLE METZ PARIS

Avant propos

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une collaboration scientifique entre le Laboratoire d'Energétique et Mécanique des Fluides Interne à Paris (LEMFI), France et l'Institut de Recherches Electriques à Cuernavaca, Mexique (IIE).

Le sujet de thèse est en rapport direct avec les activités de recherche appliquée du Département de Turbomachines de l'IIE où l'auteur a exercé en qualité d'ingénieur de recherche.

Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein du LEMFI-Paris avec le soutien du « Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología » (CONACYT) de Mexique.

Remerciements

Je tiens à exprimer mes remerciements et ma gratitude à M. Farid Bakir, Professeur des Universités, qui a assuré la direction scientifique de ces travaux de thèse. Je remercie la confiance qu'il m'a toujours témoignée, son implication dans le travail, son enthousiasme et sa grande disponibilité. Ses connaissances scientifiques et sa capacité à les partager m'ont été très bénéfiques lors de la réalisation de ce travail.

Je veux remercier vivement à M. Robert Rey, Professeur des Universités et Directeur du LEMFI, qui a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire et a aussi assuré la direction de ces travaux. Je remercie sont soutien, sont attention et ses précieux conseils.

Ma gratitude s'adresse aussi à M. Zdzisław Mazur Czerwiec, Directeur de Recherche à l'IIE et codirecteur de ma formation scientifique au Mexique. Egalement je veux exprimer mes remerciements envers M. José Gonzales Santalo, Directeur de la Division de Systèmes Mécaniques et M. Eduardo Preciado Delgado, Directeur du Département de Turbomachines de l'IIE qui m'ont soutenu lors de ma formation scientifique en France.

J'aimerais exprimer ma profonde gratitude au « Consejo National de Ciencia y Tecnología » du Mexique et au Laboratoire d'Energétique et Mécanique de Fluide Interne, pour le soutien qu'ils mon apporté sans lequel je n'aurais pas pu mener cette thèse.

Je remercie encore à messieurs Ricardo Noguera, Sofiane Khelladi, Smaine Kouïdri, Christophe Sarraf et Florent Ravelet, pour tout l'intérêt qu'ils sont porté aux travaux de cette thèse et pour leurs conseils utiles.

J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler à côté de : Imen Mejri, Mohand Jounsi, Djaafer Fedala, Jérémy Hurault, Moises Solis Coaguila, Monir Asgapour, Hakim El Hadjen, Leonel Bergerat, Jean-Elie Mehal, Dolorès et Marc Joulin, Virginie Bastian et Josselyn Mistigres. Merci pour leur amitié. Je vous souhaite une grande réussite pour vos avenirs professionnels et personnels.

Je clos enfin ces remerciements en dédiant cette thèse de doctorat à mes parents, à Edna et à Marie Inès que j'ai eu la chance d'avoir à mes côtés, et qui m'ont soutenue tout au long de ces années de travail.

A Dieu...

A mon père, mes oncles Nicolas et Salvador et à ma grand-mère Maria de Jésus

A Edna et Marie Inès

A toute ma famille

Table des matières

Li	ste d	les syn	nboles	2	xiii
Ta	able o	des fig	ures	х	vii
Li	ste d	les tab	leaux	х	xxv
In	trod	uction			1
1	Gér	néralité	és		5
	1.1	Le phe	énomène de la cavitation		5
		1.1.1	Principes fondamentaux	•	5
		1.1.2	La cavitation dans les turbomachines		8
		1.1.3	Paramètres d'analyses des écoulements cavitants		10
	1.2	Conte	xte du phénomène de la cavitation		14
		1.2.1	Revue bibliographique sur la cavitation		14
	1.3	Dimer	nsionnement des inducteurs		23
		1.3.1	Cinématique de l'écoulement dans une machine tournante	•	23
		1.3.2	Les inducteurs	•	26
		1.3.3	Les inducteurs et la cavitation	•	28
		1.3.4	Méthodologie de dimensionnement adoptée dans ce travail	•	32
2	Mo	délisat	ion des écoulements cavitants		39
	2.1	Simula	ation numérique		39
		2.1.1	La CFD en turbomachines		39
		2.1.2	Influence et limites des modèles physiques		40
		2.1.3	Etapes d'une simulation numérique		41
	2.2	Carac	téristiques numériques de la CFD		44

		2.2.1	Équation générale de conservation : discrétisation et solution	44
	2.3	Modél	isation de l'écoulement cavitant turbulent	53
		2.3.1	Equations basiques de mécanique des fluides	53
		2.3.2	Modélisation de la turbulence	55
		2.3.3	Modèles de turbulence	56
	2.4	Modèl	es de cavitation	71
		2.4.1	Classification des modèles de cavitation	71
3	\mathbf{Mis}	e en c	œuvre des simulations numériques sur deux exemples géné-	
	riqu	ies bid	imensionnels	83
	3.1	Corps	cylindrique à bout conique $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	84
		3.1.1	Résultats numériques	86
	3.2	Ventu	ri 2D	90
		3.2.1	Simulation numérique de l'écoulement non-cavitant	91
		3.2.2	Simulation numérique de l'écoulement cavitant	94
4	\mathbf{Etu}	de de	l'écoulement cavitant stationnaire dans trois inducteurs	107
	4.1	Introd	luction	107
	4.2	Mise e	en œuvre des simulations numériques	108
		4.2.1	Construction de la géométrie et discrétisation du domaine de contrôle	108
		4.2.2	Démarche du calcul numérique	111
	4.3	Outils	d'expérimentation	116
		4.3.1	<i>Circuit D350</i>	116
		4.3.2	<i>Circuit</i> D100	118
	4.4	Analy	se numérique et expérimentale de l'inducteur ${f B}$	120
		4.4.1	Performances globales de l'inducteur ${f B}$	123
		4.4.2	Analyse de l'inducteur B en régime cavitant	123
		4.4.3	Analyse des résultats numériques	126
	4.5	Analy	se numérique et expérimentale de l'inducteur industriel 8 degrés	138
		4.5.1	Résultats expérimentaux	139
		4.5.2	Résultats numériques	142
	4.6	Analy	se numérique et expérimentale de l'inducteur ${f A}$	153
		4.6.1	Analyse expérimentale de l'inducteur \mathbf{A}	153
		4.6.2	Analyse numérique de l'inducteur aéronautique A	157

5 Etude de l'écoulement cavitar			l'écoulement cavitant instationnaire dans deux grilles d'aube	S
	et u	ın indu	icteur	173
	5.1	Introd	uction	173
	5.2	Etude	de l'écoulement cavitant instationnaire dans deux grilles d'aubes .	175
		5.2.1	Grille d'aubes de l'inducteur A $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	175
		5.2.2	Grille d'aubes de l'inducteur 8 degrés	196
	5.3	Etude	de l'écoulement cavitant instationnaire dans l'inducteur ${\bf A}$	209
		5.3.1	Procédure de résolution numérique en régime cavitant instationnaire	e 209
		5.3.2	Analyse des résultats 3D en régiment cavitant instationnaire	215
C	onclu	isions o	et perspectives	227
Bi	bliog	graphie	9	229

Liste des symboles

Lettres latines

vitesse absolue	m/s
Coefficient de pression : $C_P = \frac{P - P_1}{1/2\rho_l v_1^2}$	_
diamètre	m
fréquence du cycle, fraction massique de vapeur	Hz, -
fréquence de détachement de la cavitation	Hz
fraction de gaz non-condensable	ppm
pesanteur	m/s^2
hauteur énergétique : $H = \frac{(P_{tot})_2 - (P_{tot})_1}{\rho \cdot g}$	m
enthalpie, pas entre aubes successives	kJ/kg, m
intensité de la turbulence : $I = 0, 16 \left(Re_{D_h} \right)^{1/8}$	%
conductivité thermique	$W/m \cdot K$
longueur de la corde de l'aube	m
longueur de la cavitation	m
Couple de la machine	$N \cdot m$
vitesse de rotation	tr/min
Net Positive Suction Head : $NPSH = \frac{(P_{tot})_1 - P_{sat}}{\rho \cdot g}$	m
pression statique	Pa
pression de vapeur saturante du liquide	Pa
débit massique, débit volumique	$kg/s, m^3/s$
rayon	m
	vitesse absolue Coefficient de pression : $C_P = \frac{P-P_1}{1/2\rho_l v_1^2}$ diamètre fréquence du cycle, fraction massique de vapeur fréquence de détachement de la cavitation fraction de gaz non-condensable pesanteur hauteur énergétique : $H = \frac{(P_{tot})_2 - (P_{tot})_1}{\rho_{cg}}$ enthalpie, pas entre aubes successives intensité de la turbulence : $I = 0, 16 (Re_{D_h})^{1/8}$ conductivité thermique longueur de la corde de l'aube longueur de la corde de l'aube longueur de la cavitation Couple de la machine vitesse de rotation Net Positive Suction Head : $NPSH = \frac{(P_{tot})_1 - P_{sat}}{\rho_{cg}}$ pression statique pression de vapeur saturante du liquide débit massique, débit volumique rayon

Re	nombre de Reynolds : $Re = \frac{L \cdot v}{\nu}$	—
S	vitesse spécifique d'aspiration : $S = \frac{N\sqrt{Q_v}}{(NPSH)^{3/4}}$	_
s	serrage : $s = l/h$	_
St	nombre de Strouhal : $St = \frac{f_{cav} \cdot l_{cav}}{v_{réf}}$	_
Т	période du cycle, température	$s, ^{\circ}K$
t	temps	S
U	vitesse d'entraînement	m/s
V	volume	m^3
v	amplitude de la vitesse	m/s
W	vitesse relative	m/s
y^+	distance a dimensionnelle : $y^+ = \frac{y \cdot u_\tau}{\nu}$	_
Ζ	nombre d'aubes	_
Lettre	es grecques	
α	fraction volumique de la vapeur	_
α_i	angle d'incidence	$degr\acute{es}$
β	angle d'aubage	$degr\acute{es}$
ϵ	taux de dissipation de κ	m^{2}/s^{3}
η	rendement : $\eta = \frac{\Delta P_{tot} \cdot Q_v}{\omega \cdot M_a}$	%
γ	angle de calage	degrés
κ	énergie cinétique turbulente	m^{2}/s^{2}
λ	conductivité thermique	$W/m \cdot K$
μ	viscosité dynamique (moléculaire)	$kg/m\cdot s$
ν	viscosité cinématique	s/m^2
ω	vitesse de rotation, taux de dissipation spécifique	rad/s, 1/s
Φ	coefficient de débit : $\Phi = \frac{(C_a)_1}{U_t}$	_
Ψ	coefficient de pression : $\Psi = \frac{(P_{tot})_2 - (P_{tot})_1}{1/2 \cdot \rho \cdot U^2}$	_
ρ	masse volumique	kg/m^3

σ	nombre de cavitation : $\sigma = \frac{(P_{tot})_1 - P_{sat}}{1/2 \cdot \rho \cdot U_t^2}$	_
σ_s	tension superficielle	N/m
σ_T	nombre de Thoma : $\sigma_T = \frac{NPSH}{H}$	_
au	contrainte de cisaillement	Pa
Subin	ndices	
1,2	entrée, sortie	_
ω	rotation	_
θ	direction tangentielle	_
a	direction axiale	_
В	bulle de vapeur	_
h	hydraulique	_
l	liquide	_
nom	conditions nominales	_
$r\acute{e}f$	valeurs de référence	_
r	direction radiale	_
t	valeurs à la périphérie de l'aube, turbulent	_
v	vapeur	-

Liste des symboles

Table des figures

1.1	Diagramme pression-température de l'eau présentant la cavitation.	6
1.2	Phases de la cavitation.	8
1.3	Diverses formes de cavitation, d'après Franc et al. [25]	9
1.4	Région de détachement d'une poche de vapeur sur une aube	16
1.5	Composantes en coordonnées cylindriques de la vitesse d'une particule dans une	
	turbomachine.	24
1.6	Triangle des vitesses.	25
1.7	Notations concernant une grille d'aubes	25
1.8	Triangles des vitesses à l'entrée de la roue centrifuge avec et sans inducteur.	26
1.9	Couplage Pompe centrifuge-inducteur.	26
1.10	Courbes de $NPSH$ en fonction du débit pour une roue centrifuge seule ainsi que	
	pour le couplage roue centrifuge-inducteur, d'après [50]	27
1.11	Diverses géométries d'inducteurs, d'après Brennen [13]	29
1.12	Effets du serrage s sur les performances d'un inducteur hélicoïdal 8,5° en régime	
	cavitant, d'après Brennen [13]	31
1.13	Effets du jeu radial sur les performances de l'inducteur hélicoïdal $8,5^\circ$ en régime	
	cavitant d'après Brennen [13]	31
1.14	Etude expérimentale de la forme du bord d'attaque sur les performances non-	
	cavitantes, d'après Brennen [13]	32
1.15	Organigramme de la procédure du design des inducteurs	35
1.16	Diverses formes générales d'inducteurs obtenus pour les mêmes spécifications	36
1.17	Inducteurs axiaux étudiés.	37
2.1	Volume de contrôle	45
2.2	Modèles à interphase.	73
2.3	Modèles de fermeture pour les écoulements potentiels autour de corps de formes	
	quelconques avec des poches de cavitation qui les entourent, d'près Brennen [14].	74
3.1	Corps cylindrique à bout conique.	84

3.2	Modèle axisymétrique de l'écoulement autour d'un obstacle cylindrique 85
3.3	Stabilisation des paramètres de l'écoulement
3.4	Ecoulement autour d'un obstacle cylindrique à bout conique pour diverses condi-
	tions de cavitation
3.5	Ecoulement autour d'un obstacle cylindrique à bout conique pour diverses condi-
	tions de cavitation, suite
3.6	Vecteurs vitesses dans la poche de vapeur, $\alpha \ge 10\%$
3.7	Géométrie type venturi
3.8	Maillage du venturi, et détail du maillage au niveau du col du canal 92
3.9	Etude de sensibilité des résultats au maillage dans le venturi
3.10	Champs de pression et de vitesse de l'écoulement non-cavitant dans le venturi 94
3.11	Valeurs des résidus numériques de la géométrie venturi
3.12	Comportement de $f(\rho)$ en fonction de ρ
3.13	Longueur de la poche de vapeur constante à tout instant, Modèle de turbulence
	standard $\kappa - \epsilon$
3.14	Evolution temporelle des paramètres de l'écoulement dans le venturi 99
3.15	Analyse spectrale de la pression statique à l'entrée du conduit pour $\sigma=2,45.~$. 101
3.16	Vecteurs de vitesses dans la poche de vapeur
3.17	Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux [19, 78] 103
3.18	Evolution temporelle de la fraction volumique de vapeur ($\alpha \geq 10\%)$ pour diffé-
	rentes conditions de cavitation
3.19	Evolution temporelle du coefficient de pression pour différentes conditions de
	cavitation
4.1	Géométries des trois inducteurs axiaux étudiés
4.2	Volume de contrôle des inducteurs
4.3	Définition de l'aspect ratio
4.4	Démarche des simulations numériques non-cavitantes et cavitantes stationnaires
	et instationnaires
4.5	Banc d'essai hydrodynamique du LEMFI–Paris, <i>circuit D350</i>
4.6	Schéma du banc d'essai hydrodynamique du LEMFI-Paris, partie axiale 117
4.7	Outils de mesure
4.8	Banc d'essai hydrodynamique du LEMFI–Paris, <i>circuit D100</i>
4.9	Inducteur industriel B
4.10	Diverses formes de cavitation dans l'inducteur B , d'après Bakir et al. [10] 121
4.11	Caractéristiques expérimentales de l'inducteur B

4.12	Diverses formes de cavitation dans l'inducteur ${\bf B}$ lorsque σ a été varié pour un	
	débit constant $\Phi = 0, 164.$. 125
4.13	Comparaison des volumes de contrôle utilisé pour modéliser l'inducteur ${f B}_{\cdot}$. 127
4.14	Etude de sensibilité des résultats numériques au maillage de l'inducteur B	. 128
4.15	Comparaison des maillages utilisé pour modéliser l'inducteur B	. 130
4.16	Distribution de pression statique (kPa) sur les parois de l'inducteur ${f B}$ à différents	
	débits.	. 131
4.17	Vecteurs de vitesse (m/s) et champs de pression statique (kPa) à la périphérie	
	du bord d'attaque.	. 132
4.18	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux (coefficient de pression	
	et rendement) en fonction du débit.	. 133
4.19	Courbes numériques et expérimentales de la chute des performances de l'induc-	
	teur B pour $\Phi = 0, 126, \Phi = 0, 164, \text{ et } \Phi = 0, 183. \dots$. 134
4.20	Courbes numériques et expérimentales de la chute des performances de l'induc-	
	teur B pour $\Phi = 0, 145, \Phi = 0, 173, \text{ et } \Phi = 0, 202. \dots \dots \dots \dots \dots$. 135
4.21	Courbes de la chute des performances de l'inducteur B et formes de vapeur	
	$(\alpha=20\%)$ qui correspondent à divers conditions de cavitation et $\Phi=0,173.$.	. 136
4.22	Formation de la cavitation ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur B à $\Phi = 0, 173.$. 137
4.23	Inducteur axial 8 degrés.	. 138
4.24	Courbes des performances de l'inducteur 8 degrés, régime non-cavitant	. 140
4.25	Courbes de la chute de pression de l'inducteur 8 degrés à plusieurs débits	. 141
4.26	Courbes de la chute des performances de l'inducteur 8 degrés pour un débit de	
	$\Phi = 0,038.$. 142
4.27	Courbes de la chute des performances de l'inducteur 8 degrés pour un débit de	
	$\Phi = 0,057.$. 143
4.28	Courbes de la chute des performances de l'inducteur 8 degrés pour un débit de	
	$\Phi = 0,085.$. 144
4.29	Maillage numérique sur le rotor de l'inducteur 8 degrés	. 145
4.30	Champs de pression statique (kPa) sur le rotor de l'inducteur 8 degrés	. 145
4.31	Comparaison entre les courbes des performances numériques et expérimentales	
	de l'inducteur 8 degrés.	. 146
4.32	Comparaison entre les courbes numériques et expérimentales de la chute des	
	performances de l'inducteur 8 degrés	. 148
4.33	Evolution du nombre de cavitation à 5% de la chute des performances en fonction	
	du débit Φ	. 149
4.34	Formation de la poche de vapeur ($\alpha = 15\%$) au bord d'attaque de l'inducteur 8	
	degrés pour $\Phi = 0, 112.$. 149

4.35	Courbes de la chute des performances de l'inducteur 8 degrés et les figures de vapeur correspondant à différents conditions de cavitation pour le surdébit de $\Phi = 0, 112. \dots \dots$
4.36	Comparaison du comportement, expérimental et numérique, de la poche de va- peur au bord d'attaque de l'inducteur 8 degrés pour $\Phi = 0,079.$
4.37	Inducteur A
4.38	Courbes des caractéristiques de l'inducteur A
4.39	Divers figures de cavitation et blocage du canal de l'inducteur ${\bf A}, \Phi=0,005.$ 156
4.40	Configurations numériques pour modéliser l'inducteur A
4.41	Etude de la sensibilité des résultats au maillage de l'inducteur A
4.42	Detaille de différents maillages au niveau du jeu radial de fonctionnement 160
4.43	Etude des interfaces fluide/fluide entre la roue et le jeu radial
4.44	Evolution de valeurs des résidus
4.45	Champs de pression statique (kPa) sur le rotor de l'inducteur aéronautique A , modèle sans jeu radial
4.46	Champs de pression statique (kPa) sur le rotor de l'inducteur aéronautique A , modèle avec jeu radial
4.47	Comparaison des courbes caractéristiques numériques et expérimentales de l'in- ducteur A
4.48	Variation du coefficient de pression par rapport au jeu radial de l'inducteurA. 166
4.49	Comparaison des vecteurs des vitesses à la périphérie des aubes, $\Phi=0,011.$ 167
4.50	Courbes de la chute des performances de l'inducteur A pour trois modèles nu- mériques, un sans jeu radial, et deux avec jeu radial, et pour les données expé- rimentales de l'inducteur avec jeu nominal à un débit de $\Phi = 0,005$. Formation de vapeur ($\alpha = 20\%$) à différentes conditions de cavitation, modèles numériques
	sans jeu radial (gris clair) et avec jeu radial (gris foncé)
4.51	Formation de vapeur ($\alpha = 20\%$) au bord d'attaque à différents niveau de ca- vitation et un débit constant de $\Phi = 0,005$. Modèles numériques sans jeu (en
	dessus) et avec jeu radial (au dessous)
4.52	Coefficients de pression à la périphérie de l'aube, $\Phi = 0,005.$
4.53	Formation de vapeur ($\alpha = 20\%$) au bord d'attaque à différents niveau de ca- vitation et un débit constant de $\Phi = 0,011$. Modèles numériques sans jeu (en dessus) et avec jeu radial (au dessous)

4.54	Courbes de la chute des performances de l'inducteur A pour trois modèles nu- mériques, un sans jeu radial, et deux avec jeu radial, et pour les données expé- rimentales de l'inducteur avec jeu nominal à un débit de $\Phi = 0,011$. Formation de vapeur ($\alpha = 20\%$) à différentes conditions de cavitation, modèles numériques sans jeu radial (gris clair) et avec jeu radial (gris foncé)	172
5.1	Géométrie de l'inducteur A .	175
5.2	Domaine de contrôle et conditions aux limites de la grille d'aubes A	177
5.3	Maillages de la grille d'aubes A	179
5.4	Coefficient de pression de la grille d'aubes A	180
5.5	Champs de pression statique (kPa) à différents coefficients Φ	181
5.6	Courbes de chute de pression de la grille d'aubes \mathbf{A} pour quatre vitesses débitantes	s .182
5.7	Courbe de chute de pression et images des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) correspondant à différentes valeurs de σ et $\Phi = 0,056$. Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$.	184
5.8	Coefficient de pression, C_P , sur les parois des aubes à quatre nombres de cavi-	
	tation et $\Phi = 0,056$	186
5.9	Courbe de chute de pression et images des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) correspondant à différentes valeurs de σ et $\Phi = 0,042$. Modèle de turbulence RNG	
	$\kappa - \epsilon$	187
5.10	Courbe de chute de pression et images des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) cor- respondant à différentes valeurs de σ et $\Phi = 0,039$. Modèle de turbulence RNG	
	$\kappa - \epsilon$	188
5.11	Evolution temporelle des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) dans la grille d'aubes A ,	100
5 19	pour $\delta = 0,238$ et $\Psi = 0,039$. Modele de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$.	109
0.12	des aubes 1 et 2.	190
5.13	Courbe d'évolution temporelle de la pression statique à l'entrée, P_1 , et l'analyse spectral du signal P_1	100
5 14	Courbes d'évolution temporelle de la pression statique dans la cascade d'aubes	130
0.14	sur les capteurs virtuels des aubes 1 et 2 , P_{Aube_1} et P_{Aube_2} , ainsi qu'à l'entrée du	
	domaine de contrôle, P_1 , pour $\sigma = 0,258$	191
5.15	Evolution temporelle des poches de vapeur ($\alpha \ge 10$) dans l'inducteur à deux aubes, à $\sigma = 0,258$ et $\Phi = 0,039$. Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$ modifié	193
5.16	Comparaison de l'évolution temporelle de la longueur de la cavitation, l_{cav} , en	
	utilisant le modèles $\kappa - \epsilon$ RNG et $\kappa - \epsilon$ RNG modifié	194
5.17	Géométrie de l'inducteur 8 degrés .	196

5.18	Comparaison géométrique des grilles d'aubes des inducteurs axiaux étudiées 197
5.19	Conditions aux limites de la grille d'aubes 8 degrés
5.20	Maillage de la grille d'aubes 8 degrés
5.21	Courbes des performances de la cascade d'aubes 8 degrés
5.22	Champs de pression statique (kPa) dans la grille d'aubes 8 degrés 200
5.23	Vecteurs de vitesse et triangles des vitesses (m/s) au bord d'attaque de la grille
	d'aubes 8 degrés
5.24	Courbes de chute de pression de la grille d'aubes 8 degrés pour trois vitesses
	débitantes
5.25	Courbes de chute de pression de la grille d'aubes 8 degrés pour $\Phi = 0,070$, et
	images des poches de vapeur correspondant à diverses valeurs de $\sigma.$ Modèle de
	turbulence RNG $\kappa - \epsilon$
5.26	Vecteurs des vitesses relatives au bord d'attaque à pour différentes conditions de
	cavitation
5.27	Courbe de l'évolution temporelle du coefficient de pression sur les capteurs vir-
	tuels de la grille d'aubes 8 degrés, pour $\Phi = 0,070$ et $\sigma = 0,189204$
5.28	Evolution temporelle des poches de vapeur ($\alpha \geq 10\%)$ dans l'inducteur à trois
	aubes, pour $\sigma = 0,070$ et $\Phi = 0,070$. Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$ 205
5.29	Evolution temporelle des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) et triangles des vitesses
	relatives dans l'inducteur à trois aubes, pour $\sigma = 0, 189$ et $\Phi = 0, 070$ 206
5.30	Courbe de l'évolution temporelle du coefficient de pression obtenu sur les cap-
	teurs virtuels des aubes 1, 2 et 3 pour $\Phi = 0,084$ et $\sigma = 0,184$
5.31	Courbes des performances de l'inducteur A en régime stationnaire
5.32	Valeurs des résidus des calculs cavitants instationnaires à différents pas de temps,
	Δt
5.33	Iso-surfaces de vapeur dans l'inducteur A , pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,051$ à
	l'instant $t = 200 t_{réf}$
5.34	Evolution de la pression statique à l'entrée et le bilan massique lors des calculs
	numériques instationnaires pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,064$
5.35	Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur A pour $\Phi =$
- 00	$0,0050$ et $\sigma = 0,064$, vue de face. Calculs non-stabilisés
5.36	Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur A, pour $\Phi =$
r 07	$0,0050 \text{ et } \sigma = 0,064, \text{ vue de face.}$ 220
5.37	Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur A , pour $\Phi =$
F 9 0	$0,0050 \text{ et } \sigma = 0,064, \text{ vue de laterale.} 221$
5.38	Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur A , pour $\Phi =$
	$0,0050$ et $\sigma = 0,064$, vue isométrique

5.39	Evolution de la pression statique à l'entrée et le bilan massique lors des calculs
	numériques instationnaires pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,043$
5.40	Evolution temporelle de la vapeur (α = 35%) dans l'inducteur A pour Φ =
	0,0050 et $\sigma = 0,043$, vue de face
5.41	Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 35\%$) dans l'inducteur A pour $\Phi =$
	$0,0050 \text{ et } \sigma = 0,043.$

Liste des tableaux

3.1	Propriétés de l'eau aux conditions ambiantes.	85
3.2	Analyse unidimensionnelle du venturi.	92
3.3	Paramètres instationnaires du détachement de la poche de vapeur dans le venturi	
	pour diverses conditions de cavitation	100
3.4	Comparaison du nombre de Strouhal pour l'écoulement cavitant instationnaire	
	dans un venturi, d'après Stutz et Reboud [78]	100
3.5	Longueur de la cavitation à divers instants, $t/t_{réf}$	102
4.1	Qualité d'un élément par rapport à l' $EquiAngle Skew Q_{EAS}$	111
4.2	Propriétés physiques de l'eau et sa vapeur	115
4.3	Caractéristiques principales de l'inducteur B	122
4.4	Etude de sensibilité des résultats numériques au maillage de l'inducteur ${\bf B}.$	128
4.5	Caractéristiques géométriques et de fonctionnement de l'inducteur 8 degrés	138
4.6	Caractéristiques principales du maillage numérique de l'inducteur 8 degrés	144
4.7	Caractéristiques principales de l'inducteur A	155
4.8	Etude de la sensibilité des résultats au maillage de l'inducteur $A.$	158
4.9	Variation du coefficient de pression par rapport au jeu radial de l'inducteur \mathbf{A} .	164
5.1	Caractéristiques principales de la grille d'aubes A	176
5.2	Définition des conditions aux limites sur la grille d'aubes A	178
5.3	Etude de sensibilité des résultats au maillage	178
5.4	Propriétés de l'eau liquide et sa vapeur.	179
5.5	Caractéristiques principales des cycles de fluctuation de la cavitation en utilisant	
	deux modèles de turbulence différents	194
5.6	Caractéristiques principales de l'inducteur 8 degrés	196
5.7	Différences principales des inducteurs axiaux A et 8 degrés	197
5.8	Comparaison des fréquences de détachement de la cavitation dans les deux grilles	
	d'aubes étudiées	208
5.9	Différents pas de temps testés dans l'analyse instationnaire	212

Introduction

Les turbomachines ont une place importante dans le domaine industriel. Leur utilisation concerne de plus en plus d'applications. On peut mentionner à titre d'exemple la génération électrique, les industries chimiques et alimentaires, les transports, etc.

La cavitation est un phénomène physique qui apparaît fréquemment dans les turbomachines hydrauliques soumises aux conditions de basses pressions. Elle entraîne plusieurs effets non-souhaitables dans les systèmes industriels où elle a lieu. On peut mentionner le bruit généré par le transfert de masse entre les phases, l'érosion, la perte de performances de la machine et les déformations plastiques de certains éléments de la machine provoquées par les collapses de bulles de vapeur. En plus, il faut mentionner dans certaines configurations l'aspect instationnaire et instable de la poche cavitante.

Malgré de nombreuses études concernant ce phénomène de cavitation, elle reste, aujourd'hui encore, un sujet de préoccupation majeure et son étude continue à être le centre d'intérêt sur divers aspect du phénomène : moléculaire, thermodynamique, hydrodynamique, mécanique, hydroacoustique, comportement de matériaux, etc.

Les conséquences liées à la génération et notamment le collapse des bulles de vapeur non contrôlées de l'écoulement, sont très néfastes et peuvent aller jusqu'à la destruction des turbomachines. Ce phénomène rend la conception et l'optimisation des turbomachines de plus en plus complexe.

A cet effet, on cherche à mieux connaître le phénomène physique afin de maîtriser et d'éviter ses effets néfastes. La tâche est loin d'être facile, tant expérimentalement qu'à partir de la modélisation numérique. Il s'agit d'un phénomène extrêmement complexe et instable : le mélange liquide vapeur est fortement compressible, les deux phases se déplacent avec des vitesses différentes et sont séparées par des interphases dotées de tension superficielle, les échanges de masse et de quantité de mouvement sont permanentes entre les phases. Par ailleurs les transferts de masse entre les phases (vaporisation et condensation) se produisent violement. Les écoulements cavitants sont turbulents dans la plupart de systèmes industriels, les mécanismes de production, transfert et dissipation de la turbulence du mélange liquide-vapeur sont différents de ceux du liquide homogène. Enfin, le changement d'état sont associées à des échanges de chaleur entre les phases qui mo-

INTRODUCTION

difient la pression de vaporisation du liquide générant ainsi un retard d'apparition de la cavitation. Cet effet thermique est plus significatif dans les cas des fluides thermosensibles.

L'objectif poursuivi dans cette thèse est de contribuer à l'analyse de l'écoulement cavitant stationnaire et instationnaire dans les turbomachines, notamment les inducteurs. Les travaux effectués durant cette thèse, à caractère théorique et expérimental, s'inscrivent dans le cadre des recherches menées dans l'action spécifique « Cavitation et Pompage des Mélanges Diphasiques » du *LEMFI* (Laboratoire d'Energétique et de Mécanique des Fluides Interne) et dans la continuité des travaux réalisées par Madame MEJRI [57].

Ce travail est organisé en cinq chapitres principaux :

Le premier chapitre traite la partie théorique du phénomène de la cavitation. Il présente aussi l'état de l'art des travaux tant numériques qu'expérimentaux sur le phénomène à étudier. Ensuite, il décrit les méthodes et les outils théoriques de dimensionnement et d'analyse du comportement aérodynamique des turbomachines, on fait un bilan des critères impliqués dans le design des inducteurs en écoulements cavitant ainsi que de la méthode suivie au *LEMFI* pour la conception des inducteurs étudiés. Enfin, les trois inducteurs axiaux étudiés dans le cadre de ces travaux de thèse sont présentés dans ce chapitre, à savoir : l'inducteur **B**, l'inducteur **8 degrés** et l'inducteur **A**.

Le second chapitre est consacré à la modélisation de l'écoulement non-cavitant et cavitant stationnaire et instationnaire des turbomachines sur la base d'une méthode aux volumes finis développée dans *Fluent*. La simulation numérique permet d'accéder à la morphologie de l'écoulement interne, et d'en montrer ainsi sa complexité, notamment dans des configurations diphasiques. Ce chapitre décrit les détails relatifs à la modélisation CFD appliquée aux turbomachines en général : depuis la génération de la géométrie, en passant par le maillage des domaines de calcul, du calcul proprement dit, jusqu'au post traitement des résultats. Puis, il décrit la formulation théorique des équations de la dynamique et des modèles de turbulence qui la gèrent. Enfin, il présente différents modèles de cavitation, en particulier le modèle développé par Singhal [75]. C'est le modèle de cavitation utilisé pour les analyses numériques des travaux de thèse.

Dans le troisième chapitre, la mise en œuvre des simulations numériques cavitantes stationnaires et instationnaires sur deux géométries génériques bidimensionnelles a été réalisée. Ceci afin de mieux comprendre le phénomène de la cavitation et la démarche numérique nécessaire pour son étude. La mise en œuvre des simulations numériques en régime cavitant dans des géométries plus complexes (inducteurs tridimensionnels) a besoin d'une bonne compréhension des structures de la cavitation et des mécanismes qui gouvernent les instabilités qui lui sont associées.

Le banc hydrodynamique d'essais expérimentaux du *LEMFI* est présenté dans la première partie du chapitre quatre. Notamment la boucle hydrodynamique des inducteurs de type industriel et celle des inducteurs de type aéronautique. Il décrit les détails relatifs à la démarche expérimentale complète adoptée, dont l'objectif attendu est de valider les modèles physiques utilisés dans les simulations numériques. Dans une deuxième partie, les résultats numériques tridimensionnels de l'écoulement cavitant et non-cavitant stationnaire dans les trois inducteurs sont présentés. On peut remarquer en particulaire l'étude de l'influence des conditions aux limites périodiques dans l'inducteur **B** ainsi que l'influence du jeu radial sur l'écoulement moyen en régime non-cavitant et cavitant dans l'inducteur **A**.

Les résultats obtenus sont étudiés et commentés et ils sont confrontés aux données expérimentales pour sa validation.

Le cinquième chapitre consiste à présenter, dans une première étape, les résultats numériques de l'écoulement cavitant instationnaire dans deux grilles d'aubes générées à partir de l'inducteur à trois aubes **8 degrés** et l'inducteur à deux aubes **A**. Puis, dans une deuxième étape, il présente les résultats numériques tridimensionnels de l'écoulement cavitant instationnaire dans l'inducteur à deux aubes **A**. Il montre notamment, l'évolution de structures de vapeurs apparaissant et se développant pour diverses valeurs de coefficients de débit et nombres de cavitation. On peut observer et commenter les structures instables dont l'étude analytique exige des approches théoriques nouvelles pour la prise en compte des aspects à la fois multiphasique, tridimensionnel, instationnaire et turbulent de l'écoulement.

INTRODUCTION

Chapitre 1

Généralités

1.1 Le phénomène de la cavitation

1.1.1 Principes fondamentaux

Définition

La cavitation est la vaporisation d'un fluide soumis à une pression inférieure à sa pression de vapeur saturante, P_{sat} . Ce phénomène se manifeste par la formation, au sein de l'écoulement, de bulles, poches, tourbillons ou torches de vapeur. La pression de vapeur saturante ou tension de vapeur est la pression à laquelle la phase gazeuse de cette substance est en équilibre avec sa phase liquide ou solide. Elle dépend exclusivement de la température.

La cavitation peut être observée dans divers systèmes industriels tels que les constructions hydrauliques, l'aéronautique, l'aérospatiale, les systèmes d'alimentation et les turbomachines. Dans le cas des machines hydrauliques, les conditions actuelles de conception permettent la construction de machines plus compactes avec une vitesse de rotation plus importante, donc les risques de cavitation sont plus élevés. La cavitation est une partie fondamentale dans la conception et l'utilisation des turbomachines, elle devrait être maîtrisée, ou au moins bien comprise pour en éviter les effets nocifs.

Le développement de la cavitation, dans un système hydraulique, peut être l'origine de plusieurs effets négatifs, tels que le bruit, les vibrations, la diminution des performances, l'érosion et les dommages structuraux. Ces effets font du régime de cavitation une situation à éviter.

Dans les pompes, ces structures de vapeur apparaissent dans les zones de sous pression à l'entrée des aubes de la roue et elles sont transportées dans les zones à plus haute pression. Sous l'action du gradient de pression, elles implosent dès que la pression locale dans



FIG. 1.1 – Diagramme pression-température de l'eau présentant la cavitation.

l'écoulement redevient supérieure à la pression de saturation. Ces implosions produisent des micro-jets et des surpressions (ondes de choc) qui peuvent atteindre plusieurs centaines, voire milliers de *bars*. Pour diminuer les effets négatifs de la cavitation, des études numériques et expérimentales ont été entreprises.

Bien que la simulation numérique de la cavitation suscite beaucoup d'attention, prédire un tel écoulement complexe, instationnaire et diphasique avec une exactitude acceptable est toujours une tâche difficile.

L'origine de la cavitation, qui se produit principalement à la pression de saturation du liquide, dépend fortement des conditions de l'écoulement, des germes de gaz non condensable dilués dans le fluide, et de la rugosité locale de la surface. L'interaction des structures de vapeur avec l'écoulement turbulent, qui n'est pas encore complètement comprise, peut être responsable des instabilités de l'écoulement en conduisant aux phénomènes complexes tels que le jet réentrant et la génération de tourbillons de vapeur en forme d'U qui sont transportés par l'écoulement moyen à la région du rétablissement de la pression où ils s'effondrent.

Physique du phénomène de cavitation

Lorsque la pression d'un liquide diminue suffisamment, il commence à s'évaporer, ainsi une partie du liquide subit une transformation de phase en passant de l'état liquide à l'état gazeux. Il peut être interprété comme la rupture du milieu continu de liquide sous l'effet de contraintes excessives. La pression à laquelle ce phénomène a lieu est la pression de saturation du fluide, valeur qui dépend fortement de la température du fluide. La cavitation peut varier de très légère à très forte : dans le premier cas, l'effet est uniquement une baisse des performances; dans le deuxième cas, une forte cavitation est très bruyante et elle peut endommager des parties importantes de la pompe ou provoquer des dommages structuraux à la machine.

L'apparition de vapeur au sein d'un liquide peut être provoquée par deux mécanismes différents : suite à un apport de chaleur donc à une augmentation de température à pression constante, qui est bien connue comme le phénomène d'**ébullition**, ou bien, à température constante, par une diminution de pression, qui correspond au phénomène de **cavitation**, voir figure 1.1.

Bien que le processus de cavitation ne soit pas strictement isothermique, les effets thermodynamiques sont généralement négligés pour des liquides comme l'eau aux conditions ambiantes. Il faut remarquer que sous des conditions particulières, les liquides peuvent résister à des contraintes significatives sans subir un changement de phase. Beaucoup de chercheurs (Donny 1846, Reynolds 1882) ont déjà rapporté que la résistance aux contraintes augmente de manière significative pour les liquides dégazés. Néanmoins, le critère de la naissance de la cavitation (P(T), $P_{sat}(T)$) demeure valide pour liquides industriels grâce à l'existence de micro-cavités présentes dans tous les liquides, appelées « germes ou noyaux » où coexistent gaz et vapeur en équilibre stable.

Grosso modo, le phénomène de cavitation suit principalement deux phases dans les turbomachines :

- La première phase se caractérise par l'apparition et la croissance de cavités de vapeur dans un « liquide homogène ». Ces cavités sont entraînées par l'écoulement. La vitesse de croissance des cavités est fonction de plusieurs paramètres : la taille du rayon initial de la cavité, la pression extérieure, etc.
- La seconde phase consiste en l'implosion des cavités à cause d'une pression extérieure à la cavité supérieure à la pression de saturation. Cette condensation presque instantanée et violente peut marteler la paroi solide avec une grandeur importante et entrainer l'érosion de la surface. L'effondrement proprement dit est très rapide : de l'ordre de nanosecondes.

La figure 1.2 montre les deux phases de la cavitation : dans l'intervalle I, la diminution de la pression locale au-dessous de la pression de saturation de vapeur incite à la formation de bulles de vapeur qui sont entraînées par l'écoulement. Dans l'intervalle II, la pression extérieure aux poches de vapeur est supérieure à la pression de la vapeur, donc les poches de vapeur explosent violemment en martelant la paroi du solide à une fréquence élevée. Le matériel est soumis à des fortes contraintes qui provoquent son érosion en (A). L'érosion du matériel accélère en même temps la cavitation, parce que le liquide s'accélère localement dans ces irrégularités.

1.1.2 La cavitation dans les turbomachines

Formes des cavités de vapeur

La cavitation prend des formes très différentes selon la configuration de l'écoulement où elle se produit, la forme et le mouvement des parois qui la limitent et les propriétés physiques du liquide lui-même. Lorsque la cavitation se produit au sein de l'écoulement, elle prend différentes formes, voir figure 1.3, on peut mentionner :

- Bulles isolées emportées avec l'écoulement qui sont issues de germes microscopiques contenus dans le liquide. Ces bulles explosent dans les régions de basse pression et implosent ensuite lorsqu'elles rencontrent un gradient de pression adverse.
- Poches accrochées aux parois, spécialement à l'extrados des aubages de machines et des pales d'hélices ou plans porteurs d'hydroptères.
- Filaments tourbillonnaires cavitants qui résultent des basses pressions engendrées dans les zones où la vorticité est fortement concentrée : zones de cisaillement entre deux écoulements de vitesse d'ensemble entre différents tourbillons aux extrémités d'ailes portantes ou de pales d'hélices.

Régimes de cavitation

Il est utile de distinguer, à propos des écoulements cavitants, les régimes suivants :

- les régimes limites entre le fonctionnement non-cavitant et le fonctionnement cavitant,
- les régimes de cavitation développée.

Cette distinction se réfère à la possibilité d'accepter ou non la cavitation dans les systèmes industriels. Dans l'industrie, on s'intéresse surtout à la définition et à la détection du seuil d'apparition ou de disparition de la cavitation. Alors que dans la cavitation développée, ce seuil est largement franchi, et celui-ci se traduit par une modification notable des performances des machines, et une augmentation du taux de vapeur.



FIG. 1.2 – Phases de la cavitation.



(a) Bulles sur un profil d'aile



(b) tourbillon cavitant dans un sillage



(c) Bulles sur un profil d'aile



(d) tourbillon cavitant dans un sillage



(e) Position et formation de la vapeur sur les aubes

FIG. 1.3 – Diverses formes de cavitation, d'après Franc et al. [25].
Dans le cas de poches de vapeur sur des profils ou des aubages, on distingue un régime de **cavitation partielle**, où une cavité prend naissance près du bord d'attaque, elle s'attache à la paroi et se ferme à l'aval, sur le corps de l'aube, et un régime de **surcavitation**, où des cavités importantes se forment près du bord d'attaque et se ferment à l'aval du corps au sein de l'écoulement.

Causes et effets de la cavitation

Les causes typiques qui incitent l'apparition et le développement de la cavitation sont :

- 1. la dépression due à la survitesse locale d'écoulement provoquée par le changement des courbures des lignes de courant (aubes de machines, passage restreint);
- 2. les fluctuations turbulentes de la pression provoquées par des instabilités de l'écoulement (injecteurs, coups d'eau);
- 3. les imperfections de la surface, la rugosité de parois (constructions hydrauliques);
- 4. le cisaillement élevé et les vortex importants dans les écoulements (jet cavitant, vortex).

La cavitation trouve son origine, normalement, dans un système qui a été conçu pour un fluide homogène, donc elle provoque plusieurs conséquences :

- Acoustiques : trépidation ou petits coups du liquide sur la paroi solide, Tel un martèlement irrégulier.
- **Visuelles :** formation de nuages blancs. Ils ont une forte effervescence qui occupe un volume du liquide grand ou petit, selon l'intensité de la turbulence.
- **Sensibles :** occasionnellement, vibrations dangereuses dans les machines qui peuvent être communiquées mêmes aux structures de l'installation hydraulique.
- **Energétiques :** perturbations dans la configuration de l'écoulement, les pertes de charge augmentent et le rendement diminue comme conséquence de la diminution de la section transversale utile et des échanges énergétiques entre les phases.

Structurelles : efforts parasites sur les structures solides.

1.1.3 Paramètres d'analyses des écoulements cavitants

Les pompes sont les machines hydrauliques les plus utilisées dans les applications industrielles. Les caractéristiques de fonctionnement sont présentées dans les catalogues des constructeurs en trois courbes :

1. La première courbe donne la relation entre la hauteur générée et le débit. En régime non-cavitant et à une vitesse de rotation fixée.

- 2. La seconde donne la puissance absorbée à cette même vitesse de rotation.
- 3. La troisième courbe est la courbe de NPSH qui donne, en fonction du débit et pour la même vitesse de rotation, les limites de cavitation de la machine, correspondant, en général, à une chute de performance de 3%.

Hauteur nette d'aspiration. La hauteur nette d'aspiration ou NPSH (Net Positive Succion Head) est la différence entre la pression absolue totale à l'entrée de la pompe et la pression de saturation :

$$NPSH = \frac{(P_{tot})_1 - P_{sat}}{\rho \cdot g} \tag{1.1}$$

Lors des expériences de cavitation d'une pompe, les essais commencent à une valeur de NPSH suffisamment élevée pour qu'aucune trace de cavitation ne se produise. Ensuite, avec les mêmes caractéristiques du circuit (vitesse de rotation de la pompe, débit, etc.), on diminue progressivement la pression du réservoir. En conséquence, le NPSH est réduit jusqu'au blocage final des espaces inter–aubes. Ceci provoque une chute violente des performances de la machine. Dans cette courbe on peut déterminer diverses valeurs caractéristiques du NPSH :

- Le *NPSH* de début de la cavitation. Il correspond à l'apparition du phénomène et peut être détecté soit acoustiquement, soit visuellement lorsque la machine est munie de hublots transparents.
- Lorsqu'on continue à baisser le *NPSH*, on convient d'en définir certaines valeurs caractéristiques. Ces valeurs critiques de *NPSH* correspondent à des critères propres à chaque constructeur.
- Pour des valeurs de *NPSH* encore plus faibles, on constate que les performances de la machine se dégradent. Il est possible de se donner un critère objectif pour déterminer un *NPSH*.

NPSH Requis. Il s'agit, en règle générale, du NPSH à 3% de la machine considérée au point de fonctionnement choisi. Une machine calée à une pression d'aspiration inférieure verra ses performances nettement dégradées.

NPSH d'installation. Il s'agit de la pression à l'aspiration régnant effectivement à l'entrée d'une pompe. Il est toujours défini. On impose pratiquement que le NPSH d'installation soit supérieur au NPSH requis.

Nombre de Thoma. Le nombre de Thoma d'une machine est défini comme le paramètre de cavitation obtenu en adimensionnalisant le NPSH par rapport à la hauteur :

$$\sigma_T = \frac{NPSH}{H} \tag{1.2}$$

Nombre de cavitation. Le nombre de Thoma dans le cas de pompes ne représente que peu d'intérêt, puisque l'énergie massique fournie par la machine varie par rapport au débit. Donc, on utilise le nombre de cavitation, σ , pour caractériser le risque de cavitation dans une installation. σ est obtenu en utilisant comme référence l'énergie cinétique d'entraînement. Il traduit l'écart entre une pression caractéristique de l'écoulement et la pression de vapeur saturante. Fréquemment, on définit σ comme :

$$\sigma = \frac{(P_{tot})_1 - P_{sat}}{1/2 \cdot \rho \cdot U_t^2}$$
(1.3)

Plus σ est élevé, plus l'écart des pressions est important, et par conséquent, plus le risque de cavitation est réduit. Inversement, lorsque le nombre de cavitation est petit, le risque de cavitation est important.

Vitesse spécifique d'aspiration. Chaque système hydraulique à une définition spécifique du nombre de cavitation, et ses valeurs ne peuvent être comparées que pour des dispositifs similaires. Pour permettre de comparer plus largement les capacités d'aspiration des pompes, quelle que soit leur géométrie, certains auteurs définissent aussi la vitesse spécifique d'aspiration, S. Plus elle est élevée, plus la pompe est performante.

$$S = \frac{N\sqrt{Q_v}}{\left(NPSH\right)^{3/4}}\tag{1.4}$$

Les effets thermiques

Sur la figure 1.1 introduite pour la définition de la cavitation, on aperçoit une zone de mélange où les deux phases coexistent : le dôme de saturation. Le sommet de cette ligne pointillée est appelé le « point critique » et est en réalité situé sur « l'isotherme critique ». Une autre courbe très importante, concernant indistinctement les deux phases, relie la pression et la température : la pression de vapeur saturante $P_{sat}(T)$.

Pour la cavitation, le changement de phase se fait donc par « saut » d'une isotherme à une autre; or, ces effets thermiques sont généralement négligeables pour les liquides tels que l'eau à la température ambiante.

Ces effets traduisent le retardement de la cavitation (et donc une baisse du NPSH de la chute) par l'évaporation même du fluide. En effet, le phénomène d'évaporation d'une quantité de liquide nécessite localement de l'énergie à prélever au liquide environnant, ce qui fait baisser sa température et donc la pression de vapeur saturante; or la baisse de la pression de vapeur saturante limite la cavitation.

Plusieurs auteurs se sont intéressés à ces effets thermiques qu'ils décrivent grâce à un paramètre $\Delta P_{themosensibilit\acute{e}}$ proportionnel à la variation de pression de vapeur saturante en fonction de la température $(\partial P_{sat}/\partial T)$ et à la variation de température suite à une évaporation adiabatique $(\partial \rho_v L_v / \rho_l C_l, \text{ où } L_v \text{ est la chaleur latente de vaporisation en } C_l$ la capacité calorifique du liquide) :

$$\Delta P_{themosensibilit\acute{e}} = \frac{\partial P_{sat}}{\partial T} \cdot \frac{\partial \rho_v L_v}{\rho_l C_l} \tag{1.5}$$

1.2 Contexte du phénomène de la cavitation

Le phénomène de cavitation est très complexe puisqu'il pousse au changement des propriétés physiques d'un fluide initialement homogène, le mélange liquide-vapeur résultant devient compressible. Donc, l'écoulement est diphasique avec des changements continus de masse et quantité de mouvements à l'interphase. Les deux phases ont des propriétés de fluide et d'écoulement différentes. Le temps caractéristique du changement de phase est très petit par rapport à celui de l'écoulement principal. En plus, le comportement turbulent du fluide homogène change en présence de la cavitation, et en conséquence, l'écoulement cavitant peut devenir instationnaire.

La complexité du phénomène rend la modélisation de la cavitation difficile. La plupart des stratégies pour la modéliser sont basées sur des hypothèses empiriques, ce qui implique que les recherches expérimentales soient adaptées aux conditions spécifiques des écoulements diphasiques

Néanmoins, la science a fait des grands progrès, un grand nombre de recherches, théoriques et expérimentales, ont été effectuées afin d'analyser et de mieux comprendre le phénomène de la cavitation.

La simulation numérique de la cavitation a été utilisée pendant des années. Les modèles de cavitation existants calculent le comportement global des écoulements cavitants. Ce qui implique que le but principal d'un modèle de cavitation devrait être de prévoir le début, la croissance, et l'effondrement des bulles des écoulements cavitants.

1.2.1 Revue bibliographique sur la cavitation

La cavitation a été depuis plusieurs décennies un sujet de préoccupation majeure. Dès 1917, Rayleigh a étudié l'implosion d'une poche vide dans un volume important de liquide. Depuis, plusieurs études théoriques et expérimentales ont été menés pour prédire et modéliser les écoulements cavitants. Un modèle de calcul qui prédirait la taille et l'emplacement d'une poche de vapeur, est souvent considéré comme l'une des étapes itératives dans la démarche de design des turbomachines. Cependant, les concepteurs de turbomachines s'intéressent de plus en plus à l'analyse de l'écoulement : distribution de la pression, étude des phénomènes instationnaires, etc. Plusieurs auteurs ont traité de façon globale et généralisée les écoulements cavitants. Certains se sont intéressés à des aspects particuliers des écoulements cavitants tels que : la formation et la dynamique des bulles, l'érosion, l'acoustique associée au bruit dû à l'implosion des bulles, la cavitation tournante, la cavitation en vortex de backflow, etc.

La naissance de la cavitation

L'origine de la cavitation dans les systèmes hydrauliques dépend de plusieurs paramètres tels que la nucléation, la rugosité de la surface, et la couche limite du liquide. Un critère utilisé pour définir le commencement de la cavitation est basé sur une approche statique, ceci déclare que les cavités se produisent quand la pression descend au-dessous de la pression de vapeur saturante du liquide. Guennoun et al. [30] ont montré que ceci n'est plus vrai en cas d'eau fortement gazeuse ou de surfaces trop rugueuses.

Arndt et Ippen [6] ont montré la sensibilité du commencement de la cavitation à l'intensité de turbulence de la couche de limite, qui peut être amplifiée dans le cas de surfaces rugueuses. Numachi [67] a mis en évidence l'effet de rugosité sur le commencement de cavitation et sur sa position de détachement. Pour ce qui concerne les cavités isolées, Knapp et al. [43] et Arndt [5] ont étudié l'effet de la rugosité tridimensionnelle et ils ont établi une corrélation entre le commencement de la cavitation et la distance relative de la rugosité à l'épaisseur de la couche limite.

Keller [40] a rapporté l'influence des effets d'échelle induits sur le début de la cavitation. Les paramètres principaux qui affectent le début de la cavitation sont la qualité de l'eau (tension superficielle, concentration et taille des noyaux) et les paramètres de l'écoulement et du fluide (vitesse d'écoulement, viscosité du fluide, turbulence, etc.)

Le seuil de pression, appelé également la pression critique, dépend des noyaux de l'eau et des efforts locaux. Joseph [39] a proposé le critère de la tension maxima, qui peut prendre en compte les structures anisotropes d'écoulement. Ce critère unifie la théorie de cavitation, la théorie de tension superficielle maximum des liquides de filaments et la théorie de rupture des solides amorphes. Il est formulé en termes des efforts principaux qui se produisent dans un fluide mobile plutôt qu'une pression dans un fluide statique. La formulation est basée sur l'idée que le liquide cédera dans la direction de la tension maximum.

Détachement de la cavitation

La cavitation peut apparaître sous différents formes sur un hydrofoil, divers chercheurs ont étudié les paramètres qui régissent et permettent l'attachement de la cavité sur une surface pleine. Les paramètres d'écoulement, la couche limite ainsi que la rugosité de la surface et la qualité de l'eau ont été largement étudiés.

