



Aide à la conception d'un robot hexapode hydraulique à haute vitesse

Mahuampy Salazar Garcia

► To cite this version:

Mahuampy Salazar Garcia. Aide à la conception d'un robot hexapode hydraulique à haute vitesse. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2009. Français. NNT : 2009ENAM0010 . pastel-00005495

HAL Id: pastel-00005495

<https://pastel.hal.science/pastel-00005495>

Submitted on 27 Nov 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur

de

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique"

présentée et soutenue publiquement

par

Mahuampy SALAZAR GARCIA

le 18 Juin 2009

AIDE À LA CONCEPTION D'UN ROBOT HEXAPODE HYDRAULIQUE À HAUTE VÉLOCITÉ

Directeur de thèse : Michel NOUILLANT

Co-directeur de thèse : Philippe VIOT

Jury :

M. Bernard DURAND, Professeur, Université de Haute-Alsace	Rapporteur
M. Xavier MOREAU, Professeur, Université de Bordeaux1.....	Rapporteur
M. François GILLAIZEAU, Maître de conf., Université de Bordeaux1	Examineur
M. Patrick LANUSSE, Maître de conf., IPB-ENSEIRB.....	Examineur
M. Ivan IORDANOFF, Professeur, ENSAM CER de Bordeaux.....	Examineur
M. Philippe VIOT, Maître de conf., HDR, ENSAM CER de Bordeaux	Examineur
M. Michel NOUILLANT, Professeur, Université de Bordeaux1.....	Examineur

Laboratoire Matériaux Endommagement Fiabilité et Ingénierie des Procédés

ARTS et MÉTIERS ParisTech, CER de Bordeaux

*Arts et Métiers ParisTech (École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers) est un Grand Établissement
dépendant du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, composé de huit centres :
AIX-EN-PROVENCE ANGERS BORDEAUX CHÂLONS-EN-CHAMPAGNE CLUNY LILLE METZ PARIS*

A mi Madre,

Hoy en día, soy quien soy gracias a ti.

Remerciements

*Ce travail a été réalisé au **L**aboratoire **M**atériaux **E**ndommagement **F**iability et **I**ngénierie des **P**rocédés (**LAMEFIP**) de l'Ecole National Supérieure des Arts et Métiers ParisTech (ENSAM CER de Bordeaux) et l'Université Bordeaux 1.*

*A mon directeur de thèse, monsieur **Michel NOUILLANT**, professeur à l'université de Bordeaux 1, j'adresse mon sincère remerciement, pour m'avoir acceptée en doctorat, ainsi que pour m'avoir fait profiter de son expérience, et de son enthousiasme. Ses connaissances et ses précieux conseils ainsi que son soutien amical m'ont permis de mener à bien cette thèse.*

*Je remercie chaleureusement monsieur **Philippe VIOT**, maître de conférence à l'ENSAM de Bordeaux, et co-directeur de cette thèse, pour ces conseils pertinents dans la partie technique de cette thèse.*

*A monsieur **Bernard DURAND**, professeur de l'université de Haute-Alsace, et à monsieur **Xavier MOREAU**, professeur de l'université de Bordeaux 1 qui ont accepté d'être rapporteurs, je les remercie vivement.*

*J'exprime toute ma reconnaissance à monsieur **Ivan IORDANOFF**, professeur à l'ENSAM de Bordeaux et directeur du LAMEFIP qui m'a fait l'honneur de présider le Jury de thèse. Je le remercie ainsi que monsieur **Jean-Luc LATAILLADE**, professeur à l'ENSAM de Bordeaux, de m'avoir accueillie au sein du laboratoire et de m'avoir permis d'effectuer ce travail dans de bonnes conditions.*

*J'associe à ces remerciements monsieur **François GILLEZEAU** et monsieur **Patrick LANUSSE**, maîtres de conférence à l'université de Bordeaux 1, qui ont accepté de participer à mon jury. Leurs remarques et leurs suggestions ont contribué à améliorer la qualité de ce mémoire, et je leur en suis très reconnaissante. Leurs conseils et leurs apports scientifiques m'ont été très précieux.*

*Je remercie l'état Vénézuélien et la "**Fundacion Gran Mariscal de Ayacucho, Fundayacucho**", pour leur soutien financier pendant ces années, et pour m'avoir encouragée à suivre des études pour le développement de mon pays, le **VENEZUELA**.*

*Je remercie monsieur **T. TERRADE**, gérant de la société HYDRAUSTAR pour sa précieuse collaboration et à monsieur **Stéphane YGORRA**, maître de conférence à l'université de Bordeaux 1 pour ses apports au niveau informatique.*

*Je remercie **Dominique, Anisa, Damien, Yann et Arnaud**, nos discussions scientifiques m'ont permis de progresser dans les différents domaines de ce travail thèse. Je tiens à remercier **Michèle**, pour son aide dans la correction de mon manuscrit.*

*Je souhaite également remercier l'ensemble du personnel enseignant du laboratoire LAMEFIP, et particulièrement à **Jean-Luc CHARLES**, pour ces qualités humaines et artistiques et pour ses nombreux conseils dans le domaine informatique, je remercie également "**Cathy**" **FROUSTEY** pour le soutien moral apporté tout le long de ce travail de thèse et que m'a motivée à nager régulièrement.*

Un grand merci :

*A l'ensemble du personnel du laboratoire : **Annie, Laurent, Mathieu, Marinette, Christophe, Jean-Marie, Jonathan, Didier, Francis et Francis** pour tous les services techniques, administratifs et humains qu'ils ont bien voulu me rendre.*

*A mes collègues doctorants et stagiaires, **Hadrien, Remy, Jérôme, Ludovic, Nejah, François, Mathieu, Sébastien, Slim, Guillaume ...** pour la bonne entente et la bonne humeur qu'ils ont toujours apportée durant ces années.*

Madalina, Tania, Farouk, Lucie, Ruben, Radu, Daniel, Younes des amis plus que des collègues qui ont partagé ma vie pendant ces années. "Il faut vivre pendant la thèse et non vivre pour la thèse".

Ainsi que mes amis d'ici et d'ailleurs, Carine, Théophile, Adrien, Franklin, Maria Mercedes, Muriel, Emilie, Atidel, Laetitia ... qui m'ont encouragée et toujours eu confiance en moi.

Je remercie ma mère, Iris, pour m'avoir toujours encouragée à donner le meilleur de moi-même, c'est elle qui m'a inspirée et soutenue moralement et financièrement dans tous les moments.

A "mi tia Carmen", Lionel et sa famille pour m'avoir accueillie comme une de ses filles et aidée à l'adaptation dans ce pays, la FRANCE.

A Michel, Christiane, Mélanie, Gilbert, Marie-Odile ... pour leur accueil et leur soutien.

A mon père et toute ma famille SALAZAR GARCIA qui m'ont toujours encouragée et soutenue.

A Cédric, qui a participé activement à la réalisation de ce mémoire, grâce à sa lecture attentive et à ses corrections. Son soutien a été essentiel à l'achèvement de ce travail. Je lui exprime ici toute ma reconnaissance et mon amour.

Table des matières

Notation	13
Introduction	15
1 Généralités des robots parallèles.	19
1.1 Manipulateur Parallèle.	20
1.1.1 Généralités.	20
1.1.1.1 Les actionneurs (articulations actives).	20
1.1.1.2 Les articulations passives et nomenclature des robots parallèles.	21
1.1.2 Les robots pleinement parallèles.	21
1.1.2.1 Les robots plans.	22
1.1.2.2 Les robots spatiaux	22
1.2 Mobilité.	24
1.3 Robots parallèles à 6 degrés de liberté de type hexapode : Applications.	25
1.3.1 Les applications générales.	25
1.3.1.1 Robots parallèles utilisés dans les simulateurs.	25
1.3.1.2 Robots parallèles utilisés en usinage.	26
1.3.1.3 Robots parallèles utilisés dans les moyens d'essais.	26
1.3.1.4 Autres applications	26
1.3.2 Cas particuliers des robots parallèles à vérins hydrauliques par domaine d'application.	26
1.3.2.1 Robots parallèles utilisés dans les simulateurs.	26
1.3.2.2 Robots parallèles utilisés dans les moyens d'essais.	27
1.3.2.3 Robots parallèles utilisés dans les manipulateurs.	28
1.4 Conclusion.	29
2 Modèle de robot hexapode de type Gough-Stewart	31
2.1 Introduction	31
2.2 Définitions et Notations utilisées	31
2.3 Modèle Géométrique Inverse (MGI)	34
2.4 Modèle Cinématique inverse (MCI)	34
2.4.1 Matrice Jacobienne Inverse Cinématique	35

2.5	Modèle Géométrique Direct (MGD)	37
2.6	Espace de travail et Singularités	38
2.6.1	Espace de travail	38
2.6.2	Singularités	41
2.7	Modèle Dynamique Direct et Inverse	42
2.7.1	Équation dynamique	43
2.7.1.1	Hypothèses et notations	43
2.7.1.2	Méthode de Newton-Euler	44
2.7.2	Calcul de $\vec{f}_{Ni}$	49
2.7.2.1	Relation entre l'accélération articulaire $\gamma_{\tau Bi}$ et les efforts articulaires τ_i	51
2.7.2.2	Modèle simplifié autour de la position nominale	53
2.8	Conclusion	53
3	Simulations	55
3.1	Simulation numérique	55
3.2	Simulation du système hydraulique	56
3.2.1	Analyse du système.	56
3.2.2	Modèle mathématique.	56
3.2.3	Résolution du modèle et logiciels mis en oeuvre.	57
3.3	Logiciels de simulation	57
3.3.1	État de l'art des logiciels de simulatio pour des robots	57
3.3.2	MATLAB, Simulink, et SimMechanics	58
3.3.2.1	MATLAB (MATrix LABoratory)	58
3.3.2.2	Simulink	59
3.3.2.3	SimMechanics	60
3.3.2.4	Virtual Reality Toolbox	61
3.4	Modélisation du système (servovalve de commande et vérin)	61
3.4.1	Conception du vérin hydraulique	63
3.4.2	Inteface du modèle SolidWorks au modèle Simulink, SimMechanics	63
3.4.3	Modèle Simulink	63
3.4.4	Modèle Simulink-SimMechanics	68
3.4.5	Représentation virtuelle du vérin hydraulique	69
3.5	Modélisation du robot hexapode	70
3.5.1	Conception du robot hexapode en SolidWorks	70
3.5.2	Traducteur du modèle SolidWorks au modèle Simulink, SimMechanics du robot hexapode	70
3.5.3	Modèle Simulink	70
3.5.4	Modèle Simulink-SimMechanics du robot hexapode	72
3.6	Conclusion	72

4	Modélisation d'un actionneur hydraulique	73
4.1	Les lois physiques qui régissent les systèmes hydrauliques	73
4.2	Dispositif expérimental	74
4.2.1	Vérin hydraulique	75
4.2.2	Alimentation	76
4.2.2.1	Groupe Hydraulique	76
4.2.2.2	Accumulateur	76
4.2.3	Pilotage	76
4.2.4	Efforts admissibles	77
4.2.5	Conditions de mesure	77
4.2.6	Commande	78
4.3	Fonctionnement du dispositif expérimental	78
4.4	Modèle linéaire du système électro-hydraulique	81
4.5	Modèle non linéaire du système électro-hydraulique	84
4.5.1	Hypothèses pour la modélisation	84
4.5.2	Modélisation étage pilote (premier étage électrique et deuxième étage hydraulique)	84
4.5.2.1	Équations caractéristiques	84
4.5.2.2	Modèle "d'état" de l'étage pilote (premier étage électrique et deuxième étage hydraulique)	90
4.5.3	Modélisation du troisième étage hydraulique	91
4.5.4	Modélisation du vérin hydraulique	95
4.6	Validation du modèle électro-hydraulique (servovalve)	99
4.6.1	Estimation des paramètres du système électro-hydraulique	99
4.6.2	Courbes caractéristiques statiques et dynamiques des servovalves	101
4.6.2.1	Servovalve pilote	101
4.6.2.2	Troisième étage de la servovalve	109
4.6.2.3	Conclusion	116
4.6.3	Paramètres	117
4.7	Analyse du fonctionnement du dispositif hydraulique en simulation	118
4.7.1	Condition initiale (système au repos)	119
4.7.2	Réponse indicielle	122
4.7.2.1	Premier et deuxième étage :	122
4.7.2.2	Troisième étage :	125
4.7.2.3	Vérin hydraulique :	128
4.8	Validation du modèle par des expérimentations sur banc	134
4.8.1	Asservissement en déplacement du vérin hydraulique :	134
4.8.1.1	Protocole d'essai	134
4.8.2	Courbe caractéristique vitesse / effort du vérin hydraulique LAMEFIP	137
4.8.2.1	Banc d'essai	137
4.8.2.2	Protocole d'essai	139
4.8.2.3	Résultats	140
4.9	Conclusion	144

5	Commande d'un hexapode	145
5.1	Introduction	145
5.2	Calcul de la loi de commande du vérin hydraulique (servovalve+vérin)	145
5.2.1	Asservissement de la servovalve trois étages.	146
5.2.1.1	Le régulateur Proportionnel	147
5.2.1.2	Le régulateur Proportionnel Intégrateur Dérivateur (PID)	157
5.2.1.3	Conclusion	164
5.2.2	Asservissement du vérin hydraulique.	164
5.2.2.1	Le régulateur Proportionnel	165
5.2.2.2	Réponse fréquentielle du vérin hydraulique en boucle fermée.	174
5.2.2.3	Conclusion	176
5.3	Synthèse des commandes d'un robot hexapode hydraulique	177
5.4	Asservissement robot hexapode	179
5.4.1	Asservissement de la Servovalve	180
5.4.2	Asservissement de la plate-forme mobile	182
5.4.2.1	Ensemble servovalve_asservi + vérin	182
5.4.2.2	Linéarisation entrée-sortie par difféomorphisme et bouclage	183
5.4.2.3	Loi de commande dynamique	190
5.4.2.4	Asservissement Anticipation (Feedforwad)	191
5.5	Conclusion	192
6	Perspectives	193
6.1	Robot hexapode dans le milieu marin	193
6.1.1	Actionneur hydraulique dans le milieu marin	194
6.1.1.1	Alimentation :	194
6.1.1.2	Solutions technologiques concernant les fuites d'huile du système hydraulique dans le milieu ou des flux d'eau vers le circuit en huile	195
6.2	Recherche d'une augmentation de l'espace de travail du robot hexapode par l'angle de rotation des articulations passives	201
6.2.1	Dimensionnement de la rotule.	202
6.2.1.1	Description de la rotule.	202
6.2.1.2	Cahier des charges	202
6.2.1.3	Dimensionnement de la tige droite.	203
6.2.1.4	Dimensionnement de l'articulation en traction.	204
6.2.2	Tige et espace de travail	211
6.2.2.1	Tige droite.	211
6.2.2.2	Tige en S.	212
6.2.3	Simulation des contraintes sur la tige en S.	212
6.2.4	Optimisation de l'articulation	215
6.3	Conclusion	219

Conclusion générale et Perspectives	221
Bibliographie	225
Annexe	229

Notation

Les notations suivantes seront employées :

$\cdot :$	Symbole du produit scalaire.
$\wedge :$	Symbole du produit vectoriel.
$\rightarrow :$	Symbole de vecteur.
$\{ \} :$	Symbole de Torseur.
$:$	Symbole de la matrice antisymétrique associée à un vecteur.
$R_b :$	Repère de la base. Repère galiléen.
$R_r :$	Repère de la plate-forme.
$O :$	Centre du repère galiléen. Point d'origine de la base.
$C :$	Centre de la plate-forme mobile.
$A_i :$	Origines des repères des six articulations de la base.
$B_i :$	Origines des repère des six articulations de la plate-forme.
$X :$	Coordonnées généralisées du centre de la plate-forme.
$\rho_i :$	Longueur variable de chacun des vérin i (Coordonnées articulaires).
$I_i :$	Tenseurs d'inertie du vérin par rapport à repère R_b .
$G :$	Centre de masse de la plate-forme.
$m_p :$	Masse de la plate-forme.
$I_p :$	Tenseur d'inertie de la plate-forme par rapport à repère R_b .
$I_3 :$	Matrice identité d'ordre 3.
$\vec{n}_i :$	Vecteurs unitaires.
$\vec{f}_i :$	Forces exercées sur chaque point $\vec{B}_i$
$\vec{f}_{N1} :$	Composante normale au vecteur $\vec{n}_i$ due à l'inertie de la force $\vec{f}_i$.
$\tau_i :$	Force articulaire composante de $\vec{f}_i$ sur la direction $\vec{n}_i$.
$\vec{F} :$	Force extérieur applique au point C .
$\vec{\mathcal{M}}_C :$	Moment extérieur applique au point C .
$\{F\} :$	Torseur en C des actions extérieurs par rapport au repère R_b .
$\vec{F}_N :$	Force résultante en C de l'action des forces $\vec{f}_{Ni}$
$\vec{\mathcal{M}}_{N/C} :$	Moment résultant en C dû aux forces $\vec{f}_{Ni}$.
$J^{-1} :$	Matrice Jacobienne inverse cinématique.
$J^{-T} :$	Transposée de la matrice Jacobienne inverse cinématique.
$\vec{V}_{B/R_b} :$	Vitesse d'une trajectoire du point matériel B_i par rapport ou repère d'observation R_b .
$\vec{V}_{C/R_b} :$	Vitesse d'une trajectoire du point matériel C par rapport ou repère R_b .
$\vec{\Omega}_{(p/R_b)} :$	Taux de rotation de la plate-forme par rapport au repère R_b .

- $\{W\}$: Torseur cinématique au point C de la plate-forme dans son mouvement par rapport au repère R . Il est appelé aussi vitesse généralisée.
- $\frac{d\rho_i}{dt}$: Vitesse articulaire au point B_i par rapport au repère R_b .
- $\overrightarrow{\gamma_{C/R_b}}$: Accélération du point C par rapport au repère R_b .
- $\gamma_{\tau B_i/R_b}$: Accélération articulaire au point B_i par rapport au repère R_b .

Introduction

Depuis l'antiquité, l'homme a imaginé des dispositifs accomplissant des tâches pénibles, dangereuses ou impossibles. Dans l'antiquité gréco-romaine, par exemple, l'image de l'homme automatisé faisait déjà l'objet de nombreux récits à travers des contes mythologiques, tels que le mythe de Pygmalion et Galatée ¹ ou le mythe de Vulcain ². C'est à partir de l'époque médiévale que les premiers automates (machines aux formes humaines animées par un mécanisme intérieur), ont été créés ; on peut citer par exemple "le jaquemart" qui était un personnage mécanique utilisé pour marquer les heures en frappant une cloche avec un marteau.

Pendant des siècles, la création d'une forme de vie artificielle a toujours exercé sur l'homme une fascination, comme en témoignent les différents récits littéraires tels que : Frankenstein de Mary Shelly (1818) et la pièce de théâtre R. U. R (Rossum's Universal Robots) écrite par Carel Capek. Dans cette pièce de théâtre, Capek imagina un personnage créé artificiellement et doté d'une intelligence auquel il a donné le nom de robot. Ce mot signifie en tchèque travail forcé ou esclave. Il a fallu attendre les années 1940 et le développement des ordinateurs pour que les robots des temps modernes fassent leur apparition. En 1941, le chercheur et écrivain Issac Asimov proposa les lois de la robotique, dans un chapitre intitulé "Cycle Ferme" de son livre Runaround. C'est à partir des années 1950 et l'expansion de l'industrie automobile que les robots industriels ont fait leur apparition dans les usines et sont utilisés pour assister ou remplacer les travailleurs.

Selon les définitions de l'IFToMM (International Federation for Theory of Machines and Mechanisms), dans "terminologie pour la théorie des machines et mécanismes", le robot désigne un mécanisme³ piloté par une unité de commande qui réalise automatiquement des tâches telles que la manipulation, l'inspection et les images (1991). Les premiers robots furent des manipulateurs, inspirés du bras humain, commandés par ordinateur et capables entre autres d'effectuer des opérations. Ce type de robots est appelé robot série ; il se compose d'une succession d'éléments liés entre eux par des articulations. Ce type de robot est couramment utilisé dans l'industrie pour des opérations de soudage ou de pulvérisation de peinture sur les chaînes de montage. Depuis les années 1980, les robots tendent à se généraliser de plus en plus dans divers domaines tels que la médecine, le spatial ou encore pour des tâches domestiques. Cependant, certaines tâches nécessitent de plus en plus de précision ou une capacité de charges de plus en plus élevée. Ainsi, la réalisation d'une architecture différente a vu le jour ; ce sont les robots parallèles. L'utilisation des robots parallèles (ou structures à chaînes cinématiques fermées) en robotique s'est progressivement imposée en raison de l'intérêt considérable qu'il procure en rigidité, rapidité, légèreté, etc. Bien que la structure de Stewart en tant que plate-forme pour simulateur de vol soit l'application la plus populaire, les robots parallèles sont utilisés dans différentes applications, comme par exemple dans les structures dynamiques pour des parcs d'attraction, le positionnement d'antennes paraboliques, l'utilisation en chirurgie d'un micro-robot, l'assemblage de précision, le suivi de contour, la dépose rapide, etc...

L'adaptation de robots parallèles dans différents domaines, a donné naissance à différentes géométries de robots, possédant 3, 4, 5 ou 6 degrés de liberté. Dans le cadre de ce travail, on portera un intérêt particulier aux robots parallèles hexapodes (composés de 6 chaînes cinématiques identiques, reliant une base à une plate-forme), en particulier, les robots possédant des actionneurs hydrauliques.

L'actionneur hydraulique étant le moteur du robot hexapode, il est nécessaire de réaliser une étude approfondie de ce type d'actionneur. Ce type d'actionneur est couramment modélisé à partir d'un modèle linéaire autour d'un point de fonctionnement [1]. Celui-ci ne prend pas en compte le comportement non linéaire des servovalves qui commandent le vérin hydraulique. La plupart du temps, les industriels surdimensionnent la servovalve nécessaire pour commander un vérin hydraulique, en connaissant la bande passante de la servovalve et la bande permise

¹Ouvrage "La Métamorphoses d'Ovide"

²Dieu des forges

³système de corps conçu afin de convertir des mouvements et des forces exercés sur un ou plusieurs corps en mouvements contraints

par le vérin hydraulique. L'introduction d'un modèle non-linéaire du vérin hydraulique peut permettre d'éviter le surdimensionnement des servovalves. De plus, ce modèle peut permettre de prédire avec plus de précision le comportement des vérins hydrauliques utilisés dans les hexapodes et améliorer ainsi la précision de ces robots hexapodes dont les caractéristiques sont de plus en plus exigeantes.

La simulation numérique est un outil de plus en plus utilisé pour étudier tout type de phénomènes physiques. En plus du gain de temps et de coût de fabrication, la simulation numérique présente l'avantage d'améliorer et d'optimiser le modèle de conception d'un robot, ses caractéristiques et ses performances par l'utilisation de représentation graphique des équations ou modules graphiques d'affichage. L'objectif de ce travail est de réaliser un outil informatique destiné à simuler le comportement réel des vérins hydrauliques utilisés dans les robots hexapodes. Cet outil logiciel servira ainsi, par la suite, d'outil d'aide à la réalisation de robots hexapodes travaillant dans un milieu marin situé à des profondeurs supérieures à 300 m (environnement hyperbare). Pour ce faire, les modèles linéaires et non linéaires à prendre en compte doivent être définis afin de réaliser la modélisation du vérin hydraulique. Le développement du modèle non linéaire est réalisé à partir des équations mathématiques qui décrivent les phénomènes physiques caractérisant le comportement du système vérin-servovalve. Ces équations mathématiques dépendent de plusieurs paramètres qui doivent être identifiés. La valeur de ces paramètres peut être obtenue directement à partir des données fournies par les constructeurs ou être estimée à partir des résultats expérimentaux ou de la littérature. Le modèle non linéaire du vérin hydraulique (servovalve + vérin) que nous avons développé sera validé à partir des données expérimentales obtenues à partir des essais réalisés sur un vérin grande vitesse du laboratoire LAMEFIP. L'asservissement du vérin hydraulique est une étape fondamentale pour assurer le fonctionnement en position et en effort du vérin. Pour ce faire, une loi de commande sera mise en oeuvre et validée dans ce travail de thèse, permettant ainsi de mettre en place la simulation d'un robot hexapode à six degrés de liberté.

Devenu indispensable à la vie quotidienne dans la plupart des pays, le pétrole a un impact social important. En effet, depuis les années 1970, les besoins en produits pétroliers n'ont cessé d'augmenter. La nécessité d'exploiter des gisements sous-marin, jusqu'alors peu exploités, font appel à de nouvelles techniques dans les domaines de la recherche, de forage et d'exploitation des gisements pétroliers ou gazifères marins, à partir des plates-formes offshore. Depuis une vingtaine d'années, différentes tâches sont de plus en plus réalisées par des robots sous-marins. Ces robots sont en générale des robots mobiles tels que les bras manipulateurs (robots séries). Les plus utilisés sont les ROV's (Remote Operated Vehicule). Ceux-ci sont très précis, mais ils peuvent être limités par leur capacité de chargement. L'utilisation des robots parallèles s'avère plus adaptée au transport de charges lourdes tout en assurant rapidité et précision. Plusieurs problèmes doivent être pris en compte pour introduire les robots hexapodes en milieu marin hyperbare. Dans ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés à deux problèmes que peuvent rencontrer les actionneurs hydrauliques (vérins) dans un milieu marin. Le premier concerne l'alimentation en huile du vérin et le second est la gestion des fuites qui accompagnent son fonctionnement. Des solutions technologiques ont été envisagées dans le cadre d'une perspective à ce travail et nécessite donc une étude plus approfondie.

Bien que les robots parallèles permettent de manipuler des charges importantes avec une bonne précision, l'une des limitations du robot parallèle reste néanmoins son espace de travail très restreint par rapport aux robots séries. Masory a étudié le cas d'un robot Gough-Stewart de type SSM [2]. Il a conclu que les positions des rotules par rapport aux actionneurs jouent un rôle important dans la délimitation de l'espace de travail. Afin d'améliorer l'espace de travail du robot hexapode, on se propose d'améliorer l'angle de rotation limité par le logement de la liaison en modifiant la forme de la rotule. A partir de la théorie de Hertz, nous avons réalisé une étude préliminaire sur le dimensionnement d'une rotule (sphère et logement) afin que celle-ci puisse supporter le chargement du vérin (100 KN). Cette étude est complétée par une simulation numérique destinée à évaluer d'une part la répartition des contraintes dans une tige en forme de "S" et d'autre part l'augmentation de l'angle de rotation apportée par cette nouvelle structure par rapport à une tige droite classique.

Ce manuscrit est organisé de la façon suivante :

Le **Chapitre 1** introduit les caractéristiques ainsi que les domaines d'application des robots hexapodes à actionneurs hydrauliques .

Le **Chapitre 2** est consacré à la modélisation du robot hexapode. Les caractéristiques géométriques, cinématiques et dynamiques du robot hexapode sont présentées en détail. Afin de dissocier chaque vérin du robot, la possibilité de déterminer la masse équivalente "vu" par chaque vérin a été étudiée.

Les outils informatiques utilisés pour réaliser "l'outil logiciel" d'aide à la conception du robot hexapode sont ensuite présentés dans le **Chapitre 3**. A partir de ces logiciels, un "modèle de connaissance"⁴ est développé afin de décrire

⁴modèle fondé sur les lois physiques qui régissent le système

la non linéarité du comportement de l'ensemble servovalve-vérin hydraulique. Ce modèle est décrit en détail dans le **Chapitre 4**. La validité de celui-ci a été vérifiée à partir des essais expérimentaux et des données fournies par le constructeur. L'asservissement du vérin hydraulique puis du robot hexapode est étudié dans le **Chapitre 5**. Le **Chapitre 6** présente deux principales perspectives de ce travail. La première est consacrée à l'introduction des robots hexapodes en milieu marin hyperbare. La seconde concerne l'augmentation de l'espace de travail du robot hexapode par l'angle de rotation des articulations passives.

Chapitre 1

Généralités des robots parallèles.

Au cours du XXième et du XXIième siècles, de multiples développements technologiques sont intervenus, tels que les robots. Le premier brevet a été déposé au Royaume-Uni par l'inventeur C.W. Kenward en 1954, mais c'est en 1957 que la base du robot industriel moderne a été établie par l'ingénieur nord-américain Georg C. Devol [3].

Les robots se définissent comme des mécanismes destinés à prendre et déplacer des objets, avec comme caractéristiques fondamentales sa fonctionnalité, sa polyvalence et sa facilité de reprogrammation. La première intuition de l'homme a été de reproduire la morphologie du bras humain, en utilisant des robots de type série. Les robots série sont à la base de la plupart des manipulateurs. Ils se composent d'une succession d'éléments reliés entre eux par des articulations à un ou plusieurs degrés de liberté.

La nécessité pour la production industrielle d'être toujours plus rapide, plus précise, oblige à utiliser des robots toujours plus performants. Les exigences de précision et de rapidité de certaines tâches industrielles sont de plus en plus difficiles à atteindre quand on travaille avec des charges lourdes et à des vitesses importantes. Dans ce cas les robots de type série ne sont pas capables de soulever de charges lourdes sans augmenter leur propre masse. Ce qui implique une imprécision dans les tâches. Les robots de type parallèle ont ainsi été créés pour remplir ces nouvelles tâches.

Ce type de robot est composé de chaînes cinématiques fermées et indépendantes. Elles lient une base mobile, une plate-forme mobile ou un organe terminal à une base fixe. Son architecture mécanique lui permet d'avoir des performances dynamiques remarquables qui ont permis son utilisation dans des applications diverses comme, par exemple, les simulateurs de vols, l'appui des outils dans la chirurgie, l'appui des lunettes pour des télescopes, le forage, le fraisage dans l'industrie.

Les premiers chercheurs qui ont introduit des structures parallèles sont Minsky et Hunt dans les années 70. Mais c'est Gough en 1947, qui réalise la première structure parallèle (figure 1.1).

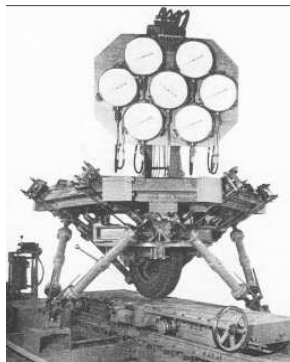


Figure 1.1: Plate-forme de Gough, 1947.

C'est à partir de 1965 que Stewart impulsa le développement des robots parallèles à partir de la réalisation d'un simulateur de vol.

A partir de ce moment, les architectures parallèles n'ont pas cessé de se développer. Il existe différentes catégories de robots parallèles : les robots pleinement parallèles, les robots redondants, les robots hybrides. Dans le paragraphe suivant, on présentera les robots pleinement parallèles.

1.1 Manipulateur Parallèle.

1.1.1 Généralités.

Les manipulateurs parallèles sont des mécanismes à base de chaînes cinématiques fermées. L'organe terminal, la plate-forme mobile, est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes [4].

Ces chaînes cinématiques sont composées d'articulations actives (actionneurs rotoïdes ou linéaires), et d'articulations passives (prismatique, révolution, sphérique, etc).

1.1.1.1 Les actionneurs (articulations actives).

Les actionneurs ont pour rôle d'assurer le mouvement des éléments du robot suivant les ordres donnés par le système de contrôle. Les actionneurs utilisés en robotique peuvent employer l'énergie électrique, pneumatique ou hydraulique. Chacun des ces systèmes possède des caractéristiques différentes. Les caractéristiques à considérer pour choisir l'utilisation de l'une des ces énergies sont : la puissance, l'asservissement, le poids et le volume, la précision, la vitesse, la maintenance et le coût.

Les actionneurs électriques :

Leurs caractéristiques d'asservissement, leur simplicité et leur précision font, des actionneurs électriques, les actionneurs rotoïdes de prédilection des robots de l'industrie [3]. Il existe trois types d'actionneurs électriques rotoïdes ou moteurs qui sont :

- * Les moteurs à courant continu (DC) ; l'induction dans ces moteurs peut être obtenue de quatre manières différentes qui sont : l'excitation constante, l'excitation shunt, l'excitation série et l'excitation composée ou "compound".
- * Les moteurs à courant alternatif (AC). Ils peuvent être synchrones ou asynchrones.
- * Les moteurs pas à pas.

Il existe également des actionneurs électriques linéaires (vérin électrique) qui produisent un effort linéaire au lieu de produire un couple de rotation à l'aide d'un système vis-écrou (liaison glissière hélicoïdale) entraîné par un moteur électrique.

Les actionneurs pneumatiques :

Pour ces actionneurs, la source d'énergie est l'air sous pression (entre 5 et 10 Bar). Les actionneurs linéaires (ou vérins pneumatiques) peuvent être à simple effet ou à double effet. Deux types actionneurs rotatifs pneumatiques existent à savoir les actionneurs rotatifs à palettes et les actionneurs rotatifs à crémaillère. Un exposé détaillé sur ces types d'actionneurs est présenté dans les travaux [5].

Les avantages des actionneurs pneumatiques sont leur légèreté et leur robustesse, surtout dans le cas particulier de deux positionnements distincts (tout ou rien) ; mais ses inconvénients sont, en général, dus à la compressibilité de l'air qui entraîne une faible précision.

Les actionneurs hydrauliques :

La source d'énergie de ces actionneurs est l'huile minérale sous pression (entre 50 et 100 bar), mais elle peut être supérieure à 300 bar. Il existe, comme pour les actionneurs pneumatiques, des actionneurs linéaires et rotoïdes. Les actionneurs linéaires ou vérins hydrauliques peuvent être à simple effet ou à double effet ou à simple effet avec une tige télescopique. Parmi les actionneurs rotoïdes ou moteurs hydrauliques, on distingue trois catégories : les moteurs rapides (vitesse entre 5000 et 1000tr/min), les moteurs semi-rapides (vitesse entre 1000 et 200tr/min) et les moteurs lents (vitesse entre 200 et 40tr/min). Ces types d'actionneurs sont décrits en détail dans les travaux [5].

Les caractéristiques du fluide utilisé par les actionneurs hydrauliques entraînent certaines différences avec les actionneurs pneumatiques. Le coefficient de compressibilité de l'huile est inférieur à celui de l'air, ce qui implique

une meilleure précision (grâce au servocontrôle) et un meilleur balayage de la plage des valeurs en position de l'actionneur. En plus de la bonne précision, plus de dix fois celle des actionneurs pneumatiques [3], il permet de développer de grands efforts (ou couples). Ce type d'actionneur est stable pour des charges statiques ; la relation entre la puissance développée et le poids supporté, ainsi que sa robustesse, sont ses principaux avantages.

Les inconvénients de ce type d'actionneurs sont les fuites d'huile présentes tout le long de l'installation nécessaire pour son fonctionnement. De plus, ce type d'installation est plus compliqué à mettre en place que celui utilisé par les actionneurs pneumatiques et encore plus que celui des actionneurs électriques.

Les différentes caractéristiques des vérins électriques, pneumatiques et hydrauliques sont présentées dans un tableau de l'annexe A.

1.1.1.2 Les articulations passives et nomenclature des robots parallèles.

Les articulations les plus utilisées dans les robots parallèles, ainsi que ses symboles, sont présentés dans le tableau 1.1.

Nom de l'articulation	Symbole	Liaison	Nombre de d.d.l ¹	Figure
Prismatique	P	Glissière	1 translation	
Révolution	R	Pivot	1 rotation	
Sphérique	S	Rotule	3 rotations	
Universel	U	Cardan	2 rotations	

TAB. 1.1 – Articulations mécaniques utilisées pour la construction des robots parallèles.

A l'heure actuelle, les articulations passives, rotoïdes (R), joints de cardan (U), rotules (S) avec des jeux mécaniques très réduits sont disponibles dans le commerce à faible coût.

On construit la nomenclature conventionnelle des différentes architectures parallèles à partir de la première lettre du nom de la liaison. Par exemple 6-UPS est un robot parallèle avec 6 chaînes cinématiques formées chacune d'un joint universel (U), prismatique (P) et sphérique (S) .

1.1.2 Les robots pleinement parallèles.

Un robot est dit pleinement parallèle quand le nombre de degrés de liberté de la plate-forme mobile (organe terminal) est identique au nombre de chaînes cinématiques indépendantes du robot. On rencontre ce type de robot dans le plan et dans l'espace.

1.1.2.1 Les robots plans.

Les robots pleinement parallèles plans présentent, en général, deux translations et une orientation de son organe terminal. Ils possèdent trois chaînes cinématiques indépendantes qui peuvent être constituées des articulations de type prismatique et rotoïde. Il existe différentes possibilités d'enchaînements possibles pour les articulations. Merlet a dressé une liste des différents chercheurs qui ont travaillé sur le problème [4].

1.1.2.2 Les robots spatiaux

Il existe des robots à trois, quatre, cinq et six degrés de liberté dans l'espace.

Les robots à trois, quatre et cinq degrés de liberté :

Merlet [4] explique que les robots à trois degrés peuvent être divisés en manipulateurs en translation et manipulateurs pour orientation.

- Les manipulateurs en translation présentent un grand intérêt pour les opérations de transfert. Le robot "Delta" [6] fait partie des robots les plus connus (figure 1.2 a). Il a été créé en 1985 par Reymond Clavel à l'École Polytechnique de Lausanne (EPFL). En 1987, les frères Demaurex le commercialisent pour la mise en boîte de chocolats. Actuellement, il est commercialisé par ABB et SIG-Bosch sous le nom de Flexpicker et SIGMonoPacker respectivement.
La conception de ce robot a été motivé par le transfert de pièces légères avec une très grande vitesse. La structure mécanique est conçue à partir d'une base fixe et une plate-forme mobile (nacelle) liées par un "bras de manipulation" formé de 3 chaînes cinématiques. Ses applications les plus connues sont : les mises en boîte pour l'agro-alimentaire ou la pharmacie, la manoeuvre d'un microscope en salle d'opération, l'usinage de haute précision, etc.
- Les manipulateurs par orientation permettent les trois rotations autour d'un point (3-RRR). Un des robots de ce type est "l'oeil agile" développé au Laboratoire de Robotique de la Université de LAVAL, par Gosselin et son équipe (figure 1.2 b). Craver, en 1989, a développé la technique de résolution du modèle géométrique inverse pour ce type de robot, en reprenant les travaux de Gosselin (1988). Daniali en 1995 a proposé une représentation mathématique basée sur les quaternions. Fattah, en 1995, a présenté l'usage de liens flexibles pour ces manipulateurs planaires. Deux prototypes de robots sphériques 3-RRR ont été développés : "l'oeil agile", développé pour l'orientation des caméras vidéo ultra-rapides, et "SHaDe²"; ce dernier permet à un utilisateur de ressentir des efforts lors des trajectoires. [7].
Le robot est posé sur un bâti; il possède une plate-forme mobile liée par des membrures distales et proximales à trois actionneurs rotoïdes fixés sur le bâti. Un des avantages de cette structure est de pouvoir utiliser n'importe quel moteur sans modifier l'inertie des parties mobiles du robot.

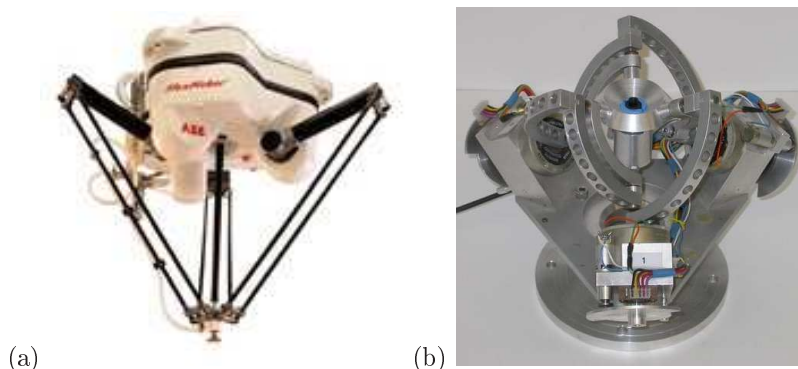


Figure 1.2: (a) Robot_Delta, ABB; (b) L'oeil agile, Laboratoire de Robotique de la Université de LAVAL.

Les robots parallèles à 4 degrés de liberté sont peu développés, peut-être parce qu'ils n'exploitent pas la quasi-totalité de l'espace de travail. Néanmoins, un des premiers manipulateurs créé en 1975 par Koeversmans a été un simulateur d'avion à actionneurs linaires avec 4 degrés de liberté, une translation et 3 rotations.

²Système Haptique Decouplé

Un des robots à 5 degrés de liberté créé par Wu [8] est un robot parallèle Penta-WH (figure 1.3), composé de 5 vérins hydrauliques. Ce robot est utilisé comme dispositif de transport pour la soudure, l'usinage et l'inspection des terminaux à l'intérieur de l'enceinte sous vide du réacteur ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor).



Figure 1.3: Robot Penta-WH, Institute of Mechatronics and Virtual Engineering-IMVE de la Lappeenranta University of Technology Finland.

Les robots à six degrés de liberté

Il existe plusieurs types de robots pleinement parallèles à 6 degrés de liberté; ils peuvent être de type UPS comme les plates-formes de type "Gough-Stewart", de type RUS comme le robot "Hexa" (figure 1.4 a), étudié au LIRMM par Pierrot et son équipe [9], de type PUS comme le poignet actif de L'INRIA (figure 1.4 b).

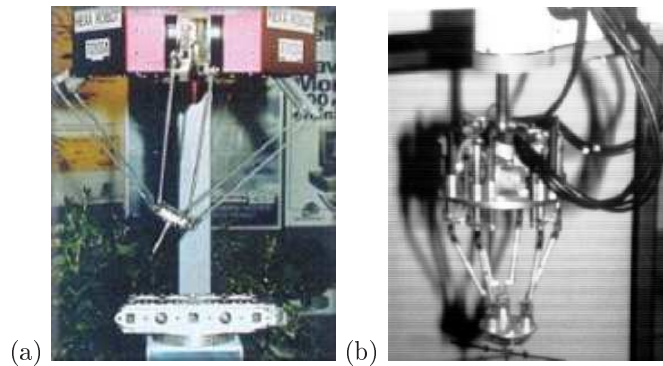


Figure 1.4: (a) Robot_Hexa, LIRMM; (b) Robot poigne actif, INRIA.

Dans notre cas, on étudiera les robots pleinement parallèles à 6 degrés de liberté de type UPS.

Comme on a pu le voir au début de ce chapitre, la première structure parallèle a été créée par Gough en 1947 (un hexapode). Ce robot est un banc d'essai pour pneumatiques qui possède un organe terminal hexagonal. Les actionneurs de banc d'essai se composent de 6 vérins indépendants reliés à l'organe terminal hexagonal par 6 rotules. Les rotules sont positionnées sur chaque extrémité de l'hexagone. Les 6 vérins indépendants sont reliés à la base par 6 joints de cardans. La modification de la longueur des vérins change la position et l'orientation de la plate-forme, qui possède la roue à tester.

Stewart, en 1965, a présenté un simulateur de vol, avec une plate-forme mobile de forme triangulaire; la connection entre la base et la plate-forme utilise 3 mécanismes composés de deux vérins chacun. Le premier vérin est relié à la plate-forme par une rotule et, à la base, par un joint de cardan. Le deuxième vérin est relié au corps du premier par

une rotule et, à la base, par un joint de cardan. Stewart a réalisé une architecture plus complexe que celle de Gough mais qui peut devenir le mécanisme proposé par Gough si on confond les extrémités des vérins en un point lié à la plate-forme. C'est la raison pour laquelle les systèmes à 6 degrés de liberté utilisés pour réaliser des simulateurs de vols sont appelés plates-formes de Gough-Stewart.

Remarque : En général, on appelle plates-formes de Gough-Stewart les robots composés de 6 chaînes cinématiques (hexapode -hexaèdre).

Ce type de robot peut répartir la charge utile sur ses six actionneurs, ce qui a permis son développement. Les contraintes imposées sur ces structures sont de type traction-compression, qui limitent les contraintes en flexion, et aident à la précision du système.

En 1988, Merlet [10] classe les robots de type général (simplification de la plate-forme Gough-Stewart) en trois catégories : les MSSM, mécanisme avec une base et une plate-forme mobile de forme triangulaire (figure 1.5 a) ; le TSSM, avec une base de forme hexagonale et plate-forme mobile de forme triangulaire (figure 1.5 b), et les SSM avec une base et une plate-forme mobile de forme hexagonale (figure 1.5 c).

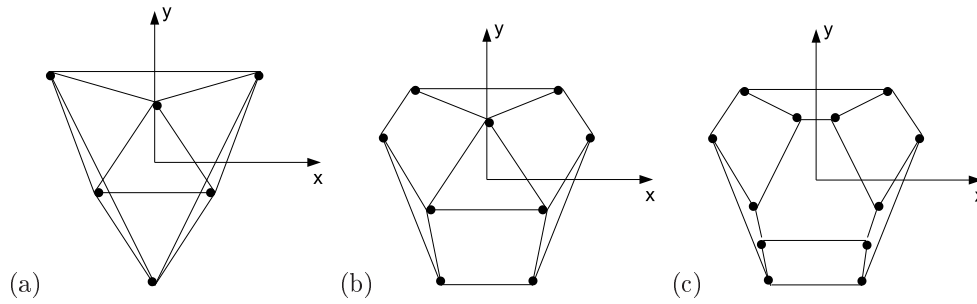


FIG. 1.5 – Robots à de type générale : (a) MSSM, (b) TSSM, (c) SSM.

1.2 Mobilité.

Une des caractéristiques fondamentales à prendre en compte pour l'étude de robots parallèles est la mobilité de l'organe terminal ou mobilité utile.

Plusieurs chercheurs ont établi différents critères et méthodes pour obtenir la mobilité des mécanismes [11, 12]. Les méthodes proposées dans la littérature pour le calcul de la mobilité sont regroupées en deux catégories :

1. Les approches fondées sur le calcul du rang du système d'équations des contraintes cinématiques.
2. Les formules pour une détermination rapide de la mobilité sans passer par les équations de contraintes.

D'un point de vue général, la mobilité utile m_u peut être définie comme le nombre de paramètres cinématiques indépendants qu'il faut définir pour connaître les mouvements des pièces d'entrée et de sortie du mécanisme [13]. On appelle mobilité interne m_i , le nombre de mouvements indépendants ne faisant intervenir aucun des paramètres d'entrée-sortie. La mobilité générale d'un mécanisme est la somme des mobilités :

$$m = m_u + m_i$$

Dans le cadre des chaînes cinématiques fermées, les formules classiques de mobilité peuvent ignorer les degrés de liberté. C'est la raison pour laquelle, en général, on utilise la formule de Grübler [4].

La mobilité d'un mécanisme plan est la suivante :

$$m = 3(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n di$$

avec :

l : le nombre total de solides du mécanisme (incluant la base).

n : le nombre total d'articulations.

di : le nombre de degrés de liberté de l'articulation i .

3 : les degrés des libertés.

La formule de Grübler pour des robots pleinement parallèles qui ont m chaînes supportant l'organe terminal est définie par :

$$m = 6(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n di$$

Cette formule étant purement combinatoire, elle peut conduire parfois à des erreurs, étant donné qu'elle ne prend pas en compte les relations géométriques entre les articulations, comme c'est le cas des joints de cardan. Cependant, cette formule peut servir pour la réalisation d'une analyse préliminaire.

En utilisant l'équation précédente, nous pouvons obtenir la mobilité d'un robot de Gough-Stewart, avec :

$$l = 6 \text{ Actionneurs} + 6 \text{ Rotules} + 6 \text{ Joints de cardan} + 1 \text{ Base} + 1 \text{ Plate-forme} = 20$$

$$n = 2 \times 6 \text{ Articulations passives} + 6 \text{ Articulations Actives} = 18$$

$$6 \times di_{cylindrique} = 6 \times 2 = 12$$

$$6 \times di_{rotule} = 6 \times 3 = 18$$

$$6 \times di_{cardan} = 6 \times 2 = 12$$

La mobilité d'un robot Gough-Stewart est

$$m = 6(20 - 18 - 1) + 42 = 48$$

Notons que, si les actionneurs sont bloqués, la mobilité devient nulle.

1.3 Robots parallèles à 6 degrés de liberté de type hexapode : Applications.

1.3.1 Les applications générales.

Les applications de robots hexapodes sont nombreuses. Cependant, trois axes liés aux fortes capacités statiques et dynamiques de ce type de robot se sont développés : les simulateurs, les moyens d'usinage et les moyens d'essais.

1.3.1.1 Robots parallèles utilisés dans les simulateurs.

Un simulateur est un dispositif physique et/ou informatique qui a pour objectif de reproduire le plus fidèlement possible le comportement d'un système réel. Il peut avoir soit un but ludique (EURODISNEY) ou pédagogique (Simulateur AIRBUS).

La fonction du robot hexapode, dans les simulateurs, est de donner à l'habitacle son mouvement dans l'espace. Il existe différents types de simulateurs ; les plus utilisés sont les simulateurs de vols, les simulateurs de conduite et les simulateurs de houle.

Un simulateur de vols ou de conduite est un système (architecture mécanique et informatique) dans lequel l'utilisateur (ou pilote) est aux commandes d'un véhicule virtuel (avion, automobile, train, etc).

1.3.1.2 Robots parallèles utilisés en usinage.

Aujourd'hui, l'industrie des machines-outils s'intéresse au potentiel que les robots parallèles peuvent offrir. Pour les machines-outils parallèles, les masses en mouvement sont plus faibles que dans une machine-outil série puisque chaque moteur ne déplace que le plateau supportant l'outil. Ceci a permis l'introduction des robots parallèles hexapodes dans la conception de machine à usinage grande vitesse. On peut citer par exemple : les hexapodes Octaegrale (VOH-100 et HOH-600) pour l'usinage vertical et horizontal de métal développés par la compagnie Ingersoll en 1991 ; l'hexapode CMW 200 pour l'usinage à grand vitesse développé en 1997 par CM Constructions Mécaniques des Vosges Marioni ; et plus récemment l'hexapode CMW 380 présentée en 2007.

1.3.1.3 Robots parallèles utilisés dans les moyens d'essais.

La nécessité de soumettre des échantillons ou des structures à une sollicitation proche de celles rencontrées dans les milieux où ils sont destinés à évoluer exige des moyens d'essais de plus en plus performants. Ces moyens d'essais doivent avoir une bonne qualité de rigidité et de précision ; c'est pour cette raison que l'utilisation des robots parallèles est devenue évidente.

Ces robots sont de plus en plus utilisés dans le secteur automobile pour tester les composants de véhicule tels que le moteur, les freins et les circuits de fluides. On peut citer par exemple l'hexapode Comfort Shaker Table 6-DOF Hexapod Technology développé par la compagnie Moog FSC.

1.3.1.4 Autres applications

Les robots parallèles de type Gough-Stewart sont également utilisés dans divers domaines tels que la médecine, l'aérospatial, le bâtiment ou encore l'océanographie. L'hexapode 6-Axis-Parallel Kinematics Microrobot M-850 est par exemple utilisé pour le renforcement de la sécurité des micro-interventions chirurgicales et la faisabilité de micro-thérapie, ou encore dans l'alignement de l'alimentation d'une antenne satellite.

Dans le cadre des robots sous-marins télé-opérables ROV, il existe le projet REMO. La motorisation du robot sous-marin REMO I et REMO II est réalisée par une plate-forme de Gough-Stewart. Les variations d'orientation et de trajectoire du robot dépendent directement de la déformation de la structure parallèle.

Les différents types d'hexapodes présentés précédemment sont détaillés en annexe B.

1.3.2 Cas particuliers des robots parallèles à vérins hydrauliques par domaine d'application.

Des robots à actionneurs hydrauliques à 6 degrés de liberté type Gough-Stewart ont été étudiés par différents chercheurs ; quelques exemples sont présentés dans le paragraphe suivant.

1.3.2.1 Robots parallèles utilisés dans les simulateurs.

En 1994, Salcudean et Drexel [14] de l'université de British Columbia ont créé un simulateur hydraulique dont la structure de la plate-forme de Stewart est à l'envers c'est-à-dire la base est collée au plafond. Cette configuration présente l'avantage d'utiliser des vérins hydrauliques plus étroits que dans une configuration normale, mais également de réduire de manière significative l'écoulement hydraulique et, par conséquent, le coût de fabrication et de fonctionnement de ce type de robot. Ce manipulateur utilise des servovalves trois étages et des vérins hydrauliques avec une course de $\pm 1m$. L'accélération et la vitesse obtenue sont de $\pm 9,8m/s^2$ et $\pm 1m/s$.

Koekebaker [15] a étudié, en 2001, un simulateur de vol de haute qualité (SIMONA Projects de la université de DELF), (figure 1.6 a). Il a d'abord modélisé et analysé le système, mais il a surtout développé le contrôle dynamique du simulateur. L'idée de ce type de simulateur est de reproduire fidèlement les conditions critiques de vol, les turbulences et les phénomènes de cisaillement du vent dans la partie inférieure de l'atmosphère. En effet, dans cette partie de l'atmosphère, de grands efforts sont exercés sur l'avion sur une large gamme de fréquences. La structure est composée de six vérins hydrauliques qui ont une course de $1,25m$, une cabine située sur la plate-forme mobile

de $4,5Kg$ maximum, et une accélération maximale de $1,5g$. L'asservissement du système est un asservissement en ligne multi-variable.

La NASA, au centre de recherches Ames [16], possède le plus grand simulateur de vol avec des mouvements de base et des mouvements verticaux. Pour moderniser le VMS, la NASA Ames a choisi d'utiliser un robot de type hexapode qui a été conçu pour assurer des rotations de la plate-forme mobile de 18° , 18° et 24° autour des axes x , y , z à une vitesse de $40m/s$. La course des vérins, qui le composent, est de $1,52m$.

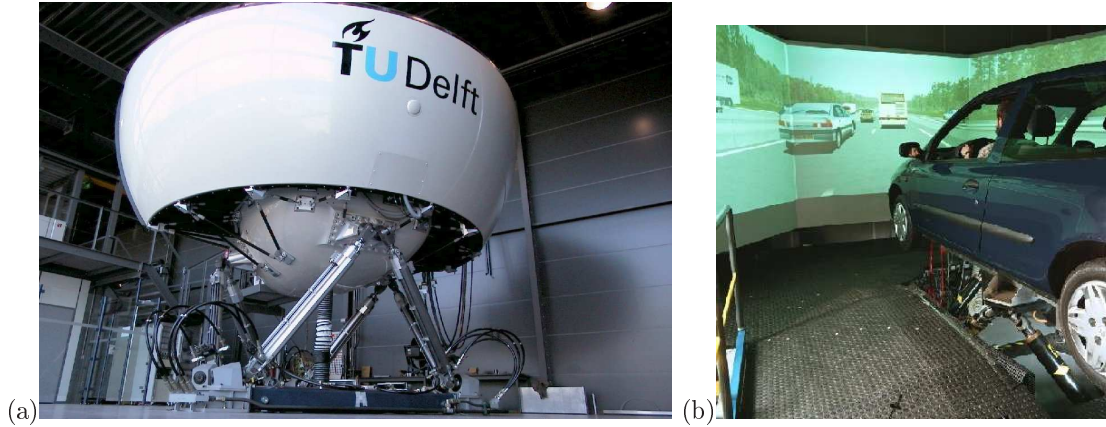


FIG. 1.6 – (a) Simulateur de vol, SIMONA. (b) Simulateur dynamique, Renault.

Hatem [17] a étudié la performance maximale d'un simulateur de conduite et, plus précisément, quelle était la meilleure trajectoire du simulateur en terme de qualité de sensations pour une trajectoire réelle donnée, en prenant en compte les limitations de mouvement du robot hydraulique (figure 1.6 b).

En 2007, Toyota a développée un simulateur de conduite qui permet la réalisation des expériences dans le domaine de la sécurité telles que : la lutte contre l'endormissement du conducteur, les effets de l'alcool sur la conduite, etc. Le dôme de $7,1m$ de diamètre (habitable géant) est mis en mouvement par des vérins hydrauliques qui permettent d'obtenir un angle d'inclinaison de la plate-forme allant jusqu'à 25 degrés. Les accélérations peuvent aller jusqu'à $0.5g$ et les vibrations peuvent atteindre une amplitude verticale de $50mm$.

1.3.2.2 Robots parallèles utilisés dans les moyens d'essais.

La compagnie FSC Moog a développé, en collaboration avec l'industrie automobile, un banc d'essai pour tester la fatigue des suspensions automobiles à partir de robots de type Gough-Stewart à 6 DOF (figure 1.7). Cette machine peut être utilisée pour effectuer des essais plus complexes tels que la durabilité du châssis, ainsi que des essais dynamiques pour des suspensions de voitures.

Ces actionneurs sont conçus en fibres de carbone renforcées et en aluminium pour avoir un faible poids. La tige du piston est creuse et fabriquée à partir du titane. Des capteurs de position et de pression intégrés sur le vérin sont utilisés pour l'asservissement du vérin. La plate-forme mobile possède des capteurs de force / couple. La masse de la plate-forme est faible et le système possède une bonne rigidité. Les modes propres du système sont bien au-dessus des spectres de fréquences de fonctionnement de la structure d'essais.



Figure 1.7: Banc d'essai ring de voiture, Moog FSC.

1.3.2.3 Robots parallèles utilisés dans les manipulateurs.

Le MIT Emulation Vehicle System (VES) est une installation expérimentale basée sur la plate-forme de Gough-Stewart hydraulique. Elle a été conçue pour faciliter l'étude de contrôle des robots fixés à des bases mobiles. On peut citer, par exemple, l'assemblage et la réparation des manipulateurs attachés à des véhicules spatiaux, ou les bras de la navette spatiale. Le concept, le principe de fonctionnement, la conception de base et l'asservissement de base ont été développés pour la première génération de système de VES par Ismail en 1988. En 1991, Durfee a décrit les détails techniques du contrôleur en temps réel pour la deuxième génération VES [18]. Ce type de manipulateur possède des vérins hydrauliques avec une course de 762mm ; il peut soulever des charges jusqu'à $3,6\text{kN}$, 44N dans chacune des trois directions avec un angle de 30 degrés pour les trois rotations. Les fréquences peuvent aller jusqu'à 10Hz .

Roelof et Van Silfhouta en 1999 [19], ont développé un robot de type Gough-Stewart pour l'appui des instruments scientifiques nécessitant une haute précision (figure 1.8 a). Ils utilisaient six vérins hydrauliques télescopiques avec une course de 100mm . Leur résolution pour les six degrés de liberté est de $1\mu\text{m}$. La circonférence de la plate-forme est de 650mm de diamètre et celle de la base est de 800mm . La précision est assurée par des servovalves hydrauliques et des codeurs incrémentaux. Ce robot peut manipuler des charges allant jusqu'à 20kN .

Une des utilisations actuellement très courantes des hexapodes hydrauliques est le positionnement de miroirs des télescopes. La figure 1.8 (b) présente le télescope de l'observatoire astronomique "La Silla" au Chili.

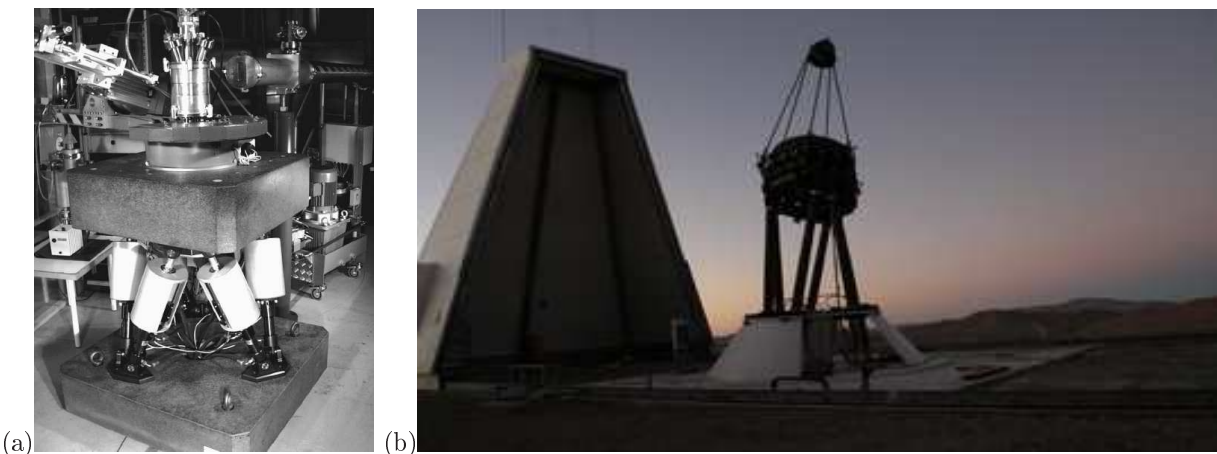


Figure 1.8: (a) Plate-forme de Gough-Stewart pour l'appui des instruments scientifiques. (b) Hexapode pour le positionnement de miroir de telescope, "La Silla", Chili.

1.4 Conclusion.

Ce chapitre a présenté les différentes applications des robots parallèles, en particulier les robots de type hexapode, avec des actionneurs hydrauliques. Ces robots sont utilisés, en général, dans les simulateurs, les manipulateurs et les moyens d'essai. Cependant, dans l'industrie de l'usinage, les robots avec des actionneurs hydrauliques ne sont pas encore utilisés. En effet, dans ce domaine, le rapport de la vitesse d'exécution sur la précision de l'usinage obtenu par des vérins électriques est supérieur à celui des vérins hydrauliques, en prenant en compte les contraintes d'alimentation. Les robots parallèles et, en particulier, les robots hexapodes présentés dans ce chapitre sont utilisés dans diverses applications telles qu'accomplir des tâches de grandes précisions. Des robots hexapodes hydrauliques peuvent être ainsi conçus pour l'usinage de pièces spécifiques qui demandent une très grande précision mais qui n'exigent pas une grande vitesse d'exécution.

Chapitre 2

Modèle de robot hexapode de type Gough-Stewart

2.1 Introduction

Les robots dits de type Gough-Stewart sont des robots à six degrés de liberté, composés de trois parties : une base fixe, une plate-forme mobile et six jambes (articulations actives + articulations passives) liées à la base et à la plate-forme mobile. Les six liaisons actives (actionneurs linéaires) sont des vérins hydrauliques et les liaisons passives sont des rotules ou des joints de cardan. Dans les robots de type parallèle, quand on connaît les positions des liaisons actives, la position des articulations passives peut être quelconque, ce qui rend difficile l’obtention d’une configuration spécifique de la plate-forme mobile. La solution à ce problème est d’écrire les équations géométriques en fermeture des boucles. Ces équations donnent “Le modèle géométrique inverse (MGI)” [4, 11]. La position du centre de la plate-forme et son orientation à partir des actionneurs connus sont données par le “modèle géométrique direct (MGD)”.

La relation qui définit les vitesses articulaires (vitesse des points de raccordement des actionneurs à la plate-forme mobile) en fonction de la vitesse du centre de la plate-forme mobile (vitesse cartésienne) est donnée par “le modèle cinématique inverse (MCI)”.

Les capacités dynamiques du robot parallèle en fonction de tous les paramètres qui la définissent sont étudiées par “le modèle dynamique” (MD).

Le robot de type parallèle se déplace dans l’espace appelé “espace de travail”. L’espace de travail est limité soit par des contraintes sur les articulations du robot parallèle, soit par des variables dues à la commande [2]. Il existe des positions spéciales où le robot de type Gough-Stewart perd sa rigidité; ces positions définissent la “configuration des singularités” [20].

Le robot utilisé dans le cadre de ce travail est un robot Gough-Stewart de type SSM (cf§ Chapitre 1). La plupart des robots hexapodes utilisés dans l’industrie (simulateurs de vol, de voiture, etc) sont basés sur cette conception. Elle est caractérisée par le fait que la base et la plate-forme sont toutes les deux plans et ont un axe de symétrie.

La première partie de ce chapitre est consacrée aux différents modèles (géométriques et cinématiques) utilisés pour obtenir les relations en position et vitesse entre les actionneurs linéaires commandés et la plate-forme mobile. Comme on a pu le voir, le robot hexapode est équipé de six actionneurs identiques. On se propose donc de travailler sur un seul actionneur. Pour ce faire, la masse équivalente vue par celui-ci, lorsque le robot est en mouvement (modèle dynamique), sera déterminée dans la seconde partie du chapitre.

2.2 Définitions et Notations utilisées

On donne quelques définitions de base introduites par Tancredi [21] et Merlet [4].

Coordonnées articulaires ρ_i : Les coordonnées articulaires sont les longueurs variables (course) des actionneurs qui permettent le déplacement de la plate-forme mobile.

Coordonnées généralisée X : Les coordonnées généralisées (6 composantes) sont l'association des coordonnées du vecteur position du point C (centre de la plate-forme mobile) et des angles d'orientation de la plate-forme mobile.

Le Modèle Géométrique Inverse (MGI) permet de déterminer les valeurs des variables articulaires ρ_i lorsqu'on connaît la position du point C et l'orientation de la plate-forme mobile.

La figure 2.1 montre les vecteurs fondamentaux qui permettront d'obtenir la longueur ρ_i du vérin.

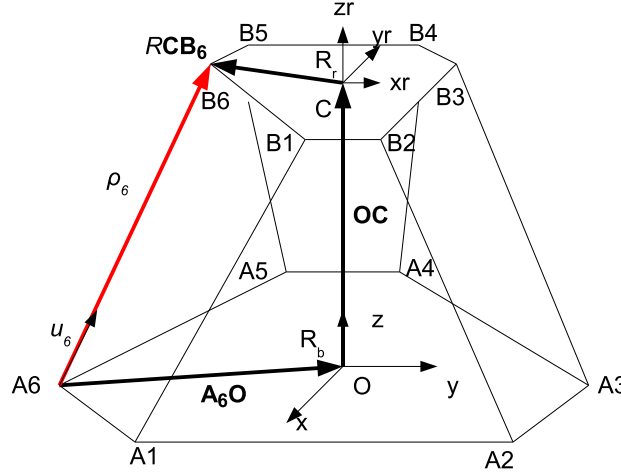


FIG. 2.1 – Représentation géométrique du robots (position nominale).

Le repère de la base (repère galiléen) est $R_b = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ et celle de la plate-forme mobile est $R_r = (C, \vec{x}_r, \vec{y}_r, \vec{z}_r)$; O et C correspondent respectivement à l'origine du repère galiléen (origine de la base) et au centre de la plate-forme mobile. A_i et B_i (avec $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$), sont les points de raccordement des vérins à la base et à la plate-forme mobile respectivement. Chaque vecteur $\vec{OA_i}$ est défini dans le repère R_b et chaque vecteur $\vec{CB_i}$ dans le repère R_r .

Remarque

Les vecteurs sont représentés dans l'espace par trois composantes; chaque composante sera exprimée en fonction de deux indices (i, j) , le premier indice (i) indique le vérin auquel il est associé, et le second indice (j) indique la composante dans l'espace.

Les six vecteurs unitaires $\vec{n_i}$ colinaires à $\vec{A_iB_i}$ peuvent s'écrire comme suit : soit par exemple $\vec{n_1}$ représentatif du vérin 1 :

$$\vec{n_1} = \begin{bmatrix} n_{11} \\ n_{12} \\ n_{13} \end{bmatrix}_{R_b}$$

Le passage de bases de R_r à R_b se fait à partir des transformations suivantes :

$$R_b = R(z_r, \psi)R(y_r, \theta)R(x_r, \phi)(R_r) \quad (2.1)$$

où $R(u, \alpha)$ représente la rotation d'un angle α autour du vecteur u .

Avec :

$$R(z_r, \psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$R(y_r, \theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$R(x_r, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

avec ψ, θ, ϕ les angles *roll*, *pitch* et *yaw* (roulis, tangage, lacet) utilisées dans l'aéronautique et dans l'industrie en général [22],[20]

La figure 2.2 présente les rotations successives [23] pour l'obtention de la matrice de passage. Les rotations sont effectuées dans l'ordre : ϕ, θ, ψ .

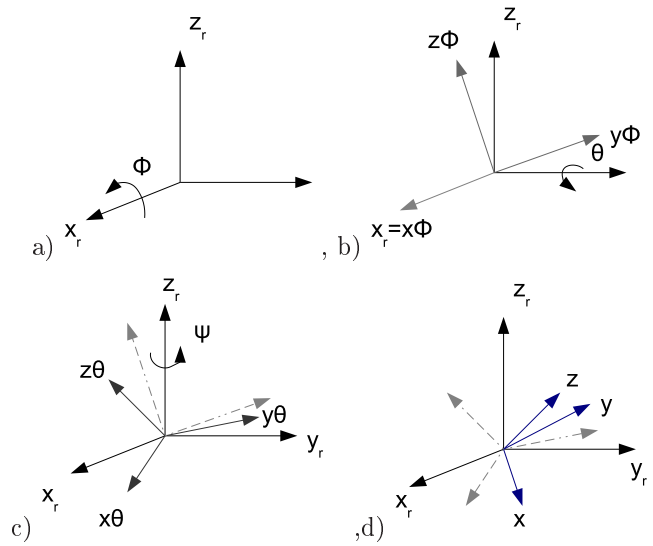


FIG. 2.2 – a) rotation de ϕ autour de x_r ; b) rotation de θ autour de y_r ; c) rotation de ψ autour de z_r ; d) Bases R_r et R_b .

La matrice de passage R est, en respectant cet ordre de rotation, la suivante :

$$R = R(z_r, \psi)R(y_r, \theta)R(x_r, \phi)$$

Soit :

$$R = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos\theta & -\sin\psi\cos\theta + \cos\psi\sin\theta\sin\phi & \sin\psi\sin\theta + \cos\psi\sin\theta\cos\phi \\ \sin\phi\cos\theta & \cos\psi\cos\theta + \sin\psi\sin\theta\sin\phi & \cos\theta\sin\psi - \cos\psi\sin\theta\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\phi\cos\psi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Nous pouvons donc écrire :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix}$$

2.3 Modèle Géométrique Inverse (MGI)

On souhaite savoir quelle est la longueur ρ_i du vérin , pour une position et une orientation de la plate-forme données [4].

Soit la longueur ρ_i de chaque vérin i , et $\vec{n}_i$ le vecteur unitaire de chaque vérin i , nous pouvons écrire :

$$\overrightarrow{A_i B_i} = \rho_i \vec{n}_i \quad (i = 1 \dots 6) \quad (2.6)$$

Avec :

$$\vec{n}_i = \frac{\overrightarrow{A_i B_i}}{\|\overrightarrow{A_i B_i}\|}$$

On peut écrire :

$$\overrightarrow{A_i B_i} = \overrightarrow{A_i O} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CB_i} \quad (2.7)$$

Pour exprimer le vecteur $\overrightarrow{A_i B_i}$ sur le repère R_b , on doit projeter chacun des vecteurs de cette somme sur R_b , ce qui donne l'expression suivante :

$$\overrightarrow{A_i B_i} = \overrightarrow{A_i O} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{RCB_i} \quad (2.8)$$

Les longueurs de chaque vérin sont donc données par :

$$\rho_i = \|\overrightarrow{A_i B_i}\| = \|\overrightarrow{A_i O} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{RCB_i}\| \quad (2.9)$$

En projetant tous les vecteurs dans le repère R_b , et en élevant au carré l'équation 2.9, nous obtenons :

$$\rho_i^2 = \|\overrightarrow{A_i O}\|^2 + \|\overrightarrow{CB_i}\|^2 + \|\overrightarrow{OC}\|^2 + 2(\overrightarrow{A_i O} + \overrightarrow{RCB_i}) \cdot \overrightarrow{OC} + 2\overrightarrow{A_i O} \cdot \overrightarrow{RCB_i} \quad (2.10)$$

La longueur de chaque vérin ρ_i est la suivante :

$$\rho_i = \sqrt{\|\overrightarrow{A_i O}\|^2 + \|\overrightarrow{CB_i}\|^2 + \|\overrightarrow{OC}\|^2 + 2(\overrightarrow{A_i O} + \overrightarrow{RCB_i}) \cdot \overrightarrow{OC} + 2\overrightarrow{A_i O} \cdot \overrightarrow{RCB_i}} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (2.11)$$

L'équation 2.11 est l'équation du **Modèle Géométrique Inverse (MGI)**.

2.4 Modèle Cinématique inverse (MCI)

Ce paragraphe présente la relation entre les vitesse articulaires (vitesse du point d'attachement des articulations à la plate-forme) et la vitesse cartésienne (vitesse du point C de la plate-forme mobile).

2.4.1 Matrice Jacobienne Inverse Cinématique

Le modèle cinématique inverse (MCI) se calcule à partir de la relation cinématique entre les vitesses de deux points d'un même solide. La vitesse d'un des points de connections B_i de la plate-forme mobile en fonction du point de référence C est :

$$\overrightarrow{V_{B_i/R_b}} = \overrightarrow{V_{C/R_b}} + \overrightarrow{B_i C} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} \quad (2.12)$$

p denomine la plate-forme.

En projection sur R_b , on obtient l'expression suivante :

$$\overrightarrow{V_{B_i/R_b}} = \overrightarrow{V_{C/R_b}} + R \overrightarrow{B_i C} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} \quad (2.13)$$

Remarque : Afin d'alléger l'écriture tout le long de ce chapitre, nous écrirons la vitesse d'un point de la manière suivante : $\overrightarrow{V_{B_i/R_b}}$, vitesse du point B_i appartenant à la plate-forme par rapport au repère R_b au lieu de $\overrightarrow{V_{B_i}} \in p/R_b$ (écriture conventionnelle dans le domaine de la mécanique).

En utilisant l'équation (2.12), nous pouvons supposer que la vitesse d'un segment i peut être écrite en fonction du point de référence C . Pour un segment i de vecteur $\overrightarrow{A_i B_i}$, cette vitesse est définie par la relation suivante :

$$\left[\frac{d\overrightarrow{A_i B_i}}{dt} \right]_{R_b} = \overrightarrow{V_{C/R_b}} + R \overrightarrow{B_i C} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} \quad (2.14)$$

Nous pouvons écrire sous *forme matricielle* cette équation :

$$\left[\frac{d\overrightarrow{A_i B_i}}{dt} \right]_{R_b} = U_i \{W\} \quad (2.15)$$

avec :

$\{W\}$ le torseur cinématique de la plate-forme mobile est défini par :

$$\{W\} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{V_{C/R_b}} \\ \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

avec $\overrightarrow{V_{C/R_b}}$ la vitesse de translation du point C et $\overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}}$ la vitesse de rotation de la plateforme mobile.

U_i est un vecteur de dimension 6.

Remarque : Afin d'alléger l'écriture, le torseur cinématique sera écrit comme suit $\{W\} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{V_{C/R_b}} \\ \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} \end{bmatrix}$ au lieu de

$$\{W(p/R_c)\}_{c/R_c} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{V}(C \in p/R_c) \\ \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} \end{bmatrix}_{C/R_c}$$

En partant du modèle géométrique inverse, décrit dans le paragraphe précédent et en utilisant l'équation (2.17) :

$$\rho_i^2 = \|\overrightarrow{A_i O}\|^2 + \|\overrightarrow{C B_i}\|^2 + \overrightarrow{O C} \cdot \overrightarrow{O C} + 2(\overrightarrow{A_i O} + \overrightarrow{C B_i}) \cdot \overrightarrow{O C} + 2\overrightarrow{A_i O} \cdot \overrightarrow{R C B_i} \quad (2.17)$$

nous pouvons obtenir par différenciation l'équation suivante :

$$2\rho_i \frac{d\rho_i}{dt} = 2 \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{OC} \right]_{R_b} (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{A_iO} + R\overrightarrow{CB_i}) + 2(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{A_iO}) \left[\frac{d}{dt} R\overrightarrow{CB_i} \right]_{R_b} \quad (2.18)$$

avec :

$$\left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{OC} \right]_{R_b} = \overrightarrow{V_{C/R_b}} \quad (2.19)$$

$$\left[\frac{d}{dt} R\overrightarrow{CB_i} \right]_{R_b} = R\overrightarrow{B_iC} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} \quad (2.20)$$

et :

$$\overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} = \left[\begin{array}{c} \frac{d}{dt} \psi \\ \frac{d}{dt} \theta \\ \frac{d}{dt} \phi \end{array} \right]_{R_b} \quad (2.21)$$

En utilisant les équations (2.6), (2.19), (2.20) et (2.21) nous écrivons :

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \overrightarrow{V_{C/R_b}} \cdot \frac{\overrightarrow{A_iB_i}}{\rho_i} + \left[\frac{d}{dt} R\overrightarrow{CB_i} \right]_{R_b} \cdot \frac{\overrightarrow{A_iC}}{\rho_i}$$

avec :

$$\overrightarrow{n_i} = \frac{\overrightarrow{A_iB_i}}{\rho_i}$$

où

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \overrightarrow{V_{C/R_b}} \cdot \overrightarrow{n_i} + (R\overrightarrow{B_iC} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}}) \cdot \frac{\overrightarrow{A_iC}}{\rho_i} \quad (2.22)$$

En utilisant le produit mixte, on obtient :

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \overrightarrow{V_{C/R_b}} \cdot \overrightarrow{n_i} + \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} \cdot \left(\frac{\overrightarrow{A_iC}}{\rho_i} \wedge R\overrightarrow{B_iC} \right) \quad (2.23)$$

Sachant que $\overrightarrow{A_iB_i} = \overrightarrow{A_iC} - R\overrightarrow{B_iC}$ et que $R\overrightarrow{B_iC} \wedge R\overrightarrow{B_iC} = 0$, nous obtenons finalement :

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \overrightarrow{V_{C/R_b}} \cdot \overrightarrow{n_i} + \overrightarrow{\Omega_{(p/R_b)}} \cdot (\overrightarrow{n_i} \wedge R\overrightarrow{B_iC}) \quad (2.24)$$

En utilisant la matrice $\{W\}$, l'équation (2.24) sous forme matricielle est donnée par :

$$\frac{d\rho_i}{dt} = J^{-1}\{W\} \quad (2.25)$$

L'équation (2.25) est l'équation du **Modèle Cinématique Inverse (MCI)**.

Avec J^{-1} la matrice Jacobienne inverse cinématique s'écrivant :

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} \vec{n}_i & (\vec{n}_i \wedge \overrightarrow{B_i C}) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Remarque :

Les coordonnées cartésiennes et les orientations de la plate-forme mobile sont regroupées dans un vecteur X (coordonnées généralisées) :

$$X = \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \\ \psi \\ \theta \\ \phi \end{pmatrix}$$

$\dot{X} = \{W\}$, avec $\{W\}$ est défini comme le torseur cinématique de la plate-forme mobile ou comme la vitesse généralisée.

$$\{W\} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dt}x_r \\ \frac{d}{dt}y_r \\ \frac{d}{dt}z_r \\ \frac{d}{dt}\psi \\ \frac{d}{dt}\theta \\ \frac{d}{dt}\phi \end{pmatrix}_{R_b} = \begin{pmatrix} V_{c_x} \\ V_{c_y} \\ V_{c_z} \\ \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix}_{R_b}$$

2.5 Modèle Géométrique Direct (MGD)

Si la longueur variable des actionneurs ρ_i (coordonnées articulaires) est connue, l'objectif de Modèle Géométrique Direct (MGD) est de déterminer la position et l'orientation de la plate-forme mobile. Le problème posé par ce modèle est plus complexe que celui du Modèle Géométrique Inverse (MGI). La résolution de ce problème admet plus d'une solution; de plus, l'expression sous forme analytique des coordonnées généralisées X en fonction de coordonnées articulaires ρ_i ne peut pas être obtenue.

Les solutions analytiques déterminées par des techniques numériques sont présentées par Merlet [4]. Huit solutions analytiques existent. Ces méthodes nécessitent un nombre élevé de calculs pour obtenir le modèle géométrique direct, ce qui limite son utilisation dans les boucles de commande. Une autre méthode consiste à calculer les solutions en utilisant des méthodes rapides purement numériques fournissant une seule solution.

Les méthodes les plus utilisées sont la méthode de Newton-Raphson et la méthode des moindres carrés.

Méthodes de Newton-Raphson.

C'est une méthode numérique itérative.

Elle cherche à minimiser l'erreur quadratique entre la valeur réelle calculée ρ_i et la valeur estimée ρ_{ik} . k étant un indice allant de 1 à m (m est la valeur de k lorsque $\|\rho_i - \rho_{ik}\| \leq \epsilon$).

L'algorithme est décomposé en quatre étapes :

1. Initialisation du vecteur de coordonnées généralisées X par X_0 .
2. Estimation de ρ_{ik} en utilisant l'inversion de X_0 avec le modèle géométrique inverse (MGI).
3. Calcul de l'erreur quadratique $\|\rho_i - \rho_{ik}\|$
 - Si $\|\rho_i - \rho_{ik}\| \leq \epsilon$, l'algorithme s'arrête, et $X = X_k$
 - Sinon $X_{k+1} = X_k + J_e(\rho_i - \rho_{ik})$

4. Incrémentions et retour en 2.

Avec : ϵ seuil d'erreur fixée, J_e la matrice jacobienne des angles d'Euler.

Remarque :

- La convergence de ce type de méthode dépend du choix de la valeur initiale estimée X_0 .
- La matrice Jacobienne d'Euler J_e peut soit être fixée si l'on considère que l'estimation est proche de la valeur réelle, soit variable à chaque itération.
- Le seuil d'erreur fixée ϵ influence la convergence de l'algorithme.
- L'avantage de cette méthode est d'obtenir la posture de la plate-forme mobile X en fonction des longueurs estimées des articulations ρ_{ik} . Cependant, on n'est pas sûr que la solution trouvée soit la plus proche des solutions effectives.

Méthode des Moindres Carrés.

Comme la méthode de Newton-Raphson, cette méthode cherche à minimiser l'erreur quadratique entre ρ_{ik} et ρ_i . L'algorithme est similaire à celui de Newton-Raphson ; la différence est faite dans l'étape 3, où on recherche l'erreur quadratique moyenne [24].

1. Initialisation du vecteur de coordonnées généralisées X par X_0 .
2. Estimation de ρ_{ik} en utilisant l'inversion de X_0 avec le modèle géométrique inverse (MGI).
3. Calcul de l'erreur quadratique moyenne $\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^6 |\rho_i - \rho_{ik}|^2\right)^{1/2}$
 - Si $\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^6 |\rho_i - \rho_{ik}|^2\right)^{1/2}$, l'algorithme s'arrête, et $X = X_k$
 - Sinon $X_{k+1} = X_k + J_e(\rho_i - \rho_{ik})$
4. Incrémentation et retour en 2.

La méthode des moindres carrés a un avantage non négligeable par rapport à la méthode itérative de Newton-Raphson qui est l'obtention de la solution la plus proche des solutions effectives.

Cette méthode présente comme inconvénients principaux de nécessiter une estimation initiale de la position du point C et de l'orientation de la plate-forme mobile ; de plus, sa précision et sa convergence dépendent de cette estimation.

2.6 Espace de travail et Singularités

Dans cette section, on expliquera les différentes méthodes pour déterminer l'espace de travail d'un robot hexapode, ainsi que les différents éléments qui le restreignent. On exposera ensuite l'intérêt d'éviter des postures particulières (lieux de singularités) de la plate-forme mobile et la détermination de ces postures.

2.6.1 Espace de travail

L'espace de travail d'un robot parallèle peut être défini comme l'ensemble des configurations (position et orientation) atteignables par la plate-forme mobile. Le mouvement des robots parallèles dans l'espace de travail peut être contraint par :

- les angles de rotation des articulations passives
- les intersections entre les segments.
- les limitations dues aux actionneurs. Cette limitation mécanique peut être due soit à la course du vérin hydraulique (géométrique), soit due à la vitesse et à l'accélération (cinétique et dynamique).

Dans les robots parallèles de type Gough-Stewart, les translations possibles du robot parallèle sont dépendantes de l'orientation de la plate-forme mobile [4] ; ceci donne comme résultat une représentation de tout l'espace de travail en 6 dimensions, laquelle ne peut pas être représentée sur un dessin. C'est pour cette raison qu'on représente des sous-ensembles de l'espace de travail, appelés par Merlet des "types d'espace de travail".

Il existe plusieurs types d'espace de travail ; les plus utilisés sont :

- **L'espace de travail en translation**, qui est défini comme le volume que peut parcourir un point spécifique (en générale C) de la plate-forme mobile.
- **L'espace de travail à orientation constante**, qui est l'ensemble de positions atteignables par le point C de la plate-forme mobile lorsque l'orientation (de la plate-forme mobile) est fixe.
- **L'espace de travail à centre fixé**, qui est l'ensemble des rotations possibles autour du point C de la plate-forme mobile lorsque ce point occupe une position fixe.
- **L'espace de travail maximal**, qui est l'ensemble des positions du point C qui peuvent être atteintes avec au moins une orientation de la plate-forme mobile.
- **L'espace dextre**, qui est l'ensemble des positions de C pour lesquelles toutes les orientations sont permises.

Dans notre cas, on présentera les trois premiers espaces de travail définis précédemment.

La recherche de l'espace de travail des robots parallèles à six degrés de liberté peut être basée sur la recherche des frontières de l'espace de travail dans les différents types d'espace de travail (espace de travail en translation, à orientation constante, à centre fixé). Les espaces de travail peuvent être obtenus soit géométriquement soit par une méthode de discrétisation. Dans les paragraphes suivants, nous expliquerons comment obtenir les différents espaces de travail.

Frontières de l'espace de travail

Coupes de l'espace de travail à orientation fixée :

En général, la méthode utilisée, que ce soit géométriquement ou par discrétisation, s'appuie sur une orientation de la plate-forme fixe et cherche des coupes planes de l'espace de travail en fixant un nombre de degrés de liberté en translation.

Méthode Géométrique

Merlet [25] a explicité une méthode pour l'obtention de la frontière de l'espace de travail. Elle part de l'hypothèse que les contraintes sur les chaînes cinématiques permettent de définir la région maximale (Volume atteignable V_i) que peut parcourir le point d'attache B_i de la chaîne de la plate-forme, ceci de manière indépendante pour chaque chaîne.

Le centre de la plate-forme C décrit lui aussi un volume V_{ic} identique à celui décrit par le point B_i . V_{ic} est obtenu en translatant V_i par le vecteur $\overrightarrow{B_iC}$ qui est constant puisque l'orientation de la plate-forme est fixée. L'espace de travail est l'intersection des volumes V_{ic} permis pour le point C vis-à-vis des "contrainte" sur les segments ρ_i .

Pour les robots parallèles à 6 degrés de liberté, on peut remarquer que les points B_i se trouvent toujours dans un volume atteignable V_i limité par deux sphères concentriques de centre A_i , où les rayons maximum et minimum dépendent de longueurs maximum et minimum des actionneurs.

Si on coupe le volume V_i avec un plan, on obtient soit une région vide, donc un espace de travail vide, soit une région limitée par deux cercles concentriques; la zone permise par C est obtenue en translatant cette région par le vecteur $\overrightarrow{B_iC}$. L'intersection des volumes V_i et du plan de coupe donne une surface correspondant à 6 couronnes annulaires. L'espace de travail sera délimité par des arcs des cercles dans le plan.

Cette approche permet de déterminer rapidement les bornes de l'espace de travail en x,y, sans recourir à la discrétisation, mais il ne prend en compte que les limitations des variables articulaires. Goselin a développé l'algorithme pour cette approche.

On part de l'équation du modèle géométrique inverse :

$$\overrightarrow{A_iB_i} = \overrightarrow{A_iO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CB_i} \quad (2.27)$$

$$\overrightarrow{A_iB_i} = -\overrightarrow{OA_i} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{RCB_i} \quad (2.28)$$

Posons $\vec{U}_i = \overrightarrow{OA_i} - R\overrightarrow{CB_{ir}}$, avec (u_i, v_i, w_i) les composantes du vecteur $\vec{U}_i$. Ce nouveau vecteur permet de translater le volume V_{ic} au centre de la plate-forme. Pour une orientation fixe, ces composantes sont constantes. Le centre de la plate-forme C est compris entre deux sphères de centre U_i , définis par :

$$\begin{aligned} (x_r - u_i)^2 + (y_r - v_i)^2 + (z_r - w_i)^2 &= \rho_{imin}^2 \\ (x_r - u_i)^2 + (y_r - v_i)^2 + (z_r - w_i)^2 &= \rho_{imax}^2 \end{aligned}$$

avec ρ_{imin} et ρ_{imax} les longueurs minimum et maximum des actionneurs.

Ces sphères représentent le domaine d'évolution possible du point C avec, comme seule contrainte, les longueurs d'actionneurs.

Exemple :

Si on considère le plan défini par $z_r = z_h$, les frontières de la surface du centre de la plate-forme C sont les cercles définis par :

$$(x_r - u_i)^2 + (y_r - v_i)^2 = \begin{cases} \rho_{imin}^2 - (z_r - w_i)^2 & \text{si } \rho_{imin}^2 - (z_r - w_i)^2 > 0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (2.29)$$

$$(x_r - u_i)^2 + (y_r - v_i)^2 = \begin{cases} \rho_{imax}^2 - (z_r - w_i)^2 & \text{si } \rho_{imax}^2 - (z_r - w_i)^2 > 0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (2.30)$$

Ces équations 2.29 et 2.30 définissent les intersections des 6 couronnes annulaires que constituent la frontière de l'espace de travail.

On peut prendre en compte les limitations mécaniques qu'apportent les articulations de la base et de la plate-forme, ainsi que les intersections entre segments sur l'espace de travail pour l'obtention d'un espace de travail réaliste, voir Merlet [25].

Méthode par discrétisation

La recherche de l'espace de travail des robots parallèles à six degrés de liberté est faite à partir de l'enveloppe de l'espace de travail, soit en tenant compte des bornes sur les variables articulaires, soit en considérant les débattements possibles par les variables articulaires et les risques d'interférences. Des méthodes de discrétisation des paramètres pour calculer l'enveloppe de l'espace de travail ont été développées. Masory a étudié le cas d'un robot Gough-Stewart de type SSM [2].

La méthode de discrétisation de l'espace de travail utilise une décomposition selon une grille régulière soit cartésienne, soit polaire pour l'espace des paramètres (articulations actives et passives). Pour chaque posture du robot, il y a un noeud de la grille correspondante. L'idée est de tester chaque noeud de la grille et de vérifier s'il appartient à l'espace de travail; on conserve les noeuds dont au moins un voisin immédiat n'appartient pas à l'espace de travail. La frontière de l'espace de travail est obtenue sous forme de nuage de points. L'inconvénient de ce type de méthode est la finesse de la grille; plus elle sera fine, plus le temps de calcul est important.

A partir de cette méthode, Mansory est arrivé aux conclusions suivantes :

- Le volume de l'espace de travail augmente quand la position nominale des rotules (même angle de rotation dans tout l'espace (x,y,z)) sont orientées dans la même direction que les actionneurs prismatiques, lors de la position nominale du robot hexapode.
- Le débattement des articulations joue un rôle important.
- Le volume ou la région plane que peut parcourir un point spécifique correspond approximativement au cube de la course des actionneurs.

Espace de travail à orientation constante :

Le volume de travail peut être calculé directement. Merlet [4] explique comment Gosselin a traité ce problème pour un robot général. L'algorithme est le suivant :

- Calcul des cercles d'intersection de chaque paire de sphères parmi les 12 sphères délimitant les volumes.
- Calcul de l'intersection de tous les cercles appartenant à une même sphère.
- Détermination des différents arcs de cercles définis à partir des points d'intersection de l'étape précédente.
- Test d'appartenance à la frontière de l'espace de travail de chaque arc.

Espace de travail à centre fixé :

Il existe très peu de travaux sur le calcul des possibilités en rotation des robots parallèles. Le plus détaillé des travaux dans ce domaine a été présenté par Merlet [4], où une méthode hybride est proposée pour la détermination d'un sous-ensemble de l'espace de travail à centre fixé. Dans cette méthode, les orientations possibles d'un vecteur unitaire joint à la plate-forme mobile sont reportées sur une sphère unité. La plate-forme mobile tourne d'un angle θ_1 autour d'un vecteur $X1$ fixé dans le repère de référence. Ensuite, on fait éventuellement une autre rotation de la plate-forme autour d'un vecteur $X2$ exprimé dans le repère de référence. Ceci permet d'obtenir géométriquement une sphère unité qui désignera l'espace de travail atteignable par la plate-forme dans le cas idéal (plate-forme soumise à aucune contrainte). Les contraintes présentes sur le robot permettent de balayer certaines parties de la sphère unité, qui correspondent bien à l'espace de travail atteignable par la plate-forme dans le cas réel.

Bonev a présenté une méthode de discrétisation basée sur l'utilisation d'une série de modifications des angles d'Euler et, en particulier, la représentation de l'orientation de l'espace de travail [26]. Il utilise une nouvelle série de modifications des angles d'Euler. A partir ces angles, il représente l'orientation de l'espace de travail dans un système de coordonnées cylindriques. Tsai et Lin ont développé des algorithmes pour obtenir les zones sur la courbe frontière en utilisant les équations des contraintes [27].

2.6.2 Singularités

Les configurations singulières sont des positions particulières de la plate-forme mobile qui font perdre de la rigidité au robot parallèle. On peut déterminer les singularités, soit à partir de la relation entre les vitesses articulaires et les vitesses coordonnées, soit à partir de la relation entre les efforts externes appliqués à la plate-forme mobile et les efforts produits par les actionneurs du robot hexapode, soit en utilisant une méthode géométrique.

L'introduction des singularités, à partir de la relation entre les vitesses articulaires et les vitesses généralisées par la relation du modèle cinématique inverse, est donnée par l'équation (2.25) :

$$\frac{d\rho_i}{dt} = J^{-1}\{W\} \quad (2.31)$$

Il existe des singularités si la matrice Jacobienne cinématique inverse est non inversible ($\det(J^{-1}) = 0$) ; ceci implique qu'il existe des vitesses généralisées W non nulles pour lesquelles les vitesses articulaires $\frac{d\rho_i}{dt}$ sont nulles. Et, donc, des mouvements infinitésimaux peuvent être réalisés par la plate-forme mobile sans que la commande (déplacement des articulations) soit modifiée.

On peut introduire aussi les singularités à partir des relations des efforts. Les singularités introduites par la relation des efforts externes $\{F\}$ appliqués à la plate-forme mobile et les efforts produits par les actionneurs τ du robot hexapode, sont données par la relation suivante :

$$\{F\} = J^{-T}\tau \quad (2.32)$$

Cette relation reflète l'équilibre mécanique du robot hexapode ; le système est en équilibre si on exerce un effort sur la plate-forme mobile F et qu'il existe des forces articulaires τ dont l'action sur la plate-forme est opposée à F . La relation précédente est un système linéaire entre la force appliquée à la plate-forme mobile et les efforts articulaires ; cette relation n'est plus un système linéaire dans le cas où la matrice jacobienne inverse transposée cinématique J^{-T} est singulière. Ce qui permet à la plate-forme mobile de se déplacer grâce à l'effort appliqué à celle-ci sans que les actionneurs soient commandés. Ceci peut avoir de graves conséquences puisque les forces articulaires peuvent devenir très importantes.

Plusieurs chercheurs ont réalisé l'étude analytique des singularités pour des robots à 6 degrés de liberté ; ces études ont permis l'identification des cas spéciaux de singularités.

- Hunt a écrit un article en 1978 où il définit un cas spécial de configuration singulière. La singularité existe quand toutes les lignes liées aux actionneurs prismatiques interceptent une ligne commune [20].
- En 1986, Fichte a identifié un autre cas spécial de singularité ; celle-ci est observée quand la plate-forme mobile tourne autour d'un axe orthogonal (z) à la base d'un angle de 90° [20].
- Merlet en 1998 [10], a proposé une approche plus générale employant la géométrie de Grassman. Bien que cette approche puisse être utilisée pour différents types de robots, elle n'est pas utilisable pour le robot le plus général (SSM) puisqu'elle conduit à résoudre des problèmes géométriques difficiles.

L'étude analytique, à partir de la géométrie, est très importante puisqu'elle permet dans le contexte d'analyse et de conception d'obtenir les positions des singularités afin de produire leurs représentations graphiques dans la zone de travail du manipulateur.

Mayer et Gosselin [20] ont proposé une expression analytique des positions des singularités de la plate-forme de Gough-Stewart (quelque soit les architectures : TSSM, MSSM, SSM). Elle se base sur le déterminant de la matrice Jacobienne cinématique inverse J^{-1} . La détermination de cette matrice est réalisée à partir de la méthode de décomposition linéaire. Cette méthode permettra d'écrire la matrice J^{-1} en fonction des coordonnées cartésiennes (x, y, z). Pour ce faire, cette matrice est décomposée en un vecteur ligne ; ce vecteur ligne possède six vecteurs colonnes qui sont écrits en fonction de la matrice de rotation R et des points d'attache de la base et de la plate-forme mobile (A_i, B_i respectivement). En développant cette expression, on obtient une équation polynomiale en x, y, z . Cette expression représente les positions des singularités dans l'espace cartésien pour une orientation donnée de la plate-forme mobile. Li [28] a utilisé l'expression analytique proposée par Mayer et Gosselin sur l'architecture SSM et visualisé graphiquement la position des singularités.

2.7 Modèle Dynamique Direct et Inverse

Le modèle dynamique de la plate-forme de Gough-Stewart peut être élaboré par plusieurs méthodes, la méthode de Lagrange-Euler [17, 29], la méthode du principe de travaux virtuels [30, 31, 32], et la méthode de Newton-Euler [4, 33].

Les vérins étant le "moteur" du robot hexapode, on se propose de traiter chaque actionneur individuellement. Pour ce faire, on doit déterminer la **masse équivalente** que voit chaque ensemble, rotule + vérin + rotule d'une plate-forme de Gough-Stewart, quand on impose un effort sur chaque vérin. Intuitivement, on se base sur le modèle dynamique de la plate-forme de Gough-Stewart qui nous permet d'obtenir des relations entre les accélérations cartésiennes et les accélérations articulaires.

La figure 2.3 montre la plate-forme de Gough-Stewart.

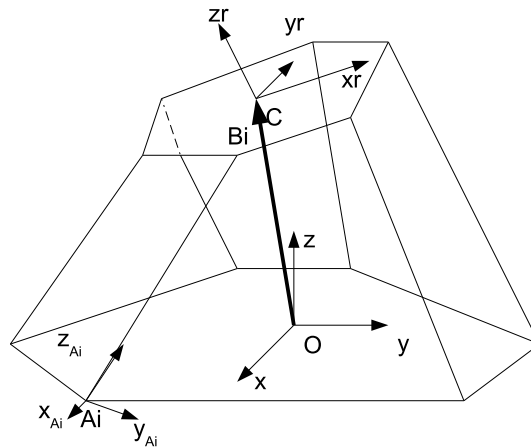


FIG. 2.3 – Plate-forme de Gough-Stewart.

Rappel :

Le repère $R_b(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ de la plate-forme est un repère galiléen, dont l'origine est le point O , le point C est le centre de la plate-forme et est associé à un repère $R_r(C, \vec{x}_r, \vec{y}_r, \vec{z}_r)$. Chaque point A_i est l'origine des six repères différents de la forme $R_{Ai}(A_i, \vec{x}_{Ai}, \vec{y}_{Ai}, \vec{z}_{Ai})$.

2.7.1 Équation dynamique

2.7.1.1 Hypothèses et notations

La masse de la tige de chaque vérin est négligeable devant la masse du vérin ; cette approximation nous permet de négliger le déplacement du centre de masse G_v du vérin, quand la tige du vérin se déplace. D'un point de vue technologique, la masse de la tige utilisée par le vérin hydraulique du laboratoire LAMEFIP, et que l'on considérera tout le long de cette thèse est de $(44Kg)$. Cette quantité est négligeable par rapport à la masse de la base du vérin $(250Kg)$. Par conséquent notre modélisation aura une erreur d'approximation de 17,6%. Leurs tenseurs d'inertie I_i s'expriment dans le repère $R_{Ai}(A_i, \vec{x}_{Ai}, \vec{y}_{Ai}, \vec{z}_{Ai})$, d'origine A_i lié au segment et sont définis comme suit :

$$I_i = \begin{bmatrix} J_i & 0 & 0 \\ 0 & J_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_{Ai}, \vec{y}_{Ai}, \vec{z}_{Ai})}$$

On note G le centre de gravité de la plate-forme, $\vec{\gamma}_{G/R}$ son accélération, m_p sa masse et I_p son tenseur d'inertie. Le tenseur d'inertie I_p est défini comme suit :

$$I_p = \begin{bmatrix} I_{p11} & I_{p12} & I_{p13} \\ I_{p21} & I_{p22} & I_{p23} \\ I_{p31} & I_{p32} & I_{p33} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_r, \vec{y}_r, \vec{z}_r)}$$

Rappel :

Nous noterons les vecteurs relatifs aux vérins comme suit : $\vec{AB}_i$, où l'indice i est l'indice du vérin (i pouvant aller de 1 à 6).

Les vecteurs sont représentés dans l'espace par trois composantes ; chaque composante sera exprimée en fonction de deux indices (i, j) , le premier indice (i) indique le vérin auquel il est associé, et le second indice (j) indique la composante dans l'espace, dans le repère R_b .

Par exemple, le vecteur $\vec{AB}_1$ associé au premier vérin ($i = 1$), s'écrit comme suit :

$$\vec{AB}_1 = \begin{bmatrix} AB_{11} \\ AB_{12} \\ AB_{13} \end{bmatrix}$$

Dans l'espace à 3 dimensions, une matrice carrée antisymétrique peut être définie seulement par trois scalaires $\{a_{12}, a_{13}, a_{23}\}$. On peut associer à toute matrice antisymétrique $\bar{A}$ un vecteur $\vec{w} = \{w_1, w_2, w_3\}$ tel que : $\vec{w} \wedge \vec{a} = \bar{A} \vec{a}$.

Par identification, on établit les relations suivantes :

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} w_1 = -a_{23} \\ w_2 = +a_{13} \\ w_3 = -a_{12} \end{bmatrix} \iff \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

2.7.1.2 Méthode de Newton-Euler

La force $\vec{f}_i$ exercée au point $\vec{B}_i$ se décompose en :

* Une composante dirigée selon le vecteur unitaire du segment $\vec{n}_i$, qui n'est autre que la force articulaire τ_i . Cette force est la force introduite par le vérin. τ est composée de six efforts différents et peut être écrite comme suit :

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix}$$

* Une composante normale au vecteur $\vec{n}_i$, due à l'inertie, sera notée $\vec{f}_{Ni}$.

Chaque vecteur $\vec{f}_{Ni}$ possède trois composantes dans l'espace. Par exemple, le vecteur $\vec{f}_{N1}$ est donné par :

$$\vec{f}_{Ni} = \begin{bmatrix} f_{N11} \\ f_{N12} \\ f_{N13} \end{bmatrix}_R$$

La figure 2.4 montre les efforts externes, articulaires et d'inertie exercés sur la plate-forme.

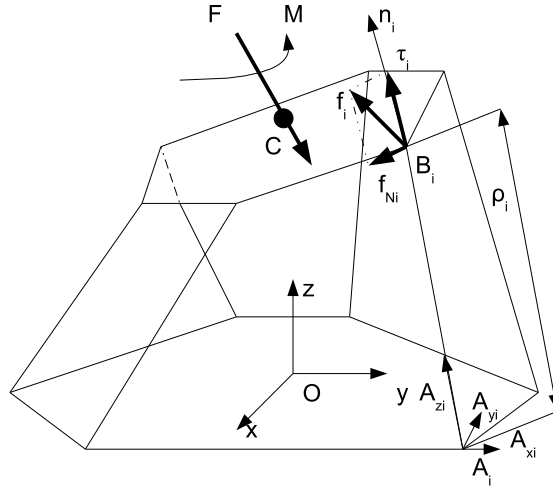


FIG. 2.4 – Forces exercées sur la plate-forme.

Les forces $\vec{f}_i$ exercées sur chaque point $\vec{B}_i$ peuvent être écrites comme suit :

$$\vec{f}_i = \tau_i \vec{n}_i + \vec{f}_{Ni} \quad (i = 1, \dots, 6) \quad (2.34)$$

Par exemple, pour le premier vérin, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \end{bmatrix}_R = \tau_1 \begin{bmatrix} n_{11} \\ n_{12} \\ n_{13} \end{bmatrix}_R + \begin{bmatrix} f_{N11} \\ f_{N12} \\ f_{N13} \end{bmatrix}_R$$

Remarque :

L'articulation prismatique le long d'un axe $(A_i, \overrightarrow{x_{Ai}})$ est liée à la base (b) et à la plate-forme (p) par deux rotules. Si l'on considère que le vérin n'a pas d'inertie, alors l'effort produit par cette liaison en statique est porté par l'axe $(A_i, \overrightarrow{x_{Ai}})$.

Relation entre le torseur cinématique en C et les efforts agissant sur chaque point $\overrightarrow{B_i}$ de la plate-forme :

Nous supposons que les forces d'inertie (vecteurs $\overrightarrow{f_{Ni}}$) sont connues. Nous voulons établir la relation entre la dérivée du torseur cinématique en C et les forces articulaires et normales au segment.

Si on note $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{\mathcal{M}}_C$ la force et le moment par rapport au point C appliqués à la plate-forme, la condition d'équilibre des efforts et des moments peuvent être écrits comme suit :

$$\overrightarrow{F} = \sum_{i=1}^{i=6} (\tau_i \overrightarrow{n_i} + \overrightarrow{f_{Ni}}) = \sum_{i=1}^{i=6} \tau_i \overrightarrow{n_i} + \sum_{i=1}^{i=6} \overrightarrow{f_{Ni}} \quad (2.35)$$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_C = \sum_{i=1}^{i=6} \tau_i (\overrightarrow{CB_i} \wedge \overrightarrow{n_i}) + (\overrightarrow{CB_i} \wedge \overrightarrow{f_{Ni}}) \quad (2.36)$$

L'équation (2.35) contient les valeurs suivantes :

$$\overrightarrow{F} = \begin{bmatrix} \tau_1 n_{11} + \tau_2 n_{11} + \tau_3 n_{11} + \tau_4 n_{11} + \tau_5 n_{11} + \tau_6 n_{11} \\ \tau_1 n_{12} + \tau_2 n_{12} + \tau_3 n_{12} + \tau_4 n_{12} + \tau_5 n_{12} + \tau_6 n_{12} \\ \tau_1 n_{13} + \tau_2 n_{13} + \tau_3 n_{13} + \tau_4 n_{13} + \tau_5 n_{13} + \tau_6 n_{13} \end{bmatrix}_R + \begin{bmatrix} f_{N11} + f_{N21} + f_{N31} + f_{N41} + f_{N51} + f_{N61} \\ f_{N12} + f_{N22} + f_{N32} + f_{N42} + f_{N52} + f_{N62} \\ f_{N13} + f_{N23} + f_{N33} + f_{N43} + f_{N53} + f_{N63} \end{bmatrix}_R$$

De la même manière on peut écrire l'équation (2.36) :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_C = \sum_{i=1}^{i=6} \tau_i (\overrightarrow{CB_i} \wedge \overrightarrow{n_i}) + \sum_{i=1}^{i=6} (\overrightarrow{CB_i} \wedge \overrightarrow{f_{Ni}})$$

avec :

$$\sum_{i=1}^{i=6} \tau_i (\overrightarrow{CB_i} \wedge \overrightarrow{n_i}) = \begin{bmatrix} (CB_{12}n_{13} - CB_{13}n_{12})\tau_1 + . & . & . + (CB_{62}n_{63} - CB_{63}n_{62})\tau_6 \\ (CB_{13}n_{11} - CB_{11}n_{13})\tau_1 + . & . & . + (CB_{63}n_{61} - CB_{61}n_{63})\tau_6 \\ (CB_{11}n_{12} - CB_{12}n_{11})\tau_1 + . & . & . + (CB_{61}n_{62} - CB_{62}n_{61})\tau_6 \end{bmatrix}_R$$

$$\sum_{i=1}^{i=6} (\overrightarrow{CB_i} \wedge \overrightarrow{f_{Ni}}) = \begin{bmatrix} (CB_{12}f_{N13} - CB_{13}f_{N12}) + . & . & . + (CB_{62}f_{N63} - CB_{63}f_{N62}) \\ (CB_{13}f_{N11} - CB_{11}f_{N13}) + . & . & . + (CB_{63}f_{N61} - CB_{61}f_{N63}) \\ (CB_{11}f_{N12} - CB_{12}f_{N11}) + . & . & . + (CB_{61}f_{N62} - CB_{62}f_{N61}) \end{bmatrix}_R$$

Le vecteur $\overrightarrow{CB_i}$ possède trois composantes dans l'espace. Par exemple, le vecteur $\overrightarrow{CB_1}$ est donné par :

$$\overrightarrow{CB_i} = \begin{bmatrix} CB_{11} \\ CB_{12} \\ CB_{13} \end{bmatrix}_R$$

Pour simplifier, nous notons $\overrightarrow{F_N}$ la force résultante de l'action des forces $\overrightarrow{f_{N_i}}$ et $\overrightarrow{\mathcal{M}_{N/C}}$ leur moment résultant par rapport à C .

Donc, nous avons :

$$\overrightarrow{F_N} = \sum_{i=1}^{i=6} \overrightarrow{f_{N_i}} \quad (2.37)$$

et

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_{N/C}} = \sum_{i=1}^{i=6} \overrightarrow{CB_i} \wedge \overrightarrow{f_{N_i}} \quad (2.38)$$

En utilisant les équations (2.35) et (2.36), nous pouvons regrouper dans un seul torseur $\{\sigma_{/C}\}$ l'effort $\overrightarrow{F}$ et le moment $\overrightarrow{\mathcal{M}_C}$ résultant par rapport au point C , de même qu'en utilisant les équations (2.37) et (2.38), nous pouvons regrouper dans un seul torseur $\{\sigma_{N/C}\}$ les forces $\overrightarrow{f_{N_i}}$ et leurs moments $\overrightarrow{\mathcal{M}_{N/C}}$. Ces deux vecteurs sont de dimension 6.

$$\{\sigma_{/C}\} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{F} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}_C} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$\{\sigma_{N/C}\} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{F_N} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}_{N/C}} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Les équations (2.35) et (2.36) peuvent s'écrire sous *forme matricielle*¹, soit :

$$\boxed{\sigma_{/C} = J^{-T} \tau + \sigma_{N/C}} \quad (2.41)$$

où J^{-T} est la matrice Jacobienne inverse transposée cinématique. La matrice Jacobienne est de nature géométrique ; elle dépend de la position de la plate-forme à un instant donné. J^{-T} est une matrice de dimension 6x6 :

$$J^{-T} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{21} & n_{31} \\ n_{12} & n_{22} & n_{32} \\ n_{13} & n_{23} & n_{33} \\ \hline (CB_{12}n_{13} - CB_{13}n_{12}) & (CB_{22}n_{23} - CB_{23}n_{22}) & (CB_{32}n_{33} - CB_{33}n_{32}) \\ (CB_{13}n_{11} - CB_{11}n_{13}) & (CB_{23}n_{21} - CB_{21}n_{23}) & (CB_{33}n_{31} - CB_{31}n_{33}) \\ (CB_{11}n_{12} - CB_{12}n_{11}) & (CB_{21}n_{22} - CB_{22}n_{21}) & (CB_{31}n_{32} - CB_{32}n_{31}) \\ \hline n_{41} & n_{51} & n_{61} \\ n_{42} & n_{52} & n_{62} \\ n_{43} & n_{53} & n_{63} \\ \hline CB_{42}n_{43} - CB_{43}n_{42} & (CB_{52}n_{53} - CB_{53}n_{52}) & (CB_{62}n_{63} - CB_{63}n_{62}) \\ (CB_{43}n_{41} - CB_{41}n_{43}) & (CB_{53}n_{51} - CB_{51}n_{53}) & (CB_{63}n_{61} - CB_{61}n_{63}) \\ (CB_{41}n_{42} - CB_{42}n_{41}) & (CB_{51}n_{52} - CB_{52}n_{51}) & (CB_{61}n_{62} - CB_{62}n_{61}) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

¹ nous ne sommes plus dans l'espace géométrique à trois dimensions

Nous connaissons l'effort et le moment par rapport au point C , nous voulons utiliser les théorèmes généraux qui traduisent l'égalité des résultantes des torseurs d'efforts extérieurs et des torseurs dynamiques, nous nous situons au centre de gravité G de la plate-forme.

