



HAL
open science

Caractérisation et modélisation causale d'un frein à liquide magnétorhéologique en vue de sa commande

Richard Demersseman

► **To cite this version:**

Richard Demersseman. Caractérisation et modélisation causale d'un frein à liquide magnétorhéologique en vue de sa commande. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2009. Français. NNT : 2009ENAM0021 . pastel-00005484

HAL Id: pastel-00005484

<https://pastel.hal.science/pastel-00005484>

Submitted on 27 Nov 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ARTS ET METIERS
PARISTECH
Ecole doctorale 432 : sciences et métiers de l'Ingénieur**

THESE

Présentée par
Richard DEMERSSEMAN
Ingénieur Ecole Centrale de Lille
DEA de Génie Electrique de l'Université Lille I

pour obtenir le grade de
**DOCTEUR DE
L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ARTS ET METIERS**

Domaine :
Génie électrique

Sujet :
**CARACTERISATION ET MODELISATION CAUSALE D'UN FREIN A
LIQUIDE MAGNETORHEOLOGIQUE EN VUE DE SA COMMANDE**

Directeur de thèse : Stéphane CLENET
Co-encadrants : Betty LEMAIRE-SEMAIL, Moustapha HAFEZ

Thèse présentée et soutenue le 14 Septembre 2009 devant le jury composé de :

| | | |
|----------------------|---|-------------|
| Nathan IDA | Professeur, Université d'Akron, Etats-Unis | Président |
| Claude MARCHAND | Professeur, LGEP, Université Paris XI | Rapporteur |
| Yvan LEFEVRE | Chargé de Recherche, CNRS, LAPLACE Toulouse | Rapporteur |
| Stéphane CLENET | Professeur, L2EP, ENSAM PARISTECH | Examinateur |
| Betty LEMAIRE-SEMAIL | Professeur, L2EP, Université Lille I | Examinateur |
| Moustapha HAFEZ | Directeur de recherche, CEA LIST | Examinateur |

Laboratoires d'accueil :
Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance
ENSAM PARISTECH, 8 Boulevard Louis XIV, 59046 Lille
Laboratoire des Interfaces Sensorielles
CEA LIST, 18 Route du Panorama, 92265 Fontenay-aux-roses

Remerciements

Ces travaux de recherche ont été effectués dans les locaux du Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance (L2EP) à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Paristech de Lille et au Laboratoire des Interfaces Sensorielles au sein du Laboratoire d'Intégration des Systèmes et Technologies (LIST) du Commissariat à l'Energie Atomique à Fontenay-aux-roses. Ils ont été financés à hauteur de moitié par l'ENSAM et de moitié par le CEA.

Je remercie M. Stéphane Clénet, directeur de la thèse, dont les hautes compétences scientifiques et la grande expérience dans l'encadrement de thèses ont été des moteurs dans la bonne conduite de ces travaux.

Je remercie Mme Betty Semail pour avoir co-encadré la thèse, pour sa disponibilité, en particulier lors des nombreuses relectures du mémoire, ainsi que pour les remarques pertinentes qu'elle a émises sur mon travail.

Je remercie M. Moustapha Hafez pour son co-encadrement, ses précieux conseils et pour avoir suivi de près les travaux réalisés tout au long de la thèse.

J'adresse mes plus vifs remerciements à M. Claude Marchand et M. Yvan Lefèvre pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce mémoire et à M. Nathan Ida pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Je remercie dans l'ensemble tous les membres du jury pour toute l'attention qu'ils ont portée à la lecture de mon travail et pour la richesse scientifique de la discussion qui a suivi cette lecture pendant la soutenance.

Je tiens à remercier tout particulièrement Yohan Dhont, Benoît Pérochon, Marc Itchah et Luc Bulteau qui ont très gentiment accepté de fabriquer et d'assembler le cisailleur de liquides MR et le frein basé sur ces mêmes matériaux. J'adresse également mes remerciements à Stéphane Leleu et Frédéric Giraud pour leurs conseils précieux sur la conception de ces dispositifs et sur la mise en place des bancs expérimentaux.

Je remercie vivement Abdelkader Benabou pour son aide et sa grande disponibilité sur les questions de modélisation par Eléments Finis.

Bien entendu, je n'oublie pas l'ensemble de mes collègues doctorants des deux laboratoires, qui ont contribué à entretenir une ambiance de travail chaleureuse : Melissande Biet, Zheng Dai, Gaston M'Boungui, Antoine Bruyère, Julien Gomand, Roman Gaignaire, Charles Cyr, Yves-Laurent Allaert, Li Peng, Florent Souvestre, Paul Cazottes, Cécile Pacoret, Hussein Sleiman, Emir Vela-Saavadera et Yuan Liu.

Résumé

Les liquides magnétorhéologiques sont des suspensions de particules magnétiques micrométriques dans des liquides amagnétiques. Lorsqu'un tel liquide est exposé à un champ magnétique, les particules s'agrègent sous la forme de "chaînes" qui augmentent de façon importante la résistance à l'écoulement. Dans ce mémoire, on présente la conception d'un frein discoïde à liquide magnétorhéologique et sa caractérisation dans deux cas de fonctionnement. Dans le premier, l'axe décrit des triangles de vitesse lentement variables à courant constant, ce dernier étant varié à l'arrêt entre deux triangles. On a pu observer que le couple doit typiquement croître jusqu'à un seuil pour que la rotation s'amorce, puis qu'il "chute" avant de croître de nouveau tandis que la vitesse augmente. On a également remarqué que les seuils de couple mesurés aux premiers triangles après les variations du courant sont différents de ceux mesurés aux triangles suivants, qui se répètent. Une modélisation du frein a été proposée, valable uniquement pour le courant maximum admissible et dans le cas où l'axe a déjà décrit au moins un triangle de vitesse. Cette modélisation, élaborée en utilisant le formalisme Graphe Informationnel Causal (G.I.C.), permet de rendre compte de l'évolution du couple à l'amorçage de la rotation pour le premier triangle de vitesse, mais pas pour les suivants. Dans le second cas de fonctionnement, le frein est alimenté en courant lentement variable à vitesse constante. Différents relevés de l'hystérésis du couple en fonction du courant ont été obtenus. On a pu rendre compte précisément de ces derniers sur la base d'un modèle Eléments Finis 2D du frein et d'un modèle de comportement hystérétique pour l'acier.

Mots-clés : frein à liquide magnétorhéologique, plastique de Bingham, Graphe Informationnel Causal, hystérésis, modélisation Eléments Finis 2D magnétostatique, modèle de Jiles-Atherton.

Abstract

Magnetorheological fluids are suspensions of micrometric magnetic particles in non-magnetic fluids. When such a fluid is exposed to a magnetic field, the particles aggregate into "chains" which increase the flow resistance highly. In this dissertation, we present the design of a discoid magnetorheological fluid brake and its characterization in two operating cases. In the first one, the brake axis rotates under constant input current, its speed being slowly and repeatedly varied following a triangle shape. The input current is changed during the rest intervals between two triangles. We could observe that the torque must typically increase until a threshold to allow the axis rotation to initiate, then it "falls" and increases again when speed increases. We also noticed that the torque thresholds measured in the first triangles of speed after changing the current differ from the thresholds measured in the following triangles, which repeat. A modelling of the brake, only valid for the maximum permissible current of the brake and in the case that at least one triangle of speed has been performed, was presented. This modelling, which was built up using the Causal Ordering Graph (C.O.G.) formalism, could match the evolution of torque when the rotation of the axis initiates in the first triangle of speed, but not in the following triangles. In the second operating case, the brake axis rotates at constant speed under slowly varying input current. Different plots of the hysteresis of torque versus current were obtained. These plots could be modelled precisely using a 2D Finite-Elements analysis of the brake and a hysteretic behaviour law for steel.

Keywords : magnetorheological fluid brake, Bingham plastic, Causal Ordering Graph, hysteresis, 2D magnetostatic Finite-Elements modelling, Jiles-Atherton model.

Table des matières

| | |
|---|-----------|
| Introduction | 1 |
| 1 Etat de l'art, problématique | 3 |
| 1.1 Liquides magnétorhéologiques | 3 |
| 1.1.1 Description | 3 |
| 1.1.2 Propriétés rhéologiques | 4 |
| 1.1.2.1 Rappels | 4 |
| 1.1.2.2 Comportement rhéologique typique | 6 |
| 1.1.2.3 Description de l'effet MR à l'échelle microscopique | 7 |
| 1.1.3 Propriétés magnétiques | 11 |
| 1.2 Etat de l'art des actionneurs à liquide MR | 11 |
| 1.2.1 Structures, principes de fonctionnement | 12 |
| 1.2.2 Applications | 18 |
| 1.2.2.1 Génie civil | 18 |
| 1.2.2.2 Automobile | 20 |
| 1.2.2.2.1 Suspensions roues - chassis | 20 |
| 1.2.2.2.2 Suspensions pour sièges de passagers | 21 |
| 1.2.2.2.3 Directions électroniques | 22 |
| 1.2.2.3 Industrie médicale | 25 |
| 1.2.2.3.1 Prothèses de jambe | 25 |
| 1.2.2.3.2 Rééducation musculaire | 26 |
| 1.2.2.4 Réalité virtuelle | 28 |
| 1.2.2.4.1 Joysticks | 28 |
| 1.2.2.4.2 Interfaces haptiques portables | 29 |
| 1.2.2.4.3 Bras haptiques | 31 |
| 1.3 Conclusions | 32 |
| 1.4 Problématique de la thèse | 33 |
| 2 Conception du frein MR et dispositif expérimental | 35 |
| 2.1 Expérience sur un cisailleur linéaire de liquide MR | 35 |
| 2.1.1 Objectifs | 35 |
| 2.1.2 Description | 36 |
| 2.1.2.1 Dispositif expérimental | 36 |
| 2.1.2.2 Protocole de mesure du seuil de force | 37 |
| 2.1.3 Résultats | 39 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 2.1.4 | Calcul analytique du seuil de force | 39 |
| 2.2 | Conception du frein MR | 44 |
| 2.2.1 | Dimensionnement analytique du frein MR | 44 |
| 2.2.1.1 | Paramétrage du problème et hypothèses | 44 |
| 2.2.1.2 | Calcul du champ dans les entrefers | 46 |
| 2.2.1.3 | Calcul du couple | 46 |
| 2.2.1.4 | Dimensionnement sur la base d'un objectif de couple et de linéarité de la relation couple - courant | 49 |
| 2.2.1.5 | Influence de l'hystérésis magnétique | 53 |
| 2.2.2 | Conception mécanique du frein MR | 55 |
| 2.3 | Dispositif expérimental | 55 |
| 2.3.1 | Description matérielle du banc | 55 |
| 2.3.2 | Modélisation de la chaîne d'entraînement du frein | 60 |
| 2.3.2.1 | Modèle électrique du moteur | 60 |
| 2.3.2.2 | Modèle mécanique de la chaîne d'entraînement | 62 |
| 2.3.2.3 | Modèle de simulation | 64 |
| 2.4 | Relevé préliminaire du couple à courant nul | 69 |
| 2.5 | Conclusions | 70 |
| 3 | Caractérisation et modélisation du frein MR | 75 |
| 3.1 | Caractérisation préliminaire | 75 |
| 3.1.1 | Protocole | 75 |
| 3.1.2 | Résultats | 77 |
| 3.1.2.1 | Chronogrammes | 77 |
| 3.1.2.2 | Caractéristiques couple - position | 82 |
| 3.1.2.3 | Caractéristiques couple - vitesse | 85 |
| 3.1.2.4 | Répétitions | 86 |
| 3.1.3 | Conclusions | 89 |
| 3.1.3.1 | Comportement du frein MR | 89 |
| 3.1.3.2 | Comparaison expérience - objectif de dimensionnement | 91 |
| 3.1.3.3 | Calcul du facteur d'amplification du frein MR | 92 |
| 3.2 | Modélisation mécanique du frein | 92 |
| 3.2.1 | Description du modèle | 92 |
| 3.2.2 | Calcul des constantes des ressorts modélisant le volume discrétisé de liquide MR | 99 |
| 3.2.2.1 | Raideurs | 99 |
| 3.2.2.2 | Amplitudes de décrochage | 103 |
| 3.2.3 | Simulations | 104 |
| 3.2.4 | Conclusions | 111 |
| 3.3 | Etude de l'hystérésis du couple | 114 |
| 3.3.1 | Relevés du couple en fonction de la vitesse | 115 |
| 3.3.1.1 | Protocole | 115 |
| 3.3.1.2 | Résultats | 115 |
| 3.3.1.2.1 | Caractéristiques couple - vitesse | 116 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 3.3.1.2.2 | Cycles d'hystérésis des couples statique et dynamique | 119 |
| 3.3.1.3 | Conclusions | 122 |
| 3.3.2 | Relevés du couple en fonction du courant | 123 |
| 3.3.2.1 | Protocole | 123 |
| 3.3.2.2 | Résultats | 125 |
| 3.3.2.3 | Modélisation numérique du frein | 129 |
| 3.3.2.3.1 | Description du problème | 129 |
| 3.3.2.3.2 | Modélisation des lois de comportement magnétique des matériaux | 131 |
| 3.3.2.3.3 | Calcul du couple | 133 |
| 3.3.2.3.4 | Implémentation EF du modèle | 134 |
| 3.3.2.3.5 | Résultats | 134 |
| 3.3.2.4 | Conclusions | 138 |
| | Conclusions | 139 |
| | A Identification du modèle mécanique de la chaîne d'entraînement du frein | 143 |
| A.1 | Frottements à vide | 143 |
| A.1.1 | Protocole de caractérisation | 143 |
| A.1.2 | Résultats | 144 |
| A.1.3 | Modélisation | 144 |
| A.2 | Inertie du motoréducteur | 147 |
| A.2.1 | Protocole d'identification | 147 |
| A.2.2 | Résultat | 148 |
| A.3 | Raideur et jeu du réducteur | 149 |
| A.3.1 | Protocole d'identification | 149 |
| A.3.2 | Résultats | 150 |
| A.4 | Adaptation du modèle du frottement équivalent | 152 |
| | B Modèles Simulink du frein-test MR et de sa chaîne d'entraînement | 157 |

Liste des tableaux

| | | |
|-----|---|-----|
| 1.1 | Caractéristiques de l'interface haptique portable présentée dans [Ryu06] | 30 |
| 2.1 | Caractéristiques du frein-test | 55 |
| 2.2 | Caractéristiques du moteur à courant continu | 57 |
| 2.3 | Caractéristiques du réducteur planétaire | 58 |
| 2.4 | Caractéristiques du capteur de couple | 58 |
| 2.5 | Caractéristiques de la carte d'acquisition National Instrument | 60 |
| 2.6 | Valeurs identifiées pour les constantes du modèle électromécanique de la chaîne d'entraînement du frein MR. | 65 |
| 2.7 | Récapitulatif des équations associées aux processus des G.I.C. représentés sur les fig.2.26, 2.27 et 2.28. | 68 |
| 3.1 | Valeurs des paramètres du modèle J-A pour l'acier XC38. | 133 |

Table des figures

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Aperçu par microscopie de particules de fer carbonyle | 4 |
| 1.2 | Ecoulement de cisaillement linéaire | 5 |
| 1.3 | Rhéogramme à $H = 0$ A/m et à $T = 40^{\circ}\text{C}$ du liquide MRF-140CG . . . | 6 |
| 1.4 | Rhéogrammes du liquide MRF-132LD d'après [Zip01] et relevés du seuil d'écoulement et de la viscosité plastique en fonction de B à partir de ces rhéogrammes | 8 |
| 1.5 | Description de l'effet MR à l'échelle microscopique | 9 |
| 1.6 | Système de deux particules ferromagnétiques isolées | 10 |
| 1.7 | Caractéristique magnétique statique du liquide MRF-132LD | 11 |
| 1.8 | Principes de fonctionnement des amortisseurs et des freins à liquides magnétorhéologiques. | 12 |
| 1.9 | Structures des amortisseurs MR. | 14 |
| 1.10 | Structures des freins MR | 15 |
| 1.11 | Illustration de la déformation des chaînes de particules à l'intérieur des entrefers d'un frein discoïde | 16 |
| 1.12 | Illustration de la propagation de la rupture des chaînes de particules à l'intérieur des entrefers d'un frein discoïde | 17 |
| 1.13 | Structure de l'amortisseur MR de référence MR 180 kN Damper commercialisé par Lord Corporation et caractéristiques force - vitesse de ce dernier pour différents courants en régime permanent. | 19 |
| 1.14 | Vue des amortisseurs MR intégrés au pont du lac du Dongting en Chine | 20 |
| 1.15 | Vue d'un amortisseur MR intégré au système "Magneride" | 21 |
| 1.16 | Schéma de principe du système de suspension "Motion Master Ride Management" | 22 |
| 1.17 | Réponses fréquentielles du système "Motion Master Ride Management" pour différentes commandes de l'amortisseur MR | 23 |
| 1.18 | Caractéristique force - vitesse de l'amortisseur de référence RD-1005-3 . | 23 |
| 1.19 | Schéma de principe d'une direction électronique de véhicule. | 24 |
| 1.20 | Actionneur MR développé par Lord Corporation pour produire un retour d'effort dans les systèmes de direction électronique. | 25 |
| 1.21 | Prothèse de jambe "Smart Magnetix" | 26 |
| 1.22 | Prototype d'appareil de rééducation musculaire décrit dans [Don06] . . | 27 |
| 1.23 | Performances de l'appareil de rééducation décrit dans [Don06] | 28 |
| 1.24 | Joystick à deux degrés de liberté décrit dans [Liu06] | 29 |

| | | |
|------|---|----|
| 1.25 | Exemples d'environnements virtuels simulés avec l'interface à retour d'effort décrite dans [Liu06] | 30 |
| 1.26 | Interface haptique portable décrite dans [Ryu06] | 31 |
| 1.27 | Interface haptique à deux degrés de liberté décrite dans [Ree04] | 32 |
| 1.28 | Caractéristiques couple - courant du frein MRB-2107-3 pour différentes valeurs de la vitesse de l'axe | 33 |
| 2.1 | Principe de fonctionnement des cisailleurs linéaires de liquide MR. | 36 |
| 2.2 | Schéma de principe du cisailleur linéaire de l'expérience préliminaire. | 37 |
| 2.3 | Vue en coupe méridienne de la culasse et représentation des flux magnétiques | 38 |
| 2.4 | Mesures du seuil de courant I_s pour différentes valeurs du seuil de force F_s et pour les quatre valeurs de la hauteur de l'entrefer | 40 |
| 2.5 | Représentation simplifiée du système en vue du calcul du seuil de force. | 41 |
| 2.6 | Caractéristiques magnétique et magnétorhéologique du liquide MRF-132LD | 41 |
| 2.7 | Allure du champ de cisaillement τ à l'intérieur des volumes V_1 et V_2 dans l'entrefer du cisailleur | 43 |
| 2.8 | Evolution du seuil de force en fonction du courant d'alimentation de la bobine pour différentes hauteurs d'entrefer. Superposition des courbes expérimentales et théoriques | 44 |
| 2.9 | Paramétrage de la géométrie du frein discoïde MR. | 45 |
| 2.10 | Calcul du couple. | 47 |
| 2.11 | Géométrie du frein discoïde MR modifiée par l'ajout de portées de hauteur pour supporter la bobine et son noyau | 50 |
| 2.12 | Caractéristiques magnétique statique et magnétorhéologique du liquide MRF-132AD et caractéristique magnétique statique de l'acier XC38 | 51 |
| 2.13 | Définition du coefficient de remplissage de la bobine. | 52 |
| 2.14 | Identification des dimensions à optimiser vis-à-vis de la saturation magnétique de la culasse. | 53 |
| 2.15 | Cycle magnétique statique de l'acier XC38. | 54 |
| 2.16 | Structure du frein-test et photographie des pièces avant la dernière étape de l'assemblage. | 56 |
| 2.17 | Méthodologie de remplissage du frein-test. | 56 |
| 2.18 | Composants du banc expérimental | 57 |
| 2.19 | Montage électrique pour la génération d'un courant $i(t)$ alternatif sur le frein | 59 |
| 2.20 | Encodage X4 des signaux issus d'un codeur incrémental à quadrature | 61 |
| 2.21 | Schéma synoptique du système expérimental. | 61 |
| 2.22 | Schéma électrique de l'induit du moteur. | 62 |
| 2.23 | Modèle mécanique de la chaîne d'actionnement. | 62 |
| 2.24 | Modèle de la caractéristique couple - vitesse du frottement γ_1 . | 63 |
| 2.25 | Réseau de Pétri représentant le fonctionnement dynamique du frottement γ_1 . | 64 |
| 2.26 | Graphe informationnel causal associé au modèle électrique du moteur | 66 |

| | | |
|------|--|----|
| 2.27 | Graphe informationnel causal associé au modèle mécanique du motoréducteur | 67 |
| 2.28 | Graphe informationnel causal associé au modèle mécanique de la transmission | 67 |
| 2.29 | Chronogrammes de la position $\theta_m(t)$ et de la vitesse $\Omega_m(t)$ de l'axe moteur et du couple à courant nul $\Gamma_{f,off}(t)$ pendant l'application du triangle de tension $u_m(t)$ entraînant une rotation à vide dans le sens positif . . . | 71 |
| 2.30 | Relevés du couple à courant nul $\Gamma_{f,off}$ en fonction de la vitesse Ω_m de l'axe moteur dans les deux sens de la rotation | 72 |
| 3.1 | Forme d'onde en tension appliquée aux bornes du motoréducteur pendant l'expérience de caractérisation préliminaire. | 76 |
| 3.2 | Chaîne d'élaboration des triangles de la tension u_m aux bornes du motoréducteur | 76 |
| 3.3 | Chronogrammes de la vitesse Ω de l'axe du frein et du couple de freinage Γ_f enregistrés pendant les trois premiers triangles de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur. | 78 |
| 3.3 | (suite) Chronogrammes de la vitesse Ω de l'axe du frein et du couple de freinage Γ_f enregistrés pendant les quatrièmes et cinquièmes triangles de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur. | 79 |
| 3.4 | Agrandissements des parties initiales des chronogrammes de la position θ_m de l'axe moteur, de la vitesse Ω de l'axe du frein et du couple Γ_f enregistrés pendant le premier et le cinquième triangle de la tension u_m et agrandissement de la partie finale des chronogrammes de ces mêmes grandeurs enregistrés pendant le cinquième triangle de la tension u_m . . | 80 |
| 3.5 | Chronogrammes de la position θ_m de l'axe moteur et du couple Γ_f enregistrés au cours d'une expérience complémentaire où l'on n'a pas observé de phase de rotation en régime permanent de l'axe du frein | 83 |
| 3.6 | Caractéristiques couple - position relevées pendant la torsion et la relaxation réalisées au cours du premier et du cinquième triangle de tension | 84 |
| 3.7 | Caractéristique couple - position relevée au cours du triangle de tension de l'expérience complémentaire | 86 |
| 3.8 | Transformations du modèle mécanique d'ensemble du dispositif expérimental en vue du calcul de la raideur k_f du frein. | 87 |
| 3.9 | Caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des cinq triangles de la tension u_m | 88 |
| 3.10 | Caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des deux répétitions de l'expérience. | 90 |
| 3.11 | Schéma récapitulatif du comportement du frein-test discoïde MR | 91 |
| 3.12 | Discrétisation sous la forme d'ensembles d'anneaux concentriques des volumes de liquide MR remplissant les entrefers du frein. | 93 |
| 3.13 | Modèle mécanique du frein et modèle équivalent obtenu par l'association des paires de ressorts en parallèle de raideur k_i sous la forme de ressorts de raideur k'_i | 94 |
| 3.14 | Graphe informationnel causal du modèle mécanique du frein | 95 |

| | | |
|------|--|-----|
| 3.15 | Illustration du comportement d'un ressort modélisant un anneau de liquide MR | 97 |
| 3.16 | Graphe informationnel causal représentant le comportement d'un des ressorts modélisant les anneaux de liquide MR | 98 |
| 3.17 | Grafcet explicitant la bulle $R_{14,i}$ dans le graphe informationnel causal représenté sur la fig.3.16. | 98 |
| 3.18 | Définition de la densité surfacique de raideur ξ caractérisant les distributions de chaînes de particules de liquide MR liant le disque à la culasse. | 100 |
| 3.19 | Transformations du modèle mécanique d'ensemble du dispositif expérimental en vue du calcul de la raideur équivalente k' | 102 |
| 3.20 | Calcul de l'élongation maximale l_s des chaînes de particules de liquide MR liant le disque à la culasse. | 104 |
| 3.21 | Chronogrammes de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur, de la vitesse Ω du disque et du couple Γ transmis par le liquide à la culasse enregistrés pendant la simulation du modèle complet | 106 |
| 3.22 | Parties initiales des chronogrammes de la tension u_m , de la position θ du disque et du couple Γ transmis par le liquide MR à la culasse enregistrés pendant la simulation | 107 |
| 3.23 | Partie du chronogramme filtré du couple Γ correspondant à la phase dynamique | 108 |
| 3.24 | Parties finales des chronogrammes de la tension u_m , de la position θ du disque et du couple Γ transmis par le liquide à la culasse enregistrés pendant la simulation | 109 |
| 3.25 | Chronogramme du couple Γ transmis par le liquide MR à la culasse enregistré au cours d'une simulation dans laquelle le frottement γ_1 au niveau du contact entre l'axe moteur et le bâti dans le modèle du motoréducteur a été annulé. | 111 |
| 3.26 | Parties initiales des chronogrammes de la tension u_m et du couple Γ transmis par le liquide MR à la culasse enregistrés pendant deux simulations, la première avec le frottement γ_1 modélisé comme dans 2.3.2.2 et la seconde avec ce frottement nul | 112 |
| 3.27 | Chronogrammes du couple Γ transmis par le liquide à la culasse enregistrés pendant trois répétitions consécutives du triangle de tension u_m | 113 |
| 3.28 | Suite de courants d'incrément 0,4 A et d'amplitude 1,2 A générée en vue de l'observation de l'hystérésis du couple | 115 |
| 3.29 | Caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des deux premières rampes de la suite $\{i_k\}$ d'incrément 0,4 A pendant la première expérience réalisée en décrivant cette suite | 117 |
| 3.29 | (suite) caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des rampes n° 3 et 4 de la suite $\{i_k\}$ d'incrément 0,4 A pendant la première expérience réalisée en décrivant cette suite | 118 |
| 3.30 | Indexation des rampes des deux premiers triangles de la suite $\{i_k\}$ d'incrément 0,4 A. | 119 |
| 3.31 | Caractéristiques couple - vitesse moyennes relevées dans la première expérience effectuée en décrivant la suite $\{i_k\}_{k \in [1,n]}$ d'incrément 0,4 A. | 120 |

| | | |
|------|---|-----|
| 3.32 | Relevés du couple statique $\Gamma_{f,s}$ dans la première expérience réalisée en décrivant la suite de courant $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$ d'incrément 0, 4 A. | 121 |
| 3.33 | Moyennes des cycles du couple statique visibles sur la fig.3.32. | 122 |
| 3.34 | Cycles des couples statiques et dynamiques relevés au cours des trois expériences réalisées en décrivant la suite de courant $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$ d'incrément 0, 3 A. | 123 |
| 3.35 | Moyennes des cycles des couples statique et dynamique visibles sur la fig.3.34. | 124 |
| 3.36 | Cycles moyens des couples statiques $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$ et dynamiques $\Gamma_{f,d,k2}$ et $\Gamma_{f,d,k3}$ mesurés aux deuxièmes et troisièmes balayages pour les trois valeurs de l'incrément Δi des suites de courants $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$ | 125 |
| 3.37 | Cycles moyens des couples statiques $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$ mesurés aux seconds et troisièmes balayages en vitesse pour $\Delta i = 0, 3$ A et du couple statique $\Gamma_{f,s,k1}$ mesuré aux premiers balayages pour $\Delta i = 0, 6$ A, 0, 4 A et 0, 3 A | 126 |
| 3.38 | Formes d'onde en courant appliquées au frein pour les relevés du couple à vitesse de l'axe constante | 127 |
| 3.39 | Chaîne d'élaboration des formes d'onde triangulaires en courant aux bornes du frein. | 127 |
| 3.40 | Cycles du couple Γ transmis par le liquide MR à la culasse en fonction du courant d'alimentation i du frein correspondant aux trois formes d'onde représentées sur la fig.3.38 | 128 |
| 3.41 | Chronogramme du couple enregistré pendant l'application du courant de démagnétisation et courbe du couple rémanent en fonction du nombre de demi-cycles décrits pendant la phase de démagnétisation | 130 |
| 3.42 | Relevé expérimental du cycle magnétique de l'acier XC38. | 133 |
| 3.43 | Maillage du modèle du frein MR. | 134 |
| 3.44 | Aperçu des lignes du champ B à l'intérieur du frein MR | 135 |
| 3.45 | Cycles couple - courant relevés expérimentalement et en simulation pour les deux premières formes d'onde du courant représentées sur la fig.3.38 | 136 |
| 3.46 | Cycles flux - courant relevés en simulation pour les trois premières formes d'onde du courant représentées sur la fig.3.38 | 137 |
| A.1 | Modèle mécanique de la chaîne d'entraînement du frein. | 143 |
| A.2 | Chronogrammes de la position $\theta_m(t)$ et de la vitesse $\Omega_m(t)$ de l'axe moteur et du couple de frottement $\gamma_1(t)$ au cours du triangle de tension moteur $u_m(t)$ entraînant une rotation à vide dans le sens positif | 145 |
| A.3 | Représentation du couple de frottement γ_1 en fonction de la vitesse Ω_m de l'axe moteur | 146 |
| A.4 | Modèle de la caractéristique couple-vitesse du frottement équivalent γ_1 | 146 |
| A.5 | Réseau de Pétri représentant le fonctionnement du frottement γ_1 | 147 |
| A.6 | Chronogramme de la tension moteur $u_m(t)$ après ouverture du circuit de l'induit en rotation à vide. | 148 |
| A.7 | Transformation du modèle conduisant à la définition du paramètre k_{eq} | 149 |
| A.8 | Modèle mécanique de la chaîne d'actionnement dans l'expérience d'identification de k_{eq} | 150 |

| | | |
|------|--|-----|
| A.9 | Chronogrammes $i_m(t)$ du courant moteur, $\Gamma_2(t)$ du couple de torsion de l'ensemble réducteur-transmission et $\theta_m(t)$ de la position de l'axe moteur pendant deux périodes de la tension moteur $u_m(t)$. Identification du jeu α du réducteur. | 151 |
| A.10 | Courbe du couple Γ_2 en fonction de la position de l'axe moteur θ_m . . . | 151 |
| A.11 | Chronogrammes du couple électromagnétique sur l'axe moteur $\Gamma_e(t)$, de la position de l'axe moteur $\theta_m(t)$ et du couple de frottement $\gamma_1(t)$: expérience, simulation avec un frottement nul et simulation avec le modèle du frottement élaboré à la section A.1 | 153 |
| A.12 | Cycle du couple de frottement équivalent γ_1 en fonction du couple Γ_1 transmis par l'axe moteur à l'axe d'entrée du réducteur idéal dans le modèle mécanique de la chaîne d'entraînement. | 155 |
| A.13 | Chronogrammes du frottement équivalent γ_1 et de la position de l'axe moteur θ_m relevés expérimentalement et en simulation | 156 |
| B.1 | Diagramme Simulink modélisant le comportement électrique du motoréducteur | 158 |
| B.2 | Diagramme Simulink modélisant le comportement mécanique du motoréducteur | 159 |
| B.3 | Diagramme du sous-système "frottement gamma_1" | 160 |
| B.4 | Diagramme du bloc StateFlow "Chart" | 161 |
| B.5 | Diagramme Simulink modélisant le comportement mécanique de la transmission et du frein MR | 162 |
| B.6 | Script de la fonction Embedded MATLAB | 163 |

Introduction

Les liquides magnétorhéologiques (MR) sont des suspensions de particules magnétiques micrométriques dans des liquides supports non magnétiques. Ces matériaux présentent un comportement typique de plastiques de Bingham : tant que le cisaillement est inférieur à une valeur seuil, le liquide se déforme élastiquement, et dans le cas contraire, il s'écoule avec une croissance du cisaillement proportionnelle à la vitesse de la surface solide avec laquelle il interagit. En l'absence de champ magnétique, le seuil d'écoulement est typiquement faible et le comportement est assimilé à Newtonien ; en présence d'un champ magnétique, il peut atteindre des ordres de grandeurs tels que le liquide apparaît solidifié. Ce phénomène s'explique par l'agrégation des particules du liquide qui, aimantées par le champ, s'attirent entre elles pour former un réseau de "chaînes" qui rigidifie le liquide. Notons que la durée caractéristique de la formation de ce réseau est de l'ordre de la milliseconde.

La relation entre le champ magnétique et le seuil d'écoulement qui caractérise les liquides MR peut être mise à profit pour réaliser des dispositifs d'amortissement ou de freinage dont la force ou le couple de dissipation peut être modulé(e) indépendamment de la vitesse du piston ou du rotor par un courant électrique, en l'occurrence, le courant source du champ. Bien que les liquides MR soient connus depuis les années quarante, l'avènement des actionneurs basés sur ces matériaux ne débuta que dans les années quatre-vingt-dix, au moment où des liquides stables et durables commencèrent à être disponibles. Les amortisseurs furent les premiers de ces actionneurs à être exploités à l'échelle industrielle, en génie civil (protection anti-sismique), dans l'automobile (suspensions roues-châssis, suspensions de siège) et en robotique médicale (équipements de rééducation, prothèses de jambe). Dans ces différents domaines, en plus de leur caractère semi-actif¹, les amortisseurs à liquide MR se sont avérés présenter des temps de réponse plus faibles et des consommations énergétiques moindres que les actionneurs hydrauliques classiques. Ils présentent de surcroît des conceptions plus simples et plus robustes que ces derniers. A une époque plus récente, les freins à liquides MR ont commencé à être utilisés pour le contrôle électronique de véhicules ("steer-by-wire") et les interfaces à retour d'effort pour la Réalité Virtuelle, applications pour lesquelles on recherche, outre des consommations énergétiques et des temps de réponse faibles, des rapports couple sur volume élevés.

Compte-tenu, probablement, de la "nouveau" de la technologie, le comportement des freins à liquides MR ne semblent pas avoir été caractérisé et modélisé au-delà des

1. La dissipation de l'énergie dans l'amortisseur peut être modulée indépendamment de la vitesse du piston.

régimes permanent (réponse en couple à vitesse et courant constants) et transitoire (réponse en couple à l'application d'un échelon de courant à vitesse constante). On n'a trouvé, en particulier, aucune donnée expérimentale sur l'évolution du couple à la transition entre les régimes statique et dynamique de ces freins. Ces deux derniers sont définis par rapport au comportement rhéologique du liquide MR : tant que le cisaillement est inférieur au seuil d'écoulement en tout point du volume de liquide MR, celui-ci rappelle le rotor élastiquement (régime statique), et dans le cas contraire, il s'écoule, exerçant un couple sur le rotor croissant proportionnellement à la vitesse de ce dernier (régime dynamique). Les objectifs principaux fixés pour l'étude présentée dans ce mémoire était précisément de caractériser le comportement d'un frein à liquide MR à la transition entre ces deux régimes et de proposer un modèle du frein permettant de rendre compte de ce comportement en vue de la commande. L'objectif secondaire était d'étudier le lien entre l'hystérésis de la relation entre le couple de freinage et le courant et l'hystérésis magnétique des parties ferromagnétiques du frein et de parvenir à une modélisation de cette hystérésis. Notons que le frein-test présentait une architecture de type disque².

Ce mémoire de thèse est divisé en trois chapîtres. Le premier est une synthèse bibliographique sur les liquides magnétorhéologiques, les dispositifs d'amortissement ou de freinage basés sur ces matériaux et les applications de ces derniers. Dans le second chapître, on présente le dimensionnement du frein-test selon une approche analytique validée préalablement sur une expérience réalisée avec un cisailleur linéaire à liquide MR. La conception mécanique de l'actionneur et de son banc de caractérisation sont ensuite décrites, ainsi que la modélisation électromécanique de ce dernier sur la base du formalisme Graphe Informationnel Causal (G.I.C.) développé au L2EP, qui a pour spécificité de respecter la causalité naturelle des processus mis en jeu dans les systèmes physiques. Le troisième chapître s'ouvre sur une expérience de caractérisation du frein-test à vitesse variable et à courant constant, réglé à la valeur maximale admissible par le frein (1,2 A). Le protocole employé a permis d'observer l'évolution du couple à la transition entre les régimes statique et dynamique. Sur la base de cette première caractérisation, un modèle en vue de la commande du frein est décrit selon le formalisme G.I.C. On présente ensuite un certain nombre de relevés de l'hystérésis du couple en fonction du courant réalisés selon deux approches, la première en répétant l'expérience précédente pour différentes valeurs du courant d'alimentation, la seconde, en faisant varier le courant d'alimentation à vitesse de l'axe constante. De façon à rendre compte de cette hystérésis, une modélisation Eléments Finis 2D du frein est décrite et ses résultats sont discutés.

2. Il existe deux architectures de référence pour les freins à liquide MR : à rotor disque et à rotor cylindre (voir le chapître 1).

Chapitre 1

Généralités sur les liquides MR et leurs applications

Ce chapitre est une synthèse bibliographique sur les liquides magnétorhéologiques et les dispositifs d'amortissement ou de freinage basés sur ces matériaux. La composition et les propriétés rhéologiques de ces liquides sont décrites. Les phénomènes sous-jacents à ces propriétés à l'échelle microscopique sont présentés de façon qualitative. Les principes de fonctionnement des amortisseurs et des freins à liquide magnétorhéologique sont exposés et les modèles analytiques usuels reliant la force ou le couple exercée par le liquide, le champ magnétique qui active ce dernier et la vitesse de la partie mobile de l'amortisseur ou du frein sont rapportés. Un état de l'art des applications de ces actionneurs est ensuite présenté, détaillant les performances de quelques systèmes décrits dans la littérature. Sur la base de ces différents éléments, la problématique générale de la thèse est formulée dans la dernière partie du chapitre.

1.1 Liquides magnétorhéologiques

1.1.1 Description

Les liquides magnétorhéologiques (en abrégé : MR) sont des suspensions de particules magnétiques, de taille micrométrique ($1 - 10 \mu\text{m}$) et sphériques, dans des liquides supports non magnétiques. Lorsqu'ils sont placés dans un champ magnétique, ces matériaux sont le siège d'un effet éponyme, qui consiste en une agrégation des particules sous la forme de "chaînes" parallèles aux lignes du champ [Bos02] [Gen02]. Cette structuration du matériau à l'échelle macroscopique se traduit par une transition du comportement rhéologique de newtonien à plastique de Bingham, avec un seuil d'écoulement dépendant de l'intensité du champ [Jol99].

Les premiers liquides à présenter l'effet magnétorhéologique ont été synthétisés dans les années 40 aux Etats-Unis par Jacob Rabinow [Rab48], mais ce n'est qu'au début des années 90, avec l'avènement de formulations stables vis-à-vis de l'agrégation des particules et moins abrasives [Car01][Phu01] qu'ils commencèrent à intéresser une plus grande partie de la communauté des physiciens et des ingénieurs.

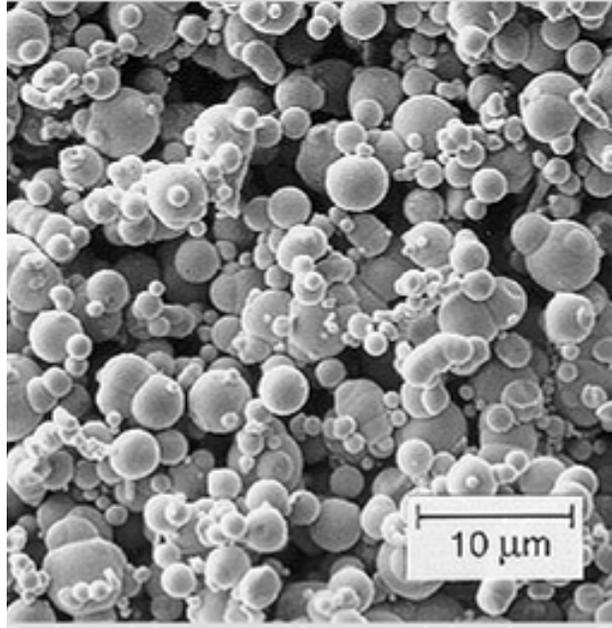


FIGURE 1.1 – Aperçu par microscopie électronique conventionnelle à réflexion de particules de fer carbonyle. D’après C.Blais, Université de Laval, Canada.

Les particules sont produites à partir de matériaux magnétiques doux à saturation élevée, typiquement du fer pur obtenu par décomposition de vapeur de fer pentacarbonyl $Fe(CO)_5$ (fig.1.1). Elles sont dispersées dans des huiles minérales ou synthétiques ou de l’eau après avoir reçu un traitement contre l’agrégation irréversible, complété, si nécessaire, par un traitement anti-corrosif. Les formulations sont finalement complétées par des agents stabilisants vis-à-vis de la sédimentation [Lim04].

Les liquides MR actuellement disponibles dans le commerce¹ présentent des concentrations massiques en particules de l’ordre de 80 – 85%. Les seuils d’écoulement qu’ils développent sont de l’ordre de 50–100 kPa pour des champs de l’ordre de 150–250 kA/m.

Le comportement rhéologique des liquides MR est présenté de façon détaillée dans la section suivante après quelques rappels de rhéologie.

1.1.2 Propriétés rhéologiques

1.1.2.1 Rappels

En rhéologie, les fluides sont classés selon la forme de leur loi de comportement $\tau = f(\dot{\gamma})$, avec τ cisaillement et $\dot{\gamma}$ gradient de vitesse définis relativement à un écoulement plan laminaire [Bat01]. Le plus simple de ces écoulements, le cisaillement linéaire, est schématisé sur la fig.1.2. Le liquide est cisailé entre deux plaques parallèles de longueur et de largeur très grandes devant leur distance de séparation h , ceci de façon à minimiser l’influence des effets de bord. La plaque supérieure est entraînée en translation à une

1. Le principal fabricant de ces liquides est LORD (<http://www.lord.com>).

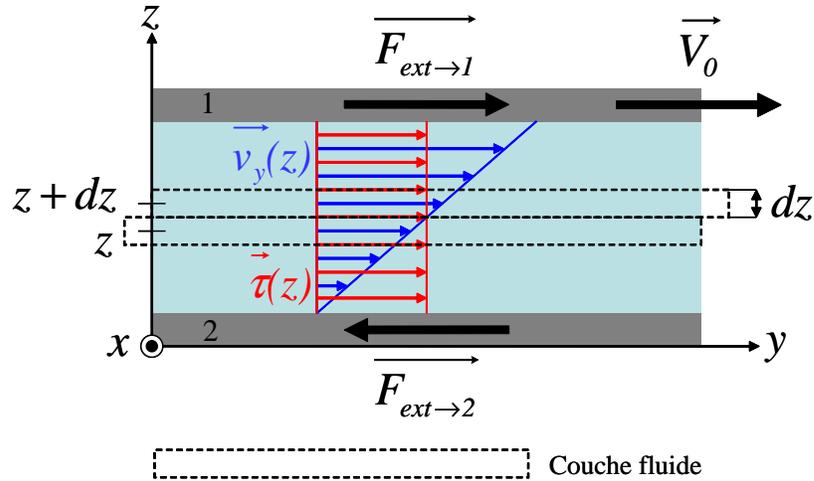


FIGURE 1.2 – Ecoulement de cisaillement linéaire

vitesse constante $\mathbf{V}_0 = V_0 \mathbf{j}$ par une force tangentielle $\mathbf{F}_{ext \rightarrow 1}$, pendant que la plaque inférieure est maintenue immobile à l'aide d'une force $\mathbf{F}_{ext \rightarrow 2}$. L'écoulement laminaire est réalisé pour tous les liquides tant que la vitesse V_0 ne dépasse pas une certaine valeur qui est propre à chacun d'eux. Il se caractérise par la conservation d'un "ordre" au sein des couches fluides microscopiques (épaisseur dz), qui glissent les unes sur les autres sans s'interpénétrer. Expérimentalement, le champ $\mathbf{v}_y(z) = v_y(z) \mathbf{j}$ représentant la vitesse de ces couches est trouvé linéaire :

$$\dot{\gamma} = \frac{dv_y}{dz} = \frac{V_0}{h} \quad (1.1)$$

On observe également que l'effort tangentiel est transmis par les couches fluides de proche en proche de la plaque supérieure à la plaque inférieure :

$$\mathbf{F}_{ext \rightarrow 1} = \mathbf{F} = -\mathbf{F}_{ext \rightarrow 2}$$

où F est la force communiquée par la couche d'altitude $z + dz$ à celle d'altitude z avec $dz > 0$. Les effets de bord étant négligeables, la densité surfacique de force $\boldsymbol{\tau}$, appelée *cisaillement*, est uniforme

$$\boldsymbol{\tau} = \tau \mathbf{j} = \frac{F}{S} \mathbf{j} \quad (1.2)$$

La loi de comportement la plus "classique", dite "newtonienne", est linéaire

$$\tau(\dot{\gamma}) = \eta \dot{\gamma} \quad (1.3)$$

avec η appelée *viscosité*. Son unité est le Pa.s.

Les relevés expérimentaux des lois de comportement, appelés *rhéogrammes*, sont effectués à l'aide d'instruments appelés *rhéomètres*. Les modèles les plus courants génèrent des écoulements de torsion entre deux disques parallèles ou entre un cône et un disque. Récemment, des rhéomètres avec générateurs de champ intégrés pour l'étude des liquides magnéto-actifs tels que les liquides MR ont été mis sur le marché².

2. Anton Parr, Physica MCR rheometer series (<http://www.anton-paar.com>)

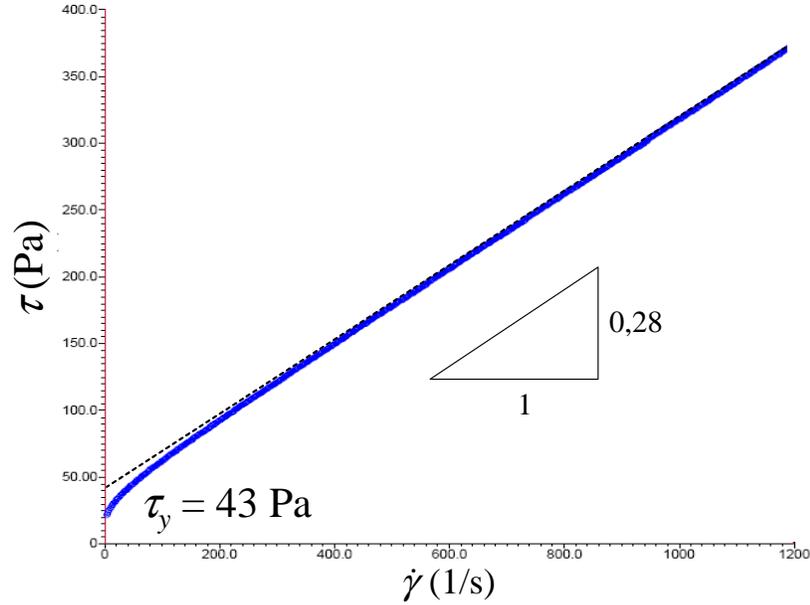


FIGURE 1.3 – Rhéogramme en champ nul et à la température de 40°C du liquide de référence MRF-140CG dans le catalogue de Lord Corporation. Graphique extrait de ce même catalogue.

1.1.2.2 Comportement rhéologique typique

En présence ou non d'un champ magnétique, les liquides MR se comportent comme des plastiques de Bingham [Jol99]. Cette catégorie de fluides est caractérisée par l'existence d'un seuil de cisaillement τ_y en dessous duquel ils se déforment élastiquement et au dessus duquel ils s'écoulent avec une augmentation du cisaillement τ proportionnelle à l'augmentation du gradient de vitesse $\dot{\gamma}$:

$$\tau(\dot{\gamma}, H) = \text{sgn}(\dot{\gamma})\tau_y(H) + \eta_p(H)\dot{\gamma} \quad (1.4)$$

avec H intensité du champ. Le coefficient η_p est appelé viscosité plastique.

La fig.1.3 montre un rhéogramme caractéristique de la plupart des liquides MR lorsqu'ils ne sont pas exposés à un champ magnétique. Le seuil d'écoulement et la viscosité plastique valent ici respectivement 43 Pa et 0,28 Pa.s. Typiquement, le seuil d'écoulement des liquides MR est de l'ordre de quelques dizaines de Pa en l'absence de champ magnétique. Compte-tenu de cette faible valeur, ce seuil est usuellement négligé, ce qui revient à considérer le comportement newtonien.

La fig.1.4.a montre un exemple de réseau typique de rhéogrammes obtenu en faisant varier le champ magnétique H ou l'induction B appliqués aux liquides MR. Les fig.1.4.b et c montrent les courbes du seuil d'écoulement τ_y et de la viscosité plastique η_p relevés à partir de ce réseau. Ces derniers apparaissent tous deux comme des fonctions croissantes du champ B .

Dans la section suivante, on présente les phénomènes microscopiques sous-jacents

à l'évolution des propriétés rhéologiques des liquides MR lorsqu'ils sont exposés à un champ magnétique.

1.1.2.3 Description de l'effet MR à l'échelle microscopique

L'évolution des propriétés rhéologiques des liquides MR lorsqu'ils sont placés dans un entrefer à l'intérieur duquel règne un champ magnétique est due à l'agrégation des particules sous la forme d'un réseau de "chaînes" liant les deux surfaces de l'entrefer [Lem92] [Cut97] [Bos03].

En l'absence d'un champ magnétique, les particules ont une répartition homogène dans le volume de liquide. En dehors de l'action du poids qui les fait sédimenter sur le long terme, elles sont soumises aux forces browniennes qui leur font décrire des trajectoires chaotiques (fig.1.5.a). Ces forces résultent des impacts aléatoires sur la surface des particules des molécules du liquide support soumises à l'agitation thermique. Lorsqu'on génère un champ \mathbf{H} à l'intérieur de l'entrefer, les particules acquièrent une aimantation de direction parallèle aux lignes de ce champ (fig.1.5.b). Se comportant comme des aimants microscopiques, elles s'attirent entre elles et s'agrègent pour former des "chaînes" linéaires liant les deux surfaces de l'entrefers (fig.1.5.c). A l'intérieur de ces chaînes, les particules tendent à s'aligner les unes à la suite des autres, leur moments magnétiques parallèles et de même sens. Dans cette configuration, l'énergie d'interaction mutuelle entre les particules est en effet minimale.

Le seuil d'écoulement τ_y peut être interprété à l'échelle microscopique comme la résistance limite des chaînes de particules au cisaillement $\tau = (1/S)\mathbf{F}$, avec \mathbf{F} force tangentielle appliquée à l'une des plaques délimitant l'entrefer. Tant que $\|\boldsymbol{\tau}\| < \tau_y$, les chaînes se déforment de façon élastique, i.e. elles retrouvent leur configuration initiale lorsque $\boldsymbol{\tau}$ est annulé après un déplacement Δl de la plaque soumise à \mathbf{F} (fig.1.5.d). A l'instant où $\|\boldsymbol{\tau}\| = \tau_y$, les chaînes se rompent et puis se recombinent tandis que la plaque connaît un déplacement irréversible $\Delta l'$ (fig.1.5.e et f). Si le cisaillement est maintenu au dessus de τ_y , la plaque continue sa translation tandis que les chaînes se déforment, puis se rompent et se reforment de façon cyclique. Plus on augmente l'intensité du champ \mathbf{H} , plus les forces d'attraction entre particules sont élevées et plus les chaînes sont résistantes au cisaillement, ce qui peut expliquer l'augmentation du seuil d'écoulement τ_y .

L'existence de chaînes de particules "rigides" n'est possible qu'à condition que les forces d'attraction magnétiques dominent les forces browniennes pendant le processus d'agrégation. Usuellement, pour comparer l'action de ces forces, on compare les énergies dont elles dérivent respectivement sur le cas d'un système élémentaire constitué de deux particules [Bos02]. Soit ce système représenté sur la fig.1.6.a, avec O_1 et O_2 centres des particules, a leur rayon et

$$r = \|\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2\| \quad \mathbf{e}_r = \frac{1}{r}\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2 \quad \theta = (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_r) .$$

On note μ_p et μ_f les perméabilités relatives du matériau constitutif des particules et du liquide support. On suppose le champ d'excitation dirigé selon l'axe z :

$$\mathbf{H}_0 = H_0\mathbf{e}_z$$

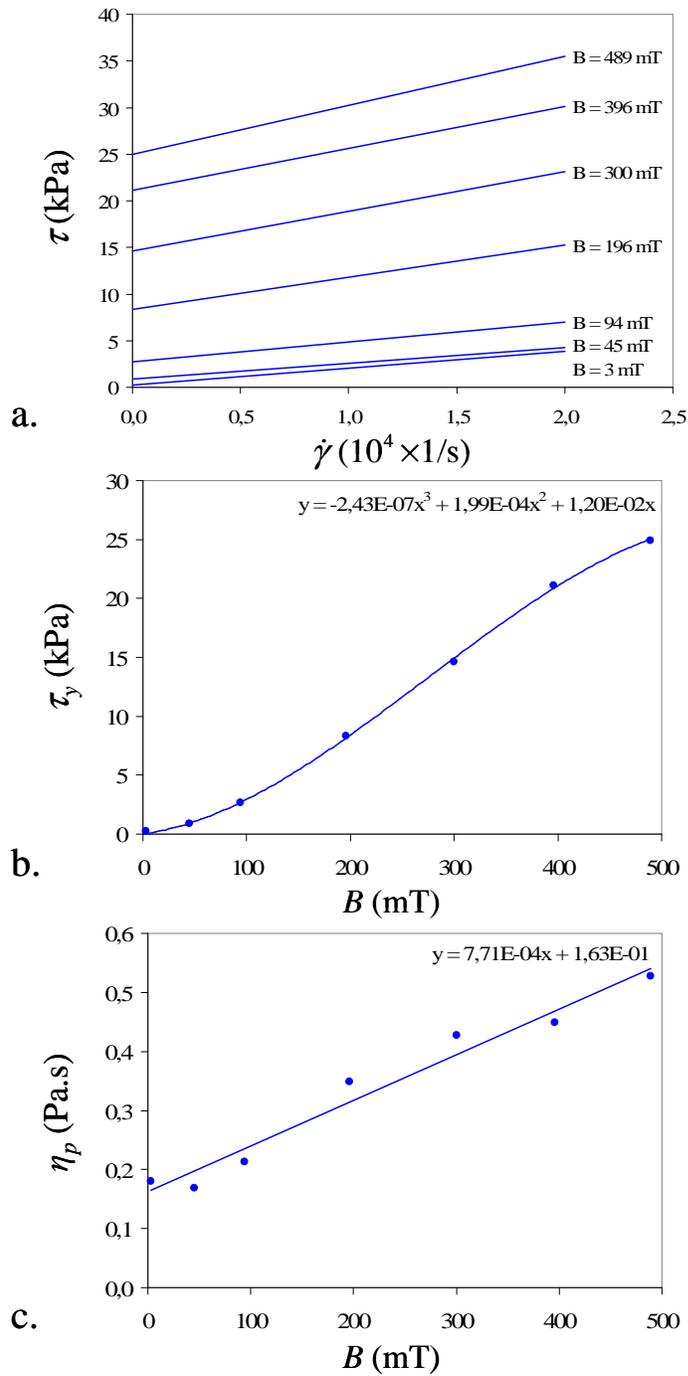


FIGURE 1.4 – a : Rhéogrammes du liquide de référence MRF-132LD dans le catalogue de Lord Corporation relevés par Zipser et al. [Zip01] pour différentes valeurs de l'induction B appliquée au liquide. - b et c : Relevés du seuil d'écoulement et de la viscosité plastique en fonction de l'induction à partir de la fig.a. Le seuil d'écoulement et la viscosité plastique sont respectivement mesurés comme l'ordonnée à l'origine et la pente des rhéogrammes. Les points de la fig.b ont été ajustés par une courbe polynomiale de degré trois et ceux de la fig.c par une droite.

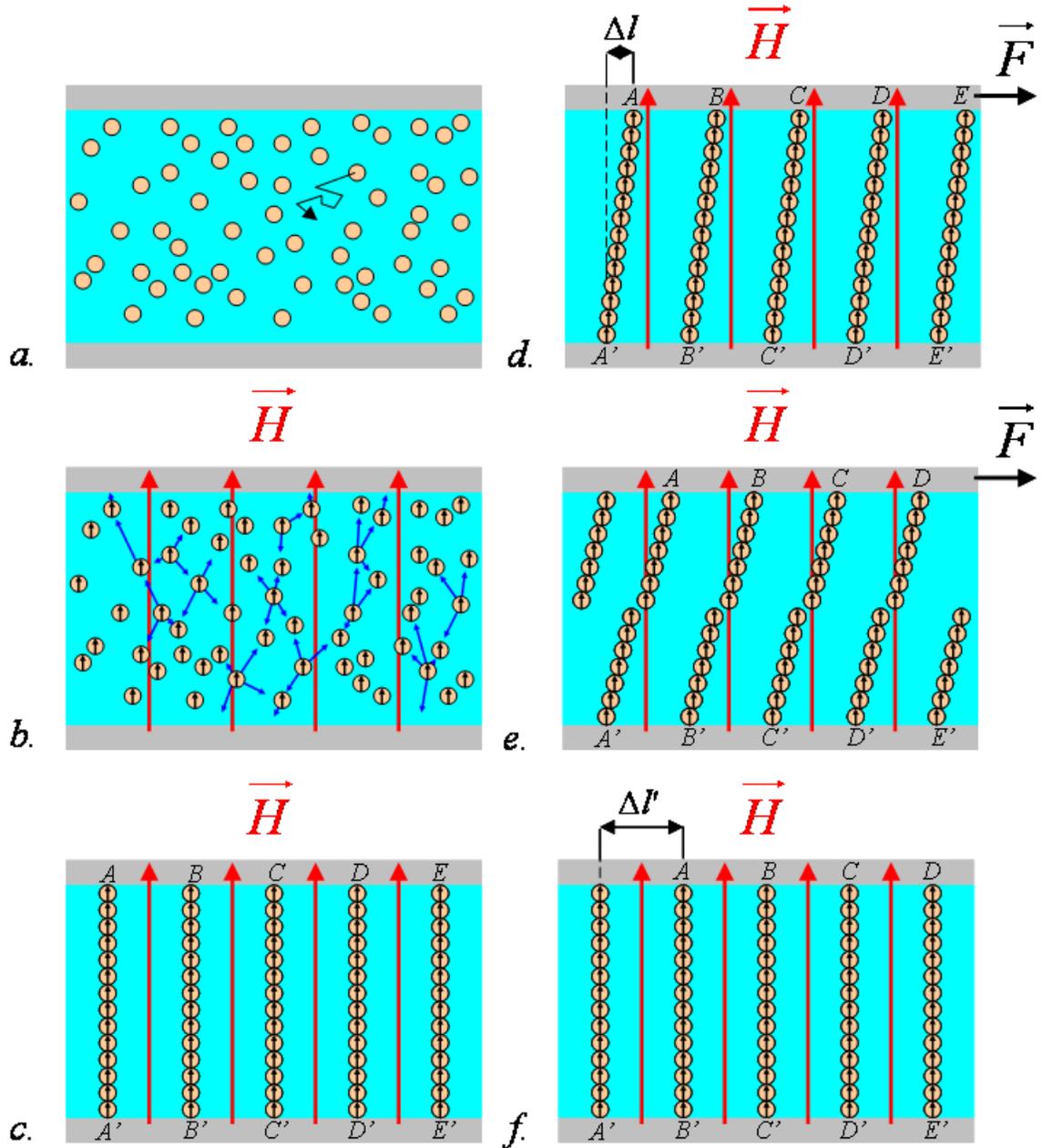


FIGURE 1.5 – Description de l'effet MR à l'échelle microscopique. En l'absence de champ, les particules ont une répartition homogène (a). Lorsqu'un champ \vec{H} est généré dans l'entrefer, elles acquièrent une aimantation et s'attirent entre elles (b). A l'issue du processus d'agrégation, les particules ont formé des chaînes qui lient les deux plaques délimitant l'entrefer (c). Lorsqu'un cisaillement $\tau = (1/S)F$ est appliqué, ces chaînes commencent par se déformer élastiquement (d) puis, si le seuil d'écoulement τ_y est atteint, elles rompent (e) puis se recombinent (f) tandis que la plaque s'est déplacée d'une distance $\Delta l'$.

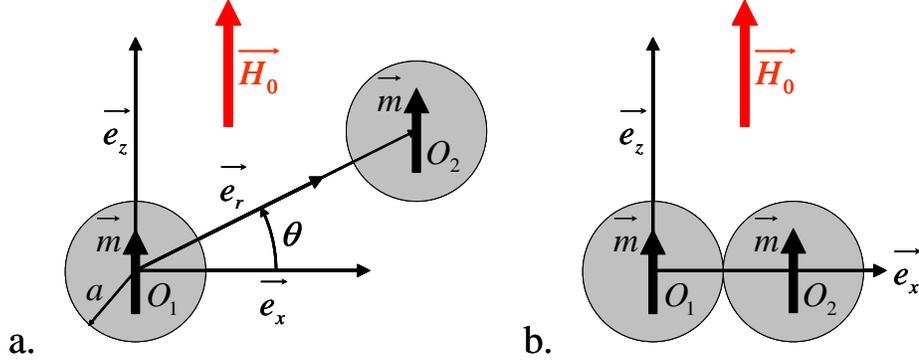


FIGURE 1.6 – Système de deux particules isolées - a. Paramétrage - b. Positions correspondant au maximum absolu de l'énergie d'interaction magnétique

On montre que ce champ conduit à l'apparition d'une aimantation [Per01]

$$\mathbf{m} = 4\pi a^3 \beta H_0 \mathbf{e}_z \quad (1.5)$$

dans les particules, avec

$$\beta = \frac{\mu_p - \mu_f}{\mu_p + 2\mu_f}. \quad (1.6)$$

Les particules étant sphériques, elles sont assimilables à des dipôles magnétiques ponctuels de moments \mathbf{m} localisés en leurs centres. On en déduit l'expression de l'énergie magnétique du système :

$$E_m(r) = \frac{\mu_0 \mu_f m^2}{4\pi} \left(\frac{1 - 3(\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{e}_r)^2}{r^3} \right).$$

Cette énergie est maximale lorsque les particules sont tangentes ($r = 2a$) et qu'elles se trouvent dans une configuration répulsive telle que leurs vecteurs aimantation sont perpendiculaires à $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2$ ($\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$) (fig.1.6.b).

$$E_{m,max} = \frac{\mu_0 \mu_f m^2}{4\pi a^3}. \quad (1.7)$$

Aux forces browniennes, on associe l'énergie d'agitation thermique [Cou00]

$$E_b = k_b T \quad (1.8)$$

avec k_b constante de Boltzmann ($1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K) et T température absolue. Le rapport des deux énergies s'écrit

$$\lambda = \frac{4\pi \mu_0 \mu_f a^3 \beta^2 H_0^2}{k_b T}. \quad (1.9)$$

Le calcul de ce rapport λ pour $H_0 = 10$ kA/m pour un liquide MR ($a_{MR} = 10$ μm) et pour un ferrofluide³ ($a_{FF} = 10$ nm) avec $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m et $\beta \approx 1$ (car typiquement

3. Ces liquides sont des suspensions de particules ferromagnétiques de dimension nanométrique dans des liquides support amagnétiques.

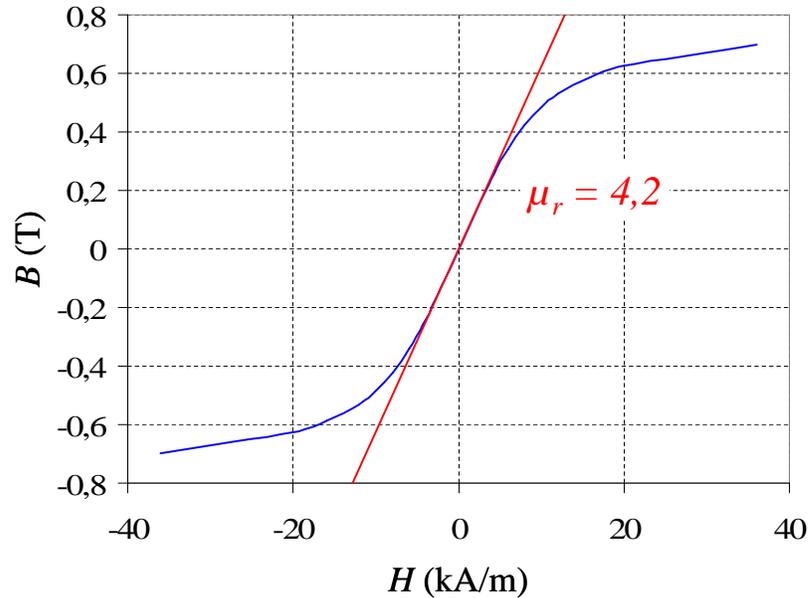


FIGURE 1.7 – Caractéristique magnétique statique du liquide de référence MRF-132LD dans le catalogue de Lord Corporation. Graphique issu de ce même catalogue.

$\mu_p \gg \mu_f$) donne

$$\begin{aligned}\lambda_{MR} &= 3,81.10^8 \\ \lambda_{FF} &= 3,81.10^{-1} .\end{aligned}$$

En présence d'un champ magnétique, l'agitation thermique n'agit pratiquement plus dans le cas d'un liquide MR alors qu'elle reste importante dans le cas d'un ferrofluide. Les particules des liquides MR peuvent s'agréger, pas celles des ferrofluides.

La durée typique du processus d'agrégation des particules d'un liquide MR exposé à un champ magnétique est de l'ordre de la milliseconde. Goncalves et al. [Gon07] l'ont mesuré entre 0,19 et 0,24 ms pour des champs compris entre 100 et 200 kA/m pour un liquide présentant une concentration volumique en particules de 32%.

1.1.3 Propriétés magnétiques

La fig.1.7 montre une caractéristique $B = f(H)$ en régime statique, i.e. à H lentement variable, typique des liquides MR. Ces matériaux ne présentent pas d'hystérésis dans ce régime d'évolution. La perméabilité magnétique initiale μ_r est typiquement de l'ordre de quelques unités.

1.2 Etat de l'art des actionneurs à liquide MR

Dans cette section, on présente les grandes familles d'actionneurs à base de liquides MR et leurs applications.

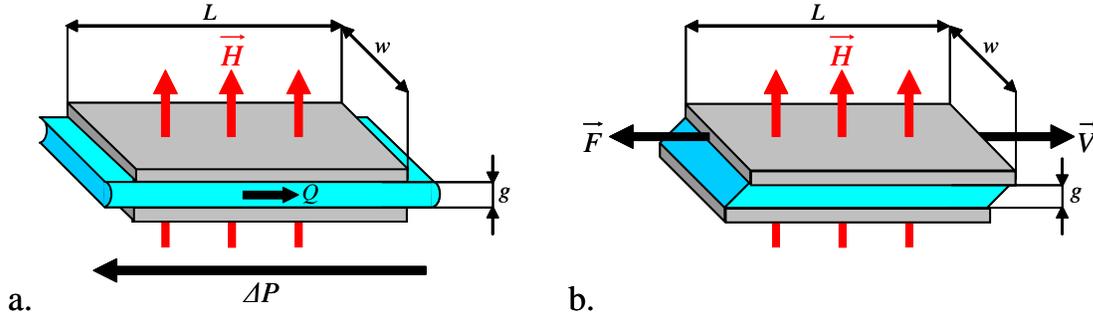


FIGURE 1.8 – Principes de fonctionnement des amortisseurs (a) et des freins (b) à liquides magnétorhéologiques.

1.2.1 Structures, principes de fonctionnement

En raison de leurs propriétés, les liquides MR permettent de réaliser des dispositifs de type amortisseurs ou freins dont la force ou le couple peuvent être contrôlés indépendamment de la vitesse de la partie mobile par action sur les propriétés rhéologiques du liquide à l'aide d'un champ magnétique. A la différence des amortisseurs ou des freins passifs conventionnels, les amortisseurs et les freins MR permettent donc une dissipation contrôlée de l'énergie ; on parle de systèmes "semi-actifs" ⁴.

Le principe de fonctionnement des amortisseurs MR est explicité sur la fig.1.8.a. La force qui s'exerce sur le piston est le résultat de la différence de pression ΔP produite par l'écoulement forcé du liquide au travers d'une valve entre deux réservoirs. Une valve se définit comme un canal de section très petite devant la section des réservoirs. Dans le cas des liquides newtoniens conventionnels, la relation entre ΔP et le débit Q de l'écoulement dans la valve, qui dépend de la vitesse du piston, est univoque et à Q donné, plus la viscosité du liquide est importante, plus ΔP est importante. Dans le cas des liquides MR, la différence de pression peut être modulée indépendamment du débit par action sur les propriétés rhéologiques à l'aide d'un flux magnétique guidé au travers de la valve. En supposant que la hauteur g de la valve est petite devant sa longueur L et sa largeur w , que le champ H est uniforme dans la valve et que le régime est permanent, on montre que d'après la loi de comportement (1.4) du liquide la relation entre la différence de pression et le débit peut s'écrire [Jol99]

$$\Delta P(H, Q) = \frac{c\tau_y(H)L}{g} + \frac{12\eta_p(H)QL}{g^3w} = \Delta P_y(H) + K(H)Q \quad (1.10)$$

avec τ_y seuil d'écoulement et η_p viscosité plastique. Le paramètre c varie entre 2 et 3 selon le profil du champ de vitesse dans la valve. A H donné, le terme $\Delta P_y(H)$ représente la différence de pression que le piston doit générer pour initier un écoulement dans la valve. Tant que $\Delta P < \Delta P_y(H)$, les chaînes de particules dans le liquide, qui se déforment élastiquement, empêchent ce dernier de s'écouler. Lorsque $\Delta P \geq \Delta P_y(H)$, les chaînes rompent, se reforment puis se déforment de façon cyclique dans la valve et le

4. Le qualificatif "actifs" étant réservé aux systèmes qui injectent un flux contrôlé d'énergie pour réaliser l'amortissement ou le freinage.

liquide peut s'écouler. Dans le premier cas on parle de *régime statique* et dans le second de *régime dynamique*.

Les constructions les plus usuelles pour les amortisseurs MR sont représentées sur les fig.1.9.a, b et c. Dans les deux premières, la valve, de forme annulaire, est localisée à l'intérieur du corps de l'amortisseur, dans le piston pour la première, entre le piston et le corps pour la seconde. Dans les deux cas, la bobine source du flux magnétique est intégrée au piston. Dans son écoulement au travers de la valve, le liquide traverse à deux reprises le champ produit par la bobine. Dans la troisième construction la valve, de forme parallélépipédique, est située à l'extérieur du corps de l'amortisseur. Dans son écoulement au travers de la valve, le liquide traverse à trois reprises le champ produit par la bobine. Toutes ces structures incorporent un dispositif déformable (expandeur à gaz) pour compenser les variations de volume dues aux rentrées et aux sorties de la tige du piston.

Le principe de fonctionnement des freins MR est explicité sur la fig.1.8.b. La force F qui s'exerce sur la partie mobile est le produit de la résistance opposée par le liquide à son cisaillement entre cette partie et la partie fixe. Dans le cas des liquides newtoniens conventionnels cette force s'exprime comme une fonction univoque de la vitesse V de la partie mobile et à V donné, plus la viscosité est importante, plus cette force est importante. Dans le cas des liquides MR, la force peut être modulée indépendamment de la vitesse par action sur les propriétés rhéologiques à l'aide d'un flux magnétique guidé au travers de l'entrefer. En supposant que la hauteur g de l'entrefer est petite devant sa longueur L et sa largeur w , que le champ H est uniforme et que le régime est permanent, on montre que d'après la loi de comportement (1.4) du liquide la relation entre la force et la vitesse peut s'écrire [Jol99]

$$F = S\tau_y(H) + \frac{\eta_p(H)SV}{g} = F_y(H) + K(H)V \quad (1.11)$$

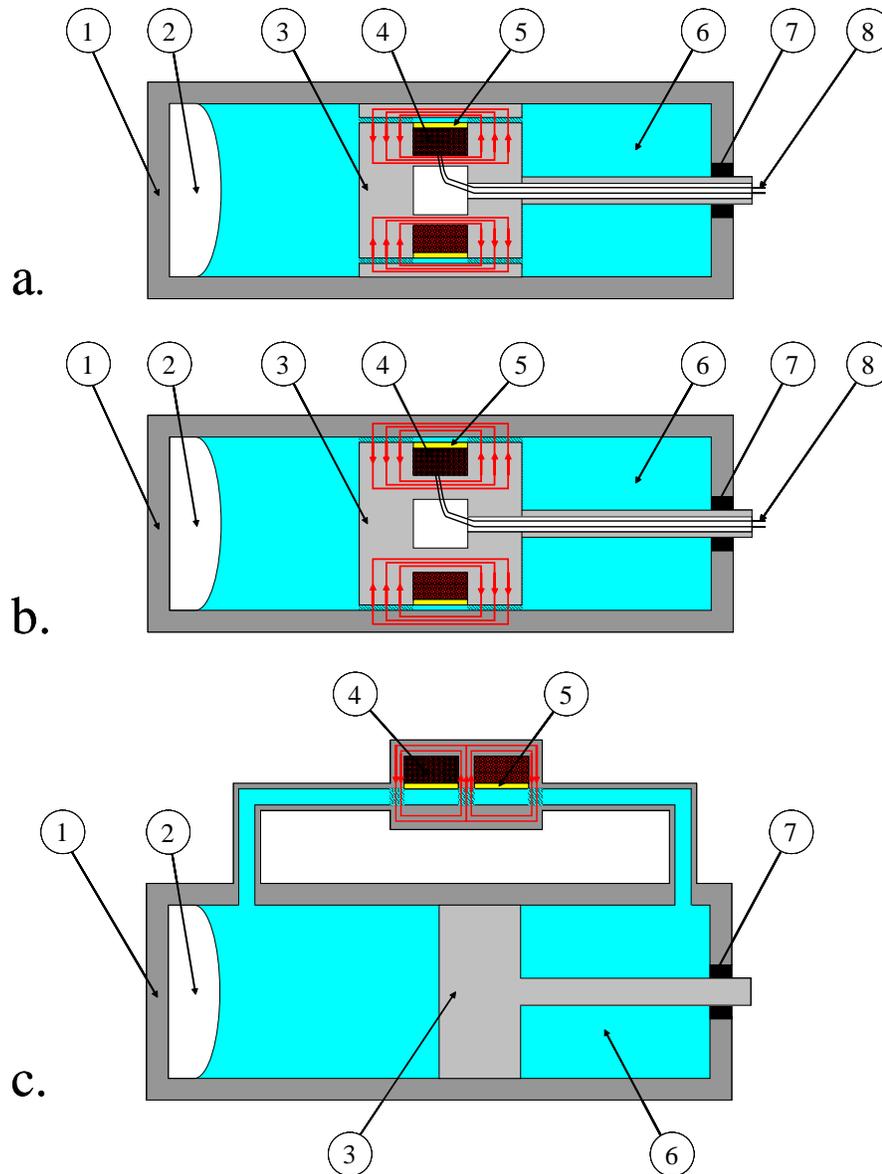
avec τ_y seuil d'écoulement, η_p viscosité plastique et $S = Lw$. A H donné, le terme $F_y(H)$ représente la force qu'il faut appliquer pour initier un déplacement de la partie mobile. Tant que $F < F_y(H)$, les chaînes de particules dans le liquide rappellent élastiquement la partie mobile. Lorsque $F \geq F_y(H)$, les chaînes rompent, se reforment puis se déforment de façon cyclique et la partie mobile connaît un déplacement irréversible. A l'instar des amortisseurs MR, on parle dans le premier cas de *régime statique* et dans le second de *régime dynamique*.