Arakeri [4] a montré, en utilisant la technique de visualisation de Schlieren, s'origine après le décollement de la couche limite laminaire, voir figure 1.4. Ils sont établi une corrélation entre la position du point de décollement et le détachement de la cavitation. Ces observations ont été confirmées par Tassin et Ceccio [80] avec différents techniques

1.2. CONTEXTE DU PHÉNOMÈNE DE LA CAVITATION



FIG. 1.4 – Région de détachement d'une poche de vapeur sur une aube.

comme l'injection de colorant, la visualisation de Schlieren et LDV.

Farhat et al. [24] ont remis en cause la nécessitée d'avoir le décollement de la couche limite laminaire pour que la cavitation soit attachée. Ils ont prouvé, à partir des mesures de PIV dans la région de détachement de la cavitation, que la cavitation peut être attachée à l'hydrofoil sans l'apparition au préalable du décollement de la couche limite laminaire.

En effet, il y a deux façons de considérer la cavitation au bord d'attaque. La cavitation peut être vue comme obstacle à l'écoulement rentrant, et donc, le décollement de la couche limite laminaire est une condition nécessaire pour assurer l'équilibre mécanique de la cavité. Mais, l'interface de la cavité peut aussi être considérée comme surface immatérielle qui correspond à la transition du liquide rentrant à vapeur. Donc, il n'y a aucun besoin du décollement de la couche limite laminaire pour que la cavité soit attachée.

Fermeture de la cavitation

La fermeture de la cavitation est une région critique où la vapeur produite en amont se transforme en liquide. Elle est caractérisée par son caractère instable. Dans cette région, le liquide et la vapeur sont mélangés, donc il y a une forte interaction des cavités convectées avec l'écoulement externe. La région proche de la fermeture de la cavitation subit de l'érosion provoquée par l'effondrement des cavités. Les structures de vapeur qui se sont formées dans les zones de basse pression sont transportées en aval par l'écoulement et s'effondrent violemment quand elles atteignent les zones de pression plus élevée. Le modèle physique d'un écoulement cavitant doit tenir compte de deux différentes échelles de temps : une échelle liée au mouvement principal du liquide, et une autre échelle (qui est beaucoup plus petite) associée à l'effondrement des cavités.

Avellan et Dupont [8] ont étudié, à l'aide des mesures de LDA (*Laser Doppler Ane*mometry), le mécanisme hydrodynamique de la génération des cavités convectées. Ils ont remarqué une forte interaction de la cavitation avec l'écoulement principal, qui mène au développement de l'instabilité de Kelvin–Helmoltz ainsi qu'à la formation de structures tourbillonnaires dans la zone de détachement de la cavitation. Le transfert d'énergie de l'écoulement principal à ces structures entraîne la formation des tourbillons en forme d'U dans la région de fermeture de la cavitation.

La zone de fermeture d'une poche de cavitation est la zone où l'écoulement du liquide recolle à la paroi. L'écoulement qui longeait initialement la cavitation a très schématiquement la structure d'un jet venant frapper la paroi. Ce jet se sépare en deux parties, l'un donne naissance à « jet rentrant » dans la cavité alors que l'autre assure le recollement de l'écoulement à la paroi. Il est évident qu'une telle configuration ne peut pas exister de façon permanente, ne serait-ce que parce que le liquide rentrairait continûment dans la cavité sans possibilité de s'en échapper. On est donc contraint à supposer qu'il y a alternance de phases d'existence du jet rentrant tendant à alimenter la cavité en liquide et de phases de soutirage tendant à la vidanger et à entrainer dans le même temps une partie de la vapeur. Cette alternance peut d'ailleurs sous certaines conditions donner naissance à un cycle périodique de pulsation de la poche.

Etudes expérimentales

On pourra notamment citer Kubota et al. [45] qui ont étudié les écoulements cavitants autour d'hydrofoils en présence de nuages cavitants par une technique LDV (*Laser Doppler Velocimetry*). Ils ont abouti à la caractérisation d'une région de vorticité au centre du nuage.

Stutz et Reboud [79] ont effectué une étude expérimentale par LDV et technique de sonde à doubles capteurs optiques, afin d'étudier la structure d'un écoulement à deux phases sur une section de type venturi en présence de poches de cavitation continues et attachées. Cette étude a mené à une meilleure caractérisation du phénomène de jet-rentrant à travers des mesures du débit et des distributions de masse et de quantité de mouvement à l'intérieur même des poches de vapeur. Par ailleurs, Callenaere et al. [15] ont également étudié ce type d'écoulement par mesures LDV et ont abouti à un résultat important : de forts gradients de pression sont nécessaires pour le développement du jet rentrant.

Gopalan et Katz [29] ont étudié expérimentalement par PIV (*Particle Imaging Velocimetry*) et pris de photos, la structure de l'écoulement dans la zone de fermeture d'une poche attachée à une aube de turbine. Ils ont observé que l'implosion des poches dans la zone de fermeture produit de la vorticité et que le niveau de turbulence est plus élevée à l'aval de la zone de fermeture.

Kuhn de Chizelle et al. [47] se sont intéressés aux corps immergés et en particulier aux

écoulements cavitants autour du profil bien connu de « Schiebe ». Ces travaux expérimentaux ont montré que l'analyse de Rayleigh–Plesset peut être insuffisante pour décrire les mécanismes à petite échelle. Ils ont également permis l'observation de fusion et d'implosion de bulles. Pour cela, ils ont utilisé des films réalisés à grande vitesse et des électrodes pour capter les signaux sonores.

Franc et Michel [26] ont également étudié des écoulements cavitants autour de cylindres circulaires et elliptiques et autour d'un profil NACA, par injection de colorant. Ils ont montré l'existence d'une forte interaction entre la poche attachée et la couche limite et que la poche se détache derrière la zone de séparation laminaire.

Modélisation de la cavitation

Bien que la simulation numérique de la cavitation ait été très étudiée par les chercheurs, elle est encore un défi particulièrement aux sujets de la turbulence, l'écoulement diphasique et le comportement instationnaire du phénomène.

Tulin et Wu [84, 90] ont été les pionniers dans le domaine de la cavitation. Ils ont utilisé dans les années 50 des méthodes indirectes de transformation conforme et la théorie de la ligne de courant libre pour simuler des écoulements cavitants. Yamagushi et Kato [92] et Lemonnier et Rowe [55] ont étudié des méthodes de singularité dans les années 80's, tandis que Dupont et Avellan et al. [23] ont étudié des corrections de Navier–Stokes. Ces méthodes préliminaires ont été basées sur des corrélations empiriques de la fermeture et/ou de la longueur de la cavitation. Dans les dernières années, des modèles plus généralisés ont été proposés.

Récemment, des simulations numériques d'écoulement cavitants ont été réalisées sur des turbomachines telles que les pompes, des inducteurs et des turbines hydrauliques. Nakai et al. [63] ont étudié les roues à aube, avec un nombre de pales pair et ont établi que la cavitation alternée, prévue par les calculs, dépend de la géométrie de la roue. Nohmi et Goto [66] ont validé un modèle numérique homogène avec de nouvelles mesures expérimentales réalisées dans une pompe centrifuge.

Certains de ces auteurs ont développé des modèles numériques pour prédire la structure de l'écoulement cavitant à travers ces dispositifs. Ces modèles sont basés sur des analyses de stabilité de l'écoulement global dans un canal inter–aubes en régime cavitant, [81] et [32], ou dans une grille d'aubes 2D qui amène à négliger la cavitation à la périphérie des inducteurs, [21], ou finalement sur une simulation de l'écoulement autour des poches attachées [86].

La plupart des outils de CFD disponibles, ont introduit récemment l'un ou l'autre des modèles de prédiction de cavitation.

On peut répertorier les modèles de cavitation selon l'algorithme numérique adopté.

Certains modèles sont basés sur des algorithmes tels que SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations), le schéma CICAM (Compressing Interface Capturing on Arbitrary Meches) ou l'algorithme MAC (Marker and Cell) consistant à modifier les conditions aux limites pour chaque maille de calcul pour simplifier la résolution numérique. Ces techniques sont alors appliquées aux équations de Navier–Stockes en 2D (en étant basées ou pas sur la pression) ou en 3D, avec ou sans modèles de turbulence. Divers modèles de turbulence ont été adoptés dans les algorithmes pour calculs cavitant : le modèle $\kappa - \epsilon$, le modèle de Spalart–Allmaras, etc. On peut également avoir recours à des algorithmes modélisant la compressibilité artificielle.

Kueny et al. [46] ont proposé une loi barotropique reliant la pression à la densité. Ventikos [85] a étudié un modèle où l'état liquide est régi par une équation d'enthalpie.

Kubota et al. [44] ont appliqué l'algorithme MAC aux équations de Navier-Stokes en 3D, mais sans modèle de turbulence, pour mettre au point un modèle de cavitation basé sur l'équation de Rayleigh-Plesset couplée à l'équation de Poisson. La zone de cavitation est modélisée en tant que fluide compressible avec une densité variable. Ils ont alors appliqué ce modèle au nuage de bulles sur des hydrofoils, et ont abouti à des instabilités numériques pour des rapports de densité élevés.

Chen et Heiser [17] ont eu recours au même algorithme numérique et sans modèle de turbulence mais en bidimensionnel afin de mettre au point un modèle de cavitation basé sur la recherche de l'interface correspondant à l'isobare $P = P_{vap}$, où P_{vap} est la pression de vapeur saturante. Puis, ils ont écrit un nouveau modèle de cavitation (également basé sur le même algorithme numérique), qui met en œuvre l'équation d'une pseudo-densité en fonction du temps et de la pression.

Il a fallu attendre 1997 pour que le modèle de turbulence $\kappa - \epsilon$ (en plus des équations de Navier–Stokes en 2D basées sur la pression), soit intégré dans un modèle de cavitation par Singhal [76]. Cette équipe de chercheurs a eu recours à une équation de la fraction massique de la vapeur avec un terme source qui dépend de la pression. Kunz et al. [48] utilisent une technique similaire à Singhal, mais la façon de calculer les termes sources est différente.

Le passage à la 3D avec modèle de turbulence s'est alors réalisé en 2 000 avec Kunz et al. [48], qui ont exploité un algorithme numérique basé sur une compressibilité artificielle avec des équations de Navier–Stokes en 3D et le modèle de turbulence $\kappa - \epsilon$. Leur modèle de cavitation consiste en une équation de la fraction volumique VOF avec un terme source qui dépend de la pression, une équation de continuité non conservatrice et une stratégie de pré–conditionnement. Ils ont appliqué ce modèle à la détermination de la distribution de la pression sur des géométries axisymétriques.

Finalement, Sauer et Schnerr [73] ont utilisé l'algorithme SIMPLE et le schéma CICAM

pour mettre au point un modèle de cavitation basé sur une formulation VOF (Volume of Fluid) avec un terme source dans l'équation de transport de la fraction du vide pour modéliser la formation cyclique de nuages cavitants, la formation de jets rentrants et les pics de pression dus à l'implosion des bulles formant le nuage cavitant.

Le phénomène de cavitation dans les turbomachines peut entraîner une baisse de performances ainsi que la génération d'importantes forces instationnaires agissant sur toutes les composantes de ces machines. La compréhension et l'analyse du phénomène de cavitation se sont donc révélées importantes pour bien concevoir ce type de machines. Une telle analyse peut aussi se faire au travers d'un couplage des essais expérimentaux et numériques.

Instabilités de la cavitation

Parmi les différents types d'instabilités de cavitation, on peut distinguer deux catégories : les **instabilités du système** et les **instabilités intrinsèques**. L'instabilité de système survient quand l'instabilité de cavitation est provoquée par des fluctuations du système ou par l'interaction avec d'autres cavités. La cavitation tournante dans les inducteurs et la cavitation dans une cascade d'aubes sont les cas typiques où l'instabilité ne provient pas de la cavité elle-même.

Les instabilités intrinsèques sont les instabilités de cavitation qui proviennent de la cavité elle-même. Des calculs instationnaires préliminaires ont été menés par Furness et Hutton [16] et ont été basés sur une méthodologie d'interfaces.

Reboud et al. [70, 20] ont étudié la capacité des modèles de turbulence à deux équations de reproduire l'instationnarité de la cavitation dans le cas d'un venturi. Ils ont constaté que l'utilisation du modèle de turbulence $\kappa - \epsilon$ résulte en un comportement stationnaire de la cavitation dû à une surestimation de la viscosité turbulente par le modèle de turbulence. Ils ont proposé une modification empirique afin de réduire cette surestimation de la viscosité turbulente dans les régions où la vapeur est importante. Cette modification a permis d'avoir un écoulement instationnaire cyclique.

Effets du gaz et nucléation du liquide

Les liquides contiennent une quantité finie de gaz non condensable dans les états dissous ou non dissous. La « nucléation » est le processus physique et chimique par lequel des microbulles de gaz et de vapeur sont produites à l'intérieur du liquide. Jones et al. [37] ont fourni un bilan de la nucléation dans les liquides sursaturés. Ils ont différencié la nucléation homogène, qui a lieu à l'intérieur du liquide, et la nucléation extérieure au liquide, qui se produit sur la surface de la paroi. La nucléation du liquide peut avoir un

effet considérable sur l'écoulement cavitant, parce que les conditions de changement de phase peuvent être fortement affectées.

Etudes spécifiques aux inducteurs

Concernant les inducteurs, plusieurs méthodes ont été mises au point afin d'améliorer les designs. On pourra citer Ashihara et Goto [7] qui se sont intéressés aux travaux d'Acosta, Oshima [69], Jakobsen [35], et Brennen [13]

Ces méthodes sont généralement basées sur des relations empiriques liant les paramètres géométriques aux performances. L'existence de structures cavitantes et de zones de recirculation dans un inducteur (vitesse axiale négative et vitesse tangentielle grande, à la périphérie), peut endommager tout le système mécanique dans lequel il est implanté. Les inducteurs conventionnels sont conçus de manière à satisfaire certaines performances à l'aspiration. Ils peuvent présenter des problèmes d'instabilité tels que la cavitation tournante ou les zones de recirculation d'entrée.

Acosta [1] a rapporté, en 1958, l'existence de structures cavitantes tournantes et oscillantes, dans les inducteurs hélicoïdes. D'après Ashihara et Goto, Rosemann a mesuré dès 1965 l'amplitude des efforts liés à la cavitation et exercés sur l'arbre. Il a également évalué la vitesse de rotation de la structure cavitante à 1.1 fois celle de la vitesse de rotation de l'inducteur.

Kamijo et al. ont visualisé, à l'aide d'une caméra, une cavitation tournante et ont montré que sa vitesse de rotation est supérieure à celle de l'inducteur. Cette cavitation tournante provoque un déséquilibre azimutal des efforts, produisant des vibrations asymétriques des rotors de l'inducteur et de la pompe placée à son aval. La cavitation oscillante, à cycle lent, est une instabilité à laquelle toutes les composantes du système dynamique contribuent. Ces oscillations sont observées pour la cavitation due aux courants de recirculation à l'entrée des inducteurs.

Les zones de recirculation se développent à proximité du bord d'attaque (essentiellement côté ceinture) et du bord de fuite (essentiellement côté plafond). Dans la plupart des cas, l'étendue de ces zones diminue avec l'augmentation du débit. L'existence de ces recirculations, engendre la création de forces fluctuantes dans l'écoulement. Ce champ fluctuant déstabilise l'inducteur dans sa rotation, en lui attribuant des mouvements oscillatoires. L'amplitude de ces forces dépend du coefficient de débit et du nombre de cavitation [12].

Par ailleurs, Combes et al. [18] ont montré que l'érosion des aubes d'une pompe provoquée par une cavitation liée au phénomène de recirculation est d'intensité comparable à celle engendrée par une cavitation de poche attachée. Selon leurs essais, menés à NPSH constant, le degré d'érosion est maximal pour des débits de l'ordre de 0, 8 Q_{Nom} à 0, 9 Q_{Nom} . Il diminue au voisinage du débit de recirculation (0, 65 Q_{Nom}) et il augmente vers $0, 5 Q_{Nom}$ pour diminuer ensuite.

Plusieurs études ont été menées afin d'analyser le phénomène de cavitation oscillante : Ghahremani [28] a analysé des résultats d'observations de cavitation à l'entrée d'inducteurs hélicoïdes, Watanabe et Kawata [88] ont modélisé les oscillations à cycle lent à l'entrée d'inducteurs hélicoïdes, Japikse et al. [36] ont étudié la cavitation dans les turbopompes à hydrogène liquide, etc.

Récemment, les codes de CFD ainsi que les méthodes inverses 3D ont fortement aidé à développer les techniques de design et d'analyse des performances des turbomachines. Les méthodes inverses traitant également la cavitation, ont été développées par des auteurs tels que Zangeneh et al. [95] et Watanabe et Harada [87].

Effets thermiques

La plupart des modèles de cavitation supposent un système d'équilibre basé sur la pression de vapeur de saturation, $P_{sat}(T)$, qui est fonction de la température du liquide, T. Dans ce système, les échanges de liquide-vapeur prennent en compte les variations du volume générées par la pression et les forces d'inertie.

Toutefois, le phénomène de cavitation ne s'est pas produit à température constante. Le transfert thermique nécessaire pour le changement de phase a besoin d'une température de changement de phase inferieure à la température en amont. Ce phénomène est appelé « retard thermodynamique à la cavitation ». Il devient important quand la température du liquide est près de la température critique du liquide.

Pour des fluides considérés comme thermosensibles, un effet thermique non négligeable peut apparaître. Les températures à l'intérieur de la cavité sont au-dessous de celle du fluide principal, et la pression de vapeur à l'intérieur de la cavité, $P_{sat}(T)$, correspondant à la température locale est également plus petite. La raison physique de ce phénomène est liée au fait que les structures de vapeur nécessitent pour se former un apport de chaleur latente prélevé sur le liquide. Les phénomènes de cavitation se produisent tellement rapidement que cet apport n'a pas le temps de se faire. La vapeur formée est en déséquilibre avec la masse du liquide ambiant. Ceci signifie que le développement de cavitation est moins important que celui prévu en négligeant l'effet thermique.

Fruman et al. [27] ont appliqué les concepts de la « théorie d'entraînement » pour améliorer les corrélations expérimentales et pour estimer les effets thermiques de la couche limite.

1.3 Dimensionnement des inducteurs

Une turbomachine est un appareil destiné à échanger de l'énergie entre une roue mobile et le fluide qui la traverse. La théorie de fonctionnement est la même quelque soit le sens du transfert, mais on distingue :

- Les turbines. Dans les turbines l'énergie du fluide fait tourner la roue. L'énergie du fluide est cédée à la roue.
- Les pompes et compresseurs. Les pompes et compresseurs ont par but principal de mettre sous pression, soit un liquide, soit un gaz. La pompe en général est une machine à fluide qui sert à transmettre de l'énergie au liquide que la traverse. De toutes les machines de fluides, les pompes sont les plus versatiles par la variété des conditions de fonctionnement (débits et hauteurs), de puissance, de la nature du liquide de travail et des matériels de fabrication.
- Les soufflantes et les ventilateurs. Les soufflantes et les ventilateurs communiquent au fluide à la fois de l'énergie de pression et de l'énergie cinétique en proportion variable selon les appareils.

La figure 1.5 montre la trajectoire absolue d'une particule du fluide dans la roue d'une turbomachine et ses composants en coordonnées cylindriques. On peut distinguer trois types fondamentaux de turbomachines par rapport au chemin qui prend le fluide lorsqu'il traverse la roue mobile :

- Les machines à passage tangentiel où les particules du fluide se déplacent dans des plans parallèles à l'axe de la roue.
- Les machines à passage radial où les particules du fluide se déplacent dans le plan normal à l'axe de la roue. Dans ce cas, on les classifie en :
 - **Centrifuges.** Les machines dans lesquelles les particules s'éloignent de l'axe de rotation.
 - **Centripètes.** Les machines dans lesquelles les particules se rapprochent de l'axe de rotation.
- Les machines à passage axial où les particules du fluide se déplacent sur des cylindres coaxiaux à l'axe de la roue.

1.3.1 Cinématique de l'écoulement dans une machine tournante

Pour analyser l'écoulement dans une roue animée d'un mouvement d'entraînement $\vec{U} = \omega \cdot \vec{R}$, où \vec{R} est la distance d'un point à l'axe de rotation de la machine, et ω est la vitesse angulaire du rotor, il est commode d'avoir recours aux notions de vitesse absolue



FIG. **1.5** – Composantes en coordonnées cylindriques de la vitesse d'une particule dans une turbomachine.

 \vec{C} dans un repère lié aux parties fixes de la machine, et de vitesse relative \vec{W} dans un repère lié au rotor. Le vecteur vitesse du fluide en un point quelconque de la roue peut être décomposé en trois composantes comme le montre l'équation 1.6, où \vec{C}_a est la vitesse absolue dans la direction axiale, \vec{C}_r est la vitesse absolue dans la direction radiale et \vec{C}_{θ} est la vitesse absolue dans la direction tangentielle, voir figure 1.5.

$$\vec{C}^2 = \vec{C}_a^2 + \vec{C}_r^2 + \vec{C}_\theta^2 = \vec{C}_{m\acute{e}r}^2 + \vec{C}_\theta^2 \tag{1.6}$$

En introduisant la vitesse méridienne $\vec{C}_{m\acute{e}r} = \vec{C}_r + \vec{C}_a$, on définit le plan méridien, voir figure 1.5, et la vitesse absolue \vec{C} peut être décomposée selon deux mouvements :

- un mouvement d'entraı̂nement, qui correspond au mouvement du rotor, et donc du plan méridien : $\vec{U} = \omega \cdot \vec{R}$, et
- un mouvement relatif, qui correspond au mouvement du fluide par rapport au rotor. A chaque instant et à chaque point, on a alors :

$$\vec{C} = \vec{W} + \vec{U} \tag{1.7}$$

Cette relation est illustrée par le diagramme de vitesses ou triangle des vitesses qu'on pourra tracer à chaque point de l'écoulement, voir figure 1.6. Les triangles en entrée et en sortie de la roue sont spécialement importants.

L'angle α est associé à la forme du contour de l'aube directrice et des éléments fixés des turbomachines. L'angle β est associé à la forme du contour des aubes mobiles (roue) de la machines.

Le triangle des vitesses est la représentation des compositions de ces différents vecteurs



FIG. 1.6 – Triangle des vitesses.

de vitesse dans le plan méridien. L'introduction de \vec{W} permet ainsi de ramener l'étude de l'écoulement autour des aubages mobiles, à celle de l'écoulement autour des mêmes aubages immobilisés artificiellement.

Dans le cas d'une machine axiale, les vitesses d'entraînement à l'entrée et à la sortie de la machine sont identiques $(\vec{U}_1 = \vec{U}_2)$ et la composante radiale de la vitesse est nulle dans le cas où l'on désire que l'écoulement soit cylindrique. La vitesse méridienne se réduit alors à la composante axiale de la vitesse.

On utilisera également dans ce mémoire les notions de design suivantes : pas entre deux aubes successives h, angle de calage γ , angle d'incidence α_i , serrage l/h, et largeur du *col*. Ces notions sont illustrées sur la figure 1.7.



FIG. 1.7 - Notations concernant une grille d'aubes.

1.3.2 Les inducteurs

Un inducteur est un élément adjoint à une pompe centrifuge qui est utilisé pour améliorer ses performances d'aspiration, c'est-à-dire pour diminuer son $(NPSH)_c$. On peut le représenter comme une petite pompe hélice, de dessin particulier, qui remonte le niveau de pression, et réduit les vitesses relatives à l'entrée de la roue centrifuge comme le montre le schéma de triangles des vitesses de la figure 1.8.



FIG. 1.8 – Triangles des vitesses à l'entrée de la roue centrifuge avec et sans inducteur.

La figure 1.9 montre le couplage d'un inducteur avec une pompe centrifuge du Laboratoire d'Energétique et Mécanique des Fluides Interne. L'inducteur est toujours placée devant l'œillard d'une roue de pompe centrifuge ou hélico-centrifuge de conception tout à fait classique. Les deux rotors sont montés sur le même axe, ils sont entraînés à la même vitesse et fonctionnent en série. L'élévation de pression générée par l'inducteur permet à la roue centrifuge de fonctionner sans cavitation, cela même avec des $(NPSH)_{disp}$ d'entrée très inférieurs au $(NPSH)_{-3\%}$ de la pompe centrifuge.

La figure 1.10 montre les courbes de $(NPSH)_{-3\%}$ d'un autre inducteur équipant une pompe de 240 m^3/h et tournant à 2 980 tr/min. Au débit nominal, le NPSH passe de 5, 5 à 2, 4 m avec inducteur, ce qui signifie que la même pompe équipée de cet accessoire pourrait pomper des liquides avec des niveaux abaissés de 3 m par rapport aux performances de la machine de base sans inducteur.

L'inducteur lui-même est soumis à la cavitation, mais les faibles gradients de pression qui règnent dans les canaux de l'inducteur limitent les risques d'érosion par cavitation,



FIG. 1.9 – Couplage Pompe centrifuge-inducteur.



FIG. **1.10** – Courbes de NPSH en fonction du débit pour une roue centrifuge seule ainsi que pour le couplage roue centrifuge-inducteur, d'après [50].

la pression générée par l'inducteur représente environ 10% de la pression totale faite par l'ensemble inducteur-roue centrifuge.

Les grandes vitesses de rotation permis grâce au bas $(NPSH)_{req}$ fourni par l'inducteur rendent les pompes plus compactes.

Son utilisation est économiquement intéressante lorsque la pompe est verticale en cuve, les bonnes capacités d'aspiration d'une pompe équipée d'un inducteur limitent les longueurs de cuve et le coût du génie civil. Il trouve également son application quand il faut vidanger des liquides dans des réservoirs sous vide, les pompes ont alors un $(NPSH)_{disp}$ presque nul lorsque le niveau du liquide atteint le fond du réservoir en fin de vidange.

L'utilisation des inducteurs doit cependant se faire avec prudence car la présence de poches de cavitation dans les canaux de l'inducteur conduit souvent à des couplages pompe/circuit et à des instabilités de fonctionnement qui peuvent empêcher toute exploitation de la machine, principalement dans les zones de fonctionnement à débit partiel : $Q_v < 0.8 \ (Q_v)_{Nom}$.

Les principales caractéristiques des inducteurs sont :

- le nombre d'aubes est petit;
- les aubes sont très longues, leur développement angulaire peut dépasser 360°;
- les aubes sont minces, leur épaisseur maximale ne représente que quelques pour-cent de la corde;

- les aubes ont un bord d'attaque presque sans épaisseur, ce que l'on ne retrouve pas à la sortie des aubes;
- les aubes sont peu cambrées et peu chargées ou, ce qui revient au même, les canaux sont étroits et leur divergence est petite;
- l'écoulement dans l'inducteur est quasi-axial;
- la qualité de réalisation se situe largement au-dessus de la qualité standard; cela est nécessaire pour respecter les angles d'entrée, l'évolution régulière des sections ou tout simplement la finesse du bord d'attaque.

Depuis plusieurs années, on s'intéresse, au Laboratoire d'Energétique et de Mécanique de Fluides Interne (LEMFI–Paris), sur la question du développement de règles de conception pour les inducteurs axiaux [9, 10, 65, 61, 58, 59, 60]. Mais plutôt que de formuler un traité général sur les inducteurs, on s'est focalisé sur des problèmes spéciaux liés à la cavitation et aux questions de conception en relation avec l'écoulement interne dans les inducteurs. L'aspect des structures cavitantes, leur géométrie et plus généralement leurs propriétés statiques et dynamiques, dépendent de plusieurs facteurs géométriques ainsi que de certaines caractéristiques du fluide et des paramètres de l'écoulement. Au *LEMFI*, on a déjà étudié expérimentalement, dans des régimes cavitants ainsi que non– cavitant, l'influence des paramètres géométriques [10, 65], mais depuis quelques années, nous combinons des approches numériques et expérimentales afin d'atteindre cet objectif [11, 61, 58, 59, 60].

1.3.3 Les inducteurs et la cavitation

Comme on l'avait dit précédemment, un inducteur doit généralement avoir un faible poids, ce qui implique une petite taille et de grandes vitesses de rotation. Il est par ailleurs conçu pour fonctionner à de faibles angles d'incidences, avec des aubes suffisamment fines, afin que les perturbations occasionnées à l'écoulement soient faibles et n'engendrent pas de cavitation [49, 64]. Le choix des incidences faibles mais non nulles évite que la cavitation n'ait lieu sur les deux faces de la pale : la face en pression et la face en dépression, d'une part. D'autre part, ces faibles incidences permettent aux aubes des inducteurs d'être longues tout en s'enroulant de manière importante sur une courte distance axiale, autour du moyeu central.

Si la vitesse spécifique d'aspiration S des pompes centrifuges est limitée à 250, les inducteurs industriels de première génération atteignent les 450 et les hélices de haute performance dépassent largement les 600 (valeurs retenues pour l'eau froide). Rappelons que la vitesse spécifique d'aspiration est définie ainsi :

$$S = \frac{N\sqrt{Q_v}}{(NPSH)_{disp}^{0.75}} \tag{1.8}$$

Cette association roue/inducteur est aujourd'hui d'un usage courant dans de nombreuses applications industrielles : nucléaire, pétrole, agroalimentaire, chimie, etc. avec au sommet des performances le pompage des ergols cryogéniques.



FIG. 1.11 – Diverses géométries d'inducteurs, d'après Brennen [13].

En général, les inducteurs ne possèdent pas beaucoup d'aubages (2 à 4) et sont à noyaux cylindriques ou coniques figure 1.11. En dépit du fait qu'ils soient conçus pour résister à la cavitation, les inducteurs sont quelquefois le siège d'écoulements cavitants pouvant se manifester à tout débit, mais particulièrement aux débits partiels.

Suivant le degré de développement de la cavitation, les inducteurs deviennent le siège de diverses instabilités de fonctionnement et de vibrations, qui peuvent compromettre leur exploitation. Ces régimes de cavitation peuvent aussi bien être équilibrés et relativement stables, que non-équilibrés et fortement instables (cavitation alternée, tournante, oscillante, etc.).

En effet, à la cavitation d'aubage et cavitation d'entrefer qui peuvent se manifester à tous les débits, peut se superposer le régime de recirculation qui rend la cavitation très instable. Leurs effets s'amplifient quand le débit décroît et leurs intensités dépendent du design général des pales de la machine, de l'environnement amont et des propriétés du fluide véhiculé [86].

Bien que l'utilisation des inducteurs soit très fréquente de nos jours, il demeure toujours difficile de modéliser plusieurs aspects de leur comportement. Afin d'élucider quelques phénomènes affectant la fiabilité de ces dispositifs, leurs performances maximales et leurs limites opérationnelles, on compte toujours sur l'expérimentation.

D'autre part, la CFD a été largement employé pour prévoir l'écoulement à travers ces dispositifs hors cavitation. Cependant, et en raison des défis physiques et numériques liés au changement de phase, la CFD n'a été que tout récemment impliquée dans la prédiction de ces écoulements cavitants.

Etudes expérimentales des inducteurs

Tel que nous l'avons précisé au paragraphe précédent, suivant les critères de design adoptés lors de la conception des inducteurs, il a été constaté expérimentalement que la tenue de ces derniers face à la cavitation est variable. Dans cette section, nous présentons alors des facteurs géométriques et des critères qui sont pour la plupart empiriques et qui rendent le design d'un inducteur optimal vis–à–vis de la cavitation, tout en lui procurant un bon niveau de performances.

Le serrage, s, qui est défini comme le rapport de la longueur de la corde de l'aube et le pas entre deux aubes successives : s = l/h. Des résultats expérimentaux réalisé par Henderson et Tucker [13] relatifs au serrage sont présentés sur la figure 1.12 pour un inducteur hélicoïdal 8,5° à 4 aubes.

Evidemment, s devrait être aussi petit que possible d'une part, et d'autre part, suffisamment important pour garantir le débit requis.

La figure 1.12 suggère que tant que le serrage est inférieur à l'unité, les performances



FIG. **1.12** – Effets du serrage s sur les performances d'un inducteur hélicoïdal $8, 5^{\circ}$ en régime cavitant, d'après Brennen [13].

hors cavitation (correspondant à la partie droite des courbes), sont peu affectées. Cependant cette figure montre que les performances en régime cavitant sont plus sensibles que celles en régime non-cavitant au changement du serrage quand ce dernier est inférieur à l'unité. D'après ces résultats, une valeur optimale du serrage serait de s = 1, 5.

Selon la taille des inducteurs, les effets du jeu radial ont une influence importante sur les performances non-cavitantes et cavitantes des machines. Il en résulte que dans les



FIG. **1.13** – Effets du jeu radial sur les performances de l'inducteur hélicoïdal $8,5^{\circ}$ en régime cavitant d'après Brennen [13].



FIG. 1.14 – Etude expérimentale de la forme du bord d'attaque sur les performances noncavitantes, d'après Brennen [13].

inducteurs, les performances hors cavitation sont moins sensibles au jeu radial qu'en cavitation. En effet, la figure 1.13 montre que les performances sont peu sensibles (notamment hors cavitation) au jeu radial, tant que ce dernier reste inférieur à 2% de l'envergure de l'aube. La valeur optimale du jeu radial trouvé par Henderson et Tucker [13] vis–à–vis de la cavitation, représente de 1% de l'envergure de l'aube.

Moore et Meng [13] ont réalisé dès 1970, des études portant sur l'important impact de la forme du bord d'attaque sur les performances des trois inducteurs hélicoïdaux à 9,4° se différentiant par la forme du bord d'attaque comme s'observe sur la figure 1.14 à la fois en régimes cavitants et non-cavitants. Ils ont observé que l'inducteur ayant le bord d'attaque le plus affûté présente les meilleures performances, que ce soit hors cavitation ou en présence de la cavitation. Il faut remarquer toutefois que si le bord d'attaque est trop fin, la structure de l'inducteur n'est plus rigide et que des vibrations peuvent alors apparaître au bord d'attaque, occasionnant des instabilités hydrodynamiques.

1.3.4 Méthodologie de dimensionnement adoptée dans ce travail

Une méthodologie de dimensionnement a été adoptée au LEMFI pour la réalisation des inducteurs, ce qui permet d'en fixer les principaux paramètres géométriques [57]. C'est une démarche classique et équivalente à celle que l'on trouve dans la littérature ouverte [64, 65, 36, 10, 9].

Elle s'articule à partir des données du cahier des charges comme suit :

• Spécification des caractéristiques du fluide véhiculé. Elle prend en compte les paramètres du fluide : sa masse volumique ρ , sa viscosité cinématique ν , sa pression de vapeur saturante P_{sat} (qui est fonction de la température T) et la chaleur latente de sa vapeur L_V (fonction aussi de la température T).

• Spécification des paramètres de fonctionnement. Elle prend en compte les paramètres de l'écoulement : débit Q, la hauteur énergétique H, le $(NPSH)_{disp}$ et la vitesse de rotation N.

On vérifie dès cette étape que la vitesse spécifique d'aspiration S envisagée est réaliste et qu'elle reste compatible avec les objectifs poursuivis. Dans le cas contraire, on pourra augmenter ou diminuer la vitesse de rotation en fonction de l'encombrement ou des limites liées à la tenue mécanique de la ligne d'arbre. On fixe ensuite un certain nombre de paramètres constructifs en fonction de l'état de l'art dans le domaine :

- Le nombre d'aubes Z. Les valeurs peuvent varier entre 2 et 4 (nombre suffisamment faible pour limiter l'obstruction de la section de passage du fluide). Il a été montré expérimentalement qu'un inducteur à trois aubes tend à avoir moins de problèmes de stabilité qu'un inducteur à quatre aubes où la cavitation alternée a été mise en évidence [33].
- La cambrure des profils. Elle est liée à la hauteur nominale souhaitée pour l'inducteur. Les inducteurs performants du point de vue de la cavitation, possèdent une cambrure de l'ordre de 2 à 3°. On peut cependant, pour des inducteurs haute pression, augmenter cette valeur jusqu'à 5°. Au delà, on dégradera les capacités aspiratrices de l'appareil. Si la hauteur à produire est très importante, on pourra avoir recours à un rotor bi-grille. Précisons que c'est la cambrure qui dévie le fluide entre le bord d'attaque et le bord de fuite, ce qui lui augmente sa composante de vitesse azimutale C_{θ} . Cette composante de la vitesse intervient directement dans l'expression du travail gagné par le fluide ($w = \omega \cdot r \cdot C_{\theta}$).
- **Rapport de moyeu** R_t/R_h . Sa valeur est comprise entre 0, 2 et 0, 6 de l'entrée à la sortie de l'inducteur, suivant la vitesse spécifique N_s de l'inducteur. Le rapport de moyeu influence directement le coefficient de débit Φ . Il faut remarquer, que la vitesse spécifique est proportionnelle au débit et inversement proportionnelle à la hauteur. Les machines centrifuges seront par conséquent caractérisées par de faibles vitesses spécifiques, tandis que les machines axiales seront associées à de grandes valeurs de vitesses spécifiques.
- **Diamètre extérieur** D_t . Partant de l'écoulement bidimensionnel cavitant (cavitation par poche attachée très développée) sur la grille d'aubes périphérique, l'ensemble des travaux de Brumfield et Stripling montre l'intérêt de retenir deux critères couplés : un coefficient de débit aussi faible que possible associé à un rapport α_i/β_{t_1} de l'ordre de 0, 45 [36]. L'ensemble des paramètres cinématiques est calculable lorsque le diamètre extérieur D_t et le rapport de moyeu sont fixés :

$$C_{m_1} = \frac{Q}{\pi \cdot (R_{t_1}^2 - R_{h_1}^2)}$$
(1.9)

$$U_{t_1} = \omega \cdot R_t \tag{1.10}$$

$$\tan(\beta_1) = \frac{C_{m_1}}{U_{t_1}} \tag{1.11}$$

$$\alpha_i = \beta_{t_1} - \beta_1 = 0,45 \cdot \beta_{t_1} \tag{1.12}$$

soit

$$\beta_{t_1} = 2, 22 \cdot \beta_1 \tag{1.13}$$

Une autre valeur de référence est donnée par Bakir et al. [10] :

$$D_T = 14,5218 \left(\frac{Q}{(1-T^2) \cdot N \cdot \delta}\right)^{0,5}$$
(1.14)

où $\delta = \frac{2k}{1+\sqrt{1+6\cdot k^2}}$ et $k = 69, 2\frac{\sqrt{1-T^2}}{S}$

Le choix de la taille est primordial car il fixe à la fois la valeur de la capacité d'aspiration par l'intermédiaire de β_{t_1} , ainsi que celle de la hauteur produite par l'inducteur. Les valeurs recommandées, issues du modèle bidimensionnel, conduisent à des valeurs de β_{t_1} , trop faibles, car l'épaisseur des aubes tend à limiter l'efficacité de ce principe. Par ailleurs, les résultats de la CFD montrent le caractère tridimensionnel de l'écoulement, qui est caractérisé par un écoulement de retour localisé à la périphérie de la roue et au voisinage du bord d'attaque. Comme nous le verrons plus loin, l'apparition et l'intensité de ce vortex dépendent du rapport de moyeu, de l'angle β_{t_1} , ainsi que du débit de fonctionnement. Les valeurs recommandées de β_{t_1} varient de 7,5° à 15°. Le choix d'une valeur faible pour β_{t_1} conduit à un inducteur de grand diamètre de roue. En général, celui-ci est très supérieur au diamètre d'entrée de la roue centrifuge placée en aval. Un dispositif de raccordement de section doit alors être mis en place. De par sa longueur, celui-ci augmente le porte-à-faux de l'inducteur qui nécessite un palier complémentaire. Pour les pompes industrielles ces dispositifs sont peu fiables et coûteux, les angles d'aubages de 13° et 15° sont alors mieux adaptés.

Serrage des aubes s. La tenue à la cavitation dépend fortement de la longueur de l'aube puisque celle-ci fixe la longueur admissible de la poche de vapeur avant dégradation de la pression de sortie tel qu'on le verra par la suite. On retient une valeur de l'ordre de 1, 8 à 2, 5 en périphérie. Dans ces conditions, l'angle θ_h est de l'ordre de 300° pour un rapport de recouvrement θ_t/θ_h égal à 0, 7. L'empilement du bord de fuite se fait généralement radialement, ce qui est d'ailleurs le cas des machines étudiées lors de ce travail.

La résolution du problème inverse nécessite de définir une condition supplémentaire : la répartition de travail radial correspondant à l'optimisation recherchée. Trois propositions plus ou moins équivalentes sont données ici :

- (A) loi d'incidence optimale retenue pour le dimensionnement des machines axiales [36].
- (B) loi d'incidence recommandée par la NASA, fixant le rapport α_i/β_{t_1} à 0,45 le long du rayon [64].
- (C) La même constante est fixée au rayon extérieur seulement. Pour le reste de la pale, on adopte une loi d'incidence liée à la facilité de réalisation de l'aube. On peut construire des machines dont les pales sont obtenues par déformation plastique puis



FIG. 1.15 – Organigramme de la procédure du design des inducteurs.

1.3. DIMENSIONNEMENT DES INDUCTEURS

Exemple de dimensionnement :								
Débit	$370 \ m^3/h$							
Hauteur nominale	10,5 m							
NPSH	0,5~m							
Vitesse de rotation	$1 \ 450 \ tr/min$							
Nombre d'aubes	3							
Cambrure aérodynamique	0, 25							
Rapport de moyeu	0,494							
Diamètre extérieur	$312,8\ mm$							



	Moyeu	Périph		Moyeu	Périph		Moyeu	Périph
σ	3	2, 5	σ	3	2, 5	σ	3	2,5
γ	71, 22	79,08	γ	68, 67	79,08	γ	70, 55	76, 25

FIG. 1.16 – Diverses formes générales d'inducteurs obtenus pour les mêmes spécifications.

soudées sur le moyeu. Cette condition correspond à une aube à surface réglée :

$$\frac{R}{\tan(\gamma) \cdot R} = constant \tag{1.15}$$

L'incidence α_i est un paramètre primordial pour les performances des inducteurs et notamment en bord d'attaque, car il permet au fluide de gagner de l'énergie. En effet ce dernier est fortement dévié pour rentrer dans l'espace inter-aubes, et gagne donc une composante de vitesse C_{θ} qui augmente le travail de l'aubage.

Cette démarche de dimensionnement est décrite par l'organigramme de la figure 1.15. La figure 1.16 présente, pour un exemple, l'allure des trois inducteurs en fonction de la loi d'incidence et de la taille retenues [71].

Présentation des inducteurs étudiés

Trois inducteurs ont été étudiés, numériquement et expérimentalement, en régime noncavitant et cavitant, afin de mieux comprendre le phénomène de la cavitation dans les inducteurs.

Les deux premiers inducteurs, **B** et 8 **degrés**, sont des inducteurs industriels de forme hélicoïdaux de type C, voir figure 1.16. Ils ont le même rayon extérieur R_t , car celui–ci est imposé par les caractéristiques du banc d'essais hydrodynamiques du LEMFI–Paris. Chaque inducteur possède trois aubes avec une épaisseur constante d'environ 5 mm. Le jeu de fonctionnement est d'environ 0, 5 mm. Ils sont différents principalement par l'angle d'aubage d'entrée à la périphérie de la roue, β_{t_1} , ainsi que par la forme et la taille du moyeu. Les deux inducteurs ont été testés sur le circuit D350 du banc des essais expérimentaux du LEMFI–Paris.

Le troisième inducteur est un inducteur de type aéronautique à deux aubes. Il a une faible taille et un moyeu conique. Grâce à sa taille, il peut tourner à des fortes vitesses de rotation. L'épaisseur des aubes est moins importante que dans les inducteurs industriels, d'environ 1 mm. Le jeu de fonctionnement est d'environ 0, 5 mm. Le modèle expérimental de l'inducteur a été construit par la technique de frittage métal et il a été testé sur le circuit D100 du banc d'essais expérimentaux du LEMFI–Paris.

La figure 1.17 présente la géométrie des trois inducteurs axiaux.

- **Inducteur B** Inducteur à trois aubes, avec un gros moyeu cylindrique et un angle d'aubage à la périphérie de $\beta_{t_1} = 16^\circ$, figure 1.17 (a).
- **Inducteur** 8 degrés Inducteur à trois aubes, avec un moyeu conique et un angle d'aubage à la périphérie de $\beta_{t_1} = 8^\circ$, figure 1.17 (b).
- **Inducteur A** Inducteur à deux aubes, avec un petit moyeu et un angle d'aubage à la périphérie de $\beta_{t_1} = 4^\circ$, figure 1.17 (c).



(a) Inducteur ${\bf B}$



(b) Inducteur 8 degrés



(c) Inducteur ${\bf A}$

FIG. 1.17 – Inducteurs axiaux étudiés.

1.3. DIMENSIONNEMENT DES INDUCTEURS

Chapitre 2

Modélisation des écoulements cavitants

2.1 Simulation numérique

La simulation numérique (*Computational Fluid Dynamics*, CFD) est simplement le calcul numérique appliqué à la mécanique des fluides. Cela consiste à résoudre dans une géométrie donnée les équations fondamentales de la mécanique des fluides, que l'on peut éventuellement coupler aux équations de transfert thermique ou de réaction chimique. Historiquement, la CFD a commencé à se développer en ingénierie mécanique, pour étudier les écoulements autour d'un objet (ailes d'avions, automobiles, etc.) afin de mieux les comprendre. Dans le domaine du génie chimique, les problèmes sont, en général, beaucoup plus complexes, en particulier, le caractère multiphasique des écoulements, les réactions chimiques et le comportement rhéologique des fluides.

2.1.1 La CFD en turbomachines

Malgré la grande variété des turbomachines, les équations qui gouvernent les écoulements sont toujours les mêmes. Ce fait permet d'avoir des logiciels assez flexibles et puissants, capables d'être utilisés tant dans la recherche que dans l'industrie. Le principal avantage de la simulation numérique est l'économie en temps de calcul ainsi que la facilité d'adaptation à différents problèmes.

Actuellement, les programmes commerciaux présentent certaines caractéristiques qui font d'eux une option de plus en plus utilisées pour l'étude des écoulements dans les turbomachines. A présent, ces logiciels ont des avantages très puissants, parmi lesquels on souligne :

- La flexibilité pour la génération du maillage. Typologie variée d'éléments : hexaédriques, tétraédriques, prismes, pyramides, et la combinaison de tous ces éléments.
- Les modèles physiques avancés.
- La mise en œuvre de tous les modèles physiques utilisés dans l'étude de turbomachines, parmi lesquels on souligne le modèle de Repère de références mobiles (*Mouving Reference Frame*) et de maillages glissants (*Sliding Meshes Model*).
- Une vaste gamme de modèles de turbulence.
- La discrétisation adéquate et schémas numériques robustes de premier et des second ordre pour tout type de maillage.
- La possibilité d'importer des géométries et maillages depuis d'autres logiciels de CAO.
- Les données d'entrée manipulables par l'utilisateur, y compris les conditions aux limites et les équations de résolution.
- Les outils avancés pour affiner le maillage.
- Le post-traitement intégré, analyse avancée des résultats.
- L'exportation des données sous forme structurée.

2.1.2 Influence et limites des modèles physiques

L'utilisateur est toujours responsable des modèles qu'il utilise dans le code de calcul. Un modèle mal choisi pourra conduire à une solution qui peut être, malheureusement, un résultat erroné. On montre ci-dessous une liste de questions que l'on se pose lors d'une simulation numérique afin de vérifier que le choix des modèles est adéquat.

- Est-ce que l'écoulement est laminaire ou turbulent? Si le nombre de Reynolds se situe entre le régime strictement laminaire et le régime turbulent pleinement déve-loppé il faut prendre soin de bien valider les résultats.
- Est-ce que l'écoulement est multiphasique? Y a-t-il transfert de masse?
- Est-ce que l'écoulement est stationnaire ? Dans le cas d'un écoulement instationnaire, il faut déterminer les échelles de temps qui doivent être résolues.
- Est-ce que l'écoulement est compressible? S'il est compressible, les variations de pression sont-elles importantes? Si oui, il faut en tenir compte dans le calcul de la masse volumique. On peut utiliser l'approche dite « à faible compressibilité », dans laquelle la densité s'exprime de façon simple en fonction de la température et de la fraction volumique des composants. Dans le cas d'une compressibilité forte, une équation pour le bilan enthalpique total doit être utilisé.
- Est-ce que la pesanteur a une influence? Si la réponse est oui, il faut décider si l'approche de Boussinesq (variation de la densité en fonction de la composition et

de la température gardée uniquement dans le terme de pesanteur) est suffisante; si la variation de densité est supérieure à 10%, il convient d'utiliser l'approche à faible compressibilité.

- Si le problème concerne le transfert thermique, il faut choisir le type de transfert thermique : conductif, convectif ou/et radiatif. Est-ce qu'il y a un couplage entre les températures du fluide et du solide? Si les températures sont élevées, le rayonnement n'est plus négligeable, et l'utilisateur peut être amené à choisir un modèle de transfert radiatif entre surfaces et/ou d'absorption par les gaz.
- Si l'écoulement est réactif, il faut éventuellement simplifier le schéma réactionnel s'il est trop complexe. Est-ce la cinétique ou le micro-mélange qui limite la réaction ? Existe-t-il des zones dans lesquelles on peut considérer qu'un équilibre chimique est atteint ?

2.1.3 Etapes d'une simulation numérique

Pour arriver à la solution lors d'une simulation numérique, il est nécessaire de suivre les étapes suivantes :

Définition de la géométrie du problème. La première tâche est de borner le domaine de contrôle. Lorsque le système est fermé (p. ex. réacteur batch), cela ne pose pas de problème. Dans les systèmes ouverts, cela peut être plus difficile (p. ex. dispersion d'un gaz dans l'atmosphère). Il faut s'assurer, soit que l'on est capable d'imposer correctement les conditions aux limites du système, soit que les limites sont suffisamment éloignées pour que le système soit peu sensible aux conditions imposées.

Discrétisation du domaine de contrôle. L'étape de la construction du maillage est une étape–clé pour s'assurer de la validité des résultats numériques. Dans cette étape le domaine étudié est discrétisé en petits volumes élémentaires. Le maillage en général n'est pas régulier : les mailles doivent être plus petites (maillage fin) dans les zones où les gradients de vitesse, de pression, de température ou de concentration vont être les plus importants. Si ces zones ne peuvent pas être estimées, il faut faire quelques essais itératifs avec un ajustement de maillage. Une étude de sensibilité des résultats par rapport au maillage doit toujours être réalisée.

Conditions aux limites. L'objectif des conditions aux limites est de fermer la méthodologie de résolution. En aucun cas elles ne doivent influencer la solution finale. Il est nécessaire, dans le cas de turbomachines, que ces conditions aux limites soient placées à des distances suffisamment éloignées de la zone d'échange énergétique, pour garantir leur neutralité.

Conditions initiales. Le début du processus de résolution itératif impose une solution initiale. Cette solution est recalculée, afin d'établir un processus qui réduit de manière successive les différences entre la solution adoptée et la solution calculée à partir de ces données initiales. Dans les turbomachines, l'écoulement instationnaire, bien que périodique, rend difficile la détermination des valeurs initiales, donc, on prend fréquemment la solution en régime stationnaire comme condition initiale.

Propriétés du fluide. Les propriétés du fluide (masse volumique, viscosité moléculaire, chaleur spécifique, etc.) doivent être spécifiées comme données du problème à résoudre. Si l'on doit prendre en considération des phénomènes de transfert de chaleur ou de réactions chimiques, on doit aussi apporter les paramètres caractéristiques de ces processus, ainsi que les lois qui gouvernent leurs comportements.

Modèles Physiques. Il faut sélectionner les modèles physiques qui rapprochent le plus possible les résultats numériques de la réalité du problème. A savoir : le modèle de turbulence, le modèle multiphasique, le modèle de cavitation, etc.

Résolution numérique. Le solveur est le domaine du numéricien. C'est la partie du code de calcul consacrée à la résolution proprement dite du système d'équations discrétisées couplées aux modèles choisis. Plus le solveur est puissant, moins l'utilisateur a besoin d'intervenir. Mais il est encore souvent utile d'agir sur le solveur manuellement pour modifier le facteur de sous-relaxation ou le pas de temps afin d'assurer la convergence de la simulation. Cette convergence est censée mener l'utilisateur à la solution physique.

Traitement des résultats. Les codes de calcul proposent en général un logiciel de posttraitement, qui permet de visualiser facilement les champs de vitesse, de température, les surfaces d'isovaleurs, etc. L'information est abondante, et donc, il faut exploiter les valeurs obtenues localement pour revenir à des valeurs globales qui vont caractériser la solution (bilans, calculs de débits, de pertes de charge, de dissipation énergétique, etc.).

Validation Expérimentale. L'étape de validation expérimentale est particulièrement importante. Elle permet de vérifier la pertinence des hypothèses qui ont été faites. Cette tâche n'est pas facile, car le nombre de paramètres accessibles expérimentalement est beaucoup plus faible que le nombre de résultats numériques détaillés dont on dispose. Les simulations numériques sont souvent validées par le biais de la comparaison de valeurs globales (débit, puissance consommée...) obtenues numériquement après traitement de résultats locaux. Cela revient donc à valider la moyenne de certains résultats. Lorsque cela est possible, si l'utilisateur dispose d'un pilote bien instrumenté, des validations locales peuvent être effectuées, en particulier sur les champs de vitesse (vélocimétrie laser Doppler, vélocimétrie par image de particules). On peut également envisager d'autres types de mesures locales (champs de température, de concentration...), mais il convient de toujours garder un esprit critique, car la plupart des techniques expérimentales ont également leurs limites, leurs hypothèses d'utilisation et leurs degrés d'incertitude.

2.2 Caractéristiques numériques de la CFD

Les méthodes numériques sont le cœur du processus de la simulation numérique. Les chercheurs consacrent leur attention à deux aspects fondamentaux : les modèles physiques et les méthodes numériques.

D'un côté, dans les modèles physiques, on cherche un ensemble d'équations ou de relations mathématiques qui permettent la fermeture des équations qui gouvernent l'écoulement.

D'un autre côté, l'intérêt dans le numérique est de concevoir des algorithmes efficaces, robustes, et fiables pour la solution des équations aux dérivées partielles. Les équations aux dérivées partielles sont une combinaison des termes différentiels (taux de changement) qui décrivent un principe de conservation. Le processus de CFD demande la discrétisation des équations aux dérivées partielles qui gouvernent l'écoulement, c'est-à-dire, la transformation de ces équations en relations algébriques équivalentes. Ceci est fait en transformant chaque terme différentiel en une relation algébrique approximative. La construction d'un algorithme numérique est un défi mathématique aussi bien que physique.