La résultante extérieure (somme de $\vec{F}$ et du poids de la plate-forme) appliquée à la plate-forme est égale à la résultante dynamique, soit :

$$\vec{F} + m_p \vec{g} = m_p \overrightarrow{\gamma_{G/R}} \quad (2.43)$$

Le moment $\overrightarrow{\mathcal{M}_G}$ en G des actions mécaniques extérieures appliquées à la plate-forme est égal au moment dynamique $\overrightarrow{\delta_{G(p/R)}}$ en G .

Le moment dynamique en G est obtenu par dérivation du moment cinétique $\overrightarrow{\sigma_{G(p/R)}}$ de la plate-forme en son centre de masse :

$$\overrightarrow{\delta_{G(p/R)}} = \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{G(p/R)}} \right]_R = \left[\frac{d}{dt} (I_p \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}}) \right]_R = I_p \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \right]_R + \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge I_p \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \quad (2.44)$$

Le moment $\overrightarrow{\mathcal{M}_G}$ par rapport au point G appliqué à l'organe terminal peut être exprimé en fonction du torseur des actions mécaniques extérieures évaluées au point C ($\vec{F}$, $\overrightarrow{\mathcal{M}_C}$) qui se trouve sur la plate-forme :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_G} = \overrightarrow{\mathcal{M}_C} + \overrightarrow{GC} \wedge \vec{F} \quad (2.45)$$

En appliquant le théorème du moment dynamique, nous obtenons :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_C} + \overrightarrow{GC} \wedge \vec{F} = I_p \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \right]_R + \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge I_p \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \quad (2.46)$$

En résumé, nous obtenons :

$$\vec{F} + m_p \vec{g} = m_p \overrightarrow{\gamma_{G/R}} \quad (2.47)$$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_C} + \overrightarrow{GC} \wedge (\overrightarrow{\gamma_{G/R}} m_p - \vec{g} m_p) = I_p \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \right]_R + \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge I_p \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \quad (2.48)$$

On souhaite exprimer le torseur des efforts au point C en fonction de l'accélération de ce point $\overrightarrow{\gamma_{C/R}}$.

A partir de l'accélération $\overrightarrow{\gamma_{G/R}}$, on déduit l'accélération de C , $\overrightarrow{\gamma_{C/R}}$, en utilisant la relation du champ d'accélération d'un solide (formule de Rivals) :

$$\overrightarrow{\gamma_{C/R}} = \overrightarrow{\gamma_{G/R}} + \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \right]_R \wedge \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge (\overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge \overrightarrow{GC}) \quad (2.49)$$

On utilise l'équation (2.47) et on remplace dans cette équation l'accélération du centre de masse G .

$$\vec{F} + m_p \vec{g} = m_p (\vec{\gamma}_{C/R} - \left[\frac{d}{dt} \vec{\Omega}_{(p/R)} \right]_R \wedge \vec{GC} - \vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge (\vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge \vec{GC})) \quad (2.50)$$

A partir de l'équation (2.48) et en remplaçant $\vec{\gamma}_{G/R}$, on obtient ainsi :

$$\vec{\mathcal{M}}_C = I_p \left[\frac{d}{dt} \vec{\Omega}_{(p/R)} \right]_R + \vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge I_p \vec{\Omega}_{(p/R)} + \vec{GC} \wedge \vec{g} m_p - \vec{GC} \wedge (\vec{\gamma}_{C/R} - \left[\frac{d}{dt} \vec{\Omega}_{(p/R)} \right]_R \wedge \vec{GC}) \quad (2.51)$$

$$- \vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge (\vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge \vec{GC})) m_p \quad (2.52)$$

En utilisant la relation (2.33) qui lie un vecteur à une matrice antisymétrique ($\vec{GC} \iff \overline{GC}$), nous pouvons écrire les équations (2.47) et (2.51) comme suit :

$$\vec{F} = m_p (\vec{\gamma}_{C/R} - \left[\frac{d}{dt} \vec{\Omega}_{(p/R)} \right]_R \wedge \vec{GC} - \vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge (\vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge \vec{GC}) - \vec{g}) \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{M}}_C = & (I_p - m_p \overline{GC}^2) \left[\frac{d}{dt} \vec{\Omega}_{(p/R)} \right]_R - m_p \overline{GC} \vec{\gamma}_{C/R} + \vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge \text{repere} I_p \vec{\Omega}_{(p/R)} \\ & - \overline{GC} (\vec{g} + \vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge (\vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge \vec{GC})) m_p \end{aligned} \quad (2.54)$$

On pose :

$$\vec{w} = \vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge (\vec{\Omega}_{(p/R)} \wedge \vec{GC}) \quad (2.55)$$

On écrit les équations (2.53) et (2.54) sous *forme matricielle*² :

$$\sigma_{/C} = T1 \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + T2 \quad (2.56)$$

où $\sigma_{/C}$ est un vecteur de dimension 6 obtenu à partir des 6 composantes du torseur d'action au point C . $T1$ est une matrice de dimension 6x6, $\left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R$ est un vecteur de dimension 6 déterminé à partir des 6 composantes du torseur cinématique décrites ci-dessous. Et $T2$ est un vecteur de dimension 6.

La matrice $T1$ appliquée au vecteur $\left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R$ donne une matrice de dimension 6 x 6.

La dérivée du torseur cinématique $\left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R$ est :

$$\left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R = \left[\frac{\vec{\gamma}_{C/R}}{\frac{d}{dt} \vec{\Omega}_{(p/R)}} \right] \quad (2.57)$$

La matrice $T1$ et le vecteur $T2$ s'écrivent comme suit :

$$T1 = \begin{bmatrix} m_p I & m_p \overline{GC} \\ -m_p \overline{GC} & (I_p - m_p \overline{GC}^2) \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

² nous ne sommes plus dans l'espace géométrique à trois dimensions

où I est la matrice identité d'ordre 3.

$$T2 = \left[\begin{array}{c} m_p \vec{w} - m_p \vec{g} \\ \hline \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge I_p \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} + \overrightarrow{GC}(\vec{g} + \vec{w})m_p \end{array} \right] \quad (2.59)$$

A partir des équations (2.41) et (2.56), on déduit :

$$T1 \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + T2 = J^{-T} \tau + \sigma_{N/C} \quad (2.60)$$

Cette équation termine la première étape de notre calcul. Nous avons établi la dérivée du torseur cinématique en C en fonction des efforts articulaires et des torseurs de forces normales aux segments.

2.7.2 Calcul de $\overrightarrow{f_{Ni}}$

Pour faciliter la détermination de la relation entre le torseur cinématique et les efforts articulaires, nous avons supposé que les vecteurs de forces dues à l'inertie $\overrightarrow{f_{Ni}}$ étaient connus. Déterminons maintenant ces vecteurs.

Nous pouvons calculer l'accélération $\overrightarrow{\gamma_{Bi/R}}$ en tout point B_i à partir de l'accélération $\overrightarrow{\gamma_{C/R}}$ du point C.

Nous sommes dans l'espace géométrique à trois dimensions, et nous calculons :

$$\overrightarrow{\gamma_{Bi/R}} = \overrightarrow{\gamma_{C/R}} + \frac{d}{dt} \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge \overrightarrow{CB_i} + \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge (\overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge \overrightarrow{CB_i}) \quad (2.61)$$

On peut aussi l'écrire comme suit :

$$\overrightarrow{\gamma_{Bi/R}} = \left(\begin{array}{cc} I & -\overrightarrow{CB_i} \end{array} \right) \left[\begin{array}{c} \overrightarrow{\gamma_{C/R}} \\ \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \end{array} \right] + \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge (\overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} \wedge \overrightarrow{CB_i}) \quad (2.62)$$

A partir de la relation précédente, on choisit de définir l'accélération $\gamma_{Bi/R}$ à partir de la relation *matricielle*³ suivante :

$$\gamma_{Bi/R} = U_{1i} \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + U_{2i} \quad (2.63)$$

Cette relation nous donne un vecteur de dimension 3 $\gamma_{Bi/R}$ dont chaque ligne correspond aux trois composantes de l'accélération dans l'espace $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. U_i est une matrice 3x6 et U'_i est un vecteur de dimension 3 défini par :

$$U_i = \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & CB_{i3} & -CB_{i2} \\ 0 & 1 & 0 & -CB_{i3} & 0 & CB_{i1} \\ 0 & 0 & 1 & CB_{i2} & -CB_{i1} & 0 \end{array} \right] \quad (2.64)$$

³ nous ne sommes plus dans l'espace géométrique à trois dimensions

et

$$U'_i = \begin{bmatrix} \Omega_2 \Omega_1 C B_{i2} - \Omega_2^2 C B_{i1} - \Omega_3^2 C B_{i1} + \Omega_3 \Omega_1 C B_{i3} \\ \Omega_3 \Omega_2 C B_{i3} - \Omega_3^2 C B_{i2} - \Omega_1^2 C B_{i2} + \Omega_1 \Omega_2 C B_{i1} \\ \Omega_1 \Omega_3 C B_{i1} - \Omega_1^2 C B_{i3} - \Omega_2^2 C B_{i3} + \Omega_2 \Omega_3 C B_{i2} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

On revient dans l'espace géométrique à trois dimensions. On souhaite obtenir l'accélération due à l'inertie $\overrightarrow{\gamma_{NBi/R}}$ définie au point B_i en utilisant $\overrightarrow{\gamma_{Bi/R}}$. Le vecteur $\overrightarrow{\gamma_{NBi/R}}$ projection du vecteur $\overrightarrow{\gamma_{Bi/R}}$ dans un plan normal à $\overrightarrow{n_i}$ est donnée par l'équation.

$$\overrightarrow{\gamma_{NBi/R}} = (\overrightarrow{n_i} \wedge \overrightarrow{\gamma_{Bi/R}}) \wedge \overrightarrow{n_i} \quad (2.66)$$

A l'évidence, l'accélération $\overrightarrow{\gamma_{NBi/R}}$ est colinéaire à l'effort $\overrightarrow{f_{Ni}}$.

Si nous remplaçons dans l'équation (2.66) l'accélération $\overrightarrow{\gamma_{Bi/R}}$ obtenue dans l'équation (2.63), nous obtenons $\overrightarrow{\gamma_{NBi/R}}$ sous *forme matricielle*⁴ :

$$\gamma_{NBi/R} = - \overline{n_i}^2 U_i \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R - \overline{n_i}^2 U'_i \quad (2.67)$$

L'effort dû à l'inertie peut s'écrire comme suit :

$$\overrightarrow{f_{Ni}} = - \frac{J_i}{\rho_i^2} \overrightarrow{\gamma_{NBi/R}} \quad (2.68)$$

En remplaçant l'accélération $\overrightarrow{\gamma_{NBi/R}}$ de l'équation (2.67) dans l'équation (2.68), on peut écrire *matriciellement*⁴ :

$$f_{Ni} = \frac{J_i}{\rho_i^2} (\overline{n_i}^2 U_i \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + \overline{n_i}^2 U'_i) \quad (2.69)$$

Si nous remplaçons dans l'équation (2.37) et (2.38) la valeur de f_{Ni} , nous obtenons :

$$F_N = \left(\sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \overline{n_i}^2 U_i \right) \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} (\overline{n_i}^2 U'_i) \quad (2.70)$$

Les relations (2.69) et (2.70) nous donnent deux vecteurs de dimension 3 (f_{Ni}, F_N) dont chaque ligne correspond aux trois composantes des vecteurs $\overrightarrow{f_{Ni}}$ et $\overrightarrow{F_N}$ respectivement.

Le moment résultant par rapport à C peut s'écrire sous *forme matricielle*⁴ comme suit :

$$\mathcal{M}_{N/C} = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \overline{CB_i} (\overline{n_i}^2 U_i) \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \overline{CB_i} \overline{n_i}^2 U'_i \quad (2.71)$$

On regroupe ces deux dernières équations (2.70 et 2.71) pour déterminer σ_n , que l'on écrit sous *forme matricielle*⁴ :

⁴ nous ne sommes plus dans l'espace géométrique à trois dimensions

$$\sigma_{N/C} = V1 \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + V2 \quad (2.72)$$

où $V1$ est une matrice 6×6 (voir annexe C) et $V2$ un vecteur de dimension 6 (voir annexe C), définis respectivement par :

$$V1 = \left[\begin{array}{c} \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \overline{n_i}^2 U_i \\ \hline \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \overline{CB_i} (\overline{n_i}^2 U_i) \end{array} \right] \quad (2.73)$$

et

$$V2 = \left[\begin{array}{c} \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} (\overline{n_i}^2 U'_i) \\ \hline \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \overline{CB_i} \overline{n_i}^2 U'_i \end{array} \right] \quad (2.74)$$

A partir des équations (2.60) et (2.72), on déduit la relation suivante :

$$T1 \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + T2 = J^{-T} \tau + V1 \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + V2 \quad (2.75)$$

soit, à partir de cette équation, on obtient l'équation du **modèle dynamique direct (MDD)** de la plate-forme qui est donnée par :

$$\left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R = (T1 - V1)^{-1} J^{-T} \tau + (T1 - V1)^{-1} (V2 - T2) \quad (2.76)$$

Soit l'équation du **modèle dynamique inverse (MDI)** qui s'écrit comme suit :

$$\tau = J^T (T1 - V1) \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + J^T (T2 - V2) \quad (2.77)$$

2.7.2.1 Relation entre l'accélération articulaire $\gamma_{\tau Bi}$ et les efforts articulaires τ_i .

Pour obtenir l'accélération articulaire $\gamma_{\tau Bi/R}$ au point B_i , nous projetons $\gamma_{Bi/R}$ par rapport au vecteur $\vec{n_i}$; ce qui se traduit par le produit scalaire suivant :

$$\gamma_{\tau Bi/R} = \vec{n_i} \cdot \overrightarrow{\gamma_{Bi/R}} \quad (2.78)$$

A partir des équations (2.63) et (5.6), nous obtenons la relation suivante :

$$\gamma_{\tau Bi/R} = \vec{n_i} \cdot \overrightarrow{(U_i((T1 - V1)^{-1} J^{-T} \tau + (T1 - V1)^{-1} (V2 - T2)))} + \vec{n_i} \cdot \overrightarrow{U'_i} \quad (2.79)$$

L'équation (2.79) peut être écrite comme suit :

$$\gamma_{\tau Bi/R} = \overrightarrow{n_i} \cdot \overrightarrow{(U_i(T1 - V1)^{-1}J^{-T})\tau} + \overrightarrow{U_i((T1 - V1)^{-1}(V2 - T2))} + \overrightarrow{n_i} \cdot \overrightarrow{U'_i} \quad (2.80)$$

On peut simplifier l'équation en écrivant :

$$\gamma_{\tau Bi/R} = \overrightarrow{n_i} \cdot \overrightarrow{(A\tau)} + \overrightarrow{n_i} \cdot \overrightarrow{B} + \overrightarrow{n_i} \cdot \overrightarrow{U'_i} \quad (2.81)$$

Avec :

$$A = U_i((T1 - V1)^{-1}J^{-T}) \quad (2.82)$$

$$B = U_i((T1 - V1)^{-1}(V2 - T2)) \quad (2.83)$$

avec A matrice de dimension 3x6, et B , vecteur de dimension 3.

La relation entre l'accélération articulaire $\overrightarrow{\gamma_{\tau Bi/R}}$ et les efforts articulaires peut être traduite par :

$$\overrightarrow{\gamma_{\tau Bi/R}} = \overrightarrow{n_i} \cdot \overrightarrow{(A\tau)} + \overrightarrow{C} \quad (2.84)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{\tau i1} \\ \gamma_{\tau i2} \\ \gamma_{\tau i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{i1} \\ n_{i2} \\ n_{i3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{11}\tau_1 & A_{12}\tau_2 & A_{13}\tau_3 & A_{14}\tau_4 & A_{15}\tau_5 & A_{16}\tau_6 \\ A_{21}\tau_1 & A_{22}\tau_2 & A_{23}\tau_3 & A_{24}\tau_4 & A_{25}\tau_5 & A_{26}\tau_6 \\ A_{31}\tau_1 & A_{32}\tau_2 & A_{33}\tau_3 & A_{34}\tau_4 & A_{35}\tau_5 & A_{36}\tau_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

et le vecteur C pour :

$$\overrightarrow{C} = \overrightarrow{n_i} \cdot \overrightarrow{B} + \overrightarrow{n_i} \cdot \overrightarrow{U'_i} = \begin{bmatrix} n_{i1} \\ n_{i2} \\ n_{i3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \\ B_{31} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{i1} \\ n_{i2} \\ n_{i3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{i211} \\ U_{i221} \\ U_{i231} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

Remarque :

Le tableau 2.1 synthétise les paramètres et les variables à utiliser pour les calculs de tous les vecteurs ($U_i, T1, V1, J^{-T}, V2, T2, U_{2i}$) et particulièrement de A et B .

	U_i	$T1$	$V1$	J^{-T}	A
Paramètres	0	m_p, I_p	J_i	0	m_p, I_p, J_i
Variables	$\overrightarrow{CB_i}$	$\overrightarrow{GC}$	$\rho_i, \overrightarrow{n_i}, \overrightarrow{CB_i}$	$\overrightarrow{n_i}, \overrightarrow{CB_i}$	$\overrightarrow{GC}, \overrightarrow{CB_i}, \overrightarrow{n_i}, \rho_i$

	U_i	$T1$	$V1$	$V2$	$T2$	U'_i	B
Paramètres	0	m_p, I_p	J_i	J_i	m_p, I_p	0	m_p, I_p, J_i
Variables	$\overrightarrow{CB_i}$	$\overrightarrow{GC}$	$\rho_i, \overrightarrow{n_i}, \overrightarrow{CB_i}$	$\rho_i, \overrightarrow{n_i}, \overrightarrow{CB_i}, \overrightarrow{\Omega}$	$\overrightarrow{\Omega}, \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{g}$	$\overrightarrow{\Omega}, \overrightarrow{CB_i}$	$\overrightarrow{GC}, \overrightarrow{CB_i}, \overrightarrow{n_i}, \rho_i, \overrightarrow{\Omega}, \overrightarrow{g}$

TAB. 2.1 – Paramètres et variables des matrices A et B.

* La matrice Jacobienne inverse transposée cinématique J^{-T} s'obtient à partir des vecteurs de direction de chaque vérin $\overrightarrow{n_i}$, de la position du centre de la plate-forme C et des points B_i à chaque instant par rapport au repère R .

* Les matrices $T1$ et $V1$ dépendent des vecteurs $\overrightarrow{GC}$, $\overrightarrow{CB_i}$ et $\overrightarrow{n_i}$ ainsi que des longueurs ρ_i , de l'inertie J_i de chaque vérin, de la matrice d'inertie de la plate-forme I_p et de sa masse m_p . Les vecteurs $T2$ et $V2$ dépendent des vecteurs $\overrightarrow{GC}$, $\overrightarrow{CB_i}$, $\overrightarrow{n_i}$ et $\overrightarrow{g}$ ainsi que de la vitesse angulaire $\overrightarrow{\Omega}_{(p/R)}$ de la plate-forme ; ce qui implique que nous devons connaître les positions et l'orientation de la plate-forme à chaque instant. Les vecteurs $T2$ et $V2$ dépendent aussi des paramètres I_p , m_p , et J_i .

Conclusion :

L'équation 2.84 obtenue montre que la matrice A ne peut pas être dissociée des forces articulaires τ_i . Par conséquent, la masse équivalente ne peut pas être déterminée pour chacun des vérins.

2.7.2.2 Modèle simplifié autour de la position nominale

Il existe deux manières d'employer les robots parallèles. La première consiste à les faire travailler autour de leur position nominale, et la seconde dans tout leur espace de travail. Selon la zone où ils travaillent, on procédera soit analytiquement soit par discrétisation numérique.

Si nous supposons que le robot reste toujours autour de sa position nominale, nous pouvons simplifier les équations du modèle dynamique.

On prend comme hypothèse que la vitesse angulaire $\overrightarrow{\Omega_{(p/R)}}$ est nulle, (Moment nul) et on en déduit que les vecteurs w , U_{i2} , $V2$, $T2$ sont nuls aussi. L'équation du modèle dynamique inverse s'écrit comme suit :

$$\left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R = (T1 - V1)^{-1} J^{-T} \tau \quad (2.87)$$

La relation entre l'accélération articulaire $\overrightarrow{\gamma_{\tau Bi/R}}$, et les efforts articulaires peut ainsi être définie par :

$$\gamma_{\tau Bi/R} = \vec{n}_i \cdot \overrightarrow{(U_i(T1 - V1)^{-1} J^{-T}) \tau} \quad (2.88)$$

2.8 Conclusion

Les modèles géométriques, cinématiques et dynamiques brièvement présentés dans ce chapitre permettent de relier les vitesses et les efforts entre les actionneurs hydrauliques commandés et la plate-forme mobile de Gough-Setwart. Les actionneurs étant identiques, on a donc proposé de dissocier chaque actionneur du robot. On a tenté d'obtenir la masse équivalente que voit chaque ensemble (rotule + vérin + joint de cardan) de la plate-forme de Gough-Stewart, quand un effort est imposé sur chaque vérin à partir du modèle dynamique. Cependant, les équations développées dans ce chapitre ont montré qu'il est impossible de trouver cette matrice de masse équivalente. La plateforme de Gough-Setwart doit être considérée dans son ensemble.

Chapitre 3

Simulations

La nécessité de représenter et d'étudier des phénomènes physiques a motivé la création de logiciels de simulation numérique. Ces outils permettent de simuler un phénomène physique en se basant sur des modèles théoriques complexes. Ils permettent d'étudier les fonctionnements et les propriétés d'un système modélisé et par conséquent de prédire son évolution.

Depuis quelques dizaines d'années, la simulation numérique a commencé à devenir un outil incontournable dans l'industrie grâce à sa rapidité de mise en oeuvre, son coût et son gain de temps par rapport à la réalisation d'un prototype.

Actuellement, il existe des logiciels de simulation dans le domaine de la mécanique utilisés pour diverses applications. Entre autre, on peut citer :

- ANSYS, ABAQUS, ADINA qui utilisent la méthode des éléments finis.
- PFC (Particle Flow Code) de la compagnie Itasca, LMG90 (Logiciel de Mécanique Gérant le Contact) pour l'analyse des éléments discrets.
- CATIA, ADAMS qui combinent la CAO et la modélisation statique et dynamique.

Des logiciels de calcul scientifique, comme par exemple MATLAB et SCILAB, permettent le dépouillement graphique des résultats, mais aussi la simulation de modèles à partir de ces différents modules (tel que Toolbox). Dans le cadre de cette thèse, nous utiliserons le logiciel MATLAB et ces Toolbox, car ils nous permettent de visualiser toutes les variables pendant la simulation du modèle, ainsi que d'asservir facilement le système.

Il faut remarquer que dans le cadre de cette thèse nous appellerons la simulation numérique l'ensemble suivant : l'analyse, la modélisation et le calcul numérique nécessaire à la représentation et à l'étude d'un système.

3.1 Simulation numérique

La plupart du temps, on associe la simulation numérique à l'ordinateur. Cependant la simulation numérique est l'étape finale d'une démarche scientifique, qui suit cinq étapes fondamentales à savoir :

- la définition du phénomène physique.
- la modélisation du phénomène par des équations mathématiques.
- la discrétisation des équations : on remplace les variables et les opérateurs continus par leur équivalents discrets .
- le choix de la résolution du système d'équations par un algorithme selon la rapidité de calcul, le besoin en taille mémoire et la précision.
- le test du modèle numérique : on applique le modèle à la résolution d'un cas connu.

C'est au niveau des deux dernières étapes que l'ordinateur joue un rôle important dans le gain de temps de calcul et la représentation des résultats.

Les différentes simulations réalisées depuis la création de l'ordinateur ont ouvert la voie à la généralisation de la simulation numérique dans les différentes applications physiques telles que : la météorologie, l'aéronautique, la conception automobile ou encore la robotique.

Un bref historique sur les origines de la simulation numérique est présenté en annexe D.

3.2 Simulation du système hydraulique

La motricité du robot hexapode hydraulique étudié dans ce travail de thèse est assurée par des actionneurs hydrauliques. Ils jouent donc un rôle clé dans le fonctionnement et les caractéristiques du robot. La première phase pour développer la simulation de ce type de système consiste à établir les étapes nécessaires pour la simulation (analyse, modélisation et résolution du système). Une explication générale sera exposée dans les paragraphes suivants. L'analyse et le modèle mathématique seront développés dans le chapitre 4.

Il existe différents types de simulateurs de robots, pour obtenir la solution la plus adaptée à la simulation de notre robot hexapode (bon compromis temps de calcul et précision) ; un état de l'art est nécessaire et est présenté dans la troisième partie de ce chapitre. Cet état de l'art permet d'établir les caractéristiques des logiciels et ainsi de choisir les outils informatiques les plus adaptés à la réalisation de notre "logiciel d'aide à la conception des robots hexapodes". Dans la dernière partie de ce chapitre nous introduisons le principe de fonctionnement général du système, ainsi que les différentes interactions entre les logiciels nécessaires pour mettre en place l'outil final d'aide à la conception du robot hexapode.

Le modèle de l'actionneur hydraulique (vérin) et de l'hexapode que nous avons développés à partir de différents outils informatiques, Simulink-SimMechanics, seront introduits dans la dernière partie de ce chapitre. Nous présenterons en particulier les différentes interactions entre ces logiciels nécessaires pour mettre en place l'outil final d'aide à la conception du robot hexapode.

3.2.1 Analyse du système.

La première étape pour la simulation d'un système est la définition du cahier des charges. Il permet d'orienter les différents choix d'étude et de programmation du concepteur. Une fois l'objectif de la simulation bien défini, on étudie les phénomènes physiques qui définissent le comportement du système. Ces phénomènes sont pris en compte dans la simulation en utilisant les lois fondamentales de la mécanique, de la physique, de l'hydraulique et de l'électronique.

En général, on souhaite simuler des systèmes représentatifs de la réalité ; malheureusement les simulations ne peuvent pas transcrire à l'identique la réalité dans toute sa complexité. Les hypothèses simplificatrices doivent être soigneusement choisies pour permettre de prendre en compte les phénomènes représentatifs et obtenir ainsi des résultats proches de la réalité.

3.2.2 Modèle mathématique.

Dans cette étude, nous considérons que le système est modélisable par une représentation d'état. Chaque état de la représentation est défini par un ensemble de variables à l'instant t_o . La connaissance de ces variables à l'instant t_o permet de déterminer ces variables à l'instant $t_o + t_1$. L'état d'un système et surtout la réponse du système peuvent être déterminés à tout instant t si l'on connaît : les conditions initiales du système (condition à t_0), les équations décrivant le système, et les signaux appliqués au système à partir de l'instant t_o et à l'instant t_1 . En général, les variables d'état sont rassemblées dans un vecteur (noté X).

Les équations décrivant la dynamique du système sont présentées sous forme d'un ensemble de fonctions. Celles-ci permettent de calculer : les variables d'état (X), la dérivée de chaque variable d'état en fonction du temps ($\dot{X}$) et les entrées du système (U).

Les lois physiques qui régissent les phénomènes pris en compte pour la simulation sont représentées par un ensemble d'équations différentielles du premier ou du second ordre. L'ensemble des équations différentielles gouvernant l'évolution de son état et l'ensemble des équations liant les sorties mesurées à cet état constituent le modèle mathématique associé au système.

Dans la représentation d'état d'un modèle dynamique, le vecteur d'état est associé aux énergies internes accumulées, aux vecteurs d'entrée des signaux de commandes ou des perturbations du système et aux vecteurs de sortie des signaux mesurés.

Pour pouvoir démarrer la résolution du modèle mathématique, il faut choisir les conditions initiales du système et donc un état initial. En général, le choix des conditions initiales se fait à l'état d'équilibre du système avant d'asservir le système et donc avant d'introduire des perturbations.

3.2.3 Résolution du modèle et logiciels mis en oeuvre.

Il existe plusieurs approches numériques pour résoudre les systèmes d'équations différentielles. Le principe est le suivant : en connaissant les variables (d'état) et leurs dérivées dans un ou plusieurs points, on extrapole ces valeurs par des algorithmes d'intégration par un pas de temps. Ces algorithmes d'intégration sont basés sur des approximations de la formule des accroissements finis de Taylor. Les résultats obtenus sont présentés pour chaque temps de discrétisation.

Les algorithmes les plus utilisées sont : Runge Kutta, Euler, Gear et Adams.

La mise en oeuvre des algorithmes de résolution peut être envisagée en utilisant des langages de programmation, comme par exemple le langage C, C++, PASCAL, FORTRAN, BASIC. Ils permettent d'écrire des programmes de résolutions structurés capable de travailler sur de gros systèmes à résoudre. Ces langages de programmation présentent de nombreux avantages tels que : la gestion des variables, la représentation graphique, les bibliothèques etc....

La simulation numérique peut être réalisée à partir des logiciels de calcul scientifique, comme par exemple, MATHEMATICA, MAPLE, MATLAB, SCILAB. Ces logiciels permettent le dépouillement graphique des résultats ce qui facilite la mise en oeuvre de la simulation numérique.

3.3 Logiciels de simulation

3.3.1 État de l'art des logiciels de simulation pour des robots

Actuellement, les robots (ou automates) sont de plus en plus présents en industrie. En conséquence, les logiciels de simulation de ce type de systèmes s'avèrent très utilisés. Il existe une large gamme de logiciels de simulations des robots. Ils permettent l'étude géométrique, statique, cinématique, et dynamique du système. Le logiciel de simulation permet également de piloter des machines. La simulation peut se faire hors ligne (dans ce cas, la simulation n'a pas répercussion directe sur la machine) ou en ligne.

Parmi ces logiciels de simulation, on trouve :

- **“Toolbox Robotique of MATLAB”** créé par P.I.Corke [34], qui permet la simulation cinématique et dynamique des robots série¹.
- **EROS** du JPI Robotics et **FLakey** qui sont des logiciels pour la simulation de robots mobiles [35].
- **“A Virtual World for an Autonomous Underwater Vehicle”**, est utilisé pour la simulation des robots sous-marins. Il peut en particulier modéliser en 3D les caractéristiques du milieu marin [36].
- **“Robcad”** de Tecnomatix [37], ou **“Silma XG”** de Metrologic Group, sont des logiciels utilisés dans l'industrie [38] pour la simulation du soudage par points et par cordon de soudure, la peinture, la téléopération, le forage, etc...
- **ADAMS**, permet de faire des simulations dynamiques, mais aussi cinématiques, statiques ou quasi-statiques de robots mobiles [39].
- **SimMechanics** est un logiciel de simulation qui fait partie du modèle physique de **Simulink-MATLAB** [40]. Il peut modéliser de manière dynamique une machine rigide.

Il existe aussi des logiciels développés par des universités en collaboration avec des partenaires industriels, comme par exemple :

- **KADMOS** logiciel réalisé par l'université de LAVAL [41]. Ce logiciel permet la visualisation, l'analyse et la conception des simulateurs de vol. Avec ce logiciel, différents types de géométries du simulateur d'avion peuvent être développés. Il permet d'identifier la géométrie la plus adaptée à son cahier des charges. Des algorithmes sont utilisés pour résoudre des problèmes géométriques, cinématiques et dynamiques.
- **SYMORO** (Système pour la modélisation des robots) développé par L'IRCCyN (L'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes) dans le domaine de la modélisation des robots manipulateurs permet le calcul géométrique, cinématique et dynamique de systèmes simples, arborescents et fermés [42].

De l'ensemble de ces logiciels mentionnés précédemment ADAMS, SimMechanics, KADMOS et SYMORO sont des logiciels qui peuvent être utilisés pour la simulation des robots parallèles. KADMOS et SYMORO étant des logiciels

¹architecture de robot caractérisée par une succession de solides, chacun relié à son prédécesseur et à son successeur par une articulation à un degré de liberté

qui priment les études géométriques, cinématiques et dynamiques des robots, la modélisation des actionneurs réalisés est généralement simplifiée. L'utilisation de ADAMS pourrait être une solution, car il peut être associé à MATLAB pour l'asservissement du système. Mais, étant donné que nous souhaitons modéliser les actionneurs hydrauliques du robot hexapode en réalisant et en visualisant complètement le modèle mathématique, nous avons choisi d'utiliser le logiciel MATLAB (*Simulink-SimMechanics*) [43], car il va nous permettre :

- la modélisation, la mise en place des équations mathématiques (en utilisant Simulink), le positionnement dans l'espace d'un objet avec toutes les caractéristiques physiques nécessaires pour la simulation dynamique (en utilisant SimMechanics) et la visualisation en 3 dimensions des données (en utilisant Virtual Reality Toolbox) grâce à sa large gamme d'outils.
- l'obtention des schémas fonctionnels (SimMechanics) des ensembles réalisés en CAO à partir de Solidwork, pouvant interagir avec le modèle développer en Simulink.

Pour plus de rapidité de calcul, MATLAB propose une interface vers des programmes écrits en langages C ou FORTRAM.

3.3.2 MATLAB, Simulink, et SimMechanics

3.3.2.1 MATLAB (MATrix LABoratory)

MATLAB peut être considéré comme un langage de programmation mais aussi un environnement de développement destiné aux ingénieurs et aux scientifiques. Il est utilisé dans l'éducation, la recherche et l'industrie. Son avantage principal par rapport aux autres logiciels est la simplicité avec laquelle un problème peut être exprimé et résolu.

La figure 3.1 présente les interactions de l'interpréteur MATLAB avec toutes ces composantes (Toolbox, fichier M, etc) .

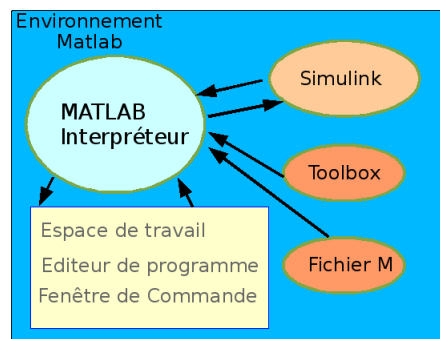


FIG. 3.1 – Fonctionnement de l'environnement MATLAB.

MATLAB possède différentes fonctions spécialisées comme par exemple : le calcul matriciel, les fonctions d'analyse numérique, le traitement de signal, la visualisation graphique 2D et 3D. MATLAB a deux modes de fonctionnement : le mode interactif où les instructions sont exécutées au fur et à mesure qu'elles sont insérées par l'utilisateur, et le mode programmation où un script, créé à partir d'un fichier *.m, est exécuté ligne par ligne. Ce dernier mode permet l'extension de MATLAB à partir de fonctions créées par l'utilisateur du programme.

De multiples boîtes à outils (Toolbox) composent également l'environnement de MATLAB. Ces boîtes regroupent un ensemble de fichiers *.M développés pour des domaines très variés. Parmi ces boîtes à outils, on trouve Control System Toolbox, Optimization Toolbox, Signal Processing Toolbox, Virtual Reality, etc. MATLAB peut avoir des fonctions codées à partir d'autres langages (MexFiles) comme les langages C, C++, FORTRAM, etc...

L'utilisateur peut interagir avec l'interpréteur MATLAB à partir de différentes interfaces à savoir :

- la fenêtre de Commande (Command Windows) qui permet la relation entre l'utilisateur et l'environnement MATLAB.
- l'éditeur de programme (Editor) où l'on écrit les scripts du programme dans un fichier *.m.
- la fenêtre Graphique qui permet de visualiser soit en 2D soit en 3D les graphiques.

– l’espace de travail (Workspace) qui stocke toutes les variables et qui permet d’utiliser ces variables ultérieurement. L’environnement MATLAB possède un outil graphique qui permet de travailler avec des diagrammes de blocs, appelé Simulink.

3.3.2.2 Simulink

Simulink est un programme adjoint à MATLAB utilisé pour la simulation dynamique [43, 44]. Il permet de représenter des fonctions mathématiques et des systèmes sous forme de diagramme de blocs. Une visualisation instantanée du système peut être faite en utilisant des instruments visuels.

L’exécution d’un modèle Simulink crée un fichier de fonction, dit fonction S (S-function) ; cette fonction peut être appelée par MATLAB.

Simulink peut recevoir et envoyer des données dans l’espace de travail de MATLAB. Ceci se fait à partir des variables communes ou par intermédiaire des fichiers *.mat. Simulink possède une bibliothèque de blocs, parmi lesquels on trouve des générateurs de signaux, des opérateurs logiques ou encore des fonctions de transfert. Notre système dynamique sera réalisé à partir de cette bibliothèque.

Paramètres de Simulation

Avant de lancer une simulation, il est important de configurer les paramètres de cette simulation en particulier le solveur (Solver). Le solveur est un programme qui permet de résoudre des équations différentielles. Parmi les problèmes différentiels, on trouve [45, 46] :

- les équations différentielles ordinaires (ODE, “Ordinary Differential Equation”) qui présente la forme suivante : $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})$
- les équations aux dérivées partielles (PDE, “Partial Differential Equation”)
- les équations différentielles définies avec une valeur initiale (IVP, “Initial Value Problem”) comme par exemple le problème de Cauchy
- les problèmes aux valeurs limites (BVP, “Boundary Value Problem”) pour lesquels les valeurs sont affectées sur la limite du domaine.

La résolution numérique est réalisée par discrétisation en définissant un schéma numérique. Il existe plusieurs types de discrétisation à savoir :

- la discrétisation des variables et des fonctions.
- la discrétisation des fonctions. Dans ce cas, les fonctions recherchées sont approchées sur un ensemble de points discrets.
- la discrétisation des opérateurs de dérivation. L’équation différentielle continue est remplacée par des formulations algébriques discrètes plus ou moins simples à résoudre.

Les schémas numériques sont regroupées en deux catégories ; les schémas explicites et implicites. Pour les schémas explicites, les variables (X_{n+1}) se calculent directement à partir des valeurs précédentes ($X_n, X_{n-1} \dots$). Dans le cas des schémas implicites, le calcul des variables (X_{n+1}) nécessite de résoudre une équation supplémentaire (souvent non-linéaire). Deux types de résolutions sont utilisés par les solveurs à savoir les schémas à un pas (séparé ou libre) et les schémas à pas liés. Lors d’une résolution à un pas, les variables X_{n+1} dépendent uniquement de (X_n) lorsque l’on utilise un schéma explicite alors qu’elles dépendent de X_n et de X_{n+1} pour un schéma implicite. Pour une résolution à pas liés, les variables X_{n+1} dépendent de tout ou une partie des valeurs précédentes, jusqu’à n , dans le cas des schémas explicites et implicites ; pour ce dernier, elles dépendent en plus de X_{n+1} .

En général, le solveur ODE45 est le plus couramment utilisé pour la résolution de la plupart des problèmes différentiels. Dans nos travaux, on utilisera donc ce type de solveur. Il est basé sur la méthode de Runge Kutta. Sa résolution numérique à un pas utilise un schéma explicite (X_{n+1} est calculée à partir de la valeur précédente X_n).

S-functions

Au moment de la création d’un modèle Simulink, une fonction appelée S-functions ou fonction S est générée sous MATLAB. Elle définit la dynamique du système. La syntaxe utilisée par la fonction S permet une interaction facile avec le solveur de Simulink. La forme de la fonction S est très générale et peut accueillir des systèmes continus, discrets, et hybrides.

Les fonctions S permettent d'ajouter de nouveaux blocs de Simulink créés par l'utilisateur. Ces blocs peuvent être créés à partir du langage propre à MATLAB ainsi que les langages C, C++, FORTRAN, ou ADA. En suivant un ensemble de règles simples, de nouveaux algorithmes peuvent être créés et mis en oeuvre dans une fonction S.

L'appel des programmes conçu à partir des fonctions S définies avec MATLAB ou d'autres langages de programmation (C, C++, ADA, ou FORTRAN) est réalisé à partir des fichiers *.MEX. Ces fichiers *.MEX sont tout simplement des programmes écrits en langages C, C++ et Fortran compilés à l'aide du compilateur mex (cmex pour les fonctions MEX écrites en C et fmex pour les fonctions MEX écrites en FORTRAN). Le code objet des fichiers *.MEX est lié dynamiquement avec MATLAB, ce qui permet l'exécution automatique, comme des fonctions du noyau de MATLAB.

3.3.2.3 SimMechanics

SimMechanics est un programme qui appartient à la famille des programmes de modélisation physique de Simulink [40]. Il permet la modélisation et la simulation des systèmes mécaniques qui peuvent être connectés à un modèle de système de commande conçu à l'aide des blocs Simulink traditionnels.

Les principales fonctionnalités de SimMechanics sont les suivantes :

- la modélisation et la simulation des corps rigides.
- la bibliothèque d'articulations et de contraintes.
- la modélisation des mouvements linéaires et angulaires ainsi que des forces et des couples.
- la visualisation et l'animation des systèmes mécaniques au moyen de la boîte à outils de réalité virtuelle (Virtual Reality Toolbox) ou des graphiques MATLAB.
- l'analyse dynamique et cinématique, directe et inverse des systèmes mécaniques.
- les systèmes de coordonnées locales pour la définition des modèles.

Les systèmes conçus par SimMechanics peuvent être animés en 3D en utilisant la boîte à outils Toolbox Virtual Reality Toolbox. Ceci permet de créer des graphiques évolués et animés de façon réaliste, afin d'analyser les résultats numériques en quantifiant le mouvement du système.

Interface entre SimMechanics et CAO

SimMechanics emploie une approche de schéma fonctionnel (imbrication des boîtes) pour simuler la dynamique du dispositif expérimental, mais cette approche n'inclue pas toute l'information géométrique du système, ce que fait un programme de CAO. Afin de pouvoir concevoir une pièce en CAO et d'introduire sa géométrie complète en plus de sa masse et de son volume dans les schémas fonctionnels, Matworks a créé un "traducteur" entre le logiciel SolidWorks (Logiciel de CAO) et SimMechanics [47].

L'ensemble (système physique) est réalisé dans SolidWorks et à l'aide de l'interface. L'ensemble est sauvegardé avec l'extension *.xml, comme le montre la figure 3.2 suivante.

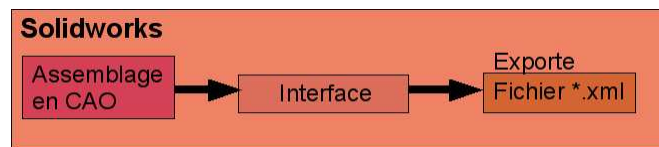


FIG. 3.2 – Exportation d'un ensemble (système physique) de SolidWorks.

A partir du fichier *.xml et en utilisant la commande IMPORT_PHYSMOD de MATLAB, on génère le schéma fonctionnel SimMechanics du modèle physique SolidWorks, comme le présente la figure 3.3 suivante.

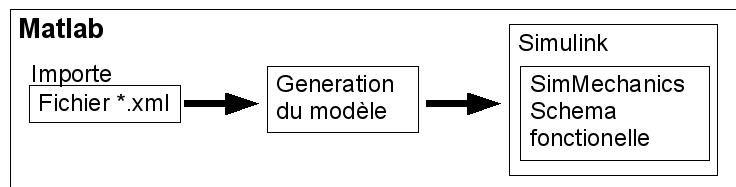


FIG. 3.3 – Importation du modèle physique et génération d’un schéma fonctionnel dans SimMechanics.

3.3.2.4 Virtual Reality Toolbox

La boîte à outils de réalité virtuelle (Virtual Reality Toolbox) permet de visualiser et d’interagir avec système dynamique dans un environnement 3-D de la réalité virtuelle ² [48]. Cette boîte à outils permet le lien entre MATLAB et Simulink avec un environnement graphique de réalité virtuelle. Elle contrôle la position, la rotation, et les dimensions des images 3-D ce qui permet une présentation et une animation de qualité en 3-D.

Ces principales caractéristiques sont :

- * Les liens entre les signaux de sortie et d’entrée Simulink et le monde de réalité virtuelle, permettent de contrôler les mouvements des objets virtuels.
- * Des outils pour la visualisation et la construction des mondes de réalité virtuelle.
- * Une architecture client / serveur afin de permettre la collaboration entre plusieurs sites.
- * Des enregistrements vidéo (AVI et WRL).
- * L’interaction en temps réel des simulations.

La boîte de réalité virtuelle permet de relier un modèle Simulink au monde de réalité virtuelle par le biais d’un fichier standard-look-up de dialogue. La boîte à outils fournit une interface pour attribuer des signaux Simulink afin de contrôler la réalité virtuelle et de paramétrer des images et des vues définies dans ce fichier. En utilisant cette approche, on peut contrôler la position, la rotation et la taille d’une image pour représenter le mouvement et la déformation d’un objet physique virtuel. On peut ajuster la position et l’orientation de la vue pour suivre les mouvements des objets dans le monde virtuel.

On peut créer des mondes virtuels en utilisant le langage standard “Virtual Reality Modeling Language” (VRML) ³. La boîte à outils de réalité virtuelle fournit un environnement de travail de langage VRML très complet, avec un éditeur de VRML, un importateur des objets 3D en CAO, mais aussi des visualisateurs très performants qui permettent de voir l’animation d’un monde virtuel dans un navigateur web.

La réalité virtuelle de la boîte à outils fournit une interface souple. La boîte à outils permet d’orienter des objets pour créer des fonctions de contrôle et le monde virtuel. À partir de MATLAB, les positions et les propriétés des objets VRML peuvent être configurées et des interfaces utilisateurs graphiques (GUI), peuvent être créées.

3.4 Modélisation du système (servovalve de commande et vérin)

Le système à modéliser est une servovalve trois étages composée d’un étage électrique et de deux étages hydrauliques. Le vérin est un actionneur à double tige et à palier hydrostatique. Le modèle que nous avons développé et les caractéristiques du vérin et de la servovalve sont présentées dans le chapitre suivant (§ Chapitre 4).

La figure 3.4 présente le principe de fonctionnement d’une servovalve trois étages du même type que celle utilisée pour le pilotage du vérin hydraulique.

²La réalité virtuelle est une simulation informatique interactive immersive, visuelle, sonore et/ou haptique, d’environnements réels ou imaginaires.

L’expression est proposée par Jaron Lanier en 1985 pour désigner un espace de représentation réaliste, tri-dimensionnel, calculé en temps réel, immersif. www.wikipedia.fr

³Le Virtual Reality Modeling Language (abrégié en VRML) ou Virtual Reality Markup Language est un langage de description d’univers virtuels en 3 dimensions. (norme internationale ISO).

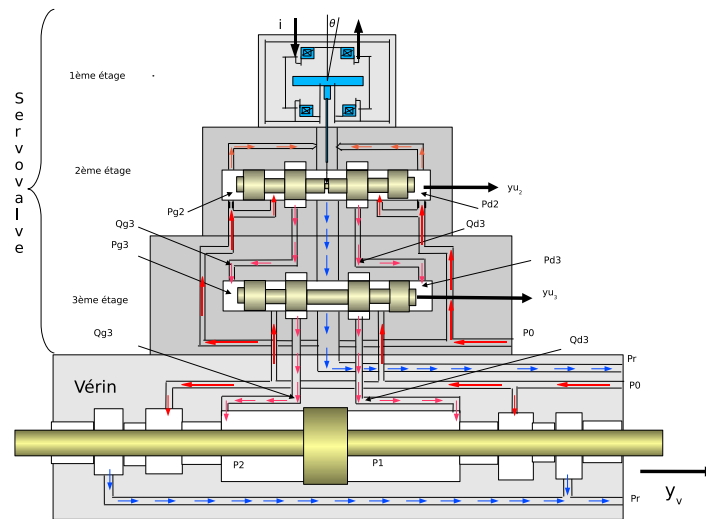


FIG. 3.4 – Coupe schématique d'une servovalve trois étages.

Avec :

i : Courant de commande.

θ : Rotation de la palette.

yu_2 : Déplacement du tiroir du deuxième étage.

Pg_2 ; Pd_2 : Pressions aux buses du deuxième étage.

Qg_2 ; Qd_2 : Débit volumique délivré par le deuxième étage tiroir du côté gauche et droit respectivement.

Pg_3 ; Pd_3 : Pressions au tiroir du troisième étage.

Qg_3 ; Qd_3 : Débit volumique délivré par le troisième étage tiroir du côté gauche et droit respectivement.

yu_3 : Déplacement du tiroir du troisième étage.

P_1 ; P_2 : Pressions dans les chambres du vérin.

y_v : Déplacement de la tige du vérin.

Le fonctionnement de la servovalve est le suivant : à l'équilibre, la palette est centrée et le tiroir du deuxième étage est à son point d'équilibre central (débit nul en dehors des fuites) le troisième étage est dans un état identique. Si un signal électrique (i) alimente le moteur, le couple moteur entraîne la rotation (θ) de la palette entre les buses ce qui modifie les sections de passage. Il se crée alors une pression différentielle ($Pg_2 - Pd_2$) qui entraîne le déplacement du tiroir (yu_2) de distribution du deuxième étage d'un côté ou de l'autre selon le signe du courant d'entrée. La palette et le tiroir sont liés par un ressort de rétroaction (rétroaction mécanique), il génère un couple de rétroaction qui s'oppose au couple moteur. Quand les couples s'équilibrent le tiroir s'arrête dans une position stable, il délivrera des débits (Qg_2, Qd_2). Ces débits entraînent le déplacement du tiroir du troisième étage (yu_3) qui délivre à son tour les débits (Qg_3, Qd_3) au vérin. Ces débits entraînent une différence de pression dans les chambres du vérin (P_1 et P_2) qui crée un effort $((P_2 - P_1)S_v)$ et par conséquent un déplacement (y_v) de la tige du vérin hydraulique.

On souhaite modéliser le vérin hydraulique avec Simulink et SimMechanics. Pour ce faire, on choisit de définir notre système ainsi que son modèle de la manière suivante :

- 1/ Le vérin hydraulique est conçu à partir de SolidWorks (logiciel destiné à la conception et la modélisation des objets (ensemble de pièces) en trois dimensions (3D)).
- 2/ Le modèle du vérin réalisé à partir de SolidWorks est traduit en SimMechanics.
- 3/ Les modèles de la servovalve et des équations hydrauliques du vérin sont élaborés sur Simulink.
- 4/ Les modèles du vérin et de la servovalves sont assemblés (modèles Simulink et SimMechanics).

3.4.1 Conception du vérin hydraulique

On souhaite pouvoir affecter à la structure SimMechanics la masse ainsi que les inerties du vérin hydraulique expérimental. Pour ce faire, on conçoit une structure semblable au vérin hydraulique expérimental sur SolidWorks.

La tige et le vérin hydraulique équipé d'une pièce de fixation de la servovalve sont conçus à partir du logiciel SolidWorks (figures 3.5 (a) et (b)), chacun de ces éléments est défini dans un fichier pièce. Les deux pièces, la tige et le vérin sont assemblés dans un fichier, comme le montre la figure 3.5 (b), puis le fichier est sauvegardé.

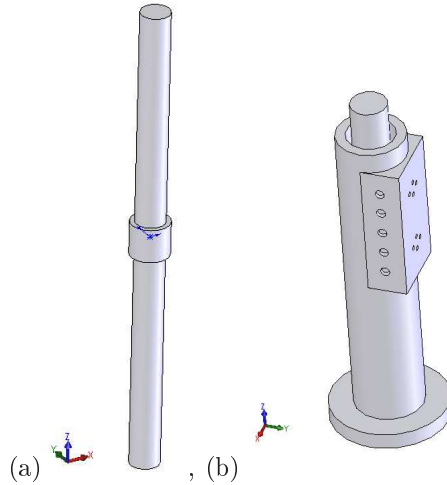


FIG. 3.5 – (a) Tige et (b) vérin hydraulique en SolidWorks.

Le système physique (fichier VERIN_HYDRAULIQUE.XML) est sauvegardé avec l'extension *.xml.

3.4.2 Interface du modèle SolidWorks au modèle Simulink, SimMechanics

Dans la fenêtre de commande (commande windows) du logiciel MATLAB, le modèle physique SolidWorks (fichier VERIN_HYDRAULIQUE.XML) est "traduit" en utilisant la commande :

```
IMPORT_PHYSMOD('VERIN_HYDRAULIQUE.XML')
```

Cette commande crée un schéma bloc SimMechanics, qui possède la masse et les inerties du vérin hydraulique modélisé en SolidWorks.

3.4.3 Modèle Simulink

La commande du vérin hydraulique (servovalves) est réalisée par des blocs. Ces blocs sont des sous-systèmes que nous avons créés à partir du logiciel Simulink, comme le montre la figure 3.6.

On définit les trois sous-systèmes. Le premier sous-système comprend le premier et le deuxième étages de la servovalve, le deuxième comporte le troisième étage de la servovalve et le troisième inclut les équations hydrauliques du vérin. Chaque sous-système est composé par des blocs de fonctions S reliés entre eux. Ces blocs de fonctions S contiennent les équations physiques qui définissent le système.

La figure 3.7 présente le sous-système du 1er et du 2ème étages de la servovalve.

Ce sous-système possède cinq blocs de fonctions S contenant les équations nécessaires à la modélisation du premier et du deuxième étages de la servovalve.

- La fonction S Couple comporte les équations dues au couple moteur de la servovalve, qui lient le déplacement angulaire de la palette θ et le courant de commande i .

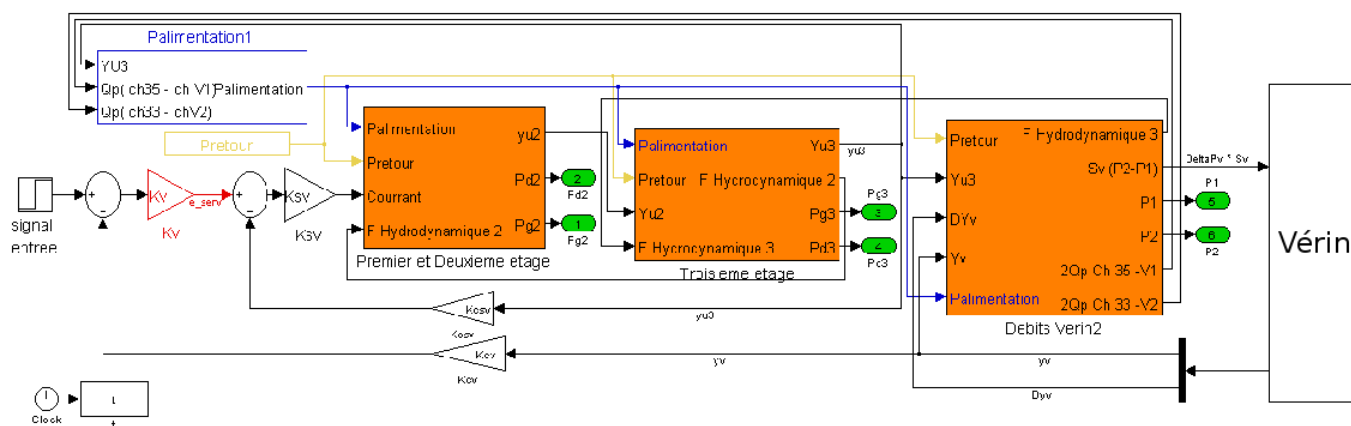


FIG. 3.6 – Servovalves réalisées par des blocs sous-système Simulink.

- Les fonctions S Debit_Pression_Ch27 et Debit_Pression_Ch21 se composent des équations qui lient la variation des débits (entrants et sortants) dans le volume de contrôle aux extrémités du tiroir du 2ème étage de la servovalve et la variation de pression (Pg_2 et Pd_2).
- La fonction S Tiroir 2 comporte l'équation des forces appliquées au tiroir du 2ème étage de la servovalve yu_2 .
- La fonction S Fsec 2 comporte l'équation des frottements secs appliqués au tiroir du 2ème étage de la servovalve.

La figure 3.8 présente le sous-système du 3ème étage de la servovalve.

Ce sous-système possède six blocs de fonctions S contenant les équations nécessaires à la modélisation du 3ème étage.

- Les fonctions S Debit_Pression_Ch31 et Debit_Pression_Ch37 se composent des équations qui lient la variation des débits (entrant et sortant) dans le volume de contrôle aux extrémités du tiroir du 3ème étage de la servovalve et la variation de pression (P_{g3} et P_{d3}).
- Les fonctions S Force_Hydraulique_D3 et Force_Hydraulique_G3 se composent des forces hydrodynamiques appliquées sur le tiroir du 2ème étage.
- La fonction S Tiroir_3 comporte l'équation des forces appliquées au tiroir du 3ème étage de la servovalve y_{u3} .
- La fonction S Fsec_3 comporte l'équation des frottements secs appliqués au tiroir du 3ème étage de la servovalve.

La figure 3.9 présente le sous-système contenant les équations hydrauliques du vérin.

Ce sous-système nécessaire à la modélisation hydraulique du vérin possède quatre blocs de fonctions S.

- Les fonctions `S_Debit_Pression_ChV1` et `S_Debit_Pression_ChV2` sont composées par les équations qui lient la variation des débits (entrant et sortant) dans le volume de contrôle aux extrémités de la tige du vérin et la variation de pression (P_1 et P_2).
- Les fonctions `S_Force_hydraulique_VD3` et `S_Force_hydraulique_VG3` comportent les forces hydrodynamiques appliquées sur le tiroir du 3ème étage.

La figure 3.10 présente le sous-système contenant les équations d'efforts exercés sur la tige du vérin.

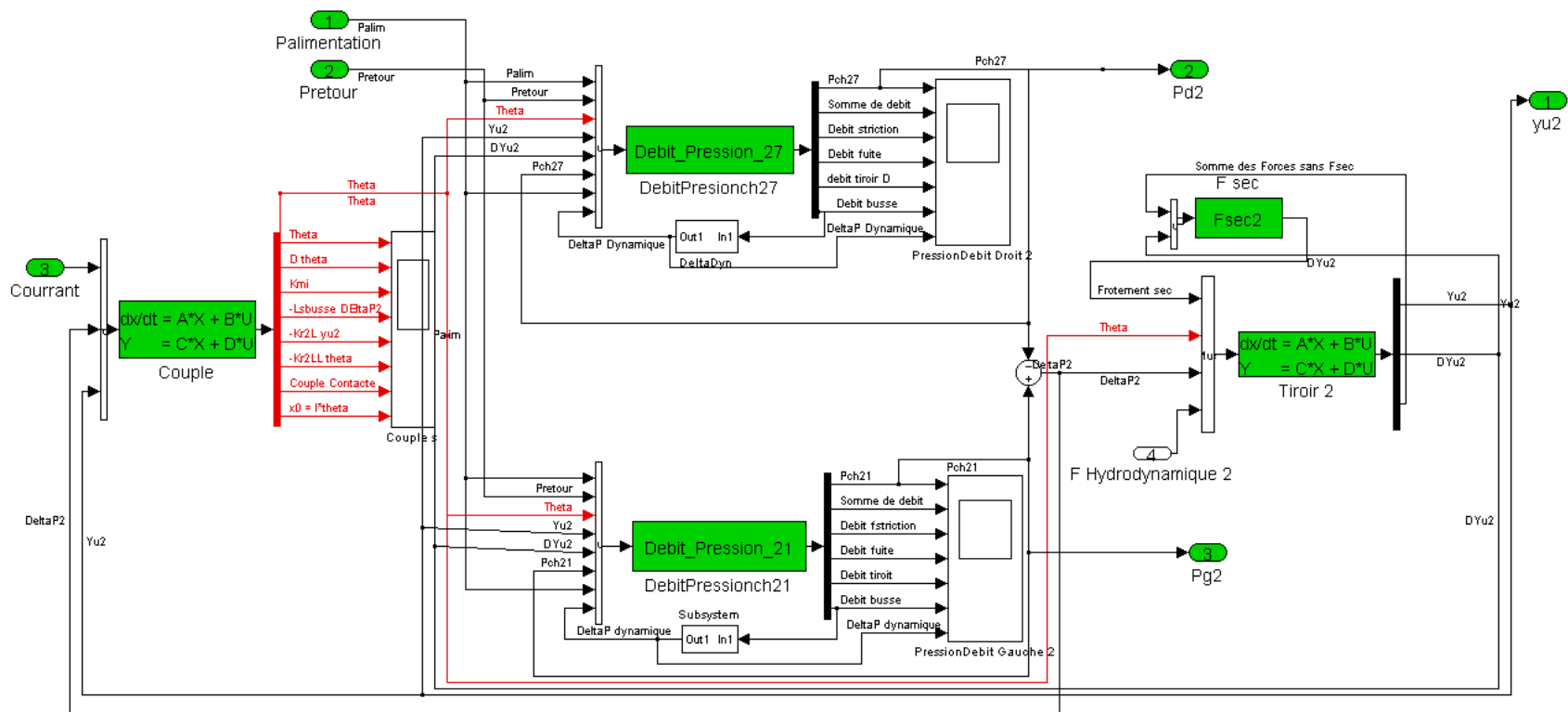


FIG. 3.7 – Sous système comprenant le 1er et le 2ème étage de la servovalve réalisée par des blocs de fonctions S.

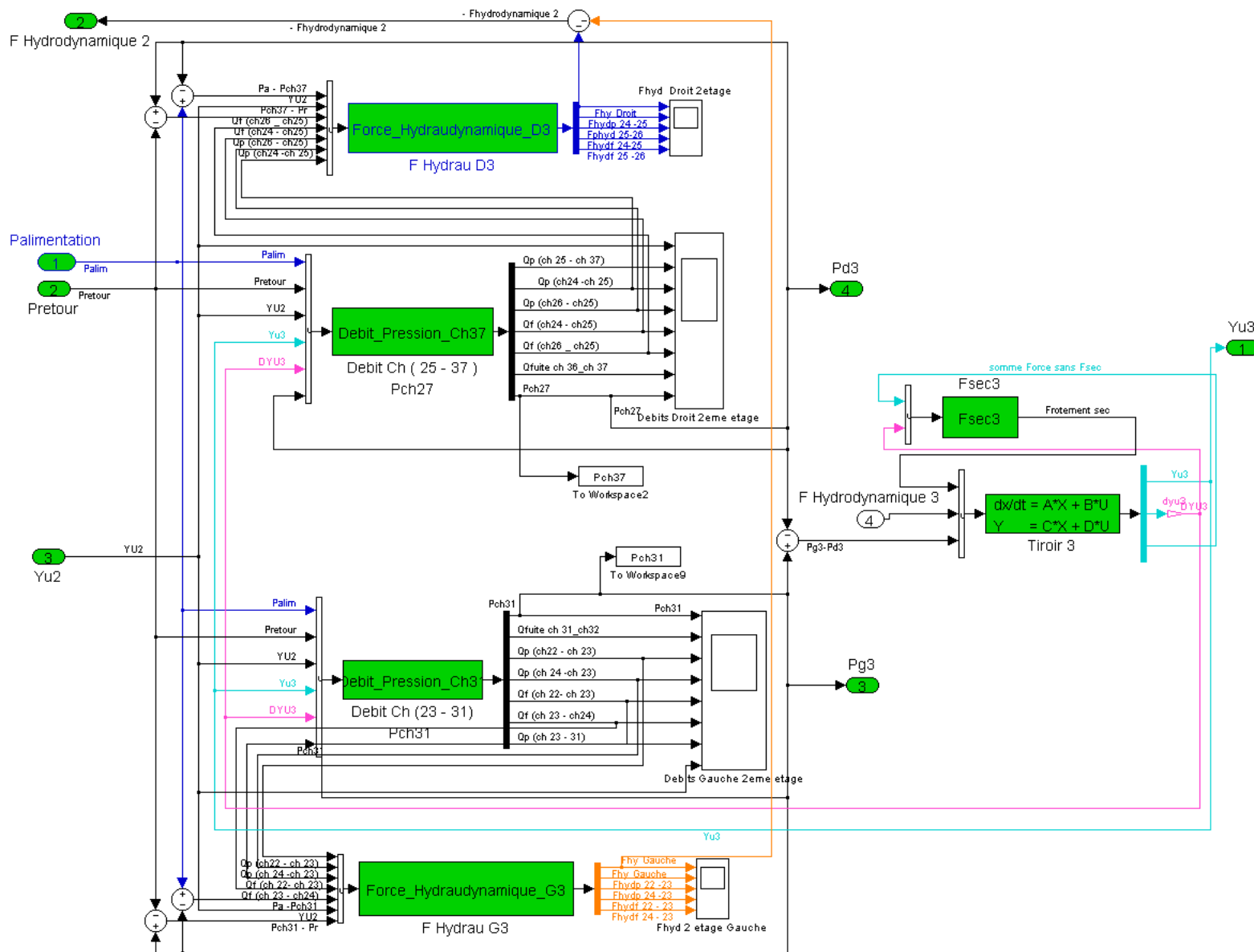


FIG. 3.8 – Sous système comprenant le 3ème étage de la servovalve réalisée par des blocs de fonctions S.

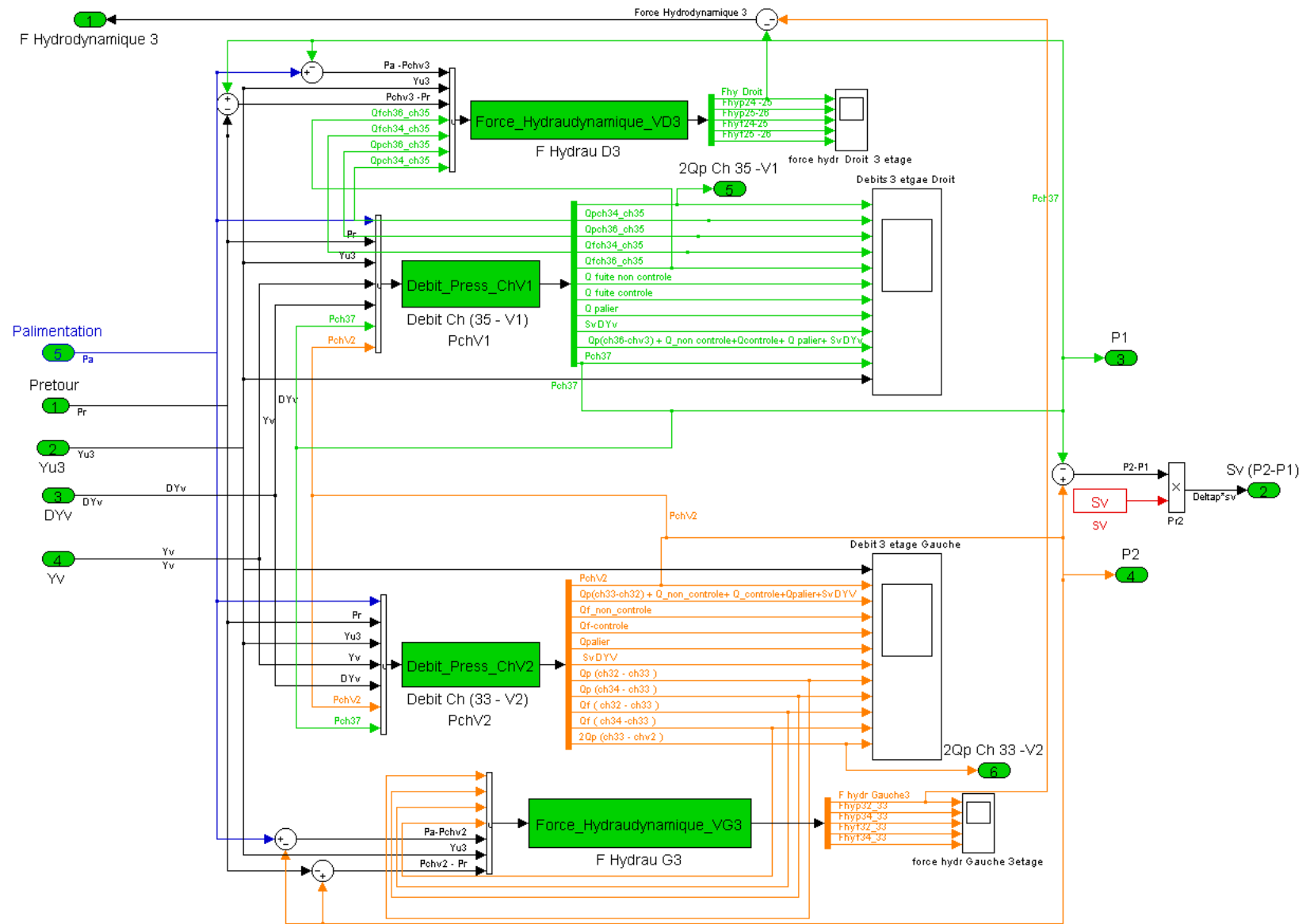


FIG. 3.9 – Sous système comprenant les équations hydrauliques du vérin réalisé par des blocs de fonctions S.

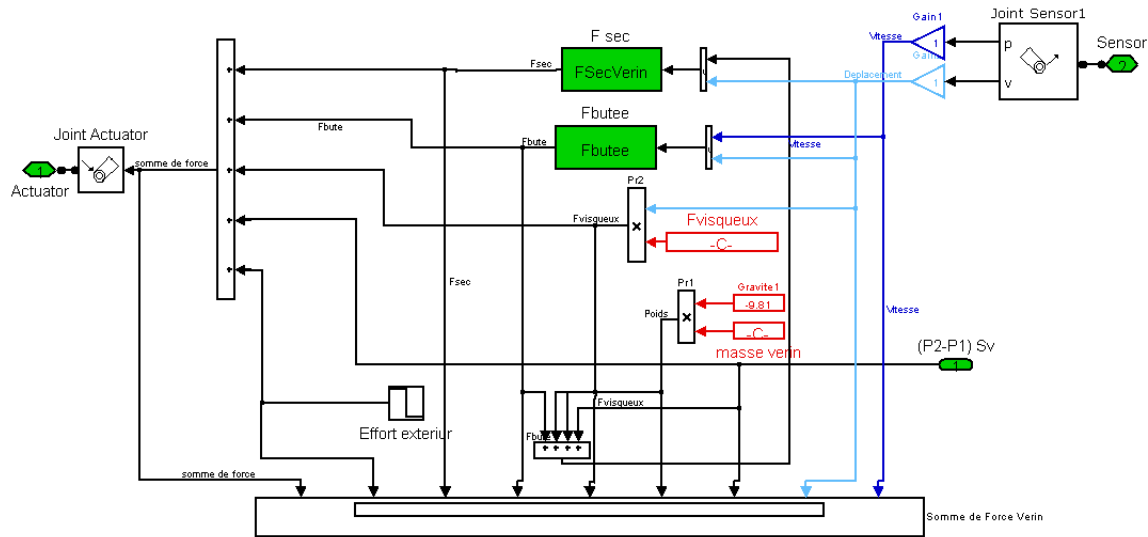


FIG. 3.10 – Sous système comprenant les équations des efforts exercés sur la tige du vérin réalisé par des blocs de fonctions S.

- La fonction S Fsec Verin comporte l'équation des frottements secs appliqués à la tige du vérin.
- La fonction S Fbute se compose de l'équation de la force rencontrée par la tige du vérin quand elle arrive en butée.
- Le bloc Joint Sensor permet d'obtenir la position et la vitesse de la tige du vérin modélisée en SimMechanics.
- Le bloc Joint Actuators permet de faire la liaison entre le modèle Simulink et le modèle SimMechanics.

La figure 3.11 présente le sous-système contenant les équations de l'alimentation hydraulique du système.

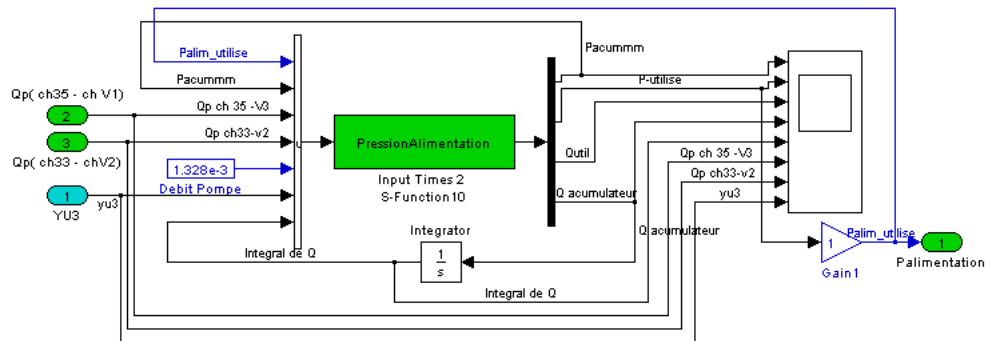


FIG. 3.11 – Sous système comprenant l'équation de l'alimentation du système par un bloc de fonctions S.

- La fonction S PressionAlimentation donne en sortie la pression utile, nécessaire au bon fonctionnement du système (servovalve+vérin). Cette fonction comporte la relation entre les débits et les pressions de la pompe hydraulique et des accumulateurs montés en parallèles. Cette fonction peut permettre d'assurer le débit instantané utilisé pour un essai en impact.

Les fonctions S sont des programmes en langage C et sont présentées dans l'annexe E.

3.4.4 Modèle Simulink-SimMechanics

La figure 3.12 présente le schéma fonctionnel réalisé à partir de Simulink et de SimMechanics. La partie mécanique du vérin hydraulique est modélisée par un schéma fonctionnel SimMechanics et la partie commande est modélisée

3.5 Modélisation du robot hexapode

Comme précédemment avec la conception du vérin hydraulique, on va suivre les différentes étapes pour réaliser un robot hexapode. Pour commencer, on conçoit la base, plate-forme mobile, les liaisons passives (joint de cardans, etc), ainsi que les vérins hydrauliques en SolidWorks. Cet ensemble sera traduit en SimMechanics, pour ensuite être agencé à la partie commande réalisée sur Simulink.

3.5.1 Conception du robot hexapode en SolidWorks

La base la plate-forme mobile, les liaisons passives, ainsi que les vérins sont conçus à partir du logiciel SolidWorks. Chacun de ces éléments est défini dans un fichier pièce, qui est utilisé pour l'assemblage du robot hexapode, comme le montre la figure 3.14 (a), puis l'assemblage est sauvegardé.

Le système physique (fichier HEXAPODE_HYDRAULIQUE.XML) est sauvegardé avec l'extension *.xml.

Remarque : le schéma du vérin hydraulique a été simplifié pour être utilisé dans la construction de l'hexapode.

3.5.2 Traducteur du modèle SolidWorks au modèle Simulink, SimMechanics du robot hexapode

Le modèle physique SolidWorks (fichier HEXAPODE_HYDRAULIQUE.XML) est “traduit” en un schéma fonctionnel à partir de SimMechanics en utilisant la commande :

```
IMPORT_PHYSMOD('HEXAPODE_HYDRAULIQUE.XML')
```

Celle-ci crée un schéma bloc SimMechanics, qui possède la masse et les inerties de tous les vérins hydrauliques, de la base, de la plate-forme mobile du robot hexapode modélisé en SolidWorks. Ce schéma est appelé HEXAPODE_HYDRAULIQUE.MDL, il est présenté dans la figure 3.14 (b).

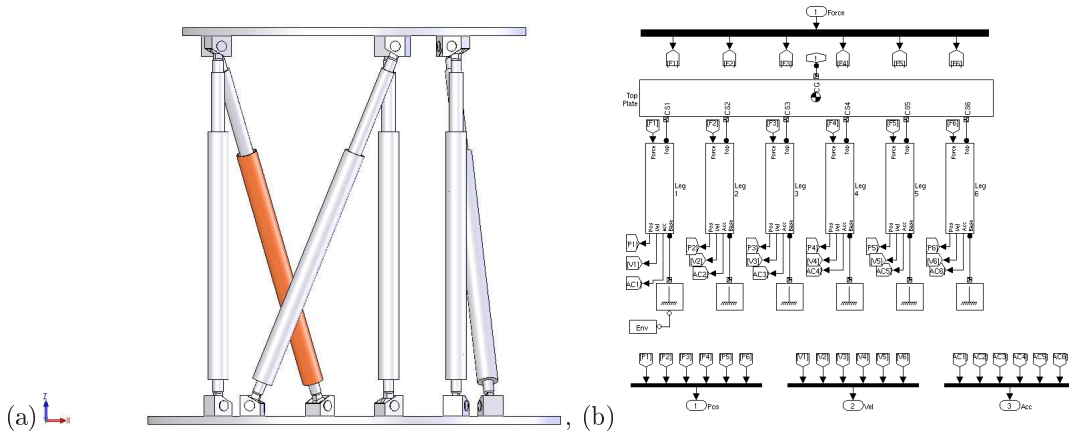


FIG. 3.14 – (a) Hexapode en SolidWorks. (b) Schéma fonctionnel en SimMechanics du robot hexapode.

3.5.3 Modèle Simulink

La partie commande de l'hexapode (servovalves pour les vérins hydrauliques), ainsi que l'asservissement sont réalisés par des blocs Simulink. Ces blocs sont des sous-systèmes définis à partir de Simulink, comme le montrent les figures 3.15 et 3.16. Ces sous-systèmes sont composés par des blocs de fonctions S.

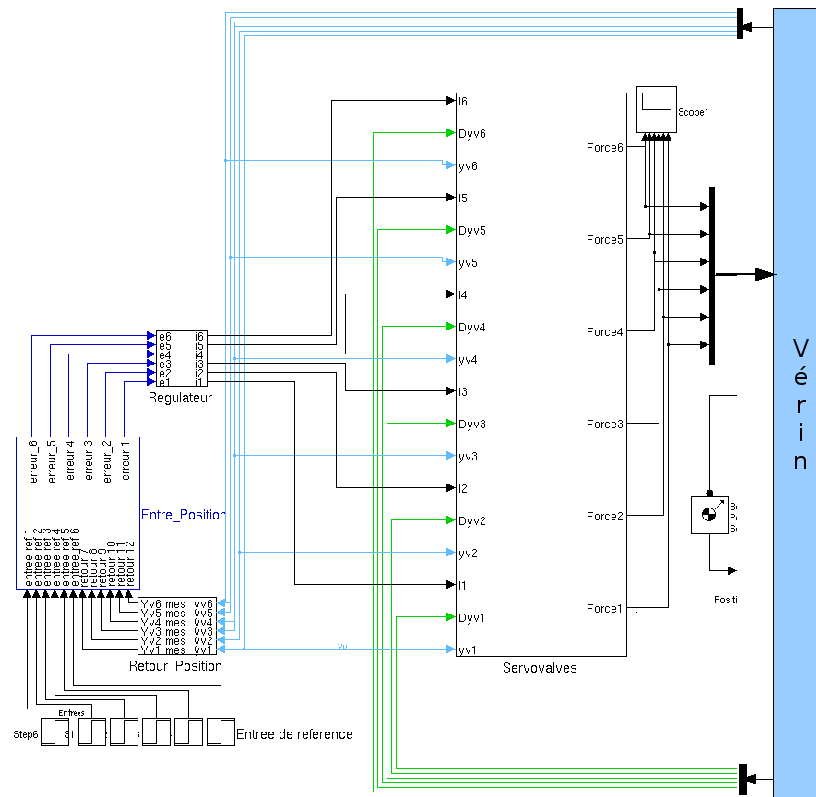


FIG. 3.15 – Servovalves utilisées par les 6 vérins hydrauliques.

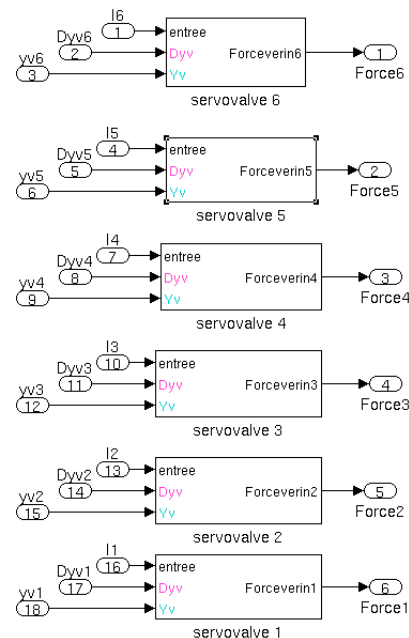


FIG. 3.16 – Sous-système Simulink qui montre les 6 servovalves commandant les 6 vérins hydrauliques.

Les sous-systèmes Simulink présentés sur les figures 3.15 et 3.16 définissent les trois étages de la servovalve à partir des blocs de fonctions S. Ces blocs contiennent les équations physiques qui caractérisent le système, comme le montre la figure 3.6 (a).

3.5.4 Modèle Simulink-SimMechanics du robot hexapode

La figure 3.17 présente le schéma fonctionnel réalisé à partir de Simulink et de SimMechanics. La partie mécanique de l'hexapode (base, plate-forme mobile, liaisons passives, vérin hydraulique) est modélisée par un schéma fonctionnel SimMechanics et la partie commande est modélisée en Simulink.

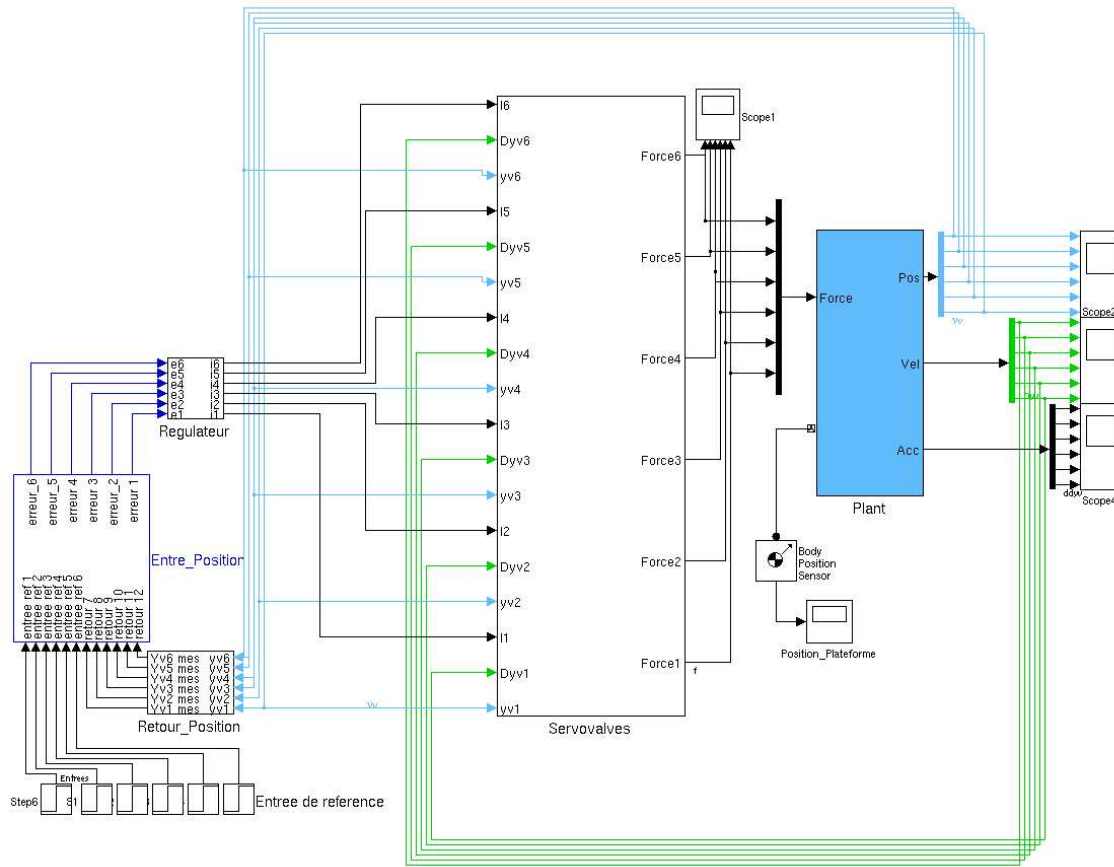


FIG. 3.17 – Schéma fonctionnel réalisé à partir de Simulink et de SimMechanics de l'hexapode hydraulique.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, les interconnexions entre les différents logiciels utilisés pour la simulation du modèle ont été présentées. L'avantage d'utiliser l'environnement MATLAB est la possibilité d'interaction avec les différents logiciels tels que Simulink et SimMechanics qui sont couramment utilisés en robotique pour définir les parties électriques et mécaniques des systèmes. D'autre part, MATLAB présente l'avantage d'utiliser des commandes déjà prédéfinies et facilement paramétrables pour la modélisation. La gestion des différentes composantes du système servovalve-vérin à partir de blocs facilite également la lisibilité et la programmation de notre modèle. Le compromis entre le temps de calcul et la précision reste néanmoins un point clé de notre modèle. Le choix des méthodes numériques et de l'outil informatique (le logiciel ainsi que la capacité de l'ordinateur) que nous utiliserons sont donc essentiels pour obtenir un modèle précis et adapté de notre système. Le modèle de la servovalve et du vérin hydraulique que nous avons utilisé est présenté dans le chapitre suivant. Les étapes à suivre pour la simulation d'un système et en particulier pour la conception de l'hexapode y seront détaillées.

Chapitre 4

Modélisation d'un actionneur hydraulique

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le robot hexapode que l'on souhaite développer est un robot à actionneurs hydrauliques. Les actionneurs hydrauliques fournissent les efforts nécessaires pour accomplir les tâches du robot. Ces actionneurs sont très performants grâce à une puissance massique importante : ils sont précis et permettent de générer des efforts importants. Ces derniers sont pilotés par des servovalves. Dans ce chapitre, nous introduirons un "modèle de connaissance"¹ du servosystème hydraulique. L'idée directrice est d'obtenir un modèle non linéaire qui soit représentatif du comportement de l'ensemble, indissociable, servovalve-vérin hydraulique sur tout son domaine de fonctionnement.

Après avoir exposé les lois qui régissent les systèmes hydrauliques, nous présenterons le système expérimental hydraulique ainsi que son fonctionnement. Par la suite, nous présenterons les modèles de servovalves les plus utilisés (modèles linéaires) et nous discuterons de leurs limites. Enfin, nous proposerons un nouveau modèle (modèle non linéaire) permettant de rendre compte du fonctionnement de l'ensemble servovalve-vérin sur tout le domaine de fonctionnement.

4.1 Les lois physiques qui régissent les systèmes hydrauliques

Tout système hydraulique est régi par deux types d'équations : les équations de débit qui expriment la conservation de la masse et les équations de forces et de moments qui découlent du principe fondamental de la dynamique ($\Sigma \vec{F} = m\ddot{x}$ et $\Sigma \vec{M} = J\ddot{\theta}$). Tout d'abord, on rappellera quelques lois de la mécanique des fluides.

a./ Loi d'écoulement d'un fluide visqueux et incompressible

Il existe deux types d'écoulement d'un fluide visqueux : l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent. Les paramètres à prendre en compte pour déterminer le type d'écoulement sont la vitesse, la densité et la viscosité du fluide, ainsi que le diamètre de la conduite dans laquelle a lieu l'écoulement.

L'écoulement *laminaire* est un écoulement pour lequel les forces de viscosité du fluide sont prépondérantes. Le débit Q est proportionnel à la section de passage S effective du fluide et à la différence entre la pression d'entrée P_e et la pression de sortie P_s . L'équation s'écrit :

$$Q = K S (P_e - P_s) \quad (4.1)$$

où K est une constante.

L'écoulement *turbulent* est un écoulement pour lequel les forces d'inertie du fluide sont prépondérantes. Le débit est proportionnel à la section de passage S effective du fluide et à la racine carrée de la différence entre la pression d'entrée P_e et la pression de sortie P_s . L'équation s'écrit :

¹modèle fondé sur les lois physiques qui régissent le système

$$Q = K S \sqrt{(P_e - P_s)} \quad (4.2)$$

Tout au long de notre travail, nous considérons que l'écoulement est turbulent. En effet, en dehors des phénomènes secondaires de fuite sur lesquels on peut s'interroger quand au régime d'écoulement à utiliser au niveau de la modélisation. Les écoulements principaux au niveau des tiroirs sont considérés comme turbulents, à cause de la faible section offerte au passage du fluide et des débits importants résultants d'une forte différence de pression.

En réalité, tout fluide est plus ou moins compressible. Toutefois, dans le cadre de ces travaux, pour simplifier les équations de la mécanique des fluides, les liquides seront considérés comme incompressibles. On dit qu'un fluide est incompressible lorsque son volume V demeure constant sous l'action d'une pression P , ce qui se traduit par une masse volumique (ρ) constante. Nous supposons que la température du liquide est constante (transformation de type isotherme). Par conséquent, le coefficient de compressibilité isotherme B d'un fluide incompressible utilisé dans ces travaux, sera constant.

b./Bilan de masse dans un volume de contrôle

De manière générale, la conservation de la masse m dans un volume de contrôle V pour un fluide de masse volumique ρ s'écrit comme suit :

$$m = \rho V \quad (4.3)$$

On peut également écrire que la variation de la masse m est égale à la différence entre le débit massique entrant et le débit massique sortant du volume de contrôle :

$$\dot{m} = \rho_e Q_e - \rho_s Q_s \quad (4.4)$$

où Q_e et Q_s représentent respectivement le débit volumique entrant et le débit volumique sortant. ρ_e et ρ_s représentent respectivement la masse volumique du fluide entrant et sortant.

En introduisant la dérivée de l'équation 4.3 dans l'équation 4.4, on obtient la relation suivante :

$$V \dot{\rho} + \rho \dot{V} = \rho_e Q_e - \rho_s Q_s \quad (4.5)$$

En introduisant le coefficient de compressibilité isotherme B et en considérant que $\rho = \rho_e = \rho_s$, et en considérant que $\dot{\rho}/\rho$ est petit devant l'unité il est possible d'écrire :

$$\frac{V}{B} \dot{P} + \dot{V} = Q_e - Q_s \quad (4.6)$$

La relation 4.6 montre que la variation du débit dans le volume de contrôle fait évoluer à la fois la pression P et le volume V .

Ainsi, les relations 4.2 et 4.6 permettent d'écrire les lois d'hydraulique qui commandent les systèmes électro-hydrauliques.

4.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental développé au laboratoire LAMEFIP et sur lequel est basé le modèle non linéaire qui sera développé ultérieurement (§ 5.) est composé de :

- un groupe hydraulique lui même composé d'une pompe, d'un réservoir, de filtres, et d'une vanne de sécurité.
- six accumulateurs.
- deux servovalves trois étages en parallèles.

– un vérin hydraulique.

La figure 4.1 représente l'ensemble du système.

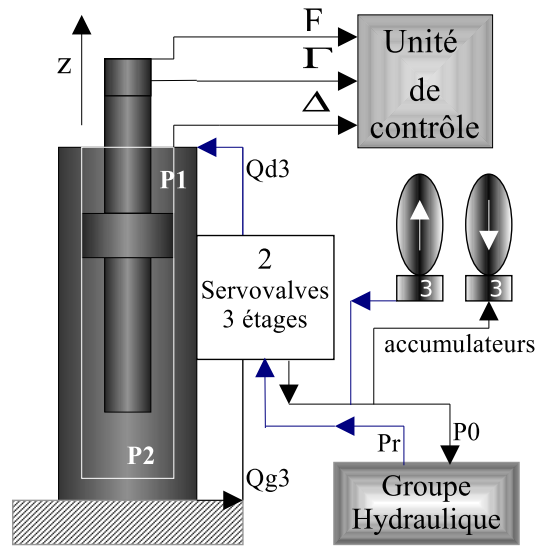


FIG. 4.1 – Dispositif expérimental.

4.2.1 Vérin hydraulique

La figure 4.2 présente le vérin hydraulique de notre dispositif.

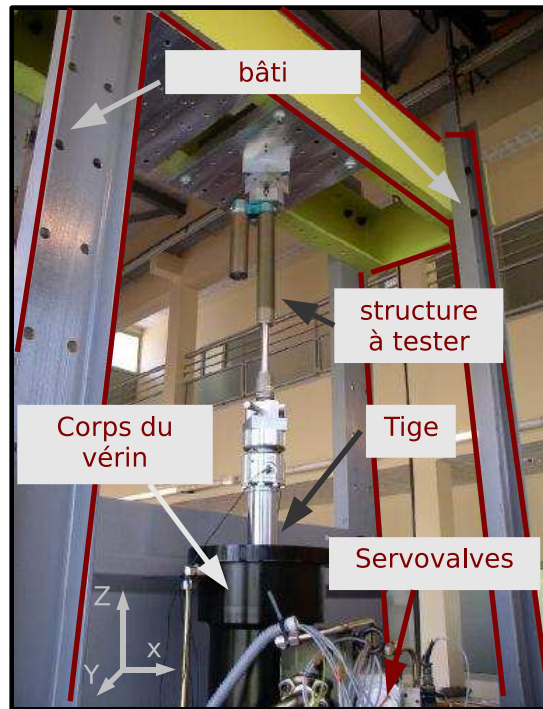


FIG. 4.2 – Vérin hydraulique.

Le vérin hydraulique est positionné verticalement et est fixé sur une structure antisismique. Il s'agit d'un actionneur à double tige et à palier hydrostatique modèle VL 160/100/500 TEMA-Concept. Il possède deux amortisseurs de

fin de course intégrés au corps du vérin. Sa course réelle est de 600 mm incluant des zones d'amortissement (50 mm en zone haute et 50 mm en zone basse).

Le diamètre de la tige est de 80 mm et le diamètre du piston est de 106 mm .

4.2.2 Alimentation

4.2.2.1 Groupe Hydraulique

Le système est alimenté par un groupe hydraulique composé de :

- une pompe à débit maximal permanent de 80 l/min , de marque Schenk.
- un réservoir de 500 litres.
- des filtres de $6\text{ }\mu\text{m}$ pour éliminer toute poussière abrasive métallique.
- une vanne de raccordement et de sécurité à commande électrique. Elle doit permettre le remplissage lent jusqu'à 80 % de la pression nominale du système afin d'éviter les à-coups. Elle doit également commuter automatiquement en mode de sécurité (coupure de l'alimentation en huile du vérin si la pression nominale chute d'environ 25 %).

4.2.2.2 Accumulateur

Six accumulateurs sont connectés sur le système pour assurer une alimentation en pression de 280 bar. Il sont répartis comme suit :

- Trois accumulateurs haute pression semi-cylindriques à vessie de 10 litres chacun, de marque OLAER qui fournissent au vérin l'énergie hydraulique instantanée. La vitesse de restitution de chacun des accumulateurs est de 15 l/s à 280 bars pour une pression de tarage d'azote de 175 bars.
- Trois accumulateurs basse pression semi-cylindriques à vessie de 10 litres chacun, de marque OLAER qui assurent la non cavitation du troisième étage des servovalves. La pression de tarage d'azote pour ces accumulateurs basses pressions est de 5 bars.

La figure 4.3 présente la vanne de raccordement et de sécurité, et les accumulateurs.

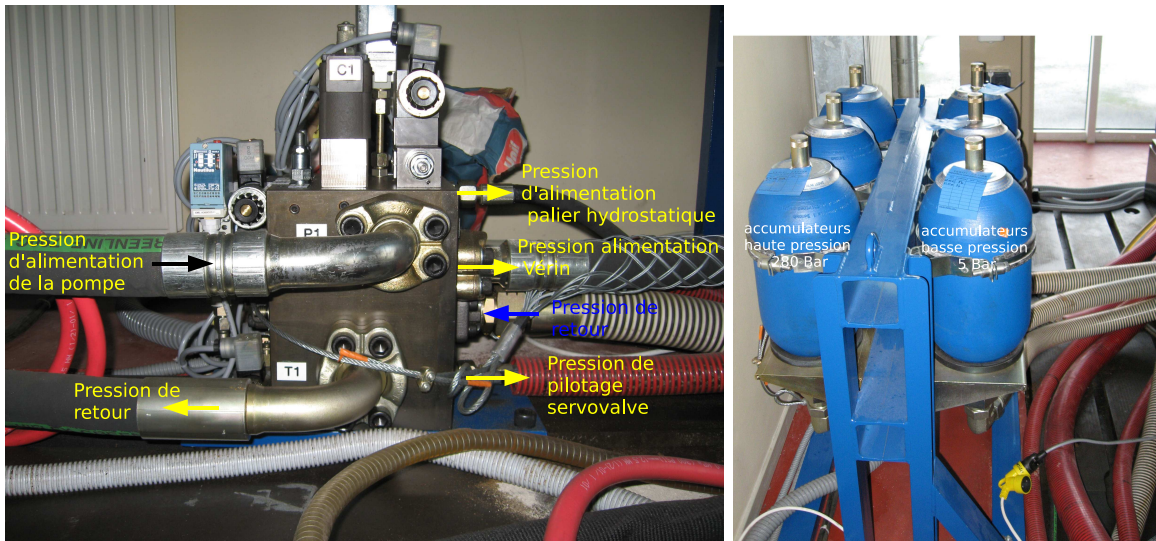


FIG. 4.3 – Vanne de raccordement et de sécurité à commande électrique et les accumulateurs.

4.2.3 Pilotage

Le vérin est piloté par deux servovalves trois étages placées en parallèle. Les servovalves sont des systèmes électro-hydrauliques commandés par un courant électrique et fournissent en sortie des débit et des pressions. Le débit

maximal de chacune est de 600 l/min sous une chute de pression de 70 bars . Les servovalves trois étages sont composées d'une "servovalve pilote" à deux étages (Hydraustar ref. 550), et d'une servovalve "d'amplification hydraulique" (Hydraustar ref. 1160) qui constitue le troisième étage. Les deux servovalves sont vissées sur le bloc foré rapporté sur un côté du vérin. Les liaisons du bloc servovalve avec l'alimentation sont faites par des flexibles équipés de brides 6000 PSI utilisées en haute pression et basse pression. La figure 4.4 montre le bloc des servovalves et les raccords.

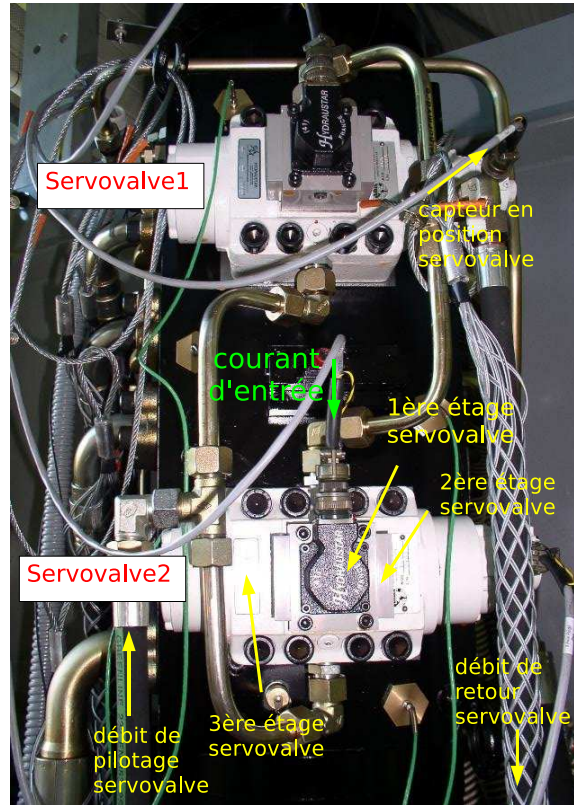


FIG. 4.4 – Bloc servovalve.

4.2.4 Efforts admissibles

La pression d'alimentation des servovalves est de 280 bars . Par conséquent, en quasi statique, la force maximale est de 106 kN ($S=3,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$). A la vitesse maximale de 5 m/s (essai d'impact), la capacité du système hydraulique réduit la force axiale maximale à 10 kN . Le dimensionnement des pièces mécaniques a été réalisé afin que celles-ci puissent supporter aussi bien les forces axiales que des forces radiales engendrées pendant la déformation de la pièce testée sous impact. La force radiale maximale est de 8 kN quand la tige est rentrée ($z = 0 \text{ mm}$), et de 2 kN en position sortie ($z = 600 \text{ mm}$) (Figure 4.1) [49].

4.2.5 Conditions de mesure

Le banc d'essai possède une carte d'acquisitions DSpace qui permet la numérisation des signaux provenant des différents capteurs utilisés sur le banc expérimental. Il comprend :

- Quatre capteurs de pression piézo-électriques d'étendue de mesure de 1000 bars . Un capteur est situé dans chaque chambre du vérin (gauche et droite). Le conduit d'alimentation d'huile et le conduit de retour d'huile très proche de la servovalve sont équipés aussi chacun d'un capteur.
- Un capteur magnéto-strictif de déplacement LVDT d'étendue de mesure de 650 mm , fixé sur la partie basse du vérin.
- Un capteur de force piézoélectrique d'étendue de mesure de 100 kN , placé sur la tête du piston.

- Un accéléromètre, de sensibilité 100 pc/g , placé à l'intérieur de la tête du piston.

On peut compléter les mesures en utilisant d'autres instruments permettant des mesures extensométriques ou une caméra rapide.

4.2.6 Commande

L'unité de commande numérique est la TEMA -Test type AD Box. Elle fonctionne à partir d'un PC de bureau ; les fréquences de pilotage et d'acquisition sont respectivement de 500 Hz et 1 kHz . Le logiciel utilisé AIIT est développé par la société Tema-Concept. L'acquisition des données peut être faite sur 16 voies (Carte DSpace), chaque voie ayant une résolution de 16 bits. L'unité possède deux cartes de conditionnement et de réglage numérique pour les PID nécessaires à la régulation des servovalves.

Les signaux générés en entrée pour la consigne peuvent être un signal sinusoïdal ou triangulaire, une rampe, ou un signal quelconque généré par des fichiers de points, qui peuvent être des exemples réels tels que le choc d'une roue sur un trottoir, le passage d'une bosse, etc.

4.3 Fonctionnement du dispositif expérimental

Le groupe hydraulique fournit 80 l/min d'huile à 280 bars , nécessaire à la mise en fonctionnement du système hydraulique. Le fluide passe par une vanne à commande électrique qui permet de commuter le système aussi bien en basse pression ($P_a < 150\text{ bars}$) qu'en haute pression ($P_a > 150\text{ bars}$). C'est cette vanne qui distribue le fluide aux servovalves en parallèle.

La figure 4.5 montre la courbe caractéristique de fonctionnement de la pompe hydraulique. Quand le système consomme un débit inférieur ou égale à 80 l/min , la pompe hydraulique fournit une pression de 280 bar . Dans le cas où le débit est supérieur à 80 l/min , la pression fournie par la pompe chute et s'annule pour un débit de 100 l/min .

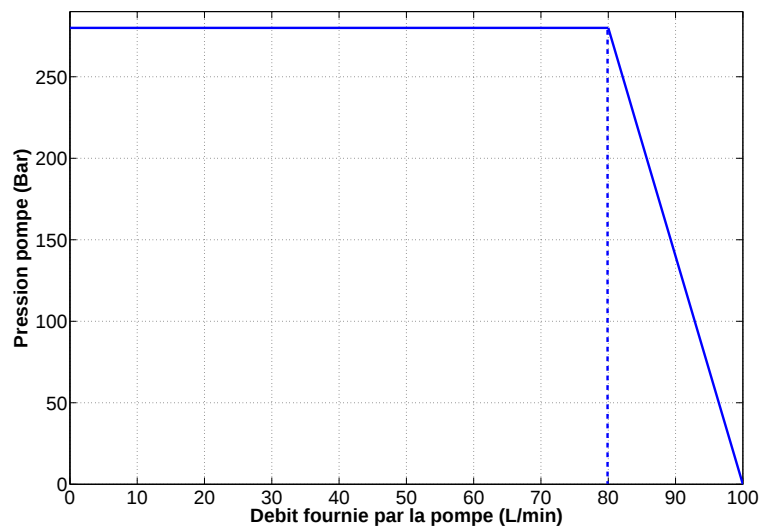


FIG. 4.5 – Caractéristique de fonctionnement de la pompe hydraulique.

Les accumulateurs du système d'alimentation qui se trouvent en parallèle permettent d'assurer le débit instantané qui peut être sollicité par exemple sur un essai de tir, où l'important est de restituer l'énergie pendant un instant très court. Ils permettent de s'affranchir de l'inertie des veines fluides du système hydraulique. De façon générale, ils doivent donc se trouver au plus près des servovalves pour minimiser ces effets d'inertie que ce soit sur la partie haute pression pour une meilleure alimentation des servovalves et éviter la chute de pression à l'ouverture et la

surpression à la fermeture (coup de bélier) ou sur la partie basse pression pour éviter la cavitation sur les tiroirs des servovalves. La figure 4.6 présente le débit utilisé par le système sur un essai de tir.

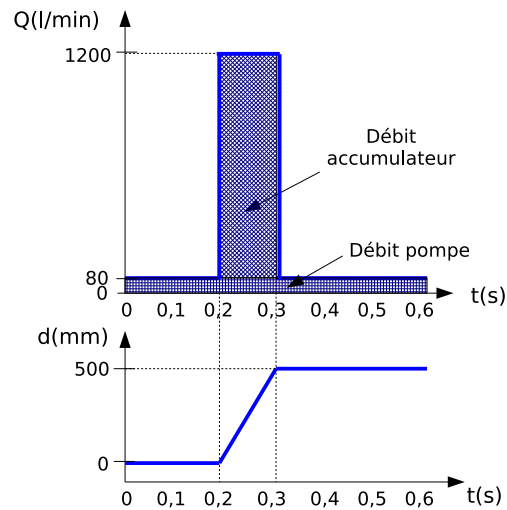


FIG. 4.6 – Débit utilisé par le système pour un essai de tir.

Les deux servovalves contrôlent les pressions dans les chambres du vérin sont des servovalves trois étages. Ces servovalves sont constituées d'un étage électrique et de deux étages hydrauliques. La figure 4.8 présente les différents composants d'une servovalve trois étages.

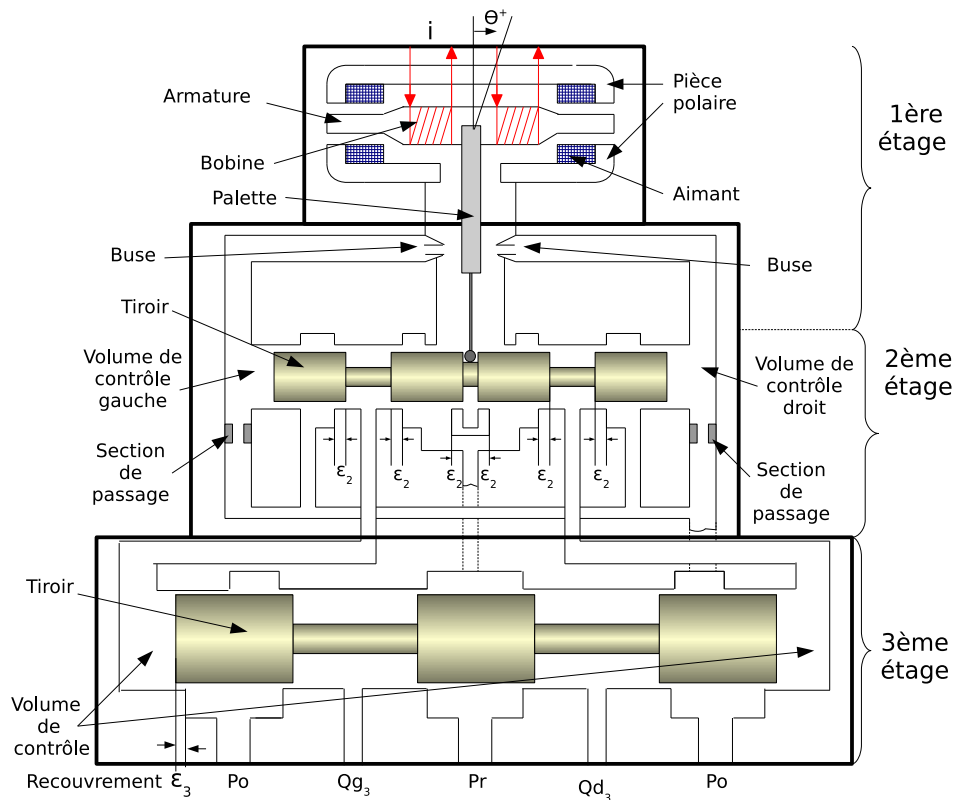


FIG. 4.7 – Coupe schématique d'une servovalve trois étages.

- L'étage électrique (premier étage) est constitué d'un moteur couple et d'un potentiomètre double hydrau-

lique. Le moteur couple est composé de deux pièces magnétiques polarisées par deux aimants permanents et d'une armature supportée par un tube flexible. Le circuit magnétique est complété par deux bobines entourant l'armature. Le potentiomètre double hydraulique est composé de deux sections de passage fixes et deux systèmes buse-palette.

- Le deuxième étage est constitué d'un tiroir de distribution qui permet de réguler le débit volumique de commande du troisième étage.
- Le troisième étage est constitué d'un tiroir de distribution qui permet de réguler les débits volumiques fournis aux chambres du vérin.

Le principe de fonctionnement d'une servovalve trois étages de même type que celle utilisée pour le pilotage du vérin hydraulique du bancs d'essai LAMEFIP est brièvement rappelé ici, il a été décrit en détail dans le chapitre précédent (§ Chapitre 3).

La figure 4.8 présente le principe de fonctionnement d'une servovalve trois étages de même type que celle utilisée pour le pilotage du vérin hydraulique.

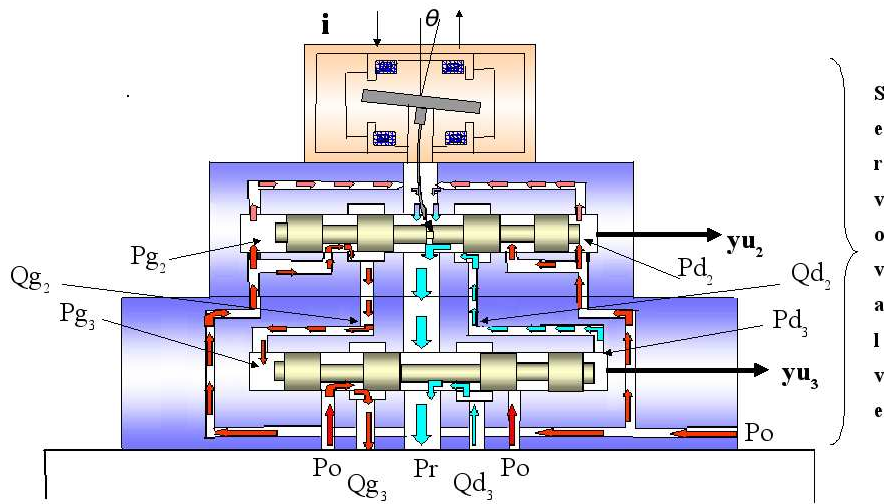


FIG. 4.8 – Coupe schématique d'une servovalve trois étages.

Avec :

- i : Courant de commande.
- θ : Rotation de la palette.
- yu_2 : Déplacement du tiroir du deuxième étage.
- $Pg_2; Pd_2$: Pressions aux buses du deuxième étage.
- $Qg_2; Qd_2$: Débits volumiques délivrés par le deuxième étage tiroir du côté gauche et droit respectivement.
- $Pg_3; Pd_3$: Pressions au tiroir du troisième étage.
- $Qg_3; Qd_3$: Débits volumiques délivrés par le troisième étage tiroir du côté gauche et droit respectivement.
- yu_3 : Déplacement du tiroir du troisième étage.

Quand le système est au repos, la palette, le tiroir du deuxième et du troisième étages de la servovalve se trouvent en leur point d'équilibre central (c'est-à-dire que les pressions sont identiques des deux côtés et les débits principaux sont nuls si l'on exclu des fuites). Lorsque l'on applique à l'entrée de la servovalve un courant i , le diviseur potentiométrique hydraulique double du premier étage crée les pressions Pg_2 et Pd_2 aux extrémités du tiroir du deuxième étage. Ces deux pressions entraînent le déplacement du tiroir du second étage yu_2 . Les débits fournis par ce deuxième étage sont notés Qg_2 et Qd_2 . Ils participent à la somme des débits entrant et sortant aux extrémités du tiroir du troisième étage et conduisent à une différence de pression ($Pg_3 - Pd_3$) aux extrémités. Ceci introduit donc le déplacement du tiroir du troisième étage noté yu_3 . Le troisième étage génère à son tour des débits Qg_3 et Qd_3 qui participent à la somme des débits entrant et sortant des chambres du vérin. Ils conduisent, à travers les volumes instantanés des chambres et le coefficient de compressibilité de l'huile, à l'écart de pression entre les chambres du vérin. Cette différence de pression entre les chambres entraîne le déplacement de la tige du vérin.

