



HAL
open science

Numerical study of the cracking of a viscoelastic medium : analysis of the fracture test on asphalt

Hoai Nam Nguyen

► **To cite this version:**

Hoai Nam Nguyen. Numerical study of the cracking of a viscoelastic medium : analysis of the fracture test on asphalt. Engineering Sciences [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2008. English. NNT : . pastel-00005307

HAL Id: pastel-00005307

<https://pastel.hal.science/pastel-00005307>

Submitted on 16 Sep 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Étude numérique de la fissuration d'un milieu viscoélastique : Analyse de l'essai de rupture sur bitume

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 05 décembre 2008

pour l'obtention du

Doctorat de l'École Nationale des Ponts et Chaussées

(spécialité Structures et Matériaux pour Génie Civil)

par

Hoai Nam NGUYEN

Composition du jury

Directeur :	M. Alain EHRLACHER	Professeur - École Nationale des Ponts et Chaussées - LAMI
Présidents :	M. Tanguy ROUXEL	Professeur des Universités - Université de Rennes I Laboratoire de Mécanique Appliquée
Rapporteurs :	M. Christophe PETIT	Professeur des Universités Université de LIMOGES - Département Génie Civil
	M. Yves BERTHAUD	Professeur des Universités - LMT
Examineurs :	M. Jean Eric POIRIER	Centre de recherche COLAS
	M. Ferhat HAMMOUM	Chargé de Recherche LCPC - SMIT - Centre de Nantes
	M. Emmanuel CHAILLEUX	Chargé de Recherche LCPC - SMIT - Centre de Nantes

Directeur de thèse : M. Alain EHRLACHER
Professeur - École Nationale des Ponts et Chaussées - LAMI

Co-encadrant : M. Ferhat HAMMOUM
Chargé de Recherche - Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussée - SMIT

Remerciements

Cette étude a été réalisée au sein de l'équipe Structures et Matériaux pour les Infrastructures de Transport au Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussée de Nantes. Je tiens le remercier chaleureusement de m'avoir proposé ce sujet, pour son accueil et les moyens donnés pour réaliser ce travail dans de bonnes conditions.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Tanguy Rouxel pour avoir accepté de présider mon jury de thèse. Ce fut pour moi l'occasion de le remercier pour la qualité de son enseignement qui a sans aucun doute contribué pour une large part à mon éveil à la mécanique des matériaux.

J'ai été également sensible à l'accueil favorable qu'ont réservés Messieurs Christophe Petit et M. Yves Berthaud à mon mémoire et je tiens à leur exprimer ma profonde gratitude. Je remercie très vivement M. Jean Eric Poirier, du Centre de Recherche COLAS d'avoir accepté d'être membre du jury.

M. Alain Erhlacher a accepté la direction scientifique de cette thèse, et ce malgré ses nombreuses responsabilités. Sa rigueur scientifique et ses conseils éclairés ont largement contribué à la réussite de cette thèse. Je voudrais le remercier aussi pour sa patience et sa disponibilité lorsque certains problèmes ne trouvaient pas, à mes yeux, de solutions.

Tout ce travail n'aurait jamais vu le jour sans la ténacité et une aide efficace et de qualité, déployant patience et gentillesse de Ferhat Hammoum. Je le remercie pour m'avoir fait confiance dès le début, pour avoir su me réserver son soutien nécessaire à la réussite de ce travail. Merci Ferhat.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Didier Bodin pour m'avoir accueilli depuis le stage DEA. Il a accepté d'encadrer la partie numérique de ce travail à laquelle il a apporté toute son expérience et son impressionnante efficacité.

Tout le travail effectué sur l'aspect du matériau aurait été hautement plus difficile sans la présence et l'aide de Emmanuel Chailleux. Je le remercie pour s'être intéressé à mon sujet et avoir les discussions permettant de faire avancer les choses.

Je souhaite aussi exprimer toute ma gratitude à toutes les personnes avec qui j'ai pu avoir des discussions importantes sur l'avancée de mes travaux. Je pense tout particulièrement à Jean Michel Piau, Armelle Chabot et Denis St-Laurent qui m'ont apporté de nombreuses remarques importantes et d'ouvrir de nouvelles pistes.

Si une thèse ne peut se réaliser hors d'un environnement scientifique, le cadre humain est tout aussi indispensable. À ce titre, j'exprime toute ma reconnaissance aux membres de l'équipe Structures et Matériaux pour les Infrastructures de Transport pour leur soutien qui n'a jamais fait défaut. Un merci spécial pour Jaques pour la résolution de tous les soucis informatiques. Je voudrais aussi exprimer toute ma sympathie pour Nathalie et Isabelle pour leur disponibilité. Merci à Jérôme, David pour leur ingéniosité largement mise à contribution pour les essais de rupture.

Je remercie aussi vivement les "anciens" thésards du laboratoire qui se sont succédés dans la division : Eduardo, Samuel Maillard, Patricia, Samad, Smaïl, Régis, Pierre, Rami. Je remercie aussi tous les autres thésards que j'ai pu côtoyer et avec qui des discussions m'ont permis d'élargir ma culture scientifique et d'essayer de combler ma curiosité. J'ai eu la grande joie de partager mon bureau avec

Sergio. Merci pour toutes ces discussions, ces échanges musicaux auxquels je ne peux m'empêcher de penser sans une certaine nostalgie.

Pour ces remerciements, je ne peux manquer de signifier ma profonde affection à mes parents, mes sœurs qui me sont très chers et dont le soutien de tous les instants a été le véritable moteur de ma persévérance et de mon orientation durant toutes ces dernières d'études.

Table des matières

Table des figures	viii
Liste des tableaux	xi
Notations	xii

Partie I Étude bibliographique et théorique

Chapitre 1

État des connaissances sur le bitume et les tests de résistance à la rupture

1.1	Introduction	3
1.2	Problématique	4
1.2.1	Structure d'une chaussée	4
1.2.2	Sollicitations dans une chaussée	4
1.2.3	Le rôle du liant bitumineux sur le comportement à la fissuration	6
1.3	Caractéristiques générales des liants bitumineux	7
1.3.1	Définition et origine des bitumes	7
1.3.2	Caractéristiques générales des liants bitumineux	7
1.3.3	Composition des bitumes	8
1.3.4	Production des bitumes	8
1.3.5	Classification des bitumes	9
1.4	Comportement viscoélastique des liants bitumineux	11
1.4.1	Caractérisation dans le domaine temporel	11
1.4.2	Caractérisation dans le domaine fréquentiel	13

1.4.3	Représentations classiques	15
1.4.4	Propriétés rhéologiques des bitumes	19
1.5	Tests de résistance à la fissuration des liants bitumineux	22
1.5.1	Essai Fraass	22
1.5.2	Test de ductilité	23
1.5.3	Traction directe à basse température	23
1.5.4	Essai au mouton pendule	24
1.5.5	Flexion 3 points sur barreau entaillé	25
1.5.6	Double poutre encastrée (DCB)	26
1.5.7	Bilan des essais actuels	27
1.6	Conclusion	28

Chapitre 2

État de l'art sur la mécanique linéaire de la rupture

2.1	Introduction	30
2.2	Aperçu historique sur la mécanique de la rupture	31
2.3	Hypothèses de la rupture fragile	32
2.3.1	Endommagement et mécanique de la rupture	33
2.3.2	Fissure statique, quasi-statique et dynamique	34
2.3.3	Modes de rupture	34
2.4	Approche locale	35
2.4.1	Facteur d'intensité de contrainte	35
2.4.2	Détermination du facteur d'intensité de contrainte	37
2.5	Approche globale ou énergétique	40
2.5.1	Taux de restitution d'énergie	40
2.5.2	Intégrale de contour	41
2.5.3	Ouverture du fond de fissure (CTOD)	42
2.5.4	Calcul du taux de restitution d'énergie	42
2.6	Conclusion	48

Chapitre 3

Étude théorique de la fissuration dans un milieu viscoélastique

3.1	Introduction	50
3.2	Expression analytique du facteur d'intensité de contrainte	52
3.2.1	Potentiel complexe des problèmes plans	52
3.2.2	Méthode de Westergaard	55
3.2.3	Application des potentiels complexes en milieu infini	59

3.3	Fissure dans un milieu isotrope viscoélastique	61
3.3.1	Modèle viscoélastique	61
3.3.2	Le principe de correspondance élastique-viscoélastique	61
3.3.3	Validation	63
3.4	Expression du taux de restitution d'énergie en milieu viscoélastique	67
3.4.1	Les équations fondamentales d'un matériau viscoélastique	67
3.4.2	Le forme globale du taux de restitution d'énergie	68
3.4.3	La forme locale du taux de restitution d'énergie	69
3.5	Conclusion	71

Partie II Identification expérimentale et modélisation numérique de l'essai de rupture locale sur bitume

Chapitre 4

Identification rhéologique du liant bitumineux

4.1	Introduction	74
4.2	Matériau utilisé	75
4.3	Caractérisation dans le domaine fréquentiel	75
4.3.1	Essai de module complexe	75
4.3.2	Équivalence temps-température	76
4.3.3	Détermination du coefficient de translation a_T	78
4.3.4	Détermination des constantes de la loi WLF	80
4.3.5	Courbe maîtresse	81
4.4	Identification des séries de Prony	82
4.4.1	Définition des séries de Prony	82
4.4.2	Calage des séries de Prony	83
4.5	Validation numérique	87
4.5.1	Modélisation	87
4.5.2	Résultats	88
4.6	Conclusion	89

Chapitre 5 Essai de rupture locale sur bitume
--

5.1	Introduction	91
5.2	Principe de l'essai	92
5.3	Dispositif expérimental	93
5.4	Déroulement d'un essai	95
5.4.1	Préparation de la machine d'essai et confection des échantillons	95
5.4.2	Précharge	95
5.4.3	Phase de traction	96
5.4.4	Phase de séparation finale	98
5.4.5	Interprétation de l'essai de rupture locale	98
5.5	Répétabilité	99
5.6	Effet de la vitesse de sollicitation	104
5.7	Effet de la température d'essai	106
5.8	Conclusion	107

Chapitre 6 Modélisation numérique de l'essai de rupture
--

6.1	Introduction	109
6.2	Algorithme de la propagation de fissure	111
6.2.1	Algorithme d'ouverture de la fissure dans ABAQUS	111
6.2.2	Calcul préliminaire	113
6.3	Préparation du calcul	118
6.3.1	Matériau	118
6.3.2	Maillage	118
6.3.3	Chargement et conditions aux limites	120
6.3.4	Mise en œuvre dans le code de calcul	121
6.4	Analyse de l'essai de Rupture Locale	123
6.4.1	Phase étirement : calage du coefficient de Poisson	123
6.4.2	Phase d'ouverture de la fissure	124
6.4.3	Phase de poursuite de l'essai après rupture	125
6.4.4	Calcul des facteurs d'intensité	126
6.5	Conclusion	131

Conclusion générale **132**

Annexes **134**

Annexe A Définition d'une fonction holomorphe	134
A.1 Dérivée d'une fonction $f(z)$	134
A.2 Fonctions holomorphes ou fonctions analytiques	135
Annexe B La Machine Asservie pour Essais Rhéologiques	136
B.0.1 Logiciel de pilotage	136
B.0.2 Acquisition	136
B.0.3 Traitement des données	137
B.1 Précision des grandeurs mesurées	137
B.1.1 Mesure de la force	137
B.1.2 Mesure du déplacement	138
Bibliographie	140

Table des figures

1.1	Structure multicouche d'une chaussée	4
1.2	Coupe schématique d'une chaussée	5
1.3	Lors du passage d'une roue, chargement <i>contraction-extension-contraction</i> engendre une déformation longitudinale à la base d'une couche de chaussée.	5
1.4	Essai de fluage d'un barreau de bitume	12
1.5	Diagramme schématique de l'essai BBR	12
1.6	Schéma de principe de l'essai module complexe de caractérisation du comportement viscoélastique dans le domaine fréquentiel	13
1.7	Isothermes du module complexe	15
1.8	Isothermes de l'angle de phase δ	15
1.9	Courbe maîtresse du module de rigidité à 10°C (H.N Nguyen [128])	16
1.10	Exemple de courbes isochrones	17
1.11	Représentation rhéologique du bitume 50/70 dans l'espace de Black	17
1.12	Représentation rhéologique d'un bitume pur de grade 50/70 dans le plan Cole-Cole (H.N. Nguyen [128])	18
1.13	Schématization des modèles rhéologiques	19
1.14	Modèle viscoélastique Maxwell généralisé	20
1.15	Principe de l'essai Fraass	22
1.16	Courbe de traction directe sur un bitume pur 50/70 (Chambard [27])	23
1.17	Evolution des déformations à la rupture en fonction de la température d'essai [99]	24
1.18	Principe et résultats de l'essai de mouton pendule (Chambard [27])	25
1.19	Principe de l'essai de flexion 3 points sur barreau entaillé.	25
1.20	Taux de restitution d'énergie à partir des résultats expérimentaux.	26
1.21	Principe de l'essai de <i>Double Cantilever Beam</i>	26
2.1	Les zones de champs mécaniques	32
2.2	Les trois modes de rupture simple	34
2.3	La méthode de fermeture de fissure en deux étapes (Krueger [98])	44
3.1	Modèle viscoélastique de Zener	63
3.2	Vérification du calcul Abaqus par un essai de fluage	64
3.3	Maillage du barreau viscoélastique fissuré	64
3.4	Principe de superposition	65
3.5	Déformée de la fissure en déformation plane	65
3.6	Déformée de la fissure en contrainte plane	65

3.7	Un corps de solide fissuré, avec S la surface fissurée, L le bord de la fissure, T_k les forces externes, u_k condition de déplacement, Σ : la surface frontière, Ω le volume borné par la surface fermée Σ	68
4.1	Essai de détermination du module complexe Métravib dans le domaine fréquentiel avec $d_0 = 5\mu m$	76
4.2	Isothermes du module complexe du liant pur 50/70	77
4.3	L'espace Black et le plan Cole-Cole du liant 50/70 issues des données des essais de détermination de module complexe	78
4.4	Vérification de l'équation (4.4) proposée par Booij [15] : Le rapport de $d\log(E^*(\omega))/d\log(\omega)$ par rapport à la valeur de $\delta(\omega)/90$	79
4.5	Détermination des coefficients de translation a_T pour quelques températures de référence selon l'équation (4.8)	79
4.6	Détermination des constantes C_1 et C_2 de la loi WLF suivant l'équation (4.9)	80
4.7	Comparaison des courbes maîtresses du module complexe et de l'angle de phase à la température de référence ($T_{ref} = 0^\circ C$) pour le bitume pur 50/70	81
4.8	Modèle viscoélastique Maxwell généralisé	82
4.9	Partie réelle en fonction de la fréquence	84
4.10	Partie imaginaire en fonction de la fréquence	84
4.11	Partie réelle en fonction de partie imaginaire	84
4.12	Norme du module complexe en fonction de l'angle de phase	84
4.13	Partie réelle	85
4.14	Partie imaginaire	85
4.15	Partie imaginaire en fonction de partie réelle	85
4.16	Norme du module complexe en fonction de l'angle de phase	85
4.17	Identification des séries de Prony (13 termes) à $T = 0^\circ C$ du bitume de grade 50/70	86
4.18	La géométrie et le chargement du barreau de l'essai de fluage "Bending Beam Rheometer"	87
4.19	Maillage, les conditions aux limites et le chargement de l'essai de fluage. Le champ de déformation verticale aux nœuds U_2 à la fin du chargement ($t = 240s$) du barreau en liant du grade 50/70 à $T = -18^\circ C$	88
4.20	Validation de l'identification rhéologique du liant pur 50/70 : Comparaison des déflexions expérimentales et modélisées de l'essai de fluage sur barreau aux trois températures (-12°C, -18°C et -24°C) durant les phases de chargement et de recouvrance.	88
5.1	Visualisation d'un pseudo-contact granulaire et représentation en laboratoire	92
5.2	La Machine Asservie pour Essais Rhéologiques, MAER	94
5.3	Représentation en coupe du dispositif porte-échantillon de l'essai de Rupture Locale Répétée du Bitume (Maillard [108])	94
5.4	Les différentes phases d'un essai de rupture locale	96
5.5	Interprétation d'un essai type	99
5.6	Test de répétabilité de l'essai de rupture locale	100
5.7	Test de répétabilité de l'essai de rupture locale	101
5.8	Évaluation de la répétabilité de l'essai de rupture locale ($\theta = 0^\circ C$ et $v = 11\mu m/s$)	102
5.9	Essai 1 - Les surfaces fissurées de l'essai Rulob à $T = 0^\circ C$; $v = 2\mu m/s$	103
5.10	Essai 2 - Les surfaces fissurées de l'essai Rulob à $T = 0^\circ C$; $v = 2\mu m/s$	103
5.11	Effet de la vitesse de sollicitation sur la réponse du matériau (température = $0^\circ C$)	104
5.12	Effet de la vitesse de sollicitation sur la taille de la fissure (température = $0^\circ C$)	105
5.13	Effet de la température sur la réponse en force (vitesse = $11\mu m/s$)	106

6.1	Schéma complet du couplage de l'identification rhéologique et l'essai de Rupture Locale. La partie d'identification rhéologique a été traitée dans le chapitre §4 et le protocole expérimental a été introduit dans le chapitre §5	110
6.2	Réduction de la force nodale de traction en fonction du temps de libération du nœud	111
6.3	La longueur de fissure en fonction du temps	113
6.4	Le maillage et le chargement du barreau viscoélastique fissuré	114
6.5	La numérotation des nœuds situés sur la ligne propagation de fissure	114
6.6	Chargement linéaire imposé en fonction du temps ($v=0.2\text{mm/s}$)	115
6.7	Longueur de fissure en fonction du temps	115
6.8	L'état déformé en contrainte du barreau viscoélastique fissuré à $t = 7\text{s}$	115
6.9	Ouverture de fissure aux noeuds de la surfaces décollée $t = 10\text{s}$	116
6.10	Bilan de force au cours de l'analyse	116
6.11	Maillage.	119
6.12	Le maillage et le chargement du modèle de validation	120
6.13	Coordonnées locales utilisées pour les conditions aux limites	120
6.14	Les conditions aux limites appliquée à l'échantillon	121
6.15	Le chargement et les conditions aux limites au centre du moaillage	121
6.16	Comparaison du déplacement (Fig. a) et de la vitesse de déplacement (Fig. b) exponentiels pour les différentes épaisseurs de l'éprouvette en cas d'un étirement final $d_f = 110\mu\text{m}$ pendant $t_f = 10\text{s}$	121
6.17	Calage du coefficient de Poisson sur la phase étirement - Essai à 0°C - $t_f = 55\text{s}$	123
6.18	Distribution du champ de contrainte verticale autour de la pointe de fissure (Temp = 0°C et vitesse moyenne $v = 11\mu\text{m/s}$)	124
6.19	Vitesse uniforme d'ouverture de la fissure ($T = 0^\circ\text{C}$, $v = 2\mu\text{m/s}$)	125
6.20	Vitesse non-uniforme d'ouverture de la fissure ($T = 0^\circ\text{C}$ - $v = 2\mu\text{m/s}$)	125
6.21	Vitesse non-uniforme d'ouverture de la fissure ($T=0^\circ\text{C}$ - $v = 2\mu\text{m/s}$)	126
6.22	Résultats expérimentaux et modélisation Abaqus	126
6.23	Détermination du facteur d'intensité de contrainte à partir du champ de contraintes	128
6.24	Effet de la vitesse de déformation sur le facteur d'intensité de contrainte	128
6.25	Détermination du facteur d'intensité d'ouverture de la fissure à partir du champ de déplacement	129
6.26	Description de l'ouverture de la fissure dans le plan K_I^u - K_I^σ à différentes vitesses de déformation	130
B.1	Le manchon isolant en Permaglass permettant la stabilité de la mesure de force en fonction de la température (Maillard [108])	138
B.2	Les portes échantillons et les capteurs de déplacement (Maillard [108])	139
B.3	Vérification de la mesure des capteurs de déplacement à l'aide d'un capteur sans contact	139

Liste des tableaux

3.1	Les caractéristiques rhéologiques du matériau	63
4.1	Principales caractéristiques du bitume sélectionné	75
4.2	Température Fraass et allongement à la rupture pour le bitume du grade 50/70 étudié	75
4.3	Tableau des températures et fréquences réalisées.	76
4.4	Les constantes C_1 et C_2 de la loi WLF du bitume 50/70 à une température de référence $\theta_{ref} = 0^\circ\text{C}$	81
4.5	Tableau récapitulatif des valeurs des séries de Prony à une température $T = 0^\circ\text{C}$. Le module $E_\infty = 0.0623684$ MPa.	86
5.1	Les essais de répétabilité à une température de 0°C et à une vitesse de $11 \mu\text{m/s}$	101
6.1	Comparaison entre la vitesse de propagation de fissure et la vitesse moyenne de déplacement des essais Rublob réalisés à température $T = 0^\circ\text{C}$	112
6.2	Les dimensions du barreau et les propriétés rhéologiques du matériau de Zener	114
6.3	Tableau récapitulatif des valeurs des séries de Prony à température $T = 0^\circ\text{C}$. Le module infini $E_\infty = 0.0624$ MPa.	118
6.4	Les dimensions du modèle Rulob en mm	119
6.5	Les essais de répétabilité à une température de 0°C et à une vitesse de $11 \mu\text{m/s}$	122
B.1	Propriétés mécaniques et thermiques du Permaglass [®]	138

Notations

Symboles latins

<i>Symbole</i>	<i>Unités</i>	<i>Signification</i>
R	(<i>mm</i>)	Diamètre de l'éprouvette de Rupture Locale Répétée
$l(t)$	(μm)	Distance entre les protubérances dans l'axe de traction à l'instant t
l_i	(μm)	Epaisseur initiale de bitume
l_f	(μm)	Distance entre les protubérances à la fin de la phase de traction
t_f	(<i>s</i>)	Durée de la phase de traction
t_{repos}	(<i>s</i>)	Durée de la phase de repos
ϕ	(<i>mm</i>)	Diamètre de la fissure estimé par analyse d'image ou par modélisation
$ E^*(f) $	(<i>MPa</i>)	Norme du module complexe du matériau en traction
$\delta(f)$	($^\circ$)	Angle de phase du matériau
ν	(-)	Coefficient de Poisson
G	(<i>MPa</i>)	Module de cisaillement
K	(<i>MPa</i>)	Module de compressibilité
$S(t)$	(<i>MPa</i>)	Module sécant du matériau à l'instant t
$J(t)$	(<i>MPa</i>)	Fonction de fluage du matériau à l'instant t
C_1 et C_2	(- et $^\circ C$)	Paramètres de la loi WLF
TBA	($^\circ C$)	Température de ramollissement Bille Anneau
T_{Fraass}	($^\circ C$)	Température Fraass
E_∞	(<i>MPa</i>)	Module d'élasticité instantané
$\phi_{ini}(n)$	(<i>mm</i>)	Diamètre de la fissure estimée par le modèle au début de la phase de traction n
G_{Ic}	($J.m^{-2}$)	Taux de restitution d'énergie

Symboles grecques

γ_p	Energie plastique par unité surfacique.
Γ	Le contour enveloppant la pointe de fissure ou la surface fissurée.
δ	Déplacement appliqué ou mesuré.
$\delta(a)$	Ouverture de la fissure.
ϵ	Déformation.
$[\epsilon]$	Tenseur de déformation.
κ	Constante dépendant de l'hypothèse contrainte plane ou déformation plane.
μ_i	Module de cisaillement
ν	Coefficient de Poisson
σ	Contrainte.
σ_Y	Champ de contrainte.
Φ	Le diamètre de la fissure finale.

Acronyme

RULOB	Rupture locale du bitume
MLR	Mécanique linéaire de rupture
MNLR	Mécanique non-linéaire de rupture
MEF	Méthode d'éléments finis
HPP	Hypothèse de petites perturbations

Première partie

Étude bibliographique et théorique

Chapitre 1

État des connaissances sur le bitume et les tests de résistance à la rupture

Sommaire

1.1 Introduction	3
1.2 Problématique	4
1.2.1 Structure d'une chaussée	4
1.2.2 Sollicitations dans une chaussée	4
1.2.3 Le rôle du liant bitumineux sur le comportement à la fissuration	6
1.3 Caractéristiques générales des liants bitumineux	7
1.3.1 Définition et origine des bitumes	7
1.3.2 Caractéristiques générales des liants bitumineux	7
1.3.3 Composition des bitumes	8
1.3.4 Production des bitumes	8
1.3.5 Classification des bitumes	9
1.4 Comportement viscoélastique des liants bitumineux	11
1.4.1 Caractérisation dans le domaine temporel	11
1.4.2 Caractérisation dans le domaine fréquentiel	13
1.4.3 Représentations classiques	15
1.4.4 Propriétés rhéologiques des bitumes	19
1.5 Tests de résistance à la fissuration des liants bitumineux	22
1.5.1 Essai Fraass	22
1.5.2 Test de ductilité	23
1.5.3 Traction directe à basse température	23
1.5.4 Essai au mouton pendule	24
1.5.5 Flexion 3 points sur barreau entaillé	25
1.5.6 Double poutre encastrée (DCB)	26
1.5.7 Bilan des essais actuels	27
1.6 Conclusion	28

1.1 Introduction

Les structures de chaussées routières sont soumises, en service, à des sollicitation très complexe. La circulation automobile et le climat ont une influence important sur le comportement des matériaux de chaussées. Le passage répété de poids lourds entraîne progressivement la dégradation dans le temps de la structure de chaussées.

Les origines et processus d'amorçage de la fissuration diffèrent quelque peu selon la structure ; mais l'un des modes de dégradations les plus préjudiciables est la fissuration dans le film de bitume entre les granulats ; la fissure se propage pour apparaître à la surface de la chaussée. Ces fissures sont très dommageables car elles constituent un point de passage privilégié de l'eau vers les couches inférieures.

Dans ce chapitre, nous présentons plus précisément cette problématique. Nous montrons également l'influence de la nature du bitume sur le mode de dégradation sous chargement répété.

Nous présentons ensuite les caractéristiques du bitume en particulier ses propriétés viscoélastiques et les différents modèles rhéologiques qui permettent de représenter son comportement dans le domaine fréquentiel et temporel.

Finalement, nous proposons de faire l'état des essais existants les plus courants pour déterminer les caractéristiques à la rupture des liants bitumineux.

1.2 Problématique

1.2.1 Structure d'une chaussée

Les chaussées se présentent comme des structures multicouches (figure 1.1), qui sont mises en oeuvre pour répartir les charges induites par le trafic que le sol support seul ne pourrait pas soutenir. Au sein de ces structures multicouches, chaque couche remplit une ou plusieurs fonctions particulières et contribue aux performances de l'ouvrages et à la résistance globale (LCPC et SECTRA [100]).

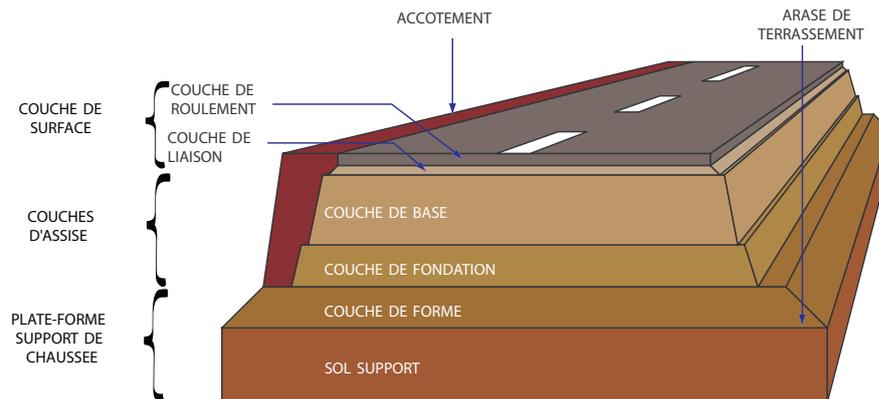


FIG. 1.1 – Structure multicouche d'une chaussée

- La couche de surface assure la protection des couches d'assise vis-à-vis des infiltrations d'eau. Elle confère aux usagers un confort et une sécurité de conduite d'autant plus satisfaisant que les caractéristiques de surface sont bonnes ;
- Les couches d'assise apportent à la chaussée la résistance mécanique aux charges verticales induites par le trafic et répartissent les pressions sur la plate-forme support afin de maintenir les déformations à un niveau admissible ;
- La couche de forme peut être traitée ou non. Elle assure la protection du sol-support et permet la qualité du nivellement ainsi que la circulation des engins en phase de chantier. À long terme, elle permet d'homogénéiser les caractéristiques mécaniques des matériaux constituant le sol ou le remblai, et d'améliorer la portance.

Les matériaux bitumineux peuvent être utilisés dans les couches de surfaces et dans les couches d'assise.

Les structures de chaussées sont réparties en deux grandes classes en ce qui concerne le réseau routier français : les chaussées bitumineuses et les chaussées en béton de ciment. En France, la majorité des structures routières appartient à la famille des chaussées bitumineuses.

1.2.2 Sollicitations dans une chaussée

Le passage d'un véhicule engendre des contraintes normales et de cisaillement dans les différentes directions des couches de la chaussée. Chaque couche de la chaussée peut être assimilée simplement à une plaque qui subit des efforts flexions sous l'effet du trafic (figure 1.2).

La répétition des chargements dégrade progressivement la structure de chaussées par différents modes de dégradations : ornièrage (Cuisinier [39], Heck [77], El Abd [59]), décollement à l'interface

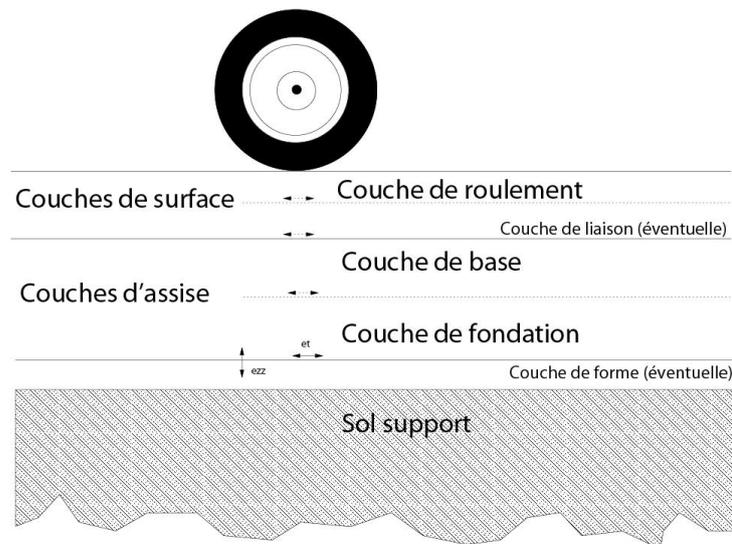


FIG. 1.2 – Coupe schématique d'une chaussée

des couches (Pouteau [143], Tran [173], Perez [138]), infiltration d'eau dans la structure (Castaneda [22]) ou fissuration liée à la répétition des chargements (Bodin [14]).

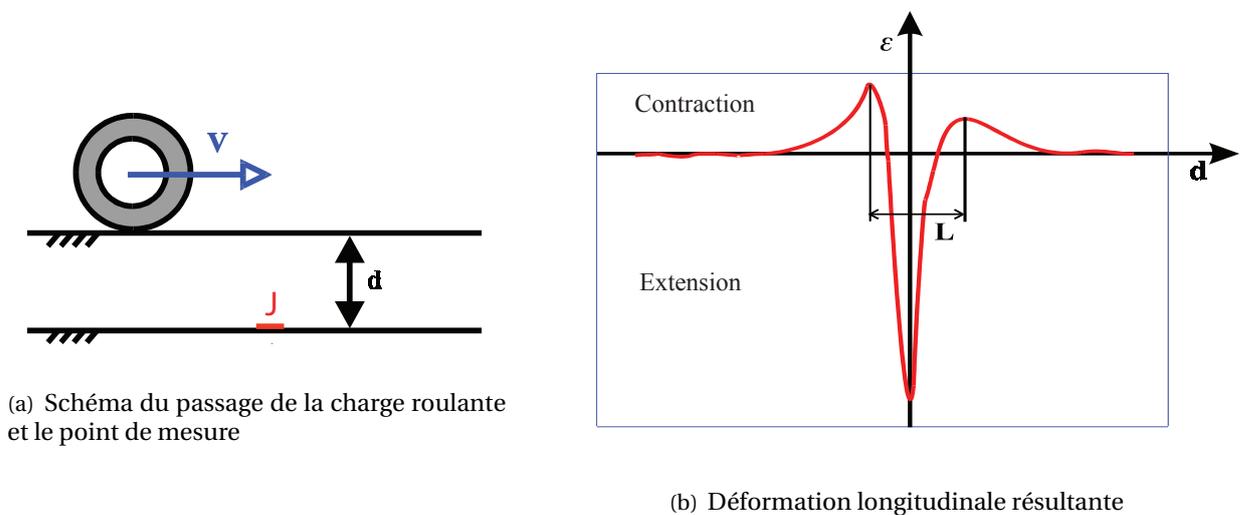


FIG. 1.3 – Lors du passage d'une roue, chargement *contraction-extension-contraction* engendre une déformation longitudinale à la base d'une couche de chaussée.

Lors du passage d'une charge, roulant à une vitesse constante V , le point J de la chaussée est sollicité. Ce point est situé à une profondeur d par rapport à la surface. Le signal correspondant à la déformation longitudinale (dans la direction de roulement) au point J est présenté dans la figure 1.3 (de La Roche [40]). À l'approche de la charge, le point de mesure J est soumis à une contraction puis à une extension quand la charge est suffisamment proche. De plus, les phases d'extension et de contraction sont asymétriques avec une amplitude de contraction plus faible lorsque la charge s'éloigne. Cette asymétrie est due à la viscoélasticité du matériau.

La figure 1.3 montre également que l'amplitude de la déformation longitudinale résultante (figure 1.3(b)) en extension est beaucoup plus grande que celle en contraction. Puisque la résistance de l'enrobé bitumineux en traction est beaucoup plus faible que celle en compression, la dégradation se fait donc principalement dans la phase de traction par flexion. Quand il s'agit des couches collées, cette traction par flexion devient plus importante à la base de la chaussée et peut déclencher l'amorçage de la fissure.

1.2.3 Le rôle du liant bitumineux sur le comportement à la fissuration

Afin de prédire le comportement d'un enrobé sous chargements répétés, des essais de fatigue avec différentes géométries d'éprouvettes ont été développés (Rao *et al.* [146], de La Roche [40]). La méthode française est basée sur l'exploitation des résultats de fatigue obtenus lors d'un essai de flexion deux points sur une éprouvette console trapézoïdale (NF-P-98-261-1 [135]) et l'endommagement progressif de l'éprouvette d'enrobé est mis en évidence par la diminution progressive de sa raideur (Doan *et al.* [48], Bodin [14]).

Le comportement en fatigue d'un enrobé est estimé à l'aide de ϵ_6 qui est la déformation maximale imposée à une éprouvette conduisant à une rupture conventionnelle (raideur réduite de moitié par rapport à la raideur initiale) pour 10^6 cycles de chargement. Cette valeur de ϵ_6 permet de classer les matériaux en fatigue selon une norme produit et est utilisée pour dimensionner les chaussées en fatigue.

Des études ont montré l'influence de la composition de l'enrobé bitumineux sur son comportement en fatigue (Moutier *et al.* [124], de La Roche et Rivière [41]). Elles montrent que la nature du bitume joue un rôle sur la tenue du matériau à des sollicitations répétées.

A l'issue d'un essai de fatigue, c'est à dire après la ruine totale de l'éprouvette, les surfaces de rupture ne laissent apparaître que très peu de granulats altérés (Castaneda Pinzon et Such [23]) indiquant que la fissuration a bien essentiellement lieu dans le film de bitume. De telles observations ont également été faites pour des carottes extraites de chaussées (Moutier *et al.* [124]).

Toutefois, aucun essai pertinent n'existe pour mettre en évidence l'influence de la nature du liant sur le comportement sous chargement répété.

1.3 Caractéristiques générales des liants bitumineux

1.3.1 Définition et origine des bitumes

Les liants bitumineux, qui jouent un rôle important dans la technique routière moderne, sont connus et utilisés depuis longtemps. Les bitumes étaient déjà utilisés en 3800 avant J.C. dans la vallée de l'Euphrate en Mésopotamie (actuellement Irak). Le nom « liant » peut être défini comme une substance qui sert à rassembler de façon durable, des particules généralement solides. La substance, qui, additionnée de particules solides (granulats), développe au sein d'un mélange des forces de cohésion assurant une rigidité, une résistance à la déformation en traction, une résistance à la compression et une résistance au cisaillement est appelée *liant bitumineux*.

En Amérique du Nord, le mot « asphalt » désigne le bitume, tandis que le mot « bitumen » désigne la fraction du bitume et du goudron soluble dans le tétrachlorure de carbone. Le goudron ayant une constitution chimique également hydrocarbonée est obtenu à partir de la houille d'origine végétale. Les bitumes sont extraits des gisements naturels ou du pétrole. Le bitume se trouve dans les gisements sous forme de mélange avec des fines d'origine minérale. Le bitume pétrolier est obtenu par raffinage à partir des pétroles bruts. Il existe trois types de liants :

- *Les liants naturels*, qui sont utilisés depuis des temps très anciens. C'est la roche asphaltique présente dans le gisement et qui, après broyage est dénommée asphaltite ;
- *Les bitumes de raffinage*, qui sont obtenus par raffinage des pétroles bruts et des résidus pétroliers ;
- *Les goudrons*, qui proviennent de la pyrogénéation à l'abri de l'air, de la lignite, de la tourbe et du bois.

Ayant des origines et des constitutions chimiques différentes, les bitumes et les goudrons sont des liants de base utilisés séparément ou en mélange dans la technique routière. Les bitumes purs, tels que produits, sont trop visqueux pour être manipulés et mélangés avec des granulats. Pour réduire leur viscosité, on procède généralement de deux manières :

- *La mise en émulsion* : Cette opération vise à réaliser une dispersion fine de bitume dans l'eau à l'aide d'un émulsifiant et d'un appareil développant une énergie mécanique importante. Après rupture de cette émulsion au contact des granulats ou de la chaussée, le liant résiduel est très voisin du liant d'origine ;
- *La fluidification* : Ce processus consiste à ajouter des diluants ou des produits appropriés provenant de la distillation du pétrole ou de la houille.

L'Association française de normalisation (AFNOR) distingue :

- *Les bitumes fluidifiés* : Bitumes mélangés avec un diluant plus ou moins volatil en vue d'abaisser leur viscosité ;
- *Les bitumes fluxés* : Bitumes ramollis par addition d'une huile de fluxage de faible volatilité ;
- *Les liants modifiés* : Mélanges de liants de base et de polymère. L'addition de polymère est destinée à modifier en particulier les propriétés rhéologiques des liants de base.

1.3.2 Caractéristiques générales des liants bitumineux

Le bitume est un produit du raffinage du pétrole et constitue la fraction de distillation la plus lourde du pétrole brut. Il possède des propriétés d'une grande complexité à la fois sur le plan de sa composition chimique et de sa réponse aux sollicitations mécanique et thermique.

À la température ambiante, il se présente sous la forme d'un fluide visqueux de couleur noire et il devient complètement liquide pour une température supérieure à +80°C.

Il est connu pour son fort pouvoir d'agglomération. Il est également utilisé pour ses propriétés d'adhésion à la majorité des matériaux usuels (pierre, béton, bois, métal).

Quelquefois employé pour assurer l'étanchéité des bâtiments (thermique et acoustique), le bitume est majoritairement destiné aux applications routières puisque 90 % de sa production est utilisé pour la construction de chaussées.

Dans cette partie, nous présentons succinctement la composition des bitumes, les méthodes d'obtention et les grandes familles de produits. Nous étudions ensuite plus en détails leurs propriétés mécaniques et les modèles permettant de décrire leur comportement sous chargement monotone.

1.3.3 Composition des bitumes

La composition du bitume est fortement dépendante de son lieu de prélèvement puisqu'il est le fruit de la lente dégradation des sédiments organiques qui se sont déposés au fond des océans sous forme de strates.

Issus du raffinage des pétroles bruts, les bitumes sont des mélanges complexes de composés hydrocarbonés constitués de 82 % à 85 % de carbone (% massique) et de 8 % à 11 % d'hydrogène. Ils ont des masses molaires et des structures chimiques variées. Les molécules de ces composés sont constituées de quatre principaux types d'hydrocarbures, paraffiniques, naphténiques, aromatiques et oléfiniques. La taille de ces molécules varie de quelques nanomètres à quelques dixièmes de micromètres pour les grandes tailles. Il faut également préciser que parmi les différentes molécules présentes dans les bitumes, rares sont celles constituées d'un seul des quatre types de motifs cités. Compte tenu de cette diversité, il n'est pas réaliste de vouloir déterminer la composition exacte des bitumes.

L'ensemble des saturés, des aromatiques et des résines constitue la matrice malténique dans laquelle sont incrustées des inclusions d'asphaltènes. L'arrangement de ces agrégats d'asphaltènes détermine la structure du bitume (Pfeiffer et Saal [140]).

Ainsi, dans le cas où les asphaltènes se trouvent dans un milieu dispersant fortement concentré en résine, le comportement du liant est pratiquement newtonien et on dit que le bitume a une structure de type sol.

En revanche, lorsque l'édifice structural est assuré essentiellement par un squelette d'asphaltènes, le comportement du bitume est celui d'un liquide non-newtonien, on dit que le bitume a une structure de type gel.

1.3.4 Production des bitumes

En fonction de la situation géographique du gisement, certains pétroles permettent d'obtenir une grande quantité de bitume et sont qualifiés de bruts à bitumes.

Les différents types de bitumes sont obtenus à l'issue du processus de raffinage qui est composé de plusieurs étapes :

- *La distillation atmosphérique* : Dans un premier temps, après avoir effectué les opérations de décantation et de dessalage, le pétrole brut est porté à une température d'environ 300°C. La phase vapeur est éliminée et condensée pour séparer les différents produits hydrocarbures (kérosène, gaz, essences, fuel, fuel lourd, ...) en fonction de leur volatilité. La fraction lourde restant au fond de la colonne constitue le résidu de la distillation directe et sert à l'élaboration du bitume ;
- *La distillation sous vide* : Ce résidu est ensuite injecté dans une tour de distillation sous vide où la séparation des différents constituants se poursuit en jouant sur les paramètres débit, pression et température. Le produit formé en fond de cuve est alors un résidu de distillation sous vide ;
- *Le soufflage* : Une opération de soufflage peut être pratiquée sur le résidu de distillation sous vide pour des colonnes peu performantes ou selon d'autres procédés de fabrication des essences et des huiles minérales sur les résidus pour les amener à la dureté souhaitée. Le soufflage des bitumes consiste à injecter de l'air au sein d'une base bitumineuse elle-même portée à une température comprise entre 250°C et 300°C. De très nombreuses réactions chimiques se déroulent provoquant une condensation des résines et de molécules d'asphaltènes. Le bitume obtenu est appelé bitume soufflé. Il est peu employé en technique routière mais il est plus utilisé comme produit d'étanchéité de bâtiment.

Modification des propriétés rhéologiques par adjonction de polymères

Afin d'améliorer les propriétés rhéologiques d'un bitume d'origine et diminuer ainsi sa susceptibilité thermique, des polymères élastomères ou plastomères peuvent lui être ajoutés. Pour les applications routières, il est par exemple courant d'utiliser des bitumes contenant 3 à 7 % de polymère *Styrène Sutadiène Styrène* (SBS) ou *Ethylène Vinyle Acétate* (EVA).

De plus, sous certaines conditions, il est possible de provoquer une réaction chimique entre le polymère et les molécules de bitume aboutissant à une structure monophasique. Le produit obtenu est alors dit bitume modifié par réticulation.

1.3.5 Classification des bitumes

Afin de classer les différents bitumes, deux essais de caractérisation sont couramment pratiqués :

- La mesure de la pénétrabilité d'une aiguille dans un échantillon de bitume à +25°C (EN-1426 [132]) ;
- La détermination de la température de ramollissement bille anneau (TBA) à laquelle une bille acier s'enfonce à travers un échantillon de bitume (EN-1427 [133]).

Pour un bitume pur, les résultats de ces essais permettent de définir le grade du bitume. Ainsi, pour un bitume 10/20, la pénétrabilité de l'aiguille est comprise entre 10 et 20 dixièmes de mm alors qu'elle est comprise entre 50 et 70 dixièmes de mm pour un bitume 50/70.

La susceptibilité thermique des bitumes (Chambard [27]) est définie par l'indice de pénétrabilité I_P :

$$I_P = \frac{20 - 500d}{1 + 50d} \quad (1.1)$$

et d est obtenu à partir des mesures de pénétrabilité à 25°C et de la température de ramollissement bille anneau **TBA** en admettant qu'à cette température la pénétrabilité est de 8001/100 mm.

$$d = \frac{\log 800 - \log pen}{TBA - 25} \quad (1.2)$$

1.4 Comportement viscoélastique des liants bitumineux

Le bitume est un matériau viscoélastique c'est à dire que ses propriétés mécaniques dépendent de la durée de sollicitation (ou de sa fréquence) et de la température (Baaj [4], Olard [136]).

On considère qu'un enrobé bitumineux présente un domaine de sollicitation pour lequel son comportement est linéaire. Ceci nécessite d'appliquer des petites déformations dans les mesures du module des liants bitumineux (Baaj [4], Chambard [27] et Maillard [108]).

L'hypothèse d'un comportement viscoélastique linéaire des liants bitumineux suppose la validité du principe de superposition de Boltzmann. Ce principe suppose que la réponse d'un matériau à une sollicitation composée d'un certain nombre de sollicitations élémentaires est la somme des réponses à chacune de ces sollicitations élémentaires (Salençon [155]).

D'ailleurs, on trouve souvent, dans littérature, l'application du principes d'équivalence temps-température (Christensen [34], Drozdov [50] et Ferry [62]) pour ce comportement viscoélastique linéaire. La réponse en déformation des matériaux viscoélastiques sous une contrainte imposée dépendant à la fois du temps et de la température. Le facteur de temps est en fonction du taux de chargement, de l'amplitude et de la durée du chargement. La température dépend des propriétés thermiques du matériau. En viscoélasticité linéaire, la dépendance du temps et de la température du comportement peut se superposer et donc devenir essentiellement équivalente. Nous allons examiner ces principes de superposition en détail dans le chapitre §4.

Avec ces hypothèses, il existe plusieurs essais de caractérisation des liants bitumineux. Cependant, les essais conventionnels tels que la température de ramollissement ou la pénétrabilité ne permettent pas de déterminer les caractéristiques des bitumes que pour une température et un temps de charge donné.

Afin de caractériser l'évolution du comportement du bitume de l'état liquide à l'état d'un solide viscoélastique, l'essai de mesure du module complexe est le plus approprié (Huet [88], Christensen et Anderson [31], Ramond [171]). Il permet de déterminer les caractéristiques intrinsèques du matériau (module et angle de phase) pour un grand nombre de couples température/fréquence.

Dans ce qui suit, nous allons décrire le comportement viscoélastique du bitume dans le domaine temporel puis nous aborderons l'essai de caractérisation dans le domaine fréquentiel. Nous verrons que si les liants bitumineux vérifient le principe d'équivalence temps/température (Mandel [113]), il est alors possible de connaître les propriétés du bitume dans une large gamme de température et de fréquence par construction de sa courbe maîtresse (Chambard [27]).

1.4.1 Caractérisation dans le domaine temporel

L'essai de fluage sur barreau appelé aussi *Bending Beam Rheometer* (BBR) (figure 1.4) est un essai spécialement conçu pour effectuer des mesures fondamentales sur les liants bitumineux à basses températures. Il est normalisé (EN 14771 [134]) et fournit des résultats répétables.

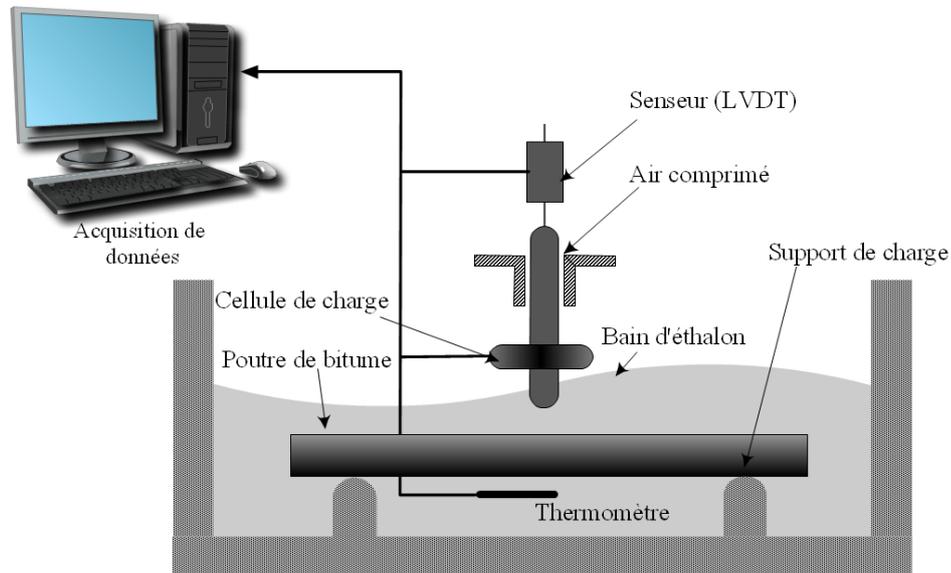


FIG. 1.4 – Essai de fluage d'un barreau de bitume

Pour conduire l'essai, on coule du bitume dans des moules de formes prismatiques. Puis, après refroidissement, le barreau de bitume est conditionné pendant un temps déterminé dans un bain d'alcool à une température contrôlée. On applique ensuite une charge constante de l'ordre de 1N au milieu du barreau (figure 1.4). Au cours du chargement, on enregistre la déflexion au milieu du barreau par les capteurs LVDT¹. Le chargement et la température du barreau de bitume sont enregistrés pendant l'essai.

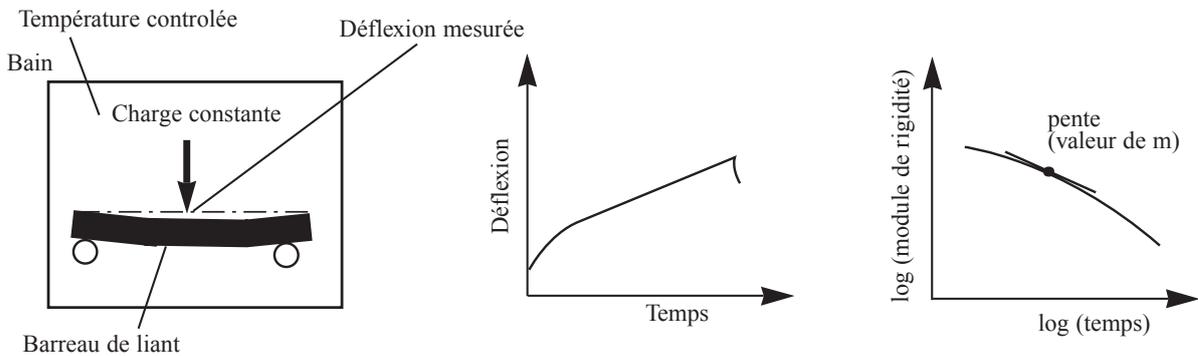


FIG. 1.5 – Diagramme schématique de l'essai BBR

À partir des valeurs de déflexion et de la connaissance de la charge appliquée, on peut déterminer le module de rigidité en flexion $S(t)$ en fonction du temps. On peut également déterminer la pente m de la courbe $\log(S(t))$ en fonction du temps de charge (figure 1.5). Ce paramètre représente le taux de variation du module de rigidité $S(t)$ avec le temps (susceptibilité au temps de charge).

¹ Linear Variable Differential Transducer

1.4.2 Caractérisation dans le domaine fréquentiel

La caractérisation du comportement du bitume dans le domaine fréquentiel se fait grâce à l'essai de module complexe (c.f figure 1.6). Cet essai permettant de mesurer le module complexe E^* consiste à soumettre le matériau à des sollicitations sinusoïdales de fréquences variées.