2.2.1 Équation générale de conservation : discrétisation et solution

La méthode des volumes finis (MVF) est une des techniques de discrétisation les plus versatiles utilisées en simulation numérique. Elle est basée sur l'analyse dynamique de l'écoulement dans un volume de contrôle. Grosso modo, cette méthode consiste en :

- La division du domaine de contrôle en volumes de contrôle discrets en utilisant un maillage numérique.
- L'intégration des équations qui gouvernent l'écoulement sur les volumes de contrôle locaux pour construire les équations algébriques pour les variables dépendantes discrètes (inconnues).
- La linéarisation des équations discrétisées.
- La solution de l'ensemble des équations linéaire résultantes.

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui est bien adaptée aux simulations numériques de plusieurs types de lois de conservation (par exemple : elliptiques, paraboliques, hyperboliques). On l'utilise dans beaucoup de domaines, comme la mécanique des fluides, le transfert de chaleur et de masse, etc. Une caractéristique importante de la méthode des volumes finis est la conservation locale des flux numériques, c.-à-d., que le flux numérique est conservé d'une cellule à une autre cellule voisine. Cette méthode est localement conservatrice puisqu'elle se base sur un bilan local de chaque volume fini.

Équation de conservation sous forme intégrale et scalaire

La discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement peut être illustrée aisément si on considère l'équation de conservation d'une quantité scalaire ϕ .

$$\int_{V} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \left(\rho \phi v_{i}\right) dA_{i} = \oint \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_{i}}\right) dA_{i} + \int_{V} \left(S_{\phi}\right) dV$$
(2.1)

Cette équation est appliquée à chaque volume de contrôle ou cellule, dans le domaine numérique. Une cellule triangulaire 2D est représentée sur la figure 2.1. Elle est un exemple d'un tel volume de contrôle.

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_{f}^{N_{faces}} \rho_f \left(v_f \right)_i \phi_f \left(A_f \right)_i = \sum_{f}^{N_{faces}} \Gamma_\phi \left(\frac{\partial \phi_f}{\partial x_i} \right) \left(A_f \right)_i + S_\phi V \tag{2.2}$$

L'équation scalaire générale de transport discrétisée contient la variable scalaire inconnue ϕ au centre de la cellule. Cette équation est généralement non linéaire par rapport à ces variables. Une forme linéarisée de l'équation 2.2 peut être écrite comme :

$$a_p \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \tag{2.3}$$

où l'indice « $_{nb}$ » définit les cellules voisines, et a_p et a_{nb} sont respectivement les coefficients de linéarisation de ϕ et ϕ_{nb} .

Discrétisation spatiale

Les valeurs discrètes de ϕ sont stockées dans les centres de cellules (C_0 et C_1 sur la figure 2.1). Cependant, les valeurs des surfaces ϕ_f sont nécessaires pour calculer le terme convectif de l'équation 2.2. Elles sont interpolées à partir des valeurs du centre des cellules. Ceci est fait à l'aide d'un schéma « *upwind* ».



FIG. 2.1 – Volume de contrôle
« Upwinding » signifie que la valeur de la surface ϕ_f est obtenue à partir des valeurs des cellules en amont, ou upwind, par rapport à la direction de la vitesse normale.

L'utilisation d'un schéma aux différences centrées ou de la méthode classique de Galerkin conduit à des instabilités ou à des oscillations parasites quand les maillages sont trop lâches et la convection dominante. Ces oscillations peuvent être éliminées en raffinant le maillage ou en utilisant des techniques permettant de prendre en compte l'aspect directionnel de l'écoulement. Dans le cadre de la méthode des volumes finis en coordonnées cartésiennes, on recense ainsi plusieurs schémas. Citons à titre d'exemple :

- le schéma amont de premier ordre ou upwind du premier ordre,
- le schéma amont de second ordre ou upwind du second ordre,
- le schéma de loi de puissance (Patankar),
- le schéma Quick (*Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics*) de Léonard.

Le terme diffusif de l'équation 2.2 est discrétisé généralement à l'aide d'un schéma aux différences centrées à une précision de deuxième ordre.

Discrétisation temporelle

Lors des calculs instationnaires, les équations qui gouvernent l'écoulement doivent être discrétisées dans l'espace et le temps. La discrétisation spatiale pour les équations dépendant du temps est identique au cas stable. La discrétisation temporelle implique l'intégration de chaque terme des équations pour chaque instant ou pas de temps, Δt .

Une expression générique pour l'évolution d'une variable ϕ dans le temps est donnée par :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \tag{2.4}$$

où la fonction F implique une discrétisation spatiale. Si la dérivée du temps est discrétisée en utilisant des différences en amont, la précision de la discrétisation temporelle de premier ordre est :

$$F(\phi) = \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} \tag{2.5}$$

et la précision de la discrétisation temporelle de second ordre est :

$$F(\phi) = \frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t}$$
(2.6)

où :

n+1 est une valeur à un instant postérieur, $t + \Delta t$;

n est une valeur à l'instant présent, t;

n+1 est une valeur à un instant antérieur, $t - \Delta t$;

Une fois que la dérivée temporelle a été discrétisée, il faux choisir le niveau temporel des valeurs de ϕ qui seront utilisées pour évaluer $F(\phi)$.

Intégration implicite. Une méthode est d'évaluer $F(\phi)$ dans le futur :

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^{n+1})$$
(2.7)

Cette méthode est appelée formulation « implicite » puisque ϕ^{n+1} est lié, dans une cellule, à ϕ^{n+1} dans les cellules voisines par $F(\phi^{n+1})$:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t F(\phi^{n+1}) \tag{2.8}$$

L'équation implicite peut être résolue itérativement à chaque instant avant d'avancer au pas de temps suivant. L'avantage d'un schéma complètement implicite est qu'il est inconditionnellement stable par rapport à la taille du pas de temps.

Intégration explicite. Une deuxième méthode est d'évaluer $F(\phi)$ à l'instant actuel :

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^n) \tag{2.9}$$

Elle est appelée formulation « explicite » puisque ϕ^{n+1} peut être exprimé explicitement par rapport aux valeurs de la solution actuelle, ϕ^n :

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t F(\phi^n) \tag{2.10}$$

Dans la formulation explicite, le pas de temps (Δt) conditionne la stabilité de la solution.

Evaluation de gradients

Pour des grilles orthogonales structurées, le gradient d'une grandeur scalaire dans le centre d'un volume de contrôle peut être facilement calculé en utilisant la définition des dérivées. Cela devient plus compliqué en cas de grilles non-structurées. L'approche habituelle est d'utiliser le théorème de Green-Gauss qui établit que l'intégrale de surface d'une fonction scalaire est égale à l'intégrale de volume (d'un volume borné par cette surface) du gradient de la fonction scalaire.

$$\int_{\Omega} \left(\nabla \phi \right) d\Omega = \int_{S} \phi dS \tag{2.11}$$

Si on suppose que $\nabla \phi$ est constant dans le volume de contrôle, l'équation de Green–Gauss peut être réécrite comme :

$$\int_{\Omega} \left(\nabla \phi \right) d\Omega = \nabla \phi_p \Omega = \int_{S} \phi dS \tag{2.12}$$

L'intégrale de surface est simplifiée avec le produit de la somme des valeurs scalaires et du vecteur surface.

$$\nabla \phi_p = \frac{1}{\Omega} \sum_{faces} \phi_f \vec{S}_f \tag{2.13}$$

La valeur moyenne de la grandeur scalaire dans la surface ϕ_f doit être calculée afin d'avoir un calcul correct du gradient des cellules. Comme la MVF emploie une formulation centrée sur les cellules, les valeurs aux surfaces ne sont pas aisément disponibles, donc, elles doivent être interpolées. Il y a deux approches principales pour calculer la valeur nominale d'une grandeur scalaire :

Basée sur les cellules. Où les valeurs de la surface sont calculées à partir des valeurs des cellules.

Basée sur les nœuds. Où les valeurs sont calculées à partir des valeurs des nœuds.

Méthode basée sur les cellules. On définit α comme un facteur de poids géométrique entre les cellules P et N:

$$\alpha = \frac{|\vec{r}_N - \vec{r}_f|}{|\vec{r}_N - \vec{r}_p|}$$
(2.14)

alors une approximation simple de la valeur à la surface peut être définie comme :

$$\phi_f = \alpha = \phi_p + (1 - \alpha) \phi_N \tag{2.15}$$

Cette approximation est également connue comme interpolation de poids. Un cas particulier se présente quand la surface est située à mi-chemin entre les deux volumes de contrôle et l'approximation se réduit à une moyenne arithmétique :

$$\phi_f = 0.5 \, (\phi_p + \phi_N) \tag{2.16}$$

L'avantage de cette approche est qu'il est simple d'implémenter. Toutes les opérations se font à la surface et ne demandent pas une grille additionnelle. En plus, l'approche peut être aisément mise en application en 3D. Méthode basée sur les nœuds. la valeur de ϕ_f est calculée à partir des nœuds de la surface. Cette approche a pour but d'estimer les propriétés dans les nœuds. Pour cela, on utilise la moyenne pondérée des propriétés dans la cellule définie par les nœuds. La fonction de poids est prise comme l'inverse de la distance des nœuds au centre de la cellule :

$$\phi_{vertex} = \phi_v = \frac{\sum_{n=1}^{cellules} \frac{\phi_{Pn}}{|\vec{r}_v - \vec{r}_{Pn}|}}{\sum_{n=1}^{cellules} \frac{1}{|\vec{r}_v - \vec{r}_{Pn}|}}$$
(2.17)

où v représente les sommets concernés. Pn est l'indice de la cellule, et $|\vec{r}_v - \vec{r}_{Pn}|$ est la distance du sommet au centre de la cellule.

Enfin, la valeur de la surface est la moyenne arithmétique des valeurs aux sommets :

$$\phi_f = \frac{1}{N_{fv}} \sum_{N_{fv}}^{i=1} \phi_i \tag{2.18}$$

où N_{fv} est le nombre de sommets qui définissent la surface.

Linéarisation des équations

Les méthodes utilisées pour la discrétisation des équations de Navier–Stokes (et de la plupart des autres phénomènes physiques) rapportent un système linéaire d'équations qui doit être résolu.

$$Ax = b \tag{2.19}$$

Les méthodes itératives, à la différence des méthodes directes, génèrent une séquence des approches de la solution du système qui, si tout va bien, converge vers la solution exacte. Après k itérations, on arrive à une approximation de la solution exacte de la forme :

$$Ax^{(k)} = b - r^{(k)} \tag{2.20}$$

où $r^{(k)}$ est la quantité résiduelle après k itérations.

Si on définit :

$$\epsilon^{(k)} = x - x^{(k)} \tag{2.21}$$

comme la différence entre la solution exacte et l'approche, alors :

$$A\epsilon^{(k)} = r^{(k)} \tag{2.22}$$

Lors du calcul numérique, le but des itérations est de mener ces résidus à zéro. Les méthodes itératives peuvent être exprimées comme :

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + c (2.23)$$

Quand B ou c dépendent de la prochaine itération (k), la méthode itérative s'appelle « méthode itérative stationnaire ». Quelques exemples de ces méthodes itératives stationnaires sont :

- 1. La méthode de Jacobi,
- 2. La méthode de Gauss-Seidel,
- 3. La méthode de sur-relaxations successives (SOR), et
- 4. La méthode de sur-relaxations successives symétriques.

Quand B et c changent lors des itérations, la méthode est appelée « méthode itérative instationnaire ». Quelques exemples sont :

- 1. La méthode du gradient conjugué avec ou sans préconditionnement (CG),
- 2. La méthode du résiduel minimal généralisé (GMRES),
- 3. La méthode du gradient biconjugué avec ou sans préconditionnement (BiCG),
- 4. La méthode du résiduel quasi-minimal (QMR),
- 5. La méthode du gradient conjugué carré avec ou sans préconditionnement (CGS).

Couplage pression-vitesse

Lors du processus de résolution des équations de Navier–Stokes par un algorithme de CFD, il y a deux questions importantes qui apparaissent :

- 1. les équations de Navier–Stokes sont non–linéaires, et
- 2. le couplage Pression–Vitesse exige souvent une considération spéciale.

Les processus de résolution dépendent du type d'écoulement à résoudre. Le processus de solution pour un écoulement incompressible peut être très différent que celui pour un écoulement compressible.

Si on considère la forme discrétisée du système d'équations de Navier–Stokes, on observe la dépendance linéaire de la vitesse par rapport à la pression et vice–versa. Ce couplage des équations s'appelle « couplage pression-vitesse ». Un traitement spécial est nécessaire pour coupler la pression et la vitesse. On peut citer à titre d'exemple :

- algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations),
- algorithme SIMPLEC (SIMPLE Consistent),

- algorithme SIMPLEM (SIMPLE *Modified*),
- algorithme SIMPLEX,
- algorithme SIMPLEST (SIMPLE *ShorTened*),
- algorithme SIMPLER (SIMPLE *Revised*),
- algorithme PISO (*Pressure Implicit with Split Operator*),
- algorithme PRIME (*PRessure Implicit Momentum Explicit*),
- algorithme CPC (Compressible Pressure Correction algorithm),
- algorithme MCBA (Mass Conservation Based Algorithms),
- algorithme GCBA (Geometric Conservation Based Algorithms),
- algorithme IPSA (Inter-Phase Slip Algorithm),
- algorithme CPI (*Consistent Physical Interpolation*),
- algorithme MWIM (Momentum Weighted Interpolation Method),
- algorithme PWIM (*Pressure Weighted Interpolation Method*),
- algorithme ACM (Artificial Compressibility Method),
- algorithme CIP (*Cubic Interpolating Polynomial Method*).

Méthodes multi-grilles

Les méthodes multi-grilles sont des techniques utilisées avec un solveur linéaire pour une meilleure convergence.

Dans le contexte des techniques multi-grilles, les termes le plus généralement utilisés sont : « agglomération », « restriction » et « prolongation ». Toutes les méthodes multigrilles exigent la définition d'une succession de grilles lâches, basée sur la grille originale fine. Le processus de définition des grilles non-raffinées implique ce qui s'appelle « Agglomération », c'est-à-dire, la combinaison de plusieurs nœuds ou volumes de contrôle ou coefficients de la grille originale. Une opération de restriction est définie comme une méthode d'interpolation employée pour transmettre l'information d'une grille fine à une autre non-raffinée. Une opération de prolongation est l'inverse de la restriction.

Un cycle multi-grilles typique commence au niveau le plus fin. La solution fine est alors transférée à un niveau moins fin (restriction). Après quelques cycles de relaxation dans un niveau non-raffiné, la solution est alors transmise à un niveau encore moins raffiné jusqu'au niveau le moins raffiné. La solution obtenue au niveau le moins raffiné est de nouveau transmise au niveau plus fin (prolongation). La solution est transmise jusqu'à ce que le niveau le plus fin soit atteint. Le processus est répété jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

Les méthodes multi-grilles sont de deux types :

1. FAS (Full Geometric Multigrid),

2. AMG (Algebraic Multigrid).

Dans la méthode multi-grilles géométrique, l'agglomération des nœuds (cellules, éléments, ou volumes de contrôle) a lieu au niveau géométrique, et un ensemble de nouvelles structures de données représentant les grilles non-raffinées doit être construit pour chaque niveau. Il est habituellement difficile de traiter cette méthode en utilisant la méthode des volumes finis puisque cette méthode est basée sur une discrétisation centrée dans les cellules.

Par ailleurs, la méthode multi-grilles algébrique réalise l'agglomération en utilisant seulement la matrice des coefficients (c'est la raison pour laquelle elle est nommée algébrique). Dans la méthode d'AMG, les coefficients choisis de la matrice sont combinés pour former une nouvelle matrice de coefficients représentant la grille, la moins raffinée, et aucune nouvelle discrétisation n'est nécessaire sur les grilles non-raffinées.

2.3 Modélisation de l'écoulement cavitant turbulent

L'écoulement diphasique est un écoulement caractérisé par la présence de deux phases séparées pour une ou plusieurs interfaces. L'écoulement diphasique peut être sans changement de phase, comme un écoulement de surface libre, ou avec un changement de phase comme l'ébullition et la cavitation.

Les techniques de modélisation de la cavitation sont souvent dérivées de la théorie générale des écoulements diphasiques qui, elle-même, est dérivée de la mécanique des fluides et de la mécanique des milieux continus.

Avant d'étudier les différentes façons de modéliser la cavitation, il est important de rappeler les équations de conservation de la mécanique des fluides. L'écoulement diphasique est considéré comme un champ d'écoulement qui est divisé en régions monophasiques avec des frontières mobiles entre les phases. Dans la théorie, il est possible de formuler un problème d'écoulement diphasique en termes de variables instantanées locales. Quand chaque sous-région qui est délimitée par des interfaces peut être considéré comme une région homogène, la formulation instantanée locale est mathématiquement rigoureuse.

2.3.1 Equations basiques de mécanique des fluides

L'équation intégrale de bilan de n'importe quelle quantité φ peut être écrite en utilisant la masse volumique du fluide ρ , le flux $\overline{\overline{J}}$ et les sources ϕ :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} (\rho \psi) \, dV = -\oint_{A_m} \left(\vec{n} \cdot \overline{J} \right) dA + \int_{V_m} (\rho \phi) \tag{2.24}$$

L'équation 2.24 établit que le changement de $\rho\psi$ en un instant t, dans un volume matériel, V_m , est égal aux flux à travers la surface, A_m , du matériau; plus les sources.

En utilisant le théorème de Green et la règle de Leibnitz, on obtient l'équation différentielle de bilan suivante :

$$\frac{\partial \left(\rho\varphi\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho\varphi u_{j}\right)}{\partial x_{j}} = -\frac{\partial \left(\rho J_{j}^{\varphi}\right)}{\partial x_{i}} + \varphi_{P} + \varphi_{D}$$
(2.25)

où le premier terme est le changement temporel de la quantité φ , et le deuxième terme est le taux de convection. Le côté droit de l'équation représente les flux de diffusion moléculaire; φ_P et φ_D représentent, respectivement, les termes de production et de diffusion de la grandeur φ .

Equation de conservation de la masse. Dans un volume donné V, le flux de masse $M_V(t)$ au temps t peut être exprimé sous forme intégrale comme :

$$M_{v}(t) = \int_{V} \rho\left(\vec{x}, t\right) dV \qquad (2.26)$$

L'équation différentielle de la conservation de masse, peut être dérivée de l'équation du bilan sans les termes sources, elle devient alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho u_i\right)}{\partial x_i} = 0 \tag{2.27}$$

Elle exprime la conservation de la masse, et s'appelle équation de continuité.

Equation de conservation de la quantité de mouvement. L'équation de la quantité de mouvement sous forme différentielle s'écrit comme :

$$\frac{\partial \left(\rho u_{i}\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho u_{i} u_{j}\right)}{\partial x_{j}} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_{j}} + f_{i}$$

$$(2.28)$$

où T_{ij} est le tenseur de contraintes. Pour un fluide incompressible, visqueux et newtonien, le tenseur de contraintes peut être divisé en un terme de pression, P, et un terme de contraintes visqueuses τ_{ij} . Le tenseur de contraintes T_{ij} , s'écrit de la façon suivante :

$$T_{ij} = -P\delta_{ij} + \tau_{ij} \tag{2.29}$$

Enfin, l'équation de la quantité de mouvement pour un fluide incompressible et newtonien, connue sous le nom d'équation de Navier-Stokes, est définie comme suivant :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho u_i u_j\right)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \tag{2.30}$$

où

 $-f_i$ désigne les forces du corps qui représentent généralement le champ gravitationnel dans le système hydraulique comme :

$$f_i = \rho g_i = -\frac{(\rho g_i x_j)}{\partial x_j} \tag{2.31}$$

 $-\tau_{ij}$ représente le tenseur de contraintes visqueuses. Il est défini par le tenseur des vitesses de déformation, $D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, comme :

$$\tau_{ij} = \mu D_{ij} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$$
(2.32)

Bilan énergétique. Le bilan de l'énergie peut être écrit sous la forme différentielle en considérant l'énergie totale du fluide comme :

$$\frac{\partial \left(\rho e\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left[\left(\rho e + P\right) u_j\right]}{\partial x_j} = \frac{\partial \left(u_i \tau_{ij}\right)}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j}$$
(2.33)

où e est l'énergie totale par unité de masse, P désigne la pression, τ_{ij} est le tenseur des contraintes visqueuses et q_i est le flux de chaleur perdu par conduction thermique.

2.3.2 Modélisation de la turbulence

La plupart des écoulements simulés dans des applications industrielles sont turbulents. La turbulence se caractérise par le développement au sein de l'écoulement de tourbillons de différentes tailles et de différentes durées de vie, donc, des fluctuations des champs des vitesses. Ces fluctuations de vitesse mélangent des quantités transportées telles que la quantité de mouvement, l'énergie, et la concentration d'espèces, et elles provoquent la fluctuation des quantités transportées. Les tourbillons plus grands, qui ont une durée de vie plus longue, peuvent transporter de la chaleur, de la quantité de mouvement, ou des espèces; cependant, les tourbillons les plus petits, qui ont une durée de vie plus courte, assurent la conversion de l'énergie cinétique en chaleur par frottements visqueux.

Du fait que ces fluctuations peuvent être de petite taille et de fréquence élevée, elles sont trop chères à simuler directement. Au lieu de cela, les équations instantanées (2.27 et 2.30) qui gouvernent l'écoulement peuvent être moyennées ou bien, manipulées pour enlever les petites échelles, et l'ensemble des équations modifiées est numériquement moins cher à résoudre. Cependant, la modification de ces équations génère des variables additionnelles inconnues. Donc, les modèles de turbulence sont nécessaires pour déterminer ces variables en termes de quantités connues.

Lors de la modélisation des écoulements turbulents, la moyenne de Reynolds est fréquemment employée pour décrire les quantités turbulentes comme une addition des valeurs moyennes et des valeurs fluctuantes, c'est-à-dire, que chaque variable est décomposée en deux termes, un terme moyen et un terme fluctuant. Par exemple, une composante de la vitesse, la pression ou la température s'écrit, à un instant donné, comme :

$$\varphi = \bar{\varphi}_i + \varphi'_i \tag{2.34}$$

Par définition, le second terme, qui est le terme fluctuant, lié aux petites échelles, a une valeur moyenne nulle. Si on remplace les variables de l'écoulement par des expressions de la forme (2.34) dans l'équation instantanée de quantité de mouvement, celle-ci peut s'écrire comme :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u_{i}\right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\rho u_{i}u_{j}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\mu\left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_{l}}{\partial x_{l}}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(-\rho\overline{u_{i}'u_{j}'}\right) \quad (2.35)$$

Les équations (2.27) et (2.35) sont appelées équations RANS (*Reynolds–Average Navier–Stokes*). Elles ont la même forme générale que les équations instantanées de Navier-Stokes, mais avec la vitesse et d'autres variables de solution représentées maintenant par valeurs moyennées. Dans cette équation il y a un terme additionnel qui représente les effets de la turbulence : le tenseur de contraintes de Reynolds, $-\rho \overline{u'_i u'_j}$. Le tenseur de Reynolds doit être modélisé afin de fermer l'équation (2.35).

Pour des écoulements de masse volumique variable, les équations (2.27) et (2.35) peuvent être moyennées en utilisant la moyenne de Favre, avec les valeurs de la vitesse représentées par des valeurs moyennées par rapport à la masse.

2.3.3 Modèles de turbulence

L'origine de l'approche RANS date de la fin du 19ème siècle, quand Reynolds a publié, en 1895, les résultats de ses recherches en turbulence. En 1877, Boussinesq avait déjà introduit le concept d'une viscosité turbulente. Les équations RANS n'ont pas été résolues de forme systématique ni par Reynolds ni par Boussinesq.

Plus tard, Prandtl a introduit l'idée d'une longueur de mélange et ainsi, une méthode « réelle » pour modéliser la viscosité turbulente en fonction de la longueur de mélange. On se réfère au modèle de longueur de mélange comme un **modèle algébrique** ou **modèle de turbulence à zéro équation**. Par définition, un modèle à n-équations signifie qu'il faut résoudre « n » équations de transport additionnelles aux équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et de l'énergie.

Pour augmenter la capacité de prédiction des propriétés des écoulements turbulents, Prandtl a proposé, en 1945, un modèle dans lequel la viscosité turbulente est fonction de l'énergie cinétique des fluctuations turbulents, κ . Cette amélioration, à un niveau conceptuel, tient compte du fait que le chemin parcouru par l'écoulement définit certains paramètres de la viscosité turbulente, c'est-à-dire, qu'il tient compte de l'histoire de l'écoulement. Il a proposé une équation différentielle pour modéliser l'équation exacte de κ . De cette façon, le concept de **modèle de turbulence à une équation** est né.

Le fait d'avoir une viscosité turbulente qui dépend de l'histoire de l'écoulement donne un modèle physiquement plus réaliste, mais il est nécessaire de spécifier une longueur d'échelle de la turbulence. La longueur d'échelle peut être considérée comme la taille caractéristique des tourbillons, donc, chaque échelle est différente pour chaque écoulement. En conclusion, les modèles turbulents qui ne fournissent pas une longueur d'échelles sont des modèles « **incomplets** ». C'est-à-dire, qu'il faut savoir quelque chose à propos de l'écoulement, en plus des conditions initiales et conditions aux limites, afin d'obtenir une solution. Ces modèles ne sont pas sans mérite et, en fait, ils se sont révélés d'une grande efficacité dans beaucoup d'applications industrielles.

Kolmogorov a présenté, en 1942, le premier modèle de turbulence « **complet** » (dans un modèle complet, la connaissance préalable d'aucune propriété de la turbulence n'est nécessaire pour obtenir une solution). Ce modèle présente, en plus d'une équation pour κ , un deuxième paramètre, ω , qui est défini comme le taux spécifique de dissipation de l'énergie. L'inverse de ω désigne l'échelle temporelle de la turbulence, alors que $\kappa^{l/2}/\omega$ est l'analogue de la longueur de mélange. Dans ce modèle, connu comme modèle de turbulence $\kappa - \omega$, il y a une deuxième équation différentielle pour ω , qui a une forme similaire à l'équation de κ . Donc, ce modèle de turbulence est un modèle à deux équations. Malgré les expectatives du modèle $\kappa - \omega$, il n'a pas été pratiquement utilisé pendant longtemps en raison de l'indisponibilité des ordinateurs pour résoudre ses équations différentielles non-linéaires.

Rotta a créé, en 1951, les bases pour les modèles de turbulence qui contournent l'utilisation de l'approximation de Boussinesq. Il a conçu un modèle plausible pour l'équation différentielle qui gouverne l'évolution du tenseur qui représente les contraintes turbulentes, c'est-à-dire, le tenseur de contraintes de Reynolds. Cette approche est identifiée comme de **second ordre**. Le premier avantage conceptuel du modèle de second ordre est la façon naturelle dont des effets non locaux sont pris en compte. Ce genre de modèles s'adapte automatiquement aux effets complexes tels que la courbure des lignes de courant, la rotation de corps rigides, et les forces de corps.

Ainsi, au début des années 50, quatre catégories principales des modèles de turbulence avaient évolué. Depuis les années 60, l'amélioration des ordinateurs a permis le développement de chacune des quatre catégories des modèles de turbulence ainsi que la création de nouvelles techniques comme la LES ou DES.

- 1. Modèles à zero équation.
 - Modèle de longueur de mélange
 - Modèle Cebeci–Smith
 - Modèle Baldwin-Lomax
 - Modèle Johnson-King

> Algébriques

2.3. MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT CAVITANT TURBULENT

2.	Modèles à une équations.Modèle Baldwin-BarthModèle Spalart-Allmaras	
3.	Modèles à deux équation. • Modèles $\kappa - \epsilon$ * Modèle standard $\kappa - \epsilon$ * Modèle RNG $\kappa - \epsilon$ * Modèle réalisable $\kappa - \epsilon$ • Modèles $\kappa - \omega$ * Modèle de Wilcox $\kappa - \epsilon$ * Modèle de Wilcox modifié $\kappa - \epsilon$ * Modèle SST $\kappa - \epsilon$	RANS
4.	Modèles $v^2 - f$. • Modèle $\bar{v}_2 - f$ • Modèle $\zeta - f$	
5.	Modèles de second ordre.Modèle du tenseur de Reynolds	RSM
6. 7.	 Simulations des grandes échelles (<i>Large Eddy Simulation</i>). Méthodes hybrides RANS/LES globales. Detached Eddy Simulation 	$\left. \left. \right\} LES \\ DES \\ \left. \right\} DES \\ \left. \right\}$
8.	Simulation numérique directe (Direct Numerical Simulation).	$\left. \right\} DNS$

Hypothèse de Boussinesq. L'approche de la moyenne de Reynolds doit modéliser convenablement le tenseur de contrainte de Reynolds. Pour ceci, il est communément utilisé l'hypothèse de Boussinesq pour lier le tenseur de contrainte de Reynolds aux gradients de la vitesse moyen :

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho \kappa + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij}$$
(2.36)

L'hypothèse de Boussinesq est employée dans les modèles de turbulence algébriques et les modèles de turbulence à une et deux équations. L'avantage de cette approche est le coût numérique relativement bas pour calculer la viscosité turbulente, μ_t . L'inconvénient de l'hypothèse de Boussinesq est qu'il suppose μ_t comme une quantité scalaire isotrope, ce qui n'est pas totalement vrai.

Modèles de turbulence algébriques (ou à zéro équation)

Les plus simples de tous les modèles de turbulence sont les modèles algébriques. Ces modèles emploient l'hypothèse de Boussinesq pour calculer le tenseur de contraintes de Reynolds comme le produit d'une viscosité turbulente et du tenseur moyen de taux de contrainte :

$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{2.37}$$

Modèle de longueur de mélange. Le modèle de longueur de mélange utilise une analogie entre le transport diffusif et le transport turbulent. On peut alors écrire :

$$-\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad \text{où} \quad \mu_t = \rho u_t l_t \tag{2.38}$$

Par analogie avec la théorie cinétique des gaz, on peut alors faire l'hypothèse que la viscosité turbulente est proportionnelle au produit d'une vitesse turbulente et d'une échelle spatiale de turbulence. Cette viscosité est une propriété de l'écoulement et non pas du fluide. On utilise souvent le modèle de Prandtl qui permet d'écrire :

$$u_t = l_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{2.39}$$

et donc la viscosité turbulente pour le modèle de longueur de mélange :

$$\mu_t = \rho l_t^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{2.40}$$

Le modèle est fermé si on connaît l'expression de la longueur du mélange. Ce genre de modèle est très utilisé pour les simulations des écoulements autour d'une aile d'avion, car la physique des écoulements est alors très bien connue. Ces modèles ont l'avantage d'être très simples à utiliser et peu coûteux numériquement. Leur utilité est pourtant très limitée car il est souvent difficile de connaître l'expression de l_t dans le cas de géométries complexes. De plus, ils ne prennent pas en compte le transport de la turbulence.

Modèle de Cebeci–Smith. Le modèle de Cebeci–Smith, proposé en 1967, est un modèle algébrique à deux couches limite qui modélise la viscosité turbulente, μ_t , en fonction du profil de vitesses dans la couche limite locale. Cebeci et Smith ont raffiné le modèle de longueur de mélange à tel point qu'il peut être employé avec une grande confiance dans les écoulements à haute vitesse avec des couches limites attachées, et il est généralement utilisé dans les applications aérospatiales.

Comme le modèle de Baldwin–Lomax, ce modèle n'est pas approprié aux cas des importantes régions de décollement et avec des effets significatifs de courbure/rotation. À la différence du modèle de Baldwin–Lomax, ce modèle exige la détermination de l'épaisseur de la couche limite.

Modèle de Baldwin–Lomax. Le modèle de Baldwin–Lomax a été formulé en 1978. Pour éviter les difficultés pour spécifier l'épaisseur de la couche limite de cisaillement, Baldwin et Lomax ont proposé un modèle algébrique alternatif qui est actuellement très utilisé. Il est aussi utilisé dans les calculs où les propriétés de la couche limite sont difficiles à déterminer. Ce modèle risque fréquemment de surestimer le décollement de l'écoulement, particulièrement dans les écoulements avec des ondes de choc.

Le modèle de Baldwin-Lomax est une modèle à deux couches limites similaire au modèle de Cebeci–Smith. Il convient aux écoulements à haute vitesse avec des couches limites minces attachées. Il est appliqué typiquement dans l'aérospatiale et les turbomachines. C'est un modèle à bas Reynolds. Il exige une grille assez raffinée près des parois, avec une distance $y^+ < 1$.

Modèles de turbulence à deux équations

Les modèles « complets » de turbulence, les plus simples, sont les modèles à deux équations dans lesquels la solution des deux équations de transport permet de déterminer indépendamment la vitesse turbulente et la longueur d'échelle turbulente.

Le modèle $\kappa - \epsilon$ est le modèle le plus connu et le plus utilisé des modèles à deux équations. Les références principales sur ce modèle sont décrites par Jones et Launder [38], Launder et Spalding [54] et Launder et Sharma [53]. Cette dernière formulation est identifiée comme le modèle standard.

Les modèles à deux équations ont été, à l'origine, développé pour améliorer le modèle de longueur de mélange et pour éviter la prescription algébrique de la longueur d'échelle turbulente dans des écoulements complexes. Les équations de transport sont résolues pour deux propriétés scalaires de la turbulence : l'énergie cinétique turbulente, κ , et le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, ϵ ou le taux de dissipation spécifique, ω .

Modèle standard $\kappa - \epsilon$. Le modèle standard $\kappa - \epsilon$ est un modèle semi-empirique où l'obtention des équations se fonde sur des considérations phénoménologiques et empiriques.

L'équation de transport pour κ est dérivée de l'équation exacte, alors que l'équation de transport pour ϵ a été obtenue en utilisant un raisonnement physique. Elle est très approximative et s'appuie sur une analyse dimensionnelle.

Le modèle $\kappa - \epsilon$ est adapté aux écoulements où la turbulence est bien développée, c'est-à-dire, où le nombre de Reynolds est important. On l'utilise avec une fonction de parois qui permet de faire l'hypothèse que, dans la zone proche des parois, le profil des vitesses peut être modélisé par une loi logarithmique.

La vitesse turbulente et la longueur d'échelle turbulente sont définies comme :

$$u_t = \sqrt{\kappa}, \quad \text{et} \quad l_t = \frac{\kappa^{3/2}}{\epsilon}$$
 (2.41)

La viscosité effective est l'addition de la viscosité de l'écoulement et la viscosité turbulente :

$$\mu = \mu_f + \mu_t \tag{2.42}$$

où la viscosité turbulente est définie en utilisant l'analogie de Prandtl-Kolmogorov :

$$\mu_t = \rho \cdot Cte \cdot u_t l_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon} \tag{2.43}$$

L'énergie cinétique turbulente, κ , et son taux de dissipation, ϵ , sont obtenus à partir des suivantes équations de transport :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\kappa\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho\kappa u_{i}\right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{Pr_{\kappa}}\right)\frac{\partial\kappa}{\partial x_{j}}\right] + G_{\kappa} - \rho\epsilon \qquad (2.44)$$

 et

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\epsilon\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho\epsilon u_{i}\right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{Pr_{\epsilon}}\right)\frac{\partial\epsilon}{\partial x_{j}}\right] + C_{1\epsilon}\frac{\epsilon}{\kappa}G_{\kappa} - C_{2\epsilon}\rho\frac{\epsilon^{2}}{\kappa} \qquad (2.45)$$

où G_{κ} représente la génération de l'énergie cinétique turbulente due aux gradients de la vitesse : $G_{\kappa} = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$

Les constantes du modèle ont les valeurs suivantes :

$$C_{1\epsilon}=1,44\,;\,C_{2\epsilon}=1,92\,;\,C_{\mu}=0,09\,;\,Pr_{\kappa}=1,0\,;\,{\rm et}\,\,Pr_{\epsilon}=1,3$$

Ces valeurs par défaut ont été déterminées à partir des expériences avec de l'eau et de l'air et pour écoulement turbulents fondamentaux.

La puissance et les faiblesses du modèle standard $\kappa - \epsilon$ sont bien connues, des améliorations ont été apportées au modèle pour améliorer son exécution. Deux de ses variantes sont : le modèle RNG $\kappa - \epsilon$ [91] et le modèle réalisable $\kappa - \epsilon$ [74].

Chacun des trois modèles (standard, RNG et réalisable) a la même structure, avec des équations de transport pour κ et ϵ . Les différences principales dans ces modèles sont :

- la méthode pour calculer la viscosité turbulente,
- les nombres de Prandtl turbulents régissant la diffusion turbulente de κ et ϵ ,
- les termes de génération et de destruction dans l'équation de ϵ .

Les caractéristiques communes parmi ces modèles sont la production turbulente, la génération due à la flottabilité, la prise en compte des effets de compressibilité, et la simulation du transfert de la chaleur et de la masse.

Modèle $\kappa - \epsilon$ **RNG.** Le modèle $\kappa - \epsilon$ RNG a été déduit en utilisant une technique statistique rigoureuse appelée la *théorie de groupe de renormalisation*. Il est de forme semblable au modèle standard, mais il inclut les modifications suivantes :

- le modèle RNG a un terme additionnel dans l'équation de ϵ qui améliore de manière significative l'exactitude pour la détente rapide des écoulements.
- l'effet des tourbillons dans la turbulence est inclus dans le modèle RNG, c'est la raison pur laquelle l'exactitude augmente pour les écoulements tourbillonnaires.
- la théorie RNG fournit une formule analytique pour les nombres de Prandtl turbulents, alors que le modèle standard emploie des valeurs constantes.
- comme le modèle standard est un modèle à haut nombre de Reynolds, la théorie RNG fournit une nouvelle formulation différentielle pour que la viscosité effective prenne en compte les effets des écoulements à bas nombre de Reynolds.

La dérivation analytique a comme résultat un modèle avec des constantes différentes de celles du modèle standard. De plus, il y des termes et des fonctions supplémentaires dans les équations de transport de κ et ϵ .

Le modèle $\kappa - \epsilon$ RNG a une forme similaire au modèle standard $\kappa - \epsilon$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\kappa\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho\kappa u_{i}\right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\alpha_{k}\mu_{eff}\frac{\partial\kappa}{\partial x_{j}}\right) + G_{\kappa} - \rho\epsilon \qquad (2.46)$$

 et

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\epsilon\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho\epsilon u_{i}\right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\alpha_{\epsilon}\mu_{eff}\frac{\partial\epsilon}{\partial x_{j}}\right) + C_{1\epsilon}\frac{\epsilon}{\kappa}G_{\kappa} - C_{2\epsilon}\rho\frac{\epsilon^{2}}{\kappa} - R_{\epsilon}$$
(2.47)

où α_{κ} et α_{ϵ} sont, respectivement, l'inverse des nombres de Prandtl pour κ et ϵ .

La principale différence entre les modèle standard et RNG est liée au terme supplémentaire R_{ϵ} de l'équation de ϵ défini comme :

$$R_{\epsilon} = \frac{C_{\mu}\rho\eta^3 \left(1 - \eta/\eta_0\right)}{1 + \beta\eta^3} \frac{\epsilon^2}{\kappa}$$
(2.48)

où $\eta \equiv S\kappa/\epsilon$; $\eta_0 = 4, 38$; $\beta = 0, 012$.

En comparaison au modèle standard, la plus faible destruction de ϵ fait augmenter ϵ , en réduisant κ et, éventuellement, la viscosité effective. En conséquence, dans le cas où la détente de l'écoulement est rapide, le modèle RNG rapporte une viscosité turbulente inférieure que le modèle standard. Ainsi, le modèle de RNG est plus sensible aux effets de détente rapide et la courbure des lignes de courant que le modèle standard, qui explique la performance supérieure du modèle RNG pour certaines types d'écoulements.

Les constantes du modèle RNG ont été obtenues analytiquement et ont les valeurs suivantes :

$$C_{1\epsilon} = 1, 42; C_{2\epsilon} = 1, 68; \text{ et } \alpha_{\kappa} = \alpha_{\epsilon} \approx 1,393$$

Modèle réalisable $\kappa - \epsilon$. Le modèle réalisable $\kappa - \epsilon$ a été développé relativement récemment. Il diffère du modèle standard principalement sur deux points :

- une nouvelle formulation pour la viscosité turbulente,
- une nouvelle équation de transport pour le taux de dissipation, ϵ , qui a été déduit d'une équation exacte pour le transport de la fluctuation de la vorticité.

Les équations de transport pour κ et ϵ dans le modèle réalisable sont :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\kappa\right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\rho\kappa u_{j}\right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{Pr_{\kappa}}\right)\frac{\partial\kappa}{\partial x_{j}}\right] + G_{\kappa} - \rho\epsilon \qquad (2.49)$$

 et

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\epsilon\right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\rho\epsilon u_{j}\right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{Pr_{\epsilon}}\right)\frac{\partial\epsilon}{\partial x_{j}}\right] + \rho C_{1}S_{\epsilon} - \rho C_{2}\frac{\epsilon^{2}}{\kappa + \sqrt{\nu\epsilon}}$$
(2.50)

où

$$C_1 = max\left[0, 43, \frac{\eta}{\eta+5}\right]; \eta = S\frac{\kappa}{\epsilon}; S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$
(2.51)

La viscosité turbulente est calculée à partir de l'équation (2.43), mais dans ce modèle, C_{μ} n'est plus une constante. Il est donc calculé à partir de :

$$C_{\mu} = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{\kappa U^*}{\epsilon}} \tag{2.52}$$

où

$$U^* \equiv sqrtS_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}$$
(2.53)

 C_{μ} est fonction de la vitesse angulaire du système de rotation et du champ de turbulence $(\kappa - \epsilon)$.

Les constantes du modèle sont :

$$C_2 = 1, 9; Pr_{\kappa} = 1, 0 \text{ et } Pr_{\epsilon} = 1, 2$$

Modèle standard $\kappa - \omega$. Le modèle $\kappa - \omega$ de Wilcox [89] ou modèle standard $\kappa - \omega$ intègre des modifications qui permettent de prendre en compte les effets de l'écoulement à bas nombre de Reynolds, la compressibilité, et la propagation du cisaillement. Le modèle standard $\kappa - \omega$ est un modèle empirique qui se base sur les équations de transport pour l'énergie cinétique turbulente (κ) et le taux de dissipation spécifique (ω , qui peut également être considéré comme le rapport de ϵ et κ).

Ce modèle fonctionne jusqu'aux régions près des parois et il donne de meilleurs résultats dans ces zones que les modèles $\kappa - \epsilon$. Mais, dans les zones éloignées des parois, sa sensibilité provoque, parfois, une surestimation de la turbulence. Le plus souvent, on utilise une combinaison des modèles $\kappa - \epsilon$ et $\kappa - \omega$, avec une fonction qui permute le modèle $\kappa - \omega$ aux régions proches des parois et le modèle $\kappa - \epsilon$ aux régions éloignées des parois. Ce modèle est très efficace pour la simulation du transfert de chaleur si le maillage est assez fin à proximité de la paroi.

L'énergie cinétique turbulente, κ , et le taux de dissipation spécifique, ω , sont obtenus à partir des équations de transport suivantes :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\kappa\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho\kappa u_{i}\right)}_{convection} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\Gamma_{\kappa}\frac{\partial\kappa}{\partial x_{j}}\right)}_{diffusion} + \underbrace{\left(-\overline{\rho u_{i}^{'}u_{j}^{'}}\right)\frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}}}_{production} - \underbrace{\rho\beta_{0}^{*}f_{\beta^{*}}\kappa\omega}_{destruction} \tag{2.54}$$

 et

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\omega\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho\omega u_{i}\right)}_{convection} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\Gamma_{\omega}\frac{\partial\omega}{\partial x_{j}}\right)}_{diffusion} + \underbrace{\alpha_{0}\frac{\omega}{\kappa}\left(-\overline{\rho u_{i}'u_{j}'}\right)\frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}}}_{production} - \underbrace{\rho\beta_{0}f_{\beta}\omega^{2}}_{destruction}$$
(2.55)

Les diffusivités effectives du modèle $\kappa - \omega$ sont données par :

$$\Gamma_{\kappa} = \mu + \frac{\mu_t}{Pr_{\kappa}} \tag{2.56}$$

 et

$$\Gamma_{\omega} = \mu + \frac{\mu_t}{Pr_{\omega}} \tag{2.57}$$

où

$$\mu_t = \frac{\rho\kappa}{\omega} \tag{2.58}$$

Les relations de fermeture sont :

$$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & \chi_{\kappa} \le 0\\ \frac{1+680\chi_{\kappa}^2}{1+400\chi_{\kappa}^2} & \chi_{\kappa} > 0 \end{cases}; \quad \text{où} \quad \chi_{\kappa} \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{2.59}$$

$$f_{\beta} = \frac{1+70\chi_{\omega}}{1+80\chi_{\omega}}; \quad \text{où} \quad \chi_{\omega} = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{\left(\beta_{0}^{*}\omega\right)^{3}} \right|; \text{ et} \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} - \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}} \right)$$
(2.60)

Les constantes du modèle sont :

$$\alpha_0 = 0.52; \ \beta_0^* = \frac{9}{100}; \ \beta_0 = \frac{9}{125}; \ Pr_\kappa = Pr_\omega = 2$$

Modèle de transport de contraintes de cisaillement $\kappa - \omega$. Le modèle $\kappa - \omega$ SST (*Shear Stress Transport*) a été développé par Menter [62] pour utiliser efficacement, à la fois, la formulation robuste et précise du modèle $\kappa - \omega$ dans la région proche de la paroi, et le modèle $\kappa - \epsilon$ dans les régions éloignées de la paroi. Pour réaliser ceci, le modèle $\kappa - \epsilon$ est introduit dans la formulation $\kappa - \omega$. Le modèle SST est similaire au modèle standard, mais il inclut les améliorations suivantes :

- Le modèle standard κ ω et le modèle κ ε modifié sont dans le même modèle, mais il y a un operateur qui permute les deux modèles dans les régions proches ainsi que dans les régions éloignées de la paroi.
- Le modèle de SST incorpore un terme qui atténue la diffusion dans l'équation de κ .
- La définition de la viscosité turbulente est modifiée pour prendre en compte le transport de contraintes de cisaillement turbulent.
- Les constantes du modèle sont différentes.

Ces caractéristiques rendent le modèle SST plus précis et fiable pour une longue gamme d'écoulements.

Les équations de transport pour κ et ω sont :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\kappa\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho\kappa u_{i}\right)}_{convection} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\Gamma_{\kappa}\frac{\partial\kappa}{\partial x_{j}}\right)}_{diffusion} + \underbrace{P_{\kappa}}_{production} - \underbrace{\rho\beta_{0}^{*}\kappa\omega}_{destruction}$$
(2.61)

 et

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\omega\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho\omega u_{i}\right)}_{convection} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\Gamma_{\omega}\frac{\partial\omega}{\partial x_{j}}\right)}_{diffusion} + \underbrace{\alpha\rho S^{2}}_{production} - \underbrace{\rho\beta_{0}\omega^{2}}_{destruction} + \underbrace{2\left(1 - F_{1}\right)\rho\sigma_{\omega,2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial\kappa}{\partial x_{j}}\frac{\partial\omega}{\partial x_{j}}}_{Mod.-Diffusion}$$
(2.62)

Les diffusivités effectives sont calculées à partir des équations (2.56) et (2.57). La viscosité turbulente est calculée de la formule :

$$\mu_t = \frac{\rho\kappa}{\omega} \frac{1}{max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1\omega}\right]}$$
(2.63)

où S est la grandeur du taux de contrainte, et Pr_{κ} et Pr_{ω} sont les nombres de Prandtl turbulent, respectivement, pour κ et ω .

$$Pr_{\kappa} = \frac{1}{F_1/\sigma_{\kappa,1} + (1 - F_1)/\sigma_{\kappa,2}}$$
(2.64)

$$Pr_{\omega} = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1 - F_1)/\sigma_{\omega,2}}$$
(2.65)

Les fonctions F_1 et F_2 sont données par :

$$F_1 = tanh\left(\Phi_1^4\right) \tag{2.66}$$

$$\Phi_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{\kappa}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right), \frac{4\rho\kappa}{\sigma_{\omega,2}D_{\omega}^+ y^2}\right]$$
(2.67)

$$D_{\omega}^{+} = max \left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right]$$
(2.68)

$$F_2 = tanh\left(\Phi_2^2\right) \tag{2.69}$$

$$\Phi_2 = max \left[2\frac{\sqrt{\kappa}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right]$$
(2.70)

Modèles de turbulence de fermeture de second ordre

Dans les années 70, les ressources informatiques avaient suffisamment évolué pour permettre un développement sérieux de ce genre de modèles. Les efforts les plus remarquables étaient ceux de Donaldson, en 1968 ; Daly et Harlow, en 1970 ; et Launder, Reece et Rodi, en 1975. Ce dernier est devenu la base des modèles de second ordre.

Cependant, en raison du grand nombre d'équations et de la complexité des modèles de second ordre, ils ont été utilisés dans un nombre d'applications relativement petit, comparé aux modèles algébriques et à deux équations.

Modèle du Tenseur de contraintes de Reynolds. Le RSM (*Reynolds Stress Model*) [51] et [52] est une alternative à l'hypothèse de Boussinesq. Le RSM ferme les équations RANS en résolvant les équations de transport pour le tenseur de contraintes de Reynolds, ainsi qu'une équation pour le taux de dissipation. Ceci signifie que cinq équations de transport additionnelles doivent être résolues dans les écoulements 2D et sept équations dans 3D.

Du fait que le RSM prend en compte les effets de la courbure aérodynamique, des tourbillons, de la rotation d'une façon plus rigoureuse que les modèles à une et deux équations, il offre de plus grandes possibilités pour des écoulements complexes. Ce modèle est donc très lourd numériquement et la convergence est souvent difficile. Il existe de nombreuses variantes de ce modèle, qui concernent en particulier la façon de modéliser la corrélation de la fluctuation de la pression et de la déformation.

Cependant, la fiabilité de l'approche RSM est encore limitée aux hypothèses de fermeture utilisées pour modéliser les divers termes dans les équations de transport exactes du tenseur de contraintes de Reynolds. L'utilisation du RSM est fortement recommandée quand les caractéristiques de l'écoulement sont le résultat de l'anisotropie dans le tenseur de contraintes de Reynolds.

Les équations de transport exactes pour le tenseur de contraintes de Reynolds, $\rho u'_i u'_j$, peuvent être écrites comme :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\overline{u_{i}'u_{j}'}\right)}_{d\acute{e}riv\acute{e}\ locale\ de\ temps}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\rho u_{k}\overline{u_{i}'u_{j}'}\right)}_{C_{ij}\equiv convection}} = -\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left[\rho\overline{u_{i}'u_{j}'u_{k}'} + \overline{p\left(\delta_{kj}u_{i}' + \delta_{ik}u_{j}'\right)}\right]}_{D_{T,ij}\equiv diffusion\ de\ la\ turbulence}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left[\mu\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\overline{u_{i}'u_{j}'}\right)\right]}_{O_{L,ij}\equiv diffusion\ moleculaire}} - \underbrace{\frac{\rho}{\left(\overline{u_{i}'u_{k}'}\frac{\partial u_{j}}{\partial x_{k}} + \overline{u_{j}'u_{k}'}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}}\right)}_{P_{ij}\equiv production\ d'efforts}} - \underbrace{\frac{\rho\beta\left(g_{i}\overline{u_{j}'\theta} + g_{j}\overline{u_{i}'\theta}\right)}_{P_{ij}\equiv Production\ de\ flotabilit\acute{e}}} + \\
\underbrace{\frac{\rho}{\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}'}{\partial x_{i}}\right)}_{\phi_{ij}\equiv production\ de\ contraintes}} - \underbrace{\frac{2\mu}{\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}}\frac{\partial u_{j}'}{\partial x_{k}}}_{\epsilon_{ij}\equiv dissipation} - \underbrace{\frac{2\rho\Omega_{k}\left(\overline{u_{j}'u_{m}'}\epsilon_{ikm} + \overline{u_{j}'u_{m}'}\epsilon_{jkm}\right)}_{F_{ij}\equiv production\ de\ système\ de\ rotation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}'}{\partial x_{i}}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv dissipation} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'u_{m}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{j}'u_{m}'}\epsilon_{jkm}\right)}_{F_{ij}\equiv production\ de\ système\ de\ rotation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}} + \frac{\partial u_{j}'}{\partial x_{k}}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv dissipation}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'u_{m}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{j}'u_{m}'}\epsilon_{jkm}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv production\ de\ système\ de\ rotation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{i}'u_{m}'}\epsilon_{jkm}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv production\ de\ système\ de\ rotation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{i}'u_{m}'}\epsilon_{jkm}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv production\ de\ système\ de\ rotation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{i}'u_{m}'}\epsilon_{jkm}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv dissipation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{i}'u_{m}'}\epsilon_{ikm}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv dissipation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{i}'u_{m}'}\epsilon_{ikm}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv dissipation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{i}'u_{m}'}\epsilon_{ikm}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv dissipation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{i}'u_{m}'}\epsilon_{ikm}\right)}_{\epsilon_{ij}\equiv dissipation}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left(\frac{\partial u_{i}'}{\partial x_{k}} + \overline{u_{i}'u_{m}'}\epsilon_$$

Modèle des grandes échelles

Les écoulements turbulents sont caractérisés par des tourbillons avec une ample gamme d'échelles de temps et de longueur. Les échelles plus grandes sont, en général, comparables dans la taille à la longueur caractéristique de l'écoulement moyen. Les échelles plus petites sont responsables de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente.

Il est possible, théoriquement, de résoudre directement toutes les échelles turbulentes en utilisant la simulation numérique directe (*Direct Numerical Simulation, DNS*). Aucun modèle n'est résolu dans la DNS. Cependant, la DNS n'est pas faisable pour des applications industrielles avec écoulements à haut nombre de Reynolds où le coût du calcul numérique devient prohibitif.

Dans LES, les grandes échelles sont résolues directement, alors que les petites échelles sont modélisées. La simulation des grandes échelles est, ainsi, entre la DNS et le RANS en termes de la fraction d'échelles résolues. Le raisonnement de LES peut être récapitulé comme :

- La quantité de mouvement, la masse, l'énergie, et d'autres grandeurs scalaires passives sont transportées dans les grandes échelles.
- Les grandes échelles sont plus dépendantes du problème, c'est à dire, elles sont influencées par la géométrie et les conditions aux limites de l'écoulement.

- Les petites échelles dépendent moins de la géométrie. Elles tendent à être plus isotropes, et sont, par conséquent, plus universelles.
- La probabilité de trouver un modèle de turbulence universel est beaucoup plus grande pour les petites échelles.