Les freins MR ont usuellement la forme de dispositifs tournants qui présentent une architecture disque (fig.1.10.a) ou une architecture cylindre (fig.1.10.b).

Dans l'architecture disque [Con98], le flux magnétique généré par la bobine traverse deux entrefers symétriques de forme cylindrique. Le champ à l'intérieur de ces derniers a une direction axiale. La relation entre le couple exercé par le liquide sur le rotor et la vitesse Ω de ce dernier peut se mettre sous une forme analogue à (1.11) :

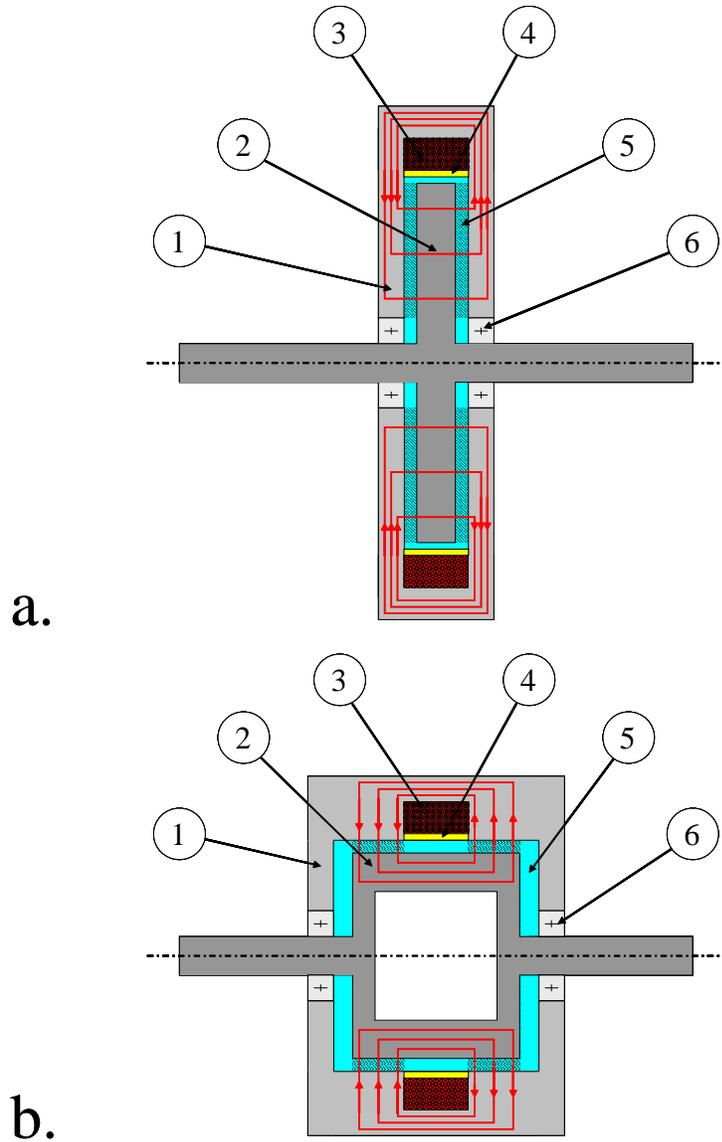
$$\Gamma = \Gamma_{y,d}(H) + K_d(H)\Omega . \quad (1.12)$$

A H donné, la rotation de l'axe est initiée à un couple $\Gamma_{y,s}(H)$ différent de $\Gamma_{y,d}(H)$. Ceci est dû au fait que dans l'architecture disque les chaînes de particules ne se trouvent



| | |
|---|--|
| 1 | Corps de l'amortisseur |
| 2 | Compensateur gazeux |
| 3 | Piston |
| 4 | Bobine |
| 5 | Revêtement amagnétique (isole la bobine du liquide MR) |
| 6 | Liquide MR (en hachures : volume actif dans la valve) |
| 7 | Joint d'étanchéité |
| 8 | Fils de la bobine |

FIGURE 1.9 – Structures des amortisseurs MR.



| | |
|---|---|
| 1 | Corps du frein |
| 2 | Rotor |
| 3 | Bobine |
| 4 | Revêtement amagnétique (isole la bobine du liquide MR) |
| 5 | Roulement étanchéisé par un joint |
| 6 | Liquide MR (en hachures : volume actif dans l'entrefer) |

FIGURE 1.10 – Structures des freins MR : (a) disque, (b) cylindre.

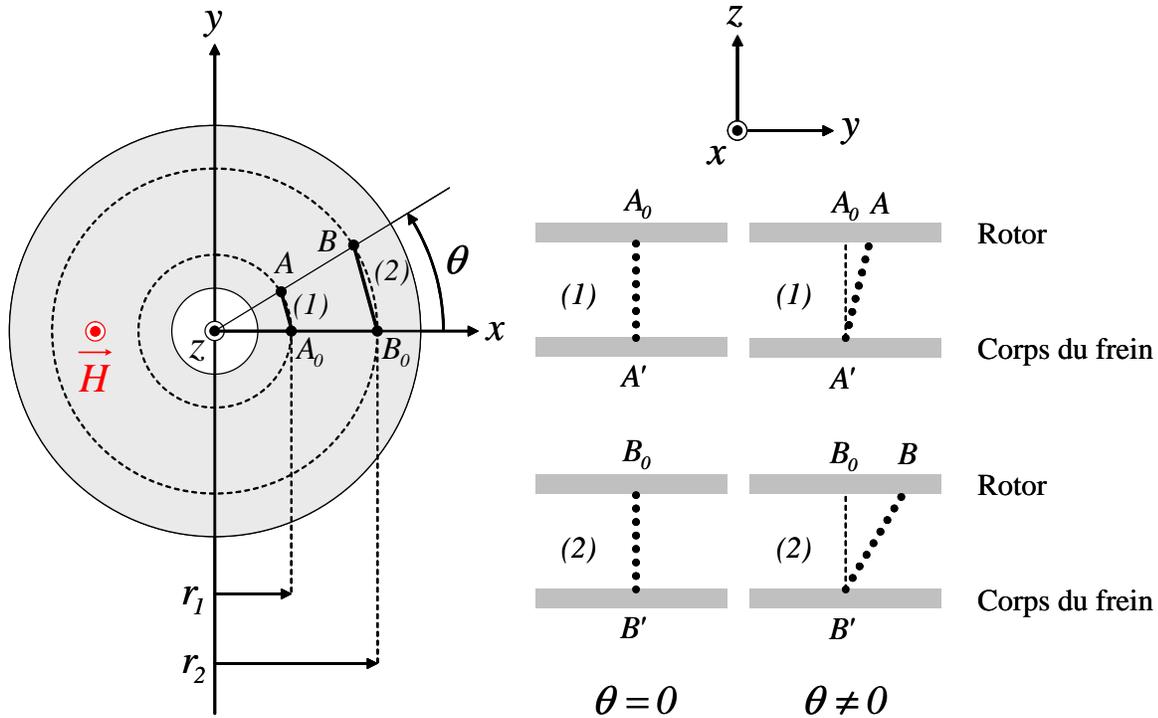


FIGURE 1.11 – Illustration de la déformation des chaînes de particules à l'intérieur des entrefers d'un frein discoïde sur l'exemple de deux chaînes numérotées (1) et (2) situées à des distances r_1 et r_2 de l'axe (O, z) du frein, avec $r_1 < r_2$. A l'état initial, les chaînes occupent les positions A_0A' et B_0B' dans le référentiel lié au corps du frein. Après que le rotor ait tourné d'un angle θ , elles occupent les positions AA' et BB' . Sur la vue de gauche, la longueur de l'arc $\widehat{B_0B}$ est supérieure à celle de l'arc $\widehat{A_0A}$, ce qui est équivalent à ce que la longueur BB' de la chaîne (2) soit supérieure à la longueur AA' de la chaîne (1).

pas toutes dans le même état de déformation lorsque le rotor tourne. En l'occurrence, à angle de rotation donné, plus elles sont éloignées de l'axe du frein, plus leur élongation est grande (fig.1.11). Ainsi, les chaînes situées sur la périphérie du disque sont les premières à se rompre lorsqu'à un instant $t = t_s$ le couple exercé sur la rotor atteint la valeur $\Gamma_{y,s}(H)$ que l'on appellera *couple statique* (fig.1.12). Après qu'elle ait été amorcée sur la périphérie du disque, la rupture des chaînes se "propage" dans les entrefers jusqu'au rayon intérieur du disque tandis que la vitesse du rotor augmente. A un instant $t = t_s + \epsilon$, les chaînes de particules sont toutes "entrées" dans le cycle déformation - rupture - reformation. La vitesse étant encore proche de zéro à cet instant, le couple est égal à $\Gamma_{y,d}(H)$, que l'on appellera *couple dynamique*. Les calculs des couples $\Gamma_{y,s}$ et $\Gamma_{y,d}$ et du coefficient K_d sont détaillés dans la section 2.2.1.3 du chapitre 2. On peut déjà remarquer que le couple statique est inférieur au couple dynamique, car le premier est associé à la rupture d'un groupe de chaînes localisées uniquement sur la périphérie du disque, tandis que le second est associé à la rupture de toutes les chaînes contenues dans les entrefers.

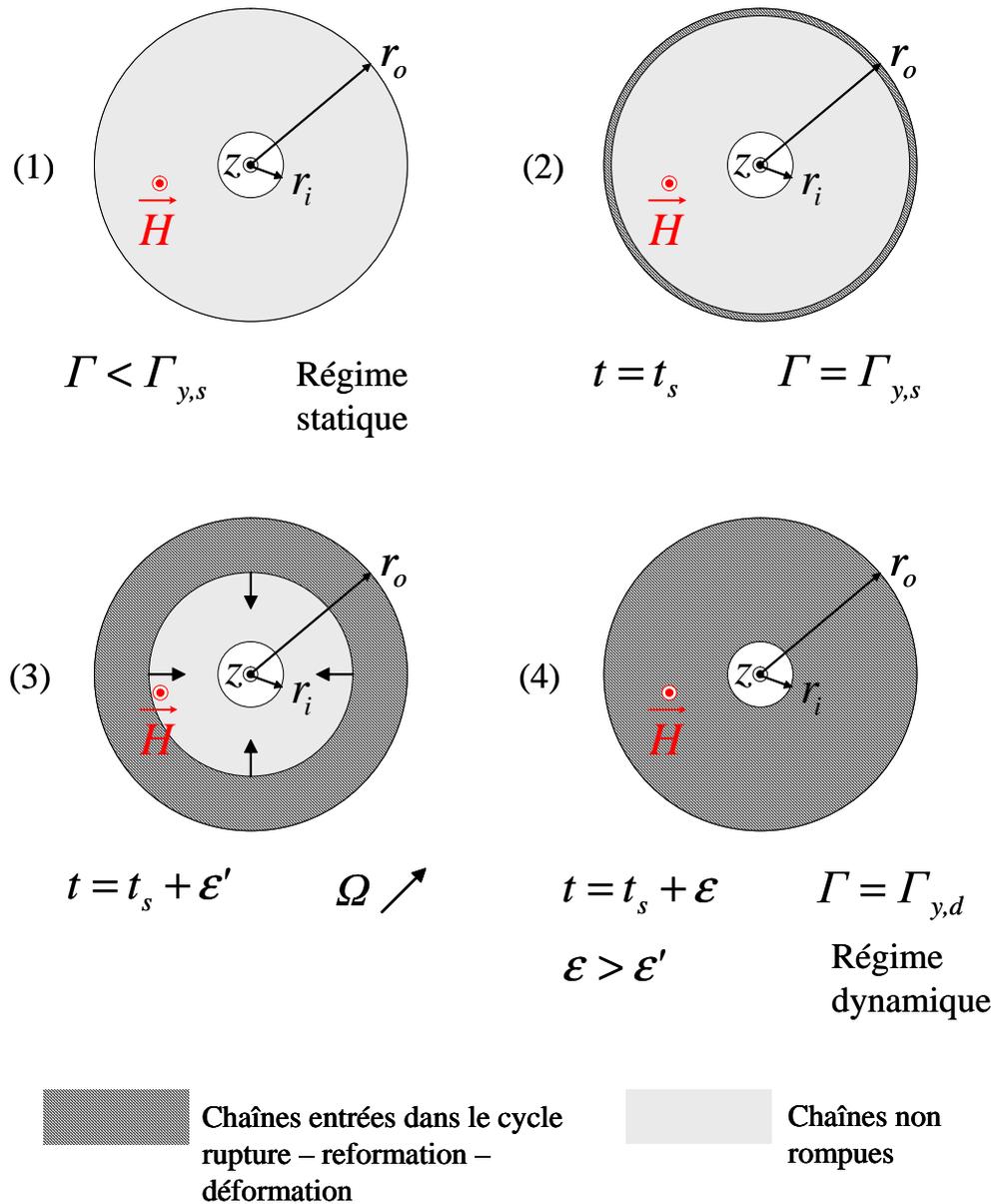


FIGURE 1.12 – Illustration de la propagation de la rupture des chaînes de particules à l'intérieur des entrefers d'un frein discoïde. Tant que le couple Γ exercé sur le rotor est inférieur au couple statique $\Gamma_{y,s}$, les chaînes de particules se déforment élastiquement (1). A l'instant $t = t_s$ où $\Gamma = \Gamma_{y,s}$, la rupture des chaînes est initiée sur la périphérie du rotor (2), puis elle se propage à l'intérieur des entrefers depuis le rayon extérieur r_0 jusqu'au rayon intérieur r_i du rotor, tandis que la vitesse Ω de ce dernier augmente (3). A $t = t_s + \varepsilon$, toutes les chaînes contenues dans les entrefers sont entrées dans le cycle rupture - reformation - déformation (4).

Dans l'architecture cylindre, le flux magnétique généré par la bobine traverse un unique entrefer de forme annulaire. Le champ à l'intérieur de ce dernier a une direction radiale. La relation entre le couple exercé par le liquide sur le rotor et la vitesse Ω de ce dernier peut également se mettre sous une forme analogue à (1.11) :

$$\Gamma = \Gamma_y(H) + K_c(H)\Omega . \quad (1.13)$$

Dans le cas de l'architecture cylindre, la rotation de l'axe est initiée lorsque le couple atteint $\Gamma_y(H)$; autrement dit, les couples statique et dynamique sont égaux. Ceci est dû au fait qu'à la différence de l'architecture disque, lorsque le rotor tourne, toutes les chaînes de particules sont dans le même état de déformation et rompent a fortiori simultanément. Les calculs du couple $\Gamma_y(H)$ et du coefficient K_c peuvent être trouvés dans [Hua02].

En modifiant les structures des freins MR, il est possible de réaliser des accouplements [Kav02][Lam98][Tak01] mais aucune application pour ces dispositifs ne semble encore avoir été décrite.

1.2.2 Applications

On trouve des applications des actionneurs à liquides MR en génie civil, dans l'industrie automobile, dans celle des équipements médicaux et dans celle des systèmes pour la réalité virtuelle.

1.2.2.1 Génie civil

Un grand nombre de systèmes passifs, actifs ou semi-actifs, ou de combinaisons de ces systèmes, ont été développés durant les dernières décennies dans le but de protéger l'intégrité des ouvrages d'art lors d'évènements sismiques en contrôlant la dissipation de l'énergie mécanique à la base, sur le toit ou à l'intérieur des structures. Parmi les systèmes les plus récents, on trouve des amortisseurs MR de "grande échelle" [Yan01] [Wil05] [Rua02]. Un exemple de ces système est l'amortisseur commercialisé sous la référence MR 180 kN Damper par Lord Corporation⁵ (fig.1.13.a). Ce dispositif peut générer une force d'amortissement maximale de 180 kN à une vitesse du piston de 6 cm/s, soit une puissance dissipée de 11,1.10³ W (fig.1.13.b), sous une tension et un courant d'alimentation de 42 V et 2 A, soit une puissance absorbée de 84 W. Par rapport aux différentes technologies semi-actives existantes, les amortisseurs MR présentent les avantages suivants :

- ils peuvent dissiper de grandes quantités d'énergie à faible vitesse ;
- leurs temps de réponse sont très faibles, ce qui permet des ajustements rapides des caractéristiques de leur amortissement aux variations des conditions sismiques ;
- ils nécessitent peu de maintenance en raison de leur conception simple ;
- leur encombrement est réduit, ce qui permet une intégration plus aisée aux structures et une préservation des qualités esthétiques des ouvrages.

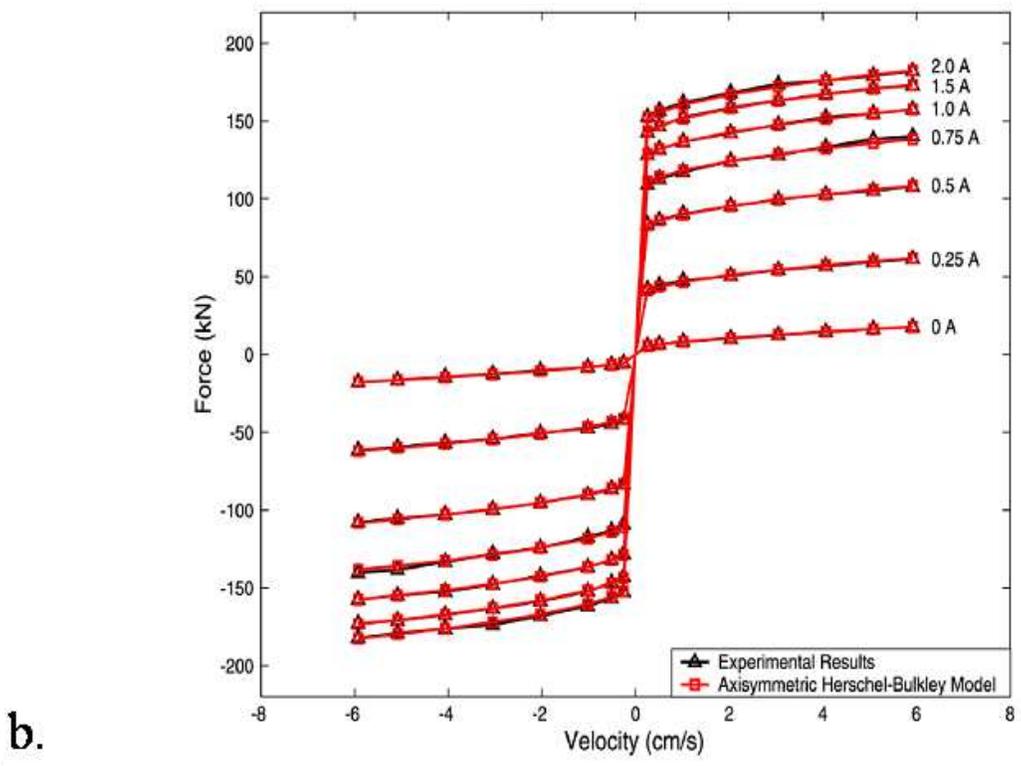
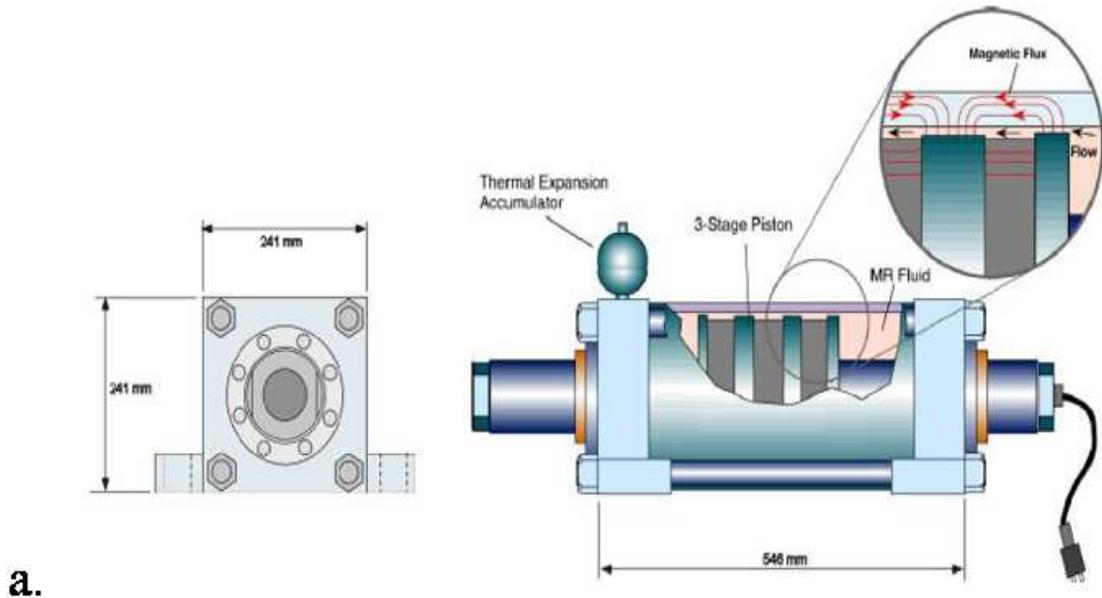


FIGURE 1.13 – (a) Structure de l’amortisseur MR de référence MR 180 kN Damper commercialisé par Lord Corporation et (b) caractéristiques force - vitesse de cet amortisseur pour différents courants d’alimentation en régime permanent.



FIGURE 1.14 – Vue des amortisseurs MR intégrés au pont du lac du Dongting en Chine. D'après l'Université Polytechnique de Hong Kong.

La première implantation des amortisseurs MR dans un ouvrage d'art date de 2001 avec la construction du musée national des sciences émergentes et de l'innovation de Tokyo [Spr02].

En dehors du contexte sismique, les amortisseurs MR peuvent également être employés pour stabiliser les ponts suspendus à câbles en temps réel de façon à ce que ceux-ci conservent leurs qualités esthétiques quelque soient les conditions météorologiques. Le pont du lac du Dongting en Chine, inauguré en 2002, est ainsi équipé d'amortisseurs MR installés en parallèle à chacune des liaisons entre les câbles et le tablier (fig.1.14).

1.2.2.2 Automobile

Les applications des actionneurs à liquides MR dans l'industrie automobile se répartissent entre les suspensions roues - châssis, les suspensions pour sièges de passagers et les directions électroniques.

1.2.2.2.1 Suspensions roues - châssis

En raison de leur capacité à réagir rapidement et de leur faible besoin en énergie, les amortisseurs MR ouvrent la voie à des systèmes de suspension semi-actifs "intelligents", capables de s'adapter automatiquement aux conditions de la route en vue d'optimiser le confort de conduite [Yao02] [Sas05]. Le premier système de ce type, le Magneride développé par l'équipementier américain Delphi Corporation⁶ (fig.1.15) a équipé de-

5. <http://www.lord.com>

6. <http://delphi.com>



FIGURE 1.15 – Vue d'un amortisseur MR intégré au système Magnaride développé par Delphi Corporation.

puis 2002 la Cadillac Seville STS, la Chevy Corvette, la Ferrari GTB 599 Fiorano et l'Audi R8. Les amortisseurs associés à chacune des roues peuvent être pilotés indépendamment. Leur temps de réponse très faible - inférieur à 10ms - permet au système de suspension de s'adapter très rapidement aux conditions changeantes de la route et d'amortir les impacts. En service, la puissance consommée par chacun des absorbeurs est inférieure à 20W.

1.2.2.2.2 Suspensions pour sièges de passagers

Depuis 1998, Lord Corporation commercialise sur le marché américain le système de suspension semi-actif de sièges "Motion Master Ride Management" pour véhicules lourds. Le schéma de principe de ce système est représenté en figure 1.16. L'objectif est d'isoler le siège du conducteur des vibrations générées par les irrégularités de la route et transmises par le châssis du véhicule. Le siège est découplé du châssis à l'aide d'une liaison constituée d'un amortisseur MR linéaire associé en parallèle à un ressort. L'utilisation d'un amortisseur MR permet un contrôle semi-actif en boucle fermée de la réduction des vibrations. Un accéléromètre fixé sur le cylindre de l'amortisseur mesure l'accélération \ddot{x}_e du châssis dans le référentiel de la route qui, du point de vue de l'asservissement, représente la perturbation ; un second accéléromètre mesure l'accélération \ddot{x}_a du siège dans le référentiel de la route, c'est à dire la grandeur de sortie du système. Les signaux produits par ces capteurs sont traités et analysés par un contrôleur qui élabore en temps réel la commande à appliquer à l'amortisseur pour réduire l'amplitude de \ddot{x}_a . Le système s'adapte également automatiquement au poids du conducteur.

La figure 1.17, où l'on a superposé les relevés du comportement fréquentiel du système pour différents niveaux de commande de l'amortisseur MR, permet d'illustrer son

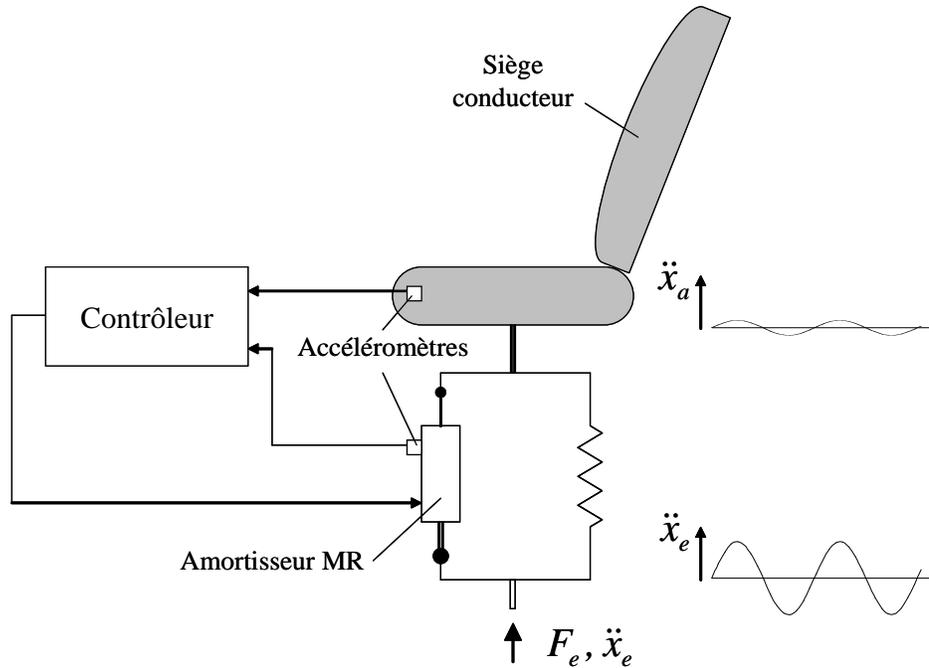


FIGURE 1.16 – Schéma de principe du système de suspension "Motion Master Ride Management" commercialisé par Lord Corporation (d'après [Jan01]).

fonctionnement. Lorsque l'amortisseur n'est pas activé ("soft damping"), le système présente un amortissement faible, caractérisé par une résonance élevée à $f = 2,5\text{Hz}$ et une atténuation forte pour $f > 4\text{Hz}$. Lorsque l'amortisseur MR est alimenté par un courant constant de façon à générer un amortissement élevé et invariant ("hard damping") la résonance, qui s'est déplacée à $f \approx 5\text{Hz}$, est plus faible, mais l'atténuation pour $f > 6,5\text{Hz}$ est moins forte que dans le premier cas. Le contrôle adaptatif ("adaptive damping") permet de réaliser un "compromis" entre ces deux cas de figure en modifiant les caractéristiques de l'amortissement en fonction de la fréquence de l'excitation : lorsque celle-ci est faible ($f < 4\text{Hz}$), l'amortisseur est alimenté de façon à réaliser un amortissement dur, ce qui "écrête" complètement la résonance que le système présente en "soft damping". Lorsque la fréquence est plus élevée ($f > 4\text{Hz}$), l'amortisseur n'est plus alimenté ce qui met d'obtenir la meilleure atténuation.

L'amortisseur MR utilisé dans le système "Motion Master Ride Management", de référence RD-1005-3 dans le catalogue de Lord Corporation, est un dispositif de petite dimension (diamètre du corps : 41mm, longueur : 114 mm) capable de développer une force de 1500N pour une vitesse du piston de $0,2\text{m/s}$, soit une puissance dissipée de 300W, sous une tension et un courant d'alimentation de 12V et 1A, soit une puissance absorbée de 12 W (1.18).

1.2.2.2.3 Directions électroniques

En automobile, on appelle *directions électroniques* les systèmes par le biais desquels le conducteur commande la rotation des roues par l'intermédiaire d'un actionneur

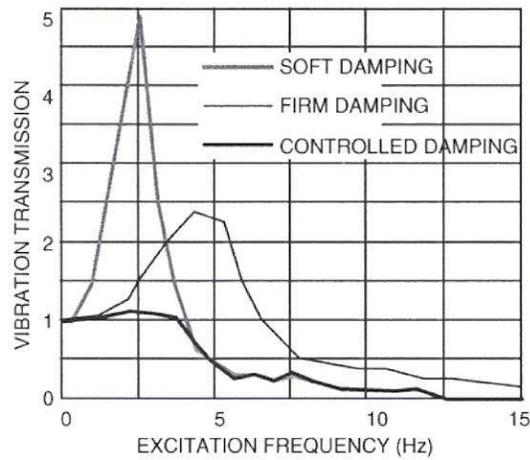


FIGURE 1.17 – Réponses fréquentielles du système de suspension pour différentes commandes de l'amortisseur MR (d'après Lord Corporation). En "soft damping", l'amortisseur n'est pas alimenté. En "hard damping", il est alimenté en continu par son courant maximal admissible I_{max} . En "controlled damping", le courant d'alimentation est changé entre 0 et I_{max} .

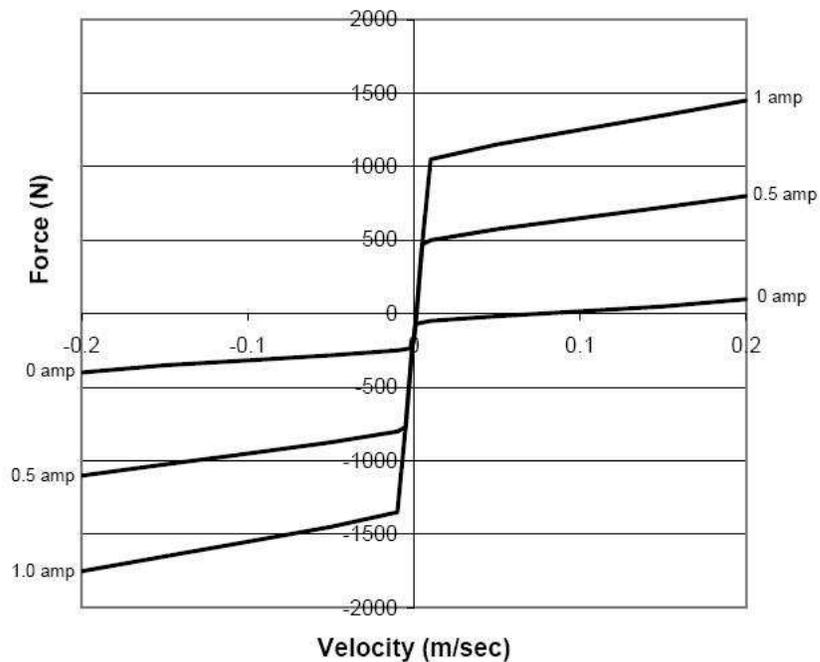


FIGURE 1.18 – Caractéristique force - vitesse de l'amortisseur de référence RD-1005-3 dans le catalogue de Lord Corporation. L'offset à l'origine est dû à la pression du gaz à l'intérieur du dispositif de compensation du volume de la tige du piston (voir fig.1.9).

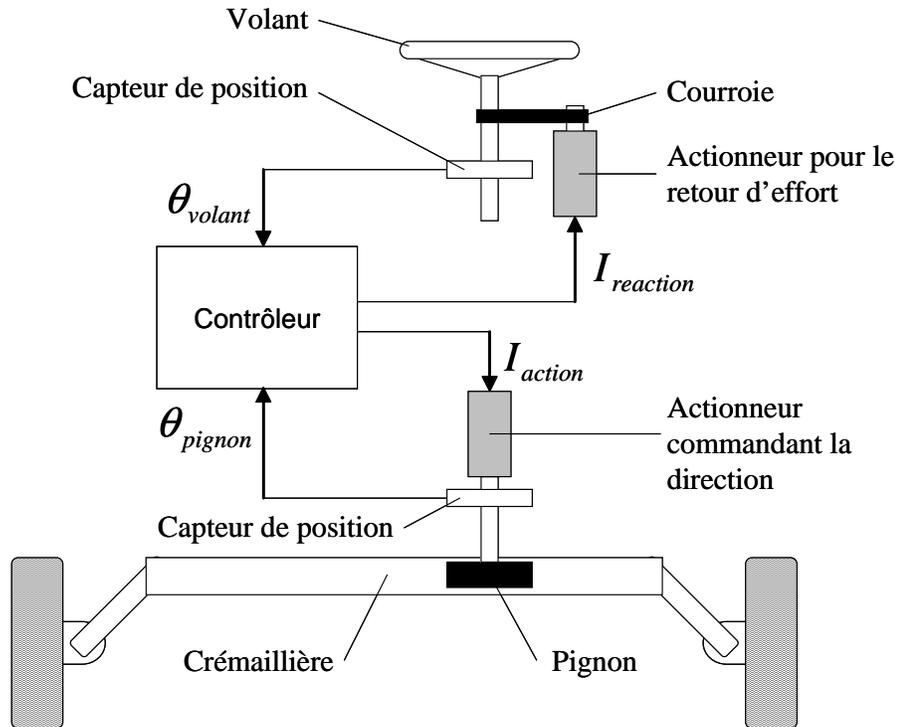


FIGURE 1.19 – Schéma de principe d'une direction électronique de véhicule.

électromagnétique. Le schéma de principe de ce type de système est représenté sur la fig.1.19. A partir de l'angle de rotation du volant, le contrôleur du système élabore la consigne de couple que l'actionneur doit communiquer au pignon en liaison avec la crémaillère de direction. En retour, à partir de la réponse des roues mesurée au travers de l'angle de rotation du pignon, il élabore la consigne de couple que l'actionneur de retour d'effort doit appliquer sur le volant pour reproduire les sensations du contact avec la route. Les directions électroniques offrent une amélioration de la sécurité dans la mesure où, en l'absence de colonne de direction, les risques de blessure en cas de collision frontale sont diminués. Elles peuvent également fournir une assistance automatique à la conduite et permettent, par le gain de masse obtenu par la suppression des pièces de la direction mécanique, de diminuer la consommation des véhicules.

En raison de leurs caractéristiques, principalement leur rapport couple/masse élevé, leur faible temps de réponse et leur faible consommation électrique, les freins MR représentent une alternative intéressante aux moteurs électriques pour produire un retour d'effort dans les systèmes de directions électroniques de véhicules [Lor04][Ahm06]. Un actionneur MR dédié à ce type d'application, constitué d'un frein et d'un capteur de position intégrés, est ainsi commercialisé par Lord Corporation sous la référence "TFD Steer-by-wire device" (fig.1.20). L'actionneur est disponible en deux versions, qui peuvent respectivement produire des couples de 5 Nm et 10 Nm aux vitesses typiques des applications de retour d'effort (quelques tours par minute) sous un courant d'alimentation maximum de 1 A et une tension de 24 V, soit une puissance absorbée de

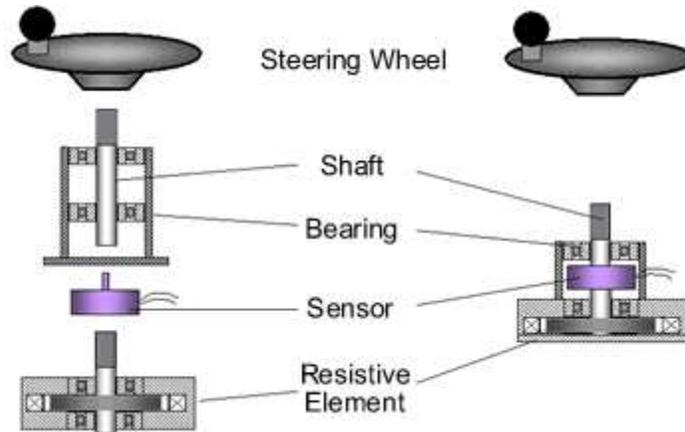


FIGURE 1.20 – Actionneur MR développé par Lord Corporation pour produire un retour d'effort dans les systèmes de direction électronique.

24 W. Le fabricant britannique d'élevateurs à fourches Linde⁷ a été le premier à mettre sur le marché (2000) des véhicules équipés d'une direction électronique intégrant un actionneur MR pour le retour d'effort.

1.2.2.3 Industrie médicale

Les amortisseurs MR sont actuellement utilisés en prothétique et pour la réalisation d'appareils de rééducation musculaire adaptative.

1.2.2.3.1 Prothèses de jambe

Les prothèses pour personnes amputées au-dessus du genou comportent des systèmes d'amortissement dont les fonctions sont de bloquer le genou artificiel pendant la phase d'appui sur la prothèse et d'amortir les oscillations de cette dernière lorsqu'elle est basculée devant l'autre jambe. En raison de leurs caractéristiques, les actionneurs MR constituent une alternative intéressante aux technologies d'amortissement conventionnelles (hydraulique et pneumatique) pour la réalisation de prothèses plus légères, plus compactes et d'autonomie plus longue, pouvant de surcroît être programmées de façon à s'adapter automatiquement aux conditions de la marche.

Ainsi, la société Biedermann Motech⁸ commercialise depuis 2000 sous l'appellation "Smart Magnetix" une prothèse actionnée par un amortisseur MR Lord [Spr01]. Cet amortisseur a une conception semblable à celle des amortisseurs pour sièges de véhicules proposés par la même société (voir la section 1.2.2.2.2). Le contrôleur du système, les capteurs de position et de force/couple ainsi que l'alimentation électrique de l'ensemble sont logés dans l'armature de la prothèse, ce qui rend cette dernière complètement autonome. En fonctionnement, le contrôleur identifie automatiquement les caractéristiques de la marche par comparaison de la flexion du genou à un certains nombres de profils

7. <http://www.fenwick-linde.com>

8. <http://www.biedermann.com>

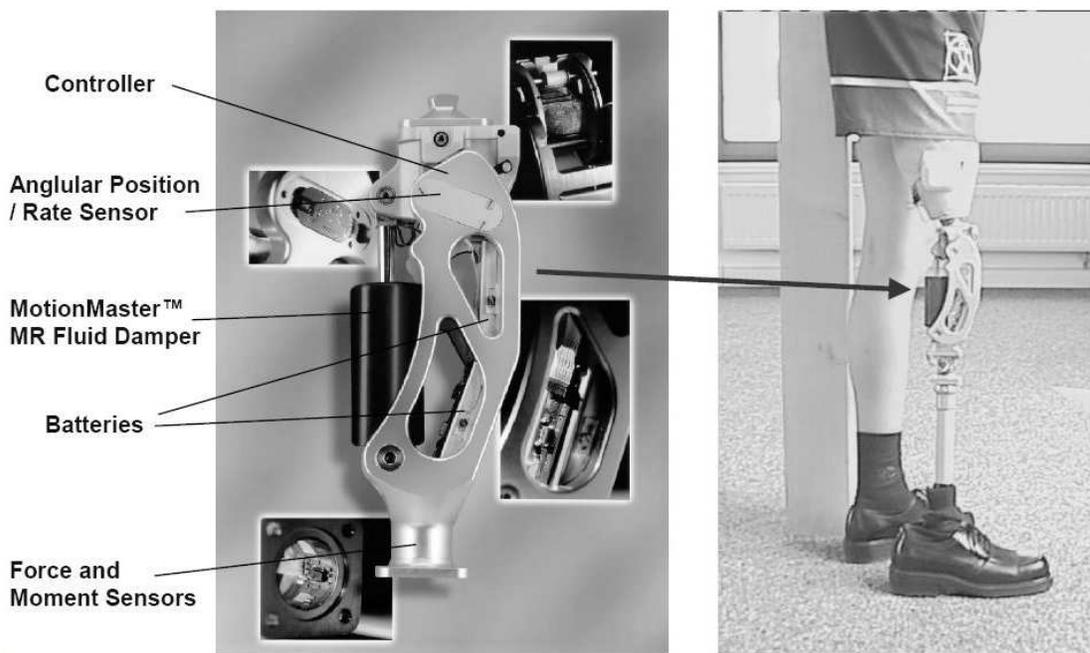


FIGURE 1.21 – Prothèse de jambe "Smart Magnetix" commercialisée par Biederman Motech.

de référence stockés dans sa mémoire et élabore en temps réel la commande de l'amortisseur en fonction de la phase du mouvement (appui ou basculement), de la vitesse de la flexion et de certains paramètres de calibrage par rapport au porteur de la prothèse.

1.2.2.3.2 Rééducation musculaire

La force maximale que peut produire un groupe musculaire varie en fonction de sa contraction et de la vitesse de cette dernière. Idéalement, pour une efficacité optimale, un appareil de rééducation doit être capable d'estimer ces paramètres en temps réel et de moduler la force d'exercice qu'il délivre au patient en fonction de leurs valeurs. Pour un amortissement rapide de son coût, l'appareil doit également être accessible au plus grand nombre de patients, ce qui lui implique d'être polyvalent, c'est-à-dire de permettre la rééducation de différents groupes musculaires, et de pouvoir être facilement calibré. Enfin, pour des problématiques d'installation, il doit être faiblement encombrant.

En 2006, S.Dong et al. [Don06] ont proposé un nouveau concept d'appareil de rééducation basé sur un amortisseur à liquide MR pour répondre à ce cahier des charges. Leur prototype, conçu pour la rééducation du genou et de la cheville, présente une structure très simple qui peut s'expliquer par une conception originale de l'amortisseur. Le système se compose d'un siège de hauteur réglable, d'une poutre fixée sur le bâti, d'inclinaison réglable, et d'un bras d'entraînement en liaison pivot avec la poutre (fig.1.22). Lorsque le patient s'installe sur le siège, les réglages sont effectués de façon à ce que l'axe du genou ou de la cheville coïncide avec l'axe du pivot, puis la jambe ou le pied sont attachées sur le bras d'entraînement. La structure de l'amortisseur est représentée en fig.1.22.b. Elle est composée de deux amortisseurs montés en parallèle qui échangent

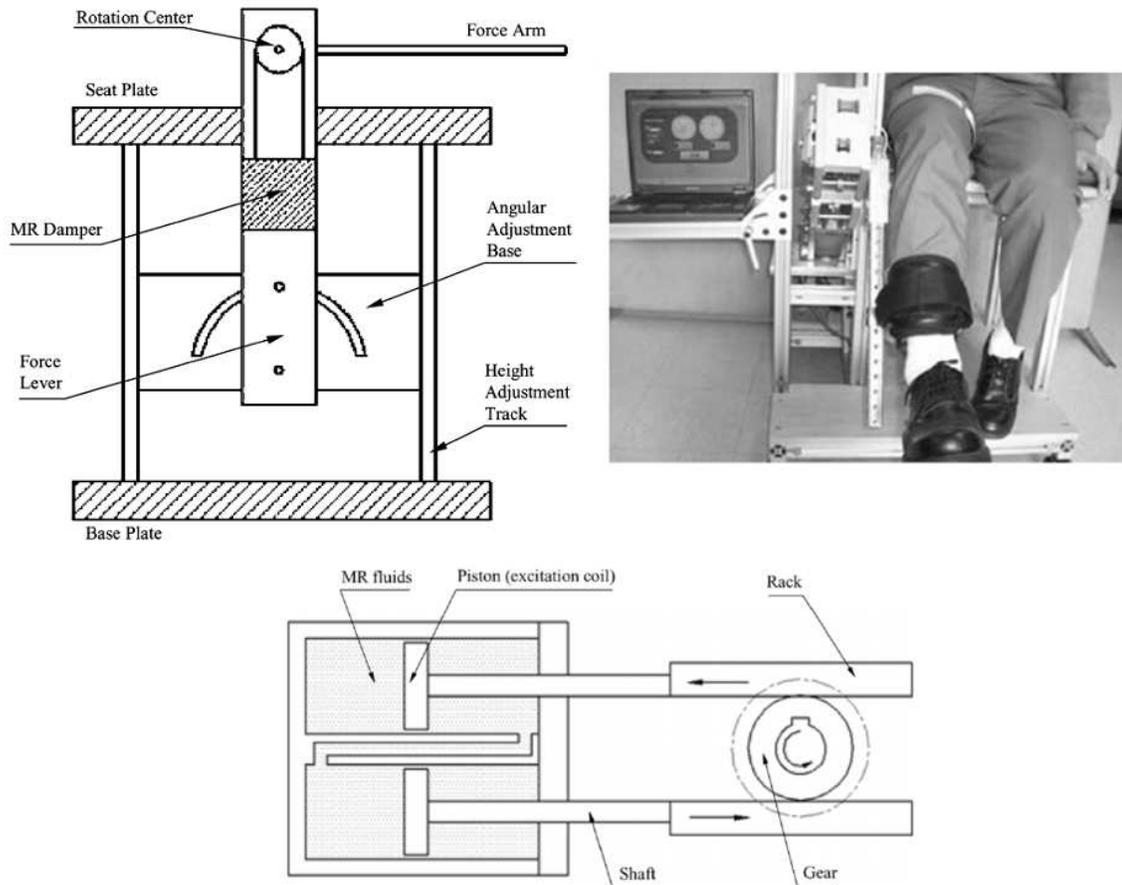


FIGURE 1.22 – Prototype d'appareil de rééducation musculaire mis au point par S.Dong et al. [Don06]. Détail de l'amortisseur.

du liquide via une valve entre leurs cylindres. Les deux pistons sont prolongés par des crémaillères qui engrènent sur un pignon lié au bras d'entraînement au niveau du pivot avec la poutre, tandis que le boîtier de l'amortisseur est fixé sur cette dernière. Lorsque le bras est actionné par le patient, les deux pistons translatent à la même vitesse dans des sens opposés. Un capteur de position logé dans le pivot mesure la flexion de l'articulation, qui constitue l'entrée du système, et des jauges de contrainte fixées sur le bras mesurent la force d'exercice, qui constitue la sortie. L'asservissement en boucle fermée du système est réalisé par un contrôleur sur la base d'un profil de force stocké dans sa mémoire par le thérapeute. La stratégie de contrôle adaptatif implémentée par les auteurs a permis d'obtenir une excellente précision sur la réponse du système (fig.1.23). Les développements futurs qu'ils indiquent visent à réduire le volume de l'appareil de façon à pouvoir l'installer à domicile.

En 2007, S.H.Winter et al. [Win07] ont proposé un concept de gant à retour d'effort pour la rééducation de la main également actionné par des amortisseurs à liquide MR.

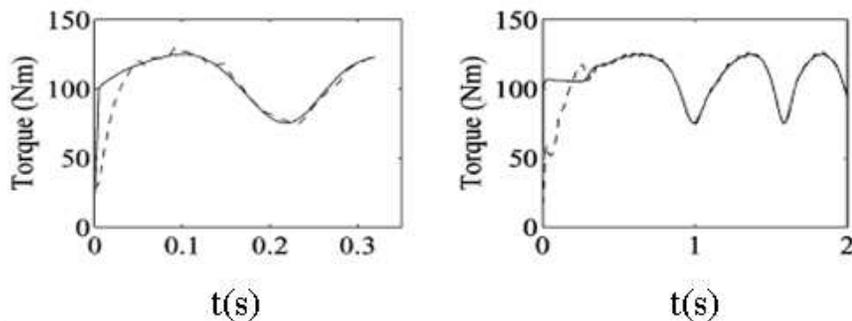


FIGURE 1.23 – Exemples de consignes de couple (en trait plein) et de réponses (en trait discontinu) de l'appareil de rééducation conçu par S.Dong et al. [Don06].

1.2.2.4 Réalité virtuelle

Un système de réalité virtuelle est une simulation informatique interactive d'environnements réels ou imaginaires. L'objectif recherché est l'immersion de l'utilisateur dans l'environnement simulé par la stimulation de plusieurs canaux sensoriels : vision, ouïe, toucher, voire parfois odorat et goût [Fuc06].

On appelle interfaces haptiques⁹ les systèmes mécatroniques qui permettent à l'utilisateur de se déplacer dans l'environnement virtuel et de ressentir physiquement les interactions mécaniques de son avatar avec les objets de cet environnement. La première de ces deux fonctions est réalisée à l'aide de capteurs de position qui enregistrent les mouvements de l'utilisateur, ceux-ci étant répercutés dans l'environnement virtuel par la simulation. La seconde fonction est réalisée à l'aide d'actionneurs qui communiquent des stimuli kinesthésiques (force) et/ou tactiles à l'utilisateur. Ces actionneurs peuvent être actifs (moteurs) ou passifs (freins) [Con07] [Kha04].

La capacité d'une interface haptique à créer des ressentis fidèles aux interactions de l'utilisateur avec les objets virtuels est appelée transparence. Cet objectif est recherché au stade de la conception par une diminution des inerties, des souplesses et des frottements. Ces derniers, lorsqu'ils sont présents, peuvent être compensés en fonctionnement par l'actionneur actif si l'interface en comporte un. Une interface est également caractérisée par le nombre de degrés de liberté de mouvement sur lesquels elle peut agir et son espace de travail, qui correspond à l'ensemble des positions que la partie du corps de l'utilisateur interagissant avec l'interface est autorisée à occuper dans l'espace.

Les applications actuelles des actionneurs à liquide MR dans le domaine de la réalité virtuelle sont toutes au stade de prototype de recherche. On en trouve sous la forme de joysticks et de bras haptiques. Les sections suivantes donnent un aperçu des systèmes à l'étude.

1.2.2.4.1 Joysticks

En 2006, Liu et al. [Liu06] ont décrit un joystick à deux degrés de liberté actionnés par des freins discoïdes MR. Le système, représenté sur la fig.1.24, est basé sur un

9. Du grec *haptomai*, "je touche".

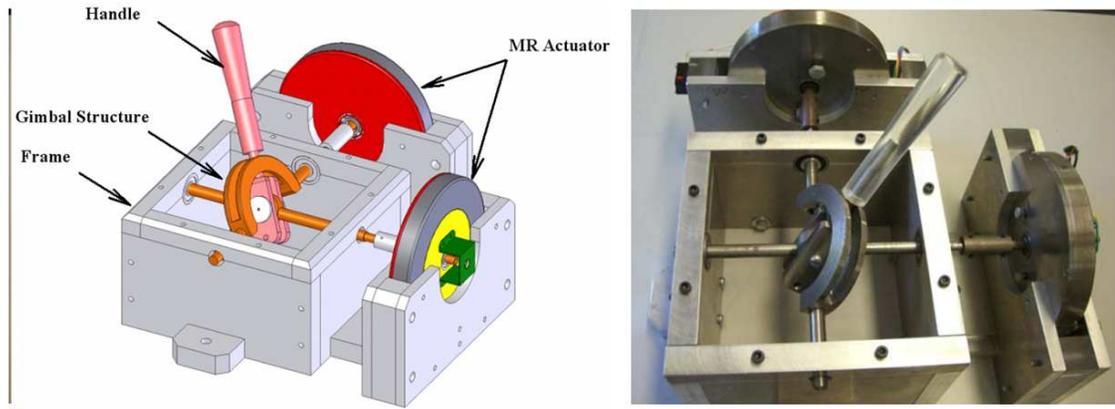


FIGURE 1.24 – Joystick à deux degrés de liberté développé par Liu et al. [Liu06]

mécanisme de cardan, donc les axes sont actionnés en liaison directe par les freins MR. La position de la poignée est mesurée à l'aide de potentiomètres linéaires couplés aux axes des deux freins. L'espace de travail a la forme d'une portion de sphère d'ouverture limitée par les butées du joystick sur son boîtier. La force ressentie par l'utilisateur lorsque les freins sont alimentés est tangentielle en tout point de cette surface. Deux exemples de simulations réalisées avec le joystick sont représentées sur les fig.1.25.a et b. La première est un jeu de labyrinthe dans lequel l'utilisateur contrôle les déplacements 2D d'un curseur à l'aide du joystick. Lorsque le curseur touche un mur du labyrinthe, un ou des échelon(s) de courant sont appliqué(s) au(x) frein(s) de façon à bloquer la poignée. Lorsque l'utilisateur tend à dégager le curseur du mur, le ou le(s) courant(s) est(sont) annulé(s). Le second exemple est une simulation où l'utilisateur contrôle les déplacements d'un cube sur une surface virtuelle escarpée qui comporte trois types de terrains différents (surface gelée, pelouse, sable) représentés par trois couleurs (blanc, vert et jaune). Lorsque l'utilisateur déplace le cube, les freins sont pilotés de façon à générer une force résistive plus ou moins intense en fonction de la valeur de la pente et du type de terrain à l'endroit du cube. Les freins MR actionnant le joystick peuvent produire un couple de 7 Nm aux vitesses typiques des applications de retour d'effort (quelques tours par minute) sous un courant d'alimentation maximum de 2 A et une tension de 10 V, soit une puissance absorbée de 20 W. Ils se présentent sous la forme de boîtiers cylindriques d'un diamètre de 156 mm et d'une épaisseur de 26 mm.

La même année, An et al. [An006] ont présenté un prototype de joystick à un degré de liberté actionné en parallèle par un moteur à courant continu et un frein à liquide MR, permettant de simuler de façon stable une interaction de type frottement de Coulomb avec un objet virtuel.

1.2.2.4.2 Interfaces haptiques portables

Pour des expériences d'immersion "plus profonde" dans les environnements virtuels, l'utilisateur doit pouvoir interagir avec de multiples parties de son corps tout en restant le plus libre possible de ses mouvements; en particulier, il doit lui être possible de se déplacer dans l'environnement virtuel par le biais d'une locomotion physique dans le

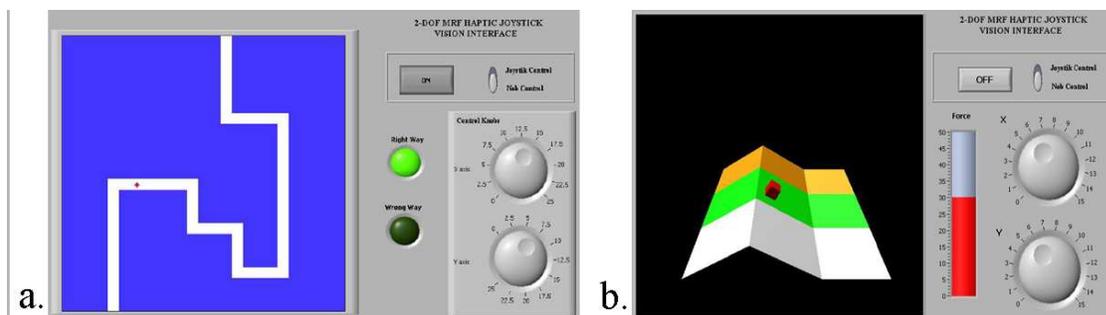


FIGURE 1.25 – Exemples d’environnements virtuels simulés avec l’interface de Liu et al. [Liu06]

TABLE 1.1 – Caractéristiques de l’interface portable développée par Ryu et al. [Ryu06]

| | |
|---|---|
| Nombre de degrés de liberté | 6 (3 contraints par les actionneurs) |
| Force continue maximale générée sur les degrés contraints | 10 Nm |
| Etendue de l’espace de travail | 550 mm (forme hémisphérique) |
| Poids | 2, 2 kg sans le contrôleur et la batterie 3, 8 kg avec |
| Autonomie | 1 h 30 mn |

studio de réalité virtuelle. D’où le concept d’interfaces haptiques portables, qui prennent actuellement la forme de bras haptiques portés à la ceinture ou sur le dos ou d’exosquelettes qui recouvrent tout ou une partie du corps. En raison de leur rapport couple sur masse élevé et de leur faible consommation électrique, les freins MR ont commencé à intéresser les concepteurs de système de réalité virtuelle pour la réalisation de ce type d’interfaces. On présente ici un exemple tiré de la littérature récente.

En 2006, Ryu et al. [Ryu06] ont décrit une interface de type bras haptique portée à la ceinture (fig.1.26). Le mécanisme est constitué d’un support, d’une roue en liaison pivot avec ce dernier, d’un bras télescopique en liaison pivot avec la roue et d’une poignée. Les deux liaisons pivot ont été réalisées de façon à ce que leurs axes soient sécants sans qu’elles n’interfèrent. Le bras télescopique est constitué de trois barres parallèles coulissantes couplées entre elles par un câble et un ensemble de poulies. Cette conception dans son ensemble permet d’obtenir un système à la fois compact et offrant un grand espace de travail. La poignée montée à l’extrémité du bras est en liaison rotule avec ce dernier, ce qui confère six degrés de liberté à l’interface. Deux freins à liquides MR de petites dimensions actionnent les pivots, un troisième la poulie maîtresse du bras télescopique. Cette configuration permet à l’interface d’agir sur les trois degrés de liberté en translation de la main de l’utilisateur. Le contrôleur et l’alimentation du système sont intégrés au sein d’un même boîtier fixé sur la ceinture. L’interface communique avec le support informatique de la simulation de réalité virtuelle par liaison sans fil, ce qui la rend complètement autonome. Ses caractéristiques sont récapitulées dans le tab.1.1.

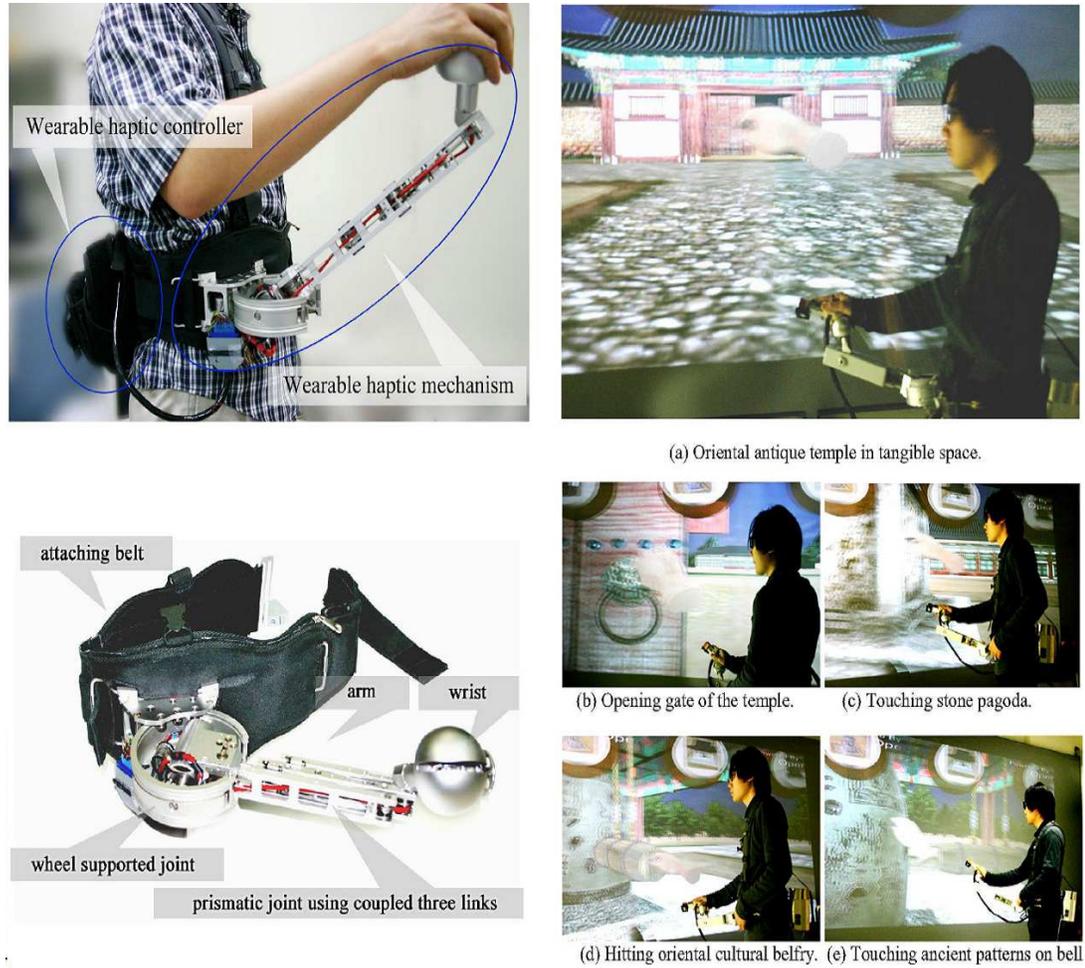


FIGURE 1.26 – Interface haptique portable développée par Ryu et al. [Ryu06].

1.2.2.4.3 Bras haptiques

En 2004, Reed et al. [Ree04] ont décrit une interface à deux degrés de liberté en translation actionnée par des freins à liquide MR (fig.1.27). Les auteurs présentent ces actionneurs comme une alternative aux freins électromagnétiques à poudres utilisés pour un prototype précédent, qu'ils décrivent présentant de moins bonnes caractéristiques en termes de rapport couple sur masse, de temps de réponse, de durée de vie et de stiction. L'interface se présente sous la forme d'une chaîne de quatre barres associées en série par des pivots, formant une boucle fermée avec le bâti. Les premier et dernier pivots de la chaîne sont coaxiaux. L'utilisateur interagit avec une poignée d'interaction montée dans l'axe du pivot noté D . Les freins à liquide MR qui contrôlent l'interface, tous identiques, sont logés dans les pivots A , B et E . Le capteur de force et les deux capteurs de positions nécessaires à l'asservissement en boucle fermée du système sont logés respectivement dans la poignée et dans les pivots A et B . A ce stade du prototype, les auteurs sont parvenus à réaliser des simulations d'interactions avec des murs virtuels de diverses orientations dans l'espace de travail. Les futurs développements visent à permettre des simulations de contournement d'obstacles "virtuels".

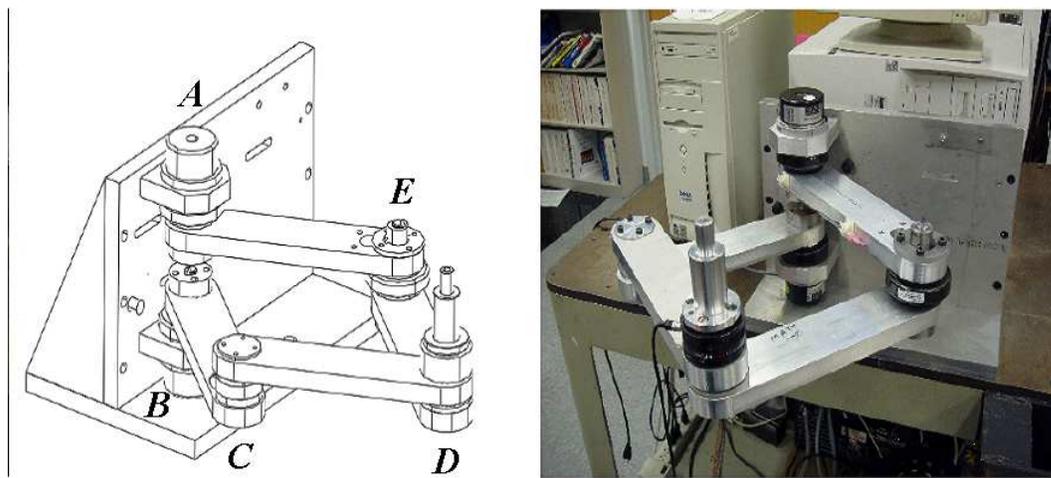


FIGURE 1.27 – Interface haptique de type pantographe à deux degrés de liberté actionnée par des freins à liquide MR. D'après Reed et al. [Ree04].

Les freins MR qui actionnent l'interface de Reed et al. ont été fournis par Lord Corporation sous la référence MRB-2107-3. Les relevés effectués sur l'un des trois freins par les auteurs du couple en fonction du courant pour différentes vitesses de l'axe ont été reproduits sur la fig.1.28. La superposition des courbes indique que le couple est peu dépendant de la vitesse dans l'intervalle des valeurs prises pour cette dernière. La valeur du couple est de 7,5 Nm sous un courant d'alimentation maximum de 1 A. La tension requise étant de 24 V, la puissance absorbée sous ce courant est de 24 W. Le boîtier de ce modèle de frein présente un diamètre de 92 mm et une épaisseur de 37 mm.

1.3 Conclusions

Les liquides magnétorhéologiques sont des suspensions de particules magnétiques micrométriques dans des liquides supports non magnétiques. Ces matériaux présentent un comportement rhéologique de plastiques de Bingham dont les paramètres caractéristiques, le seuil d'écoulement τ_y et la viscosité plastique η_p , augmentent en présence d'un champ magnétique. Cet effet est dû à l'agrégation des particules sous la forme de "chaînes" parallèles aux lignes du champ qui confèrent aux liquides une certaine "rigidité" à l'échelle macroscopique. Du point de vue uniquement magnétique, les liquides MR présentent des cycles $B - H$ anhystériques en régime statique. Les propriétés des liquides MR sont mises à profit dans des dispositifs d'amortissement et de freinage. Ces derniers sont utilisés en génie civil pour la protection anti-sismique, dans l'industrie automobile pour la réalisation de suspensions roues-chassis, de suspensions de sièges et de systèmes de direction électronique, dans l'industrie des équipements médicaux pour la réalisation de prothèses de jambe "intelligentes" et d'appareils de rééducation musculaire adaptatifs ainsi que dans le domaine de la Réalité Virtuelle pour la réalisation d'interfaces haptiques plus compactes et plus transparentes.

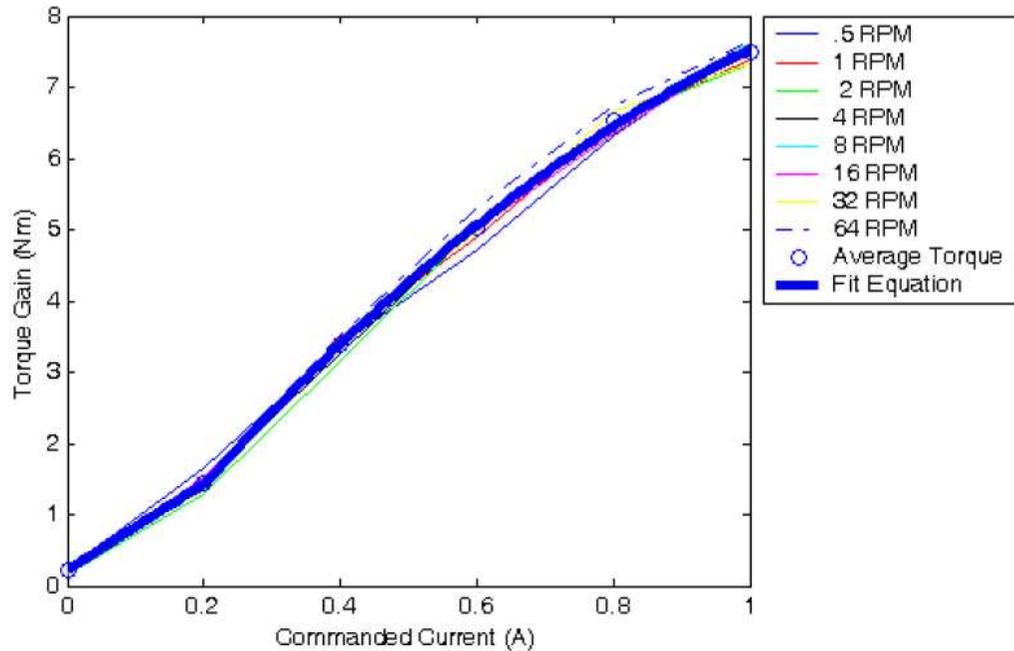


FIGURE 1.28 – Caractéristiques couple - courant pour différentes valeurs de la vitesse de l'axe relevées par Reed et al. [Ree04] sur le frein de référence MRB-2107-3 commercialisé par Lord Corporation.

1.4 Problématique de la thèse

En raison de la nouveauté de la technologie, les expériences décrites dans la littérature sur le comportement des freins MR sont limitées à la réponse en couple en régime permanent, c'est-à-dire à vitesse de l'axe et à courant d'alimentation constants, et à la réponse transitoire en couple à un échelon de courant à vitesse de l'axe constante. En régime permanent, tous les auteurs observent que le couple croît avec le courant et qu'il est peu dépendant de la vitesse (voir la fig.1.28) et en régime transitoire, ils rapportent tous une réponse en couple de type premier ordre [Li03] [Kav02] [Tak01] [Sap03]. Dans ce dernier régime, la caractérisation la plus complète semble avoir été réalisée par Reed et al. [Ree04] en vue de la commande d'une interface haptique actionnée par des freins MR discoïdes (voir la section 1.2.2.4.3). Ces auteurs ont montré que le temps de montée en couple de ce type de freins croît linéairement en fonction du courant et qu'il décroît paraboliquement en fonction de la vitesse.

Dans la littérature, on n'a pas trouvé de données expérimentales sur l'évolution du couple produit par les freins discoïdes MR lorsque leur régime de fonctionnement transite de statique à dynamique (voir la section 1.2.1). L'objectif de la thèse était d'obtenir de telles données et de proposer sur la base de celles-ci un modèle des freins discoïdes MR en vue de leur commande.

Les freins MR comportant des matériaux ferromagnétiques, on s'est également intéressé à l'influence de l'hystérésis magnétique de ces matériaux sur le couple produit

par le frein.

Dans le chapitre suivant, on présente la conception d'un frein-test discoïde MR ainsi que celle d'un banc expérimental permettant de caractériser le comportement de ce frein, en particulier à la transition du régime statique vers le régime dynamique, et d'étudier l'hystérésis de la relation entre le courant et le couple.

Chapitre 2

Conception du frein MR et dispositif expérimental

Ce chapitre comporte trois parties. Dans la première, on décrit une expérience avec un cisailleur linéaire à liquide MR qui permet de tester la validité de l'approche analytique pour le calcul du seuil de force de ce type d'appareil (voir la section 1.2.1). Dans la seconde partie, on présente le dimensionnement d'un frein discoïde MR selon cette approche. La conception mécanique de cet actionneur est décrite, ainsi qu'un banc expérimental destiné à le caractériser. Dans la troisième partie, une modélisation électromécanique du banc, élaborée selon une approche "causale", est présentée en vue de l'étude en simulation du modèle du frein décrit au chapitre 3. Enfin, les résultats de la caractérisation du couple de freinage à courant nul sont présentés et discutés.

2.1 Expérience préliminaire : mesures du seuil de force d'un cisailleur linéaire de liquide MR

2.1.1 Objectifs

A la section 1.2.1, on a vu que la force de freinage produite par les dispositifs de cisaillement linéaire de liquide MR (fig.2.1) en régime permanent, i.e. à vitesse constante, peut s'écrire sous la forme

$$F = S\tau_y(H) + \frac{\eta_p(H)SV}{g} = F_y(H) + K(H)V \quad (2.1)$$

avec g hauteur de l'entrefer, S aire des plaques de cisaillement, égale au produit de leur longueur L par leur largeur w , τ_y seuil d'écoulement et η_p viscosité plastique. A H donné, le terme $F_y(H)$ représente la force qu'il faut appliquer pour initier un déplacement de la partie mobile. Tant que $F < F_y(H)$, les chaînes de particules dans le liquide rappellent la partie mobile élastiquement. Lorsque $F \geq F_y(H)$, les chaînes se rompent, se reforment puis se déforment de façon cyclique et la partie mobile connaît un déplacement irréversible.

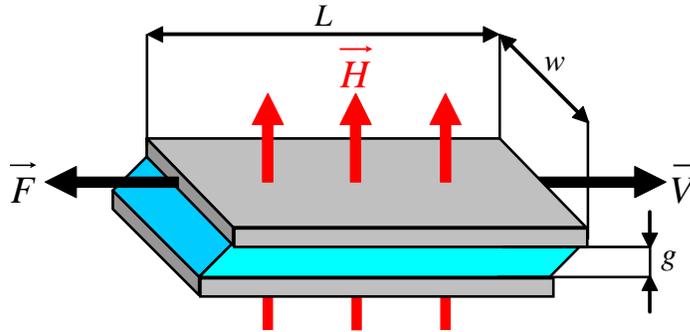


FIGURE 2.1 – Principe de fonctionnement des cisailleurs linéaires de liquide MR.

En vue du dimensionnement d'un frein discoïde MR, on a testé la validité de l'expression du seuil de force F_y sur la base de mesures effectuées sur un dispositif permettant de réaliser un cisaillement linéaire de liquide MR. Pour différentes valeurs du courant d'alimentation I de la bobine source du champ et de la hauteur h de l'entrefer, le seuil de force du dispositif a été relevé et comparé à la valeur fournie par l'expression (2.1) sur la base des valeurs de champ H calculées à partir des valeurs du courant I .

2.1.2 Description

2.1.2.1 Dispositif expérimental

Le cisailleur est constitué d'un mobile libre de translater le long d'un rail monté au dessus d'un récipient de forme parallélépipédique en matériau amagnétique (aluminium) (fig.2.2). Le fond du récipient est recouvert d'une plaque en acier magnétique XC18. Le mobile est constitué d'un chariot supportant une culasse cylindrique de 60 mm de diamètre fabriquée à partir du même acier que la plaque. Des cales intercalées entre les bords du récipient et le rail permettent de régler la hauteur h de l'entrefer entre la face inférieure de la culasse et la plaque aux valeurs 1,15 mm, 1,75 mm, 2,35 mm et 2,95 mm. Le dispositif est monté sur trois pieds de hauteurs réglables ; l'inclinaison du dispositif peut ainsi être corrigée de façon à obtenir un remplissage uniforme du récipient. Le liquide, du MRF-132LD de Lord Corporation, est versé dans ce dernier jusqu'à ce que l'entrefer soit complètement rempli. Le mobile est entraîné en translation par un câble relié à une masse. Ce câble passe au travers d'une fente usinée dans le récipient et s'enroule sur une poulie montée à l'extrémité du rail.