4.4 Modèle linéaire du système électro-hydraulique

La servovalve et le vérin étant des systèmes électro-hydrauliques dans lesquels les écoulements sont turbulents, les modélisations de ces éléments conduisent à des équations de comportement non linéaires (équations liées à la partie hydraulique). Or les méthodes d'étude dynamique les plus simples qui ont été développées sont des modèles linéaires. De façon générale, pour la plupart des modèles, les équations des systèmes électro-hydrauliques sont linéarisées.

La figure 4.9 présente un schéma bloc linéaire utilisé pour modéliser un asservissement hydraulique.

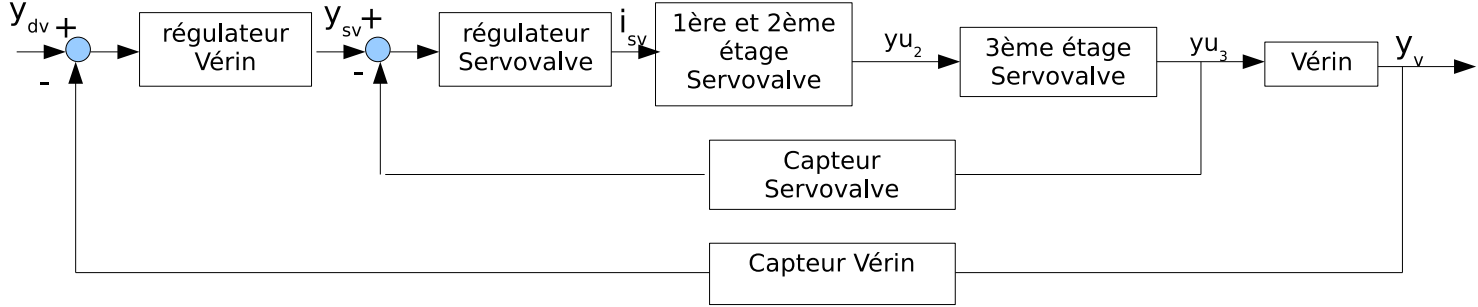


FIG. 4.9 – Schéma linéaire des servovalves.

La figure présente le contenu des boîtes “premier et deuxième étage Servovalve”[50, 1, 51, 52] et “troisième étage Servovalve” présenté sur la figure 4.9.

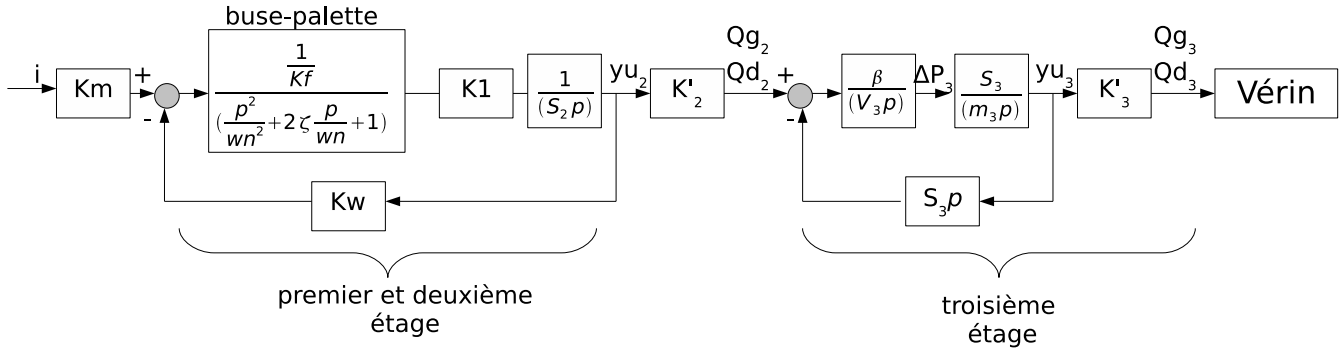


FIG. 4.10 – Schéma linéaire des servovalves.

Avec :

- K_m : gain du couple moteur de la servovalve (Nm/A).
- w_n : pulsation propre non-amortie due à l'inertie de la palette du premier étage (rad/s).
- ζ : facteur d'amortissement réduit du frottement de la palette .
- S_2 : surface des extrémités du tiroir deuxième étage (m^2).
- K_f : gain de couple sur les buses (Nm/m).
- k_w : gain du couple de rétroaction du deuxième étage (Nm/m).
- K_1 : gain en débit d'amplification hydraulique deuxième étage ($m^2/s/m$).
- K'_2 : gain en débit du tiroir du deuxième étage ($m^2/s/m$).
- β : coefficient de compressibilité (bar).
- V_3 : volume de contrôle de chaque côté du troisième étage (m^3).
- S_3 : surface des extrémités du tiroir troisième étage (m^2).
- m_3 : masse du tiroir troisième étage (Kg).

$-K'_3$: gain en débit du troisième étage ($m^2/s/m$).

Dans ce modèle, il existe des coefficients K'_2 et K'_3 qui permettent de caractériser respectivement les débits en fonction de la position des tiroirs. Pour le second étage, le coefficient K'_2 permet une approche correcte sur une grande partie du domaine de fonctionnement, ce qui n'est pas forcément vrai pour le coefficient K'_3 qui laisserait supposer, s'il était constant, que la vitesse du vérin est indépendante de la charge ce qui est manifestement faux lors d'un blocage hydraulique.

La relation entre le déplacement yu_3 du tiroir du troisième étage et le courant de commande i est une transmittance (T) du cinquième ordre, composée par la fonction de transfert (T_1) entre le déplacement yu_2 et le courant i et la fonction de transfert (T_2) entre le déplacement yu_3 et le déplacement yu_2 . L'équation est la suivante :

$$T_1(p) = \frac{yu_2}{i} = \frac{\frac{k_1}{k_w}}{\frac{S_2 k_f}{k_w k_1 w_n^2} p^3 + 2\zeta \frac{S_2 k_f}{k_w k_2 w_n} p^2 + \frac{S_2 k_f}{k_w k_2} p + 1} \quad (4.7)$$

$$T_2(p) = \frac{yu_3}{yu_2} = \frac{K'_2 \frac{\beta}{V_3}}{\frac{m_3}{S_3} p^2 + \frac{S_3 \beta}{V_3} p} \quad (4.8)$$

La transmittance T est la suivante :

$$T(p) = T_1(p).T_2(p) = \frac{\frac{k_1}{k_w}}{\frac{S_2 k_f}{k_w k_1 w_n^2} p^3 + 2\zeta \frac{S_2 k_f}{k_w k_2 w_n} p^2 + \frac{S_2 k_f}{k_w k_2} p + 1} \cdot \frac{K'_2 \frac{\beta}{V_3}}{\frac{m_3}{S_3} p^2 + \frac{S_3 \beta}{V_3} p} \quad (4.9)$$

En général, on préfère au modèle de connaissance un modèle de comportement limité à une transmittance du deuxième ordre maximum.

Nous allons montrer maintenant les caractéristiques des servovalves deux étages obtenues par le modèle linéaire et nous allons les comparer à celles données par un constructeur (pour une servovalve réelle) .

La réponse en fréquence obtenue entre la sortie yu_2 du tiroir du deuxième étage et le courant de commande i à partir du modèle linéaire est présentée sur la figure 4.11.

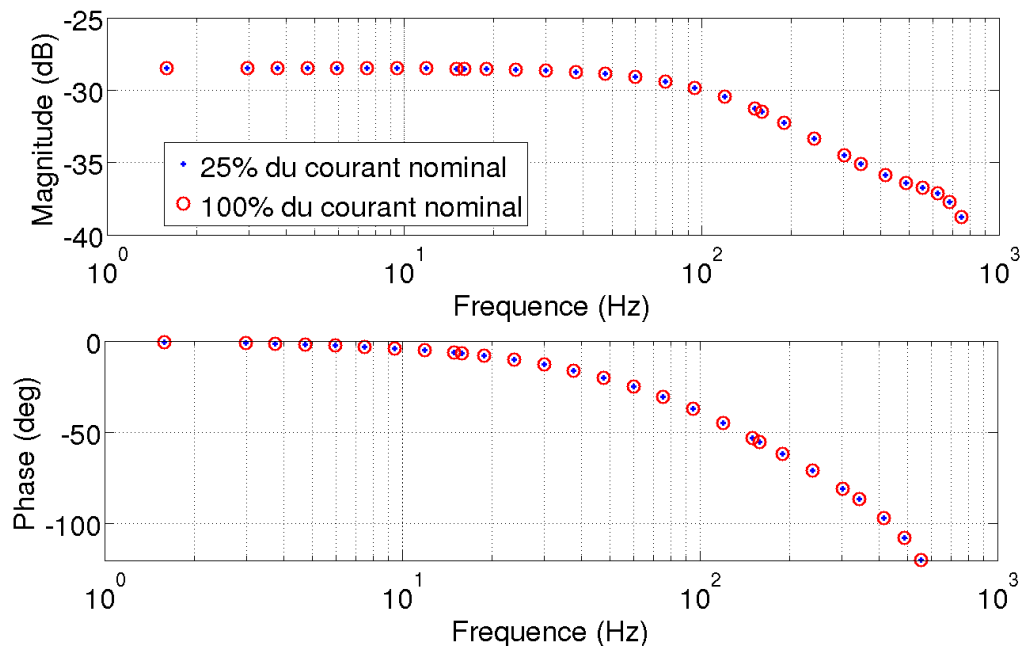


FIG. 4.11 – Réponse fréquentielle du schéma linéaire généralement utilisé (schéma standard).

La réponse fréquentielle permet d'observer que pour les différentes fractions de l'intensité nominale (25 % et 100 %), la bande passante reste identique, la fréquence f est égale à $150,7 \text{ Hz}$, ce qui correspond bien au comportement d'un système linéaire.

La réponse fréquentielle d'une servovalve deux étages réelles à des courants nominaux de 25 % jusqu'à 100 % est présentée sur la figure 4.12. Ces courbes sont données dans un diagramme de type Bode (caractéristique des systèmes non linéaires).

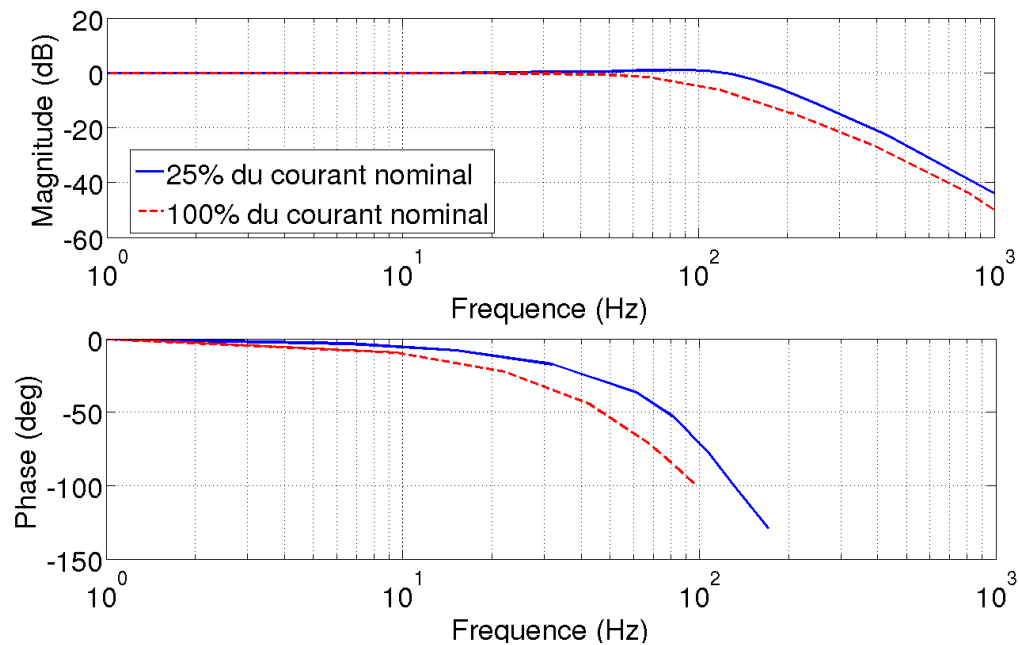


FIG. 4.12 – Réponse fréquentielle d'une servovalve à deux étages.

La bande passante diminue si le courant de commande augmente. Elle est de 151 Hz pour un courant de 25% du courant nominal et de 80 Hz pour 100% du courant nominal. Le déphasage diminue également avec l'augmentation

du courant. On obtient une phase de -90° aux fréquences de 150 Hz et 108 Hz pour respectivement un courant nominal de 25% et 100% du courant nominal. La servovalve est alimentée en débit et est régulée en pression.

On peut noter que le modèle linéaire d'une servovalve ne traduit que partiellement les comportements physiques d'une servovalve. Physiquement, la bande passante d'une servovalve diminue en fonction du niveau de l'entrée alors que pour le modèle linéaire considéré ici, la même bande passante a été obtenue pour toutes les entrées (25 % ou 100 %). Ceci est dû à la limitation des débits issus du potentiomètre double hydraulique qui réduit de ce fait la vitesse du tiroir et par conséquent le déplacement du tiroir lorsque la fréquence augmente. Le même raisonnement est utilisé pour le troisième étage de la servovalve. Afin de traduire physiquement le comportement réel d'une servovalve, un modèle non linéaire est nécessaire et sera développé par la suite.

4.5 Modèle non linéaire du système électro-hydraulique

Dans un premier temps, des hypothèses doivent être posées afin de réaliser la modélisation non linéaire de notre dispositif expérimental. Ensuite, nous présentons les équations qui modélisent chacun des systèmes composant notre dispositif électro-hydraulique à savoir : l'étage pilote de la servovalve (premier étage électrique et deuxième étage hydraulique), l'étage d'amplification hydraulique (troisième étage hydraulique) et le vérin hydraulique.

4.5.1 Hypothèses pour la modélisation

On fera les hypothèses suivantes :

- 1/. L'écoulement dans la servovalve est de type turbulent, en raison de la vitesse à laquelle se trouve le fluide dans les striction, les gicleurs et les tiroirs du système étudié.
- 2/. Le tiroir est supposé symétrique.
- 3/. Les sections effectives de passage S sont proportionnelles à la variable de commande y_u de chacun des tiroirs .
- 4/. Les servovalves et le vérin sont indissociables dans la modélisation non linéaire.
- 5// Le fluide utilisé est faiblement compressible (la compressibilité du fluide est utilisée uniquement pour la détermination de la pression dans un volume de contrôle ; cette compressibilité n'est pas prise en compte dans les autres équations. A ce titre la masse volumique est supposée constante).

4.5.2 Modélisation étage pilote (premier étage électrique et deuxième étage hydraulique)

4.5.2.1 Équations caractéristiques

La figure 4.13 présente le schéma de principe d'une servovalve à deux étages avec un système de buse palette du même type que celle utilisée pour le pilotage du vérin.

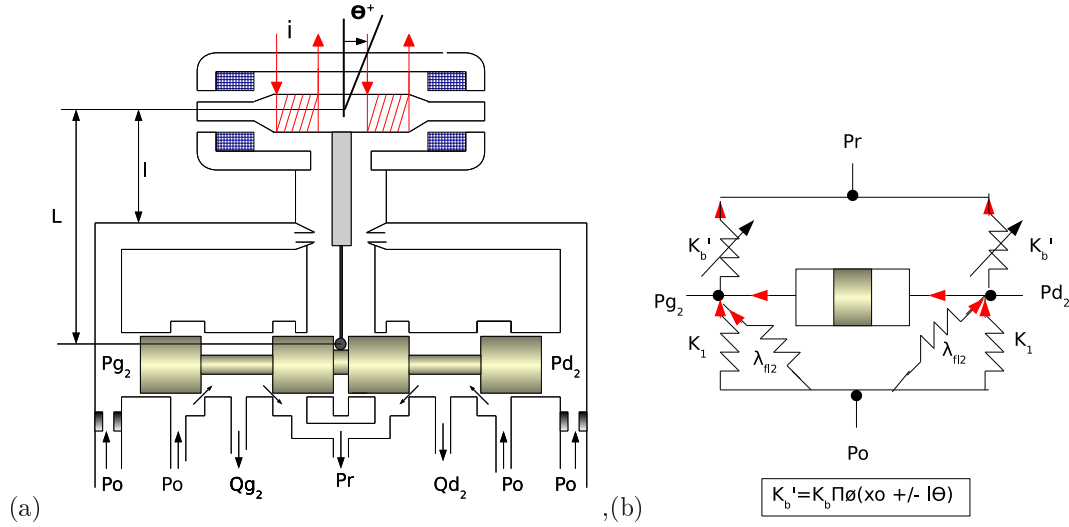


FIG. 4.13 – (a) Coupe schématique d'une servovalve buse palette à l'équilibre (zéro hydraulique). (b) Schéma électrique correspondant au schéma hydraulique de la figure (a).

A partir de la figure 4.13, les équations caractéristiques régissant l'étage de pilotage de la servovalve peuvent être établies :

- * *Couple sur la palette* : équation due au couple moteur de la servovalve, qui lie le déplacement angulaire de la palette θ et le courant de commande i .
- * *Évaluation des pressions dans les volumes de contrôle aux extrémités du tiroir du deuxième étage* : équation qui lie la variation des débits (entrants et sortants) dans le volume de contrôle aux extrémités du tiroir de la servovalve et la variation de pression (Pg_2 et Pd_2).
- * *Translation du tiroir deuxième étage* : équation des forces appliquées au tiroir de la servovalve.

– équation de rotation de la palette :

L'application d'un courant i à l'entrée du premier étage entraîne la rotation de la palette, comme le montre la figure 4.14 dans le cas d'un courant positif.

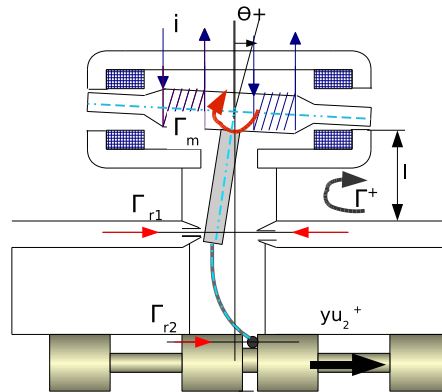


FIG. 4.14 – Couple du deuxième étage servovalve.

Si on isole le système armature, la palette et l'aiguille de rétroaction sont supposées de masse négligeable et caractérisées uniquement par une raideur K_{r2} . Nous obtenons un système d'inertie J et de frottement φ , en rotation autour d'un axe virtuel paramétré par l'angle θ .

Le solide est soumis à l'action de trois couples : le couple électromagnétique Γ_m , le couple hydraulique dû aux buses Γ_{r1} et un couple dû à la réaction exercée par l'aiguille Γ_{r2} .

L'équation du moment du principe fondamental de la dynamique est alors la suivante :

$$\Gamma_m + \Gamma_{r1} - \Gamma_{r2} = J \ddot{\theta} + \varphi \dot{\theta} \quad (4.10)$$

ou

$$i K_m + I s \Delta P_2 - L K_{r2} y_{u2} = J \ddot{\theta} + \varphi \dot{\theta} + K_{r2} L^2 \theta \quad (4.11)$$

Avec :

- $\Gamma_m = i K_m$, couple moteur.
- $\Gamma_{r1} = I s \Delta P_2$, couple hydrodynamique dû aux buses. s est la section droite des buses. I est la distance entre l'axe de la palette magnétique et les nez des gicleurs (figure 4.13).
- $\Gamma_{r2} = L K_{r2}(y_{u2} + L \theta)$, couple de réaction. L est la distance entre l'axe de la palette magnétique et le tiroir du deuxième étage (figure 4.13).

$\Delta P_2 = P_{g2} - P_{d2}$, différence de pression aux extrémités du tiroir du deuxième étage.

– Évaluation des pressions dans les volumes de contrôle au extrémités du tiroir du deuxième étage.

La figure 4.15 montre l'écoulement des débits dans le volume de contrôle gauche V_{g2} aux extrémités du tiroir de la servovalve à deux étages.

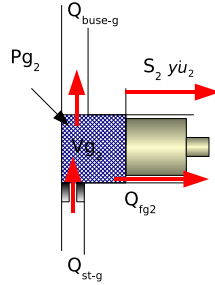


FIG. 4.15 – Débits entrant et sortant du volume de contrôle V_{g2} .

En utilisant l'équation de la conservation de la masse (4.6), on peut exprimer la dérivée de la pression en fonction des débits entrants et sortants dans les volumes de contrôle V_{d2} et V_{g2} aux extrémités du tiroir du deuxième étage de la servovalve :

$$\frac{V_{d2}}{B} \frac{dP_{d2}}{dt} - S_2 y_{u2} = Q_{st-d} + Q_{fd2} - Q_{buse-d} \quad (4.12)$$

$$\frac{V_{g2}}{B} \frac{dP_{g2}}{dt} + S_2 y_{u2} = Q_{st-g} + Q_{fg2} - Q_{buse-g} \quad (4.13)$$

Avec :

$Q_{st-d} = K_1 \sqrt{|P_o - P_{d2}|}$: Débit qui entre dans le volume de contrôle côté droit.

$Q_{st-g} = K_1 \sqrt{|P_o - P_{g2}|}$: Débit qui entre dans le volume de contrôle côté gauche.

$Q_{fd2} = \lambda_{f12} \sqrt{|P_o - P_{d2}|}$: Débit de fuite entre le volume de contrôle et l'alimentation côté droit.

$Q_{fg2} = \lambda_{f12} \sqrt{|P_o - P_{g2}|}$: Débit de fuite entre le volume de contrôle et l'alimentation côté gauche.

$Q_{buse-d} = K_b \Pi \phi(x_0 + l\theta) \sqrt{|Pd_2 - P_r|}$: Débit qui sort de la buse droite.

$Q_{buse-g} = K_b \Pi \phi(x_0 - l\theta) \sqrt{|Pg_2 - P_r|}$: Débit qui sort de la buse gauche.

On peut écrire les relations sous la forme suivante :

$$\frac{dPd_2}{dt} = \frac{B}{Vd_2} (Q_{st-d} + Q_{fd2} - Q_{buse-d} + S_2 y \dot{u}_2) \quad (4.14)$$

$$\frac{dPg_2}{dt} = \frac{B}{Vg_2} (Q_{st-g} + Q_{fg2} - Q_{buse-g} - S_2 y \dot{u}_2) \quad (4.15)$$

B est le coefficient de compressibilité.

Vg_2 et Vd_2 représentent respectivement les volumes de contrôle de commande des côtés gauche et droit du deuxième étage de la servovalve et sont donnés par :

$$Vg_2 = V_{02} + S_2 y u_2 \quad (4.16)$$

et

$$Vd_2 = V_{02} - S_2 y u_2 \quad (4.17)$$

S_2 étant la section du tiroir du deuxième étage et V_{02} le volume de contrôle quand le tiroir est centré.

Afin de prendre en compte les fluctuations de débit au niveau des buses, dans notre modèle, on prend en compte la différence de pression produite par l'inertie de la veine fluide dans le conduit alimentant en huile de la buse. La Figure 4.16 présente un conduit de longueur l et de section s , siège à ses extrémités d'une différence de pression $P_2 - P_1$ qui est due à la variation de la vitesse du fluide.

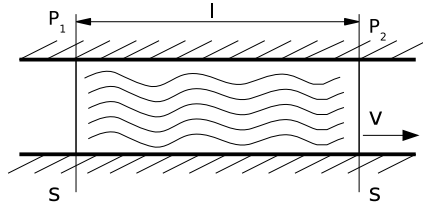


FIG. 4.16 – Veine fluide dans un conduit.

L'équation qui prend en compte la différence de pression produite par l'inertie de la veine fluide peut être écrite comme suit :

$$\Delta P_{Dyn} = P_2 - P_1 = \frac{m}{s^2} \frac{dQ}{dt} \quad (4.18)$$

On appliquant l'équation 4.18 dans le conduit des buses ; les relations suivantes sont obtenues :

$$\Delta P_{Dyng} = P_{fg2} - P_{g2} = \frac{m}{s^2} K'_1 \Pi \phi \left(\frac{dP_{fg2}}{dt} \frac{1}{2\sqrt{|P_{fg2} - P_r|}} (x_0 - l\theta) + l\dot{\theta} \sqrt{|P_{fg2} - P_r|} \right) \quad (4.19)$$

$$\Delta P_{Dynd} = P_{fd2} - P_{g2} = \frac{m}{s^2} K'_1 \Pi \phi \left(\frac{dP_{fd2}}{dt} \frac{1}{2\sqrt{|P_{fd2} - P_r|}} (x_0 + l\theta) + l\dot{\theta} \sqrt{|P_{fd2} - P_r|} \right) \quad (4.20)$$

P_{fg2} et P_{fd2} sont les pressions vues aux extrémités des buses respectivement du côté gauche et du côté droit, comme le montre la figure 4.17.

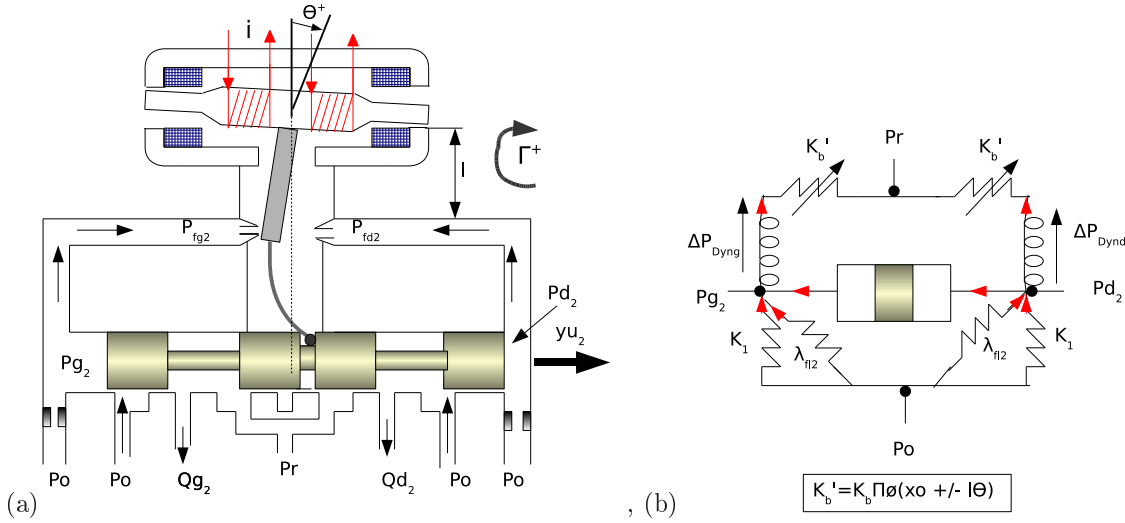


FIG. 4.17 – (a) Schéma présentant les pressions (P_{fg2} , P_{fd2}) aux extrémités des buses du deuxième étage de la servovalve.

(b) Schéma électrique correspondant au schéma hydraulique de la figure (a).

En introduisant la différence de pression dynamique produite par l'inertie de la veine fluide dans le conduit amenant l'huile à la buse, l'équation du débit de la buse peut être écrite comme suit :

$$Q_{buse-d} = K_b \Pi \phi(x_0 + l\theta) \sqrt{|P_{fd2} - P_r|} \text{ ou } Q_{buse-g} = K_b \Pi \phi(x_0 - l\theta) \sqrt{|P_{fg2} - P_r|}$$

– équation de translation du tiroir deuxième étage

On isole le système constitué du tiroir du deuxième étage et de l'aiguille de rétroaction, celle-ci étant caractérisée comme précédemment par une masse négligeable et par une raideur K_{r2} . Le tiroir du deuxième étage est, quant à lui, associé à une masse m et un coefficient de frottement visqueux Ψ_2 .

Les forces exercées sur le tiroir sont au nombre de quatre :

- la force due à la pression différentielle exercée aux extrémités du tiroir $S_2 \Delta P_2$ (forces motrices),
- la force hydrodynamique F_{hd2} ,
- la force de frottement sec F_{sec2} ,
- la force due à la raideur de l'aiguille et à la déviation de la palette $K_{r2} (L\theta + yu_2)$.

L'équation des forces exercées sur le tiroir découle du principe fondamental de la dynamique et est donnée par :

$$S_2 \Delta P_2 - K_{r2} (L\theta + yu_2) - F_{hd2} - F_{sec2} = m_2 \ddot{y}u_2 + \Psi_2 \dot{y}u_2 \quad (4.21)$$

Elle peut être écrite aussi comme suit :

$$S_2 \Delta P_2 - K_{r2} L\theta - F_{hd2} - F_{sec2} = m_2 \ddot{y}u_2 + \Psi_2 \dot{y}u_2 + K_{r2} yu_2 \quad (4.22)$$

Nous allons compléter notre modèle en prenant en compte les forces hydrodynamiques et celles dues aux frottements secs.

Modélisation des forces hydrodynamiques :

Lorsque le fluide d'alimentation enfermé dans la chemise du tiroir (A) est localement mis en vitesse, une force s'oppose à la translation du tiroir ; cette force est la force hydrodynamique. Elle est proportionnelle au débit entre la chambre A et B, et la racine carrée de la chute de pression entre ces deux chambres.

La figure 4.18 montre la force hydrodynamique apparaissant du côté gauche dans le tiroir d'une servovalve.

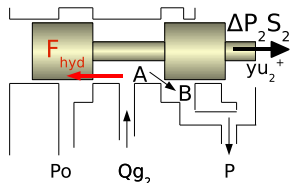


FIG. 4.18 – force hydrodynamique au niveau du côté gauche dans le tiroir d'une servovalve.

Comptes tenus des recouvrements dans le tiroir de deuxième étage, la force hydrodynamique s'appliquant sur le tiroir du deuxième étage a pour expression :

$$F_{hd2} = Qd_2\sqrt{2\frac{\gamma}{g}|P_0 - Pd_3|}\text{sign}(P_0 - Pd_3) - Qg_2\sqrt{2\frac{\gamma}{g}|P_0 - Pg_3|}\text{sign}(P_0 - Pg_3) \quad (4.23)$$

avec :

g : l'accélération de la gravité ($9,80m/s^2$)

γ : la densité du fluide (900 kg/m^3)

Modélisation du frottement sec :

La figure 4.19 montre le modèle utilisé pour représenter les forces de frottement sec en fonction de la vitesse v du tiroir :

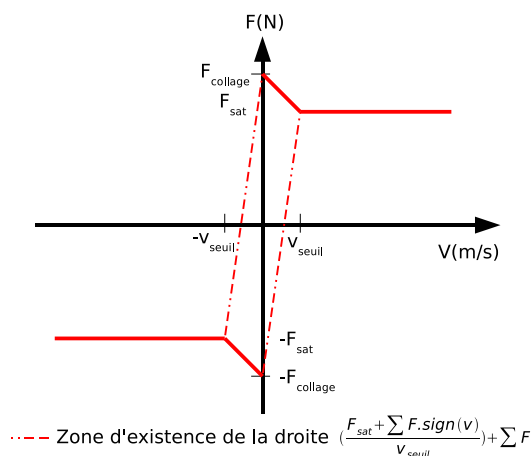


FIG. 4.19 – Modèle des forces de frottement sec.

Le frottement sec est égale à la force de saturation ($+F_{sat}$ ou $-F_{sat}$), si la valeur de la vitesse (v) du tiroir appartient à l'intervalle $[-\infty, -v_{seuil}]$ ou $[+v_{seuil}, +\infty]$. Lorsque la vitesse du tiroir v est comprise entre $[-v_{seuil}, +v_{seuil}]$ et si

la somme des forces appliquées au tiroir ΣF (hors frottement sec) est telle que $-F_{collage} < \Sigma F < F_{collage}$, alors le frottement sec a pour expression $\left(\frac{F_{sat} - \Sigma F \text{ sign}(v)}{v_{seuil}}\right)v + \Sigma F$.

Remarque :

A vitesse nulle, le frottement sec est égal à la somme des forces (hors frottement sec) ce qui conduit à une somme globale des forces nulle pour une vitesse nulle, ce qui confère la stabilité au modèle étudié.

L'expression $\left(\frac{F_{sat} - \Sigma F \text{ sign}(v)}{v_{seuil}}\right)v + \Sigma F$ permet d'assurer la continuité entre l'état "statique" pour $[-v_{seuil}, +v_{seuil}]$ et l'état dynamique $[-\infty, -v_{seuil}]$ ou $[+v_{seuil}, +\infty]$ pour lequel $F_{sec} = F_{sat} \text{ sign}(v)$.

En résumé, les équations qui régissent le modèle de frottement sec sont :

$$F_{sec} = \begin{cases} \left(\frac{F_{sat} - \Sigma F \text{ sign}(v)}{v_{seuil}}\right)v + \Sigma F & \text{si } |v| < v_{seuil} \text{ et } -F_{collage} < \Sigma F < F_{collage} \\ F_{sat} \text{ sign}(v) & \text{si non } |v| > v_{seuil} \end{cases} \quad (4.24)$$

où ΣF est la somme de forces appliquées sur le tiroir de la servovalve.

Si ce modèle est appliqué au tiroir du deuxième étage, alors l'équation du frottement sec dans le tiroir du deuxième étage (F_{sec2}) est donnée par :

$$F_{sec2} = \begin{cases} \left(\frac{F_{sat} - \Sigma F \text{ sign}(y\dot{u}_2)}{y\dot{u}_{2seuil}}\right)y\dot{u}_2 + \Sigma F & \text{si } |y\dot{u}_2| < y\dot{u}_{2seuil} \text{ et } -F_{collage} < \Sigma F < F_{collage} \\ F_{sat} \text{ sign}(y\dot{u}_2) & \text{si non } |y\dot{u}_2| > y\dot{u}_{2seuil} \end{cases} \quad (4.25)$$

avec :

$$\Sigma F = S_2 \Delta P + K r_2 L \theta - F_{hd2} - \Psi_2 y\dot{u}_2 - K r_2 y u_2$$

4.5.2.2 Modèle "d'état" de l'étage pilote (premier étage électrique et deuxième étage hydraulique)

On écrit ce modèle, en considérant le vecteur d'état suivant :

$$X_1^T = [P_{g2} \ P_{d2} \ \dot{\theta} \ \theta \ y\dot{u}_2 \ yu_2]$$

Les variables d'état P_{g2} et P_{d2} sont obtenues après dérivation des équations 4.14, 4.15. $\dot{\theta}$ et θ sont déterminés à partir de l'équation 4.11, $y\dot{u}_2$ et yu_2 à partir de 4.22.

Le modèle d'état se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = f_1(X) + g_1(X)u_1 \\ Y_1 = h_1(X) \end{cases}$$

Avec : $u_1 = i$

$$\dot{X}_1(X) = \begin{bmatrix} \frac{B}{Vg_3} \left(K_1 yu_2 \sqrt{|Pd_{i1} - Pg_2|} + \lambda_{fl2} \sqrt{Pd_{i1} - Pg_2} - K'_1 \Pi \phi(1 + l\theta) \sqrt{|P_{fg2} - P_r|} + S_2 y\dot{u}_2 \right) \\ \frac{B}{Vg_3} \left(K_1 yu_2 \sqrt{|Pd_{i1} - Pd_2|} + \lambda_{fl2} \sqrt{Pd_{i1} - Pd_2} - K'_1 \Pi \phi(1 + l\theta) \sqrt{|P_{fd2} - P_r|} - S_2 y\dot{u}_2 \right) \\ \frac{1}{J} \left(l s (Pg_2 - Pd_2) - L K r_2 yu_2 - \varphi \dot{\theta} - K r_2 L^2 \theta \right) \\ \dot{\theta} \\ \frac{1}{m_2} (S_2 (Pg_2 - Pd_2) - K r_2 L \theta - F_{hd2} - F_{sec2} - \Psi_2 y\dot{u}_2 - K r_2 yu_2) \\ y\dot{u}_2 \end{bmatrix} + K m i$$

$$h_1(X) = yu_2$$

Le modèle d'état de l'étage pilote (premier étage électrique et deuxième étage hydraulique) est un modèle non linéaire d'ordre 6.

4.5.3 Modélisation du troisième étage hydraulique

Dans le paragraphe précédent, les équations qui relient le mouvement du tiroir yu_2 du deuxième étage au courant d'entrée i de la servovalve ont été présentées. Le déplacement du tiroir du deuxième étage yu_2 permet le passage du fluide du deuxième étage au troisième étage, ce qui entraîne le déplacement du tiroir du troisième étage.

A partir de la figure 4.20, l'équation hydraulique caractéristique du troisième étage de la servovalve peut être établie.

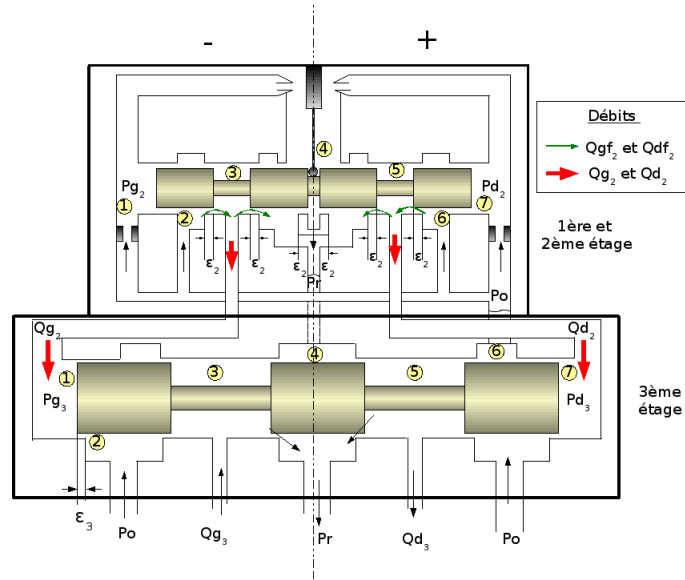


FIG. 4.20 – Coupe schématique du troisième étage d'une servovalve. L'axe de symétrie de la servovalve est choisie comme référence. Les déplacements vers le côté droit de la servovalve sont indiqués par le signe (+) tandis que les déplacements vers la gauche par un signe (-).

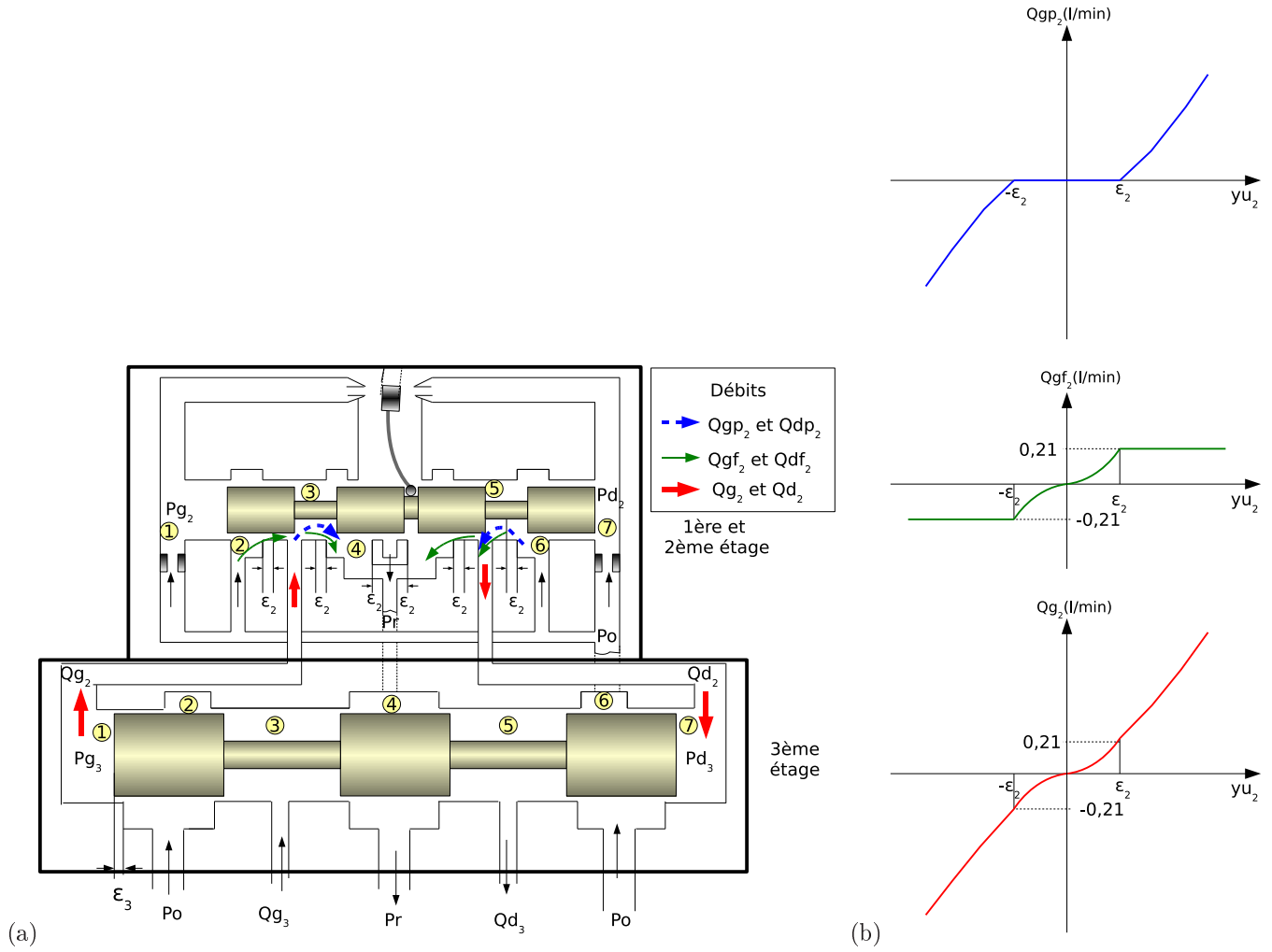
Dans le souci d'écrire un modèle réaliste, le recouvrement du tiroir ε_2 doit être prise en compte.

Les débits Qg_2 et Qd_2 sont respectivement les débits du côté gauche et droit provenant du deuxième étage de la servovalve. Ils pilotent le troisième étage et sont constitués des débits principaux (Qg_{p2} et Qd_{p2}) et des débits des fuites Qgf_2 et Qdf_2 .

$$\begin{aligned} Qg_2 &= Qg_{p2} + Qgf_2 \\ Qd_2 &= Qd_{p2} + Qdf_2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

La figure 4.20 présente la servovalve au repos ; dans ce cas, les débits Qg_2 et Qd_2 sont les débits de fuites Qgf_2 et Qdf_2 .

La figure 4.21 (a) présente les différents débits qui constituent le débit Qg_2 lorsque le tiroir du deuxième étage est décalé par rapport à sa position d'équilibre. La figure 4.21 (b) présente les courbes des débits Qg_{p2} , Qgf_2 , Qg_2 en fonction du déplacement du tiroir yu_2 .

FIG. 4.21 – Courbe du débit Qg_2 en fonction du déplacement du tiroir yu_2 .

On peut observer que les débits principaux (Qg_{p2} et Qd_{p2}) apparaissent dès que le tiroir dépasse son recouvrement ϵ_2 . Les débits de fuites (Qgf_2 et Qdf_2) croissent et décroissent dans la zone de recouvrement $[-\epsilon_2, +\epsilon_2]$ selon le déplacement du tiroir (yu_2 positive ou négative); ils sont constants au delà des recouvrements.

Les équations de débit de pilotage du troisième étage sont les suivantes :

* Débit principal :

$$Qd_{p2}(yu_2, Pd_3) = \begin{cases} -K_2(yu_2 - \epsilon_2)\sqrt{|Pd_3 - P_r|}\text{sign}(Pd_3 - P_r) & \text{si } yu_2 \geq \epsilon_2 \\ 0 & -\epsilon_2 < yu_2 < \epsilon_2 \\ -K_2(yu_2 + \epsilon_2)\sqrt{|P_0 - Pd_3|}\text{sign}(P_0 - Pd_3) & \text{si } yu_2 < -\epsilon_2 \end{cases} \quad (4.27)$$

$$Qg_{p2}(yu_2, Pg_3) = \begin{cases} K_2(yu_2 - \epsilon_2)\sqrt{|P_0 - Pg_3|}\text{sign}(P_0 - Pg_3) & \text{si } yu_2 \geq \epsilon_2 \\ 0 & -\epsilon_2 < yu_2 < \epsilon_2 \\ K_2(yu_2 + \epsilon_2)\sqrt{|Pg_3 - P_r|}\text{sign}(Pg_3 - P_r) & \text{si } yu_2 < -\epsilon_2 \end{cases} \quad (4.28)$$

avec :

K_2 : coefficient du débit tiroir du deuxième étage.

ϵ_2 : recouvrement du tiroir du deuxième étage.

- yu_2 : déplacement du tiroir.
 Pg_3 : pression aux extrémités gauche du tiroir du troisième étage.
 Pd_3 : pression aux extrémités droite du tiroir du troisième étage.

* Débits de fuites :

Les débits de fuites du tiroir deuxième étage, sont constitués par deux débits de fuites de chaque côté du conduit ; ils s'écrivent comme suit :

$$Qgf_2(yu_2, Pg_3) = Qgf_{22-23} + Qgf_{24-23}$$

$$Qdf_2(yu_2, Pd_3) = Qdf_{26-25} + Qdf_{24-25}$$

L'équation du débit de fuites internes causées par des jeux mécaniques du tiroir s'écrit à partir de l'hypothèse d'un écoulement laminaire. On peut donc écrire :

$$Qgf_{22-23} = \begin{cases} K_{f2} \frac{\pi \phi_{t2} j_2}{12\mu(\varepsilon_2 - yu_2)} (P_0 - Pg_3) & \text{si } yu_2 < \varepsilon_2 \\ K_{f2} \frac{\pi \phi_{t2} j_2}{12\mu} (P_0 - Pg_3) & \text{si } yu_2 \geq \varepsilon_2 \end{cases} \quad (4.29)$$

$$Qgf_{24-23} = \begin{cases} -K_{f2} \frac{\pi \phi_{t2} j_2}{12\mu(\varepsilon_2 + yu_2)} (Pg_3 - P_r) & \text{si } yu_2 > -\varepsilon_2 \\ -K_{f2} \frac{\pi \phi_{t2} j_2}{12\mu} (Pg_3 - P_r) & \text{si } yu_2 \leq -\varepsilon_2 \end{cases} \quad (4.30)$$

$$Qdf_{24-25} = \begin{cases} -K_{f2} \frac{\pi \phi_{t2} j_2}{12\mu(\varepsilon_2 - yu_2)} (Pd_3 - P_r) & \text{si } yu_2 < \varepsilon_2 \\ -K_{f2} \frac{\pi \phi_{t2} j_2}{12\mu} (Pd_3 - P_r) & \text{si } yu_2 \geq \varepsilon_2 \end{cases} \quad (4.31)$$

$$Qdf_{26-25} = \begin{cases} K_{f2} \frac{\pi \phi_{t2} j_2}{12\mu(\varepsilon_2 + yu_2)} (P_0 - Pd_3) & \text{si } yu_2 > -\varepsilon_2 \\ K_{f2} \frac{\pi \phi_{t2} j_2}{12\mu} (P_0 - Pd_3) & \text{si } yu_2 \leq -\varepsilon_2 \end{cases} \quad (4.32)$$

avec :

K_{f2} le coefficient du débit de fuite du deuxième étage vers le troisième étage, μ la viscosité du fluide, ϕ_{t2} le diamètre du tiroir du deuxième étage, j_2 le jeu diamétrique existant entre le tiroir et la chemise du deuxième étage.

μ est égale à 0,005 Pa.s

A partir de l'équation 4.6, on peut obtenir les lois d'évolution des pressions Pg_3 et Pd_3 :

$$\frac{dPg_3}{dt} = \frac{B}{Vg_3} \left(Qg_2 + Qgf_2 + Qgf_{31-32} - \frac{dVg_3}{dt} \right) \quad (4.33)$$

$$\frac{dPd_3}{dt} = \frac{B}{Vd_3} \left(Qd_2 + Qdf_2 + Qdf_{37-36} + \frac{dVd_3}{dt} \right) \quad (4.34)$$

Les débits de fuite du tiroir troisième étage peuvent être exprimés à partir de l'équation (4.2) :

$$Qgf_{31-32} = \lambda_{f13} \sqrt{P_0 - Pg_3} \text{sign}(P_0 - Pg_3)$$

$$Qdf_{37-36} = \lambda_{f13} \sqrt{P_0 - Pd_3} \text{sign}(P_0 - Pd_3)$$

V_{g3} et V_{d3} représentent respectivement les volumes du côtes gauche et droit des troisième étage de la servovalve et sont donnés par :

$$V_{d3} = V_{03} - S_3 y u_3 \text{ et } V_{g3} = V_{03} + S_3 y u_3$$

S_3 étant la section effective de passage du fluide dans le troisième étage et V_{03} le volume de contrôle commun aux deux cotés lorsque le tiroir est centré.

En prenant en compte le déplacement du tiroir, les relations (4.33) et (4.34) peuvent être écrites sous la forme suivante :

– pour le côté droit de la servovalve :

$$\begin{aligned} \frac{dP_{d3}}{dt} &= \frac{B}{V_{03} - S_3 y u_3} (Qg_2 + Qdf_2 + Qgf_{31-32} + S_3 y \dot{u}_3) \quad si \ y u_2 \geq 0 \\ \frac{dP_{d3}}{dt} &= \frac{B}{V_{03} - S_3 y u_3} (Qd_2 + Qdf_2 + Qdf_{37-36} + S_3 y \dot{u}_3) \quad si \ y u_2 < 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

– pour le côté gauche de la servovalve :

$$\begin{aligned} \frac{dP_{g3}}{dt} &= \frac{B}{V_{03} + S_3 y u_3} (Qg_2 + Qgf_2 + Qgf_{31-32} - S_3 y \dot{u}_3) \quad si \ y u_2 \geq 0 \\ \frac{dP_{g3}}{dt} &= \frac{B}{V_{03} + S_3 y u_3} (Qg_2 + Qgf_2 + Qgf_{37-36} - S_3 y \dot{u}_3) \quad si \ y u_2 < 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Ainsi, l'équation mécanique du système est établie à partir du principe fondamental de la dynamique :

$$m_3 \ddot{y} u_3 + \Psi_3 y \dot{u}_3 = S_3 (P_{g3} - P_{d3}) - F_{hd3} - F_{sec3} \quad (4.37)$$

avec :

$\psi_3 y \dot{u}_3$: frottement visqueux du tiroir du troisième étage.

F_{sec3} : force de frottement du tiroir du troisième étage.

F_{hd3} : force hydrodynamique due à la distribution des pressions dans la veine fluide sectionnée par le tiroir et appliquée au tiroir.

$$F_{hd3} = Qd_3 \sqrt{2 \frac{\gamma}{g} |P_0 - P_1| \text{sign}(P_0 - P_1)} - Qg_3 \sqrt{2 \frac{\gamma}{g} |P_0 - P_2| \text{sign}(P_0 - P_2)} \quad (4.38)$$

Le modèle d'état du troisième étage hydraulique est donné par le vecteur d'état suivant :

$$X_2^T = [P_{g3} \ P_{d3} \ y \dot{u}_3 \ y u_3] \quad (4.39)$$

Les variables d'état P_{g3} et P_{d3} sont obtenues après dérivation des équations 4.36, 4.35. et $y \dot{u}_3$ et $y u_3$ 4.37, où l'entrée est la position du tiroir du deuxième étage $y u_2$ et la sortie est la vitesse du tiroir troisième étage $v_1 = y \dot{u}_3$

Le modèle d'état se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}_2 = f_2(X) + g_2(X, y u_2) & si \ y u_2 \geq 0 \\ \dot{X}_2 = f_3(X) + g_3(X, y u_2) & si \ y u_2 < 0 \\ Y_2 = h_2(X) \end{cases} \quad (4.40)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
f_2(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{03} + S_3 y u_3} \left[-K_2 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_{g3}|} \text{sign}(P_0 - P_{g3}) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_{g3})}{(k f_{22})} + Q g f_{\text{tiroir}} - S_3 y \dot{u}_3 \right] \\ \frac{B}{V_{03} - S_3 y u_3} \left[K_2 \varepsilon \sqrt{|P_{d3} - P_r|} \text{sign}(P_{d3} - P_r) - K_{f2} \frac{(P_{d3} - P_r)}{(k f_{22})} + Q d f_{\text{tiroir}} + S_3 y \dot{u}_3 \right] \\ \frac{1}{m_3} (S_3 (P_{g3} - P_{d3}) + F_{hd3} - F_{sec3} - \Psi_3 v_1 + K r_3 y u_3) \\ y \dot{u}_3 \end{bmatrix} \\
f_3(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{03} + S_3 y u_3} \left[K_2 \varepsilon \sqrt{|P_{g3} - P_r|} \text{sign}(P_{g3} - P_r) - K_{f2} \frac{(P_{g3} - P_r)}{(k f_{22})} + Q g f_{\text{tiroir}} - S_3 y \dot{u}_3 \right] \\ \frac{B}{V_{03} - S_3 y u_3} \left[-K_2 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_{d3}|} \text{sign}(P_0 - P_{d3}) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_{d3})}{(k f_{22})} + Q d f_{\text{tiroir}} + S_3 y \dot{u}_3 \right] \\ \frac{1}{m_3} (S_3 (P_{g3} - P_{d3}) + F_{hd3} - F_{sec3} - \Psi_3 v_1 + K r_3 y u_3) \\ y \dot{u}_3 \end{bmatrix} \\
g_2(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{03} + S_3 y u_3} \left(K_2 y u_2 \sqrt{|P_0 - P_{g3}|} \text{sign}(P_0 - P_{g3}) - K_{f2} \frac{(P_{g3} - P_r)}{(k f_{22} + \varepsilon + y u_2) y u_2} \right) \\ \frac{B}{V_{03} - S_3 y u_3} \left(-K_2 y u_2 \sqrt{|P_{d3} - P_r|} \text{sign}(P_{d3} - P_r) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_{d3})}{(k f_{22} + \varepsilon + y u_2) y u_2} \right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
g_3(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{03} + S_3 y u_3} \left(K_2 \sqrt{|P_{g3} - P_r|} \text{sign}(P_{g3} - P_r) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_{g3})}{(k f_{22} + \varepsilon - y u_2) y u_2} \right) \\ \frac{B}{V_{03} - S_3 y u_3} \left(-K_2 \sqrt{|P_0 - P_{d3}|} \text{sign}(P_0 - P_{d3}) + K_{f2} \frac{(P_{d3} - P_r)}{(k f_{22} + \varepsilon - y u_2) y u_2} \right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$h_2(X) = y u_3$$

On obtient un modèle non linéaire d'ordre 4. Le modèle complet de la servovalve avec comme entrée le courant de commande i et comme sortie le déplacement tiroir du troisième étage $y u_3$ est d'ordre 10.

4.5.4 Modélisation du vérin hydraulique

La relation entre le débit sortant du troisième étage $Q g_3, Q d_3$ et le déplacement du vérin y_v va maintenant être établie.

La figure 4.22 présente l'ensemble du troisième étage, ainsi que le vérin. Les débits $Q g_3, Q d_3$ prennent en compte les débits de fuite $Q g f_3, Q d f_3$ ainsi que les débits principaux $Q g_{p3}, Q d_{p3}$. Les équations des débits sont :

$$Q g_3(y u_3, P_2) = Q g_{p3} + Q g f_3 \quad (4.41)$$

et

$$Q d_3(y u_3, P_1) = Q d_{p3} + Q d f_3 \quad (4.42)$$

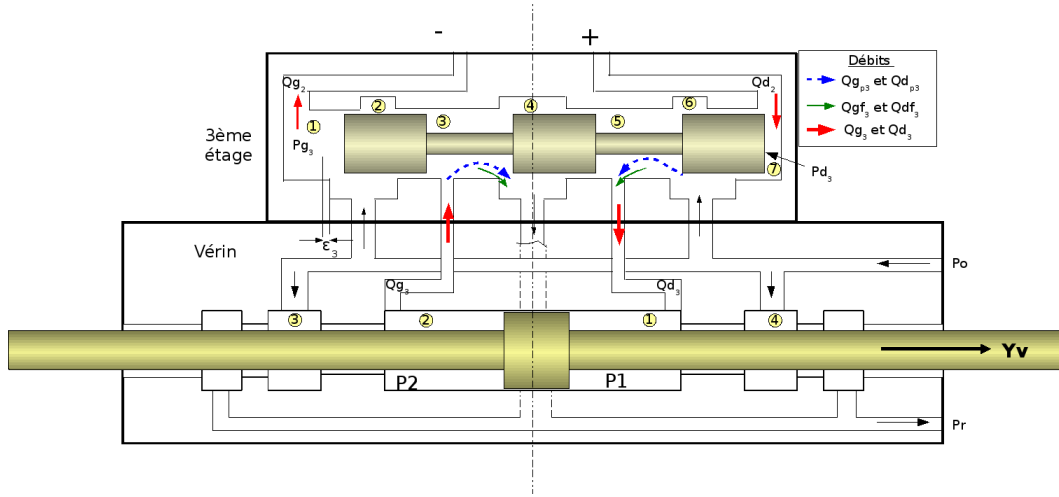


FIG. 4.22 – Coupe schématique du troisième étage d'une servovalve et du vérin. L'axe de symétrie de la servovalve est choisi comme référence. Les déplacements vers le côté droit de la servovalve sont indiqués par le signe (+) tandis que les déplacements vers la gauche par un signe (-).

On établit l'équation caractéristique hydraulique entre le troisième étage de la servovalve et le vérin.

Les débits principaux peuvent être écrits comme suit :

$$Qd_{p3}(yu_3, P_1) = \begin{cases} -K_3(yu_3 - \varepsilon_3) \sqrt{|P_1 - P_r|} \text{sign}(P_1 - P_r) & \text{si } yu_3 \geq \varepsilon_3 \\ 0 & -\varepsilon_3 < yu_3 < \varepsilon_3 \\ -K_3(yu_3 + \varepsilon_3) \sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1) & \text{si } yu_3 < -\varepsilon_3 \end{cases} \quad (4.43)$$

et

$$Qg_{p3}(yu_3, P_2) = \begin{cases} K_3(yu_3 - \varepsilon_3) \sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2) & \text{si } yu_3 \geq \varepsilon_3 \\ 0 & -\varepsilon_3 < yu_3 < \varepsilon_3 \\ K_3(yu_3 + \varepsilon_3) \sqrt{|P_2 - P_r|} \text{sign}(P_2 - P_r) & \text{si } yu_3 < -\varepsilon_3 \end{cases} \quad (4.44)$$

avec :

- K_3 : coefficient du débit tiroir du troisième étage.
- ε_3 : recouvrement du tiroir du troisième étage.
- yu_3 : déplacement du tiroir du troisième étage.
- P_1 : pression aux extrémités droite du vérin hydraulique.
- P_2 : pressions aux extrémités gauche du vérin hydraulique.

Les débits de fuite du tiroir troisième étage, sont constitués par deux débits de fuites de chaque côté du conduit, ils s'écrivent comme suit :

$$Qgf_3(yu_3, P_2) = Qgf_{32-33} + Qgf_{34-33} \text{ et } Qdf_3(yu_3, P_1) = Qdf_{36-35} + Qdf_{34-35}$$

L'équation du débit des fuites internes à travers les jeux mécaniques du tiroir s'écrivent à partir de l'hypothèse d'un écoulement laminaire. On peut donc écrire :

$$Qgf_{32-33} = \begin{cases} K_{f3} \frac{\pi \phi_{t3} j_3}{12\mu(\varepsilon_3 - yu_3)} (P_0 - P_2) & \text{si } yu_3 < \varepsilon_3 \\ K_{f3} \frac{\pi \phi_{t3} j_3}{12\mu} (P_0 - P_2) & \text{si } yu_3 \geq \varepsilon_3 \end{cases} \quad (4.45)$$

$$Qgf_{34-33} = \begin{cases} -K_{f3} \frac{\pi \phi_{t3} j_3}{12\mu(\varepsilon_3 + yu_3)} (P_2 - P_r) & \text{si } yu_3 > -\varepsilon_3 \\ -K_{f3} \frac{\pi \phi_{t3} j_3}{12\mu} (P_2 - P_r) & \text{si } yu_3 \leq -\varepsilon_3 \end{cases} \quad (4.46)$$

$$Qdf_{34-35} = \begin{cases} -K_{f3} \frac{\pi \phi_{t3} j_3}{12\mu(\varepsilon_3 - yu_3)} (P_1 - P_r) & \text{si } yu_3 < \varepsilon_3 \\ -K_{f3} \frac{\pi \phi_{t3} j_3}{12\mu} (P_1 - P_r) & \text{si } yu_3 \geq \varepsilon_3 \end{cases} \quad (4.47)$$

$$Qdf_{36-35} = \begin{cases} K_{f3} \frac{\pi \phi_{t3} j_3}{12\mu(\varepsilon_3 + yu_3)} (P_0 - P_1) & \text{si } yu_3 > -\varepsilon_3 \\ K_{f3} \frac{\pi \phi_{t3} j_3}{12\mu} (P_0 - P_1) & \text{si } yu_3 \leq -\varepsilon_3 \end{cases} \quad (4.48)$$

avec : K_{f3} le coefficient du débit de fuite du troisième étage vers le vérin, ϕ_{t3} le diamètre du tiroir du deuxième étage, j_3 le jeu diamétrique existant entre le tiroir et la chemise du deuxième étage.

Les fuites internes de type turbulent du vérin caractérisées sont prises en compte par le coefficient λ_{flv} , la fuite interne contrôlée de type turbulent du vérin λ_{cv} et les écoulements turbulents entre les paliers hydrostatiques et les chambres du vérin λ_p . On prend en compte également les pressions aux niveaux des paliers hydrostatiques P_{p1} et P_{p2} .

Pour le côté 1 de la chambre du vérin, les équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} &= \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left(2Qd_3 - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Y}_v \right) \quad \text{si } yu_3 \geq 0 \\ \frac{dP_1}{dt} &= \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left(2Qd_3 - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Y}_v \right) \quad \text{si } yu_3 < 0 \end{aligned}$$

Pour le côté 2 de la chambre du vérin, les équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{dP_2}{dt} &= \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left(2Qg_3 + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_2 - P_{p2}} - S_v \dot{Y}_v \right) \quad \text{si } yu_3 \geq 0 \\ \frac{dP_2}{dt} &= \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left(2Qg_3 + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_2 - P_{p2}} - S_v \dot{Y}_v \right) \quad \text{si } yu_3 < 0 \end{aligned}$$

Le système réel contient deux servovalves identiques montées en parallèle. Par conséquent, on multiplie par un facteur deux les débits fournis par le troisième étage de la servovalve Qd_3 et Qg_3 .

On écrit le modèle d'état du système hydraulique. Le vecteur d'état est le suivant :

$$X_3^T = [P_2 \ P_1] \quad (4.49)$$

où l'entrée est la position du tiroir du troisième étage yu_3 et la sortie est la différence de pression ΔP_v entre la chambre du vérin P_1 et P_2 .

Le modèle d'état se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}_3 = f_4(X) + g_4(X, yu_3) & \text{si } yu_3 \geq 0 \\ \dot{X}_3 = f_5(X) + g_4(X, yu_3) & \text{si } yu_3 < 0 \\ Y_3 = h_3(X) \end{cases} \quad (4.50)$$

Avec : $u_3 = yu_3$

$$f_4(X) = \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[-K_3 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_2)}{(k f_{22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Y}_v \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[K_3 \varepsilon \sqrt{|P_1 - P|} \text{sign}(P_1 - P) - K_{f2} \frac{(P_1 - P)}{(k f_{22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Y}_v \right] \end{bmatrix}$$

$$f_5(X) = \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[K_3 \varepsilon \sqrt{|P_2 - P|} \text{sign}(P_2 - P) - K_{f2} \frac{(P_2 - P)}{(k f_{22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Y}_v \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[-K_3 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_1)}{(k f_{22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Y}_v \right] \end{bmatrix}$$

$$g_4 = \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[K_3 y u_3 \sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2) - K_{f2} \frac{(P_2 - P_r)}{(k f_{22} + \varepsilon + y u_3)} \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[-K_3 y u_3 \sqrt{|P_1 - P_r|} \text{sign}(P_1 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_1)}{(k f_{22} + \varepsilon + y u_3)} \right] \end{bmatrix}$$

$$g_5 = \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[K_3 y u_3 \sqrt{|P_2 - P_r|} \text{sign}(P_2 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_2)}{(k f_{22} + \varepsilon - y u_3)} \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[-K_3 y u_3 \sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1) - K_{f2} \frac{(P_1 - P_r)}{(k f_{22} + \varepsilon - y u_3)} \right] \end{bmatrix}$$

$$h_3(X) = P_2 - P_1$$

On obtient un modèle non linéaire d'ordre 2. Le modèle d'étude est un modèle non linéaire par rapport à la commande i et la sortie $P_2 - P_1$. Il comprend trois systèmes non linéaires, d'ordre 6, d'ordre 4 et d'ordre 2.

L'équation mécanique du piston du vérin est établie de la manière suivante :

$$(m_v + m_{chv}) \ddot{Y}_v = S_0(P_1 - P_2) + F_{poids} - b_{ch} \dot{Y}_v - K r_{ch} Y_v - F_{secv} \quad (4.51)$$

avec :

- m_v la masse de la tige du vérin.
- m_{chv} la masse de la charge.

L'ensemble du système est représenté par le schéma fonctionnel de la figure 4.23. On prend en compte les forces hydrauliques exercées sur les différents tiroirs des servovalves, qui sont à l'origine du comportement non linéaire du dispositif. On note que l'on ne peut pas dissocier les servovalves du vérin hydraulique. D'un point de vue asservissement, seuls les déplacements $y u_3$ du tiroir du troisième étage et y_v du vérin sont maîtrisés. Ce sont d'ailleurs ces deux variables qui font l'objet d'un asservissement.

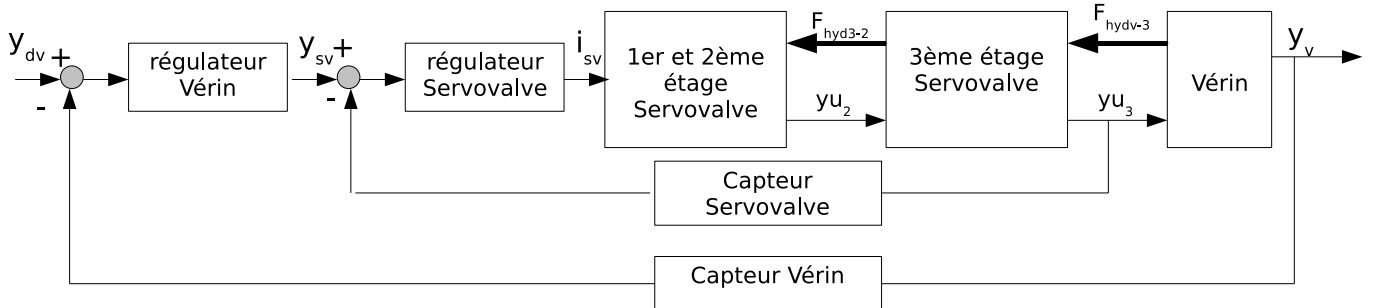


FIG. 4.23 – Schéma fonctionnel non linéaire de tout le système.

4.6 Validation du modèle électro-hydraulique (servovalve)

On désire valider le modèle du système électro-hydraulique présenté dans les paragraphes précédents (figure 4.23). Dans cette partie, les paramètres qui constituent le modèle de la servovalve seront estimés et les résultats du modèle seront analysés et confrontés aux résultats expérimentaux. Le modèle sera simulé à partir du logiciel Matlab-Simulink.

4.6.1 Estimation des paramètres du système électro-hydraulique

La société Hydraustar nous a fourni certaines valeurs des données constructeurs de la servovalve, ainsi que les diagrammes de Bode de chacun des étages de la servovalve. Cependant, il existe différents paramètres physiques de la servovalve qui ne sont pas mesurables. Ce sont ces paramètres que nous avons estimés pour approximer au mieux le comportement du système électro-hydraulique.

Les tableaux 4.1, 4.2, 4.3 contiennent les paramètres du deuxième et troisième étage de la servovalve et du vérin hydraulique. Ces paramètres sont à calculer à partir des données fournies par le constructeur, ou à estimer à partir des résultats expérimentaux ou de la bibliographie.

Paramètres		Calcul	Estimation
K_m	Gain couple moteur / intensité		X
x_o	Distance entre la buse et la palette magnétique		X
K_b	Coefficient du débit de buse	X	
K_1	Coefficient du débit de striction qui entre dans le volume de contrôle du deuxième étage	X	
$\lambda_f l_2$	Coefficient du débit de fuite tiroir du deuxième étage	X	
J	Inertie palette		X
φ	Coefficient de frottement visqueux de la palette		X
Ψ_2	Coefficient de frottement visqueux du tiroir		X

TAB. 4.1 – Paramètres du deuxième étage de la servovalve à calculer ou à estimer.

Paramètres		Calcul	Estimation
K_2	Coefficient du débit entrant dans le volume de contrôle du troisième étage	X	
K_{f2}	Coefficient du débit de fuite du deuxième étage vers le troisième étage	X	
$\lambda_f l_3$	Coefficient du débit de fuite dans le troisième étage		X
Ψ_3	Coefficient de frottement visqueux		X

TAB. 4.2 – Paramètres du troisième étage de la servovalve à calculer ou à estimer.

Paramètres		Calcul	Estimation
K_3	Coefficient du débit entrant dans le volume de contrôle du vérin	X	
K_{f3}	Coefficient du débit de fuite du troisième étage vers le vérin	X	
λ_p	Coefficient du débit de fuite palier hydrostatique	X	
λ_{cv}	Coefficient du débit de fuite piston vérin inter chambre "contrôlé"		X
λ_{flv}	Coefficient du débit de fuite piston vérin inter chambre "non contrôlé"		X

TAB. 4.3 – Paramètres du vérin hydraulique à calculer ou à estimer.

Les paramètres calculés sont obtenus à partir des essais expérimentaux réalisés par le constructeur des servovalves (Hydraustar). Ces essais ont permis au constructeur d'obtenir les courbes typiques : débit / courant, la réponse fréquentielle, la réponse à un échelon qui caractérisent les servovalves.

Pour obtenir les paramètres estimés, nous nous basons sur des valeurs trouvées dans les documents existant sur les servovalves [5, 1]. Ces valeurs sont ensuite modifiées sur des intervalles physiques admissibles, afin d'établir une bonne corrélation entre les courbes caractéristiques obtenues par le modèle proposé et celles fournies par le constructeur.

Les différents paramètres ont été trouvés de la manière suivante :

- * paramètres du deuxième étage :
 - Les valeurs du gain couple / intensité K_m et du paramètre x_0 ont été choisies dans un intervalle donné dans la littérature [5].
 - La valeur du coefficient de débit de buse K_b est obtenue à partir de la valeur du débit de buse Q_{buse} donnée par le constructeur. Cette valeur a été déterminée à partir de la courbe caractéristique débit / courant obtenue lors d'un essai expérimental spécifique (§ 6.2.1 caractéristique débit / courant et condition initiale).
 - La valeur du coefficient de débit de striction K_1 est obtenue à partir du débit entrant Q_{st} sur le volume de contrôle V_{g2} donnée par le constructeur et la pression régnant dans le volume de contrôle à l'équilibre (90 bars). (§ 6.2.1 caractéristique débit / courant, condition initiale).
 - La valeur du coefficient de débit de fuite tiroir du deuxième étage $\lambda f l_2$ (régime turbulent) est obtenue à partir de la valeur du débit de fuite tiroir Q_{f2} donnée par le constructeur. Cette valeur a été déterminée à partir de la courbe caractéristique débit / courant obtenue lors d'un essai expérimental spécifique (§ 6.2.1 caractéristique débit / courant, condition initiale).
 - La valeur du coefficient de frottement visqueux du tiroir Ψ_2 du deuxième étage a été estimée et affinée à partir d'une donnée constructeur (§ 6.2.1 réponse à un échelon).
 - Les valeurs de l'inertie et du frottement de la palette J et φ ont d'abord été choisies dans un intervalle donné dans la littérature [1], puis ont été affinées en se basant sur la courbe caractéristique de la réponse fréquentielle fournie par le constructeur (§ 6.2.1 réponse en fréquences).
- * paramètres du troisième étage :
 - La valeur du coefficient de débit K_2 entrant dans le volume de contrôle troisième étage est obtenue à partir de la valeur du débit de 20 l/min que doit fournir la servovalve du deuxième étage au troisième étage sous une perte de charge de 70 bars et pour une pression d'alimentation du deuxième étage de 140 bar. (§ 6.2.1 caractéristique débit / courant, fonctionnement en statique).
 - La valeur du coefficient de débit de fuite tiroir K_{f2} du deuxième étage vers le troisième étage est calculée pour pouvoir permettre la continuité entre les débits de fuites Q_{gf2} et Q_{df2} du tiroir du deuxième étage et le débit principal Q_{gp2} et Q_{dp2} entrant dans le volume de contrôle V_{03} du troisième étage. (§ 6.2.1 caractéristique débit / courant, fonctionnement en statique).
 - La valeur du coefficient de débit de fuite tiroir $\lambda f l_3$ (régime turbulent) du troisième étage est calculée à partir du diamètre du tiroir du troisième étage, du jeu diamétral entre le tiroir et la chemise du troisième étage et la viscosité du fluide.
 - La valeur du coefficient de frottement visqueux du tiroir Ψ_3 du troisième étage a été estimée à partir d'une donnée constructeur (§ 6.2.2 réponse à un échelon).
- * paramètres du vérin hydraulique :
 - La valeur du coefficient de striction K_3 qui entre dans le volume de contrôle vérin est obtenue à partir du débit de 600 l/min que doit fournir la servovalve troisième étage au vérin hydraulique sous une perte de charge de 70 bars .
 - La valeur du coefficient de fuite du tiroir K_{f3} du troisième étage vers le vérin est calculée pour pouvoir permettre la continuité entre les débits de fuites Q_{gf3} et Q_{df3} du tiroir du deuxième étage et le débit principal Q_{gp3} et Q_{dp3} entrant dans le volume de contrôle V_{03} du troisième étage.
 - La valeur du coefficient de débit de fuite (régime turbulent) du palier hydrostatique λ_p est calculée à partir du diamètre de la tige du vérin, du jeu diamétral entre la tige et le corps du vérin et la viscosité du fluide.
 - La valeur du coefficient de débit de fuite (régime turbulent) du vérin inter-chambre λ_{cv} est calculée à

partir du diamètre de la tige du vérin, du jeu diamétral entre la tige et le corps du vérin et la viscosité du fluide.

- La valeur du coefficient de débit de fuite (régime turbulent) du vérin inter-chambre contrôlée λ_{flv} est fixée arbitrairement entre 0 et 500% de la valeur du débit de fuite inter-chambre .

Nous comparons les relevés typiques expérimentaux fournis par le constructeur comme la caractéristique débit/courant pour le deuxième étage, les réponses en fréquences pour le deuxième et troisième étage et les courbes issues du modèle utilisant les paramètres constructeurs et les paramètres estimés.

4.6.2 Courbes caractéristiques statiques et dynamiques des servovalves

Nous nous baserons sur les caractéristiques statiques et dynamiques des servovalves pour valider le modèle non linéaire proposé. Pour cela, nous comparons les courbes qui caractérisent les servovalves réelles (fournies par le constructeur Hydraustar) avec celles obtenues à partir du modèle non linéaire. Chaque courbe caractéristique a été obtenue par le constructeur à partir d'essais spécifiques. Les caractéristiques sont : la courbe débit / courant, la réponse à un échelon d'entrée et la réponse en fréquentielle.

4.6.2.1 Servovalve pilote

Caractéristique débit/ courant

La courbe caractéristique débit / courant est obtenue à partir d'un montage spécifique (figure 4.24).

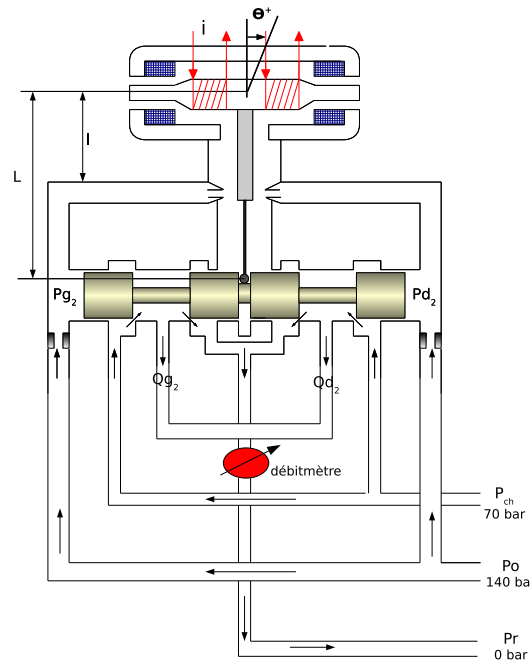


FIG. 4.24 – Montage pour obtenir la courbe courant / débit.

L'idée est de relever le débit en fonction du signal de commande pour une perte de charge constante dans la servovalve.

Les conditions de fonctionnement du banc d'essai expérimental et les paramètres utilisés dans la simulation sont les suivants :

* Pression d'alimentation (P_o) de 140 bars .

* Pression d'équilibre aux extrémités du tiroir de la servovalve (P_{g2} et P_{d2}) de 90 bars. A l'équilibre $P_{g2} = P_{g2-CI}$ et $P_{d2} = P_{d2-CI}$.

* Perte de charge nominale P_{ch} de 70 bars (35 bars par arête).

Tout d'abord, le système est étudié en condition initiale, puis en fonctionnement statique.

Condition initiale (système au repos) :

A partir de la condition initiale de l'essai expérimental utilisée pour obtenir la caractéristique débit/ courant fournie par le constructeur, nous allons calculer et estimer les valeurs des paramètres K_b , K_{st} , λ_{fl2} nécessaires à la simulation du modèle non-linéaire.

Expérimentalement, en condition initiale (zéro hydraulique), le débit de buses $Q_{buse-exp}$ est de 0,2 l/min, et le débit de fuite $Q_{fg2-exp}$ entre les chambres du tiroir est de 0,1 l/min avec une pression à l'équilibre de 90 bars (P_{g2-CI} et P_{d2-CI}). Les valeurs des débits et des pressions sont identiques de chaque côté (gauche et droit).

Les paramètres K_b , K_{st} , λ_{fl2} nécessaires pour la simulation sont obtenus comme suit :

* le coefficient du débit de buse K_b est donné par :

$$K_b = \frac{Q_{buse-exp}}{\Pi \phi_{buse} x_0 \sqrt{P_{g2-CI} - P_r}} \quad (4.52)$$

* le coefficient du débit de striction K_{st} est donné par :

$$K_{st} = C_q S_{striction} \sqrt{\frac{2}{\rho}}$$

$S_{striction}$ est la surface de la striction et est donnée par $S = \frac{\pi(\phi_{striction})^2}{4}$. C_q est le coefficient de débit ou le coefficient de perte de charge. Il est représentatif des pertes énergétiques au passage de la restriction. Typiquement, il vaut entre 0,65 et 0,9 pour un écoulement turbulent [52].

L'équation précédente est vraie si la vitesse est constante dans l'orifice. Mais, dans les orifices de parois minces, le jet du liquide continue à se contracter après le passage dans l'orifice, et la section réelle (venna contracta) est plus petite que celle de la striction. Pour obtenir la section réelle $S_{striction-rlle}$, nous utilisons l'équation du débit à travers un orifice en paroi mince [5].

$$Q_{striction-exp} = C_q S_{striction-rlle} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{P_0 - P_{g2-CI}}$$

La section réelle est calculée comme suit :

$$S_{striction-rlle} = \frac{Q_{striction-exp}}{C_q \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{P_0 - P_{g2-CI}}}$$

On utilise le débit de striction expérimental $Q_{striction-exp}$ obtenu par le constructeur.

$$Q_{striction-exp} = Q_{buse-exp} + Q_{fg2-exp}$$

$$Q_{striction-exp} = 0,2 + 0,1 = 0,3 (l/min)$$

K_{st} est calculé avec la section réelle $S_{striction-rlle}$ par laquelle le fluide passe.

$$K_{st} = C_q S_{striction-relle} \sqrt{\frac{2}{\rho}}$$

Le débit de fuite Q_{fd2} dépend du coefficient de fuite λ_{fl2} . Le coefficient peut être obtenu à partir de l'équation suivante [1] :

$$\lambda_{fl2} = \lambda'_{fl2} \frac{\pi \phi_{t2} j_2^3}{12\mu}$$

λ'_{fl2} est le coefficient de débit. Il est obtenu à partir de l'équation suivante :

$$\lambda'_{fl2} = \frac{12\mu}{\pi \phi_{t2} j_2^3} \cdot \frac{Q_{fd2-exp}}{(Pg2-CI - P_{ch})}$$

Les valeurs calculées des coefficients de débit de buse K_b , de débit de striction K_{st} et de débit de fuite λ_{fl2} du deuxième étage sont de $39.10^{-3}(m^3/s/m)$, $2,22.10^{-9}(m^3/s/m)$ et $1,17.10^{-9}(m^3/s/m)$ respectivement.

Nous pouvons observer, sur la figure 4.25, les valeurs des débits et des pressions obtenues par simulation du côté gauche de la servovalve, lorsque la servovalve est à l'équilibre (figure 4.13) .

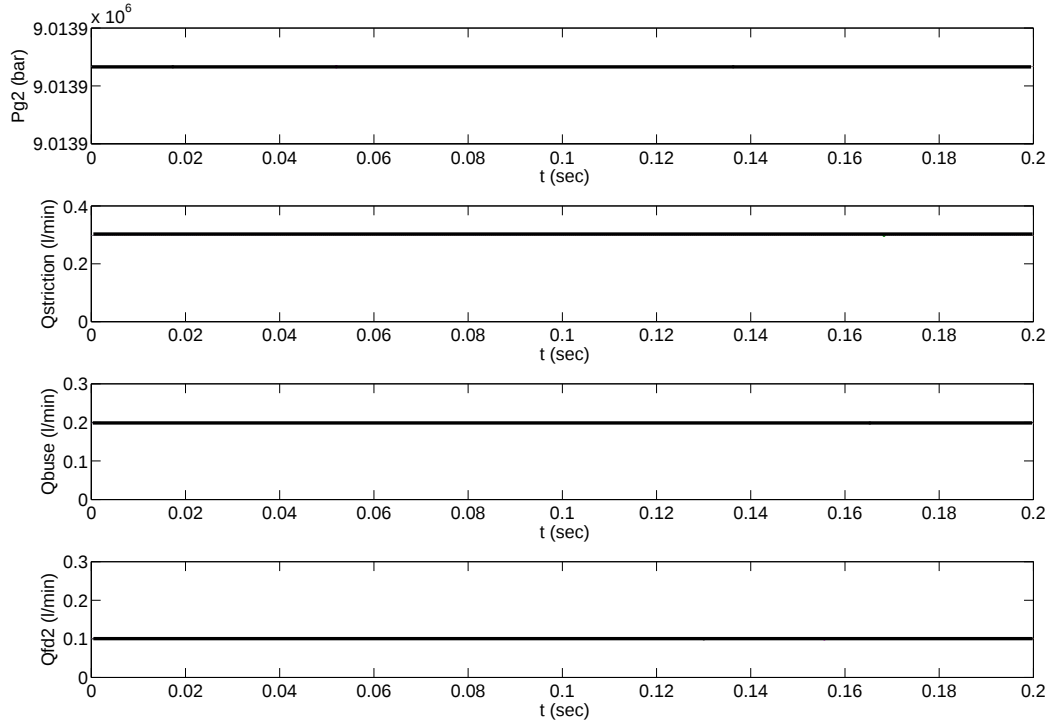


FIG. 4.25 – Variations en fonction du temps des débits de buse, de striction, de fuite tiroir et de la pression du côté gauche de la servovalve à l'équilibre obtenues par simulation.

Par simulation, un débit de striction de $29,87.10^{-2} l/min$, un débit de buse de $19,83.10^{-2} l/min$, et un débit de fuite tiroir de $10,3.10^{-2} l/min$ sont obtenus. Cette somme de débits à l'équilibre permet d'obtenir les pressions

aux extrémités du tiroir de 90 bars. Nous avons reproduit en simulation les valeurs des débits et des pressions à l'équilibre préconisés par le constructeur .

Expérimentalement et en simulation, on introduit un courant sinusoïdal d'amplitude A de 20 mA et une fréquence f de 1Hz ($A \cdot \sin(2\pi f)$). L'évolution du débit est étudiée en fonction du courant d'entrée pour une consigne sinusoïdale. Pour un courant d'entrée i maximal de 20mA, la valeur maximale du débit Q_{g2} donnée par le constructeur est de 20l/min. En simulation, la valeur maximale du débit Q_{g2} dépend directement du coefficient de débit principal K_2 (équation 4.28 et 4.27).

La figure 4.26 montre respectivement la caractéristique débit (Q_{d2})/ courant (i) pour la servovalve Hydraustar modèle 550 (deuxième étage) fournie par le constructeur et celle obtenue par le modèle.

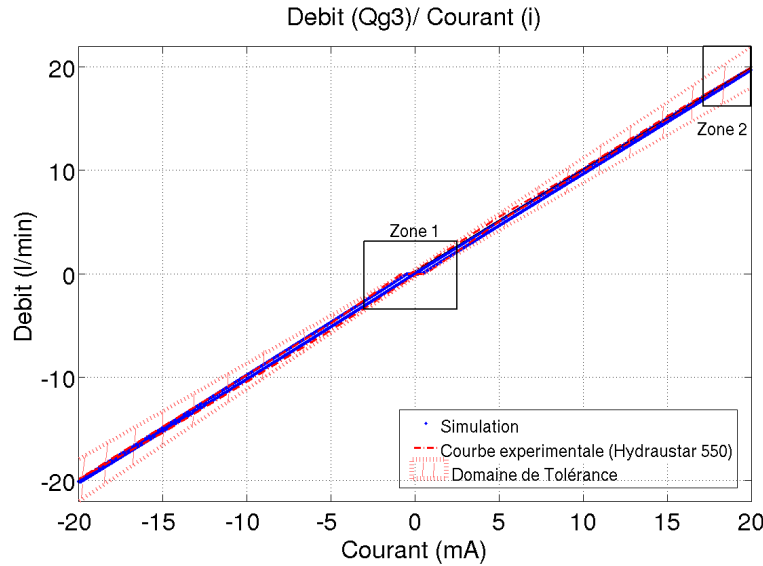


FIG. 4.26 – Débit (Q_{d2})/ Courant de consigne (i). La zone1 présente le phénomène d'hystérésis, la zone 2 présente le phénomène dû au recouvrement.

La caractéristique débit/courant obtenue (4.26) en simulation est similaire à celle fournie par le constructeur. Pour un courant maximal de 20 mA, on obtient un débit maximal Q_{g2} de 19.80 l/min. Ce débit se trouve dans la plage de $\pm 10\%$ du débit toléré par le système réel, et, donc, dans la zone du domaine de tolérance de la courbe débit/courant. La valeur maximale du débit Q_{g2} obtenue est similaire à celle du constructeur grâce à la bonne estimation du coefficient de débit entrant dans le volume de contrôle du troisième étage K_2 ($K_2 = 4,1 \cdot 10^{-4}$).

A partir de cette courbe, le phénomène d'hystérésis (figure 4.26, Zone 1) et le phénomène dû au recouvrement (figure 4.26, Zone 2) sont mis en évidence.

Phénomène d'hystérésis :

L'hystérésis est défini comme la plus grande variation de courant d'entrée n'entraînant pas de variation de position du tiroir et, par conséquent, de variation de débit, les conditions d'alimentation étant par ailleurs identiques. La figure 4.27 présente la valeur de l'hystérésis numérique et expérimentale.

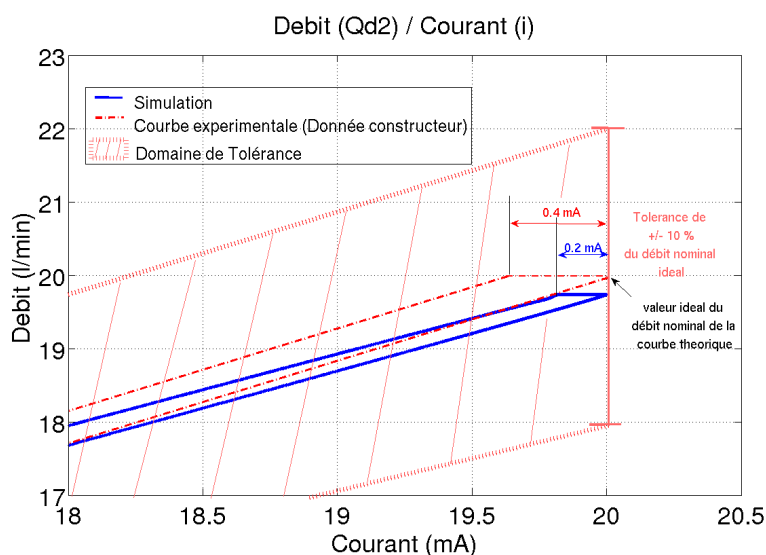


FIG. 4.27 – Hystérésis du système.

La valeur obtenue par simulation est de $0,2 \text{ mA}$, ce qui correspond à 1% de la valeur nominale du courant (20 mA). Expérimentalement, la valeur donnée par le constructeur correspond à 2% du courant nominal. La différence observée entre les hystérésis est due à la vitesse (non nulle en simulation) avec laquelle le cycle a été réalisé, ce qui a pour conséquence d'introduire un effort visqueux plus ou moins important au niveau du mouvement du tiroir.

Phénomène dû au recouvrement (ε_2) :

La figure 4.20 présentée dans le paragraphe 4.5.3 montre qu'il existe des recouvrements des arêtes (ε_2) autour du "zéro hydraulique"² et des jeux fonctionnels entre le tiroir et la chemise. Pour prendre en compte ce phénomène, on introduit des fuites dans le modèle non linéaire, données par les équations de débits 4.47 et 4.48.

Les débits de fuites ($Q_{gf2}(y_{u2}, P_{g3})$ et $Q_{df2}(y_{u2}, P_{d3})$) dépendent du coefficient du débit de fuite K_{f2} .

La figure 4.28 illustre le recouvrement obtenu par simulation et celui déterminé à partir des courbes fournies par le constructeur.

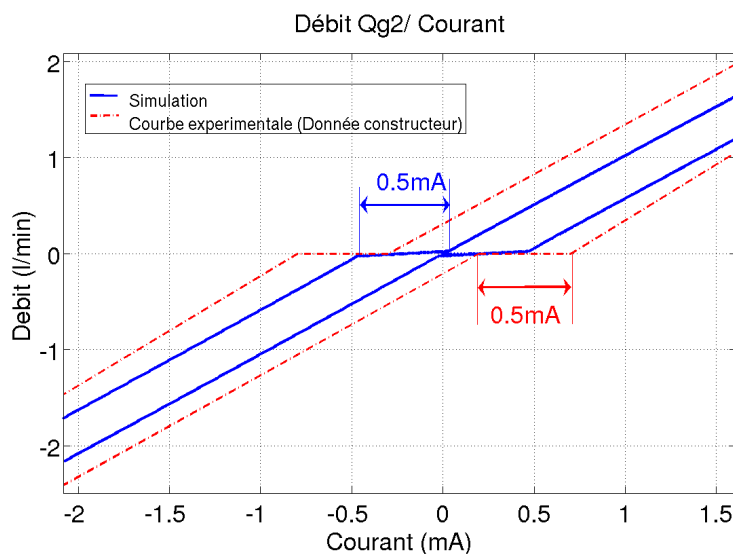


FIG. 4.28 – Phénomène de recouvrement au tour de zéro hydraulique.

²Le zéro hydraulique permet d'obtenir le même débit au repos de chaque côté.

On observe que la variation du courant nécessaire au franchissement du recouvrement du tiroir obtenue expérimentalement et celle obtenue par la simulation sont similaires (0.5 mA , ou 2.5% du courant nominal). La valeur du coefficient de débit de fuite tiroir K_{f2} du deuxième étage qui permet la continuité entre les débits des fuites Q_{gf2} et Q_{df2} du tiroir du deuxième étage et le débit principal Q_{gp2} et Q_{dp2} entrant dans le volume de contrôle V_{03} du troisième étage est égale à 1.10^{-6} . Dans ce cas également, la différence observée entre les “hysteresis” est due à la différence de vitesse en statique pour la courbe expérimentale et la courbe obtenue en simulation.

Nous pouvons dire que la courbe caractéristique débit / courant obtenue par simulation et celle fournie par le constructeur sont quasiment identiques compte tenu de la dispersion des données fournies par le constructeur.

Caractéristiques dynamiques

Pour évaluer les caractéristiques dynamiques des servovalves, deux études sont réalisées ; la première est la réponse à un échelon et la seconde est la réponse fréquentielle du système.

Réponse à un échelon :

Le montage utilisé pour obtenir la réponse à un échelon est présenté sur la figure 4.29 .

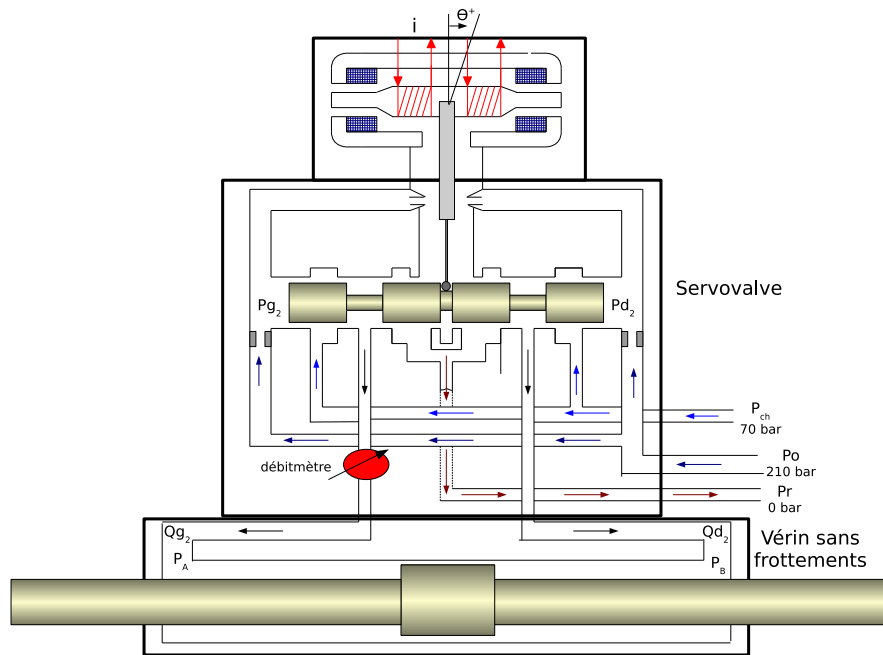


FIG. 4.29 – Montage spécifique utilisé pour obtenir la réponse à un échelon.

On impose un échelon à l'entrée de la servovalve et on observe le temps de réponse du débit nominal Q_{g2} pour parvenir à 95% de la valeur finale. L'échelon de courant imposé entraîne un déséquilibre en pression et en débit ce qui provoque le déplacement y_{u2} du tiroir du deuxième étage (figure 4.17). La vitesse à laquelle se déplace le tiroir dépend du couple débit pression, de la masse m , et du coefficient de frottement visqueux Ψ_2 du tiroir et de la raideur de la tige Kr_2 qui agit comme un rappel élastique sur le tiroir. Ces paramètres jouent sur le temps de réponse du système, mais aussi sur le dépassement de la réponse.

Les conditions de fonctionnement du banc d'essai expérimental et celles paramétrées pour la simulation sont les suivantes :

- * la servovalve est connectée à un vérin hydraulique léger. L'inertie de la tige et du piston ainsi que les frottements sont négligeables ($P_A = P_B$).
- * la pression d'alimentation (P_o) est de 210 bars.
- * la perte de charge nominale (P_{ch}) est de 70 bars (35 bars par arête).

Pour 95% du débit nominal, le temps de réponse donné par le constructeur est de $4,5\text{ ms}$, avec une légère surtension possible.

La figure 4.35 présente le temps de réponse à un échelon du débit nominal Q_{g2} de la servovalve obtenu par la simulation.

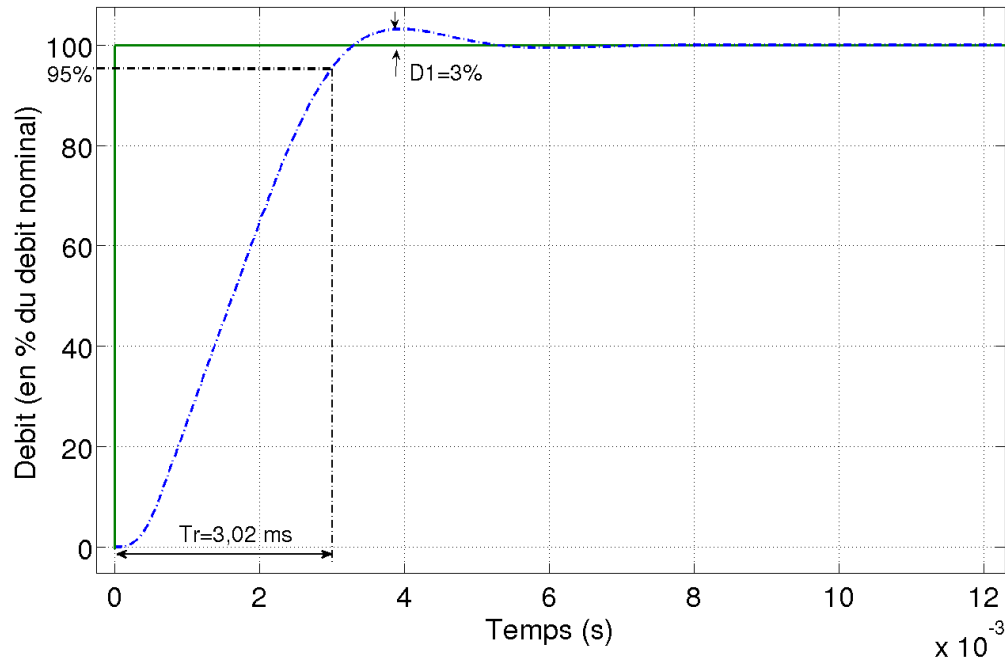


FIG. 4.30 – Réponse à un échelon du débit nominal de la servovalve à deux étages.

Le temps de réponse (Tr) pour 95% du débit nominal est de $3,02\text{ ms}$. Le premier dépassement $D1$ est de 3%, ce qui est nettement inférieur au dépassement maximal admis (20% à 30%) sur un système en général. On peut souvent utiliser le premier dépassement pour quantifier le degré de stabilité d'un système.

Les paramètres, comme la masse m_2 et la raideur de la tige Kr_2 , sont fournies par le constructeur. Le paramètre estimé, qui peut faire varier le temps de réponse et le dépassement, est le coefficient du frottement visqueux Ψ_2 . Le coefficient de frottement visqueux Ψ_2 de $6(Ns/m)$ permet d'obtenir en simulation la réponse la plus proche de la courbe expérimentale fournie par le constructeur.

Réponse fréquentielle :

Les courbes de réponse en fréquence représentent le rapport entre le débit de la servovalve (la sortie) et le courant de commande (l'entrée). Les paramètres qui "règlent" le modèle non linéaire de l'étage pilote (premier et deuxième étage) étant déjà fixés, la bande passante du système dépendra des valeurs estimées de l'inertie J et du frottement φ de la palette. A ce titre, ces deux coefficients seront considérés comme des paramètres d'ajustement pour le comportement fréquentiel.

Les courbes expérimentales sont obtenues à partir des essais harmoniques sur des bancs d'essais spécifiques (figure 4.29), où l'on peut imposer des fréquences très élevées. Des tranférómetros comportant un générateur sinusoïdal, des filtres et des organes de calcul analogique ou numérique sont utilisés. Ils permettent d'afficher directement les valeurs des coordonnées de la caractéristique choisie (par exemple : le rapport d'amplitude en dB et le déphasage en degrés pour les caractéristiques du diagramme de Bode).

Les courbes de Bode³, obtenues par simulation, sont faites à partir de l'excitation du système par des sinusoïdes à différentes fréquences. L'intérêt de ces simulations est d'obtenir des informations pour des très basses fréquences ($0,5\text{ Hz}$) mais aussi pour des grandes fréquences (300 Hz) (au voisinage du déphasage -90°). La magnitude en dB est obtenue en utilisant le rapport entre la sortie (débit) et l'entrée (courant) du premier harmonique. La phase correspond au déphasage observé entre l'entrée et la sortie tout le long de la gamme de fréquences.

³Courbes réaliser à partir d'un modèle non linéaire

Les conditions de fonctionnement du banc d'essai expérimental et celles paramétrées sur la simulation sont les suivantes : une alimentation (P_o) de 210 bars, et une perte de charge de 70 bars.

Les conditions de fonctionnement du banc d'essai expérimental et celles paramétrées sur la simulation sont les suivantes : une alimentation (P_o) de 210 bars, et une perte de charge de 70 bars.

La figure 4.31 montre la comparaison fréquentielle entre les courbes fournies par le constructeur et celles issues du modèle pour les mêmes conditions de fonctionnement à 25% du courant nominal.

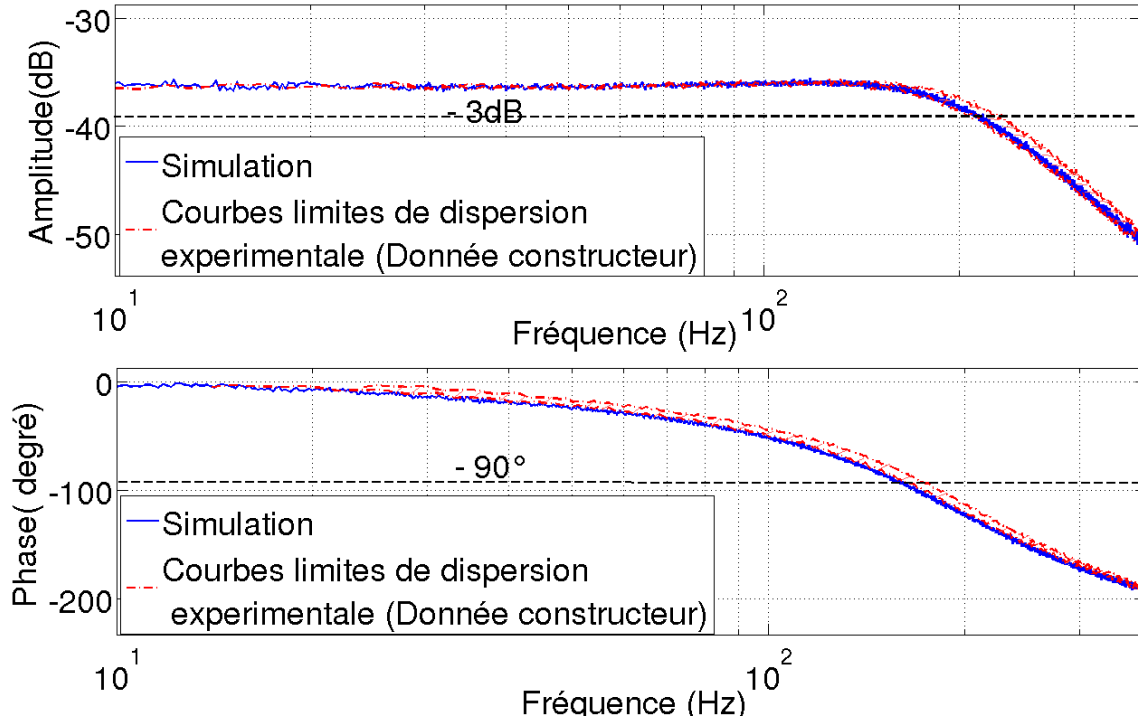


FIG. 4.31 – Réponse fréquentielle à 25% du courant nominal (pour $-3dB$, $210Hz < f < 230Hz$, pour -90° , $160Hz < f < 180Hz$).

La réponse fréquentielle à 25% du courant nominal obtenue par le modèle donne une fréquence de coupure de 210 Hz à $-3dB$. Le déphasage de -90° est obtenu pour une fréquence de 160 Hz. La fréquence de coupure à $-3dB$ obtenue par le modèle se trouve dans les limites de dispersion des fréquences de coupure fournies par le constructeur [$210Hz < f < 230Hz$]. La fréquence de coupure à -90° obtenue par le modèle se trouve dans les limites de dispersion des fréquences de coupure fournies par le constructeur [$160Hz < f < 180Hz$].

La figure 4.32 représente la réponse fréquentielle pour 100% du courant nominal.

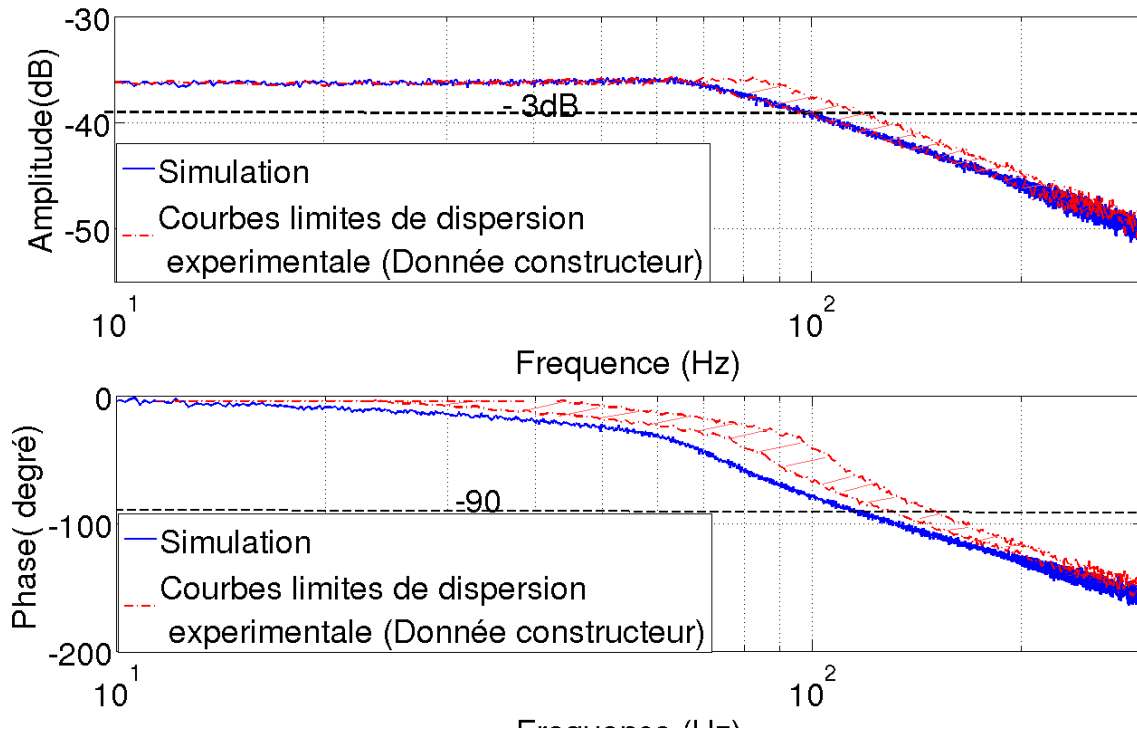


FIG. 4.32 – Réponse fréquentielle à 100% du courant nominal (pour $-3dB$, $100Hz < f < 120Hz$, pour -90° , $125Hz < f < 145Hz$).

La réponse fréquentielle à 100% du courant nominal obtenue par le modèle donne une fréquence de coupure de $100Hz$ à $-3dB$. Le déphasage de -90° est obtenu à une fréquence de $113Hz$. La fréquence de coupure à $-3dB$ obtenue par le modèle se trouve dans les limites de dispersion des fréquences de coupure fournies par le constructeur. L'erreur sur la fréquence obtenue pour un déphasage -90° se situe à 10% en dessous de la valeur limite basse donnée par le constructeur.

Afin d'optimiser les réponses fréquentielles obtenues par la simulation, les valeurs de l'inertie J et du frottement φ de la palette ont été estimées à $2.10^{-7}(Kg m^2)$ et $12,3.10^{-4}(Kg m^2/s)$ respectivement. Nous observons que ces valeurs permettent d'obtenir des courbes par simulation décrivant le comportement physique du dispositif.

Entre la réponse à 25% et 100% du courant nominal, il y a une diminution de la bande passante qui correspond bien à la caractéristique de la servovalve. Nous remarquons que les amplitudes (pour 25% et 100% du courant nominal) de la servovalve à $-3dB$ se trouvent entre les courbes limites de dispersion des fréquences de coupure. Le déphasage à -90° n'est pas dans les limites de dispersion des fréquences, avec une erreur de 10% pour un signal d'entrée pleine charge.

4.6.2.2 Troisième étage de la servovalve

Nous souhaitons tester les caractéristiques du troisième étage de la servovalve ; pour cela nous combinons le premier et deuxième étage (étage pilote modèle 550) et le troisième étage hydraulique (modèle 1160) .

Caractéristique débit/ courant

La courbe caractéristique débit / courant est obtenue à partir d'un montage spécifique semblable à celui utilisé pour le deuxième étage (figure 4.24).

Les conditions de fonctionnement du banc d'essai expérimental et celles paramétrées dans la simulation sont les suivantes :

* la pression d'alimentation de l'étage pilote (premier et deuxième étage) et de l'étage hydraulique (troisième étage) est de 140 bars.

* la perte de charge nominale P_{ch} est de 70 bars (35 bars par arête) .

On introduit, expérimentalement et en simulation, un courant sinusoïdal d'amplitude A de 20 mA avec une fréquence f d'un Hertz ($A * \sin(2\pi f)$). L'évolution du débit est étudiée en fonction du courant d'entrée pour une consigne sinusoïdale. Pour un courant d'entrée maximal de 20mA, la valeur maximale du débit Q_{g3} du troisième étage donnée par le constructeur est de 600 l/min. En simulation, la valeur maximale du débit Q_{g3} dépend directement du coefficient de débit principal K_3 (équation 4.44 et 4.43).

La figure 4.33 montre respectivement la caractéristique débit (Q_{g3})/ courant (i) pour la servovalve Hydraustar modèle 1160 (troisième étage) fournie par le constructeur et celle obtenue par le modèle.

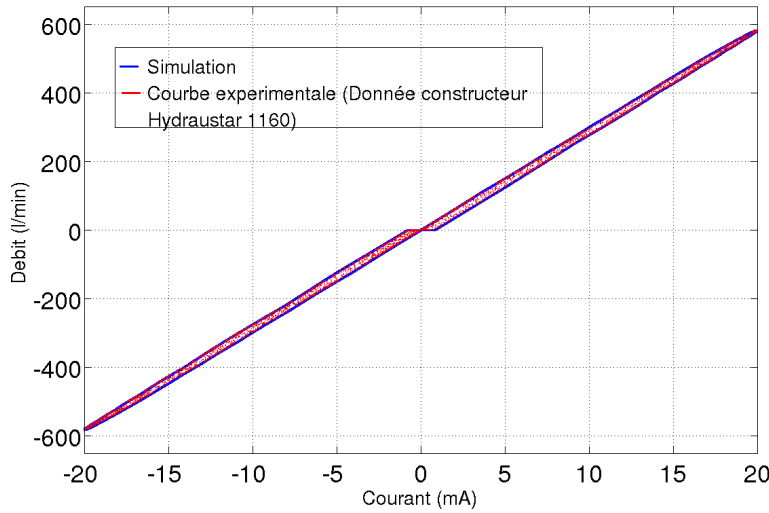


FIG. 4.33 – Débit (Q_{d3}) / Courant de consigne (i).