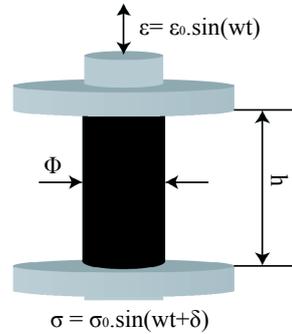


FIG. 1.6 – Schéma de principe de l'essai module complexe de caractérisation du comportement viscoélastique dans le domaine fréquentiel

Pour une température θ donnée, on effectue les mesures dans le domaine des petites déformations où l'enrobé se comporte principalement de façon viscoélastique linéaire. La sollicitation imposée peut être en mode contrainte ou en mode déformation :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad \text{ou} \quad \sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t) \quad (1.3)$$

En régime permanent, la réponse à cette sollicitation sera également sinusoïdale avec la même pulsation :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{ou} \quad \varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

Compte tenu du caractère viscoélastique du matériau, dans le cas d'une sollicitation à température constante, la déformation accuse un retard sur la contrainte, le retard est représenté par un angle de déphasage φ entre les deux signaux.

Le passage par une écriture complexe permet alors d'utiliser une écriture simple entre la contrainte et la déformation uniaxiale :

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \text{Im} [\sigma^*(t)] \quad \text{avec} \quad \sigma^*(t) = \sigma_0 e^{i\omega t} \\ \varepsilon(t) &= \text{Im} [\varepsilon^*(t)] \quad \text{avec} \quad \varepsilon^*(t) = \varepsilon_0 e^{i(\omega t - \varphi)} \end{aligned}$$

On définit le module complexe par analogie avec le module d'Young en élasticité :

$$E^*(\omega) = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\varphi} = |E^*| e^{i\varphi} \quad (1.4)$$

- $|E^*|$ est appelé *module de rigidité* ;
- φ est appelé *angle de déphasage*, compris entre $[0, \pi]$, caractérisant le comportement visqueux du matériau. Sa valeur donne une idée sur la prédominance élastique ou visqueuse du comportement. Pour un matériau parfaitement élastique, φ est nul.

Le module complexe peut s'écrire également en partie réelle et imaginaire de la façon suivante :

$$E^* = E_1 + iE_2 \quad (1.5)$$

où :

- E_1 est la partie réelle, appelée *module d'élasticité dynamique*. Elle est en phase avec la contrainte et représente la partie récupérable de l'énergie emmagasinée ;
- E_2 est la partie imaginaire ou *module de perte* correspondant à un comportement visqueux irréversible.

Les différentes composantes du module complexe varient avec la température et la fréquence de sollicitation, fixées pour chaque essai élémentaire. L'observation des résultats expérimentaux a permis de montrer que le module $|E^*|$ obéit au principe d'équivalence entre la fréquence et la température (une même valeur de module peut être obtenue pour différentes couples de fréquence-température) : elle se traduit par l'écriture de $E^*(\omega, T)$ sous la forme $E^*(\omega, T(f))$. Il est ainsi possible de construire une courbe unique ($\log|E^*|; \log(f)$) à partir des résultats obtenus pour différentes fréquences et températures. Cette courbe unique correspondra à une température T_R de référence choisie arbitrairement (voir section §1.4.3).

1.4.3 Représentations classiques

À partir des résultats de module complexe, différentes représentations du comportement rhéologique sont couramment employées. Les exemples proposés ici correspondent aux résultats obtenus sur un bitume pur 50/70 (Chambard, [27]).

Courbes isothermes et courbe maîtresse

Pour chaque température, il est possible de tracer l'évolution de la norme du module complexe $|E^*|$ (ou $|G^*|$) et de l'angle de phase en fonction de la fréquence de sollicitation. Les isothermes d'un bitume pur 50/70 sont représentées sur les figures 1.7 et 1.8.

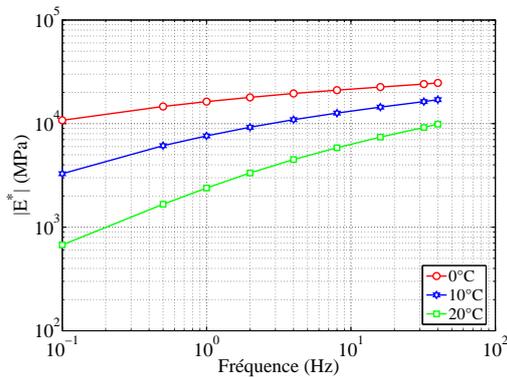


FIG. 1.7 – Isothermes du module complexe

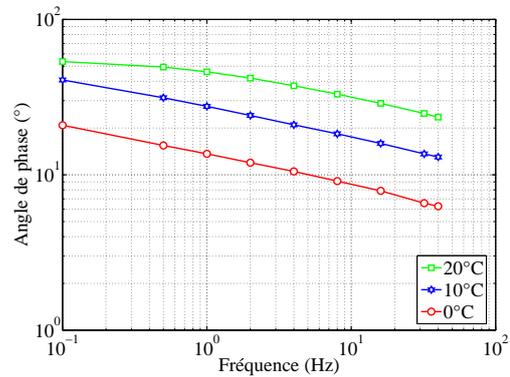


FIG. 1.8 – Isothermes de l'angle de phase δ

À chaque température donnée, la pente d'une courbe isotherme renseigne sur la susceptibilité cinétique du matériau bitumineux (c'est-à-dire la variation de module avec la vitesse de la sollicitation).

On constate que les différentes composantes E_1 et E_2 du module complexe varient avec la température et la fréquence de sollicitation, fixée pour chaque essai élémentaire. On peut confirmer d'ailleurs l'observation précédente sur des résultats expérimentaux; le module $|E^*|$ obéit au principe d'équivalence temps-température (William [184]).

La construction de la courbe maîtresse s'opère grâce à de simples translations parallèlement à l'axe des fréquences de chaque isotherme. Ces translations s'articulent autour de l'isotherme correspondant à la température de référence jusqu'à superposition des points de même ordonnée.

Les coefficients de translation de l'isotherme T par rapport à l'isotherme T_R de référence choisie est $\log(a_T)$ tel que $E^*(\omega, T) = E^*(\omega \cdot a_T, T_R)$ avec $a_R = 1$. Plusieurs formules sont proposées pour présenter $\log(a_T)$. On rappelle ici les formules les plus utilisées dans le domaine des produits bitumineux :

Formule WLF (William, Landel et Ferry) :

$$\log a_T = \frac{-C_1(T - T_R)}{(T - T_R) + C_2} \quad (1.6)$$

Avec :

- C_1 et C_2 coefficients dépendants du matériau ;
- T et T_R températures exprimées en °K.

Équation de type Arrhénius :

$$\log a_T = \frac{\delta H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right) \quad (1.7)$$

Avec :

- δH énergie apparente d'activation caractérisant le matériau ;
- T et T_R températures exprimées en °K.

En 1992, Francken [66] a proposé une construction de la courbe maîtresse sur un grand nombre de résultats expérimentaux provenant de différents types d'essais. Cette méthode a permis de conclure à la meilleure adéquation de la loi d'Arrhénius pour $\log(a_R)$.

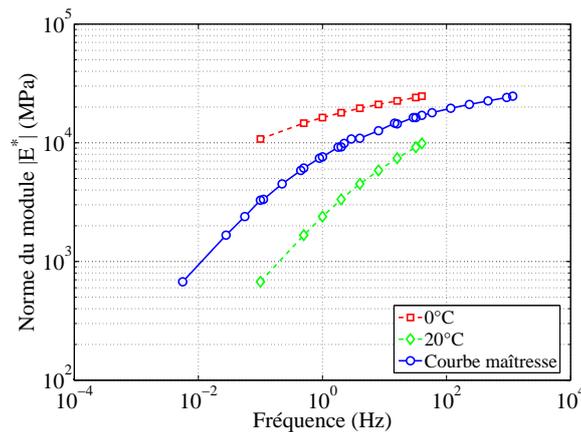


FIG. 1.9 – Courbe maîtresse du module de rigidité à 10°C (H.N Nguyen [128])

Cette courbe maîtresse permet d'obtenir des valeurs de module pour les fréquences inaccessibles expérimentalement.

Courbes isochrones

Il s'agit de représenter le module de rigidité $|E^*|$ en fonction de la température en coordonnée semi-logarithmique comme montre la figure 1.10.

Cette représentation permet d'estimer la susceptibilité thermique du matériau. C'est-à-dire la variation du module pour une variation de température donnée.

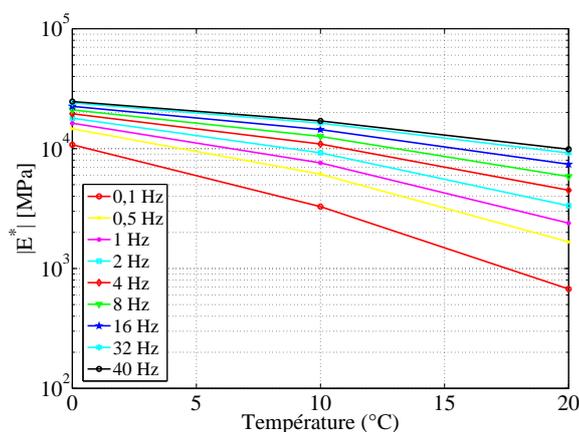


FIG. 1.10 – Exemple de courbes isochrones

Espace de Black

L'espace de Black comporte en abscisse le logarithme de la norme du module complexe et en ordonnée l'angle de phase sur toute la gamme des températures et des fréquences testées, cf. figure 1.11.

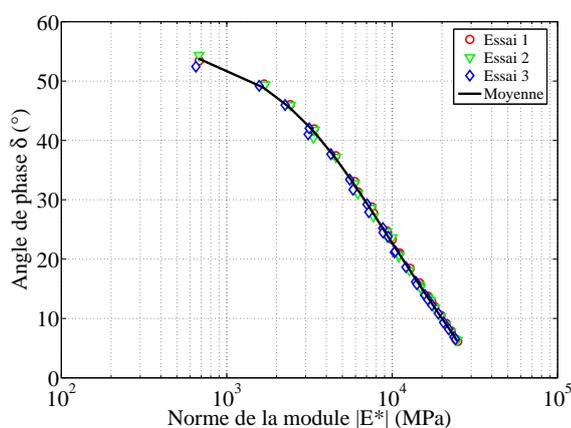


FIG. 1.11 – Représentation rhéologique du bitume 50/70 dans l'espace de Black

Lorsque le matériau obéit au principe d'équivalence temps-température, les points expérimentaux permettent de définir une courbe unique, caractéristique du matériau testé :

- Dans le domaine des fréquences élevées et des basses températures, la norme du module de ce bitume tend vers sa valeur limite $|E_{\infty}^*| \sim 3 \text{ GPa}$ et l'angle de phase tend vers 0 (Ramond et Such, [144]) ;
- Dans le domaine des basses fréquences et températures élevées, la norme du module $|E^*|$ diminue fortement alors que l'angle de phase augmente de façon continue pour tendre vers une asymptote avec l'augmentation de la température traduisant ainsi un comportement complètement fluide (de La Roche [40]).

Plan Cole - Cole

Lorsque l'on reporte dans le plan complexe Cole & Cole décrivant l'évolution du module de perte E'' en fonction du module élastique E' , on obtient l'allure générale de la courbe (figure 1.12). Il s'agit d'un arc de cercle partant de l'origine et se renfermant sur la valeur de module atteinte aux très basses températures et hautes fréquences.

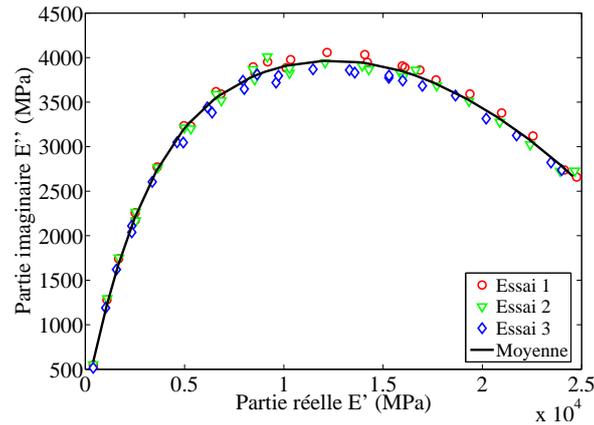


FIG. 1.12 – Représentation rhéologique d'un bitume pur de grade 50/70 dans le plan Cole-Cole (H.N. Nguyen [128])

Cette courbe caractéristique peut être utilisée pour caler un modèle de comportement rhéologique. Cependant, pour les faibles valeurs de module, on utilise plutôt la représentation dans l'espace de Black.

1.4.4 Propriétés rhéologiques des bitumes

L'étude du comportement rhéologique des liants bitumineux permet d'avoir des informations sur la structure des bitumes ainsi que leur résistance aux modes de dégradation, déformation permanente, fissuration par fatigue dues au trafic lourd ou par fatigue thermique, fissuration par retrait à basse température.

La rhéologie est l'étude de la déformation et de l'écoulement des corps soumis à des sollicitations. Dans le cadre de la thèse avec ses objectifs bien définis, l'étude du comportement rhéologique des liants bitumineux se limite à la viscoélasticité linéaire. Pour un cisaillement à faible déformation, les matériaux parfaitement élastiques obéissent à la loi de Hooke :

$$\tau = G\gamma \quad (1.8)$$

où G représente le module de cisaillement, τ la contrainte de cisaillement et γ la déformation.

Les matériaux purement visqueux obéissent à la loi de Newton :

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (1.9)$$

où η la viscosité et $\dot{\gamma}$ la vitesse de déformation.

Le comportement d'un solide élastique peut être représenté mécaniquement par le modèle de Kelvin-Voigt (c.f figure 1.13(b)) tandis que le comportement d'un liquide visqueux par le modèle de Maxwell (c.f figure 1.13(a)).

Modèle de Maxwell

Ce modèle viscoélastique linéaire est constitué par l'association en série d'un ressort de complaisance élastique J et d'un amortisseur de coefficient de viscosité η .

Soient ε_1 et ε_2 les déformations, et τ_1 et τ_2 les contraintes, respectivement dans le ressort et dans l'amortisseur.

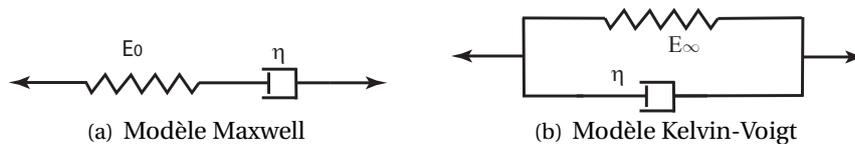


FIG. 1.13 – Schématisation des modèles rhéologiques

Les équations (1.10) et (1.11) donnent respectivement la fonction de fluage et la fonction de relaxation de ce modèle :

$$J(t) = \frac{1}{E_0} + \frac{t}{\eta} \quad (1.10)$$

$$R(t) = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.11)$$

avec E_0 module instantané et $\tau = \frac{\eta}{E_0}$, où τ est le temps de relaxation

Le module complexe du modèle Maxwell s'écrit comme suit :

$$E^*(\omega) = E_0 \frac{i\omega\tau}{1 + i\omega\tau} = \frac{E_0 \omega^2 \tau^2 + iE_0^2 \omega \tau}{E_0^2 + \omega^2 \tau^2} \quad (1.12)$$

En général, le matériau liant bitumineux possède une fonction de relaxation beaucoup plus complexe qui ne peut pas s'exprimer par une seule courbe exponentielle. Un modèle mathématique comprenant des éléments Maxwell à différents temps de relaxation τ_i en série peut décrire plus exactement la relaxation de ce matériau.

Modèle de Maxwell généralisé

Le modèle le plus simple pour représenter le comportement viscoélastique linéaire d'un matériau est le modèle de Maxwell généralisé en régime oscillatoire. Ce modèle est constitué par l'association en parallèle de n éléments de Maxwell. Chaque élément est défini par un module de rigidité E_i et par un coefficient de viscosité η_i . Lors d'un essai de relaxation où l'on impose une déformation donnée, on mesure l'évolution de la contrainte. Le module $E(t)$ de relaxation est donné par la relation suivante :

$$R(t) = \sum_{i=1}^n E_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (1.13)$$

où $\tau_i = \eta_i/E_i$ représente le temps de relaxation.

L'équation (1.13) représente le comportement d'un matériau viscoélastique à l'état liquide. Un groupe d'éléments de Maxwell en parallèle représente un spectre discret de temps de relaxation, chaque temps τ_i étant associé à une rigidité spectrale E_i ($\tau_i = \eta_i/E_i$). Un ressort peut également être placé en parallèle au groupe de n éléments de Maxwell. Le module de relaxation de ce modèle s'écrit

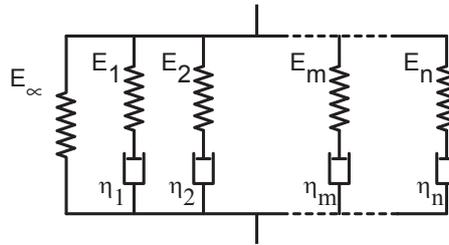


FIG. 1.14 – Modèle viscoélastique Maxwell généralisé

alors comme suit :

$$R(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (1.14)$$

Le module complexe correspondant E^* dans le domaine fréquentiel a la forme suivante :

$$E^*(\omega) = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \frac{i\omega\tau_i}{1 + i\omega\tau_i} \quad (1.15)$$

Supposons $J(\tau, t)$ la fonction de fluage ou de retard, par le principe de superposition de Boltzmann, on définit la déformation $\epsilon(t)$ d'un matériau viscoélastique linéaire la somme des réponses à

chacune des sollicitations élémentaires :

$$\varepsilon(t) = \int_{t_0}^t J(\tau, t) d\sigma(\tau) \quad (1.16)$$

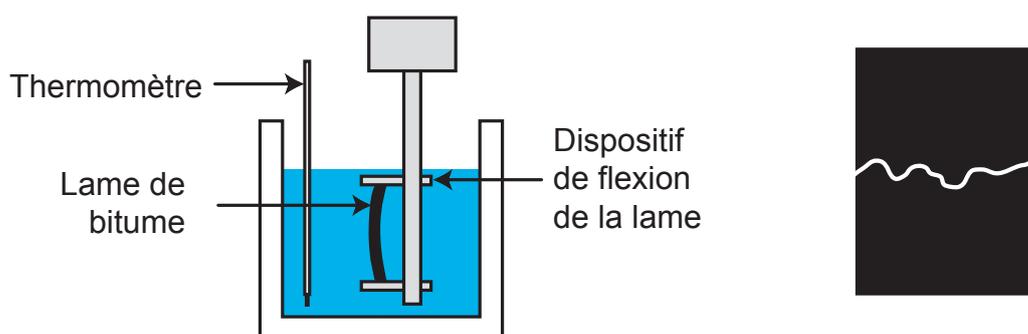
Selon Mandel [112] et Couarraze [38], ce formalisme est adapté pour tout matériau viscoélastique. Dans les expériences de relaxation, la fonction de relaxation $R(t)$ s'exprime de façon très simple en fonction des paramètres du modèle.

1.5 Tests de résistance à la fissuration des liants bitumineux

L'utilisation du bitume dépend des propriétés mécaniques et de la thermo-susceptibilité. Le bitume chaud est un fluide qui adhère avec minéraux et qui peut être utilisé avec d'autres matériaux. À la température ambiante, il est solide et flexible et aux températures très basses, il devient dur et fragile, ce qui peut limiter son emploi.

1.5.1 Essai Fraass

Ce test proposé par Fraass en 1930 est l'un des seuls tests permettant d'évaluer le comportement du bitume à très basse température. La température de fragilité Fraass correspond à la température à laquelle apparaît la première fissure visible à l'œil nu sur un film mince de bitume d'une épaisseur normalisée (EN-12593 [129]), déposé sur une fine lame d'acier flexible. Autrement dit, la température est déterminée lorsque le film de bitume atteint une rigidité critique pour laquelle il se rompt par fléchissement.



(a) Schéma du dispositif expérimental

(b) Lame après rupture

FIG. 1.15 – Principe de l'essai Fraass

Dans cet essai, un film de bitume d'épaisseur $500\ \mu m$ est déposé sur une plaque d'acier flexible de $41 \times 20\ mm$. Le dispositif expérimental (figure 1.15(a)) permet de solliciter régulièrement l'échantillon par des flexions lentes alors que la température s'abaisse de $1^\circ C.min^{-1}$.

La température pour laquelle apparaît la première fissure (figure 1.15(b)) est prise comme température de fragilité Fraass. Les travaux de Van [179] montrent que la température de fragilité Fraass est une température d'iso-consistance correspondant à un module de $100\ MPa$ pour un temps de charge de $11\ s$ ou à une pénétrabilité de 1,25 dixièmes ou encore une valeur de viscosité de $10^9\ Pa.s$ (Chambard *et al.* [27]).

Bien qu'il soit représentatif du comportement à froid du bitume en film mince, un tel essai ne permet de caractériser les propriétés à la rupture du bitume que pour une condition de sollicitation donnée (vitesse, température).

1.5.2 Test de ductilité

L'essai de ductilité (EN-13589 [131]) consiste à mesurer l'allongement à la rupture d'une éprouvette de bitume en forme de diabolo étirée dans des conditions de vitesse et de température données. L'essai classique est effectué à $+4^{\circ}\text{C}$ pour une vitesse de $10\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ ou à $+25^{\circ}\text{C}$ et $50\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$.

Pour un bitume donné la ductilité présente un maximum selon la température et elle décroît avec la vitesse.

Heukelom [82] a montré que cette caractéristique n'est fonction que du module de rigidité du matériau indépendamment de l'origine, du type ou de la catégorie du bitume. D'autres auteurs relient le comportement ductile du bitume à sa composition chimique Chambard [27] : une forte teneur en résine accroît le caractère ductile tandis que la présence de paraffine en quantité suffisante ($> 5\%$) le réduit.

Un tel essai est intéressant pour comparer le comportement à la rupture d'une éprouvette massive de bitume dans des conditions de vitesse et de température où le bitume présente un comportement ductile.

1.5.3 Traction directe à basse température

Afin de connaître la capacité à l'allongement du bitume à basse température, un essai de traction sur des éprouvettes en haltère a été développé (EN-13587 [130]). Il est réalisé à une vitesse de $0.7\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$, pour des températures comprises entre -15 et $+10^{\circ}\text{C}$ et pour des niveaux de déformation allant de quelques 10^{-3} à des valeurs maximales de $5\cdot 10^{-2}$.

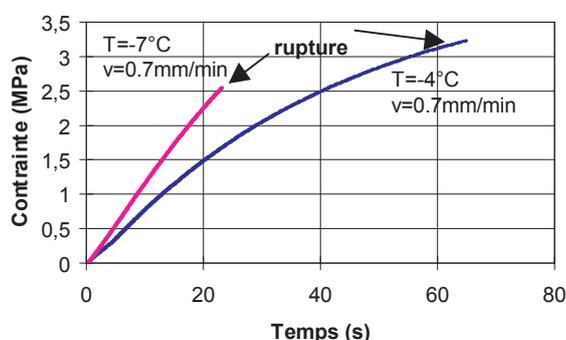


FIG. 1.16 – Courbe de traction directe sur un bitume pur 50/70 (Chambard [27])

Les courbes contraintes en fonction du temps (figure 1.16) permettent d'estimer l'énergie de cohésion du liant dans les conditions de l'essai.

Bien que les résultats soient dispersés, ils permettent tout de même d'observer des différences de comportement. Ainsi Largeaud [99] propose de définir les zones de comportement fragile et ductile en fonction de la température d'essai à partir des déformations à la rupture (figure 1.17).

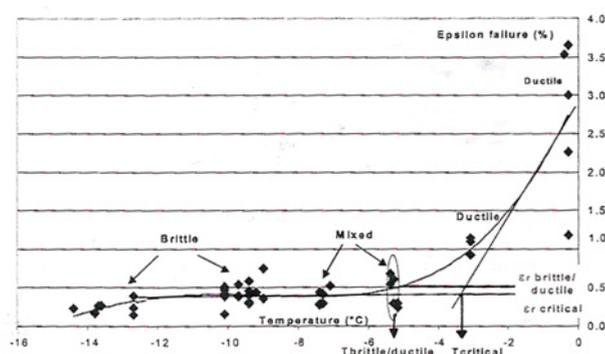


FIG. 1.17 – Evolution des déformations à la rupture en fonction de la température d'essai [99]

Durand *et al.* [55] propose de compléter les essais de traction directe avec l'essai de fluage BBR (cf. paragraphe §1.5.4) pour prédire la fissuration des bitumes modifiés par les polymères.

L'essai de *butt joint* notamment utilisé par Harvey [76] est une variante de l'essai de traction directe pour lequel l'échantillon de bitume est cylindrique et son épaisseur détermine le facteur d'élanement. L'épaisseur de film est alors comprise entre 0.5 et 11.0 mm et les vitesses de déformations varient entre 0.01 et 100s⁻¹.

Toutefois, bien que ces essais aient été développés pour caractériser le comportement à basse température en traction des liants bitumineux, il semble que les résultats ne soient pas en accord avec le comportement observé dans les enrobés, notamment dans les zones géographiques très froides (Chambard [27]).

1.5.4 Essai au mouton pendule

L'essai au mouton pendule sert à mesurer la cohésion du bitume entre 10°C et 50°C. Ce test, répandu pour la caractérisation des matériaux métalliques, consiste à lâcher un balancier pesant à partir d'une hauteur donnée. Celui-ci vient frapper un cube métallique strié, collé sur un support rigide par un film de 1mm de liant à analyser (figure 1.18).

Lors du choc, le balancier est freiné. L'angle de remontée est caractéristique de l'énergie dissipée par la rupture du film de liant. La cohésivité s'obtient alors en divisant l'énergie de rupture par la surface de l'échantillon.

On effectue les mesures à différentes températures. Ces données permettent de tracer la courbe de variation de la cohésivité (énergie dissipée par unité de surface) en fonction de la température.

La figure 1.18 représente un résultat type et peut se décomposer en trois parties selon Marvillet [115] :

- La partie AM où l'énergie dissipée augmente en relation étroite mais non exclusive avec l'accroissement de consistance liée à l'abaissement de température. Cette zone correspond sensiblement à l'état où le comportement visqueux du liant est dominant ;
- La partie BC où, pour des températures inférieures à T_B, le liant présente un comportement fragile. Dans cette zone, l'énergie dissipée est pratiquement indépendante de la température ;
- La partie MB correspond au comportement viscoélastique du liant.

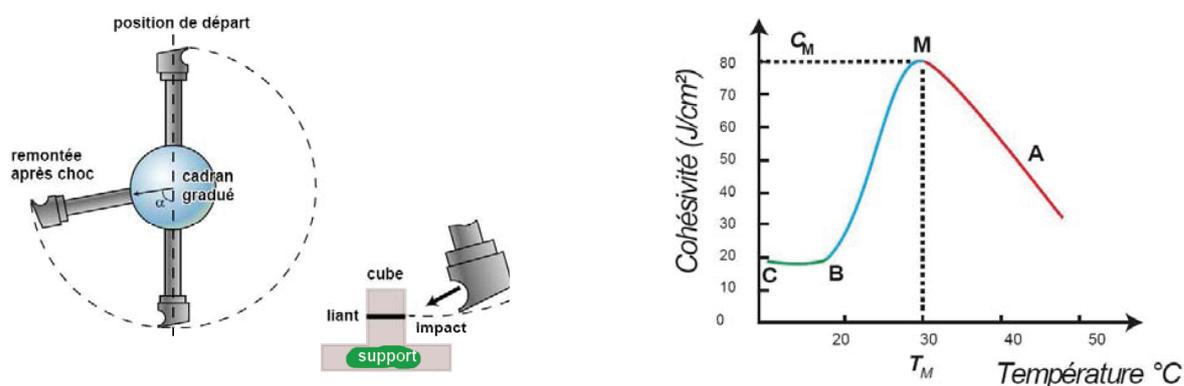


FIG. 1.18 – Principe et résultats de l’essai de mouton pendule (Chambard [27])

Cet essai est simple à mettre en œuvre mais exige un assez grand nombre de températures pour être exploitable, en particulier au voisinage du maximum. Il permet d’étudier l’évolution de l’énergie de fissuration en fonction des conditions expérimentales. Il est ainsi possible de classer les liants les uns par rapport aux autres.

Toutefois, dans un tel essai, la vitesse de déformation, qui est mal maîtrisée, est très grande et le comportement à la rupture s’apparente alors à celui d’un impact, peu représentatif des mécanismes rencontrés dans les enrobés bitumineux.

1.5.5 Flexion 3 points sur barreau entaillé

Un essai de flexion trois points sur un barreau de bitume entaillé a été développé par Lee [102]. À la suite de modifications récentes de Hesp [80], les extrémités des barreaux sont en aluminium ; seule la partie centrale de l’éprouvette est en bitume (figure 1.19). Ceci permet d’éliminer les problèmes liés à la viscosité du matériau.

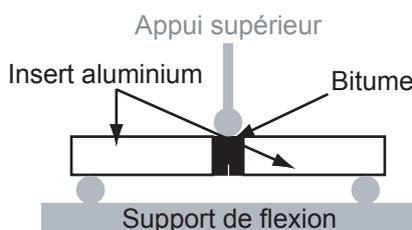


FIG. 1.19 – Principe de l’essai de flexion 3 points sur barreau entaillé.

Les essais sont réalisés pour des vitesses de déplacement imposées de $1 \cdot 10^{-3}$ et $1 \cdot 10^{-2} \text{ mm.s}^{-1}$ et pour des températures comprises entre -20 et -40°C .

À partir de ces résultats expérimentaux, Hesp [81] et Olard [136] proposent des valeurs de taux de restitution d’énergie G_{Ic} qui sont globalement comprises entre 1 et 600 J.m^{-2} . Ces valeurs montrent également que, plus le bitume est sollicité dans son état élastique, plus la valeur de G_{Ic} diminue. Cet essai traduit alors l’évolution de la fragilité du bitume à basse température.

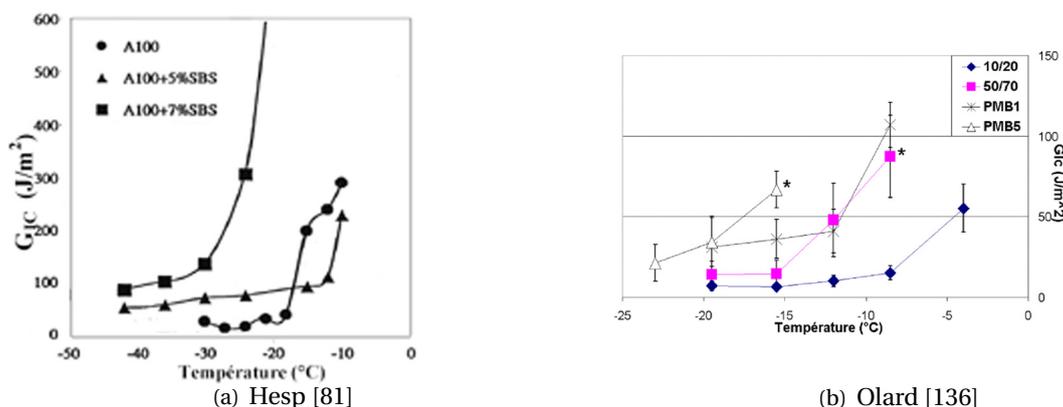


FIG. 1.20 – Taux de restitution d'énergie à partir des résultats expérimentaux.

Toutefois, les conditions expérimentales de cet essai ne sont pas encore complètement maîtrisées, notamment au niveau des conditions limites pour l'application du chargement, ce qui constitue un frein dans l'interprétation des essais aux températures plus élevées.

De plus, bien que cet essai soit pratiqué pour déterminer les propriétés à la rupture des bitumes, la géométrie de l'éprouvette et la sollicitation appliquée ne sont pas représentatives du comportement du bitume dans un enrobé qui se présente sous la forme d'un film mince entre deux granulats.

1.5.6 Double poutre encastrée (DCB)

L'essai de la double poutre encastrée² permet de solliciter en traction un film de bitume de 0.3 à 3.0 mm d'épaisseur pris entre deux plaques d'aluminium d'épaisseur 3.0 mm.

Afin de favoriser la propagation de la fissure dans le bitume :

- La rupture est préparée à l'aide d'un film mince de téflon au milieu de l'épaisseur de bitume ;
- Les surfaces d'aluminium sont sablées.

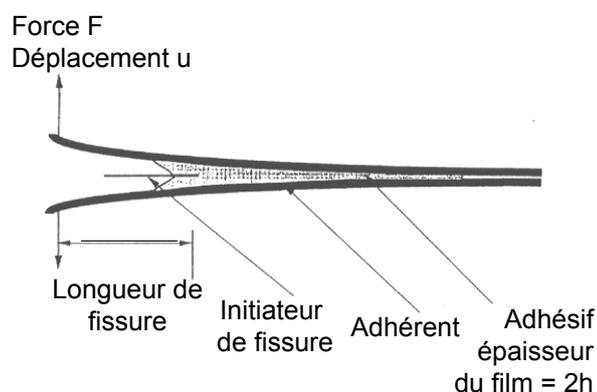


FIG. 1.21 – Principe de l'essai de *Double Cantilever Beam*

²ou *Double Cantilever Beam* (DCB) en anglais

Les vitesses de déplacement imposées sont comprises entre 0.01 et 110 $mm.s^{-1}$.

Bien qu'un tel essai permet d'étudier la propagation d'une fissure dans un film mince de bitume, la limitation vient de la déformation plastique de l'adhérent Harvey [76].

1.5.7 Bilan des essais actuels

Les essais de rupture sur bitume sont fondés sur des observations visuelles (Frass, ductilité) ou le suivi de l'effort pour un déplacement imposé. Ils sont peu pertinents pour caractériser la tenue à la rupture sur une large gamme de températures et de vitesses de sollicitations.

Le développement d'un essai mécanique plus adapté, plus discriminant et dont les surfaces de rupture ne sont pas polluées par l'air ambiant, comme l'essai de Rupture locale que sera présenté dans la suite de cette thèse, devrait permettre d'étudier l'initiation, la propagation d'une fissure (Maillard [108], Stefani [168]).

Selon Borret [16], il n'est pas établi que la même relation d'équivalence existe sur tout la plage de déformation supportée par le matériau. Cependant Smith [167] montre que la loi WLF du matériau permet d'unifier les résultats de rupture réalisés pour différentes températures. Certains auteurs ont inspiré cette idée pour montrer la même équivalence existe pour la propagation de fissure. Kadir [94] montre d'ailleurs qu'il n'y a qu'un faible accroissement de température localement pendant la propagation mais cette élévation de température n'est pas significative. La propagation de fissure suit la loi WLF du matériau.

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, la problématique de notre étude sur la fissuration viscoélastique a été présentée. Il établit le cadre général de ce travail de thèse et permet la bonne compréhension des différents éléments introduits dans les chapitres suivants, consacrés à la présentation des différentes approches en mécanique de la rupture ainsi que des résultats expérimentaux obtenus au cours de cette étude et à la modélisation du comportement des liants bitumineux à la fissuration.

Le chapitre §1 a mis l'accent sur la complexité de la nature du comportement thermo-mécanique des liants bitumineux. Nous avons introduit l'essai de fluage sur barreau de bitume et l'essai de détermination du module complexe dans le domaine fréquentiel. L'application du principe d'équivalence temps-température permet ensuite de représenter les bitumes sous forme d'une courbe maîtresse. Les données extrapolées pour les fréquences non-accessibles expérimentalement vont nous permettre, dans le chapitre §4, d'identifier le modèle rhéologique Maxwell généralisé adopté dans le domaine temporel. L'implantation de ce modèle rhéologique dans le code de calcul sera précisé dans le chapitre §6.

Finalement, en examinant brièvement les essais les plus couramment utilisés pour déterminer les propriétés à la fissuration des bitumes, on a mis en évidence la nécessité de développer l'essai de Rupture locale plus adapté pour caractériser la tenue à la rupture sur une large gamme de température et de vitesse de sollicitation.

Chapitre 2

État de l'art sur la mécanique linéaire de la rupture

Sommaire

2.1	Introduction	30
2.2	Aperçu historique sur la mécanique de la rupture	31
2.3	Hypothèses de la rupture fragile	32
2.3.1	Endommagement et mécanique de la rupture	33
2.3.2	Fissure statique, quasi-statique et dynamique	34
2.3.3	Modes de rupture	34
2.4	Approche locale	35
2.4.1	Facteur d'intensité de contrainte	35
2.4.2	Détermination du facteur d'intensité de contrainte	37
2.5	Approche globale ou énergétique	40
2.5.1	Taux de restitution d'énergie	40
2.5.2	Intégrale de contour	41
2.5.3	Ouverture du fond de fissure (CTOD)	42
2.5.4	Calcul du taux de restitution d'énergie	42
2.6	Conclusion	48

2.1 Introduction

La mécanique de la rupture vise à décrire les étapes d'amorçage et de propagation de la fissure. Selon le comportement du matériau, on peut être confronté à deux types de rupture ; rupture fragile ou rupture ductile. Dans ce chapitre, on s'intéresse à décrire brièvement la rupture fragile en l'absence de déformation plastique significative. La rupture ductile sera abordée dans le chapitre §3.

Dans ce chapitre, nous allons donc présenter un aperçu historique succincte de la mécanique de la rupture avant d'introduire les caractéristiques générales de la mécanique linéaire de la rupture. Nous détaillerons ensuite les deux approches locales et globales. La première approche est basée sur les champs de contraintes et de déformations locaux en pointe de fissure. On y aborde le facteur d'intensité de contrainte et on se propose d'étudier les méthodes de détermination de ce dernier. La deuxième approche permet d'étudier les paramètres globaux de fissuration, souvent liés avec l'approche énergétique. On expose dans cette approche les méthodes pour déterminer le taux de restitution d'énergie.

Les paramètres de fissuration étudiés dans ce chapitre nous permettront d'appréhender le mécanisme de fissuration : initiation, propagation et arrêt de fissure. Nous allons approfondir ces analyses dans le chapitre §6.

2.2 Aperçu historique sur la mécanique de la rupture

Les premiers essais de rupture ont été menés par Léonard de Vinci bien avant la révolution industrielle, qui a montré que la résistance à la traction des fils de fer varie inversement avec leur longueur. Ces résultats suggèrent que les défauts contenus dans le matériau contrôlent sa résistance ; plus le volume est important (fil de fer long) plus la probabilité de présence de défaut par exemple est importante.

Cette interprétation qualitative fût précisée plus tard en 1920 par Griffith [72] qui établit une relation directe entre la taille du défaut et la contrainte de rupture. S'appuyant sur les travaux de Inglis, Griffith applique l'analyse des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable d'une fissure ; il formule ainsi à partir du premier principe de la thermodynamique, une théorie de la rupture. Selon cette théorie, un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à une propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau. Cette théorie prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles. Dans les matériaux ductiles et notamment les alliages métalliques, l'avancée d'une fissure s'accompagne d'une importante dissipation d'énergie due à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure et la théorie de Griffith qui ne considère que l'énergie de création de surface ne peut en rendre compte.

En 1948, Irwin [91] a proposé une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles.

En 1956, Irwin a proposé le concept de taux de restitution d'énergie à partir toujours de la théorie de Griffith mais sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures.

En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard [183] qui analyse les champs de déplacement et de contrainte élastiques près de l'extrémité d'une fissure sous chargement donné, Irwin [92] montre que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique. Ce paramètre issu de la mécanique linéaire de la rupture est relié au taux de restitution d'énergie. C'est le facteur d'intensité de contrainte (FIC).

Au cours des années 70, de nombreuses études (Shih et al. [162], Kanninen [95]) ont porté sur la recherche d'un paramètre permettant d'étendre la mécanique de la rupture au comportement élasto-plastique des matériaux.

La période entre 1960 et 1980 vit une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles qui s'affrontent. D'une part, les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture et ceux qui s'intéressent essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contrainte et de déplacement à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs (Irwin, Dugdale [54] et Barenblatt etc.) ont proposé ce qu'on appelle une correction de la zone plastique. Selon ce concept, la taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contrainte élastique décrits par le facteur d'intensité de contrainte.

Wells [181, 182], un des représentants de la deuxième école, introduit le concept du déplacement

à fond de fissure - ou CTOD³ qui est applicable à la fois à la mécanique linéaire et la mécanique élasto-plastique de la rupture. Selon ce concept, la fissure avance lorsque le matériau à proximité de la fissure commence à atteindre une valeur critique de déformation. Cette valeur de déformation est reliée avec le déplacement à fond de fissure CTOD. La propagation de la fissure ou la rupture est possible lorsque le CTOD dépasse une valeur critique. Cette valeur critique de CTOD peut donc se considérer comme une constante du matériau comme le facteur d'intensité de contrainte ou le taux de restitution d'énergie.

Le déplacement à fond de fissure ou CTOD proposé en 1961, se considère comme le paramètre alternatif à la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément au concept de SIF ; lorsque la plastification devient importante comme c'est le cas dans les matériaux très ductiles.

Plus tard, Hutchinson [89], Rice et Rosengren [148] développent un nouveau paramètre appelé intégrale J pour mieux décrire la répartition des contraintes dans les zones plastifiées (champ HRR). Shih et Hutchinson proposent également une méthodologie pour utiliser l'intégrale J non seulement pour décrire la ténacité mais aussi pour la relier à la taille du défaut et au champ des contraintes appliquées. En 1968, Rice [147] propose l'intégrale de contour J permettant de déterminer l'énergie par une simple intégrale de contour, indépendante de celle-ci. Ce paramètre a connu un large succès en raison de sa facilité de mise en oeuvre.

L'interprétation analytique de cette intégrale, a permis à Begley et Landes [11] d'associer J à un critère d'amorçage J_c (J critique) qui déclenche la propagation ductile par la suite via les courbes de résistance à la déchirure $J - \Delta a$.

2.3 Hypothèses de la rupture fragile

De différents travaux en milieu élastique fissuré (Broberg [18], Christensen [35], Ehrlacher [57]), la région de la pointe de fissure peut être décomposée en trois zones :

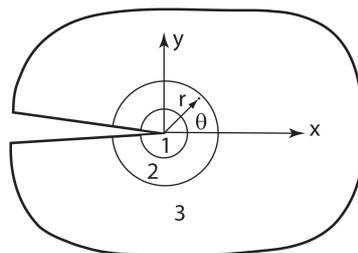


FIG. 2.1 – Les zones de champs mécaniques

- *La zone d'élaboration* : elle se situe au voisinage direct de la pointe de fissure. L'étude de cette zone, considérée comme ponctuelle d'un point vue mécanique, est très complexe car les contraintes tendent vers l'infini théoriquement à l'approche de la pointe de fissure ;
- *La zone singulière* : dans cette zone, le champ de contrainte présente une singularité en $1/\sqrt{r}$;
- *La zone des champs lointains* : elle est extérieure aux deux zones précédentes. Elle fait le lien entre la zone singulière et les conditions aux limites de chargement et déplacement.

³Crack Tip Opening Displacement

Dans la zone singulière, la solution de la contrainte en élasticité est proportionnelle avec la singularité d'ordre $1/\sqrt{r}$. Cette solution n'est malheureusement pas physiquement réaliste. En fait, les contraintes en pointe de fissure sont "écrêtées" par la plasticité (François *et al.* [65]). De plus, la signification énergétique de la rupture proposée par Griffith devient plus ambiguë, dans la mesure où elle consiste à représenter la propagation de fissure comme un déchargement. Or, en plasticité, une partie de l'énergie est dissipée par le phénomène irréversible et on ne peut pas toujours évacuer la fraction d'énergie disponible pour la propagation.

En ce qui concerne la plastification en pointe de fissure, on distingue trois cas suivants :

- *La plasticité confinée* : il s'agit d'une concentration des contraintes en pointe de fissure créant une plastification locale. Il est nécessaire que la taille de cette zone reste petite par rapport à la longueur de la fissure, et aux dimensions de la structure, de façon à ne pas trop perturber la distribution élastique des contraintes ;
- *La plasticité étendue* : c'est le domaine pour lequel la taille de la zone plastique n'est plus négligeable devant la longueur de la fissure ou la dimension du ligament. Elle s'inscrit dans le cadre de la mécanique de la rupture à comportement non linéaire, et son étude n'est que très récente.
 - En élasticité linéaire, la singularité est d'ordre $1/\sqrt{r}$, elle est plus faible en plasticité, et vaut $-n/(n+1)$, avec n , le coefficient d'érouissage du matériau, compris entre 0 et 0,2,
 - La zone d'élaboration définie en élasticité linéaire est remplacée par un champ de déformation qui ne dépend que de la limite d'élasticité en cisaillement et de l'orientation par rapport à l'axe de la fissure (champ de Prandtl),
 - À la pointe de la fissure, l'émoussement et le champ de Prandtl conduisent à des contraintes finies. Plus loin de l'extrémité de la fissure (zone de champs semi-lointain), les distributions des contraintes et des déformations peuvent être approchées par une solution asymptotique H.R.R⁴.

2.3.1 Endommagement et mécanique de la rupture

Lorsqu'une pièce est soumise à des efforts d'origine variée, il existe une limite en contraintes ou en déformations à ne pas dépasser, sous peine d'endommager la pièce et de provoquer sa rupture. Suivant que l'on s'intéresse à la dégradation du matériau d'un point de vue micro-mécanique (Tanguy [152, 151]) ou macro-mécanique, deux approches peuvent être utilisées :

- *La mécanique de l'endommagement* propose de décrire continûment la dégradation progressive du matériau due à l'apparition, à la croissance, puis à la coalescence de micro-fissure ou de micro-cavités présentes dans le matériau. Cette approche, initialement introduite par Kachanov, a été reprise et développée par de nombreux auteurs tels que Chaboche, Lemaître [103], Bui [20], Ehrlacher [57], Gurson, Tvergaard, Needleman [127], Rousselier [150]. Lorsque les microfissures, les microcavités créées par croissance ou par coalescence des défauts sont de taille assez grande, cette façon d'aborder le problème n'est plus valable, et il faut alors utiliser la mécanique de la rupture ;
- *La mécanique de la rupture* a pour objet l'étude du comportement mécanique au voisinage de la pointe d'une fissure. L'étude des champs mécaniques permet ensuite de juger de la stabilité ou non d'une fissure. Il est également possible, comme nous le verrons par la suite, d'aborder la mécanique de la rupture à travers une étude énergétique d'un solide fissuré.

⁴Le champs singulier proposé par Hutchinson [89], Rice et Rosengren [148]

2.3.2 Fissure statique, quasi-statique et dynamique

Les premiers travaux réalisés en mécanique de la rupture visaient à établir, de façon précise, les champs mécaniques au voisinage d'une fissure statique. La difficulté d'une telle étude réside dans la prise en compte de la singularité introduite par la pointe d'une fissure. Le calcul précis des paramètres mécaniques tels que le facteur d'intensité des contraintes, ou le taux de restitution d'énergie réside en grande partie dans la bonne prise en compte de cette singularité. L'étude des champs mécaniques entourant une pointe de fissure statique fait l'objet de cette étude bibliographique.

Une fois les paramètres mécaniques calculés, il est possible de prévoir la propagation ou non de la fissure. Suivant le type de matériau étudié et le chargement appliqué, la propagation pourra être qualifiée de stable (la fissure a besoin de plus d'énergie pour reprendre sa progression) ou d'instable (la fissure poursuit sa progression jusqu'à la ruine de la structure, sans recours à une énergie supplémentaire).

On est alors amené à étudier la propagation quasi-statique de la fissure, à l'aide des critères d'amorçage, de bifurcation et de stabilité.

Enfin dans les problèmes de chargement rapide ou lorsque les vitesses de propagation de fissures sont importantes, il est nécessaire de prendre en compte les termes d'inertie dans la formulation et dans la résolution du problème. On parle alors de propagation dynamique des fissures (Attigui [3]).

2.3.3 Modes de rupture

La fissure se manifeste par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties appelées lèvres de fissure de part et d'autre d'une surface géométrique.

Cette surface fissurée rend le champ de déplacement discontinu. Les mouvements possibles des lèvres d'une fissure sont des combinaisons des trois modes suivants :

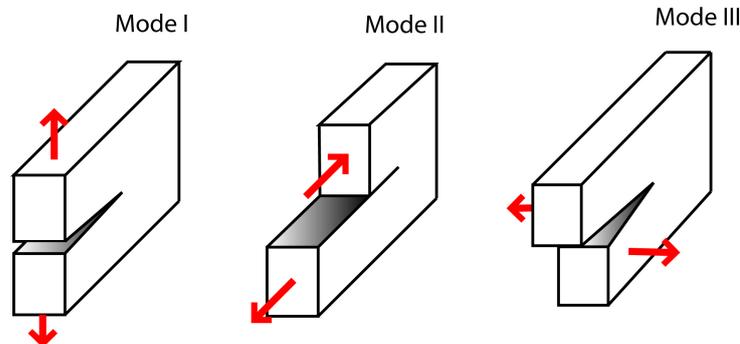


FIG. 2.2 – Les trois modes de rupture simple

- *Mode I* ou encore le mode d'ouverture de la fissure (ou de clivage). Pour beaucoup de matériaux, on le considère comme le mode le plus important en mécanique de la rupture en adoptant les deux hypothèses de déformation plane ou de contrainte plane ;
- *Mode II* : il s'agit du cisaillement plan dont la première direction de glissement est normale au front de la fissure. On y adopte souvent les hypothèses planes ;
- *Mode III* : il correspond au cisaillement anti-plan (ou déchirement) dont la seconde direction de glissement est parallèle avec le front de la fissure.

Formuler un critère de rupture, c'est définir la condition permettant de prévoir l'évolution de la fissure existant dans une pièce mécanique. Historiquement, c'est Griffith [72] qui a fait une théorie cohérente de la rupture fragile dont l'interprétation est basée sur un bilan d'énergie lié à la croissance de la fissure.

Les théories plus récentes de Irwin [92], puis Barenblatt [7], se rattachent aux notions de forces, champ de contraintes admissibles et forces de cohésion. Le critère de la courbe intrinsèque moléculaire de Mandel et celui de la contrainte normale maximale, reposent également sur la notion de force, plus exactement sur l'analyse des contraintes dans le voisinage de la pointe de la fissure.

Les critères de croissance de fissure de fatigue, de Paris ou de Erdogan, ont plus ou moins un caractère empirique. Comme ils découlent directement des expériences, ces critères trouvent leurs places dans les applications pratiques importantes.

Tous les paramètres caractéristiques introduits dans les théories de la rupture fragile sont équivalents. Ils se rattachent tous au facteur d'intensité des contraintes.

2.4 Approche locale

Certains auteurs définissent l'approche locale comme l'approche liée aux modèles d'endommagement. Dans notre cas, cette approche consiste à déterminer les paramètres de la mécanique de la rupture à l'aide des champs de contrainte et de déformation locaux en pointe de fissure. Pour définir ces champs en pointe de fissure, on introduit la notion de facteurs d'intensité des contraintes (FIC). Ces champs étant fortement perturbés par la singularité créée par la pointe de fissure, nous verrons qu'il est nécessaire d'utiliser des outils spécifiques afin de calculer ces facteurs d'intensité des contraintes de façon précise.

2.4.1 Facteur d'intensité de contrainte

Dans la mécanique linéaire de la fissure, le facteur d'intensité de contrainte en mode I dépend proportionnellement de la sollicitation, de la géométrie de la structure ainsi que de la taille de fissure.

Introduits en 1957 par G.R. Irwin [92], les facteurs d'intensité de contrainte correspondent à des cinématiques particulières du mouvement d'une fissure.

Dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, le système des équations d'élasticité, sans force volumique avec les conditions aux limites homogènes s'exprime comme suit :

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = K_{\alpha} \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} f^{\alpha}(\theta) \\ \varepsilon_{ij} = K_{\alpha} \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} g^{\alpha}(\theta) \end{cases} \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (2.1)$$

La forme générale du champ des contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure dans un milieu élastique linéaire s'écrit :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (2.2)$$

d'où :

– (r, θ) coordonnées repérées par rapport à l'extrémité de la fissure ;

- f_{ij} et g_{ij} fonctions adimensionnelles dépendant du mode de sollicitation ;
- g_{ij} fonction adimensionnelle dépendant de l'état de contrainte et de la géométrie du corps fissuré.