Une bobine comportant 100 spires est logée à l'intérieur de la culasse et isolée du liquide à l'aide d'un anneau en aluminium (fig.2.3.a). Notons que les rayons intérieur r_1 et extérieur r_2 de cet anneau ont été calculés de façon à ce que les aires des surfaces S_1 et S_2 , respectivement intérieure et extérieure à l'anneau sur la face inférieure de la culasse, soient égales. Lorsqu'elle est alimentée, la bobine génère un flux magnétique Φ dont on peut prévoir qu'une partie Φ_u va se refermer dans la plaque magnétique et qu'une autre partie Φ_f va se refermer directement dans l'entrefer, en négligeant les flux de fuites dans l'air et dans l'aluminium (fig.2.3.b). Compte-tenu de la répartition du champ magnétique, il est difficile de décrire a priori l'allure des agrégats de particules

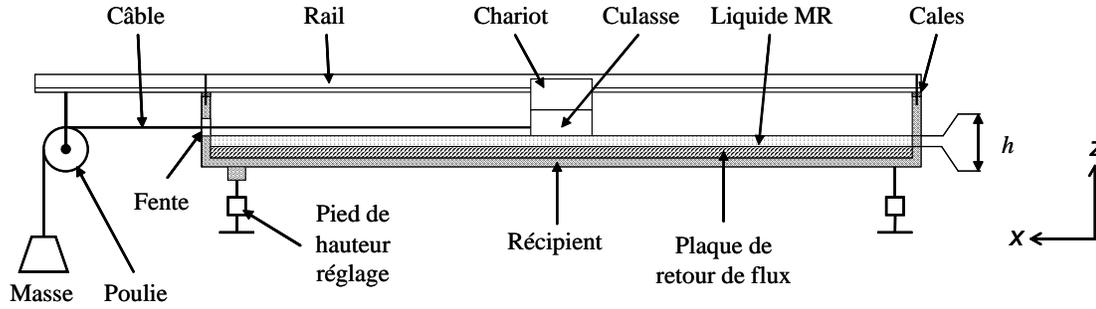


FIGURE 2.2 – Schéma de principe du cisailleur linéaire de l'expérience préliminaire.

qui se forment dans la couche de liquide; cependant, sur la base de l'existence du flux Φ_u qui traverse cette dernière de la culasse vers la plaque, on peut prédire qu'une partie de ces agrégats va se former en s'attachant à ces deux éléments. Ces agrégats ont été représentés sur la fig.2.3.b sous la forme de chaînes linéaires parallèles à la direction z ¹.

Lorsqu'une traction F_t lentement croissante est appliquée sur le mobile, les chaînes commencent par se déformer, exerçant une force F qui le maintient statique (fig.2.3.c), puis elles cassent, leur résistance, quantifiée par le seuil d'écoulement τ_y , étant limitée. A l'instant de la rupture, qui correspond à un début de translation du mobile, la traction atteint une certaine valeur $F_{t,s}$ dont on peut déduire le seuil de force F_s des agrégats par la relation

$$F_s = F_{t,s} - T_s \quad (2.2)$$

avec T_s frottement au contact entre le chariot et le rail, mesuré ici à $4,4 \text{ N}^2$.

2.1.2.2 Protocole de mesure du seuil de force

Dans un premier temps, les mesures du seuil de force F_s à courant I et hauteur h donnés ont été effectuées à l'aide d'une masse suspendue que l'on faisait lentement croître; en l'occurrence, un récipient dans lequel était versé du sable. A l'instant où un déplacement du mobile était détecté, le remplissage était arrêté et la masse du récipient était pesée de façon à en déduire la valeur du seuil de traction $F_{t,s}$ et a fortiori celle du seuil de force F_s . Il est apparu que ce protocole ne permet pas d'obtenir une bonne répétabilité des mesures, en raison des oscillations du câble provoquées par le remplissage du récipient et la difficulté de synchroniser exactement l'arrêt de ce dernier avec la détection du déplacement du mobile. Par ailleurs, en raison de la durée du cycle remplissage - pesée - vidange du récipient, ce protocole n'est pas approprié pour les relevés comportant un grand nombre de mesures.

A l'usage, le protocole "dual" consistant à mesurer à traction $F_{t,0}$ fixée la valeur I_s du courant à la limite de translation du mobile s'est révélé offrir une meilleure répétabilité

1. On a supposé que les agrégats ont cette forme.

2. La mesure de T_s a été effectuée en faisant lentement croître la masse suspendue par le câble à vide (pas de liquide dans le récipient) jusqu'à l'instant où l'on observe un déplacement du mobile. A partir de la valeur de la masse à cet instant, on remonte à la valeur de T_s .

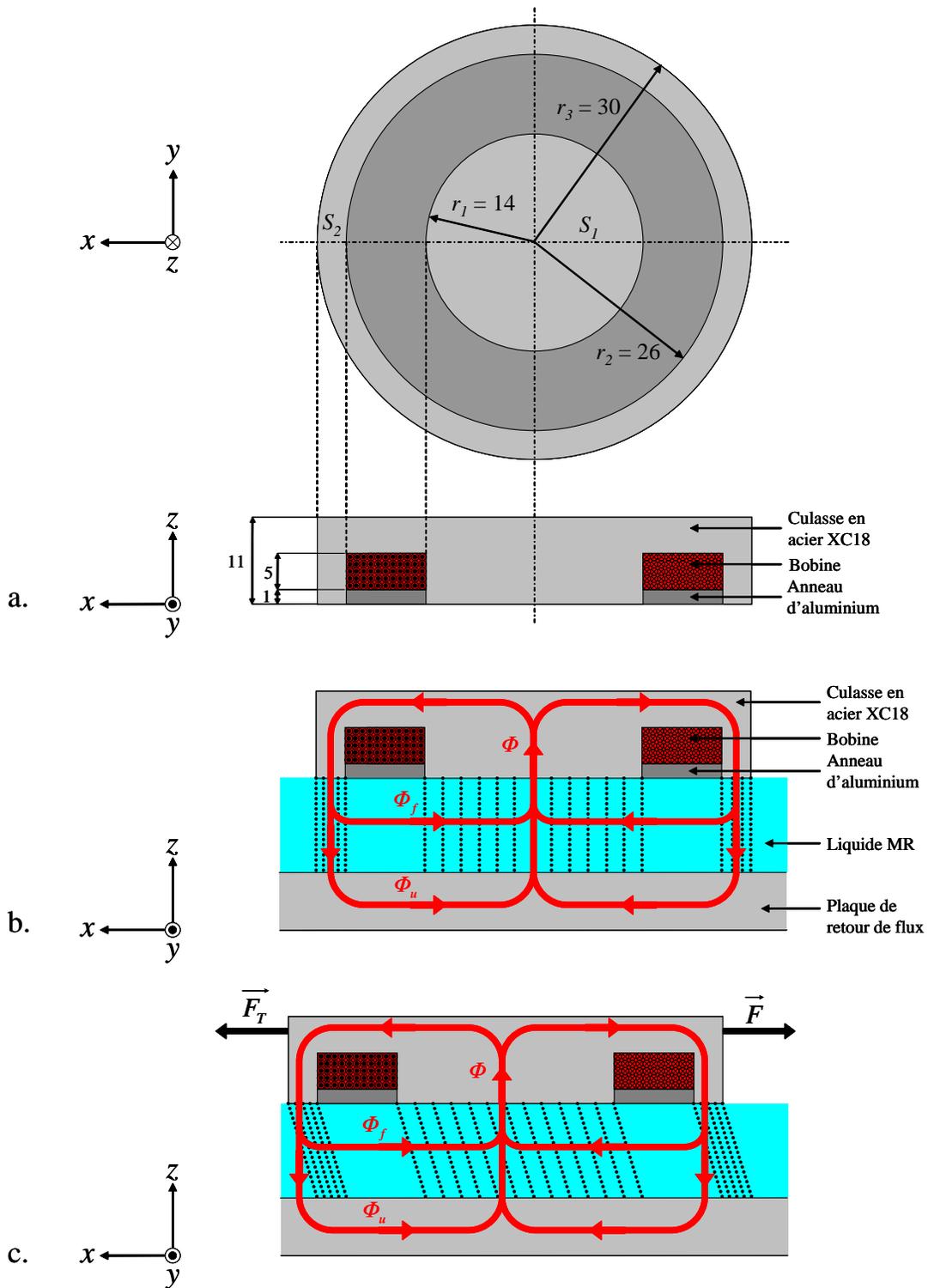


FIGURE 2.3 – Vue en coupe méridienne de la culasse et représentation des flux magnétiques. Les dimensions sont données en mm.

des mesures tout en permettant une exécution plus rapide de celles-ci, le courant étant contrôlé simplement à partir d'un potentiomètre de l'alimentation stabilisée débitant sur la bobine. Pour une mesure, les différentes étapes du protocole sont les suivantes. A courant nul, une masse de valeur correspondante à la traction $F_{t,0}$ visée est attachée au câble, puis le mobile est placé à l'extrémité du récipient opposée à la fente de passage du câble et maintenu à cette position à l'aide d'une cale. La bobine est ensuite alimentée par un courant I_{max} de valeur 3 A qui est la même pour toutes les mesures. A partir d'une série d'essais préliminaires, cette valeur a été identifiée comme permettant le blocage du mobile pour toutes les valeurs de la traction et de la hauteur h de l'entrefer. La cale maintenant le mobile est ensuite enlevée et le courant est lentement diminué, ce qui provoque une diminution du champ H dans l'entrefer, donc de la résistance des agrégats. Lorsque cette dernière atteint le seuil de force F_s pour une certaine valeur I_s du courant, avec ici $F_s = F_{t,0} - T_s$, les agrégats cassent, ce qui initie un déplacement du mobile. Après le relevé de I_s , le courant est annulé et le protocole est répété avec la même masse ou une masse différente pour fixer la traction à une autre valeur.

2.1.3 Résultats

Les mesures du seuil de courant I_s pour les valeurs du seuil de force F_s imposées par les différents réglages de la traction ont été représentées sur la fig.2.4 pour les quatre valeurs de la hauteur de l'entrefer. Les valeurs de I_s ont été portées en abscisse et celles de F_s en ordonnée. Pour chaque valeur de F_s , la mesure de I_s a été répétée cinq fois. Le seuil de force semble croître paraboliquement en fonction du courant.

On observe qu'à courant donné le seuil de force diminue lorsque la hauteur de l'entrefer augmente. Ce résultat est en concordance avec l'évolution du flux Φ_u qui traverse la couche de liquide MR pour se refermer dans la plaque au fond du récipient : plus l'entrefer est haut, plus ce flux est faible et plus la résistance des agrégats qu'il "tisse" entre la culasse et la plaque, quantifiée par un seuil d'écoulement τ_y dépendant du champ magnétique, est faible.

2.1.4 Calcul analytique du seuil de force

La première étape dans le calcul de la force seuil du cisailleur consiste à calculer le champ magnétique produit par la bobine dans l'entrefer, dont dépend la loi de comportement rhéologique du liquide MR (voir (1.4)).

La méthodologie analytique de calcul de champ appliquée aux circuits magnétiques à entrefer repose sur trois hypothèses :

1. Le flux magnétique produit par la bobine est entièrement canalisé par le circuit et l'entrefer (pas de "fuites" de flux dans l'air ou dans les parties amagnétiques) ;
2. Les champs sont uniformes sur toute section droite du circuit et dans le volume de l'entrefer ;
3. Dans l'entrefer, les champs ont une direction perpendiculaire aux surfaces de ce dernier.

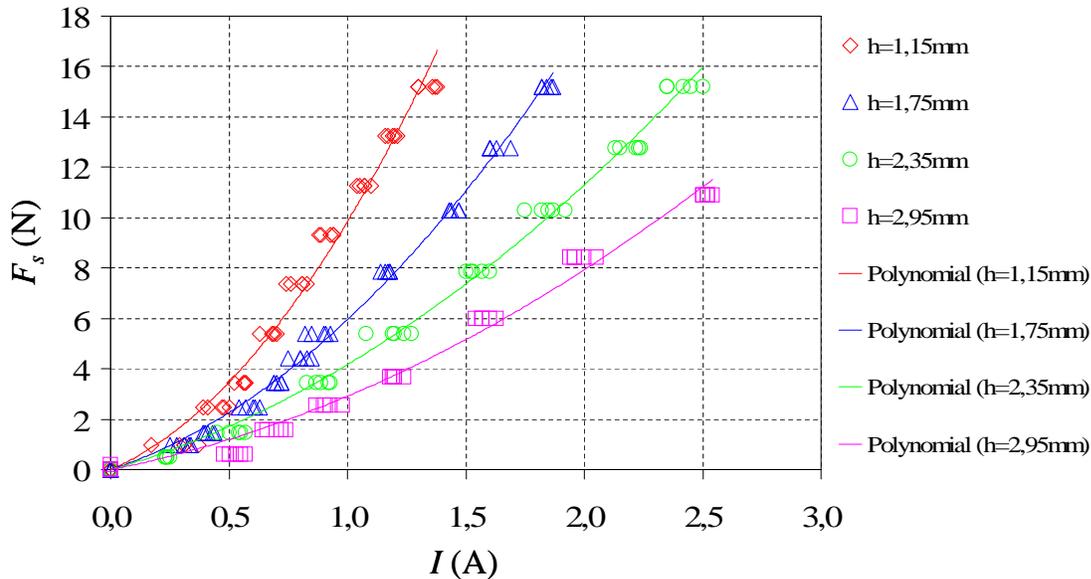


FIGURE 2.4 – Mesures du seuil de courant I_s pour différentes valeurs du seuil de force F_s et pour les quatre valeurs de la hauteur de l'entrefer et ajustements paraboliques par la méthode des moindres carrés.

Dans le cas "classique" des circuits à entrefer rempli d'air, l'acier présentant une perméabilité relative typiquement très grande devant celle de l'air ($\mu_{r,acier}$ étant de l'ordre de 1000 et $\mu_{r,air} = 1$), on suppose également que le champ $H_{circuit}$ nécessaire à la magnétisation du premier est négligeable devant le champ H nécessaire à la magnétisation du second³.

Dans le cas du cisailleur, en ce qui concerne la répartition du flux dans le circuit constitué par la culasse, la couche de liquide MR et la plaque de retour de flux, on émet ici l'hypothèse supplémentaire que le flux de "fuite" Φ_f dans la couche de liquide MR est négligeable devant le flux Φ_u qui traverse cette dernière pour se refermer dans la plaque (voir la fig.2.3.b.). Le flux Φ produit par la bobine est ainsi égal au flux Φ_u et il est entièrement canalisé dans l'entrefer à l'intérieur de l'anneau V_1 et du cylindre V_2 qui ont pour bases respectives les surfaces S_1 et S_2 délimitées sur la face inférieure de la culasse (fig.2.5) (voir la fig.2.3.a pour la définition de S_1 et S_2). En ce qui concerne l'importance relative du champ $H_{circuit}$ nécessaire à la magnétisation de l'acier par rapport au champ H nécessaire à la magnétisation du liquide MR, ce dernier présentant une perméabilité $\mu_{r,mr}$ de 4,2 (fig.2.6.a), le rapport $\mu_{r,acier}/\mu_{r,mr}$ est significativement plus faible que le $\mu_{r,acier}/\mu_{r,air}$; cependant, pour le calcul, on supposera quand même que $H_{circuit} \ll H$.

Pour calculer les champs \mathbf{H}_1 et \mathbf{H}_2 à l'intérieur des volumes V_1 et V_2 , deux équations sont nécessaires. Une première peut être obtenue par l'application du théorème d'Ampère sur le contour moyen C du circuit magnétique :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = nI \quad (2.3)$$

3. Ceci est connu sous le nom d'hypothèse de Kapp.

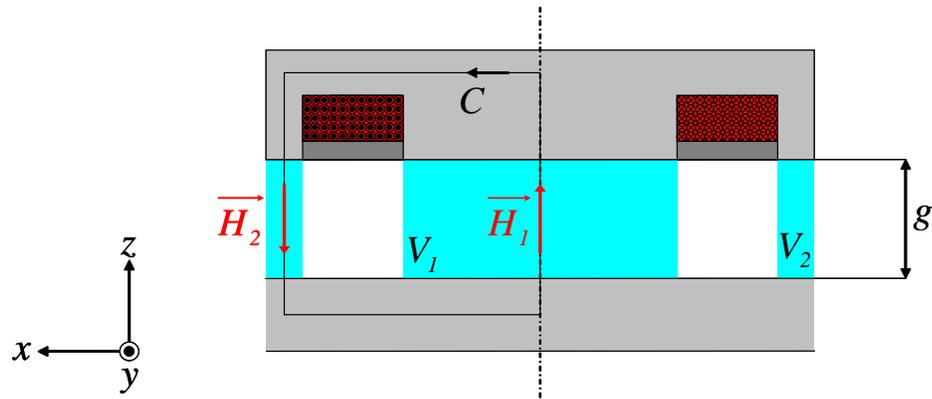


FIGURE 2.5 – Représentation simplifiée du système en vue du calcul du seuil de force.

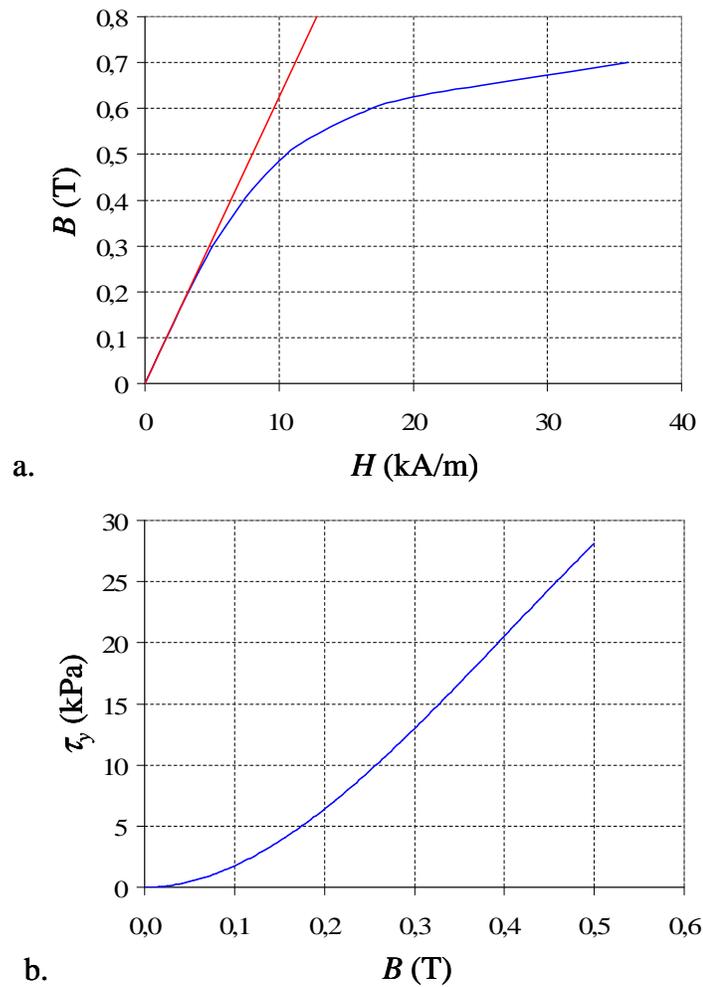


FIGURE 2.6 – Caractéristiques magnétique (a) et magnétorhéologique (b) du liquide MRF-132LD, d'après [Sga04] pour la première et [Yan01] pour la seconde.

avec \mathbf{T} vecteur unitaire tangent à C et n nombre de spires dans la bobine, égal à 100. L'intégrale curviligne de \mathbf{H} se décompose sous la forme

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{lT} = \int_{culasse} \mathbf{H}_c \cdot d\mathbf{lT} + \int_{V_2} \mathbf{H}_2 \cdot d\mathbf{lT} + \int_{plaque} \mathbf{H}_p \cdot d\mathbf{lT} + \int_{V_1} \mathbf{H}_1 \cdot d\mathbf{lT} \quad (2.4)$$

avec \mathbf{H}_c et \mathbf{H}_p champs dans la culasse et dans la plaque de retour de flux. Ceux-ci sont considérés négligeables en intensité devant les champs \mathbf{H}_1 et \mathbf{H}_2 ; dans l'équation (2.4), cela revient à considérer les intégrales curvilignes des premiers comme négligeables devant celles des seconds :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{lT} \approx \int_{V_1} \mathbf{H}_1 \cdot d\mathbf{lT} + \int_{V_2} \mathbf{H}_2 \cdot d\mathbf{lT} . \quad (2.5)$$

Par ailleurs, \mathbf{H}_1 et \mathbf{H}_2 étant uniformes dans V_1 et V_2 (voir hypothèse n° 2 ci-dessus),

$$\int_{V_1} \mathbf{H}_1 \cdot d\mathbf{lT} \approx gH_1 \quad \int_{V_2} \mathbf{H}_2 \cdot d\mathbf{lT} \approx gH_2 . \quad (2.6)$$

L'équation (2.3) se réécrit alors

$$H_1 + H_2 = \frac{nI}{g} . \quad (2.7)$$

Une seconde équation liant H_1 et H_2 peut être obtenue à partir de la loi de comportement magnétique du liquide MR, qui exprime l'induction en fonction du champ magnétique :

$$B_1 = \mu_0 \mu_{r,mr} H_1 \quad B_2 = \mu_0 \mu_{r,mr} H_2 \quad (2.8)$$

avec μ_0 perméabilité absolue du vide. Les inductions B_1 et B_2 peuvent être liées par la conservation du flux le long du circuit magnétique (voir hypothèse n° 1). Par définition, le flux magnétique Φ traversant une section S donnée du circuit magnétique a pour expression

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot dS\mathbf{n} \quad (2.9)$$

avec \mathbf{n} vecteur unitaire orientant S . En vertu de cette expression, les inductions B_1 et B_2 étant uniformes, la conservation du flux s'écrit ici

$$\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2 . \quad (2.10)$$

Les dimensions de la culasse ayant été calculées de façon à avoir $S_1 = S_2$, on déduit de l'équation précédente que

$$B_1 = B_2 \quad (2.11)$$

et, d'après (2.8), que

$$H_1 = H_2 . \quad (2.12)$$

En conséquence, d'après l'équation (2.7), on obtient

$$H_1 = H_2 = \frac{1}{2} \frac{nI}{g} . \quad (2.13)$$

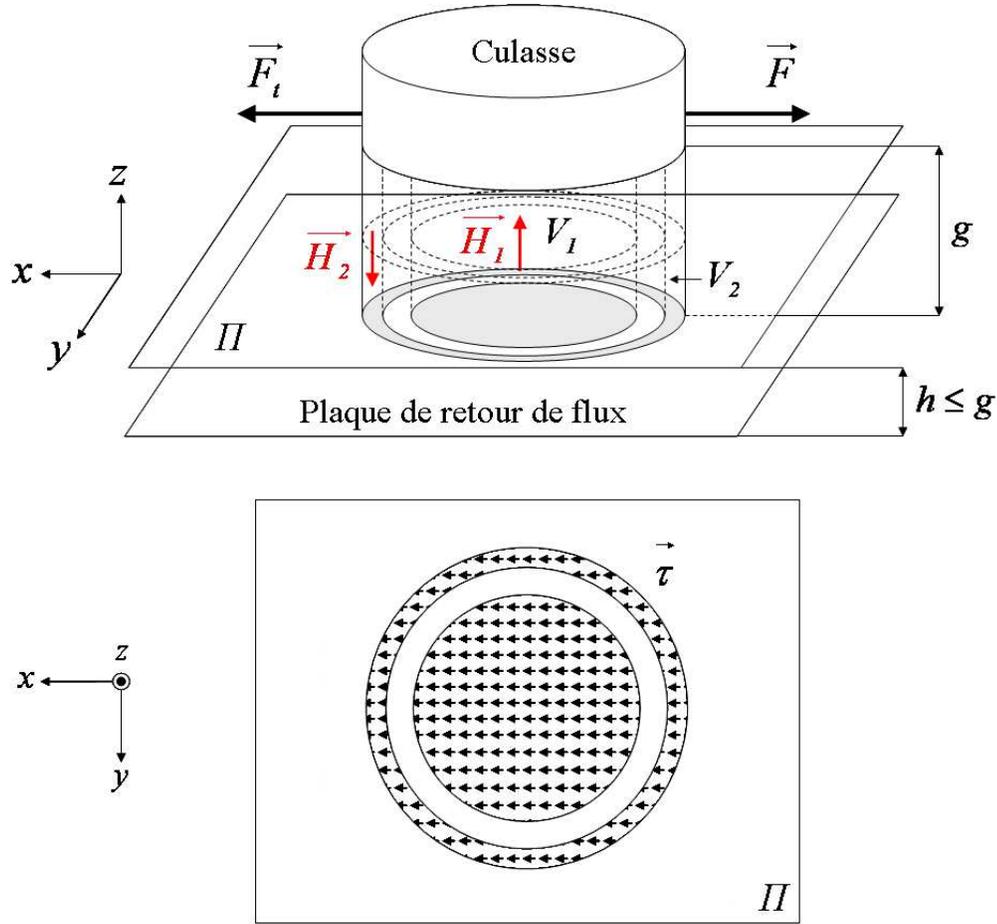


FIGURE 2.7 – Allure du champ de cisaillement τ à l'intérieur des volumes V_1 et V_2 . Le champ est représenté dans un plan d'observation Π parallèle à la plaque de retour de flux à une distance $h \leq g$ de ce dernier. Compte-tenu des hypothèses utilisées pour le calcul du seuil de force, ce champ est uniforme.

Les champs \mathbf{H}_1 et \mathbf{H}_2 étant uniformes, la loi de comportement rhéologique (voir (1.4)) du liquide MR est homogène à l'intérieur des volumes V_1 et V_2 . En conséquence, le champ du cisaillement τ est aussi uniforme à l'intérieur de ces volumes (fig.2.7) et l'écoulement du liquide MR se produit lorsque ce champ atteint $\tau_y(H_1)$ dans le volume V_1 et $\tau_y(H_2)$ dans le volume V_2 . On peut alors écrire

$$F_s = S_1\tau_y(H_1) + S_2\tau_y(H_2) = 2S_1\tau_y(H_1) \quad (2.14)$$

car $S_1 = S_2$ et $H_1 = H_2$. Pour le calcul de τ_y , on a utilisé une loi extraite de la littérature (fig.2.6.b) qui exprime celui-ci non pas en fonction de H mais de B :

$$\tau_y = a_1B + a_2B^2 + a_3B^3 \quad (2.15)$$

avec $a_1 = -0,0789 \text{ kPa/T}$, $a_2 = 192,13 \text{ kPa/T}^2$ et $a_3 = -158,91 \text{ kPa/T}^3$.

La fig.2.8 présente les relevés expérimentaux de seuil de force superposés aux courbes théoriques issues des applications numériques des expressions (2.14) et (2.15). Pour les

valeurs prises pour la hauteur de l'entrefer et pour le courant d'alimentation de la bobine, la corrélation entre le calcul et l'expérience est excellente. Pour des valeurs plus élevées du courant, les courbes expérimentales et théoriques relatives à la plus petite hauteur d'entrefer ($h = 1,15$ mm) indiquent cependant la possibilité d'une dégradation de cette corrélation, avec un seuil de force calculé qui pourrait devenir significativement plus important que le seuil expérimental.

Sur la base de la méthodologie analytique de calcul qui vient d'être décrite, on présente à la section suivante le dimensionnement d'un frein-test discoïde MR.

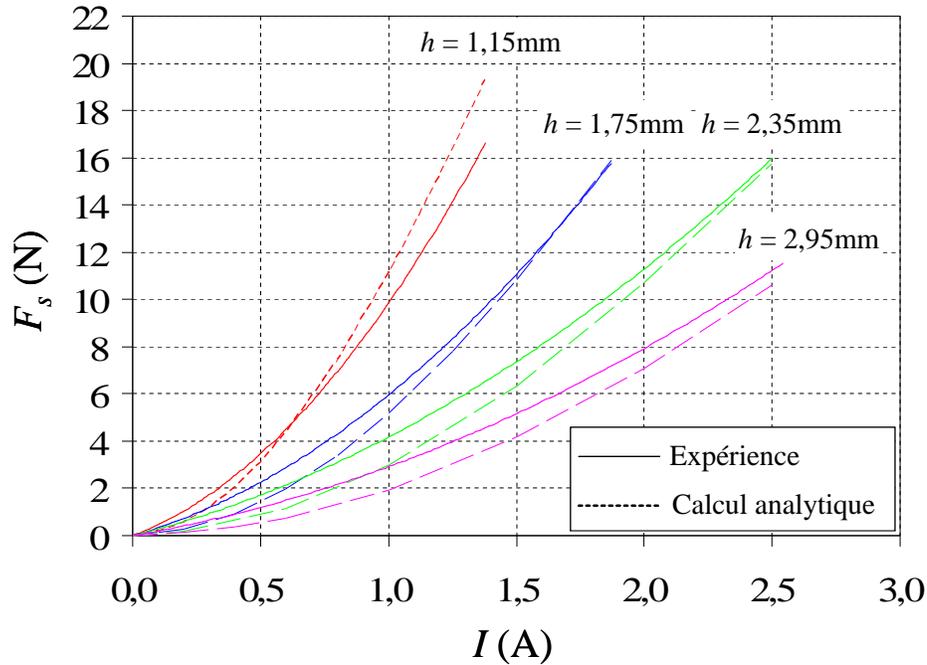


FIGURE 2.8 – Evolution du seuil de force en fonction du courant d'alimentation de la bobine pour différentes hauteurs d'entrefer. Superposition des courbes issues de l'ajustement parabolique des mesures (voir la fig.2.4) et des courbes issues du calcul analytique.

2.2 Conception du frein MR

2.2.1 Dimensionnement analytique du frein MR

2.2.1.1 Paramétrage du problème et hypothèses

La structure des freins discoïdes à liquides MR, décrite à la section 1.2.1, est reproduite sur la fig.2.9 avec un paramétrage géométrique. La culasse est munie d'un repère $(O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ avec (O, \mathbf{k}) confondu avec l'axe du frein. L'angle de la rotation du disque par rapport à la culasse est noté θ .

On suppose les régime électrique et mécanique permanents. Pour le calcul du champ magnétostatique dans l'entrefer, outre le fait que l'on suppose le problème axisymé-

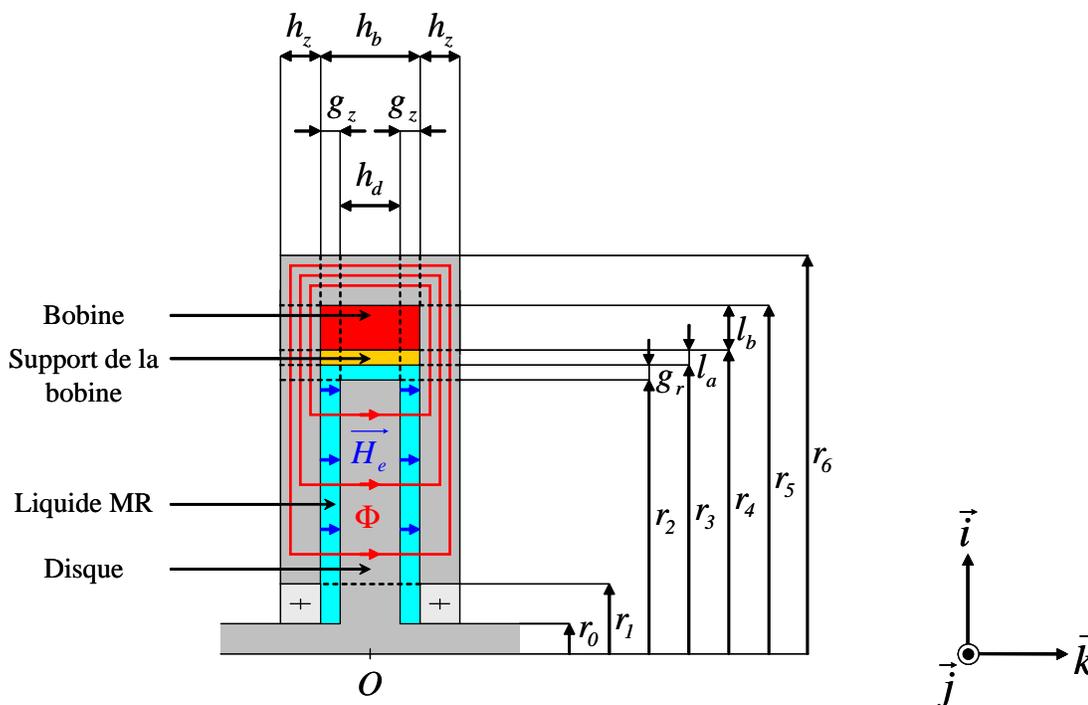


FIGURE 2.9 – Paramétrage de la géométrie du frein discoïde MR.

trique, on reprend les hypothèses formulées à la section 2.1.4 dans le cas du cisailleur linéaire :

1. Le flux Φ produit par la bobine est entièrement canalisé dans la culasse, le disque et les deux entrefers qui les séparent. A ceci, on ajoute l'hypothèse que dans les entrefers et dans le disque le flux est entièrement canalisé entre les rayons r_1 et r_2 ; ainsi, le liquide MR n'est actif dans les entrefers qu'entre ces deux rayons.
2. Le champ magnétique est uniforme sur toute section droite du circuit emprunté par le flux et sur les volumes des entrefers ;
3. Dans les entrefers, le champ magnétique a une direction perpendiculaire aux parois de la culasse et du disque ; dans le cas présent il est donc parallèle à l'axe (O, \mathbf{k}) .

Le plan $(O, \mathbf{i}, \mathbf{j})$ étant un plan de symétrie pour la distribution des courants, le champ magnétique présente la même valeur \mathbf{H}_e dans les deux entrefers. L'intensité de ce champ est supposée très grande devant celles des champs \mathbf{H}_c et \mathbf{H}_d magnétisant la culasse et le disque, ce qui permet de négliger ceux-ci dans le calcul. Cette hypothèse est fondée sur la valeur élevée du rapport de la perméabilité relative typique des aciers (de l'ordre de 1000) sur celle des liquides MR (de l'ordre de quelques unités). L'expérience réalisée avec le cisailleur linéaire de liquide MR (voir la section précédente) a montré qu'elle est acceptable en ce sens que l'erreur obtenue entre les valeurs de force seuil mesurées expérimentalement et celles qui ont été calculées selon l'approche analytique était relativement faible.

Dans les sections qui suivent, on établit les expressions analytiques du champ dans les entrefers et du couple de freinage produit par le liquide MR.

2.2.1.2 Calcul du champ dans les entrefers

On applique le théorème d'Ampère sur un contour C pris confondu avec l'une des lignes de flux représentées sur la fig.2.9 :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{lT} = nI . \quad (2.16)$$

avec n nombre de spires de la bobine et I courant alimentant cette dernière. L'intégrale curviligne de \mathbf{H} peut être décomposée sous la forme

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{lT} = \int_{culasse} \mathbf{H}_c \cdot d\mathbf{lT} + 2 \underbrace{\int_{entrefers} \mathbf{H}_e \cdot d\mathbf{lT}}_{\substack{\text{Intégrale curviligne} \\ \text{de } \mathbf{H}_e \text{ sur un entrefer}}} + \int_{disque} \mathbf{H}_d \cdot d\mathbf{lT} . \quad (2.17)$$

Comme \mathbf{H}_c et \mathbf{H}_d sont négligeables en intensités devant \mathbf{H}_e , les intégrales curvilignes des deux premiers sont négligeables devant celle du troisième

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{lT} \approx 2 \int_{entrefers} \mathbf{H}_e \cdot d\mathbf{lT} . \quad (2.18)$$

Par ailleurs, le champ étant uniforme à l'intérieur des entrefers,

$$\int_{entrefers} \mathbf{H}_e \cdot d\mathbf{lT} \approx g_z H_e . \quad (2.19)$$

En conséquence, d'après (2.16), on obtient

$$H_e = \frac{1}{2} \frac{nI}{g_z} . \quad (2.20)$$

2.2.1.3 Calcul du couple

Dans le cas des écoulements laminaires permanents entre deux disques parallèles, dits de "torsion", les couches fluides transmettent le couple de proche en proche du disque entraîné en rotation vers le disque maintenu immobile, comme elles le font pour la force dans le cas des écoulements de cisaillement linéaire entre deux plaques parallèles (voir la section 1.1.2.1). Dans le frein, le liquide MR transmet donc à la culasse un couple Γ égal au couple qu'il reçoit du disque lorsque ce dernier tourne à vitesse constante, cette dernière étant limitée par la condition de laminarité de l'écoulement. On choisit ici de calculer Γ à l'interface entre le liquide et la culasse :

$$\Gamma = 2 \int_S \mathbf{OM} \wedge \boldsymbol{\tau}(M) dS \quad (2.21)$$

avec S portion de l'interface comprise entre les rayons r_1 et r_2 et située à la côte $z_S = h_d/2 + g_z$ et $\boldsymbol{\tau}$ champ de cisaillement dans le volume de liquide MR. Le coefficient 2 provient de la symétrie du système : au couple exercé sur la surface S s'ajoute un couple identique exercé sur la surface S' symétrique de S à la côte $z = -z_S$. En utilisant

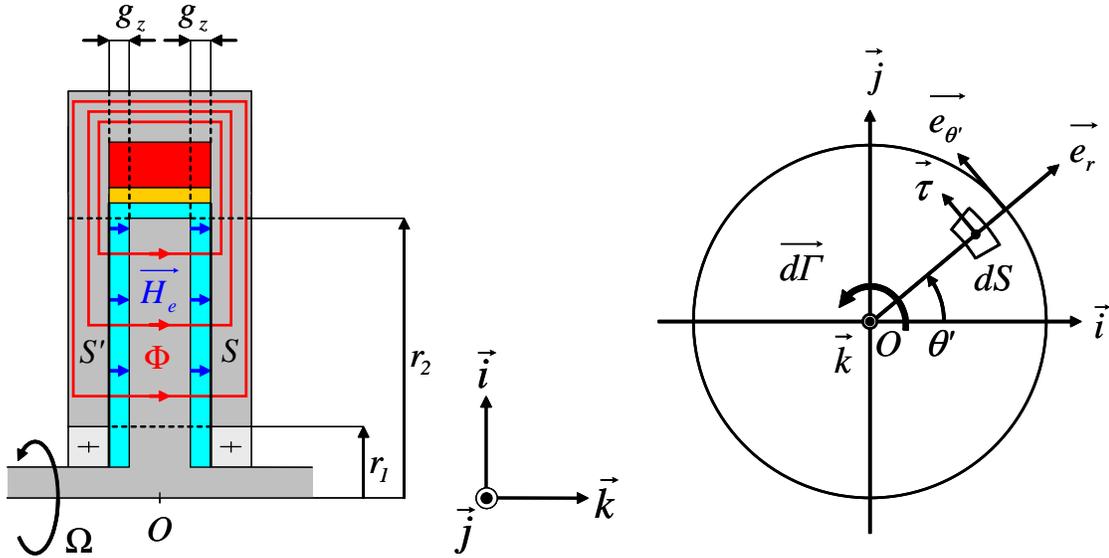


FIGURE 2.10 – Calcul du couple.

un système de coordonnées cylindriques (r, θ', z) associé à un repère $(O, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_{\theta'}, \mathbf{k})$ avec $\theta' = (\mathbf{i}, \mathbf{e}_r)$ (fig.2.10), l'expression précédente devient

$$\Gamma = 2 \int_{\theta'=0}^{\theta'=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} r \mathbf{e}_r \wedge \boldsymbol{\tau}(r, \theta', z = z_S) r dr d\theta' \quad (2.22)$$

Le champ $\boldsymbol{\tau}$ ne dépendant pas de θ' ,

$$\Gamma = 4\pi \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{e}_r \wedge \boldsymbol{\tau}(r, z = z_S) r^2 dr \quad (2.23)$$

Dans les écoulements de torsion, le cisaillement $\boldsymbol{\tau}$ et la vitesse \mathbf{v} ont une direction orthoradiale en tout point du volume du fluide [Bat01] :

$$\forall M(r, \theta', z) \in V_{fluide}, \quad \boldsymbol{\tau}(M) = \tau(r, z) \mathbf{e}_{\theta'} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{v}(M) = v(r, z) \mathbf{e}_{\theta'} \quad (2.25)$$

τ est lié au gradient de v dans la direction perpendiculaire aux parois des disques, noté $\dot{\gamma}$, par la loi de comportement rhéologique du fluide ; dans le cas des liquides MR, il s'agit de la loi de Bingham (voir la section 1.1.2.2) :

$$\tau(\dot{\gamma}, H_e) = \text{sgn}(\dot{\gamma}) \tau_y(H_e) + \eta_p(H_e) \dot{\gamma} \quad (2.26)$$

avec

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2.27)$$

Les écoulements de torsion sont caractérisés par une évolution linéaire de la vitesse en fonction de la distance z au disque tournant (mesurée dans une direction parallèle

à (O, \mathbf{k})) et de la distance r à l'axe de rotation (mesurée dans une direction parallèle à (O, \mathbf{e}_r)) du point où elle est observée :

$$v(r, z) = \left(\Omega r \left(1 + \frac{h_d - 2z}{2g_z} \right) \right) \quad (2.28)$$

$$\dot{\gamma} = -\frac{\Omega r}{g_z} \quad (2.29)$$

avec $\Omega = \dot{\theta}$ vitesse du disque, dont on remarque qu'elle possède un signe contraire à celui de $\dot{\gamma}$. Remarquons que le champ de vitesse est défini ici relativement à la culasse. D'après (2.24), (2.26) et (2.29), le cisaillement s'écrit

$$\boldsymbol{\tau}(r, H_e) = - \left(\text{sgn}(\Omega) \tau_y(H_e) + \eta_p(H_e) \frac{\Omega r}{g_z} \right) \mathbf{e}_{\theta} \quad (2.30)$$

En remplaçant τ par l'expression précédente dans (2.23) et en intégrant cette dernière, on obtient

$$\boldsymbol{\Gamma} = - \left(4\pi \text{sgn}(\Omega) \tau_y(H_e) \frac{r_2^3 - r_1^3}{3} + \pi \eta_p(H_e) \Omega \frac{r_2^4 - r_1^4}{g_z} \right) \mathbf{k} . \quad (2.31)$$

Cette expression peut être réécrite sous la forme

$$\boldsymbol{\Gamma} = - (\text{sgn}(\Omega) \Gamma_{y,d}(H_e) + K_v(H_e) \Omega) \mathbf{k} \quad (2.32)$$

avec

$$\Gamma_{y,d}(H_e) = 4\pi \tau_y(H_e) \frac{r_2^3 - r_1^3}{3} \quad (2.33)$$

$$K_v(H_e) = \pi \eta_p(H_e) \frac{r_2^4 - r_1^4}{g_z} \quad (2.34)$$

Comme on l'a vu à la section 1.2.1, à champ H_e donné, la rotation du disque est initiée à un couple $\Gamma_{y,s}(H_e)$ différent de $\Gamma_{y,d}(H_e)$. Le premier, que l'on qualifie de *statique*, est le couple qu'il faut exercer sur l'axe du frein pour initier la rupture des chaînes de particules sur la périphérie du disque. Le second, que l'on qualifie de *dynamique*, est le couple qu'il faut fournir pour entretenir le cycle déformation - rupture - reformation de toutes les chaînes contenues dans les entrefers (voir la fig.1.12). Pour déterminer l'expression du couple statique, il est nécessaire de calculer le champ de cisaillement correspondant dans le volume de liquide MR. Tant que $|\Gamma| < \Gamma_{y,s}(H_e)$, le liquide se comporte comme un solide élastique sollicité en torsion. En mécanique des milieux continus, on montre classiquement que le champ de cisaillement dans un tel cas présente la forme

$$\boldsymbol{\tau}(r) = Cr \mathbf{e}_{\theta} \quad (2.35)$$

avec C constante à déterminer à partir d'une ou plusieurs conditions aux limites. Ici, on écrit que le couple statique est atteint si et seulement si l'intensité du cisaillement atteint le seuil d'écoulement sur la périphérie du disque :

$$|\Gamma| = \Gamma_{y,s} \Leftrightarrow \|\boldsymbol{\tau}(r_2)\| = \tau_y = Cr_2 . \quad (2.36)$$

On en déduit l'expression de la constante C :

$$C = \frac{\tau_y}{r_2} . \quad (2.37)$$

En substituant à τ son expression (2.35) dans l'expression intégrale du couple (2.23), on obtient

$$\Gamma_{y,s}(H_e) = \pi \tau_y(H_e) \frac{r_2^4 - r_1^4}{r_2} . \quad (2.38)$$

Dans la section suivante, on décrit comment les expressions du champ dans les entrefers et du couple dynamique peuvent être utilisées pour le dimensionnement du frein-test.

2.2.1.4 Dimensionnement sur la base d'un objectif de couple et de linéarité de la relation couple - courant

Le dimensionnement présenté dans cette section est effectué sur la base d'un objectif de couple dynamique $\Gamma_{y,d}^*$ de 2 Nm pour un courant maximum $I^* = 1,2$ A. La composante visqueuse $K_v \Omega$ est négligée; ce choix est motivé par la faible dépendance du couple Γ vis à vis de la vitesse rapportée dans la plupart des publications décrivant les caractéristiques de freins MR (voir la section 1.4). Le couple de frottement des joints d'étanchéité sur l'axe du frein est également négligé; il est estimé a posteriori sur le frein-test (voir la section 2.4).

L'objectif du couple détermine la valeur du flux Φ^* maximal à générer dans le circuit magnétique constitué de la culasse, du disque et des deux entrefers remplis de liquide MR. Sur la base de la valeur de ce flux, on se fixe comme objectif complémentaire le calcul des dimensions optimales de la culasse vis-à-vis de la linéarité de la relation entre le courant et le flux. Par "optimales", on entend ici les dimensions qui correspondent au volume minimal de culasse non saturée magnétiquement.

Pour des raisons d'ordre technologique, des portées d'acier de hauteur h_p ont été ajoutées pour supporter la bobine et son noyau⁴ (fig.2.11) et le rayon r_0 de l'arbre, le rayon intérieur de la culasse r_1 et les épaisseurs l_b , l_a et h_d de la bobine, du noyau de cette dernière et du disque ont été fixés à 3 mm, 9,5 mm, 5 mm, 3 mm et 2 mm. Sur la base des résultats de l'expérience préliminaire effectuée avec un cisailleur linéaire de liquide MR (voir la section 2.1), la largeur des entrefers axiaux g_z a été fixée à 1 mm, ce qui représente une largeur d'entrefer totale de 2 mm. La largeur de l'entrefer radial g_r a été choisie égale à g_z .

On choisit un acier de nuance XC38 pour la fabrication de la culasse et du disque. Pour le liquide MR, on prend la référence MRF-132AD du catalogue de Lord Corporation⁵. Il s'agit d'un liquide MR à base d'hydrocarbure présentant une concentration massique en particules de 81,64 %. Les caractéristiques magnétiques statiques de l'acier et du liquide et la caractéristique $\tau_y = f(H)$ de ce dernier ont été représentées sur la fig.2.12. En considérant la limite de densité de courant de 5 A/mm² usuelle pour le cuivre

4. L'ajout de ces portées ne changeant pas les expressions (2.20), (2.31) et (2.38).

5. <http://www.lord.com>.

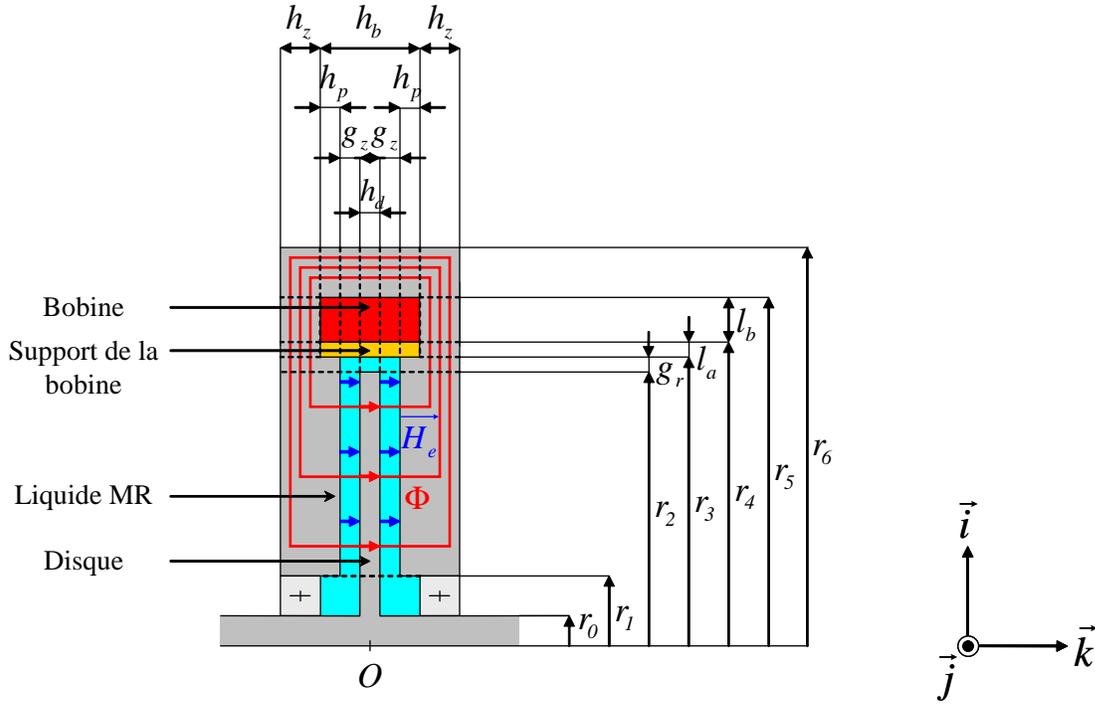


FIGURE 2.11 – Géométrie du frein discoïde MR, modifiée par rapport à la fig.2.9 par l'ajout de portées de hauteur h_p pour supporter la bobine et son noyau.

en électrotechnique, le maximum de courant à 1,2 A conduit au choix d'un fil de diamètre 0,56 mm pour la bobine, ce qui correspond à une section S_f de $2,38 \cdot 10^{-1} \text{ mm}^2$. On prévoit pour la bobine un coefficient de remplissage k_b de 0,65 ; ce coefficient, qui permet de mesurer la "compacité" d'une bobine, correspond au rapport de l'aire occupée par les conducteurs sur une section droite de la bobine, soit nS_f , sur l'aire S_b de cette section (fig.2.13), avec ici $S_b = l_b h_b$.

La première étape du dimensionnement consiste à choisir la valeur du champ H_e^* dans le liquide MR que l'on souhaite atteindre lorsque le courant atteint I^* . Ce choix est effectué de telle sorte que l'on se place à la limite de linéarité sur les caractéristiques magnétiques (fig.2.12.a) et magnétorhéologiques (fig.2.12.b) du liquide ou, du moins, que l'erreur commise en approchant ces caractéristiques par des droites sur l'intervalle $[0; H_e^*]$ reste faible. Dans le cas présent, on fixe H_e^* à 130 kA/m , cette valeur correspondant à une induction B_e^* de 0,6 T et un seuil d'écoulement τ_y^* de 35 kPa.

La valeur du champ H_e^* dans les entrefers ayant été fixée, on peut procéder au dimensionnement de la bobine. A partir de l'équation (2.20), on peut calculer le nombre de spires

$$n^* = \frac{2g_z H_e^*}{I^*} = 219 \quad (2.39)$$

puis, à partir de la définition du coefficient de remplissage, la hauteur de la bobine

$$h_b^* = \frac{n^* S_f}{k_b l_b} = 16 \text{ mm} . \quad (2.40)$$

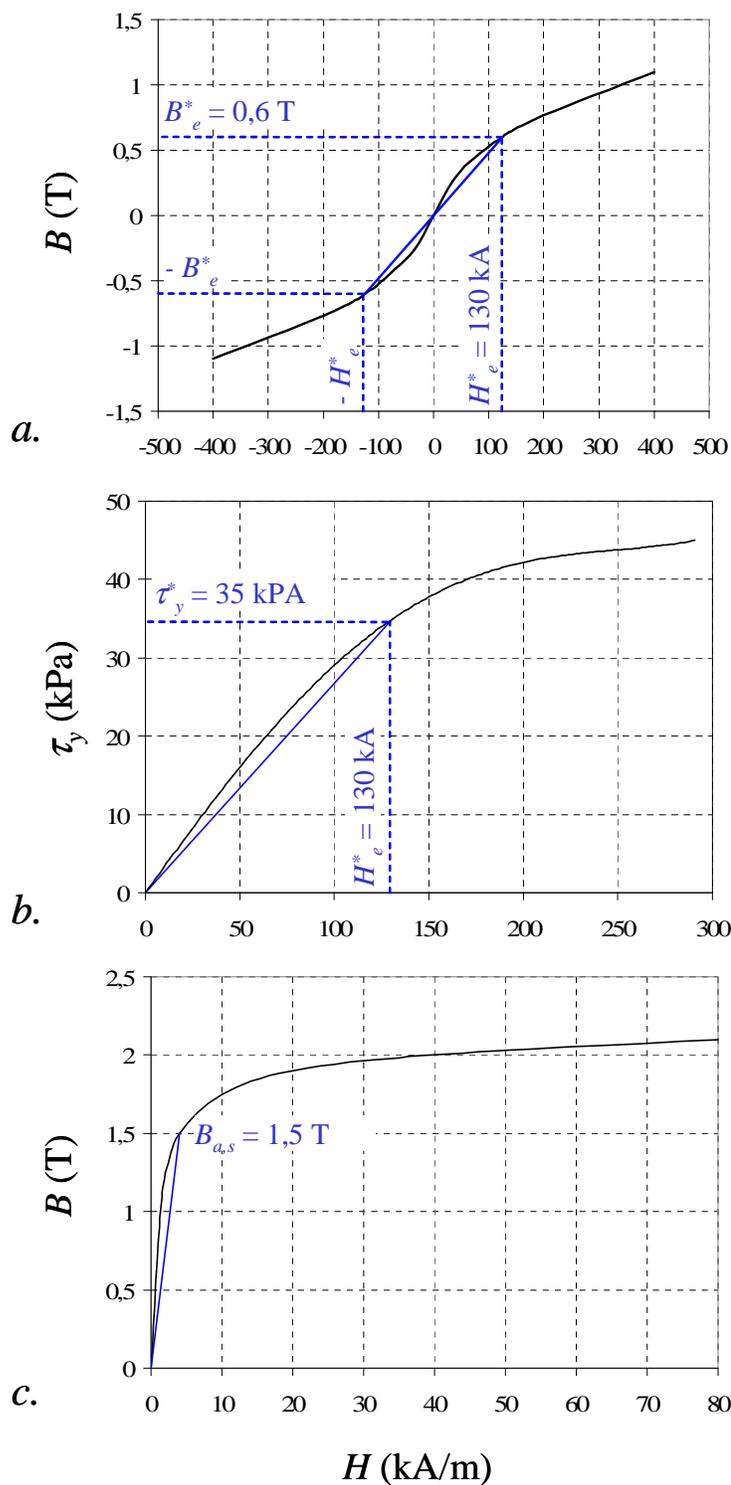


FIGURE 2.12 – Caractéristiques magnétique statique (a) et magnétorhéologique (courbe $\tau_y = f(H)$) (b) du liquide MRF-132AD (d'après Lord Corporation) et caractéristique magnétique statique de l'acier XC38 (c) (d'après T.Boumegoura [Bou01]).

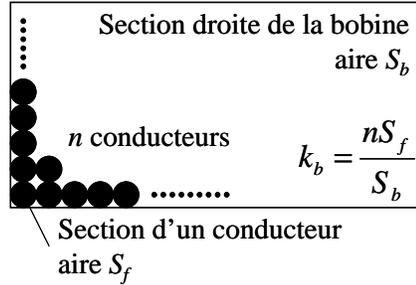


FIGURE 2.13 – Définition du coefficient de remplissage de la bobine.

Connaissant la valeur du seuil d'écoulement τ_y^* , à partir de l'expression du couple $\Gamma_{y,d}$ (voir (2.33)) et de son objectif $\Gamma_{y,d}^*$, on peut calculer le rayon extérieur du disque

$$r_2^* = \sqrt[3]{\frac{3\Gamma_{y,d}^*}{4\pi\tau_y^*}} + r_1^3 = 24 \text{ mm} \quad (2.41)$$

puis le flux Φ^* circulant dans le circuit magnétique

$$\Phi^* = \int_S \mathbf{B} \cdot dS\mathbf{n} = \pi(r_2^{*2} - r_1^2)B_e^* = 9,51 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \quad (2.42)$$

avec S surface définie sur la fig.2.10.

Les dimensions qui demeurent inconnues à ce stade du calcul sont le rayon extérieur de la culasse r_6^* et la largeur du passage radial du flux h_z^* , les rayons r_3 , r_4 et r_5 et la hauteur h_p des portées d'acier supports de la bobine et de son noyau pouvant être exprimés en fonction de h_b^* , r_2^* et des paramètres fixés :

$$r_3 = r_2^* + g_r = 25 \text{ mm} \quad (2.43)$$

$$r_4 = r_3 + l_a = 28 \text{ mm} \quad (2.44)$$

$$r_5 = r_4 + l_b = 33 \text{ mm} \quad (2.45)$$

$$h_p = (h_b^* - h_d)/2 - g_z = 6 \text{ mm} . \quad (2.46)$$

Les paramètres r_6^* et h_z^* constituent ici les variables à optimiser vis-à-vis de la saturation magnétique de la culasse. Ce sont en effet les dimensions dont dépendent les expressions des aires des sections S_z et S_r représentées sur la fig.2.14, qui constituent les restrictions respectivement axiale et radiale du circuit pour le passage du flux⁶

$$S_z = \pi(r_6^{*2} - r_5^2) \quad (2.47)$$

$$S_r = 2\pi r_4 h_z^* . \quad (2.48)$$

De façon à minimiser le volume de la culasse, on écrit que lorsque le courant atteint I^* ces sections se trouvent à la limite de la saturation :

$$B_{a,s} S_z = \Phi^* \quad (2.49)$$

$$B_{a,s} S_r = \Phi^* \quad (2.50)$$

6. Au cas où le flux augmenterait au delà de Φ^* , ces sections seraient les premières à saturer magnétiquement à l'intérieur de la culasse.

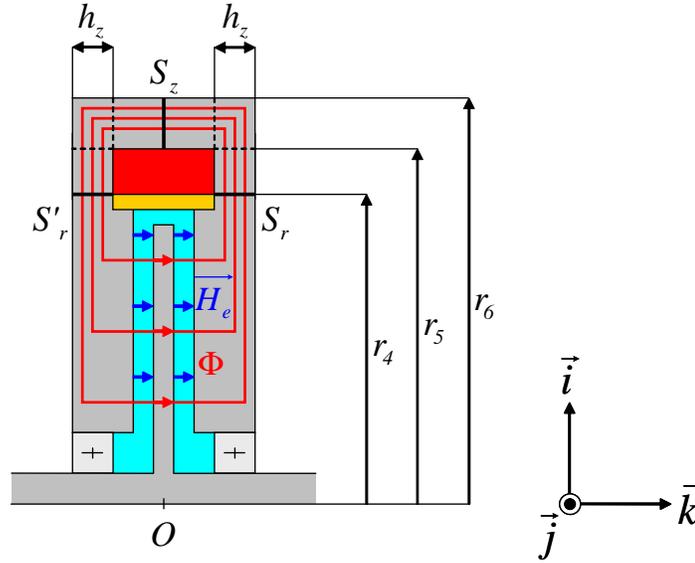


FIGURE 2.14 – Identification des dimensions à optimiser vis-à-vis de la saturation magnétique de la culasse.

avec $B_{a,s}$ induction à saturation de l'acier, que l'on prend égale à 1,5 T (voir la fig.2.12.c). On a alors

$$r_6^* = \sqrt{\frac{\Phi^*}{\pi B_{a,s}} + r_5^2} = 35,9 \text{ mm} \quad (2.51)$$

$$h_z^* = \frac{\Phi^*}{2\pi r_4 B_{a,s}} = 4 \text{ mm} \quad (2.52)$$

Pour conclure ce dimensionnement, calculons le couple statique $\Gamma_{y,s}$

$$\Gamma_{y,s} = \pi \tau_y (H_e) \frac{r_2^{*4} - r_1^4}{r_2^*} = 1,48 \text{ Nm} . \quad (2.53)$$

Le couple statique est inférieur d'environ 25 % par rapport à l'objectif de couple dynamique.

Dans la section suivante, on discute de l'influence de l'hystérésis magnétique de l'acier sur l'évolution du couple.

2.2.1.5 Influence de l'hystérésis magnétique

Le dimensionnement présenté à la section précédente a été effectué sur la base d'une caractéristique magnétique de "première aimantation" de l'acier de la culasse (fig.2.12.c) : l'induction B a été relevée en fonction du champ magnétique H à partir de l'état désaimanté de l'acier avec H augmenté de façon monotone.

A l'issue de la première aimantation, les matériaux ferromagnétiques présentent typiquement une hystérésis de B lorsque H est diminué. Cette hystérésis, plus ou moins

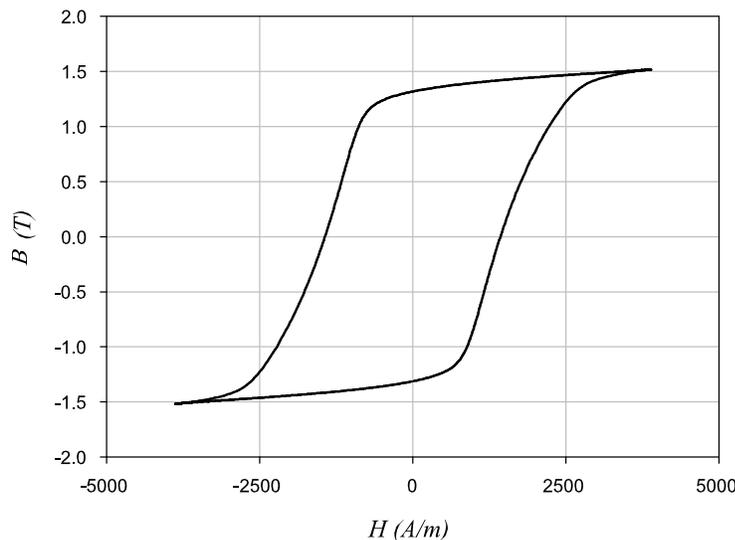


FIGURE 2.15 – Cycle magnétique statique de l'acier XC38.

importante selon la composition et la structure du matériau, est usuellement relevée en appliquant des champs H périodiques lentement variables de différentes amplitudes. Dans le plan (B, H) , on obtient ce que l'on appelle des cycles d'hystérésis.

Le cycle de l'acier XC38 d'amplitude égale à la valeur $B_{a,s}$ du dimensionnement (1,5 T) a été représenté sur la fig.2.15. Le dispositif expérimental et le protocole de mesure utilisés pour le relever sont décrits dans [Ben03]. L'hystérésis se traduit par l'existence d'une induction rémanente $B_r = 1,3$ T lorsque le champ est annulé après avoir atteint son maximum H_{max} ; dans le cas du frein, on peut prévoir que cette induction, en étant la source d'un flux Φ_r traversant le liquide, sera à l'origine d'un couple rémanent Γ_r lorsque le courant sera annulé après avoir atteint son maximum $I^* = 1,2$ A.

Pour les expériences de caractérisation décrites au chapitre 3, on a choisi de partir systématiquement de l'état désaimanté pour le frein, c'est-à-dire, à couple rémanent nul. Pour supprimer l'aimantation rémanente, on démagnétise le circuit magnétique du frein en appliquant la technique usuelle pour ce type de système, à savoir, alimenter la bobine par une forme d'onde en courant $i(t)$ triangulaire ou sinusoïdale lentement variable, d'amplitude décroissante à chaque période jusque zéro. Cette dernière amène le point de fonctionnement dans le plan (B, H) à décrire une suite de cycles d'amplitudes décroissantes, avec à chaque nouveau cycle diminution de l'induction rémanente jusque zéro. A la section 3.3.2, on présentera un relevé du couple à vitesse de l'axe du frein constante obtenu en alimentant ce dernier par un courant démagnétisant triangulaire.

Dans la section suivante, on présente le frein-test construit sur la base des résultats du dimensionnement.

TABLE 2.1 – Caractéristiques du frein-test

| | |
|---------------------------------|-------|
| Courant permanent maximum (A) | 1,2 |
| Couple théorique maximum (Nm) | 2,0 |
| Diamètre du boîtier (mm) | 78 |
| Longueur totale (mm) | 33 |
| Masse (kg) | 0,980 |
| Résistance (Ω) | 3 |
| Puissance maximale absorbée (W) | 4,3 |

2.2.2 Conception mécanique du frein MR

Le frein-test est représenté en coupe sur la fig.2.16. La configuration retenue est celle d'un axe non-traversant afin de disposer d'une surface d'appui pour le capteur de couple (voir la section 2.3). Le disque est monté en appui sur une entretoise elle-même en appui sur la bague intérieure du roulement numéroté 1, qui est en butée contre l'épaulement de l'axe. L'ensemble est rendu solidaire en rotation par la pression exercée par un écrou bloqué en rotation par collage. Le liquide est confiné avec un joint à lèvres et deux anneaux de silicone, ces derniers étanchéisant la chambre renfermant la bobine. Deux canaux percés dans l'élément n°2 de la culasse sont utilisés pour le remplissage du frein. Ceux-ci ont des positions diamétralement opposées à une distance de l'axe approximativement égale au rayon du disque. Le frein est rempli à l'horizontal, les deux canaux à la verticale l'un de l'autre (fig.2.17). Le liquide est injecté dans le canal inférieur à l'aide d'une seringue, l'air étant chassé au travers du canal supérieur. A l'instant où le liquide commence à s'écouler par ce dernier, l'injection est arrêtée et les deux canaux sont obstrués à l'aide de bouchons-vis.

Dans la suite de ce mémoire, on désignera par "axe du frein" l'ensemble constitué de l'axe et de toutes les pièces qui lui sont associées en rotation : écrou, disque et entretoise.

Les caractéristiques du frein sont récapitulées dans le tableau 2.1.

2.3 Dispositif expérimental

On présente dans cette section un dispositif expérimental permettant de caractériser la réponse en couple du frein-test MR en régime permanent à courant constant et vitesse variable et inversement avec, dans le second cas, la possibilité de générer un courant alternatif en vue de la caractérisation de l'hystérésis du couple.

2.3.1 Description matérielle du banc

L'axe du frein est entraîné par un motoréducteur à courant continu en prise directe, la transmission étant réalisée à l'aide d'un axe intermédiaire et de deux accouplements flexibles à soufflets (fig.2.18). Les caractéristiques du moteur et du réducteur sont présentées respectivement dans les tableaux 2.2 et 2.3. Après calculs, le couple nominal

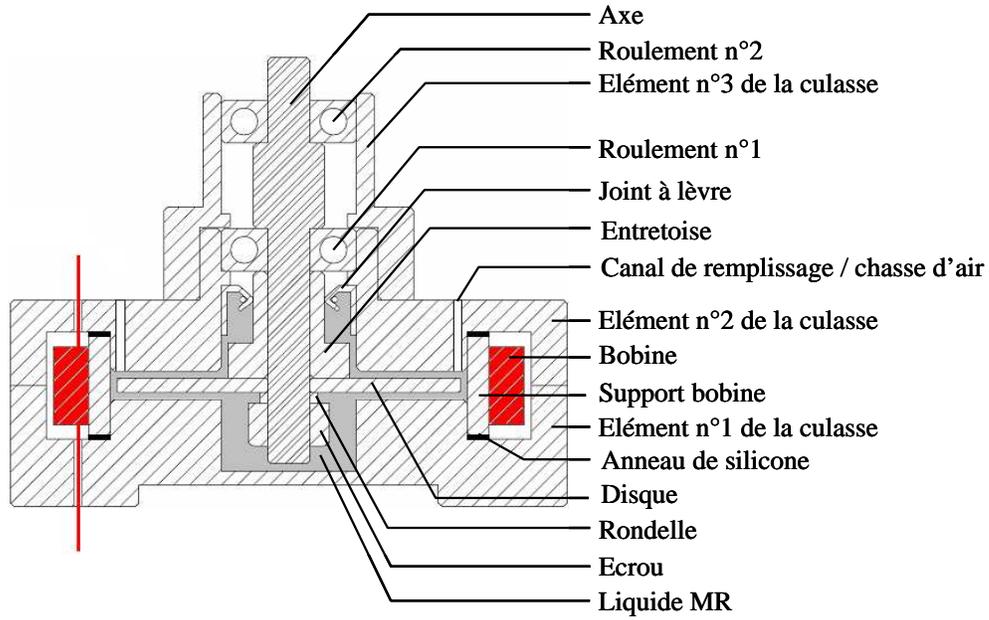


FIGURE 2.16 – Structure du frein-test et photographie des pièces avant la dernière étape de l'assemblage.

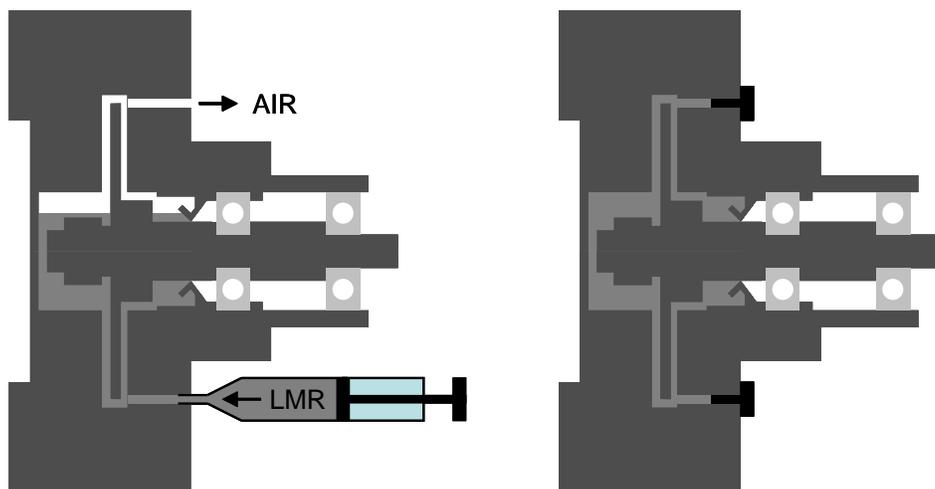


FIGURE 2.17 – Méthodologie de remplissage du frein-test.

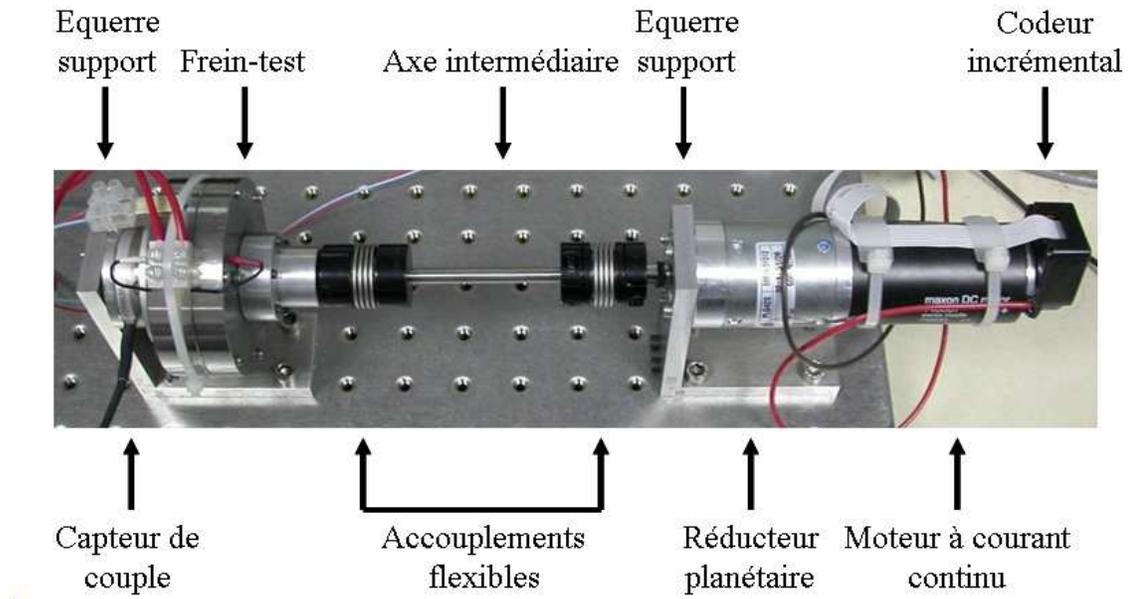


FIGURE 2.18 – Composants du banc expérimental

du motoréducteur est de 4,3 Nm, ce qui est cohérent avec le dimensionnement du frein (2 Nm). La vitesse nominale est de 218 tr/min.

TABLE 2.2 – Caractéristiques du moteur à courant continu

| | |
|---------------------------|--|
| Constructeur / référence | MAXON* / RE40 148867 |
| Nature de l'inducteur | Aimants permanents (terres rares néodym fer bore) |
| Nombre de paire de pôles | 1 |
| Tension nominale (V) | 24 |
| Vitesse nominale (tr/min) | 6930 |
| Courant nominal (A) | 5,77 |
| Couple nominal (Nm) | $1,7 \cdot 10^{-3}$ |
| Rendement maximum | 0,91 |

* <http://www.maxonmotor.com>.

Des alimentations linéaires stabilisées pilotées par des tensions analogiques externes sont utilisées pour la fourniture en puissance du moteur et du frein. L'alimentation débitant sur le moteur est configurée pour se comporter en source de tension et celle débitant sur le frein en source de courant. Pour des alimentations de ce type, on définit les gains en tension K_u et en courant K_i d'après les relations en régime permanent

$$U_{reg} = K_u U_c \quad \text{ou} \quad I_{reg} = K_i U_c \quad (2.54)$$

TABLE 2.3 – Caractéristiques du réducteur planétaire

| | |
|--|----------------------------|
| Constructeur / référence | DUNKER MOTOREN* / PLG 42 S |
| Type | planétaire |
| Rapport | 32 |
| Nombre d'étages | 2 |
| Couple maximum délivrable en sortie (Nm) | 6 |
| Rendement maximum | 0,81 |

* <http://www.dunkermotoren.de>.

ou, en régime lentement variable⁷,

$$u_{reg}(t) = K_u u_c(t) \quad \text{ou} \quad i_{reg}(t) = K_i u_c(t) \quad (2.55)$$

avec $u_c(t)$ tension de commande et $u_{reg}(t)$ et $i_{reg}(t)$ tension et courant stabilisés.