La caractéristique débit/courant obtenue (4.26) en simulation est similaire à celle fournie par le constructeur. Pour un courant maximal de 20 mA, on obtient un débit maximal Q_{g3} du troisième étage de 592,1 l/min. L'estimation du coefficient de débit entrant dans le volume de contrôle du troisième étage K_3 ($K_3 = 2.12 \cdot 10^{-3}$) permet d'obtenir, par la simulation, une valeur du débit maximum Q_{g3} similaire à celle fournie par le constructeur.

On observe que, comme pour le deuxième étage, la variation du courant nécessaire au franchissement du recouvrement du tiroir obtenue expérimentalement ou par simulation sont similaires. La valeur du coefficient de débit de fuite tiroir K_{f3} du troisième étage qui permet la continuité entre les débits des fuites Q_{gf3} et Q_{df3} du tiroir du troisième étage et le débit principal Q_{gp3} et Q_{dp3} entrant dans le volume de contrôle V_{0v} du vérin hydraulique est égale à 5.10^{-7} .

Caractéristiques dynamiques

Réponse à un échelon :

On impose un échelon u_s à l'entrée de la servovalve et on observe le temps de réponse du débit nominal Q_{g3} pour parvenir à la consigne. Le débit fourni par la servovalve pilote Q_{g2} entraîne une différence de pression $P_{g3} - P_{d3}$ et donc un déplacement y_{u3} du tiroir du troisième étage. La vitesse à laquelle se déplace le tiroir dépend de sa masse m_3 et de son coefficient de frottement visqueux Ψ_3 . Ces paramètres influencent le temps de réponse du système, mais aussi le dépassement de la réponse.

Les conditions de fonctionnement du banc d'essai expérimental et celles paramétrées dans la simulation sont les suivantes :

- l'alimentation (P_o) est de 210 bars pour l'ensemble de la servovalve.

- la servovalve est connectée à un vérin hydraulique léger. Le poids de la tige est de $0,493Kg$.

Pour réaliser la simulation, l'ensemble (servovalve premier, deuxième et troisième étage) est en boucle fermée (figure 4.34).

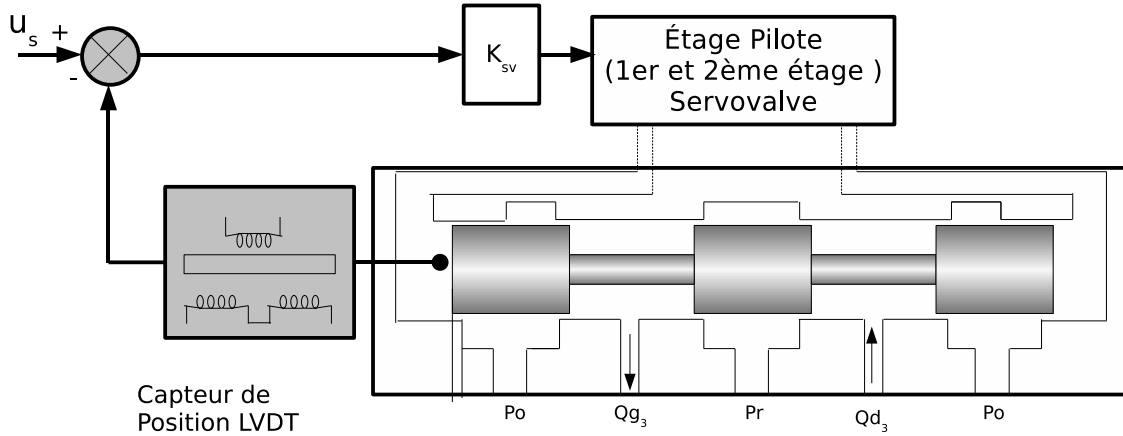


FIG. 4.34 – Montage en boucle fermée du troisième étage de la servovalve.

Expérimentalement, la valeur de K_{sv} n'est pas connue. Pour avoir le signal de commande de la servovalve $i = \pm 20mA$, nous choisissons $K_{sv} = 2.10^{-3}$ pour un signal de consigne u_s de ± 10 . Le capteur de position est de type LVDT⁴ et sa valeur est fixée à $K_{csv} = 4.10^3$.

Pour 90% du débit nominal, le temps de réponse à un échelon donné par le constructeur est de $8\ ms$, avec une légère surtension possible.

La figure 4.35 présente la réponse à un échelon du débit nominal Qg_3 du troisième étage de la servovalve obtenue par la simulation avec un frottement visqueux $\Psi_3 = 1.10^4 (Ns/m)$.

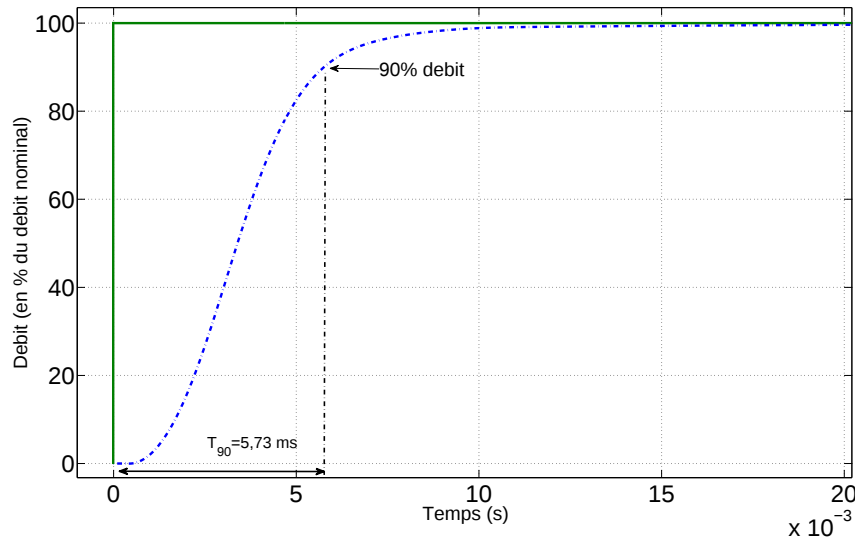


FIG. 4.35 – Réponse à un échelon du débit nominal de la servovalve deux étages.

Le temps de réponse (T_{90}) pour 90% du débit nominal est de $5,73\ ms$.

La masse m_3 étant fournie par le constructeur, le coefficient du frottement visqueux Ψ_3 est le paramètre estimé qui fait varier le temps de réponse et le dépassement possible de la réponse à un échelon.

⁴Linear Variable Differential Transformer : capteur électrique passif (inductif) de déplacements linéaires.

Réponse fréquentielle :

A partir d'un montage spécifique présenté sur la figure 4.36, on excite le système avec un signal sinusoïdal d'amplitude A égale à 10% et 100% du courant nominal sur toute une gamme de fréquence $[1Hz, 300Hz]$, pour obtenir la réponse en fréquence de l'ensemble de la servovalve (premier, deuxième et troisième étage). La valeur de u est nulle. La réponse en fréquence représente le rapport entre le débit de la servovalve Qg_3 et le courant de commande i .

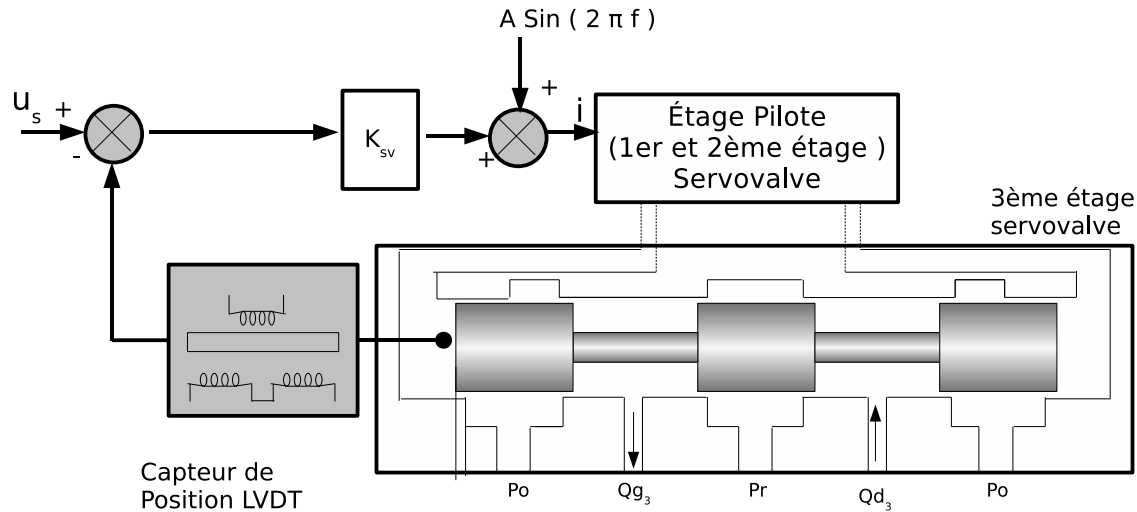


FIG. 4.36 – Montage en boucle fermée du troisième étage de la servovalve.

Cette configuration permet d'exciter les systèmes (servovalve) et d'obtenir les non linéarités de la servovalve. Le bouclage de la servovalve trois étages rend le système linéaire et stable (étude présentée dans le chapitre 5).

Les conditions de fonctionnement du banc d'essai expérimental et celles paramétrées pour la simulation sont les suivantes : une alimentation (Po) de 210 bars pour l'ensemble de la servovalve et une perte de charge de 70 bars pour l'étage pilote.

La figure 4.37 représente la réponse fréquentielle obtenue pour 10% du courant nominal avec un frottement visqueux $\Psi_3 = 1.10^4 (Ns/m)$.

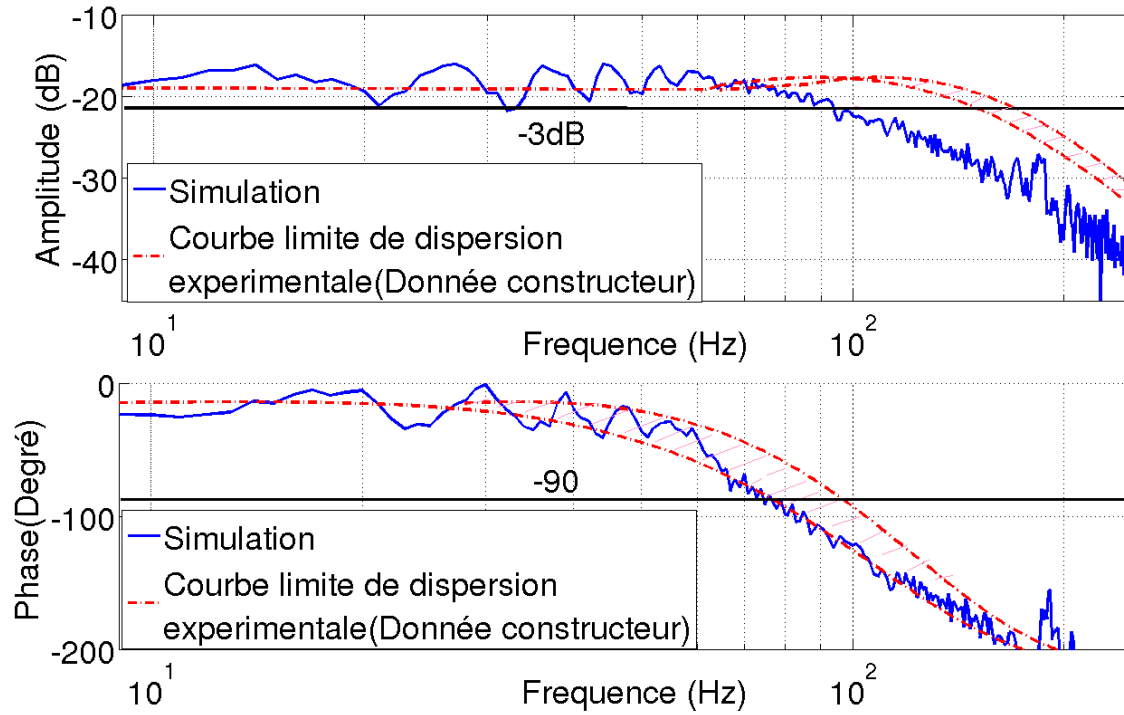


FIG. 4.37 – Réponse fréquentielle obtenue pour 10% du courant nominal (pour $-3dB$, $155Hz < f < 175Hz$, pour -90° , $75Hz < f < 95Hz$).

La réponse fréquentielle à 10% du courant nominal obtenue par le modèle donne une fréquence de coupure de $94Hz$ à $-3dB$. Le déphasage de -90° est obtenu pour une fréquence de $78Hz$. La fréquence de coupure à $-3dB$ est très loin de la limite de dispersion fournie par le constructeur. Ceci s'explique car l'expérience ne peut se faire qu'en boucle fermée et le gain K_{sv} utilisé pour les données constructeur n'est pas connu. La phase de -90° obtenue par le modèle se trouve dans les limites de dispersion des fréquences de coupure fournies par le constructeur.

La figure 4.38 représente la réponse fréquentielle obtenue pour 100% du courant nominale avec un frottement visqueux $\Psi_3 = 1.10^4 (Ns/m)$.

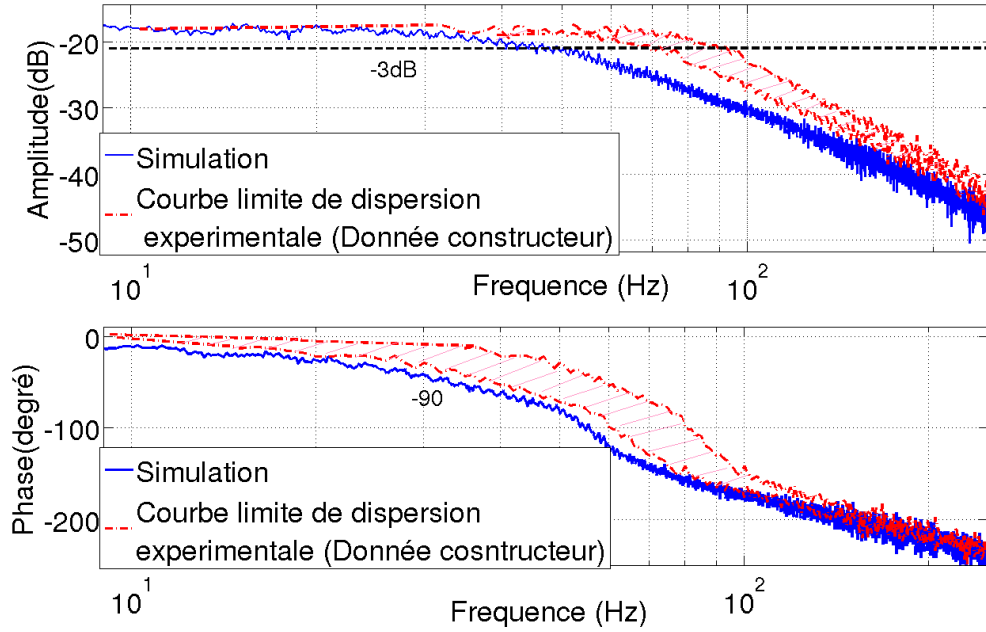


FIG. 4.38 – Réponse fréquentielle obtenue pour 100% du courant nominal (pour -3dB , $75\text{Hz} < f < 95\text{Hz}$, pour -90° , $60\text{Hz} < f < 80\text{Hz}$).

La réponse fréquentielle à 100% du courant nominal obtenue par le modèle donne une fréquence de coupure de 54,26 Hz à -3 dB. Le déphasage de -90° est obtenu pour une fréquence de 53,4Hz. Les fréquences de coupure à -3dB et -90° ne sont pas très loin de la limite de dispersion des fréquences de coupure fournie par le constructeur. L'erreur sur la fréquence obtenue à -3dB est inférieure de 23% à la valeur limite basse donnée par le constructeur. L'erreur sur la fréquence obtenue pour un déphasage -90° est inférieure de 10% à la valeur limite basse donnée par le constructeur. Le gain K_{sv} utilisé par le constructeur n'étant pas connu, cela explique les erreurs entre la réponse fréquentielle obtenue par simulation et celle fournie par le constructeur.

On souhaite observer l'influence du frottement visqueux sur le système et de voir s'il permet d'améliorer les performances du modèle dans le domaine fréquentiel. On fait varier les valeurs du frottement visqueux de la manière suivante : $\Psi_3 = 8.10^3(Ns/m)$, $1.10^4(Ns/m)$, $1, 1.10^4(Ns/m)$. Les différentes réponses sont ensuite observées dans le domaine temporel et en fréquentiel.

La figure 4.39 présente les réponses à un échelon du débit nominal Qg_3 du troisième étage de la servovalve obtenues par la simulation, avec des frottements de visqueux de $\Psi_3 = 8.10^3(Ns/m)$, $1.10^4(Ns/m)$ et $1, 1.10^4(Ns/m)$.

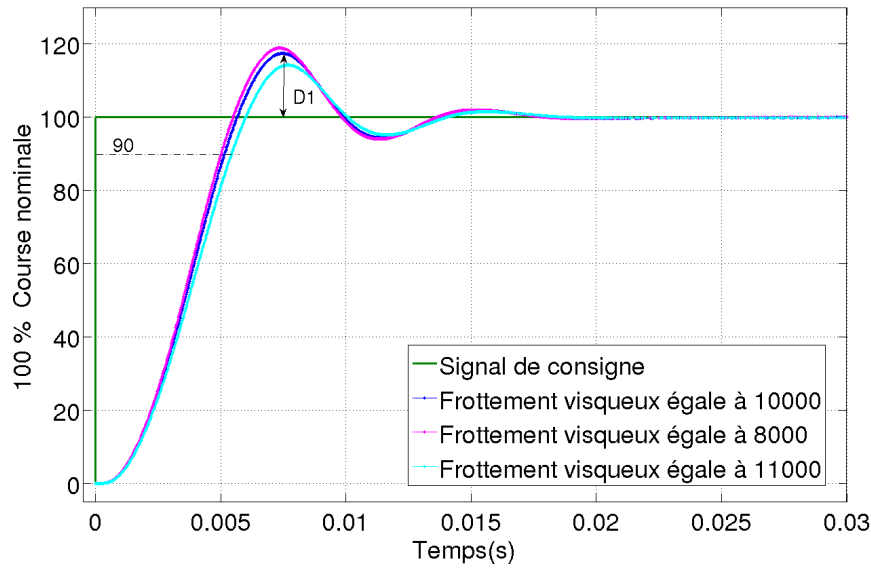


FIG. 4.39 – Réponse à un échelon obtenue pour 100% du courant nominal avec un frottement visqueux de 8.10^3 , 1.10^4 et $1,1.10^4$ (Ns/m).

Le temps de réponse pour 90% (T_{90}) du signal nominal d'entrée est de $5,15ms$; $5,2ms$ et $5,3ms$ pour un frottement visqueux de 8.10^3 , 1.10^4 et $1,1.10^4$ (Ns/m) respectivement. Le dépassement obtenu pour 8.10^3 , 1.10^4 et $1,1.10^4$ (Ns/m) sont respectivement de $D = 19\%$, $D = 17\%$ et $D = 15,5\%$. Les résultats obtenus par la simulation montrent que, dans le domaine temporel, le frottement visqueux Ψ_3 influence le temps de réponse du débit du troisième étage. En effet, lorsque le frottement visqueux augmente, le temps de réponse est plus lent alors que le dépassement devient moins élevé. Les trois valeurs testées de Ψ_3 ont permis d'obtenir des temps de réponse inférieure à la valeur limite fixée par le constructeur. Les dépassements sont dans la limite théorique acceptable ($< 30\%$), ce qui assure une bonne stabilité du système. Dans la suite de ce travail, on utilisera la valeur $\Psi_3 = 1.10^4$ qui assure le meilleur compromis entre le temps de réponse du débit et la stabilité du troisième étage.

La figure 4.40 représente la réponse fréquentielle obtenue pour 10% du courant nominal.

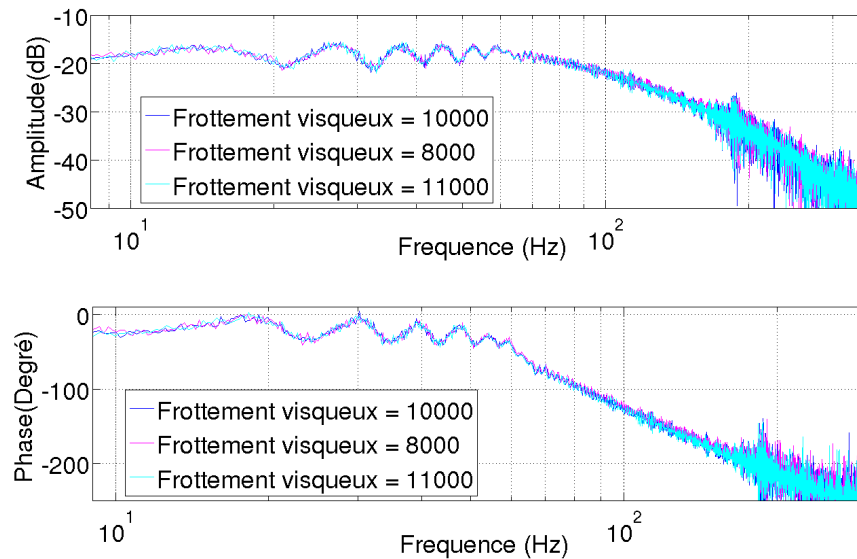


FIG. 4.40 – Réponse fréquentielle obtenue pour 10% du courant nominal avec un frottement visqueux de 8.10^3 , 1.10^4 et $1,1.10^4$ (Ns/m).

La réponse fréquentielle à 10% du courant nominal obtenue à $-3dB$ pour un frottement visqueux de 8.10^3 , 1.10^4 et

$1,1 \cdot 10^4$ (Ns/m) donne une fréquence de coupure de $92,76Hz$; $93,03Hz$ et $93,05Hz$ respectivement. Le déphasage de -90° est obtenue pour une fréquence de coupure de $76,99Hz$; $77,13Hz$ et $78,06Hz$ pour un frottement visqueux de $8 \cdot 10^3$, $1 \cdot 10^4$ et $1,1 \cdot 10^4$ (Ns/m) respectivement.

La figure 4.41 représente la réponse fréquentielle pour 100% du courant nominal.

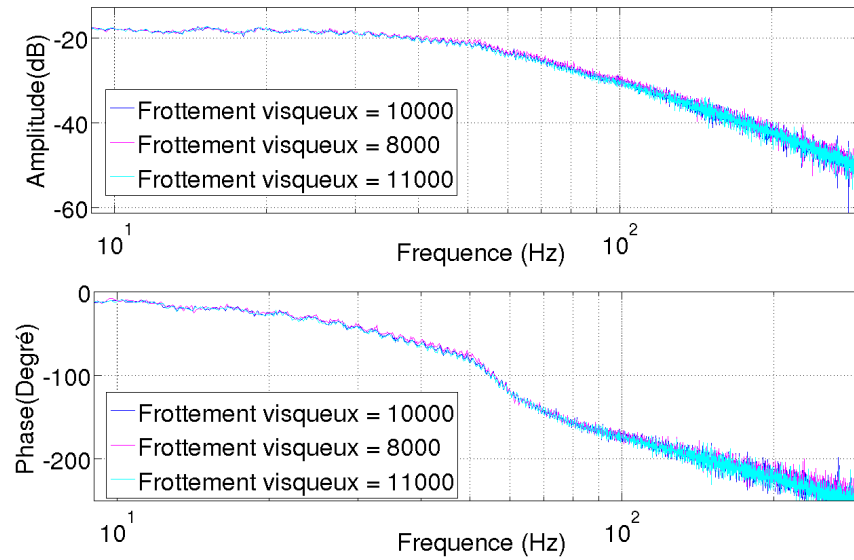


FIG. 4.41 – Réponse fréquentielle obtenue pour 100% du courant nominal avec un frottement visqueux de $8 \cdot 10^3$, $1 \cdot 10^4$ et $1,1 \cdot 10^4$ (Ns/m).

La réponse fréquentielle à 100% du courant nominal obtenue à $-3dB$ pour les frottement visqueux de $8 \cdot 10^3$, $1 \cdot 10^4$ et $1,1 \cdot 10^4$ (Ns/m) sont respectivement de $45,99Hz$; $46,48Hz$ et $48,22Hz$. Le déphasage de -90° est obtenue pour une fréquence de $52,33Hz$; $52,45Hz$ et $53,45Hz$ pour un frottement visqueux de $8 \cdot 10^3$, $1 \cdot 10^4$ et $1,1 \cdot 10^4$ (Ns/m).

On observe, que pour la réponse en fréquence, la fréquence de coupure obtenue en amplitude et en phase ne varie pas considérablement avec le coefficient de frottement visqueux Ψ_3 . On peut faire remarquer que la simulation est réalisée en boucle fermée; la rétroaction du troisième étage induit une “linéarisation par bouclage” du système, ce qui ne permet pas d’observer l’influence du frottement visqueux sur la réponse fréquentielle du système. L’étude de l’influence du frottement visqueux sur le système peut être réalisée en boucle ouverte. Cependant, elle ne peut pas être effectuée par la simulation qui nécessite une boucle de rétroaction pour ramener le tiroir du troisième étage à sa position initiale.

4.6.2.3 Conclusion

Les différents tests comparatifs conduisent à plusieurs observations.

En statique :

Les courbes caractéristiques débit/courant de la servovalve (premier, deuxième étage) obtenues par la simulation ont une bonne corrélation avec les courbes fournies par le constructeur. Pour le troisième étage, la courbe caractéristique montre qu’en statique, nous obtenons $600 l/min$ pour un courant maximal $20 mA$.

En dynamique :

Les réponses de la servovalve (premier, deuxième étage) à un échelon obtenues en simulation sont plus lentes (le temps de réponse est approximativement de $0,5ms$) que les réponses fournies par le constructeur. Les réponses en fréquence de la servovalve (premier, deuxième étage) obtenues en simulation sont relativement satisfaisantes au niveau de la bande passante (fréquence de coupure $-3dB$). Le déphasage obtenu en simulation est beaucoup plus bas dans tous les cas.

Les réponses en fréquence de l’étage pilote (premier et deuxième étage) de la servovalve obtenues en simulation correspondent aux données fournies par le constructeurs. Pour le troisième étage, les réponses fréquentielles obtenues

en simulation ne se trouvent pas dans les limites de dispersion du constructeur. La valeur du régulateur Ks_v de la servovalve a été estimée, ce qui explique les erreurs obtenues en simulation. Cependant, le comportement traduit par les courbes dans le domaine fréquentiel correspond bien au comportement réel décrit par le constructeur d'une servovalve. En général, les résultats obtenus par la simulation sont satisfaisants. La diminution de la bande passante, quand le signal d'entrée (courant nominale) augmente, montre que le modèle non linéaire présenté semble être le modèle le plus adapté à la modélisation d'une servovalve.

4.6.3 Paramètres

A partir des courbes caractéristiques fournies par le constructeur (Hydraustar) et des valeurs trouvées dans la littérature, nous avons obtenu les valeurs des paramètres non mesurables nécessaires à la simulation du modèle non linéaire.

Les paramètres fournis par les constructeurs et les paramètres estimés qui sont utilisés dans le modèle non linéaire sont répertoriés dans les tableaux 4.4, 4.5, 4.6. Les paramètres non mesurables présentés dans ces tableaux approximent au mieux le comportement physique de la servovalve trois étages.

Paramètres		Donnée constructeur	Calcul	Estimation
Km	Gain couple / intensité			$1(Nm/A)$
L	Distance axe palette magnétique/tiroir deuxième étage	$31, 2.10^{-3}(m)$	————	————
l	Distance axe palette magnétique/nez gicleur	$10, 5.10^{-3}(m)$	————	————
ϕ_b	Diamètre de buse	$0, 18.10^{-3}(m)$	————	————
S_b	Surface de buse	————	$2, 5.10^{-8}(m^2)$	————
xo	Distance entre la buse et la palette magnétique	————	————	$55.10^{-6}(m)$
K_b	Coefficient du débit de buse	————	$39.10^{-3}(m^3/s/m)$	————
K_1	Coefficient du débit de striction qui entre dans le volume de contrôle du deuxième étage	————	$2, 22.10^{-9}(m^3/s/m)$	————
λfl_2	Coefficient du débit de fuite du deuxième étage	————	$1, 17.10^{-9}(m^3/s/m)$	————
Vo_2	Volume où règnent les pressions P_{g2} et P_{d2}	$19, 5.10^{-9}(m^3)$	————	————
ε_2	Recouvrement du tiroir du deuxième étage	$3, 76.10^{-6}(m)$	————	————
S_2	Surface du tiroir du deuxième étage	$3, 318.10^{-5}(m^2)$	————	————
J	Inertie de la palette	————	————	$2.10^{-7}(Kg m^2)$
φ	Coefficients de frottement visqueux en rotation de la palette	————	————	$12, 3.10^{-4}(Kg m^2/s)$
Kr_2	Raideur de la palette	$2100(N/m)$	————	————
m_2	Masse du tiroir du deuxième étage	$9.10^{-3}(kg)$	————	————
Ψ_2	Coefficients de frottement visqueux du tiroir du deuxième étage	————	————	$6(Ns/m)$

TAB. 4.4 – Valeurs des paramètres du deuxième étage hydraulique.

Paramètres		Donnée constructeur	Calcul	Estimation
K_2	Coefficient du débit entrant dans le volume de contrôle du troisième étage	————	4.10^{-4} ($m^3/s/m$)	————
K_{f2}	Coefficient du débit de fuite du deuxième étage	————	1.10^{-6} ($m^3/s/m$)	————
λ_{fl3}	Coefficient du débit de fuite du troisième étage	————	————	1.10^{-12} ($m^3/s/m$)
ε_3	Recouvrement du tiroir du troisième étage	————	$5.10^{-5}(m)$	————
ϕ_{t2}	Diamètre du tiroir du deuxième étage	$6,5.10^{-3}(m)$	————	————
j_2	Jeu diamétral entre le tiroir et la chemise du deuxième étage.	$3.10^{-6}(m)$	————	————
S_3	Surface du tiroir du troisième étage	$5.10^{-4}(m^2)$	————	————
V_{03}	Volume où règnent les pressions P_{g3} et P_{d3}	$8,6.10^{-6}(m^3)$	————	————
m_3	Masse du tiroir du troisième étage	$276.10^{-3}(kg)$	————	————
Ψ_3	Coefficients de frottement visqueux du tiroir du troisième étage	————	————	1.10^4 (Ns/m)

TAB. 4.5 – Valeurs des paramètres du troisième étage hydraulique.

Paramètres		Donnée constructeur	Calcul	Estimation
K_3	Coefficient du débit entrant dans le volume de contrôle du vérin	————	$2,12.10^{-3}$ ($m^3/s/m$)	————
K_{f3}	Coefficient du débit de fuite du tiroir du troisième étage	————	5.10^{-7} ($m^3/s/m$)	————
λ_{flv}	Coefficient du débit de fuite du piston du vérin inter chambre non contrôlé	————	————	1.10^{-9} ($m^3/s/m$)
λ_{cv}	Coefficient du débit de fuite du piston du vérin inter chambre contrôlé	————	————	30.10^{-9} ($m^3/s/m$)
λ_p	Coefficient du débit de fuite du palier hydrostatique	————	————	2.10^{-8} ($m^3/s/m$)
ϕ_{t3}	Diamètre du tiroir du troisième étage	$25,4.10^{-3}(m)$	————	————
j_3	Jeu diamétral entre le tiroir et la chemise du troisième étage	$20.10^{-6}(m)$	————	————
m_v	Masse du vérin	$44(kg)$	————	————
S_v	Surface du tiroir du vérin	$38.10^{-4}(m^2)$	————	————
V_{0v}	Volume où règnent les pressions P1 et P2	$1,4.10^{-3}(m^3)$	————	————

TAB. 4.6 – Valeurs des paramètres du vérin hydraulique.

4.7 Analyse du fonctionnement du dispositif hydraulique en simulation

La section suivante est consacrée à la simulation du dispositif électro-hydraulique servovalve. Les valeurs des différentes variables qui caractérisent l'étage pilote de la servovalve (premier et deuxième étage), l'étage d'amplification hydraulique (troisième étage) ainsi que celles du vérin hydraulique sont présentées.

La figure 4.42 montre le schéma fonctionnel du système servovalve + vérin.

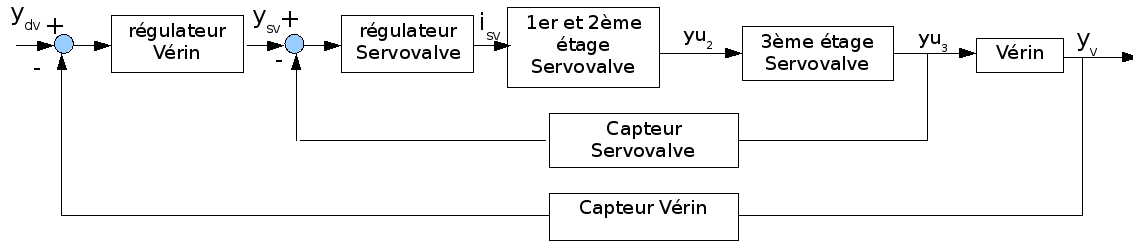


FIG. 4.42 – Schéma fonctionnel du système servovalve + vérin.

La simulation de la servovalve est effectuée en boucle fermée à l'aide d'un régulateur proportionnel, P (§ Chapitre 5) avec $K_{sv} = 2,8 \cdot 10^{-3}$. La pression d'alimentation est de $P_0 = 280 \text{ bars}$ (pression d'utilisation du banc d'essai expérimental du laboratoire LAMEFIP). Le régulateur du vérin hydraulique est un régulateur proportionnel P (§ Chapitre 5) avec $K_V = 200$.

Remarque : Les signes (+) et (-) indiquent que les débits sont respectivement rentrant et sortant de l'étage supérieur vers l'étage inférieur. Il en est de même pour le courant. Concernant le déplacement et les vitesses, le signe (+) indique un déplacement du tiroir ou de la tige vers le côté droit de la servovalve ou du vérin alors que le signe (-) correspond à un déplacement vers la gauche comme le montrent les figures (4.20, 4.22).

4.7.1 Condition initiale (système au repos)

On souhaite vérifier la cohérence des valeurs des variables caractéristiques (les débits, les pressions, les déplacements des tiroirs, etc.) quand le système est au repos. La figure 4.43 présente les valeurs des variables caractéristiques du premier et deuxième étage, quand la servovalve est au repos (condition initiale).

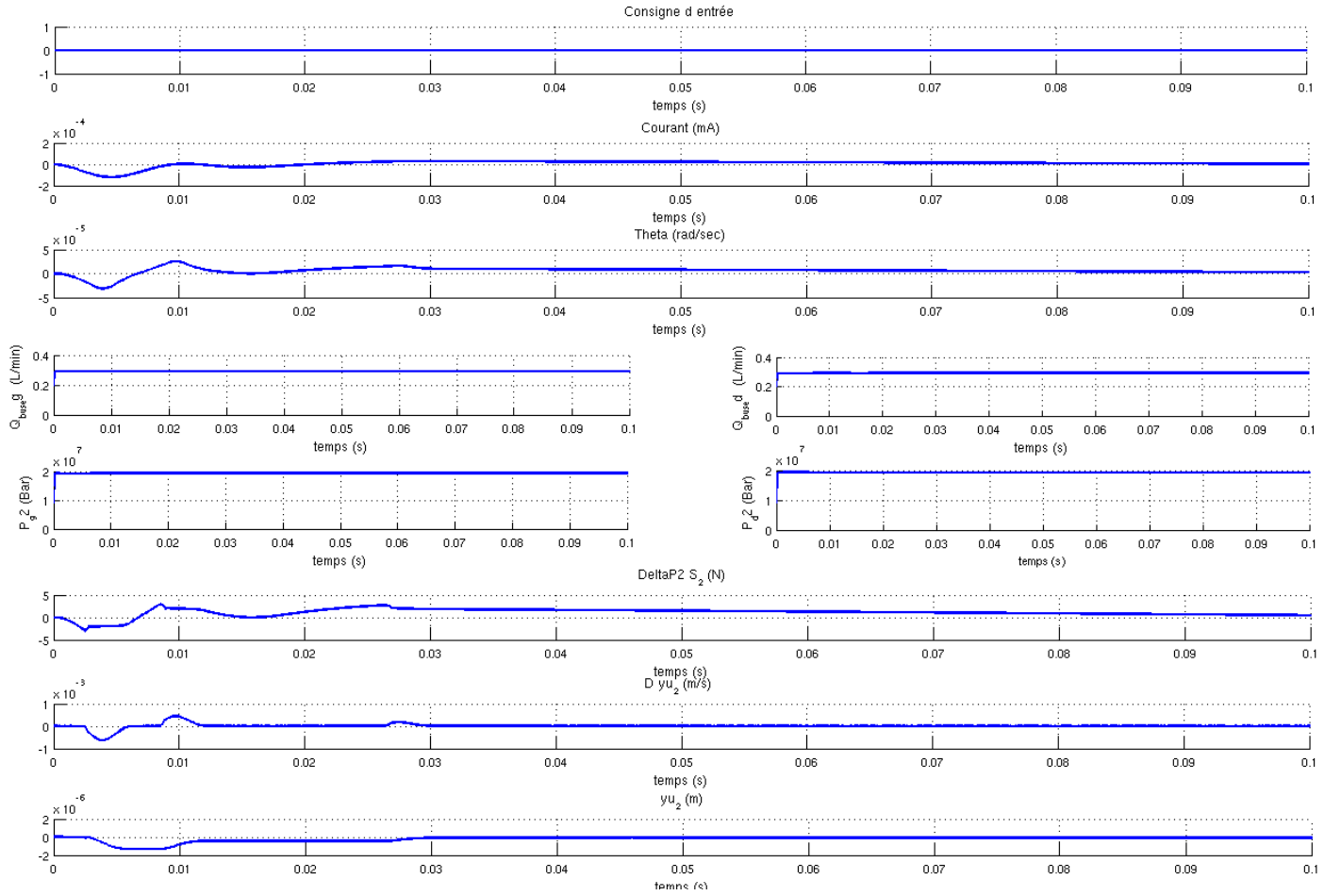


FIG. 4.43 – Simulation des variables du premier et deuxième étage de la servovalve au repos.

On observe que le courant d'entrée i de la servovalve varie entre $-4,9 \cdot 10^{-5} A$ et $2,9 \cdot 10^{-5} A$ pour une valeur nominale de $\pm 20 mA$. La rotation de la palette θ évolue entre $\pm 1,2 \cdot 10^{-5} rad$ avec une valeur nominale égale à $\pm 4,76 \cdot 10^{-3} rad$. Les débits de buse (gauche et droite) sont de $29,83 \cdot 10^{-2} l/min$. Les pressions aux extrémités (gauche et droite) du tiroir du deuxième étage sont de $182 bars$. La force due à la pression différentielle exercée aux extrémités du tiroir varie de $\pm 2,14 N$ pour une valeur nominale de $\pm 29,91 N$. Le déplacement tiroir yu_2 oscille autour de $-1,8 \cdot 10^{-7} m$ pour une valeur nominale de $\pm 4 \cdot 10^{-4} m$. Sa vitesse varie de $\pm 2,5 \cdot 10^{-14} m/s$ avec une vitesse nominale de $\pm 14,08 \cdot 10^{-2} m/s$.

La figure 4.44 présente les variations des débits, des pressions et des efforts en fonction du temps obtenues par la simulation du troisième étage de la servovalve au repos.

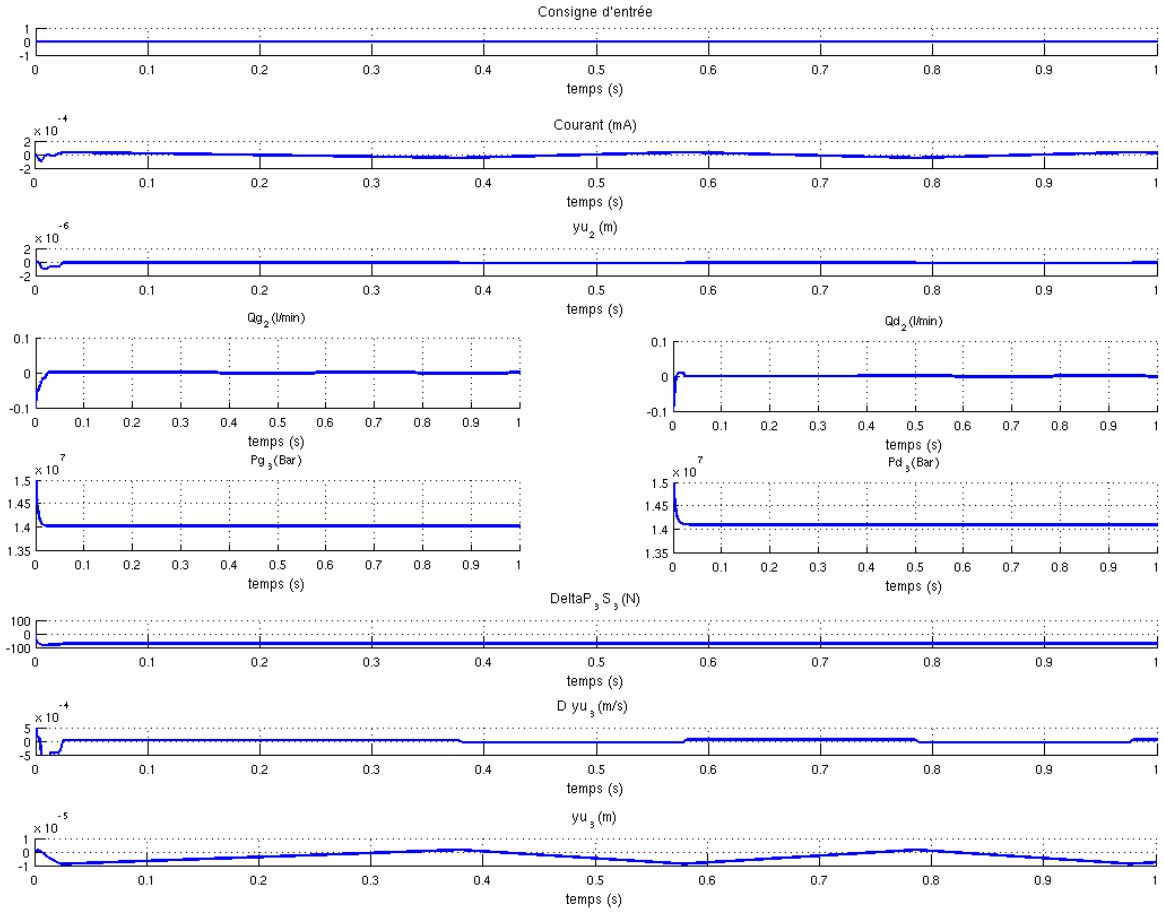


FIG. 4.44 – Simulation du troisième étage de la servovalve au repos.

Lorsque le déplacement du tiroir yu_2 du deuxième étage varie autour de $-0,18\mu m$, les débits du côté gauche et droit (Qg_2 et Qd_2) provenant du deuxième étage de la servovalve ont la même valeur mais sont de signe opposé. Ils varient dans l'intervalle $[-1,7 \cdot 10^{-3}; 1,3 \cdot 10^{-3}] l/min$, leurs valeurs nominales sont de $\pm 20 l/min$. Les pressions aux extrémités (gauche et droite) du tiroir (Pg_3 et Pd_3) du troisième étage sont de $140,90 bars$. La force causée par la différence de pression aux extrémités du tiroir du troisième étage $\Delta P_3 S_3$ est de $-72,75 N$, pour une valeur nominale de $25,8 KN$. Le déplacement du tiroir du troisième étage yu_3 évolue dans l'intervalle $[-8,6 \cdot 10^{-6}; 1,38 \cdot 10^{-6}] m$, pour une position nominale de $\pm 2,5 \cdot 10^{-3} m$. La vitesse évolue entre $-5 \cdot 10^{-5} m/s$ et $3 \cdot 10^{-5} m/s$, avec une vitesse nominale de $\pm 82,4 \cdot 10^{-2} m/s$. La figure 4.45 présente la variation des débits et des pressions du vérin hydraulique en fonction du temps.

La figure 4.45 présente les variations des débits, des pressions et des efforts en fonction du temps obtenues par la simulation du vérin au repos.

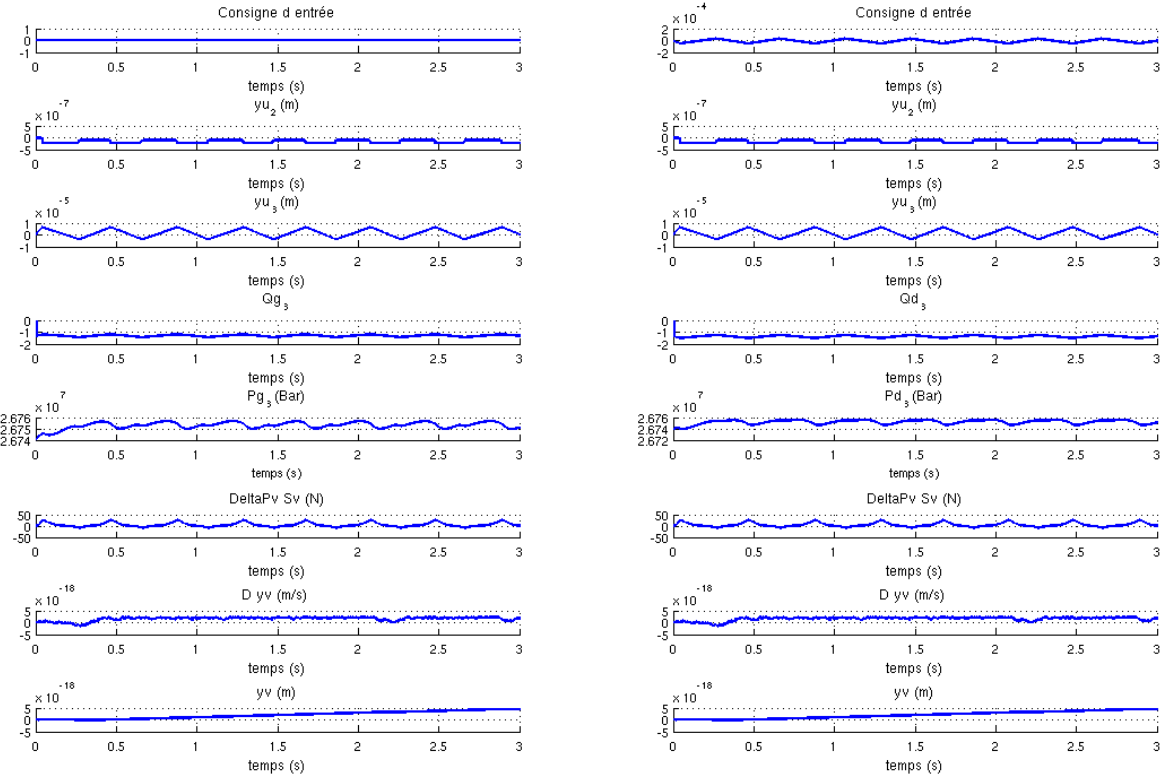


FIG. 4.45 – Simulation du vérin hydraulique au repos.

Lorsque le déplacement du tiroir troisième étage y_{u3} varie entre $-8,6 \cdot 10^{-6}$ et $1,38 \cdot 10^{-6}$ m, les débits des côtés gauche et droit (Q_{g3} et Q_{d3}) provenant du troisième étage de la servovalve valent $0,99 \text{ l/min}$. Les pressions aux extrémités gauche et droite (P_{g3} et P_{d3}) du tiroir du troisième étage évoluent autour de $267,48 \text{ Bar}$. La force due à la différence de pression aux extrémités du vérin hydraulique varie dans l'intervalle $[-50, 0] \text{ N}$. Le poids de la tige est de $431,6 \text{ N}$ et le frottement sec évolue dans l'intervalle $[-430, -480] \text{ N}$. La somme des efforts est nulle. Par conséquent, le déplacement et la vitesse du vérin sont égales à $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ et $8,2 \cdot 10^{-18} \text{ m/s}$ respectivement.

On peut remarquer que les valeurs des variables du modèle non linéaire en condition initiale ne sont pas nulles mais elles sont négligeables par rapport aux valeurs nominales du système.

4.7.2 Réponse indicielle

Afin d'observer la réponse à un échelon du système servovalve + vérin, on étudie la variation des différentes variables qui paramètrent le modèle. Pour ce faire, nous commencerons par étudier le premier et deuxième étage puis le troisième et nous terminerons par observer les paramètres du vérin.

4.7.2.1 Premier et deuxième étage :

La figure 4.46 présente les variables utilisées pour décrire l'équation de rotation de la palette (premier et deuxième étage) de la servovalve.

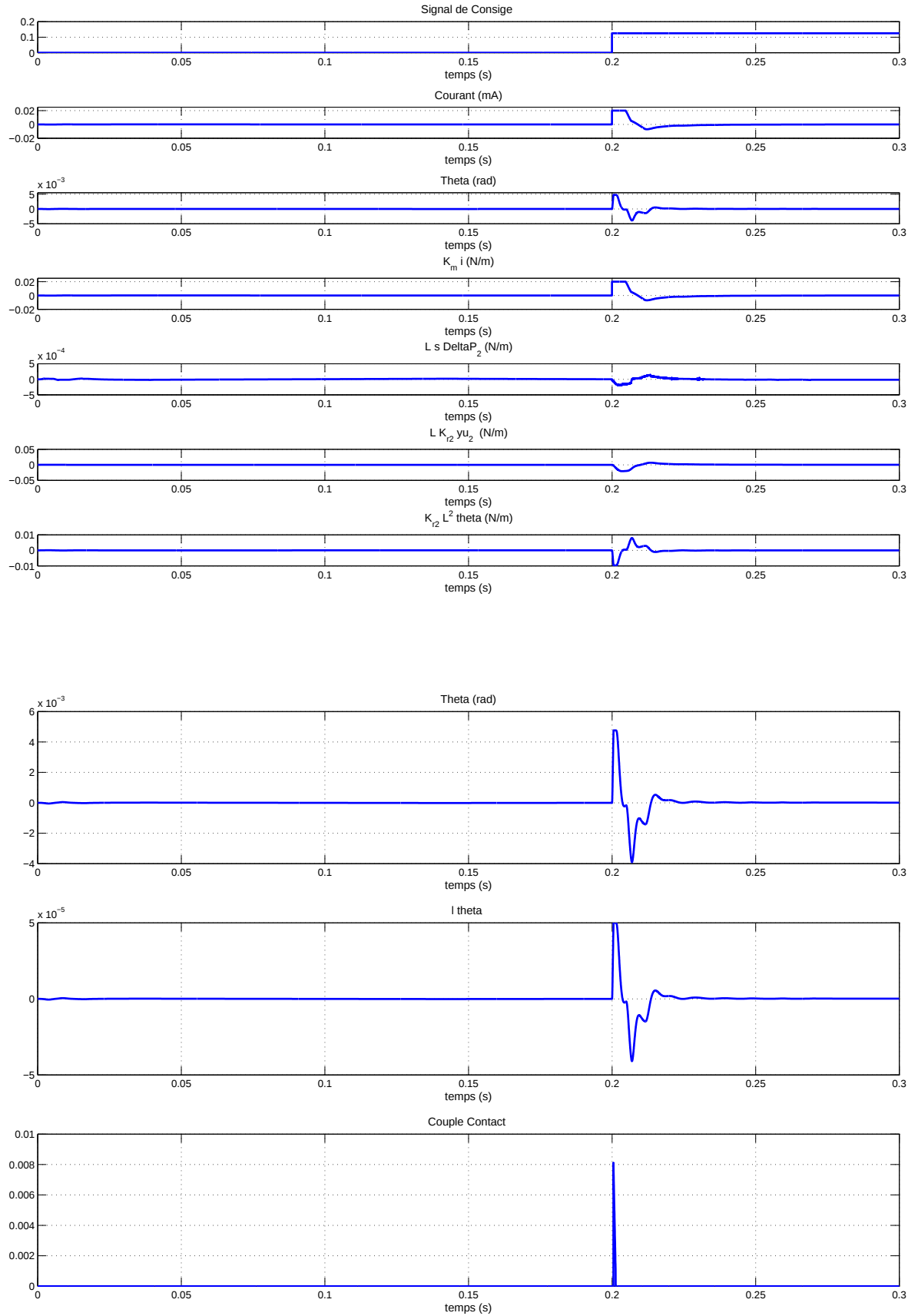


FIG. 4.46 – Simulation des variables utilisées dans l'équation de rotation de la palette 4.11 (du premier et deuxième étage de la servovalve).

Le signal de consigne à l'entrée du système induit un courant électrique dans le circuit magnétique du moteur. Lorsque le signal de consigne atteint son maximum ($+125mm$), le courant est de $20.10^{-3}A$. Le courant entraîne un couple moteur qui provoque la rotation de la palette. Lorsque le courant maximale circule, le couple moteur atteint un maximum de $K_m i = 0,02N/m$ et la rotation de la palette est alors de $\theta = 4,76.10^{-3}rad/s$. Le couple de rétroaction dû à la rigidité de la palette est alors maximal et vaut $K_{r2}L^2\theta = -0,01N/m$.

Le déséquilibre de la palette crée une différence de pression entre les extrémités du tiroir du deuxième étage et, par conséquent, une différence de pression entre les buses. La différence de pression entre les buses entraîne un couple hydrodynamique qui atteint un maximum de $Is\Delta P_2 = -1,95.10^{-4}N/m$. La différence de pression entre les extrémités du tiroir entraîne le déplacement du tiroir, créant un couple de rétroaction qui atteint un maximum de $LK_{r2}yu_2 = -0,02N/m$. L'action conjuguée des couples de rétroaction ramène la palette à sa position d'équilibre.

Lorsque la palette atteint son déplacement maximal $x_0 = l\theta$ de $50.10^{-6}m$, il y a contact entre la palette et la buse créant ainsi un couple de contact pendant un temps de $0,008s$. Sa valeur maximale est de $8.10^{-3}N/m$.

La figure 4.47 présente les variables utilisées pour évaluer les pressions dans le volume de contrôle aux extrémités du tiroir du deuxième étage de la servovalve.

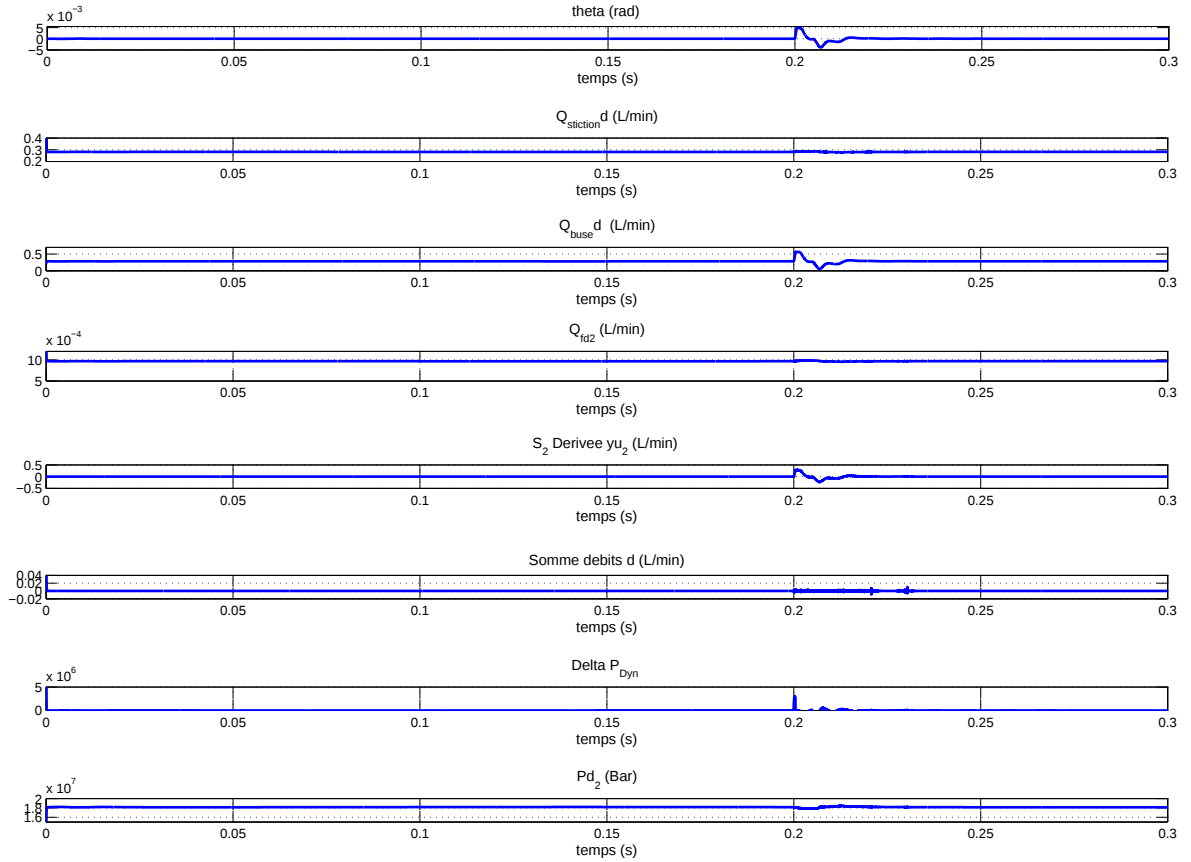


FIG. 4.47 – Simulation des débits et des pressions du deuxième étage de la servovalve.

Lorsque la palette se déplace, on observe que les débits de striction et de fuite du côté droit augmentent alors que ceux du côté gauche diminuent. La palette n'est plus en équilibre et tend vers le côté gauche. Le débit de buse varie entre 0 et $0,56L/min$. Le débit de buse du côté droit augmente et celui du côté gauche diminue dans la même proportion. Ceci entraîne une augmentation de la différence de pression produite par l'inertie de la veine fluide $\Delta P_{Dyn}(30 \text{ Bar})$ du côté droit et une diminution de la même quantité du côté gauche, car ΔP_{Dyn} dépend directement de la dérivée du débit buse et de la distance de la palette à la buse (équation 4.18). L'augmentation du débit de buse produit une diminution de la pression du côté droit du tiroir de 4 bars et une augmentation de 4 bars

du côté gauche ce qui indique un déplacement du tiroir vers le côté droit (déplacement positif). Le déplacement du tiroir est positif, et sa vitesse l'est également. Par conséquent, le débit dû au déplacement du tiroir est positif quand on le voit depuis le côté droit, mais négatif quand on prend comme référence le côté gauche.

La figure 4.48 présente les variables utilisées pour écrire l'équation de translation du tiroir du deuxième étage.

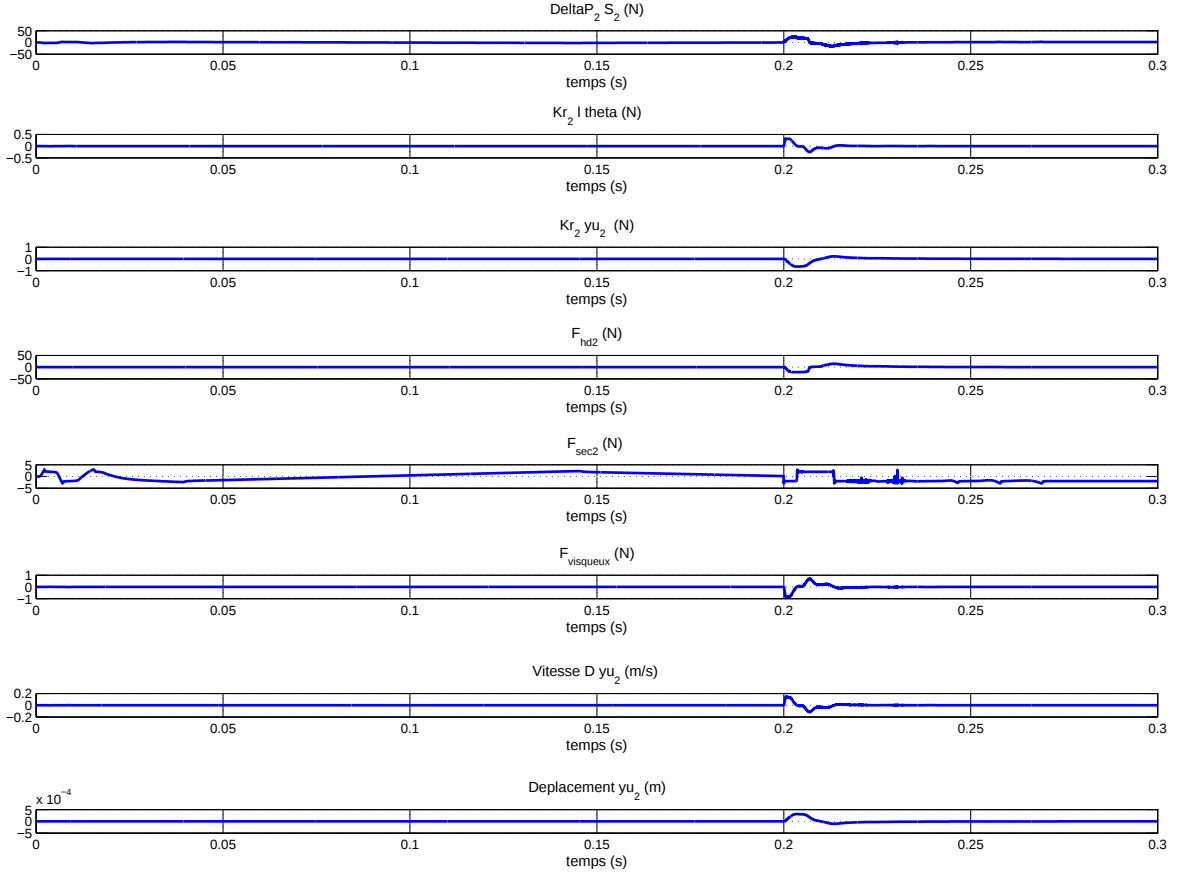


FIG. 4.48 – Simulation des variables des efforts exercés sur le tiroir du deuxième étage de la servovalve.

La rotation de la palette entraîne directement un effort moteur dû à la raideur de la palette $Kr_2 l \theta$ ainsi qu'une différence de pression ΔP_2 sur le tiroir. Cette différence de pression engendre un effort maximal de $23,4N$ qui entraîne un déplacement du tiroir yu_2 mais également un effort de rétroaction dû au mouvement du tiroir et à la déviation de la palette $Kr_2 yu_2$. Le déplacement maximal du tiroir est de $yu_2 = 3,1 \cdot 10^{-4}m$ à l'instant $t = 0,204s$. La force hydrodynamique qui s'applique sur le tiroir du deuxième étage est la force dominante qui s'oppose à l'action due à la différence de pression ΔP_2 . Sa valeur maximale est de $21,4N$.

Le tiroir revient à sa position initiale quand les efforts de rétroaction dus au mouvement du tiroir sont supérieurs aux efforts dus à la raideur de la palette et à la différence de pression ΔP_2 . Les efforts visqueux et le frottement sec dépendent directement de la vitesse et freinent le déplacement du tiroir.

4.7.2.2 Troisième étage :

La figure 4.49 présente les variables utilisées pour évaluer les pressions dans le volume de contrôle aux extrémités du tiroir du troisième étage de la servovalve.

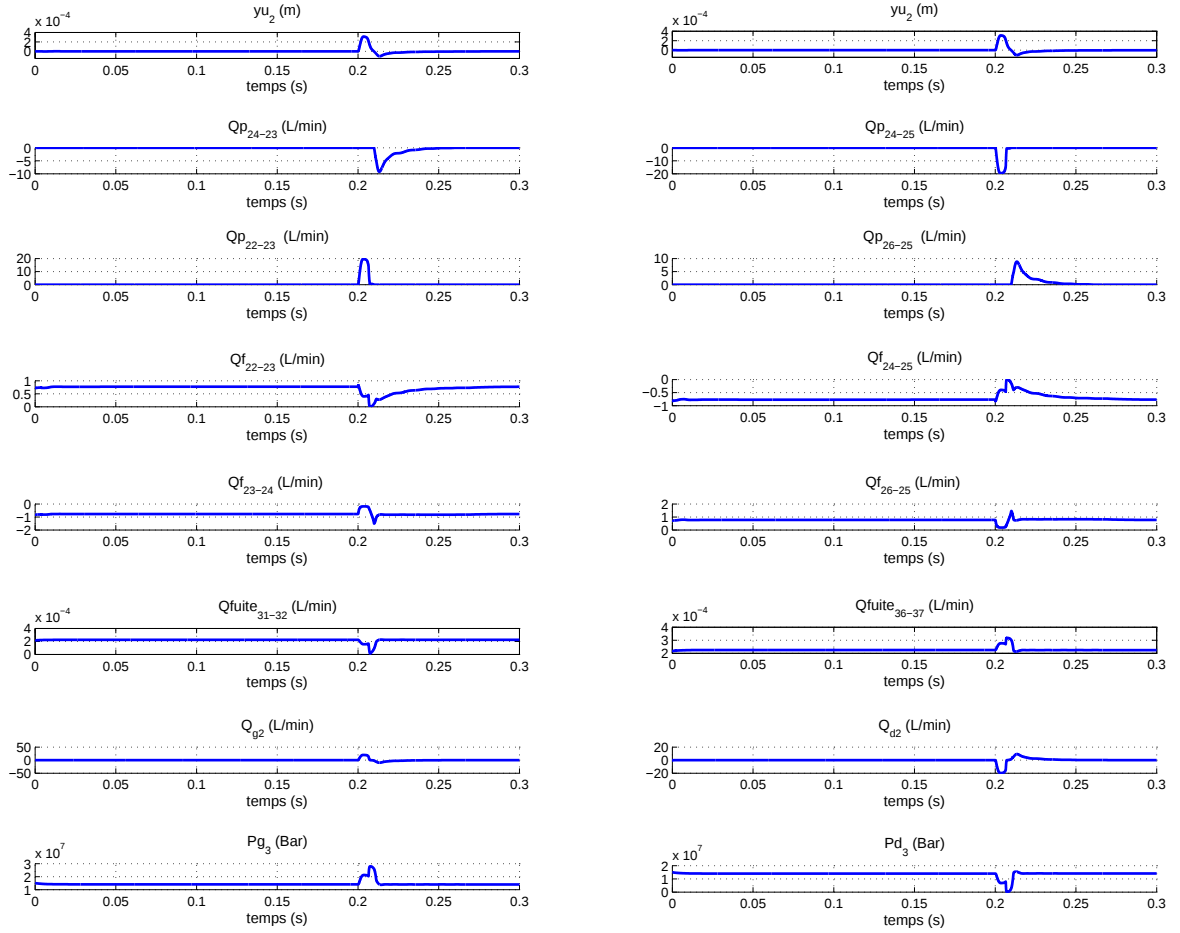


FIG. 4.49 – Simulation des débits du troisième étage de la servovalve.

Rappelons qu'une valeur négative du débit correspond à un débit sortant du tiroir du troisième étage vers le deuxième étage. Le déplacement du tiroir du deuxième étage permet l'entrée et la sortie des débits Qd_2 et Qg_2 aux extrémités du tiroir du troisième étage. Ces deux débits sont formés par des débits principaux et par des débits de fuites (équation 4.26). Pour le côté droit, quand yu_2 augmente, le débit principal sortant du tiroir du troisième étage vers le tiroir du deuxième étage, Qp_{24-25} augmente et atteint un maximum de $19,3l/min$. Le débit principal entrant du tiroir du deuxième étage vers le tiroir du troisième étage Qp_{26-25} est nul.

Les débits de fuites Qf_{24-25} et Qf_{26-25} varient lorsque le tiroir se déplace dans la zone recouvrement $[-\varepsilon_2, \varepsilon_2]$. En dehors de cette zone, ces débits restent constants et valent respectivement $9,7 \cdot 10^{-4}l/min$ et $0,18l/min$. Le débit de fuite Qf_{36-37} varie en fonction de la pression à l'extrémité du vérin et passe par un maximum de $3,16 \cdot 10^{-4}l/min$. Lorsque le déplacement yu_2 n'est plus dans la zone de recouvrement négative du tiroir ($yu_2 < -\varepsilon_2 = -3,76 \cdot 10^{-6}m$), le débit principal Qp_{26-25} augmente alors que le débit principal Qp_{24-25} est nul.

La diminution du débit du côté droit Qd_2 implique une diminution de la pression Pd_3 à l'extrémité du tiroir de $139 Bar$ et une augmentation similaire de la pression Pg_3 du côté gauche, entraînant une différence de pression entre les extrémités du tiroir $\Delta P_3 = 280 Bar$. Les valeurs obtenues pour les débits du côté gauche sont similaires à celles obtenues du côté droit ; seul, le signe diffère indiquant l'orientation du débit (sortant ou entrant).

La figure 4.50 présente les variables qui participent à la force hydrodynamique du deuxième étage.

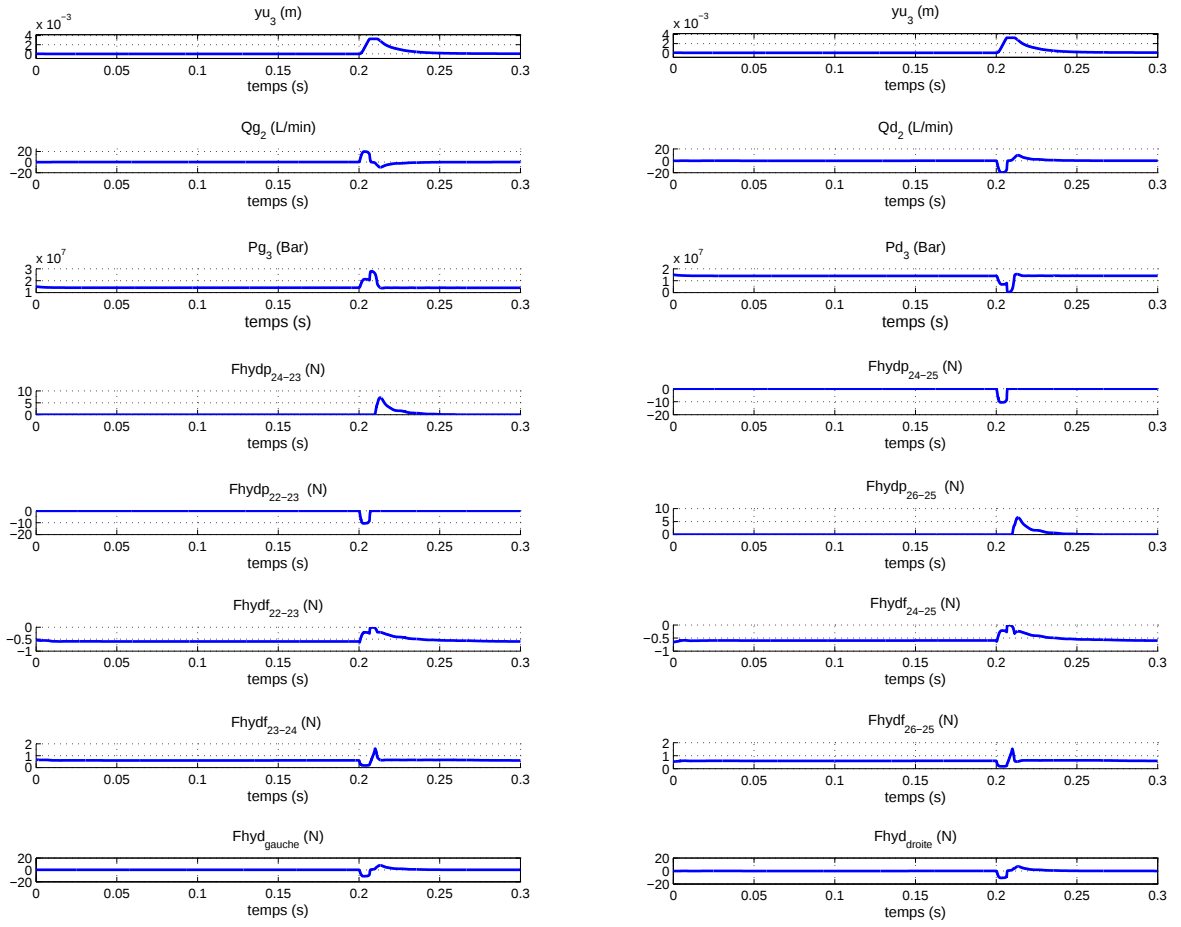


FIG. 4.50 – Simulation des variables de l'équation de la force hydrodynamique du deuxième étage de la servovalve.

La force hydrodynamique est appliquée au tiroir du deuxième étage est proportionnelle au débit entrant et sortant du deuxième étage ainsi qu'à la différence de pression obtenue aux extrémités du troisième étage (équation 4.23). La force hydrodynamique totale est composée de deux forces principales et deux forces de fuites ($F_{hy2} = F_{hydp_{26-25}} + F_{hydf_{26-25}} + F_{hydp_{24-25}} + F_{hydf_{24-25}}$). Ces quatre forces sont directement liées aux débits principaux et aux débits de fuites constituant les débits Q_{g2} et Q_{d2} . Par exemple, pour le côté droit, la force hydrodynamique principale $F_{hydp_{26-25}}$ (valeur maximale de -13,03 N) dépend directement du débit principal $Q_{p_{24-26}}$. Le débit est maximal quand le déplacement y_{u2} atteint son maximum.

La figure 4.51 présente les variables qui décrivent le déplacement du tiroir du troisième étage de la servovalve.

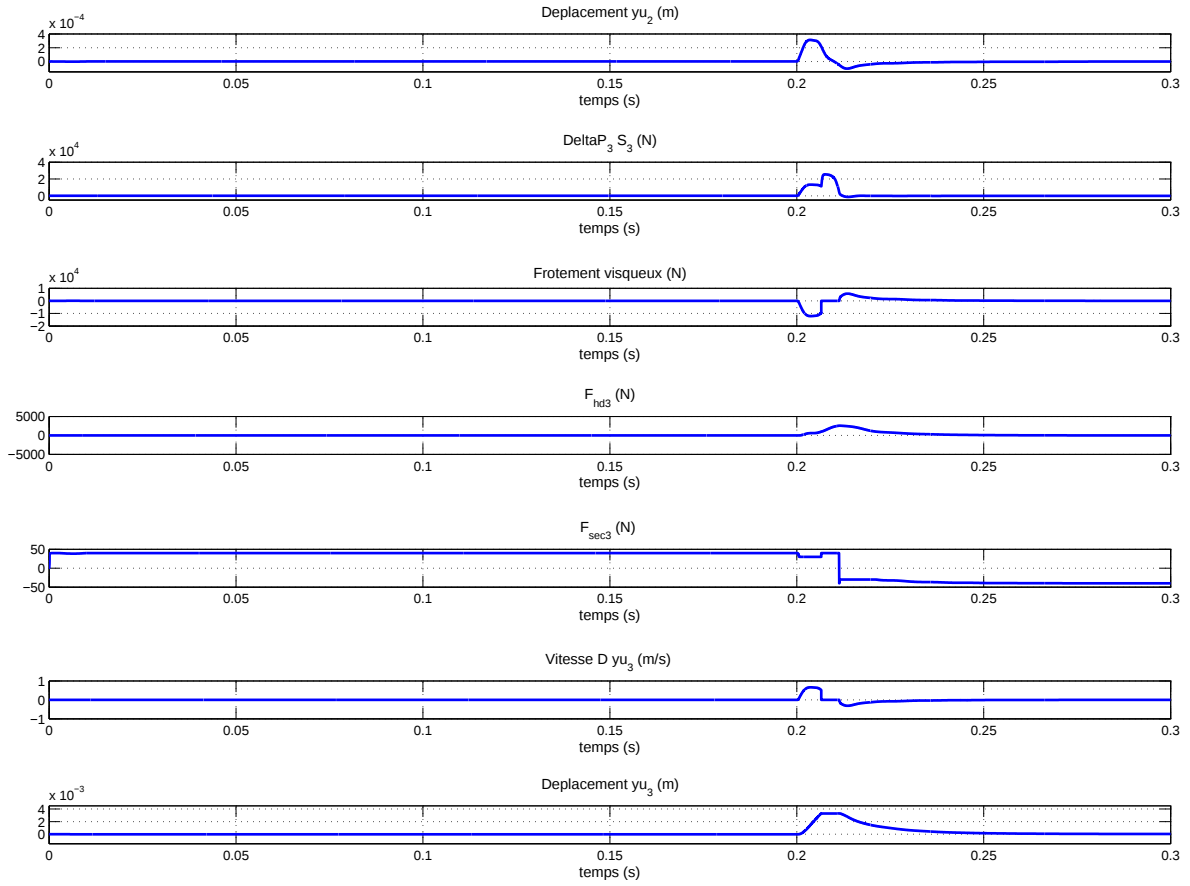


FIG. 4.51 – Simulation des variables participant à l'effort du troisième étage de la servovalve.

Le déplacement y_{u2} du tiroir du deuxième étage entraîne l'entrée et la sortie des débits aux extrémités du tiroir du troisième étage (Q_{d2} et Q_{g2}) et donc une différence de pression ΔP_3 . Cette différence de pression provoque le déplacement y_{u3} du tiroir du troisième étage. La vitesse du tiroir augmente progressivement jusqu'à la valeur maximale de $0,65 \text{ m/s}$. Le frottement visqueux est proportionnel à la vitesse du tiroir et varie, donc, de la même manière que la vitesse. La valeur maximale du frottement visqueux est de $1,21 \cdot 10^4 \text{ N}$. Le frottement sec varie en fonction de la vitesse de $\pm 40 \text{ N}$. La force hydrodynamique F_{hd3} s'oppose au déplacement du tiroir y_{u3} . Sa valeur maximale est de 2560 N .

Lorsqu'un échelon est appliqué à l'entrée du système, la différence de pression exercée aux extrémités du tiroir ΔP_3 crée un effort de $25,4 \text{ KN}$. Le frottement visqueux du troisième étage ($12,1 \text{ KN}$) s'oppose à l'effort principal $S_3 \Delta P_3$. La force hydrodynamique s'appliquant sur le tiroir du troisième étage est égale à $1,36 \text{ KN}$; le frottement sec varie entre $\pm 40 \text{ N}$ lors de la montée de l'échelon. La vitesse du tiroir augmente de plus de $0,61 \text{ m/sec}$. Le déplacement est maximal (butée $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$) pour un temps de réponse de $7,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$. Le tiroir du troisième étage revient à sa position initiale à l'instant $t = 0,25 \text{ s}$. La vitesse maximale est de $0,82 \text{ m/s}$.

4.7.2.3 Vérin hydraulique :

La figure 4.52 présente les débits utilisés qui participent aux débits entrants et sortants Q_{d3} et Q_{g3} du vérin hydraulique.

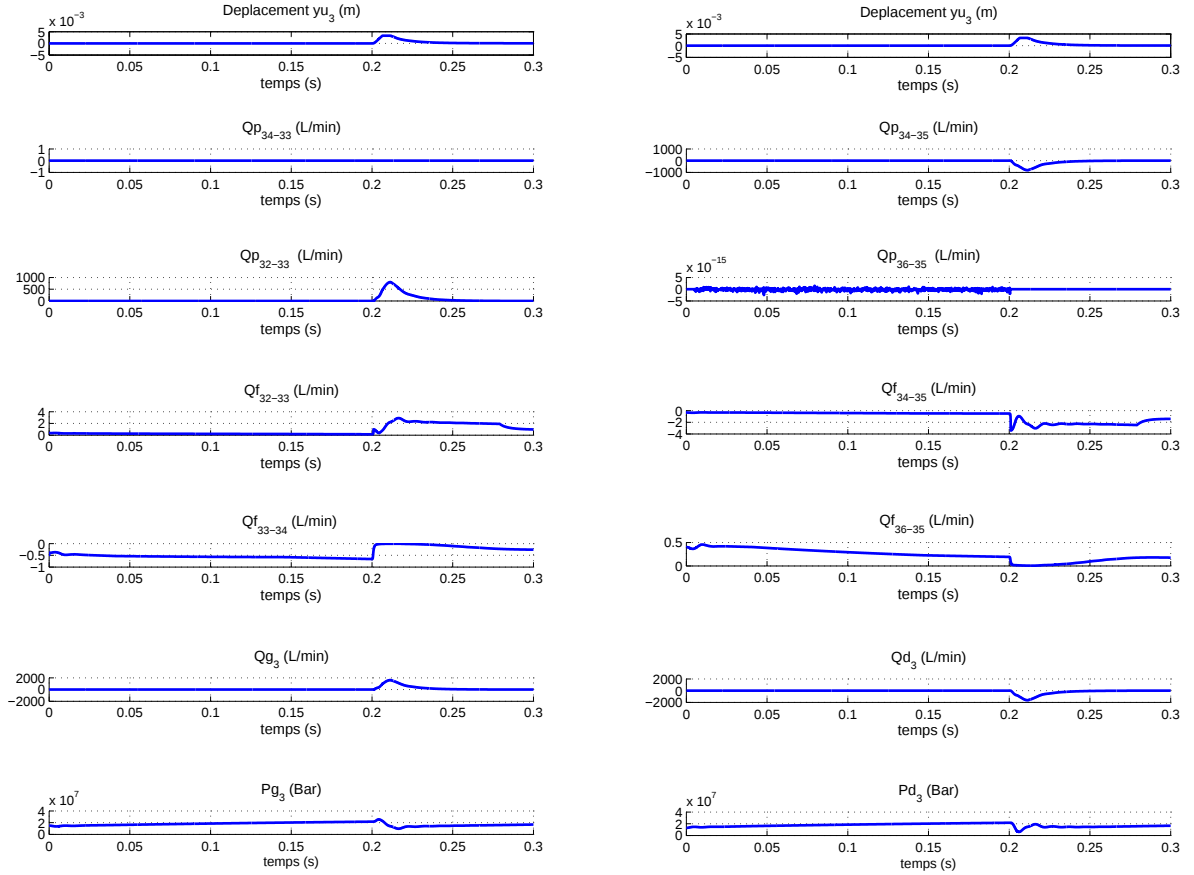


FIG. 4.52 – Simulation des débits composant les débits entrant et sortant Qd_3 et Qg_3 du vérin hydraulique.

Rappelons qu'une valeur négative de débit correspond à un débit sortant du vérin vers le tiroir du troisième étage. Le déplacement du tiroir y_{u_3} du troisième étage permet l'entrée et la sortie des débits Qd_3 et Qg_3 aux extrémités de la tige du vérin hydraulique. Ces deux débits sont formés par des débits principaux et par des débits de fuites (équation 4.41). Le débit Qd_3 correspond à la somme du débit principal sortant du vérin vers le tiroir du troisième étage Qp_{36-35} et du débit de fuites Qf_{36-35} . Pour le côté droit, quand y_{u_3} augmente, le débit principal sortant du vérin vers le tiroir du troisième étage Qp_{34-35} augmente et atteint un maximum de $781,7 l/min$. Le débit principal entrant du tiroir du troisième étage vers le vérin Qp_{36-35} est nul. Par conséquent, le débit Qd_3 côté droit sort du tiroir du troisième étage vers le vérin. Les débits de fuites Qf_{34-35} et Qf_{36-35} varient lorsque le tiroir se déplace dans la zone recouvrement $[-\varepsilon_3, \varepsilon_3]$. En dehors de cette zone, ces débits restent constants et valent respectivement $6,5 \cdot 10^{-3} l/min$ et $0,94 l/min$. Lorsque le déplacement y_{u_3} n'est plus dans la zone de recouvrement négative du tiroir ($y_{u_3} < -\varepsilon_3 = -3,76 \cdot 10^{-6} m$), le débit principal Qp_{36-35} augmente alors que le débit principal Qp_{34-35} est nul. Les valeurs obtenues pour les débits du côté gauche sont similaires à celles obtenues du côté droit ; seul le signe diffère indiquant l'orientation du débit (sortant ou entrant).

La figure 4.53 présente les variables utilisées pour évaluer des pressions dans le volume de contrôle aux extrémités de la tige du vérin hydraulique.

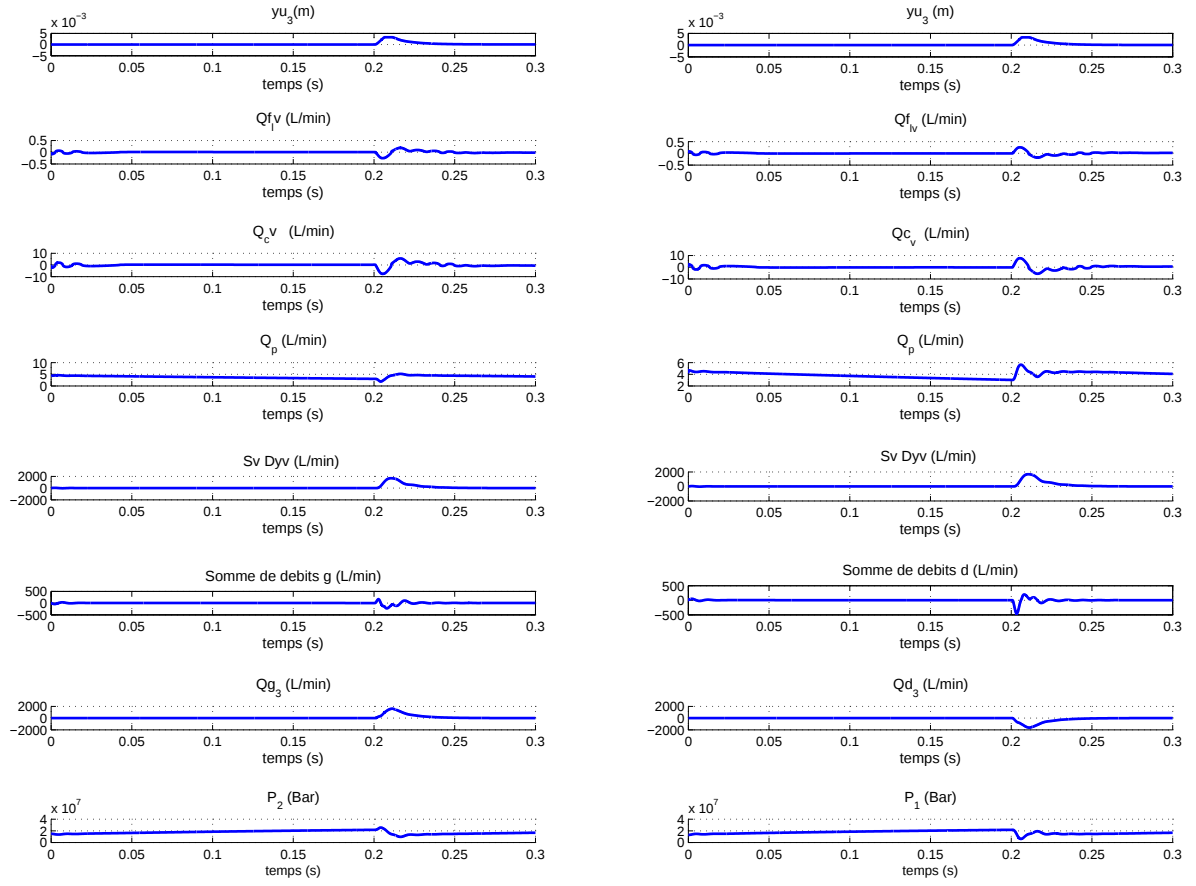


FIG. 4.53 – Simulation des débits et des pressions aux extrémités de la tige du vérin hydraulique.

Les débits Q_{flv} et Q_{cv} et Q_p du côté droit augmentent dès que le tiroir du troisième étage se déplace. Ils permettent de stabiliser le déplacement de la tige du vérin hydraulique. Pour le côté droit, les débits atteignent respectivement les valeurs maximales suivantes : 0,26, 7,92 et 5,75 l/min. Lors du déplacement du troisième étage, le débit dû à la vitesse du vérin (noté $S_v D y_v$) augmente puis se stabilise à la valeur de 1682 l/min pendant 0,02s avant de diminuer. Ce débit s'oppose au débit principal Q_{d3} (1640 l/min). La pression du côté droit varie de 70 bars. Les valeurs obtenues pour les débits du côté gauche sont similaires à celles obtenues du côté droit à un signe près.

La figure 4.54 présente les variables qui forment la force hydrodynamique du troisième étage.

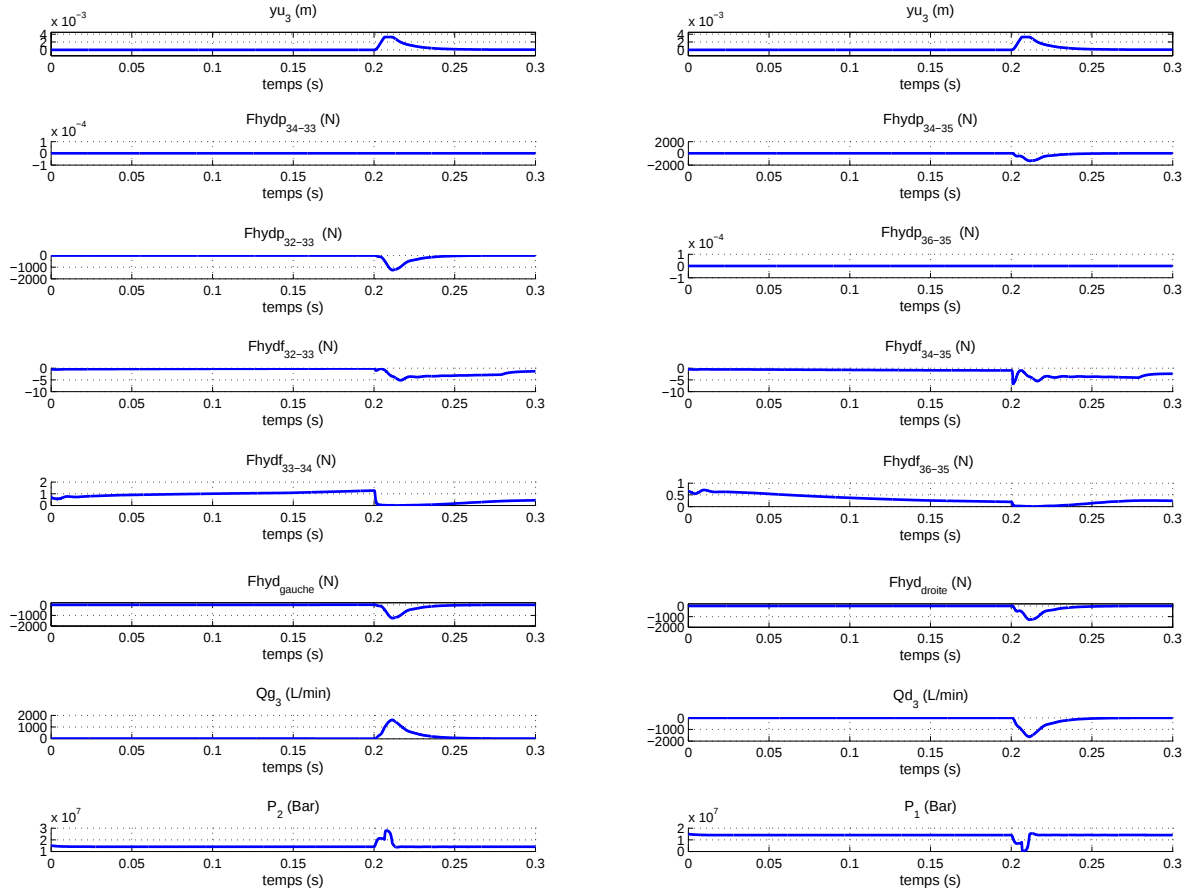


FIG. 4.54 – Simulation des variables utilisées pour décrire l'équation de la force hydrodynamique est appliquée au tiroir du troisième étage de la servovalve.

Comme pour le deuxième étage, la force hydrodynamique F_{hyd} est appliquée au tiroir du troisième étage. Elle se compose de deux forces principales $F_{hydp_{34-35}}$ et $F_{hydp_{36-35}}$ et deux forces de fuites $F_{hydf_{34-35}}$ et $F_{hydf_{36-35}}$. Ces quatre forces sont directement liées aux débits principaux et aux débits de fuites qui constituent les débits Q_{g3} et Q_{d3} . Quand le tiroir commence à se déplacer, les forces hydrodynamiques du côté droit F_{hyd} , par exemple, dépendent de la force principale $F_{hydp_{34-35}}$ et de la force de fuite $F_{hydf_{34-35}}$.

La figure 4.55 présente les variables qui composent les efforts exercés sur le vérin hydraulique.

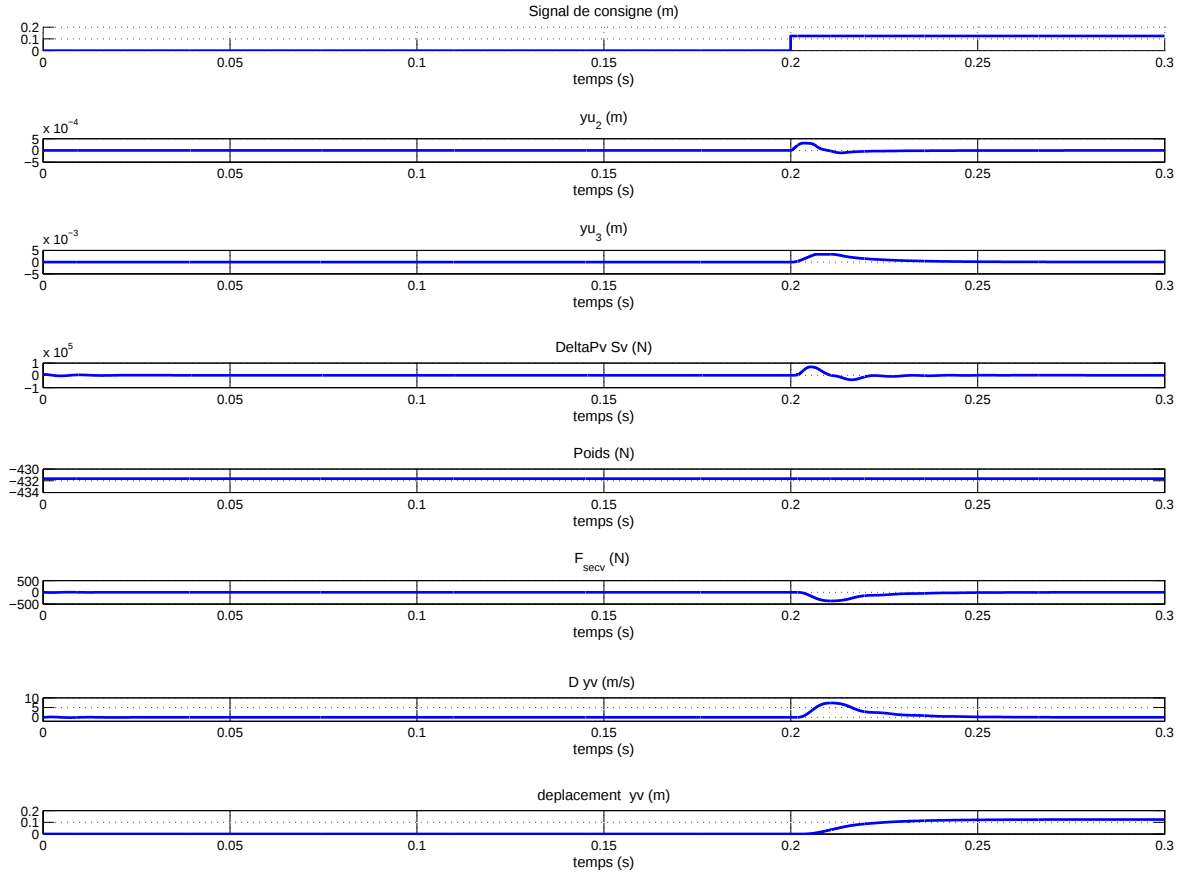


FIG. 4.55 – Simulation des variables qui composent les efforts exercés sur le vérin hydraulique.

Le déplacement yu_3 du tiroir du troisième étage entraîne l'entrée et la sortie des débits Qd_3 et Qg_3 vers le vérin et donc une différence de pression ΔP_v . Cette différence de pression engendre un effort moteur $S_v \Delta P_v = 68,6 \text{ KN}$ qui entraîne le déplacement de la tige du vérin hydraulique. Les efforts résistants sont le frottement sec et le poids de la tige, qui valent respectivement 367 N et 432 N . La vitesse du vérin hydraulique augmente et reste constante à $7,3 \text{ m/s}$ pendant 30 ms . Le déplacement atteint $124,9 \text{ mm}$ au bout de $66,5 \text{ ms}$.

Remarque : D'après la figure 4.51, on peut noter que, pour un échelon d'entrée imposé au vérin, le tiroir du troisième étage de la servovalve atteint la position maximale de $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, et restent dans cette position (de butée physique) pendant une durée de 6 ms . Cette durée est notée t_{bute} . Afin de vérifier si les tiroirs de la servovalve fonctionnent en butée, et ce, quelle que soit l'amplitude de la consigne, on observe leurs déplacements pour 10%, 20% et 100% du signal de consigne (figure 4.56).

Pour un échelon de $\pm 0,025 \text{ mm}$ (10% du signal de consigne), les déplacements yu_2 et yu_3 du deuxième et troisième étages atteignent une valeur maximale de $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ et $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Ces valeurs sont inférieures à $2,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ et $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (butées physiques); les tiroirs ne fonctionnent pas en butée. Lorsqu'on introduit un échelon de $\pm 0,075 \text{ mm}$ (20% du signal de consigne), les tiroirs de la servovalve se déplacent jusqu'à leurs positions maximales de $2,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ et $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ respectivement. Les positions maximales sont obtenues pour 20% et 100 % du signal de consigne. On peut donc dire que pour un signal consigne supérieure à 20% de la valeur maximale, les tiroirs de la servovalve se déplacent jusqu'à la butée physique. Par ailleurs, on peut noter que plus l'amplitude du signal de consigne est élevée, plus la durée t_{bute} est longue (les tiroirs restent plus longtemps en butée).

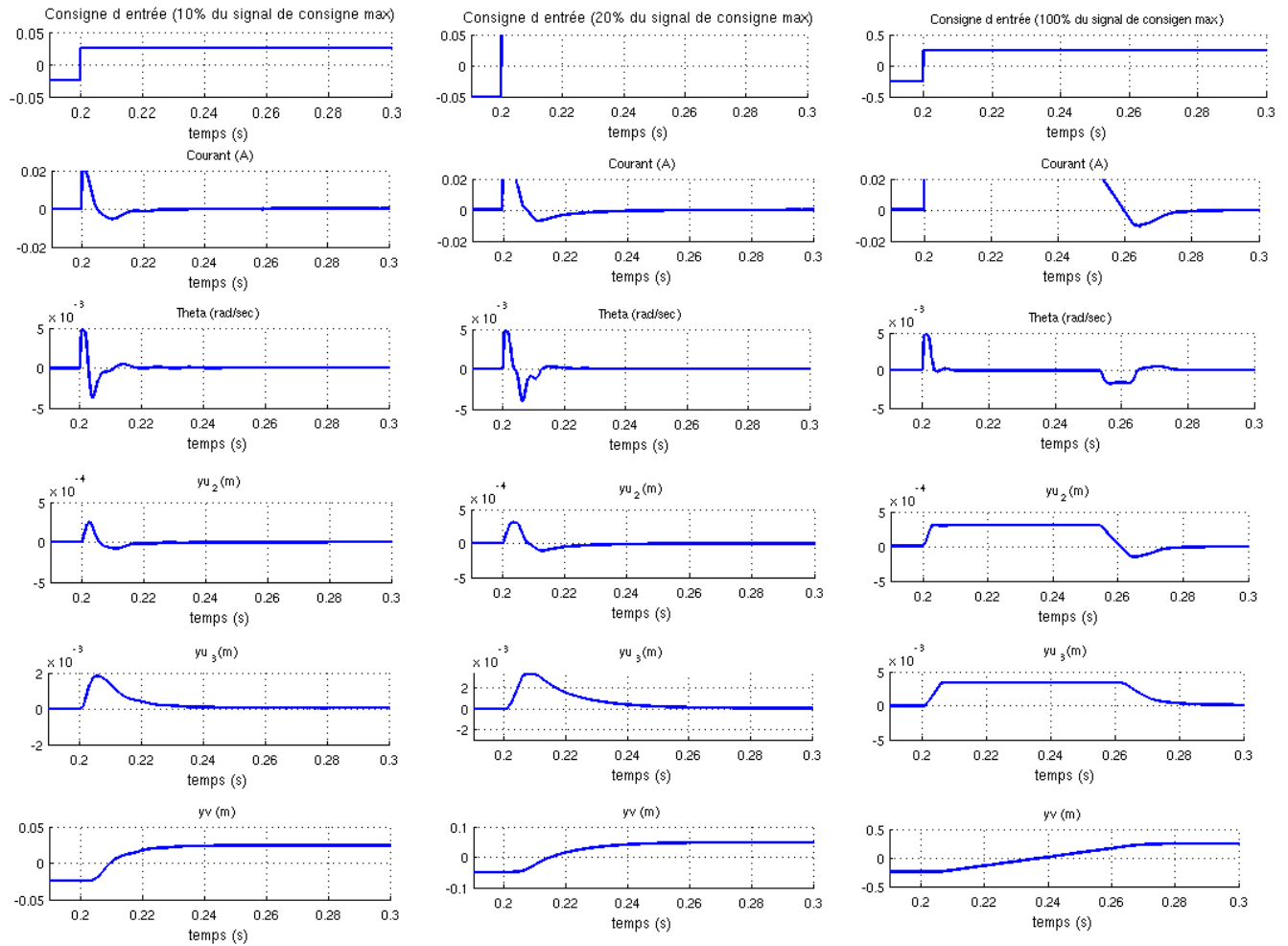


FIG. 4.56 – Déplacements des tiroirs et du vérin pour un échelon de 10%, 20% et 100% du signal de consigne maximale.

4.8 Validation du modèle par des expérimentations sur banc

4.8.1 Asservissement en déplacement du vérin hydraulique :

4.8.1.1 Protocole d'essai

Le dispositif expérimental est présenté dans le paragraphe 4.2. Le schéma fonctionnel utilisé est le même que pour les simulations (§ 4.7) montrée sur la figure 4.42.

Les signaux enregistrés à chaque essai sont les suivants :

- P_1 et P_2 ; ils représentent les pressions dans les chambres du vérin hydraulique.
- P_a et P_r ; ils correspondent respectivement aux pressions d'alimentation et de retour.
- y_v , est la position de la tige du vérin.
- F , est l'effort vu par la tête du vérin.
- a ; il correspond à l'accélération atteinte par le vérin hydraulique.

Le banc d'essai expérimental (vérin hydraulique) est piloté par deux servovalves trois étages. Celle-ci est asservie en position par un régulateur proportionnel inconnu. Le vérin hydraulique est lui aussi asservi en position par un régulateur proportionnel intégrateur dérivateur (PID avec $P = 2, 2$, $I = 0$ et $D = 0$). En simulation, le modèle non linéaire du vérin hydraulique est asservi en position par un régulateur proportionnel P (avec un gain $P = K_v = 200$) alors que la servovalve est asservie par un régulateur proportionnel P (avec un gain $P = K_{sv} = 2,8 \cdot 10^{-3}$).

Des signaux de consigne y_{dv} de type échelon sont introduits sur un vérin à vide (sans charge). Les valeurs obtenues expérimentalement et celles obtenues par simulation sont ensuite comparées.

Différents échelons de consigne de 20% et 80% du déplacement maximal du vérin sont générés. Le modèle de fonctionnement d'une pompe hydraulique et des accumulateurs montés en parallèle, a été réalisé. Il a permis d'obtenir les pressions utiles (pressions d'alimentation et de retour) nécessaires au fonction du système servovalves + vérin.

Réponse à un échelon pour 20% de la consigne maximale :

La figure présente la réponse à un échelon obtenue pour 20% de la consigne maximale.

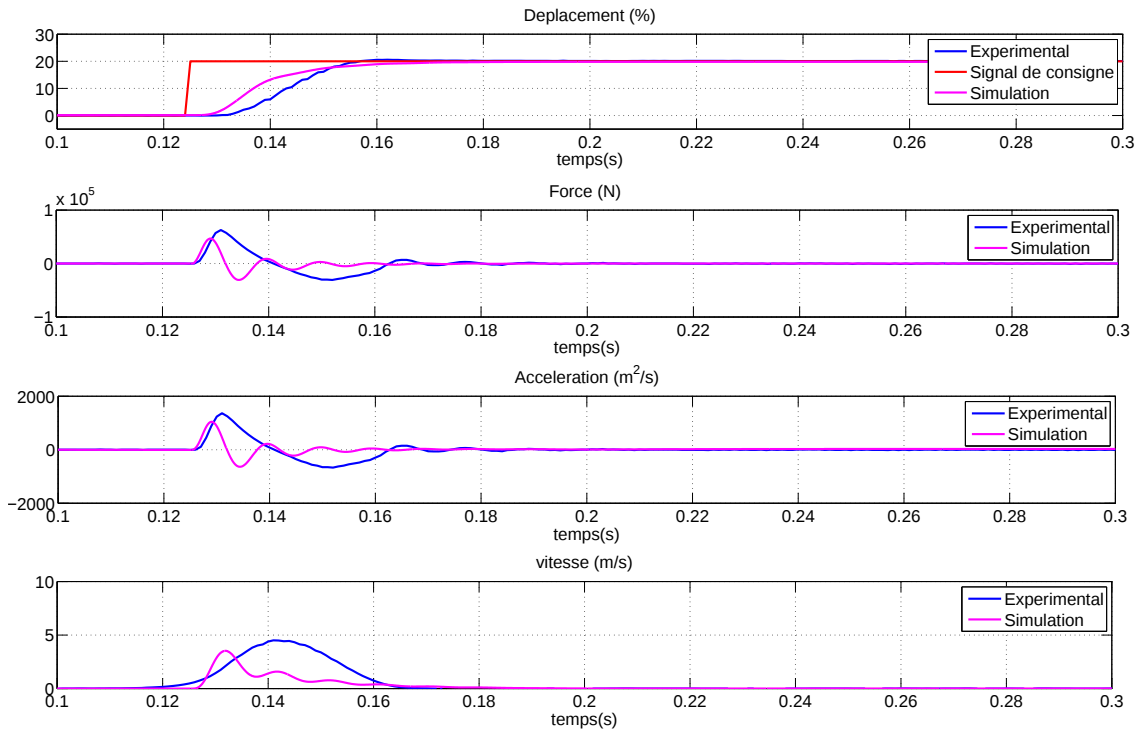


FIG. 4.57 – Résultats pour 20% du déplacement maximal du vérin hydraulique.

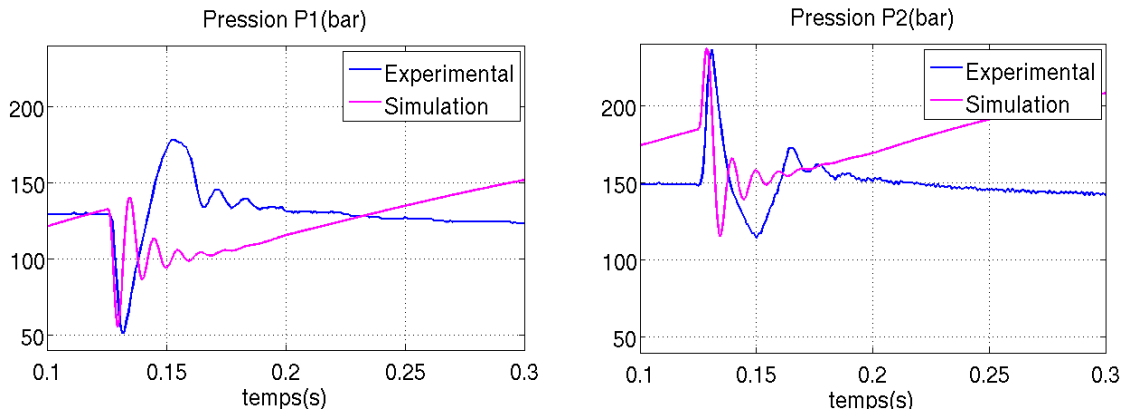


FIG. 4.58 – Résultats pour 20% du déplacement maximal du vérin hydraulique.

Le déplacement du vérin hydraulique en simulation possède un léger retard par rapport à la réponse obtenue expérimentalement. Le temps de réponse pour le système simulé est de $50ms$ et celui obtenu expérimentalement est de $54ms$. La précision du système est évaluée à partir de l'erreur statique. L'erreur statique est définie par le rapport de la réponse du système sur le signal de référence (signal de consigne) en régime stationnaire. L'erreur statique est très faible dans les deux cas. On obtient $0,5\%$ pour la courbe expérimentale et $0,52\%$ pour la courbe obtenue par la simulation. La réponse expérimentale possède un léger dépassement de $D = 2,9\%$.

Une accélération maximale de $1050m/s^2$ et un effort maximal de $46KN$ ont été mesurés expérimentalement. En simulation, on obtient respectivement les valeurs maximales suivantes : $1254m/s^2$ et $54KN$. Le système expérimental présente une vitesse qui suit une loi parabolique en fonction du temps. La vitesse maximale atteint $4,49m/s$ lorsque le vérin se trouve à la moitié de sa course maximale. La courbe en simulation est du même ordre que celle obtenue expérimentalement, mais elle présente une variation différente. Elle augmente exponentiellement pour atteindre un maximum de $3,5m/s$ puis décroît lentement.

Les valeurs expérimentales des pressions aux extrémités des chambres du vérin (P_1 et P_2) sont du même ordre de grandeur que celles obtenues par simulation. La valeur minimale de P_1 et la valeur maximale de P_2 obtenues expérimentalement et par la simulation sont similaires. Elles sont respectivement de $57bars$ et $236bars$.

Réponse à un échelon pour 80% de la consigne maximal :

Les figures 4.59 et 4.60 présentent la réponse à un échelon obtenue pour 80% de la consigne maximale.

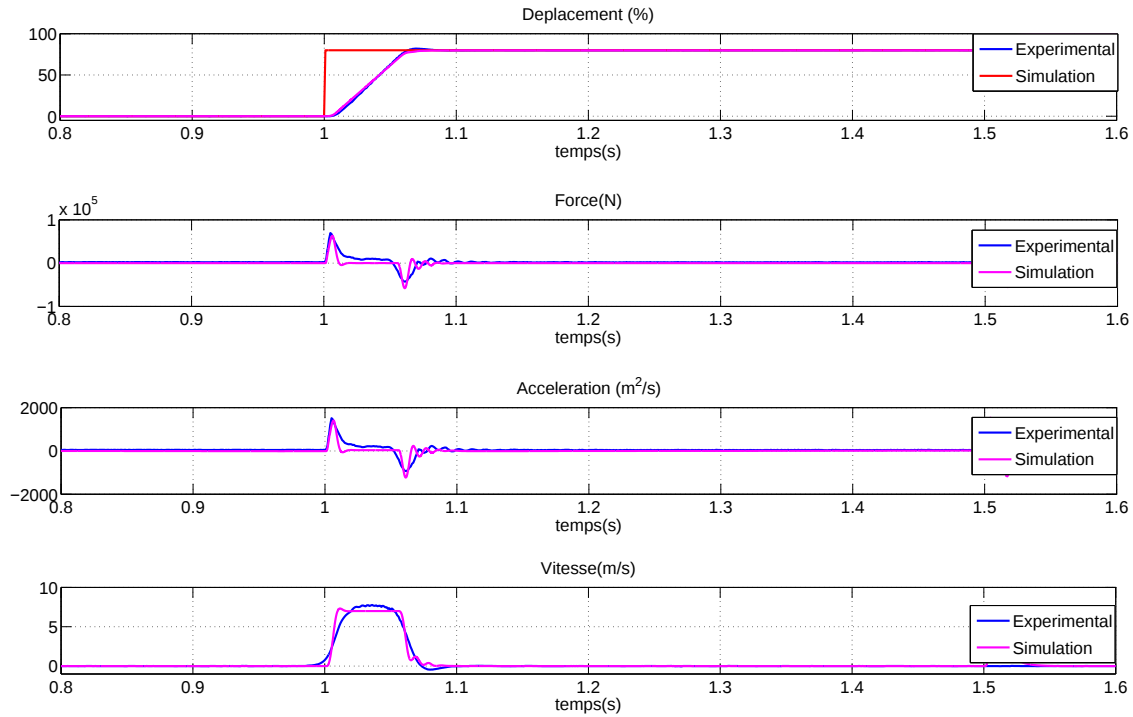


FIG. 4.59 – Résultats pour 80% du déplacement maximal du vérin hydraulique.