Au voisinage immédiat de l'extrémité de la fissure, les contraintes présentent une singularité en $1/\sqrt{r}$, c'est-à-dire lorsque $r \rightarrow 0$ elles tendent vers l'infini comme $1/\sqrt{r}$. Les autres termes d'ordre plus élevé de la relation (2.2) sont alors négligeables. La zone la plus critique est donc le voisinage immédiat de l'extrémité de la fissure et on ne considère alors que les termes en $1/\sqrt{r}$. En déformation plane ou en contrainte plane, les déplacements et les contraintes peuvent s'exprimer par les formules :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{K_I}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cos\frac{\theta}{2} (k - \cos\theta) + \frac{K_{II}}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\frac{\theta}{2} (k + \cos\theta + 2) \\ u_2 = \frac{K_I}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\frac{\theta}{2} (k - \cos\theta) - \frac{K_{II}}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cos\frac{\theta}{2} (k + \cos\theta - 2) \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos\frac{\theta}{2} (1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}) - \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin\frac{\theta}{2} (2 + \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2}) \\ \sigma_{12} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos\frac{\theta}{2} \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos\frac{\theta}{2} (1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}) \\ \sigma_{22} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos\frac{\theta}{2} (1 + \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}) + \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (2.4)$$

avec μ le module de cisaillement et ν le coefficient de Poisson.

$$k = \begin{cases} 3 - 4\nu & \text{en déformation plane} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{en contrainte plane} \end{cases}$$

Dans la littérature, les constantes K_I et K_{II} sont les facteurs d'intensité de contrainte mesurant la force de la singularité des contraintes.

Ces facteurs d'intensité de contrainte caractérisent la force de la singularité du champ des contraintes à l'extrémité de la fissure (Erdogan [60]). Ils sont proportionnels aux discontinuités des déplacements des lèvres de la fissure, et ne dépendent que de la répartition des efforts extérieurs et de la géométrie de la fissure. Plusieurs ouvrages tels que celui de Murakami [125] donnent l'expression de ces facteurs d'intensité de contrainte pour des géométries et des chargements variés.

En mode d'ouverture symétrique, la plupart des théories de la rupture fragile conduisent à la notion d'un seuil critique, non pas pour la contrainte qui est infinie en fond de fissure, mais pour le facteur K_I . On obtient un critère de rupture de la forme :

$$K_I - K_{Ic} = 0 \quad (2.5)$$

Avec K_{Ic} une caractéristique physique du matériau appelée ténacité. Dans un problème plan, le facteur K_I est une fonction de la géométrie de la structure, en particulier de la longueur de la fissure existante a et des paramètres du chargement Q_i :

$$K_I = f(a, Q_i) \quad (2.6)$$

Plusieurs auteurs continuent à utiliser les facteurs d'intensité de contrainte en plasticité confinée (et surtout en déformation plane), mais ces facteurs n'ont plus de signification en plasticité étendue puisqu'il n'y a plus de singularité des contraintes en pointe de fissure. En plasticité confinée, on définit alors des facteurs d'intensité de contrainte équivalents, ou apparents, qui dépendent des facteurs d'intensité de contrainte élastiques, mais également des déformations plastiques en pointe de fissure.

2.4.2 Détermination du facteur d'intensité de contrainte

Lorsque l'on cherche à identifier la résistance vis-à-vis d'extension d'une fissure par la détermination des critères de rupture sous forme du facteur d'intensité de contrainte. On rencontre souvent le problème de singularité à proximité de la pointe de la fissure. Afin de reproduire cette singularité des champs de déformation, plusieurs solutions sont proposées telles que la méthode des fonctions de poids, de forces volumiques et surfaciques et la méthode d'éléments finis. Cependant, dans la pratique, les problèmes de mécanique de la rupture rencontrés n'ont pas souvent de solutions exactes.

Cependant, il existe les approches analytiques suivantes :

La méthode basée sur le principe de superposition est la plus couramment utilisée consiste à ramener le problème traité à celui de la superposition des solutions déjà résolus. Les solutions en élasticité linéaire dans certains ouvrages de synthèses (Murakami [125]) ;

La méthode des fonctions de poids (Lee [101], Vainshtok [178]) est bien établie pour certains cas particuliers et elle ne nécessite qu'un seul calcul de structure. Cependant, on reste limité aux géométries qui existent dans les tables de certains ouvrages.

Dans la littérature, on retrouve essentiellement des travaux de recherche qui exploitent la méthode d'éléments finis :

- *La méthode d'éléments singuliers* : l'utilisation standard de la méthode des éléments finis ne permettent pas de rendre compte des singularités des champs de contrainte au voisinage de la pointe de la fissure, il a été nécessaire d'effectuer quelques améliorations. par la suite, plusieurs idées ont été proposées : du raffinement de la zone singulière à l'introduction brutale de la singularité dans les fonctions de forme. Cependant, la plupart de ces techniques ont peu à peu été abandonnées. Finalement, ce sont Heshell et Shaw [79] d'une part, et Barsoum [10, 9] d'autre part, qui finirent par trouver une solution préservant à la fois les fonctions de forme et les fonctions d'interpolation. Il s'agit de déplacer les nœuds milieux des côtés correspondant à la pointe de la fissure permettant de forcer la singularité Henshell et Shaw, Shih [163], Gray L.J. [70, 71], han A.-V [141] , Banks-Sills [5, 6].
- *Le calcul par extrapolation* : il consiste à effectuer une extrapolation du champ des contraintes ou des déplacements lorsque r tend vers 0. Cette méthode nécessite un maillage fin lorsque l'on n'utilise pas d'éléments spéciaux, et il est préférable d'effectuer une étude de sensibilité par rapport à la finesse du maillage. Il nous faut également éliminer les points les plus proches de la pointe de la fissure pour effectuer un lissage (Gustavo [73]).
- *L'approche énergétique* : il s'agit de déterminer le facteur d'intensité de contrainte à partir des valeurs de l'intégrale J qui peut être calculé à partir d'une intégration sur le contour (Rice [147], Begley et Landes [11], Kishimoto [96], Moran et Shih [122], Chun-Pok et McDowell [105]) ou de l'extension virtuelle de fissure (Parks [137], Hellen [78], deLorenzi [44, 43]). De plus, l'intégrale J peut se considérer comme un critère de rupture ductile si les champs à proximité de la pointe de fissure suivent la description de Hutchison [90] et de Rice et Rosengren [148] (connue comme la solution HRR).
- *Le modèle de zone cohésive CZM (Cohesive Zone Model)* : dans les travaux de Barenblatt [7, 8] en 1959, cette méthode permet de calculer davantage le taux de restitution d'énergie dans la mécanique linéaire de la rupture car elle ne demande pas d'éléments spéciaux et elle est insensible au maillage. En 1960, Dugdale [54] a appliqué ce modèle aux matériaux ductiles en tenant compte de la plastification. Sa version linéaire est connue sous le nom VCCT⁵ proposée en 1977

⁵Virtual Crack Closure Technique

par Rybicki et Kanninen [154]. Cette méthode permet de calculer davantage le taux de restitution d'énergie car elle ne demande pas d'éléments spéciaux et elle est insensible au maillage. Sa limitation majeure se trouvait toutefois dans son domaine d'application de la mécanique linéaire de la rupture (Leski [104]). En 1959, Banrenblatt [7, 8] applique ce modèle pour calculer parfaitement le matériau fragile. Parmi les travaux récents, on peut citer les publications de Needleman et Xu [126, 185] sur la simulation numérique de la rupture fragile. Malgré de nombreux travaux intéressants, cette méthode n'est pas encore introduite dans les codes de calcul connus (Ansys, Aska, Permas ou Semcef) sauf Franc2D, Abaqus [87] en 2007 et Msc Nastran [1] récemment.

Il existe également les travaux de Birinci ([12, 13]) pour déterminer le facteur d'intensité de contrainte d'une fissure axisymétrique en mode I.

Méthode statique : il s'agit de déterminer le facteur d'intensité de contrainte à partir du champ de contrainte σ en pointe de fissure et dans son prolongement. Cette contrainte s'exprime en fonction du déplacement déterminé aux points d'intégrations des éléments et non aux noeuds.

$$K_I^a = \lim_{r \rightarrow a} \sqrt{2(a-r)} \cdot \sigma_{22}(r, \theta = 0) \quad (2.7)$$

$$\sigma_{22}(x_1, \theta = 0) = K_I^\sigma \sqrt{\frac{1}{2\pi x_1}} \quad (2.8)$$

Lors que l'on s'approche de la pointe de la fissure, les champs mécaniques sont mal calculés par la méthode des éléments finis. Afin d'améliorer la précision du calcul de facteur d'intensité de contrainte, on doit raffiner la cette zone.

D'ailleurs, en mode I de rupture, la fonction d'Airy de contrainte s'exprime :

$$\begin{aligned} \Phi = & A_{-1} r^{\frac{3}{2}} \left[\cos \frac{\varphi}{3} + \frac{1}{3} \cos \frac{3\varphi}{2} \right] \\ & + \sum_{1,3,5} A_n r^{\frac{n}{2}+2} \left[\cos \frac{n\varphi}{2} - \frac{n}{n+4} \cos \left(\frac{n\varphi}{2} + 2\varphi \right) \right] \\ & + \sum_{0,2,4} A_n r^{\frac{n}{2}+2} \left[\cos \frac{n\varphi}{2} - \cos \left(\frac{n\varphi}{2} + 2\varphi \right) \right] \end{aligned} \quad (2.9)$$

La dérivée d'ordre 2 de cette équation de Φ permet d'avoir la solution en contrainte σ_φ . Le premier terme de l'expression de Φ caractérise la singularité à proximité de la pointe de fissure. Pour le cas où $\varphi = 0$, on l'obtient alors :

$$\sigma_\varphi = \frac{A_{-1}}{\sqrt{r}} + A_1 \sqrt{r} + \mathcal{O}(r^{\frac{3}{2}}) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} + A_1 \sqrt{r} + \mathcal{O}(r^{\frac{3}{2}}) \quad (2.10)$$

Selon (Chailleux [26]), on peut réécrire l'équation (2.10) comme suit :

$$\sigma_\varphi \sqrt{2\pi r} = K_I + B_1 r + B_2 r^2 \quad (2.11)$$

Des coefficients B_1 et B_2 sont déterminés par la méthode des moindres carrées.

Méthode cinématique : Elle repose sur le calcul de l'ouverture des lèvres de la fissure qui est caractérisé par les facteurs d'intensité d'ouverture de fissure

$$u_2(r, t) = K_{\varepsilon}^I(t) \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (2.12)$$

Le déplacement d'un point placé sur la lèvre supérieure représente donc la demi ouverture de la fissure :

$$u_2(r, t) = \frac{K_{\varepsilon}^I(t)}{2} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (2.13)$$

On peut réécrire cette formulation d'ouverture de fissure sous forme d'équation d'une droite (u_2, r) :

$$\boxed{[u_2]^2 = \left(\frac{1}{8\pi} (K_{\varepsilon}^I)^2 \right) r} \quad (2.14)$$

avec r soit la distance du point considéré à la pointe de la fissure.

2.5 Approche globale ou énergétique

2.5.1 Taux de restitution d'énergie

Historiquement, c'est Griffith [72] qui a abordé le problème de la rupture des corps fissurés d'un point de vue énergétique. Il a considéré la fissuration du solide comme un processus physique où le bilan énergétique est lié à la croissance de la fissure.

On considère ici un corps fissuré Ω soumis à un chargement sur le bord extérieur S_{ext} . Lors de la propagation de la fissure, l'aire augmente de δS . La conservation de l'énergie totale du système s'écrit sous la forme suivante :

$$\delta W_{tot} \equiv \delta W_{elas} + \delta W_{ext} + \delta W_S + \delta W_{cin} = 0 \quad (2.15)$$

avec :

- δW_{elas} la variation de l'énergie de déformation élastique ;
- δW_{ext} la variation d'énergie potentielle des forces extérieures (ou le travail des forces extérieures $-\int F \delta u$;
- δW_S l'énergie dissipée dans la création des nouvelles surfaces fissurées ;
- δW_{cin} la variation d'énergie cinétique.

En introduisant la densité d'énergie de séparation des surfaces fissurées ($\delta W_S = 2\gamma\delta S$) et en supposant qu'il existe un état d'équilibre avec les sollicitations extérieures et une fissure de surface juste avant la propagation. La fissure se propagera de façon instable si l'énergie cinétique augmente $\delta W_{cin} > 0$, soit

$$\frac{\partial}{\partial S} (W_{elas} + W_{ext}) + 2\gamma < 0 \quad (2.16)$$

On définit le taux de restitution d'énergie G :

$$G = -\frac{\partial}{\partial S} (W_{elas} + W_{ext}) \quad (2.17)$$

Le critère de propagation de Griffith se traduit donc par :

$$G > 2\gamma \quad (2.18)$$

L'initiation de la propagation à partir de la configuration de fissure S est possible lorsque $G = 2\gamma$.

Critère de stabilité globale de la propagation de fissure

La décroissance ou la croissance de l'énergie cinétique peut indiquer la stabilité de la fissure. Le critère global adopté dans cette partie est différent par rapport au critère local de stabilité qui est lié avec l'accélération de la fissure.

Dès que G est supérieur à 2γ , une partie de l'énergie disponible sert précisément à rompre les liaisons, c'est l'énergie de séparation. L'excès d'énergie $(G - 2\gamma)\delta S$ est transformé en énergie cinétique, qui pourrait à son tour, s'il n'y avait pas d'autre apport d'énergie extérieure, se dissiper dans la séparation de surface nouvelle. On voit que ce processus peut mener à la propagation instable.

Si au contraire, les sollicitations extérieures sont telles que à tout moment on a l'égalité :

$$G = 2\gamma \quad (2.19)$$

alors il n'y a pas d'accroissement d'énergie cinétique. On dit que la rupture est contrôlée. Dans ce cas, c'est une croissance stable de la fissure.

Expression de G en cas quasi-statique

Considérons un corps Ω soumis à une traction T^d sur la frontière $\partial\Omega_T$ et à un déplacement u^d sur une frontière $\partial\Omega_u$. On s'intéresse aux relations d'énergie élastique stockée et de travail des efforts extérieurs lors d'une augmentation de la fissure dS . L'énergie élastique est égale à :

$$W_{elast} = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} T_i \cdot u_i dS = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega_T} T_i^d \cdot u_i dS + \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega_u} T_i \cdot u_i^d dS \quad (2.20)$$

L'énergie potentielle des efforts extérieurs s'exprime comme suit :

$$W_{ext} = \int_{\partial\Omega_T^d} T_i^d \cdot u_i dS \quad (2.21)$$

L'énergie potentielle totale P :

$$P = W_{elast} - W_{ext} = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega_u} T_i \cdot u_i^d dS - \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega_T} T_i^d \cdot u_i dS \quad (2.22)$$

Puisque les chargements surfaciques sont indépendants du processus de fissuration, on déduit alors le taux de restitution d'énergie G :

$$G \equiv -\frac{\partial P}{\partial A} = \frac{1}{2} \left(\int_{\partial\Omega_T} T_i^d \frac{\partial u_i}{\partial A} dS - \int_{\partial\Omega_u} \frac{\partial T_i}{\partial A} u_i^d dS \right) \quad (2.23)$$

soit encore :

$$G = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} \left(T_i \frac{\partial u_i}{\partial A} - \frac{\partial T_i}{\partial A} u_i \right) dS \quad (2.24)$$

2.5.2 Intégrale de contour

La singularité du champ des contraintes au voisinage de la pointe d'une fissure peut également être étudiée avec des intégrales de contour déduite de la loi de conservation de l'énergie (Eshelby [61]). Ces intégrales ont la particularité d'être équivalentes aux taux de restitution d'énergie, et d'être indépendantes du contour d'intégration choisi. Parmi les plus connues, on peut citer l'intégration J de Rice [147], l'intégrale duale I de Bui [19], l'intégrale hybride s'appuyant sur le superélément de Tong et Pian [186] ou encore les intégrales T et A proposées par Bui et Proix [21] et mises en oeuvre et étudiées par Zhang [186].

Pour l'intégrale de Rice, on considère un milieu bidimensionnel fissuré, dont la fissure sera supposée rectiligne. Le contour C est un contour ouvert, orienté dont les extrémités se trouvent sur les faces supérieure et inférieure de la fissure.

$$J = \int_C \left(W_e(\varepsilon) n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \quad (2.25)$$

où W_e est la densité d'énergie de déformation élastique telle que

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W_e}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (2.26)$$

avec :

- u est le vecteur déplacement en un point M du contour \mathcal{C} avec la normale n tournée vers l'extérieur ;
- σ représente le champ des contraintes.

L'intégrale J est indépendante du contour à condition qu'il n'ait pas de forces de surface sur les lèvres de la fissure. Il représente le taux de décroissance de l'énergie potentielle :

$$J = - \frac{\partial W_p}{\partial A} = G \quad (2.27)$$

L'intégrale J permet, dans certaines conditions, de décrire le champ des contraintes et des déformations à la pointe de la fissure à travers le champ HRR.

2.5.3 Ouverture du fond de fissure (CTOD)

En élastoplasticité, la pointe de la fissure s'émousse et certains auteurs (Wells [182]) ont proposé d'utiliser l'ouverture de la fissure comme paramètre de mécanique de la rupture. Le CTOD, ou écartement de fissure δ , a ainsi été défini à partir des déplacements de la pointe de fissure, mesuré à l'intersection de la frontière de la zone plastique avec les lèvres de la fissure. Il existe de nombreuses façons de calculer cet écartement δ (Pluvinage [142]). Par exemple, Tracey [172] a proposé de définir cet écartement à l'intersection de deux droites passant à 45° de l'axe et des lèvres de la fissure.

Il est ensuite possible de relier le CTOD au taux de restitution d'énergie, ou encore à l'intégrale J en utilisant la solution asymptotique HRR (Shih [161]) :

$$\delta = d_n(\sigma_0, n) \frac{J}{\sigma_0} \quad (2.28)$$

où d_n est un coefficient de proportionnalité sans dimension, et qui dépend fortement du coefficient d'érouissage n , et peu de la limite d'élasticité σ_0

2.5.4 Calcul du taux de restitution d'énergie

Ces méthodes sont particulièrement bien adaptées aux calculs par éléments finis car on se place relativement loin de la pointe de fissure, de façon à ne pas faire intervenir les singularités. Par contre, elles présentent l'inconvénient de ne pas permettre le découplage des différents modes. Ces méthodes font état de très nombreuses publications, nous nous restreindrons à celles qui sont les plus utilisées.

Méthode d'avancée réelle de la fissure

En travaillant à force imposée, on peut calculer G en calculant l'évolution de l'énergie élastique lors d'un petit incrément de longueur de la fissure. G s'obtient alors par lissage de la quantité : $\Delta W_{el} / \Delta a$.

Dans la pratique, la méthode consiste donc à effectuer deux ou trois calculs élastiques successifs à partir d'un maillage identique, mais sur lequel on relâche un ou plusieurs nœuds en fond de fissure entre les différents calculs. On peut travailler avec des éléments quadratiques courants, mais il ne faut surtout pas positionner la pointe de fissure sur un nœud milieu. Il est préférable de réaliser au moins deux déterminations puis d'évaluer G par extrapolation quand $r \rightarrow 0$.

Cette méthode basée sur un raisonnement physique, a l'avantage de bien s'adapter aux codes, tout en n'utilisant pas d'éléments spéciaux. Elle nécessite cependant un maillage fin en pointe de fissure et est très coûteuse en temps de calcul, puisqu'elle requiert au moins deux calculs pour une longueur de fissure donnée.

Méthode de fermeture virtuelle de fissure VCCT

La méthode VCCT⁶ ou la méthode de fermeture virtuelle de fissure a attiré beaucoup d'attention dans la modélisation de rupture. La méthode a été introduite par Rybicki et Kanninen [154] en 1977 et puis démontrée pour les problèmes 3D par Shivakumar [165, 164] et De Roeck et Abdel Wahad [42]. L'avantage de cette méthode est que le taux de restitution d'énergie peut être calculé à partir des variables nodales communes avec un maillage relativement grossier par rapport aux méthodes dépendantes de la précision du champ de contrainte à proximité de la singularité.

La méthode VCCT comme la méthode de modèle cohésive (DCZM)⁷ se base sur l'approche d'analyse de croissance progressive de fissure [64]. Elle utilise les déplacements et les forces nodales pour déterminer le taux de restitution d'énergie. Cette méthode se base sur deux principales hypothèses (Krueger [98]) :

- L'énergie restituée (ΔE) nécessaire pour ouvrir une avancée de fissure Δa , de $(a + \Delta a)$ au nœud i à $(a + 2\Delta a)$ au nœud k est identique à l'énergie nécessaire pour refermer la fissure entre les positions i et k . Les forces requises pour refermer la fissure sont également identiques aux forces agissant sur les surfaces non-fissurées supérieure et inférieure ;
- Une extension de fissure de $(a + \Delta a)$ à $(a + 2\Delta a)$ n'affecte pas de manière significative l'état en pointe de fissure. C'est pourquoi, les déplacements relatifs des deux lèvres derrière la pointe de fissure au nœud i quand la fissure se trouve au nœud k , sont approximativement égaux aux déplacements relatifs derrière la pointe de fissure au nœud l quand la fissure se trouve au nœud i .

Dans ce modèle à deux dimensions, les composantes des modes I et II du taux de restitution d'énergie sont calculés de manière suivante :

$$G_I = \frac{1}{2\Delta a} Z_i \cdot (w_l - w_{l^*}) \quad (2.29)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta a} X_i \cdot (u_l - u_{l^*}) \quad (2.30)$$

⁶ Virtual Crack Closure Technique

⁷ Discrete Cohesive Zone Model

où Δa est la longueur de fissure, X_i et Z_i sont respectivement les forces de cisaillement et d'ouverture à la pointe de fissure au nœud i . Les déplacements relatifs derrière la pointe de fissure, Δu_l et Δw_l respectivement les déplacements de cisaillement et d'ouverture, sont calculés à partir des déplacements de la face fissurée supérieure u_l et w_l pour le nœud l et des déplacements des nœuds de la face fissurée inférieure u_l^* et w_l^* pour le nœud l^* . L'exposant * traduit la position du nœud sur la face inférieure de la fissure.

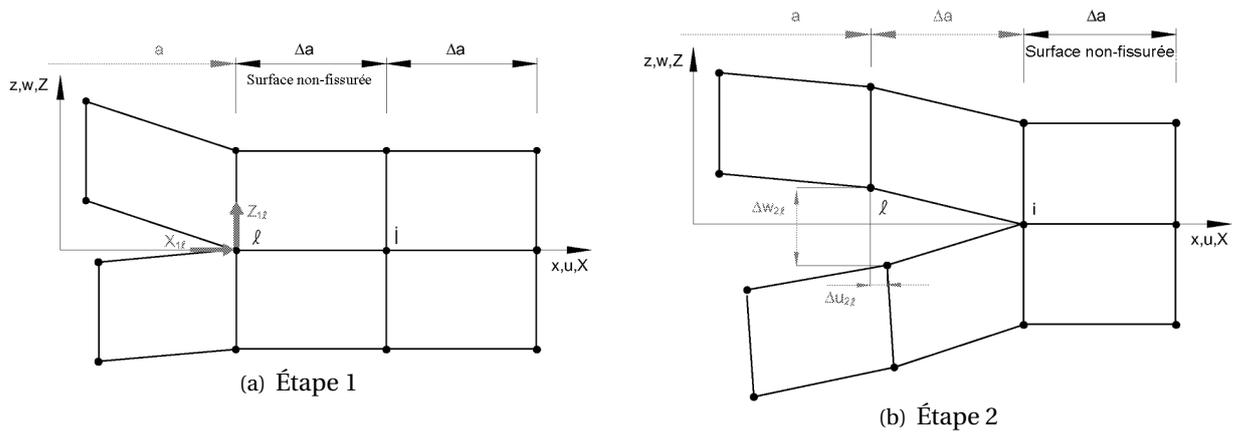


FIG. 2.3 – La méthode de fermeture de fissure en deux étapes (Krueger [98])

L'avantage de cette méthode est qu'elle est insensible au maillage, elle ne demande donc pas d'éléments singulier de fissure. De plus, puisqu'elle se base sur les variables primaires déplacements et forces nodales, elle n'engendre pas le problème de taille et au terme du coût de calcul, la méthode VCCT est très efficace.

Cependant, cette méthode n'est applicable qu'en cas élastique linéaire. De plus, le mécanisme d'ouverture de la fissure demande de prédéfinir la ligne de rupture et la ténacité du matériau.

Méthode de l'intégrale J

Cette méthode permet de calculer l'intégrale de Rice [147] à partir des résultats du code par éléments finis. La définition de l'intégral de Rice suivant la section §2.5.1 a pour expression :

$$J = \int_C \left(W_e(\epsilon) n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) ds \quad (2.31)$$

Cette intégrale représente l'énergie disponible en fond de fissure. Elle peut cependant être calculée assez loin de cette zone. D'ailleurs, son indépendance par rapport au contour d'intégration permet de prendre ce dernier assez grand, afin d'éviter la zone de singularité.

En pratique, le contour d'intégration C est défini par un ensemble de nœuds du maillage. Le code de calcul nous permet d'obtenir les valeurs des contraintes et du gradient des déplacements dans chaque élément aux points d'intégrations, puis par lissage à ses sommets. Pour un contour donné C , on peut donc calculer la valeur J basée sur les éléments intérieurs (J_{int}), ou basée sur les éléments extérieurs (J_{ext}) et enfin obtenue par moyenne arithmétique en chaque nœud du contour (J_m). Afin de justifier le choix du contour, il est nécessaire que ces trois quantités soient très voisines.

Contrairement à la théorie, la précision des résultats numériques obtenus par cette méthode est très dépendante du choix du contour. Elle est d'autant meilleure que le contour est éloigné de la pointe de fissure. Pour les maillages constitués d'éléments quadrilatères, disposés "circulairement" autour de la pointe de la fissure, il peut être intéressant de choisir comme contour d'intégration, le contour passant directement aux points d'intégration de l'élément. Cela permet en effet d'avoir la valeur exacte de la contrainte ou de la déformation qui sont des valeurs calculées aux points d'intégrations. Pour des éléments triangulaires, cette technique est peu utilisée, car elle fournit alors des contours très irréguliers. Petit [139] montre que la précision est améliorée par l'utilisation d'éléments singuliers avec nœuds au quart.

Calcul par avancée virtuelle de fissure

La méthode avancée virtuelle de la fissure (VCE) proposée par Hellen [78] et Parks [137] au milieu des années 1970 et reformulée récemment par De Lorenzi [43] permet de calculer la variation globale et locale d'énergie potentielle en introduisant une extension virtuelle de fissure δa . Le processus d'extension de la fissure est obtenu en déplaçant les points nodaux du réseau, plutôt qu'en ôtant les composantes de la traction nodale à la pointe de la fissure et en procédant à une seconde analyse comme cela est fait avec la méthode d'extension réelle.

Si l'on note $[K]$ la matrice de rigidité du système, u le vecteur déplacement, et f le vecteur chargement aux nœuds du maillage, le système à résoudre s'écrit :

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (2.32)$$

On réalise une petite perturbation δa de la pointe de fissure (de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-3}) fois la dimension de la première maille en pointe). Cette extension implique une variation δa du champ des déplacements, introduisant ainsi une variation d'énergie potentielle dW_p . Le taux de restitution d'énergie s'obtient alors par :

$$G = -\frac{dW_p}{da} = -\frac{1}{2}\{u\}^t \left[\frac{\delta K}{\delta a} \right] \{u\} + \{u\}^t \left\{ \frac{\delta f}{\delta a} \right\} \quad (2.33)$$

Pour la détermination de G , la zone affectée par la transformation joue un rôle important, aussi bien d'un point de vue de la précision que du temps de calcul, pour la détermination de G . Pour y remédier, on introduit un contour Γ_0 à l'intérieur duquel les éléments sont translatés avec l'avancée de la fissure, et un contour Γ_1 à l'extérieur duquel la structure n'est pas perturbée. Dans ce cas, la perturbation de la matrice de raideur est due exclusivement aux éléments situés entre ces deux contours.

Outre la méthode classique de différences finies (peu précise), le calcul de $[\delta K]$ peut être effectué suivant une méthode d'intégration directe proposée par Lin et Abel [106]. Cette méthode consiste à calculer les dérivées de la matrice de rigidité par rapport à la longueur de fissure, en effectuant des variations virtuelles de géométrie et des développements en série des grandeurs intervenant dans la formulation du problème.

En 1985, deLorenzi [44] a étendu la méthode de Parks à la plasticité, et a transformé l'intégrale de contour en une intégrale de surface, donnant ainsi plus de précision et d'indépendance vis-à-vis du maillage. Il montre que le taux de restitution d'énergie peut s'écrire :

$$G = J = \frac{1}{\delta a} \int \int_A \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - W \delta_{i1} \right) \frac{\partial \Delta x_1}{\partial x_i} dA \quad (2.34)$$

A étant la surface comprise entre les contours Γ_0 et Γ_1 , et Δx_1 représentant l'extension virtuelle.

Les applications numériques de Zhang [186], Lin [106] ont montré la grande précision de cette méthode. De plus, les résultats obtenus sont entièrement indépendants des contours choisis lorsque la méthode d'intégration directe est utilisée pour calculer la perturbation de la matrice de raideur.

Méthode G_θ

En remplaçant Δx_1 par une fonction vectorielle θ de composantes nulles à l'intérieur du contour Γ_0 , de norme unité à l'extérieur du contour Γ_1 , et de composantes variant continûment entre ces valeurs sur la couronne comprise entre Γ_0 , Γ_1 et les lèvres de la fissure, on retrouve le principe de la méthode G_θ .

Cette méthode introduite par Destuynder et Djaoua au début des années 1980 (Destuynder [46] [47], Gilles [68]) consiste à calculer le taux de restitution d'énergie G par dérivation (par la méthode Lagrangienne) de l'énergie potentielle d'une structure fissurée par rapport à un domaine. Elle revient à effectuer une intégration non pas sur un contour, mais sur une couronne C_{cour} entourant la pointe de fissure. Cette couronne dont les frontières coïncident avec les côtés des éléments doit être prise assez loin du fond de fissure pour bénéficier d'une bonne approximation de la solution. De plus, l'intégration numérique est effectuée aux points de Gauss des éléments appartenant à la couronne, ce qui lui donne plus de précision.

L'énergie potentielle totale du système est définie par :

$$W_p = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \text{Tr}(\sigma \nabla u) d\Omega - \int_{\Omega} f \cdot u d\Omega \quad (2.35)$$

où f représente les forces extérieures appliquées sur le domaine Ω .

Le principe des travaux virtuels, à l'équilibre, nous donne la relation suivante pour tout champ de déplacements virtuels cinématiquement admissible u^* :

$$\int_{\Omega} \text{Tr}(\sigma \nabla u^*) d\Omega - \int_{\Omega} f \cdot u^* d\Omega \quad (2.36)$$

En prenant u comme champ de déplacement virtuel, on obtient l'expression de l'énergie potentielle totale à l'équilibre :

$$W_p = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \text{Tr}(\sigma \nabla u) d\Omega \quad (2.37)$$

La perturbation étant infinitésimale, les opérations de dérivation et d'intégration sur le corps perturbé peuvent s'exprimer à l'aide d'un développement limité au premier ordre en fonction des mêmes opérations sur le corps non perturbé. Destuynder [47, 46] montre alors que sous les hypothèses suivantes :

- Pas d'efforts appliqués au voisinage de la fissure ;
- Pas de déformation d'origine thermique.

et en utilisant des expressions de σ^ε et u^ε définies précédemment, le taux de restitution d'énergie peut s'exprimer en élasticité pure :

$$G = \int_{\Omega} \text{Tr}(\sigma \nabla U \nabla \theta) d\Omega - \int_{\Omega} W_e \cdot \text{div}(\theta) d\Omega \quad (2.38)$$

Cette expression peut être généralisée en élasticité non linéaire (ou élastoplasticité en conditions de chargement monotone) en remplaçant l'énergie élastique W_e par une énergie totale W_{tot} , somme de l'énergie élastique W_e et l'énergie plastique W_p . De même, il est possible d'ajouter plusieurs termes supplémentaires pour prendre en compte les forces extérieures près de la fissure, le chargement thermique, ou encore la fissure au voisinage d'une interface bimatériaux. Ces termes complémentaires ne seront pas développés dans ce mémoire.

Méthode de découpage des modes

Lorsque la fissuration se présente en mode mixte, les méthodes énergétiques sont, pour la plupart, incapables de séparer les deux modes de rupture, car l'expression de G ou J est une forme quadratique des facteurs d'intensité de contrainte.

La méthode de découplage consiste alors à séparer les paramètres énergétiques en deux termes, chaque terme étant relié au facteur d'intensité de contrainte correspondant :

$$\begin{cases} J = J_I + J_{II} \\ G = G_I + G_{II} \end{cases} \quad (2.39)$$

avec donc :

$$\begin{cases} J_I = G_I = \frac{(K_I^1)^2}{E'} \\ J_{II} = G_{II} = \frac{(K_{II}^1)^2}{E'} \end{cases} \quad (2.40)$$

Le calcul de ces termes est alors effectué en décomposant le champ de déplacement en une partie symétrique et une partie anti-symétrique par rapport à l'axe de la fissure ; chacune de ces parties correspondant respectivement au mode I et II. Pour ce calcul, il faut donc considérer deux points M et M' symétriques par rapport à l'axe de la fissure, ce qui nous permettra par combinaison linéaire des déplacements de ces deux points, d'obtenir les contributions aux modes I et II.

Sur le plan numérique, cette méthode est relativement difficile à mettre en œuvre, car les points M et M' doivent appartenir à un contour, et il doivent donc être des nœuds du maillage. Pour pouvoir appliquer cette méthode, il est donc nécessaire d'avoir un maillage et un contour symétrique par rapport à l'axe de la fissure dans la zone de calcul.

D'autres méthodes comme celles utilisant les intégrales T et A (Bui [21]) permettent également de découpler les différents modes tout en s'affranchissant du problème de maillage symétrique, mais elles sont plutôt utilisées dans le domaine de la thermoélasticité.

2.6 Conclusion

Sans prétendre faire un état de l'art complet de la mécanique linéaire de la rupture, le chapitre §2 vise à faire un point sur des approches employées en rupture fragile. On s'y intéresse notamment à déterminer le facteur d'intensité de contrainte, le coefficient d'ouverture de fissure et le taux de restitution d'énergie. Ces paramètres peuvent être utiles pour identifier le comportement à la fissuration des liants bitumineux.

Dans un premier temps, nous avons examiné la méthode locale qui s'appuie sur les champs locaux de contrainte et de déformation en pointe de fissure pour déterminer respectivement le facteur d'intensité de contrainte et le coefficient d'ouverture de fissure. Plusieurs méthodes de déterminations ont été proposées, mais la méthode d'éléments finis présente un outil puissant pour étudier les géométries complexes.

Nous avons également fait le point sur l'approche globale. Cette méthode s'attache au taux de restitution d'énergie, l'ouverture de fissure ou encore l'intégrale de contour. Puisque le calcul du taux de restitution ne demande pas de traitement spécifique à part le bilan énergétique et la surface fissurée, on a consacré une partie dans ce chapitre à présenter les méthodes pour déterminer le taux de restitution d'énergie par la méthode des éléments finis.

Chapitre 3

Étude théorique de la fissuration dans un milieu viscoélastique

Sommaire

3.1 Introduction	50
3.2 Expression analytique du facteur d'intensité de contrainte	52
3.2.1 Potentiel complexe des problèmes plans	52
3.2.2 Méthode de Westergaard	55
3.2.3 Application des potentiels complexes en milieu infini	59
3.3 Fissure dans un milieu isotrope viscoélastique	61
3.3.1 Modèle viscoélastique	61
3.3.2 Le principe de correspondance élastique-viscoélastique	61
3.3.3 Validation	63
3.4 Expression du taux de restitution d'énergie en milieu viscoélastique	67
3.4.1 Les équations fondamentales d'un matériau viscoélastique	67
3.4.2 Le forme globale du taux de restitution d'énergie	68
3.4.3 La forme locale du taux de restitution d'énergie	69
3.5 Conclusion	71

3.1 Introduction

Comme on a introduit dans la partie §2.2 *Aperçu historique de la rupture*, la mécanique de la rupture fragile a connu des développements depuis la théorie classique de Griffith en 1920 [72], mais la mécanique de la rupture viscoélastique linéaire reste encore mal connue malgré son rôle important dans beaucoup de secteurs d'application.

En 1970, Kanuss [97] étudie une propagation instable d'une fissure d'un large barreau viscoélastique en utilisant le modèle Barenblatt. En 1975, Schapery [157, 158, 159] traite un problème similaire avec différents critères locaux de rupture. À partir des discussions de McCartney [117, 116] sur les équations d'équilibre énergétique locale et des travaux de Christensen [33] sur le bilan énergétique global, on prend en compte la zone dégradée pour prédire l'avancée de la fissure d'un matériau viscoélastique linéaire basé sur le bilan énergétique (Christensen [29, 30, 32], McCartney [120, 119, 118, 116]).

Ensuite, la conservation énergétique globale permettant de prévoir la propagation de la fissure proposée par Christensen [33] valable que dans le cas d'une distribution de contrainte bornée, y compris dans la zone de la pointe de fissure [35].

Récemment, quelques auteurs (McCartney [121], Frassine [67], ect.) étudient la mécanique de la rupture viscoélastique basée sur la solution de Christensen et de McCartney. En 1994, Wang et Shen [180] ont proposé l'expression du taux de restitution d'énergie local et global en tenant compte de la zone dégradée. Dubois et Petit ([53],[52], [51]) ont développé l'intégration de contour G_{theta} en décomposant la dissipation visqueuse et l'énergie libre gouvernant l'initiation et la propagation de fissure.

Ce chapitre est consacré donc à étudier la rupture ductile se constituant en présence de déformation plastique non négligeable. Dans cette théorie de la mécanique non linéaire de la rupture, suivant l'étendue de la zone plastique en pointe de fissure, on différencie le cas de la plasticité confinée, de la plasticité étendue.

Le taux de restitution d'énergie est un paramètre très important pour déterminer l'avancée de la fissure. Cependant, son application dans le domaine viscoélastique n'est pas encore suffisamment claire. Dans cette partie, nous allons examiner le taux de restitution d'énergie local et global à partir de la théorie thermodynamique et les équations constitutives.

On décrit également la relation entre la taux de restitution d'énergie et l'énergie interne ainsi que l'énergie libre d'Helmholz. On confirme par la suite l'équivalence entre le taux de restitution d'énergie local et global. On détermine ensuite l'expression du taux de restitution d'énergie d'un milieu viscoélastique isotrope.

Avant d'entrer en détail dans le calcul du taux de restitution, on propose d'étudier, dans un premier temps, un développement analytique de la fissuration dans un milieu viscoélastique. Partant du potentiel complexe des problèmes plans, nous allons déterminer l'expression du facteur d'intensité de contrainte en adaptant la méthode Westergaard [183] à une fissure statique en mode I de rupture d'un milieu infini. On détermine ainsi la déformée des lèvres de fissure.

En considérant un modèle viscoélastique linéaire, on applique ensuite le principe de correspondance élastique-viscoélastique afin de déterminer la déformée de fissure viscoélastique correspon-

dante. Une comparaison entre cette solution analytique et une modélisation numérique permet de valider cette expression analytique.

3.2 Expression analytique du facteur d'intensité de contrainte

3.2.1 Potentiel complexe des problèmes plans

La relation constitutive s'établit à partir de la représentation Papkovitch du champ de déplacement (Papkovitch, 1932) :

$$2\mu u = 4(1 - \nu)\Psi - \text{grad}(\varphi + r\Psi) \quad (3.1)$$

d'où :

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$: les vecteurs unitaires des directions correspondantes x, y et z .

$u = u\hat{x} + v\hat{y} + w\hat{z}$: le vecteur déplacement.

$rx\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$: le vecteur position.

φ et $\Psi = \varphi_x\hat{x} + \varphi_y\hat{y} + \varphi_z\hat{z}$: le scalaire et le vecteur potentiel satisfaisant l'équation :

$$\Delta\varphi = 0, \quad \Delta\Psi = 0 \quad (3.2)$$

Avec l'hypothèse de déformation plane :

$$u = u(x, y), v = v(x, y), w = 0$$

les fonctions potentielles ne dépendent que de x et de y :

$$\varphi_z = 0 \quad (3.3)$$

Puisque φ, Ψ_x et Ψ_y sont les fonctions harmoniques, elles peuvent donc s'exprimer par la partie imaginaire ou réelle d'une fonction analytique :

$$\Psi_x = \Re f(z), \quad \varphi_y = \Im f(z), \quad \varphi = \Re g(z) \quad (3.4)$$

d'où $f(z)$ et $g(z)$ sont les fonctions analytiques dans le domaine occupé par le solide. Remplaçons les expressions (3.4) dans la représentation Papkovitch (3.1), on obtient :

$$\begin{aligned} 2\mu(u + \nu) &= 4(1 - \nu)f(z) - \left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right)\{\Re g(z) + \Re[\bar{z}f(z)]\} \\ &= 4(1 - \nu)f(z) - \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\left[g(z) + \overline{g(z)} + \bar{z}f(z) + z\overline{f(z)}\right] \\ &= (3 - 4\nu)f(z) - z\overline{f'(z)} - \overline{g'(z)} \end{aligned}$$

$$\boxed{2\mu(u + \nu) = (3 - 4\nu)f(z) - z\overline{f'(z)} - \overline{g'(z)}} \quad (3.5)$$

On en déduit sa conjugaison correspondante :

$$\boxed{2\mu(u - \nu) = (3 - 4\nu)\overline{f(z)} - \bar{z}f'(z) - g'(z)} \quad (3.6)$$

À partir de la loi de Hooke d'un problème d'élasticité avec l'hypothèse de déformation plane : $\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{ll}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}$.

Soit encore :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{xx} + \lambda\varepsilon_{yy} \\ \sigma_{yy} &= (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{yy} + \lambda\varepsilon_{xx} \end{aligned}$$

On en déduit alors :

$$\sigma_x + \sigma_y = \frac{2\mu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{4\mu}{1-2\nu} \Re \left[\frac{\partial}{\partial z} (u + iv) \right] \quad (3.7)$$

$$\sigma_x - \sigma_y = 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 4\mu \Re \left[\frac{\partial}{\partial z} (u - iv) \right] \quad (3.8)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -2\mu \Im \left[\frac{\partial}{\partial z} (u - iv) \right] \quad (3.9)$$

Par conséquent, les contraintes peuvent être décrites par une fonction potentielle complexe :

$$\boxed{\sigma_x + \sigma_y = 4\Re [f'(z)]} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= -4\mu \Re \left[\frac{\partial}{\partial z} (u - iv) \right] - 4i\mu \Im \left[\frac{\partial}{\partial z} (u - iv) \right] \\ &= -2 \left[\frac{\partial}{\partial z} (2\mu(u - iv)) \right] \end{aligned}$$

$$\boxed{\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{z}f''(z) + g''(z)]} \quad (3.11)$$

La solution en contrainte plane est déduite de celle en déformation plane en remplaçant la constante élastique ν par $\nu/(1+\nu)$ ou en prenant :

$$\nu \begin{cases} = \frac{1-2k^2}{2(1-k^2)} & \text{en déformation plane} \\ \nu = 1-2k^2 & \text{en contrainte plane} \end{cases}$$

Avec l'hypothèse en déformation plane, nous calculons à nouveau la représentation (3.5) :

$$2\mu(u + iv) = \frac{1+k^2}{1-k^2} f(z) - z\overline{f'(z)} - \overline{g'(z)} \quad (3.12)$$

$$= \frac{2}{1-k^2} f(z) - [f(z) - z\overline{f'(z)} + \overline{g'(z)}] \quad (3.13)$$

L'utilisation des constantes μ et k dans cette équation a pour but d'avoir une expression valable à la fois en déformation plane et en contrainte plane.

En effet, le déplacement d'un corps rigide peut être représenté par :

$$f(z) = A + Bz, \quad g(z) = Cz$$

d'où A et C sont les constants complexes, qui déterminent la translation et B est une constante imaginaire, qui détermine la rotation.

Si les composantes de la force sollicitant sur l'élément frontière ds , où s est la longueur curviligne frontière, sont Xds et Yds dans les directions x et y :

$$Xds = \sigma_x dy - \tau_{xy} dx, \quad Yds = \tau_{xy} dy - \sigma_y dx$$

ce qui conduit à l'expression suivante :

$$\begin{aligned}(X + iY)ds &= (\sigma_x dy - \tau_{xy} dx) + i(\tau_{xy} dy - \sigma_y dx) \\ &= -\frac{i}{2} [(\sigma_y - \sigma_x - 2i\tau_{xy})d\bar{z} + (\sigma_y + \sigma_x)dz]\end{aligned}\quad (3.14)$$

Compte tenu des solutions en contraintes (3.10) et (3.11), l'équation (3.14) devient :

$$(X + iY)ds = -id \left[f(z) + z\overline{f'(z)} + \overline{g'(z)} \right]$$

d'où l'intégration suivant la ligne curviligne en tenant compte des conditions limites :

$$f(z) + z\overline{f'(z)} + \overline{g'(z)} = \int_0^s (iX - Y) ds \quad (3.15)$$

3.2.2 Méthode de Westergaard

Adaptation de la méthode à la mécanique de la rupture

Cette approche de Westergaard [183] a été développée en 1939. Ses équations constitutives ne sont pas établies pour résoudre des problèmes de mécanique de la rupture. Certaines modifications ont été apportées afin de rendre cette méthode de potentiel complexe plus adaptée à ce genre de problème. Nous nous intéressons particulièrement à une structure symétrique en présence des fissures dans le plan symétrique. Il s'agit de poser :

$$f(z) = p(z) - s(z) \quad (3.16)$$

$$g'(z) = p'(z) + s'(z) - z[p'(z) - s'(z)] \quad (3.17)$$

d'où :

$$p = \frac{(g' + f + zf')}{2} \quad \text{et} \quad s = \frac{(g' - f + zf')}{2}$$

Les équations (3.10), (3.11) et (3.5 ou 3.13) deviennent alors :

$$\sigma_x + \sigma_y = 4\Re[p'(z) - s'(z)] \quad (3.18)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 4s'(z) - 2(z - \bar{z})[p''(z) - s''(z)] \quad (3.19)$$

$$2\mu(u + iv) = \frac{1+k^2}{1-k^2} [p(z) - s(z)] - \overline{p(z) - s(z)} - (z - \bar{z}) [\overline{p'(z) - s'(z)}] \quad (3.20)$$

La condition (3.15) est ainsi changée :

$$p(z) - s(z) + \overline{p(z) - s(z)} + (z - \bar{z}) [\overline{p'(z) - s'(z)}] = \int_0^s (iX - Y) ds \quad (3.21)$$

Application en mode I

Supposons que la structure et le chargement en mode I sont symétriques par rapport au plan $y = 0$ et que le signe (+) ou (-) désigne respectivement le semi-plan inférieur ou supérieur. Étant donné deux points symétriques se situant à z_0 et \bar{z}_0 , leurs déplacements complexes respectifs ($u_0 + iv_0$) et ($u_0 - iv_0$) valent :

$$2\mu(u_0 + iv_0) = \frac{1+k^2}{1-k^2} [p_+(z_0) - s_+(z_0)] - \overline{p_+(z_0) - s_+(z_0)} - 2iy_0 [\overline{p'_+(z_0) - s'_+(z_0)}] \quad (3.22)$$

$$2\mu(u_0 - iv_0) = \frac{1+k^2}{1-k^2} [p_-(\bar{z}_0) - s_-(\bar{z}_0)] - \overline{p_-(\bar{z}_0) - s_-(\bar{z}_0)} + 2iy_0 [\overline{p'_-(\bar{z}_0) - s'_-(\bar{z}_0)}] \quad (3.23)$$

On en déduit la conjugaison complexe de la dernière équation (3.23) :

$$2\mu(u_0 + iv_0) = \frac{1+k^2}{1-k^2} [\overline{p_-(\bar{z}_0) - s_-(\bar{z}_0)}] - p_-(\bar{z}_0) - s_-(\bar{z}_0) - 2iy_0 [p'_-(\bar{z}_0) - s'_-(\bar{z}_0)] \quad (3.24)$$

L'identification des équations (3.24) et (3.22) met en évidence les égalités suivantes :

$$p_-(\bar{z}) = \overline{p_+(z)}, \quad s_-(\bar{z}) = \overline{s_+(z)} \quad (3.25)$$

Si la structure ne contient qu'une seule fissure ($y = 0, \quad b < x < c$), le chargement en mode I comprend trois possibilités :

- La première traduit les chargements de traction imposés $(\sigma_y)_+ = (\sigma_y)_- = \sigma_y^0(x)$ et $(\tau_{xy})_+ = -\tau_{xy}- = \tau_{xy}^0(x)$ sur les surfaces fissurées ;
- La deuxième traduit alternativement les chargements de traction imposés $(\tau_{xy})_+ = -\tau_{xy}- = \tau_{xy}^0(x)$ et de déplacements contrôlés $v_+ = -v_- = v_0(x)$;
- La troisième possibilité est les déplacements imposés sur les surfaces fissurées $v_+ = -v_- = v_0(x)$ et $u_+ = u_- = u_0(x)$.

Mathématiquement, ces trois configurations de chargement peuvent être interprétées différemment : La condition $\tau_{xy} = \pm \tau_{xy}^0$ implique que τ_{xy} est connue tout au long de la frontière $y = 0$ de chaque mi-plan, de même interprétation pour le cas où $v_{\pm} = \pm v_0(x)$. On s'intéresse particulièrement au cas où $(\sigma_y)_+ = (\sigma_y)_- = \sigma_y^0(x)$ et $\tau_{xy}^0(x) = 0$, c'est-à-dire :

$$(\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy})_- = (\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy})_+ \quad \text{pour } y = 0 \quad (3.26)$$

L'identification des équations (3.19) et (3.26) donne :

$$s'_-(x) = s'_+(x) \text{ pour } y = 0$$

Pour les milieux infinis, la théorie de Liouville montre que $s'(x)$ est un polynôme à un degré fini satisfaisant la relation (3.19), et se réduit à une constante due à la contrainte imposée finie. Une unique fonction potentielle complexe est donc nécessaire. La simplification qui consiste à imposer $s'(x)$ nul équivaut à une superposition d'une contrainte constante σ_x . Cette contrainte n'influence pas le facteur d'intensité de contraintes (FIC) d'une structure fissurée symétrique.

L'équation (3.18) montre que pour $y = 0$:

$$\begin{aligned} (\sigma_y)_+ &= 2\Re p'_+(x) = p'(x+i0) + \overline{p'(x+i0)} = p'_+(x+i0) + p'_-(x-i0) \\ &= p'_+(x) + p'_-(x) = \sigma_y^0(x) \quad \text{pour } b < x < c \end{aligned} \quad (3.27)$$

Pour $x < b$ et $x > c$, l'équation (3.20) devient :

$$2\mu i \frac{\partial v_+}{\partial x} = \frac{1}{1-k^2} [p'_+(x) - p'_-(x)] - \frac{k^2}{1-k^2} [s'_+(x) - s'_-(x)] = 0 \quad (3.28)$$

Comme $s'(x)$ est analytique sur $y = 0$, donc :

$$p'_+(x) - p'_-(x) = 0 \text{ pour } x < b, x > c \quad (3.29)$$

Soit L une portion de l'abscisse x contenant l'ensemble des fissures colinéaires :

$$\begin{aligned} p'_+(x) + p'_-(x) &= \sigma_y^0(x) \quad \text{pour } x \in L \\ p'_+(x) - p'_-(x) &= 0 \quad \text{pour } x \notin L \end{aligned} \quad (3.30)$$

Milieu infini

Dans cette section, on considère un milieu infini en présence d'une fissure ($b < x < c$) qui est soumis aux contraintes imposées à l'infini (σ_x^∞ et σ_y^∞) en supposant que la contrainte de cisaillement des surfaces fissurées est nulle. Les équations (3.27) et (3.29) constituent un problème de Hilbert dont la solution est la suivante :

$$p'(z) = \frac{1}{2\pi i G(z)} \int_b^c \frac{\sigma_y^0(\xi) G_+(\xi)}{\xi - z} d\xi + \frac{P(z)}{G(z)}. \quad (3.31)$$

avec :

$$G(z) = (z-b)^{1/2}(z-c)^{1/2}$$

$P(z)$ est un polynôme de degré fini.