Pour la caractérisation de l'hystérésis du couple de freinage, un circuit inverseur basé sur un relai électromagnétique à jeu de contacts double est utilisé pour générer un courant d'alimentation du frein alternatif (fig.2.19), l'alimentation stabilisée débitant sur ce dernier étant unidirectionnelle. Le relai est piloté en alternance de phases de travail et de repos par une tension créneau $u_K(t)$ dont les fronts sont synchronisés avec les annulations de la tension de commande $u_c(t)$ ⁸. Le circuit et les chronogrammes caractéristiques de son fonctionnement sont représentés sur la fig.2.19.

Le couple produit par le frein est mesuré à l'aide d'un capteur monté entre la culasse de ce dernier et l'équerre support solidaire du bâti. Les caractéristiques de ce capteur sont récapitulées dans le tab.2.4.

TABLE 2.4 – Caractéristiques du capteur de couple

| | |
|---|----------------|
| Constructeur | ATI* |
| Référence | Mini40 SI-80-4 |
| Gamme de mesure | ± 4 Nm |
| Résolution typique pour un système d'acquisition 16bit | 1/8000 Nm |
| Raideur selon l'axe z | 4300 Nm/rad |
| Fréquence de résonance selon l'axe z (d'après mesure constructeur) | 3,2 kHz |

* <http://www.ati-ia.com>.

La position de l'axe du moteur est mesurée à l'aide d'un codeur incrémental à quadrature d'une résolution de 500 points par piste. Les signaux en créneaux issus de

7. Typiquement, les durées caractéristiques des variations de $u_c(t)$ doivent rester très grandes devant le temps de réponse en tension ou en courant de l'alimentation.

8. Le choix de ce type de circuit inverseur est cohérent avec le caractère "quasi-statique" des expériences, la commutation du relai pouvant être considérée comme rapide à l'échelle de la durée des alternances de $i(t)$.

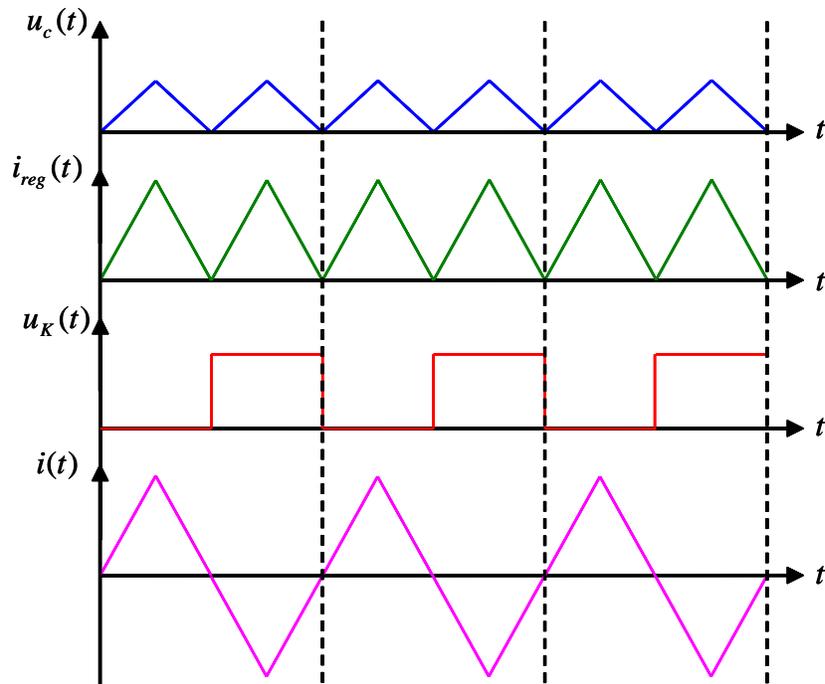
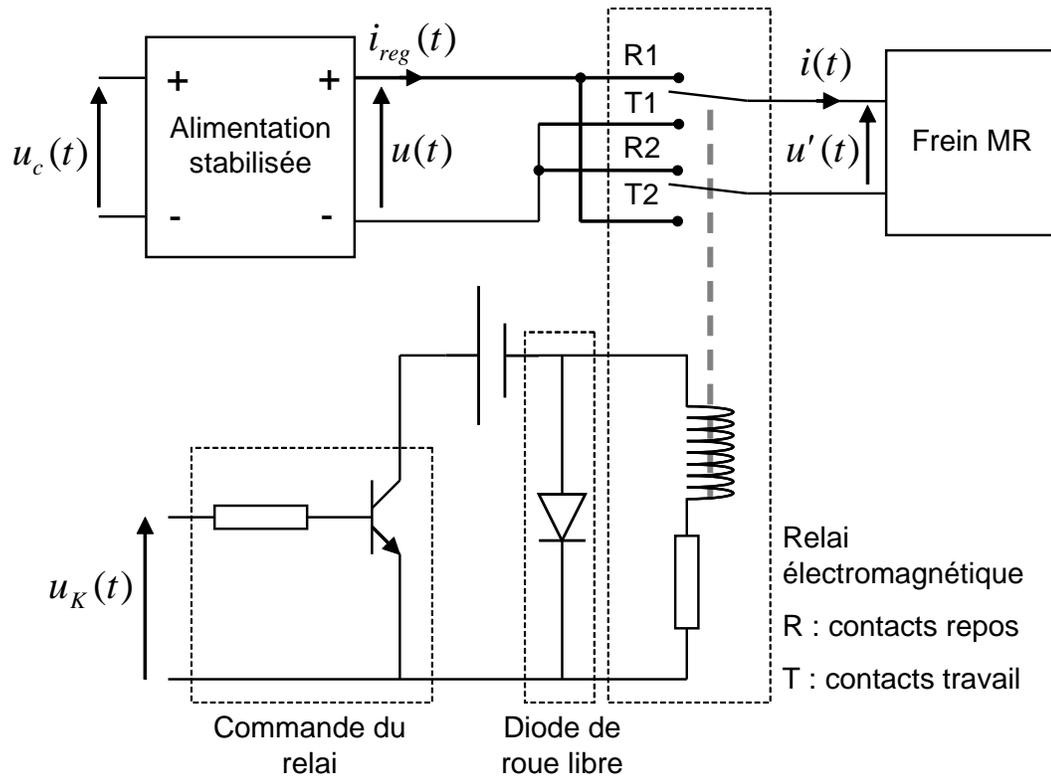


FIGURE 2.19 – Montage électrique pour la génération d'un courant $i(t)$ alternatif sur le frein à partir du courant $i_{reg}(t)$ stabilisé lentement variable délivré par une alimentation.

ce capteur sont encodés par un des compteurs de la carte en X4, ce qui conduit à une résolution angulaire de $0,18^\circ$ sur la position de l'axe moteur (fig.2.20).

Les capteurs de couple et de position ainsi que les sondes de tension et de courant sont interfacés avec une carte d'acquisition National Instrument (tab.2.5) qui par ailleurs, par le biais des sorties analogiques dont elle dispose, est également utilisée pour piloter les alimentations stabilisées et le circuit inverseur. Pour chaque expérience, l'excitation du frein et de sa chaîne d'entraînement puis l'enregistrement, le traitement et le stockage de leurs réponses sont ainsi gérés automatiquement à partir du PC hôte de la carte (fig.2.21).

TABLE 2.5 – Caractéristiques de la carte d'acquisition National Instrument*

| | |
|--|--|
| Référence | 6229 |
| Type de bus | PCI |
| Nombre d'entrées analogiques | 32 |
| Gammes d'entrée | ± 10 V, ± 5 V, ± 1 V, $\pm 0,2$ V |
| Résolution d'entrée | 16 bits |
| Fréquence d'échantillonnage maximale en entrée | 250 kS/s |
| Nombre de sorties analogiques | 4 |
| Gamme de sortie | ± 10 V |
| Résolution de sortie | 16 bits |
| Fréquence de rafraîchissement maximale en sortie | 833 kS/s |
| Nombre de compteurs | 2 |
| Résolution des compteurs | 32 bits |
| Cadencement des compteurs | Int. : 80 MHz, 20 MHz, 0,1 MHz. Ext. : maximum 20 MHz. |

* <http://www.ni.com>.

2.3.2 Modélisation de la chaîne d'entraînement du frein

En vue de l'élaboration d'un modèle de commande pour le frein, il est nécessaire de disposer d'un modèle électromécanique de la chaîne d'entraînement de ce dernier de façon à pouvoir interpréter les résultats des expériences.

2.3.2.1 Modèle électrique du moteur

L'induit du moteur est modélisé de manière classique sous la forme du schéma représenté en fig.2.22. On note u_m la tension à ses bornes, i_m le courant qui le traverse et e la force contre-électromotrice qui y siège lorsque l'axe est en rotation. La résistance r et l'inductance l ont été identifiées expérimentalement à $1,90 \Omega$ et $8,2 \cdot 10^{-5}$ H.

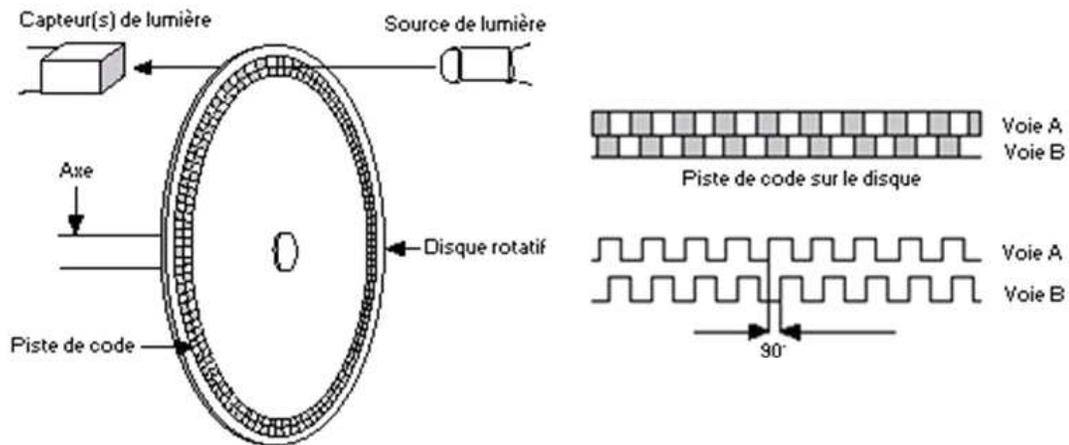


FIGURE 2.20 – Encodage X4 des signaux créneaux issus d'un codeur incrémental à quadrature (d'après National Instrument). Lorsque le signal A est en avance sur le signal B, le compteur d'impulsions interfacé avec le codeur incrémente sur tous les fronts des deux signaux et lorsque B est en avance sur A, il décrémente sur tous les fronts. Le compteur incrémente ou décrémente ainsi quatre fois par période, ou encore, par passage d'un point de la piste A ou B devant le phototransistor correspondant. La résolution obtenue sur la position de l'axe, qui s'exprime en degré par la formule $360/(4p)$ avec p nombre de points par piste, est maximale pour ce type de codeur.

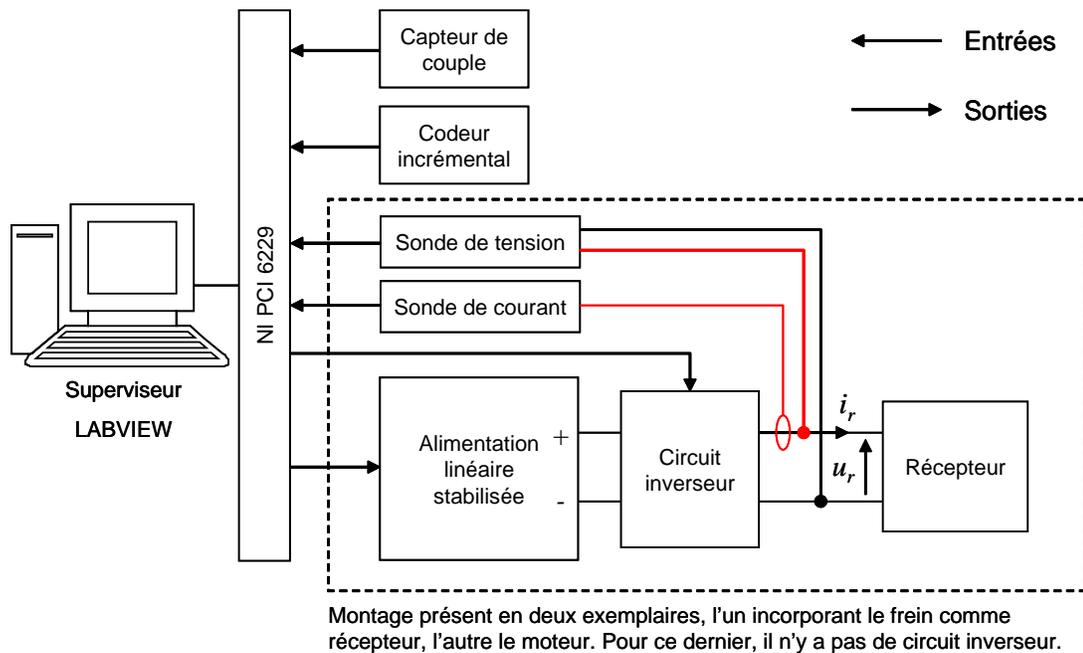


FIGURE 2.21 – Schéma synoptique du système expérimental.

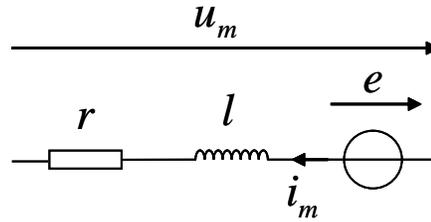


FIGURE 2.22 – Schéma électrique de l'induit du moteur.

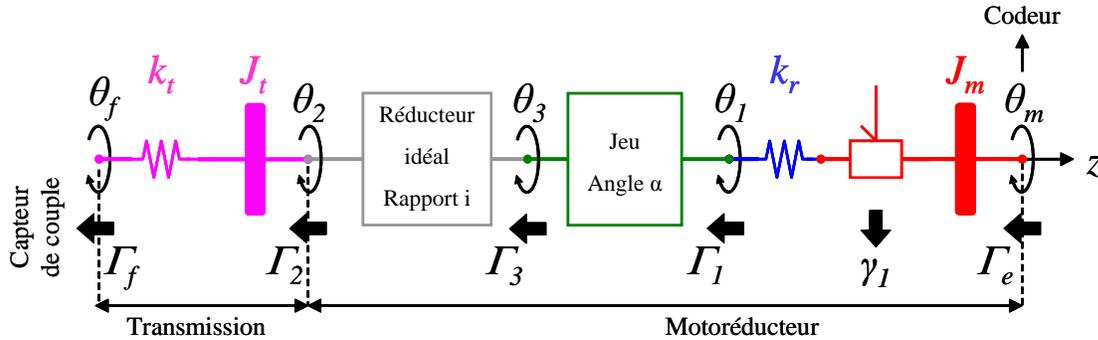


FIGURE 2.23 – Modèle mécanique de la chaîne d'actionnement.

2.3.2.2 Modèle mécanique de la chaîne d'entraînement

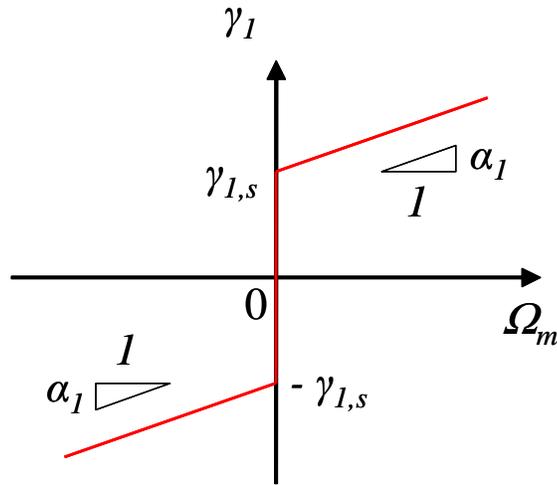
La chaîne d'actionnement est modélisée dans son ensemble sous la forme du schéma représenté sur la fig. 2.23.

Le schéma du motoréducteur est constitué, dans l'ordre, d'un axe porteur d'une inertie J_m , d'un ressort de torsion de raideur k_r sans masse, d'un jeu d'amplitude α et d'un réducteur idéal de rapport i . L'inertie J_m est équivalente à la somme des inerties des éléments tournants "vue" de l'axe du moteur. La raideur k_r est équivalente à la raideur du réducteur vue du même axe. L'axe porteur de l'inertie, que l'on appellera "axe moteur", est soumis à un couple de frottement γ_1 localisé entre cette dernière et le ressort k_r . Ce couple est équivalent à la somme des frottements répartis dans le motoréducteur vue de l'axe moteur. On note Γ_e le couple électromagnétique sur l'axe moteur, Γ_1 le couple transmis à l'axe d'entrée de la boîte de jeu, Γ_3 le couple transmis à l'axe d'entrée du réducteur idéal et Γ_2 le couple délivré par l'axe de sortie de ce dernier. Les positions respectives de ces axes sont notées θ_m , θ_1 , θ_3 et θ_2 , avec θ_m mesurée par le codeur incrémental. Le couple Γ_e et la vitesse $\Omega_m = \dot{\theta}_m$ sont liés au courant i_m et à la force contre-électromotrice e par les relations de couplage électromécanique :

$$\Gamma_e = k_c i_m \quad (2.56)$$

$$e = k_e \Omega_m \quad (2.57)$$

Le schéma de la transmission est constitué d'un axe porteur d'une inertie J_t et d'un ressort de raideur k_t sans masse. On note Γ_f le couple transmis à l'axe du frein et θ_f

FIGURE 2.24 – Modèle de la caractéristique couple - vitesse du frottement γ_1 .

la position de ce dernier. En régime statique ($\dot{\theta}_f = 0$) ou permanent ($\dot{\theta}_f$ constant), ce couple est égal au couple transmis au capteur d'effort.

La caractérisation et la modélisation du frottement γ_1 et l'identification de l'inertie J_m , de la raideur k_r et du jeu du réducteur α sont détaillées dans l'Annexe A.

Pour la caractéristique couple - vitesse du frottement équivalent γ_1 sur l'axe moteur, on adopte un modèle "visqueux à seuil" idéal (fig.2.24) :

$$\gamma_1 = \text{sgn}(\Omega_m) \gamma_{1,s} + \alpha_1 \Omega_m \quad (2.58)$$

avec $\gamma_{1,s}$ frottement sec et $\alpha_1 = 0,78 \text{ mNm}/(10^3 \text{tr}/\text{min})$ coefficient visqueux. Le frottement sec a été observé croissant en fonction du couple Γ_1 transmis par l'axe moteur au réducteur, d'où le modèle

$$\gamma_{1,s} = \gamma_{1,s}^0 + \beta_1 |\Gamma_1| \quad (2.59)$$

avec $\gamma_{1,s}^0 = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$ frottement sec à charge nulle sur l'axe du réducteur et $\beta_1 = 0,24$. Pour le "fonctionnement" dynamique du frottement, on adopte le modèle à deux états représenté sur la fig.2.25 sous la forme d'un réseau de Pétri. Dans l'état 1 le frottement est adhérent : il impose

$$\Omega_m = 0 \quad (2.60)$$

tandis que γ_1 est imposé par les autres forces agissant sur l'axe moteur en vertu de la relation

$$\gamma_1 = \Gamma_e - \Gamma_1 . \quad (2.61)$$

Dans l'état 2, le frottement, glissant, impose le couple γ_1 selon l'expression 2.58 tandis que Ω_m est imposée par l'ensemble des forces agissant sur l'axe moteur en vertu de

$$J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = \Gamma_e - \Gamma_1 - \gamma_1 . \quad (2.62)$$

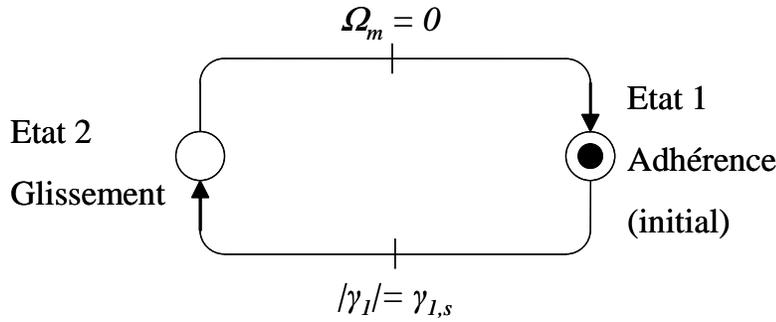


FIGURE 2.25 – Réseau de Pétri représentant le fonctionnement dynamique du frottement γ_1 .

La transition de l'état 1 vers l'état 2 se produit lorsque

$$|\gamma_1| = \gamma_{1,s} . \quad (2.63)$$

La transition inverse se produit lorsque

$$\Omega_m = 0 . \quad (2.64)$$

Les valeurs des différentes constantes du schéma sont récapitulées dans le tableau 2.6. La valeur de l'inertie J_t est issue d'un calcul et celle de k_t d'une mesure sur un banc annexe d'essai en torsion.

Les essais de caractérisation du frein présentés au chapitre 3 ayant tous été effectués dans le même sens de rotation, il est possible de représenter simplement l'action de la boîte de jeu par les équations

$$\forall t \quad \Gamma_3(t) = \Gamma_1(t) \quad (2.65)$$

$$\forall t \quad \theta_3(t) = \theta_1(t) \pm \alpha \quad (2.66)$$

qui traduisent un couplage permanent des axes d'entrée et de sortie de cette boîte. D'après l'équation (2.66), on peut donc écrire

$$\forall t \quad \Omega_3(t) = \Omega_1(t) \quad (2.67)$$

avec $\Omega_3 = \dot{\theta}_3$ et $\Omega_1 = \dot{\theta}_1$.

2.3.2.3 Modèle de simulation

On choisit de représenter le modèle électromécanique de la chaîne d'entraînement du frein sous la forme d'un Graphe Informationnel Causal (G.I.C.). Ce type de formalisme est utilisé pour représenter les relations entre les processus au sein des systèmes énergétiques de façon systémique et respectueuse de la "causalité" naturelle qui est la causalité intégrale. On est ainsi amené, pour chaque processus, à qualifier les grandeurs influentes, c'est-à-dire les "causes" du processus, et les grandeurs influencées, c'est-à-dire les "effets". Le graphe est constitué d'ellipses et de flèches reliant ces dernières

TABLE 2.6 – Valeurs identifiées pour les constantes du modèle électromécanique de la chaîne d'entraînement du frein MR.

| | | |
|----------|-----------------------|----------------------|
| k_c | $30, 2 \cdot 10^{-3}$ | Nm/A |
| k_e | $1/317$ | V/(tr/min) |
| J_m | 168 | (g.cm ²) |
| k_r | 0,3 | (Nm/rad) |
| α | 32 | (deg) |
| J_t | 50 | (g.cm ²) |
| k_t | 105 | (Nm/rad) |

entre elles, les premières représentant les processus, les secondes les variables. Le sens des flèches qualifie les entrées et les sorties des différents processus. Les processus qui instaurent une hiérarchie de cause à effet intégrale entre les variables correspondent à des accumulations d'énergie cinétique dans une masse ou une bobine ou potentielle dans un ressort ou un condensateur ; ils sont repérés par une flèche unidirectionnelle à l'intérieur des ellipses les représentant, pointant des entrées vers les sorties qui sont ainsi identifiées respectivement aux variables influentes et aux variables influées. Les processus qui n'instaurent pas une hiérarchie de cause à effet intégrale - autrement dit, ceux pour lesquels la (les) variable(s) d'entrée peut(peuvent) être influente(s) et celle(s) de sortie influée(s) ou inversement - sont repérés par une flèche bidirectionnelle. Ces processus comprennent les dissipations d'énergie - frottements en mécanique ou résistances en électricité - et les transferts d'énergie idéalisés - transmissions à engrenages en mécanique, conversion électromécanique par exemples. L'intérêt du formalisme G.I.C. est de faciliter la synthèse de la commande des systèmes : les schémas d'asservissement des grandeurs à commander sont obtenus en appliquant une méthode simple et systématique d'inversion des modèles qui revient à "remonter" la causalité établie naturellement par la Physique [Bar06]⁹.

Le G.I.C. associé au modèle électrique du moteur (fig.2.22) est représenté sur la fig.2.26. Au sein de ce modèle l'énergie électrique est dissipée par la résistance r , stockée par l'inductance l et transformée en énergie mécanique par un convertisseur idéal de force électromotrice e et de couple Γ_e . Les processus de dissipation et de stockage sont régis par les équations¹⁰

$$u_l(t) = u_m(t) - e(t) - r i_m(t) \quad (2.68)$$

$$i_m(t) = i_m(0) + \frac{1}{l} \int_0^t u_l(t') dt' \quad (2.69)$$

et le processus de conversion par les équations (2.56) et (2.57). Les deux premiers sont représentés par une ellipse à flèche unidirectionnelle R_1 qui a pour entrées u_m et

9. Plus de renseignements sur le formalisme G.I.C. peuvent être obtenus sur le site du Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de Lille (L2EP), <http://12ep.univ-lille1.fr>, dans la section de l'équipe commande.

10. u_l représente ici la tension aux bornes de l'inductance en convention récepteur par rapport à i_m sur le schéma 2.22.

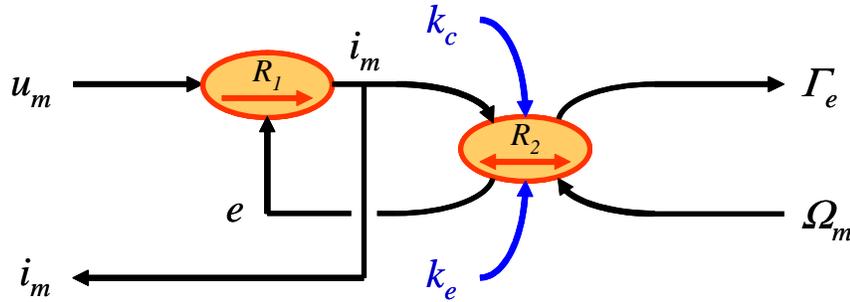


FIGURE 2.26 – Graphe informationnel causal associé au modèle électrique du moteur (voir la fig.2.22).

e et pour sortie i_m , le troisième, par une ellipse à flèche bidirectionnelle R_2 qui a pour entrées i_m et Ω_m et pour sorties Γ_e et e . L'ellipse R_2 présente également deux entrées paramétriques, les constantes de couple k_c et de vitesse k_e .

Le G.I.C. associé au modèle mécanique du motoréducteur (voir la fig.2.23) est représenté sur la fig.2.27. Au sein de ce modèle l'énergie est accumulée par l'inertie J_m et par le ressort k_r , dissipée par le frottement γ_1 et transférée par la boîte de jeu et le réducteur idéal. Les stockages d'énergie dans l'inertie J_m et dans le ressort k_r sont régis respectivement par les équations

$$\Omega_m(t) = \Omega_m(0) + \frac{1}{J_m} \int_0^t (\Gamma_e(t') - \Gamma_1(t') - \gamma_1(t')) dt' \quad (2.70)$$

$$\Gamma_1(t) = \Gamma_1(0) + k_r \int_0^t (\Omega_m(t') - \Omega_1(t')) dt' \quad (2.71)$$

Ces stockages sont représentés par deux ellipses à flèches unidirectionnelles R_3 et R_4 . La première ellipse a pour entrées Γ_e , Γ_1 et γ_1 et pour sortie Ω_m . La seconde a pour entrées Ω_m et Ω_1 et pour sortie Γ_1 . Le frottement γ_1 évolue par commutations entre un état adhérent et un état glissant (voir la section précédente). Cette propriété instaure une hiérarchie de cause à effet entre les grandeurs sur lesquelles portent les conditions des commutations et le frottement γ_1 . On parle de processus à causalité "discrète". La condition de commutation de l'état adhérent vers l'état glissant porte sur γ_1 lui-même (voir (2.63)) et la condition de commutation inverse sur Ω_m (voir (2.64)). Les autres entrées du processus sont Γ_1 et Γ_e (voir (2.61) et (2.58)). La dissipation d'énergie par le frottement est représentée dans le G.I.C. sous la forme d'une ellipse R_5 contenant une flèche unidirectionnelle; un point à l'origine de cette dernière indique le caractère "discret" de la causalité. Les transferts d'énergie par la boîte de jeu et par le réducteur sont régis respectivement par les jeux d'équations {(2.65), (2.67)} et

$$\Gamma_2 = i\Gamma_3 \quad (2.72)$$

$$\Omega_3 = i\Omega_2 . \quad (2.73)$$

Ils sont représenté par des ellipses à flèche bidirectionnelle R_6 et R_7 . La première a pour entrées Γ_1 et Ω_3 et pour sorties Γ_3 et Ω_1 . La seconde a pour entrées Γ_3 et Ω_2 et

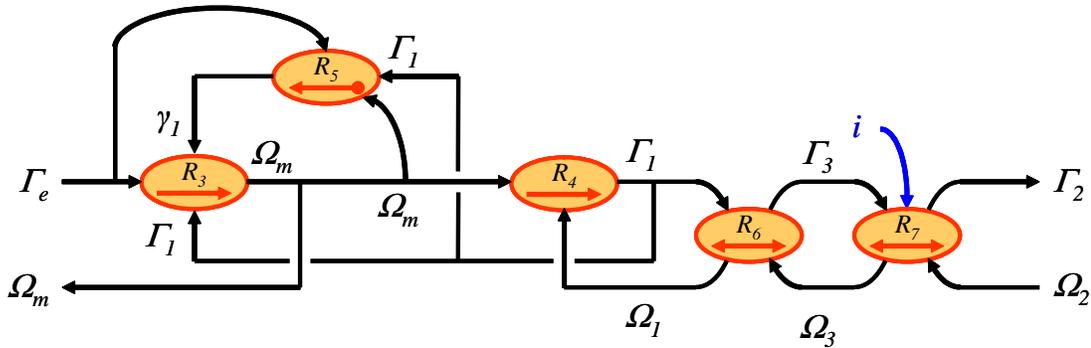


FIGURE 2.27 – Graphe informationnel causal associé au modèle mécanique du motoréducteur (fig.2.23).

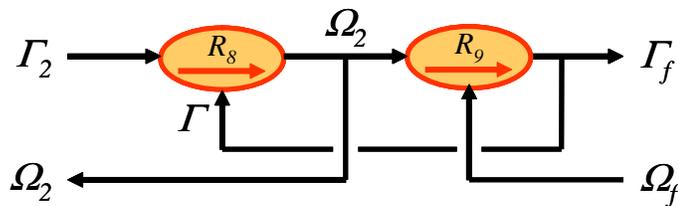


FIGURE 2.28 – Graphe informationnel causal associé au modèle mécanique de la transmission (voir la fig.2.23).

pour sorties Γ_2 et Ω_3 ; elle comporte également une entrée paramétrique, le rapport i du réducteur.

Le G.I.C. associé au modèle mécanique de la transmission (voir la fig.2.23) est représenté sur la fig.2.28. Ce modèle est constitué d'une inertie J_t et d'un ressort k_t . Les stockages d'énergie dans ces éléments sont régis respectivement par les équations

$$\Omega_2(t) = \Omega_2(0) + \frac{1}{J_t} \int_0^t (\Gamma_2(t') - \Gamma_f(t')) dt' \quad (2.74)$$

$$\Gamma_f(t) = \Gamma_f(0) + k_t \int_0^t (\Omega_2(t') - \Omega_f(t')) dt' \quad (2.75)$$

Ils sont représentés par deux ellipses à flèches unidirectionnelles R_8 et R_9 . La première ellipse a pour entrées Γ_2 et Γ_f et pour sortie Ω_2 . La seconde a pour entrées Ω_f et Ω_2 et pour sortie Γ_f .

Les équations associées aux différents processus sont récapitulées dans le tableau.2.7. Mis "bout-à-bout", les G.I.C. représentés sur les fig.2.26, 2.27 et 2.28 permettent de rendre compte des transferts énergétiques entre l'actionneur et le frein. Ces graphes ont été implémentés dans l'outil de calcul et de simulation informatiques Matlab/Simulink¹¹ version 7 développé et commercialisé par The MathWorks¹² (voir l'Annexe B).

11. L'un des intérêts de la représentation par G.I.C est d'aboutir à un ordonnancement causal des équations bien adapté au solveur numérique et à un schéma Simulink facilement interprétable.

12. <http://www.mathworks.fr>

TABLE 2.7 – Récapitulatif des équations associées aux processus des G.I.C. représentés sur les fig.2.26, 2.27 et 2.28.

| Processus | Equations |
|-----------|--|
| R_1 | $u_l(t) = u_m(t) - e(t) - r i_m(t), i_m(t) = i_m(0) + \frac{1}{l} \int_0^t u_l(t') dt'$ |
| R_2 | $\Gamma_e = k_c i_m, e = k_e \Omega_m$ |
| R_3 | $\Omega_m(t) = \Omega_m(0) + \frac{1}{J_m} \int_0^t (\Gamma_e(t') - \Gamma_1(t') - \gamma_1(t')) dt'$ |
| R_4 | $\Gamma_1(t) = \Gamma_1(0) + k_r \int_0^t (\Omega_m(t') - \Omega_1(t')) dt'$ |
| R_5 | <p>Etat 1 (adhérence) : $\gamma_1 = \Gamma_e - \Gamma_1$</p> <p>Etat 2 (glissement) : $\gamma_1 = \text{sgn}(\Omega_m) \gamma_{1,s} + \alpha_1 \Omega_m$</p> <p>Transition état 1 \rightarrow état 2 : $\gamma_1 = \gamma_{1,s}$</p> <p>Transition état 2 \rightarrow état 1 : $\Omega_m = 0$</p> <p>$\gamma_{1,s} = \gamma_{1,s}^0 + \beta_1 \Gamma_1$</p> |
| R_6 | $\Gamma_3 = \Gamma_1, \Omega_3 = \Omega_1$ |
| R_7 | $\Gamma_2 = i \Gamma_3, \Omega_3 = i \Omega_2$ |
| R_8 | $\Omega_2(t) = \Omega_2(0) + \frac{1}{J_t} \int_0^t (\Gamma_2(t') - \Gamma_f(t')) dt'$ |
| R_9 | $\Gamma_f(t) = \Gamma_f(0) + k_t \int_0^t (\Omega_2(t') - \Omega_f(t')) dt'$ |

Dans la section suivante, on présente les résultats d'une caractérisation préliminaire du frein à courant nul. Ceux-ci sont utilisés au chapitre 3 pour le calcul du facteur d'amplification maximum en couple du frein.

2.4 Relevé préliminaire du couple à courant nul

Liu et al. [Li03] ont défini le facteur d'amplification en couple des freins MR comme le rapport, pour un courant d'alimentation I et une vitesse de l'axe Ω donnés, de la valeur du couple de freinage à ce courant et à cette vitesse sur la valeur que ce couple aurait à courant nul à la même vitesse :

$$\beta = \frac{\Gamma_{f,on}}{\Gamma_{f,off}} \quad (2.76)$$

avec $\Gamma_{f,on} = \Gamma_f(I, \Omega)$ et $\Gamma_{f,off} = \Gamma_f(0, \Omega)$. Le couple $\Gamma_{f,off}$ représente ici la résultante de l'action purement visqueuse du liquide sur le disque ou le cylindre et du couple de frottement exercé par le(s) joint(s) d'étanchéité sur l'axe. Un frein présentant une valeur élevée du facteur d'amplification présente une différence $\Gamma_{f,on} - \Gamma_{f,off}$ importante, donc une plage de "contrôle" du couple importante. Sur la base de l'expression du couple issue du modèle rhéologique de Bingham (voir (2.32)), le facteur d'amplification s'écrit

$$\beta(I, \Omega) = \frac{\Gamma_{y,d}(I) + K_v(I)\Omega + \gamma_j(\Omega)}{\Gamma_{y,d}(0) + K_v(0)\Omega + \gamma_j(\Omega)} \quad (2.77)$$

avec γ_j couple de frottement exercé par le(s) joint(s) d'étanchéité sur l'axe, qui ne dépend a priori que de la vitesse, et $\Gamma_{y,d}$ couple dynamique et K_v coefficient de viscosité, qui ne dépendent que du courant. Comme $\Gamma_{y,d}(0) = 0$ et que la dépendance de K_v par rapport au courant est faible en pratique (i.e. $K_v(0) \approx K_v(I) \forall I$), l'expression précédente peut se réécrire

$$\beta(I, \Omega) = 1 + \frac{\Gamma_{y,d}(I)}{K_v(0)\Omega + \gamma_j(\Omega)} \quad (2.78)$$

On voit que le facteur d'amplification augmente lorsque le courant augmente, car $\Gamma_{y,d}$ est une fonction croissante de ce dernier, et qu'il augmente également lorsque la vitesse diminue, car γ_j est a priori une fonction croissante de cette dernière. La valeur du facteur est en pratique limitée par la limitation en courant du frein et par la vitesse minimale à laquelle le dispositif de mesure peut entraîner l'axe du frein en rotation. Remarquons que le dénominateur dans l'expression précédente n'est jamais nul car le frottement γ_j est typiquement de type sec ou stiction.

En vue du calcul du facteur d'amplification du frein-test, le couple à courant nul $\Gamma_{f,off}$ de ce dernier a été relevé en fonction de la vitesse à l'aide du dispositif expérimental décrit dans la section précédente. Avant l'expérience, le frein a été démagnétisé selon le protocole décrit à la section 2.2.1.5. Le couple était enregistré par le capteur intercalé entre la culasse du frein et le bâti tandis que la vitesse, mesurée à partir de l'enregistrement de la position de l'axe moteur par le codeur, était lentement variée par

l'application de triangles de tension $u_m(t)$ aux bornes du motoréducteur. Remarquons qu'en régime statique ou en régime de rotation permanente, le couple total transmis par l'axe du frein à la culasse¹³ est égal au couple transmis par la culasse au capteur.

Sur la fig.2.29 ont été représentés des chronogrammes $\theta_m(t)$, $\Omega_m(t)$ et $\Gamma_{f,off}(t)$ relevés pendant un balayage en vitesse dans le sens positif. Ceux-ci sont caractéristiques d'un frottement de type stiction. L'axe du moteur conserve sa position tant que le couple reste inférieur à une certaine valeur $\Gamma_{f,off,s}$, que l'on mesure à 33.10^{-3} Nm. Immédiatement après le franchissement de ce seuil, à $t_1 = 1,3$ s, le couple chute à 15.10^{-3} Nm. La rotation s'amorce et l'axe du moteur décrit un triangle de vitesse; à l'instant où la vitesse est maximale, le couple atteint une valeur $\Gamma_{f,off,max} \approx 20.10^{-3}$ Nm. L'axe redevient statique à partir de l'instant $t_2 = 43,2$ s, lorsque le couple atteint une valeur $\Gamma_{f,off,s}^*$ que l'on mesure à 2.10^{-3} Nm. Sur la fig.2.30, le couple est représenté en fonction de la vitesse pour l'expérience précédente et pour une autre expérience effectuée dans le sens contraire de la rotation. L'évolution du couple est symétrique, avec toutefois ici un seuil $\Gamma_{f,off,s}$ dans le sens négatif inférieur en valeur absolue à celui mesuré dans le sens positif (25 contre 33.10^{-3} Nm). Pendant la phase de rotation permanente ($t_1 \leq t \leq t_2$), la tendance de la croissance du couple en fonction de la vitesse est linéaire. Sur plusieurs balayages en vitesse dans les deux sens, les ordres de grandeur de 30 , 5 et 20.10^{-3} Nm se sont répétés en valeurs absolues respectivement pour les seuils $\Gamma_{f,off,s}$, $\Gamma_{f,off,s}^*$ et pour le maximum $\Gamma_{f,off,max}$. Ces valeurs sont très inférieures à la valeur théorique maximale "magnétorhéologique" Γ du couple ($2,00$ Nm pour $I = 1,2$ A - voir la section 2.2.1.4) ce qui, malgré l'erreur sur le couple dûe à l'utilisation d'une approche analytique pour le dimensionnement du frein, laisse présager d'une valeur élevée pour le facteur d'amplification.

2.5 Conclusions

Dans la première partie de ce chapitre, une expérience de mesure du seuil de force d'un cisailleur linéaire de liquide MR a été décrite. On a observé qu'à hauteur d'entrefer donnée, la croissance du seuil de force en fonction du courant présente une tendance parabolique et qu'à courant donné le seuil de force diminue lorsque la hauteur de l'entrefer augmente. Ce dernier résultat était attendu car la résistance des agrégats de particules dans le liquide MR diminue lorsque le champ diminue. Les résultats de cette expérience préliminaire ont ensuite été utilisés pour tester la validité de l'approche analytique pour le calcul du seuil de force des dispositifs linéaires de cisaillement des liquides MR. Cette approche repose sur les hypothèses "classiques" utilisées pour le calcul de champ appliqué aux circuits magnétiques à entrefers; en particulier, compte-tenu de l'ordre de grandeur de la perméabilité magnétique relative des liquides MR, on a supposé que le champ à l'intérieur des pièces ferromagnétiques était négligeable devant le champ à l'intérieur des entrefers remplis de liquide. Pour les valeurs prises pour la hauteur de l'entrefer et pour le courant d'alimentation de la bobine, la corrélation entre le calcul et l'expérience s'est avérée excellente. Pour des valeurs plus élevées du courant, les courbes

13. Par le frottement au contact entre le joint et l'axe du frein et par l'action visqueuse du liquide qui transmet le couple qu'il reçoit du disque à la culasse.

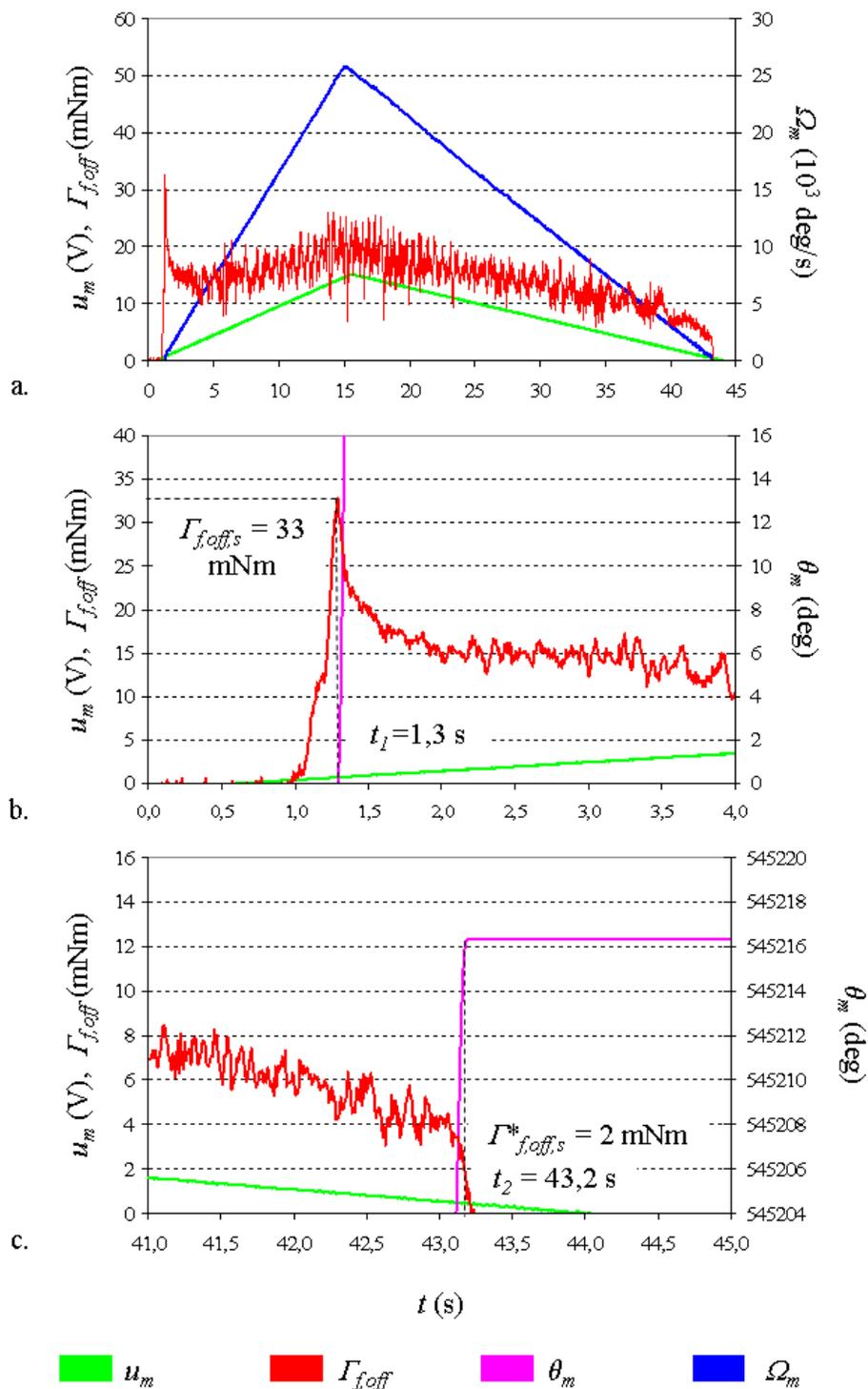


FIGURE 2.29 – Chronogrammes de la position $\theta_m(t)$ et de la vitesse $\Omega_m(t)$ de l'axe moteur et du couple à courant nul $\Gamma_{f,off}(t)$ pendant l'application du triangle de tension moteur $u_m(t)$ entraînant une rotation à vide dans le sens positif - a. Représentation sur toute la durée de l'expérience (45 s) - b. Agrandissement sur la partie initiale ($t \in [0; 4]$ s) - c. Agrandissement sur la partie finale ($t \in [41; 45]$ s).

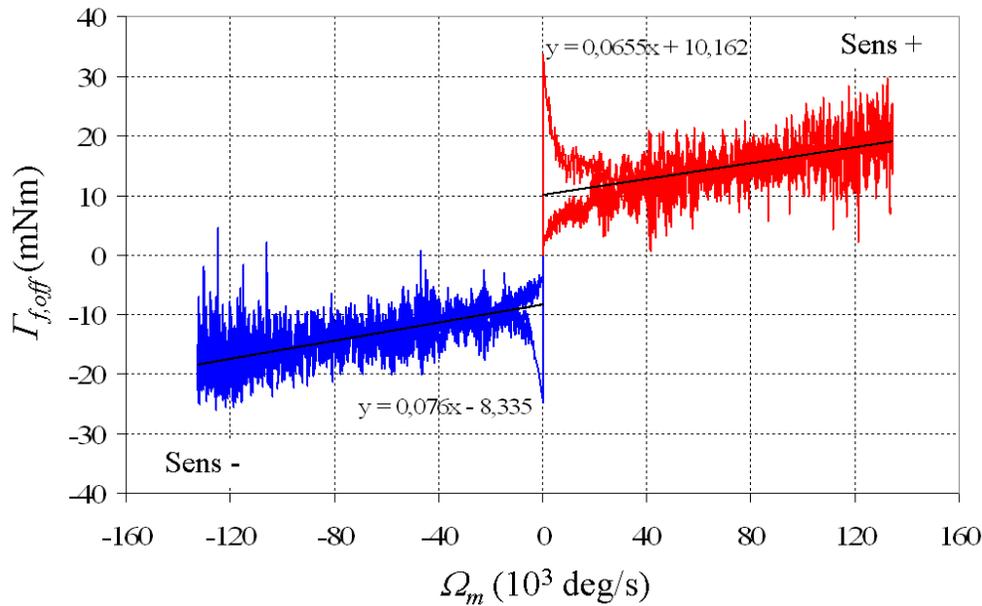


FIGURE 2.30 – Relevés du couple à courant nul $\Gamma_{f,off}$ en fonction de la vitesse Ω_m de l'axe moteur dans les deux sens de la rotation. Les droites de tendance sont relatives aux points acquis entre les instants t_1 et t_2 correspondant respectivement à l'amorçage et à l'arrêt de la rotation de l'axe du frein (voir la fig.2.29). Ces droites ont été ajustées par la méthode des moindres carrés.

expérimentales et théoriques obtenues avec la plus petite hauteur d'entrefer indiquent cependant la possibilité d'une dégradation de cette corrélation, avec un seuil calculé qui pourrait devenir significativement plus important que le seuil expérimental.

Dans la seconde partie de ce chapitre, le dimensionnement d'un frein-test discoïde MR sur la base de la méthodologie de calcul validée précédemment a été présenté. Dans un premier temps, le couple exercé par le liquide sur le disque du frein a été calculé d'après le modèle rhéologique de Bingham pour le liquide. L'expression obtenue comporte un terme "sec" proportionnel au seuil d'écoulement τ_y du liquide, qui dépend du champ, et un terme "visqueux" proportionnel à la viscosité ηa_p du liquide et à la vitesse de l'axe. Les dimensions du frein ont ensuite été calculées sur la base d'un objectif de 2,00 N pour le terme "sec" à un courant de 1,2 A et d'un objectif de linéarité de la relation entre le couple et le courant. Une procédure permettant de démagnétiser le frein pour annuler le couple rémanent a été décrite et la conception mécanique du frein a été présentée.

Dans la troisième partie, un dispositif expérimental permettant de caractériser la réponse en couple du frein-test en régime permanent à courant constant et vitesse variable et inversement a été décrit. Une modélisation électromécanique de ce dispositif, élaborée selon une approche "causale", a été présentée. Cette modélisation sera complétée au chapitre 3 par celle du frein afin de permettre la simulation du système complet.

Enfin, en vue du calcul du facteur d'amplification en couple, que l'on a défini pour

caractériser la plage de "contrôle" du frein, le couple à courant nul produit par ce dernier a été relevé en fonction de la vitesse. L'ordre de grandeur de ce couple a été trouvé très petit par rapport à la valeur de l'objectif de couple visé par le dimensionnement ($30 \cdot 10^{-3}$ contre 2,00 Nm), ce qui laisse présager une valeur élevée pour le facteur d'amplification.

Dans le chapitre suivant, on présente les résultats des différentes expériences de caractérisation du frein effectuées à l'aide du dispositif expérimental.

Chapitre 3

Caractérisation et modélisation du frein MR

Ce chapitre comporte trois parties. Dans la première, on décrit une expérience de caractérisation du frein-test à vitesse variable et à courant d'alimentation constant, réglé à sa valeur maximale (1, 2 A). Le protocole employé a en particulier permis d'observer l'évolution du couple à la transition entre le régime statique et le régime dynamique (voir les sections 1.1.2.3 et 1.2.1). Sur la base des résultats de cette première expérience, dans une seconde partie, on propose un modèle du frein en vue de sa commande. La troisième partie du chapitre est scindée en deux sous - parties. Dans la première, on présente les relevés des cycles d'hystérésis des couples statique et dynamique du frein obtenus en répétant l'expérience de la première partie pour différentes valeurs du courant d'alimentation. Dans la seconde, on présente un certain nombre de cycles d'hystérésis du couple relevés à vitesse constante en faisant varier le courant d'alimentation. De façon à rendre compte de cette hystérésis, une modélisation numérique 2D du frein est décrite et ses résultats sont discutés.

3.1 Caractérisation préliminaire sur la base d'un balayage en vitesse à courant constant

3.1.1 Protocole

Après démagnétisation selon la procédure décrite à la section 2.2.1.5 et homogénéisation du liquide MR¹, on alimente le frein au repos au courant continu maximum pour lequel il a été dimensionné (1, 2 A). Cinq triangles de tension de mêmes signes, séparés entre eux d'une dizaine de secondes, sont ensuite appliqués aux bornes du motoréducteur de façon à réaliser successivement cinq balayages en vitesse (fig.3.1). Chaque triangle de tension est obtenu en appliquant une tension de commande u_c triangle sur l'entrée de l'alimentation connectée au motoréducteur (fig.3.2), cette dernière réalisant

1. On entend par là redispersion des particules, ces dernières sédimentant après une période prolongée de repos du liquide. Pour réaliser cette redispersion, on faisait tourner l'axe du frein à courant nul à 120 tr/min pendant 5 min.

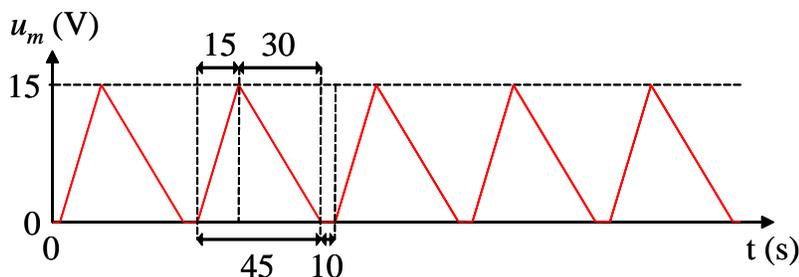


FIGURE 3.1 – Forme d’onde en tension appliquée aux bornes du motoréducteur pendant l’expérience de caractérisation préliminaire.

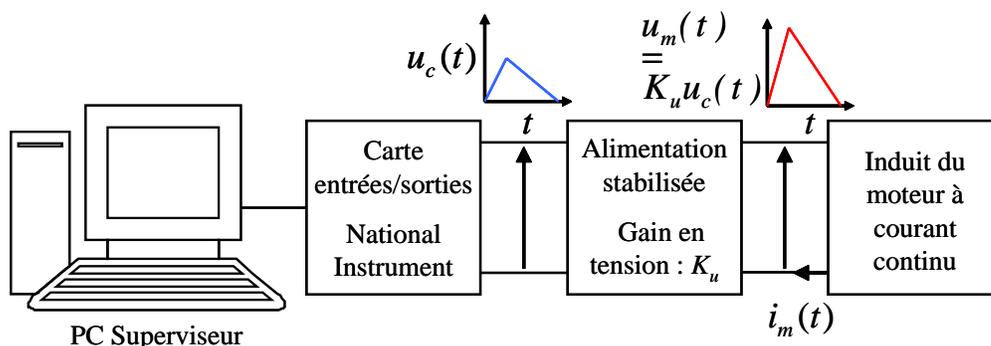


FIGURE 3.2 – Chaîne d’élaboration des triangles de tension aux bornes du motoréducteur.

une amplification linéaire (voir la section.2.3.1). La tension est variée lentement (pente de l’ordre du volt par seconde) de façon à approcher le plus possible un régime quasi-permanent.

A priori, au moins trois phases sont observables pendant la durée d’un triangle de tension :

- (1) Au début, une phase de statisme de l’axe du frein, qui se termine lorsque le couple transmis à l’axe du frein atteint le couple statique ;
- (2) Après que le couple statique ait été atteint, une phase dynamique au cours de laquelle l’axe, tournant en régime quasi-permanent, décrit le balayage en vitesse proprement dit ;
- (3) A la fin, une nouvelle phase de statisme de l’axe, après que le couple moteur soit devenu inférieur à la valeur nécessaire pour entretenir la rotation de l’axe du frein.

De façon à pouvoir observer finement l’évolution du couple et de la position de l’axe moteur au voisinage de l’amorçage et de l’arrêt de la rotation, ces grandeurs sont enregistrées avec une fréquence d’échantillonnage élevée (100 Hz) par rapport à leur régime d’évolution.

3.1.2 Résultats

On analyse et on interprète dans un premier temps la forme des chronogrammes enregistrés pendant l'expérience, puis celle des caractéristiques couple - position et des caractéristiques couple - vitesse obtenues à partir de ces chronogrammes.

3.1.2.1 Chronogrammes

Les chronogrammes de la vitesse Ω et du couple Γ_f enregistrés pendant les cinq triangles de la tension u_m aux bornes du motoréducteur sont représentés sur les fig.3.3.1 à 5. Les phases (1), (2) et (3) de l'évolution de la vitesse décrites à la section précédente sont bien visibles.

La phase (1) voit la vitesse décrire un plateau nul jusqu'à un instant que l'on a noté t_s . On observe que pendant cette phase le couple présente la même évolution sur les fig.3.3.2 à 5, qui représentent les chronogrammes enregistrés pendant les quatre derniers triangles de tension. Cette évolution peut être observée en détail sur la fig.3.4.b, qui représente les cinq premières secondes des chronogrammes enregistrés pendant le cinquième triangle de tension (fig.3.3.5). Sur la fig.3.4.a, où on a représenté les cinq premières secondes des chronogrammes enregistrés pendant le premier triangle de tension (fig.3.3.1) on observe que l'évolution du couple présente deux différences :

- Sur toutes les figures, le couple décrit un plateau de $t = 0$ jusqu'à un instant que l'on a noté t_{p1} avant d'augmenter. On observe que ce plateau est nul dans le cas du premier triangle de tension, alors qu'il se répète à environ $1,2 \cdot 10^{-1}$ Nm dans le cas des quatre triangles suivants.
- Dans le cas des quatre derniers triangles de tension, le couple atteint un maximum avant de diminuer instantanément, décrivant un "pic". Ce dernier est inexistant dans le cas du premier triangle.

Sur la fig.3.4.b, on peut observer que le pic de couple coïncide à l'instant t_s à la fin du plateau de vitesse nulle. On note $\Gamma_{f,s}$ le maximum du couple, que l'on appellera *couples statique* du frein, et $\Gamma_{f,d}$ la valeur que ce dernier prend immédiatement après le pic, i.e. à l'amorçage de la rotation de l'axe, que l'on appellera *couple dynamique*. Sur les fig.3.3.2 à 5 (quatre derniers triangles de tension), ces couples se répètent en moyenne à 1,25 Nm et 0,95 Nm. Sur la fig.3.3.1 (premier triangle de tension), où l'on voit le couple évoluer continuellement sans décrire de pic, on prend pour $\Gamma_{f,s}$ la valeur du couple à l'instant où la rotation de l'axe s'amorce, soit 0,52 Nm.

Sur les fig.3.4.a et b, on observe que la position θ_m de l'axe moteur est constante entre $t = 0$ et $t = t_{p1}$, comme le couple Γ_f , et qu'elle croît entre t_{p1} et t_s . Cette augmentation met en évidence une torsion de l'ensemble des éléments associés mécaniquement en série dans le dispositif (dont le frein) sous l'action du couple moteur Γ_e (voir la section 2.3.2) qui augmente au fur et à mesure que la tension augmente². Pendant cette torsion

2. Dans la mesure où la vitesse est négligeable pendant la phase (1), on peut montrer à partir des équations du modèle électromécanique du motoréducteur (voir la section 2.3.2) que le couple Γ_e est proportionnel à la tension u_m .

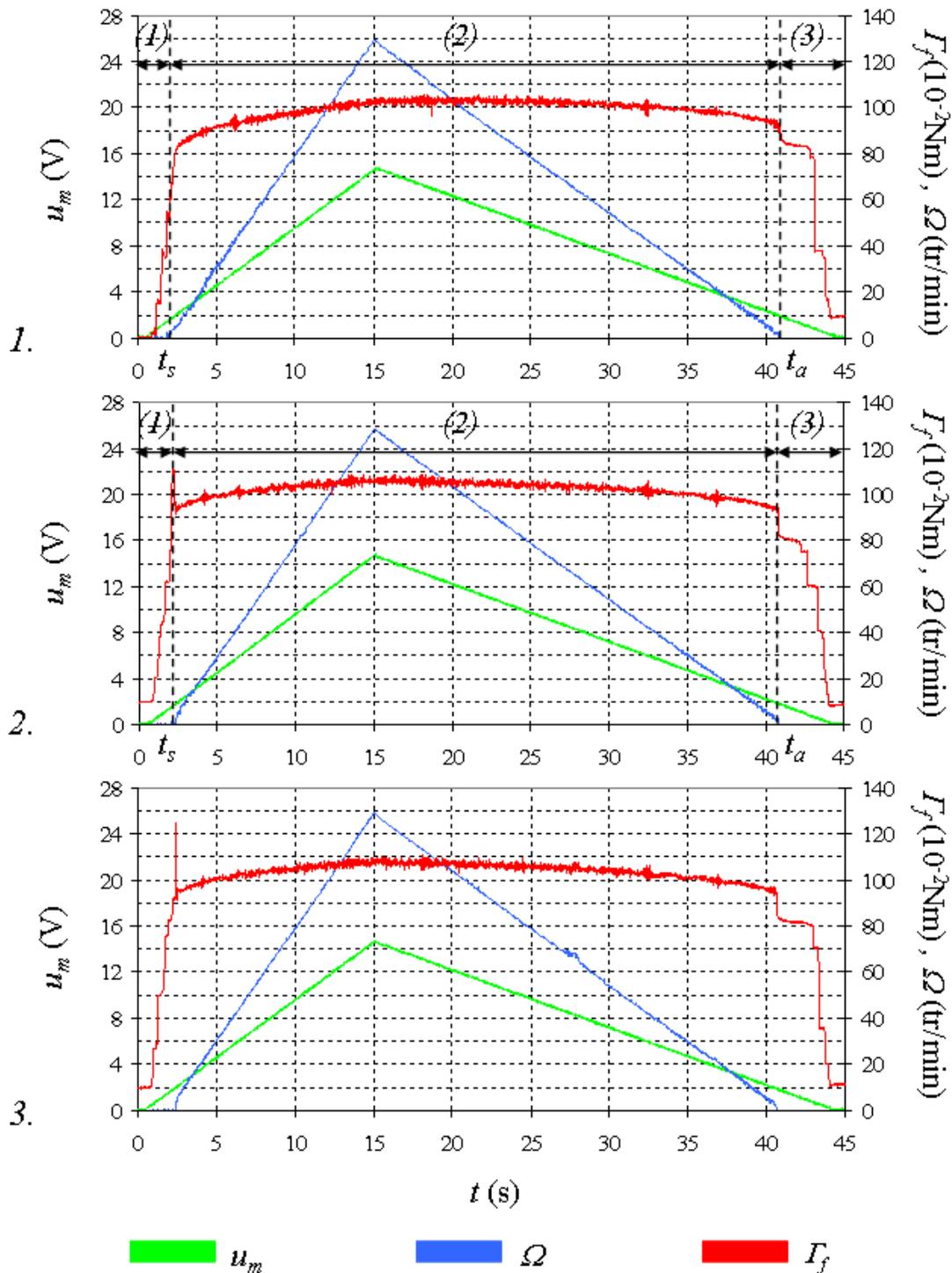


FIGURE 3.3 – Chronogrammes de la vitesse Ω de l'axe du frein et du couple de freinage Γ_f enregistrés pendant les trois premiers triangles de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur.

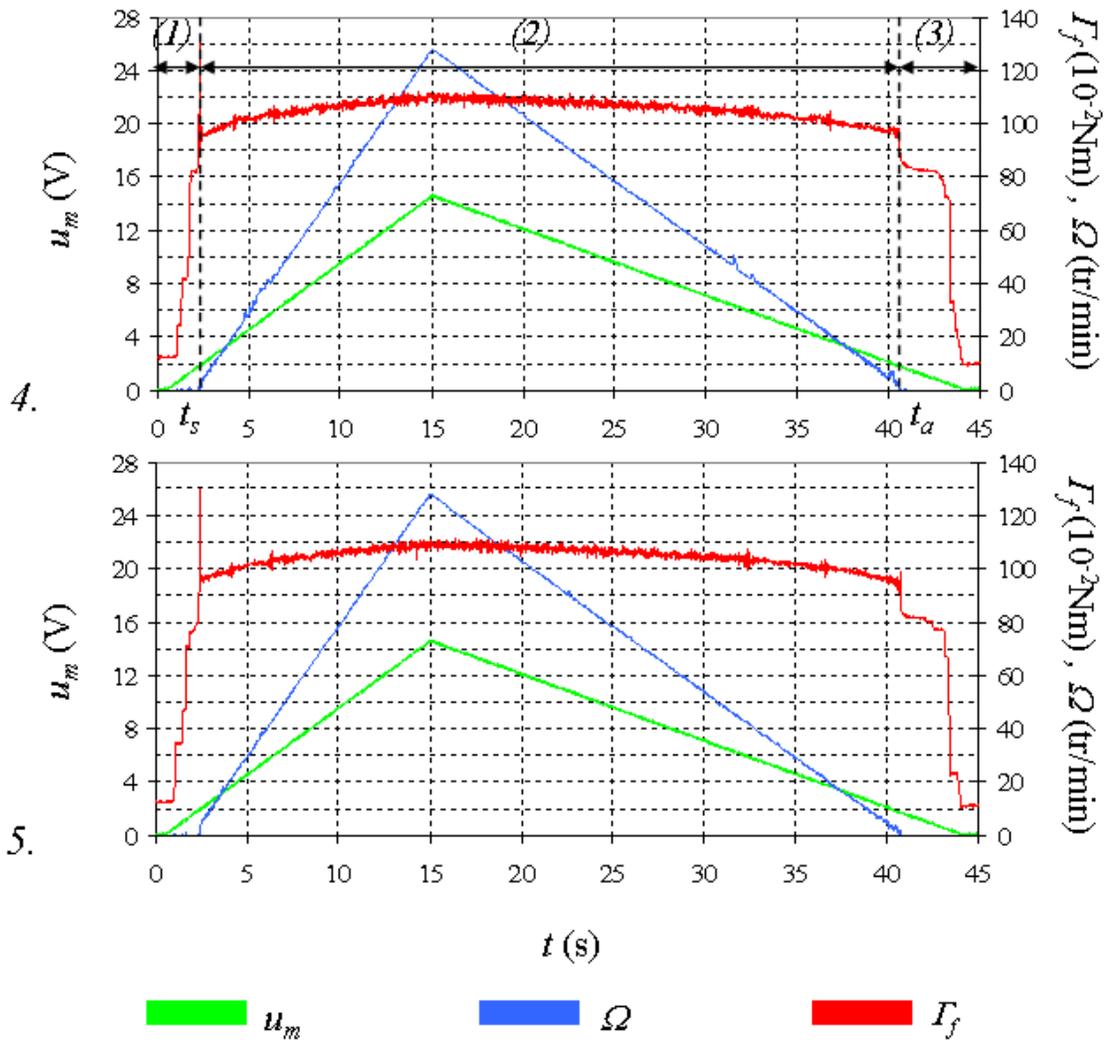


FIGURE 3.3 – (suite) Chronogrammes de la vitesse Ω de l'axe du frein et du couple de freinage Γ_f enregistrés pendant les quatrièmes et cinquièmes triangles de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur.

la forme d'onde de θ_m ainsi que la forme d'onde de Γ_f ont l'aspect d'une succession de plateaux et de sauts qui correspondent entre eux dans le temps. Notons qu'avant d'augmenter la tension u_m décrit un plateau nul d'une durée $t_0 = 0,5$ s différente de la durée $t_{p1} = 0,8$ s des plateaux de θ_m et Γ_f .

La phase (2) voit la vitesse décrire un triangle d'une amplitude qui se repète à environ 130 tr/min sur les fig.3.3.1 à 5. Pour les quatre derniers triangles de tension (fig.3.3.2 à 5), on observe que le couple croît puis décroît avec une augmentation faible ($+0,1$ Nm) relativement à la valeur du couple dynamique. Pour le premier triangle de tension (fig.3.3.1 et fig.3.4.a), on observe que le couple continue son augmentation après avoir atteint $\Gamma_{f,s}$ et qu'à un instant t'_s sa pente de croissance change pour prendre une valeur du même ordre de grandeur que celles des fig.3.3.2 à 5. Dans le cas de ce premier triangle on prend pour $\Gamma_{f,d}$ la valeur du couple au changement de pente, soit

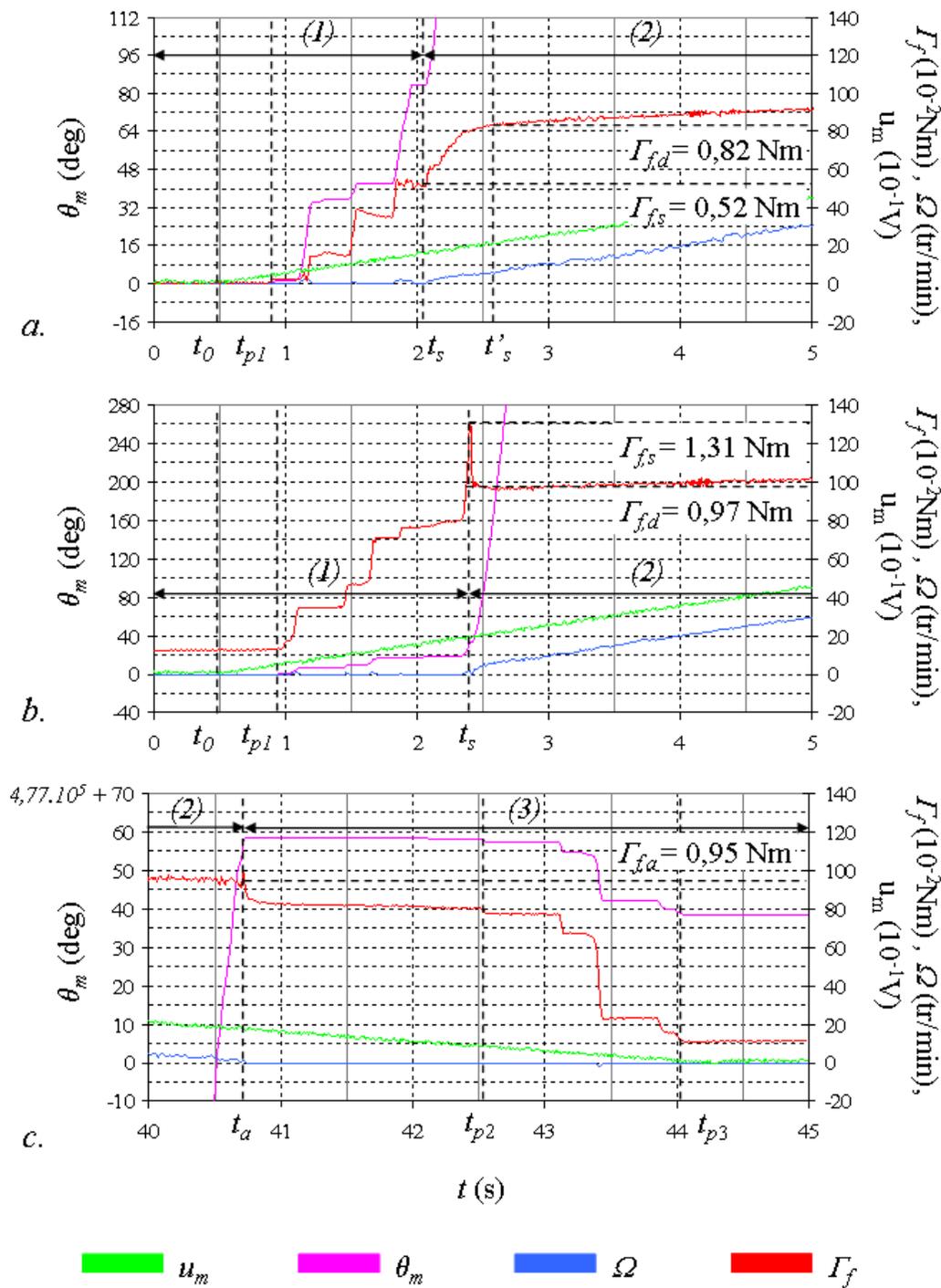


FIGURE 3.4 – a et b. Agrandissements des parties initiales ($t \in [0; 5]$ s) des chronogrammes de la position θ_m de l'axe moteur, de la vitesse Ω de l'axe du frein et du couple Γ_f enregistrés pendant le premier (fig.3.3.1) et le cinquième (fig.3.3.5) triangle de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur. - c. Agrandissement de la partie finale ($t \in [40; 45]$ s) des chronogrammes de ces mêmes grandeurs enregistrés pendant le cinquième triangle de la tension u_m (voir la fig.3.3.5).

0,82 Nm d'après la fig.3.4.a. A la fin de la phase (2), pour les cinq triangles de tension, la vitesse s'annule lorsque le couple atteint une valeur $\Gamma_{f,a}$ qui se répète en moyenne à 0,95 Nm sur les fig.3.3.1 à 5. Cette valeur est sensiblement la même que celle du couple dynamique $\Gamma_{f,d}$ dans le cas des quatre derniers triangles (3.3.2 à 5).

La phase (3) voit la vitesse décrire un plateau nul tandis que le couple décroît. Le chronogramme de ce dernier présente ici la même forme pour les cinq triangles de tension. Cette forme est visible en détail sur la fig.3.4.c, qui représente les cinq dernières secondes des chronogrammes enregistrés pendant le cinquième triangle de tension (fig.3.3.5). Instantanément après l'annulation de la vitesse, à un instant noté t_a , le couple diminue d'environ 0,15 Nm puis il décrit un plateau. A partir d'un instant noté t_{p2} , il diminue de nouveau, mais cette fois de façon progressive puis, à partir d'un instant noté t_{p3} , il décrit un nouveau plateau. Ce dernier dure jusqu'à la fin de l'enregistrement ($t = 45$ s). Le premier et le second plateau se répètent à environ 0,82 Nm et 0,10 Nm.

Sur la fig.3.4.c, on observe que la position θ_m de l'axe moteur décroît entre t_{p2} et t_{p3} . Cette diminution met en évidence une relaxation de l'ensemble des éléments associés mécaniquement en série dans le dispositif. De $t = t_a$ à $t = t_{p3}$ la tension, et a fortiori le couple moteur Γ_e qui joue le rôle de couple de torsion³, sont en effet décroissants. Comme pour la torsion ($t \in [t_{p1}; t_s]$), pendant la relaxation les formes d'onde de θ_m et de Γ_f ont l'aspect d'une succession de plateaux et de sauts qui correspondent entre eux dans le temps. On observe enfin qu'entre l'instant $t = t_{p3}$ et la fin de l'enregistrement la position θ_m de l'axe moteur, comme le couple Γ_f , est constante. Notons que sur la durée de cet intervalle (environ 1 s) la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur et a fortiori le couple électromagnétique Γ_e sur l'axe moteur sont nuls.

Interprétations

L'égalité observée entre les plateaux initiaux ($t \in [0; t_{p1}]$) (à l'exception du premier triangle de tension (fig.3.4.a)) et finaux ($t \in [t_{p3}; 45]$) de couple, qui se répètent entre 1,0 et $1,2 \cdot 10^{-2}$ Nm, n'est pas fortuite : les cinq triangles de tension moteur ayant été appliqués consécutivement, le plateau que le couple décrit au début d'un triangle est le prolongement du plateau qu'il a décrit à la fin du triangle précédent. A la section 3.2.3, où l'on présente les résultats de simulations d'un modèle du dispositif "complet", i.e. incluant le frein, on montre que l'existence de ces plateaux peut être expliquée sur la base du comportement du couple γ_1 équivalent aux frottements répartis dans le motoréducteur (voir la section 2.3.2.2). En l'occurrence, les plateaux correspondent à des périodes où ce frottement est adhérent⁴.