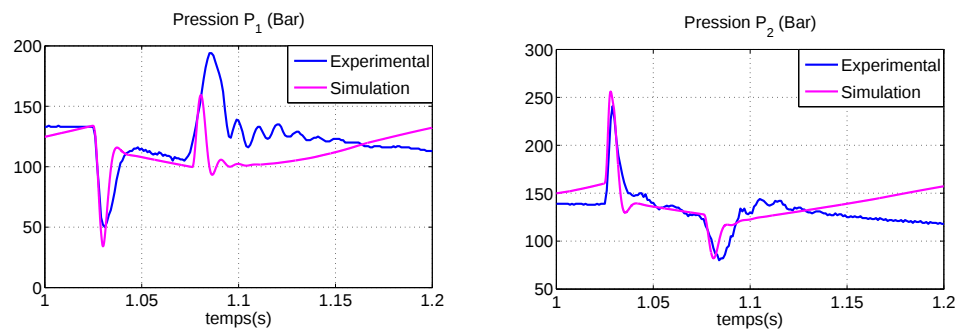


FIG. 4.60 – Pressions pour 80% du déplacement maximal du vérin hydraulique.

Le déplacement du vérin hydraulique en simulation présente un léger retard par rapport à la réponse obtenue expérimentalement. Le temps de réponse mesuré expérimentalement est de $61ms$ alors que celui obtenu à partir du système simulé est de $61,1ms$. L'erreur statique est très faible dans les deux cas. L'erreur statique mesurée expérimentalement est de $0,18\%$. En simulation, elle est évaluée à $0,1\%$. Un léger dépassement de $D = 2,04\%$ est observé sur la courbe expérimentale. Les pressions P_1 et P_2 de $50bars$ (valeur minimale) et de $240bars$ (valeur maximale) ont été obtenues expérimentalement. La simulation nous donne des pressions de $38bars$ (valeur minimale) et à $257bars$ (valeur maximale) respectivement.

La figure 4.61 présente la variation des pressions d'alimentation et de retour en fonction du temps. Les courbes de pressions mesurées expérimentalement ainsi que celles obtenues par simulations pour 80% du déplacement maximal du vérin hydraulique ont été reportées.

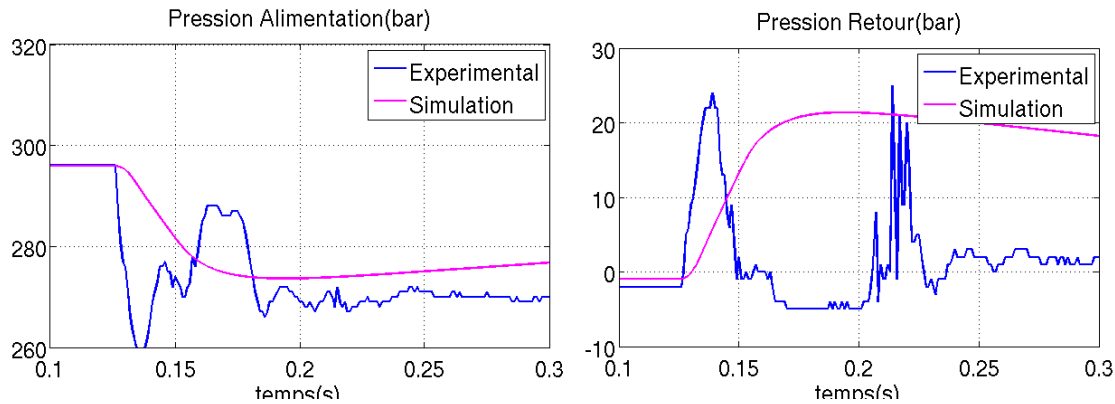


FIG. 4.61 – Pression d'alimentation et de retour pour 80% du déplacement maximal du vérin hydraulique.

Les pressions maximales d'alimentation et de retour ont été mesurées à 296bars et à 2bars. Les valeurs maximales obtenues par la simulation sont respectivement de 296bars et de 2,3bars. Les pressions d'alimentation et de retour obtenues expérimentalement et par simulation sont très proches.

Le tableau 4.7 suivant présente les résultats obtenus pour 20%, 50% et 80% de la position nominale du vérin.

Consigne	Déplacement (%)	Effort (KN)	Accélération (m^2/s)	Vitesse (m/s)	P_{1min} (Bar)	P_{2max} (Bar)
20% (Simulation)	19,95	46	1050	3,5	57	236
20% (Expérience)	19.99	54	1254	4,49	57	236
80% (Simulation)	79,99	69,5	1401	7,35	38	257
80% (Expérience)	79,99	63	1512	7,63	50	240

TAB. 4.7 – Le déplacement, la vitesse, l'effort, l'accélération et les pressions obtenus expérimentalement et en simulation.

Pour les différentes consignes, les pressions, les efforts et les accélérations obtenues expérimentalement et par la simulation sont sensiblement similaires. Expérimentalement et en simulation, la vitesse augmente avec l'amplitude de la consigne. Cependant, la variation de la vitesse en fonction de l'amplitude de la consigne est moins importante en simulation qu'expérimentalement. Le temps de réponse mesuré expérimentalement est inférieur à celui obtenu par la simulation. Ceci dépend directement du régulateur imposé en simulation (le même régulateur a été utilisé dans tous les cas).

4.8.2 Courbe caractéristique vitesse / effort du vérin hydraulique LAMEFIP

On souhaite obtenir la vitesse maximale en dynamique du vérin hydraulique LAMEFIP pour obtenir un effort proche de 100KN. Pour ce faire, on utilisera un vérin hydraulique opposé au vérin asservi LAMEFIP.

4.8.2.1 Banc d'essai

Le montage utilisé pour cette manipulation est montré sur la figure 4.62. Ce montage se compose du banc d'essai LAMEFIP, d'un vérin hydraulique simple effet appelé "vérin résistant" et d'un réservoir d'huile.

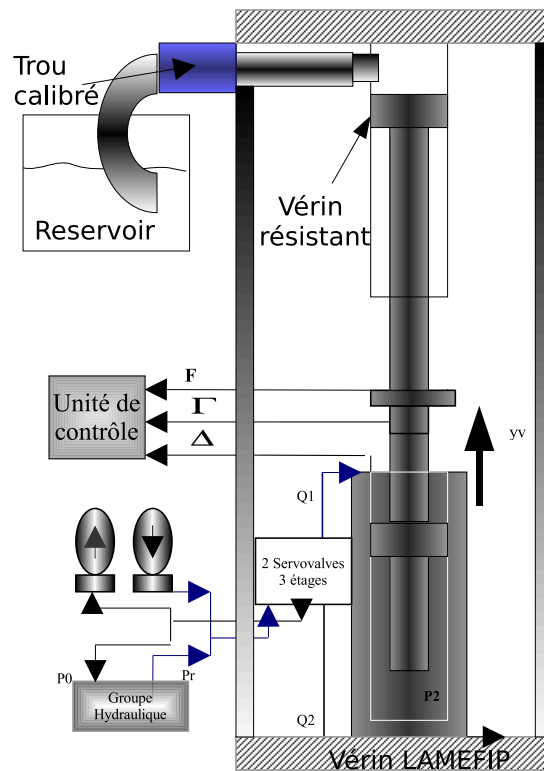


FIG. 4.62 – Configuration du banc d'essai pour obtenir des courbes caractéristiques vitesse/effort.

On pose sur le vérin hydraulique LAMEFIP, le vérin résistant qui présente les caractéristiques suivantes :

- une course maximale de 400 mm.
- un effort maximal de 100 kN à 200 bars.
- une vitesse maximale de 15 m/s.
- un diamètre de la tige de 80 mm.

La tige du vérin LAMEFIP est montée en opposition à la tige du vérin résistant, comme montre la figure 4.63.

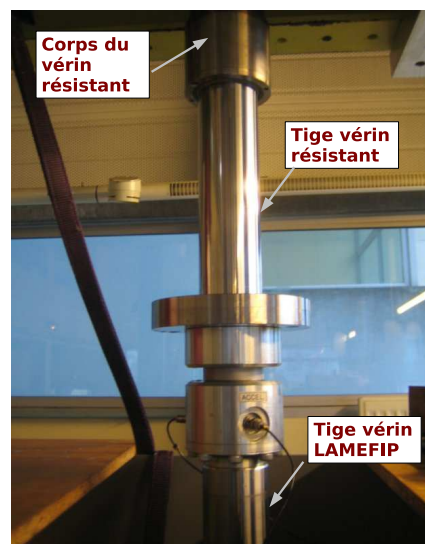


FIG. 4.63 – Tige vérin LAMEFIP et tige vérin résistant.

Le vérin résistant est connecté au réservoir via un raccord et un flexible. Une pièce avec un alésage calibré ϕ_{db}

, notée pièce A, est insérée entre le flexible et le vérin résistant au niveau du raccord comme le montre la figure 4.64. Cette pièce assure un débit fixe et est calibré par alésage. Elle peut se déplacer entre l'anneau de fixation et le raccord. Les figures 4.65 (a), (b) et (c) montrent les différentes pièces qui constituent le montage, à savoir le réservoir, la pièce qui permet de fixer le débit sortant du vérin résistant (pièce A), le raccord et le flexible.

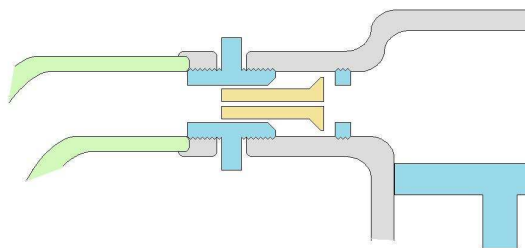


FIG. 4.64 – Dessin en coupe des pièces utiliser dans le système.

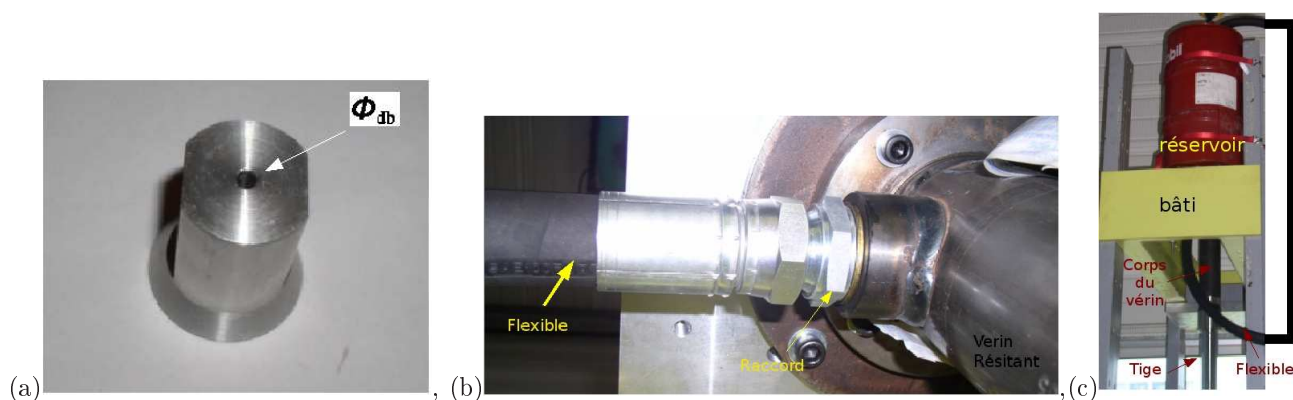


FIG. 4.65 – (a) Pièce A, (b) raccord et flexible et (c) flexible et réservoir d'huile.

4.8.2.2 Protocole d'essai

Un essai est réalisé de la manière suivante :

(i) La première phase est le remplissage du vérin résistant avec de l'huile. La tige du vérin résistant est abaissée, l'huile est alors aspirée du réservoir vers la chambre du vérin résistant. La figure 4.66 montre la circulation d'huile lors du remplissage du vérin résistant.

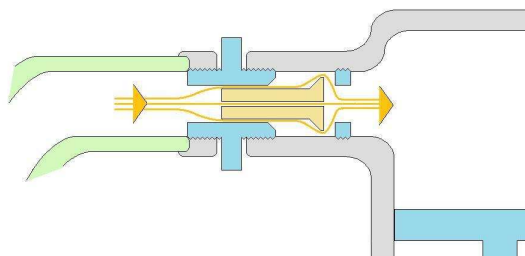


FIG. 4.66 – Dessin en coupe présentant la circulation d'huile lors du remplissage du vérin résistant.

(ii) La seconde phase est le vidage de l'huile en exerçant un effort sur le vérin résistant. Une consigne est envoyée en entrée du système servovalve + vérin LAMEFIP qui entraîne le déplacement de la tige du vérin LAMEFIP. Un effort est alors exercé sur la tige du vérin résistant, ce qui entraîne son déplacement. L'huile est alors chassée de la chambre du vérin résistant vers le réservoir via l'alésage calibré ϕ_{db} de la pièce A, comme le montre la figure 4.67.

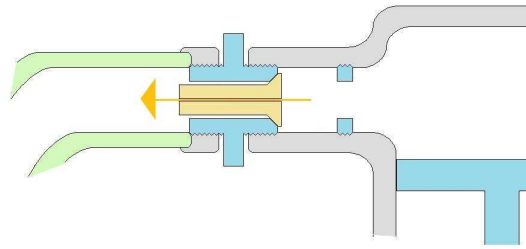


FIG. 4.67 – Dessin en coupe présentent la circulation d'huile lorsque huile est chassé du vérin résistant.

La vitesse de déplacement du vérin résistant est fixée par le débit de l'huile et, par conséquent, par la taille de l'alésage ϕ_{db} . L'effort, le déplacement et l'accélération du vérin LAMEFIP sont ainsi mesurés pour une vitesse constante du vérin résistant, comme le montre la figure 4.68. La vitesse est calculée à partir de la valeur obtenue par le capteur de déplacement.

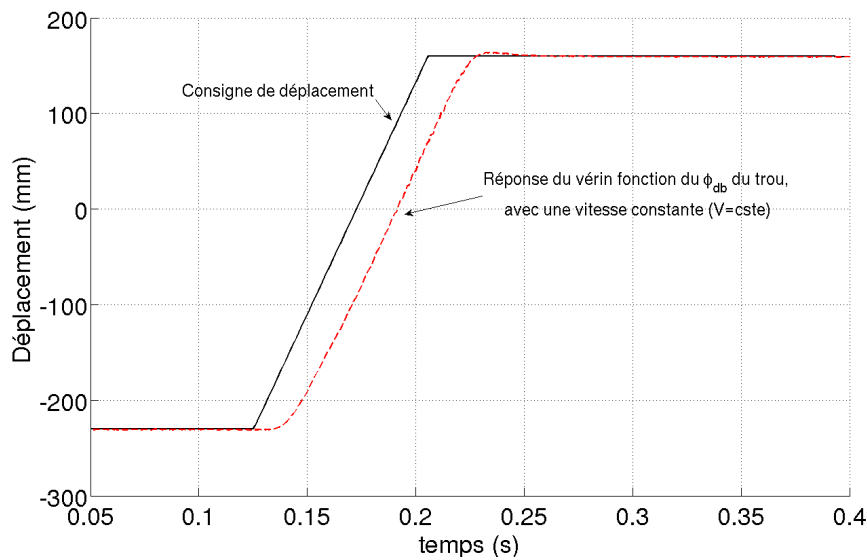


FIG. 4.68 – (a) Signal de consigne standard

Une série d'essais est réalisée en augmentant le diamètre ϕ_{db} de la pièce A et, par conséquent, en diminuant l'effort résistant.

4.8.2.3 Résultats

La consigne en déplacement imposée au vérin LAMEFIP présente la caractéristique suivante : à l'instant t_0 , le déplacement augmente à vitesse constante jusqu'à une valeur X_0 puis est maintenue à cette valeur pendant $20ms$. La figure 4.69 présente les signaux d'entrée imposés au vérin LAMEFIP pour différentes vitesses du vérin résistant.

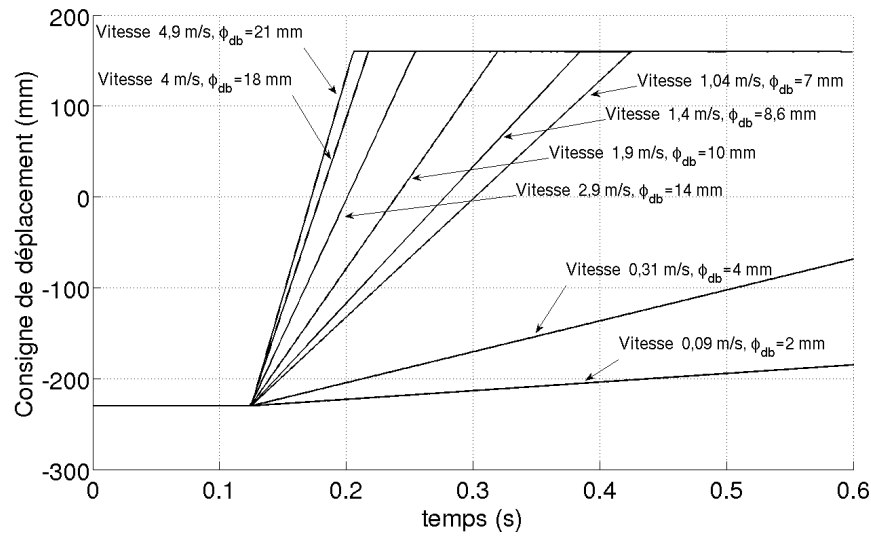


FIG. 4.69 – Différents signaux d'entrée imposés au vérin LAMEFIP .

A partir des capteurs d'effort et de déplacement, les courbes caractéristiques de la vitesse du vérin LAMEFIP obtenues pour les différents efforts résistants (fixés par ϕ_{db}) sont déterminées.

La figure 4.70 présente les enveloppes des vitesses limites en fonction de l'effort résistant obtenu expérimentalement.

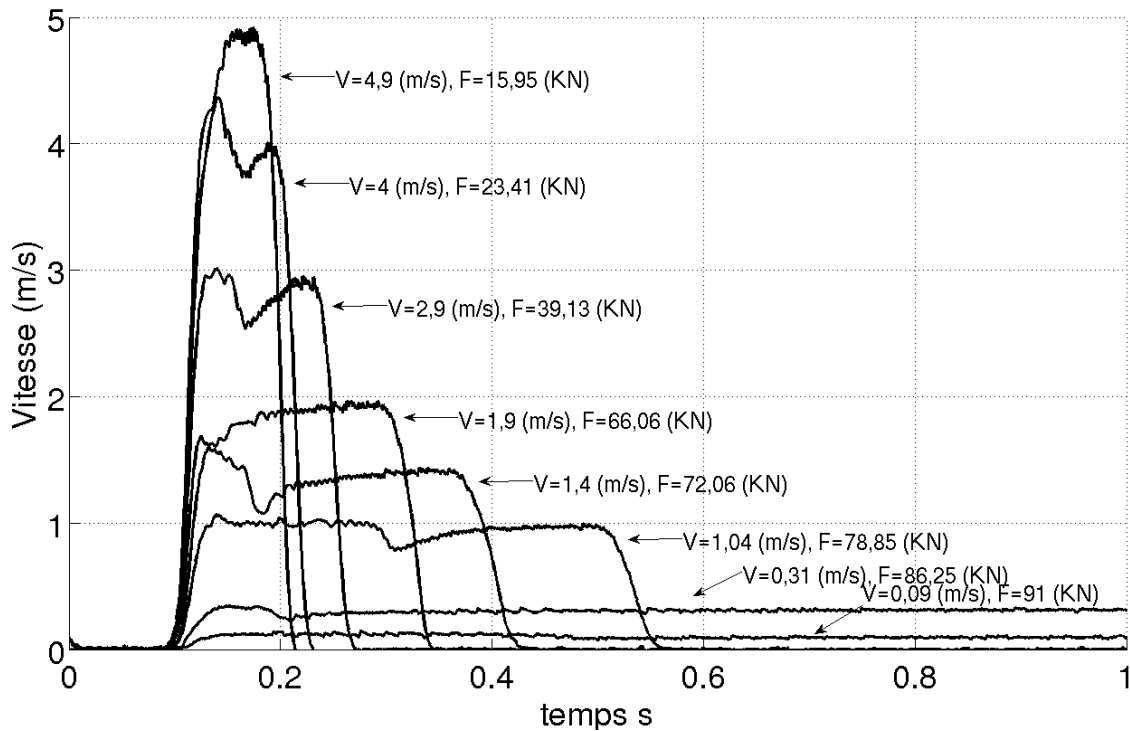


FIG. 4.70 – Enveloppes des vitesses pour différents efforts résistants obtenus expérimentalement.

On observe bien que, plus la vitesse est importante, plus l'effort résistant diminue.

On souhaite comparer les résultats expérimentaux avec les résultats obtenus par la simulation. Pour ce faire, on introduit le même déplacement que celui imposé au système expérimental. Les mêmes valeurs des efforts résistants

obtenus expérimentalement sont utilisées en simulation. Les enveloppes des vitesses limites en fonction de l'effort résistant obtenues en simulation sont présentées sur la figure 4.71.

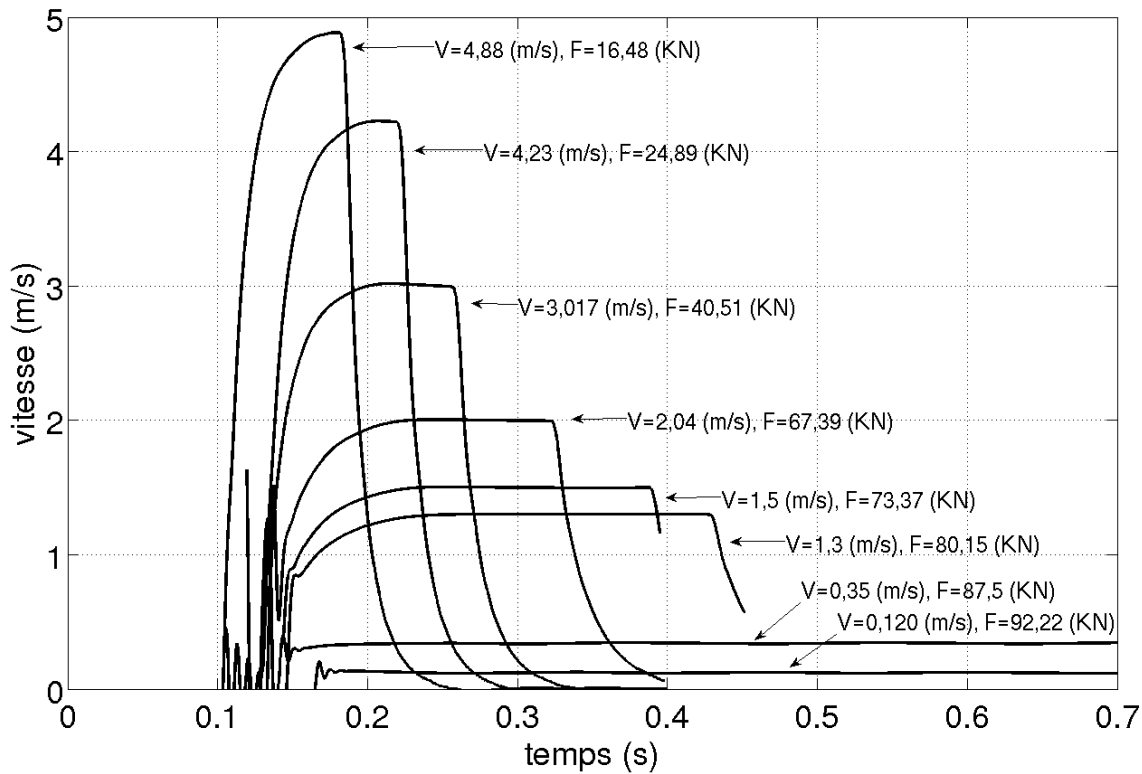


FIG. 4.71 – Enveloppes des vitesses pour différents efforts résistants obtenues en simulation.

Les résultats obtenus expérimentalement et en simulation pour les valeurs minimales et maximales de vitesse sont présentés sur la figure 4.72.

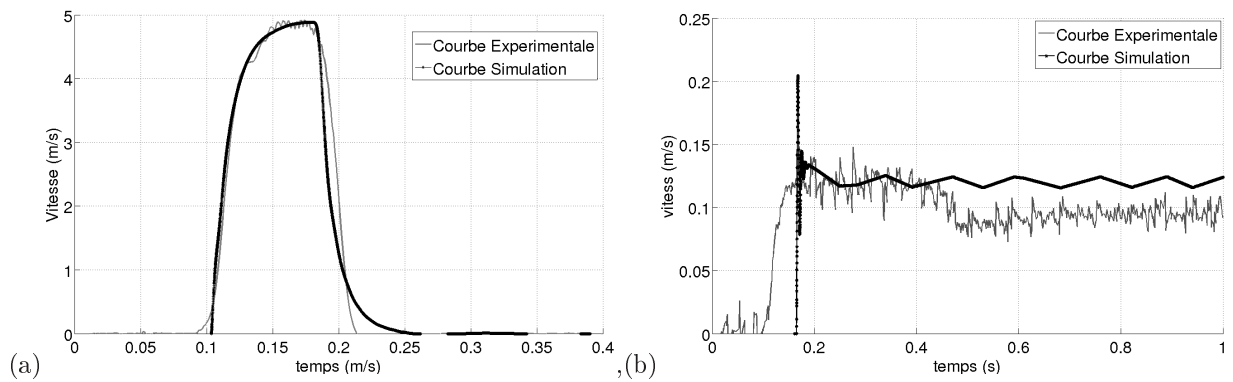


FIG. 4.72 – (a) Enveloppe des vitesses obtenue expérimentalement et par simulation pour 5 m/s. (b) Enveloppe des vitesses obtenue expérimentalement et par simulation pour 0,09 m/s.

On observe que les valeurs obtenues expérimentalement et en simulation sont très proches dans les deux cas. La vitesse expérimentale est obtenue en dérivant le signal de déplacement mesuré par le capteur de position, ce qui a pour effet d'amplifier le moindre bruit mesuré et explique ainsi que la courbe de vitesse est plus ou moins bruitée. La figure 4.73 présente les efforts produits par le vérin hydraulique en fonction des vitesses allant jusqu'à 5 m/s.

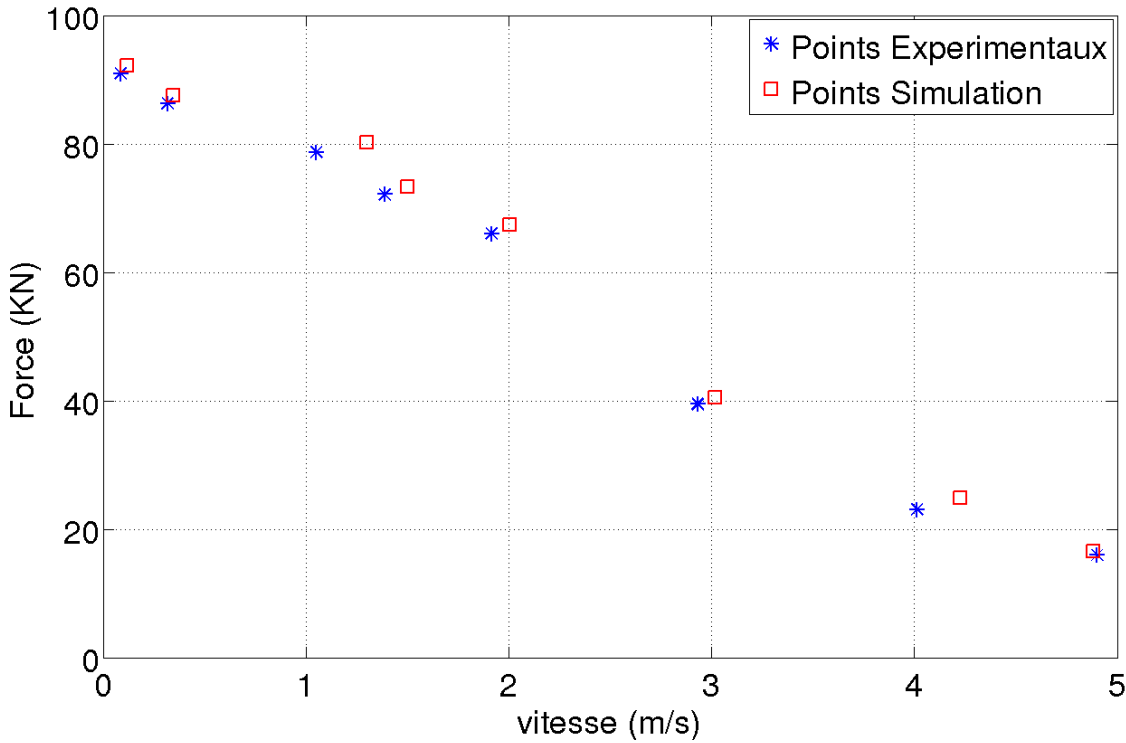


FIG. 4.73 – Efforts par rapport à la vitesse.

Les valeurs des efforts sont mesurés par le capteur lorsque la vitesse atteint le régime permanent. Le tableau 4.8 suivant récapitule les résultats obtenus expérimentalement et en simulation.

(a)	$y_{v\exp}(m/s)$	$F_{exp}(KN)$	(b)	$y_{v\sim}(m/s)$	$F_{sim}(KN)$
	0,09	90,98		0,12	92,22
	0,32	86,25		0,35	87,50
	1,05	78,70		1,30	80,15
	1,39	72,14		1,50	73,37
	1,92	66,03		2,00	67,39
	2,93	39,48		3,02	40,51
	4,01	23,05		4,23	24,89
	4,90	15,95		4,88	16,48

TAB. 4.8 – Performances obtenues par le vérin hydraulique LAMEFIP expérimentalement, ainsi que les valeurs obtenus par le modèle non linéaire du vérin hydraulique LAMEFIP en simulation.

On observe que les valeurs obtenues par la simulation et celles mesurées expérimentalement sont très proches (écart maximal de 2 kN soit une erreur maximale de 2%)

Le tableau suivant résume les performances du vérin hydraulique LAMEFIP obtenues expérimentalement et par simulation pour une course de 400 mm.

(a)	Effort (kN)	Vitesse (m/s)	(b)	Effort (kN)	Vitesse (m/s)
	90,98 (effort max)	0,086 (vitesse min)		92,22 (effort max)	0,120 (vitesse min)
	15,95 (effort min)	4,9 (vitesse max)		16,48 (effort min)	4,88 (vitesse max)

TAB. 4.9 – Performances obtenues par le vérin hydraulique expérimentalement (a) et par la simulation (b) .

Les résultats obtenus en simulation sont pratiquement similaires aux résultats expérimentaux. Ce modèle permet de décrire, avec une bonne précision, le comportement non linéaire du vérin hydraulique LAMEFIP.

4.9 Conclusion

La modélisation du premier, deuxième et troisième étages des servovalves à partir d'un modèle de connaissance physique d'une servovalve donne des résultats satisfaisants. Les non linéarités de ce modèle ont été introduites par les équations de débits, les forces de frottements secs et les forces hydrodynamiques. Le modèle non linéaire reproduit le comportement des servovalves. Les résultats de la simulation dépendent de l'estimation des paramètres du modèle. Certains paramètres physiques de la servovalve tels que la distance buse palettes x_0 , l'inertie J et le coefficient de friction visqueux de la palette φ etc..., ne peuvent pas être directement mesurés et doivent donc être estimés. L'estimation de ces paramètres est validée à partir de la comparaison des courbes caractéristiques du modèle telles que la caractéristique débit/courant, la réponse à un échelon et la réponse fréquentielle du deuxième et troisième étages de la servovalve. et des mêmes courbes expérimentales fournies par le constructeur.

La bonne corrélation entre le modèle simulé et les caractéristiques constructeur suggèrent que les valeurs estimées correspondent aux valeurs réelles des paramètres des servovalves du type 550 Hydraustar. La bande passante obtenue pour l'étage amplification (troisième étage) a une erreur maximale de 23% même si les débits obtenus (600 l/min) par le modèle simulé avec ceux fournis par le constructeur sont très proches. Cette erreur maximale s'explique par le fait que la caractérisation du troisième étage ne peut se faire en boucle ouverte (il y a nécessité de reboucler le capteur de position du troisième étage) et, par conséquent, les caractéristiques sont celles d'une boucle fermée dont on ignore les paramètres du régulateur ce qui est à l'origine de l'erreur affichée. Un changement de gain de boucle permet, sans nul doute, de minimiser cette erreur. Ces résultats suggèrent que, pour les basses fréquences, le modèle décrit de manière précise le comportement du système physique de la servovalve Hydraustar 1116. Le modèle non linéaire présenté est représentatif du comportement physique de l'ensemble indissociable servovalve-vérin hydraulique sur tout son domaine de fonctionnement.

La bonne corrélation des résultats expérimentaux avec ceux obtenus par la simulation, que ce soit pour des essais à vide ou avec un effort résistant, permettent de valider le modèle développé dans ce chapitre. Ce modèle peut être utilisé pour décrire le fonctionnement du vérin hydraulique du laboratoire LAMEFIP.

Chapitre 5

Commande d'un hexapode

5.1 Introduction

Le système que nous allons étudier est constitué de deux parties fondamentales qui sont le “procédé” et le régulateur. Le “procédé” est le système physique qui se trouve dans un environnement donné et qui réalise une action particulière, dans notre cas le robot hexapode. Le régulateur est un dispositif de commande qui reçoit des signaux permettant d'évaluer l'état réel du procédé par rapport à l'état désiré à un instant donné. Il agit sur le procédé de façon à diminuer l'écart entre les deux états.

L'élaboration de la loi de commande (recherche d'un régulateur) qui régit le robot hexapode est réalisée à partir des modèles du système physique obtenus dans le chapitre précédent (Chapitre 4). Le schéma synoptique montré sur la figure 5.1 met en évidence le procédé général utilisé pour obtenir et appliquer les lois de commande.

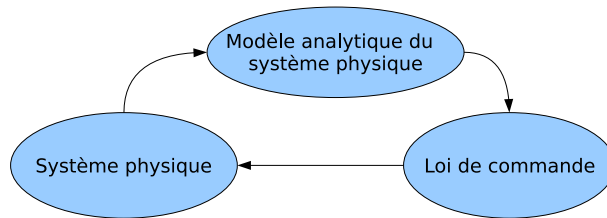


FIG. 5.1 – Schéma synoptique pour la réalisation de la loi de commande.

L'obtention d'une loi de commande passe par trois phases primordiales. La première phase se base sur le système physique pour obtenir à partir des différentes hypothèses un modèle analytique du système physique (modèle de connaissance). La deuxième phase est le calcul des différents paramètres (régulateur, filtres, etc.) de la loi de commande “mathématique” (synthèse de la loi de commande) à partir du modèle obtenu et du cahier des charges. La troisième phase est basée sur l'implantation physique de la loi de commande sur le système.

Il faut remarquer que la simulation est une étape essentielle pour obtenir le modèle analytique et la loi de commande “mathématique”. Les paragraphes suivants présentent, en premier lieu, le calcul de la loi de commande d'un vérin hydraulique (servovalve+vérin) en position qui permet d'améliorer la réponse du système par rapport à une consigne. La loi de commande permet également de valider le modèle analytique présenté dans le chapitre 4. Seront ensuite présentés la stratégie et les différentes étapes à suivre pour la synthèse de la loi de commande d'un robot hexapode.

5.2 Calcul de la loi de commande du vérin hydraulique (servovalve+vérin)

Dans le chapitre précédent, un modèle non linéaire de la servovalve et du vérin hydraulique a été développé en se basant sur le vérin hydraulique du laboratoire LAMEFIP. Ce vérin hydraulique (banc d'essai expérimental) est asservi en position par un régulateur proportionnel au niveau des servovalves et des vérins. Dans ce paragraphe,

nous cherchons à évaluer le régulateur proportionnel qui assure la meilleure précision et stabilité du modèle non linéaire du système servovalve+vérin. La précision et la stabilité sont des caractéristiques définies dans un cahier des charges qui a été constitué à partir des performances physiques du banc d'essai expérimental.

5.2.1 Asservissement de la servovalve trois étages.

La servovalve trois étages a été modélisée dans le chapitre précédent à partir d'équations d'état non linéaires. La figure 5.2 suivante présente la loi de commande en position du modèle non linéaire de la servovalve, avec son étage pilote (premier et deuxième étage) et son troisième étage (amplification hydraulique)

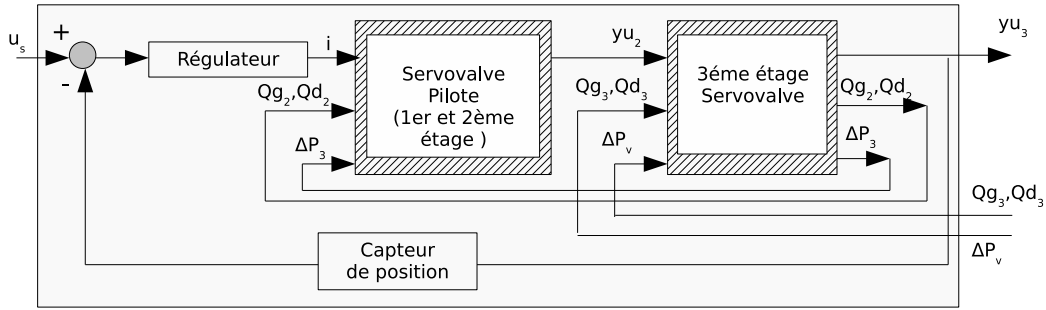


FIG. 5.2 – Asservissement en position de la servovalve.

u_s est le signal de consigne, i est le courant (signal de commande), Qg_2 et Qd_2 sont les débits volumiques délivrés par le deuxième étage vers le troisième étage. $\Delta P_3 = P_{g3} - P_{d3}$ est la différence de pression aux extrémités du tiroir du troisième étage. Qg_3 et Qd_3 sont les débits volumiques délivrés par le troisième étage vers le vérin hydraulique. $\Delta P_v = P_2 - P_1$ est la différence de pression aux extrémités des chambres du vérin. yu_2 est le déplacement du tiroir du deuxième étage, yu_3 est le déplacement du tiroir du troisième étage (signal de sortie).

La rétroaction électrique du troisième étage induit une linéarisation par le bouclage du système. La figure 5.3 présente le schéma de la servovalve linéarisée.

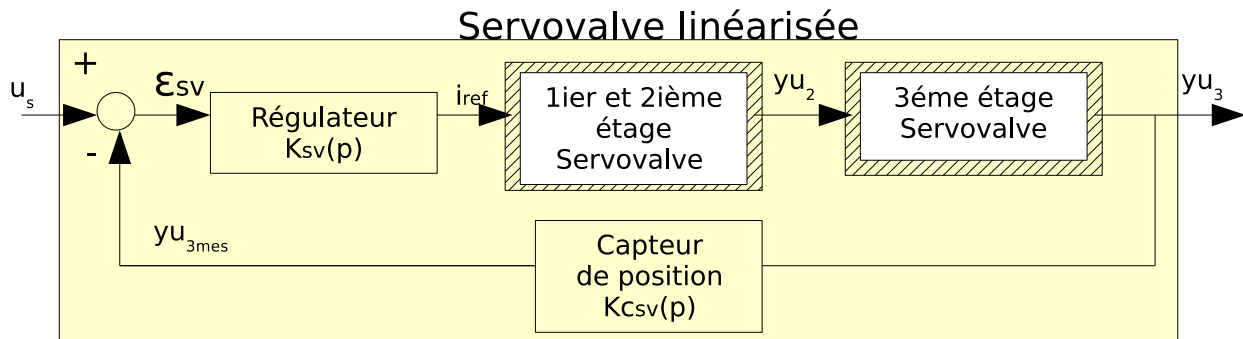


FIG. 5.3 – Schéma de la servovalve linéarisée.

u_s est le signal de consigne, ε_{sv} est le signal d'erreur, i_{ref} est le signal de commande ($i_{ref} = i$), yu_3 est le signal du sortie (déplacement du tiroir du troisième étage), yu_{3mes} est le signal de mesure. $K_{sv}(p)$ est la fonction de transfert du régulateur et $K_{c_{sv}}(p)$ est le modèle de l'organe de mesure (capteur de position). Les entrées Qd_3 , Qg_3 et ΔP_v ne sont pas représentées sur la figure puisqu'elles sont vues comme des perturbations du système à rejeter.

Tout d'abord, on souhaite asservir le système par un régulateur conciliant degré de stabilité, rapidité et précision définies dans le cahier des charges.

On s'impose le cahier des charges suivant :

- Précision : on souhaite avoir une bonne précision en présence de signaux de consigne et de perturbations. Pour cela, on cherche à obtenir un écart statique (erreur en position) inférieur à 5% (rapport du signal de réponse sur le signal de consigne à l'état stationnaire).
- Rapidité : la rapidité de la loi de commande peut se mesurer à partir du temps de montée (t_m), temps nécessaire pour que la sortie passe de 10% à 90% de son intensité maximale. Elle peut aussi se mesurer par le temps de réponse à 5% ($tr_{5\%}$), temps nécessaire pour que la sortie reste comprise entre 95% et 105% de sa valeur maximale. Dans notre cas, on souhaite un temps de réponse maximal à 5% de 8,5 ms et un temps de montée maximal de 8ms (donné constructeur).
- Stabilité : le système doit rester stable quel que soit le régulateur implanté. Les marges de gain (M_G) et de phase (M_Φ) ainsi que le facteur de résonance (Q) en boucle fermée sont des paramètres permettant d'évaluer la stabilité du système dans le domaine fréquentiel. Dans le domaine temporel, le premier dépassement ($D\%$) de la réponse indicielle permet aussi de quantifier la stabilité. Les conditions de stabilité et de précision de notre servovalve sont définies à partir des valeurs suivantes : une marge de gain comprise entre 6 et 10 dB, une marge de phase variant entre 40° et 60°, ainsi qu'un facteur de résonance maximale de 3 dB. Comme on a pu le voir dans le chapitre 4, lorsqu'on applique un échelon d'amplitude supérieure à 30% du signal de consigne maximale (du système servovalve+vérin), les tiroirs se déplacent jusqu'à leurs butées physiques. Ils restent dans cette position pendant une durée t_{bute} nécessaire à l'entrée et la sortie des débits d'un étage vers l'autre (Qg_2 et Qd_2) ou d'un étage vers le vérin hydraulique (Qg_3 et Qd_3), jusqu'à ce que les efforts ou les couples de rétroaction entraînent les tiroirs à sa position initiale. Par conséquent, dans le domaine temporel, le premier dépassement n'est pas un paramètre déterminant pour le choix du régulateur de la servovalve.

5.2.1.1 Le régulateur Proportionnel

On cherche à obtenir le régulateur proportionnel le plus performant en respectant le cahier des charges. Le régulateur est de la forme :

$$K_{sv}(p) = K_0 \quad (5.1)$$

On souhaite obtenir le régulateur à la fois le plus adapté au système dans toute la gamme de fonctionnement et qui respecte le cahier des charges établi. Pour ce faire, on étudiera les réponses du système autour d'un point de fonctionnement, $u_{s0} = 0$ qui correspond au point d'équilibre du système, car celui-ci est de type intégrateur. On étudiera les gammes d'amplitude à 10%, 50%, 80% et 100% du signal de consigne maximal et on cherchera les paramètres du régulateur à implémenter en fonction de chaque critère établi dans le cahier des charges.

La démarche à suivre consiste à étudier en boucle ouverte la fonction de transfert du système afin d'établir la stabilité du système (M_G et M_Φ). En fonction de ces informations, on cherchera s'il est possible de modifier le régulateur pour respecter les caractéristiques du cahier des charges.

Le système en boucle ouverte (BO) ($yu_{3mes}(p)/\varepsilon_{sv}(p)$) est le suivant :

$$\frac{yu_{3mes}(p)}{\varepsilon_{sv}(p)} = K_{sv}(p)G_{sv}(p)K_{c_{sv}}(p) \quad (5.2)$$

$\varepsilon_{sv}(p)$ est le signal d'entrée et $yu_{3mes}(p)$ est le signal de sortie.

Le signal de consigne u_s varie entre ± 10 V, le signal de commande i_{ref} est compris entre $\pm 20.10^{-3}$ A, le déplacement maximal du tiroir du troisième étage yu_3 est de $\pm 2.5.10^{-3}$ m.

La valeur du régulateur proportionnel (P) est $K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$ ($K_{sv}(p) = i_{ref}(p)/\varepsilon_{sv}(p)$) et la valeur du capteur de position $K_{c_{sv}}(p) = 4.10^3$. $G_{sv}(p)$ constituent la fonction de transfert équivalente du modèle non linéaire de la servovalve.

Les réponses en fréquence de la boucle ouverte peuvent être obtenues par différentes méthodes, qui sont :

- La fonction “linmod” du programme Matlab [44] : linmod permet de linéariser un système non linéaire autour d'un point de fonctionnement. Elle permet d'obtenir les matrices d'état (A,B,C,D) du modèle linéarisé. Cependant, cette fonction donne des résultats peu satisfaisants pour des modèles non linéaires possédant des éléments MATLAB (saturations des signaux).
- La détection synchrone [53] : la détection synchrone est un processus utilisé lorsque l'on souhaite extraire un signal utile noyé dans le bruit. Elle est utilisée pour récupérer des signaux périodiques issus d'un capteur. La détection synchrone s'appuie sur la modulation de la source du capteur pour être dans une zone de bruit minimale. Le signal est ensuite amplifié et, éventuellement, filtré de manière sélective pour éliminer les harmoniques. Il est, alors, dirigé vers un multiplieur pour effectuer la démodulation. On peut obtenir l'amplitude et la phase d'un système en utilisant cette méthode. Il suffit d'appliquer un signal sinusoïdal sur le système ($u(t) = u_0 + u_1 \sin(w_m t)$), d'introduire un amplificateur et un filtre passe bande pour obtenir le premier harmonique ($y_f(t) = y_0 + y_1 \sin(w_m t - \theta)$), et de réaliser une multiplication du signal du premier harmonique par des signaux sinusoïdaux ($\sin(w_m t)$ et $\cos(w_m t)$) de même fréquence (w_m). Cette méthode permet d'obtenir la phase θ et l'amplitude y_1 pour la fréquence étudiée. La figure 5.4 présente la détection synchrone utilisée pour obtenir la phase et l'amplitude pour une fréquence.

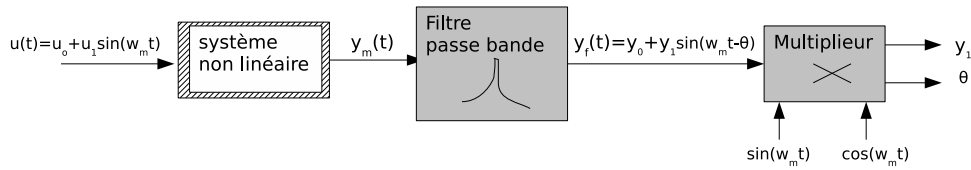


FIG. 5.4 – Détection synchrone.

Les résultats obtenus à partir de la détection synchrone sont satisfaisants. Cependant, l'analyse sur toute la gamme de fréquence nécessite un temps de calcul très important.

- L'excitation par Multisinus [54, 55] : il s'agit d'une somme de sinus couvrant une plage de fréquences déterminées. Cette excitation combinée avec le calcul de la densité spectrale de puissance (DSP) peut être utilisée pour caractériser des circuits ou des systèmes, pour identifier des systèmes, pour développer des modèles, etc. Il existe différentes méthodes d'excitation en multisinus; les plus utilisées sont la méthode par balayage, le multisinus Schroeder, et la méthode par phase aléatoire. L'équation du signal multisinus est définie de la manière suivante :

$$u(t) = \sum_{k=1}^N A_k \cos(2\pi f_k t + \phi_k) \quad (5.3)$$

$f_k = l_k * f_0$, l_k est un nombre entier positif, f_0 est la fréquence porteuse. Les fréquences f_{min} et f_{max} sont respectivement les valeurs minimale et maximale de la fréquence f_k ($f_{min} \leq f_k \leq f_{max}$). Les amplitudes A_k et les phases ϕ_k de chaque composante sinusoïdale du multisinus peuvent être spécifiées indépendamment. La phase est déterminée à partir de la relation suivante :

$$\phi_k = -\frac{k(k-1)}{N} \pi \quad (5.4)$$

Dans notre cas, on souhaite avoir une amplitude A_k constante sur toute la gamme de fréquences. On utilise la densité spectrale de puissance (DSP) pour obtenir les amplitudes et les phases qui caractérisent le système pour un signal multisinus d'entrée donnée. Le temps de calcul de cette méthode est plus court pour toute la gamme de fréquences que le temps de calcul des méthodes précédentes.

La figure 5.5 présente le schéma utilisé pour obtenir la réponse en fréquence en boucle ouverte avec la méthode multisinus.

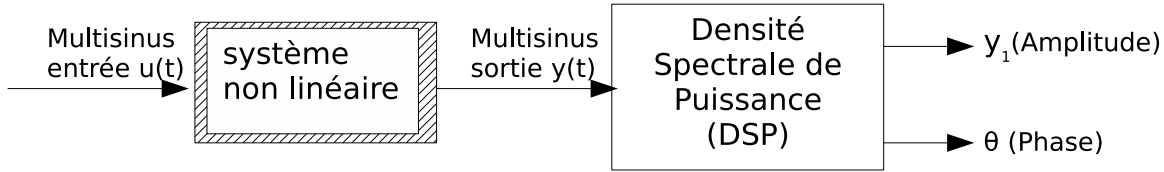


FIG. 5.5 – Schéma utilisé avec la méthode multisinus.

Le système bouclé que l'on étudie ne peut pas être ouvert en raison de la dérive en boucle ouverte de la position du tiroir du troisième étage ; par conséquent, les réponses en fréquence de la boucle ouverte sont obtenues en envoyant le signal d'entrée au niveau de la consigne et en comparant les valeurs du signal d'erreur (ε_{sv}) et du signal de sortie $y u_{3mes}$.

Les figures 5.6 et 5.7 présentent les diagrammes de Bode en boucle ouverte intégrant la servovalve trois étages pour une pression d'entrée de $P_a = 280 \text{ bar}$ et pour un signal de commande égal à 10%, 50%, 80% et 100% de $\pm 20 \cdot 10^3 \text{ A}$.

Remarque : On impose un signal de consigne. Le signal de commande est obtenu à partir d'un signal de consigne u_s pour un régulateur donné.

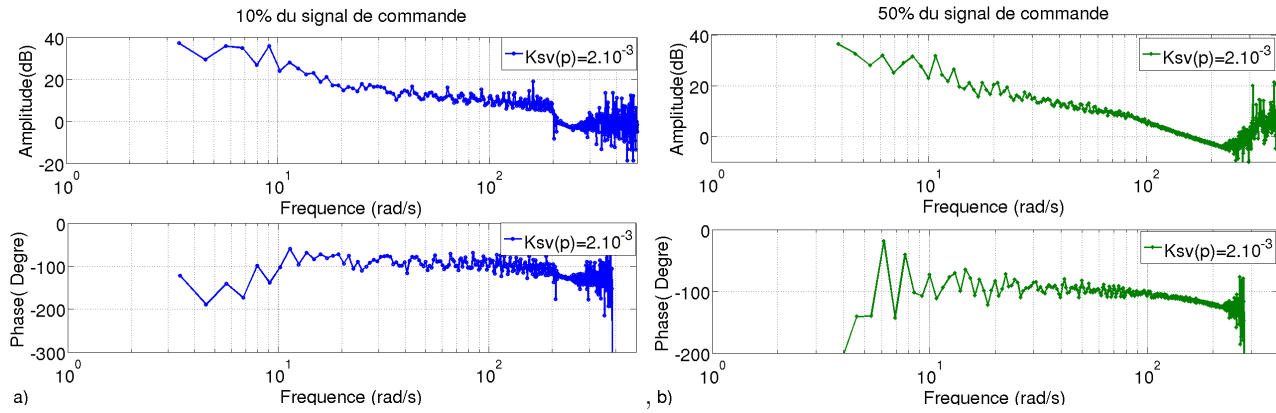


FIG. 5.6 – Réponses fréquentielles en boucle ouverte obtenues pour (a) 10% et (b) 50% du signal de commande.

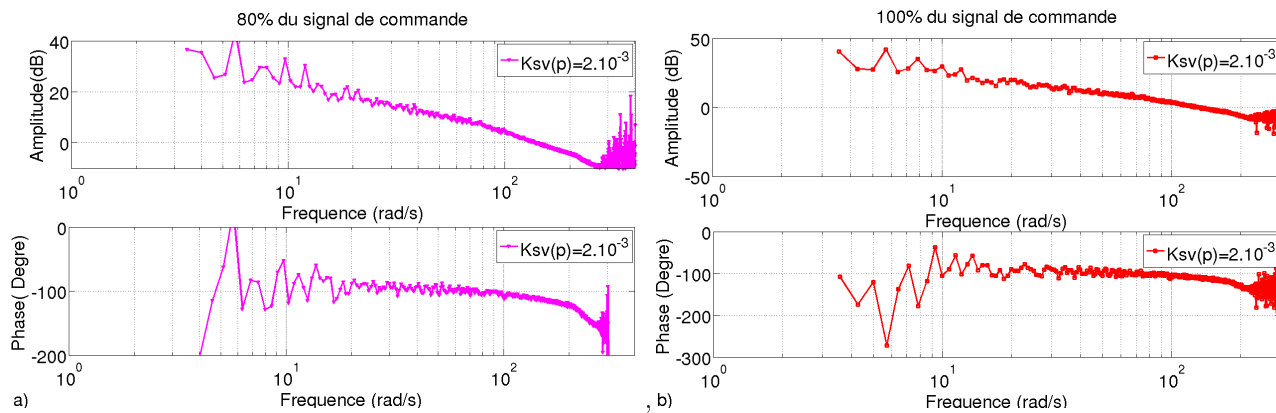


FIG. 5.7 – Réponses fréquentielles en boucle ouverte obtenues pour (a) 80% et (b) 100% du signal de commande.

La fréquence obtenue pour un gain unité en boucle ouverte notée w_u est de 210 ; 156 ; 137 et 131 rad/sec pour respectivement 10%, 50%, 80% et 100% du signal de commande. Pour des fréquences notées w_p , les réponses en fréquence du système n'ont plus aucune signification. La fréquence w_p est de l'ordre de 220 rad/sec pour tous les points de fonctionnement. Etant donné que la fréquence w_{-180° pour laquelle la phase est de -180° est supérieure à w_p , elle ne peut pas être mesurée.

Remarque : Sur les diagrammes de Bode, on observe que pour les basses fréquences, la courbe en boucle ouverte décroît avec une pente de -20 dB/dec et que la phase oscille autour de -90° ; ce qui est caractéristique d'un intégrateur. On peut donc dire que la servovalve se comporte comme un intégrateur pur pour les basses fréquences.

La marge de gain peut être visualisée à partir des diagrammes de Nichols présentés sur les figures 5.8 et 5.9.

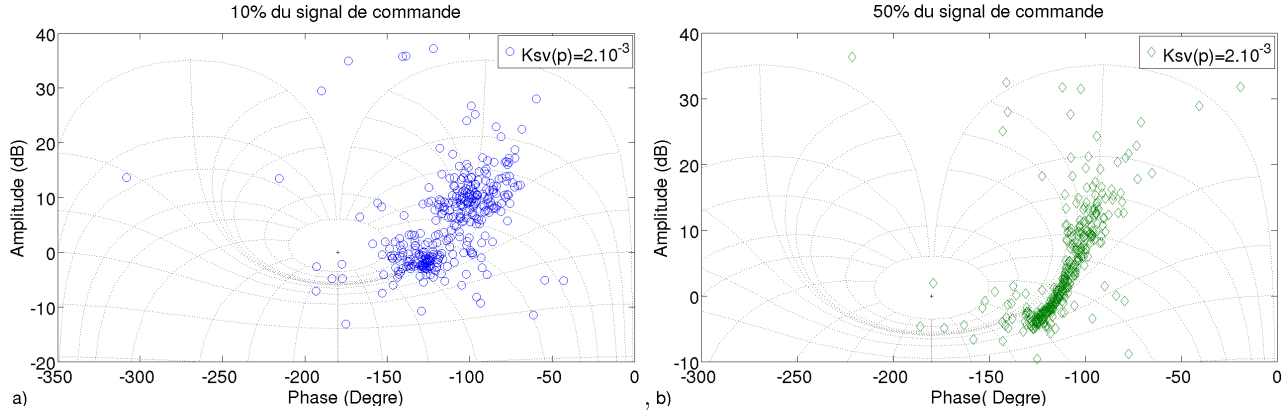


FIG. 5.8 – Diagrammes de Nichols obtenus pour (a) 10% et (b) 100% du signal de commande maximal.

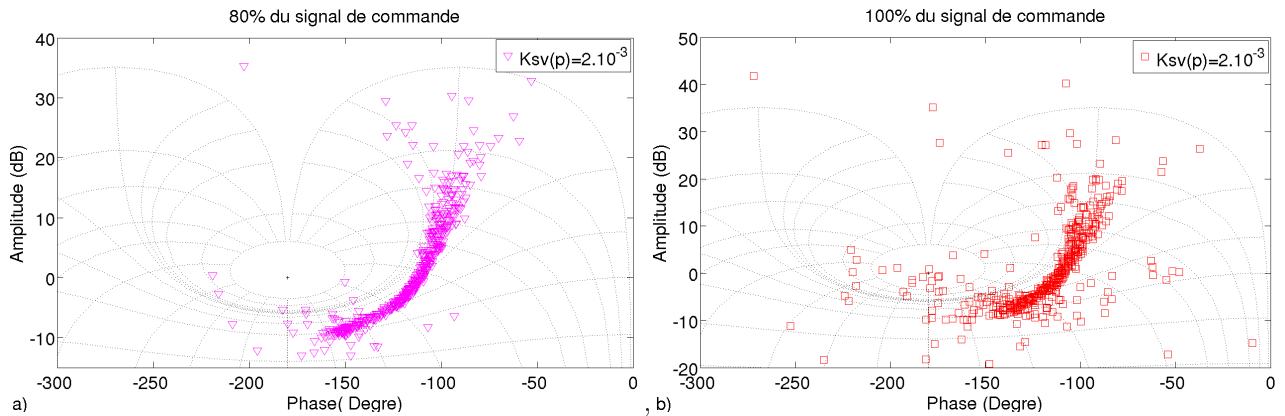


FIG. 5.9 – Diagrammes de Nichols obtenus pour (a) 80% et (b) 100% du signal de commande maximal.

Pour $K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$, les valeurs des marges de gain et de phase sont estimées en prenant la valeur moyenne obtenue sur les réponses fréquentielles. Etant donné que la courbe de Nichols obtenue pour 10% du signal de commande est très bruitée, l'erreur sur la marge de phase (M_ϕ) est très importante; M_ϕ a été estimée à $60 \pm 17^\circ$. Pour 50%, 80% et 100% du signal de commande. On peut estimer les valeurs de la marge de phase à $67 \pm 2^\circ$, $69 \pm 2^\circ$ et $70 \pm 3^\circ$ respectivement. La marge de gain (M_G) pour 10%, 50% est inférieure à 10 dB. Pour 80% et 100% du signal de commande, M_G est estimée à environ 10 ± 2 dB. La courbe de Nichols obtenue pour 10% du signal de commande, est très bruitée ce qui ne permet pas d'estimer le facteur de résonance Q . Pour 50%, 80% et 100% du signal de commande, les courbes de Nichols sont tangentes à la courbe d'iso-amplitude de -1 dB pour un gain unité. Il n'y a donc pas de résonance.

Le tableau 5.1 suivant récapitule les résultats obtenus par le diagramme de Nichols en boucle ouverte.

%	10	50	80	100
Marge de Gain (M_G) en dB	< 10	< 10	10 ± 2	10 ± 2
Marge de Phase (M_ϕ) en $^\circ$	60 ± 17	67 ± 2	69 ± 2	70 ± 3

TAB. 5.1 – Marges de gain et de phase obtenues pour un régulateur $K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$.

A partir du diagramme de Bode et du diagramme de Nichols, on peut observer que le système asservi avec un régulateur $K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$ a une bonne stabilité pour l'ensemble des signaux de commande. Les marges de gain ont été estimées à partir de l'allure des courbes de Nichols. Pour 10% et 50%, les marges de gain se trouvent dans les limites établies par le cahier des charges, alors que, dans le cas de 80% et 100%, les marges de gain semblent sensiblement supérieures à la limite des valeurs établies dans le cahier des charges. Le facteur de résonance pour l'ensemble des signaux de commande est nul et, par conséquent, correspond aux valeurs établies par le cahier des charges. Les marges de phase obtenues pour l'ensemble des signaux de commande sont supérieures aux valeurs fixées dans le cahier des charges. On peut dire que le système présente un degré de stabilité supérieur à celui établi dans le cahier des charges. Cependant, cette stabilité peut affecter les autres caractéristiques du système telles que la précision et la rapidité.

A partir des résultats obtenus et afin d'établir la valeur du régulateur $K_{sv}(p)$ qui permet d'avoir les meilleures performances (c'est-à-dire telle que la marge de phase soit dans les limites établies dans le cahier des charges), on augmente les valeurs du régulateur proportionnel, ce qui a pour effet de diminuer la marge de gain et la marge de phase tout en augmentant le facteur de résonance de notre système. Le degré de stabilité de notre système sera alors moins important que dans le cas précédent, mais respectera le cahier des charges.

Remarque : Dans cette étude, on recherche un même régulateur pour tout le domaine de fonctionnement. On parlera donc de régulateur robuste.

On souhaite augmenter l'ensemble des courbes en boucle ouverte de 3 dB afin que la marge de phase se trouve dans les limites établies par le cahier des charges tout en gardant une marge de gain suffisante. Par conséquent, le nouveau régulateur proportionnel est $K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$.

Les signaux de commande sont déterminés à partir de la relation $i_{ref}(p) = K_{sv}(p)\varepsilon_{sv}(p)$ avec $\varepsilon_{sv}(p) = u_S(p) - y_{u3mes}(p)$. A l'instant $t = 0s$, on a : $\varepsilon_{sv}(p) \sim u_S(p)$ et $i_{ref}(p) = K_{sv}(p)u_S(p)$. Pour $K_{sv} = 2,8.10^{-3}$, la valeur maximale de i_{ref} est donc de $\pm 28.10^{-3}A$ lorsque u_S est maximal ($\pm 10 V$) ; cette valeur ($i_{ref} = 28.10^{-3}A$) représente 140% du signal de commande maximal ($20.10^{-3}A$). Par conséquent, les signaux de commande obtenus avec $K_{sv} = 2,8.10^{-3}$, représente 1,4x n % du signal de commande maximal avec n=10, 50, 80 et 100.

Les figures 5.10 et 5.11 représentent la réponse fréquentielle (Bode et Nichols) du système avec un régulateur proportionnel $K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$ en boucle ouverte.

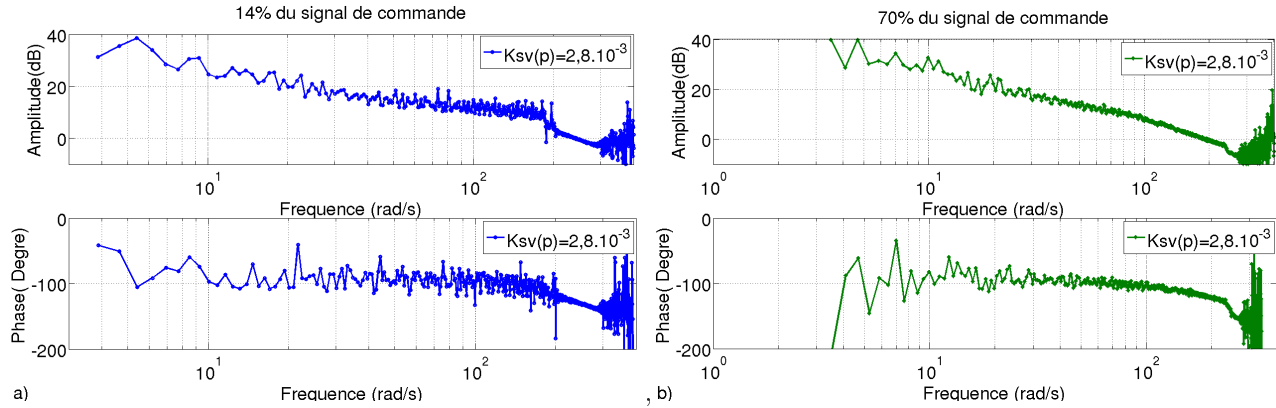


FIG. 5.10 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte obtenus pour un signal de commande de (a)14% et (b) 70%.

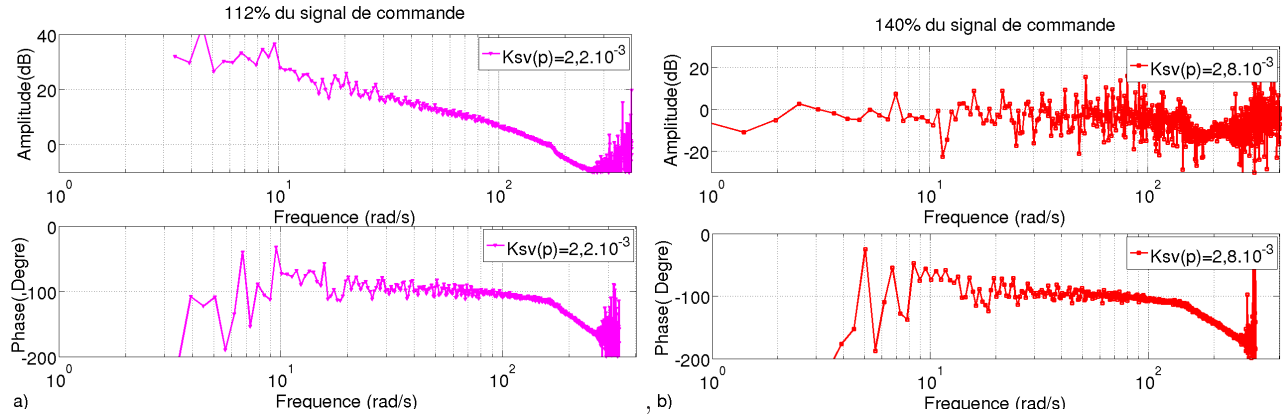


FIG. 5.11 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte obtenus pour un signal de commande (a) 112% et (b) 140% (saturation du signal).

Etant donné qu'à partir des fréquences 285 ; 265 ; 260 et 168 rad/sec (pour respectivement 14%, 70%, 112% et 140% du signal de commande), les réponses en fréquence du système n'ont plus aucune signification, la fréquence w_{-180° correspondant à la phase de -180° ne peut pas être mesurée. Le tableau 5.2 suivant récapitule les valeurs obtenues à partir des diagrammes de Bode précédents. Pour 140% du signal de commande, la réponse est très bruitée, ce qui ne permet pas de déterminer clairement la fréquence obtenue pour un gain unité.

%	14%	70%	112%	140%
$w_u(rad/s)$	244	189	165	—

TAB. 5.2 – Fréquence au gain unité en boucle ouverte de la servovalve pour un régulateur proportionnel $K_{sv}(p) = 2,8 \cdot 10^{-3}$.

Les figures 5.12 et 5.13 présentent le diagramme de Nichols en boucle ouverte pour un régulateur $K_{sv}(p) = 2,8 \cdot 10^{-3}$.

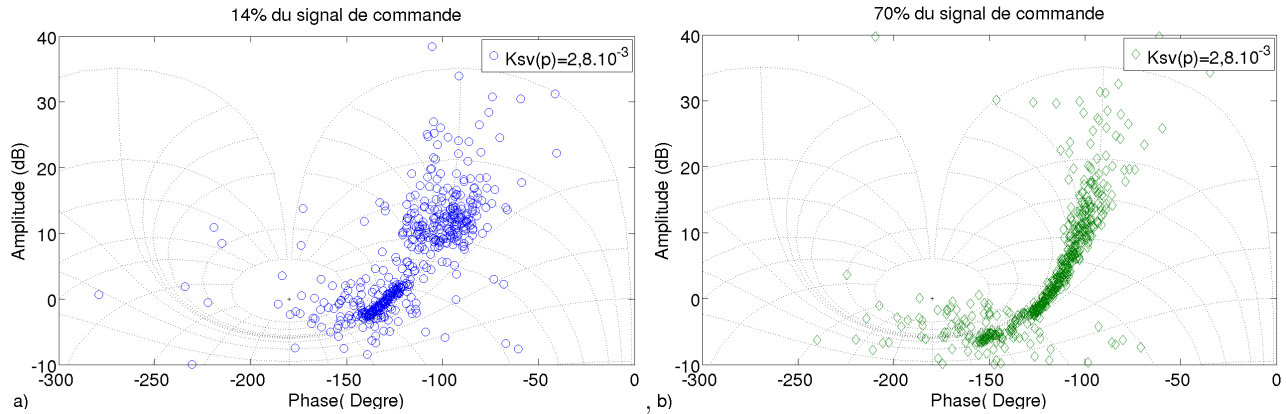


FIG. 5.12 – Diagrammes de Nichols obtenus pour des signaux de commande de (a) 14% et (b) 70%.

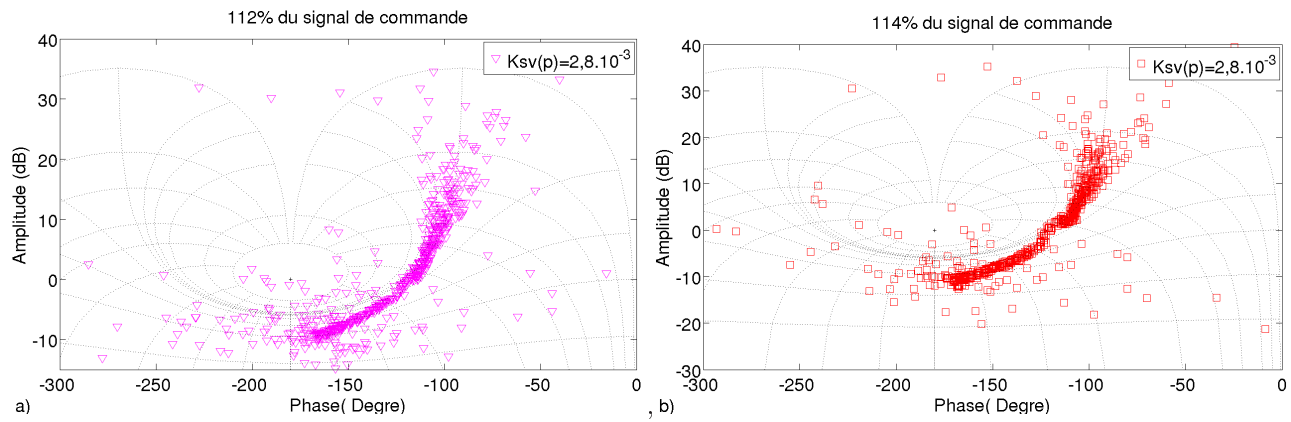


FIG. 5.13 – Diagrammes de Nichols obtenus pour des signaux de commande (a) 112% et (b) 140%(saturation du signal).

Comme pour le régulateur précédent, les courbes de Nichols obtenues sont bruitées, ce qui introduit une erreur sur l'estimation de la marge de gain et de phase. Les marges de phase (M_ϕ) sont déterminées à $48,5 \pm 3,5^\circ$, $60 \pm 2^\circ$, $65 \pm 3^\circ$ et $67 \pm 3^\circ$ pour respectivement 14%, 70%, 112% et 140% du signal de commande. La courbe obtenue pour 14% s'avère particulièrement bruitée, la marge de gain (M_G) est donc estimée entre 5,5dB et 8 dB. Pour 70%, 112% et 140% du signal de commande, les marges de gain à 8dB, 10dB et 10,50dB ont respectivement été estimées. Un facteur de résonance à 1dB a été obtenu pour 14% du signal de commande. Pour 70%, 112% (saturation du signal) et 140% (saturation du signal) du signal de commande, le facteur de résonance est environ de 0,25 dB.

Le tableau 5.3 suivant récapitule les résultats obtenus à partir du diagramme de Nichols pour les différents signaux de commande.

%	14%	70%	112%	140%
Marge de Gain (M_G) en dB	$5,5 < M_G < 8$	8	10	10,5
Marge de Phase (M_ϕ) en dB	$48,5 \pm 3,5$	60 ± 2	65 ± 3	67 ± 3
Facteur de résonance (Q) en dB	1	0,25	0,25	0,25

TAB. 5.3 – Marge de gain, marge de phase et facteur de résonance obtenus pour un régulateur $K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$.

Remarque : les facteurs de résonance sont estimés à partir des courbes d'iso-amplitude.

A partir du diagramme fréquentiel, on observe que le régulateur proportionnel $K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$ permet au système d'obtenir en boucle ouverte les marges de gain et les facteurs de résonance dans les limites de la plage de valeurs imposées par le cahier des charges pour 14%, 70% et 112% du signal de commande. Les marges de phase obtenues pour 14%, 70% du signal de commande sont également dans les limites imposées par le cahier des charges. Cependant, pour un signal de commande de 112% et 140%, les marges de phase restent encore supérieures aux valeurs limites fixées par le cahier des charges. Une augmentation du régulateur permettrait d'obtenir une marge de phase dans les limites établies par le cahier des charges. Cependant, ceci entraînerait l'instabilité du système étant donné que la marge de gain se trouve à la limite de la stabilité pour 14% d'un signal de commande.

On étudie maintenant l'influence des régulateurs sur la rapidité et la précision dans le domaine temporel. Les figures 5.14, 5.15, 5.16 et 5.17 présentent la réponse à un échelon du système en boucle fermée pour 10% et 50% du signal de consigne. Le modèle complet non linéaire est ici utilisé.

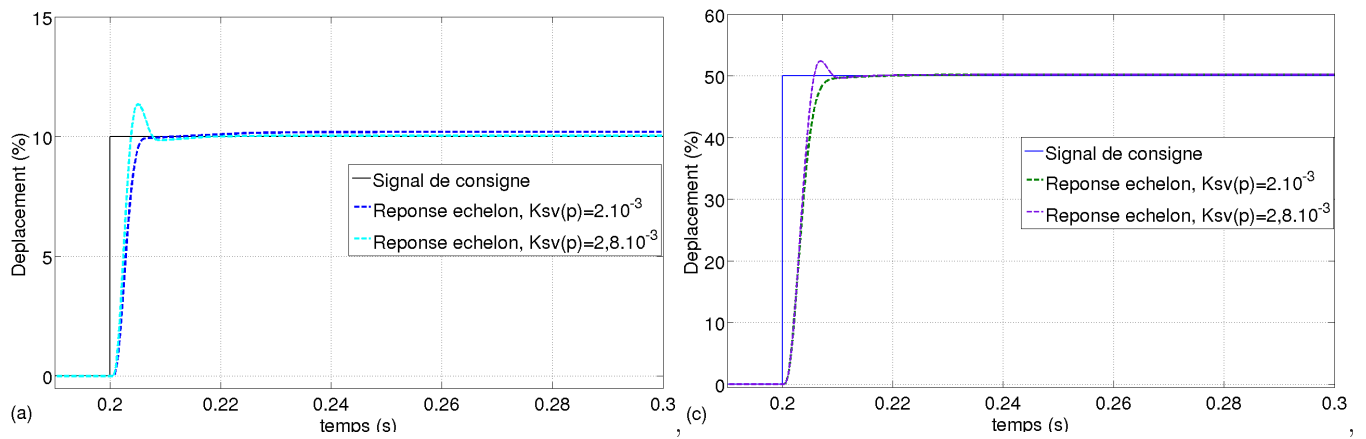


FIG. 5.14 – (a) et (c) Réponses à un échelon obtenues pour 10% et 50% du signal de consigne maximale.

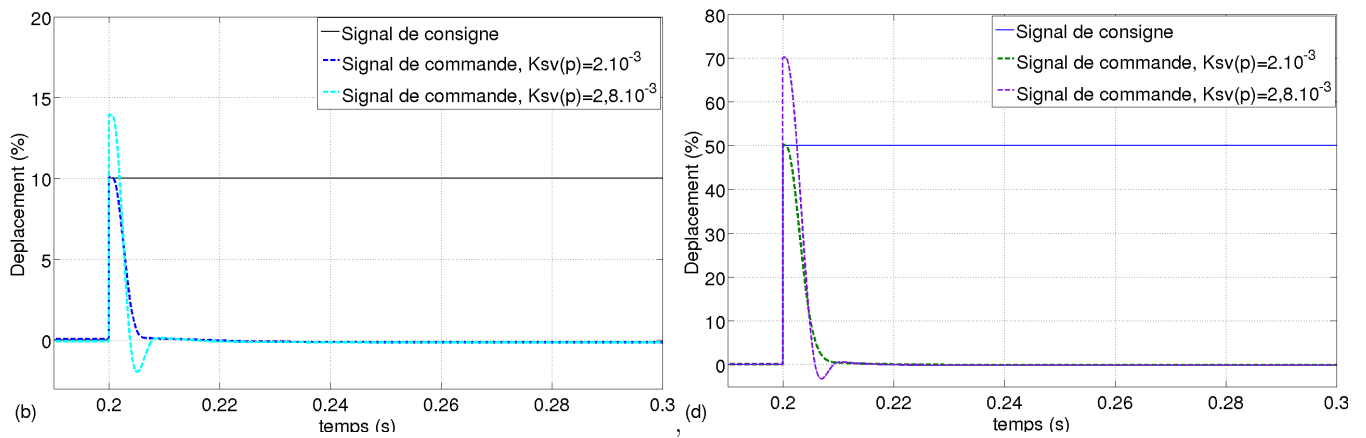
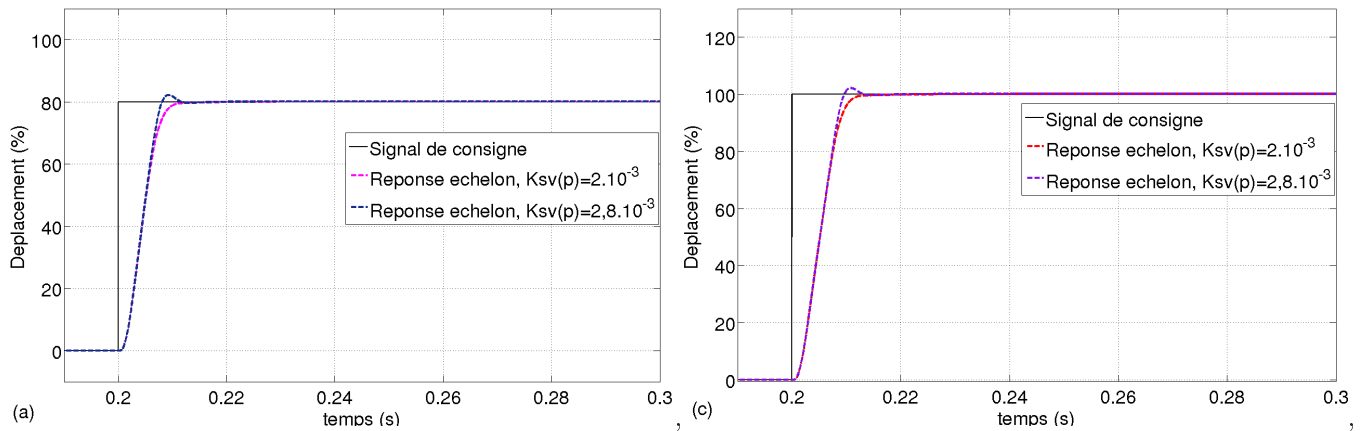
FIG. 5.15 – (b) et (d) Signaux de commande pour les deux régulateurs $K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$ et $K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$.

FIG. 5.16 – (a) et (c) Réponses à un échelon obtenues pour 80% et 100% du signal de consigne maximale.

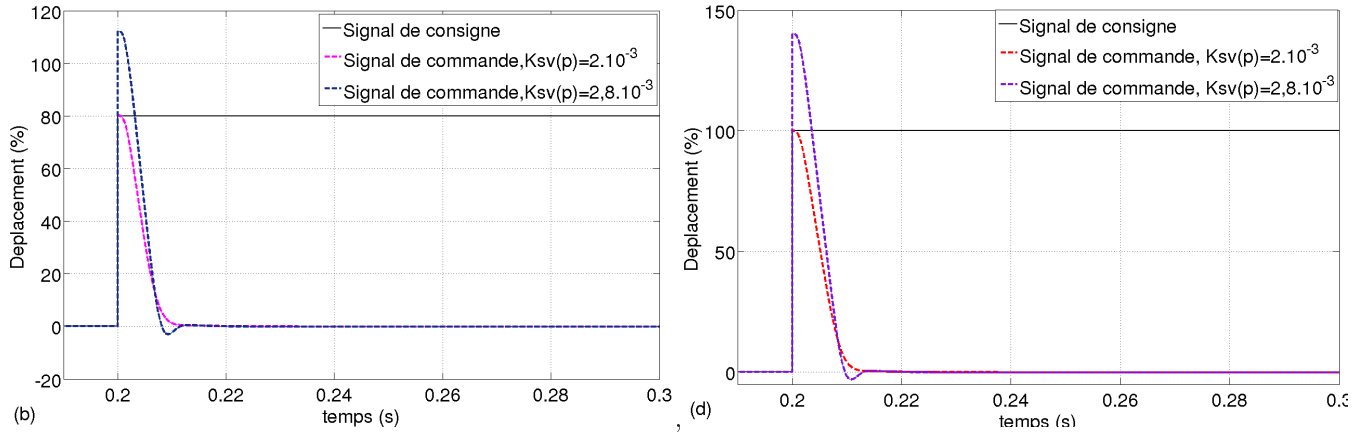


FIG. 5.17 – (b) et (d) Signaux de commande pour les deux régulateurs $K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$ et $K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$.

Le tableau 5.6 suivant récapitule le dépassement, l'écart statique et le temps de réponse à 5% obtenus pour les deux régulateurs $K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$ (a) et $2,8.10^{-3}$ (b).

(a)	$K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$	10%	50%	80%	100%
	$D_{\%}(\%)$	0,19	0,19	0	0
	$\epsilon_{\%}(\%)$	0,19	0,18	0,17	0,13
	$t_{5\%}(ms)$	4,6	5,9	7,5	8,7
	$t_m(ms)$	3,2	4,3	5,6	6,6
(b)	$K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$	10%	50%	80%	100%
	$D_{\%}(\%)$	13,4	4,8	2,2	2,2
	$\epsilon_{\%}(\%)$	0,04	0,18	0,17	0,16
	$t_{5\%}(ms)$	6,7	5	7	8,3
	$t_m(ms)$	2,2	3,4	5,1	6,2

TAB. 5.4 – Le dépassement, l'écart statique et le temps de réponse à 5% obtenus pour $K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$ et $2,8.10^{-3}$ avec 10%, 50%, 80% et 100% du signal de consigne.

Le régulateur $K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$ présente un dépassement en pourcentage supérieur à celui du régulateur $K_{sv}(p) = 2.10^{-3}$. Pour les deux régulateurs, les écarts statiques obtenus sont dans la plage de valeurs (5%) établie par le cahier des charges. Les temps de montée t_m obtenus pour les deux régulateurs se trouvent dans la plage des valeurs fixées par le cahier des charges. A l'exception de 100% de la consigne maximale, les temps de réponse à 5% ($t_{5\%}$) obtenus pour les deux régulateurs, sont inférieurs aux valeurs établies par le cahier des charges. Le régulateur $K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$ présente les valeurs de $t_{5\%}$ les plus proches du cahier des charges.

Afin d'estimer le facteur de résonance et la bande passante, les diagrammes de Bode obtenus en boucle fermée avec le régulateur $K_{sv}(p) = 2,8.10^{-3}$ ont été déterminés comme le montrent les figures 5.18 et 5.19.

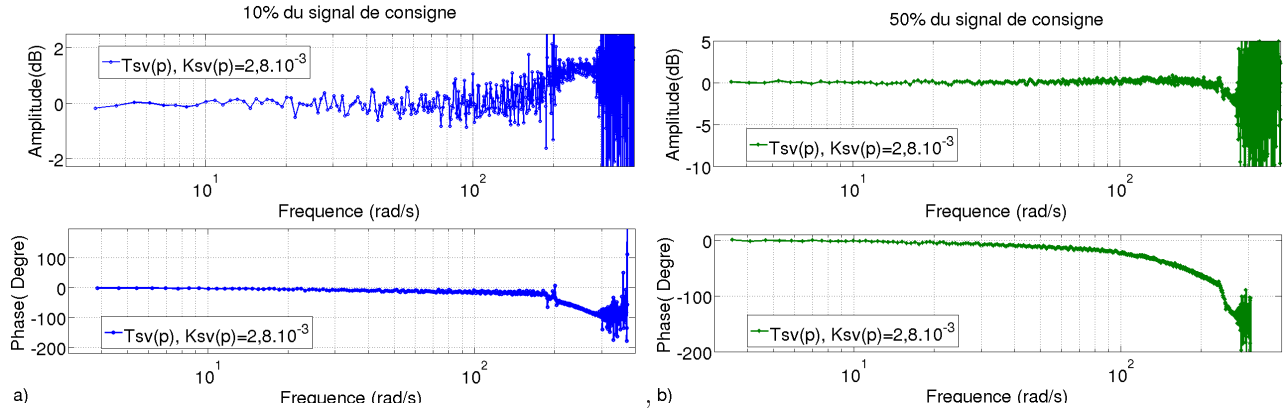


FIG. 5.18 – Diagrammes de Bode en boucle fermée obtenus pour des signaux de consigne de (a)10% et (b) 50%.

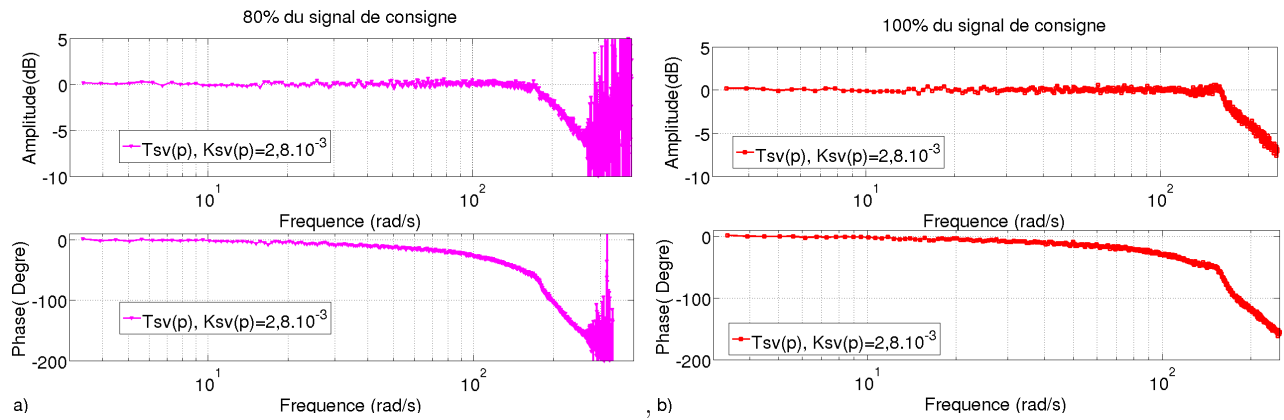


FIG. 5.19 – Diagrammes de Bode en boucle fermée obtenus pour des signaux de consigne de (a)80% et (b) 100% .

En basses fréquences, le gain T_{sv} ($T_{sv}(p) = y_{u_{3mes}}(p)/u_s(p)$) obtenu pour l'ensemble des signaux de consigne est de 0 dB. Le tableau 5.5 présente la bande passante $[0; w_c]$, la fréquence de résonance w_r et le facteur de résonance Q estimés à partir des réponses en boucle fermée pour chaque signal de consigne .

%	10%	50%	80%	100%
Bande passante $[0; w_c]$ rad/s	—	—	222	187
Fréquence de résonance w_r rad/s	258	148	117	155
Facteur de résonance (Q) en dB	1,32	0,4	0,37	0,6
Fréquence à -90° w_{-90° en rad/s	288	238	198	172

TAB. 5.5 – Bande passante, fréquence de résonance et facteur de résonance pour un régulateur $K_{sv}(p) = 2,8 \cdot 10^{-3}$. La fréquence de coupure w_c a été estimée à -3dB. La fréquence w_{-90° a été déterminée pour une phase de -90° .

Le facteur de résonance est inférieur à la limite fixée par le cahier des charges (< 3 dB) ce qui assure un degré de stabilité satisfaisant pour l'ensemble des points de fonctionnement.

On observe que le régulateur qui semble le plus adapté pour l'un des critères définis par le cahier des charges ne l'est pas forcément pour un autre. Le choix du régulateur doit donc trouver un bon compromis pour satisfaire les caractéristiques définies par le cahier des charges. Le régulateur $K_{sv}(p) = 2,8 \cdot 10^{-3}$ permet d'avoir un bon compromis entre la précision, la rapidité et la stabilité du système pour l'ensemble des signaux de consigne.

En conclusion

Pour le régulateur $K_{sv}(p) = 2 \cdot 10^{-3}$, on a pu observer que les marges de gain estimées sont supérieures ou égales à 10 dB, ce qui indique un bon degré de stabilité. Ce régulateur présente des caractéristiques de précision et de

rapidité définies par le cahier des charges. A l'exception de 100% du signal de consigne, les temps de réponse sont plus courts que les valeurs limites imposées par le cahier des charges.

En utilisant le régulateur $K_{sv}(p) = 2,8 \cdot 10^{-3}$, la précision et la rapidité ont été améliorées, ce qui a permis aux paramètres ($\epsilon\%$, $t_{5\%}$, t_m) d'être dans les limites préconisées par le cahier des charges. Les marges de gain et les facteurs de résonance assurent la stabilité établie par le cahier des charges pour tous les points de fonctionnement. Cependant, les marges de phase restent légèrement supérieures aux valeurs définies. Contrairement au régulateur $K_{sv}(p) = 2 \cdot 10^{-3}$, le régulateur $K_{sv}(p) = 2,8 \cdot 10^{-3}$ entraîne un dépassement inférieur à 20 %. Cependant, ce paramètre n'est pas déterminant pour le choix du régulateur car, lors du fonctionnement du vérin, les servovalves sont physiquement en butée pour des signaux supérieurs à 20% du signal de consigne du système (servovalve+vérin). Par conséquent, le régulateur $K_{sv}(p) = 2,8 \cdot 10^{-3}$ s'avère être le régulateur proportionnel le plus adapté pour asservir la servovalve. Pour concilier l'ensemble des caractéristiques du cahier des charges (rapidité, précision et stabilité), on se propose d'utiliser un régulateur de type PID car il permet d'optimiser la précision tout en assurant une bonne stabilité au système (définie par le cahier des charges).

5.2.1.2 Le régulateur Proportionnel Intégrateur Dérivateur (PID)

Le régulateur PID à calculer est de la forme suivante :

$$K_{sv}(p) = K_0 \frac{1 + p/w_i}{p/w_i} \frac{1 + p/w_1}{1 + p/w_2} \frac{1}{1 + p/w_f}$$

avec :

K_0 un gain proportionnel.

$K_I = \frac{1+p/w_i}{p/w_i}$ pour l'effet intégrateur.

$K_D = \frac{1+p/w_1}{1+p/w_2}$ pour l'effet dérivateur.

$K_f = \frac{1}{1+p/w_f}$ pour l'effet passe-bas en haute fréquence.

A partir du cahier des charges, on détermine les fréquences w_i , w_f , w_1 et w_2 .

Comme on souhaite obtenir un même régulateur pour tout le domaine de fonctionnement, on se base sur la réponse en fréquence du modèle non linéaire de la servovalve et du capteur obtenue pour 50% du signal de consigne (50% du signal de commande, $K_{sv}(p) = 2 \cdot 10^{-3}$).

La figure 5.20 montre la réponse en fréquence de l'ensemble : modèle non linéaire de la servovalve (système) et capteur de position.

On détermine les paramètres du PID en se basant sur la fréquence pour laquelle la phase est comprise entre -140° et -160° . Dans cet intervalle de phase, le compromis entre les différentes actions du PID (avance et retard de phase) est réalisé, ce qui permet d'assurer la stabilité de la loi de commande. En négligeant le bruit et en moyennant les valeurs, on estime par extrapolation que pour une fréquence $w_u = 350$ rad/s, la courbe a une amplitude de 52dB et une phase de -140° .

La précision s'obtient par l'action intégrale du PID. En général, la valeur de w_i est comprise entre $w_u/10$ et $w_u/2$. On choisit la valeur $w_u/5$ pour calculer w_i ; dans ce cas, la valeur de la fréquence du régulateur proportionnel intégral est de $w_i = 70$ rad/s. L'argument de K_I est de $-11,3^\circ$.

Pour faire décroître le gain du régulateur en haute fréquence, on introduit un filtre passe-bas. La valeur de w_f est classiquement comprise entre $w_u * 10$ et $w_u * 2$. On choisit $w_f * 5$ pour calculer w_f ; dans ce cas, la valeur de la fréquence du filtre passe bas est de $w_f = 1750$ rad/sec. L'argument de K_f est de $-11,3^\circ$.

Le dérivateur du PID permet de fixer la phase. La détermination de w_1 et w_2 dépend du paramètre α avec $w_1 = w_u/\alpha$ et $w_2 = w_u * \alpha$. Le paramètre α , qui règle l'avance de phase, est calculé comme suit :

$$\alpha = \operatorname{tg} \left(\frac{\phi_m + 90}{2} \right)$$

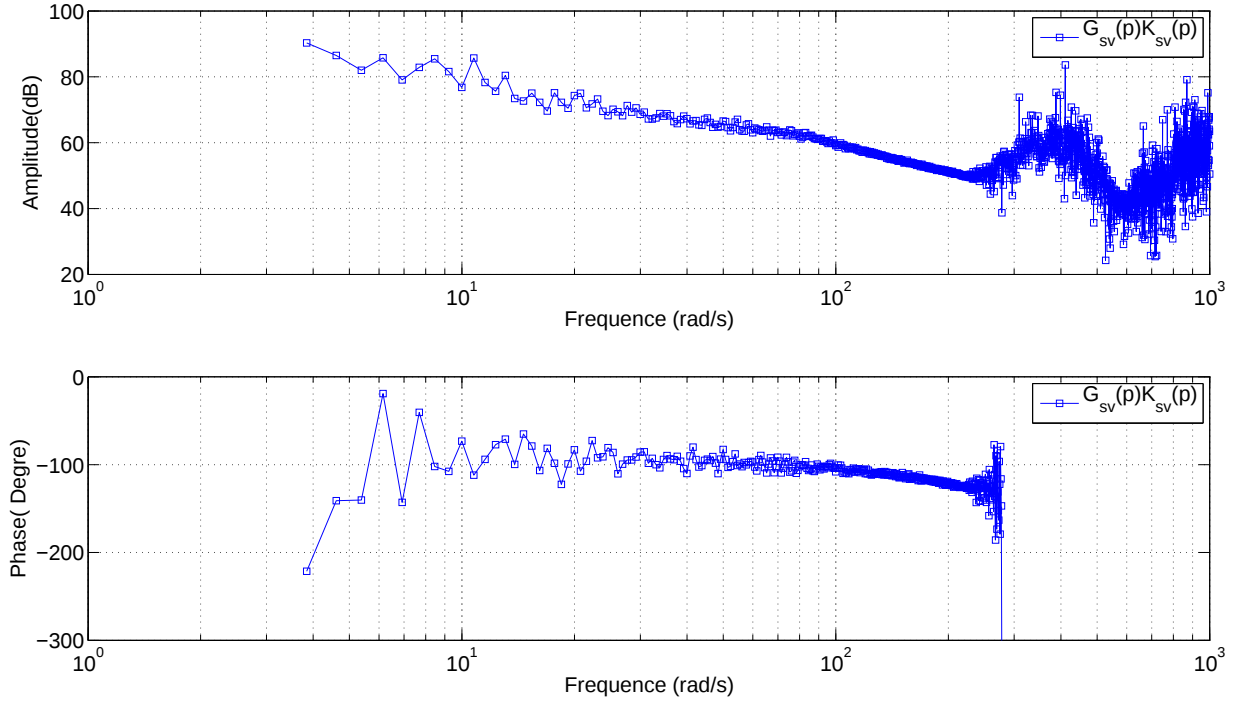


FIG. 5.20 – Réponse en fréquence de la servovalve (modèle non linéaire) + capteur pour 50% du signal de consigne.

avec :

$$\phi_m = \text{Arg}K_D(jw_u) = -180 + M_\phi - \text{Arg}G_{sv}(jw_u) - \text{Arg}K_I(jw_u) - \text{Arg}K_f(jw_u)$$

On impose une marge de phase $M_\phi = 50^\circ$. L'argument du système servovalve est $\text{Arg}G_{sv}(jw_u) = -140^\circ$ et la phase ϕ_m est donc de $32,6^\circ$. On obtient un paramètre α égal à 1,82.

Les fréquences w_1 et w_2 sont égales à $191,8 \text{ rad/sec}$ et $638,7 \text{ rad/sec}$ respectivement.

La valeur de la constante K_0 est déterminée à partir de l'équation suivante :

$$K_0 = \frac{1}{|G(jw_u)| |K_I(jw_u)| |K_D(jw_u)| |K_f(jw_u)|}$$

avec $|K_I(jw_u)| \simeq 1$, $|K_f(jw_u)| \simeq 1$ et $|K_D(jw_u)| = \alpha$. D'où K_0 peut être écrit comme suit :

$$K_0 = \frac{1}{\alpha |G(jw_u)|}$$

La valeurs de K_0 est de $1,4 \cdot 10^{-3}$, car $|G(jw_u)|_{dB}$ est de 52.

La figure 5.21 présente la caractéristique du régulateur PID dans le domaine fréquentiel.

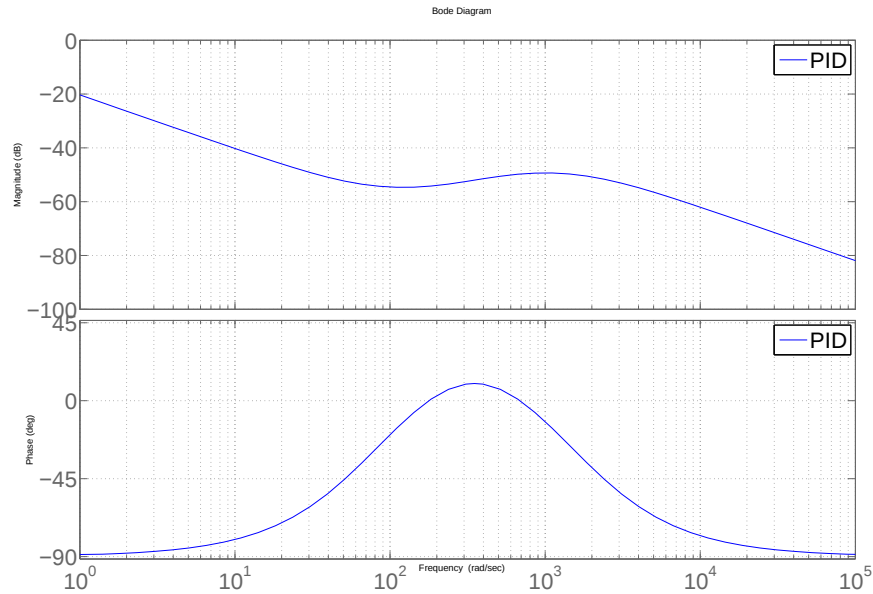


FIG. 5.21 – Caractéristiques fréquentielles du régulateur PID.

La commande PID conjugue les avantages de chacune des actions : proportionnels, intégraux et dérivateurs. A ces trois actions, s'ajoute une action de filtrage pour assurer un gain décroissant pour les hautes fréquences. En basses fréquences, c'est l'action intégrale qui prend effet jusqu'à la fréquence w_i . Entre w_i et w_1 , c'est l'effet proportionnel qui domine l'action du régulateur. L'action du dérivateur agit entre w_1 et w_2 . L'amplification prend effet entre w_2 et w_f , puis, à hautes fréquences (supérieures à w_f), l'effet du filtre passe-bas assure la décroissance du gain.

Les figures 5.22 et 5.23 représentent les réponses en fréquence en boucle ouvert pour 12,3%, 77%, 123,6% et 154,1% du signal de commande pour le régulateur PID défini précédemment.

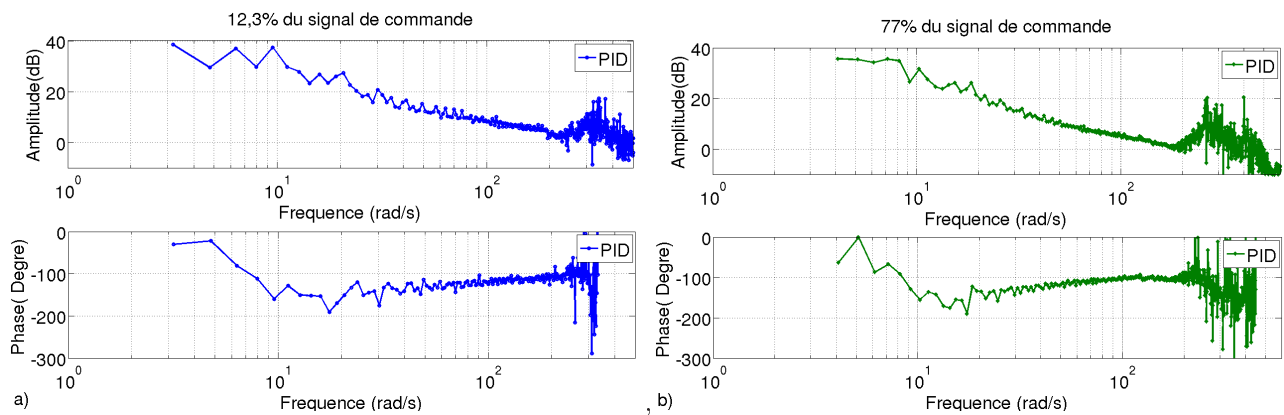


FIG. 5.22 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte obtenus pour un signal de commande de (a)12,3% et (b)77%.

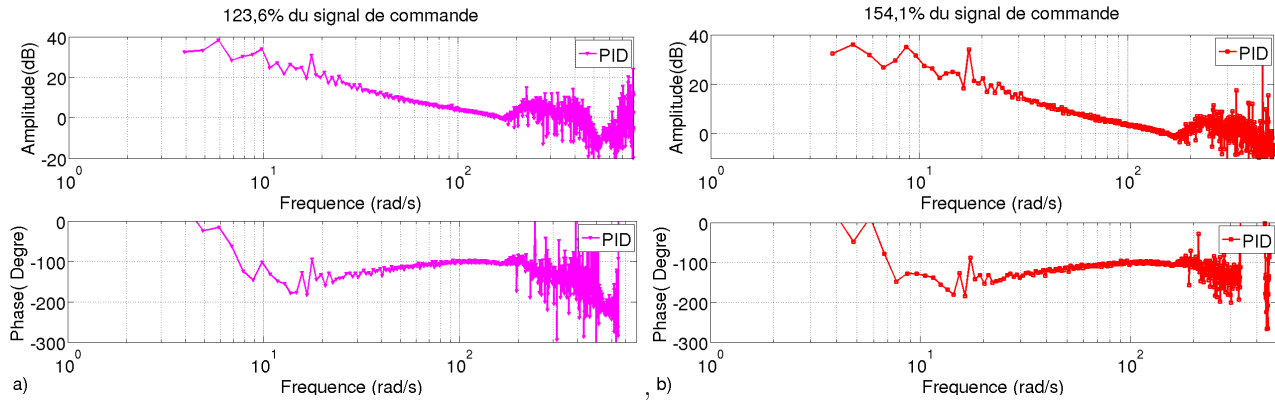


FIG. 5.23 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte obtenus pour un signal de commande (a) 123,6 % et (b) 154,1 (saturation du signal).

La réponse en boucle ouverte obtenue pour 12,3% du signal de commande ne permet pas d'obtenir la fréquence au gain unité (w_u). Pour 77%, 123,6% et 154,1% du signal de commande, les fréquences w_u valent respectivement 181 ; 166 et 148 rad/s. La fréquence w_{-180° ne peut pas être déterminée pour tous les signaux de commande. Les fréquences w_p valent 224 ; 185 ; 170 et 166 rad/s pour respectivement 12,3%, 77%, 123,6% et 154,1% du signal de commande. À partir des fréquences w_p , les réponses fréquentielles obtenues n'ont pas de signification physique.

Les figures 5.24 et 5.25 montrent les diagrammes de Nichols des réponses en boucle ouverte obtenus pour les différents signaux de commande.

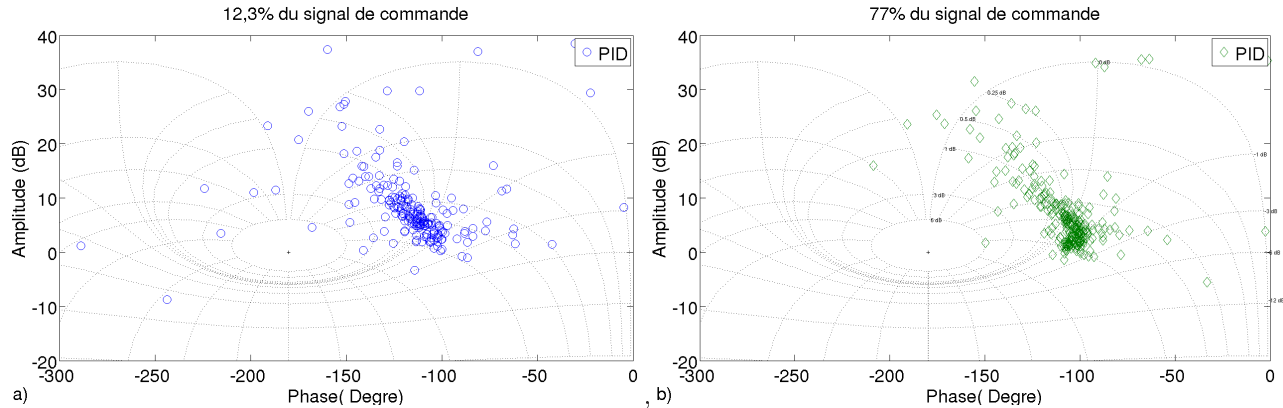


FIG. 5.24 – Diagrammes de Nichols obtenus pour des signaux de commande de (a) 12,3% et (b) 77%.

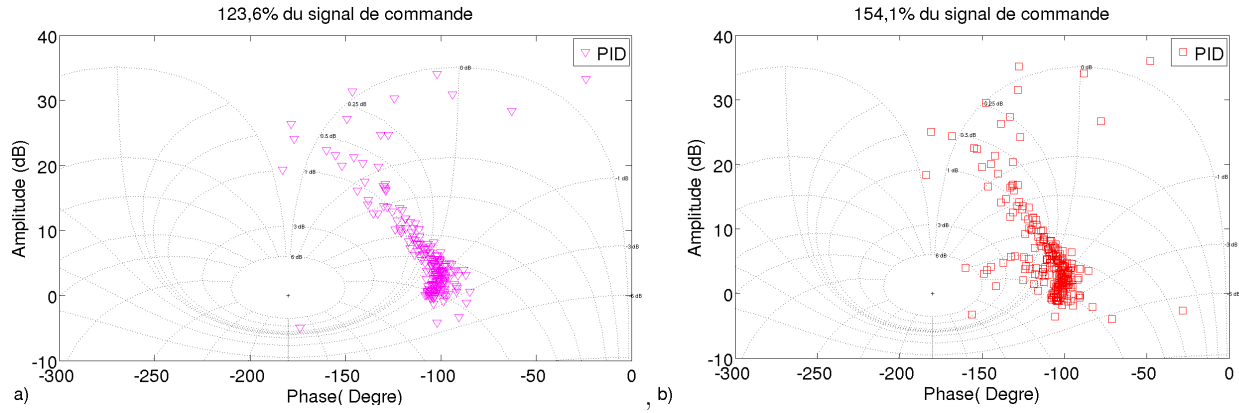


FIG. 5.25 – Diagrammes de Nichols obtenus pour des signaux de commande (a) 123,6% et (b) 154,1% (saturation du signal).

Etant donné que, pour les hautes fréquences (fréquences supérieures à w_p), les réponses n'ont aucune signification physique, les marges de gain ne peuvent pas être estimées. La réponse obtenue pour 12,3% du signal de commande ne permet pas d'estimer la marge de phase, car la courbe en amplitude n'atteint pas 0dB. Les marges de phase obtenues pour 77%, 123,6 % et 154,1% du signal de commande sont respectivement de 76 ± 4 ; 78 ± 4 et 76 ± 3 . Les marges de phase obtenues pour les différents points de fonctionnement ne sont pas comprises dans les limites établies par le cahier des charges. Le manque d'informations sur les valeurs des marges de gain et du facteur de résonance ne permet pas de conclure sur le degré de stabilité du système. De plus, la valeur de la marge de phase n'est pas un critère suffisant pour garantir la stabilité. Afin d'évaluer la précision de l'asservissement avec un régulateur PID, on se propose d'étudier les réponses temporelles à un échelon pour différents signaux de commande. La figure 5.26, 5.27, 5.28 et 5.29 présente les réponses temporelles pour un régulateur PID pour 10%, 50%, 80% et 100% de la consigne d'entrée.

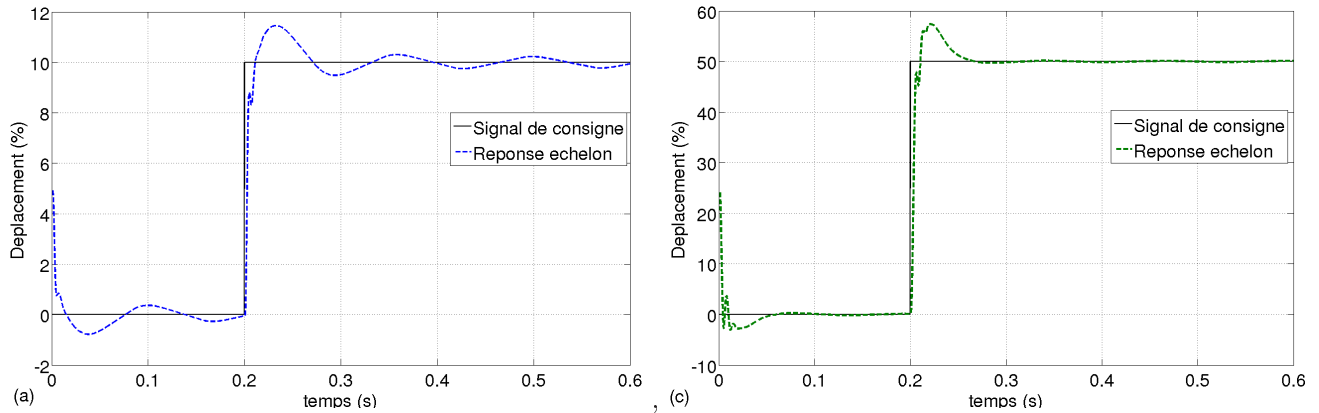


FIG. 5.26 – (a) et (c) Réponses à un échelon obtenues pour 10% et 50% du signal de consigne.