La résolution numérique, uniquement des grandes échelles, permet d'utiliser un maillage lâche ainsi qu'un pas de temps plus grand dans LES que dans le DNS. Cependant, LES exige toujours des maillages beaucoup plus fins que ceux typiquement utilisés pour des calculs RANS. En plus, LES doit calculer pendant un temps suffisamment long pour que l'écoulement se stabilise afin d'obtenir des statistiques de l'écoulement fiables. En conséquence, le coût de calcul numérique du LES est normalement plus élevé que celui des calculs RANS en termes de mémoire (RAM) et de temps de machine.

Il faut toujours éviter de l'utiliser avec un maillage grossier, ou pour des simulations en deux dimensions parce que le modèle s'appuie sur des phénomènes tridimensionnels.

Detached Eddy Simulation

Le modèle DES, connu aussi comme un modèle hybride qui utilise les modèles LES et RANS a été introduit par Spalart et al. [77] pour le traitement des écoulements décollés, la DES a donné des résultats encourageants pour diverses configurations.

Dans l'approche DES, les modèles URANS sont utilisés dans les régions proches de la paroi, alors que des versions filtrées des mêmes modèles sont employées dans des régions plus éloignées de la paroi. La région LES est normalement associée au noyau de la turbulence où les grandes échelles de turbulence jouent un rôle dominant.

Pour avoir un modèle aussi simple que possible, Spalart et al. (1997) imposent une formulation non zonale avec un passage continu d'une formulation à l'autre. Le premier modèle testé en DES est le Spalart–Allmaras, mais on peut appliquer la technique à tout modèle de turbulence.

Simulation numérique directe

La DNS (*Direct Numerical Simulation*) est théoriquement l'approche la plus puissante car elle fait appel à un maillage très fin et à un pas de temps très petit pour résoudre les équations de Navier–Stokes sans aucun modèle de turbulence.

Ceci signifie que toute la gamme des échelles spatiales et temporelles de la turbulence doit être résolue. Toutes les échelles spatiales de la turbulence doivent être résolues dans un maillage numérique, depuis les plus petites échelles dispersives (échelles de Kolmogorov), jusqu'à l'échelle intégrale L, liée aux mouvements contenant dans l'énergie cinétique. L'échelle de Kolmogorov, η , est donnée par :

$$\eta = \left(\nu^3/\epsilon\right)^{1/4} \tag{2.72}$$

Par ailleurs, l'échelle intégrale dépend communément de l'échelle spatiale des conditions aux limites. Pour répondre à ces exigences de résolution, le nombre de points, N, tout au long d'une direction du maillage avec des incréments, h, doit être :

$$Nh > L \tag{2.73}$$

de telle sorte que l'échelle intégrale soit contenue dans le domaine numérique, et ainsi

$$h \le \eta \tag{2.74}$$

de sorte que l'échelle de Kolmogorov puisse être résolue. Du fait que :

$$\epsilon \approx u^{'3}/L \tag{2.75}$$

où u' est la racine moyenne carrée (RMS) de la vitesse, les relations précédentes impliquent qu'un calcul tridimensionnel DNS exige, au moins, un certain nombre des points, N^3 dans le maillage.

$$N^3 \ge Re^{9/4}$$
 (2.76)

où Re est le nombre de Reynolds turbulent :

$$Re = \frac{u'L}{\nu} \tag{2.77}$$

Le temps total de calcul est généralement proportionnel à l'échelle de temps de turbulence, τ , défini comme :

$$\tau = \frac{L}{u'} \tag{2.78}$$

Par ailleurs, à partir des définitions de Re, η et L, définies ci-dessus, il est évident que :

$$\frac{L}{\eta} \cong Re^{3/4} \tag{2.79}$$

et par conséquent, le nombre de pas de temps augmente comme la loi de puissance du nombre de Reynolds.

Finalement, il est possible d'estimer que le nombre d'opérations est proportionnel au nombre de points du maillage et au nombre de pas de temps, et en conclusion, le nombre d'opérations augmente comme Re^3 .

2.3. MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT CAVITANT TURBULENT

Le coût informatique de la DNS est très élevé, même par les écoulements à bas nombre de Reynolds. Dans la plupart des applications industrielles, où le nombre de Reynolds est élevé, les ressources informatiques nécessaires pour un calcul DNS excèderaient la capacité d'un ordinateur très puissant. Cependant, la simulation numérique directe est un outil utile dans la recherche fondamentale.

2.4 Modèles de cavitation

2.4.1 Classification des modèles de cavitation

Une manière générale de classer les modèles de cavitation est de les distinguer selon cinq grandes classes :

- Modèles basés sur des équations de liquide à bulles. Ces modèles sont généralement liés à la notion de naissance de la cavitation, en intégrant une formulation empirique qui prend en compte les forces de portance, de traînée et d'inertie. L'approche est probabiliste et le taux d'événements cavitants peut être estimé, en faisant la moyenne de la distribution de pression et de bulles.
- Modèles à interface. Ce type de modèle est un cas particulier des modèles uni-phasiques parce qu'il ne calcule que l'écoulement dans le liquide qui est supposé contourner la poche cavitante. Cette dernière reste attachée à l'aube et elle est séparée de l'écoulement principal (qui demeure stationnaire) par une interface dont la forme, la fermeture et, pour certains modèles, le détachement sont modélisés différemment selon les auteurs.
- Modèles à jet rentrant. Contrairement au modèle à interface qui ne simule que l'extérieur de la poche, le modèle à jet rentrant analyse l'écoulement à l'intérieur de celle-ci et modélise donc l'aspect instationnaire de la cavitation. De plus en plus de codes de calculs incorporent des modèles à jet rentrant dans la détermination de la dynamique des poches de cavitation.
- Modèles à deux fluides. Ce sont des modèles à deux phases, la phase liquide et la phase vapeur, et pouvant contenir deux ou trois espèces si en plus du liquide et de la vapeur on prend en considération les micro-bulles de gaz non condensable. Les propriétés du liquide et de la vapeur sont déterminées suite à l'écriture des équations de conservation pour chaque phase et c'est alors la détermination des échanges de quantité de mouvement, de chaleur et de masse qui est délicate et qui fait la différence entre un modèle de cavitation et un autre. Le système d'équations obtenu est de type hyperbolique. Aux équations de conservation, on ajoute des corrélations et des relations souvent empiriques modélisant les termes d'échange de masse, de quantité de mouvement et éventuellement de chaleur entre les phases hors équilibre.
- Modèles à un fluide. Les modèles à un fluide sont également appelés modèles de diffusion ou modèles homogènes : ces modèles assimilent le fluide comme formé d'une seule phase homogène qui est un mélange de liquide et de vapeur selon certaines proportions.

Modèles basés sur des équations de liquide à bulles

Plusieurs auteurs ont mené des séries d'expériences desquelles ils ont déduit que pour la prédiction de la cavitation, la distribution de la pression seule ne suffit pas mais qu'il faut lui associer la distribution des bulles de gaz au sein de l'écoulement, leurs diamètres et la tension à leur surface.

Pour décrire la dynamique et le développement des bulles dans les écoulements cavitants, on a essentiellement eu recours à deux méthodologies dans la littérature :

- 1. Le modèle basés des bulles sphériques qui est le plus approprié pour les écoulements cavitants dans lesquels les noyaux ou micro-bulles grandissent jusqu'à avoir une taille macroscopique visible quand elles rentrent dans les régions à faible pression, puis implosent en atteignant les régions à haute pression. Presque tous les modèles de bulles sphériques sont basés sur une version modifiée d'une manière ou d'une autre de l'équation de Rayleigh-Plesset qui définit la relation entre le rayon d'une bulle sphérique $R_B(t)$ et la pression P(t) loin de la bulle.
- 2. La deuxième méthodologie fondamentale est celle de la **théorie de la ligne de courant libre** (*Free streamline theory*), qui est plus appropriée aux écoulements à poche attachée ou pour le sillage d'un nuage de vapeur (*Vapor-filled wakes*).

Les modèles basés sur l'équation de Rayleigh–Plesset intègrent pour la plupart dans l'équation de dynamique des bulles les effets d'inertie, de pression, de portance et de traînée.

Modèles à interface

Ce modèle a été développé essentiellement par Hirschi en 1998, il correspond aux écoulements stationnaires bidimensionnels. Le modèle est basé sur une approche itérative portant sur la forme de la poche cavitante qui doit finir par atteindre certaines valeurs de la vitesse et de la pression d'une part, et une certaine forme de l'interface liquide/vapeur d'autre part.

La forme initiale prise par la poche est supposée être l'enveloppe entourant une bulle durant sont évolution sur la pale (figure 2.2). Des résultats numériques et expérimentaux réalisés par Dupont et al. en 2002 montrent que ce modèle simplifié convient aux pompes où les structures cavitantes gardent une longueur modérée et n'affectent pas l'écoulement principal par des effets de blocages ou autres.

Ce type de modèle est valable pour les structures de cavitation qui restent stationnaires et attachées aux pales des machines. L'écoulement à l'intérieur de la poche n'est pas déterminé. On s'intéresse qu'à l'interface liquide/vapeur : sa forme, sa fermeture et pour certains modèles à interface, son détachement.



FIG. 2.2 – Modèles à interphase.

Un autre inconvénient du modèle à interface, est qu'il considère la poche comme formée de vapeur pure (sauf vers la zone de fermeture de la poche) et dissocie donc la vapeur du liquide. Ceci n'est pas vrai dans la réalité car la vapeur et le liquide restent très mélangés et la taille des structures de vapeur est quelquefois inférieure à celle d'une cellule du maillage.

Modèle du jet rentrant

Dans le cas de la cavitation stationnaire, la surface de la poche est traitée comme une surface à pression constante. En appliquant l'équation de Bernoulli, cette condition implique que la vitesse tangentielle devrait être constante à la surface de la poche. Ce critère n'est pas valable au point de fermeture de la poche. Afin de surmonter cette difficulté, plusieurs modèles de fermeture de la poche ont été proposés comme le montre la figure 2.3.

Parmi ces modèles figure notamment le modèle du jet rentrant selon lequel un jet se forme au point de fermeture de la poche et y rentre. Ces flux rentrants peuvent également être observés dans la pratique. Ce type de modèle simule l'aspect instationnaire et quelquefois auto-oscillant des structures cavitantes.

Le jet rentrant est une instabilité intrinsèque dans les turbomachines (par opposition aux instabilités de système. Il a été décrit par plusieurs chercheurs. Il y a plus d'une trentaine d'années, Knap, Daily et Hammitt, ont fourni une description précise des écoulements dans la zone de fermeture des cavités. Cette zone correspond à la région où l'écoulement extérieur à la cavité se recolle à la paroi. Il arrive que l'écoulement adverse qui remonte du point de fermeture de la cavité vers le bord d'attaque soit dévié et donc



FIG. 2.3 – Modèles de fermeture pour les écoulements potentiels autour de corps de formes quelconques avec des poches de cavitation qui les entourent, d'près Brennen [14].

contraint à progresser parallèlement au bord d'attaque comme le montre la figure 2.3(c). la conséquence en est un recollement de l'écoulement au bord d'attaque.

En basant cette analyse sur une approche stationnaire, le jet-rentrant serait alors responsable d'un remplissage continu de la cavité par le liquide, ce qui est absurde. On peut alors supposer une succession de périodes de développement de jet-rentrant tendant à remplir la cavité, et des périodes où celle-ci se détache sous la forme d'un nuage de vapeur. Ce phénomène oscillant est essentiellement contrôlé par l'inertie via le nombre de Strouhal.

Modèles à deux fluides

Ils sont basés sur l'hypothèse selon laquelle le fluide peut être présent à la fois à l'état liquide et à l'état vapeur. La vapeur est caractérisée par sa masse volumique, ρ_v , et le liquide par sa masse volumique, ρ_l . Chaque phase étant compressible, la connaissance de la loi d'état de chaque fluide pur est primordiale pour le calcul de ρ_v et ρ_l . Ces lois d'état doivent tenir compte des effets d'attractions et de répulsions moléculaires et sont encore plus complexes lorsque le liquide est en présence de sa vapeur. A chaque nœud du maillage, les inconnues sont calculées pour les deux phases et moyennées sur le volume occupé respectivement par le liquide et le gaz. Si l'on ne tient pas compte de l'équation de l'énergie, le nombre d'équations de conservation est égal à 4. Les modèles diphasiques sont basés sur les équations suivantes :

1. les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement pour les phases vapeur et liquide résolues séparément en quantifiant les échanges de masse, de quantité de mouvement et éventuellement d'énergie entre ces deux phases;

- 2. un modèle de dynamique des bulles si l'on veut tenir compte de ces dernières dans l'écoulement;
- 3. un modèle de turbulence.

En plus des inconnues relatives à la turbulence (tenseur de Reynolds, $-\rho u'_i u'_j$) et celles d'une éventuelle équation pour la dynamique des bulles de gaz non condensable, les inconnues du problème sont les vecteurs vitesse de la vapeur et du liquide $\vec{u_v}$ et $\vec{u_l}$, les pressions de la vapeur et du liquide P_v et P_l et la fraction massique de la vapeur, f. On a donc 9 inconnues et on dispose de 9 équations :

- 1 équation de conservation de masse pour la phase vapeur,
- 1 équation de conservation de masse pour la phase liquide,
- 6 équations scalaires résultant des 2 équations vectorielles de quantité de mouvement pour les 2 phases,
- 1 équation découlant de l'hypothèse simplificatrice qui s'applique pour les fluides non visqueux, à l'interface liquide/vapeur : on néglige la tension superficielle, ce qui implique qu'il ne reste que les efforts dus aux forces normales associées à la pression, et que ces efforts sont égaux. Il en découle une égalité entre les pression des phases vapeur et liquide de part et d'autre de l'interface : P_v = P_l.

Modèles à un fluide

Le modèle utilisé dans le cadre de ce travail appartient à cette catégorie de modèles de cavitation. Ces modèles à un fluide se distinguent par leur degré de complexité qui est essentiellement dépendant du nombre ainsi que du type des hypothèses simplificatrices adoptées.

Ces modèles à une phase ne prennent en considération qu'un seul fluide. Ce dernier est considéré comme un mélange homogène caractérisé par sa densité ρ_m qui varie dans le domaine de calcul (en respectant une certaine loi d'état dans la plupart des cas). Quand la densité ρ_m dans une cellule de calcul est égale à celle du liquide, toute la cellule est alors supposée être occupée par du liquide et il en va de même pour la vapeur. Entre ces deux valeurs extrêmes, la cellule est occupée par le mélange liquide/vapeur considéré comme étant un seul fluide. Cette approche constitue un moyen simple pour intégrer un module de cavitation dans un code de calcul, vu qu'à part les données relatives à l'équilibre des phases, aucune constante empirique n'est nécessaire au modèle.

La fraction de vide est considérée dans presque tous les modèles uni-phasiques comme étant le taux (local) de vapeur dans le mélange, et l'interface liquide/vapeur constituant la limite de la structure cavitante est considérée à l'état d'équilibre. La résolution des équations régissant l'écoulement cavitant dans les modèles à un fluide est basée sur les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement écrites pour chaque élément de volume, avec une équation d'état appliquée avec l'hypothèse d'équilibre thermodynamique entre la poche et le liquide qui l'entoure. Ces deux phases sont donc gérées par une dynamique commune, éliminant ainsi la vitesse de glissement entre le liquide et la vapeur.

En plus de ces équations et des hypothèses simplificatrices déjà adoptées, on admettait dans la première génération de modèles à un fluide que la condensation et la vaporisation du fluide se font selon un certain « chemin thermodynamique » (par exemple à enthalpie constante ou à entropie constante).

Les inconvénients de ces modèles dépendent des simplifications qui y sont adoptées ainsi que du degré de complexité de modélisation des différents phénomènes physiques. Certains modèles à un fluide sont basés sur l'hypothèse d'équilibre thermique. L'inconvénient de cette hypothèse est qu'elle commence à ne plus être valable pour le cas où l'accélération du fluide est importante. Dans de tels écoulements, les termes de transfert de masse et de chaleur entre les phases varient beaucoup plus lentement que les gradients de pression.

Par ailleurs, certains modèles à un fluide supposent que l'équilibre thermodynamique est réalisé à tout moment. Or, dans la réalité et lors d'un processus d'expansion, les transferts de chaleur et de masse entre les phases ne suivent pas les conditions d'équilibre. En effet, l'expansion est un processus rapide et la vaporisation nécessite une grande quantité d'énergie (à prélever du fluide environnant).

Du point de vue de la modélisation, un modèle basé sur l'hypothèse d'équilibre thermodynamique surestime les gradients de densité du mélange.

Avec un rapport densité du fluide/densité de la vapeur important, la formation de vapeur est très privilégiée et il ne peut donc plus y avoir d'équilibre entre les phases car de grandes quantités de liquide doivent être vaporisées afin de compenser l'augmentation du volume de la phase vapeur. Ceci augmenterait la quantité d'énergie qui doit être prélevée du liquide environnant pour assurer la vaporisation, et résulterait en un important élargissement des couches limites thermiques. Ce processus devient prépondérant quand on opère à haute température et on pourrait observer une réduction de la poche cavitante.

Il en résulterait une convergence difficile et une difficulté à manipuler les écoulements compressibles, les zones de transition entre liquide et vapeur et les zones à liquide pur ou à vapeur pure; les processus doivent être initiés dans une zone de liquide pur, par hypothèse. A tout ceci, il faut ajouter pour certains modèles les inconvénients suivants :

- Le degré de rapidité des processus de vaporisation et de condensation est imposé par l'opérateur.
- Le degré de développement des couches limites thermiques est imposé par l'opéra-

teur.

- Le degré de développement des échanges thermiques est imposé par l'opérateur.
- Absence d'impact de la poche sur la cinématique de l'écoulement et réciproquement.
- A une température élevée, la couche limite thermique augmente dans la poche cavitante, ce qui génère des instabilités numériques (car si T augmente, le rapport ρ_l/ρ_v augmente aussi).
- L'hypothèse d'équilibre thermodynamique induit une surestimation du gradient de densité du mélange et donc une divergence des calculs si ρ_l/ρ_v devient important.
- L'hypothèse d'équilibre thermique implique des gradients de pression excessivement grands, ce qui rend la résolution numérique difficile.

Modèle de cavitation utilisé lors des calculs numériques

Le modèle de cavitation utilisé dans cette étude est le modèle développé par Singhal et al. [75]. Ce modèle prend en compte tous les effets de premier ordre (c'est-à-dire, changement de phase, dynamique des bulles, fluctuations de pression turbulente, et gaz non condensable).

La première approche de ce modèle emploie les équations standard de l'écoulement visqueux (équations de Navier–Stokes) pour la masse volumique variable du mélange (liquide + vapeur) et un modèle de turbulence conventionnel (par exemple, le modèle $\kappa - \epsilon$). Par ailleurs, la masse volumique du mélange liquide–vapeur est fonction de la fraction massique de la vapeur f, laquelle est calculée en résolvant une équation de transport couplée avec les équations de continuité et de quantité de mouvement. Le rapport ρ -fest :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{f}{\rho_v} + \frac{1-\rho}{\rho_l} \tag{2.80}$$

et la fraction volumique de la vapeur α est déduite à partir de f comme :

$$\alpha \equiv f \frac{\rho}{\rho_v} \tag{2.81}$$

On suppose que le fluide est un mélange de liquide, de vapeur et de gaz non condensable. La fraction massique du vapeur est gouvernée par l'équation de transport suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho f\right) + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{v} f\right) = \nabla \cdot \left(\Gamma \nabla f\right) + R_e - R_c \tag{2.82}$$

Les termes source R_e et R_c désignent le taux de génération et disparition de vapeur, respectivement, évaporation et condensation. Ils peuvent être fonction des paramètres de l'écoulement (pression, vitesse caractéristique) et des propriétés du fluide (masses volumiques de la vapeur et du liquide, pression de saturation et tension superficielle liquidevapeur).

Cette formulation emploie une approximation d'écoulement homogène, connue aussi comme approximation « Equal-Velocity-Equal-Temperature ». L'EVET est une approche qui traduit le fait que l'écoulement est « homogène ». C'est l'hypothèse fondamentale de plusieurs modèles de cavitation : les phases ont la même vitesse et les échanges restent isothermes. Cette hypothèse fait donc abstraction de la vitesse de glissement entre les phases ou des instationnarités pouvant affecter la poche de cavitation et qui la rendent oscillante.

L'approche EVET s'applique souvent aux systèmes étudiés parce que dans la plupart des cas, les régions à faible pression dans lesquelles la cavitation a lieu, sont aussi des régions à vitesse relativement élevée. Dans des pareilles zones à grandes vitesses, la différence de vitesse entre les phases liquides et vapeur est plutôt faible. Par ailleurs, on suppose en appliquant cette approche, que les structures cavitantes formées sont de petite taille et sans impact sur la cinématique de l'écoulement.

Ce modèle de cavitation fait la mise au point sur l'utilisation des formulations rationnelles simples pour les taux de changement de phase (R_e et R_c).

Dynamique d'une bulle. Normalement, dans la plupart des situations technologiques, il y a beaucoup de noyaux pour le commencement de la cavitation. Ainsi, le premier élément d'analyse est le comportement d'une bulle, c'est-à-dire l'évaporation et la condensation de la bulle. Dans l'écoulement d'un liquide avec une vitesse de glissement nulle entre le fluide et les bulles, l'équation de la dynamique de la bulle peut être dérivée de l'équation généralisée de Rayleigh-Plesset :

$$R_B \frac{D^2 R_B}{Dt^2} + \frac{2}{3} \left(\frac{D R_B}{Dt}\right)^2 = \frac{P_B - P}{\rho_l} - \frac{4 \cdot \nu_l}{\dot{R}_B} - \frac{2 \cdot \sigma_s}{\rho_l \cdot R_B}$$
(2.83)

Cette équation fournit une approche physique pour présenter les effets de la dynamique de bulle dans le modèle de cavitation. En effet, elle peut être considérée comme une équation de la propagation du vide et, par conséquent, de la masse volumique du mélange.

Pour obtenir une expression du taux net de changement de phase, les équations de continuité des deux phases sont écrites comme suit :

phase liquide :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[(1 - \alpha) \rho_l \right] + \nabla \cdot \left[(1 - \alpha) \rho_l \vec{v} \right] = -R \tag{2.84}$$

phase vapeur :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\alpha \rho_v \right) + \nabla \cdot \left(\alpha \rho_v \vec{v} \right) = R \tag{2.85}$$

mélange liquide-vapeur :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\right) + \nabla \cdot \left(\rho_v \vec{v}\right) = 0 \tag{2.86}$$

où R est le taux net de changement de phase, $R = R_e - R_c$, et ρ est la fraction massique du mélange. En combinant les équations 2.84–2.86, on atteint le rapport entre la masse volumique du mélange et la fraction de vide α :

$$\frac{Df}{Dt} = -\left(\rho_l - \rho_v\right) \frac{D\alpha}{Dt} \tag{2.87}$$

La fraction volumique du vapeur α est définie par rapport au nombre de bulles de vapeur n, ainsi qu'au rayon de la bulle R_B comme :

$$\alpha = n \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_B^3 \tag{2.88}$$

en remplaçant l'équation (2.88) dans l'équation (2.87), on atteint :

$$\frac{Df}{Dt} = -\left(\rho_l - \rho_v\right)\left(n \cdot 4 \cdot \pi\right)^{2/3} \frac{DR_B}{Dt}$$
(2.89)

En utilisant l'équation de Rayleigh–Plesset, équation (2.83) sans les termes visqueux et de tension superficielle (les $2^{\grave{e}me}$ et $3^{\grave{e}me}$ termes du côté droit de l'équation) et en combinant les équations (2.84), (2.85), (2.87), et (2.89), l'expression pour le taux net de changement de phase R est finalement obtenue comme :

$$R = (n \cdot 4 \cdot \pi)^{1/3} (3 \cdot \alpha)^{2/3} \frac{\rho_v \cdot \rho_l}{\rho} \left[\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{P_B - P}{\rho_l} \right) - \frac{2}{3} \cdot R_B \cdot \frac{D^2 R_B}{Dt^2} \right]^{1/2}$$
(2.90)

En utilisant les équations (2.82) et (2.90) et en ignorant la dérivée de second ordre de R_B (terme important principalement pendant l'accélération initiale de bulle) on arrive à l'équation de transport simplifiée de la vapeur :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho f\right) + \nabla \cdot \left(\rho f \vec{v}\right) = \left(n4\pi\right)^{1/3} \left(3\alpha\right)^{2/3} \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{P_B - P}{\rho_l}\right)\right]^{1/2}$$
(2.91)

où le côté droit de l'équation représente la génération de vapeur ou taux d'évaporation. Cette première approximation (2.91) est également utilisée pour modéliser la condensation de la bulle, lorsque $P > P_B$, en employant la valeur absolue de la différence de pression et en traitant le côté droit comme le terme de disparition de vapeur.

L'équation (2.91) est connue comme formulation réduite de la dynamique d'une bulle.

Taux de changement de phase. Dans l'équation (2.91) tous les termes, hormis n, sont des constantes connues ou des variables dépendantes. En l'absence d'un modèle général pour l'estimation du nombre de bulles, l'expression de taux de changement de phase est réécrite en termes de rayon de la bulle, R_B , comme suit :

$$R_e = \frac{3\alpha}{R_B} \cdot \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \left[\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_l} \right]^{1/2}$$
(2.92)

Pour simplifier, la taille typique de la bulle R_B est considérée comme identique à la limite (maximum possible) de la taille de la bulle. Donc, R_B est déterminé par l'équilibre des forces entre la traînée aérodynamique et la tension superficielle. Une corrélation communément utilisée dans l'industrie nucléaire est :

$$R_B = \frac{0,061 \cdot We \cdot \sigma}{2\rho_l v_{rel}^2} \tag{2.93}$$

Dans l'écoulement d'un liquide à bulles, v_{rel} est généralement assez petit, par exemple, 5-10% de la vitesse du liquide. En employant divers arguments des limites, par exemple, $R_B \rightarrow 0$ quand $\alpha \rightarrow 0$, et le fait que le taux de changement de phase unitaire devrait être proportionnel aux fractions de volume de la phase donneuse, les expressions suivantes pour le taux de génération/condensation de vapeur sont obtenues en termes de fraction massique de vapeur f:

$$R_{e} = C_{e} \frac{v_{ch}}{\sigma_{s}} \rho_{v} \rho_{l} \left[\frac{2}{3} \frac{P_{v} - P}{\rho_{l}} \right]^{1/2} (1 - f)$$
(2.94)

$$R_c = C_c \frac{v_{ch}}{\sigma_s} \rho_l \rho_l \left[\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_l} \right]^{1/2} f \qquad (2.95)$$

où C_e et C_c sont deux coefficients empiriques et v_{ch} est une vitesse caractéristique, qui reflète l'effet de la vitesse relative locale entre le liquide et la vapeur. Ces relations sont fondées sur les hypothèses suivantes :

- 1. Dans l'écoulement d'un liquide à bulles, le taux de changement de phase est proportionnel au V_{rel}^2 ; cependant, dans la plupart des écoulements diphasiques, la dépendance à l'égard la vitesse est supposée être linéaire.
- 2. La vitesse relative entre le liquide et la phase de vapeur est de l'ordre de 1 à 10% de la vitesse moyenne. Dans la plupart des écoulements turbulents, les fluctuations de vitesse turbulente locale sont également de cet ordre. Par conséquent, comme première approximation pragmatique, V_{Fh} dans les équations (2.94) et (2.95) peut être exprimé comme la racine carrée de l'énergie cinétique turbulente locale, \sqrt{k} .

Effets de la turbulence. Plusieurs recherches expérimentales ont montré un important effet de la turbulence sur des écoulements cavitants. Singhal et al. [76] ont apporté un modèle numérique, en utilisant une fonction de densité probabilistique (PDF) pour la prise en compte des effets des fluctuations de la pression turbulente. Cette approche requiert :

une estimation des valeurs locales des fluctuations de la pression turbulente comme
 [31] :

$$P_t' = 0,39 \cdot \rho \cdot \kappa \tag{2.96}$$

 les calculs dans le temps moyenne des taux de changement de phase par voie de l'intégration des taux instantanés en même temps que le PDF assumé pour la variation de pression par rapport au temps.

Dans le présent modèle, ce traitement a été simplifié en augmentant le seuil de la valeur de pression pour le changement de phase :

$$P_v = P_{sat} + P'_t/2 (2.97)$$

Effets des gaz non condensable (f_g) . Dans la plupart des équipements technologiques, le liquide de fonctionnement contient une quantité finie de gaz non condensable (f_g) en état dissous, en raison de fuites ou par aération. Même une petite quantité (par exemple, 10 ppm) de f_g peut avoir des effets significatifs sur la performance des machines. L'effet primaire est dû à l'expansion du gaz aux basses pressions qui peuvent mener aux valeurs significatives de la fraction volumique locale du gaz, et avoir ainsi un impact considérable sur la distribution de masse volumique, de vitesse et de pression. L'effet secondaire peut être dû à l'augmentation de la valeur de pression où le changement de phase se produit. Cet effet a été négligé en raison du manque d'une corrélation générale.

Forme finale du modèle complet de cavitation. On suppose que le fluide de travail est un mélange de liquide, de vapeur du liquide et de gaz non condensable. La masse volumique du mélange est modifié comme suit :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{f_v}{\rho_v} + \frac{f_g}{\rho_g} + \frac{1 - f_v - f_g}{\rho_l}$$
(2.98)

La masse volumique des gaz non condensable ρ_g est modélisée par :

$$\rho_g = \frac{WP}{RT} \tag{2.99}$$

Les fractions volumiques des gaz non condensable et du liquide est modifié ainsi :
$$\alpha_g = f_g \frac{\rho}{\rho_g} \tag{2.100}$$

$$\alpha_l = 1 - \alpha_v - \alpha_g \tag{2.101}$$

Finalement, en considérant l'effet de f_g , et en utilisant \sqrt{k} pour remplacer v_{ch} , les équation (2.94) et (2.95) sont réécrites comme :

$$R_e = C_e \frac{\sqrt{\kappa}}{\sigma_s} \rho_v \rho_l \left[\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_l} \right]^{1/2} \left(1 - f_v - f_g \right)$$
(2.102)

$$R_c = C_c \frac{\sqrt{\kappa}}{\sigma_s} \rho_l \rho_l \left[\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho} \right]^{1/2} f_v \qquad (2.103)$$

où le seuil de la pression pour le changement de phase P_v est estimé à partir des équations (2.96) et (2.97). Les valeurs recommandées des constantes empiriques C_e et C_c sont respectivement 0,02 et 0,01. La base pour ces valeurs est décrite par Singhal et al. [75].

Chapitre 3

Mise en œuvre des simulations numériques sur deux exemples génériques bidimensionnels

La simulation numérique de l'écoulement cavitant dans une machine tournante n'est pas facile à réaliser. Sa mise en œvre à besoin d'une bonne compréhension des structures de la cavitation et des mécanismes qui gouvernent les instabilités qui lui sont associées.

Dans cette partie, des études numériques de l'écoulement cavitant sont menées sur des configurations bidimensionnelles afin de mieux comprendre le phénomène de la cavitation et la démarche numérique nécessaire pour son étude. Le temps de calcul est minimisé grâce aux configurations simplifiées, ce qui nous a permis de réaliser des études paramétriques plus approfondies.

Ainsi, les calculs numériques ont été réalisés dans les cas d'un écoulement cavitant stationnaire autour d'un obstacle cylindrique à bout conique, et d'un écoulement cavitant instationnaire dans un canal pourvu d'un rétrécissement convergent–divergent. Les résultats numériques obtenus sont comparés aux données expérimentales disponibles dans les références bibliographiques.

3.1 Corps cylindrique à bout conique

Une étude numérique de l'écoulement cavitant stationnaire autour d'un corps cylindrique à bout conique a été réalisée à l'aide du code *Fluent*. Le but principal de cette étude a été, d'une part, de définir une procédure fiable de solution pour les écoulements cavitants et d'une autre part, de déterminer les plages d'exploitation des principaux paramètres numériques.

La figure 3.1 montre la géométrie du corps cylindrique à tête conique utilisé. Les résultats numériques obtenus ont été comparés aux données expérimentales rapportés par Rouse and McNown [72]. Tous les paramètres géométriques sont les mêmes que ceux utilisés lors des essais expérimentaux, à savoir : un diamètre du corps de D = 0,0254 m; une longueur du corps de l = 0,3048 m et un angle du bout conique de $\beta = 45^{\circ}$, voir figure 3.1.

L'écoulement cavitant autour du corps cylindrique à tête conique est caractérisé par le nombre de cavitation, σ , et le coefficient de pression statique, C_P , définis comme :

$$\sigma = \frac{(P_{tot})_1 - P_{sat}}{1/2 \cdot \rho_l \cdot v_{r\acute{e}f}^2} \tag{3.1}$$

$$C_P = \frac{P - P_{r\acute{e}f}}{1/2 \cdot \rho_l \cdot v_{r\acute{e}f}^2} \tag{3.2}$$

où $P_{r\acute{e}f}$ est la pression statique à l'entrée du domaine de contrôle et $v_{r\acute{e}f}$ est l'amplitude de la vitesse au même endroit.

Tout d'abord, la géométrie numérique est construite dans le pré-processeur *Gambit*, où un maillage structuré est généré pour discrétiser le domaine de contrôle.

La figure 3.2 (a) montre les conditions aux limites employées pour délimiter le domaine de contrôle, à savoir : une vitesse constante à l'entrée, une pression statique constante à la sortie, des conditions d'adhérence aux parois du corps cylindrique et du tunnel hydrodynamique, et enfin, un axe d'axisymétrie du modèle géométrique. Afin de pouvoir comparer les résultats numériques et les données expérimentales de référence, toutes les simulations ont été réalisées aux mêmes conditions, de fluide et d'écoulement, que celles



FIG. **3.1** – Corps cylindrique à bout conique.



FIG. 3.2 – Modèle axisymétrique de l'écoulement autour d'un obstacle cylindrique.

des expériences. La vitesse en amont a été fixée à $v_1 = 10 \ m/s$ pour tous les calculs. La pression statique à la sortie a été diminuée graduellement afin d'obtenir différentes conditions de cavitation. Les parois du tunnel hydrodynamique ont été éloignées du corps cylindrique de 10 fois D pour éviter qu'elles aient une influence sur l'écoulement autour du corps cylindrique.

La figure 3.2 (b) montre le maillage 2D axisymétrique élaboré. Ce maillage structuré a une taille de 75 X 195 cellules (14 625 cellules). Il a un raffinement près du bout conique dans la direction x, et près de la paroi du corps cylindrique dans la direction y.

Le modèle de turbulence retenu pour les calculs numériques a été le modèle standard $\kappa - \epsilon$. Les flux convectifs ont été discrétisés avec le schéma de second ordre « *upwind* ».

Les propriétés du fluide sont celles de l'eau liquide dans les conditions ambiantes. Elles sont résumées dans le tableau 3.1. La fraction de gaz non-condensables a été imposée à GNC = 1 ppm qui correspond aux propriétés de l'eau désaérée, similaire à celle utilisée lors des essais expérimentaux. La pression de vapeur saturante a été fixée à $P_{sat} = 3540 Pa$.

Propriété	Eau	Vapeur
Masse volumique, $\rho \ (kg/m^3)$	998, 2	0,5542
Viscosité moléculaire, $\mu \ (kg/m \cdot s)$	1, 0e - 3	13, 4e - 6
Viscosité cinématique, ν (s/m^2)	1, 0e - 6	2,42e-5
Conductivité thermique, $\lambda \ (W/m \cdot K)$	0,613	0,0195
Enthalpie, $h (kJ/kg)$	111, 7	2550, 1
Tension superficielle, $\sigma_s (N/m)$	0,0717	_

TAB. 3.1 – Propriétés de l'eau aux conditions ambiantes.

Rouse et McNown [72] ont effectué, en 1948, une série d'essais expérimentaux de la cavitation sur des configurations axisymétriques. À bas nombres de cavitation, ces écoulements montrent que l'apparition de la cavitation se présente près ou juste à l'arrière de l'intersection entre le bout conique et le corps cylindrique. Les mesures ont été faites sur une gamme de nombres de cavitation, y compris un cas monophasique (valeurs de σ importantes). La pression statique a été mesurée sur la surface du bout conique ainsi que sur toute la longueur du corps cylindrique.

3.1.1 Résultats numériques

Le premier paramètre à vérifier pour déterminer la convergence des calculs vers la solution numérique sont les valeurs des résidus numériques. Celles-ci sont, dans tous les cas, au dessous de $R^{\varphi} < 1E - 6$. Les valeurs des résidus, R^{φ} , sont définies comme :

$$R^{\varphi} = \frac{\sum_{cel \ p} \left| \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b - a_p \varphi_p \right|}{\sum_{cel \ p} \left| a_p \varphi_p \right|}$$
(3.3)

où : a_p est le coefficient au centre de la cellule p, a_{nb} sont les coefficients des cellules voisines, et b est la contribution des termes sources.

En plus des valeurs des résidus, on observe la stabilisation de divers paramètres de l'écoulement, par exemple, la pression sur le bout conique du corps cylindrique, la vitesse à la sortie du domaine de contrôle, la pression à l'entrée du domaine de contrôle, etc.

La figure 3.3 (a) montre la courbe de l'évolution du bilan massique global du modèle, ΔQ_m . Il a été calculé à partir de l'équation 3.4. Dans tous les cas, le bilan massique ΔQ_m tend vers zéro après quelques centaines d'itérations.

$$\Delta Q_m = Q_{m_2} - Q_{m_1} \tag{3.4}$$

où

$$Q_m = \int \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \sum_{i=1}^n \rho_i v_i \cdot \vec{A}_i \tag{3.5}$$



FIG. 3.3 – Stabilisation des paramètres de l'écoulement.

Par ailleurs, la figure 3.3 (b) montre la courbe de la pression statique à l'entrée du domaine de contrôle moyennée par rapport à la surface, selon l'équation 3.6. Une pression atmosphérique à la sortie a été imposée pour le premier calcul numérique en régime cavitant. Ensuite, elle a été réduite, initialement, avec des pas de pression, ΔP , importants.

$$\frac{1}{A} \int \varphi \, dA = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{n} \varphi_i \left| A_i \right| \tag{3.6}$$

Ces pas ont été serrés graduellement au fur et à mesure que σ diminue, alors que la poche de vapeur attachée au corps cylindrique devenait de plus en plus importante. Ainsi,



FIG. 3.4 – Ecoulement autour d'un obstacle cylindrique à bout conique pour diverses conditions de cavitation.

la variation de la pression à la sortie a permis d'avoir différents niveaux de cavitation au sein de l'écoulement.

On peut observer, sur la figure 3.3, que tous les paramètres de l'écoulement ont été perturbés dans les premières itérations. Ensuite, ces paramètres se stabilisent après quelques centaines d'itérations. A partir de ces résultats stabilisés, la pression a été encore diminuée plusieurs fois pour avoir les différentes conditions de cavitation.

Les figures 3.4 et 3.5 montrent l'écoulement cavitant autour du corps cylindrique à tête conique pour quatre nombres de cavitation, à savoir : $\sigma = 1, 0, \sigma = 0, 5, \sigma = 0, 4$, et $\sigma = 0, 3$.



(a) Comparaison des résultats numériques avec les expériences : à g. : $\sigma = 0, 4$; à d. $\sigma = 0, 3$



FIG. 3.5 – Ecoulement autour d'un obstacle cylindrique à bout conique pour diverses conditions de cavitation, suite.

Les figures 3.4 (a) et 3.5 (a) présentent la comparaison des résultats numériques et des données expérimentales. Sur ces figures on peut observer la distribution du coefficient de pression numérique sur les parois de l'obstacle cylindrique en fonction de la longueur adimensionnelle s/d. Elle est représentée par la courbe bleue. Par ailleurs, les données expérimentales [72] sont représentées par des points.

On remarque sur les figures une bonne cohérence des résultats numériques pour toute les valeurs de σ . En effet, les coefficients de pression numérique et expérimental restent très proches sur le bout conique, à l'intérieur de la zone en dépression et tout au long du corps cylindrique.

Les figures 3.4 (b) et 3.5 (b) montrent la distribution du coefficient de pression statique pour les quatre nombre de cavitation où on peut vérifier la concordance avec la courbe du coefficient de pression présentée sur la figure précédente.

Les figures 3.4 (c) et 3.5 (c) montrent la région de vapeur contenant au moins $\alpha \geq 10\%$ de vapeur en volume. On peut observer que lorsque la pression locale atteinte des valeurs proches de la valeur de saturation de l'eau, une poche de vapeur de forme aplatie est générée et se développe jusqu'à l'arrière du bout conique. Cette poche de vapeur reste attachée à la paroi du corps cylindrique. La présence de la poche de vapeur se manifeste davantage avec la diminution du coefficient de pression.

Par ailleurs, la région de fermeture de la cavitation provoque une augmentation de la pression due à la stagnation locale de l'écoulement du liquide qui se divise dans cette région : une partie continue dans la direction de l'écoulement principal et une autre partie se dirige en forme de jet rentrant vers la courbure convexe de la poche, comme on peut l'observer sur la figure 3.6 représentant les vecteurs de vitesses autour et dans la poche de vapeur ($\alpha \ge 10\%$).



FIG. **3.6** – Vecteurs vitesses dans la poche de vapeur, $\alpha \ge 10\%$.

3.2 Venturi 2D

On peut distinguer deux classes d'instationnarités qui se développent au sein d'un écoulement cavitant : les instationnarités forcées ou du système et les instationnarités libres ou intrinsèques. La première catégorie comprend les instationnarités qui se forment suite à une excitation externe (par exemple, interaction stator-rotor ou interaction entre les aubes du rotor), et la seconde catégorie comprend les instationnarités dues au caractère instable de l'écoulement (par exemple, du type allée de tourbillons de Von Karman).

Les simulations numériques cavitantes peuvent être influencées par un grand nombre de variables, à savoir : la discrétisation du domaine de contrôle, la définition des conditions aux limites et des conditions initiales, l'imposition des constantes du modèle cavitant et le choix du modèle de turbulence. Il est, par conséquent, important de comprendre, dans des géométries simples, le rôle que joue chaque variable lors des simulations numériques avant d'analyser le phénomène de la cavitation dans des géométries complexes (inducteurs 3D).

Cette partie du travail a été consacrée à tester l'influence du maillage, des conditions aux limites ainsi que les différents modèles de turbulence dans les écoulements cavitants instationnaires. Pour cela, les simulations numériques 2D ont été faites pour l'écoulement cavitant dans un canal avec un rétrécissement au niveau du col. La figure 3.7 montre la géométrie du canal convergent-divergent étudié. L'angle de la partie convergente est $\alpha = 18^{\circ}$ et l'angle de la partie divergente est $\beta = 8^{\circ}$. La longueur totale du canal est l = 520 mm et la hauteur de l'entrée et du rétrécissement du conduit sont, respectivement, A = 50 mm et B = 34, 4 mm.

La géométrie du venturi est similaire à celle utilisée par Stutz et Reboud [78] lors des essais expérimentaux menés aux Centre de Recherche et d'Essais de Machines Hydrauliques de Grenoble (CREMHyG).

Dans ce type de géométries, les nuages de vapeur sont convectés dans l'écoulement principal à des fréquences qui augmentent linéairement avec le rapport entre la vitesse de





référence et la longueur de la poche de vapeur, $v_{réf}/l_{cav}$. Ainsi, le nombre de Strouhal, St, est quasiment constant. La valeur de St dépend principalement de la géométrie du problème et elle se trouve généralement entre 0, 2 et 0, 3 [78].

Il faut rappeler que le nombre de Strouhal, St, est un nombre sans dimension décrivant les mécanismes instationnaires. On le définit comme :

$$St = \frac{f_{cav} \cdot l_{cav}}{v_{r\acute{e}f}} \tag{3.7}$$

où f_{cav} est la fréquence de détachement de la cavité, l_{cav} est la longueur de la poche de vapeur, et $v_{réf}$ est une vitesse de référence qui peut être la vitesse à l'entrée du conduit. Physiquement, il représente le rapport du temps d'advection et du temps caractéristique de l'instationnarité. Si $St \ll 1$, l'écoulement est dit « quasi-stationnaire ».

Le mécanisme de la convection de la cavité dans l'écoulement principal dans ce type de géométries a été étudié expérimentalement par Kapp en 1955 [42]. Il a constaté que la convection de la cavitation est provoquée par l'interaction entre un jet rentrant et l'interface de la cavitation. Ce jet rentrant se forme dans la région de fermeture de la cavité et se dirige rapidement vers l'amont dans le sens contraire de l'écoulement principal. Quand le jet rentrant atteint l'interface vapeur-liquide dans la région de détachement de la cavité, il brise l'interphase et sépare la vapeur de la paroi. Un nuage de vapeur est convecté en aval et, une nouvelle poche de cavitation commence à se développer et le processus se répète de façon quasiment cyclique. Le jet rentrant génère une perturbation dans l'interface de la poche qui se propage vers l'amont.

3.2.1 Simulation numérique de l'écoulement non-cavitant

Une première analyse unidimensionnelle a été réalisée sur le venturi permettant de définir les conditions aux limites du modèle numérique. Pour ceci, on a utilisé l'équation de Bernoulli 3.8.

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B = \frac{P_C}{\rho g} + \frac{v_C^2}{2g} + Z_C$$
(3.8)

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 3.2 pour les trois sections principales du venturi, à savoir : section d'entrée, A, section du rétrécissent du canal, B, et section de sortie, C. Les résultats mettent en évidence une accélération de l'écoulement dans la section du col de venturi due à la réduction de la section du passage dans le conduit. En conséquence, la pression statique diminue dans cette section et elle augmente à la sortie du canal.

Entrée	Col	Sortie
$A_A = 0,0500 \ m^2$	$A_B = 0,0343 \ m^2$	$A_C = 0,0677 \ m^2$
$v_A = 7,9 \ m/s$	$v_B = 11, 5 m/s$	$v_C = 5, 8 m/s$
$P_A = 75 \ 800 \ Pa$	$P_B = 40 700 Pa$	$P_C = 90 \ 000 \ Pa$

TAB. 3.2 – Analyse unidimensionnelle du venturi.

Ensuite, les simulations numériques ont été réalisées dans le venturi afin de connaître la distribution locale de la pression et d'étudier les instabilités de l'écoulement liées à la présence de la vapeur au sein de l'écoulement.

Les propriétés du fluide sont celles de l'eau liquide et sa vapeur dans les conditions ambiantes. Elles sont résumées dans le tableau 3.1.

La construction de la géométrie et la discrétisation du domaine numérique ont été réalisées sur *Gambit*. La figure 3.8 montre le maillage structuré de 630 X 100 cellules utilisé pour les calculs. On observe, sur la même figure, le détail du maillage au niveau du col du canal où il y a un raffinement des cellules près du col et sur la paroi divergente du venturi, où les gradients de pression et de vitesse sont les plus importants. Sur la paroi



FIG. 3.8 – Maillage du venturi, et détail du maillage au niveau du col du canal.

inferieure du venturi, le maillage présente des valeurs de la distance adimensionnelle y^+ inférieures à 50.

Une étude de sensibilité des résultats au maillage a été réalisée en régime non-cavitant en utilisant trois maillages de tailles différentes, à savoir : (a) 500 X 50, (b) 630 X 100, et (c) 800 X 100. La figure 3.9 montre les trois maillages utilisées. On a constaté des distributions de pression et des vitesses similaires pour les trois maillages testés. En régime cavitant, le maillage (a) a présenté des recirculations à la sortie du domaine de contrôle. En plus, le calcul ne converge pas lorsque la région de vapeur devenait importante. Le raffinement du maillage permet de s'affranchir de ces difficultés. Ainsi, le maillage (b) a été gardé pour réaliser toutes les simulations numériques en régime non-cavitant et cavitant instationnaire.

Le modèle de turbulence standard $\kappa - \epsilon$ a été retenu pour modéliser l'écoulement turbulent ($Re \approx 400\ 000$). Les régions près des parois ont été traitées en utilisant la « fonction de paroi standard » (*standard wall fonction*). Une vitesse constante de $v_1 = 7,9\ m/s$ et une pression statique de $P_2 = 90\ 000\ Pa$ ont été imposées respectivement à l'entrée et à la sortie du domaine de contrôle. Des conditions d'adhérence (nullité de la vitesse de l'écoulement) ont été supposées sur les parois.

Les calculs non-cavitants stationnaires ont convergé après deux centaines d'itérations. Les valeurs des résidus sont inférieures à 1E - 5. En plus des valeurs des résidus, le bilan massique ainsi que la stabilisation de la pression à l'entrée et l'amplitude de vitesse à la sortie ont été vérifiés pour tous les calculs numériques.

La figure 3.10 montre les résultats numériques stationnaires de l'écoulement en régime non-cavitant. On observe, sur la figure 3.10 (a), la distribution de pression statique de l'écoulement. Cette figure met en évidence l'apparition d'une région de dépression dans le col. La pression statique atteint des valeurs proches de la valeur de la pression de saturation du liquide dans la région située juste en aval de ce col. Les champs de l'amplitude de la vitesse, figure 3.10 (b), montrent que la vitesse maximale se trouve dans la région où l'écoulement est accéléré. La figure 3.10 (c) montre les lignes de courant de l'écoulement.



FIG. 3.9 – Etude de sensibilité des résultats au maillage dans le venturi.



FIG. 3.10 – Champs de pression et de vitesse de l'écoulement non-cavitant dans le venturi.

Elles sont uniformes sur toute la longueur du conduit. C'est-à-dire, qu'elles ne sont pas perturbées par la présence de la région de dépression au rétrécissement du canal.

3.2.2 Simulation numérique de l'écoulement cavitant

A partir des résultats obtenus en régime non-cavitant, les calculs numériques ont été réalisés en utilisant un fluide composé d'une mélange liquide-vapeur où le transfert de masse entre les phases est rendu possible. Pour cela, on a utilisé le modèle de cavitation développé par Singhal [75] et décrit dans le chapitre précédent.

Les propriétés du fluide sont celles de l'eau et sa vapeur aux conditions ambiantes, voir tableau 3.1. Le rapport de masses volumiques du liquide et sa vapeur est $\rho_v/\rho_l = 55, 42E - 5$, la pression de saturation du liquide est $P_{sat} = 3540 Pa$, et la fraction de gaz non condensable est $f_g = 15 ppm$.

Procédure de simulation numérique.

Premièrement, la convergence du calcul numérique non-cavitant stationnaire est achevée en utilisant comme fluide de travail de l'eau pure (fluide homogène). Le débit est imposé à l'entrée du domaine de contrôle à partir de l'amplitude de vitesse d'après la relation $Q_v = v \cdot A$. La pression est définie suffisamment élevée à la sortie du domaine de contrôle pour éviter tout risque d'apparition des structures de vapeur au sein de l'écoulement.

Ensuite, les équations du modèle multiphasique « mixture » sont activées pour prendre en compte une éventuelle apparition d'une phase secondaire au sein de l'écoulement homogène.

Le modèle mixture résout les équations de continuité et de quantité de mouvement pour un mélange composé d'eau liquide et de sa vapeur. Il résout aussi une équation de transport pour la fraction volumique de la phase secondaire (vapeur).

Dans cette deuxième partie, le calcul numérique est lancé à partir des résultats numériques de l'écoulement non-cavitant obtenus auparavant. C'est-à-dire, les résultats du calcul précédent sont conditions initiales de cette nouvelle simulation numérique.

Puis, le transfert de masse entre les phases est pris en compte en activant le modèle de cavitation. Les calculs sont lancés à partir des résultats obtenus dans l'étape précédente, c'est-à-dire, à partir des calculs diphasiques sans transfert de masse.

Enfin, les calculs sont faits en régime instationnaire en utilisant comme conditions



FIG. 3.11 – Valeurs des résidus numériques de la géométrie venturi.

initiales les résultats précédents.

La figure 3.11 montre les valeurs des résidus aux différentes étapes du calcul, à savoir :

1. Calcul monophasique (non-cavitant). Simulation numérique de l'écoulement homogène :

Equations RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*).

- Calcul diphasique (non-cavitant). Simulation numérique de l'écoulement diphasique sans transfert de masse : Equations RANS + Modèle diphasique « mixture ».
- 3. Calcul cavitant. Simulation numérique de l'écoulement diphasique avec transfert de masse entre les phases :

Equations RANS + Modèle diphasique « mixture » + Modèle de cavitation.

4. Calcul cavitant instationnaire. Simulation numérique instationnaire de l'écoulement diphasique avec transfert de masse entre les phases :

Equations URANS + Modèle diphasique « mixture » + Modèle de cavitation.

Les paramètres des simulations numériques sont : l'algorithme SIMPLE pour le couplage vitesse-pression et le schéma « *second order upwind* » pour la discrétisation des termes convectifs.

Le choix du modèle de turbulence dépendra de certains considérations, telles que : la physique de l'écoulement, le niveau de précision souhaité, les ressources informatiques disponibles, et le temps disponible pour mener à bien les calculs numériques.

Dans une première étape, la simulation numérique de l'écoulement cavitant instationnaire a été réalisé en utilisant le modèle de turbulence standard $\kappa - \epsilon$. Ensuite, afin d'améliorer la modélisation de la cavitation et décrire mieux le comportement instationnaire de l'écoulement dû à la présence de la cavitation, on a modifié le modèle de turbulence comme proposé par Reboud et al. [70]. Cette modification réduit la viscosité turbulente du mélange (surestimée par le modèle de turbulence $\kappa - \epsilon$, initialement conçu pour les écoulements homogènes [89]) dans les zones où la fraction de vide est importante.

La viscosité effective utilisée par les équations URANS (*Unsteady Reynolds–Averaged Navier-Stokes*) est définie de la manière suivante :

$$\mu_{eff} = \mu_t + \mu_f \tag{3.9}$$

où μ_f est la viscosité du fluide et μ_t est la viscosité turbulente définie par :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon} \tag{3.10}$$

où $C_{\mu} = 0,085.$

La modification du modèle de turbulence a été faite au niveau de la viscosité turbulente où la masse volumique du mélange fluide-vapeur, ρ , est remplacée par une expression, $f(\rho)$, qui est une fonction de la masse volumique du mélange, équation 3.11. Cette nouvelle expression est définie par rapport aux masses volumiques du liquide, de la vapeur et du mélange et elle est donnée par l'équation 3.12.

$$\mu_t = f(\rho) C_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon} \tag{3.11}$$

où

$$f(\rho) = \rho_v + \left(\frac{\rho_v - \rho}{\rho_v - \rho_l}\right)^n (\rho_l - \rho_v) \qquad n > 1 \qquad (3.12)$$

La figure 3.12 montre le comportement de $f(\rho)$ en fonction de la fraction du vide, pour différentes valeurs de n:

- Quand n = 1, alors $f(\rho) = \rho$,

- Quand n >> 1, alors $f(\rho)$ est réduite dans les zones où la phase secondaire apparaît.