Les conditions aux limites donnent :

$$4\Re [p'(z) - s'(z)]_{|z| \rightarrow \infty} = \sigma_y^\infty + \sigma_x^\infty \quad (3.32)$$

$$4\Re [s'(x)]_{|z| \rightarrow \infty} = \sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty \quad (3.33)$$

ce qui permet de déterminer $P(z)$:

$$P(z) = \frac{\sigma_y^\infty}{2}z + a_0, \quad s'(z) = \frac{\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty}{4} \quad (3.34)$$

d'où a_0 est déterminé à partir de la condition de fermeture de fissure aux deux extrémités.

On peut donc récrire l'équation (3.28) sous forme d'intégration suivante :

$$\begin{aligned} 2\mu [v_+(c) - v_+(b)] &= \left[\frac{2}{1-k^2} \Im p_+(x) - \frac{2k^2}{1-k^2} \Im s(x) \right]_b^c \\ &= \left[\frac{2}{1-k^2} \Im \left(\frac{P(x)}{G(x)} \right) - \frac{2k^2}{1-k^2} \Im \left(\frac{\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty}{4} \right) \right]_b^c \\ &= \frac{2}{1-k^2} \int_b^c \frac{\sigma_y^\infty x/2 + a_0}{\sqrt{(x-b)(c-x)}} dx = 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Soit encore :

$$a_0 = -\frac{b+c}{4} \sigma_y^\infty \quad (3.36)$$

La contrainte normale et le gradient de déplacement dans le plan symétrique sont ensuite déterminés :

$$\sigma_y = 2\Re p'(x) = \pm \frac{1}{\sqrt{(x-b)(x-c)}} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_b^c \frac{\sigma_y^0(\xi) \sqrt{(\xi-b)(c-\xi)}}{\xi-x} d\xi + \sigma_y^\infty [x - (b+c)/2] \right\} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial v_+}{\partial x} = -\frac{1}{2(1-k^2)\mu \sqrt{(x-b)(c-x)}} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_b^c \frac{\sigma_y^0(\xi) \sqrt{(\xi-b)(c-\xi)}}{\xi-x} d\xi + \sigma_y^\infty [x - (b+c)/2] \right\} \quad (3.38)$$

avec le signe supérieur pour $x > c$ et le signe inférieur pour $x < b$.

Le facteur d'intensité de contrainte à $x = b$ est :

$$\begin{aligned} K_I^{(b)} &= \lim_{x \rightarrow b-0} \left[\sqrt{2\pi(b-x)} \sigma_y(x) \right] \\ &= -\frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{c-b}} \left[\frac{1}{\pi} \int_b^c \sigma_y^0(\xi) \sqrt{\frac{c-\xi}{\xi-b}} d\xi + \sigma_y^\infty \frac{b-c}{2} \right] \end{aligned} \quad (3.39)$$

En posant $a = (c-b)/2$ la demi-longueur de la fissure, on obtient :

$$K_I^{(b)} = \sigma_y^\infty \sqrt{\pi a} - \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_b^c \sigma_y^0(\xi) \sqrt{\frac{c-\xi}{\xi-b}} d\xi \quad (3.40)$$

Cette expression de $K_I^{(b)}$ montre que la singularité à $x = b$ devient nulle si :

$$\frac{1}{\pi a} \int_b^c \sigma_y^0(\xi) \sqrt{\frac{c-\xi}{\xi-b}} d\xi = \sigma_y^\infty \quad (3.41)$$

Cette relation peut être considérée comme condition de continuité de contrainte à $x = b$. C'est également la condition de fermeture de fissure ($\partial v_+ / \partial x = 0$) à $x = b$ qui est vérifiée par la formule (3.38)

3.2.3 Application des potentiels complexes en milieu infini

La méthode de Westergaard [183] appliquée aux problèmes de mécanique de la rupture est connue pour un certain nombre de configuration de chargement. Dans le cas d'une petite fissure de longueur $2a$ ($-a < x < a$), traversant une plaque chargée dans son plan des contraintes imposées $\sigma_y = \sigma_y^\infty$, $\sigma_x = \sigma_x^\infty$, le facteur d'intensité de contrainte (FIC) selon (3.39) vaut :

$$K_I^{(-a)} = \lim_{x \rightarrow -a-0} \left[\sqrt{2\pi(-a-x)} \sigma_y(x) \right]$$

Dans le plan de la fissure, c'est-à-dire pour $y = 0$, le FIC K_I (à l'extrémité $x = -a$) est défini par :

$$\boxed{K_I = \sigma_y^\infty \sqrt{\pi a}} \quad (3.42)$$

De plus, si l'origine choisie coïncide avec le centre de la fissure, on a :

$$p'(z) = \frac{\sigma_y^\infty z}{2(z^2 - a^2)^{1/2}}, \quad s'(z) = \frac{\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty}{4} \quad \text{sur la portion } y = 0, -a < x < a \quad (3.43)$$

Ces fonctions choisies $p(z)$ et $s(z)$ satisfont également :

$$\sqrt{z^2 - a^2} = \sqrt{x^2 - a^2} \quad \text{sur la partie } y = 0, x > a \quad (3.44)$$

Si les constantes d'intégration sont choisies de telle sorte que :

$$\begin{cases} v = 0 & \text{pour } y = 0, |x| > a \\ u = 0 & \text{pour } z = 0 \end{cases}$$

On obtient donc :

$$p(z) = \frac{\sigma_y^\infty}{2} (z^2 - a^2)^{1/2}, \quad s(z) = \frac{\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty}{4} z \quad (3.45)$$

Par conséquent :

$$\sigma_x = \sigma_x^\infty - \sigma_y^\infty + \sigma_y^\infty \Re \left[\frac{z}{(z^2 - a^2)^{1/2}} - \frac{iy a^2}{(z^2 - a^2)^{3/2}} \right] \quad (3.46)$$

$$\sigma_y = \sigma_y^\infty \Re \left[\frac{z}{(z^2 - a^2)^{1/2}} + \frac{iy a^2}{(z^2 - a^2)^{3/2}} \right] \quad (3.47)$$

$$\tau_{xy} = -2 \Re \frac{y a^2}{(z^2 - a^2)^{3/2}} \quad (3.48)$$

$$u = \frac{\sigma_y^\infty}{2\mu} \Re \left[\frac{k^2}{1 - k^2} (z^2 - a^2)^{1/2} - \frac{iyz}{(z^2 - a^2)^{1/2}} \right] - \frac{\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty}{4(1 - k^2)\mu} x \quad (3.49)$$

$$v = \frac{\sigma_y^\infty}{2\mu} \Im \left[\frac{1}{1 - k^2} (z^2 - a^2)^{1/2} - \frac{iyz}{(z^2 - a^2)^{1/2}} \right] + \frac{\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty}{4\mu} y \quad (3.50)$$

On s'intéresse notamment à la solution de contrainte normale dans le plan symétrique ainsi que l'ouverture de la fissure :

$$\sigma_y = \frac{\sigma_y^\infty |x|}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{K_I |x|}{\sqrt{\pi a (x^2 - a^2)}} \quad \text{pour } y = 0, |x| > 0 \quad (3.51)$$

$$(3.52)$$

Les déplacements de la lèvres supérieure de la fissure ($y = +0, -a < x < a$) :

$$u_+ = -\frac{\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty}{4(1-k^2)\mu} x \quad (3.53)$$

$$v_+ = \frac{\sigma_y^\infty}{2(1-k^2)\mu} \sqrt{a^2 - x^2} = \frac{K_I}{2(1-k^2)\mu} \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{\pi a}} \quad (3.54)$$

On remarque avec ces résultats que la fissure a une forme elliptique et que la déformation ϵ_{xx} reste constante dans la zone fissurée.

3.3 Fissure dans un milieu isotrope viscoélastique

3.3.1 Modèle viscoélastique

La loi de Hooke décrivant le comportement d'un matériau élastique linéaire s'écrit :

$$\sigma_{ij} = \mu (u_{j,i} + u_{i,j}) + \left(\kappa - \frac{2\mu}{3} \right) u_{k,k} \delta_{ji} \quad (3.55)$$

avec :

- μ : module de cisaillement ;
- κ : module de compression.

Le comportement mécanique du matériau viscoélastique linéaire s'obtient après un temps différentiel en remplaçant μ et κ par des fonctions de temps correspondants dans la loi de comportement élastique. Ces dernières sont dues à la mémoire imparfaite du matériau viscoélastique. On sait que l'état de contrainte viscoélastique à un instant t dépendra de l'histoire des déformations. Réciproquement, l'état de déformation viscoélastique à un instant t donné dépendra de l'histoire des contraintes.

La viscoélasticité linéaire suppose que si l'on prend deux histoires de déformations, la contrainte correspondant à la somme des histoires de déformation sera la somme des contraintes correspondant à chacune de ces déformations.

$$\sigma_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \mu(t-s) [\dot{u}_{j,i}(s) + \dot{u}_{i,j}(s)] + \left[\kappa(t-s) - \frac{2}{3} \mu(t-s) \right] \dot{u}_{k,k}(s) \delta_{ji} \right\} ds \quad (3.56)$$

Les fonctions $\mu(t)$ et $\kappa(t)$ sont supposées nulles lorsque $t < 0$. Nous considérons par la suite le modèle viscoélastique linéaire de Zener :

$$\begin{cases} \mu(t) = [\mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) e^{-t/t_0}] H(t) \\ \kappa(t) = [\kappa_{\infty} + (\kappa_0 - \kappa_{\infty}) e^{-t/t_0}] H(t). \end{cases} \quad (3.57)$$

avec :

- $H(t)$: fonction Heaviside ;
- $\mu_0, \mu_{\infty}, \kappa_0$: des constants du matériau ;
- t_0 : le temps de relaxation.

Le chargement est supposé appliqué instantanément en évitant un temps de chargement si faible qu'il risque de provoquer les ondes dans le solide. Avec tel chargement, les effets d'inertie peuvent être négligés et le principe de correspondance s'applique effectivement pour les fissures fixes.

3.3.2 Le principe de correspondance élastique-viscoélastique

Supposons S_{ij}, U_i et $K(p)$ sont les transformations de Laplace de σ_{ij}, u_i et de $\kappa(t)$ respectivement. Les transformations de Laplace de l'équation constitutive (3.56) de Hooke a la forme suivante :

$$\mathcal{S}_{ij} = M(p) (U_{j,i} + U_{i,j}) + \left(K(p) - \frac{2}{3} M(p) \right) U_{k,k} \delta_{ij} \quad (3.58)$$

Comme le matériau considéré est caractérisé par le modèle de Zener, les deux fonctions $\mu(t)$ et $\kappa(t)$ ainsi que leurs transformations de Laplace sont proportionnelles l'une à l'autre. Cela implique

que les transformations de Laplace du coefficient de Poisson ν et le rapport $k = c_s / c_p$ sont constants.

On applique ce principe de correspondance pour le cas d'une plaque viscoélastique large en présence d'une fissure fixe tendue de longueur $2a$ dont les lèvres sont soumises en mode I de chargement imposé : $\sigma_y = \sigma_y^\infty$, $\sigma_x = \sigma_x^\infty$.

Les contraintes et les déplacements dans le cas élastique sont donnés par les équations (3.46)-(3.50) dont les composantes verticales sont les suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_y &= \sigma_y^\infty \Re \left[\frac{z}{(z^2 - a^2)^{1/2}} + \frac{iy a^2}{(z^2 - a^2)^{3/2}} \right] \\ \nu &= \frac{\sigma_y^\infty}{2\mu} \Im \left[\frac{1}{1 - k^2} (z^2 - a^2)^{1/2} - \frac{iyz}{(z^2 - a^2)^{1/2}} \right] + \frac{\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty}{4\mu} y\end{aligned}$$

On remarque que la formulation en contrainte ne contient aucun paramètre du matériau. Selon le principe de correspondance, les contraintes viscoélastiques sont les mêmes que les contraintes élastiques.

Le déplacement élastique dépend des paramètres du matériau μ et k :

$$\begin{cases} k^2 = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} & \text{en déformation plane} \\ k^2 = \frac{1 - \nu}{2} & \text{en contrainte plane} \end{cases} \quad (3.59)$$

La transformation de Laplace du déplacement ν :

$$V = \frac{\sigma_y^\infty}{2M(p)} \left\{ \Im \left[\frac{1}{1 - k^2} (z^2 - a^2)^{1/2} - \frac{iyz}{(z^2 - a^2)^{1/2}} \right] + \frac{1 - m}{4} y \right\} \quad (3.60)$$

avec : $m = \frac{\sigma_x^\infty}{\sigma_y^\infty}$.

On exprime $\mu(t)$ en fonction de deux termes e^{-t/t_0} et $(1 - e^{-t/t_0})$:

$$\mu(t) = [\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) e^{-t/t_0}] H(t) = [\mu_0 e^{-t/t_0} + \mu_\infty (1 - e^{-t/t_0})] H(t) \quad (3.61)$$

On calcule la transformation de Laplace $M(p)$ de la fonction $\mu(t)$ en utilisant les deux fonctions e^{-t/t_0} et $(1 - e^{-t/t_0})$:

$$M(p) = \mu_0 \frac{p}{p + \frac{1}{t_0}} + \mu_\infty \frac{\frac{1}{t_0}}{p + \frac{1}{t_0}} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{1}{M(p)} &= \frac{1}{\mu_0} \frac{p + \frac{1}{t_0}}{p + \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \cdot \frac{1}{t_0}} \\ &= \frac{1}{\mu_0} \frac{p}{p + \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \frac{1}{t_0}} + \frac{1}{\mu_\infty} \frac{\frac{\mu_\infty}{\mu_0} \frac{1}{t_0}}{p + \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \frac{1}{t_0}} \end{aligned} \quad (3.63)$$

Posons $C(t)$, la fonction complaisance d'inversion de $1/M(p)$:

$$\begin{aligned} C(t) &= \mathcal{L}_{pt}^{-1} \left(\frac{1}{M(p)} \right) = \left[\frac{1}{\mu_0} \left(e^{-\frac{\mu_\infty t}{\mu_0 t_0}} \right) + \frac{1}{\mu_\infty} \left(1 - e^{-\frac{\mu_\infty t}{\mu_0 t_0}} \right) \right] H(t) \\ C(t) &= \left[\frac{1}{\mu_\infty} - \left(\frac{1}{\mu_\infty} - \frac{1}{\mu_0} \right) e^{-\mu_\infty t / (\mu_0 t_0)} \right] H(t) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Le déplacement de la lèvres supérieure de fissure à $y = 0$:

$$v_+ = \frac{\sigma_y^\infty \sqrt{a^2 - x^2}}{2\mu(1 - k^2)} \quad \text{pour } |x| < a \quad (3.65)$$

Soit encore :

$$v_+(x, t) = \frac{\sigma_y^\infty \sqrt{a^2 - x^2}}{2(1 - k^2)} \left[\frac{1}{\mu_\infty} - \left(\frac{1}{\mu_\infty} - \frac{1}{\mu_0} \right) e^{-\mu_\infty t / (\mu_0 t_0)} \right] H(t) \quad (3.66)$$

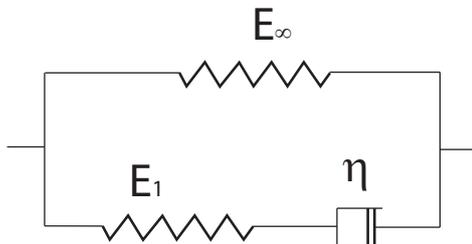
La transformation de Laplace peut s'appliquer aux autres matériaux viscoélastiques linéaires avec $\mu(t)$ et $\kappa(t)$ qui ne sont pas forcément proportionnels et le temps de relaxation peut être différent pour ces deux fonctions $\mu(t)$ et $\kappa(t)$. On pourra d'ailleurs étudier d'autres problèmes que les fissures fixes à condition que sa solution élastique correspondante soit connue.

3.3.3 Validation

Dans la section §3.3 précédente, on a démontré l'expression d'ouverture d'une fissure viscoélastique dont les lèvres sont soumises à un champ de contrainte uniforme instantanée (équation 3.66). Dans cette section, nous allons comparer cette solution analytique avec ses hypothèses avec les résultats issus du calcul par éléments finis (Abaqus).

Matériau

Afin de simplifier la procédure d'identification rhéologique que nous allons développer dans le chapitre suivant, on adopte le modèle Zener avec les caractéristiques suivantes :



E_1	E_∞	τ_f	ν
5 MPa	1.5 MPa	1s	0.3

FIG. 3.1 – Modèle viscoélastique de Zener

TAB. 3.1 – Les caractéristiques rhéologiques du matériau

À partir de ces caractéristiques rhéologiques, on détermine les séries de Prony du matériau de Zener (voir chapitre §4.4) avant d'être mises en œuvre dans le code ABAQUS. Afin de vérifier bien que les paramètres des séries de Prony sont bien calculés et que le code d'ABAQUS simule bien ce comportement viscoélastique, on effectue un essai de fluage comme montre la figure 3.2.

Les tracés des deux courbes montrent une superposition des deux courbes analytique et numérique de la déformation en fonction du temps.

Géométrie et maillage

On introduit une fissure initiale de longueur $2a$ dans un barreau de largeur $2B$. En raison de l'hypothèse d'un milieu viscoélastique infini, le rapport B/a est pris suffisamment grand avec une valeur

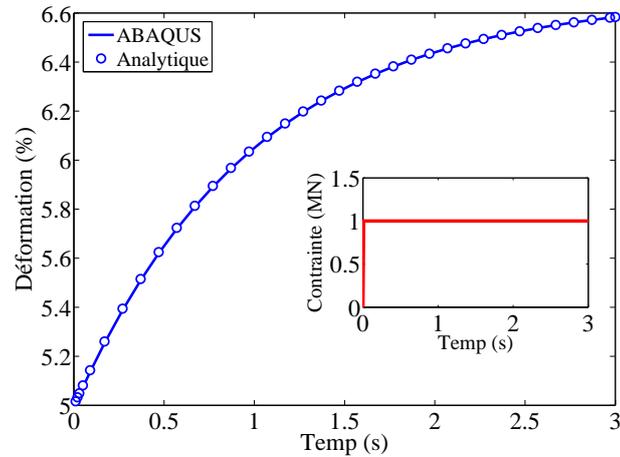


FIG. 3.2 – Vérification du calcul Abaqus par un essai de fluage

de 32.

Grâce à une géométrie symétrique bien définie, nous pouvons considérer un quart du barreau en appliquant les conditions de symétrie et de chargement correspondantes.

On utilise les éléments plan à 8 nœuds biquadratiques d'intégration réduite en contrainte plane (CPS8R) ou en déformation plane (CPE8R).

On réalise également une étude sur la sensibilité du maillage mettant en évidence l'influence du maillage sur les déformées de la fissure. À l'issue de cette étude, on adopte un maillage assez fin de 336 éléments comme montre la figure 3.3.

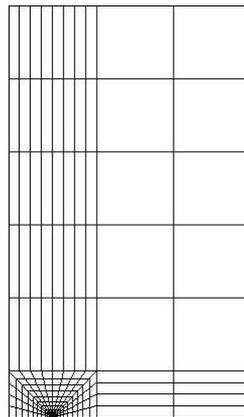


FIG. 3.3 – Maillage du barreau viscoélastique fissuré

Chargement

Comme nous l'avons démontré dans la partie §3.3, l'équation (3.66) décrit l'ouverture d'une fissure viscoélastique en hypothèse de petites déformations dont les lèvres sont soumises à un champ de contrainte uniforme instantanée. Afin de reproduire ce champ de contrainte sur les lèvres de la fissure, on applique le principe de superposition.

Si U_{S1} , U_{S2} et U_{S3} sont les déplacements verticaux de lèvres de fissure de configuration S1, S2 et S3 respectivement, on a $U_{S1} = U_{S2} + U_{S3}$. Comme U_{S2} est nul, on a l'égalité : $U_{S1} = U_{S3}$. C'est-à-dire que l'ouverture de la fissure reste identique dans les cas où le chargement est appliqué sur le bord ou sur les lèvres de la fissure. Cette remarque est importante car dans le cas où la fissure se propage, il est beaucoup plus facile de charger sur le bord que sur les lèvres de la fissure dont la taille varie.

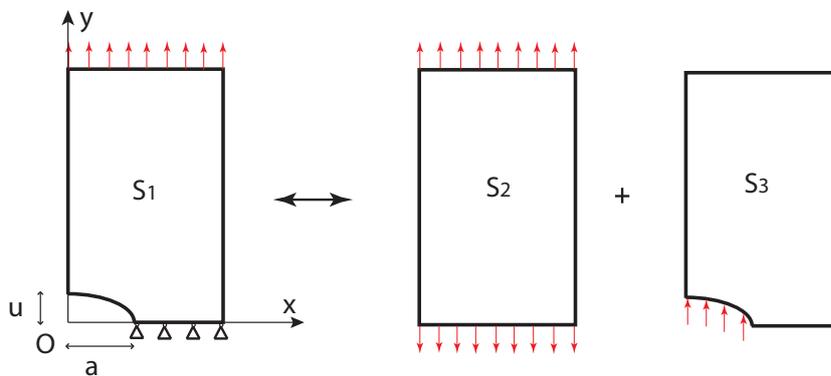


FIG. 3.4 – Principe de superposition

Résultats

On effectue les calculs avec l'hypothèses en déformation plane et en contrainte plane. Dans le

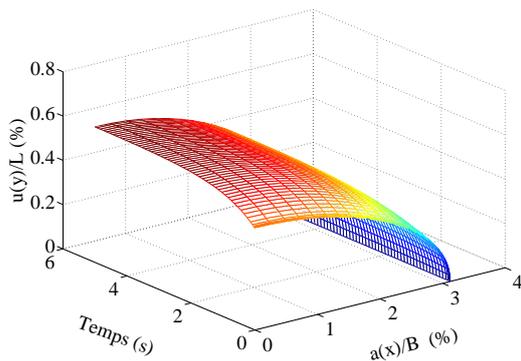


FIG. 3.5 – Déformée de la fissure en déformation plane

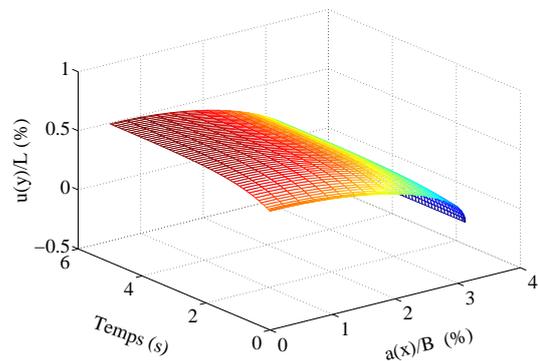


FIG. 3.6 – Déformée de la fissure en contrainte plane

cas du problème traité en déformation plane ou en contrainte plane, l'écart maximal enregistré sur l'ouverture de la fissure entre la solution analytique et la solution numérique est de l'ordre de 1.1 %.

Pour un maillage plus fin avec 1468 éléments (plus 3 fois plus dense), on peut obtenir un meilleur résultat dont l'erreur entre ces deux solutions se réduit à 0.3%. Les figures 3.5 et 3.6 montrent encore une fois de bons résultats numériques par rapport au calcul analytique.

3.4 Expression du taux de restitution d'énergie en milieu viscoélastique

Le taux de restitution d'énergie d'un matériau viscoélastique est souvent plus important que celui d'un matériau élastique en raison de son facteur d'intensité de contrainte. Ce facteur est largement utilisé dans la mécanique linéaire de la rupture mais il ne peut guère être qualifié comme un paramètre pour la détermination de l'initiation de fissure viscoélastique sauf dans le cas où ses valeurs critiques soient toujours tenues constantes.

Dans cette partie, nous allons examiner l'expression globale et locale du taux de restitution d'énergie dans un milieu viscoélastique fissuré. On aborde dans un premier temps les équations constitutives de la viscoélasticité linéaire à l'issue de la première loi thermomécanique. On étudie ensuite le concept du taux de restitution d'énergie d'une fissure viscoélastique en négligeant l'énergie cinétique.

3.4.1 Les équations fondamentales d'un matériau viscoélastique

Lorsque l'on considère un corps viscoélastique non-fissuré Ω délimité par la surface fermée Σ , l'équilibre énergétique a la forme suivante :

$$\rho \dot{e} = \rho \dot{c} - \dot{q}_{k,k} + \rho \dot{r} \quad (3.67)$$

avec :

- \dot{e} et \dot{c} correspondent aux taux d'énergie interne et d'énergie de déformation par unité de masse respectivement ;
- $\dot{q}_{k,k}$ sont les composants du vecteur de flux chaleur par unité de temps ;
- r est la fonction de chaleur par unité de masse ;
- ρ est la densité volumique actuelle.

Le taux local de la production d'entropie s'exprime à l'aide de l'inégalité Clausius - Duhem :

$$\rho T \dot{\sigma}^* = \rho (\dot{e} + sT - \dot{e}) - \frac{\dot{q}_k}{T} T_{,k} \geq 0 \quad (3.68)$$

avec :

- $\dot{\sigma}^*$ est le taux de production d'entropie ;
- T et $T_{,k}$ correspondent respectivement à la température actuelle et à son gradient.

À partir de l'équation (3.67), on obtient :

$$\Lambda^e + \rho T \dot{s} + \dot{q}_{k,k} - \rho \dot{r} = 0 \quad (3.69)$$

$$\dot{K} + \dot{U} = \dot{\Omega} (\Lambda^e + \rho T \dot{s}) dV \quad (3.70)$$

avec :

- l'énergie cinétique $K = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{u}_k \dot{u}_k dV$;
- l'énergie interne $U = \int_{\Omega} \rho e dV$;
- le taux de travail effectué $\dot{W} = \int_{\Sigma} T_k \dot{u}_k dS$.

On rappelle à nouveau que les équations (3.69) et (3.70) sont valables lorsqu'il n'y a pas de singularité et que la région Ω est fermée. Lorsque la région Ω s'étend, on prend en compte de l'énergie thermique \dot{Q} appliquée au corps dans l'équation d'équilibre :

$$\boxed{\dot{K} + \dot{U} = \dot{W} + \dot{Q} - \dot{\Pi}} \quad (3.71)$$

3.4.2 Le forme globale du taux de restitution d'énergie

Dans cette partie, on va examiner un problème plan d'un corps fissuré (figure 3.7), d'où l'énergie $\dot{\Pi}$ libérée par la fissure par unité de temps peut s'exprimer par $R\dot{\Sigma}$. R est l'énergie engendrée par unité de temps et par unité de surface tandis que $\dot{\Sigma}$ est le taux d'incrément de surface fissurée ou du corps si l'on prend en compte de la variation de surface fissurée seulement.

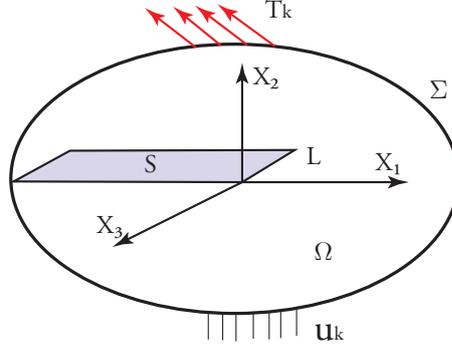


FIG. 3.7 – Un corps de solide fissuré, avec S la surface fissurée, L le bord de la fissure, T_k les forces externes, u_k condition de déplacement, Σ : la surface frontière, Ω le volume borné par la surface fermée Σ

À partir de l'équation (3.71), on en déduit :

$$-R\dot{\Sigma} = \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho e dV - \int_{\Sigma} T_k \frac{du_k}{dt} dS - \int_{\Omega} \left(\frac{d\rho r}{dt} - \frac{dq_{k,k}}{dt} \right) dV \quad (3.72)$$

d'où on néglige l'énergie cinétique. Si on remplace :

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \dot{\Sigma} \frac{d}{d\Sigma} \quad (3.73)$$

L'équation (3.72) devient alors :

$$\begin{aligned} -R\dot{\Sigma} = & \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho e dV - \int_{\Sigma} T_k \frac{\partial u_k}{\partial t} dS - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \rho r}{\partial t} - \frac{\partial q_{k,k}}{\partial t} \right) dV \right] \\ & + \dot{\Sigma} \left[\frac{d}{d\Sigma} \int_{\Omega} \rho e dV - \int_{\Sigma} T_k \frac{du_k}{d\Sigma} dS - \int_{\Omega} \left(\frac{d\rho r}{d\Sigma} - \frac{dq_{k,k}}{d\Sigma} \right) dV \right] \end{aligned} \quad (3.74)$$

Selon l'équation d'équilibre (3.70), le premier terme entre les crochets est nul car il n'y a pas d'énergie engendrée par la fissure. On a d'ailleurs :

$$\frac{\partial \rho r}{\rho t} - \frac{\partial q_{k,k}}{\partial t} = \Lambda^e + \rho T \frac{\partial s}{\partial t} \quad (3.75)$$

L'équation (3.74) devient alors :

$$\dot{\Sigma} \left[-R - \frac{d}{d\Sigma} \int_{\Omega} \rho e dV + \int_{\Sigma} T_k \frac{du_k}{d\Sigma} dS + \int_{\Omega} \left(\frac{d\rho r}{d\Sigma} - \frac{dq_{k,k}}{d\Sigma} \right) dV \right] = 0 \quad (3.76)$$

On peut simplifier l'équation (3.76) en introduisant le bilan local énergétique à un temps spécifique et un point matériel du corps étudié :

$$\int_{\Omega} \left(\frac{D\rho R}{d\Sigma} - \frac{dq_{k,k}}{d\Sigma} \right) dV = \int_{\Omega} \frac{d}{d\Sigma} (\rho r - q_{k,k}) dV = \int_{\Omega} \frac{d}{d\Sigma} (\rho e - \rho \epsilon) dV \quad (3.77)$$

avec $\rho \varepsilon = \int \sigma_{ij} de_{ij}$.

En introduisant l'égalité (3.77) dans l'expression (3.76), on obtient :

$$-R = \int_{\Omega} e_{ij} \frac{d\sigma_{ij}}{d\Sigma} dV - \int_{\Sigma} T_k \frac{du_k}{d\Sigma} dS \quad (3.78)$$

Si l'énergie interne U est substituée par l'énergie libre Helmholtz, on peut obtenir la même équation 3.78. Cependant, si on peut considérer l'enthalpie ou l'énergie Gibbs à la place de l'énergie interne U , nous obtenons une nouvelle relation :

$$-R = \int_{\Omega} e_{ij} \frac{d\sigma_{ij}}{d\Sigma} dV + \int_{\Sigma} u_k \frac{dT_k}{d\Sigma} dS \quad (3.79)$$

3.4.3 La forme locale du taux de restitution d'énergie

À partir des équations (3.79) et (3.78), il est prouvé que les termes de droite peuvent s'exprimer sous forme d'une intégrale avec les conditions suivantes :

- on néglige l'énergie cinétique ;
- on considère le volume Ω borné par Σ comme une surface arbitraire contenant la pointe de fissure.

On considère deux corps viscoélastiques, le premier a une surface de fissure Σ et le deuxième a une surface (de fissure $\Sigma + \Delta\Sigma$). On peut supposer que les deux corps ont une même surface ($\Sigma + \Delta\Sigma$) à condition que la fissurée du premier soit collée dans la zone $\Delta\Sigma$ et qu'elle soit soumise à une contrainte σ_{2k} .

Le déplacement $u_k(\Sigma + \Delta\Sigma)$ du second corps est un champ cinématiquement admissible pour le premier. Le principe de travail virtuel permet donc d'écrire :

$$\int_{\Sigma} T_k(\Sigma) u_k(\Sigma + \Delta\Sigma) dS - \int_{\Delta\Sigma} \sigma_{2k} \Delta u_k(\Sigma + \Delta\Sigma) dS = \int_{\Omega} \sigma_{ij}(\Sigma) e_{ij}(\Sigma + \Delta\Sigma) dV \quad (3.80)$$

De même, $u_k(\Sigma)$ du premier est un champ cinématiquement admissible pour le second corps. On a alors :

$$\int_{\Sigma} T_k(\Sigma + \Delta\Sigma) u_k(\Sigma) dS = \int_{\Omega} \sigma_{ij}(\Sigma + \Delta\Sigma) e_{ij}(\Sigma) dV \quad (3.81)$$

En soustrayant l'équation (3.80) par l'équation (3.81) et après la combinaison des relations (3.78) et (3.79), on obtient :

$$R = \lim_{\Delta\Sigma \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta\Sigma} \int_{\Sigma} \sigma_{2k} \Delta u_k(\Sigma + \Delta\Sigma) dS \quad (3.82)$$

On remarque que :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta\Sigma \rightarrow 0} \int_{\Sigma} T_k(\Sigma) \frac{u_k(\Sigma + \Delta\Sigma) - u_k(\Sigma)}{\Delta\Sigma} dS &= \int_{\Sigma} T_k \frac{du_k}{d\Sigma} dS \\ \lim_{\Delta\Sigma \rightarrow 0} \int_{\Omega} \sigma_{ij}(\Sigma) \frac{e_{ij}(\Sigma + \Delta\Sigma) - e_{ij}(\Sigma)}{\Delta\Sigma} dV &= \int_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{de_{ij}}{d\Sigma} dV \\ \lim_{\Delta\Sigma \rightarrow 0} \int_{\Omega} u_k(\Sigma) \frac{T_k(\Sigma + \Delta\Sigma) - T_k(\Sigma)}{\Delta\Sigma} dV &= \int_{\Omega} u_k \frac{dT_k}{d\Sigma} dV \\ \lim_{\Delta\Sigma \rightarrow 0} \int_{\Omega} e_{ij}(\Sigma) \frac{\sigma_{ij}(\Sigma + \Delta\Sigma) - \sigma_{ij}(\Sigma)}{\Delta\Sigma} dV &= \int_{\Omega} e_{ij} \frac{d\sigma_{ij}}{d\Sigma} dV \end{aligned} \quad (3.83)$$

L'équation (3.82) confirme que la forme locale et globale du taux de restitution d'énergie est synonyme.

3.5 Conclusion

Ce chapitre a pour but d'étudier la théorie de la fissuration dans un milieu viscoélastique. Concrètement, on cherche à déterminer le facteur d'intensité de contrainte et l'expression analytique du taux de restitution d'énergie dans un processus de fissuration viscoélastique linéaire.

À partir du potentiel complexe des problèmes plans, la méthode Westergaard a été adapté pour déterminer le facteur d'intensité de contrainte dans le cas d'une fissure élastique linéaire. Nous avons déduit ainsi l'expression de la déformée des lèvres de la fissure. Cette étape sera utile pour déterminer le déplacement des lèvres de la fissure viscoélastique. Pour ce faire, nous avons appliqué le principe de correspondance élastique-viscoélastique à l'aide de la transformation de Laplace. Une comparaison entre la solution analytique et la simulation numérique a permis de valider cette expression analytique.

Finalement, à partir du bilan énergétique d'un corps viscoélastique fissuré, nous avons déterminé l'expression globale du taux de restitution d'énergie. Son expression locale est obtenue à partir d'une analyse sur le champ de déplacement viscoélastique.

Deuxième partie

Identification expérimentale et modélisation numérique de l'essai de rupture locale sur bitume

Chapitre 4

Identification rhéologique du liant bitumineux

Sommaire

4.1	Introduction	74
4.2	Matériau utilisé	75
4.3	Caractérisation dans le domaine fréquentiel	75
4.3.1	Essai de module complexe	75
4.3.2	Équivalence temps-température	76
4.3.3	Détermination du coefficient de translation a_T	78
4.3.4	Détermination des constantes de la loi WLF	80
4.3.5	Courbe maîtresse	81
4.4	Identification des séries de Prony	82
4.4.1	Définition des séries de Prony	82
4.4.2	Calage des séries de Prony	83
4.5	Validation numérique	87
4.5.1	Modélisation	87
4.5.2	Résultats	88
4.6	Conclusion	89

4.1 Introduction

La rhéologie des liants bitumineux dépend largement du temps de chargement et de la température. La relation entre la fréquence et la température de ces matériaux permet d'avoir le même comportement mécanique dans les différentes conditions d'essai. Par conséquent, les propriétés mécaniques, déterminées à temps de chargement rapide (haute fréquence) et à température élevée peuvent se retrouver dans les conditions d'essai à temps de chargement lente (basse fréquence) et à basse température.

Dans certains cas où le comportement des matériaux est thermo-rhéologiquement simple, l'équivalence temps-température permet de construire la courbe maîtresse à partir des données viscoélastiques linéaires. Ce principe d'équivalence consiste à ajuster les mesures à différentes températures dans l'ordre pour obtenir une courbe continue à une température de référence (Dobson [49], Ferry [63], Goodrich [69], Ramond [145] et Chailleux [24]).

Dans cette partie, on va examiner la construction de la courbe maîtresse à partir du module complexe pour un liant pur de grade 50/70. On va ensuite identifier les propriétés rhéologiques de ce matériau dans le domaine temporel à l'aide des séries de Prony avant de les valider par un essai dans le domaine temporel.

L'emphase va être mise sur les propriétés visqueuses du matériau servant de base comme le comportement viscoélastique adéquat dans une simulation numérique de fissuration présentée au chapitre 6

4.2 Matériau utilisé

Un des objectifs de l'essai de Rupture Locale sur Bitume (Rulob) est de comprendre l'influence de la viscoélasticité sur le comportement à la fissuration des enrobés bitumineux.

Les travaux de thèse de Maillard [111] ont permis de proposer un classement de comportement de différents bitumes de caractéristiques connues. Notre choix de matériau s'est fait à partir des critères suivants :

- être représentatif des liants les plus utilisés dans les chaussées françaises ;
- être thermo-susceptible.

À partir de ces critères, nous avons sélectionné le bitume pur du grade 50/70 dont les caractéristiques principales sont récapitulées dans le tableau 4.1 suivant :

Grade du bitume	Nature	% <i>fractions cristallisables</i>	Pénétrabilité (1/10 mm)	TBA (°C)	I _p
50/70	Pur	4.61	61	48.4	-1.1

TAB. 4.1 – Principales caractéristiques du bitume sélectionné

Les propriétés à la rupture de ce bitume sont ensuite examinées à partir de deux essais classiques : la température Fraass T_{Fraass} et la capacité à l'allongement d'une éprouvette déterminée par l'essai de ductilité à +5°C. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.2.

Grade du bitume	Nature	T_{Fraass} (°C)	Essai de ductilité à +5°C <i>Allongement (cm)</i>
50/70	Pur	-10.5	6.0

TAB. 4.2 – Température Fraass et allongement à la rupture pour le bitume du grade 50/70 étudié

4.3 Caractérisation dans le domaine fréquentiel

4.3.1 Essai de module complexe

Nous avons caractérisé le comportement mécanique dans le domaine fréquentiel de ce bitume pur à l'aide d'un viscoanalyseur Métravib. Les résultats expérimentaux à l'issue de cet essai sont ensuite analysés à l'aide du logiciel ViscoAnalyse [25].

Dans ces essais, les gammes de température et de fréquence utilisées ont été bien définies en tenant compte des caractéristiques de l'appareil Métravib et des fréquences utilisées dans l'essai de Rupture locale sur bitume (voir chapitre §5). L'idée est de s'approcher plus près des conditions de chargement de l'essai de Rulob. Cependant, certaines difficultés liées aux matériels expérimentaux rendent impossible la réalisation de ces essais à la fois aux basses fréquences et aux températures élevées.

D'ailleurs, lors des calages des séries de Prony pour ce matériau, on remarque que les termes des séries de Prony sont plus sensibles avec la variation de température qu'avec celle de fréquences dans

le cas de nos intervalles de température (de -20°C à 30°C) et de fréquence (de 0.1Hz à 200Hz) couramment utilisées. C'est-à-dire que dans nos conditions d'essai, il est préférable d'avoir un intervalle de températures importante que celle de fréquences ce qui permet d'avoir une enveloppe de temps de relaxation plus étendue. C'est la raison pour laquelle on choisit une gamme de 7 températures variant de -20°C à 30°C et 8 fréquences de 1Hz à 200Hz (tableau 4.3).

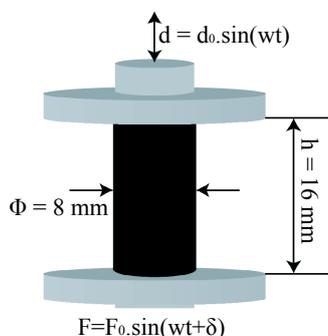


FIG. 4.1 – Essai de détermination du module complexe Métravib dans le domaine fréquentiel avec $d_0 = 5\mu\text{m}$.

Température ($^{\circ}\text{C}$)	Fréquence (Hz)
-20	1
-15	2.3
-10	5
0	15.6
10	31.2
20	62.5
30	100
	200

TAB. 4.3 – Tableau des températures et fréquences réalisées.

Les essais de détermination du module complexe consistent à appliquer une déformation sinusoïdale à un échantillon et à mesurer la contrainte résultante développée dans l'échantillon. Cette technique permet d'étudier le caractère viscoélastique des matériaux pour lesquels il existe un déphasage entre la contrainte et la déformation : le signal de contrainte peut-être décomposé en une composante élastique en phase avec la déformation et une composante visqueuse déphasée de 90° par rapport à la déformation. Les contraintes élastique et visqueuse sont liées aux propriétés du matériau par le rapport contrainte/déformation.

Lorsque le matériau est soumis à une vibration sinusoïdale, le rapport de la contrainte dynamique à la déformation dynamique correspond au module complexe E^* :

- La partie réelle E' de E^* représente la composante élastique. Elle est proportionnelle à l'énergie maximale emmagasinée durant un cycle de charge ;
- La partie imaginaire E'' représente la composante visqueuse. Elle est proportionnelle à l'énergie dissipée durant un cycle de charge ;
- Le facteur de perte $\tan(\delta) = E''/E'$ (adimensionnel) est couramment utilisé comme une mesure de l'amortissement d'un matériau viscoélastique, soit sa capacité à dissiper de l'énergie mécanique en chaleur.

4.3.2 Équivalence temps-température

En 1982, Booij [15] a démontré l'expression du module complexe :

$$E^*(i,\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega) = |E^*|e^{i\delta(\omega)} \quad (4.1)$$

Les différentes composantes du module complexe varient avec la température et la fréquence de sollicitation, fixée pour chaque essai élémentaire. Les résultats expérimentaux $|E^*|$, δ , E' et E'' sont usuellement exprimés à l'aide des représentations classiques décrites dans le chapitre §1.4.3.

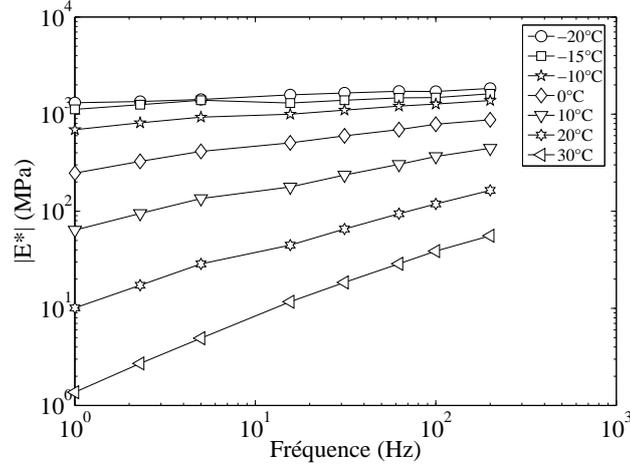


FIG. 4.2 – Isothermes du module complexe du liant pur 50/70

Les courbes isothermes dans la figure 4.2 sont obtenues en traçant le logarithme de la norme du module complexe $|E^*|$ en fonction de la fréquence pour chacune des températures d'essai.

On remarque, à l'examen de ces courbes, qu'une même valeur de module du matériau peut être obtenue pour différents couples (fréquence, température). Cette propriété est appelée le principe d'équivalence temps-température (Williams, [184]).

Ce principe permet donc de construire une courbe unique appelée courbe maîtresse ($\log(|E^*|)$, $\log(f)$), pour une température de référence choisie.

Les relations Kramers-Kronig décrivant la partie réelle et imaginaire d'une fonction complexe permettent d'écrire :

$$\log|E^*(i\omega)| - \log|E^*(i\infty)| = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{u \delta(u) - \omega \delta(\omega)}{u^2 - \omega^2} du \quad (4.2)$$

$$\delta(\omega) = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\log|E^*(u)| - \log|E^*(\omega)|}{u^2 - \omega^2} du \quad (4.3)$$

En simplifiant l'équation (4.3), Booij [15] propose une expression approximative :

$$\delta(\omega) \approx \frac{\pi}{2} \frac{d \log(|E^*(\omega)|)}{d \log(\omega)} \quad (4.4)$$

Dans le cas où le comportement du matériau obéit à une relaxation parabolique du type : $f(t) = A.t^\alpha$, l'approximation (4.4) devient alors, selon Stéfani [170] :

$$\delta(\omega) = \frac{\pi}{2} \frac{d \log(|E^*(\omega)|)}{d \log(\omega)} \quad (4.5)$$

La construction de la courbe maîtresse est pertinente lorsqu'il n'y a pas de réarrangement de structure du réseau moléculaire avec la température et que l'essai s'effectue dans le domaine de la

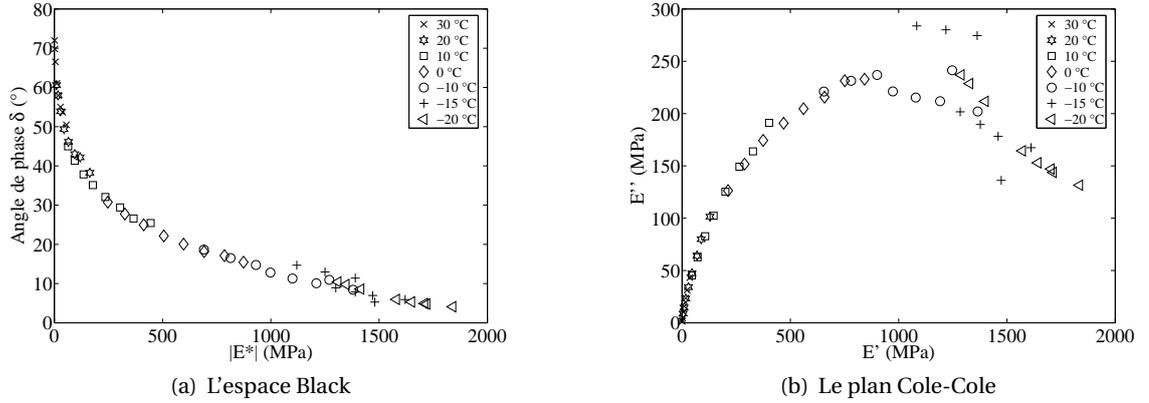


FIG. 4.3 – L'espace Black et le plan Cole-Cole du liant 50/70 issues des données des essais de détermination de module complexe

viscoélasticité linéaire. Dans ce cas, le diagramme Black ($\delta = f^\circ(|E^*|)$) est une courbe continue. Cette courbe lisse permet de confirmer le principe d'équivalence temps-température. On obtient donc le même comportement mécanique pour différentes températures et pour les différentes fréquences de chargement.

La représentation dans l'espace de Black consiste à tracer le logarithme de la norme du module complexe $|E^*|$ en fonction de l'angle de phase correspondant comme le montre la figure 4.3(a). On constate que les points expérimentaux définissent une courbe unique, le matériau obéit donc au principe d'équivalence temps-température.

4.3.3 Détermination du coefficient de translation a_T

En considérant deux pulsations proches ω_i et ω_j avec $\omega = 2\pi.f$, on peut exprimer l'équation (4.5) sous la forme suivante :

$$\delta_{moy}^{i,j} \cdot \frac{2}{\pi} = \frac{\log(|E^*(T, \omega_j)|) - \log(|E^*(T, \omega_i)|)}{\log(\omega_j) - \log(\omega_i)} \quad (4.6)$$

avec $\delta_{moy}^{i,j}$ la moyenne des deux angles de phase mesurés ω_i et ω_j à une température T .

Cette équation permet de tracer $d\log(|E^*(\omega)|)/d\log(\omega)$ en fonction de $\delta/90$ pour chaque température en considérant deux fréquences voisines. La vérification comme le montre la figure 4.4 met en évidence l'approximation (4.4) proposée par Booiij.

Selon le principe d'équivalence temps-température, il existe un coefficient $a_{(T_1, T_2)} = f_2/f_1 = \omega_2/\omega_1$ de telle sorte que $|E^*(T_1, \omega_1)| = |E^*(T_2, \omega_2)|$.

On peut donc réécrire l'équation (4.6) comme suit :

$$\delta_{T_1, T_2}^{moy}(\omega_2) \cdot \frac{2}{\pi} = \frac{\log(|E^*(T_1, \omega_2)|) - \log(|E^*(T_2, \omega_2)|)}{\log(a_{(T_1, T_2)})} \quad (4.7)$$

avec $\delta_{T_1, T_2}^{moy}(\omega_2)$ est la moyenne des deux angles mesurés aux températures T_1 et T_2 pour une pulsation ω_2 .

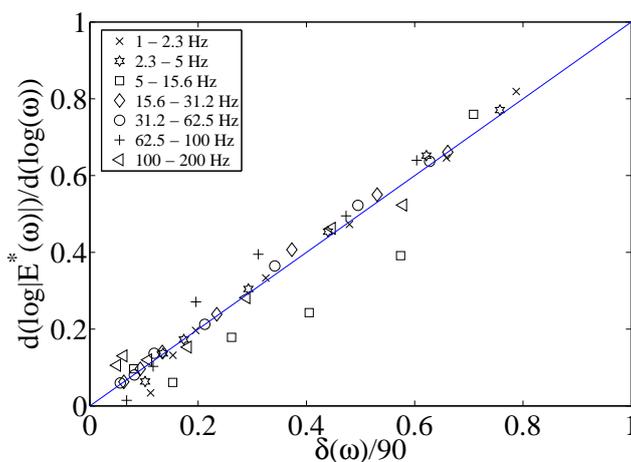


FIG. 4.4 – Vérification de l'équation (4.4) proposée par Booij [15] : Le rapport de $d\log(|E^*(\omega)|)/d\log(\omega)$ par rapport à la valeur de $\delta(\omega)/90$

Dans le cas général de n températures ($T_1, T_2, \dots, T_i, T_{i+1}, \dots, T_n$), l'expression de ce coefficient de translation à une température de référence T_{ref} se trouvant entre T_1 et T_n s'écrit alors :

$$\log(a_{(T_i, T_{ref})}) = \sum_{j=i}^{j=ref} \frac{\log(|E^*(T_j, \omega)|) - \log(|E^*(T_{j+1}, \omega)|)}{\delta_{moy}^{(T_j, T_{j+1})}(\omega)} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (4.8)$$

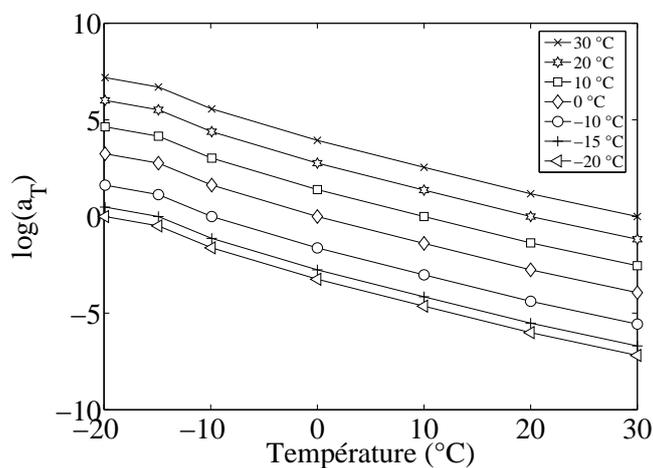


FIG. 4.5 – Détermination des coefficients de translation a_T pour quelques températures de référence selon l'équation (4.8)

4.3.4 Détermination des constantes de la loi WLF

On a vu dans la partie précédente §4.3.2, la détermination du coefficient de translation a_T à une température de référence. Ce coefficient identifié permet ensuite de construire la courbe maîtresse à cette température mesurée. Cependant, pour construire la courbe maîtresse aux températures non-mesurées souvent non accessibles expérimentalement, on doit utiliser le coefficient de translation $a_T(T)$ correspondante à cette température non mesurée. Dans ce dernier cas, l'équation (4.5) n'est plus valable.