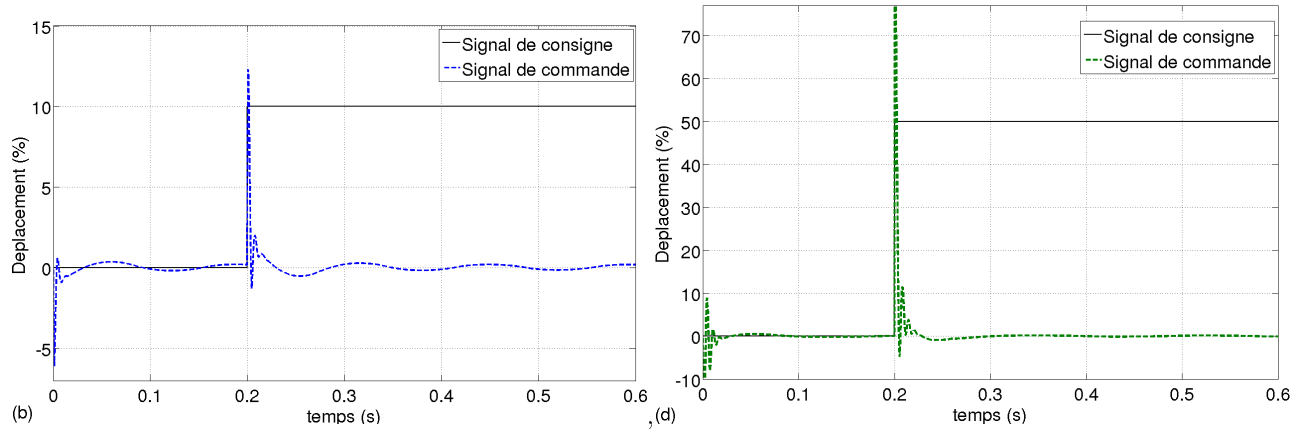


FIG. 5.27 – Signaux de commande de (b)12,3% et (d)77%.

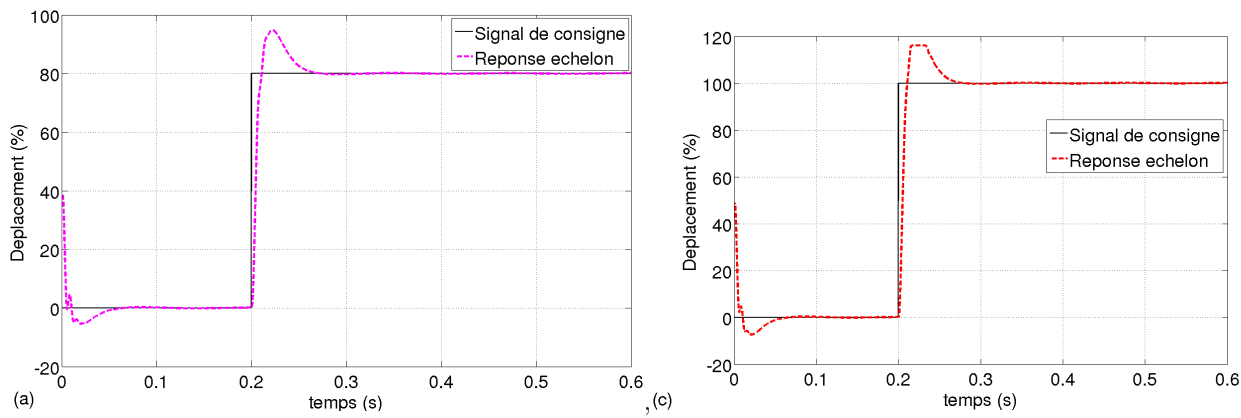


FIG. 5.28 – (a) et (c) Réponses à un échelon obtenues pour 80% et 100% du signal de consigne.

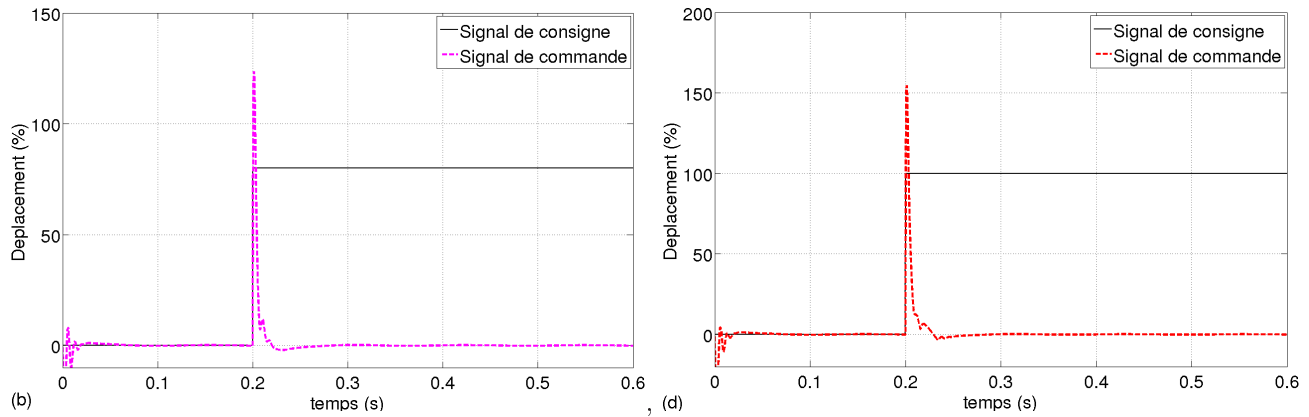


FIG. 5.29 – Signaux de commande de (b)123,6% et (d)154,1% .

Pour 100% de la consigne, on observe une saturation de la réponse temporelle car le système arrive à sa limite physique (le déplacement maximum du tiroir est de $3,3 \cdot 10^{-3}m$).

Le tableau 5.6 présente les caractéristiques (dépassements, écart statique, temps de réponse à 5% et temps de montée) obtenues pour 10%, 50%, 80% et 100% du signal de consigne.

PID	10%	50%	80%	100%
$D_{\%}(\%)$	14,5	14,8	8,7	16
$\epsilon_{\%}(\%)$	2,3	0,28	0,17	0,13
$t_{5\%}(ms)$	58	42	45	50,4
$t_m(ms)$	7,5	3,6	5,8	6,6

TAB. 5.6 – Le dépassement, l'écart statique et les temps de montée et de réponse à 5% obtenus pour le PID modifiée pour 10%, 50%, 80% et 100% du signal de consigne.

Pour l'ensemble des signaux de consigne d'entrée, les temps de réponse à 5% sont plus longs que le temps défini par le cahier des charges. Les temps de montée t_m et l'écart statique obtenus se trouvent dans la plage de valeurs établies par le cahier des charges.

Etant donné que, l'analyse en boucle ouverte du système ne permet pas de conclure sur le degré de stabilité, on se propose d'analyser la fonction de transfert en boucle fermée ($T_{sv}(p) = y_{u_{3mes}}/u_s$). Cette analyse permet d'estimer, en particulier, le facteur de résonance et la bande passante. Les figures 5.30 et 5.31 présentent les diagrammes de Bode obtenus en boucle fermée pour différents signaux de consigne.

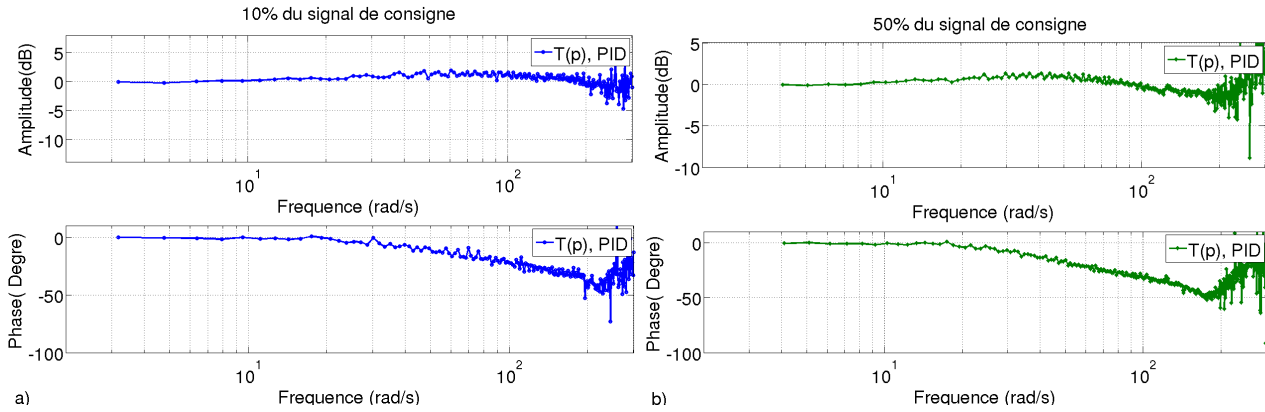


FIG. 5.30 – Diagrammes de Bode en boucle fermée obtenus pour des signaux de consigne de (a) 10% et (b) 50%.

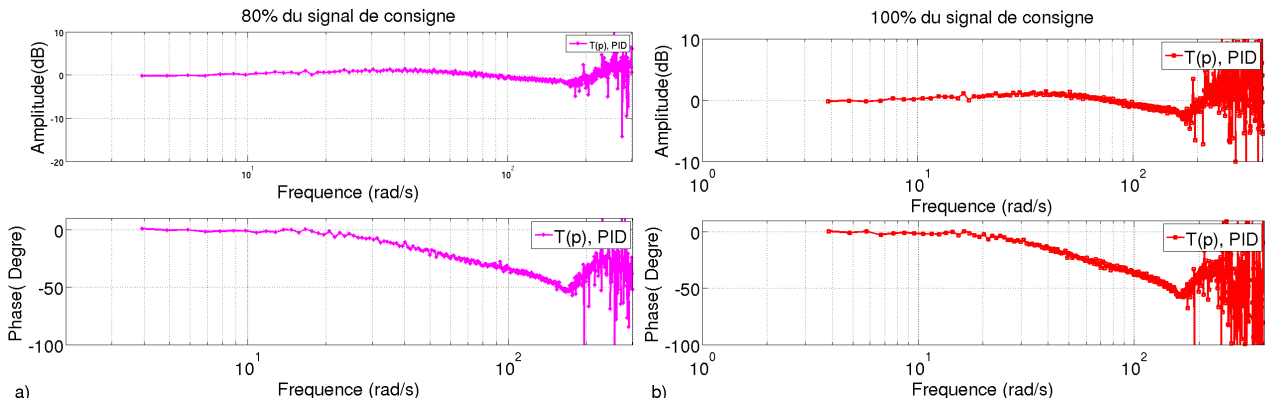


FIG. 5.31 – Diagrammes de Bode en boucle fermée obtenus pour des signaux de consigne de 80%.

En basses fréquences, le gain $T_{sv}(T_{sv}(p) = y_{u_{3mes}}(p)/u_s(p))$ obtenu pour l'ensemble des signaux de consigne est de 0 dB. Le tableau 5.7 présente la bande passante $[0; w_c]$, la fréquence de résonance w_r et le facteur de résonance Q estimés à partir des réponses en boucle fermée pour chaque signal de consigne.

%	10%	50%	80%	100%
Bande passante $[0; w_c]$ rad/s	327	215	199	174
Fréquence de résonance w_r rad/s	73	41	40	38
Facteur de résonance (Q) en dB	1,7	1,3	1,1	0,8

TAB. 5.7 – Bande passante, fréquence de résonance et facteur de résonance pour un régulateur PID. La fréquence de coupure w_c a été estimée par extrapolation à -3dB.

Le facteur de résonance est inférieur à la limite fixée par le cahier des charges (< 3 dB). Cette valeur garantit la stabilité du système pour l'ensemble des points de fonctionnement.

5.2.1.3 Conclusion

L'utilisation du régulateur proportionnel $K_{sv} = 2,8 \cdot 10^{-3}$ remplit en grande partie les caractéristiques imposées par le cahier des charges. Les caractéristiques de précision et de rapidité se trouvent dans la plage de valeurs définies par le cahier des charges pour tous les points de fonctionnement (10%, 50% 80% et 100% du signal de consigne). D'autre part, ce régulateur assure un bon degré de stabilité à l'asservissement de la servovalve. Par ailleurs, les analyses des diagrammes de Bode obtenus en boucle ouverte indiquent que la servovalve se comporte comme un intégrateur pur pour les basses fréquences. L'effet intégrateur du système peut expliquer la bonne précision inférieure à 3 % obtenue avec le régulateur proportionnel.

L'écart statique obtenu pour la loi de commande utilisant un régulateur PID se trouve dans la plage définie par le cahier des charges ($\epsilon = 5\%$), ce qui assure la précision au système. La réponse à un échelon du système atteint rapidement le signal de consigne (le temps de montée est dans la plage de valeurs du cahier des charges). Cependant, en raison du dépassement élevé (D 13%), le temps de stabilisation ($t_{5\%}$) du système est long. La réponse en boucle fermée du système a permis d'observer que la stabilité est assurée car le facteur de résonance est inférieur à 2 dB. Le régulateur PID permet d'assurer un bon compromis précision et stabilité (dilemme stabilité-précision). La bande passante obtenue avec le PID est du même ordre de grandeur que celle du régulateur P.

Comparé au régulateur proportionnel, une amélioration de la précision, en particulier pour des signaux supérieurs à 80% du signal de consigne, a pu être observée. Cependant, la réponse temporelle obtenue avec un régulateur PID présente un dépassement plus important ($\sim 15\%$) qu'avec un régulateur proportionnel ($\sim 5\%$). Par conséquent, la réponse temporelle obtenue avec un régulateur PID est plus lente qu'avec un régulateur proportionnel.

Lors du fonctionnement du vérin, la servovalve est en butée pour des signaux supérieurs à 30% du signal de consigne du système (servovalve+vérin). Pour ces points de fonctionnement, le choix du régulateur peut se faire non pas sur les critères de dépassement et du temps de réponse à 5% mais plutôt sur les critères de stabilité et de précision. Dans ce cas, le régulateur PID pourrait être utilisé pour l'asservissement de la servovalve. Cependant, l'utilisation du régulateur $K_{sv} = 2,8 \cdot 10^{-3}$ dans la loi de commande combinée à l'effet intégrateur du système a permis le meilleur compromis entre stabilité, précision et rapidité pour tous les points de fonctionnement. Par conséquent, en se basant sur les critères définis par le cahier des charges, le régulateur $K_{sv} = 2,8 \cdot 10^{-3}$ s'avère le plus adapté pour l'asservissement de la servovalve.

5.2.2 Asservissement du vérin hydraulique.

On souhaite asservir en position le système complet "servovalve + vérin". La figure 5.32 présente le schéma fonctionnel de l'ensemble servovalve+ vérin.

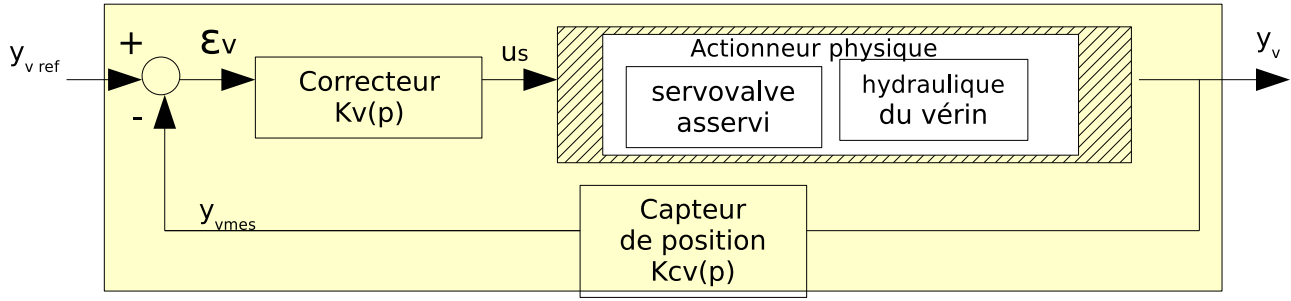


FIG. 5.32 – Schéma fonctionnel de l'asservissement du vérin hydraulique.

y_{vref} est le signal de consigne, ε_v est le signal d'erreur, u_s est le signal de commande, y_v est le signal de sortie (déplacement de la tige du vérin hydraulique) et y_{vmes} est le signal de mesure. $K_v(p)$ est la fonction de transfert du régulateur et $K_{cv}(p)$ est le modèle de l'organe de mesure (capteur de position).

Le signal de consigne y_{vmes} varie entre $\pm 250 \cdot 10^{-3}$ m, le signal de commande u_s varie entre ± 10 V, le déplacement maximal de la tige du vérin y_v est de $\pm 250 \cdot 10^{-3}$ m.

5.2.2.1 Le régulateur Proportionnel

L'asservissement en position est réalisé en utilisant un capteur de position situé à la tête de la tige du vérin hydraulique. L'objectif de l'asservissement est d'avoir une bonne précision (un écart statique ϵ inférieur à 5%), un temps de réponse de 85 ms maximum pour 80% du signal de consigne. Ces valeurs sont semblables à celles du banc d'essai (vérin hydraulique) du laboratoire LAMEFIP. La stabilité sera estimée à partir d'une marge de phase comprise entre 40° et 60°, d'un facteur de résonance maximale de 3 dB maximum et d'un dépassement en maximal temporel de $D = 20\%$.

Le niveau du bruit de mesure est de $\pm 0,04$ mm et le niveau du bruit de commande acceptable est fixé à $\pm 0,1$ V. Ceci implique que l'amplification en hautes fréquences du régulateur doit être au maximum de 8 dB, ce qui permet de ne pas trop amplifier le bruit.

Comme précédemment pour la servovalve 3 étages, on étudie le système en boucle ouverte pour observer sa stabilité. Le système en boucle ouverte (BO) ($y_{vmes}(p)/\varepsilon_v(p)$) est le suivant :

$$\frac{y_{vmes}(p)}{\varepsilon_v(p)} = K_v(p)G_vK_{cv}(p)$$

Le régulateur proportionnel est $K_v(p) = 40$ ($K_{sv}(p) = u_s(p)/\varepsilon_v(p)$) et la valeur du capteur de position est $K_{cv}(p) = 1$ (retour unitaire). $G_v(p)$ est la fonction de transfert équivalente du modèle non linéaire du vérin hydraulique (servovalve + vérin).

En boucle ouverte, la position du vérin tend vers sa butée, ce qui ne permet pas d'obtenir les réponses fréquentielles en boucle ouverte du système (servovalve + vérin). Les réponses fréquentielles en boucle ouverte sont alors obtenues en envoyant le signal d'entrée au niveau de la consigne et en comparant les valeurs du signal d'erreur (ε_v) et du signal de sortie y_{vmes} .

Les figures 5.33 et 5.34 présentent les diagrammes de Bode du vérin hydraulique en boucle ouverte obtenus pour une pression d'entrée de $P_a = 280$ bar et pour une entrée égale à 10%, 50%, 80% et 100% du signal de commande.

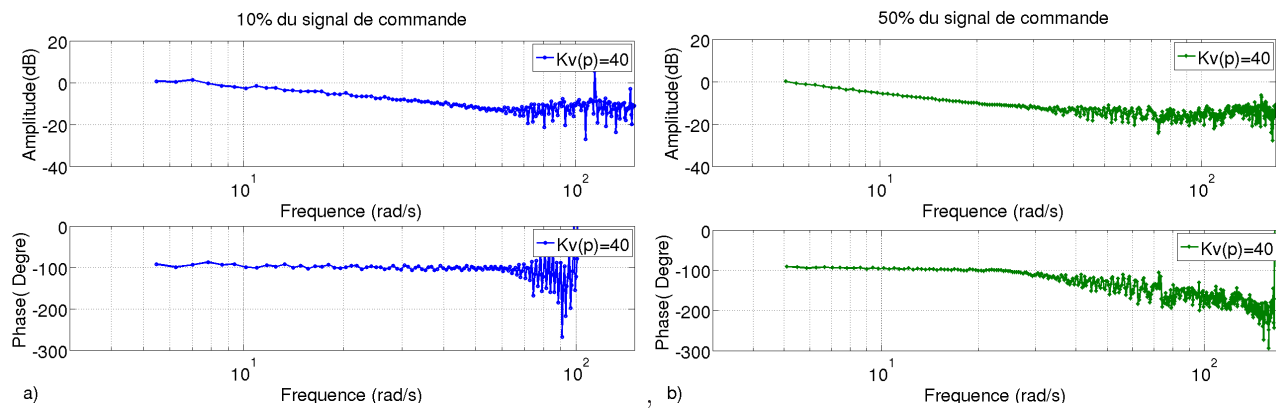


FIG. 5.33 – Réponses fréquentielles en boucle ouverte obtenues pour (a) 10% et (b) 50% du signal de commande.

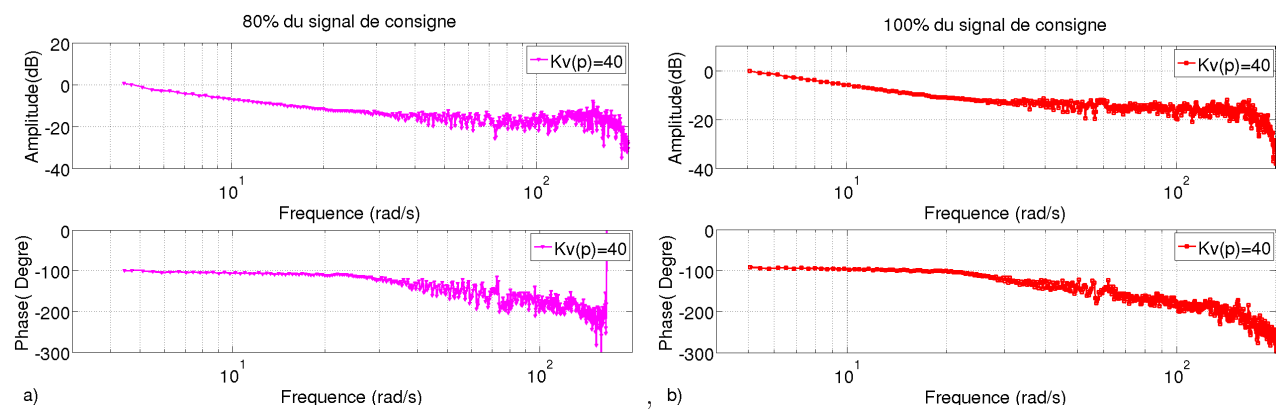


FIG. 5.34 – Réponses fréquentielles en boucle ouverte obtenues pour (a) 80% et (b) 100% du signal de commande.

Le tableau 5.8 présente les fréquences au gain unité en boucle ouverte w_{uv} obtenues pour respectivement 10%, 50%, 80% et 100% du signal de commande. Pour des fréquences supérieures à w_p , les réponses en fréquence du système n'ont plus aucune signification physique. La fréquence w_{-180° étant supérieure à la fréquence w_p , elle ne peut pas être mesurée.

%	10	50	80	100
w_{uv} en (rad/s)	8	5	5,3	5
w_p en (rad/s)	106	36	30	30

TAB. 5.8 – Fréquences w_{uv} et w_p .

Les diagrammes de Nichols représentés sur les figures 5.35 et 5.36 permettent de mesurer la marge de gain et la marge de phase.

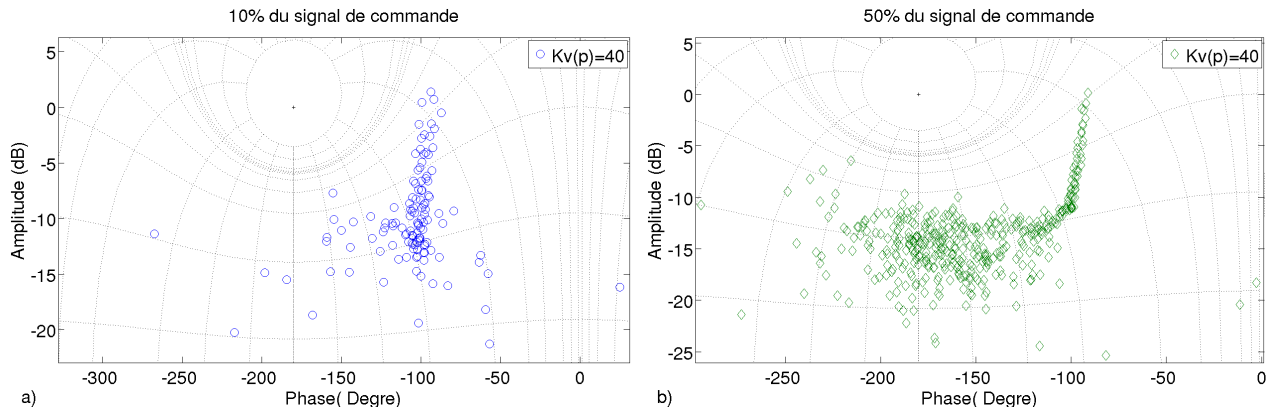


FIG. 5.35 – Diagrammes de Nichols obtenus pour (a) 10% et (b) 50% du signal de commande maximale.

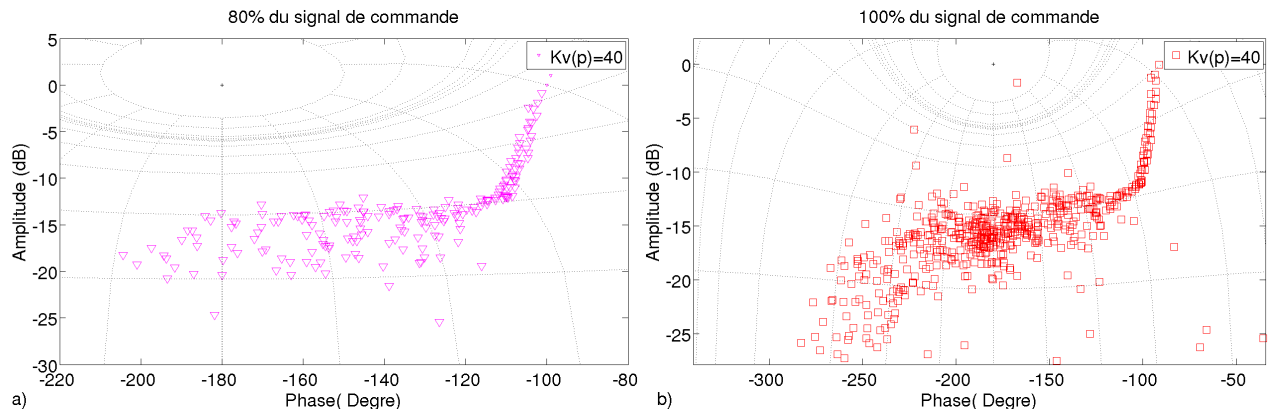


FIG. 5.36 – Diagrammes de Nichols obtenus pour (a) 80% et (b) 100% du signal de commande maximale.

La marge de gain et la marge de phase sont estimées en prenant la valeur moyenne. Les valeurs de la marge de phase estimées pour 10%, 50%, 80% et 100% du signal de commande sont présentées dans le tableau 5.9. La marge de gain (M_G) ne peut pas être déterminée pour 10%. Pour 50%, 80% et 100% du signal de commande, les marges de gain M_G sont similaires et valent $\sim 17 \pm 3$ dB.

Les résultats obtenus à partir du diagramme de Nichols en boucle ouverte sont présentés dans le tableau 5.9.

%	10	50	80	100
Marge de Gain (M_G) en dB	—	17,2	17	17
Marge de Phase (M_Φ) en °	80,6	88,7	88	90

TAB. 5.9 – Marges de gain et marge de phase obtenues pour un régulateur $K_v(p) = 40$.

Les marges de gain et les marges de phase sont nettement supérieures aux valeurs imposées par le cahier des charges. Etant données les valeurs élevées de la marge de phase, on s'attend à ce que temps de réponse à un échelon soit longs ($tr_{5\%} > 100ms$). A partir des résultats obtenus et afin d'optimiser la valeur du régulateur $K_v(p)$ qui permet d'avoir les meilleures performances, les marges de gain sont suffisamment élevées pour nous permettre d'augmenter les valeurs du régulateur proportionnel. Etant donné que la marge de gain est en moyenne 11 dB au-dessus de la valeur limite inférieure de stabilité imposée par le cahier des charges, nous introduirons donc un régulateur $K_v(p) = 150$, car $150 = 40 * 3,75$ et $20\log(3,75) \simeq 11dB$. La courbe de Nichols obtenue en boucle ouverte avec le régulateur $K_v(p) = 40$ se déplacera de 11dB vers le point critique.

Les figures 5.37 et 5.38 présentent la réponse fréquentielle (Bode) du système en boucle ouverte pour un régulateur $K_v(p) = 150$.

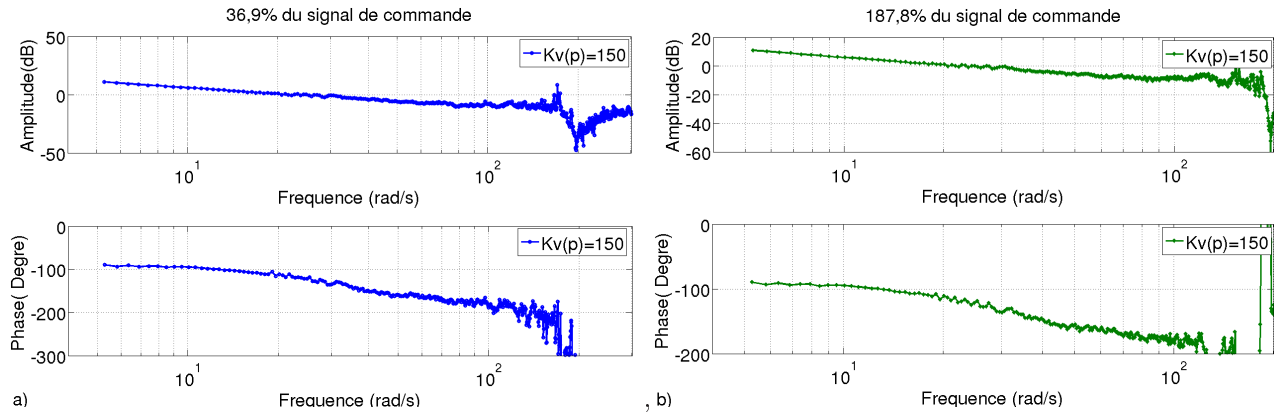


FIG. 5.37 – Diagrammes de Bode obtenus pour (a)36,9% et (b)187,8% du signal de commande.

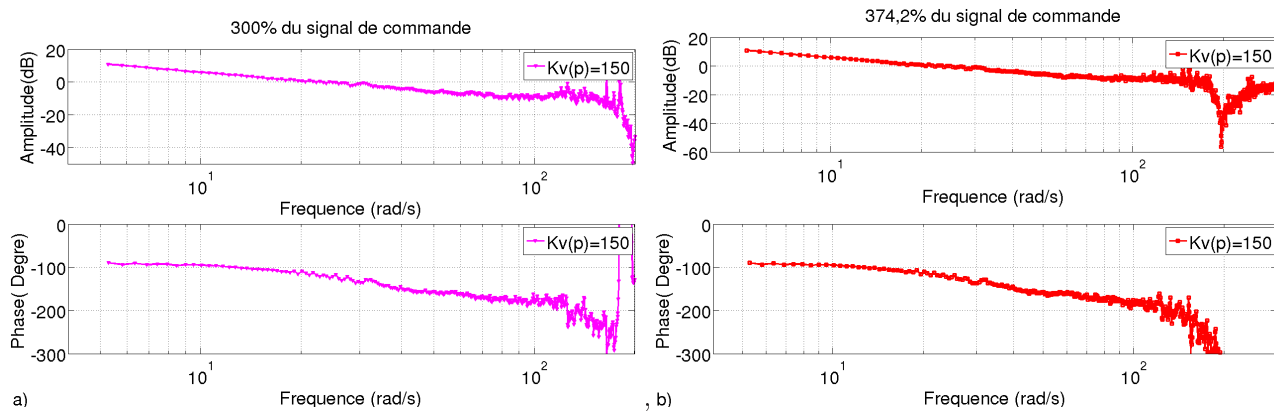


FIG. 5.38 – Diagrammes de Bode obtenus pour (a)300% et (b)374,2% du signal de commande.

Les valeurs élevées des signaux de consigne : 187,8 %, 300 % et 374,2 % indiquent que les servovalves sont physiquement en butée. Les valeurs de la fréquence au gain unité en boucle ouverte w_{uv} et de la fréquence w_{-180° obtenues pour 36,9%, 187,8%, 300% et 374,2% du signal de commande sont résumées dans le tableau 5.10 .

%	36,89%	187,8%	300%	374,2%
$w_{uv}(rad/s)$	21,7	21,7	22,2	21,2
$w_{-180^\circ}(rad/s)$	88,4	100	92,7	92,6

TAB. 5.10 – Fréquences au gain unité et fréquences obtenues pour une phase de 180° . Ces valeurs ont été obtenues en boucle ouverte pour un régulateur proportionnel $K_v(p) = 150$.

Les figures 5.39 et 5.40 présentent les diagrammes de Nichols en boucle ouverte obtenus pour un régulateur $K_v(p) = 150$.

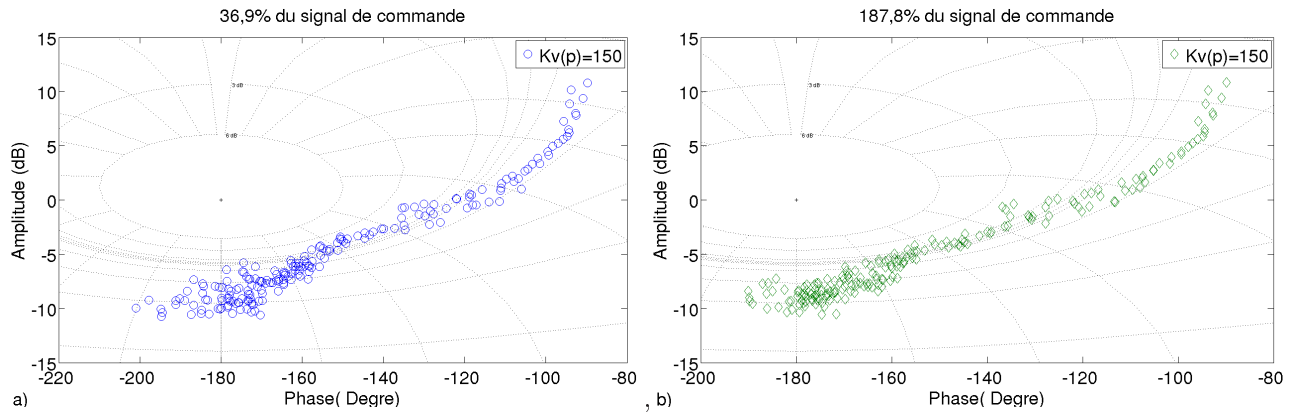


FIG. 5.39 – Diagrammes de Nichols obtenus pour (a)36,9% et (b)187,8% du signal de commande.

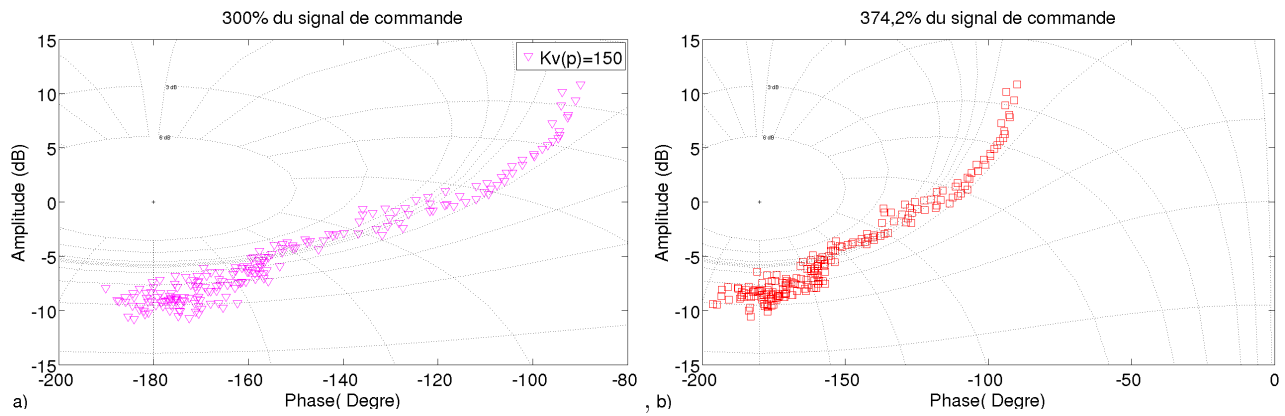


FIG. 5.40 – Diagrammes de Nichols obtenus pour 300% du signal de commande.

Le tableau 5.11 récapitule les marges de gain M_G et les marges de phase M_Φ obtenues pour 36,9%, 187,8%, 300% et 374,2% du signal de commande. Les marges de gain et de phase ont été estimées en prenant la valeur moyenne.

%	36,9	187,8	300	374,2
Marge de Gain (M_G) en dB	9 ± 1	$8,9 \pm 1,5$	$8,7 \pm 1,7$	$8,3 \pm 1$
Marge de Phase (M_Φ) en °	59 ± 1	60 ± 3	62 ± 2	61 ± 2

TAB. 5.11 – Marges de gain et de phase obtenues avec un régulateur $Ksv(p) = 150$.

Les valeurs des marges de gains obtenues pour tous les points de fonctionnement se trouvent dans les limites fixées par le cahiers des charges (entre 6 et 10 dB). Les marges de phase sont de l'ordre de $60^\circ \pm 2^\circ$ ce qui correspond à la valeur limite supérieure imposée par le cahier des charges. Ces valeurs indiquent que le système présente une bonne stabilité. La précision et le temps de réponse de ce système sont étudiés à partir des réponses en boucle fermée dans le domaine temporel.

Afin de comparer les réponses des deux régulateurs, les figures 5.41, 5.42, 5.43 et 5.44 présentent la réponse en boucle fermée à un échelon du système pour une gamme d'amplitudes de 10%, 50%, 80% et 100% du signal de consigne .

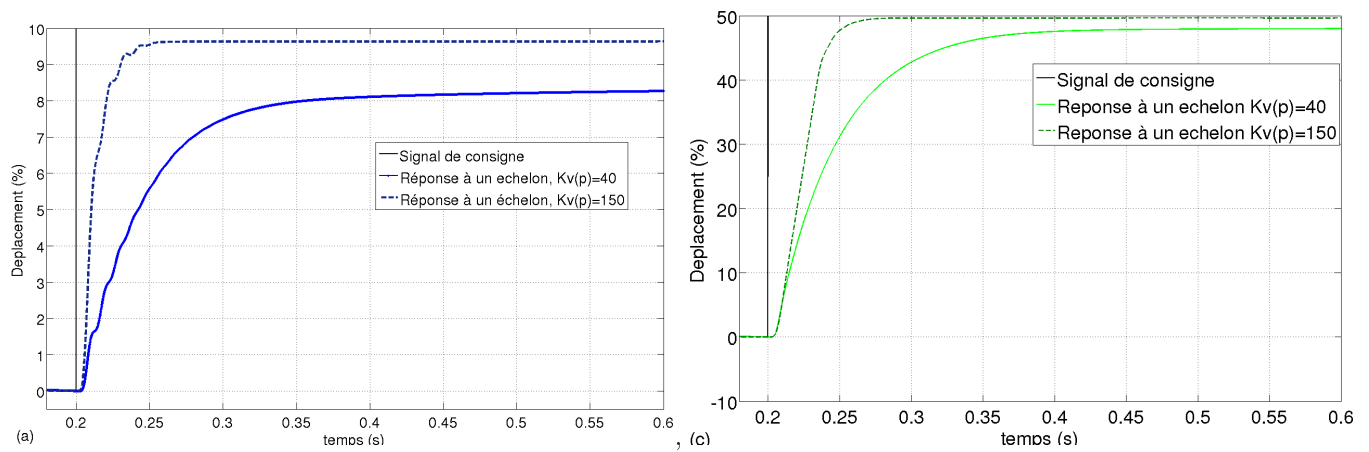


FIG. 5.41 – Réponses à un échelon obtenues pour 10% et 50% du signal de consigne.

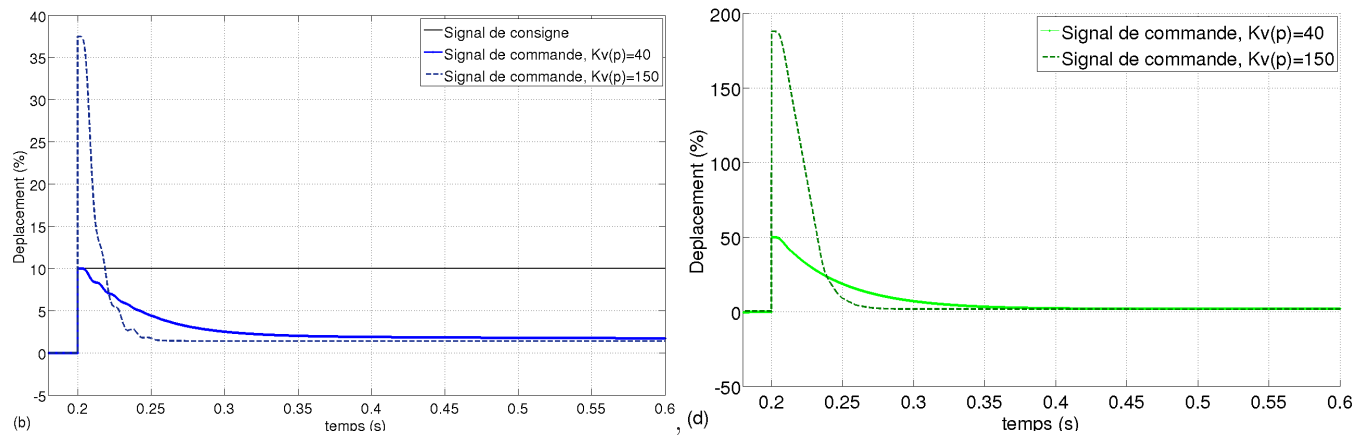


FIG. 5.42 – Signaux de commande de (b)36,9% et (d)187,8%.

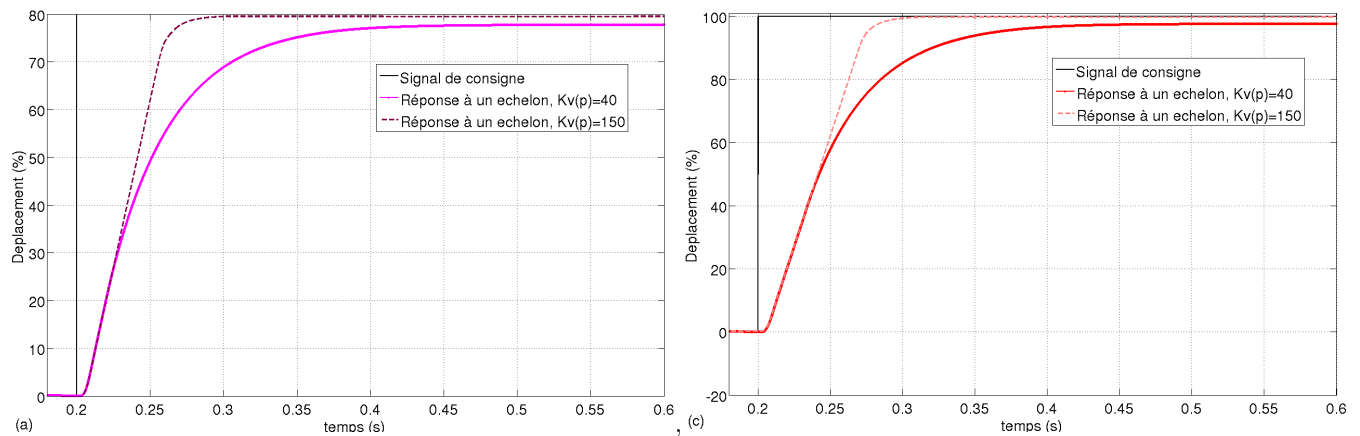


FIG. 5.43 – Réponses à un échelon obtenues pour 80% et 100% du signal de consigne.

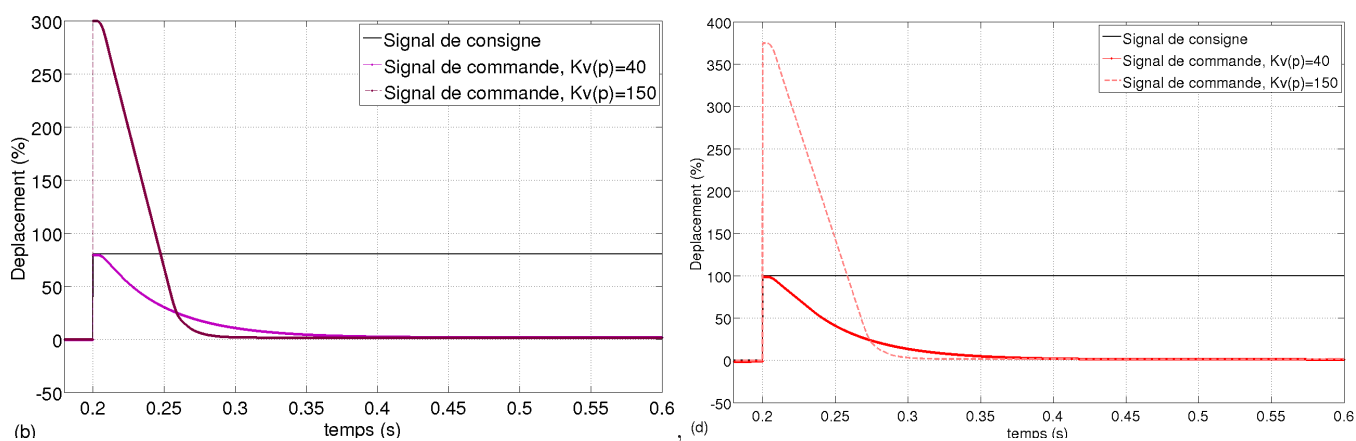


FIG. 5.44 – Signaux de commande de (b)300% et (d)374,2%.

Le tableau suivant récapitule les résultats obtenus pour le dépassement, l'écart statique et le temps de réponse à 5%.

(a)	$K_{sv}(p) = 40$	10%	50%	80%	100%
	$\epsilon_{\%}(\%)$	15,2	3,42	2,55	2
	$t_{5\%}(ms)$	—	194,7	166	162
	$t_m(ms)$	—	122,9	118,9	120

(b)	$K_{sv}(p) = 150$	10%	50%	80%	100%
	$\epsilon_{\%}(\%)$	3,65	0,44	0,29	0,21
	$t_{5\%}(ms)$	42,6	48,4	63,7	57,6
	$t_m(ms)$	30	40,9	57,6	57,04

TAB. 5.12 – Le dépassement, l'écart statique et le temps de réponse à 5% obtenus pour les régulateurs proportionnels $K_v(p) = 40$ et $K_v(p) = 150$.

La stabilité très importante obtenue pour le régulateur $K_v(p) = 40$ s'accompagne d'une mauvaise précision et d'un temps de réponse très long, en particulier pour 10 % du signal de consigne. L'augmentation du gain $K_v(p)$ à 150 entraîne une diminution du degré de stabilité mais également une amélioration de la précision et du temps de réponse du système. On peut aussi noter que ce régulateur présente une stabilité définie par le cahier des charges. Les temps de réponse et de montée obtenus sont dans les limites établies par le cahier des charges. L'erreur obtenue pour tous les points de fonctionnement est inférieure à 4%.

Bien que les erreurs statiques obtenues pour un gain de 150 se trouvent dans les limites définies par le cahier des charges, on se propose d'augmenter le gain pour améliorer la précision de notre système. On se propose d'utiliser un gain $K_v(p) = 200$ et d'étudier les performances dans le domaine fréquentiel pour 50% et 500% du signal de commande (figures 5.45 et 5.46).

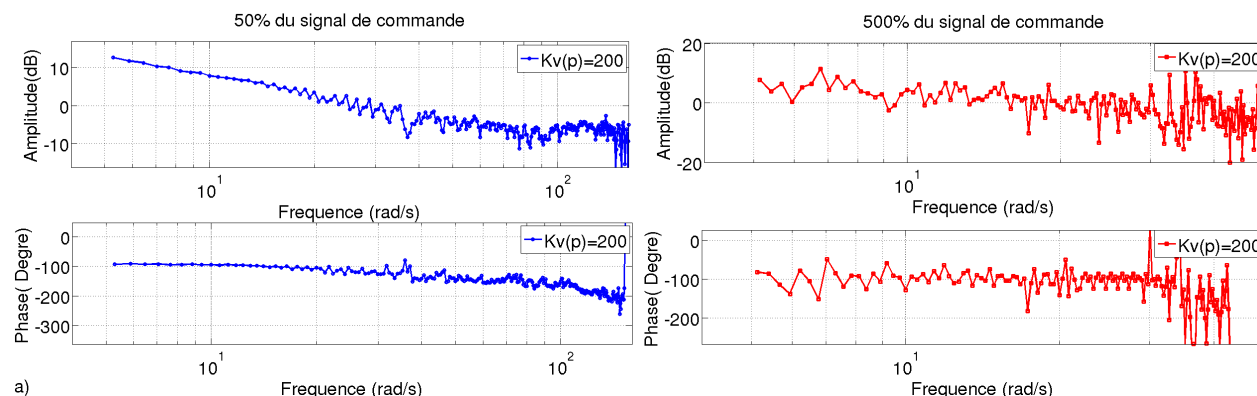


FIG. 5.45 – Diagrammes de Bode obtenus pour (a)50% et (b)500% du signal de commande.

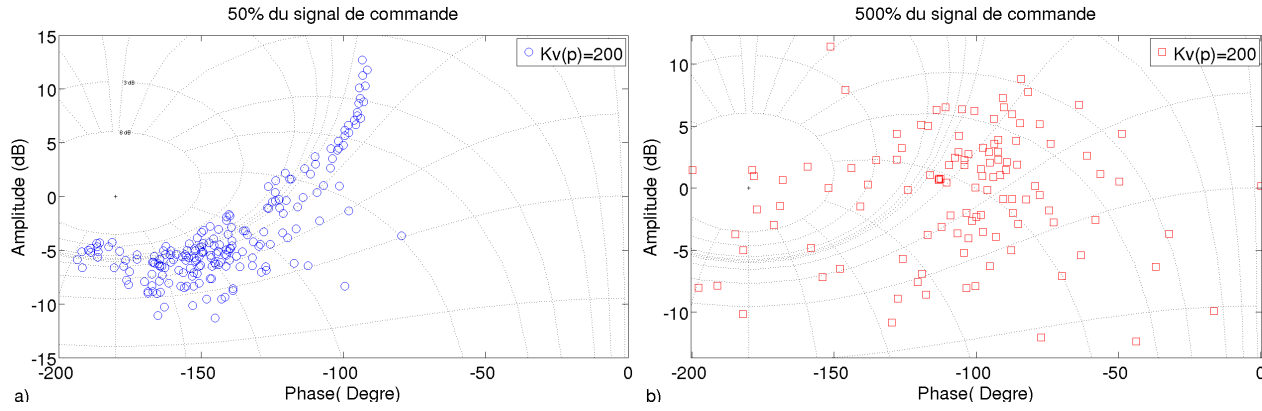


FIG. 5.46 – Diagrammes de Nichols obtenus pour (a)50% et (b)500% du signal de commande.

Pour 50% du signal de commande, la fréquence w_{uv} (au gain unité) est de $26,45 \pm 1 \text{ rad/s}$ et la fréquence w_{-180} est de $114 \pm 1 \text{ rad/s}$. Les marges de gain et de phase sont de $6 \pm 1 \text{ dB}$ et $60 \pm 3^\circ$, respectivement. Dans le cas de 500% du signal de commande, la fréquence w_{uv} est estimée à $17,8 \pm 5 \text{ rad/s}$. Pour des fréquences supérieures à $w_p = 30 \text{ rad/s}$, la réponse fréquentielle n'a aucune signification physique ce qui ne permet pas de déterminer la fréquence w_{-180} . Pour 500 % du signal de commande, la courbe de Nichols est très bruitée et les points sont très dispersés, ce qui ne permet pas de mesurer les marges de gain et de phase.

Comme on a pu le voir dans le cas des régulateurs étudiés précédemment $K_v(p) = 40$ et $K_v(p) = 150$, plus l'amplitude du signal de commande est élevée, plus la marge de gain est élevée. Par conséquent, à partir de la marge de gain obtenue pour 50% du signal de commande ($M_G = 6 \pm 1 \text{ dB}$), nous pouvons supposer que la marge de gain pour l'ensemble des signaux de commande ($> 50\%$) se trouve dans les limites établies par le cahier des charges suggérant que le système est stable.

On introduit une perturbation de sortie de 25% du signal de consigne pour tous les points de fonctionnement (10%, 50%, 80% et 100% du signal de consigne). Physiquement, la perturbation peut correspondre à l'action perturbatrice d'un effort interne de 90 KN rencontré par le système. On observe les propriétés de rejet des perturbations en mesurant le temps de réponse $t_{pu5\%}$ nécessaire à la réponse pour atteindre l'état stationnaire après une perturbation, ainsi que l'écart statique $\epsilon_{pu\%}$. Les figures 5.47, 5.48, 5.49 et 5.50 présentent les réponses temporelles pour l'ensemble des signaux de consigne pour les régulateurs $K_{sv}(p) = 150$ et $K_{sv}(p) = 200$.

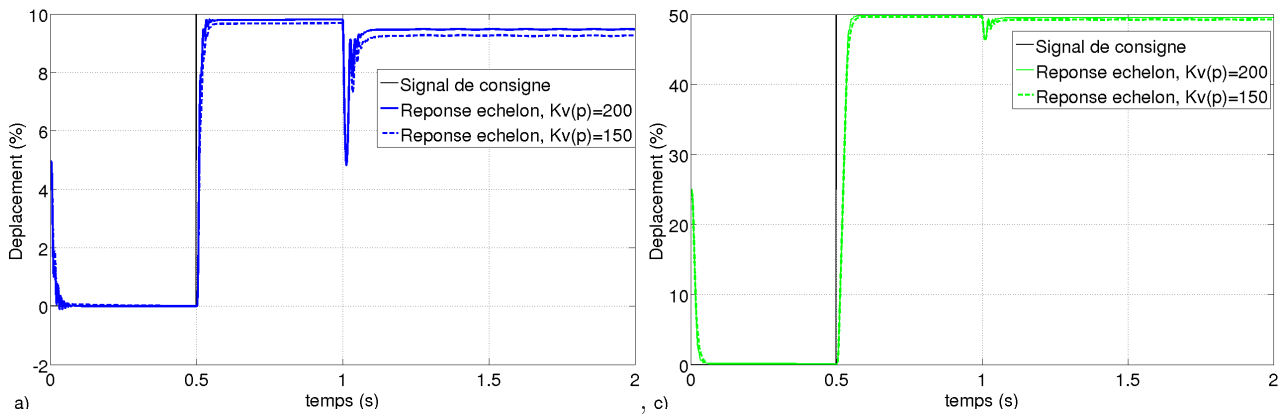


FIG. 5.47 – Réponses à un échelon obtenues pour 10% et 50% du signal de consigne (a) et (c).

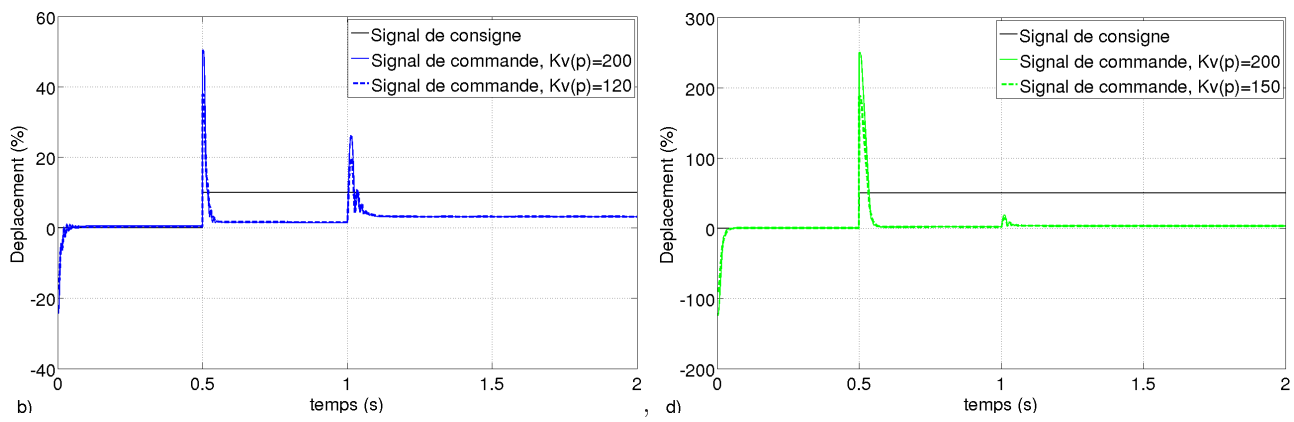


FIG. 5.48 – Signaux de commande obtenus pour 10% et 50% du signal de consigne (b) et (d)

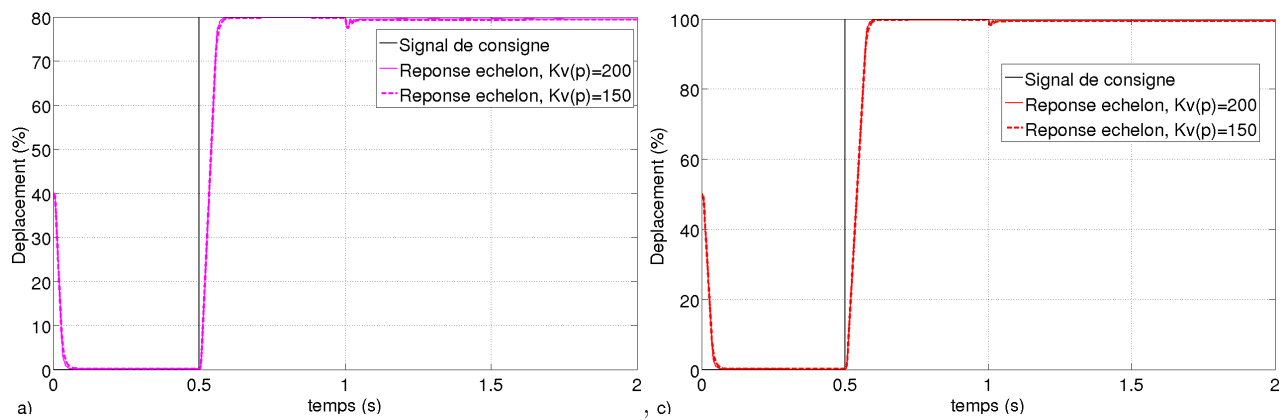


FIG. 5.49 – Réponses à un échelon obtenues pour 80% et 100% du signal de consigne (a) et (c).

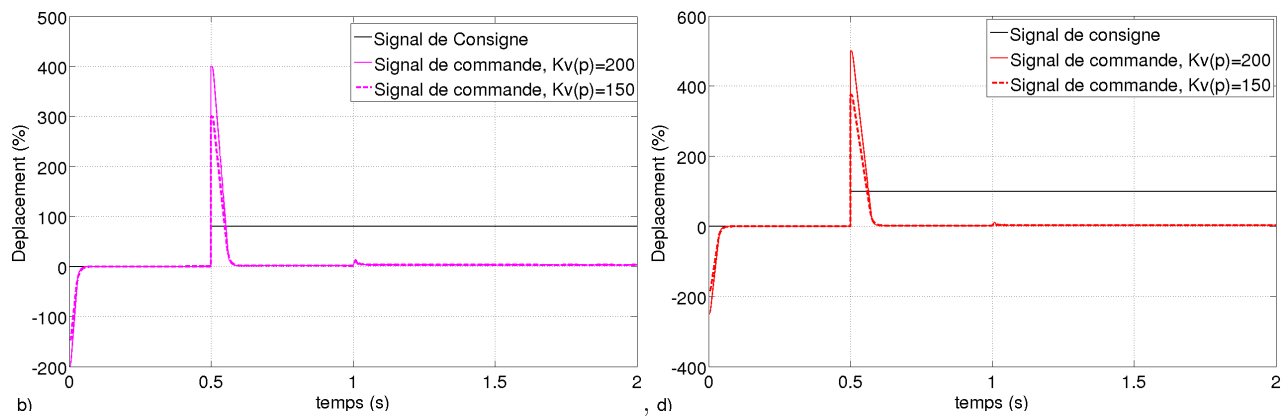


FIG. 5.50 – Signaux de commande obtenus pour 80% et 100% du signal de consigne (b) et (d)

Les temps de montée et de réponse ainsi que l'erreur statique obtenus sont reportés dans le tableau 5.13.

(a)	$K_{sv}(p) = 150$	10%	50%	80%	100%	(b)	$K_{sv}(p) = 200$	10%	50%	80%	100%
	$\epsilon_{\%}(\%)$	3,6	0,4	0,3	0,2		$\epsilon_{\%}(\%)$	2,6	0,3	2,3	0,2
	$t_{5\%}(ms)$	42,6	48,4	63,7	57,6		$t_{5\%}(ms)$	31,7	42,2	60,8	57,4
	$t_m(ms)$	30	40,9	57,6	57,1		$t_m(ms)$	21,7	38,2	57,4	57,1
	$\epsilon_{pu\%}(\%)$	0,7	0,7	0,6	0,5		$\epsilon_{pu\%}(\%)$	0,5	0,5	0,5	0,4
	$t_{pu5\%}(ms)$	90	65	79	40		$t_{pu5\%}(ms)$	63	48	43	32

TAB. 5.13 – L'écart statique et le temps de réponse à 5% obtenus pour les régulateurs proportionnels (a) $K_v(p) = 150$ et (b) $K_v(p) = 200$.

Pour 10%, 50% et 80% du signal de consigne, les deux régulateurs présentent des performances proches ($\epsilon_{\%}, t_{5\%}, t_m$). Pour 100% du signal de consigne, l'augmentation du gain a permis d'améliorer la précision du système (diminution de l'erreur statique). Le temps nécessaire au rejet d'une perturbation $t_{pu5\%}$ est plus court avec un gain $K_{sv}(p) = 200$ que celui obtenu avec $K_{sv}(p) = 150$. De plus, le régulateur $K_{sv}(p) = 200$ présente une erreur statique après une perturbation $\epsilon_{pu\%}$, nettement inférieure à celle obtenue avec $K_{sv}(p) = 150$. Par conséquent, on peut dire que le régulateur $K_{sv}(p) = 200$ possède un meilleur rejet de perturbation.

En augmentant le gain du régulateur, la précision a été améliorée ainsi que la rapidité. Les propriétés de rejet d'une perturbation du système ont également été optimisées pour une perturbation de 25 % du signal de consigne.

5.2.2.2 Réponse fréquentielle du vérin hydraulique en boucle fermée.

On se propose d'analyser la fonction de transfert en boucle fermée ($T_v(p) = y_{vmes}/y_{vref}$) afin d'estimer, en particulier, le facteur de résonance et la bande passante. Les figures 5.51 et 5.52 présentent les réponses fréquentielles du vérin hydraulique en boucle fermée avec le régulateur proportionnel $K_v(p) = 150$.

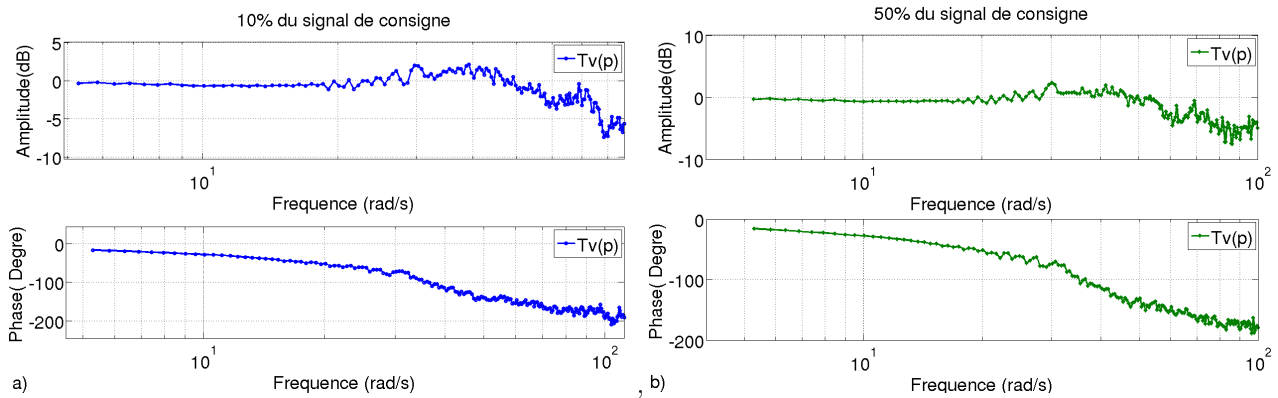


FIG. 5.51 – Diagrammes de Bode en boucle fermée obtenus pour un signal de consigne de (a) 10% et (b) 50%.

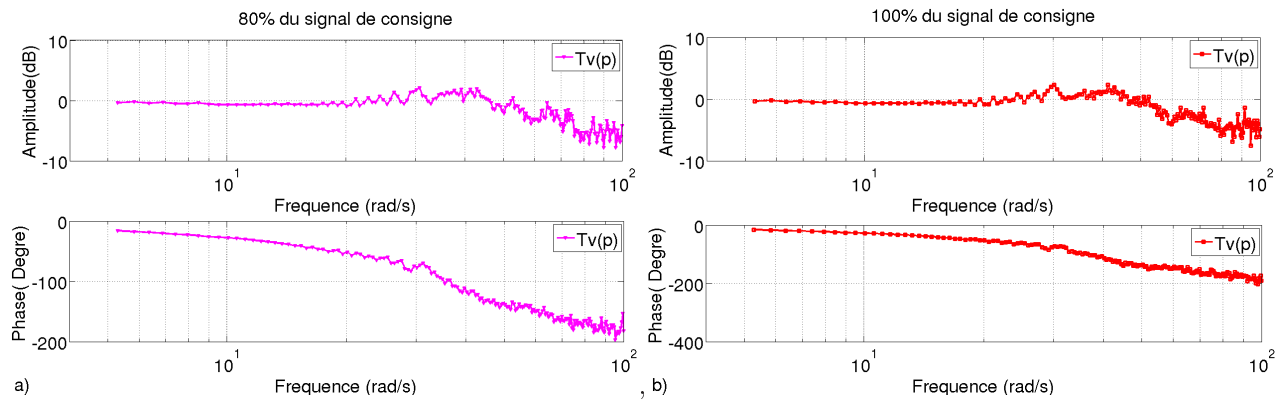


FIG. 5.52 – Diagrammes de Bode en boucle fermée obtenus pour un signal de consigne de (a) 80% et (b) 100% .

En basses fréquences, le gain T_v pour l'ensemble des signaux de consigne est de $-0,40$ dB. La bande passante $[0; w_c]$, la fréquence de résonance w_r et le facteur de résonance Q estimés à partir des réponses en boucle fermée pour chaque signal de consigne sont donnés par le tableau 5.14.

%	10%	50%	80%	100%
Bande passante $[0; w_{cv}]$ rad/s	60	59	61	60
Fréquence de résonance w_r rad/s	30,5	30,2	31	30,2
Facteur de résonance (Q) en dB	1,6	2	1,8	2,2

TAB. 5.14 – Bande passante, fréquence de résonance et facteur de résonance pour un régulateur $K_V(p) = 150$. La fréquence de coupure w_c a été estimée par extrapolation à -3 dB.

Pour l'ensemble des points de fonctionnement, le facteur de résonance est inférieur à la limite fixée par le cahier des charges (< 3 dB), ce qui garantit la stabilité du système.

Etant donné le bruit obtenu pour un signal de consigne de 100%, nous présentons uniquement la réponse fréquentielle du régulateur $K_v(p) = 200$ obtenue pour 10% du signal de consigne. La figure présente les diagrammes de Bode en boucle fermée obtenus.

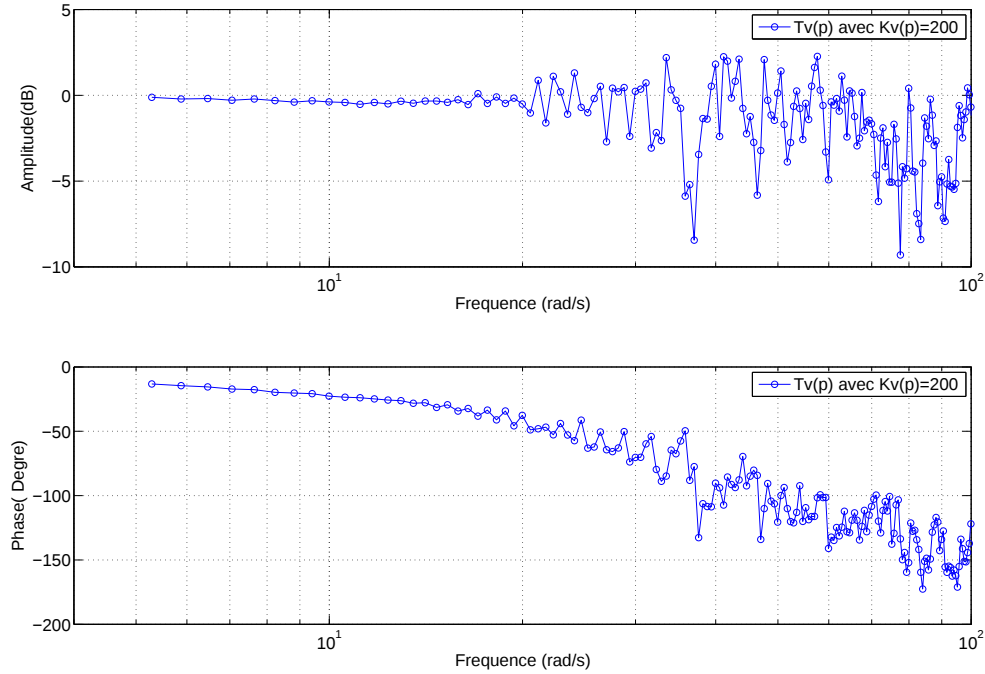


FIG. 5.53 – Diagrammes de Bode en boucle fermée obtenus pour un signal de consigne de 10% .

La fréquence de coupure à -3 dB w_{cv} est de 70 ± 2 rad/s. Elle a été estimée en négligeant le bruit et en prenant une valeur moyenne. Pour une phase de -90° , la fréquence est de 36 ± 2 rad/s. Etant donnée la similitude entre les courbes obtenues dans le domaine temporel pour tous les points de fonctionnement avec $K_V(p) = 150$ et $K_V(p) = 200$, on peut estimer la bande passante du régulateur $K_V(p) = 200$. D'autre part, on a pu noter que les bandes passantes obtenues pour tous les points de fonctionnement du régulateur $K_V(p) = 150$ sont très proches $[0; w_{cv} = 60 \pm 2]$ rad/s. On peut donc supposer que la bande passante pour tous les points de fonctionnement du régulateur $K_V(p) = 200$ peut être estimée à $[0; w_{cv} = 70 \pm 4]$ rad/s.

5.2.2.3 Conclusion

Le gain $K_V(p) = 200$ du régulateur proportionnel s'avère le plus adapté pour garantir des performances de précision, de rapidité et de stabilité exigées par le cahier des charges. Il assure également de bonnes propriétés de rejet des perturbations car il permet à la tige du vérin de revenir à sa position imposée par le signal de consigne avec une erreur inférieure à 2,5%. Ce régulateur permet de linéariser le système par bouclage.

Le vérin hydraulique utilisé au laboratoire LAMEFIP est actuellement asservi par un régulateur proportionnel. Les différences entre les réponses expérimentales et numériques ont été discutées dans le chapitre précédent. A titre d'exemple, comparons les réponses obtenues en introduisant, sur le vérin à vide, un échelon d'amplitude égale à 50% du signal de consigne maximale.

La figure présente la réponse à un échelon obtenue pour 50% de la consigne maximale.

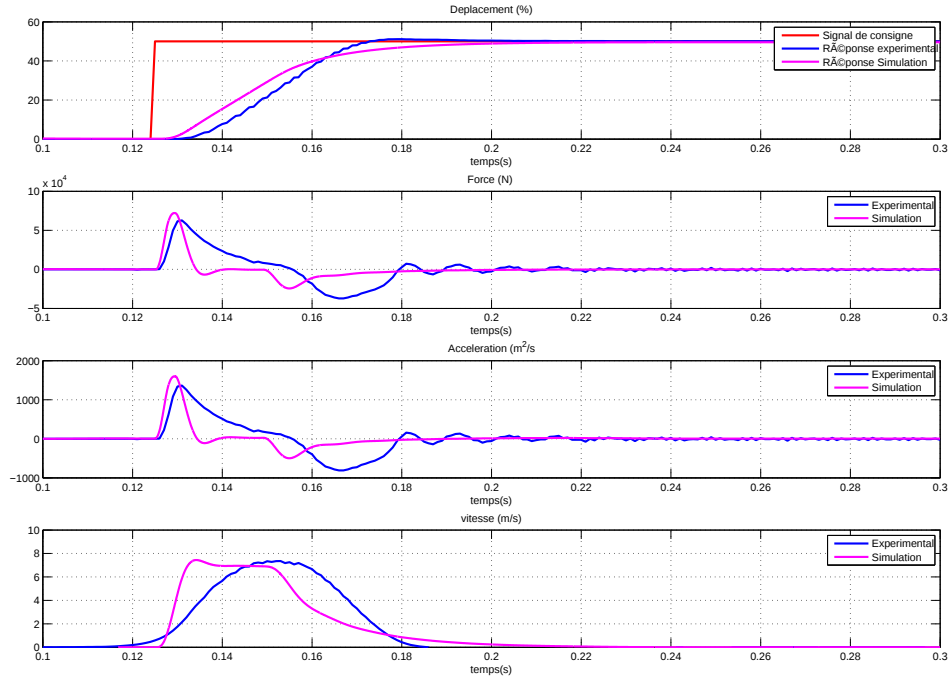


FIG. 5.54 – Résultats pour 50% du déplacement maximal du vérin hydraulique.

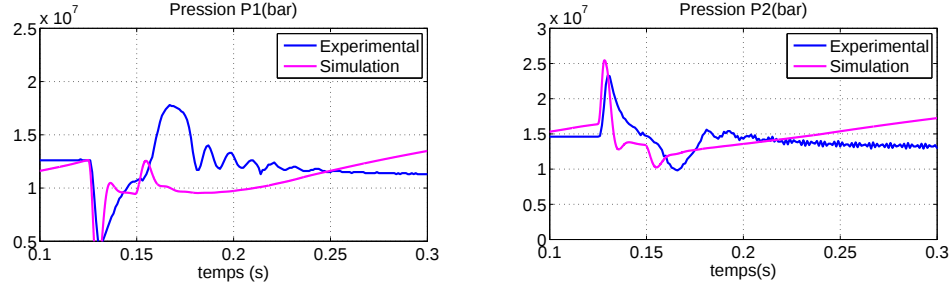


FIG. 5.55 – Résultats pour 50% du déplacement maximal du vérin hydraulique.

La réponse du vérin hydraulique obtenue expérimentalement possède un léger retard par rapport à celle obtenue par la simulation (courbe de déplacement). On obtient un temps de réponse de $56ms$ expérimentalement et $42,2ms$ par la simulation. Une erreur statique de $0,2\%$ est mesurée expérimentalement, la simulation nous donne une erreur de $0,3\%$. Dans les deux cas, l'erreur est relativement faible. Un léger dépassement de $D = 2,32\%$ est observé expérimentalement.

Les courbes de pressions expérimentales ($P1$ et $P2$) présentent la même allure que celles obtenues par la simulation. Les pressions maximales $P1$ et $P2$ ont été mesurées à $50bars$ (valeur minimale) et à $230bars$ (valeur maximale) alors que par la simulation on obtient respectivement $20bars$ (valeur minimale) et de $252bars$ (valeur maximale).

5.3 Synthèse des commandes d'un robot hexapode hydraulique

Le robot parallèle modélisé est un robot à 6 chaînes cinématiques identiques (rotule + servovalves _asservie vérin + rotule), liées à une plate-forme mobile. Ce robot a été modélisé en prenant en compte les non-linéarités des servovalves et des vérins hydrauliques (figure 5.56).

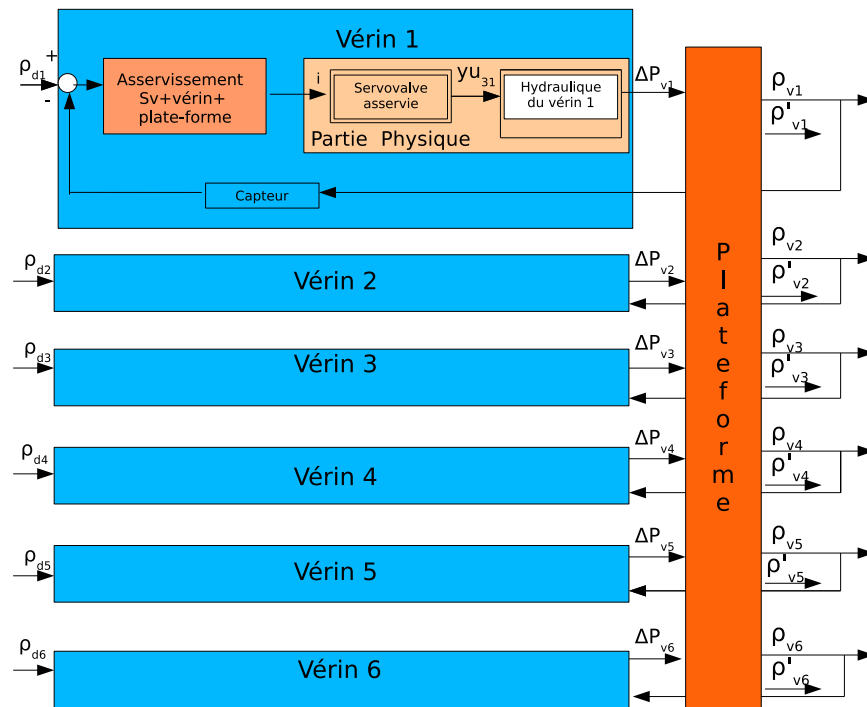


FIG. 5.56 – Schéma plate-forme

Pour réaliser l'asservissement d'un tel système, on cherche en général à transformer le système non linéaire en un système découplé et linéaire. Pour ce faire, il existe deux méthodes :

- on considère une approximation linéarisée tangente du système sur laquelle on détermine une loi de commande linéaire.
- on considère le système tel qu'il est (non linéaire) et on détermine une loi de commande non linéaire linéarisante, qui assure le découplage.

Ces deux méthodes ont chacune leurs avantages et leurs inconvénients. La linéarisation d'un modèle non linéaire peut se faire autour des plusieurs points de fonctionnements, quand il existe des grosses variations entre les différents comportements. Cette approximation est la plus simple à réaliser et à analyser. L'avantage majeur de la linéarisation d'un modèle non linéaire est la possibilité d'utiliser des lois de commande linéaires connues éventuellement robustes et faciles à mettre en oeuvre. L'inconvénient principal est le risque d'obtenir une loi de commande peu performante quand les différences de comportements linéaires sont grandes.

L'implantation d'une loi de commande linéarisante a une validité plus étendue, car le système physique (non linéaire) est pris en compte sur tout son domaine de fonctionnement. Ceci se fait au détriment de la facilité de manipulation et d'analyse avec peu de risque de perte de performance.

Ces dernières années, on a proposé des lois de commande linéaires et non linéaires pour asservir les actionneurs hydrauliques des robots hexapodes. L'approche classique consiste à utiliser des contrôleurs de commande en position [56, 57], en vitesse [58] ou en effort [59, 60, 61].

D'autres techniques ont été implémentées sur des systèmes électrohydrauliques [31, 62, 63]. Li a implémenté la rétroaction de pression pour améliorer les performances des contrôleurs classiques PD [31]. Heitze a utilisé un asservissement de boucle secondaire en pression [62] et Asokan un asservissement en impédance [63]. En 1998, Ravié implémenta l'analyse linéaire-quadratique gaussien (LQG) suivie par la technique LTR (Loop Transfert Recovery) [64].

Différentes techniques non linéaires ont été appliquées pour obtenir des systèmes de commande ayant des performances robustes¹. Un exemple est la commande adaptative [65, 66, 67, 68, 69]. Une autre approche est l'utilisation de la technique floue [70, 71], ainsi que la recherche d'un contrôleur en utilisant les fonctions de Lyapunov qui dépendent des paramètres pour l'analyse et la synthèse robuste [57, 60, 68, 72].

¹Performances changeant peu lors des variations du point de fonctionnement ou des propriétés du système.

Des méthodologies fréquentielles comme, par exemple, la QFT (Quantitative Feedback Theory) [73, 74] et CRONE (Commande Robuste d'ordre Non Entier) [50], prennent en compte des variations paramétriques éventuelles du système à commander sous la forme de domaines d'incertitudes fréquentielles totalement structurées. Elles ont été déterminées sans aucune majoration et implémentées sur des vérins hydrauliques.

La linéarisation dynamique par retour (feedback) a été utilisée dans la littérature pour développer un asservissement des vérins hydrauliques. Les premiers à introduire l'idée sont Vossoughi et Donath [75].

Il existe différentes stratégies de commande pour les robots hydrauliques multi-degrés de liberté. Ces stratégies de commande ont été développées de la commande de systèmes de mouvements aux actionneurs électriques. Parmi ces stratégies de commande, on trouve :

- La commande “indépendante” [19] : chaque actionneur a une position de référence. La boucle d'asservissement est conçue comme si chaque actionneur était un servosystème de position indépendant des autres actionneurs. Cette méthode ne tient pas compte des limitations géométriques de l'espace de travail de la plate-forme.
- Conception de commande multivariable non linéaire : cette stratégie tient compte des différents degrés de liberté et de la géométrie du système. Cette stratégie est aussi connue sous le nom de “commande dynamique” [22] (ou “computed torque” dans la littérature anglo-saxonne). Bien que cette stratégie soit très utilisée pour l'asservissement des robots à actionneurs électriques, l'application à des robots à actionneurs de type hydraulique est plus délicate, puisque la dynamique du vérin, et, en particulier, la servovalve, doit être prise en considération. Si l'on utilise la stratégie standard de la commande dynamique, on doit inclure le modèle inverse de l'actionneur dans la boucle de rétroaction. Ceci peut introduire des problèmes dans l'asservissement en raison des approximations du modèle du vérin utilisé.
- Commande de mouvement à deux niveaux [15] : la complexité de la commande peut être réduite à deux niveaux (bas et haut niveaux). Dans le premier cas (bas niveau), les vérins hydrauliques sont asservis en effort (générateur d'effort) indépendamment de la plate-forme. Dans le second cas (haut niveau), l'asservissement utilise une commande multivariable non linéaire pour asservir le système mécanique de la plate-forme en position.

A part l'approche classique du régulateur PID utilisée pour l'asservissement d'un robot hexapode, d'autres techniques de commande ont été employées. On peut citer, par exemple, la commande non linéaire à partir d'une approche de Lyapunov [76] ; cette approche garantit la stabilité du système et prend en compte la géométrie de la plate-forme en utilisant les déplacements et les vitesses des vérins hydrauliques. On trouve également la commande référencée vision [77] qui est basée sur le concept de redondance métrologique. Ce concept simplifie le modèle géométrique de la plate-forme en utilisant des capteurs proprioceptifs additionnels. L'état interne du mécanisme parallèle (commande cinématique) est obtenu en observant les vérins hydrauliques par des capteurs. La commande en effort des vérins hydrauliques qui composent la plate-forme de Gough-Stewart avec un retour en déplacement ou vitesse [78] est une autre technique d'asservissement. L'asservissement du modèle dynamique inverse peut être combiné avec un asservissement H_∞ qui permet de réduire les erreurs obtenues par l'approximation du modèle dynamique [71]. La commande non linéaire adaptative pour un asservissement en position [69] peut également être utilisée.

Nous utiliserons, dans cette thèse, une commande dynamique pour l'asservissement de la plate-forme, prenant en compte bien sûr la dynamique des servovalves et des vérins. La première étude porte sur l'asservissement utilisé pour la servovalve trois étages.

5.4 Asservissement robot hexapode

La figure présente la stratégie utilisée pour l'asservissement du robot hexapode.

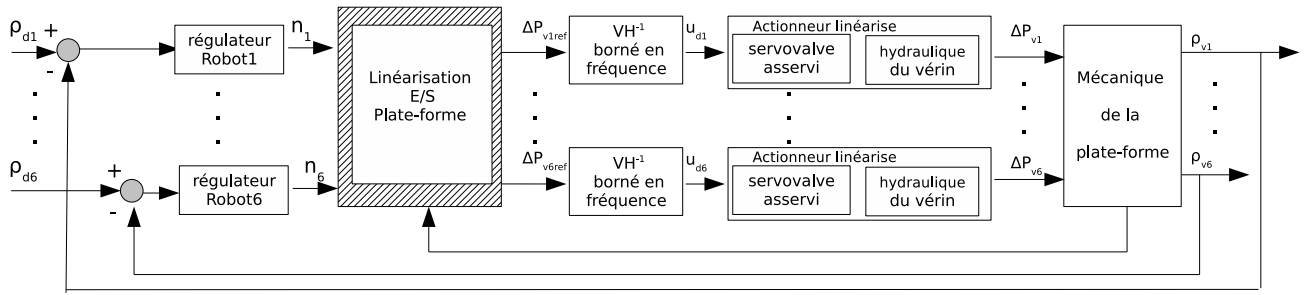


FIG. 5.57 – Stratégie du commande du robot hexapode

L'asservissement du robot hexapode utilise une stratégie à trois niveaux. Le premier niveau est l'asservissement de la servovalve. Le deuxième niveau utilise une linéarisation entrée-sortie par difféomorphisme et bouclage du vérin hydraulique (servovalve asservie + vérin). Le troisième niveau asservit le système mécanique de la plate-forme par une loi de commande dynamique.

5.4.1 Asservissement de la Servovalve

Les équations qui régissent la dynamique de la servovalve ont été exprimées dans le chapitre précédent (Chapitre 4). Toutefois, rappelons le modèle d'état qui s'écrit comme suit :

En considérant le vecteur d'état suivant :

$$X_1^T = [Pg_2 \ Pd_2 \ \dot{\theta} \ \theta \ y\dot{u}_2 \ yu_2]$$

le modèle d'état de l'étage pilote (premier et deuxième étage) se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = f_1(X) + g_1(X)i \\ Y_1 = h_1(X) \end{cases}$$

avec :

$$\dot{X}_1(X) = \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{02} + S_2 yu_2} (Qg_{striction} + Qg_{fuite} - Qg_{buse} - S_3 y\dot{u}_2) \\ \frac{B}{V_{02} - S_2 yu_2} (Qd_{striction} + Qd_{fuite} - Qd_{buse} + S_2 y\dot{u}_2) \\ \frac{1}{J} \left(l s (Pg_2 - Pd_2) - LKr_2 yu_2 - \varphi \dot{\theta} - Kr_2 L^2 \theta \right) \\ \dot{\theta} \\ \frac{1}{m_2} (S_2 (Pg_2 - Pd_2) - Kr_2 L \theta - F_{hd2} - F_{sec2} - \Psi_2 y\dot{u}_2 - Kr_2 yu_2) \\ y\dot{u}_2 \end{bmatrix} + Km i$$

$$h_1(X) = yu_2$$

On obtient un modèle non linéaire d'ordre 6 pour l'étage pilote.

Le modèle d'état pour le troisième étage hydraulique de la servovalve est le suivant :

Considérons le vecteur d'état suivant :

$$X_2^T = [Pg_3 \ Pd_3 \ v_1 \ yu_3]$$

où l'entrée est la position du tiroir du deuxième étage yu_2 et la sortie est la vitesse $y\dot{u}_3$.

Le modèle d'état se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}_2 = f_2(X) + g_2(X, yu_2) & \text{si } yu_2 \geq 0 \\ \dot{X}_2 = f_3(X) + g_3(X, yu_2) & \text{si } yu_2 < 0 \\ Y_2 = h_2(X) \end{cases}$$

avec :

$$\begin{aligned} f_2(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{03} + S_3 yu_3} \left[-K_2 \varepsilon \sqrt{|P_0 - Pg_3|} \text{sign}(P_0 - Pg_3) + K_{f2} \frac{(P_0 - Pg_3)}{(kf_{22})} + Qg_{ftiroir} - S_3 y\dot{u}_3 \right] \\ \frac{B}{V_{03} - S_3 yu_3} \left[K_2 \varepsilon \sqrt{|Pd_3 - P|} \text{sign}(Pd_3 - P) - K_{f2} \frac{(Pd_3 - P)}{(kf_{22})} + Qd_{ftiroir} + S_3 y\dot{u}_3 \right] \\ \frac{1}{m_3} (S_3(Pg_3 - Pd_3) + F_{hd3} - F_{sec3} - \Psi_3 v_1 + Kr_3 yu_3) \\ y\dot{u}_3 \end{bmatrix} \\ f_3(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{03} + S_3 yu_3} \left[K_2 \varepsilon \sqrt{|Pg_3 - P|} \text{sign}(Pg_3 - P) - K_{f2} \frac{(Pg_3 - P)}{(kf_{22})} + Qg_{ftiroir} - S_3 y\dot{u}_3 \right] \\ \frac{B}{V_{03} - S_3 yu_3} \left[-K_2 \varepsilon \sqrt{|P_0 - Pd_3|} \text{sign}(P_0 - Pd_3) + K_{f2} \frac{(P_0 - Pd_3)}{(kf_{22})} + Qd_{ftiroir} + S_3 y\dot{u}_3 \right] \\ \frac{1}{m_3} (S_3(Pg_3 - Pd_3) + F_{hd3} - F_{sec3} - \Psi_3 v_1 + Kr_3 yu_3) \\ y\dot{u}_3 \end{bmatrix} \\ g_2(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{03} + S_3 yu_3} \left(K_2 yu_2 \sqrt{|P_0 - Pg_3|} \text{sign}(P_0 - Pg_3) - K_{f2} \frac{(Pg_3 - P)}{(kf_{22} + \varepsilon + yu_2) yu_2} \right) \\ \frac{B}{V_{03} - S_3 yu_3} \left(-K_2 yu_2 \sqrt{|Pd_3 - P|} \text{sign}(Pd_3 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - Pd_3)}{(kf_{22} + \varepsilon + yu_2) yu_2} \right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ g_3(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{03} + S_3 yu_3} \left(K_2 \sqrt{|Pg_3 - P|} \text{sign}(Pg_3 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - Pg_3)}{(kf_{22} + \varepsilon - yu_2) yu_2} \right) \\ \frac{B}{V_{03} - S_3 yu_3} \left(-K_2 \sqrt{|P_0 - Pd_3|} \text{sign}(P_0 - Pd_3) + K_{f2} \frac{(Pd_3 - P)}{(kf_{22} + \varepsilon - yu_2)} \right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ h_2(X) &= yu_3 \end{aligned}$$

On obtient un modèle non linéaire d'ordre 4.

Le modèle complet de la servovalve avec l'entrée i et la sortie yu_3 est d'ordre 10.

Dans les paragraphes précédents (§5.2.1.1), on a obtenu le régulateur proportionnel optimal pour la servovalve trois étages. On utilisera ces résultats pour le premier niveau (la servovalve) de l'asservissement du robot hexapode

A partir d'un diagramme de Bode en boucle fermée, on peut visualiser la dynamique du système et obtenir sa fréquence de coupure. On peut aussi associer à la dynamique du système une fonction de transfert définie par :

$$H(p) = \frac{1}{\frac{a}{w_{c-serv}} p^3 + \frac{b}{w_{c-serv}} p^2 + cp + 1}$$

avec w_{c-serv} la fréquence propre non amortie du système et a, b et c des constantes.

Dans le souci d'alléger les calculs, le modèle complet de la servovalve n'est pas considéré. La fonction de transfert qui traduit le modèle de la servovalve peut être simplifiée en prenant en compte les modes dominants du système. La nouvelle fonction de transfert peut être écrite comme suit :

$$H(p) = \frac{K_{servo}}{\frac{p}{w_{d-servo}} + 1}$$

Avec $w_{d-servo}$ la fréquence de coupure due au mode dominant du système.

Cette fonction de transfert simplifiée sera utilisée par la suite pour réaliser une linéarisation entrée-sortie (cf§ (5.4.2)), qui permettra à notre système d'avoir une "fonction de transfert" de gain unitaire. Ceci permettra au signal de sortie de suivre le signal de consigne (entrée) pour tous les points de fonctionnement.

5.4.2 Asservissement de la plate-forme mobile

L'asservissement de la plate-forme mobile passe par deux étapes; la première est la linéarisation de l'ensemble servovalve_asservi + vérin, la deuxième est la linéarisation de la plate-forme mobile en utilisant la stratégie de la commande dynamique.

5.4.2.1 Ensemble servovalve_asservi + vérin

Pour linéariser l'ensemble servovalve_asservi + vérin, nous allons utiliser la linéarisation entrée-sortie par difféomorphisme. La linéarisation de l'ensemble servovalve_asservi + vérin sera réalisée entre l'entrée u_s et la différence de pression ΔP_v .

A partir des équations différentielles présentées dans le chapitre précédent (Chapitre 4), on introduit la nouvelle équation d'état de l'ensemble vérin + servovalve.

Considérons le vecteur d'état :

$$X_3^T = [P_2 \ P_1],$$

où l'entrée est la position du tiroir du troisième étage yu_3 et la sortie est la différence de pression entre les chambres du vérin ΔP_v .

Le modèle d'état se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}_3 = f_4(X) + g_4(X, yu_3) & \text{si } yu_3 \geq 0 \\ \dot{X}_3 = f_5(X) + g_4(X, yu_3) & \text{si } yu_3 < 0 \\ Y_3 = h_3(X) \end{cases},$$

avec : $u_3 = yu_3$

$$f_4(X) = \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[-K_3 \varepsilon \sqrt{P_0 - P_2} \text{sign}(P_0 - P_2) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_2)}{(k_{f22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Z}_v \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[K_3 \varepsilon \sqrt{P_1 - P} \text{sign}(P_1 - P) - K_{f2} \frac{(P_1 - P)}{(k_{f22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Z}_v \right] \end{bmatrix}$$

$$f_5(X) = \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[K_3 \varepsilon \sqrt{P_2 - P} \text{sign}(P_2 - P) - K_{f2} \frac{(P_2 - P)}{(k_{f22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Z}_v \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[-K_3 \varepsilon \sqrt{P_0 - P_1} \text{sign}(P_0 - P_1) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_1)}{(k_{f22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Z}_v \right] \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
g_4 &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v}+S_v y_v} \left[K_3 y u_3 \sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2) - K_{f2} \frac{(P_2 - P)}{(k f_{22} + \varepsilon + y u_3)} \right] \\ \frac{B}{V_{0v}-S_v y_v} \left[-K_3 y u_3 \sqrt{|P_1 - P|} \text{sign}(P_1 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_1)}{(k f_{22} + \varepsilon + y u_3)} \right] \end{bmatrix} \\
g_5 &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v}+S_v y_v} \left[K_3 y u_3 \sqrt{|P_2 - P|} \text{sign}(P_2 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_2)}{(k f_{22} + \varepsilon - y u_3)} \right] \\ \frac{B}{V_{0v}-S_v y_v} \left[-K_3 y u_3 \sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1) - K_{f2} \frac{(P_1 - P)}{(k f_{22} + \varepsilon - y u_3)} \right] \end{bmatrix} \\
h_3(X) &= P_2 - P_1
\end{aligned}$$

On obtient un modèle non linéaire d'ordre 2.

5.4.2.2 Linéarisation entrée-sortie par difféomorphisme et bouclage

Certains chercheurs, afin de transformer des systèmes non linéaires en systèmes linéaires, ont mis au point des techniques basées sur un bouclage. Une de ces techniques est la linéarisation par difféomorphisme et bouclage; elle peut être par linéarisation entrée-sortie ou par linéarisation entrée-état. Dans notre cas, on utilisera la linéarisation entrée-sortie.

Avant d'expliquer la démarche à suivre, la technique de linéarisation entrée-sortie est exposée ci-dessous :

soit un système à m entrées et m sorties, on note:

- L_f la dérivée de Lie dans la direction du champ de vecteurs f .
- $(\rho_1, \dots, \rho_m)$ l'ensemble des zéros infinis par ligne du système (h, f, g) , appelés aussi nombres caractéristiques et définis par:

$$\rho_i = \left\{ \inf(l) \in N \text{ tel que, } \exists j \in m, L_{g_j} L_f^{l-1} h_i \neq 0 \right\};$$

ρ_i correspond à la première dérivée de y_i qui fait apparaître explicitement la commande u et vérifie

$$y_i^{(\rho_i)} = L_f^{\rho_i} h(x) + L_{g_j} L_f^{\rho_i-1} h(x) u.$$

On définit:

la matrice de découplage du système $\Delta(x)$ par

$$\Delta(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\rho_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\rho_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\rho_m-1} h_m(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\rho_m-1} h_m(x) \end{bmatrix};$$

le terme de compensation $\Delta_o(x)$ par le vecteur

$$\Delta_o(x) = \begin{bmatrix} L_f^{\rho_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{\rho_m} h_m(x) \end{bmatrix}.$$

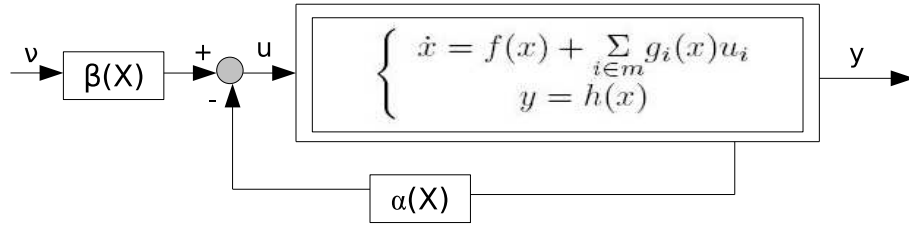


Figure 5.58: Illustration de la linéarisation entrée-sortie par difféomorphisme et bouclage statique pour les systèmes carrés.

a) Le système Σ est découplable statiquement sur M_o , variété isomorphe de $\mathbb{R}_n - \{sous\ varit/det\Delta(x) = 0\}$, si

$$rang\Delta(x) = m, \forall x \in M_o.$$

b) Cette condition sur $\Delta(x)$ étant satisfaite, le retour d'état défini par

$$u(x) = \alpha(x) + \beta(x)\nu$$

avec

$$\alpha(x) = -\Delta(x)^{-1}\Delta_o(x)$$

et

$$\beta(x) = \Delta(x)^{-1},$$

découple le système.

b) De plus, le système bouclé $(h, f + g\alpha, g\beta)$ possède un comportement entrée-sortie linéaire décrit par:

$$y_i^{(\rho_i)} = \nu_i \quad \forall i \in m.$$

Exemple:

Soit le système (Σ) défini par:

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 x_2 \\ x_1(x_1 - x_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & x_1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \end{cases}.$$

Soient ρ_1 et ρ_2 les nombres caractéristiques respectifs des lignes 1 et 2. Un simple calcul conduit à $\rho_1 = \rho_2 = 1$, résultat dont on déduit la matrice de découplage:

$$\Delta(x) = \begin{pmatrix} L_{g_1}h_1(x) & L_{g_2}h_1(x) \\ L_{g_1}h_2(x) & L_{g_2}h_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x_1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

et le terme de compensation:

$$\Delta_o(x) = \begin{pmatrix} x_1 x_2 \\ x_1(x_1 - x_2) \end{pmatrix}.$$

Remarquons que x_1 est un point singulier qui doit être exclu et qui contraint de travailler sur $\mathbb{R}^*$. Le rang de $\Delta(x)$ étant égal à 2 sur $M_o = \mathbb{R}^*$, le système (Σ) est découplé sur $\mathbb{R}^*$. Le retour d'état défini par:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1(x_1 - x_2) + \nu_2 \\ -x_2 + \frac{1}{x_1}\nu_1 \end{pmatrix}$$

découple le système (Σ) sur M_o .

On montre aisément, en remplaçant u_1 et u_2 par leur expression en fonction de ν_1 et ν_2 , que le système bouclé possède un comportement entrée-sortie linéaire décrit par:

$$\begin{aligned} y_1^{(1)} &= \nu_1 \\ y_2^{(1)} &= \nu_2. \end{aligned}$$

La stratégie à suivre consiste à élaborer la linéarisation du système indépendamment des points de fonctionnement et des caractéristiques de sa charge possible. Pour ce faire, on utilise la linéarisation entrée-sortie entre l'entrée de la servovalve asservie u_s et la différence de pression entre les deux chambres du vérin ΔP_v comme variable de sortie. La variable qui commande la plate-forme hydraulique (robot hexapode) est l'effort fourni par chaque vérin.

La marche à suivre, dans cette stratégie, est la suivante : tout d'abord, afin de simplifier la loi de linéarisation, le modèle dynamique hors gain statique de la servovalve asservie ne sera pas prise en compte ; une fois la simplification réalisée, on cherchera la linéarisation la plus adaptée au système (stabilité du système). Pour que la linéarisation ne soit pas mise en cause pour la dynamique de la servovalve, on introduit un modèle "inverse" de la servovalve borné en fréquence.

Dans la section précédente, nous avons établi le modèle à linéariser du vérin hydraulique, où son entrée est le déplacement de tiroir de troisième étage de la servovalves yu_3 et sa sortie la différence de pression $P_2 - P_1$. La figure 5.59 présente le schéma du système linéarisé.

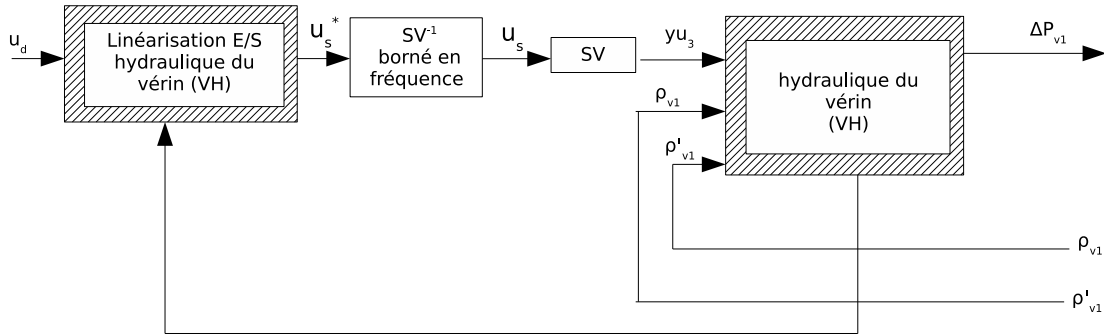


FIG. 5.59 – Schéma de l'actionneur hydraulique linéarisé.

Par souci de simplification, nous associerons la servovalve asservie à un gain K_{servo} (partie statique de la servovalve), car on souhaite obtenir la linéarisation la plus simple possible de l'ensemble (servovalve_asservie + vérin).

Donc

$$yu_3(p) = K_{servo}u_s(p)$$

et nous posons :

$$u_s = u_s^*$$

Le système non linéaire à linéariser s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{X}_3 = f_4(X) + g_4(X, u_s) & si \quad u_s \geq 0 \\ \dot{X}_3 = f_5(X) + g_5(X, u_s) & si \quad u_s < 0 \\ Y_3 = h_3(X) \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{aligned} f_4(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[-K_3 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_2)}{(kf_{22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \quad \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Z}_v \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[K_3 \varepsilon \sqrt{|P_1 - P|} \text{sign}(P_1 - P) - K_{f2} \frac{(P_1 - P)}{(kf_{22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \quad \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Z}_v \right] \end{bmatrix} \\ f_5(X) &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[K_3 \varepsilon \sqrt{|P_2 - P|} \text{sign}(P_2 - P) - K_{f2} \frac{(P_2 - P)}{(kf_{22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \quad \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Z}_v \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[-K_3 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_1)}{(kf_{22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} \right. \\ \quad \left. + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Z}_v \right] \end{bmatrix} \\ g_4 &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[K_3 K_{servo} u_s \sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2) - K_{f2} \frac{(P_2 - P)}{(kf_{22} + \varepsilon + K_{servo} u_s)} \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[-K_3 K_{servo} u_s \sqrt{|P_1 - P|} \text{sign}(P_1 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_1)}{(kf_{22} + \varepsilon + K_{servo} u_s)} \right] \end{bmatrix} \\ g_5 &= \begin{bmatrix} \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[K_3 K_{servo} u_s \sqrt{|P_2 - P|} \text{sign}(P_2 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_2)}{(kf_{22} + \varepsilon - K_{servo} u_s)} \right] \\ \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[-K_3 K_{servo} u_s \sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1) - K_{f2} \frac{(P_1 - P)}{(kf_{22} + \varepsilon - K_{servo} u_s)} \right] \end{bmatrix} \\ h_3(X) &= P_2 - P_1 \end{aligned}$$

Première linéarisation :

La première loi d'entrée-sortie est élaborée en s'appuyant directement sur le retour d'état défini par :

$$u_s(X) = \alpha(X) + \beta(X)(P_2 - P_1)$$

avec : $\alpha(X) = -\Delta(X)^{-1} \Delta_0(X)$ et $\beta(X) = \Delta(X)^{-1}$

$\Delta(X)$ est la matrice de découplage et $\Delta_0(X)$ est le terme de compensation. Ces deux termes sont obtenus par la première dérivée de $P_2 - P_1$ qui fait apparaître explicitement la commande u_s .

Le système est mono-entrée et mono-sortie. Le calcul des dérivées de Lie permet de déterminer le nombre caractéristique ρ . Dans notre cas, ρ est égal à 1, car c'est la dérivée première de $P_2 - P_1$ qui fait apparaître explicitement la commande u_s .

$$Y_3^{(1)} = \dot{P}_2 - \dot{P}_1$$

– Pour $u_s > 0$:

$$\begin{aligned}
Y_3^{(1)} = & \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[\begin{aligned} & -K_3 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_2)}{(kf_{22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} \\ & + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Z}_v \end{aligned} \right] \\
& - \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[\begin{aligned} & K_3 \varepsilon \sqrt{|P_1 - P|} \text{sign}(P_1 - P) - K_{f2} \frac{(P_1 - P)}{(kf_{22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} \\ & - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Z}_v \end{aligned} \right] \\
& + \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left(K_3 K_{servo} u_s \sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2) - K_{f2} \frac{(P_2 - P)}{(kf_{22} + \varepsilon + K_{servo} u_s)} \right) \\
& - \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left(-K_3 K_{servo} u_s \sqrt{|P_1 - P|} \text{sign}(P_1 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_1)}{(kf_{22} + \varepsilon + K_{servo} u_s)} \right)
\end{aligned}$$

La matrice de découplage se déduit :

$$\begin{aligned}
\Delta(X) = & BK_3 K_{servo} \left(\frac{\sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2)}{V_{0v} + S_v y_v} + \frac{\sqrt{|P_1 - P|} \text{sign}(P_1 - P)}{V_{0v} - S_v y_v} \right) u_s \\
& + \frac{K_{f2} B}{(kf_{22} + \varepsilon + K_{servo} u_s)} \left(\frac{(P_0 - P_1)}{V_{0v} - S_v y_v} + \frac{(P_2 - P)}{V_{0v} + S_v y_v} \right)
\end{aligned}$$

le terme de compensation est :

$$\begin{aligned}
\Delta_0(X) = & \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[\begin{aligned} & -K_3 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_2|} \text{sign}(P_0 - P_2) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_2)}{(kf_{22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} \\ & + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Z}_v \end{aligned} \right] \\
& + \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[\begin{aligned} & K_3 \varepsilon \sqrt{|P_1 - P|} \text{sign}(P_1 - P) - K_{f2} \frac{(P_1 - P)}{(kf_{22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} \\ & - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Z}_v \end{aligned} \right]
\end{aligned}$$

– Pour $u_s < 0$:

$$\begin{aligned}
Y_3^{(1)} = & \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[\begin{aligned} & K_3 \varepsilon \sqrt{|P_2 - P|} \text{sign}(P_2 - P) - K_{f2} \frac{(P_2 - P)}{(kf_{22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} \\ & + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Z}_v \end{aligned} \right] \\
& - \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[\begin{aligned} & -K_3 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_1)}{(kf_{22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} \\ & - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Z}_v \end{aligned} \right] \\
& + \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left(K_3 K_{servo} u_s \sqrt{|P_2 - P|} \text{sign}(P_2 - P) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_2)}{(kf_{22} + \varepsilon - K_{servo} u_s)} \right) \\
& - \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left(-K_3 K_{servo} u_s \sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1) - K_{f2} \frac{(P_1 - P)}{(kf_{22} + \varepsilon - K_{servo} u_s)} \right)
\end{aligned}$$

La matrice de découplage se déduit :

$$\begin{aligned}
\Delta(X) = & BK_3 K_{servo} \left(\frac{\sqrt{|P_2 - P|} \text{sign}(P_2 - P)}{V_{0v} + S_v y_v} + \frac{\sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1)}{V_{0v} - S_v y_v} \right) \\
& + \frac{K_{f2} B}{(kf_{22} + \varepsilon - K_{servo} u_s)} \left(\frac{(P_0 - P_2)}{V_{0v} + S_v y_v} + \frac{(P_1 - P)}{V_{0v} - S_v y_v} \right)
\end{aligned}$$

le terme de compensation est :

$$\Delta_0(X) = \frac{B}{V_{0v} + S_v y_v} \left[\begin{array}{c} K_3 \varepsilon \sqrt{|P_2 - P|} \text{sign}(P_2 - P) - K_{f2} \frac{(P_2 - P)}{(k_{f22})} + \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} \\ + \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} - S_v \dot{Z}_v \end{array} \right] \\ + \frac{B}{V_{0v} - S_v y_v} \left[\begin{array}{c} -K_3 \varepsilon \sqrt{|P_0 - P_1|} \text{sign}(P_0 - P_1) + K_{f2} \frac{(P_0 - P_1)}{(k_{f22})} - \lambda_{flv} \sqrt{P_1 - P_2} \\ - \lambda_{cv} \sqrt{P_1 - P_2} + \lambda_p \sqrt{P_1 - P_{p1}} + S_v \dot{Z}_v \end{array} \right]$$

Le système non linéaire est transformé en un système de fonction de transfert :

$$\frac{(P_2 - P_1)(p)}{u_d(p)} = \frac{1}{p}$$

avec $u_d(p)$, la nouvelle entrée du système et u_s est donné par :

$$u_s = \frac{1}{\Delta(X)} (u_d - \Delta_0(X))$$

La figure 5.60 montre le schéma fonctionnel du système électrohydraulique linéarisé .

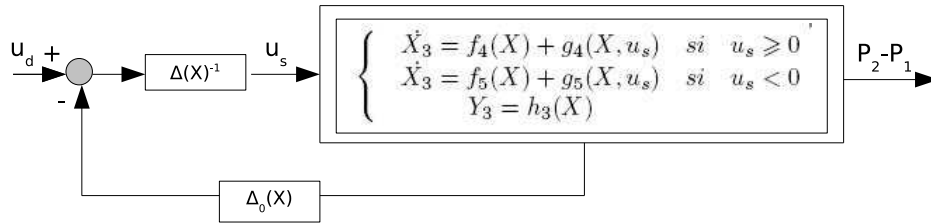


FIG. 5.60 – Schéma fonctionnel du système linéarisé par la première linéarisation

Seconde linéarisation :

La seconde loi d'entrée-sortie est élaborée pour obtenir un système présentant moins de risque d'instabilité qu'un intégrateur pur, lors d'un nouveau paramétrage du système. En effet, étant donné que la moindre incertitude peut transformer un intégrateur en un système instable, on impose une entrée u_s telle que :

$$u_s(X) = \frac{1}{\Delta(X)} (u_d - \alpha(P_2 - P_1) - \Delta_0(X))$$

Le système linéarisé est décrit par la fonction de transfert :

$$\frac{(P_2 - P_1)(p)}{u_d(p)} = \frac{1}{\frac{p}{\alpha} + 1}$$

La figure 5.61 montre le schéma fonctionnel du système électrohydraulique linéarisé .