Le but principal de modifier le modèle de turbulence est de prendre en compte les effets de compressibilité du mélange liquide-vapeur. Ainsi, la viscosité effective du mélange sera réduite dans les zones où la fraction de vide est importante.

En fait, le jet rentrant qui se forme dans la zone de fermeture de la poche de cavitation composé principalement de liquide, donc la réduction de la viscosité turbulente du mélange entraîne des changements importants dans le comportement instationnaire de la cavitation. Ainsi, en réduisant la viscosité turbulente du mélange, le jet rentrant peut couper la poche en permettant le détachement de celle-ci et sa convection vers l'aval dans l'écoulement principal.



FIG. **3.12** – Comportement de $f(\rho)$ en fonction de ρ .

Résultats numériques en régime instationnaire cavitant

Cette section présente les résultats numériques instationnaires de l'écoulement cavitant dans le venturi. On présente les calculs obtenus en utilisant le modèle de turbulence standard $\kappa - \epsilon$. Ensuite, on montre les calculs obtenus en utilisant le modèle de turbulence standard $\kappa - \epsilon$ avec la modification de la viscosité turbulente.

L'écoulement cavitant a été caractérisé par le nombre de cavitation σ et le coefficient de pression Cp définis comme suit :

$$\sigma = \frac{P_{r\acute{e}f} - P_{sat}}{1/2 \cdot \rho_l \cdot v_1^2} \qquad C_P = \frac{P - P_{r\acute{e}f}}{1/2 \cdot \rho_l \cdot v_1^2} \tag{3.13}$$

où $P_{réf}$ est la pression à la sortie du canal et v_1 est l'amplitude de vitesse à l'entrée.

Le temps de référence $t_{réf}$ a été défini comme le temps qu'une particule fluide prend pour traverser toute la longueur du canal : $t_{réf} = l_{réf}/v_{réf} = 65, 8$ millisecondes.

Modèle de turbulence standard $\kappa - \epsilon$

Bien que l'écoulement cavitant dans le venturi soit nettement instationnaire et les calculs soit réalisés sous ces conditions, les résultats numériques en utilisant le modèle de turbulence standard $\kappa - \epsilon$ classique montre un comportement purement stationnaire. La figure 3.13 montre la poche de vapeur attachée sur la paroi divergente du venturi pour $\sigma = 2,77$.

Une région de vapeur en forme aplatie apparaît à l'aval du col, attachée à la paroi divergente. La longueur de la poche de vapeur reste constante en fonction du temps.



FIG. **3.13** – Longueur de la poche de vapeur constante à tout instant, Modèle de turbulence standard $\kappa - \epsilon$.

Le modèle de turbulence $\kappa - \epsilon$ a été développé pour des écoulements complètement incompressibles, donc il a une tendance à surestimer la viscosité effective [89]. Autrement dit, les effets de compressibilité de l'écoulement diphasique ne sont pas pris en compte par le modèle de turbulence et le jet rentrant a été arrêté dans la poche de vapeur. Ceci l'empêche de remonter vers le col du venturi, et en conséquence, le détachement de la poche de vapeur ne se produit pas.

Modèle Standard $\kappa - \epsilon$ Modifié

Dans ce qui suit, les résultats sont présentés pour des simulations numériques où le modèle de turbulence standard $\kappa - \epsilon$ modifié a été utilisé. D'abord, une étude de pas de temps a été réalisée pour la simulation numérique de l'écoulement cavitant instationnaire.

Trois différents pas de temps, Δt , ont été testés, à savoir : $(\Delta t)_1 = t_{réf}/10, (\Delta t)_2 = t_{réf}/100$, et $(\Delta t)_3 = t_{réf}/658$. Les résultats numériques obtenus lorsqu'on utilise les pas de temps importants montrent des comportements quasi-stationnaires. Ainsi, on a préféré garder le pas de temps le plus raffiné, $(\Delta t)_3 = t_{réf}/658$, afin de garantir la neutralité de ce paramètre sur les résultats finaux.

Un autre paramètre étudié est le nombre d'itérations par pas de temps. On prend des valeurs entre 40 et 60 itérations à chaque Δt . Ce qui a conduit à des valeurs des résidus inférieurs à 1E - 4 pour chaque pas de temps. Le fait d'avoir un nombre faible d'itérations par Δt risque de compromettre le niveau de précision des résultats.

Les simulations numériques ont été réalisées sur une plage de nombre de cavitation entre $1,98 \le \sigma \le 2,61$. La cavitation est négligeable au dessus de $\sigma = 2,61$, et elle est trop importante pour être modélisée correctement, en dessous de $\sigma = 1,98$. La figure 3.14



(b) Coefficient de pression à l'entrée du canal

FIG. 3.14 – Evolution temporelle des paramètres de l'écoulement dans le venturi.

σ	$T_{cav} \ (ms)$	f_{cav} (Hz)	$\overline{l_{cav}}$ (mm)	St
2,61	9, 8	102,0	20,9	$0,27\pm0,02$
2,51	14, 3	70, 1	30,0	$0,27\pm0,02$
2,45	16, 5	60, 6	34, 8	$0,27\pm0,02$
2,40	19, 8	50, 5	40, 2	$0,27\pm0,02$
2,34	27, 3	36, 6	57, 2	$0,27\pm0,02$
2,30	38, 6	25, 9	81,02	$0,27\pm0,02$
2,14	47, 0	21, 3	89,7	$0,27\pm0,02$
1,98	70, 2	14, 2	98, 2	$0,27\pm0,02$

TAB. 3.3 – Paramètres instationnaires du détachement de la poche de vapeur dans le venturi pour diverses conditions de cavitation.

montre les courbes du bilan massique ($\Delta Q_m = Q_{m_2} - Q_{m_1}$) de l'écoulement dans le canal, pour trois différents nombres de cavitation, $\sigma = 2, 45, \sigma = 2, 34$, et $\sigma = 2, 30$.

La fluctuation temporelle du bilan massique est provoquée par le transfert massique entre les phases liquide et vapeur. En effet, puisque le débit à l'entrée a été imposé constant, les creux du signal du bilan massique représentent une diminution du débit du fluide qui sort du conduit. Cette différence de débit peut être expliquée par la transformation du fluide en vapeur. Ainsi, la fraction de vide est maximale dans le domaine numérique à cet instant, voir figure 3.18. Par contre, les crêtes du signal dénotent un débit plus important à la sortie qu'à l'entrée du canal. Ceci, est provoqué lorsque la vapeur disparait et la fraction de vide est minimale dans le domaine numérique, voir figure 3.18.

Par ailleurs, la distribution de pression a été aussi perturbée par la présence de la vapeur. Les figures 3.14 (b) et 3.19 montrent respectivement l'évolution temporelle du coefficient de pression statique, calculée à l'entrée du canal, $(C_P)_1$, et la distribution du coefficient de pression dans le venturi.

Les résultats numériques obtenus pour divers nombres de cavitation sont résumés sur le tableau 3.3 où on peut observer que lorsque les valeurs de σ sont faibles, la vapeur se développe à l'aval du col, et en conséquence la longueur de la cavitation augmente, par

Référence	St	Re	Valeurs de référence
Stutz	$0,27\pm0,02$	3E6	$v_1 - \overline{l_{cav}}$
Lush	0,275	3, 4E6	$v_{col} - (l_{cav})_{max}$
Campos	$0,27\pm0,02$	4E6	$v_1 - \overline{l_{cav}}$

TAB. 3.4 – Comparaison du nombre de Strouhal pour l'écoulement cavitant instationnaire dans un venturi, d'après Stutz et Reboud [78].



FIG. 3.15 – Analyse spectrale de la pression statique à l'entrée du conduit pour $\sigma = 2, 45$.

contre, la fréquence de détachement de la poche de vapeur diminue. Ceci permet d'avoir un nombre de Strouhal constant d'environ St = 0, 27.

Afin de calculer la fréquence de détachement de la poche de vapeur, f_{cav} , une analyse fréquentielle (FFT) a été appliquée aux signaux de la pression à l'entrée du conduit, comme l'illustre la figure 3.15.

Par ailleurs, la longueur de la poche de cavitation, l_{cav} , contenant au moins $\alpha \geq 10\%$ de vapeur en volume, a été mesurée numériquement à partir des images captées à divers instants. Elle a été moyennée dans le temps selon l'équation 3.14. Le tableau 3.5 montre les longueurs de la poche de vapeur pour $\sigma = 2, 45, \sigma = 2, 34$, et $\sigma = 2, 30$ à 12 différents instants. La longueur de la poche de vapeur a été mesurée à partir des images de la figure 3.18.

$$\overline{l_{cav}} = \frac{\sum_{0}^{t} l_{cav}}{N_i} \tag{3.14}$$

où N_i est le nombre d'images mesurées.

Les figures 3.18 et 3.19 montrent respectivement la distribution de la fraction massique de vapeur ($\alpha = 10\%$) et la distribution de pression statique. On observe clairement sur ces figures le cycle de détachement de la poche de vapeur pour trois nombres de cavitation, à savoir : $\sigma = 2, 45$; 2, 34 et 2, 30.

$\sigma = 2,45$		$\sigma = 2,29$		$\sigma = 2$,13
$t/t_{r\acute{e}f}$	$l_{cav} \ (mm)$	$t/t_{r\acute{e}f}$	$l_{cav} \ (mm)$	$t/t_{r\acute{e}f}$	$l_{cav} \ (mm)$
0,023	14,6	0,038	47, 1	0,053	84,0
0,046	21,1	0,076	59, 7	0,106	99, 5
0,068	28, 6	0,114	70, 4	0,160	107, 0
0,091	33, 6	0,152	68, 2	0,213	107, 7
0,114	41,7	0,190	76, 8	0,266	111, 9
0,137	45, 0	0,228	78, 3	0,319	99, 1
0,160	46, 1	0,266	71, 0	0,372	101, 0
0,182	49, 1	0,304	65, 3	0,425	76, 0
0,205	41, 0	0,342	49,0	0,479	57, 0
0,228	38,0	0,380	42, 3	0,532	52, 0
0,251	32, 0	0,415	32, 4	0,586	42,9
0,273	26, 5	0,450	25, 9	0,641	33, 6
Moyenne :	34,7	Moyenne :	57,2	Moyenne :	81,0

TAB. 3.5 – Longueur de la cavitation à divers instants, $t/t_{réf}$.

Chaque cycle de détachement de la poche de vapeur est bien défini indépendamment du nombre de cavitation. On peut observer les étapes suivantes dans le cycle :

- 1. Naissance d'une petite région de vapeur en aval du col du venturi.
- 2. Augmentation de la région de vapeur qui reste attachée à la paroi divergente du venturi,
- 3. Formation d'un jet rentrant dans la région de fermeture de la poche de cavitation. Ce jet rentrant est formé principalement d'eau et se dirige vers le col en direction inverse de l'écoulement principal et sur la paroi divergente.
- 4. La réduction de la viscosité effective rend possible la coupure de la poche de vapeur



FIG. 3.16 – Vecteurs de vitesses dans la poche de vapeur.



FIG. 3.17 – Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux [19, 78].

par le jet rentrant.

- 5. Une fois la poche détachée, elle est convectée dans l'écoulement principal.
- 6. Finalement, la poche convectée est collapsée en aval où la pression a des valeurs supérieures à la pression de saturation de vapeur.

La figure 3.16 montre les vecteurs de vitesses autour et dans la poche de vapeur. On peut observer la naissance du jet rentrant dans la région de fermeture de la poche de vapeur et sa remontée en direction opposée à l'écoulement principal vers le col du venturi. Ce jet rentrant détache la région de vapeur de la paroi et fait convecter la poche de vapeur vers l'aval où elle disparaitra.

Les résultats obtenus numériquement ont été confrontés aux données expérimentales rapportées dans les références bibliographiques [19, 78]. La figure 3.17 présente, à gauche, la fréquence de détachement de la poche de vapeur en fonction du rapport $v_{réf}/l_{cav}$, et à droite, la fréquence de détachement en fonction du nombre de cavitation. En général, on observe une bonne cohérence entre les données numériques et expérimentales, sauf aux faibles nombres de cavitation où la poche de vapeur est très développée, et les conditions aux limites ont une forte influence sur le comportement des zones vaporisées.







FIG. **3.19** - Evolution temporelle du coefficient de pression pour différentes conditions de cavitation.

Chapitre 4

Etude de l'écoulement cavitant stationnaire dans trois inducteurs

4.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les résultats des simulations numériques de l'écoulement non-cavitant et cavitant stationnaire dans trois inducteurs axiaux de différentes caractéristiques géométriques. Les résultats obtenus numériquement ont été confrontés aux mesures expérimentales effectuées sur le banc d'essais hydrodynamique du Laboratoire d'Energétique et Mécanique des Fluides Interne, *LEMFI*.

On commence ce chapitre par la description de la mise en œuvre des calculs numériques. Ensuite, on fait une description générale des outils expérimentaux disponibles au LEMFI, où les essais expérimentaux pour les trois inducteurs ont été réalisés. Enfin, les résultats obtenus, à la fois expérimentaux et numériques, sont présentés et comparés pour les trois inducteurs axiaux présentés précédemment au paragraphe 1.3 « Dimensionnement des inducteurs ».



(a) Inducteur **B**







(c) Inducteur \mathbf{A}

FIG. 4.1 – Géométries des trois inducteurs axiaux étudiés.

4.2 Mise en œuvre des simulations numériques

La première étape dans toute simulation numérique est la création de la géométrie du problème, cette géométrie définira le volume de contrôle du modèle.

Ensuite, le volume de contrôle est discrétisé à l'aide d'un maillage numérique où les équations seront résolues sur chaque nœud placé au centre des cellules. Afin de garantir une bonne qualité des résultats, des études de sensibilité des résultats par rapport au maillage ont été réalisées pour tous les modèles des inducteurs étudiés.

Une fois le maillage achevé, les conditions aux limites sont définies de sorte que le modèle numérique puisse être isolé du système physique original. Puis, les paramètres et les variables des divers modèles sont définis et alors les équations sont résolues numériquement.

4.2.1 Construction de la géométrie et discrétisation du domaine de contrôle

Domaine de contrôle

Les géométries ont été générées à partir des fichiers *CAO* sous le pré-processeur *Gambit*. Généralement, l'analyse numérique peut être réalisée sur une section d'inducteur grâce à la configuration de répétions cycliques des aubes dans les machines tournantes. Les deux inducteurs industriels analysés, inducteurs **B** et **8 degrés**, ont été modélisés sur une tiers de la roue (une aube) en utilisant des conditions de périodicité cyclique. Ceci a permis de réduire la taille du modèle numérique et ainsi, minimiser le temps de calcul.

Par ailleurs, l'inducteur industriel \mathbf{B} et l'inducteur aéronautique \mathbf{A} ont aussi été modélisés sur la roue complète (contenant respectivement trois et deux aubes). Ainsi, les résultats numériques de l'écoulement dans l'inducteur \mathbf{B} ont été obtenus et comparés sur deux configurations différentes : un canal isolé et la roue complète. Le but de modéliser l'inducteur sur la roue complète est de pouvoir étudier, dans le chapitre suivant, l'écoulement cavitant instationnaire dans ces machines.

Le volume de contrôle des inducteurs a été composé de sous-domaines de contrôle qui permettent la définition des régions fixes et des régions en mouvement ainsi que l'utilisation des maillages hybrides, c'est-à-dire, l'emploi de différentes types de cellules dans le domaine de contrôle.

La figure 4.2 montre le schéma du volume de contrôle des inducteurs axiaux. Il consiste en trois sous-domaines assemblés l'un à la suite de l'autre. Eventuellement, il existe un quatrième sous-domaine qui définie le jeu radial de fonctionnement entre l'espace formé par les extrémités des aubes et le carter de l'inducteur. Le sous-domaine à l'entrée s'étend



FIG. 4.2 – Volume de contrôle des inducteurs.

sur une distance l_{amont} vers l'amont du bord d'attaque, le second sous-domaine est constitué par les passages inter-aubes, et le troisième sous-domaine à la sortie s'étend sur une distance l_{aval} vers l'aval du bord de fuite. Afin d'éviter des phénomènes de recirculation et des problèmes de convergence liés aux conditions aux limites à l'entrée et à la sortie, il a fallu assurer que celles-ci soient suffisamment éloignées de la roue où se produit le changement énergétique fluide-machine.

L'existence de plusieurs sous-domaines au sein d'une géométrie, implique l'utilisation des interfaces entre les limites des sous-domaines qui la forment. Ces interfaces peuvent être conformes ou non-conformes, c'est-à-dire maillages identiques ou pas sur les faces.

Maillage des inducteurs

Des maillages hydrides ont été utilisés avec des éléments de type prisme triangulaire (volume composé par deux bases triangulaires superposables situées dans deux plans parallèles et par des parallélogrammes joignant les bases) dans les régions amont, aval et jeu; ainsi que des éléments de type tétraèdre (volume composé de quatre triangles) dans la région inter-aubes.

Dans une première étape, la discrétisation de l'espace inter-aubes a été réalisée avec des éléments de type tetraèdres. D'abord, les surfaces qui limitent le volume des canaux ont été discrétisées, et à partir du maillage surfacique on a généré un maillage volumique. Les premières surfaces discrétisées ont été toujours celles qui délimitent les aubes (extrados, intrados, bord d'attaque et bord de fuite). Par la suite, les autres surfaces des canaux de l'écoulement ont été discrétisées. Afin d'avoir un meilleur control de la taille du maillage près des parois, on a utilisé l'outil « fonction de taille » (size function) proposé par Gambit.

Dans une deuxième étape, les régions d'entrée et de sortie sont maillées en faisant, respectivement une projection du maillage de l'interface « *amont-roue* » vers la surface d'entrée et de l'interface « *roue-aval* » vers la surface de sortie.

En simulation numérique, la mauvaise qualité du maillage peut être l'origine d'importantes erreurs. Son analyse constitue donc une étape primordiale dans le processus de la modélisation numérique. L'étude de sensibilité des résultats numériques par rapport à la taille et à la qualité des maillages a été réalisée dans tous les cas à débit nominal. On a comparé les critères globaux des inducteurs obtenus avec différents maillages, par exemple la charge énergétique et le rendement, Ψ et η .

La qualité du maillage peut être estimée en fonction de la distorsion de l'allongement des cellules (*aspect ratio*) et de la distorsion d'angles des cellules (*EquiAngle Skew*).

L'aspect ratio Q_{AR} s'applique aux éléments de type triangulaires, tétraédriques, quadrilatéraux, et hexaèdres. Il est défini différemment pour chaque type d'élément comme suit :

Eléments triangulaires et tétraédriques. L'aspect ratio est défini comme :

$$Q_{AR} = f \cdot \left(\frac{R}{r}\right) \tag{4.1}$$

où f est un facteur d'échelle, r et R représentent respectivement les ratios des cercles (pour les éléments triangulaires) ou sphères (pour les éléments de type tétraèdre) qui sont inscrit et circonscrit dans l'élément, voir la figure 4.3 (a).

La valeur du facteur d'échelles f est de f = 1/2 pour les éléments triangulaires et de f = 1/3 pour les éléments de type tétraèdre.

Par définition, $Q_{AR} \ge 1$, où $Q_{AR} = 1$ décrit un élément équilatéral.

Eléments quadrilatéraux et hexaèdres L'aspect ratio est défini comme :

$$Q_{AR} = \frac{max \left[e_1, e_1, ..., e_n\right]}{min \left[e_1, e_1, ..., e_n\right]}$$
(4.2)

où e_i est la longueur moyenne des bords dans une direction locale de l'élément *i*. Pour un élément quadrilatéral $e_1 = \frac{a+c}{2}$ et $e_2 = \frac{b+d}{2}$, voir la figure 4.3(b); *n* est le nombre de directions liées à l'élément.

Pour les éléments quadrilatéraux, n = 2; pour les éléments hexaèdres, n = 3.

Par définition, $Q_{AR} \ge 1$, où $Q_{AR} = 1$ décrit un élément équilatéral.

Par ailleurs, l'*EquiAngle Skew*, Q_{EAS} , est une mesure normalisée du degré d'obliquité d'un élément. Il est défini comme :

$$Q_{EAS} = max \left[\frac{\theta_{max} - \theta_{eq}}{180^{\circ} - \theta_{eq}}, \frac{\theta_{eq} - \theta_{min}}{\theta_{eq}} \right]$$
(4.3)

où θ_{max} et θ_{min} sont respectivement l'angle maximum et minimum des angles de l'élément, θ_{eq} est l'angle caractéristique qui correspond à une cellule équilatérale de forme similaire.



FIG. 4.3 – Définition de l'aspect ratio.

Pour les éléments triangulaires et tétraèdres, $\theta_{eq} = 60^{\circ}$ et pour les éléments quadrilatéraux et tétraèdrales, $\theta_{eq} = 90^{\circ}$. Par définition, $0 \leq Q_{EAS} \leq 1$, où $Q_{EAS} = 0$ représente un élément équilatéral et $Q_{EAS} = 1$ représente un élément avec une distorsion très importante. Le tableau 4.1 décrit le rapport entre Q_{EAS} et la qualité d'un élément.

La taille du maillage a été définie par rapport au nombre de cellules du maillage. La distribution des cellules au sein du volume fluide est un paramètre important à considérer. On a privilégié une forte densité d'éléments dans l'espace inter–aubes où se produit l'échange énergétique. Par contre, les sous–domaines en amont et en aval ont une faible densité d'éléments qui augmente au fur et à mesure qu'on s'approche à la roue.

$EquiAngle Skew, Q_{EAS}$	Qualité de l'élément		
$Q_{EAS} = 0$	Equilatéral (parfaite)		
$0 < Q_{EAS} \le 0,25$	Excellent		
$0,25 < Q_{EAS} \le 0,50$	Bien		
$0,50 < Q_{EAS} \le 0,75$	Assez bien		
$0,75 < Q_{EAS} \le 0,90$	Pauvre		
$0,90 < Q_{EAS} \le 1$	Très pauvre		
$Q_{EAS} = 1$	Distordue		

TAB. 4.1 – Qualité d'un élément par rapport à l'EquiAngle Skew Q_{EAS} .

4.2.2 Démarche du calcul numérique

La figure 4.4 illustre la procédure numérique générale que nous avons adoptée pour la mise au point des calculs de l'écoulement non-cavitant stationnaire ainsi que l'écoulement cavitant stationnaire et instationnaire.

Outre la convergence classique du débit, il a fallu vérifier l'évolution des valeurs des résidus relatives à la turbulence et la quantité de mouvement. Dans le cas des écoulements cavitants, il a fallu aussi prendre en compte les valeurs des résidus de la fraction volumique



FIG. 4.4 - Démarche des simulations numériques non-cavitantes et cavitantes stationnaires et instationnaires.

de la vapeur. Généralement, le critère de convergence observé pour les valeurs des résidus a été de 1E - 4.

La stabilisation de la pression statique à l'entrée et l'amplitude de la vitesse absolue à la sortie ont été corroborées tout au long des calculs numériques. Enfin, l'accomplissement de la continuité, $\Delta Q_m = |Q_{m_2} - Q_{m_1}| \leq 0.5\% Q_{m_1}$, a été constatée pour tous les calculs numériques.

En régime cavitant, les courbes de chute des performances ont été créées graduellement. Chaque courbe a été réalisée à un débit constant. Donc, on a commencé par un premier calcul en régime non-cavitant où la pression statique à la sortie a été fixée assez élevée pour garantir un écoulement « quasi-homogène ». Ce premier calcul permet alors d'avoir la distribution de pression dans tout le domaine de contrôle. En effet, la connaissance du champ initial de pression est nécessaire pour l'utilisation de l'équation de la dynamique des bulles de Rayleigh-Plesset.

Par la suite, on a réalisé un deuxième calcul en activant cette fois, le modèle multiphasique « mixture » sans transfert de masse, tout en gardant les mêmes conditions du fluide et de l'écoulement. Ce modèle à une équation résout les équations de continuité et de quantité de mouvement pour un seul fluide composé d'un mélange liquide–gaz. Il résout aussi une équation de la fraction de volume pour les phases secondaires.

Enfin, un troisième calcul a été effectué en activant le transfert de masse entre les deux phases (modèle de cavitation). Les conditions initiales choisies pour ce troisième calcul constituent le résultat final du calcul précédent.

Par la suite, on a commencé à réduire graduellement la pression statique d'un pas plus ou moins important au début de la courbe, c'est-à-dire aux valeurs importantes de σ . Au fur et à mesure que la zone de vapeur grandissait, le pas a été serré de plus en plus afin d'éviter la divergence numérique provoque par la présence brusque de régions importantes de vapeur au sein de l'écoulement. Chaque point de la courbe correspond à un calcul numérique réalisé aux mêmes conditions de l'écoulement et du fluide, sauf pour la pression statique à la sortie qui a été variée.

Les calculs numériques en régime cavitant ont été réalisés avec l'hypothèse de que le phénomène de la cavitation se passe à température constante. En conséquence, l'équation de l'énergie n'a pas été résolue. En effet, d'un point de vue thermodynamique, la dynamique des bulles est supposée être contrôlée par l'inertie et non par les transferts thermiques. Dans ces conditions, l'écoulement est supposé isotherme (T = 300 K). Les masses volumiques du liquide et de la vapeur sont supposées constantes.

Au fur et à mesure que les régions de vapeur deviennent plus importantes et donc la valeur de σ est proche de la chute des performances, les calculs numériques ont été plus difficile à faire converger vers la solution. Ainsi, les calculs numériques près de la chute

des performances ont besoin d'un nombre plus important d'itérations pour arriver à la convergence que les calculs d'un écoulement homogène. En plus, le temps de calcul par itération est aussi plus important lorsque la pression est réduite.

Conditions aux limites et conditions initiales

Les conditions aux limites imposées pour les calculs sont :

- Vitesse à l'entrée. Une amplitude de vitesse absolue constante a été fixée à l'entrée du domaine de contrôle. Cette vitesse définit le débit de fonctionnement de l'inducteur selon : $C_1 = Q_v/A_1$, où $C_1 = C_{a_1}$ est la vitesse axial absolue à l'entrée de l'inducteur et A_1 est la section d'entrée normale à la direction de l'écoulement.
- **Pression à la sortie.** Une pression statique constante a été fixée à la sortie du domaine de contrôle pour chaque calcul numérique. Au régime cavitant, cette pression a été variée afin d'obtenir différentes conditions de cavitation (σ).
- Adhérence à la paroi. Des conditions d'adhérence de l'écoulement à la paroi ont été imposées sur toutes les surfaces qui délimitent le passage de l'écoulement. La vitesse normale de l'écoulement est nulle et la vitesse tangentielle est supposée être égale à celle de la paroi adjacente à l'écoulement. Toutes les parois sont considérées comme étant lisses.
- Périodicité de translation (2D) ou rotation (3D). Des conditions de périodicité de rotation ont été fixées aux cas où un seul canal est modélisé. Dans ce type de conditions, l'écoulement est traité comme si la surface périodique opposée est voisine aux cellules adjacentes à la première surface périodique. Ainsi, les calculs de l'écoulement à travers des cellules adjacentes à une surface périodique utilisent les conditions de l'écoulement des cellules adjacentes à une deuxième surface périodique opposée.

Des interfaces du type fluide/fluide assurent la continuité des variables, d'une part entre la sortie du sous-domaine en amont et l'entrée des aubes, et d'autre part entre la sortie des aubes et l'entrée du sous-domaine en aval. Eventuellement, une troisième paire d'interfaces a été placé entre le sous-domaine de la roue, au niveau de l'extrémité des aubes et le jeu radial de fonctionnement.

Le sous-domaine de la roue est toujours défini en rotation dans les simulations numériques. Dans le cas stationnaires, le modèle de repères multiples (*Multiple Reference Frame, MRF*) a été employé pour définir le mouvement du rotor. Par contre, le modèle de maillages glissants (*Sliding Mesh, SMM*) a été utilisé pour définir le mouvement du rotor dans le cas instationnaires.

Le modèle MRF [56] est une approximation stationnaire où les régions se déplacent à différents vitesses de rotation et/ou translation. L'écoulement dans chaque région en mouvement est modélisé en utilisant les équations de conservation dans le repère relatif 4.4 et 4.5. Si la zone est statique ($\omega = 0$), les équations stationnaires sont résolues. Dans les interfaces entre les régions, une transformation dans un repère local est effectuée pour permettre aux variables de l'écoulement d'une zone d'être employée pour calculer les flux à la frontière de la zone adjacente.

Les équations de conservation dans un repère relatif sont écrites comme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{W} = 0 \tag{4.4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\vec{C} + \nabla\cdot\left(\rho\vec{C}\vec{W}\right) + \rho\left(\vec{\omega}\times\vec{C}\right) = -\nabla P + \nabla\bar{\bar{\tau}} + \vec{F}$$
(4.5)

où \vec{C} est la vitesse absolue, \vec{W} est la vitesse relative et \vec{U} est la vitesse d'entraînement, qui est définie comme $\vec{U} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.

Etat thermodynamique du fluide

Dans la plupart de cas, les propriétés du fluide sont celles de l'eau liquide et sa vapeur à 293 K, soit :

Propriété	liquide	vapeur
Masse volumique, $\rho \ (kg/m^3)$	998, 2	0,5542
Viscosité cinématique, $\mu \ (kg/m \cdot s)$	0,001	1,34E-5
Conductivité thermique, $k \ (W/m \cdot K)$	0,600	0,026
Enthalpie, $h (kJ/kg)$	111, 7	2550, 1
Pression de vapeur saturante, P_{sat} (Pa)	2 340	_
Tension superficielle, $\sigma_s (N/m)$	0,0717	_
Gaz non–condensables, $NCG (ppm)$	1, 5E - 5	_

TAB. 4.2 – Propriétés physiques de l'eau et sa vapeur.

4.3 Outils d'expérimentation

Le banc hydrodynamique du *LEMFI* est constitué de trois boucles fermées et indépendantes. La première boucle, nommée « *circuit D350* », est adaptée pour les inducteurs industriels, voir figure 4.5. Les inducteurs **B** et **8 degrés** ont été testés sur cette boucle. La deuxième boucle est utilisée pour les essais expérimentaux des pompes centrifuges seules ou couplées à un inducteur. La troisième boucle, nommée « *circuit D100* », est adaptée aux inducteurs de faible taille et grande vitesse de rotation (type aéronautique), voir figure 4.8. L'inducteur **A** a été testé sur cette boucle.

4.3.1 Circuit D350

Le circuit des inducteurs axiaux de type industriel est schématisé sur la figure 4.6. Il est constitué principalement des éléments suivants :

- Deux réservoirs d'une capacité unitaire de 4 m^3 chacun, reliés par des conduites de 350 mm de diamètre. Le remplissage et la vidange sont assurés par deux électrovannes.
- Une pompe à vide à anneau liquide règle la pression à la surface libre du réservoir.
- Un moteur de 22 kW, commandé par un variateur de fréquence, entraîne l'inducteur essayé. La vitesse de rotation est mesurée à l'aide d'un tachymètre magnétique (Full Scale Deflection, FSD : 0, 1%).
- Une vanne motorisée permet de faire varier le débit de l'inducteur de façon précise et contrôlée.
- L'inducteur équipé d'une enveloppe transparente en altuglas permettant l'observation des structures de vapeur lors de la cavitation (carter transparent).
- Une pompe centrifuge de circulation, montée en série avec l'inducteur, permet de



FIG. 4.5 – Banc d'essai hydrodynamique du LEMFI–Paris, circuit D350.



FIG. 4.6 – Schéma du banc d'essai hydrodynamique du LEMFI-Paris, partie axiale.

vaincre les pertes de charge du circuit d'essais.

- Un pupitre sur lequel sont centralisées les diverses commandes et mesures, voir figure 4.7(c).
- Divers appareils et instruments de mesure dont :
 - Un débitmètre à ultrasons A500-Sparling Meter Flow étalonné et placé à l'entrée de l'inducteur (FSD : 1%).
 - Deux manomètres métalliques doublés par des capteurs de pression de type piézorésistifs, voir figure 4.7(a).



(a) manomètre





(b) lampe stroboscopique

(c) pupitre central

FIG. 4.7 - Outils de mesure.
- Une sonde de température (FSD : 1%) : la température moyenne durant les essais est de l'ordre de 20° C.
- Deux capteurs de pression piézo-électriques Kistler de type 601A (FSD 1%), disposés sur le carter transparent à 20 mm à l'amont du bord d'attaque et à 150 mm à l'aval du bord de fuite de l'aube afin de mesurer les fluctuations de pression à la périphérie. Le signal issu de ces capteurs est amplifié puis traité par un analyseur de spectre LECROY de type 930 4A. La liaison de ce dernier avec un ordinateur, permet le stockage des signaux ainsi que leur exploitation ultérieure.

Pour la capture expérimentale des structures de vapeur à travers l'enveloppe transparente, nous avons utilisé une caméra digitale sous éclairage stroboscopique, voir figure 4.7 (b).

4.3.2 Circuit D100

On peut observer, sur la figure 4.8, l'inducteur \mathbf{A} monté dans le *circuit D100* où les essais expérimentaux ont été réalisés. En général, il a les mêmes éléments de mesure que le circuit *D350*.

Lors des essais expérimentaux en régime non-cavitant, la vitesse d'entraînement est maintenue constante et la pression du circuit d'eau est fixée à la pression atmosphérique. Le débit est réglé par palier en actionnant la vanne se trouvant en aval de la pompe. Enfin, le coefficient de pression expérimental Ψ est calculé en mesurant la pression au niveau du carter à l'entrée et à la sortie de l'inducteur.

Le rendement hydraulique de l'inducteur est défini comme :

$$\eta = \frac{(Pot)_{hyd}}{(Pot)_{m\acute{e}c}} = \frac{\Delta P_{tot} \cdot Q_v}{\eta_{\acute{e}lec} \cdot Pot_{\acute{e}lec}}$$
(4.6)

où

- $(Pot)_{m\acute{e}c}$ est la puissance transmise par le rotor. Elle est définie par $(Pot)_{m\acute{e}c} = \eta_{\acute{e}lec} \cdot (Pot)_{\acute{e}lec};$
- $(Pot)_{\acute{e}lec}$ est la puissance électrique prise par le moteur électrique;
- $\eta_{\acute{elec}}$ est le rendement du moteur électrique déterminée par une courbe de calibration soumis par le fabricant du moteur.



FIG. 4.8 – Banc d'essai hydrodynamique du LEMFI–Paris, circuit D100.

4.4 Analyse numérique et expérimentale de l'inducteur B

La première étude numérique de l'écoulement cavitant dans un inducteur a été réalisée sur l'inducteur industriel **B**. Les simulations numériques ont été faites, d'un côté, pour estimer numériquement la performance cavitante de l'inducteur, d'un autre côté, pour mesurer l'influence de l'utilisation des conditions périodiques lors des calculs numériques de l'écoulement cavitant stationnaire. Pour cela, les résultats ont été obtenus sur deux configurations numériques différentes :

- Modélisation d'un seul canal de l'inducteur. L'inducteur est modélisé sur un seul canal de l'écoulement délimité par deux aubes successives de la roue de l'inducteur. Ce canal est formé par les surfaces suivantes : le côté dépression de l'aube *I*, le côté pression de l'aube *II*, le moyeu et le carter. Des conditions de périodicité cycliques ont été utilisées afin d'isoler le canal du reste de la roue.
- Modélisation de la roue complète de l'inducteur. L'inducteur est modélisé sur la roue complète de l'inducteur. C'est-à-dire, sur les trois canaux qui forment la roue de l'inducteur.



(a) Vue latérale



(b) Vue de face

FIG. 4.9 – Inducteur industriel ${\bf B}.$

La figure 4.9 montre la géométrie de l'inducteur **B**. Il possède un gros moyeu cylindrique et il a été fabriqué par usinage 5 axes. L'inducteur **B** a été conçu et testé au laboratoire *LEMFI* en suivant les caractéristiques géométriques et de fonctionnement résumés sur le tableau 4.3.

La différence entre les angles d'enroulement de l'aube entre le bord d'attaque et le bord de fuit est de 384° au moyeu et de 339° en périphérie. Le rapport $T_{\theta} = \frac{(\theta_2 - \theta_1)_t}{(\theta_2 - \theta_1)_{t}}$ est



(a) $\Phi=0,047$ et $\sigma=0,124$



(b) $\Phi=0,047$ et $\sigma_{20\%}=0,099$



(c) $\Phi = 0,094$ et $\sigma = 0,280$



(d) $\Phi=0,142$ et $\sigma_{20\%}=0,032$



(e) $\Phi = 0,142$ et $\sigma = 0,037$



(f) $\Phi = 0,142$ et $\sigma = 0,124$



(g) $\Phi=0,198$ et $\sigma_{20\%}=0,149$



(h) $\Phi = 0,198$ et $\sigma = 0,149$



de 0,88. Une valeur élevée par rapport à celles recommandées dans la littérature et qui sont proches de 0,70 [2].

Paramètre	Valeur
Rendement maximal, η_{Max}	57%
Coefficient de débit aux conditions nominales, Φ_{Nom}	0,159
Coefficient de pression aux conditions nominales, Ψ_{Nom}	0,310
Nombre d'aubes, Z	3
Angle d'aubage en périphérie à l'entrée, β_{t_1}	16°
Angle d'aubage au moyeu à l'entrée, β_{h_1}	$24, 5^{\circ}$
Angle de calage à la périphérie, γ_t	16°
Angle de calage au moyeu, γ_h	$24, 5^{\circ}$
Rapport de rayon, $T = R_h/R_t$	0,48
Serrage au moyeu	3,44
Serrage en périphérie	2,95
Cambrure aérodynamique $C_{z\infty0}$	0, 25

TAB. 4.3 – Caractéristiques principales de l'inducteur **B**.

L'écoulement dans les inducteurs est caractérisé, en régime non-cavitant, en fonction du rendement hydraulique, η , et des coefficients de pression, Ψ , et de débit, Φ . Ils sont définis par les suivantes relations :

$$\eta = \frac{\Delta P_{tot} \cdot Q_v}{M_a \cdot \omega} \tag{4.7}$$

$$\Psi = \frac{(P_{tot})_2 - (P_{tot})_1}{1/2 \cdot \rho \cdot U_t^2}$$
(4.8)

$$\Phi = \frac{C_a}{U_t} \tag{4.9}$$

où M_a est le couple de l'inducteur.

Lorsque les inducteurs fonctionne en régime cavitant, ils l'écoulement est caractérisé par le nombre de cavitation σ , défini comme :

$$\sigma = \frac{(P_{tot})_1 - P_{sat}}{1/2 \cdot \rho \cdot U_t^2} \tag{4.10}$$

Les résultats numériques ont été comparés avec des essais expérimentaux menés au LEMFI par Bakir et Mejri [10, 61, 60]. La figure 4.10 montre diverses formes de cavitation visualisées dans l'inducteur **B** lors des essais expérimentaux. On peut distinguer la cavitation d'aubages pour divers débits, la cavitation d'entrefer plus ou moins stables qu'on

observe sur figure 4.10 (c), et des cavitations de recirculation très instables, notamment sur la figure 4.10 (a).

4.4.1 Performances globales de l'inducteur B

D'abord, les essais expérimentaux de l'inducteur **B** ont été réalisés en régime noncavitant. Pour ceci, le débit à été varié à l'aide de la vanne motorisée placée à l'aval de l'inducteur. Par contre, la vitesse de rotation a été maintenue constante. Les principaux paramètres de fonctionnement de l'inducteur on été relevés à divers charges (par exemple, la pression à l'amont et à l'aval, le débit, la vitesse de rotation, le couple, etc.).

La figure 4.11 (a) montre les courbes des caractéristiques de l'inducteur **B** en régime non-cavitant. On peut observer, sur cette figure, l'évolution du coefficient de pression, Ψ , et le rendement, η , en fonction du coefficient de débit, Φ . Les courbes des caractéristiques de l'inducteur **B** ont une allure typique des inducteurs axiaux. La courbe du coefficient de pression présente une pente négative. La condition nominale est définie par la valeur maximale du rendement, c'est-à-dire à $\eta = 57\%$. Celle-ci correspond à un coefficient de débit de $\Phi = 0, 159$ et à un coefficient de pression de $\Psi = 0, 310$.

Ensuite, les essais expérimentaux de l'inducteur **B** ont été réalisés en régime cavitant. Pour ceci, le débit et la vitesse de rotation de l'inducteur ont été maintenus constants. La pression du réservoir a été variée à l'aide d'une pompe à vide à anneau liquide afin d'avoir diverses conditions de cavitation jusqu'à trouver la chute des performances de l'inducteur.

La figure 4.11 (b) montre les courbes de chute de performance de l'inducteur en régime cavitant pour cinq débits. Elles sont caractérisées par un comportement plus ou moins stable pour les valeurs importantes de σ . Puis, le coefficient de pression Ψ chute soudainement lorsque la vapeur bloque le passage inter-aubes de l'inducteur. Généralement, cette chute des performance se produit à faibles nombres de cavitation σ . La valeur de σ à laquelle la chute de performance se produit varie par rapport au débit de l'inducteur : plus le débit est important, plus tôt la chute de performance se produit. Pour un débit de $\Phi = 0, 154$, débit proche du débit nominal, la valeur critique du nombre de cavitation est $\sigma_c = 0, 063$.

4.4.2 Analyse de l'inducteur B en régime cavitant

La cavitation sur cet inducteur s'est essentiellement manifestée sous la forme de trois poches identiques et attachées à chaque aube. Chaque poche constitue tout d'abord une cavité unique et fixe par rapport à la paroi tant que la pression d'entrée est maintenue stable. Au fur et à mesure que la pression d'entrée diminue, ces structures cavitantes connaissent successivement une phase de croissance notamment du côté périphérique du



(a) Caractéristiques de l'inducteur ${\bf B}$ en régime non–cavitant





FIG. 4.11 - Caractéristiques expérimentales de l'inducteur **B**.

bord d'attaque, avant de descendre vers le moyeu dans l'espace inter-aubes. L'apparition progressive des poches conduit à une génération de bruit et de vibrations auxquelles nous associons un certain niveau de fluctuations de pression.

La figure 4.12 montre le développement de la cavitation observé dans l'inducteur **B** au débit constant de $\Phi = 0, 164$. Chaque image correspond à une valeur de σ . La réduction de la pression dans le réservoir, grâce à une pompe à vide à anneau liquide, fait réduire la pression de l'écoulement à l'entrée de l'inducteur, et donc, le nombre de cavitation diminue. Par conséquence, les conditions de l'écoulement sont plus propices à la génération du vapeur. Au fur et à mesure que la pression diminue, les régions de vapeur grandissent petit à petit jusqu'au blocage des canaux de l'écoulement.



FIG. **4.12** – Diverses formes de cavitation dans l'inducteur **B** lorsque σ a été varié pour un débit constant $\Phi = 0, 164$.

Au début, les régions de vapeur commencent à apparaître au bord d'attaque, à la périphérie de l'inducteur. Ces petites poches de vapeur s'étendent aux deux côtés, pression et dépression des aubes. Ces régions de vapeur grandissent significativement lorsque σ diminue. Par ailleurs, avec cette diminution de σ , les poches évoluent vers la sortie de l'inducteur tout en descendant vers le moyeu.

Au fur et à mesure que la pression d'entrée baisse, la longueur, la hauteur et l'allongement de la poche deviennent tels que celle-ci bloque l'espace inter-aubes de l'inducteur (à $\sigma = 0,045$, voir figure 4.12 (i)) avant d'atteindre le bord de fuite. Une fois le passage d'aubes bloqué, les performances de l'inducteur chutent brusquement.

Les images de cavitation obtenues durant les essais expérimentaux sont typiques des inducteurs et de manière générale, elles sont conformes à celles qui sont présentées dans la littérature [68]. Cependant, la cavitation alternée décrite à titre d'exemple dans [34] n'est pas observée sur l'inducteur **B**. Les figure 4.10 et 4.12 présentent des images représentatives obtenues en sous-débit, au débit nominal et en surdébit. On peut y identifier :

- Au débit partiel Φ = 0,300, la formation d'une zone de recirculation (backflow). Ce backflow capte les bulles de vapeur et devient donc, avec la baisse de pression, le siège d'une poche de vapeur localisée à la périphérie du bord d'attaque et tendant à progresser dans le sens contraire de l'écoulement principal, voir figure 4.10 (a).
- Au débit nominal, la cavitation se manifeste par poches attachées aux aubes avec épaisseur et longueur plus importantes du côté de la périphérie, voir figure 4.12 ($\sigma = 0,09$).
- En surdébits, $\Phi = 0, 198$, des poches de cavitation stables se développent de part et d'autre des aubes à un point qu'elles occupent tout l'espace inter-pale dans sa largeur pour les faibles valeurs du σ . Ceci caractérise le phénomène de blocage, voir figure 4.10 (h).

L'apparition des figures de cavitation ci-dessus est due à l'organisation de la cinématique de l'écoulement dans l'inducteur. A partir des résultats numériques précédents, on constate, en conformité avec l'expérimentation, que les vitesses élevées (lieu favorable à l'apparition de la cavitation) sont localisées vers l'entrée aux faibles débits, et vers la sortie aux débits élevés.

4.4.3 Analyse des résultats numériques

Cette partie présente les résultats numériques de l'écoulement non-cavitant et cavitant stationnaire dans l'inducteur **B**. Ces résultats ont été obtenus sur deux configuration numériques différentes : sur la roue complète et sur une tiers de roue. Les résultats numériques obtenus ont été confrontés aux données expérimentales.

Définition des volumes de contrôle de l'inducteur B

La figure 4.13 présente ces deux configurations. La figure à gauche montre la géométrie du volume de contrôle d'un seul canal. Une aube a été isolée du reste de la roue de l'inducteur à l'aide des conditions de périodicité tournantes (surfaces en bleu). La figure à droite présente la géométrie du volume de contrôle de la roue complète de l'inducteur.

Afin de faciliter la génération du maillage, le domaine de calcul a été divisé en trois sous-domaines, voir figure 4.2:

- 1. le sous-domaine *amont*,
- 2. le sous-domaine *roue*, et
- 3. le sous-domaine aval,

Le jeu de fonctionnement a été négligé pour les deux configurations (J = 0 sur la figure 4.2).

Les conditions d'entrée et de sortie ont été placées assez loin de la roue pour éviter son influence sur l'écoulement. Une vitesse axiale à l'entrée et une pression statique à la sortie ont été fixées, respectivement, $l_{amont} = 4 \cdot D_t$ à l'amont du bord d'attaque et $l_{aval} = 6, 5 \cdot D_t$ à l'aval du bord de fuite des aubes, où D_t est le diamètre de extérieur de l'inducteur, voir figure 4.13.

Etude de sensibilité du maillage de l'inducteur B

Afin de vérifier l'indépendance des résultats finaux au maillage numérique, trois maillages de l'inducteur **B** ont été testés en régime non-cavitant stationnaire pour chaque configuration numérique, à savoir : un maillage non-raffiné (**X**-**A**), un maillage moyennement raffiné (**X**-**B**) et un maillage raffiné (**X**-**C**) où **X** dénote canal ou roue. Les maillages sont différents par rapport à la taille (nombre d'éléments) et à la forme (type et distribution



FIG. 4.13 – Comparaison des volumes de contrôle utilisé pour modéliser l'inducteur B.



FIG. 4.14 – Etude de sensibilité des résultats numériques au maillage de l'inducteur B.

des éléments) de la grille ainsi qu'aux distances $(l_{amont} \text{ et } l_{aval})$ auxquelles les conditions d'entrée et de sortie ont été placées dans le domaine de contrôle, voir figure 4.2.

Les caractéristiques principales des maillages testés sont décrites sur le tableau 4.4. La deuxième colonne du tableau montre le nombre d'éléments des maillages, Q_{AR} représente le degré de distorsion longitudinale des cellules (*aspect ratio*) et Q_{EAS} représente le degré de distorsion angulaire des cellules (*skewness*). Par ailleurs, y^+ est la distance adimensionnelle définie par l'équation 4.11.

$$y^+ = \frac{u_\tau \cdot y}{\nu} \tag{4.11}$$

où u_{τ} est la vitesse de frottement définie comme : $u_{\tau} = \sqrt{\tau/\rho}$; et y est la distance de la paroi au centre de la cellule.

Les résultats globaux obtenus des différents maillages testés, caractérisés par Ψ et η , sont comparés dans la partie droite du tableau. Le résultats des différents maillages sont schématisés sur la figure 4.14.

Maillage	Cellules	Q_{AR}	Q_{EAS}	y^+	Φ	Ψ	η
Canal–A	442 691	582	0,80	$50 \le y^+ \le 700$	0,172	0,257	58, 4%
Canal–B	517 092	18	0,80	$20 \le y^+ \le 300$	0,172	0,267	59,8%
Canal–C	673 092	43	0,70	$20 \le y^+ \le 300$	0,177	0,241	55,9%
Roue–A	556 813	34	0,90	$60 \le y^+ \le 700$	0,172	0,203	54, 1%
Roue–B	938 697	1 300	0,93	$35 < y^+ \le 500$	0,173	0,227	50,2%
Roue–C	1 358 743	24	0,87	$6 \le y^+ \le 60$	0,172	0,260	58,7%

On rappelle ici que l'aspect ratio est une mesure de la distorsion par rapport à l'allon-

TAB. 4.4 – Etude de sensibilité des résultats numériques au maillage de l'inducteur **B**.

gement des cellules. Le *skewness* est une mesure de la distorsion par rapport aux angles des cellules. Il est défini comme la différence entre la forme de la cellule et la forme d'une cellule équilatérale de volume équivalent. Les cellules à fort *skewness* peuvent diminuer l'exactitude et déstabiliser la solution. Les cellules quadrilatérales optimales auront des angles de sommet de près de 90°, alors que les cellules triangulaires devraient de préférence avoir des angles de près de 60° et avoir tous les angles de moins de 90°.

Tous les maillages de l'inducteur \mathbf{B} ont été générés sous *Gambit* en suivant la procédure décrite dans le paragraphe 4.2.1.

La figure 4.14 (a) montre les courbes expérimentales des caractéristiques de l'inducteur **B** et les résultats numériques des trois maillages testés sur le modèle du canal de l'inducteur. Cette figure montre une bonne comparaison des résultats numériques par rapport aux données expérimentales pour les trois maillages. Les valeurs de Ψ et η du maillage *Canal*-A, le moins raffiné, montrent une faible différence entre les données expérimentales et numériques.

Un deuxième maillage, nommé *Canal–B*, a été généré en mettant un intérêt spécial aux régions près des parois, notamment en utilisant l'outil de maillage *size function*. Cet outil permet le raffinement des régions près des parois dans les maillages non-structurés. La taille du maillage a été augmentée de 17% par rapport au maillage précédent, mais les résultats numérique ne semblent pas être très sensibles à cette modification. Toutefois, les valeurs de y^+ présentent une forte amélioration.

Enfin, un troisième maillage, nommé Canal-C, a été généré à partir du maillage précèdent. La différence entre ces maillages réside dans les distances l_{amont} et l_{aval} qui ont été allongées sur le Canal-C afin de vérifier la neutralité des conditions aux limites sur les résultats numériques finaux. Bien que la taille du maillage ait été augmentée de 50% par rapport au maillage Canal-A et que les conditions aux limites ont été éloignées de la roue, les résultats numérique ne montrent pas une sensibilité à ces modifications.

La figure 4.14 (b) présente les résultats de l'étude de sensibilité des résultats par rapport au maillage du modèle de la roue complète. Les maillages testés présentent des résultats qui présentent une forte variation par rapport à la taille et à la qualité du maillage. Le premier maillage testé, le maillage *Roue-A*, est un maillage non-raffiné composé d'environ 180 000 cellules par espace inter-aubes. D'après la courbe de Ψ , l'écart que présente les résultats numériques et expérimentaux est d'environ 23%. En plus, les valeurs de y^+ sont assez élevées.

Un deuxième maillage, *Roue–B*, a été testé d'environ deux fois la taille du maillage précédent. L'écart entre les valeurs de Ψ numérique et expérimental diminue à 14%. Enfin, le maillage *Roue–C*, d'environ 1 300 000 éléments, montre une très bonne approximation de Φ et de η . Les valeurs de y^+ sont réduites à moins de 60.

En conclusion, dans le cas du modèle d'un canal, le maillage *Canal B* semble être le meilleur maillage sur le critère du rapport taille du maillage/exactitude des résultats. Dans le cas du modèle de la roue, le maillage Roue-C est, évidemment, le meilleur maillage sur le même critère du rapport taille du maillage/exactitude des résultats. Ce qui confirme l'ordre de grandeur de la taille du maillage non-structuré vers 500 000 cellules par chaque canal inter-aubes.

La figure 4.15 présente les deux maillages retenus pour les simulations numériques de l'inducteur **B**. On observe, à gauche, le maillage sur une aube, un tiers de moyeu et sur les conditions de périodicité tournantes (en bleu) du modèle du canal de l'inducteur; et à droite, le maillage sur le rotor (trois aubes et moyeu) du modèle de la roue de l'inducteur.

Résultats en régime non-cavitant

La figure 4.16 montre la distribution de pression statique sur les parois du carter (a), des aubes (b), et du moyeu (c) de l'inducteur **B** pour cinq débits. Sur cette figure, on observe que les différences de pression entre l'entrée et la sortie de l'inducteur sont plus importantes aux sous-débits qu'aux surdébits, par conséquent, lorsque l'inducteur travaille au sous-débit, il est plus exposé aux zones de sous-pression au sein de l'écoulement.

En effet, on observe une région de sous-pression qui se forme à la périphérie du bord d'attaque de l'aube de l'inducteur, côté dépression. Cette sous-pression est beaucoup plus importante lorsque le débit est petit. On observe, sur la figure 4.16 (b), que la région de sous-pression s'étend tout au long du bord d'attaque, du carter vers le moyeu où elle atteint sa valeur minimale. D'après la figure 4.16 (c), la pression statique est plus homogène au niveau du moyeu de l'inducteur.



(a) Maillage *Canal–B*

(b) Maillage Roue-C

FIG. 4.15 – Comparaison des maillages utilisé pour modéliser l'inducteur B.



FIG. **4.16** – Distribution de pression statique (kPa) sur les parois de l'inducteur **B** à différents débits.

La figure 4.17 montre les vecteurs des vitesses relatives, W, à la périphérie des aubes où l'on peut observer que l'angle d'incidence, α_i , joue un rôle important dans la formation des régions de sous-pression : plus l'angle d'incidence est important, plus grande sera la région de sous-pression.

Les calculs numériques ont été réalisés hors cavitation (σ élevé), mais à partir de ces résultats, on peut déjà envisager la région de la périphérie du bord d'attaque côte dépression comme la zone où la vapeur peut apparaître si le nombre de cavitation σ diminue.