Compte-tenu de l'ordre de grandeur des couples statique et dynamiques (0,52 Nm et 0,82 Nm pour le premier triangle de tension, 1,25 Nm et 0,95 Nm pour les quatre derniers), le couple de frottement γ_j au contact entre le joint et l'axe du frein, qui est inférieur ou égal à $30 \cdot 10^{-3}$ Nm (voir la section 2.4), est négligeable et l'évolution du couple à la transition entre la phase statique (1) et la phase dynamique (2) peut être

3. De même que pendant la phase (1), la vitesse est négligeable pendant la phase (3) et on peut montrer que le couple Γ_e est proportionnel à la tension u_m (voir la note 2).

4. Cette adhérence impose $\Omega_m = 0$.

interprétée uniquement sur la base du comportement des chaînes de particules dans le liquide MR.

Ainsi, pour le premier triangle de tension, la croissance du couple entre les instants t_s et $t_{s'}$ (fig.3.4.a) pourrait correspondre à la période de propagation de la rupture de ces chaînes. A la section 1.2.1, on a vu qu'à la transition entre le régime statique et le régime dynamique des freins discoïdes MR, la rupture des chaînes de particules dans le liquide MR est initiée sur la périphérie du disque, lorsque le couple transmis au liquide atteint une valeur $\Gamma_{y,s}$, et qu'elle se propage depuis cette périphérie jusqu'au rayon interne du disque. Une fois que toutes les chaînes sont entrées dans le cycle déformation - rupture - reformation (voir la section 1.1.2.3), le couple présente une valeur $\Gamma_{y,d}$ supérieure à $\Gamma_{y,s}$. Dans le cas présent, le couple de frottement γ_j étant négligeable, pour le premier triangle de tension on pourrait identifier les couples $\Gamma_{y,s}$ statique et $\Gamma_{y,d}$ dynamique associés à la rupture des chaînes aux couples $\Gamma_{f,s}$ statique et $\Gamma_{f,d}$ dynamique du frein relevés sur la fig.3.4.a.

La différence entre le couple statique relevé pendant le premier triangle de tension (0,52 Nm) (fig.3.4.a) et les couples statiques des quatre suivants (1,25 Nm en moyenne) (fig.3.3.2 à 5) pourrait s'expliquer par le fait que la structure des chaînes de particules est changée entre le début du premier triangle et les suivants. En l'occurrence, la structure que présentent les chaînes après leur formation, lorsque la bobine du frein est alimentée avant l'application du premier triangle de tension aux bornes du motoréducteur, leur conférerait une résistance plus faible que la structure qu'elles acquièrent après avoir subi un cycle déformation - rupture - reformation associé à une rotation permanente de l'axe du frein.

La chute de couple d'environ 0,15 Nm qui se répète pour les cinq triangles de tension à $t = t_a$, c'est-à-dire à l'arrêt de la rotation de l'axe (fig.3.3.1 à 5), n'a pas pu être interprétée. Cependant, une expérience complémentaire effectuée ultérieurement selon le même protocole (application d'un triangle de tension aux bornes du motoréducteur à courant d'alimentation du frein fixé à 1,2 A) a permis de montrer que cette chute de couple est associée à l'arrêt de la rotation de l'axe. Au cours de cette expérience, le couple statique du frein $\Gamma_{f,s}$ n'a pas été atteint et l'axe n'a pas amorcé de rotation ; autrement dit, on n'a observé qu'une phase de torsion suivie d'une phase de relaxation des éléments associés mécaniquement en série dans le dispositif. Sur la fig.3.5 où sont représentés les chronogrammes de la position θ_m de l'axe moteur et du couple Γ_f enregistrés pendant l'expérience, on peut voir qu'à l'instant noté t'_a où la tension u_m et a fortiori le couple de torsion Γ_e ⁵ entament leur décroissance le couple Γ_f commence à décrire un plateau sans connaître la chute de 0,15 Nm visible sur la fig.3.4.c, pour ensuite évoluer d'une façon similaire à la phase (3) des chronogrammes représentés sur les fig.3.3.1 à 5.

3.1.2.2 Caractéristiques couple - position

Sur la fig.3.6, on a représenté les positions occupées par le point de coordonnées $(\theta_m(t), \Gamma_f(t))$ sur la durée de la phase de torsion (1) ($t \in [0; t_s]$) et sur la durée de la

5. Voir la note 2.

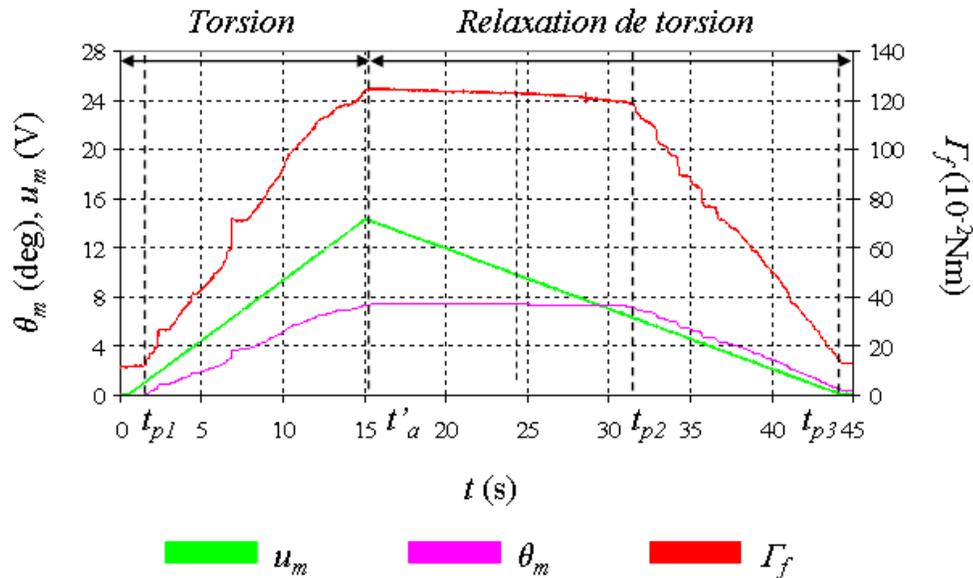


FIGURE 3.5 – Chronogrammes de la position θ_m de l'axe moteur et du couple Γ_f enregistrés pendant un triangle de la tension u_m appliqué aux bornes du motoréducteur au cours d'une expérience complémentaire réalisée ultérieurement. A la différence des autres relevés présentés dans la section 3.1.2.1, on n'a pas observé de phase de rotation en régime permanent de l'axe du frein.

phase de relaxation de torsion (3) ($t \in [t_a; 45]$) pour le premier et le cinquième triangles de tension (fig.3.3.1 et 5). Pendant ces phases, on observe que la relation entre le couple et la position de l'axe moteur est linéaire, sauf dans le cas de la torsion réalisée pendant le premier triangle de tension. Sur les graphiques linéaires, on mesure une pente se répétant à $3,55 \cdot 10^{-2} \text{ Nm/deg} = 2,03 \text{ Nm/rad}$. Dans le cas du graphique non-linéaire, on relève pour la pente de la droite d'ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés une valeur de $0,68 \cdot 10^{-2} \text{ Nm/deg} = 39 \cdot 10^{-2} \text{ Nm/rad}$. Notons qu'à un coefficient près (voir les calculs associés à l'expérience complémentaire présentée ci-dessous), la pente p mesurée sur ces différents graphiques correspond à la raideur équivalente de l'ensemble des éléments déformables associés en série dans le dispositif. Cet ensemble inclut les éléments constitutifs du frein : axe, disque, volume de liquide MR dans les entrefers et culasse.

Interprétations

A la section précédente, pour interpréter la différence entre le couple statique $\Gamma_{f,s}$ relevé pendant le premier triangle de tension (0,52 Nm) (fig.3.4.a) et les couples statiques des quatre suivants (1,25 Nm en moyenne), on a formulé l'hypothèse qu'un changement interviendrait dans la structure des chaînes de particules au cours de la phase de rotation permanente (2), les rendant plus résistantes. Au cours de cette phase, les chaînes sont toutes soumises au cycle déformation - rupture - reformation (voir la section 1.1.2.3). Compte-tenu des relevés présentés sur la fig.3.6, on peut compléter l'énoncé de l'hypothèse en indiquant que la phase de rotation permanente rendrait également les chaînes plus rigides, i.e. augmenterait leur raideur.

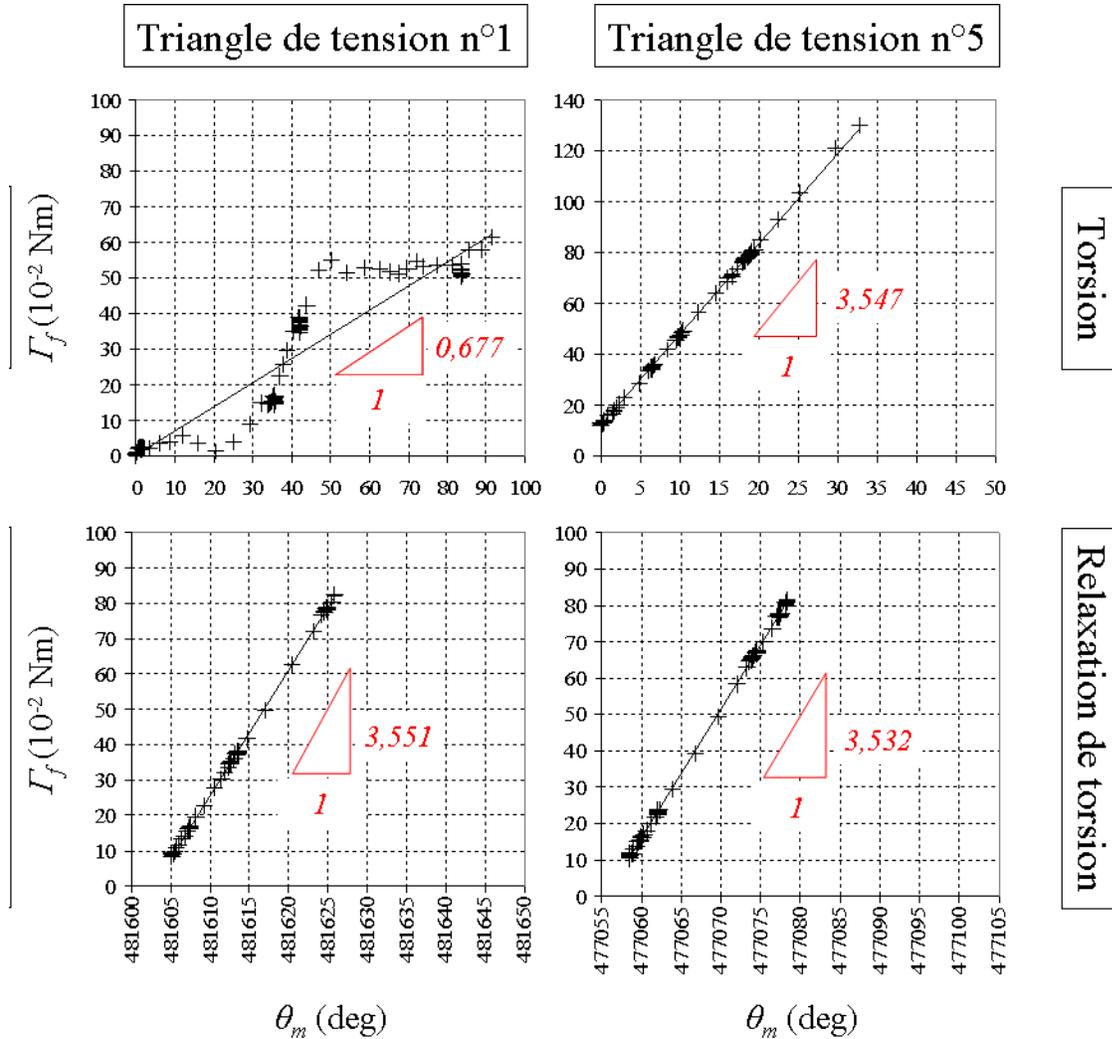


FIGURE 3.6 – Caractéristiques couple - position relevées pendant la torsion et la relaxation réalisées au cours du premier et du cinquième triangle de la tension appliquée aux bornes du motoréducteur (phases (1) et (3) sur les fig.3.3.1 et 5).

Expérience complémentaire

Sur la fig.3.7, on a représenté les positions occupées par le point de coordonnées $(\theta_m(t), \Gamma_f(t))$ sur toute la durée du triangle de tension ($t \in [0; 45]$ s) réalisé pendant l'expérience complémentaire évoquée à la section précédente (voir la fig.3.5). Au cours de ce triangle, du fait d'une amplitude de tension plus faible appliquée aux bornes du motoréducteur, le couple statique du frein $\Gamma_{f,s}$ n'a pas été atteint et l'axe n'a pas amorcé de rotation; autrement dit, on n'a observé qu'une phase de torsion suivie d'une phase de relaxation des éléments associés mécaniquement en série dans le dispositif. Notons que ce triangle a été appliqué après une série d'autres triangles de tension; à la lumière de l'interprétation détaillée dans le paragraphe précédent, la rigidité des chaînes de particules était déjà établie. Le point de coordonnées $(\theta_m(t), \Gamma_f(t))$ décrit un cycle d'hystérésis, ce qui indique une dissipation d'énergie pendant le processus de torsion

- relaxation, mais celle-ci est faible car le cycle est étroit et en première approche on peut considérer la déformation comme élastique. On mesure une pente p , identifiée à la pente de la droite d'ajustement linéaire du nuage de points par la méthode des moindres carrés, de $3,02 \cdot 10^{-2} \text{Nm/deg} = 1,73 \cdot 10 \text{ Nm/rad}$, ce qui est proche des mesures précédentes en excluant la raideur mesurée pour la torsion réalisée pendant le premier triangle de tension (voir la fig.3.6). Connaissant la pente p de la relation entre le couple Γ_f et la position de l'axe moteur θ_m , on peut calculer dans le modèle mécanique d'ensemble du dispositif (voir la fig.3.8) la raideur k du ressort équivalent à l'association en série du ressort de raideur k'_r modélisant le réducteur, équivalent au ressort k_r de la fig.2.23 ramené sur l'axe de sortie du réducteur, du ressort k_t modélisant la transmission et d'un ressort de raideur k_f modélisant le frein, en supposant qu'il peut être effectivement modélisé comme tel :

$$k = \frac{\Gamma_f}{\theta_2} = \frac{i\Gamma_f}{\theta_m} = ip = 32 \times 1,73 = 55,36 \text{ Nm/rad} . \quad (3.1)$$

Or la raideur équivalente k s'écrit aussi

$$k = \frac{k'_r k_t k_f}{k'_r k_t + k'_r k_f + k_t k_f} . \quad (3.2)$$

A partir des deux équations précédentes, avec $k'_r = 307 \text{ Nm/rad}$ et $k_t = 105 \text{ Nm/rad}$, on peut calculer la raideur k_f du frein :

$$k_f = \frac{k k'_r k_t}{k'_r k_t - k k_t - k k'_r} = 189 \text{ Nm/rad} . \quad (3.3)$$

3.1.2.3 Caractéristiques couple - vitesse

Sur la fig.3.9, on a superposé les positions occupées par le point de coordonnées $(\Omega(t), \Gamma_f(t))$ sur les durées des phases dynamiques (2) ($t \in [t_s; t_a]$) observées pendant les cinq triangles de tension appliqués aux bornes du motoréducteur (fig.3.3.1 à 5). Chaque courbe est constituée de trois branches. La première correspond à l'évolution du couple de sa valeur statique $\Gamma_{f,s}$ à sa valeur dynamique $\Gamma_{f,d}$, avec $\Gamma_{f,s} < \Gamma_{f,d}$ pour le premier triangle et $\Gamma_{f,s} > \Gamma_{f,d}$ pour les autres. Les deuxième et troisième correspondent à la croissance et à la décroissance linéaires de la vitesse pendant la phase dynamique. Pour le premier triangle, on retrouve à $\Omega = 5 \text{ tr/min}$ le changement de pente dans la croissance du couple observé à $t = t'_s$ sur le chronogramme (voir la fig.3.4.a). Pour ce même triangle, on observe que la branche de croissance de la vitesse (n° 2) est en dessous de la branche de décroissance (n° 3). Pour les triangles suivants, ces branches sont confondues. Par ailleurs, leur position se répète d'un triangle à l'autre, à l'emplacement de la branche de décroissance de la vitesse (n° 3) du premier triangle. Contrairement à ce qu'indiquait le calcul (voir 2.2.1.3), la relation entre le couple et la vitesse n'est pas linéaire, mais la courbure de la branche "commune" aux différents triangles reste faible. Comme cela a été rapporté dans [Li03] [Kav02] [Ree04], la dépendance du couple vis à vis de la vitesse est faible : pour les quatre derniers triangles, l'écart relatif entre le couple dynamique ($\Gamma_{f,d} = 0,95 \text{ Nm}$ pour $\Omega \approx 0$) et le maximum de couple atteint ($1,10 \text{ Nm}$ à $\Omega = 130 \text{ tr/min}$) est de 16%.

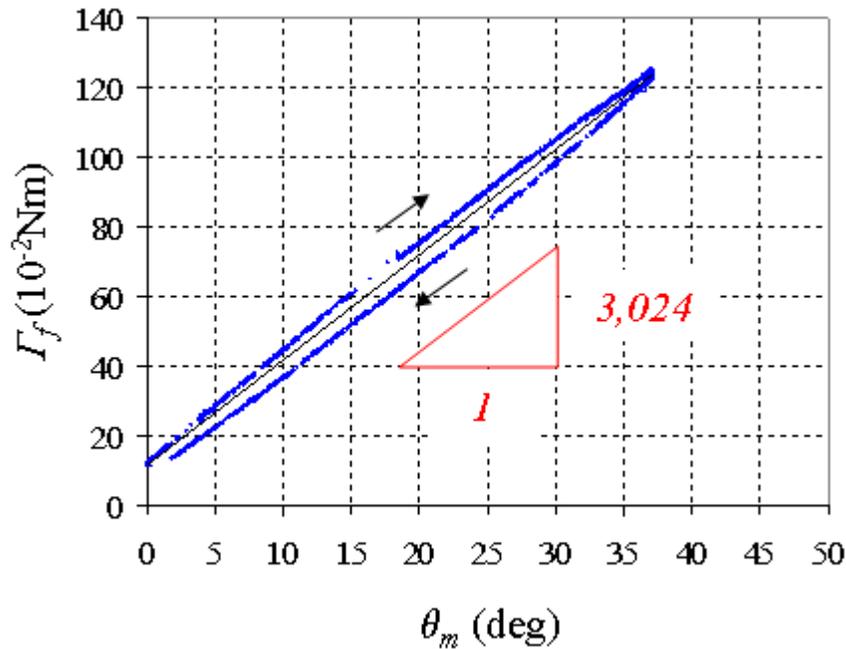


FIGURE 3.7 – Caractéristique couple - position relevée au cours du triangle de tension appliquée aux bornes du motoréducteur pendant l'expérience complémentaire (voir la fig.3.5).

Interprétations

Dans les sections précédentes, on a évoqué un possible changement de la structure des chaînes de particules au cours de la phase de rotation permanente (2) du premier triangle. Elles n'acquerraient leur résistance et leur rigidité "définitives", celles qu'elles présentent pendant les triangles suivants, qu'après avoir subi un cycle déformation - rupture - reformation au cours de cette phase. Sur la fig.3.9, la position de la branche de croissance de la vitesse (n ° 2) par rapport à la branche de décroissance (n ° 3) pour le premier triangle pourrait s'expliquer par le fait que cette transformation structurelle des chaînes de particules ne serait pas encore achevée pendant que le point de coordonnées $(\Omega(t), \Gamma_f(t))$ décrit la première branche et qu'elle le serait quand ce même point décrit la seconde. La branche de décroissance de la vitesse pour le premier triangle, confondues avec les branches que le point de coordonnées $(\Omega(t), \Gamma_f(t))$ décrit pendant les triangles suivants, correspondrait alors à la caractéristique couple - vitesse du frein une fois que les chaînes auraient acquis leur résistance et leur rigidité "définitives".

3.1.2.4 Répétitions

L'expérience décrite dans la section 3.1.1 a été répétée deux fois sous la forme d'une série de deux triangles de tension appliqués aux bornes du motoréducteur au lieu de cinq. Avant chaque nouvelle expérience, le frein a été démagnétisé selon la procédure

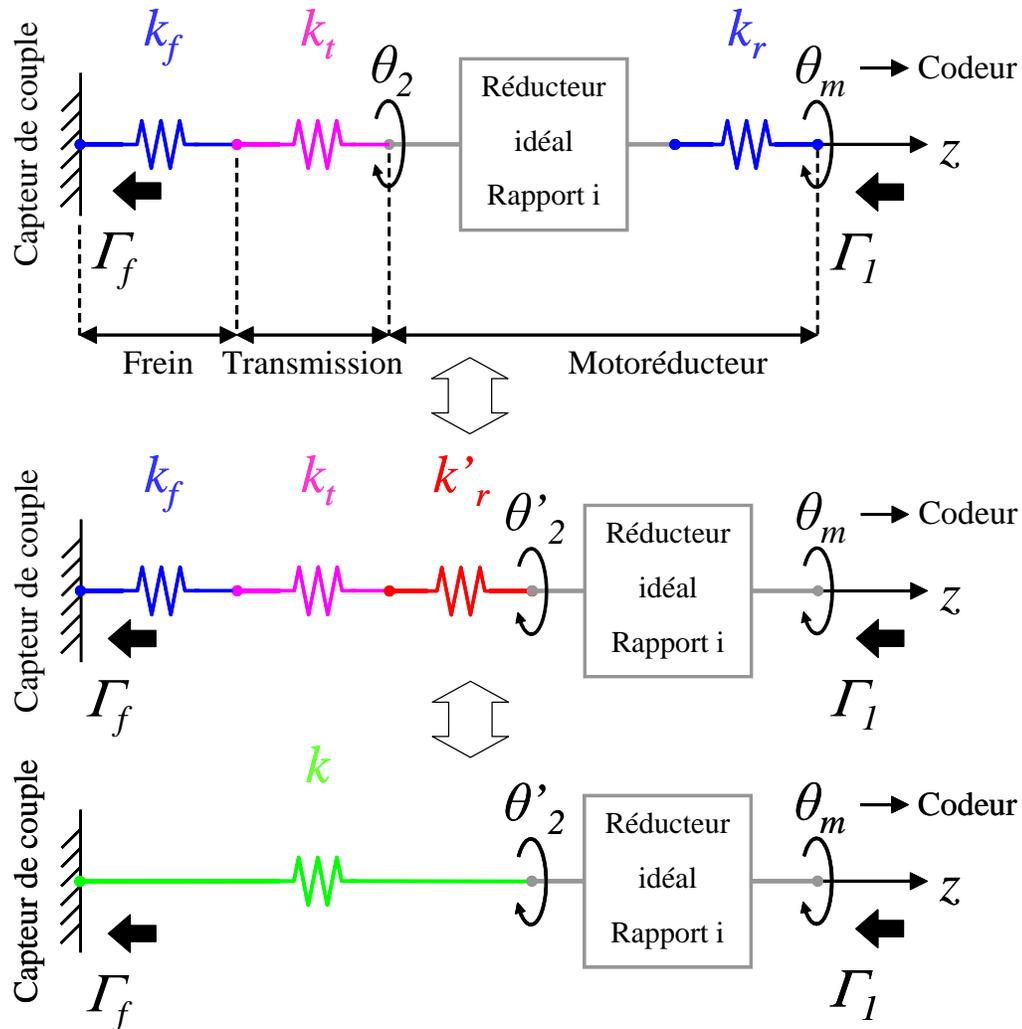


FIGURE 3.8 – Transformations du modèle mécanique d'ensemble du dispositif expérimental en vue du calcul de la raideur k_f du frein.

décrite à la section 2.2.1.5 et le liquide MR a été homogénéisé⁶. Les caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des deux répétitions sont représentées sur la fig.3.10. A chacune de ces répétitions, le couple a présenté une évolution similaire à celle qui a été observée pendant la première expérience :

- Pendant le premier triangle de tension, après avoir atteint la valeur statique $\Gamma_{f,s}$, le couple croît en présentant un changement de pente à $\Omega = 5 \text{ tr/min}$ puis décroît tandis que la vitesse décrit un triangle. Les branches décrites par le point de coordonnées $(\Omega(t), \Gamma_f(t))$ ne sont pas confondues, mais la différence est plus faible que dans le cas de la première expérience.
- Pendant le second triangle, après avoir atteint sa valeur statique $\Gamma_{f,s}$, le couple décroît rapidement, formant un "pic", puis il croît et décroît tandis que la vitesse

6. Voir la note 1.

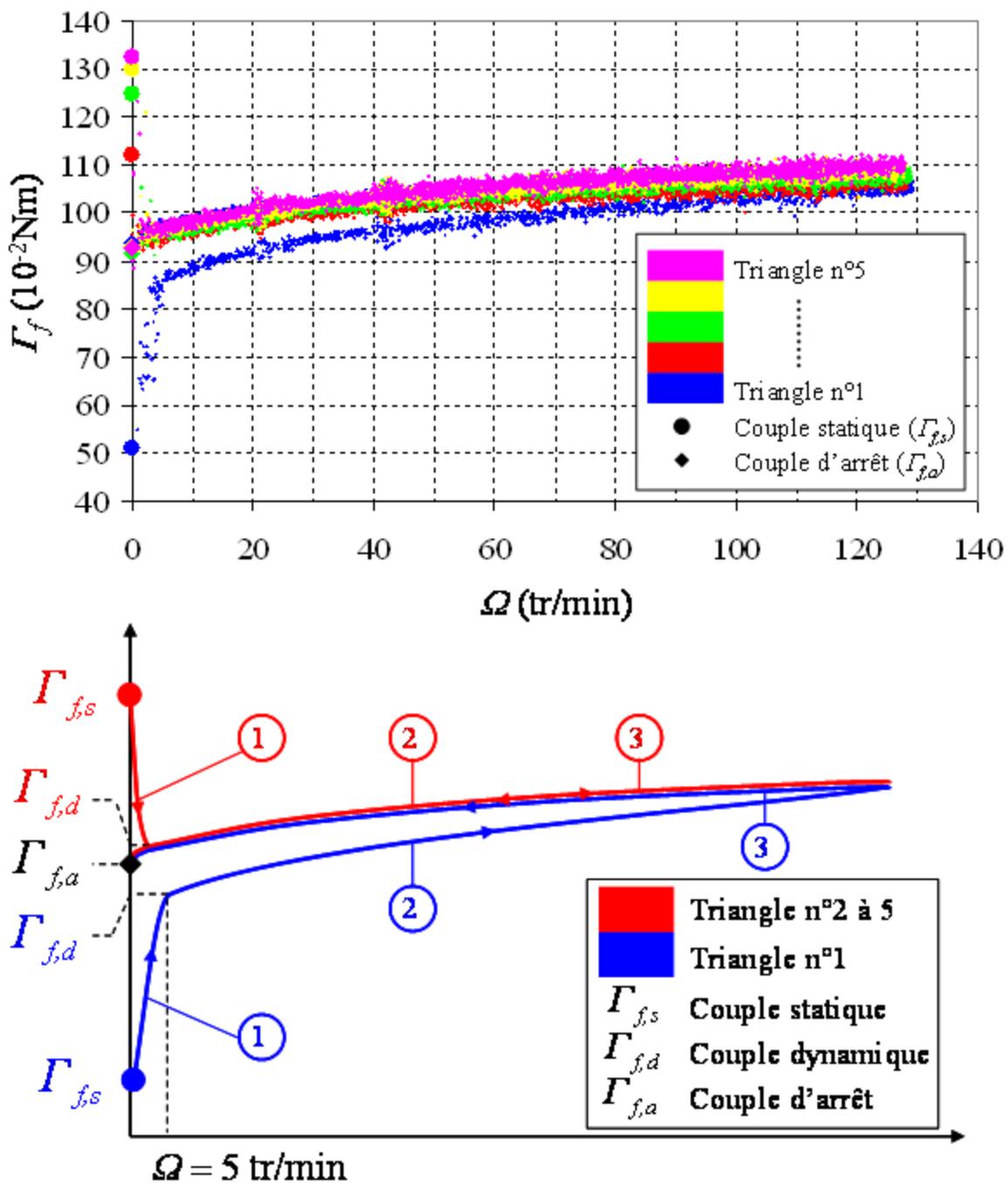


FIGURE 3.9 – Caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des cinq triangles de tension appliqués aux bornes du motoréducteur (voir les fig.3.3.1 à 5). Le schéma indique les valeurs remarquables du couple ainsi que l'ordre dans lequel les trois branches des caractéristiques sont parcourues.

décrit un triangle. Les branches décrites par le point de coordonnées $(\Omega(t), \Gamma_f(t))$ sont confondues et superposées à la branche de décroissance du couple relevée pendant le premier triangle.

3.1.3 Conclusions

3.1.3.1 Comportement du frein MR

Lorsque le frein est alimenté, son comportement est caractérisé par l'existence d'un couple statique $\Gamma_{f,s}$ à fournir pour amorcer la rotation de son axe. La valeur de ce couple dépend de l'histoire du fonctionnement du frein : si, depuis la dernière réinitialisation⁷, le frein a connu une phase de fonctionnement dynamique (rotation de l'axe en régime permanent), alors il est de l'ordre de 0,52 Nm, sinon, il est de l'ordre de 1,25 Nm, pour un courant d'alimentation de 1,2 A, d'après les résultats présentés à la section 3.1.2.1. En quelque sorte, après une réinitialisation, la "résistance" du frein n'est "établie" qu'après une phase de fonctionnement dynamique.

Lorsque le couple statique est atteint et que le couple moteur appliqué sur l'axe tend à faire croître la vitesse de ce dernier, deux cas de figure se présentent, toujours selon que le frein a fonctionné ou non en régime dynamique depuis sa dernière réinitialisation (fig.3.11) :

- Si le frein n'a jamais fonctionné en régime dynamique, alors le couple poursuit sa croissance au fur et à mesure que la vitesse augmente, en changeant toutefois de pente lorsque celle-ci atteint environ 5 tr/min.
- Si le frein a déjà fonctionné en régime dynamique, alors le couple chute immédiatement après avoir atteint la valeur statique $\Gamma_{f,s}$, puis il croît de nouveau au fur et à mesure que la vitesse augmente.

On a défini le couple dynamique $\Gamma_{f,d}$ dans le premier cas de figure comme la valeur du couple au changement de sa pente de croissance avec la vitesse et dans le second cas de figure comme la valeur que le couple prend immédiatement après sa chute. D'après les résultats présentés à la section 3.1.2.1, la valeur de ce couple dynamique est de 0,82 Nm dans le premier cas et de 0,95 Nm dans le second.

Lorsque la vitesse diminue, on observe dans le premier cas de figure une hystérésis de la relation entre le couple et la vitesse : dans le plan (Ω, Γ_f) , les branches de croissance et de décroissance du couple ne se superposent pas. Cette hystérésis, que l'on qualifiera de *rhéologique*, est inexistante dans le second cas de figure.

Dans le cas où, à un instant t_0 , le frein a déjà fonctionné en régime dynamique, alors pour $t > t_0$, tant que le couple Γ_f appliqué sur l'axe est inférieur au couple statique $\Gamma_{f,s}$, le frein se déforme de façon élastique.

Sur la base des observations rapportées ci-dessus, on propose une modélisation du frein dans la section 3.2.

7. Par "réinitialisation", on désigne le processus qui comprend la démagnétisation de la culasse (voir la section 2.2.1.5) et l'homogénéisation du liquide (voir la note 1). A l'issue de ce processus, le courant est augmenté de 0 à 1,2 A de façon quasi-statique, l'axe du frein à l'arrêt.

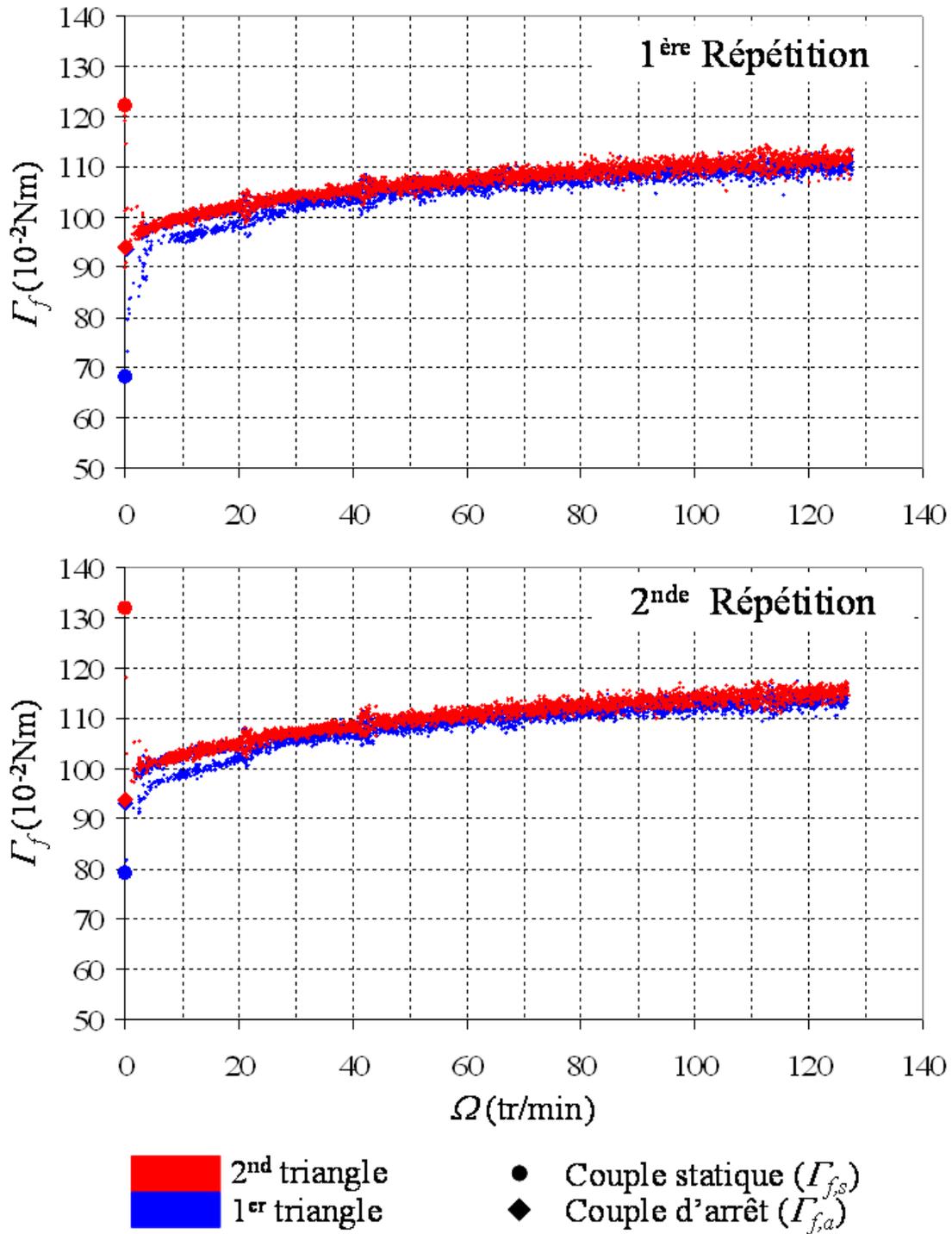


FIGURE 3.10 – Caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des deux répétitions de l'expérience.

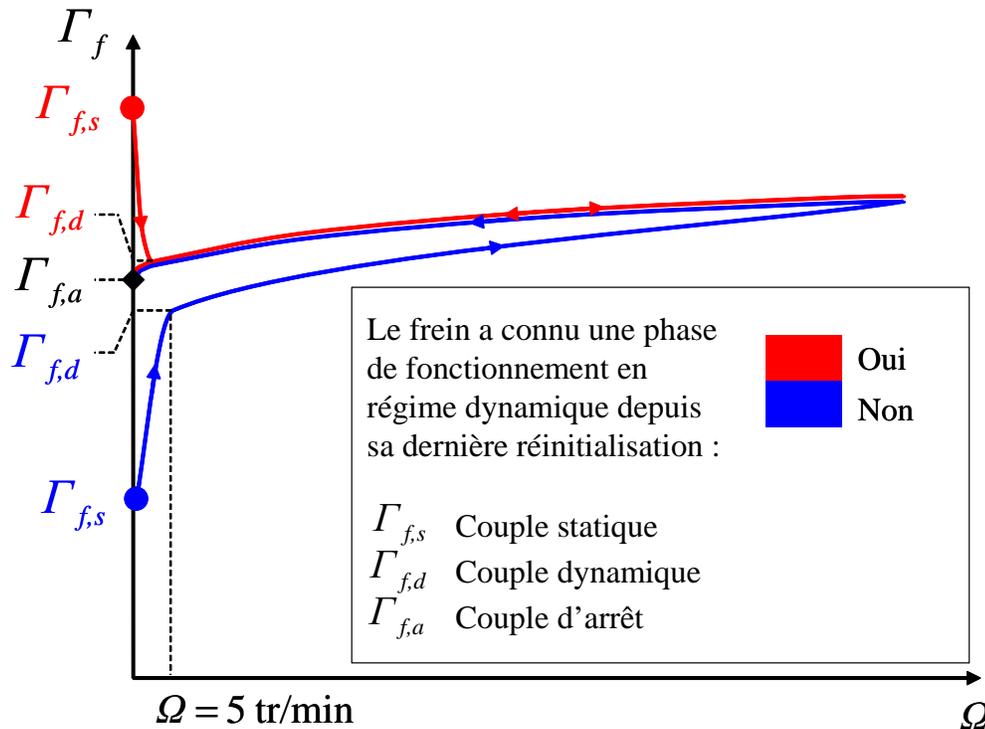


FIGURE 3.11 – Schéma récapitulatif du comportement du frein-test discoïde MR

3.1.3.2 Comparaison expérience - objectif de dimensionnement

Le frein a été dimensionné pour un objectif de couple dynamique $\Gamma_{y,d}^*$ d'une valeur de 2,00 Nm (voir la section 2.2.1.4). En identifiant le couple dynamique du liquide $\Gamma_{y,d}$ à celui du frein $\Gamma_{f,d}$, que l'on a mesuré à la section 3.1.2.1 à 0,82 Nm pour le premier triangle de tension appliqué aux bornes du motoréducteur et à 0,95 Nm pour les quatre triangles suivants, on obtient un écart par rapport à l'objectif de l'ordre de 55%. Ce dernier peut être expliqué par la différence entre la largeur théorique des entrefers (1,00 mm) et leur largeurs réelles (1,10 mm et 1,15 mm) : à courant donné, plus les entrefers sont larges, plus le champ H_e généré à l'intérieur de ceux-ci, et a fortiori le couple, sont faibles. Par ailleurs, dans les hypothèses du calcul (voir la section 2.2.1.1), on avait supposé que les intensités des champs H_c et H_d magnétisant la culasse et le disque étaient négligeables devant celle du champ H_e . En pratique, ce n'est pas tout à fait le cas, et en vertu de l'écriture (2.17) du théorème d'Ampères, le champ H_e réel est moins intense que le champ théorique. L'existence des flux dits "de fuite" dans l'air, également négligée dans le calcul, est un autre facteur menant à cette conclusion⁸. A la section 3.3.2.3, ces faits seront vérifiés à l'aide d'une modélisation plus fine (éléments finis) du frein basée sur les côtes réelles de ce dernier et sur les caractéristiques magnétiques réelles des matériaux.

8. Les Ampères - tours produits par la bobine ne sont pas consommés uniquement dans le liquide MR, ils le sont également dans l'acier de la culasse et du disque et dans l'air.

3.1.3.3 Calcul du facteur d'amplification du frein MR

A la section 2.4, on a introduit le facteur d'amplification β des freins MR pour caractériser leur "plage de contrôle" en couple :

$$\beta = \frac{\Gamma_{f,on}}{\Gamma_{f,off}} \quad (3.4)$$

avec, pour un courant d'alimentation I et une vitesse Ω de l'axe du frein donnés, $\Gamma_{f,on} = \Gamma_f(I, \Omega)$ et $\Gamma_{f,off} = \Gamma_f(0, \Omega)$. Le facteur d'amplification augmente lorsque le courant augmente et lorsque la vitesse diminue. Pour le calculer ici, on prend pour $\Gamma_{f,off}$ l'ordre de grandeur mesuré pour ce couple en régime dynamique à la section 2.4, soit $20 \cdot 10^{-3}$ Nm, et pour $\Gamma_{f,on}$ la valeur du couple dynamique $\Gamma_{f,d}$ mesuré à la section 3.1.2.1, soit un ordre de grandeur de 0,90 Nm pour $I = 1,2$ A. On trouve $\beta = 45$, ce qui est relativement élevé par rapport à la littérature (voir [Li03]).

3.2 Modélisation mécanique du frein

On propose dans cette section un modèle mécanique du frein couplé au modèle électromécanique de la chaîne d'entraînement décrit à la section 2.3.2 dans le but de rendre compte de la forme des chronogrammes présentés à la section précédente. Seul le cas où la résistance du frein est établie après sa réinitialisation a été modélisé. Ce cas de figure, pour lequel on observe un couple statique $\Gamma_{f,s}$ de l'ordre de 1,25 Nm et une chute du couple à une valeur dynamique $\Gamma_{f,d}$ de l'ordre de 0,95 Nm à l'amorçage de la rotation de l'axe, est visible sur les chronogrammes enregistrés pendant les quatre derniers triangles de tension sur les cinq appliqués aux bornes du motoréducteur dans l'expérience préliminaire (fig.3.3.2 à 5).

3.2.1 Description du modèle

De façon à proposer un modèle "proche de la physique", il est nécessaire de tenir compte du comportement des chaînes de particules du liquide MR liant le disque à la culasse du frein. Ce comportement a été présenté en détail à la section 1.2.1. Rappelons que tant que le couple Γ transmis au liquide MR par le disque est inférieur à une certaine valeur $\Gamma_{y,s}$, dite *couple statique du liquide*, les chaînes sont toutes en étirement élastique et qu'à l'instant t_s où $\Gamma = \Gamma_{y,s}$ la rupture des chaînes est initiée sur la périphérie du disque car c'est à cet endroit que l'étirement des chaînes est le plus important. Une fois amorcée, la rupture des chaînes se "propage" jusqu'à atteindre le rayon intérieur du disque.

Dans le but de proposer un modèle en vue de la commande du frein, ne requérant donc pas une trop grande quantité de calculs, on modélise non pas le comportement des chaînes individuelles mais celui de populations contenues dans des volumes grands à l'échelle des chaînes, de façon à en contenir un grand nombre, mais petits à l'échelle du frein. Le caractère axisymétrique du problème impose la forme d'anneaux pour ces

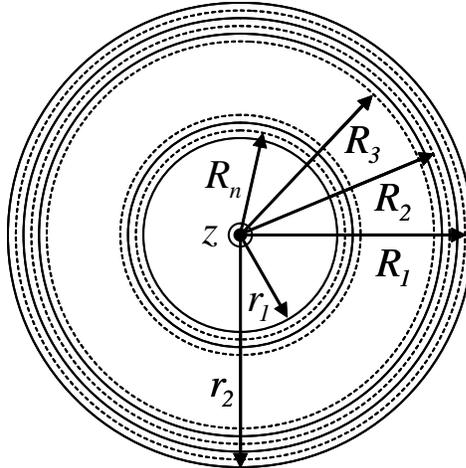


FIGURE 3.12 – Discrétisation sous la forme d'ensembles d'anneaux concentriques des volumes de liquide MR remplissant les entrefers du frein.

volumes (fig.3.12). Les rayons moyens $\{R_i\}_{i \in [1;n]}$ de ces derniers sont donnés par

$$R_1 = r_1 + \frac{\Delta r}{2} \quad (3.5)$$

$$\forall i \in [2; n] \quad R_i = R_1 + (i - 1)\Delta r \quad (3.6)$$

$$\Delta r = \frac{r_2 - r_1}{n} \quad (3.7)$$

avec r_1 et r_2 rayons intérieur et extérieur du disque et Δr largeur des anneaux.

Afin de modéliser l'élasticité des chaînes de particules, chaque anneau est représenté sous la forme d'un ressort de torsion de raideur k_i . Le frein dans son ensemble peut alors être modélisé sous la forme du schéma représenté sur la fig.3.13.a avec J_f inertie équivalente à l'ensemble des éléments constitutifs de l'axe du frein, disque inclus, k_a raideur équivalente à ce même ensemble et $\{k_i\}_{i \in [1;n]}$ raideurs des ressorts modélisant les anneaux de liquide MR. Chaque ressort est présent deux fois sur le schéma car le frein comporte deux entrefers entre le disque et la culasse. Le modèle peut être représenté sous une forme équivalente (3.13.b) où les ressorts de raideur k'_i représentent chacun l'association des paires de ressorts en parallèle de raideur k_i :

$$k'_i = 2k_i \quad (3.8)$$

On note θ la position du disque par rapport à la culasse, qui s'identifie au bâti du dispositif expérimental, $\{\Gamma_{r,i}\}_{i \in [1;n]}$ les couples produits par les ressorts modélisant les anneaux de liquide MR et Γ_r la résultante de ces couples. Remarquons que compte-tenu de son faible ordre de grandeur (voir la section 2.4), le frottement γ_j au contact entre le joint et l'axe du frein a été négligé et que le modèle du frein tel qu'il vient d'être décrit ne rend pas compte de la dépendance du couple vis à vis de la vitesse de l'axe, car il ne comporte aucun élément induisant une telle dépendance⁹.

9. Tel qu'un frottement visqueux.

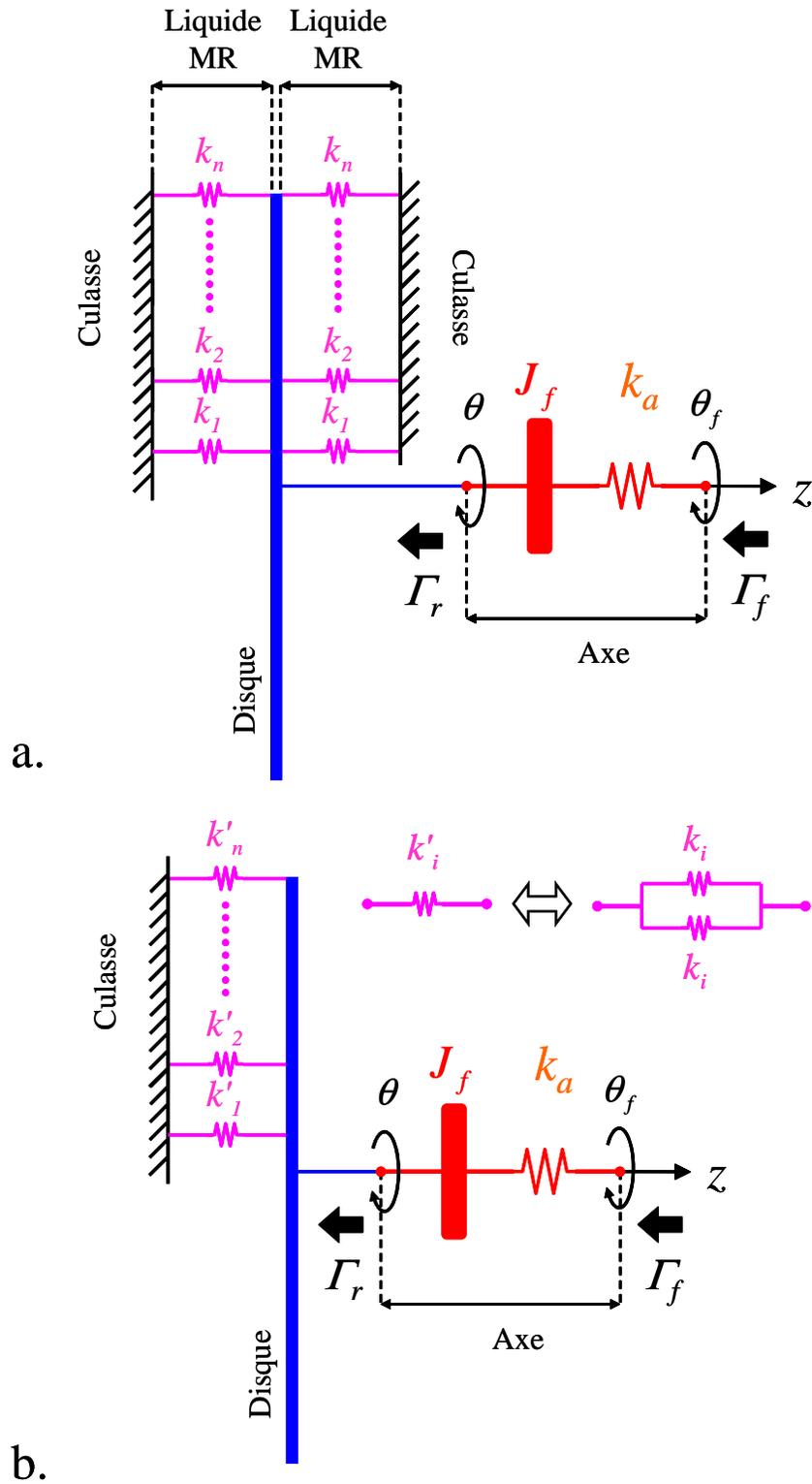


FIGURE 3.13 – a. Modèle mécanique du frein. - b. Modèle équivalent obtenu par l'association des paires de ressorts en parallèle de raideur k_i sous la forme de ressorts de raideur k'_i .

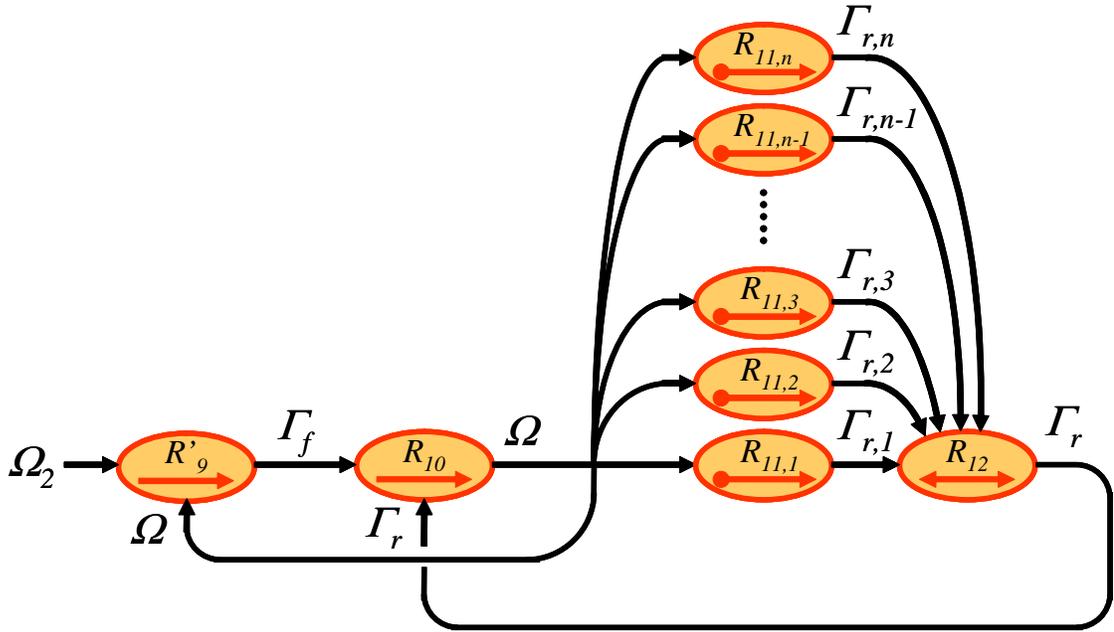


FIGURE 3.14 – Graphe informationnel causal du modèle mécanique du frein (voir la fig.3.13).

Le graphe informationnel causal (G.I.C.) (voir la section 2.3.2.3) associé au modèle du frein est représenté sur la fig.3.14. L'ellipse R'_9 représente le stockage d'énergie potentielle dans le ressort de raideur k'_t équivalent à l'association en série du ressort de raideur k_t modélisant l'élasticité de la transmission dans le modèle de la chaîne d'entraînement (voir la section 2.3.2.2) et du ressort de raideur k_a modélisant l'élasticité de l'axe du frein :

$$k'_t = \frac{k_t k_a}{k_t + k_a} . \quad (3.9)$$

L'ellipse R'_9 réalise la connexion avec le G.I.C. de la chaîne d'entraînement en se substituant à l'ellipse R_9 dans ce dernier, qui représentait le stockage d'énergie uniquement dans le ressort de raideur k_t . L'équation d'entrée - sortie associée à cette ellipse s'écrit

$$\Gamma_f(t) = \Gamma_f(0) + k'_t \int_0^t (\Omega_2(t') - \Omega(t')) dt' . \quad (3.10)$$

L'ellipse R_{10} représente le stockage d'énergie cinétique dans l'inertie J_f ; l'équation d'entrée - sortie associée s'écrit

$$\Omega(t) = \Omega(0) + \frac{1}{J_f} \int_0^t (\Gamma_f(t') - \Gamma_r(t')) dt' . \quad (3.11)$$

L'ellipse R_{12} correspond à l'opérateur mathématique "somme" :

$$\Gamma_r = \sum_{i=1}^n \Gamma_{r,i} . \quad (3.12)$$

Les ellipses $\{R_{11}\}_{i \in [1;n]}$ représentent les processus de stockage de l'énergie dans les ressorts modélisant les anneaux de liquide MR. De façon à modéliser la rupture des chaînes de particules dans le liquide MR, on suppose que les ressorts peuvent individuellement "décrocher" de la culasse, i.e. cesser de transmettre l'effort, lorsque l'amplitude $\Delta\theta_i$ de la torsion imposée par le disque atteint en valeur absolue une certaine valeur $\Delta\theta_{s,i}$ intrinsèque à chaque ressort que l'on appellera *amplitude de décrochage*. On suppose également qu'une fois "décroché", chaque ressort retrouve sa configuration de repos et s'attache de nouveau à la culasse instantanément. Pour un ressort d'indice i ce comportement, illustré sur la fig.3.15, peut-être schématisé sous la forme du G.I.C. représenté sur la fig.3.16. Dans ce dernier, l'ellipse $R_{13,i}$ correspond à l'opérateur mathématique "intégration" :

$$\theta(t) = \theta(0) + \int_0^t \Omega(t') dt' \quad (3.13)$$

et l'ellipse $R_{15,i}$ exprime la relation entre l'amplitude de la torsion $\Delta\theta_i$ et le couple de rappel $\Gamma_{r,i}$ exercé par le ressort :

$$\Gamma_{r,i}(t) = k'_i \Delta\theta_i(t) . \quad (3.14)$$

L'amplitude $\Delta\theta_i$ de la torsion du ressort est prise égale la différence de la position θ du disque et d'une variable supplémentaire $\theta_{0,i}$ "interne" au processus représenté par l'ellipse $R_{14,i}$, utilisée pour "mémoriser" la dernière position du disque correspondant à une configuration de repos pour le ressort :

$$\Delta\theta_i(t) = \theta(t) - \theta_{0,i} . \quad (3.15)$$

L'ellipse $R_{14,i}$ est explicitée sous la forme d'un grafcet sur la fig.3.17. Ce type de formalisme est utilisé pour représenter les processus automatiques à évolution séquentielle, i.e. décomposables en étapes. Les diagrammes grafcet sont constitués de boîtes, représentant les actions associées à chaque étape du processus, et de liaisons orientées entre ces boîtes, indiquant l'ordre dans lequel ces actions sont exécutées. Ces liaisons sont porteuses de conditions de transition appelées "réceptivités". L'étape initiale du processus est repérée par un double encadrement. Le grafcet explicitant l'ellipse $R_{14,i}$ a la forme d'un cycle comportant deux étapes. L'étape n° 1 correspond à la "mémorisation" de la position du disque dans la variable $\theta_{0,i}$. L'étape n° 2 est une étape d'"attente", i.e. ne correspondant à aucune action. A la liaison de l'étape n° 1 vers l'étape n° 2 a été associée une réceptivité (A) toujours vraie; ceci implique que la transition s'effectue dès que l'étape n° 1 est terminée. A la liaison de l'étape n° 2 vers l'étape n° 1 a été associée une réceptivité (B) qui devient vraie lorsque l'égalité $|\Delta\theta_i| = \Delta\theta_{s,i}$ est vérifiée. Ce grafcet permet de représenter le comportement du ressort de la façon suivante :

- Supposons qu'initialement le ressort se trouve dans sa configuration de repos ($t = t_1$ sur la fig.3.15). Le grafcet "mémorise" la position du disque dans la variable $\theta_{0,i}$ (étape n° 1) puis se met en attente (étape n° 2);
- Tant que l'amplitude de la torsion $\Delta\theta_i$ reste inférieure en valeur absolue à la valeur de décrochage $\Delta\theta_{s,i}$ (situation illustrée à un instant $t = t_2$ sur la fig.3.15), le ressort se déforme élastiquement. Le grafcet reste en attente (étape n° 2);

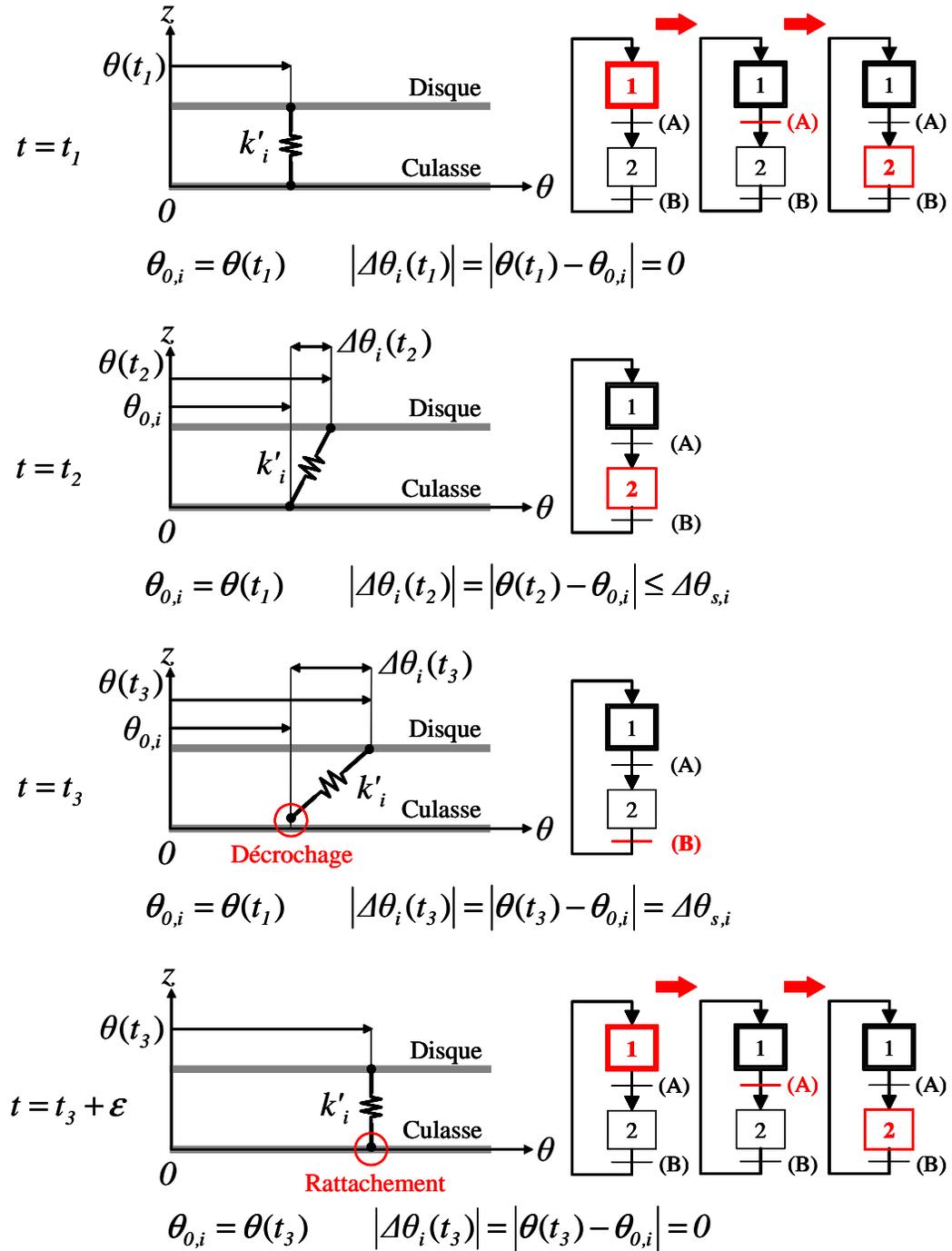


FIGURE 3.15 – Illustration du comportement d’un ressort modélisant un anneau de liquide MR. A $t = t_1$, le ressort est dans sa configuration de repos. A $t = t_2$, il est déformé élastiquement. A $t = t_3$, l’amplitude $\Delta\theta_i$ de sa torsion atteint en valeur absolue la valeur de décrochage $\Delta\theta_{s,i}$. A $t = t_3 + \epsilon$, le ressort se rattache à la culasse après avoir retrouvé sa configuration de repos. Le grafctet représenté à droite des figures est explicité sur la fig.3.17.

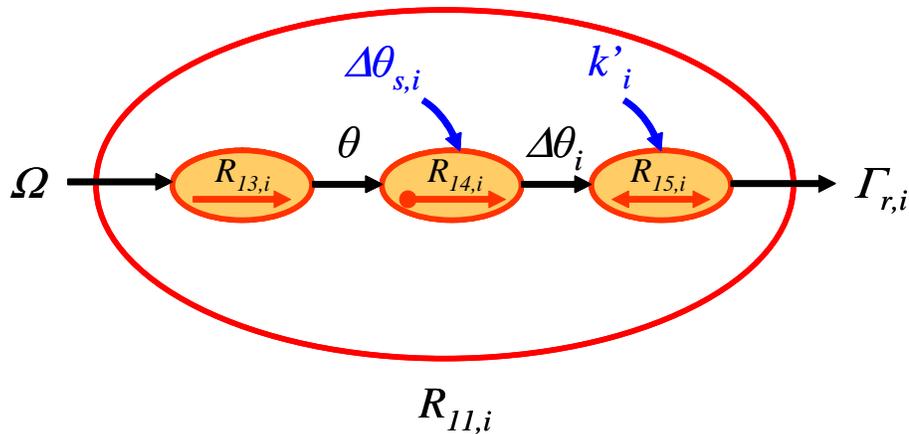


FIGURE 3.16 – Graphe informationnel causal représentant le comportement d’un des ressorts modélisant les anneaux de liquide MR (voir la fig.3.13.b).

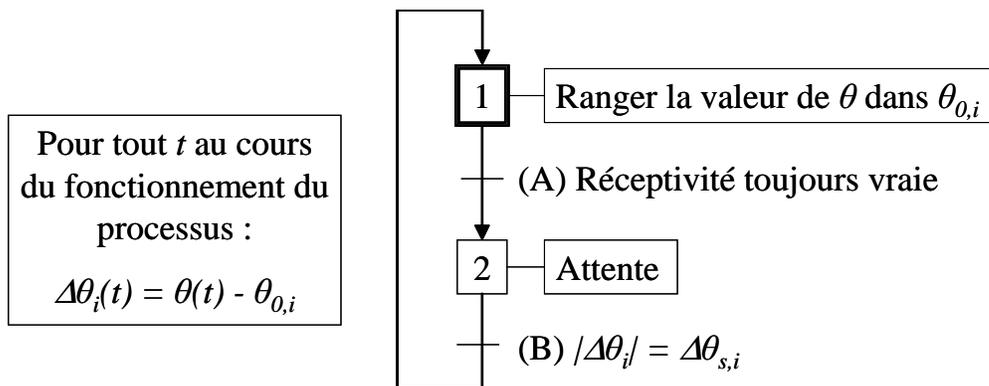


FIGURE 3.17 – Grafset explicitant la bulle $R_{14,i}$ dans le graphe informationnel causal représenté sur la fig.3.16.

- Lorsqu’à un instant t_3 l’amplitude de la torsion $\Delta\theta_i$ atteint en valeur absolue $\Delta\theta_{s,i}$, le ressort décroche de la culasse puis il s’y attache de nouveau après avoir retrouvé sa configuration initiale. Dans le grafset, ce comportement est représenté par la transition de l’étape n° 2 vers l’étape n° 1, la réceptivité (B) devenant vraie lorsque $\Delta\theta_i = \Delta\theta_{s,i}$. Cette transition entraîne la mémorisation de la valeur $\theta(t_3)$ de la position du disque dans la variable $\theta_{0,i}$ et en conséquence l’annulation instantanée de l’amplitude de torsion $\Delta\theta_i$, donc du couple de rappel $\Gamma_{r,i}$. Le grafset se met ensuite en attente et connaît sa prochaine transition lorsque l’amplitude $\Delta\theta_i$ atteint de nouveau en valeur absolue $\Delta\theta_{s,i}$.

En vue de la simulation du modèle, le G.I.C. représenté sur la fig.3.14 a été implémenté dans Matlab/Simulink en couplage avec les diagrammes modélisant la chaîne d’entraînement (voir l’Annexe B).

Par un calcul analytique de résistance des matériaux, la raideur k_a de l’axe du frein a été estimée à 1500 Nm/rad . La raideur de la transmission k_t étant égale à 105 Nm/rad , on a trouvé d’après (3.9) pour la raideur k'_t équivalente à ces deux raideurs associées

en série une valeur de 98 Nm/rad . Dans la section suivante, on présente le calcul des raideurs $\{k'_i\}_{i \in [1;n]}$ et des amplitudes de décrochage $\{\Delta\theta_{s,i}\}_{i \in [1;n]}$ des ressorts modélisant les anneaux de liquides MR (voir la fig.3.13.b).

3.2.2 Calcul des constantes des ressorts modélisant le volume discrétisé de liquide MR

3.2.2.1 Raideurs

Pour les besoins du calcul, on suppose que lorsque le frein fonctionne en régime statique (phases (1) et (3) des chronogrammes présentés à la section 3.1.2.1), les deux distributions de chaînes de particules liant le disque à la culasse (une dans chaque entrefer) peuvent être caractérisées par un même champ de densité surfacique de raideur ξ . On définit ce dernier en tout point M de la surface S de la culasse comme le rapport de la raideur dk d'un volume élémentaire dV de liquide MR s'appuyant en ce point sur cette surface et s'étendant jusqu'au disque sur l'aire $dS = r dr d\varphi$ de la section de ce volume (fig.3.18) :

$$\xi = \frac{dk}{dS} \quad (3.16)$$

avec (r, φ) coordonnées cylindriques du point M dans le repère $(O, \mathbf{i}, \mathbf{j})$ associé à la culasse. On suppose la longueur dr et la largeur $r d\varphi$ du volume dV petites à l'échelle de la surface S mais grandes à l'échelle des chaînes de particules, de façon à ce que ξ apparaisse comme un champ moyenné sur un grand nombre de chaînes. La raideur dk du volume dV est observée pour un "petit" déplacement $\Delta\theta$ du disque, produisant une déformation $dl = r\Delta\theta$ parallèlement à la direction orthoradiale \mathbf{e}_φ à laquelle le volume réagit en exerçant une force de rappel dF :

$$dk = \frac{dF}{dl} . \quad (3.17)$$

Pour la suite du calcul, on suppose que la densité de raideur est uniforme :

$$\xi = \xi_0 = cste . \quad (3.18)$$

Sur la base de cette hypothèse, l'expression du couple Γ résultant de l'action des chaînes de particules sur le disque en fonction du déplacement $\Delta\theta$ de ce dernier s'écrit

$$\Gamma = 2 \int_S r dF \quad (3.19)$$

$$= 2 \left(\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \xi_0 r^3 dr d\varphi \right) \Delta\theta \quad (3.20)$$

$$= \pi \xi_0 \Delta\theta (r_2^4 - r_1^4) . \quad (3.21)$$

La présence du facteur 2 dans (3.19) et (3.20) est dûe au fait que les chaînes agissent sur les deux faces du disque.

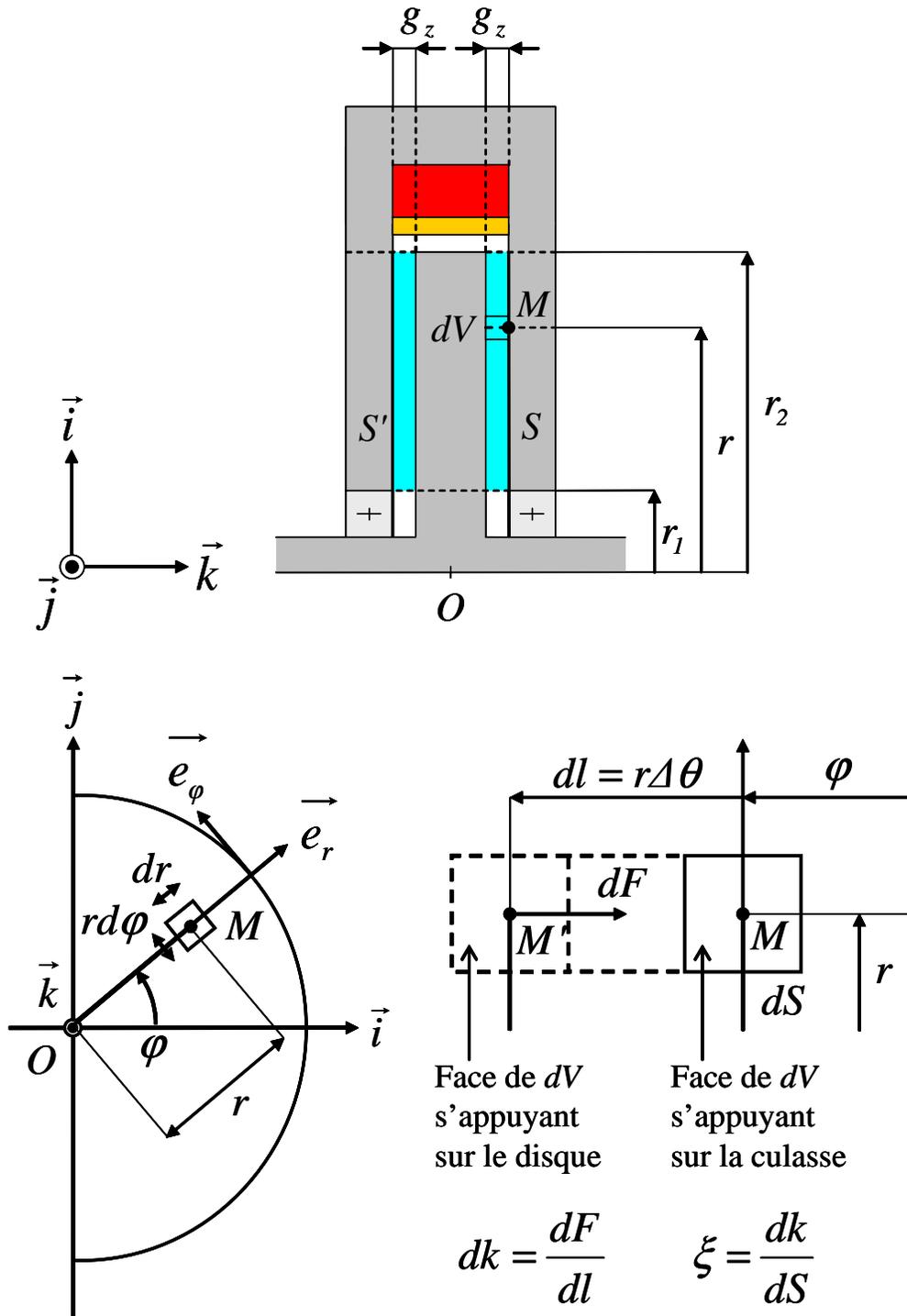


FIGURE 3.18 – Définition de la densité surfacique de raideur ξ caractérisant les distributions de chaînes de particules de liquide MR liant le disque à la culasse.

L'expression (3.21) permet d'identifier la densité de raideur ξ_0 à partir de la mesure, à couple Γ d'interaction entre le liquide MR et le disque imposé à une valeur Γ_0 , du déplacement $\Delta\theta$ observé pour ce dernier lorsque le couple est augmenté de 0 à Γ_0 :

$$\xi_0 = \frac{\Gamma_0}{\pi \Delta\theta (r_2^4 - r_1^4)} \quad (3.22)$$

On choisit de calculer ξ_0 en prenant pour Γ_0 la valeur du couple statique du liquide $\Gamma_{y,s}$, i.e. le couple pour lequel la rupture des chaînes de particules est initiée sur la périphérie du disque. Ce dernier est sensiblement égal au couple statique du frein $\Gamma_{f,s}$ ¹⁰, que l'on a mesuré en moyenne à 1,25 Nm dans le cas où la résistance du frein est établie (voir les chronogrammes relevés pendant les quatre derniers triangles de tension appliqués aux bornes du motoréducteur dans l'expérience préliminaire, représentés sur les fig.3.3.2 à 5). Le déplacement $\Delta\theta_s$ que connaît le disque lorsque le couple Γ_f transmis à l'axe du frein atteint $\Gamma_{f,s}$, non mesurable par une méthode "directe", peut être calculé à partir de la mesure du déplacement $\Delta\theta_{m,s}$ de l'axe du moteur sur la base du modèle mécanique de la chaîne d'entraînement (fig.2.23), moyennant une transformation de ce modèle qui consiste à "ramener" le ressort de raideur k_r sur l'axe de sortie du réducteur (fig.3.19). En supposant que la position initiale $\theta'_2(0)$ de ce dernier, ainsi que celles $\theta_m(0)$ de l'axe moteur et $\theta(0)$ du disque, par rapport auxquelles sont mesurées les déplacements $\Delta\theta'_2$, $\Delta\theta_m$ et $\Delta\theta$:

$$\Delta\theta'_2(t) = \theta'_2(t) - \theta'_2(0) \quad (3.23)$$

$$\Delta\theta_m(t) = \theta_m(t) - \theta_m(0) \quad (3.24)$$

$$\Delta\theta(t) = \theta(t) - \theta(0) \quad (3.25)$$

coïncident dans le repère $(O, \mathbf{i}, \mathbf{j})$ lié au bâti, avec $\Gamma = 0$ à $t = 0$, on peut écrire, une fois que Γ a été augmenté de 0 à $\Gamma_{y,s}$:

$$\Delta\theta'_{2,s} = \frac{\Delta\theta_{m,s}}{i} \quad (3.26)$$

$$\Delta\theta'_{2,s} - \Delta\theta_s = \frac{\Gamma_{y,s}}{k'} \quad (3.27)$$

avec i rapport du réducteur et k' raideur du ressort équivalent à l'association en série des ressorts de raideur k'_r et k'_t :

$$k' = \frac{k'_t k'_r}{k'_t + k'_r} \quad (3.28)$$

Dans le cas où la résistance du frein est établie, on a relevé en moyenne $\Delta\theta_{m,s} = 0,576$ rad.