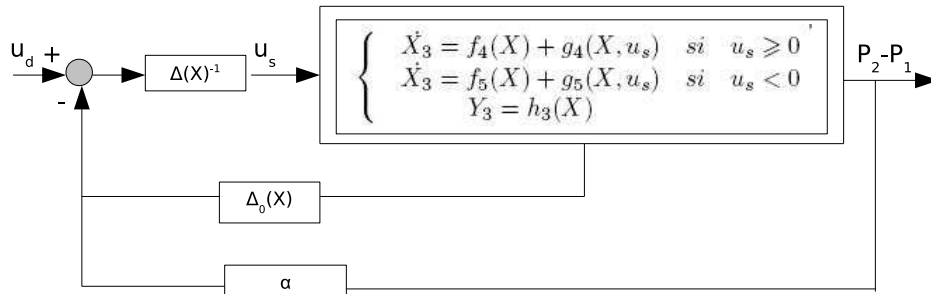


FIG. 5.61 – Schéma fonctionnel du système linéarisé par la seconde loi d'entrée-sortie.

Ces linéarisations ont permis d'obtenir des matrices de découplage et de compensation nécessaires à la linéarisation entrée-sortie du vérin hydraulique.

Modèle inverse des servovalves bornée en fréquence

Dans les modèles décrits précédemment, nous n'avons pas pris en compte la partie dynamique du modèle de la servovalve (gain K_{servo}). Afin que la linéarisation ne soit pas mise en cause pour la dynamique de la servovalve, on insère un modèle "inverse" de l'interface borné en fréquence. La fonction de transfert qui traduit le modèle de la servovalve physique peut être simplifiée à partir de la fréquence propre non amortie $w_{c-servo}$ du système. La gestion du compromis entre le maintien de la linéarité et l'immunité du bruit du signal de commande u_s conduit à choisir un modèle inverse borné en fréquence :

$$\frac{u_s(p)}{u_s^*(p)} = \frac{\frac{p}{w_{d-servo}} + 1}{\frac{p}{w_{c-serv}} + 1}$$

avec $w_{c-servo}$ suffisamment grand devant la bande passante finale désirée.

On peut donc écrire la fonction de transfert entre l'entrée u_d et la sortie $P_2 - P_1$ comme suit :

$$\frac{(P_2 - P_1)(p)}{u_d(p)} = \frac{1}{\left(\frac{p}{\alpha} + 1\right) \left(\frac{p}{w_{c-serv}} + 1\right)}$$

L'équation d'état du système est :

$$\begin{cases} \dot{X}_3 = f_6(X) + g_6(X)u_d \\ Y_3 = h_6(X) \end{cases}$$

avec : $X^T = [\Delta \dot{P}_{v1} \ \Delta P_{v1}]$ où $\Delta P_{v1} = P_2 - P_1$

$$f_6(X) = \begin{bmatrix} -(\alpha + w_{c-serv}) \Delta P_{v1} - w_{c-serv} \Delta P_{v1} \\ \Delta \dot{P}_{v1} \end{bmatrix}$$

$$g_6(X) = \begin{bmatrix} -\alpha w_{c-serv} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_3 = P_2 - P_1$$

Modèle inverse du vérin hydraulique borné en fréquence

De même que pour le modèle de la servovalve, un modèle inverse de l'interface borné en fréquence est introduit afin que la linéarisation ne soit pas mise en cause pour la dynamique du vérin hydraulique. La figure montre le système complet avec le modèle inverse du vérin hydraulique.

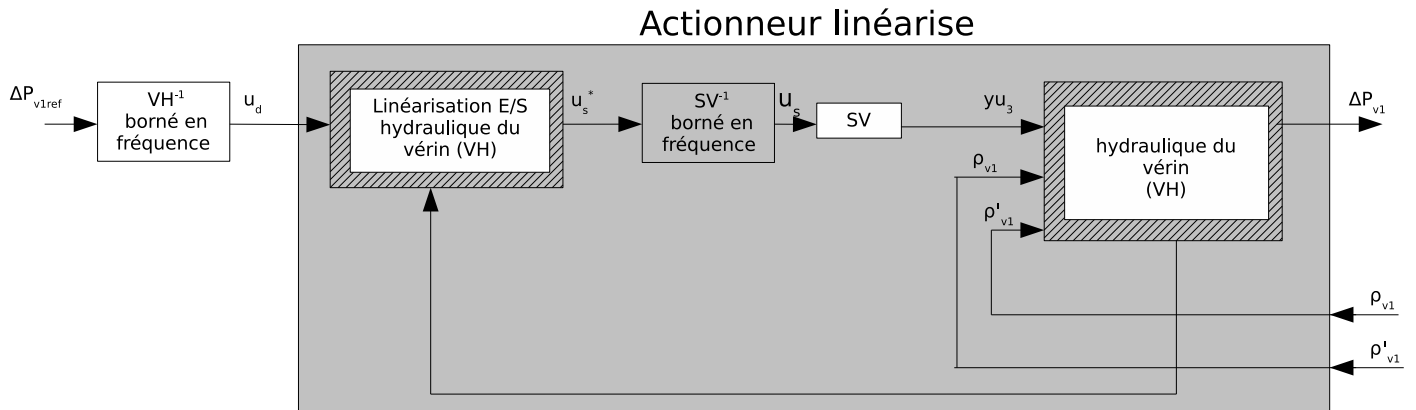


FIG. 5.62 – Vérin hydraulique linéarisé avec son modèle inverse

De même que pour la servovalve, la gestion du compromis entre le maintien de la linéarité et l'immunité au bruit du signal de commande u_d conduit à choisir un modèle inverse borné en fréquence. La relation entre la pression de référence et la sortie u_d est la suivante :

$$\frac{u_d(p)}{\Delta P_{v1ref}(p)} = \frac{\left(\frac{p}{\alpha} + 1\right) \left(\frac{p}{w_{c-serv}} + 1\right)}{\left(\frac{p}{w_{c-verin}} + 1\right)^2}$$

avec $w_{c-verin}$ la fréquence propre non amortie du système. Le dénominateur est élevé au carré pour obtenir un système présentant moins de risque d'instabilité qu'un premier ordre lors d'un nouveau paramétrage du système.

La linéarisation de l'actionneur et l'introduction du modèle inverse borné en fréquence doivent nous permettre d'obtenir l'équivalent d'un gain unité entre l'entrée et la sortie, ce qui permettra, à la sortie, de suivre le signal de consigne d'entrée pour tous les points de fonctionnement. Cependant, comme toute approximation, il est possible que le gain entre l'entrée et la sortie ne soit pas unitaire et que des erreurs surviennent à cause de l'approximation réalisée (servovalve).

5.4.2.3 Loi de commande dynamique

La stratégie utilisée est le découplage dynamique [22]. La figure 5.63 présente le schéma fonctionnel de la linéarisation par découplage de la plate-forme.

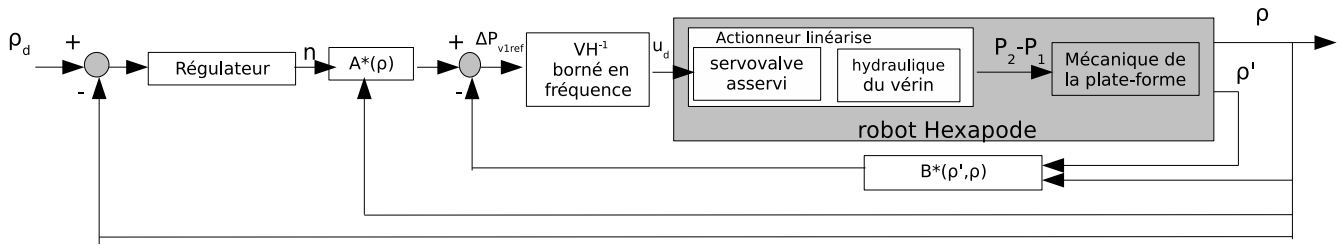


FIG. 5.63 – Linéarisation par découplage de la mécanique de la plate-forme.

avec $A(\rho)^*$ et $B(\rho)^*$, les matrices de découplage.

Tout d'abord, on établit le modèle dynamique (MDD) de la plate-forme qui est donné par :

$$\left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R = (T1 - V1)^{-1} J^{-T} \tau + (T1 - V1)^{-1} (V2 - T2) \quad (5.5)$$

L'équation du modèle dynamique inverse (MDI) à introduire sur l'ensemble du système à asservir est la suivante :

$$\tau = J^T (T1 - V1) \left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R + J^T (T2 - V2) \quad (5.6)$$

avec : τ la force articulaire, J^T la matrice jacobienne inverse transposée cinématique, $\left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R$ la dérivée du torseur cinématique, les matrices $T1$ et $V1$ de dimension 6×6 et les vecteurs $T2$ et $V2$ qui dépendent des paramètres mécaniques de la plate-forme (masse, inertie, etc).

$$\left[\frac{d}{dt} \{W\} \right]_R = \ddot{J}\rho - \dot{J}^{-1}W$$

$$W = J\dot{\rho}$$

avec $\ddot{\rho}$ et $\dot{\rho}$ vecteurs possédant les accélérations et les vitesses articulaires de l'hexapode.

L'équation 5.6 peut être exprimée comme suit :

$$\tau = A(\rho)n(t) + B(\dot{\rho}, \rho)$$

Les matrices A et B sont définies comme suit :

$$A = J^T(T1 - V1)J$$

$$B = J^T(T2 - V2) - J^T(T1 - V1)\dot{J}^{-1}J\dot{\rho}$$

A partir du modèle de la dynamique du robot hexapode, nous pouvons obtenir les valeurs des matrices utilisées pour le calcul de la nouvelle commande, si nous considérons un système idéal :

$$\tau = A(\rho)^*n(t) + B^*(\dot{\rho}, \rho)$$

et $A^*(\rho) = A(\rho)$ et $B^*(\dot{\rho}, \rho)$

Ce découplage permet au système bouclé d'avoir un comportement entrée-sortie linéaire et découplé. La nouvelle entrée du système est le vecteur n et la sortie est la position, la vitesse et l'accélération du nouveau système découplé.

5.4.2.4 Asservissement Anticipation (Feedforward)

Pour améliorer l'asservissement du système et avoir des réponses rapides, nous introduisons dans la loi de commande une anticipation (feedforward). En utilisant la consigne et en connaissant bien le système dynamique, nous pouvons anticiper la sortie du système. La figure 5.64 présente le schéma utilisé.

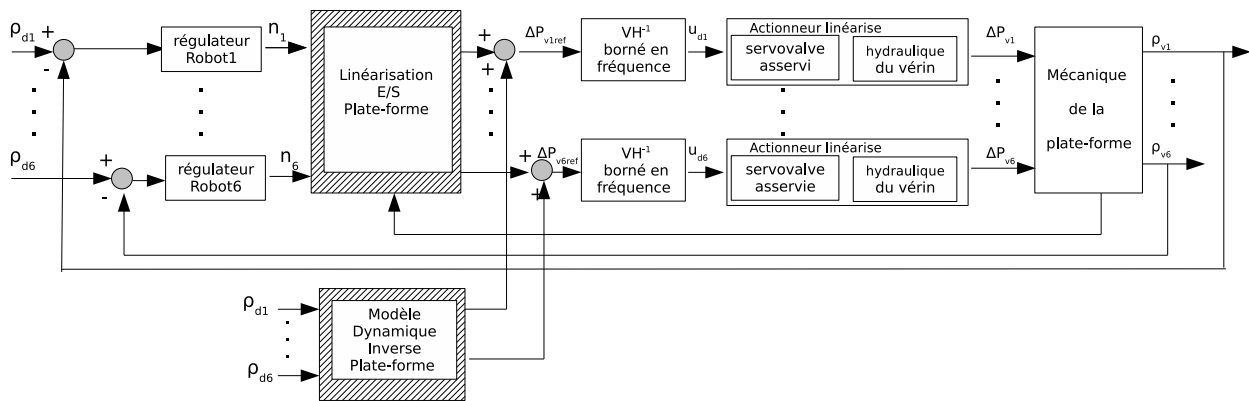


FIG. 5.64 – Schéma d'asservissement avec anticipateur.

L'asservissement avec une anticipation n'affecte pas la stabilité et a pour objectif d'augmenter la bande passante.

5.5 Conclusion

Dans la première partie, nous avons étudié l'asservissement de la servovalve ; nous avons pu constater qu'un asservissement avec un régulateur PID peut être utilisé pour obtenir les caractéristiques souhaitées pour des signaux supérieurs à 20% du signal de consigne. Cependant, l'utilisation d'un régulateur proportionnel permet d'obtenir une loi de commande suffisamment rapide, pour tous les points de fonctionnement. L'étude de l'asservissement du vérin a montré que les servovalves fonctionnent en butée à partir de 20% du signal de consigne du vérin. Une loi de commande avec un régulateur proportionnel a été étudiée. Elle permet à la sortie du système (déplacement du vérin) de suivre "correctement" le signal d'entrée (position désirée). Le modèle non linéaire du vérin hydraulique (servovalve_asservie+vérin), présenté dans le chapitre précédent, a pu être ainsi validé. L'asservissement du vérin par un régulateur proportionnel assure une précision, une stabilité et une rapidité dans les limites établies par le cahier des charges pour assurer de bonnes performances au système. Par ailleurs, l'étude de l'asservissement du vérin a montré que le régulateur $K_v(p) = 200$ permet le rejet des perturbations avec une bonne précision ($< 2,5 \%$) et avec un temps de réponse inférieur à $60ms$ pour tous les points de fonctionnement.

La seconde partie présente la méthodologie à suivre pour asservir la plate-forme de Gouth-Stewar. Un asservissement à trois niveaux doit être réalisé. Le premier niveau est l'asservissement de la servovalve. Celui-ci utilise l'asservissement développé dans la première partie du chapitre. Le deuxième niveau utilise une linéarisation entrée-sortie par difféomorphisme et bouclage du vérin hydraulique (servovalve asservi + vérin). Cette loi de commande utilisée pour chaque vérin permet de linéariser le système indépendamment des points de fonctionnement et des caractéristiques de charge. Elle prend en compte la non linéarité du système (servovalve+ vérin). Le troisième niveau asservit le système mécanique de la plate-forme par une loi de commande dynamique. Il prend en compte tout les forces d'interaction dynamiques agissant sur la plate-forme. Il assure le découplage et la linéarisation des équations du modèle, ce qui permet d'obtenir une réponse uniforme quelle que soit la position de la plate-forme. Par conséquent, les erreurs statiques seront identiques pour toutes les positions. Afin d'obtenir une réponse de la plate-forme plus rapide, une loi de commande par anticipation peut être utilisée. Celle-ci permet de compenser l'effet des perturbations à priori connues.

Chapitre 6

Perspectives

Dans ce chapitre, nous allons introduire deux problématiques différentes concernant le robot hexapode. La première concerne l'introduction du robot hexapode dans le milieu marin, en particulier pour des applications en ambiance hyperbare, comme, par exemple, l'exploitation des champs pétrolifères. Nous allons ainsi introduire les différents aspects technologiques (alimentations, fuites, etc.) à prendre en compte pour introduire un hexapode hydraulique dans ce type de milieu. La seconde problématique concerne l'une des améliorations à apporter au robot hexapode à savoir l'augmentation de l'espace de travail. Nous nous intéresserons dans cette partie à la modification des liaisons passives, en particulier la rotule qui limite l'espace de travail des robots.

6.1 Robot hexapode dans le milieu marin

Depuis les années 1970 et les différents chocs pétroliers, les besoins en produits pétroliers n'ont cessé d'augmenter. La recherche et l'exploitation de pétrole et de gaz en milieu sous-marin se sont de plus en plus développées, comme, par exemple, dans la mer caraïbes et dans le golfe du Mexique. La recherche, le forage et l'exploration sont réalisés à partir de plate-formes offshore. L'environnement, à savoir, houle, courant, température, pression, jouent un rôle prépondérant dans l'accomplissement des tâches essentielles à ce type d'activité. L'hostilité et les contraintes du milieu marin ont nécessité le développement rapide des robots sous-marins pour réaliser différentes tâches essentielles dans les milieux offshore.

Il existe différents types des robots sous-marins comme, par exemple, les drones sous-marins autonomes ou les robots de type ROV's (Remote Operated Vehicle). Les robots ROV's et leurs dérivés (comme par exemple, WORK-ROV's robots télé-opérés) sont les plus utilisés dans les milieux sous-marins. Leur création remonte aux années 1970. Depuis une vingtaine d'années, ils ont pris la place de l'homme en tant que plongeurs et même des sous-marins habités dans les travaux offshore. Ils sont utilisés pour diverses tâches, allant de l'observation des fonds marins jusqu'à la pose de pipe-lines. Cette grande diversité de tâches implique donc une grande diversité de robots et d'équipements. Leur poids varie de 20 Kg à 7000Kg et ils peuvent plonger jusqu'à 5000 m de profondeur [79]. Un exemple de ces robots est le ROV Victor développé par IFREMER, présenté sur la figure 6.1.



FIG. 6.1 – Victor, IFREMER .

Ces types de robots sont des robots mobiles associés à des robots séries (bras manipulateurs) qui permettent de réaliser des tâches très différentes. L'inconvénient de ce type de robot, comme pour tous les robots séries, est la limitation de la charge utile, même si le milieu marin n'influe pas de la même manière que l'atmosphère terrestre (en raison de la poussée d'Archimède). La dextérité et les caractéristiques rapidité/précision des robots parallèles peuvent pallier les difficultés que rencontrent à l'heure actuelle les ROV dans la réalisation d'une tâche spécifique.

Actuellement, il existe très peu de robots de type parallèle pouvant évoluer dans le milieu marin ; on peut cependant citer les robots REMO I et REMO II présentés dans le Chapitre 1.

Si l'introduction de robots de type parallèle dans ce milieu hyperbare doit permettre de résoudre un certain nombre de problèmes techniques, il ne faut pas pour autant négliger les contraintes dues à l'environnement. L'objectif de cette partie est de présenter quelques orientations nécessaires pour concevoir un robot hexapode en ambiance hyperbare.

6.1.1 Actionneur hydraulique dans le milieu marin

Dans le cas d'une motorisation hydraulique, l'une des pièces principales du robot hexapode est son actionneur. Par conséquent, nous nous intéresserons, par la suite, aux problèmes liés à l'introduction de celui-ci en milieu marin hyperbare. Deux problèmes majeurs sont à considérer :

1. l'alimentation du système.
2. les fuites d'huile du système hydraulique dans le milieu ou des flux d'eau vers le circuit d'huile.

On considère un vérin hydraulique similaire à celui étudié précédemment dans le chapitre 4 (Vérin hydraulique du LAMEFIP), possédant les mêmes efforts admissibles (vitesse maximale 5 m/s pour une force axiale de 10 KN) et piloté par deux servovalves trois étages en parallèles fournissant chacune un débit maximal de 600 l/min .

6.1.1.1 Alimentation :

Dans le milieu marin à 4000 m de profondeur, la pression est de 400 bars . Comme on a pu le mentionner précédemment, le système (servovalve+vérin) étudié fonctionne avec une pression d'alimentation de 280 bars . Il convient donc d'augmenter toutes les pressions dans le circuit hydraulique de la quantité égale à la pression hydrostatique régnant à la profondeur d'immersion. De nouveaux aspects physiques et technologiques doivent donc être considérés.

La figure 6.2 présente le système hydraulique utilisé.

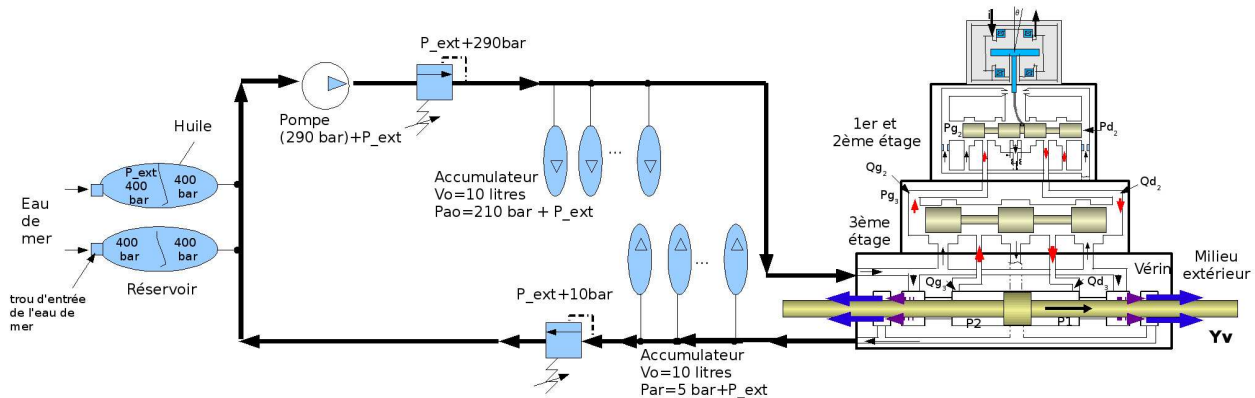


FIG. 6.2 – Système hydraulique d'alimentation avec un réservoir échangeur de pression. On note P_{ext} la pression du milieu marin.

Le système est composé de :

- un réservoir échangeur de pression qui permet d'avoir un fluide dans le circuit "fermé" à la même pression hydrostatique que celle du lieu où le robot évolue, et ceci quelle que soit la profondeur. Il s'agit d'un accumulateur particulier dans lequel la pression "d'azote" est remplacée par l'eau de mer à la pression hydrostatique du milieu environnant.

- une pompe hydraulique assurant la pression différentielle (de 290 bars) entre le fluide d'entrée et le fluide de sortie. La pompe est autorégulée ou, comme dans le cas du schéma présenté sur la figure 6.2, un limiteur de pression taré à $P_{ext} + 290 \text{ bars}$ est utilisé en sortie de la pompe. Son débit maximal permettant 80 l/min.
 - des accumulateurs montés en parallèle. Ces accumulateurs sont à piston séparateur ou à membrane déformable. Trois accumulateurs d'une capacité de 10 litres fournissent au vérin l'énergie hydraulique instantanée. La vitesse de restitution de chacun des accumulateurs, est de 15 l/s à 700 bars pour une pression de tarage d'azote P_{ao} . La pression de tarage d'azote des accumulateurs est fixée en fonction de la profondeur d'immersion. La pression de tarage est donc donnée par : $P_{ao} = P_{ext} + 210 \text{ bars}$. Trois accumulateurs de retour d'une capacité de 10 litres, chacun, assurent la non cavitation du troisième étage des servovalves. La pression de tarage d'azote des accumulateurs de retour est donc donnée par : $P_{ar} = P_{ext} + 5 \text{ bars}$.
 - deux limiteurs de pressions. Le premier est placé en sortie de la pompe d'alimentation et est taré à la pression $P_{ext} + 290 \text{ bars}$. Ce limiteur de pression permet de protéger les composants du système en évitant des surpressions (l'excès d'huile est dérivé vers le réservoir). Le second est situé dans le circuit de retour au réservoir. Il est en sortie des accumulateurs et est taré à la pression $P_{ext} + 10 \text{ bars}$ afin d'assurer la pression nécessaire au fonctionnement du circuit de retour de la servovalve. Il permet la montée en pression dans le circuit de retour d'huile, et le fonctionnement des accumulateurs.
- Etant donné que la pression dans le circuit de retour d'huile est supérieure à la pression extérieure, des fuites d'huile vers le milieu marin apparaissent au niveau de la tige du vérin, pouvant entraîner la pollution du milieu.

6.1.1.2 Solutions technologiques concernant les fuites d'huile du système hydraulique dans le milieu ou des flux d'eau vers le circuit en huile

Lors de son fonctionnement dans des conditions classiques (à l'air ambiant), l'huile du palier hydrostatique est récupérée par une pompe à vide. La figure 6.3 présente le vérin hydraulique avec son palier hydrostatique.

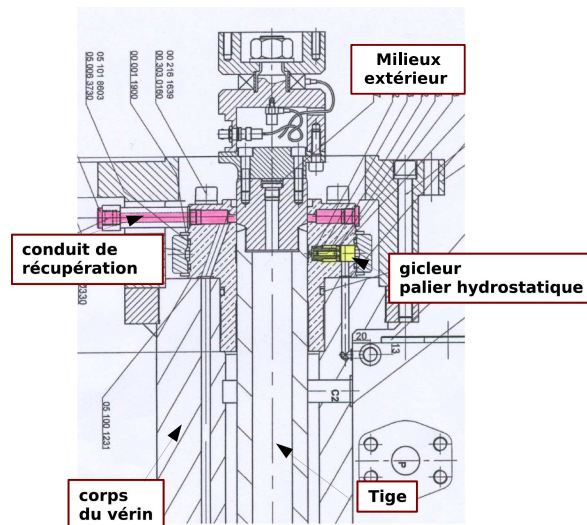


FIG. 6.3 – Vérin hydraulique avec palier hydrostatique.

Dans le cas de l'utilisation dans le milieu marin, ces fuites peuvent poser de gros problèmes de contamination selon la quantité d'huile perdue. De l'huile peut fuir du système vers le milieu marin par la tige du vérin. Etant donné que les pressions du milieu marin et du conduit de retour sont du même ordre de grandeur, une quantité d'eau peut également pénétrer et être récupérée par le circuit de retour d'huile (créant un flux d'eau vers le circuit en huile). Les fuites d'huile vers le milieu extérieur ($Q_{f_{huile}(P_1 - P_{ext})}$ et $Q_{f_{huile}(P_2 - P_{ext})}$) ou les flux d'eau ($Q_{f_{eau}(P_{ext} - P_1)}$ et $Q_{f_{eau}(P_{ext} - P_2)}$) vont dépendre de la différence de pression entre le milieu marin et le conduit de retour d'huile. La figure 6.4 présente les flux d'eau et les fuites du palier hydrodynamique lorsque la pression du milieu marin est supérieure à la pression du conduit de retour.

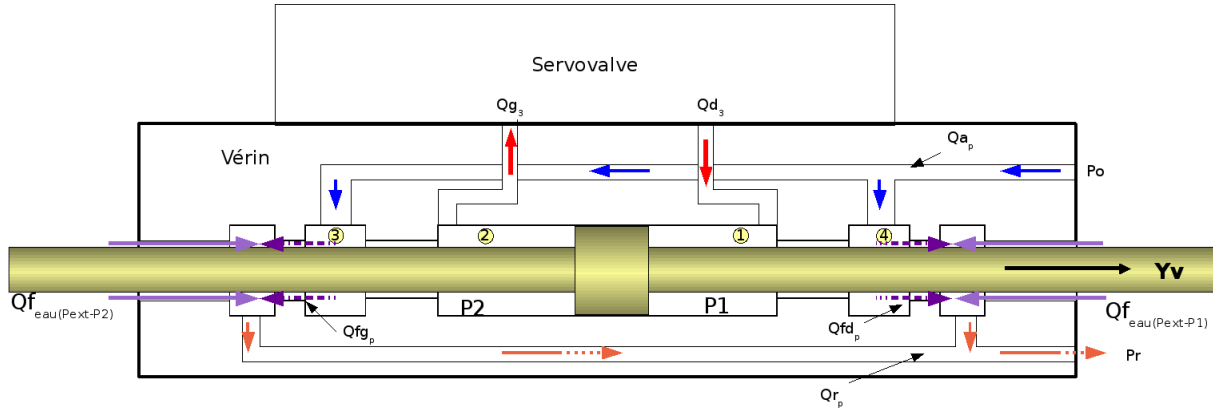


FIG. 6.4 – Flux d'eau ($Qf_{eau(Pext-P1)}$ et $Qf_{eau(Pext-P2)}$) et fuites d'huile du palier hydrodynamique (Qfd_p et Qfg_p) lorsque la pression du milieu marin est supérieure à la pression du conduit de retour.

On note :

- Qa_p est le débit d'alimentation,
- Qg_3 et Qd_3 sont les débits entrant et sortant des chambres du vérin.
- Qr_p est le débit de retour qui est composé des fuites dues au débit du palier hydrostatique Qfp et les flux d'eau ($Qf_{eau(Pext-P1)}$ et $Qf_{eau(Pext-P2)}$).

Etant donné que le débit de retour est un mélange d'huile et d'eau de mer, celui-ci doit être traité pour séparer l'huile de l'eau afin de réutiliser l'huile dans le système. En effet, l'huile d'alimentation des servovalves ne doit contenir aucune trace d'eau qui pourrait endommager les servovalves.

Lorsque la pression du conduit de retour est supérieure à la pression du milieu marin, les fuites d'huile ($Qf_{huile(Pext-P1)}$ et $Qf_{huile(Pext-P2)}$) dues au palier hydrodynamique vers le milieu marin vont apparaître comme le montre la figure 6.5

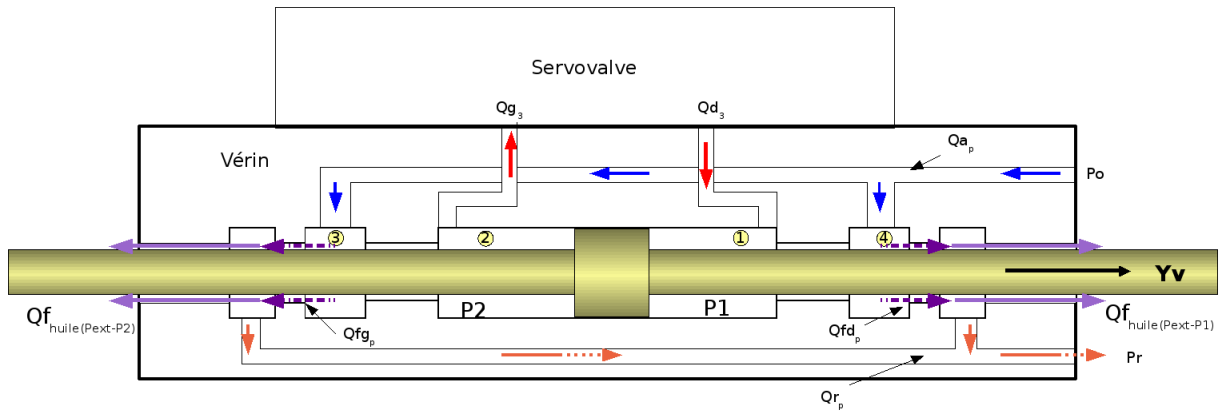


FIG. 6.5 – Fuites d'huile vers le milieu extérieur ($Qf_{huile(Pext-P1)}$ et $Qf_{huile(Pext-P2)}$) et fuites d'huile du palier hydrodynamique (Qfd_p et Qfg_p) lorsque la pression du conduit de retour est supérieure à la pression du milieu marin.

Nous allons proposer trois solutions technologiques à ce problème de fuites et de flux d'eau. La première consiste à adapter le fonctionnement de notre système hydraulique alimenté en huile ("tout huile") à l'ambiance hyperbare. La deuxième s'appuie sur l'utilisation d'un système d'alimentation hybride (huile-eau). La troisième solution utilise l'eau de mer environnante pour alimenter le vérin hydraulique.

A./ Système hydraulique alimenté en huile

La contamination de l'huile du système par l'eau de mer peut être résolue en maintenant une pression d'huile supérieure à celle du milieu marin. Pour ce faire, on utilise des limiteurs de pression. Le premier taré à $P_{ext} + 10$ bars est inséré dans le circuit de retour d'huile des servovalves, comme le montre la figure 6.6. Le second taré à $P_{ext} + 1$ bar est inséré dans le circuit de retour des fuites en sortie du vérin. Ce limiteur de pression permet de maintenir la pression d'huile dans le circuit de retour supérieure à celle de l'eau de mer et empêche la pénétration de l'eau de mer dans le système de retour d'huile. En utilisant un limiteur taré à $P_{ext} + 1$ bar, on réduit les fuites d'huile du palier hydrostatique (comparé à un circuit de retour avec un limiteur taré à $P_{ext} + 10$ bars). Cette solution favorise, néanmoins, la pollution du milieu marin par de l'huile. Selon la quantité d'huile perdue, ces fuites peuvent représenter une contamination "acceptable" par rapport aux contaminations produites par l'exploitation de gisements pétrolifères. En utilisant ce système, les fuites d'huile produites entre le conduit de retour et le milieu marin $Q_{f_{huile}(P1-P_{ext})}$ et $Q_{f_{huile}(P2-P_{ext})}$ sont de l'ordre de $0,38 \text{ l/min}$.

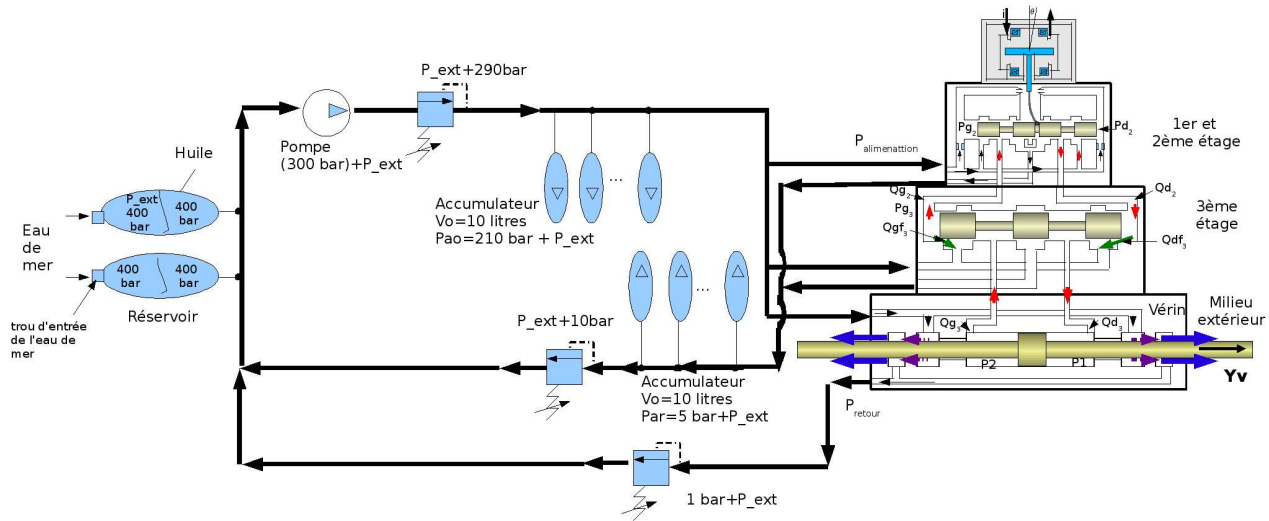


FIG. 6.6 – Système hydraulique alimentée en huile.

B./ Système hybride utilisant un mélange à base d'eau

Cette solution se base sur un système d'alimentation hybride qui consiste à utiliser un mélange à base d'eau dans le pilotage du vérin hydraulique et pour le palier hydrostatique, alors que l'huile est utilisée dans le premier et le deuxième étages de la servovalve, ainsi que pour le pilotage du troisième étage. Cette solution permet de réduire considérablement la contamination du milieu marin par l'huile du système hydraulique. Cependant, ce système nécessite des modifications technologiques. En effet, deux systèmes d'alimentation indépendants doivent être utilisés, comme le montre la figure 6.7.

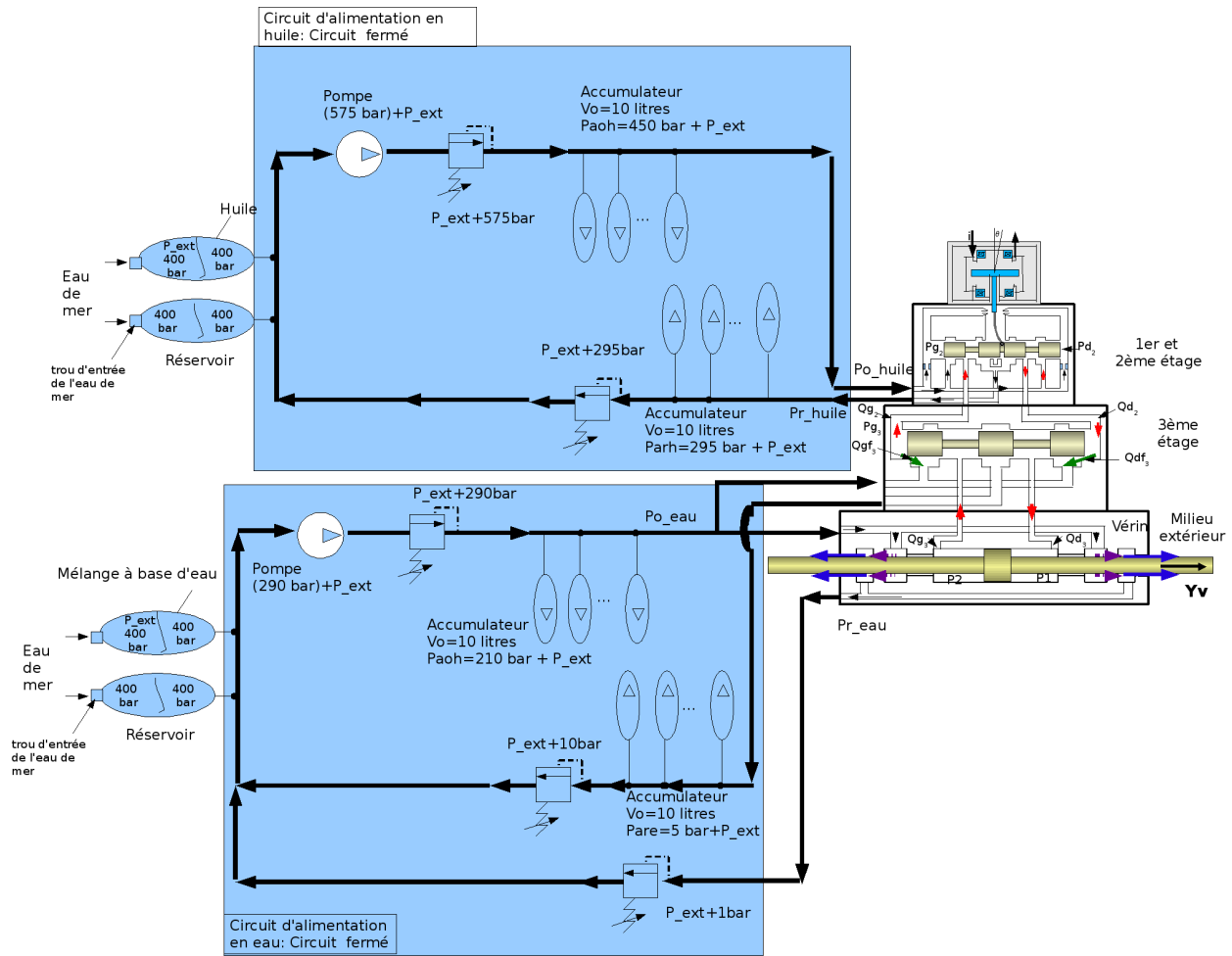


FIG. 6.7 – Système hydraulique hybride alimenté en huile et en eau.

Une pompe hydraulique à eau fournit une pression différentielle de 290 bars. Un limiteur de pression taré à $P_{ext} + 290 \text{ bars}$ est situé en sortie de la pompe hydraulique dans le circuit d'alimentation d'eau et un second limiteur taré à $P_{ext} + 10 \text{ bars}$ est placé dans le circuit de retour d'eau. Ces deux limiteurs de pression permettent d'assurer une pression différentielle de 280 bars au vérin hydraulique. Par ailleurs, des fuites interviennent entre les chambres aux extrémités du tiroir du troisième étage et les conduits d'alimentation du vérin. Ces fuites sont notées Q_{gf_3} et Q_{df_3} , comme le montre la figure 6.7. Afin d'éviter la contamination de l'huile (du circuit d'alimentation du premier et deuxième étages) par de l'eau de mer provenant du circuit d'alimentation du vérin, la pression de l'huile aux extrémités du tiroir doit être supérieure à la pression du circuit d'alimentation de l'eau. En conséquence, un limiteur de pression taré à 295 bars est placé en sortie du circuit de retour d'huile des servovalves. Il permet de maintenir une pression dans le circuit d'huile de retour supérieure (de 5 bars) à la pression de l'eau dans le circuit d'alimentation du vérin. La pompe d'alimentation du circuit d'huile doit fournir une pression différentielle de 575 bars. Afin d'assurer une pression différentielle entre l'entrée et la sortie de la servovalve (deuxième et troisième étages) de 280 bars, deux limiteurs de pression tarés à $P_{ext} + 575 \text{ bars}$ et à $P_{ext} + 295 \text{ bars}$ sont respectivement placés dans les circuits d'alimentation et de retour d'huile comme le montre la figure 6.7. Le circuit d'alimentation en eau est composé par les mêmes circuits d'alimentation et de retour que ceux proposés précédemment pour le circuit fermé à huile (figure 6.6).

La figure 6.8 présente la variation des débits et des pressions du système hybride en fonction du temps, lors d'une simulation du dispositif électro-hydraulique (servovalve + vérin hydraulique).

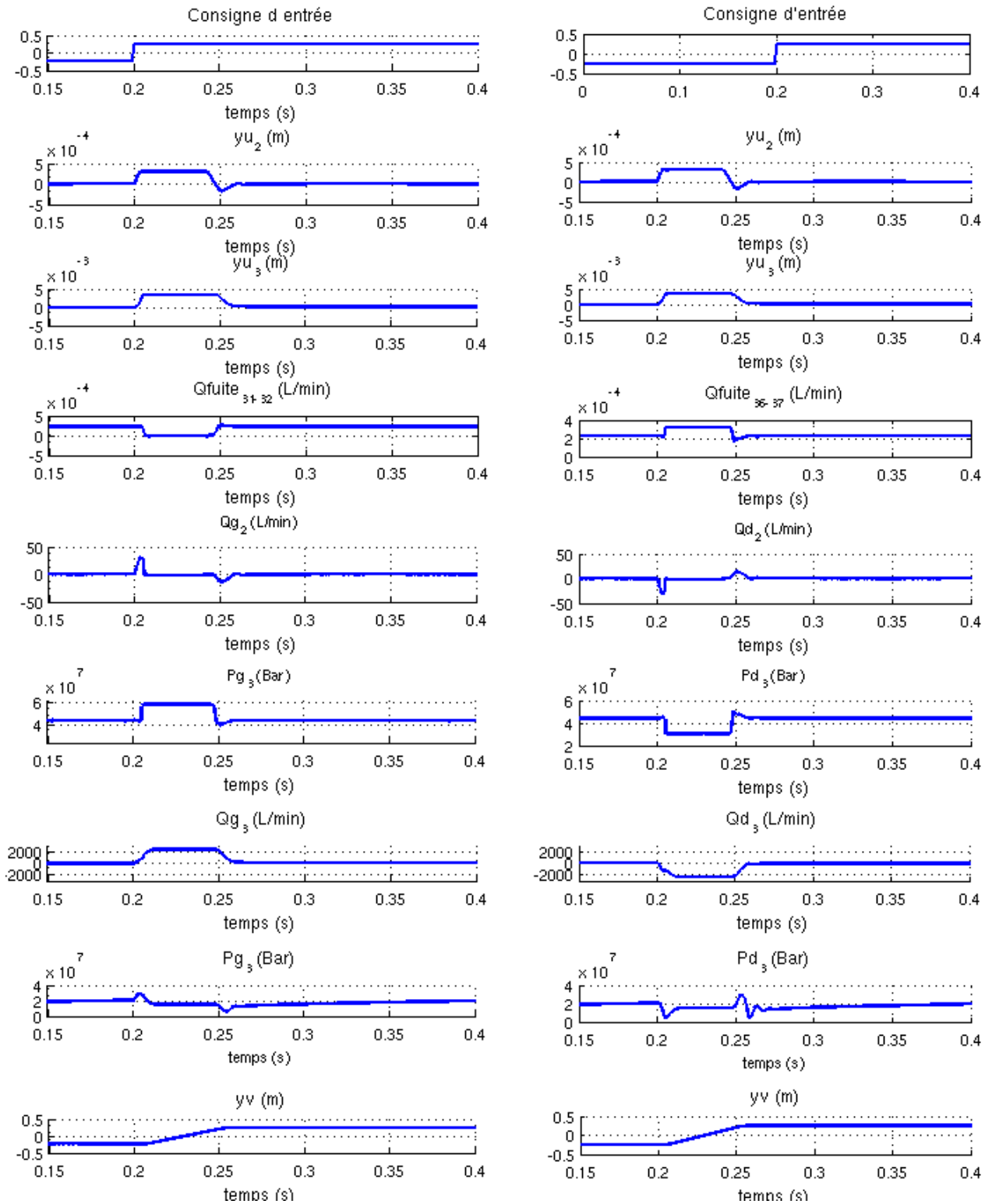


FIG. 6.8 – Débits et pressions du circuit hybride.

Un échelon d'entrée allant de -250mm à 250mm est fixé. La pression d'alimentation du circuit en huile est de $P_{ohuile} = 575\text{bars} + P_{ext}$ et la pression dans le circuit de retour est de $P_{rhuile} = 295\text{bars} + P_{ext}$. La pression d'alimentation du circuit d'eau est de $P_{oeau} = 290\text{bars} + P_{ext}$ et celle du circuit de retour d'eau est de $P_{reau} = 10\text{bars} + P_{ext}$. Les pressions aux extrémités du tiroir du troisième étage (P_{g_3} et P_{d_3}) varient de 280bars . Dans notre cas, ils varient entre 435bars à 575bars pour le côté gauche (P_{g_3}) et entre 435bars à 296bars pour le côté

droit (Pd_3). Les pressions dans les chambres du vérin varient de $207bars$ à $290bars$ pour le côté gauche (P_2) et de $207bars$ à $54bars$ pour le côté droit (P_1). Les débits de fuites Qgf_3 et Qdf_3 (notées respectivement $Qfuite_{31-32}$ et $Qfuite_{36-37}$ sur les graphiques) sont de l'ordre de $2,2 \cdot 10^{-5} l/min$ au repos, et $3,18 \cdot 10^{-4} l/min$ lorsque le tiroir se déplace.

Les fuites d'huile Qgf_3 et Qdf_3 vers le circuit d'eau sont moins importantes (de l'ordre de $3,18 \cdot 10^{-4} l/min$) que celles produites entre le conduit de retour et le milieu marin (dans le cas d'une alimentation en huile du vérin, $Qf_{huile(P1-P_{ext})}$ et $Qf_{huile(P2-P_{ext})}$ sont de l'ordre de $0,38 l/min$). En remplaçant l'huile par un fluide à base d'eau au niveau de l'alimentation du vérin, les fuites produites entre le milieu marin et le conduit de retour entraînent une plus faible pollution. La contamination du milieu marin par notre système hydraulique serait partiellement due aux fuites d'huile Qgf_3 et Qdf_3 . Une autre solution technologique consiste à utiliser directement de l'eau de mer comme fluide d'alimentation du vérin.

C./ Système hybride utilisant de l'eau de mer

Cette solution s'appuie sur un système hybride similaire à celui présenté précédemment mais, dans ce cas, le fluide est de l'eau de mer pompée directement dans le milieu marin ; par conséquent, des réservoirs d'eau ne sont plus nécessaires, comme le présente la figure 6.9.

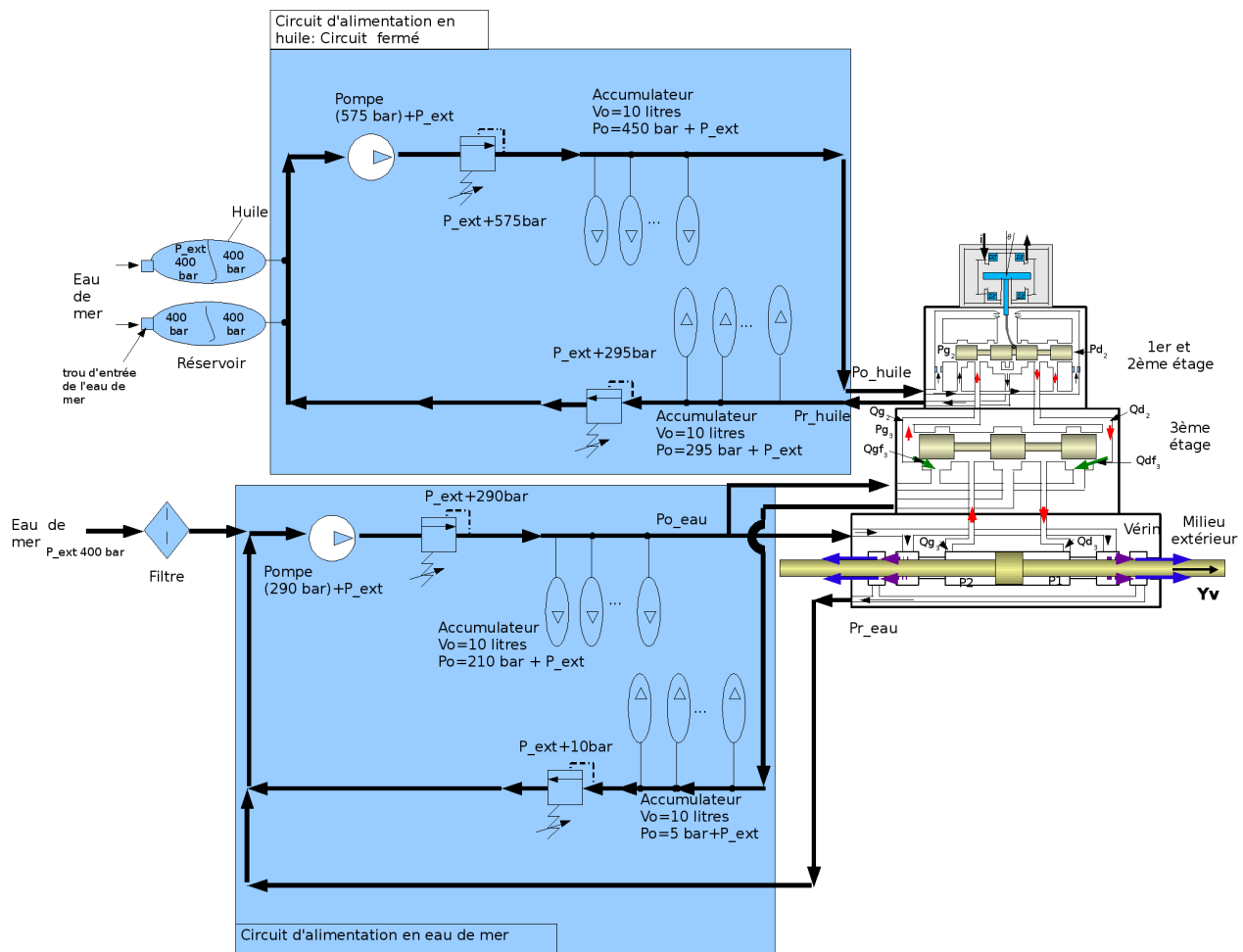


FIG. 6.9 – Système hydraulique hybride alimenté en huile et en eau de mer.

La pompe d'alimentation du vérin aspire directement de l'eau de mer via un filtre. Le filtre permet de réduire la contamination (micro-organismes..) du circuit d'alimentation du vérin. Le circuit de retour d'eau est directement relié à l'entrée de la pompe. Comme dans le système hybride précédent, la contamination du milieu marin par ce système serait partiellement due aux fuites d'huile Qgf_3 et Qdf_3 .

Dans ce cas, la quasi-totalité de l'eau de mer est recyclée aux fuites près de la tige du vérin (qui restent faibles puisque il n'existe aucune pression différentielle entre le retour de fuite palier et le milieu extérieur). C'est donc une faible quantité d'eau de mer faiblement polluée en huile qui constituent le fluide polluant du dispositif.

6.2 Recherche d'une augmentation de l'espace de travail du robot hexapode par l'angle de rotation des articulations passives .

Comme on l'a vu dans les chapitres 1 et 2, le robot hexapode est composé d'une plate-forme mobile reliée à une base par six chaînes cinématiques indépendantes. Les chaînes cinématiques d'un robot hexapode hydraulique sont composées, chacune, de l'ensemble rotule + vérin hydraulique + rotule. Les rotules devront supporter des efforts importants (100KN). Leur fixation sur la plate-forme joue donc un rôle essentiel.

Comme on l'a vu dans le Chapitre 2, Masory a montré que le logement de la rotule limite l'angle de rotation de la jambe du robot et, par conséquent, le volume de l'espace de travail [2]. Merlet a également étudié les limites introduites par les liaisons passives (type rotule) dans l'espace de travail d'un robot hexapode [4] et [25]. Il est arrivé aux mêmes conclusions. On cherche à minimiser la valeur du rayon de la sphère de l'articulation et à maximiser le débattement de l'articulation pour un effort appliqué donné (200 KN). Afin d'augmenter l'espace de travail, on se propose d'améliorer l'angle de rotation limité par le logement de la liaison en modifiant la forme de la rotule. La figure 6.10 montre deux structures possibles de la rotule. La première structure est une rotule classique (tige droite). La seconde est une rotule avec une tige en forme de "S".

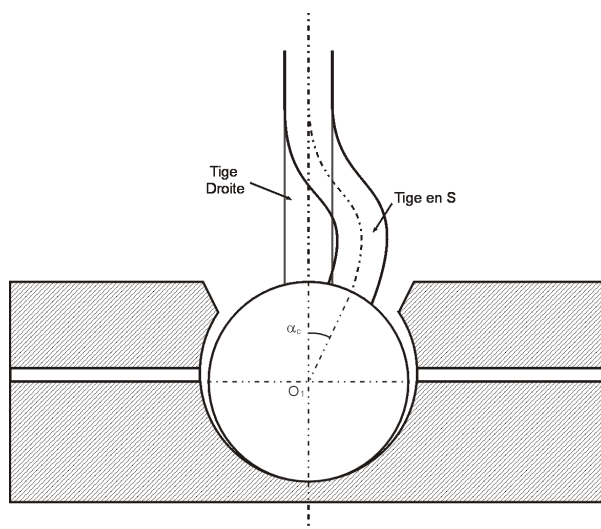


FIG. 6.10 – Rotule classique et rotule avec une tige en forme de "S".

L'espace de travail est augmenté en jouant sur la rotation de la rotule par rapport à l'axe du vérin. Pour ce faire, les études suivantes sont réalisées :

1. le dimensionnement de la rotule afin qu'elle puisse supporter un effort de 100KN produit pour le vérin hydraulique.
2. l'optimisation de l'angle de débattement dans l'espace de travail. Ceci consiste à évaluer la surface minimale de contact entre la sphère et son logement pour différents angles de rotation de la rotule (structure classique). L'angle limite de débattement de la rotule va dépendre de la taille de la sphère, qui conditionne la surface de contact entre la sphère et son logement. L'influence de la courbure de la tige sur l'angle de débattement de la rotule est ensuite étudiée (en comparant une structure classique avec une structure en forme de "S").

6.2.1 Dimensionnement de la rotule.

6.2.1.1 Description de la rotule.

La rotule que nous allons étudier se compose d'une sphère dans laquelle une tige est encastrée (ou vissée). Le logement de la sphère est assuré par deux pièces (pièces *A* et *B*) généralement assemblées par des vis, comme le montre la figure 6.11. Ces deux pièces (*A* et *B*) forment une cavité sphérique.

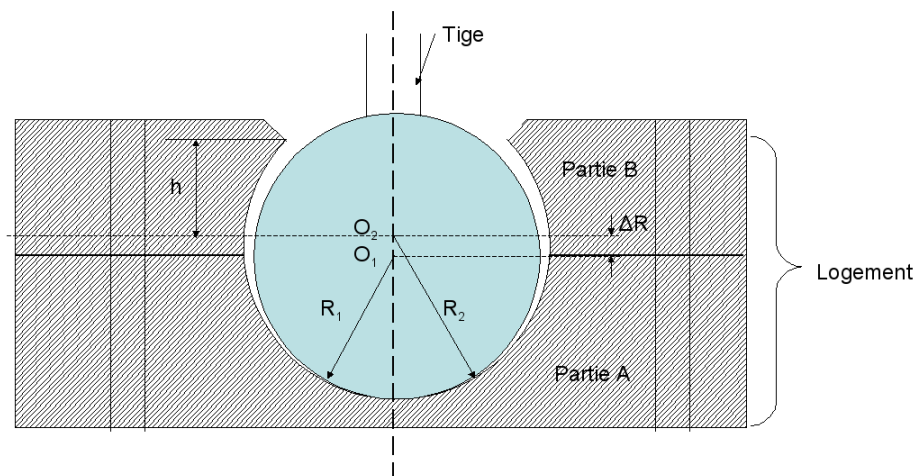


FIG. 6.11 – Sphère de la rotule avec son logement.

6.2.1.2 Cahier des charges

La surface de contact entre la pièce *B* et la sphère est limitée par le passage de la tige. Elle est donc plus faible que la surface du contact sphère/pièce *A*. En conséquence, pour un même effort du vérin, les pressions de contact seront les plus importantes en traction. On se propose donc de dimensionner la sphère ainsi que son logement, pour des essais en traction.

Par ailleurs, un effort en compression de la tige peut entraîner son flambement ; il est donc nécessaire de la dimensionner au flambement, dans le cas d'une charge en compression.

L'effort maximal produit par le vérin est de 100 kN. Afin que la sphère de la rotule ainsi que sa tige supportent le chargement du vérin, nous allons dimensionner la rotule (sphère et logement) et la tige avec un coefficient de sécurité noté C_s . Le coefficient C_s doit être choisi en fonction de l'utilisation de la pièce. L'environnement et l'utilisation de la plate-forme déterminent si le coefficient doit être élevé ~ 3 (avion...) ou faible ~ 1 (suspension d'une voiture, ...). Dans notre cas, on choisit un coefficient C_s égal à 2. Le dimensionnement de la rotule sera donc réalisé pour un effort $C_s \times 100 = 200$ kN. La première étape consiste à déterminer le rayon minimum de la tige. La seconde étape est le dimensionnement de la sphère et du logement (rayons minimums) pour une traction de 200 kN, en se basant sur la théorie de Hertz.

La contrainte maximale liée au matériau est donnée par la relation classique :

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_e}{C_s} \quad (6.1)$$

σ_e est la limite élastique du matériau et C_s le coefficient de sécurité.

Dans notre cas, on considère une rotule en acier standard, dont les propriétés sont présentées dans le tableau 6.1 suivant.

Limite élastique en compression et en traction	250MPa
Masse volumique	7850Kg/m ³
Coefficient de Poisson	0,3
Module de Young	2.10 ¹¹ MPa

TAB. 6.1 – Propriétés de l'acier standard.

6.2.1.3 Dimensionnement de la tige droite.

A./ Dimensionnement de la tige droite en traction

En supposant le champ de contraintes uniformes, on devra avoir :

$$\frac{F}{S} \leq \sigma_{max} \quad (6.2)$$

avec

- F est l'effort appliqué a la tige.
- S est la section de la tige ($S = \pi R_{tige}^2$).

Pour une contrainte maximale σ_{max} de 125MPa, nous obtenons le diamètre minimal de la tige de $\Phi_{tige} = 4,6.10^{-2}m$.

B./ Dimensionnement de la tige droite en compression

Déterminons la longueur de la tige de rayon $2,3.10^{-2}m$ pour lequel peut apparaître un risque de ruine par flambement. La formule d'Euler traduit la charge critique pour laquelle apparaît le flambement. Elle est donnée par :

$$F_c = \frac{\pi^2 EI}{(\beta L)^2} \quad (6.3)$$

avec

- E est le module de Young du matériau.
- I est le moment quadratique de la tige.
- L est la longueur de la tige.

Les deux solutions standard, encasté libre et bi-articulé, ne correspondent, ni l'une ni l'autre, à la configuration réelle de la tige du vérin ; aussi, nous prendrons la configuration la plus défavorable (encasté libre) avec $\beta = 2$.

Dans notre cas, on peut considérer que la tige sera rotulée à chaque extrémité.

Le moment d'inertie I de la tige est donné par :

$$I = \pi * (2 * R_{tige})^4 / 64 \quad (6.4)$$

A partir des équations 6.3 et 6.4, nous pouvons établir la variation du rayon R_{tige} en fonction de la longueur L de la tige comme suit :

$$L = \left(\frac{\pi^3 E (2 * R_{tige})^4}{\beta^2 * 64 F_c} \right)^{1/2}$$

Dans le cas d'une charge limite de flambement de 200 KN, la figure 6.12 présente l'évolution de la longueur limite de la tige L du vérin en fonction du rayon R_{tige} .

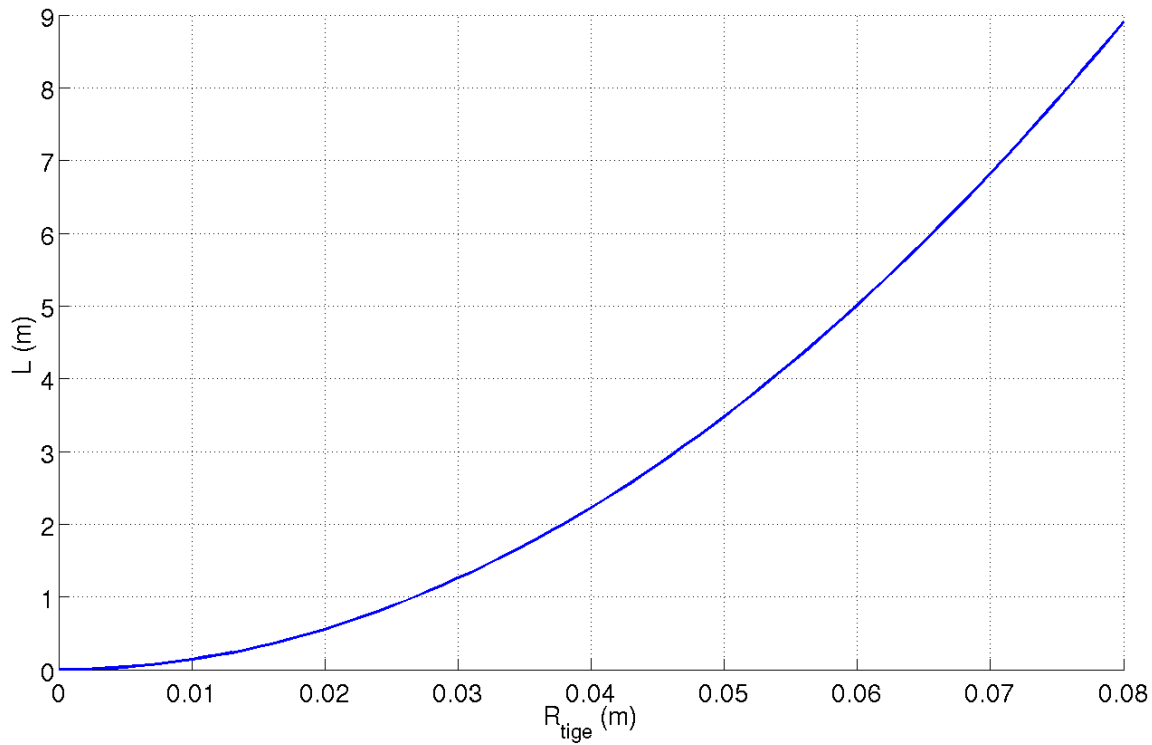


FIG. 6.12 – L en fonction de R_{tige} pour une charge de flambement ($F_c = 200KN$).

Pour un effort critique $F_c = 200KN$, une tige de rayon de $R_{tige} = 2,3 \cdot 10^{-2}m$ présente un risque de flambement lorsque sa longueur est supérieure à $L = 0,73m$.

6.2.1.4 Dimensionnement de l'articulation en traction.

La surface de contact étant plus importante pour une compression de l'articulation, la pression de contact entre la sphère et son logement sera plus critique dans le cas de la traction de l'articulation compte tenu d'une surface d'appui plus réduite. Nous allons donc nous intéresser uniquement au cas d'une traction sur l'articulation.

A./ Géométrie du contact

La figure 6.13(a) montre la géométrie de la sphère de la rotule et de son logement. On note :

- R_1 rayon de la sphère de la rotule de centre O_1 .
- R_2 rayon du logement de la sphère, de centre O_2 .
- $\Delta R = R_2 - R_1$ jeu entre la sphère et son logement (lorsqu'elle est en contact avec son logement $O_1O_2 = \Delta R$).
- h hauteur de la pièce B du logement.
- R_X rayon d'ouverture du logement (partie B) qui permet le passage de la tige.

Le contact sans charge est défini par un cercle de rayon R_X , présenté sur la figure 6.13 (a).

Par application d'une charge, on considère que la surface correspond à celle d'une calotte sphérique ouverte, en raison de la déformation, figure 6.13 (b).

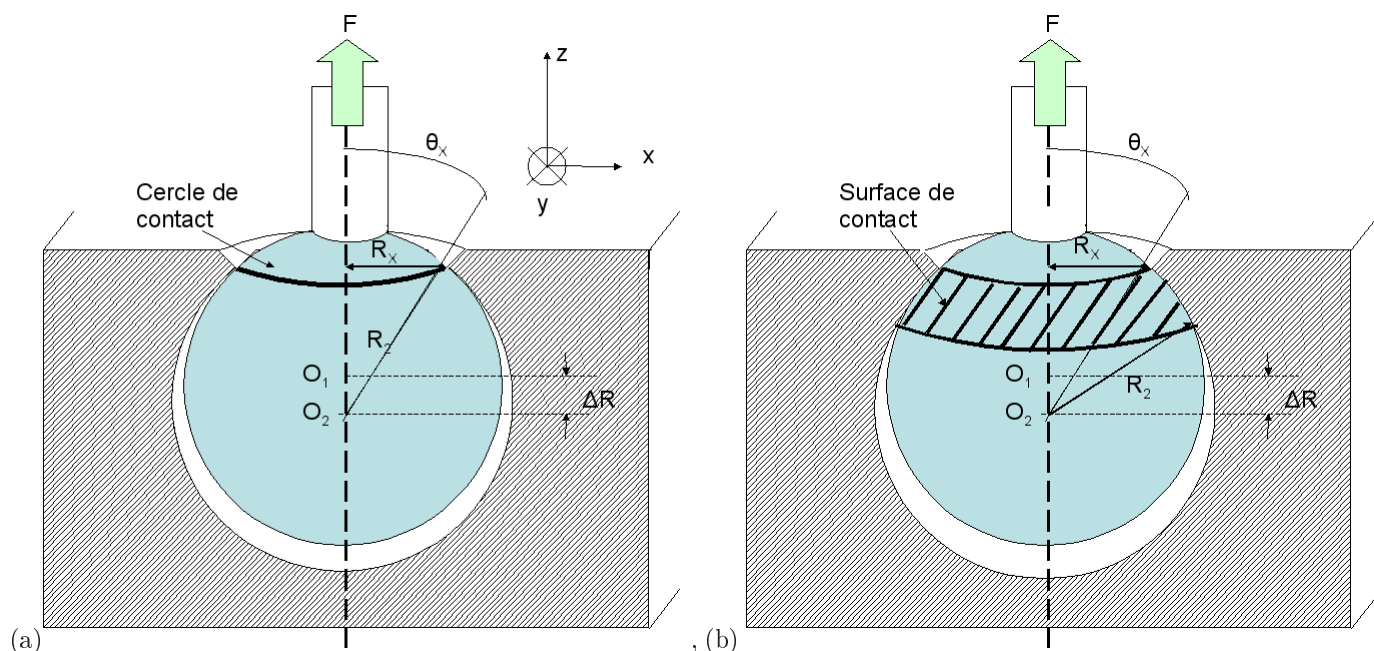


FIG. 6.13 – a) Cercle de contact (sphère-logement) de rayon R_X . b) Déformation de la sphère et de son logement. (Logement en coupe, rotule en deux dimensions).

B./ Pression de contact sphère-logement.

Lorsque l'on applique un effort sur un mécanisme, la transmission de celle-ci est faite à partir des surfaces de liaison ou de contact [80]. D'un point de vue géométrique, le contact peut être divisé en deux familles :

- le contact concentré ou de type hertzien, tel que le contact ponctuel (bille/plan) comme, par exemple, les roulements à bille ou linéiques (cylindre/plan) comme, par exemple, les roulements à rouleaux.
- le contact surfacique ; on peut citer, par exemple, les paliers cylindriques, les rotules, etc.

Les champs de déformations et de contraintes engendrés par les actions de contact de la première famille peuvent être déterminés par les calculs développés par Hertz, Boussinesq, Hubert. L'aire de contact après déformation est une portion de parabolôïde (cas général) ou un disque qui sera assimilée à sa projection sur le plan tangent commun aux deux solides. Dans le cas des contacts surfaciques (le contact est une surface 3D), le problème est plus délicat du fait des aberrations géométriques superficielles créées par la méthode de génération des surfaces (techniques d'usinage). Celles-ci sont formées d'aspérités, réparties de manière discrète et aléatoire sur la surface. Les efforts à transmettre sont donc distribués sur un nombre limité d'aspérités, ce qui peut entraîner des erreurs lors du calcul de l'aire réelle de contact. On peut donc envisager d'utiliser les théories de Hertz, Boussinesq, Hubert, en travaillant sur la projection de la surface de contact dans le plan ("surface projetée"). Dans notre cas, le contact entre la sphère et son logement est surfacique. Lors d'un chargement en compression, la surface de contact est associée à la surface d'une calotte sphérique et sa projection dans le plan xy (2D) est un disque de rayon a . Lors d'un chargement en traction de l'articulation, la surface de contact est la surface d'une calotte sphérique ouverte de hauteur h et de rayon d'ouverture R_X . La surface projetée peut être associée dans le plan xy (2D) à une couronne de largeur a_X ($a_X = a - R_X$) et de rayon intérieur R_X présentée dans la figure 6.14 a et b.

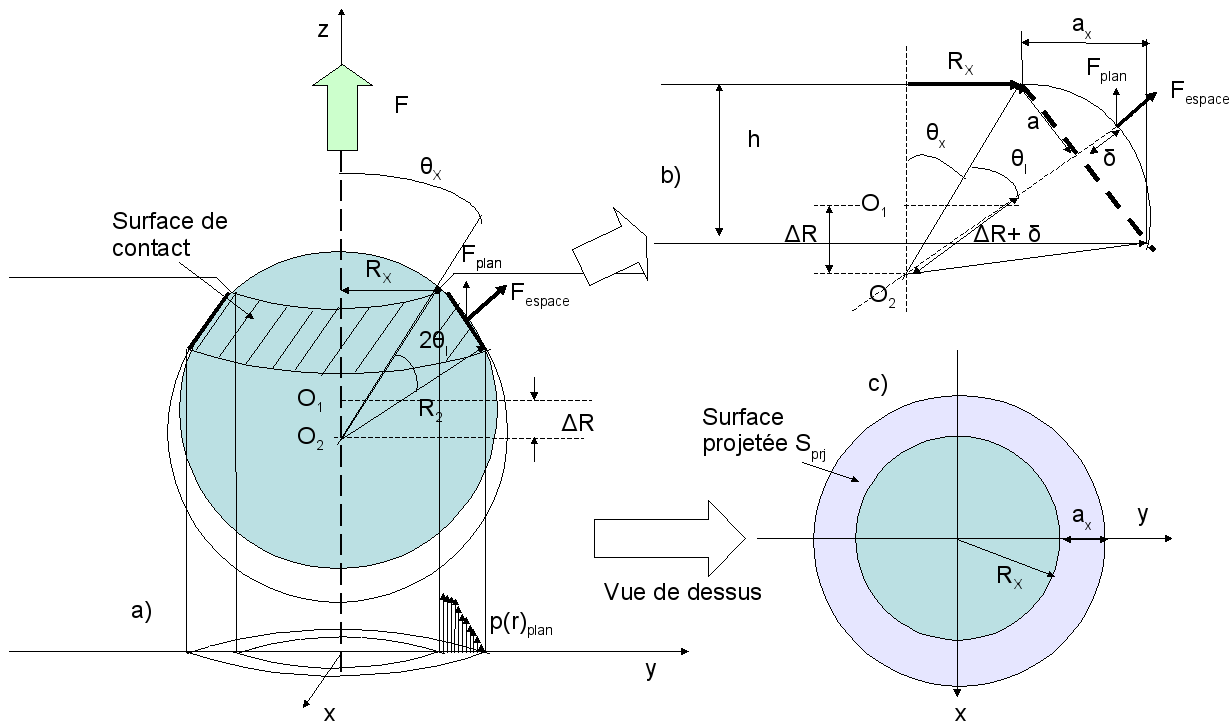


FIG. 6.14 – a) Chargement de la sphère de la rotule en traction avec une surface de contact dans l'espace. b) Zone de contact c) Surface de contact projetée en 2D (vue de dessus).

On choisit de traiter ce problème de contact en utilisant la théorie de Hertz.

- Tout d'abord, nous introduirons cette théorie dans le cas général.
- Nous allons ensuite considérer le cas particulier d'un contact sphère/sphère centrée (compression sans ouverture), en considérant la surface projetée dans le plan (x, y) , c'est-à-dire le disque de rayon a . Ceci nous permettra d'établir les relations entre la surface projetée, le chargement F_N et la distribution de pression $p(r)$.
- On considérera ensuite le cas d'une compression avec une ouverture (ce qui correspond à la traction sur l'articulation). Le principe consiste à considérer une distribution de pression similaire au cas d'une compression sans ouverture, mais celle-ci sera distribuée sur une plus petite surface à savoir une couronne de rayon intérieur R_X et de largeur a_X . En admettant que, malgré l'ouverture, la distribution de pression reste identique à elle-même sur les parties en contact, et nulle au niveau de l'ouverture, la pression sera maximale sur le cercle de rayon R_X . Technologiquement, cette pression maximale doit être inférieure à la pression admissible, notée P_{adm} , du contact sphère/logement liée aux matériaux constituants en contact. Dans le cas d'un contact acier/acier graissé, P_{adm} est de 10MPa.

D'autre part, la somme des forces de pression sur la couronne projetée doit équilibrer la force de chargement du vérin F_T , fixée à 200 kN. À partir de la pression admissible du contact P_{adm} ainsi que du chargement F_T , nous établirons une relation entre l'ouverture R_X et le rayon a . En fixant l'ouverture R_X , on en déduira le rayon a . À partir de ce stade, nous utiliserons les résultats de la théorie de Hertz.

- Remarque : Ce calcul sera valide lorsque a est petit devant le rayon de la sphère.

a./ Théorie de Hertz - Cas Général

a1./ Hypothèses de calcul

La théorie de Hertz considère le contact de deux sphères décentrées et est basée sur les hypothèses suivantes :

- les matériaux des deux corps sont homogènes, isotropes et linéaires élastiques,
- pas de frottement au contact,
- pas de rugosité,

- les déformations sont petites.

a2./ Comportement du matériau et déformation dans le contact

Lorsque l'on impose un effort F sur la sphère de la rotule, la sphère et le logement subissent une déformation ε au niveau du contact sphère-logement, comme le montre la figure 6.15. Le déplacement (ou la variation locale du rayon dans la zone de contact) des deux solides (sphère et logement), noté δ , est défini comme la différence de position prise par un point de la zone centrale perpendiculairement au plan de contact noté (π) avant la déformation (courbure initiale) et après déformation (courbure finale).

On note respectivement J_1 et J_2 deux points de la sphère et de son logement. Si ces deux points (J_1 et J_2) se trouvent à l'intersection du plan de contact (π) et du plan perpendiculaire au plan π , ils sont alors confondus en un point J . Leur déplacement correspond alors au rapprochement des deux solides et sera donné par :

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 \quad (6.5)$$

Avant déformation, la courbure de la sphère est notée $C_1 = 1/R_1$ et celle du logement est $C_2 = 1/R_2$. Lors de la mise en contact et du chargement de la rotule, la courbure relative au niveau du contact sphère-logement $C = 1/R$ est définie par : $C = C_1 + C_2$. On a donc : $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$ soit $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ comme le montre la figure 6.15.

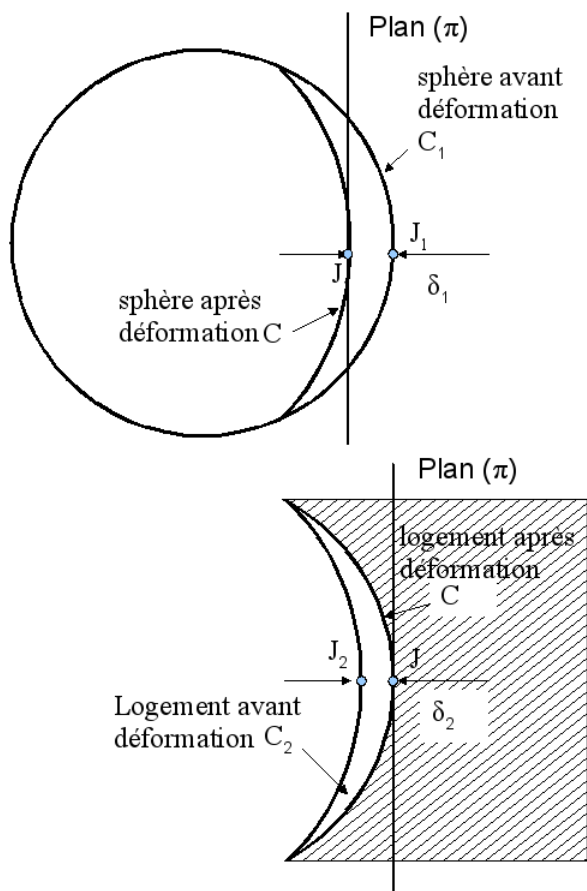


FIG. 6.15 – a) Courbure de la sphère b) Courbure du logement avant déformation et après déformation.

b./ Théorie de Hertz - Cas d'une compression sans ouverture sphère/logement sphérique

Dans notre cas, il s'agit d'un contact entre une sphère de rayon R_1 et son logement de rayon R_2 , c'est-à-dire un contact dit "conformel" soit : $R_1 > 0$ et $R_2 < 0$. Dans notre cas, on notera que R_1 est voisin de R_2 tel que $R_2 = R_1 + \Delta R$, ΔR étant le jeu fonctionnel de la rotule.

L'expression de a dans la théorie de Hertz se réduit alors à :

$$a = \left(\frac{3\pi}{4} F_N (k_1 + k_2) R \right)^{1/3} \quad (6.6)$$

avec :

- $R = 1/C = (1/R_1 - 1/R_2)^{-1}$ que l'on peut écrire aussi sous la forme $R = R_1(R_1 + \Delta R)/\Delta R$.

- k_i modules d'élasticité réduit donnés par :

$$k_i = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi E_i} \quad (6.7)$$

Dans le cas du contact acier sur acier $k_1 = k_2$. On pose $2k = k_1 + k_2$.

A partir de l'équation 6.6, on peut exprimer F_N comme suit :

$$F_N = \frac{a^3}{A} \quad (6.8)$$

avec

$$A = \frac{3}{2\pi} k (R_1(R_1 + \Delta R)/\Delta R) \quad (6.9)$$

La distribution de pression sur le disque plein (sans ouverture) s'exprime par :

$$p(r) = p_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}, \quad (6.10)$$

où p_0 est la pression maximum au centre du disque.

F_N peut s'exprimer en fonction de cette même distribution de pression sur le disque de contact de rayon a .

$$F_N = \int_{S_{disque}} p(r) dS_{disque} \quad (6.11)$$

Soit

$$F_N = \int_0^a p_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} 2\pi r dr = \frac{p_0 2\pi a^2}{3} \quad (6.12)$$

On en déduit donc la pression maximum :

$$p_0 = \frac{3F_N}{2\pi a^2} \quad (6.13)$$

c./ Adaptation de la théorie de Hertz au cas d'une ouverture dans le contact sphère/logement sphérique

A partir des hypothèses formulées précédemment (§B : Pression de contact sphère-logement) et de la théorie de Hertz, la pression maximale p_{adm} a pour expression :

$$p_{adm} = p_0 \sqrt{1 - \frac{R_X^2}{a^2}} \quad (6.14)$$

Soit, en remplaçant p_0 par sa valeur en fonction de F_N ,

$$p_{adm} = \frac{3F_N}{2\pi a^2} \sqrt{1 - \frac{R_X^2}{a^2}} \quad (6.15)$$

Si, de plus, on substitue F_N en fonction de a et A (la relation 6.8), on peut écrire :

$$p_{adm} = \frac{3a}{2\pi A} \sqrt{1 - \frac{R_X^2}{a^2}} \quad (6.16)$$

La force de chargement F_T est obtenue en sommant la distribution de pression sur toute la surface de la couronne soit :

$$F_T = \int_{S_{couronne}} p(r) dS_{couronne} \quad (6.17)$$

Soit

$$F_T = \int_{R_X}^a p(r) 2\pi r dr = \int_{R_X}^a p_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} 2\pi r dr \quad (6.18)$$

Avec $p_0 = 3F_N/2\pi a^2$, si on substitue p_0 dans la relation (6.18), nous obtenons :

$$F_T = \int_{R_X}^a \frac{3F_N}{2\pi a^2} \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} 2\pi r dr \quad (6.19)$$

On obtient en intégrant :

$$F_T = F_N \left(1 - \frac{R_X^2}{a^2}\right)^{3/2} \quad (6.20)$$

On peut exprimer la force de chargement F_T en fonction de la pression admissible P_{adm} , en utilisant les relations 6.20 et 6.16, on obtient alors :

$$F_T = P_{adm} \frac{2\pi}{3} (a^2 - R_X^2) \quad (6.21)$$

En fixant le rayon d'ouverture du logement R_X , le rayon virtuel du disque de contact a et, donc, la largeur de la couronne de contact, $a - R_X$ sont imposés et correspondent aux valeurs imposées $F_T = 200$ KN et $P_{adm} = 10$ MPa [81]. La figure représente la valeur du rayon a en fonction de R_X .

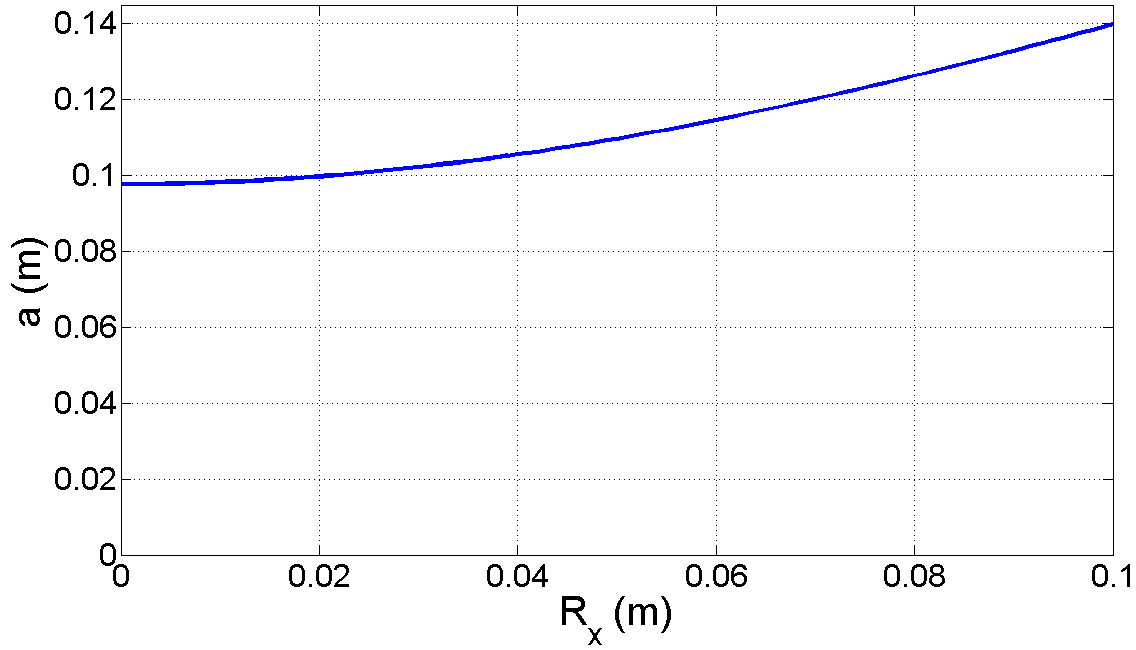


FIG. 6.16 – Valeur du rayon a en fonction du rayon d'ouverture R_X .

On remarquera que, lorsque le rayon d'ouverture R_X est nul, on se trouve dans le cas d'une compression sans ouverture; le rayon de la surface de contact a vaut alors $9,8 \cdot 10^{-2} m$.

En écrivant l'équation (6.9) sous la forme :

$$A = \frac{3a}{2\pi p_{adm}} \sqrt{1 - \frac{R_X^2}{a^2}} \quad (6.22)$$

R_X , a et P_{adm} étant connus, on obtient une valeur de A :

$$A = \frac{3}{2\pi} k(R_1(R_1 + \Delta R)/\Delta R) \quad (6.23)$$

En rappelant, de plus, que nous avons fait le choix de matériaux identiques concernant le contact (acier sur acier), k est donc fixé. La quantité $(R_1(R_1 + \Delta R)/\Delta R)$ est imposée.

On peut remarquer que, plus le jeu fonctionnel est faible, plus le rayon de la sphère peut être petit et réciproquement. Pour des raisons d'encombrement, nous avons intérêt à fixer un jeu fonctionnel le plus petit possible, tout en restant réaliste face aux techniques d'usinage utilisées pour minimiser le rayon de la sphère. On peut toutefois remarquer que ce rayon de la sphère est lui-même lié au diamètre de la tige du vérin.

A titre d'exemple, nous donnons, dans le tableau (6.2), un jeu de paramètres satisfaisant au problème posé.

Paramètres imposés					
paramètres	F_T (KN)	P_{adm} (MPa)	R_X (m)	ΔR (m)	
valeurs	200	10	6.10^{-2}	10.10^{-6}	
Variables calculées					
Variable	a (m)	A (m/MPa)	R_1 (m)	P_0 (MPa)	F_N (KN)
valeurs	$11,5.10^{-2}$	$4,7.10^{-9}$	15.10^{-2}	11,7	323

TAB. 6.2 – Jeu de paramètres satisfaisant le problème posé.

6.2.2 Tige et espace de travail

6.2.2.1 Tige droite.

La rotation de la tige atteint une valeur limite lorsque celle-ci se trouve en contact avec le logement (butée physique) comme le montre la figure 6.17.

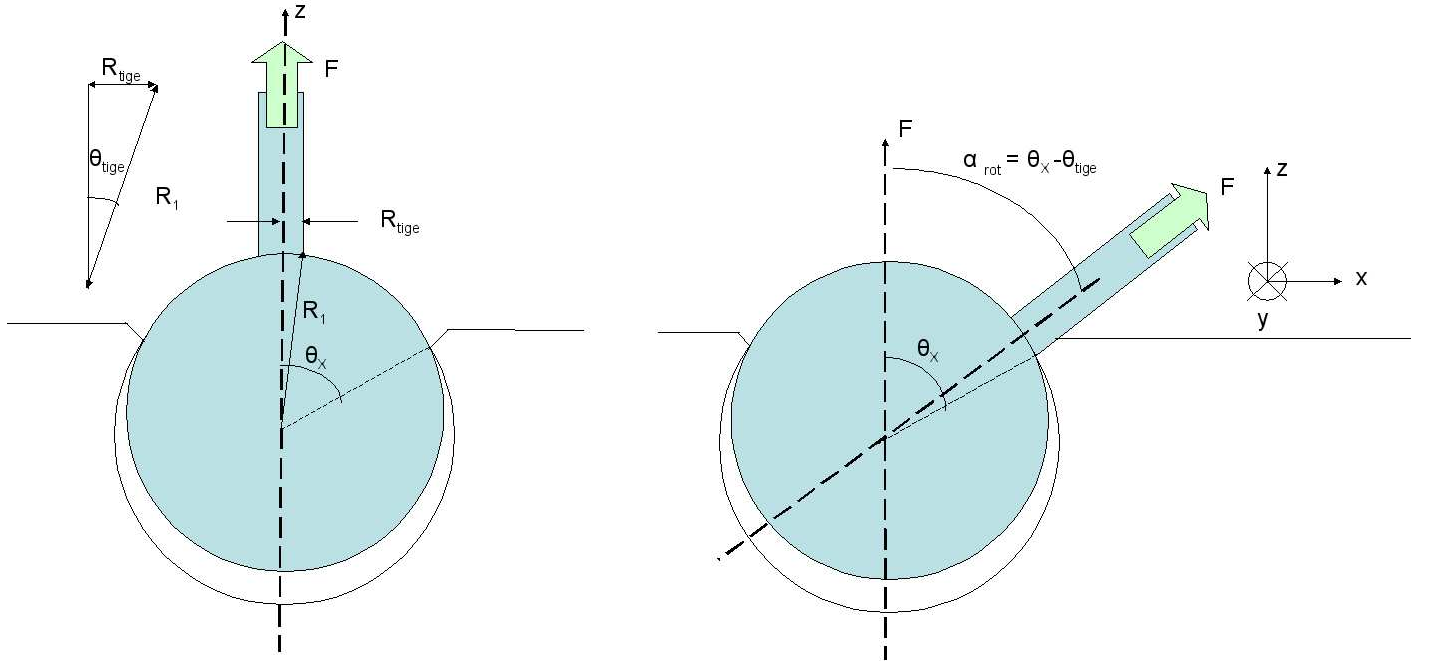


FIG. 6.17 – Rotation de la rotule soumise à une traction.

L'angle de rotation de la tige (α_{rot}) est donc limité par le rayon de la tige (R_{tige}) et le cercle d'ouverture du logement (R_X). Il est donné par :

$$\alpha_{rot} = \theta_X - \theta_{tige} \quad (6.24)$$

où θ_{tige} est l'angle dû au rayon de la tige de la rotule ; il est défini par :

$$\theta_{tige} = \arcsin\left(\frac{R_{tige}}{R_1}\right) \quad (6.25)$$

où θ_X est l'angle d'ouverture du logement ; il est défini par :

$$\theta_X = \arcsin\left(\frac{R_X}{R_1}\right) \quad (6.26)$$

6.2.2.2 Tige en S.

Pour augmenter l'angle de rotation de la rotule, on propose d'utiliser une structure en forme de "S", comme le montre la figure 6.18.

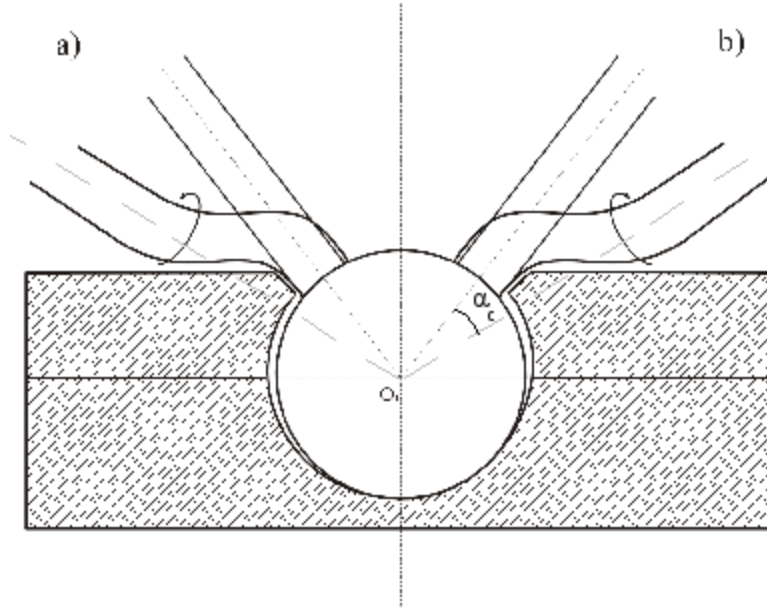


FIG. 6.18 – Tige en forme de S, pour un essai en compression.

La structure en S de la tige permet d'augmenter l'angle limité par la dimension du logement. En effet, si dans le cas d'une tige droite, la rotation de la tige sur elle-même est indifférente quant à l'angle limite, il n'en est pas de même dans le cas d'une tige courbe, comme le montre la figure 6.18. Les positions (a) et (b) sont obtenues grâce à une rotation de 180° de la tige sur elle-même et correspondent à une utilisation optimum d'une tige courbe (espace de travail optimal). Le nouvel angle limité par la dimension du logement appelé α_{rot-s} est alors donné par :

$$\alpha_{rot-s} = \theta_X - \theta_{tige} + \alpha_c$$

avec α_c angle de la courbure du S.

Remarque : La rotation de la tige sur elle-même se fait naturellement par le contact de la tige et son logement, sauf dans le cas particulier où le mouvement contient le plan de symétrie de la tige. Nous traiterons ultérieurement ce problème technologique.

Toutefois, en modifiant la forme de la tige, une distribution non uniforme de contraintes va apparaître au niveau de la courbure de la tige. On a vu précédemment que le rayon minimum d'une tige droite dimensionnée dans le cas d'une traction-compression uniforme doit être de $R_{tige} = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{m}$ pour supporter un effort de 200 kN. En gardant cette même charge et le même niveau de contrainte admissible (125 MPa), on doit donc augmenter le rayon de la tige. On va donc réaliser une analyse numérique qui va nous permettre de calculer, en gardant la même charge et le même niveau de contrainte admissible (125 MPa), la relation entre l'angle de courbure α_c et le rayon de la tige dans la partie courbe.

6.2.3 Simulation des contraintes sur la tige en S.

L'analyse numérique est basée sur le dimensionnement en compression de la tige courbe. Soumis à ce chargement, le modèle en éléments finis fournit la répartition des contraintes dans la structure qu'il faut interpréter et comparer aux contraintes maximales admissibles par le matériau. La géométrie de la tige utilisée pour la simulation est présentée sur la figure 6.19.

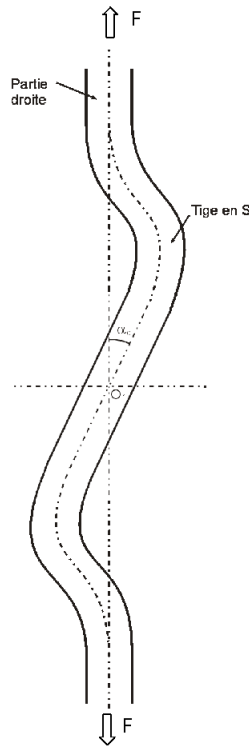


FIG. 6.19 – Tige en forme de S, pour un essai en compression.

Pour éviter des conditions aux limites difficiles à préciser du fait de la dissymétrie du système réel, on a été amené à étudier une tige en double S qui permet, sans modifier l'état de contrainte dans la tige en S, de réduire les conditions aux limites à un chargement en compression ou en traction simple (on applique un effort sur l'une des extrémité, l'autre extrémité est encastrée). La géométrie de cette structure est obtenue par symétrie de la structure en "S" par rapport au point d'origine O dans le repère (O, x, y, z) (2 tiges en forme de S tête-bêche).

Le logiciel permet d'appliquer en local le critère de Von Mises, qui permet de déterminer la contrainte équivalente admissible σ_{eq} .

La relation suivante :

$$\sigma_{eq} \leq \sigma_e \quad (6.27)$$

sera appliquée avec σ_e fixé à $125MPa$ pour tenir compte d'un facteur de sécurité ($C_s = 2$) par rapport à la limite élastique du matériau de $250MPa$

La figure 6.20 présente, pour une même charge de compression, un exemple de résultats des contraintes équivalentes σ_{eq} de Von Mises dans le cas de deux tiges de même rayon ($5 \cdot 10^{-2}m$) et de courbure $\alpha_c = 6^\circ$ et $\alpha_c = 10^\circ$.

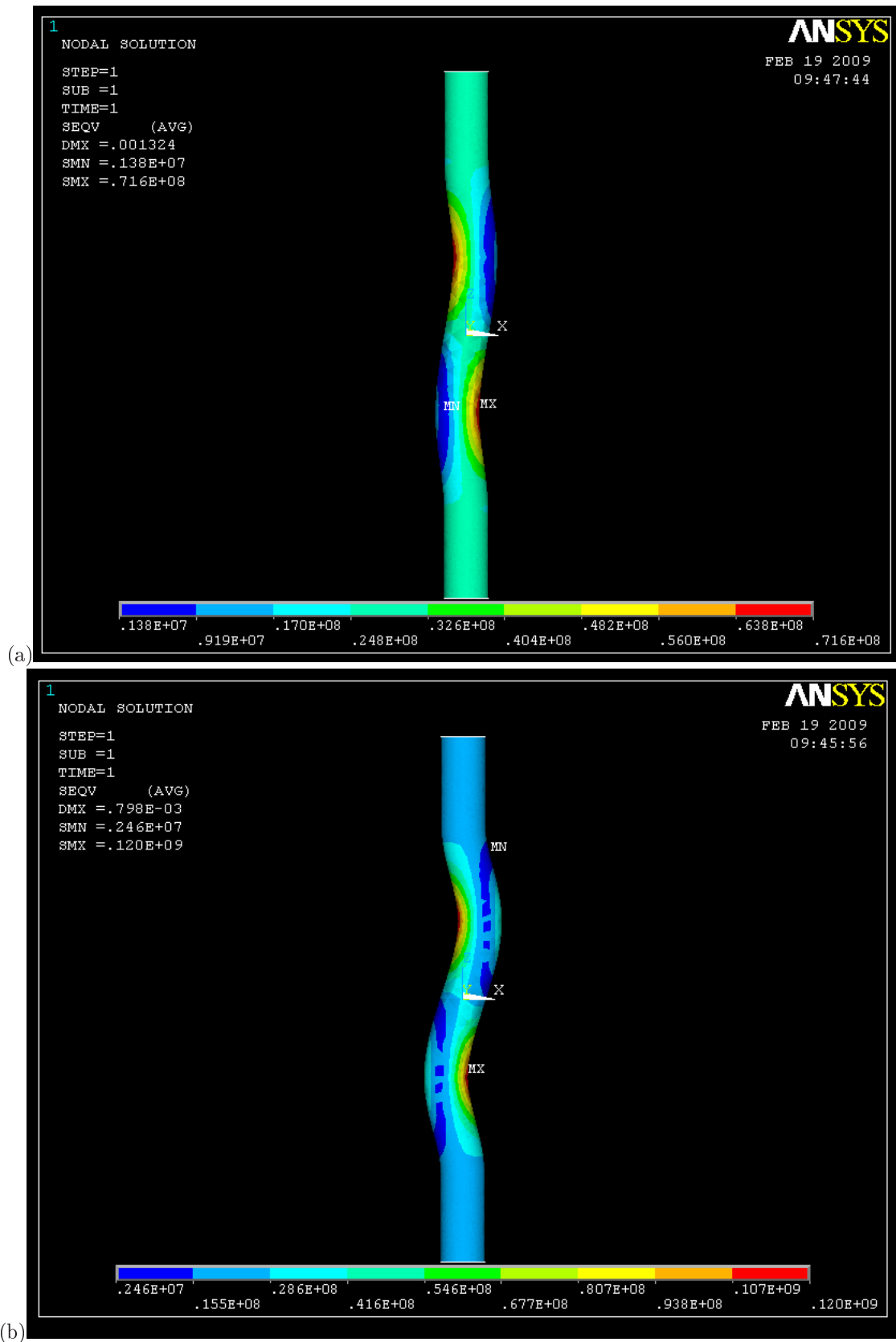


FIG. 6.20 – Contraintes équivalentes de Von Mises, pour une charge en compression de 200KN , de la tige en forme de “S” de rayon de 5.10^{-2}m et un angle (a) $\alpha_c = 6^\circ$ et (b) $\alpha_c = 10^\circ$.

La variation de l'angle de courbure de la tige α_c , en fonction du rayon de la tige, pour $\sigma_{eq} = 125MPa$ obtenue à partir de l'analyse numérique est montrée sur la figure 6.21.

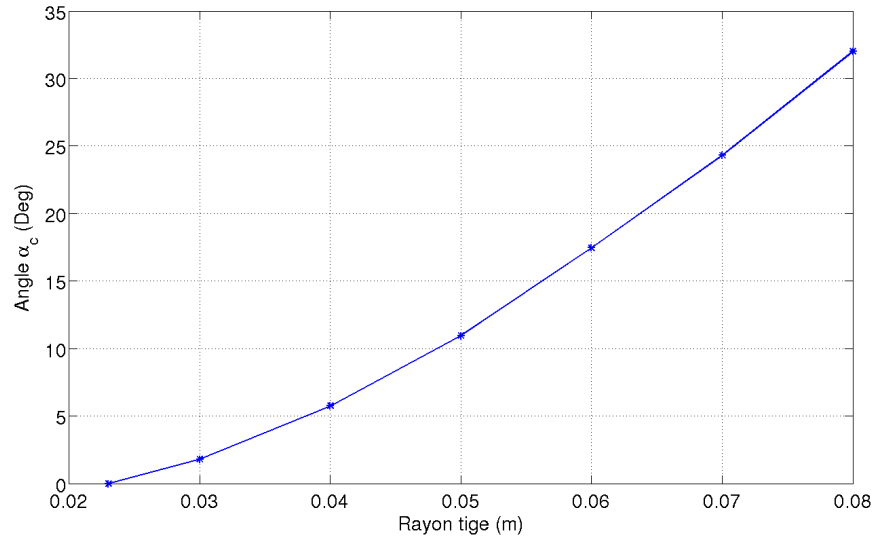


FIG. 6.21 – α_c est obtenu pour différents rayons de tige avec une contrainte équivalente fixe $\sigma_{eq} = 125MPa$.

Cependant, une augmentation du rayon de la tige conduit à une diminution de l'angle de rotation α_{rot} de la rotule et donc de l'espace de travail de l'hexapode. Nous allons donc poser le problème sous forme d'optimisation.

6.2.4 Optimisation de l'articulation

En prenant en compte les études réalisées précédemment, à savoir le flambement de la tige, la dimension du contact entre sphère et logement, l'incidence de la courbure de la tige, nous allons proposer l'optimisation des dimensions de l'articulation.

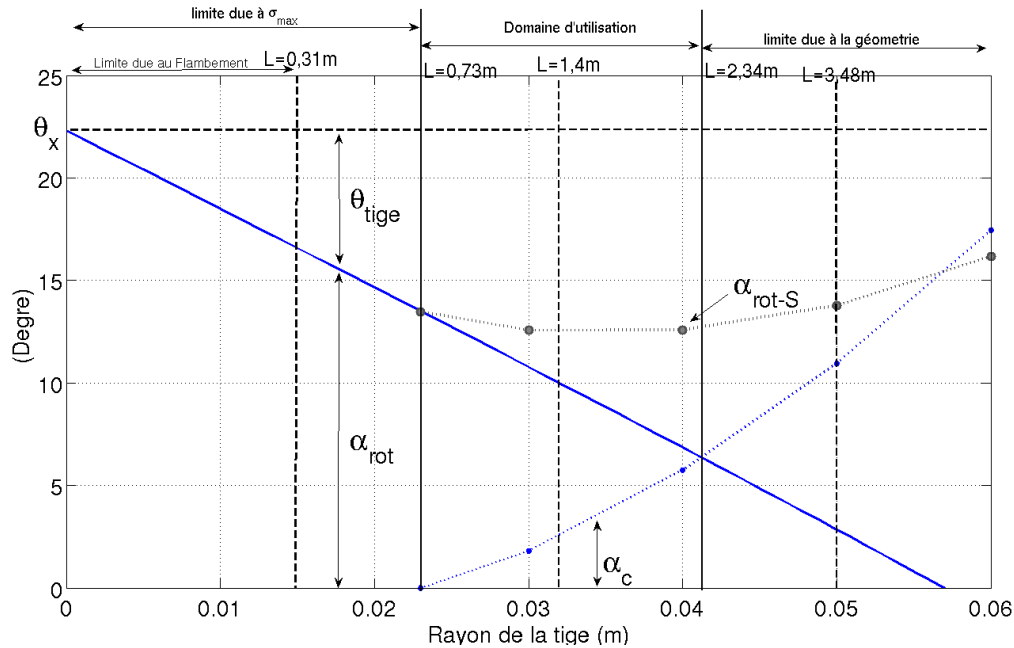


FIG. 6.22 – (-) α_{rot} angle effectif de rotation de la tige droite. (- -) α_{rot-S} angle effectif de rotation de la tige en forme de S. (.) α_c est obtenu pour différents rayons de tige avec une contrainte équivalente fixe $\sigma_{eq} = 120MPa$.

La figure 6.22 ci-dessus permet de résumer les différentes approches envisagées.

- Les conditions limites de flambement sont représentées par des droites verticales paramétrées en fonction de la longueur de tige du vérin. Elles séparent la figure en deux parties : une zone admissible en diamètre de tige et une zone non admissible.
- La valeur $\theta_X = \arcsin(\frac{R_X}{R_1})$ est fixée par l'ensemble des “contraintes” imposées lors des calculs de conception de la rotule. Cette valeur correspond à la valeur limite du débattement lorsque le rayon de la tige tend vers zéro.
- θ_{tige} correspond à la réduction de cet angle lié au rayon de la tige.
- $\alpha_{rot} = \theta_X - \theta_{tige}$ correspond au débattement angulaire de l'articulation pour une tige droite.
- α_c correspond à l'augmentation de débattement angulaire obtenu par la courbure de la tige.
- $\alpha_{rot-S} = \theta_X - \theta_{tige} + \alpha_c$ correspond au débattement angulaire de l'articulation pour une tige en forme de S.
- Une première droite verticale correspond à la limite σ_{max} de la tige en traction. Elle est dimensionnée dans le cas d'une tige courte ($L < 0,73 \text{ m}$).
- Une deuxième droite verticale correspond à la limite due à la géométrie dans le cas d'une tige courbe. α_c doit être toujours inférieur à α_{rot} pour que le débattement de l'articulation ne présente pas de cône mort dans la position centrale.

Pour tout ce qui est vérin court ($L < 0,73 \text{ m}$), la limite de flambement n'intervient pas : l'optimisation se trouve au point Opt_1 (figure 6.23). L'utilisation d'une tige en S ne se justifie pas, puisque le gain angulaire α_c est inférieur à la perte de débattement angulaire induit par l'augmentation du rayon. Dans ce cas, le débattement angulaire est uniquement lié à la construction de la rotule et donc à la valeur de θ_X .

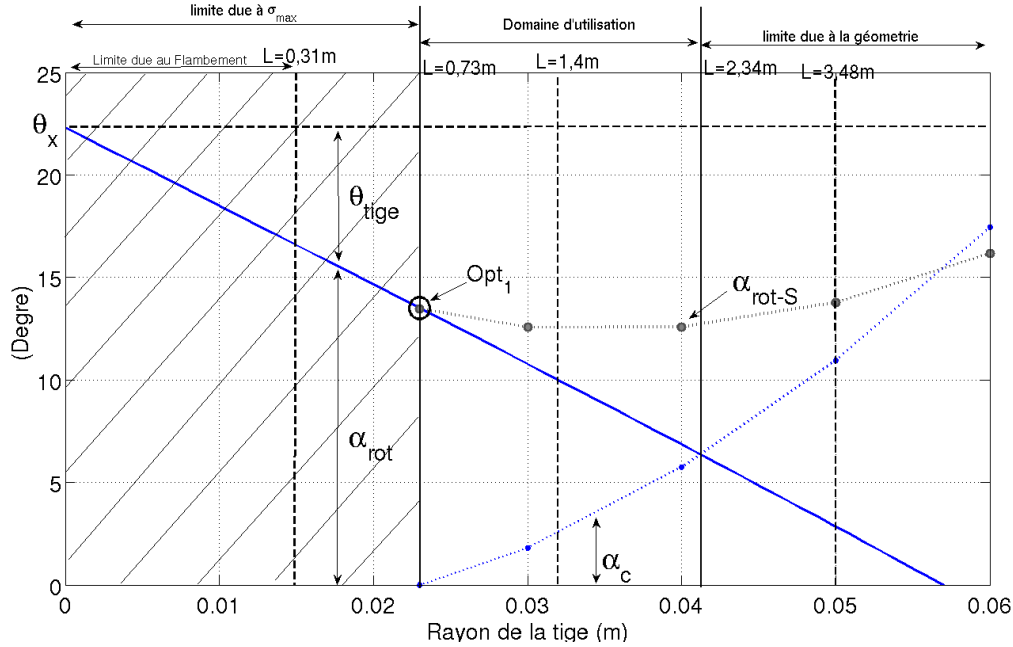


FIG. 6.23 – Point d'optimisation Opt_1 pour un vérin court ($L < 0,73 \text{ m}$).

Pour des longueurs de la tige $0,73 \text{ m} < L < 2,34 \text{ m}$, nous faisons intervenir la limite de flambement, c'est-à-dire que le rayon de la tige n'est plus dimensionné par la limite élastique en traction, mais par la charge critique de flambement pour une valeur L donnée. Alors le rayon impose à la fois la résistance au flambement et l'angle α_c maximum que l'on peut utiliser sans “dépassement de contrainte” dans la zone en S (figure 6.25). Dans ce cas le point d'optimisation est le point Opt_2 .

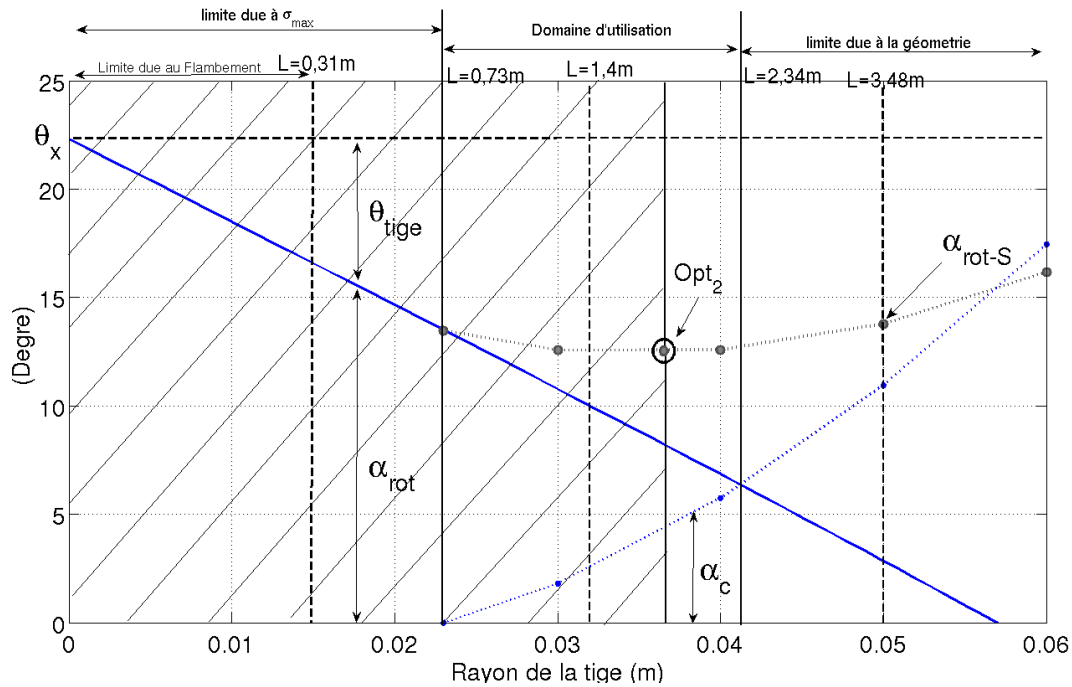


FIG. 6.24 – Point d'optimisation Opt_2 pour des vérin de longueurs de la tige $0,73\text{ m} < L < 2,34\text{ m}$.

Si on dépasse la longueur $L = 2,34\text{ m}$ obtenue pour un rayon de $4,1 \cdot 10^{-2}\text{ m}$, alors on atteint la limite due à la géométrie dans le cas de la tige courbe. Cette dernière solution ne peut pas être retenue, car on perd brutalement le gain α_c et la solution se trouve alors sur la courbe $\theta_X - \theta_{tige}$, point pt_1 .