Tel qu'on s'y attendait, la figure 4.17 montre que les calculs réalisés en régime noncavitant et qui sont par ailleurs rapides et simplifiés, permettent de bien prévoir, à partir des vecteurs des vitesses ainsi que de la distribution de la pression, le comportement de la machine en mode cavitant pour les mêmes conditions opératoires.

En effet, ces graphes montrent que les vitesses les plus élevées sont situées du côté du bord d'attaque et essentiellement en périphérie pour le cas du sous-débit, même pour les très faibles coefficients de cavitation. Au débit nominal et pour les très faibles coefficients



4.4. ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE L'INDUCTEUR B

FIG. 4.17 – Vecteurs de vitesse (m/s) et champs de pression statique (kPa) à la périphérie du bord d'attaque.

de cavitation, l'écoulement s'accélère globalement et les vitesses en périphérie et au milieu du canal (jusqu'à la mi-corde environ) s'intensifient de manière remarquable. En surdébit, quand la poche envahit tout l'espace inter-aube, l'écoulement s'accélère également vers la sortie de l'inducteur à cause de la nette baisse de pression.

La figure 4.18 montre la comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de l'inducteur **B**, obtenus sur le banc hydrodynamique du *LEMFI* par Bakir et Mejri [57]. Le coefficient de pression, Ψ , et le rendement de la machine, η , sont tracés en fonction du coefficient de débit, Φ . On constate une bonne cohérence avec les résultats numériques, notamment au débit nominal où tant le coefficient de pression comme le rendement sont très proches des données expérimentales. Par contre, le coefficient de pression est surestimé aux débits partiels. Cela peut être une conséquence du fait d'avoir négligé le jeu radial de fonctionnement.

Par ailleurs, on observe les mêmes résultats numériques en régime non-cavitant stationnaire lorsqu'on modélise l'inducteur en utilisant le modèle du canal ou de la roue complète. Bien qu'on arrive au même résultat, le temps de calcul est plus important pour le modèle de la roue. C'est tout à fait normal étant donné la différence de la taille du maillage (1:3).



FIG. **4.18** – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux (coefficient de pression et rendement) en fonction du débit.

Résultats en régime cavitant

Les calculs numériques de l'écoulement cavitant dans l'inducteur **B** ont été faits pour divers débits. La pression statique à la sortie de l'inducteur a été réduite pour avoir différentes conditions de cavitation. Afin d'éviter les problèmes numériques ou de divergence, la pression statique a été variée petit à petit avec des pas qu'on a réduit au fur et à mesure que les valeurs de σ se sont rapprochés de la chute des performances. Au début des calculs cavitants, les valeurs de σ sont élevées et la vapeur n'est pas présente dans l'écoulement de l'inducteur.

Les figures 4.19 et 4.20 montre les courbes numériques de la chute de pression de l'inducteur **B** pour une plage de six débits qui varient de $\Phi = 0, 126$ à $\Phi = 0, 198$. Ces débits correspondent à deux sous-débit, deux débits proches des conditions nominales et deux surdébits. Il faut remarquer que les conditions nominales de l'inducteur **B** correspondent à un débit de $\Phi = 0, 159$. Ces figures montrent aussi les courbes expérimentales de la chute de pression à différents débits. Ceci nous permet de faire une comparaison des résultats



FIG. **4.19** – Courbes numériques et expérimentales de la chute des performances de l'inducteur **B** pour $\Phi = 0, 126, \Phi = 0, 164$, et $\Phi = 0, 183$.

numériques et données expérimentales de l'inducteur axial.

Aux faibles débits, $\Phi = 0,126$ et $\Phi = 0,144$, la chute de la courbe numérique de coefficient de pression, est aussi progressive que la courbe expérimentale. On observe une bonne cohérence entre les résultats numériques et expérimentaux.

Au voisinage du débit nominal, pour $\Phi = 0, 160$, la chute de la courbe numérique n'a pas été tracée dans son intégralité. Elle a été tracée jusqu'aux valeurs proches de la chute des performances, mais il n'a pas été possible de capter la chute des performances de l'inducteur en raison des problèmes de divergence numériques. Au débit de $\Phi = 0, 171$ la chute se fait de manière brusque et presque à la verticale, comme l'on a observé pour la chute expérimentale. Pour arriver à faire converger un calcul cavitant, on a eu besoin de raffiner les régions où la vapeur apparaît. Au début d'utilisation de cette solution, cette astuce a beaucoup aidé, mais dans la région proche de la chute de performance la taille du maillage était tellement grande en raison des raffinements effectués que les calculs devenaient trop lourds pour les outils numériques disponibles pour cette étude.

Pour les débits élevés, $\Phi=0,183$ et $\Phi=0,198,$ la chute de la courbe numérique des



FIG. **4.20** – Courbes numériques et expérimentales de la chute des performances de l'inducteur **B** pour $\Phi = 0, 145, \Phi = 0, 173$, et $\Phi = 0, 202$.

performances se fait de manière brusque et à la verticale. Mais elle est sous-estimée numériquement. Ainsi, la chute numérique a été retardée par rapport à la chute expérimentale.

Le phénomène de blocage correspond à une structure de vapeur continue et attachée à l'aube qui se développe et forme une région épaisse qui ferme le canal formé par deux aubes successives. La sous-estimation du phénomène de blocage par le modèle de cavitation aux débits élevés est, en partie, dû au modèle de turbulence mais également au calibrage des coefficients R_c et R_e de vaporisation et de condensation dans le modèle de cavitation pour tenir compte du taux de destruction et de production de vapeur.

La figure 4.21 montre la courbe de la chute de performances de l'inducteur **B** pour un débit de $\Phi = 0, 173$. La figure présente aussi les images de cavitation contenant au moins 20% de vapeur en volume associées à divers conditions de cavitation. Si on observe les images de gauche à droite, puis de haut vers le bas, on constate que la taille de la poche de vapeur grandit considérablement avec de la diminution du nombre de cavitation.

Le comportement cavitant prédit par les calculs numériques est, en général, en conformité avec les résultats visualisés expérimentalement : au début, la taille initiale de la



FIG. **4.21** – Courbes de la chute des performances de l'inducteur **B** et formes de vapeur $(\alpha = 20\%)$ qui correspondent à divers conditions de cavitation et $\Phi = 0, 173$.

structure de vapeur est très proche de celle qui est mesurée expérimentalement. Par la suite, au fur et à mesure que la pression d'entrée diminue, le développement de la cavité commence à affecter l'écoulement principal, ce qui dégrade les performances jusqu'à la chute complète de la hauteur énergétique.

Contrairement à ce qu'on a observé expérimentalement, la poche simulée ne s'installe pas au début sur les deux faces des aubes. En effet, les résultats numériques montrent qu'avant d'occuper tout l'espace inter-aubes, la poche s'installe clairement sur l'extrados des aubes et ce n'est que vers la fin qu'elle se forme également sur l'intrados en atteignant celui de l'aube suivante, bloquant ainsi le passage d'aubes et faisant chuter les performances, voir figure 4.21 (9–12).

Tel qu'on peut le constater sur ces figures, la pression étant réduite significativement sur la face en pression de l'aube, la cavitation au bord d'attaque induit un phénomène de blocage en atteignant la plus petite section de passage entre deux aubes successives.

Au fur et à mesure que les valeurs de σ baissent, les poches de vapeur demeurent attachées aux aubes et se développent au bord d'attaque à la périphérie des aubes. En atteignant la plus petite section de passage dans l'espace inter-aubes, le champ de l'écoulement est profondément affecté par la structure de vapeur de sorte que le fluide n'assure plus le transfert d'énergie. La chute de hauteur est alors initiée, voir figure 4.22.

Les calculs numériques de l'écoulement cavitant stationnaire ont été réalisés sur la roue complète de l'inducteur à un débit de $\Phi = 0,173$. Lorsqu'on a comparé les résultats obtenus sur les deux configurations numériques, on a observé que les résultats été similaires pour les deux cas. On peut conclure que les calculs numériques de l'écoulement cavitant dans l'inducteur peuvent être réalisés sur un seul canal de l'inducteur en utilisant des conditions de périodicité cycliques, lorsque le calcul est en régime stationnaire. Par contre, comme on le verra dans le chapitre suivant, si les calculs sont en régime instationnaire, il faut utiliser le modèle complète parce que les instabilités de l'écoulement cavitant peuvent être provoquées, entre autres raisons, par l'influence des aubes voisines de la roue de l'inducteur [21].

Par ailleurs, on a observé des grandes difficultés pour faire converger les calculs cavitants, notamment aux valeurs de σ proches de la chute des performances. En fait, dans certains débits, la chute n'a pas été captée numériquement. Ceci peut être expliqué par l'insuffisance du maillage pour la modélisation de la cavitation, notamment au voisinage des parois et au bord d'attaque. C'est la raison pour laquelle on a eu besoin de raffiner dans les régions où la vapeur devenait importante pour arriver à la convergence des calculs numériques. Ce raffinement devient, cependant, très lourd pour avoir des temps de calcul raisonnables.



FIG. 4.22 – Formation de la cavitation ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur **B** à $\Phi = 0, 173$.

4.5 Analyse numérique et expérimentale de l'inducteur industriel 8 degrés

Cette partie est consacrée à l'étude numérique et expérimentale de l'inducteur industriel **8 degrés**. Il a été identifié comme 8 degrés parce que c'est la valeur de l'angle d'aubage à la périphérie de l'entrée des aubes.



FIG. 4.23~ – Inducteur axial 8~degrés.

L'inducteur 8 degrés a été conçu au Laboratoire d'Energétique et Mécanique des Fluides Interne en suivant la procédure décrit dans le paragraphe 1.3.4 « *méthodologie de dimensionnement des inducteurs* ».

L'inducteur **8 degrés** est un inducteur de type industriel qui possède trois aubes et un moyeu légèrement conique. Il a été fabriqué par déformation et soudure. La figure 4.23 présente l'inducteur monté sur le banc d'essais.

Paramètres	Valeurs
Rendement maximal, η_{max}	54, 1%
Coefficient de débit aux conditions nominales, Φ_{Nom}	0,076
Coefficient de pression aux conditions nominales, Ψ_{Nom}	0,228
Nombre d'aubes, Z	3
Angle de calage en périphérie, γ_t	8°
Rapport des rayons en entrée, $T_1 = R_{h_1}/R_{t_1}$	0, 19
Rapport des rayons en sortie, $T_2 = R_{h_2}/R_{t_2}$	0, 30
Serrage à la périphérie	2,45

TAB. 4.5 – Caractéristiques géométriques et de fonctionnement de l'inducteur 8 degrés.

Les principales caractéristiques géométriques et de fonctionnement de l'inducteur 8 degrés sont résumées sur le tableau 4.5.

4.5.1 Résultats expérimentaux

Les essais expérimentaux de l'inducteur **8 degrés** ont été réalisés, dans un premier temps, en régime non-cavitant. La vitesse de rotation a été fixée et le débit à été varié à l'aide de la vanne motorisée placée à l'aval de l'inducteur.

La figure 4.24 montre les courbes des caractéristiques de l'inducteur 8 degrés en régime non-cavitant sur la plage de débits de $0,020 < \Phi < 0,095$. On peut observer les courbes du coefficient de pression, Ψ , et de rendement hydraulique de l'inducteur, η , en fonction du coefficient de débit, Φ .

La courbe du coefficient de pression présente un comportement quasi-linéaire à pente négative. La courbe du rendement hydraulique présente une forme concave, typique des inducteurs axiaux. Le rendement maximal de l'inducteur est de $\eta_{max} = 54, 1\%$. Ainsi, les conditions nominales de l'inducteur sont déterminées à partir de cette valeur maximale qui correspond respectivement aux coefficients de débit et de pression de $\Phi_{nom} = 0,076$ et $\Psi_{nom} = 0,228$.

Evolution de la cavitation en fonction du débit

Par ailleurs, des essais expérimentaux ont été menés, en régime cavitant. Afin de créer les conditions nécessaires pour l'apparition de la vapeur, la pression a été diminuée, petit à petit, à la surface libre du réservoir en utilisant la pompe à vide à anneau liquide. Comme on l'avait déjà expliqué précédemment, l'origine de la chute des performances de l'inducteur est provoquée par le blocage des canaux de passage par la vapeur.

Au fur et à mesure que la pression locale de l'écoulement s'approche de la pression de vapeur saturante, la cavitation apparaît au sein d'un écoulement initialement homogène.

Quand le nombre de cavitation σ est élevé, la vapeur commence à se manifester par trois poches de vapeur qui apparaissent à la périphérie du bord d'attaque des aubes de l'inducteur, une sur chaque pale. Lorsque le nombre de cavitation diminue, la taille et la forme de la cavitation augmentent, et la vapeur s'étend vers l'aval du canal jusqu'à ce qu'elle entraîne le blocage de l'inducteur, et en conséquence, la chute des performances de l'inducteur se produit.

La figure 4.25 montre les courbes de la chute des performances pour sept débits, à savoir : quatre sous-débits ($\Phi = 0,038$, $\Phi = 0,049$, $\Phi = 0,057$ et $\Phi = 0,068$), le débit nominal ($\Phi = 0,076$), et deux au sur débits ($\Phi = 0,085$ et $\Phi = 0,094$). On peut observer que les valeurs du nombre de cavitation après une chute des performances de 5%,





FIG. 4.24 – Courbes des performances de l'inducteur 8 degrés, régime non-cavitant.

augmentent avec le débit, sauf pour le débit proche des conditions nominales, $\Phi = 0,057$, où $\sigma_{5\%}$ est minimum.

La figure 4.26 montre le comportement de la vapeur à diverses conditions de cavitation qui correspondent aux points de la courbe de la chute des performances, pour un sous-débit, $\Phi = 0,038$. Bien que la chute des performances n'ait pas été obtenue aux débits partiels en raison des fortes instabilités observées dans ces débits, on peut constater le commencement du phénomène de blocage du canal inter-aubes de l'inducteur par la vapeur à $\sigma = 0,056$. On a pu observer, entre $0,241 \le \sigma \le 0,197$, la formation de trois poches de vapeur collée à la périphérie du bord d'attaque de l'aube.

La figure 4.27 montre le comportement de la vapeur à différents nombres de cavitation en correspondance avec la courbe de la chute des performances de l'inducteur à un débit proche des conditions nominales, $\Phi = 0,057$.

Au début de la courbe, de droite à gauche, l'écoulement est formé de liquide quasi « homogène », pour les valeurs importantes de σ .

Ensuite, à $\sigma = 0,406$ on peut constater la formation des filaments de bulles qui caractérise le début de la cavitation. Puis, on observe que ces filaments se transforment

en poches de vapeur attachées aux aubes au fur et à mesure que σ décroît. La poche de vapeur se forme progressivement en avançant sur l'extrados des aubes vers la sortie de l'inducteur. Elle devient en même temps de plus en plus instable ce qui se traduit par une augmentation importante du bruit généré. La poche de vapeur est de plus en plus avancée et volumineuse et remplit donc jusqu'à l'intrados de l'aube précédente, ce qui produit la chute soudaine des performances de l'inducteur entre $\sigma = 0,025$ et $\sigma = 0,023$.

Finalement, la figure 4.28 montre le comportement de la vapeur à différents nombres de cavitation en correspondance avec la courbe de la chute des performances de l'inducteur à un surdébit de $\Phi = 0,085$.

D'après la figure 4.28, on a constaté que plus le débit est important, plus l'apparition de la cavitation est retardée. Les premières traces de vapeur apparaissent à $\sigma = 0,314$ au surdébit. Par contre, la chute de performances se produit plus tôt aux surdébits.

L'évolution des poches de vapeur est similaire à celle du débit nominal, en effet, trois poches sont placées sur chaque aube, et elles tournent à la même vitesse de rotation que l'inducteur ($\sigma = 0, 183$ et $\sigma = 0, 103$). Les poches continuent à s'étendre entre les aubes et obstruent tout l'inducteur. Au surdébit, le blocage des canaux de l'inducteur a commencé



FIG. 4.25 – Courbes de la chute de pression de l'inducteur 8 degrés à plusieurs débits.

à $\sigma = 0,084$. Le remplissage des espaces inter–aubes par la vapeur, du bord d'attaque au bord de fuite, a été atteint vers $\sigma = 0,038$.

4.5.2 Résultats numériques

Pour les simulations numériques de l'écoulement non-cavitant et cavitant dans l'inducteur **8 degrés**, on a suivi la même procédure utilisée pour l'étude numérique de l'inducteur **B**. La procédure de résolution numérique est décrite de manière plus approfondie dans le paragraphe 4.2 « Mise en oeuvre des simulations numériques ».

Le volume de contrôle est formé par trois sous-domaines de contrôle : deux régions statiques (l'amont et l'aval), ainsi qu'une région mobile (la roue), voir figure 4.2. Lors des calculs numériques de l'inducteur industriel, le jeu radial a été négligé.

La récupération de la géométrie de l'inducteur, à partir d'un fichier CAO, la construction des volumes fluides qui définissent le passage de l'écoulement, ainsi que la génération du maillage ont été réalisées sur *Gambit*.



FIG. **4.26** – Courbes de la chute des performances de l'inducteur **8 degrés** pour un débit de $\Phi = 0,038$.



FIG. **4.27** – Courbes de la chute des performances de l'inducteur **8 degrés** pour un débit de $\Phi = 0,057$.

Afin d'accéléré le temps de calcul, le maillage numérique a été généré sur une tiers de la roue (une aube de l'inducteur) en utilisant des conditions de périodicité tournantes. Une étude de sensibilité des résultats par rapport au maillage a été réalisée pour assurer l'indépendance des résultats. Le maillage numérique gardé pour les simulations compte environ 1 125 000 cellules. Le tableau 4.6 résume les caractéristiques principales de ce maillage. On a fait une attention particulaire au raffinement près de la paroi, et surtout aux régions à fortes risques de cavitation.

Il faut remarquer que la taille du maillage est plus importante à celle du maillage utilisé pour l'inducteur **B**. En fait, elle a été augmentée d'environ deux fois le nombre d'élément pour éviter les problèmes de divergence numériques dans la zone de la chute des performances observés pour l'inducteur **B**, et ainsi, pouvoir capter la courbe des performances de l'inducteur intégralement.

La figure 4.29 montre la discrétisation des parois du rotor en différentes vues. Sur ces figures on observe le raffinement du bord d'attaque et sur la tête de l'aube où les

4.5. ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE L'INDUCTEUR INDUSTRIEL 8 DEGRÉS



FIG. 4.28 – Courbes de la chute des performances de l'inducteur 8 degrés pour un débit de $\Phi = 0,085$.

régions de sous-pression sont importantes, et en conséquence, les risques de cavitation sont plus élevés. Pour réaliser ce raffinement, on a utilisé l'outil « *size function* » proposé par *Gambit*. On a généré un maillage non-structuré en utilisant des éléments de type tétraèdre dans la partie mobile et des éléments prisme rectangulaires dans les parties statiques.

Dans les paragraphes qui suivent, les résultats numériques de l'écoulement non-cavitant et cavitant dans l'inducteur **8 degrés** sont présentés pour différents débits.

Cellules	Faces	Nœuds	sous-domaines	y^+
1 123 582	2 714 879	535 693	3	$1 < y^+ < 90$

TAB. 4.6 – Caractéristiques principales du maillage numérique de l'inducteur 8 degrés.

4.5. ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE L'INDUCTEUR INDUSTRIEL 8 DEGRÉS



FIG. 4.29 – Maillage numérique sur le rotor de l'inducteur 8 degrés.

Résultats en régime non-cavitant

Les conditions aux limites, les paramètres numériques et de solution ainsi que les critères de convergence adoptés sont décrits au paragraphe 4.2.2 « démarche du calcul numérique ».

Dans une première étape, les courbes, numérique et expérimentale, du coefficient de pression, en fonction du débit, ont été comparées sur la figure 4.31 (a). On peut observer, au sous-débit de $\Phi = 0,019$; une surestimation du coefficient de pression de 7,5% des



FIG. 4.30 – Champs de pression statique (kPa) sur le rotor de l'inducteur 8 degrés.





FIG. 4.31 – Comparaison entre les courbes des performances numériques et expérimentales de l'inducteur 8 degrés.

résultats numériques par rapport aux résultats expérimentaux. Cet écart diminue avec le débit jusqu'à disparaître au débit de $\Phi = 0,094$, où le coefficient de pression est le même tant au niveau numérique qu'expérimental. L'écart est plus évident aux sous-débits où la différence de pression de l'inducteur est plus importante, comme on peut le constater sur la figure 4.30.

Dans une deuxième étape, les courbes, numériques et expérimentales, du rendement de l'inducteur en fonction du débit, ont été comparées sur la figure 4.31 (b). Le rendement numérique maximum de $\eta_{max} = 53,8\%$ a été trouvé au débit de $\Phi = 0,094$ au lieu de $\Phi = 0,076$ pour les essais expérimentaux. Les deux courbes de rendement montrent une forme concave similaire mais ils présentent un décalage d'environ $\Delta \Phi = 0,018$ entre les rendements maximum numérique et l'expérimental.

Les écarts constatés entre les résultats numériques et les données expérimentales sont entre autres attribuées au fait que :

- les simulations numériques de l'inducteur ont été réalisées dans un seul canal à l'aide des conditions de périodicité tournantes. Par conséquent, on a supposé que l'écoulement est périodique et donc parfaitement identique dans les trois canaux de la machine sans prendre en compte l'interaction entre les trois canaux, ce qui n'est pas le cas dans la pratique;
- les calculs numériques ont été menés dans un inducteur dont la construction mécanique est parfaite, c'est-à-dire, sans défauts et muni d'aubes identiques, ce qui n'est évidemment pas le cas sur le banc d'essai expérimental;
- les composantes du banc d'essai qui se trouvent en amont ainsi que celles en aval ont été négligées lors des simulations numériques où celles-ci sont menés pour des inducteurs isolés du reste du banc d'essai;
- le modèle numérique de l'inducteur ne considère pas le jeu radial de fonctionnement qui a un impact sur l'écoulement principal.

La figure 4.30 présente la distribution de pression statique sur le rotor de l'inducteur 8 degrés sur la plage de débits de 0,019 $\leq \Phi \leq 0,123$. On observe un comportement typiques des inducteurs axiaux où l'inducteur au sous-débit montre des régions de souspression importantes à la périphérie du bord d'attaque. La cavitation peut apparaître dans ces zones de sous-pression si la pression locale diminue au dessous de la pression de vapeur saturante dans le fluide contenant initialement des germes de vapeur (NCG). Par contre, aux mêmes valeurs de σ , les surdébits présentent des régions en dépression qui sont loin de la pression de vapeur saturante, c'est la raison pour laquelle, la vapeur apparaît plus rapidement dans l'inducteur aux sous-débits qu'aux surdébits, comme il a été constaté lors des essais expérimentaux.

La figure 4.30 met en évidence que la différence de pression de l'inducteur est plus

importante aux sous-débit qu'aux surdébits. Ainsi, les simplifications numériques ont un impact plus important sur les calculs aux sous-débits, voir figure 4.31.

Résultats en régime cavitant

L'analyse numérique de l'écoulement cavitant dans l'inducteur **8 degrés** a été réalisée pour quatre débits différents : un sous-débit, un débit nominal et deux surdébits.

L'écoulement cavitant de l'inducteur a été paramétré à l'aide des coefficients de débit Φ et de pression Ψ ainsi que par le nombre de cavitation σ définis respectivement par les relations 4.9, 4.8 et 4.10.

Les courbes numériques du coefficient de pression en fonction du nombre de cavitation sont montrées sur la figure 4.32, où l'on peut observer la chute des performances de l'inducteur pour quatre débits. A la différence des courbes expérimentales, les courbes numériques présentent un coefficient de pression quasi constant qui est interrompu brusquement par la chute des performances de l'inducteur. Au surdébit de $\Phi = 0, 112$, la chute des performances de l'inducteur s'est produite plus rapidement que pour les autres débits, vers $\sigma = 0, 108$. Par contre, au débit proche aux conditions nominales $\Phi = 0, 079$, la chute



FIG. **4.32** – Comparaison entre les courbes numériques et expérimentales de la chute des performances de l'inducteur **8 degrés**.



FIG. **4.33** – Evolution du nombre de cavitation à 5% de la chute des performances en fonction du débit Φ .

des performances est survenue plus tard, vers $\sigma = 0,060$.

On peut observer, sur la même figure 4.32, les courbes expérimentales de la chute des performances de l'inducteur 8 degrés pour les mêmes débits. Au débit nominal $\Phi = 0,076$, les chutes numérique et expérimentale se produisent au même endroit vers $\sigma = 0,060$. Par ailleurs, les courbes numériques et expérimentales au surdébit de $\Phi = 0,112$ présentent



FIG. **4.34** – Formation de la poche de vapeur ($\alpha = 15\%$) au bord d'attaque de l'inducteur **8** degrés pour $\Phi = 0, 112$.



FIG. 4.35 – Courbes de la chute des performances de l'inducteur 8 degrés et les figures de vapeur correspondant à différents conditions de cavitation pour le surdébit de $\Phi = 0, 112$.

aussi une bonne cohérence. La courbe numérique montre une diminution progressive du coefficient de pression jusqu'à ce que la chute se produise brusquement vers $\sigma = 0,070$, comme on peut l'observer sur la courbe expérimentale.

Par contre, au sous-débit de $\Phi = 0,056$, les deux courbes montrent des différences importantes. On a observé une différence du coefficient de pression de $\Delta \Phi = 0,050$ pour les valeurs de σ élevées. La courbe numérique chute vers $\sigma = 0,120$ contre $\sigma = 0,030$ dans la courbe expérimentale.

La figure 4.35 présente la courbe de la chute de pression et l'évolution de la poche de vapeur, contenant au moins 15% de vapeur en volume, à différents conditions de cavitation pour le surdébit $\Phi = 0, 112$. La figure 4.34 présente aussi l'évolution de la cavitation à 15% de vapeur en volume en vue de face où l'on peut observer plus clairement la formation et le comportement de la vapeur au bord d'attaque de l'aube.

D'après les figures 4.34 et 4.35, la cavitation commence à se former à la périphérie

4.5. ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE L'INDUCTEUR INDUSTRIEL 8 DEGRÉS

du bord d'attaque. Au fur et à mesure que σ diminue, la cavitation s'étend, en forme de filaments de vapeur, vers le moyeu par tout le bord d'attaque et le reste de vapeur se dirige vers l'aval de l'inducteur. A une valeur de $\sigma = 0, 161$, la vapeur apparait aussi du côté pression. Cette région de vapeur s'étend vers le col des aubes, et à une valeur de $\sigma = 0, 120$, elle grossit jusqu'à toucher l'aube voisine, du côté dépression. Soudainement, les canaux inter–aubes sont remplis par la vapeur, vers $\sigma = 0, 110$ et la chute de performances de l'inducteur se produit.

La figure 4.36 présente la comparaison des figures de vapeur dans l'inducteur au débit





nominal lorsque le nombre de cavitation varie. Il faut remarquer que la poche de vapeur numérique est représentée par l'iso-valeur de fraction volumique de vide de $\alpha = 15\%$ dans le mélangé liquide-vapeur.

On peut observer, tant numériquement qu'expérimentalement, qu'au commencement de la cavitation, la vapeur apparait en forme de triangle au bord d'attaque et elle s'étend dans le plan circonférentiel jusque bloquer le passage du fluide. Bien que la chute de vapeur ait été reproduite numériquement, les calculs n'ont pas permit d'observer le remplissage des canaux inter-aubes par la vapeur comme l'on peut observer expérimentalement à $\sigma =$ 0,023 sur la figure 4.36. Ainsi, seulement le commencement de la chute des performances a été obtenue numériquement aux valeurs de σ où la vapeur commence à bloquer le passage de l'écoulement au col des aubes. Par contre, ce phénomène de remplissage a été modélisé au surdébit de $\Phi = 0,112$ à une valeur de $\sigma = 0,106$, voir figure 4.35.

4.6 Analyse numérique et expérimentale de l'inducteur A

Cette partie est consacrée à l'étude numérique et expérimentale d'un inducteur de type aéronautique, identifié comme l'inducteur **A**. Cet inducteur a été conçu et testé au laboratoire *LEMFI* en suivant la procédure décrite dans le paragraphe $1.3.4 \ll méthodologie de dimensionnement des inducteurs ». Il a été fabriqué par frittage métal. Les principales caractéristiques géométriques et de fonctionnement sont résumées sur le tableau 4.7.$

La différence entre les angles d'enroulement entre le bord d'attaque et le bord de fuite est de 708° au moyeu et de 411° en périphérie. Le rapport $T_{\theta} = \frac{(\theta_2 - \theta_1)_t}{(\theta_2 - \theta_1)_h}$ est de 0,58.

L'inducteur \mathbf{A} a une faible taille. Il est formé de deux aubes et un moyeu conique. Il fonctionne à une importante vitesse de rotation.

4.6.1 Analyse expérimentale de l'inducteur A

Etude expérimentale en régime non-cavitant

Lors des essais expérimentaux en régime non-cavitant, la vitesse d'entraînement est maintenue constante et la pression du circuit d'eau est fixée à la pression atmosphérique. Le débit est réglé par palier en actionnant la vanne se trouvant en aval de la pompe. Enfin, le coefficient de pression expérimental Ψ est calculé en mesurant la pression au niveau du carter à l'entrée et à la sortie de l'inducteur. Le rendement hydraulique de l'inducteur est défini par l'équation 4.6.

La figure 4.38 (a) montre les courbes de performance de l'écoulement non-cavitant



FIG. 4.37 – Inducteur A.


(a) Performances en régime non-cavitant



(b) Performances en régime cavitant

FIG. 4.38 – Courbes des caractéristiques de l'inducteur A.

Paramètre	Valeur
Rendement maximal, η_{Max}	15,5%
Coefficient de débit aux conditions nominales, Φ_{Nom}	0,014
Coefficient de pression aux conditions nominales, Ψ_{Nom}	0,188
Nombre d'aubes, Z	2
Angle d'aubage en périphérie, β_{t_1}	4°
Angle de calage en périphérie, γ_t	4°
Rapport de rayon en entrée, $T_1 = R_{h_1}/R_{t_1}$	0, 43
Rapport de rayon en sortie, $T_2 = R_{h_2}/R_{t_2}$	0,74
Serrage en périphérie	2, 3

TAB. 4.7 – Caractéristiques principales de l'inducteur ${\bf A}.$

caractérisés par le coefficient de pression, Ψ , et le rendement hydraulique, η , en fonction du coefficient de débit, Φ . Les courbes des caractéristiques présentent un comportement typique des courbes des inducteurs. La courbe du coefficient de pression montre un comportement linéaire avec une pente négative, et la courbe du rendement présente une forme concave quasi-symétrique avec une variation de rendement de 5%. L'inducteur **A** a été testé dans une plage de coefficients de débit d'entre $0,005 < \Phi < 0,021$. Les conditions nominales de l'inducteur **A** sont définies à un débit de $\Phi = 0,0145$, lorsque la valeur maximale du rendement est de $\eta = 15,5\%$, et le coefficient de pression correspond à $\Psi = 0,019$.

Etude expérimentale en régime cavitant

Lors des essais expérimentaux les courbes du coefficient de pression Ψ en fonction du nombre de cavitation σ ont caractérisé la tenue des performances de l'inducteur en régime cavitant.

Au début de chaque essai, la vitesse d'entraînement et le débit sont fixés constants tout au long des essais expérimentaux. Ensuite, la pression est diminuée petit à petit par palier afin de faire apparaître la cavitation. La cavitation adopte diverses formes qui correspondent à différents conditions de fonctionnement de l'inducteur. A chaque palier de pression, le débit est ajusté à la valeur initialement fixée à l'aide de la vanne de réglage du débit. Enfin, les mesures de pression sont prises à l'entrée et à la sortie de l'inducteur.

La formation de la vapeur commence à la périphérie, au niveau du bord d'attaque du côté en dépression des aubes. Au fur et à mesure que σ diminue, la région de vapeur augmente et se déplace dans le sens de l'écoulement. Aux valeurs importantes de σ , ces régions de vapeur continuent à grandir jusqu'au côté pression de l'aube voisine. Ce qui provoque le blocage de l'espace inter–aubes et la chute soudaines des performances de l'inducteur.

La figure 4.38 (b) présente les courbes du coefficient de pression en fonction de σ pour trois coefficients de débit : $\Phi = 0,005$, $\Phi = 0,010$ et $\Phi = 0,015$. Les trois courbes présentent un comportement quasi-constant du coefficient de pression puis d'une manière brusque, la chute de pression se présente aux faibles valeurs de σ .

Les valeurs critiques de σ définies à 20% de la chute des performances à $\Phi = 0,005$, $\Phi = 0,010$ et $\Phi = 0,015$ sont, respectivement, $\sigma_c = 0,028$, $\sigma_c = 0,031$ et $\sigma_c = 0,035$.

La figure 4.39 présente la courbe de la chute de pression de l'inducteur A à un sousdébit de $\Phi = 0,005$. Elle présente aussi des images prises lors des essais expérimentaux qui correspondent à différents niveaux de cavitation où l'on observe diverses formes de cavitation.

La figure 4.39 (a) met en évidence l'absence de vapeur dans l'écoulement d'un fluide





quasi-homogène (si l'on néglige le gaz non-condensable dissous dans l'eau) à une valeur de σ d'environ $\sigma \approx 0, 20$.

Sur la figure 4.39 (c) on observe l'apparition de la cavitation en forme de vortex au bord de l'aube. Ce vortex est formé dans la région de *backflow* en amont de l'inducteur qui est une région avec une structure d'écoulement très complexe [83, 93, 94].

Lorsque le fluide est pressurisé par l'inducteur et un gradient de pression positive est formé à l'entrée de l'inducteur, une fuite se produit à travers du jeu radial de fonctionnement formé entre la tête de l'aube et le carter. Cette fuite d'entrefer produit un écoulement de recirculation ou *backflow* au long du carter qui se dirige vers l'amont de l'inducteur.

Il existe des structures typiques de vortex liées au *backflow* [13]. L'une de ces structures est un vortex de recirculation ou *backflow vortex*, qui apparaît dans la région de cisaillement entre l'écoulement principal et le *backflow*. Il se forme presque en parallèle à l'axe de rotation de l'inducteur. L'autre est un vortex de fuite à la périphérie de l'aube ou *tip leakage vortex*, qui se produit près du bord d'attaque au bout de l'aube [41].

La figure 4.39 (d) montre des figures de cavitation de *backflow* en amont de l'inducteur. Enfin, sur la figure figure 4.39 (e) la région de vapeur s'est étendue sur toute le canal de passage et le blocage de l'espace inter-aubes est atteint, en conséquence, la chute des performances de l'inducteur se produit brusquement.

4.6.2 Analyse numérique de l'inducteur aéronautique A

Les simulations numériques, en régime cavitant et non-cavitant, ont été réalisées sur l'inducteur aéronautique **A**. Pour ceci, deux configuration numériques ont été conçues afin d'étudier l'influence sur l'écoulement non-cavitant et cavitant du jeu radial de fonctionnement formé entre la périphérie des aubes du rotor et le carter. Les résultats numériques obtenus sur les différentes configurations ont été confrontés aux essais expérimentaux.

Les deux modèles numériques utilisés pour modéliser l'inducteur A sont montrés sur la figure 4.40. Ils sont décrits dans les paragraphes suivants :

- Modèle numérique de l'inducteur sans jeu radial. L'inducteur A est modélisé en négligeant le jeu radial de fonctionnement. Le domaine de contrôle de l'inducteur est formé par trois sous-domaines de contrôle, à savoir : l'amont et l'aval (statiques) ainsi que la roue (tournante), voir figure 4.40 (b).
- Modèle numérique de l'inducteur avec jeu radial. L'inducteur A est modélisé en prenant en compte le jeu radial de fonctionnement. Le domaine de contrôle de l'inducteur est formé par quatre sous-domaines de contrôle, à savoir : l'amont, le jeu et l'aval (statiques) ainsi que la roue (tournante), voir figure 4.40 (c).



FIG. 4.40 - Configurations numériques pour modéliser l'inducteur A.

Génération du maillage de l'inducteur A

Le maillage de l'inducteur \mathbf{A} a été réalisé sous *Gambit*. La discrétisation du domaine de contrôle des deux modèles numériques, sans et avec jeu de fonctionnement, a été réalisée en suivant la procédure décrite précédemment dans le paragraphe 4.2.1.

L'inducteur A a été modélisé sur toute la roue de l'inducteur. Ainsi, les résultats numériques en régime stationnaires seront la première étape de l'étude instationnaire.

L'étude de la sensibilité des résultats au maillage a été menée dans le but d'avoir des résultats indépendants du maillage. Cette étude intègre la sensibilité des résultats par rapport à la forme et à la taille du maillage. L'étude s'étend dans la région du jeu de fonctionnement où l'on a testé le nombre et le type d'éléments utilisés en direction radiale

Madàla	Collulos	Nouda	cel.	Sous-don	omaines	
Modele Cellules		mœuus	jeu	Partie fixe	Partie Mobile	
A - A1	837 542	330 711	? T ¹	$1 (\mathrm{Am}^2)$	$2 \left(\mathrm{R}^3 + \mathrm{Av}^4 \right)$	
A - C2	617 483	$356\ 177$		—	1(Am + R + Av)	
A - D1	1 172 732	$556\ 295$	2 T	1(Am)	2(R + Av)	
A-E1	502 838	155 558	1 T	1(Am)	2(R + Av)	
A-k1	1 416 418	981 468	Т	$1(\mathrm{Am})-2(\mathrm{J})-3(\mathrm{Av})$	4(R)	
A-m1	594 071	232 532	_	$1(\mathrm{Am}) - 2(\mathrm{Av})$	3(R)	

TAB. 4.8 – Etude de la sensibilité des résultats au maillage de l'inducteur A.



(a) Modèle A - K1

FIG. 4.41 – Etude de la sensibilité des résultats au maillage de l'inducteur A.

ainsi que l'emploi des interfaces conformes et non-conformes au limites des différents sous-domaines de contrôle.

Le tableau 4.8 présente les principales caractéristiques des maillages qui ont été testées pour les simulations numériques de l'inducteur \mathbf{A} .

La figure 4.42 montre quatre formes différentes du maillage de la région du jeu radial. Dans les deux premiers maillages, J-I et J-II (figure 4.42 (a) et (b)), la région du jeu radial et la région de la roue forment un seul sous-domaine de contrôle, ainsi, on n'a pas besoin d'utiliser des conditions d'interfaces. Mais, le raffinement du maillage entre les bouts des aubes et le carter devient très difficile à gérer. En conséquence, le maillage d'éléments tétraèdres généré dans l'espace du jeu radial compte seulement une à trois cellules dans la direction radiale. Ce qu'implique une très pauvre qualité du maillage dans



FIG. 4.42 – Detaille de différents maillages au niveau du jeu radial de fonctionnement.

une région à forts gradients de pression et de vitesse. Ce type de maillages montre des résultats globaux acceptables. Mais, par rapport aux résultats locaux, on observe des problèmes pour modéliser la région du jeu ainsi que des gros problèmes de convergence où les valeurs des résiduels de la continuité et de la turbulence ne descendent pas au-dessous de 1E - 3, voir la figure 4.44 (a).

Par ailleurs, dans les deux derniers maillages, \mathbf{J} -III et \mathbf{J} -IV (figure 4.42 (c) et (d)), la région du jeu radial et la région de la roue sont définies par deux volumes de contrôle différents. Ce qui implique l'utilisation des conditions d'interfaces entre les deux régions, mais aussi la possibilité de générer un maillage beaucoup plus raffiné dans la région du jeu où on peut mettre plus de cellules dans la direction radiale sans compromettre la taille finale du maillage numérique. Ainsi, la région du jeu radial a été discrétisée à l'aide des éléments hexaèdres où le nombre d'éléments dans la direction radiale a été varié de 5 à 30 éléments. Une étude de l'influence des conditions d'interfaces dans les résultats à été réalisée et commentée aux paragraphes suivants.

La figure 4.43 montre trois paires d'interfaces différentes utilisées aux limites de la région de la roue et la région du jeu radial (roue/jeu).

La paire des interfaces **AA** a des surfaces non-conformes par rapport au maillage où la surface qui délimite la région de la roue présente un maillage triangulaire non-structuré et la surface qui délimite la région du jeu présente un maillage rectangulaire structuré, voir figure 4.43 (a). Bien que cette configuration permette une meilleure discrétisation de la région du jeu radial (éléments hexaédriques), elle présente des problèmes pour transmettre l'information entre les surfaces, notamment en régime cavitant, en présence de la vapeur qui est contrainte à rester dans la région de la roue à cause de l'utilisation des interfaces. En plus, la paroi de la tête de l'aube est négligée par les interfaces **AA**.



FIG. 4.43 – Etude des interfaces fluide/fluide entre la roue et le jeu radial.

La paire des interfaces **BB** a des surfaces non-conformes par rapport au maillage où les deux surfaces qui délimitent la région de la roue et la région du jeu présentent un maillage non-structuré, voir figure 4.43 (b). Cette configuration permet de prendre en compte les parois des têtes des aubes (en bleu). Les nœuds sont conformes entre les surfaces, mais le type d'éléments des surfaces ne l'est pas. La surface de la roue a des éléments triangulaires et la surface du jeu a des éléments rectangulaires. Cette configuration présente de meilleurs résultats par rapport à la configuration précédente.

La paire des interfaces \mathbf{CC} a des surfaces conformes où les deux surfaces qui délimitent la région de la roue et la région du jeu présentent un maillage des éléments triangulaires non-structuré, voir figure 4.43 (c).

Résultats numériques en régime non-cavitant

Les calculs numériques de l'inducteur **A** ont été réalisés à différents débits. Lors des calculs numériques, les valeurs des résidus ont toujours atteints la limite de 1E - 4, vers 3 000 itérations. Dans certains cas, il a fallu laisser encore calculer quelques milliers d'itérations afin que le bilan massique soit vérifié et les paramètres de l'écoulement (pression, vitesse, etc.) soient bien stabilisés, voir la figure 4.44 (b).

Au début, les calculs numériques ont été achevés sur un modèle numérique de l'inducteur où le jeu radial n'a pas été considéré, c'est-à-dire, $\delta_t = 0$. δ_t est le rapport entre la distance radiale d'entrefer et l'envergure moyenne de l'aube :

$$\delta_t = \frac{J}{Env} \tag{4.12}$$

Ensuite, les calculs numériques ont été réalisés sur un modèle numérique de l'inducteur en prenant en compte le jeu radial. Celui–ci a été fixé à sa valeur nominale de $\delta_t = 0,069$.

Les figures 4.45 et 4.46 montrent respectivement la distribution de pression statique sur le rotor de l'inducteur **A** sans et avec jeu radial à différents débits. D'un côté, ces graphes mettent en évidence les différents champs de pression résultant du fait de ne pas avoir pris en compte le jeu de fonctionnement lors des premières simulations numériques. D'un autre côté, on observe, dans tous les cas, la formation d'une dépression à la périphérie du bord d'attaque des deux aubes de l'inducteur. Celle–ci est plus significative aux débits partiels, notamment dans le modèle sans jeu radial.

La figure 4.45 présente les champs de pression de l'inducteur sans considérer le jeu radial ($\delta_t = 0$). L'inducteur semble être beaucoup plus performant du fait d'avoir négligé le jeu radial. Ainsi, il sous-estime les pertes liées à la présence du jeu radial qui sont très importantes étant donné la petite taille de l'inducteur **A**.

La figure 4.46 présente les résultats du modèle avec un jeu radial de $\delta_t = 0,069$ (valeur nominale). On observe que le niveau d'aspiration de ce modèle numérique est moins important que l'aspiration dans l'inducteur sans jeu radial $\delta_t = 0$, ce qui est plus en accord avec les résultats expérimentaux.

Les courbes expérimentales des caractéristiques de l'inducteur **A** sont tracées sur la figure 4.47. On observe aussi, sur cette figure, les résultats numériques de l'inducteur pour trois valeur différentes du jeu radial, à savoir : $\delta_t = 0$; $\delta_t = 0,053$ et $\delta_t = 0,069$. Les courbes du coefficient de pression présentent une forme classique des inducteurs axiaux avec un comportement quasi-linéaire à pente négative. Les courbes de rendement ont une forme concave avec une valeur maximale de $\eta = 15.5\%$ pour $\Phi = 0,015$.

Sur la figure 4.47 (a) on peut constater une bonne cohérence entre la courbe du coefficient de pression expérimentale et la courbe numérique au jeu nominal $\delta_t = 0,069$. Par



FIG. 4.44 – Evolution de valeurs des résidus.



FIG. **4.45** – Champs de pression statique (kPa) sur le rotor de l'inducteur aéronautique **A**, modèle sans jeu radial.

contre, au fur et à mesure que δ_t est diminué sur les modèles numériques, les courbes du coefficient de pression présentent une sous-estimation des pertes de charge, et donc elles ont des valeurs plus importantes par rapport aux valeurs expérimentales de l'ordre de 20% pour $\delta_t = 0,053$ et jusqu'a 50% pour $\delta_t = 0$ à $\Phi = 0,011$.

Par ailleurs, la figure 4.47 (b) présente la courbe du rendement de l'inducteur **A** où le même constat est observé : plus le jeu radial est réduit, meilleur est le rendement de l'inducteur.

En conclusion, le jeu radial nécessaire pour le bon fonctionnement mécanique de l'inducteur \mathbf{A} a une forte influence sur l'écoulement qui traverse la machine et donc, sur les performances de l'inducteur \mathbf{A} , contrairement à l'inducteur \mathbf{B} étudié précédemment, où le comportement des caractéristiques globales, hors cavitation, n'a pas été très affecté par l'absence du jeu radial lors des simulations numériques.

Des simulations numériques additionnelles en régime non-cavitant ont été réalisées sur l'inducteur **A** à un débit constant de $\Phi = 0,011$ où la valeur du jeu radial a été variée entre zéro et sa valeur nominale : $0 < \delta_t < 0,069$.

Le tableau 4.9 récapitule les résultats obtenus lorsqu'on fait varier le jeu radial. La figure 4.48 trace la courbe du coefficient de pression en fonction de δ_t où l'on observe que le comportement de la courbe est quasi-linéaire à pente négative. D'après les résultats numériques, il est évident que l'espace d'entrefers a une forte influence sur les performances



4.6. ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE L'INDUCTEUR A

FIG. **4.46** – Champs de pression statique (kPa) sur le rotor de l'inducteur aéronautique \mathbf{A} , modèle avec jeu radial.

globales de l'inducteur \mathbf{A} (gradient de pression et rendement), ainsi, plus le jeu radial est important, plus il y aura de pertes dans l'inducteur.

On peut estimer, à partir de la courbe de la variation du coefficient de pression en fonction de δ_t (figure 4.48), la corrélation 4.13 qui permet d'évaluer l'erreur engendrée dans les performances globales de la machine par l'omission du jeu radial de l'inducteur axial lors des simulations numériques.

$$\Phi = -296, 2\delta_t^3 - 2,0879\delta_t^2 - 2,5040\delta_t + 0,5593$$
(4.13)

δ_t	Ψ numérique	Ψ expérimental
0,069	0,280	0,285
0,053	0,374	_
0,035	0,460	_
0,016	0,515	_
0,000	0,560	_

TAB. 4.9 – Variation du coefficient de pression par rapport au jeu radial de l'inducteur A.



(b) Rendement

FIG. 4.47 – Comparaison des courbes caractéristiques numériques et expérimentales de l'inducteur A.



FIG. 4.48 – Variation du coefficient de pression par rapport au jeu radial de l'inducteur A.

Les phénomènes de prérotation et de vortex en backflow

En plus de l'influence du jeu radial sur les caractéristiques globales de l'inducteur **A**, l'espace de jeu modifie la dynamique de l'écoulement qui traverse l'inducteur et crée des écoulements secondaires complexes, particulièrement dans la région en amont des aubes.

La figure 4.49 montre les vecteurs vitesses dans le plan méridien de l'inducteur. On observe, à gauche, les vecteurs des vitesses de l'inducteur sans jeu radial, et à droite, ceux de l'inducteur avec jeu radial. Sur cette dernière figure, on remarque des structures complexes de l'écoulement, qui se dirigent vers l'amont de l'inducteur. Lorsque l'écoulement est pressurisé par la machine, une différence de pression positive se génère entre l'entrée et la sortie de l'inducteur. Ce gradient de pression entraîne une fuite de l'écoulement dans le jeu. Donc, la fuite de l'écoulement au niveau du jeu radial engendre une région de recirculation ou *backflow* au long du carter, qui s'étend vers l'amont de l'inducteur.

Le fait de négliger le jeu radial lors des simulations numériques ne permet pas de bien modéliser ces phénomènes locaux qui ont une forte influence dans les instabilités de l'inducteur [82, 22], et qu'on étudiera de manière plus approfondie dans le chapitre suivant.

Le phénomène de prérotation est l'un des aspects les moins maîtrisés dans les écoulements au sein des turbomachines. Même si ce phénomène appartient à la catégorie des écoulements secondaires, il serait plus approprié de l'aborder séparément, non seulement en raison de son importance vis–à–vis des performances hydrauliques, mais également à cause de son interaction avec la cavitation. Ce mécanisme de backflow dans les inducteurs dépend des fluctuations de débit [83] et peut avoir de profonds effets sur les instabilités associées à la cavitation [83].

Il est d'abord essentiel de distinguer deux phénomènes séparés mais qui peuvent, tous les deux, engendrer un écoulement tourbillonnaire à l'entrée d'une pompe. Ces deux phénomènes, qui ont des origines différentes et qui impliquent une composante rotative de l'écoulement à l'entrée d'une machine, sont la prérotation et le vortex en *backflow*.

Parmi les écoulements secondaires pouvant apparaître dans les pompes, le *backflow* est le plus important. Il est engendré par les écoulements de fuite en périphérie des pales, et plus précisément entre l'extrémité de celles-ci et l'enveloppe entourant la roue comme le montre la figure 4.49 (b).

Au dessous d'une certaine valeur critique du coefficient de débit, le gradient de pression gérant cet écoulement de fuite devient assez important pour amener ce jet de fuite à l'amont du plan d'entrée et former ainsi la zone annulaire correspondant au backflow. Après avoir pénétré en sens contraire dans l'écoulement d'une certaine distance $l_{backflow}$, le fluide contenu dans ce jet est entraîné dans l'autre sens. Cette distance $l_{backflow}$ augmente avec la décroissance du coefficient de débit et peut même atteindre plusieurs diamètres à l'amont du plan d'entrée [3, 41].

A certains débits, les inducteurs que nous étudions sont le siège de recirculations puis de cavitation en *backflow* qui se manifeste sous la forme de deux poches pour l'inducteur **A** et trois sur les inducteurs **B** et **8 degrés**, une sur chaque pale, et qui sont au début orientées vers l'amont du plan d'entrée. Ces poches constituent des zones très instables, localisées plutôt en périphérie. Ainsi, à cause des efforts de cisaillement générés entre l'écoulement principal (axial) et le *backflow* (tourbillonnant), une structure de vortex se forme entourant la région de *backflow*. Sous l'effet des forces centrifuges, la pression au centre de ce vortex est réduite, y entraînant la formation de structures cavitantes si la pression d'entrée continue à descendre.



FIG. 4.49 – Comparaison des vecteurs des vitesses à la périphérie des aubes, $\Phi = 0,011$.

Résultats numériques en régime cavitant de l'inducteur A

A partir des résultats obtenus en régime non-cavitant, les calculs numériques en régime cavitant ont été réalisés pour deux débit, $\Phi = 0,005$ et $\Phi = 0,011$, et pour trois modèles numériques différents à chaque débit, à savoir : un modèle sans jeu radial où $\delta_t = 0$ et deux



FIG. 4.50 – Courbes de la chute des performances de l'inducteur **A** pour trois modèles numériques, un sans jeu radial, et deux avec jeu radial, et pour les données expérimentales de l'inducteur avec jeu nominal à un débit de $\Phi = 0,005$. Formation de vapeur ($\alpha = 20\%$) à différentes conditions de cavitation, modèles numériques sans jeu radial (gris clair) et avec jeu radial (gris foncé).

4.6. ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE L'INDUCTEUR A



FIG. **4.51** – Formation de vapeur ($\alpha = 20\%$) au bord d'attaque à différents niveau de cavitation et un débit constant de $\Phi = 0,005$. Modèles numériques sans jeu (en dessus) et avec jeu radial (au dessous).

modèles avec jeu radial où $\delta_t = 0,053$ et $\delta_t = 0,069$. La figure 4.50 montre les courbes de la chute des performances de l'inducteur **A** pour le débit de $\Phi = 0,005$. Les résultats numériques obtenus sont confrontés aux essais expérimentaux réalisés sur l'inducteur **A**



FIG. 4.52 – Coefficients de pression à la périphérie de l'aube, $\Phi = 0,005$.

avec un jeu radial nominal de $\delta_t = 0,069$.

On peut constater sur cette figure, une bonne cohérence, tant qualitative que quantitative, entre les résultats numériques et les données expérimentales de l'inducteur **A** lorsque le jeu radial est de $\delta_t = 0,069$. La courbe du coefficient de pression a un comportement constat d'environ $\Psi = 0,375$ pour des nombres de cavitation élevés, $\sigma > 0,010$. Puis, le coefficient de pression présente une diminution progressive d'environ 7% entre $0,05 \leq \sigma \leq 0,10$. Enfin, la courbe de pression chute brusquement vers $\sigma = 0,038$.

La figure 4.50 montre aussi, en haut, de droite à gauche, et puis à gauche, de haut vers le bas, l'évolution de la cavitation contenant au moins 20% de vapeur en volume dans l'inducteur en fonction du nombre de cavitation pour deux modèles numériques, sans (gris clair) et avec (gris foncé) jeu radial.

La figure 4.51 présente l'évolution de la région de la vapeur à 20% en volume dans l'inducteur en fonction du nombre de cavitation, en vue de face.

On observe, sur ces deux figures qu'à σ élevés, l'écoulement est un liquide quasi homogène ($\alpha \approx 0$) dans tout le domaine de contrôle. Au fur et à mesure que σ diminue et la pression locale de l'écoulement atteint des valeurs proches de la pression de vapeur de saturation, la vapeur commence à apparaître en forme de poche attachée à la périphérie du bord d'attaque, du côté en dépression de chaque aube. En effet, les prédictions faites en régime non-cavitant sont confirmées et la vapeur se forme aux endroits où les valeurs de pression étaient minimales dans les simulations précédentes. La vapeur apparait plutôt au modèle sans jeu radial, vers $\sigma = 0, 341$, que sur le modèle avec jeu radial où elle apparait vers $\sigma = 0, 109$.