En 1995, Williams, Landel et Ferry (WLF) [184] proposent la relation régulière (4.9) décrivant le coefficient de translation a_T en fonction de la température :

$$\log(a_{(T_i, T_{ref})}) = \frac{-C_1^{ref} \cdot (T_i - T_{ref})}{C_2^{ref} + (T_i - T_{ref})} \quad (4.9)$$

On constate d'une part que l'approximation (4.8) permet de construire la courbe maîtresse à une température mesurée dite température de référence T_{ref} . D'autre part, l'équation (4.9) est indépendante du choix de la température de référence T_{ref} (Ferry [63]). Par conséquent, l'équation (4.9) peut s'exprimer par une autre température de référence T_{ref}' et par les constantes $C_1^{ref'}$, $C_2^{ref'}$ correspondantes :

$$C_2^{ref} = C_2^{ref'} + T_{ref} - T_{ref}' \quad (4.10)$$

$$C_1^{ref} = \frac{C_1^{ref'} \cdot C_2^{ref'}}{C_2^{ref}} \quad (4.11)$$

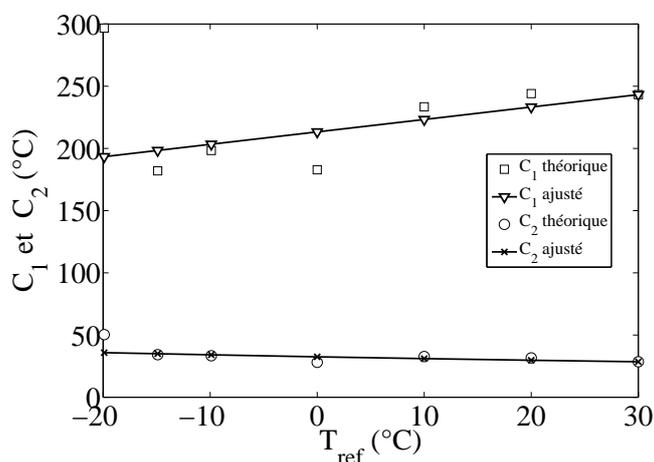


FIG. 4.6 – Détermination des constantes C_1 et C_2 de la loi WLF suivant l'équation (4.9)

En résumé, la loi WLF peut donc s'identifier selon les trois étapes suivantes :

- On détermine d'abord le coefficient de translation a_T pour chaque température de référence T_{ref} suivant l'équation (4.8) (4.5) ;
- On ajuste ensuite ces constantes de la loi WLF par rapport l'expression (4.9) (figure 4.6) ;

- Finalement, avec des constantes C_1 et C_2 déterminés à une température de référence, on peut identifier la loi WLF pour toute autre température (équations (4.10) et (4.11)).

Les constantes de la loi WLF à une température de référence $T = 0^\circ\text{C}$ du liant 50/70 sont données dans le tableau 4.3.4 :

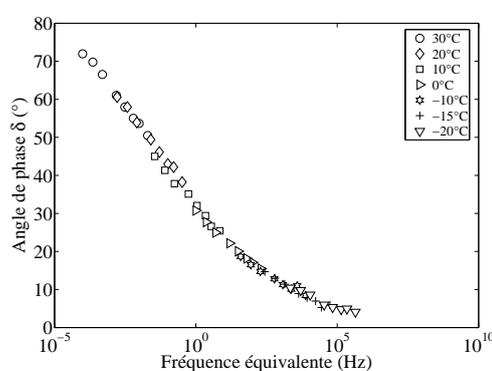
Bitume	C_1 ($^\circ\text{C}^{-1}$)	C_2 ($^\circ\text{C}$)
50/70	32.5	213.3

TAB. 4.4 – Les constantes C_1 et C_2 de la loi WLF du bitume 50/70 à une température de référence $\theta_{ref} = 0^\circ\text{C}$

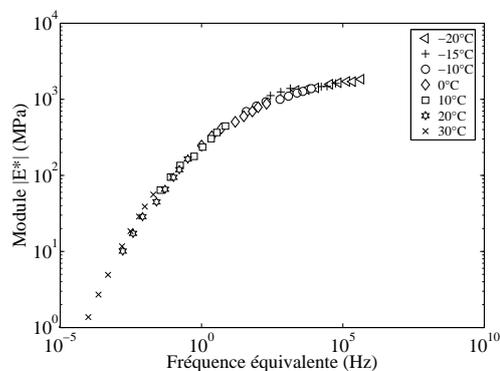
4.3.5 Courbe maîtresse

La construction de la courbe maîtresse s'opère grâce à de simples translations parallèlement à l'axe des fréquences de chaque isotherme (figure 4.2). Ces translations s'articulent autour de l'isotherme correspondant à la température de référence jusqu'à superposition des points de même ordonnée (figure 4.7).

Dans les parties §4.3.2 et §4.3.4, on a présenté la méthode pour déterminer le coefficient de translation et la loi WLF. Cette courbe maîtresse permet d'obtenir des valeurs de module pour des fréquences inaccessibles par l'expérimentation. Les courbes de la figure 4.7 sont déterminées pour la température de référence $T_{ref} = 0^\circ\text{C}$.



(a) L'angle de phase $\delta(\omega)$ en fonction de la fréquence équivalente



(b) Le module complexe $|E^*(\omega)|$ en fonction de la fréquence équivalente

FIG. 4.7 – Comparaison des courbes maîtresses du module complexe et de l'angle de phase à la température de référence ($T_{ref} = 0^\circ\text{C}$) pour le bitume pur 50/70

Les données de ces courbes maîtresses (Module $|E^*|$, angle de phase δ , fréquence équivalente f) servent de base pour identifier les paramètres des séries de Prony que nous allons développer dans les parties suivantes.

4.4 Identification des séries de Prony

Les propriétés mécaniques des matériaux viscoélastiques linéaires sont souvent déterminées à partir des essais sur des éprouvettes soumises à l'excitation transitoire ou sinusoïdale en régime permanent.

De nombreuses expressions analytiques de comportement viscoélastique linéaire sont proposées avec les travaux de Ferry [63] et de Tschoegl [177, 174, 175, 176]. Ces dernières représentations se basent sur la décomposition exponentielle souvent connue sous forme des séries de « Prony » ou de « Dirichlet ». Les séries de Prony dont le modèle rhéologique est composé des éléments de Maxwell en parallèle sont largement utilisées.

4.4.1 Définition des séries de Prony

Dans le cas des matériaux non vieillissants, l'expression générale du comportement viscoélastique linéaire isotherme s'écrit (Ehrlacher [58]) :

$$\sigma_t = \int_{-\infty}^t R(t-u) \dot{\epsilon}(u) du \quad (4.12)$$

avec $R(t)$ et $\dot{\epsilon}(t)$ sont respectivement la fonction de relaxation et la vitesse de déformation.

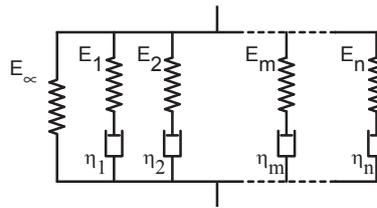


FIG. 4.8 – Modèle viscoélastique Maxwell généralisé

Dans le cas d'un modèle Maxwell généralisé que l'on a vu au chapitre §1.4.4, la fonction de relaxation $R(t)$ peut s'écrire :

$$R(t) = E_{\infty} + \sum E_i e^{-t/\tau_i} \quad (4.13)$$

avec τ_i le temps de relaxation élémentaire $\tau_i = \eta_i/E_i$. On en déduit alors :

$$E_0 = R(t=0) = E_{\infty} + \sum E_i \quad (4.14)$$

On définit ensuite les termes adimensionnels des séries de Prony :

$$g_i = \frac{E_i}{E_0}; \quad g_{\infty} = \frac{E_{\infty}}{E_0} = 1 - \sum g_i \quad (4.15)$$

Les séries de Prony en fonction de ces termes adimensionnels s'expriment comme suit (Abaqus [84]) :

$$g_R(t) = 1 - \sum g_i (1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (4.16)$$

On remarque que les séries de Prony a un rapport direct avec les module de rigidité du modèle de Maxwell. Dans la partie suivante, on va examiner la méthode pour déterminer ces modules élémentaires afin d'identifier les séries de Prony.

4.4.2 Calage des séries de Prony

Dans cette section, on va examiner l'identification des séries de Prony par deux optimisations (Hammoum [74]). La première optimisation se base sur la méthode linéaire des moindres carrés (Coleman [37]). Les résultats de cette première optimisation se sert le départ pour la deuxième optimisation non-linéaire qui s'ajuste simultanément sur les valeurs de E_0 , E_i et τ_i .

Selon l'équation (1.4), le module complexe est défini par sa norme et son angle de phase :

$$E = |E^*| (\cos(\delta) + \iota \sin(\delta)) \quad (4.17)$$

On en déduit ensuite la partie réelle et imaginaire de ce module qui seront utilisées plus loin dans la première optimisation des séries Prony (l'équation [4.23]).

$$E'(w) = |E^*| \cos(\delta) \quad E''(w) = |E^*| \sin(\delta) \quad (4.18)$$

On retrouve ainsi $E'(w)$, $E''(w)$ qui sont respectivement le module élastique et le module de perte :

$$E'(w) = E_\infty + \sum_{i=1}^N E_i \frac{(\tau_i w)^2}{1 + (\tau_i w)^2} \quad E''(w) = \sum_{i=1}^N E_i \frac{\tau_i w}{1 + (\tau_i w)^2} \quad (4.19)$$

avec w étant la fréquence angulaire et N étant le nombre d'éléments des séries de Prony.

Première optimisation linéaire

Pour la première optimisation, on adopte d'abord le nombre d'éléments de séries Prony permettant de définir l'intervalle de temps de relaxation τ_i correspondante. On définit puis les matrices constituant les deux systèmes linéaires suivants :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{B}' \\ \mathbf{B}'' \end{bmatrix}_{m,n} &= \begin{bmatrix} \frac{(w_m \tau_n)^2}{1 + (w_m \tau_n)^2} \\ \frac{(w_m \tau_n)}{1 + (w_m \tau_n)^2} \end{bmatrix} & \mathbf{I}_m &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Nous posons ensuite :

$$\mathbf{B}]_{2m,n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m & \mathbf{B}' \\ \mathbf{I}_m & \mathbf{B}'' \end{bmatrix} \quad \mathbf{E}]_m = \begin{bmatrix} E_\infty \\ E_1 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

On obtient finalement le système linéaire suivant :

$$\mathbf{B}]_{2m,n+1} \mathbf{E}]_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}'(w)]_m \\ \mathbf{E}''(w)]_m \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Dans notre cas, le nombre des équations indépendante $2m$ est considéré plus important que le nombre d'inconnus $n+1$. Il n'existe pas de solution satisfaisant toutes ces équations. Cependant, le problème peut être résolu grâce à la méthode des moindres carrés. Il s'agit de minimiser la norme du vecteur d'erreur :

$$e = \mathbf{B}]_{2m,n+1} \mathbf{E}]_{n+1} - \begin{bmatrix} \mathbf{E}'(w)]_m \\ \mathbf{E}''(w)]_m \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

d'où $[E'(w)]_m$ et $[E''(w)]_m$ sont les données expérimentales déterminées suivant l'équation 4.19.

Le problème consiste donc à minimiser la fonction objective suivante en fonction des coefficients E_i :

$$J = \frac{1}{2} \|e\|^2 = \frac{1}{2} \left\| [B]_{2m,n+1} [E]_{n+1} - \begin{pmatrix} [E'(w)]_m \\ [E''(w)]_m \end{pmatrix} \right\|^2 \quad (4.24)$$

Les figures [4.9], [4.10], [4.11] et [4.12] décrivent la première optimisation avec 13 termes des séries de Prony ($n=13$) à partir des données de la courbe maîtresse (§4.3.5) du liant bitumineux 50/70 étudié (§4.2).

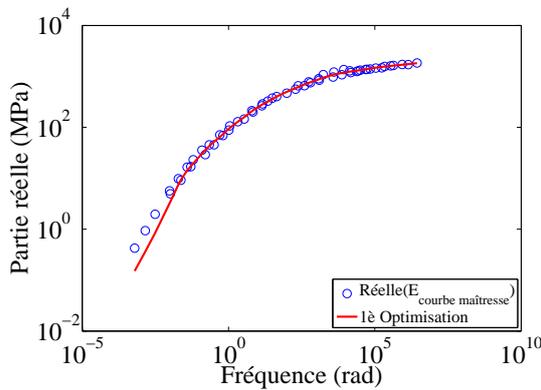


FIG. 4.9 – Partie réelle en fonction de la fréquence

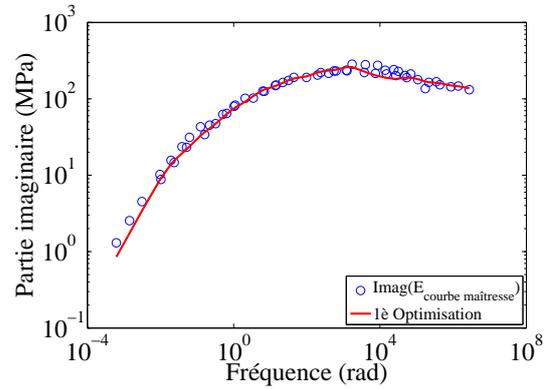


FIG. 4.10 – Partie imaginaire en fonction de la fréquence

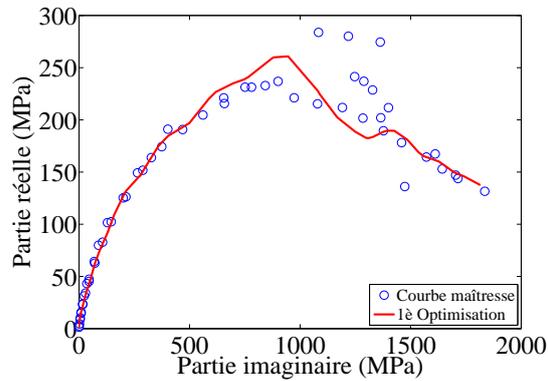


FIG. 4.11 – Partie réelle en fonction de partie imaginaire

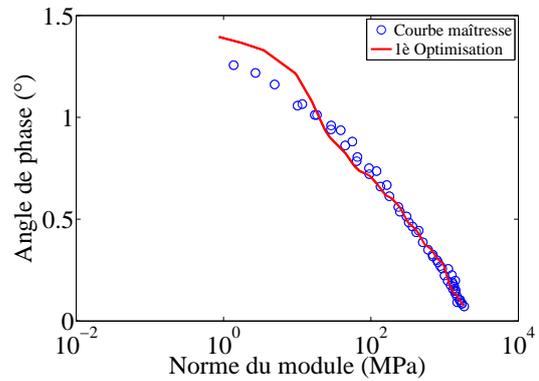


FIG. 4.12 – Norme du module complexe en fonction de l'angle de phase

Les figures (??) montrent sur le même graphe la courbe tracée à partir des données de la courbe maîtresse et la courbe de la première optimisation selon l'équation (4.24). On remarque que pour les hautes fréquences, les termes des séries de Prony de la première optimisation superposent avec les données de la courbe maîtresse. Cependant, pour les basses fréquences (ou temps de relaxation important), les deux courbes s'écartent. Une deuxième optimisation va permettre donc d'avoir une solution plus précise.

Deuxième optimisation non-linéaire

Dans la deuxième optimisation, la méthode non-linéaire des moindres carrés (cf. Denis [45], Coleman [36] et Marquardt [114]) s'effectue sur E_0 , E_i et τ_i simultanément. Les valeurs identifiées à l'issue de la première optimisation sont utilisées comme des valeurs de départ. Dans ce cas, la fonction à minimiser est la suivante :

$$J' = \left| \log([B]_{2m,n+1} [E]_{n+1}) - \log \begin{bmatrix} [E'(w)]_m \\ [E''(w)]_m \end{bmatrix} \right|^2 \quad (4.25)$$

Les figures (??) permettent de comparer les courbes de la deuxième optimisation avec celles de la première optimisation et les données à l'issue la courbe maîtresse (§4.3.5).

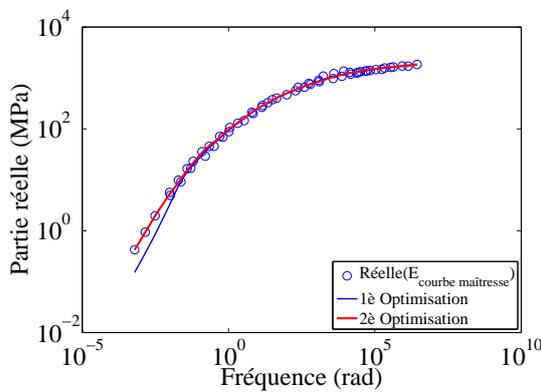


FIG. 4.13 – Partie réelle

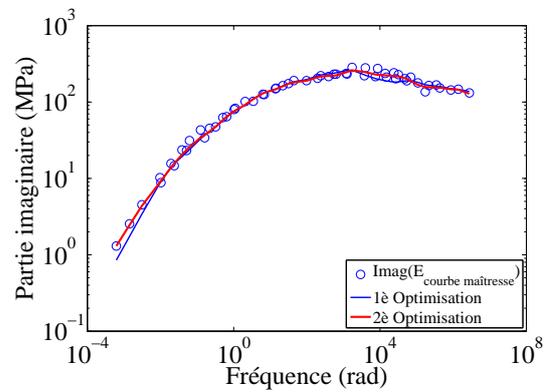


FIG. 4.14 – Partie imaginaire

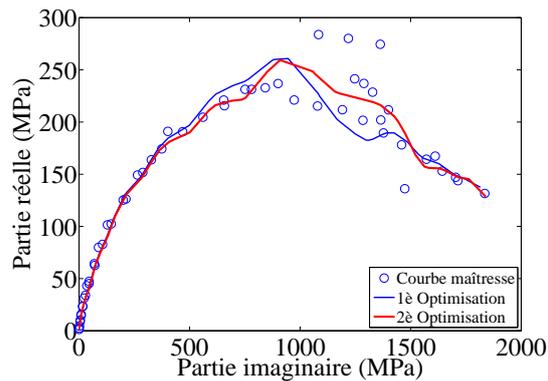


FIG. 4.15 – Partie imaginaire en fonction de partie réelle

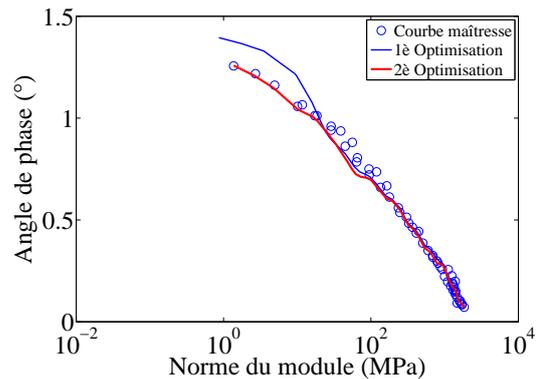
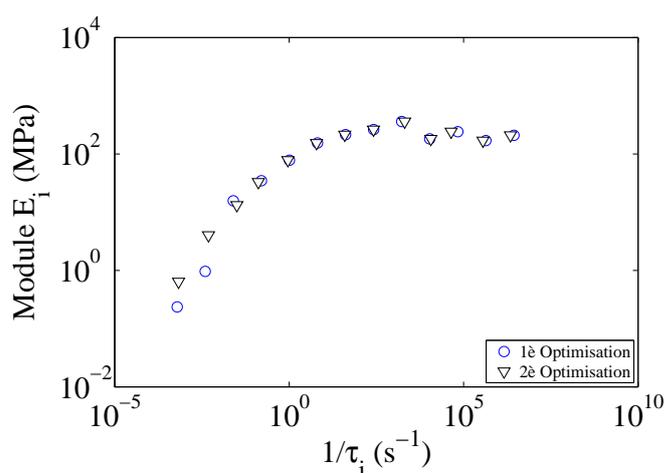


FIG. 4.16 – Norme du module complexe en fonction de l'angle de phase

On y constate que les courbes de la deuxième optimisation s'approchent plus des courbes expérimentales que les courbes de la première optimisation. Cependant, la première optimisation linéaire est nécessaire pour exploiter les valeurs obtenus pour la deuxième optimisation non linéaire.

La figure 4.17 illustre le calage des séries de Prony pour une température de référence $T = 0^\circ\text{C}$ à partir des données de module complexe abordées dans le chapitre §4.3.1. Ces données expérimentales s'étendent sur une gamme de températures variant de -20°C à 30°C et de fréquences variant de 1Hz à 200Hz.

Le nombre total d'éléments de séries de Prony se limite à 13 termes. Il permet d'avoir à la fois une précision suffisante et un calcul moins coûteux. On trouve une bonne concordance entre la courbe expérimentale et la courbe du calage. Les valeurs de ces paramètres sont reportées dans le tableau 4.5.



τ_i (s)	E_i (MPa)	g_i
4.5193e-7	209.54	0.1088
2.7700e-6	169.85	0.0882
2.2619e-5	241.61	0.1255
8.6478e-5	181.83	0.0945
4.8937e-4	361.46	0.1878
3.8110e-3	263.58	0.1369
2.5953e-2	216.55	0.1125
1.6925e-1	153.13	0.0795
1.19616e0	82.152	0.0427
1.0372e+1	32.090	0.0167
3.9520e+1	8.6986	0.0045
2.2120e+2	3.8924	0.0020
1.6500e+3	5.4526	0.0003

FIG. 4.17 – Identification des séries de Prony (13 termes) à $T = 0^\circ\text{C}$ du bitume de grade 50/70

TAB. 4.5 – Tableau récapitulatif des valeurs des séries de Prony à une température $T = 0^\circ\text{C}$. Le module $E_\infty = 0.0623684$ MPa.

4.5 Validation numérique

Dans le chapitre §4.4, on a présenté la méthode de calage des séries de Prony à partir des données expérimentales dans le domaine fréquentiel. L'essai de Rupture local de bitume est un essai monotone dans le domaine temporel, on doit effectuer une vérification de ce calage du domaine fréquentiel au domaine temporel à l'aide d'un essai de fluage sur barreau.

Comme nous avons présenté dans le chapitre §1.4.1, l'essai de fluage sur barreau (BBR) est un essai spécialement conçu pour effectuer des mesures fondamentales sur les liant bitumineux à basses températures. Un barreau de bitume est conditionné dans un bain d'alcool à une température contrôlée. Le barreau est ensuite soumis à une charge constante de 100g en son milieu. Au cours de l'essai, on relève la déflexion au milieu du barreau en tenant compte également de la phase de déchargement.

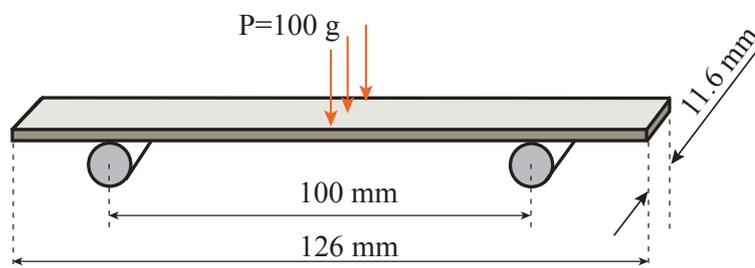


FIG. 4.18 – La géométrie et le chargement du barreau de l'essai de fluage "Bending Beam Rheometer"

Avec le bitume pur de grade 50/70, on a réalisé les essais de fluage sur barreau aux trois températures suivantes (-12°C , -18°C et -24°C) (cf. chapitre §4.2).

4.5.1 Modélisation

Nous présentons sur la figure 4.19 le maillage qui a servi aux calculs numériques. En raison de la géométrie symétrique, on ne distingue que la moitié de la poutre en appliquant la condition de symétrie correspondante.

On adopte dans notre calcul l'hypothèse de contrainte plane. On applique donc un chargement linéaire en tenant compte de la condition symétrique.

Le maillage se compose de 3772 éléments triangulaires linéaires à 3 nœuds (CPS3). Le nombre de nœuds total pour ce maillage est de 4052 nœuds.

Concernant le coefficient de Poisson, les travaux de Shaterzadeh [160] et Maillard [108] montre que ce paramètre est souvent pris égal à 0.5 aux moyennes et hautes températures pour les bitumes et liants bitumineux seul. Dans notre modélisation, ce coefficient est déterminé sur la phase d'étiement de l'essai de Rupture locale des bitumes en ajustant la courbe expérimentale et numérique force-déplacement. Nous allons revenir sur ce sujet en plus de détails au chapitre § refchap6. Le résultat de notre ajustement donne une valeur aux alentours de 0.49, qui est très proche par rapport à la littérature. On remarque d'ailleurs que dans cet essai de fluage du barreau, la déflexion dépend infinitésimalement du coefficient de Poisson. On adopte donc la valeur $\nu = 0.49$.

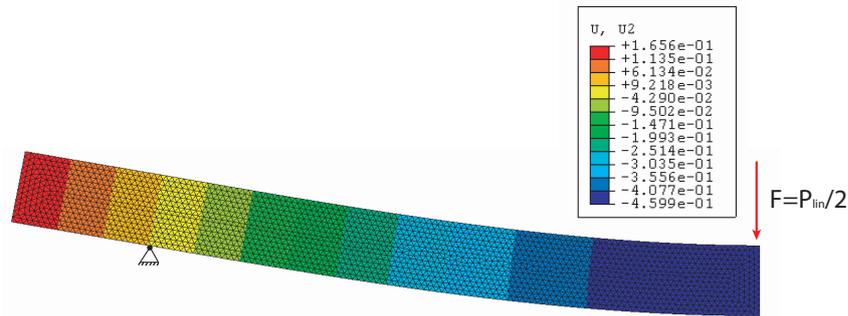


FIG. 4.19 – Maillage, les conditions aux limites et le chargement de l'essai de fluage. Le champ de déformation verticale aux nœuds U_2 à la fin du chargement ($t = 240s$) du barreau en liant du grade 50/70 à $T = -18^\circ C$

4.5.2 Résultats

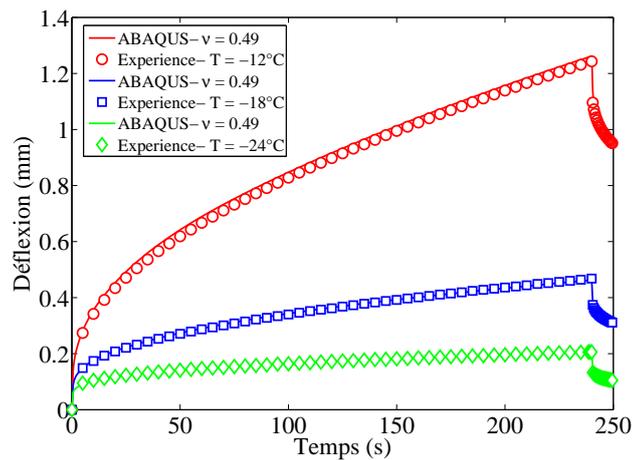


FIG. 4.20 – Validation de l'identification rhéologique du liant pur 50/70 : Comparaison des déflexions expérimentales et modélisées de l'essai de fluage sur barreau aux trois températures ($-12^\circ C$, $-18^\circ C$ et $-24^\circ C$) durant les phases de chargement et de recouvrance.

La comparaison entre le calcul numérique et les résultats expérimentaux montre une bonne correspondance dans l'évolution de la déflexion pour trois températures testées. Les courbes se superposent pendant toute la durée de l'essai (le chargement et la recouvrance). La figure 4.20 montre clairement la pertinence de l'identification rhéologiques dans le domaine temporel à partir des données Métravib. Elle confirme également l'exactitude de la modélisation numérique du comportement viscoélastique à l'aide du code Abaqus.

4.6 Conclusion

Le chapitre §4 de ce rapport est consacré à l'étude sur l'identification du comportement rhéologique du liant bitumineux. Ce travail permet de cerner les aspects matériau afin de mieux évaluer la fissuration.

Ce chapitre s'emploie d'abord à examiner le comportement viscoélastique du matériau dans le domaine fréquentiel à partir des résultats expérimentaux de l'essai module complexe. L'analyse a montré que le liant utilisé obéit au principe d'équivalence temps-température. Nous avons ensuite déterminé les constantes de la loi WLF [184] permettant d'extrapoler les mesures aux températures non-accessibles expérimentalement.

Nous avons proposé ensuite de caractériser la rhéologie du liant dans le domaine temporel sous forme des séries de Prony à l'aide de la courbe maîtresse construite dans le domaine fréquentiel. Cette identification fait appel à deux optimisations. Si la première optimisation linéaire montre un écart sur les basses fréquences entre les courbes d'expérience et d'ajustement, la deuxième optimisation non-linéaire améliore considérablement le résultat.

Le calage des séries de Prony relève que dans notre gamme de fréquence et de température, le liant pur testé est plus sensible avec la variation de température que la variation en fréquence. C'est pour cela, nous avons choisi de travailler davantage sur une large gamme de températures que la gamme de fréquence. La gamme des temps de relaxation du modèle est ainsi plus étendue.

Finalement, nous avons proposé une validation de cette identification rhéologique avec les données de l'essai de fluage sur barreau BBR⁸ présenté dans le paragraphe §1.4.1. La comparaison des courbes expérimentale et numérique montre une parfaite superposition.

⁸ *Beam Bending Rheometer* : Essai de caractérisation rhéologique du liant dans le domaine temporel

Chapitre 5

Essai de rupture locale sur bitume

Sommaire

5.1	Introduction	91
5.2	Principe de l'essai	92
5.3	Dispositif expérimental	93
5.4	Déroulement d'un essai	95
5.4.1	Préparation de la machine d'essai et confection des échantillons	95
5.4.2	Précharge	95
5.4.3	Phase de traction	96
5.4.4	Phase de séparation finale	98
5.4.5	Interprétation de l'essai de rupture locale	98
5.5	Répétabilité	99
5.6	Effet de la vitesse de sollicitation	104
5.7	Effet de la température d'essai	106
5.8	Conclusion	107

5.1 Introduction

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, il existe différents tests pour évaluer la résistance à la fissuration des bitumes. La plupart de ces tests sont normalisés (Frasss, traction directe sur éprouvette haltère, mouton-pendule) mais leur représentativité vis à vis des conditions réellement rencontrées sur une chaussée limite leur interprétation. Le problème de la pertinence de ces tests n'est pas résolue d'autant que dans la réalité le bitume se présente en film mince et non en masse.

Dans ce chapitre, nous proposons de décrire le nouvel essai (voir section §5.3) dit *essai de RUpture LOcale sur Bitume*. Cet essai a été conçu et mis en place au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

L'objectif premier de l'essai est de reproduire la répartition du bitume au pseudo-contact tel qu'il se présente entre deux granulats dans un enrobé bitumineux. L'idée exploitée a été de créer un rétrécissement local entre deux protubérances. Le rapprochement des deux protubérances met en compression le bitume. Au final, on retrouve une éprouvette avec une épaisseur minimale au niveau de l'axe des protubérances.

La géométrie des deux protubérances a été choisi de façon à avoir une concentration de contraintes à l'interstice centrale et une propagation de fissure à partir de l'axe de révolution des protubérances. Une traction uniaxiale est appliquée à l'échantillon de bitume afin de reproduire l'initiation et la propagation d'une fissure confinée entre deux granulats. Le mode opératoire de cet essai est décrit dans le paragraphe §5.3. On verra ensuite l'exploitation de l'essai avec l'examen de la réponse d'un essai type.

Afin de cerner l'exactitude des résultats fournis avec cet essai, on aborde la question de répétabilité de l'essai avec la mise en place d'un critère de rejet. Concernant la dépendance vis-à-vis des conditions d'essai, nous donnerons un aperçu sur les effets de la vitesse de sollicitation et de la température d'essai permettant d'appréhender le comportement rhéologique du bitume et le comportement à la fissuration.

5.2 Principe de l'essai

Afin d'étudier le comportement du bitume vis à vis de la fissuration et de l'autoréparation, le LCPC⁹ a développé un nouvel essai afin d'évaluer la contribution du bitume au phénomène de fissuration des enrobés, l'idée proposée par Stefani [168] consiste à simuler en laboratoire, la rupture et l'autoréparation d'un film mince de bitume soumis à des sollicitations répétées, dans la même configuration que celle rencontrée entre deux granulats dans un enrobé bitumineux. Or, dans un enrobé bitumineux, le bitume ne se présente ni en masse, ni en pellicule et ce n'est qu'au pseudo contact des granulats qu'existe une direction privilégiée selon laquelle une épaisseur est définissable.

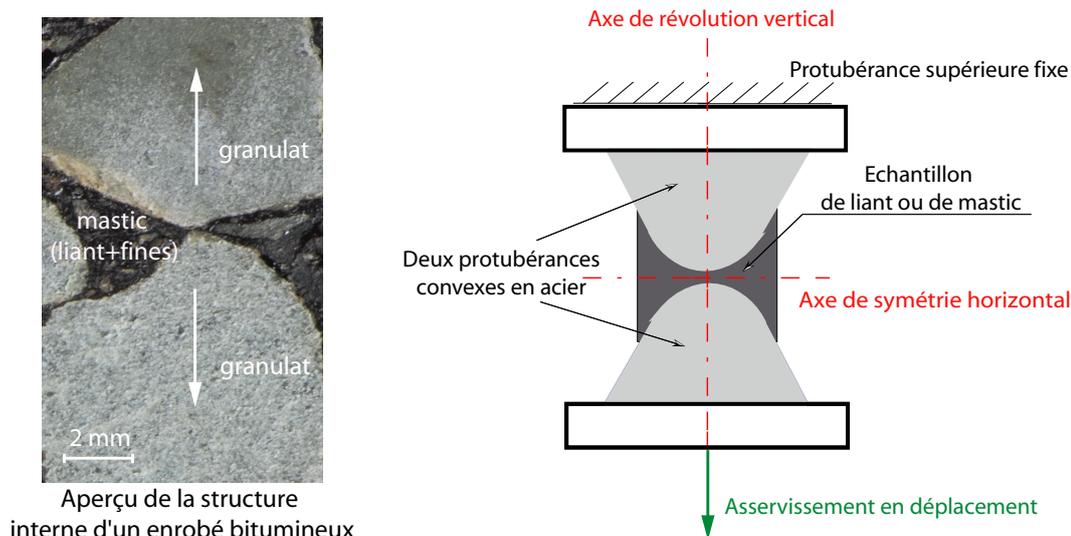


FIG. 5.1 – Visualisation d'un pseudo-contact granulaire et représentation en laboratoire

Ce nouvel essai a été conçu donc de manière à prendre en compte les constatations suivantes :

- Le passage d'un poids lourd induit des déformations de flexion dans la structure de la chaussée. Le matériau lié, situé à la base de la structure est soumis à un effort de traction ;
- De par son squelette granulaire, un enrobé bitumineux est un matériau composite hétérogène composé essentiellement de granulats de taille donnée et de bitume en film mince d'épaisseur variable enrobant ces granulats (Duriez [56], Hammoum [75]) ;
- L'examen des surfaces de rupture d'un enrobé dégradé par fatigue indique que la fissure s'est propagée dans le film de bitume entre les granulats (Moutier [123], Castaneda [23]) ;
- Lors du passage d'une charge, les contraintes et les déformations maximales se situent dans les zones où l'épaisseur de bitume est la plus faible et où la courbure des granulats est la plus prononcée. Ces zones constituent des lieux privilégiés pour l'initiation de la fissure.

Ainsi, le principe de l'essai proposé par Stefani [169] en 1988 repose sur la géométrie particulière de l'échantillon qui se présente sous forme d'un film mince de bitume pris entre deux protubérances convexes en acier. Les dimensions des protubérances correspondent à une classe granulométrique donnée.

⁹Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées

La rupture de l'échantillon est obtenue en appliquant un étirement à une vitesse de déformation imposée sur le film mince. Compte tenu de la géométrie retenue, cette rupture prend naissance à l'intérieur du film de bitume en formant une cavité circulaire au centre de l'éprouvette. Les conditions d'initiation et de propagation de la fissure sont uniquement dépendantes des conditions expérimentales et des caractéristiques du matériau.

Pour les besoins des études sur l'autoréparation, l'essai de rupture locale présente un avantage supplémentaire. En effet, tant que cette fissure ne débouche pas à l'extérieur, elle est protégée de toutes pollutions externes (air, poussière). Afin d'étudier l'effet de la répétition des chargements, on choisit les conditions expérimentales appropriées qui évitent à ce que la cavité ne débouche à la périphérie de l'éprouvette.

Enfin, en faisant suivre chaque phase de traction par une période de temps où le dispositif retrouve sa configuration initiale, nous simulons le retour à la position de repos de l'enrobé entre deux chargements. Ces phases de repos, d'une durée variable, permettent à la fois d'étudier l'effet des sollicitations répétées et les propriétés d'autoréparation du matériau testé. Dans le cadre de ce travail de thèse, on applique un seul chargement monotone pour étudier uniquement la phase d'ouverture d'une fissure. Par conséquent, le problème d'autoréparation ne sera pas abordée.

5.3 Dispositif expérimental

Cet essai a été mis en œuvre sur une presse de traction électromécanique initialement conçue pour l'étude du comportement en traction d'éprouvettes cylindriques d'enrobés (Moutier [107]). Cette presse, présente notamment l'avantage d'avoir une grande rigidité.

La grande rigidité de cette presse, appelée *Machine Asservie pour Essais Rhéologiques (MAER, cf. figure 5.3)*, garantit le contrôle du chargement avec une grande précision. L'erreur sur la déformation relative réelle par rapport à la consigne est constamment inférieure à 1%. Dans le but de déterminer les propriétés à la rupture dans le domaine « fragile », l'essai est réalisé dans une enceinte climatique permettant d'atteindre des températures basses de l'ordre -20°C , avec une précision de 0,6 à 1°C .

Le logiciel de pilotage a été développé en collaboration avec le *CECP*¹⁰ d'Angers. Il permet notamment le changement de mode de pilotage (force ou déplacement) au cours d'un essai.

La presse est équipée d'un capteur de force HBM et de trois capteurs de déplacement LVDT dont les caractéristiques sont données dans l'Annexe B. Les signaux d'effort et de déplacement sont enregistrés à chaque instant de l'essai.

Un premier dispositif a été conçu et la faisabilité d'un tel essai a été évalué à la fois sur des produits bitumineux et sur des mastics (Roth [149], Brachet [17] et Jurine [93]). À partir de ces résultats et afin d'optimiser les conditions d'essais, des améliorations ont été apportées au dispositif expérimental (Chenevez [28]).

Le dispositif retenu est représenté sur la figure 5.3 et est appelé *dispositif porte-échantillon*. Il est constitué de deux porte-échantillons en acier dont les protubérances centrales mises face à face représentent la zone de contact entre deux granulats de 6 mm de rayon. Chaque protubérance est

¹⁰Centre d'Études et de Conception de Prototypes, composante du Réseau Scientifique et Technique



FIG. 5.2 – La Machine Asservie pour Essais Rhéologiques, MAER

constituée d'un tronc de cône terminé par une calotte sphérique de rayon égal à 6 mm . Le rayon de l'échantillon en place est égal à $R = 8.0 \text{ mm}$.

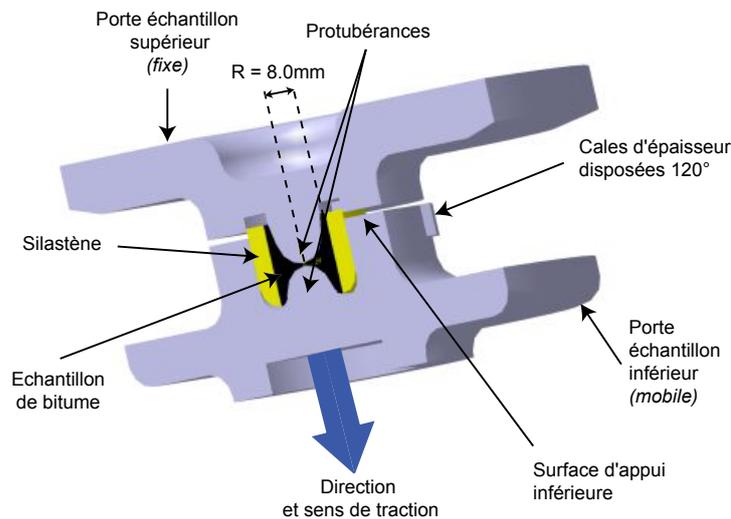


FIG. 5.3 – Représentation en coupe du dispositif porte-échantillon de l'essai de Rupture Locale Répétée du Bitume (Maillard [108])

Une telle géométrie assure, dans une éprouvette non fissurée, une concentration de 90% de la force de traction dans une zone de rayon 3 mm autour de l'axe des protubérances. Cette concentration constitue ainsi une solution intéressante pour favoriser l'apparition de la fissure au centre de l'éprouvette.

Le porte-échantillon supérieur est relié au bras supérieur fixe de la presse de traction. Ce bras supérieur est accroché au peson de force de la presse de traction.

Le porte-échantillon inférieur est placé sur le bras inférieur de la MAER qui est relié au moteur de la presse. Cette pièce possède trois lumières réparties à 120° (figure 5.3) pour l'insertion des cales d'appui utilisées afin de faire varier l'épaisseur initiale du film de bitume. Les jeux de cales à notre disposition nous permettent de travailler avec des épaisseurs dans l'axe comprises entre 70 et $320 \mu\text{m}$.

5.4 Déroulement d'un essai

Dans cette partie, on décrit le protocole expérimental avec les étapes à suivre dans la préparation des échantillons de bitume. On présentera les différentes phases de l'essai de rupture locale. Puis, on abordera les paramètres de pilotage de l'essai permettant de caractériser le comportement du bitume en film mince.

5.4.1 Préparation de la machine d'essai et confection des échantillons

L'essai de rupture locale proprement dit demande une préparation de la machine d'essai munie de son système porte-échantillon et la confection des échantillons de bitume dans des conditions bien déterminées.

Les surfaces des protubérances convexes doivent être propres et sèches. On applique si nécessaire un traitement final avec de l'éthanol pur pour bien nettoyer les surfaces. Les protubérances sont ensuite montées sur les bras inférieur et supérieur de la presse de traction puis elles sont maintenues à 65° C dans la cellule thermostatée. La coaxialité des protubérances est assurée à l'aide d'un dispositif de centrage (figure 5.3).

Afin de maîtriser la quantité de bitume utilisée à chaque essai, on prépare des échantillons de bitume de forme cylindrique ($\Phi = 16\text{mm}$, $h = 8\text{mm}$) dans un moule en silastène à une température θ_{coulage} dépendant de la consistance du bitume. La température θ_{coulage} doit être supérieure de 20° C à la température de ramollissement bille-anneau (cite Norme-TBA).

Le moule est placé ensuite dans l'étuve à 150° C pendant 15min afin d'éliminer les bulles d'air qui ont pu être piégées lors du coulage, les bulles d'air remontées à la surface de l'échantillon sont ainsi éliminées à l'aide d'une aiguille.

Après refroidissement à la température ambiante pendant 1 heure, l'échantillon est arasée puis conditionnée dans une étuve à 0° C pendant 2 heures. Avant le début d'un essai, on démoule un échantillon de bitume pour le placer dans une bague de silastène puis on place l'ensemble sur la protubérance inférieure préalablement portée à une température de +65° C.

L'essai de rupture locale se décompose des trois phases suivantes :

- une phase de précharge ;
- une phase de chargement ;
- une phase de traction finale.

5.4.2 Précharge

Après 10 minutes à cette température, le bitume est suffisamment fluide pour assurer un mouillage correct du bitume sur les protubérances (Roth [149]).

On règle la valeur de la force à zéro et on met en contact les cales du porte-échantillon inférieur avec le porte-échantillon supérieur sous une compression de 5 daN.

L'étude menée sur le protocole expérimental par (Daouben [109] et Maillard [110]) suggère que la phase de descente en température à force de compression constante soit suivie d'une légère "décom-

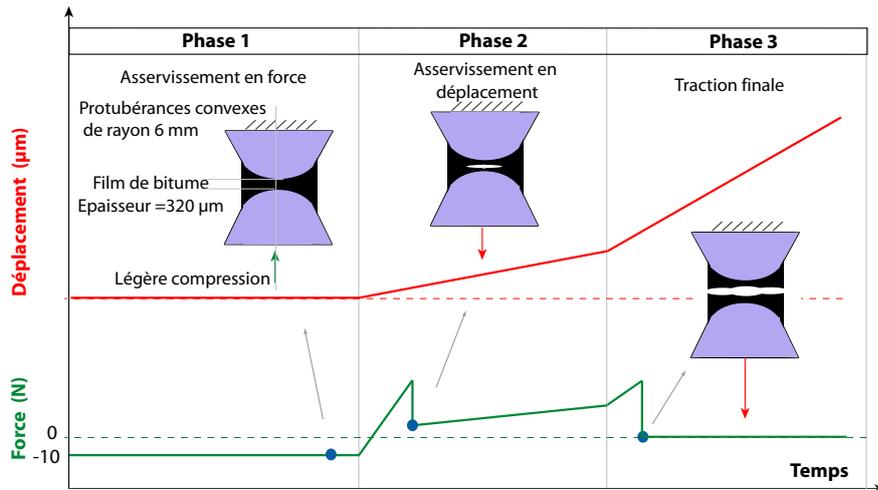


FIG. 5.4 – Les différentes phases d'un essai de rupture locale

pression" où la force passe de -5 daN à -1 daN pour récupérer d'éventuels jeux dans le système. Par contre, les enregistrements d'émission acoustique montrent également que lors de ce changement brutal de la force de compression pour passer à -1 daN , une fissure pouvait apparaître au cœur de l'échantillon.

Afin d'éviter ce problème, on a choisi de maintenir la force de compression constante jusqu'au début de la traction. Après avoir testé différentes valeurs d'effort de compression, celle de 5 daN a été retenue car elle assure une bonne répétabilité de l'essai tout en évitant le problème de création d'une pré-fissure avant même le démarrage de l'essai.

Afin de maintenir l'épaisseur du film de bitume, les porte-échantillons sont mis en légère compression pendant toute la phase de descente à la température d'essai fixée entre $(-20^\circ \text{C} \leq \theta_{essai} \leq +10^\circ \text{C})$.

Cependant, on impose volontairement une vitesse de descente de la température relativement lente avec $(0.5^\circ \text{C}/\text{min})$ afin de prévenir l'apparition de contraintes de traction dans l'échantillon.

5.4.3 Phase de traction

Lors de cette phase de sollicitation, nous avons choisi d'imposer à l'échantillon un déplacement permettant d'obtenir une vitesse de déformation $\dot{\epsilon}(t)$ constante au cours de l'essai.

$$\dot{\epsilon}(t) = \frac{\dot{l}}{l} = \frac{d}{dt} \ln \left(\frac{l(t)}{l_i} \right) = cste \quad (5.1)$$

Après intégration de l'équation 5.1, on retrouve une loi de chargement avec une forme exponentielle :

$$l(t) = \alpha e^{\beta t} \quad (5.2)$$

avec $l(0) = l_i$ et $l(t_f) = l_f$.

La loi de déplacement retenue est alors donnée par l'équation 5.3.

$$\frac{l(t)}{l_i} = \left(\frac{l_f}{l_i} \right)^{\frac{t}{t_f}} \quad (5.3)$$

où :

- $l(t)$ est la distance entre les protubérances dans l'axe de traction à l'instant t ;
- l_i représente l'épaisseur initiale de bitume ;
- l_f est la distance entre les protubérances à la fin de la phase de traction ;
- t_f est la durée de la phase de traction.

Au début de la phase de traction et quelles que soient les conditions d'essais, pour les valeurs de force comprises entre -5 et 0 daN, l'évolution de la force est linéaire avec le déplacement. Ceci correspond à une « décompression » progressive des cales d'épaisseur du système porte-échantillon. Le déplacement imposé à l'échantillon de bitume ne commence qu'à partir des valeurs de force positives.

Pour les grandes déformations :

$$\varepsilon = \ln \left(\frac{l}{l_0} \right) \quad (5.4)$$

Dans l'essai de Rulob, on impose une vitesse de déformation constante :

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{d}{dt} \left(\ln \frac{l(t)}{l_0} \right) = \text{constant} = B \quad (5.5)$$

On en déduit alors :

$$\ln \frac{l(t)}{l_0} = B \cdot t + \ln a \quad (5.6)$$

$$l(t) = l_0 e^{(Bt+a)} = l_0 \cdot A \cdot e^{Bt} \quad (5.7)$$

$$l(t) = A e^{Bt} \quad (5.8)$$

À partir des conditions limites, on peut déterminer les constants d'intégration A et B comme suit :

$$\begin{cases} l(t=0) = l_0 \\ l(t=t_f) = l_f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = l_0 \\ B = \frac{1}{t_f} \ln \frac{l_f}{l_0} \end{cases} \quad (5.9)$$

On obtient finalement :

$$l(t) = l_0 \left(\frac{l_f}{l_0} \right)^{t/t_f} \quad (5.10)$$

On en déduit la vitesse de déplacement $v(t)$ et la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$:

$$v(t) = \dot{l}(t) = \frac{l_0}{t_f} \ln \frac{l_f}{l_0} \left(\frac{l_f}{l_0} \right)^{t/t_f} \quad (5.11)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{t_f} \ln \frac{l_f}{l_0} \quad (5.12)$$

5.4.4 Phase de séparation finale

Afin de rompre complètement l'échantillon, une traction finale de $120\mu m$ pendant $120sec$ est effectuée. Il est alors possible d'observer et de caractériser les surfaces de rupture pour compléter l'étude expérimentale.

À l'issue de la traction finale, les deux surfaces de rupture de l'échantillon sont séparées. En fonction des conditions d'essai, ces surfaces présentent des anneaux concentriques qui semblent être liés aux conditions de propagation de la fissure.

Pour tous les essais, une photographie de chacune des surfaces de rupture est réalisée (figures ??). A chaque image est associée une photographie de calibrage de la surface de rupture.

5.4.5 Interprétation de l'essai de rupture locale

Au cours de la phase de traction, on enregistre une ou plusieurs chutes brutales de la force. Elles sont assimilées à la création puis à la propagation d'une fissure à l'intérieur de l'échantillon.

Comme nous le montrerons par la suite, en raison de la géométrie de l'éprouvette et de la concentration des contraintes qui en résulte en son centre, la fissure s'initie au centre de l'éprouvette et se propage d'une manière concentrique vers l'extérieur.

Une chute de force est suivie par une courbe dont la pente est plus faible. L'évolution de la courbe correspond à une diminution de la rigidité de l'éprouvette. Lorsque la rigidité de l'éprouvette devient nulle, la fissure s'est alors entièrement propagée dans l'échantillon.

En analysant l'évolution de l'effort en fonction du déplacement au cours de la phase de traction, il est donc possible de d'étudier le comportement à la fissuration du matériau.

La figure (5.5) présente la courbe force/déplacement obtenue pour un essai réalisé à $0^\circ C$, avec une épaisseur de film initiale de $320\mu m$ et un déplacement maximum de $110\mu m$ atteint en $10s$. Lors d'un étirement du film de bitume sans création de fissure, cette consigne correspond à une déformation maximale de 34 % au centre de l'éprouvette. Les valeurs de force sont mesurées aux bornes du porte-échantillon.