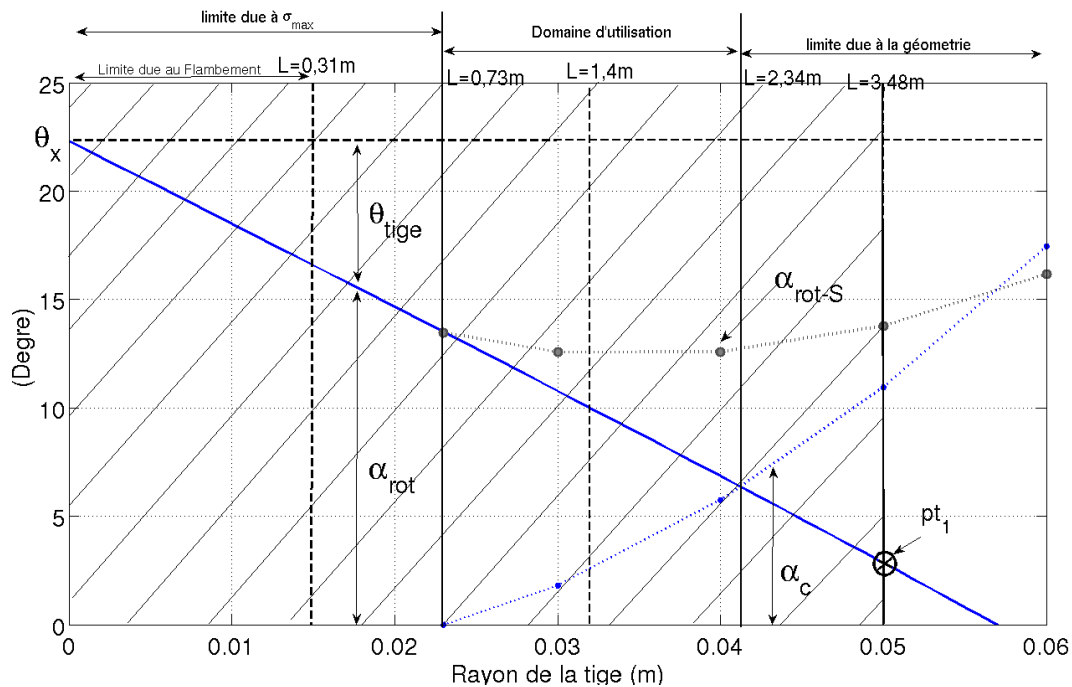


FIG. 6.25 – Point pt_1 pour des vérin de longueurs de la tige $0,73\text{ m} < L < 2,34\text{ m}$.

Remarque : Pour des longueurs de tige $0,73\text{ m} < L < 2,34\text{ m}$, l'adoption d'une tige en S comme solution constructive permet de maintenir un angle de débattement de l'articulation pratiquement constant quelle que soit la longueur de tige du vérin.

A titre d'exemple, nous donnons dans le tableau (6.3) un dimensionnement global de l'articulation associé à une tige de longueur $L = 1,9m$.

Paramètres imposée						
paramètres	F_T (KN)	P_{adm} (MPa)	R_X (m)	ΔR (m)	R_{tige} (m)	L (m)
valeurs	200	10	6.10^{-2}	10.10^{-6}	$3,7.10^{-2}$	1,9

Valeurs calculées										
Variable	a (m)	A (m/MPa)	R_1 (m)	P_0 (MPa)	F_N (KN)	θ_X °	θ_{tige} °	α_{rot} °	α_c °	α_{rot-s} °
valeurs	$11,5.10^{-2}$	$4,7.10^{-9}$	15.10^{-2}	11,7	323	22,3	14,28	8,02	4,55	12,57

TAB. 6.3 – Jeu de paramètres satisfaisant un dimensionnement global de l'articulation associé à une tige de longueur $L = 1,9m$.

Rotation de la tige du vérin sur elle-même et évitement du point singulier

On a mentionné précédemment les avantages qu'apporte la tige en forme de S à la jambe de l'hexapode. Néanmoins, il existe des configurations singulières à éviter. Ces configurations de singularité sont définies de la manière globale suivante : le plan de déplacement instantané est contenu dans le plan de symétrie de la tige, lui-même contenu dans un des quelconques plans de symétrie du logement.

Remarque : C'est la solution qu'on représente dans la figure 6.26 suivante.

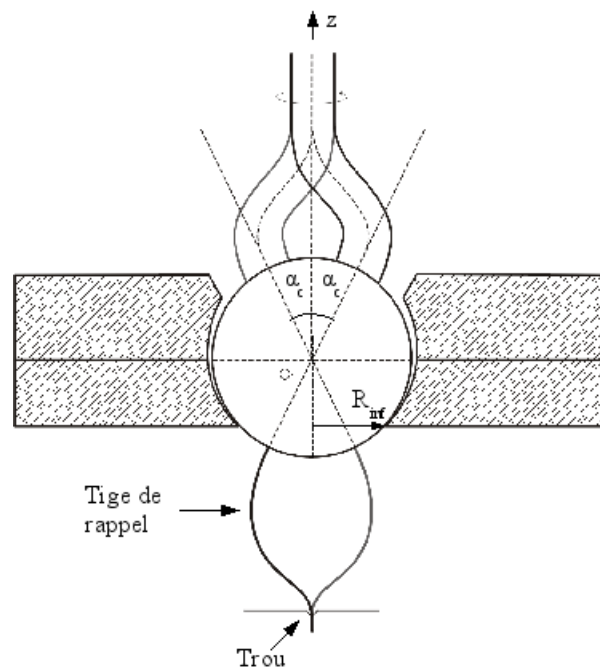


FIG. 6.26 – Position nominale, avec la structure de rappel.

Afin que cette singularité ne puisse exister, nous allons adjoindre une tige de rappel élastique encastrée, sur une de ses extrémités suivant une position diamétralement opposée à la tige du vérin dans sa jonction avec la sphère, et, sur l'autre extrémité, assujettie à passer au travers d'un trou fixe situé sur l'axe de symétrie du logement.

Le principe repose sur la minimisation de l'énergie élastique de cette tige lors du mouvement de l'articulation.

Dans le cas mentionné, figure 6.26, lorsque la tige tourne autour de l'axe z (cône d'angle α_c), l'énergie potentielle élastique dans la tige de rappel est la même dans tous les cas de figure. Lorsque la tige du vérin sort de cette position, on obtient deux cas possibles mentionnés sur la figure 6.27. On constate que, dans ces deux cas, les énergies élastiques emmagasinées ne sont pas les mêmes suivant les deux positions ((1) et (2)) obtenues pour une même position de

l'axe de la tige du vérin, mais pour des positions de S (courbure) correspondant à un retournement de 180° . Hormis le cas où tous les déplacements instantanés répondent à la configuration singulière (cas peu probable), le dispositif minimisera l'énergie élastique en créant un couple qui permettra la rotation de 180° de la tige sur elle-même, pour passer de la position (1) à la position (2).

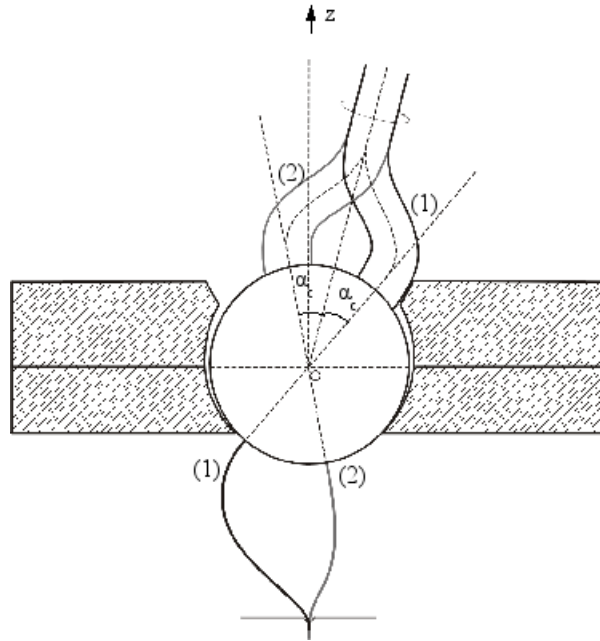


FIG. 6.27 – Deuxième cas de rotation de la tige.

6.3 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté deux types de problèmes liés aux actionneurs hydrauliques (vérins), à savoir l'alimentation en huile du vérin et la gestion des fuites qui accompagnent son fonctionnement. Le fonctionnement du vérin dans un milieu hyperbare impose de fournir une pression d'alimentation en huile de 280 bars supérieure à la pression du milieu marin. Pour ce faire, on a proposé d'équiper le système d'un réservoir qui utilise la pression du milieu environnant comme pression d'alimentation ; les 280 bars supplémentaires seraient fournis par une pompe hydraulique. Ce système permet ainsi d'alimenter le circuit avec une différence de pression constante (280 bars maximum) entre le système hydraulique et le milieu marin en utilisant des limiteurs de pression. Le second aspect important à considérer concerne les fuites du système qui peuvent, selon leur importance, contaminer le milieu marin. Nous avons proposé, pour limiter ces fuites, d'utiliser des structures hybrides dont les servovalves seraient alimentées par de l'huile alors que le vérin fonctionnerait soit avec un fluide à base d'eau, soit avec de l'eau de mer. Ces systèmes permettent ainsi de réduire les rejets d'huile dans l'eau de mer. D'autre part, la contamination du circuit en l'huile par l'eau ou l'eau de mer doit être prise en compte. Pour ce faire, la pression du circuit d'huile (servovalve) est maintenue à une pression supérieure à celle du circuit d'eau ou circuit d'eau de mer (vérin) empêchant ainsi la contamination du circuit d'huile par l'eau ou l'eau de mer.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous avons proposé initialement d'augmenter l'espace de travail de l'hexapode. Pour réaliser cet objectif, nous avons envisagé d'utiliser une tige en S.

Cette solution géométrique nous a conduit à dimensionner les différents composants de l'articulation au regard des paramètres imposés : l'effort de sollicitation du vérin F_T , la limite élastique d'un matériau σ_e , la pression de contact admissible entre la sphère et son logement P_{adm} , le rayon d'ouverture du logement R_X , le jeu diamétral ΔR entre sphère et logement.

Ceci a permis de distinguer trois types de solutions constructives en fonction de la longueur de la tige du vérin :

- une première solution pour les tiges inférieures $L = 0,73 \text{ m}$, pour laquelle la solution d'une tige droite (classique) est satisfaisante.

- une deuxième solution pour des tiges de longueur L comprise entre $L = 0,73\ m$ et $L = 2,34\ m$ et pour lesquelles la solution de la tige apporte un gain incontestable.
- au-delà d'une certaine longueur ($L = 2,34\ m$), la solution de la tige en S n'est plus envisageable, et on retombe sur la solution classique d'une tige droite avec un débattement angulaire limité.

Conclusion générale et Perspectives

De plus en plus utilisée pour étudier des phénomènes physiques, la simulation numérique présente plusieurs avantages, tels que le gain de temps, la réduction des coûts de fabrication mais également l'optimisation de la conception des robots ainsi que de leurs performances. Les propriétés des robots hexapodes leur permettent d'être utilisés dans diverses applications et dans divers environnements. L'objectif de ce travail de thèse était de réaliser un outil logiciel d'aide à la conception d'un robot parallèle de type hexapode. Parmi les composants des robots, les actionneurs jouent un rôle essentiel dans la motorisation des hexapodes. Les systèmes hydrauliques s'avèrent être les plus performants car ils permettent de supporter de grandes charges tout en gardant une bonne précision. La bonne modélisation du vérin hydraulique, mais également des servovalves qui le commandent, est donc essentielle pour obtenir un outil performant qui traduit le comportement physique du robot. La plupart des modèles utilisés à l'heure actuelle sont linéaires. Dans ce cas, la bande passante obtenue reste constante pour tous les points de fonctionnement. Par conséquent, les modèles linéaires ne traduisent pas physiquement le comportement du système hydraulique et entraînent un surdimensionnement des servovalves. Dans ce travail, nous avons donc proposé de développer un modèle non linéaire du système vérin+servovalve à partir des modèles mathématiques décrivant les phénomènes physiques caractérisant le comportement du système.

Pour ce faire:

- Nous avons commencé par définir le cahier des charges caractérisant le vérin du laboratoire LAMEFIP à savoir les caractéristiques de vitesse, d'efforts et de déplacement. Le modèle non linéaire a été réalisé en définissant ensuite les différentes lois physiques décrivant les paramètres caractéristiques du système telles que la loi fondamentale de la dynamique, les équations de débits en fonction des pressions. Le modèle non linéaire obtenu dépend de plusieurs paramètres qui ne peuvent pas toujours être mesurés. Nous avons donc déterminé ces paramètres soit directement à partir des données fournies par les constructeurs, soit par estimation à partir de mesures expérimentales ou de la littérature. Le modèle a été simulé à partir des outils mathématiques Matlab-Simulink et SimMechanics qui permettent une gestion des fonctionnalités du système par blocs. La modélisation des servovalves a été validée en comparant les résultats obtenus par la simulation aux données fournies par les constructeurs. Des tests expérimentaux ont été effectués sur le banc d'essai du LAMEFIP, ce qui a ainsi permis de valider le modèle du système (servovalve + vérin) développé dans ce travail. Afin d'améliorer la réponse du système à une consigne et valider le modèle non linéaire développé dans ce travail, un asservissement en position a été réalisé. Le vérin de LAMEFIP est asservi par un régulateur proportionnel; nous avons donc choisi un asservissement du système (servovalve+vérin) à partir d'un régulateur du même type.
- Une stratégie d'asservissement du vérin hydraulique (servovalve + vérin) a été proposée. Pour ce faire, le cahier des charges en terme de précision, rapidité et de stabilité a été défini. Nous avons ensuite identifié la loi de commande ainsi que les variables à commander (le déplacement) et à mesurer. Cette loi de commande a ensuite été analysée et validée en comparant les valeurs obtenues avec celles définies par le cahier des charges. Une méthodologie d'asservissement du robot hexapode utilisant une stratégie à trois niveaux a ensuite été envisagée.
- L'un des intérêts de cet outil logiciel est de pouvoir être utilisé pour simuler le comportement d'un hexapode dans diverses applications, par exemple l'exploitation minière ou pétrolière dans le milieu marin. En effet, la nécessité de trouver de nouvelles ressources pétrolières ou gazifères oblige les compagnies industrielles à s'orienter vers l'exploitation des milieux marins. L'utilisation de robot hexapode peut s'avérer très utile pour ces exploitations (recherche de ressources, mise en place de la plate forme etc..). Cependant, l'introduction

des robots hexapodes hydrauliques dans ce milieu pose de nouveaux problèmes tels que l'alimentation des actionneurs pour des pressions supérieures 300bars et les fuites produites par les vérins hydrauliques. Nous avons donc étudié ces deux aspects technologiques pour que l'hexapode puisse évoluer dans un milieu marin profond ($> 300m$). Les fuites peuvent engendrer d'une part une pollution du milieu environnant; d'autre part, les flux d'eau du milieu marin pénétrant dans le circuit hydraulique d'alimentation peuvent entraîner des dommages. Nous avons donc proposé deux solutions technologiques qui pourraient être mises en oeuvre pour limiter ces fuites.

- L'un des points critiques des hexapodes sont les liaisons passives telles que les rotules qui limitent son espace de travail. Nous avons proposé, à travers une étude préliminaire, un dimensionnement et une géométrie de la rotule qui pourraient être utilisés pour accroître l'espace de travail de l'hexapode. Une étude théorique en traction et en compression a été réalisée à partir de la théorie de Hertz permettant de dimensionner les différents composants d'une rotule: la tige, la sphère et son logement. Deux géométries de rotule ont été étudiées. L'étude théorique a ensuite été complétée par une analyse des contraintes à partir de ANSYS.

Apports du travail

- L'étude des effets de non-linéarité d'un système hydraulique tel que servovalve+vérin nous a permis de développer un modèle non linéaire traduisant le comportement de l'actionneur réel. Ce modèle non linéaire réalisé dans le cadre de ce travail a permis d'observer que la servovalve et le vérin hydraulique ne peuvent pas être dissociés. Une force hydrodynamique non négligeable doit être prise en compte lors du déplacement du tiroir (équation des efforts exercés sur les tiroirs des servovalves). La validité de notre modèle a été vérifiée en comparant les résultats obtenus par la simulation avec les données fournies par les constructeurs aussi que les données expérimentales obtenues par des essais sur le vérin du LAMEFIP. Une simulation complète du système (servovalve + vérin) a permis d'une part de visualiser les paramètres clés qui contrôlent le comportement du système et d'autre part de mieux comprendre le fonctionnement du système électrohydraulique.
- L'asservissement mis en oeuvre prend en compte le comportement non linéaire des vérins hydrauliques décrits dans ce travail. On a montré que les régulateurs proportionnels peuvent être utilisés pour l'asservissement de la servovalve et du vérin. Le régulateur proportionnel combiné à l'effet intégrateur en basses fréquences du système assure une loi de commande précise, rapide et stable.
- L'étude préliminaire présentée dans ce travail a présenté trois solutions technologiques qui pourraient être utilisées pour limiter les fuites d'huile dans le milieu marin. L'utilisation d'un système hybride qui combine deux systèmes d'alimentation (huile et eau) s'avère la solution la plus appropriée pour réduire la contamination du milieu marin (par des fuites d'huile).
- L'étude théorique de la rotule a permis d'une part de dimensionner une rotule classique mais également de montrer qu'en utilisant une tige en S, l'angle de rotation de la rotule peut être augmenté. Cependant, l'analyse ANSYS indique qu'en modifiant la géométrie de la tige, des sur-contraintes apparaissent au niveau des courbures de la tige, ce qui peut entraîner sa rupture lors de sollicitations trop importantes.

Perspectives

Le modèle non linéaire développé dans ce travail servira, par la suite, de base de travail pour la conception et la mise en oeuvre d'un robot hexapode hydraulique à haute vitesse. De plus, d'autres points doivent être développés et peuvent faire l'objet d'un travail futur.

- *Asservissement*: Nous avons proposé dans le cadre de ce travail de thèse l'asservissement d'un robot hexapode basé sur une stratégie à trois niveaux. Cette stratégie permet de visualiser physiquement les composants (servovalve, vérins) du robot. La mise en oeuvre de cette loi de commande pourrait être développée.
- *Introduction du robot dans un milieu hyperbare*: Nous avons proposé dans le cadre de ce travail de thèse des solutions pour la gestion des fuites et de l'alimentation des actionneurs. L'étude plus approfondie sur la faisabilité de ces deux solutions technologiques proposée devrait être menée. Cependant, d'autres problèmes rencontrés en milieu marin doivent également être résolus pour assurer un bon asservissement, comme, par exemple, l'ancrage du robot sur le sol ou encore l'influence du milieu extérieur (les courants marins,...).

- *Augmentation de l'espace de travail*: L'étude préliminaire sur l'augmentation de l'espace de travail présentée pourrait être complétée par une étude numérique et expérimentale de la nouvelle jambe (rotule + pièce en S + actionneur + pièce en S + rotule) du robot hexapode, ainsi que l'étude de l'espace de travail du l'hexapode avec cette nouvelle structure soit en utilisant et adaptant la méthode par discrétisation développée par Masory [2], soit par la méthode géométrique explicitée par Merlet [25], car toutes les deux prennent en compte les limitations mécaniques apportées par les articulations passives.

Bibliographie

- [1] M. Guillon. *Etude et détermination des systèmes hydrauliques*. Paris , Dunod, 1961.
- [2] O. Masory, J. Wang. Workspace evaluation of stewart platforms. *Advanced Robotics*, 4(9) :443–461, 1995.
- [3] A. Barrientos, L. F. Penin, C. Balaguer, R. Aracil. *Fundamentos de Robotica*. McGrawHill, 1999.
- [4] J-P. Merlet. *Les Robots parallèles*. Hermès, wydanie 2 eme édition revue et augmentée, 1997.
- [5] J. Faisandier. *Mécanismes hydrauliques et Pneumatiques*. DUNOD, wydanie 8e édition, Paris 1999.
- [6] R. Clavel. *Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté*. Praca doktorska, EPFL, Lausanne 1991. n 925.
- [7] S. Brunet. *Synthèse Géométrique d'un manipulateur parallèle sphérique à trois degrés de liberté*. Praca doktorska, Ecole polytechnique de Montréal, 2003.
- [8] H. Wu, al. Design of parallel intersector weld/cut robot for machining processes in iter vacuum vessel. *Fusion Engineering and Design*, 69(22) :327–331, September 2003.
- [9] P. Bégon. *Comande des robots Parallèles Rapides au robot HEXA*. Praca doktorska, Université Montpellier II Science et Tehniques du Languedoc, 23 Juin 1995.
- [10] J-P. Merlet. Parallel manipulators, part 2, singular configurations and grassmann geometry. Raport instytutowy 791, INRIA, Février 1988.
- [11] M. Ait-Ahmed. *Contribution à la modélisation géométrique et dynamique des robots parallèles*. Praca doktorska, Université Paul Sabatier, 2 Février 1993.
- [12] G. Gough. Mobility of mechanisms : a critical review. *Mechanism and Machine Theory*, 40(9) :1068–1097, September 2005.
- [13] G. Colobari, J. Giraud. *Sciences industrielles*. FOUCHER, wydanie 2e édition, 2001.
- [14] S.E. Salcudean, al. A six degree-of-freedom, hydraulic, one person motion simulator. *In IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, San Diego*, strony 2437–2443, 8-13 Mai 1994.
- [15] S.H. Koekebakker. *Model based control of a flight simulator motion system*. Praca doktorska, Technische Universiteit Delft, December 2001.
- [16] S. Advani, D. Giovannett, M. Blum. Design of a hexapod motion cueing system for the nasa ames vertical motion simulato. *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit*, 2002.
- [17] E. Hatem, M. Bordier, N. Maizi. An optimal control scheme for a driving simulator. *ICINCO*, 2005.
- [18] W. K. Durfee, H. R. Idris, S. Dubowsky. Real time control of the mit vehicle emulator system. *Proceedings of the 1991 American Control Conference*, June, Boston, 1991.
- [19] G. Roelof, R. G. Van Silfhouta. High-precision hydraulic stewart platform. *Review of Scientific Instruments*, 70(8) :3488–3494, August 1999.
- [20] B. Mayer St-Onge, C. M. Gosselin. Singularity analysis and representation of the general gough-stewart platform. *Int. J. of Robotics Research*, 19(3) :271–288, Mars 2000.
- [21] L. Tancredi. *De la simplification et la résolution du modèle géométrique direct des robots parallèles*. Praca doktorska, L'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 20 Décembre 1995.
- [22] W. Khalil, J. Kleinfinger. *Modélisation, identification et commande des robotsh* : 1999.
- [23] J. Craig. *Introduction to robotics : Mechanics and control*. wydanie 2ème édition, 1989.
- [24] P. Sillard. *Estimation par moindres carrés*. 2001.

- [25] J-P. Merlet. Détermination de l'espace de travail d'un robot parallèle pour une orientation constante. *Mechanism and Machine Theory*, 1994.
- [26] A.I. Bonev, J. Ryu. Orientation workspace analysis of 6-dof parallel manipulators. *Proceedings of the 1999 ASME Design Engineering Technical Conferences*, 12-15 September 1999, Las Vegas, Nevada.
- [27] K.Y. Tsai, J.C. Lin. Determining the compatible orientation workspace of Stewart-Gough parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 41, :1168-1184, October 2006.
- [28] H. Li, C.M. Gosselin, M.J. Richard, B. Mayer St-Onge. Analytic form of the six-dimensional singularity locus of the general Gough-Stewart platform. *Journal of Mechanical Design*, 128(1) :279-287, 2006.
- [29] S. Bhattacharya, H. Hatwal, A. Ghosh. An on-line parameter estimation scheme for generalized Stewart platform type parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 32(1) :79-89, January 1997.
- [30] L-W. Tsai. Solving the inverse dynamics of a Stewart-Gough manipulator by the principle of virtual work. *Journal of Mechanical Design*, 122(1) :3-9, March 2000.
- [31] D. Li, S.E. Salcudean. Modeling, simulation, and control of a hydraulic Stewart platform. In *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, New Mexico*, 4 :3360-3366, 20-25 April 1997.
- [32] J. Gallardo, J. M. Rico, A. Frisoli, D. Checcacci, M ; Bergamasco. Dynamics of parallel manipulators by means of screw theory. *Mechanism and Machine Theory*, 38 :1113-1131, January 2003.
- [33] C. Reboulet, T. Berthomieu. Dynamic models of a six degree of freedom parallel manipulators. *Fifth International Conference on Advanced Robotics, 91 ICAR*, 2 :1153-1157, 19-22 June 1991.
- [34] P. I. Corke. A robotics toolbox for matlab. *Robotics and Automation Magazine, IEEE*, 1996.
- [35] K. Dowling. What kinds of robotics simulators are there ? [http ://kmh.ync.ac.kr/comScience/robotics/faq/13.html](http://kmh.ync.ac.kr/comScience/robotics/faq/13.html).
- [36] D. P. Brutzman. *Software reference : A virtual world for an autonomous underwater vehicle*. Praca doktorska, Naval Postgraduate School, Monterey California, 1994.
- [37] Siemens PLM Software-Tecnomatix. Robcad digital manufacturing environment for robotic workcell verification and off-line programming. [http ://www.plm.automation.siemens.com](http://www.plm.automation.siemens.com).
- [38] Metrologic Group. Silma xg la mesure d'avance.
- [39] MSC Software Corporation. Adams. www.mssoftware.com/products/.
- [40] The MathWorks Inc. Simmechanics 2 user's guide. 2006.
- [41] B. Mayer St-Onge, C. M. Gosselin. Logiciel d'aide à la conception de plates-formes de mouvement d'architecture parallèle. *Comptes-Rendus CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines, and Mechatronics (SM3), St-Hubert Canada*, 2001.
- [42] W. Khalil, D. Creusot. Symoro+ : a system for the symbolic modelling of robots. *Robotica*, 15 :153-161, 1997.
- [43] M. Mokhtari, A. Mesbah. *Apprendre et Maîtriser MATLAB*. 1997.
- [44] The MathWorks Inc. Simulink 7 using simulink. 2006.
- [45] A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri, J-F. Gerbeau. *Méthodes numériques : algorithmes, analyse et applications*. Springer, Milan, 2007.
- [46] J.L. Charles, I. Iordanoff. *Cours d'étude et modélisation des systèmes mécanique*. Module : Méthodes Numériques, ENSAM- Bordeaux, 2007.
- [47] The MathWorks Inc. Simmechanics 2 cad translator. 2006.
- [48] The MathWorks Inc. Virtual reality toolbox 4 user's guide. 2007.
- [49] P. Viot, C. Lemaire. Utilisation d'un nouveau vérin hydraulique dynamique pour l'étude du comportement d'un amortisseur automobile. *Cahier Technique*, numéro 6, 2005.
- [50] V. Pommier. *Commande non entière et robuste non linéaire d'un banc d'essais hydraulique*. Praca doktorska, Ecole Nationale d'Arts et Métiers, Centre de Bordeaux, 2002.
- [51] W.J. Thayer. Transfer functions for moog servovalves. *Technical bulletin I03, MOOG INC. Controls Divisions, East Aurora, NY 140052*, Rev. January (1965), December 1958.
- [52] J.C. Mare. Actionneurs hydrauliques, commande. *Techniques de l'ingénieurs, traité l'informatique industrielle, S731*, 9, 2002.
- [53] J.P. Tanguy. *Théorie et pratique du signal : signaux déterministes et aléatoires en continu et en discret*. 2007.

- [54] G. Simon, J. Schoukens. Robust broadband periodic excitation design. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2000.
- [55] K. Remley. Multisine excitation for acpr measurements. *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, strongy 2141–2144, 8-13, June Philadelphia, 2003.
- [56] B. Manhartsguber. Application of singular perturbation theory to hydraulic servo drives system analysis and control design. *International Journal of Fluid Power*.
- [57] M.R. Sirouspour, S.E. Salcudean. On the nonlinear control of a hydraulic servo-systems. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 00. San Francisco, CA, USA*, 2 :1276–1282, 24-28 April 2000.
- [58] T. Sugiyama, K. Uchida. Gain-scheduled velocity and force controllers for electrohydraulic servo system. *Electrical Engineering in Japan*, 146(3), 2004.
- [59] K. Kosuge, all. Force control of parallel link manipulator with hydraulic actuators. *In IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Minneapolis*, strongy 305–310, 24-26 Avril 1996.
- [60] R. Liu, A. Alleyne. Nonlinear force/pressure tracking of an electro-hydraulic actuator. *Journal of dynamic Systems, Measurement, and Control, ASME*, 122 :232–237, March 2000.
- [61] P. Chatzakos, Ev. Papadopoulos. On model-based control of hydraulic actuators. *12th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube RAAD 2003, Region Casino*, 7-10 May 2003.
- [62] J. Heintze, A.J.J. Van der Weiden. Inner-loop design and analysis for hydraulic actuators, with an application to impedance control. 1995.
- [63] T. Asokan, M. Singaperumal. Damping variation through electrohydraulic servosystem : an application to active impedance control. *Mechatronics*, 1996.
- [64] R. N. Banavar, V. Aggarwal. A loop transfer recovery approach to the control of an electro-hydraulic actuator. *Control Engineering Practice*, 6 :837–845, 1998.
- [65] S. Chantranuwathana, H. Peng. Adaptive robust force control for vehicle active suspensions. *International Journal of Adaptative Control and Signal Processing*, 2004.
- [66] B. Yao, all. Adaptive robust motion control of single-rod hydraulic actuators : Theory and experiments. *IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, 5(1) :79–91, March 2000.
- [67] Z. Shi, F. Gu, B. Lennox, A.D. Ball. The development of an adaptive threshold for model-based fault detection of a nonlinear electro-hydraulic system. *Control Engineering Practice*, 2005.
- [68] A. Alleyne, R. Liu, H. Wright. A simplified approach to force control for electro-hydraulic systems. *Control Enginneering Practice*, 1998.
- [69] M.R. Sirouspour, S.E. Salcudean. A new approach to the control of a hydraulic stewart platform. *Lecture Notes in Control and Information Sciences, Experimental Robotics VII*, 271 :447–460, 2000.
- [70] M. Mihajlov, V. Nikolic, D. Antic. Position control of an electro-hydraulic servo system using sliding mode control enhanced by fuzzy pi controller. *FACTA UNIVERSITATIS Series : Mechanical Engineering*, 2002.
- [71] S.Y. Lee, H.S. Chob. A fuzzy controller for an electro-hydraulic fin actuator using phase plane method. *Control Engineering Practice*, 2003.
- [72] N. Niksefat, C.Q. Wu, N. Sepehri. Design of a lyapunov controller for an electro-hydraulic actuator during contact tasks. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2001.
- [73] Y. Nama, S.K. Hong. Force control system design for aerodynamic load simulator. *Control Engineering Practice*, 2002.
- [74] N. Niksefat, N. Sepehri, Q. Wu. Design and experimental evaluation of a qft contact task controller for electro-hydraulic actuators. *INTERNATIONAL JOURNAL OF ROBUST AND NONLINEAR CONTROL*, 2007.
- [75] G. Vossoughi, M. Donath. Dynamic feedback linearization for electrohydraulically actuated control systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1995.
- [76] D.H Kim, J-Y. Kang, K-I. Lee. Robust tracking control design for a 6 dof parallel manipulator. *Journal of Robotic Systems*, 10, 2000.
- [77] N. Andreff, A. Marchadier, P. Martinet. Vision-based control of a gough-stewart parallel mechanism using legs observation. *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2005*, 2005.

- [78] I. Davliakos, E. Papadopoulos. Model-based position tracking control for a 6-dof electrohydraulic stewart platform. *Proceeding of the 15th Mediterranean Conference on control et Automation, Athens, Greece*, 27-29 July 2007.
- [79] Spool le magazine offshore de l'isitiv. *SPool n 1*, Octobre 2001.
- [80] R. Gras. *Tribologie Principes et solutions industrielles*. 2008.
- [81] C. Teixido, J-C. Jouanne B., Bouwe, P. Chambraud, G. Ignatio, C. Guérin.
- [82] E. Hatem. *Commande des plates-formes avancées de simulation de conduite*. Praca doktorska, Ecole de Mines de Paris, Octobre 2006.
- [83] A. Kemeny. The cards driving simulator. [http ://www.experts.renault.com/kemeny/projects/cards/index.html](http://www.experts.renault.com/kemeny/projects/cards/index.html), 1999.
- [84] M. Farge. L'approche numerique en physique. *Fundamenta Scientiae* 7, 1986.
- [85] M. Griffe. *De la carte perforée à l'ordinateur et Internet*. Le Cannet, Ed. Tableaux synoptiques de l'histoire, 2006.

Annexe

Annexe A.

Tableau comparatif des performances des différents types d'actionneurs

Le tableau 6.4 présente les différentes caractéristiques des actionneurs électriques, pneumatiques et hydrauliques.

Facteurs	Actionneur Électrique	Actionneur Pneumatique	Actionneur Hydraulique
Système de base	Amplificateur de puissance, moteurs AC ou DC, refroidisseurs.	Compresseur, refroidisseur, régulateur de pression, filtres, séchoirs, valves.	Pompes, réservoir, régulateur (pression, température, fluide), filtres, servovalves, accumulateurs.
Source	Électricité	Aire, azote, produits de combustion.	Huile de grande qualité avec additifs. Solution à base d'eau. Liquides synthétiques.
Sensibilité à la contamination	Basse Bruit important (jusqu'à 10%)	Intermédiaire : Abondance de particules avant l'arrivée aux valves. Risque de moisissure et de corrosion.	Haute : Fragilité des servovalves Nécessité d'entretien régulier
Valeur de la source d'énergie	De 24 Volts à 460 Volts.	De 5 à 10 bar.	De 50 à 400 bar.
Rapport : Poids de l'actionneur / force fournie	Faible : Poids de l'actionneur relativement léger Faible effort fourni.	Moyen : Poids de l'actionneur léger, Faible effort fourni (travaille sous basse pression).	Excellent : Effort élevé par rapport au poids de l'actionneur.
Raideur de l'actionneur	Bonne rigidité.	Bonne rigidité.	Très bonne rigidité avec de lourdes charges.
Précision	Moyenne	Faible	Grande
Sensibilité à la température et à la dissipation de chaleur.	Faible sensibilité à la température. Faible dissipation de chaleur.	Faible sensibilité à la température. Excellente dissipation de la chaleur.	Grande sensibilité à la température (grâce à la viscosité de l'huile). Problèmes de transit du fluide. (dus aux dilatations thermiques).
Sensibilité à la variation de la charge.	Faible sensibilité aux variations de faibles charges.	Grande sensibilité à la variation de la charge.	Faible sensibilité à la variation des charges.
Sécurité	Risque de décharge électrique.	Risques de débris dus à la rupture de l'actionneur ou des blocs subjacents.	Risques d'inflammation de l'huile. Toxicité de l'huile.

TAB. 6.4 – Caractéristiques des actionneurs électriques, pneumatiques et hydrauliques.

Annexe B.

Robots parallèles.

1. Robots parallèles utilisés dans les simulateurs.

Simulateur de Vols :

Le premier simulateur de vol d'après l'American Institute of Aeronautics and Astronautics-AIAA a été conçu par l'aviateur Alberto Santos-Dumont. En 1906, il a conçu le premier simulateur d'entraînement qui consistait à accrocher son avion le "14bis" à un câble. Ce simulateur d'entraînement lui a permis d'obtenir l'un des premiers records du monde; il a réussi à franchir une distance de 220 mètres en 21 secondes [82]. A partir des années 70, des systèmes de mouvements parallèles (plate-forme de Gough-Stewart) à action hydraulique ont fait leur apparition. Quelques-uns de ces mécanismes sont les simulateurs de vols développés par la NASA (Boeing 747-400), AIRBUS (Airbus-A320) (figure 6.28), et l'Université de Delft (SIMONA). A partir de ce moment, la plate-forme de Gough-Stewart est devenue la référence de tous les systèmes de simulations : avion, voiture, etc.

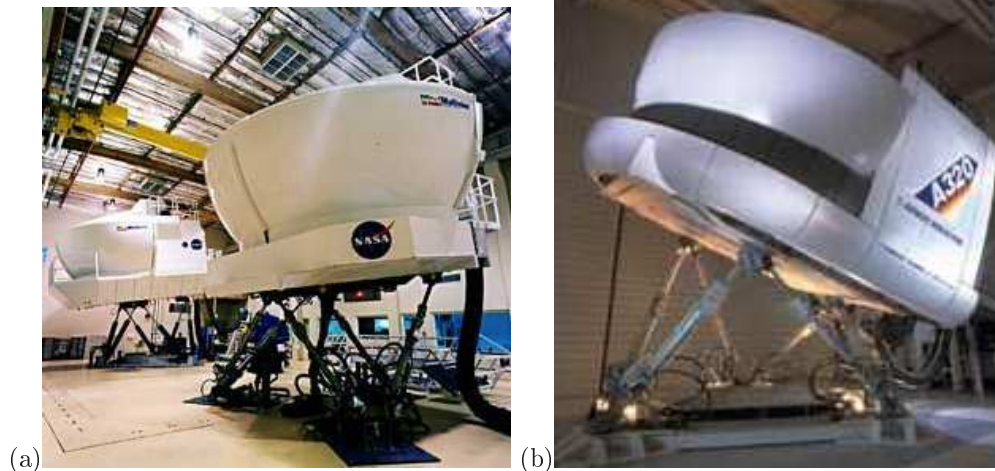


Figure 6.28: (a)Boeing 747-400, NASA. (b)Airbus-A320, AIRBUS.

Simulateurs de conduite :

L'histoire des simulateurs de conduite n'est pas bien établie. Peu d'informations sont données par les constructeurs automobiles et les instituts de recherche sur l'évolution de leurs simulateurs automobiles.

En 1962, Heiling a développé ce qu'on peut appeler le premier simulateur de conduite. Il est considéré comme à l'origine des systèmes actuels de réalité virtuelle. Ce système possédait un système vidéo 3D, il produisait des sons stéréo, mais aussi des odeurs, du vent et des vibrations pour simuler un trajet de motocyclette dans les rues de New York. Cependant , l'utilisateur n'avait aucun moyen d'interagir avec la machine .

A partir de 1985, Daimler-Benz élabora probablement le premier simulateur de conduite basé sur une plate-forme de Gough-Stewart. Cependant, c'est en 1994 que le premier simulateur de conduite haute fidélité 6 axes (Daimler-Chrysler simulator) fut mis en fonction. Ce simulateur était monté sur des rails permettant de grands mouvements latéraux [82].

En 1989, Renault entama une série de simulateurs statiques. En 1999, il construit son première simulateur mobile basé sur une plate-forme de Gough-Stewart. Entre 2001-2004, Renault a développé le simulateur ULTIMATE (figure 6.29) ; ce simulateur possède des vérins électromécaniques pouvant générer des accélérations allant jusqu'à $0,5 g$ et des courses de 20 cm sur les trois axes linéaires, ainsi que des inclinaisons de 20 degrés sur les trois axes angulaires [82, 83].

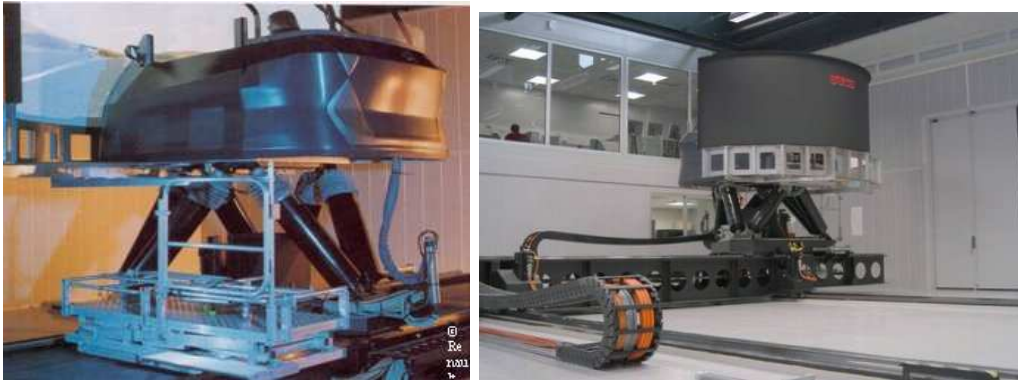


FIG. 6.29 – Simulateur ULTIMATE (monté sur des rails XY), Renault.

En 2001, Ford Research Laboratory développa Virttex (VIRtual Test Track EXperiment). Il utilisa une plate-forme de Gough-Stewart avec des déplacements longitudinaux et latéraux de $\pm 1.6\text{ m}$.

Entre 1992-2002, le projet NADS (National Advanced Driving Simulator) a été développé (figure 6.30). C'est l'un des simulateurs le plus performant au monde, tant par sa capacité mécanique que pour son système de réalité virtuelle. Ses performances mécaniques sont un déplacement dans le plan (grâce à des rails) sur une surface de 400 m^2 et une rotation complète de la cabine selon l'axe orthogonal au châssis. Il peut simuler quatre types de cockpits de véhicules (2 voitures et 2 camions). Son coût financier a été évalué à, approximativement, 50 millions de dollars.



FIG. 6.30 – Simulateur NADS.

En 2007, Toyota a sorti un nouveau simulateur de conduite pour permettre différentes expériences dans le domaine de la sécurité (§ 1.3.2.1).

Dans un but ludique, la compagnie Moog FSC a développé un simulateur de sport automobile, Hexatech, lequel est motorisé par des vérins électriques pouvant générer des accélérations jusqu'à 1 g .

Simulateurs de houle :

Les simulateurs de houle sont utilisés par les services de recherche et de développement de sociétés de conception de cuves de bateaux, ainsi que par les laboratoires de recherche dans le domaine naval. Le but est une simulation de houle parfaitement réaliste. La société SYMETRIE a réalisé de nombreux simulateurs de houle à partir des robots hexapodes (figure 6.31).



Figura 6.31: Simulateur de houle, SYMETRIE.

2. Robots parallèles utilisés en usinage.

La compagnie Ingersoll a développé deux hexapodes Octaegrale pour l'usinage vertical (VOH-100) et horizontal (HOH-600) de métal, dans les années 1990 (figure 6.32). Elles permettent l'usinage sur 4 faces d'une pièce, sa vitesse maximale de déplacement est de 30 m/min dans les deux cas (usinage vertical et horizontal) avec une accélération maximale de $4,8\text{ m/s}^2$.

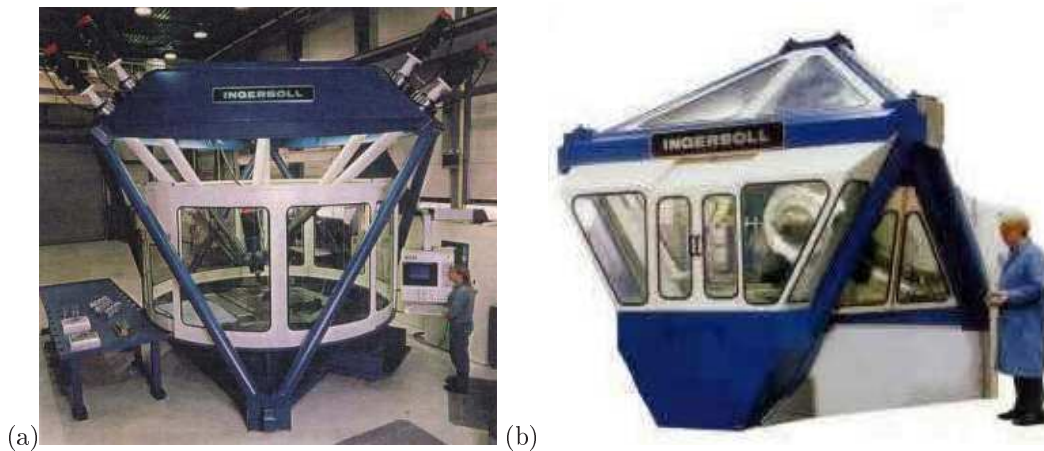


Figura 6.32: (a) Hexapode Octahedral VOH, Ingersoll; (b) Hexapode Octahedral HOH, Ingersoll.

La compagnie Giddings and Lewis a conçu la machine d'usinage vertical 5 axes "The Variax" (figure 6.33). Elle peut atteindre une vitesse de déplacement de 66 m/min et une accélération de $1g$, avec une précision de $11\mu\text{m}$.



Figure 6.33: Variax, Giddings & Lewis.

En 1997, CM Constructions Mécaniques des Vosges Marioni a développé une machine-outil permettant de faire de l'usinage à grande vitesse, Hexapode CMW 200 (figure 6.34 a). Ce projet a été réalisé en collaboration avec l'INRIA pour étudier les dimensions optimales de la machine pour atteindre les meilleures performances. Sa vitesse maximale de déplacement est de $50m/min$ en X et Y et de $20m/min$ en Z, son accélération de $10m/s^2$, avec une précision de $4\mu m$ sur $300mm$ dans son positionnement. En 2007, lors du congrès IBF (Iter Business Forum), CMW a présenté son nouveau HEXAPODE CMW 380 (figure 6.34 b). Cette machine est une fraiseuse portable qui se fixe directement sur la pièce à usiner ; la machine est spécialisée dans l'usinage de composites avec des outils qui tournent à $42000tr/min$. Elle peut être utilisée aussi pour l'usinage de matériaux spéciaux, comme, par exemple, les matériaux utilisés pour la fabrication d'ITER¹.

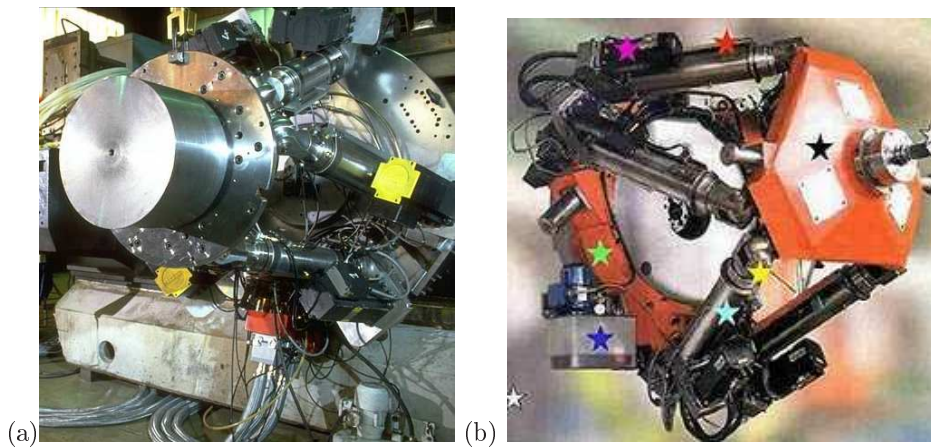


Figure 6.34: (a) Hexapode CMW 200, (b) Hexapode CMW 380, Constructions Mécaniques des Vosges Marioni.

3. Robots parallèles utilisés comme moyen d'essai.

Dans le secteur de l'automobile, les constructeurs sont à la recherche de nouveaux moyens d'essais. Dans ce cadre, la société D2T a intégré une plate-forme de Gough-Stewart sur un banc d'essais de moteur automobile du groupe PSA (figure 6.35). L'idée est de tester un ensemble composé par un moteur et son chariot, les freins et les différents circuits de fluides selon deux orientations (inclinaison tangage de $\pm 45^\circ$ et inclinaison roulis de $\pm 45^\circ$ autour de X et Y).

¹International Thermonuclear Experimental Reactor

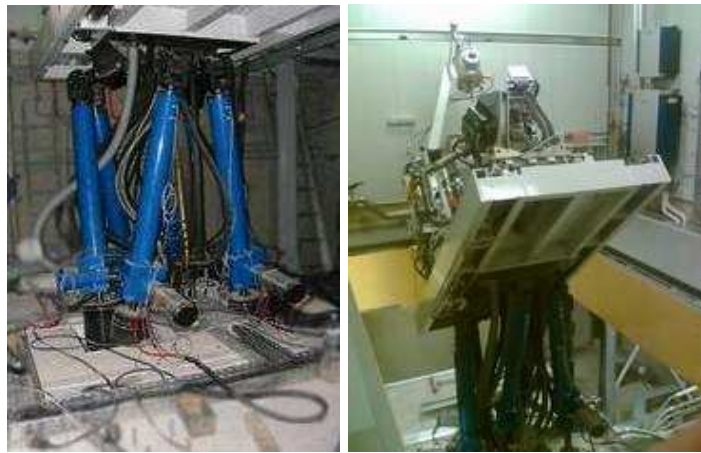


Figure 6.35: Banc d'essai moteur, PSA.

La compagnie Moog FSC a réalisé des hexapodes en collaboration avec l'industrie automobile pour mesurer les efforts du système tout en contrôlant la structure d'essai avec un asservissement de positions (6-DOF Kinematics & Compliance Measurement Machine). Ils sont utilisés comme machine d'évaluation de confort pour un composant d'un véhicule ou des véhicules entiers (Comfort Shaker Table 6-DOF Hexapod Technology), figure 6.36.

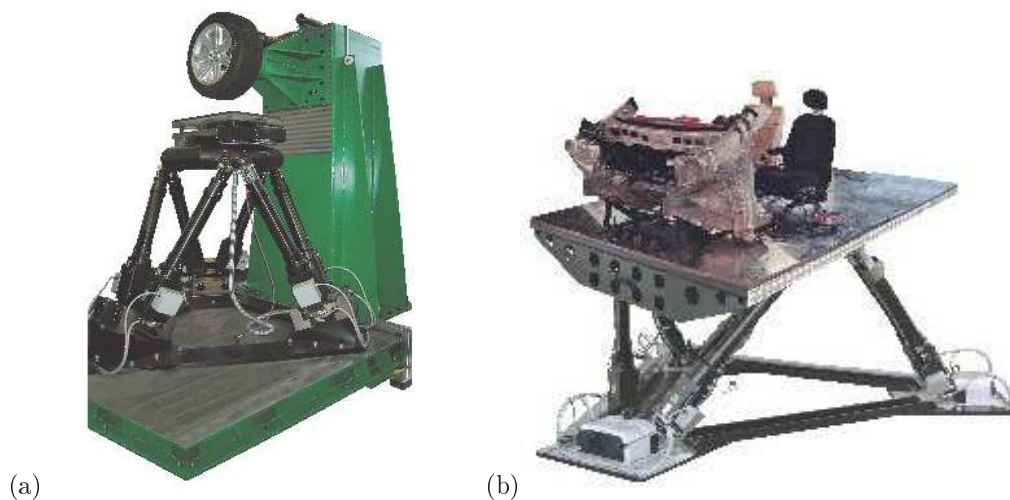


Figure 6.36: (a) 6-DOF Kinematics & Compliance Measurement Machine et (b) Comfort Shaker Table 6-DOF Hexapod Technology , Moog FSC.

L'organisation canadienne PRECAR a lancé un projet de tests de chaussures pour les fabricants en vue de déterminer l'effet de la conception de la chaussure sur le mouvement du pied et sur le contrôle de l'impact durant des mouvements définis. Cette machine est un hexapode à haute performance, comportant un complexe pied-cheville stationnaire. On impose les trajectoires d'essai à la plate-forme de Gough-Stewart en utilisant des trajectoires mesurées sur des sujets humains.

4. Autres applications

Il existe d'autres applications des robots parallèles de type Gough-Stewart. L'Hexapode 6-Axis-Parallel Kinematics Microrobot M-850 (figure 6.37), fabriqué par la compagnie PI, est utilisé dans le domaine médical pour le renforcement de la sécurité des micro-interventions chirurgicales et la faisabilité de micro-thérapie. On l'utilise également dans le domaine spatial pour la précision et l'alignement de l'alimentation d'une antenne satellite.

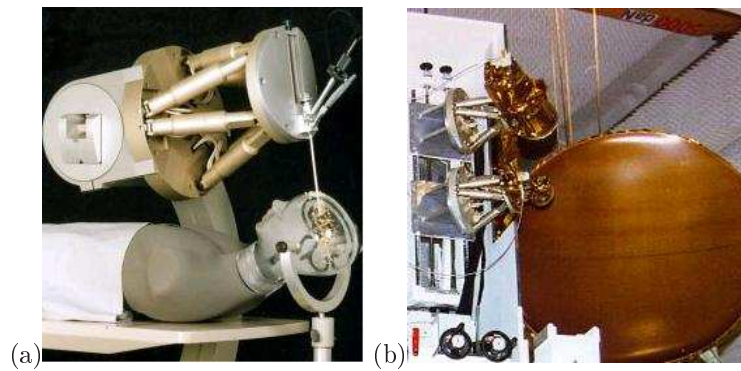


Figure 6.37: Hexapode M-850, PI. (a) hexapode utilise dans le médical et (b) hexapode utilise dans l'espace, PI.

Le système spatial de THALES ALENIA SPACE comprend deux hexapodes de micro-positionnement optique. Ce système est développé par SYMETRI, (figure 6.38 a), et permet le positionnement du miroir d'un satellite à partir du premier hexapode. Le deuxième hexapode assure également la mesure et le contrôle en temps réel de la position du lier hexapode pour une meilleure incertitude.

Un autre exemple d'hexapode manipulateur est l'hexapode développé par SYMETRIE, dans le cadre du projet Laser Mégajoule, figure (6.38 b). Ce manipulateur aidera à la mise en place de la simulation du processus physique de fusion nucléaire. L'idée est de positionner à l'aide du robot hexapode, avec une haute précision, la micro-cible au centre de la sphère d'expérience (de 10m de diamètre) .

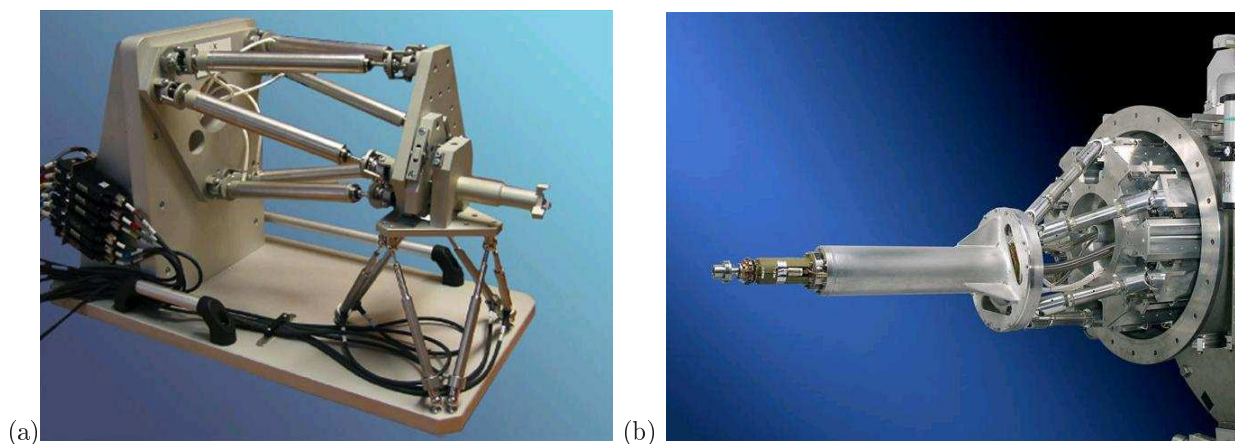


Figure 6.38: (a) Hexapode de Micro-positionnement optique, SYMETRIE. (b) Hexapode utilisé dans le cadre du Laser Mégajoule développé par SYMETRIE.

Dans le cadre de la construction, une société de BTP utilise un robot hexapode pour l'installation des dalles (figure 6.39 a). Ce type d'hexapode présente une capacité de charge de 2 tonnes et une précision $\pm 0.01mm$.

La motorisation du robot sous-marin REMO I et REMO II (figure 6.39 b) est réalisée par une plate-forme de Gough-Stewart. Les variations d'orientation et de trajectoire du robot dépendent directement de la déformation de la structure parallèle.

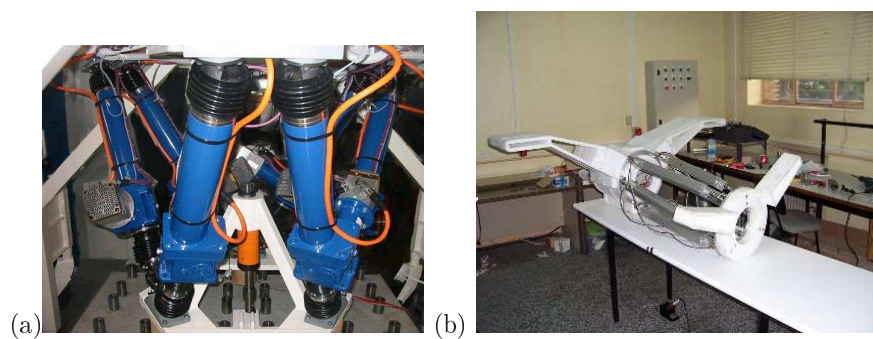


Figura 6.39: (a) Hexapode pour l'installation des dalles, SYMETRIE. (b) REMO I.

Annexe C.

Calcul des matrices V1 et V2.

Relation entre le vecteur $\overrightarrow{GC}$ et la matrice $\overline{GC}$

$$\overrightarrow{GC} = \begin{bmatrix} GC_1 = -a_{23} \\ GC_2 = +a_{13} \\ GC_3 = -a_{12} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \overline{GC} = \begin{bmatrix} 0 & -GC_3 & GC_2 \\ GC_3 & 0 & -GC_1 \\ -GC_2 & GC_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Vecteur $\overrightarrow{w}$

$$\overrightarrow{w} = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} \wedge \left(\begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} GC_1 \\ GC_2 \\ GC_3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \Omega_2 GC_3 - \Omega_3 GC_2 \\ \Omega_3 GC_1 - \Omega_1 GC_3 \\ \Omega_1 GC_2 - \Omega_2 GC_1 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{w} = \begin{bmatrix} \Omega_2 \Omega_1 GC_2 - \Omega_2^2 GC_1 - \Omega_3^2 GC_1 + \Omega_3 \Omega_1 GC_3 \\ \Omega_3 \Omega_2 GC_3 - \Omega_3^2 GC_2 - \Omega_1^2 GC_2 + \Omega_1 \Omega_2 GC_1 \\ \Omega_1 \Omega_3 GC_1 - \Omega_1^2 GC_3 - \Omega_2^2 GC_3 + \Omega_2 \Omega_3 GC_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}$$

Matrice $\overline{GC}^2$:

$$\overline{GC}^2 = \begin{bmatrix} 0 & -GC_3 & GC_2 \\ GC_3 & 0 & -GC_1 \\ -GC_2 & GC_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -GC_3 & GC_2 \\ GC_3 & 0 & -GC_1 \\ -GC_2 & GC_1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -GC_3^2 - GC_2^2 & GC_2 GC_1 & GC_3 GC_1 \\ GC_2 GC_1 & -GC_3^2 - GC_1^2 & GC_2 GC_3 \\ GC_3 GC_1 & GC_2 GC_3 & -GC_1^2 - GC_2^2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{GC}^2 = \begin{bmatrix} -GC_3^2 - GC_2^2 & GC_2 GC_1 & GC_3 GC_1 \\ GC_2 GC_1 & -GC_3^2 - GC_1^2 & GC_2 GC_3 \\ GC_3 GC_1 & GC_2 GC_3 & -GC_1^2 - GC_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GC_{11}^2 & GC_{12}^2 & GC_{13}^2 \\ GC_{21}^2 & GC_{22}^2 & GC_{23}^2 \\ GC_{31}^2 & GC_{32}^2 & GC_{33}^2 \end{bmatrix}$$

Matrice $T1$:

$$T1 = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc} m_p & 0 & 0 & & & & & & \\ 0 & m_p & 0 & & & & & & \\ 0 & 0 & m_p & & & & & & \\ \hline & 0 & m_p GC_3 & -m_p GC_2 & & & & & \\ -m_p GC_3 & 0 & m_p GC_1 & & & & & & \\ m_p GC_2 & -m_p GC_1 & 0 & & & & & & \\ 0 & -m_p GC_3 & m_p GC_2 & & & & & & \\ m_p GC_3 & 0 & -m_p GC_1 & & & & & & \\ -m_p GC_2 & m_p GC_1 & 0 & & & & & & \\ \hline I_{p11} - m_p(-GC_3^2 - GC_2^2) & I_{p12} - m_p(GC_2 GC_1) & I_{p13} - m_p(GC_3 GC_1) & & & & & & \\ I_{p21} - m_p(GC_2 GC_1) & I_{p22} - m_p(-GC_3^2 - GC_1^2) & I_{p23} - m_p(GC_2 GC_3) & & & & & & \\ I_{p31} - m_p(GC_3 GC_1) & I_{p32} - m_p(GC_2 GC_3) & I_{p33} - m_p(-GC_1^2 - GC_2^2) & & & & & & \end{array} \right]$$

Matrice $T2$:

$$T2 = \left[\begin{array}{c} m_p w_1 - m_p g_1 \\ m_p w_2 - m_p g_2 \\ m_p w_3 - m_p g_3 \\ \hline \Omega_2(I_p \Omega^3) - \Omega_3(I_p \Omega^2) - GC_3(g_2 + w_2)m_p + GC_2(g_3 + w_3)m_p \\ \Omega_3(I_p \Omega^1) - \Omega_1(I_p \Omega^3) + GC_3(g_1 + w_1)m_p - GC_1(g_3 + w_3)m_p \\ \Omega_1(I_p \Omega^2) - \Omega_2(I_p \Omega^1) - GC_2(g_1 + w_1)m_p + GC_1(g_2 + w_2)m_p \end{array} \right]$$

avec :

$$I_p \overrightarrow{\Omega_{(p/R)}} = \begin{bmatrix} I_{p11}\Omega_1 + I_{p12}\Omega_2 + I_{p13}\Omega_3 \\ I_{p21}\Omega_1 + I_{p22}\Omega_2 + I_{p23}\Omega_3 \\ I_{p31}\Omega_1 + I_{p32}\Omega_2 + I_{p33}\Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_p \Omega^1 \\ I_p \Omega^2 \\ I_p \Omega^3 \end{bmatrix}$$

Matrice $\overline{n_i^2}$:

$$\overline{n_i^2} = \overline{n_i n_i} = \begin{bmatrix} 0 & -n_{i3} & n_{i2} \\ n_{i3} & 0 & -n_{i1} \\ -n_{i2} & n_{i1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -n_{i3} & n_{i2} \\ n_{i3} & 0 & -n_{i1} \\ -n_{i2} & n_{i1} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n_{i3}^2 - n_{i2}^2 & n_{i2}n_{i1} & n_{i3}n_{i1} \\ n_{i2}n_{i1} & -n_{i3}^2 - n_{i1}^2 & n_{i2}n_{i3} \\ n_{i3}n_{i1} & n_{i2}n_{i3} & -n_{i1}^2 - n_{i2}^2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{n_i^2} = \begin{bmatrix} -n_{i3}^2 - n_{i2}^2 & n_{i2}n_{i1} & n_{i3}n_{i1} \\ n_{i2}n_{i1} & -n_{i3}^2 - n_{i1}^2 & n_{i2}n_{i3} \\ n_{i3}n_{i1} & n_{i2}n_{i3} & -n_{i1}^2 - n_{i2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{i11}^2 & n_{i12}^2 & n_{i13}^2 \\ n_{i21}^2 & n_{i22}^2 & n_{i23}^2 \\ n_{i31}^2 & n_{i32}^2 & n_{i33}^2 \end{bmatrix}$$

on sait que $V1$ est :

$$V1 = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \begin{bmatrix} V1_{i1} \\ \hline V1_{i2} \end{bmatrix}$$

On multiplie les matrices $\overline{n_i^2}$ et U_i pour obtenir les 3 premières lignes de 6 colonnes qui constituent la matrice $V1$.

$$V1_{i1} = \overline{n_i^2} U_{i1} = \begin{bmatrix} n_{i11}^2 & n_{i12}^2 & n_{i13}^2 \\ n_{i21}^2 & n_{i22}^2 & n_{i23}^2 \\ n_{i31}^2 & n_{i32}^2 & n_{i33}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & CB_{i3} & -CB_{i2} \\ 0 & 1 & 0 & -CB_{i3} & 0 & CB_{i1} \\ 0 & 0 & 1 & CB_{i2} & -CB_{i1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$V1_{i1} = \begin{bmatrix} n_{i11}^2 & n_{i12}^2 & n_{i13}^2 & -n_{i12}^2 CB_{i3} + n_{i13}^2 CB_{i2} & n_{i11}^2 CB_{i3} - n_{i13}^2 CB_{i1} & -n_{i11}^2 CB_{i2} + n_{i12}^2 CB_{i1} \\ n_{i21}^2 & n_{i22}^2 & n_{i23}^2 & -n_{i22}^2 CB_{i3} + n_{i23}^2 CB_{i2} & n_{i21}^2 CB_{i3} - n_{i23}^2 CB_{i1} & -n_{i21}^2 CB_{i2} + n_{i22}^2 CB_{i1} \\ n_{i31}^2 & n_{i32}^2 & n_{i33}^2 & -n_{i32}^2 CB_{i3} + n_{i33}^2 CB_{i2} & n_{i31}^2 CB_{i3} - n_{i33}^2 CB_{i1} & -n_{i31}^2 CB_{i2} + n_{i32}^2 CB_{i1} \end{bmatrix}$$

$$V1_{i1} = \begin{bmatrix} (V1_{i1})_{11} & (V1_{i1})_{12} & (V1_{i1})_{13} & (V1_{i1})_{14} & (V1_{i1})_{15} & (V1_{i1})_{16} \\ (V1_{i1})_{21} & (V1_{i1})_{22} & (V1_{i1})_{23} & (V1_{i1})_{24} & (V1_{i1})_{25} & (V1_{i1})_{26} \\ (V1_{i1})_{31} & (V1_{i1})_{32} & (V1_{i1})_{33} & (V1_{i1})_{34} & (V1_{i1})_{35} & (V1_{i1})_{36} \end{bmatrix}$$

On multiplie les matrices $\overline{CB_i}$, $\overline{n_i^2}$ et U_i pour obtenir les 3 dernières lignes de 6 colonnes qui constituent la matrice $V1$.

$$V1_{i2} = \overline{CB_i}(\overline{n_i^2}U_{1i}) = \begin{bmatrix} 0 & -CB_{i3} & CB_{i2} \\ CB_{i3} & 0 & -CB_{i1} \\ -CB_{i2} & CB_{i1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (V1_{i1})_{11} & (V1_{i1})_{12} & (V1_{i1})_{13} & (V1_{i1})_{14} & (V1_{i1})_{15} & (V1_{i1})_{16} \\ (V1_{i1})_{21} & (V1_{i1})_{22} & (V1_{i1})_{23} & (V1_{i1})_{24} & (V1_{i1})_{25} & (V1_{i1})_{26} \\ (V1_{i1})_{31} & (V1_{i1})_{32} & (V1_{i1})_{33} & (V1_{i1})_{34} & (V1_{i1})_{35} & (V1_{i1})_{36} \end{bmatrix}$$

$$V1_{i2} = \begin{bmatrix} -CB_{i3}(V1_{i1})_{21} + CB_{i2}(V1_{i1})_{31} & -CB_{i3}(V1_{i1})_{22} + CB_{i2}(V1_{i1})_{32} & -CB_{i3}(V1_{i1})_{23} + CB_{i2}(V1_{i1})_{33} \\ CB_{i3}(V1_{i1})_{11} - CB_{i1}(V1_{i1})_{31} & CB_{i3}(V1_{i1})_{12} - CB_{i1}(V1_{i1})_{32} & CB_{i3}(V1_{i1})_{13} - CB_{i1}(V1_{i1})_{33} \\ -CB_{i2}(V1_{i1})_{11} + CB_{i1}(V1_{i1})_{21} & -CB_{i2}(V1_{i1})_{12} + CB_{i1}(V1_{i1})_{22} & -CB_{i2}(V1_{i1})_{13} + CB_{i1}(V1_{i1})_{23} \\ -CB_{i3}(V1_{i1})_{24} + CB_{i2}(V1_{i1})_{34} & -CB_{i3}(V1_{i1})_{25} + CB_{i2}(V1_{i1})_{35} & -CB_{i3}(V1_{i1})_{26} + CB_{i2}(V1_{i1})_{36} \\ CB_{i3}(V1_{i1})_{14} - CB_{i1}(V1_{i1})_{34} & CB_{i3}(V1_{i1})_{15} - CB_{i1}(V1_{i1})_{35} & CB_{i3}(V1_{i1})_{16} - CB_{i1}(V1_{i1})_{36} \\ -CB_{i2}(V1_{i1})_{14} + CB_{i1}(V1_{i1})_{24} & -CB_{i2}(V1_{i1})_{15} + CB_{i1}(V1_{i1})_{25} & -CB_{i2}(V1_{i1})_{16} + CB_{i1}(V1_{i1})_{26} \end{bmatrix}$$

$$V1_{i2} = \begin{bmatrix} (V1_{i2})_{11} & (V1_{i2})_{12} & (V1_{i2})_{13} & (V1_{i2})_{14} & (V1_{i2})_{15} & (V1_{i2})_{16} \\ (V1_{i2})_{21} & (V1_{i2})_{22} & (V1_{i2})_{23} & (V1_{i2})_{24} & (V1_{i2})_{25} & (V1_{i2})_{26} \\ (V1_{i2})_{31} & (V1_{i2})_{32} & (V1_{i2})_{33} & (V1_{i2})_{34} & (V1_{i2})_{35} & (V1_{i2})_{36} \end{bmatrix}$$

donc on obtient un $V1$:

$$V1 = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \begin{bmatrix} (V1_{i1})_{11} & (V1_{i1})_{12} & (V1_{i1})_{13} & (V1_{i1})_{14} & (V1_{i1})_{15} & (V1_{i1})_{16} \\ (V1_{i1})_{21} & (V1_{i1})_{22} & (V1_{i1})_{23} & (V1_{i1})_{24} & (V1_{i1})_{25} & (V1_{i1})_{26} \\ (V1_{i1})_{31} & (V1_{i1})_{32} & (V1_{i1})_{33} & (V1_{i1})_{34} & (V1_{i1})_{35} & (V1_{i1})_{36} \\ \hline (V1_{i2})_{11} & (V1_{i2})_{12} & (V1_{i2})_{13} & (V1_{i2})_{14} & (V1_{i2})_{15} & (V1_{i2})_{16} \\ (V1_{i2})_{21} & (V1_{i2})_{22} & (V1_{i2})_{23} & (V1_{i2})_{24} & (V1_{i2})_{25} & (V1_{i2})_{26} \\ (V1_{i2})_{31} & (V1_{i2})_{32} & (V1_{i2})_{33} & (V1_{i2})_{34} & (V1_{i2})_{35} & (V1_{i2})_{36} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} V1_{11} & V1_{12} & V1_{13} & V1_{14} & V1_{15} & V1_{16} \\ V1_{21} & V1_{22} & V1_{23} & V1_{24} & V1_{25} & V1_{26} \\ V1_{31} & V1_{32} & V1_{33} & V1_{34} & V1_{35} & V1_{36} \\ V1_{41} & V1_{42} & V1_{43} & V1_{44} & V1_{45} & V1_{46} \\ V1_{51} & V1_{52} & V1_{53} & V1_{54} & V1_{55} & V1_{56} \\ V1_{61} & V1_{62} & V1_{63} & V1_{64} & V1_{65} & V1_{66} \end{bmatrix}$$

Avec par exemple $V1_{11}$

$$V1_{11} = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} (V1_{i1})_{11} = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} n_{i11}^2 = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} (-n_{i3}^2 - n_{i2}^2)$$

Matrice $V2$:

$$V2 = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \begin{bmatrix} V2_{i1} \\ - - - \\ V2_{i2} \end{bmatrix}$$

On multiplie les matrices $\overline{n_i^2}$ et U_{2i} pour obtenir les 3 premières lignes du vecteur $V2$.

$$U_{2i} = \begin{bmatrix} \Omega_2 \Omega_1 C B_{i2} - \Omega_2^2 C B_{i1} - \Omega_3^2 C B_{i1} + \Omega_3 \Omega_1 C B_{i3} \\ \Omega_3 \Omega_2 C B_{i3} - \Omega_3^2 C B_{i2} - \Omega_1^2 C B_{i2} + \Omega_1 \Omega_2 C B_{i1} \\ \Omega_1 \Omega_3 C B_{i1} - \Omega_1^2 C B_{i3} - \Omega_2^2 C B_{i3} + \Omega_2 \Omega_3 C B_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (U_{i2})_1 \\ (U_{i2})_2 \\ (U_{i2})_3 \end{bmatrix}$$

$$V_{2i1} = (\overline{n_i}^2 U_{2i}) = \begin{bmatrix} n_{i11}^2 & n_{i12}^2 & n_{i13}^2 \\ n_{i21}^2 & n_{i22}^2 & n_{i23}^2 \\ n_{i31}^2 & n_{i32}^2 & n_{i33}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (U_{i2})_1 \\ (U_{i2})_2 \\ (U_{i2})_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{i11}^2 (U_{i2})_1 + n_{i12}^2 (U_{i2})_2 + n_{i13}^2 (U_{i2})_3 \\ n_{i21}^2 (U_{i2})_1 + n_{i22}^2 (U_{i2})_2 + n_{i23}^2 (U_{i2})_3 \\ n_{i31}^2 (U_{i2})_1 + n_{i32}^2 (U_{i2})_2 + n_{i33}^2 (U_{i2})_3 \end{bmatrix}$$

On multiplie les matrices $\overline{CB_i}$, $\overline{n_i}^2$ et U_{2i} pour obtenir les 3 dernières lignes du vecteur V2.

$$V_{2i2} = \overline{CB_i} \overline{n_i}^2 U_{2i} = \begin{bmatrix} 0 & -CB_{i3} & CB_{i2} \\ CB_{i3} & 0 & -CB_{i1} \\ -CB_{i2} & CB_{i1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{i11}^2 (U_{i2})_1 + n_{i12}^2 (U_{i2})_2 + n_{i13}^2 (U_{i2})_3 \\ n_{i21}^2 (U_{i2})_1 + n_{i22}^2 (U_{i2})_2 + n_{i23}^2 (U_{i2})_3 \\ n_{i31}^2 (U_{i2})_1 + n_{i32}^2 (U_{i2})_2 + n_{i33}^2 (U_{i2})_3 \end{bmatrix}$$

$$V_{2i2} = \overline{CB_i} \overline{n_i}^2 U_{2i}$$

$$V_{2i2} = \begin{bmatrix} -CB_{i3}(n_{i21}^2 (U_{i2})_1 + n_{i22}^2 (U_{i2})_2 + n_{i23}^2 (U_{i2})_3) + CB_{i2}(n_{i31}^2 (U_{i2})_1 + n_{i32}^2 (U_{i2})_2 + n_{i33}^2 (U_{i2})_3) \\ CB_{i3}(n_{i11}^2 (U_{i2})_1 + n_{i12}^2 (U_{i2})_2 + n_{i13}^2 (U_{i2})_3) - CB_{i1}(n_{i31}^2 (U_{i2})_1 + n_{i32}^2 (U_{i2})_2 + n_{i33}^2 (U_{i2})_3) \\ -CB_{i2}(n_{i11}^2 (U_{i2})_1 + n_{i12}^2 (U_{i2})_2 + n_{i13}^2 (U_{i2})_3) + CB_{i1}(n_{i21}^2 (U_{i2})_1 + n_{i22}^2 (U_{i2})_2 + n_{i23}^2 (U_{i2})_3) \end{bmatrix}$$

D'où le vecteur V2 de dimension 6 s'écrit :

$$V2 = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \begin{bmatrix} n_{i11}^2 (U_{i2})_1 + n_{i12}^2 (U_{i2})_2 + n_{i13}^2 (U_{i2})_3 \\ n_{i21}^2 (U_{i2})_1 + n_{i22}^2 (U_{i2})_2 + n_{i23}^2 (U_{i2})_3 \\ n_{i31}^2 (U_{i2})_1 + n_{i32}^2 (U_{i2})_2 + n_{i33}^2 (U_{i2})_3 \\ -CB_{i3}(n_{i21}^2 (U_{i2})_1 + n_{i22}^2 (U_{i2})_2 + n_{i23}^2 (U_{i2})_3) + CB_{i2}(n_{i31}^2 (U_{i2})_1 + n_{i32}^2 (U_{i2})_2 + n_{i33}^2 (U_{i2})_3) \\ CB_{i3}(n_{i11}^2 (U_{i2})_1 + n_{i12}^2 (U_{i2})_2 + n_{i13}^2 (U_{i2})_3) - CB_{i1}(n_{i31}^2 (U_{i2})_1 + n_{i32}^2 (U_{i2})_2 + n_{i33}^2 (U_{i2})_3) \\ -CB_{i2}(n_{i11}^2 (U_{i2})_1 + n_{i12}^2 (U_{i2})_2 + n_{i13}^2 (U_{i2})_3) + CB_{i1}(n_{i21}^2 (U_{i2})_1 + n_{i22}^2 (U_{i2})_2 + n_{i23}^2 (U_{i2})_3) \end{bmatrix}$$

$$V2 = \begin{bmatrix} V_{21} \\ V_{22} \\ V_{23} \\ - \\ V_{24} \\ V_{25} \\ V_{26} \end{bmatrix}$$

Avec par exemple $V2_1$

$$V2_1 = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} (n_{i11}^2 U_{i211} + n_{i12}^2 U_{i221} + n_{i13}^2 U_{i231})$$

On souhaite calculer $(T1 - V1)^{-1}$, on détermine donc :

$$(T1 - V1)^{-1} = \frac{C^T}{\text{Det}(T1 - V1)}$$

avec C la matrice de cofacteurs de $(T1 - V1)$ (Page 238).

$$(T1 - V1) = \begin{bmatrix} TV_{11} & TV_{12} & TV_{13} & TV_{14} & TV_{15} & TV_{16} \\ TV_{21} & TV_{22} & TV_{23} & TV_{24} & TV_{25} & TV_{26} \\ TV_{31} & TV_{32} & TV_{33} & TV_{34} & TV_{35} & TV_{36} \\ TV_{41} & TV_{42} & TV_{43} & TV_{44} & TV_{45} & TV_{46} \\ TV_{51} & TV_{52} & TV_{53} & TV_{54} & TV_{55} & TV_{56} \\ TV_{61} & TV_{62} & TV_{63} & TV_{64} & TV_{65} & TV_{66} \end{bmatrix}$$

Avec par exemple TV_{11}

$$TV_{11} = (m_p - \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} (V1_{i1})_{11}) = (m_p - \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} n_{i11}^2) = (m_p - \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} (-n_{i3}^2 - n_{i2}^2))$$

Matrice $(T1 - V1)^{-1}$

$$(T1 - V1)^{-1} = VT$$

$$(T1 - V1)^{-1} = \begin{bmatrix} VT_{11} & VT_{12} & VT_{13} & VT_{14} & VT_{15} & VT_{16} \\ VT_{21} & VT_{22} & VT_{23} & VT_{24} & VT_{25} & VT_{26} \\ VT_{31} & VT_{32} & VT_{33} & VT_{34} & VT_{35} & VT_{36} \\ VT_{41} & VT_{42} & VT_{43} & VT_{44} & VT_{45} & VT_{46} \\ VT_{51} & VT_{52} & VT_{53} & VT_{54} & VT_{55} & VT_{56} \\ VT_{61} & VT_{62} & VT_{63} & VT_{64} & VT_{65} & VT_{66} \end{bmatrix}$$

Matrice $(V2 - T2) = VT2$ (Page 240)

$$(V2 - T2) = \begin{bmatrix} VT2_1 \\ VT2_2 \\ VT2_3 \\ VT2_4 \\ VT2_5 \\ VT2_6 \end{bmatrix}$$

Avec par exemple $VT2_1$

$$\begin{aligned}
(T1 - V1) = & \begin{bmatrix} m_p & 0 & 0 & 0 & -m_p GC_3 & m_p GC_2 \\ 0 & m_p & 0 & m_p GC_3 & 0 & -m_p GC_1 \\ 0 & 0 & m_p & -m_p GC_2 & m_p GC_1 & 0 \end{bmatrix} \\
& \begin{array}{c} \hline \\ \hline \end{array} \\
& \begin{bmatrix} 0 & m_p GC_3 & -m_p GC_2 & I_{p11} + m_p(GC_3^2 + GC_2^2) & I_{p12} - m_p(GC_2 GC_1) & I_{p13} - m_p(GC_3 GC_1) \\ -m_p GC_3 & 0 & m_p GC_1 & I_{p21} - m_p(GC_2 GC_1) & I_{p22} + m_p(GC_3^2 + GC_1^2) & I_{p23} - m_p(GC_2 GC_3) \\ m_p GC_2 & -m_p GC_1 & 0 & I_{p31} - m_p(GC_3 GC_1) & I_{p32} - m_p(GC_2 GC_3) & I_{p33} + m_p(GC_1^2 + GC_2^2) \end{bmatrix} \\
& \begin{array}{c} \hline \\ \hline \end{array} \\
& - \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \begin{bmatrix} (V1_{i1})_{11} & (V1_{i1})_{12} & (V1_{i1})_{13} & (V1_{i1})_{14} & (V1_{i1})_{15} & (V1_{i1})_{16} \\ (V1_{i1})_{21} & (V1_{i1})_{22} & (V1_{i1})_{23} & (V1_{i1})_{24} & (V1_{i1})_{25} & (V1_{i1})_{26} \\ (V1_{i1})_{31} & (V1_{i1})_{32} & (V1_{i1})_{33} & (V1_{i1})_{34} & (V1_{i1})_{35} & (V1_{i1})_{36} \\ \hline (V1_{i2})_{11} & (V1_{i2})_{12} & (V1_{i2})_{13} & (V1_{i2})_{14} & (V1_{i2})_{15} & (V1_{i2})_{16} \\ (V1_{i2})_{21} & (V1_{i2})_{22} & (V1_{i2})_{23} & (V1_{i2})_{24} & (V1_{i2})_{25} & (V1_{i2})_{26} \\ (V1_{i2})_{31} & (V1_{i2})_{32} & (V1_{i2})_{33} & (V1_{i2})_{34} & (V1_{i2})_{35} & (V1_{i2})_{36} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$VT2_1 = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} (n_{i11}^2 (U_{i2})_1 + n_{i12}^2 (U_{i2})_2 + n_{i13}^2 (U_{i2})_3 - m_p w_1 - m_p g_1)$$

Matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$(T1 - V1)^{-1} = VT$$

Matrice A en fonction T1 et V1 (Page 241) :

Calcul de la matrice B :

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \\ B_{31} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} B_{11} &= VT_{11}VT_{211} + VT_{12}VT_{12} + VT_{13}VT_{13} + VT_{14}VT_{214} + VT_{15}VT_{15} + VT_{16}VT_{16} + CB_{i3}(VT_{15}VT_{211} \\ &\quad + VT_{25}VT_{212} + VT_{35}VT_{213} + VT_{45}VT_{214} + VT_{55}VT_{215} + VT_{56}VT_{216}) - CB_{i2}(VT_{16}VT_{211} + VT_{26}VT_{212} \\ &\quad + VT_{36}VT_{213} + VT_{46}VT_{214} + VT_{56}VT_{215} + VT_{66}VT_{216}) \\ B_{12} &= VT_{12}VT_{211} + VT_{22}VT_{12} + VT_{23}VT_{13} + VT_{24}VT_{214} + VT_{25}VT_{15} + VT_{26}VT_{16} - CB_{i3}(VT_{14}VT_{211} \\ &\quad + VT_{24}VT_{212} + VT_{34}VT_{213} + VT_{44}VT_{214} + VT_{45}VT_{215} + VT_{46}VT_{216}) + CB_{i1}(VT_{16}VT_{211} + VT_{26}VT_{212} \\ &\quad + VT_{36}VT_{213} + VT_{46}VT_{214} + VT_{56}VT_{215} + VT_{66}VT_{216}) \\ B_{13} &= VT_{13}VT_{211} + VT_{23}VT_{12} + VT_{33}VT_{13} + VT_{34}VT_{214} + VT_{35}VT_{15} + VT_{36}VT_{16} + CB_{i2}(VT_{14}VT_{211} \\ &\quad + VT_{24}VT_{212} + VT_{34}VT_{213} + VT_{44}VT_{214} + VT_{45}VT_{215} + VT_{46}VT_{216}) - CB_{i1}(VT_{15}VT_{211} + VT_{25}VT_{212} \\ &\quad + VT_{35}VT_{213} + VT_{45}VT_{214} + VT_{55}VT_{215} + VT_{56}VT_{216}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
VT2 &= \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} n_{i11}^2(U_{i2})_1 + n_{i12}^2(U_{i2})_2 + n_{i13}^2(U_{i2})_3 \\ n_{i21}^2(U_{i2})_1 + n_{i22}^2(U_{i2})_2 + n_{i23}^2(U_{i2})_3 \\ n_{i31}^2(U_{i2})_1 + n_{i32}^2(U_{i2})_2 + n_{i33}^2(U_{i2})_3 \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} m_p w_1 - m_p g_1 \\ m_p w_2 - m_p g_2 \\ m_p w_3 - m_p g_3 \end{array} \right] \\ \hline \left[\begin{array}{c} -CB_{i3}(n_{i21}^2(U_{i2})_1 + n_{i22}^2(U_{i2})_2 + n_{i23}^2(U_{i2})_3) + CB_{i2}(n_{i31}^2(U_{i2})_1 + n_{i32}^2(U_{i2})_2 + n_{i33}^2(U_{i2})_3) \\ CB_{i3}(n_{i11}^2(U_{i2})_1 + n_{i12}^2(U_{i2})_2 + n_{i13}^2(U_{i2})_3) - CB_{i1}(n_{i31}^2(U_{i2})_1 + n_{i32}^2(U_{i2})_2 + n_{i33}^2(U_{i2})_3) \\ -CB_{i2}(n_{i11}^2(U_{i2})_1 + n_{i12}^2(U_{i2})_2 + n_{i13}^2(U_{i2})_3) + CB_{i1}(n_{i21}^2(U_{i2})_1 + n_{i22}^2(U_{i2})_2 + n_{i23}^2(U_{i2})_3) \end{array} \right] \\ - \left[\begin{array}{c} \Omega_2(I_p \Omega^3) - \Omega_3(I_p \Omega^2) - GC_3(g_2 + w_2)m_p + GC_2(g_3 + w_3)m_p \\ \Omega_3(I_p \Omega^1) - \Omega_1(I_p \Omega^3) + GC_3(g_1 + w_1)m_p - GC_1(g_3 + w_3)m_p \\ \Omega_1(I_p \Omega^2) - \Omega_2(I_p \Omega^1) - GC_2(g_1 + w_1)m_p + GC_1(g_2 + w_2)m_p \end{array} \right] \end{array} \right] \\
\\
VT2 &= \left[\begin{array}{c} VT2_1 \\ VT2_2 \\ VT2_3 \\ \hline VT2_4 \\ VT2_5 \\ VT2_6 \end{array} \right] = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{J_i}{\rho_i^2} \left[\begin{array}{c} \begin{array}{c} n_{i11}^2 U_{i211} + n_{i12}^2 U_{i221} + n_{i13}^2 U_{i231} - m_p w_1 - m_p g_1 \\ n_{i21}^2 U_{i211} + n_{i22}^2 U_{i221} + n_{i23}^2 U_{i231} - m_p w_2 - m_p g_2 \\ n_{i31}^2 U_{i211} + n_{i32}^2 U_{i221} + n_{i33}^2 U_{i231} - m_p w_3 - m_p g_3 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} -CB_{i3}(n_{i21}^2 U_{i211} + n_{i22}^2 U_{i221} + n_{i23}^2 U_{i231}) + CB_{i2}(n_{i31}^2 U_{i211} + n_{i32}^2 U_{i221} + n_{i33}^2 U_{i231}) - \Omega_2(I_p \Omega^3) \\ -\Omega_3(I_p \Omega^2) - GC_3(g_2 + w_2)m_p + GC_2(g_3 + w_3)m_p \\ CB_{i3}(n_{i11}^2 U_{i211} + n_{i12}^2 U_{i221} + n_{i13}^2 U_{i231}) - CB_{i1}(n_{i31}^2 U_{i211} + n_{i32}^2 U_{i221} + n_{i33}^2 U_{i231}) - \Omega_3(I_p \Omega^1) \\ -\Omega_1(I_p \Omega^3) + GC_3(g_1 + w_1)m_p - GC_1(g_3 + w_3)m_p \\ -CB_{i2}(n_{i11}^2 U_{i211} + n_{i12}^2 U_{i221} + n_{i13}^2 U_{i231}) + CB_{i1}(n_{i21}^2 U_{i211} + n_{i22}^2 U_{i221} + n_{i23}^2 U_{i231}) - \Omega_1(I_p \Omega^2) \\ -\Omega_2(I_p \Omega^1) - GC_2(g_1 + w_1)m_p + GC_1(g_2 + w_2)m_p \end{array} \end{array} \right]
\end{aligned}$$

[illegible]

Annexe D.

Bref Historique de la simulation numérique

La plupart du temps, on associe la simulation numérique à l'ordinateur. Cependant la simulation numérique est l'étape finale d'une démarche scientifique, qui suit cinq étapes fondamentales à savoir :

- la définition du phénomène physique.
- la modélisation du phénomène par des équations mathématiques.
- la discrétisation des équations : on remplace les variables et les opérateurs continus par leur équivalents discrets .
- le choix de la résolution du système d'équations par un algorithme selon la rapidité de calcul, le besoin en taille mémoire et la précision.
- le test du modèle numérique : on applique le modèle à la résolution d'un cas connu.

C'est au niveau des deux dernières étapes que l'ordinateur joue un rôle important dans le gain de temps de calcul et la représentation des résultats.

Origines :

L'origine de la simulation numérique peut être établie en 1899 avec les travaux de Shepard sur la méthode des différences finies, mais c'est Richardson qui l'a développée en 1910 pour calculer les contraintes d'un barrage [84]. Richardson envisageait aussi d'utiliser cette méthode pour résoudre numériquement les équations de la dynamique atmosphérique afin de prédire le temps, mais ce fut un échec vue la durée nécessaire au calcul. O'Brien et al montrèrent en 1950 que le schéma utilisé par Richardson pour prédire le temps était instable. Courant, Friedrichs et Lewy dans un article de 1928 ont apporté la justification mathématique de l'approche numérique, ils démontrèrent que les équations discrétisées constituent bien une approximation des équations aux dérivées partielles à condition de vérifier plusieurs critères de stabilité.

A partir du début du 19ème siècle, de nombreux progrès ont été réalisés dans le développement des méthodes analytiques nécessaires pour les simulations numériques. Cependant, les outils ne permettaient pas encore de mettre en oeuvre les simulations numériques. C'est à partir des années 1940 et la création des premiers ordinateurs que les temps de calculs ont été considérablement réduits et ont permis le développement actuel de la simulation numérique [85].

Apparition des ordinateurs programmables :

Les premiers ordinateurs ont été créés en 1938, ce sont les Z2 et Z3 inventés par Konrad Zuse. Ces ordinateurs fonctionnaient grâce à des relais électromécaniques. En 1937, Howard Aiken mit au point un ordinateur programmable, le Mark I d'IBM, capable de calculer 5 fois plus vite que l'homme.

En 1943, l'ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Computer) est créé par J.Mauchly et J.Presper Eckert. Cet ordinateur ne comportait pas de pièces mécaniques et était uniquement programmable manuellement à partir de commutateurs ou de câbles à fiches. Il fut utilisé pour mettre au point la bombe H.

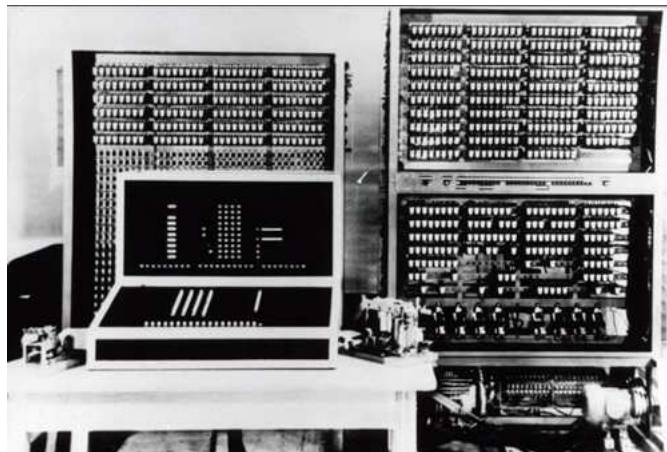


FIG. 6.40 – Z3, Ordinateur crée utilisant uniquement de relais par Konrad Zuse.

En 1948, le transistor fut créé, ce fut un bond en avant dans l'histoire de l'électronique et plus particulièrement dans l'histoire de l'ordinateur grâce aux ingénieurs John Bardeen, Walter Brattain et William Shockley. Il permit dans les années 50 de rendre les ordinateurs moins encombrants et moins gourmands en énergie électrique.

Texas Instruments en 1958 mit au point les circuits intégrés. Ils permirent de réduire la taille et le coût des ordinateurs en intégrant sur un même circuit électronique plusieurs transistors sans utiliser de fil électrique. C'est en 1971 qu'apparaissent le premier micro-ordinateur, et les premiers microprocesseurs.

Toutefois, les premiers à avoir compris les possibilités que pouvaient apporter les ordinateurs en mathématique et en physique furent Von Neumann et Ulan. Ils utilisèrent les ordinateurs pour étudier la régularité des solutions aux équations différentielles. En 1949, Van Neumann et Richtmyer mirent au point une technique numérique permettant de calculer les chocs qui apparaissent dans les écoulements compressibles. Van Neumann avec Charney et Fjörtoft intégrèrent numériquement un modèle de circulation atmosphérique barotrope (ils négligeaient les variations de températures le long des surfaces isobares). Ce modèle fut utilisé sur le territoire des Etats-Unis à partir d'une grille de calcul avec un pas spatial de 736 Km. La simulation numérique fut effectuée en 1950 sur l'ENIAC et a permis de calculer sur une durée de 24h l'évolution météorologique. Les auteurs comparèrent les champs prévus avec ceux obtenus en essayant d'expliquer les erreurs de prévisions constatées. Cette technique est à l'origine des modèles de prévisions météorologiques actuels de type dynamique, tels que "Circulation Générale" qui calculent l'écoulement atmosphérique dans l'ensemble du globe.

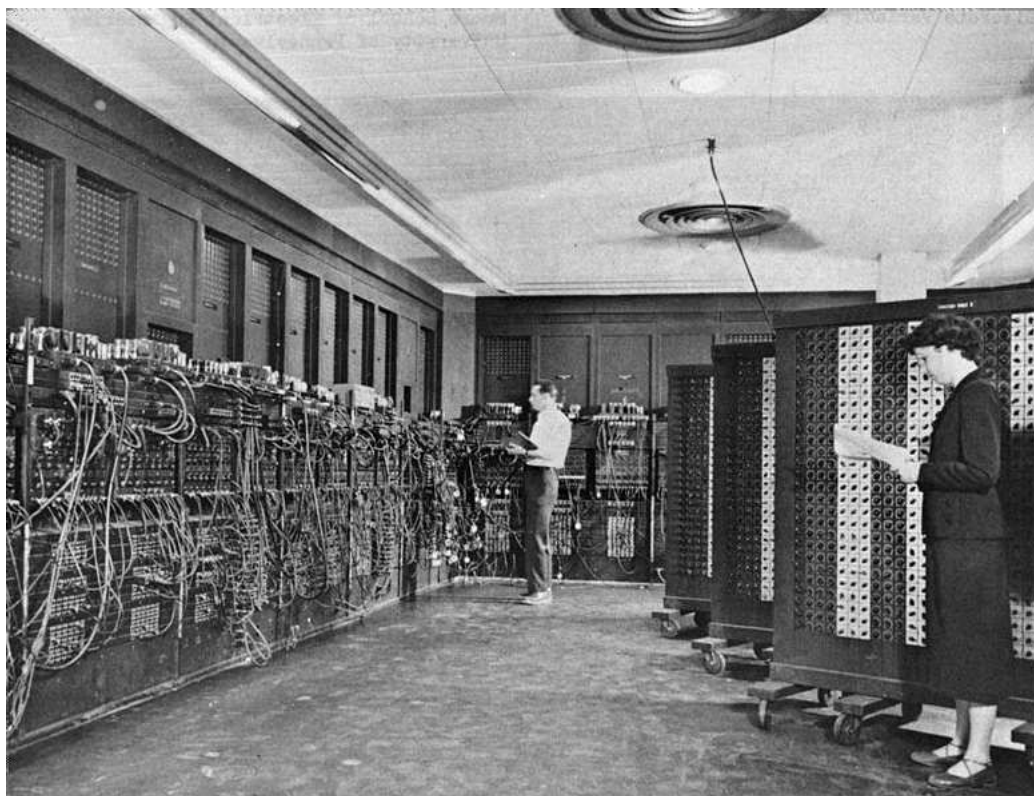


FIG. 6.41 – L'ENIAC, acronyme de Electronic Numerical Integrator Analyser and Computer.

Au début des années 50, Von Neuman et Fermi ont développé la simulation nécessaire à la mise au point de la bombe à hydrogène, avec l'étude des instabilités hydrodynamique telles que celles de Taylor.

L'une des premières applications des modèles de simulation fut la physique atomique. Par exemple, Fermi, Ulan et Pasta étudièrent numériquement l'évolution d'un système de particules en interaction faiblement non linéaire. Dans les années 60, Kruskal et Zabusky reprirent ce travail en choisissant un terme non linéaire et quadratique ce qui a permis d'améliorer le système de Fermi et al.

Les différentes simulations réalisées depuis la création de l'ordinateur, ont ouvert la voie à la généralisation de la simulation numérique dans les différentes applications physiques telles que : la météorologie, l'aéronautique, la conception automobile ou encore la robotique.

Annexe E.

Programmes des blocs S fonction en Langage C

Fonction S Couple :

```

/* File : Couple.c
* Abstract :
* Fonction qui permet d'obtenir la rotation  $\theta$  a partir de l'introduction de le courant.
* On utilise des variables d'état.
*
* Syntax [sys, x0] = stspace(t,x,u,flag,A,B,C,D,X0)
* For more details about S-functions, see simulink/src/sfuntmpl_doc.c
* Thèse 2004-2007 Salazar Garcia.
*
*/
#define S_FUNCTION_NAME Couple5
#define S_FUNCTION_LEVEL 2
#include "simstruc.h"
#define U(element) (*uPtrs[element]) /* Pointer to Input Port0 */
#define A_IDX 0
#define A_PARAM(S) ssGetSFcnParam(S,A_IDX)
#define B_IDX 1
#define B_PARAM(S) ssGetSFcnParam(S,B_IDX)
#define C_IDX 2
#define C_PARAM(S) ssGetSFcnParam(S,C_IDX)
#define D_IDX 3
#define D_PARAM(S) ssGetSFcnParam(S,D_IDX)
#define X0_IDX 4
#define X0_PARAM(S) ssGetSFcnParam(S,X0_IDX)
#define NPARAMS 5
#define NSTATES mxGetM(A_PARAM(S))
#define NINPUTS mxGetN(B_PARAM(S))
#define NOUTPUTS mxGetM(C_PARAM(S))
#define IS_PARAM_DOUBLE(pVal) (mxIsNumeric(pVal) && !mxIsLogical(pVal) && \
!mxIsEmpty(pVal) && !mxIsSparse(pVal) && !mxIsComplex(pVal) && mxIsDouble(pVal))
#define OK_EMPTY_DOUBLE_PARAM(pVal) (mxIsNumeric(pVal) && !mxIsLogical(pVal) && \
!mxIsSparse(pVal) && !mxIsComplex(pVal) && mxIsDouble(pVal))
/*=====
* S-function methods *

```

```

*=====*/
#define MDL_CHECK_PARAMETERS
#if defined(MDL_CHECK_PARAMETERS) && defined(MATLAB_MEX_FILE)
/* Function : mdlCheckParameters =====
* Abstract :
* Validate our parameters to verify they are okay.
*/
static void mdlCheckParameters(SimStruct *S)
{
    /* Check 1st parameter : A-Matrix */
    {
        if ( mxGetN(A_PARAM(S))!= NSTATES ||!IS_PARAM_DOUBLE(A_PARAM(S)) ) {
            ssSetErrorStatus(S,"1st parameter to S-function "
                "\"A-Matrix\" must be square and double");
            return;
        }
    }
    /* Check 2nd parameter : B-Matrix */
    {
        if (mxGetM(B_PARAM(S))!= NSTATES ||!IS_PARAM_DOUBLE(B_PARAM(S)) ) {
            ssSetErrorStatus(S,"2nd parameter to S-function "
                "\"B-Matrix\" is not dimensioned "
                "correctly");
            return;
        }
    }
    /* Check 3rd parameter : C-Matrix */
    {
        if (mxGetN(C_PARAM(S))!= NSTATES ||!IS_PARAM_DOUBLE(C_PARAM(S)) ) {
            ssSetErrorStatus(S,"3rd parameter to S-function "
                "\"C-Matrix\" is not dimensioned "
                "correctly");
            return;
        }
    }
    /* Check 4th parameter : D-Matrix */
    {
        if (mxGetM(D_PARAM(S))!= NOUTPUTS ||
            mxGetN(D_PARAM(S))!= NINPUTS ||!IS_PARAM_DOUBLE(D_PARAM(S)) ) {

```

```

        ssSetErrorStatus(S,"4th parameter to S-function "
        "\"D-Matrix\" is not dimensioned "
        "correctly");
        return;
    }
}

/* Check 5th parameter : X0 */
{
    if ( ((mxGetM(X0_PARAM(S)) != 0) &&
        (mxGetM(X0_PARAM(S)) != NSTATES)) || !OK_EMPTY_DOUBLE_PARAM(X0_PARAM(S)) ) {
        ssSetErrorStatus(S,"5th parameter to S-function "
        "\"X0-Matrix\" is not dimensioned "
        "correctly");
        return;
    }
}

#endif /* MDL_CHECK_PARAMETERS */

/* Function : mdlInitializeSizes =====
* Abstract :
* The sizes information is used by Simulink to determine the S-function
* block's characteristics (number of inputs, outputs, states, etc.).
*/
static void mdlInitializeSizes(SimStruct *S)
{
    ssSetNumSFcnParams(S, NPARAMS); /* Number of expected parameters */
    #if defined(MATLAB_MEX_FILE)
    if (ssGetNumSFcnParams(S) == ssGetSFcnParamsCount(S)) {
        mdlCheckParameters(S);
        if (ssGetErrorStatus(S) != NULL) {
            return;
        }
    } else {
        return; /* Parameter mismatch will be reported by Simulink */
    }
#endif
    {
        int iParam = 0;
        int nParam = ssGetNumSFcnParams(S);

```

```

    for ( iParam = 0 ; iParam < nParam ; iParam++ )
    {
        ssSetSFcnParamTunable( S, iParam, SS_PRM_SIM_ONLY_TUNABLE );
    }
}

ssSetNumContStates(S, NSTATES);
ssSetNumDiscStates(S, 0);
if (!ssSetNumInputPorts(S, 1)) return;
ssSetInputPortWidth(S, 0, 3); /* ssSetInputPortWidth(S, 0, NINPUTS); */
ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 0, 1);
if (!ssSetNumOutputPorts(S, 1)) return;
ssSetOutputPortWidth(S, 0, 8); /* ssSetOutputPortWidth(S, 0, NOUTPUTS); */ /*OUTPUTS*/
ssSetNumSampleTimes(S, 1);
ssSetNumRWork(S, 0);
ssSetNumIWork(S, 0);
ssSetNumPWork(S, 0);
ssSetNumModes(S, 0);
ssSetNumNonsampledZCs(S, 0);

/* Take care when specifying exception free code - see sfuntmpl_doc.c */
ssSetOptions(S, SS_OPTION_EXCEPTION_FREE_CODE);
}

/* Function : mdlInitializeSampleTimes =====
* Abstract :
* S-function is comprised of only continuous sample time elements
*/
static void mdlInitializeSampleTimes(SimStruct *S)
{
    ssSetSampleTime(S, 0, CONTINUOUS_SAMPLE_TIME);
    ssSetOffsetTime(S, 0, 0.0);
    ssSetModelReferenceSampleTimeDefaultInheritance(S);
}

#define MDL_INITIALIZE_CONDITIONS

/* Function : mdlInitializeConditions =====
* Abstract :
* If the initial condition parameter (X0) is not an empty matrix,
* then use it to set up the initial conditions, otherwise,
* set the initial conditions to all 0.0
*/
static void mdlInitializeConditions(SimStruct *S)

```

```

{
    real_T *x0 = ssGetContStates(S);
    int_T i, nStates;
    nStates = ssGetNumContStates(S);
    if (mxGetM(X0_PARAM(S)) != 0) {
        const real_T *pr = mxGetPr(X0_PARAM(S));
        for (i = 0; i < nStates; i++) {
            *x0++ = *pr++;
        }
    } else {
        for (i = 0; i < nStates; i++) {
            *x0++ = 0.0;
        }
    }
}

/* Function : mdlOutputs =====
* Abstract :
* y = Cx + Du
*/
static void mdlOutputs(SimStruct *S, int_T tid)
{
    real_T *y = ssGetOutputPortRealSignal(S,0);
    real_T *x = ssGetContStates(S);
    InputRealPtrsType uPtrs = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
    const real_T *cpr = mxGetPr(C_PARAM(S));
    const real_T *dpr = mxGetPr(D_PARAM(S));
    const real_T *apr = mxGetPr(A_PARAM(S));
    const real_T *bpr = mxGetPr(B_PARAM(S));
    int_T nStates = ssGetNumContStates(S);
    int_T nInputs = ssGetInputPortWidth(S,0);
    int_T nOutputs = ssGetOutputPortWidth(S,0);
    int_T i, j;
    real_T accum;
    real_T accum1;
    real_T courant;
    real_T Couplecontact;
    UNUSED_ARG(tid); /* not used in single tasking mode */
    /* Condition de theta quand elle n'est pas en contacte avec les buse */
    /****** -xo <= l*theta <= xo *****/

```

```

bb : if( (10.5e-3*x[1]<=50e-6) && (10.5e-3*x[1]>=-50e-6) ) /*boucle de test*/
{
    for (i = 0; i < 2; i++) {
        accum = 0.0; accum1 = 0.0;
        for (j = 0; j < 2; j++) {
            accum += cpr[i + 2*j] * x[j]; /* matris C qui contien [ 0 1, 1 0] */
        }
        /* Du */
        for (j = 0; j < 3; j++) { /* matris D qu'est nulle */
            accum += dpr[i + 2*j] * U(j);
        }
        y[i] = accum; /* y[0]= Theta et y[1]=Dtheta */
        y[2]=2e-7*(bpr[0+2*0])*U(0); /* Km* i */
        y[3]=2e-7*(bpr[0+2*1])*U(1); /* -l*Sbuse * DeltaP2 */
        y[4]=2e-7*(bpr[0+2*2])*U(2); /* -Kr2*L* yu2 */
        y[5]=2e-7*(apr[0+2*1])*x[1]; /* -Kr2*L^2* theta */
        y[6]=0; /* Couple de contacte buse palette*/
        y[7]=10.5e-3*x[1]; /* l*theta */
    }
}

/* Condition de thêta quand elle entre en contacte avec les buse côte Gauche */
/***** l*theta > xo donc Theta >= 4.76e-3 *****/
else if (x[1]>=4.76e-3)
{
    x[0]=0; /* Dtheta=0 */
    /* Couple de contacte =-Kr2*L^2* theta + Km* i -l*Sbuse * DeltaP2 -Kr2*L* yu2 */
    Couplecontact=2e-7*((apr[0+2*1])*4.76e-3+(bpr[0+2*0])*U(0)+(bpr[0+2*1])*U(1)+(bpr[0+2*2])*U(2) );
    if (Couplecontact>=0) /* Si Couple de contacte >= 0 */
    {
        y[0]=4.76e-3; /* y[0]= Theta */
        y[1]=x[0]; /* y[1]= Dtheta = 0 */
        y[2]=2e-7*(bpr[0+2*0])*U(0); /* Km* i */
        y[3]=2e-7*(bpr[0+2*1])*U(1); /* -l*Sbuse * DeltaP2 */
        y[4]=2e-7*(bpr[0+2*2])*U(2); /* -Kr2*L* yu2 */
        y[5]=2e-7*(apr[0+2*1])*4.76e-3; /* -Kr2*L^2* theta */
        y[6]=Couplecontact; /* Couple de contacte buse palette*/
        y[7]=10.5e-3*x[1]; /* l*theta */
    }
}
else{

```

```

/* Si non Dtheta=0 et Theta=4.76e-3 et l*thêta (4.9980e-05) > -x0
donc retourne sur la boucle de test et entrée sur la premier condition */
x[0]=0;
x[1]=4.76e-3;
goto bb;
}
}
/* Condition de theta quand elle entre en contacte avec les busse cote Droite */
/***** l*Theta < -x0 donc Theta <= -4.76e-3 *****/
else if(x[1]<=-4.76e-3)
{
x[0]=0; /* Dtheta=0 */
/* Couple de contacte =-Kr2*L^2* theta + Km* i -l*Sbuse * DeltaP2 -Kr2*L* yu2 */
Couplecontact=2e-7*((apr[0+2*1])*(-4.76e-3)+(bpr[0+2*0])*U(0)+(bpr[0+2*1])*U(1)
+(bpr[0+2*2])*U(2) );
if (Couplecontact<=0) /* Si Couple de contacte <= 0 */
{
y[0]=-4.76e-3; /* y[0]= Theta */
y[1]=x[0]; /* y[1]= Dtheta = 0 */
y[2]=2e-7*(bpr[0+2*0])*U(0); /* Km* i */
y[3]=2e-7*(bpr[0+2*1])*U(1); /* -l*Sbuse * DeltaP2 */
y[4]=2e-7*(bpr[0+2*2])*U(2); /* -Kr2*L* yu2 */
y[5]=2e-7*(apr[0+2*1])*(-4.76e-3); /* -Kr2*L^2* theta */
y[6]=Couplecontact; /* Couple de contacte buse palette */
y[7]=10.5e-3*x[1]; /* l*theta */
}
else
/* Si non Dtheta=0 et Theta= -4.76e-3 et l*theta (4.9980e-05) > -x0
donc retourne sur boucle de test et entre sur la premier condition */
{
x[0]=0;
x[1]=-4.76e-3;
goto bb;
}
}
}
#define MDL_DERIVATIVES
/* Function : mdlDerivatives =====
* Abstract :
```

```

* xdot = Ax + Bu
*/
static void mdlDerivatives(SimStruct *S)
{
    real_T *dx = ssGetdX(S);
    real_T *x = ssGetContStates(S);
    InputRealPtrsType uPtrs = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
    const real_T *apr = mxGetPr(A_PARAM(S));
    const real_T *bpr = mxGetPr(B_PARAM(S));
    int_T nStates = ssGetNumContStates(S);
    int_T nInputs = ssGetInputPortWidth(S,0);
    int_T i, j;
    real_T accum;
    for (i = 0; i < 2; i++) {
        accum = 0.0;
        /* Ax */ /* A11= -Fpalette/Jpalette * Dtheta A12= -Kr2* L^2/ Jpalette* Theta */
        for (j = 0; j < 2; j++) { /* A21= 1 A21=0 */
            accum += apr[i + 2*j] * x[j];
        }
        /* Bu */
        for (j = 0; j < 3; j++) {
            /*B11= Km/Jpalette *i B12= -l*Sbuse/Jpalette* DeltaP2 B13= -Kr2*L/Jpalette* yu2 */
            accum += bpr[i + 2*j] * U(j); /*B21=0 B22=0 B23=0 */
        }
        dx[i] = accum; /* calcul de dx[0]= DDTheta et dx[1]= DTheta */
    }
}

/* Function : mdlTerminate =====
* Abstract :
* No termination needed, but we are required to have this routine.
*/
static void mdlTerminate(SimStruct *S)
{
    UNUSED_ARG(S); /* unused input argument */
}

#ifdef MATLAB_MEX_FILE /* Is this file being compiled as a MEX-file? */
#include "simulink.c" /* MEX-file interface mechanism */
#else
#include "cg_sfun.h" /* Code generation registration function */
#endif

```