La vapeur reste sur l'aube en forme de poche attachée et au fur et à mesure que le nombre de cavitation diminue, la poche de vapeur grandit et commence à se déplacer légèrement vers l'aval du canal de passage de l'inducteur, voir figure 4.50 (a') à (d'), et (a) à (e).

Ensuite, vers $\sigma = 0,057$, la vapeur s'étend vers l'aval et vers le moyeu et elle se colle avec un deuxième poche de vapeur qui était formée du côté pression de l'aube voisine. La courbe du coefficient de pression commence à descendre progressivement, voir figure 4.50 (e'), et (f) à (g).

Enfin, vers $\sigma = 0,050$, la région de la vapeur commence à envahir l'espace inter-aubes et soudain elle rempli la totalité du passage, c'est la raison pour laquelle la chute des performances se produit vers $\sigma = 0,037$, voir figure 4.50 (f'), et (h).

La figure 4.52 présente le coefficient de pression, de l'inducteur sans jeu radial, à différents nombres de cavitation en fonction du rapport l/l_{axial} . Sur cette figure on peut constater qu'au fur et à mesure que le nombre de cavitation diminue, la courbe du coefficient de pression est modifiée par la présence la vapeur sur la paroi de l'aube. Ceci est



FIG. **4.53** – Formation de vapeur ($\alpha = 20\%$) au bord d'attaque à différents niveau de cavitation et un débit constant de $\Phi = 0,011$. Modèles numériques sans jeu (en dessus) et avec jeu radial (au dessous).

observé au bord d'attaque de côté en dépression. On constate que lorsque la présence de vapeur sur l'aube devient importante, la courbe du coefficient de pression est modifiée sensiblement en provocant la diminution des performances de l'inducteur. La courbe du coefficient de pression autour de l'aube peut être mise en relation avec la longueur de la cavitation sur l'aube, ainsi, la longueur de cavitation est définie par les valeurs minimales du coefficient de pression.

La figure 4.54 montre les courbes de la chute des performances de l'inducteur **A** pour le débit $\Phi = 0,011$. Les résultats numériques obtenus sont confrontés aux essais expérimentaux réalisés sur l'inducteur **A** avec un jeu radial nominal de $\delta_t = 0,069$. Cette figure montre aussi, en haut, de droite à gauche, et puis à gauche, de haut vers le bas, l'évolution de la cavitation contenant au moins 20% de vapeur en volume dans l'inducteur en fonction du nombre de cavitation pour deux modèles numériques, sans (gris clair) et avec (gris foncé) jeu radial.

On observe pour le débit de fonctionnement de l'inducteur une bonne cohérence entre les courbes de chute des performances lorsque le jeu radial est de $\delta_t = 0,069$. Par contre, dès que la valeur du jeu est diminué, on observe que les valeurs de la courbe du coefficient de pression sont augmentées respectivement d'environ 18% et 50% pour $\delta_t = 0,053$ et $\delta_t = 0, 0$. Ceci a était déjà constaté au régime non-cavitant.

Les trois courbes numériques présentent une même allure qui correspond à celle des résultats expérimentaux, mais par contre, les caractéristiques de l'inducteur sans jeu radial chutent légèrement en avance par rapport aux autres modèles.

La figure 4.53 présente l'évolution de la région de la vapeur à 20% en volume dans

l'inducteur en fonction du nombre de cavitation, en vue de face.

On peut observer, d'après les figures 4.54 et 4.53 la formation de la vapeur dans l'inducteur lorsque σ varie.



FIG. 4.54 – Courbes de la chute des performances de l'inducteur A pour trois modèles numériques, un sans jeu radial, et deux avec jeu radial, et pour les données expérimentales de l'inducteur avec jeu nominal à un débit de $\Phi = 0,011$. Formation de vapeur ($\alpha = 20\%$) à différentes conditions de cavitation, modèles numériques sans jeu radial (gris clair) et avec jeu radial (gris foncé).

Chapitre 5

Etude de l'écoulement cavitant instationnaire dans deux grilles d'aubes et un inducteur

5.1 Introduction

Ce chapitre comprend, dans une première étape, la simulation numérique des écoulements cavitants instationnaires dans deux grilles d'aubes obtenues à partir des inducteurs **A** et **8 degrés** étudiés dans le chapitre précédent. Dans une deuxième étape, l'étude de l'écoulement cavitant instationnaire a été étendue à l'inducteur axial **A** complet.

L'objectif essentiel a été d'analyser les instabilités de l'écoulement au sein des inducteurs axiaux liées à la présence de la cavitation, notamment la cavitation alternée et la cavitation tournante.

Les instabilités de l'écoulement liées à la présence des poches de vapeur dans les machines tournantes peuvent être classifiées en deux catégories. La première catégorie, appelée « instabilité intrinsèque », est provoquée par l'interaction entre l'interface liquide– vapeur et l'écoulement local du liquide et de la vapeur. L'autre instabilité est généralement appelée « instabilité du système ». Elle est provoquée par l'interaction entre la poche de vapeur et le système de l'inducteur. Cette dernière inclut la cavitation tournante et la cavitation alternée.

La cavitation alternée est un phénomène particulier qui se produit sur une roue d'inducteur contenant un nombre d'aubes pair. Elle est caractérisée par des poches asymétriques attachées aux aubes. La longueur des poches de cavitation varie alternativement entre une aube et l'autre. La cavitation tournante est un phénomène instationnaire avec des poches de vapeur de différentes tailles attachées aux aubes de l'inducteur. Elle se

5.1. INTRODUCTION

propage vers la direction tangentielle de la roue. Ceci provoque une vibration axiale asynchrone, qui engendre une diminution des performances et des dommages à l'inducteur.

Au début, il nous a donc semblé opportun de commencer l'analyse des instabilités de la cavitation par des configurations bidimensionnelles et pour lesquelles la durée et la complexité des simulations numériques sont plus faibles que dans les cas des écoulements tridimensionnels.

Dans une deuxième approche, nous menons une analyse tridimensionnelle de l'écoulement cavitant instationnaire dans l'inducteur **A**. La complexité du phénomène implique, entre autres, l'utilisation des discrétisations fines dans l'espace et dans le temps afin d'éviter des problèmes de divergence et de capter les éventuels phénomènes instationnaires dans l'inducteur aux différents débits et conditions de cavitation. Ceci demande des ressources informatiques ainsi que des temps de calcul assez importants.

On présente, dans un premier temps, les travaux que nous avons réalisés dans le but de pouvoir simuler des comportements cavitants instationnaires bidimensionnels et tridimensionnels. Ces recherches concernent notamment l'influence du pas de temps, l'étude de la convergence et la modélisation de la turbulence.

Par la suite, les résultats obtenus sur les grilles d'aubes des inducteurs sont montrés et analysés. Ceux-ci sont présentés pour divers débits et conditions de cavitation. Dans le cas des instabilités instationnaires, les images des poches de vapeur sont présentées à divers instants.

Enfin, les résultats numériques de l'écoulement cavitant instationnaire tridimensionnel de l'inducteur axial sont présentés pour divers débits.

Comme on pourra le constater dans ce chapitre, la modélisation du fonctionnement cavitant instationnaire des inducteurs s'est avérée particulièrement longue et difficile à cause des caractéristiques géométriques de ce type de machines d'une part, et de la complexité des écoulements cavitants, d'autre part.

5.2 Etude de l'écoulement cavitant instationnaire dans deux grilles d'aubes

5.2.1 Grille d'aubes de l'inducteur A

La première configuration géométrique retenue pour l'étude de l'écoulement cavitant instationnaire a été une grille de deux aubes en 2D. Elle a été obtenue à partir de l'inducteur axial **A**.

La géométrie de l'inducteur est présentée sur la figure 5.1 où on observe que la grille d'aube a été obtenue à un rayon constant, R_c , plus petit que le rayon extérieur, R_t , afin d'éviter l'influence du jeu radial de fonctionnement qui s'avérait assez important en régime non-cavitant et cavitant.

Les caractéristiques géométriques et de fonctionnement de l'inducteur \mathbf{A} sont résumées dans le tableau 5.1.

Construction de la géométrie et génération du maillage

La grille d'aubes a été construite à un rayon constant, R_c , équivalent à 85% du rayon extérieur, R_t , voir figure 5.1.

Le domaine numérique de la grille d'aubes a été divisé en trois sous-domaines afin d'avoir un meilleur contrôle du maillage (distribution et type des cellules) ainsi que pour l'activation du modèle de maillages glissants (*sliding mesh model*).

La figure 5.2 montre le domaine numérique composé par deux sous-domaines placés respectivement en amont et en aval des aubes et par un troisième sous-domaine inter-



FIG. 5.1 – Géométrie de l'inducteur \mathbf{A} .

Paramètre	Valeur
Rayon extérieur de la roue, R_t	25 mm
Rayon de découpage, R_c (85% du rayon de la roue)	$21,2\ mm$
Longueur de corde de l'aube, l	$200 \ mm$
Angle de calage, γ	4°
Serrage, s	3
Vitesse de rotation, N	$8 \ 000 \ tr/min$
Vitesse d'entraı̂nement au rayon considéré, U_c	$17,76 \ m/s$
Nombre d'aubes, Z	2

TAB. 5.1 – Caractéristiques principales de la grille d'aubes A.

aubes.

Un diamètre hydraulique, D_h , qui correspond au col du canal inter–aubes, ainsi que l'intensité de la turbulence, I défini par la relation 5.1, ont été fixés comme paramètres de la turbulence.

$$I = 0,16 \cdot Re^{-1/8} \tag{5.1}$$

Les conditions aux limites à l'entrée et à la sortie du domaine de contrôle ont été placées assez loin des aubes afin d'éviter leur influence sur les résultats numériques. Trois longueurs différentes en amont et en aval, $l_{1,2} = l_1 = l_2$, ont été testées, à savoir : $l_{1,2} = 5 \cdot l$, $l_{1,2} = 10 \cdot l$ et $l_{1,2} = 15 \cdot l$, où l est la longueur de la corde de l'aube.

Dans une première étape, l'étude a été réalisée en régime non-cavitant stationnaire. Dans tous les cas, les résultats numériques globaux ont été similaires, notamment lorsqu'on a comparé le coefficient de pression et le rendement hydraulique de la grille d'aubes, Ψ et η . Le premier cas testé, $l_{1,2} = 5 \cdot l$, a logiquement convergé beaucoup plus rapidement que le troisième cas testé, $l_{1,2} = 15 \cdot l$. Ceci grâce à l'utilisation d'un maillage contenant un nombre d'éléments moins important ainsi qu'à la rapide stabilisation des paramètres de l'écoulement dans tout le domaine de contrôle, notamment aux conditions aux limites.

Dans une deuxième étape, l'étude de l'influence des conditions aux limites a été étendue à l'écoulement cavitant stationnaire où l'on a constaté des phénomènes numériques de recirculation (*backflow*) à la sortie du domaine de contrôle ainsi que des problèmes de convergence selon les distances retenues pour les conditions à l'entrée et à la sortie. Ces problèmes ont été observés lorsque la longueur en amont et en aval était égale ou inférieur à $10 \cdot l$. Ils se sont accentués lorsque la présence de la vapeur devenait plus importante au sein de l'écoulement, c'est-à-dire, aux faibles valeurs de σ .

Enfin, la distance en amont et en aval que nous avons retenu pour modéliser l'écoule-



FIG. 5.2 – Domaine de contrôle et conditions aux limites de la grille d'aubes A.

ment cavitant instationnaire a été de $l_{1,2} = 15 \cdot l$, ce qui permet d'assurer la convergence numérique et d'éviter les recirculations à la sortie du domaine de contrôle, notamment dans la région de la chute des performances de l'inducteur.

La figure 5.2 montre le domaine numérique de la grille d'aubes de l'inducteur \mathbf{A} , ainsi que les conditions aux limites utilisées. L'écoulement rentre axialement dans le domaine de contrôle, c'est-à-dire sans pré-rotation, d'où $C_1 = C_{a_1}$. La pression statique à la sortie a été fixée, pour un premier calcul, constante et égale à $P_1 = 150 \ kPa$. Cette valeur élevée de pression statique assure un écoulement du liquide non-cavitant. Elle a été ensuite modifiée afin d'obtenir les diverses conditions de cavitation.

Une condition de périodicité de translation est appliquée aux frontières des deux aubes de l'inducteur.

Le modèle de maillages glissants a été utilisé pour assurer le mouvement des aubes selon $U = \omega \cdot R$. Ceci implique l'utilisation des interfaces entre les sous-domaines fixes et mobiles. Toutes les conditions aux limites utilisées sont résumées dans le tableau 5.2.

Un maillage structuré a été généré pour discrétiser les sous-domaines fixes Amont et Aval. Par contre, le sous-domaine mobile Inter-aubes a été maillé en utilisant un maillage non-structuré avec des éléments de type rectangulaire.

Une étude de sensibilité des résultats au maillage en régime non-cavitant a été réalisée. Trois différents maillages ont été testés : un maillage lâche de $\approx 30\ 000$ éléments, un maillage fin de $\approx 60\ 000$ éléments et un maillage raffiné de $\approx 90\ 000$ éléments. Le tableau 5.3 montre les résultats des cette étude, notamment la variation du coefficient de pression par rapport à la taille du maillage.

No.	Conditions aux limites	Valeurs	Turbulence
1	Vitesse à l'entrée.	$C_1 = C_{a1}$	$D_h = col \ du \ canal$
2	Pression statique à la sortie.	P_2	$I \approx 5\%$
3	Conditions d'adhérence à la paroi.	W = 0 m/s	_
4	Interfaces glissants :		
	(a) Amont–Roue, et (b) Roue–Aval.		
5	Maillage en mouvement :	$II = \alpha \cdot r$	
	(B) région <i>Roue</i> .	$C = \omega \cdot \gamma$	_
6	Maillage fixe :	U = 0	
	(A) région Amont, et (C) région Aval.	C = 0	
7	Conditions de périodicité de translation	2 + b	
	aux frontières des deux aubes de l'inducteur.		_

TAB. 5.2 – Définition des conditions aux limites sur la grille d'aubes A.

La figure 5.3 montre le maillage retenu pour toutes les simulations numériques. Il faut remarquer l'utilisation d'un maillage en couche limite pour assurer un raffinement approprié près des parois. La distance de la première cellule a été imposée à 0,1 mm avec un facteur de croissance de 1,2. Des valeurs entre 6 et 51 ont été obtenues pour le paramètre adimensionnel y^+ .

Les canaux inter-aubes ont été discrétisés avec un maillage structuré avec différents niveaux de densité de maillage, voir figure 5.3(a) et (b). Une petite région a été discrétisée avec un maillage non-structuré en utilisant des éléments rectangulaires. Cette démarche a été suivie afin d'utiliser des conditions périodiques conformes, qui imposent un nombre égal d'éléments dans les deux lignes qui définissent la périodicité de la grille d'aubes, voir figure 5.3(c).

Le fluide de travail utilisé pour les simulations numériques a été l'eau à $300^{\circ}K$ et sa vapeur. Les propriétés principales de l'eau en état liquide et gazeuse sont décrites dans le tableau 5.4.

Les critères de convergence observés lors des calculs numériques ont été ; premièrement les valeurs des résidus qui donnent une idée globale proche du comportement de la solution.

Paramètre	Maillage A	Maillage B	Maillage C
Nombre d'éléments	$\approx 30\ 000$	$\approx 60\ 000$	$\approx 90\ 000$
Coefficient de pression, Ψ	$\approx 3 \ 338 \ m$	$\approx 3 \ 390 \ m$	$\approx 3 \ 399 \ m$

TAB. 5.3 – Etude de sensibilité des résultats au maillage.

5.2. ETUDE DE L'ÉCOULEMENT CAVITANT INSTATIONNAIRE DANS DEUX GRILLES D'AUBE

Fluide	Eau liquide	Vapeur d'eau
Masse volumique, $\rho \ (kg/m^3)$	1 000	0,01927
Viscosité dynamique, $\mu \ (kg/m \cdot s)$	1E - 03	8,8E - 06
Pression de vapeur saturante du liquide, P_{sat} (Pa)	3 540	_
Tension superficielle, $\sigma_s (N/m)$	0,0717	_

TAB. 5.4 – Propriétés de l'eau liquide et sa vapeur.

Les valeurs des résidus ont été observées aux valeurs inférieures à 1E - 4. La conservation de la masse dans le volume de contrôle a été vérifié, $\Delta Q_m = Q_{m_2} - Q_{m_1} \approx 0$, ainsi que la stabilisation des divers paramètres au sein de l'écoulement de la grille d'aubes, notamment la pression statique à l'entrée, P_1 , l'amplitude de la vitesse relative à la sortie, W_2 , et la pression statique sur les capteurs virtuels sur les aubes. Ces capteurs virtuels ont été fixés sur les parois des aubes du côté en dépression, sur une surface qui s'étend du bord d'attaque au col des aubes.



FIG. 5.3 – Maillages de la grille d'aubes A.

Analyse des résultats en régime non-cavitant

Tout d'abord, les calculs ont été menés en régime non-cavitant stationnaire pour différents débits. Divers paramètres ont été vérifiés, principalement le bilan massique et la pression statique à l'entrée. Les résultats se sont stabilisés au bout d'un millier d'itérations au débit nominal. A l'inverse, il a fallu au moins 7 000 itérations, dans les cas des surdébits, et plus de 20 000 itérations, dans les cas des sous-débits, pour que l'amplitude de la vitesse à la sortie se stabilise.

L'écoulement a été paramétré avec les coefficients de pression et de débit, Ψ et Φ , définis respectivement par les équations 4.8 et 4.9. La figure 5.4 montre la courbe du coefficient de pression de la grille d'aubes **A** sur une plage du coefficient Φ entre $0,02 < \Phi < 0,07$ qui correspond à une vitesse axiale à l'entrée du domaine de $0, 4 m/s < C_{a_1} < 1, 2 m/s$. La courbe du coefficient de pression présente un comportement quasi-linéaire avec une pente négative, typique des inducteurs axiaux.

La figure 5.5 présente les champs de pression statique sur la grille d'aubes **A** pour cinq vitesses débitantes, Φ . Les régions de basses pressions se trouvent du côté en dépression sur le bord d'attaque des aubes. Ces régions de dépression sont plus significatives au fur et à mesure que le débit diminue, parce que la différence de pression statique entre l'amont et l'aval devient plus importante aux sous-débits. En plus, l'angle d'incidence,



FIG. 5.4 – Coefficient de pression de la grille d'aubes A.

5.2. ETUDE DE L'ÉCOULEMENT CAVITANT INSTATIONNAIRE DANS DEUX GRILLES D'AUBES



FIG. 5.5 – Champs de pression statique (kPa) à différents coefficients Φ .

 α_i , augmente aussi, ce qui produit des recirculations et décollements de l'écoulement sur la face en dépression.

Analyse des résultats en régime cavitant

Les premiers calculs ont été réalisés en régime stationnaire pour différentes vitesses débitantes et différents niveaux de cavitation. Pour obtenir la courbe des performances de la grille d'aubes **A** en régime cavitant ou courbe $\sigma - \Psi$, la pression statique à la sortie a été diminuée pas à pas tout en gardant constants les autres paramètres de l'écoulement et du fluide.

Les propriétés du fluide de travail et sa vapeur sont présentées dans le tableau 5.4. La fraction des gaz non-condensables a été fixée à $f_g = 15E - 6$ et la pression de vapeur saturante du liquide à $P_{sat} = 3$ 450 Pa. Le rapport des masses volumiques du liquide et de vapeur est de $\rho_v/\rho_l = 1,927E - 5$.

Une fois que tous les calculs numériques convergent en régime stationnaire, les calculs ont été menés en régime instationnaire en utilisant comme conditions initiales les résultats stationnaires obtenus.

Au commencement des calculs numériques instationnaires, le pas de temps a été fixé à $\Delta t = t_{réf}/10$, où $t_{réf}$ est le temps que l'inducteur met pour faire un tour. Donc, pour la grille d'aubes **A** $t_{réf} = T_{\omega} = 7,5$ millisecondes.

Lorsque la longueur de cavitation l_{cav} devient importante, aux faibles valeurs du nombre de cavitation, le pas de temps a été réduit à $\Delta t = t_{réf}/50$. Dans le cas où la cavitation tournante est détectée, trois différents pas de temps ont été utilisés, à savoir : $\Delta t = t_{réf}/10, \ \Delta t = t_{réf}/50 \text{ et } \Delta t = t_{réf}/100.$

La figure 5.6 montre les courbes de chute de pression de la grille d'aubes **A** pour quatre vitesses débitantes, à savoir : $\Phi = 0,039$, $\Phi = 0,042$, $\Phi = 0,056$, et $\Phi = 0,068$. Des simulations numériques de l'écoulement cavitant ont été réalisées aux vitesses débitantes inférieures à $\Phi = 0,039$, mais la courbe de chute de pression n'a pas pu être complétée en raison des problèmes de convergence des calculs numériques. En effet, lorsque la grille d'aubes travaille aux faibles débits (ou vitesse débitante), l'écoulement peut être fortement instationnaire. Ceci rend plus difficile la convergence des calculs vers une solution.

Au fur et à mesure que σ diminue, les courbes de la chute de pression de la grille d'aubes **A** présentent une diminution progressive du coefficient de pression, suivie d'une chute brusque de la hauteur énergétique. Cette chute des performances de la grille d'aubes se produit aux faibles valeurs de σ .

On peut observer, pour $\Phi = 0,039$ et $\Phi = 0,042$, que le coefficient de pression augmente légèrement juste avant la chute des performances de la grille d'aubes. Ainsi, en progressant de droite à gauche sur l'axe de σ , on peut constater que la hauteur énergétique diminue légèrement sous l'influence de la variation du nombre de cavitation. Lorsqu'on



FIG. 5.6 – Courbes de chute de pression de la grille d'aubes A pour quatre vitesses débitantes.

atteint une valeur proche de $\sigma = 0,025$, on peut observer une baisse locale de la hauteur suivie d'une nette augmentation de celle-ci. Ce phénomène d'augmentation de la hauteur précédant sa chute brusque peut être expliqué par la formation d'une dépression sur une partie de l'extrados améliorant ainsi la portance de l'aube, suite à la création d'une déviation intense de l'écoulement. En effet, l'augmentation de la hauteur de la grille est équivalente à une augmentation de la portance des aubes. L'augmentation de la déviation de l'écoulement suite à la formation de la poche, intensifie la circulation, ce qui augmente donc la portance.

Aux valeurs élevées de σ , le fluide dans la grille d'aubes est quasi-homogène (mélange d'eau et de gaz non-condensables). Au fur et à mesure que σ diminue, des petites régions de vapeur apparaissent au bord d'attaque de l'aube, du côté en dépression. Ces poches de vapeur grandissent lorsque σ continue à diminuer jusqu'à provoquer le blocage des canaux inter-aubes et, par conséquent, entraîner la chute des performance de la grille d'aubes, qui se produit aux vitesses débitantes élevées avant qu'aux faibles vitesses débitantes, voir figure 5.6.

Cavitation alternée dans la grille d'aubes A

Les figures de vapeur générées par la cavitation dans la grille d'aubes A présentent des comportements divers qui varient en fonction de la vitesse débitante (Φ) et de la pression d'aspiration de la grille d'aubes (σ). Toutes les simulations numériques de l'écoulement cavitants ont été réalisées en utilisant les mêmes conditions pour le fluide.

D'après les résultats numériques en régime non-cavitant, l'écoulement présente des zones en dépression qui se forment au bord d'attaque de l'aube, du côté en dépression. Ainsi, les premières traces de vapeur apparaissent, lorsque ces zones de dépression sont proches de la valeur de la pression de saturation du liquide, sous la forme de deux petites poches de vapeur attachées, une sur chaque aube.

Les résultats numériques montrent, pour un coefficient de $\Phi = 0,068$, que les poches de vapeur restent attachées aux aubes de la grille avec une allure symétrique pour toutes les valeurs de σ . Lors des calculs numérique, la pression statique a été mesurée selon 5.2, sur les parois des deux aubes, sur une surface de mesure comprise entre le bord d'attaque et le col des aubes, du côté en dépression.

$$C_P = \frac{P - P_{r\acute{e}f}}{1/2 \cdot \rho_l \cdot U_t^2} \tag{5.2}$$

où P est la pression locale, et $P_{réf}$ est la pression d'aspiration de la grille d'aubes.

La pression statique sur les surfaces de mesure des aubes, C_P , est resté la même tout au long de la courbe du coefficient de pression, Ψ , du fait d'avoir la même taille de



FIG. 5.7 – Courbe de chute de pression et images des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) correspondant à différentes valeurs de σ et $\Phi = 0,056$. Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$.

0,3

0,4

0,5

σ

0,6

0,7

0,8

0,9

1,0

0,0

 $\sigma = 0,114$

0,1

0,2

la poche de vapeur sur les deux aubes. En plus, La longueur des poches de cavitation, l_{cav} , contenant au moins 10% de vapeur en volume ont été mesurées numériquement selon la direction de la longueur de la corde de l'aube, l. On a constaté que : lorsque $\Phi = 0,068, \ (l_{cav})_1 = (l_{cav})_2 \forall \sigma \ et \ \forall t.$

La figure 5.7 montre la courbe de chute de pression de la grille d'aubes A pour $\Phi = 0,056$, ainsi qu'une série d'images qui représentent les poches de vapeur contenant au moins 10% de vapeur en volume, $\alpha \geq 10$, à différentes valeurs de σ . On observe, pour $\sigma = 0,723$, que la cavitation commence à se former en régions de vapeur très petites localisées au bord d'attaque, du côté en dépression de chaque aube. Ces régions de vapeur ont une forme symétrique pour des nombres de cavitation qui varient entre $\sigma = 0,723$ et $\sigma = 0,219$. Ce comportement stable est caractérisé par deux poches identiques attachées chacune sur une aube où la longueur de cavitation augmente au fur et à mesure que σ

diminue.

Lorsque σ a été diminué à $\sigma = 0,174$, la longueur de cavitation des deux poches de vapeur n'est plus la même. On observe, sur la figure 5.7, et pour $\sigma = 0,174$, deux poches de vapeur asymétriques attachées chacune sur une aube de la grille : sur l'aube 1 (en bleu), une petite poche de vapeur et, sur l'aube 2 (en rouge), une poche de vapeur plus grande.

La mesure de la pression statique sur les capteurs virtuels montre qu'à tout instant t, la valeur de C_P est moins importante sur l'aube **2** que sur l'aube **1**, la raison est que la poche de vapeur est plus grande et est attachée à l'aube **2**.

Le débit local des canaux inter-aubes est aussi modifié par la présence des poches de vapeur asymétriques. Ainsi, la poche de vapeur plus importante bloque une partie du passage inter-aubes et provoque que la plupart du débit passe pour le canal voisin.

Ce phénomène de poches de vapeur asymétriques est aussi appelé « cavitation alternée ». La cavitation alternée est un phénomène dans lequel la longueur de la région de vapeur qui est placée au bord d'attaque des aubes change alternativement entre les aubes qui forment une machine tournante. D'après Tsujimoto [81], le début de la cavitation alternée peut se produire lorsque la longueur de la cavité, l_{cav} , dépasse environ 65% de l'espace inter-aubes, h, voir figure 5.7. Ainsi, l'angle d'incidence de l'aube voisine diminuera et par conséquent, la longueur de cavitation sur l'aube voisine diminuera également. Donc, l'angle d'incidence de l'aube originale augmentera et la longueur de cavitation de cette aube augmentera également.

Cette asymétrie des poches de vapeur est aussi observée, dans la grille d'aubes \mathbf{A} , pour $\sigma = 0, 140$. Lorsque la pression diminue à $\sigma = 0, 114$, les poches de cavitation sont devenues identiques et la longueur de cavitation est la même sur les deux aubes de la grille jusqu'à la chute des performances.

Les courbes de la figure 5.8 représentent le coefficient de pression sur les parois des aubes en fonction du rapport y/l_y , où l_y est la projection de la corde de l'aube dans la direction y. Les valeurs de C_p sur l'aube 1 sont représentées par des points bleus, et sur l'aube 2, elles sont représentées en lignes vertes discontinues. La longueur de cavitation, l_{cav} , peut être ainsi déduite à partir de cette figure par les valeurs négatives du C_P .

Donc, on observe clairement sur cette figure comment la longueur de cavitation augmente lorsque σ diminue. La longueur de cavitation demeure identique sur les deux aubes pour toutes les valeurs de σ , hormis pour $\sigma = 0, 174$, où la longueur de cavitation est plus petite sur l'aube **1** que celle-ci sur l'aube **2**.

Le coefficient de pression est le même sur les deux aubes quand la longueur de la poche de cavitation a la même taille sur les deux aubes. Par contre, si les longueurs de cavitation n'ont pas la même taille, le coefficient de pression sur l'aube qui a la poche de vapeur la



FIG. **5.8** – Coefficient de pression, C_P , sur les parois des aubes à quatre nombres de cavitation et $\Phi = 0,056$.

plus petite sera plus élevée que dans le cas de l'aube qui a la poche de vapeur plus grande.

D'après les figures 5.7 et 5.8, on peut conclure que la cavitation présente deux comportements différents dans la grille d'aubes **A** pour une vitesse débitante de $\Phi = 0,056$:

I Cavitation stable et symétrique, où

 $(l_{cav})_1 = (l_{cav})_2$; $\forall t \text{ et } \forall \sigma$, hormis $\sigma = 0, 174 \text{ et } \sigma = 0, 140$.

II Cavitation stable et asymétrique, où

 $(l_{cav})_1 \neq (l_{cav})_2$; $\forall t \text{ et pour } \sigma = 0,174 \text{ et } \sigma = 0,140.$

La figure 5.9 présente la courbe de chute de pression ainsi que des images de la cavitation contenant au moins 10% de vapeur en volume pour la grille d'aubes **A** à $\Phi = 0,042$.

Les calculs numériques présentent des formes de cavitation similaires à celles observées à $\Phi = 0,056$. Deux poches de vapeur très petites et de même taille sont apparues à une valeur de $\sigma = 0,633$, elles se développent au fur et à mesure que la pression locale de l'écoulement diminue. La cavitation alternée a été observée dès que le rapport l_{cav}/h a atteint 65%, c'est-à-dire à $\sigma = 0,156$. Puis, à $\sigma = 0,122$, la longueur de cavitation est devenue identique sur les deux aubes. Elles deviennent plus importantes jusqu'à bloquer



FIG. **5.9** – Courbe de chute de pression et images des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) correspondant à différentes valeurs de σ et $\Phi = 0,042$. Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$.

les canaux de passage de l'écoulement, en provocant la chute des performances de la grille d'aubes à $\sigma = 0,028$.

Cavitation tournante dans la grille d'aubes A

Des calculs numériques de l'écoulement cavitant instationnaire ont été réalisés pour des plus faibles vitesses débitantes, mais ils ont présenté des problèmes de convergence vers un résultat, notamment lorsque les régions de vapeur devenaient plus significatives dans la grille d'aubes.

Cependant, le calcul numérique pour une vitesse débitant à peine inférieure de 7% de la vitesse débitante du calcul précédent a été réalisé (de $\Phi = 0,042$ à $\Phi = 0,039$). On peut observer pour cette faible vitesse débitante un autre comportement des poches de



FIG. **5.10** – Courbe de chute de pression et images des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) correspondant à différentes valeurs de σ et $\Phi = 0,039$. Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$.

vapeur : la cavitation tournante où les tailles des poches de vapeur attachées aux aubes varient dans le temps.

La figure 5.10 montre, pour $\Phi = 0,039$, les poches de vapeur lorsque le nombre de cavitation varie. Sur cette figure on peut observer que la longueur de cavitation des deux aubes est égale, à tout instant, pour les valeurs élevées du nombre de cavitation, c'est-à-dire, pour $\sigma \ge 0,294$. Ce comportement de poches de vapeur symétriques sur les deux aubes est similaire à celui observé dans les résultats numériques pour vitesses débitantes plus importantes.

A $\sigma = 0,258$, la longueur de cavitation est différente entre les deux aubes de la grille. Dans la cavitation tournante, à différence de la cavitation alternée, la longueur de cavitation varie dans le temps. Puis, la longueur de cavitation est égale sur les deux aubes, pour les valeurs inférieures à $\sigma \leq 0,185$.

Dans la cavitation tournante, la longueur de cavitation, l_{cav} , varie dans le temps de façon quasi-cyclique. Dans la grille à deux aubes, la forme de la cavitation est asymétrique à tout instant sauf au début du cycle et au demi-cycle où la forme de la cavitation est identique sur les deux aubes.

La figure 5.11 montre l'évolution temporelle de la cavitation contenant au moins 10% de vapeur en volume, $\alpha \geq 10$, à $\sigma = 0,258$ sur les deux aubes de la grille, l'aube **1** en bleu et l'aube **2** en vert. On peut constater, que lorsque t varie de t = 0,033 T à t = 0,333 T, la longueur de cavitation sur l'aube **1**, $(l_{cav})_1$, diminue, tandis que la longueur de cavitation sur l'aube **2**, $(l_{cav})_2$, augmente. Donc, à t = 0,333 T, l_{cav} est respectivement la longueur de cavitation minimum et maximum sur les aubes **1** et **2**. Puis, $(l_{cav})_1$ commence à augmenter et, à l'inverse $(l_{cav})_2$ diminue jusqu'à t = 0,833 T où l_{cav} est respectivement la longueur de cavitation maximum et minimum sur les aubes **1** et **2**. Enfin, on peut constater que la



FIG. **5.11** – Evolution temporelle des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) dans la grille d'aubes **A**, pour $\sigma = 0,258$ et $\Phi = 0,039$. Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$.


FIG. 5.12 – Courbe d'évolution temporelle de la pression statique sur les capteurs virtuels des aubes 1 et 2.

poche de vapeur est identique sur les deux aubes aux instants t = 0,500 T et t = 1,000 T. T étant la période du cycle de détachement, elle vaut T = 107 millisecondes.

Les courbes de la figure 5.12 (a) montrent l'évolution temporelle du coefficient de pression, C_P , sur les capteurs virtuels placés sur les aubes de la grille. Plus précisément, la pression statique est mesurée sur la surface comprise entre le bord d'attaque et le col de l'aube, du côté en dépression. D'après la figure 5.8, le coefficient de pression sera le même sur les deux aubes lorsque la longueur de cavitation est la même sur les aubes (poches symétriques). Par contre, le coefficient de pression sera plus important dans l'aube où se trouve la longueur de cavitation la plus petite, et vice-versa le coefficient de pression est



FIG. **5.13** – Courbe d'évolution temporelle de la pression statique à l'entrée, P_1 , et l'analyse spectral du signal, P_1 .

moins important lorsque la longueur de cavitation est plus grande.

Au début du calcul numérique du point $\sigma = 0,258$, à $t/t_{réf} = 0$, la longueur de cavitation est la même sur les deux aubes de la grille. Après une période numérique transitoire, la taille des poches de vapeur a commencé à se différencier et à varier dans le temps. Donc, les courbes du coefficient de pression sur les deux aubes ont un comportement quasi-cyclique à partir de $t = 500 t_{réf}$. La figure 5.12 (b) montre l'analyse fréquentielle du coefficient de pression sur une seule aube. La fréquence de fluctuation de la cavitation sur une aube a été de $f_{cav} = 9, 12 Hz$ et, par conséquent, $f_{cav} = 0, 07 f_{\omega}$.

Les figures 5.13 (a) et (b) montrent respectivement la pression statique à l'entrée du domaine de contrôle et son analyse fréquentielle. En fait, la présence de la cavitation tournante dans la grille d'aubes provoque une fluctuation de pression en amont qui correspond à la fluctuation de la longueur de cavitation sur chaque aube. La fréquence de la fluctuation de la pression à l'entrée est de $f_{cav} = 18,88$ Hz et, par conséquent, $f_{cav} = 0,14$ f_{ω} .

La figure 5.14 montre les courbes de pression statique sur les deux aubes ainsi qu'à l'entrée de la grille d'aubes. On peut constater que les crêtes de la pression en amont



FIG. **5.14** – Courbes d'évolution temporelle de la pression statique dans la cascade d'aubes sur les capteurs virtuels des aubes **1** et **2**, P_{Aube_1} et P_{Aube_2} , ainsi qu'à l'entrée du domaine de contrôle, P_1 , pour $\sigma = 0,258$.

correspondent aux instants où la longueur de cavitation (pression statique) est maximale sur une aube et minimale sur l'aube voisine. Le creux correspond aux instants où les poches de cavitation sont identiques dans les deux aubes de la grille.

Couplage des instabilités de système et intrinsèques dans la grille d'aubes A

Les simulations numériques ont été réalisées sur la grille d'aubes **A** aux mêmes conditions de fonctionnement où la cavitation tournante a été retrouvée ($\Phi = 0,039$ et $\sigma = 0,258$), mais cette fois-ci, en utilisant le modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$ modifié [70]. Ce modèle de turbulence permet l'interaction entre les instabilités de la cavitation liée à l'influence des aubes voisines et les instabilités intrinsèques de la poche de cavitation.

Les résultats numériques montrent que, lorsqu'on utilise le modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$ modifié, les détachements des poches de vapeur ont aussi un comportement quasicyclique avec une fréquence de $f_{cav} = 0.06 f_{\omega}$ (repère relatif) et que la fréquence de fluctuation de la pression à l'entrée du domaine de contrôle liée aux détachements des poches de vapeur de chaque aube de la grille est de $f_{cav} = 0, 12 f_{\omega}$ (repère absolu).

La figure 5.15 montre, pour $\Phi = 0,039$ et $\sigma = 0,258$, les poches de vapeur ($\alpha \ge 10$) à 30 différents instants de la période du cycle de détachement de la poche, T, où T =125 millisecondes. Les aubes de la grille ont été identifiées comme : aube 1 et aube 2 colorées respectivement en noir et en rouge sur la figure.

On peut observer, sur cette figure, les fluctuations et les détachements des poches de vapeur dans la grilles d'aubes **A**. Tout d'abord, on observe, sur l'aube **1**, l'apparition d'une toute petite poche de vapeur qui commence à se former à t = 0,500 T, au bord d'attaque de l'aube, du côté en dépression. Cette poche de vapeur reste attachée au bord d'attaque de l'aube de t = 0,500 T à t = 0,800 T où elle augmente progressivement sa longueur du bord d'attaque jusqu'à le col des aubes.

Puis, la poche est détachée par un jet rentrant qui trouve son origine dans la région de fermeture de la poche de vapeur. Ce jet rentrant se dirige à travers la cavitation vers le bord d'attaque en détachant la poche de vapeur de l'aube. La cavitation est convectée vers l'aval où elle bloque le canal inter-aubes entre t = 0,8333 T et t = 0,0933 T.

Enfin, une de ces petites poches de vapeur saute de l'aube 1 à l'aube 2 au niveau du col des aubes, à t = 0,967 T. Elle reste collée, pour un court instant au bord d'attaque de l'aube 2, du côté en pression. Le cycle de la poche de vapeur continue sur l'aube 2 où la poche de vapeur a le même comportement observé que sur l'aube 1.

D'après la figure 5.15, on peut constater que la cavitation passe de l'aube 1 à l'aube 2, c'est-à-dire, elle tourne en direction contraire de la rotation de l'inducteur. En effet, le mouvement des aubes dans la grille d'aubes est du haut vers le bas, tandis que la poche de vapeur se dirige du bas vers le haut. Dans les résultats précédents, où le modèle de

turbulence $\kappa - \epsilon$ a été utilisé, la direction de rotation des poches de vapeur n'était pas possible à déterminer parce que la grille comporte seulement deux aubes et le détachement de la poche de vapeur n'a pas été observé.

Les courbes de la figure 5.16 montrent l'évolution temporelle de la longueur de cavitation, l_{cav} , obtenue pour les deux modèles de turbulence utilisés, à savoir, le modèle RNG $\kappa - \epsilon$ et le modèle RNG $\kappa - \epsilon$ modifié.

Pour obtenir la taille de la longueur de cavitation, les poches de vapeur contenant au moins 10% de la vapeur en volume ont été mesurées numériquement dans la direction de la corde des aubes de la grille, comme illustre la figure 5.11, à t = 0,033 T. Les courbes des longueurs de cavitation sont affichées sur deux périodes de cycle, T. Le tableau 5.5 résume les caractéristiques principales des cycles de fluctuation des poches de vapeur dans



FIG. **5.15** – Evolution temporelle des poches de vapeur ($\alpha \ge 10$) dans l'inducteur à deux aubes, à $\sigma = 0,258$ et $\Phi = 0,039$. Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$ modifié.



FIG. **5.16** – Comparaison de l'évolution temporelle de la longueur de la cavitation, l_{cav} , en utilisant le modèles $\kappa - \epsilon$ RNG et $\kappa - \epsilon$ RNG modifié.

la grille d'aubes A pour les modèles de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$ non-modifié et modifié.

On peut observer, dans le cas du modèle de turbulence modifié, des valeurs négatives du rapport l/l_{cav} . Ces valeurs négatives dénotent la longueur de cavitation lorsque la poche de vapeur se trouve attachée sur une des aubes, du côté pression, par exemple à t = 0,700 T et t = 0,733 T sur la figure 5.15.

Si l'on compare l'évolution temporelle de la longueur de cavitation, l/l_{cav} , des deux cas étudiés, on constate des comportements cycliques similaires : lorsque la longueur de cavitation est maximale sur une aube, elle est minimale sur l'aube voisine. Si la poche de vapeur diminue sur une aube, et augmente sur l'autre. De cette façon, on constate le

Modèles	Fréquence	Période	Longueur	Strouhal
RNG $\kappa - \epsilon$	$f_{cav} = 9,3 Hz$	$T = 0,110 \ s$	$(l_{cav})_{max} = 40 \ mm$	$St \approx 0,53$
RNG $\kappa - \epsilon$ modifié	$f_{cav} = 8,0 \ Hz$	$T = 0,125 \ s$	$(l_{cav})_{max} = 50 \ mm$	$St \approx 0,57$

TAB. 5.5 – Caractéristiques principales des cycles de fluctuation de la cavitation en utilisant deux modèles de turbulence différents.

déplacement de la poche de vapeur d'une aube vers l'autre de la grille A.

On peut remarquer que la longueur de cavitation est plus importante dans les résultats obtenus avec le modèle de turbulence modifié qu'avec le modèle de turbulence non-modifié. Ce résultat semble logique parce que la fréquence de détachement de la cavitation devient plus petite lorsque la longueur de cavitation augmente. Ainsi, le nombre de Strouhal reste constant dans les deux cas. Le tableau 5.5 montre les valeurs de la fréquence de fluctuation de la poche de vapeur sur une aube et la longueur maximale de celle-ci. Il faut remarquer que la longueur de cavitation du modèle de turbulence modifié a été obtenu à partir de la poche de vapeur principale, c'est-à-dire, sans prendre en compte les détachements locaux qui modifient la forme de poche en un nuage de vapeur de taille plus importante. Le nombre de Strouhal a été calculé en fonction de la longueur maximale de la poche de vitesse à l'entrée de la grille, v_1 . Elle varie entre 5, 3 et 5, 7, ce que l'on peut moyenner à St = 5, 5 pour la grille d'aubes **A**.

Les courbes de la longueur de cavitation des deux modèles de turbulence, non-modifié et modifié, dessinées respectivement en ligne non-continue et continue, présentent globalement un comportement cyclique similaire. En revanche, localement on observe d'importantes différences, en fait, les lignes non-continues décrient des courbes lissées. Ce qui indique que la taille de poche de vapeur augmente et diminue régulièrement. La poche est formé par une région bien délimitée toute au long du cycle de fluctuation de cavitation. Par contre, les lignes continues présentent des fluctuations locales de la longueur de cavitation. Ces variations sont des fluctuations de la taille de vapeur et des détachements locaux de vapeur provoqués par l'auto-oscillation de la région de vapeur. En conséquence, la région de vapeur est définie par une nuage de vapeur où il y a de variations brusques de la longueur de cavitation.

5.2.2 Grille d'aubes de l'inducteur 8 degrés

Cette deuxième grille d'aubes a été obtenue à partir de la géométrie de l'inducteur industriel **8 degrés**. La grille d'aubes **8 degrés** a été générée au rayon extérieur, R_t , à la différence de la grille d'aubes **A**, qui avait été générée au rayon $R_c = 0, 85 \cdot R_t$, afin d'éviter l'influence du jeu radial. En effet, d'après l'analyse de l'écoulement cavitant stationnaire en 3D, le jeu radial de fonctionnement a une influence moins importante sur l'inducteur **8 degrés** que sur inducteur **A**.



FIG. 5.17 – Géométrie de l'inducteur 8 degrés.

Les figures 5.17 (a) et (b) montrent respectivement la géométrie de l'inducteur en vue de face et en vue méridienne. Le tableau 5.6 résume les principales caractéristiques géométriques et de fonctionnement de l'inducteur **8 degrés**.

Si l'on compare les deux grilles d'aubes, A et 8 degrés, on peut constater des ca-

Paramètre	Valeur
Rayon extérieur de la roue, R_t	117 mm
Longueur de corde de l'aube, l	600, 3 mm
Angle de calage, γ	8°
Serrage, s	2,45
Vitesse de rotation, N	1 450 tr/min
Vitesse d'entraı̂nement au rayon extérieur, U_t	$17,77 \ m/s$
Nombre d'aubes, Z	3

TAB. 5.6 – Caractéristiques principales de l'inducteur 8 degrés.

Paramètre	Inducteur A	Inducteur 8 degrés
Nombre d'aubes, Z	2	3
angle de calage, γ	6°	8°
serrage, s	3	2,45

TAB. 5.7 – Différences principales des inducteurs axiaux A et 8 degrés.

ractéristiques, tant géométriques que de fonctionnement, très différentes, notamment le nombre d'aubes de la grille, l'angle de calage et le serrage. Le tableau 5.7 fait une comparaison de ces paramètres géométriques des deux grilles étudiées. La figure 5.18 montre les deux grilles d'aubes utilisées pour les calculs numériques. Il faut remarquer que la vitesse d'entraînement est la même dans les deux grilles, $U_t \approx 17,77$.

Afin de comparer les résultats obtenus, nous avons suivi la même démarche de calcul que celle utilisée pour la simulation numérique de la grille **A**. La figure 5.19 montre le domaine numérique complet composé par deux sous-domaines statiques, localisés respectivement en amont et en aval des aubes ainsi qu'un troisième sous-domaine mobile formé par l'espace inter-aubes. Sur cette figure, on observe aussi les conditions aux limites utilisées. Celles-ci sont similaires aux conditions utilisées pour la grille d'aubes **A**. Elles sont résumées dans le tableau 5.2, où la seule différence est la position des conditions de périodicité définies par le nombre d'aubes de la grille : 3 * h. L'écoulement rentre dans le domaine de contrôle sans pré-rotation, d'où $C_1 = C_{a_1}$. La pression statique à la sortie a été fixée constante et égale à $P_1 = 250 \ kPa$ pour l'analyse non-cavitant ainsi que pour



FIG. 5.18 – Comparaison géométrique des grilles d'aubes des inducteurs axiaux étudiées.



FIG. 5.19 – Conditions aux limites de la grille d'aubes 8 degrés.

le premier calcul en régime cavitant. Puis, cette pression a été diminuée progressivement afin d'avoir différents niveaux de cavitation.

Les conditions aux limites à l'entrée et à la sortie du domaine de contrôle ont été fixées au même rapport que la grille d'aubes **A**, c'est-à-dire, $l_{1,2} = 15 \cdot l$, où l est la longueur de la corde de l'aube.



FIG. $\mathbf{5.20}~-$ Maillage de la grille d'aubes $\mathbf{8}$ degrés.

Un maillage structuré a été généré pour discrétiser les sous-domaines *Amont* et *Aval*. Par contre, le sous-domaine *Roue* a été discrétisé en utilisant un maillage non-structuré avec des éléments de type rectangulaire.

La figure 5.20 montre le maillage utilisé pour toutes les simulations numériques. L'outil de couche limite a été utilisé pour assurer un raffinement adéquat près des parois. La distance de la première cellule a été imposée à 3 mm avec un facteur de croissance de 1, 2. Les valeurs de y^+ ont été observées entré 10 et 60.

Le fluide de travail utilisé pour les simulations numérique est l'eau à $300^{\circ}K$ et sa vapeur. Les propriétés principales de l'eau sont résumées dans le tableau 5.4.

Analyse des résultats en régime non-cavitant

Les calculs de l'écoulement non-cavitant instationnaires dans la grille d'aubes 8 degrés ont été réalisés à différentes vitesses débitantes afin de construire la courbe de performance de la grille d'aubes.

La figure 5.21 montre la courbe du coefficient de pression, Ψ , définie par l'équation 4.8. Les simulations numériques ont été réalisées sur une plage du coefficient Φ entre $0,04 \leq \Phi \leq 0,11$, qui correspond à une plage de vitesses débitantes entre $0,75 \ m/s \leq \Phi \leq 2,00 \ m/s$



FIG. 5.21 – Courbes des performances de la cascade d'aubes 8 degrés.





FIG. 5.22 – Champs de pression statique (kPa) dans la grille d'aubes 8 degrés.

La figure 5.22 montre les champs de pression statique sur la grille d'aubes 8 degrés à divers coefficients Φ . Des régions de basses pressions se trouvent au bord d'attaque des aubes, du côté en dépression. Ces petites régions en dépression, proches de la pression de saturation de vapeur sont plus remarquables aux sous-débits.

La figure 5.23 présente pour diverses vitesses débitantes, les vecteurs des vitesses relatives au bord d'attaque, ainsi que les triangles des vitesses correspondantes. On peut constater qu'aux faibles vitesses débitantes, la hauteur énergétique, Ψ , ainsi que l'angle d'incidence, α_i , sont plus importants, ce qui génère des recirculations et le décollement



FIG. **5.23** – Vecteurs de vitesse et triangles des vitesses (m/s) au bord d'attaque de la grille d'aubes **8 degrés**.

de l'écoulement du côté en dépression. Ceci provoque l'apparition de la vapeur dans ces régions en dépression.

Analyse des résultats en régime cavitant

Les calculs numériques de l'écoulement cavitant instationnaire ont été réalisés sur trois vitesses différentes, à savoir : $\Phi = 0,070$, $\Phi = 0,084$ et $\Phi = 0,100$. Pour cela, on a suivi la même démarche utilisée lors des calculs en régime cavitant instationnaire de la grille d'aubes **A**. Afin d'obtenir la courbe $\sigma - \Psi$ de chaque débit, la pression statique à la sortie a été diminuée progressivement, tout en gardant constants les autres paramètres de l'écoulement et du fluide.

Tout d'abord les simulations ont été réalisées en régime stationnaire. Puis, les calculs ont été faits en régime instationnaire à partir des résultats stationnaires. Le pas de temps a été fixé à $\Delta t = t_{réf}/50$, où $t_{réf}$ est le temps qui l'inducteur met à faire un tour. Donc, $t_{réf} = T_{\omega} = 41.4$ millisecondes. Lorsque la longueur de cavitation l_{cav} est devenue im-



FIG. **5.24** – Courbes de chute de pression de la grille d'aubes **8 degrés** pour trois vitesses débitantes.

portante, c'est-à-dire, aux faibles valeurs du nombre de cavitation, le pas de temps a été systématiquement réduit à $\Delta t = t_{réf}/100$.

La figure 5.24 présente les courbes de chute de pression de la grille d'aubes 8 degrés pour les trois vitesses débitantes modélisées en régime cavitant instationnaire. Les courbes de chute de pression ont des allures similaires à celles de la grille d'aubes **A**. On peut observer qu'une légère chute de pression commence vers $\sigma = 0,200$ dans les trois cas étudiés. Alors que la chute brusque de pression se produit vers $\sigma = 0,125$ pour $\Phi = 0,100$, et vers $\sigma = 0,040$ pour $\Phi = 0,070$.

Les résultats des simulations numériques de la grille d'aubes 8 degrés, pour un coefficient $\Phi = 0,100$, montrent trois poches de vapeur identiques tout au long de la courbe de coefficient de pression. Ces poches de vapeurs sont restées attachées au bord d'attaque des aubes, du côté en dépression. Donc, les premières traces de vapeur sont apparues vers $\sigma = 1, 0$. Puis, elles ont grossi progressivement au fur et à mesure que la pression à la sortie a été réduite pas à pas jusqu'à provoquer le blocage des canaux inter-aubes, c'est ce qui entraîne la chute des performances de la grille d'aubes.

Cavitation tournante dans la grille d'aubes 8 degrés

Lorsque la grille d'aube fonctionne à faibles vitesses débitantes, l'écoulement est plus instable et la vapeur montre les différents comportements qui ont varié en fonction du nombre de cavitation.

La figure 5.25 montre la chute de pression de la grille d'aubes 8 degrés ainsi que l'évolution de la poche de cavitation pour diverses conditions de cavitation. On peut observer, à $\sigma = 0,824$, l'apparition de trois petites poches de cavitation identiques attachées chacune sur une aube. La longueur de la poche de cavitation augmente au fur et à mesure que le nombre de cavitation diminue. Ainsi, de $\sigma = 0,824$ à $\sigma = 0,215$ les trois poches de cavitation sont identiques à tout instant, t.

Cependant, lorsque la taille des poches de vapeur augmente, l'angle d'entrée du fluide peut être modifié par la présence des poches de vapeur attachées au bord d'attaque. Donc, si l'angle d'incidence est modifié, l'écoulement du fluide dans ce canal est aussi modifié. La figure 5.26 montre les vecteurs de vitesses relatives au bord d'attaque des aubes où on peut observer l'accélération de l'écoulement dans les régions en dépression et la modification de l'angle d'incidence lorsque ces zones devient importantes. Cette modification locale de l'écoulement entraîne des phénomènes stationnaires (cavitation alternée, inducteurs à nombre d'aubes pair) ou instationnaires (cavitation tournante, tous les inducteurs).

Quand le nombre de cavitation est plus faible, à $\sigma = 0,189$, la taille de la poche de vapeur est différente entre les trois aubes de la grille. Ainsi, les poches de vapeur sont asymétriques, et cette asymétrie varie dans le temps dans la direction de la vitesse

FIG. **5.25** – Courbes de chute de pression de la grille d'aubes **8 degrés** pour $\Phi = 0,070$, et images des poches de vapeur correspondant à diverses valeurs de σ . Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$.

d'entraînement de la grille d'aubes.

Enfin, aux valeurs plus faibles de σ , les poches de vapeur deviennent identiques sur les trois aubes. Elles s'étendent vers l'aval jusqu'à provoquer le blocage des canaux interaubes, et par conséquent, la chute des performances de la grille d'aubes.

On peut résumer le comportement de la poche dans la grille d'aubes 8 degrés à $\Phi = 0,070$, comme :

I Cavitation stable et symétrique, où

 $(l_{cav})_1 = (l_{cav})_2 = (l_{cav})_3$ pour $\sigma \ge 0,215$ et $\forall t$.