Application numérique : $\Gamma_{y,s} = 1,25$ Nm, $k'_r = 307$ Nm/rad, $k'_t = 98$ Nm/rad, $i = 32$.

D'après (3.28) et (3.26) et (3.27), on a $k' = 1,94$ Nm/rad, $\Delta\theta'_{2,s} = 18.10^{-3}$ rad et $\Delta\theta_s = 11.10^{-4}$ rad. D'après (3.22), avec $\Gamma_0 = \Gamma_{y,s}$ et $\Delta\theta = \Delta\theta_s$, on obtient $\xi_0 = 1,12.10^8$ N/m³.

10. On a vu que le couple de frottement γ_j au contact entre le joint et l'axe du frein est négligeable.

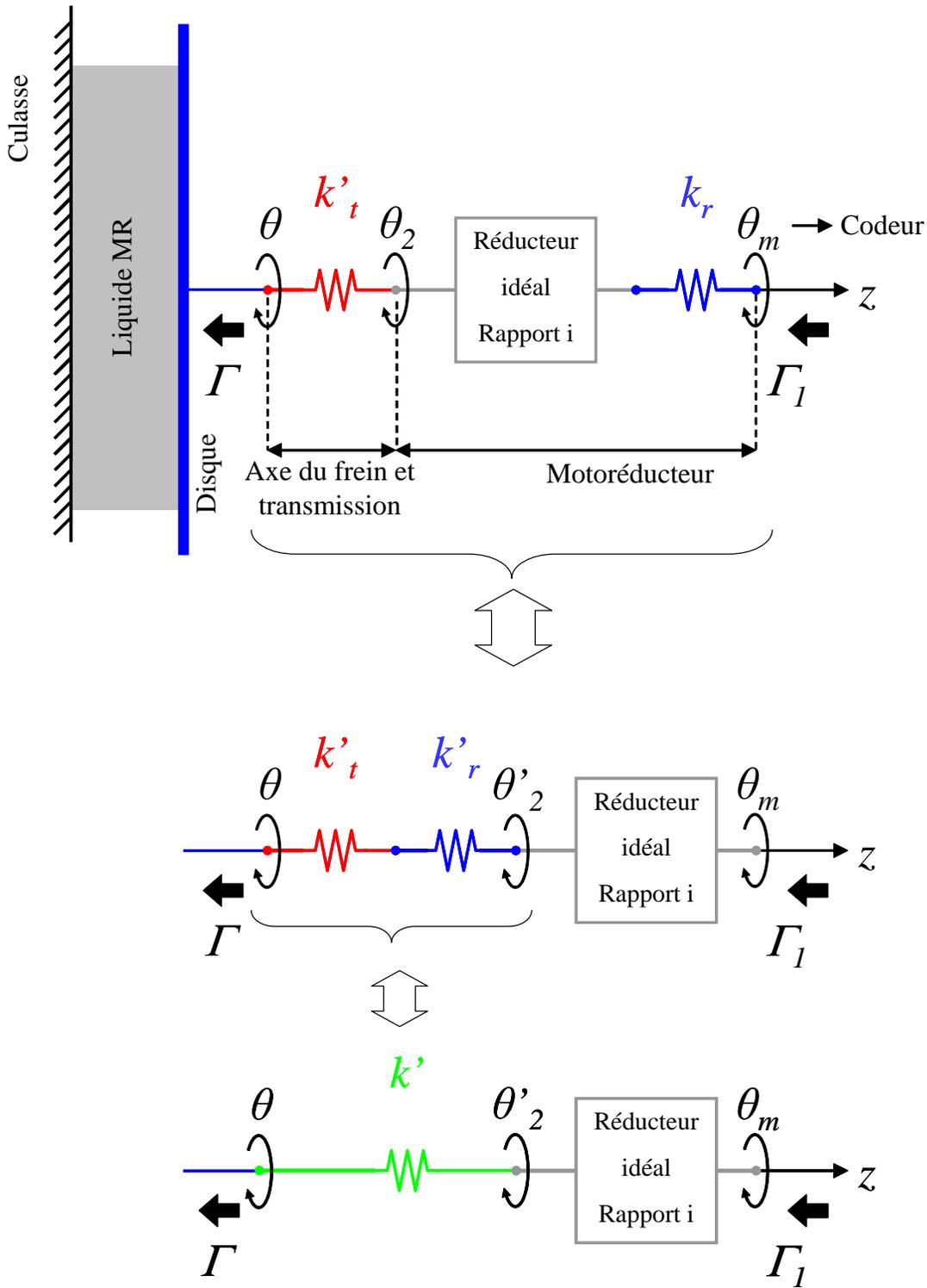


FIGURE 3.19 – Transformations du modèle mécanique d’ensemble du dispositif expérimental en vue du calcul de la raideur équivalente k' .

La densité de raideur surfacique ξ_0 identifiée, les couples de rappel $\{\Gamma_{r,i}\}_{i \in [1;n]}$ exercés par les ressorts modélisant les anneaux de liquide MR (voir la fig.3.13.b)) peuvent être calculés à partir de l'expression (3.20), en intégrant cette dernière pour $r \in [R_i - \Delta R/2; R_i + \Delta R/2]$ pour chaque valeur de l'indice i :

$$\Gamma_{r,i} = \pi \xi_0 \Delta \theta \left[\left(R_i + \frac{\Delta R}{2} \right)^4 - \left(R_i - \frac{\Delta R}{2} \right)^4 \right] \quad (3.29)$$

On identifie alors les raideurs $\{k'_i\}_{i \in [1;n]}$ des ressorts en posant $\Gamma_{r,i} = k'_i \Delta \theta$:

$$k'_i = \pi \xi_0 \left[\left(R_i + \frac{\Delta R}{2} \right)^4 - \left(R_i - \frac{\Delta R}{2} \right)^4 \right] \quad (3.30)$$

3.2.2.2 Amplitudes de décrochage

On suppose que les chaînes de particules dans les entrefers présentent toutes la même élongation l_s à la limite de leur rupture et qu'au repos, i.e. à couple Γ transmis au liquide MR nul, elles s'étendent perpendiculairement entre les surfaces de la culasse et du disque.

Connaissant la valeur du déplacement $\Delta \theta_s$ du disque lorsque le couple Γ transmis au liquide MR atteint la valeur statique $\Gamma_{y,s}$, cette élongation peut être calculée de la façon suivante.

Soit une chaîne située sur la périphérie du disque, repérée par les positions A et A' de ses points d'attache sur le disque et la culasse dans le repère $(0, x, y, z)$ lié à cette dernière (fig.3.20). Au repos, la chaîne présente une direction parallèle à z et les positions A_0 et A' des points d'attache apparaissent confondues dans la vue de gauche sur la fig.3.20. La longueur l de la chaîne est égale à la largeur g_z de l'entrefers. Lorsque le couple atteint sa valeur statique $\Gamma_{y,s}$, par définition de cette dernière (voir la section 1.2.1), la chaîne atteint sa limite de rupture et on peut écrire

$$l_s = \sqrt{g_z^2 + d_s^2} \quad (3.31)$$

avec d_s longueur de la corde de l'arc $\widehat{A_0 A_s}$, le point A_s correspondant à la nouvelle position occupée par le point d'attache sur le disque :

$$d_s = 2r_2 \sin \left(\frac{\Delta \theta_s}{2} \right) . \quad (3.32)$$

Application Numérique : $r_2 = 24.10^{-3}$ m, $g_z = 1.10^{-3}$ m, $\Delta \theta_s = 11.10^{-4}$ rad.

On obtient $d_s = 2,64.10^{-5}$ m et $l_s = 1,00035.10^{-3}$ m

Pour le ressort modélisant l'anneau de liquide MR d'indice i (voir la fig.3.13.b), on choisit d'identifier l'amplitude de décrochage $\Delta \theta_{s,i}$ au déplacement angulaire du disque

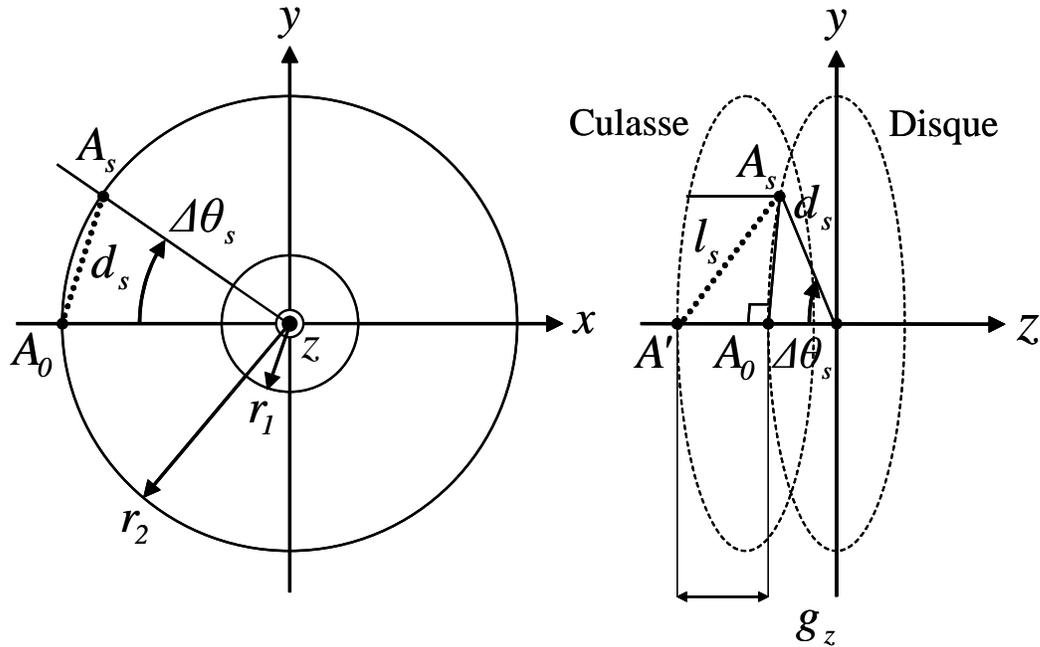


FIGURE 3.20 – Calcul de l'élongation maximale l_s des chaînes de particules de liquide MR liant le disque à la culasse.

nécessaire pour entraîner la rupture des chaînes de particules situées sur le rayon moyen R_i de l'anneau. On a alors

$$d_s = 2R_i \sin\left(\frac{\Delta\theta_{s,i}}{2}\right) \quad (3.33)$$

ce dont on déduit l'expression de l'amplitude de décrochage

$$\Delta\theta_{s,i} = 2 \arcsin\left(\frac{d_s}{2R_i}\right). \quad (3.34)$$

Dans la section suivante, on présente les résultats de la simulation du dispositif expérimental complet, i.e. du frein MR couplé à sa chaîne d'entraînement, pour une discrétisation des volumes de liquide MR remplissant les entrefers du frein en cent anneaux (voir la section 3.2.1).

3.2.3 Simulations

Le dispositif comprenant le frein MR et sa chaîne d'entraînement a été simulé sur la base des G.I.C. représentés sur les fig.2.26, 2.27, 2.28, 3.14 et 3.16 en appliquant aux bornes du motoréducteur une forme d'onde en tension u_m identique à celle de la tension relevée expérimentalement. Cette dernière a la forme d'un triangle précédé d'un plateau nul d'une durée de 0,5 s et suivi d'un autre plateau nul d'une durée de 1 s (voir les fig.3.4.b et 3.4.c). La durée totale de cette forme d'onde est de 45 s. La simulation a été réalisée à l'aide du logiciel Matlab/Simulink¹¹ version 7 sur un ordinateur disposant

11. <http://www.mathworks.fr>

d'un processeur de technologie Intel®Centrino® cadencé à 2 GHz et d'une mémoire vive de 1024 Mo. Les diagrammes Simulink modélisant le dispositif ainsi que les réglages du solveur numérique ont été consignés dans l'Annexe B. Avec ces derniers, la simulation a une durée d'une vingtaine de minutes.

Les chronogrammes de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur, de la vitesse Ω du disque et du couple Γ transmis par ce dernier au liquide MR enregistrés pendant la simulation sont représentés sur la fig.3.21. A l'instar des chronogrammes relevés expérimentalement (voir les fig.3.3.1 à 5), on peut y distinguer une phase statique (1) pour $0 \leq t \leq t_s$, suivi d'une phase dynamique (2) pour $t_s \leq t \leq t_a$, au cours de laquelle la vitesse décrit un triangle lentement variable, et d'une autre phase statique (3) pour $t_a \leq t \leq 45$. On observe que pendant la phase dynamique les signaux de la vitesse et du couple présentent un bruit important, résultat des décrochages "secs" des ressorts modélisant les anneaux de liquide MR (voir la section précédente). De façon à réduire ce bruit, un filtrage par moyenne glissante sur cent échantillons a été appliqué aux deux signaux.

Sur la fig.3.22, on a représenté les cinq premières secondes des chronogrammes de la tension u_m , de la position θ du disque et du couple Γ enregistrés pendant la simulation. Comme dans l'expérience (voir la fig.3.4.b), on observe que le couple décrit initialement un plateau dont la durée t_{p1} (0,7 s) est différente de la durée t_0 (0,5 s) du plateau nul de tension. Pour $0 \leq t \leq t_{p1}$ la position du disque est également constante. Ces deux grandeurs décrivent ensuite des rampes pour $t_{p1} \leq t \leq t_s$, ce qui est en accord avec le comportement élastique des ressorts modélisant les anneaux de liquide MR lorsque ceux-ci sont soumis à une torsion. A $t = t_s$ la pente de la position du disque augmente fortement, traduisant l'amorçage de la rotation du disque; le couple, quant à lui, chute très rapidement à 0,80 Nm après avoir atteint un maximum de 1,25 Nm. Ce comportement du couple est conforme à l'expérience dans le cas où la résistance du frein est établie (voir la section 3.1.3.1). Dans ce cas de figure, on avait mesuré le couple statique $\Gamma_{y,s}$ du liquide à 1,25 Nm (voir la section 3.1.2.1) et estimé le déplacement $\Delta\theta_s$ du disque lorsque ce couple est atteint à $1,1 \cdot 10^{-3}$ rad (voir la section 3.2.2.1). Les paramètres du modèle du frein avaient ensuite été calculés sur la base de ces valeurs. Ces dernières sont reconnaissables dans le résultat de la simulation dans les valeurs prises par le couple Γ et par la position θ du disque à l'instant $t = t_s$. La valeur de 0,80 Nm que prend le couple à $t = t_s + \epsilon$, quant à elle, est à comparer au couple dynamique $\Gamma_{y,d}$ du liquide, sensiblement égal au couple dynamique $\Gamma_{f,d}$ du frein, mesuré à 0,95 Nm dans le cas où la résistance du frein est établie. L'écart entre ces deux valeurs est de 16%.

Sur la fig.3.23, le signal du couple Γ filtré a été représenté pour $2.5 \leq t \leq 42.5$. On observe que pendant la phase dynamique (2) ce dernier décroît "en moyenne" de 0,80 Nm à 0,73 Nm pour $t_s \leq t \leq 15$, alors que la vitesse Ω du disque croît et atteint son maximum à $t = 15$ s (voir la fig.3.21), puis qu'il croît, toujours "en moyenne", jusqu'à 0,85 Nm pour $15 \leq t \leq t_a$, alors que la vitesse décroît et s'annule à l'instant $t = t_a$. Expérimentalement, on avait observé la tendance inverse, à savoir, une croissance du couple lorsque la vitesse augmente (voir la section 3.1.2.1). Le fait que l'on n'observe pas une telle croissance dans la simulation, au moins, peut s'expliquer par l'absence

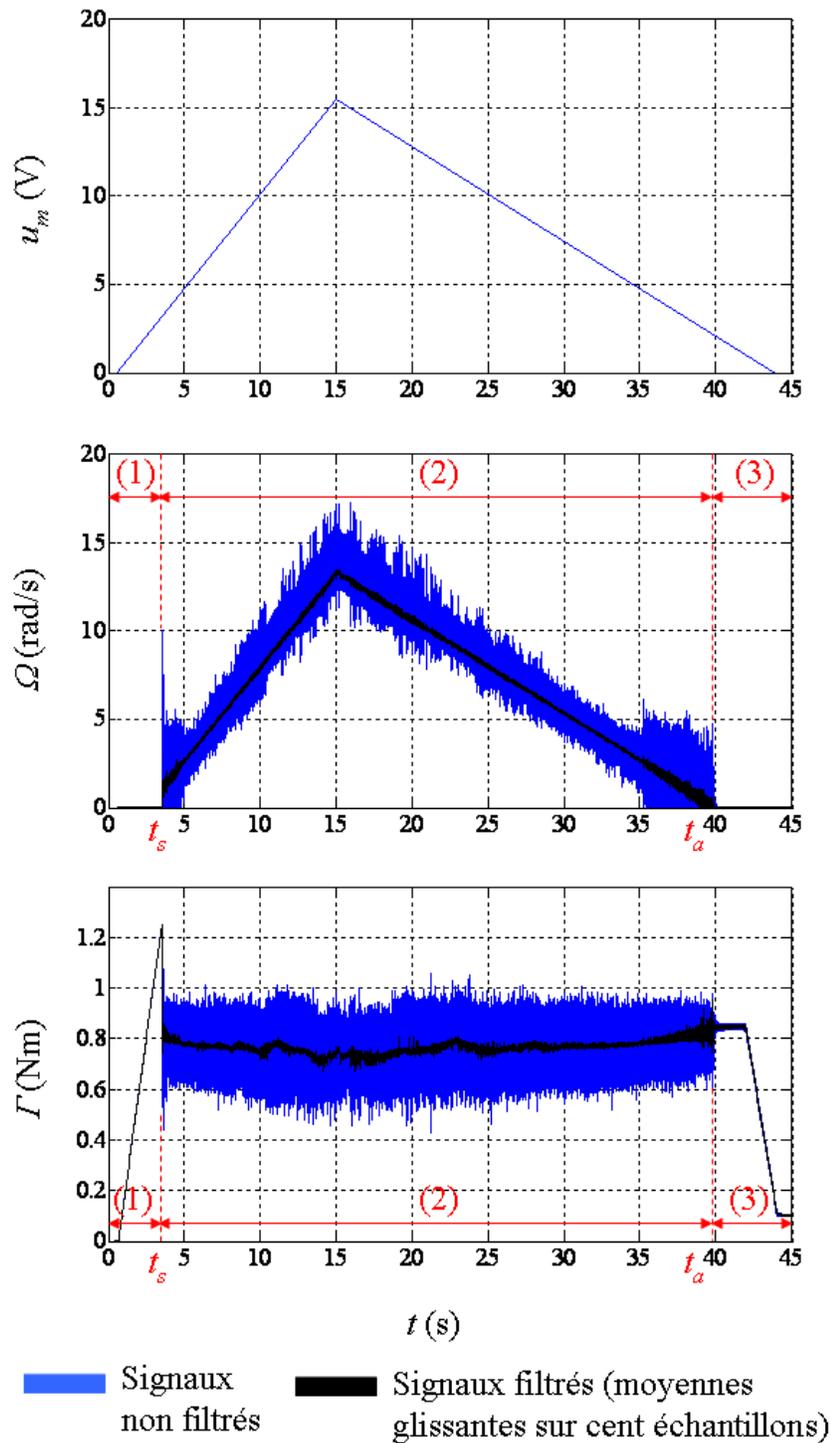


FIGURE 3.21 – Chronogrammes de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur, de la vitesse Ω du disque et du couple Γ transmis par le liquide à la culasse enregistrés pendant la simulation. La tension u_m est identique à la tension relevée expérimentalement (voir les fig.3.3.1 à 5).

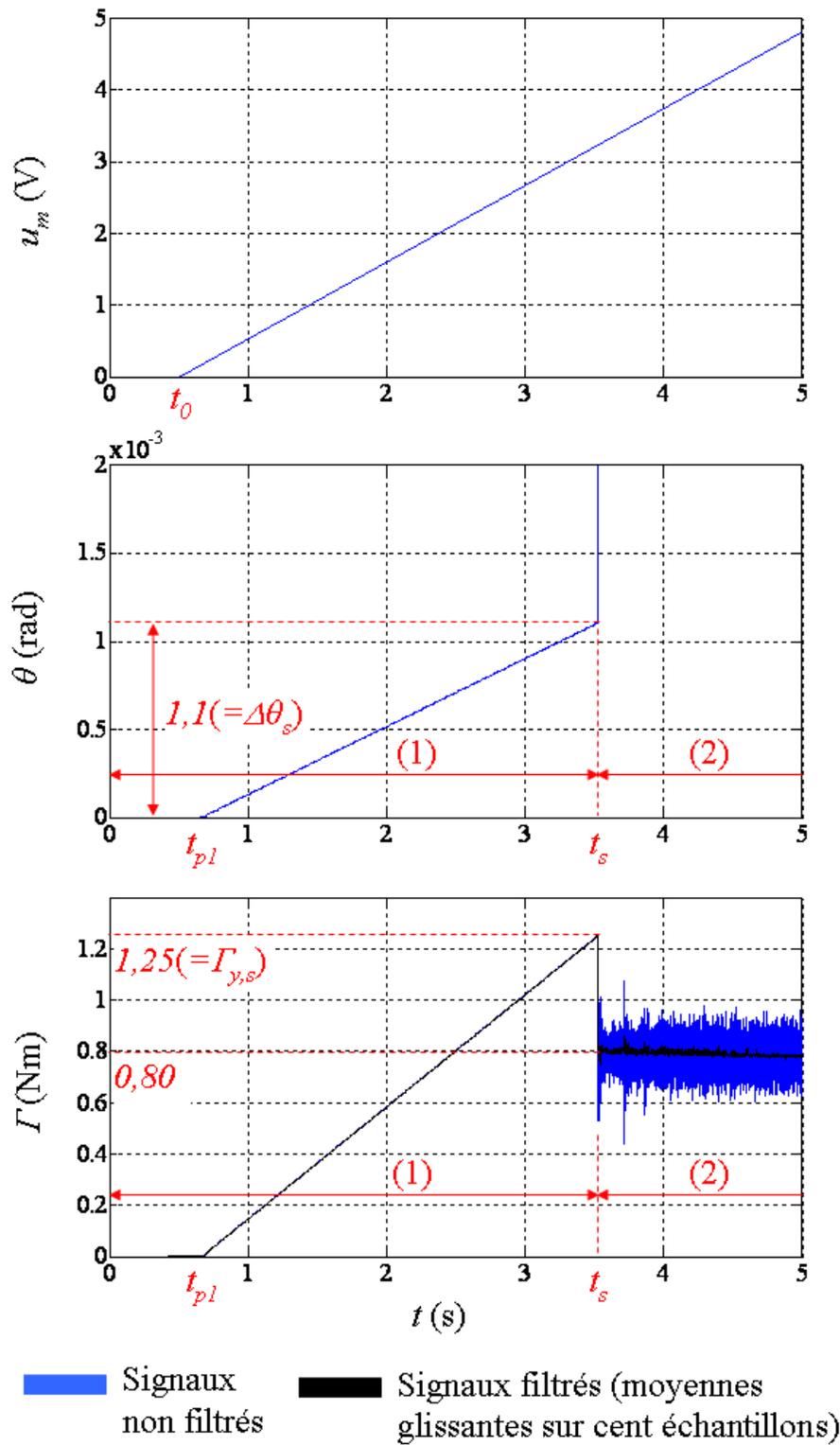


FIGURE 3.22 – Parties initiales ($t \in [0; 5]$ s) des chronogrammes de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur, de la position θ du disque et du couple Γ transmis par le liquide MR à la culasse enregistrés pendant la simulation.

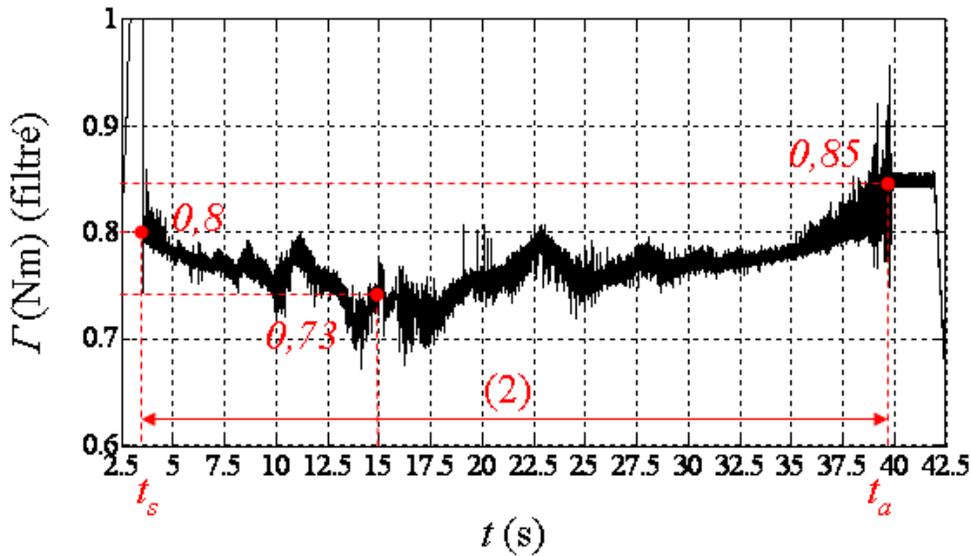


FIGURE 3.23 – Partie du chronogramme filtré du couple Γ (voir la fig.3.21) correspondant à la phase dynamique (2).

d'élément apportant une contribution visqueuse au couple Γ dans le modèle du frein.

Sur la fig.3.24, on a représenté les sept dernières secondes des chronogrammes de la tension u_m , de la position θ du disque et du couple Γ enregistrés pendant la simulation. A l'instant $t = t_a$ de l'arrêt de la rotation du disque, on observe que le couple se stabilise et reste constant à 0,85 Nm jusqu'à un instant $t = t_{p2}$, puis qu'il décrit une rampe décroissante $t_{p2} \leq t \leq t_{p3}$ avant de demeurer à nouveau constant pour $t_{p3} \leq t \leq 45$ à une valeur de 0,10 Nm. Cette évolution est accord avec l'expérience (voir la section 3.1.2.1) ; en particulier, les valeurs des plateaux que le couple décrit pour $t_a \leq t \leq t_{p2}$ et $t_{p3} \leq t \leq 45$ en simulation sont très proches des valeurs mesurées expérimentalement pour ces mêmes plateaux. Hormis l'absence des "saccades" observées dans le chronogramme expérimental pour $t_{p2} \leq t \leq t_{p3}$, le chronogramme de simulation du couple ne diffère de ce dernier que dans sa forme à l'arrêt de la rotation du disque : expérimentalement, on mesure pour le couple une valeur de 0,95 Nm à $t = t_a$, valeur à partir de laquelle il diminue rapidement pour se stabiliser à 0,82 Nm, tandis qu'en simulation le couple se stabilise directement à 0,85 Nm. Pour $t_a \leq t \leq 45$, la position θ du disque présente une évolution analogue à celle du couple. L'allure linéaire de ces deux grandeurs pour $t_{p2} \leq t \leq t_{p3}$ traduit la relaxation élastique des ressorts modélisant les anneaux de liquide MR. Notons que, comme dans l'expérience, l'instant $t = t_{p3}$ où θ et Γ commencent à décrire leur derniers plateaux coïncide avec la stabilisation de la tension u_m et a fortiori du couple moteur Γ_e à zéro.

On a vu que sur les durées des plateaux décrits par le couple Γ transmis par le disque au liquide MR pour $t_a \leq t \leq t_{p2}$ et $t_{p3} \leq t \leq 45$ la position θ du disque est constante. Cela implique l'action, pendant ces intervalles, d'un ou de plusieurs couple(s) sur l'axe du frein ou sur les éléments tournants de la chaîne d'entraînement pour équilibrer le couple $-\Gamma$ que le liquide MR exerce sur le disque. Les frottements γ_1 au niveau du

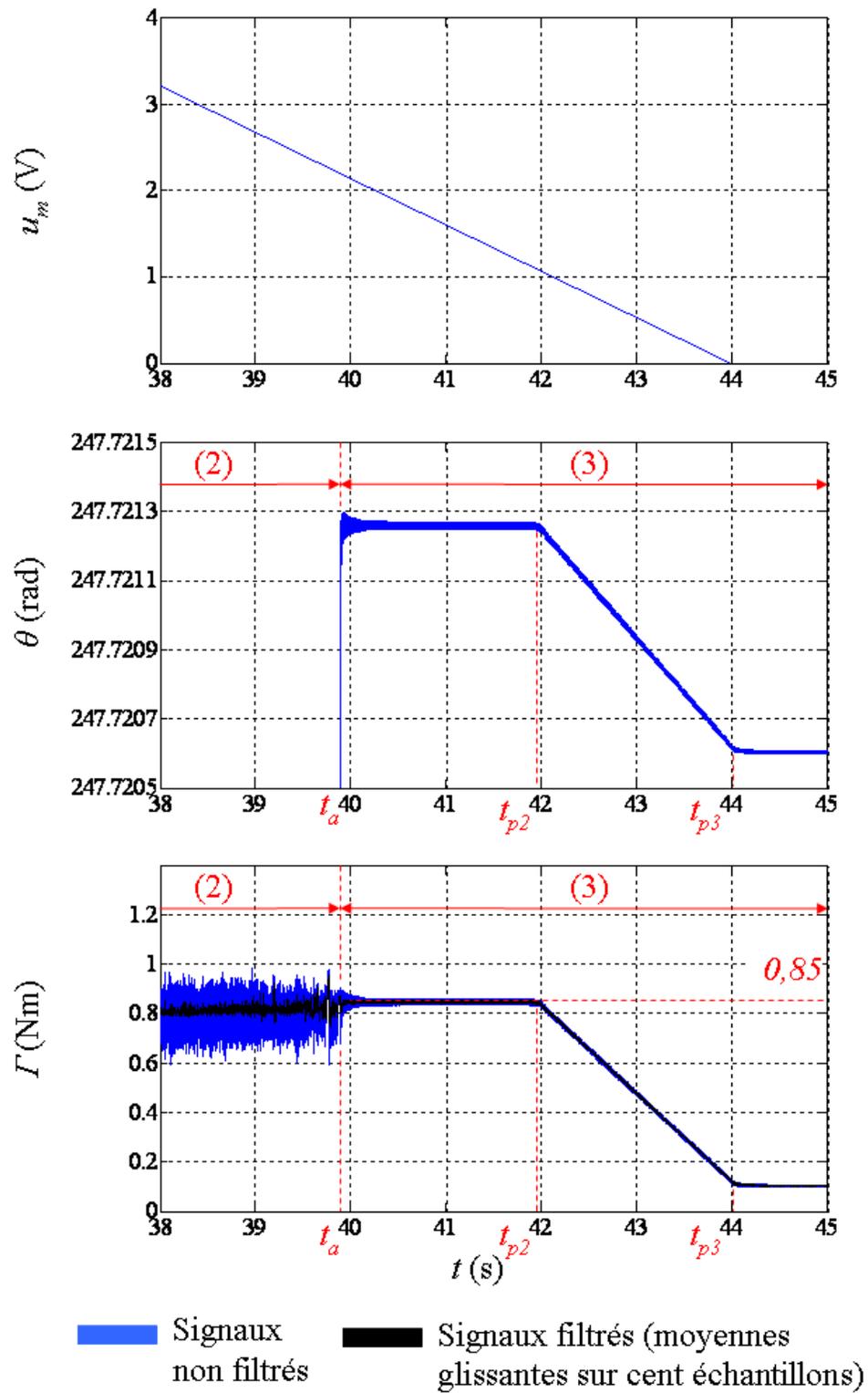


FIGURE 3.24 – Parties finales ($t \in [38; 45]$ s) des chronogrammes de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur, de la position θ du disque et du couple Γ transmis par le liquide à la culasse enregistrés pendant la simulation.

contact entre l'axe moteur et le bâti (voir le modèle de la chaîne d'entraînement à la section 2.3.2.2) et γ_j au contact entre l'axe du frein et le joint d'étanchéité de ce dernier (voir la section 2.4), en se trouvant dans leur état adhérent, pourraient fournir ces couples d'équilibrage. Le frottement γ_j ayant été négligé dans la modélisation du frein, seul l'influence de γ_1 a pu être testée, à l'aide d'une nouvelle simulation du dispositif expérimental dans laquelle il a été annulé. Le chronogramme du couple Γ enregistré au cours de cette simulation a été représenté sur la fig.3.25. La disparition du plateau de couple observé pour $t_a \leq t \leq t_{p2}$ et l'annulation du plateau observé pour $t_{p3} \leq t \leq 45$ confirme le rôle du frottement γ_1 dans l'apparition de ces derniers dans la première simulation (voir la fig.3.22). Comme la fig.3.26 permet de le mettre en évidence, ce frottement est également à l'origine du "retard" initial du couple Γ sur la tension u_m observé dans cette même simulation, le premier cessant d'être nul au bout d'une durée $t_{p1} = 0,7$ s et la seconde au bout d'une durée $t_0 = 0,5$ s (voir la fig.3.22). Lorsque le frottement γ_1 est nul, tous deux entament leur croissance au même instant. Le retard de 0,2 s observé dans la première simulation peut alors être interprété comme le temps que le couple électromagnétique Γ_e , qui évolue ici proportionnellement à la tension u_m , met initialement pour atteindre le seuil d'adhérence $\gamma_{1,s}$ du frottement. Tant que $\Gamma_e < \gamma_{1,s}$, l'axe moteur et a fortiori tous les éléments de la chaîne mécanique jusqu'au disque sont statiques. Dès que $\Gamma_e = \gamma_{1,s}$ le frottement au contact entre l'axe moteur et le bâti cesse d'être adhérent et la chaîne amorce une rotation. Ce n'est qu'à cet instant, correspondant à t_{p1} sur la fig.3.22, que la torsion du liquide MR débute et que celui-ci commence à produire un couple de réaction $-\Gamma$. Notons que le frottement γ_j au contact entre l'axe et le joint d'étanchéité du frein, absent de la modélisation, semble avoir une influence négligeable sur les valeurs des plateaux décrits par le couple Γ pour $t_a \leq t \leq t_{p2}$ et $t_{p2} \leq t \leq t_{p3}$; ces derniers présentent en effet en simulation (voir la fig.3.24) des valeurs très proches des plateaux mesurés expérimentalement (0,82 et 0,10 Nm respectivement, voir la section 3.1.2.1).

De façon à observer la répétabilité de l'évolution du couple Γ , le dispositif expérimental a été simulé une dernière fois en appliquant aux bornes du motoréducteur un signal en tension u_m composé de quatre périodes identiques à la forme d'onde représentée sur la fig.3.21. Le chronogramme du couple enregistré pendant la première période de la tension est identique au chronogramme représenté sur la fig.3.21. Les chronogrammes enregistrés pendant les deux périodes suivantes, ainsi que le début du chronogramme enregistré pendant la quatrième période, ont été représentés sur la fig.3.27. A la différence de l'évolution qu'il présente pendant la première période, le couple apparaît continu à la mise en rotation du disque ($t = t_s$) pour les trois périodes suivantes, atteignant à l'instant de cette dernière pour les trois périodes une valeur identique à celle qu'il prend à l'issue de sa "chute rapide" pendant la première période (0,80 Nm). Pendant la phase dynamique (2), l'évolution est similaire pour les quatre périodes, à savoir, une diminution puis une augmentation tandis que la vitesse croît puis décroît. La forme des quatre chronogrammes du couple se répète également pendant la phase statique (3), à ceci près que la valeur du plateau que le couple décrit pour $t_a \leq t \leq t_{p2}$ (voir la fig.3.24) semble présenter certaine dispersion : pour la première période, on a la mesure 0,85 Nm, pour la seconde à 0,90 Nm et pour la troisième à 0,83 Nm.

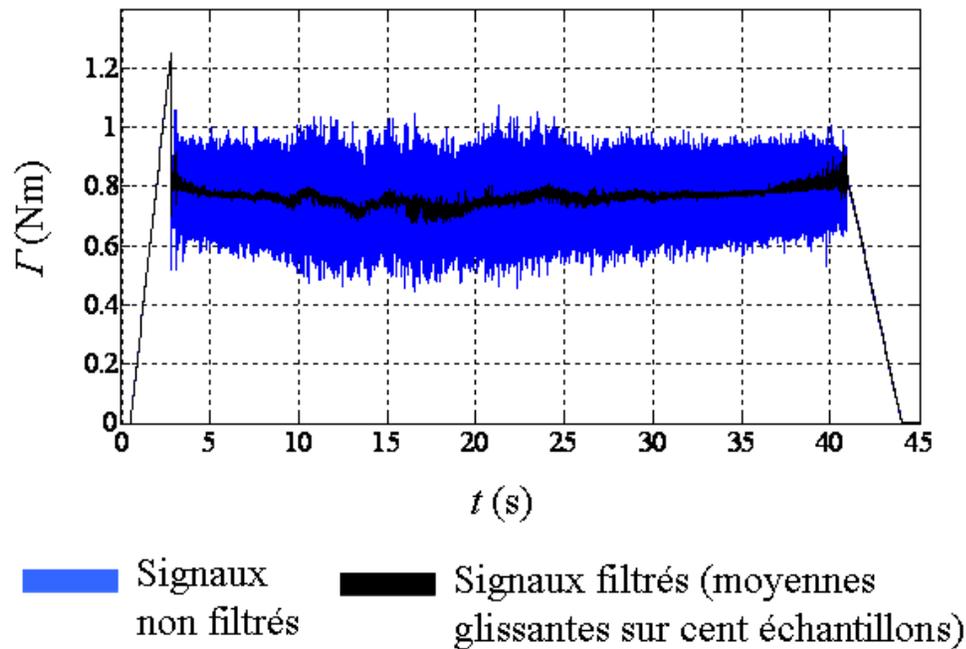


FIGURE 3.25 – Chronogramme du couple Γ transmis par le liquide MR à la culasse enregistré au cours d'une simulation dans laquelle le frottement γ_1 au niveau du contact entre l'axe moteur et le bâti dans le modèle du motoréducteur a été annulé.

3.2.4 Conclusions

Dans cette section, on a proposé un modèle mécanique du frein MR "proche de la physique" dans le sens où il a été élaboré en tenant compte du comportement des chaînes de particules de liquide MR liant le disque à la culasse. Ce comportement peut être décrit de la façon suivante :

- Tant que le couple Γ transmis par le disque au volume de liquide MR est inférieur à une certaine valeur $\Gamma_{y,s}$ que l'on a appelé couple statique du liquide, les chaînes se déforment élastiquement ;
- Lorsque $\Gamma = \Gamma_{y,s}$, la rupture des chaînes est initiée sur la périphérie du disque, là où elles subissent l'étirement le plus fort, puis elle se "propage" dans la population des chaînes jusqu'à atteindre le rayon intérieur du disque.

Les volumes de liquide MR occupant les entrefers ont été discrétisés en un ensemble de n anneaux concentriques modélisés par des ressorts. On a supposé que ces derniers peuvent décrocher de la culasse lorsqu'une certaine amplitude de torsion, intrinsèque à chacun d'eux, est atteinte, et se "raccrocher" instantanément, de façon à modéliser respectivement la rupture et la reformation des chaînes. Les raideurs $\{k'_i\}_{i \in [1;n]}$ et les amplitudes de décrochage $\{\Delta\theta_{s,i}\}_{i \in [1;n]}$ de ces ressorts ont été identifiés à partir des mesures du couple statique $\Gamma_{y,s}$ et du déplacement $\Delta\theta_s$ du disque à l'instant où ce dernier est atteint dans le cas où la rigidité du frein est établie. Ce cas de figure, visible sur les chronogrammes représentés sur les fig.3.3.2 à 5, correspond à une augmentation

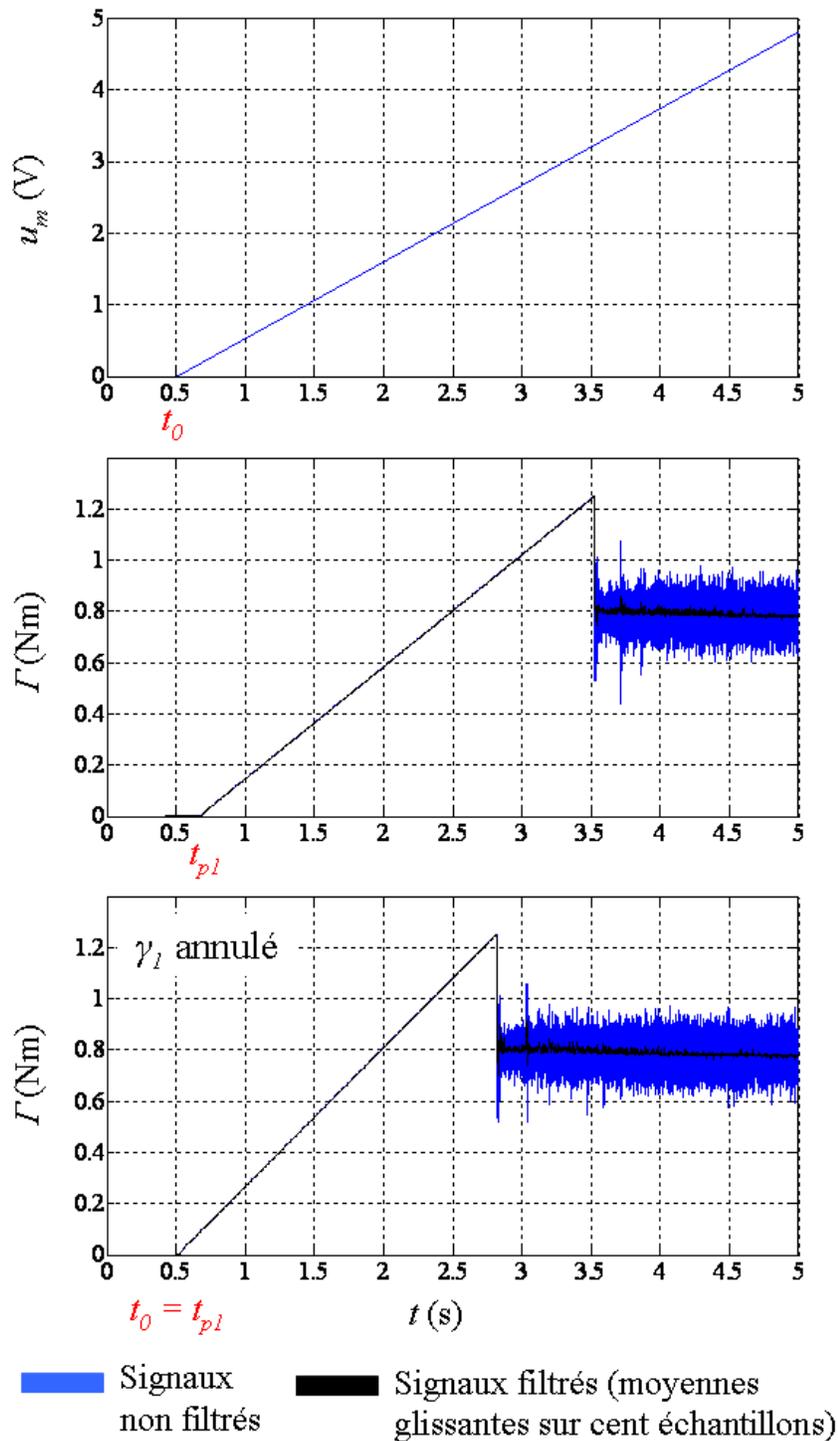


FIGURE 3.26 – Parties initiales ($t \in [0; 5]$ s) des chronogrammes de la tension u_m appliquée aux bornes du motoréducteur et du couple Γ transmis par le liquide MR à la culasse enregistrés dans deux simulations, la première avec le frottement γ_1 modélisé comme dans la section 2.3.2.2 (voir la fig.3.21) et la seconde avec ce frottement nul (voir la fig.3.25).

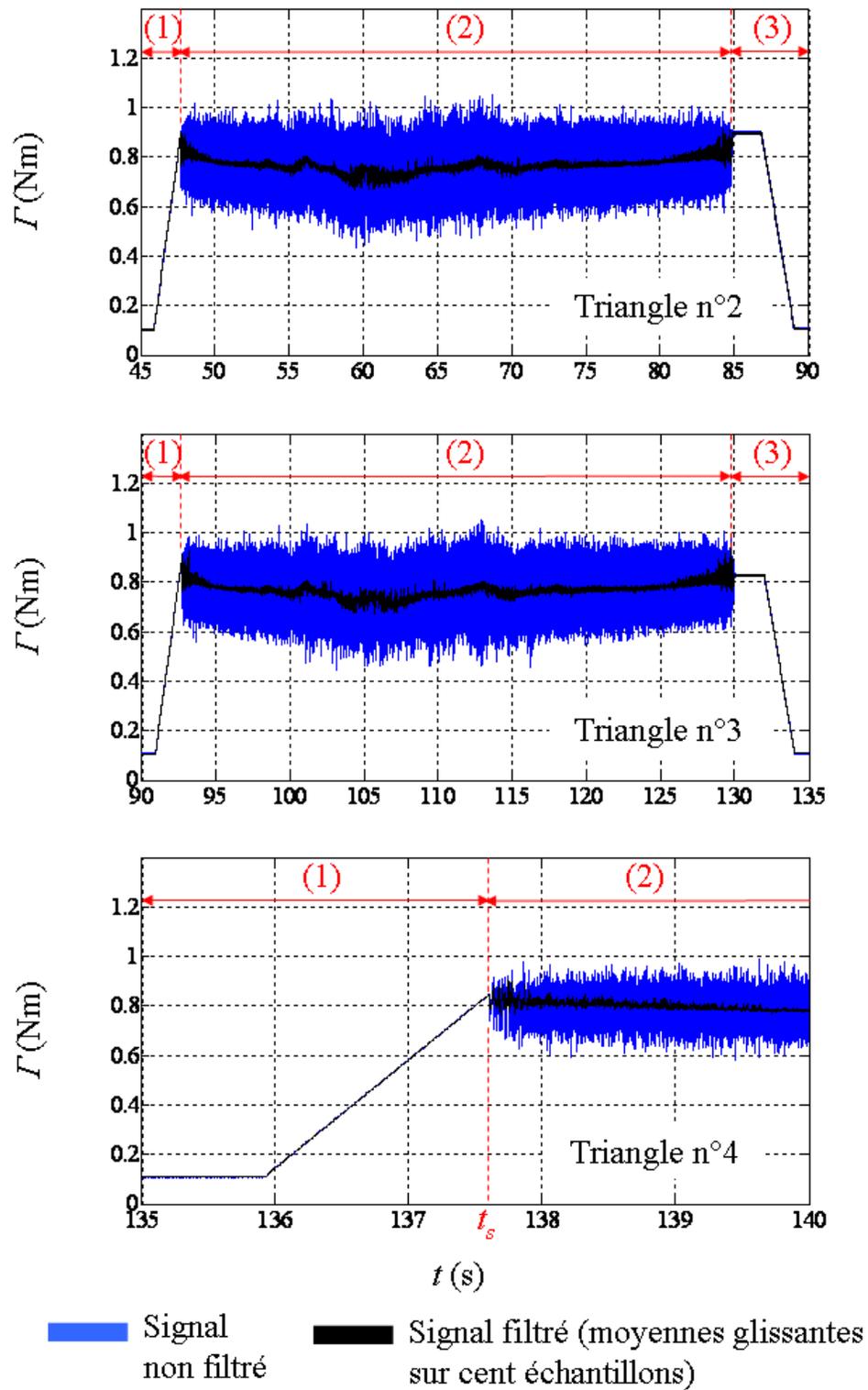


FIGURE 3.27 – Chronogrammes du couple Γ transmis par le liquide à la culasse enregistrés pendant trois répétitions consécutives du triangle de tension u_m .

du couple pendant la phase de torsion initiale ((1) sur les figures sus-citées) jusqu'à un couple statique $\Gamma_{y,s}$ de l'ordre de 1,25 Nm, puis d'une chute rapide à une valeur $\Gamma_{y,d}$ de l'ordre de 0,95 Nm, appelée couple dynamique du liquide, à l'amorçage de la rotation du disque.

Le modèle mécanique du frein construit à partir de cette représentation des volumes de liquide MR a été simulé en couplage avec le modèle électromécanique de la chaîne d'entraînement décrit à la section 2.3.2. Pendant l'application de la première reproduction de la tension expérimentale u_m aux bornes du motoréducteur, le couple présente la même évolution à la mise en rotation du disque que dans l'expérience, dans le cas où la rigidité du frein est établie : croissant pendant la phase statique jusque 1,25 Nm, à $t = t_s$ il "chute", atteignant dans le cas présent 0,80 Nm. Cette évolution ne se répète cependant pas pour les reproductions ultérieures de la tension expérimentale lorsque celles-ci sont effectuées successivement sans réinitialiser le modèle du frein¹² : au cours de ces reproductions le couple apparaît continu à la mise en rotation du disque, qui survient lorsqu'il atteint 0,80 Nm. Pendant la phase (2) de rotation en régime quasi-permanent, on a observé en simulation que le couple décroît légèrement lorsque la vitesse augmente, ce qui est contraire à l'expérience. Un autre différence était visible à la fin de cette phase : en simulation, le couple apparaît continu à l'arrêt de la rotation du disque, à 0,80 Nm, alors qu'expérimentalement, il chute de 0,95 Nm à 0,80 Nm.

Les simulations permettent également de conclure que le liquide MR n'est pas à l'origine des plateaux que le couple décrit pour $t_{p1} \leq t \leq t_s$, $t_a \leq t \leq t_{p2}$ et $t_{p3} \leq t \leq 45$ (voir la fig.3.4). Les frottements internes au motoréducteur, modélisés par un frottement équivalent γ_1 sur l'axe moteur, apparaissent en être la principale cause en raison de leur caractère adhérent.

Dans la section suivante, on présente les résultats de la caractérisation de l'hystérésis du frein ainsi qu'une modélisation électromagnétique de ce dernier par la méthode des éléments finis afin de rendre compte de cette hystérésis.

3.3 Etude de l'hystérésis du couple

L'hystérésis de la relation entre le couple de freinage Γ_f et le courant d'alimentation i du frein a pu être quantifiée selon deux méthodes. S'inscrivant dans la continuité de l'expérience décrite à la section 3.1, la première a consisté à effectuer de nouveaux relevés de Γ_f au cours de balayages triangulaires en vitesse à i constant, en changeant la valeur de ce dernier pendant l'intervalle de repos des axes. Dans les faits, pour chaque valeur de i , trois balayages ont été effectués consécutivement de façon à observer la répétition du phénomène d'hystérésis rhéologique décrit à la section 3.1.2.3. Par dualité, la seconde méthode a consisté à relever le couple en fonction du courant à vitesse constante.

12. Ou encore, sans replacer les ressorts modélisant les anneaux de liquide MR dans leur configuration de repos.

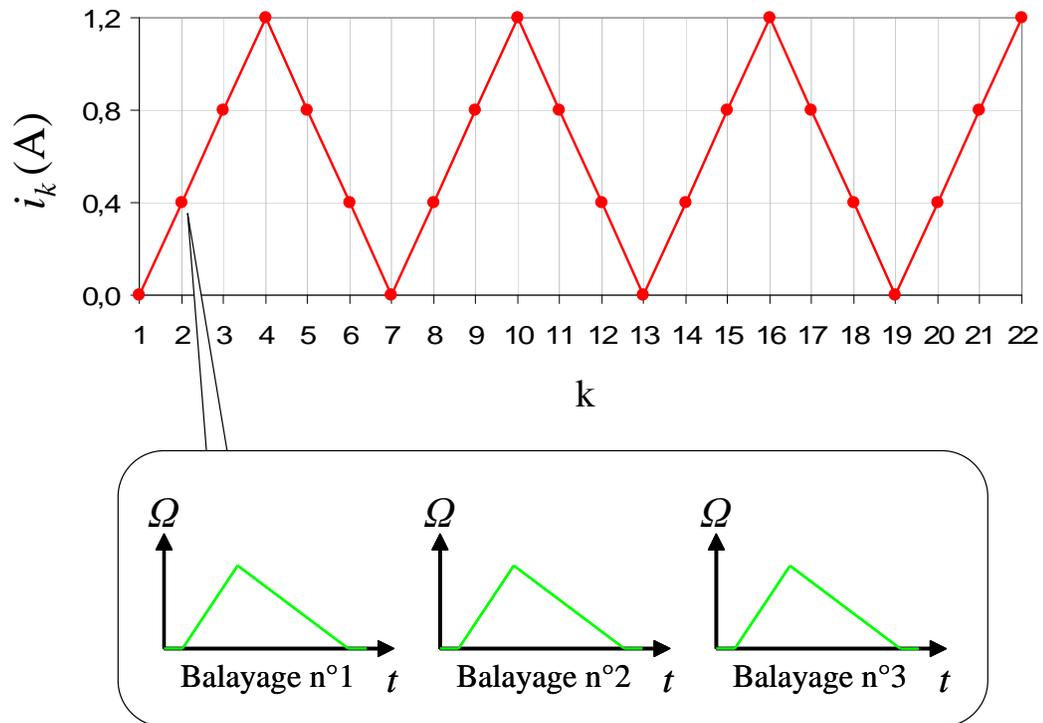


FIGURE 3.28 – Suite de courants d’incrément 0,4 A et d’amplitude 1,2 A générée en vue de l’observation de l’hystérésis du couple produit par le frein. Pour chaque valeur de la suite, trois balayages en vitesse ont été effectués.

3.3.1 Relevés du couple en fonction de la vitesse à courant d’alimentation du frein constant

3.3.1.1 Protocole

Les expériences ont été effectuées en suivant la même méthodologie que celle de l’expérience préliminaire (voir la section 3.1), à ceci près qu’on a varié le courant de façon quasi-statique tous les trois balayages en vitesse. Notons qu’avant chacune de ces expériences le frein a été réinitialisé (démagnétisation de la culasse et homogénéisation du liquide MR) comme pour les répétitions de l’expérience préliminaire. Le courant a été réglé selon des valeurs décrivant une suite triangulaire symétrique $\{i_k\}_{k \in [1,n]}$ paramétrées par un incrément Δi et une amplitude i_{max} fixée à 1,2 A. Cette suite comportait trois périodes et demi de façon à observer la stabilité des cycles décrits par les couples statique $\Gamma_{f,s}$ et dynamique $\Gamma_{f,d}$ (voir la section 3.1.3.1) en fonction du courant. Trois valeurs de l’incrément, 0,3 A, 0,4 A et 0,6 A, ont été testées; pour chacune de ces valeurs, trois expériences ont été effectuées de façon à observer la répétabilité des cycles.

3.3.1.2 Résultats

On présente et on commente, dans un premier temps, un ensemble de caractéristiques couple - vitesse dont la forme est typique des caractéristiques obtenues avec le

protocole décrit à la section précédente, puis les cycles d'hystérésis relevés pour les couples statique $\Gamma_{f,s}$ et dynamique $\Gamma_{f,d}$.

3.3.1.2.1 Caractéristiques couple - vitesse

Sur la fig.3.29, on a représenté les caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des deux premiers triangles de la suite $\{i_k\}$ d'incrément 0,4 A pendant la première expérience réalisée en décrivant cette suite, après avoir traité ces caractéristiques par un filtrage par moyenne glissante sur cinq points. Les courbes ont été réparties en quatre graphiques correspondant chacun à l'une des rampes constituant les deux triangles (voir la fig.3.30). Pour les valeurs du couple statique, on adopte la notation $\{\Gamma_{f,s,kj}\}$ avec k indice de la valeur du courant dans la suite $\{i_k\}_{k \in [1,n]}$ et j indice du balayage en vitesse dans la série des trois balayages réalisés pour la valeur i_k de courant. Comme pour le premier balayage en vitesse dans l'expérience préliminaire à $i = 1,2$ A (voir la fig.3.9), on observe une hystérésis du couple pour les premiers balayages des séries réalisées pour les différents courants i_k de la suite, à savoir, les branches des caractéristiques couple - vitesse décrites par le point de coordonnées $(\Omega; \Gamma_f)$ lors de la croissance de la vitesse ne se superposent pas aux branches que ce dernier décrit lors de la décroissance. De même, comme pour les quatre autres balayages en vitesse dans l'expérience préliminaire à $i = 1,2$ A, on peut voir sur la fig.3.29 que les caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des deux autres balayages en vitesse pour chaque courant i_k sont anhystérétiques et qu'elles apparaissent confondues avec la branche de décroissance en vitesse de la caractéristique relevée pendant le premier balayage. On remarque que la position de cette dernière par rapport à la branche de croissance est différente selon que le courant i_k appartient à une rampe croissante ou décroissante de la suite : dans le premier cas, elle se trouve au dessus, et dans le second, au dessous. On observe également que lorsque le courant i_k appartient à une rampe croissante, la valeur du couple statique $\Gamma_{f,s,k1}$ mesurée pendant le premier balayage est inférieure aux valeurs $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$ de ce même couple mesurées pendant les deux balayages suivants, ces deux dernières étant toujours sensiblement égales ; lorsque i_k appartient à une rampe décroissante, on observe la tendance inverse.

Interprétation

Dans la continuité de l'hypothèse formulée à la section 3.1.2.1 pour expliquer l'établissement de la résistance du frein¹³, les différences observées entre les valeurs $\Gamma_{f,s,k1}$ et $\Gamma_{f,s,k2}/\Gamma_{f,s,k3}$ du couple statique pourraient être dûes à un retard de la structuration des chaînes de particules liant le disque à la culasse sur la variation du courant et a fortiori des champs régnant dans les entrefers : au début du premier balayage en vitesse avec le courant réglé à i_{k+1} , les chaînes se trouveraient dans une structure correspondant à la valeur i_k et c'est au cours de ce premier balayage, subissant un cycle de déformations - ruptures - reformations, qu'elles acquièrent la structure correspondant à la valeur i_{k+1} . En supposant que plus le courant est élevé, plus la structure des chaînes est

13. Après une réinitialisation du frein, le couple statique $\Gamma_{f,s}$ présente une valeur plus élevée à l'issue du premier balayage en vitesse qu'avant ce balayage et se répète à cette valeur pour les balayages suivants.

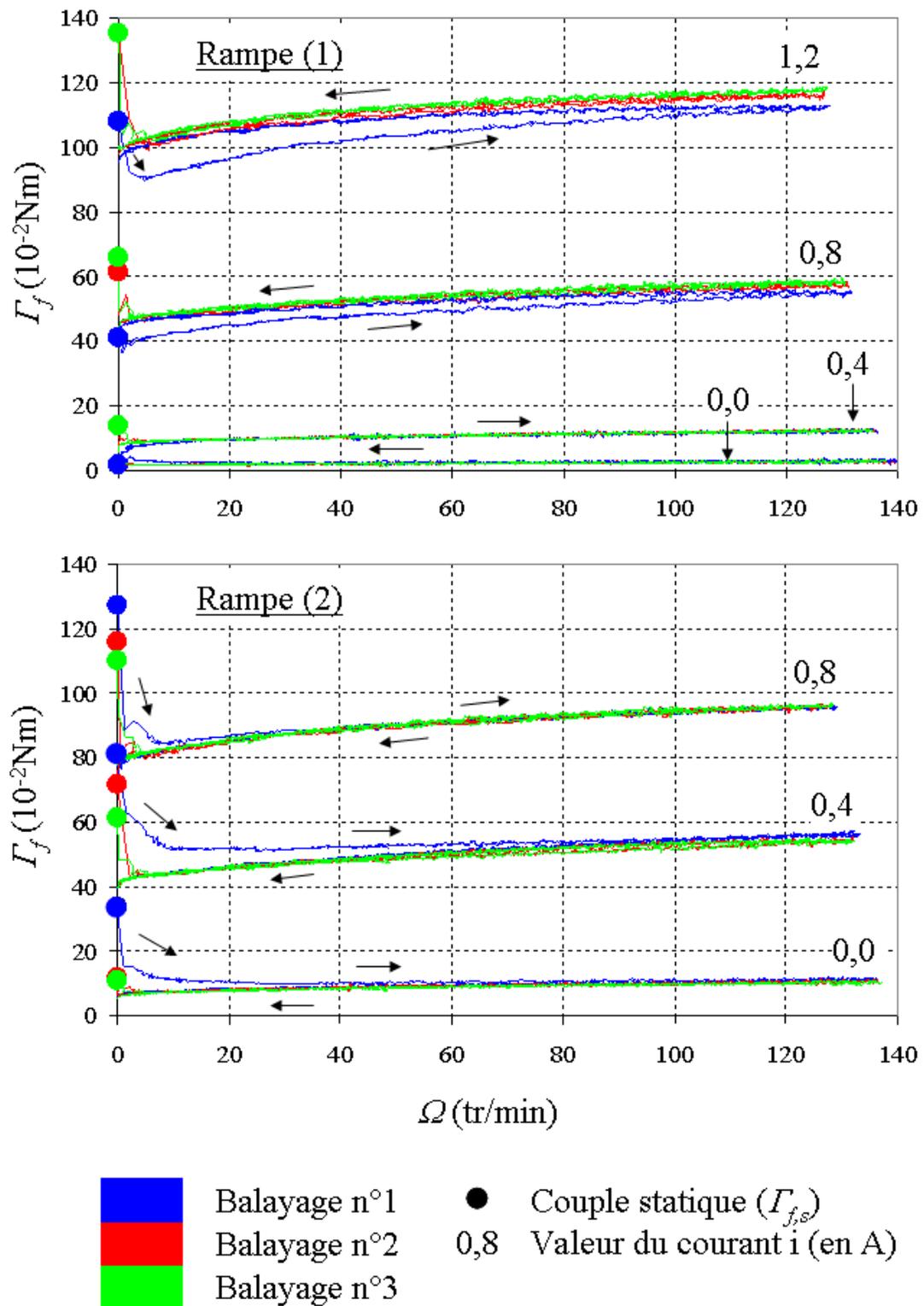


FIGURE 3.29 – Caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des deux premières rampes de la suite $\{i_k\}$ d'incrément 0,4 A (voir la fig.3.30) pendant la première expérience réalisée en dérivant cette suite.

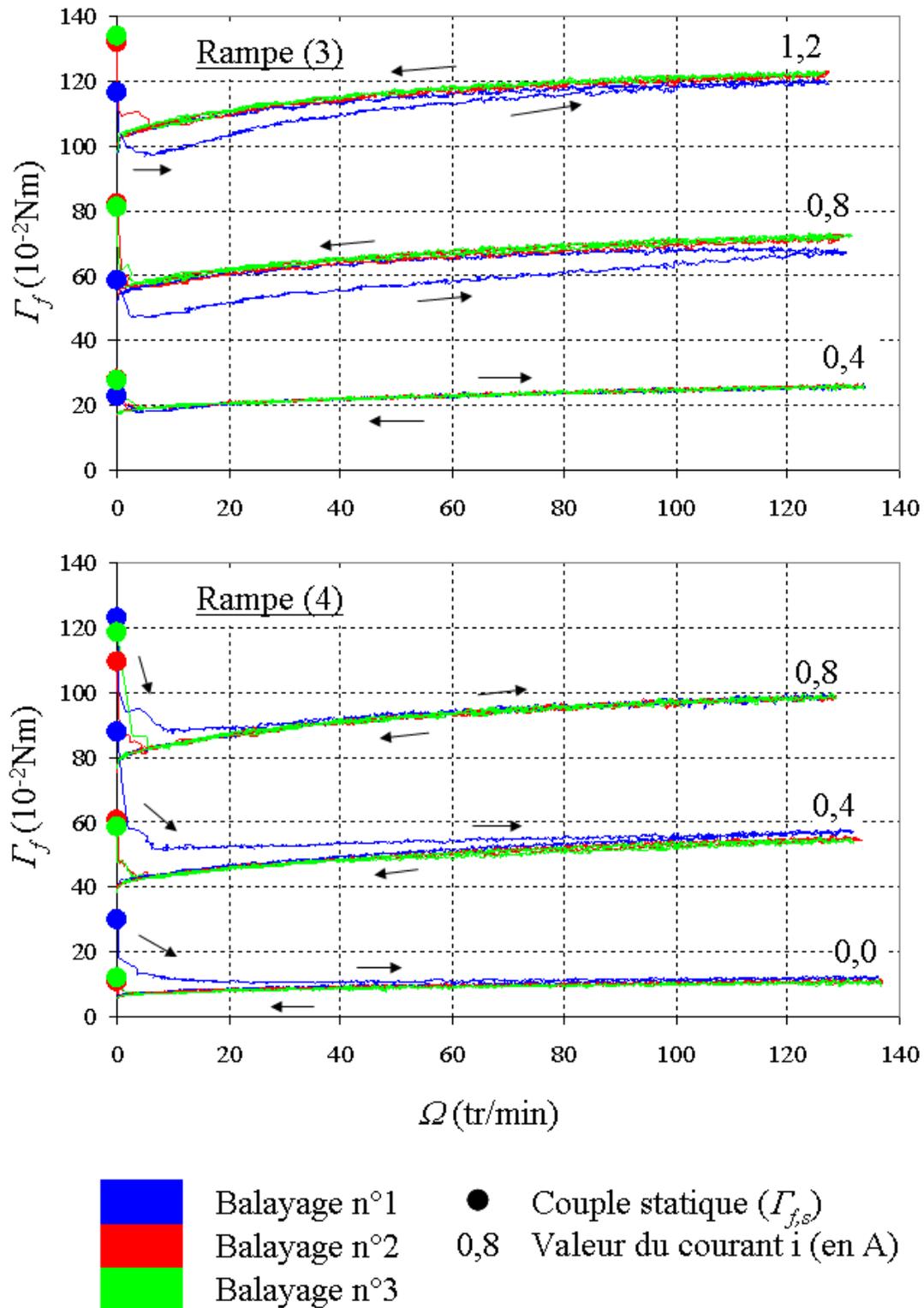


FIGURE 3.29 – (suite) Caractéristiques couple - vitesse relevées au cours des rampes n° 3 et 4 de la suite $\{i_k\}$ d'incrément 0,4 A (voir la fig.3.30) pendant la première expérience réalisée en décrivant cette suite.

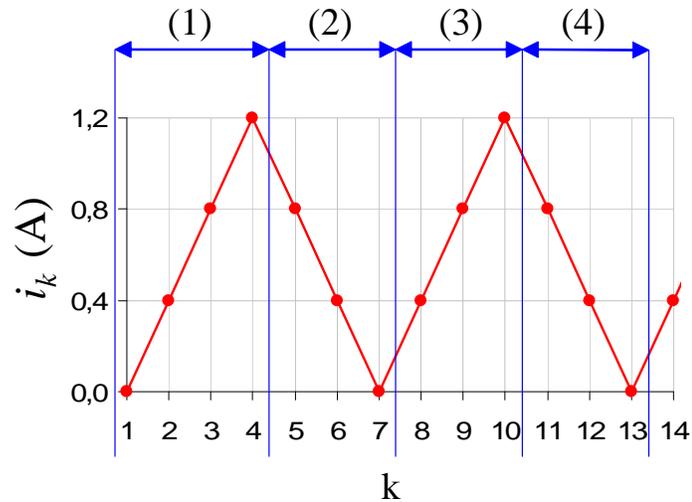


FIGURE 3.30 – Indexation des rampes des deux premiers triangles de la suite $\{i_k\}$ d'incrément $0,4$ A.

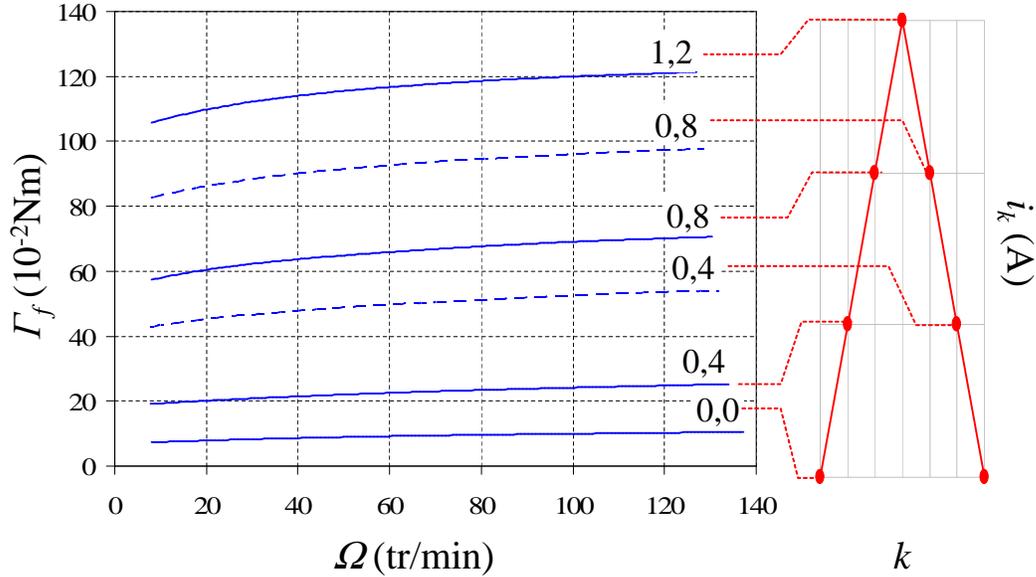
résistante, ce scénario permettrait d'expliquer pourquoi, lorsque $i_k < i_{k+1}$, on observe $\Gamma_{f,s,k1} < \Gamma_{f,s,k2}/\Gamma_{f,s,k3}$, et inversement lorsque $i_k > i_{k+1}$.

Sur la fig.3.31, on a représenté les caractéristiques couple - vitesse moyennes pour chacune des valeurs appartenant à la suite $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$ d'incrément $0,4$ A. Notons que ces moyennes n'intègrent pas les caractéristiques relevées au cours des premiers balayages de chaque série de trois balayages, i.e. les caractéristiques "rhéologiquement hystérétiques", et qu'elles n'intègrent également pas les caractéristiques relevées pour les trois premières valeurs de la suite ($0,0$, $0,4$ et $0,8$ A), le cycle magnétique de l'acier constitutif de la culasse et du disque n'étant pas encore établi à ces valeurs¹⁴. Une hystérésis du couple par rapport au courant apparaît clairement sur le graphique : pour une valeur donnée du courant, la caractéristique relevée lorsque cette valeur se trouve sur une rampe croissante de la suite ne se superpose pas à la caractéristique relevée lorsqu'elle se trouve sur une rampe décroissante. Pour $i = 0,8$ A et $i = 0,4$ A l'ordre de grandeur de l'écart entre les deux caractéristiques, à peu près identique pour les deux valeurs, est de $0,3$ Nm. La fig.3.31 permet également d'observer que la courbure des caractéristiques augmente lorsque le courant croît : pour $i = 0$ A, la différence de couple entre $\Omega = 10$ et $\Omega = 120$ tr/min est de 2.10^{-2} Nm ; pour $i = 1,2$ A, elle est de 16.10^{-2} Nm.

3.3.1.2.2 Cycles d'hystérésis des couples statique et dynamique

Les couples statiques $\{\Gamma_{f,s,kj}\}_{k \in [1;n], j \in \{1;2;3\}}$ relevés au cours de la première expérience effectuée en décrivant la suite de courant $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$ d'incrément $0,4$ A ont été représentés sur la fig.3.32. Les points correspondant à une même valeur de j (indice du balayage en vitesse sur les trois balayages réalisés pour chaque courant i_k de la suite) ont été reliés entre eux, ce qui a fait apparaître trois courbes. Chacune de ces

14. Dans le plan (H, B) , avec H champ magnétique et B induction, le point de fonctionnement de l'acier se trouve encore sur la branche dite "de première aimantation".



- 0,8 Valeur du courant d'alimentation du frein i (en A)
- Caractéristiques relevées au cours d'une rampe croissante de la suite de courants (ou aux valeurs maximale et minimale de cette suite)
- - - Caractéristiques relevées au cours d'une rampe décroissante

FIGURE 3.31 – Caractéristiques couple - vitesse moyennes relevées dans la première expérience effectuée en décrivant la suite $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$ d'incrément 0,4 A.

dernières est constituée d'une branche initiale et de trois cycles, la première étant décrite au cours de la première rampe de la suite de courants et les seconds pendant les six rampes suivantes (voir la fig.3.28). On remarque que les courbes correspondant aux valeurs 2 et 3 de l'indice j sont pratiquement confondues; ceci indique que l'égalité observée à la section précédente entre les couples statiques $\Gamma_{f,s,2k}$ et $\Gamma_{f,s,3k}$ mesurés pour les quatre premières rampes de la suite de courants se répète pour les trois rampes suivantes. Pour les trois courbes, les trois cycles d'hystérésis apparaissent superposés. Sur la fig.3.33, où on a représenté les moyennes des trois cycles correspondant à $j = 1$ et des six cycles correspondant à $j = 2$ et 3, on peut de nouveau observer l'évolution de la relation d'ordre mise en évidence à la section précédente entre les couples statiques $\Gamma_{f,s,k1}$ mesurés pour le premier balayage et $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$ mesurés pour les balayages suivants, à savoir, lorsque la valeur i_k du courant appartient à une rampe croissante de la suite, $\Gamma_{f,s,k1} < \Gamma_{f,s,k2}/\Gamma_{f,s,k3}$, et inversement lorsque i_k appartient à une rampe décroissante. On observe pour $i = 0$ sur les différents cycles l'existence de couples rémanents, c'est-à-dire non nuls; ceux-ci sont la conséquence du flux magnétique Φ_r produit par l'aimantation rémanente du circuit magnétique du frein (voir la section 2.2.1.5).