La réponse du matériau peut être décomposée en trois parties :

- OA :** Cette partie de la courbe correspond à la réponse classique d'un matériau viscoélastique soumis à une vitesse de déformation constante. La non-linéarité de cette courbe est liée au caractère visqueux de ce matériau à la température d'essai.
- AB :** La valeur d'effort montre une chute soudaine. Cette chute survient alors que le déplacement imposé continue à solliciter l'échantillon. Cette discontinuité peut être expliquée par l'apparition d'une fissure à l'intérieur de l'échantillon et une propagation instable de cette fissure. Ce phénomène pourrait être le déchirement soudain du bitume au moment où la contrainte au centre de l'échantillon atteint la contrainte limite de rupture, ce qui conduit à la chute d'effort.
- BC :** De même que dans la phase OA, cette courbe correspond à la réponse classique d'un matériau viscoélastique soumis à une vitesse de déformation constante mais avec une pente plus faible qui correspond à une chute de la rigidité globale de l'échantillon du fait de l'ouverture d'une fissure dans la phase AB. Comme précédemment, la non-linéarité pourrait être attribuée à la combinaison de deux phénomènes : la propagation de la fissure initiée en phase AB et les

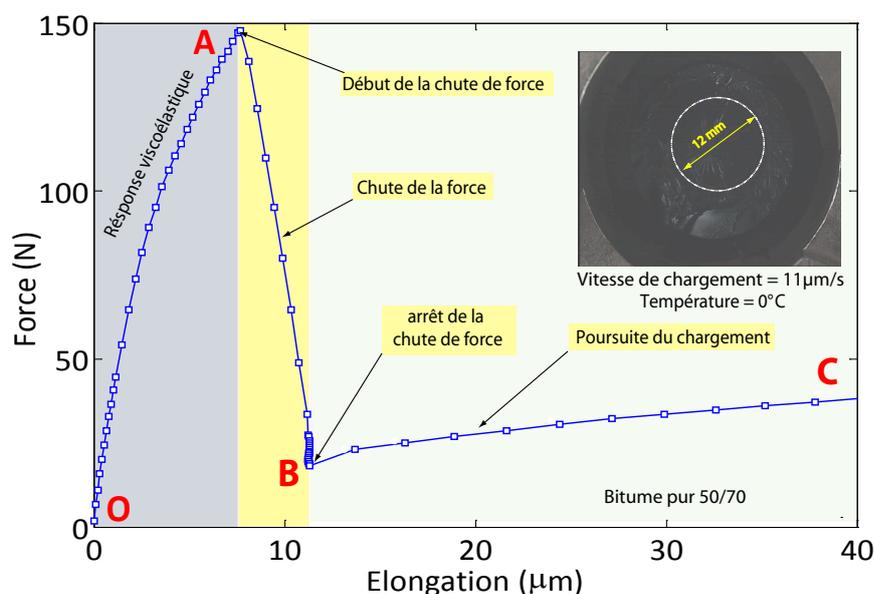


FIG. 5.5 – Interprétation d'un essai type

caractéristiques rhéologiques du bitume.

Selon les valeurs des paramètres retenues pour les essais et la nature du bitume, les courbes peuvent présenter une ou plusieurs discontinuités. Le nombre de discontinuités semble correspondre au nombre de phases de propagation d'une fissure concentrique s'étant propagées pendant l'essai du centre vers l'extérieur de l'échantillon. Ceci peut être illustré par les anneaux concentriques qui peuvent être observées après la séparation totale de l'échantillon à la fin de l'essai (figures 5.5)

5.5 Répétabilité

Afin d'obtenir une certaine exactitude sur les essais réalisés et d'évaluer les effets des paramètres d'essais sur le comportement à la fissuration des liants bitumineux. Il faut s'assurer que l'essai de rupture locale est répétable avec la mise en place des critères de rejet d'un essai.

Avec le protocole expérimental retenu, on peut réaliser des essais de rupture locale à différentes vitesses de déformation et à différentes températures.

Classiquement, les résultats d'essais de rupture (initiation et propagation) sont fortement dépendants à la fois des conditions de réalisation des échantillons et du matériel d'essai utilisés. Pour réduire la dispersion des résultats (Lemaître [103]), ces essais sont conduits avec de grandes précautions expérimentales.

Pour bien maîtriser les conditions de réalisations des échantillons, le protocole expérimental présenté dans le paragraphe §5.3 a été optimisé afin de garantir une répétabilité dans la confection des échantillons. Le protocole prévoit également la suppression des bulles d'air dans l'échantillon qui peuvent influencer sur la répétabilité des essais.

En règle générale, pour chaque condition expérimentale (bitume, vitesse, température), on effec-

tue au minimum deux essais (figure 5.6).

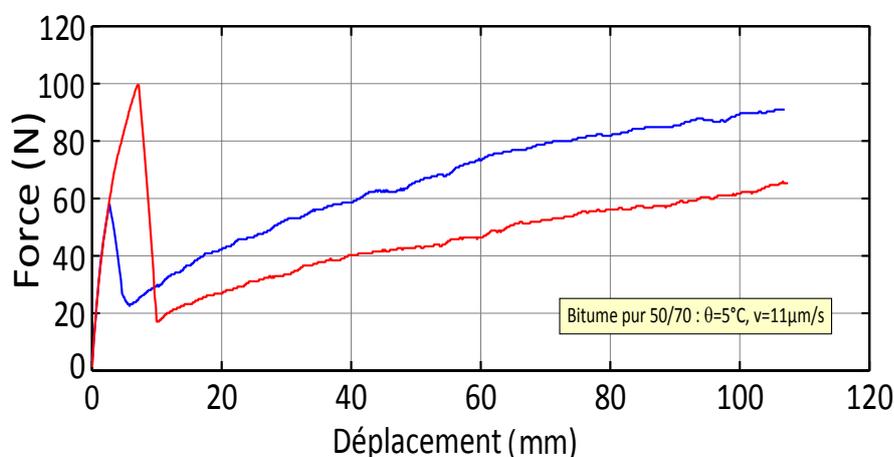


FIG. 5.6 – Test de répétabilité de l'essai de rupture locale

Puis, on compare les réponses obtenues à l'aide des deux critères suivants :

- 1- *la rigidité initiale* R_{ini} : Au début de l'essai, il n'y pas de présence de fissure (Maillard [110]), la rigidité initiale traduit le comportement rhéologique du matériau. Elle est évaluée en estimant la rigidité pour les points dont le déplacement est situé à $\pm 1.0 \mu m$ autour du 0 de force . Au regard du matériel utilisé, une variation de 5% de cette grandeur est tolérée.
- 2- *le déplacement et l'effort à la rupture* : Ces deux valeurs déterminent l'initiation et la propagation de la première fissure, elles représentent les caractéristiques de fissuration du matériau dans les conditions de l'essai. On peut s'attendre à ce que la dispersion sur ce point de rupture sur la courbe effort-déplacement soit plus importante que la dispersion sur la rigidité initiale, le seuil de tolérance est fixé à une variation de 20% sur le déplacement à la rupture.

Si l'un des deux critères n'est pas vérifié (figure 5.6), on effectue par un troisième essai (figure 5.7).

Dans la majorité des essais, le critère fondé sur la rigidité initiale est satisfaisant puisqu'il dépend surtout de la qualité de la régulation de l'enceinte et du respect de la vitesse de déformation demandée.

En revanche, le second critère défini par la valeur du déplacement à la rupture dépend des propriétés du matériau. Dans certains cas, il arrive que cette condition ne soit pas vérifiée malgré la répétition des essais. Dans ce cas, on analyse les essais individuellement.

Dans l'essai de rupture locale, les valeurs de déplacements à l'initiation et à l'arrêt de la fissure peuvent être déterminé à partir des mesures données par les capteurs de déplacements. On peut donc connaître le temps d'initiation et d'arrêt de la fissure au cours de l'essai. De la même manière, les valeurs de forces à l'initiation et à l'arrêt de la fissure peuvent être déterminé à partir des relevés de mesure fournis par le capteur de force.

On examine la répétabilité de l'essai de rupture locale pour des conditions expérimentales courantes i.e à une température de 0°C et à une vitesse de 11 $\mu m/s$. À partir des résultats d'essais répé-

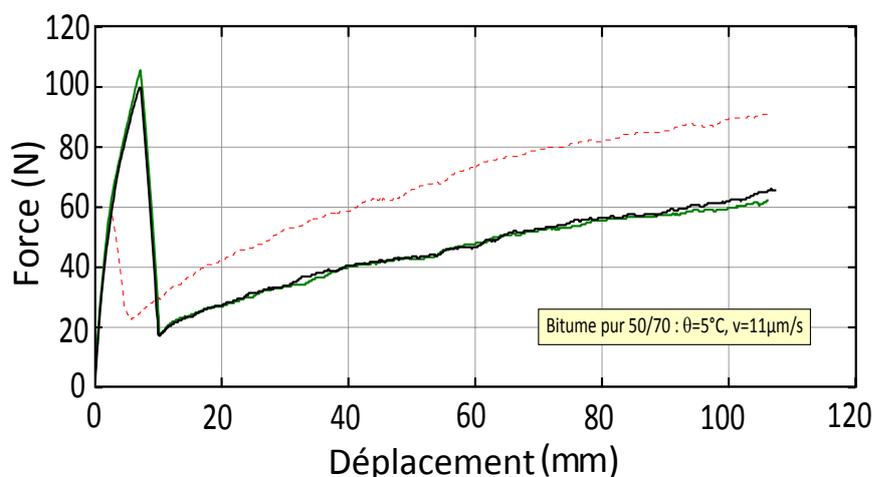


FIG. 5.7 – Test de répétabilité de l'essai de rupture locale

tables à 0 °C et $v = 11 \mu\text{m/s}$, on détermine les déplacements moyens liés à l'initiation et d'arrêt de fissure ainsi que le temps de propagation. Ces valeurs sont récapitulées dans le tableau ci-dessous :

N° Essai	F_{ini}^a (daN)	d_{ini}^b (μm)	F_{arr}^c (daN)	d_{arr}^d (μm)	a_f^e (mm)
1	14.77	7.68	1.83	11.34	12.2
2	14.16	7.08	1.83	10.66	12.3
3	14.04	6.66	1.77	10.26	12.1
4	13.43	6.82	1.83	10.32	10.0
Ecart type	0.55	0.45	0.03	0.50	1.10
Moyenne	14.10	7.06	1.82	10.65	11.65

^aLa valeur de la force liée au point d'initiation de la fissure

^bLa valeur du déplacement lié au point d'initiation de la fissure

^cLa valeur de la force liée au point d'arrêt de la fissure

^dLa valeur du déplacement lié au point d'arrêt de la fissure

^eLa taille de la fissure finale après la rupture

TAB. 5.1 – Les essais de répétabilité à une température de 0°C et à une vitesse de 11 $\mu\text{m/s}$

Les essais de répétabilité montrent que le protocole expérimental utilisé permet d'assurer une bonne répétabilité des essais.

En effet, ces courbes peuvent être comparées suivant différentes caractéristiques : pente initiale, force de traction à la première chute, déplacement correspondant à la première chute, nombre de chutes de forces. Les valeurs d'effort conduisant à la première chute montrent de très faibles écarts qui justifie les précautions prises lors de la confection des échantillons (absence de micro-bulles par exemple). La pente initiale, qui est représentative de la rigidité globale de l'échantillon est répétable également pour les conditions testées, de même que le nombre de chutes brutales d'effort.

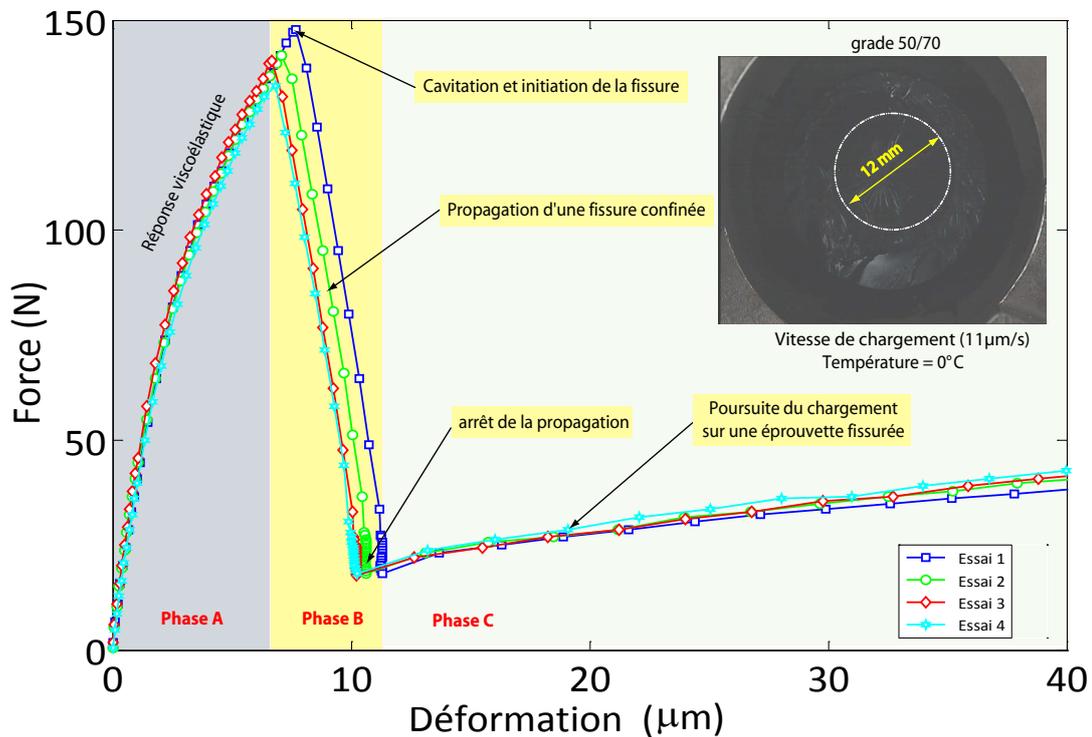


FIG. 5.8 – Évaluation de la répétabilité de l'essai de rupture locale ($\theta = 0^\circ\text{C}$ et $v = 11 \mu\text{m/s}$)

Exemple de mesure

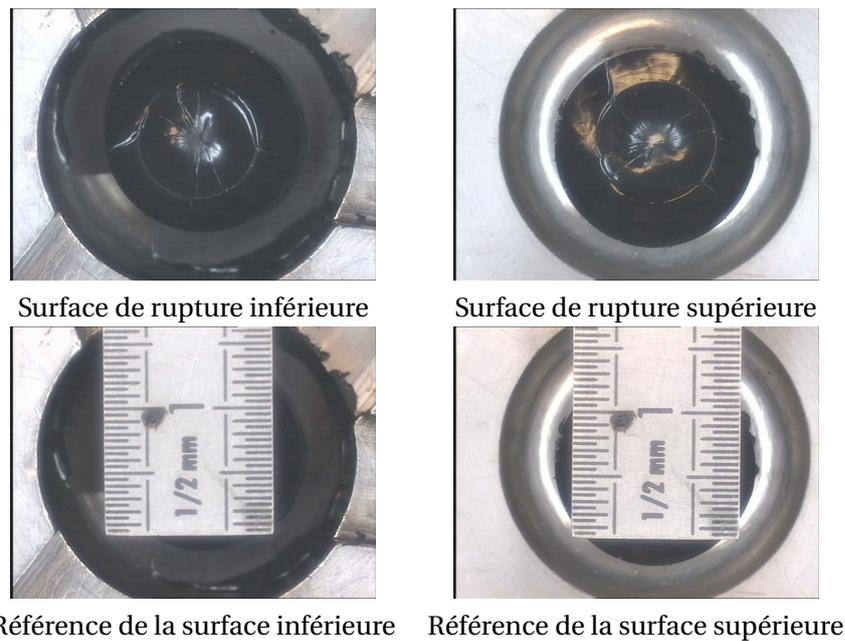
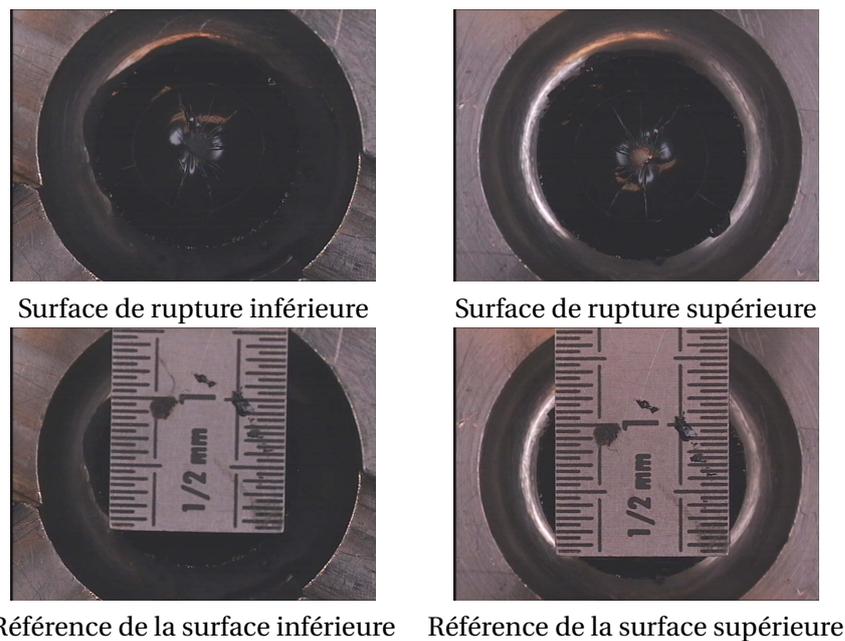
À partir des photographies de la figure (5.9) nous pouvons extraire des caractéristiques de la surface de rupture sur un échantillon post-modern.

Par exemple, pour certaines conditions expérimentales, l'une des surfaces laisse apparaître le sommet de la protubérance d'acier au centre de l'éprouvette alors que pour d'autres, le sommet n'est visible sur aucune des deux surfaces.

De plus, certaines surfaces présentent des anneaux concentriques qui pourraient correspondre à des limites successives d'extension de la fissure. Par superposition de l'image avec sa référence, les tailles des anneaux peuvent être facilement déterminées (figure 5.9) pour être corrélées par la suite à celles obtenues par d'autres moyens de mesure.

On considère le liant 50/70 - 01141 à 0°C soumis à une vitesse de déplacement $v = 2 \mu\text{m/s}$ afin d'atteindre un déplacement total $d = 110 \mu\text{m}$ au bout de 55 s.

Par l'analyse des photos prises après l'essai, on peut déterminer le rayon de la fissure. Dans cette condition d'essai ($T = 0^\circ\text{C}$; $v = 2 \mu\text{m/s}$), le diamètre de la fissure est de l'ordre de 7.8mm (figures 5.9 et 5.10).

FIG. 5.9 – Essai 1 - Les surfaces fissurées de l'essai Rulob à $T = 0^{\circ}\text{C}$; $v = 2\mu\text{m/s}$ FIG. 5.10 – Essai 2 - Les surfaces fissurées de l'essai Rulob à $T = 0^{\circ}\text{C}$; $v = 2\mu\text{m/s}$

À partir des enregistrements de réponse en force et déplacement (figure 5.8), on détermine les déplacements liés à l'initiation et d'arrêt de la fissure (tableau 5.1).

Ces valeurs de temps et de la taille de fissure vont nous servir de déterminer la cinématique d'ouverture de la fissure en fonction de l'hypothèse de vitesse de propagation retenue.

5.6 Effet de la vitesse de sollicitation

Connaissant les propriétés viscoélastiques du bitume, plus le matériau est sollicité à grande vitesse, plus la rigidité initiale de l'éprouvette est importante. Cependant, le comportement à la fissuration du bitume est également très sensible vis à vis de la vitesse de déformation (Harvey [76], Roy et Hesp [153]).

Dans les essais classiques de fissuration sur bitume (EN-13587 [130], SHRP [166], Harvey [76]), les vitesses de déformation employées varient sur une plage comprise entre $3.0 \cdot 10^{-3}$ et $3.0 \cdot 10^{-1} s$.

À partir de ces considérations pratiques et en tenant compte des possibilités d'asservissement de la presse de traction utilisée et du temps de réponse des capteurs de déplacement, on a choisi d'étudier le comportement à la fissuration du bitume sur deux décades de vitesse.

La vitesse maximale de la presse de traction correspond à un étirement de $110 \mu m$ en $1 s$. La vitesse de déformation correspondante dans l'axe de révolution des protubérances est de $\dot{\epsilon}_{max} = \frac{1}{1s} \ln\left(\frac{320+110}{320}\right) = 2.955 s^{-1}$.

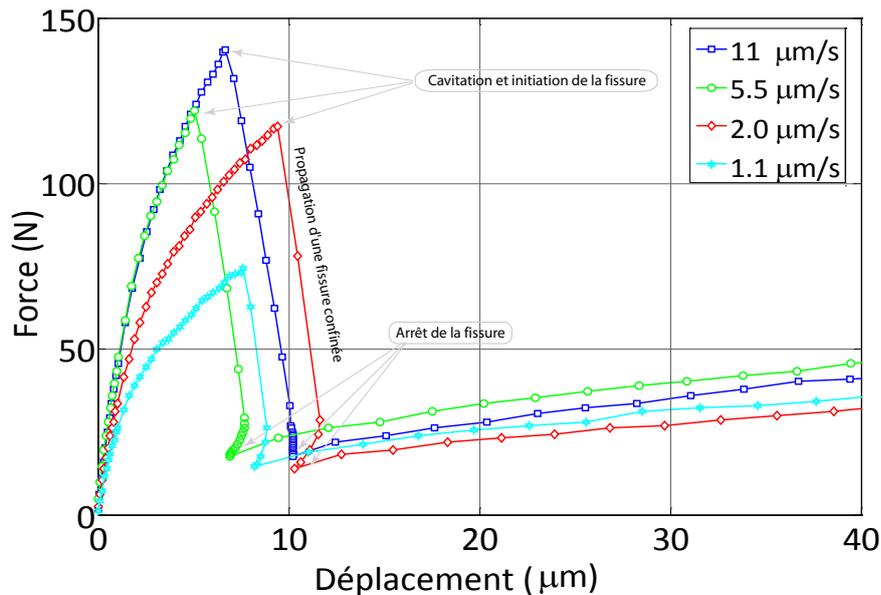


FIG. 5.11 – Effet de la vitesse de sollicitation sur la réponse du matériau (température = $0^{\circ}C$)

Pour une température d'essai fixé à $0^{\circ}C$, la figure 5.6 illustre les différentes réponses du matériau lorsqu'il est soumis à une vitesse de chargement croissante. L'analyse de la phase d'étirement permet d'apprécier le comportement rhéologique du bitume : une diminution de la vitesse de chargement se traduit par une diminution de la raideur de l'échantillon. Parallèlement, on observe que la force de traction nécessaire pour déclencher l'ouverture de la fissure augmente avec la vitesse de chargement. De plus, une diminution de la vitesse rend le matériau plus ductile et l'ouverture de la fissure se produit à un niveau de déformation plus important. Ces essais montrent encore une fois que les conditions de déclenchement de la fissure dépendent des propriétés viscoélastiques du matériau.

À cette température autour de $0^{\circ}C$, après l'ouverture de la fissure, il subsiste une force résiduelle

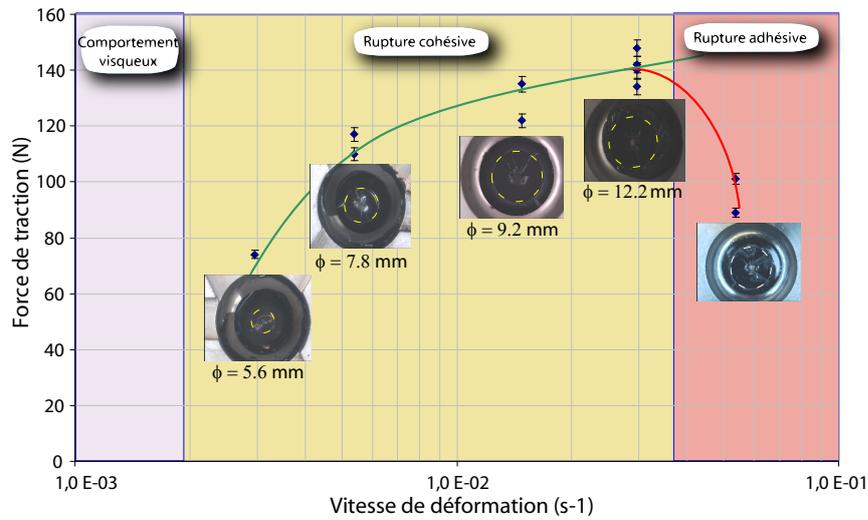


FIG. 5.12 – Effet de la vitesse de sollicitation sur la taille de la fissure (température = 0°C)

qui s'explique par le fait que l'éprouvette n'est pas complètement rompue. La fissure qui se propage à partir du centre n'a pas débouché vers la périphérie de l'éprouvette et reste ainsi confiné à l'intérieur de l'échantillon. L'analyse post-mortem de l'échantillon révèle une surface de rupture bien lisse et bien délimitée par un anneau circulaire contenu à l'intérieur de l'échantillon. On peut supposer que la fissure s'est propagé en une seule fois pour former un anneau circulaire d'un diamètre dépendant de la vitesse de chargement. En effet, le diamètre de l'anneau circulaire augmente avec la vitesse de chargement (figure 5.12). Au delà d'une certaine valeur de la vitesse de déformation, on observe une diminution de la force de traction et l'analyse post-mortem révèle le sommet de la protubérance en acier non recouvert par du bitume. On peut supposer que la rupture s'est amorcé à l'interface acier/bitume puis s'est propagé dans le matériau. On qualifie alors cet essai de rupture adhésive car la fissure s'est initiée à l'interface avec l'une des protubérances en acier.

5.7 Effet de la température d'essai

Pour les matériaux bitumineux, il est courant de considérer qu'un changement de température de 5°C est approximativement équivalent à une variation d'une décade de la fréquence de sollicitation ou du temps de chargement. Si dans des conditions expérimentales différentes, les comportements rhéologiques du matériau peuvent être ramenés à une courbe unique par décalage de température ou de vitesse, les conditions d'essais sont dites *conditions d'isorhéologie*.

Nous avons appliqué un tel raisonnement pour étudier l'effet des variations de la température sur la rigidité de l'éprouvette.

Ainsi, en considérant l'essai sur le bitume pur 50/70 à -5°C pour un temps de chargement de référence de 10s , nous avons comparé la rigidité initiale de l'éprouvette à celle estimée pour deux essais réalisés sur le même bitume mais pour des conditions de chargement différentes conduisant théoriquement à des conditions d'isorhéologie :

Dans cette campagne d'essais, la vitesse de chargement est fixée à $11\mu\text{m/s}$ et la température varie de -20°C à $+10^{\circ}\text{C}$. La figure (5.13) montre l'influence de la température sur le comportement du bitume lors de la sollicitation. Pour des températures comprises entre -20°C et $+5^{\circ}\text{C}$, les courbes effort-déplacement montrent que la force à la rupture est plus importante lorsque la température diminue, i.e. lorsque la rigidité de l'éprouvette augmente. Pour une température d'essai de $+10^{\circ}\text{C}$, l'allongement et l'effort à la rupture sont plus importants que ceux relevés à $+5^{\circ}\text{C}$. La réponse du matériau semble être différente : l'hypothèse du passage d'un comportement fragile à ductile peut alors être émise.

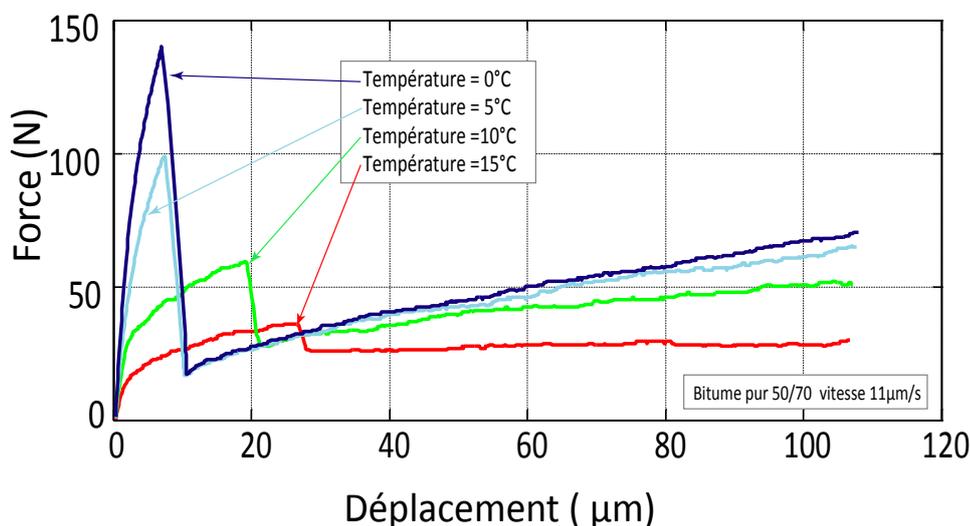


FIG. 5.13 – Effet de la température sur la réponse en force (vitesse = $11\mu\text{m/s}$)

5.8 Conclusion

L'essai de rupture locale permet ainsi de reproduire la répartition du bitume au pseudo-contact tel qu'il se présente entre deux granulats dans un enrobé bitumineux. L'idée exploitée est de créer un rétrécissement local entre deux protubérances par un rapprochement des deux protubérances avant solidification de l'échantillon. On retrouve ainsi une éprouvette avec une épaisseur minimale au niveau de l'axe des protubérances.

Le protocole d'essai utilisé repose sur les études antérieures qui est mené au LCPC. Cette expérience passée permet de mener des essais de grande qualité sur une gamme de température et de vitesse appropriées.

Les résultats obtenus avec l'essai de rupture locale permettent d'évaluer les conditions d'essais pour atteindre une rupture par décohésion du bitume : solliciter l'éprouvette à basse température et à grande vitesse provoque une propagation soudaine de la fissure. En revanche, pour des températures plus élevées ou/et des vitesses plus faibles, le bitume semble avoir un comportement ductile.

Pour les besoins de la simulation numérique et la validation des calculs de rupture cohésive, on ne prendra en compte que les essais avec un amorçage dans le matériau (rupture cohésive). La gamme de vitesse de chargement sera ainsi limitée par le type de rupture se produisant dans l'échantillon. En pratique, on prendra en compte certaines caractéristiques de la courbe (force maximale avant la rupture, la valeur du déplacement correspondant et la durée de la chute de force) comme données d'entrée du modèle de calcul.

Chapitre 6

Modélisation numérique de l'essai de rupture

Sommaire

6.1	Introduction	109
6.2	Algorithme de la propagation de fissure	111
6.2.1	Algorithme d'ouverture de la fissure dans ABAQUS	111
6.2.2	Calcul préliminaire	113
6.3	Préparation du calcul	118
6.3.1	Matériau	118
6.3.2	Maillage	118
6.3.3	Chargement et conditions aux limites	120
6.3.4	Mise en œuvre dans le code de calcul	121
6.4	Analyse de l'essai de Rupture Locale	123
6.4.1	Phase étirement : calage du coefficient de Poisson	123
6.4.2	Phase d'ouverture de la fissure	124
6.4.3	Phase de poursuite de l'essai après rupture	125
6.4.4	Calcul des facteurs d'intensité	126
6.5	Conclusion	131

6.1 Introduction

La propagation de fissures est souvent abordée dans la littérature avec des approches basées sur la mécanique de la rupture. Comme nous avons abordé dans les sous-chapitres §2.4.1 et §2.5.3, au niveau de la modélisation, plusieurs méthodes sont disponibles pour déterminer les facteurs d'intensités de contraintes K ou le taux de restitution d'énergie J plus connus en élasticité linéaire G .

Dans ce chapitre, on s'intéresse particulièrement à la méthode préconisée maître-esclave. Cette dernière permet d'examiner la propagation de fissures quasi-statiques dans un problème plan ou axisymétrique avec la ligne de fissure prédéfinie. On peut d'ailleurs appliquer cette méthode pour un matériau viscoélastique avec une cinématique d'ouverture de fissure adaptée à l'essai Rulob. Par la suite, nous allons analyser la propagation de fissure par la méthode maître-esclave à l'aide du code d'éléments finis Abaqus[®] [86]. Le schéma global de nos études sur la fissuration viscoélastique avec l'essai de Rupture Locale est illustré par la figure 6.1 suivante :

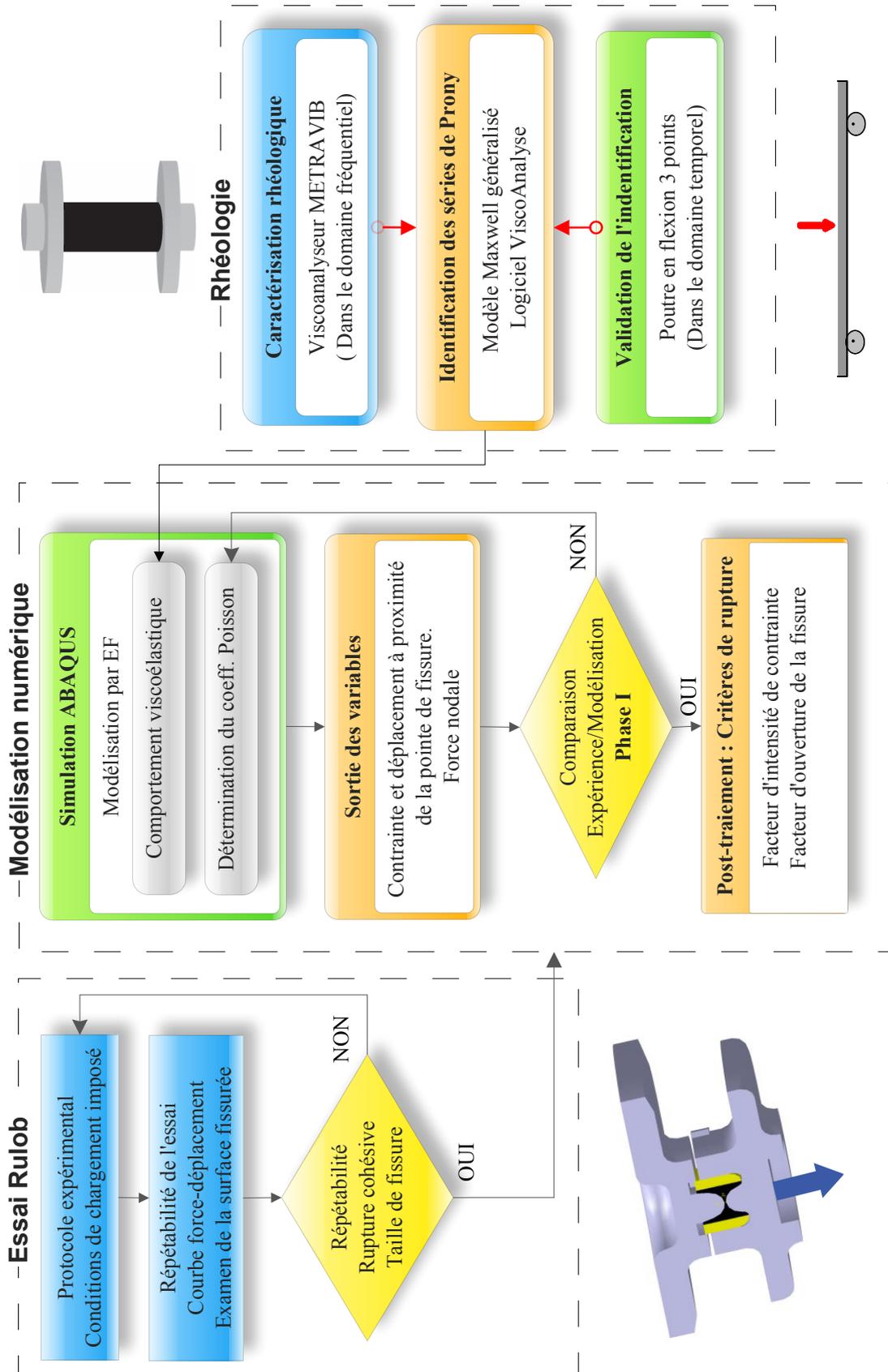


FIG. 6.1 – Schéma complet du couplage de l'identification rhéologique et l'essai de Rupture Locale. La partie d'identification rhéologique a été traitée dans le chapitre §4 et le protocole expérimental a été introduit dans le chapitre §5

6.2 Algorithme de la propagation de fissure

Cette section s'emploie à présenter la méthode numérique de modéliser la propagation de fissure à l'aide du code d'éléments finis Abaqus. On choisit ensuite une cinématique d'ouverture de fissure relative aux observations expérimentales de l'essai Rulob. Ce modèle de fissuration sera finalement intégré et validé pour un cas simple d'un barreau viscoélastique fissuré.

6.2.1 Algorithme d'ouverture de la fissure dans ABAQUS

La capacité de calcul en mécanique de rupture dans le code ABAQUS permet d'analyser la propagation des fissures quasi-statiques qui s'accroît suivant un chemin prédéfini dans un problème plan. Pour ce faire, on utilise la méthode maître-esclave pour simuler l'ouverture de la fissure le long des surfaces définies :

- Les modèles quasi-statiques de propagation de fissure sont en 2D (plan ou axisymétrique) ;
- Il faut définir deux surfaces initialement collées entre lesquelles la fissure se propage ;
- On doit également préciser le critère de propagation : contrainte critique, ouverture de la fissure ou longueur de fissure en fonction du temps.

Définition des surfaces de fissure

Dans la méthode maître-esclave, la fissure se propage suivant la ligne de rupture entre deux surfaces de ruptures. Ces deux surfaces sont identifiées dans la modélisation l'une comme surface maître et l'autre comme surface esclave. Ces deux surfaces sont initialement collées hormis le nœud d'amorçage de la fissure. On définit ensuite une condition initiale identifiant la portion surfacique collée. Les nœuds de cette surface sont collés dans une direction normale à la ligne de rupture ce qui est utilisé typiquement dans les problèmes de fissure en Mode I (voir la figure 6.3).

Lorsque la fissure se propage, les nœuds correspondant aux nouvelles surfaces fissurées créés sont libérés le long de la ligne de rupture prédéfinie. Les contraintes sur les nouvelles surfaces fissurées devront s'annuler pendant un laps de temps relativement court.

Force de traction des surfaces fissurées

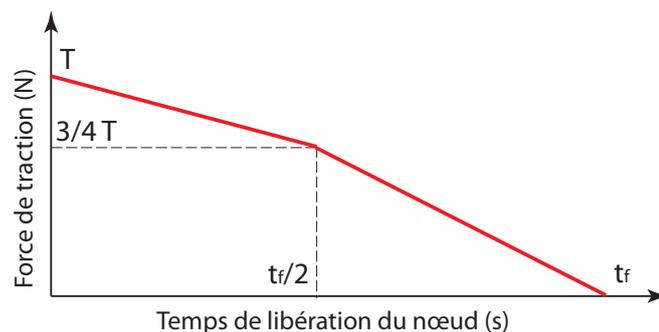


FIG. 6.2 – Réduction de la force nodale de traction en fonction du temps de libération du nœud

Après la séparation, la traction entre les deux surfaces est initialement contrôlée égale mais de signe contraire à la force au nœud de la surface esclave. On peut définir comment cette force de trac-

tion à un nœud donné peut se réduire avec le temps après que le nœud soit libéré. Pour ce faire, on utilise une amplitude a relative au temps après le relâchement du nœud considéré. On suppose que la force transmise entre ces deux surfaces au nœud esclave N est $\mathbf{T}^N|_0$ lorsque le nœud est libéré à temps $t^N|_0$. Puis, pour les temps $t > t^N|_0$, la force transmise entre les surfaces au nœud N est $a(t - t^N|_0)\mathbf{T}^N|_0$. L'amplitude relative doit être égale à 1 initialement ($a|_{t=0} = 1$) et elle se réduit à zéro ($a|_{t=t_f} = 0$) (c.f figure 6.2).

Le choix de la courbe d'amplitude dépend des propriétés du matériau, des chargements et le critère de propagation de fissure. Si la contrainte se réduit trop vite, la variation résultante de la déformation à proximité de la pointe de fissure devient importante et peut poser des problèmes de convergence. Dans le cas des grandes déformations, cette variation brutale peut engendrer la distorsion du maillage. Dans le cas d'un matériau viscoélastique, selon des notes de calcul Abaqus [86], la contrainte doit se réduire progressivement afin d'éviter les difficultés liées à la convergence et à la distorsion du maillage. Une réduction de 25% de contrainte en 50% de temps permet souvent d'éviter ces problèmes. La solution quant à elle n'est pas instamment influencée par cette procédure de déchargement. En cas contraire, la région concernée du maillage doit être raffinée.

Croissance de la fissure en fonction du temps

Comme nous avons présenté dans la section §5.5, dans l'essai de Rublob, nous pouvons déterminer, à partir des mesures expérimentales, le temps d'initiation et d'arrêt de la fissure ainsi que sa taille finale. Ces données permettent ensuite d'estimer la vitesse moyenne de propagation de fissure. Ces vitesses s'avèrent très importantes par rapport aux vitesses de chargement (voir tableau 6.1).

Essai	t (s) ^a	v_d^m (mm/s) ^b	$\dot{\epsilon}$ ^c	v_a^m (mm/s) ^d
1	100	1.1	0.002955	4.67
2	55	2	0.0054	10.83
3	20	5.5	0.0148	16.03
4	10	11	0.02955	18.02

TAB. 6.1 – Comparaison entre la vitesse de propagation de fissure et la vitesse moyenne de déplacement des essais Rublob réalisés à température $T = 0^\circ\text{C}$

^aTemps d'essai

^bVitesse moyenne de déplacement

^cVitesse de déformation

^dVitesse moyenne adoptée de propagation de fissure

La technique d'analyse en mécanique de la rupture Abaqus nous offre la possibilité d'ouvrir la fissure progressivement en fonction du temps. Ce mécanisme est particulièrement intéressant dans le cas de l'essai Rublob car en retenant une vitesses de propagation, nous pouvons modéliser et donc analyser le processus de fissuration de l'essai. La longueur de la fissure est déterminée en fonction du temps total de l'analyse dans la configuration déformée.

Pour déclencher la propagation de la fissure, donc la libération de nœuds, on introduit le facteur f caractérisant la distance entre le point de référence choisi et la position actuelle de la pointe de fissure. À titre d'exemple, on étudie le cas donné à la figure (6.3) ; le nœud 1 est la position initiale de la pointe de fissure, le nœud 3 est sa position actuelle, et Δl_{23} est la distance entre les nœuds 2 et 3 mesurée le long de la surface esclave.

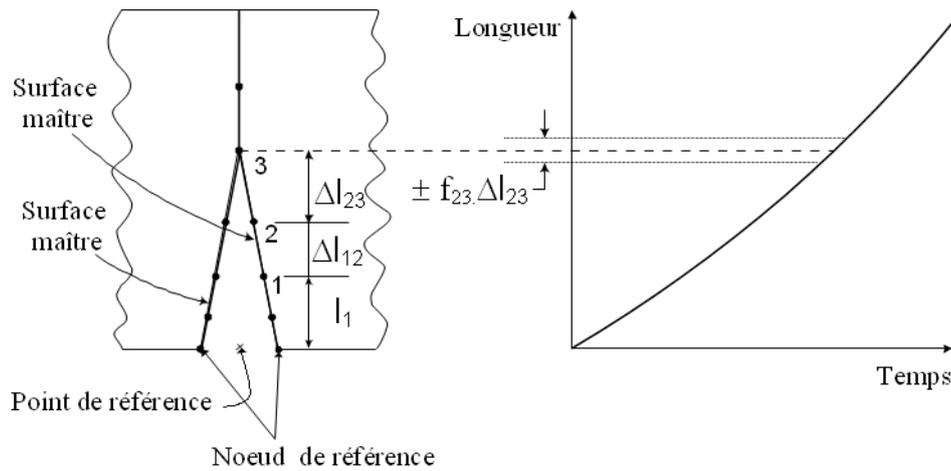


FIG. 6.3 – La longueur de fissure en fonction du temps

Le facteur de rupture f est défini comme suit :

$$f = \frac{l - (l_3 - \Delta l_{23})}{\Delta l_{23}} \quad (6.1)$$

avec l est la longueur actuelle de la fissure. Le nœud 3 correspondant à la position actuelle de la fissure se décolle lorsque le facteur de rupture f atteint la valeur 1.0 avec une tolérance f_{tol} donnée :

$$1 - f_{tol} \leq f \leq 1 + f_{tol} \quad (6.2)$$

6.2.2 Calcul préliminaire

Avant d'appliquer la technique maître-esclave à l'essai de Rulob caractérisé par une géométrie complexe et un comportement adéquat identifié, nous avons besoins d'examiner la méthode par rapport à la sensibilité du maillage, la cinématique d'ouverture de la fissure lors de son implantation dans le code Abaqus. C'est la raison pour laquelle, cette partie s'emploie essentiellement à étudier la technique de propagation de fissure, les aspects géométrique et rhéologique du matériau sont simplifiés.

Modélisation du barreau viscoélastique fissuré

Le barreau est de forme cylindrique dont les propriétés géométriques et mécaniques sont données au tableau 6.2. Pendant le temps de chargement, nous appliquons un déplacement imposé sur la surface supérieure du cylindre. En raison de sa géométrie symétrique et axisymétrique, on ne modélise qu'un quart du cylindrique comme le montre la figure 6.4.

Nous adoptons pour ce modèle, un matériau viscoélastique linéaire rhéologiquement simple de type Zener (c.f §3.3.3). Pour intégrer ces propriétés viscoélastiques de ce matériau dans Abaqus, nous avons besoins les transformer en séries de Prony comme suit :

$$\tau_f = \eta \frac{E_1 + E_\infty}{E_1 \cdot E_\infty} \quad (6.3)$$

$$E_0 = E_1 + E_\infty; \quad g_1 = \frac{E_1}{E_0} \quad (6.4)$$

Dimensions		Matériau					
Hauteur	Rayon	Coeff. Poisson	E_1	E_∞	η	τ_f	g_1
20 mm	20 mm	$\nu = 0.3$	5 MPa	15 MPa	3.75 MPas	1 s	0.75

TAB. 6.2 – Les dimensions du barreau et les propriétés rhéologiques du matériau de Zener

Concernant le maillage, les calculs effectués avec différents types d'élément ont montré que les éléments réguliers rectangulaires (CPE4, CAX4, etc.) sont mieux adaptés à l'analyse de fissuration par la méthode maître-esclave. Par conséquent, nous recommandons l'utilisation de l'élément axisymétrique CAX4 dans notre analyse de fissuration avec la méthode maître-esclave. Le maillage retenu se compose donc de 213 éléments axisymétriques linéaires CAX4 et 256 noeuds.

Dans ce modèle plan, le contact entre les deux surfaces maître et esclave forme la ligne de rupture, le long de laquelle, la fissure se propage. La mécanique de la rupture suppose la présence d'un défaut initial, à partir duquel la fissure va pouvoir s'amorcer. Pour assurer la propagation de la fissure, le premier nœud doit être initialement libéré.

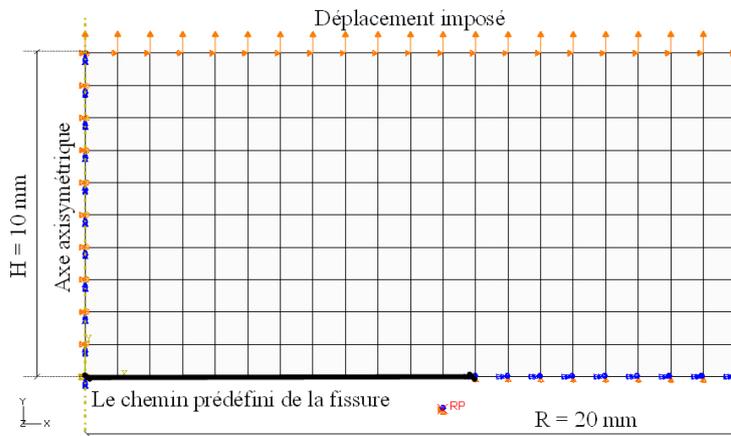


FIG. 6.4 – Le maillage et le chargement du barreau viscoélastique fissuré

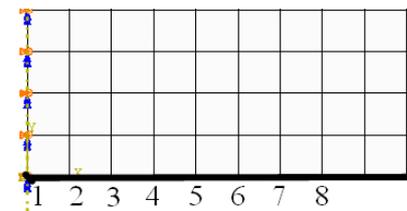


FIG. 6.5 – La numérotation des nœuds situés sur la ligne propagation de fissure

En ce qui concerne le chargement, on impose une vitesse de déplacement linéaire sur le bord supérieur du barreau dont l'évolution est décrite par la figure 6.6. Pendant la phase de chargement, la fissure se propage suivant la ligne de rupture prédéfinie (figure 6.4) pendant 3 secondes. Le rayon de la fissure est supposé croître linéairement avec le temps (figure 6.7). Désignons t_N le temps de libération du nœud correspondant à la pointe de la fissure, la force de traction résiduelle des lèvres fissurées s'annule au bout de $0.1 t_N$.

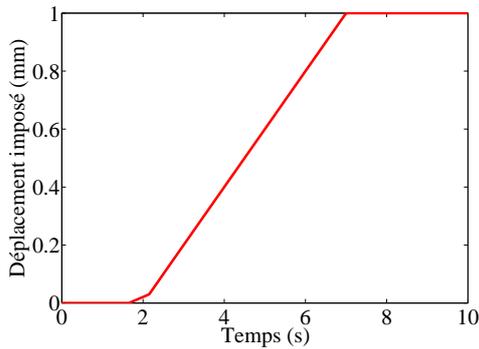


FIG. 6.6 – Chargement linéaire imposé en fonction du temps ($v=0.2\text{mm/s}$)

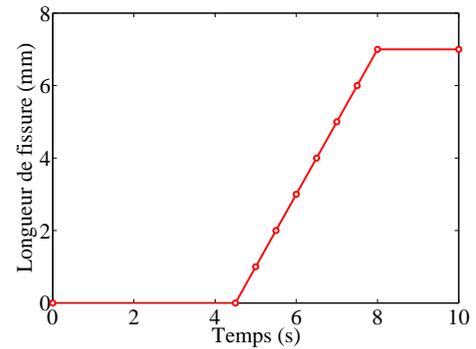


FIG. 6.7 – Longueur de fissure en fonction du temps

Vérification du calcul préliminaire

Les analyses de la fissuration viscoélastique respectent l'hypothèse des petites perturbations (HPP). Dans cet exemple, la méthode maître-esclave a permis d'ouvrir progressivement la fissure suivant la ligne de rupture prédéfinie. La force résiduelle de traction sur les lèvres fissurées se réduit rapidement à zéro tandis qu'à la pointe de la fissure, se localise une forte concentration de contrainte comme nous pouvons observer sur la figure 6.8. Cette dernière décrit l'état déformé du barreau fissuré à l'instant $t = 7\text{s}$; la longueur de la fissure actuelle est de 5 mm et la contrainte maximale calculée aux points d'intégration est égale à 2.652 MPa .

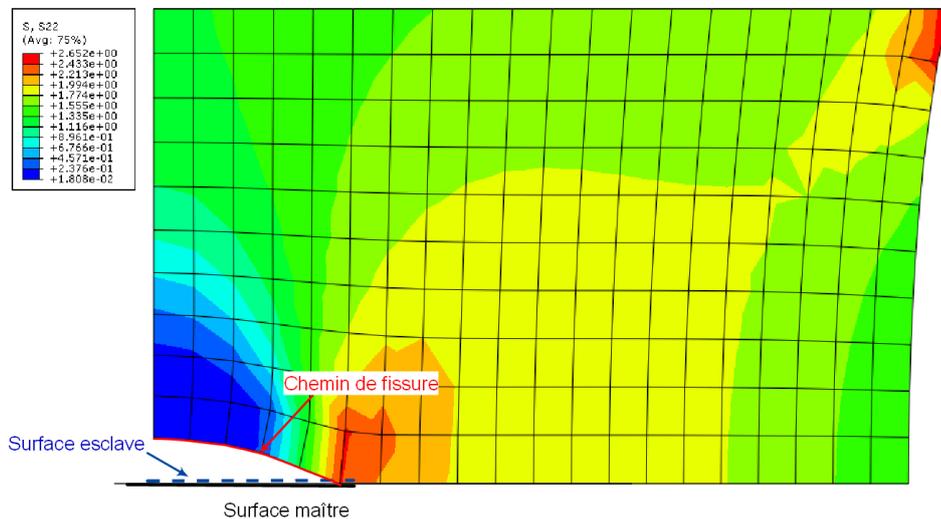


FIG. 6.8 – L'état déformé en contrainte du barreau viscoélastique fissuré à $t = 7\text{s}$

La figure 6.9 décrit l'évolution de l'ouverture de fissure des nœuds situés sur le chemin de propagation (c.f figure 6.5). On constate une continuité du champ de déplacement de ces derniers nœuds. Le dernier nœud ne sera pas libéré tant que la longueur de fissure correspondant au nœud précédent n'aura pas atteint sa valeur prédéfinie.