II Cavitation instationnaire asymétrique, où

 $(l_{cav})_1 \neq (l_{cav})_2 \neq (l_{cav})_3$ pour $\sigma = 0, 189$ et $\forall t$.

II Cavitation stable et symétrique, où

 $(l_{cav})_1 = (l_{cav})_2 = (l_{cav})_3$ pour $\sigma \le 0,047$ et $\forall t$.

La figure 5.27 montre l'évolution temporelle du coefficient de pression, C_P , sur les

FIG. **5.26** – Vecteurs des vitesses relatives au bord d'attaque à pour différentes conditions de cavitation.

capteurs des aubes. Ces capteurs virtuels ont été fixés sur la ligne qui s'étend du bord d'attaque au col des aubes, du côté en dépression. On peut observer que les premiers 200 *tours* de la grille, les poches de vapeur sont identique sur les trois aubes, ainsi les

FIG. **5.27** – Courbe de l'évolution temporelle du coefficient de pression sur les capteurs virtuels de la grille d'aubes **8 degrés**, pour $\Phi = 0,070$ et $\sigma = 0,189$.

valeurs du coefficient de pression sont les mêmes. Soudainement, les poches de vapeur commencent à être différentes sur chaque aube. Comme on l'avait déjà remarqué dans le cas de la grille d'aubes **A**, lorsque le coefficient de pression est maximal sur la surface de mesure d'une aube, la longueur de cavitation est minimale sur cette dernière, et vice-versa. Au-delà de 200 tours, le coefficient de pression présente des fluctuations quasi-cycliques, avec une fréquence de cavitation de $f_{cav} = 1Hz$.

La figure 5.28 montre l'évolution temporelle des poches de vapeur pour $\Phi = 0,070$ et $\sigma = 0,189$ dans une période du cycle de fluctuation de la cavitation, T_{cav} . Les aubes 1, 2 et 3 ont été colorées respectivement en rouge, bleu et noir. Elles sont ordonnées en dessous, au milieu et au dessus de la grille d'aubes 8 degrés sur la figure 5.28

On peut observer que la longueur de cavitation est maximale sur l'aube 1 à $t = 0,95 T_{cav}$, alors que celles des aubes 2 et 3 sont plus petites et identiques. Puis, la poche de vapeur de l'aube 1 diminue progressivement jusqu'à $t = 0,50 T_{cav}$ où $(l_{cav})_1$ est minimale, alors que celle-ci est plus grande et identique sur les deux aubes restantes, $(l_{cav})_2 \approx (l_{cav})_3$. On peut conclure que lorsque la longueur de cavitation est maximale sur une aube, celle-ci est plus petite, mais identique sur les deux aubes de la grille. En revanche, si la longueur de cavitation est minimale sur une aube, celle-ci est plus grande, mais identique sur les deux aubes de la grille. Les cycles de fluctuations des poches de vapeur sont similaires sur les trois aubes, mais avec un décalage de $1/3 T_{cav}$. Ainsi, la poche de vapeur de taille

FIG. **5.28** – Evolution temporelle des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) dans l'inducteur à trois aubes, pour $\sigma = 0,070$ et $\Phi = 0,070$. Modèle de turbulence RNG $\kappa - \epsilon$.

maximale se trouve sur l'aube **3** à l'instant $t = 0, 30 T_{cav}$, puis, à l'instant $t = 0, 65 T_{cav}$, elle est sur l'aube **2**, enfin, à l'instant $t = 0, 95 T_{cav}$, elle se trouve sur l'aube **1**.

FIG. **5.29** – Evolution temporelle des poches de vapeur ($\alpha \ge 10\%$) et triangles des vitesses relatives dans l'inducteur à trois aubes, pour $\sigma = 0, 189$ et $\Phi = 0,070$.

D'après les figures 5.27 et 5.28, la longueur de cavitation maximale se propage dans la direction de rotation. Le coefficient de pression minimal passe en forme cyclique de l'aube 3 à l'aube 2, et puis à l'aube 1. Le cycle de propagation de la vapeur continue sur les aubes comme 3-2-1-3-2-1-...

Quand la taille l_{cav} est maximale et donc quand C_P est minimal, la poche de vapeur, qui est assez importante, bloque l'écoulement du fluide, en conséquence, le débit local est diminué dans ce canal et l'écoulement est détourné vers les autres canaux en augmentant le débit de ces derniers.

La figure 5.29 montre les vecteurs des vitesses relatives et les poches de vapeur au bord d'attaque de la grille d'aubes où on peut observer une modification locale de l'écoulement en présence des poches de vapeur. Donc, les vecteurs de vitesses sont modifiés dans le temps selon la fluctuation des poches de vapeur attachées aux aubes de la grille.

Les résultats numériques de l'écoulement cavitant instationnaire de la grille d'aubes 8 degrés pour un coefficient de $\Phi = 0,084$ montrent aussi, à $\sigma = 0,184$, l'apparition de poches de vapeur asymétriques que fluctuent dans le temps.

On peut résumer l'évolution de la cavitation dans la grille d'aubes 8 **degrés** à un coefficient $\Phi = 0,084$ comme :

FIG. **5.30** – Courbe de l'évolution temporelle du coefficient de pression obtenu sur les capteurs virtuels des aubes **1**, **2** et **3** pour $\Phi = 0,084$ et $\sigma = 0,184$.

Grille d'aubes	Φ	σ	f_{cav}	f_{cav}/f_{ω}	T_{cav}
Α	0,039	0,258	9,1~Hz	0,068	$0,110 \ s$
8 degrés	0,070	0,189	1 Hz	0,041	$1 \ s$
	0,084	0,184	1,59~Hz	0,066	0,630~s

TAB. 5.8 – Comparaison des fréquences de détachement de la cavitation dans les deux grilles d'aubes étudiées.

I Cavitation stable et symétrique, où

 $(l_{cav})_1 = (l_{cav})_2 = (l_{cav})_3$ pour $\sigma \ge 0,215$ et $\forall t$.

 ${\bf II}\,$ Cavitation instationnaire asymétrique, où

 $(l_{cav})_1 \neq (l_{cav})_2 \neq (l_{cav})_3$ pour $\sigma = 0$, et $\forall t$.

II Cavitation stable et symétrique, où

 $(l_{cav})_1 = (l_{cav})_2 = (l_{cav})_3$ pour $\sigma \le 0,047$ et $\forall t$.

La figure 5.30 présente les courbes du coefficient de pression, C_P , sur les surface de mesure des aubes. On peut constater que la longueur de cavitation commence à être différente sur les aubes après deux centaines d'itérations. Ensuite, la poche de vapeur sur l'aube 1 est maximale, alors qu'elle est identique sur les aubes 2 et 3. Cette poche de vapeur asymétrique se propage sur les autres aubes dans la direction de translation de la grille d'aubes (direction de rotation de l'inducteur).

Le tableau 5.8 résume les caractéristiques principales des fluctuations des poches de vapeur dans les deux grilles d'aubes étudiées.

5.3 Etude de l'écoulement cavitant instationnaire dans l'inducteur A

L'objectif principal de cette deuxième partie est d'étudier l'écoulement cavitant instationnaire dans l'inducteur **A**, notamment la modélisation des instabilités de l'écoulement liées à la présence de la cavitation.

Pour cela, les simulations numériques instationnaires ont été réalisées sur l'inducteur **A**, étudié numériquement en régime non-cavitant et cavitant stationnaire dans le chapitre *III*. Cet inducteur a aussi servi de base pour obtenir la grille d'aubes **A** étudiée en régime instationnaire au début de ce chapitre.

Tout d'abord nous détaillerons la méthodologie utilisée pour modéliser l'écoulement cavitant instationnaire tridimensionnel. Puis, nous présenterons les études de divers paramètres nécessaires pour obtenir la convergence des simulations instationnaires, également pour apprécier l'exactitude des résultats obtenus. Ces études concernent principalement l'influence du pas de temps, Δt , le nombre d'itération par pas de temps, l'étude des paramètres de convergence, et l'influence du modèle de turbulence. Enfin, nous décrirons les résultats numériques obtenus sur l'inducteur **A**. Pour cela, nous présenterons les écoulements internes à divers instants, les images de cavitation instationnaire à divers débits et pour plusieurs valeurs du coefficient de cavitation.

Il faut remarquer que la simulation numérique tridimensionnelle en régime cavitant instationnaire présente diverses contraintes additionnelles à celles déjà observées dans les simulations stationnaires à cause des caractéristiques géométriques de ce type de machines, et de la complexité des écoulements cavitants. On peut mentionner le besoin de ressources informatiques importantes, et de longues périodes de calculs nécessaires pour différents niveaux de cavitation à chaque débit.

5.3.1 Procédure de résolution numérique en régime cavitant instationnaire

Au début, les simulations numériques de l'écoulement cavitant instationnaire dans l'inducteur **A** ont été réalisées pour deux sous-débits : $\Phi = 0,011$, et $\Phi = 0,005$. D'après la figure 5.31 (a), ces débits correspondent respectivement à $Q = 0,67 \cdot Q_{nom}$, et $Q = 0,33 \cdot Q_{nom}$.

La figure 5.31 montre les courbes expérimentales des caractéristiques de l'inducteur **A** et les courbes de chute de pression en régime stationnaire pour les deux sous-débits où les calculs cavitants instationnaires ont été réalisés.

Afin de modéliser les instabilités de l'écoulement liées à la présence de la vapeur dans

(b) Régime cavitant

FIG. 5.31 – Courbes des performances de l'inducteur ${\bf A}$ en régime stationnaire.

l'inducteur, on a procédé de trois façons différentes :

Dans une première étape, les calculs cavitants instationnaires ont été commencés à partir des résultats obtenus en régime cavitant stationnaire. Pour deux sous-débits, nous avons testé certaines valeurs du coefficient de cavitation, par exemple : $\sigma = 0,055$ pour $\Phi = 0,011$ et $\sigma = 0,064$ ou $\sigma = 0,051$ pour $\Phi = 0,005$. La figure 5.31 (b) montre trois les points sur lesquels les calculs instationnaires ont été réalisés.

Dans une deuxième étape, les calculs cavitants instationnaires ont été réalisés, pour $\sigma = 0,064$ et $\sigma = 0,051$, en modifiant la vitesse à l'entrée de l'inducteur, et donc en diminuant le débit de $Q = 0,33 \cdot Q_{nom}$ à $Q = 0,30 \ Q_{nom}$. Postérieurement le débit à été réduit de $Q = 0,30 \ Q_{nom}$ à $Q = 0,27 \ Q_{nom}$.

Les simulations numériques en modifient le débit de la machine à partir des résultats d'un calcul cavitant peut poser certains problèmes. En effet, la stabilisation du nouveau champ dynamique de l'écoulement dans l'inducteur a été plus longue que prévue. En plus, ces calculs ont présenté des problèmes de convergence liés à la variation locale des champs de vitesses et la présence de la vapeur au sein de l'écoulement.

Enfin, une troisième façon d'obtenir les résultats instationnaires a été de construire une nouvelle courbe de chute de pression en régime instationnaire pour un coefficient de débit de $\Phi = 0,004$. Ainsi, pour des raisons numériques, on commence la simulation numérique instationnaire à partir d'un calcul stationnaire cavitant, avec une pression à la sortie élevée. Ceci conduit à utiliser la distribution calculée des champs de pression, de vitesse et des diverses autres grandeurs physiques comme donnée à l'instant t = 0du calcul instationnaire cavitant. Pour le calcul suivant, nous réduisons la pression en utilisant les résultats précédents en tant que condition initiale et ainsi de suite, tout en prenant soin de réduire le pas de pression au fur et à mesure que l'on s'approche de la zone critique de chute des performances.

Il faut remarquer que cette courbe a été générée avec une faible densité des points de cavitation. D'un côté, parce qu'on s'intéresse plutôt à la modélisation des instabilités liées à la cavitation et pas à la caractérisation cavitante de l'inducteur, et d'un autre côté, en raison du long temps de calculs requis pour ce type de simulations instationnaires.

Pour réduire les instabilités numériques et favoriser la convergence, il est préférable que les valeurs des paramètres et des variables d'entrée des divers modèles impliqués dans les deux types de calculs stationnaires et instationnaires, à une pression d'entrée donnée et un débit de sortie donné, soient les mêmes.

Procédure numérique

Le chapitre II présente en détail la démarche numérique suivie pour la modélisation des écoulements cavitants. Dans toute simulation numérique, la première étape est la construction de la géométrie qui définit le problème à étudier. Ensuite, le volume fluide délimité par la géométrie solide de la machine est discrétisée à l'aide d'un maillage numérique. Puis, les conditions aux limites sont définies pour isoler le problème à étudier du reste du système de fonctionnement.

Ainsi, on a utilisé le modèle géométrique de l'inducteur **A** étudié en régime stationnaire dans le chapitre *IV*. Cette géométrie considère le jeu radial de fonctionnement, $\delta_t = 0,069$, qui a une influence importante tant dans l'écoulement moyen comme dans le comportement local de la cavitation.

L'inducteur **A** a été discrétisé à l'aide d'un maillage hybride non-structuré. Le maillage a été généré sur toute la roue de l'inducteur, à la différence des inducteurs **B** et **8 degrés** étudiés aussi en régime cavitant stationnaire, où des conditions de périodicité cycliques ont été utilisées pour accélérer le temps de calcul. Le maillage a été raffiné dans les zones proches des parois. Ceci permet d'avoir une croissance progressive de la taille des éléments vers l'extérieur des surfaces solides des maillages non-structurés. Le maillage est formé de 1 500 000 éléments de type tétraèdres et prismes triangulaires. Les valeurs de y^+ sont compris entre 10 et 120. Le jeu radial formé par les bouts des aubes et le carter a été discrétisé avec des éléments de type prismes triangulaires. Ceci a permis d'avoir un meilleur contrôle de la densité du maillage dans cette région. Ainsi, le jeu a été discrétisé par 12 éléments équidistantes dans la direction radiale.

Les conditions aux limites utilisées sont les mêmes que dans l'analyse stationnaire où la vitesse débitante est spécifiée à l'entrée de l'inducteur et la pression statique fixé à la sortie. Les paramètres cavitants, comme la fraction des gaz non-condensables, la pression de vaporisation de la vapeur et la tension superficielle, sont maintenus constants.

Discrétisation spatiale et temporelle des équations

Nous avons adopté pour les simulations numériques en écoulement instationnaire, pour des schémas d'intégration d'ordre 2. Rappelons que dans un schéma d'ordre 1, on écrit pour une grandeur φ , dans un volume de contrôle V :

No.	Pas angulaire, $\Delta \alpha$	Pas de temps, Δt	No. d'itérations/ Δt
1	$7, 2^{\circ}$	$\frac{t_{r\acute{e}f}}{50} = 1,5E-4\ s$	≈ 160
2	$3, 6^{\circ}$	$\frac{t_{r\acute{e}f}}{100} = 7,5E-5\ s$	≈ 80
3	$1,0^{\circ}$	$\frac{t_{r\acute{e}f}}{360} = 2, 1E - 5 \ s$	≈ 45
4	$0,5^{\circ}$	$\frac{t_{r\acute{e}f}}{720} = 1,0E-5\ s$	≈ 30

TAB. 5.9 – Différents pas de temps testés dans l'analyse instationnaire.

$$\frac{\partial}{\partial} \left(\int_{V} \rho \varphi dV \right) = \frac{V}{\Delta t} \left(\rho^{n+1} \varphi^{n+1} - \rho^{n} \varphi^{n} \right)$$
(5.3)

et dans le schéma d'ordre 2 :

$$\frac{\partial}{\partial} \left(\int_{V} \rho \varphi dV \right) = \frac{V}{2\Delta t} \left(3\rho^{n+1} \varphi^{n+1} - 4\rho^{n} \varphi^{n} + \rho^{n-1} \varphi^{n-1} \right)$$
(5.4)

les indices n, n+1 et n-1 sont respectivement relatifs au pas de temps actuel, au suivant et au précédent.

Afin d'étudier le caractère instationnaire de l'écoulement dans l'inducteur **A**, le temps de référence a été défini par le temps que prend l'inducteur pour faire un tour, c'est-à dire, la période de rotation de l'inducteur :

$$t_{r\acute{e}f} = T_{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 0,0075 \ s$$
 (5.5)

Un autre paramètre important à définir est le nombre d'itérations par pas de temps. Les calculs instationnaires sont menés en boucles ou sous-itérations. Ainsi, le calcul passe à l'instant suivant, défini par le pas de temps, lorsque les valeurs des résidus atteignent le critère de convergence imposées de 1E - 3, pour toutes les équations de conservation. S'ils ne descendent pas en dessous de ce critère, on fixe un certain nombre d'itérations au terme duquel le calcul passe au suivant pas de temps.

On a constaté que ce paramètre est fortement lié à la taille du pas de temps. Ainsi, lorsque le pas de temps est très faible, $\Delta t \approx 1E-5 s$, le nombre d'itérations pour atteindre le critère de convergence de 1E-3 est de $(No. \ d'itérations/\Delta t) \approx 30$. En revanche, pour le pas de temps plus important, $\Delta t \approx 1, 5E-4 s$, le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre le même critère de convergence est $150 \leq (No. \ d'itérations/\Delta t) \leq 200$. Il faut remarquer que si l'on veut garantir une bonne qualité de convergence, le critère de convergence doit être atteint à chaque pas de temps. Le tableau 5.9 résume les divers pas de temps testés pour les simulations numériques instationnaires.

La figure 5.32 (a) montre les courbes des résidus des différentes équations de conservation entre les itérations 1 143 000 et 1 145 000. On peut constater que pour une plage de 2 000 itérations, il faut 13 pas de temps correspondant à un quart de tour de l'inducteur. Au fur et à mesure que Δt diminue, le nombre d'itérations augmente comme illustré sur la figure 5.32 (b) et 5.32 (c).

Sur cette figure, on observe aussi que les valeurs des résidus relatifs à la fraction volumique de la vapeur descendent en dessous du critère de 1E - 4. Les autres valeurs des résidus sont encore plus basses, de l'ordre de 1E - 7, hormis les valeurs des résidus relatifs à la continuité et au taux de dissipation de l'énergie turbulente qui atteignent seulement le critère de 1E - 3.

Comme on a déjà constaté, au fur et a mesure que le pas de temps est réduit, le nombre d'itération par Δt est aussi réduit. Alors que pour les pas de temps importants, on a besoin d'un nombre supérieur d'itérations par Δt . En ce qui concerne les ressources informatiques, quatre configurations ont été utilisées. Elles sont décrites ci-dessous, de la configuration la plus lente à la plus rapide :

- **Calcul en série :** Intel Pentium 4, 3, 4 GHz de vitesse du processeur, et 2 Go de mémoire RAM.
- Calcul en parallèle A : deux ou quatre processeurs : Intel Core 2 au Core 2 quad, 3,4 GHz de vitesse du processeur, et 2 Go et 4 Go respectivement de mémoire RAM.
- Calcul en parallèle B : deux, quatre ou huit processeurs : Intel Pentium 4 et AMD semprom, 3, 4 *GHz* et 2, 0 *GHz* respectivement de vitesse du processeur, et 2 *Go* et 1 *Go* respectivement de mémoire RAM.
- Calcul en parallèle C : deux, quatre ou huit processeurs : Cluster 32 Go de mémoire RAM.

Un deuxième problème auquel on se confronte lors des simulations numériques en régime cavitant instationnaire est le post-traitement des résultats. En effet, dans le but d'analyser, à plusieurs instants t, la distribution des différents paramètres de l'écoulement, les fichiers ont été sauvegardés à différents temps ou nombres de pas de temps, $No. \Delta t$. Ainsi, dans les simulations numériques en régime cavitant stationnaire, ainsi que dans les simulations numériques en régime cavitant instationnaire aux valeurs importantes du nombre de cavitation, l'écoulement est stable et le stockage d'information strict n'est pas nécessaire. En revanche, afin de montrer l'écoulement instationnaires. De ce fait, les résultats numériques ont été sauvegardés normalement à chaque $t = t_{réf}/10 = 7, 5E - 4 s$, ce qui correspond à un dixième de tour de l'inducteur **A**. Il faut remarquer que chaque couple de fichiers contenant respectivement les données géométriques et les résultats des calculs numériques sont volumineux, de l'ordre de 0, 4 Go. Donc, pour chaque tour de l'inducteur, l'espace nécessaire pour le stockage des résultats est de 4 Go.

5.3.2 Analyse des résultats 3D en régiment cavitant instationnaire

Dans ce qui suit, on présente les résultats numériques qui correspondent au coefficient de débit $\Phi = 0,0050 \ (Q = 0,300 \ Q_{réf})$ pour trois coefficients de cavitation, à savoir : $\sigma = 0,064, \sigma = 0,051$ et $\sigma = 0,043$, dont les positions sur la courbe de chute de pression sont montrées sur la figure 5.31 (b).

Lors des calculs instationnaires, diverses paramètres ont été contrôlés afin d'observer l'éventuelle apparition d'instabilités au sein de l'écoulement cavitant liées à la présence de la vapeur, notamment on peut mentionner la pression statique à l'entrée du domaine de contrôle, l'amplitude de la vitesse relative à la sortie du domaine de contrôle, le bilan massique entre l'entrée et la sortie, la pression statique sur la paroi des aubes de l'inducteur et le taux de vapeur présent sur les aubes. Le contrôle de ces paramètres sert aussi pour contrôler la converge des calculs instationnaires.

Les iso-surfaces de vapeur ont été obtenues, dans le post-traitement des résultats, sur une plage de valeurs de la fraction volumique de vapeur entre $10\% \le \alpha \le 90\%$. La fraction volumique de vapeur est définie par l'équation 5.6.

$$\alpha = f \cdot \frac{\rho}{\rho_v} \tag{5.6}$$

où f est la fraction massique de vapeur, définie par :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{f}{\rho_v} + \frac{1-\rho}{\rho_l} \tag{5.7}$$

La figure 5.33 montre, à titre d'exemple, les iso-surface de vapeur de l'inducteur **A** pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,051$ à l'instant $t = 200 t_{réf}$. Sur cette figure, on peut constater que la forme de la cavitation varie en fonction de la quantité de vapeur en volume présente dans le mélange liquide-vapeur. Par conséquent, on observe que la cavitation est présente en forme de deux poches de vapeur très petites attachées à la périphérie du bord d'attaque des aubes. En revanche, on observe au même instant, $t = 200 t_{réf}$, mais pour $\alpha = 0, 15\%$, que la cavitation bloque complètement le conduite d'aspiration de l'inducteur, du bord d'attaque à l'entrée du domaine de contrôle.

Iso-surface de vapeur dans l'inducteur A, pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,064$

La courbe de chute de pression de l'inducteur \mathbf{A} a été construite en régime instationnaire pour un coefficient de débit de $\Phi = 0,0050$. Aux valeurs importantes du nombre de cavitation ($\sigma = 0,340$, $\sigma = 0,140$, et $\sigma = 0,100$), la cavitation se présente en forme de deux poches de vapeur attachées à la périphérie du bord d'attaque des aubes de l'inducteur. Elles grandissent graduellement au fur et à mesure que la pression d'aspiration de la machine diminue. Ces poches de vapeur sont identiques dans les deux aubes où elles restent attachées à tout instant, t. En conséquent, la longueur de cavitation au bord d'attaque est la même sur les deux aubes.

(c) Vue Isométrique

FIG. 5.33 – Iso–surfaces de vapeur dans l'inducteur A, pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,051$ à l'instant $t = 200 t_{réf}$.

La pression à la sortie a été diminue graduellement afin d'avoir différentes conditions de cavitation. Ainsi, à partir des résultats numériques de $\sigma = 0, 100$, la pression à la sortie a été diminuée jusqu'à $\sigma = 0,064$, à $t \approx 19 t_{réf}$. Au début, de $t \approx 19 t_{réf}$ à $t \approx 20 t_{réf}$, les calculs numériques ont été réalisés avec un pas de temps très petit, $\Delta t = 2, 1E - 5 s$. Le nombre de pas de temps calculés est d'environ 15 000, qui correspond à 675 000 itérations. Malgré le nombre d'itérations important et une apparente stabilisation des valeurs des résidus, la conservation de la masse et la pression à l'entrée ne sont pas encore bien convergés, voir figure 5.34.

La figure 5.35 montre l'évolution de la cavitation contenant $\alpha = 20\%$ de vapeur en volume pour un période compris entre $t \approx 30 t_{réf}$ à $t \approx 58 t_{réf}$. On constate clairement, sur les figures 5.34 et 5.35 que la pression n'est pas encore stabilisée. Ceci provoque une apparente évolution temporelle de la poche de cavitation. En conséquent, la cavitation est présente, à $t = 28 t_{réf}$, à la périphérie du bord d'attaque de aubes. Au fur et à mesure que le temps avance, la cavitation s'étend vers l'aval sur les parois des aubes et vers le moyeu de l'inducteur au niveau du bord d'attaque de l'aube voisine. Puis, la cavitation se développe aussi vers l'amont au niveau de la périphérie du bord d'attaque des aubes. Enfin, vers $t = 60 t_{réf}$ la cavitation apparaît aussi en forme de torche vers l'amont. Il faut remarquer que cette évolution de la cavitation est provoquée par la période de calcul transitoire.

Afin d'accélérer les calculs, le pas de temps a été modifié à $\Delta t = 1, 4E - 4$ entre les instants $t \approx 60 t_{r\acute{e}f}$ et $t \approx 125 t_{r\acute{e}f}$. Puis, une fois que la pression statique à l'entrée et le bilan massique sont stabilisés, le pas de temps a été réduit à $\Delta t = 7, 5E - 5$, à partir de l'instant $t \approx 125 t_{r\acute{e}f}$.

La figure 5.34 montre l'évolution de la pression statique à l'entrée et le bilan massique

FIG. **5.34** – Evolution de la pression statique à l'entrée et le bilan massique lors des calculs numériques instationnaires pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,064$.

FIG. **5.35** – Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur **A** pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,064$, vue de face. Calculs non-stabilisés.

pour les trois différents pas de temps utilisés lors des calculs numériques instationnaires pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,064$. Les calculs ont été réalisés pour environ 1 seconde de fonctionnement de la machine, qui correspond à environ 1 400 000 itérations.

Une fois que les paramètres de l'écoulement sont stabilisés, 17 iso-surfaces de vapeur contenant 10%, 15% ... jusqu'à 90% de vapeur en volume sont observées à chaque $t = 0, 125 t_{réf}$. Comme on l'avait déjà précisé, la forme de la cavitation varie en fonction de α . Donc, les iso-surfaces de vapeur inférieures à $\alpha \leq 15\%$ ne sont pas visible en raison de l'importante taille de la cavitation. Par contre, les iso-surfaces de vapeur supérieures à $\alpha \leq 25\%$ montrent une forme de cavitation symétrique dans l'inducteur. En revanche, l'iso-surface de $\alpha = 20\%$ présente une fluctuation temporelle de la poche de vapeur, celle-ci provoque l'asymétrie de la longueur de cavitation dans les deux aubes de l'inducteur **A**.

Les figures 5.36, 5.37 et 5.38 montrent, en vue de face, vue latérale et vue isométrique, l'évolution temporelle de la poche de vapeur contenant $\alpha = 20\%$ de vapeur en volume dans l'inducteur axial **A** à 25 instants compris entre $t = 126 t_{réf}$ et $t = 150 t_{réf}$, où tous les paramètres de l'écoulement sont stabilisés et le pas de temps utilisé pour les simulations numériques est de $\Delta t = 7, 5E - 5 s$.

On observe, sur la figure 5.36, à $t = 126 t_{réf}$, que la cavitation a, d'un côté, la forme d'une couronne à la périphérie de l'inducteur, et de l'autre côté, la forme de torche vers

5.3. ETUDE DE L'ÉCOULEMENT CAVITANT INSTATIONNAIRE DANS L'INDUCTEUR A

FIG. **5.36** – Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur **A**, pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,064$, vue de face.

FIG. **5.37** – Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur **A**, pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,064$, vue de latérale.

l'amont de l'inducteur. On peut constater que la longueur de cavitation est symétrique à cet instant sur les deux aubes. La cavitation à la périphérie et la cavitation de la torche sont reliées par une région étroite de vapeur formée tout au long du bord d'attaque, de l'extrémité de l'aube au moyeu de l'inducteur.

Ensuite, la cavitation se développe progressivement au bord d'attaque de l'aube 2 (aube en vert) où elle est plus importante que sur l'aube 1 (aube en bleu), à l'instant $t = 128 t_{réf}$. Puis, la poche de cavitation diminue progressivement, au bord d'attaque de l'aube 2, jusqu'à son minimum à $t = 131 t_{réf}$. En revanche, la poche de vapeur est maximale sur l'aube 2. Enfin, la poche de cavitation commence à grossir sur l'aube 2 et

FIG. **5.38** – Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 20\%$) dans l'inducteur **A**, pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,064$, vue isométrique.

à s'affaiblir sur l'aube 1 jusqu'à ce qu'elle devienne respectivement maximale et minimale à $t = 135 t_{réf}$.

D'après cette figure, la fluctuation asymétrique des poches de vapeur est quasi-cyclique. On observe la longueur maximale de cavitation à $t = 126 t_{réf}$, $t = 135 t_{réf}$, et $t = 144 t_{réf}$ sur l'aube **2** et à $t = 131 t_{réf}$, $t = 140 t_{réf}$, et $t = 149 t_{réf}$ sur l'aube **1**. Ainsi, la période de fluctuation de cavitation est de $T_{cav} = 0,0675 s$ et sa fréquence de $f_{cav} = 14,8 Hz$. On peut observer, sur les figures 5.37 et 5.38, que cette fluctuation peut être entraînée par la torche de vapeur formée vers l'amont de l'inducteur. Il est évident que la torche tourne dans le sens de rotation de l'inducteur. Donc, la torche fait un cycle, tandis que l'inducteur axial fait 9 tours.

Lors des calculs cavitants instationnaires, la pression statique a été mesurée sur les aubes de l'inducteur axial, mais cette acquisition de données a été faite sur toute la paroi des aubes, du côté en dépression. Par conséquent, la fluctuation de cavitation n'a pas été repérée par la pression mesurée sur la surface de mesure des aubes, comme on l'avait trouvé dans les grilles d'aubes \mathbf{A} et $\mathbf{8}$ degrés.

Iso-surface de vapeur dans l'inducteur A, pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,043$

Les simulations numériques en régime cavitant instationnaire on été réalisées pour des nombres de cavitation plus faibles. A partir des résultats à $\sigma = 0,064$, les calculs ont été réalisés pour $\sigma = 0,051$, et puis, à partir de ce dernier, pour $\sigma = 0,043$. Ce point de calcul se trouve déjà à plus de 10% de la chute de pression, comme on observe sur la figure 5.31. La figure 5.39 présente l'évolution de la pression statique à l'entrée et le bilan massique entre l'entré et la sortie du domaine de contrôle lors des calculs numériques instationnaires pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,043$. On constate, pour toutes les simulations numériques instationnaires réalisées pour l'inducteur **A** que les paramètres de l'écoulement se stabilisent après une centaine de tours de l'inducteur. Donc, l'analyse des résultats est réalisée, dans tous les cas, une fois que ces paramètres de l'écoulement, qui sont contrôlés lors des calculs, sont stabilisés.

La figure 5.40 présente l'évolution temporelle de la poche de vapeur contenant $\alpha = 35\%$

(a) Bilan massique, $\Delta Q_m = Q_2 - Q_1$

(b) Pression statique à l'entrée, ${\cal P}_1$

FIG. **5.39** – Evolution de la pression statique à l'entrée et le bilan massique lors des calculs numériques instationnaires pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,043$.

FIG. **5.40** – Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 35\%$) dans l'inducteur A pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,043$, vue de face.

de vapeur en volume où on peut observer une légère fluctuation des poches de vapeur que suit le même patron que celle observé à $\sigma = 0,064$. A la différence du calcul instationnaire à $\sigma = 0,064$, cette fluctuation est beaucoup moins évidente que pour $\sigma = 0,043$ où les poches de vapeur sont plus développées. Ainsi, l'iso-surface qui correspond à $\alpha = 20\%$ s'étend sur tout le volume en amont de l'inducteur. Ceci empêche la visualisation des fluctuations pour les poches aux faibles taux de vapeur.

D'après cette figure, on peut constater que la poche de cavitation est plus importante sur l'aube 1 (en bleu) que sur l'aube 2 (en vert) à 106 tours de l'inducteur. Puis, elle diminue progressivement et elle devient plus petite sur l'aube 1 tandis qu'elle est plus importante sur l'aube 2. La figure montre les 3 cycles successifs de cette fluctuation de cavitation qui correspond à 22 tours de l'inducteur. Ainsi, la période de fluctuation de

(b) Vue latérale

FIG. **5.41** – Evolution temporelle de la vapeur ($\alpha = 35\%$) dans l'inducteur **A** pour $\Phi = 0,0050$ et $\sigma = 0,043$.
cavitation est de $T_{cav} = 0,0600 \ s$ et sa fréquence de $f_{cav} = 16,7 \ Hz$.

La figure 5.41 présente l'évolution temporelle de la poche de vapeur contenant $\alpha = 30\%$ de vapeur en volume dans l'inducteur **A** pour le coefficient de débit $\Phi = 0,0050$ et le nombre de cavitation $\sigma = 0,043$ en vue isométrique et vue latérale où on peut observer plus clairement les trois cycles de la fluctuation de cavitation. Il faut remarquer que les iso-surfaces présentées dans ce cas contiennent un taux plus important de vapeur, c'est la raison pour laquelle, malgré un faible nombre de cavitation, la vapeur semble être moins développée que dans le cas précédent.

Conclusions et perspectives

Les simulations numériques des écoulements cavitants stationnaires et instationnaires ont été réalisées dans des géométries des inducteurs simplifiés ainsi que dans des géométries réelles. Ceci a permis de caractériser l'écoulement cavitant dans ces machines à différents conditions de fonctionnement. Ainsi, l'étude des divers paramètres de l'écoulement diphasique de l'inducteur permet d'analyser et mieux comprendre le comportement de la cavitation, notamment son influence sur la perte des performances des machines ainsi que les instabilités générées par sa présence au sein de l'écoulement.

Afin de valider les résultats numériques en régime stationnaire, ceux-ci ont été confrontés aux données expérimentales obtenues sur ces inducteurs. Cette validation a été réalisée en fonction des paramètres globaux des inducteurs, notamment la charge énergétique, le rendement et la chute des performances lorsque la pression d'aspiration varie.

En accord avec les travaux précédents, et futurs, l'étude du phénomène de la cavitation a été acheminée, dans une première étape, à bien comprendre le comportement stationnaire de l'écoulement cavitant dans trois inducteurs sélectionnés. Ensuite, dans une deuxième étape, l'écoulement cavitant instationnaire a été étudié sur deux grilles d'aubes de caractéristiques géométriques différentes. L'objectif principal est de connaitre les différentes instabilités de l'écoulement liées à la présence de la vapeur dans ces grilles d'aubes. Dans ces cas, on a pu constater l'apparition de la cavitation alternée dans la grille d'aubes paires et la cavitation tournante dans ces deux grilles. Il a été mis en évidence l'influence de la turbulence sur le comportement de la cavitation, et par conséquent, la façon de la modéliser dans l'écoulement cavitant.

Enfin, les calculs cavitants instationnaires dans l'inducteur **A** ont mis en évidence la difficulté pour l'obtention des résultats numériques ainsi que pour le dépouillement et l'analyse de ceux-ci. Les résultats montrent la cavitation tournante qui semble être beaucoup moins évidente que sur les grilles d'aubes. La forme et le comportement de la cavitation est fortement perturbée par le jeu radial qui modifie aussi la torche qui se forme vers l'amont de l'inducteur.

Perspectives

Dans l'objectif de poursuivre les travaux de recherche autour de la modélisation des écoulements cavitant instationnaires dans les turbomachines, on peut envisager :

- une étude de sensibilité du maillage en régime cavitant instationnaire,
- des simulations numériques en utilisant d'autres modèles de turbulence dont notamment le DES,
- des simulations numériques en prenant en considération des éléments en aval de l'inducteur, notamment le couplage roue-inducteur.
- une étude de l'influence de la rugosité des parois sur les instabilités de l'écoulement cavitant,
- des simulations numériques en utilisant des codes multiéchelles développés au *LEMFI*. En ce qui concerne les essais expérimentaux, on peut envisager :
- une campagne expérimentale plus approfondie que permettra l'étude des poches de vapeur dans l'inducteur.

Dans le cadre de la poursuite de ces travaux, MM. BERGERAT et MEHAL, continuent ces lignes de recherche au LEMFI, particulièrement dans la conception d'un code qui permet de modéliser l'écoulement multiphasique, notamment cavitant, ainsi que l'étude de l'influence de la rugosité dans les écoulements cavitants instationnaires.

Bibliographie

- A.J. Acosta. An experimental study of cavitating inducers second. In Symposium on Naval Hydrodynamics, Hydrodynamic Noise, Cavity flow. Washington D.C., USA. August 25–29, 1958.
- [2] A.J. Acosta. Flow in inducer pumps, an apercu. In 4th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery. Honolulu, Hawaii, USA. April 5–8, 1992.
- [3] M. Aoki and K. Yamamoto. Inlet reverse flow mechanism in axial flow turbomachines with neither stall nor significant radial flow. *Journal of Turbomachinery*, 114(2):392– 397, 1992.
- [4] V.H. Arakeri. Viscous effects in inception and development of cavitation on axisymmetric bodies. In *Californie Institute of Technologie, Pasadena*, 1973.
- [5] R.E.A. Arndt. Recent advances in cavitation research. Advances in Hydroscience., 12, No. 110 :1–78, 1981.
- [6] R.E.A. Arndt and A.T. Ippen. Rough surface effects on cavitation inception. Journal of Basic Engineering, 9(3):249–261, 1968.
- [7] K. Ashihara and A. Goto. Effects of blade loading on pump inducer performance and flow fields. Technical report, ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting. Montreal, Canada. July 14–18, 2002.
- [8] F. Avellan and P. Dupont. Etude du sillage d'une poche de cavitation partielle se développant sur un profil hydraulique bi-dimensionnel. La Houille Blanche, 7:507– 524, 1988.
- [9] F. Bakir, S. Kouïdri, R. Noguera, and R. Rey. Experimental analysis of an axial inducer influence of the shape of the blade leading edge on the performances in cavitating regime. *Journal of Fluids Engineering*, 125 :293–301, 2003.
- [10] F. Bakir, S. Kouidri, R. Noguera, and R. Rey. Design and analysis of axial inducers performances. In ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting. Washington DC, USA. June 21–25, 1998.

- [11] F. Bakir, R. Rey, A.G. Gerber, T. Belamri, and B. Hutchinson. Numerical and experimental investigations of the cavitating behavior of an inducer. *International Journal of Rotating Machinery*, 10(1):15–25, 2004.
- [12] A.J. Bhattacharyya, A.and Acosta, C.E. Brennen, and T.K. Caughey. Rotordynamic forces in cavitating inducers. *Journal of Fluids Engineering*, 119 :768–774, 1997.
- [13] C.E. Brennen. Hydrodynamics of pumps. Technical report, Concepts ETI, Inc. and Oxford University Press, 1994.
- [14] C.E. Brennen. Cavitation and bubble dynamics. Technical report, Oxford University Press. New York., 1995.
- [15] M. Callenaere, J.P. Franc, J.M. Michel, and M. Riondet. The cavitation instability induced by the development of a re-entrant jet. *Journal of Fluids Engineering*, 444 :223–256, 2001.
- [16] Y. Chen and S.D. Heister. A numerical treatment for attached cavitation. Journal of Fluids Engineering, 116 :613–618, 1994.
- [17] Y. Chen and S.D. Heister. Modelling hydrodynamic no-equilibrium in cavitating flows. Journal of Fluids Engineering, 118:172–178, 1996.
- [18] J.F. Combes and A. Arsher. Etude de la cavitation dans la pompe shf. La Houille Blanche, pages 93–98, 2001.
- [19] O. Coutier-Delgosha, R. Fortes-Patella, and B. Reboud, J.L. Stutz. Test case no. 30 : unsteady cavitation in a venturi type section. *Multiphase Science and Technology*, 16 :207–218, 2004.
- [20] O. Coutier-Delgosha, R. Fortes-Patella, and J.L. Reboud. Evaluation of the turbulence model influence on the numerical simulation of unsteady cavitation. *Journal of Fluids Engineering*, 125 :38–45, 2003.
- [21] O. Coutier-Delgosha and J.L. Reboud. Numerical simulation of the unsteady cavitation behavior of an inducer blade cascade. In ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting. Boston, Massachusetts, USA. June 11–15, 2000.
- [22] L. d'Agostino, M.V. Salvetti, R. Saurel, F. Petitpas, Y. Tsujimoto, C.E. Brennen, J.P. Franc, E. Sinibaldi, and F. Beux. *Fluid Dynamics of Cavitation and Cavitating Turbopumps*. SpringerLink, 2008.
- [23] P. Dupont and F. Avellan. Numerical computation of a leading edge cavity. In Cavitation Symposium 'Cavitation'91', first ASME-JSME Fluid Eng. Conf., vol. 116., 1991.

- [24] M. Farhat, F. Guennoun, and F. Avellan. The leading edge cavitation dynamics. In ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting. Montreal, Canada. July 14–18, 2002.
- [25] J.P. Franc, F. Avellan, B. Belhadji, J.Y. Billard, L. Briançonmarjolet, D. Fréchou, D.H. Fruman, J.L. Karimi, A. Kueny, and J.M. Michel. La cavitation : Mécanismes physiques et aspects industrielles. Technical report, Presses Universitaires de Grenoble., 1995.
- [26] J.P. Franc and J.M. Michel. Attached cavitation and the boundary layer : Experimental investigation and numerical treatment. *Journal of Fluid Mechanics*, 154 :63–90., 1985.
- [27] D.H. Fruman, J.L. Reboud, and B. Stutz. Estimation of thermal effects in cavitation of thermosensible liquids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42:3195– 3204, 1999.
- [28] F.G. Ghahremani. Turbo-pump cavitation compliance. Technical report, Aerospace Corporation Rep. No. TOR-0059 (6531-01)-2, 1970.
- [29] S. Gopalan and J. Katz. Flow structure and modeling issues in the closure region of attached cavitation. *Physics of Fluids*, 12(4):895–911, 2000.
- [30] F. Guennoun, Y. Aït-Bouziad, M. Farhat, F. Pereira, and F. Avellan. Experimental investigation of a particular traveling bubble cavitation. In 5th International Symposium on Cavitation. Osaka, Japan. November 1–4, number 67–012 in CAV03–OS, Osaka, Japan, November 1–4 2003.
- [31] J.O. Hinze. Turbulence. New York, 1975.
- [32] H. Horiguchi, S. Watanabe, and Y. Tsujimoto. Theoretical analysis of cavitation in inducers with alternate leading edge cutback : Part ii – effects of the amount of cutback. *Journal of Fluids Engineering*, 122 :419–424, 2000.
- [33] H. Horiguchi, S. Watanabe, Y. Tsujimoto, and M. Aoki. Theoretical analysis of alternate blade cavitation in inducers. *Journal of Fluids Engineering*, 122(1):156– 163, 2000.
- [34] J.D. Huang, M. Aoki, and J.T. Zhang. Altenate blade cavitation on inducer. JSME international journal. Series B, fluids and thermal engineering, B. 41 No. 1 :1–6, 1998.
- [35] J.K. Jakobsen. Liquid rocket engine turbopump inducers. NASA, pages 17–24, 1971.
- [36] D. Japikse, W.D. Marscher, and R.B. Furst. Centrifugal pump design and performance. Concepts ETI, Inc., ISBN 0-933283-09-1 :(-8-17)-(8-18), 1997.

- [37] S. Jones, G. Evans, and K. Galvin. Bubble nucleation from gas cavities a review. Advances in Colloid and Interface Science, 80 :27–50, 1999.
- [38] W.P. Jones and B.E. Launder. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15:301–314, 1972.
- [39] D.D. Joseph. Cavitation and the state of stress in a flowing liquid. Journal of Fluid Mechanics, 366 :367–378, 1998.
- [40] A.P. Keller. Cavitation scale effects empirically found relations and the correlation of cavitation number and hydrodynamic coefficients. In 4th International Symposium on Cavitation. Pasadena, California, USA. June 20–23, 2001.
- [41] T. Kimura, Y. Yoshida, T. Hashimoto, and Shimagaki M. Numerical simulation for vortex structure in a turbopump inducer : Close relationship with appearance of cavitation instabilities. *Journal of Fluids Engineering*, 130(5):051104, 2008.
- [42] R.T. Knapp. Recent investigation on the mechanics of cavitation and erosion damage. *Trans. ASME*, 75, No. 8 :1045–1054, 1995.
- [43] R.T. Knapp, J.W. Daily, and F.G. Hammitt. Cavitation. Inc., New York, 1970.
- [44] A. Kubota, H. Kato, and H. Yamaguchi. A new modeling of cavitating flows : A numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section. *Journal of Fluids Engineering*, 240 :59–96, 1992.
- [45] A. Kubota, H. Kato, H. Yamaguchi, and M. Maeda. Unsteady structure measurement of cloud cavitation on a foil section using conditional sampling technique. *Journal of Fluids Engineering*, 111 :204–210, 1989.
- [46] J.L. Kueny and J. Desclaux. Theoretical analysis of cavitation in rocket engine inducers. In ASME Pumping Machinery Symposium, 1989.
- [47] Y. Kuhn de Chizelle, S.L. Ceccio, and C.E. Brennen. Observation and scaling of traveling bubbble cavitation. *Journal of Fluid Mechanics*, 293 :96–126, 1995.
- [48] R.F. Kunz, Boger D.A., D.R. Stinebring, T.S. Chyczewski, J.W. Lindau, and H.J. Gibeling. A preconditioned navier–stokes method for two–phase flows with application to cavitation. *Computers and Fluid*, 29:849–875, 2000.
- [49] B. Lakshminarayana. Fluid dynamics of inducers. Journal of Fluids Engineering, 4:411–427, 1982.
- [50] J.F. Lapray. Pompes centrifuges, hélico-centrifuges et axiales : cavitation. Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique, B4313, 1994.
- [51] B.E. Launder. Second-moment closure : Present... and future? International Journal of Heat and Fluid Flow, 10(4) :282–300, 1989.

- [52] B.E. Launder, G.J. Reece, and W. Rodi. Progress in the development of a reynolds– stress turbulence closure. *Journal of Fluid Mechanics*, 68(3) :537–566, 1975.
- [53] B.E. Launder and B.I. Sharma. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. Letters in Heat and Mass Transfer, 1, no. 2 :131–138, 1974.
- [54] B.E. Launder and D.B. Spalding. Lectures in Mathematical Models of Turbulence. London, 1972.
- [55] H. Lemonnier and A. Rowe. Another approach in modelling cavitating flows. Journal of Fluid Mechanics, 195 :557–580, 1988.
- [56] J.Y. Luo, R.I. ISSA, and A.D. Gosman. Prediction of impeller induced flows in mixing vessels using multiple frames of reference. *IChemE Symposium Series*, Number 136 :549–556, 1994.
- [57] I. Mejri. Analyse de l'Ecoulement Instationnaire Cavitant dans les Inducteurs. PhD thesis, LEMFI–ENSAM-Paris, 2006.
- [58] I. Mejri, F. Bakir, S. Kouidri, and Rey R. Influence of peripheral blade angle on the performance and the stability of axial inducers. *IMECH E Part A, Journal of Power* and Energy, 219 :289–301, 2005.
- [59] I. Mejri, F. Bakir, S. Kouidri, and R. Rey. Hub shape effects under cavitation on the inducers performance. *IMECH E Part A, Journal of Power and Energy*, 220 :JPE137, 2006.
- [60] I. Mejri, F. Bakir, R. Rey, and T. Belamri. Comparison of computational results obtained from a homogenious cavitation model with experimental investigations of three inducers. *Journal of Fluids Engineering*, 128, No. 6 :1308–1323, 2006.
- [61] I. Mejri, T. Belamri, and F. Bakir. Cfx tascflowtm2.12 : Validation of the vof model on the lemfi inducer. In CFX European Conference. 16–18 September. Strasbourg, France., 2002.
- [62] F.R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal of Propulsion and Power, 32(8) :1598–1605, 1994.
- [63] H. Nakai, H. Horiguchi, M. Nakano, and Y. Tsujimoto. Cavitating flows in centrifugal impellers and their stability analysis. In 5th International Symposium on Cavitation. Osaka, Japan. November 1–4, 2003.
- [64] NASA. Liquid rocket engine turbopump inducers. NASA, SP 8052, 1971.
- [65] R. Noguera, R. Rey, F. Massouh, F. Bakir, and S. Kouidri. Design and analysis of axial pumps. In ASME Fluids Engineering, Second Pumping Machinery Symposium, pp. 95–111 Washington, USA., 1993.

- [66] M. Nohmi and A. Goto. Cavitation cfd in centrifugal pump. In 5th International Symposium on Cavitation. Osaka, Japan. November 1–4, 2003.
- [67] F. Numachi, R. Oba, and I. Chida. Effect of surface roughness on cavitation performance of hydrofoils. Technical report, Report II. Trans. of ASME, J. Basic Eng., 1965.
- [68] C. Offtinger, C. Henry, and R. Morel. Instabilité de fonctionnement en débit partiel d'un inducteur fretté. comparaison avec le cas non fretté. In 3ème journée cavitation, SHF Grenoble France, pp. 31 - 38, 1996.
- [69] M. Oshima. A study of suction performance of a centrifugal pump with an inducer. Bulletin of JSME, 10. No. 42 :959–965, 1967.
- [70] J.L. Reboud, B. Stutz, and O. Coutier-Delgosha. Two-phase flow structure of cavitation : Experiment and modeling of unsteady effects. In 3th International Symposium on Cavitation, Grenoble, France. April 7–10, 1998.
- [71] R. Rey, F. Bakir, and R. Noguera. Conception et maîtrise du fonctionnement des turbomachines. Technical report, Support de cours d'INGEM 1. ENSAM., 2001.
- [72] H. Rouse and J.S. McNown. Cavitation and pressure distribution : Head forms at zero angles of yaw. Technical report, Studies in Engineering. Bulletin 32, State University of Iowa., 1948.
- [73] J. Sauer and G.H. Schnerr. Unsteady cavitating flow a new cavitation model based on a modified front capturing method and bubble dynamics. In ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting. Boston, Massachusetts, USA. June 11–15, 2000.
- [74] T.H. Shih, W.W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang, and J. Zhu. A new κ ε eddy–viscosity model for high reynolds number turbulent flows–model development and validation. *Computers and Fluids*, 24(3) :227–238, 1995.
- [75] A.K. Singhal, M.M. Athavale, H.Y. Li, and Y. Jiang. Mathematical basis and validation of the full cavitation model. *Journal of Fluids Engineering*, 124 :617–624, 2002.
- [76] A.K. Singhal, N. Vaidya, and A.D. Leonard. Multi-dimensional simulation of cavitating flows using a pdf model for phasechange. In ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting. Vancouver, B.C., CANADA. June 22–26, 1997.
- [77] P.R. Spalart, W.H. Jou, M. Strelets, and S.R. Allmaras. Comments on the feasibility of les for wings, and on a hybrid rans/les approach. In *First AFSOR International Conference on DNS/LES, Aug. 4–8, Ruston.*, 1997.

- [78] B. Stutz and J.L. Reboud. Experiments on unsteady cavitation. *Experiments in Fluids*, 22:191–198, 1997.
- [79] B. Stutz and J.L. Reboud. Two-phase flow structure of sheet cavitation. *Physics of Fluids*, 9 (12) :3678–3686, 1997.
- [80] L. Tassin and S.L. Ceccio. Experimental examination of the flow near the leading edge of an attached cavity : Part 1 – detachment of two–dimensional cavities. *Journal* of Fluid Mechanics, 376 :61–90, 1998.
- [81] Y. Tsujimoto. Simple rules for cavitation instabilities in turbomachinery. In 4th International Symposium on Cavitation. Pasadena, California, USA. June 20–23, 2001.
- [82] Y. Tsujimoto. Cavitation instabilities in inducer. Technical report, NATO, 2006.
- [83] Y. Tsujimoto, H. Horiguchi, and X. Qiao. Backflow from inducer and its dynamics. In ASME Fluids Engineering Conference - Fifth Pumping Machinery Symposium. Houston, Texas, USA. 19-23 June, 2005.
- [84] M. Tulin. Linearized theory for flows about lifting foils at zero cavitation number. Technical report, Tech. Rep. C-638, DTMB Report, Navy Department, Washington, DC., 1955.
- [85] Y. Ventikos and G. Tzabiras. A numerical method for the simulation of steady and unsteady cavitating flows. *Computers and Fluid*, 29:63–88, 2000.
- [86] S. Watanabe, K. Sato, Y. Tsujimoto, and M. Kamijo. Analysis of rotating cavitation in a finite pitch cascade using a closed cavity model and a singularity method. *Journal* of Fluids Engineering, 121, No.4 :834–840, 1999.
- [87] T. Watanabe and H. Harada. Suppression of secondary flows in a turbine nozzle with controlled stacking shape and exit circulation by 3d inverse design method. *Trans.* ASME, 99–GT–72, 1999.
- [88] T. Watanabe and Y. Kawata. Research on the oscillation in cavitating inducer. In IAHR Symposium. Vol. 2, pp. 265–277, 1978.
- [89] D.C. Wilcox. Turbulence Modeling for CFD. La Canada, California, 1998.
- [90] T.Y.T. Wu. A free streamline theory for two-dimensional fully cavitated hydrofoils. Journal of Mathematical Physics, 35:236–265, 1956.
- [91] V. Yakhot and S.A. Orszag. Renormalization group analysis of turbulence i basic theory. Journal of Scientific Computing, 1(1):3–51, 1986.
- [92] H. Yamagushi and H. Kato. On application of non-linear cavity flow theory to tick foil sections. In 2nd International Symposium on Cavitation, Tokyo, Japan, 1994.

- [93] N. Yamanishi, S. Fukao, X. Qiao, C. Kato, and T. Tsujimoto. Les simulation of backflow vortex structure at the inlet of an inducer. *Journal of Fluids Engineering*, 129(5):587–594, 2007.
- [94] K. Yokota, K. Kurahara, D. kataoka, Y. Tsujimoto, and Acosta A.J. A study of swirling backflow and vortex structure at the inlet of an inducer. *JSME international journal. Series B, fluids and thermal engineering*, 42, No. 3 :451–459, 1999.
- [95] M. Zangeneh, M. Goto, and T. Takemura. Suppression of secondary flows in a mixed flow pump impeller by application of 3d inverse design method : Part 1 – design and numerical validation. *Journal of Turbomachinery*, 118 :536–543, 1996.