Sur la fig.3.34, on a représenté l'ensemble des cycles du couple statique relevés au cours des trois expériences réalisées avec la suite de courant $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$ d'incrément 0,3 A, soit trois cycles moyens du couple statique $\Gamma_{f,s,k1}$ mesuré aux premiers balayages

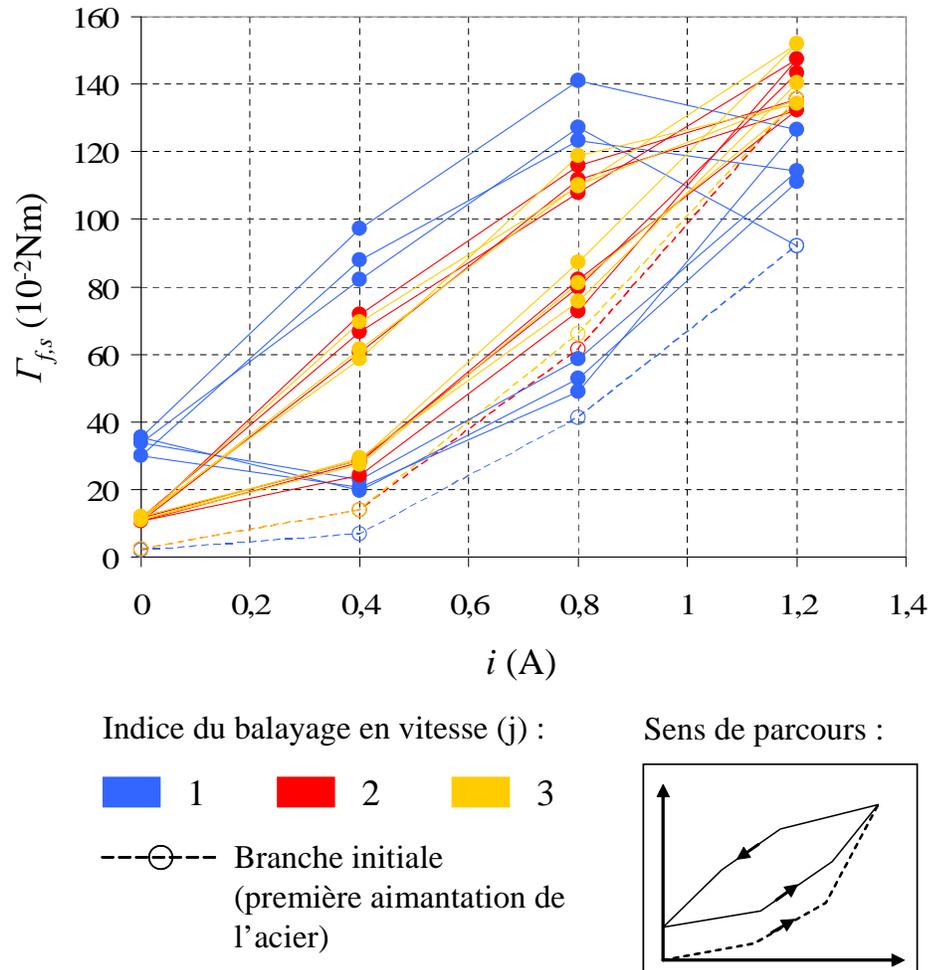


FIGURE 3.32 – Relevés du couple statique $\Gamma_{f,s}$ dans la première expérience réalisée en décrivant la suite de courant $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$ d'incrément 0,4 A.

et trois cycles moyens des couples statiques $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$ mesurés aux seconds et troisièmes balayages de chaque série, ainsi que les trois cycles moyens des couples dynamiques $\Gamma_{f,d,k2}$ et $\Gamma_{f,d,k3}$ mesurés également aux seconds et troisièmes balayages. Notons que ces derniers ont été mesurés comme le minimum que le couple atteint après sa diminution rapide à l'amorçage de la rotation du disque et avant son augmentation lorsque la vitesse croît (voir la fig.3.9). D'une expérience à l'autre, on observe une bonne répétabilité des mesures, les cycles de chacune des grandeurs sus-citées apparaissant assez bien superposés. Ces derniers ont été représentés moyennés sur les trois expériences sur la fig.3.35. On observe que la différence $\Delta\Gamma_f$ entre le couple statique $\Gamma_{f,s}$ et le couple dynamique $\Gamma_{f,d}$ augmente de 0 à un maximum de $40 \cdot 10^{-2}$ Nm lorsque le courant croît de 0 à $i = 1, 2$ A, puis qu'elle s'annule à nouveau lorsque le courant décroît jusque zéro.

Les cycles moyennés sur les trois expériences réalisées pour chaque valeur de l'incrément Δi des couples statiques $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$ et des couples dynamiques $\Gamma_{f,d,k2}$ et $\Gamma_{f,d,k3}$ mesurés aux seconds et troisièmes balayages ont été représentés sur la fig.3.36.

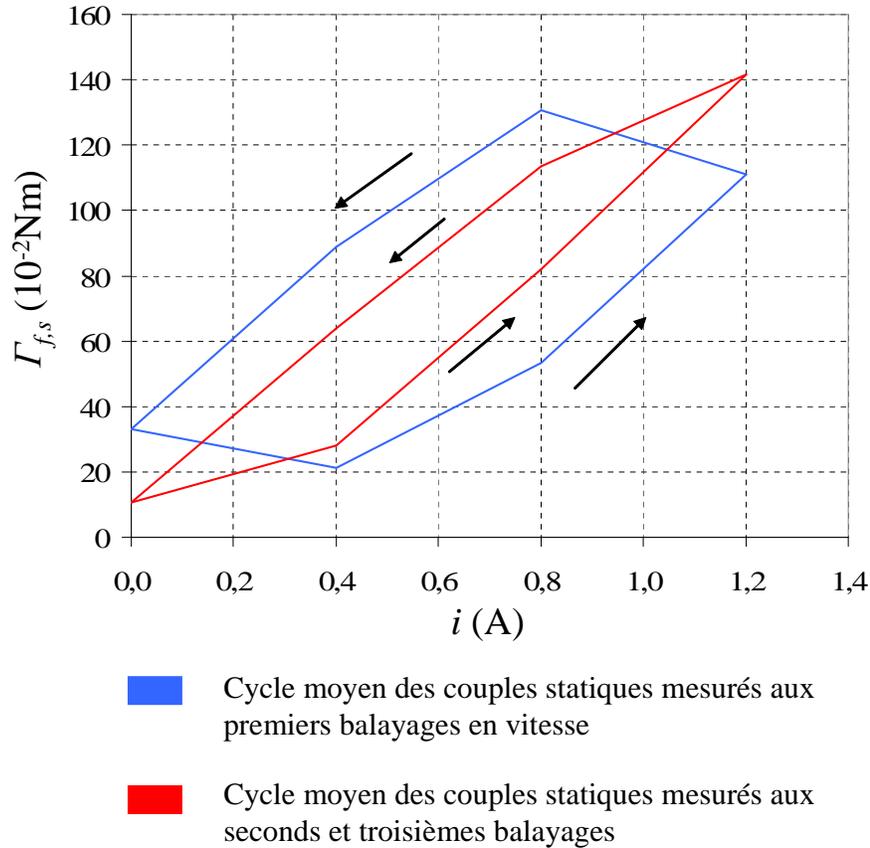


FIGURE 3.33 – Moyennes des cycles du couple statique visibles sur la fig.3.32.

La superposition des cycles du couple statique et celle des cycles du couple dynamique indiquent que la forme de ces derniers est peu dépendante de la valeur de Δi , à la différence, comme on peut le voir sur la fig.3.37, des cycles du couple statique $\Gamma_{f,s,k1}$ mesuré aux premiers balayages : plus Δi est petit, plus ces cycles apparaissent étroits, se rapprochant de la forme du cycle des couples statiques $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$.

3.3.1.3 Conclusions

Outre une hystérésis dans sa relation avec le courant, le couple produit par le frein MR présente également une hystérésis dans sa relation avec la vitesse de l'axe, dans le cas où le courant est changé pendant le repos de ce dernier. Cette seconde hystérésis, qui n'apparaît qu'au cours du premier balayage en vitesse de l'axe après le changement du courant, se manifeste différemment selon que ce dernier est augmenté ou diminué : dans le premier cas, le couple est plus important pendant la décroissance de la vitesse que pendant sa croissance, et dans le second cas on observe la tendance inverse. On observe également que le couple statique mesuré au premier balayage est inférieur aux couples statiques mesurés aux balayages suivants (ces derniers ayant sensiblement les mêmes valeurs) lorsque le courant est augmenté, cette relation d'ordre s'inversant lorsque le courant est diminué.

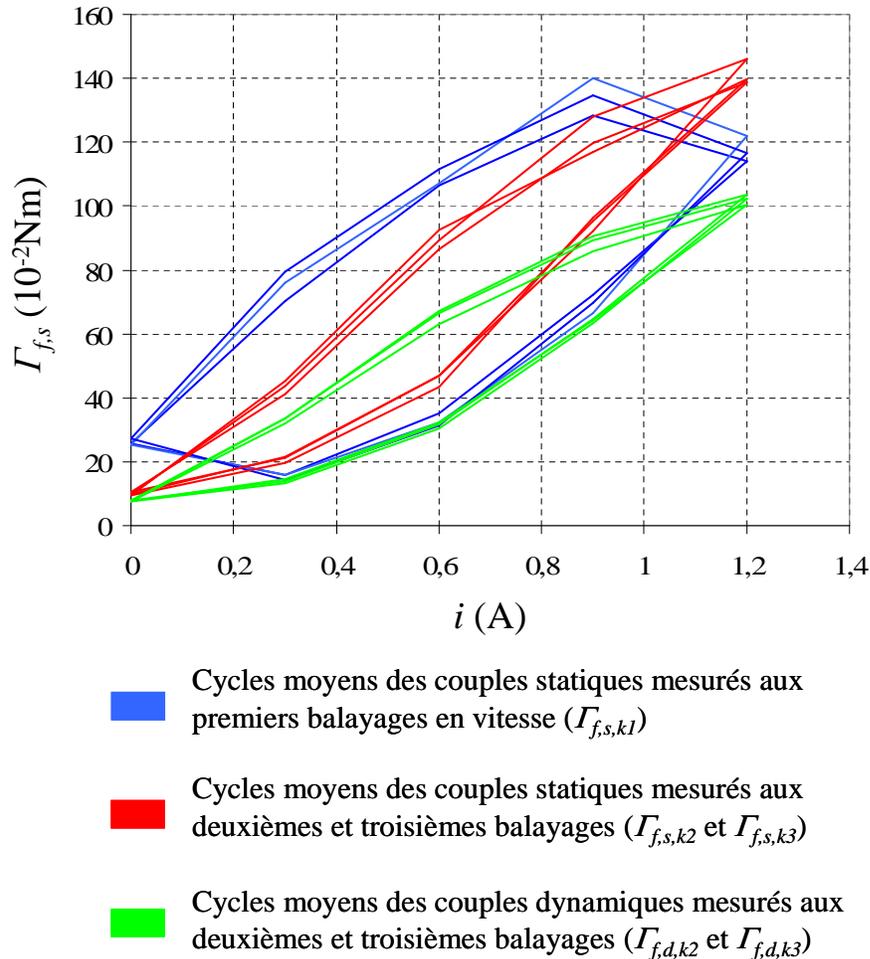


FIGURE 3.34 – Cycles des couples statiques et dynamiques relevés au cours des trois expériences réalisées en décrivant la suite de courant $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$ d'incrément 0,3 A.

Dans le plan couple - courant, la forme du cycle du couple statique mesuré aux premiers balayages apparaît dépendante de la valeur de l'incrément ou du décrément du courant, au contraire du cycle du couple statique mesuré aux balayages suivants. Plus l'incrément / décrément est petit, plus le premier est étroit et tend à se rapprocher du second. Le cycle du couple dynamique mesuré aux balayages suivants apparaît également indépendant de la valeur de l'incrément / décrément et plus le courant est important, plus la différence entre ce couple dynamique et le couple statique est grande.

3.3.2 Relevés du couple en fonction du courant d'alimentation du frein à vitesse constante

3.3.2.1 Protocole

Trois expériences ont été effectuées en alimentant le frein avec les formes d'onde triangulaires en courant représentées sur la fig.3.38. A l'instar des expériences décrites

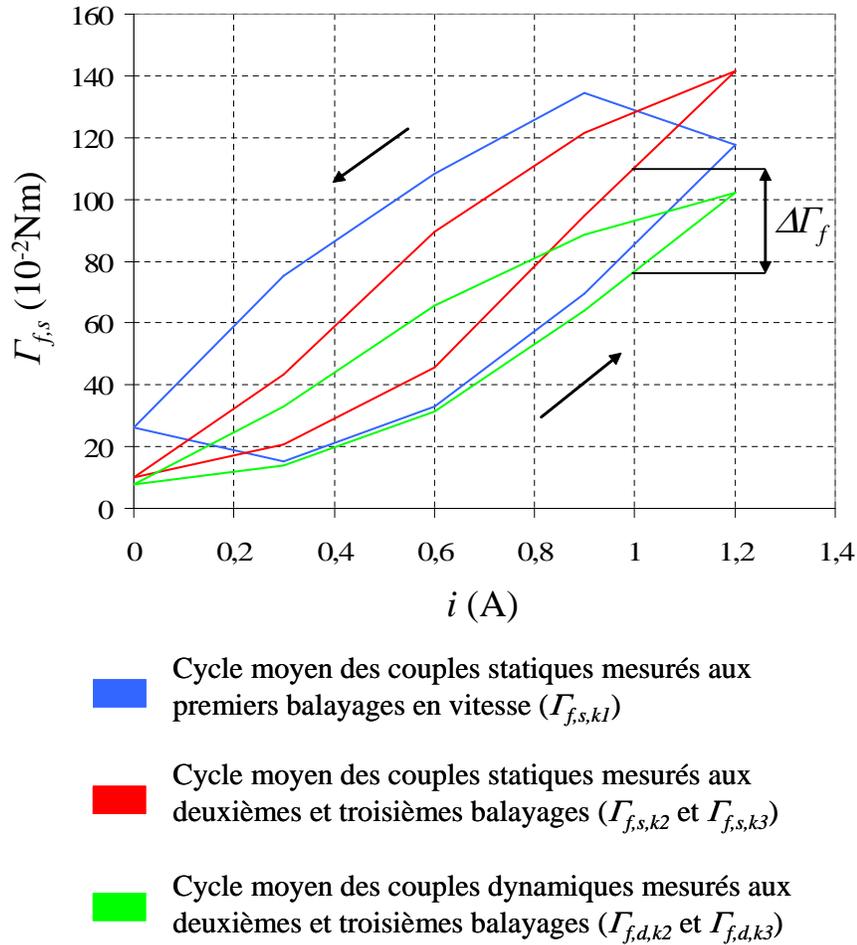
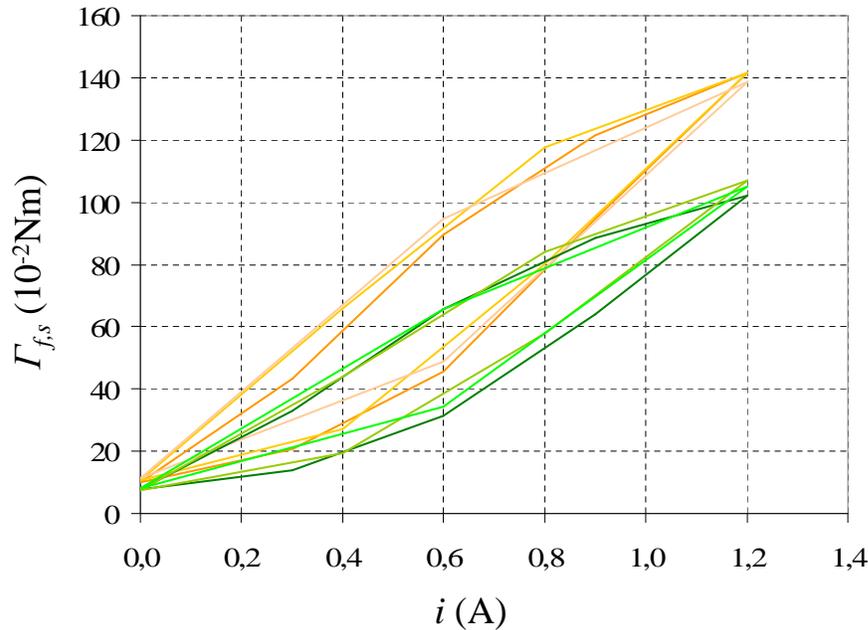


FIGURE 3.35 – Moyennes des cycles des couples statique et dynamique visibles sur la fig.3.34.

précédemment, le frein a été réinitialisé (démagnétisation et homogénéisation du liquide MR) avant chaque relevé. La première des formes d'onde est alternative de façon à décrire un cycle d'hystérésis majeur dans le plan couple - courant. La seconde alterne les maxima de courant entre 1,2 et 1,0 A et les minima entre 0 et 0,2 A de façon à décrire deux cycles mineurs à l'intérieur du cycle majeur obtenu avec la première. La troisième, alternative d'amplitudes décroissantes, est la forme d'onde employée pour la démagnétisation du frein. Chacun de ces trois signaux en courant est obtenu en appliquant une tension de commande u_c triangulaire de mêmes forme (en valeur absolue) sur l'entrée de l'alimentation débitant sur le frein, cette dernière réalisant une amplification linéaire (voir la section.2.3.1), puis en alternant, lorsque cela est nécessaire, le courant fourni par l'alimentation à l'aide d'un circuit inverseur (voir les fig.3.39 et 2.19). Dans chaque cas le courant est varié très lentement ($0,05 \text{ A/s}$) de façon à se placer dans un régime quasi-permanent. Tous les relevés ont été effectués à une vitesse fixée à 120 tr/min pour l'axe du frein.



| Signification des couleurs attribuées aux cycles | | Incrément Δi (A) | | |
|--|---|--------------------------|-----|-----|
| | | 0,3 | 0,4 | 0,6 |
| Couple | $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$ (statiques) | | | |
| | $\Gamma_{f,d,k2}$ et $\Gamma_{f,d,k3}$ (dynamiques) | | | |

FIGURE 3.36 – Cycles moyens des couples statiques $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$ et dynamiques $\Gamma_{f,d,k2}$ et $\Gamma_{f,d,k3}$ mesurés aux seconds et troisièmes balayages pour les trois valeurs de l'incrément Δi des suites de courants $\{i_k\}_{k \in [1;n]}$.

3.3.2.2 Résultats

Les cycles correspondant aux trois formes d'onde en courant sont représentés sur les fig.3.40.1 à 3. Le couple représenté ici est le couple Γ transmis par le liquide MR à la culasse, égal à la différence entre le couple mesuré Γ_f et le couple de frottement γ_j au contact entre le joint et l'axe du frein¹⁵. La caractéristique de ce dernier en fonction de la vitesse a été présentée à la section 2.4. La forme de chaque cycle couple - courant peut être interprétée sur la base de celle du cycle magnétique de l'acier. Les points correspondant entre les deux cycles portent le même nom.

La première forme d'onde en courant conduit à la description par le point de fonctionnement d'un cycle majeur $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ dans le plan (H, B) , dont l'hystérésis se traduit par l'existence d'une induction rémanente B_r ou $-B_r$ lorsque le champ H est nul (points B_1 et E_1) et par l'annulation de l'induction pour des valeurs $-H_c$ et H_c non nulles du champ, dites coercitives (points C_1 et F_1). On peut relier l'existence du couple Γ_r non nul mesuré pour $i = 0$ A (environ 1.10^{-1} Nm) à celle du flux $\pm\Phi_r$ de

15. Les couples Γ_f et Γ sont en fait sensiblement égaux, car γ_j est négligeable.

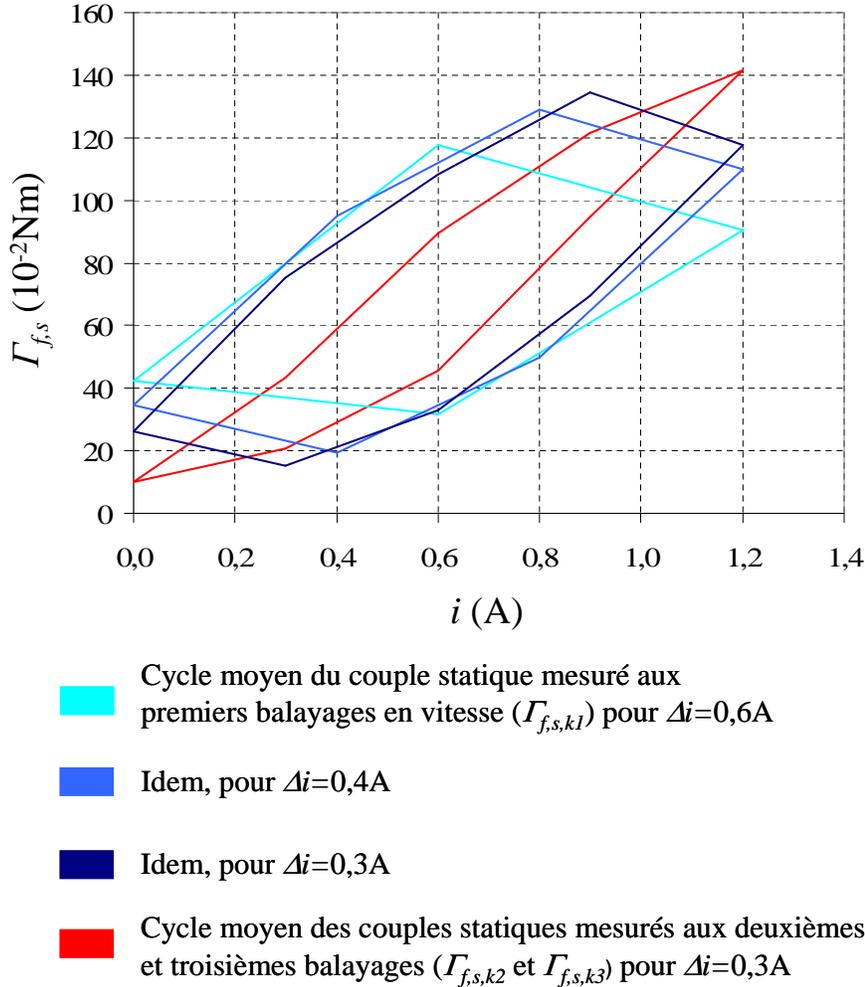


FIGURE 3.37 – Cycles moyens des couples statiques $\Gamma_{f,s,k2}$ et $\Gamma_{f,s,k3}$ mesurés aux deuxièmes et troisièmes balayages en vitesse pour $\Delta i = 0,3$ A et du couple statique $\Gamma_{f,s,k1}$ mesuré aux premiers balayages pour $\Delta i = 0,6$ A, $0,4$ A et $0,3$ A.

l'induction rémanente, ce dernier activant le liquide MR à champ H nul, et les courants i_{c-} et i_{c+} pour lesquels le couple est minimum, sensiblement égaux en valeurs absolues à $0,3$ A, aux valeurs coercitives du champ. Les minima de couple, négligeables devant le maximum de couple (environ $0,95$ Nm), correspondent à l'action visqueuse résiduelle du liquide MR qui présente un comportement newtonien lorsqu'aucun flux magnétique ne le traverse. Le cycle $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ est répété deux fois ; la superposition du premier cycle couple - courant et de ses répétitions permet de conclure à sa stabilité.

La courbe décrite par le point de fonctionnement dans le plan (H, B) dans le cas de la seconde forme d'onde en courant présente une branche de première magnétisation O_2A_2 identique à la branche O_1A_1 du cycle majeur, le maximum atteint par i étant le même ($1,2$ A). En conséquence, la branche A_2B_2 décrite lorsque i est diminué est également identique à la branche A_1B_1 du cycle majeur ; en particulier, on mesure un couple rémanent sensiblement égal à celui de la fig.3.40.1. Après son annulation le courant est

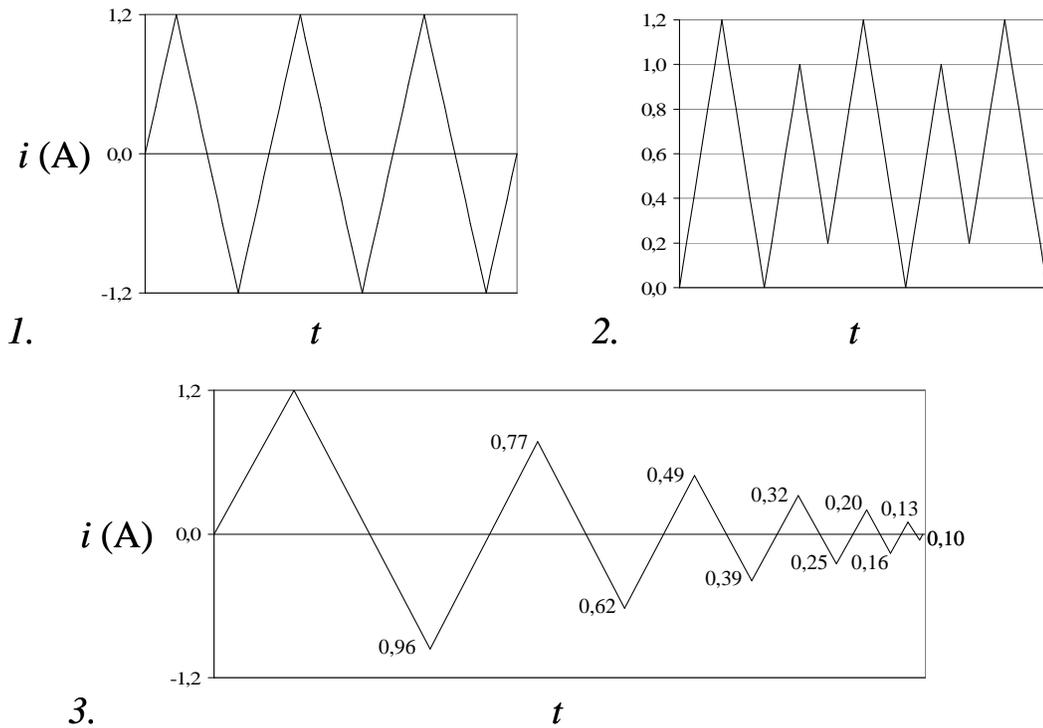


FIGURE 3.38 – Formes d’onde en courant appliquées au frein pour les relevés du couple à vitesse de l’axe constante. La vitesse de variation du courant était fixée à $0,05 \text{ A/m}$.

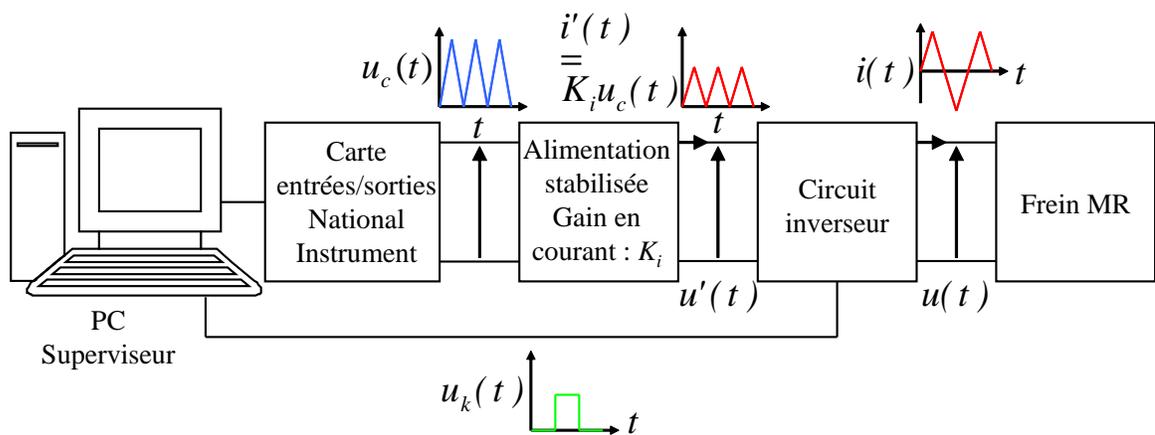


FIGURE 3.39 – Chaîne d’élaboration des formes d’onde triangulaires en courant aux bornes du frein.

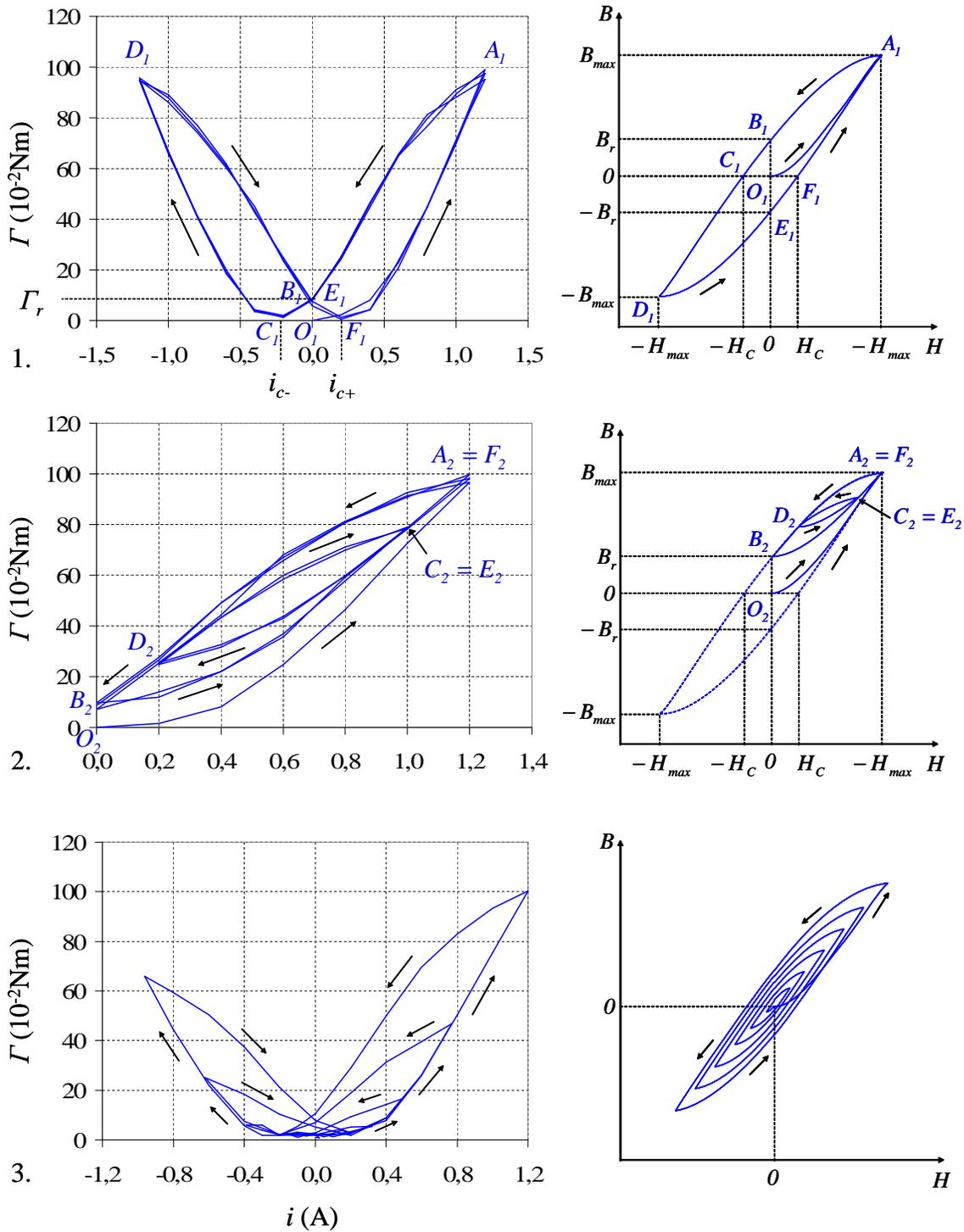


FIGURE 3.40 – Cycles du couple Γ transmis par le liquide MR à la culasse en fonction du courant d'alimentation i du frein correspondant aux trois formes d'onde représentées sur la fig.3.38. Les formes de ces cycles peuvent être interprétées sur la base de celles des cycles magnétiques de l'acier.

augmenté jusqu'à 1,0 A, puis diminué jusque 0,2 A, puis de nouveau augmenté jusque 1,2 A. Cette évolution entraîne la description par le point de fonctionnement d'une branche B_2C_2 , puis d'un cycle mineur $C_2D_2E_2$ puis d'une branche E_2F_2 avec fermeture du cycle $C_2D_2E_2$ ($E_2 = C_2$) et du cycle $A_2B_2F_2$ ($F_2 = A_2$) car le champ H retrouve la valeur qu'il avait atteint à la fin de la première magnétisation.

Dans le cas de la troisième forme d'onde en courant, après le parcours d'une branche de première magnétisation identique aux cas précédents, le point de fonctionnement décrit une suite de n demi-cycles d'amplitudes en champ H décroissantes. Cela entraîne la diminution de l'induction rémanente cycle après cycle, d'une valeur identique à celles des fig.3.40.1 et 2 jusque zéro. La diminution du flux Φ_r qui en résulte se retrouve dans la diminution du couple Γ_r qui, à l'issue des douze triangles de la forme d'onde, devient égal au couple visqueux résiduel Γ_{off} exercé par le liquide MR lorsqu'il n'est plus magnétisé (fig.3.41).

Dans la section suivante, on présente une modélisation électromagnétique du frein MR par la méthode des éléments finis qui permet de rendre compte de l'hystérésis de la relation entre le courant et le couple.

3.3.2.3 Modélisation numérique du frein

3.3.2.3.1 Description du problème

Le cadre de l'expérience décrite à la section précédente peut être considéré *magnéto-statique* car le courant est varié très lentement. De fait, les équations de l'électromagnétisme s'écrivent

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (3.35)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.36)$$

avec pour conditions aux limite

$$\mathbf{n}(M) \cdot \mathbf{B}(M) = 0 \quad \forall M \in S_b \quad (3.37)$$

$$\mathbf{n}(M) \wedge \mathbf{H}(M) = \mathbf{0} \quad \forall M \in S_h . \quad (3.38)$$

Les surfaces S_b et S_h représentent ici deux parties complémentaires de la surface S délimitant le domaine D du problème, \mathbf{J} le vecteur densité de courant et \mathbf{n} la normale extérieure à S . Ce système d'équations est complété par la(les) loi(s) de comportement magnétique $\mathbf{H}=\mathbf{f}(\mathbf{B})$ du(des) matériau(x) en présence.

On suppose le frein idéalement axisymétrique, ce qui permet de restreindre le problème à la section méridienne $2D$ du frein. Dans ce cas de figure, on préfère généralement la formulation en potentiel vecteur à celle en potentiel scalaire, ce qui conduit à une écriture du système à résoudre sous la forme

$$\operatorname{rot} [f(\operatorname{rot} \mathbf{A})] = \mathbf{J} \quad (3.39)$$

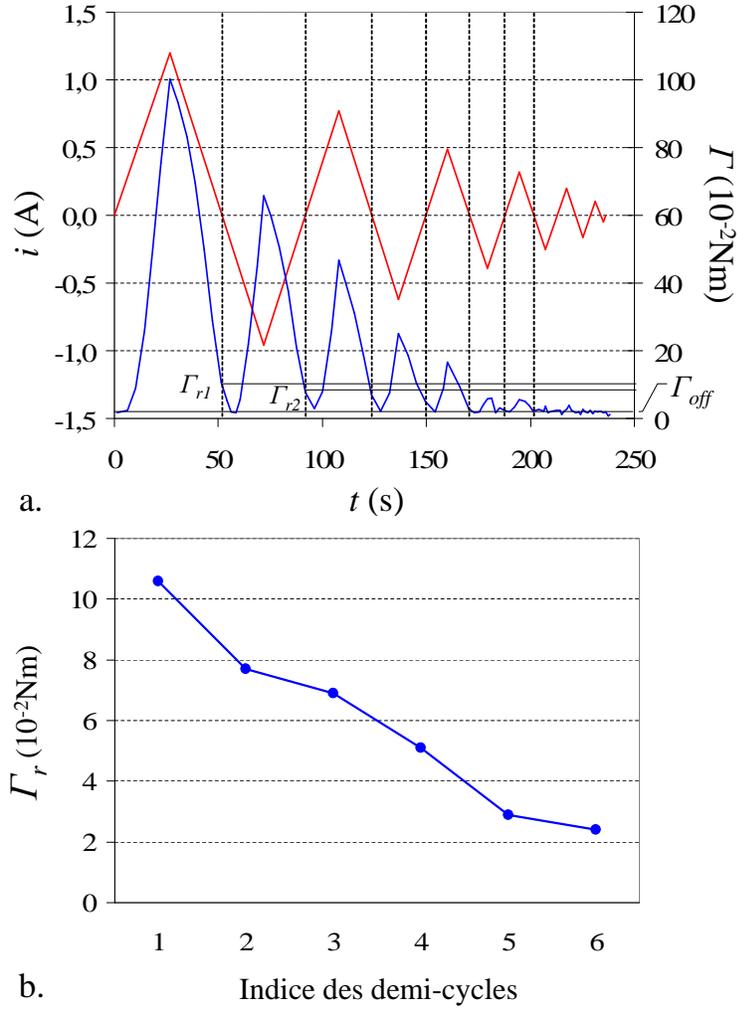


FIGURE 3.41 – a. Chronogramme du couple enregistré pendant l’application du courant de démagnétisation - b. Evolution du couple rémanent en fonction du nombre de demi-cycles décrits pendant la phase de démagnétisation.

avec

$$\mathbf{n}(M) \wedge \mathbf{A}(M) = \mathbf{0} \quad \forall M \in S_b \quad (3.40)$$

$$\mathbf{n}(M) \wedge \mathbf{H}(M) = \mathbf{0} \quad \forall M \in S_h \quad (3.41)$$

le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} étant lié à l’induction par $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$.

Pour résoudre le problème, on discrétise le système par la méthode des éléments finis. Dans le cas d’une loi de comportement hystérétique, cela conduit à un système non linéaire qui peut être résolu en utilisant la méthode du point fixe [Bot95]. Cette dernière implique de réécrire la loi de comportement sous la forme

$$\mathbf{H} = \mathbf{f}(\mathbf{B}) = \nu_{FP} \mathbf{B} + \mathbf{M}_{FP}(\mathbf{B}) \quad (3.42)$$

où la réluctivité ν_{FP} est une constante dont la valeur doit respecter certaines conditions pour avoir une convergence [Ion96]. Le modèle hystérétique employé pour la loi

de comportement, décrit dans la section 3.3.2.3.2, suppose que \mathbf{B} et \mathbf{H} sont colinéaires. En conséquence, l'aimantation \mathbf{M}_{FP} a la même direction que $\nu_{FP} \mathbf{B}$. Son intensité est obtenue en calculant $M_{PF} = f(B) - \nu_{FP} B$. Finalement, l'équation à résoudre s'écrit

$$\mathbf{rot} \nu_{FP} \mathbf{rot} \mathbf{A} = \mathbf{J} - \mathbf{rot} \mathbf{M}_{FP} \quad (3.43)$$

La discrétisation avec les fonctions de forme nodale de l'équation (3.43) en utilisant la méthode de Galerkin conduit au système matriciel

$$[S_{FP}][A] = [J] - [M_{FP}] \quad (3.44)$$

avec $[A]$ vecteur contenant les valeurs nodales de la composante normale au plan d'étude du potentiel vecteur et $[M_{FP}]$ et $[J]$ vecteurs qui prennent en compte l'aimantation \mathbf{M}_{FP} et la densité de courant \mathbf{J} . Notons que la perméabilité ν_{FP} étant constante, la matrice carrée $[S_{FP}]$ l'est également. La non-linéarité introduite par les matériaux ferromagnétiques est reportée dans le terme source $[M_{FP}]$ qui dépend de \mathbf{B} , donc de \mathbf{A} .

Dans la section suivante, on présente les modèles retenus pour représenter l'hystérésis des matériaux ferromagnétiques du problème.

3.3.2.3.2 Modélisation des lois de comportement magnétique des matériaux

Les aciers ferromagnétiques sont constitués de domaines volumiques où les moments magnétiques sont uniformes, appelés domaines "de Weiss". Ces derniers sont séparés par des régions où les moments changent de direction, appelées "parois de Bloch". Pour décrire le comportement macroscopique de ces aciers, différents modèles existent, tels que le modèle de Jiles-Atherton ($J - A$) présenté dans [Jil86]. Ce dernier représente l'effet de la rotation des moments à l'intérieur des domaines mais pas les pertes induites par les déplacements des parois. La caractéristique anhystérétique $M_{an}(H)$ de l'acier fournie par ce modèle peut être exprimée par l'équation de Langevin modifiée

$$M_{an}(H) = M_{sat} \left[\coth \left(\frac{H_e}{a} \right) - \left(\frac{a}{H_e} \right) \right] \quad (3.45)$$

avec

$$H_e = H + \alpha M \quad (3.46)$$

champ effectif influant sur les domaines, α paramètre de champ moyen représentant le couplage inter-domaines et a une constante liée à la température. L'effet d'hystérésis peut être introduit dans le modèle $J - A$ à partir de considérations énergétiques sur les déplacements et les déformations des parois de Bloch. Typiquement, on observe que ces dernières occupent préférentiellement certaines positions à l'intérieur du matériau, appelées "sites de piégeage", entre lesquelles elles "sautent" lorsque le champ H varie. On observe également qu'avant de quitter les sites de piégeage, les parois se déforment réversiblement. A l'énergie dissipée de façon irréversible pendant les sauts des parois et à celle stockée au cours de leur déformation, on associe respectivement des aimantations M_{irr} irréversible et M_{rev} réversible, en supposant que l'aimantation totale M peut s'exprimer comme la somme de ces aimantations :

$$M = M_{rev} + M_{irr} . \quad (3.47)$$

D'après [Jil86], la susceptibilité différentielle de l'aimantation irréversible M_{irr} peut s'écrire

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{(M_{an} - M_{irr})}{k\delta} \quad (3.48)$$

avec k constante liée à l'énergie moyenne du site de piégeage des parois et δ paramètre prenant la valeur $+1$ lorsque $dH/dt > 0$ et -1 lorsque $dH/dt < 0$. La contribution réversible de l'aimantation peut quant à elle s'écrire

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (3.49)$$

avec c coefficient de réversibilité appartenant à l'intervalle $[0; 1]$. D'après les équations (3.47) et (3.49), on peut écrire

$$M = (1 - c)M_{irr} + cM_{an} \quad (3.50)$$

Pour calculer la susceptibilité totale différentielle dM/dH du système, on différencie l'expression précédente par rapport à H_e :

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c)\frac{dM_{irr}}{dH} + c\frac{dM_{an}}{dH} \quad (3.51)$$

$$= \left[(1 - c)\frac{dM_{irr}}{dH_e} + c\frac{dM_{an}}{dH_e} \right] \left(\frac{dH}{dH_e} \right)^{-1} \quad (3.52)$$

avec, d'après (3.46),

$$\frac{dH}{dH_e} = 1 - \alpha \frac{dM}{dH_e} \quad (3.53)$$

En utilisant l'expression précédente, (3.50) et (3.52) on obtient alors

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1 - c)\frac{dM_{irr}}{dH_e} + c\frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 - \alpha c\frac{dM_{an}}{dH_e} - \alpha(1 - c)\frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (3.54)$$

Cette forme du modèle, équivalente à celle présentée dans [Jil86], exprime l'aimantation comme une fonction du champ magnétique H , avec M_{an} donné par (3.45). Le modèle numérique Eléments Finis décrit à la section précédente requérant l'induction B comme variable d'entrée pour la loi de comportement de l'acier, en utilisant l'équation $B_e = \mu_0 H_e$, il est possible de réécrire (3.54) sous la forme [Sad01]

$$\frac{dM}{dB} = \frac{(1 - c)\frac{dM_{irr}}{dB_e} + c\frac{dM_{an}}{dB_e}}{1 + \mu_0(1 - c)(1 - \alpha)\frac{dM_{irr}}{dB_e} + \mu_0 c(1 - \alpha)\frac{dM_{an}}{dB_e}} \quad (3.55)$$

Les cinq paramètres α, a, k, c et M_{sat} (voir l'équation (3.45)) du modèle ont été identifiés aux valeurs récapitulées dans le tableau 3.1 à l'aide d'une procédure d'optimisation à partir d'un relevé du cycle d'hystérésis magnétique de l'acier *XC38* pour une amplitude

TABLE 3.1 – Valeurs des paramètres du modèle J-A pour l'acier XC38.

| | | |
|-----------|----------------------|-----|
| α | $3,15 \cdot 10^{-3}$ | |
| a | 2032 | A/m |
| k | 1392 | A/m |
| c | 0,23 | |
| M_{sat} | 1871842 | A/m |

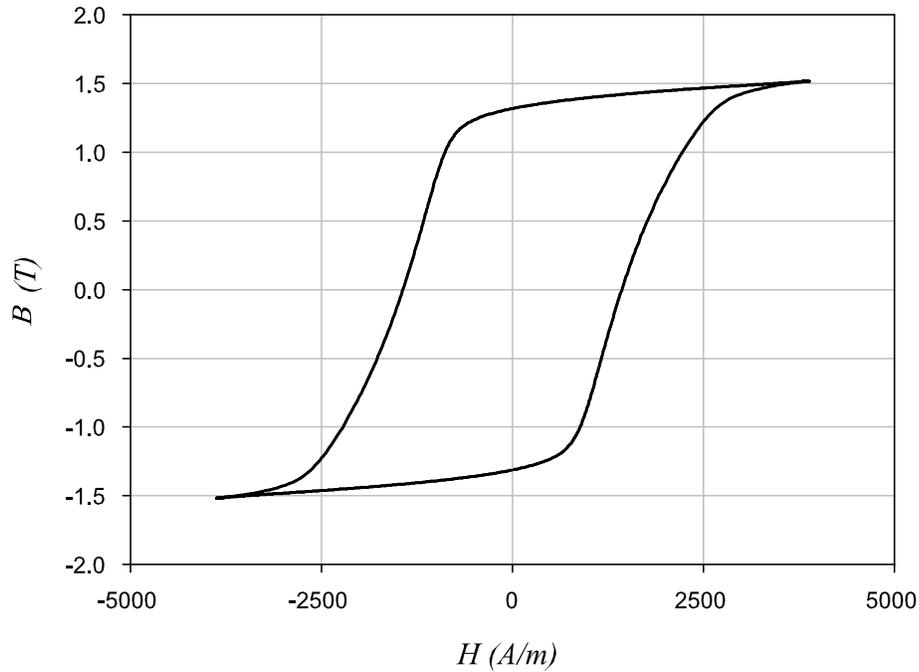


FIGURE 3.42 – Relevé expérimental du cycle magnétique de l'acier XC38.

$H_{max} = 3,8$ kA/m du champ magnétique. L'instrumentation et la méthode employées pour obtenir ce relevé ainsi que la procédure d'indentification sont décrits dans [Ben03].

La loi de comportement magnétique du liquide MRF-132AD, anhystérique (voir la fig.2.12.a), a été représentée par le modèle analytique suivant pour le calcul numérique :

$$H = \frac{B}{\mu_0} \left[\frac{B^{2\alpha}}{B^{2\alpha} + \tau} (c - \epsilon) + \epsilon \right]. \quad (3.56)$$

3.3.2.3.3 Calcul du couple

Comme à la section 2.2.1.4, le couple est calculé sur la base de la caractéristique $\tau_y - H$ du liquide MR (voir la fig.2.12.b). On modélise cette dernière par un polynôme.

A partir du modèle numérique, on peut calculer la composante H_z du champ à l'intérieur des volumes actifs de liquide MR ($r_1 \leq r \leq r_2$) sur deux chemins situés à la

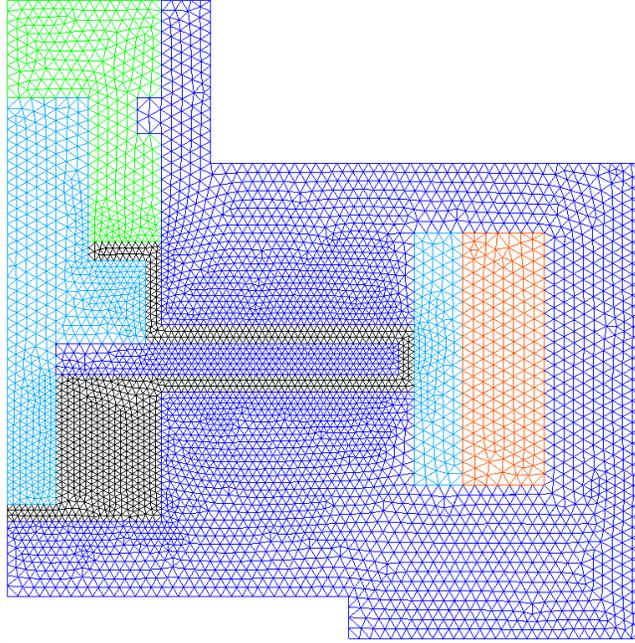


FIGURE 3.43 – Maillage du modèle du frein MR.

moitié de la largeur des entrefers ($z = (h_d + g_z)/2$ et $z = -(h_d + g_z)/2$, voir la fig.2.9). A noter que l'entrefer entre le disque et la culasse est assez étroit pour considérer le champ uniforme dans la direction z . Le couple est alors donné par l'intégrale

$$\Gamma = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} \left[\tau_y \left(H_z \left(r, z = \frac{h_d + g_z}{2} \right) \right) + \tau_y \left(H_z \left(r, z = -\frac{h_d + g_z}{2} \right) \right) \right] r^2 dr \quad (3.57)$$

ou encore, en raison de la symétrie de plan (O, x, y) du système,

$$\Gamma = 4\pi \int_{r_1}^{r_2} \tau_y \left(H_z \left(r, z = \frac{h_d + g_z}{2} \right) \right) r^2 dr \quad (3.58)$$

3.3.2.3.4 Implémentation EF du modèle

Pour le calcul du champ magnétique en fonction du courant, le modèle du frein a été implémenté dans un code Eléments Finis 2D qui permet de simuler les effets d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques. Notons que dans le modèle géométrique, les largeurs des entrefers ont été définies à leur valeurs réelles (1, 10 mm et 1, 15 mm). Le maillage 2D du modèle, visible sur la fig.3.43, est constitué de 9181 éléments triangulaires. Sur la fig.3.44, on a représenté un ensemble de lignes du champ B issues de la simulation du modèle.

3.3.2.3.5 Résultats

Les cycles couple - courant obtenus par la simulation du modèle Eléments Finis du frein MR alimenté par les deux premières formes d'onde du courant i (voir la fig.3.38) ont

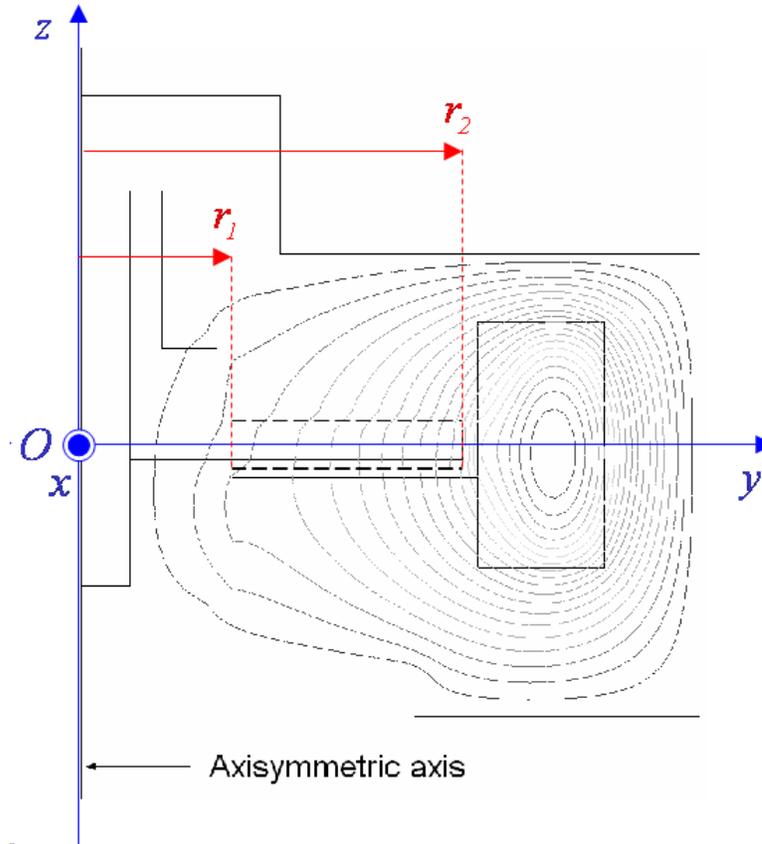


FIGURE 3.44 – Aperçu des lignes du champ B à l'intérieur du circuit magnétique du frein MR. En pointillés noirs, on a représenté les chemins le long desquels on a relevé le champ H_z en vue du calcul du couple.

été représentés sur les fig.3.45.1 et 2 superposés aux cycles relevés expérimentalement (voir la fig.3.40). Dans le cas de la première forme d'onde, une simulation supplémentaire a été réalisée avec un modèle de comportement anhystérétique pour l'acier, du même type que celui du liquide MR (voir l'équation (3.56)). Sur les fig.3.46.1 à 3, on a représenté les cycles relevés en simulation du flux magnétique Φ traversant les entrefers entre les rayons r_1 intérieur et r_2 extérieur du disque pour les trois formes d'onde représentées sur la fig.3.38. On observe que ces derniers ont qualitativement la même forme que les cycles $B - H$ représentés sur la fig.3.40.

Le lien entre l'hystérésis magnétique de l'acier et celle du couple est mis en évidence sur la fig.3.45.1 : lorsque le modèle utilisé pour représenter le comportement de l'acier est hystérétique, le cycle obtenu en simulation l'est aussi, sinon, il est anhystérétique.

Dans le cas de la première forme d'onde en courant (fig.3.45.1), la corrélation entre le couple calculé et le couple mesuré est excellente pour les branches correspondant aux diminutions en valeur absolue du courant ; en particulier, les maxima sont identiques à environ $95 \cdot 10^{-2}$ Nm. En revanche, la corrélation est moins bonne pour les branches correspondant aux augmentations en valeur absolue du courant, dont la branche de première magnétisation, avec un écart maximum de $12 \cdot 10^{-2}$ Nm pour $i = 0,4$ A. On

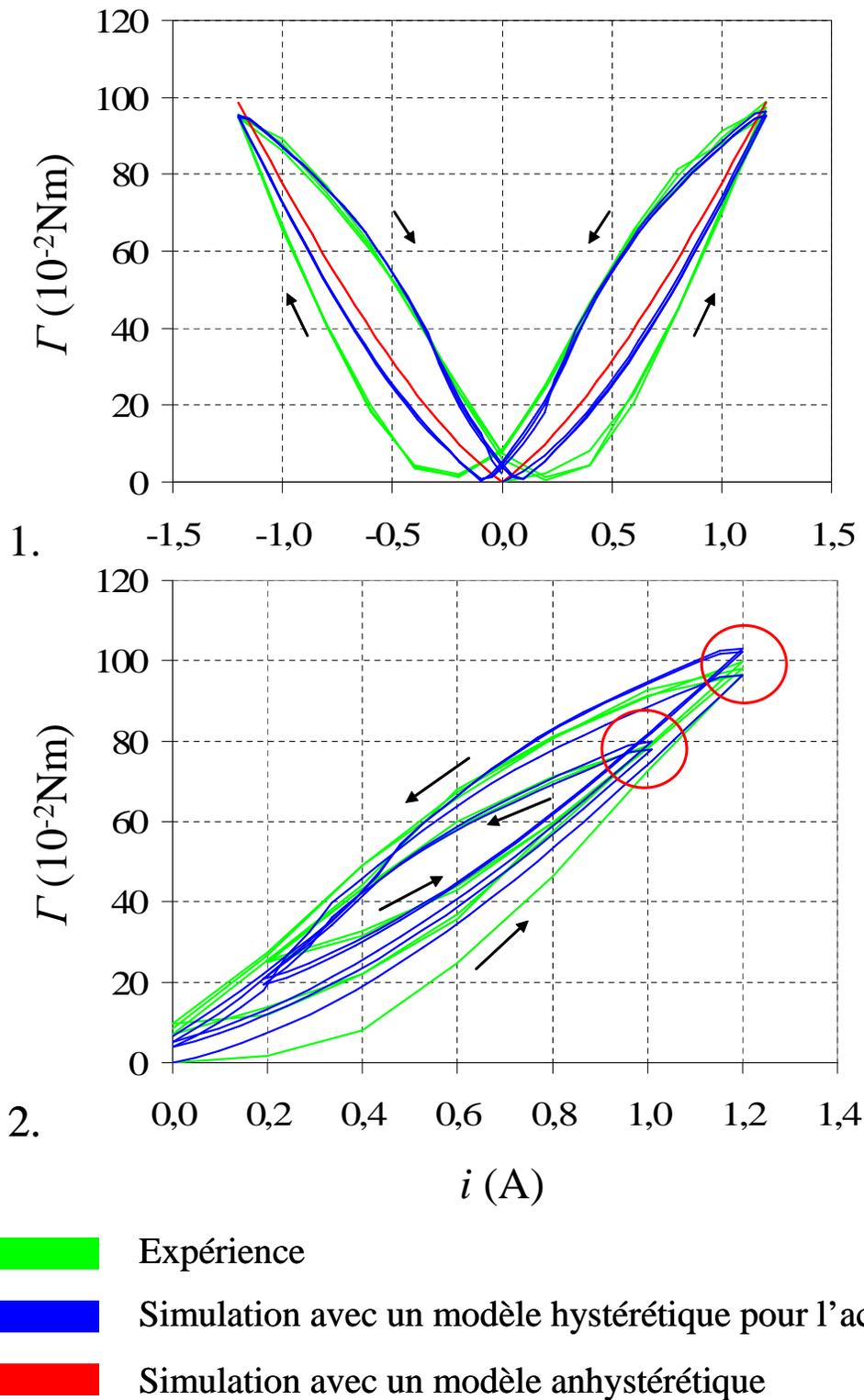


FIGURE 3.45 – Cycles couple - courant relevés expérimentalement et en simulation pour les deux premières formes d'onde du courant représentées sur la fig.3.38. Les sommets des cycles en lesquels ces derniers ne se referment pas ont été entourés de cercles rouges.

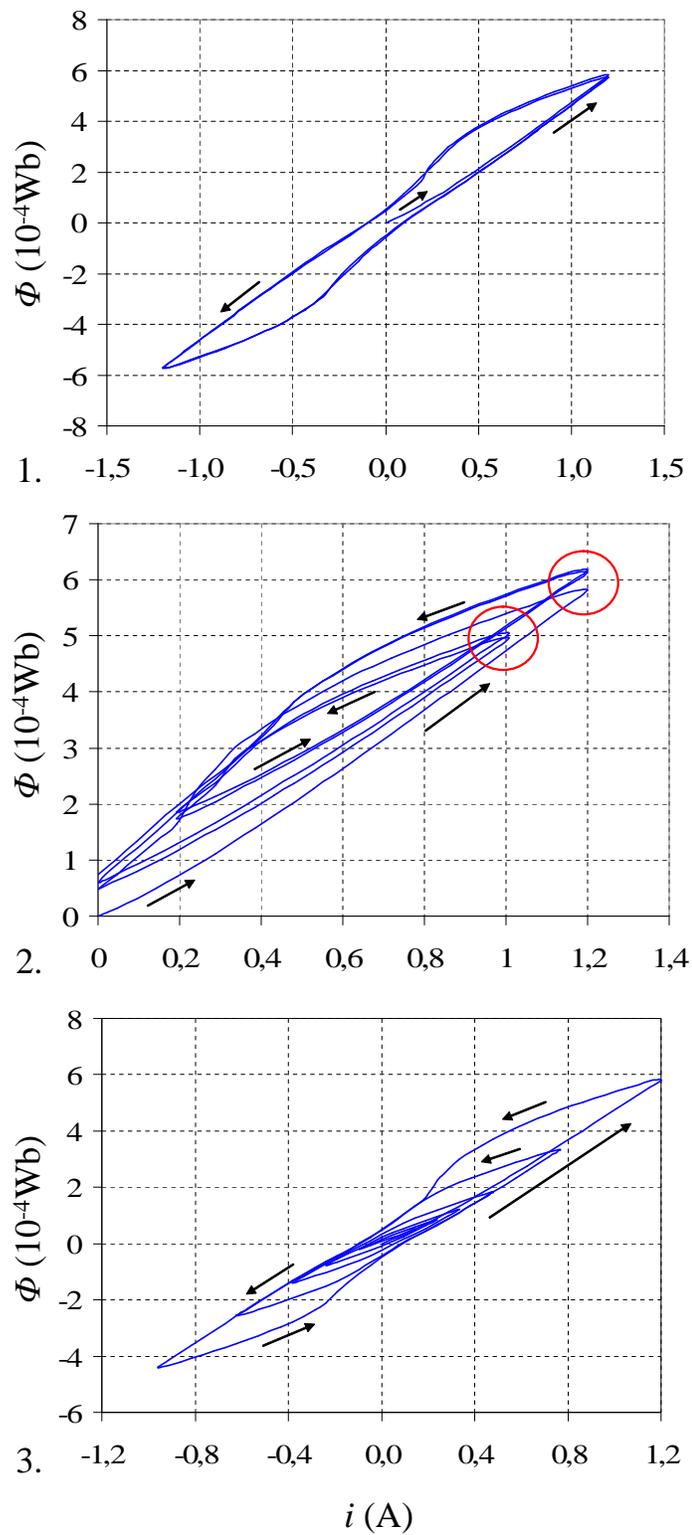


FIGURE 3.46 – Cycles flux - courant relevés en simulation pour les trois premières formes d'onde du courant représentées sur la fig.3.38. Les sommets des cycles en lesquels ces derniers ne se referment pas ont été entourés de cercles rouges.

obtient également en simulation des valeurs de couples rémanents et de courants coercitifs différentes des valeurs expérimentales (5,5 contre 9, 0.10^{-2} Nm et 0,1 A contre 0,25 A).

Sur la fig.3.45.2, on peut voir que dans le cas de la seconde forme d'onde en courant la corrélation entre le calcul et l'expérience est excellente pour toutes les branches du cycle, à l'exception de celle de première magnétisation, pour laquelle on retrouve un écart maximum à 12.10^{-2} Nm pour $i = 0,4$ A. L'écart de l'ordre de 5.10^{-2} Nm observé sur le cycle représenté sur la fig.3.45.1 entre le couple rémanent calculé et le couple mesuré se répète également. On remarque qu'en simulation le cycle couple - courant et le cycle flux - courant correspondant (fig.3.46.2) ne se referment pas sur eux-mêmes en deux de leurs sommets, entourés de cercles rouges sur les figures. Il s'agit là d'une conséquence bien connue du modèle $J - A$. D'autres modèles hystérétiques plus fins décrits dans la littérature, tels que le modèle de Preisach [Pre35], pourraient permettre d'obtenir des cycles fermés.

3.3.2.4 Conclusions

L'hystérésis de la relation entre le couple et le courant a pour origine l'hystérésis magnétique de l'acier constitutif de la culasse et du disque. A partir d'un modèle Eléments Finis magnétostatique 2D basé sur un modèle classique de loi de comportement hystérétique pour l'acier (Jiles - Atherton), il est possible de rendre compte de cette relation avec un bon degré de précision, qualitativement et quantitativement.

Conclusions

Dans cette étude, on a caractérisé et modélisé le comportement d'un frein discoïde à liquide magnétorhéologique dans deux cas de fonctionnement.

Dans le premier cas, l'axe du frein décrit des triangles de vitesse lentement variables à courant constant, ce dernier étant varié au cours des périodes de repos de l'axe entre deux triangles. Les expériences ont permis d'observer que le couple échangé avec l'axe du frein doit typiquement croître jusqu'à un certain seuil, appelé *couple statique*, pour que la rotation s'amorce. Tant que le couple est inférieur au seuil, l'axe du frein est rappelé élastiquement par le liquide MR remplissant les entrefers. A l'instant t_s de l'amorçage de la rotation de l'axe, deux cas de figures se présentent pour l'évolution du couple :

- si le triangle de vitesse suit une démagnétisation, le couple poursuit sa croissance continuellement puis change de pente pour une valeur de la vitesse de quelques tr/min ;
- si le triangle de vitesse suit un autre triangle, pour une même valeur de courant ou pour une valeur différente, le couple diminue instantanément à $t = t_s$ à une valeur que l'on a appelée *couple dynamique* puis croît tandis que la vitesse de l'axe augmente.

Plus le courant est élevé, plus la différence entre le couple statique et le couple dynamique est grande ; dans le cas du frein-test étudié dans cette thèse, on a pu mesurer un couple statique 40% plus important que le couple dynamique lorsque le frein était alimenté à son courant maximum admissible (1, 2 A).

Pendant la phase de rotation, le couple présente une croissance légèrement parabolique en fonction de la vitesse.

Le couple statique est apparu dépendant du courant et de son histoire mais aussi de l'histoire du mouvement de l'axe : les valeurs mesurées aux premiers triangles de vitesse après les variations du courant sont systématiquement différentes de celles mesurées aux triangles suivants, qui se repètent. En l'occurrence, lorsque le courant varie de i_k à i_{k+1} avec $i_k < i_{k+1}$, le couple statique mesuré au premier triangle est inférieur aux couples mesurés aux triangles suivants, et inversement lorsque $i_k > i_{k+1}$. Au cours des premiers triangles pour chaque valeur du courant, on a également observé une hystérésis du couple en fonction de la vitesse : lorsque le courant varie de i_k à i_{k+1} avec $i_k < i_{k+1}$, le couple mesuré à une valeur donnée de la vitesse pendant la croissance de cette dernière est inférieur au couple mesuré à cette même valeur pendant la décroissance,

et inversement lorsque $i_k > i_{k+1}$. Cette hystérésis disparaît pour les triangles suivants. Pour expliquer ces faits, on a avancé l'hypothèse d'un retard de la restructuration des chaînes de particules du liquide MR par rapport aux variations du courant, en supposant également que plus le courant et a fortiori le champ dans les entrefers sont élevés, plus la structure caractéristique des chaînes est résistante. Par "retard", on entend qu'au début du premier triangle de vitesse réalisé à i_{k+1} , la structure des chaînes de particules serait identique à celle qu'elles présentent au cours du dernier triangle de vitesse réalisé à i_k , et cette structure ne serait changée qu'au cours du premier triangle de vitesse, par le jeu des déformations, ruptures et reformations subies de façon cyclique par les chaînes de particules.

En vue de la commande du frein MR, une modélisation de ce dernier a été exposée sur la base des résultats de la caractérisation réalisée dans le premier cas de fonctionnement. Cette modélisation, valable uniquement pour le courant maximum admissible par le frein (1, 2 A) et dans le cas où l'axe a déjà décrit au moins un triangle de vitesse¹⁶, a été élaborée en utilisant le formalisme Graphe Informationnel Causal (G.I.C.) développé au L2EP, qui a pour spécificité de respecter la causalité naturelle des processus mis en jeu dans les systèmes physiques. Les volumes de liquide MR remplissant les entrefers du frein ont été représentés sous la forme d'un ensemble de ressorts de torsion liant le disque à la culasse et "décrochant" de cette dernière lorsque leur élongation atteint une certaine limite. Une fois décrochés, les ressorts se raccrochent instantanément à la culasse en retrouvant leur configuration de repos. Cette modélisation a permis de rendre compte de l'évolution du couple observée expérimentalement à l'amorçage de la rotation, à savoir croissance jusqu'à un maximum - le couple statique - puis diminution instantanée jusqu'au couple dynamique, mais uniquement au cours du premier triangle de vitesse simulé : au cours des triangles simulés consécutivement après ce premier triangle, le couple est apparu continu à l'amorçage de la rotation.

Dans le second cas de fonctionnement, le frein est alimenté en courant lentement variable à vitesse de l'axe constante. On a observé que dans ce cas le couple de freinage évolue toujours de façon continue, ce qui rend ce mode de fonctionnement plus approprié pour une utilisation des freins discoïdes MR en charges variables. Différents relevés de l'hystérésis de la relation entre le couple et le courant ont été obtenus. Sur la base de simulations d'un modèle Eléments Finis magnétostatique 2D du frein, on a pu montrer que l'hystérésis du couple en fonction du courant a pour origine l'hystérésis de l'acier des pièces du circuit magnétique du frein. Le modèle de comportement hystérétique utilisé pour ce dernier (Jiles-Atherton) a permis de rendre compte précisément de la relation entre le couple et le courant observée expérimentalement. Ces travaux d'analyse ont permis de bien mettre en lumière la nécessité d'utiliser des aciers magnétiques doux pour la réalisation de freins MR dans le but de limiter l'hystérésis du couple de freinage en fonction du courant.

Dans la poursuite de ces travaux, des études seront réalisées dans le but de tenter de maîtriser la différence entre le couple statique et le couple dynamique au stade de

16. C'est-à-dire dans le cas où l'on n'observe pas d'hystérésis du couple en fonction de la vitesse et où a fortiori les valeurs du couple se répètent.

la conception des freins discoïdes MR. Des recherches seront également menées pour améliorer le modèle du frein tel qu'il a été décrit dans ce mémoire, à court terme selon trois axes :

- Obtenir en simulation une répétition de l'évolution du couple de freinage pour une série de triangles de vitesse de l'axe du frein réalisée à courant constant et non précédée d'une démagnétisation, à l'instar de ce que l'on observe expérimentalement,
- Permettre une commande du modèle en courant variable¹⁷,
- Rendre compte de l'hystérésis du couple en fonction de la vitesse qui apparaît lors des premiers triangles de vitesse réalisés après chaque variation du courant pendant les périodes de repos de l'axe.

17. Le modèle actuel du frein ne comportant pas d'entrée "courant".

Annexe A

Identification du modèle mécanique de la chaîne d'entraînement du frein

Le modèle mécanique à constantes localisées introduit au chapitre 2 pour représenter la chaîne d'entraînement du frein est rappelé en fig.A.1. La présente annexe détaille la caractérisation et la modélisation du frottement γ_1 et l'identification de l'inertie J_m , de la raideur k_r et du jeu du réducteur α . La valeur de l'inertie J_t , calculée, est de 50 g.cm^2 . La valeur de la raideur k_t , mesurée sur un banc d'essai en torsion, est de 105 Nm/rad .

A.1 Frottement équivalent interne au motoréducteur à charge nulle

A.1.1 Protocole de caractérisation

L'axe du motoréducteur est entraîné à vide à vitesse lentement variable en appliquant une tension d'alimentation $u_m(t)$ de forme triangle. Dans le modèle, ce fonctionnement en régime quasi-permanent se traduit par l'égalité $\gamma_1 = -\Gamma_e$. On relève alors la caractéristique du frottement équivalent γ_1 en fonction de la vitesse de l'axe moteur

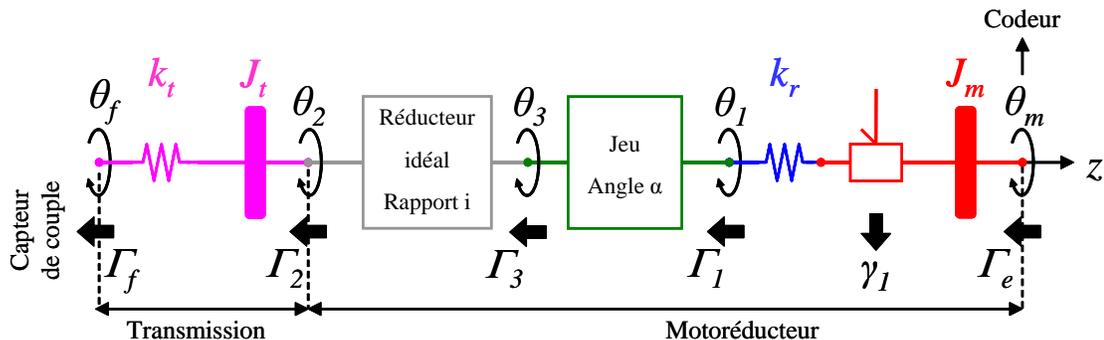


FIGURE A.1 – Modèle mécanique de la chaîne d'entraînement du frein.

Ω_m à partir de la mesure du courant moteur i_m et de la relation

$$\gamma_1 = -k_c i_m \quad (\text{A.1})$$

A.1.2 Résultats

Les fig.A.2.a, b et c présentent les chronogrammes $\theta_m(t)$, $\Omega_m(t)$ et $\gamma_1(t)$ relevés pendant l'application d'un triangle de tension $u_m(t)$ entraînant la rotation de l'axe moteur dans le sens positif. Ceux-ci sont caractéristiques d'un frottement visqueux à seuil. L'axe conserve sa position tant que le couple reste inférieur à une certaine valeur $\gamma_{1,s}$, que l'on relève à 2,8 mNm (fig.A.2.b). A l'instant où cette valeur est atteinte, à $t_1 = 1,1$ s, la rotation s'amorce et l'axe décrit un triangle de vitesse avant de redevenir statique à partir de l'instant $t_2 = 43,3$ s, lorsque le couple atteint une valeur $\gamma_{1,s}^*$ sensiblement égale à $\gamma_{1,s}$ (fig.A.2.a). Entre t_1 et t_2 , le couple connaît une croissance et une décroissance proportionnelles à celles de la vitesse avec un maximum à 7 mNm, soit $2,5\gamma_{1,s}$. A $t = t_2$, la position de l'axe se stabilise et reste constante pendant que le couple décroît jusque zéro (fig.A.2.c).

Sur la fig.A.3, le couple est représenté en fonction de la vitesse pour l'expérience précédente et pour une autre expérience effectuée dans le sens contraire de la rotation. Le comportement du frottement est symétrique.

A.1.3 Modélisation

On adopte le modèle de frottement visqueux à seuil idéalisé représenté sur la fig.A.4 avec $\gamma_{1,s}$ frottement sec et α_1 coefficient visqueux. Les valeurs prises pour ces paramètres (2,85 mNm et $1,06 \text{ mNm}/10^3 \text{ tr}/\text{min}$ respectivement) correspondent aux moyennes des coefficients des ajustements affines d'une série de relevés analogues à celui de la fig.A.3.

Pour le "fonctionnement" dynamique du frottement, on adopte le modèle à deux états représenté sur la fig.A.5 sous la forme d'un réseau de Pétri. Dans l'état 1 le frottement est adhérent : il impose $\Omega_m = 0$ et γ_1 est imposé par les autres forces agissant sur l'axe moteur en vertu de la relation

$$\gamma_1 = \Gamma_e - \Gamma_1 .$$

Dans l'état 2, le frottement, glissant, impose $\gamma_1 = \text{sgn}(\Omega_m)\gamma_{1,s} + \alpha_1\Omega_m$ tandis que Ω_m est imposée par l'ensemble des forces agissant sur l'axe moteur en vertu de

$$J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = \Gamma_e - \Gamma_1 - \gamma_1 .$$

La transition de l'état 1 vers l'état 2 se produit lorsque γ_1 atteint en valeur absolue le seuil d'adhérence $\gamma_{1,s}$. La transition inverse se produit lorsque la vitesse s'annule.