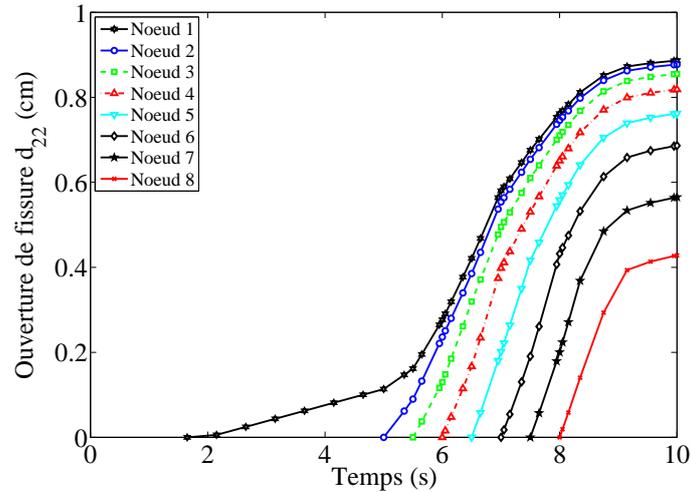
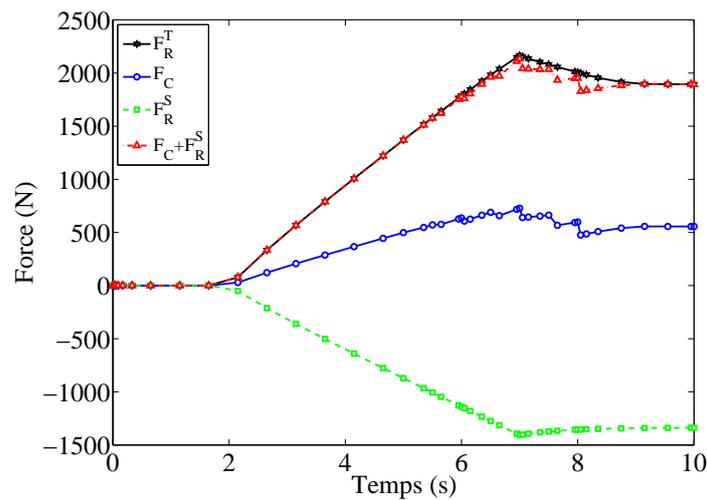
FIG. 6.9 – Ouverture de fissure aux noeuds de la surfaces décollée $t = 10s$ 

FIG. 6.10 – Bilan de force au cours de l'analyse

La figure 6.10 illustre une vérification sur le bilan de forces au cours de cette analyse :

$$F_R^T = F_C + F_R^S \quad (6.5)$$

- F_R^T est la force totale due aux réactions de la surface de chargement ;
- F_C est la force due à la pression de contact maître-esclave ;
- F_R^S est la force totale due aux réaction de la surface symétrique non fissurée.

La figure 6.10 confirme que la force totale due aux réactions de la surface de chargement F_R^T est égale à la somme de la force due à la pression de contact F_C et la force totale due aux réaction de la surface symétrique non fissurée F_R^S . Cependant, lors du déchargement, on constate quelques perturbations dues à la libération trop rapide des nœuds et au fait que la contrainte sur la lèvres fissurée

diminue trop brusquement. On doit prendre en compte ces problèmes pour la modélisation de l'essai Rupture locale par la suite.

6.3 Préparation du calcul

6.3.1 Matériau

Dans le code Abaqus, on peut représenter le comportement viscoélastique dans le domaine temporel à l'aide des séries de Prony. Dans le cas des petites déformations, la réponse élastique peut être définie avec un modèle élastique linéaire.

Considérons un essai à petites déformations dans lequel on applique une déformation $\gamma(t)$ au matériau viscoélastique. La réponse en contrainte de cisaillement $\tau(t)$ est définie comme suit :

$$\tau(t) = \int_0^t G_R(t_s) \dot{\gamma}(s) ds \quad (6.6)$$

d'où $G_R(t)$ est le module relaxé de cisaillement caractérisant la réponse du matériau viscoélastique. Ce module de relaxation peut s'écrire sous forme unidimensionnel :

$$g_R(t) = \frac{G_R(t)}{G_0} \quad (6.7)$$

avec $G_0 = G_R(t = 0)$ est le module relaxé de cisaillement instantané. L'équation constitutive (6.6) devient alors :

$$\tau(t) = G_0 \int_0^t g_R(t-s) \dot{\gamma}(s) ds \quad (6.8)$$

Le matériau utilisé dans ces simulations numériques est un liant pur du grade 50/70. Les propriétés rhéologiques de ce liant sous forme des séries de Prony ont été identifiées pour chaque température de l'essai dans le chapitre §4.4.

À titre d'exemple, pour une température $T = 0^\circ\text{C}$, on introduit dans le code de calcul Abaqus un module élastique isotrope instantané $E_0 = 1924.96\text{MPa}$ et les séries de Prony données au tableau 6.3 suivant :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\tau_i(s)$	4.519e-7	2.77e-6	2.261e-5	8.647e-5	4.893e-4	3.811e-3	2.595e-2	0.1692	1.1961	10.372	39.52	212.2	1650
g_i	0.1088	0.0882	0.1255	0.0945	0.1878	0.1369	0.1125	0.0795	0.0427	0.0167	0.0045	0.002	3e-4

TAB. 6.3 – Tableau récapitulatif des valeurs des séries de Prony à température $T = 0^\circ\text{C}$. Le module infini $E_\infty = 0.0624\text{MPa}$.

6.3.2 Maillage

Puisque le coût de calcul d'un modèle de fissuration peut s'avérer important, il est nécessaire d'optimiser son maillage. Nous avons choisi de ne raffiner que les zones avoisinantes de la ligne de propagation de fissure où apparaît de forte concentration de contrainte. Cependant, le générateur de maillage Abaqus montre certains inconvénients dans la construction d'un maillage régulier adapté à la géométrie spécifique de l'essai. Pour ce faire, nous avons utilisé le code d'éléments finis Cast3M [2] pour discrétiser l'espace du modèle. Ce maillage obtenu par Cast3M est ensuite transformé en format d'Abaqus grâce à un script écrit en Perl.

Comme nous avons remarqué dans la section §6.2.2 lors d'une étude sur la sensibilisation du maillage en cas fissuré simple, les éléments réguliers rectangulaires (CPE4, CAX4, etc.) donnent les

meilleurs résultats. En plus, le nombre maximal d'éléments pris en compte par l'histoire de chargement Abaqus est limité, l'élément bilinéaire axisymétrique de quatre nœuds CAX4 a été retenu.

Grâce à la particularité géométrique de l'essai Rulob¹¹, on ne considère qu'un quart de l'échantillon dans la modélisation. En fonction de son épaisseur e ¹² (L_6), les dimensions de ce maillage 2D axisymétrique indiquées dans la figure 6.11 (a) peuvent varier suivant le tableau 6.4 suivant :

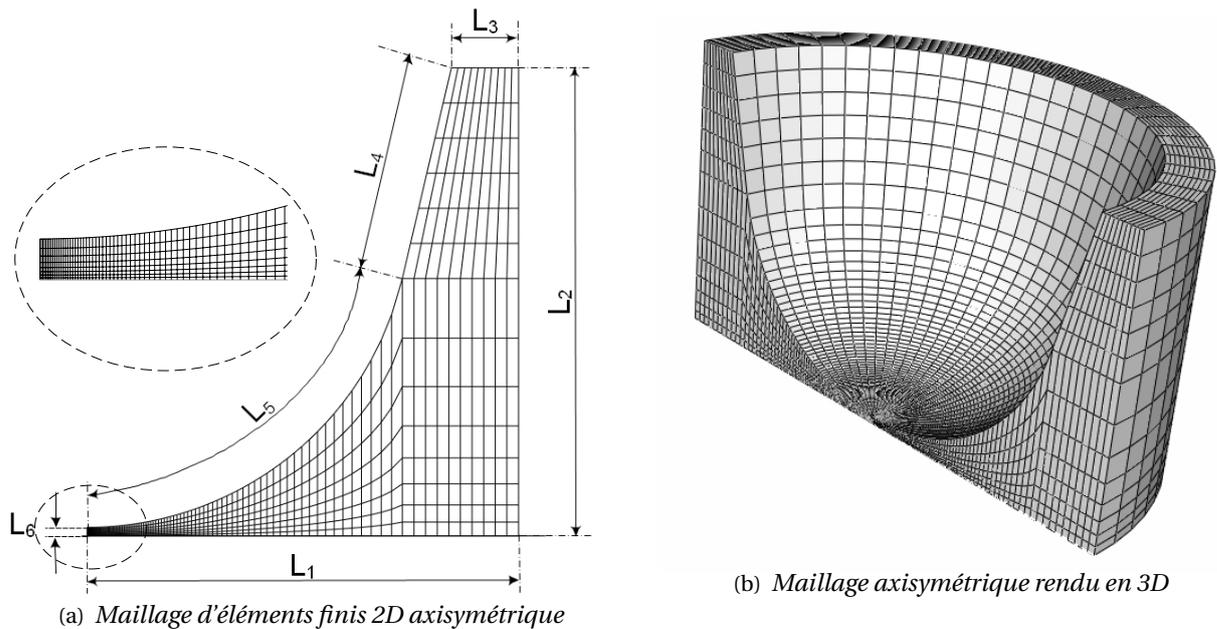


FIG. 6.11 – La discrétisation : (a) le maillage axisymétrique 2D ses dimensions (c.f tableau 6.4) ; (b) le maillage axisymétrique rendu en 3D.

L_6	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
$e = 0.72/0.220/0.32$	8.0	$8.586+e$	1.245	4.0308	8.0624

TAB. 6.4 – Les dimensions du modèle Rulob en mm

L'étude de sensibilisation du maillage a permis de comparer le temps de calcul, l'espace de mémoire et surtout l'espace de disque qui devient très important dans notre modélisation de fissuration. Le maillage retenu a des caractéristiques suivantes :

- L'élément axisymétrique bilinéaire CAX4 ;
- Le nombre total de nœuds : 2474 ;
- Le nombre total d'élément : 2330 ;
- Le nombre total de variables générées par le modèle : 2337 ;
- Le plus petit élément se trouve au centre de l'éprouvette avec une taille de $7.28 \times 8.24 \mu m$.

Suivant les descriptions du chapitre §5 ; la fissure s'initie au centre de l'éprouvette et se propage concentriquement vers l'extérieur. L'axe de propagation de la fissure coïncide donc avec l'axe de symétrie (L_1). Dans ce cas, nous avons besoins de raffiner le centre de l'éprouvette. Pour le maillage retenu, les éléments grossiers se trouvent loin du centre de l'éprouvette, lieu d'amorçage de la fissure,

¹¹La géométrie de l'échantillon est à la fois symétrique et axisymétrique (c.f la figure 5.3)

¹²L'épaisseur indiquée coresspond à celle d'une des trois cales d'éprouvette de 70, 220 ou 320 μm .

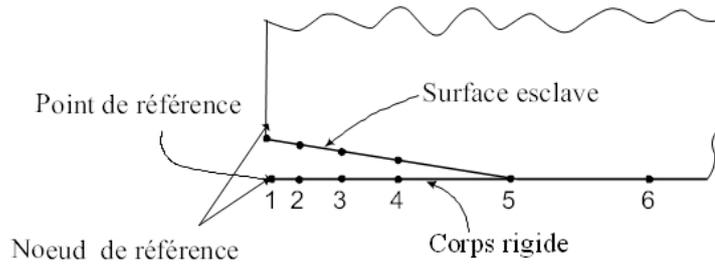


FIG. 6.12 – Le maillage et le chargement du modèle de validation

et ils deviennent fins et réguliers près du centre comme le montre la figure 6.12.

6.3.3 Chargement et conditions aux limites

Avec le maillage retenu précédemment, on y applique les conditions symétrique et axisymétrique correspondantes (voir figure 6.11 (a)), les coordonnées locales sont illustrées par la figure 6.13 :

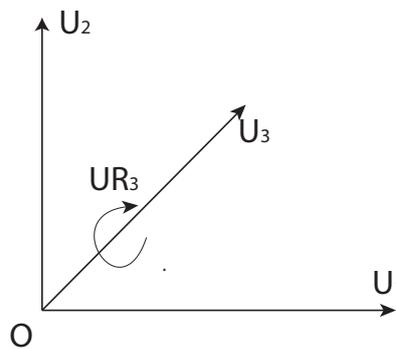


FIG. 6.13 – Coordonnées locales utilisées pour les conditions aux limites

Condition de symétrie : $U_2 = UR_1 = UR_3 = 0$ sur L_1 . Les nœuds font partie du chemin de propagation prédéfini et ils se trouvent entre deux surfaces esclave et maître. La surface maître se caractérise par un corps rigide fixé par un point de référence. Ces nœuds sont donc bloqués suivant la normale ce qui est couramment dans le mode I de rupture (c.f. §2.3.3) ;

Condition d'axisymétrie : $(U_1 = U_2 = UR_3 = 0)$ sur l'axe d'axisymétrie L_6 ;

Bords libres : Il n'y a aucun chargement sur les bords L_2 et L_3 .

Comme nous avons précisé dans le paragraphe §5.4.3, lors de la phase de traction, on applique un déplacement exponentiel imposé sur la surface libre supérieure de l'échantillon. Ce déplacement imposé varie en fonction de l'épaisseur de l'échantillon (correspondant à 72, 220, et 320 μm de telle sorte que la vitesse de déformation reste constante et que sa valeur critique se trouve dans la plage de la vitesse de déformation de l'essai précisée à la section §5.5. La figure 6.16 montre les évolutions du déplacement imposé et sa vitesse en fonction de temps¹³ pour trois cales utilisés qui correspondent aux trois épaisseurs 72, 220, et 320 μm .

¹³Suivant les équations (5.10) et (5.12) respectivement.

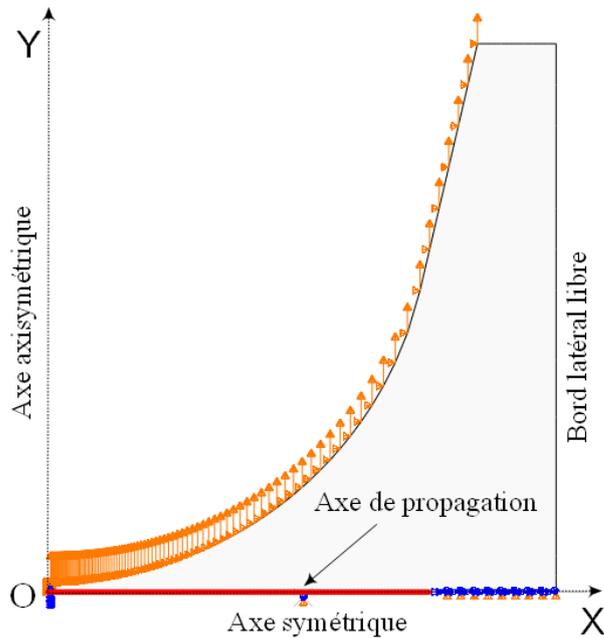


FIG. 6.14 – Les conditions aux limites appliquée à l'échantillon

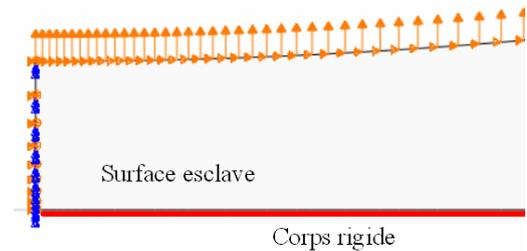
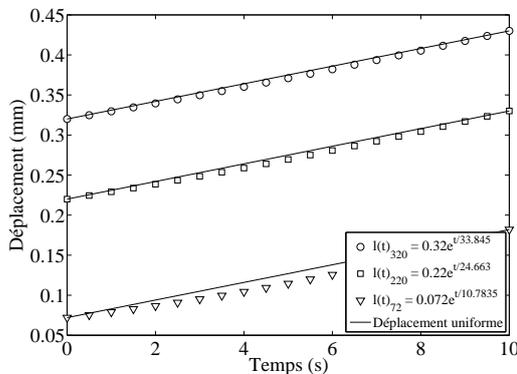
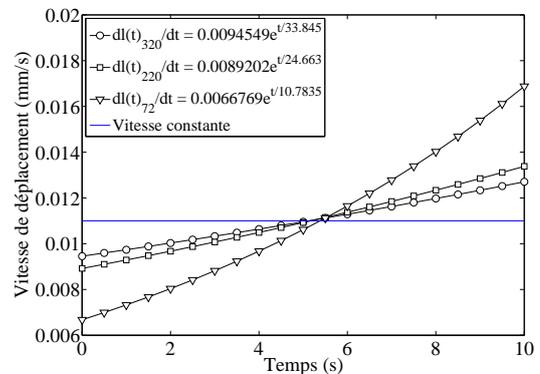


FIG. 6.15 – Le chargement et les conditions aux limites au centre du moailage



(a) Déplacement



(b) Vitesse de déplacement

FIG. 6.16 – Comparaison du déplacement (Fig. a) et de la vitesse de déplacement (Fig. b) exponentiels pour les différentes épaisseurs de l'éprouvette en cas d'un étirement final $d_f = 110\mu m$ pendant $t_f = 10s$

6.3.4 Mise en œuvre dans le code de calcul

Dans l'essai Rupture locale les déplacements liés à l'initiation et d'arrêt de fissure peuvent être déterminé à partir des mesures. On connaît donc le temps d'initiation et d'arrêt de fissure au cours de l'essai. En adoptant l'hypothèse simplification sur une vitesse de propagation uniforme pendant cette phase, on impose une progression de la taille de fissure déterminée à partir des analyses expérimentales en fonction du temps.

À titre d'exemple, nous considérons les essais effectués à la température $T = 0^\circ\text{C}$ avec une vitesse de déplacement moyenne $v = 11 \mu\text{m/s}$ qui sont précédemment présentés dans le chapitre §5.5. Avec la vitesse de déplacement imposée et la vitesse de propagation supposée uniforme, nous en déduisons le temps liés à l'initiation et l'arrêt ainsi que la vitesse de prolongation (tableau 6.5).

θ (°C)	t_f (s)	d_{ini}^a (μm)	t_{ini}^b (s)	d_{arr}^c (μm)	t_{arr}^d (s)	a_f^e (mm)	v_a^f (mm/s)
0	10	7.06	0.642	10.65	0.965	11.65	18.02

^aLa valeur du déplacement lié au point d'initiation de la fissure

^bLe temps au point d'initiation de la fissure

^cLa valeur du déplacement lié au point d'arrêt de la fissure

^dLe temps lié au point d'arrêt de la fissure

^eLa taille de la fissure finale après la rupture

^fLa vitesse moyenne de propagation de fissure

TAB. 6.5 – Les essais de répétabilité à une température de 0°C et à une vitesse de $11 \mu\text{m/s}$

À partir de ces temps d'initiation et d'arrêt de fissure et la vitesse de propagation adoptée, nous pouvons discrétiser la longueur de fissure en fonction du temps. Cette relation est introduite dans le code Abaqus sous forme d'un couple temps-longueur de la fissure :

```
*FRACTURE CRITERION, TYPE=CRACK LENGTH, NSET=NREF, TOLERANCE=0.04
0.642 , 0
0.706 , 1.16525
0.771 , 2.3305
0.836 , 3.49575
0.900 , 4.661
0.965 , 5.82625
```

Liste 6.1 – La longueur de la fissure en fonction du temps. Notons que rayon final a_r est pris égal à la moitié de la taille finale de la fissure

Dès le relâchement des nœuds, la force interne est remplacée par une force de traction opposée sur les deux nouvelles surfaces créées. Ces forces de traction se réduisent à zéro après un temps relatif au moment du relâchement des nœuds comme nous avons précisé dans la section §6.2.1. Pour ce faire, on introduit dans le code Abaqus une courbe d'amplitude en fonction du temps de la libération du nœud correspondant à la pointe de la fissure. Cette amplitude est initialement prise égale à 1 et se réduit rapidement à 0.

```
*DEBOND, SLAVE=DBDSL, MASTER=DBDMS, FREQUENCY=1, OUTPUT=BOTH
0.0 , 1.0
0.0005 , 0.0
```

Liste 6.2 – Courbe d'amplitude de la force de traction

6.4 Analyse de l'essai de Rupture Locale

L'identification rhéologique du bitume étudié dans le paragraphe §3.3.3 permet l'obtention de la loi de comportement viscoélastique. A l'aide de 13 éléments de Maxwell, on représente la loi viscoélastique avec la série de Prony associée.

Dans la résolution du problème, on suppose que les temps de relaxation volumique et déviatorique sont identiques ($\tau_i = \tau_K^i = \tau_i^G$).

On modélise l'essai Rulob à l'aide du code éléments finis Abaqus version 6.4 [85]. Le modèle contient 940 éléments 2D axisymétriques bilinéaires (CAX4). Le rapport entre l'élément le plus petit situé au centre et le rayon de l'éprouvette a/R est de l'ordre de $9.1e-4$. Les propriétés rhéologiques sont calées à partir des essais uniaxiaux Métravib sous forme d'une série de Prony à température $T = 0^\circ\text{C}$ (tableau 4.5). On effectue la simulation numérique des différentes phases de l'essai de rupture locale d'un film de bitume suivant la méthodologie adoptée lors de la mise en œuvre du modèle numérique.

6.4.1 Phase étirement : calage du coefficient de Poisson

Lors de la phase d'étirement, la réponse du bitume dépend fortement de sa capacité de contraction, le coefficient de Poisson constitue un paramètre important dans la simulation de l'essai. Lorsque le bitume est dans un état fluide plus ou moins visqueux, la valeur absolue du coefficient de Poisson est pris égal à 0.5. Lorsque la température baisse, ce paramètre décroît jusqu'à ce que le bitume soit dans un état vitreux. Le coefficient de Poisson atteint alors une valeur proche de 0.35 (Shaterzadeh [160], Maillard [108]).

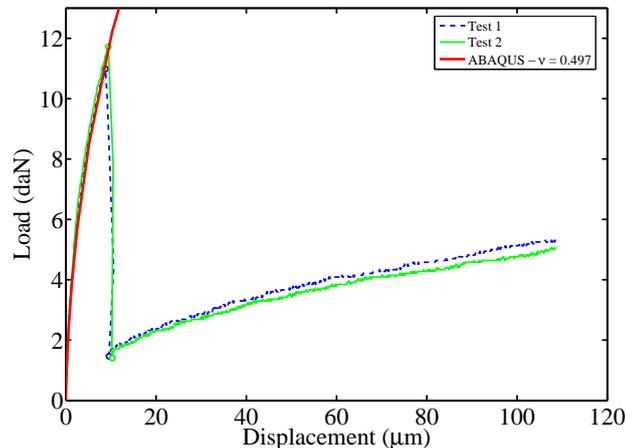


FIG. 6.17 – Calage du coefficient de Poisson sur la phase étirement - Essai à 0°C - $t_f = 55\text{s}$

En supposant que la taille de la fissure est nulle au début de l'essai, le coefficient de Poisson est fixé de telle manière à reproduire la phase d'étirement de la courbe expérimentale (force-déplacement). La valeur du coefficient de Poisson ainsi trouvée constitue une détermination d'une caractéristique du matériau dépendant des conditions de l'essai (température, vitesse de sollicitation). Cette ap-

proche constitue un moyen indirect et original pour déterminer le coefficient de Poisson.

La figure 6.17, à titre d'exemple, montre un ajustement du coefficient de Poisson sur des essais à 0°C et une vitesse de déplacement $v = 2 \mu\text{m/s}$. Après calage du calcul numérique sur la courbe expérimentale, la valeur du coefficient de Poisson retenue est égale à $\nu = 0.497$.

6.4.2 Phase d'ouverture de la fissure

Les nombreux calculs menés sur des maillages plus ou moins fin montrent qu'une bonne précision du calcul peut-être obtenue sur des maillages présentant un raffinement modeste autour de la zone d'ouverture de la fissure. Dans la simulation numérique, on impose une vitesse constante d'ouverture de la fissure. Cette vitesse moyenne est estimée à partir de la durée de la chute de force et de la taille de la fissure. On représente sur la figure 6.18, le champ de contrainte verticale dans le matériau au pas de temps $t = 0.6557\text{s}$. Sur cette figure, on observe un déchargement local au droit de la fissure et une concentration de la contrainte au niveau de la pointe de la fissure.

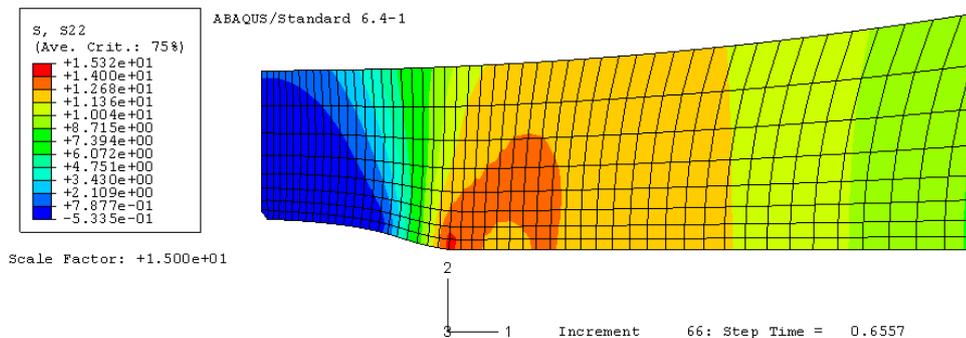


FIG. 6.18 – Distribution du champ de contrainte verticale autour de la pointe de fissure (Temp = 0°C et vitesse moyenne $v = 11 \mu\text{m/s}$)

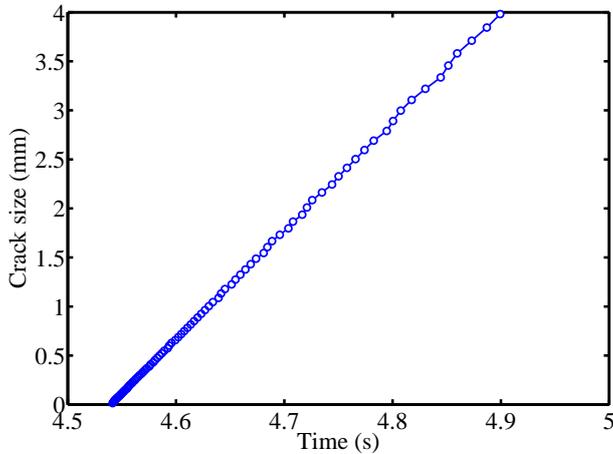
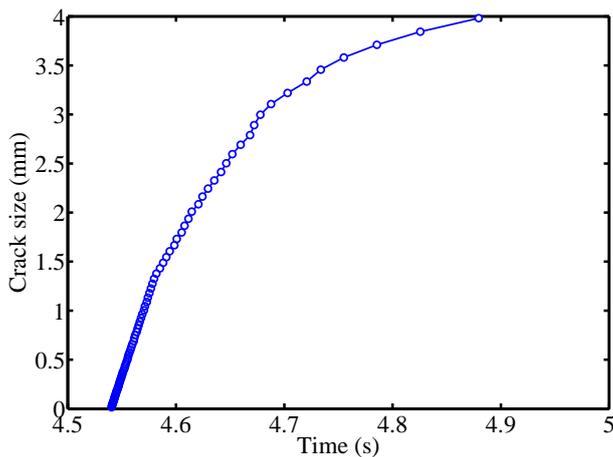
Le champ de contrainte est majoritairement orienté dans le sens normal à la surface de la fissure et contribue ainsi à la force de traction globale. Le champ de contrainte forme ainsi une région ellipsoïdale autour de la pointe de fissure. On remarque également que cette région est relativement large par rapport à l'épaisseur du film de bitume. Le champ de contrainte dans cette région proche de la pointe décroît très vite avec l'ouverture de la fissure. Cette observation locale corrobore la chute de force brutale sur la courbe force-déplacement.

Au niveau de la ligne prédéfinie pour la fissure, on a imposé une vitesse d'ouverture constante dans le code d'éléments finis Abaqus 6.4 [83] comme le montre la figure 6.19.

Si l'on considère une vitesse d'ouverture variable, on peut imposer une ouverture plus brutale au début du processus de la propagation.

L'algorithme d'ouverture de fissure proposé dans le code d'éléments finis Abaqus repose sur une vitesse d'ouverture constante. Comme nous avons abordé précédemment, par souci de simplification, nous imposons donc une vitesse uniforme d'ouverture de la fissure.

D'un point de vue macroscopique, la variation ou non de la vitesse d'ouverture de la fissure n'a pas d'incidence sur la force de traction. En effet, la chute de force sur la réponse du matériau est identique pour les deux vitesses de chargement (figure 6.22).

FIG. 6.19 – Vitesse uniforme d'ouverture de la fissure ($T = 0^{\circ}\text{C}$, $v = 2\ \mu\text{m/s}$)FIG. 6.20 – Vitesse non-uniforme d'ouverture de la fissure ($T = 0^{\circ}\text{C}$ - $v = 2\ \mu\text{m/s}$)

6.4.3 Phase de poursuite de l'essai après rupture

Après cette chute de force qui traduit l'ouverture d'une fissure dans le matériau, la figure 6.22 montre que la courbe de traction repart avec une raideur plus faible que celle relevée lors de la phase étirement. Cette nouvelle rigidité correspond à une raideur résiduelle d'une éprouvette fissurée. Comme le coefficient de Poisson est déterminé précédemment, la taille finie de la fissure peut-être déterminée par un calage de la simulation sur la courbe expérimentale de la phase C. La taille de la fissure ainsi trouvée peut-être comparée avec la valeur obtenue à partir de l'analyse post-mortem de l'anneau circulaire observé sur la surface de rupture. La figure 5.5 montre la surface de rupture obtenue à la fin de l'essai. On observe un anneau circulaire de 12mm de diamètre qui délimite la propagation de la fissure durant la première chute de force. Ce résultat confronté avec le calcul par la méthode des éléments finis tend à valider complètement la méthode de détermination de la taille de la fissure correspondant à la chute de force.

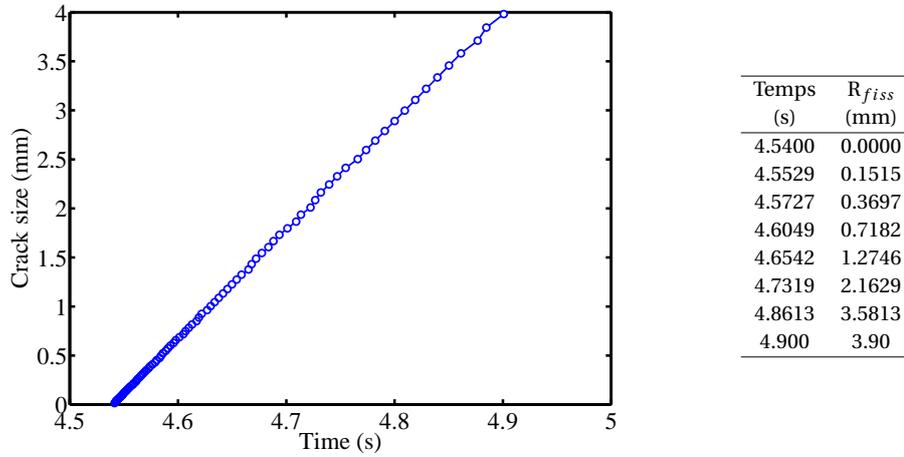
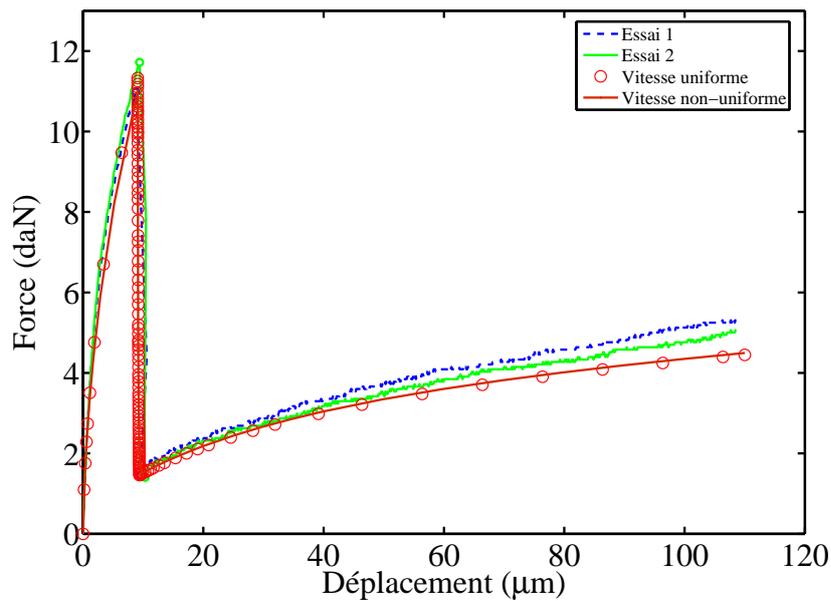
FIG. 6.21 – Vitesse non-uniforme d'ouverture de la fissure ($T=0^{\circ}\text{C}$ - $v = 2\mu\text{m/s}$)

FIG. 6.22 – Résultats expérimentaux et modélisation Abaqus

6.4.4 Calcul des facteurs d'intensité

En mécanique de la rupture, on utilise souvent la méthode d'éléments finis pour déterminer les paramètres de fissuration avec le taux de restitution d'énergie (G) ou le facteur d'intensité de contrainte (K_I^{σ}). Cette méthode est plus adaptée pour résoudre des structures présentant une géométrie complexe.

Habituellement, le facteur d'intensité de contrainte critique est défini pour les conditions d'ini-

tiation quasi-statique. Cependant, la rupture locale se présente comme une fissuration après une cavitation dans le film de bitume. Les conditions d'initiation de la fissure sont donc relativement particulières. Par ailleurs, on ne reproduit pas le phénomène de cavitation dans la simulation mais on prévoit dans le maillage une cavité initiale équivalente à la taille du plus petit élément ($7 \mu m$). Cette fissure initiale est conventionnelle mais elle est très pratique pour l'étude de la phase d'ouverture de la fissure. Elle permet également de vérifier l'incidence sur la réponse du matériau durant la phase d'étirement.

En prenant en compte les aspects liés à l'initiation, on détermine le facteur d'intensité de contrainte à partir du champ de contrainte proche de la pointe de fissure. On identifie de la même manière le facteur d'intensité en déplacement à partir du champ de déplacements des noeuds proches de la pointe de fissure. Puisque l'essai de rupture correspond au mode I de rupture, on s'intéresse donc à l'expression du facteur d'intensité de contrainte d'une fissure interne dans ce mode :

$$K_I^\sigma(a) = \lim_{r \rightarrow a^+} \sqrt{2\pi(r-a)} \sigma_{22}(r, 0) \quad (6.9)$$

$$K_I^u(a) = \lim_{r \rightarrow a^+} 2\sqrt{2\pi/(r-a)} u_2(r, 0) \quad (6.10)$$

La solution asymptotique s'obtient à partir de la résolution de l'équation intégrale du cas axisymétrique d'un problème de rupture avec les équations (6.9) et (6.10). En exploitant les résultats du champs des contraintes σ_{22} et du champ des déplacement u_{22} obtenus par la méthode des éléments finis, on peut déduire le facteur d'intensité de contrainte et le facteur d'intensité d'ouverture à la pointe de la fissure.

Facteur d'intensité de contrainte

Sanford [156] suggère une méthode basée sur le calcul par éléments finis et cette méthode a été appliquée sur un essai de flexion 3 points (Chailleux [26]) pour évaluer le facteur d'intensité de contrainte. Ce facteur est déterminé à partir du champ de contrainte proche de la pointe de la fissure. Si on trace la contrainte normale suivant la distance à partir de la pointe de fissure, on montre que le profil de la contrainte dans la zone de validité suit une loi linéaire.

La contrainte à proximité de la pointe de la fissure peut être développer en séries comme suit (voir la section §2.4.1) :

$$\sigma = \frac{A_{-1}}{\sqrt{r}} + A_1 \sqrt{r} + \dots + O(r^{\frac{3}{2}}) = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} + A_1 \sqrt{r} + \dots + O(r^{\frac{3}{2}}) \quad (6.11)$$

Soit encore :

$$\sigma \sqrt{2\pi r} = K_1 + B_1 \sqrt{r} + B_2 r^{\frac{3}{2}} \quad (6.12)$$

Le facteur d'intensité de contrainte est déterminé à partir de l'intersection de la portion linéaire de la courbe avec l'axe des ordonnées. Cette méthode permet ainsi d'obtenir une bonne approximation du facteur d'intensité de contrainte mais la détermination dépend beaucoup du choix de la région linéaire.

Dans cette étude, la détermination du facteur d'intensité de contrainte s'effectue grâce à un programme de traitement écrit sous l'environnement Python. Ce programme de traitement utilise comme donnée d'entrée les résultats à l'issue du calcul Abaqus.

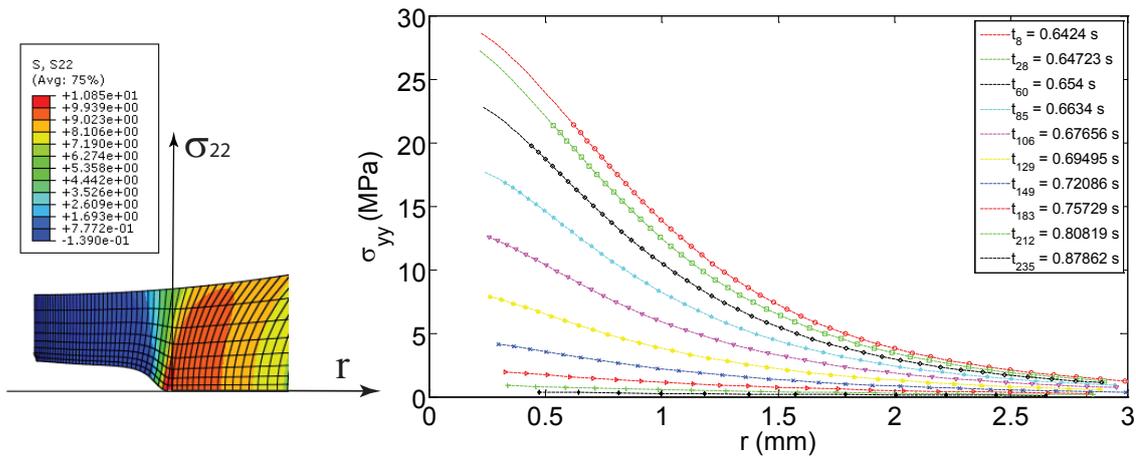


FIG. 6.23 – Détermination du facteur d'intensité de contrainte à partir du champ de contraintes

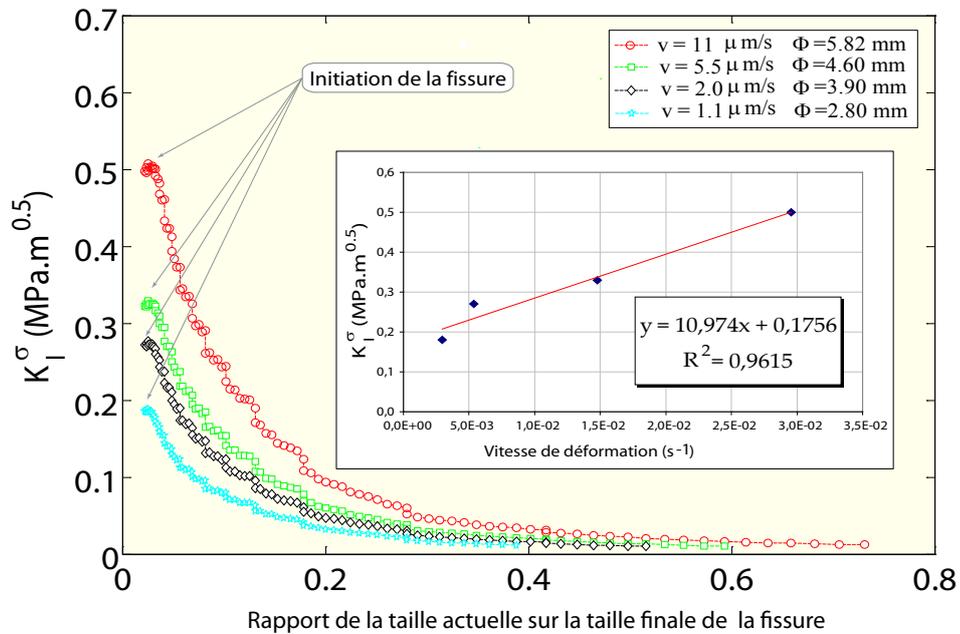


FIG. 6.24 – Effet de la vitesse de déformation sur le facteur d'intensité de contrainte

La figure 6.25 montre que le facteur K_I^σ décroît rapidement avec la taille de la fissure. Cette décroissance est observée pour toutes les vitesses de chargement.

Facteur d'intensité d'ouverture

Comme nous avons abordé dans la section §2.4.1, le facteur d'intensité d'ouverture peut être déterminé à partir du champ de déplacement des lèvres de la fissure. Cette méthode dite cinématique permet de récrire la relation du facteur d'intensité d'ouverture et le déplacement des lèvres de la

sure sous forme une droite :

$$[u_2]^2 = \left(\frac{1}{8\pi} (K_I^\sigma)^2 \right) \cdot r \quad (6.13)$$

Nous ne prenons en compte que les premiers points les plus proches de la pointe de la fissure. Ces

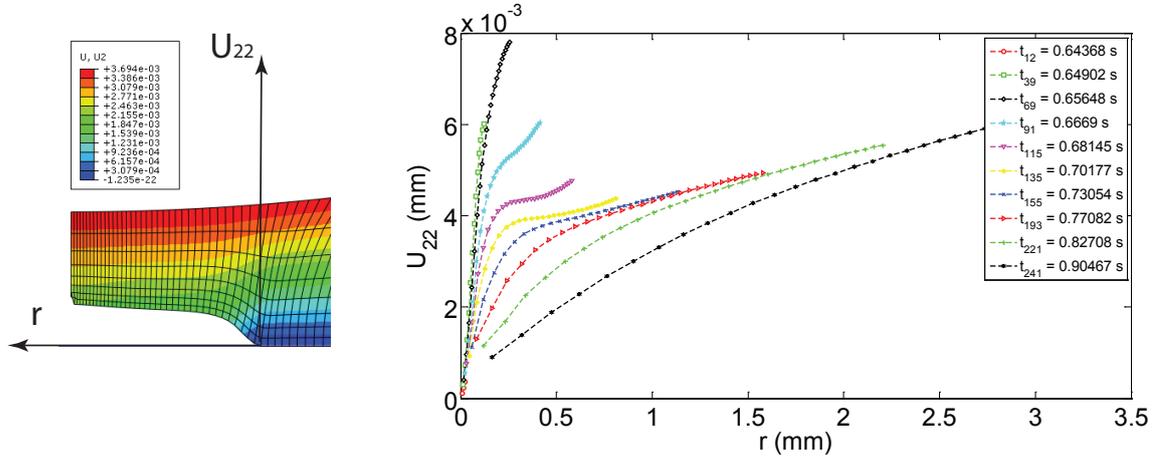


FIG. 6.25 – Détermination du facteur d'intensité d'ouverture de la fissure à partir du champ de déplacement

derniers respectent la linéarité de la relation (6.13).

Analyse du facteur d'intensité

Habituellement, on utilise les trois paramètres suivants : le taux de restitution d'énergie G_I , le facteur d'intensité de contrainte K_I^σ et le facteur d'ouverture de la fissure K_I^u . Une fissure s'initie et se propage dans un matériau lorsque la contrainte dans la zone proche de la pointe de fissure atteint une valeur critique. Cette valeur dépend uniquement des caractéristiques du matériau. Avec cette hypothèse, le facteur d'intensité de contrainte peut-être défini à l'aide du critère suivant : $K_I^\sigma = K_{IC}^\sigma$ (figure 6.26) ou plus généralement, le critère d'apparition d'une fissure peut s'exprimer comme suit :

$$\mathfrak{S}(K_I^\sigma, K_I^u) = 0 \quad (6.14)$$

Où \mathfrak{S} est une fonction qui dépend du matériau.

En élasticité, le critère de Griffith en mode I est défini par une hyperbole $K_I^u \cdot K_I^\sigma = cste$ et le critère classique $K_I^\sigma = K_{IC}^\sigma$ est représentée par une demi-droite verticale ayant pour origine, un point sur la bissectrice. Cette représentation est utilisée par différents auteurs pour interpréter la ténacité dynamique du verre par exemple [KOB 83]. Dans notre cas, la description de l'ouverture de la fissure dans le matériau est relativement difficile pour deux raisons : i) la fissure est créée par cavitation ii) le matériau est viscoélastique.

La représentation sur la figure 6.26 montre que le facteur d'intensité de contrainte à un instant proche du point d'initiation augmente avec la vitesse de déformation. Le facteur d'ouverture de fissure K_I^u atteint une valeur maximale lorsqu'on obtient l'égalité. À partir de la bissectrice, le facteur d'ouverture K_I^u décroît.

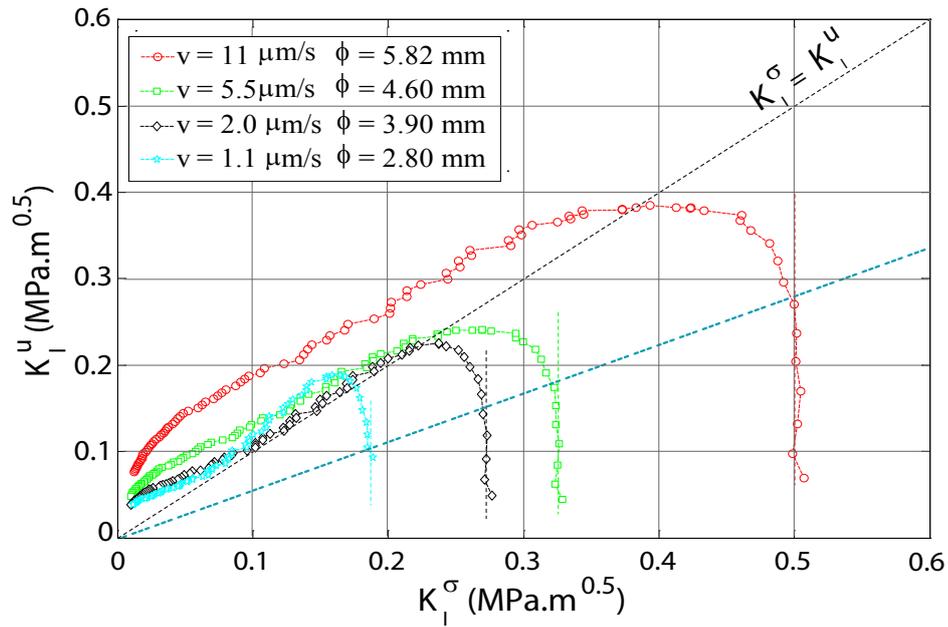


FIG. 6.26 – Description de l'ouverture de la fissure dans le plan $K_I^u - K_I^\sigma$ à différentes vitesses de déformation

On note au passage une dépendance linéaire entre le facteur d'intensité de contrainte avec l'aire de la fissure mesurée à la fin de la phase d'ouverture de la fissure.

$$K_I^\sigma = 0.078 * S_f \quad (6.15)$$

avec S_f la surface de la fissure.

Cette dépendance entre le facteur d'intensité de contrainte et la surface de rupture est un résultat satisfaisant car on retrouve ainsi une certaine cohérence des résultats obtenus entre les différentes vitesses d'essai.

Pour les faibles vitesses de déformation, l'approximation $K_I^\sigma \approx K_I^u$ reste valable et peut-être utilisée dans la résolution des problèmes de fissuration par fluage par exemple. Lorsque la vitesse de déformation est plus importante, l'égalité entre K_I^σ et K_I^u n'est plus valable.

6.5 Conclusion

Nous avons vu précédemment, dans le §5, l'identification des paramètres rhéologique du matériau. Ces caractéristiques du matériau nous permet d'effectuer les calculs réalistes afin de déterminer les paramètres de fissuration à l'aide du code de calcul Abaqus.

Dans un premier temps, on a pu déterminer le coefficient de Poisson pour chaque condition de l'essai (temps de chargement et la température de l'essai). Cette détermination se base sur la phase d'étirement en ajustant les courbes numérique et expérimentale d'une relation classique force-déplacement.

Une fois le coefficient de Poisson déterminé, nous avons simulé les trois phases de l'essai Rulob :

- Phase d'étirement : elle correspond à une réponse rhéologique d'une structure viscoélastique non-fissurée soumise à une vitesse de déplacement.
- Phase d'ouverture de fissure : elle s'initie lors que la force atteint sa valeur critique supérieure. La fissure avance ensuite dans la direction prédéfinie avec une vitesse constante (l'hypothèse simplificative). On utilise ici la méthode préconisée maître-esclave pour simuler la propagation de fissure.
- Phase poursuite de l'essai après rupture : cette phase est définie juste après la fin de la chute de force. Cette phase ressemble un peu de la phase d'étirement mais avec une pente plus faible du à la présence de la fissure au centre de l'éprouvette.

On constate que les phases étirement et poursuite après rupture correspondent à une réponse classique d'un matériau viscoélastique soumis à une déplacement imposé. On s'intéresse, dans ce cas, particulièrement la phase d'ouverture de fissure où les paramètres de fissuration sont à déterminer.

La détermination du facteur d'intensité de contrainte permet de mettre en évidence sa croissance linéaire avec la vitesse de déformation et l'existence d'une relation entre ce facteur et la taille de la fissure.

Pour des vitesses de déplacement relativement faible, le facteur d'intensité de contrainte et de facteur d'ouverture de la fissure sont comparables. On s'aperçoit également que le facteur d'intensité de contrainte croit linéairement avec la vitesse de déformation et qu'il existe une relation entre la taille de la fissure et le facteur d'intensité de contrainte au démarrage de celle-ci.

L'approximation $K_I^\sigma \approx K_I^u$ reste valable pour les faibles vitesses de déformation, et peut être utilisée dans la résolution des problèmes de fissuration par fluage par exemple. Lorsque la vitesse de déformation est plus importante, l'égalité entre K_I^σ et K_I^u n'est plus valable.

Conclusion générale

Au cours de leur durée de vie, les structures de chaussées se dégradent et la fissuration qui se propage dans les couches bitumineuses constitue l'un des principaux modes de dégradation. Différents essais de caractérisation du comportement des mélanges bitumineux sous chargement monotone ou répété ont été développés. Bien que leurs résultats montrent une grande sensibilité à la nature du liant, la contribution intrinsèque du bitume sur la fissuration de l'enrobé est méconnue.

Une analyse des surfaces de rupture des enrobés, à partir de prélèvements in situ et d'essais en laboratoire, montre que les fissures se développent dans le film de bitume entre deux granulats. Le comportement à la fissuration du bitume est actuellement principalement étudié sur des éprouvettes de bitume relativement massives. Or, dans l'enrobé, le bitume se présente en fait en film mince autour des granulats, configuration dans laquelle le liant subit des contraintes importantes et localisées.

Afin de prendre en compte ces constatations dans la compréhension du comportement des bitumes vis à vis de la fissuration, on a exploité sur le plan expérimental le nouvel essai développé au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et sur le plan numérique, les approches développées en mécanique de la rupture pour simuler l'ouverture d'une fissure dans un milieu viscoélastique et confiné. L'étude numérique concerne donc le nouvel essai appelé essai de Rupture Locale Répétée du bitume.