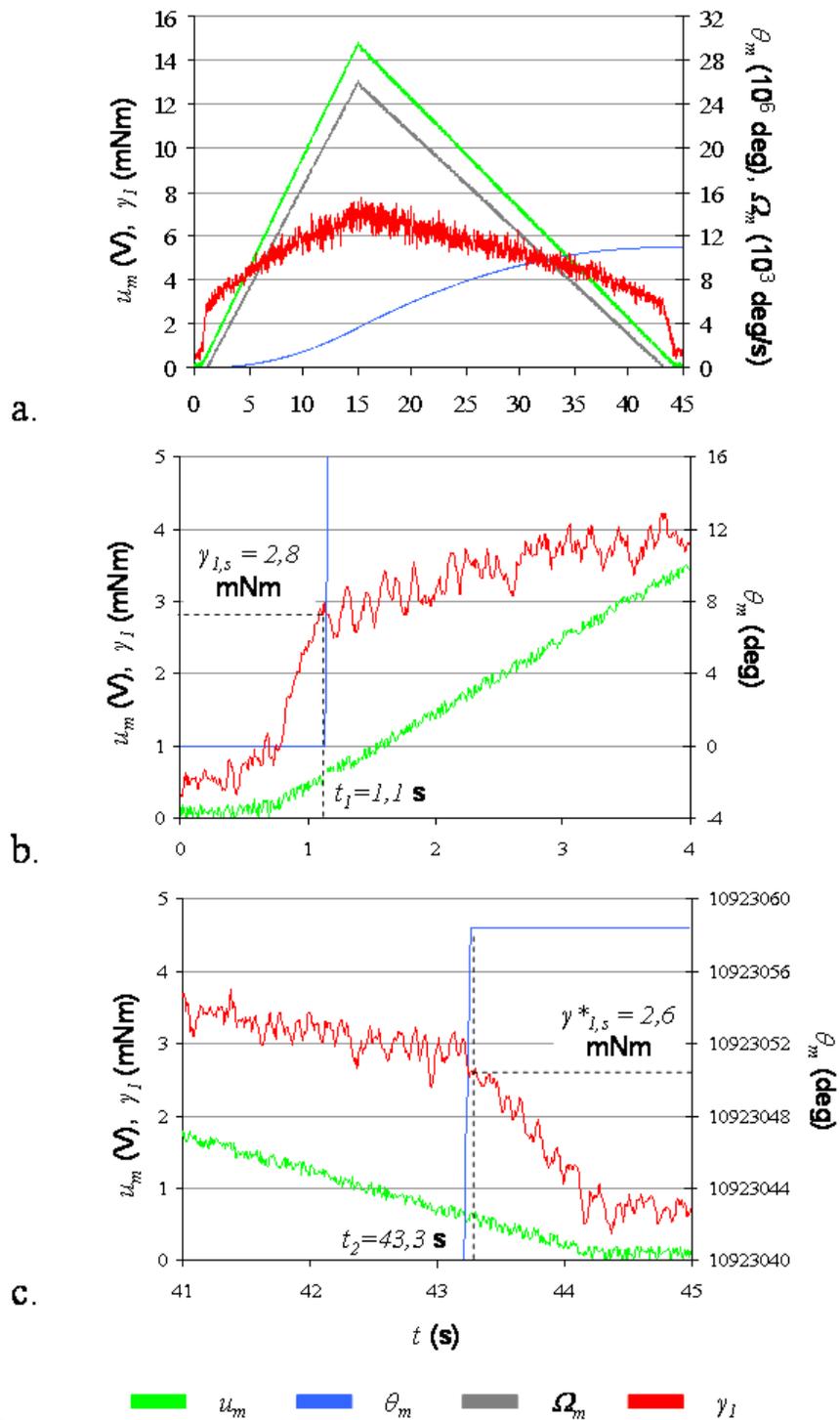


FIGURE A.2 – Chronogrammes de la position $\theta_m(t)$ et de la vitesse $\Omega_m(t)$ de l'axe moteur et du couple de frottement $\gamma_I(t)$ pendant l'application du triangle de tension moteur $u_m(t)$ entraînant une rotation à vide dans le sens positif - a. Représentation sur toute la durée de l'expérience (45 s) - b. Agrandissement sur la partie initiale ($t \in [0; 4]$ s) - c. Agrandissement sur la partie finale ($t \in [41; 45]$ s).

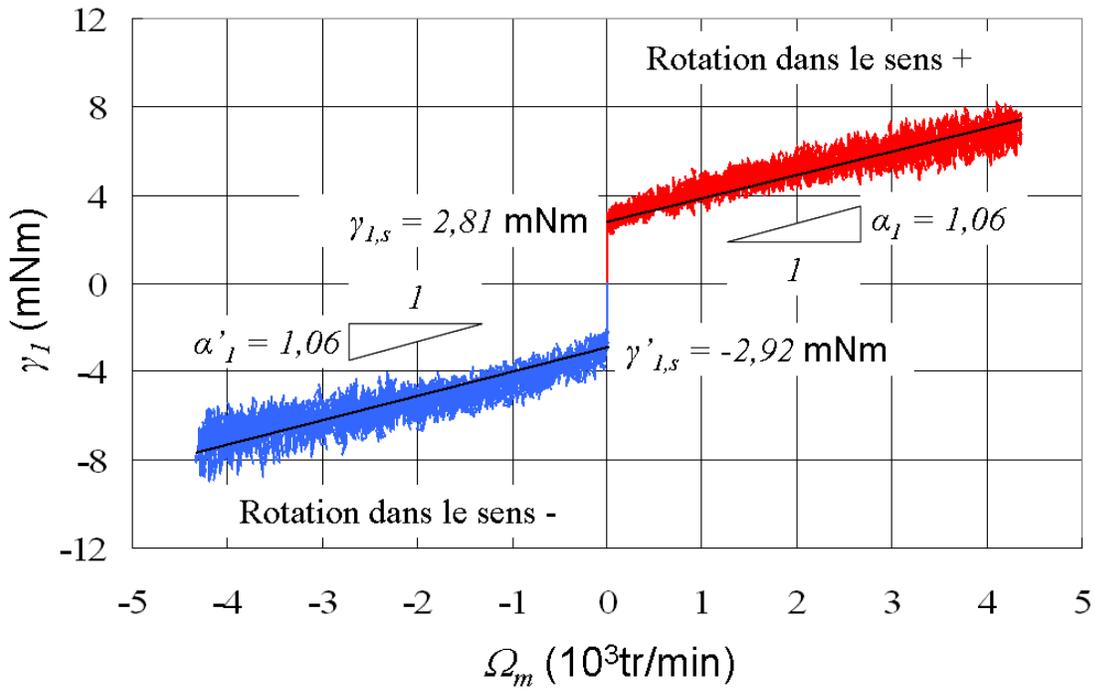


FIGURE A.3 – Représentation du couple de frottement γ_1 en fonction de la vitesse Ω_m de l'axe moteur. Les droites de tendance résultent d'une interpolation par la méthode des moindres carrés.

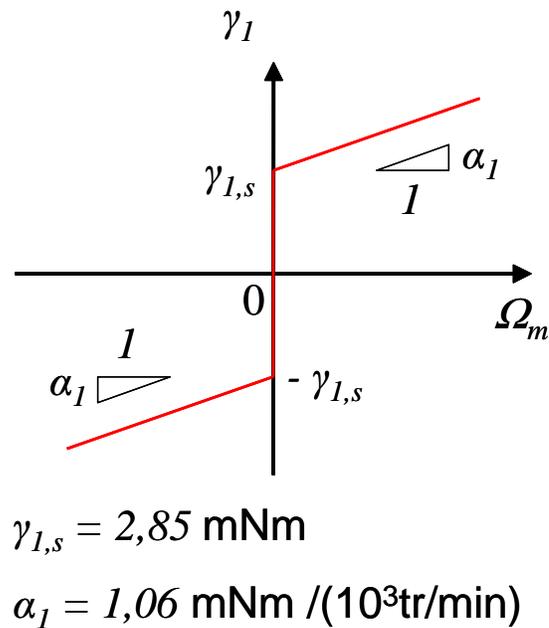


FIGURE A.4 – Modèle de la caractéristique couple-vitesse du frottement équivalent γ_1 .

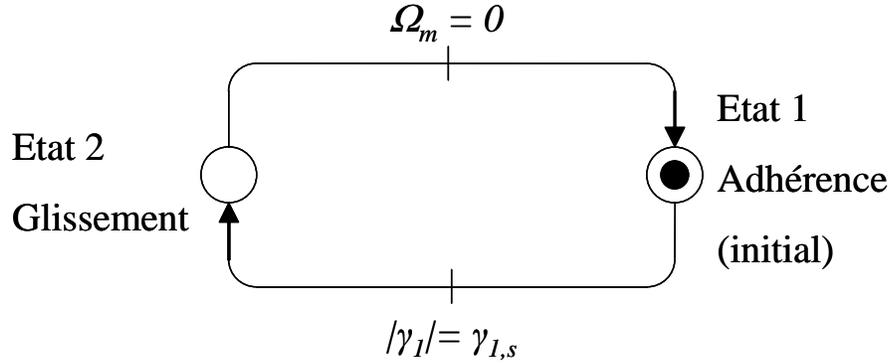


FIGURE A.5 – Réseau de Pétri représentant le fonctionnement dynamique du frottement γ_1 .

A.2 Inertie du motoréducteur

A.2.1 Protocole d'identification

L'axe du motoréducteur est entraîné en rotation à vide à vitesse constante. A l'instant $t = 0$ on ouvre le circuit de l'induit et on enregistre la décroissance de la tension moteur $u_m(t)$, ici égale à la force contre-électromotrice $e(t)$ qui est l'image de la vitesse de l'axe moteur $\Omega_m(t)$ par la relation $e = k_e \Omega_m$.

D'après le modèle, l'équation de la dynamique de l'axe moteur pour $t > 0$ s'écrit

$$\begin{aligned} J_m \frac{d\Omega_m}{dt} &= -\gamma_1 = \gamma_{1,s} - \alpha_1 \Omega_m & \text{si } \Omega_m(0) < 0 \\ &= -\gamma_{1,s} - \alpha_1 \Omega_m & \text{si } \Omega_m(0) > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Soit encore, en multipliant les membres de cette équation par k_e ,

$$\begin{aligned} \frac{du_m}{dt} + \frac{\alpha_1}{J_m} u_m &= \frac{k_e \gamma_{1,s}}{J_m} & \text{si } u_m(0) < 0 \\ &= -\frac{k_e \gamma_{1,s}}{J_m} & \text{si } u_m(0) > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

avec $u_m(0) = k_e \Omega_m(0)$. La solution de cette équation différentielle, en écrivant la condition initiale $u_m(0) = u_{m,0}$, est

$$\begin{aligned} u_m(t) &= \left(u_{m,0} + \frac{k_e \gamma_{1,s}}{\alpha_1} \right) e^{-\frac{\alpha_1}{J_m} t} + \frac{k_e \gamma_{1,s}}{\alpha_1} & \text{si } u_{m,0} < 0 \\ &= \left(u_{m,0} + \frac{k_e \gamma_{1,s}}{\alpha_1} \right) e^{-\frac{\alpha_1}{J_m} t} - \frac{k_e \gamma_{1,s}}{\alpha_1} & \text{si } u_{m,0} > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Après calculs, l'expression de la durée t_0 au bout de laquelle la tension s'annule est

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{J_m}{\alpha_1} \ln \left(1 - \frac{\alpha_1 u_{m,0}}{k_e \gamma_{1,s}} \right) & \text{si } u_{m,0} < 0 \\ &= \frac{J_m}{\alpha_1} \ln \left(1 + \frac{\alpha_1 u_{m,0}}{k_e \gamma_{1,s}} \right) & \text{si } u_{m,0} > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

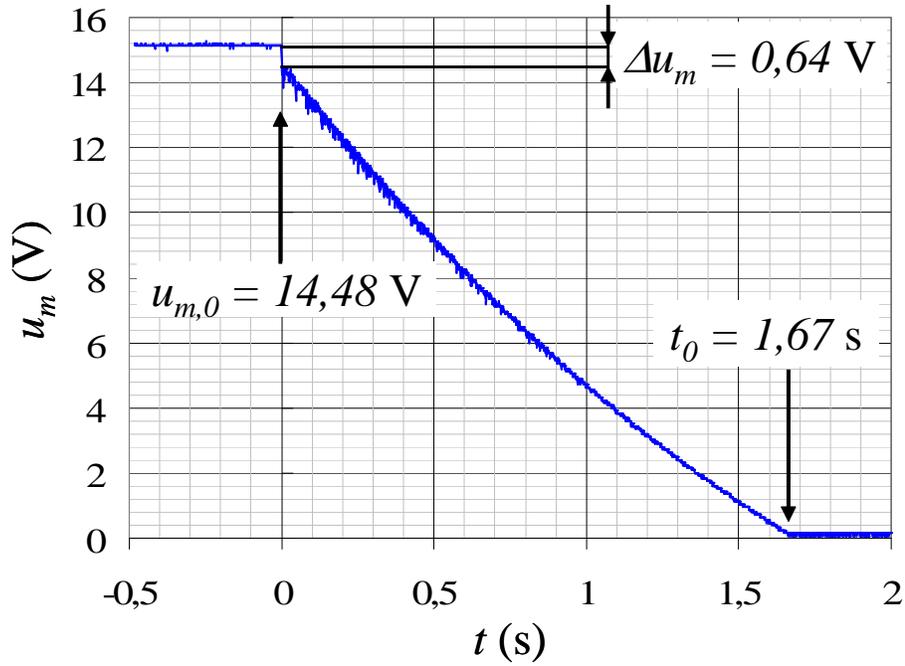


FIGURE A.6 – Chronogramme de la tension moteur $u_m(t)$ après ouverture du circuit de l'induit en rotation à vide.

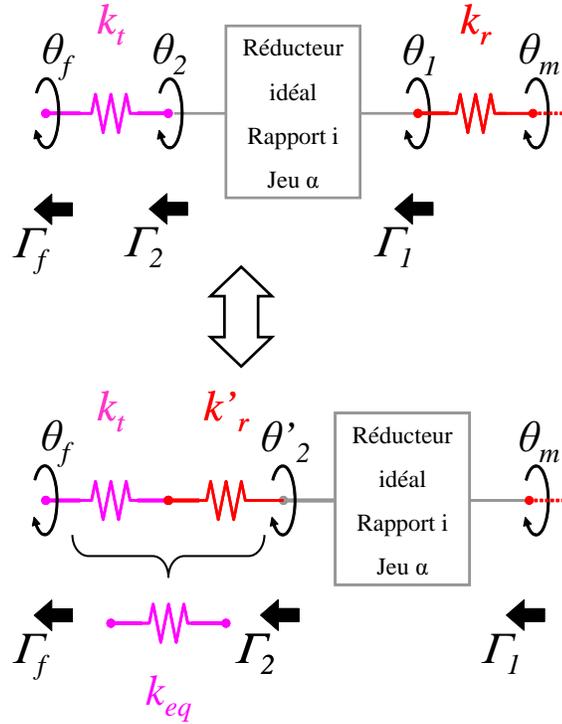
On en déduit la formule qui permet de calculer J_m à partir des mesures de $u_{m,0}$ et de t_0 :

$$\begin{aligned}
 J_m &= \frac{\alpha_1 t_0}{\ln \left(1 - \frac{\alpha_1 u_{m,0}}{k_e \gamma_{1,s}} \right)} \quad \text{si } u_{m,0} < 0 \\
 &= \frac{\alpha_1 t_0}{\ln \left(1 + \frac{\alpha_1 u_{m,0}}{k_e \gamma_{1,s}} \right)} \quad \text{si } u_{m,0} > 0
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

A.2.2 Résultat

La fig.A.6 présente le chronogramme $u_m(t)$ obtenu pour une vitesse initiale de l'axe moteur de 4500 tr/min dans le sens positif. A l'ouverture du circuit, il se produit une discontinuité dans la forme d'onde de la tension en raison de l'annulation du courant circulant dans la résistance de l'induit ; on vérifie que la valeur Δu_m de cette discontinuité (0,64 V) est du même ordre de grandeur que le produit $r i_m$ (0,48 V) avec r valeur mesurée pour la résistance de l'induit (1,9 Ω) et i_m courant moteur mesuré à vide pour la valeur de vitesse citée ($i_m = \gamma_1/k_c = 7,6/30,2 \approx 0,250$ A pour $\Omega_m = 4500$ tr/min - voir la section A.1). On mesure $u_{m,0} = 14,48$ V et $t_0 = 1,67$ s. On en déduit

$$J_m = 168 \text{ g.cm}^2 .$$

FIGURE A.7 – Transformation du modèle conduisant à la définition du paramètre k_{eq} .

A.3 Raideur et jeu du réducteur

A.3.1 Protocole d'identification

Dans un premier temps, on identifie la raideur k_{eq} équivalente à l'association en série de la raideur k_t de la transmission et de la raideur k'_r du réducteur ramenée sur son axe de sortie (fig.A.7). L'inertie J_t est ici négligée car le régime est quasi-statique ($\Omega_m \approx 0$). On identifie ensuite k_r à partir des valeurs de k_{eq} et de k_t (déjà mesurée) par la relation

$$k_r = \frac{1}{i^2} k'_r = \frac{1}{i^2} \frac{k_t k_{eq}}{k_t - k_{eq}} \quad (\text{A.7})$$

Dans le banc expérimental, on met la transmission en liaison directe avec le capteur de couple à l'aide d'une pièce cylindrique de grande rigidité. On applique ensuite une tension $u_m(t)$ alternative triangulaire lentement variable aux bornes du motoréducteur de façon à effectuer une série de torsions quasi-statiques dans les deux sens de rotation. On relève le courant $i_m(t)$, la position $\theta_m(t)$ et le couple de rappel $\Gamma_2(t)$ qui est ici le couple mesuré par le capteur. La transmission étant bloquée, le jeu du réducteur est reporté sur l'axe moteur; on identifie son amplitude à celle des sauts dans la forme d'onde de θ_m lors des changements de sens de la torsion, ces derniers correspondant aux changements de signe de i_m . La raideur équivalente de la chaîne d'actionnement k_{eq} est identifiée à la pente de la courbe $\Gamma_2 = f(\theta'_2)$ avec $\theta'_2 = i\theta_m$, soit encore i fois la pente de la courbe $\Gamma_2 = f(\theta_m)$ en excluant les points correspondant au franchissement du jeu.

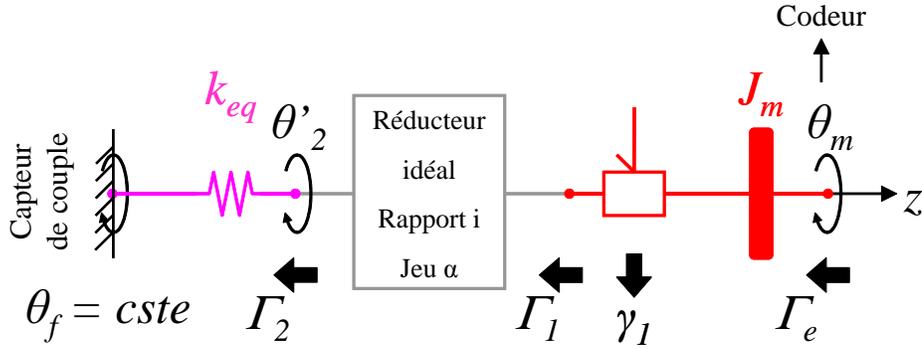


FIGURE A.8 – Modèle mécanique de la chaîne d'actionnement dans l'expérience d'identification de k_{eq} , en supposant que la torsion θ_f de l'ensemble capteur - pièce de liaison est négligeable devant le petit déplacement θ'_2 de l'axe de sortie du réducteur pendant toute la durée de l'expérience.

A.3.2 Résultats

La fig.A.9.a représente les chronogrammes $i_m(t)$, $\Gamma_2(t)$ et $\theta_m(t)$ relevés pendant deux périodes d'une tension $u_m(t)$ d'amplitude 3,6 V. Le courant i_m évolue proportionnellement à la tension ; ceci est la conséquence du blocage de la rotation de l'axe moteur, qui fait se comporter l'induit comme une résistance d'un point de vue électrique. La forme d'onde de θ_m comporte des " sauts " caractéristiques du franchissement du jeu aux changements de signe de i_m , c'est-à-dire, aux inversions du sens du couple moteur Γ_e ; sur plusieurs essais, on identifie l'amplitude α du jeu à 32° en moyenne. Sur la durée séparant deux sauts consécutifs, la position de θ_m évolue proportionnellement à i_m à l'exception d'un intervalle pendant lequel elle est constante. Pour chaque alternance de θ_m cet intervalle, d'une durée qui se répète à environ 40 s, débute à l'instant où la pente de i_m change de signe. Le couple de rappel Γ_2 , qui dépend de l'angle de torsion de la chaîne d'actionnement θ'_2 et donc a fortiori de la position de l'axe moteur θ_m , décrit des plateaux synchronisés sur ceux de cette dernière.

Comme le montre la représentation du couple Γ_2 en fonction de la position de l'axe moteur θ_m (fig.A.10.b), l'élasticité de la chaîne d'actionnement est linéaire. L'amplitude $\Delta\Gamma_2$ du couple est de 2,72 Nm. Celle du déplacement $\Delta\theta'_2$ de l'axe de sortie du réducteur vaut $(\Delta\theta_m - \alpha)/i = (95 - 32)/32 = 1,97^\circ$. On identifie k_{eq} à i fois la moyenne des pentes des deux branches obliques de la courbe, soit $k_{eq} = 1,39 \text{ Nm/deg} = 79,6 \text{ Nm/rad}$. Sur plusieurs expériences effectuées à différents angles de fixation de la transmission sur la pièce de liaison, on relève en moyenne $k_{eq} = 1,37 \text{ Nm/deg} = 78,5 \text{ Nm/rad}$. D'après (A.7) on en déduit

$$k_r = 3.10^{-1} \text{ Nm/rad}$$

Dans la section suivante, sur la base de simulations, on met en évidence le rôle du frottement équivalent γ_1 dans l'existence des plateaux de θ_m et Γ_2 ainsi que la variation de ce frottement en fonction du couple transmis par le réducteur. Une modification du modèle décrit à la section A.1 est proposée de façon à représenter cette variation.

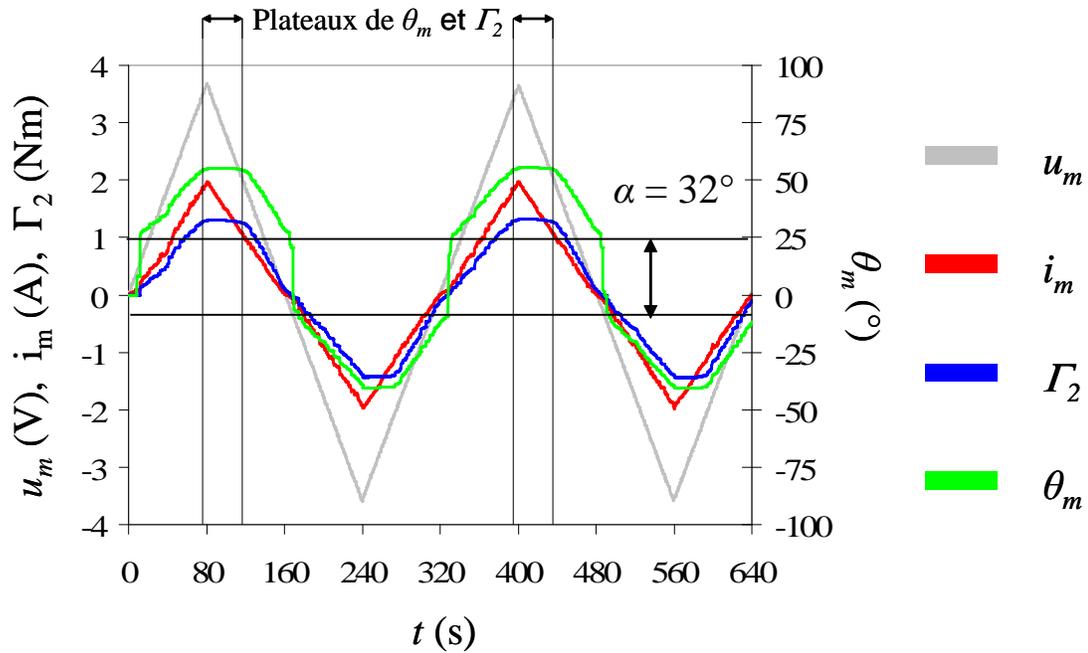


FIGURE A.9 – Chronogrammes $i_m(t)$ du courant moteur, $\Gamma_2(t)$ du couple de torsion de l'ensemble réducteur-transmission et $\theta_m(t)$ de la position de l'axe moteur pendant deux périodes de la tension moteur $u_m(t)$. Identification du jeu α du réducteur.

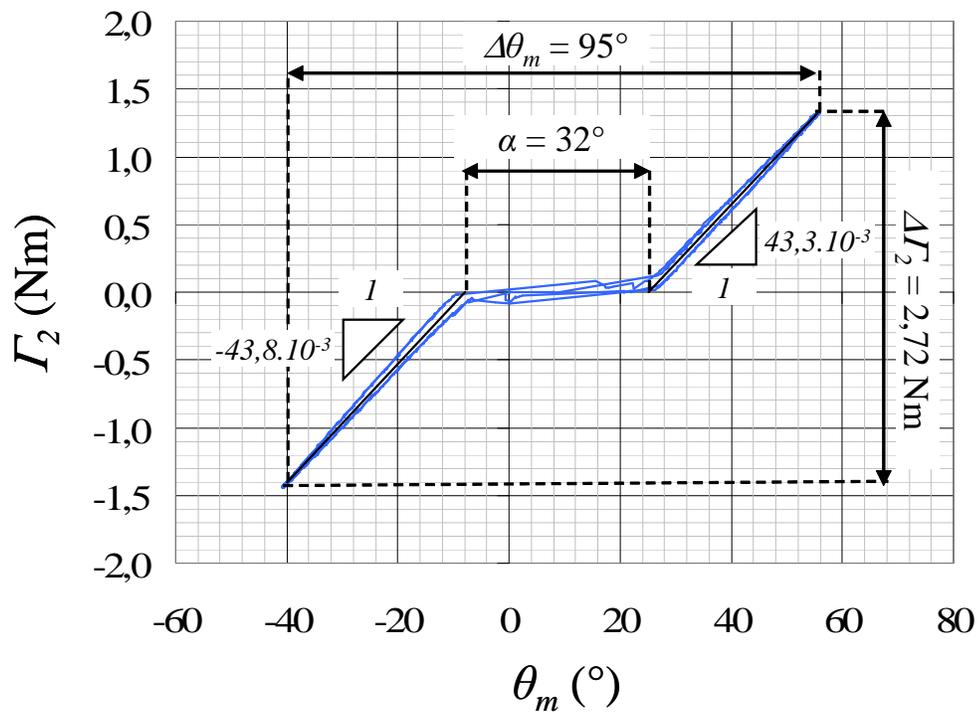


FIGURE A.10 – Représentation du couple Γ_2 en fonction de la position de l'axe moteur θ_m .

A.4 Modification du modèle du frottement équivalent interne au motoréducteur - Adaptation au cas de charges non nulles

Sur la fig.A.11, on a juxtaposé aux chronogrammes $\theta_m(t)$ de la position de l'axe moteur, $\Gamma_e(t)$ du couple électromagnétique sur l'axe moteur et $\gamma_1(t)$ du couple de frottement équivalent relevés expérimentalement les chronogrammes de ces mêmes grandeurs obtenus par la simulation de la chaîne d'entraînement dans la configuration de l'expérience d'identification de la raideur du réducteur avec la même entrée en tension $u_m(t)$ (voir la section précédente).

Expérimentalement et en simulation, le couple Γ_e a été calculé à partir de la mesure de i_m (voir la relation (2.56)). En raison du caractère quasi-statique de l'expérience,

$$J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = \Gamma_e - \Gamma_1 - \gamma_1 \approx 0$$

et le couple γ_1 a été mesuré comme la différence du couple électromagnétique Γ_e sur l'axe moteur et du couple de charge Γ_1 transmis à cet axe. Le couple Γ_1 a été calculé à partir de la mesure de Γ_2 par le capteur d'effort, avec $\Gamma_1 = \Gamma_2/i$.

Deux simulations ont été effectuées. Dans la première, les frottements internes au motoréducteur n'étaient pas modélisés (fig.A.11.b). Dans la seconde, ils étaient représentés par le modèle de frottement équivalent γ_1 décrit à la section A.1, valable dans le cas où aucune charge n'est connectée à l'axe de sortie du réducteur (fig.A.11.c). Les chronogrammes de θ_m obtenus par les simulations montrent que ces frottements sont à l'origine des plateaux : lorsqu'ils ne sont pas pris en compte dans la simulation, la forme d'onde de θ_m est purement triangulaire, sinon, elle est écrêtée. Remarquons que le jeu du réducteur n'a pas été modélisé, ce qui explique l'absence de sauts dans ces chronogrammes.

Compte-tenu des résultats des simulations, on peut interpréter les plateaux de θ_m observés expérimentalement comme des phases d'adhérence du frottement équivalent interne au motoréducteur γ_1 .

Sur le chronogramme de simulation de la fig.A.11.c, on peut voir que pendant ces phases d'adhérence, γ_1 évolue de $-2,85$ à $2,85$ mNm ou inversement. On retrouve ici la valeur du frottement sec $\gamma_{1,s}$ du modèle de la section A.1. Le changement de signe du frottement est dû à l'inversion du sens de la déformation de la chaîne d'entraînement au changement de pente de $|\Gamma_e|$: de torsion ($|\theta_m|$ croissant) lorsque $|\Gamma_e|$ est croissant, on passe à relaxation ($|\theta_m|$ décroissant) lorsque celui-ci décroît. Pendant les phases de variations de θ_m , le frottement est constant, égal au frottement sec ou à son opposé ; cela s'explique sur la base du modèle de la section A.1 par le caractère quasi-statique de ces variations :

$$\gamma_1 = \text{sgn}(\Omega_m)\gamma_{1,s} + \alpha_1\Omega_m \approx \text{sgn}(\Omega_m)\gamma_{1,s}$$

car la vitesse Ω_m est négligeable.

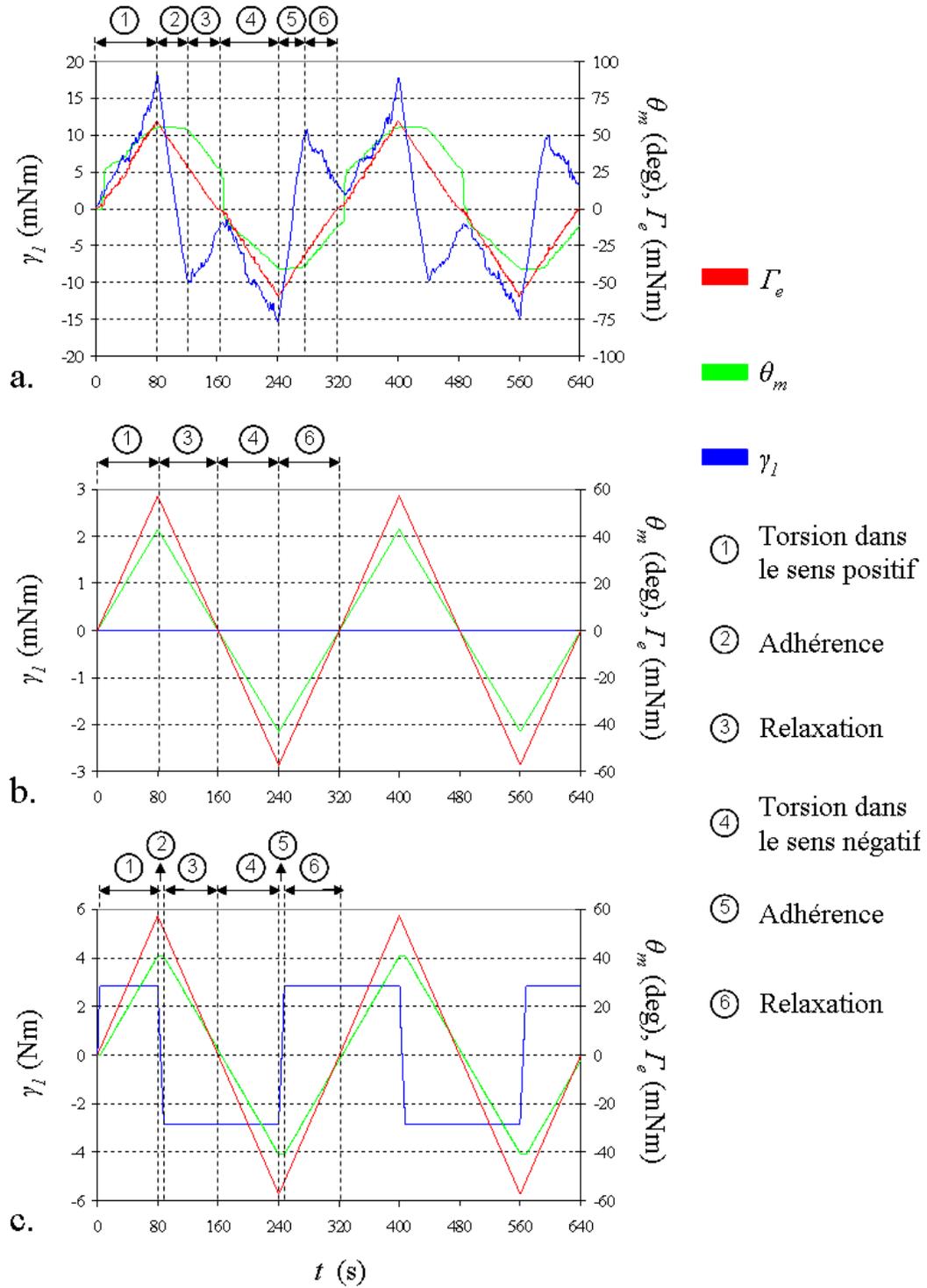


FIGURE A.11 – Chronogrammes du couple électromagnétique sur l’axe moteur $\Gamma_e(t)$, de la position de l’axe moteur $\theta_m(t)$ et du couple de frottement équivalent du motoréducteur $\gamma_l(t)$. - a. Expérience. - b. Simulation avec un frottement nul. - c. Simulation avec le modèle du frottement élaboré à la section A.1.

En simulation, on observe que les plateaux décrits par θ_m ont des durées de 9 s contre 40 s pour les plateaux relevés expérimentalement. Par ailleurs, pendant les phases de variation de θ_m , le frottement relevé expérimentalement n'est pas constant : dans le cas d'une torsion dans le sens positif, il augmente de 2,85 mNm à 18 mNm puis diminue jusque -10 mNm pendant la phase d'adhérence avant d'augmenter jusqu'à $-2,85$ mNm pendant la relaxation ; dans le cas d'une torsion dans le sens négatif, il diminue de $-2,85$ mNm à -15 mNm, puis augmente jusque 10 mNm avant de diminuer jusqu'à 2,85 mNm. Il apparaît d'après ces observations que le frottement sec $\gamma_{1,s}$ croît en fonction de l'angle de torsion du réducteur ou du couple que celui-ci transmet. Cette croissance pourrait être expliquée par une modification des caractéristiques des engrenages du réducteur, en particulier, une augmentation des surfaces de contact entre dents, lorsque le couple transmis par le réducteur augmente.

Sur la fig.A.12, on a représenté le cycle du frottement équivalent γ_1 en fonction du couple Γ_1 transmis par l'axe moteur à l'axe d'entrée du réducteur, à partir des chronogrammes de la fig.A.11.a pour le premier et de la fig.A.9 pour le second (avec $\Gamma_1 = \Gamma_2/i$). La branche AB représente une torsion dans le sens positif et les branches BC et CD les phases d'adhérence et de relaxation qui la suivent. Les branches DE , EF et FA représentent le même schéma pour une torsion dans le sens négatif. Pendant les phases de variation de θ_m (branches AB , CD , DE et FA), le frottement γ_1 et le frottement sec $\gamma_{1,s}$ sont confondus. On voit que $\gamma_{1,s}$ croît linéairement en fonction de Γ_1 en valeurs absolues, d'où le nouveau modèle proposé pour le frottement équivalent

$$\gamma_1 = \text{sgn}(\Omega_m) (\gamma_{1,s}^0 + \beta_1 |\Gamma_1|) + \alpha_1 \Omega_m \quad (\text{A.8})$$

avec $\gamma_{1,s}^0 = 2,7 \cdot 10^{-3}$ Nm frottement sec à charge nulle sur l'axe du réducteur, $\alpha_1 = 0,78$ mNm/($10^3 \text{tr}/\text{min}$) coefficient visqueux et $\beta_1 = 0,24$. La valeur de $\gamma_{1,s}^0$ correspond à la moyenne des valeurs absolues des ordonnées à l'origine des branches AB , CD , DE et FA du cycle et de la valeur de la section A.1. La valeur de α_1 est celle de la section A.1. La valeur de $\beta_1 = 0,24$ correspond à la moyenne des valeurs absolues des pentes des branches AB , CD , DE et FA du cycle.

Les chronogrammes du frottement équivalent γ_1 et de la position θ_m obtenus par la simulation de la chaîne d'entraînement avec le nouveau modèle du frottement sont représentés sur les fig.A.13.a et b. superposés aux chronogrammes expérimentaux. Les plateaux de θ_m observés expérimentalement et en simulation ont sensiblement la même durée.

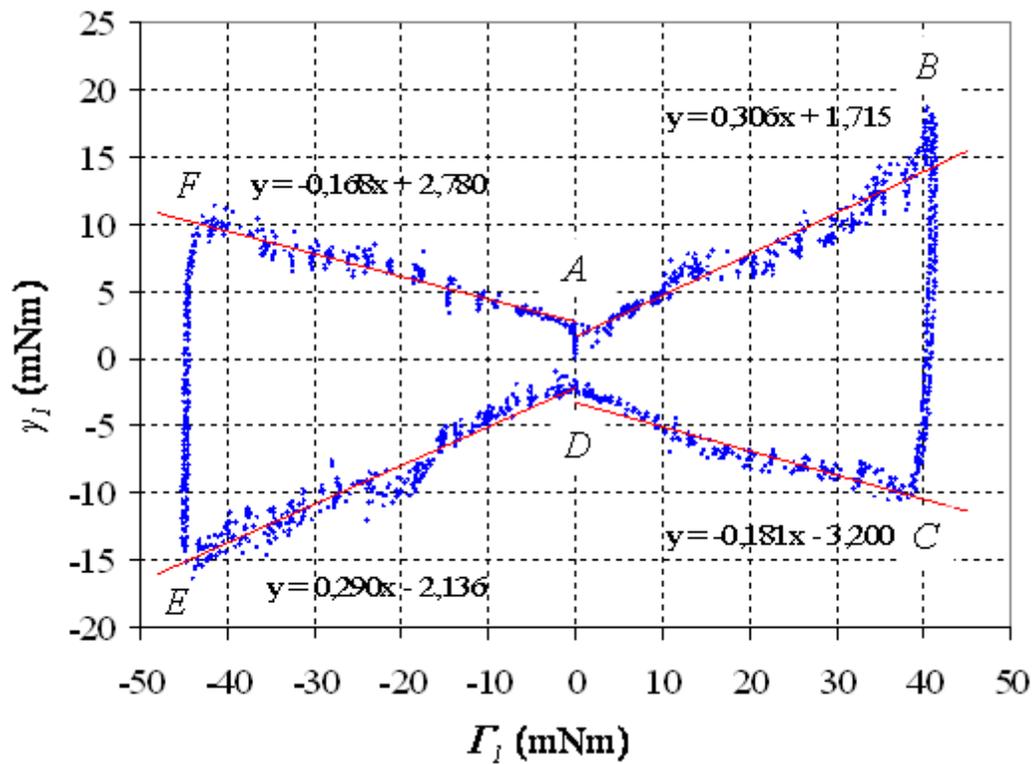


FIGURE A.12 – Cycle du couple de frottement équivalent γ_1 en fonction du couple Γ_1 transmis par l'axe moteur à l'axe d'entrée du réducteur idéal dans le modèle mécanique de la chaîne d'entraînement.

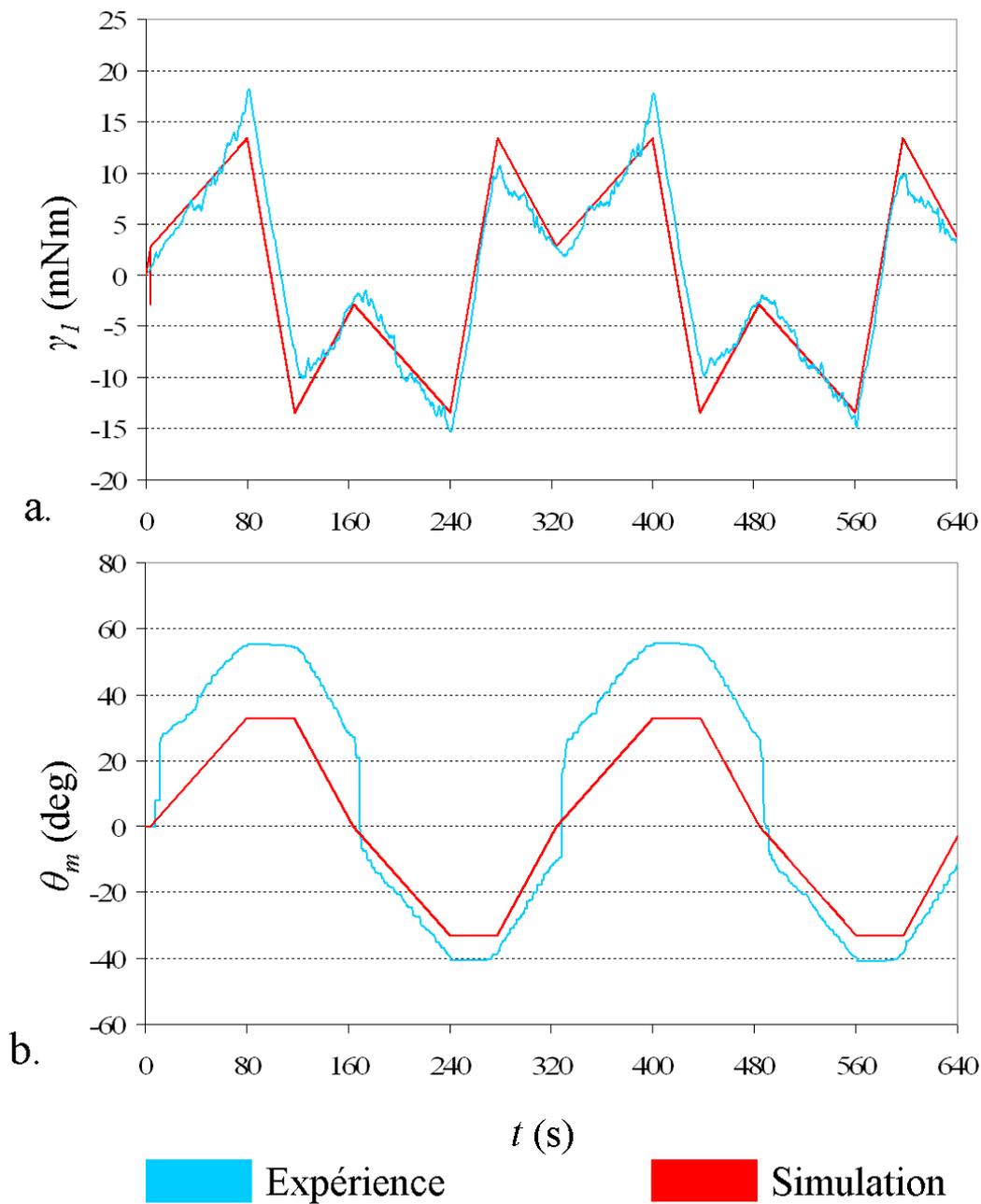


FIGURE A.13 – Chronogrammes du frottement équivalent γ_1 (a) et de la position de l'axe moteur θ_m (b) relevés expérimentalement et en simulation.

Annexe B

Modèles Simulink du frein-test MR et de sa chaîne d'entraînement

Les diagrammes Simulink reproduits dans cette annexe (voir pages suivantes) ont été déduits des différents graphes informationnels causaux (G.I.C.) présentés dans les chapîtres 2 et 3. Les blocs ou ensemble de blocs correspondant aux différents processus énergétiques identifiés au sein de ces graphes, notés $\{R_i\}_{i \in [1;15]}$, ont été encadrés par un trait-tiret rouge sur les diagrammes. Ces derniers ont été simulés à l'aide du solveur `ode23tb(stiff/TR-BDF2)` configuré de la façon suivante :

```
Type : Variable-step  
Max step size :  $5 \cdot 10^{-5}$  s  
Min step size : auto  
Initial step size : auto  
Zero crossing control : use local setting  
Relative tolerance : 1  
Absolute tolerance : auto  
Current Simulink mode : accelerator
```

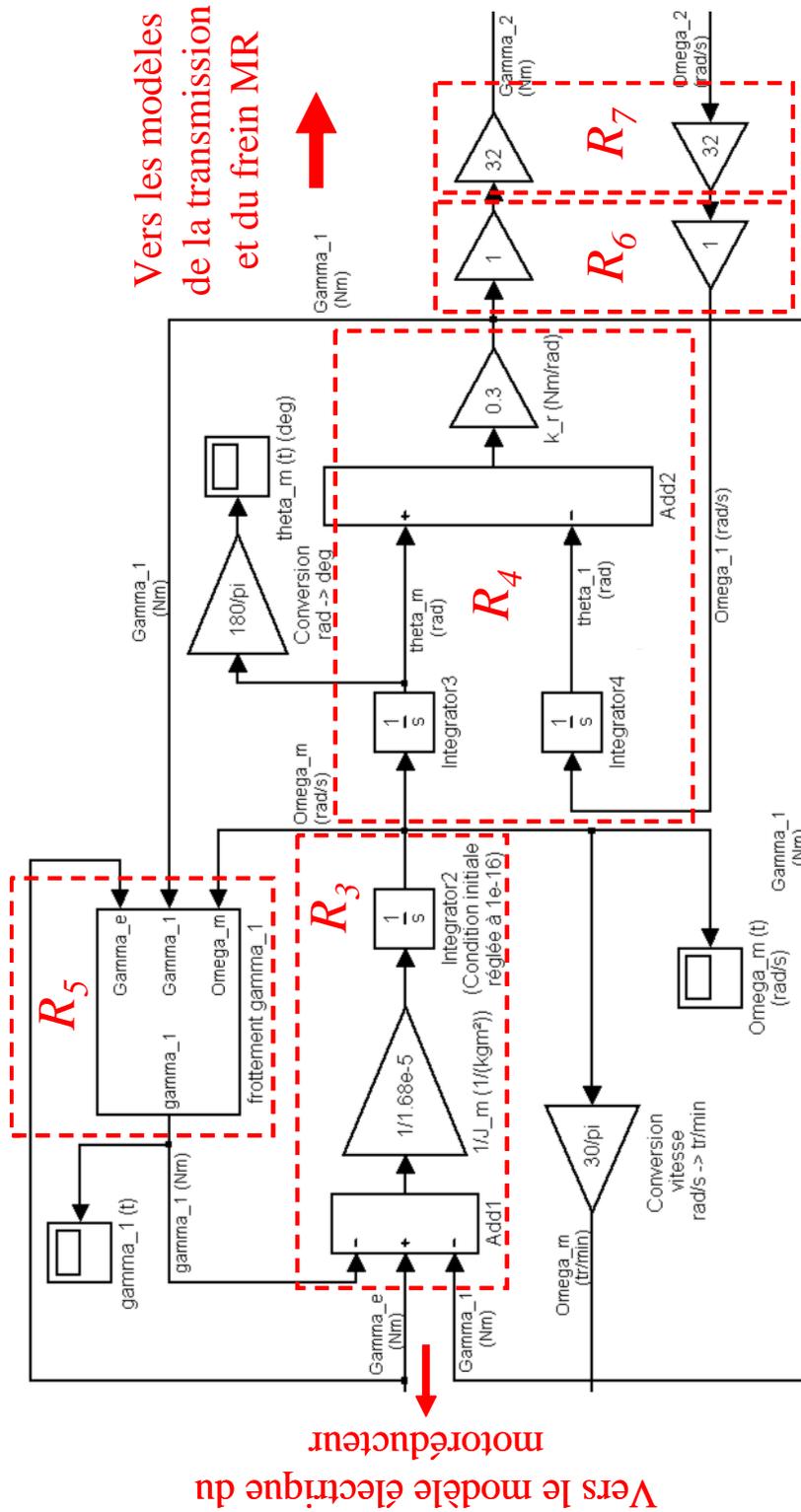



FIGURE B.2 – Diagramme Simulink modélisant le comportement mécanique du motoréducteur, déduit du graphe informationnel causal représenté sur la fig.2.27.

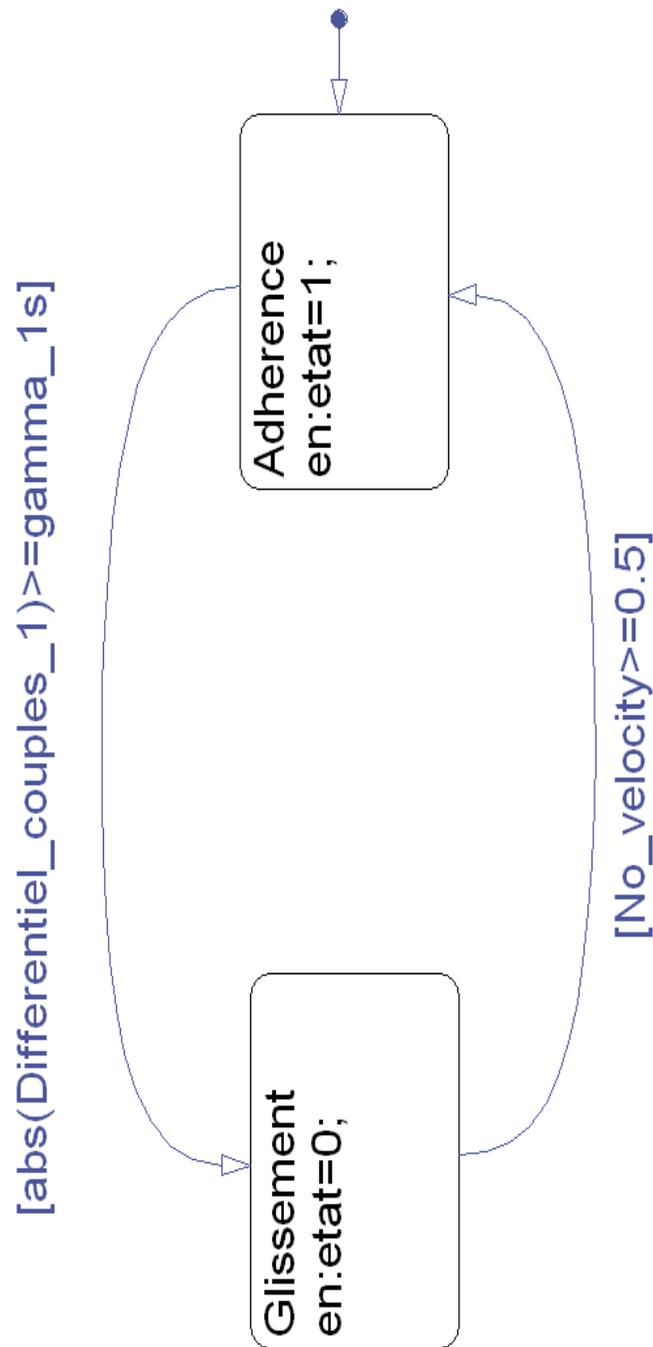


FIGURE B.4 – Diagramme du bloc StateFlow "Chart" (voir la fig.B.3). On retrouve la structure du réseau de Pétri de la fig.2.25, les états 1 (frottement γ_1 adhérent) et 2 (frottement γ_1 glissant) de ce dernier correspondant respectivement aux valeurs 1 et 0 de la variable `etat`. La transition de l'état 1 vers l'état 2 du réseau se produit lorsque la vitesse de l'axe moteur Ω_m s'annule; dans le diagramme, la condition de cette transition porte sur la variable `No_velocity`, dont la valeur passe de 0 à 1 lorsqu'une annulation de la vitesse est détectée.

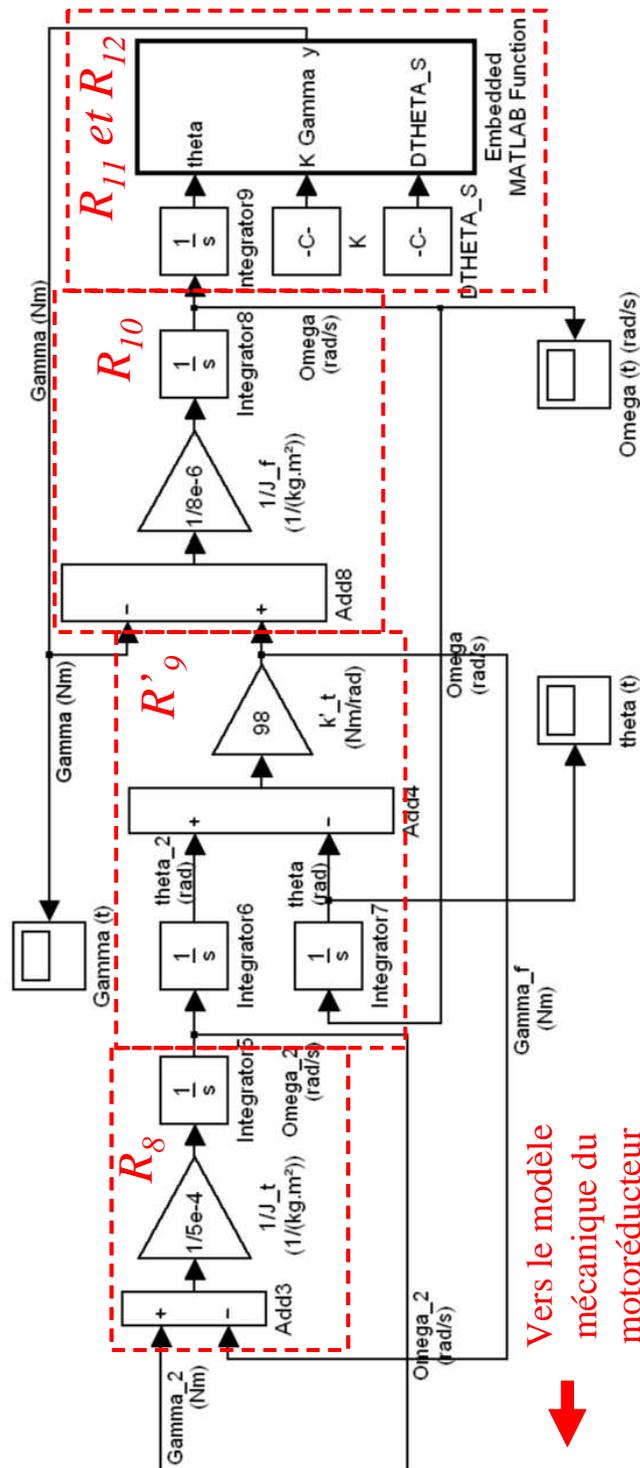
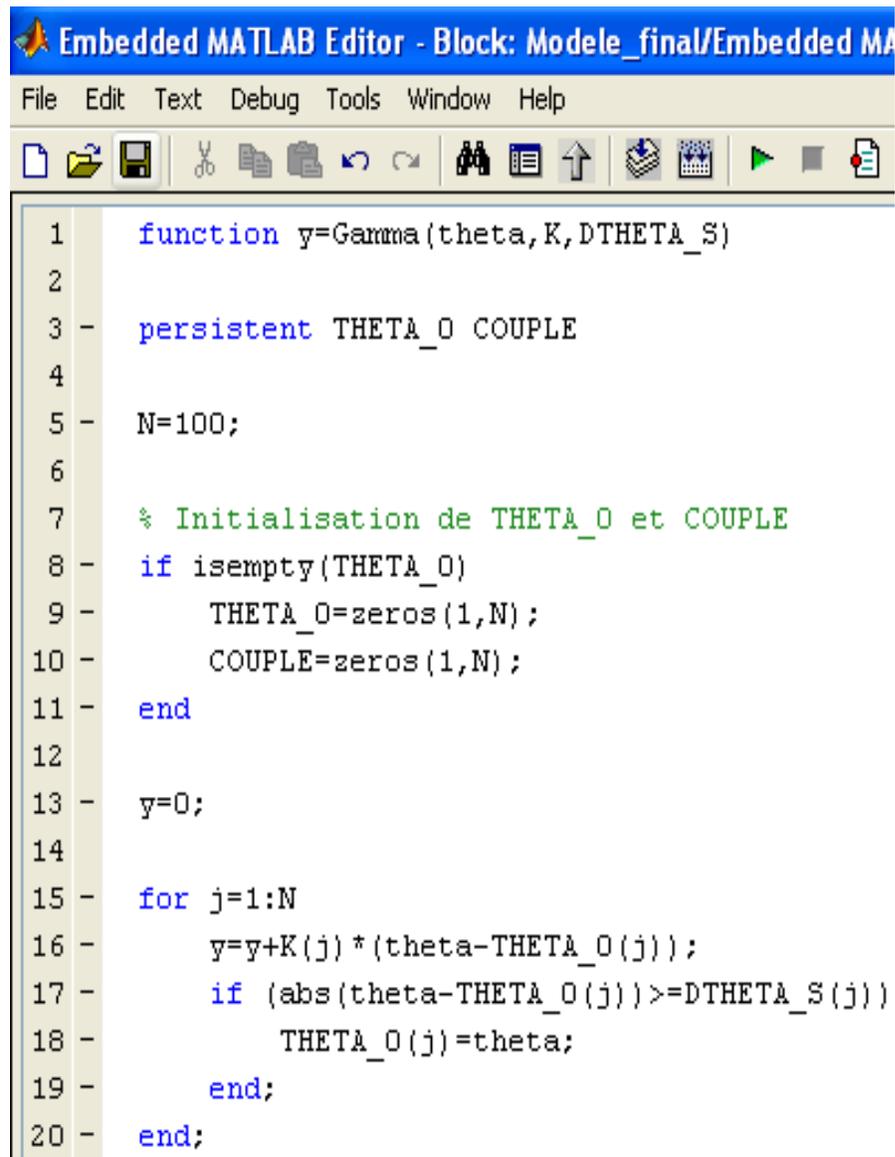


FIGURE B.5 – Diagramme Simulink modélisant le comportement mécanique de la transmission et du frein-test MR, déduit des graphes informationnels causaux représentés sur les fig.2.28 et 3.14. Le comportement des ressorts modélisant les anneaux de liquide MR (processus $\{R_{11,i}\}_{i \in [1;n]}$) est simulé à l'aide d'une fonction Embedded MATLAB.



```

1  function y=Gamma(theta,K,DTHETA_S)
2
3  - persistent THETA_0 COUPLE
4
5  - N=100;
6
7  % Initialisation de THETA_0 et COUPLE
8  - if isempty(THETA_0)
9  -     THETA_0=zeros(1,N);
10 -     COUPLE=zeros(1,N);
11 - end
12
13 - y=0;
14
15 - for j=1:N
16 -     y=y+K(j)*(theta-THETA_0(j));
17 -     if (abs(theta-THETA_0(j))>=DTHETA_S(j))
18 -         THETA_0(j)=theta;
19 -     end;
20 - end;

```

FIGURE B.6 – Script de la fonction Embedded MATLAB (voir la fig.B.5). K , $DTHETA_S$, $THETA_0$ et $COUPLE$ sont quatre vecteurs de dimension n . Les deux premiers contiennent les valeurs des raideurs $\{k'_i\}_{i \in [1;n]}$ et des amplitudes de décrochage $\{\Delta\theta_{s,i}\}_{i \in [1;n]}$ des ressorts modélisant les anneaux de liquide MR. Les deux derniers contiennent les valeurs des variables $\{\theta_{0,i}\}_{i \in [1;n]}$ associées au grafctet représenté sur la fig.3.17 et les valeurs des couples $\{\Gamma_{r,i}\}_{i \in [1;n]}$ produits par les ressorts. $THETA_0$ et $COUPLE$ sont déclarés *persistent*, ce qui implique qu'ils ne sont pas "détruits" à la fin de l'exécution de la fonction et que leurs valeurs sont conservées pour le pas de la simulation suivant. Les lignes 15 à 20 sont la "traduction" en code MATLAB des processus $\{R_{14,i}\}_{i \in [1;n]}$, $\{R_{15,i}\}_{i \in [1;n]}$ et R_{12} .

Bibliographie

- [Ahm06] F. Ahmadkhanlou, G.N. Washington, S.E. Bechtel and Y. Wang. Magneto-rheological fluid based automotive steer-by-wire systems. In *Proc. of Smart structures and materials Conference 2006*, volume 6171, San Diego, CA, USA, 27–28 February 2006.
- [An006] J. An and D.S. Kwon. Virtual Friction Display of Hybrid Force Feedback Interface with Actuators Comprising DC Motor and Magnetorheological Brake. In *Proc. of the 2006 IEEE Industrial Electronics Conference (IECON)*, pages 3997–4002, Paris, France, November 2006.
- [Bar06] P.J. Barre, A. Bouscayrol, P. Delarue, E. Dumetz, F. Giraud, J.P. Hautier, X. Kestelyn, B. Lemaire-Semail and E. Semail. Inversion-based control of electromechanical systems using causal graphical descriptions. In *Proc. of the 2006 IEEE Industrial Electronics Conference (IECON)*, pages 5276–5281, Paris, France, November 2006.
- [Bat01] G.K. Batchelor. *An Introduction to Fluid Mechanics*. Cambridge University Press, 2001.
- [Ben03] A. Benabou, S. Clénet and F. Piriou. Comparison of Preisach and Jiles-Atherton models to take into account hysteresis phenomenon for finite element analysis. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 261(1–2) : 139–160, 2003.
- [Bos02] G. Bossis, S. Lacis, A. Meunier and O. Volkova. Magnetorheological fluids. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 252 : 224–228, 2002.
- [Bos03] G. Bossis, P. Khuzir, S. Lacis and O. Volkova. Yield behavior of magnetorheological suspensions. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 456–458 : 258–259, 2003.
- [Bot95] O. Bottauscio, D. Chiarabaglio, M. Chiampì and M. Repetto. A hysteretic periodic magnetic field solution using Preisach model and fixed point technique. *IEEE Transactions on Magnetics*, 31(6) : 3548–3550, Nov 1995.
- [Bou01] T. Boumegoura. *Recherche de signature électromagnétique des défauts dans une machine asynchrone et synthèse d’observateurs en vue du diagnostic*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, Mars 2001.

- [Car01] J.D. Carlson. What makes a good mr fluid? In *Proc. of the 8th International Conference on Electrorheological (ER) Fluids and Magneto-rheological (MR) Suspensions*, Nice, France, 9–13 July 2001.
- [Con07] F. Conti, O. Khatib and C. Baur. A hybrid Actuation Approach for Haptic Devices. In *Proc. Of the Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems (World Haptics 2007), Second Joint*, pages 367–372, Tsukuba, Japan, March 2007.
- [Con98] *Controllable Brake*. US Patent Number 5,842,547. Dec 1, 1998.
- [Cou00] C. Coulomb and S. Moreau. *Physique statistique et thermodynamique*. Dunod, France, 2000.
- [Cut97] S. Cutillas and G. Bossis. A comparison between flow-induced structures in electrorheological and magnetorheological fluids. *Europhysics Letters*, 40(4) : 465–470, 1997.
- [Don06] S. Dong, K. Lu, J.Q. Sun and K. Rudolph. Adaptive force regulation of muscle strengthening rehabilitation device with magnetorheological fluids. *IEEE Transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, 14(1) : 55–63, 2006.
- [Fuc06] P. Fuchs, G. Moreau, A. Berthoz and J.L. Vercher. *Le traité de la réalité virtuelle*. Presses de l’Ecole des Mines de Paris, 2006.
- [Gen02] S. Genç and P. Phulé. Rheological properties of magnetorheological fluids. *Smart Materials and Structures*, 11 : 140–146, 2002.
- [Gon07] F.D. Goncalves and J.D. Carlson. Investigating the time dependence of the mr effect. *International Journal of Modern Physics B*, 21 : 4832–4840, 2007.
- [Hua02] J. Huang, J.Q. Zhang, Y. Yang and Y.Q. Wei. Analysis and design of a cylindrical magneto-rheological fluid brake. *Journal of Materials Processing Technology*, 129 : 559–562, 2002.
- [Ion96] V. Ionita, B. Cranganu-Cretu and B. Iona. Quasi-stationary magnetic field computation in hysteretic media. *IEEE Transactions on Magnetics*, 32(3) : 1128–1131, 1996.
- [Jan01] H. Janocha. Application potential of magnetic field driven new actuators. *Sensors and Actuators*, A 91 : 126–132, 2001.
- [Jil86] D.C. Jiles and D.L. Atherton. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 61 : 48–60, 1986.
- [Jol99] M.R. Jolly, J.W. Bender and J.D. Carlson. Properties and applications of commercial MR fluids. *Journal of Intelligent Materials, Systems and Structures*, 10 : 5–13, 1999.

- [Kha04] F. Khatounian. *Contribution à la modélisation, l'indentification et à la commande d'une interface haptique à un degré de liberté entraînée par une machine synchrone à aimants permanents*. PhD thesis, ENS Cachan, December 2006.
- [Kav02] B.M. Kavlicoglu, F. Gordaninejad, C.A. Evrensel, N. Cobanoglu, Y. Liu, A. Fuchs and G. Korol. A high-torque magnetorheological fluid clutch. In *Proc. of SPIE Conference on smart Materials and Structures 2002 : Damping and Isolation*, pages 393–400, San Diego, CA, USA, March 2002.
- [Lam98] D. Lampe, A. Thess and C. Dotzauer. Mrf clutch : design considerations and performance. In *Proc. Of Actuator'98 : 6th International Conference on New Actuators*, pages 449–452, Messe Bremen GmbH, Bremen, Germany, June 1998.
- [Lem92] E. Lemaire, Y. Grasselli and G. Bossis. Field induced structure in magneto and electro-rheological fluids. *Journal of Physics 2 : Atomic, molecular and cluster physics, chemical physics, mechanics and hydrodynamics*, 2(3) : 359–369, 1992.
- [Li03] W.H. Li and H. Du. Design and experimental evaluation of a magnetorheological brake. *The International Journal Of Advanced Manufacturing Technology*, 21 : 508–515, 2003.
- [Lim04] S.T. Lim, M.S. Cho, I.B. Jang, H.J. Choi and M.S. Jhon. Magnetorheology of carbonyl-iron suspensions with submicron-sized filler. *IEEE Transactions On Magnetics*, 40 : 3033–3035, July 2004.
- [Liu06] B. Liu. *Development of 2-DOF haptic devices working with magnetorheological fluids*. MEng thesis, University of Wollongong, New South Wales, Australia.
- [Lor04] Lord Corporation Magnetorheological (MR) Fluid for Automotive Damping Systems. Presentation to the IIR Suspension and Damping Conference, Germany, 2004. (document disponible sur le site de la compagnie, <http://www.lord.com>).
- [Per01] J.P. Pérez, R. Carles, R. Fleckinger and C. Lagoute. *Electromagnétisme : fondements et applications*. Dunod, 2001.
- [Phu01] P. Phulé. Magnetorheological (mr) fluids : Principles and applications. *Smart Materials Bulletin*, pages 7–10, February 2001.
- [Pre35] F. Preisach. Uber die magnetische nachwirfung. *Zeitschrift fur Physik*, 94 : 277–302, 1935.
- [Rab48] J. Rabinow. The magnetic fluid clutch. *AIEE Transation*, 67 : 1308–1315, 1948.
- [Ree04] M.R. Reed and W.J. Book. Modelling and control of an improved dissipative passive haptic display. In *Proc. of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 311–318, New Orleans, LA, April 2004.

- [Rua02] A. Ruangrassamee and K. Kawashima. Seismic response control of a benchmark cable-stayed bridge by variable dampers. In *Proc. of the American Control Conference*, pages 3064–3069, Anchorage, USA, 8–10 May 2002.
- [Ryu06] D. Ryu, K. Moon, S. Kang, M. Kim and J.B. Song. Development of wearable haptic system for tangible studio to experience a virtual heritage alive. In *Proc. of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 466–471, Beijing, China, 9–15 October 2006.
- [Sad01] N. Sadowski, N.J. Batistela, J.P.A. Bastos and M. Lajoie-Mazenc. An inverse Jiles-Atherton model to take into account hysteresis in time stepping finite element calculations. In *Proc. of Compumag*, volume 4, pages 246–247, France, Evian, July 2001.
- [Sap03] B. Sapinski and S. Bydon. Application of magnetorheological fluid brake to shaft position control in induction motor. In *Proc. of the AMAS Workshop on Smart Materials and Structures*, pages 169–180, Jadwisin, Poland, 2–5 September 2003.
- [Sas05] S. Sassi, K. Cherif, L. Mezghani, M. Thomas and A. Kotrane. An innovative magnetorheological damper for automotive suspension : from design to experimental characterization. *Smart Materials and Structures*, 14 : 811–822, 2005.
- [Sga04] N. Sgambelluri. *Haptic Interfaces based on Smart Materials : towards 3D free-hand exploration of virtual environments*. PhD thesis, University of Pisa, Italia, April 2004.
- [Spr01] J.L. Sproston, W. Matthis and J.R. Toscano. Industrial and commercial applications of smart structures technologies. In *Proc. of SPIE Smart Structures and Materials 2001*, pages 308–316, Newport Beach, California, March 2001.
- [Spr02] J.L. Sproston, L.C. Yanyo, J.D. Carlson and A.K. El Wahed. Controllable fluids in 2002 - status of ER and MR fluid technology. In *Proc. ACTUATOR 2002, 8th International Conference on New Actuators*, volume B5.2, pages 333–338, Bremen, Germany, 10–12 June 2002.
- [Tak01] N. Takesue, M. Sakaguchi and J. Furusho. Improvement of response properties of mr-fluid actuator by torque feedback control. In *Proc. of the 2001 IEEE International Conference on robotics and automation*, Seoul, Korea, 21–26 May 2001.
- [Yao02] G.Z. Yao, F.F. Yap, G. Chen, W.H. Li and S.H. Yeo. Mr damper and its application for semi-active control of vehicle suspension system. *Mechatronics*, 12 : 963–973, 2002.
- [Yan01] G. Yang. *Large-scale magnetorheological fluid damper for vibration mitigation : modeling, testing and control*. PhD thesis, University of Notre Dame, Indiana, December 2001.

-
- [Wil05] C. Wilson. *Fuzzy control of magnetorheological dampers for vibration reduction of seismically excited structures*. PhD thesis, Florida State University, FAMU-FSU College of Engineering, 2005.
- [Win07] S.H. Winter and M. Bouzit. Use of Magnetorheological Fluid in a Force Feedback Glove. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 15(1) : 2–8, 2003.
- [Zip01] L. Zipser, L. Richter and U. Lange. Magnetorheological fluids for actuators. *Sensors and Actuators, A* 92 : 318–325, 2001.

CARACTERISATION ET MODELISATION CAUSALE D'UN FREIN A LIQUIDE MAGNETORHEOLOGIQUE EN VUE DE SA COMMANDE

RESUME : Les liquides magnétorhéologiques sont des suspensions de particules magnétiques micrométriques dans des liquides amagnétiques. Lorsqu'un tel liquide est exposé à un champ magnétique, les particules s'agrègent sous la forme de "chaînes" qui augmentent de façon importante la résistance à l'écoulement. Dans ce mémoire, on présente la conception d'un frein discoïde à liquide magnétorhéologique et sa caractérisation dans deux cas de fonctionnement. Dans le premier, l'axe décrit des triangles de vitesse lentement variables à courant constant, ce dernier étant varié à l'arrêt entre deux triangles. On a pu observer que le couple doit typiquement croître jusqu'à un seuil pour que la rotation s'amorce, puis qu'il " chute " avant de croître de nouveau tandis que la vitesse augmente. On a également remarqué que les seuils de couple mesurés aux premiers triangles après les variations du courant sont différents de ceux mesurés aux triangles suivants, qui se repètent. Une modélisation du frein a été proposée, valable uniquement pour le courant maximum admissible et dans le cas où l'axe a déjà décrit au moins un triangle de vitesse. Cette modélisation, élaborée en utilisant le formalisme Graphe Informationnel Causal (G.I.C.), permet de rendre compte de l'évolution du couple à l'amorçage de la rotation pour le premier triangle de vitesse, mais pas pour les suivants. Dans le second cas de fonctionnement, le frein est alimenté en courant lentement variable à vitesse constante. Différents relevés de l'hystérésis du couple en fonction du courant ont été obtenus. On a pu rendre compte précisément de ces derniers sur la base d'un modèle Eléments Finis 2D du frein et d'un modèle de comportement hystérétique pour l'acier.

Mots-clés : *frein à liquide magnétorhéologique, plastique de Bingham, Graphe Informationnel Causal, hystérésis, modélisation Eléments Finis 2D magnétostatique, modèle de Jiles-Atherton*

CHARACTERIZATION AND CAUSAL MODELLING OF A MAGNETORHEOLOGICAL FLUID BRAKE FOR CONTROL PURPOSE

ABSTRACT : Magnetorheological fluids are suspensions of micrometric magnetic particles in non-magnetic fluids. When such a fluid is exposed to a magnetic field, the particles aggregate into "chains" which increase the flow resistance highly. In this dissertation, we present the design of a discoid magnetorheological fluid brake and its characterization in two operating cases. In the first one, the brake axis rotates under constant input current, its speed being slowly and repeatedly varied following a triangle shape. The input current is changed during the rest intervals between two triangles. We could observe that the torque must typically increase until a threshold to allow the axis rotation to initiate, then it "falls" and increases again when speed increases. We also noticed that the torque thresholds measured in the first triangles of speed after changing the current differ from the thresholds measured in the following triangles, which repeat. A modelling of the brake, only valid for the maximum permissible current of the brake and in the case that at least one triangle of speed has been performed, was presented. This modelling, which was built up using the Causal Ordering Graph (C.O.G.) formalism, could match the evolution of torque when the rotation of the axis initiates in the first triangle of speed, but not in the following triangles. In the second operating case, the brake axis rotates at constant speed under slowly varying input current. Different plots of the hysteresis of torque versus current were obtained. These plots could be modelled precisely using a 2D Finite-Elements analysis of the brake and a hysteretic behaviour law for steel.

Keywords : *magnetorheological fluid brake, Bingham plastic, Causal Ordering Graph, hysteresis, 2D magnetostatic Finite-Elements modelling, Jiles-Atherton model*