Cet essai consiste à appliquer une traction sur un film mince de bitume entre deux protubérances constituées d'un tronc de cône terminé par une calotte sphérique d'acier de rayon 6 mm . L'épaisseur initiale dans l'axe des protubérances est de $320\ \mu\text{m}$ et le déplacement maximal imposé est de $110\ \mu\text{m}$. A l'issue de cette essai, l'éprouvette subit un examen post-mortem pour évaluer la taille de la surface de fissure ainsi créée lors de l'essai.

Le bitume est un matériau viscoélastique thermosusceptible, sa réponse rhéologique dépend des conditions expérimentales (température, vitesse de chargement). De la même manière, les conditions expérimentales influencent les conditions d'initiation et d'ouverture de la fissure. En effet, lors des phases de traction, des chutes brutales du signal d'effort sont observées. Elles sont assimilées à l'initiation puis à la propagation d'une fissure au coeur même de l'échantillon.

À l'aide du code de calcul Abaqus, on a exploité les approches numériques qui permettent de compléter et de préciser les interprétations à l'aide d'indicateurs spécifiques de la fissuration comme le facteur d'intensité de contrainte et le facteur d'ouverture de la fissure.

En tenant compte des spécificités de l'essai et des propriétés rhéologiques du bitume, on a défini une méthode de calcul de l'évolution de la force au cours de la phase d'étirement, de la phase d'ou-

verture et de la phase de poursuite du chargement sur l'éprouvette fissurée. Après avoir proposé une approche pour déterminer la valeur du coefficient de Poisson lors de la phase d'étirement d'un film de bitume, on présente une interprétation de l'ouverture de la fissure à partir des champs locaux des contraintes et des déplacements dans la zone de la pointe de la fissure.

Chaque propagation de la fissure se traduit par l'apparition d'un anneau concentrique sur la surface de rupture de l'échantillon. En analysant cette surface, il est possible de déterminer les étapes de progression de la fissure. Les mesures réalisées dans différentes configurations d'essais montrent une bonne corrélation entre la taille de fissure mesurée expérimentalement et le facteur d'intensité de contrainte calculé au début de la propagation. Les mesures post-mortem des tailles de fissure sont cohérentes avec les résultats numériques.

On montre également que le facteur d'intensité de contrainte croît linéairement avec la vitesse de déformation et qu'il existe une relation entre la taille de la fissure et le facteur d'intensité de contrainte.

En première approximation, l'égalité entre le facteur d'ouverture de la fissure et le facteur d'intensité de contrainte peut-être admise pour des vitesses de déplacement relativement faibles. Cette égalité n'est plus valable pour des vitesses de déformation plus élevées.

Afin d'approfondir nos connaissances sur le comportement du bitume vis à vis de la fissuration, il serait souhaitable d'intégrer un nouveau protocole d'essai pour étudier les conditions de réamorçage et d'arrêt de la progression d'une fissure par une modification des conditions expérimentales sur une éprouvette fissurée.

Il serait ensuite intéressant de compléter les résultats présentés ici par d'autres études sur des liants de natures différentes. De même, des essais sur mastic (mélange de bitume avec des fines minérales) permettraient d'approcher encore mieux le comportement du bitume dans un enrobé. L'étude du mastic bitumineux permet de cerner les modifications de condition de propagation de la fissure liée à la présence des fines inclusions rigides.

Annexe A

Définition d'une fonction holomorphe

A.1 Dérivée d'une fonction $f(z)$.

Soit f une fonction de la variable complexe z définissant une opération (ou une suite d'opération) qui, au nombre z dans un certain ensemble D inclus dans le plan, associe un certain nombre complexe noté $f(z)$:

$$\forall z \in \mathcal{D} \longrightarrow f(z) \in \mathcal{C}$$

\mathcal{D} est appelé l'ensemble de définition de la fonction f : c'est l'ensemble des points où l'on sait effectuer les opérations permettant de calculer $f(z)$.

La donnée d'une fonction $f(z)$ est équivalente à la donnée de deux fonctions à valeurs réelles $u(x, y)$ et $v(x, y)$ telles que :

$$\forall z \in \mathcal{D}, \quad f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

Supposons $f(x, y)$

in \mathbf{R}^2 – différentiable, c'est-à-dire possédant une différentielle dans un certain domaine de \mathbf{R}^2 :

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy. \quad (\text{A.1})$$

Par ailleurs :

$$z = x + iy \quad \text{et} \quad d\bar{z} = dx - idy$$

d'où l'on déduit :

$$dx = \frac{1}{2}(dz + d\bar{z}), \quad dx = \frac{1}{2i}(dz - d\bar{z}) = \frac{1}{2}(id\bar{z} - idz)$$

En reportant ces expressions dans (A.1) et en factorisant selon dz et $d\bar{z}$, il devient :

$$df = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) dz + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) d\bar{z} \quad (\text{A.2})$$

Cette expression justifie que l'on introduise deux opérateurs différentiels définis comme suit :

$$\partial \equiv \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad \bar{\partial} \equiv \frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \quad (\text{A.3})$$

A.2 Fonctions holomorphes ou fonctions analytiques

À tout point $M(x,y)$ du plan, on associe le complexe $z = x + iy$ dont le conjugué est $\bar{z} = x - iy$. Avec ces deux dernières relations, on obtient :

$$x = \frac{z + \bar{z}}{2} \quad \text{et} \quad y = \frac{z - \bar{z}}{2i} \quad (\text{A.4})$$

Toute fonction $g(x,y)$ peut-être considérée comme fonction de z et \bar{z} , que l'on notera par abus de notation $g(z, \bar{z})$.

$$\begin{aligned} (x, y) \in \text{Plan} &\longrightarrow g(x, y) \\ (x, y) &\longrightarrow (z, \bar{z}) \longrightarrow g(z, \bar{z}) \end{aligned}$$

Avec ce changement de variable, on a :

$$\begin{cases} g_{,z} &= \frac{1}{2}(g_{,x} - ig_{,y}) \\ g_{,\bar{z}} &= \frac{1}{2}(g_{,x} + ig_{,y}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} g_{,x} &= g_{,z} + g_{,\bar{z}} \\ g_{,y} &= i(g_{,z} - g_{,\bar{z}}) \end{cases}$$

Soient $P(x, y)$ et $Q(x, y)$, deux fonctions définies sur un domaine S du plan. La fonction g définie par $g = P + iQ$ est holomorphe dans S si :

$$g_{,\bar{z}} = 0$$

Autrement dit g est fonction de la seule variable complexe $z \rightarrow g = g(z)$

D'après les règle de dérivation (A.5), on a alors :

$$g_{,\bar{z}} = 0 \rightarrow g_{,x} + ig_{,y} = 0$$

Soit en reposant dans la première formule (A.3) :

$$\begin{aligned} g_{,z} &= \frac{1}{2}(g_{,x} + g_{,x}) = g_{,x} &\longrightarrow g'(z) &= \frac{\partial g}{\partial x} \\ g_{,z} &= \frac{1}{2}(-ig_{,y} - ig_{,y}) = -ig_{,y} &\longrightarrow g'(z) &= -i \frac{\partial g}{\partial y} \end{aligned}$$

compte tenu de l'expression de g on a l'égalité :

$$\frac{\partial P}{\partial x} + i \frac{\partial Q}{\partial y} = -i \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial x} \longrightarrow \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial Q}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= -\frac{\partial Q}{\partial x} \end{cases}$$

Ces égalités correspondent aux conditions de Cauchy-Riemann. Ces relations impliquent $\Delta P = \Delta Q = 0$. Les parties réelle et imaginaire d'une fonction holomorphe sont harmoniques.

Annexe B

La Machine Asservie pour Essais Rhéologiques

Les grandeurs mesurées lors de l'essai de Rupture Locale Répétée sur Bitume sont très petites : quelques dizaines de μm pour le déplacement et quelques daN pour l'effort. La mise au point d'un essai demande de porter une attention toute particulière à la qualité du pilotage de l'essai et des mesures effectuées.

L'essai de Rupture Locale Répétée est effectué sur une *Machine Asservie pour les Essais Rhéologiques*. Cette presse de traction électromécanique a été développée pour étudier le comportement temporel d'éprouvettes d'enrobés bitumineux ayant une rigidité élevée [107].

B.0.1 Logiciel de pilotage

La mise en place d'un nouvel essai sur cette presse a nécessité le développement d'un logiciel et de nouveaux outils de pilotage de la machine. En collaboration avec le *CECP*¹⁴ d'Angers, nous avons rédigé un cahier des charges et vérifié la conformité. Nous avons aujourd'hui à notre disposition un outil permettant à l'opérateur de programmer lui-même les essais qu'il désire par empilement de séquences prédéfinies.

Une application spécifique permettant de réaliser les essais tels que celui défini dans le chapitre §5.3 a été validée.

B.0.2 Acquisition

Au cours de l'essai de Rupture Locale, il est indispensable d'enregistrer l'évolution des grandeurs de mesure. Le logiciel d'acquisition permet des prises de mesures de force et de déplacement toutes les $10ms$. Afin de permettre une comparaison entre essais, le nombre de points enregistrés est choisi de manière à avoir un déplacement constant entre chaque mesure, c'est à dire à être indépendant de la durée de la phase de traction. Ainsi pour un essai de $(l_f - l_i)\mu m$ de déplacement en $t_f s$, le pas de temps entre deux acquisitions sera de $\frac{l_f - l_i}{t_f} s$.

¹⁴Centre d'Etudes et de Conception de Prototypes, composante du Réseau Scientifique et Technique

B.0.3 Traitement des données

Toutes les valeurs de force et de déplacement sont exportées dans un fichier de sortie ASCII. Au début de ce fichier, un en-tête permet d'identifier l'essai réalisé puisque tous les paramètres de l'essai y sont enregistrés (température, épaisseur initiale du film, nombre de cycles, durée de la phase de traction et déplacement, force de compression, durée des phases de repos, caractéristiques de la traction finale, ...).

Un logiciel de traitement des résultats a été développé sous Matlab. Il permet une exploitation simple et rapide de tous les cycles et de tous les fichiers dans les mêmes conditions.

B.1 Précision des grandeurs mesurées

B.1.1 Mesure de la force

Choix du capteur

La presse de traction utilisée pour cet essai a initialement été développée pour l'étude du comportement en traction d'éprouvettes cylindriques d'enrobés bitumineux [107]. La rigidité de la MAER devait alors être nettement supérieure à celles des éprouvettes d'enrobés. Elle a ainsi été conçue pour supporter des charges pouvant atteindre 10000 daN.

Dans l'essai de Rupture Locale Répétée sur Bitume, l'effort mesuré peut atteindre au maximum 50 daN. La rigidité des éprouvettes de bitume utilisées dans notre essai est donc très nettement inférieure à la rigidité de la presse. La faible valeur des efforts nécessite l'utilisation d'un capteur ayant une précision suffisamment grande eu égard à la valeur de la charge mesurée.

Mais, couramment, plus l'étendue de mesure du capteur est faible plus sa rigidité diminue. Or le capteur de force utilisé ici est relié au bâti de la presse. Il fait donc partie de la chaîne mécanique de transmission des efforts. Sa rigidité doit être suffisamment importante pour éviter de lui appliquer les déformations plutôt qu'à l'échantillon.

Un compromis a alors été trouvé entre étendue de mesure et rigidité. Le capteur utilisé pour les essais de Rupture Locale Répétée est un capteur HBM Z4 d'étendue de mesure 2000 daN. La résolution de ce capteur est de 0,06 daN.

Isolation thermique du capteur

Afin de réaliser les essais à différentes températures et de pouvoir couler le bitume à chaud sur les protubérances, le dispositif porte-échantillons est placé dans une enceinte thermique dont la température varie de -20 à 70°C avec une précision de $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$.

Les porte-échantillons sont reliés au capteur de force par un bras creux en acier. Celui-ci est très bon conducteur de la chaleur et entraîne des changements importants de température au niveau du capteur d'effort. Dans de telles conditions, alors que l'effort à mesurer est de 50 daN maximum, une dérive aléatoire du signal de force de l'ordre de 5 à 10 daN est observée.

Nous avons supprimé cette dérive en isolant thermiquement le capteur d'effort du bras en acier.

Afin de ne pas diminuer la rigidité du dispositif, l'utilisation d'un matériau isolant de bonnes caractéristiques mécaniques entre le bras d'acier et le capteur de force a été adoptée (figure B.1).

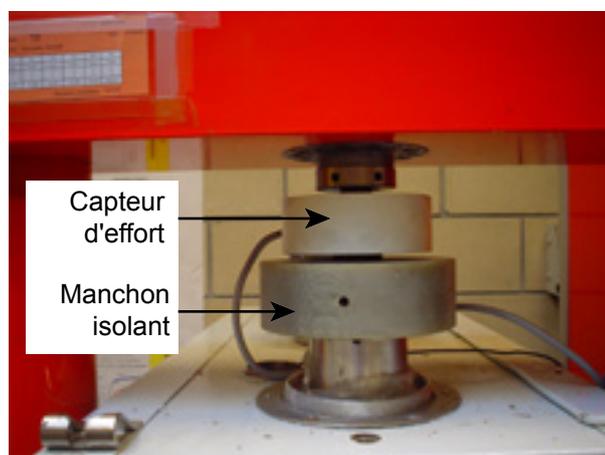


FIG. B.1 – Le manchon isolant en Permaglass permettant la stabilité de la mesure de force en fonction de la température (Maillard [108])

Le matériau choisi (cf. Tab. B.1) est dérivé d'un matériau composite de verre/époxy : il assure une bonne isolation thermique¹⁵ et possède un module d'élasticité suffisamment important pour ne pas subir de déformations lors des phases de traction sur l'échantillon de bitume.

Nom commercial		EPM203
Module apparent en flexion	(MPa)	18000
Résistance à la traction	(MPa)	280
Conductivité thermique	(W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0.35

TAB. B.1 – Propriétés mécaniques et thermiques du Permaglass[®]

En utilisant ce matériau et après plusieurs cycles en température, le signal d'effort ne varie au maximum que de 0.06 daN, soit la valeur de sa résolution.

B.1.2 Mesure du déplacement

La mesure de déplacement est assurée grâce à trois capteurs *LVDT* répartis à 120° autour des protubérances (figure B.2).

Les capteurs utilisés ici sont des *LVDT TESA GT22*. Ils ont une course de $\pm 665.35 \mu m$ et leur température d'utilisation est comprise entre -10 à $+60^\circ C$. Leur étalonnage en statique est assuré régulièrement dans le cadre du plan qualité du laboratoire.

Mais les essais de Rupture Locale Répétée peuvent être réalisés pour des températures inférieures et/ou des vitesses de déplacement élevées. Une vérification de la mesure donnée par les capteurs de déplacement est alors souhaitable dans les conditions extrêmes de l'essai.

¹⁵A titre indicatif, la conductivité thermique de l'acier inoxydable est de $16.0 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et celle du verre est de $0.7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et celle des matériaux plastiques est d'environ $0.1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

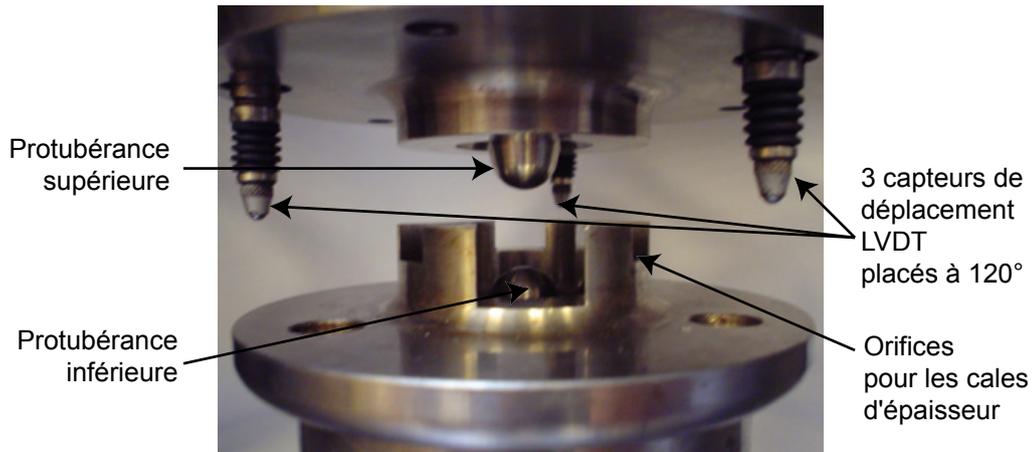


FIG. B.2 – Les portes échantillons et les capteurs de déplacement (Maillard [108])

Nous avons défini une procédure de vérification des capteurs sous chargement dynamique. Un des capteurs de déplacement LVDT est remplacé par un capteur sans contact *Sensorex PSC10M* d'étendue de mesure $0/1\text{ mm}$ dont la température basse d'utilisation est de -40°C .

Les essais se déroulent à vide, c'est à dire sans bitume dans le dispositif porte-échantillon.

A l'aide du logiciel de pilotage, des rampes de déplacement identiques à celles de l'essai de Rupture Locale Répétée sont imposées au dispositif pour différentes températures. Le pilotage s'effectue alors sur le déplacement moyen des deux capteurs LVDT et leur déplacement est comparé à la mesure donnée par le capteur sans contact.

La figure B.3 présente l'évolution des signaux délivrés par les capteurs LVDT et par le capteur sans contact à -20°C lorsqu'un déplacement de $120\text{ }\mu\text{m}$ est appliqué en 1 et 10s.

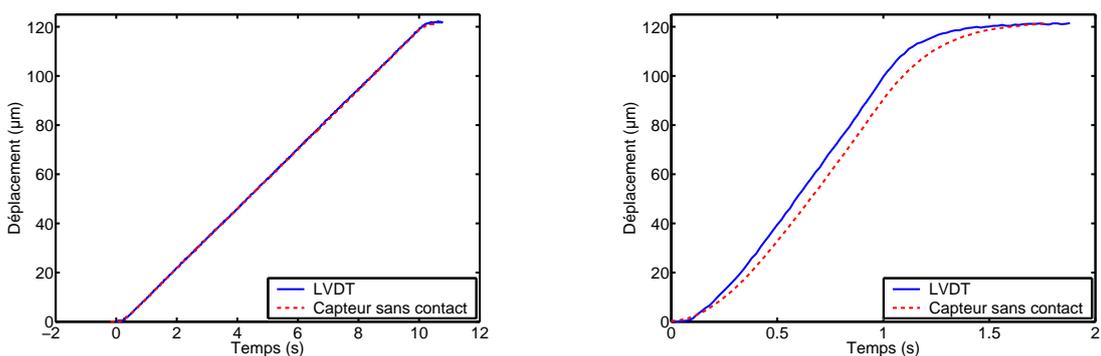
(a) Déplacement imposé de $110\text{ }\mu\text{m}$ en 10s à -20°C (b) Déplacement imposé de $110\text{ }\mu\text{m}$ en 1s à -20°C

FIG. B.3 – Vérification de la mesure des capteurs de déplacement à l'aide d'un capteur sans contact

Ces conditions d'essais sont les plus sévères appliquées lors des essais de Rupture Locale répétée sur bitume. Elles laissent penser que les vitesses de déplacement imposées sont respectées dans les conditions limites d'utilisation (basses températures et vitesses élevées).

Bibliographie

- [1] MSC Nastran - Engineering Analysis, MSC. Software Inc, version 2007, (2007).
- [2] Cast3M : Analysis of structures by the finite element method (FEM) and the Computational Fluids Dynamics, French Atomic Energy Commission (CAE), version 2008, (2008).
- [3] M. Attigui, Modélisation du comportement dynamique des structures fissurées par la mécanique de la rupture, Thèse de Doctorat, Université de Limoges (Dec 1997).
- [4] H. Baaj, Comportement à la fatigue des matériaux granulaires traités aux liants hydrocarbonés, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (juillet 2002).
- [5] L. Banks-Sills, Application of the finite element method to linear elastic fracture mechanics, *Journal of Applied Mechanics* 44 (1991) 447–461.
- [6] L. Banks-Sills, I. Hershkovitz, P. A. Wawrzynek, R. Eliasi, A. R. Ingraffea, Methods for calculating stress intensity factors in anisotropic materials : Part I— $z = 0$ is a symmetric plane, *Engineering Fracture Mechanics* 72 (15) (2005) 2328–2358.
- [7] G. Barenblatt, The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, *Advances in Applied Mechanics* 7 (1962) 55–129.
- [8] G. I. Barenblatt, The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 23 (3) (1959) 622–636.
- [9] I. Barsoum, K. Ravi Chandran, Stress intensity factor solutions for cracks in finite-width three layer laminates with and without residual stress effects, *Engineering Fracture Mechanics* 70 (2002) 2015–2031.
- [10] R. Barsoum, On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 10 (1976) 25–37.
- [11] J. Begley, J. Landes, The J-integral as a fracture criterion, *ASTM STP* 514 (1972) 1–20.
- [12] A. Birinci, Axisymmetric crack problem of a thick-walled cylinder with cladding, *International Journal of Engineering Science* 40 (15) (2002) 1729–1750.
- [13] A. Birinci, T. Sukru Ozsahin, R. Erdol, Axisymmetric circumferential internal crack problem of a thick-walled cylinder with inner and outer claddings, *European Journal of Mechanics, A/Solids* 25 (5) (2006) 764–777.
- [14] D. Bodin, Modèle d'endommagement cyclique : Application à la fatigue des enrobés bitumineux, Thèse de Doctorat, École Centrale de Nantes et Université de Nantes (2002).
- [15] H. Booij, Generalization of Kramers-Kronig transforms and some approximations of relations between viscoelastic quantities, *Rheologica Acta* 21 (1) (1982) 15–24.
- [16] G. M. Borret, Sur la Propagation de Fissure dans les Elastomères, Thèse de Doctorat, École Polytechnique de Paris (2000).

-
- [17] N. Brachet, L'essai de rupture locale répétée sur bitume, Rapport de Projet de fin d'études, IUP Génie des Systèmes Industriels - Option Mécanique et Matériaux (1999).
- [18] K. Broberg, Cracks and Fracture, Academic Press, 1999.
- [19] H. Bui, Dualité entre les intégrales de contour, Tech. rep., Compte Rendu Académie Sciences (1973).
- [20] H. Bui, A. Ehrlacher, Propagation of damage in elastic and plastic solid, Perframon Press, Oxford, and New York, 1981.
- [21] H. Bui, J. Proix, Découplage des modes mixtes de rupture en thermoélasticité par des intégrales indépendantes du contour, Actes du troisième colloque Tendances Actuelles en Calcul de Structures (1985) 631–643.
- [22] E. Castaneda, Contribution de méthodes non destructives à l'évaluation de l'effet de l'eau sur les enrobés bitumineux, Thèse de Doctorat, Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées (2005).
- [23] E. Castaneda, C. Such, Evaluation of moisture sensitivity of bituminous mixtures by a complex modulus approach, Transportation Research Board 1891 (2004) 62–67.
- [24] E. Chailleux, A mathematical-based master-curve construction method applied to complex modulus of bituminous materials, Road material and Pavement Design.
- [25] E. Chailleux, Viscoanalyse, Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, version 2007 Beta, (2007).
- [26] E. Chailleux, D. Hamon, Determination of the low temperature bitumen cracking properties : fracture mechanics principle applied to a three points bending test using a non homogeneous geometry, ICAP Proceedings.
- [27] R. Chambard, L. Francken, J. Lesage, A. Stawiarski, C. Such, Les liants hydrocarbonés, Ed. Hermès-Lavoisier, 2003.
- [28] O. Chenevez, Essai de rupture locale répétée du bitume, Rapport de projet de fin d'études, École Supérieure des Arts et Industries de Strasbourg (2001).
- [29] R. Christensen, Reponse : Discussion of "A rate-dependent criterion for crack growth" by McCartney, L.N., International Journal of Fracture 16 (1980) R233–R237.
- [30] R. Christensen, Viscoelastic crack growth - A response note, International Journal of Fracture 17 (1981) R169–R176.
- [31] R. Christensen, D. Anderson, Interpretation of dynamic mechanical test data for paving grade asphalt cement 61 (1992) 67–116.
- [32] R. Christensen, E. Wu, A theory of crack growth in viscoelastic materials, Engineering Fracture Mechanics 1981 (5) (1981) 215–225.
- [33] R. M. Christensen, A rate-dependent criterion for crack growth, International Journal of Fracture 15 (1) (1979) 3–21.
- [34] R. M. Christensen, Theory of viscoelasticity : An introduction., 2nd ed., Academic Press, 1982.
- [35] R. M. Christensen, L. N. McCartney, Viscoelastic crack growth, International Journal of Fracture 23 (1) (1983) R11–R13.
- [36] T. Coleman, Y. Li, On the convergence of reflective newton methods for large-scale nonlinear minimization subject to bounds, Mathematical Programming 67 (2) (1994) 189–224.
- [37] T. Coleman, Y. Li, A reflective newton method for minimizing a quadratic function subject to bounds on the some of the variables, SIAM Journal on Optimization 6 (4) (1996) 1040–1058.

-
- [38] G. Couarraze, J. Grossiord, *Initiation à la rhéologie*, 2nd ed., Lavoisier - Tec & Doc, 1991.
- [39] D. Cuisinier, Y. Berthaud, M. Francois, Orniérage des chaussées : identification des paramètres élasto-plastiques d'un enrobé bitumeux à partir d'un essai structurel, in : CFM 2007 - 1 Congrès Français de Mécanique, 2007.
- [40] C. de La Roche, Module de rigidité et comportement en fatigue des enrobés bitumineux. Expérimentations et nouvelles perspectives d'analyse, Thèse de Doctorat, École Centrale Paris (1996).
- [41] C. de La Roche, N. Rivière, Fatigue behavior of asphalt mixes : Influence of laboratory test procedures on fatigue performances, International Society for Asphalt Pavements (1997) 899–917.
- [42] G. De Roeck, A. Wahab, Strain energy release rate form for 3D finite element, *Engineering Fracture Mechanics* 50 (4) (1995) 569–580.
- [43] H. deLorenzi, On the energy release rate and the J-integral for 3-D crack configuration, *International Journal of Fracture* 19 (1982) 183–193.
- [44] H. deLorenzi, Energy release calculation by the finite element method, *Engineering Fracture Mechanics* 21 (1985) 129–143.
- [45] J. E. J. Dennis, *Nonlinear Least-Squares, State of the Art in Numerical Analysis*, Academic Press, 1977.
- [46] P. Destuynder, M. Djaoua, Sur une interprétation mathématique de l'intégrale de Rice en théorie de la rupture fragile, *Mathematical Method in the Application Science* 3 (1981) 70–87.
- [47] P. Destuynder, M. Djaoua, S. Lescure, Quelques remarques sur la mécanique de la rupture élastique, *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée* 2 (1) (1983) 113–135.
- [48] T. Doan, M. Alimami, J. Piau, F. Moutier, Endommagement par fatigue des enrobés bitumineux : influence des paramètres de composition, in : *Proceeding of the first international RILEM Congress*, vol. III, 1987, pp. 1155–1161.
- [49] G. Dobson, The dynamic mechanical properties of bitumen, in : *Proceeding of the Association of Asphalt Paving Technologist*, 1969, pp. 123–139.
- [50] A. Drozdov, *Mechanics of Viscoelastic Solids*, John Wiley and Sons, New York, 1998.
- [51] F. Dubois, Modélisation du comportement mécanique des milieux viscoélastiques fissurés : Application au matériau bois, Thèse de Doctorat, Université de Limoges (1997).
- [52] F. Dubois, C. Chazal, C. Petit, A finite element analysis of creep-crack growth in viscoelastic media, *Mechanics of Time-Dependent Materials* 2 (3) (1998) 269–286.
- [53] F. Dubois, Ch. Petit, Modelling of the crack growth initiation in viscoelastic media by the $g_0 \nu$ -integral, *Engineering Fracture Mechanics* 72 (2005) 2821–2836.
- [54] D. Dugdale, Yielding of steel sheets containing slits, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8 (1960) 100–104.
- [55] G. Durand, M. Ballie, J.-E. Poirier, M. Robert, Application of the new AASHTO MP1-A specification scheme to modified binders : low temperature performance of SBS, 3rd Euroasphalt & Eurobitume Congress Vienna.
- [56] M. Duriez, *Bétons hydrocarbonés - technologie des essais*, Ed. Dunod, 1960.
- [57] A. Ehrlacher, Contribution à l'étude thermodynamique de la progression de fissure et à la mécanique de l'endommagement brutal, Thèse de docteur d'État, Université Pierre et Marie Curie Paris (1985).
- [58] A. Ehrlacher, Viscoélasticité en grandes transformations : Étude de cas de calcul de structures en viscoélasticité en grandes transformations, Cours DEA, École Nationale des Ponts et Chaussées (2004).

-
- [59] A. El Abd, Développement d'une méthode de prédiction des déformations de surface des chaussées à assises non traitées, Thèse de Doctorat, École doctorale Sciences Physiques pour l'Ingénieur (SPI) (Dec. 2006).
- [60] F. Erdogan, Stress intensity factors, *Journal of Applied Mechanics* 50 (1983) 992–1002.
- [61] J. Eshelby, The continuum theory of lattice defects, *Solid Stat. Physics* 2 (1968) 79–144.
- [62] J. Ferry, *Viscoelastic Properties of Polymers*, John Wiley and Sons, New York, 1980, p. 264.
- [63] J. Ferry, *Viscoelastic Properties of Polymers*, John Wiley and sons, New York, 1980.
- [64] D. C. Fleming, Delamination modeling of composites for improved crash analysis, Tech. rep., Aerospace Engineering Program Florida Institute of Technology (Oct 1999).
- [65] D. François, A. Pineau, A. Zaoui, *Comportement mécanique des matériaux*, Hermes, Paris, 1993.
- [66] L. Francken, Progress report 1992 - 1996, *Materials and Structures* 30 (0) (1997) 33–42.
- [67] R. Frassine, A. Pavan, An application of viscoelastic fracture criteria to steady crack propagation in a polymeric material under fixed deformation, *International Journal of Fracture* 43 (4) (1990) 303–317.
- [68] P. Gilles, P. Mourgue, M. Rochette, Précision du calcul de la force d'extension de fissure G : effets du maillage et avantages de la méthode $g-\theta$, *Acte du Colloque National en Calcul de Structures* 2 (1993) 639–670.
- [69] J. Goodrich, Asphalt and polymer modified asphalt properties related to the performance of asphaltic concrete mixes, in : *Proceedings of the Association of Asphalt Paving Technologist*, vol. 57, 1988, pp. 116–175.
- [70] L. Gray, Evaluation of hypersingular integrals in the boundary element method, *Computational Mechanics* 15 (1991) 165–174.
- [71] L. J. Gray, A. V. Phan, G. H. Paulino, T. Kaplan, Improved quarter-point crack tip element, *Engineering Fracture Mechanics* 70 (2) (2003) 269–283.
- [72] A. Griffith, The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* 221 (1921) 163–198.
- [73] V. G. Gustavo, J. Planas, M. Elices, K_I evaluation by the displacement extrapolation technique, *Engineering Fracture Mechanics* 66 (2000) 243–255.
- [74] F. Hammoum, E. Chailleux, H. Nguyen, A. Ehrlicher, D. Bodin, Experimental and numerical analysis of crack initiation and growth in thin film of bitumen, *Road Materials and Pavements Design*.
- [75] F. Hammoum, P. Hornych, Quantitative study of bituminous materials microstructure by digital image analysis, in : *Eurasphalt and Eurobitume Congress*, vol. 2, Vienne, 2004, pp. 1946–1955.
- [76] J. Harvey, Bitumen film in tension, Thèse de Doctorat, Cambridge University (2000).
- [77] J.-V. Heck, Modélisation des déformations réversibles et étude des déformations permanentes des enrobés bitumineux - application à l'ornièrage des chaussées, Thèse de Doctorat, École Centrale de Nantes (2001).
- [78] T. Hellen, On the method of virtual crack extension, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 9 (1975) 187–207.
- [79] R. Henshell, K. Shaw, Crack tip finite elements are unnecessary, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 9 (1975) 495–507.

-
- [80] S. A. M. Hesp, An improved low-temperature asphalt binder specification method, Tech. rep., Queen's University (23 août 2003).
- [81] S. A. M. Hesp, T. Terlouw, W. C. Vonk, Low temperature performance of sbs-modified asphalt mixes, in : Association of Asphalt Paving Technologists, Reno, Nevada, 1999.
- [82] W. Heukelom, Une méthode améliorée de caractérisation des bitumes par leur propriétés mécaniques, Bulletin de Liaison du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées 76 (1975) 55–64.
- [83] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, ABAQUS Scripting User's Manual, Version 6.4, Dassault systèmes (2004).
- [84] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, ABAQUS Theory Manual, Version 6.4, Dassault systèmes (2004).
- [85] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, ABAQUS Users's Documentation, Version 6.4, Dassault systèmes (2004).
- [86] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, "Crack propagation analysis", Section 7.10.3 of the ABAQUS Analysis User's Manual, Dassault systèmes (2004).
- [87] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, ABAQUS Analysis Users's Manual, Version 6.6, Dassault systèmes (2007).
- [88] C. Huet, étude par une méthode d'impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés, Thèse de doctorat d'ingénieur, Faculté des Sciences de l'Université de Paris (1963).
- [89] J. W. Hutchinson, Plastic stress and strain fields at a crack tip, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 16 (5) (1968) 337–342.
- [90] J. W. Hutchinson, Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 16 (1968) 13–31.
- [91] G. Irwin, Fracturing of Metals, ASM, Cleveland (1948) 147.
- [92] G. Irwin, Analysis of stresses and strains near the end of cracking traversing a plate., Journal of Applied Mechanics 24 (1957) 361–364.
- [93] I. Jurine, Essai de rupture locale répétée du bitume, Rapport de Projet de fin d'études , École Supérieure des Arts et Industries de Strasbourg (2000).
- [94] M. Kadir, Crack propagation in rubbers, Thèse de Doctorat, Queen Mary College, London (1980).
- [95] M. Kanninen, E. Rybicki, R. Stonesifer, D. Broek, A. Rosenfield, C. Marschall, G. Hahn, Elastic-Plastic Fracture Mechanics for Two-Dimensionnal Stable Crack Growth and Instability Problems, Elastic-Plastic Fracture Mechanics, ASTM STP 668 (1979) 121–150.
- [96] K. Kishimoto, S. Aoki, M. Sakata, Use of U-integral in dynamic analysis of cracked linear viscoelastic solids by finite-element methode, Journal of Applied Mechanics 49 (1982) 75–80.
- [97] W. G. Knauss, Delayed failure - the Griffith problem for linearly viscoelastic materials, International Journal of Fracture 6 (1) (1970) 7–20.
- [98] R. Krueger, The virtual crack closure technique : History, approach and applications, Tech. rep., NASA, ICASE Report No. 2002-10, Hampton, Virginia (2002).
- [99] S. Largeaud, H. Raffegau, B. Simaillaud, B. Eckmann, E. Sauger, D. Ollier, G. Hervé, L. Wendling, J. Pascot, J. C. Vaniscote, D. Chabert, The use of direct tension tests for the assessment of low temperature properties of bituminous binders, in : 6th RILEM Symposium PTEBM'03, 2003, pp. 95–101.

-
- [100] LCPC et SETRA, Conception et dimensionnement des structures de chaussées - Guide technique, LCPC et SETRA, Paris, 1994.
- [101] L. Lee, C. Wang, Stress intensity factors by weight function method for cracked composite laminates, *Engineering Fracture Mechanics* 48 (2) (1994) 267–279.
- [102] N. Lee, G. Morrisson, S. Hesp, Low temperature fracture of polyethylene-modified asphalt binders and asphalt concrete mixes, in : AAPT, vol. 64, Portland, 1995, pp. 534–574.
- [103] J. Lemaitre, J. Chaboche, *Mécanique des matériaux solides*, 2nd ed., Dunod, 1998.
- [104] A. Leski, Implementation of the virtual crack closure technique in engineering fe calculations, *Finite Elements in Analysis and Design* 43 (3) (2007) 261–268.
- [105] C.-P. Leung, D. L. McDowell, Inclusion of primary creep in the estimation of the ct parameter, *International Journal of Fracture* 46 (2) (1990) 81–104.
- [106] S. Lin, J. Abel, Variation approach for a new direct-integration form of the virtual crack extension method, *International Journal of Fracture* 38 (1988) 217–235.
- [107] R. Linder, F. Moutier, M. Pénet, F. Peyret, La machine asservie d'essai rhéologiques (MAER LCPC) et son utilisation pour l'essai de traction direct sur enrobés, *Bulletin de liaison du Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées* 142.
- [108] S. Maillard, Fissuration et autoréparation des liants bitumieux - Apport de l'essai de Rupture Locale Répétée sur Bitume, Thèse de Doctorat, l'École Central de Nantes et l'Université de Nantes (Juin 2005).
- [109] S. Maillard, C. de La Roche, F. Hammoum, L. Gaillet, E. Daouben, C. Such, Comportement à la rupture du bitume en film mince sous chargement répété - Application par des méthodes de contrôle non destructif, *Actes des Journée Sciences de l'Ingénieur* (2003) 239–245.
- [110] S. Maillard, C. de La Roche, F. Hammoum, L. Gaillet, C. Such, Experimental investigation of fracture and healing of bitumen at pseudo-contact of two aggregates, *Eurobitume* (2004) 1291–1304.
- [111] S. Maillard, C. de La Roche, F. Hammoum, C. Such, J. M. Piau, Bitumen healing investigation using a specific fracture test.
- [112] J. Mandel, *Cours de Mécanique des Milieux Continus*, vol. Tome II : Mécanique des Solides, Gauthier-Villars Editeur, Paris, 1966.
- [113] J. Mandel, Sur les corps visco-élastique à comportement linéaire, *Tech. Rep. 241, Compte Rendu de l'Académie des Sciences* (1995).
- [114] D. Marquardt, An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *SIAM Journal Applied Math* 11 (1963) 431–441.
- [115] J. Marvillet, A. Vershave, Cohésion : critère d'appréciation des liants pour enduits?, in : *Eurobitume Symposium*, Cannes, 1981, pp. 124–127.
- [116] L. N. McCartney, Crack growth laws for a variety of viscoelastic solids using energy and COD fracture criteria, *International Journal of Fracture* 15 (1) (1977) 31–40.
- [117] L. N. McCartney, Crack propagation, resulting from a monotonic increasing applied stress, in a linear viscoelastic material, *International Journal of Fracture* 13 (5) (1977) 641–654.
- [118] L. N. McCartney, Discussion : A rate-dependent criterion for crack growth, by R. M. Christensen, *International Journal of Fracture* 16 (5) (1980) R229–R232.
- [119] L. N. McCartney, Response to discussion concerning kinetic criteria for crack in viscoelastic materials, *International Journal of Fracture* 17 (6) (1981) R161–R161.

-
- [120] L. N. McCartney, On the energy balance approach to fracture in creeping materials, *International Journal of Fracture* 19 (2) (1982) 99–113.
- [121] L. N. McCartney, Crack-growth predictions for viscoelastic materials exhibiting non-uniform craze deformation, *International Journal of Fracture* 37 (4) (1988) 279–301.
- [122] B. Moran, C. Shih, A general treatment of crack tip contour integrals, *International Journal of Fracture* 35 (1987) 295–310.
- [123] F. Moutier, Étude statistique de l'effet de composition des enrobés sur leur comportement en fatigue et leur module complexe, vol. 172, *Bulletin de Liaison du Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées*, 1991, pp. 33–41.
- [124] F. Moutier, G. Ramond, C. Such, J. Bonnot, Influence of nature of asphalt cements on fatigue strength of asphalt mixture under imposed strain, in : *SHRP Conference Sharing the benefits* ; 1990.
- [125] Y. Murakami, *Stress Intensity Factors Handbook*, 1st ed., Pergamon Press, 1987.
- [126] A. Needleman, A continuum mode for void nucleation by inclusion debonding, *Journal of Applied Mechanics* 54 (1987) 525–531.
- [127] A. Needleman, V. Tvergaard, An analysis of ductile rupture mode at a crack tips, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 35 (2) (1987) 151–183.
- [128] H. Nguyen, évaluation des performances prédictives de modèles d'endommagement par fatigue des enrobés bitumineux, Master dea, Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Rennes & Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) (2004).
- [129] Norme EN-12593, Détermination de la température FRAASS des liants bitumineux, Tech. rep., Afnor (1999).
- [130] Norme EN-13587, Essai de traction directe sur haltère, Tech. rep., Afnor (Juin 2004).
- [131] Norme EN-13589, Détermination des caractéristiques de traction des bitumes modifiés par la méthode de force ductilité, Tech. rep., Afnor (Juin 2004).
- [132] Norme EN-1426, Détermination de la pénétrabilité à l'aiguille, Tech. rep., Afnor (Décembre 1999).
- [133] Norme EN-1427, Détermination de la température de ramollissement, Tech. rep., Afnor (Janvier 2000).
- [134] Norme EN-14771, Bitumes et liants bitumineux - Détermination du module de rigidité en flexion - Rhéomètre à flexion du barreau (BBR), Tech. rep., Afnor (Sept 2005).
- [135] Norme NF-P-98-261-1, Détermination de la résistance à la fatigue des mélange hydrocarbonés - Part 1 : Essai par flexion à amplitude de flèche constante, Tech. rep., Afnor (Juil. 2001).
- [136] F. Olard, Comportement thermomécanique des enrobés bitumineux à basses températures. Relations entre les propriétés du liant et de l'enrobé, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (2003).
- [137] D. M. Parks, A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factors, *International Journal of Fracture* 10 (4) (1974) 487–502.
- [138] S. Perez, Approche expérimentale et numérique de la fissuration réfléctive des chaussées, Ph.D. thesis, Université de Limoges (2008).
- [139] C. Petit, Modélisation des milieux composites multicouches fissurés par la mécanique de la rupture, Thèse de Doctorat, Université de Clermont-Ferrand II (jan 1990).

-
- [140] J. P. Pfeiffer, R. N. J. Saal, Asphaltic bitumen as colloid system., *Journal of Physical Chemistry* 44 (2) (1940) 139–149.
- [141] A.-V. Phan, J. Napier, L. Gray, T. Kaplan, Stress intensity factor analysis of friction sliding at discontinuity interfaces and junctions, *Computational Mechanics* 23 (2003) 392–400.
- [142] G. Pluvinage, *Mécanique élastoplastique de la rupture "Critères d'armorçage"*, Ed. Cepadues, 1989.
- [143] B. Pouteau, *Durabilité mécanique du collage blanc sur noir dans les chaussées*, Thèse de Doctorat, École doctorale MTGC de Nantes (Dec. 2004).
- [144] G. Ramond, C. Such, *Le module complexe des liants bitumineux*, vol. 32, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, FRANCE, 1991.
- [145] G. Ramond, C. Such, *Le module complexe des liants bitumineux*, Rapport technique CR32, Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées (2003).
- [146] S. Rao Tangella, J. Craus, J. Deacon, C. Monismith, Summary report on fatigue response of asphalt mixtures, Tech. rep., Institute of transportation studies, University of California (1990).
- [147] J. R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks, *Journal of Applied Mechanics* 35 (1968) 379–386.
- [148] J. R. Rice, G. Rosengren, Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 16 (1968) 1–12.
- [149] S. Roth, *L'essai de rupture locale répétée du bitume. Mise au point du protocole expérimental et premiers résultats*, Rapport de projet de fin d'études, École National Supérieur des Arts et Industries de Strasbourg (1997).
- [150] G. Rousselier, Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture, *Nuclear Engineering and Design* 105 (1987) 97–111.
- [151] T. Rouxel, J. Sangleboeuf, The brittle to ductile transition in a soda–lime–silica glass, *Journal of Non-Crystalline Solids* 271 (3) (2000) 224–235.
- [152] T. Rouxel, F. Wakai, S. Sakaguchi, R-Curve Behavior and Stable Crack Growth at Elevated Temperature (1500Å°-1650Å° C) in a Si₃N₄/SiC Nanocomposite, *Journal of the American Ceramic Society* 77 (12) (1994) 3237–3243.
- [153] S. Roy, S. Hesp, Fracture energy and critical crack tip opening displacement, in : *Proceedings of the Canadian Technical Asphalt Association*, vol. 46, 2001, pp. 187–214.
- [154] E. F. Rybicki, M. F. Kanninen, A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral, *Engineering Fracture Mechanics* 9 (4) (1977) 931–938.
- [155] J. Salençon, *Viscoélasticité*, Cours de Calcul des Structures Anélastiques, École Polytechnique, 1983.
- [156] R. Sanford, *Principes of fracture mechanics*, Prentice Hall, 2002.
- [157] R. A. Schapery, A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media I. theoretical development, *International Journal of Fracture* 11 (1) (1975) 141–159.
- [158] R. A. Schapery, A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media II. approximate methods of analysis, *International Journal of Fracture* 11 (3) (1975) 369–388.
- [159] R. A. Schapery, A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media III. analysis of continuous growth, *International Journal of Fracture* 11 (1975) 549–562.
- [160] M. Shaterzadeh, *Étude et modélisation physique et mécanique du comportement viscoélastique et plastique de composites particuliers à matrice polymères*, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (1997).

-
- [161] C. Shih, Relationship between the J-integral and the crack opening displacement for stationary and extending cracks, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 29 (1981) 305–326.
- [162] C. Shih, H. deLorenzi, W. Andrews, Studies on crack initiation and stable crack growth, *Elastic-Plastic Fracture Mechanics*, ASTM STP 668 (1979) 65–120, American Society for Testing and Materials, Philadelphia.
- [163] C. Shih, H. deLorenzi, M. German, Crack extension modeling with singular quadratic isoparametric elements, *International Journal of Fracture* 12 (1976) 647–651.
- [164] K. N. Shivakumar, I. S. Raju, An equivalent domain integral method for three-dimensional mixed-mode fracture problems, *Engineering Fracture Mechanics* 42 (6) (1992) 935–959.
- [165] K. N. Shivakumar, P. Tan, J. Newman, A Virtual Crack-Closure Technique for Calculating Stress Intensity Factors for Cracked Three Dimensional Bodies, *International Journal of Fracture* 36 (1988) R43–R50.
- [166] SHRP, Binder characterization and evaluation, Rapport Technique 3, Strategic Highway Research Program (1994).
- [167] T. Smith, Dependence of the Ultimate Properties of a GR-S Rubber on Strain Rate and Temperature 32 (1958) 99–113.
- [168] C. Stéfani, Étude du phénomène de fatigue dans les matériaux composites bitumineux, Note interne, Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées (1987).
- [169] C. Stéfani, Étude du phénomène de fatigue dans les matériaux composites bitumineux - additif à la note du 25 juin 1987 : Essai de rupture locale répétée du bitume, Note interne, Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées (1988).
- [170] C. Stéfani, Fonctions usuelles de la théorie de la viscoélasticité linéaire et leurs relations (2001).
- [171] *Theoretical and Applied Rheologica - Proceedings XIth International Congress of Rheology, Relations between the composition of bitumen and their rheological properties*, vol. 2 (1990).
- [172] D. Tracey, Finite element solutions for crack-tip behavior in small scale yielding, *Journal of Engineering Materials and Technology* 98 (1976) 146.
- [173] Q. D. Tran, Modèle simplifié pour les chaussées fissurées multicouches, Thèse de Doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées (2004).
- [174] N. Tschoegl, *The phenomenological theory of linear viscoelastic behavior*, Springer-Verlag, Berlin (1989) 769.
- [175] N. Tschoegl, I. Emri, Generating line spectra from experimental responses. Part III : Interconversion between relaxation and retardation behavior, *International Journal of Polymeric Materials* 18 (1992) 117–127.
- [176] N. Tschoegl, I. Emri, Generating line spectra from experimental responses. Part II : Storage and loss functions, *Rheologica Acta* 32 (1993) 322–327.
- [177] N. Tschoegl, W. Knauss, I. Emri, Poisson's ratio in linear viscoelasticity-a critical review, *Mechanics of Time Dependent Materials* 6 (2002) 3–51.
- [178] V. A. Vainshtok, P. Y. Kravets, Determination of the weight functions and stress intensity factors in polynomial loading of the edges of a normal separation crack in planar and axisymmetric formulation, *Strength of Materials* 21 (6) (1989) 712–726.
- [179] A. Van, A general system describing the viscoelastic properties of bitumen and its relation to routine test data, *Journal of Applied Chemistry* 4 (1954) 221–236.

-
- [180] X. Wang, Y. Shen, The energy release rate for linear viscoelastic materials, *Acta Mechanica Solida Sinica* 7 (2) (1994) 151–164.
- [181] A. Wells, Unstable crack propagation in metals, cleavage and fast fracture. proceedings of the crack propagation symposium, College of Aeronautics, Cranfield UK (1961) 210–230.
- [182] A. Wells, Application of fracture mechanics at and beyond general yield, British Welding Research Association Report 10 (1963) 563–570.
- [183] H. Westergaard, Bearing pressures and cracks. ASME, *Journal of Applied Mechanics* 6 (1939) 49–53.
- [184] D. Williams, R. Landel, J. Ferry, The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass form liquids, *Journal of American Chemistry Society* 77 (1955) 3701–3707.
- [185] X. Xu, A. Needleman, Numerical simulation of fast crack growth in brittle solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 42 (1994) 1397–1434.
- [186] X. Zhang, Étude numérique de la propagation de fissures par la mécanique de la rupture, Thèse de Doctorat, Université de Clermont-Ferrand II (Jun 1992).

Résumé

Ce travail de thèse est consacré à l'étude des phénomènes d'initiation et de propagation d'une fissure dans un matériau bitumineux. À l'aide d'un essai innovant développé au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, on reproduit les conditions d'initiation et de propagation d'une fissure confinée dans un film de bitume.

Dans la première partie de ce travail de thèse, on aborde l'approche utilisée pour identifier les propriétés rhéologiques à l'aide du modèle de Maxwell généralisé. La détermination des séries de Prony passe par les méthodes d'optimisation linéaire et non-linéaire pour représenter précisément le module complexe du liant bitumineux dans le domaine fréquentiel. Ce comportement viscoélastique identifié est ensuite validé par l'essai de fluage sur un barreau de flexion trois points dans le domaine temporel.

Dans la deuxième partie, on aborde la modélisation numérique de l'essai de rupture locale en tenant compte à la fois de la viscoélasticité du matériau et de la cinématique d'ouverture de la fissure. Globalement, on montre que la simulation numérique reproduit bien les différentes phases de l'essai. La simulation numérique de la phase d'étirement du film de bitume permet de déterminer le coefficient de Poisson du matériau. On présente également l'analyse locale des champs de contrainte et de déplacement au voisinage de la pointe de fissure pour évaluer le facteur d'intensité de contrainte et le facteur d'ouverture de la fissure. L'exploitation des résultats obtenus permet de préciser la dépendance du facteur d'intensité de contrainte vis-à-vis de la vitesse de chargement.

Mots-clés: liant bitumineux, viscoélasticité, mécanique de rupture, propagation de fissure, facteur d'intensité de contrainte, éléments finis

Abstract

This thesis is devoted to study the phenomenon of initiation and propagation of a crack in a bituminous material. By applying an innovative test developed at LCPC (French Public Works Research Institute), we reproduce the conditions of initiation and propagation of a crack in a confined film of bitumen.

The first part of the study introduces the approach which is used to identify the rheological properties by the generalized Maxwell model. The determination of Prony series is done by linear and non-linear optimization methods so that the complex modulus of asphalt binder could be accurately described in the frequency domain. The calibration of the viscoelastic model is then validated by comparing simulation of the three point bending test in the time domain.

In the other part of the study, both viscoelasticity of the material and the kinematics of crack opening are taken into consideration in the numerical modeling of the local fracture test. The finite elements analysis exhibits the different stages of the test during the initial, final loading and the crack development process. The numerical simulation of the first traction stage of the bituminous film is

particularly used to determine the Poisson ratio of the material. Then the analysis focuses in local fields of stress and displacement near the crack tip in the aim of evaluating the stress and opening intensity factor of the crack. The interpretation of the results clarifies the dependence of the intensity factors to the speed of loading.

Keywords: bitumen, viscoelasticity, fracture mechanic, crack progagation, stress intensity factors, finite element